

50639

N. 49.

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

KÖNIG GYULA A BUDAPESTI

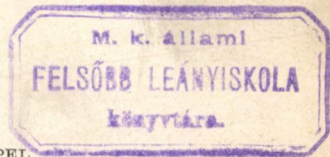
OSZTÁLYTITKÁR.

M. KIR. ÁLLAMI MÁRIA TERÉZIA LEÁNYGIMNÁZIUM

TANÁRI KÖNYVTÁRA.

HUSZONHETEDIK KÖTET.

1909.



HÁROM TÁBLÁVAL ÉS KÉT GEOLOGIAI TÉRKÉPPEL.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1909.

~~N.
131
1909~~

TARTALOM.

	<i>Lap</i>
BÁRSONY TIVADAR és SZÁSZ TIBOR: A táplálék és ivóvíz befolyása a vér molekulás koncentrációjára	538
BOGNÁR GUSZTÁV: A bróm és hangyasav egymásra hatásának mechanizmusa vizes oldatban	457
BUGARSZKY ISTVÁN és HORVÁTH BÉLA: A jodidok és a szín-jod mennyiségi meghatározásának új módja	501
DIENES PÁL: Analitikai függvények negatívrendű szinguláris helyeinek vizsgálata	58
FEJÉR LIPÓT: Asymptotikus értékek meghatározásáról	1
FRANZENAU ÁGOSTON: Magyarországi kálcitokról (egy táblával)	241
FRÖHLICH IZIDOR: A cirkumaxiális polározás törvényének általános érvényessége egyenletes fénytörésű közegek belsejében	299
FUCHS DÉNES: Kísérletes vizsgálatok a vér mennyiségének befolyásáról az anyag és energia forgalmára	34
HAAR ALFRÉD és KÖNIG DÉNES: Egyszerűen rendezett halmazokról	138
HÁRI PÁL: Adatok a téli álmot alvó emlősök anyagforgalmához	207
ILOSVAY LAJOS: A hidrokénessav, illetőleg a zinkhydrosulfit néhány alkalmazása	599
KLUPATHY JENŐ: A folyadékok szilárdságáról	422
LACZKÓ DEZSŐ: Veszprém városának és tágabb környékének geologiai leírása (két geologiai térképpel és egy táblával)	554
LÖRENTHEY IMRE: Újabb adatok a Székelyföld geológiájához	273
LÖRENTHEY IMRE: Megjegyzések Magyarország ó-harmadkori foraminifera-faunájához (egy táblával)	584
ÓNODI ADOLF: A homloküregről	152
PRINZ GYULA: A külitzsai Nan-Shan morfológiájáról	289
RADOS GUSZTÁV: A több ismeretlenű kongruenciák elméletéről	255
RÉTHY MÓR: A fémek erőltetési vonalairól (második közlemény)	485

IV

	<i>Lap</i>
RIESZ FRIGYES: A lineár homogén integrálegyenletről	220
RÓKA KÁLMÁN: Az orthonitrophenylpropionsav redukálása indigóvá elektrolitikus úton	194
SCHÉITZ PÁL: A lakmusz festőanyagairól	517
VERESS ELEMÉR: A medusák mozgásairól	371
VERZÁR FRIGYES: Adatok az alkoholok élettani hatásának ismeretéhez	68
ZEMPLÉN GYÖZÖ: Vizsgálatok a gázok belső surlódásáról	77
ZIMÁNYI KÁROLY: Vashegyit, egy új bázisos alumíniumhydrophosphát Gömör vármegyéből... ..	64



ASYMPTOTIKUS ÉRTÉKEK MEGHATÁROZÁSÁRÓL.

FEJÉR LIPÓT 1. tagtól.

Bevezetés.

Legyen

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

az állandóknak egy végtelen sorozata és $\omega(n)$ az n pozitív egész számnak egy függvénye. Az $\omega(n)$ függvényről akkor mondjuk, hogy «az a_n -et aszimptotikusan állítja elő», ha

$$\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{\omega(n)} = 1,$$

vagy inkább, ha

$$a_n = \omega(n)(1 + \varepsilon_n),$$

hol

$$\lim_{n=\infty} \varepsilon_n = 0.$$

Jelben:

$$a_n \sim \omega(n).$$

DARBOUX¹ nagyon általános módszert adott egy ilyen $\omega(n)$ aszimptotikus kifejezés meghatározására. Képezi a z komplex változónak

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots \quad (1)$$

hatványsorát és kimutatja, hogy az a_n aszimptotikus értéke az $f(z)$ analitikai függvénynek azon singuláris helyeitől függ, melyek az (1) alatti hatványsor valódi összetartási körének a kerületén fekszenek.

¹ G. DARBOUX: Mémoire sur l'approximation des fonctions de très-grands nombres, etc. Journal de mathématiques pures et appliquées, 3-ième série, Tome IV, 1878.

Néhány szóval részletezem a DARBOUX-féle eredményeket.

Hogy a DARBOUX-féle methodust alkalmazhassuk, szükségképpen fel kell tételeznünk, hogy az (1) alatti hatványsor összetartási körének sugara egy a zérustól és $+\infty$ -tól különböző pozitív R szám. Tegyük fel továbbá, hogy az $f(z)$ függvénynek (helyesebben, annak az (1) alatti sor által nyerhető közvetlen analitikai folytatásának) az R sugarú összetartási körön véges számú

$$\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k, \\ (|\gamma_1| = |\gamma_2| = \dots = |\gamma_k| = R)$$

singuláris helye van. Minthogy DARBOUX kimutatja, hogy a $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$ singuláris helyek oly «rész»-eket adnak az a_n asymptotikus kifejezése számára, mely részekből az a_n asymptotikus értéke egyszerű összeadással adódik, tehát mindjárt föltételezhetjük, hogy $f(z)$ -nek csak az egyetlen γ singularitása van az R sugarú összetartási körön. Az általánosság megszorítása nélkül föltételezhetjük azt, hogy

$$R = 1$$

és

$$\gamma = 1.$$

Összefoglalva: az

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$$

hatványsor összetartási körének sugara legyen egyenlő 1-gyel, és a $+1$ pont legyen az egyetlen pont ezen a körön, a melyben az $f(z)$ közvetlen analitikai folytatása singuláris.

Mint már említettem, az a_n együttható asymptotikus értéke függ az $f(z)$ függvénynek a $+1$ pontban föllépő singularitásának a jellegétől.

DARBOUX azt az esetet tárgyalja, midőn $f(z)$ a $z=1$ singuláris hely elegendő kicsiny környezetében a következő alakú:

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)^\rho} \cdot \varphi(z) + \psi(z). \quad (2)$$

Itt $\varphi(z)$, $\psi(z)$ jelentenek olyan függvényeket, melyek a $z=1$ hely elegendő kicsiny környezetében regulárisak, ρ pedig egy tetszőleges valós állandót, mely azonban a

$$0, -1, -2, \dots, -\nu, \dots$$

sámoktól különböző.

DARBOUX most már egyszerűen kimutatja, hogy az a_n asympotikus kifejezésének a meghatározására elegendő a

$$\frac{\varphi(1)}{(1-z)^\rho}$$

függvényt a z pozitív egész hatványai szerint

$$\frac{\varphi(1)}{(1-z)^\rho} = \varphi(1)[a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots]$$

sorba fejteni; ugyanis az így nyert $\varphi(1) a_n$ szolgáltatja az a_n asympotikus kifejezését. Minthogy

$$a_n \sim \frac{1}{\Gamma(\rho)} \cdot n^{\rho-1},$$

tehát

$$a_n \sim \frac{\varphi(1)}{\Gamma(\rho)} \cdot n^{\rho-1}.$$

Egy szóval, ha $f(z)$ a $z=1$ helyen a

$$\mu_1(z) = \frac{1}{(1-z)^\rho} \tag{I}$$

typus szerint válik singularissá, akkor az a_n együttható asympotikus kifejezése tüstént meghatározható.

DARBOUX után HAMY¹ a

$$\mu_2(z) = \frac{[-\log(1-z)]^q}{(1-z)^\rho} \tag{II}$$

typust vizsgálta. Itt ρ olyan szám mint előbb, q pedig tetszőleges pozitív egész szám. HAMY azt találja, hogy ha

$$\mu_2(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots,$$

¹ M. HAMY: Sur l'approximation des fonctions de grands nombres; Journal de math., 6-ième série, Tome IV, 1908. E dolgozat bevezetéséhez fűzött lábjegyzetekben bő irodalmi tájékoztatást talál az olvasó a DARBOUX-féle módszerre vonatkozólag.

akkor ¹

$$a_n \sim \frac{1}{\Gamma(\rho)} \cdot [\log n]^{\rho} \cdot n^{(e-1)}.$$

Az eddig említett (I), (II) esetben az $f(z)$ függvény számára a $z=1$ singuláris hely ú. n. «határozottsági hely».

Azt a kérdést vetem most már fel, mint alakul az a_n asymptotikus értéke akkor, ha az $f(z)$ függvénynek a $z=1$ helyen határozatlansági helye van?

Világos, hogy a kérdést ilyen általánosságban nem oldhatom meg. Egy érdekes és fontos typust kell választanom, a mely szerint $f(z)$ a $z=1$ helyen határozatlanná válik.

A

$$\mu_3(z) = \frac{1}{(1-z)^e} \quad (\text{III})$$

typust választom.

Ezen értekezés főtárgya tehát az

$$\frac{1}{(1-z)^e} = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n + \dots$$

hatványsor a_n együtthatója számára az asymptotikus kifejezést meghatározni. Az eredmény a következő:

$$a_n \sim \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \cdot \frac{\sin\left(2\sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)\pi\right)}{n^{\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)}}. \quad (3)$$

Itt ρ jelent egy tetszőleges valós számot.

A módszer, melyet ezen asymptotikus formula levezetésére használok, lényegében RIEMANNTÓL ered. 1854-ben készült habilitációs értekezésének 13. paragrafusában ² egy teljesen rokon

¹ L. pl. még POINCARÉ: *Léçons de mécanique céleste*, Tome II chapitre XXIII, 1907.

² Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe. BERNHARD RIEMANN'S gesammelte Werke etc., 2-te Auflage, pag. 260, 261, 262.

problémát tárgyal, melynek megoldására épen szóban forgó módszerét alkalmazza.

Ámde RIEMANN az ő eljárását csak vázlatosan közli. A módszer alkalmazhatóságának szigorú bizonyítását — mely nagy nehézségekbe ütközik — eddig senki sem közölte. A mennyire én az idevágó irodalom tanulmányozása által meggyőződhettem, PAUL DU BOIS-REYMOND¹ volt az egyedüli, a ki ezen kényes föladat megoldásával megpróbálkozott. Ámde őt nem érdekli az n indextől függő számnak pontos asymptotikus kifejezése, hanem annak csak bizonyos — ha így fejezhetem ki magamat — kvalitatív tulajdonsága. Tehát a RIEMANN-féle módszerrel is csak annyiban foglalkozik, a mennyiben ez a nagy indextől függő szám kvalitatív tulajdonságainak (mint a milyen például e számnak növekedő indexxel való divergenciája) a megállapítására szolgál.

Én, részben egy egyszerű transformáció alkalmazásával, részben pedig ezen értekezés 1. §-ában közölt általános tételek felhasználásával a RIEMANN-féle methodust teljesen biztos alapokra fektetem. Ez által a (3) alatti tételnek egészen szigorú bizonyításához jutok.

Az említett általános segédtételek közül különösen a 7. pontban tárgyaltra hívom fel a figyelmet. Segítségével például az $I_\nu(t)$, ($\nu=0, 1, 2, \dots, \infty$) BESSEL-féle függvény asymptotikus kifejezése $t=+\infty$ -re tüstént meghatározható. A bizonyításra, semiconvergens sorok mellőzésével, az eredeti BESSEL-féle integrálkifejezést használom. (L. 1. §.)

A (3) alatti tételnek számos alkalmazását találtam. Ezeknek részletes közlését egy következő alkalomra halasztva, itt, e bevezetésben, csak főlemlitek közülük néhányat.

Az első alkalmazás vonatkozik a lineáris differenciálegyenletekre.

A DARBOUX és HAMY-féle tételek ugyanis alkalmasak oly

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$$

¹ Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz FOURIER-scher Darstellungsformeln. Abhandlungen der bayerischen Akademie der Wissenschaften, XII², 1876.

sorok a_n együttthatójának asymptotikus meghatározására, melyek a FUCHS-féle osztályba tartozó homogén lineáris differenciálegyenletnek vagy rendszernek tesznek eleget. E megjegyzéssel egy egész vizsgáladási tartományt érintek, mely kidolgozva, kiaknázva még nincsen.

Most már a (3) alatti tétellem segítségével megoldhatom a megfelelő feladatot azon homogén lineáris differenciálegyenletekre és rendszerekre, melyek nem tartoznak a FUCHS-féle osztályba.

A megoldást csak a következő, legegyszerűbb esetre dolgoztam ki:

$$\frac{dy}{dz} + \left[\frac{\sigma}{(z-1)^2} + \frac{\rho}{z-1} + \varphi(z) \right] y = 0. \quad (4)$$

Itt σ egy tetszőleges pozitív, ρ pedig egy tetszőleges valós állandó. A $\varphi(z)$ holomorph a zérus középpontú és $(1+\varepsilon)$, ($\varepsilon > 0$) sugarú körben és valós értékeket vesz fel akkor, a midőn a z független változó valós és a jelzett kör belsejében van.

Legyen most már

$$y(z) = y(0) + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots$$

egy sor, mely a (4) alatti differenciálegyenletnek eleget tesz. Akkor

$$a_n \sim \frac{y(0)}{\sqrt{\pi}} e^{\frac{\sigma}{2} - \int_0^1 \varphi(z) dz} \cdot \frac{1}{\sigma^{\frac{3}{4}} - \frac{\rho}{2}} \cdot \frac{\sin \left(2 \sqrt{\sigma} \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right)}{n^{\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}}}.$$

Látjuk, hogy a_n asymptotikus kifejezése csak a

$$\rho, \sigma, \int_0^1 \varphi(z) dz, y(0)$$

állandóktól függ.

Egy másik alkalmazás az

$$\frac{1}{(1-z)^{\rho}} = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots$$

hatványsorhoz tartozó

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n + \dots \quad (5)$$

végtelen sorra vonatkozik.

A $\rho = 0$ speciális esetben az (5) alatti sort már több szerző vizsgálta. Így SAALSCHÜTZ¹ egy dolgozatban, melyet teljesen az e^{z-1} hatványsor együtthatói vizsgálatának szentel, az a_n együtthatók jelváltozásait és az (5) alatti sor konvergenciáját állapítja meg. PRINGSHEIM² szigorúan kimutatja, hogy az (5) alatti sor konvergens.

Én a (3) alatti tétel segítségével tüstént ki tudom mutatni, hogy az

$$\frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{(1-z)^e} = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots$$

hatványsorhoz tartozó

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n + \dots$$

végtelen sor mindig konvergens, ha

$$-\infty < \rho < \frac{1}{2},$$

ellenben mindig divergens, ha

$$\frac{1}{2} \leq \rho < +\infty.$$

Legyen most

$$\frac{1}{2} \leq \rho < \frac{3}{2}.$$

Akkor az

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n + \dots$$

sor, mint említettem, divergens, ámbár még akkor is $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

De ki tudom egyszerűen mutatni, hogy a közönséges, elsőrendű arithmetikai középértékek módszerével összegezhető stb.

Az alkalmazások felsorolását megszakítom és csak megemlítem még, hogy a (3) alatti tétel még bizonyos más, RIEMANN, PRINGSHEIM stb. által fölvetett sorelméleti kérdések megoldására is alkalmazható.

¹ Archiv der Math. und Phys., zweite Reihe, sechster Teil, 1888.

Über die Entwicklung von $e^{\frac{1}{z-1}}$ in eine Potenzreihe, nebst einigen Anwendungen derselben. SAALSCHÜTZ dolgozata végén egy tabellát ad, mely a $b_n = e \cdot a_n$ állandók értékét tartalmazza, midőn $n=0, 1, 2, \dots, 68$. A szóban forgó értékek hat tizedesnyi pontossággal vannak közölve.

² Sitzungsberichte der bayerischen Akad., Math. u. Phys. Kl. 1900.

Vége utalok még arra is, hogy az a_n állandók egy homogén lineáris differenciaegyenletnek tesznek eleget. Kívánatos volna ezen egyenleteknek általános, POINCARÉ-féle asymptotikus elméletet annyira kidolgozni, hogy ezen általános elméletből az a_n együttható asymptotikus értéke is kiadódjék.

1. §. Segédtelemek.

1. Legyen

$$\nu_1(t) = \int_a^b \cos txdx,$$

$$\nu_2(t) = \int_a^b \sin txdx,$$

a hol a, b tetszőleges valós számok és t tetszőleges pozitív szám. Akkor

$$|\nu_1(t)| \leq \frac{2}{t},$$

$$|\nu_2(t)| \leq \frac{2}{t}.$$

Valóban:

$$\nu_1(t) = \frac{\sin tb - \sin ta}{t},$$

$$\nu_2(t) = \frac{\cos ta - \cos tb}{t},$$

a miből állításunk következik.

2. Legyen $h(x)$ az

$$a \leq x \leq b$$

intervallum minden helyén reguláris analitikai függvény, és legyen

$$\nu_3(t) = \int_a^b h(x) \cos txdx,$$

$$\nu_4(t) = \int_a^b h(x) \sin txdx.$$

Akkor

$$\nu_3(t) = \frac{\lambda(t)}{t},$$

$$\nu_4(t) = \frac{\lambda(t)}{t},$$

a hol $\lambda(t)$ itt, és ezen értekezésben mindenütt, olyan függvényét jelenti a t változónak, mely minden pozitív t értékre nézve abszolút értékben egy bizonyos véges pozitív állandó alatt marad.

Ugyanis parciális integrációval

$$\nu_3(t) = \frac{h(b) \sin tb - h(a) \sin ta}{t} - \frac{1}{t} \int_a^b h'(x) \sin txdx,$$

$$\nu_4(t) = \frac{h(a) \cos ta - h(b) \cos tb}{t} + \frac{1}{t} \int_a^b h'(x) \cos txdx,$$

a mely egyenletekből állításom tüstént következik.

3. Legyen $h(x)$ reguláris az

$$a \leq x \leq b$$

számközben, legyen továbbá ugyanezen számközben *monoton*, és legyen végre

$$|h(x)| \leq M,$$

midőn

$$a \leq x \leq b.$$

Ha

$$\nu_5(t) = \int_a^b h(x) \cos txdx,$$

és

$$\nu_6(t) = \int_a^b h(x) \sin txdx,$$

akkor

$$|\nu_5(t)| \leq \frac{4M}{t},$$

$$|\nu_6(t)| \leq \frac{4M}{t}.$$

Ugyanis az ú. n. második integrálközepértéktétel alapján

$$\nu_5(t) = h(a) \int_a^{\xi} \cos tx dx + h(b) \int_{\xi}^b \cos tx dx,$$

hol

$$a < \xi < b,$$

a miből az 1. pont tekintetbe vételével állításom tüstént következik.

4. Legyen $h(x)$ reguláris az

$$a \leq x < +\infty$$

intervallum minden helyén. Legyen ugyanitt a $h(x)$ -nek véges számú szélső értéke és legyen e helyek száma k . Akkor, ha b egy tetszőleges szám, mely nagyobb mint a , és

$$\nu_7(t) = \int_a^b h(x) \cos tx dx,$$

$$\nu_8(t) = \int_a^b h(x) \sin tx dx,$$

akkor

$$|\nu_7(t)| \leq \frac{(k+1) \cdot 4 \cdot M}{t},$$

$$|\nu_8(t)| \leq \frac{(k+1) \cdot 4 \cdot M}{t},$$

föltéve, hogy

$$|h(x)| \leq M,$$

ha

$$a \leq x < +\infty.$$

Ez a 3. pont tételéből tüstént következik.

5. Legyen $g(x)$ reguláris az

$$a \leq x \leq b$$

számközben. Legyen továbbá *monoton* ugyanazon számközben, más szóval, legyen $g'(x)$ állandó előjelű az $a \leq x \leq b$ számközben. Legyen továbbá

$$|g'(x)| > \sigma > 0,$$

midőn

$$a \leq x \leq b.$$

Tegyük fel még végre, hogy $g''(x)$ legfeljebb k -szor tűnik el az $a \leq x \leq b$ intervallumban.

Akkor, ha

$$\nu_9(t) = \int_a^b \cos [tg(x)] dx,$$

$$\nu_{10}(t) = \int_a^b \sin [tg(x)] dx,$$

akkor

$$|\nu_9(t)| \leq \frac{(k+1) \cdot 4}{\sigma} \cdot \frac{1}{t},$$

$$|\nu_{10}(t)| \leq \frac{(k+1) \cdot 4}{\sigma} \cdot \frac{1}{t}.$$

Ugyanis a

$$z = g(x), \quad x = \gamma(z), \quad \frac{dx}{dz} = \gamma'(z) = \frac{1}{[g'(x)]_{x=\gamma(z)}}$$

változó transformációval

$$\nu_9(t) = \int_{g(a)}^{g(b)} \gamma'(z) \cos t z dz.$$

Itt $\gamma'(z)$ egy a $(g(a), g(b))$ intervallum minden belső helyén, és a $g(a), g(b)$ határhelyeken reguláris, analitikai függvény, melynek ezen intervallumban legfeljebb k -számú szélső értéke van. Ugyanezen intervallumban továbbá

$$|\gamma'(z)| < \frac{1}{\sigma}.$$

Tehát a 4. pont értelmében valóban

$$|\nu_9(t)| \leq \frac{(k+1) \cdot 4}{\sigma} \cdot \frac{1}{t}$$

stb.

6. Legyen $g(x)$ olyan függvény, mint az 5. pontban szereplő. Legyen továbbá $h(x)$ reguláris az $a \leq x \leq b$ intervallumban és legyen ugyanezen intervallumban $|h(x)| < M$. Legyen továbbá $h'(x)$ -nek az $a \leq x \leq b$ intervallumban legfeljebb l -számú zérus helye. Akkor, ha

$$\nu_{11}(t) = \int_a^b h(x) \cos [tg(x)] dx,$$

$$\nu_{12}(t) = \int_a^b h(x) \sin [tg(x)] dx,$$

akkor

$$|\nu_{11}(t)| \leq \frac{8(k+1)(l+1) \cdot M}{\sigma} \cdot \frac{1}{t},$$

$$|\nu_{12}(t)| \leq \frac{8(k+1)(l+1) \cdot M}{\sigma} \cdot \frac{1}{t}.$$

Bizonyítás: Legyenek

$$x_1, x_2, \dots, x_l$$

a $h'(x)$ -nek az (a, b) intervallumba eső zérushelyei;

$$a \leq x_1 < x_2 < \dots < x_l \leq b.$$

Akkor mindenestre

$$\begin{aligned} \nu_{11}(t) = & h(a) \int_a^{\xi_1} \cos [tg(x)] dx + h(x_1) \int_{\xi_1}^{x_1} \cos [tg(x)] dx + \dots + \\ & + h(x_l) \int_{x_l}^{\xi_{l+1}} \cos [tg(x)] dx + h(b) \int_{\xi_{l+1}}^b \cos [tg(x)] dx. \end{aligned}$$

Tehát az 5. pont alapján

$$|\nu_{11}(t)| \leq \frac{8(k+1)(l+1) \cdot M}{\sigma} \cdot \frac{1}{t}$$

stb.

7. Legyen $g(x)$ reguláris az

$$a \leq x \leq b$$

intervallumban, és legyenek a $g'(x)$ zérushelyei ezen intervallumban

$$c_1, c_2, \dots, c_s;$$

$$a \leq c_1 < c_2 < \dots < c_s \leq b.$$

Legyen $h(x)$ reguláris az $a \leq x \leq b$ intervallumban. Akkor a

$$\nu_{13}(t) = \int_a^b h(x) \cos [tg(x)] dx,$$

$$\nu_{14}(t) = \int_a^b h(x) \sin [tg(x)] dx$$

integrálok asympotikus kifejezése $t = +\infty$ -re nézve egész általánosan meghatározható.

Egyszerűség kedvéért arra az esetre szorítkozom, midőn $g'(x)$ -nek csak egy zérushelye van az (a, b) intervallumban, és legyen e zérushely éppen az $x = a$ hely. Fölteszem továbbá, hogy az $x = a$ helyen $g''(a) \neq 0$ és nevezetesen, hogy $g''(a) > 0$.

Az $x = a$ hely környezetében

$$g(x) = g(a) + \frac{g''(a)}{2} (x-a)^2 + \dots$$

Legyen ez a sor konvergens, ha

$$|x-a| \leq 2\varepsilon.$$

Most már

$$\begin{aligned} \nu_{13}(t) &= \int_a^{a+\varepsilon} h(x) \cos [tg(x)] dx + \int_{a+\varepsilon}^b h(x) \cos [tg(x)] dx = \\ &= I_1(t) + I_2(t). \end{aligned}$$

A 6. pont alapján azonban

$$I_2(t) = \frac{\lambda(t)}{t},$$

és így csak az

$$I_1(t) = \int_a^{a+\varepsilon} h(x) \cos [tg(x)] dx$$

integrállal kell még foglalkoznom.

Vezessük be a

$$z = g(x) = g(a) + \frac{g''(a)}{2} (x-a)^2 + \dots$$

új integrációs változókat.

Sormegfordítással

$$x-a = \sqrt{\frac{2}{g''}} \cdot \sqrt{z-g} + \lambda_2 (\sqrt{z-g})^2 + \dots$$

hol rövidség kedvéért

$$\begin{aligned} g &= g(a), \\ g'' &= g''(a). \end{aligned}$$

Ezen utóbbi sor mindenestre konvergens, ha

$$|\sqrt{z-g}| \leq \delta,$$

hol δ pozitív. Én ε -t már oly kicsinynek választottam, hogy

$$|\sqrt{z-g}| = |\sqrt{g(x)-g(a)}| \leq \delta,$$

ha csak

$$|x-a| \leq \varepsilon.$$

Akkor tekintve, hogy

$$dx = \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{g''}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z-g}} + \dots \right] dz,$$

tehát

$$\begin{aligned} I_1(t) &= \int_g^{g(a+\varepsilon)} (h(a) + \mu_1 \cdot \sqrt{z-g} + \dots) \cdot \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{g''}} \cdot \frac{1}{\sqrt{z-g}} + \dots \right) \cos tz \, dz, \end{aligned}$$

és így

$$I_1(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{g''}} \cdot h(a) \int_g^{g(a+\varepsilon)} \frac{\cos tz \, dz}{\sqrt{z-g}} + \int_g^{g(a+\varepsilon)} l(z) \cos tz \, dz,$$

hol $l(z)$ a $\sqrt{z-g}$ pozitív egész hatványai szerint haladó konvergens sor. E szerint, mint jól ismeretes,

$$\int_g^{g(a+\varepsilon)} l(z) \cos tz = -\frac{\lambda(t)}{t}.$$

Az $I_1(t)$ asymptotikus kifejezésére nézve tehát csak az

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{g''}} h(a) \int_g^{g(a+\varepsilon)} \frac{\cos tz \, dz}{\sqrt{z-g}}$$

integrál mérvadó. Ámde a 3. pont alapján

$$\int_{g(a+\varepsilon)}^{+\infty} \frac{\cos tz dz}{\sqrt{z-g}} = \frac{\lambda(t)}{t},$$

tehát

$$\nu_{13}(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{g''}} \cdot h(a) \int_g^{\infty} \frac{\cos tz dz}{\sqrt{z-g}} + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ámde

$$z-g = \zeta$$

vezetve be új integrációs változónak, nyerjük

$$\begin{aligned} \int_g^{\infty} \frac{\cos tz dz}{\sqrt{z-g}} &= \int_0^{\infty} \frac{\cos t(g+\zeta) d\zeta}{\sqrt{\zeta}} = \\ &= \cos tg \int_0^{\infty} \frac{\cos t\zeta}{\sqrt{\zeta}} d\zeta - \sin tg \int_0^{\infty} \frac{\sin t\zeta}{\sqrt{\zeta}} d\zeta, \end{aligned}$$

és mert

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{\cos t\zeta d\zeta}{\sqrt{\zeta}} &= \int_0^{\infty} \frac{\sin t\zeta d\zeta}{\sqrt{\zeta}} = \\ &= \frac{t^{-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\frac{1}{2})} \cdot \frac{\pi}{2 \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{t^{-\frac{1}{2}} \cdot \pi}{\sqrt{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}}, \end{aligned}$$

tehát végre

$$\nu_{13}(t) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{g''(a)}} \cdot h(a) \cdot \frac{\cos [tg(a)] - \sin [tg(a)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Hasonlóképen

$$\nu_{14}(t) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{g''(a)}} \cdot h(a) \cdot \frac{\cos [tg(a)] + \sin [tg(a)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Legyen most $g''(a) < 0$. Akkor

$$\begin{aligned} \nu_{15}(t) &= \int_a^b h(x) \cos [tg(x)] dx = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{-g''(a)}} \cdot \frac{\sin [tg(a)] + \cos [tg(\bar{a})]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}, \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} \nu_{16}(t) &= \int_a^b h(x) \sin [tg(x)] dx = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{-g''(a)}} \cdot \frac{\sin [tg(a)] - \cos [tg(a)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}. \end{aligned}$$

Tegyük fel végre, hogy a $g'(x)$ -nek az $a \leq x \leq b$ intervallumban lévő egyetlen zérushelye c ezen intervallum belsőjébe esik.

Akkor, ha $g''(c) > 0$,

$$\begin{aligned} \nu_{17}(t) &= \int_a^b h(x) \cos [tg(x)] dx = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{g''(c)}} \cdot h(c) \cdot \frac{\cos [tg(c)] - \sin [tg(c)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_{18}(t) &= \int_a^b h(x) \sin [tg(x)] dx = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{g''(c)}} \cdot h(c) \cdot \frac{\cos [tg(c)] + \sin [tg(c)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}, \end{aligned}$$

ha pedig $g''(c) < 0$, akkor

$$\begin{aligned} \nu_{19}(t) &= \int_a^b h(x) \cos [tg(x)] dx = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{-g''(c)}} \cdot h(c) \cdot \frac{\sin [tg(c)] + \cos [tg(c)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_{20}(t) &= \int_a^b h(x) \sin [tg(x)] dx = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{-g''(c)}} \cdot h(c) \cdot \frac{\sin [tg(c)] - \cos [tg(c)]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}. \end{aligned}$$

★

Mielőtt tulajdonképeni tárgyamra áttérnék, lássuk e 7. pont tételeinek egy érdekes alkalmazását.

Tekintsük az n indexhez tartozó BESSEL-féle függvényt, hol n pozitív egész szám vagy zérus. BESSEL eredeti definíciója szerint

$$I_n(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(nx - t \sin x) dx.$$

Ezen pontban tárgyalt tételek segítségével tüstént kimutathatjuk, hogy

$$I_n(t) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\cos\left(t - \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{t}}.$$

Valóban:

$$\begin{aligned} I_n(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos nx \cdot \cos [t \sin x] dx + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin nx \cdot \sin [t \sin x] dx = \frac{1}{\pi} (i_1(t) + i_2(t)). \end{aligned}$$

Legyen a $\nu_{19}(t)$ -re vonatkozó formulában

$$a = 0, \quad b = \pi, \quad h(x) = \cos nx, \quad g(x) = \sin x.$$

Akkor

$$c = \frac{\pi}{2}, \quad g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad g''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1, \quad h\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos n \frac{\pi}{2}.$$

Tehát

$$i_1(t) = \sqrt{\pi} \cdot \cos n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin t + \cos t}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Hasonlóképen

$$i_2(t) = \sqrt{\pi} \cdot \sin n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin t - \cos t}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Tehát

$$\begin{aligned} I_n(t) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\cos n \frac{\pi}{2} (\sin t + \cos t) + \sin n \frac{\pi}{2} (\sin t - \cos t)}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}, \end{aligned}$$

vagy végre

$$I_n(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\cos\left(t - \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t},$$

a mit bizonyítani akartunk.

2. §. Az $\frac{e^{z-1}}{(1-z)^\rho}$ függvény z pozitív egészszámú hatványai szerint haladó hatványsora n -edik együtthatójának aszimptotikus kifejezéséről.

Tekintsük a

$$u_\rho(z) = \frac{1}{(1-z)^\rho} e^{z-1}$$

függvényt, hol ρ tetszőleges valós szám. Az

$$\frac{1}{(1-z)^\rho}$$

függvény általában végtelen sok értékű. Én egyszerismindenkorra e függvény azon ágát választom, mely valós és pozitív, ha z valós és $-1 \leq z < 1$.

Állítsuk elő a $u_\rho(z)$ függvényt az egységnyi sugarú körön.

Legyen

$$z = \cos \theta + i \sin \theta.$$

Akkor

$$1-z = 1 - \cos \theta - i \sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} - i \cos \frac{\theta}{2} \right),$$

és

$$\frac{1}{1-z} = \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \left(\sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{\theta}{2} \right),$$

$$(0 < \theta < 2\pi)$$

vagy

$$\frac{1}{1-z} = \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right) \right).$$

E szerint

$$\frac{1}{(1-z)^e} = \frac{1}{\left(2 \sin \frac{\theta}{2}\right)^e} \cdot \left| \cos \rho \frac{\pi-\theta}{2} + i \sin \rho \frac{\pi-\theta}{2} \right|,$$

$$(0 < \theta < 2\pi).$$

Mint hogy pedig

$$\frac{1}{z-1} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \cdot i,$$

tehát

$$e^{\frac{1}{z-1}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \cdot \left(\cos \left(-\frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \right) \right),$$

és így végre

$$\left[\frac{1}{(1-z)^e} \cdot e^{\frac{1}{z-1}} \right]_{z=e^{i\theta}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{e}} \cdot \frac{1}{\left(2 \sin \frac{\theta}{2}\right)^e} \cdot \left[\cos \left(\rho \frac{\pi-\theta}{2} - \frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \right) + i \sin (\dots) \right],$$

$$(0 < \theta < 2\pi).$$

Legyen most már

$$\frac{1}{(1-z)^e} \cdot e^{\frac{1}{z-1}} = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots,$$

akkor a FOURIER-CAUCHY-féle tétel szerint mindenestre

$$a_n = \frac{2}{\pi \sqrt{e}} \cdot \int_0^\pi \frac{1}{\left(2 \sin \frac{\theta}{2}\right)^e} \cdot \cos \left[\rho \frac{\pi-\theta}{2} - \frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \right] \cos n\theta d\theta. \quad (6)$$

Ezen (6) alatti formula mindenestre megadja az a_n együttható értékét, ha a ρ valós szám kisebb mint 1. Ámde könnyen ki lehet mutatni, hogy az a_n értékét kifejező integrál még akkor is konvergens, ha

$$1 \leq \rho < 2,$$

és hogy ekkor is megadja az a_n együttható értékét. Összefoglalva: a (6) alatti egyenlet érvényes, ha

$$-\infty < \rho < 2.$$

A következőkben azonban egyelőre fölteszem, hogy

$$0 \leq \rho < 2,$$

és megállapítom ilyen ρ értékek mellett az a_n asymptotikus kifejezését. Utólag azután könnyű a nyert asymptotikus formuláról kimutatni, hogy az tetszőleges valós ρ -ra nézve érvényes.

Tegyünk az n diszkontinuus változó helyébe t folytonos és pozitív változót. Akkor

$$a(t) = \frac{1}{\pi} \sqrt[2]{e} \int_0^\pi \frac{1}{\left(2 \sin \frac{\theta}{2}\right)^\rho} \cos \left[\rho \frac{\pi - \theta}{2} - \frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \right] \cos t\theta \cdot d\theta, \quad (7)$$

$$0 \leq \rho < 2.$$

Célom az $a(t)$ asymptotikus kifejezését meghatározni, midőn t a pozitív számokon keresztül folytonosan $+\infty$ -be nő.

Legyen

$$r(\theta) = \left(\frac{\theta}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \right)^\rho \cdot \cos \left[\rho \frac{\pi - \theta}{2} - \frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\theta} \right] = \cos \rho \frac{\pi}{2} + \lambda_1 \theta + \dots$$

$$s(\theta) = \left(\frac{\theta}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \right)^\rho \cdot \sin \left[\rho \frac{\pi - \theta}{2} - \frac{1}{2} \cotg \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\theta} \right] = \sin \rho \frac{\pi}{2} + \mu_1 \theta + \dots$$

Az így definiált $r(\theta)$, $s(\theta)$ függvények a

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

intervallum minden helyén (a határhelyek beleértésével) reguláris analitikai függvények. Ezeknek bevezetésével

$$\begin{aligned}
 a(t) &= \frac{1}{\pi \sqrt{e}} = \int_0^\pi \frac{r(\theta)}{\theta^q} \cos\left(t\theta + \frac{1}{\theta}\right) d\theta + \\
 &+ \frac{1}{\pi \sqrt{e}} = \int_0^\pi \frac{s(\theta)}{\theta^q} \sin\left(t\theta + \frac{1}{\theta}\right) d\theta + \\
 &+ \frac{1}{\pi \sqrt{e}} = \int_0^\pi \frac{r(\theta)}{\theta^q} \cos\left(t\theta - \frac{1}{\theta}\right) d\theta - \\
 &- \frac{1}{\pi \sqrt{e}} = \int_0^\pi \frac{s(\theta)}{\theta^q} \sin\left(t\theta - \frac{1}{\theta}\right) d\theta.
 \end{aligned}$$

Ha tehát röviden

$$\varphi_1(t) = \int_0^\pi \frac{r(x)}{x^q} \cos\left(tx + \frac{1}{x}\right) dx,$$

$$\varphi_2(t) = \int_0^\pi \frac{s(x)}{x^q} \sin\left(tx + \frac{1}{x}\right) dx,$$

$$\varphi_3(t) = \int_0^\pi \frac{r(x)}{x^q} \cos\left(tx - \frac{1}{x}\right) dx,$$

$$\varphi_4(t) = \int_0^\pi \frac{s(x)}{x^q} \sin\left(tx - \frac{1}{x}\right) dx,$$

akkor

$$a(t) = \frac{1}{\pi \sqrt{e}} (\varphi_1(t) + \varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_4(t)).$$

Tekintsük most már a $\varphi_1(t)$ integrált:

$$\varphi_1(t) = \int_0^\pi \frac{r(x)}{x^q} \cos\left(tx + \frac{1}{x}\right) dx.$$

Ezen integrálba x helyébe a következő x' integrációs változót vezetem be:

$$x' = \sqrt{t} x.$$

Akkor

$$\varphi_1(t) = (\sqrt{t})^{\varrho-1} \cdot \int_0^{\pi\sqrt{t}} \frac{r\left(\frac{x'}{\sqrt{t}}\right)}{x'^{\varrho}} \cdot \cos \sqrt{t} \left(x' + \frac{1}{x'}\right) dx'.$$

Ha most x' helyett megint x -et írok, továbbá t helyett t^2 -ot, akkor

$$t^{1-\varrho} \varphi_1(t^2) = \int_0^{\pi t} \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^{\varrho}} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx.$$

E szerint ha röviden:

$$\psi_1(t) = \int_0^{\pi t} \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^{\varrho}} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx,$$

$$\psi_2(t) = \int_0^{\pi t} \frac{s\left(\frac{x}{t}\right)}{x^{\varrho}} \sin t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx,$$

$$\psi_3(t) = \int_0^{\pi t} \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^{\varrho}} \cos t \left(x - \frac{1}{x}\right) dx,$$

$$\psi_4(t) = \int_0^{\pi t} \frac{s\left(\frac{x}{t}\right)}{x^{\varrho}} \sin t \left(x - \frac{1}{x}\right) dx,$$

akkor

$$\varphi_1(t) = t^{\frac{\varrho-1}{2}} \psi_1(t^{\frac{1}{2}}),$$

$$\varphi_2(t) = t^{\frac{\varrho-1}{2}} \psi_2(t^{\frac{1}{2}}),$$

$$\varphi_3(t) = t^{\frac{\varrho-1}{2}} \psi_3(t^{\frac{1}{2}}),$$

$$\varphi_4(t) = t^{\frac{\varrho-1}{2}} \psi_4(t^{\frac{1}{2}}),$$

és így

$$a(t) = \frac{1}{\pi \sqrt{e}} t^{\frac{\varrho-1}{2}} \cdot [\psi_1(t^{\frac{1}{2}}) + \psi_2(t^{\frac{1}{2}}) + \psi_3(t^{\frac{1}{2}}) - \psi_4(t^{\frac{1}{2}})].$$

E szerint minden a

$$\psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t), \psi_4(t)$$

integrálok aszimptotikus értékének a meghatározásán múlik.

Ezen integrálokat azonban az 1. §. tételei segítségével már könnyen kezelhetjük.

Vizsgáljuk a $\psi_1(t)$ integrált. Tekintve, hogy az

$$x + \frac{1}{x}$$

függvénynek

$$0 < x < +\infty$$

intervallumban egyetlen minimuma az $x=1$ helyen van, tehát világos, hogy az $x=1$ helynek különös szerep jut.

Jelentsen ε egy pozitív számot, mely kisebb mint $\frac{1}{2}$. Akkor

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= \int_0^\varepsilon \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^\rho} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \int_{\frac{1-\varepsilon}{t}}^{1-\varepsilon} \dots + \int_{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}^{1+\varepsilon} \dots + \int_{1+\varepsilon}^{\frac{\pi t}{1+\varepsilon}} \dots = \\ &= \eta_1(t) + \eta_2(t) + \eta_3(t) + \eta_4(t). \end{aligned}$$

Mielőtt a tárgyalást folytatnám, egy megjegyzést iktatok közbe.

Legyen $r(x)$, mint esetünkben is, reguláris az $x=0$ helyen.

Akkor

$$r(a) = r(0) + r'(0)a + \dots,$$

vagyis

$$r(a) = r(0) + a\varphi(a),$$

hol $\varphi(a)$ szintén reguláris az $a=0$ helyen, és így mindenesetre

$$|\varphi(a)| \leq G,$$

ha

$$|a| \leq \delta.$$

Tekintsük most az

$$i(t) = \int_a^b \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^\rho} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx$$

integrált, hol

$$0 \leq \rho < 2,$$

és a, b két nem-negatív állandó. Akkor, ha csak t olyan nagy, hogy

$$\frac{|a|}{t}, \frac{|b|}{t} < \delta,$$

$$\begin{aligned} i(t) &= \int_a^b \frac{r(0) + \frac{x}{t} \varphi\left(\frac{x}{t}\right)}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \\ &= r(0) \int_a^b \frac{1}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \\ &+ \frac{1}{t} \int_a^b \frac{x \varphi\left(\frac{x}{t}\right)}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx. \end{aligned}$$

Ámde

$$\begin{aligned} \left| \int_a^b \frac{x \varphi\left(\frac{x}{t}\right)}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx \right| &< \\ &< G \int_a^b \frac{dx}{x^{e-1}} = \text{véges pozitív szám,} \end{aligned}$$

tehát

$$i(t) = r(0) \int_a^b \frac{1}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ezen megjegyzés alapján

$$\eta_1(t) = r(0) \int_0^{\varepsilon} \frac{1}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \frac{\lambda(t)}{t},$$

$$\eta_2(t) = r(0) \int_{\varepsilon}^{1-\varepsilon} \frac{1}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \frac{\lambda(t)}{t},$$

$$\eta_3(t) = r(0) \int_{1-\varepsilon}^{1+\varepsilon} \frac{1}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ehhez hozzá lép

$$\eta_4(t) = \frac{\lambda(t)}{t},$$

a mit az 1. §. 6. pontja segítségével a következőképen lehet kimutatni:

$$\eta_4(t) = \int_{1+\varepsilon}^{\pi t} \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^e} \cos t \left(x + \frac{1}{x}\right) dx.$$

Legyen

$$a = 1 + \varepsilon, \quad b = \pi t, \quad g(x) = x + \frac{1}{x}, \quad h(x) = \frac{r\left(\frac{x}{t}\right)}{x^e}.$$

Akkor $g(x)$ és $h(x)$ a 6. segéd-tételnél föltételezett tulajdonságokkal bírnak.

Ugyanis

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

állandóan pozitív az $(1 + \varepsilon, \pi t)$ intervallumban, és

$$|g'(x)| = g'(x) \geq 1 - \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2}.$$

A $h(x) = \frac{1}{x^e} r\left(\frac{x}{t}\right)$ függvénynek x szerinti deriváltja

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{x^e} r\left(\frac{x}{t}\right) \right]$$

pedig annyiszor tűnik el az

$$1 + \varepsilon \leq x \leq \pi t$$

intervallumban, mint a hányszor eltűnik az

$$\frac{1}{t^e} \cdot \frac{r(\xi)}{\xi^e}$$

függvénynek ξ szerinti deriváltja a

$$\frac{1 + \varepsilon}{t} \leq \xi \leq \pi$$

intervallumban. Ha tehát az

$$\frac{r(\xi)}{\xi^e}$$

függvénynek ξ szerinti deriváltja l -szer tűnik el a

$$0 \leq \xi \leq \pi$$

intervallumban (hol l , tekintve hogy $r(\xi)$ reguláris, ha

$$0 \leq \xi \leq \pi,$$

mindenesetre egy határozott, t -től független szám), akkor

$$\frac{1}{x^e} r\left(\frac{x}{t}\right)$$

-nek x szerinti deriváltja legfeljebb l -szer tűnik el az $(1 + \varepsilon, \pi t)$ intervallumban.

Továbbá

$$\left| \frac{1}{x^e} r\left(\frac{x}{t}\right) \right| \leq M,$$

$$(1 + \varepsilon) \leq x \leq \pi t.$$

Míntogy ugyanis a föltevés szerint

$$0 \leq \rho < 2,$$

tehát

$$\frac{1}{x^e} \leq 1,$$

midőn

$$1 + \varepsilon \leq x \leq \pi t.$$

Továbbá, $r(\xi)$ reguláris lévén a $0 \leq \xi \leq \pi$ intervallumban, van olyan M' pozitív szám, hogy

$$|r(\xi)| \leq M',$$

midőn

$$0 \leq \xi \leq \pi.$$

E szerint

$$\left| r\left(\frac{x}{t}\right) \right| \leq M,$$

midőn

$$1 + \varepsilon \leq x \leq \pi t.$$

A 6. pont tétele értelmében tehát végre

$$|\eta_4(t)| \leq 8 \cdot (l+1) \cdot \frac{M}{1 - \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}} \cdot \frac{1}{t},$$

hol l , M , ε a t -től független állandók, vagyis

$$\eta_4(t) = \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Hátra van még az $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$, $\eta_3(t)$ vizsgálata. Azt állítjuk, hogy

$$\eta_1(t) = \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ugyanis

$$\eta_1(t) = r(0) \int_0^{\frac{1}{t}} \frac{\cos t \left(x + \frac{1}{x}\right)}{x^e} \cdot dx + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Vezessük be z -t új integrációs változó gyanánt:

$$z = x + \frac{1}{x},$$

$$x = \frac{z - \sqrt{z^2 - 4}}{2},$$

$$dx = - \frac{z - \sqrt{z^2 - 4}}{z \sqrt{z^2 - 4}} \cdot dz.$$

Tehát

$$\eta_1(t) = r(0) \int_{\frac{1}{t} + \frac{1}{\varepsilon}}^{+\infty} \frac{(z - \sqrt{z^2 - 4})^{1-e}}{2^{1-e} \cdot \sqrt{z^2 - 4}} \cdot \cos t z dz + \frac{\lambda(t)}{t},$$

vagy

$$\eta_1(t) = r(0) \int_{\frac{1}{t} + \frac{1}{\varepsilon}}^{+\infty} \frac{2^{1-e}}{(z + \sqrt{z^2 - 4})^{1-e} \cdot \sqrt{z^2 - 4}} \cdot \cos t z dz + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Mintthogy pedig

$$\frac{1}{(z + \sqrt{z^2 - 4})^{1-\rho} \cdot \sqrt{z^2 - 4}}$$

egy bizonyos z -től kezdve mindenestre monoton a zérushoz konvergál (lévén $0 \leq \rho < 2$), tehát segédteteleink alapján

$$\eta_1(t) = \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Az 5. pont tétele alapján tüstént állíthatjuk, hogy

$$\eta_2(t) = \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Tehát

$$\psi_1(t) = \eta_3(t) + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Most már az $\eta_3(t)$ asymptotikus kifejezésének a meghatározására a 7. pont tételét alkalmazzuk.

Jelen esetben

$$a = 1 - \varepsilon, \quad b = 1 + \varepsilon, \quad h(x) = \frac{1}{x^\varepsilon}, \quad g(x) = x + \frac{1}{x};$$

tehát

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}, \quad -g''(x) = \frac{2}{x^3},$$

és

$$c = 1, \quad h(1) = 1, \quad g(1) = 2, \quad g''(1) = 2.$$

E szerint

$$\psi_1(t) = \cos \rho \frac{\pi}{2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\cos 2t - \sin 2t}{\sqrt{t}} \right) + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Hasonlóképen nyerjük, hogy

$$\psi_2(t) = \sin \rho \frac{\pi}{2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\cos 2t + \sin 2t}{\sqrt{t}} \right) + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ezen egyenletekből

$$\psi_1(t) + \psi_2(t) = \sqrt{\pi} \frac{\sin \left(\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - 2t \right)}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ámde

$$\phi_3(t) = \frac{\lambda(t)}{t},$$

$$\phi_4(t) = \frac{\lambda(t)}{t}.$$

Ugyanis a $\phi_3(t)$, $\phi_4(t)$ integrálkifejezésében szereplő

$$g(x) = x - \frac{1}{x}$$

függvény monoton bármely (a, b) intervallumban, hol $a > 0$, $b > a$. Továbbá

$$|g'(x)| = g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} > 1.$$

Ezeknek tekintetbevételével a fenti állítás az előbbiekhöz hasonló okoskodással könnyen kimutatható.

Tehát

$$\begin{aligned} \phi_1(t) + \phi_2(t) + \phi_3(t) - \phi_4(t) &= \sqrt{\pi} \frac{\sin\left(\rho \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - 2t\right)}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t} = \\ &= \sqrt{\pi} \frac{\sin\left[2t + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)\pi\right]}{\sqrt{t}} + \frac{\lambda(t)}{t} \end{aligned}$$

és így végre

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot e}} \cdot \frac{\sin\left[2\sqrt{t} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)\pi\right]}{t^{\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)}} + \frac{\lambda(t)}{t^{\left(1 - \frac{\rho}{2}\right)}},$$

hol $|\lambda(t)|$ kisebb egy bizonyos G pozitív számnál, ha t tetszőleges pozitív érték.

E szerint

$$a_n \sim \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot e}} \cdot \frac{\sin\left[2\sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)\pi\right]}{n^{\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)}}$$

ha csak

$$0 \leq \rho < 2.$$

Részletesebben

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \cdot \frac{1}{n^{\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)}} \cdot \left\{ \sin \left[2\sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)\pi \right] + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}} \right\}, \quad (8)$$

hol

$$|\lambda(n)| < G;$$

$$n=1, 2, 3, \dots, \infty$$

Most kimutatom, hogy a (8) alatti asymptotikus formula nemcsak a

$$0 \leq \rho < 2$$

esetben, hanem tetszőleges valós ρ -ra nézve érvényes.

Jelöljük ugyanis a ρ számhoz tartozó a_n együtthatót részletesebben

$$a_n^{\rho}\text{-val.}$$

Vagyis legyen

$$\frac{1}{(1-z)^{\rho}} \cdot e^{\frac{1}{z-1}} = a_0^{\rho} + a_1^{\rho} z + \dots + a_n^{\rho} z^n + \dots$$

Mindkét oldalt z szerint differenciálva:

$$\rho \cdot \frac{1}{(1-z)^{\rho+1}} \cdot e^{\frac{1}{z-1}} - \frac{1}{(1-z)^{\rho+2}} e^{\frac{1}{z-1}} = \dots + (n+1) a_{n+1}^{\rho} \cdot z^n + \dots$$

Ámde

$$\frac{1}{(1-z)^{\rho+1}} \cdot e^{\frac{1}{z-1}} = \dots + a_n^{\rho+1} \cdot z^n + \dots,$$

és

$$\frac{1}{(1-z)^{\rho+2}} \cdot e^{\frac{1}{z-1}} = \dots + a_n^{\rho+2} \cdot z^n + \dots;$$

tehát együttható összehasonlítással az

$$a_n^{\rho+2} - \rho a_n^{\rho+1} + (n+1) a_{n+1}^{\rho} = 0 \quad (9)$$

fontos relációhoz jutunk. Ez tetszőleges valós ρ -ra nézve érvényes.

Legyen most már

$$0 \leq \rho < 1.$$

Akkor

$$1 \leq \rho + 1 < 2$$

és

$$2 \leq \rho + 2 < 3.$$

Ámde a (9) alatti relációból

$$a_n^{\rho+2} = \rho a_n^{\rho+1} - (n+1) a_{n+1}^{\rho}, \quad (10)$$

a hol

$$\begin{aligned} 0 &\leq \rho < 2, \\ 0 &\leq \rho + 1 < 2. \end{aligned}$$

A (8) alapján mindenesetre

$$\begin{aligned} a_{n+1}^{\rho} &= \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot e}} \cdot \frac{1}{(n+1)^{\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}\right)}} \cdot \\ &\cdot \left[\sin \left(2 \sqrt{n+1} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right) + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}} \right]. \end{aligned}$$

Ámde

$$\begin{aligned} \sin \left(2 \sqrt{n+1} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right) &= \\ &= \sin \left(2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right) + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}}, \end{aligned}$$

hol

$$|\lambda(n)| \leq 1,$$

és

$$(n+1)^{\frac{\rho}{2} - \frac{3}{4}} = n^{\frac{\rho}{2} - \frac{3}{4}} \left(1 + \frac{\lambda(n)}{n} \right),$$

hol, ha n elegendő nagy, mindenesetre

$$|\lambda(n)| < 2 \left| \frac{\rho}{2} - \frac{3}{4} \right|.$$

Tehát

$$a_{n+1}^{\rho} = \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \frac{\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right] + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}}}{n^{\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2}}},$$

és

$$(n+1) a_{n+1}^{\rho} = \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \frac{\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right] + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}}}{n^{\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} - 1}}. \quad (11)$$

Mintfogya továbbá

$$a_n^{e+1} = \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \cdot \frac{\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho+1}{2} \right) \pi \right] + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}}}{n^{\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} - \frac{1}{2}}},$$

tehát a (10) alapján világos, hogy

$$a_n^{e+2} \sim -(n+1) a_{n+1}^e,$$

vagyis a (11) értelmében,

$$a_n^{e+2} \sim \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \cdot \frac{-\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right]}{n^{\frac{3}{4} - \frac{\rho+2}{2}}}.$$

Ámde

$$-\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right] = \sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho+2}{2} \right) \pi \right],$$

és így végre

$$a_n^{e+2} = \frac{1}{\sqrt{e\pi}} \cdot \frac{\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho+2}{2} \right) \pi \right] + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{1}{2}}}}{n^{\frac{3}{4} - \frac{\rho+2}{2}}}.$$

Más szóval a (8) alatti asymptotikus formula a

$$0 \leq \rho < 3$$

értékekre nézve érvényes stb.

Ha a (9) alatti relációt így íróm

$$a_{n+1}^e = -\frac{a_n^{e+2}}{n+1} + \frac{\rho}{n+1} a_n^{e+1},$$

akkor a (8) alatti asymptotikus formula érvényessége ezen rekurzív reláció segítségével tetszőleges negatív ρ számokra is kiadódik.

Végre tehát kimutattam a következő tételt:

Ha

$$\frac{1}{(1-z)^e} e^{z-1} = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n \dots,$$

és az $\frac{1}{(1-z)^e}$ végtelen sok értékű függvény azon ágát választjuk, mely valós és pozitív, ha $-1 \leq z < +1$, akkor

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{\pi e}} \cdot \frac{\sin \left[2 \sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right] + \frac{\lambda(n)}{n^{\frac{3}{2}}}}{n^{\frac{3}{2} - \frac{\rho}{2}}},$$

$$|\lambda(n)| < G = \text{poz. állandó,} \\ (n=1, 2, \dots, \infty)$$

bármely valós számot jelentsen is a ρ .

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 nov. 16.-án tartott üléséből.)

KISÉRLETES VIZSGÁLATOK

A VÉR MENNYISÉGÉNEK BEFOLYÁSÁRÓL AZ ANYAG ÉS ENERGIA FORGALMÁRA.¹

FUCHS DÉNES-461.

I.

Az acut anæmiás állapot anyagcseréjéről szóló dolgozatok két csoportba oszthatók: egyrészt a *N*-forgalommal foglalkozókra, másrészt pedig olyanokra, a melyek a gázcserét teszik vizsgálat tárgyává. A legelső s az összes dolgozatok alapját képező BAUER-féle vizsgálatok mindkét irányban kiterjedtek s az azóta ezen kérdéssel foglalkozók a BAUER² leleteit részben megerősítették, részben nem. Megjegyzem, hogy az energiaforgalom változását eddigelé egyáltalában nem vizsgálták.

BAUER két kísérletet végzett, és pedig egyet táplált, egyet pedig éhező kutyán. A kutyákat, melyek körülbelül 20 kg-osak voltak, a kísérlet folyamán nem mérte. A tápláléknak, mely 500 gr. húsból és 100 gr. füstölt szalonnából állott, nem határozta meg a *N*-tartalmát, hanem a húspanban Voit után 3·4%, a szalonnában HOFFMANN után két középértékből (1·75% és 1·05% száraz fehérje) 0·4% *N*-t vesz számításba s így a napi táplálék *N*-tartalmát 17·2 gr.-nak veszi fel. Az állatok katheterezéséről nem tesz említést, a bélsárt nem határozta el. A vizeletben nem *N*-t, hanem LIEBIG szerint húgyanyagot határozott meg. Az állatból, miután hat napon át kapta a fentemlített táplálé-

¹ A budapesti kir. tud.-egyetem általános kórtani intézetében készült dolgozat.

² Dr. JOSEF BAUER: Über die Zersetzungs Vorgänge im Thierkörper unter dem Einfluss von Blutentziehungen. Zeitschrift f. Biologie 1872. VIII.

kot, a hetedik napon 350--400 cm³ vért vett s így számítása szerint 28% vért veszített. A vért a vena cruralisból vette s ezt az arteriával együtt lekötötte. Az állat az operáció után igen bágyadt volt, igen sokat ivott s a táplálékot erőszakkal kellett beletömni. A következő napokon azonban ismét vig volt, magától evett, de az operált lábát nem tudta jól használni.

A kutya a vérbocsátásra fokozott *N*-kiválasztással reagált, a mennyiben az előperiodus 16·6 gr. átlagos napi *N*-jével szemben a vérvesztés után négy napon át átlag 18·9 gr. *N*-t ürített. Az ezután következő három nap alatt 16·1 gr. *N*-t választott ki naponta, tehát a vérvétel előtti érték alá csökken a *N* és pedig BAUER szerint «teljesen jelentéktelenül» (jedoch unbedeutend). «Könnyen elgondolható, hogy kislekű húslerakódás történt».

Az éhezés kutyából, melytől az éhezés negyedik napjától kezdve a vizet is megvonta, az éhezés hetedik napján 256, a tizedik napján 400 cm³ vért bocsátott ki. Mindkét vérvesztés után fokozott *N* kiválasztás következett be s egyszersmind megnövekedett a vizelet mennyisége is dacára annak, hogy az állat vizet nem ivott. A fehérje bontása aránylag nagyobb mérvű volt, mint a táplált állatban.

Ugyancsak BAUER volt az, a ki emberen az első ilyenmű észleletet tette. Egy pneumoniában szenvedő beteg anyagcserejét vizsgálva érvágás után, a *N* kiválasztás fokozódását észlelte. A beteg azonban erősen lázas is volt s így egyedül ebből a kísérlethől következtetést levonni nem lehet.

JÜRGENSEN,¹ mint azt BAUER említi, szintén észlelte a vérvétel befolyása alatt bekövetkező fokozott *N* kiválasztást.

Emberen a második — a BAUERÉHOZ hasonló eredményel járó — vizsgálat A. FRÄNKELTŐL² származik. Egy súlyos icterus catarrhalisban szenvedő egyénen határozta meg a vizeletben kiválasztott *N* mennyiségét. A betegnek nagyfokú gyomor-és bélvérzése volt s ezután közvetlenül a *N* kiválasztás tetemesen megszaporodott.

¹ Lásd BAUER l. c.

² FRÄNKEL A.: Ein Fall von Icterus catarrhalis. Charité Anna-
len. 3. 292.

NOORDEN¹ kétségbe vonta a súlyos vérzések után támadó fokozott fehérjebontást, mivel két életveszélyes gyomorvérzés esetében sem a vérzés napján, sem pedig az azután következő időben nem talált nagyobb *N* kiválasztást, mint a milyen a beteg éhező állapotának megfelelt.

R. KOLISCH² egy ulcus ventriculiban szenvedő betegnél, kinél erős vérhányások és véres székletétek mentek előre s táplálékot nem vett magához, két napon át igen magas *N* értékeket kapott (19—20 gr.). A vizeletben kiválasztott *N*-többség szerinte a bélbe ömlött s onnan esetleg felszívódott vérrel nem magyarázható, mert az legalább 600 cm³ vér felszívódását s kiválasztását követelné meg. KOLISCH hivatkozik NEUSSERnek egy esetére, ki egy gyomorfekélyből származó vérzés után a 24 órai vizeletben 40 gr húgyanyagot állapított meg.

MAGNUS-LEVY³ egy purpura hæmorrhagica esetében rövid idővel egy nagyobb, körülbelül egy liternyi vérvesztés után, mely előtt több napi láz volt, tekintélyes *N*-vesztést — egy napon 24 gr.-ot — talált, a nélkül, hogy a kiválasztás fokozódása a vérnek a bélből való felszívódásából magyarázható lett volna.

MAY⁴ leukæmiás betegen kihalás előtti kísérleteket végzett és egy erősebb epistaxis után a *N* kiválasztását fokozottan találta.

STICKER⁵ egy hasonló betegnél a vizelet húgyanyag és húgysav tartalmát több hónapon át meghatározta. A betegség folyamán többször jelentkezett epistaxis s egy erősebb vérvesztés után (körülbelül 150 cm³) a húgyanyag a kísérlet folyama alatt átlagosan ürített mennyiségnek majdnem kétszeresére szaporozott.

¹ NOORDEN: Lehrbuch der Pathologie des Stoffwechsels. 1893. I. 887.

² R. KOLISCH: Zur Frage der posthæmorrhagischen Azoturie. Wiener Klin. Wochenschrift. 1897. 26.

³ MAGNUS-LEVY: Noorden fentemlített könyvében idézve.

⁴ MAY: Über die Ausnützung der Nahrung bei Leukämie. D. Archiv f. klin. Med. 50. 1892.

⁵ STICKER: Zur Pathologie und Therapie der Leukämie. Ztschr. f. klin. Med. 14. 1888.

dott, egy másik erősebb (400 cm³) orrvérzés után azonban alig mutatkozott fokozódás.

VAN DER WEY¹ leukæmiás betegen pontos anyagsere vizsgálatokat végezve, két nagyobb epistaxis után nagy *N* veszteséget észlelt.

ASCOLI és DRAGHI² öt betegen végeztek érvágást, mikor is 200—475 cm³ vért engedtek ki. Kísérleteik eredményeképen kimondják, hogy 200—500 cm³ vér kibocsátása emberen a fehérje bomlására befolyást nem gyakorol. ASCOLI és DRAGHI sem a táplálék minőségéről és mennyiségéről, sem annak *N*-tartalmáról, sem pedig a venæsecált egyének súlyáról nem tesznek említést. Hasonlóképen nem közlik annak a két kutyának a súlyát, melyek közül az egyiket konyhahulladékkal, a másikat pedig napi 500 gr. hússal táplálták és a melyeknél 430, illetőleg 475 cm³ vér kiengedése után nem találtak észrevehető befolyást a *N*-forgalomra.

H. STRAUSS³ érmetszette embereken teljes anyagsere vizsgálatokat végzett s 150—200 cm³ vér kibocsátása után nem észlelt változást a *N* kiválasztásban. Gyomorvérzés hét esetben vizsgálta meg a vizelet *N*-tartalmát. Ezek közül négy esetben igen magas *N* értékeket kapott, de az a három eset, a hol az hiányzott, szintén oly súlyos volt mint az előbbi négy.

A mint tehát a felsorolt irodalmi adatok mutatják, sem az állatokon, sem pedig az embereken végzett vizsgálatok eredményei nem megegyezők.

Nem hagyhatom néhány megjegyzés nélkül a felsorolt dolgozatok methodikáját. BAUER például a táplálékul szolgáló húsnak és szalonnának *N*-tartalmát nem határozta meg s nem tesz említést arról, hogy ezek az egész kísérlet folyamára egyszerre szereztettek-e be? ASCOLI és DRAGHI egyik kutyájukat konyhahulladékkal táplálták, a másik kutya táplálására szolgáló hús előkészítésére vonatkozó adatokat nem említik. Ilyen

¹ VAN DER WEY: Beiträge zur Kenntniss der Leukämie. D. Archiv f. klin. Med. 57. 1896.

² ASCOLI und DRAGHI: Über den *N*-Umsatz bei Blutentziehungen. B. klin. Wochenschr.. 1900. 47.

³ STRAUSS: Noorden Lehrbuch der Path. des Stoffwechsels. I. 888.

kísérleti berendezés megnehezíti, sőt bizonyos tekintetben lehetlenné teszi a N -forgalom helyes megítélését. A vizsgálok közül csak BAUER volt az, a ki a bélsár N -jét is meghatározta, minthogy azonban ő a bélsarakat nem határolta el, nem vonhatott következtetést a kihasználásra vonatkozólag. Hasonlóan áll a dolog ASCOLI és DRAGHINAK embereken végzett kísérleteiben is.

A vérbocsátásnak a gázcserére gyakorolt befolyását BAUER, FINKLER,¹ LUKJANOW,² FRÉDÉRICQ,³ GÜRBER,⁴ KRAUS és CHWOSTEK,⁵ THIELE és NEHRING⁶ vizsgálták. Kísérleteiket nem akarom e helyen részletesebben ismertetni, minthogy ezen dolgozatomban leírt kísérleteimben a gázcserével nem foglalkozom. Itt csak annyit említek, hogy a felsorolt szerzők vizsgálatai szerint még nagyobb vérveszteségek sem befolyásolják az ember és állat gázcseréjét.

II.

Kísérleteimnek célja volt megállapítani, hogyan befolyásolja nagyobb vérveszteség a N - és energiaforgalmat. Mielőtt magukat a kísérleteket leírnám, szükséges a kísérletek általános berendezését s a követett vizsgálati eljárásokat ismertetnem.

Kísérleteimben, melyeket három kutyán (A , B , C) végeztem, N egyensúlyból, illetőleg ahhoz igen közel álló N deficitből vagy N retentióból indultam ki. Az állatot a táplálék

¹ D. FINKLER: Pfügers Archiv f. Phys. 10. 368. 1875. Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit und der Menge des Blutes auf die thierische Verbrennung.

² LUKJANOW: Aufnahme von O_2 bei erhöhtem Prozentgehalt desselben in der Luft. Zt. f. physiol. Chemie. 8. 336. 1883.

³ FRÉDÉRICQ: Noorden idézett könyve után.

⁴ GÜRBER: Einfluss grosser Blutverluste auf den Stoffwechsel. M. med. Wochen. 1892.

⁵ KRAUS und CHWOSTEK: Über den Einfluss der Krankheiten und besonders von anämischen Zuständen auf den resp. Gaswechsel. Zt. f. klin. Med. 22. 1893.

⁶ THIELE und O. NEHRING: Untersuchungen des respiratorischen Stoffwechsels unter dem Einfluss von Thyreoideapräparaten und bei anämischen Zuständen des Menschen. Zt. f. klin. M. 30. 41—60. 1886.

N-tartalmának czélszerű szabályozásával *N* egyensúlyba hoztam s egy 5—8 napi egyensúlyi helyzet után vérenek egy részét kiengedtem. A vérvételt közvetlenül az etetés után sterilen csináltuk. Narkózis nélkül kikészítettük a carotist és jugularist (egy esetben az arteria és vena femoralist) s mindkettőbe canulet kötöttünk. A vérvétel az arteriából történt s a kiengedett vért a venába öntött steril 40°-os 0.85%-os konyhasó-oldattal pótoltuk. Az állatok a vérvétel után mind az öt kísérletben jól érezték magukat s táplálékukat quantitave fogyasztották el. Hányás csak a II. kísérletben a vérvétel után való nap fordult elő, de az is csak igen kifokú volt. Az állatokon ejtett sebek, ott a hol a vért a carotisokból vettük, minden esetben per primam gyógyultak be. A lágyékhajlatban a cruralisok kipurparálására ejtett seb azonban — a mi a seb helyzetéből önként értetődik — per secundam intentionem gyógyult.

A kutyákat az egész kísérlet tartama alatt anyagcsere-szekrényben tartottam, a mi az összes ürületek veszteség nélküli gyűjtését lehetővé tette. Az állatok már több nappal a kísérletek megkezdése előtt kerültek a szekrénybe s ugyanazon táplálékon tartattak mint a kísérletek folyamán. A táplálék nem volt egyforma a különböző kísérleti sorozatokban, hanem úgy volt összeállítva, hogy majd a fehérjék, majd a szénhidrátok voltak túlnyomóak, majd pedig fehérjéket, szénhidrátokat és zsírt körülbelül egyenlő mértékben tartalmazott. Az első kísérleti sorozatban húst és zsírt etettem. A húst a következőképen készítettem elő: 10 kg. lóhúst, miután a zsírtól, inaktól s pólyáktól gondosan megtisztítottam, apró darabokra vágtam és forró vízbe téve abban megfőztem. Ezután húsdarálóval megdaráltam s az így előkészített húst alapos összekeverés után pléhdobozokba, illetőleg légmentesen elzárható üvegedényekbe tömtem be. A megtöltött edényeket három órán át 104°-nál sterilizáltam s kihülésük után jégszekrényben őriztem meg. A pléhdobozokat kihülésük után beforrasztottam. A hús *N*, szárazanyag és zsírtartalmának meghatározására a sterilizált húsból lemért mennyiséget porcellán csészében vízfürdön beszárítottam, a mérleg mellett több órán át állni hagytam,

azután lemértem, a már légszáraz húst mozsárban porrá dörzsöltem s jól záró parafadugóval ellátott üvegbe tettem. Az így előkészített légszáraz húsban a *N*-t KJELDAHL szerint — katalyzátor fémhigany —, a zsírt az anyag előzetes, legalább három órán át való szárítása után, 36 óráig tartó SOXLETH-féle extrahálással, a száraz anyagot pedig 100°-on, illetőleg vaccum-exsiccatorban 70°-on történt súlyállandóságig való beszáritással határoztam meg. Ugyancsak ezen módszerek szerint végeztem a bélsarakban s a későbbi kísérletek folyamán használt FATTINGER-féle kutyaeledelben, nem különben a húslisztben a *N*, zsír, illetőleg száraz anyag meghatározásokat. A FATTINGER-féle kutyatáplálékot, mely pogácsa alakjában egyszerre nagyobb mennyiségben szereztetett be, zabdarálóban megőröltem s összekevertem. Az így összekevert anyagban a fentemlítettek kivül még hamu és szénhidrát meghatározásokat végeztem, utóbbit REINKE eljárása szerint¹ úgy, hogy az anyagot autoclavban 1%-os tejsavval 130°-nál feltártam s azután 2·5%-os *HCl*-val való főzés által hydrolyzálva, az így kapott folyadékban ALLIHN módszere szerint súlyanalitikai czukormeghatározást végeztem. A cellulozét indirekte úgy határoztam meg, hogy a száraz anyagból levontam a zsírt, hamut, fehérjét és a keményítőt.

A húslisztnek *N* és száraz anyag tartalmát, a czukornak pedig száraz anyag tartalmát határoztam meg. A hol a táplálék zsírt is tartalmazott, ott mindenütt a kísérlet egész folyamára előre beszerzett és jégsekrényben tartott disznózsírt etettem.

Egy-egy kísérlet folyamán mindvégig ugyanazon tápszereket használtam.

Az első kísérletben a húsnek és zsírnek lemérése naponként etetés előtt történt. Minthogy a felbontott üvegeket a szükséges hús lemérése után azonnal elzártam és a jégsekrénybe visszahelyeztem, annak víztartalma s így *N*-tartalma a 2—5 nap alatt, míg az egy üvegben levő hús eltartott, meg nem változhatott, és így az állat naponként teljesen ugyanazon összetételű táplálékot kapta.

¹ KÖNIG: Untersuchung landwirtschaftlich wichtiger Stoffe. 233. 1. III. Auflage.

A többi kísérletben az egész kísérlet folyamára papirzacskókban előre lemértem a tápszereket, úgy hogy azokat etetés előtt csak vízzel kellett összekeverni.

Vizet minden esetben tetszésszerinti mennyiségben kaptak az állatok.

A vizelet elhatárolását az egyes periodusok elején és végén az etetés idejének megfelelően 1 óra körül, steril fémkatheterrel való csapolás és steril 40°-os élettani konyhasóoldattal történt hólyagmosás által értem el. A kutyákon, melyek mind nőstények voltak, a katheterezés lehetővé tételére előzetesen gátmetszést végeztem s a kísérletet csak a sebnek teljes begyógyulása után kezdtem meg.

Az anyagcsereszereként naponként 200—500 cm³ destillált vízzel, az egyes periodusok végén pedig ezenfelül nedves vattával vagy körömkefével s nagyobb mennyiségű vízzel tökéletesen kimostam. A vizelet *N*-jét naponta, a mosófolyadék *N*-jét 2—4—5 naponként határoztam meg, s hogy az utóbbi bomlásából bekövetkező *N* veszteséget megakadályozzam: kénsavval megsavanyítottam. A vizeletet s mosófolyadékot a szórtól üveggyapoton való szűrés által megtisztítottam s azok mennyisége szerint 100—250—500—1000—2000 cm³-re higitva, ennek egy aliquot részében csináltam *N* meghatározást.

Itt tartom helyénvalónak megjegyezni, hogy az összes mérőoldatokat $\left(\frac{n}{4} H_2SO_4, \frac{n}{4} NaOH\right)$ egyszerre nagyobb mennyiségben (10 liter) magam állítottam elő, azoknak beállítása súlyanalitikailag történt, pontosságuk több oldalról controllálva lett s egy-egy kísérlet folyamán elejétől végig ugyanazokat használtam.

A bélsár elhatárolását az egyes periodusok elején és végén kovasav etetésével értem el. A kovasavat az első kísérletben zsírral kevertem (10 gr. zsír 6—8 gr. kovasavra) a többi kísérletben azonban tisztán csak vízzel összekeverve etettem az állatokkal. Az elhatárolás az etetés után 7—8 órával történt.

A bélsár feldolgozásakor a következőkép jártam el. A friss bélsarat, mely a lehetőség szerint azonnal el lett véve az anyagcsereszerekéből, üvegbottal való gyakori keverés közben

vizfürdön lehetőleg gyorsan (2—4 óra) beszárítottam. Az első kísérlet folyamán a bélsarak lúgosak voltak s ezért azokat pontosan lemért mennyiségű 0·5%-os borkősavval savanyítottam meg. A II., III., IV. és V. kísérletben kémhatásuk savanyú volt, ezért a megsavanyítást elhagytam. Hogy a bélsarak a vizfürdön való beszárítás közben *N*-t nem veszítenek, arról kísérletileg győződtem meg. A beszárított bélsarat több órán át hagytam a levegőn állani, azután a csészéből spatulával kikapartam, mozsárban porrá dörzsöltem s parafadugóval jól zárt üvegekben eltettem. A *N* meghatározásokhoz a légszáraz bélsárból stanniolpapirosban körülbelül 1 gr.-ot mértem le.

A második kísérletben gyűjtött szőr feldolgozása hasonlóképen ment végbe.

A vizelet, bélsár, illetőleg táplálék chemiai energia tartalmának meghatározása módosított BERTHELOT-MAHLER-féle bombával calorimetriás úton történt. A vizeletből 10—10 cm³-t platinacsészékben vizfürdön bepároltam, majd vacuumban 60—70°-nál teljesen beszárítottam s azután elégettem. Ugyanakkor másik két csészében ugyancsak 10—10 cm³-t hasonlóképen kezeltem s az égetéssel egyidejűleg ebben a két részben a *N*-t meghatároztam. A vizelet eredeti *N* tartalmát ismerve, a kettő közti különbség adta a *N* veszteséget, a melynek a RUBNER szerinti (1 gr. *N*-nak megfelel 5407 cal.) correctio lett véve.

Az etetett tápszerekből és a bélsárból enyhe nyomással — nehogy a zsír belőlük kisajtolódjék — körülbelül 0·8—1·0 gr. pastillákat préseltem s ezeket égettem el.

Végül megjegyzem, hogy az összes analysesek és meghatározások kettősek voltak.

Kísérletek az A kutyán.

I. Kísérleti sorozat.

Ezen első kísérletben a kutya hússal és zsírral lett táplálva. A napi táplálék összetételét a következő táblázat tünteti fel:

I. táblázat.

Táplálék	Összetétel			Napi bevétel	
	100 gr. tartalmaz			gr.	N gr.
	N gr.	zsir gr.	szén-hydrát gr.		
Hús — — — —	5·26	4·29	—	114·1	6·00
Disznózsir — —	—	100·0	—	20·0	—
Konyhasó — — —	—	—	—	2·0	—
Összesen — — —					6·00

A kísérleti sorozat eredményét a következő táblázat foglalja magában, melyben, valamint a következő táblázatokban is, a kettős vonal a vérvétel előtti és a vérvétel utáni periodusok közti határt jelzi, az egyes vonalak pedig a vizelet elhatárolása által nyert különböző periodusokat választják el.

II. táblázat.

N forgalom.

A kísérlet szakaszai	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táplálék N gr.	Vizelet N gr.	Bélsár N gr.	A kísérlet szakaszai	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táplálék N gr.	Vizelet N gr.	Bélsár N gr.
1	nov. 3—4	5720	6·00	4·82	0·32	4	nov. 16—17	5550	6·00	4·97	0·196
	4—5	5700	“	6·32	“		17—18	5520	“	5·27	“
	5—6	5720	“	5·996	“		18—19	5500	“	5·46	“
	6—7	5720	“	5·876	“		19—20	5490	“	6·37	“
	7—8	5720	“	5·446	“		20—21	5500	“	4·51	“
							21—22	5470	“	5·99	“
2	8—9	5600	“	5·95	0·355	22—23	5495	“	5·54	“	
	9—10	5700	“	6·81	“						
3	10—11	5700	“	5·26	0·196	5	23—24	5515	“	5·12	“
	11—12	5675	“	4·82	“		24—25	5460	“	5·96	“
	12—13	5600	“	4·72	“		25—26	5460	“	5·89	“
	13—14	5550	“	6·73	“						
	14—15	5605	“	6·18	“						
	15—16	5500	“	5·25	“						

A mint a táblázat mutatja, az előperiodusban az állat tökéletes *N* egyensúlyban van. Az egyensúly ötödik napján az etetés után 1 órával történik a vérvétel. Először 25 cm³-t mérőhengerben fogtunk fel, azután 100 gr.-ot transfundáltunk egy másik kutyába, majd infundáltunk 100 cm³ konyhasót s az infusio után 20 perczcel ismét vettünk 25 cm³ vért. Az infusio előtt vett vér 10 cm³-ében 5·3, az infusio utániében 4·3 cm³ a centrifugálás útján leülepitett véresejtek térfogata. Ezen adatok tekintetbe vételével, ha az állat eredeti vérmennyisége a testsúly 7%-a, és a vér fajsúlya 1060, az állat vérvesztése 150 gr.-ot (148·8) tesz ki, a mi testsúlya 2·6%-ának, illetőleg az eredeti vérmennyiség 37·5%-ának felel meg.

Érdekes a testsúly viselkedése a kísérlet folyamán. Míg az egyensúlyi periodus alatt teljesen állandó (5720—5750 gr.), addig a vérvétel után, daczára az egyenlő táplálásnak, a táplálék jobb kihasználásának, a csökkent fehérjebontásnak s az ezekből következő retentióknak: állandó fokozatos csökkenést mutat úgy, hogy az állat a vérvétel előtti súlyából 18 nap alatt 290 gr.-ot veszített.

II. Kísérleti sorozat.

Az időközben súlyban meggyarapodott kutya tápláléka a következő (III. sz.) táblázat szerint húslisztből, Fattingerből s nádcukorból állott, s úgy lett összeállítva, hogy kevés fehérje mellett semmi zsirt és lehetőleg sok szénhidrátot tartalmazzon, s így az előbbi kísérletben használttól teljesen elüssön.

III. táblázat.

Táplálék	Összetétel			Napi bevétel	
	100 gr. tartalmaz			gr.	<i>N</i> gr.
	<i>N</i> gr.	zsír gr.	szén- hidrát gr.		
Húsliszt ---	13·24	—	—	14·0	1·854
Fattinger ---	3·02	4·03	51·52	70·0	2·114
Nádcukor ---	—	—	99·77	37·0	—
Összesen ...					3·968

A következő (IV. sz.) táblázat adatai szerint az állat az első periodusban a *N* egyensúlyhoz közel kismérvű *N* deficitre lett beállítva; deficitre azért, hogy az első kísérletben talált, ebben a kísérletben pedig már előre várt esetleges *N*-lerakódás a mérlegben annál pregnánsabb kifejezést találjon. A vérvétel az előperiodus hatodik napján az etetés után egy órával történt. A jobboldali carotisból 150 cm³ vért engedtünk ki s utána a jugularisba ugyanannyi konyhasóoldatot öntöttünk. Ily módon vérenek 30%-át vesztette el.

IV. táblázat.

N forgalom.

A kísérlet szakaszai	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táp-lálék <i>N</i> gr.	Vi-zelet <i>N</i> gr.	Bél-sár <i>N</i> gr.	Ször <i>N</i> gr.	A kísérlet szakaszai	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táp-lálék <i>N</i> gr.	Vi-zelet <i>N</i> gr.	Bél-sár <i>N</i> gr.	Ször <i>N</i> gr.	
1	febr. 6—7	6180	3·97	3·42	0·48	30·058	4	febr. 22—23	5960	3·97	3·13	0·44	30·050	
	7—8	6190	«	2·91	«	«		23—24	6020	«	3·78	«	«	
	8—9	6140	«	4·22	«	«		5	24—25	5910	«	—	«	«
	9—10	6100	«	3·40	«	«			25—26	5960	«	3·72	«	«
	10—11	6095	«	3·60	«	«			26—27	5870	«	3·66	«	«
	11—12	6120	«	3·81	«	«			6	27—28	5870	«	3·18	0·44
2	12—13	6010	«	3·54	0·44	30·052	28—29	5870		«	3·40	«	«	
	13—14	6010	3·79	3·19	«	«	márcz. 29—1	5870		«	3·58	«	«	
	14—15	6000	3·97	3·30	«	«	7	1—2		5825	«	3·15	«	«
15—16	6010	«	3·27	«	«	2—3		5910	«	3·22	«	«		
3	16—17	5895	«	3·47	«	«		3—4	5920	«	3·86	«	«	
	17—18	5920	«	3·26	«	«		4—5	5860	«	3·44	«	«	
4	18—19	5940	«	3·61	«	«	5—6	5930	«	3·64	«	«		
	19—20	5960	«	3·56	«	«	6—7	5830	«	3·37	«	«		
	20—21	6000	«	3·38	«	«								
	21—22	5930	«	3·16	«	0·050								

A kutya súlyának változása olyan mint az első kísérletben: a folytonos *N* retentio ellenére állandóan csökken és a vérvétel után következő 24 nap alatt 6120 gr.-ról 5830 gr.-ra sülyed; a kutya tehát 290 gr.-mal fogyott.

III. Kísérleti sorozat.

A kísérlet folyamán, mely alkalommal ezen kutyából négy és fél hónap leforgása alatt harmadszor vettem vért, az állat tápláléka ugyanaz volt, mint az előbbi (II.) kísérletben. Az utóbbi márczius 7-én fejeződött be s a két kísérletsorozat vége és kezdete közötti szünetben az állat az anyagcsereszekrényben maradt s ugyanazt a táplálékot kapta. A kísérleti sorozat márczius 14-én, illetőleg márczius 18-án vette kezdetét, mely utóbbi napon az állat a RUBNER-féle respirációs caloriméterbe került és úgy a vérvétel előtt, mint azután 3-szor 24—24 órára (1—1 napi szünetet tartva) gázcsereje és direkt úton a hőproductiója is meg lett határozva.¹ A kísérlet folyamán a respirációs kísérlettel kombinált periodusban az állat naponta katheterezve lett és pedig a respirációs készülékbe való betétele napján délután két órákor, a kivételekor 4^h15'-kor. Ezután leméretett s utána közvetlenül kapta a táplálékot.

A táplálás a kísérlet első részében ugyanazokkal az előre lemért porciókkal történt, mint az előbbi kísérlet folyamán. Márczius 25-től azonban az ugyanazon anyagokból lemért adagok száraz anyaga más volt s így a táplálék, mint azt az alábbi V. táblázat mutatja, 0·5 gr. N-nel kevesebbet tartalmazott. Ugyanez a táblázat tünteti fel a táplálék chemiai energiatartalmát.

V. táblázat.

Táplálék	Összetétel								Napi bevétel				
	márc. 13-tól 23-ig				márc. 24-től ápr. 4-ig				márc. 13— ápr. 4	márc. 13— 23-ig	márc. 24— ápr. 4-ig		
	100 gm. tartalmaz								gr.	N gr.	Chem. energ. Cal.	N	Chem. energ. Cal.
N gr.	Zsir. gr.	Szén- hydr. gr.	Chem. energ. Cal.	N gr.	Zsir. gr.	Szén- hydr. gr.	Chem. energ. Cal.						
Húsliszt	13·24	—	—	565·24	13·22	—	—	564·20	14·0	1·854	79·14	1·851	79·02
Fattinger	3·02	4·03	51·52	424·81	2·96	3·96	50·50	416·34	70·0	2·114	297·35	2·072	291·47
Nádcukor	—	—	99·77	394·60	—	—	99·77	394·60	37·0	—	146·02	—	146·02
Összesen	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3·968	522·51	3·923	516·51

¹ Ezekről, valamint a IV. és V. kísérleti sorozatban végzett respirációs vizsgálatokról dr. HÁRI PÁL egyet. m. tanár fog beszámolni.

VI. táblázat.

N forgalom.

A kísérlet szakaszai	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táplálék <i>N</i> gr.	Vizelet <i>N</i> gr.	Bélsár <i>N</i> gr.	A kísérlet szakaszai	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táplálék <i>N</i> gr.	Vizelet <i>N</i> gr.	Bélsár <i>N</i> gr.
1	márc.					4	márc.				
	13—14	5810	3·97	3·26	0·528		25—26	5790	3·92	2·06	0·585
	14—15	5900	«	3·32	«		26—27	5770	«	2·15	«
	15—16	5855	«	3·07	«		27—28	5720	«	2·29	«
	16—17	5830	«	3·18	«		28—29	5815	«	2·48	«
2	17—18	5845	«	3·11	0·448	29—30	5810	«	2·53	0·44	
	18—19	5830	«	3·02	«	30—31	5830	«	2·84	«	
	19—20	5826	«	2·89	«	31—1	5810	«	2·99	«	
	20—21	5798	«	2·74	«	ápr.					
	21—22	5856	«	2·80	«	1—2	5830	«	3·21	«	
	22—23	5860	«	2·55	«	2—3	—	«	3·15	«	
3	23—24	5889	«	2·26	0·585	3—4	5840	«	3·08	0·37	
	24—25	5800	3·92	4·09	«	4—5	5860	«	3·52	«	

A VI. táblázat szerint az előperiodusban a kutya sok *N*-t tartott vissza, a mi igen feltűnő ahhoz képest, hogy az állat az előbbi kísérlet végén ugyanannyi táplálék mellett csak igen kicsi *N* retentiót mutatott.

Hogy ez a retentio honnan származik s vajjon lehet-e ezt, minthogy vizeletnek elvesztése s egyéb műhiba ki volt zárva, az ismételt vérvesztés utóhatásaként felfogni, azt kísérleteimmel eldönteni nem tudom.

A vérvétel márczius 23-án 3°30'-kor történt a jobboldali a. femoralisból. Először 210 cm³-t engedünk ki s ezt azonnal a vena femoralisba történt infúsióval pótoltuk. Néhány percczel az infúsió után ismét vettünk 30 cm³ vért. Mindkét vérből 10—10 cm³-t centrifugálva, az eredeti vérben 4·5, az infúsió utáni vérben 2·3 cm³ a leülepedett vérsejtek térfogata s így az állat összes vérvesztése a fentebb vázolt számítás alapján 240 gr.-ra tehető, a mi a testsúly 4·1%-ának, illetőleg az eredeti vérmennyiség 58·5%-ának elvesztését jelenti. Fokozza itt a vérvesztés nagyságát az a körülmény, hogy az állat 40 nappal előbb vérének 35%-át vesztette.

A testsúly a kísérlet első periodusában majdnem változatlan, illetőleg a *N* retenciónak megfelelően kismértékű gyarapodást mutat, 5810 gr.-ról 5860 gr.-ra emelkedve. A vérvétel után a testsúly csökken s az ötödik napon 5720 gr.-mal eléri a minimumot, ezentúl ismét növekedik s a kísérlet befejeztével eléri a vérvétel napjának súlyát. Itt is megtalálható tehát az állat súlyának a *N*-lerakódás daczára bekövetkező súlycsökkenése.

Az energiaforgalomról a következő (VII.) táblázat ad felvilágosítást.

VII. táblázat.
Energia-forgalom.

A kísérlet szakaszai	Energia a táplálékban	Energia a vizeletben		Energia a bélsárban	Értékesített energia (Élettani haszonérték)		A vizelet Cal. $\frac{N}{N}$ quotiense
		talált	corrígált		abs. Cal.	rel. %	
	egy napra Cal.-ban						
márc. 18—20	522·51	27·73	32·63	37·95	451·93	86·04	9·21
" 24—25	519·51	37·06	39·51	48·16	431·84	83·04	11·67
" 26—28	516·51	24·01	37·45	48·16	430·90	83·03	11·06

B kutya.

IV. Kísérleti sorozat.

Ezt a kísérleti sorozatot egy kb. 2700 gr.-os kutyán végeztem, melynek tápláléka a következő táblázat szerint ugyanúgy volt összeállítva, mint az előbbi két kísérlet folyamán.

VIII. táblázat.

Táplálék	Összetétel				Napi bevétel		
	100 gr. tartalmaz				gr.	N gr.	chemiai energia Cal.
	N gr.	zsír gr.	szén-hydrát gr.	chemiai energia Cal.			
Húsliszt — — — —	13·24	—	—	565·24	6·5	0·861	36·74
Fattinger — — — —	3·02	4·03	51·52	424·81	35·0	1·057	148·68
Nádcukor — — — —	—	—	99·77	394·60	20·0		78·92
Összesen — — — —						1·918	264·34

IX. táblázat.

N. forgalom.

A kísérlet szakasza	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táplálék N gr.	Vizelet N gr.	Bélsár N gr.	A kísérlet szakasza	Dátum déltől délig	Súly gr.	Táplálék N gr.	Vizelet N gr.	Bélsár N gr.
	febr.										
	17—18	2720	1·92	1·66	0·318	3	27—28	2508	1·92	1·29	0·321
	18—19	2660	“	1·64	“		28—29	2510	“	1·33	“
	19—20	2590	“	1·55	“		29—1	2500	“	1·54	“
1	20—21	2660	“	1·70	“						
	21—22	2590	“	1·72	“	4	márc.				
	22—23	2660	“	1·64	“		1—2	2520	“	1·42	“
	23—24	2600	“	1·55	“		2—3	2500	“	1·74	“
	24—25	2650	“	1·67	“						
	25—26	2530	“	1·80	0·321	5	3—4	2530	“	1·78	Hiányzik
2	26—27	2515	“	1·72	“		4—5	2500	“	1·67	
							5—6	2455	“	1·57	
							6—7	2430	“	1·50	

Az állat az előperiodusban kiscokú N deficitre lett beállítva s a nyolczadik napon a carotisából vett vér mennyisége az előzőekben közölt számítás szerint 80 gr, illetőleg az eredeti vérmennyiség 43%-a volt.

A testsúly, mely az előperiodus alatt kismérvű csökkenést mutat, a vérvétel után egyszerre leesik (2530) s ettől kezdve a N -lerakodás ideje alatt állandó s csak az utolsó két nap, a hol már a N -forgalomban a statusquo helyreállott, van erősebb csökkenés.

Az energiaforgalmat a X. táblázat tünteti fel.



X. táblázat.

Energia-forgalom.

A kísérlet szakaszai	Energia a táplálék- ban	Energia a vizeletben		Energia a bélsár- ban	Értékesített energia (Élettani haszonérték)		A vizelet Cal. N quotiense
		talált	corrigált		abs. Cal.	rel. %	
	egy napra Cal.-ban						
febr. 18—21	264·34	13·13	12·83	24·74	226·77	85·89	8·00
„ 22—25	„	13·195	12·89	24·74	226·71	85·87	8·05
„ 26—27	„	15·15	13·76	24·38	226·20	85·67	8·66
„ 28, 29— márc. 1	„	11·71	13·57	24·38	226·39	85·75	8·47

C kutya.

V. Kísérleti sorozat.

Az állat ebben a kísérletben, mint az alábbi (XI.) táblázatból látható, vegyes táplálékot kapott. A kísérleti sorozat itt is kombinálva volt respirációs vizsgálatokkal s ebben az időszakban a katheterezés és táplálás az A kutyán végzett III. kísérleti sorozatnál leírt módon történt.

XI. táblázat.

Táplálék	Összetétel				Napi bevétel		
	100 gm. tartalmaz				gr.	N gr.	Chem. energia Cal.
	N gr.	Zsír gr.	Szén- hydrát gr.	Chem. energia Cal.			
Húsliszt ...	12·83	—	—	558·48	19·8	2·54	110·59
Fattinger ...	3·22	4·04	51·63	426·63	50·0	1·61	213·31
Disznózsír ...	—	100·0	—	942·30	20·0	—	188·46
Összesen						4·15	512·34

XII. táblázat.

N forgalom.

A kísérlet szakaszai	Dátum élettől délig	Súly gr.	Táp- lálék N gr.	Vizelet N gr.	Bélsár N gr.	A kísérlet szakaszai	Dátum élettől délig	Súly gr.	Táp- lálék N gr.	Vizelet N gr.	Bélsár N gr.
1	április					4	április				
	8—9	6000	4·15	3·79	0·43		18—19	5860	4·15	3·35	0·29
	9—10	5920	„	3·73	„		19—20	5930	„	3·15	„
	10—11	6010	„	4·20	„		20—21	5970	„	4·06	„
	11—12	5950	„	3·58	„		21—22	5970	„	3·54	„
	12—13	5920	„	3·50	„		22—23	5950	„	2·76	„
	13 14	5920	„	3·69	„	23—24	5935	„	4·68	0·403	
2	14—15	5730	„	3·74	0·29	5	24—25	5950	„	2·29	„
	15—16	5850	„	3·10	„		25—26	5935	„	3·99	„
3	16—17	5890	„	3·19	„		26—27	5950	„	3·33	„
	17—18	—	„	3·14	„		27—28	—	„	5·00	„
							28—29	—	„	3·78	„

Az előperiodusban az állat kiskökü *N* deficitre volt beállítva s a hatodik napon (ápr. 14.) a carotisból történt vérvétel alkalmából 220 cm³ vért vesztett, a mi a testsúly 3·7, az összes vérmennyiség 53%-ának elvesztését jelenti. A vérvételt követő periodus alacsony bélsár *N* átlagát talán az a körülmény magyarázza meg, hogy a kutya ezen idő alatt a frissen ürített bélsarát több ízben megette, míg a vérvételt megelőző időszakban, valamint az utolsó periodusban sikerült a frissen ürített bélsarát a ketreczből eltávolítani.

A testsúly az előperiodusban teljesen állandó: 5920, a vérvétel után következő nap lecsökken (5730) s a legnagyobb *N*-lerakódás idején valamivel emelkedik. 20-ától kezdve azután egész végig egyenlő a vérvétel előtti súlylyal.

Az energiaforgalom a következő táblázatban van feltüntetve.

XIII. táblázat.

Energia-forgalom.

A kísérlet szakaszai	Energia a táplálék- ban	Energia a vizeletben		Energia a bélsár- ban	Értékesített energia (Élettani haszonérték)		A vizelet $\frac{\text{Cal.}}{N}$ quotiense
		talált	corrigált		abs. Cal.	rel. %	
egy napra Cal.-ban							
ápril. 9—14	512·34	28·68	28·45	36·84	457·05	87·31	7·62
• 15—16	512·34	27·45	30·79	27·30	454·25	88·71	7·95
• 17—18	512·34	24·94	30·66	27·30	454·38	88·73	7·94

III.

A kísérletek eredménye.

1. N-forgalom.

Kísérleteimből kétségtelenül következik, hogy nagyobb vérveszteségek megváltoztatják a N -forgalmat. A változás kétféle irányban nyilvánul. Az egyik abban mutatkozik, hogy a vérkibocsátás után a vizelettel kiürülő N mennyisége fokozódik, azután pedig — s ez a második változás — annyira csökken, hogy kisebb lesz, mint a vérkibocsátás előtt.

Ezen eredmény könnyebb áttekinthetősége céljából az előbbi tabellák adatait a következő közös táblázatba foglalom össze, a melyben azok a napok vannak egy-egy periodusba összefoglalva, a melyek vizelete katheterrel és hólyagmosással lett elhatárolva. Ezt azért hangsúlyozom, mert így kétségtelen, hogy az egyes periodusokban kiürített N különböző mennyiségeinek értelmezésénél a húgyhólyag egyenetlen kiürítése szóba sem jöhet.

XIV. táblázat.

Kutya	A kísérlet száma	A kísérleti szakasz		Táplálék N	Vizelet N	Bélsár N	Szőr N	Egyenleg
		száma	tartama					
A	I	1	nov. 4—8	6·00	5·692	0·32		—0·01
		2	“ 9—10	“	6·33	0·355		—0·685
		3	“ 11—16	“	5·551	0·196		+0·253
		4	“ 17—23	“	5·446	0·196		+0·358
		5	“ 24—26	“	5·657	0·196		+0·147
	II	1	febr. 7—12	3·97	3·558	0·483	0·058	—0·129
		2	“ 13—14	3·97 } 3·79 }	3·365	0·443	0·052	+0·02
		3	“ 15—19	3·97	3·382	0·443	0·052	+0·093
		4	“ 20—24	“	3·402	0·443	0·050	+0·075
		5	“ 25—27	“	—	0·443	0·050	
		6	“ 28—1	“	3·387	0·444	0·050	+0·089
		7	márc. 2—7	“	3·446	0·444	0·050	+0·030
	III	1	márc. 14—17	3·97	3·208	0·528		+0·23
		2	“ 18—23	“	2·850	0·448		+0·67
		3	“ 24—25	“	3·18	0·585		+0·21
		4	“ 26—29	3·92	2·302	0·585		+1·033
		5	“ 30	“	2·302	0·44		+1·178
“ 31—ápr. 3			“	3·13	0·44		+0·35	
ápr. 4—5			“	3·13	0·37		+0·42	
B		IV	1	febr. 18—25	1·92	1·64	0·318	
	2		“ 26—27	“	1·76	0·321		—0·16
	3		“ 28—1	“	1·38	0·321		+0·22
	4		márc. 2—3	“	1·58	0·321		+0·019
	5		“ 4—7	“	1·63	—		—0·031(?)
C	V	1	ápr. 9—14	4·15	3·75	0·43		—0·03
		2	“ 15	“	3·74	0·29		+0·12
		3	“ 16—18	“	3·14	0·29		+0·72
		4	“ 19—23	“	3·59	0·29		+0·27
			“ 24	“	3·59	0·403		+0·16
5	“ 25—29	“	3·70	0·403		+0·05		

A vérveszteséget követő fokozott *N* kiürítés, melyet BAUER talált először, s a melyet a klinikusok posthæmorrhagiás azoturiának neveztek el, s a melynek létezését ők majd erősítették, majd pedig kétségbevonták, három kísérletben (I., III., IV.) határozottan bekövetkezett, két kísérletben pedig (II. és V.) nem következett be. Tartamát illetőleg a három első esetben két napig tartott és pedig a fokozott kiürítés maximuma az I. sz. kísérletben a vérvétel utáni második, a III.-ban az első, a IV.-ben szintén a második napra esett, illetőleg ebben az esetben tulajdonképp csakis ezen a napon állott fenn. Utóbbi esetben ez semmi esetre sem származik a hólyag egyenetlen s így teljesebb kiürítéséből, mert itt az állat naponta katheterizálva lett.

A *N*-kiválasztás fokozódása tehát csak rövid ideig tartó s a vérvételt közvetlen követő reactiója a szervezetnek, a mely azonban nem következik be minden esetben, sőt a mi különös figyelmet érdemel, ugyanaz az állat egyszer fokozott *N*-kiválasztást mutat (A kutya I. és III. sz. kis.), másszor pedig (II. kis.) annak éppen ellenkezőjével: csökkent *N*-kiválasztással reagál, bár a második kísérletben is ép oly súlyos volt a vérveszteség (35%), mint az első esetben (37.5%). Ez az utóbbi jelenség a mellett szól, hogy a fokozott *N*-kiválasztás bekövetkezése vagy be nem következése nemcsak individualis sajátságoktól függ, hanem hogy annak kiváltásában a vérvesztésen kívül még talán valami más momentumnak is van szerepe. Itt első sorban arra a traumára kell gondolni, a melyet az állatok a vérvétel alkalmával a bőrmetszés, az érlekötés s az ezzel járó szövetroncsolás által szenvednek. Erre már BAUER is gondolt, ki egy külön kísérlettel megállapította, hogy magának az operációnak (bőrmetszés, érlekötés) vérkibocsátás nélkül nincs befolyása a *N*-forgalomra.

BAUER a fokozott *N*-kiválasztást azzal magyarázza, hogy a vérvétel által a vér és a szövetek közti egyensúly megzavartatik, a vér szegényebb lesz keringő fehérjében, ennek pótlására a szövetfehérjéből több lesz keringő fehérjévé s több esik szét. Ő tehát ebben egy kompenzáló folyamatot lát, melynek célja a sejteknek a megkevesbedett vérhez való alkal-

mazkodása volna. Kísérleteimmel sem meg nem dönthetem, sem nem támogathatom BAUER magyarázatát. A vér kibocsátása valóban oly változásokat hoz létre a testben megmaradt vér összetételében, a melyek magukban is okozhatnák a N kiürülésben mutatkozó változást illetőleg fokozódást. Így kétségtelenül hydræmia következik utána, hiszen egyrészt a kibocsátott vér helyébe élettani konyhasóoldatot fecskendeztünk, másrészt pedig ismeretes, hogy nagyobb vérvesztések után a vérplasma higul. Nem zárható ki annak a lehetősége, hogy a vér ezen higulásával, mely a nyiroknak a vérbe való fokozott beáramlásával jár együtt, N -tartalmú bomlási termékek nagyobb mennyiségben kerülnek a vérbe, minek következtében ép úgy ürülnek ki nagyobb mennyiségben, mint a hogy kiürülnek nagyobb mennyiségű víznek megivása után. Tudvalevőleg ez is mulékony «azoturiát» okoz ép úgy, mint a hogy a vérvesztést követő fokozott N -kiválasztás is csak mulékony.

Lehetséges, hogy a vérvesztés okozta nagy hæmoglobinvesztés s a vér () készletének ezzel járó megfogyása is fokozott mulékony fehérjebomlást okoz. Mindezen lehetőségekben foglalt kérdésekre azonban csak újabb kísérletek adhatnának feleletet.

A fehérjebontásban bekövetkező második, az előbbivel ellenkező irányú változás: a N -kiválasztás csökkenése, mely minden kísérletben kivétel nélkül bekövetkezett s az egyenlegben mint N -lerakódás jutott kifejezésre.

A N -lerakódás három kísérletben (I., III., V.) az előrement fokozott fehérjebontás után mutatkozott, két esetben azonban (II., V.) a vérvétel után közvetlen állott be. Tartamát illetőleg az első kísérletben a vérvételtől számított 18 nap mulva, a másodikban 23 nap mulva, a harmadikban 11 nap mulva, a negyedikben 10 nap mulva, az ötödikben pedig 14 nap mulva — a mikor az egyes kísérletek befejeztettek — még mindig fennállott. Ekkor azonban a lerakódás már erősen csökkent s a N -egyenleg közeledett a vérvétel előtti időszak egyenlegéhez. Általában a kísérletekből az állapítható meg, hogy a N -lerakódás függetlenül következik be attól, hogy az állatok a vérvétel előtt N egyensúlyban, N deficitben vagy N retentióban

voltak, függetlenül attól, hogy milyen a táplálék összetétele, s hogy a *N*-lerakódás kezdetben a legmagasabb s azután folytonosan fokozatosan csökken a megszűnésig. Ez a megszűnés 2—4 hét alatt következik be, tehát időtartamban összeesik a vér regenerációjához szükséges idővel. Már maga ez a körülmény igen valószínűvé teszi a *N*-lerakódás legvalószínűbb magyarázatát, t. i. hogy a szervezet a visszatartott nitrogént, illetőleg az ennek megfelelő fehérjét a vér regenerálására használja fel.

A *N*-kiválasztásnak az előrement fokozódás után bekövetkező csökkenését BAUER is észlelte egy kísérletében, de ezt teljesen jelentéktelennek tartotta s húslarakódással magyarázta. A többi vizsgálat ezt a kérdést egyáltalában nem említi, úgy hogy *kísérleteim az elsők, melyek a vérvesztés után bekövetkező N-lerakódást minden kétséget kizáró módon megállapítják* s egyszersmind annak viselkedéséről felvilágosítást nyújtanak s kimutatják, hogy nem a *N*-kiválasztás fokozódása, hanem annak csökkenése, a *N*-lerakódás a vérvesztést követő jellegzetes változás az anyagcserében.

Hogy a csökkent *N*-kiválasztás vajjon csökkent fehérjebontásnak a következménye-e, az megállapítható lett volna a vizelet kéntartalmának egyidejű megállapításával. Sajnos ezek a meghatározások külső körülmények miatt elmaradtak s így ezen kérdés eldöntése további kísérleteket igényel.

2. Energiaforgalom.

Az energiaforgalom megállapításakor célom volt annak a meghatározása, hogy a vérvesztés van-e hatással a tápanyagokkal felszivódott kémiai energia értékesítésére. Ezt mindenekelőtt a táplálék élettani hasznóértékének meghatározásával igyekeztem eldönteni, a mely tudvalevőleg a táplálék kémiai energiája azon részletének felel meg, mely a szervezetben más energiaalakokká alakul át. RUBNER szerint ezt, a mint a táblázatokból kitűnik, úgy határozta meg, hogy a táplálék kémiai energiájából levontam a bélsár és vizelet kémiai energiáját. Az utóbbira nézve természetesen a *N* egyensúlynak

megfelelő értéket kellett a közvetlenül talált értékből ugyancsak RUBNER eljárása szerint a $\frac{Cal}{N}$ quotiens alapján kiszámítani.¹

Az itt vázolt elvek szerint való számítás után — a mint az a tabellákból minden további nélkül látható — kiderült, hogy a vérvesztések után a táplálékokból felszívódott szerves anyagok energiája ép oly mértékben értékesítettik, mint a vérvesztés előtt. Ide iktatom az eredményeket feltüntető összefoglaló táblázatot.

XV. táblázat.

A kísérlet száma	A táplálék élettani hasznos-értéke %-ban	
	vérvétel előtt	vérvétel után
A. III.	86.4	83.0, 83.3
B. IV.	85.9, 85.9	85.7, 85.8
C. V.	87.3	88.7, 88.7

Az első kísérletben az értékesítés valamivel rosszabbodott (3.4%-kal), a másodikban változatlan maradt, a harmadikban pedig valami csekély javulás (1.4%) állott be úgy, hogy egészben véve azt lehet mondani, hogy még nagy vérvesztések sem csökkentik a tápanyagok élettani hasznosértékét.

Természetesen ezek a kísérletek korántsem elegendők az energiaforgalom teljes ismeretéhez. Hiszen arról csakis akkor nyerhetünk teljes képet, ha az állatnak szénforgalmát is ismerjük. Az energiaforgalom és *C* forgalom teljes ismerete fogja majd megadni a választ arra, hogy mi lesz a visszatartott *N*-ből s hogy mi az oka az I., II. és IV. sz. kísérletben a *N*-lerakódás daczára fennálló súlycsökkenésnek. Mindaddig, míg ilyen kísérletek nincsenek, a magyarázatadásban csak találgatásra lennénk utalva.

A dolgozat dr. TANGL FERENCZ tanár kezdeményezésére s vezetésével készült.

¹ A $\frac{Cal}{N}$ quotiensre vonatkozólag az ezen dolgozatban leírt kísérletek annak a vérvétel után bekövetkező növekedését mutatják. Ezen változás tanulmányozására és megerősítésére még több kísérletet végeztem s azért erről a tárgyról egy következő dolgozatban fogok beszámolni.

ANALITIKAI FÜGGVÉNYEK NEGATIVRENDŰ SZINGULÁRIS HELYEINEK VIZSGÁLATA.

DIENES PÁL-tól.

1. Az analitikai függvények szingularitásainak rendszeres vizsgálata legtermészetesebben azzal a problémával kezdhető meg, mely feladatául tűzi ki a szinguláris helyekhez tartozó függvény — (határ) — értékek meghatározását. Sok tekintetben ugyanis legegyszerűbbnek tekinthetők az oly szinguláris helyek, melyek felé haladva, a függvénynek van határozott véges határértéke, mint például az $A + \sqrt{1-x}$ függvénynek határértéke az 1 helyen A . Kiszélesítése ez másrészt MITTAG-LEFFLER problémájának, ki a szabályos helyekhez tartozó függvényértékeket akarja előállítani a 0 hely körüli TAYLOR-kifejtés segítségével. Természeteszerűleg a szinguláris helyek vizsgálata csakis a közelébe eső szabályos helyekhez tartozó függvényértékek viselkedésének vizsgálatában állhat (más általános értelmezése nincs is a szingularitásnak) s így a szinguláris helyekre vonatkozó problémák mindig föltételeznek bizonyos ha'adást a szabályos helyekre vonatkozó problémákban. Szerencsére azonban a MITTAG-LEFFLER híres tétele bizonyos félegyenesek kizárásával (az ú. n. csillagtartományban) minden szabályos helyen előállítja a függvény értékét s így elméletileg a csillagtartomány határára eső szingularitások vizsgálhatóvá váltak. Azonban az előállítást eszközlő polinóm sor általában oly komplikált eszköz, hogy a jelzett szingularitásokról eddig semmi általános eredményt nem tudunk felmutatni. A jelen dolgozat célja a negatívrendű szinguláris helyekre vonatkozólag (a hol a függvénynek van tehát határértéke, röviden : értéke) egy ily egész általános ered-

mény megállapítása; pontosabban: az ezen szinguláris helyekhez tartozó függvényértékek előállítására.

2. Mielőtt azonban erre rátérnénk, a probléma természetének s nehézségeinek bemutatása céljából röviden összegezzük az idevágó eredményeket s egy példán bemutatjuk a nehézségeket.

A MITTAG-LEFFLER-féle szép, de komplikált előállítást egy pillanatra mellőzve, nézzük az összetartási körre eső szinguláris helyeket, a melyek magával a TAYLOR-sorral megvizsgálhatók (mert ez szolgáltatja a felénk tartó függvényértékeket). Az összetartási sugár legyen az egység. Legegyszerűbb eset, midőn a sor maga előállítja az összetartási körre eső függvényértékeket, azaz ott összetartó. Ezt az előállítást az ABEL-tétel teszi lehetővé, mely szerint ha a sor összetartó, akkor összege tényleg megegyezik a függvény határértékével. Ez a most felvetett probléma kör alaptétele. Az összetartáshoz természetesen kell, hogy az együtthatók zérus felé tartanak. Viszont bármily kevéssé is tartanak 0 felé (de azért nulla felé tartanak), a sor lehet összetartó, sőt biztos, hogy összetartó a kör minden szabályos¹ és negatívrendű szinguláris helyén.² Felvethető (s tényleg fel is vetett) kérdés tehát, hogy — ha az együtthatók nulla felé tartanak — a sor összetartó-e az összetartási kör minden olyan helyén, mely felé tartva a függvénynek van határértéke, röviden: megfordítható-e az ABEL-tétel? Ezzel legegyszerűbben meg lenne oldva a kör szinguláris helyeihez tartozó függvényértékek előállítása a jelzett esetben. Megmutatjuk egy példán, hogy ez a megfordítás nem lehetséges.

Tudjuk ugyanis, hogy

$$\frac{1}{e^x - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n x^n \quad (1)$$

függvény, hol ρ bármilyen valós szám, nulla felé tart, midőn x az 1 felé közeledik az egységsugarú körön belől.

¹ FATOU: Séries trigonometriques et séries de Taylor. Acta mathematica. 1906. 30. köt. 389. lap.

² DIENES: Analitikai függvény viselkedése az összetartási körön. Math. és Fiz. Lapok 1909. évf.

Másrészt FEJÉR számításai szerint:

$$\gamma_n \sim \frac{1}{\sqrt{\pi c}} \frac{\sin \left[2\sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right]}{n^{\left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right)}}. \quad (2)$$

Legyen

$$\rho = \frac{3}{2} - \varepsilon \quad 0 < \varepsilon < 1,$$

akkor (2) szerint

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = 0$$

s így a kívánt esetben vagyunk; másrészt a vizsgált $f(x)$ függvényre

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

s így ha az ABEL-tétel megfordítható, kell hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = 0$$

legyen. Azonban

$$\sum_{n=0}^{\infty} s_n x^n = \frac{f(x)}{1-x}$$

s így s_n aszimptotikus előállítását megkapjuk, ha (2) képletbe ρ helyett $(\rho+1)$ -et teszünk, azaz

$$s_n \sim \frac{1}{\sqrt{\pi c}} n^{\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{2}} \cdot \cos \left[2\sqrt{n} + \left(\frac{3}{4} - \frac{\rho}{2} \right) \pi \right],$$

azaz

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |s_n| = \infty.$$

Az ABEL-tétel megfordítása tehát nem lehetséges.

Megjegyezzük, hogy az s_n mennyiségek számtani közepe 0 felé tart.

3. Czél szerűnek látszik tehát problémánkat kissé megszorítani és következőképp formulázni. Azon szinguláris helyek közül, hol a függvénynek van értéke, kijelölendő bizonyos osztály, melyhez tartozó helyeken felvett függvényértékek előállítását célozzuk. Ez annál is inkább kényszerítő, mert az, hogy valamely szinguláris hely felé tartva a függvénynek van határértéke, nem jellemzi mélyebben a szingularitás természetét,

mint az HADAMARD¹ szép vizsgálatából kiderült. Ő ugyanis az összetartási kör minden helyéhez rendel egy *rendszámot*, mely kitünőnek bizonyult a szingularitások jellemzésében s ez nem áll szoros összefüggésben a fenti tulajdonsággal. Az bizonyos, hogy negatívrendű szinguláris helyeken a függvénynek van értéke, de már 0-rendű helyen a függvény végtelen is lehet² (véges is). Kiválasztjuk tehát a negatívrendű szinguláris helyeket s előállítjuk az ezekhez tartozó függvényértékeket az adott TAYLOR-sor együtthatói segítségével. Az összetartási körre³ és az összegezési sokszög⁴ oldalaira eső ily helyekre vonatkozólag a kérdést megoldottuk, a következőkben pedig megadjuk a megoldást a csillagtartomány határára eső negatívrendű szinguláris helyekre vonatkozólag.

4. E végett kiválasztjuk a legegyszerűbb előállítást a csillagtartomány belsejébe eső szabályos helyeket illetőleg. Ez LINDELÖFTŐL ered⁵ s a következőkben áll.

Legyen adva a vizsgálandó függvény egységnyi összetartási sugarú TAYLOR-sorral:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Képezzük az

$$F_{\sigma}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n^{\sigma n}} x^n \quad \sigma > 0$$

egész függvényeket. Az $f(x)$ függvényhez tartozó csillagtartomány minden belső pontjában

$$\lim_{\sigma=0} F'_{\sigma}(x) = f(x).$$

¹ HADAMARD: Essai sur l'étude des fonctions etc. Thèse-Paris.

² A végtelenné levés és rendfogalom összefüggésére lásd P. DIENES: Sur les singularités des fonctions analytiques. Comptes Rendus 1908. Tome 147. page 1388.

³ DIENES id. mű, továbbá DIENES: Adalékok stb. Math. és Fiz. Lapok. 1905. I. rész.

⁴ DIENES: Analitikai függvények végtelenségi helyeinek vizsgálata. Math. és Fiz. Lapok. 1909. évf.

⁵ LINDELÖF: Calcul des résidus. Paris. Gauthier-Villars 1905. 123. l.

Továbbá ezen egész függvénynek a csillagtartomány belsejébe eső minden véges területen egyenletesen tartanak $f(x)$ felé.

Nézzük először az összetartási körnek egy x_0 negatívrendű helyét. HADAMARD¹ ezen helyekre vonatkozó alaptétele szerint írhatjuk, hogy

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x),$$

hol $f_1(x)$ az egész körön negatívrendű, $f_2(x)$ pedig az x_0 helyen szabályos. Az $f_2(x)$ függvényre alkotott előállító egész függvények tehát (mivel x_0 ezen függvény csillagtartományának belső pontja) az x_0 helyen $f_2(x)$ felé tartanak.

Másrészt, mivel

$$f_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

függvények az egész körre vonatkozó rendje, ω negatív és

$$\omega - 1 = \limsup_{n=\infty} \frac{\log |b_n|}{\log n},$$

egyszerű okoskodás mutatja, hogy

$$|b_n| < \frac{1}{n^{1+\varepsilon}} \quad \varepsilon > 0$$

Képezzük most $f_1(x)$ függvényre a LINDELÖF-féle előállító egész függvényeket:

$$F_{\sigma}^1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n^{\sigma \cdot n}} x^n.$$

Mivel pedig

$$n^{\sigma \cdot n} > 1,$$

világos, hogy

$$\lim_{\sigma=0} F_{\sigma}^1(x_0)$$

határérték van s könnyű belátni, hogy ez $f_1(x)$ határértéke.

Az $f_1(x)$ és $f_2(x)$ függvényekre talált eredményeket egyesítve kapjuk, hogy az összetartási kör minden negatívrendű helyén

¹ Id. mű 72. lap.

$$\lim_{\sigma=0} F'_\sigma(x)$$

határérték van s előállítja a függvény odatartozó értékét.

Ezen eredmény segítségével kiterjeszthetjük a gondolatmenetet arra az esetre, midőn x_0 a csillagtartomány határára eső negatívrendű hely. Ugyanis a negatívrendű szinguláris helyek általános definíciója szerint megint írhatjuk, hogy

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x),$$

hol $f_2(x)$ szabályos az x_0 helyen s az ő rávonatkozó csillagtartomány belső pontja s így

$$\lim_{\sigma=0} F'^{(\sigma)}(x_0) = f_2(x_0).$$

Másrészt az $f_1(x)$ összetartási köre az x_0 ponton megy át s ezen a körön negatívrendű, tehát reá a fenti megoldások szó szerint állanak s így megint a két eredmény egyesítésével kapjuk, hogy:

Az $F_\sigma(x)$ egész függvényeknek a csillagtartomány határára eső negatívrendű szinguláris helyekhez tartozó értékei az általuk megközelített függvény ezen helyhez tartozó értéke felé tartanak.

Mivel ezen egész függvények az adott a_n együtthatókból közvetlenül képezhetők, végelemzésben megadtuk a vizsgált helyekhez tartozó függvényértékeket az a_n együtthatók segítségével s így kitűzött feladatunkat megoldottuk. Hangsúlyozzuk végre, hogy az a_n együtthatókra semmiféle megszorítást nem tettünk.

VASHEGYIT, EGY ÚJ BÁZISOS ALUMINIUMHYDRO- PHOSPHÁT GÖMÖR VÁRMEGYÉBŐL.

ZIMÁNYI KÁROLY I. tagtól.

Körülbelül két év előtt Vashegyen a variscittel¹ együtt és ennek közvetlen szomszédságában még egy fehér ásvány fordult elő; az ásványnak egy kézipéldányát KLEKNER LÁSZLÓ bányagondnok szíveskedett meghatározásra nekem elküldeni. A darab nagyjából rozsdabarna, kissé laza limonit volt és ehhez nőtt a fehér, ismeretlen ásvány, a melynek szabad felületén látható volt, hogy az töréstől eredt. A múlt 1908. év nyarán magam is láttam az előfordulást a bányában, a mikor a Nemzeti Múzeum részére néhány példányt gyűjthettem is.

Az ásvány nagyobb mennyiségben fordul elő mint a variscit és pedig a limonitban 10—15 cm vastag, szabálytalan, vaskos darabokban, úgy hogy ökölnagyságú példányok is törhetők. Néhol a szürke palával is érintkezik és annak kisebb-nagyobb töredékeit magába zárja.

A fehér ásványban a szokott, egyszerű reakciókkal főalkotórészek gyanánt agyagföldet, phosphorsavat és vizet mutatam ki; a további vizsgálatok és a mennyileges elemzés eredményei röviden a következők.

Némely példányon, a hol az ásvány a likacsos limonitnak, vagy a palás kőzetnek darabjait körülfogja, az ásvány színe sárga vagy rozsdabarna, de ez fokozatosan ismét a fehérbe megy át, és mintegy 1 cm-nyire ismét egyöntetű, szép fehér a szín. A darabok belsejét és főrészt alkotó kompakt, fehér

¹ Mathemat. és természettud. Értesítő 1908. 26. 72. 1.

ásvány ugyancsak ilyen zárványok közelében itt-ott sárgás-fehér, laza összefüggésű, körömmel könnyen karczolható és az ujjakkal szétmorzsolható. A mint a közlemény végén felsorolt chemiai elemzésből kitűnik, ezek a porhanyós részek nem tiszták és összetételük is más.

Ilyen limonitzárványok közelében gyéren egy feketés-barna, szurokfényű ásványt is láthatunk, a melynek darabkái vagy vékonyabb szilánkjai sötét barnásvörösek, áttetszők. Az ásvány lágy, késsel könnyen karczolható és nagyon rideg; törése egyenetlen, kissé kagylós, pora rozsdabarna. Hevítéskor savashatású vizet vesz, egyszerű chemiai reakciókkal vas, phosphorsav és kénsav mutatható ki. A kísérő ásvány tehát *diadochit*, a melyet a vashegyi bányákból eddig nem ismertünk; a rendelkezésemre álló összes darabokról teljes chemiai elemzésre elegendő anyagot azonban nem szedhettem össze.

Külsőleg a fehér phosphát némileg emlékeztet a tajtékra, a mennyiben fénye nincs és még a vékony darabkák szélein is átlátszatlan; törésfelülete egyenetlen, kissé görbült és színén fénytelen. Keménysége 2 és 3 közt van, a gipszet jól karczolja, de a calcitnál már lágyabb; késsel könnyebben faragható mint a calcit, fehér pora érdes tapintatú. Az ásvány összetartása sem valami nagy, mintegy fél centiméter vastag darabjai kézzel könnyen kettétörhetők. Kissé likacsos levén, a nyelvhez tapad, de nem annyira mint a tajték; ha vízbe teszszük, a melegítéskor lassan apró buborékok szállnak el belőle.

A BUNSEN-lángban nem olvad, hevítés után tiszta fehér színe kissé szürkésre vagy helyenkint világos sárgásra változik, finom repedések járják át és könnyen szétmorzsolható lesz. Higitott sósavban, vagy kénsavban már hidegen is könnyen oldódik; 10%-os kálilúg szintén oldja, miközben vashydroxyd válik ki.

Kérésemre LOCZKA JÓZSEF múzeumi igazgatóúr volt szíves úgy a szilárd, mint a laza, porhanyós phosphátot megelemezni. Az ásvány fajsúlya 1.964, a mi két jól egyező meghatározás középértéke. A szilárd ásványnak legtisztább fehér, zárványmentes darabjainak elemzéséből nyert eredmény a következő:

Al_2O_3	-----	28.33 %	29.52 %
Fe_2O_3	-----	1.19 "	
K_2O	-----	0.16 "	
Na_2O	-----	0.05 "	
P_2O_5	-----	31.32 "	
CO_2	-----	0.12 "	
H_2O	-----	38.97 "	
Oldhatlan maradék	-----	0.24 "	
		100.38 %	

Ezekből a számadatokból $4Al_2O_3 \cdot 3P_2O_5 + 30H_2O$ képlet vezethető le, a melynek megfelelő százalékos összetétel:

Al_2O_3	-----	29.73 %
P_2O_5	-----	30.99 "
H_2O	-----	39.28 "
		100.00 %

A mint a tapasztalati képletből láthatjuk, az ásvány bázisos alumíniumphosphát, tehát a wawellit, fischerit stb. csoportba tartozik; sajátosságai és chemiai összetétele az eddig ismert bázisos *Al*-phosphátokétól eltérők, csupán alacsony fajsúlya csaknem megegyező az evansitéval, de keménysége az említett bázisos phosphátok sorozatában a legkisebb.

A megelőzőkben leírt új ásványt lelethelye után *vashegyit*-nek nevezem el. Ez ideig tehát Vashegyről három alumíniumphosphátot ismerünk, a melyek a phosphortartalmú limoniton¹ vagy annak közelében fordulnak elő, ezek az evansit,² a variscit és a vashegyit.

A már fentebb említett sárgásfehér, porhanyós, csaknem lisztszerű anyag savakban szintén könnyen oldódott, de több mint 14% oldhatlan rész maradt vissza, a mely túlnyomó mennyiségben kvarcz. Az anyag tisztátalansága és csekély mennyisége miatt a fajsúlyt, a vasoxydot és az alkáliákat nem határozta meg LOCZKA.

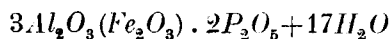
¹ EISELE G.: Gömör és Kishont törv. egyesült vármegyék bányászati monographiája. Selmezbánya, 1907. 188. l.

² Philosoph. Magazine. 1864. 28. 341. l.

Az elemzés eredménye:

$Al_2O_3(Fe_2O_3)$	29·44 %
CaO	nyomok
P_2O_5	27·28 %
H_2O	29·15 "
Oldhatlan maradék	14·62 "
	<hr/>
	100·49 %

Az oldhatlan maradék levonása után



képlet állapítható meg.

	Talált:	Számított:
$Al_2O_3(Fe_2O_3)$	34·45 %	34·19 %
CaO	nyomok	—
P_2O_5	31·93 %	31·68 "
H_2O	34·11 "	34·13 "
	<hr/>	<hr/>
	100·49 %	100·00 %

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 február 15.-én tartott üléséből.)

ADATOK AZ ALKOHOLOK ÉLETTANI HATÁSÁNAK ISMERETÉHEZ.¹

VERZÁR FRIGYES-től.

A RICHARDSON-fele törvény szerint az egyvegyértékű alkoholok élettani hatása annál erősebb, mennél magasabban állanak a homolog sorban. E törvény alól azonban több szerző szerint kivételt tesz a methylalkohol, a mely állítólag erősebben hat, mint a magasabbrendű æthylalkohol.

KUNKEL így ír méregtanában: «Számos kísérlet alapján azt a törvényt találták, hogy az egyvegyértékű alkoholok hatásának intenzitása az atomsúlylyal növekszik; csak a methylalkohol kivétel; ismételt alkalmazáskor mérgeesebbnek mutatkozik, mint valamennyi más alkohol».

A különböző szerzők adatai azonban hol az æthyl-, hol a methylalkohol erősebb hatása mellett látszanak bizonyítani. POHL például azt találja, hogy szembeötlő hűdéses tünetek létesítésére nagyobb adagok szükségesek a methylalkoholból, mint az æthylalkoholból. Az előbbinek acut mérgehatása tehát gyengébb.

Mások, mint például JOFFROY és SERVEAUX, főleg a methylalkohol-mérgezéskor bekövetkező súlyos utótünetekre utalnak. Aránylag kis dózisok pár napon keresztül adagolva már a 3.—4. napon halálra vezetnek.

DUJARDIN-BEAUMETZ és AUDIGÉ a toxikus æquivalens mennyiséget határozták meg, és ezen az alapon is arra az eredményre jutottak, hogy a methylalkohol a mérgeesebb.

¹ A tübingeni egyetem élettani intézetében készült dolgozat.

Viszont az ő adataik átszámításával HANS BREYER éppen fordított eredményre jut, úgy hogy nem az abszolút, hanem az æquimolekulás mennyiségeket hasonlítja össze.

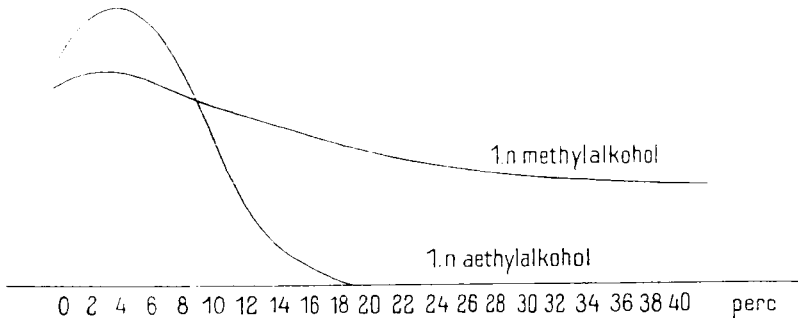
Az alkohol tudvalévőleg nemcsak egy szerv electiv mérge, hanem mint általános narkotikum valamennyi élő szövetre hat. Ez az oka annak, hogy a typosos alkoholhatások vizsgálatára alkalmatlan az állatkísérlet, a hol a legkülönbözőbb szervekre gyakorolt hatások kombinálódhatnak egymással. Éppen ezért kell különös fontosságot tulajdonítanunk azoknak a vizsgálatoknak, a melyeket nem az egész szervezeten, hanem egyszerű szöveteken, például idegen, csillószőrön, egysejtűeken végeztek. A kérdésnek tisztázódását ebből az irányból várhatjuk. Az így végzett vizsgálatok közül BLUMENTHAL kivágott békaizmon végzett kísérletei látszólag azt bizonyították, hogy a methyllalkohol előbb öl, mint az æthylalkohol.

Ezzel szemben DOLD szíven, BREYER csillóhámán és motoros idegen, RATHER pedig érző idegen a RICHARDSON-féle törvénynek megfelelő viselkedést látott. Ezért mindenekelőtt BLUMENTHAL kísérleteit kívántam megismételni, hogy aztán esetleg megmagyarázhaszam a methyllalkohol paradox viselkedését.

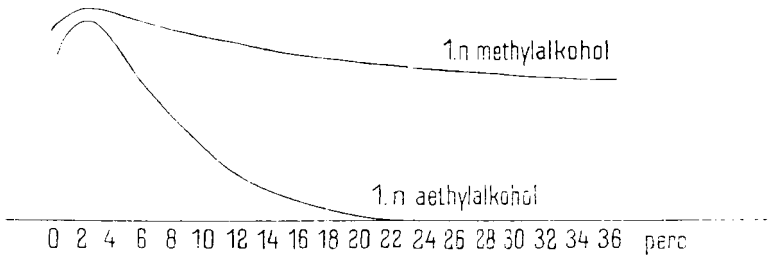
A kísérleteket békákon 1908 nyarán végeztem. Különböző nagyságú frissen fogott *Rana esculentát* és kevés *Rana fuscát* használtam. A legtöbb kísérletet a sartoriuson végeztem, de az összehasonlítás kedvéért használtam egyéb izmokat is. Rendszerint az egyik oldali izmot normális állapotban, azaz Locke-oldatban, a másikat pedig alkoholos Locke-oldatban vizsgáltam. Hosszabb tartamú kísérletekben az edényeket bedugaszoltam és az oldatot időnként megújítottam. Hol a jobb, hol a bal izmot vizsgáltam alkoholban. Izgatáshoz egy 1—2 Leclanché-tól táplált inductorium áramát, maximális áramnyitási ütést és direkt izomizgatást használtam. Valamennyi kísérlet a Grützner-féle isotoniás rugós myographionnal történt. Állandóan direkt izomizgatást alkalmaztam.

Az első kísérletekben csak a methyl- és æthylalkohol párhuzamos hatását kívántam megismerni. E célból olyan eszközt használtam, a melyben a két kivágott izom két egymás melletti edényben volt, ellenben íróik egymás felett írtak a kormozott

hengerre. Az izmok a megfelelő æthyl-, illetve methylalkohol-oldatban voltak és innen 2 percenként körülbelül 20 másodpercze izgatás céljából kiemeltettek. A nagyobbszámú kísérlet közül csak kettőt ragadok ki. Nem rajzolom le az összes rángásokat, hanem egyszerűsíttem úgy, hogy az egyes rángások csúcsait összekötöm. Az így nyert görbe azután képe az izom rángási magasságának azaz ingerelhetőségének minden idő-



1. ábra.



2. ábra.

pillanatban. A görbék kezdete a normális rángási magasságnak felel meg; e rángás után az izom alkoholba került. (1. és 2. ábra.) E kísérletekből tehát az tűnik ki, hogy æquimolekulás mennyiségű methyl- és æthylalkoholt használva (mind a kettő normáloldat volt), az æthylalkoholban lévő izom ingerelhetősége már jóval a methylalkoholos izomé előtt szűnik meg; BLUMENTHAL állítása tehát nem igazolódott be; a methylalkohol lényegesen gyengébben hat, mint az æthylalkohol.

De tekintsük meg közelebbről e görbéket. Azt látjuk, hogy úgy a methyl-, mint az æthylalkohol előbb fokozza az izom ingerlékenységét, de aztán hamarosan alászállítja és végre teljesen megszünteti. Az ingerlékenység növekedésének oka nem az izom idegelemeire gyakorolt hatás, mert ugyanilyen viszonyokat találunk kurarázott békaizmokon is. Az 1. ábra kurarázott, a 2. nem kurarázott békától való. E szerint itt magának az izomállománynak, ideghatástól független reactiojáról van szó.

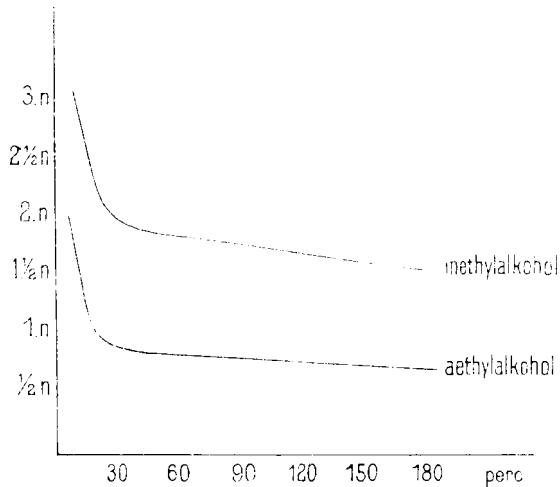
Más tekintetben is érdekes az ingerlékenységnek ez az emelkedése, a mely még erős, hamarosan ölü (helyesebben narcolizáló) oldatoknál is meg van. Újabban ismételt hangoztatták, hogy az alkohol nem hat excitálóan, hanem csakis bénítóan, a mit különösen az idegrendszerre vonatkoztattak. Az izgalmi hatásokat ezek szerint a gátló hatások elmaradása magyarázza. BUNGE azonban az alkoholnak ezt a hatását egészen általánosítja: «Az alkohol egyáltalán csak bénítólag hat». Érthetetlen azonban, hogy az alkohol bénító hatása miképen okozhatná itt az izom ingerlékenységének fokozódását. E szerint ezek a görbék is az alkohol kezdeti izgató hatása mellett bizonyítanak.

A továbbiakban azután azt iparkodtam eldönteni, hogy mennyi idő alatt ölik meg az izmot, illetőleg szüntetik meg az ingerelhetőséget az alkoholok különböző concentratiói, hogy ebből a methyl- és æthylalkohol hatáserősségének arányát megállapítsam. E célból az izmokat a megfelelő alkoholos Locke-oldattal megtöltött eprouvettába tettem. Időnként azután kivettem és myographionnal megvizsgáltam, hogy ingerelhető-e még. Itt is kitűnt, hogy a methylalkohol sokkal gyengébben hat, mint az æthylalkohol. Feltűnt továbbá, hogy az alkoholok mérgeessége nem halad párhuzamosan a concentratióval, hanem egy bizonyos concentratiótól kezdve hirtelen erősen növekszik.

Ezt a sajátságos viselkedést érzékíti a 3. ábra. Az abscissán megjelöltem az időt, a mely alatt az alkohol öl, az ordinátán pedig az alkohol concentratióját. Az így nyert görbe egy helyen hirtelen megtörik. Van tehát egy «határconcentratio», a melynél az alkohol mérgeessége hirtelen növekszik. Ez a methylalkoholnál $2 \times n$, az æthylalkoholnál $1 \times n$. Ha e concentratiónál tömé-

nyebben használjuk az alkoholokat, akkor gyorsan, 15—20 perc-nél rövidebb idő alatt ölnék. Ha csak kevéssel higitjuk, akkor egészen aránytalanul hosszabb ideig él az izom. Végül elérünk olyan higitást (æthylalkoholnál $\frac{1}{4} . n$, methylalkoholnál $1 . n$ alatt), a mely alig befolyásolja az izom élettartamát. Bennük az izmok élének akár 24—36 óráig, szóval — mondhatjuk — addig, a meddig tiszta Locke-oldatban élnek.

Teljesen hibás értékeket kaphatnánk tehát a mérgeesség arányának kifejezésére, ha mint az a kémiai testek élettani



3. ábra.

hatásának megbirálásakor szokás, egyszerűen æquimolekulás oldatokat állítanánk egymás mellé. Így megtörténhetne, hogy összehasonlitanánk egy a határérték felett és egy a határérték alatt fekvő koncentrációt és így a legkülönbözőbb értékeket kapnók. Az $1\frac{1}{2} . n$ methylalkohol a «határconcentratio» alatt, a $1\frac{1}{2} . n$ æthylalkohol pedig felette fekszik. A kettőt egymás mellé állítva óriási arányszámot kapnánk, ha azonban a két alkohol határconcentrációját hasonlítjuk össze, a melyeknél tehát hirtelen mérgező hatásuk kezdődik, akkor azt találjuk, hogy $1 . n$ æthylalkohol = $2 . n$ methylalkohol; az arány tehát olyan mint 1 : 2.

FÜHNER és NEUBAUER a két alkohol mérgeességének arányát hámolysises hatásukból határozta meg és az arányt 1:2·3-nek mondja. FÜHNER tengeri tuskés petéinek fejlődésénél 1:3, RAETHER a corneán 1:3, érző bőridegvégződéseken 1:2, DOLD izolált békaszíven 1:1¹/₃-nak mondja a hatás erősségének arányát.

A hatás ideje és a concentratio közötti arányt kifejező görbének ilyen sajátosságos megtörését, egy határconcentratio létezését az izomra leírta már BAXT a kénsavnál és RAETHER az amylalkoholnál. BAXT ezt úgy iparkodott megmagyarázni, hogy itt talán a különböző concentratiók diffusio sebességeinek különbségei szerepelnek, a mi azonban egészen valószínűtlen.

Azt hiszem, hogy e viszonyokat megmagyarázza HANS MEYER alkohol-narkózis-elmélete. Ő is határconcentratiót ír le békaporontyok narkotizálásánál. 1%-os æthylalkohol-oldatban akár napokig is élnek, 2%-os-ban pedig 1—2 percz alatt teljesen elbódulnak. Szerinte ez azt bizonyítja, hogy az általános narkotikumok okozta narkózisoknál nem a sejt anyagára gyakorolt chemiai hatásokról, hanem csak physikális állapotának megváltozásáról van szó. Az alkohol izomhatása is mindenesetre narkózis hatás, a mit már az is bizonyít, hogy az alkoholban ingerelhetlenné vált izom Locke-oldatban újra feléled. Ezek alapján ez a teljesen más methodikával, más anyagon nyert görbe jól magyarázható H. MEYER hypotézisével.

Azt láttuk, hogy methyl- és æthylalkohol híg oldataiban az izmok ép oly hosszú ideig élnek, mint tiszta Locke-oldatban. Kérdés volt már most az, hogy ha az izmok élettartama nem is változik a híg alkohol hatására, nem mutatkozik-e ezeknek az izmoknak a munkabírásában eltérés? E czélból az izmokat dugóval jól elzárt eprouvettákban a megfelelő oldatban, illetve a másik oldali izmot ellenőrzés kedvéért tiszta Locke-oldatban tettem el. Egy bizonyos idő mulva azután myographionban elfáradási görbéket irattam velük. Kitűnt, hogy már ezek a híg oldatok eleinte növelik az izom munkabírását, különösen az első három órában, sőt egy erős békánál még 10 óra mulva is igen nagy mértékben. Később 13 és több óra mulva, gyenge izmoknál esetleg már 2-3 óra mulva e híg

alkoholoknál is előtérbe lép a bénító hatás és ilyenkor már rosszabban dolgoznak az izmok. Egyformán áll ez a methyl- és æthylalkoholra.

Lehetséges volt ezek után még az is, hogy a methylalkohol az egész szervezetben erősebben hat, mint az æthylalkohol. Ennek az eldöntésére következőképen jártam el: Békáknál a láb idegeit a gerincoszlop mindkét oldalán átvágtam, a mi könnyen lehetséges minden nagyobb vérzés nélkül. Ezután a béka a BASLER-féle békapadra került, gastrocnemiusát kipræparáltam, az Achilles-ínt átvágtam és a myographion horgába akasztottam. A térd köré egy nedves pamutfonalat fektettem, melyet az inductoriummal összekötöttem, míg az áram az Achilles-inon keresztül távozott. Ezután normális elfáradási görbét irattam az izommal. Most levettem a békát, az operált lábát vérzés erkerülése céljából lekötöttem és kis fecskendő segítségével alkoholt adtam a gyomrába. Bizonyos idő múlva azután újra felkötöttem a békapadra és most a másik láb gastrocnemiusával irattam ugyanazon módon mint azelőtt elfáradási görbét.

E kísérletek az eddigiekhez hasonló eredményeket adtak. A methylalkohol acut hatása az egész szervezetre is gyengébb, mint az æthylalkoholé. Egyforma hatások elérésére több methylalkohol, mint æthylalkohol szükséges. Sok alkohol (pl. $\frac{1}{50}$ békasúly æthylalkohol) gyorsan bénít, kevés alkohol (pl. $\frac{1}{200}$ békasúly methylalkohol) sokáig izgatólag hat és csak órák multán áll be bénulás. Hasonló kísérleteket végzett æthylalkohollal már SCHEFFER. Igen kevés, $\frac{1}{1000}$ békasúly alkoholt adott állatainak. Ő is leírja az alkohol kezdeti izgató és későbbi bénító hatását, hozzáfűzi azonban, hogy ez a típusos alkoholhatás kurarázott állatokon kimarad. Már az előbbi, kivágott békaizmokon végzett kísérleteim alapján kételkednem kellett ebben és kontroll-kísérleteimben nem is igazolhattam be SCHEFFER állítását; a kurarázott állatok ugyanúgy viselkedtek, mint a nem kurarázottak. Lehet, hogy az eltérés oka az, hogy én sokkal nagyobb alkoholmennyiséget adtam, mint SCHEFFER.

Kísérleteim nem vonatkoznak *chronikus* mérgezésekre, melyekben az irodalmi adatok szerint a methylalkohol erősebben

hat, mint az æthylalkohol, de ennek mindenek szerint az az oka, hogy a methylalkohol a szervezetben erősen mérgező anyagokká alakul át.

Megmagyarázásra szorul azonban BLUMENTHAL állítása, a ki a kivágott izommal is mérgesebbnek találta a methyl-, mint az æthylalkoholt. Szinte bizonyosra vehetjük, hogy BLUMENTHAL fertőzött methylalkoholt használt. A methylalkohol leggyakoribb fertőzései a formaldehyd, acetón és hangyasav. Ezek közül körülbelül, mint külön kísérletekben meggyőződtem, 20—30 percz alatt megöli az izmot:

- 1. *n* (5·8%) acetón (Locke-oldatban),
- $\frac{1}{100}$ *n* (0·03%) formaldehyd (Locke-oldatban),¹
- $\frac{1}{100}$ *n* (0·046%) hangyasav (Locke-oldatban).

E szerint az acetón, a mely a methylalkohol leggyakoribb fertőzése nem lehet az oka a nagyobb mérgezőségnek, mert igen nagy mennyiségben kellene jelen lennie, hogy hathasson. A hangyasavfertőzés ritkább és ezért az állítólagos erősen mérgező hatást elsősorban a formaldehydnek kell tulajdonítanunk, a melyből, a mint látjuk, már igen kevés elegendő, hogy a methylalkoholt igen mérgezővé tegye.

A szervezetben a methylalkoholból hangyasav, majd pedig formaldehyd lesz s ennél fogva az erős mérgező hatást elsősorban e testeknek tulajdoníthatjuk.

Eredményeimet a következőkben foglalom össze:

1. A methylalkohol a kivágott izomra a RICHARDSON-féle törvénynek megfelelőleg gyengébben hat, mint az æthylalkohol.

2. A hatás erőssége nem arányos a koncentrációval, hanem egy határértéknél hirtelen növekszik. Ez a határérték, a melynél az izom körülbelül 15 percz alatt elbódul, az æthylalkoholnál 1. *n*, a methylalkoholnál 2. *n*.

3. Ebből a két alkohol mérgezőségének aránya 1 : 2.

¹ Csak mellékesen akarom itt megjegyezni, a mi tudtommal még nem ismeretes, hogy a formaldehydben tartott izom ingerlésre typosus «veratrin» görbét ír.

4. Az alkohol kezdetben mindig izgatólag hat, a mennyiben az ingerelhetőséget növeli.

5. Igen hig koncentrációk alig vagy egyáltalán nem befolyásolják az izom élettartamát. Mind a mellett hatnak az izomra, minthogy ez órákon keresztül jobban, később azonban rosszabbul dolgozik mint a normális izom.

6. Az élőben is acut mérgezéskor gyengébben hat a methylalkohol, mint az aethylalkohol.

7. Sok alkohol már rövid időn belül leszállítja az élő állat izmának munkabírását. Kisebb alkoholmennyiség, de mindenesetre jóval nagyobb, mint a mekkorát SCHEFFER használt, órákon keresztül növeli.

8. Ugyanigy van ez kurarázott állatokon és izmokon is. Ez tehát magának az izomállománynak a reakciója, nem az idegé.

Irodalom.

- KUNKEL: Handbuch der Toxikologie. Jena 1893. 402. oldal.
 POHL: Arch. f. exp. Path. u. Pharm. 31. 1893. 281. oldal.
 JOFFROY & SERVEAUX: Archiv de méd. exp. Nr. 4. 473. oldal.
 DUJARDIN BEAUMETZ & AUDIGÉ: Recherches expérimentales sur la puissance toxique des alcools. Paris 1879.
 BREYER H: Diss. Tübingen 1903.
 BLUMENTHAL: Pflügers Archiv 62.
 DOLD: Diss. Tübingen 1906.
 RAETHER: Diss. Tübingen 1905.
 BUNGE: Lehrbuch der physiol. u. pathol. Chemie. 4. kiadás, 1898. 131. oldal.
 FÜHNER & NEUBAUER: Zentralblatt f. Physiologie XX. 4.
 FÜHNER: Arch. f. exp. Pathologie u. Pharm. 51.
 BAXT idézve RAETHER után.
 H. MEYER: Arch. f. exp. Path. u. Pharm. 42.
 BASLER: Pflügers Archiv. 122. 1908.
 SCHEFFER: Arch. f. exp. Path. u. Pharm. 44. 1900.

VIZSGÁLATOK A GÁZOK BELSŐ SURLÓDÁSÁRÓL.

ZEMPLÉN GYŐZŐ 1. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

TARTALOMJEGYZÉK.

1. §. Bevezetés : a gázok belső surlódási együtthatójának meghatározására szolgáló eddigi kísérleti módszerek méltatása és egy új módszer alapelvei.

2. §. Az eltérítési módszer elmélete kis sebességek esetén.

3. §. A kísérletek leírása. *a)* Az eszköz. *b)* A forgási idő meghatározása. *c)* A kísérletek anyaga. *d)* Az eszköz állandóinak meghatározása. *e)* A felfüggesztési drótok. *f)* A kitérés megfigyelése.

4. §. A kísérletek eredményei. *a)* Részletes példák. *b)* A kísérleti eredmények táblázatos áttekintése. *c)* A száraz levegő surlódási együtthatója különböző sebességeknél. *d)* A nedves levegő surlódási együtthatója. *e)* A gázban keletkezett surlódási hő.

5. §. Függelék : kiegészítő megjegyzések a lengő gömbhéj elméletéhez. *a)* A mozgás meghatározása a gömbhéj belsejében. *b)* A mozgás meghatározása a gömbhéjon kívül. *c)* A surlódás forgató nyomatékának kiszámítása.

6. §. Összefoglalás.

1. §. Bevezetés : a gázok belső surlódási együtthatójának meghatározására szolgáló eddigi kísérleti módszerek méltatása és egy új módszer alapelvei.

A gázok belső surlódási együtthatójának meghatározására eddig két lényegesen különböző módszert alkalmaztak : vagy egy forgási test csavarodási lengéseit figyelték meg a kérdéses gázban, vagy pedig a gáznak vékony csöveken való átáramlását vizsgálták meg. Ez utóbbi módszernél ismeretesnek tételezik

fel a surlódási együttható nyomással való változásának ismeretét, ez tehát nem tekinthető abszolút módszernek; maradnak tehát a csavarodási lengések megfigyelései. A mint már régebbi dolgozataimban¹ kifejtettem, e módszereknél csak akkor van kilátás a feladatnak szigorú matematikai tárgyalására, ha a gázban lengő forgási test alakja olyan, hogy egyenlete egyszerű analitikai alakban fejezhető ki. Ez okból az eddig szokásos korongtól és hengertől eltérően egy gömbhéj csavarodási lengéseit vizsgáltam meg,² lehetőleg tekintetbe véve a hasonló mérések-nél támadó összes zavaró körülményeket, a melyek közül leg-lényegesebb a felfüggesztésre szolgáló drót belső surlódása.

Az eredmény azonban mégsem volt arányban a kifejtett fáradsággal, a mennyiben a surlódási együtthatót legfeljebb egy százaléknyi pontossággal sikerült meghatároznom. Ez azonban az összes lengési megfigyelések közös fogyatékosága: a lengési módszereknél ugyanis szükségünk van a lengő rendszer lengései csillapodásának meghatározására, meg kell tehát határozunk két egymás után következő szögamplitúdónak állandó viszonyát, az ú. n. *csillapodási tényezőt*. Igen gondos kísérletekben sikerül a csillapodási tényező állandóságát $\frac{1}{10,000}$ -részig biztosítani és a tényezőt ugyancsak $\frac{1}{10,000}$ -rész pontossággig valóban meghatározni. A számításokban azonban nem ez a csillapodási tényező, hanem ennek természetes logaritmusa szerepel, az ú. n. *logarithmusos decrementum*, a csillapodási tényező (k) pedig gázokkal végzett megfigyeléseknél 1-hez közel-álló szám: $1+x$, már pedig első közelítésben:

$$\lambda = \lognat k = \lognat(1+x) = x.$$

¹ Math. és Phys. Lapok 10. k. (1901), bölcészetdoktori értekezés; Math. és term.-tud. Értesítő 19. k. 399—404. l. (1901); Math. und naturw. Berichte aus Ungarn 19. k. 74—81. l. (1901); Math. és term.-tud. Értesítő 23. k. 561—581. l. (1905); Math. und naturw. Berichte aus Ungarn 23. k. 202—224. l. (1905); Annalen der Physik 19. k. 783—806. l. (1906). — A következőkben az idézetek ezen Értesítő 23. kötetében megjelent dolgozatomra vonatkoznak.

² L. e. dolgozat 5. §-át is.

Az én kísérletemben x körülbelül 0.01 volt, hiába határoztam meg tehát $\frac{1}{10,000}$ pontossággal a k -t, x maga — a melyből a surlódási együttható kiszámítandó — csak $\frac{1}{100}$ -részig pontos és a surlódási együttható sem lesz pontosabb. Lehetne arra gondolni — a mint azt előző dolgozataimban¹ fejtegettem — hogy a felfüggesztési drót alkalmasabb választásával a lengési időt növeljük, a mi által x is nagyobbodik, ez irányban azonban kedvezőtlen tapasztalataim vannak: a platinánál nagyobb hordképességű nikkelin, új ezüst és egyéb ötvények belső surlódását ugyanis az idővel igen nagy mértékben és szabálytalanul változóknak találtam. Végre x még oly módon is nagyobbítható volna, hogy kisebbnek vesszük a surlódó gázréteg vastagságát; ez által azonban a réteg vastagsága lesz kevésbé pontosan meghatározható, a tökéletlen cenztrálástól származó hibák növekszenek, szóval a mit a vámon nyerünk, elveszítjük a réven.

E körülmények készítették arra, hogy a lengések csillapodásának megfigyelésén alapuló módszereket teljesen elhagyjam és a surlódási együttható meghatározását egészen más módszerrel kíséreljem meg, a mely módszernél a lengési kísérletek ezen eredendő hibája nem mutatkozik.

E módszer alap gondolata a következő: függesztünk fel vékony fémdrótra egy gömböt és vegyük ezt körül egy vele koncentrikus gömbhéjjal, a melyen fölül keskeny nyíláson a fémdrót áthaladhat, a nélkül, hogy a gömbhéjat érintené. A külső gömböt most forgassuk egyenletesen a felfüggesztési drót körül. A gázréteg, a mely a felfüggesztett gömb és a forgó gömbhéj közti teret betölti, belső surlódása folytán a függő gömbre forgató nyomatékot gyakorol, a mely — a külső gömb forgása egyenletes lévén — a függő gömböt a drót körül állandó szöggel elforgatja. A drót csavarodási állandóját ismerve, az elfordulási szögből meghatározhatjuk a surlódási forgató nyomatékát, ebből pedig — ha a gömb forgási sebességét lemérjük — kiszámíthatjuk a surlódási együtthatót.

¹ L. ezen Értesítő 23. kötetének 579. lapját.

Ezen eljárásnak, a melyet talán *eltérítési* eljárásnak lehetne nevezni, több lényeges előnye van a lengési módszerek felett:

1. Az eljárás aránytalanul pontosabb értéket szolgáltat a surlódási együtttható számára mint a lengési módszerek.

2. Az eljárás teljesen független a drót belső surlódásától, a mely a lengési módszereknél sohasem küszöbölhető ki teljesen.

3. Az eljárás aránytalanul hamarabb vezet célhoz, mint a hosszadalmas és fárasztó lengési megfigyelés.

4. A számítás — legalább is a külső gömbhéjnak kicsiny forgási sebessége mellett — rendkívül egyszerű, míg a lengési módszereknél a számítás igen fáradságos.

5. Az eljárás módot nyújt arra, hogy a surlódási együttthatónak a gáz sebességétől, illetve a sebességi gradienstől való függését megvizsgáljuk, a miről a lengési kísérleteknél, a melyeknél a sebesség folyton változik, nem lehet szó.

6. A jelenség nagyon szemléletesen mutatja a belső surlódás szerepét a gázok mozgásánál, és, minthogy a gömb elfordulása igen rövid idő alatt bekövetkezik és könnyen meghatározható, a jelenség előadásban is bemutatható, már pedig eddig a gázok belső surlódására vonatkozó mennyiségi előadási kísérletet nem ismerünk.¹

A továbbiakban ezen eljárás matematikai elméletét adom úgy arra az egyszerűbb esetre nézve, midőn a sebességi összetevők és gradiensek másodfokú kifejezéseit elhanyagoljuk, valamint arra az esetre, midőn e kifejezéseket megtartjuk. Itt közlöm továbbá a levegő surlódási együttthatójára vonatkozó eddigi méréseim eredményét, melyek eddig ama sebességi közre vonatkoznak, a melynél a külső gömbhéj egy körülfordulásának ideje körülbelül 300 másodperctől 3 másodpercig változik, megjegyezvén, hogy szándékozom vizsgálataimat még nagyobb sebességekre is kiterjeszteni, és a hydrodynamikai alapegyenletek érvényességi határait keresni, a mivel a Magyar Tudományos

¹ Végre még megemlítem az eljárásnak amaz előnyét — a mely természetesen csakis az én esetemben jön számba —, hogy a régi eszközt jelentéktelen módosítással alkalmassá lehetett tenni az új módszerrel való kísérletezéshez.

Akadémia az 1908. évi RÓZSAY-féle nyílt pályázat alkalmából kegyeskedett megbízni.

Az eltérítési módszer alapelvét megtaláljuk már előző kísérleteknél, a melyek azonban cseppfolyós testek belső surlódásának megvizsgálásánál nyertek alkalmazást. Megjegyzendő, hogy a cseppfolyós testek belső surlódási együtthatója körülbelül 60—100-szor akkora, mint a gázoké s így az utóbbiak pontos megvizsgálásához körülbelül százszor oly érzékeny kísérleti berendezésre van szükség. Az összes eddigi kísérletekben azonkívül sokkal nagyobb forgási sebességeket alkalmaztak, mint a következőkben leírt méréseknél, úgy hogy a sebességi összetevők magasabb hatványainak elhanyagolásáról szó sem lehetett.

A legrégebb közlemény e tárgyban B. ÉLIE-től származik, egyetlen oldal a *Journal de Physique* 1882. évfolyamában (225. l.); ő egy gömböt töltött meg vízzel és vele koncentrikusan elhelyezett egy másik gömböt és ezt a belsőt hozta egyenletes forgásba, másodpercenként 2—10 forgást végeztetve vele. Természetesen ily nagy sebességek mellett az a képlet, a melyet a sebességek másodfokú tagjainak elhanyagolásával nyerünk, már egyáltalában nem érvényes és ÉLIE valóban igen változó értékeket kap a surlódási együtthatóra, ezek közül azonban egyet sem közöl és hivatkozva a belső gömbnek nem eléggé egyenletes forgására lemond arról, hogy abszolút értékeket határozzon meg.

Egészen hasonló eredményre jut C. BRODMANN is,¹ a ki egy felfüggesztett gömböt helyezett egy másik gömbbe, közbe helyezte a folyadékot és a külső gömböt forgatta; BRODMANN-nál a külső gömbnek egy körülfordulása 3·19 sec. és 0·80 sec. között változott, a forgási sebesség tehát itt is igen nagy és az egyszerű képlettel számított surlódási együttható valóban 250-től 402-ig változik. Megjegyzendő, hogy még ily nagy sebességek mellett is víznél BRODMANN csupán 15·8 és 101 mm. kitérést kap egy 2290 mm. távolban elhelyezett skálán. BRODMANN el is hagyja e módszert és egymásba helyezett hengerekkel próbálkozik meg, a melyeknél a differenciálegyenletek elhanyagolás

¹ Wied. Ann. 45, k. 159. l. (1892).

nélkül integrálhatók, *de csakis végtelen hosszú hengerek esetén*, a hengerek széleinek zavaró hatása azonban nem vehető pontosan számításba és így ez az eljárás sem alkalmas szigorú vizsgálatokra.

A hengeres módszert már előbb M. COUETTE¹ is alkalmazta, bár igen tökéletlenül, minthogy 14 cm. sugarú és 7 cm. magas hengereket alkalmazott, mit sem törődve a szélek zavaró hatásával; COUETTE is nagyon nagy sebességekkel dolgozott (50-tól 800 forgásig percenként) és nem adott abszolút értékeket, csak a surlódási együtthatónak a sebességgel való változását vizsgálta meg. Eszközével a levegő surlódási együtthatójának a sebességgel való változására nézve is végzett méréseket, azonban mérései nem tekinthetők megbízhatóknak a hengerszélek hatása miatt. A hengeres módszerrel végzett méréseket cscppfolyós testeken még E. R. DREW is² másodpercenként 4, 6 és 8 forgás mellett.

2. §. Az eltérítési módszer elmélete kis sebességek esetén.

Oldjuk meg a következő feladatot (l. az 1. rajzot).

Adva van két koncentrikus gömb: sugaraik r_2 , illetve R . Közös középpontjukba helyezzünk el egy derékszögű koordináta-rendszert, melynek pozitív z tengelye függőlegesen fölfelé mutat.

A két gömb közti teret ρ sűrűségű, p nyomású, θ hőmérsékletű gáz tölti be. A külső gömb egyenletesen forog a z tengely körül Ψ szögsebességgel, míg a belső gömb nyugalomban van. Kérdés, mekkora a gáz belső surlódása által a belső gömb felületére gyakorolt forgató nyomatéknak z körüli összetevője, ha a Φ szögsebesség oly kicsiny, hogy a gázban létrejövő mozgás sebességi összetevőinek (u , v , w -nek) másodfokú kifejezéseit az elsőfokúakhoz képest elhanyagolhatjuk?

Ha ismerjük a gáz mozgását a két gömb határolta térben, akkor a kérdéses Φ forgató nyomatékot kiszámíthatjuk (l. idézett dolgozatom 568. lapját), első sorban tehát meg kell oldanunk a gáz mozgásának differenciálegyenleteit a feladatunk

¹ Journal de Physique, II. sorozat, 9. k. 414. l. (1890).

² Phys. Review, 12. k. 184. l. 1901.

megszabta határfeltételek mellett; a differenciálegyenletek, ha γ -val jelöljük a gáz belső surlódásának együttthatóját, a következők:

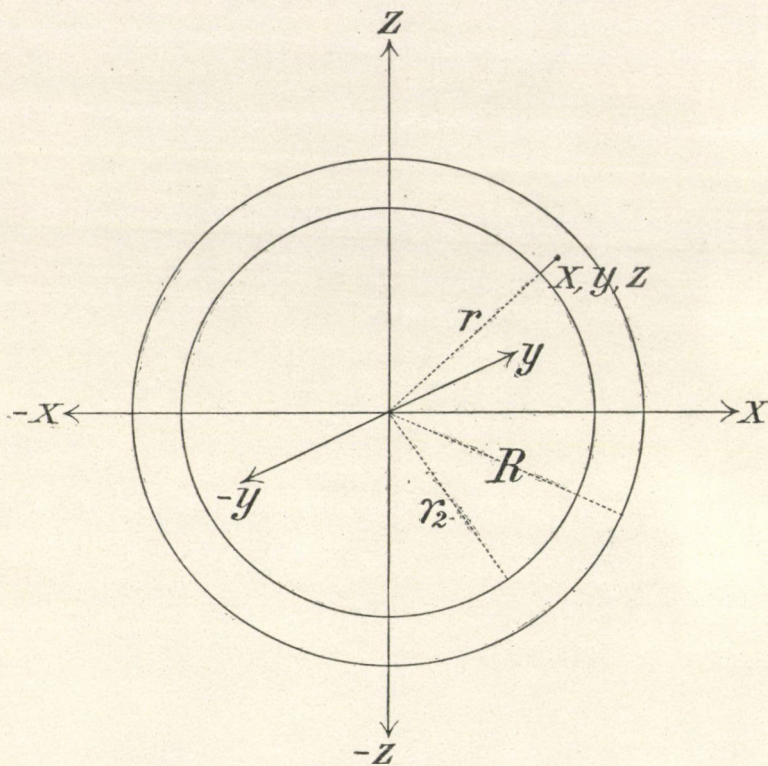
$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \\ &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \left\{ \nabla^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}, \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \\ &= - \frac{\partial p}{\partial y} + \gamma \left\{ \nabla^2 v + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}, \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= \\ &= - \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \left\{ \nabla^2 w + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}, \quad (1) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= 0, \end{aligned}$$

$$p = f(\rho, \theta).$$

∇^2 jelenti itt a $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ operátort, külső erőtől teljesen eltekintettünk, az utolsó egyenlettel pedig a gáz állapotegyenletét jeleztük.

A mi problémánk esetén ezek az egyenletek lényegesen egyszerűsödnek; minthogy a külső gömb mozgása egyenletes, a gázban stationárius mozgásállapot fog bekövetkezni, tehát az összes t szerinti differenciálhányadosok elesnek, elesnek továbbá a sebességek és az x , y , z szerinti differenciálhányadosok másodfokú kifejezései is, de ρ is állandó, minthogy a belső surlódástól származó feszültségek a p nyomást változatlanul hagyják, surlódás nélküli gáz esetén pedig ρ állandó volna, állandó marad e szerint ρ is és a gáz úgy mozog, mint egy összenyomhatatlan folyadék, tehát:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$



1. ábra.

Az (1) egyenletrendszer tehát a következővé alakul át:

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 u &= 0, \\
 \nabla^2 v &= 0, \\
 \nabla^2 w &= 0, \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

A feladat határfeltételeit ama föltevés alapján állítjuk fel, hogy a szilárd testekkel érintkező gágrétegek ugyanazon mozgást végzik, mint maguk a szilárd testek, hogy tehát — a mint az eddigi kísérletek alapján legalább is nem tulságosan kicsiny nyomások mellett jogosan felvehető — *csuszamlás nincs*.

Ez esetben a határfeltételek a következők:

Ha $r=r_2$, akkor: $u=v=w=0$

és ha $r=R$, akkor a szögsebesség:

$$\phi = -\frac{u}{y} = \frac{v}{x} = \Psi \text{ (állandó)}$$

és $w = 0$.

E feltételekből a (2) rendszer alapján azonnal következik, hogy w az egész gázban mindenütt $= 0$, mert $\nabla^2 w = 0$ és az egész határfelületen mindenütt $w = 0$.

A (2) rendszer megmaradó három egyenlete már most általában kielégíthető oly megoldással, a melynél a gáz koncentrikus gömbi rétegei állandó szögsebességgel forognak a z tengely körül és a ϕ szögsebesség a rétegek sugarával változik: ha ugyanis a (2) rendszerbe az

$$u = -\phi(r)y, \quad v = \phi(r)x \quad (\text{I})$$

értékeket helyettesítjük be, akkor ϕ számára a következő egyenletet kapjuk:

$$d^2\phi + \frac{4}{r} \frac{d\phi}{dr} = 0, \quad (3)$$

míg a folytonossági egyenlet azonosan ki van elégítve.

Ezen közönséges differenciálegyenlet általános megoldása a következő:

$$\phi = \frac{a}{r^3} + \beta. \quad (4)$$

Határfeltételeink értelmében:

$$\frac{a}{r_2^3} + \beta = 0,$$

$$\frac{a}{R^3} + \beta = \Psi,$$

innen:

$$a = \frac{r_2^3 R^3}{r_2^3 - R^3} \Psi,$$

$$\beta = \frac{R^3}{R^3 - r_2^3} \Psi,$$

tehát

$$\phi = \frac{R^3}{R^3 - r_2^3} \left(1 - \frac{r_2^3}{r^3} \right) \Psi. \quad (5)$$

Ha a gázban a sebesség eloszlása az (I) alatti egyenleteknek hódol, akkor a belső gömbre ható z körüli ϕ forgató nyomaték (l. az idézett dolgozatomban 563. lapján a (19) képletet)

$$\phi = \frac{8}{3} \pi \eta r_2^4 \left(\frac{d\phi}{dr} \right)_{r=r_2}. \quad (6)$$

Mint hogy pedig:

$$\left(\frac{d\phi}{dr} \right)_{r_2} = \frac{3R^3 \Psi r_2^3}{(R^3 - r_2^3) r_2^4}, \quad (7)$$

$$\phi = \frac{8\pi \eta r_2^3 R^3 \Psi}{R^3 - r_2^3}. \quad (8)$$

Tegyük most fel, hogy a belső gömböt oly fémfonálra függesztettük, a melynek csavarodási nyomatéka τ , akkor, ha a külső gömb Ψ szögsebességű egyenletes forgást végez, annak a föltétele, hogy a belső gömb egyensúlyi helyzetet foglaljon el, a következő:

$$\phi = \tau \vartheta. \quad (9)$$

A (9) egyenletben, a hol ϑ a drót elcsavarodási szögét jelenti, az η surlódási együtthatón kívül csak csupa kísérletileg mérhető mennyiség szerepel: r_2 , R , Ψ , τ és ϑ , η tehát a (9) egyenletből a következő egyszerű képlet alapján kísérletileg meghatározható:

$$\eta = \frac{R^3 - r_2^3}{8\pi R^3 r_2^3 \Psi} \tau \vartheta. \quad (10)$$

Mint hogy a közvetlen kísérlet nem a Ψ szögsebességet, hanem a külső gömb egy körülforgásának idejét, Ω -t szolgáltatja, a τ csavarodási nyomaték meghatározása pedig a rendszer lengési ideje (T) és tehetetlenségi nyomatéka (K) alapján történik, a (10) képletből a

$$\Psi = \frac{2\pi}{\Omega}, \quad \tau = \frac{\pi^2 K}{T^2}, \quad \vartheta = \frac{n}{A} \quad (11)$$

helyettesítések alapján a következő képletet kapjuk:

$$\eta = \frac{(I^3 - r_2^3)K}{16I^3 r_2^3} \cdot \frac{Qn}{T^2 A} = \frac{CQn}{T^2 A}. \quad (12)$$

n -nel jelöltük itt a ϑ szögnek megfelelő, tükörleolvasással észlelt kiütést skálarészekben (természetesen az ívvel arányossá javítva), A -val pedig a skálatávolságot fél skálarészekben mérve.

A (12) képletből látható, hogy az η -ban elkövetet relativ hiba:

$$\frac{\delta\eta}{\eta} = \frac{\delta Q}{Q} + \frac{\delta n}{n} + 2 \frac{\delta T}{T}. \quad (13)$$

A többi mennyiség ugyanis, a mely a (12) képletben szerepel, egyszer s mindenkorra nagy pontossággal meghatározható, a lengési idő T is körülbelül $\frac{1}{20,000}$ -részig lemérhető, a mérés pontossága tehát lényegben n és Q pontosságától függ.

A mint a későbbi mérésekből látható, n rendszerint több száz skálarész; különösen lassú forgásoknál, a melyek előállítására egy igen egyenletesen járó präcisiós óramű állott rendelkezésemre, még a tized skálarészek biztosak, Q is e lassú forgásoknál 0.2, 0.3 ezrelékig pontos, úgy hogy η -t *tulzás nélkül 1 ezrelékig pontosnak tekinthetjük*. A közölt mérési eredményekből is látható, hogy az azonos körülményekre vonatkozó η -k középértéküktől valóban legfeljebb egy ezrelékkel térnek el.

A (12) alatti képlet levezetésekor föltettük, hogy a sebességi összetevők és gradiensek másodfokú kifejezései elhanyagolható kicsinyek. Egyszerű meggondolás mutatja, hogy *e képlet érvényes akkor is, ha a másodfokú kifejezéseket megtartjuk*, a nélkül, hogy az (I) alatti kifejezések, a melyek a sebességi összetevők értékét szolgáltatják, érvényesek volnának ezen általánosabb esetben.

Ha ugyanis ϕ -t, a gáz belső surlódásának a függő gömbre gyakorolt forgató nyomatékát a külső gömb ψ szögsebessége szerint sorba fejtjük, ily kifejezést kapunk:

$$\phi(\psi) = A_1 \psi + A_2 \psi^2 + A_3 \psi^3 + \dots \quad (14)$$

a hol az A -k állandók.

Világos, hogy ha Ψ előjelét megváltoztatjuk, változnia kell Φ előjelének is, abszolút értékének azonban nem, hiszen ha a külső gömböt akár az óramutató irányában, akár ellenkező irányban forgatjuk, a belső gömb egyensúlyi helyzetéből ugyanakkora szöggel fog kitérni csak a kitérés iránya lesz más.

Tehát:

$$\Phi(-\Psi) = -\Phi(\Psi) = -A_1\Psi + A_2\Psi^2 - A_3\Psi^3 + \dots \quad (15)$$

A (14) és (15) csak úgy állhat fenn egyszerre, ha

$$A_2 = 0, \quad A_4 = 0, \dots, \quad A_{2i} = 0. \quad (16)$$

Φ tehát csak a szögsebesség páratlan hatványaitól függ és ha a közelítést fokozva a Ψ^2 -t tartalmazó tagokat is tekintetbe vesszük, Φ -re ugyanazt a képletet kapnók, mint előbb Ψ^2 elhanyagolásával.

E megjegyzés által a (12) alatti egyszerű képlet érvényességi köre jelentékenyen kibővül, mert már csak a Ψ^3 -rendű tagokat hanyagoltuk el.

Ismételve hangsúlyozom, hogy u, v, w amaz értékei, a melyekből Φ -t kiszámítottuk, már nem érvényesek akkor, ha a Ψ^2 -rendű tagokat is megtartjuk.

Φ képletének kiterjesztése arra az esetre, midőn a Ψ^3 -rendű tagokat is megtartjuk, későbbi vizsgálat tárgyát fogja képezni.

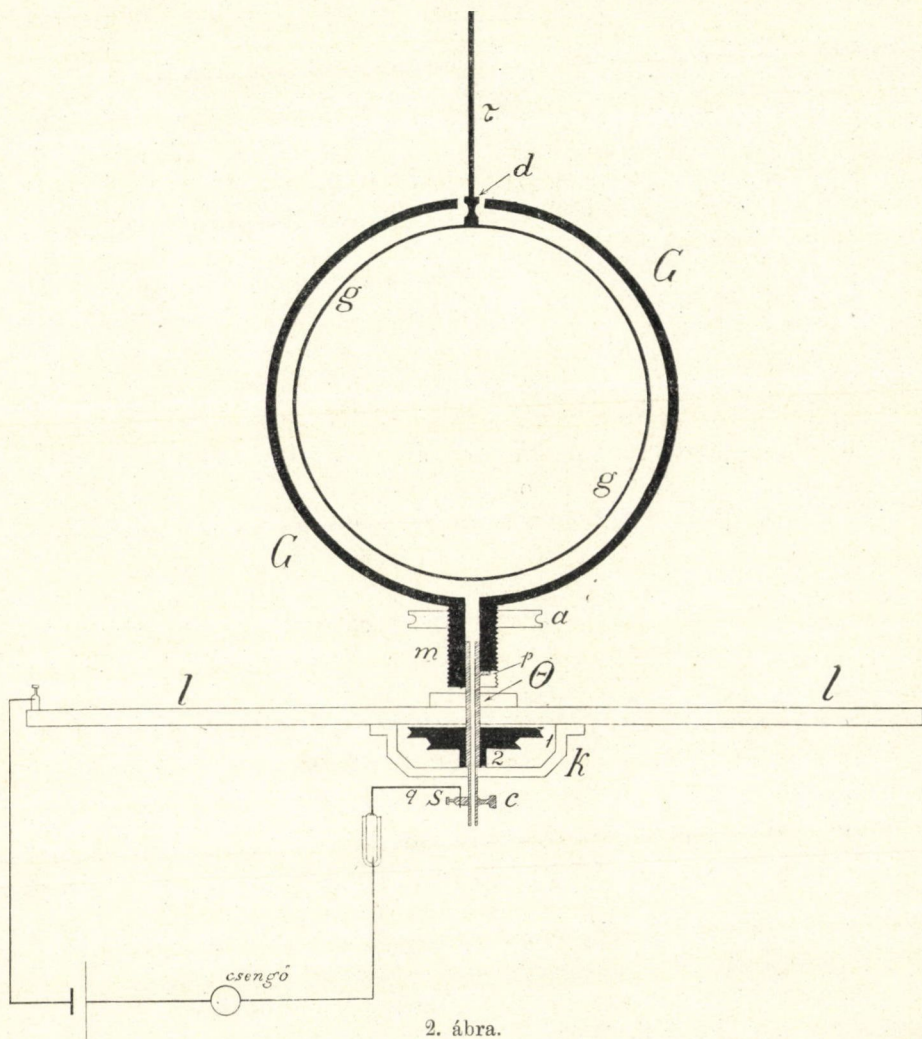
3. §. A kísérletek leírása.

a) Az eszköz.

A kísérletek végzésére kisebb módosításokkal az az eszköz szolgált, a melyet előbbi lengési kísérleteimhez használtam ¹ és a melynek költségeihez a Magyar Tudományos Akadémia matematikai és természettudományi bizottsága jelentékeny mértékben hozzájárult, a miért legyen szabad ismételten őszinte hálámnak kifejezést adni.

Az eszköz lényeges részei: az állítható csavarokon nyugvó

¹ Lásd idézett dolgozatomban 569—576. lapjait és az 572. lapon lévő rajzot.



2. ábra.

l fémlemez (1. a 2. rajzot), a mely négy oszlopon (o) tartja az ε asztalkát. Az asztalka hordja a tükörtokot és az annak folytatását képező γ torsiócsövet és a torsiófejet.

A régi berendezésnél a torsiófejre volt felfüggesztve vékony fémdróttra a g gömbhéj és ezt vette körül concentrikusan

a G nyugvó gömbhéj. A mostani berendezésnél a lengő rész ugyanaz maradt, csak a régi kereszt maradt el róla és az alumíniumhenger, tehát semmi egyébből nem állott, mint a g gömbből, a τ tengelyből, s a tükörből, ellenben a külső G gömbhéjat úgy kellett felszerelni, hogy a drót körül mint tengely körül forgatható legyen. Ezen átalakítások szükségessé tették egy új G gömbhéj készítését, a melyet az érzékenység fokozása céljából kisebbnek vettem, mint a lengési kísérleteknél, úgy hogy a surlódó gázréteg most már csak mintegy fél cm. vastag volt.

E célból az l lemez közepéről (2. rajz) eltávolítottam a β csapot és helyére beköszörültettem a θ tengelyt, a mely közepén át volt furva és alsó végén a c csappal, s szorító csavarral, azonkívül két különböző nagyságú 1 és 2 koronggal volt felszerelve. E korongok szolgálták a forgatás közvetítésére. Hogy a θ tengely forgás közben ne inogjon, az l lemez alá a k erősítő kengyelt alkalmaztam, a mi a tengely vezetését biztosította. A θ tengely az l lemez fölött kis peczekkel volt ellátva (p), a mely a G gömbhéj megerősítésére szolgált.

A két félgömbhéjből álló G -t ugyanis jobbról-balról a g gömbhéj köré lehetett helyezni, mialatt az egyik félgömb megfelelő nyílását ráillesztettem a p peczekre; a két félgömbhéj ú. n. «Bayonett-Verschluss»-szal volt egymásba kapcsolható, azonkívül alsó m részükön, a mely csavarmentel volt ellátva, az a gyűrűalakú csavartokkal összeszorítható. Hogy a két félgömbhéj gyorsabb forgás mellett se váljon szét, egyenlítőjükön még két kampót is alkalmaztam, a melyek a két félgömbhéjat egész szilárdul összekötötték.

A G gömbhéj felső végén 10 mm. átmérőjű nyílást hagytam, a mely a gömbhéjak koncentrikus beállítására szolgált. A g gömbhéj tengelye ugyanis a d dudorodással volt ellátva, a mely úgy volt méretezve, hogy, a mikor a G gömbhéj külső felülete a dudorodás felső felületével egy gömbfelületen feküdt és a dudorodás éppen a G nyílásának közepére esett, akkor a G és g koncentrikusak voltak. A ezentrális beállítás hiányait egyrészt a torsiófejen az egész felfüggesztett rendszer vízszintes eltolásával, azután pedig a C csavarok állításával lehetett

pótolni, és csak akkor volt a beállítás kielégítő, ha a g és G relativ helyzete a G forgása közben sem változott.

Az egész eszközt, úgy mint megelőző kísérleteimben, légmentesen záró fémburával lehetett befödni, a melybe három nyíláson három beköszörült hőmérőt lehetett elhelyezni. Ezek közül az I. hőmérő a torsiófej közelében ért az eszközhöz, gömbje pedig a drót közepe táján volt elhelyezve, a II. és III. hőmérő gömbje pedig a gömbhéjak közelében mutatta a hőmérsékletet, II. a felső, III. az alsó rétegekben. A hőmérők skálája a fémburán kívül állott és kényelmesen le volt olvasható.

A G gömb forgatását az 1 és 2 korongok közvetítésével alkalmas óramű végezte. Kísérleteim legnagyobb részében e célra az egyetemi fizikai intézet tulajdonát képező hatalmas óramű szolgált, a melynek hajtó ereje mintegy 60 kg. súly és a melynél a járás egyenletességének biztosítása a WATT-féle regulátorhoz hasonló centrifugális szabályozóval történik a szabályozó légsurlódásának felhasználásával. Az óramű függőleges tengelyt hozott mozgásba, a melynek egy körülfordulása körülbelül 2 perczig tartott. A tengelyre különböző átmérőjű korongokat lehetett reáerősíteni és így az 1 és 2 korongokra vonatkozó áttételi viszony megváltoztatásával különböző forgási sebességeket előállítani. A korongok összekapcsolását eleinte selyemzsinór közvetítette, később könnyű fémláncz.

Nagyobb forgási sebességek előállítására még egy közvetítő áttételt használtam. Az eszköz mellé a falba erősítettem egy fémkeretet, a mely ugyanazon tengelyre szerelt három különböző átmérőjű korongot hordott.

Íme néhány adat a korongok méreteire vonatkozólag:

A G gömbhéjjal összekötött korongok átmérői:

1. korongé 60 mm, 2. korongé 30 mm.

Az óramű korongjainak átmérői:

I-é 25 mm, II-é 40 mm, III-é 50 mm, IV-é 60 mm, V-é 80 mm.

A közvetítő korongok átmérői:

1'-é 40 mm, 2'-é 80 mm, 3'-é 120 mm.

Az adatok csak hozzávetőlegesek, de pontos értékükre nincs szükség, mert a forgási sebességet közvetlenül a forgó G gömbhéjjal kapcsolt tengelyen mértem le.¹

b) A forgási idő meghatározása.

E célból a forgó gömbhéjnak az l lemez alatt kiálló tengelyét a már említett s szorító csavarral láttam el, a melybe vékony platinasodronyt erősítettem. A mint a rajzon látható, ezen q platinasodrony végén lefelé volt görbítve úgy, hogy forgása közben egy szilárdan felállított m higanymeniscuson futott végig. Az s csavar és az m higanymeniscus között az s' csavar közvetítésével elektromos áramkört létesítettem, a mely zárodott akkor, ha a platinasodrony forgása közben beleért a higanyba és megszakadt, a mint a platinasodrony a higanymeniscust elhagyta. Az áramkörbe lassú forgások esetén elektromos csengőt kapcsoltam: minden körülfordulás alkalmával a csengő megszólalt és a mint a platinasodrony a higanyt elhagyta, elhallgatott. A forgási idők meghatározása úgy történt, hogy chronometeren leolvastam minden körülfordulás alkalmával az áram megszakításának pillanatát: rendszerint húsz egymás után következő ily megszakítási pillanatot jegyeztem fel, a melyekből azután egy forgás idejét úgy határoztam meg, a hogy nagyobb lengési idők mérésekor szokás eljárni: a 11-dik megszakítási időből kivontam az elsőt, a 12-dikből a második s i. t. és így 10 adatom volt a forgási idő 10-szeresére.

Mikor a forgási idő már csak kb. 34 sec. volt, akkor már csak minden második megszakítási pillanatot figyeltem meg és így észleltem 20 megszakítási időt, kaptam tehát 10 adatot a forgási idő húszszorosára, végre a kb. 22 sec.-os forgásoknál csak minden negyedik megszakítást észleltem ugyancsak húszszor egymásután, volt tehát 10 adatom a negyvenszeres forgási

¹ A következőkben az áttétel nemét mindig az összekapcsolt korongok számával jelzem, például IV—1', 3'—1 azt jelenti, hogy az óramű IV korongja volt összekapcsolva a közvetítő rendszer 1' korongjával, ez utóbbi 3' korongja pedig a gömbhéjjal összekötött 1 koronggal. Hasonló a jelentése a gr.—1', 3'—1 áttételnek, a hol a «gr.» grammophont jelent.

időre. A forgási idő kisebbedésével tehát meghatározásának pontossága nem csökkent.

22 sec.-osnál gyorsabb forgásokat az előbb említett órámmal már nem tudtam előállítani. Már a 34 sec.-os forgások alkalmával, midőn az áttételt selyemzsinórok közvetítették, a forgás többször megakadt, mert a zsinórok a korongokon csúsztak. Erre az összes korongokon a vezető felületeket mintegy 2–2 centiméternyi távolságban apró tűskéssel szereltem fel. De még mindig többször megesett, hogy az óra forgott és a gömbhéj a forgást nem követte, vagy pedig, ha a surlódás növelésére a zsinórokat jobban megfeszítettem, az óra állott meg. Sokkal jobb eredményt sikerült elérnem, mikor a selyemzsinórokat fémlánczczal helyettesítettem. Azonban 22 sec.-os forgásoknál gyorsabbakat az órával még sem lehetett előállítani.

Gyorsabb forgások létesítésére egy *grammophon* használtam, a melynek forgását kielégítő mértékben egyenletesnek találtam: a grammophon tengelyére 50 mm. átmérőjű korongot erősítettem és az előbbi áttételeknek fordított alkalmazásával hoztam létre a forgásokat: a grammophon tengelye ugyanis körülbelül egy másodperc alatt végzett egy forgást és így a forgatás lassításáról kellett gondoskodni. A leglassúbb mozgás, a melyet elő tudtam állítani, körülbelül 3 másodperces volt. A forgási idő meghatározására természetesen nem lehetett az előbbi berendezést a csengővel felhasználni, a csengő helyére tehát egy szikrainductor első tekercsét kapcsoltam; így minden körülforgást a második tekercs áramkörébe kapcsolt szikraközön átugró szikra jelzett. A mérés úgy történt, hogy stopper órával meghatároztam előbb közvetlen megolvasással négyszer egymásután 20 forgás idejét. Azután egy szikra átugratása pillanatában megindítottam a stoppert és hagytam járni körülbelül 5–6 perczig: e közben a lengő rendszer fordulópontjait olvastam le. Az 5–6 percz leteltével ugyancsak egy szikra-átugrás pillanatában megállítottam a stoppert. A leolvasott t időről tudtam, hogy egészszámú forgások ideje, ha tehát t -t a 4×20 forgásból meghatározott Ω forgási idővel elosztottam, egész számot kellett volna kapnom; a $\frac{t}{\Omega}$ hányadost a hozzá

legközelebb álló egész számmá kiegészítettem és ezt tekintetem forgási számnak. Ugyanezt az eljárást még kétszer ismételttem 10—12 és kb. 20 perczig járattva a stoppert. Végeredményben tehát a forgási időt kb. 400 forgásból határoztam meg, mint-hogy a stopper $\frac{1}{5}$ sec.-ig pontosan leolvasható, az 1200 sec.-nyi időközben elkövetett hiba (0·4 sec.) az egész időköznek körül-belül $\frac{1}{2}$ ezredrésze, az elért pontosság tehát \mathcal{Q} -ban e számítás szerint 0·5 ezrelék. Valószínű azonban, hogy a tényleg lemért \mathcal{Q} -k a grammophon egyenlőtlen járása miatt mégsem ily pontosak, bár a $\frac{t}{\mathcal{Q}}$ hányadosok rendszerint igen közel állottak valamely egész számhoz, a mi az egyenletes járás mellett tanuskodik. Az egyenlőtlen járás egyik oka az is lehetett, hogy a grammophont a mérés közben többször fel kellett húzni, mert egy felhúzásra csak mintegy öt perczig járt. Mindenesetre az eredmény megbízhatóságát akként iparkodtam biztosítani, hogy a forgási idő és a lengő rendszer kitérésének mérése egy időben történt, úgy hogy a forgási idő esetleges ingadozásai a rendszer kitérésében is észrevehetők. A mint a későbbi mérési adatokból látható a kitérített rendszer egyensúlyi helyzete mindig igen kielégítő mértékben állandónak mutatkozott és az azonos körülmények között meghatározott surlódási együtthatók középértéküktől még e nagyobb sebességek esetén is csak 8—10 ezrelékkal térnek el, a mi visszamenőleg a grammophon tűrhetően egyenletes járásának bizonyítéka.

c) A kísérletek anyaga.

Az eddigi kísérletek anyaga *száraz és nedves levegő* volt.

A száraz levegővel történt mérések előtt mintegy tíz órán át szivattam a szabadból levegőt az eszközön át; az eszköz ugyanis legfelső (a rajzon nem látható) csapján át egy manometerrel és a vizsugárszivattyúval közlekedett, míg az alsó c csapot káliumhydroxydot és calciumchloridot tartalmazó csöveken át a szabad levegővel kötöttem össze. A szárító és tisztító csöveken átáramló levegő így az egész eszközt jól átjárta és különösen tiszta száraz levegővel töltötte meg a két gömbhéj

között lévő réteget, a mely a mérés tárgyát képezte. Az *l* lemezre ezenkívül phosphorpenytoxyddal megtöltött üvegcsészét helyeztem.

A nedves levegővel való töltést eleinte úgy végeztem, hogy a *c* csapot csak egy káliumhydroxydos csővel kötöttem össze (a levegő széndioxydjának elnyeletése végett) és az eszköz belsejébe a phosphorpenytoxydos csésze helyére vízzel telt csészét helyeztem. Ez az eljárás azonban nem mutatkozott alkalmasnak, mert a hőmérséklet ingadozásai és egyenlőtlenségei folytán a csészeből fejlődő vizgőzök az eszköz más részeiben, sőt a lengő gömbhéjon magán is nagy mennyiségben lecsapódtak, és így könnyen tönkre tehettek volna a nagy fáradtsággal és nagy pontossággal készült eszközt. Ezért tehát arról kellett gondoskodni, hogy az eszköz belseje ne legyen közvetlen érintkezésben oly nagy gőzforrással, de azért a surlódó gágrétegnek gőzökkel való telítése biztosítva legyen.

Czélszerűnek mutatkozott a következő eljárás: a szabad levegőt káliumhydroxydos csövön át mosópalaczkba vezettem és kb. 8—10 cm.-es vizoszlopon buborékoltattam át, így jutott a gőzökkel telített levegő a *c* csapon át a két gömbhéj közti rétegbe és az eszköz egyéb részeit is átjárva a vízszivattyúhoz vezető csőbe. A nedves levegőnek órákon keresztül való át-buborékoltatása után biztosak lehettünk, hogy eszközünk vízgőzzel telített levegővel telt meg, különösen, ha még a hőmérséklet a töltéstől a mérésig nagyon kis mértékben csökkent. A mérés után, nehogy az éjjeli órákban bekövetkező hőmérsékletcsökkenés káros lecsapódást hozzon létre, az eszközt a szoba levegőjével átszívás útján jól kiszellőztettem. A nedves levegővel történő mérések ilyenformán sokkal körülményesebbek voltak azoknál, a melyeket száraz levegővel végeztem, mert a míg a száraz levegőnél egy töltés után négy-öt mérést végeztem, addig a nedves levegőnél minden mérés külön töltést és mérés utáni szellőztetést igényelt.

d) *Az eszköz állandóinak meghatározása.*

A (12) alatti képletben, a mely a surlódási együtthatót szolgáltatja, a C állandó szerepel, a melynek értéke:

$$C = \frac{(R^3 - r_2^3)K}{16R^2r_2^3}. \quad (16)$$

Szükségünk van tehát a gömbhéjak külső, illetőleg belső sugarainak R és r_2 -nek, továbbá a rendszer tehetetlenségi nyomatékának pontos ismeretére.

A lengő gömbhéjnak külső r_2 sugara a régebbi méréseimből ismeretes:

$$r_2 = 5.0070.^1$$

A R sugar meghatározását a következő módon végeztem. A G gömbhéj két felét egymásba illesztettem, szorosán összekapcsoltam és mérlegén súlyukat megmértem; azután a gömbhéjat szíinig megtöltöttem destillált vízzel és a vízzel telt gömbhéj súlyát újból lemértem. A két mérlegelés különbsége szolgáltatja egy R sugarú, vízzel telt gömb súlyát, a melyből a R pontosan meg volt határozható. Megjegyzendő, hogy e mérés végzésekor a G gömbhéjra reáerősített tengely még nem volt kifúrva, és a két fél gömbhéj összekapcsolva, alulról teljesen zárt gömbalakú edényt alkotott.

Íme a mérések eredményei:

A gömbhéjak súlya vízzel telve ... 1910.200 gr.

A gömbhéjak súlya üresen ... 1191.168 "

A két mérlegelés különbsége ... 719.032 "

Légüres térre redukálás ... 0.773 "

$$\frac{4\pi}{3} \sigma R^3 = 719.805 \text{ (a milligrammok még biztosak)}$$

$\sigma =$ A destillált víz sűrűsége 24° C-nál: 0.997323,

innen

$$R^3 = 172.301,$$

$$R = 5.56455 \text{ cm.},$$

$$\log \frac{R^3 - r_2^3}{16R^2r_2^3} = 0.131705 - 4. \quad (17)$$

¹ L. idézett dolgozatomnak 580. lapját.

A rendszer tehetetlenségi nyomatékát úgy mértem le, hogy a g gömbhéjat levettem és helyére ama keresztet függesztettem fel, a melyet előbbi méréseimnél alkalmaztam.¹ A kereszt szárain pontos millimeter beosztásra kis sárgaréz súlyokat függesztettem fel: a súlyok két különböző helyzete mellett megfigyeltem a lengési időket s ebből meghatároztam a drót csavarodási nyomatékát τ -t. Ismerve τ -t, meghatároztam K -t úgy, hogy a keresztet levettem, helyére visszatettem a gömbhéjat és lemértem a rendszer lengési idejét.

Több hasonló mérés K számára a következő értéket szolgáltatta:

$$K = 4274 \cdot 22. \quad (18)$$

Innen:

$$\log C = \log \frac{(R^3 - r^3) K}{16 R^3 r^3} = 0 \cdot 762562 - 1. \quad (19)$$

A surlódási együttható számára tehát a következő képletet kaptam:

$$\log \eta = 0 \cdot 762562 - 1 + \log \Omega + \log n - \log A - 2 \log T. \quad (20)$$

e) *A felfüggesztési drótok.*

Hogy a surlódási együtthatónak igen lassú mozgásokra vonatkozó értékeit meghatározhasam, lehetőleg kicsiny csavarodási nyomatékkal bíró drótot kellett alkalmaznom, hogy még igen kicsiny forgási sebesség mellett is nagy kitérési szöget kapjak. A lengő rendszer tömege azonban körülbelül 300 gramm volt, úgy, hogy a drót hordképességének elég nagynek kellett lennie. Hogy ily nagy hordképesség mellett még lehetőleg kis csavarási nyomatékot kapjak, EÖTVÖS LORÁND báró tanácsára közvetlenül egymás mellé helyezve két egyenkint 0·04 mm. vastag phosphor-bronzdrótot, végeiket összeforrasztottam és e kettős drótra függesztettem a gömbhéjat. Az ily kettős drót hordképessége ugyanis kétszer akkora, mint egy egyszerű dróté és csavarási nyomatéka is csupán kétszer akkora mint az egyszerű dróté, míg ha egyetlen oly drótot veszek ugyanazon anyagból, a melynek hord-

¹ L. idézett dolgozatomnak 573. lapját.

képessége kétszer akkora, mint az egyszerű dróté, annak csavarodási nyomatéka négyszerese az egyszerű drót csavarási nyomatékának. Ezen eljárással tehát éppen félakkora csavarási nyomatékot kapunk, mint egyetlen drót alkalmazása mellett. Megjegyzendő, hogy több vékony drót összefogásával az eredmény még kedvezőbbé tehető.

Az én céljaimnak már ez a kétszeres drót is teljesen megfelelt, a mennyiben 283 másodperces forgásnál egy 1700 mm. távolságban elhelyezett skálán több mint 200 kettős milliméternyi kiütést kaptam. A rendszer lengési ideje kb. 328 sec. volt, a miből $\tau = 0.4$ adódott ki. Figyelemreméltó egyrészt a drót csekély csavarási momentuma aránylag nagy hordképesség mellett, másrészt az aránylag nagy kitérés, a melyet a módszer még oly lassú mozgások mellett szolgáltat, a melyeknél egy körfordulás kb. 5 percig tart. Látható ebből, hogy a levegő belső surlódása még igen tekintélyes erő.

Nagyobb sebességek mellett természetesen vastagabb drótot kellett használnom, különben a kitérés oly nagy lett volna, hogy már nem lehetett volna tükörrel és skálával leolvasni.

Hogy azonban a különböző sebességek mellett végzett mérések minél biztosabb alapon legyenek egymással összehasonlíthatók, arra törekedtem, hogy minél kevesebb különböző drótot használjak és inkább a skálatávolság megfelelő változtatásával alkalmazkodjam a mindenkori kitérés nagyságához.

Az összes eddigi méréseimnél, a melyek 288 sec.-tól 2.88 sec.-os forgásokra, még pedig kilencz különböző forgási sebességre terjednek ki, az említett kettős dróton kívül még csak két drótot használtam, egy 0.7 és egy 0.10 mm. átmérőjű nikkelindrótot. Az előbbinek csavarási nyomatéka $\tau = 1.6$ volt, az utóbbié $\tau = 8.2$, úgy, hogy a 0.07 mm.-es dróttal, 4000 mm. skálatávolságból az előbb említett leglassúbb mozgást is megtudtam figyelni és egyszerű mm. skálán 240 mm. kitérést kaptam. Ily úton ellenőriztem a kettős dróttal végzett méréseket. A 0.7 mm.-es drótot használtam egészen a 75 sec.-os forgásokig, gyorsabb forgásoknál pedig a 0.10 mm.-es drótot.

f) A kitérés megfigyelése.

A lengő rendszer kitérésének megfigyelése a 288—22 sec.-os forgásoknál egyszerű tükörleolvasással történt. A kísérlet elején a rendszer rendesen teljesen nyugalomban volt és helyzetét (e_1) egyetlen leolvasással meghatározhattam; akkor megindítottam a forgató művet és magával az óraműnek alkalmas időközökben való megállításával és megindításával elértem, hogy a lengő rendszernek az eltérített helyzetben való fordulópontjai a skálán belül feküdjenek. Miután erről meggyőződtem, leolvastam a hőmérőket az eszközön és megfigyeltem a szükség szerint 10—20 fordulópontot, e közben végezve a forgási idő meghatározását is. A kitérített helyzetben a fordulópontokból számított egyensúlyi helyzet legyen: e_2 . Miután az e_2 -höz szükséges adatok megvoltak, az óraművet megállítottam és hagytam visszafutni a rendszert eredeti helyzetébe, leolvastam másodszor is a hőmérőket, azután ismét úgy szabályoztam a mozgást, hogy a fordulópontok a skálán belül maradjanak, e fordulópontok megfigyeléséből egy második e_1'' adatot kaptam az eredeti egyensúlyi helyzetre és e helyzetben meghatároztam minden egyes mérés alkalmával a rendszer T leugási idejét is.

A kitérés ezen adatokból (ha a forgatás az eszközt a fogyó számok felé vitte)

$$n = \frac{e_1' + e_1''}{2} - e_2.$$

Egész külön berendezés szolgált a 288 sec.-os mozgások megfigyelésére. A 0.10 mm.-es drót alkalmazása mellett ugyanis már a 22 sec. os forgásnál egy 4000 mm.-es skálán $n=600$ mm. volt, a 288 sec.-os forgásnál tehát ugyane berendezés mellett kb. 4800 mm. kiütés várható, a mi egyszerű tükörleolvasással nem figyelhető meg. E szerint ismét vastagabb drótot kellett volna használni; minthogy azonban egyrészt kívánatos a mérések lehetőleg nagy részét ugyanazon dróttal végezni, másrészt pedig a száraz és nedves levegő közti surlódás különbségét akartam biztosan lemérni, oly berendezést használtam, a melynél még ily nagy szögek is biztosan lemérhetők.

E célból az előbb használt tükör helyére tükrözött felületű

függőleges törőélű üveghasábot helyeztem, a melynek φ_1 törőszögét előzőleg goniometeren pontosan lemértem. A törőszöget, illetőleg a skálatávolságot úgy választottam, hogy az e_1 és e_2 eltérés nélküli és eltérített egyensúlyi helyzetek egyike az egyik, másika a másik tükörlapról való visszaverődés útján legyen a skála segítségével meghatározható; akkor, ha A a skálatávolság félskálárészekben, a kitérés szöge (minthogy ez esetben a kitérés a növekvő számok felé történt)

$$\vartheta = \varphi_1 + \frac{e_2 - e_1}{A}$$

e_1 és e_2 meghatározása éppen úgy történt, mint az előbbi esetekben: e_1 -t a kitérés előtt és utána is meghatároztam.

A goniometeren történt mérés eredményeképpen:

$$\varphi_1 = 39^\circ 37' 8'',$$

a hol a fél perczek még biztosak. 1 percznek 2 m. skálatávolság mellett 0.61 kettős milliméteres osztályrész felel meg, tehát φ 0.3 skálárészig biztos. Az egész ϑ kitérés 2 m. skálatávolságból 2.88 sec.-os forgásnál 1200 kettős milliméter, tehát ϑ $\frac{1}{4}$ ezrelék pontosságig lemérhető. Az eljárásnak azonban amúgy sem az a czélja, hogy η abszolút értékét nagyobb pontossággal szolgáltatassa, mert egyéb zavaró körülmények a pontosságnak ily fokozását meghiúsítják, hanem főképen az, hogy a surlódási együtthatónak kis változásait pontosan megadja. Ez esetben ugyanis a φ meghatározásában elkövetett hiba lényegtelen és például 4000 mm. skálatávolságból a surlódási együtthatónak 1 százalékkal való megváltozását már 48 mm.-nyi eltolódás jelzi a skálán. Ily úton például remélhető, hogy a surlódási együtthatónak a hőmérséklettel való változását igen kis (10—20° C) hőmérsékleti köz megfigyeléséből pontosan meg lehet határozni.

Az üveghasábot — tekintettel a későbbi mérésekre és a rendszer szymmetrikus megterhelésére — mindjárt párjával erősítettem a felfüggesztési tengelyre; a két üveghasáb alapjával fordult egymás felé, s a másodiknak törőszöge $\varphi_2 = 20^\circ 5' 3''$ volt.

Az üveghasákkal ellátott rendszer tehetetlenségi nyomatéka az előbbitől különbözött:

$$K' = 4281.62, \quad (21)$$

tehát:

$$\log \eta = 0.763309 - 1 + \log \Omega + \log \theta - 2 \log T. \quad (22)$$

4. §. A kísérletek eredményei.

1908 június 12-én kezdtem meg ama kísérletsorozatot, a melynek eredményeiről most beszámolok. Az eszköz állandóinak meghatározásán kívül *negyven* mérést végeztem, ezek közül 33 száraz, 7 pedig nedves levegőre vonatkozik. A kísérletek közül négy különböző okokból nem vehető figyelembe, a többi 36 eredményét az alábbiakban mutatom be. A használhatatlan kísérletek a IV. kísérlet, nedves levegővel, a melynél az egyensúlyi helyzet a mérés alatt 7 osztályrésszel tolódott el (az egész kitérés 220 osztályrész volt), azután a XXIX., XXX. kísérlet nedves és a XXXI. kísérlet száraz levegővel, a melyek a leggyorsabb forgással történt első mérések voltak, a melyeknél a kis forgási idők meghatározására szolgáló módszer még nem volt kidolgozva és így a forgási idők csak hozzávetőlegeseknek tekintendők.

A megmaradó használható mérések kísérleti adatait sem közlöm részletesen, bár igen tanulságos annak megfigyelése, miként változik a kitérített helyzetben az egész mozgás típusa a forgási sebesség növelésével.

Lassú mozgásoknál a rendszer a kitérített helyzetben is szabályosan csillapodó mozgást végez új egyensúlyi helyzete körül, látszik, hogy a külső gömb okozta gázmozgás és a lengő gömbhöz létesítette mozgás egyszerűen superponálódnak a nélkül, hogy egymást zavarnák; 3—3 egymásután következő fordulópontból számítva az egyensúlyi helyzetet, kedvező esetekben alig néhány tized osztályrésszel különböző értékeket kapunk. Ha megfelelően szabályozzuk az óra járását, azt is elérhetjük, hogy a lengő rendszer az új egyensúlyi helyzetben szinte teljes nyugalomban maradjon, a nagyobb kilengések megfigyelése azonban a mérés pontosságára nézve előnyösebb. Ez így tartott egészen $\Omega=47$ -ig, addig, a meddig az óraművet közvetítő korong nélkül tudtam használni. A közvetítő korongok alkalmazása mellett a mozgás lassankint egészen más típusú lett:

már $\Omega=35$ -től kezdve a csillapodás szabálytalanabb volt, sőt gyakran az amplitudo nem fogyott, sőt néha növekedett, s a mozgás egészben véve inkább olyan típusú volt, mint a határ-
 esetben egy multiplikált rendszer mozgása: az amplitudók
 állandó értékek körül ingadoztak, de azért az egyensúlyi helyzet
 itt is kielégítő módon állandó volt és jól meg volt határozható.

a) *Részletes példák.*

Az alábbiakban egy-egy példát közlök ennek a két mozgástípusnak bemutatására. Az adatok a közvetlenül észlelt fordulópontokat adják, tehát a kitérések még nem arányosak az ivekkel.

A példákat mindjárt úgy választom, hogy a XVIII. egyike a legjobb, a XXIV. pedig egyike a legrosszabb kísérleteknek.

XVIII. kísérlet, 1908 okt. 8.-án d. u.

0.10 mm. átmérőjű nikkellindrót, $A = 4000$ mm., 1 skálarész = 1 mm., a skála 1 m. hosszú. Száraz levegő. Áttétel: V-1 (l. a 92. lapot).

Hőmérséklet a mérés elején (C°):

$$\theta'_{III} = 19.38, \quad \theta'_{II} = 19.38, \quad \theta'_I = 19.26.$$

Az óra áll:

$$e'_1 = 721.0.$$

Az óra jár:

Fordulópontok		Számított egyensúlyi helyzetek	Ω meghatározásra szolgáló megszakítási időpontok	
342.4	530.0	437.1	1 ^h 54 ^m 57.0 ^s	2 ^h 2 ^m 50.5 ^s
346.0	526.8	437.2	55 44.5	3 37.8
351.2	521.0	437.7	56 32.0	4 25.0
355.2	517.6	437.5	57 19.0	5 12.4
360.0	511.4	437.1	58 6.5	5 59.5
364.5	507.4	437.6	58 53.9	6 47.1
		437.2	59 40.9	7 34.5
	$e_2 = 437.24$	436.8	2 ^h 0 ^m 28.5 ^s	8 22.0
max. hiba =	0.44	436.9	1 16.0	9 9.0
			2 3.0	9 56.0

Az óra áll:

Fordulópontok		Számított egyensúlyi helyzetek	10—10 forgási idő értékei
554·4	887·4	722·4	473·5
561·4	880·3	722·6	473·3
568·3	873·8	722·5	473·0
574·9	867·3	722·9	473·5
581·1		722·7	473·0
		722·7	473·2
		722·6	473·6
			473·5
			473·0
			473·0
			473·0

$$e''_1 = 722·6$$

Az ivekkel arányossá tétel által a megegyezés e'_1 és e''_2 között javul.

$$\begin{aligned} \text{Innen: } \Omega &= 47·326 \\ \text{max. hiba} &= 0·034 \\ &= 0·7 \text{ ‰} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e'_{1 \text{ corr.}} &= 720·87 & e_{1 \text{ corr.}} &= 721·46 \\ e''_{1 \text{ corr.}} &= 722·06 & n &= 284·19 \\ e_2 &= 437·24 \\ e_{2 \text{ corr.}} &= 437·27 \end{aligned}$$

Hőmérséklet a kísérlet végén:

$$\theta'''_{\text{III}} = 19·42, \quad \theta''_{\text{II}} = 19·43, \quad \theta''_{\text{I}} = 19·40.$$

T meghatározására szolgáló átvonulási időpontok		10 lengés idejének értékei	
2 ^h 34 ^m 16·5 ^s	2 ^h 46 ^m 7·8 ^s		711·3
35 27·5	47 18·7		711·2
36 38·7	48 29·9		711·2
37 49·5	49 40·9		711·4
39 0·8	50 52·3		711·5
40 11·9	52 3·0		711·1
41 23·1	53 14·5		711·4
42 34·0	54 25·3		711·3
43 45·5	55 36·8		711·3
44 56·5	56 47·5		711·0

$$\begin{aligned} \text{Innen: } T &= 71·127 \\ \text{max. hiba} &= 0·017 \\ &= 0·25 \text{ ‰} \end{aligned}$$

XXIV. kísérlet, 1908 nov. 8-án d. e.

0·10 mm.-es nikkelindrót, $A = 4000$ mm., 1 skálarész = 1 mm., a skála 1 m. hosszú. Száraz levegő. Áttétel: IV—1', 3'—2 (l. a 92. lapot).

$$\theta'_{III} = 20\cdot84, \quad \theta'_{II} = 20\cdot92, \quad \theta'_I = 21\cdot94.$$

Az óra áll:

$$e'_1 = 348\cdot9.$$

Az óra jár:

Fordulópontok	Számított egyensúlyi helyzetek	2Ω meghatározására szolgáló megszakítási időpontok
	821·2	744·47
673·0	810·7	743·65
680·3	810·6	745·47
686·1	817·6	746·4
678·0	824·7	750·1
658·2	837·0	749·8
645·5	843·3	749·57
651·3	837·9	746·4
656·1	829·0	744·5
669·8	824·6	744·4
		742·82
		745·8
	$e_2 = 746\cdot17$	745·9
	max. hiba = 2·5	745·8
		744·7
		745·9
		748·3

$$\theta''_{III} = 21\cdot00, \quad \theta''_{II} = 21\cdot08, \quad \theta''_I = 22\cdot22.$$

Az óra áll:

Fordulópontok			20Ω értékei
70·0	624·3		677·1
81·9	612·8	$e_1'' = 350·02$	678·0
93·1	601·7		677·5
103·9	591·0		678·0
114·3			678·0
			678·5
e_1' corr.	= 348·97		679·1
e_1'' corr.	= 350·74		*
e_1 corr.	= 349·85		680·0
e_2 corr.	= 745·10		*
		Innen: $\varrho =$	33·913
n	= 395·25	max. hiba =	0·087
		=	0·3%

$$T = 71·131.$$

Végre álljon itt még példaképpen a grammophonnal történt forgatások közül a XXXVI. kísérlet.

XXXVI. kísérlet, 1909 jan. 3.-án d. e.

0·10 mm.-es nikkellindrót, $A = 1614$ mm., 1 skálarész = 2 mm. Tükrözött üveghasáb. Száraz levegő. Áttétel: grammophon —3', 1'—2 (l. a 92. lapot).

Grammophon áll:

$$e_1' = 430·2,$$

az egyik tükörben

$$\theta_{III}' = 19·04, \quad \theta_{II}' = 19·20, \quad \theta_I' = 20·78.$$

Grammophon jár:

Fordulópontok a másik tükörben		Egyensúlyi helyzetek	
184·3	408·8	296·6	$20\theta = 57·4^s$
184·6	406·6	296·1	57·5
185·8	403·6	295·9	57·3
197·8	392·3	301·4	57·2
206·1	389·2	297·8	
209·2	392·2	295·5	
208·8	389·8	298·4	
210·4	388·9	299·9	
212·9	384·3	300·6	
		299·9	
		299·7	
		299·8	
		300·2	
		299·7	

Középérték: $e_2 = 299·7$

max. hiba = 3·8

Észlelt egészszámú forgások ideje:

$$5^m \ 39·5^s = 118 \text{ forgás}$$

$$14^m \ 0·5^s = 292 \quad \text{„}$$

$$21^m \ 18·5^s = 444 \quad \text{„}$$

innen

$$\Omega = 2·8795.$$

$$\theta''_{\text{III}} = 19·60, \quad \theta''_{\text{II}} = 19·68, \quad \theta''_{\text{I}} = 21·20.$$

Grammophon áll: Fordulópontok az első tükörben:

	470·0	
394·8	468·2	$e'_1 = 431·84$
396·1	466·5	

A forgás a rendszert a növekvő számok felé viszi:

$$e_1' \text{ corr.} = 427\cdot30$$

$$e_1'' \text{ corr.} = 428\cdot56$$

$$e_1 \text{ corr.} = 427\cdot93$$

$$e_2 \text{ corr.} = 296\cdot80$$

$$n = 131\cdot13 \text{ skálarész} = 0\cdot081245 \text{ (absolut egység)}$$

$$\varphi_1 = 0\cdot691675 \text{ (absolut egység)}$$

$$\vartheta = \varphi_1 - \frac{e_1 - e_2}{A} = \varphi_1 - n_{\text{abs.}} = 0\cdot61043$$

$$T = 71\cdot291 \text{ sec.}$$

Az egyensúlyi helyzetnek (e_2 -nek) 3·8 osztályrésznyi maximális hibája absolut egységben $\frac{3\cdot8}{1615} = \text{kb. } \frac{1}{400}$, tehát ϑ -nak 4 ezreléke. A mérés közben a hőmérséklet is megváltozott kb. $\frac{1}{2}^\circ$ -kal, a mi a surlódási együtthatóban, tehát ϑ -ban is $\frac{1}{8}$ százalék (1·25 ezrelék) növekedést okoz. Az e_2 -nek a nagy számok felé való eltolódása valóban határozottan észrevehető.

b) A kísérleti eredmények táblázatos áttekintése.

A következő táblázatba összegyűjtöttem az eddigi mérési adataimat; a kísérletek anyaga czimű rovatban «sz.» száraz levegőt, «n.» nedves levegőt jelent. Az n kiütést mindig skálarészekben fejeztem ki, az A skálatávolságot pedig fél skálarészekben. A θ' és θ'' rovatban a θ'_{III} , θ'_{II} , ill. θ''_{III} és θ''_{II} leolvasások középértéke található. Az első 27 kísérletben a leolvasás egyszerű tükörleolvasással történt, ezekben a kitérést skálarészekben fejeztem ki; ugyanezen rovatban az utolsó kilenc kísérletben, a melyekben a leolvasást a tükrözött üveghasábbal végeztem, ϑ értéke található absolut ívmértékben. Hasonlóképpen az első 27 kísérletben a (20), az utolsó 9-ben a (22) képlet nyert alkalmazást az γ_0 kiszámítására. Az összes γ_0 értékeket ugyanazon hőmérsékletre (18° C -ra) redukáltam a surlódási együtthatónak eddigi ismert hőmérsékleti változásának felhasználásával. O. E. MEYER összeállítása szerint ¹

¹ Die kinetische Theorie der Gase, 218. l. (Breslau, 1899.)

A kísérlet száma	A kísérlet kelte	A kísérlet anyaga	Áttétel és a drót átmérője	e_1	e_2	e_1'	e_1' corr.	e_2 corr.
I.	1908 jun. 12.	sz.	I—2	387·15	161·82	383·55	386·15	162·06
II.	« « 13.		kettős	374·60	150·50	372·45	373·75	150·96
III.	« « 14.		bronz	344·90	120·08	342·72	344·73	121·01
V.	« jul. 6.	sz.	IV—2	268·10	131·68	268·06	268·10	132·24
VI.	« « 10.		0·7 mm.	293·20	156·44	293·72	293·17	156·73
VII.	« « 21.			369·70	233·37	369·87	369·12	233·37
VIII.	« aug. 13.	sz.	«	265·56	134·78	265·26	265·56	135·30
IX.	« « 13.	sz.	IV—1 0·7 mm.	380·47	150·67	379·78	379·73	151·00
X.	« « 17.			393·90	165·12	394·96	392·89	166·32
XI.	« « 17.			394·25	164·78	394·23	393·25	165·00
XII.	« « 21.			408·30	179·27	408·27	406·99	179·39
XIII.	« « 24.	sz.	I—2 0·7 mm.	441·70	200·76	443·53	441·70	201·32
XIV.	« « 24.			449·29	208·26	449·81	449·29	208·78
XV.	« « 27.			516·30	274·27	515·85	516·30	274·51
XVI.	« « 27.			519·17	278·99	519·57	519·17	278·22
XVII.	« okt. 8.	sz.	V—1 0·10 mm.	708·80	424·83	709·91	708·60	424·84
XVIII.	« « 8.			721·00	437·24	722·60	720·87	437·27
XIX.	« « 9.			739·90	455·98	741·22	739·61	456·04
XX.	« « 9.			743·81	459·55	745·56	743·51	459·62
XXI.	« nov. 2.	sz.	IV—1', 3'—2' 0·10 mm.	273·20	144·99	—	273·45	144·33
XXII.	« « 2.			275·1	147·39	275·46	275·35	146·80
XXIII.	« « 7.			339·10	173·23	340·14	339·19	173·62
XXIV.	« « 8.			348·9	174·6	350·02	348·97	174·10
XXV.	« « 9.	sz.	V—1', 3'—2' 0·10 mm.	150·3	745·36	150·42	151·19	744·34
XXVI.	« « 10.			164·7	753·88	165·62	165·49	753·23
XXVII.	« « 11.			177·0	774·97	177·99	177·71	773·82
XXVIII.	« « 11.			168·02	775·85	168·67	168·26	774·35
XXXII.	« decz. 28.	sz.	gr.—3' 1'—2' 0·10 mm.	421·4	286·52	417·54	418·89	286·09
XXXIII.	« « 31.			424·5	288·36	426·58	421·85	288·35
XXXIV.	1909 jan. 2.			427·4	285·50	429·33	424·62	285·24
XXXV.	« « 2.			430·0	294·20	430·56	427·10	293·52
XXXVI.	« « 3.			430·2	299·70	431·84	427·30	296·80
XXXVII.	« « 9.	n.	gr.—3' 1'—2' 0·10 mm.	459·85	372·13	460·15	455·02	370·86
XXXVIII.	« « 10.			347·30	251·10	344·06	346·97	251·10
XXXIX.	« « 11.			350·71	255·15	353·31	350·05	255·08
XL.	« « 12.			351·27	272·55	352·91	350·21	272·33

¹ A forgás az eszközt a nagy számok felé viszi.

² A skála úgy van beállítva, hogy «400» a középső osztályrész.

I. TÁBLÁZAT.

109

$e''_{1 \text{ corr.}}$	A (fél-sk. r.)	n illetve ϑ	Ω	T	θ'	θ''	θ	$\eta_{\theta} \cdot 10^4$	$\eta_{18} \cdot 10^4$	A kísérlet száma
382·55	1700 ¹	222·29	276·98	328·37	23·44	23·44	23·44	1·9371	1·9114	I.
371·60		221·66	276·59	328·45	23·24	23·60	23·42	1·9350	1·9094	II.
342·55		222·63	275·85	328·25	23·42	23·80	23·61	1·9407	1·9142	III.
268·06	2000 ¹	135·84	126·016	161·038	20·06	20·20	20·13	1·9101	1·9002	V.
293·69		136·70	125·400	160·994	20·05	20·10	20·07	1·9141	1·9045	VI.
369·29		135·84	125·320	161·006	20·96	20·21	20·59	1·9006	1·8881	VII.
265·26		130·11	133·336	160·906	22·95	22·90	22·92	1·9393	1·9161	VIII.
379·04	2000 ¹	228·38	76·018	160·850	21·86	22·02	21·94	1·9423	1·9302	IX.
393·95		227·10	75·620	160·872	20·18	20·28	20·23	1·9191	1·9094	X.
393·23		228·24	75·010	160·872	20·40	20·61	20·51	1·9146	1·9030	XI.
406·96		227·58	75·119	160·875	20·20	20·40	20·30	1·9118	1·9011	XII.
443·53	8000 ²	241·29	288·44	160·862	23·19	23·27	23·23	1·9461	1·9214	XIII.
449·81		240·77	288·72	160·862	23·45	23·60	23·53	1·9436	1·9173	XIV.
515·85		241·56	288·23	160·881	23·60	23·66	23·63	1·9467	1·9200	XV.
519·57		240·15	288·49	160·881	24·07	24·00	24·04	1·9370	1·9084	XVI.
709·71	8000 ²	284·31	47·227	71·131	18·96	19·00	18·98	1·9202	1·9158	XVII.
722·06		284·19	47·326	71·127	19·38	19·42	19·40	1·9236	1·9171	XVIII.
740·58		284·05	47·171	71·127	18·63	18·98	18·80	1·9163	1·9125	XIX.
744·04		284·16	47·202	71·127	18·93	19·01	18·97	1·9183	1·9139	XX.
—	8000 ²	370·88	35·469	71·055	14·85	15·03	14·94	1·8852	1·8991	XXI.
276·37		370·94	35·095	71·055	15·01	15·05	15·03	1·8657	1·8795	XXII.
341·23		396·41	33·837	71·169	22·08	22·08	22·08	1·9161	1·8973	XXIII.
350·74		395·25	33·913	71·131	20·88	21·04	20·96	1·9169	1·9073	XXIV.
151·69	8000 ²	592·90	22·542	71·108	19·78	20·06	19·92	1·9125	1·9083	XXV.
166·59		587·19	22·910	71·136	21·03	21·34	21·18	1·9236	1·9088	XXVI.
178·69		595·62	22·554	71·137	20·30	20·66	20·48	1·9208	1·9091	XXVII.
169·13		605·36	22·200	71·137	21·50	21·62	21·56	1·9215	1·9047	XXVIII.
414·52	1614 ¹	0·61075	2·8554	71·337	20·83	20·68	20·75	1·9870	1·9734	XXXII.
423·75		0·60837	2·8852	71·337	19·38	19·69	19·53	2·0000	1·9925	XXXIII.
426·07		0·60466	2·8890	71·291	18·13	18·61	18·37	1·9925	1·9911	XXXIV.
427·44		0·60881	2·8807	71·291	19·66	19·47	19·56	2·0008	1·9931	XXXV.
428·56		0·61043	2·8795	71·291	19·12	19·64	19·38	2·0054	1·9986	XXXVI.
455·47	1614 ¹	0·63940	2·7931	71·300	19·49	19·62	19·55	2·0375	2·0348	XXXVII.
342·81		0·63357	2·7682	71·300	19·02	19·29	19·16	2·0009	1·9951	XXXVIII.
351·81		0·63229	2·7825	71·300	19·25	19·23	19·24	2·0072	2·0060	XXXIX.
351·46		0·64304	2·7730	71·300	22·20	22·06	22·13	2·0323	2·0119	XL.

¹ 1 skálárész = 2 mm., az egész skála 500 sk. r.

² 1 skálárész = 1 mm., az egész skála 1000 sk. r.

$$\eta = \eta_0 (1 + \alpha\theta)^{\frac{2}{3}}, \quad (23)$$

a hol α a gázok hőkiterjedési együtthatója: $\frac{1}{273}$, η_0 pedig η értéke $\theta=0$ mellett.

Kicsiny hőmérsékleti különbségekre nézve tehát:

$$\Delta\eta = \frac{2}{3} \alpha\eta \cdot \Delta\theta = 0.00244\eta \cdot \Delta\theta. \quad (24)$$

Ama méréseket, a melyek körülbelül ugyanazon forgási sebességekre vonatkoznak, vízszintes vonásokkal elválasztott csoportokba foglaltam.

A surlódási együtthatók kiszámításakor a gáznak a lengő rendszer egyéb részeire (felfüggesztési tengely, a beállításra szolgáló kidudorodás stb.) gyakorolt forgató nyomatékát teljesen figyelmen kívül lehetett hagyni. Erről közvetlen kísérlet útján ismételtlen meggyőződtem a következő úton:

Levettem a lengő rendszerről a gömbhéjat és megfigyeltem, vajjon az így megmaradt rendszer a külső gömbhéjak forgatásánál megváltoztatja-e egyensúlyi helyzetét. $\Omega = 126$ sec. és $\Omega = 22.5$ sec.-nál a legcsekélyebb változás sem volt tapasztalható, míg $\Omega = 2.88$ -nál valami igen csekély, körülbelül 0.2 — 0.3 osztályrésznyi eltolódást tapasztaltam, a mi azonban, tekintettel arra, hogy a méréseknél szereplő teljes kitérések 1000 osztályrésznél is nagyobbak voltak, az egyensúlyi helyzetek pedig 1 — 2 osztályrésznyi pontossággal voltak meghatározhatók, joggal elhanyagolható.

E táblázatból kiszámítottam Ω és η_{18} középértékeit azon adatokból, a melyek körülbelül egyazon sebességre vonatkoznak. Egyetlen adatba foglaltam össze az V., VI., VII., VIII. mérések eredményeit is, a melyek körülbelül 125 és 133 sec.-os forgási időkre vonatkoznak. E számítás eredményeit mutatja a II. táblázat, a melybe még a külső gömbhéj Ψ szögsebességének és a lengő gömbhéj felületén fellépő szögsebességi gradiensnek $\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)_{r=r_2}$ -nek értékeit is beírtam. A $R\Psi$ rovat a kísérletben szereplő legnagyobb lineáris áramlási sebesség értékét szolgáltatja $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$ -ban, a mely egyenlő a külső gömbhéj æquatorialis sebességével. Végre a $\frac{\partial\eta}{\eta}$ rovat százalékokban adja az egyazon csoportba tartozó η -knak középértéküktől való legnagyobb eltérését.

II. TÁBLÁZAT.

A kísérletek száma	Ω	Ψ	$R\Psi$	$\left(\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right)_{r=r_2}$	$\eta_{18} \cdot 10^4$	$\frac{\delta\eta}{\eta} \%$
XIII—XVI.	288·468	0·021781	0·12120	0·047980	1·9168	0·42
I—III.	276·807	0·022698	0·12631	0·050002	1·9117	0·12
V—VIII.	127·517	0·049250	0·27406	0·10849	1·9030	0·65
IX—XII.	75·442	0·083285	0·46344	0·18346	1·9109	1·00
XVII—XX.	47·231	0·13303	0·74026	0·29305	1·9148	0·11
XXI—XXIV.	34·282	0·18328	1·0199	0·40374	1·8959	0·82
XXV—XXVIII.	22·552	0·27858	1·5503	0·61373	1·9077	0·15
XXXII—XXXVI.	2·8836	2·1789	12·125	4·7999	1·9899	0·82
XXXVII—XL. ¹	2·7792	2·2608	12·580	4·9802	2·0120	1·1

c) *A száraz levegő surlódási együtthatója különböző sebességeknél.*

A táblázatból látható, hogy a 288 sec.-os forgásoktól egészen a 22 sec.-os forgásokig a surlódási együttható független a forgási sebességtől, a különböző sebességekre vonatkozó η -k közti eltérések ugyanis mind olyan rendűek, mint a kísérleti hibák. Ezen közben ugyanis a legnagyobb tapasztalt eltérés az $\Omega=288\cdot468$ és $\Omega=34\cdot282$ -re vonatkozó η -k közt tapasztalható: ez az eltérés körülbelül 1% középértéküktől $\frac{1}{2}\%$, az eltérő értékek maguk pedig 0·42%, ill. 0·82% pontossággal voltak meghatározhatók. Viszont látható, hogy a nagyobb pontossággal meghatározott adatok egymástól is kevésbé térnek el. A három legjobb adat, a melynek maximális relatív hibája körülbelül 1 ezrelék, a következő:

$$\begin{aligned} \Omega &= 276\cdot807, & \eta &= 1\cdot9117 \cdot 10^{-4} \\ \Omega &= 47\cdot231, & \eta &= 1\cdot9148 \\ \Omega &= 22\cdot552, & \eta &= 1\cdot9077 \end{aligned} \quad (25)$$

¹ Nedves levegő.

Ezen adatok középértéküktől $\eta = 1.9114$ -től kevesebb mint 2 ezrelék maximális eltérést mutatnak, tehát *a kísérleti hibák határain belül $\Omega = 288$ -tól $\Omega = 22$ -ig a surlódási együttható független a gáz sebességétől.*

A surlódási együtthatónak igen kis sebességekre vonatkozó értéke e szerint, ha a (25) alatti három legpontosabb adat középértékét vesszük,

$$\eta_{18} = 1.9114 \cdot 10^{-4}, \quad (26)$$

míg, ha mind a hét adatból, mely a II. táblázatban e sebességi köznél szerepel, számítjuk a középértéket, azt kapjuk, hogy:

$$\eta_{18} = 1.9087 \cdot 10^{-4} \quad (27)$$

0.64% maximális hibával. A két adat csak 1.3 ezrelék eltérést mutat. Minthogy azonban az a három adat, a melyből a (26) alatti értéket levezettük, mindegyik külön-külön 1 ezreléknyi pontossággal volt meghatározható, a (26) alatti értéket fogjuk előnyben részesíteni és a továbbiakban a (26) alatti értéket tekintjük a surlódási együttható kis sebességek melletti értékének, a mely érték egy ezrelékig pontosnak tekinthető.

Összehasonlítva ezen értéket az eddigi mérések eredményével azt látjuk, hogy ez az érték jelentékenyen nagyobb, mint az egyéb módszerekkel meghatározott surlódási együttható. Az eddig legmegbízhatóbbaknak tartott mérésekből ugyanis (l. pl. A. BECKER összeállítását, Ann. d. Phys. 24. k. 886. l. 1907) η_{18} számára a következő értéket kapjuk:

$$\eta_{18} = 1.828 \cdot 10^{-4}.$$

A mi értékünk több mint 4%-tel nagyobb ezen értéknél. Minthogy 4%-nyi hiba az eljárásban kizártnak tekinthető, kénytelen vagyok az eltérés okát a módszerek különböző voltában keresni és azt hiszem, hogy a jelen módszer szolgáltatja a helyesebb értéket, mert, a mint látható, igen kevés hibaforrás lép fel benne és sokkal kevesebb benne a többé-kevésbé szigorúan indokolható correctió, mint az eddigi módszereknél.

Míg $\Omega = 288$ sec.-től $\Omega = 22$ sec.-ig a levegő surlódási együtthatóját állandónak találtuk, sőt az adatokból inkább igen

csekély fogyásra lehetne következtetni, addig $\Omega = 2.8836$ -nál a surlódási együttható mintegy négy százalékkal nagyobb, mint a kisebb sebességeknél. Itt tehát a Ψ -ben harmadfokú tagok már éreztetik hatásukat.

A gáz belső surlódásának a lengő gömbhéjra gyakorolt forgató nyomatéka ugyanis, ha a Ψ -ben harmadfokú mennyiségeket is tekintetbe vesszük:

$$\Phi = A_1\Psi + A_2\Psi^3 = \tau\delta. \quad (28)$$

A mint a (8) alatti képletből látható, $A_1 \bar{\eta}$ -nak lineáris függvénye:

$$A_1 = D \cdot \bar{\eta},$$

a hol $\bar{\eta}$ az igen kis sebességek mellett meghatározott surlódási együtthatót jelenti. Tehát:

$$\Phi = D \cdot \bar{\eta} \Psi + A_2(\bar{\eta}) \Psi^3 = \tau\delta, \quad (29)$$

a hol A_2 is $\bar{\eta}$ -nak függvénye, minthogy azonban az eddig megvizsgált sebességeknél A_2 igen kicsiny A_1 -hez képest, $\bar{\eta}$ a következő módon számítható ki:

$$\bar{\eta} = \frac{\tau\delta}{\Psi} - A_2\Psi^2, \quad (30)$$

a hol A_2 -t állandónak tekinthetjük.

Itt $\frac{\tau\delta}{\Psi}$ amaz η érték, a mely a II. táblázatban szerepel, úgy, hogy:

$$\bar{\eta} = \eta - A_2\Psi^2, \quad (31)$$

vagy:

$$\bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{A_2}{\eta} \Psi^2 \right) = \eta (1 - a\Psi^2). \quad (32)$$

A II. táblázatból látható, hogy a pozitív, értéke pedig, ha $\bar{\eta}$ -t a (26) képletből vesszük:

$$a = 0.0083$$

és

$$\bar{\eta} = \eta (1 - 0.0083\Psi^2). \quad (33)$$

E képlet a lassúbb sebességekre vonatkozó eredmények-

kel is a kísérleti hibákon belül összhangban van, mert például $\Omega = 22.552$ sec.-nál, $\Psi^2 =$ körülbelül 0.08 , tehát:

$$\gamma = \bar{\gamma}(1 + 0.00066).$$

0.66% változás ellenben γ értékében e kísérleti berendezéssel biztonsággal nem állapítható meg, e szerint e sebességnél valóban $\gamma = \bar{\gamma}$.

Hiú dolog volna az eddig rendelkezésünkre álló kísérleti anyag alapján az elméleti eredmények ellenőrzését megkísérelni, annyit azonban megjegyezhetünk, hogy a (33) alatti képlet legáltalább minőségileg összhangban van az elméleti úton várható eredményekkel.

Ha ugyanis a hydrodynamikai alapegyenleteket elhanyagolás nélkül oldjuk meg, az itt közölt közelítő megoldástól a teljes megoldás első sorban a centrifugális erőtől származó tagokban fog különbözni, a mit a közelítő megoldásban teljesen elhanyagoltunk. A centrifugális erő folytán a nagyobb szögsebességű gömbrétegek sugara megnövekszik, helyesebben e rétegek forgási ellipsoidokká deformálódnak és így a szögsebesség sugármenti gradiense a külső gömbhéj közelében kisebbedik, tehát a belső gömbhéj közelében növekednie kell. A belső gömbhéjra ható forgató nyomaték épen első sorban a szögsebességi gradienstől függ, e hozzávetőleges okoskodás alapján tehát valóban azt kapjuk, hogy a surlódás forgató nyomatéka nagyobb sebességeknél gyorsabban növekszik, mint ama lineáris függvény, a mely kis sebességeknél helyesen állítja elő e forgató nyomatékot. Az eddigi kísérletekben ugyancsak a forgató nyomatéknak ily növekedését tapasztaltuk.

Teljességgel az sincs kizárva, hogy ha a surlódási együtthatónak $\Omega = 288$ -tól, $\Omega = 22$ -ig észlelt csekély forgása is reális értékű, akkor a Ψ ben harmadfokú tagok Φ -t mégis egy negatív taggal bővitenék és a $\Omega = 2.88$ -nál tapasztalt növekedés már a Ψ^5 -rendű tagoknak volna tulajdonítandó. E kérdés eldöntése céljából az itt közölt megoldást ki kell egészítenünk úgy, hogy Ψ -nek harmad- és esetleg még magasabbfokú kifejezéseit is tekintetbe vesszük, másrészt a kísérleteket az eddigieknél nagyobb sebességekre is kiterjesztjük. Kívánatos továbbá az $\Omega = 22$

és $\Omega=2.88$ sec. által képezett közbe is még néhány észlelést közbeiktatni, a mi az eddigi berendezés mellett már nem volt lehetséges, mert a nagy óramű $\Omega=22$ sec.-os forgásoknál gyorsabb forgások előállítására nem alkalmas, a grammophon pedig $\Omega=2.88$ -nál lassúbb forgások előállítására nem használhattam.

d) A nedves levegő surlódási együtthatója.

Az üveghasábos leolvasás tulajdonképpeni célja az volt, hogy a lengő rendszer kitérésének növelése által az eljárást a surlódási együttható kis változásaira érzékenyebbé tegyem. Célomat csak részben értem el, mert a grammophon, a melylyel nagyobb sebességeknél dolgoztam, sokkal kevésbé egyenletesen forog, mint a nagy óramű és így — bár a kitérés leolvasása nagyobb pontossággal volt végezhető — az eljárás pontossága mégsem fokozódott. Bár a kitérített rendszer egyensúlyi helyzetének $\frac{1}{4}$ százalékig való állandóságából visszamenőleg a grammophon járását is ily pontossággal egyenletesnek tekintjük, a különböző mérések végeredményei mégis nagyobb eltéréseket mutatnak középértéküktől, a mely eltérés — a mint a II. táblázat mutatja — nedves levegőnél 1.1%, $\Omega=2.7792$ mellett.

Maga a középérték a száraz levegőnek $\Omega=2.8836$ -ra vonatkozó surlódási együtthatójától $2.0120 - 1.9899 = 0.0221 = 1.1$ százalékkal tér el, még pedig a nedves levegő surlódási együtthatója nagyobb. Igaz, hogy a két összehasonlított középérték is körülbelül ilyen pontosságú, azonban az eltérést mégis reálisnak tekinthetjük, minthogy a nedves levegőre vonatkozó négy adat a száraz levegőre vonatkozó négy adathoz nagyobb.

Az eltérés azonban nem tulajdonítható egészen a nedveségnek, mert a nedves együttható valamivel nagyobb sebességre is vonatkozik, a mi ugyancsak hozzájárul az együttható növeléséhez. A (33) alatti képlet alapján számítva a száraz surlódási együtthatót $\Omega=2.7792$ sec.-os forgásra, azt kapjuk, hogy:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = 2 \times 0.0083 \psi^2 \cdot \frac{\Delta\psi}{\psi}, \quad (34)$$

a hol $\Delta\eta$ jelenti a surlódási együtthatónak változását a közben, hogy a szögsebesség ψ -ből $\psi + \Delta\psi$ -re változik.

A jelen esetben

$$\begin{aligned}\psi &= 1\cdot1789, & \gamma &= 1\cdot9899 \\ \Delta\psi &= 0\cdot0819, \\ \frac{\Delta\psi}{\psi} &= 3\cdot77\%,\end{aligned}$$

tehát:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = 0\cdot296\%.$$

A nedves és száraz levegő surlódási együtthatója közt megfigyelt különbségből körülbelül 0·3 százalék a forgási sebesség változásának tulajdonítható, maradna tehát 0·8 százalék mint a száraz levegő és nedves levegő közötti különbség azonos körülmények között.

E különbség abszolút nagysága pontosan megállapítottnak nem tekinthető, az eltérés irányához azonban kétség nem férhet. Megjegyzem, hogy a jelen dolgozatban fel nem használt, nedves levegőre vonatkozó IV. mérés ugyancsak valamivel nagyobb surlódási együtthatóra vezetett, mint a megfelelő surlódási együttható száraz levegőnél. E mérésnek azonban nem tulajdonítok bizonyító erőt, mert az egyensúlyi helyzet mérés közben jelentékenyen eltolódott.

A nedves levegő kísérleti vizsgálatáról sem O. E. MEYER,¹ sem B. WEINSTEIN² összefoglaló munkáiban nem találtam semmi tájékoztatást, ugyancsak nem említi e kérdést a WINKELMANN-féle Handbuch der Physik utolsó kiadása sem.

A kinetikai gázelméletnek sincsenek oly eredményei, a melyek a nedves levegőre közvetlenül alkalmazhatók volnának. Tekintettel azonban arra, hogy a kinetikai gázelméletnek több oly eredménye van, a mely levezetésénél fogva csak gázokra érvényes, a tapasztalat azonban ezen eredményeket gőzökre is kiterjesztette, megpróbáltam a gázok keverékére nézve levezetett

¹ Die kinetische Theorie der Gase. Breslau, 1898.

² Thermodynamik und Kinetik der Körper. Braunschweig, 1901. 1. kötet.

és a kísérletekkel meglehetősen összhangzó PULUJ-féle képletet levegő és telített vízgőz keverékére alkalmazni.

A képlet a következő:

Legyen η_1, η_2 két gáz surlódási együtthatója, m_1 és m_2 a gázok molekulásúlya, p_1 és p_2 a két gáz partialis nyomása, akkor

$$\eta = \eta_1 \frac{\sqrt{\frac{p_1}{p_1+p_2} + \frac{p_2}{p_1+p_2} \frac{m_2}{m_1}}}{\left[\frac{p_1}{p_1+p_2} + \left(\frac{\eta_1}{\eta_2} \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{p_2}{p_1+p_2} \right]^{\frac{2}{3}}}. \quad (35)$$

Legyen az «1» gáz levegő, a «2» gáz telített vízgőz, akkor, minthogy szobahőmérsékleten a telített gőz nyomása (kb. 20 mm.) kicsiny a levegő nyomásához képest (760 mm.), a (35) képletnek következő közelítő alakja használható:

$$\eta = \eta_1 \left(1 + \frac{p_2}{p_1} \left[\frac{1}{6} + \frac{m_2}{2m_1} - \frac{2}{3} \left\{ \frac{\eta_1}{\eta_2} \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \right\}^{\frac{2}{3}} \right] \right). \quad (36)$$

A levegőt 29 molekulásúlyú homogén gáznak tekintve, ha m_2 -t 18-nak, a levegő surlódási együtthatóját $\eta_1 = 1.9 \cdot 10^{-4}$, η_2 -t a vízgőz surlódási együtthatóját $\eta_2 = 0.97 \cdot 10^{-4}$ -nak vesszük, a nedves levegő surlódási együtthatója

$$\eta = \eta_1 \left(1 - 0.081 \frac{p_2}{p_1} \right) = \eta_1 (1 - 0.021). \quad (37)$$

E szerint a nedves levegő surlódási együtthatója két százalékkal kisebb volna, mint a száraz levegőé, tehát még az eltérés iránya sem egyezik meg a kísérleti eredménnyel. A kinetikai gázelméletnek a gázok keverékére vonatkozó képlete tehát száraz levegő és vízgőz keverékére nézve legalább is a telítési pont közelében nem vihető át.

¹ Wiener Sitzungsberichte, Bd. 79, Abt. II. 97. és 745. l. (1879).

² O. E. MEYER idézett művének 193. lapjáról.

e) *A gázban keletkezett surlódási hő.*

Még egy kérdésre akarok a következőkben kitérni, a mely a gázban surlódás útján keletkezett hő mennyiségére vonatkozik. Ha ugyanis a kísérlet folyamán észrevehető hőfejlődés menne végbe, ez a mérések pontosságát módosíthatná, mert akkor a méréseknél oly tényező szerepelne, melyről nem tudunk elég pontosan számot adni magunknak az eddigi berendezés mellett.

Számítsuk ki tehát a gáz belső surlódásának munkáját és a megfelelő melegedést: a munka a deformatio sebességeknek a

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} -$$

nak másodfokú homogén függvénye, tehát e kifejezésekben a \mathcal{V} -ben elsőfokú tagokat tekintetbe venni, akkor a surlódási munkának így számított értéke érvényes lesz oly mozgásokra is, a melyeknél \mathcal{V}^2 -t megtartjuk és \mathcal{V}^3 -t elhanyagoljuk.

A $d\omega$ térfogatelemben dt idő alatt keletkezett surlódási munka, mint ismeretes:

$$dL = \left\{ A_x \frac{\partial u}{\partial x} + B_y \frac{\partial v}{\partial y} + C_z \frac{\partial w}{\partial z} + B_z \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + C_x \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + A_y \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} d\omega \cdot dt. \quad (37)$$

A_x, B_y, \dots, A_y a belső surlódás feszültségi összetevői, a melyek a jelen esetben:

$$A_x = -2\zeta \frac{\partial u}{\partial x}, \quad B_y = -2\zeta \frac{\partial v}{\partial y}, \quad C_z = -2\zeta \frac{\partial w}{\partial z}, \\ B_z = -\zeta \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad C_x = -\zeta \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ A_y = -\zeta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

tehát:

$$dL = -\eta \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} dw \cdot dt. \quad (38)$$

Mint ahogy pedig:

$$u = -y\phi(r), \quad v = x\phi(r), \quad w = 0,$$

$$dL = -\eta \left(\frac{d\phi}{dr} \right)^2 \left(x^2 + y^2 - \frac{2x^2y^2}{r^2} \right) dw \cdot dt. \quad (39)$$

dL -ből az egész gáz surlódási munkáját úgy kapjuk, hogy dL -t az egész gázgömbhéjra nézve végig integráljuk. Legyen χ az északi pólustól mért szélesség, ε a földrajzi hosszúság, akkor:

$$d\omega = r^2 \sin \chi \, d\chi \, d\varepsilon \, dr,$$

tehát:

$$L = dt \int_{(\omega)} dL d\omega = -\eta \int_{r_2}^R \phi'^2 r^4 dr \left[\int_0^{2\pi} d\varepsilon \int_0^\pi \sin^3 \chi \, d\chi - \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin^5 \chi \, d\chi \int_0^{2\pi} \sin^2 \varepsilon \, d\varepsilon \right] = -\frac{8\pi\eta}{5} dt \int_{r_2}^R \phi'^2 r^4 dr. \quad (40)$$

Azonban:

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{3R^3 r_2^3}{(R^3 - r^3)} \cdot \Psi \cdot \frac{1}{r^4},$$

$$\left(\frac{d\phi}{dr} \right)^2 r^4 = \frac{9R^6 r_2^6 \Psi^2}{(R^3 - r^3)^2} \cdot \frac{1}{r^4}.$$

Mint ahogy pedig:

$$\int_{r_2}^R \frac{dr}{r^4} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{R^3} \right) = \frac{R^3 - r_2^3}{3R^3 r_2^3},$$

$$I_t = -\frac{24\pi\eta}{5} \cdot \frac{R^3 r_2^3}{R^3 - r_2^3} \Psi^2 \cdot t \text{ erg.} \quad (41)$$

Számítsuk ki, átlagban mennyivel fogja emelni az egész gáz hőfokát ez a munkamennyiség, ha a vele egyenértékű meleg egyenletesen oszlik el az egész gázban.

A gáz tömege:

$$\frac{4\pi\rho}{3} (R^3 - r_2^3),$$

a fajhő legyen állandó nyomás mellett c_p , akkor L_t -t mindjárt caloriákban fejezve ki, a $\Delta\theta$ hőmérsékletváltozás, a mely a gázban beáll, a következő:

$$\Delta\theta = \frac{18\eta}{5\rho} \frac{R^3 r_2^3}{(R^3 - r_2^3)^2} \cdot \frac{\psi^2 t}{4,22 \cdot 10^7 \cdot c_p}. \quad (42)$$

A jelen esetben:

$$L_t = 0,33 \cdot 10^{-7} \cdot \psi^2 \cdot t$$

és, minthogy

$$c_p = 0,169 \cdot 1,41 = 0,237 \text{ cal.}$$

$$\Delta\theta = 5,98 \cdot 10^{-7} \cdot \psi^2 \cdot t.$$

Számítsuk átlag fél órának egy kísérlet tartamát (azt az időt, mely alatt a külső gömbhéj egyenletes forgást végzett), akkor:

$$\Delta\theta = 108 \cdot 10^{-5} \cdot \psi^2.$$

A legnagyobb megfigyelt ψ szögsebesség = 2,26, tehát a surlódás okozta hőmérsékletváltozás kísérleteinkben legfeljebb

$$\Delta\theta = 5,5 \cdot 10^{-3} = 0,0055^\circ \text{ C.}$$

lehetett.

Az eddigi méréseknél tehát a surlódási hő bizonyára még nem okozott semmiféle zavart, minthogy azonban a szögsebesség négyzetével növekszik, már kissé nagyobb sebességek mellett a surlódás okozta hőmérsékletváltozás kísérletileg kimutatható. A műszeren lévő hőmérők $\frac{1}{50}$ fokig voltak leolvashatók, tehát a mostani legnagyobb sebesség kétszerese mellett a surlódási hő már megfigyelhető hőmérsékletváltozást okoz.

Természetesen a tényleg eskísérletben a surlódási hő zavaró hatásától nem kell annyira tartani, mert a fémgömbhéjak a keletkező hőt elvezetik, a surlódási hő azonban magában a gázban keletkezik és a míg a fémgömbhéjakhoz eljut, zavaró hőelszállítási (convectio) áramokat okozhat. Az eddigi méréseket azonban e hatások még nem zavarhatták.

5. §. Függelék: kiegészítő megjegyzések a lengő gömbhéj elméletéhez.

Ezen Értesítő XXIII. kötetében megjelent, többször idézett dolgozatomnak 562—570. lapján a következő kérdésnek elméleti úton való megoldásával foglalkoztam:

Mekkora forgató nyomatékot gyakorol valamely gáz belső surlódása folytán egy oly gömbhéjra, a melyet kívülről ugyanaz a gáz vesz körül, a mely belső részét kitölti és a mely egy vele közös középpontú nyugvó gömbben függőleges átmérője körül egyszerű csillapított csavarodási lengéseket végez.

A tárgyalás folyamán föltettem, hogy a gáz sebességi összetevői oly kicsinyek, hogy az idő és a koordináták szerinti differenciálhányadosaiknak másodfokú kifejezései ugyane mennyiségek elsőfokú kifejezéseiseihez képest elhanyagolhatók; ez esetben a gázrészecskék szögsebessége a lengő gömbhéjjal concentrikus rétegekben ugyanaz, tehát a ψ szögsebesség csakis az r sugárnak és a t időnek függvénye.

Említett dolgozatomban föltettem, hogy a gáznak minden a lengő gömbhéjjal concentrikus rétege a lengő gömbhéjjal egyenlő lengési idejű és phasisú csillapodó lengéseket végez, a melyeknek csillapodási tényezője ugyanaz, míg a szögsebességek maximális értéke az r sugárnak függvénye. Föltettem tehát, hogy ψ ily alakú:

$$\psi = \varphi(r) e^{-\beta t} \cos \omega t,^1 \tag{1}$$

a hol β és ω állandók.

LADENBURG RUDOLPH Breslauból levélben figyelmeztetett arra, hogy ψ ezen alakja nem tesz eleget t minden értékénél a hydrodynamikai alapegyenletekből levezethető:

$$\frac{d\zeta^t}{dt} - \gamma \left(\frac{d^2\zeta^t}{dr^2} + \frac{4}{r} \frac{d\zeta^t}{dr} \right) = 0 \tag{2}$$

egyenletnek (1. idézett dolgozatomnak 567. lapján a (9) képletet).

¹ E §-ban a képletek számozása elülről kezdődik.

Hogy a (2) egyenlet t minden értékénél ki legyen elégítve, ψ -t ily alakúnak kell felvennünk:

$$\psi = \varphi(r) e^{-(\beta+i\omega)t} = \varphi(r) e^{-\beta t} (\cos \omega t - i \sin \omega t), \quad (3)$$

a hol $i = \sqrt{-1}$ és $\varphi(r)$ általában complex szám lévén, így írható:

$$\varphi(r) = \varphi_1(r) + i\varphi_2(r). \quad (4)$$

E szerint ψ valós része:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= (\varphi_1(r) \cos \omega t + \varphi_2(r) \sin \omega t) e^{-\beta t} = \\ &= \chi(r) e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varepsilon(r)). \end{aligned} \quad (5)$$

ψ ezen alakja az (1) alatti alaktól csak abban különbözik, hogy az $\varepsilon(r)$ is szerepel benne, a mi azt jelenti, hogy a concentrikus gázrétegek szögsebessége között phasiskülönbség lép fel. E phasiskülönbség zérus, ha $\varphi_2(r) = 0$.

$\varphi_2(r)$ valóban — a mint a részletes számítás mutatja — általában nem 0, bár semmi esetre sem lehet nagy, tekintettel arra, hogy a gömbhéjak felületén 0 és a tekintetbe jövő gázrétegek vastagsága aránylag csekély. Ezen §. c) pontjában azonban részletesen kimutatom, hogy a surlódási együttható kiszámításakor e phasiskülönbséget teljesen figyelmen kívül hagyhatjuk. Ugyanis a belső surlódás a gömbhéj mindkét felületén $\frac{\partial \psi_1}{\partial r}$ -rel arányos forgató nyomatékokat szolgáltat; minthogy pedig a lengő gömbhéj szögsebességét ily alakúnak vesszük fel:

$$\psi = D e^{-\beta t} \cos \omega t,$$

világos, hogy a forgató nyomatéknak $\cos \omega t$ -vel szorzott része határozza meg az amplitudóknak kísérletileg megfigyelhető fogyását, míg a $\sin \omega t$ -vel szorzott tag csak a lengési időt változtatja meg, mindenesetre oly mértékben, mint a hogy a csillapított mozgásnál a csillapodás a lengési időt befolyásolni szokta és a mi a jelen esetben elhanyagolható.

E hozzávetőleges megfontolásokat a következő részletes számítások igazolják, a melyekben ψ -nek általános (3) alatti értékeit használva irom le a gáz mozgását és vezetem le a surlódási együtthatónak kísérleti meghatározására szolgáló egyenletet.

Behelyettesítve ϕ -nek (3) alatti alakját a (2) egyenletbe, φ számára a következő egyenletet nyerjük:

$$(\beta + i\omega)\varphi + \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{4}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{d^2\varphi}{dr^2} \right) = 0. \quad (6)$$

Az egyenlet ugyanolyan alakú, mint előbbi dolgozatom (10) egyenlete, lesz tehát ily alakú particularis megoldása:

$$\varphi = \left(\frac{m}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) e^{mr}, \quad (7)$$

a hol:

$$m = \pm \sqrt{-(\beta + i\omega) \frac{\rho}{\gamma}}. \quad (8)$$

Legyen:

$$-(\beta + i\omega) = (\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}} (\cos \zeta + i \sin \zeta) = (\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}} e^{i\zeta},$$

a hol

$$\cos \zeta = -\frac{\beta}{(\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\sin \zeta = -\frac{\omega}{(\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}}},$$

akkor:

$$\pm m = \left(\frac{\rho}{\gamma} (\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{i\zeta}{2}} = \mu e^{i\delta} = \sigma + i\tau. \quad (10)$$

Mivel pedig:

$$-\cos \frac{\zeta}{2} = \left(\frac{1 + \cos \zeta}{2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\sin \frac{\zeta}{2} = \left(\frac{1 - \cos \zeta}{2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

a μ , δ , σ és τ állandók között a következő összefüggések állanak fenn:

$$\mu = \left(\frac{\rho}{\gamma} (\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \arctang \frac{\omega}{\beta} = \frac{\zeta}{2}, \quad (12)$$

¹ ζ , π és $\frac{3\pi}{2}$ között fekszik, innen az egyenlőség baloldalán a \leftarrow előjel.

$$\sigma = \mu \cos \delta = - \left(\frac{\rho [(\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}} + \beta]}{2\eta} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

$$\tau = \mu \sin \delta = \left(\frac{\rho [(\beta^2 + \omega^2)^{\frac{1}{2}} + \beta]}{2\eta} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

A képletek egyszerűbbek lesznek, ha β oly kicsiny, hogy ω -hoz képest elhanyagolható. Jelöljük T -vel a rendszernek egyensúlyi helyzetén való két egymás után következő átvonulása közti időt, a «lengési» időt, k -val pedig két egymás után következő teljes szögamplitudo viszonyát (teljes szögamplitudo alatt két egymás után következő fordulóhelyzet alkotta szöget értve), akkor:

$$\omega = \frac{\pi}{T} \quad (15)$$

és

$$\beta = \frac{\text{lognat } k}{T}, \quad (16)$$

β tehát kicsiny lesz ω -hoz képest, ha $\text{lognat } k$ kicsiny π -hez viszonyítva.

A jelen kísérletekben $\text{lognat } k$ (l. idézett dolgozatomban az 579. lap táblázatát) körülbelül 0.01, tehát π -nek körülbelül $\frac{1}{300}$ -része. Első közelítésben tehát valóban β ω -hoz képest elhanyagolható, és akkor:

$$\mu = \left(\frac{\rho\omega}{\eta} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11^*)$$

$$\delta = \frac{3\pi}{4}, \quad (12^*)$$

$$-\sigma = \left(\frac{\rho\omega}{2\eta} \right)^{\frac{1}{2}} = \tau, \quad (13^*, 14^*)$$

$$\pm m = \left(\frac{\rho\omega}{\eta} \right)^{\frac{1}{2}} e^{i \frac{3\pi}{4}} = - \left(\frac{\rho\omega}{2\eta} \right)^{\frac{1}{2}} + i \left(\frac{\rho\omega}{2\eta} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (10^*)$$

A következőkben a számításokat elhanyagolás *nélkül* fogjuk elvégezni, hogy képleteink általános érvényességüket megtartsák, a kísérletek kiszámítására szolgáló képletekben pedig alkalmazni fogom az egyszerűsített (10*—14*) képleteket is.

A (7) alatti particularis megoldás alapján felírhatjuk a (6) egyenletnek általános megoldását is:

$$\varphi = \frac{1}{r^3} \{ (A_1 + iA_2)(mr - 1)e^{mr} + (B_1 + iB_2)(mr + 1)e^{-mr} \}, \quad (17)$$

a hol m -et a (10) alatti egyenlethől a $+$ jel használata mellett kapjuk, A_1 , A_2 , B_1 , B_2 pedig oly valós állandók, a melyek a határfeltételeknek megfelelően határozandók meg. E határfeltételek (l. idézett dolgozatomnak 565. lapját) a belső térrészre nézve a következők:

a) Ha $r=r_1$, akkor $\varphi=D$, mert $\psi=De^{-\mu} \cos \omega t$ és φ -nek $r=0$ -nál nem szabad végtelennek lennie;

b) a külső térrészre nézve pedig:

ha $r=r_2$, akkor $\varphi=D$

és ha $r=R$, akkor $\varphi=0$.

a) φ meghatározása a gömbhéj belsejében.

A (17)-ből azonnal látható, hogy, ha φ $r=0$ -nál véges, akkor $r^3\varphi=0$ lévén

$$A_1 = B_1 \quad \text{és} \quad A_2 = B_2,$$

a belső térrészben tehát:

$$r^3\varphi = (A_1 + iA_2) \{ mr(e^{mr} + e^{-mr}) - (e^{mr} - e^{-mr}) \}. \quad (18)$$

Minthogy pedig

$$\begin{aligned} mr(e^{mr} + e^{-mr}) - e^{mr} + e^{-mr} &= \\ &= (\sigma + i\tau) r \{ e^{\sigma r} (\cos \tau r + i \sin \tau r) + e^{-\sigma r} (\cos \tau r - i \sin \tau r) \} - \\ &\quad - e^{\sigma r} (\cos \tau r + i \sin \tau r) + e^{-\sigma r} (\cos \tau r - i \sin \tau r) = \\ &= 2(\sigma + i\tau) r (\cos h \sigma r \cos \tau r + i \sin h \sigma r \sin \tau r) - \\ &\quad - 2 \sin h \sigma r \cos \tau r - 2i \cos h \sigma r \sin \tau r = \\ &= 2 \{ (\sigma r \cos h \sigma r - \sin h \sigma r) \cos \tau r - \tau r \sin h \sigma r \sin \tau r \} + \\ &\quad + i \{ \tau r \cos h \sigma r \cos \tau r + (\sigma r \sin h \sigma r - \cos h \sigma r) \sin \tau r \} = \\ &= 2(a_1(r) + ia_2(r)). \end{aligned} \quad (19)$$

Itt

$$\cos hx = \frac{1}{2}(e^{hx} + e^{-hx}) \quad \text{és} \quad \sin hx = \frac{1}{2}(e^{hx} - e^{-hx}).$$

Az A_1 és A_2 állandók értéke most már ama feltétel alapján határozandó meg, hogy $r=r_1$ -nél

$$\phi = De^{-\beta t} \cos \omega t,$$

tehát φ valós részének értéke $= D$ és φ képzetes része $= 0$. Tehát, minthogy:

$$r^3 \varphi = 2 \{ A_1 a_1(r) - A_2 a_2(r) + i (A_1 a_2(r) + A_2 a_1(r)) \}, \quad (20)$$

a feltételi egyenletek a következők:

$$\begin{aligned} A_1 a_1(r_1) - A_2 a_2(r_1) &= \frac{r_1^3 D}{2}, \\ A_1 a_2(r_1) + A_2 a_1(r_1) &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Innen:

$$A_1 = \left(\frac{r_1^3 D a_1}{2(a_1^2 + a_2^2)} \right)_{r=r_1} \quad - A_2 = \left(\frac{r_1^3 D a_2}{2(a_1^2 + a_2^2)} \right)_{r=r_1} \quad (22)$$

és:

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{r_1^3}{r^3} \frac{D}{a_1(r_1)^2 + a_2(r_1)^2} \{ &a_1(r_1) a_1(r) + a_2(r_1) a_2(r) + \\ &+ i (a_1(r_1) a_2(r) - a_2(r_1) a_1(r)) \} \end{aligned} \quad (20a)$$

vége ϕ valós része:

$$\begin{aligned} \phi_1 = \frac{r_1^3 D e^{-\beta t}}{r^3 [a_1(r_1)^2 + a_2(r_1)^2]} \{ &[a_1(r_1) a_1(r) + a_2(r_1) a_2(r)] \cos \omega t + \\ &+ [a_1(r_1) a_2(r) - a_2(r_1) a_1(r)] \sin \omega t \} = \\ = \chi(r) e^{-\beta t} (\cos \omega t - \varepsilon(r)). \end{aligned} \quad (23)$$

Az $\varepsilon(r)$ phasiskülönbséget meghatározza a következő egyenlet:

$$\varepsilon(r) = \arctang \frac{a_1(r_1) a_2(r) - a_2(r_1) a_1(r)}{a_1(r_1) a_1(r) + a_2(r_1) a_2(r)}. \quad (24)$$

Látható, hogy $\varepsilon(r) = 0$, ha $r = r_1$.

b) φ meghatározása a gömbhéjon kívül.

Az állandók meghatározása a következő feltételek segítségével történik: ha $r=r_2$ φ valós része $= D$, képzetes része $= 0$, ha pedig $r = R$ úgy a valós rész, mint a képzetes rész $= 0$; (17)-ből:

$$\begin{aligned} r^3 \varphi &= (A_1 + iA_2)(\mu r e^{\sigma r + i(\tau + \delta)r} - e^{\sigma r + i\tau r}) + \\ &+ (B_1 + iB_2)(\mu r e^{-\sigma r - i(\tau - \delta)r} + e^{-\sigma r - i\tau r}) = \\ &= (A_1 + iA_2)(a_1(r) + ia_2(r)) + (B_1 + iB_2)(b_1(r) + ib_2(r)). \end{aligned} \quad (25)$$

Itt:

$$\begin{aligned} a_1(r) &= e^{\sigma r} (\mu r \cos(\tau + \delta)r - \cos \tau r) \\ a_2(r) &= e^{\sigma r} (\mu r \sin(\tau + \delta)r - \sin \tau r) \\ b_1(r) &= e^{-\sigma r} (\mu r \cos(\tau - \delta)r + \cos \tau r) \\ b_2(r) &= -e^{-\sigma r} (\mu r \sin(\tau - \delta)r + \sin \tau r). \end{aligned} \quad (26)$$

Az állandók meghatározására tehát a következő egyenletek szolgálnak:

$$\begin{aligned} A_1 a_1(r_2) - A_2 a_2(r_2) + B_1 b_1(r_2) - B_2 b_2(r_2) &= r_2^3 D \\ A_1 a_2(r_2) + A_2 a_1(r_2) + B_1 b_2(r_2) + B_2 b_1(r_2) &= 0 \\ A_1 a_1(R) - A_2 a_2(R) + B_1 b_1(R) - B_2 b_2(R) &= 0 \\ A_1 a_2(R) + A_2 a_1(R) + B_1 b_2(R) + B_2 b_1(R) &= 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Az együtthatók bizonyos törvényszerűségnek hódolnak, ami a megoldást egyszerűsíti.

A két utolsó egyenletről kiszámíthatjuk egyszerű kiküszöbölés útján A_1 -et és A_2 -t B_1 és B_2 -vel kifejezve:

$$\begin{aligned} A_1 &= \left[\frac{-B_1(a_1 b_1 + a_2 b_2) + B_2(a_1 b_2 - a_2 b_1)}{a_1^2 + a_2^2} \right]_{r=R}, \\ A_2 &= \left[\frac{-B_1(a_1 b_2 - a_2 b_1) - B_2(a_1 b_1 + a_2 b_2)}{a_1^2 + a_2^2} \right]_{r=R}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 b_1 + a_2 b_2 &= (\mu^2 r^2 - 1) \cos 2\tau r - 4\mu r \cos(\tau + \delta)r \cdot \cos \tau r \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 &= (1 - \mu^2 r^2) \sin 2\tau r - 4\mu r \sin(\tau + \delta)r \cdot \cos \tau r \\ a_1^2 + a_2^2 &= e^{2\sigma r} (\mu^2 r^2 + 1 - 2\mu r \cos \delta r). \end{aligned} \quad (28)$$

Legyen most:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{4\mu r \cos(\tau + \delta)r \cdot \cos \tau r + (1 - \mu^2 r^2) \cos 2\tau r}{1 - 2\mu r \cos \delta r + \mu^2 r^2} e^{-2\sigma r}; \\ k_2 &= \frac{4\mu r \sin(\tau + \delta)r \cdot \cos \tau r - (1 - \mu^2 r^2) \sin 2\tau r}{1 - 2\mu r \cos \delta r + \mu^2 r^2} e^{-2\sigma r}; \end{aligned} \quad (29)$$

akkor:

$$\begin{aligned} A_1 &= (B_1 k_1 - B_2 k_2)_{r=R}, \\ A_2 &= (B_1 k_2 + B_2 k_1)_{r=R}. \end{aligned} \quad (30)$$

A_1 és A_2 ezen értékeit most behelyettesítve a (27) rendszer első két egyenletébe, a következő lineáris egyenletrendszert kapjuk B_1 és B_2 meghatározására:

$$\begin{aligned} & B_1 \{a_1(r_2)k_1(R) - a_2(r_2)k_2(R) + b_1(r_2)\} - \\ & - B_2 \{a_1(r_2)k_2(R) + a_2(r_2)k_1(R) + b_2(r_2)\} = r_2^3 D, \\ & B_1 \{a_1(r_2)k_2(R) + a_2(r_2)k_1(R) + b_2(r_2)\} + \\ & + B_2 \{a_1(r_2)k_1(R) - a_2(r_2)k_2(R) + b_1(r_2)\} = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Legyen még rövideg kedvéért:

$$\begin{aligned} a_1(r_2)k_1(R) - a_2(r_2)k_2(R) + b_1(r_2) &= \beta_1, \\ a_1(r_2)k_2(R) + a_2(r_2)k_1(R) + b_2(r_2) &= \beta_2, \end{aligned} \quad (32)$$

akkor:

$$\begin{aligned} B_1\beta_1 - B_2\beta_2 &= r_2^3 D, \\ B_1\beta_2 + B_2\beta_1 &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Vége ezen egyenletekből:

$$B_1 = \frac{r_2^3 D \beta_1}{\beta_1^2 + \beta_2^2} = r_2^3 D B_1, \quad B_2 = -\frac{r_2^3 D \beta_2}{\beta_1^2 + \beta_2^2} = -r_2^3 D B_2 \quad (34)$$

és (30)-ből:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{r_2^3 D (\beta_1 k_1(R) + \beta_2 k_2(R))}{\beta_1^2 + \beta_2^2} = r_2^3 D \bar{A}_1, \\ A_2 &= \frac{r_2^3 D (\beta_1 k_2(R) - \beta_2 k_1(R))}{\beta_1^2 + \beta_2^2} = r_2^3 D \bar{A}_2. \end{aligned} \quad (35)$$

A gömbhéj és a nyugvó gömb közti térrészben tehát:

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{r_2^3 D}{r_1^3} \{[\bar{A}_1 a_1(r) - A_2 a_2(r) + \bar{B}_1 b_1(r) - B_2 b_2(r)] + \\ & + i[\bar{A}_1 a_2(r) + \bar{A}_2 a_1(r) + \bar{B}_1 b_2(r) + \bar{B}_2 b_1(r)]\} = \\ &= \frac{r_2^3 D}{r_1^3} (\bar{\varphi}_1 + i\bar{\varphi}_2) \end{aligned} \quad (36)$$

és a szögsebesség valós része:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{r_2^3 D e^{-\beta t}}{r_1^3} (\bar{\varphi}_1 \cos \omega t + \bar{\varphi}_2 \sin \omega t) = \\ &= \chi(r) e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varepsilon(r)), \end{aligned} \quad (37)$$

a hol az $\varepsilon(r)$ phasiskülönbség meghatározására az

$$\varepsilon(r) = \arctang \frac{\bar{\varphi}_2}{\varphi_1} \quad (38)$$

egyenlet szolgál. A phasiskülönbség zérus, ha $r=r_2$ és ha $r=R$, a mint a (27) alatti egyenletekből látható.

c) A surlódás forgató nyomatékának kiszámítása.

Miután ψ -t úgy a gömbhéjon kívül, mint azon belül meghatároztuk, kiszámíthatjuk ama forgató nyomatékot, a mely a gáz belső surlódása folytán hat a lengő rendszerre. E forgató nyomatéknak csak a z tengely körüli összetevője jön szóba, a mely idézett dolgozatomnak (19) képlete szerint:

$$\Phi_g = \frac{8}{3} \pi \gamma \left\{ r_2^4 \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right)_{r=r_2} - r_1^4 \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right)_{r=r_1} \right\} \quad (39)$$

$\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right)_{r=r_1}$ -et, a (23) alatti $\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right)_{r=r_2}$ -t pedig a (37) alatti képlet szolgáltatja; a rendszer mozgásegyenlete, K -val jelölve a tehetlenségi nyomatékot, τ -val a drót csavarási nyomatékát, a következő:

$$K \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \tau \vartheta = \Phi_g + \Phi_e. \quad (40)$$

Φ_e jelenti itt a gömbhéjon kívüli részekre ható csillapító erők forgató nyomatékát. Ha a gömbhéjat lekapcsoljuk, gondoskodva arról, hogy Φ_e -nek a sebességtől való függése ezalatt ne változzék (l. az idézett dolgozatomnak 573. lapját), a rendszer mozgásegyenlete a következő lesz:

$$K' \frac{d^2 \vartheta'}{dt^2} + \tau \vartheta' = \Phi_e'. \quad (41)$$

A (40), ill. (41) egyenletekbe kell behelyettesítenünk $\frac{d\vartheta}{dt}$ -nek és $\frac{d\vartheta'}{dt}$ -nek következő értékeit:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = D e^{-\mu t} \cos \omega t; \quad \frac{d\vartheta'}{dt} = D' e^{-\mu' t} \cos \omega' t, \quad (42)$$

innen :

$$\vartheta = - \frac{D e^{-\beta t}}{\beta^2 + \omega^2} (\beta \cos \omega t - \omega \sin \omega t), \quad (43)$$

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = - D e^{-\beta t} (\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t), \quad (44)$$

és hasonló két egyenlet ϑ' és $\frac{d^2 \vartheta'}{dt^2}$ -ra nézve ; másrészt :

$$\Phi_g = D e^{-\beta t} (\Phi_{g_1} \cos \omega t + \Phi_{g_2} \sin \omega t) \quad (45)$$

és

$$\Phi_e = D e^{-\beta t} (\Phi_{e_1} \cos \omega t + \Phi_{e_2} \sin \omega t), \quad (46)$$

$$\Phi'_e = D' e^{-\beta' t} (\Phi_{e_1} \cos \omega' t + \Phi_{e_2} \sin \omega' t). \quad (47)$$

A (45), (46) és (47) egyenletek egészen általános alakúak, és nincs bennük feltételezve az, hogy a surlódás forgató nyomatéka és a sebesség közt nincs phasiskülönbség ; a (40) és (41)-be be betéve ϑ , ϑ' s i. t. Φ_g , Φ_e , Φ'_e értékeit (42)—(47)-ből és külön-külön egyenlővé téve $\cos \omega t$, $\sin \omega t$, ill. $\cos \omega' t$ és $\sin \omega' t$ együtthatóit, a következő egyenleteket kapjuk :¹

$$-K\beta - \frac{\tau \beta^3}{\beta^2 + \omega^2} = \Phi_{g_1} + \Phi_{e_1}, \quad (48)$$

$$-K'\beta' - \frac{\tau \beta'^3}{\beta'^2 + \omega'^2} = \Phi_{e_1}. \quad (49)$$

β^2 -t ω^2 -hoz képest elhanyagolva ($\beta^2 \omega^2$ -nak $\frac{1}{90,000}$ -edrésze) érvényes a következő egyenlet :

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{\tau}},$$

másrészt

$$T = \frac{\pi}{\omega},$$

¹ Még két egyenletet kapunk a sin.-os tagok egyenlővé tételéből, ezekre azonban nincs szükségünk, mert tekintettel arra, hogy β -t és ω -t közvetlen kísérlet útján meghatároztuk, η meghatározására egy egyenlet elegendő.

tehát :

$$\omega^2 = \omega'^2 + \beta^2 = \frac{\tau}{K} \quad \text{és} \quad \frac{1}{\omega'^2 + \beta'^2} = \frac{K}{\tau},$$

ugyanígy :

$$\frac{1}{\omega'^2 + \beta'^2} = \frac{K'}{\tau}.$$

A (48) és (40)-ből ennek tekintetbe vételével lesz :

$$\begin{aligned} -2K\beta &= \Phi_{g_1} - 2k'\beta', \\ \Phi_{g_1} &= -2(K\beta - K'\beta'). \end{aligned} \quad (50)$$

Ez ugyanaz az egyenlet, a melyet multkori értekezésemben azon egyszerű, de igen valószínű föltevés alapján vezettem le, hogy a surlódó erők forgató nyomatéka és a szögsebesség közt nincs phasiskülönbség. Minthogy Φ_{g_1} a $De^{-\beta t} \cos \omega t$ együtt-hatója kiszámításánál is ψ_1 -nek csupán az a része szerepel, a mely $De^{-\beta t} \cos \omega t$ -vel van megszorozva, tehát a különböző sugarú gázrétegek szögsebességei közt fellépő fáziskülönbség nem szerepel benne.

A belső térrészben ψ_1 -nek $\cos \omega t$ -vel szorzott része a (23) képletből :

$$\frac{De^{-\beta t} r_1^3}{r^3 [a_1(r_1)^2 + a_2(r_1)^2]} (a_1(r_1) a_1(r) + a_2(r_1) a_2(r)) \cos \omega t,$$

a külső térrészben pedig a (37) képletből :

$$\frac{De^{-\beta t} r_1^3}{r^3} \bar{\varphi}_1 \cos \omega t.$$

E szerint a belső térrészben $\frac{\partial \psi_1}{\partial r}$ tekintetbe jövő része :

$$\begin{aligned} \frac{De^{-\beta t} r_1^3 \cos \omega t}{a_1(r_1)^2 + a_2(r_1)^2} &\left(-\frac{3}{r^4} [a_1(r_1) a_1(r) + a_2(r_1) a_2(r)] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{r^3} \left[a_1(r_1) \frac{da_1}{dr} + a_2(r_1) \frac{da_2}{dr} \right] \right), \end{aligned}$$

a külső térrészben pedig :

$$De^{-\beta t} r_2^3 \cos \omega t \left(-\frac{3\bar{\varphi}_1}{r^4} + \frac{1}{r^3} \frac{d\bar{\varphi}_1}{dr} \right).$$

A (39) és (50) alapján tehát a végleges egyenlet a sur-
lódási együttható kiszámítására a következő:

$$-\frac{1}{2}\phi_{g_1} = \beta K - \beta' K' = \frac{4}{3}\pi\gamma \left\{ \left(\frac{a_1 \frac{da_1}{dr} + a_2 \frac{da_2}{dr}}{a_1^2 + a_2^2} \right)_{r=r_1} \cdot r_1^4 - 3r_1^3 - \right. \\ \left. - \left(\frac{d\bar{\varphi}_1}{dr} \right)_{r=r_2} \cdot r_2^4 + 3r_2^3 \right\}. \quad (51)$$

a_1 és a_2 értékei a (19) képletből, $\bar{\varphi}_1$ értéke pedig a (36) képletből veendő.

Az (51) egyenlet transzcendens egyenlet az γ meghatározására, a melynek explicit megoldását nem tudjuk előállítani. Megoldhatjuk azonban aránylag kevés fáradsággal úgy, hogy néhány γ érték behelyettesítésével az egyenlet baloldalát mint γ függvényét graphikusan előállítjuk és ugyancsak graphikus úton meghatározzuk γ azon értékét, a melynél az előállított függvény éppen a $\beta K - \beta' K'$ értéket veszi fel.

Az eljárás még egyszerűbb lesz, ha — a mint fentebb kifejtettük — β -t ω -hoz képest elhanyagoljuk; kicsiny $\frac{\beta}{\omega}$ esetén ugyanis:

$$\sigma = - \left(\frac{\rho\omega}{2\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\beta}{\omega} \right), \\ \tau = + \left(\frac{\rho\omega}{2\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\omega} \right).$$

Tehát $\frac{1}{2} \frac{\beta}{\omega} = \frac{1}{600}$ pontossággal:

$$\sigma = - \left(\frac{\rho\omega}{2\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \tau = + \left(\frac{\rho\omega}{2\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (52)$$

Ugyanily közelítéssel:

$$\mu = \left(\frac{\rho\omega}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \tau, \\ \delta = \frac{3\pi}{4}. \quad (53)$$

E közelítés előnye nem csupán az, hogy σ , τ , μ , δ kifejezése egyszerűbb, hanem az is, hogy most τ tekinthető ismeretlennek az (51) egyenletben, a mi által elérhetjük azt, hogy az (51)-ben szereplő, graphikusan meghatározandó függvényt a megvizsgált gáz természetétől és állapotától függetlenül egyszer s mindenkorra felrajzolhatjuk tisztán az eszköz méretei alapján s így az egyszer megrajzolt görbe akármilyen gáz megvizsgálására alkalmas lesz.

Az (51) alatti egyenlet ugyanis így írható:

$$\beta K - \beta' K' = \frac{4}{3} \pi \gamma f(\tau),$$

minthogy pedig:

$$\gamma = \frac{\rho \omega}{2\tau^2}, \quad (54)$$

a megoldandó egyenlet:

$$\frac{3(\beta K - \beta' K')}{2\pi\rho\omega} = \frac{f(\tau)}{\tau^2} = F(\tau). \quad (55)$$

τ néhány értéke alapján megrajzoljuk az y , τ koordináta-rendszerben az

$$y = F(\tau) \quad (56)$$

görbét és keressük annak a pontnak a τ abszcissáját, a melynek ordinátája

$$y = \frac{3(\beta K - \beta' K')}{2\pi\rho\omega}.$$

Az (56) alatti görbe alakja csakis az eszköz méreteitől függ. Az $F(\tau)$ -ban szereplő mennyiségek az (52), (53) alatti egyszerűsítések mellett a következők:

$$\begin{aligned} a_1(\tau) &= (\sin h \tau r - \tau r \cos h \tau r) \cos \tau r + \tau r \sin h \tau r \sin \tau r, \\ a_2(\tau) &= \tau r \cos h \tau r \cos \tau r + (\tau r \sin h \tau r - \cos h \tau r) \sin \tau r, \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} a_1^2 + a_2^2 &= \sin^2 h^2 \tau r \cos^2 \tau r + \cos^2 h^2 \tau r \sin^2 \tau r + \\ &+ 2\tau^2 r^2 (\cos h^2 \tau r \cos \tau r + \sin h^2 \tau r \sin \tau r) - \\ &- 2\tau r \sin h \tau r \cos h \tau r + 2\tau r (\sin h^2 \tau r - \cos h^2 \tau r) \sin \tau r \cos \tau r. \end{aligned}$$

E kifejezés a hyperbolikus szögfüggvényekre vonatkozó következő összefüggések alapján lényegesen egyszerűsíthető:

$$\begin{aligned} \sin h^2 x + \cos h^2 x &= \cos h 2x, \\ \cos h^2 x - \sin h^2 x &= 1, \\ 2 \sin h x \cos h x &= \sin h 2x, \\ \sin h^2 x \cos^2 x + \cos h^2 x \sin^2 x &= \frac{1}{2} (\cos h 2x - \cos 2x), \\ \cos h^2 x \cos^2 x + \sin h^2 x \sin^2 x &= \frac{1}{2} (\cos h 2x + \cos 2x). \end{aligned}$$

E képletek tekintetbe vételével ugyanis:

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 + \alpha_2^2 &= (\tau^2 r^2 + \frac{1}{2}) \cos h 2\tau r + (\tau^2 r^2 - \frac{1}{2}) \cos 2\tau r - \\ &\quad - \tau r \sin h 2\tau r - \tau r \sin 2\tau r. \end{aligned} \quad (58)$$

Mint hogy pedig

$$\alpha_1 \frac{d\alpha_1}{dr} + \alpha_2 \frac{d\alpha_2}{dr} = \frac{1}{2} \frac{d(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)}{dr},$$

$f(\tau)$ -nak a belső térrészből származó része egyszerűen kifejezhető; ugyanis:

$$\alpha_1 \frac{d\alpha_1}{dr} + \alpha_2 \frac{d\alpha_2}{dr} = \tau^3 r^2 (\sin h 2\tau r - \sin 2\tau r). \quad (59)$$

E szerint $f(\tau)$ -nak a belső térrészből származó részében:

$$\begin{aligned} &\frac{\alpha_1 \frac{d\alpha_1}{dr} + \alpha_2 \frac{d\alpha_2}{dr}}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} = \\ &= \frac{\tau^3 r^2 (\sin h 2\tau r - \sin 2\tau r)}{(\tau^2 r^2 + \frac{1}{2}) \cos h 2\tau r + (\tau^2 r^2 - \frac{1}{2}) \cos 2\tau r - \tau r (\sin h 2\tau r + \sin 2\tau r)}. \end{aligned} \quad (60)$$

A külső térrészből származó rész nem állítható elő egyszerű zárt képletben, a számításokra azonban ez a rész is alkalmas:

$$\frac{d\bar{\varphi}_1}{dr} = \bar{A}_1 \frac{d\alpha_1}{dr} - \bar{A}_2 \frac{d\alpha_2}{dr} + \bar{B}_1 \frac{db_1}{dr} - \bar{B}_2 \frac{db_2}{dr}. \quad (61)$$

Itt:

$$\begin{aligned} \bar{A}_1 &= \frac{\beta_1 k_1 + \beta_2 k_2}{\beta_1^2 + \beta_2^2}, & \bar{A}_2 &= \frac{\beta_1 k_1 - \beta_2 k_1}{\beta_1^2 + \beta_2^2}, \\ \bar{B}_1 &= \frac{\beta_1}{\beta_1^2 + \beta_2^2}, & \bar{B}_2 &= -\frac{\beta_2}{\beta_1^2 + \beta_2^2}, \end{aligned} \quad (62)$$

$$k_1 = \frac{4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \tau R \cos \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) R \cdot \cos \tau R + (1 - 2\tau^2 R^2) \cos 2\tau R}{1 - 2^{\frac{1}{2}} \tau R \cos \frac{3\pi R}{4} + 2\tau^2 R^2} e^{2\tau R},$$

$$k_2 = \frac{4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \tau R \sin \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) R \cdot \cos \tau R - (1 - 2\tau^2 R^2) \sin 2\tau R}{1 - 2^{\frac{1}{2}} \tau R \cos \frac{3\pi R}{4} + 2\tau^2 R^2} e^{2\tau R},$$

$$\beta_1 = k_1 a_1(r_2) - k_2 a_2(r_2) + b_1(r_2),$$

$$\beta_2 = k_2 a_1(r_2) + k_1 a_2(r_2) + b_2(r_2), \quad (64)$$

$$a_1(r) = e^{-\tau r} \left\{ 2^{\frac{1}{2}} \tau r \cos \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r - \cos \tau r \right\},$$

$$a_2(r) = e^{-\tau r} \left\{ 2^{\frac{1}{2}} \tau r \sin \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r - \sin \tau r \right\},$$

$$b_1(r) = e^{\tau r} \left\{ 2^{\frac{1}{2}} \tau r \cos \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r + \cos \tau r \right\},$$

$$b_2(r) = e^{\tau r} \left\{ -2^{\frac{1}{2}} \tau r \sin \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r - \sin \tau r \right\}. \quad (65)$$

Vége a_1 , a_2 , b_1 és b_2 differenciálhányadosai r szerint:

$$\frac{da_1}{dr} = e^{-\tau r} \tau \left\{ 2^{\frac{1}{2}} (1 - \tau r) \cos \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r + \cos \tau r + \sin \tau r - \right.$$

$$\left. - 2^{\frac{1}{2}} \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r \sin \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r \right\},$$

$$\frac{da_2}{dr} = e^{-\tau r} \tau \left\{ 2^{\frac{1}{2}} (1 - \tau r) \sin \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r + \sin \tau r - \cos \tau r + \right.$$

$$\left. + 2^{\frac{1}{2}} \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r \cos \left(\tau + \frac{3\pi}{4} \right) r \right\},$$

$$\frac{db_1}{dr} = e^{\tau r} \tau \left\{ 2^{\frac{1}{2}} (1 + \tau r) \cos \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r + \cos \tau r - \sin \tau r - \right.$$

$$\left. - 2^{\frac{1}{2}} \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r \sin \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r \right\},$$

$$\frac{db_2}{dr} = e^{\tau r} \tau \left\{ 2^{\frac{1}{2}} (1 + \tau r) \sin \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r + \cos \tau r + \sin \tau r + \right.$$

$$\left. + 2^{\frac{1}{2}} \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r \cos \left(\tau - \frac{3\pi}{4} \right) r \right\}.$$

Ezen adatokból a $F(\tau)$ függvény a következő módon állítható össze:

$$F(\tau) = \frac{\tau r_1^6 (\sin h 2\tau r_1 - \sin 2\tau r_1)}{(\tau^2 r_1^2 + \frac{1}{2}) \cos h 2\tau r_1 + (\tau^2 r_2^2 - \frac{1}{2}) \cos 2\tau r_1 - \tau r_1 (\sin h 2\tau r_1 + \sin 2\tau r_1)} - \frac{1}{\tau^2} \left\{ 3r_1^3 + \left(\bar{A}_1 \frac{da_1}{dr} - \bar{A}_2 \frac{da_2}{dr} + \bar{B}_1 \frac{db_1}{dr} - \bar{B}_2 \frac{db_2}{dr} \right)_{r=r_2} r_2^4 - 3r_2^3 \right\}. \quad (67)$$

E számításoknak most már csak elméleti jelentőséget tulajdonítok, minthogy az előbb ismertetett eltérítési eljárás a lengések csillapodásán alapuló módszereket annyira túlszárnyalja egyszerűség és megbízhatóság dolgában, hogy nem tartom ajánlatosnak a surlódási együttható pontos meghatározását ily lengési módszerekkel keresni, melyeknél úgy a kísérlet, mint a számítás aránytalanul fáradságosabb, de az eredmény nincs arányban a befektetett munkával.

6. §. Összefoglalás.

1. Minthogy a gázokban lengő szilárd testek megfigyelésén alapuló módszereknél a pontosság nem kielégítő, minthogy továbbá a felfüggesztési drót belső surlódása sem küszöbölhető ki teljesen, a gázok belső surlódási együtthatójának meghatározását új módszerrel kísérlettem meg, a melyet *eltérítési módszernek* nevezhetünk, s a melynél a gázban egyenletesen forgó szilárd gömbhéj a vele concentrikusan benne elhelyezett felfüggesztett gömbhéjat egyensúlyi helyzetéből állandó szöggel eltéríti. E módszer független a felfüggesztési drót belső surlódásától és a lengési módszereknél pontosabb.

2. Levezettem ama képletet, a melynek segítségével e kitérítés megfigyelése alapján a surlódási együtthatót kiszámíthattuk, elhanyagolva előbb a sebességi összetevők és gradienseik másodfokú kifejezéseit. Kimutattam azután, hogy ugyane képlet változatlanul érvényes akkor is, ha e másodfokú kifejezéseket megtartjuk és csak a harmadfokúakat hanyagoljuk el.

3. Megvizsgáltam e módszerrel a száraz levegő surlódási együtthatóját és ezen együtthatónak a gáz sebességétől való függését, a külső gömbhéjnak $\Omega=288$ sec. és $\Omega=2\cdot88$ sec.-os

forgási idejénél és még közbeeső hat forgási időnél. Azt találtam, hogy $Q=288$ -tól $Q=22$ -ig a surlódási együttható értéke független a gáz sebességétől és e közös érték 18°C mellett:

$$\gamma_{18} = 1.9114 \cdot 10^{-4}$$

1 ezrelék pontossággal.

4. $Q=288$ -nál a levezetett képlet alapján számított surlódási együtthatót négy százalékkal nagyobbnak találtam, a mit a harmadfokú tagok hatásának tulajdonítottam. A képlet kibővítése a harmadfokú tagok tekintetbe vételével, valamint $Q=288$ -nál gyorsabb forgások vizsgálata későbbi vizsgálatok tárgya lesz.

5. $Q=278$ -nál megvizsgáltam a nedves levegő surlódási együtthatóját és azt a száraz levegőénél nagyobbnak találtam; az eltérés nagysága nem volt pontosan meghatározható, valószínű értéke 0.8% . A gázok keverékére érvényes PULUJ-féle képletből a nedves levegő surlódási együttható számított értéke a nedves levegőénél 2% -kal kisebbnek adódik.

6. Kiegészítettem a gázban lengő gömbhéjnak régebben közölt elméletét a lengő gömbi gágrétegek sebessége közti phasis-különbség tekintetbevételével.

*

E dolgozat a budapesti tudomány-egyetem physikai intézetében készült. Örömemre szolgál, hogy ez alkalommal is hálás köszönetet mondhatok EÖTVÖS LORÁND bárónak, ez intézet igazgatójának, a ki a szükséges eszközöket lekötelező szíveséggel bocsátotta rendelkezésemre és nagybecsű tanácsaival munkám közben támogatott, továbbá FRÖHLICH IZIDOR egyetemi tanár úrnak, a ki a vezetése alatt álló elméleti physikai gyűjtemény helyiségét engedte át e kísérlet céljaira és vizsgálataim iránt mindig jóakarató érdeklődést tanusított.

EGYSZERŰEN RENDEZETT HALMAZOKRÓL.

HAAR ALFRÉD és KÖNIG DÉNES-től.¹

E dolgozat egyik célja tetszőleges, egyszerűen rendezett halmazok esetére általánosítani a lineáris pontsokaságokra vonatkozó főbb tételeket. Kiváltképen a BOLZANO-WEIERSTRASS,² HEINE-BOREL³ és a CANTOR-BENDIXSON-féle⁴ tételek általánosítása jön itt tekintetbe.

Dolgozatunk azonban még egy más problémát is megold, mely ily módon jellemezhető. CANTOR a következő fontos tételt bizonyította be:⁵

A 0 és 1 közt fekvő valós számok halmazának (0-t és 1-et beleszámítva) rendtypusa, θ következő két tulajdonságával egyértelműleg értelmezve van:

a) θ perfekt;

b) θ tartalmaz egy benne mindenütt sűrűn fekvő, megszámlálható részlettypust.

Ha tehát a lineáris pontsokaságok typusait mint e θ részlettypusait értelmezzük, akkor a lineáris pontsokaságok egy osztályára vonatkozó tételeknek — az ezen osztályt jellemző

¹ A közösen nyert eredmények kidolgozását KÖNIG DÉNES végezte.

² E tétel szokásos bizonyításának történetére vonatkozólag lásd CANTOR: *Mathematische Annalen*, XXIII. k., 455. l.

³ HEINE: *Crelle Journal*, LXXIV. k., 188. l. — BOREL: *Ann. de l'Éc. Norm.* (3), XII. k., 51. l. és *Leçons sur la théorie des fonctions*, 42. l. E tétel történetére vonatkozólag l. még LEBESGUE: *Bull. des Sciences Math.* (2), XXXI. k., 129. l.

⁴ CANTOR: *Math. Ann.*, XXI. k., 575. l. és XXIII. k., 471. l.; *Acta Mathematica*, II. k., 414. l. — BENDIXSON: *Acta Mathematica*, II. k., 415. l.

⁵ *Math. Ann.*, XLVI. k., 511. l.

tulajdonságon kívül — kizárólag az a) és b) tulajdonságokból kell következniök.

Ámde épenséggel nem ez az az út, melyet a pontsokaságok elméletének felépítésekor követtek. Ellenkezőleg: a bizonyítások nagy része az *intervallumok hosszának* fogalmán alapszik. Ha θ -t a)-val és b)-vel definiáljuk, akkor semmiesetre sem lehet θ intervallumaihoz egy-egy valós számot (θ -elemet) egyértelműleg hozzárendelni, minthogy θ , e definíció szerint, minden (belső elemekből alkotott) elempárjára vonatkozólag egyformán viselkedik; egy ilyen elempárnak sincs — önmagában tekintve — olyan tulajdonsága, melyet nem osztana meg minden más ily elempárral. θ intervallumainak csak az által tulajdonítható *hosszúsága*, hogy θ elemeit *specziális alakban* (mint tizedes törteket stb.) vesszük fel és így θ -t nem az a) és b) tulajdonságokkal definiáljuk.

A módszerek tisztaságának szempontjából azonban kívánatosnak látszik a lineáris pontsokaságok elméletét kizárólag az a) és b) tulajdonságokra alapítani. Dolgozatunk megmutatja, hogy ez valóban lehetséges: az intervallumok hosszának fogalmát be sem vezetjük és így általános bizonyításaink, ha azokat a lineáris continuumra alkalmazzuk, a lineáris pontsokaságok elméletének legfőbb tételeire a kívánt bizonyításokat adják.

*

Mindenekelőtt összeállítjuk a definíciókat és a használandó jelölések magyarázatát.¹

«Egyszerűen rendezett halmaz» helyett, minthogy más halmazok nem is fognak szerepelni, röviden «halmaz»-t írunk. Egy halmaz részlethalmazainak elemeit mindig ugyanoly sorrendben tekintjük, mint a melyben ezek az eredeti halmazban szerepelnek, a nélkül, hogy ezt mindig megemlítenők.

Az M halmaz oly részlethalmazát, mely minden a -t megelőző M -elemet tartalmaz, ha a -t tartalmazza, az M «szélet»-ének

¹ V. ö. CANTOR utóljára említett dolgozatán kívül F. HAUSDORFF munkáit, különösen: Leipziger Berichte, LVIII. k., 123. l. és Math. Ann., LXV. k., 439. l. — L. továbbá RIESZ FRIGYES: Math. Ann., LXI. k., 406. l.

nevezzük. Míg az oly részlethalmaz, mely minden a -val együtt valamennyi a -t követő elemet is tartalmazza: «maradék»-a az M -nek.

Az M egy meghatározott a elemét megelőző elemek összessége: a definíció szerint M -nek egy szelete, melyet $A(a)$ -val jelölünk. Ép így $R(a)$ az M azon maradéka, mely az a -t követő elemekből áll (a maga sem $A(a)$ -nak, sem $R(a)$ -nak nem eleme).¹ Az M halmaz a és b eleme ($a \prec b$) között fekvő elemek összességét (a, b) -vel jelöljük; sem a , sem b nem eleme (a, b) -nek. M azon részlethalmazát, mely (a, b) elemeit, továbbá a -t és b -t tartalmazza, $[a, b]$ -vel jelöljük. Az M halmaznak (a, b) , $A(a)$ és $R(a)$ jelekkel jelölt részlethalmazait közös néven M «intervallum»-ainak nevezzük. A c elemet tartalmazó intervallumot c «környezet»-ének nevezzük.

Ha az M egy h eleme oly tulajdonságú, hogy — bármily h -t követő elem is az a — mindig (h, a) számossága nagyobb m -nél (és nem egyenlő m -mel), akkor h -t az « M m -edrendű baloldali sűrűsödési helyé»-nek (vagy elemének) mondjuk. Ha viszont minden (a, h) -alakú intervallum számossága nagyobb m -nél, akkor a h : «az M m -edrendű jobboldali sűrűsödési helye». Ha általában vagy minden (a, h) , vagy minden (h, b) intervallum tartalmaz elemet, azaz vagy $A(h)$ -ban nincs utolsó, vagy $R(h)$ -ban nincs első elem, akkor h az M -nek «jobb- (illetve bal-) oldali sűrűsödési helye». Az M egy eleme sűrűsödési hely tehát, ha minden környezete tartalmaz még rajta kívül elemet.

Ha M' az M egy tetszőleges részlethalmaza, akkor ép így definiálhatók az « M' -nek (M -ben lévő) jobb- és baloldali m -edrendű sűrűsödési helyei»; az M -nek h eleme az M' -nek m -edrendű jobb- (bal-) oldali sűrűsödési helye, ha minden (a, h) (minden (h, a)) intervallum az M' -nek « m -nél több» elemét tartalmazza, bármily h -t megelőző (h -t követő) eleme is a az M -nek.

Az M minden A szelete, ép úgy, mint minden R maradéka, az M egy $\{M=A+R\}$ felbontását határozza meg. E fel-

¹ A «szelet» és «maradék» szavak a CANTOR-féle «Abschnitt», «Rest» és a HAUSDORFF-féle «Anfangsstück» és «Endstück» szavaknak felelnek meg. Az $A(a)$ és $R(a)$ jel helyett HAUSDORFF az M^a és M_a jeleket használja.

bontást, ha A -ban nincs utolsó és R -ben nincs első elem, az M egy «hézag»-ának nevezzük és pedig akkor is, ha A vagy B egyáltalában nem tartalmaz elemet. Ily módon minden halmaz, melyben nincs első elem ($A=0$, $R=M$), vagy melyben nincs utolsó elem ($A=M$, $R=0$), tartalmaz (legalább egy) hézagot. A hézag (ném.: *Lücke*) fogalmát, mely ebben az elméletben ép oly fontos szerepet játszik, mint a sűrűsödési elem fogalma, HAUSDORFFnak köszönjük.¹ Ép úgy, mint a sűrűsödési helyeknek, a hézagoknak is tulajdoníthatunk bizonyos számosságokat, mint rendszámokat: az $\{M=A+R\}$ hézag m -edrendű jobb- (bal-) oldali hézaga M -nek, ha A minden maradékának (R minden szeletének) számossága nagyobb mint m .

A rendszámot itt oly módon vezettük be, hogy ha m a definíciót kielégíti, akkor kielégíti minden kisebb számosság is. A rendszám továbbá általában függ attól, hogy a sűrűsödési elemet (hézagot) mint jobb- vagy mint baloldali sűrűsödési elemet (hézagot) tekintjük-e. A megelőzők szerint minden utolsó elem nélküli szelet (első elem nélküli maradék) vagy egy sűrűsödési helyet határoz meg, t. i. a megfelelő maradék (szelet) első (utolsó) elemét, vagy egy hézagot, a szerint, hogy van-e ily első (utolsó) elem, vagy pedig nincsen.

Egy halmaz «önmagában zárt», ha nem tartalmaz hézagot.²

Az M egy részlethalmaza, M' : « M -ben zárt», ha M' -nek minden (M -beli) sűrűsödési helye: eleme M' -nek.

Egy halmaz «önmagában sűrű», ha minden eleme sűrűsödési eleme e halmaznak.³

M -nek egy önmagában sűrű részlethalmaza, M' «perfekt», ha mind önmagában, mind pedig M -ben zárt.

¹ Lineáris pontsokaságokra hasonló fogalmat (*lacuna*) már BETTAZZI bevezetett. (Annali di Matematica [2], XVI. k., 149. l.)

² E definíció nem egyezik meg azzal, melyet CANTOR ad az «Abgeschlossenheit» számára. (Math. Ann., XLVI. k., 510. l.) Ez utóbbi a hézagoknak csak két fajtáját zárja ki. A continuum részlettypusai esetére azonban — CANTOR csak ezeket tárgyalja — a két definíció megegyezik egymással.

³ Az M egy részlethalmazáról, M' -ről is csak akkor mondjuk, hogy önmagában sűrű, ha minden eleme M' -nek sűrűsödési eleme. Az még nem elégséges, hogy M' minden eleme sűrűsödési eleme legyen M -nek.

Ha M -nek egy részlethalmaza, R , oly tulajdonságú, hogy az M minden oly intervalluma, mely M -elemet tartalmaz, R -elemet is tartalmaz, akkor azt mondjuk, hogy R «az M -ben mindenütt sűrű».¹

*

A BOLZANO-WEIERSTRASS-féle tétel első általánosítása² most már következőképen hangzik:

A) Minden végtelen halmaznak, M -nek, van vagy egy sűrűsödési eleme, vagy egy hészaga.

A tétel bebizonyítása céljából kimutatjuk, hogy M -nek van vagy egy szelete utolsó elem nélkül, vagy egy maradéka első elem nélkül. Ha M -nek nincs első eleme, M maga egy első elem nélküli maradéka önmagának. Legyen tehát a_1 első eleme e halmaznak. Ha most $R(a_1)$ -ben nincs első elem, tételünk helyes; legyen tehát a_2 az $R(a_1)$ első eleme, tehát M második eleme és így tovább. Ha a tételünk nem helyes, akkor az a_1, a_2, a_3, \dots sorozat nem szakadhat meg és így ezek M -nek egy utolsó elem nélküli szeletét alkotják. Tételünk így módon be van bizonyítva.

Hogy a nyert eredményt határozottabb alakban mondassuk ki, oly tételre van szükségünk, mely lineáris pontsokaságok esetére közvetlenül a HEINE-BOREL-féle tételnek felel meg. A HEINE-BOREL-féle tétel ezen első általánosítása a következő:

B) Legyen N egy tetszőleges zárt halmaz és M ennek oly része, mely mind önmagában, mint N -ben zárt.³

¹ E definíció nem egyezik meg azzal, melyet HAUSDORFF adott az «in M überall dicht» fogalom számára. Ez utóbbi definíció szerint csak «(mindenütt) sűrű» halmaz tartalmazhat benne mindenütt sűrűn «fekvő» részlethalmazt. Sűrű halmazok esetére azonban — HAUSDORFF csak ezeket tárgyalja — a két definíció egymással megegyezik.

² E tétel következő általánosítása is érvényes: «Zárt M halmaz minden végtelen részsokaságának (M' -nek) van M -ben legalább egy sűrűsödési helye». (E tétel akkor is érvényes, ha a zárttságot CANTOR értelmében használjuk.) E sűrűsödési hely nem okvetlenül eleme az M' -nek.

³ Abból, hogy N zárt és M az N -ben zárt, már következik, hogy M önmagában is zárt.

Ha az N halmaz bizonyos i intervallumainak I halmaza olyan, hogy M minden eleme ezen intervallumok valamelyikében fekszik, akkor ezen I intervallum-halmazból kiválasztható egy véges (i_1, i_2, \dots, i_n) részlethalmaz úgy, hogy M minden eleme már ezen n intervallum valamelyikében bent fekszik.¹

E tétel bizonyításakor részben azt a gondolatmenetet fogjuk követni, melynek segítségével LEBESGUE² a megfelelő tételt lineáris pontsokaságok esetére bebizonyította.³

Az M halmaz egy a elemét «elérhető»-nek akarjuk nevezni, ha az I intervallum-halmazból kiválasztható véges számú i_1, i_2, \dots, i_n intervallum úgy, hogy a , valamint M -nek minden a -t megelőző eleme e ν intervallum valamelyikében bent fekszik. Ekkor a «az i_1, i_2, \dots, i_n intervallumokkal» érhető el. Világos, hogy az elérhető elemek M -nek egy szeletét alkotják, melyet A -val jelölünk. M többi eleme a megfelelő B maradékot alkotja. Először is kimutatjuk, hogy B nem tartalmazhat elemet ($B=0$).

Miután M -ben nincs hézag, azért vagy A -ban (mely $\neq 0$) van utolsó elem, vagy B -ben első.

Felvezesszük először is, hogy A -ban van utolsó elem: a_u és i_1, i_2, \dots, i_n -nel jelöljük I azon intervallumait, melyekkel

¹ E tételt már JOURDAIN kimondotta (Messenger of Mathematics, XXXVI. k. 67. l.) Ott azonban a tétel nem is igaz, mitnogy JOURDAIN a «closed» (zárt) és «closed with respect to N » (N -ben zárt) kifejezéseket CANTOR értelmében használja. Valóban például az $\Omega + * \Omega$ típusú halmazokra (Ω a harmadik számosztály első száma) megadható bizonyos intervallumainak kívánt tulajdonságú oly rendszere, mely nem pótolható egy ugyanilyen véges intervallumrendszerrel. Az $\Omega + * \Omega$ típus, bár hézaga van, CANTOR értelmében mégis zárt: minden ω -sornak és minden $*\omega$ -sornak van lime. A HEINE-BOREL tétel JOURDAIN-féle bizonyítása (id. h., 63. l.) használja a continuum b tulajdonságát (l. e dolgozat első lapját) és így nem igen általánosítható tetszőleges halmazok esetére.

² Leçons sur l'intégration, 105. l.

³ RIESZ FRIGYES ugyanezen az úton bebizonyította a B) tételt abban a speciális esetben, midőn 1) N «perfekt és összefüggő», továbbá 2) M az N intervalluma (i. h. 415. l.). Erre az esetre bizonyításunk egyik lényeges pontja fölösleges. Példák megadásával kimutatható, hogy M -re és N -re vonatkozólag tett megszorításaink szükségesek a tétel helyességéhez.

a_u elérhető; a_u maga legyen például i_n -nek eleme. Ha volna B -nek első b_e eleme, akkor jelöljük az ezt magába záró I -intervallumot i_{n+1} -gyel. Ekkor b_e az $i_1, i_2, \dots, i_n, i_{n+1}$ intervallumokkal elérhető volna, már pedig a feltevés szerint egy B -elem sem érhető el. B -nek tehát ezen első esetben nem lehet első eleme. Kimutatjuk, hogy, feltéve, hogy $B \neq 0$, a_u a B -nek (baloldali) sűrűsödési eleme N -ben.¹ N azon elemei, melyek valamely B -elemet követnek, N -nek egy B' maradékát alkotják; N megfelelő szelete legyen A' . B' -nek, ép úgy, mint B -nek, nem lehet első eleme, és így, minthogy N zárt, A' -nak van utolsó eleme. Ez sűrűsödési eleme N -ben B' -nek és így B -nek, tehát M -nek is. Minthogy pedig M az N -ben zárt, azért A' ezen utolsó eleme: eleme M -nek és így (nem lévén B' -nek eleme) eleme A -nak is, és pedig (minthogy B' -nek sűrűsödési eleme) nem egyéb, mint A -nak utolsó eleme, a_u , a mely tehát valóban sűrűsödési eleme B -nek. Tehát, mint a_u minden környezetének, i_n -nek is kell egy B -elemet tartalmaznia, a mely B -elem feltevésünkkel ellentétben (az i_1, i_2, \dots, i_n intervallumokkal) elérhető eleme volna M -nek.

Másolszor tegyük fel, hogy A -nak nincs utolsó eleme. Ekkor a megelőzők teljes analógiájára kimutatható, hogy — ha B egyáltalában tartalmaz elemet — B első eleme b_e jobboldali sűrűsödési helye A -nak N -ben. Azon I -intervallum, i' , mely b_e -t tartalmazza, ily módon mindenesetre tartalmazza A -nak egy elemét. Ha ez az A -elem az i'_1, i'_2, \dots, i'_k intervallumokkal érhető el, akkor b_e elérhető az $i'_1, i'_2, \dots, i'_k, i'$ intervallumokkal. És ez az eredmény ismét ellentmond azon feltevésünknek, mely szerint B elemei nem elérhetők.

A $B \neq 0$ feltevés tehát mindkét esetben ellentmondáshoz vezet, azaz: $M=A$ és M minden eleme elérhető. Ha M utolsó eleme az i_1, i_2, \dots, i_n intervallumokkal érhető el (hiszen M -nek, mint zárt halmaznak, van utolsó eleme), akkor I ezen (i_1, i_2, \dots, i_n) részlethalmazának megvan a kívánt tulajdonsága és tételünk be van bizonyítva.

¹ A következőkben éppen az fontos, hogy a_u az N -ben is sűrűsödési helye B -nek; hogy M -ben az, az világos.

A bebizonyított tétel nem általánosítható közvetlenül arra az esetre, midőn N nem zárt (s a mikor, mint a B_1) tételben, a hézagok is intervallumokba volnának zárandók); ez csak a «relativ zárttság» definíciójának módosításával történhetnék. Lehetséges azonban ez az általánosítás abban a speciális esetben — és épen erre lesz még szükségünk —, midőn $M=N$. T. i. utolsó bizonyításunknak csaknem szó szerint való ismétlésével bebizonyítható a következő tétel:

B_1) Ha az M halmaz bizonyos i intervallumainak I halmaza olyan, hogy M minden eleme és minden hézaga ezen i intervallumok valamelyikében bent van,¹ akkor van ezen I -nek egy oly véges részlethalmaza (i_1, i_2, \dots, i_n) , hogy M minden eleme és minden hézaga már ezen n intervallum valamelyikében bentfoglaltatik.

E tétel alapján az A) tételnek a következő határozottabb alak adható:

A_1) Ha az M halmaz számossága, $m > p$ és² $p = 2p$, akkor M -ben mindenestre van vagy egy p -edrendű sűrűsödési elem, vagy egy p -edrendű hézag.

Ha tételünk nem volna helyes, M minden eleme és minden hézaga M oly intervallumában is tartalmaztatnék, melynek számossága nem volna nagyobb, mint p . Utolsó tételünk szerint akkor van az intervallumoknak egy ugyanily tulajdonságú véges (i_1, i_2, \dots, i_n) rendszere is. Ha ezen intervallumok szá-

¹ Arra vonatkozólag, hogy egy hézag mikor «van bent egy intervallumban», definícióképen a következő megállapodásokat fogadjuk el:

a) $\{A+B\}$ hézag, ha A is, B is tartalmaz elemet, akkor és csak akkor van bent egy intervallumban, ha ez az intervallum A -ból is, B -ből is tartalmaz elemet;

b) $\{0+B\}$ hézag minden $A(x)$ intervallumban és csakis ezekben tartalmaztatik;

c) $\{A+0\}$ hézag minden $B(x)$ intervallumban és csakis ezekben tartalmaztatik.

² V. ö. KÖNIG DÉNES: Rend. Circ. Mat. Palermo, XXVII. k., 339. l. ZERMELO: «Wohlordnungssatz»-át egész dolgozatunkban nem alkalmazzuk. Felhasználása egyébként nem egyszerűsíténé a bizonyításokat. A ZERMELO-féle «Auswahl-Prinzip»-et használjuk.

mossága rendre p_1, p_2, \dots, p_r , akkor, minthogy M minden eleme egy i_k ($k=1, 2, \dots, r$) intervallumban bent van,

$$m \leq p_1 + p_2 + \dots + p_r. \quad (1)$$

Másrészt, összeadva a

$$p \geq p_k \quad (k=1, 2, \dots, r)$$

egyenlőtlenségeket, azt nyerjük, hogy

$$rp \geq p_1 + p_2 + \dots + p_r$$

vagyis, minthogy, ha $p=2p$, akkor egyszersmind $rp=p$:

$$m > p \geq p_1 + p_2 + \dots + p_r.$$

Ez az eredmény ellentmond (1)-nek és így tételünk ki van mutatva.

Arra az esetre, midőn M -ben nincs hézag, innen ezt a következőkre fontos speciális eredményt nyerjük:

A₂) Minden m -nél nagyobb számosságú zárt halmaz tartalmaz legalább egy m -edrendű sűrűsödési elemet, feltéve, hogy $m = 2m$.

Hogy most már a CANTOR-BENDIXSON-féle tétel általánosításához jussunk, a LINDELÖF-féle bizonyítás¹ analogiájára akarunk következtetni. A sűrűsödési, illetve kondenzációs elemek zártságának itt a most következő két tétel felel meg:

C) Ha $M^{(m)}$ a zárt M halmaz m -edrendű sűrűsödési elemeinek halmaza, akkor $M^{(m)}$ is zárt.

Tegyük fel t. i., hogy $M^{(m)}$ -ben van egy hézag:

$$M^{(m)} = A' + B',$$

hol tehát A' -ben nincs utolsó, B' -ben nincs első elem. Legyen A az M azon elemeinek összessége, melyeket még A' -elem követ, míg B azokat az M -elemeket tartalmazza, melyeket vala-

¹ Comptes Rendus, CXXXVIII. köt., 697. l. és Acta Mathematica, XXIX. köt., 183. lap.

mely B' -elem megelőz. Közvetlenül látnivaló, hogy A szelete az M -nek, B maradéka az M -nek. Ha még Q -val jelöljük M azon elemeinek összességét, melyek sem A -ban, sem B -ben nincsenek bent, akkor $M^{(m)}$ létezőnek feltételezett hézaga M következő beosztását definiálja :

$$M = A + Q + B.$$

Itt A' része A -nak, B' pedig B -nek. A -nak nincs utolsó, B -nek nincs első eleme, minthogy A' -re és B' -re a megfelelő tulajdonság érvényes. Ezért Q mindenesetre tartalmaz elemet, hiszen különben $\{M = A + B\}$ hézaga volna M -nek. Ha Q -ban nem volna első elem, akkor $\{M = A + (Q + B)\}$ volna M egy hézaga. Legyen tehát q_1 első eleme Q -nak. Ha a az M -nek q_1 -et megelőző tetszőleges eleme (tehát A -nak eleme), akkor A definíciója szerint van A' -nak oly a' eleme, mely a -t követi s így az (a, q_1) intervallumban fekszik; a' (mint A' -nak, tehát $M^{(m)}$ -nek eleme) az M m -edrendű sűrűsödési helye s így (a, q_1) -nek, mint a' minden környezetének, a számossága nagyobb mint m . Ez érvényes, bármily q_1 -et megelőző elem is az a , tehát q_1 az M -nek jobboldali m -edrendű sűrűsödési eleme volna. Ez azonban lehetetlen: $M^{(m)}$ minden eleme vagy A -nak, vagy B -nek eleme (a szerint, hogy A' -nak, vagy B' -nek eleme) és Q -elem nem lehet m -edrendű sűrűsödési hely. Ez az ellentmondás mutatja, hogy feltevésünk, mely szerint $M^{(m)}$ hézagot tartalmaz, nem lehet helyes.

D) Az $M^{(m)}$ halmaz M -ben zárt.

Legyen M -nek h eleme sűrűsödési eleme $M^{(m)}$ -nek; a egy tetszőleges h -t megelőző, b egy tetszőleges h -t követő eleme M -nek. Akkor vagy minden (a, h) , vagy minden (h, b) intervallum tartalmaz $M^{(m)}$ -elemeket és így (mint egy m -edrendű sűrűsödési elem minden környezete) egyszersmind « m -nél több» M -elemet is. Ez pedig épen azt mondja, hogy h m -edrendű sűrűsödési elem, vagyis eleme $M^{(m)}$ -nek. Ezzel a tétel tehát be van bizonyítva.

Kiemeljük még, hogy a *C)* és *D)* tételekben m egészen tetszőleges számosságot jelent.

A CANTOR-BENDIXSON-féle tétel bizonyításában a következő

lépés annak a kimutatása volna, hogy $M^{(m)}$ önmagában sűrű,¹ illetve, hogy $D = M - M^{(m)}$ számossága egy bizonyos határon alúl marad. Azonban annak a tételnek, hogy a kondenzációs pontok halmaza a continuum részletsokaságaiban mindenütt sűrű, LINDELÖF-féle bizonyítása az intervallum hosszának fogalmán alapszik és így nem általánosítható tetszőleges halmaz esetére.

A lineáris continuum *b*) tulajdonságának (l. az első lapot) megfelelő általánosabb «számossági» tulajdonság követelésével azonban a pontsokaságok elméletének ezen eredményeit is sikerül tetszőleges halmazokra átvinni, és pedig az intervallum-hossz fogalmának bevezetése nélkül. Kiindulunk t. i. egy oly N halmazból, mely egy benne mindenütt sűrűn fekvő \aleph_γ -számosságú R részlethalmazt tartalmaz és vizsgálatainkat ezen N halmaz részlethalmazaira (M) vonatkoztatjuk.² R számosságának a következőkben csupán az a tulajdonsága fog szerepelni, hogy egyenlő a négyzetével (tehát kétszeresével is). *Csak* e miatt vesszük fel e számosságot, mint alefet.³

Ha \aleph_γ ez a kitüntetett számosság, akkor M -nek \aleph_γ -adrendű sűrűsödési elemei közvetlenül a lineáris continuum kondenzációs pontjainak felelnek meg. És pedig érvényes mindenekelőtt a következő tétel, mely a tulajdonképeni magva az általánosított CANTOR-BENDIXSON-féle tételnek.

E) Legyen N oly halmaz, mely egy benne mindenütt sűrűn fekvő \aleph_γ -számosságú R részlethalmazt tartalmaz és M az N -nek tetszőleges önmagában zárt részlethalmaza. M azon elemeinek halmaza, $D = M - M^{(\aleph_\gamma)}$, melyek nem \aleph_γ -adrendű sűrűsödési elemei M -nek, nem lehet \aleph_γ -nál nagyobb számosságú.

¹ Tetszőleges m -re e tétel nem is igaz (hiszen véges m -re ez már a continuum részeire sem igaz); így például az $\Omega\omega + 1$ típusú, tehát zárt halmazok \aleph_0 -adrendű sűrűsödési elemei (a «kondenzációs elemek») $\omega + 1$ -típusú halmazt alkotnak; ez tehát nem lehet önmagában sűrű.

² Ha például N a BERNSTEIN-féle ultracontinuum (l. doktori disszertációját, Göttingen, 1901. és Math. Ann., LXI. k., 117. l.), akkor $\aleph_\gamma = \aleph_1$.

³ L. a jegyzetet az A_1 tételhez.

Legyen d a D -nek tetszőleges eleme. A d -t megelőző $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elemek közt van egy *utolsó*: c_1 . Ha t. i. — bármily d -t megelőző $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elem volna is m — minden (m, d) intervallum tartalmazná $M^{(\aleph_\gamma)}$ -nak elemeit, akkor d sűrűsödési eleme volna $M^{(\aleph_\gamma)}$ -nak M -ben és így — a D) tétel szerint — d az $M^{(\aleph_\gamma)}$ -nak és nem D -nek volna eleme. Ép így van a d -t követő $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elemek között egy *első*, c_2 . Ilyen módon D minden eleme, d meghatározza M -nek oly (c_1, c_2) intervallumát, melyben d befekszik, a mely azonban $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elemet nem tartalmaz. Kimutatjuk, hogy a c_1 és c_2 közt fekvő M -elemek számossága: $\overline{(c_1, c_2)} \leq \aleph_\gamma$. E czélból két esetet kell megkülönböztetnünk.

1. eset. Van M -nek egy c_1 -et közvetlenül követő eleme, c'_1 . Ekkor $\overline{(c'_1, d)} \leq \aleph_\gamma$, mert különben a zárt¹ $[c'_1, d]$ halmaznak okvetlenül kellene egy $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elemet tartalmaznia (A_2) tétel); már pedig sem (c'_1, d) nem tartalmaz $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elemet, sem c'_1 vagy d nem eleme $M^{(\aleph_\gamma)}$ -nak. Tehát egyszersmind $\overline{(c_1, d)} \leq \aleph_\gamma$.

2. eset. Egy M -elem sem követi közvetlenül c_1 -et, tehát c_1 baloldali sűrűsödési eleme M -nek. Bármily eleme is ekkor a a (c_1, d) -nek, van M -nek oly eleme, a_1 , hogy $c_1 \zeta a_1 \zeta a \zeta d$. Ily módon (c_1, a) mindig tartalmaz még egy M -elemet és így egy R -elemet, r -et is. Tehát (c_1, d) minden a -eleme N -nek egy (r, d) intervallumában foglaltatik, hol r az R eleme. Ezen intervallumok halmazának számossága (hol hiszen d mindre ugyanaz), R -re vonatkozó feltevésünk szerint, $\leq \aleph_\gamma$. Másrészt egy ily (r, d) -intervallum sem tartalmazhatja \aleph_γ -nál több elemét (c_1, d) -nek, mert különben — az A_2 -tétel szerint — $[r, d]$ -nek egy

¹ Ha $[c'_1, d]$ -nek volna egy hézaga: $\{[c'_1, d]=A+B\}$, akkor

$$M = (A(c'_1)+A)+(B+R(d))$$

M -nek volna hézaga, pedig feltettük, hogy M zárt. Az $A(x)$, $R(x)$, [...] jelölés itt az M -re vonatkozik.

$M^{(\aleph_\gamma)}$ -elemet kellene tartalmaznia. Így tehát, ép úgy, mint az első esetben, $\overline{(c_1, d)} \leq \aleph_\gamma \aleph_\gamma = \aleph_\gamma$.

Hasonlóképpen kimutatható, hogy $\overline{(d, c_2)} \leq \aleph_\gamma$ és így valóban $\overline{(c_1, c_2)} \leq \aleph_\gamma = \aleph_\gamma$.

Könnyen kitűnik, hogy D -nek különböző d elemeihez tartozó (c_1, c_2) -intervallumok vagy azonosak, vagy nem tartalmaznak közös elemet (a d_1 -hez és d_2 -höz ily módon tartozó két intervallum azonos, ha (d_1, d_2) -ben nincs $M^{(\aleph_\gamma)}$ -elem és csakis ekkor). Minden ily (c_1, c_2) tartalmaz egy M -elemet, d -t és így egy R -elemet is. A megelőzők szerint továbbá két különböző (c_1, c_2) intervallum különböző R -elemeket tartalmaz. A (c_1, c_2) -intervallumok halmazának számossága nem lehet tehát nagyobb, mint $\overline{R} = \aleph_\gamma$. Eredményeink így foglalhatók össze:

a) minden D -elem M -nek egy (c_1, c_2) -intervallumában fekszik;

b) minden (c_1, c_2) -intervallumban legfeljebb \aleph_γ D -elem van;

c) legfeljebb \aleph_γ ily (c_1, c_2) -intervallum van.

D számossága tehát legfeljebb $\aleph_\gamma \aleph_\gamma = \aleph_\gamma$ és az E) tétel be van bizonyítva.

Innen most már rögtön nyerjük, hogy

F) $M^{(\aleph_\gamma)}$ önmagában zárt.

Valóban: $M^{(\aleph_\gamma)}$ tetszőleges m elemének bármely környezete okvetlenül tartalmazza $M^{(\aleph_\gamma)}$ -nak más elemét is; e környezet t. i., mint \aleph_γ -adrendű sűrűsödési elem környezete, \aleph_γ -nál több M -elemet tartalmaz, és így nem állhat (m kivételével sem) csupa D -elemből, minthogy, mint épen láttuk, $\overline{D} \leq \aleph_\gamma$.

A C), D), E) és F) tételek összefoglalásával a CANTOR-BENDIXSON-féle tétel általánosításaképpen a következő végeredményt mondhatjuk ki:

G) Legyen N oly halmaz, mely egy benne mindenütt sűrűn fekvő \aleph_γ -számosságú részlethalmazt tartalmaz.

N minden zárt részlethalmaza, M , két részből tehető össze, melyek közül az egyik (P) perfekt, a másik (D) legfeljebb \aleph_γ -számosságú. A perfekt rész: M -nek M -beli \aleph_γ -adrendű sűrűsödési elemeinek halmaza.

Példák megadásával kimutatható, hogy, ha P perfektségét megőrizzük, az itt szereplő \aleph_γ -számosság általánosságban nem pótolható egy kisebb számossággal.

Megemlítjük még, hogy tételeinket lehető legáltalánosabb alakjukban mondtuk ki; a szereplő megszorítások szükségessége többé-kevésbé egyszerű példákkal igazolható.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 decz. 14.-én tartott üléséből.)

A HOMLOKÜREGRŐL.

ÓNODI ADOLF 1. tagtól.

(Kivonat.)

A mi a homloküreg fejlődését illeti, ez iránt még nincsenek befejezve a vizsgálatok és egyes kérdések még tisztázást igényelnek. BLUMENBACH¹ már 1779-ben következőképen fogta fel a homloküreg fejlődésének módját, bár tényleges adatokkal nem bizonyította be. Azt írja ugyanis: «erst am Ende des ersten Lebensjahres finden wir den Beginn der Entwicklung der Sinus frontales; allmählich kriecht nämlich, so zu sagen, die Einbuchtung am Nasentheil des Stirnbeins vor, und setzt sich endlich in die Stirnhöhlen fort». 1872-ben STEINER² egy beható munkában a homloküreg első fejlődési alapját a porczos rostatömkelegbe helyezi; fejlődési menetét saját leírásában idézzük: «Die erste Anlage der Stirnhöhlen ist in der Anlage des knorpeligen Siebbeinlabyrinths gegeben. Mit der Entwicklung der zelligen Räume des vorderen Siebbeinlabyrinths beginnt auch die der Stirnhöhlen; denn letztere stellen eben nur die Ausdehnung der vorderen Siebbeinzellen nach oben dar. Diese vom Ende des ersten zum zweiten Lebensjahre in allmählich zunehmenden Einbuchtungen der Diploë der pars nasalis des Stirnbeins stets kenntlicher werdende Entwicklung des Siebbeinlabyrinths nach oben vereinigt sich mit einem um dieselbe Zeit mehr ausgeprägten Wachstum des Stirnbeins nach

¹ Prolusio de sinibus frontalibus. 1779.

² Ueber die Entwicklung der Stimhöhlen etc. Langenbecks Archiv. 1872.

abwärts, so dass die um das sechste und siebente Lebensjahr durchschnittlich bereits etwa erbsengross zwischen den beiden Stirntafeln vorfindlichen sogenannten Stirnhöhlen als das Ergebniss dieser kombinierten Wachstumsvorgänge des Siebbeinlabyrinths und des Stirnbeins erscheinen, unter welchen die Diploë des letzteren an den entsprechenden Stellen durch Druck schwindet.» MERKEL¹ szerint «die Nebenhöhlen der Nase entwicklungsgeschichtlich nichts anderes als erweiterte und aus dem engern Verbande des eigentlichen Labyrinths losgelöste Siebbeinzellen sind». Alapos fejlődéstani vizsgálatok alapján foglalkozik KILLIAN² munkájában a homloküreggel is: «Der mittlere Nasengang besitzt (im embryonalen Zustande) von oben eine Bucht, die sich gegen die Stirn hin erstreckt; ich nannte sie Stirnbucht (recessus frontalis). Indem sich dieselbe später zwischen die Lamellen des Stirnbeins ausdehnt, bildet sie die Stirnhöhle. Ausser diesem direkten Modus der Stirnhöhlenbildung giebt es aber noch einen indirekten. An der lateralen Wand der Stirnbucht kommen nämlich ursprünglich noch zwei bis drei kleine Stirnmuschelchen vor. Aus den Spalten, welche zwischen diesen untereinander und zwischen ihnen und ihrer Nachbarschaft vorhanden sind, entwickeln sich die genannten Cellulæ frontales oder Stirnzellen. Auch kann eine von diesen in das Stirnbein eindringen und zur Stirnhöhle werden. (Indirekter Modus der Stirnhöhlenbildung).» ZUCKERKANDL³ nézete STEINER említett állásponjtjával szemben: «dass bei der Sinusbildung nicht das Hineinwachsen einer Ausstülpung des Siebbeines in das Stirnbein, sondern vielmehr eine in das Stirnbein eindringende Ausstülpung der Nasenschleimhaut die Hauptsache ist. Die Stirnbeinhöhle dürfte sich nicht in anderer Weise entwickeln als die Höhlen im Oberkiefer- und im Keilbeine, an deren Anlage sich wohl die knorpelige Nasenkapsel selbst, nicht aber einwuchernde Ausstülpungen der Siebbeinzellen theiligen». BOEGE⁴ a következőkben foglalja össze nézetét: «Die

¹ Anatomie, 1885—1890.

² Heymann's Handbuch d. Laryngologie u. Rhinologie. 1900. Bd. III.

³ Anatomie der Nasenhöhle. 1902. I.

⁴ Zur Anatomie der Stirnhöhlen. Königsberg, 1902.

Stirnhöhlen bilden sich offenbar so, dass von der das Siebbein überziehenden Schleimhaut ein hohler Fortsatz in das Stirnbein hineinwächst; dieser Fortsatz dringt in die Diploë hinein und bringt sie durch sein Wachstum zum allmählichen Schwunde; dabei umgibt sich dieser Fortsatz mit einer festen knöchernen Hülle, die wir als eine Lamina ansehen können, so dass also die Stirnhöhle eine eigene feste knöcherne Wand erhält. Aus dieser Darstellung geht deutlich hervor, dass man keineswegs die Stirnhöhle als Siebbeinzelle betrachten darf. Vielmehr ist die Stirnhöhle eine selbständige im Stirnbeine befindliche Höhle, die durch eine Schleimhautauskleidung kontinuierlich mit den selbständigen Siebbeinzellen in offener Verbindung steht. Der genetische Zusammenhang der Schleimhaut der Siebbeinzellen mit der der Stirnhöhlen darf nicht dazu benützt werden, die Stirnhöhlen als losgelöste Siebbeinzellen zu betrachten, wollte man die Stirnhöhlen als Theile des Siebbeinlabyrinths bezeichnen, so müsste man auch die Sinus sphenoidales als solche bezeichnen, was unmöglich zugegeben werden kann. Die Stirnhöhlen wie die Keilbeinhöhlen sind eben nur Anhänge des Siebbeinlabyrinths».

RÜDINGER¹ is magyarázattal látja el STEINER tételét: «Wenn man mit STEINER annimmt, dass die Stirnhöhlen Abkömmlinge der Siebbeinzellen sind, so darf dies doch nur so verstanden werden, dass sie von den Siebbeinzellen aus ihre erste Entwicklung nehmen, aber in ihrer endlichen Ausbildung nicht Abkömmlinge der Siebbeinzellen selbst sind; denn alle pneumatischen Höhlen im Knochen hängen bezüglich ihrer Entstehung in erster Linie von der Art des Knochenwachstums und der Resorption der spongiösen Substanz in derselben ab und so auch die Sinus frontales.»

A homloküreg legelső fejlődési alapja a rostatömkeleg legmellsőbb részletének fejlődése, továbbá az ezzel együttjáró csontfelszívódási folyamatok finomabb részletei még pontosabb és részletesebb vizsgálatok tárgyát kell, hogy képezzék, melyek által a felnötteken található szoros alakviszonyok a homlok-

¹ Topographische Anatomie, 1873.

üreg és a rostasejtek között, valamint az egyes fejlődési rendellenességek magyarázatot nyerhetnek.

A homloküreg első fellépésének idejét illetőleg egyes régi szerzők általánosságban tagadják jelenlétét a gyerekkorban. AEBY¹ szerint a homloküreg első fejlődése a második életévben történik, MONTI² szerint a harmadik és a negyedik évben, ENGEL³ szerint a tizenkettedik év után, PIERER⁴ szerint a gyerekkorban, R. HARTMANN⁵ szerint a pubertas időszakában, TILLAUX⁶ szerint a tizenkettedik év után. STEINER állapította meg, hogy a homloküreg fejlődésének folyamata az első és a második év határán veszi kezdetét. SPEE⁷ a következőkben nyilatkozik: Während die erste Spur der Stirnhöhlenbildung schon gleich nach dem ersten Lebensjahr sich als seichte Bucht anlegt, beginnt sie doch erst in den letzten Jahren vor der Pubertätsperiode sich nennenswerth zu vergrössern, um etwa gegen das 20. Jahr ihre durchschnittliche bleibende Grösse erlangt zu haben.»

A rendelkezésünkre álló gyerekkoponyák Röntgen-felvételei a homloküregt kifejezetten csak a hatodik év után mutatták. Egy három éves, két három és fél éves, egy négy éves és egy hat éves fején a szaglórés mellett oldalt különböző kiterjedésben látható a homloküreg első alakja. Egy három és fél éves koponyán a Röntgen-képen a szaglórésen tülemelkedve kifejezetten látható a homloküreg alakja 6 mm-nyi kiterjedésben vízszintes és verticalis irányban. Egy másik három és fél éves koponyán ez a kiterjedés már 2 mm-rel kisebb, egy négy és egy hat éves koponyán még ennél is kisebb a terjedelme a Röntgen-képen. Egy nyolcz és fél éves koponyán már kifejezett homloküreggel találkozunk, a jobboldali homloküreg 22 mm-nyi kiterjedést mutat horizontalis és verticalis irányban, míg a

¹ Der Bau des menschlichen Körpers, 1872.

² Anatomia. Modena, 1891.

³ Anatomie. 1859.

⁴ Medizinisches Realwörterbuch. 1819.

⁵ Anatomie. 1881.

⁶ Anatomie. Paris, 1884.

⁷ Skelettlehre. Bardelebens Handbuch der Anatomie, 1896.

baloldali 10 mm-rel kisebb kiterjedéssel bír. Egy kilencz éves koponyán a kifejezetten látható homloküregek 10 mm-nyi kiterjedést mutatnak, míg egy 12 éves koponyán a homloküregek szépen láthatók 20 mm-nyi kiterjedésben a vízszintes és 17 mm-nyi kiterjedésben a verticalis irányban. Egy 14 éves fejen a jobb oldalon hiányzik a homloküreg, a baloldali pedig 10 mm-nyi kiterjedést mutat. EICKEN ujabban szintén vizsgálta a különböző korú gyerekkoponyákon a Röntgen-képeket és hét éves gyereken kifejezett frontalis rostasejtet tudott látni. Egy kilencz éves koponyán a homloküreg 22 mm széles és 20 mm magas. 12, 14 és 15 éves koponyákon különböző nagyságú homloküregeket talált. A hét éven alóli koponyákon a szaglórés mellett talált kisebb frontalis rostasejtet, melyet azonban közleményében rostacsontnak jelez; írásbeli kérdezősködésemre alatta a frontalis rostasejtet érti.

A homloküreg rendszerint a homlokcsont pikkelyrészében van elhelyezve, de az esetek elég nagy számában kisebb-nagyobb terjedelemben a homlokcsont vízszintes lemezében is található. A homloküreg körülbelül háromoldalú pyramis alakjával bír, alapjával lefelé és csúcsával felfelé. Ezen alak azonban csak a rendesen kifejlődött homloküregnek felel meg. A homloküregnek van tehát egy mellső fala — paries frontalis, egy hátsó fala — paries cerebralis, egy alsó fala, az alapja és a medialis fala, az elválasztó sөvényfal a két homloküreg között. A homloküreg alsó falán van elhelyezve az orrüreggel való közlekedése nyílás vagy csatorna alakjában, miről részletesen lesz még szó.

A homloküregben csontos léczek és válaszfalak, mint a homlokcsont szivacsos részének fejlődési maradványai találhatóak, ezek által a homloküregnek kisebb-nagyobb kiöblösödései támadnak. Egyes esetekben a csontos léczek egy válaszfal képét nyújthatják és több homloküreg látszatát kelthetik.

Általános a felvétel, hogy a férfi nemben a homloküregek nagyobbak, mint a női nemben. ALEZAIS¹ szerint a férfiban a frontalis homloküregfelület a szemgödör feletti vonalban 6 cm

¹ Centralblatt f. Laryngol. 1892.

és 3·5 cm a középvonalban, míg nőben 4·5 cm és 3·5 cm. Az orbitalis felület a férfiban 2·25 és 2·0 cm, míg a nőben 2·0 és 1·3 cm. POIRIER¹ szerint átlag férfiban 3 cm-t, míg nőben 12—15 mm-t tesznek ki a homloküregek méretei. PRAUN² szerint a homloküregek a férfiban különösen a harántirányban nagyobbak. Egyes szerzők állítják, hogy a bal homloküreg legtöbbször nagyobb mint a jobb homloküreg (HILDEBRANDT,³ ENGEL,⁴ BLUMENBACH⁵). TARENETZKY⁶ a következő átlagos méreteket találta: jobboldalt a magasság 21 mm, a mélység 24 mm, a szélesség 24 mm; baloldalt a magasság 24 mm, a mélység 26 mm, a szélesség 26 mm. BOEGE⁷ 200 fej közül 103 esetben, tehát 50·7%-ban a bal homloküreget találta nagyobbknak, 50 esetben, tehát 24·6%-ban a jobb homloküreg volt nagyobb és 50 esetben a homloküregek körülbelül egyforma nagyk voltak. PRAUN⁸ 12 fejen hét esetben és GALLEMAERTS⁹ 25 fejen többnyire a jobb homloküreget találta nagyobbknak.

Ismeretes azon tény, hogy a homloküregek gyakran mutatnak fel asymmetrikus alakviszonyokat; nincsen elfogadható alap a bal homloküreg nagyobb kifejlődésének a felvételére. Tagadhatlanul szerep jut a véletlennek, mely a vizsgálati anyag nem nagy volta mellett általános érvényű tétel felállításának alapját nem képezheti. Ebben megerősít bennünket azon vizsgálati sorozat is, mely 1200 koponya radiographikus felvételére vonatkozik, a melyek alapján a homloküreg frontalis területe a horizontalis és verticalis síkban körülbelül egyforma nagynak mutatkozott. Körülbelül egy harmadban a homloküregek mindkét oldalon egyformák, egy harmadban a jobb homloküreg nagyobb és egy harmadban a bal homloküreg nagyobb.

¹ Anatomie. Paris.

² Dissertation. Würzburg. 1890.

³ Anatomie. 1830.

⁴ l. c.

⁵ Geschichte und Beschreibung der Knochen des menschl. Körpers. 1786.

⁶ Die Stirnhöhlen etc. Oroszul.

⁷ Zur Anatomie der Stirnhöhlen. Königsberg. 1902.

⁸ l. c.

⁹ Journal de la Policlinique, No 22. 1896.

Általánosságban felvették, hogy az alacsonyabb rendű emberfajokra jellegző volna a homloküregék gyengébb kifejlődése és elsatnyulása. ZUCKERKANDL¹ ezen kérdésről így nyilatkozik: «Die mangelhafte Entwicklung des Sinus frontalis tritt auch als Raceneigenthümlichkeit auf, indem hinter der mächtig vortretenden und den physiognomischen Ausdruck verdüsternden Augenbrauengegend des Australnegers die Stirnhöhlen mangelhaft ausgebildet sind oder ganz fehlen. Andererseits wieder weisen stark vorspringende Augenbrauenbogen auf sehr geräumige Stirnbeinhöhlen, weshalb es schwer ist, aus der Berücksichtigung der Stirn allein einen sicheren Schluss auf die innere Architektur des Stirnbeines zu ziehen. Doch ist zu bemerken, dass bei sehr geräumigen Sinus frontalis nicht allein die Augenbrauenbogen, sondern die Supraorbitalregionen als Ganzes vorgewölbt sind, während sich beim Defect des Sinus die Vorwölbung zumeist bloß auf die Arcus superciliares beschränkt.»

Egyes szerzők a homloküreg és a szemöldökív között összefüggést vesznek fel (AEBY,² HENLE,³ LANGER,⁴ MONTI,⁵ DALLA ROSA,⁶ VERHEYN,⁷ LANDZEST⁸), míg mások kétségbe vonják, hogy a homlok külső képéből a homloküreg kiterjedésére következtetni lehetne. (ENGEL,⁹ BIANCHI,¹⁰ TILLEY.¹¹)

A mi a homloküreg gyenge kifejlődését és elsatnyulását illeti alsóbbrendű emberfejekben, ennek jellemző faji jellegét mint általános érvényű tételt nem lehet elfogadnunk. Egyes fejekben Röntgen-képeken alsóbbrangú racekoponyákon a homlok-

¹ i. m.

² i. m.

³ Anatomie, 1871.

⁴ Anatomie, 1890.

⁵ i. m.

⁶ Physiologische Anatomie des Menschen. 1898.

⁷ Anatomie, 1739.

⁸ Anatomie.

⁹ i. m.

¹⁰ Archivio per l'antropologia. 1892.

¹¹ LANCET, 1896.

üreg jó kifejlődést mutatott. Így egy maori néger koponyán a homloküregek vízszintes irányban 65 mm-nyi és verticalis irányban 35 mm-nyi kiterjedést mutattak. Egy madagaskari néger koponyán a homloküregek vízszintes irányban 60 mm-nyi és verticalis irányban 22 mm-nyi terjedelmet mutattak. Egy azori bennszülött koponyán vízszintes irányban a homloküregek 70 mm-nyi, a verticalis irányban 38 mm-nyi kiterjedést mutattak. Egy amerikai indián koponyán és egy kaukázusi makrocephal koponyán a homloküregek gyengébb kifejlődést, csekélyebb kiterjedést mutattak. Egy gorilla fejen a Röntgen-kép nagy homloküregeket mutatott. Megemlítendő, hogy a DUBOIS által kiásott jávai *Pithecanthropus* koponyáján, mely az ősember és a majom között a kapcsolatot tartja fenn, a homloküregek kifejezetten megtalálhatók.

A mi a szemöldökívek kifejléttségét és a homloküregekhez való viszonylatát illeti, BIANCHI, TILLEY és BOEGE állásfoglalását erősíthetjük meg, hogy a szemöldökívek kialakulása a homloküregek fejlettségével felelkező viszonyban nem áll. A Röntgen-képek nagy homloküregeket mutattak ki egészen sima homlokok mellett, és viszont találtunk erős szemöldökívekkel bíró koponyát, hol a Röntgen-kép és a koponya felvétele a homloküreg teljes kétoldali hiányát mutatta. Több sima homlokkal és gyengébben kifejlett szemöldökívekkel bíró koponyát véstünk fel és nagy kiterjedésű homloküregeket találtunk.

Koponyákon és különböző irányú metszeten a homloküregeknek szokatlan nagy kiterjedését találtuk. Így a homloküregek magasan a homlokudorokig terjedtek, továbbá elérték a szemüreg tetején a látónyílást, egy esetben pedig a homloküreg baloldalt 20 mm-nyire, jobboldalt 10 mm-nyire a halántékárokba terjedt, a bal homloküreg a halántékárok és a *fissura orbitalis superior* között szélességben 25 mm-nyi és magasságban 10 mm-nyi kiterjedést mutatott és egyszersmind a középső koponyaárok legmellsőbb és legfelsőbb falát képezte.

Eltelkintve ezen szokatlan nagyságú homloküregektől, a homloküreg vizsgálatainkban a következő méreteket mutatta: a hossza 15 mm és 35 mm, a szélessége 20 mm és 40 mm, a magassága 6 mm és 32 mm között ingadozott. A homloküregek

Röntgen-képein a frontalis homloküregterületen a legnagyobb magasságot 75 mm-nyi és a legnagyobb szélességet 50 mm-nyi kiterjedésben találtuk. BOEGE a homloküreg átlagos szélességét 23·1 mm, FAVALORO¹ 16 mm, TILLEY 28 mm, ARNOLD² 15 mm, TARENETZKY 25 mm-ben állapította meg.

BOEGE a homloküreg legnagyobb magasságát 42 mm-nyinek találta. Régebbi szerzők (RUYSCH, JARJAVAY) szerint a sutura coronariát is elérte a homloküreg. Általában a legmagasabb kiterjedésben a homloküreget a homlokudorok területén írják le. LUSCHKA³ a homloküreg átlagos magasságát 41¹/₂ cm-re teszi. Meg kell jegyeznünk, hogy ez a magasság csak kivételes és nem tekinthető rendes viszonyok között átlagos magasságnak.

A homloküreg átlagos magasságát BOEGE 20·8—22·5 mm, TARENETZKY 22·5 mm, ARNOLD 12 mm, TILLEY 20—22 mm-re teszik. A homloküreg átlagos hosszát, illetve mélységét BOEGE 16·1—23·1 mm, TARENETZKY 25 mm-re teszi.

BAYER⁴ azon folyadékmennyiséget, melyet a homloküreg magába fogadhat, 4 cm-re teszi. BRAUNE és CLASEN⁵ szerint az átlagos térfogat 2·5 cm. BRÜHL⁶ szerint az átlagos térfogat 2·8 cm.

A homloküregben levő léczek és válaszfalak olyan üreg-részleteket választhatnak el, melyek kisebb-nagyobb méretű közlekedésben állnak a homloküreggel, de egyes esetekben több elkülönült homloküreg látszatát kelthetik. Így magyarázható ROSER⁶ régebbi leírása is: «Wohl die meisten Menschen haben drei Stirnhöhlen, eine mittlere und zwei seitliche. Aber auch vier, sogar sechs Stirnhöhlen kommen vor.» Később már általánosan ír:⁷ «Die Höhlen können durch weit vorspringende Septa mehrkammerig werden.» STRUYCKEN⁸ 12 orbitalis kamrát,

¹ Anatomia. Napoli. 1868.

² Anatomie. 1844.

³ Anatomie. 1867.

⁴ Zeitschrift für Anat. u. Entwicklungsgeschichte, 1877.

⁵ Berliner Klin. Woch. 1900.

⁶ Chirurgisch-anatomisches Vademecum. 1886.

⁷ Chirurgisch-anatomisches Vademecum. 1890.

⁸ GERBER i. m.

MEYER¹ 14 elkülönített kamrát írt le. POIRIER² kettős homloküregét két kivezető csatornával említ, HEYMANN³ hasonlóképpen ketté osztott, teljesen különálló és kivezető csatornával ellátott homloküregét ír le. CRYER⁴ fejet ír le, melyen a jobb homloküreg négy kamarából három kivezetőcsatornával és a baloldali homloküreg hasonló alakviszonyokkal bírt. BOEGE két homloküregét az egyik oldalon három esetben talált, tehát 1·5%-ban. TILLEY 120 fejen egy esetben sem talált az egyik oldalon két homloküregét. Én több mint 300 fejen szintén nem találtam kettős homloküregét. MERKEL⁵ azt állítja, hogy egyáltalában egynél több homloküreg az egyik oldalon nem fordulhat elő. BOEGE egy az orrüregtől teljesen elkülönített, tehát lefűzött homloküregét talált az egyik oldalon egy esetben. HARTMANN⁶ a leghatározottabban állást foglal az elkülönített kamrák ellen, állítván, hogy «vollständig abgeschlossene Kammern entwicklungsgeschichtlich unmöglich seien, da die Höhlen durch Vordringen der Stirnbucht entstanden». BOEGE észleletére támaszkodva egyszersmind utal a fejlődéstani tényekre, melyek lefűződési folyamatokra vonatkoznak és így a homloküreg lefűződésének lehetőségét sem lehet kétségbe vonni. El lehet gondolni, hogy a homloküreg nyálkahártyanyújtványa lefűződik és a fejlődés további szakában csontos réteggel vétetik körül. Nem tekintve ezen fejlődési lehetőséget, számolni kell a kóros elváltozásokkal is, melyek az orrüreggel való közlekedést megszüntethetik. Épenúgy fejlődéstani alapon magyarázatot nyerhet két vagy három homloküreg, két vagy három kivezetőcsatorna előfordulása. Azonban az elmondottak és leleteink alapján hangsúlyozni kell, hogy több teljesen elkülönített homloküreg előjövetele több kivezetőcsatornával, valamint kivezetőcsatorna nélkül egyáltalában ritka jelenség.

Azon fejeken, melyeken a homlokvarrat fennmaradt, a

¹ Münchener medizinische Wochenschrift. 1897.

² GERBER i. m.

³ GERBER i. m.

⁴ Journal of the amer. med. assoc. 1907.

⁵ i. m.

⁶ Die Anatomie der Stirnhöhle. 1900.

homloküreg gyengébb fejlettsége vagy hiánya képezte a régebbi boncznokok egyik vitás kérdését. BARTHOLINUS tagadta az ilyen fejen a homloküreg jelenlétét, mások épen az ellenkezőjét bizonyították be. BOEGE hét ilyen fejet vizsgált meg, ezek közül három fejen mindkét homloküreg és három fejen a jobb homloküreg a középértéken alól marad, míg egy fejen mindkét homloküreg és három fejen a bal homloküreg a középértéket eléri, sőt túllépi. TARENETZKY 11 homlokvarratos ú. n. keresztfejet vizsgált meg. Három fejen hiányzik mindkét homloküreg, egyen a jobb homloküreg, egyen a bal homloküreg, hat fejen a homloküregek többé-kevésbé jól voltak kifejlődve. TARENETZKY a homlokvarratnak kétségtelen befolyást tulajdonít a homloküreg alakjára és terjedelmére. STEINER és BOEGE szerint a homlokvarratos koponyákban épenúgy, mint más koponyákban a homloküregek majd elérik a középértéket, majd pedig túllépi. SPEE¹ a homlokvarratos koponyák homloküregéről a következőket írja: «Persistiert die mediane Trennung der Stirnbeine als Sutura metopica, so teilt diese das Septum höchst unregelmässig in zwei Blätter, deren eines in der Medianlinie vielfach durchbrochen ist und derjenigen Seite angehört, an der die Stirnhöhle die grössere Ausdehnung gewonnen hat, während das der anderen vollkommen kontinuierlich, manchmal sogar dick ist und allein die Scheidung der Stirnhöhle vollzieht.»

Mi ezer koponya közül 16 esetben találtuk a homlokvarrat jelenlétét. 14 koponya lett megvizsgálva villamos átvilágítással és Röntgen-felvétellel. Ezen 14 koponya közül 13 esetben a homloküregek mind a két oldalon megvoltak és csupán egy esetben hiányoztak kétoldalt. Nyolcz esetben a homloküregek középnyagok voltak, sőt egyesek nagyok is voltak, így a homloküreg frontalis kiterjedése a Röntgen-képen vízszintes irányban 42 mm-t és verticalis irányban 32 mm-t ért el, négy esetben a homloküregek kicsinyek voltak.

A mi a SPEE által leírt viszonyokat illeti a homloküregeket elválasztó sövényre vonatkozólag, két koponya állott rendel-

¹ i. m.

kezésekre, melyeket megnyitva megvizsgálhattam. Az egyik kopyán a homlokvarratot a homloküregektől 3—4 mm vastag csont részlet választotta el, míg a másik fejen a homloküregek szintén el voltak választva a homlokvarrattól, de csak 1 mm csont rész által épen a középvonalban. Ezen vizsgálataim alapján azon álláspontot kell elfoglalnunk, hogy a homlokvarrat nem befolyásolja a homloküregek alakviszonyait. 16 esetben csupán egyszer hiányoztak, különben többnyire rendes, sőt nagy kiterjedést is mutattak, a homloküregeket elválasztó sövény pedig különös eltérést nem mutatott.

A homloküregeket elválasztó sövény csonthiányáról és nyílásáról később lesz szó, most csak azt kívánjuk megjegyezni, hogy gyakorta elhajlik és nem ritkán a homloküregek asymmetriájának megfelelő helyzetet foglal el. BOEGE vizsgálataiban úgy találta, hogy a sövény többnyire kissé balra hajlik. Ezen leletet összefüggésbe hozza azon tételével, hogy a bal homloküreg rendszerint nagyobb mint a jobb. A septum interfrontale elhajlását, tekintve a homloküregek gyakori asymmetriáját, szintén nem lehet az egyik vagy másik oldal javára eldönteni, mert itt is a véletlennek jut szerep.

A septum interfrontale lehet tehát a középvonalban sagittalis, vagy asymmetria eseteiben különböző terjedelemben ferde helyzetű. Egy sagittalis metszeten a bal homloküreg 15 mm szélességben fűdi a jobb homloköblöt s azonfelül még 30 mm-nyire felfelé terjed. Tehát a sagittalis septum interfrontale mellett még egy vízszintes közös válaszfal van jelen.

Egy harántmetszeten nagy asymmetria látható nagy terjedelmű jobb homloküreggel, feltűnő kicsiny bal homloküreggel és a septum interfrontale erősen ferde helyzetével.

A homloküreg hiányát már a régebbi boncznokok is ismerték. BOEGE 203 feje közül tíz esetben hiányzott mind a két homloküreg (4·9%), kilencz esetben a jobb (4·4%) és öt esetben a bal homloküreg (2·5%). TARENETZKY szerint mindkét homloküreg 13%, a bal 6% és a jobb homloküreg 9%-ban hiányzik. LOGAN TURNER¹ 500 fejet villamos lámpával világított meg és

¹ Archiv f. Ohrenheilkunde. Bd. XLVIII.

ezen vizsgálati eljárásnál 80 esetben, tehát 16%-ban hiányzott a homloküreg mindkét oldalán, és 63 esetben, tehát 12·5%-ban az egyik oldalán. TILLEY 23 fejen három esetben mindkét homloküreg, egy-egy esetben a bal és a jobb homloküreg hiányát találta. GUILLEMAIN¹ 30 fejen két esetben, OPPIKOFER² 200 fejen hét esetben találta a homloküreg hiányát. BOUYER³ szerint 4—5%-ban, VOHSEN⁴ szerint 20%-ban hiányzik a homloküreg. A homloküreg hiányát POINER 31 esetben, EITNER, ETIÉVANT 60 esetben háromszor, DELOU⁵ 7 esetben egyszer, MOURET⁶ 80 esetben egyszer, SCHEIER⁷ öt esetben egyszer, FREUDENTHAL⁸ 24 esetben háromszor, GALLEMAERTS 25 esetben egyszer találta. Mi is több mint 300 fejen 20%-ban találtuk a homloküreg hiányát.⁹

Újabb vizsgálatainkban a homloküregeket nemcsak villamos átvilágítással, hanem Röntgenképeken is átvizsgáltuk 1200 koponyán, és mint később látni fogjuk, a villamos átvilágítással nyert eredmények abszolút értékkel nem bírnak, mert a csont vastagsága sokszor megghiúsítja a villamos átvilágítást és a homloküreg hiányát ott is találhatjuk, a hol igen nagy homloküregek vannak jelen. Vizsgálataink eredményei szerint az 1200 fejen villamos átvilágításnál 30%-ban hiányzik a homloküreg mindkét oldala, 10%-ban a jobb oldalán és 10%-ban a bal oldalán. A Röntgenképen a homloküreg csak 5%-ban hiányzik mindkét oldalán és majdnem 1%-ban az egyik oldalán, vagyis a kétoldali hiány gyakoribb, mint az egyoldali. Tekintve, hogy ezen a nagy vizsgálati anyagon a teljesen megbízható és a valóságnak megfelelő radiographikus eredmény körülbelül elfogadható százalékot ad, bár a véletlen itt sem zárható ki

¹ GERBER i. m.

² Archiv f. Laryng.

³ GERBER i. m.

⁴ Verhandlungen des X. internat. med. Kongresses, 1892.

⁵ GERBER i. m.

⁶ GERBER i. m.

⁷ GERBER i. m.

⁸ The Journal of the americ. med. assoc. 1905.

⁹ Archiv f. Anat. u. Physiol. 1907.

teljesen, nagy valószínűséggel felvehető, hogy még nagyobb vizsgálati anyagon sem volna számbavehető ingadozás észlelhető.

A homloküregék hiányának látszata fennforoghat egyrészt a nagyméretű asymmetria folytán, midőn a feltűnő kicsiny homloküreg az ellenoldali által csaknem elfedetik a homlok területében, másrészt a homloküreg rendellenes kis terjedelme folytán, midőn a homlokterületet nem, vagy alig érinti és csupán a szemgödör feletti szél mediális területén lelhető fel vagy a homlokcsont pikkelyes részének a vízszintes lemezbe való átmenetelének belyén található, néha csak néhány milliméternyi kiterjedésben.

A mi a homloküregnek az orrüreggel való közlekedését illeti, azt a középső orrjárat területében vagy egy nyílás, ostium frontale, vagy egy csatorna, ductus nasofrontalis eszközli. Az ostium frontale lehet vagy az infundibulum tetején, vagy a hiatus seminularis előtt és fölött, vagy a középső orrjárat tetején a középső kagyló mellső végén elhelyezve.

A ductus nasofrontalis különböző hosszú és széles lehet és az infundibulumba nyílik. JURASZ¹ a ductus nasofrontalis hosszát 12—16 mm-re teszi, POIRIER szerint férfiban 15 mm, nőben pedig 10 mm hosszú a kivezető csatorna. BOEGE és VACHER² az orrüreggel össze nem függő, izolált homloküreget észlelt.

Készítményeinken az ostium frontale tágsága 1 és 5 mm között ingadozik, a ductus nasofrontalis hossza 1—2 cm lehet. Észleltünk kettős kivezető csatornát is egy homloküregben. Továbbá előfordult esetünkben az a szokatlan alakviszony is, hogy a homloküreg csak közvetve, egy rostasejt közvetítésével nyílt a középső orrjáratba, azonfelül észleltünk olyan eseteket is, a hol a homloküreg alsó részlete vagy kivezető csatornája közlekedett a szomszédos rostasejttel.

A rostasejteknek a homloküregbe való betüremlését MERKEL, ROSER, A. HARTMANN, BIANCHI és ZUCKERKANDL írta le. A. HARTMANN cellula frontalis externa, ZUCKERKANDL bulla frontalis névvel jelölte meg. ZUCKERKANDL 30 készítményen 6 esetben

¹ Berliner klinische Wochenschrift. 1887.

² Bull. de la Soc. franç. d'otol. 1906.

találta a bulla frontalis jelenlétét. BOERGE egy esetben észlelte. A mi vizsgálatainkban 300 fejen 20%-ban találtuk a bulla frontalist, különböző nagyságban; kiterjedése szerint a homloküreg egyes falaival érintkezésbe juthat, sőt velük összenőhet. Külön kivezető csatorna köti össze az orrüreget, és pedig a középső orrjáratral.

Vizsgálataink szerint ezen bulla frontalis hossza 13 és 28 mm, szélessége 10 és 35 mm, magassága 3 és 24 mm között ingadozott. Egy készítmény homlokmetseten mindkét oldalon nagy bulla frontalis jelenlétét mutatja, a jobb homloküreg 20 mm hosszú, 30 mm széles, 11 mm magas, a bal homloküreg 14 mm hosszú, 30 mm széles, 11 mm magas. A jobb bulla frontalis 20 mm hosszú, 13 mm széles, 20 mm magas, a bal bulla frontalis 20 mm hosszú, 13 mm széles, 20 mm magas. A bulla frontalis kivezető csatornája szintén a középső orrjáratba nyílik és a homloküreg kivezető csatornája mellett, tőle medialisán van elhelyezve. Egy készítményen mindkét oldalon nagy kiterjedést mutat a bulla frontalis, a szemgödör feletti széltől 35 mm-nyire terjed a homlok területében felfelé, a hol a tulajdonképeni 35 mm széles homloküreg csak 3 mm-nyi területen érinti a homlokot. Egy készítményen sagittalis metseten a bulla frontalis kivezető csatornájával látható és a homloküreg képét nyújtja, a bulla frontalis 22 mm magas és 15 mm hosszú, a 35 mm magas homloküreg a bulla frontalis felett és mögött van elhelyezve. Egy készítményen sagittalis metsetben látható egy golyóalakú, 18 mm hosszú, 24 mm magas és 14 mm széles bulla frontalis, mely a homloküreg mögött nyílik a középső orrjáratba és a 26 mm hosszú, 40 mm széles és 31 mm magas homloküreg hátsó falával van összenőve. Egy készítményen sagittalis metsetben látható egy 17 mm hosszú, 22 mm magas és 21 mm széles bulla frontalis, a homloküreg előtt nyílik a középső orrjáratba és a 25 mm hosszú, 6 mm magas és 34 mm széles homloküreget mellső felében megszükiti. Még meg kell jegyeznünk, hogy a homloküreg hátulsó részébe is betüremkedhetik a szomszédos rostasejt és szűkítheti a homloküreg térfogatát.

A homloküreg alsó részlete, az ostium frontale és a ductus

nasofrontalis körül elhelyezett mellső rostasejtek egymással való közlekedése többször volt észlelhető. De épen így észleltünk a homloküreg és a homlokcsont vízszintes lemezében elhelyezett rostasejtek, cellulæ frontoorbitales, között is közlekedést, többször csak egy ilyen rostasejttel, egy esetben pedig két ilyen rostasejttel. Ezen általam régebben mellső és hátulsó orbitalis sejtek nevezett rostasejtet helyzeti viszonyánál fogva helyesebben mellső és hátulsó cellula frontoorbitalis névvel jelöljük meg és a homloküreghez való viszonyát röviden érintjük, mert az egyes üregeknek az értelmezése az irodalomban már eddig is zavart okozott. Szó volt hátsó homloküregről, suplementær homloküregről, pedig lényegében csak a homloküreg vízszintes lemezében elhelyezett rostasejtekről lehet szó és minthogy ezek a homlokcsont vízszintes részében egyszersmind a szemüreg tetején terülnek el, ezen helyzeti viszonyoknál fogva a cellula frontoorbitalis elnevezést a legmegfelelőbbnek tartjuk. Így KUENT¹ leír egy «Sinus posterior»-t, mely a homloküreg mögött egy alatta fekvő középső rostasejtbe nyílt. ZUCKERKANDL a homlokcsont vízszintes lemezében levő üregekre vonatkozólag a következő megjegyzéseket teszi: «Im Orbitaltheile des Stirnbeines sind zweierlei Hohlräume zu bemerken: Eine Gruppe findet sich an der Incisura ethmoidalis, da wo die beiden Platten des Orbitaldaches auseinandertreten und eine Reihe von Grübchen, Foveolae ethmoidales, begrenzen, die bald seicht, bald tief sind. Diese Grübchen sind durch niedrige Leisten voneinander geschieden, die sich in die Ursprungslamellen der Siebbeinmuscheln fortsetzen. Aus diesem Grunde communicieren gewöhnlich die Grübchen weder untereinander, noch mit dem Schuppenantheile des Sinus, sondern ausschliesslich mit den Nasengängen und zwar: die vordere Nische mit dem Spalte zwischen Bulla ethmoidalis und unterer Siebbeinmuschel, die nächstfolgende mit der Fissura ethmoidalis inferior, eventuell eine dritte mit der Fissura ethmoidalis media oder superior. Neben den Foveolae ethmoidales und lateral von ihnen ist nun, wie schon eingangs erwähnt, das Orbitaldach sehr oft preumatisch, jedoch

¹ Ueber die entzündlichen Erkrankungen der Stirnhöhlen. 1895.

handelt es sich hiebei lediglich um eine Fortsetzung des Schuppensinus in die Orbitaldecke hinein». MOURET¹ a homloküreg mögött fekvő suplementær homloküregre hívta fel a figyelmet; hasonló alakviszonyokat említ PATEL,² STANCULEANU,³ CASTEX⁴ FREUDENTHAL,⁵ PRAUN.⁶

Ezen alakviszonyok előjövetele szorosán összefügg úgy a homloküreg, mint a rostasejtek fejlődésével, a csontosodás és a csontfelszívódás folyamataival. Lényegben csupán két jól körülírható alakviszonyról lehet szó, a homloküregről, mely a homlokcsont vízszintes lemezének egyes részeit vagy egész terjedelmét érintheti és egyes csontléczekkel, nem teljes válaszfalakkal lehet ellátva; továbbá a frontoorbitalis sejtről, cellula frontoorbitalis, mely a rostasejtek rendellenes kiterjedését a homlokcsont vízszintes lemezében jelenti.

Vizsgálataim szerint mellső és hátsó cellula frontoorbitalis lehet jelen különböző kiterjedésben, a mellső egy vagy kettő a középső orrjáratba, a hátsó a felső orrjáratba nyílik. Egy esetben észleltük a homloküregnek közlekedését a mellső és a hátsó frontoorbitalis sejttel, négy esetben pedig a mellső frontoorbitalis sejttel. A mellső cellula frontoorbitalis hossza 5 és 27 mm között, szélessége 10 és 29 mm között, magassága 9 és 25 mm között ingadozott; a hátsó cellula frontoorbitalis hossza 9 és 25 mm között, szélessége 12 és 21 mm között, magassága 9 és 13 mm között váltakozott.

A homloküregeknek egymással való közlekedése az elválasztó sөvényen levő foramen interfrontale közvetítésével a boneznokok előtt már régebben ismeretes, egyesek mint ritka, mások mint gyakori jelenséget írták le. A műtétek alatt tapasztalt folytonossághiánya a válaszfalnak a kóros elváltozásokkal állhat összefüggésben, épen úgy a macerált koponyákon észlelt csonthiány traumatikus jelleggel birhat. A veleszületett, physiologikus

¹ Revue hebdomadaire de laryng. 1902.

² Lyon méd. 1902.

³ Rapp. anat. et path. entre les sin. de la face etc. Paris, 1902.

⁴ Société française d'otol. 1905.

⁵ Arch. internat. de lar. 1905.

⁶ Dissertation. Würzburg, 1890.

csonthiány, a foramen interfrontale általában ritka alakviszony, BOEGE csak kétszer találta 323 esetben, WINKLER¹ KILLIAN² és *mi* szintén csak ritkán észleltük jelenlétét. Egy esetben a teljesen kerek, síma szélű foramen interfrontale ép koponyán 1·5 mm-nyi átmérővel birt. DENOUVILLIERS és GOSSELIN³ szerint néha több foramen interfrontale is előfordul.

A homloküreg mellső, cerebralis és orbitalis falán is észleltek csonthiányokat, részben veleszületett jelleggel, részben kóros és agykori folyamatok folytán. HELLY⁴ 474 fejen négy esetben talált csonthiányt és többször ér-réseket a homloküreg mellső falán. Előfordul ritkán a szemöldökív medialis részétől felfelé haladó barázda egy csonthiánynyal, mely a homloküreggel közlekedik. ZUCKERKANDL és HELLY egy-egy esetben észlelte ezen rendellenességet. BARTHÁ-val a homloküreg mellső falán észleltem egy csonthiányt *in vivo*, melyen a homloküregnek egy polypja hatolt keresztül. A homloküreg mellső alán többször észleltünk ér-réseket, valamint GERBER⁵ is. ZUCKERKANDL és MERLIN⁶ agykori sorvadás folytán támadt csonthiányokat észlelt a homlokcsont orbitalis részén, miáltal a homloküreg egyrészt a koponyaüreggel, másrészt a szemüreggel közlekedett. Nekünk is volt alkalmunk a homloküreg falát a szemüreg tetején erősen elvékonyodva és egyes pontszerű és vonalszerű csonthiányokat észlelni. CISNEROS és JAQUES a homloküreg hátsó falának veleszületett csonthiányáról tesz említést, hasonlóképen MOURET, LINDT, CASTEX.⁷

Három esetben a rostasejt papirlemezőnek veleszületett csonthiánya összefüggött a homloküreg orbitalis részével is, miáltal a homloküreg a rostasejtekkel és a szemüreggel közlekedett. Azután az általunk leírt semicanalis ethmoidalist három esetben találtuk a homloküregben, midőn az a homlokcsont

¹ KILLIAN, Münch. med. Woch. 1897.

² KILLIAN, Münch. med. Wochenschrift. 1897.

³ KILLIAN i. m.

⁴ Langenbeck's Archiv. Bd. XLI.

⁵ i. m.

⁶ Bericht der naturwiss.-mediz. Vereinigung, Innsbruck, 1881—1886.

⁷ GERBER i. m.

vízszintes lemezében a szemüreg tetején terült el; ezen esetekben a semicanalis ethmoidalis hossza 5 és 8 mm között ingadozott. Egy esetben pedig, a hol a homloküreg egy a rostasejteket képviselő üreggel összefolyik, a homloküreg mellső falától 23 mm-nyire van elhelyezve a foramen ethmoidale anterius, mely a homloküreg oldalsó falán egy 16 mm hosszú semicanalis ethmoidalisban lefelé folytatódik.

Még egyes fejlődési rendellenességeket kívánunk megemlíteni, melyek észlelésünk tárgyát képezték és a homloküregnek a rosta tömkeleggel való részleges vagy teljes összeolvadására vonatkoznak. Az egyik esetben a ductus nasofrontalis hátsó falán egy háromszögletű recessus hátraterjedt, a ductus nasofrontalis mellső fala 12 mm hosszú, innen a recessus 12 mm-nyire hátra terjedt, a homloküreg nyílása 2 mm átmérővel bírt a középső orrjárat tetején. A mellső rostasejtek hiánya volt jelen, a meglévő rostasejtek a felső orrjáratba nyitak. A másik esetben az említett recessus még nagyobb volt, a homloküreg nyílási területétől 21 mm-nyire terjedt hátrafelé. A homloküreg nyílása 5 mm tág és a középső orrjárat tetejének legmellsőbb részén van. A recessus felett levő mellső rostasejt mint mellső cellula frontoorbitalis a homlokcsont vízszintes lemezében 30 mm széles, 22 mm hosszú és 9 mm magas kiterjedést mutatott. Ugyanezen készítmény jobb oldalán egy 20 mm hosszú, 15 mm magas és 8 mm széles bulla frontalis volt a ductus nasofrontalis előtt elhelyezve. Egy készítményen a rostasejtek mindegyik oldalon közös üreget képeznek, bal oldalt a homloküreg és a rostasejteket képviselő üreg összefolyt és ennek a közös üregnek a hossza 62 mm volt, a homloküreg 4 mm-nyi tág nyílással a hiatus semilunaris mellső vége előtt nyilott, míg a rostasejteket képviselő üreg mindegyik oldalon szimmetrikus elhelyezéssel kicsiny kerek nyílással a felső orrjáratba nyilott.

A mi a homloküreg viszonyát illeti a szomszédos melléküregekhez, a szemüreghez, a látóideghez és az agyvelőhöz, azt a következőkben ismertetjük vizsgálataink alapján.

A homloküreg a kiterjedésében rendesen a rostasejtekkel, kivételesen az iköböllel áll szomszédos viszonyban. A homloküreg benyílási területe, a ductus nasofrontalis területe a mellső

rostasejtekkel áll közelebbi viszonyban, ezeket a rostasejteket HARTMANN homloksejteknek, cellulæ frontales, nevezte és a homloküreg benyilási területéhez való elhelyezésük szerint megkülönböztet mellső, hátsó és külső homloksejteket. HEYMANN és RICHTER¹ ezen sejteket infundibularis sejtek és hiatus-sejtek névvel jelölte meg.

Ismeretes a homloküreg alsó falának viszonya a szemüreg legmellsőbb részletéhez, a homloküreg a szemgödörfölkötti szél-től a szemüreg tetején a könnycsont és a rostacsont papirlemezének területéig terjedhet, de olyan kiterjedést is elérhet, hogy a szemüreg tetejének egész területében található, sőt az iksont kis szárnyában a foramen opticum és a középső koponya területét is határolhatja. Ilyen módon egyenesen szomszédos viszonyba juthat a homloküreg a canalis opticus és foramen opticum útján a látóideggel. Olyan esetben pedig, midőn a homloküreg a fissura orbitalis területét határolja, a felső szeméren áthaladó szemidegekhez is szomszédos viszonyba juthat.

Fentebb fejtegettük a homloküreg viszonyát a mellső és hátsó frontoorbitalis sejtekhez, melyektől papírvékonyaságú csontfalak választják el.

A mi a homloküreg szomszédos viszonyát az agyvelőhöz illeti, röviden összefoglaljuk azon vonatkozásokat, melyek a homloküreg kiterjedése és a megfelelő agyterületek között fennállanak. A homloküreg többnyire csak a gyrus frontalis superior területének felel meg, de kiterjedhet a gyrus frontalis medius és inferior területére is. Felfelé a homloküreg 4—7·5 cm-nyire terjedhet a gyrus frontalis superior és medius területében. Egyes esetekben a homloküreg a homloklebeny alsó felületének nagyobb részét vagy egész alsó felszínét érintheti, de a halántéklebeny területét is elérheti. Több esetben a homloküreg az ellenoldali homloklebenyt kisebb-nagyobb terjedelemben érintheti.

Mielőtt az 1200 koponyán végzett elektromos átvilágításokról és Röntgen-felvételekről beszámolnánk, azon kísérletekről is meg kell emlékeznünk, a melyeket egyes koponyákon ellenőrzés céljából végeztünk, hogy meggyőződhessünk, hogy az

¹ Zeitschrift f. Laryngologie. 1908. Bd. I.

elektromosan vagy radiographikusan megvilágított homloküregek a valóságban a felvett homloküregeknek megfelelnek.

A koponyák villamos átvilágítására a Vohsen-féle lámpát használtuk teljesen elsötétített helyen. Egy olyan koponyán, melyen a villamos átvilágítás határvonala látható volt és mely alkalmas volt az ellenőrzésre, a mennyiben a homloküregeket fedő csont részlet mindkét oldalon leemelhető volt, a csontfal vékonyága folytán a belső szemzugba helyezett lámpa a valóságnak megfelelő kiterjedésben világította meg a homloküregét. Két homlokcsonton, melyen az orrgyök és a szemüreg felől a homloküregbe betekinteni és azt kutaszolni lehetett, a villamosan átvilágított terület szintén megfelelt a homloküreg tényleges kiterjedésének. Két koponyán a villamosan átvilágított területet azután felvettük, az egyik koponyán a homloküregek tényleges kiterjedése, kivéven a jobboldalon néhány mm-t, megfelelt a villamos átvilágításnak; a másik koponyán, kivéven a jobb oldalon néhány mm-t, ugyanolyan viszonytal találkoztunk.

Egyes koponyákon a villamos átvilágítást, a Röntgen-felvételt és a felvételt végeztük ellenőrzés céljából, a homloküreg tényleges kiterjedésének megállapítása végett. Egy koponyán úgy a villamos átvilágítás és a Röntgen-felvétel, mint a felvétel mindkét oldalon a homloküregek hiányát állapította meg. Egy koponyán a homloküregeknek a villamos átvilágítással nyert határvonalait csekély eltéréssel úgy a Röntgen-felvétel, mint az azután végzett felvétel megegyező módon megerősítette. Egy koponyán a villamos átvilágítás mindkét oldalon a homloküregnek csekély, 5–10 mm.-nyi kiterjedését mutatta, míg a Röntgen-felvétel és a felvétel jól kifejlődött homloküregeket állapított meg. Egy koponyán a villamos átvilágítással nyert határvonalai a homloküregnek nagyban megfeleltek a Röntgen-képnek, de a megszakított vonalak és át nem világított részek csak a Röntgen-képpel való összehasonlításból tűntek ki. Egy koponyán a villamos átvilágítás a jobboldali homloküreg határvonalait adta vissza, a baloldali homloküreg hiányát mutatta, míg a Röntgen-kép a kisebb baloldali homloküreg jelenlétét állapította meg. Egy koponyán a villamos átvilágítás

képe hiányos volt és messze mögötte maradt a Röntgen-képnek, melyen a homloküregek vízszintes kiterjedése 85 mm., függőleges kiterjedése 50 mm. volt. Ezen különbség még feltűnőbb volt észlelhető egy másik koponyán, a hol az egyes villamosan megvilágított kis területtel szemben állott a Röntgen-képen mindegyik oldalon a homloküregnek 50 mm.-nyi vízszintes és 40 mm.-nyi függőleges kiterjedése. Egy koponyán a Röntgen-kép a homloküregek 92 mm.-nyi vízszintes és 50 mm.-nyi függőleges kiterjedésével szemben messze elmarad és ezen tényleges nagy kiterjedésnek nem felel meg a homloküregnek a villamos átvilágítással nyert határvonala. Négy koponyán az elektromos átvilágítás mindkét homloküreg hiányát mutatta, míg a Röntgen-kép mindenütt jól kifejlődött, nagy homloküregeket állapított meg. Ezen koponyák közül az elsőt mindkét homloküreg legnagyobb vízszintes kiterjedése 75 mm., függőleges kiterjedése 40 mm.; a második koponyán a homloküregek legnagyobb vízszintes kiterjedése 85 mm., függőleges kiterjedése 45 mm.; a harmadik koponyán a homloküregek legnagyobb vízszintes kiterjedése 90 mm., függőleges kiterjedése 30 mm.; a negyedik koponyán a homloküregek legnagyobb vízszintes kiterjedése 90 mm., függőleges kiterjedése 45 mm.

Nyolcz koponyán a villamos átvilágítás az egyik oldalon a homloküreg hiányát, a másik oldalon kicsiny homloküreget mutatott, míg a Röntgen-felvétel mindegyik oldalon a homloküregek jelenlétét állapította meg. Az első koponyán villamos átvilágításnál kicsiny jobb homloküreg van jelen, a bal hiányzik, a Röntgen-képen a homloküreg legnagyobb vízszintes kiterjedése 60 mm., függőleges kiterjedése 35 mm. A második koponyán villamos átvilágításnál a bal homloküreg keskeny csik alakjában van jelen, a jobb hiányzik, a Röntgen-képen a homloküregek legnagyobb vízszintes kiterjedése 52 mm., függőleges kiterjedése 25 mm. A harmadik koponyán a jobb homloküreg kisebb része van megvilágítva, a bal hiányzik, a Röntgen-képen a homloküregek legnagyobb vízszintes kiterjedése 55 mm., függőleges kiterjedése 35 mm. A negyedik koponyán villamos átvilágításnál a jobb homloküreg 9—15 m.-nyi területen van megvilágítva, a bal hiányzik, a Röntgen-képen a homloküregek

legnagyobb vízszintes kiterjedése 67 mm., függőleges kiterjedése 30—34 mm. A baloldalon, a hol villamos átvilágításnál hiányzik a homloküreg, a Röntgen-képen a bal homloküreg 30 mm.-nyi vízszintes és 30 mm.-nyi függőleges kiterjedést mutat. Az ötödik koponyán a villamos átvilágításnál a jobb homloküreg 10 mm.-nyi területen van megvilágítva, a bal hiányzik, a Röntgen-képen a jobb homloküreg 40 mm.-nyi vízszintes, 35 mm.-nyi függőleges kiterjedésben van jelen, a bal homloküreg, mely a villamos átvilágításnál nem volt kimutatható, a Röntgen-képen 35 mm.-nyi vízszintes és 30 mm.-nyi függőleges kiterjedést mutat. A hatodik koponyán ezen különbség még feltűnőbb, villamos átvilágításnál a jobb homloküreg 8—14 mm.-nyi területen van megvilágítva, a bal hiányzik, a Röntgen-képen a jobb homloküreg 50 mm.-nyi kiterjedést, a bal homloküreg pedig 30 mm.-nyi kiterjedést mutat. A hetedik koponyán a villamos átvilágításnál a bal homloküreg hiányzik, a jobb homloküreg 15—20 mm.-nyi területen van átvilágítva, a Röntgen-képen a jobb homloküreg 48 mm.-nyi, a bal 38 mm.-nyi kiterjedést mutat. A nyolczadik koponyán villamos átvilágításnál hiányzik a jobb homloküreg, a bal homloküreg 20—25 mm.-nyi területen van átvilágítva, a Röntgen-képen a jobb homloküreg 50—44 mm.-nyi, a bal 36—42 mm.-nyi kiterjedést mutat. Mindezen koponyák radiographikus homloküregei számos kiöblösödést mutatnak.

Tizennégy koponyán a homloküregek mindkét oldalon úgy az elektromos átvilágításnál, mint a Röntgen-felvételnél megállapíthatók voltak. Az első koponyán kisebb terjedelmű homloküregek is mutatnak különbséget a villamos átvilágítás és a Röntgen-kép között. A második koponyán villamos átvilágításnál a homloküregek keskeny csikok alakjában vannak átvilágítva, a Röntgen-képen a jobb homloküreg 25 mm.-nyi kiterjedést, a bal homloküreg 40 mm.-nyi kiterjedést mutat. A harmadik koponyán villamos átvilágításnál keskeny csikok alakjában vannak átvilágítva a homloküregek, a Röntgen-képen a homloküregek 27 mm.-nyi kiterjedést mutatnak. A negyedik koponyán a villamos átvilágításnál és a Röntgen-képen kifejezett homloküregek láthatók, a tényleges alakot a Röntgen-

kép adja szőlőfürt alakjában. Az ötödik koponyán a villamos átvilágítás bár nagyobb területen világítja át a homloküregeket, ezek mégis elmaradnak a tényleges nagyságtól, mint azt a Röntgen-kép mutatja; mindegyik homloküreg 36 mm.-nyi vízszintes kiterjedést mutat, a jobb 30 mm. magas, a bal 55 mm. magas és 20 mm. szélességben a jobb oldalra terjed. A hatodik koponyán a villamosan átvilágított homloküreg képe kisebb és nem felel meg a Röntgen-képnek, melyen a homloküreg 38—42 mm.-nyi kiterjedést mutat. A hetedik koponyán is hasonló a különbség, a Röntgen-képen a homloküregek legnagyobb vízszintes kiterjedése 85 mm., a függőleges kiterjedés 38 mm. A nyolczadik koponyán a villamos átvilágításnál a jobb homloküreg 32 mm.-nyi területen, a bal 4 mm.-nyi területen van átvilágítva, a Röntgen-képen a jobb homloküreg 45 mm.-nyi kiterjedést, a bal 38—40 mm.-nyi kiterjedést mutat. A kilenczedik koponyán a villamos átvilágításnál mindkét homloküreg két keskeny térdalakú csikban van átvilágítva, a Röntgen-kép pedig jóval erősebben kifejlett homloküregeket mutat. A tizedik koponyán megszakított hiányos kis területek vannak villamosan átvilágítva, míg a Röntgen-kép jól kifejlett homloküregeket mutat. A tizenegyedik koponyán hasonló viszonyokat mutat a két eljárás. A tizenkettedik koponyán ugyanazon eredményt értük el. A tizenharmadik koponyán a villamos átvilágításnál mindegyik oldalon nagy homloküreg van átvilágítva, jobb oldalt 50 mm.-nyi, bal oldalt 40 mm.-nyi kiterjedésben, a Röntgen-képen a homloküreg vízszintes kiterjedése 50 mm. mindegyik oldalon, a jobb homloküreg a középvonalban 60 mm.-nyi kiterjedést mutat felfelé és felső részletében 17 mm.-nyire terjed a bal oldalra. A tizennegyedik koponyán a villamos átvilágításnál mindegyik oldalon a homloküreg 60 mm.-nyi függőleges kiterjedést, jobboldalt 50 mm.-nyi, baloldalt 40 mm.-nyi vízszintes kiterjedést mutat, Röntgen-képen mindkét homloküreg 75 mm.-nyi függőleges és 50 mm.-nyi vízszintes kiterjedésű. Úgy ezen koponyák, mint a következő három koponya Röntgenképeken élesen körülírt, nagy kiterjedésű homloküregeket mutatnak, kifejezett nagy és többszörös kiöblösödésekkel. Az első koponyán a jobb homloküreg legnagyobb szélessége 45 mm.,

magassága 45—55 mm., baloldalt a szélesség 40 mm., a magasság 40—52 mm. A második koponyán a jobb homloküreg legnagyobb szélessége 43 mm. és a bal 40 mm., a magasság jobboldalt 30—42 mm., baloldalt 30—40 mm. A harmadik koponyán a jobb homloküreg legnagyobb szélessége 52 mm., a bal 46 mm. A középvonalban a jobb homloküreg 46 mm.-nyire felfelé terjed és befedi 8 mm.-nyi szélességben a bal homloküregtet, a bal homloküreg a középvonalban 32 mm.-nyire terjed felfelé.

Az említett 1200 koponya homloküregeiről a villamos átvilágítással és a Röntgen-felvétellel nyert határvonalak összehasonlítása eklatáns bizonyítékot nyújt a két eljárás között levő nagy különbség tekintetében. A radiographikus határvonalak egy e célra készült ernyőn és ráillesztett áttetsző papíron, mely közvetlenül a koponya homlokára lett illesztve, vétettek fel. Számos olyan képünk van, a hol a villamos átvilágítás mindkét oldalon a homloküregek hiányát mutatta, kétoldali nagy radiographikus homloküregek jelenléte mellett. Hasonlóan számos képpel rendelkezünk, a hol a villamos átvilágítással a homloküreg hiánya az egyik oldalon látható, pedig annak megfelelően a radiographikus képen jól kifejlődött homloküreg van jelen. Végül számos képünk van, melyeken a homloküregek mindkét eljárással láthatók mindegyik oldalon, de igen sok esetben feltűnő azon különbség, mely a homloküregeknek a két eljárással nyert kiterjedésére vonatkozik. A villamos átvilágítással nyert határvonal a legtöbbször nem egyezik a valóságnak megfelelő radiographikus határvonallal, sőt sokszor elenyésző csekély a villamosan átvilágított homloküreg területe a radiographikusan megállapított nagy homloküreghöz viszonyítva.

Vizsgálataink tehát, mint már említettük, végeredményükben azt mutatták, hogy a homloküregek a Röntgen-felvételnél 1200 koponyán mindkét oldalon 5%-ban hiányoztak, majdnem 1%-ban az egyik oldalon, úgy a bal, mint a jobb oldalon. A villamos átvilágításnál pedig a homloküregek mindegyik oldalon 30%-ban, a jobb oldalon 10%-ban és a bal oldalon szintén 10%-ban hiányoztak. Az esetek egy harmadában a homloküregek kiterjedése a homlok horizontális és vertikális

sikjában nagyjában a jobb és a bal oldalon egymásnak megfelelő, egy harmadban a jobb oldali homloküregek voltak nagyobbak, egy harmadban pedig a bal oldali homloküregek mutattak nagyobb terjedelmet. A jobb oldali homloküreg asymmetrikus átterjedést a bal oldalra 8%-ban és a bal homloküreg asymmetrikus átterjedést a jobb oldalra 11%-ban mutatott. Vizsgálataink kétségenkívül mutatták, hogy a villamos átvilágítással nyert feltűnően különböző eredmények a homlokcsont vastagságától és alkatától függenek és ezért gyakorlati értékesítésük sok esetben illuzoriussá válik és ezért, mint alább is kifejtjük, a kórjelzésben megbízható eljárásnak nem tekinthető. A villamos fénysugarakat a vékony vagy szivacsos, üreges diploëval bíró homlokcsont átbocsátja és ezért vannak esetek, mint láttuk, midőn a villamos átvilágítás, a Röntgen-felvétel és a felvétel egyetértően a homloküregek megfelelő kiterjedését állapította meg. Az esetek nagy százalékában, mint láttuk, mindkét oldalon 30%-ban, az egyik oldalon 20%-ban hiányzott villamos átvilágításnál a homloküreg. Ezen tényt a homlokcsont tömörsége és vastagsága magyarázza meg, mely a villamos fényt nem engedi át és így az üreg sötétben marad.

Ezt az eredményt értük el, ha a Vohsen-lámpát a belső szemzugba, a homloküreg alsó falára helyeztük, vagy ha azt a homlokra, a glabellára tettük; de hasonló eredményt értünk el akkor is, ha egy kis lámpát a nyakszirtni nyíláson át vezettünk be a koponyaüregbe és a homloküreg hátsó falát érintette a villamos fény. Vohsen villamos lámpáját és eljárását 1890-ben hozta a nyilvánosság elé, magam is szemtanúja voltam a berlini nemzetközi kongressuson a hatásos demonstrationak. Közleményében ¹ megjegyzi, hogy a homloküreget körülvevő diploë oka lehet annak, hogy a villamos átvilágításkor a homloküreg nagyobbak tűnhetik. Ezt CLAUS ² is többször észlelte. ZIEM ³ a homloküreg különböző bonczati viszonyai miatt VOHSEN el-

¹ Berliner klinische Woch. 1890.

² Archiv f. Laryng. Bd. XIII.

³ Berliner klin. Woch. 1890, 1891.

járását megbizhatlannak jelentette ki. A MEYER¹ új eljárást ajánlott, melynél a lámpát a homlokra, a glabellára kell helyezni, mi által az orrgyök két oldalán a homloküreg feneke lesz átvilágítva. LOGAN TURNER már előtte is említi, hogy a homloküreg a mellső falon is átvilágítható. MEYER 10 hullán a homloküregtet paraffinnal öntötte ki és eljárásával azt sötétnek találta. CLAUS mindkét átvilágítási eljárást 117 hullán ellenőrző vizsgálat tárgyává tette. 85 hullán az agy eltávolítása után átfűrészelte koponyán előbb nappali fényvel az áttetszősége vizsgálatára a homloküregeket, a napfény a homloküreg hátsó falát érte és bár a napfény intenzitása szerepet játszik, mégis az áttetszőség megfelelt az elektromos átvilágításnak; 91%-ban a két átvilágítási eljárás eredménye megegyező volt, 9%-ban eltérő volt az eredmény, a homloküregek felvésése azonban megmutatta, hogy mily kevésbé megbízható mindkét eljárás. Nem állíthatja, hogy a homloküregek nagysága biztosan megállapítható volna az átvilágítással, ez nagyobb számú esetben sikerül és az új eljárás fölényvel bír a régi felett. Kevés áttetszőség vagy vékony csontfal nagy és kis homloküregnél téves következtetésekhez vezethet. Általában CLAUS a villamos átvilágításnak a diagnostikában alárendelt szerepet juttat.

Vizsgálatainknál egyes esetekben meggyőződünk a homloküreg felvésésével, hogy mennyire nem felel meg a valóságban talált homloküreg kiterjedésének a villamosan átvilágított csekély terület.

Az 1200 koponya túlnyomó számában pedig a Röntgenképek mutatták meg a villamos átvilágítás megbizhatatlanságát. Ezen tény mellett kidomborodik a Röntgenkép nagy értéke, mert immár teljesen bizonyos, hogy a homloküreg jelenléte vagy hiánya mindenkor megállapítható, valamint a homloküregnek kiterjedése a homlokon konstataálható. A Röntgenfelvétellel elérhető ezen két eredmény nagy gyakorlati fontossággal bír és úgy a körjelzésben, mint a műtételnél egyaránt eredménynyel értékesíthető, miről még lesz szó. CLAUS hullakísérleteiben meggyőződött, hogy savós és véresen savós

¹ Semon's Internat. Zentralblatt f. Laryng. 1891.

váladék, valamint genyes és nyálkás-genyes izzadmány, ha a homloküreg csontfala áttetsző volt, nem okozott az átvilágításkor árnyat, mire különben már ZIEM is figyelmeztetett. Luc esetében a két átvilágított homloküreg közül az egyik beteg volt. ZARNICO¹ sem tartja diagnostikus czélból megbízható eljárásnak és ZIEM² későbbi dolgozatában egyenesen elavult eljárásnak minősíti. Azóta a szakembereknek volt alkalmuk a villamos átvilágítás csekélyebb diagnostikai értékéről meggyőződni, melyet kiegészíteni és pótolni van hivatva a Röntgen-felvétel körjelzési czélból.

Mint ismeretes, SCHEIER,³ WINKLER⁴ megkísérelte a melléküreg Röntgen-felvételeit, melyek azonban sagittalis átmérőben nem sikerültek, de az oldalt végzett felvételek elég jó képeket adtak. HAEGELER⁵ és GOLDMANN⁶ kísérletei a sagittalis átmérőben is eredményhez vezettek. A mi a Röntgen-képek kórtani jelentőségét illeti, már SCHEIER kifejezést adott annak a gondolatnak, hogy a genyedéses folyamatok kell, hogy nyomot hagyjanak a lemezen. A melléküreggyulladások körjelzésében a Röntgen-képek értékesítésének bizonyítékait GOLDMANN és KILLIAN,⁷ utánuk COAKLEY,⁸ SCHEIER,⁹ ALBRECHT,¹⁰ KUTNER,¹¹ WASSERMANN,¹² BURGER¹³ és mások szolgáltattak. GOLDMANN és KILLIAN 40 esetükkel becses adatokat nyújtottak a Röntgen-felvételek értékesítésére a melléküreggyulladások körjelzésében, bár rámutattak arra is, hogy ezen eljárás nem absolute biz-

¹ Die Krankheiten der Nase. 1903.

² Monatsschrift f. Ohrenh. etc. 1903.

³ Archiv f. Laryng. 1897.

⁴ Fortschritte auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen. 1901.

⁵ Verhandl. d. süddeutschen laryng. Gesellsch. 1904.

⁶ Verhandl. d. süddeutschen laryng. Gesellsch. 1904.

⁷ Beiträge zur klinischen Chirurgie. 1907.

⁸ Internat. Zentralbl. f. Laryngol.

⁹ Verhandl. des I. internat. Laryngologenkongresses, 1908.

¹⁰ Archiv f. Laryngologie. 1907.

¹¹ Die entzündlichen Nebenhöhlenerkrankungen etc. 1908.

¹² Verhandl. des I. internat. Laryngologenkongresses, 1908.

¹³ Verhandl. des I. internat. Laryngologenkongresses, 1908.

tos és néha cserbenhagy. KILLIAN¹ azóta 260 radiografikus felvételt csinált és tapasztalatai alapján a Röntgen-felvételt az orrgyógyászatban nélkülözhetetlen segédeszköznek tekinti, mely nagy kórjelzési jelentőséggel bír, különösen más vizsgálati eljárásokkal összekötve. Azonkívül nagy didaktikai értékkel is bír és hasznos alapot nyújt a sebészi beavatkozásoknak. ALBRECHT is fontos segédeszköznek tekinti, de vizsgálatai alapján azon következtetésre jut, hogy nem csak genyedések, hanem más tényezők is a lemezen árnyat okozhatnak és megbetegedés látszatát kelthetik. Két hullán a Röntgen-felvétel árnyat nem mutatott, pedig egyoldalú homloküreggyulladás volt jelen. Egy betegénél egyoldalú elsötétedés volt jelen és a műtétkor az üreg épnek mutatkozott. Egy másik betegnél kétoldalú elsötétedés volt jelen és a műtétkor csak az egyik üreg bizonyult betegnek. Egy hullán a homloküregek elmosódottak voltak, határaik nem voltak kivehetők, boncsoláskor a homloküregek épek voltak, de magasra nyúló, kóros bullæ frontales voltak jelen. ALBRECHT szerint a kezdődő homloküreggyulladás, a nyálkahártya mérsékelt duzzanata és beszűródése, a kezdődő genyelválasztás a Röntgen-felvétel által nem jelezhető; elvitáztatlan értékkel csupán nagy homloküregeknél és egyoldalú megbetegedéseknél bír, de itt sem absolute biztos. Kicsiny homloküregeknél és kétoldalú elsötétedésnél a kórjelzési értékesítés tekintetében nagy óvatosságot ajánl. KUTTNER a Röntgen-felvételben az egyetlen eljárást látja, mely a homloküreg jelenlétét, alakját és kiterjedését illetőleg felvilágosítást nyújthat. Megóv a melléküregbántalmak fel nem ismerésétől. Ismételten látni elhomályosodást, sőt elsötétedést, a hol az üregek genymentesek, az elfátyolozottság a csontfalak különbözősége folytán, daganatok, idegen testek és a nyálkahártya elváltozásai folytán is keletkezhetnek. KUTTNER szerint egyedül a Röntgen-képből kórjelzési és gyógytani következtetések nem vonhatók le, vezetheti és elősegítheti a klinikai vizsgálatokat, de ha ellentétek merülnek fel, csak a klinikai vizsgálat dönthet. WASSER-

¹ Beiträge zur klinischen Chirurgie. 1907.

MANN szerint a Röntgen-felvétel a kórjelzésben értékes. Többnyire a műtétek során a Röntgen-kép beigazolást nyert, lényeges tévedésekre sohasem adott okot. Egy esetben cserbenhagyta a Röntgen-kép, a mennyiben a műtétkor mégis genyedet talált. A Röntgen-kép nem adhat felvilágosítást arra nézve, hogy genyről, nyálkáról vagy duzzadt nyálkahártyáról van szó, daganat is okozhat teljes elhomályosodást és empyemára engedhet következtetni. BURGER következtetéseit a következő pontokban foglalja össze. A Röntgen-képen a beteg üregek sötétek és határaik elmosódtak. A Röntgen-képet a műtét nem mindig igazolta. Kétoldalú elfátyolozottságnál a legnagyobb óvatosságra van szükség.

Az elfátyolozottságot a szabad vagy a duzzadt nyálkahártyában foglalt folyadék okozza. Jelentősége lényeges és fölényes van az elektromos átvilágítással szemben. Empyema és daganat között egyik eljárás sem tud dönteni. SCHEIER szerint az árnyéknak nem kell empyemát jelenteni, a homloküregek nem egyformán nagyok, a csontos falak különbözően vastagok lehetnek, vagy a homloküreg hiányozhatik is. A homloküreg hiányát a Röntgen felvétel megállapítja. Az egyoldalú elfátyolozottságon és elsötétedésen kívül a Röntgen-kép a homloküregek pontos határait is mutatja. A gyógyulás ellenőrzésére úgy a villamos átvilágítás, mint a Röntgen-felvétel szolgálhat. A Röntgen-felvétel előnye abban áll, hogy az egyes leletek rögzítve lesznek. Az elektromos átvilágításkor vékony csontfalaknál a homloküreg nagyobbnak tűnhetik fel, míg a Röntgen-kép pontos határokat ad. A Röntgen-felvétel előnyeinek dacára sem akarja elvetni a villamos átvilágítást, ellenkezőleg mindegyik eljárást igénybe kell venni. MADER megengedi, hogy a Röntgen-felvétel jó a homloküreg jelenlétének, alakjának, nagyságának és kiterjedésének megállapítására, de nem sokat ér a betegségek megismerése szempontjából; lehetséges ugyan felvilágosítást nyerni, de könnyen és gyakran tévedni is lehet. Meggyőződött arról, hogy az elfátyolozottság elmarad, ha a nyálkahártya relative vékony és kevés geny van jelen. Az elfátyolozottság hibás felvétel, ferde fejtartás vagy a csontfalak különböző vastagsága folytán keletkezhetik. Egyedül nem értékesíthető, a fősúlyt az orrgyógyászati

vizsgálatra kell fektetni. HERZFELD hangsúlyozza, hogy a klinikai vizsgálat és az orrgyógyászati lelet által vezéreltessük magunkat; meg van győződve, hogy a Röntgen-felvételnél épp oly különbségek támadhatnak, mint a villamos átvilágításnál. Feleslegesnek tartja, hogy minden orrbetegről lemezt készítsenek, amint az most oly gyakran történik.

Élőkön végzett Röntgen-felvételeink szintén megerősítik a homloküreg és a mellső rostasejtek genyedésének esetében körjelzési értéküket. Több esetben a Röntgen-felvételek a villamos átvilágítással megegyeztek. Egy esetben, hol a kifejezett heveny homloküreggenyedés endonasalis kezelésre meggyógyult, később ugyanazon oldalon heves supraorbitalis neuralgia támadt, s a Röntgen-kép elváltozást nem mutatott. A szemgödörfeletti ideg reszekáltatott, és ezen alkalommal ellenőrzés céljából, vajjon a Röntgen-kép csak rendes viszonyok látzatát keltette-e, vagy azokat tényleg igazolta-e, a homloküreg is meg lett nyitva és csakugyan a homloküreget épnek találtuk és az említett heveny homloküregempyema annak idejében egészen jól folyt le. Endonasalis úton kezelt és meggyógyult homloküreggenyedések, valamint recidivák eseteiben meggyőződhetünk a villamos átvilágítás értékesítéséről, az elsötétedés és a fokozatos feltisztulás a gyógyulás alatt, valamint az elsötétedés recidiva esetén pontosan volt megállapítható. Ezen tény azonban nem csábíthat el minket felemlített vizsgálati eredményeink folytán a villamos átvilágítási eljárást túlbecsülni, a mint azt még legutóbb VOHSEN teszi. VOHSEN egyéni elfogultságában azt mondja: «Keine Methode kann auf diesem Gebiete die Durchleuchtung mit elektrischem Licht ersetzen.» továbbá: «Richtig ausgeübt erscheint sie mir als eine unentbehrliche für die Diagnose der Erkrankungen der Nase.» E mellett azonban megjegyzi: «Die Röntgenuntersuchung wird neben der Durchleuchtung als ein wichtiges Mittel der Diagnose ihren Platz behaupten.» Az általunk már említett azon tény mellett, hogy a homloküreg vékony csontfala mellett a villamos átvilágítás a homloküreg rendes kiterjedését megállapíthatja, meg kell jegyeznünk, hogy éppen úgy, a mint a septum interfrontale átvilágítható, a homloküregeket határoló vékony csontrészeket

is átvilágíthatók és ilyen módon a valóságnak meg nem felelő nagyobb homloküregeket mutathatnak. Azon tény, hogy a homloküreg vastag csontfala mellett a villamos lámpa a csont vastagságának foka szerint a homloküreget csak részben vagy épen nem világítja át, kizárólagos alkalmazásának megbízhatatlanságára utal, mert könnyen hamis következtetésekre vezethet. A mi 1200 koponyán mindkét eljárással elért eredményeink a Röntgen-felvétel fölénye mellett szólnak. A villamosan átvilágított és Röntgen-felvétellel nyert homloküregterületek közötti feltűnő nagy különbség, a nagy különbség a kimutatott homloküregek százalékában megerősítik VONSEN álláspontját. Ha a Röntgen-felvételek árnyoldalait meg is ismertük és ezért többé teljesen biztos eljárásnak nem is tekinthetjük, de fölénye a villamos átvilágítással szemben meg van állapítva. Távol van tőlünk a gondolat, a villamos átvilágítást mint kórismészeti segédeszközt kiküszöbölni akarni, ellenkezőleg hangsúlyozni akarjuk, hogy mindkét eljárást alkalmaznunk kell. Magától értetődő, hogy a fősúly az említett tapasztalatok után a klinikai vizsgálatokra és az orrgyógyászati leletre helyezendő. A Röntgen-felvételnek nagyobb előnyeit és fontosabb jelentőségét a kórjelzésben el lehet és el kell ismerni. A homloküreg hiányának és kiterjedésének radiographikus megállapítása a sebészeti beavatkozásokat illetőleg lényeges és jelentős haladás. Éppen úgy a Röntgen-felvétel értékes kiegészítő segédeszköz a kórjelzésben, súlyos esetekben egyedül is hasznos lehet, sebészi beavatkozások előtt a kórisme megerősítése és a homloküreg kiterjedésének megállapítása céljából mindenesetre végeztessek.

Áttérünk a homloküreg kutatásának és kiöblítésének megbeszélésére. A homloküreg kutatását először JURASZ írta le pontosan és végezte élőkön. A kutatás végzésére elmaradhatatlanul szükséges a homloküreg nyílási területe tájbonz-tani viszonyainak pontos ismerete, épenúgy ama alakviszonyok és rendellenességek ismerete, melyek egyrészt akadályokat képezhetnek, másrészt tévedésekhez vezethetnek.

A homloküreg nyílási területe, az ostium frontale és a ductus nasofrontalis, mint ismeretes, a középső orrjáratban a

középső orrkagyló által fedetik. Ha a középső orrkagyló egész hosszában lesz eltávolítva, akkor a homloküreg nyílási területe áttekinthető lesz. A bulla ethmoidalis és a processus uncinatus között levő hosszúkás rés, a hiatus semilunaris, rendszeren mellső részletén az infundibulumban tartalmazza a homloküreg nyílási területét. HEYMANN és RICHTER az egyöntetű nomenclatura szempontjából szükségesnek találta a hiatus semilunaris legmellsőbb részletét, kiöblösödését, mint a homloküreg nyílási területét az infundibulum, és a szomszédos itt nyíló rostasejteket, bullæ frontales, homloksejteket az infundibularis sejtek névvel megjelölni. A homloküreg nyílási területén kívül elhelyezett és nyíló rostasejteket a hiatussejtek névvel jelölték. Mi azelőtt a homloküreg nyílási területét a hiatusban szintén az infundibulum névvel jelöltük, elfogadjuk a hiatussejtek elnevezését is, azonban az infundibularis sejt elnevezését csak azon a homloküreg nyílási területén elhelyezett rostasejtek számára akarjuk megtartani, melyek az infundibulumba nyílnak, azon rostasejteket ellenben, melyek a homloküreggel szorosabb viszonyban állanak, üregébe nyomulnak, azt szűkítik és falaival összenőnek, a bulla frontalis névvel jelezzük. Ezek szerint a következő rostasejteket kell megkülönböztetnünk: 1. a hiatus mellső részébe, az infundibulumba nyíló infundibularis sejt, továbbá 2. a bulla frontalis, 3. a hiatus határoló, az infundibulum mögött nyíló hiatussejt, 4. a homlokcsont vízszintes lemezében elhelyezett frontoorbitalis sejt. Mindezen külön megjelölt rostasejtek a homloküreg nyílási területével, üregével és falaival különböző szomszédos és alakviszonyokat mutathatnak fel.

Több készítményünk van, hol az infundibulum a homloküreg fenekéig terjed és ez utóbbi kerek nyílással, ostium frontale, nyílik. Az ostium frontale a hiatus semilunaris előtt és fölött, a középső orrjárat mellső részén is el lehet helyezve. Az ostium frontale átmérője 1 és 5 mm. között váltakozik. Rendszeren egy kivezető csatorna, ductus nasofrontalis van jelen, mely vagy az infundibulumban, vagy a hiatus mellső vége előtt, a középső orrjárat mellső végén nyílik. Hossza különböző, 1 és 2 cm. között ingadozik. A ductus nasofrontalis szorosabb szomszédosági viszonyban állhat az infundibularis sejtek-

kel, a bullæ frontales-szel és a hiátussejtekkel, sőt velük közlekedhetik is.

A homloküreg kutaszolása készítményen könnyebben végezhető, mint az élő emberen. Egy készítményen, hol a homloküreg az infundibulum tetején nyílik, a kutasz könnyen bevezethető az infundibulumon keresztül a homloküregbe, a kutasz hossza 60 mm. a mellső orrnyílástól a homloküreg fenekéig. Kedvező alakviszonyoknál, hol nincsen kivezető csatorna jelen, hol a homloküreg az infundibulumba vagy a hiatus előtt, a középső orrjárat mellső részén nyílik, kerek nyílással vagy széles infundibulum mellett a homloküreg kutaszolása könnyen végezhető. HEYMANN-nak van egy készítménye, hol a hátra-terjedő nagy homloküreg két kivezető csatornával bír, az egyik a középső, a másik a felső orrjáratba nyílik. Mi egy fejlődési rendellenességet észleltünk, hol a homloküreg egy nagy, közös üreg alakjában a rostasejtekkel volt összeolvadva és mellül a középső, hátul a felső orrjáratba nyílt. Egy készítményen a középső kagyló eltávolítása után a középső orrjáratban 5 nyílás volt látható. A legmellsőbb nyílás, mely rendszeren a homloküregbe vezet, itt egy vak menetbe visz; már ALEZAIS figyelmet ezen 4—5 mm-nyi vak tasakra, mely a ductus nasofrontalis körül nyílik. A többi négy nyílás a mellső rostasejtekbe vezet és az utolsó, tehát a leghátsóbb nyílás egyszersmind a homloküregbe visz. Olyan esettel van dolgunk, hol a homloküreg nem bír ostium frontaleval, hanem hátsó falán át közlekedik egy mellső rostasejttel, mely a jelzett 5. nyílással nyílik a középső orrjáratba. Ilyen rendellenességre már CHOLEWA figyelmeztetett. Ezen körülmény világosan mutatja, hogy egy a mellül fekvő nyílásokba vezetett kutasz nem juthat a homloküregbe. A mellső rostasejtek, vagyis az infundibularis sejtek, a bullæ frontales szomszédsági viszonyait már érintettük. Ez utóbbiak közvetlen helyzete az ostium fontale mellett az infundibulumban, továbbá a ductus nasofrontalissal való közlekedései megmagyarázzák a könnyen keletkező tévutakat, melyekre a kutasz juthat. Van egy készítményünk, hol két ductus nasofrontalis van jelen, a mellső a hiatus semilunaris előtt a középső orrjárat mellső végén, a hátsó pedig az infundibulum

tetején nyílik és ezen kivezető csatornával kerek nyíláson közlekedik egy infundibularis sejt. Egy készítményen a homloküreg nyílása előtt fekszik egy infundibularis sejt nyílása, mindkettő az infundibulum tetején, a kutasz könnyebben juthat az infundibularis sejtbe, melynél csak kevéssé magasabb a homloküreg. Egy sagittalis metszet tanulságosan mutatja azt a lehetőséget, hogy ha a középső orrjáratban a hiatus mellett a homloküreg és egy vertikálisan haladó rostasejt nyílik, a kutasz könnyen mindkét üregbe juthat, a kutasz ez utóbbiba több mint 2 cm.-nyire tolható előre a középső kagyló mellső végén, miáltal azt a látzatot keltheti, mintha a homloküregbe jutott volna.

Még bonyolultabbá teszi a viszonyokat egy bulla frontalis jelenléte. Vizsgálatainkról e téren már részletesen beszámoltunk. Ezen alkalommal csak megemlítjük, hogy a bulla frontalis gyakrabban fordul elő, 24 mm.-nyi magasságot is elérhet és elfoglalhatja a homloküreg területét is a homlokon. Ezen tények, továbbá, hogy a bulla frontalis szintén hosszú kivezető csatornával bírhat és egymásmellett az infundibulumban nyílás vagy csatorna alakjában lehet elhelyezve, megmagyarázza, milyen könnyen lehet a bulla frontalisba jutott kutaszt a homloküregben levőnek képzelní. Egy készítmény kétoldalt homlokmetszetben mutatja a bulla frontalist, felette fekszik a homloküreg, mindkét üreg egymás mellett nyílik, a kutasz mindkét oldalt tovább tolható felfelé a 20 mm.-nyi hosszú és magas bulla frontalis üregébe, mint a felette fekvő homloküregbe, melynek magassága mindkét oldalon csak 11 mm. Egy sagittalis metszeten a középső orrjárat területe kívülről megnyitva látható, továbbá a bulla frontalis, a mint hosszú kivezető csatornájával egyenesen az infundibulumba, a bulla ethmoidalis és a processus uncinatus között folytatódik. Első tekintetre úgy tetszik, mintha ezen bulla frontalis a homloküreg volna. A bulla frontalis 22 mm. magas, kivezető csatornája 15 mm. hosszú, ezen csatorna felső végén és hátsó falán hosszú vertikális nyílás van, mely a látható infundibularis sejtbe és egyszersmind a homloküregbe vezet. Ez a bulla frontalis felett és mögött fekszik és 35 mm. magas. A kutasz, a középső kagyló mellső végétől $3\frac{1}{2}$ cm.-nyire előretolva, akadály nélkül egyenesen a

bulla frontalisba jut. Egy nagy bulla frontalis, egy vertikálisan haladó infundibularis sejt és hiatus-sejt a kutaszoláskor könnyen tévútra vezethet és a homloküregbe jutás látszatát keltheti. Meg kell még jegyezni, hogy egymástól elkülönített kettős homloküreges jelenlétének, vagy saját kivezető csatornával bíró elkülönített többkamrás homloküregéknél a sikerült kutaszolás mellett az elkülönített egy vagy több homloküreg érintetlenül marad.

Betegeken végzett kutaszoláskor még könnyebben lehetünk ilyen tévedéseknek kitéve. Így SPIESS, SCHEIER, GLATZEL Röntgen-képen meggyőződtek, hogy a homloküregben gondolt kutasz egy mellső rostasejtbe jutott; tényleg, ha a látszólag sikerült kutaszolás eseteit Röntgen-képen ellenőrizték volna, bizonyára többször meg lett volna állapítható, hogy a szonda egy bulla frontalisba vagy egy infundibularis sejtbe tévedt.

Az említett alakviszonyokon kívül akadályokat képezhetnek a sővény elferdülései, léczei, a középső kagyló görbülete, duzzanata, túltengése, a bulla ethmoidalis kidomborodása és a processus uncinatus által feltételezett hiatus-szűkület, az ezen részeket fedő nyálkahártyának a duzzanata, túltengése és polypusok. Mindezen esélyek a homloküreg nyílási területének szabaddá tétele céljából sebészi beavatkozásokat tesznek szükségessé, hogy a homloküreg kutaszolása és kiöblítése lehetővé váljék. Ezen alkalommal a homloküreg kutaszolását és kiöblítését, valamint az egyes beavatkozásokat nem tárgyaljuk, csupán két Röntgen-felvételről akarunk még említést tenni, melyeket idült homloküreg-gennyedésben szenvedő betegen végeztünk, s a melyek helyzetében mutatták úgy a kutaszt, mint a kanült; a beteg meggyógyult az endonasalis kezeléssel és kiöblítéssel. Még utalni akarunk azon tényre, hogy maga a Röntgen-kép is cserben hagyhat egyes esetekben azon kérdés eldöntésekor, hogy vajjon a kutasz a homloküregben, vagy pedig egy bulla frontalisban van-e. Ezen tényt megmagyarázzák a bulla frontalis előbb fejtegetett alakviszonyai, melyek a Röntgen-képen is tévedésekre vezethetnek. Eltekintve ezen kivételektől (bullæ frontales), a Röntgen-kép megengedi a szabatos tájékozódást, a sikerült kutaszolás megállapítását és a kanül bevezethetőségét, ha-

sonlóképen meg tudja állapítani, hogy a kutasz egy infundibularis sejtbe jutott.

Még néhány megjegyzést akarunk tenni, melyek az intracranialis és cerebralis szövödmények kóroktanára, továbbá az intracranialis beavatkozásokra vonatkoznak.

Az agyhártyák és az agyvelő szövödményeinek kóroktanában mint főtényező a fertőzés és a kóros folyamat tovaterjedése szerepel. Az agyszövödmények keletkezésében nagy fontossággal bírnak azon közelségi viszonyok, vékony csontos válaszfalak, melyek az orr üregét, az orr melléküregeit elválasztják a koponyaüregtől, az agyhártyáktól és az agyvelőtől, továbbá a vérhálózatok és a csonthiányok. A fertőzés útja úgy a szövetek, mint a vérerek útján történik. Az orrüregben és az orr melléküregeiben található streptococcus és staphylococcus stb. virulentiájának fokától függ a fertőzés tovaterjedésének gyorsasága és nagysága. Egyes kórszövettani észleletek megállapították a fertőzés útját a szövetek folytonosságában és a vérerek útján. Úgy a nyálkahártyák, a csontok és az agyhártyák folytonosságában, valamint a vérerekben és az erek körül voltak a bakteriumok kimutathatók. Meg lett állapítva, hogy a homloküreg nyálkahártyájában haladó gyűjtőerek thrombosisa a csonton át a dura materre és innen a nagy gyűjtőeres öbölbe folytatódott. A thrombophlebitis a thrombus szétesésével, a vérerekbe jutott bakteriumoknak és a folyamatnak tovaterjedésével helyi és általános jelenségekhez vezet. A melléküregeket a koponyaüregtől elválasztó vékony csontos falak gyakori megbetegedése, a cariesben és necrosisban talált bakteriumok nagyobb virulentiája, továbbá az összenövések az agyvelővel és újabb érösszeköttetések keletkezése megmagyarázza úgy az agyhártyáknak, mint az agyvelőnek fertőzését. Tekintetbe veendő a szomszédos viszonyok, melyek a melléküregek és a koponyaüreg között fennállanak, a papírvékonyaságú elválasztó csontfalak; ehhez járul azon tény, hogy a melléküregek gyűjtőerei egymással összefolynak és azonkívül a csonton át az agyhártyákkal, a nagy gyűjtőéröblökkel összefüggenek. A meningealis gyűjtőérhálózattal fennálló egyenes összeköttetések, valamint a diploé gyűjtőerei által közvetített összefüggések a duralis gyűjtő-

érhálózáttal megadják a fertőzés ezen útjának lehetőségét és a meningealis és a cerebralis szövődmények keletkezhetését.

Magától értetődik, hogy a homloküreg nagysága a homloküregbántalmak és szövődményeinek keletkezésében mint kedvező tényező szerepelhet. GERBER egyes bonczolástani adatokból és saját statisztikájából a bal homloküreg nagyobb kifejlődését és így könnyebb megbetegedhetését vette fel. Vizsgálataink ezen felvételt nem erősítették meg. Csupán véletlenről lehet szó úgy a bal homloküreg nagyobb kiterjedését, mint gyakoribb megbetegedését illetőleg. Ezen GERBER által felállított tételnek bonczolástani alapját, mint fentebb láttuk, megdöntöttük.

Általában fennáll ama tény, hogy mennél nagyobb egy homloküreg, annál könnyebben betegedhetik meg és annál nagyobb a szövődmény keletkezésének esélye, továbbá a gyógykezelés és a gyógyulás szempontjából is tekintetbe jön a homloküreg kiterjedése.

Észleleteinket a homloküregek rendkívüli kiterjedését illetőleg fentebb érintettük. A homloküregek Röntgen-képei között többnyire középnagy homloküregeket találtunk, de a határozott nagy kiterjedésűek sem voltak ritkák.

Az 1200 radiographikus felvétel között a frontalis homloküregterületben a legnagyobb magasság 75 mm, a legnagyobb szélesség 50 mm volt. A statisztikailag kimutatott tény a hátsó homloküregfal gyakoribb megbetegedését illetőleg kóroktanilag fontos alapját teszi az orbitalis, intracranialis és cerebralis szövődmények keletkezésének. Röntgen-képeink a homloküregek nagy kiterjedését, továbbá többszörös és nagy kiöblösődéseit mutatják, csontos falaik megbetegedése nagyobb mérveket ölthet és súlyos következményeket vonhat maga után.

Az intracranialis és cerebralis szövődmények keletkezésében különös fontossága van a hátsó vagyis cerebralis homloküregfal kiterjedésének, minthogy megbetegedéséhez többnyire a dura mater megfelelő területének gyulladása csatlakozik. Ilyen módon pachymeningitis externa és extraduralis tályog, továbbá pachymeningitis interna és intraduralis tályog támadhat.

A fertőzés útját a homloküreg nyálkahártyájától a vérerekben, a csontokon és a durán át veheti és folytathatja a sub-

duralis üregre, a gyűjtőeres öblökre és az aggyelőre és ilyen módon leptomeningitist, thrombophlebitist és agytályogot idézhet elő.

Megemlítjük e helyen a GERBER által közzétett statisztikai adatokat. 319 homloküreg genyedés esetében 23-szor szabad és 11-szer kóros volt. 51 meningitis-eset között agytályog nélkül 14-szer, 65 agytályog között 25-ször volt pachymeningitis és extraduralis tályog jelen. Mint különálló bántalom az extraduralis tályog 24 esetben találtatott. Meningitis serosa is észleltetett egyes esetekben.

GERBER szerint az irodalomban 51 esetben van meningitis agytályog nélkül, ezek közül 6 esetben thrombosissal, továbbá 65 agytályog, ezek közül 27 eset meningitissel, 2 eset thrombosissal, a *gyűjtőeres öblök* tiszta thrombophlebitise 5 esetben volt található. A mi a thrombophlebitist illeti, a sinus longitudinalis 12-szer, a sinus cavernosus 3-szor, a sinus sigmoideus 1-szer, a sinus petrosus 2-szer, a torcular Herophili 2-szer, a vena ophthalmica 5-ször, a vena frontalis 1-szer volt megtámadva. A mi az agytályogot illeti, DREYFUSS 30 esetet, GERBER 65 esetet gyűjtött össze, ezen 65 eset közül 44 esetben a hátsó homloküregfal elváltozása volt jelen, legtöbbször nekrosis (33 esetben). 11 esetben a diploë vagy a hátsó fal vér- és nyirokereit vannak mint a fertőzés kiinduló pontjai megjelölve. A legtöbb esetben csupán a hátsó homloküregfal áttörése, 3 esetben több áttörés volt jelen. 11 esetben a hátsó üregfal mellett a mellső is meg volt támadva, a hátsó üregfal mellett a mellső fal 5 esetben, a mellső üregfal egyedül 2 esetben, a hátsó üregfal egyedül 5 esetben, a mellső és az alsó üregfal 1 esetben volt megbetegedve. Az agytályogoknak GERBER által összeállított statisztikája a homloküregempyema szövődményeként 66 esetre vonatkozik, továbbá 19 olyan polysinusitis szövődményére, melyben a homloküreg szerepe nem volt tisztázott. Mi ezen statisztikát még 10 esettel egészítjük ki, ezek között van KILLIAN két esete is.

Az említett kóroktani tényezőkön kívül a hátsó homloküregfal áttörése folytán a homloklebeny domborulatán és alapján tályog keletkezhetik, azonkívül ily módon a halántéklebenyen

és az ellenoldali homloklebenyben is támadhat agytályog. Az általunk észlelt nagyobb asymmetrikus homloküregek kiterjedése az ellenoldalú homloklebeny területében 10 és 25 mm. szélesség között ingadozott. A homloküregek ezen asymmetriája a boncz-tani alapot adja a contralateralis és kétoldalú agytályogok keletkezésének magyarázatára egyoldalú homloküreg-megbetegedésnek esetében.

A mi a homloküreg közelebbi helyzetét és szomszédos viszonyait illeti a koponyaüreghez, a homloklebeny domborulatához és alapjához, a halántéklebenyhez és látóideghez, az *agyvelő és az orr melléküreg*¹ című munkánkra utalunk, melyben 63 ábra érzékíti készítményeinket természetes nagyságban fényképfelvételek után.

A műtétek és bonczolások alapján megállapított agytályogok többnyire a homloklebenyek legmellsőbb részén, a középső és alsó homloklebeny területében, a domborulat átmenetelén az alapfelületre találtattak. Többnyire az elsődleges gócz közelében fordultak elő, bár ismeretesek olyan esetek is, midőn 3—8 ctm. távolságban voltak elhelyezve. A legtöbb esetben csupán egy tályog volt jelen, egyes esetekben több; cseresznye-narancs nagyságú agytályogokat irtak le, a nagyság 1—6 ctm. volt. Azonkívül külső sipolyjáratok, közlekedések és összeköttetések az elsődleges gócz és az agytályog között is észleltettek.

Az exploratív agypunctiót illetőleg számos vizsgálatot végeztem fejeken és agyvelőkön, melyek egyrészt teljesen tájékoztatnak azon távolságot illetőleg, mely a homloküreg és az agyvelő legmellsőbb pontja, továbbá az agydúcok, az agykamara, a mozgó középpontokat tartalmazó tekervények és a fossa Sylvii-ben elhelyezett insula Reilii között fennállanak, másrészt áttekintő képet adnak az említett agyrészek helyzetét és kiterjedését illetőleg. Vizsgálataim azt mutatták, hogy homlokmetszeteken az oldalsó agykamara legmellsőbb része a polus frontalistól 4 cm.-nyi távolságban van. Sagittalis agymetszeteken az oldalsó kamara legmellsőbb része a polus

¹ Akadémiai Értekezések. ÓNODI, Das Gehirn und die Nebenhöhlen der Nase. 1907. Wien.

frontalistól 38, 40, 41, 46 és 47 mm.-nyi távolságban, az agyalaptól pedig vertikális irányban 18 és 20 mm.-nyi távolságban fekszik. A hátsó homloküregfaltól az oldalsó agykamara legmellsőbb részlete 45, 46, 48, 51, 52 és 55 mm.-nyi és a mellső homloküregfaltól 54, 57, 58, 59, 60 és 62 mm.-nyi távolságban van. Az oldalsó agykamara legmellsőbb részlete a gyurus rectustól 21 mm.-nyire fekszik vertikális irányban a hátulsó rosta-sejt és az ékőből területében. Az insula Reilii homlokmetsetben a polus frontalistól 6 cm.-nyire található. Nagyobb távolságra esik sagittalis síkban a polus frontalistól a gyurus centralis anterior, 8, 9, 10 cm.-nyire.

Az exploratív punctiót tehát a homloklebény alsó felszine felett legfeljebb 18 mm.-rel kell végezni, különben a tü az oldalsó agykamarát és az agydúcokat éri; ezen magasság alatt 4—5 cm.-nyire haladhatunk hátra és oldalt egyrészt a fennálló beszédzavarok miatt, másrészt pedig azon tény folytán, hogy a homloklebény alapjában többször fordulhat elő agytályog a homloklebény alsó felszínével határos melléküregek megbetegedése esetében. A homloklebény konvex mellső felületén a homloküreg területének megfelelően végzendő agypunctiónál az agyalaptól 20 mm.-nyire felfelé és sagittalis síkban hátrafelé a tü 38 és 40 mm.-nyi távolságban eléri az oldalsó agykamarát és az agydúcokat, ez okból csupán 2—3 cm.-nyire hatolhat a tü. Ha azonban a mozgató kéregközpontok közelébe kell hatolnunk, izgalmi tünetek vagy a végtagok hűdésének esetében a gyurus centralis anteriorra és területére vagy a capsula internára történt direkt vagy távolhatás folytán, akkor az agyalaptól felfelé 4 cm.-nyire hatolhatunk a tüvel hátrafelé és felfelé, a polus frontalistól 8, 9, 10 cm.-nyi távolságban fekvő gyurus centralis anterior területe felé.

Az agysebészethen az exploratív punctio számára kijelölt alsó homlokpont a szemgödör feletti szél közepétől felfelé 4 cm.-nyire fekszik. Ezen alsó homlokpont a legritkább esetben esik a homloküreg területébe; 1200 koponyán csupán 4 esetben észleltem ezen területen a homloküreg jelenlétét.

Vizsgálataink eredményei a homloküreg sebészi boncztanához és a homloküreg megbetegedésének tanához nyújtanak

számos adatot. Adataink úgy az endonasalis, mint a külső sebészi beavatkozásokban értékesíthetők, továbbá kiegészítik ismereteinket a homloküregbántalmaknak és szövődményeiknek kórtanát, valamint a homloküreg megbetegedéseinek diagnostikáját illetőleg.

E helyütt is kötelességem igaz köszönetet mondani Török Aurél és Lenhossék Mihály tanár uraknak a vizsgálati anyag szives átengedéséért és Manninger Vilmos barátomnak, kinek a koponyák radiographikus átvilágítását és több Röntgen-felvételt, valamint Alexander Béla barátomnak, kinek 26 Röntgen-felvételt köszönhetek.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 decz. 14.-én tartott üléséből.)

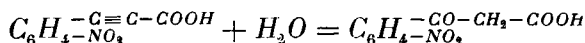
AZ ORTHONITROPHENYLPROPIOLSÁV REDUKÁLÁSA INDIGÓVÁ ELEKTROLITIKUS ÚTON.

RÓKA KÁLMÁN-tól.

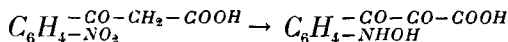
BAEYER-nek 1880-ban az orthonitrophenylpropiolsav látszott az indigó előállítására legalkalmasabb kiindulási anyagnak. Ebből a vegyületből aránylag egyszerűen és a többi, akkor ismert eljárásokat jóval felülmuló termelési százalékkal lehetett indigót előállítani. Ugyanis az orthonitrophenylpropiolsav lúgos közegben valamely redukáló anyaggal, pl. cinkporral vagy szőlőcukorral hevítve, simán és bőségesen létesít indigókéket. Ily módon a számított mennyiségnek kb. 60%-át sikerült előállítani, mely vízzel és alkohollal kimosva tiszta, indigórubintól mentes indigókék volt. A termelési százalék azért oly kicsiny, mert az orthonitrophenylpropiolsav alkálival hevítve isatint is eredményez, tehát az orthonitrophenylpropiolsav részben isatinná változik.

Orthonitrophenylpropiolsavból indigó SALMONI és SIMONIS-nak «Eine neue Indigodarstellung» című kis művében adott magyarázata szerint a következőképpen létesül:

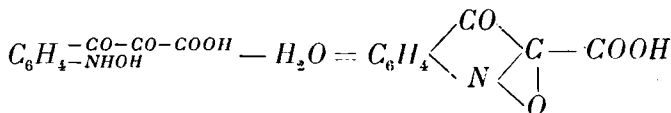
1. Az orthonitrophenylpropiolsav lúg hatására egyesül a víz elemeivel:



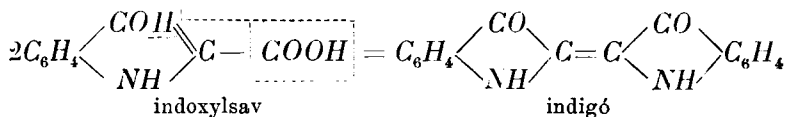
2. A nitrocsoport oxigénje az oldalláncz methyléncsoportját ketocsoporttá oxidálja s e közben a nitrocsoport hydroxylamin-csoporttá redukálódik:



3. A víz elemeinek eltávozásával isatogénsav keletkezik:



4. Az isatogénsavat a szőlőcukor indoxylsavvá redukálja, ez aztán a levegő oxigénjének hatására indigóvá oxidálódik:



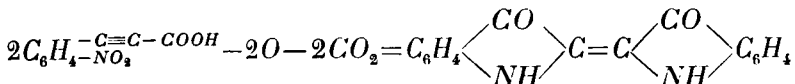
A reakciónak ez a magyarázata nem fogadható el. És pedig az ellen tehető alapos kifogás, hogy a levegő oxigénjére az indigóképződésnél szükség van. Mert ha az orthonitrophenylpropiolsavat a levegőtől teljesen elzárva redukáljuk, oly módon, hogy lúgos oldatára petroleumot, vazelinolajat vagy paraffint rétegezzünk s ezután a redukáló anyaggal elég magas hőmérsékleten tartjuk: szintén keletkezik indigó és csak, ha elegendő redukáló anyag van jelen, alakul át indigófehérré, de nem indoxylsavvá. Különbö, mint látni fogjuk, még egy másik tény is ellentmond a fent leirt magyarázatnak.

Tény az, hogy az orthonitrophenylpropiolsav lúgos közegben redukáló anyagok hatására indigót eredményez s hogy az indigó keletkezésére káros, hogy egyidőben isatin is jöhet létre, mert ez okozza, hogy a kiszámítható indigómennyiségnek csak 60%-át sikerül ily módon előállítani.

Elképzelhető, hogy az indigó mennyisége sokkal kedvezőbb, ha az isatin keletkezését valami úton meg lehet akadályozni. Az isatin keletkezésének itt az az oka, hogy a főlös alkáli magasabb hőfokon végezheti hatását. Minthogy azonban a magasabb hőfok a reakcióhoz szükséges, a főlös alkálit kell elkerülnünk; vagyis arról kell gondoskodni, hogy mindig csak annyi alkáli legyen az oldatban, mint a mennyi a redukálásal egyidejűleg a széndioxid eltávolítására éppen szükséges.

Ezeket a feltételeket legkényelmesebben akkor lehet teljesíteni, ha a redukálást elektrolitikus úton végezzük. Mikor az

orthonitrophenylpropionsav indigóvá redukálódik, két atóm oxigént és két molekula széndioxidot kell két molekula savból eltávolítani.



Az oxigén eltávolítása hidrogénnel, a széndioxid eltávolítása pedig alkáli segítségével könnyen végezhető.

Alkálit és redukálásra alkalmas hidrogént könnyen kapunk, ha pl. alkálifémsó oldatát elektrolizáljuk, midőn a kathodon egyenértékű alkálifémhydroxid és hidrogén keletkezik.

Az elektrolitikus redukczió azonban előreláthatólag még más hasznot is biztosít. Ugyanis mérni tudom annak a hidrogénnek a mennyiségét, a mely redukál. Ez aztán eldönti, hogy egy molekula indigó képződésre vajjon csakugyan 4 atóm hidrogénre, vagy, mint a SALMONI könyvében talált magyarázat megkíváná, 8 atómra van-e szükség.

Az irodalom áttanulmányozásából kiderült, hogy az indigó elektrolitikus előállításával még nem foglalkoztak. Hozzáálltam tehát a reakció elvégzéséhez. Az indigónak a kathodon kellett megjeleneni.

Előre nem állapíthattam meg, hogy milyen sav alkálifémsóját használhatom. A haloidsavak mindenesetre kiestek a választásból, mert ezek elektroliziskor halogén elemet eredményeznek. Először nátriumacetát-oldattal végeztem kísérleteimet. Merck-féle nyers orthonitrophenylpropionsavból annyit oldtam 10%-os nátriumacetát-oldatban, a mennyi oldódott s ezt az oldatot platinalemmez elektródokkal hidegen elektrolizáltam. Diafragmát nem használtam; az áramerősség körülbelül 0.5 ampère volt. Így indigó-leválást nem tapasztaltam; hanem azokon a helyeken, hol az oldat az elektródok mellett meglegedett, a képződő hab megkékült.

Nyilvánvaló, hogy a melegítés szükséges a reakció lefolyására. A kísérletet most megismételtem úgy, hogy a folyadékot 65°-ra hevítettem. Különböztet a berendezés változatlan maradt. Az eredmény most már biztatóbb volt. Ugyanis a folyadék szaga csakhamar olyan lett, a mely emlékeztet az indigócsáva jel-

lemző szagára; a folyadék maga megsötétedett s valami piszkos-fekete por vált le, a mely leszűrve, megszáritva s kémcsőben hevítve, az indigóra annyira jellemző vörösbolya gőzöket fejlesztette. Itt tehát már kimutathatólag képződött indigó. Tekintve, hogy nátriumacetát vizes oldatában az orthonitrophenylpropiol-sav rosszul oldódik, továbbá, hogy a nátriumacetát-oldat az elektromos áramot rosszul vezeti, megpróbáltam nátriumsulfatot alkalmazni. Azonkívül, hogy az anód oxidáló hatását elkerüljem, a két elektród reakcióterét agyagdiafragmával választottam el egymástól s a folyadék hőfokát most is 60—65° C körül tartottam.

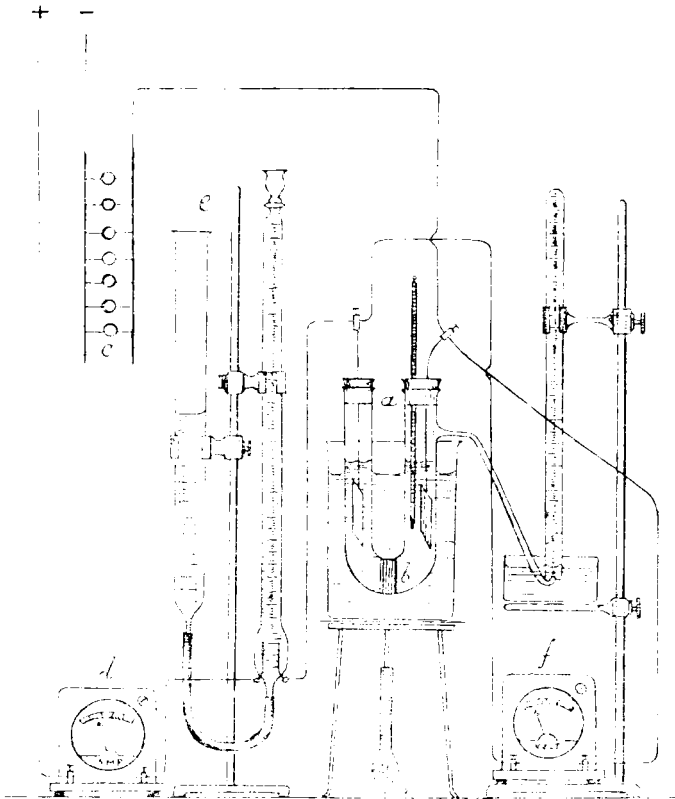
Az eredményt az I. táblázat 1. sz. adata mutatja.

I. TÁBLA.

A kísérlet száma	Az oldat orthonitrophenylpropiol-sav tartalma	Vezető sóoldat	Oldat mennyiség		Elektródfelület	Áramerősség	Áramsűrűség pro cm ²	Feszültség	Időtartam	Indigómennyiség	Hány %-a a kiszámítottnak
			cm ³	Oldat hőfoka							
1.	0,5 % Na ₂ SO ₄	10 %-os	100	60°	840	0,5	0,0595	6—10	147'	0,01 g	3
2.	1 % NaHCO ₃	5 %-os	200	65—70°	840	0,92	0,109	7	60'	0,046 g	3,4
3.	1 % NaHCO ₃	5 %-os	200	65—70°	840	0,9	0,107	5,5	85'	0,05 g	3,7

Felhasználtam 100 cm³ oldatot, melynek orthonitrophenylpropiol-sav tartalma 0,5 % volt, Na₂SO₄ tartalma pedig 10%. A képződött indigót vízzel, sósavas vízzel, alkohollal s ætherrel mostam, azután szárítottam s lemértem. Ennél a kísérletnél 0,01 g indigó képződött; tehát a számított mennyiségnek csak 3 %-a. Az így előállított indigó meglehetősen tisztátalan. Indigón kívül tartalmaz egy alkoholban vörös színnel oldódó testet, mely az indigóvörössel nem azonos; továbbá egy alkoholban nehezen, de ætherben jól oldódó, szintén piros színű vegyületet. Ezek az oldatok azonban nem valamely egynemű vegyü-

letnek oldatai; t. i. a színárnyalat minden kísérletnél más és más s a kéktől a pirosig mindenféle átmenetben változik. Az is bizonyos, hogy valamely érzékeny vegyületet tartalmaz, mert bepárologatva gyantás maradékot hagy, mely feloldva már nem oldódik olyan élénk színekkel, mint az eredeti oldat, hanem



1. ábra.

rendesen szennyes-barna s gyakran oldhatlan maradékot is hagy. Ezek a vegyületek valószínűleg mellékreakciónak eredményei, miért kísérleteim közben inkább arra törekedtem, hogy elkerüljem, mint hogy megvizsgáljam őket.

Fontos volt lehetőleg olyan sót találnom, a melynek oldata az orthonitrophenylpropionsavat jobban oldja, mint nat-

riumacetat vagy natriumsulfat. Erre a célra alkalmasnak látszott olyan söt választanom, mely az orthonitrophenylpropiol-savból alkalifémsót létesíthet, de nem olyan lúgos, hogy a széndioxidot elnyelné.

Legelőször natriumhydrocarbonattal kísérleteztem. Azonban ezzel sem értem el jobb termelési százalékot, mint a kiszámíthatónak 3·4—3·7%-át. (I. tábla, 2. és 3. kísérlet.)

A natriumhydrocarbonattal dolgozva különféle zavaró körülményt találtam. Ezeknek elkerülése nagyon körülményes volt, s minthogy az eredmény még sem elégíthetett ki, áttértem a dinatriumhydrophosphát vizes oldatára. Ez a só jobbnak ígérkezett. Már az előzetes kísérlet alkalmával a kiszámítható mennyiségnek 16%-át kaptam meg. (II. tábla, 4. kísérlet.)

A kísérleteket ezután úgy rendeztem be, hogy az áramfogyasztást és a redukálásra felhasznált hidrogén mennyiségét is mérhessem. (1. rajz.)

Erre a célra eleinte U alakú csövet (*a*) használtam, melynek hajlásába alul szűrőpapirosból készült (*b*) dugót tettem diafragmának.

A cső végein nyúlnak be az elektródok (platinából) s egy hőmérő; a nyílás alatt gázvezető cső van forrasztva, hogy a hidrogént elvezetni, összegyűjteni és mérni lehessen. Az áramot a városi 110 voltos vezetékről vettem s azt lámpaellenálláson (*c*) keresztül a kellő intenzitással és feszültséggel használtam. Az elektrolizáló edényt, az U alakú csövet, hengerüvegbe állítottam s vízzel a szükséges hőfokon tartottam, mialatt az elektrolízis haladt. Az áramkörbe ampèremérőt (*d*) és durranógáz-voltamérőt (*e*) is iktattam. A feszültség mérésére mellékáramkörbe kapcsolt voltmérő (*f*) szolgált. A kísérlet elrendezése a rajzon látható. Ezzel az elrendezéssel végeztem a II. tábla 5., 6., 7. és 8. számú kísérleteit.

II. TÁBLA.

A kísérlet száma	Az oldat, orthonitrophenylpropionsav tartalma		Vezető sóoldat	Oldat mennyisége cm ³	Oldat hőfoka	Elektrodfelület mm ²	Áramerősség Amp.	Áramsűrűség pro cm ² Amp.	Feszültség		Fejlesztett H ₂ cm ³	Képződött indígo g	Hány %-a a kiszámíthatóknak
	1	2							3	4			
4.	1.6	6 %-os Na ₂ HPO ₄		35	85—90°	840	0.24	0.0285	53	34	1	0.032	16.8
5.	1.6	6 %-os Na ₂ HPO ₄		35	85—90°	840	0.24	0.0285	53	68	3.5	0.063	32.8
6.	1.6	6 %-os Na ₂ HPO ₄		35	85—90°	840	0.24	0.0285	53	97.4	16.5	0.067	35.2
7.	1.5	12 %-os Na ₂ HPO ₄		40	85—90°	840	0.3	0.0365	42	66	5.5	0.050	24.4
8.	1.5	12 %-os Na ₂ HPO ₄		40	85—90°	840	0.29	0.0362	42	83	15	0.033	29.8

A kísérlet elrendezéséből következik, hogy a termelési százalék kiszámításakor az U alakú csőben levő folyadéknak csak azt a részét használjuk számításunkhoz, mely a redukáló térben van, tehát az oldatnak felét.

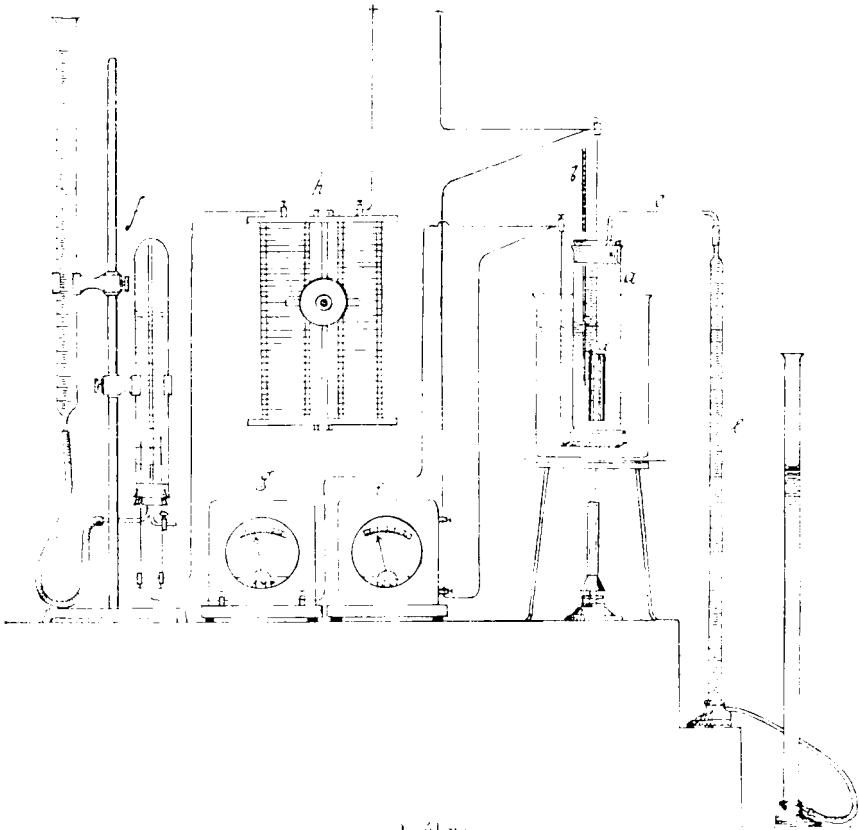
A táblázatból kitűnik, hogy így már 35%-on felül álló termelési százalékig sikerült eljutnom.

Ennél az összeállításnál azonban felette nagy volt a rendszer ellenállása s e miatt meglehetősen nagy feszültséget kellett a két sarkon alkalmazni; továbbá fontos volt a kataphoresis is, mi a leolvasott hidrogén mennyiségét módosította. Azért, hogy ezeket a káros hatásokat megszüntessem, készülékemet következőleg módosítottam. (2. rajz.)

Körülbelül 2.5—3 cm² átmérőjű, 15—18 cm hosszú, mindkét végén nyitottra készített üveghenger a redukáló tér (a). Alsó végét pergamentpapirossal zártam el s ez volt a diafragma. Fölül gummidugó zárja el a hengert, melyen hőmérő (b), gáz-elvezető cső (c) és elektród (d) nyúlik a redukáló térbe. Az üveghenger köbcentiméterosztályzattal van ellátva, hogy a folyadék be- vagy kidiffundálása okozta hibát számításba lehessen venni. Az elektród itt hengeralakúra összehajlított fényes



platinalemez (*d*), melynek felülete ismeretes s a táblázat adatai között megtalálható. A felszabaduló hidrogént Hempel-féle bürettában gyűjtöttem össze s mértem (*e*). Az áthaladó áram mennyiségének mérésére az áramkörbe Oettl-féle voltamérő (*f*), az intenzitás, illetve áramsűrűség meghatározása céljából pe-



2. ábra.

dig ampèremérő (*g*) van bekapcsolva. Az áram szabályozására még egy drót ellenállást (*h*) is iktattam a főáramkörbe. Az elektródok között lévő feszültséget mellékkörbe kapcsolt voltmérővel (*i*) mértem. Áramforrás a következő kísérleteknél mindig akkumulátor-telep volt.

Az orthonitrophenylpropiolsavból mindig kb. 0·5 g-ot mér-

tem le. s 50 cm^3 5—10%-os dinátriumhydrophosphát-oldatban oldottam. Ebből mértem le azután rendszeren 15 cm^3 oldatot.

A következő kísérleteknél mindig csak a kathódtérben volt orthonitrophenylpropionsav, míg az anódtérben tisztán dinátriumhydrophosphát-oldat volt.

Ezeknél a kísérleteknél az indigó mennyiségét már titrá-lással határoztam meg. A káliumpermanganát-oldatot, melylyel titráltam, elektrolitikusan leválasztott, mosott s vakumban szublimált indigóra állítottam be. Az indigó mennyiségét a redukált termékben a következőképpen állapítottam meg. A henger tartalmát leszűrtem, azután lúgos, sósavas, majd tiszta vízzel, végül alkohollal és ætherrel kimostam. Ezután az indigót a szűrőpapírosról desztillált vízzel bepárló csészébe öblitettem s vízfürdön szárazra párologtattam. Most 1—2 cm^3 tömény kén-savval, 1—2 óra hosszúig, 50° -on pállítottam, majd felhigitva, olyan $KMnO_4$ oldattal, melynek minden cm^3 -je 1 mg indigót oxidálhatott, aranyarga színig titráltam.

III. TÁBLA.

A kísérlet száma	Az oldat orthonitrophenylpropionsav tartalma	Vezető sóoldat	Oldat mennyisége		Oldat hőfoka	Elektrodfelület		Feszültség	Durranó-gáz voltmeter	Felszabadult H_2	Kepeződött indigó	Hány 0 -s a kiszámíthatóak
			cm^3	Oldat hőfoka		mm^2	Aramerősség					
						Amp.	Aramsűrűség pro cm^2	Volt	cm^3	cm^3	g	
9.	1.6 %	6 %-os Na_2HPO_4	35	90°	840	0.480	0.0571	5.2	64	7	0.043	11.4
10.	1.6 %	"	50	90°	"	0.440	0.0523	6.2—7.8	260	41.7	0.121	22.2
11.	3 %	10 %-os Na_2HPO_4	30	90°	"	0.430	0.0511	8.2—9.3	234	36	0.114	18.5
12.	1.5 %	5 %-os Na_2HPO_4	15	90°	"	0.430	0.0511	7.9	200	60	0.047	30.7
13.	2 %	"	10	92°	"	0.420	0.05	9.3—7.3	72	20	0.035	25.7
14.	0.1423 g	"	15	$80-90^\circ$	780	0.5	0.0641	13—11.7	66	20.2	0.0282	29.3
15.	0.1512 g	"	15	$80-92^\circ$	780	0.650	0.0833	17.5—13.95	539	20	0.02	19.5
16.	"	"	"	$82-91^\circ$	1334	0.5	0.0374	13—11.5	67.3	—	0.0285	27.9
17.	"	"	"	$80-85^\circ$	780	0.5	0.0641	15—12.5	67.1	24.4	0.0215	21

A III. tábla 9—14. sz. kísérleteiben a Merck-féle ortho-nitrophenylpropiolsavat még nem tisztítva, csak kiszáritva használtam.

Azonban a keletkezett indigó olyan kevés és annyira tisztátalan volt, hogy a kiindulási anyagról fel kellett tennem, hogy tisztasága sem kielégítő. A III. tábla 15., 16., 17. és a IV. tábla 18—24. sz. kísérleteiben forró vízből átkristályosított s megszáritott, a 25., 26. és 27. sz. kísérleteknél pedig teljesen tiszta ortho-nitrophenylpropiolsavat használtam.

A III. táblán feltüntetett 15., 16. és 17. sz. kísérletek azonban még mindig nagyon kedvezőtlenek. Ezért az áram-sűrűséget csökkenteni kezdtem s mint a IV. tábla mutatja, jó eredménnyel.

IV. TÁBLA.

A kísérlet száma	Ortho-nitrophenylpropiolsav súlya	Vezető sóoldat	Oldat mennyisége cm ³	Oldat hőfoka	Elektrodfelület mm ²	Áramerősség Amp.	Áram-sűrűség pro cm ² Amp.	Feszültség Volt	Durranó gáz volta- meter	Fel szabadult H ₂ cm ³	Elhasznált <i>KMnO</i> ₄ oldat cm ³	Hány 0/0-a a kiszámit- hatónak
	os											
18.0-1398	10 %-os <i>Na</i> ₂ <i>HPO</i> ₄	15	80°	2114	0-07	0-00331	2-5-3-5	39-1	6-7	58-1	60	
19.0-18	5 %-os <i>Na</i> ₂ <i>HPO</i> ₄	15	82°	2114	0-041	0-00193	2-25-2-3	80-4	4-4	81-2	67	
20.0-158	10 %-os <i>Na</i> ₂ <i>HPO</i> ₄	“	83°	“	0-1	0-00473	3-3-7	56	10-4	72-8	67-5	
21.0-18	5 %-os <i>Na</i> ₂ <i>HPO</i> ₄	“	85-90°	“	0-01	0-00074	2-1-2-3	61	—	84-2	69	
22.0-2591	10 %-os <i>Na</i> ₂ <i>HPO</i> ₄	“	85°	“	0-063	0-00298	2-4-3	83-4	17	130-3	74	
23.0-158	“	“	82°	“	0-07- 0-03	0-00331- 0-00148	2-7	59-2	7	87-5	81-4	
24.0-2591	“	“	84°	“	0-055	0-00260	2-25	79-5	13-6	136-7	76-5	
25.0-1695	“	“	83°	“	0-055	0-0026	2-2-3-2	59-5	16	102-5	89	
26.0-1695	“	“	85°	“	0-125- 0-05	0-0059- 0-00236	3	54-2	14-5	95-7	83	
27.0-168	“	“	82°	“	0-05	0-00236	2-3-2-8	60-8	18-2	107-7	94-2	

115 g indigóvá. Ha a legjobb eredményű kísérletek, nevezetesen a 25. és 27. számúak alapján kiszámítjuk, hogy 115 g indigó előállításához mennyi hidrogén lett volna szükséges, a következő adatokat találjuk:

A 25. sz. kísérletnél:

0.1695 g orthonitrophenylpropionsav eredményezett 0.1025 g indigót. A durranógáz-voltamérőben fejlődött 54.2 cm³ durranógáz. A reakcióterben fejlődött 14.5 cm³ hidrogén. A durranógáz-voltamérőben levő hidrogén:

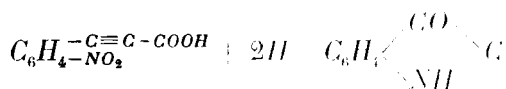
$$\begin{aligned} 3 : 2 &= 54.2 : x \\ x &= 36.1 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Ebből levonandó 14.5 cm³, mint olyan, a mely nem redukált, hanem felszabadult, tehát 21.6 cm³ hidrogén végezte a redukálást. Ennek súlya pedig $0.000089 \cdot 21.6 = 0.001922$ g; és 0.001922 g hidrogén készített 0.1025 g indigót. Ebből kiszámíthatjuk a 115 g, tehát 1/2 mol.-ra eső hidrogén mennyiségét, mi = 2.1 g.

A 27. sz. kísérlet adataiból ugyanilyen számítással a hidrogén súlya 2.1 g.

Mint látjuk, mindkét esetben valamivel több, mint 2 g hidrogénre volt szükség, hogy egy gramm molekula orthonitrophenylpropionsav fél gramm molekula indigóvá redukálódjék. E szerint semmi szín alatt sem lehet helyes a fennebb említett reakció lefolyása, mert az erre a célra 4 gramm-atóm hidrogént követelne. Ez és a már említett jelenség, hogy t. i. az indigóképződés levegőtől elzárt térben is végbemegy, kizárja, hogy közbeesőleg indoxylsav képződjék.

A fent leírt kísérletek bár nem döntenek el, hogy milyen a reakció lefolyása, de azt bebizonyítják, hogy egy gramm molekula orthonitrophenylpropionsav 2 gramm-atóm hidrogén hatására fél gramm molekula indigót eredményez:



* A gázmennyiség mindig a szükséges javítással van feltüntetve.

Azonban hiszem, hogy az elektrolitikus redukció alkalmas lesz arra is, hogy a reakció lefolyásának egyes szakaszait is megismerjük.

A dolgozat eredményét a következőkben foglalhatom össze:

Az orthonitrophenylpropionsav dinátriumhidrophosphát jelenlétében elektrolitikus úton símán redukálható s a redukció eredménye indigó.

Az elektrolitikus redukciónál a termelési százalék jóval kedvezőbb, mint a chemiai szerekkel végzett redukciónál, mert itt a kiszámítható indigómennyiségnek 94—95%-át sikerült előállítani, míg chemiai szerekkel legfeljebb 60% érhető el.

Kitűnik, hogy 2 gramm-molekula orthonitrophenylpropionsav redukálására 4 gramm-atómsúly hidrogén szükséges, tehát az a feltevés, hogy közbeeső termékképpen indoxylsav képződnek, elesik.

Az elektrolitikus redukció alkalmával alkoholban és ætherben vörös színnel oldható termékek is keletkeznek.

Képződik még egy meg nem határozott vegyület is, melynek szaga a chinolin szagára emlékeztet.

A dolgozat részben a budapesti kir. József-Műegyetem ált. chemiai, részben elektrochemiai laboratoriumában készült.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 márczius 15.-én tartott üléséből.)

ADATOK A TÉLI ÁLMOT ALVÓ EMLŐSÖK ANYAGFORGALMÁHOZ.¹

HÁRI PÁL-tól.

A téli álmot alvó állatok anyag- és energiaforgalmának ismerete még sok tekintetben hiányos; nem ismerjük még eléggé azokat a különbségeket, melyek ezen álmom és az ébrenlét között léteznek, valamint ismeretlen ezen állatok hőszabályozásának mechanizmusa is. Ez pedig annál érdekesebb, mert kétségtelen, hogy a test hőmérsékletének változása és a téli álomba merülés között szorosabb összefüggés van.

Alkalmam volt nagyobb számban beszerzett denevéreken (*Myotis myotis* Bechstein) ezen kérdések köréből néhányat kísérletes vizsgálatok tárgyává tenni. Megvizsgáltam ugyanis:

- a) éhező,
- b) táplált denevér anyagcseréjét különböző hőmérsékletben;
- c) megállapítottam azon hőfokot, melyen az éhező és a táplált állat téli álomba merül;
- d) megállapítottam továbbá, van-e a denevérben a hőmérsékletnek chemiai szabályozása;
- e) és végül meghatároztam a téli álomba merült állat gázcseréjét. Ezen kérdések megoldására szolgáltak:

¹ A budapesti kir. m. tud.-egyetem általános kórtani intézetében készült dolgozat, mely részletesen a Magyar Orvosi Archivumban fog megjelenni.

I. éheztetési kísérletek, melyeket 29 és 19° C-on végeztem (*A* és *B* sorozatok);

II. táplált állatokon 11 és 29° C között végezett több kísérlet (*C*-től *H* sorozatig);

III. gázcserekísérletek téli álomba merült állatokon (*I*-től *N*-ig).

Az I. és II. alatti kísérletek berendezése.

Az anyagforgalom megállapítására 20—22 órás respirációs kísérletek szolgáltak, melyekben az állatok szénsavproductiója határozott meg; mivel a vizelet és bélsár külön nem volt felfogható, a nitrogénmeghatározás csak együttesen történhetett.

A denevérek kísérlet közben exsiccatorokban voltak, melyeket ventiláltunk s a melyekben uralkodó középhőmérsékletet két hőmérő segélyével állapítottuk meg.

Az exsiccatoron átszívott levegő szénsavmentesítése, valamint a termelt szénsav felfogása a HALDANE-féle elv alapján natronmész segélyével történt.

I. Éheztetési kísérletek.

A) sorozat.

Két denevért, a II. és a IV. számút, öt napon át 28—29° C hőmérsékletben koplaltattam.

Súlyviszonyok. Az ötnapos koplalás, mint az I. sz. táblázatból látható, a testsúly lényeges megfogyásával járt.

I. táblázat.

A kísérlet időpontja	Az exsiccator-levegő közép hőmérséke C°	Testsúly			Pro 1 óra és 1 kg.		
		a kísérlet elején gr.	a kísérlet végén gr.	változása gr.	szénsav gr.	nitrogén gr.	
<i>II. sz. denevér.</i>							
A sorozat	1907. I. 13—14	28·0	28·67	27·42	—1·25	2·79	0·037
	14—15	29·0	27·42	26·02	—1·40	2·42	0·020
	15—16	29·0	26·02	25·62	—0·40	1·98	0·024
	16—17	28·0	25·62	24·47	—1·15	2·50	0·020
	17—18	29·0	24·47	23·80	—0·67	2·35	0·021
Az I. 14—18. időszak középértékei					—0·91	2·31	0·021
B sorozat	1907. I. 25—26	20·0	25·10	24·35	—0·75	1·56	0·008
	26—27	20·5	24·35	23·74	—0·61	1·54	0·014
	27—28	20·0	23·74	22·75	—0·99	2·29	0·020
	28—29	19·5	22·75	21·94	—0·81	2·57	0·015
	29—30	19·5	21·94	21·55	—0·39	1·77	0·017
	30—31	19·0	21·55	21·24	—0·31	1·35	0·014
<i>IV. sz. denevér.</i>							
A sorozat	1907. I. 13—14	28	28·92	28·10	—1·82	2·85	0·028
	14—15	29	28·10	27·50	—0·60	2·08	0·031
	15—16	29	27·50	26·76	—0·74	2·21	0·021
	16—17	28	26·76	25·62	—1·14	2·02	0·018
	17—18	29	25·62	24·30	—1·32	2·29	0·020
Az I. 14—18. időszak középértékei					—0·95	2·15	0·022
B sorozat	1907. I. 25—26	20·5	24·60	?	—0·55	1·34	0·013
	26—27	20·5	?	24·14		1·42	0·029
	27—28	19·5	24·14	23·35	—0·79	1·06	0·014
	28—29	20·0	23·35	22·82	—0·53	1·08	0·014
	29—30	19·0	22·82	22·25	—0·57	0·92	0·009
	30—31	19·5	22·25	21·67	—0·58	0·50	0·009

Ha e súlyfogyást 1 kg testsúlyra redukáljuk és összehasonlítjuk más, koplaló emlősök ugyancsak 1 kg testsúlyra redukált súlyfogyásával, azt látjuk, hogy a denevér aránylag kevesebbet fogy, mint a 4—5-ször akkora patkány; sőt kevesebbet, mint a 25-ször akkora tengeri malacz.

Ez arra vall, hogy a denevér anyagcseréje aránylag alacsony; noha a csekélyebb súlyvesztésért részben már a kísérleti állatok feltűnően nyugodt viselkedése, továbbá a csekély energiaforgalommal járó függő helyzet is igazolja.

Ha a *nitrogénelválasztás* értékeit egybevetjük a más éhező emlősökön nyert adatokkal, látjuk, hogy a denevér nemcsak a testsúly fogyásában marad el a többi emlős mellől, hanem különösen a nitrogén-elválasztásban is: utóbbi 1 kg testsúlyra redukálva csak akkora, mint a *százszorta* nagyobb súlyú házi nyulon megállapított, ugyancsak 1 kg testsúlyra redukált érték. Tehát ahhoz, mit az éhező denevér anyagcseréjéről fennebb mondottunk, hozzátehetjük, hogy *fehérjeforgalma, más emlősökéhez viszonyítva, feltűnően alacsony.*

A *szénsavproductió* nagyobb emlősökénél aránylag nagyobb; de nem annyival, a mennyi a denevér jóval csekélyebb testsúlyának megfelelne.

B) sorozat.

E sorozatban ugyanazon két denevér, a II. és IV. számú 19—20·5° C-on koplalt hat napon át.

E kísérletekből kitűnik, hogy 19° C-on az éhező denevérnek oly torpiditása, életfunktioinak oly nagyfokú csökkenése állhat be (legalább ez történt a IV. sz. denevéren), *mely további hőmérsék-csökkenés esetén bizonyára a téli álom bekövetkezésére vezetne.*

Ebből továbbá az is következik, hogy az éhező denevért hőmérsékének chemiai szabályozása már 19° C-on cserben hagyja, a mennyiben anyagforgalma rohamosan apadni kezd.

Ezen körülmény magyarázza meg azt is, hogy a 19° C-on való éhezés jóval csekélyebb súlyvesztéssel jár: ez mindkét állaton napi 2·6%-ra rúgott.

II. Táplált állatokon végezett kísérletek.

C)–H) sorozatok.

Mivel az éhező denevér aránylag magas hőmérséken is (20° C-on) már torpiditásba esik, azért a környező hőmérsék változásának az ébren lévő állat anyagcseréjére gyakorolt hatását táplált állaton kell vizsgálni. E célra szolgáltak a C—H sorozatok.

a) *A környező hőmérséklet emelésének és süllyesztésének következményei a C—G sorozatokból tűnnek ki. Ezek szerint a környező hőmérsék hirtelen történő tekintélyesebb emelkedése vagy süllyedése a szénsavtermelésben tekintélyes növekedést, illetve apadást okoz; ha a környező hőmérsék továbbra nem változik, a szénsavtermelés másod- vagy harmadnapra egy bizonyos állandó értékre tér vissza. (Lásd a II. sz. táblázatot a 212. oldalon.)*

Ebből az következik, hogy a denevérek a környezet hőmérsékének megváltozásakor 1 napig mint heterotherm állatok viselkednek; vagyis magasabb hőmérséken több, alacsonyabb hőmérséken kevesebb szénsavat termelnek, másodnapra azonban az anyagforgalomnak oly szabályozása áll be, hogy a felszökött vagy lesüllyedt értékek helyébe ismét állandó, az illető hőmérsékletre jellemző értékek lépnek. Ez a II. sz. táblázat következő számaiból tűnik ki:

Sorozat	Hőmérsék	Szénsavtermelés II. sz. denevér	pro 1 ó. és 1 kg. IV. sz. denevér
G)	13—14° C	3·65 gr.	3·86 gr.
F)	17° "	3·42 "	3·89 "
D)	25—27° "	3·32 "	3·41 "
E)	28—29° "	3·89 "	4·16 "

Azt látjuk tehát, hogy a 19 és 20° C közötti hőmérsékleten táplált denevér a hőmérsékváltozás első napja után már nem mutat heterothermiát, hanem hőmérsékletének oly chemiai szabályozását, mint más emlős.

b) *Táplált állatok téli álomba merülése (H sorozat, III. táblázat). E sorozatban, melyben a környező levegő hőmér-*

II. táblázat.

	II. sz. denevér								IV. sz. denevér							
	Kísérlet idő- pontja	Az exsiccator-levegő közép hőmérséke °C	Táplálék (lisztkekercz) gr.	Testsúly				Szénaxtermelés pro 1 óra és 1 kg. gr.	Kísérlet idő- pontja	Az exsiccator-levegő közép hőmérséke °C	Táplálék (krucakliszt) gr.	Testsúly				Szénaxtermelés pro 1 óra és 1 kg. gr.
				a kísérlet elején gr.	a kísérlet végén gr.	változása gr.	a kísérlet elején gr.					a kísérlet végén gr.	változása gr.			
C sorozat (előzőleg 3 na- pig 13° C-on)	06. XII.															
	19—20	19·5	4·0	31·27	30·35	-0·92	6·43	19·7	2·60	32·06	31·70	-0·36	4·68			
	20—21	23·0	3·65	30·35	29·69	-0·66	6·29	23·0	3·37	31·70	30·76	-0·94	4·96			
	21—22	23·8	2·50	29·69	29·64	-0·05	3·96	23·2	2·86	30·76	31·20	+0·44	2·99			
D sorozat (előzőleg 6 napig 11—12° C-on)	07. I.															
	3—4	23·0	1·63	29·92	28·96	-0·96	3·90	22·7	1·49	31·54	29·59	-1·95	4·54			
	4—5	24·5	1·55	28·96	27·98	-0·98	2·99	25·0	1·47	29·59	29·37	-0·22	3·84			
	5—6	24·7	1·91	27·98	27·78	-0·20	3·57	24·6	2·31	29·37	29·06	-0·31	3·41			
	6—7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
	7—8	24·0	1·55	28·30	27·40	-0·90	3·14	24·5	1·65	29·20	28·67	-0·53	3·46			
	8—9	26·2	1·45	27·40	27·32	-0·08	3·27	26·0	1·45	28·67	28·24	-0·43	3·38			
	9—10	26·5	4·05	27·32	27·29	-0·03	3·31	26·5	3·93	28·24	28·22	-0·02	3·40			
	A I. 5—10. időszak középértékei								3·32							
E sorozat (előzőleg 7 napig 22—26° C-on)	07. I.															
	10—11	29·0	4·21	27·29	28·27	+0·98	3·96	29·0	3·98	28·22	28·52	+0·30	4·26			
	11—12	28·0	4·45	28·27	28·25	-0·02	3·77	28·0	3·65	28·52	28·82	+0·30	4·21			
	12—13	28·0	4·03	28·25	28·67	+0·42	3·95	28·0	3·16	28·82	28·92	+0·10	4·03			
A I. 11—13. időszak középértékei								3·89								
F sorozat (előzőleg 5 napig 28—29° C-on)	07. I.															
	18—19	23·0	3·37	23·80	24·27	+0·47	4·09	23·6	3·25	24·30	25·17	+0·87	4·41			
	19—20	19·0	1·40	24·27	24·53	+0·26	3·31	18·7	1·65	25·17	25·37	+0·20	3·07			
	20—21	18·0	1·64	24·53	23·72	-0·81	2·63	18·0	1·80	25·37	25·30	-0·07	1·95			
	21—22	17·1	3·10	23·72	24·32	+0·60	3·54	16·7	2·24	25·30	25·15	-0·15	3·38			
	22—23	17·6	3·15	24·32	25·00	+0·68	3·60	16·7	2·84	25·15	25·32	+0·17	4·29			
	23—24	16·5	3·39	25·00	24·97	-0·03	3·14	16·7	2·74	25·32	25·35	+0·03	4·00			
A I. 21—24. időszak középértékei								3·42								
G sorozat (előzőleg 3 napig 17—18° C-on)	06. XII.															
	16—17	13·0	3·45	31·11	31·55	+0·44	3·12	13·2	2·89	32·27	32·03	-0·24	3·21			
	17—18	13·5	3·27	31·55	31·27	-0·28	3·74	12·3	3·39	32·03	32·03	±0	3·85			
	18—19	13·0	3·78	31·27	31·27	±0	3·55	13·8	4·59	32·03	32·06	+0·03	3·87			
A XII. 17—19. időszak középértékei								3·65								

séklete 11—13° C volt, biztos jeleit látjuk a nagyfokú, téli álmra vezető torpiditásnak.

III. táblázat.

	A kísérlet időpontja	Az exicator-levegő közép hőmérséke C°	Táplálék (liszt-kukac) gr.	Testsúly			Szénsavtermelés pro 1 ó. és 1 kg.
				kísérlet elején gr.	kísérlet végén gr.	változása gr.	
<i>II. sz. denevér.</i>							
H sorozat	1906. XII. 28—29	12·5	3·45	29·77	30·44	+0·67	2·85
	„ „ 29—30	12·3	1·43	30·44	29·83	—0·61	2·26
	„ „ 30—31	11·3	1·54	29·83	30·16	+0·33	1·60
	„ „ 31	12·3	2·69	30·16	30·19	+0·03	3·04
	1907. I. 1						
	„ „ 1—2	12·0	1·18	30·19	29·92	—0·27	1·80
„ „ 2—3	10·7	1·50	29·92	29·92	+ 0	2·25	
<i>IV. sz. denevér.</i>							
H sorozat	1906. XII. 28—29	11·6	3·67	30·63	31·85	+1·22	2·77
	„ „ 29—30	12·0	2·34	31·85	32·01	+0·16	2·26
	„ „ 30—31	11·2	2·29	32·01	32·21	+0·20	2·43
	„ „ 31	11·8	1·75	32·21	31·92	—0·29	1·97
	1907. I. 1						
	„ „ 1—2	11·5	1·23	31·92	31·61	—0·31	1·63
„ „ 2—3	11·7	1·18	31·61	31·54	—0·07	1·21	

Ezen hőmérsékleten van a chemiai szabályozásnak alsó határa; ha a levegő hőmérséklete ez alá süllyed, az állat téli álomba merül. Mindezek szerint a denevér a 11 és 27° C közötti hőmérsékleteken belül testének hőmérsékletét a hőtermelés változtatásával szabályozza. Ezen határok között a környezet hőmérsékletének emelésével a hőtermelés csökken, süllyedésével pedig emelkedik. 27° C-on túl a környezet hőmérsékletével a hőtermelés is emelkedik. Ha pedig a környezet hőmérséklete 11—13° C alá süllyed, a hőtermelés rohamosan

csökken és az állat a téli álmot megelőző torpeditásba esik. Éhező állatban e határ 19—20° C.

III. Gázcsere-kísérletek téli álmot alvó denevéreken.

1. *Szénsavtermelés a téli álomban (I sorozat, az I. és III. sz. denevéreken).* E denevérek ventilálható exsiccatorokban voltak, melyeket víz alá merítettem és ennek hőmérsékét gyakran megújított jéggel állandóan 0—2·5° C-on tartottam.

Az I. sz. denevért 1906 decz. 14-ig bőven tápláltam liszt-kukaczczzal; e napon betettem az exsiccátorba, azt a hideg víz alá merítettem, s a ventilációt megindítottam; a denevér nem-sokára el is aludt. Deczember 19-én megmértem: súlya ekkor 27·55 gr. volt; decz. 27-én pedig 27·50 gr., nyolcz nap alatt tehát csak 0·05 gr.-ot fogyott. A szénsav meghatározását decz. 27-én kezdettem meg.

A III. sz. denevér 1906 decz. 23-án evett utoljára; decz. 25-én az exsiccátorba tettem, víz alá merítettem; súlya akkor 33·35 gr. volt; decz. 27-én pedig 33·25 gr. E napon kezdtem meg a szénsav meghatározását.

Az eredmények a következők:

IV. táblázat.

Kísérlet ideje	Az exsiccator- levegő hőmérséke C°	Szénsavtermelés pro 1 óra 1 kg.	
		I. sz. denevér	III. sz. denevér
1906 decz. 27	?	0·65	1·12
" " 28	4—5	0·12	0·52
" " 29	2	0·11	0·09
" " 30	2	elveszett	0·05
" " 31	2	elveszett	0·0317
1907 jan. 1	2	0·0697	elveszett
" " 2	2	0·0292	0·0317
" " 3	2	0·0282	0·0432
" " 4	4	0·0210	0·0294
" " 5	3	0·0263	0·0309
" " 6	2	0·0286	0·0341

Kísérlet ideje	Az exsiccator- levegő hőmérséke C°	Szénsavtermelés pro 1 óra 1 kg.	
		I. sz. denevér	III. sz. denevér
1907 jan. 7	3	0·0248	0·0258
" " 8	2	0·0272	0·0388
" " 9	4	0·0291	0·0321
" " 10	3	0·0310	0·0306
" " 11	5—8	0·0317	0·7697
" " 12	6—8	0·0441	0·0609
" " 13	3—6	0·0303	0·0328
" " 14	4—5	0·0372	—
" " 15	6	0·0292	—
" " 16	4—5	0·0311	—
" " 17	5	0·0326	0·0344
" " 18	6	0·8671	0·7609
" " 19	2—3	0·0326	0·0307
" " 20	2	0·0258	0·0261
" " 21	2	0·0277	0·0279
" " 22	1—2	0·0129	0·0154
" " 23	2—5	0·0291	0·0304
" " 24	1	0·0456	0·0221

Ha az összeállításon végigtekintünk, azonban a téli álomba való átmenet napjaitól eltekintve, csak az 1907 jan. 2-től 24-ig terjedő időszakot vesszük figyelembe, azt látjuk, hogy a felsorolt számok között csak olyanok fordulnak elő, melyek 0·060-nál *kiseb-
b*ek (közéértékben 0·0285) és olyanok, melyek 0·700-nál *na-
gyobb*ak. Világos, hogy e kétféle érték két egymástól merőben kü-
lönböző állapotnak felel meg: a kisebbek a teljes, mély téli álom-
nak, a nagyok pedig valamilyen félálomnak vagy torpiditásnak.

Azon körülmény, hogy a 6° C alatti hőmérséken a na-
gyobb értékekkel nem találkozunk, arra enged következtetni,
hogy a téli álomra kedvező hőmérséklet határaként a 6° C-t
kell tekintenünk; ezen felül a téli álom helyébe valamilyen fél-
álom lép. Tehát a téli álmot alvó denevér szénsavtermelése
pro 1 óra és 1 kg. 0·0285 gr.-ra süllyedhet, mely érték, egybe-
vetve az ébren, 29° C-on éhező állat 2·23 gr.-nyi szénsav-
termelésével, igen csekély: annak 1·3%-ára rúg.

A testsúly változása. A milyen rendkívül csekély a téli álmod alvó denevér anyagforgalma, oly csekély a testsúlyának változása is. Az I. sz. denevér, melynek súlya 1906 decz. 27-én 27·50 gr. volt, 1907 márcz. 26-án 25·65 gr. súlyú volt; 85 nap alatt tehát 1·85 gr.-ot fogyott. A III. sz. denevér súlya 1906 decz. 25-én 33·35 gr. volt, 1907 febr. 11-én pedig 29·80 gr.; tehát 48 nap alatt 3·55 gr.-ot fogyott.

Az I. sz. denevéren észlelt 1·85 gr.-nyi fogyás napi 0·0218 gr.-nak = 0·08%-nak felel meg; szemben a 28—29° C-on kopláló denevér napi 3·3% és a 19—20° C-on kopláló denevér napi 2·6%-nyi fogyásának.

2. *A szénsavtermelés, oxygenfogyasztás és respirációs quotiens a téli álomban. (K, L, M és N sorozatok.)*

Az oxygenfogyasztás, valamint a respirációs quotiens meghatározása úgy történt, hogy a ZUNTZ-GEPPERT-féle készülék segítségével az exsiccator levegőjének, melyben a denevérek bizonyos ideig tartózkodtak, csak százalékos összetétele állapított meg. Ezen százalékszámok segítségével a szénsavtermelés és oxygenfogyasztás abszolút értékei is könnyen megállapíthatók voltak, ha ismeretes volt azon gázkeverék normál-térfogata, melynek egy próbáját százalékos összetételre vizsgáltam meg.

E normáltérfogat megállapítására pedig nem kellett egyéb, mint egy-egy kísérlet végén feljegyezni az akkor uralkodó légnyomást, az exsiccatorürnek hőmérsékét és belnyomását s természetesen ismerni kellett az exsiccator ürtartalmát is.

Egy-egy kísérlet megkezdése előtt az exsiccatoron annak lezárása előtt néhány órán át vízlégszivattyú segítségével utcai levegőt áramoltattam át, mely az exsiccatorba való belépése előtt vízzel telt mosóüvegen haladt át.

Két sorozatban (*K* és *L*) egy-egy denevéren, egy sorozatban (*M*) négy denevéren és egy külön kísérletben (*N*) három denevéren történt a kísérlet. A vizsgálati eljárásokat az ellenőrző vizsgálatokkal együtt a részletes közleményben bőven írom le; itt csak az eredményeket sorolom fel.

V. táblázat.

Sorozat száma	Kísérlés száma	Kísérlés ideje	Kísérlés tartama órában	Az exsiccator- lévegő közép- hőmérséklete	CO ₂ -termelés %	O ₂ -fogyasztás %	Respirációs quotiens	Exsiccator- lévegő normál- terfogatát kísér- let végén	CO ₂ -termelés normál %	O ₂ -fogyasztás normál %	Pro. 1 óra és 1 kg.	
											CO ₂ - termé- lés gr.	O ₂ fogyasz- tás gr.
K I. sz. denevér, súlya 266 gr.	1	1907. II. 9-13.	91	1.7	1.27	2.73	0.465	1746.7	22.1	47.6	0.0180	0.0281
	2	II. 13-16.	66.5	1.7	0.92	1.64	0.559	1749.4	16.1	28.8	0.0179	0.0233
	3	II. 16-19.	64.5	1.0	0.90	1.62	0.553	1773.2	15.9	28.8	0.0182	0.0240
	4	II. 19-24.	113	1.7	1.63	3.24	0.503	1728.7	28.2	56.1	0.0185	0.0267
	5	III. 2-III. 7.	112	1.5	1.94	3.56	0.545	1743.9	33.8	62.0	0.0223	0.0298
L II. sz. denevér, súlya 24.2 gr.	6	1907. II. 26-27.	24	0.8	3.69	5.43	0.679	1818.0	67.0	98.8	0.2269	0.2432
	7	II. 27-III. 2.	117.5	2.5	5.36	8.22	0.652	1768.1	94.8	145.3	0.0656	0.0731
	8	III. 15-III. 20.	38	1.7	3.03	4.41	0.688	1783.4	54.1	78.6	0.1156	0.1223
	9	III. 20-III. 22.	70	1.0	3.08	4.66	0.661	1814.2	55.9	84.5	0.0649	0.0714
M 4 denevér, súlyuk 101 gr.	10	1907. XII. 19-23.	92	2.2	3.08	4.45	0.693	916.3	282.5	407.8	0.0598	0.0628
	11	XII. 23-27.	99.5	2.7	2.14	3.14	0.681	923.5	197.7	294.0	0.0395	0.0422
	12	XII. 27-1908. I. 2.	134.5	3.7	3.28	4.73	0.693	897.6	294.8	424.9	0.0427	0.0447
	13	I. 2-I. 8.	142.5	3.0	9.07	13.57	0.669	879.1	797.5	1192.8	0.1090	0.1185
N 3 denevér, súlyuk 76 gr.	14	I. 8-I. 12.	96.5	2.2	2.35	3.39	0.693	904.8	212.8	307.2	0.0429	0.0451
	15	II. 13-19.	142	3.0	2.59	3.72	0.696	913.1	236.3	338.8	0.0431	0.0450

A *K* sorozattól, mely külön megbeszélés tárgyát képezendi, eltekintve, a többi három sorozatban (*L*, *M*, *N*) az 1 kg. testsúlyra és 1 órára számított *s* a szénsavtermelésre és oxygenfogyasztásra vonatkozó értékek 0·0395 és 0·0656, illetőleg 0·0422 és 0·0731 gr. között ingadoznak. (A 6. és 9. kísérlet nem számítható ide, mert az állatok ezekben inkább csak félálomban vagy kábultságban voltak.)

Ha a fenti értékek közül a szénsavéit összehasonlítjuk az *I* sorozatban találtakkal, azt látjuk, hogy amazok lényegesen nagyobbak. E jelenségnek okát nem tudom: lehet, hogy az állatok egyéni sajátosságában, korában, nemében kell keresnünk; lehet, hogy a jeges vizet ezen kísérletekben nem sikerült — különösen éjjelente — elég állandó hőmérséken tartani; akármilyen okozta legyen az eltérést, annyi bizonyos, hogy a fenti értékeket, melyek az ébren lévő állat szénsavproductiójának, illetőleg oxygenfogyasztásának alig néhány százalékat teszik, a denevér téli álmára még jellemzőnek tekinthetjük.

E három sorozat mind a tíz kísérletében a respirációs quotiens csak a 0·652 és 0·696 közötti szűk határok között ingadozott *s* átlagos értéke 0·681 volt, mint a melyet éhező állaton rendszerint találni.

Az előbbiektől eltérőek a *K* sorozat eredményei, a mennyiben az I. sz. denevér öt kísérlet átlagában óránként és kg-onként 0·0190 gr. szénsavat termelt és 0·0264 gr. oxygent fogyasztott. Ezen értékek jóval kisebbek, nemcsak az imént leírt *L*, *M* és *N* sorozatok értékeinél, hanem a szénsavtermelésben még a IV. táblázatban közölt értékeket sem éri el.

Még feltűnőbb az, hogy a respirációs quotiens öt kísérlet átlagában, melyek egyikében sem érte el a 0·6-ot, 0·525, a mi arra enged következtetni, hogy a *C*-tartalmú vegyületek, melyek különben szénsavig oxydáltatnak, kevésbé oxydált vegyületek alakjában ürítettnek ki vagy tartatnak vissza a szervezetben. Első sorban fokozott glykogénképzésre kellett gondolnom, minek eldöntése végett denevéreim egy részét glykogénmeghatározásra használtam fel; még pedig úgy, hogy az egész állatot szőröstől-bőröstől feldolgoztam. A glykogént a PFLÜGER-féle eljárással határoztam meg a következő eredménnyel:

1. Három darab; jól táplált; leöletés előtt három napig koplaltak, súlyuk 67·9 gr., glykogén = 0·046 %

2. Négy darab; jól táplált; leöletés előtt három napig koplaltak, súlyuk 97·0 gr., glykogén = 0·255 %

3. Egy darab; befogás után rögtön feldolgoztam, súlya 32·6 gr. csak fénymáz-szerű lepedék, melyet eldobtam.

4. Egy darab, mint a 3. alatt említett eset.

5. A 215. és 217. oldali kísérletekben szereplő I. sz. denevér, melynek súlya 85 napi alvás után 25·65 gr. volt; ebben ... glykogén = 0·096 %

6. Három darab, melyek 40 napig aludtak, 76 gr. súlyúak voltak ... glykogén = 0·084 %.

A mennyire ezen néhány adatból következtetést lehet vonni, a denevérek téli álomban glykogént nem halmoznak fel testükben.

Még a rendesnél jóval alacsonyabb quotiens esetében (lásd az I. sz. denevért) sem volt a glykogénnek gyarapodása észlelhető, melynek pedig, ha egyáltalán előfordulhat, úgy ez esetben kellett volna észlelhetőnek lennie.

Kísérleteim szerint tehát a téli álomban a denevér szén-savtermelése és oxygénfogyasztása renklívül leszűl: alig egy vagy néhány százaléka az ébren levő állat gázcserejének. Egyben a respiratiós quotiens ($CO_2 : O_2$) az éhező állatok quotiensének értékére szűl le vagy még az alá is sűlyedhet. E sűlyedésnek oka nem lehet glykogén-felhalmozódás, mert a glykogén mennyisége nem szaporodik a téli álmot alvó állat testében.

A LINEÁR HOMOGÉN INTEGRÁLEGYENLETRŐL.

RIESZ FRIGYES-TŐL.

I. Az s és t változók $K(s, t)$ valós, szimmetrikus függvényéről fölteszük, hogy az

$$\int_a^b \int_a^b K(s, t) ds dt, \quad \int_a^b \int_a^b [K(s, t)]^2 ds dt$$

LEBESGUE szerint értelmezett integrálok léteznek. Jelentse továbbá E az s változónak valós, az (a, b) közön normált, vagyis az (a, b) közön értelmezett,¹ négyzetükkel egyetemben a LEBESGUE-féle értelmezés szerint integrálható azon függvényeinek összességét, melyekre

$$\int_a^b [u(s)]^2 ds = 1.$$

A következőkben röviden integrál alatt mindig LEBESGUE-féle integrált értünk.

Vizsgáljuk az

$$I(u) = \int_a^b \int_a^b K(s, t) u(s) u(t) ds dt \quad (1)$$

integrált; $u(s)$ az E halmaz tetszésszerű függvénye. Fölteszük még, hogy van az E halmazban olyan függvény, melyre $I(u) \neq 0$; ezzel teljesen egyenlő értékű az a föltevés, hogy

¹ Az (a, b) közön értelmezettnek tekintünk minden olyan $u(s)$ függvényt, mely az $a \leq s \leq b$ egyenlőtlenségeket kielégítő minden s helyen — legfeljebb egy 0-mértékű halmaz kivételével — egyértelműen meg van határozva.

$$\int_a^b \int_a^b [K(s, t)]^2 ds dt \neq 0.$$

Az $I(u)$ integrál az E halmazhoz tartozó minden $u(s)$ függvényre létezik, és a SCHWARZ-féle, ismert egyenlőtlenség alapján

$$\begin{aligned} [I(u)]^2 &\leq \int_a^b \int_a^b [K(s, t)]^2 ds dt \int_a^b \int_a^b [u(s)u(t)]^2 ds dt = \\ &= \int_a^b \int_a^b [K(s, t)]^2 ds dt. \end{aligned}$$

Ennélfogva az $I(u)$ függvényoperáció az E függvény-halmazon határolt: van alsó és felső határa. A két határ közül legalább az egyik $\neq 0$. Mivel ugyanis $I(u)$ bármely két értéke között fekvő minden értéket fölvesz, vagyis értékkészlete összefüggő, azért mind a két határ egyidejűleg csak úgy lehetne 0, ha azonosan valamennyi u -ra $I(u) = 0$. Ezt az esetet pedig tárgyalásainkból eleve kizártuk.

II. Egyelőre nem tudjuk, hogy az alsó határ egyszerűs mind minimum-e, a felső határ maximum-e? vagyis hogy vannak-e olyan az E halmazhoz tartozó függvények, melyeknél az $I(u)$ operáció alsó, ill. felső határát el is éri?

Jelentse $\frac{1}{\lambda}$ az $I(u)$ operáció felső határát, ha az pozitív; ha pedig a felső határ 0 vagy negatív,¹ akkor jelentse $\frac{1}{\lambda}$ az alsó határt, mely az I. pont értelmében ez esetben okvetlenül lényegesen negatív.

Tegyük föl egy pillanatra, hogy létezik olyan $u^*(s)$ függvény, melyre

$$I(u^*) = \int_a^b \int_a^b K(s, t) u^*(s) u^*(t) ds dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Megmutatjuk, hogy akkor az

¹ A BESSEL-féle egyenlőtlenség alkalmazásával könnyen meg lehet mutatni, hogy $I(u)$ az E halmazon 0-hoz tetszés szerint közel jut, hogy tehát felső határa nem lehet negatív, alsó határa nem lehet pozitív. Jelen esetben azonban ez a mélyebbre ható diszkusszió szükségtelen.

$$u^{**}(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) u^*(t) dt$$

képlet által értelmezett $u^{**}(s)$ függvény kielégíti az

$$u(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) u(t) dt \quad (2)$$

homogén, lineáris integrál-egyenletet.¹

Ha ugyanis $v(s)$ egy normált, $u(s)$ -hez orthogonális, egyébként tetszésszerűt függvény és a μ és ν parameterek változását a $\mu^2 + \nu^2 = 1$ föltétel szabályozza, akkor az

$$u(s; \mu, \nu) = \mu u^*(s) + \nu v(s)$$

az E halmazhoz tartozó függvényseregen $I(u)$ a $\mu = 1, \nu = 0$ parameter-értékeknél eléri szélső értékét. De

$$I(u; \mu, \nu) = \mu^2 I(u^*) + 2\mu\nu I(u^*, v) + \nu^2 I(v), \quad (3)$$

a hol

$$I(u^*, v) = \int_a^b \int_a^b K(s, t) u^*(s) v(t) ds dt.$$

A 3) alatti quadratikus alatt a $\mu^2 + \nu^2 = 1$ föltétel mellett szélső értékét akkor és csak akkor éri el a $\mu = 1, \nu = 0$ helyen, ha

$$I(u^*, v) = 0. \quad (4)$$

Még egyszer hangsúlyozzuk, hogy a vizsgált partikuláris variáció értelmezésénél a $v(s)$ függvényt normálnak, $u^*(s)$ -hez orthogonálisnak föltételeztük; egyébként azonban tetszésszerűt választottnak. Vagyis 4) azt jelenti, hogy az

¹ Abban az értelemben, hogy mindenütt, a hol $u^{**}(s)$ meghatározott értéket vesz föl, ott

$$u^{**}(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) u^{**}(t) dt;$$

míg azokon a helyeken, a hol $u^{**}(s)$ határozatlan, az

$$\int_a^b K(s, t) u^{**}(t) dt$$

integrálnak sincsen értelme. Az utóbbi s értékek, ha léteznek, 0-mértékű halmazt alkotnak.

$$u^{**}(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) u^*(t) dt$$

függvényhez minden $u^*(s)$ -hez orthogonális függvény ugyancsak orthogonális. Mivel még

$$\int_a^b u^{**}(s) u^*(s) ds = \lambda \int_a^b \int_a^b K(s, t) u^*(s) u^*(t) ds dt = \lambda \frac{1}{\lambda} = 1,$$

azért az

$$\bar{u}(s) = u^*(s) - u^{**}(s)$$

függvény orthogonális $u^*(s)$ -hez, tehát $u^{**}(s)$ -hez és így végre önmagához is; a mi csak úgy lehetséges, ha $\bar{u}(s)$ legfeljebb egy 0-mértékű halmaz kivételével azonosan 0. Tehát

$$u^{**}(s) \equiv u^*(s)$$

legfeljebb egy 0-mértékű halmaz kivételével. Ennélfogva

$$u^{**}(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) u^*(t) dt = \lambda \int_a^b K(s, t) u^{**}(t) dt,$$

vagyis az $u^{**}(s)$ függvény valóban kielégíti a 2) alatti integrálegyenletet.

III. Az előbbieken föltettük, hogy létezik az E függvényhalmazhoz tartozó olyan függvény, melyre $I(u) = \frac{1}{\lambda}$. Definit $I(u)$ függvényoperációt értelmző, az $s \neq t$ helyeken folytonos, az $s = t$ helyeken pedig $|s - t|^{\frac{1}{2}}$ -nél kevésbé végtelen $K(s, t)$ függvény esetére, ilyen, extremumot szolgáltató $u^*(s)$ függvény létezését HILBERT az integrálegyenletek elmélete segítségével mutatta meg.¹ A föntebbiekből azt látjuk, hogy az esetben, ha sikerül az extremális függvény létezését közvetlenül, az integrálegyenletek elméletének eredményeitől függetlenül megállapítanunk, akkor ebből azon elmélet alapvető tétele, t. i. az önérték és önfüggvény létezése egyszerű módon következik.

¹ Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen (Erste Mitteilung). Göttinger Nachr. 1904, pp. 49—91. (Fünfte Mitteilung), ugyanott, 1906. pp. 439—480.

A differenciálegyenletek egy nagy osztályánál, az önmagukhoz adjungált elliptikus típusú differenciálegyenleteknél, már eléggé szokásos a kerületi érték-feladatoknak variáció-feladatokra való visszavezetése. Elég, ha a nevezetes DIRICHLET-féle elvet tárgyaló számos dolgozatra emlékeztetünk. A mi a 2) alatti integrálegyenletet illeti, HOLMGREN ERIK közvetlenül is megmutatta az $I(u)$ integrált az E halmazon szélső értékhez segítő függvény létezését, a miből, mint már kifejtettük, az egyenletet illető existenciátétel is következik.¹ HOLMGREN bizonyításának menete a következő: Ha $\frac{1}{\lambda}$ az illető szélső érték, akkor létezik az E halmazban olyan u_1, u_2, \dots végtelen sorozat, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I(u_n) = \frac{1}{\lambda}.$$

Legyen

$$\bar{u}_n(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) u_n(t) dt.$$

Jelentse továbbá s_1, s_2, \dots az s értékeknek egy az (a, b) között mindenütt sűrű, megszámlálható halmazát. Akkor az $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots$ sorozatban foglaltatik olyan $\bar{u}_1^1, \bar{u}_2^1, \dots$ részsorozat, mely az s_1 helyen, ebben ismét olyan $\bar{u}_1^2, \bar{u}_2^2, \dots$ részsorozat, mely az s_2 helyen is összetartó; s. i. t. HOLMGREN megmutatja, hogy az $\bar{u}_1^1, \bar{u}_2^2, \bar{u}_3^3, \dots$ sorozat egyenletesen összetartó; és hogy az E halmazhoz tartozó olyan u^* függvényt értelmez, melyre $I(u^*) = \frac{1}{\lambda}$.

Ki kell azonban emelnünk, hogy HOLMGREN egyébként elegáns módszerével épenséggel nem oldja meg a feladatot abban a terjedelemben, mint azt dolgozatunk elején körülírtuk. Ő ugyanis, hogy módszerét alkalmazhassa, kénytelen föltételezni az

$$\int_a^b K(s, t) K(s, t_1) ds, \quad \int_a^b K(s, t) \varphi(t) dt$$

integrálok által előállított függvények folytonos voltát, az utóbbiét arra az esetre, ha $\varphi(t)$ maga is folytonos függvény. Ilyen, vagy

¹ Sur la théorie des équations intégrales linéaires. Arkiv für Matematik, Stockholm, Ed. 3. No. 1. (1906).

talán valamivel kevésbé megszorító föltevésekre valóban okvetlen szükségünk van, ha azt akarjuk, hogy az $\{u_n^n\}$ sorozat egyenletesen konvergáljon. Csakhogy ez az egyenletes konvergencia teljesen fölösleges. Az egyenletes összetartást ugyanis HOLMGREN két irányban használja ki. Egyrészt arra alkalmazza, hogy az u_n^n függvények folytonos voltából az u^* függvény folytonos voltára következtessen. A míg az egyenletes konvergencia biztosítása ezt a célt szolgálja, addig erőpazarlást jelent. Mint már ugyanis más helyen kiemeltem,¹ ráérünk az $u^*(s)$ függvény strukturáját akkor is vizsgálni, ha már létezését biztosítottuk, így például a HOLMGREN-féle föltevésekből az u^* függvény létezése esetén annak folytonos volta a SCHWARZ-féle egyenlőtlenség segítségével azonnal következik.²

Azonban még két eredményt biztosít HOLMGREN bizonyításában az $\{u_n^n\}$ sorozat egyenletes összetartása. Az egyik az, hogy

$$\int_a^b [u^*(s)]^2 ds = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b [u_n^n(s)]^2 ds = 1;$$

a másik pedig, hogy

$$I(u^*) = \lim_{n \rightarrow \infty} I(u_n^n) = \frac{1}{\lambda}.$$

Mindkét eredmény egyes konvergens sorozatok integrálhatósága, mely integrálhatóság biztosítására az egyenletes összetartás erőszakolása ismét csak erőpazarlás. A következő pontban rá fo-

¹ Comptes Rendus, 8 avril 1907.

² Teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy $I(u)$ szélső értékei ugyanazok, akár az egész E halmazon variálunk, akár csupán folytonos függvényekre szorítkozunk. Ugyanis minden négyzetével együtt integrálható u függvény tetszőszerint megközelíthető folytonos függvények által, ha a megközelítést a különbség négyzetének integráljával mérjük. De ha

$$\int_a^b (u_1 - u_2)^2 ds < \varepsilon, \quad \int_a^b u_1^2 ds \leq 1, \quad \int_a^b u_2^2 ds \leq 1,$$

akkor egyszersmind a SCHWARZ-féle egyenlőtlenség alapján

$$|I(u_1) - I(u_2)| < 2 \left[\varepsilon \int_a^b \int_a^b K^2 ds dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

gunk mutatni arra a konvergenciafogalomra, a mely az itt tárgyalt variáció-feladat természetéhez a legjobban alkalmazkodik. A bevezetendő konvergencia-fogalom fölhasználásával sikerül bebizonyítanunk, hogy variáció-feladatunknak a $K(s, t)$ függvényre az I. pontban körülírt föltevések mellett mindig van megoldása.

IV. Legyenek $u(s)$, $u_1(s)$, $u_2(s)$, ... négyzetükkel együtt az (a, b) közön integrálható függvények. Az u_1, u_2, \dots sorozatról akkor mondjuk, hogy integrálra az u függvényhez konvergál, ha

$$a) \text{ az } \int_a^b [u_n(s)]^2 ds \text{ értékek halmaza határolt;}$$

b) az (a, b) köz minden mérhető \mathfrak{M} részhalmazán

$$\int_{\mathfrak{M}} u(s) ds = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathfrak{M}} u_n(s) ds.$$

Talán nem fölösleges hangsúlyoznunk, hogy az imént értelmezett, az integrálok viselkedésétől függő konvergencia *legkevésbé sem tételezi föl a függvénysorozatnak a szokásos értelemben vett összetartó voltát.* Így például az integrálra az $u(s) \equiv 0$ függvényhez konvergáló $\sin(ns)$ és $\cos(ns)$ ($n \doteq 1, 2, \dots$) sorozatok nem konvergensek. Megemlítjük még, hogy a FISCHER ERNST és a szerző által az analysisbe bevezetett — en moyenne — konvergencia az imént értelmezett konvergenciának különös esete.

Az imént értelmezett konvergencia-fogalom nem csupán az analógiára szorítkozik, hanem benső összefüggésben van az a konvergenciafogalommal, melyet HILBERT végtelen sok változó, teljesen folytonos (vollstetig) függvényének értelmezésére alkalmaz.¹

V. Bebizonyítjuk a következő tételt:

Ha az $u_1(s), u_2(s), \dots$ függvénysorozat integrálra az $u(s)$ függvényhez konvergál, akkor

$$I(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} I(u_n).$$

¹ Grundzüge etc. (Vierte Mitteilung.) Göttinger Nachr. 1906. p. 200.

A $K(s, t)$ függvény szimmetriájánál fogva¹ ugyanis

$$\begin{aligned} I(u) - I(u_n) &= \int_a^b \int_a^b K(s, t) [u(s)u(t) - u_n(s)u_n(t)] ds dt = \\ &= \int_a^b \int_a^b K(s, t) [u(s) + u_n(s)] [u(t) - u_n(t)] ds dt, \end{aligned}$$

vagy ha az

$$u(s) + u_n(s) = \varphi_n(s), \quad u(s) - u_n(s) = \chi_n(s)$$

jelöléseket alkalmazzuk,

$$I(u) - I(u_n) = \int_a^b \int_a^b K(s, t) \varphi_n(s) \chi_n(t) ds dt.$$

Jelentsse G az $\int_a^b [u_n(s)]^2 ds$ értékek felső határát; akkor

$$\int_a^b [\varphi_n(s)]^2 ds \leq 4G, \quad \int_a^b [\chi_n(s)]^2 ds \leq 4G.$$

Jelentsen továbbá δ egy tetszőszerinti pozitív számot. A LEBESGUE-féle integrál értelmezéséből könnyen következik olyan $K_\delta(s, t)$ függvény létezése, mely csak véges számú különböző értéket vesz föl és a melyre

$$\int_a^b \int_a^b [K(s, t) - K_\delta(s, t)]^2 ds dt < \delta.$$

Írjuk a $K_\delta(s, t)$ függvényt a

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i K_{i\delta}(s, t)$$

¹ A tétel érvényességéhez a $K(s, t)$ függvény szimmetriája nem szükséges; nem szimmetrikus K függvény esetén, bár valamivel nehézkesebben, az

$$\begin{aligned} I(u) - I(u_n) &= \int_a^b \int_a^b K(s, t) u(s) [u(t) - u_n(t)] ds dt + \\ &+ \int_a^b \int_a^b K(s, t) [u(s) - u_n(s)] u_n(t) ds dt \end{aligned}$$

fölbontás vezet célra.

alakban, hol a $K_{i\delta}$ függvények értékkészlete 0 és 1, és $a_i \neq 0$. A mérhető halmazok értelmezéséből következik, hogy $K_{i\delta}$ -hoz létezik olyan

$$\sum_{j=1}^{p_i} f_{ij}(s) g_{ij}(t)$$

alakú $\overline{K}_{i\delta}(s, t)$ függvény, melynek összes f és g összetevői csak a 0 és 1 értékeket veszik föl és

$$\int_a^b \int_a^b [K_{i\delta}(s, t) - \overline{K}_{i\delta}(s, t)]^2 ds dt < \frac{\delta}{\sum_{i=1}^n a_i^2}.$$

Létezik tehát végre olyan

$$\overline{K}_\delta(s, t) = \sum_{j=1}^q b_j f_j(s) g_j(t)$$

alakú függvény is, melynek összes f és g összetevői ismét csak a 0 és 1 értékre szorítkoznak és a melyre

$$\int_a^b \int_a^b [\overline{K}(s, t) - \overline{K}_\delta(s, t)]^2 ds dt < \delta.$$

Írjuk $I(u_n) - I(u_n)$ -t a következő alakban:

$$\begin{aligned} I(u) - I(u_n) &= \int_a^b \int_a^b [K(s, t) - \overline{K}_\delta(s, t)] \varphi_n(s) \chi_n(t) ds dt + \\ &+ \int_a^b \int_a^b \overline{K}_\delta(s, t) \varphi_n(s) \chi_n(t) ds dt = \\ &= J_1 + J_2. \end{aligned}$$

Akkor

$$J_1 \leq \int_a^b \int_a^b [K(s, t) - \overline{K}_\delta(s, t)]^2 ds dt \int_a^b [\varphi_n(s)]^2 ds \int_a^b \chi_n(s)^2 ds < 64\delta G^2;$$

$$J_2 = \sum_{j=1}^q b_j \int_a^b f_j(s) \varphi_n(s) \int_a^b g_j(s) \chi_n(s) ds.$$

De

$$\left[\int_a^b f_j(s) \varphi_n(s) ds \right]^2 \leq (b-a) 4 G;$$

másrészt mivel a $\{\chi_n(s)\}$ sorozat integrálra 0-hoz konvergál, azért

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b g_j(s) \chi_n(s) ds = 0;$$

vagyis egyszersmind

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I_2 = 0.$$

Tehát

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |I(u) - I(u_n)| \leq 8\delta^2 G;$$

vagy végre, mivel δ tetszés szerint kicsiny lehet, azért

$$\lim (I(u) - I(u_n)) = 0.$$

VI. A négyzetükkel egyetemben integrálható függvények összességére értelmezzük a *sűrűsödési függvény* fogalmát a IV. pontban értelmezett konvergencia fogalom alapján. E szerint az u függvény a H függvényhalmaznak sűrűsödési függvénye, ha a H halmazban foglaltatik a függvényeknek olyan sorozata, mely integrálra az u függvényhez konvergál. Itt is hangsúlyozom, hogy a *sűrűsödési függvénynek ez az értelmezése lényegesen különbözik attól a másiktól, melyet a négyzetükkel egyetemben integrálható függvények rendszereire vonatkozó néhány előbbi dolgozatomban alkalmaztam.*

A H függvényhalmazt határoltnak mondjuk, ha összes függvényeinek négyzetintegráljai véges határ alatt fekszenek. A határolt függvényhalmazok részhalmazai a fortiori határoltak.

Ha még megállapodunk abban, hogy az $u(s)$ és $v(s)$ függvényeket csak akkor tekintjük különbözőeknek, ha

$$\int_a^b [u(s) - v(s)]^2 ds > 0,$$

vagyis, ha azon helyek, ahol $u(s) \neq v(s)$, 0-nál nagyobb mértékű halmazt alkotnak, akkor bebizonyíthatjuk a következő tételt, mely a ponthalmazok elméletében alapvető BOLZANO-WEIERSTRASS-féle tételre emlékeztet:

Minden nem véges számú függvényből álló, határolt függvényhalmaznak van sűrűsödési függvénye.

Hogy ezt hebizonyítsuk, képezzük először a H halmazból a \bar{H} halmazt, mely a H halmaz $u(s)$ függvényeinek

$$\bar{u}(s) = \int_a^s u(s) ds$$

integrálfüggvényeiből áll. A \bar{H} halmaz függvényei folytonosak, határolt ingadozásúak és összességükben is határoltak; és pedig, ha minden $u(s)$ -re

$$\int_a^b [u(s)]^2 ds < G, \quad (5)$$

akkor az (a, b) köz minden olyan mérhető részhalmazán, melynek mértéke $< m$, minden $\bar{u}(s)$ függvény teljes ingadozása $< (mG)^{\frac{1}{2}}$. Ebből következik, hogy hasonló eljárással, mint a melyet a III. pontban ismertettünk, kiválaszthatunk a \bar{H} halmazból egy

$$\bar{u}_1(s) = \int_a^s u_1(s) ds, \quad \bar{u}_2(s) = \int_a^s u_2(s) ds, \dots,$$

sorozatot, mely az (a, b) köz egy mindenütt sűrű részhalmazán összetartó. Már most abból, hogy az $\bar{u}(s)$ függvények teljes ingadozása minden m -nél kisebb mértékű halmazon $< (mG)^{\frac{1}{2}}$, tudvalevőleg nemcsak az $\{\bar{u}_n\}$ sorozatnak egyenletes összetartása és így egy folytonos $\bar{u}^*(s)$ határfüggvény létezése következik, de még ezen $\bar{u}^*(s)$ függvénynek az a tulajdonsága is, hogy határolt ingadozású és teljes ingadozása minden m -nél kisebb mértékű ponthalmazon $\leq (mG)^{\frac{1}{2}}$.

Az $\bar{u}^*(s)$ függvény, minthogy határolt ingadozású, azért legfeljebb egy 0-mértékű halmaz kivételével differenciálható¹; jelentse $u^*(s)$ az $\bar{u}^*(s)$ függvény differenciálhányadosát. Megmutatjuk, hogy az $u^*(s)$ függvény négyzetével egyetemben integrálható és hogy az (a, b) közben foglalt minden (c, d) közön

$$\int_c^d u^*(s) ds = \bar{u}^*(d) - \bar{u}^*(c). \quad (6)$$

¹ LEBESGUE, Leçons sur l'intégration, p. 128. A differenciálhányados helyett a 4 derivált függvény bármelyikét is fölhasználhatjuk; ezeknek létezése tudvalevőleg könnyebben bizonyítható, mint a differenciálhányadosé.

Annak szükséges és elegendő feltétele, hogy valamely határolt ingadozású függvény differenciálhányadosának integrál-függvénye legyen, az, hogy minden tetszőszerint kicsiny pozitív δ számhoz létezzen olyan m , hogy minden m -nél kisebb mértékű halmazon a függvény teljes ingadozása $< \delta$.¹ Az $u^*(s)$ függvény teljesíti a feltételt. Mivel ugyanis minden m -nél kisebb mértékű halmazon teljes ingadozása $\leq (mG)^{\frac{1}{2}}$, azért ha

$$m < \frac{\delta^2}{G},$$

akkor csakugyan minden m -nél kisebb mértékű halmazon $\bar{u}^*(s)$ teljes ingadozása $< \delta$.

Meg kell még mutatnunk, hogy $[u^*(s)]^2$ integrálható. E végett értelmezzük az $u_{nk}(s)$, $u_k^*(s)$ függvényeket (k pozitív egész számot jelent) a következő módon. Az (a, b) közt k egyenlő közre osztjuk. Minden ilyen közben az u_{nk} és u_k^* függvények állandók és pedig, ha (c, d) -vel jelöljük az illető közt, úgy a (c, d) közben fekvő s helyeken

$$u_{nk}(s) = \frac{k}{b-a} \int_c^d u_n(s) ds = \frac{k}{b-a} (u_n(d) - u_n(c)), \quad (7)$$

$$u_k^*(s) = \frac{k}{b-a} \int_c^d u^*(s) ds = \frac{k}{b-a} (u^*(d) - u^*(c)).$$

(7)-ből

$$u_{nk}(s)^2 = \frac{k^2}{(b-a)^2} \int_c^d u_n(s) ds^2 \leq \frac{k^2}{(b-a)^2} \int_c^d u_n(s)^2 ds,$$

tehát

$$\int_c^d [u_{nk}(s)]^2 ds \leq \int_c^d [u_n(s)]^2 ds,$$

és így

$$\int_a^b [u_{nk}(s)]^2 ds \leq \int_a^b [u_n(s)]^2 ds < G.$$

¹ L. G. VITALI, Sulle funzioni integrali, Atti Accad. Torino, XL. (1904—5), pp. 1021—1034. Homályos czélzás már LEBESGUE-nél, Leçons sur l'intégration, p. 129.

Mivel pedig (a közök végpontjainak kivételével, a melyekre u_{nk} -t és u_k^* -t nem értelmeztük),

$$u_k^*(s) = \lim_{n=\infty} u_{nk}(s);$$

továbbá, legfeljebb egy 0-mértékű halmaz kivételével,

$$u^*(s) = \lim_{k=\infty} u_k^*(s),$$

azért FAROU egy könnyen bizonyítható tétele alapján ¹ az

$$\int_a^b [u^*(s)]^2 ds$$

integrál létezik és

$$\begin{aligned} \int_a^b [u_k^*(s)]^2 ds &\leq \lim_{n=\infty} \int_a^b [u_{nk}(s)] ds < G, \\ \int_a^b [u^*(s)]^2 ds &\leq \lim_{k=\infty} \int_a^b [u_k^*(s)]^2 ds < G. \end{aligned} \quad (8)$$

Ezek után könnyen megmutathatjuk, hogy az $u_1(s), u_2(s), \dots$, függvényt sorozat integrálra az $u^*(s)$ függvényhez konvergál, hogy tehát utóbbi a H halmaznak sűrűsödési függvénye. Igazolnunk kell, hogy bármely mérhető \mathfrak{M} ponthalmazon

$$\lim_{n=\infty} \int_{\mathfrak{M}} [u^*(s) - u_n(s)] ds = 0.$$

Az \mathfrak{M} ponthalmazt előállítjuk az

$$\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_3$$

alakban, a hol az \mathfrak{M}_1 halmaz véges számú közből áll, az \mathfrak{M}_2 és \mathfrak{M}_3 halmazok pedig kisebbek valamely előre megadott pozitív m számnál. (5)-ből és (8)-ból a SCHWARZ-féle egyenlőtlenség alapján következik, hogy minden n -re

$$\left| \int_{\mathfrak{M}_2} [u^*(s) - u_n(s)] ds \right| < 2(mG)^{\frac{1}{2}}, \quad \left| \int_{\mathfrak{M}_3} [u^*(s) - u_n(s)] ds \right| < 2(mG)^{\frac{1}{2}};$$

¹ Thèse. Paris, 1906; Acta Math. XXX. p. 375.

másrészt (6)-ból következik, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathfrak{R}_1} [u^*(s) - u_n(s)] ds = 0.$$

Tehát

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left| \int_{\mathfrak{R}} [u^*(s) - u_n(s)] ds \right| \leq 4(mG)^{\frac{1}{2}};$$

vagy végre, mivel az egyenlőtlenség baloldala m -től független, m -et pedig tetszésszerint kicsinynek választhatjuk, azért

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathfrak{R}} [u^*(s) - u_n(s)] ds = 0.$$

VII. Térjünk vissza a tárgyalt variáció-feladathoz. Ha $u_1(s)$, $u_2(s)$, ..., a normált függvények olyan sorozata, melyre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I(u_n) = \frac{1}{\lambda},$$

akkor az imént bebizonyított tétel szerint létezik az $\{u_n\}$ függvényhalmaznak legalább egy $u^*(s)$ sűrűsödési függvénye. Az $I(u)$ operációnak az V. pontban bebizonyított sajátsága folytán

$$I(u^*) = \lim_{n \rightarrow \infty} I(u_n) = \frac{1}{\lambda}.$$

Bizonyításunkban az $I(u)$ operációnak csupán az V. pontban ismertett sajátságát használtuk föl. Ha közelfekvő terminológiával az ezen sajátsággal bíró függvényoperációkat *teljesen folytonosoknak* mondjuk, akkor eredményünket a következő általánosabb tételbe foglalhatjuk: *Zárt függvényhalmazon minden teljesen folytonos függvényoperáció értékkészlete zárt számhalmaz.*

VIII. Abból, hogy $u^*(s)$ olyan függvényhalmaz sűrűsödési függvénye, melynek minden függvénye normált, még nem következik, hogy maga $u^*(s)$ is normált. Mindenesetre (8)-ből legalább annyi következik, hogy

$$\int_a^b [u^*(s)]^2 ds \leq 1.$$

Hogy $a < j$ el nem lehet érvényes, az magából a variáció-

feladatból könnyen látható. Mivel ugyanis $I(u^*)$ pozitív felső vagy negatív alsó határ, azért ha

$$\underline{u}(s) = \frac{u^*(s)}{\int_a^b [u^*(s)]^2 ds^{\frac{1}{2}}},$$

akkor

$$I(\underline{u}) = \frac{I(u^*)}{\int_a^b [u^*(s)]^2 ds},$$

és így

$$[I(\underline{u})]^2 \geq \frac{1}{\lambda^2}, \quad (9)$$

a szerint, a mint

$$\int_a^b [u^*(s)]^2 ds \leq 1.$$

De másrészt

$$\int_a^b [\underline{u}^*(s)]^2 ds = 1,$$

tehát

$$[I(\underline{u})]^2 \leq \frac{1}{\lambda^2}, \quad (10)$$

(9)-ből és (10)-ből

$$[I(\underline{u})]^2 = \frac{1}{\lambda^2},$$

és így

$$\int_a^b [u^*(s)]^2 ds = 1.$$

IX. A BESSEL-féle egyenlőtlenség segítségével — mint ismeretes — könnyű megmutatni, hogy a (2) alatti egyenletnek ugyanazon λ értékhez tartozó, egymáshoz orthogonális megoldásainak száma véges; és hogy az egyenletnek minden más, a λ értékhez tartozó megoldása ezen orthogonális függvények homogén lineár kifejezése. Tegyük pl. fel, hogy $I(u)$ -nak pozitív felső határa és negatív alsó határa is van; jelentse $\frac{1}{\lambda_1^+}$ a felső, $\frac{1}{\lambda_1^-}$ az alsó határt. Legyen $u_{11}^+(s), u_{21}^+(s), \dots, u_{1g_1}^+(s)$ a λ_1^+ ér-

tékhez tartozó megoldásoknak egy ilyen normált, egymáshoz orthogonális függvényekből álló alrendszer; $u_{11}^-(s), u_{12}^-(s), \dots, u_{1h_1}^-$ pedig ugyanilyen, a λ_1^- értékhez tartozó rendszer. Legyen

$$K_1(s, t) = K(s, t) - \frac{1}{\lambda_1^+} \sum_{k=1}^{g_1} u_{1k}^+(s) u_{1k}^+(t) - \frac{1}{\lambda_1^-} \sum_{k=1}^{h_1} u_{1k}^-(s) u_{1k}^-(t).$$

Akkor az

$$I_1(u) = \int_a^b \int_a^b K_1(s, t) u(s) u(t) ds dt$$

operáció felső határa (az E halmazon) kisebb, alsó határa nagyobb, mint $I(u)$ illető határai. Ha ugyanis $u(s)$ egy tetszőszerinti normált függvény és

$$c_{1k}^+ = \int_a^b u(s) u_{1k}^+(s) ds, \quad c_{1k}^- = \int_a^b u(s) u_{1k}^-(s) ds, \quad u_1(s) = u(s) - \\ - \sum_{k=1}^{g_1} c_{1k}^+ u_{1k}^+(s) - \sum_{k=1}^{h_1} c_{1k}^- u_{1k}^-(s),$$

akkor

$$I_1(u) = I(u_1), \tag{11}$$

és

$$\int_a^b u_1(s)^2 ds = \int_a^b u(s)^2 ds - \sum_{k=1}^{g_1} c_{1k}^{+2} - \sum_{k=1}^{h_1} c_{1k}^{-2} \leq 1, \tag{12}$$

hol az = jel csak akkor érvényes, ha minden k -ra

$$c_{1k}^+ = 0, \quad c_{1k}^- = 0.$$

Vagyis $I_1(u)$ nem lehet nagyobb, mint $I(u)$ felső, és nem lehet kisebb, mint $I(u)$ alsó határa. De $I_1(u)$ nem is érheti el

az $\frac{1}{\lambda_1^+}$ vagy $\frac{1}{\lambda_1^-}$ -határt. Ugyanis ha például

$$I_1(u) = \frac{1}{\lambda_1^+},$$

akkor egyszersmind

$$I(u_1) = \frac{1}{\lambda_1^+};$$

ez pedig (12) folytán csak úgy lehetséges, ha minden k -ra

$$c_{1k}^+ = 0, \quad c_{1k}^- = 0; \tag{13}$$

vagyis

$$u_1(s) = u(s),$$

és így

$$I(u) = I_1(u) = \frac{1}{\lambda_1^+}. \quad (14)$$

Mivel azonban föltettük, hogy $u_{11}^+, \dots, u_{1g_1}^+$ az $I(u)$ -t maximummá tevő függvények egy teljes orthogonális alaprendszere, vagyis hogy nincsen olyan $I(u)$ -t maximummá tevő függvény, mely az összes u_{1k}^+ ($k = 1, \dots, g_1$) függvényekhez orthogonális, azért (13) és (14) nem férnek össze. $I_1(u)$ felső határa tehát valóban kisebb, alsó határa pedig nagyobb, mint $I(u)$ felső, ill. alsó határa.

Tegyük fel, hogy $I_1(u)$ -nak is van pozitív felső határa $\frac{1}{\lambda_2^+}$ és negatív alsó határa $\frac{1}{\lambda_2^-}$. Akkor ugyanúgy, mint $I(u)$, $I_1(u)$ is eléri az E halmazon felső és alsó határát. (10) és (11)-ből könnyen következik, hogy $I_1(u)$ extrémális függvényei orthogonálisak az u_{1k}^+, u_{1k}^- függvényekhez; és így a belőlük az

$$\bar{u}(s) = \int_a^b K_1(s, t) u(t) dt$$

transzformációval származtatott függvények nemcsak az

$$\bar{u}(s) = \int_a^b K_1(s, t) u(t) dt$$

egyenletnek, de a (2) alatti egyenletnek is a λ_2^+ , ill. λ_2^- sajátos értékekhez (Eigenwert) tartozó megoldásai.

Hasonló módon, mint a hogy $K(s, t)$ -ből $K_1(s, t)$ -t származtattuk, nyerjük $K_1(s, t)$ -ből $K_2(s, t)$ -t:

$$K_2(s, t) = K_1(s, t) - \frac{1}{\lambda_2^+} \sum_{k=1}^{g_1} u_{2k}^+(s) u_{2k}^+(t) - \sum_{k=1}^{h_2} u_{2k}^-(s) u_{2k}^-(t),$$

a hol $\{u_{2k}^+\}, \{u_{2k}^-\}$ a λ_2^+ , ill. λ_2^- alapértékekhez tartozó alapfüggvények egy-egy normált, orthogonális alaprendszere. Ilyen módon megszámlálhatóan végtelen sok lépés a $K_n(s, t)$ függvények egy végtelen sorozatát értelmezi; könnyű megmutatni, hogy ez az értelmezés kanonikus, azaz független attól, hogy egy-egy

sajátos értékhez tartozó sajátos függvény közül miként választottuk ki az illető alaprendszer. Nem okoz nehézséget annak az esetnek a diszkussziója sem, ha véges számú lépés után, vagy esetleg kezdettől fogva a felső vagy alsó határ 0. Ha valamelyik lépéstől, például az n -iktől kezdve mind a kettő 0, akkor minden $p \geq 0$ -ra.

$$\int_a^b \int_a^b [K_{n+p}(s, t)]^2 ds dt = 0; \quad (15)$$

ez esetben a $K(s, t)$ -hez tartozó alapértékek száma véges.

X. A sajátos függvények itt vázolt előállításából még az is következik, hogy bármely két, négyzetével egyetemben integrálható függvényre, $v(s)$ -re és $w(s)$ -re

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b \int_a^b K_n(s, t) v(s) w(t) ds dt = 0. \quad (16)$$

Mivel ugyanis — mint pl. a BESSEL-féle egyenlőtlenség alkalmazásával könnyen átlátható — bármilyen kis pozitív számnál csak véges számú sajátos érték lehet abszolút értékre nagyobb, azért vagy csak véges számú sajátos érték van, ez esetben már véges számú lépés után (15)-ből.

$$\int_a^b \int_a^b K_{n+p}(s, t) v(s) w(t) ds dt = 0;$$

vagy pedig a sajátos értékek reciprok értékei, tehát az $I_n(u)$ operációk felső, ill. alsó határai 0 felé konvergálnak. De ha $u(s)$ tetszésszerűen négyzetével együtt integrálható függvény, akkor az

$$\frac{1}{\int_a^b [u(s)]^2 ds} - I_n(u) \quad (17)$$

érték sem az $I_n(u)$ operációnak az E halmazon való felső határánál nagyobb, sem alsó határánál kisebb nem lehet: ennél fogva

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I_n(u) = 0;$$

vége (17)-ből (16) az

$$\int_a^b \int_a^b K_n(s, t) v(s) w(t) = I_n(v + \frac{1}{2} w) - I_n(v) - \frac{1}{4} I_n(w)$$

azonosság alapján következik.

(16)-ot még a következő, ismertebb alakban ¹ is írhatjuk:

$$\int_a^b \int_a^b K(s, t) v(s) w(t) = \sum_n \frac{1}{\lambda_n^-} \int_a^b v(s) u_n(s) ds \int_a^b w(s) u_n(s) ds; \quad (18)$$

a hol $\{u_n(s)\}$ az alapfüggvényeknek fentebb származtatott véges vagy megszámlálható rendszere, bármilyen sorrendben; λ_n pedig az $u_n(s)$ függvényhez tartozó alapérték.² A (18) jobboldalán szereplő sor abszolút konvergens volta a BESSEL-féle egyenlőtlenség alkalmazásával igazolható.

XI. A fentebb vázolt eljárással származtatott λ_n^+ és λ_n^- , vagy a (18)-ban használt jelöléssel λ_n értékek valamennyien sajátos értékei a $K(s, t)$ függvénynek, abban az értelemben, hogy a (2) alatti egyenlet $\lambda = \lambda_n^+$, λ_n^- , ill. λ_n esetén megoldható. Egyszersmind könnyű igazolni, hogy az egyenletnek a λ_n^+ , ill. λ_n^- értékhez tartozó minden megoldása a fenti eljárás folyamán értelmezett és fölhasznált u_{nk}^+ , ill. u_{nk}^- függvények homogén lineár kifejezése. (18)-ból még az is következik, hogy a λ_n értékek kimerítik a $K(s, t)$ függvény sajátos értékeinek összességét. Ha ugyanis valamely valamennyi λ_n -től különböző λ értékre is léteznék olyan $u(s)$ függvény, mely (2)-nek megoldása, a melyre tehát

$$\begin{aligned} \int_a^b [\bar{u}(s)]^2 ds &= \int_a^b u(s) \lambda \int_a^b K(s, t) u(t) dt ds = \\ &= \lambda \int_a^b \int_a^b K(s, t) u(s) u(t) ds dt, \end{aligned} \quad (19)$$

akkor (18)-ból a $v(s) = u(s)$, $w(s) = u(s)$ helyettesítéssel az következne, hogy

$$\int_a^b [u(s)]^2 ds = \lambda \sum_n \frac{1}{\lambda_n} \left[\int_a^b u(s) u_n(s) ds \right]^2;$$

¹ L. pl. HILBERT, Göttinger Nachr. 1904. p. 69—70.

² Természetesen itt a különböző indexű λ -k egyenlők lehetnek.

másrészt pedig

$$\int_a^b u(s) u_n(s) ds = \lambda \int_a^b \int_a^b K(s, t) u_n(s) u(t) ds dt - \lambda \int_a^b u(s) u_n(s) ds;$$

vagyis, mivel $\lambda \neq \lambda_n$, azért

$$\int_a^b u(s) u_n(s) ds = 0. \quad (20)$$

(19)-ből és (20)-ból

$$\int_a^b [u(s)]^2 ds = 0,$$

vagyis (2)-t tekintetbe véve,

$$u(s) \equiv 0. \quad ^1$$

XII. Módszerünk sikerrel alkalmazható nem szimmetrikus $K(s, t)$ függvény esetén az

$$I(u, v) = \int_a^b \int_a^b K(s, t) u(s) v(t) ds dt \quad (21)$$

integrál variációjának megvizsgálására. Ha ugyanis $K(s, t)$ -t egyebekben az I. pontban megszabott feltételeknek vetjük alá, akkor az V. pontban adott bebizonyítás gondolatmenetének csekély módosításával megmutathatjuk, hogy $I(u, v)$ az u és v változó függvényeknek teljesen folytonos operációja; a miből a VI. pontban bebizonyított tétel alkalmazásával az következik, hogy $I(u, v)$ az E halmazon fölött értékeinek felső határát $\frac{1}{\lambda}$ -t, legalább egy $u^*(s)$, $v^*(s)$ függvenypárra el is éri; a VIII. pontban foglalthoz hasonló megfontolással pedig arra jutunk, hogy u^* és v^* (melyeket mint normált függvények sűrűsödési függvényeit

¹ Hogy nem valós sajátos értékek és nem valós sajátos függvények nem léphetnek föl, annak az egyszerűbb esetekre ismeretes bizonyításai (SCHMIDT, PICARD) itt is alkalmazhatók.

² Mivel $I(u, -v) = -I(u, v)$, azért az alsó határ itt nem jön külön tekintetbe.

értelmeztünk) normált függvények. Vége a II. ponthoz hasonlóan partikuláris variációk fölhasználásával arra az eredményre juthatunk, hogy az

$$u^{**}(s) = \frac{1}{\lambda} \int_a^b K(s, t) v^*(t) dt,$$

$$v^{**}(t) = \frac{1}{\lambda} \int_a^b K(s, t) u^*(s) ds$$

transzformációkkal értelmezett függvények kielégítik az

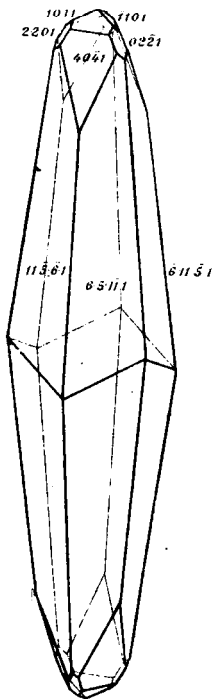
$$\left. \begin{aligned} u(s) &= \frac{1}{\lambda} \int_a^b K(s, t) v(t) dt, \\ v(t) &= \frac{1}{\lambda} \int_a^b K(s, t) u(s) ds \end{aligned} \right\} (22)$$

egyenletrendszert.

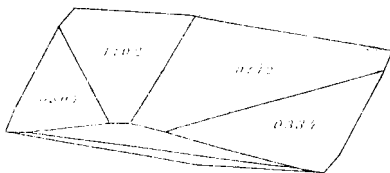
Ugyancsak minden nehézség nélkül átvihetjük a IX., X. és XI. pontokban foglalt megfontolásokat és eredményeket; az egyes alapfüggvény helyébe mindenütt a (22) alatti egyenletrendszert (az illető λ értékre) kielégítő függvénytér lép.¹

¹ Az önfüggvény fogalmának ezen általánosítását ill. I. E. SCHMIDT. Inauguraldissertation, Göttingen 1905.; Math. Annalen, Bd. 63. pp. 459—466.

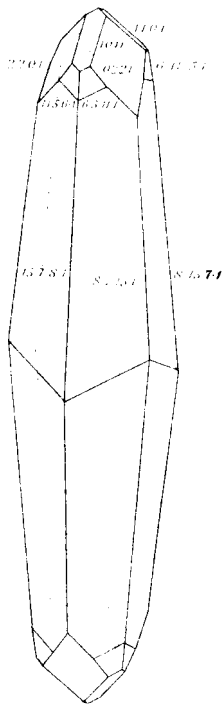
1.



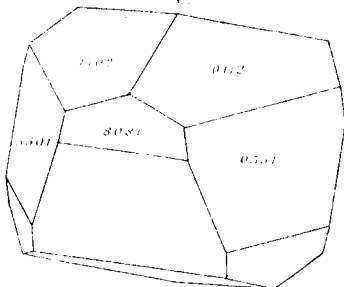
3.



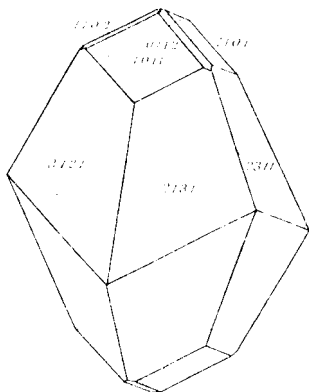
2.



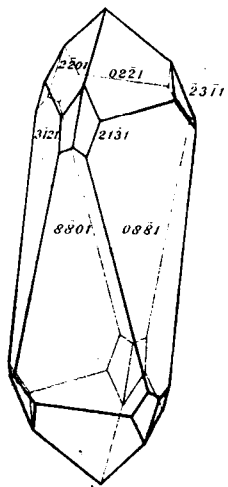
4.



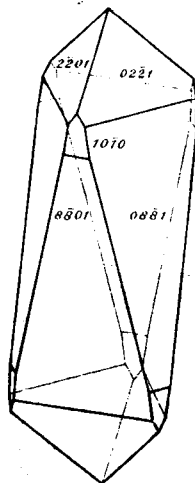
7.



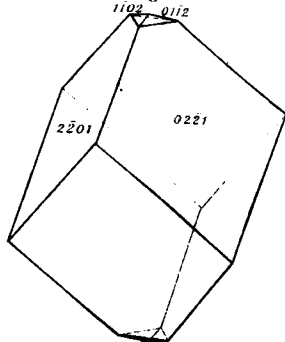
5.



6.



8.



MAGYARORSZÁGI KÁLCZITOKRÓL.

FRANZENAU ÁGOSTON I. tagtól.

(Egy táblával.)

A tüzetesebb kristálytani vizsgálatnak alávetett kalczitok közül a két első előfordulás ismert, a további három új lelőhelyekről való.

1. Sághegyi kalczit.

A hontmegyei Szobtól északi irányban fekvő Sághegynek andezitjében kivált kalczit-kristályokról először SZABÓ emlékezik meg, az ugyancsak ott előforduló chabasitnak leírásakor.

Közelebbi bizonyítás nélkül említi, hogy a sárgásszínű kristályok részben skalenoederes, részben pedig prizmás kifejlődésűek.¹

A prizmásoknak vélt, eredeti kristályokat pontosabban HULYÁK vizsgálta meg, mely alkalommal szintén skalenoederes voltuk derült ki. A főalak rajtuk ugyanis a hegyes $+R13$ skalenoedernek bizonyult, mely mellett kicsi lapokkal még a $+R$ jutott kifejlődéshez.²

A Sághegy nagyarányú andezitbányáinak megtekintésekor sikerült a legnagyobbikban két helyen kalczitkristályokat gyűjtenem, nevezetesen a fejtésnek déli részén egy hasadékban

¹ SZABÓ J.: Chabasit a szobbi trachytban. Földtani Közlöny. Pest, 1872. I. évf. 234. l.

² HULYÁK V.: Ásványtani közlemények. Földtani Közlöny. Budapest, 1903. XXXIII. k. 54. l.

sárgásszínűeket és a kőbányának közepe táján egy andezit-darabot, melynek repedésében vitziszta kristályok ülnek.

A sárgás, határozottan hegyes skalenoderes formájúakat chabasit-kristályokból álló kéreg vonja be, mely azonban gyenge nyomás alkalmazása mellett a kalcitkristályokról könnyen leválik.

A vitziszta kristályok, futólagosan tekintve, könnyen prizmásoknak tarthatók, de ezek is egy skalenoder által vannak jellemezve, mint azt a behatóbb vizsgálat megállapította. A kristályokon helyenkint mint fiatalabb képződmény szintén chabasit-kristályok ülnek.

Az egyes helyeken talált kristályok maguk között nagyjából ugyanazon alaksoportosulást mutatják, de a két különböző helyen gyűjtött anyag formailag egymástól lényegesen eltér, úgy, hogy czélszerűnek tartom a két typust külön-külön tárgyalni.

I. typus. (1. ábra.)

Valamennyi sárgás kristály az

$$\begin{array}{lcl}
 \{10\bar{1}1\} & + R & \{100\} \\
 \{40\bar{4}1\} & + 4R & \{3\bar{1}\bar{1}\} \\
 \{02\bar{2}1\} & - 2R & \{1\bar{1}\bar{1}\} \\
 \{6.5.\bar{1}\bar{1}.1\} & + R11 & \{60\bar{5}\}
 \end{array}$$

alakok combinációját mutatja.

A kristályok habitusát a skalenoder állapítja meg, melynek lapjai állandóan a reflexek egész sorát adják. A mérések alkalmazásával közülük mindig csak a legfényesebbek voltak tekintetbe véve.

A sorban következő nagy lapok a $\{40\bar{4}1\} + 4R$ rhomboederhez tartoznak. A lapok közül az egyik a többi nagyságra jóval felülmulja, miáltal a kristályok egyhajlású külsővel látszanak bírni. E formának lapjai különben valamennyi között legjobban tündökölnek.

Sokkal kisebbek az előbbinél az alaphomboedernek kissé érdes felületű, a mellett azonban egységes reflexet adó lapjai.

Erősen érdesek s e miatt igen rosszul tükröznek a $\{02\bar{2}1\} - 2R$

alakhoz tartozó lapok, úgy, hogy a velük végzett méréseknél még közelítő értékeket sem lehetett elérni. Az alak meghatározására az alaphomboederrel való övviszonya volt a döntő. A lapok nagysága igen változó.

A szögértékek, a melyek az alakok megállapítására szolgáltak, három illetve négy kristályon mérteknek a középértékei.

A következő táblázatban ezen középértékeket a megfelelő számítottakkal¹ közlöm és megadom a mért élek számát és a kristályok számát, melyeken az azonos mérések végeztek.

Szögjelölések	Mérések középértékei	Számított értékek	Mért élek száma	Kristályok száma
(6.5. $\bar{1}\bar{1}.1$) : ($10\bar{1}1$)	46° 0' 46"	45° 46' 31"	20	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}.1$) : ($\bar{5}.6.11.1$)	166 49 56	166 28 2	8	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}.1$) : ($\bar{6}.11.\bar{5}.1$)	65 32 41	65 35 32	11	4
(6.5. $\bar{1}\bar{1}.1$) : ($11.\bar{5}.6.1$)	53 42 43	53 39 54	11	4
(6.5. $\bar{1}\bar{1}.1$) : ($40\bar{4}1$)	27 43 50	27 45 58	12	3
(2021) : ($10\bar{1}1$)	108 21 42	107 43 50	5	2
($02\bar{2}1$) : ($40\bar{4}1$)	57 7 38	57 5 9	4	2
($40\bar{4}1$) : ($\bar{4}401$)	114 15 15	114 10 18	2	2
($40\bar{4}1$) : ($10\bar{1}1$)	31 13 49	31 10 10	8	3
($40\bar{4}1$) : ($\bar{1}01\bar{1}$) ²	148 44 30	148 49 50	2	1
($10\bar{1}1$) : ($0\bar{1}11$)	74 55 0	74 55 0	9	3
($\bar{6}.5.11.1$) : ($\bar{1}01\bar{1}$) ²	59 16 0	59 18 29	1	1

A megvizsgált kristályok méretei a hosszirányban 4—8 mm., a szélességiben 1.5—2 mm. között változnak.

Az egyes kristályokon a mérések középértékei és a mért élek száma a következő:

¹ A számított értékek úgy itt, valamint a továbbiakban is az ($10\bar{1}1$):($0\bar{1}11$) = 74°55'0" szögadatra, mint alapértékre vonatkoznak. — E. S. DANA: Descriptive Mineralogy. Sixth Edit. New-York & London. 1898. p. 264.

² Hasadási lap.

1. kristály.

(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (10 $\bar{1}$ 1)	46° 1' 20"	6
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{5}$. $\bar{6}$.11.1)	166 54 50	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{6}$.11. $\bar{5}$.1)	65 34 10	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (11. $\bar{5}$. $\bar{6}$.1)	53 45 30	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (40 $\bar{4}$ 1)	27 52 0	4
($\bar{2}$ 021) : (10 $\bar{1}$ 1)	104 51 0	2
(02 $\bar{2}$ 1) : (40 $\bar{4}$ 1)	57 6 0	2
(40 $\bar{4}$ 1) : ($\bar{4}$ 401)	114 12 0	1
(40 $\bar{4}$ 1) : (10 $\bar{1}$ 1)	31 16 45	2
(0 $\bar{1}$ 11) : (10 $\bar{1}$ 1)	74 52 40	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{1}$ 0 $\bar{1}$ 1) ¹	59 16 0	1

2. kristály.

(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (10 $\bar{1}$ 1)	45° 55' 30"	8
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{5}$. $\bar{6}$.11.1)	166 18 30	2
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{6}$.11. $\bar{5}$.1)	65 43 30	2
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (11. $\bar{5}$. $\bar{6}$.1)	53 18 0	2
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (40 $\bar{4}$ 1)	27 21 0	3
($\bar{2}$ 021) : (10 $\bar{1}$ 1)	110 42 15	3
(40 $\bar{4}$ 1) : (10 $\bar{1}$ 1)	31 10 36	4
(0 $\bar{1}$ 11) : (10 $\bar{1}$ 1)	74 57 20	3

3. kristály.

(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (10 $\bar{1}$ 1)	45° 57' 15"	6
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{5}$. $\bar{6}$.11.1)	167 9 30	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : ($\bar{6}$.11. $\bar{5}$.1)	65 31 0	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (11. $\bar{5}$. $\bar{6}$.1)	53 47 0	3
(6.5. $\bar{1}\bar{1}$.1) : (40 $\bar{4}$ 1)	27 51 0	5
(02 $\bar{2}$ 1) : (40 $\bar{4}$ 1)	57 9 15	2
(40 $\bar{4}$ 1) : ($\bar{4}$ 401)	114 18 30	1
(40 $\bar{4}$ 1) : (10 $\bar{1}$ 1)	31 12 0	2
(40 $\bar{4}$ 1) : ($\bar{1}$ 0 $\bar{1}$ 1)	148 44 30	2
(0 $\bar{1}$ 11) : (10 $\bar{1}$ 1)	74 55 0	3

¹ Hasadási lap.

4. kristály.

$(6.5.\bar{1}\bar{1}.1) : (\bar{6}.11.\bar{5}.1)$	$65^{\circ}32'41''$	3
$(6.5.\bar{1}\bar{1}.1) : (11.\bar{5}.\bar{6}.1)$	$53\ 52\ 10$	3

II. typus. (2. ábra.)

A leírt sárgás kalczitokhoz hasonlóan, a viztisztaikon is igen állandó a rajtuk fellépő alakok kiképződése. Valamennyi egyénezen a következő formákat találtam:

$\{10\bar{1}1\}$	+ R	$\{100\}$
$\{02\bar{2}1\}$	-2R	$\{11\bar{1}\}$
$\{6.5.\bar{1}\bar{1}.1\}$	+ R11	$\{60\bar{5}\}$
$\{8.7.\bar{1}\bar{5}.1\}$	+ R15	$\{80\bar{7}\}$

A kombinációt, mint legnagyobb lapú, a $\{8.7.\bar{1}\bar{5}.1\} + R15$ skalenoeder szabja meg. Lapjai az alaphomboeder középelével párhuzamosan finoman rostosak. Ezen körülmény folyamánya, hogy megvilágításukkor egy fényes reflex mellett egész sor halvány is tapasztalható. A mérések alkalmával csak az igen fényeseket vettem tekintetbe.

A másodsorban legnagyobb lapú alak a $\{02\bar{2}1\} - 2R$ rhomboeder. Valamennyi lapja oly nagy mértékben egyenetlen, hogy még közelítőleg pontos mérések megejtésére sem bizonyultak hasznavehetőnek. A forma a közte és az alaphomboeder között fennforgó övviszony alapján könnyen volt meghatározható.

Nagyság tekintetében következik a kissé érdes, de mind a mellett jól beállítható lapokkal kifejlődött alaphomboeder.

Igen apró, e mellett azonban jól tükröző lapokkal lép fel végül az I. typus főformáját képező és $\{6.5.\bar{1}\bar{1}.1\} + R11$ -nek meghatározott skalenoeder. Ez a $\{8.7.\bar{1}\bar{5}.1\} + R15$ és az $\{10\bar{1}1\} + R$ közötti kombináció élét letompítja.

Az ide tartozó három kristályon mért szögek közéértékeit, a megfelelő számítottakat, azonkívül a mért élek számát és a kristályegyének számát, melyen utóbbiak megvizsgáltattak, az alábbiakban közlöm:

Szögjelzések	Mérések középtékei	Számított értékek	Mért élek száma	Kristályok száma
(8.7.15.1) : (1011)	47°22' 30"	47°34' 8"	15	3
(8.7.15.1) : (7.8.15.1)	170 18 20	170 3 16	6	2
(8.7.15.1) : (8.15.7.1)	64 11 43	64 11 24	11	3
(8.7.15.1) : (15.7.8.1)	55 33 12	55 24 32	19	3
(8.7.15.1) : (6.5.11.1)	1 49 0	1 47 37	16	3
(6.5.11.1) : (1011)	45 36 14	45 46 31	13	3
(6.5.11.1) : (5.6.11.1)	166 31 0	166 38 2	3	1
(8.15.7.1) : (1101) ¹	132 43 45	132 25 52	2	1
(5.6.11.1) : (1101) ¹	59 27 0	59 18 29	1	1
(7.8.15.1) : (1101) ¹	58 28 30	58 30 22	1	1
(1011) : (0111)	75 2 0	74 55 0	7	3

A kristályok 1—3 mm. hosszúság mellett 1 mm. szélesek.

Az egyes kristályokon végzett méréseknek középtékei és a megmért élek száma a következő volt.

1. kristály.

(8.7.15.1) : (1011)	47°35' 30"	6
(8.7.15.1) : (7.8.15.1)	170 18 30	3
(8.7.15.1) : (15.7.8.1)	55 46 0	10
(8.7.15.1) : (8.15.7.1)	63 57 10	3
(8.7.15.1) : (6.5.11.1)	1 53 45	6
(6.5.11.1) : (1011)	45 41 48	6
(6.5.11.1) : (5.6.11.1)	166 31 0	3
(8.15.7.1) : (1101) ¹	132 43 45	2
(1011) : (0111)	75 7 50	3

2. kristály.

(8.7.15.1) : (1011)	47°18' 0"	4
(8.7.15.1) : (7.8.15.1)	170 18 10	3
(8.7.15.1) : (8.15.7.1)	63 55 45	4
(8.7.15.1) : (15.7.8.1)	55 33 22	4
(8.7.15.1) : (6.5.11.1)	1 49 15	8
(6.5.11.1) : (1011)	45 23 45	4

¹ Hasadási lap.

3. kristály.

(8.7.15̄.1) : (101̄1)	47° 10' 30"	5
(8.7.15̄.1) : (8.15.7̄.1)	64 36 38	4
(8.7.15̄.1) : (15.7̄.8̄.1)	55 7 24	5
(8.7.15̄.1) : (6.5.11̄.1)	1 23 30	2
(6.5.11̄.1) : (101̄1)	45 42 10	3
(5̄.6̄.11.1) : (1101̄) ¹	59 27 0	1
(7̄.8̄.15.1) : (1101̄) ¹	58 28 30	1
(101̄1) : (0111)	74 56 30	3

Megemlítendőnek tartom, hogy az egyik kristályon a {8.7.15̄.1} + R15 skalenoedernek úgy a tompa, mint a hegyes csúcselein egy-egy skalenoeder lép fel. Ezeknek igen keskeny, léczformájú lapjai mindig páronként fekszenek az említett skalenoeder két szomszédos lapjának övében. Miután azonban más zóna nem akad, mely a kérdéses lapok helyzetét pontosan megállapítaná és úgy a hajlásuk egymás között, mint a {8.7.15̄.1} + R15 skalenoeder szomszédos lapjaihoz csak a gonio-
meteren alkalmazott lupéval volt mérhető, meghatározásukat nem tekinthetem véglegesnek, miért is tanácsosabbnak gondolom, őket teljesen figyelmen kívül hagyni.

*

Az összesen megfigyelt formák közül az {101̄1} + R, a {4041} + 4R és a {022̄1} - 2R közönségesek a kálcziton. A {6.5.11̄.1} + R11 alakot LÉVY² a harzhegységi Zellerfeld kristályain találta, még pedig olyan kombináció főalakjaképpen, mely az I. typus gyanánt leirthoz hasonlít, csak hogy a {022̄1} - 2R azokon az e³ {055̄1} - 5R-rel van helyettesítve.

A {8.7.15̄.1} + R15-öt a miénkhez hasonló rostos lapokkal ZIPPE³ figyelte meg egy szürkésfehér, áttetsző selmezbányai

¹ Hasadási lap.

² LÉVY A.: Description d'une collection de minéraux. Londres. 1837. Tom. I. p. 36. Pl. III. fig. 35.

³ ZIPPE F. X. M.: Uebersicht der Krystallgestalten des rhomboedrischen Kalk-Haloides. Denkschr. der kais. Akad. der Wiss. Math.-naturwiss. Classe. Wien. 1853. Bd. III. p. 188. Fig. 68.

kristályon. IRBY¹ az alakot a kihagyandók közé állítja, a mi GOLDSCHMIDT² azután arra bírta, hogy a kétesek közé sorolja. De minthogy azóta TOBORFFY³ ezen skalenoedert szintén mint főalakot ugyancsak megfelelő rostos lapokkal salgótarjáni kristályokon megállapította és az én méréseim is reá utalnak, a forma teljesen biztosítva van.

2. Gyalári kalczit.

Ezen Hunyadmegyében fekvő lelhelynek kalczitjait kristálytanilag BENKŐ⁴ határozta meg. A magányosan fellépő $-\frac{1}{2}R$ formán kívül egy ($\infty R: -\frac{2}{3}R = 123^\circ$) mérés érték alapján a

$$\begin{array}{lll} \infty R & -\frac{1}{2}R & \\ \infty R & -\frac{1}{2}R & -\frac{2}{3}R \\ \infty R & -\frac{1}{2}R & -\frac{2}{3}R + R \end{array}$$

combinációkat állapította meg.

Minthogy gyűjtött kristályaim az említettektől elütő külsővel bírnak, röviden vázolom azokat.

Átmérőjük 1—2 mm. között ingadozik.

Az összes kristályokat két, ugyanazon sorhoz tartozó és majdnem egyforma nagy lapokkal fellépő rhomboeder határolja (3. ábra). A laposabb forma lapjai az öt alkotó rhomblapok rövidebb symmetria-vonalával párhuzamosan meglehetősen mélyen barázdáltak; a hegyesebbnek lapjai hullámos felületűek.

Daczára a lapok hiányos kifejlődésének, elég jól tükröznek.

A vizsgálatnak alávetett kristályon a hasadási lap hely-

¹ IRBY J. R.: On the Crystallography of Calcit. Bonn. 1878. p. 52.

² GOLDSCHMIDT V.: Index der Krystallformen. Berlin. 1886. Bd. I. pag. 383.

³ TOBORFFY Z.: Két magyarországi calcitról. Magyar orv. és természetvizs. 1905-ben Szegeden tartott XXXIII. vándorgyűlésének történeti vázlatá és munkálatai. Budapest. 1906. 273. l. — Mineralogische Notizen. Zeitschr. für Kryst. und Mineral. Leipzig. 1908. Bd. XLIV. p. 606.

⁴ BENKŐ G.: Erdély kristályodott calcitjai. Orvos-természettud. Értesítő. Kolozsvár. 1884. IX. évf. Természettud. szak. 59. l.

zete, továbbá a tompább forma csúcsélein végbevitt mérések adatai a

$$\{01\bar{1}2\} \quad -\frac{1}{2}R \quad \{110\}$$

rhomboeder jelenlétére utalnak. A második

$$\{03\bar{3}4\} \quad -\frac{3}{4}R \quad \{77\bar{2}\}$$

nek meghatározására a középeleken végzett mérések értékei, valamint a hajlásszög nagysága a $\{01\bar{1}2\} - \frac{1}{2}R$ -hez szolgáltatott az adatokat.

A mért szögek középértékeit, a hozzájuk tartozó számítottakat és a mért élek számát a következő összeállítás mutatja:

Szögjelzések	Mért szögek középértékei	Számított értékek	Mért élek száma
$(01\bar{1}2) : (1\bar{1}02)$	45° 0' 10"	45° 3' 0"	6
$(1\bar{1}02) : (0\bar{1}1\bar{2})$	135 3 12	134 57 0	5
$(01\bar{1}2) : (03\bar{3}4)$	10 4 6	10 14 30	5
$(03\bar{3}4) : (0\bar{1}1\bar{2})$	169 45 0	169 45 30	3
$(03\bar{3}4) : (\bar{3}034)$	118 13 45	117 59 42	2
$(30\bar{3}\bar{4}) : (03\bar{3}4)$	61 59 5	62 0 18	1

3. Tokodi kalczit.

Az «Esztergomvidéki kőszénbánya részvénytársaság» bányájában Tokodon, Esztergom megyében 224 méter mélységben a köraknától kiindulva egy keresztvágatot hajtottak. Az áttört eocénrétegek egy mészkő kivételével gyéren előforduló más-nemű kővületeken kívül, főképen nummulitok által vannak jellemezve. A barnásszínű mészkő, mely egy vetődésben mint tuskó fekszik, kővületeket nem tartalmaz, finomszemű, meg lehetős kemény és szilánkokra széthasadozott.

Az egyes szilánkokat egy finom kristályodott mészből álló réteg burkolja, melyen a szilánkok között visszamaradt üregekben egészen 3 mm. széles kalczitkristályok ülnek. A szürkéssárgás kristályok többnyire egymás mellett és egymás fölé települtek, úgy, hogy csak egyik végük magaslik ki. Ez főképen gyakori jelenség azon esetekben, a melyekben a kristályodott

mész a szilánkok között az összekötő anyagot alkotja; ritkábban találhatóak egyenként kivált kristályok.

A kristályok combinációját az egyforma nagy lapokkal kifejlődött két

$$\begin{array}{ccc} \{01\bar{1}2\} & -\frac{1}{2}R & \{110\} \\ \{05\bar{5}1\} & -5R & \{22\bar{3}\} \end{array}$$

negatív rhomboeder határozza meg, melyhez ritkán és kisméretű lapokkal még a

$$\{80\bar{8}1\} \quad +8R \quad \{17.\bar{7}.7\}$$

positív rhomboeder járul (4. ábra).

A $\{01\bar{1}2\}-\frac{1}{2}R$ -nek lapjai ezen alak jellemző barázdáit mutatják, a másik kettőnek lapjai hullámos felületűek.

A barázdás lapok elég élesen tükröznek, kevésbé jól a hullámosak, mely körülmény különben a nyert mérési adatokban kifejezésre is jut.

Az alakok meghatározására a hasadási lap helyzete és a mérések középértékei voltak irányadók.

Az utóbbiakat a hozzájuk tartozó számítottakkal a következő táblázatban állítottam egybe, megadva egyszersmind a mért élek számát, valamint a kristályok számát is, a melyeken az egyes élek megvizsgálásra kerültek.

Szögjelzések	Mért élek középértékei	Számított értékek	Mért élek száma	Kristályok száma
$(01\bar{1}2) : (1\bar{1}02)$	45° 6' 33"	45° 3' 0"	14	2
$(01\bar{1}2) : (\bar{1}10\bar{2})$	134 52 18	134 57 0	14	2
$(01\bar{1}2) : (05\bar{5}1)$	52 27 0	52 17 8	10	1
$(05\bar{5}1) : (0\bar{1}1\bar{2})$	127 13 12	127 42 52	9	1
$(10\bar{1}\bar{2}) : (80\bar{8}1)$	70 54 51	70 58 5	16	2
$(80\bar{8}1) : (50\bar{5}\bar{1})$	18 12 58	18 40 57	8	1
$(80\bar{8}1) : (01\bar{1}2)$	70 16 37	70 35 59	4	1
$(10\bar{1}\bar{2}) : (\bar{1}01\bar{1})^1$	70 54 31	70 51 48	4	1
$(50\bar{5}1) : (\bar{1}01\bar{1})^1$	56 57 37	56 51 4	4	1
$(\bar{8}081) : (\bar{1}01\bar{1})^1$	141 38 16	141 49 53	4	1
$(05\bar{5}1) : (50\bar{5}\bar{1})$	63 40 0	63 50 46	1	1

¹ Hasadási lap.

A mérések középértékei az egyes kristályokon és a megvizsgált élek száma ezek:

1. kristály.

$(01\bar{1}2)$: $(1\bar{1}02)$	45° 6' 30"	6
$(01\bar{1}2)$: $(\bar{1}10\bar{2})$	134 52 55	6
$(10\bar{1}2)$: $(80\bar{8}1)$	70 58 40	6
$(80\bar{8}1)$: $(01\bar{1}2)$	70 16 37	4

2. kristály.

$(01\bar{1}2)$: $(1\bar{1}02)$	45° 6' 36"	8
$(01\bar{1}2)$: $(\bar{1}10\bar{2})$	134 51 58	8
$(01\bar{1}2)$: $(05\bar{5}1)$	52 27 0	10
$(05\bar{5}1)$: $(0\bar{1}1\bar{2})$	127 13 12	9
$(10\bar{1}2)$: $(80\bar{8}1)$	70 53 33	10
$(80\bar{8}1)$: $(50\bar{5}1)$	18 12 58	8
$(10\bar{1}2)$: $(\bar{1}01\bar{1})$ ¹	70 54 31	4
$(50\bar{5}1)$: $(\bar{1}01\bar{1})$ ¹	56 57 37	4
$(80\bar{8}1)$: $(\bar{1}01\bar{1})$ ¹	141 38 16	4
$(05\bar{5}1)$: $(50\bar{5}1)$	63 40 0	1

4. Kemenczei kálczit.

A hontmegyei Kemencze helyiségnek tőszomszédságában előforduló lajtamész a kálczitnak két különbözően kifejlődött előfordulását szolgáltatta.

Az egyik előjövétel a kemény nullipora mészkőhöz van kötve, a másik a *Heliastrea Reussana* M. Edw. & H. egy gumó-jához, a melyben aspergillumtól származó csövek nagy számmal fekszenek.

A kemény mészkőnek darabja egészen azt a benyomást kelti, mint ha egy hasadéknak vagy üregnek oldalát alkotta volna, minthogy a szabálytalanul ülő kristályok annak csak egyik felületét lepik el.

¹ Hasadási lap.

A korallnál az üregek, valamint az aspergillum-csövek belseje, részben be vannak vonva kristályodott mésznek finom hártájával. A mikroszkopos, ritkábban nagyobb kristályok egészen szabálytalanul fekszenek egymás mellett és egymáson.

I. típus.

Ide sorolom a kemény mészkőnek 3 mm. hosszú, felületükön barnás, belsejükben víztiszta kristályait, melyeken fogyó nagyság szerint a meghatározott alakok:

$$\begin{array}{lll} \{08\bar{8}1\} & -8R & \{33\bar{5}\} \\ \{02\bar{2}1\} & -2R & \{11\bar{1}\} \\ \{10\bar{1}0\} & \infty R & \{2\bar{1}\bar{1}\} \\ \{21\bar{3}1\} & + R3 & \{20\bar{1}\} \end{array}$$

A két utóbbi alakot illetőleg megfigyeltem, hogy azok egymást kizárják; a kristályokon, melyeken a prizma megvan, a skalenoeder hiányzik, és viszont.

A $\{08\bar{8}1\}-8R$ rhomboeder lapjai nagyrészt egyenetlenek és csak helyenként használhatók közelítő pontos mérésekre.

Aránylag valamivel jobban tükröznek a $\{02\bar{2}1\}-2R$ -nek ugyancsak egyenetlen lapjai.

A prizmának lapjai vertikális irányban egy görbült lappal a $\{08\bar{8}1\}-8R$ rhomboedernek szomszédos lapjaival egybefolyznak.

A skalenoeder sima lapú. Pontosabb szögadatokat a mérések alkalmával csak a nagyobb lapok szolgáltatottak.

A skalenoedert hordozó kristálynak formáit (5. ábra) a következő mért értékek határozzák meg:

Szögjelzések	Mérések közéértékei	Számított értékek	Mért élek száma
$(21\bar{3}1) : (02\bar{2}1)$	$37^{\circ}14'12''$	$37^{\circ}41'6''$	5
$(21\bar{3}1) : (3\bar{1}\bar{2}1)$	35 34 0	35 35 44	1
$(21\bar{3}1) : (2\bar{3}\bar{1}1)$	75 39 0	75 22 12	2
$(21\bar{3}1) : (08\bar{8}1)$	42 19 0	41 49 6	2

A prizrát hordozó egyéneken (6. ábra) az adatok:

(02 $\bar{2}$ 1) : (2 $\bar{2}$ 01)	101° 0' 20"	101° 9' 4"	3
(02 $\bar{2}$ 1) : (0 $\bar{1}$ 10)	153 8 30	153 7 16	3
(02 $\bar{2}$ 1) : (08 $\bar{8}$ 1)	20 9 0	19 39 26	3
(08 $\bar{8}$ 1) : ($\bar{8}$ 801)	62 4 0	61 33 22	2

II. typus.

Az említett korallnak egyik üregéből lefejtett, 1·5 mm. hosszú kristálytöredék a kalczit következő gyakori formáját mutatja (7. ábra):

$$\begin{array}{l} \{10\bar{1}1\} \\ \{01\bar{1}2\} \\ \{21\bar{3}1\} \end{array} \begin{array}{l} + R \\ -\frac{1}{2}R \\ + R3 \end{array} \begin{array}{l} \{100\} \\ \{110\} \\ \{20\bar{1}\} \end{array}$$

A kombinációt a skalenoeder szabja meg. Nagyobb lapú még az alaphomboeder is, a melynek csúcsélei a $\{01\bar{1}2\} - \frac{1}{2}R$ -nek léczformájú lapjai által vannak módosítva.

A $\{21\bar{3}1\} + R3$ -hoz tartozó lapok görbültek, megvilágításukkor egy fényes reflex mellett néhány homályos is mutatkozik. A mérések alkalmával csak az előbbiekre voltam tekintettel. Legjobban tündöklenek az alaphomboeder lapjai. A $\{01\bar{1}2\} - \frac{1}{2}R$ rhomboederéi, melyek ezen alaknak és az alaphomboedernek kombináció élével párhuzamosan rostosak, csak közelítőleg pontos mérésekből és az alaphomboederhez viszonyított fekvésükből voltak meghatározhatók.

A két első alakot a következő mérésekből nyert adatok szabják meg:

Szögjelzések	Mérések középértékei	Számított értékek	Mért élek száma
(10 $\bar{1}$ 1) : (0 $\bar{1}$ 11)	74°54' 50"	74°55' 0"	3
(10 $\bar{1}$ 1) : (21 $\bar{3}$ 1) ¹	28 49 45	29 1 47	2

5. Zsolnatarnói kalczit.

Egy mélyfúrás szénre Zsolnatarnón, Trencsénmegyében főképen nummulitok által jellemzett eocénrétegekben mozgott.

¹ (21 $\bar{3}$ 1) benne fekszik az [10 $\bar{1}$ 1 : 0 $\bar{1}$ 11] zónában is.

A 396—397 méter mélységű fúróiszappal más kőzetdarabok társaságában egy kővületment homokkő is a felszínre került, mely mészerektől sokszorosán átjárt.

Oly helyeken, a hol a homokkőben tapasztalható hasadékok szélesek, a mészanyag kristályodottan is fellép.

Az egészen 2 mm. hosszú kristályokat minden egyes esetben a

$$\{02\bar{2}1\} \quad -2R \quad \{11\bar{1}\}$$

határozza meg, mely mellett az egyik egyéneen, de csak egy lappal még a

$$\{01\bar{1}2\} \quad -\frac{1}{2}R \quad \{110\}$$

volt megfigyelhető. (8. ábra.)

A vizsgálatnak alávetett kristályon a $\{02\bar{2}1\}-2R$ -nek egy lapja és a $\{01\bar{1}2\}-\frac{1}{2}R$ -é sík, a többi egyenetlen.

Ezen körülménnyel számolva, könnyen magyarázhatók az alábbiakban közlött mérésekkel nyert és a számított adatok közti eltérések:

Szögjelzések	Mérések középvértékei	Számított értékek	Mért élek száma
$(02\bar{2}1) : (2\bar{2}01)$	100° 8' 30"	101° 9' 6"	3
$(02\bar{2}1) : (20\bar{2}\bar{1})$	79 3 15	78 50 54	2
$(1\bar{1}02) : (2\bar{0}21)$	78 14 0	77 59 3	1

Az adatok végleges megállapításához a kristályon előállított egy hasadási lap helyzetének ismerete is hozzájárult.

A vizsgált anyag a magyar Nemzeti Múzeum ásvány-öslénytani tárának gyűjteményében van elhelyezve. A kristálytani méréseket méltóságos dr. KRENNER JÓZSEF, udvari tanácsos és egyetemi tanár engedélyével a budapesti egyetem ásvány-és kőzettani intézetében végeztem, a miért nevezettnék köszönetemet nyilvánítani kedves kötelességemnek tartom.

A TÖBB ISMERETLENŰ KONGRUENCIÁK ELMÉLETÉRŐL.

RADOS GUSZTÁV r. tagtól.

A jelen értekezésben a több ismeretlen tartalmazó és törzsszám-modulusra vonatkoztatott magasabbfokú kongruenciák elméletébe vágó tételsorozatot óhajtok bemutatni, mely ezen még alig művelt elmélet alapvetéséhez néhány figyelemre méltó adalékkal járul hozzá. Ennek az elméletnek fontosságáról HENRI POINCARÉ a IV. nemzetközi matematikus-congressuson bemutatott «L'avenir des Mathématiques» című előadásában így nyilatkozik: ¹ «Quand les problèmes relatifs aux congruences à plusieurs variables seront résolus, ce sera un premier pas vers la solution de beaucoup de questions d'analyse indéterminée». POINCARÉ e szavai serkentettek arra, hogy az idevágó vizsgálódásaimat közzétegyem.

Egyszerűség kedvéért tárgyalásaimat csak két ismeretlenű kongruenciákra vonatkoztatom, mert a kettőnél több ismeretlen tartalmazó kongruenciák vizsgálata — bár a dolog természeténél fogva sokkal hosszadalmasabban — teljesen ugyanazon az úton történhetik, mint a két ismeretlenűeké.

A két ismeretlen tartalmazó és a p törzsszám-modulusra vonatkozó magasabbfokú kongruenciák az

$$F(x, y) \equiv \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n A_i^{(k)} x^{m-i} y^{n-k} \equiv 0 \pmod{p}$$

¹ Atti del IV^o congresso internazionale dei matematici, 175. lap.

általános alakban írhatók és megoldásuk feladata az összes

$$x_\alpha, y_\beta$$

értékrendszerek meghatározását követeli, a melyekre nézve

$$F(x_\alpha, y_\beta) \equiv 0 \pmod{p}.$$

Az első itt felmerülő kérdés a gyökrendszerek létezésére, azaz a megoldás lehetőségére, a második az esetleg létező különböző gyökrendszerek számára vonatkozik. Felállíthatók-e oly kritériumok, melyeknek segítségével e kérdésekre megfelelelhetünk?

Az első kérdés eldöntésére közvetlenül kínálkozó úton haladva, képezzük az összes

$$F(x_\alpha, y_\beta) \\ (x_\alpha, y_\beta = 0, 1, 2, \dots, p-1)$$

helyettesítési értékeket, melyek mindegyikére nézve azt a kísérletet tesszük, hogy megnézzük, vajjon p -vel osztható-e vagy nem. Ha közülök egyetlen egy sem osztható p -vel a kongruenciánknak egyetlen egy valós gyökrendszere sincsen, ha azonban közülök r számú olyan van, mely p -vel osztható, a kongruenciánknak pontosan r különböző gyökrendszere lesz. A mint ebből látni való, e kezdetleges úton a végzendő kísérletek száma általánosságban p^2 .

A számelmélet összes problémáinak felette jellemző vonása a megoldásaik meghatározására szolgáló módszerekbe belépő kísérleti elem, mely ezekből teljességgel ki nem küszöbölhető. A számelmélet törekvése ezzel szemben oly módszerek kifejlesztésére irányul, melyeknek segítségével a problémáinak megoldására végrehajtandó kísérletek száma minimumra redukálódjék.

A jelen értekezésben felállítandó tételek is ezt a törekvést szolgálják, a mennyiben azoknak felhasználásával *sikerül annak a kimutatása, hogy az*

$$F(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruencia megoldhatóságának kérdése egyetlen egy kísér-

lettel dönthető el, tehát az előbbeni p^2 számú kísérlet egyetlen egybe, olyanba foglalható össze, mely kizárólagosan a kongruencia együtthatóiból alakított kifejezésen végzendő.

1. A kongruencia különböző normál-alakjai és a tételek formulázása.

Ha az

$$F(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciának csak ama gyökrendszereit tekintjük, melyekben sem x -nek, sem y -nak értéke p -vel nem osztható és a melyeket a következőkben *el nem tűnő gyökrendszereknek* fogunk nevezni, akkor a FERMAT-tételből folyó

$$x^{g(p-1)+h} \equiv x^h, \quad y^{g(p-1)+h} \equiv y^h \pmod{p} \quad (h < p-1)$$

kongruenciák segítségével $F(x, y)$ kifejezésétől x és y -nak a $(p-2)$ -ediknél magasabb hatványait kiküszöbölván, kongruenciánk a következő normál-alakban írható:

$$F^*(x, y) \equiv \sum_{k=0}^{p-2} (a_0^{(k)} x^{p-2} + a_1^{(k)} x^{p-3} + \dots + a_{p-2}^{(k)}) y^{p-k-2} \equiv 0 \pmod{p}. \quad 1^*$$

Ha most már ennek együtthatóiból a következő matrixokat alakítjuk:

$$A_k = \begin{pmatrix} a_0^{(k)} & a_1^{(k)} & \dots & a_{p-3}^{(k)} & a_{p-2}^{(k)} \\ a_1^{(k)} & a_2^{(k)} & \dots & a_{p-2}^{(k)} & a_0^{(k)} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ a_{p-2}^{(k)} & a_0^{(k)} & \dots & a_{p-4}^{(k)} & a_{p-3}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad (k=0, 1, 2, \dots, p-2)$$

akkor az *el nem tűnő gyökrendszerekre* nézve a következő tételek állíthatók fel:

I. Tétel. *Arra, hogy az*

$$F^*(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruencia megoldható legyen, szükséges és elegendő, hogy a

$$C_{F^*} = \begin{vmatrix} A_0 & A_1 & \dots & A_{p-3} & A_{p-2} \\ A_1 & A_2 & \dots & A_{p-2} & A_0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ A_{p-2} & A_0 & \dots & A_{p-4} & A_{p-3} \end{vmatrix}$$

$(p-1)^2$ -fokú determináns a p modulusra nézve zérussal legyen kongruens.

II. Tétel. Arra pedig, hogy a kongruenciának r különböző el nem tűnő gyökrendszere legyen szükséges és elegendő, hogy a C_{F^*} determináns rangszáma $(p-1)^2 - r$ legyen.

Nagyobb világosság kedvéért ide írom a C_{F^*} -et a $p = 5$ esetben; ez a következő 16-odfokú determináns

$$\begin{vmatrix} a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} \\ a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} \\ a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} \\ a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} \\ a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} \\ a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} \\ a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} \\ a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} \\ a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} \\ a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} \\ a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} \\ a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} \\ a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} \\ a_1^{(3)} & a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} \\ a_2^{(3)} & a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} \\ a_3^{(3)} & a_0^{(0)} & a_1^{(0)} & a_2^{(0)} & a_3^{(0)} & a_0^{(1)} & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & a_3^{(1)} & a_0^{(2)} & a_1^{(2)} & a_2^{(2)} & a_3^{(2)} & a_0^{(3)} & a_1^{(3)} & a_2^{(3)} \end{vmatrix}$$

Ha a kongruenciának nemcsak el nem tűnő, hanem összes gyökrendszereit tekintjük, akkor az I. és II. tétel helyébe más

tételek lépnek. Ekkor már a kongruencia normál-alakja is másképen választandó. Ugyanis ebben az esetben FERMAT tétele az

$$x^{p+h} \equiv x^h, \quad y^{p+h} \equiv y^h \pmod{p}$$

alakban használandó; ha segítségével az $F(x, y)$ kifejezésből x és y -nak a $(p-1)$ -ediknél magasabb hatványait kiküszöböljük, a kongruencia következő normál-alakra hozható:

$$F^{**}(x, y) \equiv \sum_{k=0}^{p-1} (a_0^{(k)} x^{p-1} + a_1^{(k)} x^{p-2} + \dots + a_{p-1}^{(k)}) y^{p-k-1} \equiv 0 \pmod{p}. \quad 1^{**}$$

Alakítsuk most ennek együtthatóiból a következő matrixokat:

$$A_k = \begin{pmatrix} a_0^{(k)} & a_1^{(k)} \dots a_{p-3}^{(k)} & a_{p-2}^{(k)} & a_{p-1}^{(k)} \\ a_1^{(k)} & a_2^{(k)} \dots a_{p-2}^{(k)} & a_{p-1}^{(k)} + a_0^{(k)} & 0 \\ a_2^{(k)} & a_3^{(k)} \dots a_{p-1}^{(k)} + a_0^k & a_1^{(k)} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{p-1}^{(k)} + a_0^k & a_0^{(k)} \dots a_{p-3}^{(k)} & a_{p-2}^{(k)} & 0 \end{pmatrix},$$

($k=0, 1, 2, \dots, p-1$)

továbbá e matrixokból a

$$\Gamma_{F^{**}} = \begin{vmatrix} A_0 & A_1 \dots A_{p-3} & A_{p-2} & A_{p-1} \\ A_1 & A_2 \dots A_{p-2} & A_{p-1} + A_0 & 0 \\ A_2 & A_3 \dots A_{p-1} + A_0 & A_1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{p-1} + A_0 & A_1 \dots A_{p-3} & A_{p-2} & 0 \end{vmatrix},$$

p^2 -fokú determinánst, melyben $A_{p-1} + A_0$ a következő matrixot jelenti:

$$A_{p-1} + A_0 = \begin{pmatrix} a_0^{(p-1)} + a_0^{(0)} & a_1^{(p-1)} + a_1^{(0)} \dots a_{p-2}^{(p-1)} + a_{p-2}^{(0)} & a_{p-1}^{(p-1)} + a_{p-1}^{(0)} \\ a_1^{(p-1)} + a_1^{(0)} & a_2^{(p-1)} + a_2^{(0)} \dots a_{p-1}^{(p-1)} + a_{p-1}^{(0)} + a_0^{(p-1)} + a_0^{(0)} & 0 \\ a_2^{(p-1)} + a_2^{(0)} + a_0^{(p-1)} + a_0^{(0)} & a_1^{(p-1)} + a_1^{(0)} \dots a_{p-2}^{(p-1)} + a_{p-2}^{(0)} & 0 \end{pmatrix}.$$

míg (0) a következő p sorú és oszlopú matrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}^{(p)}$$

Ha most az 1^{**}) kongruenzia összes gyökrendszerait tekintjük, akkor ezekre nézve a következő tételek állanak fenn:

III. Tétel. Arra, hogy az 1^{**}) kongruenciának egyáltalában legyen valós gyökrendszere, szükséges és elegendő feltétel, hogy a $\Gamma_{F^{**}}$ determináns (mod. p) eltűnjék.

IV. Tétel. Arra, hogy a kongruenciának r számú különböző gyökrendszere legyen, szükséges és elegendő, hogy a $\Gamma_{F^{**}}$ determináns $(p^2 - r)$ -edrangú legyen.

2. A $\Delta_{x,y}^{(k)}$ determináns kiszámítása.

A következőkben ismételten szükségünk lesz egy komplikáltabb determináns ismeretére, a melyet — megszakításoknak elejét veendő — már e helyen akarok kiszámítani. E determináns, melyet ezentúl mindig $\Delta_{x,y}^{(k)}$ -val jelölök, a következő:

$x_0^{k-1} y_0^{k-1}, x_0^{k-2} y_0^{k-1} \dots y_0^{k-1}, x_0^{k-1} y_0^{k-2}, x_0^{k-2} y_0^{k-2} \dots y_0^{k-2}, x_0^{k-1}, x_0^{k-2} \dots x_0^{k-1}, x_0^{k-2} \dots$	1
$x_0^{k-1} y_1^{k-1}, x_0^{k-2} y_1^{k-1} \dots y_1^{k-1}, x_0^{k-1} y_1^{k-2}, x_0^{k-2} y_1^{k-2} \dots y_1^{k-2}, x_0^{k-1}, x_0^{k-2} \dots x_0^{k-1}, x_0^{k-2} \dots$	1
\dots	\dots
$x_0^{k-1} y_{k-1}^{k-1}, x_0^{k-2} y_{k-1}^{k-1} \dots y_{k-1}^{k-1}, x_0^{k-1} y_{k-1}^{k-2}, x_0^{k-2} y_{k-1}^{k-2} \dots y_{k-1}^{k-2}, x_0^{k-1}, x_0^{k-2} \dots x_0^{k-1}, x_0^{k-2} \dots$	1
$x_1^{k-1} y_0^{k-1}, x_1^{k-2} y_0^{k-1} \dots y_0^{k-1}, x_1^{k-1} y_0^{k-2}, x_1^{k-2} y_0^{k-2} \dots y_0^{k-2}, x_1^{k-1}, x_1^{k-2} \dots x_1^{k-1}, x_1^{k-2} \dots$	1
$x_1^{k-1} y_1^{k-1}, x_1^{k-2} y_1^{k-1} \dots y_1^{k-1}, x_1^{k-1} y_1^{k-2}, x_1^{k-2} y_1^{k-2} \dots y_1^{k-2}, x_1^{k-1}, x_1^{k-2} \dots x_1^{k-1}, x_1^{k-2} \dots$	1
\dots	\dots
$x_{k-1}^{k-1} y_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} y_{k-1}^{k-1} \dots y_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-1} y_{k-1}^{k-2}, x_{k-1}^{k-2} y_{k-1}^{k-2} \dots y_{k-1}^{k-2}, x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots$	1
\dots	\dots
$x_{k-1}^{k-1} y_0^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} y_0^{k-1} \dots y_0^{k-1}, x_{k-1}^{k-1} y_0^{k-2}, x_{k-1}^{k-2} y_0^{k-2} \dots y_0^{k-2}, x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots$	1
\dots	\dots
$x_{k-1}^{k-1} y_1^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} y_1^{k-1} \dots y_1^{k-1}, x_{k-1}^{k-1} y_1^{k-2}, x_{k-1}^{k-2} y_1^{k-2} \dots y_1^{k-2}, x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots$	1
\dots	\dots
$x_{k-1}^{k-1} y_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} y_{k-1}^{k-1} \dots y_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-1} y_{k-1}^{k-2}, x_{k-1}^{k-2} y_{k-1}^{k-2} \dots y_{k-1}^{k-2}, x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots x_{k-1}^{k-1}, x_{k-1}^{k-2} \dots$	1

E k^2 -fokú determináns úgy keletkezik,¹ hogy a

$$\Delta_x^{(k)} = \begin{vmatrix} x_0^{k-1} & x_0^{k-2} & \dots & 1 \\ x_1^{k-1} & x_1^{k-2} & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k-1}^{k-1} & x_{k-1}^{k-2} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad \text{és} \quad \Delta_y^{(k)} = \begin{vmatrix} y_0^{k-1} & y_0^{k-2} & \dots & 1 \\ y_1^{k-1} & y_1^{k-2} & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{k-1}^{k-1} & y_{k-1}^{k-2} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

k_1 -adfokú determinánsokat azon a módon komponáljuk, melyet «A determinánsok elméletéhez» című cikkemben² leírtam. Az ugyanezen cikkemben felállított és bebizonyított tételt a jelen esetre alkalmazván, azt kapjuk, hogy

$$\Delta_{x,y}^{(k)} = (\Delta_x^{(k)})^k (\Delta_y^{(k)})^k = \prod_{i,j} (x_i - x_j)^k (y_i - y_j)^k. \\ (i < j; i, j = 0, 1, 2, \dots, k-1)$$

E kifejezés mutatja, hogy $\Delta_{x,y}^{(k)}$ zérussal egyenlővé vagy (mod. p) zérussal kongruenssé akkor és csak akkor lehet, ha vagy az

$$x_0, x_1, \dots, x_{k-1}$$

sorozatban, vagy pedig az

$$y_0, y_1, \dots, y_{k-1}$$

sorozatban előfordul két oly szám, mely egymással egyenlő vagy egymással (mod. p) kongruens.

¹ Még megjegyezzük, hogy a $\Delta_{x,y}^{(k)}$ determináns elemeinek törvényszerűsége ekként fejezhető ki:

$$\Delta_{x,y}^{(k)} = |t_{\alpha\beta}| \\ (\alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots, k^2-1),$$

a hol

$$t_{\alpha\beta} = x_{\alpha''}^{k-1-\beta''} y_{\alpha''}^{k-1-\beta''}$$

és α' , β' az α és β számoknak a k osztóra vonatkozó hányadosát, α'' , β'' pedig ugyane számoknak ugyanez osztóra vett maradékait jelentik, úgy hogy

$$\alpha = k\alpha' + \alpha'' \quad (\alpha'' < k) \\ \beta = k\beta' + \beta'' \quad (\beta'' < k)$$

² L. Math. és Term. Értesítő 1886-iki évf. IV. k. 268. l.; továbbá HENSEL: «Über die Darstellung der Determinante eines Systems, welches aus zwei anderen komponirt ist». Acta Mathematica (1889) XV. 317. l.

3. Az I. és II. tételnek bebizonyítása.

Foglalkozzunk most már azzal a kérdéssel, melyek a szükséges és elegendő feltételek arra nézve, hogy az 1^*) kongruenciának el nem tűnő gyökrendszere lehessen.

Feltéve, hogy e kongruenciának van egy ilyen gyökrendszere, tehát olyan, a melyben mind a két ismeretlen (mod. p) a zérustól különböző értékű, akkor az

$$x^g (p-1)+h \equiv x^h, \quad y^g (p-1)+h \equiv y^h \pmod{p}$$

FERMAT tételéből folyó relációk ismételt alkalmazásával az 1^*) kongruenciából a vele egyszerre fennálló következő $(p-1)^2$ számú kongruencia vezethető le :

$$\begin{aligned}
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J \varepsilon^{-d} h \varepsilon^{-d} z \\
 &\dots \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J \varepsilon^{-d} h x \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J \varepsilon^{-d} h i \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J i \varepsilon^{-d} z \\
 &\dots \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J h x \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J i h \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J \varepsilon^{-d} z \\
 &\dots \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J \varepsilon^{-d} z \\
 &\dots \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J x \\
 0 &\equiv z^{-\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + x z^{\gamma-d} h(z^{-d+\gamma}) + \dots + \varepsilon^{-d} z^{-d+\gamma} + z^{-d} z^{-d+\gamma} + \dots + \sum_{\xi=-d}^{0=\gamma} \star J i
 \end{aligned}$$

(Y) (d, pout)

a hol az

$$a_0^{(s)}, a_1^{(s)}, \dots, a_{p-2}^{(s)}$$

együttható-rendszerek, valahányszor

$$s > p - 2,$$

az

$$a_0^{(s-p+1)}, a_1^{(s-p+1)}, \dots, a_{p-2}^{(s-p+1)}$$

együttható-rendszerekkel pótolandók.

A (K) alatt felírt kongruenciák az

$$x^\alpha y^\beta$$

$(\alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots, p-2)$

$(p-1)^2$ számú hatványszorzatra nézve $(p-1)^2$ kongruenciából álló homogén lineár kongruenciarendszer, melynek oly megoldása is van, a melyben nem minden ismeretlen értéke zérussal kongruens. Ennek következtében kell, hogy determinánsa (mod. p) eltűnjék. E determináns azonban nem más, mint az 1. cikkelyben ismertetett C_{F^*} determináns.

Ha tehát az

$$F^*(x, y) \equiv 0 \pmod{p} \quad 1^*)$$

kongruenciának van oly megoldása, a melyben x és y (mod. p) a zérustól különbözik, akkor

$$C_{F^*} \equiv 0 \pmod{p}.$$

Azaz a C_{F^} determinánsnak eltűnése (mod. p) a kongruencia megoldhatóságának szükséges feltétele.*

Hogy e feltétel a megoldhatóságra elegendő is, a következő megfontolásokból derül ki. Az $1^*)$ kongruencia nyilván akkor és csak akkor oldható meg, ha az

$$F^*(g, h)$$

$(g, h = 1, 2, \dots, p-1)$

helyettesítési értékek között legalább egy olyan van, mely zérussal kongruens, vagy mivel a p modulus törzsszám, ha

$$P = \prod_{g=1}^{p-1} \prod_{h=1}^{p-1} F^*(g, h) \equiv 0 \pmod{p}.$$

Az imént szükségesnek felismert feltétel elegendő volta közvetlenül evidenssé lesz, mihelyt sikerül a

$$P \equiv C_{F^*} \pmod{p}$$

kongruencia helyességét kimutatnunk. Ezt pedig a következő módon tehetjük. Legyen

$$x_0, x_1, \dots, x_{p-2} \quad (M_1)$$

és

$$y_0, y_1, \dots, y_{p-2} \quad (M_2)$$

az

$$1, 2, \dots, p-1$$

maradékrendszernek két tetszőszerinti elrendezése és alakítsuk belőlük a

$$\Delta_{x,y}^{(p-1)} = \begin{vmatrix} t_{\alpha\beta} \\ (\alpha, \beta=0, 1, \dots, (p-1)^2-1) \end{vmatrix}$$

determinánst, a melyben

$$t_{\alpha\beta} = x_{\alpha'}^{p-2-\beta''} y_{\alpha''}^{p-2-\beta'},$$

a hol α', β' az α és β számoknak a $p-1$ osztóra vonatkozó hányadosaik, α'', β'' pedig ugyanez osztóra vonatkozó maradékaikat jelentik. Mivel úgy az (M_1) , valamint az (M_2) sorozat számai között kongruensek nem fordulnak elő, a megelőző cikkely végén tett megjegyzés alapján kijelenthetjük, hogy $\Delta_{x,y}^{(p-1)}$ p -vel nem osztható, azaz

$$\Delta_{x,y}^{(p-1)} \not\equiv 0 \pmod{p}.$$

Alakítsuk most már a determinánsok szorzására vonatkozó tétel szerint soronkénti compositióval a

$$C_{F^*} \Delta_{x,y}^{(p-1)}$$

szorzatot és vegyük figyelembe a

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{p-2} (a_i^{(k+j)} x_\rho^{p-2} + a_{i+1}^{(k+j)} x_\rho^{p-3} + \dots + a_{i+p-2}^{(k+j)} y_\sigma^{p-k-2}) \equiv \\ & \equiv x_\rho^i y_\sigma^j F(x_\rho, y_\sigma) \pmod{p} \\ & (i, j, \rho, \sigma=0, 1, 2, \dots, p-2) \end{aligned}$$

vagy a mi ugyanaz

$$P \equiv \prod_{g=1}^{p-1} \prod_{h=1}^{p-1} F^*(g, h) \equiv C_{F^*} \pmod{p},$$

a mivel ki van mutatva, hogy a C_{F^*} determináns eltűnése egyszerűs mind elegendő feltétel arra, hogy a kongruenciának legalább egy el nem tűnő gyökrendszere legyen.

A mi a különböző el nem tűnő gyökrendszerek számának és a C_{F^*} determináns p modulusra vonatkozó rangszáma közötti összefüggés kimutatását — azaz a II. tétel bebizonyítását — illeti, arra nézve megjegyzem, hogy ez — mutatis mutandis — ugyanazon a módon történhetik, a melyen az egy ismeretlen tartalmazó kongruenciák esetében az analog tételt «A felsőbbfokú kongruenciák elméletéhez» című dolgozatomban¹ bebizonyítottam, a melyre szabad legyen e helyen utalnom.

4. A III. és IV. tétel bebizonyítása.

Ha a kongruenciának oly gyökrendszereit is figyelembe veszünk, a melyekben az egyik vagy másik ismeretlenek vagy esetleg mindkettőnek értéke \pmod{p} zérussal kongruens, akkor a megelőző cikkely fejtegetései kielégítő eredményt még nem szolgáltatnak, mert az imént említett gyökrendszerek éppen azok, melyeket ott a tárgyalásból kizártunk.

A jelen esetben a kongruencia normál-alakja:

$$F^{**}(x, y) \equiv \sum_{k=0}^{p-1} (a_0^{(k)}x^{p-1} + a_1^{(k)}x^{p-2} + \dots + a_{p-2}^{(k)}x + a_{p-1}^{(k)})y^{p-k-1} \equiv 0 \pmod{p}. \quad 1^{**}$$

Feltéve most már, hogy e kongruenciának egyáltalában van gyökrendszere, akkor a FERMAT-tétel

¹ L. Math. és Term. Értesítő I. k. 296. l. és Journal für die reine und angewandte Mathematik 99. köt. 258. l. megjelent dolgozataimat; továbbá KRONECKER: «Über einige Anwendungen der Modulsysteme auf elementare algebraische Fragen» című értekezését ugyane folyóirat 99. k. 329. l. és végül LEOPOLD KRONECKER: «Vorlesungen über Mathematik» II. T. 389—415. l.

$$x^{gp+h} \equiv x^h, \quad y^{gp+h} \equiv y^h \pmod{p} \tag{F}$$

alakjának felhasználásával belőle p^2 számú egyszerre fennálló kongruencia vezethető le. Ha ugyanis az

$$\begin{aligned} F^{**}(x, y) &\equiv 0, & xF^{**}(x, y) &\equiv 0, \dots, & x^{p-1}F^{**}(x, y) &\equiv 0 \\ yF^{**}(x, y) &\equiv 0, & xyF^{**}(x, y) &\equiv 0, \dots, & x^{p-1}yF^{**}(x, y) &\equiv 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y^{p-1}F^{**}(x, y) &\equiv 0, & xy^{p-1}F^{**}(x, y) &\equiv 0, \dots, & x^{p-1}y^{p-1}F^{**}(x, y) &\equiv 0 \end{aligned} \pmod{p}$$

kongruenciák mindegyikéből x és y -nak a $(p-1)$ -ediknél magasabb hatványait az (F) alatti azonos kongruenciák segítségével kiküszöböljük, az

$$x^\alpha y^\beta \tag{1}$$

$(\alpha, \beta = 0, 1, 2, \dots, p-1)$

p^2 számban levő hatványszorzatra nézve ismét p^2 kongruenciából álló homogén lineár kongruencia-rendszert kapunk, a melynek determinánsa — a történt feltevések mellett — zérussal lesz kongruens. De ez a determináns nem lévén más, mint az 1. cikkelyben ismertetett $\Gamma_{F^{**}}$, ezzel kimutattuk, hogy az 1^{**}) kongruencia megoldhatóságának a

$$\Gamma_{F^{**}} \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruencia fennállása szükséges feltétele.

Hogy e feltétel erre egyszersmind elegendő is, teljesen azon a módon mutatható ki, a mint a 3. cikkelyben az analog tételt bizonyítottuk. A determinánsok szorzási tételét újból felhasználván, találjuk, hogy

$$\Gamma_{F^{**}} \Delta_{x,y}^{(p)} \equiv \Delta_{x,y}^{(p)} \prod_{i=0}^{p-1} \prod_{k=0}^{p-1} F^{**}(x_i, y_k) \pmod{p}, \tag{I}$$

a hol a $\Delta_{x,y}^{(p)}$ -ben szereplő

$$x_0, x_1, \dots, x_{p-1}$$

és

$$y_0, y_1, \dots, y_{p-1}$$

a

$$0, 1, \dots, p-1$$

teljes maradéksornak két tetszésszerű elrendezését jelenti, úgy hogy ismét

$$\Delta_{x,y}^{(p)} \not\equiv 0 \pmod{p}.$$

De akkor az (I) kongruencia mindkét oldalán szereplő $\Delta_{x,y}^{(p)}$ tényezőt elhagyhatjuk és ismét kapjuk, hogy

$$\prod_{i=0}^{p-1} \prod_{k=0}^{p-1} F^{**}(x_i, y_k) \equiv \Gamma_{F^{**}} \pmod{p}$$

vagy a mi ugyanaz

$$P \equiv \prod_{g=0}^{p-1} \prod_{h=0}^{p-1} F^{**}(g, h) \equiv \Gamma_{F^{**}} \pmod{p},$$

a miből ismét kitűnik, hogy a $\Gamma_{F^{**}}$ eltűnésekor P -nek legalább egy tényezője kell, hogy zérussal kongruens legyen, azaz *kell, hogy az 1^{**} kongruenciának legalább egy valós gyökrendszere legyen.*

A IV. tételre ugyanazt jegyezhetjük meg, a mit II. tételre vonatkozólag a 3. cikkelyben felhoztunk.

5. Az I. és III. tétel kapcsolata.

Ha a $\Gamma_{F^{**}}$ p^2 -fokú determináns oszlopait alkalmas módon rendezzük és azután LAPLACENAK a determinánsok kifejtésére vonatkozó tételét reája kétszer alkalmazzuk, azt találjuk, hogy a $\Gamma_{F^{**}}$ determináns a következő három determináns szorzatából adódik:

$$L \equiv \begin{vmatrix} a_{p-1}^{(0)} & a_{p-1}^{(1)} & \dots & a_{p-1}^{(p-2)} & a_{p-1}^{(p-1)} \\ a_{p-1}^{(1)} & a_{p-1}^{(2)} & \dots & a_{p-1}^{(p-1)} + a_{p-1}^{(0)} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{p-1}^{(p-1)} + a_{p-1}^{(0)} & a_{p-1}^{(1)} & \dots & a_{p-1}^{(p-2)} & 0 \end{vmatrix},$$

$$M \equiv \begin{vmatrix} a_0^{(p-1)} & a_1^{(p-1)} & \dots & a_{p-2}^{(p-1)} \\ a_1^{(p-1)} & a_2^{(p-1)} & \dots & a_{p-1}^{(p-1)} + a_0^{(p-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{p-1}^{(p-1)} + a_0^{(p-1)} & a_1^{(p-1)} & \dots & a_{p-2}^{(p-1)} \end{vmatrix},$$

$$N \equiv C_{\phi}^{((p-1)^2)},$$

a hol $\phi(x, y)$ az $F^{**}(x, y)$ -ből akként adódik, hogy az utóbbiban x^{p-1} és y^{p-1} helyébe 1-et írunk.

A

$$F_{F^{**}} \equiv \pm LMN \pmod{p}$$

kongruenciából világosan kiderül, hogy az 1^{**} kongruenciának akkor és csak akkor van valós gyökrendszere, ha vagy L , vagy M vagy N kongruens zérussal \pmod{p} .

Most már közvetlenül felismerhető, hogy

$$L \equiv 0 \pmod{p}$$

szükséges és elegendő feltételt fejez ki arra nézve, hogy az

$$F(0, y) \equiv 0 \pmod{p}$$

egy ismeretlenű kongruenciának egyáltalában valós gyöke legyen. Az

$$M \equiv 0 \pmod{p}$$

pedig szükséges és elegendő arra, hogy az

$$F(x, 0) \equiv 0 \pmod{p}$$

egy ismeretlenű kongruenciának a zérustól különböző gyöke legyen.

Végül a

$$N \equiv C_{\phi}^{((p-1)^2)} \pmod{p}$$

annak a feltétele, hogy az

$$F^{**}(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciának olyan gyökrendszere létezzék, melyben x és y mindketten a zérustól különbözők \pmod{p} .

Így tehát alakilag is evidenciába lép, a mit tartalmilag közvetlenül beláthatunk, hogy az

$$F^{**}(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciának, akkor és csak akkor lesz valós gyökrendszere,
ha az

$$\begin{aligned}F(x, 0) &\equiv 0 \\F(0, y) &\equiv 0 \pmod{p} \\ \Phi(x, y) &\equiv 0\end{aligned}$$

kongruenciáknak legalább egyike megoldható.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 márcz. 15.-én tartott üléséből.)

ÚJABB ADATOK A SZÉKELYFÖLD GEOLOGIÁJÁHOZ.

LŐRENTHEY IMRE 1. tagtól.

1890 és 91-ben alkalmam volt Kolozsvárott azt a gazdag székelyföldi pliocen-anyagot áttanulmányozni, melyet HERBICH FERENCZ és BUDAI JÓZSEF gyűjtött. A HERBICH gyűjtötte anyagot NEUMAYR MELCHIOR ismertette meg a Jahrbuch d. k. k. geol. R. A.-ban 1875-ben,¹ a BUDAI gyűjtötte anyagnak kis részét pedig TELEGDI ROTH LAJOS 1881-ben a Földtani Közlönynek XI. kötetében.² HERBICH «A Székelyföld földtani és őslénytani leírása» című művében³ összefoglalja mindazt, a mit, mint a Székelyföld lakója, éveken át megfigyelt. BUDAI JÓZSEF tisztelt barátomnak gyűjtései alapján jóval gazdagabb anyag került az Erdélyi Múzeum-Egylet gyűjteményébe, mint amennyi addig irodalmilag ismertette volt. Nagy örömmel és köszönettel vettem tehát, hogy BUDAI barátom szíves volt e gazdag és rendkívül becses anyagát földolgozásra átengedni.

Mnthy azonban úgy az irodalomból, mint BUDAI szóbeli közléséből tudtam, hogy a székelyföldi pliocen képződmények a többi pliocen képződményeinktől eltérőleg igen zavart településűek, sőt faunájok is amazokétól teljesen különböző, a helyszíni megfigyelésektől vártam a mind nagyobb számban előtérbe toluoló kérdések megoldását. Így 1892, 1894 és 1895 nyarán az Erdélyi Múzeum-Egylet, majd 1893 nyarán a M. Tud. Akadémia

¹ HERBICH u. NEUMAYR. Die Süßwasserablagerungen im südöstlichen Siebenbürgen. 1875.

² Adalék a székelyföldi neogén édesvízi lerakódások faunájának ismeretéhez. 1881.

³ A magy. kir. Földtani Intézet Évkönyve. V. köt. 1878.

anyagi támogatásával végeztem kutatásokat. E támogatásokért e helyen is köszönetet mondok.

E kirándulásaimról két előzetes jelentésben számoltam be: «A székelyföldi szénképződmény földtani viszonyairól» és «Újabb adatok a székelyföldi szénképződmény földtani viszonyairól»¹ czímen. Ezekben kimutattam, hogy eme fiatalabb rétegek levantei korszakúak; míg addig HERBICH és NEUMAYR részben «legalsó pontusi»-nak, részben szarmatának, HEER szarmatának, STAUB pontusi, ANDRUSSOW praepontusi korszakúnak vette; később NEUMAYR egy részét a paludina rétegekhez számította, de nem abban az értelemben, melyben én az egész rétegcsoportot ilyen korszakúnak vettem. Megfigyeléseim módosították HERBICH térképét, a gyűjtött rendkívül gazdag anyag pedig megváltoztatta HERBICH-nek e pliocénképződményekre alapított beosztását.

Eddigi jelentéseimben a Persányi hegységnek Vargyastól Szászmagyaróságig terjedő keleti részén, továbbá a Baróthi hegységnek Fülétől és Magyarhermánytól délre, az Olt folyó nagy kanyarodójáig terjedő részében tett megfigyeléseimről számoltam be.

Itt röviden a Bodoki hegység nyugati szegélyén végzett kutatásaimról s néhány az egész területre vonatkozó megfigyelésemről akarok még beszámolni, mielőtt az egész területet tárgyaló összefoglaló munkát közzétenném. E munkának kiragadott kis része «Baróth környékének földtani viszonyai» czímen a Kir. Magy. Természettudományi Társulatban tíz év előtt (1899-ben) pályadíjat nyert. Részben a fölhalmozódott anyagnak rendkívüli bősége, másrészt pedig ama körülmény gátolt a munka befejezésében, hogy a Bodoki hegységnek Angyalostól Szárazpatakig terjedő DK-i szegélyét óhajtom még bejárni a levantei képződmények elterjedését tanulmányozandó, minthogy HERBICH térképe szerint itt is megvannak e képződmények. A Barczaság D-i, DK-i és DNy-i peremén, a mint erről több helyen meggyőződtem, a szóban lévő — s faunisztikai szempontból rendkívül érdekes — képződmények teljesen hiányoznak.

¹ Az Értesítő Tudományos Közleményei. XX. évfolyam. 1895.

A Bodoki hegység K-i részének az áttanulmányozása a munka teljességének szempontjából kívánatos, mert egyrészt a levantei beltónak eme legkeletibb öble faunisztikai szempontból teljesen ismeretlen, másrészt pedig HERBICH térképének éppen eme DK-i részében van a legtöbb helyreigazítani való.

Így vizsgálataim kiderítették, hogy a HERBICH térképén Baróthtól minden megszakítás nélkül dél felé Árapatakon és Erősdön át, a Baróthi hegység déli csúcsát megkerülve, Zalányig fölhúzódó levantei szegély felerészben hiányzik, a mennyiben Erősdötől Zalányig az Olt e képződményt teljesen erodálta. Mindössze az illyefalvai Kölesmezőn, a szentkirályi Falupatakában (a «Dugós»-ban) egy-egy kis foltban és a Szepsiszentgyörgy és tőle északra levő Kőkönyöspatak közötti kis öbölben maradt meg e lignit tartalmú képződmény. Kőrispataktól észak felé pedig már az andesittufa az, mely az alaphegységet tevő neocom kárpáti homokköre települ. Ugyanezt figyeltem meg itt az Olt balpartján is. Ugyanis a kárpáti homokkőből álló alaphegység mélyedéseit és szegélyét, a hol az erózió még megkímélte, mindenhol andesittufa, illetve breccia tölti ki, nem pedig levantei taviüledék, mint a hogy ezt HERBICH-nek a térképe föltünteti, melyen ugyanis Zoltántól kezdve dél felé, átterjedőleg a Bodoki hegység K-i oldalára, mindenhol levantei taviüledék a hegység szegélye.

Ezzel szemben ott, a hol HERBICH térképén Bodok és Zoltán körül alluvium szerepel, én az alaphegység kárpáti homokkővét (dőlnek DK felé 30—35 fokkal) találtam meg, melyet pl. a bodoki Borvíz-patakában a savanyúvíz-forrás közelében levő bányában fejtenek is; míg a falu északnyugati végén, az Olt jobb partján már andesittufa, lapilli és homok van föltárva, a mely itt nagy területet borít, összefüggésben a Bűdöshegytömb andesittufájával. Csakis Szepsimartonostól DK-re levő első kis vízmosás meredek fala áll lazább, helyenkint tömörebb pados mészkő- vagy vasas homokkőből, mely itt 5—6 m vastagságban van föltárva s telve van a *Dreissensia Münsteri*, Brus. kőbeleivel. Innen összefüggően Angyalos D-i végéig nyomozható a levantei taviüledék homokkőve. Legszebben van e képződmény föltárva Szepsimartonos és Angyalos között, a Gidófalváról

vezető országút mellett (az 1 : 75,000 térképen) föltüntetett 582 m magassági ponttal szemben levő kis vízmosságban.

Itt legalul az alaphegység neocom kárpáti homokköve van föltárva, melyre 1—1·5 m vastagságban e homokkő törmeléke telepszik, mely fölül konglomerátumszerűen áll össze. E törmelék-réteg szintén a *Dreissensia Münsteri*, BRUS. búbtöredékeivel van tele, jelezve, hogy ez a levantei tó abráziós terméke. Föleje 2—4 m vastagságban az a homokos mészkő (v. meszes homokkő) telepszik, melyet Szepsimartonosról említettem. Ez is a *Dreissensia Münsteri*, BRUS. köbeleivel van tele. Majd 1 m vastag agyag következik ugyancsak a *Dreissensia Münsteri* búbtöredékeivel. Legfölül pedig 0·5 m vastag sötétszínű homokos agyag-réteg, mely összemosottnak látszik, valószínűleg alluviális, telve a *Dreissensia Münsteri* töredékeivel, van benne egyéb apró levantei kövület is, mint *Hydrobia transitans*, NEUM., néhány új cardium-faj, viviparák és *Cardium levanticum nov. sp.* töredékei. Angyalosnál vége szakad a képződménynek, mert a falutól DK-re levő bányában a hegy D-i lábánál már a kárpáti homokkövet fejtik, holott HERBICH térképén itt is pliocen tavi-üledék van jelezve.

HERBICH térképének a Baróthi hegységre vonatkozó részét illetőleg már BUDAI JÓZSEF kimutatta, hogy az sokkal változatosabb geológiai alkotású, mint a térkép feltünteteti. HERBICH ugyan maga is mondja munkájában (255. lap), «hogy a térképen feltüntetett trachitvonulaton kívül, a brecciatufa- és konglomerátóveken belül, itt-ott kisebb-nagyobb trachitrésztetek mutatkoznak». Ezeket — mint mondja — nem rajzolta be, mivel a vidék bejárásakor részletes térképek fölött nem rendelkezett. Így pl. Málnástól északra az Uzonka patakig HERBICH térképén kárpáti homokkő van föltüntetve, innen északra pedig andesittufa, holott BUDAI kimutatta,¹ hogy a Málnás északi részén Kőrösbércz-től K-re levő Ligethegy, valamint az északabbra levő Nagy-

¹ Adatok a Hargitta déli részének petrografiájához. (Földtani Köz-
löny. XI. köt. 1881.) Később ez andesitek egy részét dr. PÁLFY MÓR is
vizsgálta a «A Hargitta hegység andesites kőzetei» című munkájában
ismertette is. (Értesítő, XX. évfolyam. Kolozsvár, 1895.)

murgó szálban levő andesitből (dacitból) áll. Hasonlóan a HERBICH-féle andesittufa-övbe eső *Milács* és *Peleske* ugyancsak szálban levő andesit. Sőt BUDAI a Herbichtől *Bibarczfalva* mellett föltüntetett taviüledékek övében is talált szálban levő eruptívus kőzetet, amennyiben a bibarczfalvi *Tirkuhegy* augitos andesitből áll. Ettől északra az andesittufa-övben nekem is sikerült Bardóczytól K-re, a *Kúttetejének* DK-i részén olyan nagy andesittömegeket találni, melyeket szintén szálban levőnek kell minősíteni.

Talán azonban geológiai szempontból még ezeknél is fontosabb, hogy míg eddigi ismereteink szerint a Baróthi hegységben a krétaképződményeket csakis a neocom kárpáti homokkő képviselte, addig nekem sikerült a Persányi hegységben legmagasabb csúcsokat és vízválasztókat alkotó caprotinas-mészköveknek egy korallós szirtjét a Szentkirály és Előpatak között levő *Nyárashegyen* is megtalálni. A Nyárashegy maga az egész Székelyföldön elterjedt pados, rendkívül muskovitdús neocom homokkőből áll, míg a csúcsát a caprotinas-korallós-mészkő alkotja. Sajnos, hogy e két képződménynek egymáshoz való viszonyát az erdővel sűrűn benőtt hegyen sehol sem tudtam megfigyelni s így azt sem lehet megállapítani, hogy ennek a mészkőtömegnek van-e gyökere vagy gyökérnélküli, mint a minőket HAUER és HOHENEGGER ismertetett. Ez utóbbi esetben a nagy felsőkréta transgressio parti konglomerátumának óriási mészkőzárványaként fogható föl e hegyesűcs korallós mésztömege. Nem lehetetlen azonban az sem, hogy e korallzátony, amint ez ma is észlelhető, súlyánál fogva bemélyedt a fenékiszapba s csakis az erózió juttatta a fölületre. Lehet, hogy e mészkőrögéből származnak az Árapatak és Erőd környéki fiatalabb konglomerátumoknak caprotinas, de főleg korallós mészkőzárványai is.

*

Több évvel ezelőtt hallottam a köpeczi bányászoktól, hogy az ottani lignitet föltáráó tárnáikat már messzire a homokkő alá hajtották. Minthogy itt egyéb homokkő nincs, mint az alaphegységet tevő kárpáti homokkő, egyébire nem lehet gondolni, mint hogy itt a neocom kárpáti homokkő reá van tolva a levantei

képződményekre s Magyarországon így e hely volna az első, a hol a mai nap annyira divatos reátolási elméletnek támogatására a legkézzelfoghatóbb bizonyítékot láthatnánk, és pedig olyan bizonyítékot, amely minden eddiginél fényesebben s megbízhatóbban bizonyítana. Ennek a megvizsgálása és az újabban megnyílt hídvégi lignit-bányának megtekintése céljából ez év augusztus havának közepén ismételten meglátogattam e két helyet.

Az újabb föltárásokból nyert tapasztalatok megerősítették régebbi megfigyeléseimet, egyrészt azonban módosítólag ki is egészítették azokat, a rétegek szinti beosztását illetőleg.

Mindenekelőtt nézzük a rétegek szinti beosztását; HERBICH «A Székelyföld földtani és őslénytani leírása» című munkájában három «kifejlődési alak»-ra osztja a levantei képződményeket, úgymint:

1. (Alsó.) Szürke tályag, barnaszén- és sphærositerit-teleppekkel;

2. (középső) agyag-, homok- és homokkőképződmények, mész- és barnavaskőképződmények;

3. (felső) kavics és durva homok.

BUDAI JOZSEF «Adatok a Hargitta déli részének petrografiájához» című munkájában következőleg osztja be e levantei rétegeket:

1. alul lignittartalmú tályag; erre

2. homokos agyag; majd

3. nagy vastagságban laza összeállású, könnyen málló durva homokkő, a Nagymurgó «tridymites trachit»-jával egyező eruptívus kőzetzárványokkal; erre

4. a STAUB ismertette növénylenyomatokat tartalmazó tetemes vastagságú tályag, melynek felső határán (Bodos: Sárospatak) e vidék valamennyi eruptívus kőzetének maradványa megvan; legfölül

5. laza, meszes, homokos, oszlopos elválású, kőületeket nem tartalmazó (valószínűleg lösz) kőzet települ.

Ezekkel a petrografiai alapokra helyezett fölosztásokkal szemben én az egyes rétegekbe zárt faunák alapján három szintre osztottam e képződményeket. Úgymint:

1. (alsó) fehér, kék vagy szürkés agyagok, több helyen

lignit-telepekkel. Apró fajokat magában foglaló édesvízi faunával. A NEUMAYR-féle vargyasi vaspatakbeli és ROTH ismertette bodosi kövespatakbeli fauna való ebből. Ebbe tartoznak a köpeczi és a szárazajta—lajoskúti lignit-telepek. A faunát többféle unio, a hydrobia-k, tropidina-k, *Carinifex quadrangulus*, NEUM., de különösen a *Bythinia labiata*, NEUM. nagy száma és a vivipara-knak, de különösen a cardium-oknak pedig kis számban való előjövedele jellemzi. Ez 50—60 m vastag.

Ez alsó szint rétegei a legkisebb területet foglalják el s a tölem átvizsgált területnek csakis az északi részére szorítkoznak. Nagyajtától Vargyasig és Felsőrákostól Nagybaconig terjednek.

E képződmény leülepedésének a vége felé került el ide először a Hargitától délre működő kis parasitikus vulkánoknak, talán a Baróthi-hegység északi részében levőknek, valamint részben talán a Büdös-hegycsoport vulkánjainak (a tusnádinak) hamuja és lapillija.

2. (Középső.) Palás kék vagy sárgás agyag, homokos agyag, quarchomok és andesithomok vagy andesit-breccia, helyenkint lignit-telepekkel, majd sphärosiderit-erekkel és lencsékkel (Bibarcfalva) s az alsó réteg zárvényaival (Baróth, Nagyerdőpataka) s repedés töltelékeivel. E szintben az alsó szint alakjai ritkák, ellenben a cardiumok helyenkint majdnem kőzetalkotóvá lesznek. Jellemző az éles, háztetőszerű bordájú *Cardium Fuchsi*, NEUM. nagy tömege; míg ellenben az alsó szintben gyakori *Bythinia labiata* NEUM.-nak itt eddig nem találtam képviselőjét. Ebből gyűjtötte STAUB a gazdag flórát. A kb. 160 m vastag rétegösszletnek a felsőbb részeiben helyenkint ritka a nagyobb kövület, ellenben gyakoriak az ostracodák, melyek viszont az alsóbb kövületes részben ritkábbak. Ez a sósabbnak látszó szint mindenhol az alsó édesebb vízi rétegekre települ; azonban már nagyobb területet foglal el, jelezve a tónak északkelet és délfelé terjedő transgressióját, a mennyiben e szint észak felé Füléig, délfelé Árapatakig, keletre pedig a szárazajtai öböl keleti szegélyéig terjed.

E szinten belül az andesittufa, illetve breccia-dyke a Köpeczpatakában 20—30 m vastag.

3. (Fölső.) Többnyire quarchomok-, quarekavics-, andesit-homok-, lapilli-, homokkő- és mészkőből, ritkán kékes agyagból áll. Ezt a szintet a viviparáknak, dreissensianak és melanopsisoknak nagy tömege jellemzi. Egyik helyen a vivipara, de még gyakrabban a *Dreissensia Münsteri*, Brus. az uralkodó. Egyik-másik meszes homokkő majdnem kizárólag ezzel van tele, mint a szárazajtai öbölben és az említett Sepsimartonos és Angyalos közötti lelethelyeken. Máshol löszszerű, függélyes falban megálló homok képviseli, kitűnő megtartású *Dreissensia Münsteri*-vel. Ez a 3. szint még nagyobb elterjedésű, mint az előbbi második; a mennyiben a Perzsányi-hegység K-i részét Apácza és Ürmösnél, valamint a Bodoki-hegység Ny-i oldalát e képződmény szegélyezi; ez van a Baróti-hegység DNy-i részén Árapatak és Erőd körül is a legjobban kifejlődve. Ennek a vastagsága 80 m körül van. E szint rétegeit megtaláljuk Gált és Hidegkútnál a Perzsányi-hegység Ny-i oldalán.

E beosztásom legjobban BUDAI-nak a beosztásával egyezik meg, amennyiben nekem sikerült a fauna alapján megerősíteni az ő petrográfiai alapon nyugvó beosztását. Az ő első rétege azonos az én alsó szintemmel. Az ő 2., 3. és 4. rétege az én 2. szintemmel; a mennyiben az ő laza összeállású, könnyen málló, durva homokköve, melyben tridymites trachytdarabok vannak, nem egyéb, mint az andesittufa. Ez az a réteg, melyet a köpeczi bányászok is homokkőnek néztek. Most, miután kiderült, hogy ez andesittufa és nem kárpáti homokkő, megszűnt Köpecz a reátolási elméletnek klasszikus bizonyító példája lenni.

BUDAI-nak az 5. «laza, meszes, homokos, oszlopos elválású (valószínűleg lösz) kőzete» nem egyéb, mint az én 3. rétegem, a mely tényleg helyenkint éppen olyan függélyesen álló, magas meredek falakat alkot, mint a lösz szokott. Ennek legszebb példáját az Erődtől É-ra levő Várpatakban látni, melynek föltárása a leggyakorlottabb szemű geologust is megtéveszti. Ha azonban közelebbről megvizsgáljuk, rögtön kitűnik e rétegnek levantei volta és tavi eredése, a mennyiben tele van a harmadik szintem jellemző alakjaival. Innen ismerem pl. a *Dreissensia Münsteri*-nek legszebb példányait. Hogy BUDAI-nak 5. rétege,

melyről azt mondja, hogy «valószínűleg lösz» s a melyet ő Bodos környékén figyelt meg, tényleg azonos az én 3. szintembe tartozó, lösz kinézésű képződménnyel, azzal bizonyíthatom, hogy a kir. magy. tud. egyetem I. boncztani intézetében¹ van az Iszlay-féle hagyatékából egy eléggé lekoptatott koronájú *Mastodon arvernensis* CR. és JOB. fog, BUDAI-nak sajátkezűleg írott czédulájával, mely szerint e fogat 1880-ban találta a bodosi Kövespatakban, a paludina-rétegek fölötti «löszből».

E fölosztásomat kiegészítik a hidvégi föltárás adatai. E helyet az idei nyáron a végből tekintetem meg, hogy az újabban nyílt szénbánya szelvényét tanulmányozzam.

Hidvégen, illetve *Nyáraspatakon* a falu legkeletibb házain túl, pár száz méterre kelet felé az úgynevezett «Sötyikertek»-ben a marosvásárhelyi takarékpénztár lignit-bányát nyitott. A tárna mellett lévő kis vízmosásban szépen föl vannak a rétegek tárva. Itt a következő rétegsor látható a vízmosás bal-partjában:

1. Legalul réteges quarc kavics, legföljebb mogyoró nagyságú szemekkel, mely finomabb és durvább, helyenkint rozsdás quarchomokkal váltakozik. Itt a patak medrében 1 m-re van föltárva. Erre

2. lignit telepszik kb. 1 m vastagságban. Erre

3. ismét az alsó (1.) réteggel egyező, réteges, rozsdás quarchomok és quarekavics. 1—2 m vastag. Ebben ritkán viviparák és *Dreissensia Münsteri* vannak. E fölé

4. tömött kék agyag telepszik 2 m vastagságban, melyben kevés lapos bordájú *cardium* van, a *Cardium levanticum nov. sp.*

5. Legfölül palás kék agyag települ sárgás csillámdús homokerekkel és lencsékkel. E réteg-komplexum telve van a *Cardium levanticum*-mal. Különösen e kis vízmosás jobb partjában, pár méternyire a tárna szájától, kevéssel az itt vázolt lignitkibúvás előtt van egy sárgás homoklencse föltárva, mely valóssággal konglomerátuma a *Cardium levanticum*-nak.

¹ Dr. LENHOSSÉK MIHÁLY intézeti igazgató úrnak köszönhetem, hogy e fogat megtekinthettem.

6. Erre az alluvium települ sok kárpáti homokkötörmelekkel.

A bányában a lignit alatt levő kavics és a helyenkinti homok fekete, széniszapos. Ebből *Mastodon Borsoni* I. COP. állkapcsa és fogai kerültek ki. A lignit 2—2·5 m vastag s fölé, miként az előbb említett kibúvásban, úgy itt is, finom fehéres quarckavics (borsó- v. babnagyságú) és homok telepszik, melynek alsó részében sok a vivipara és *Dreissensia Münsteri*, BRUS., a felső részében pedig sok bemosottnak látszó *Neritina* sp.-t, továbbá a *Dreissensia cristellata*, ROTH sp. és *Bithynia labiata*, NEUM. töredékét találtam; fölötte pedig homokos kék agyag van szintén sok *Cardium levanticum*-mal.

E föltárások annyiban módosítják az eddigi szinti beosztásomat, hogy az eddig BUDAI-tól is, tölem is legmagasabbnak vett viviparás és *Dreissensia Münsteri*-s réteg fölött itt ismét egy cardiumos réteg van. Ezt a cardiumos réteget a lapos bordájú *Cardium levanticum* nov. sp. tömeges föllépte jellemzi, legalább e helyen; míg az éles bordájú *Cardium Fuchsi* tömeges föllépte mélyebb szintre jellemző. De csakis a tömeges előfordulást lehet mérvadónak tekinteni, minthogy mindkét faj csaknem valamennyi szintben megvan, de a mélyebbekben csak elvétve. A *Dreissensia Münsteri* s több új *Cardium*-faj társaságában megtaláltam a *Cardium levanticum*-ot a nagybaconi Csinótpatakának az omlásokon túli részében. Hogy ez a *Cardium levanticum* nem szintjelző, illetve hogy itt Hidvégen sem lehet külön szintnek venni, hanem csak legföljebb külön faciesnek, bizonyítja az erösdi és árapataki előfordulás, a hol a sok vivipara és *Dreissensia Münsteri* jellemezte homokban találni, és pedig Árapatakon a homokban található konkréciókban elég gyakori. Érdekes, hogy a *Cardium Fuchsi* — eddigi megfigyeléseim szerint — nagyobb mennyiségben csakis agyagos, míg a *Cardium levanticum* csakis homokos rétegekben található. Itt Hidvégen megvan az alsó cardiumos szint is, a *Dirisenpatak* ugyanis ebbe mélyeszi medrét, míg valamivel magasabban a *Dirisen-erdőben*, a vadászháztól pár száz méterrel Ny-ra, hajtott kutató-tárna a viviparás és *Dreissensia Münsteri*-s szint agyagos kék homokját tárja föl, melynek iszapolási anyagá-

ban sok lignit-törmelék van. Ebből a következő kis faunát gyűjtöttem:

Dreissensia Münsteri, BRUS.

Vivipara Sadleri, PARTSCH.

Ha most a nyáraspataki lignitet bezáró rétegeket összehasonlítjuk a köpeczit bezáró rétegekkel, rögtön kitűnik a két lignit szinti különbsége. Nézzük először a köpeczi lignitet.

Ennek fekvője finom csillámos quarchomok, a kárpáti homokkő iszapolt törmeléke, ez HOFFMANN GÉZA bányaigazgató szíves közlése szerint 2—5 m, erre 1—2 m kékes agyagos réteg következik az alsó édesvizi szint kövületeivel, majd 1 m-es lignit, erre 1 m réselő-pala, az alsó szint kövületeivel, de uralkodólag *naodonta*-val; majd 5—5·5 m lignit és 0·30 m-es réselő-pala az alsó szint kövületeivel, de uralkodik benne a *Valvata piscinalis*, MÜLL. foss., erre ismét 1·5 m-es lignit, majd 0·6—1 m palás márga ugyancsak az alsó szint kövületeivel, sok planorbissal. Ez átmegy fölfelé, a mint a fölületi fejtésben látható, a lignit tulajdonképeni földőjébe, a 4—6 m vastag palás kék agyagba, mely telve van *Cardium Fuchsi*-val. E fölött itt alluviális hordalék van. E *Cardium Fuchsi* dús réteg itt 50—60 m között változik, erre a *Köpecz-patak*-ban följebb jól láthatóan a rajta áttörő andesittufa telepszik, melynek vastagsága itt a környéken kb. 20—30 m. Erre a Baróthra vezető kocsitűt melletti föltárás tanúsága szerint 1 m-es lignit telepszik (a mely HOFFMANN igazgató közlése szerint beljebb a kutató fúrás tanúsága szerint 3 m vastag), erre ismét a *cardiumos* palás kék agyag telepszik, melyben azonban már ritkább a *Cardium Fuchsi*, mint a tufa alatti részében, de e helyett viszont több benne az ostracoda.

Ebből látni, hogy itt Köpeczen két szintbe tartozó lignit van, a fölületi fejtésben az alsó szint lignitjét fejtik, míg a Köpeczpatak felső folyásában a Baróthra vezető út mellett a középső — *Cardium Fuchsi*-s — szintbe tartozó lignit van föltárva. Ezzel szemben a nyáraspataki lignit legnagyobb valószínűséggel a tölem harmadiknak vett szintbe tartozik, a mennyi-

ben a lignit alatti kavicsot azonos korúnak kell venni a fölötte lévővel, melyet az én harmadik szintem alakjai: a viviparák és *Dreissensia Münsteri* töltenek meg.

Az alsó szintbe tartozik a NEUMAYR-tól ismertetett faunával jellemzett vargyasi lignit, valamint a bodosi Kövespataktól DK-re levő, de már Szárazajtához tartozó Lajoskútnak vagy Ludaspataknak (a Bessenyőpataknak legdélekeletibb ága) medrében föltárt — s eddig irodalmilag ismeretlen — lignit is. Ez az alsó szint világosszürke palás márgájába van települve, melynek iszapolási anyagából a következő faunát gyűjtöttem:

Cardium levanticum nov. sp. ? (töredékek).

Dreissensia cristellata, ROTH sp.

“ *bodosensis*, ROTH sp.

“ *sulcata* nov. sp.

Bithynia labiata, NEUM.

Carinifex quadrangulus, NEUM.

Hydrobia Eugeniæ, NEUM.

“ *transitans*, NEUM.

“ *pagoda*, NEUM.

“ *margarita*, NEUM.

“ nov. sp.

Valvata (Propidina) Eugeniæ, NEUM.

“ “ *bifrons*, NEUM.

Valvata piscinalis, MÜLL. ?

“ *sp. ind.*

A lignit maga két méter vastag. A fölötte lévő márga iszapolási anyagában különösen sok a lignittörmelék.

A *Cardium Fuchsi*, növénylenyomatok s ostracoda-k jellemezte középső szintbe tartozik a bodosi Karujoscserepatakban föltárt lignit, amely tehát egykorú a Köpeczpatak felső folyásában föltárttal. Míg az illyefalvai, szentkirályi és valószínűleg a szépsiszentgyörgyi is a fölsőbe tartoznak, úgy hogy minden szintnek megvan a maga lignit-telepe.

Első jelentésemben kiemelttem, hogy a tőlem felállított három szintet faunisztikai szempontból nem igen lehet egymás-

tól *élesen* elválasztani, minthogy igen sok közös alak van mindhárom szintben.

Az egyes szinteket csakis az összfauna, az uralkodó alakok és a települési viszonyok tekintetbevételével lehet megállapítani. Az eddig tölem ismert föltárások alapján e szintek nagyon jól fölismerhetők s legföljebb néhány lokális faj az, amely vidékek szerint a typustól némileg eltérővé teszi a faunákat. Az egyes képződmények alsóbb rétegei gazdagabbak kövületekben, mint a felsők.

Magyarországon szokatlan a pliocen képződményeken belül az a zavart települési viszony, aminő itt sokszor megnehezíti a rétegek egymáshoz való viszonyának a megállapítását.

Amennyiben helyenkint sok a vetődés, mint pl. Köpecz körül, a hol, a mint említettem, a fölületen az alsó szint rétegei vannak föltárva lignittel, míg kevéssel É-ra a Baróthipatak jobb oldalán, Baróthon körülbelül ugyane magasságban a fölületen a második szint rétegei vannak, sőt HOFFMANN GÉZA köpeczi bányaigazgató szóbeli közléséből tudom, hogy az ott foganatosított kutató fúrások még 120 m mélységben is a középső szintet mutatták ki. Tehát itt kb. 150 m-es vetődés van. Máshol ismét az egész vidék össze-vissza van csúszva, mint a nagybaconi Csinótpatak környékén.

A székelyföldi levantei faunának szokatlan, a többi magyarországi levantei képződményekétől teljesen eltérő faunája (nagy cardiumtartalma) volt egyrészt a fauna alakjainak rossz meghatározásán kívül az oka annak, hogy pontos korával sokáig nem tudtak tisztába jönni. A sok cardium e faunát a romániai pliocénnel hozza némi kapcsolatba. Azzal a különbséggel, hogy ott a rendkívül vastag héjú psilodonok vannak jellemzően nagy mennyiségben, míg itt a Székelyföldön többnyire rendkívül vékonyhéjú zárt cardiumok, melyek mindezideig egyedül innen ismeretes új fajok.

Rendkívül érdekes e faunának tropusi — főleg afrikai — jellege. Míg ugyanis a mélyebb pannoniai szintek molluscum-faunája a Kaspi-, Aral- és Bajkál-tavak, valamint keleti Ázsia édesvízeinek faunájával tart rokonságot, addig pl. a sepsiszentgyörgyi, gálti és hidegkúti a *Vivipara pseudo-Vukotinovići nov. sp.*

legközelebbi rokona, sőt vele csaknem egyező az afrikai *Viktória-tóban* élő *Vivipara victoriae*, SMITH *sp.*¹ és közel rokon a *Philippini-szigeteken* élő *V. mearnsi* BARTSCH², valamint a szerbiai fossilis *V. conica*, PAVL.⁴ Már távolabbi rokona a deliblái³ és szlavoniai levantei *V. Vukotinovići* FRFLD. faj. Míg eddig a pliocén szárazulatunknak az afrikai kontinenssel való szorosabb összefüggését csakis az emlős fauna bizonyította, addig most már az édesvízi, tavi molluscumok is szépen igazolják.

E székelyföldi pliocén rétegösszlet egykorú a romániai «dacién»-nel, azaz amint kimutattam, alsó-levantei korszakú.

A Baróthi-hegység északi részében e fiatal üledékes képződményekkel váltakoznak a vulkáni tufák, illetve helyesebben breccciák. Így ezeknek keletkezési ideje és módja biztosan megállapítható. Nézzük e végből a tufáknak a kövületes levantei rétegekhez való viszonyát.

Mint a Hargitában egyáltalában, úgy itt is a vulkáni törmelék-képződményekhez mérten (a homok, lapilli, breccia és agglomeratum) a tömeges (szálban levő) andesit igen alárendelt szerepet játszik. Ezekben a — néha tetemes vastagságú — breccciákban (Baróth—Köpecz között 20—30 m) általában a legkülönbözőbb összetételű és a legkülönbözőbb átmérőjű (mákszemtől a háznagyságig) andesit-tömbök és különféle kövületes zárványok vannak. Ezek közé, úgy látszik itt is, mint a Kelemen-hegységben s Hargitában legtöbb helyen, az andesit-lávák csak kis leplek- vagy

¹ BAUMANN: Durch Massailand zur Nilquelle (Pag. 303. Taf. XXIV. Fig. 5.).

² BARTSCH PÁL: The Philippine pond snails of the genus *Vivipara*. (Proceedings of the United States National Museum. Washington. Vol. XXXII. Pag. 142. Taf. X. Fig. 6.) 1907.

³ Dr. CHOLNOKY JENŐ, kolozsvári egyetemi tanár, kedves barátomtól a Deliblátón fúrt kútból 178 m mélységből kaptam példányát, több felső levantei korszakú kövülettel együtt.

⁴ PAVLOVIĆ P. S. Beiträge z. Fauna d. Tertiärlagerungen in Alt-Serbien. (Ann géol. de la Péninsule balkanique. T. VI. fasc. 2. Pag. 26. Tab. IV. Fig. 8—10.) 1908.

dykeökként ékelődnek be, miután a hamu- és lapillihullás idején folytak s abba betemetődtek. A nagyobb rögök közeit kitöltő finomabb szemű, gyakran horzsaköves breccia (tufa) laza, az első kalapácsütésre könnyen szétmálló. Ezek kráterének a hol-létét eddigi ismereteink alapján nem állapíthatjuk meg, de valószínűleg nem is fogjuk megállapíthatni. Legvalószínűbb, hogy több kisebb parazitikus kráter termékei, melyek működés közben kibányták az alaphegység (kárpáti homokkő) törmelékét s ama üledékes rétegek darabjait is, melyeken áttörtek, sőt a régebbi megmerevedett andesitláva szétroncsolt tömegeit is. Ezek működése olyan módon képzelhető el, mint a Cotopaxi 1877-es kitörése, vagy a hogy a Lipari-szigetek legdélibbje, a Vulkáno működött 1888 és 1890 között; azzal a különbséggel, hogy ez utóbbinál a lávaömlésnek a legkisebb nyoma sem volt meg, míg itt ennek is van nyoma, miként a Cotopaxin.

Midőn elsőizben jártam Kisbatzon környékén, gondolkozóba ejtett az a körülmény, hogy a falutól ÉK-re levő Csikorra nevű, finomabb és durvább tufából álló hegy tetején elszórva több méter átmérőjű, sőt több kis háznagyságú andesitrögöt is találtam a hegytetőn. Megmagyarázta e sajátos körülményt az a tény, hogy a hegy felső rétegeiben e tuskók andesithomokba vannak ágyazva s így a finom homok kimosása után ezek szabadon heverték a felületen (azóta javarészőket elhordották építőkönek). Ilyen nagy andesitrögök Bibarczfalva és Baróth körül az andesit-breccsiában elszórva mindenütt található; Füle körül azonban annyira sűrűn vannak, hogy alig van közöttük finomabb tufás vagy breccsiás kötőanyag.

Ha az andesit-eruptiónak az üledékes rétegekhez való viszonyát nézzük, azt látjuk, hogy a levantei korszakbeli kitörés finomabb hamu- és lapillihullással kezdődött, amit az alsó szint üledékeiben itt-ott találni. E vulkánok főműködése s a durvább anyag felületre jutása a *Cardium Fuchsi* tartalmú (középső szint) rétegek leülepedése idejebeli, de főleg miután e rétegek már részben leülepedtek, akkor szórták a kráterek a lapillit és bombákat. Részben pedig dykeökként hatolt a breccia a *Cardium Fuchsi* tartalmú rétegekbe és ezeken keresztül. Ilyen dykeok legszebben a baróthi Kaszáve-patakában, majd a

bodosi Csihányos-patakban észlelhetők, jelezve e vulkáni működések fiatal korát.

E breccióban helyenkint sok kárpáti homokkő, majd félméteres andesitrögök vannak a kisebbek között, azonkívül nagy rögei az alsó édesvízi fehéres márgának és e szint mészkővé alakult rögeinek s szenének is. Vannak benne még a *Cardium Fuchsi*-s kék palás agyagnak is darabjai, mint a praëexistált üledékek roncsai s ez utóbbi szint vasas konkrecziói is.

E kitörések tartottak az egész levantei korszakon keresztül, sőt még a diluviumba is átnyúltak. A tusnádi szentannatavi kráter szolfatárai működése pl. ma is igen intenzívus, erősebb a nápolyi Kutyabarlangénál. A mofettás működés eredménye a sok savanyúvíz, melynek eloszlása, amint már kimutattam, a vidék tektonikájával kapcsolatos.

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1909 márczius 15.-én tartott üléséből.)

A KULDZSAI NAN-SHAN MORFOLOGIÁJÁRÓL.

PRINZ GYULÁ-tól.

A kuldzsai Nan-Shan magas hegység, melynek azonban legmagasabb részei is az örökös hó határán alul maradnak. A legmagasabb hágót, a melyet a hegységben átléptem, 3280 m. magasnak találtam, maga a főhegygerincz 3300—3400 méternél magasabbra csak egyes kiváló hegycsúcsokkal emelkedik.

A kuldzsai Nan-Shan legjelentékenyebb építő köve a gránit, jelentőségben utána következik a paleozóos mészkő és az ennél fiatalabb porphyr.

Morfologiai szempontból a kuldzsai Nan-Shan középső része a következő területekből áll:

1. Szümbe-kásán plateau.
2. Temurlik-Tau horszt.
3. A Kegen-Karkara és Tekesz

medenczéknek a hegységbe öblösödő részei és szigethegyei.

A Szümbe-Kásán plateau az északi Chonochai-völgy, a Csalkodü-völgy és a Tekesz-medencze között emelkedik. Északon azon a vidéken kezdődik, a hol az Ili puszták felé a hegységből kilépő folyók tengelye, helyesebben a hegyoldal általános lejtősödése megváltozik. A Csong-Acsájnokból nyugatra az összes folyók NNW irányban hagyják el a hegységet, a Csong-Acsájnok és a Chonochai közötti vizek ellenben NNE felé haladnak. Az orografiai viszonyokban a Chonochai-völgy újabb változást jelent. Innen kezdve ugyanis egy gyűrt hegylánc támaszkodik a plateauhoz, a melyet Iskilik-Tau néven említ az orosz katonai térkép. A Szümbe-kásán-plateau tehát az Iskilik-Tau és Temurlik-Tau között, a Csong-Acsájnok és Chonochai-völgyek közötti ablakon tekint ki az Ili pusztákra.

A Szümbe-kásán plateauut nyugaton a Csalkodü-völgy, délen pedig a nagy Tekesz-medenceze felé vetődések határolják. Területünknek arculata főképen a vetődések következtében jött létre, s az egyes hegysoroknak határozott horsztkaraktere majdnem minden esetben jól felismerhető. A morfológiai határok egybeesnek a nagyobb törésvonalakkal.

Északon a Temurlik-Tau hegylejtőjének lépcsős elhelyezkedése az Ili-medenceze nagy periferikus vetődései következtében jött létre. A hegyláncz maga, mint láttuk, gránitból, paleozóos mészkőből és konglomerátumokból épült fel. A déli Dardampe-völgyben a konglomerátumokban kitűnően látni a W—E tengelyű törésvonalak egyikét. A völgy alámosott oldalán a konglomerátumok padjai át vannak törve a porphyrok-tól, de egy helyen az erősen diszlokált rétegek hatalmas flexurát mutatnak, ehhez pedig merőlegesen támaszkodnak konglomerátum-padok. A Csalkodü-völgyben épen úgy, mint az északi hegyperemeken, a hegy lábát mindenütt eruptívus kőzetek kísérik. A porphyr-öv is észrevehető lépcsővel szakad meg az Ili-steppék felé, s itt is valószínűleg a medenceze újabbkori lezökkenése volt e jelenség okozója, a mi egyúttal igen gyakori földrengéseket is eredményez.

Közvetlenül megfigyelt törést láthatunk a Csong-Acsájnok-völgyben is, mely úgy látszik része annak a lépcsős vetődési rendszernek, a melylyel a Szümbe-kásán plateau itt megszakad. Az északi Kásán-völgy könyökénél újabb törést látunk, a paleozóos mészkő és a rózsaszínű gránit között.

A déli oldalon a Szümbe és a déli Kásán-völgyek között a meredek gránitfalak alatt halad egy hatalmas törésvonal, melynek mentén a Tekesz-medenceze sülyedt le. A Tekesz-medenceze belsejében a Kásán-dsidseni fiatal gyűrődés is szenvedett apróbb töréseket. A dombsor felgyürt homokkőrétegeit több kisebb törés szakítja meg.¹ Ugyanilyen, a Tekesz-medencezenek sülyedésével kapcsolatosan keletkezett kevésbé intenzívus gyűrődést, vagy talán csak flexurákat találunk a Tozkul

¹ Dr. PRINZ GYULA. Utijegyzetek Közép-Ázsiából. (Reisenotizen aus Central-Asien.) Földrajzi közlemények. 1906. p. 377 és f. 2.

környékén. Magának a Tozkulnak medencéje is árkos vetődések között horpadt le. Általában a kuldzai Nan-Shanban olyan hatalmas arculatot alakító szerepet játszanak a törésvonalak, hogy az egész hegységnek horszt-karaktert kölcsönöznek.

A most említett longitudinális törésvonalak mellett jelentékeny szerepet játszanak harántvetődések is, különösen a Szümbe-kásán plateau kialakításában. A déli Szümbe-hegylánczot mindkét végén ilyen harántvetődés szakítja meg, s ezek adták meg a lehetőségét a két nagy áttöréses völgy kifejlődésének is. A keleti kásáni törésvonal különösen élesen mutatkozik a plateau fiziognomiájában. Már RÆGEL-nek¹ is feltűnt, hogy a Koktube-hegynél a déli Szümbe-hegyláncz hirtelen letörik, a mely eddig a Szümbe-kásán plateauanak déli peremét alkotta. Tovább keletre hiányzik a plateauanak ez a magasabb déli perem-láncza. A Szatli-kásán ebben a törésvonalban fordul délre, és ebben folynak össze a déli Kásán-folyó vízgyűjtő területéről az összes folyóvizek. Hasonló törést találunk a Szümbe-áttörésnél is, bár kevésbé impozáns mértékben.

Míg a Nan-Shan arculatának kialakulása kétségtelenül a törésvonalak rendszerének tudandó be, nem hagyhatjuk figyelmen kívül azt sem, hogy a hegység alapvonalait gyűrődés hozta létre. A Csalkodü-völgy déli falait alkotó hegyek paleozóos meszei intenzívan gyűrtek. A gyűrődés okozta összepréselt synclinale a Csalkodü-völgy közepéből is jól kivehető. Kétségtelen, hogy ennek a gyűrődésnek SW—NE csapása vetette meg alapját mindkét Szümbe-hegyláncz elhelyezésének konfigurációját.

A Csalkodü gyűrődéssel szemben az északi-kásáni, Szatli- és Csubarma-kásáni paleozóos-mészkövek, melyeknek felgyürt padjai jó kilátó-pontról sok kilométernyi távolságra követhetők, WSW—ENE csapásuak, épügy mint a Dardampe-vidék konglomerátumai is. Ezen régi, de talán mégis postcarbon gyűrődések vetették már meg az alapját egyrészt a Szümbe-vidéki hegyek SW—NE csapásának, valamint a Temurlik-tau és a Szümbe-kásán-plateau északi része W—E csapásának is. A W—E csa-

¹ Reisen in Central-Asien. Peterm. Mitt. 1879. p. 411.

pás a kuldzsai Nan-Shan orografiai csapásának megfelel, de teljesen idegenül áll vele szemben a SW—NE gyűrődés, a mely sokkal inkább az *Ulubasz-* és a *Csuwartal-*hegységek gyűrődésével hozható összefüggésbe. A geológiai viszonyok bővebb tárgyalása az utazás geológiai eredményeinek publikálása alkalomával kerül majd közlésre, e helyen csak néhány szóval jellemeztük azokat az erőket, a melyek a Nan-Shan arczulatának kialakításában közrejátszottak.

A Temurlik-Tau (= Ketmen-tau) keskeny horsztja ma kb. 3200 m. közepes magasságú hegygerincz. A gerincz vertikális tagolódása igen jelentéktelen. Magas hegycsúcsok nincsenek; 3300 m. fölé a gerincz sehol sem emelkedik, de 3000 m. alá sem süllyed sehol. A 3000 m.-es isohypsa fölé azonban csakis a keskeny főgerincz emelkedik. A Temurlik-tau északi lábának, (a porphyr öv külső pereme) közepes talpmagasságát 1300 méterre tehetjük. A Csalkodü-völgyben a hegység déli talpa a hosszszanti völgy lejtősődésével együtt lejt, a déli Dardampe-völgy kijáratánál 2200 m. a hegység lába, tehát a 80° meridiánon a hegység déli lába 900 méterrel magasabban fekszik, mint az északi.

A Szümbe-kásán plateau nyugati része széles, hatalmas hegyhát, melynek belső része a törésvonalak mentén a behorpadt, s peremein a plateau-jelleget kissé zavaró 6—700 m. rel. magasságú hegysorok húzódnak. A nagy Kasán-harántvetődéstől keletre a tipusos plateau jelenik meg, a mely egész a Csapcsal-hágó vidékéig terjed. Míg a Temurlik-Tau — ha a porphyr-övet is beleszámítjuk — csak kb. 40 kilométernyi széles normális longitudinális hegység, addig a Szümbe-kásán plateau a Szümbe- és Kásán-folyók vizválasztója irányában több mint 60 kilométernyi szélességű hegytömeg.

A plateau északi talpa úgy látszik alacsonyabban fekszik, mint a Temurlik-taué. A Kicsine-Acsájnok és Csong-Acsájnok között egy völgy fenekén 1110 m. magasságot határoztunk meg, de Kicsine-Acsájnok falu is csak 1200, Csong-Acsájnok pedig 1250 m. magasságban épült, pedig mindkettő elég jelentékeny terrasszon van. Itt ugyanis a porphyr-öve beöblösödik az Ili-medence. A plateau déli lábának közepes magassága 1800 méter.

Maga a plateau kb. 2700 m. középmagasságú, míg a fennmaradt horsztszerű perem hegysorai kb. 3300 m. közepes magasságúak. Keleten, mint említettük, ezek a hegysorok egészen hiányzanak.

Ha a legmagasabb hegygerinczek arczatát figyeljük meg, egészen más megfigyeléseket tehetünk, mint a Közép Tiensánban. Akár valamely magas hágóról vagy hegycsúcsról tekintünk szét a Közép-Nansánban, akár a távolból, a puszták közepéből nézzük a hegységet, magasra kiemelkedő hegycsúcsot csak kettőt találunk, két mészkőormot, az Ulie-csoku hegyet és egy magas csúcsot a Csalkodü forrásvidékén. De hiányzanak a mély horhosok, a mélyen fekvő hágók is. A hegygerinczek feltűnő következetességgel kevés tagolódással haladnak mindenütt. Azt a jelenséget látjuk itt, a melyet a Tiensánban DAVIS a «*penep-lain*» mellett legfontosabb bizonyítéknak tartott. Természetesen az Ili és Tekesz mély medenczéi között, különösen északról jövet nehéz elképzelnünk a több mint 2000 m. relatív magasságú hegységet, mint «*Destructions Fläche*»-t. De ha figyelemmel vagyunk a két medenceze lesülyedésének fiatal korára, s az előbb ismertetett törésvonalak rendszerére, nem tartjuk lehetetlennek, hogy a kuldzsai Nan-Shan egyhangú gerincei és széles plateaui egykori penep-lain-t tárnak élénk, a melynek arczatát a vetődések és az erózió jelentékenyen megváltoztatták.

Annyi kétségtelennek látszik, hogy a fiatalabb paleozóos (karbon) mészkövek lerakódását hosszú denudatio előzte meg, melynek eredménye az öreg konglomerátumok összehalmozódása volt. A paleozóos üledékek lerakódása után intenzív gyűrődés következett be, a mely a mészkőpadokat sok helyen függélyesre állította. Ezután jött a porphyrok időszaka, a melyet a hosszú ideig tartott destructio követhetett.

A *pleistocén eljegesedésnek* is megtaláltuk nyomait. A Szümbe-kásán plateauról és a Temurlik-tauról jövő folyók, mielőtt az Ili-medenczébe jutnának, mély kánnyonokban folynak, azután keresztmetszetben V alakú fluvialis eróziós völgyszakasz következik. A Temurlik-Tauban a Dardampe-hágó környékén a V alakú völgyek felhatolnak a gerinczig. A Szümbe-kásán plateau folyója, a Kaldsa-szú, északi Kásán és a Bödötü-

völgyek azonban bizonyos magasságban (2800 m. körül) hirtelen U alakú völgyekké, glaciális teknőkké változnak át. A fővizválasztótól északra 2800 m.-nyire, délre ellenben csak 2890 m. mélyre nyúltak le a pleistocén-jégárok. A 3000—3600 méter magas hegygerinczek legtöbbször ugyanekkor el kellett hogy jegesedve legyen. A Csuburma-kásán völgyben pl. majdnem 2700 m.-ig nyúlt le egy kis jégár, a szomszédos keleti völgyben pedig 2800 méterig egy kis Kárr-jégár foglalt helyet.

Az eljegesedés e szerint nem volt nagyon jelentékeny. Összehasonlítva a nanshani eljegesedést a Tekesz-medence el-
lenkező déli oldalán a Bayumkol vidék hasonló korú eljegesedésével, a következőket látjuk:

A Bayumkol vidékén az U és V alakú völgyek határa a 2700 és 3100 m. magasságok között ingadozik, míg a kuldzsai Nan-Shanban talált öt ilyen határ a 2700 és 2900 méteres isohypsák közé esik. Feltűnő tehát, hogy a két, szerkezetileg és morfológiailag is különböző két hegyvidéken mennyire pontosan ugyanazon értékeket kapjuk. Feltűnő ez különösen azért, mert a Bayumkol vidékén még ma is vannak elég tekintélyes jégárok, míg ezek a kuldzsai Nan-Shanban teljesen hiányzanak. Általában a Bayumkol vidék nagyobb magassága is megkövetelné, hogy a pleistocénban is mélyebben nyúljanak le a jégárok, mint a kuldzsai Nan-Shanban. Ebből az következik, hogy a kuldzsai Nan-Shanban az eljegesedésnek természetes feltételei kedvezőbbek voltak a fiatalabb pleistocénban, mint a Bayumkol vidékén.

Az U és V alakú völgyek határa, mint egy előző munkámban kifejtettem volt,¹ a pleistocén végén alakult ki, mielőtt a mai teknő-völgyekből a jég kitakarodott volna. Ebben az időben tehát a következő jégárok voltak a tőlünk bejárt területen:

- | | | | | |
|-----------------------|--------|-----|---|-----|
| 1. Északi-kásán jégár | hossza | kb. | 6 | km. |
| 2. Bödötü | " | " | 8 | " |
| 3. Szátl-kásán | " | " | 4 | " |
| 4. Csuburma-kásán | " | " | 5 | " |

¹ Die Vergletscherung des nördlichen Teiles des Centralen Tien-Schan Gebirges. Abhandl. d. k. k. Geogr. Ges. Wien, 1909.

Ezekhez csatlakozott természetesen számos kisebb-nagyobb Kárr-jégár.

A Bayumkol vidékén sikerült összefüggést kimutatnunk a pleistocén jégárak ingadozásai és a fluvioglaciális terrasszok között. Megállapítottuk 37 völgy egybehangzó adatai alapján, hogy «azon völgyekben, a melyekben ma glaciális teknőket (= Trog) találunk, kivétel nélkül két terrassz állapítható meghatározottan, míg azokban a völgyekben, a melyek a pleistocénben sem voltak jégár hordozói, mindig csak egy terrasszt találunk». A Temurlik-tau teljesen megfelel ennek a szabálynak. Glaciális teknőknek nyoma sincs a hegységben s úgy a déli oldalon a Dardampe-völgyben, mint az összes északi völgyekben az Acsájnok-okig mindenütt csak egy terrasszt találunk.

A Kaldsa-szú, Északi-Kásán és Bödötü-völgyek alsó szakaszát nem ismerjük, de meg lehetünk győződve arról, hogy ott két terrassznak kell lennie, mert azok a völgyek a pleistocénben a jégár hordozói voltak. A Szümbe-Kásán plateauról délre a Szümbe és a déli Kásán folyik le. Míg a Szümbe mellett csak egy, addig a Kásánnál *három* terrasszt látunk. De ha a Szümbe-folyótól délnyugati irányban a Tekesz-folyóhoz megyünk, annak partjánál egyszerre három terrasszt látunk magunk előtt. A Tekesz-medenceze folyóinak mederváltozásai speciális tanulmányt kívánnak, s az eddigi megfigyelési anyagunk még nem elégséges e helyen ahhoz, hogy a terrasszok és az eljegesedés közötti összefüggést fokonként kimutathassuk.

Tény azonban az, hogy a glaciális teknőkről lefutó vizek alsó szakaszain itt is nagyobb számú terrasszt találunk, míg a Temurlik-tau tőlünk látott 15 völgyében mindenütt csak egy terrassz található.

Ha a Kuktube-től keletre a kb. 700 m. magas hegylejtőn felmegyünk a plateau peremére, 2700 m. abs. magasságból oly kép tárul elénk, a mely a Szümbe-Kásán plateauanak tipusa. A plateaut, mint már leirtuk volt, mély kánnyonok darabolják fel. Nyugaton csak maradványai vannak meg a hegyoldalon, ott közel 2900 m. magasságig emelkedik, míg kelet felé folytonosan lejt s valamivel talán még a 2700 m. alá süllyed.

Ha tudjuk azt, hogy a közvetlen közelben a Bayumkol vidékén 2400 m. magasságban már morénák találhatók, s látjuk azt, hogy itt a kuldzsai Nan-Shannak egyes részeiben is 2700 m.-ig találhatók meg a pleistocén eljegesedés nyomai, kétségtelennek kell tartanunk, hogy a Szümbe-Kásán plateauun a pleistocénben a csapadékjég alakjában összehalmozódhatott. A plateau nyugati részéről a Csuburma-Kásán irányában folyhatott egy 15—16 km. hosszú és 7—8 km. széles jégár a tulajdonképeni *tipusos plateau-jégre, a melynek legalább 300 km²-nyi területet kellett elfoglalnia.* A pleistocén és jelenkori vízváltakok tehát nem fedik egymást. Az Urnun-Szai, Dseldü-Szai és az Irmandi karr glecserei a Szümbe-Kásán kelet felé mozgó jégárjára bocsátkoztak, ma pedig a hajdani glecserágy mély kánnyonjaiban a Szümbe-folyó felé haladnak. A plateau-jégnek azonban nyugat felé is kellett hogy legyen a pleistocénben lefolyása, másként a Szümbe-folyónak szembetünő hátráló eróziója nem volna megmagyarázható. A plateau mindenesetre már a pleistocén előtt megvolt főbb körvonalaiban. Hiszen a nagy törésvonalak, a melyeknek keletkezését köszönheti, a Tozkul környéki fiatalabb harmadkori sedimentumoknál okvetlenül idősebbek. A plateau-jégről nyugatra lefutó olvadékvizeknek már ki volt jelölve az iránya.

Az olvadékvizek tehát a plateauba vágódtak be és kelet felé hátrálni kényszerítették a vízváltakót. Így csatolta a Szümbe magához az Urnun-szait, Dseldü-szait, majd az Irmandi-t. Az Oj-karagajtól a Szümbe kánnyonja ma alig néhány száz méternyire van, s ha a pleistocén jég el nem takarodik, a Szümbe őt is magához csatolta volna.

A plateau-jég olvadékvizeinek munkáját különösen a déli Kásán-szurdok környékén láthatjuk jól. A Kóktubetól keletre a plateau-jég a plateau tetején egyenesen a Tekesz-medenczére tekintett alá. Az olvadékvizek a plateau 700—800 méter magas falán zuhogtak le, s elborították a hegylejtőt törmelékkel. Ez lehet csak a magyarázata ama jelenségnek, hogy a Kóktube alatt *hirtelen megszűnik a törmelék fölhalmozódása,* a míg keletre tőle a hegylábnál egész jelentékeny hegyeket és rengeteg törmelékkúpokat alkot.

Még kell még jegyeznem, hogy a Tienshánban ma sem ismeretlen a plateau-jég. A Terszkei Alatauban a Barszkaun és Zukucsak-hágók közé esik az Arabel-plateau, a melyet sok négyzetkilométernyi területen tipusos plateau-jég borít. Több mint 40 kilométernyi hosszúságban és legalább 8—10 kilométernyi szélességben terjed itt a plateau-jég, ha nem is megszakítás nélkül, hanem egyes darabokban, kisebb-nagyobb táblákban 3700—4000 méter magasságban. Az 50—100 m. vastag plateau-jég peremei alatt a réten úgy lovagolhatunk el, mint valamely falkerítés mellett.

A glaciális teknővölgyekben konstatált pleistocén eljegesedést az első tekintetre izolálva látjuk a plateau-jégtől. Természetes, hogy ez az izoláltság csak a megismerés fogyatékoságának a következménye. A berajzolt hegygerinczeknek legnagyobb része tele volt a pleistocénben karr-glecserekkel. A Szátl-Kásánban és a Csuburma-Kásánban a mi utunk azonban a völgy fenekén vezetett, a mely fiatalabb eróziónak eredménye, itt tehát az eljegesedésnek kétségtelen nyomaira nem is akadhattunk. De mégis felmerül a kérdés, hogy a plateau és az említett «teknők» eljegesedése teljesen egyidejű volt-e. Az impresszió mindenesetre az egyidejűség ellen szól. Nevezetesen a teknővölgyek befejezésénél itt is hirtelen esik a völgy, a mi hosszabb ideig egy helyben maradt jégárok munkájának eredménye szokott lenni. A mikor ez az esésváltozás kialakult, akkor a teknővölgyek jégárai tehát a plateauat nem érhették el. Ennek következtében kétségtelen az, hogy a mikor a plateau, ugyanakkor a környező hegyei is el voltak jegesedve, de viszont volt olyan idő, mikor csak a magasabb hegygerinczeket borította jég, a plateau pedig meztelen volt a takarótól. Az is bizonyos, hogy a hegygerinczek utolsó eljegesedése, a mikor a jégárok végei az U és V alakú völgyek határán voltak, fiatalabb keletű mint a plateau-jég. Itt tehát ismét két *glaciális* idővel van dolgunk, épen úgy, mint a Bayumkol vidékén. Interglaciálisról persze nem beszélhetünk, mert az elébb említett fejtegetésekből kitűnik, hogy csak az eljegesedés bizonyos állandóságát jelezzük itt glaciálisnak, a mely állandóság nyomot hagyott a hegység arczulatában.

Sajátságos jelenség, hogy a kuldzsai Nan-Shanban sem hegyi tavat, sem betemetett tómedret nem láttunk.

A postpleistocén erózió már lényegesen nem alakíthatta át a völgyek arczatát. A hajdan eljegesedett és a szakadatlanul fluviális eróziótól mosott völgyek esésviszonyai különbözők. Kétségtelen az is, hogy ha a glaciális eróziónak van is valamelyes szerepe a völgyek mélyítésében, ez az ereje aránytalanul kisebb, mint a folyóvizeké. Nagyon valószínűnek látszik, hogy a jégár csak a régi fluviális eróziós völgy arczatát változtatja meg, a mennyiben a V alakú völgyet U alakú teknővölgygé változtatja át, tevékenysége azonban ebben azután nagyjában ki is merül. *A mai glaciális eredetű teknővölgyek a praepleistocén folyó völgyeknek felelnek meg.* Az Ili- és Tekeszedenczék erózió-bázisának sülyedésekor a jégárak konzerváltak egy ideig a tőlük birtokolt völgyeket. Így történt, hogy a glaciális teknőkkel bíró völgyek alsó szakaszának képe (a pleistocén jégárak alsó határáig) a tisztán fluviális eróziós völgyekével teljesen megegyezik. Ez a jelenség nemcsak a mi Alpeseinkben, hanem a Tien-Shanban is általános.

Volt már szó a Temurlik-tau assymetriájáról is. A jégárak az assymetriára is hatással voltak. Míg a Temurlik-tauban a főgerincz két oldala között 400 méteres magassági differencia van, a jégáraktól fedett Szümbe-Kásán plateau északi gerinczén ez a különbség alig észrevehető, mindössze 60—70 métert tesz ki. *Az esős oldal jelentősége tehát a pleistocén eljegesedés területén aránytalanul kisebb, mint a Temurlik-tauban.* Igen érdekes eredmények ezek, mert a mi Alpeseinkben, a melyeket a pleistocénben a jég talpig elborított, az ilyen összehasonlítás teljesen lehetetlen.

A CIRKUMAXIÁLIS POLÁROZÁS TÖRVÉNYÉNEK
ÁLTALÁNOS ÉRVÉNYESSÉGE EGYENLETES FÉNYTÖRÉSŰ
KÖZEGEK BELSEJÉBEN.

FRÖHLICH IZIDOR r. tagtól.

Áttekintő tartalomjegyzék.

I. Szilárd, átlátszó, homogén és izotrop közegek belsejében léte-
sített fényerjesztés.

1. §. A jelen dolgozat czélja. — 2. §. H. SIEDENTOPF és R. ZSIGMONDY qualitativ észleletei ultramikroszkópos testecseken. — 3. §. H. SIEDENTOPF további megfigyelései. M. GARNETT elmélete. Szerző megjegyzései. — 4. §. Quantitativ kísérleteink berendezése. Tömör üveggömbök felhasználása. — 5. §. A gömbökben keletkezett jelenség leírása; qualitativ megvizsgálása. — 6. §. A megfigyelések eredményei rendszerének és a cirkumaxiális polározás törvényének egymással való összehasonlítása módszere. — 7. §. A FUESS-féle tömör üveggolyón végzett észleletek eredményei: I. és II. tábla. A nevezett törvénynek igen közelítőleges fennállása. Megjegyzések. — 8. §. Különböző törésmutatójú négy ZEISS-féle tömör üveggömbön végzett megfigyelések eredményei: III. tábla. Ugyanezen törvény fennállása. Megjegyzések. — 9. §. Átlátszó tömör félgömb belsejében létesített fényerjesztő középpont. IV. tábla. Ugyanezen törvény érvényessége. — 10. §. A másodrendű fényerjesztés középpontja az üveg és a vele közelítőleg egyenlő törésmutatójú folyadék közös határfelületén van. A kísérleti berendezés. Jegyzet: K. EXNER-nek sík sugárrendszere vonatkozó néhány idetartozó kísér-

lete. — 11. §. Folytatás. A jelenség megfigyelésének módja. A kvalitatív észleletek sajátosságai. — 12. §. A kvantitatív megfigyelések sajátosságai: V. tábla. Ugyanez a törvény igen közelítőlegesen érvényes és független a gerjesztő középpont anyagi természetétől.

II. Cseppfolyós, átlátszó, homogén és izotrop közegek belsejében létesített fénygerjesztés.

13. §. *Folyadék-gömbök* belsejében keletkező szétszórt sugarak észleleti eredményei *vízre, alkoholra, benzolra, szénkénegre, és methylenjodidra* nézve: VI. tábla. Ugyanennek a törvénynek érvényessége. — 14. §. Üveg-félgömb és vele közelítőleg egyenlő törésű folyadék-félgömb közös érintkező felületén levő másodrendű fénygerjesztő középpontok. VII. tábla. Ugyanennek a törvénynek érvényessége.

III. Légnemű közegekben levő másodrendű fénygerjesztő középpontok.

15. §. Apró lebegő testecsektől szétszórt (elhajlított) sugarak polározási állapotáról általánosságban. — 16. §. Világító lángok fénylő burkában és füstjében lebegő részecskék létesítette fényezés. Az így keletkezett sugarak polározásának kvalitatív viszonyai. — 17. §. Kvantitatív vizsgálatok berendezése. Gyertyaláng füstjében lebegő szénrészecskék létesítette másodrendű fényezés polározási viszonyai. — 18. §. Folytatás: A kvantitatív észleletek eredményei: VIII. és IX. tábla. Ugyanennek a törvénynek érvényessége.

IV. A tapasztalatok összefoglalása. Kényszerítő erejű következtetés: A gerjesztő fényvektor merőleges saját polározása síkjára.

19. §. Összefoglalás: Tetszés szerinti halmazállapotú és törésmutatójú, de egyenletes fénytörésű átlátszó, közegben a térbeli, teljes, szimmetrikus cirkumaxiális polározás törvénye általánosságban véve érvényes. — 20. §. Befejezés. Kényszerítő

erejű következtetés: A gerjesztő fényvektor csak merőleges lehet saját polározása síkjára.

*

1. §. *Jelen dolgozat célja.*

Az elhajlított fény polározási állapota tárgyában az utóbbi években a tekintetes Akadémia elé két értekezést terjesztettem.¹

Ezekben a végezett méréseim főleg az üvegrácsokról a levegőbe visszaverődve-elhajlított sugárnyalábokra terjeszkedtek; míg azok a megfigyelések, melyek a levegőbe és az üvegbe megtörve-elhajlított, valamint az üvegbe visszaverődve-elhajlított sugarak összeségére vonatkoztak, főleg csak kvalitatív jellegűek voltak. Ennek az utóbbi körülménynek oka egyszerűen az volt, hogy physikai lehetetlenségnek látszott, ezeket az utóbb nevezett sugarakat mind ugyanolyan terjedelemben, néhány rövid éven belül mérésileg is követni, mint a levegőbe visszaverődve-elhajlított sugarakat, melyek megvizsgálása több évi munkával járt.

Jelen dolgozatomban nem kívánok újra reátérni azokra az elhajlított sugarakra, melyek a levegő és a barázdált üveglap közös határfelületén történő fényelhajlás folytán keletkeznek,

¹ FRÖHLICH IZIDOR r. t.: Üvegrácsokról visszaverődve-elhajlított fény polározási viszonyai általános törvényszerűségeinek kísérleti megállapítása. M. T. Akadémia Math. és Term.-tud. Értesítője, XXII. kötet, 207—312. l. Budapest, 1904. (Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1904. évi márczius hó 14-én tartott ülésén.)

Ugyanez a szerző: Az elhajlított fény polározásának új törvényszerűségei (Kivonat). Ugyanazon Értesítő XXIV. kötete 465—494. l. Budapest, 1906. (Előterjesztve a M. T. Akadémia III. osztályának 1906. évi május hó 14-én tartott ülésén.) Ez a második közleményem, miként 466. lapján különösen kiemeltem, tulajdonképen áttekintő kivonata az értekezés czímében kifejezett tárgyra vonatkozó terjedelmesebb, német nyelvű munkámnak, mely az e téren végzett tanulmányaim és kutatásaim addig nyert összes tudománytörténeti, elméleti és kísérleti eredményeit foglalja össze.

Azóta e munka meg is jelent:

I. FRÖHLICH: «Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmässigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes» czímen. (Külön lenyomat és vászonkötésű könyvalakú kiadvány a «Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn» XXII. kötetéből 65—438. l.) Leipzig, B. G. Teubner: 1907.

hanem közlöm azoknak az új vizsgálatoknak a sorozatát, melyek az oly elhajlított vagy szétszórt sugarakra vonatkoznak, melyeknek másodrendű fénygerjesztő középpontjuk egyenletes vagy egyenletesnek tekinthető törésmutatójú közegek belsejében van.

Fent idézett utolsó munkámban már reámutattam azokra a megfigyelési tapasztalatokra, melyek szerint a teljes, térbeli cirkumaxiális polározás törvénye a következő esetekben *qualitative* érvényesülni látszik:¹

a) Arany- vagy vörösréz-rubinüvegben levő, kisebb mint 0·0001 mm. méretű fémrészecskék körül, mint másodrendű fénygerjesztő középpontok körül keletkező, azokból minden irányban haladó elhajlított (szétszórt) fénysugarak polározási állapotában, ha a részecskékre beejtett, gerjesztő sugárnyaláb síkban van polározva; i. h. 479. l.

b) Üvegrács és vele közelítőleg egyenlő fénytörésmutatójú terpentinolaj-réteg közös határfelületén, a rácsolás körül, mint másodrendű fénygerjesztő középpontok körül keletkező, ezekből minden irányban haladó elhajlított (szétszórt) fénysugarak polározási állapotában, ha a rácsolatra beejtett gerjesztő sugárnyaláb síkban van polározva; i. h. 478. l.

c) Gyertyalángban vagy ennek füstjében lebegő kicsiny szénrészecskék körül, mint másodrendű fénygerjesztő középpontok körül keletkező, belőlük minden irányban haladó elhajlított (szétszórt) fénysugarak polározási állapotában, ha a lángra vagy füstjére bocsátott gerjesztő sugárnyaláb síkban van polározva; i. h. 494. l.

Az akkor, az 1906. évben jelzett ez a qualitativ eredmény épen csak az említett törvényszerűség minőleges felismerésére volt alkalmas; *szükségesnek láttam ezt szabatos quantitativ mérésekkel kiegészíteni és pontosan ellenőrizni*; másrészt azonban közeleső volt az a gondolat, *megvizsgálni azt, vajjon e törvényszerűség érvényes-e tetszés szerinti egyenletes vagy egyenletesnek tekinthető fénytörésmutatóval bíró átlátszó közegek belsejében és pedig szilárd, cseppfolyós és légnemű halmazállapotú közegekre nézve egyaránt?*

¹ V. ö. második közleményem 467., 478., 479., 481., 482., 485., 486., 493. és 494. lapját.

A következőkben közölt kvantitatív megfigyelések sorozatai az ily célzatú kísérleti vizsgálatok rendezett eredményeit tüntetik elő; a vizsgálatok az 1905., 1906., 1907. és 1908. évben folytak és pedig ugyanazon a helyen, mint az addigiak: ugyanis a budapesti egyetem physikai intézete első emeleti helyiségeiben, részben ugyanazzal az eszközzel, mint az addigiak,¹ részben azóta beszerzett új készülékekkel, melyekről a maguk helyén lesz szó.

A megfigyelési helyiségek, valamint az eszközök egy részének szíves rendelkezésemre bocsátásáért újra legnagyobb hála kötelezett báró EÖTVÖS LORÁNT r. t. ő Excellentiája.

Az észleleteket az 1905. évben JAKUTS ISTVÁN úr, jelenleg a debreczeni ref. főgymnasium tanára; az 1906. évben én magam és SELÉNYI PÁL úr, jelenleg az egyetemi physikai intézetnél tanársegéd; az 1907. évben KRONBERGER EDE és KRONSTEIN BÉLA urak, okleveles tanárjelöltek végezték; az utóbbiak egy, a THAN-féle alpból kitűzött egyetemi pályakérdés kidolgozása keretében; végre az 1908. évben FRANK JÁNOS úr, jelenleg a debreczeni állami főreáliskola tanára végezte. Mindezen uraknak e helyen is kifejezem legmelegebb köszönetemet.

A nevezett megfigyelők mindenkori közreműködését az alább következő táblás összeállítás mindegyikénél jelzem; az itt közölt kísérleti adatok összesen körülbelül 12,500 egyes észlelet eredményeit fejezik ki.

I. Szilárd, átlátszó, homogén és izotrop közegek belsejében létesített fénygerjesztés.

2. §. H. SIEDENTOPF és R. ZSIGMONDY *qualitativ észleletei ultramikroszkópos testecseken*. Néhány évvel ezelőtt nagy figyelmet keltett oly megvilágítási eljárás és megfigyelési módszer, mely arra szolgál, hogy az olyan, igen kicsiny testecseket lehessen észrevehetővé tenni, melyek közönséges módon, bármily erős nagyítás mellett sem láthatók; ezeknek az ez oknál fogva ultramikroszkópos-oknak nevezett testecseknek megfigyel-

¹ V. ö. idézett első dolgozatom 235—238. l.

hetővé tévése, úgy látszik, először H. SIEDENTOPF és R. ZSIGMONDY fáradozásainak sikerült.¹

Mint hogy ez a megvilágítási módszer jelenleg a gyakorlatban igen elterjedt alkalmazást talált és leírását is már a jobb-fajta tan- és kézikönyvek tartalmazzák:² ezért e módszert csak érintem és főleg arra szorítokozom, hogy a nevezett szerzők elseje által végzett, idetartozó qualitativ kísérletek eredményeit röviden, de híven ismertessem, rajzok segélyével előtüntessem és az elhajlított fény polározása törvényszerűsége szempontjából értelmezzem.

Erős fényforrásból induló sugárnyalábot egy lencse-kondenzor szerkezet fénykúppá alakít, melyet átlátszó, szilárd vagy cseppfolyós közegben beágyazott, vagy lebegő, vagy úszó igen kicsiny, de környezetüktől elütő természetű, heterogén testecskék intenziv megvilágítására fordítanak. Ezek a testecskék minden irányban szórják szét a rájuk eső fényt és így oly irányokban is válnak optikailag észrevehetővé, melyek a beejtett sugárnyaláb irányától teljesen eltérnek, mely irányokban e szerint az intenziv, beeső fény nem világíthatja túl a szétterjedő diffuzus, itt szétszórt (elhajlított) fényt.

E részecskéket ezért legczélszerűbben erős, összetett nagyítóval figyelik meg, melynek optikai tengelye merőleges a beejtett, hegyes világító kúp tengelyére; a sikot, mely ezt a két tengelyt tartalmazza, a szerzők *főelhajlításí sík*-nak nevezik. A nagyító látóterében közvetlenül nem látszanak maguk e részecskék, hanem az általuk elhajlított fényben keletkező, világos elhajlításbéli korongocskák jelennek meg a közeg egyéb részei sötét hátterén.

¹ H. SIEDENTOPF und R. ZSIGMONDY: Über Sichtbarmachung und Größenbestimmung ultramikroskopischer Teilchen, mit besonderer Anwendung auf Goldrubingläser. DRUDE's Annalen der Physik, vierte Folge. Bd. X. 1—39. 1. Leipzig. 1903.

² Így például, hogy néhány elterjedtebb tankönyvet említsünk: E. RIECKE: Lehrbuch der Physik. Erster Band, dritte Auflage, p. 487—489, Leipzig 1905.

P. DRUDE: Lehrbuch der Optik, zweite Auflage, p. 225—226., Leipzig, 1906.

ROBERT W. WOOD: Physical Optics, p. 491—495., New-York, 1905.

Ezeknek az elhajlításbeli korongoknak polározási állapotára vonatkozólag az idézett értekezés, 11—13. lapján szószerint a következőket mondja:

«Egy polarizátornak és erősebb nagyító-szerkezeteknek alkalmazásánál, az egyes elhajlításbeli korongocskákon belül, valamint a nagyító tárgylencséje hátsó gyújtósíkja egész kiterjedésében a polározási állapotot az idecsatolt 7—10. ábra (jelen közleményemben az 1—4. ábra a 306. lapon) tünteti elő. Ezekben *PE* jelenti a polarizátor polározása síkját; *EE* azt a síkot, mely a hatásos világítási kúp és az elhajlításbeli kúp (elhajlításbeli korong) tengelyeit magában foglalja, azaz, az előbb említett elnevezés szerint a főelhajlításbeli síkot. A nagy körökben a vonalkázás mutatja a polározás síkjának irányát a nagyító tárgylencséje hátsó gyújtósíkjában. Az alája rajzolt korongocskák sémászerűleg mutatja az elhajlításbeli korongocskák megjelenése látszatát. Itt oly részecskék jelenléte van feltételezve, melyek méretei jelentékenyen kisebbek, mint körülbelül 0.1μ . Az ábrák felismerni engedik azt, a mi egy analízátor alkalmazásánál várható.»

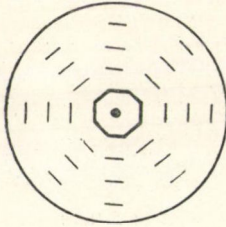
«Felemlítendő még a kerek elhajlításbeli korongocskákban az a figyelemreméltó hasadása, melynél fogva azok a főelhajlításbeli síkban fekvő sötét gerenda által hosszukás két korongocskára oszlanak, mikor a beejtett fény polározás-síkja párhuzamos a megvilágító sugarak tengelyéhez és merőleges a főelhajlításbeli síkra (10. ábra, itt a 4. ábra), míg az analízátor polározási síkja párhuzamos a főelhajlításbeli síkhoz.»

Ezekhez a kijelentésekhez SIEDENTOPF nem fűz további magyarázatot; sőt az azóta elmúlt néhány esztendő alatt az itt idézett kísérleti eredmények, úgy látszik, nem részesültek általánosabb figyelemben; a M. T. Akadémia III. osztálya 1906. évi május hó 14-én tartott ülésén általam függetlenül kinyilatkoztatott felismerésen kívül¹ az irodalomban addig csak egy helyen található reá vonatkozó érdemleges tárgyalás.²

¹ V. ö. idézett második közleményem 479. lapját.

² I. C. MAXWELL GARNETT: Colours in Metal Glasses and in Metallic

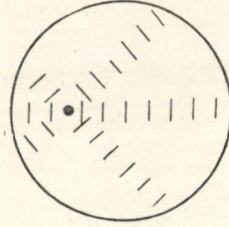
$|PE. \perp EE.$



1. ábra.

A beejtett fénynyaláb polározás-síkja *merőleges* a főelhajlítás síkjára.

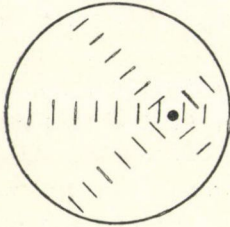
$/PE. 45^\circ g. EE.n.r.$



2. ábra.

A beejtett fénynyaláb polározás-síkja 45° -kal *jobbra* van elforgatva a főelhajlítás síkjától.

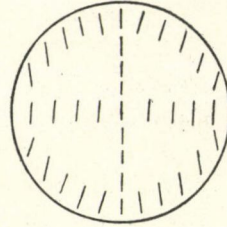
$\backslash PE. 45^\circ g. EE.n.l.$



3. ábra.

A beejtett fénynyaláb polározás-síkja 45° -kal *balra* van elforgatva a főelhajlítás síkjától.

$|PE. \parallel EE.$



4. ábra.

A beejtett fénynyaláb polározás-síkja *párhuzamos* a főelhajlítás síkjával.

Ámde, miként az idézett helyen kijelentettem, a szóban forgó, itt is híven újra előállított rajzok azonnal félreismertetlenül mutatják, hogy ebben a jelenségben, minden elhajlításbeli korongocskában a polározás-síkoknak igen szép, legalább *qualitative* cirkumaxiális elrendezése lép fel, melynek mindenkori *symmetria-tengelye*, azaz *polár-tengelye* a beejtett fénykúp polározás-síkjának az a normálisa, mely az idetartozó elhajlítást létesítő részecskén halad át.

Így az 1. ábrán ez a *symmetria-tengely* beleesik a megfigyelő nagyító optikai tengelyébe, azaz a főelhajlításba; a 2. ábrán a nagyító által megfordított kép felismerteti azt, hogy itt a *symmetria-tengely* a beejtett sugárnyaláb körül jobbsodrású forgást szenvedett; épen így mutatja a 3. ábra ennek a polár-tengelynek balsodrású forgását; végre a 4. ábrán ez a *symmetria-* (polár-) *tengely* merőleges irányú a nagyító tengelyére és merőleges a főelhajlítás síkra.

A mennyire ezek a korlátolt kiterjedésű elhajlításbeli kúpban végzett észleletek egyáltalában terjedhetnek, mindenütt, habár csak minőlegesen, úgy mutatkoznak, mint a *cirkumaxiális polározás törvényének biztos ismertető jelei*; ámde az észlelő, SIEDENTOPF úgy látszik nem ismerte fel e törvényszerűséget.

De H. SIEDENTOPF e megfigyelései még más következtetéseket is megengednek, melyekről ez észlelő szintén nem tesz említést; szabadjon ezért röviden ezekre is reátérnem.

A rubinüvegben lévő aranyrészecskék, melyek a fény szétoszórását létesítik, *alakjukra* és *méretükre* nézve bizonyára egymástól nagyon különbözök, miként ezt maguk a nevezett észlelők is megállapították; ugyanaz áll az aranynak kolloidokban lévő legapróbb szemcséire nézve; de sehol sem említi SIEDENTOPF, hogy a polározás-síkoknak fönt idézett elrendezése a különböző aranyrészecskék által létesített elhajlítás koron-

Films. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A., Vol. 203. (1904. évi április hó 19-ről és június hó 2-ről.) 385—420 l. London, 1904.

Rövid kivonatát közli a már előbb idézett helyen: R. W. Wood: Physical Optics, 491—497. l., New-York és London, 1905.

gokban különböző volna; épen oly kevéssé említ föl valamiféle oly befolyást, mely a használt elhajlított fénynek különbözőségénél fogva a polározás-síkok elrendezésében észlelhető lett volna.

Ezekből a tapasztalatokból szabad következtetnünk azt, hogy az elhajlított (szétszórt) fény polározás-síkjainak elrendezése a mondott esetekben nem függhet sem az elhajlító kicsiny aranyrészecskék alakjától és méretétől, sem a beejtett s az elhajlított fény hullámhosszától, hanem független ezektől a sajátosságoktól. Ez a tapasztalat teljes megegyezésben áll azzal a megfigyelési eredménnyel, melyet már legutóbbi, e helyen betervezett, idetartozó közleményemben elég részletesen, de szintén csak qualitative jelezhettem, ugyanis, hogy igen közelítőleg egyenlő fénytörésmutatójú közegek közös határfelületén lévő rácsozat körül, mint másodrendű fényerjesztő középpontok körül keletkező, ezekből minden irányban induló elhajlított sugárrendszer polározási állapota szintén független a rácsozás közétől (intervallumától), és a használt fény hullámhosszúságától.¹

3. §. H. SIEDENTOPF *további megfigyelései*. M. GARNETT *elmélete*. Szerző *megjegyzései*.

Egy későbbi közleményében H. SIEDENTOPF² rövid jelentést tesz a kősóban lévő ultramikroszkópos részecskékre vonatkozó vizsgálatairól. Itt azt találja, hogy a kősóban levő, színező ultramikroszkópos részecskék által létesített elhajlításbeli korongocskák nagyrészt, polározásuk tekintetében, mint az észlelő mondja, *anomális* módon viselkednek; azaz, hogy ezek a korongok nincsenek a főelhajlítási sík mentén polározva, hanem hogy közülük soknak a fényerősség-maximuma bármely más azimutban is lehet; továbbá, hogy mindegyik részecske, teljesen

¹ V. ö. idézett második közleményem 478., 479. lapját.

² H. SIEDENTOPF: Ultramikroskopische Untersuchungen über Steinsalzfarbungen (Vorträge und Diskussionen von der 77. Naturforscherversammlung zu Meran). Physikalische Zeitschrift, Jahrgang 6., Nr. 24. vom 1. December 1905, p. 855–866., különösen pedig 861. lapja második hátsó részének első kikezdésétől a 863. lapjáig.

függetlenül a szomszédostól, általában véve másként van polározva.

Kiegészítőleg hozzá kell tennünk, hogy folyadékokban H. SIEDENTOPF soha sem észlelhetett anomális polározást; ezt a nevezetes jelenséget az észlelő a szilárd testekre nézve tartja jellemzőnek.

Ezek a tapasztalatok bonyolódottabb természetű okokra látszanak vallani, mint a milyenek a nem kristályos szerkezetű rubinüvegben lévő ultramikroszkópos részecskéken végbemenő fényelhajlításnál szerepelnek; ez részben onnan lehet, mert a kristályos közegekben beágyazott natrium-részecskék maguk is kristályosak lehetnek.

Szabadjon itt megjegyezmem, hogy ebben az esetben az ultramikroszkópos részecskéket környező közegnek a kristályos volta mindenesetre igen lényegesen befolyásolhatja a szétszórt, elhajlított fénysugarak polározási állapotát.

De még ebben a közleményében sem mond H. SIEDENTOPF szabatos nyilatkozatot az általam már az idézett helyen kifejezett *törvényszerűségére* annak az elhajlítási kúp polározásának, mely a rubinüvegben létesül; mert az észlelő itt szószerint azt mondja: «Az elhajlítási korongocskában magában felléphetnek finomabb különbségek a polározás eloszlása tárgyában² és a mellék-elhajlítási gyűrűk felé elágazó fényerősség elrendezése körül.» «2) Ann. d. Phys. 10, 12, 1903.» Az itt H. SIEDENTOPF által idézett hely saját előbbi közleményének azon részére vonatkozik, melyet a megelőző, 2. §. elején rajzaival együtt idéztünk; épen ezek a rajzok azok, melyek a polározás síkjainak cirkumaxiális elrendezését, legalább minőlegesen, egészen kétségtelenül felismerhetővé teszik.

A továbbiakban röviden ismertetem e helyen I. C. MAXWELL-GARNETT-nek már fent idézett közleménye azon részét, mely H. SIEDENTOPF dolgozatának általam ezen értekezésemben tárgyalt fejezetére vonatkozik.

GARNETT kiindul Lord RAYLEIGH egy nevezetes elméleti dolgozatából,¹ melyben, hivatkozással idetartozó néhány előbbi

¹ Lord RAYLEIGH: On the Incidence of Aerial and Electric Waves

értekezésére, maga Lord RAYLEIGH a következő, meridionális jellegű elektromos vektor-rendszert¹ állította fel:

Valamely egyszerű síkbeli elektromos hullámsor homogén, izotrop dielektromos közegben halad, melyben kicsiny, gömbalakú, más természetű testecske, mint a továbbterjedés akadályja van jelen. Ugyanis a beejtett hullámsor addig zavartalan továbbterjedése az által szenved zavarást, mert a kis gömbnek és az azt környező homogén, izotrop közegnek a dielektromos állandója egymástól különböző. Ekkor az ettől az akadály-gömböcskétől számított akkora távolságban, mely a beejtett hullámsor hullámhosszúságához igen nagy: e gömböcske körül, mint másodrendű gerjesztő középpont körül egyszerű, meridionális vektor-rendszer keletkezik.

Ezzel a vektor-elrendezéssel hasonlítja most össze GARNETT azoknak a polározási síkoknak helyzetét, melyek a $0,1 \mu$ méretben alúl lévő méretű testecskék által létesített fényelhajlításbeli korongokban fellépnek. E mellett GARNETT felveszi, hogy a síkban poláros fénysugárnak vektora nem más, mint a saját polározási síkjára merőleges *elektromos* vektor. Ezek szerint az észlelt polározás-síkoknak megállapított cirkumaxiális rendszerű elrendezését úgy értelmezi, hogy ezek a megfigyelt cirkumaxiális rendszerek a fent említett meridionális elektromos vektor-rendszerhez tartozó orthogonális rendszerek.

Lord RAYLEIGH-nek idézett elmélete alapján a H. SIEDENTOPF észlelte jelenségekből azt következteti GARNETT, hogy az arany- és vörösréz-rubinüvegben és az úgynevezett ezüst-üvegben beágyazott *apró fémrészecskék*, melyek jelentékenyen kisebbek, mint $0,1 \mu$ és melyek egyszersmind a szóban forgó elhajlítás jelenséget létesítik: *pontosan gömbalakúak*.

Ezt a következtetést GARNETT a következő tapasztalatnál fogva tartja valószínűnek:

upon Small Obstacles in the Form of Ellipsoids or Elliptic Cylinders, and on the Passage of Electric Waves through a Circular Aperture in a Conducting Screen. Philosophical Magazine (5), vol. XLIV, 28—52. l. 1897; vagy: Scientific Papers, Vol. IV, 305—326. l. Cambridge. 1903.

¹ V. ö. az 1. §-ban idézett második közleményem 485. lapját.

Az ily rubinüveg az olvasztó kemenczéből való kivétele és gyors lehűtése után teljesen átlátszó és nem mutat semmiféle színezést. Csak lassú újramelegedés után jelentkezik a színezés; ez utóbbi melegedés közben az apró fémrészecskék, melyek az előbb átlátszó üvegben valószínűleg üveges oldatban voltak, lassan kiválnak az üveg anyagából és így időt és alkalmat nyernek, hogy gömböcskéké formálódjanak. Ezek alakításánál a kicsiny szemecskék felületi feszültsége is közreműködik, mely a molekulákat gömbök alakjába húzza össze; ezeknek a feszültségeknek erői itt, a részecskéknek oly igen kicsiny méretei mellett sokkal nagyobbak, mint a kristályosodás erői; ez utóbbiak csak akkor lehetnek túlnyomók, ha a részecskék nagysága bizonyos méreteken túlterjed.

GARNETT értekezésének többi része a SIEDENTOPF-ZSIGMONDY-féle közlemény más fejezeteire vonatkoznak, melyekkel e helyen nem foglalkozunk. Épen ily okoknál fogva nem térhetünk itt reá a hasonló viszonyokat tárgyaló más elméletek ismertetésére és értelmezésére; ezt idetartozó, az 1. §-ban idézett német nyelvű munkámban tettem;¹ ezek azonban majdnem kivétel nélkül jelen közleményem¹ céljaival csak igen laza összefüggésben állanak.

Mindazonáltal nem hagyhatom itt észrevétel nélkül GARNETT-nek fent is idézett azt a következtetését, hogy a rubinüvegben lévő apró fémszemecskék gömbalakúak; ezt az állítást semmiképen sem tekinthetem bebizonyítotttnak; de hozzáteszem, hogy ez épen olyan valószínűtlen, mint szükségtelen feltevés.

Ugyanis valószínűtlen azért, mert oly kicsiny fémrészecskék-nél, melyek méretei úgy látszik csak néhány százszorta nagyobbak, mint a molekuláinak méretei: alig lehet geometriai határfelületről szólni, mert ez kétségtelenül érdes, szabálytalan felszín, melynek formája a molekulák külső rétegéhez hozzásimúl. E szerint, ha e részecskékről mint gömböcskékről akarunk szólni, ennek csak az lehet az értelme, hogy e részecskék molekulái valamely középpont körül szymmetrikusan vannak csoportosítva.

¹ I. h. 390—395. l.

De az ilyen gömb-alak feltevése szükségtelen, ha ezt a cirkumaxiális polározást mutató fényelhajlítás előfeltételének akarnók tekinteni: sem az elmélet nem követeli, sem a tapasztalat nem mutatja ki ennek szükségességét.

Az elmélet fejtegetéseiből következik, miként többször említett német munkámban kimutattam,¹ hogy a gerjesztő közép-pontoktól a hullámhosszúsághoz képest nagy távolságokban keletkező cirkumaxiális és meridionális vektor-rendszer a gerjesztő részecskének alakjától és felületi feltételeitől független; ez az eredmény egyaránt érvényes a szilárd-rugalmasságtani, valamint az elektromágnességi fényelmélet felfogása szerint; ezeket az eredményeket idetartozó második magyar közleményemben is pontosan jeleztem.²

A tapasztalat pedig kimutatja, a mint ez épen jelen dolgozatomból is czáfolhatatlanul kitűnik, hogy a gerjesztő közép-pontok természetétől, előállítási módjától, alakjától, számától s i. t. független annak a cirkumaxiális polározásnak törvénye, melyet az ezek által a középpontok által létesített elhajlított (szétszórt) sugárrendszerek mutatnak.

Ezért nem szükséges, legalább eddig végzett vizsgálataim, kísérleti és elméleti eredményeim helyessége szempontjából, a másodrendű fénygerjesztő középpontok netáni speciális alakját tekintetbe venni vagy ezt gömbalakúnak felvenni.

4. §. *Quantitatív kísérleteink berendezése: Tömör üveg-gömbök felhasználása.* A H. SIEDENTOPF által végzett, a megelőzőkben részletezett qualitativ tapasztalatoktól indítva, azzal a gondolattal foglalkoztam, hogy ezeket a minőleges megfigyeléseket mennyileges méréseknek vetem alá. A nevezett észlelő által használt észleleti tárgyat e célra alkalmasnak véltem; ugyanis a homogén és izotrop átlátszó közegbe (rubinüvegbe) beágyazott ultramikroszkópos testecskéket igen jól működő másodrendű fénygerjesztő középpontoknak kellett tekintenem és az általuk elhajlított (szétszórt) sugárnyaláb polározási viszonyait kívántam quantitative megállapítani.

¹ I. h. 161. és 183. l.

² V. ö. az 1. §-ban idézett második értekezésem 484. és 488. lapját.

Ezt azonban a H. SIEDENTOFF és R. ZSIGMONDY által használt eredeti kísérleti berendezésnél jóformán lehetetlen elérni, mivel a rubinüveg külső felülete a kilépő, azaz már elhajlított vagy szétszórt sugarak irányát és polározása síkjának helyzetét is változtatja, minthogy ezek a sugarak legnagyobbbrészt csak ferdén és nem merőlegesen haladhattak ki ebből a határfelületből.

Tervem e szerint az volt, hogy homogén, izotrop üveganyag belsejébe beágyasztassak, beolvasztassak oly kicsiny rubinüveggömböt, mely ultramikroszkópos részecskéket tartalmaz; a környező üveganyagból azután egy nagyobb gömböt készítessek, melynek középpontja körüli terét a kis rubinüveggömb foglalná el. Akkor egy kívülről bebocsátott erős fénynyaláb által a rubinüveg fémszemecskéit gerjesztve, ezek maguk körül minden irányban haladó elhajlított sugarakat küldenek kifelé, melyek a külső üveggömb külső felületéből közelítőleg merőlegesen haladnak a levegőbe és így ezen kilépésük folytán sem irányukat, sem polározási síkjuk helyzetét nem változtatják meg.

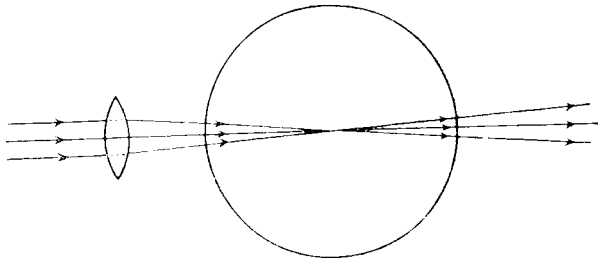
Máris azon voltam, hogy a fentiekben jelzett, kigondolt készítmény kivitelét megrendeljem, mikor egy egyszerű, szerencsés gondolatom támadt, mely az általam tulajdonképen megvizsgálni kívánt jelenségnek sokkal egyszerűbb, közvetlenebb módon való előállítására alkalmasnak látszott.

Ugyanis a tapasztalat azt mutatja, hogy valamely elég intenzív fénynyalábot bármily hibátlan egyneműségű, még a legtisztább átlátszó közegbe bocsátva: e közegben a fénynyaláb útja mindig elég jól látható, még a legkülönbözőbb irányokban is. Szóval, még az ilyen teljesen tiszta közegben is, a beejtett intenzív fénynyaláb útja mentén mindenütt keletkeznek másodrendű fénygerjesztő középpontok. Ezek a gerjesztő centrumok a közegen keresztül, melyben keletkeznek, minden irányban láthatók és pedig épen a belőlük minden irányban induló, elhajlított, szétszórt, másodrendű fény sugaraknál fogva.

Ezt a közismert tapasztalatot felhasználva, idetartozó első, kvalitatív kísérleteim végzésére egy FUESS-féle napregisztráló készülékhez tartozó, közelítőleg 96 mm. átmérőjű tömör, csi-

szolt üveggömböt használtam, melybe egy kisebb kondenzor-lencse közvetítésével egy keskeny napsugár-kúpot úgy bocsátottam, hogy e kúp minden sugara a gömb felületére merőlegesen esett és így haladt a gömb belsejébe, a kúp csúcsa a gömb középpontjába esvén (5. ábra).

Az üveggömb középpontja körüli rész ily formán igen intenzív megvilágításnak volt kitéve és így másodrendű fénygerjesztő középponttá vált, a melyből induló sugarak mindenütt merőlegesen haladtak át az üveggömb határfelületén, úgy, hogy könnyen képezhették a megfigyelésnek, a mérésnek is a tárgyát.



5. ábra.

Maga az észlelés egyszerűen úgy történt, hogy ezt az aránylag nagy gömböt úgy helyeztük egy erre a célra külön átalakított goniométerre, hogy középpontja az eszköznek vízszintes főköre függélyes tengelyébe esett; az eszköz mozgatható két karján levő csövek közül az egyik a polározót, a másik az analizálót vitte; mindegyik saját positió-körével volt felszerelve. E két cső tengelyei e szerint a főkörhöz párhuzamos síkban mozoghattak; a tengelyek metszőpontja e főkör tengelyébe és egyszersmind az üveggömb középpontjába esett.

Egy óraműves hajtású heliosztat szolgáltatta a párhuzamos napfény-sugárnyalábot; ez az állandó tengelyű polározón haladt át; e nyalábot alkalmas kondenzor-lencse elég hegyes sugárkúppá alakította, melynek csúcsa, a fent említett megjegyzés szerint, a vizsgálat alatt levő üveggömb középpontjába esett. A beejtett napsugárnyaláb sugarai a dolog természete szerint ezen középponton túl is haladtak és így tulajdonképen közös

tengelyű, közös csúcsú kettős kúpot alkottak, melynek menete, alakja a gömb anyagában igen szépen volt észlelhető (5. ábra). Ebből a közös csúcsból induló elhajlított (szétszórt) sugarakat pedig a megfigyelő csőben levő analizátorral és egyéb polározásbeli szerkezetekkel biztosan lehetett megfigyelni.

5. §. *A gömbökben keletkezett jelenség leírása; kvalitatív megvizsgálása.* A továbbiakban nemcsak a megelőző §-ban említett Fuess-féle tömör üveggömböt, hanem gondosabban készített más üvegfajtájúakat is használtunk. Mindegyik ily tömör üveggömbben a megelőző §-ban leírt kettős fénykúp (5. ábra) gyönyörű, fehéres színben, elég éles határolással jelentkezett, mely a környező anyag sötétebb vagy alig megvilágított teréből igen jól megfigyelhető módon vált ki. De a nyáláb e fehéres színéhez, a különböző üvegyanyag-fajták természete szerint gyöngé árnyalatban a zöld, a kék, az ibolyaszínű vagy a sárga fénynek a jelenléte járul, mely lumineszkálásra emlékeztet.

Általánosságban minőlegesen vizsgálva meg e kettős kúp közös csúcsát, ez a következő tulajdonságokat mutatja:

a) *Nem poláros* (természetes) fényt bocsátva a gömbbe, észrevesszük, hogy mindazok az elhajlított, szétszórt sugarak, melyek a beejtett fénykúp tengelyére merőlegesen haladnak, *majdnem teljesen síkban polárosak*; polározási síkjuk pedig e sugarak mindenkor elhajlítási síkja, azaz a beeső kúp tengelyét és az elhajlított sugarat tartalmazó sík.

Ha az elhajlított sugár nem halad merőlegesen a beejtett kúp tengelyére, akkor az *parviális* polározást mutat, mely annál csekélyebb, minél inkább tér el az ily sugár a kúp tengelyére normális siktól.¹

b) *Síkban poláros* fényt ejtve a gömbbe, jóformán azonnal feltűnik, hogy a kettős kúp közös csúcsából induló elhajlított, szétszórt sugarak közül kettő majdnem teljesen elenyésző fényerősségű; e két sugár iránya azon normális mentén esik, mely a kúp csúcsán áthaladva, a beejtett sugárkúp polározása síkjára merőleges és így magára a beejtett sugárnyalábra is merőleges.²

¹ V. ö. az 1. §-ban, a 301. lapon idézett német munkám 396. lapját.

² V. ö. az előbb idézett helyet.

Szigorúan zérus fényerősség ezen egyenesmenti két sugárra nézve sem létezik, mert a leírt jelenség esetében az elhajlított, szétszóró fény többé-kevésbé elveszti polárosságának egy csekély részét, azaz *depolározódik*; a többi sugár is, mely tetszés szerinti irányokban szóródik szét, nem mutat mindig szigorúan teljes polározást.

A sugaraknak ebből az alkalomból megfigyelt tapasztalatszerű depolározódásának okairól itt alig szólhatnánk hypotheziseken alapuló magyarázatok nélkül; mindazonáltal felemlíthetem, hogy e depolározott fény spektroszkópos vizsgálata meggyőzte KRONBERGER és KRONSTEIN észlelőket arról, hogy ennek a depolározott fénynek színeképe teljesen egyenlő a katódsugarak által üvegen előidézett phosphoreszkáló fénynek színképével.

Ez a depolározásbeli jelenség azonban tulajdonképen csak másodrendű fontosságú a jelen közleményemben ismertetett vizsgálatok szempontjából, mert az a főjelenséget csak igen kevésbé zavarja és ennek jellegét semmikép sem tudja megmásítani; mindazonáltal nem véljük feleslegesnek a felemlítését, minthogy alkalmilag külön kísérleti vizsgálat tárgyát képezheti.

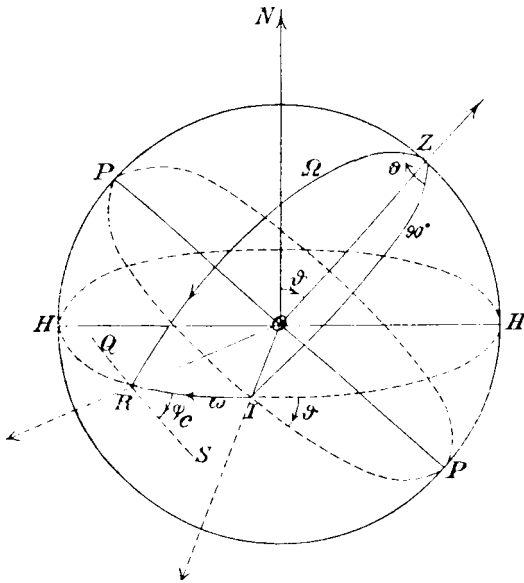
6. §. *A megfigyelések eredményei rendszerének és a cirkumaxiális polározás törvényének egymással való összehasonlításának módszere.*

A mellékelt 6. ábra szemléltesse a megvizsgált jelenség és a föltételezett cirkumaxiális polározás törvénye között felmerülő mértani vonatkozásokat. Benne O jelenti a fent említett, használt átlátszó gömbök középpontját, mely itt másodrendű fénygerjesztő középpont gyanánt szerepel; \vec{OI} a gömb anyagába ejtett, intenzív, keskeny fénykúp tengelye mentén e fénynyaláb továbbhaladása irányát; PIP e fénynyaláb polározása síkját; \vec{OZ} ennek a síknak normálisát; továbbá $HIRH$ a használt goniometer, illetve JAMIN-SÉNERMONT-féle polározásbeli készülék vízszintes főköréhez párhuzamos azon síkot, mely az észleleti gömb középpontján is átmegy; ez egyszersmind a mindenkori elhajlásbeli sík; \vec{ON} ennek normálisát jelenti.

Ezenkívül jelent \vec{OR} egy tetszésszerű elhajlított sugarat e síkban; $ORQS$ ezen sugár polározása síkja.

A rajz szerint $(HIP) \angle = \vartheta$ szög jelenti a beejtett \vec{OI} sugárnyaláb polározási azimutját a főkör HH síkjához képest és $(HRS) \angle = \varphi_c$ szög jelenti az \vec{OR} elhajlított (szétszórt) sugár polározási azimutját ugyanezen főkör HH síkjához képest.

Ha az elhajlított sugarak polározás-síkjai pontosan megfelelnek a cirkumaxiális polározás törvényének, akkor OZ



6. ábra.

volna e polározás-síkok symmetria-tengelye és a QRS ív volna annak a párhuzamos körnek íve, mely az OZ tengelyhez tartozó PIP egyenlítő körhöz párhuzamos és egyszersmind az \vec{OR} elhajlított sugárnak R észleleti helyén halad át.

A megfigyelés tárgyát képező elhajlított (szétszórt) sugár helyzetét kétféle rendszerű koordináták szerint lehet meghatározottnak tekinteni; ugyanis, a rajz szerint (6. ábra):

1. ω és ϑ jelentik az \vec{OR} sugárnak gömbi koordinátáit az \vec{OI} beejtett sugárra és ennek PIP polározása-síkjára vonatkozó-

lag. Minthogy itt az \vec{OI} sugár a beeső fény *rádiusa*, e koordináta-rendszer symmetria-tengelye, ezeket az ω és ϑ koordinátákat talán *cirkumradiálisaknak* lehetne nevezni.

2. Ω és θ jelentik ugyanazon \vec{OR} elhajlított sugárnak más gömbi koordinátáit, vonatkoztatva ugyanis \vec{OR} -et a beejtett \vec{OI} sugárnyaláb polározás-síkjának \vec{OZ} normálisára és a \vec{ZI} első meridiánra, mely utóbbi ezen az \vec{OZ} normálison és a beejtett \vec{OI} sugáron halad át. Minthogy itt \vec{OZ} tengely, *axis*, a jelen koordináta-rendszer symmetria-tengelye, ezeket az Ω és θ koordinátákat *cirkumaxiálisaknak* lehetne nevezni.

Az itt szükséges trigonometriai vonatkozásokat a 6. ábra szerint a ZIR gömbi háromszög szolgáltatja; benne, miként azonnal észrevenni:

$$\widehat{ZI} \omega = \frac{1}{2}\pi; \quad (RIZ) \sphericalangle = \frac{1}{2}\pi + \vartheta; \quad (ZRI) \sphericalangle = \frac{1}{2}\pi - \varphi_c.$$

Ezekkel az értékekkel, a gömbi trigonometria elemei szerint, az 1. és 2. alatt említett két koordináta-rendszer számára transformáló formulákat és a φ_c számára meghatározó egyenleteket nyerünk, melyek legegyszerűbb alakja a következő:

$$\left. \begin{array}{l} \cos \omega = +\sin \Omega \cos \theta; \\ \operatorname{tg} \vartheta = -\operatorname{cotg} \Omega \operatorname{cosec} \theta; \\ \operatorname{tg} \varphi_c = -\cos \Omega \operatorname{cotg} \theta. \end{array} \right\} 1. \quad \left. \begin{array}{l} \cos \Omega = -\sin \omega \sin \vartheta; \\ \operatorname{cotg} \theta = +\operatorname{cotg} \omega \sec \vartheta; \\ \operatorname{tg} \varphi_c = +\cos \omega \operatorname{tg} \vartheta \end{array} \right\} 2.$$

Az alább, eredményeikben közlött észleletek az \vec{OR} sugáraknak a térben szabályszerűen elosztott összességére vonatkoznak, melynek minden egyes sugara megadott, azaz ismert ω és ϑ vagy Ω és θ koordinátákkal bír. Könnyen számíthatjuk az (1) és (2) egyenletcsoportok segélyével azt az *elméleti polározási azimutot*, $\varphi_{calc} = \varphi_c$ -t, mely a cirkumaxiális polározás törvénye érvényessége esetében a mindenkori \vec{OR} elhajlított, észlelt sugárhoz tartozik és várható.

A *megfigyelések* ellenben szolgáltatják ugyanezen \vec{OR} sugárnak *észlelt polározási azimutját*, $\varphi_{obs} = \varphi_o$ -t, melynek értéke így a φ_c -vel összehasonlítható.

7. §. A FUESS-féle tömör üveggolyón végzett észleletek eredményei: I. és II. tábla. A térbeli, teljes, szymmetrikus, cirkumaxiális polározás törvényének igen közelítőleges fennállása. Megjegyzések.

A következő I. és II. táblázat magában foglalja az ennek a §-nak címében nevezett üveggömbre nézve a megfigyelések és az összehasonlítások eredményeit, melyek körülbelül 2800 egyes észleletből szűrődtek le; megfigyelők a már az 1. § végén említett KRONBERGER EDE és KRONSTEIN BÉLA urak voltak.

Az I. tábla 56 megfigyelt sugár adatait foglalja magában, mely sugarak eloszlása a beejtett sugár körül szymmetrikus lévén, cirkumradiális rendszert alkotnak; az idetartozó észleletek száma körülbelül 1700-at tesz ki.

A II. tábla 64 megvizsgált sugárra vonatkozik; ezek a sugarak a beejtett nyaláb polározás-síkjának normálisa körül szymmetrikusan vannak eloszolva és így cirkumaxiális rendszert alkotnak, mely sugarakon végzett egyes észleletek száma körülbelül 1100.

A táblázatok feliratai oly részletesek és adat-anyaguk oly áttekinthető módon van rendezve, hogy bővebb magyarázat felesleges.

De a $\varphi_o - \varphi_c$ rovatban foglalt összehasonlítás mutatja, hogy a mennyiben ily kényes megfigyeléseknél pontosságról lehet szó, a cirkumaxiális polározás törvénye az itt használt üveggömb anyagában, az észleleti hibák határán belül tényleg fennállónak tekintendő.

I. tábla.

A térbeli teljes, symmetrikus, cirkumaxiális polározás törvénye szilárd, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A bebocsátott fény vonalmenti polárosságú.

Homogén, izotrop, FUESS-féle tömör üveggömbbe bocsátott középponti keskeny fénykúp csúcsából, mint másodrendű fénygerjesztő középpontból induló, symmetrikusan elhajlított (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A bebocsátott fény polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt elhajlított (szétszórt) sugarak a beeső nyaldób iránya körül symmetrikusan vannak elosztva a térben.

A gömb üvegyanyagának közepes törésmutatója: $n_D = 1,5454$.

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_e	$\varphi_0 - \varphi_e$
0,0	0,0	0,0	90,0	— 1,9	0,0	— 1,9
0,0	45,0	45,0	90,0	— 2,0	0,0	— 2,0
0,0	90,0	90,0	90,0	— 1,2	0,0	— 1,2
0,0	135,0	135,0	90,0	+ 1,2	0,0	+ 1,2
0,0	225,0	225,0	90,0	— 1,5	0,0	— 1,5
0,0	270,0	270,0	90,0	— 0,9	0,0	— 0,9
0,0	315,0	315,0	90,0	— 3,1	0,0	— 3,1
45,0	0,0	0,0	90,0	+ 42,3	+ 45,0	— 2,7
45,0	45,0	35,3	120,0	+ 35,9	+ 35,3	+ 0,6
45,0	90,0	90,0	135,0	— 1,0	0,0	— 1,0
45,0	135,0	144,7	120,0	— 35,3	— 35,3	0,0
45,0	225,0	215,3	60,0	— 34,4	— 35,3	+ 0,9
45,0	270,0	270,0	45,0	— 5,3	0,0	— 5,3
45,0	315,0	324,7	60,0	+ 35,9	+ 35,3	+ 0,6
90,0	0,0	0,0	90,0	+ 88,7	+ 90,0	— 1,3
90,0	45,0	0,0	135,0	+ 88,1	+ 90	— 1,9
90,0	90,0	0,0	180,0	A polártengely iránya		
90,0	135,0	0,0	135,0	— 86,4	— 90,0	+ 3,6
90,0	225,0	0,0	45,0	— 92,4	— 90,0	+ 2,4
90,0	270,0	0,0	0,0	A polártengely iránya		
90,0	315,0	0,0	45,0	+ 86,7	+ 90,0	— 3,3

ϑ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
135,0	0,0	0,0	90,0	+134,6	+135,0	— 0,4
135,0	45,0	— 35,3	120,0	+136,2	+144,7	— 8,5
135,0	90,0	— 90,0	135,0	+178,1	+180,0	— 1,9
135,0	135,0	—144,7	120,0	+216,3	+215,3	+ 1,0
135,0	225,0	—215,3	60,0	+216,2	+ 215,3	+ 0,9
135,0	270,0	—270,0	45,0	+178,1	+180,0	— 1,9
135,0	315,0	+324,7	60,0	+134,5	+144,7	—10,2
180,0	0,0	0,0	90,0	+179,1	+180,0	— 0,9
180,0	45,0	— 45,0	90,0	+181,3	+180,0	+ 1,3
180,0	90,0	— 90,0	90,0	+179,5	+180,0	— 0,5
180,0	135,0	—135,0	90,0	+178,3	+180,0	— 1,7
180,0	225,0	—225,0	90,0	+177,5	+180,0	— 2,5
180,0	270,0	—270,0	90,0	+177,4	+180,0	— 2,6
180,0	315,0	—315,0	90,0	+178,1	+180,0	— 1,9
225,0	0,0	0,0	90,0	+225,2	+225,0	+ 0,2
225,0	45,0	— 35,3	60,0	+212,9	+215,3	— 2,4
225,0	90,0	— 90,0	45,0	+176,1	+180,0	— 3,9
225,0	135,0	—144,7	60,0	+138,8	+144,7	— 5,9
225,0	225,0	—215,3	120,0	+141,2	+144,7	— 3,5
225,0	270,0	—270,0	135,0	+178,3	+180,0	— 1,7
225,0	315,0	—324,7	120,0	+217,5	+215,3	+ 2,2
270,0	0,0	0,0	90,0	+268,7	+270,0	— 1,3
270,0	45,0	0,0	45,0	+269,4	+270,0	— 0,6
270,0	90,0	0,0	0,0	A polártengely iránya		
270,0	135,0	180,0	45,0	+ 91,7	+ 90,0	+ 1,7
270,0	225	180,0	135,0	+ 90,2	+ 90,0	+ 0,2
270,0	270,0	180,0	180,0	A polártengely iránya		
270,0	315,0	180,0	225,0	+269,2	+270,0	— 0,8
315,0	0,0	0,0	90,0	+313,6	+315,0	— 1,4
315,0	45,0	35,3	60,0	+320,0	+324,7	— 4,7
315,0	90,0	90,0	45,0	+359,4	+360,0	— 0,6
315,0	135,0	144,7	60,0	+396,1	+395,3	+ 0,8
315,0	225,0	215,3	120,0	+394,4	+395,3	— 0,9
315,0	270,0	270,0	135,0	+357,1	+360,0	— 2,9
315,0	315,0	324,7	120,0	+326,3	+324,7	+ 1,6

II. tábla.

A térbeli teljes, szymmetrikus, cirkumaxiális polározás törvénye szilárd, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A bebocsátott fény vonalmenti polároosságú.

Homogén, izotrop, FUESS-féle tömör üveggömbbe bocsátott középponti keskeny fénykúp csúcsából, mint másodrendű fénygerjesztő középpontból induló, szymmetrikusan elhajlított (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A bebocsátott fény polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt elhajlított (szétszórt) sugarak e polártengely iránya körül szymmetrikusan vannak elosztva a térben.

A gömb üvegyanyagának közepes törésmutatója: $n_D=1,5454$.

Ω	Θ	ω	ϑ	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
0,0	0,0	270,0	90,0	A polártengely iránya		
0,0	45,0	270,0	90,0	"	"	"
0,0	90,0	270,0	90,0	"	"	"
0,0	135,0	90,0	90,0	"	"	"
0,0	180,0	90,0	270,0	"	"	"
0,0	225,0	90,0	270,0	"	"	"
0,0	270,0	90,0	270,0	"	"	"
0,0	315,0	270,0	270,0	"	"	"
45,0	0,0	45,0	— 90,0	— 90,8	— 90,0	— 0,8
45,0	45,0	60,0	— 54,7	— 37,9	— 35,3	— 2,6
45,0	90,0	90,0	— 45,0	— 1,6	0,0	— 1,6
45,0	135,0	120,0	— 54,7	+ 33,6	+ 35,3	— 1,7
45,0	180,0	135,0	— 90,0	+ 88,1	+ 90,0	— 1,9
45,0	225,0	120,0	— 125,3	+ 137,9	+ 144,7	— 6,8
45,0	270,0	90,0	— 135,0	+ 177,3	+ 180,0	— 2,7
45,0	315,0	60,0	— 125,3	+ 218,4	+ 215,3	+ 3,1
90,0	0,0	0,0	0,0	— 0,7	0,0	— 0,7
90,0	45,0	45,0	0,0	— 1,1	0,0	— 1,1
90,0	90,0	90,0	0,0	— 2,0	0,0	— 2,0
90,0	135,0	135,0	0,0	— 0,8	0,0	— 0,8
90,0	180,0	180,0	0,0	Nem észlelhető		
90,0	225,0	225,0	0,0	— 0,8	0,0	— 0,8
90,0	270,0	270,0	0,0	+ 0,6	0,0	+ 0,6
90,0	315,0	315,0	0,0	— 2,3	0,0	— 2,3

Ω	θ	ω	ϑ	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
135,0	0,0	45,0	90,0	+ 91,6	+ 90,0	+1,6
135,0	45,0	60,0	54,7	+ 37,3	+ 35,3	+2,0
135,0	90,0	90,0	45,0	— 1,6	0,0	—1,6
135,0	135,0	120,0	54,7	— 32,6	— 35,3	+2,7
135,0	180,0	135,0	90,0	— 92,6	— 90,0	—2,6
135,0	225,0	120,0	125,3	—148,2	—144,7	—3,5
135,0	270,0	90,0	135,0	—182,4	—180,0	—2,4
135,0	315,0	60,0	125,3	—212,6	—215,3	+2,7
180,0	0,0	90,0	270,0	A polártengely iránya		
180,0	45,0	90,0	270,0	"	"	"
180,0	90,0	90,0	270,0	"	"	"
180,0	135,0	270,0	270,0	"	"	"
180,0	180,0	270,0	90,0	"	"	"
180,0	225,0	270,0	90,0	"	"	"
180,0	270,0	270,0	90,0	"	"	"
180,0	315,0	90,0	90,0	"	"	"
225,0	0,0	135,0	— 90,0	+ 86,2	+ 90,0	—3,8
225,0	45,0	120,0	— 54,7	+ 34,8	+ 35,3	—0,5
225,0	90,0	90,0	— 45,0	— 2,8	0,0	—2,8
225,0	135,0	60,0	— 54,7	— 44,3	— 35,3	—9,0
225,0	180,0	45,0	— 90,0	— 89,4	— 90,0	+0,6
225,0	225,0	60,0	—125,3	—141,7	—144,7	+3,0
225,0	270,0	90,0	—135,0	—178,9	—180,0	+1,1
225,0	315,0	120,0	—125,3	—216,2	—215,3	—0,9
270,0	0,0	180,0	0,0	Nem észlelhető		
270,0	45,0	135,0	0,0	— 1,7	0,0	—1,7
270,0	90,0	90,0	0,0	— 0,2	0,0	—0,2
270,0	135,0	45,0	0,0	— 3,0	0,0	—3,0
270,0	180,0	0,0	0,0	— 1,4	0,0	—1,4
270,0	225,0	— 45,0	0,0	— 2,8	0,0	—2,8
270,0	270,0	— 90,0	0,0	— 1,1	0,0	—1,1
270,0	315,0	—135,0	0,0	— 0,5	0,0	—0,5
315,0	0,0	—135,0	90,0	— 89,7	— 90,0	+0,3
315,0	45,0	—120,0	54,7	— 36,5	— 35,3	—1,2
315,0	90,0	— 90,0	45,0	— 2,3	0,0	—2,3
315,0	135,0	— 60,0	54,7	+ 35,3	+ 35,3	0,0
315,0	180,0	— 45,0	90,0	+ 89,3	+ 90,0	—0,7
315,0	225,0	— 60,0	125,3	+139,5	+144,7	—5,2
315,0	270,0	— 90,0	135,0	+177,7	+180,0	—2,3
315,0	315,0	—120,0	125,3	+218,6	+215,3	+3,3

Ezekhez, az I. és a II. táblában foglalt adatokhoz még a következő, a tulajdonképeni észleletekre vonatkozó megjegyzéseket kell fűznünk:

A megfigyelt szétszórt, elhajlított sugarak az analizáló nikol forgatásánál általában véve jó minimumokat mutatnak; teljes eloltás ugyan jóformán nem lép fel egyetlenegy ily sugár-

nál sem, sőt, miként már előbb jeleztük, még akkor sem, mikor az elhajlított sugár a polártengely mentén halad; mikor a cirkumaxiális polározás törvénye szerint az ily irányban haladó sugárnak még analizátor nélkül is el kellene tűnnie.

A nevezett elhajlított (szétszórt) sugaraknak nem teljes eltűnése, úgy látszik, a fénynek az üveggömb anyagában fellépő részleges depolározásában találja magyarázatát; az ily depolározott, azaz már nem poláros fény erőssége függ a mindenkori átlátszó közeg természetétől, a miről qualitativ vizsgálatok győztek meg. Idetartozó quantitativ kutatások jelen dolgozat keretén túl esnek és tulajdonképen külön kutatás tárgyát képeznék.

Hogy ezekben a táblázatokban a $\varphi_o - \varphi_c$ különbségek helyenként kissé nagyobbak, mint azt várnók: az részben a fény-minimumoknak nem eléggé éles voltából származik, mely körülmény az analizátornak a minimumokra való beállítását kényessé és nehézkessé tette; a megfigyelések éppen ilyen esetekben történtek a legnagyobb gonddal és pontosabb észleleti eredmények magának a jelenségnek ilyenkor jelentkező bizonytalanságánál fogva sem voltak elérhetőek.

Az e fajta minimumoknál a visszamaradt, depolározott fény rendszeren piszkos-rozsdás-vörös, némelykor szürkés és piszkos-zöldes színű; e szerint ez a remanens, nem poláros fény teljesen elüt a beejtett napsugár-kúpnak szép zöldes-fehér színétől. Ez a körülmény, ez a színváltozat azonban a legtöbb esetben hozzájárult az észleletek kivitelének könnyítéséhez és a beállítás pontosságának fokozásához.

Mindazonáltal az előbb jelzett esetekben néhány, kevés sugárnál a $\varphi_o - \varphi_c$ eltérés oly jelentékeny, hogy azt megfigyelési hibának vagy tökéletlenségnek nem lehetne minősíteni; itt mindenesetre maga a jelenség bonyolódottabb.

Még meg kell jegyeznünk, hogy a használt Fuess-féle üveggömb anyagában elvéve levegőbuborékok is vannak; közülük néhányan a fénykúpok közös csúcsának közelségében is fordultak elő. Ha a napfény kúpja ilyeneket útjában talált, ezek aránylag nagy fényerősséggel világítottak; az ilyen buborékok által így elhajlított, vagy talán inkább szétszórt fénysugarak

polározási állapota általában véve megegyezett a fénykúp csúcán levő homogén üvegyanyag által kibocsátott másodrendű fény-sugarakéval; különösen akkor, ha a buborékok igen kicsinyek voltak. Ezért ilyen esetekben az analizátor beállítása e fajta buborékokra történhetett, miáltal az észlelés gyakran aránytalanul könnyebb és pontosabb lett.

Teljességükben áttekintve az I. és a II. táblázatban foglalt összes megfigyelések eredményeit: ezeket általánosságban véve igen megbízható tapasztalati anyagnak kell tekintenünk, melyek mutatják, hogy a szóban forgó jelenségnek túlnyomóan legfontosabb része a cirkumaxiális polározás törvényével igen jól egyezik.

8. §. *Különböző törésmutatójú négy ZEISS-féle tömör üveggömbön végzett észleletek eredményei. III. tábla. Ugyanennek a törvénynek fennállása. Megjegyzések.*

A megelőzőkben ismertetett megfigyeléseink *egy* meghatározott törésmutatójú FUESS-féle gömb üvegyanyagára vonatkoznak; kívánatosnak látszott azonban megvizsgálni azt a kérdést, vajjon gyakorol-e befolyást a mindenkor üveggömb anyagának *törésmutatója* az annak belsejében levő másodrendű fénygerjesztő középpontból induló, gerjesztett sugarak polározási állapotára?

E végből az 1907. év elején a *jena*-i ZEISS-czégnél pontosan csiszolt tömör, négy oly üveggömböt rendeltem meg, melyek átmérője 5—5 cm.-t tett ki, míg az üvegyanyag, melyből készültek, az ugyancsak *jena*-i SCHOTT & GENOSSEN czég üvegyára¹ jelzései és adatai szerint a következő számokat és fénytörésmutatókat mutatta:

Üvegnum	O. 3258,	koronaüveg, legkisebb törésmutatóval:	$n_D=1,4782$;
"	O. 103.	közönséges szilikát-flintüveg	$n_D=1,6202$;
"	O. 165.	nehéz szilikát-flintüveg	$n_D=1,7545$;
"	S. 228.	legnehezebb szilikát-flintüveg	$n_D=1,9044$.

A gömbök még a nevezett év nyara elején készültek el, úgy, hogy ennek a nyárnak a folyamán teljesen el lehetett vé-

¹ Glaswerk: SCHOTT & GENOSSEN, Produktions- und Preisverzeichniss. Provisorische Ausgabe. Liste Nr. 268, Jena, Januar 1902.

gezni az alább közlött vizsgálatokat. Erre a célra azonban nem használtuk azt a goniométert, mely az előbb tárgyalt, FUSS-féle tömör gömbön tett megfigyelésre volt berendezve, hanem a most felsorolt négy gömb kisebb méreteinél fogva azt a JAMIN-SÉNERMONT-féle nagy polározási készüléket, melyet már az idetartozó, az 1. §-ban idézett két közleményemben leírt kísérleteimnél és méréseimnél használtam.¹

Maguk az észlelések e négy gömbön általában véve ugyanazon séma szerint történtek, mint a 7. §-ban a FUSS-féle gömbre nézve közlött megfigyelések; csak hogy itt, időkimelés tekintetéből, az észlelők, a már fent említett KRONBERGER EDE és KRONSTEIN BÉLA urak, nem vizsgálhatták át a másodrendű fényerjesztő középpont körül elterülő egész teret sűrűn elosztott sugarak észleletével, hanem ennek csak kevesebb számú irányát, illetve az ezek mentén haladó sugarakat.

Az ekként a megfigyelésre kiszemelt sugarak a beejtett sugárnyaláb körül szymmetrikus eloszlásúaknak választattak; ez a sugárrendszer e szerint *cirkumradiális* (318. l.) volt. Minden egyes gömbnél 28 ily sugár képezte a megvizsgálás tárgyát; ezeknek az iránya úgy változott, hogy úgy a ϑ , mint az ω cirkumradiális koordináták 45° -onként változtak; azonban, míg az ω a 0° -tól 315° -ig változott, addig a ϑ a 0° -tól a 135° -ig változott; e szerint e sugarak a térben bár gyéren, de elég egyenletesen voltak elosztva a középpont és a beejtett fénynyaláb körül.

Az ezen a négy gömbön végezett egyes megfigyelések és leolvasások száma körülbelül 1300-at teszen ki; eredményeiket, valamint a cirkumaxiális polározás törvényével való összehasonlítást a következő, III. tábla mutatja.

A tábla berendezése, benne a jelek jelentése ugyanolyan, mint az I. és a II. táblán.

¹ V. ö. e közlemények elsejének 235. lapját.

III. Tábla.

A térbeli teljes, szimmetrikus, cirkumaxiális polározás törvénye szilárd, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A bebocsátott fény vonalmenti polárosságú.

Homogén, izotrop, ZEISS-féle négy tömör üveggömbbe bocsátott középponti keskeny fénykúp csúcsából, mint másodrendű fényerjesztő középpontból induló, szimmetrikusan elhajlított (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A bebocsátott fény polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt szétszórt, elhajlított sugarak a beejtett sugárnyaláb iránya körül szimmetrikusan vannak elosztva a térben.

A gömbök törés- mutatói:			$n_D=1.9044$		$n_D=1.7541$		$n_D=1.6202$		$n_D=1.4782$	
ϑ	ω	φ_c	φ_0	$\varphi_0 - \varphi_c$	φ_0	$\varphi_0 - \varphi_c$	φ_0	$\varphi_0 - \varphi_c$	φ_0	$\varphi_0 - \varphi_c$
0,0	0,0	0,0	0,4	-0,4	0,0	0,0	0,1	-0,1	0,0	0,0
0,0	45,0	0,0	0,6	-0,6	+ 0,8	+0,8	+ 0,3	+0,3	+ 0,5	+0,5
0,0	90,0	0,0	0,1	-0,1	1,4	-1,4	0,0	0,0	0,4	-0,4
0,0	135,0	0,0	0,4	-0,4	1,0	-1,0	0,6	-0,6	0,1	-0,1
0,0	225,0	0,0	+ 2,0	+2,0	+ 0,2	+0,2	+ 0,7	+0,7	+ 0,6	+0,6
0,0	270,0	0,0	+ 1,5	+1,5	+ 0,2	+0,2	+ 0,3	+0,3	+ 0,6	+0,6
0,0	315,0	0,0	+ 2,0	+2,0	+ 1,7	+1,7	+ 0,7	+0,7	+ 1,5	+1,5
45,0	0,0	+ 45,0	+ 44,9	-0,1	+ 44,8	-0,2	+ 45,0	0,0	+ 44,8	-0,2
45,0	45,0	+ 35,3	+ 34,0	-1,3	+ 34,3	-1,0	+ 33,4	-1,9	+ 34,6	-0,7
45,0	90,0	0,0	+ 0,4	+0,4	+ 0,4	+0,4	- 0,5	-0,5	0,2	-0,2
45,0	135,0	- 35,3	- 32,1	+3,2	- 35,2	+0,1	- 34,7	+0,6	- 35,9	-0,6
45,0	225,0	- 35,3	- 33,2	+2,1	- 35,3	0,0	- 35,0	+0,3	- 36,3	-1,0
45,0	270,0	0,0	- 0,9	-0,9	+ 0,6	+0,6	- 0,2	-0,2	+ 1,4	+1,4
45,0	315,0	+ 35,3	+ 33,2	-2,1	+ 34,7	-0,6	+ 34,9	-0,4	+ 34,1	-1,2
90,0	0,0	+ 90,0	+ 91,1	+1,1	+ 90,1	+0,1	+ 89,9	-0,1	+ 90,1	+0,1
90,0	45,0	+ 90,0	+ 90,5	+0,5	+ 88,8	-1,2	+ 89,6	-0,4	+ 89,3	-0,7
90,0	90,0		A	p o l á r t e n g e l y	i r á n y a					
90,0	135,0	- 90,0	- 90,8	-0,8	- 90,6	-0,6	- 88,8	+1,2	- 89,9	+0,1
90,0	225,0	- 90,0	- 89,2	+0,8	- 88,9	+1,1	- 88,3	+1,7	- 89,3	+0,7
90,0	270,0		A	p o l á r t e n g e l y	i r á n y a					
90,0	315,0	+ 90,0	+ 90,0	0,0	+ 88,7	-1,3	+ 88,6	-1,4	+ 89,2	-0,8
135,0	0,0	+ 135,0	+ 135,5	+0,5	+ 135,3	+0,3	+ 135,1	+0,1	+ 134,6	-0,4
135,0	45,0	+ 144,7	+ 147,1	+2,4	+ 142,8	-1,9	+ 144,0	-0,7	+ 141,3	-3,4
135,0	90,0	+ 180,0	+ 179,5	-0,5	+ 178,9	-1,1	+ 180,5	+0,5	+ 180,2	+0,2
135,0	135,0	+ 215,3	+ 216,3	+1,0	+ 216,3	+1,0	+ 213,9	-1,4	+ 215,5	+0,2
135,0	225,0	+ 215,3	+ 218,0	+2,7	+ 218,4	+3,1	+ 216,1	+0,8	+ 219,7	+4,4
135,0	270,0	+ 180,0	+ 181,3	+1,3	+ 181,2	+1,2	+ 180,4	+0,4	+ 180,2	+0,2
135,0	315,0	+ 144,7	+ 145,2	+0,5	+ 146,7	+2,0	+ 143,5	-1,2	+ 142,7	-2,0

A III. táblázatban feltüntetett adatokhoz még a következő kiegészítő megjegyzéseket kell tennünk:

A négy gömbben keletkezett jelenségek típusa itt is, legalább általánosságban véve ugyanolyan volt, mint az 5. és 7. §-ban előfordult FUESS-féle tömör gömbben mutatkozott jelenségeké; itt is a megfigyelt sugarak az analizátor forgatásánál elég jó minimumokat mutattak, de teljes eloltást jóformán egyetlenegy sugárnál sem lehetett tapasztalni.

A depolározott maradék-fény erőssége az egyes gömböknél elég különbözőnek mutatkozott:

a) A legnagyobb törésmutatóval, $n_D=1,9044$ -del bíró S. 228 jelzésű gömbnek igen nagy fajsúlyú anyaga sárgás-zöldes színű és tele van kicsiny buborékokkal, melyek, ha a beejtett fénykúp útjába kerülnek, igen erősen fénylő pontocskáknak látszanak. Az e buborékok felületei által ilyformán elhajlított vagy szétszórt sugarak szintén lineáris polározást mutatnak, ha a beejtett fény síkban van polározva; ámde e szétszórt sugarak polározási azimutja nem egyezett meg a beejtett kettős sugárkúp csúcsa fényének polározási azimutjaival, ha a buborékok nem voltak nagyon kicsinyek; e szerint ezen golyónál ezeket a buborékokat nem lehetett felhasználni a megvizsgálandó sugarak megfigyelésére, még kevésbé beállítására.

Ezért, a mennyiben a beejtett fénykúp csúcsa közelében ily fénylő buborékok felléptek: ezeknek fényét alkalmas diaframával el kellett fődni és így nem zavarhatták észrevehetőleg a megfigyeléseket, annál kevésbé, mivel az analizátor forgatásánál a beejtett sugárkúp fénye helyenként teljesen eltűnni látszott.

Itt is a depolározott, visszamaradt fény zöldes színűnek látszott.

β) A reakövetkező, O. 165 jelzésű tömör üveggömb törésmutatója $n_D=1.7545$ volt; anyaga teljesen hólyagmentesnek látszik; átmenő fényben igen gyengén sárgásnak tűnt. A szétszórt, elhajlított sugarak minimumai elég éleseknek látszottak; a depolározott maradék-fény itt igen gyenge relativ intenzitást mutatott és szintén zöldes színű volt. A megfigyeléseket és a beállításokat e golyó sugarainál elég könnyen és jól lehetett végezni.

γ) Következik az $O. 103$ jelzésű üveggömb, melynek törésmutatója $n_D=1,6202$; ennek anyaga is teljesen hólyagmentesnek látszik és jóformán teljesen szintelen. A szétszórt, elhajlított sugarak minimumai itt is elég élesek voltak; csak $\vartheta=90^\circ$ -nál, mikor az elhajlított fény erőssége általánosságban vége gyengébb, nem látszottak eléggé határoltakknak ezek a minimumok. A visszamaradt depolározott fény relativ intenzitása itt elég gyenge volt; e fény maga szürkés-fehér színűnek látszott.

δ) Vége az $O. 3258$ jelzésű üveggömb közepes törésmutatója $n_D=1,4782$; anyaga jóformán hólyagmentesnek és teljesen szintelennek látszik; az elhajlított sugarak minimumai elég élesek, kivéve a $\vartheta=90^\circ$ síkhoz tartozó sugarakat, melyek épen úgy, mint a megelőző gömb esetében, kisebb fényerősségűek és így minimumaik kevésbé jól határoltak. A visszamaradt, depolározott fény itt is gyenge relativ intenzitást mutat és kékes-szürkés színűnek tűnik.

Teljességében kifejezve mindezek alapján e négy gömbön végzett vizsgálódás eredményeit, mondhatjuk, hogy ezek itt is igen jól megegyeznek a teljes, szimmetrikus, cirkumaxiális polározás törvényével.

Sőt, miként a szám adatok mutatják, az e táblázatban előforduló legnagyobb eltérések a nevezett törvénytől még fele értékét sem teszik ki a FUESS-féle üveggömbhöz tartozó I. és II. táblázatban található legnagyobb eltéréseknek; e körülmény részben bizonyára a ZEISS-féle gömbök anyagának jó egységét bizonyítja.

9. §. *Átlátszó, tömör félgömb belsejében létesített fénygerjesztő középpont. IV. tábla. A cirkumaxiális polározás törvényének érvényessége.*

Jelen §-ban oly kísérleti vizsgálatot közlünk sorozatos eredményeivel, melyet a végből végeztünk, hogy az ugyanazon vagy igen közelítőleg ugyanazon fénytörésű közegben, de különböző módon előállított gerjesztő középpontoknak fénygerjesztése polározási tulajdonságaira nézve fontos összehasonlítást lehet tenni.

Ugyanis egy és ugyanabban a szilárd, homogén, izotrop átlátszó közegben, nevezetesen egy ZEISS-féle 5 cm. átmérőjű

tömör félgömbben kétféle módon állítottunk elő fényerjesztő középpontokat:

a) Az első eljárás szerint a félgömbbe beejtett fény sugarakúp segítségével, melynek a csúcsa azonban *nem* a félgömb átfogó lapjára, hanem még az üveganyag belsejébe esett, bár csak igen kicsiny távolságban e laptól, az ilyformán létesített fényerjesztő középpont igen közelítőleg a félgömb középpontjához keletkezett; a belőle induló szétszóró, elhajlított sugarak a félgömb anyagán áthaladva, ennek felületére jóformán merőlegesen léptek ki a levegőbe.

b) A második eljárás szerint ugyanezen félgömb átfogó lapjára kis terpentín-olajcsepp közvetítésével üvegrácsot ragasztunk és pedig barázdált lapjával az átfogó sík lapjára (miként ezt jelen értekezésem 1. §-ának *b)* pontjában (302. l.) említett kvalitatív tapasztalatoknál jeleztem). Ebbe a szerkezetbe úgy bocsátottunk be fénykúpot, hogy ennek csúcsa a félgömb középpontjába esett, mely körül az átfogó síkon a rácsozat egy része terült el. Ezáltal a rácsozott felület ezen középponti része fényerjesztő középponttá vált, melyből induló sugarak, az igen vékony terpentín-olajrétegen keresztül, a félgömb üveganyagán áthaladva, a gömb felületére merőlegesen léptek ki; v. ö. erre nézve a következő §-t és a 7. és 8. ábrát (336. lap).

Ezen *a)* és *b)* eljárás kísérleti berendezésénél maga a tömör üvegfélgömb a már többször említett JAMIN-SÉNARMONT-féle nagy polározó körön hasonló kiegészítő készülékkel volt szerelve, melyet már idetartozó előbbi vizsgálataimnál szerkesztettem,¹ azzal a különbséggel, hogy itt a pótkészülék nem az idézett ábrán elötüntetett rácst, hanem a félgömböt vitte, úgy, hogy ennek átfogó lapja most az előbb használt rács barázdált felülete helyét foglalta el.

E mellett, a jelen közleményemben leírt kísérletek folyamán, a félgömb átfogó síkja mindig merőleges volt a beejtett sugárnyalábra; a félgömb maga, úgy az *a)*, mint a *b)* alatt jellemzett berendezéseknél végzett kísérletek első sorozatánál át-

¹ V. ö. M. T. Akadémia Math. és Termitt. Ertesítője XXII. kötete 237. lapját és a hozzátartozó 5. ábrát. Budapest, 1904.

fogó lapjával nézett a beejtett sugárnyaláb felé; második sorozatánál pedig domború felületével fordult a beeső fény felé (mint ezt a 10. §. és a 7. és 8. ábra is mutatja, 336. l.).

Ilyformán úgy az *a*)-hoz, mint a *b*)-hez tartozó ily két-két sorozat egymással való egyesítésével lehetséges volt az egész térben szimmetrikusan eloszlott sugárösszeséget megfigyelni.

Jelen §-ban csak az *a*) alatt részletezett berendezés, illetve létesített másodrendű fényerjesztő középpontokkal nyert kísérleti eredményeket közöljük; a *b*)-hez tartozókat a következő 10—12. §-ban.

A félgömb domború felületéből kilépő sugaraknak az analízáló nikollal való megvizsgálása épen úgy történt, mint az előző §-okban leírt kísérleteknél; az észlelt sugarak száma összesen 88-at tett ki; ezek a beejtett sugárnyaláb körül szimmetrikusan voltak eloszolva és így cirkumradiális rendszert képeztek. Az észlelők az *a*) e két sorozatánál a már fent több ízben említett KRONBERGER EDE és KRONSTEIN BÉLA urak voltak. A megfigyelések száma ennél az *a*) berendezésnél körülbelül 1200 volt; e nagyobb szám oka azokban a nehézségekben rejlik, melyekkel, miként alább jelezzük, ezek a vizsgálatok jártak.

Az észleléseket ugyanis tetemesen nehezítette annak a zavaró fényfoltnak a jelenlétele, mely a jelen *a*) berendezés esetében a félgömb átfogó lapjának azon helyén keletkezett, a hol a beejtett napsugár-kúp e lapon át belépett a félgömb üveganyagába, vagy abból kilépett. E zavaró fényfoltból induló szétszórt sugarak a félgömb anyagán áthaladva, merőlegesen hatoltak át annak domború felületén, úgy, hogy ezen gyakran elég nagy fényerősségű foltok a fénye egyszerre látszott a fénykúpnek tulajdonképeni csúcsa mellett, mely utóbbinak a nikol forgatásával való eltüntetésekor e zavaró fényfolt, melynek sugarai más polározási állapotot mutattak, gyakran még elég fényesen látszott. Az ezáltal létesített zavarás még akkor sem tűnt el mindig teljesen, mikor ezt a zavaró fényfoltot egy elébe helyezett fekete kártyalappal elfödtek.

Ezeknél a körülményeknél fogva az e kísérleti eredményeket tartalmazó IV. táblázatban a $\varphi_0 - \varphi_c$ különbségek helyen-

ként kissé nagyobbak, mint az előbbi sorozatokban; az eltérések különösen ott látszanak jelentékenyebbeknek, a hol az elhajlított, szétszórt sugarak a beejtett nyaláb haladása irányával a legnagyobb szöveget képezik, hol e szerint az ω értéke $+120^\circ$ vagy $+150^\circ$ -ot tett ki; de ezeknek a fénysugaraknak fényerőssége is a legkisebb volt a többi sugarak között.

E nehézségek daczára a IV. táblázatban foglalt $\varphi_0 - \varphi_c$ különbségek általános menete még mindig kielégítőnek mondható; a polározás-síkok megfigyelt helyzetei itt is elég szépen egyeznek meg a teljes, térbeli cirkumaxiális polározás törvényével.

Első pillantásra és futólagos meggondolásra ez az egész észleleti sorozat fölöslegesnek látszik, minthogy az I., II., III. táblázatban a telt, tömör üveggömbökön történt megfigyelések amúgy is bennfoglalvák, melyekre nézve épen úgy, mint a jelen IV. táblázat esetében, a másodrendű fényerjesztő középpont nem más, mint az üveganyag belsejében levő része e homogén, izotrop közegnek.

Ámde egészen más, sokkal fontosabb jelentőséget nyernek a IV. táblázat adatai, ha a fönt *b)* alatt jelzett eljárás szerint végzett, a 12. §-ban közölt megfigyelések eredményeivel összehasonlítjuk. Ezek az utóbbiak ugyanis az *ugyanazon félgömb anyaga belsejében, de más módon gerjesztett* másodrendű sugarakra vonatkoznak és minthogy polározásuk szintén megfelel a térbeli, teljes cirkumaxiális polározás törvényének, a 12. § végén *a tapasztalat alapján kimondhatjuk, hogy ez a törvény a másodrendű gerjesztő középpontok előállítási módjától függetlenül érvényes.*

IV. tábla.

A teljes, térbeli, szimmetrikus cirkumaxiális polározás törvénye szilárd, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A beejtett fénynyaláb vonalmentén van polározva.

Homogén, izotrop, átlátszó Zeiss-féle félgömbbe bocsátott, keskeny, közelítőleg középponti fénykúp csúcsából, mint másodrendű fényerjesztő középpontból induló, szimmetrikusan elhajlított (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A beejtett fénynyaláb polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt szétszórt, elhajlított sugarak a beeső fénynyaláb körül szimmetrikusan vannak elosztva a térben.

A félgömb üvegyanyagának közepes törésmutatója: $n_D = 1,5023$

ϑ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
0,0	-150,0	-150,0	90,0	+ 0,6	0,0	+0,6
0,0	-120,0	-120,0	90,0	+ 1,6	0,0	+1,6
0,0	- 90,0	- 90,0	90,0	- 0,2	0,0	-0,2
0,0	- 60,0	- 60,0	90,0	+ 0,7	0,0	+0,7
0,0	- 30,0	- 30,0	90,0	+ 0,6	0,0	+0,6
0,0	0,0	0,0	90,0	+ 0,3	0,0	+0,3
0,0	+ 30,0	+ 30,0	90,0	- 0,5	0,0	-0,5
0,0	+ 60,0	+ 60,0	90,0	- 0,7	0,0	-0,7
0,0	+ 90,0	+ 90,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	+120,0	+120,0	90,0	+ 1,0	0,0	+1,0
0,0	+150,0	+150,0	90,0	+ 1,1	0,0	+1,1
22,5	-150,0	-151,9	79,0	-16,1	-19,7	+3,6
22,5	-120,0	-122,0	70,7	-11,3	-11,7	+0,4
22,5	- 90,0	- 90,0	67,5	+ 1,3	0,0	+1,3
22,5	- 60,0	- 58,0	70,7	+10,4	+11,7	-1,3
22,5	- 30,0	- 28,1	79,0	+18,4	+19,7	-1,3
22,5	0,0	0,0	90,0	+22,9	+22,5	+0,4
22,5	+ 30,0	+ 28,1	101,0	+16,8	+19,7	-2,9
22,5	+ 60,0	+ 58,0	109,3	+ 9,0	+11,7	-2,7
22,5	+ 90,0	+ 90,0	112,5	+ 1,5	0,0	+1,5
22,5	+120,0	+122,0	109,3	-10,2	-11,7	+1,5
22,5	+150,0	+151,9	101,0	-18,2	-19,7	+1,5

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
45,0	-150,0	-157,8	69,3	-35,8	-40,9	+5,1
45,0	-120,0	-129,2	52,2	-24,2	-26,6	+2,4
45,0	-90,0	-90,0	45,0	+1,8	0,0	+1,8
45,0	-60,0	-50,8	52,2	+26,5	+26,6	-0,1
45,0	-30,0	-22,2	69,3	+40,3	+40,9	-0,6
45,0	0,0	0,0	90,0	+45,3	+45,0	+0,3
45,0	+30,0	+22,2	110,7	+38,7	+40,9	-2,2
45,0	+60,0	+50,8	127,8	+22,9	+26,6	-3,7
45,0	+90,0	+90,0	135,0	+1,2	0,0	+1,2
45,0	+120,0	+129,2	127,8	-26,0	-26,6	+0,6
45,0	+150,0	+157,8	110,7	-38,3	-40,9	+2,6
67,5	-150,0	-167,5	62,5	-63,1	-64,4	+1,3
67,5	-120,0	-146,5	38,7	-50,4	-50,4	0,0
67,5	-90,0	-90,0	22,5	-0,1	0,0	-0,1
67,5	-60,0	-33,5	38,7	+50,1	+50,4	-0,3
67,5	-30,0	-12,5	62,5	+62,6	+64,4	-1,8
67,5	0,0	0,0	90,0	+67,7	+67,5	+0,2
67,5	+30,0	+12,5	117,5	+64,3	+64,4	-0,1
67,5	+60,0	+33,5	141,3	+48,4	+50,4	-2,0
67,5	+90,0	+90,0	157,5	-0,1	0,0	-0,1
67,5	+120,0	+146,5	141,3	-48,8	-50,4	+1,6
67,5	+150,0	+167,5	117,5	-58,7	-64,4	+5,7
90,0	-150,0	0,0	60,0	-88,6	-90,0	+1,4
90,0	-120,0	0,0	30,0	-88,1	-90,0	+1,9
90,0	-90,0	0,0	0,0	A polártengely irányára		
90,0	-60,0	0,0	30,0	+89,4	+90,0	-0,6
90,0	-30,0	0,0	60,0	+89,8	+90,0	-0,2
90,0	0,0	0,0	90,0	+90,3	+90,0	+0,3
90,0	+30,0	0,0	120,0	+90,8	+90,0	+0,8
90,0	+60,0	0,0	150,0	+90,8	+90,0	+0,8
90,0	+90,0	0,0	180,0	A polártengely irányára		
90,0	+120,0	0,0	150,0	-88,5	-90,0	+1,5
90,0	+150,0	0,0	120,0	-88,7	-90,0	+1,3
112,5	-150,0	+167,5	62,5	-113,2	-115,6	+2,4
112,5	-120,0	+146,5	38,7	-135,9	-129,6	-6,3
112,5	-90,0	+90,0	22,5	+179,7	+180,0	-0,3
112,5	-60,0	+33,5	38,7	+130,4	+129,6	+0,8
112,5	-30,0	+12,5	62,5	+116,2	+115,6	+0,6
112,5	0,0	0,0	90,0	+112,8	+112,5	+0,3
112,5	+30,0	-12,5	117,5	+115,9	+115,6	+0,3
112,5	+60,0	-33,5	141,3	+128,1	+129,6	-1,5
112,5	+90,0	-90,0	157,5	+179,5	+180,0	-0,5
112,5	+120,0	-146,5	141,3	-123,9	-129,6	+5,7
112,5	+150,0	-167,5	117,5	-116,9	-115,6	-1,3
135,0	-150,0	+157,8	69,3	+138,1	-139,1	+1,0
135,0	-120,0	+129,2	52,2	-151,0	-153,4	+2,4
135,0	-90,0	+90,0	45,0	+177,7	+180,0	-2,3
135,0	-60,0	+50,8	52,2	+153,0	+153,4	-0,4
135,0	-30,0	+22,2	69,3	+137,6	+139,1	-1,5
135,0	0,0	0,0	90,0	+135,0	+135,0	0,0
135,0	+30,0	-22,2	110,7	+143,9	+139,1	+4,8

ϑ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
135,0	+ 60,0	- 50,8	127,8	+153,9	+153,4	+0,5
135,0	+ 90,0	- 90,0	135,0	+180,0	+180,0	0,0
135,0	+120,0	-129,2	127,8	-152,1	-153,4	+1,3
135,0	+150,0	-157,8	110,7	-136,7	-139,1	+2,4
157,5	-150,0	+151,9	79,0	-156,8	-160,3	+3,5
157,5	-120,0	+122,0	70,7	-166,1	-168,3	+2,2
157,5	- 90,0	+ 90,0	67,5	+180,9	+180,0	+0,9
157,5	- 60,0	+ 58,0	70,7	+169,4	+168,3	+1,1
157,5	- 30,0	+ 28,1	79,0	+157,8	+160,3	-2,5
157,5	0,0	0,0	90,0	+157,9	+157,5	+0,4
157,5	+ 30,0	- 28,1	101,0	+162,9	+160,3	+2,6
157,5	+ 60,0	- 58,0	109,3	+168,4	+168,3	+0,1
157,5	+ 90,0	- 90,0	112,5	+179,2	+180,0	-0,8
157,5	+120,0	-122,0	109,3	-170,0	-168,3	-1,7
157,5	+150,0	-151,9	101,0	-161,4	-160,3	-1,1

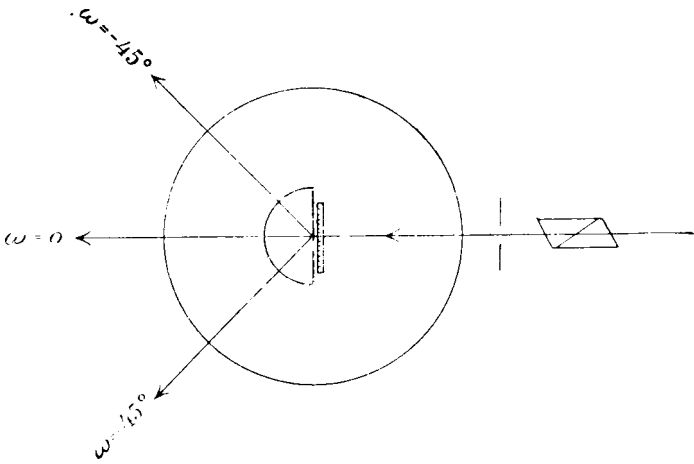
10. §. A másodrendű fényerjesztés középpontja az üveg és vele közelítőleg egyenlő törésmutatójú folyadék közös határfelületén van. A kísérleti berendezés. Jegyzet: K. EXNER-nek sík sugárrendszerre vonatkozó néhány idetartozó kísérlete.

Miként már a megelőző §. elején, annak b) pontjában jeleztük, az ott ismertetett ZEISS-féle tömör üveg-félgömb mértani középpontja helyén és a körüle elterülő legközelebbi szomszédos, sík részein *másként* is kívántunk másodrendű fényerjesztést létesíteni. Ugyanis olyformán, hogy egy elég sűrűn barázdált üvegrácsot vonalozott felületével ragasztottunk kevés terpentinolaj közvetítésével a nevezett félgömb átfogó lapjára (7. és 8. ábra, 336. lap).

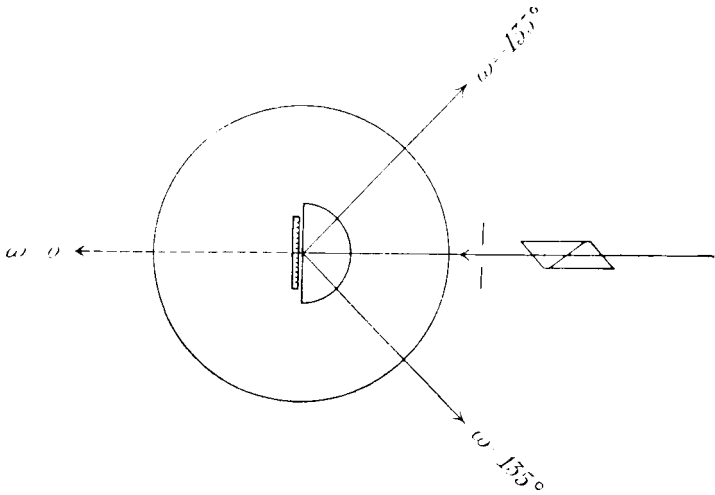
A félgömb üvegyanyagának közepes törésmutatója 1,5023 volt; a terpentinolajé átlagban körülbelül 1,48; a rács üvegyanyagának törésmutatója 1,5176-ot tett ki; a rácsozás köze, a rács állandója 0,001840 mm-nek adódott.¹

Ez a három közeg e szerint megközelítésben egyforma törésmutatóval bírónak volt tekinthető; ennek az optikailag, a fénytörés szempontjából majdnem egyenletesnek mondható anyagnak *belsejében* terült el a barázdált felület; a beejtett intenzív sugárkúp csúcsa e felületet kis kiterjedésében érte és ez,

¹ Ezeket az adatokat SELÉNYI PÁL úr kísérletileg határozta meg.



7. ábra.



8. ábra.

az említett anyag belsejében levő kis felületi rész képezte itt a másodrendű fényerjesztő középpontot.

Magát az így előkészített félgömböt, miként már a 9. §-ban említettük, a használt JAMIN-SÉNARMONT-féle nagy polárizáló körre szereltük, az ott jelzett pótkészülék segélyével; a fent

leírt gerjesztő középpontból a félgömb anyagába minden irányban haladó sugarakat a már többször leírt módon vizsgáltuk meg.

E mellett, miként a 9. §. észleleteinél is felmerült, a beejtett fénykúp tengelye mindig merőleges volt a rácsozott felületre; de ezenkívül a rácsozás iránya mindig merőleges volt az eszköz főkörének síkjára, azaz az elhajlítás síkjára.

De az *egyik* észleleti sorozatnál, mely az *átmenve-elhajlított* sugarakra vonatkozott (7. ábra), a rács síma lapja volt a reá eső sugárkúp felé fordulva; a *másik* észleleti sorozatnál, mely a *visszaverődve-elhajlított* sugarakra vonatkozott (8. ábra), a félgömb domború felülete nézett a reáejtett sugárkúp felé.

Mindkét esetben a megfigyelt elhajlított sugarak valamennyien olyanok voltak, hogy a félgömb anyagából való kilépésüknél ennek domború felületét merőlegesen szelték; mindezek a sugarak azon elhajlás folytán keletkeztek, mely a rácsozott felület és a vele érintkező, ahhoz tapadó terpentín-olajréteg közös határfelületén létesül.

Az *áthaladva-* (vagy *megtörve-*) *elhajlított* sugárrendszer keletkezésénél a beejtett sugárnyaláb a rács vékony üveganyagán átmenve, azonnal érkezik a most említett elhajlító felülethez; az itt gerjesztett, megtörve elhajlított sugarak az olajrétegen át a félgömb üveganyagába jutnak, melyből ennek felületére merőlegesen lépnek ki.

A *visszaverődve-elhajlított* sugárrendszer keletkezésénél a beejtett sugárkúp merőlegesen a félgömb domború felületére esik, ezen áthaladva benyomul ennek üveganyagába, ennek átfogó lapján és a rajta tapadó igen vékony olajrétegen merőlegesen keresztül menve érkezik az említett elhajlító felülethez; az itt gerjesztett, visszaverődve elhajlított sugarak ismét az olajrétegen át jutottak a félgömb üveganyagába, melyből szintén merőlegesen a felületére léptek ki.

Jegyzet: Nem hagyhatom e helyen sem említés nélkül, hogy a leírt berendezésekhez analog berendezés mellett, körülbelül másfél évtizeddel ezelőtt, bizonyos szűk körben ellenvetés nélküli kísérleteket végzett K. EXNER.¹

¹ K. EXNER, Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung. WIEDE-

Ő ugyanis egy üvegrácsot, kevés olajjal, barázdált felületével ragasztott egy *tömör félhenger-alakú üveglencse* sík lapjára és pedig úgy, hogy a barázdák a félhenger mértani tengelyével párhuzamosak voltak. E szerint ezen szerkezetnek a hengeres lencse hosszúsági tengelyére merőleges *metszete* az itt mellékelt 7. és 8. ábra középső része szerkezetét mutatta.

Ezen szerkezetre, merőlegesen az üvegrács síma lapjára, síkban poláros fényt bocsátott, melynek polározási síkja a rács barázdáival 45° -ot képezett. E beejtett nyaláb, a rács anyagán áthaladva, a barázdált síkhoz érkezett és így ott az üveg és az olajréteg közös határfelületén másodrendű fényerjesztés létesült. A keletkezett sugarak közül csak az átmenve (megtörve) elhajlitottak képezték K. EXNER vizsgálatai tárgyát; ezek mind a barázdák irányára, azaz a félhenger hosszirányára merőleges síkban feküdtek és valamennyien merőlegesen haladtak ki az üveglencse domború felületéből, mint a 7. ábrán.

Analyzátorral megvizsgálva e sugarakat, melyek egyszínűek voltak, K. EXNER kielégítő pontossággal állapíthatta meg ebben az esetben STOKES törvénye¹ érvényességét, azaz, az általam használt kifejezés szerint, a cirkumaxiális polározás törvényét.

Ezek a megfigyelések önmagukban véve nem elegendők valamely törvény általánosabb érvényességének bizonyítására, mert csak *egy* sugársorra vonatkoznak, mely *egy* meghatározott síkban van és csak átmenve-elhajlitott sugarakat tartalmaz. Az általam itt a 12. §-ban, az V. táblán közlendő adatok arra az *egész térbeli sugárösszeségre* terjednek, melyek ebben az esetben keletkezhetnek: azaz úgy az átmenve- (megtörve-) elhajlitott, mint a belsőleg visszaverődve elhajlitott sugarakat a legkülönbözőbb beesési azimutok és a legkülönbözőbb elhajlitási szögek mellett vizsgáltuk meg és pedig, tekintet nélkül a fény nemére, fehér napfényben.

MANNS Annalen der Physik und Chemie, Bd. XLIX., 387—391. 1. 1893; v. ö. továbbá jelen értekezésem 1. §-ában, a 301. lapon idézett idetartozó második dolgozatom 477. lapját.

¹ V. ö. jelen közleményem 1. §-ában, a 301. lapon idézett idetartozó első dolgozatom 215. lapját.

11. §. *A jelenség megfigyelésének módja. A kvalitatív észleletek sajátosságai.*

A megelőző §-ban leírt bármely berendezésnél a félgömb domború felületéből merőlegesen kilépő elhajlított, szétszórt sugarak képezik a megvizsgálás tárgyát.

A kvalitatív észlelésekre nézve megjegyezzük, ha ezeket a sugarakat akár közvetlenül szabad szemmel, akár az analízálóval vagy más optikai szerkezet segítségével akarjuk megfigyelni, akkor e domború felületen keresztül tekintünk az itt szereplő, a megelőző §-ban leírt másodrendű fényerjesztő középpont felé.

Amde ekkor *három* köralakú fényfoltot pillantunk meg, melyek átmérői egymással és egyszersmind a barázdált felületre ejtett keskeny fénykúp vagy fényhenger keresztmetszetével egyenlők.

E három fénylő folt közül az *első*, az *észlelő szeméhez legközelebben látszó*, az a fényfolt, a mely az üvegrács barázdált síkjában van, a mely foltból induló, a félgömb üvegyagán áthaladó, elhajlított sugarak épen a megfigyelés tárgyát képezik.

Az első mögött látszó *második fénylő folt* nem más, mint az üvegrács *sima* lapjának az a helye, a melyen a beejtett fénynyaláb áthalad; közelebről pedig, ha e sima lap a polározó felé néz (7. ábra), ez a folt a napsugárnyaláb *belépési* helye; ha pedig a domború felület néz a polározó felé (8. ábra), akkor e folt ennek a nyalábnak *kilépési* helye.

A *harmadik fénylő folt* a második folt mögött látszik; ez nem más, mint az első foltocskának, a tulajdonképeni másodrendű fényerjesztő középpontnak a siktükörképe az üvegrácsnak most említett hátsó, sima lapjától.

A három foltocska, általánosságban véve, *helyileg* egymástól teljesen elválasztottnak látszik; ezért is a tulajdonképen megfigyelendő *első* foltnak az észlelése mindig egészen függetlenül történhetik a többi két folttól. Csak az oly irányú elhajlított sugaraknál, melyek igen közel haladnak a beejtett sugárkúp tengelyéhez, esik a három folt részben egymásra és így nehezebben különböztethető meg a megfigyelendő fény a többi

két fényfolttól. De ez a körülmény itt semmiképen sem akadályozza a pontos megfigyelést, mert az *ily* irányú elhajlított sugaraknak, sőt a többi két folt fényének is, az adott esetben fellépő polározási állapota alig tér el a beejtett fénynyaláb polározása állapotától.

A rácsozott felület barázdái, miként már fent jeleztem, mindig merőlegesek voltak az eszköz vízszintes főkörére; a tulajdonképeni másodrendű fénygerjesztő hely, azaz a fent említett első fényfolt, a szerint látszott más-más színű fényben világítónak, a mint más-más irányból néztük; szóval a mint a más és más irányban belőle elhajlított fénysugarak különböző színképrészei jutottak a megfigyelő csövön át szemünkbe.

Bármily azimutot mutat is a beejtett fénynyaláb a készülő főköréhez, a tulajdonképeni fénygerjesztő középpontból induló összes elhajlított sugarak majdnem pontos vonalmenti polárosságot mutattak.

12. §. *A kvantitatív megfigyelések eredményei: V. tábla. Ugyanaz a törvény igen közelítőlegesen érvényes és független a gerjesztő középpont szerkezetétől.*

A kvantitatív észleletek eredményeit a következő, V. táblázat tartalmazza; ebben összesen 8-szor 19, azaz 152 elhajlított sugár megfigyelési adatainak középértékei foglalvák; ezek a sugarak a beeső sugárnyaláb körül a teljes térben szimmetrikusan vannak eloszolva és így cirkumradiális rendszert alkotnak.

Eloszlásuk a következő: Nyolcz különböző beesési azimut mellett, ugyanis $\vartheta=0^\circ$; $22,^\circ5$; $45,^\circ0$; $67,^\circ5$; $90,^\circ0$; $112,^\circ5$; $135,^\circ0$; $157,^\circ5$ azimutok mellett észleltettek a mindenkor felmerülő elhajlított sugarak az eszköz főköréhez párhuzamos síkban és pedig $15,^\circ0$ -ról $15,^\circ0$ terjedő közökben az eszköz által szabta határokig. Közelebbről pedig, miként a 7. ábra mutatja, az $\omega=0^\circ$; $\pm 15,^\circ0$; $\pm 30,^\circ0$; $\pm 45,^\circ0$; $\pm 60,^\circ0$; $\pm 75,^\circ0$ elhajlítási szögekkel bíró sugarak tartoznak a *megettörve*- (átmenve-) elhajlított sugárrendszerhez; míg a 8. ábra szerint az $\omega=\pm 105,^\circ0$; $\pm 120,^\circ0$; $\pm 135,^\circ0$; $\pm 150,^\circ0$ elhajlítási szögeket mutató sugarak a *visszaverődve*-elhajlított sugárrendszerhez tartoznak.

Az V. táblázat berendezése egyébként ugyanolyan, mint a IV. táblázaté; ezenkívül a benne foglalt adatok értékrendszere oly áttekinthető, hogy alig szükséges még hozzá magyarázat.

A megfigyelt és a cirkumaxiális polározás törvénye szerint elméletileg várható polározási azimutok $\varphi_o - \varphi_c$ különbsége általában véve aránylag elég kicsiny, mert abszolút értékük majdnem mindenütt $2,0^\circ$ -on alúl marad. Csak néhány sugárnál lép fel ennél nagyobb különbség; de ez a körülmény ezeknek a sugaraknak csekélyebb fényerősségében is találja magyarázatát, mivel e miatt e sugarak eltűnésének vagy egyáltalában minimumának észlelése nem történhetett oly biztossággal, mint a fényerős sugaraknál.

Az V. táblázatban feldolgozott megfigyelések közül azokat, melyek a megtörve-elhajlított sugarakra vonatkoznak, melyek e szerint az $\omega = +90^\circ$ és $\omega = -90^\circ$ közötti közben haladnak, a már fent, az 1. §-ban említett JAKUCS ISTVÁN úr az 1905. év nyarán végezte; azokat az észleleteket pedig, melyek a belül visszaverődve-elhajlított sugarakra vonatkoznak, melyek e szerint az $\alpha = +90^\circ$ -tól 180° -ig és $\omega = -90^\circ$ -tól -180° -ig terjedő közben haladnak, a már többször nevezett KRONBERGER EDE és KRONSTEIN BÉLA urak, az 1907. év nyarán végezték. A JAKUCS úr végezte egyes leolvasások és beállítások száma körülbelül 2350-et tett ki; az utóbb nevezett két észlelőnél körülbelül 1670-et, összesen e szerint kerek számban 4000-et.

Mindezek az észleleti eredmények igen szépen bizonyítják, hogy a cirkumaxiális polározás törvénye igen nagy közelítéssel ebben az esetben is érvényes.

Összevetve ezt a tapasztalati eredményt a IV. táblázatban kimutatott tapasztalattal, kimondhatjuk, hogy *igen közelítőleg egyenletes fénytörésű közegben a másodrendű gerjesztő közép-pontból induló sugarak cirkumaxiális polározása egyébként ugyanazon körülmények között ugyanaz, akár a közeg belsejében a gerjesztést rúcszat, akár közönséges szétszóródás által létesítjük.*

V. tábla.

A térbeli teljes, szimmetrikus cirkumaxiális polározás törvénye homogén, izotrop, átlátszó, szilárd közegek belsejében, ha a gerjesztés középpontja közelítőleg egyenlő optikai törésmutatójú üveg és folyadék közös érintkező felületén van.

Homogén, izotrop Zeiss-féle tömör üvegfélgömb átmérő-lapjára, barázdált lapjával, egy csöpp terpentinolajjal ragasztott üvegrács vonalozása képezte a másodrendű gerjesztés középpontját. A beejtett keskeny fénynyaláb mindig merőleges a rács lapjára: a tábla tartalmazza az így létesült elhajlítás-jelenség-nél keletkező, a félgömb anyagába haladó, *mejtörve-elhajlított és a belül visszaverődve-elhajlított fényugarak észlelt polározási azimutjait.*

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Főlvett polártengely: A beejtett fénynyaláb polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt sugarak a beejtett fénynyaláb iránya körül szimmetrikusan vannak elosztva a térben.

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
0,0	-150,0	-150,0	90,0	+ 1,3	0,0	+1,3
0,0	-135,0	-135,0	90,0	+ 1,2	0,0	+1,2
0,0	-120,0	-120,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	-105,0	-105,0	90,0	- 0,3	0,0	-0,3
0,0	- 75,0	- 75,0	90,0	- 0,1	0,0	-0,1
0,0	- 60,0	- 60,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	- 45,0	- 45,0	90,0	- 0,8	0,0	-0,8
0,0	- 30,0	- 30,0	90,0	- 0,1	0,0	-0,1
0,0	- 15,0	- 15,0	90,0	+ 0,2	0,0	+0,2
0,0	0,0	0,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	+ 15,0	+ 15,0	90,0	- 0,3	0,0	-0,3
0,0	+ 30,0	+ 30,0	90,0	+ 1,1	0,0	+1,1
0,0	+ 45,0	+ 45,0	90,0	- 0,1	0,0	-0,1
0,0	+ 60,0	+ 60,0	90,0	- 0,2	0,0	-0,2
0,0	+ 75,0	+ 75,0	90,0	+ 0,4	0,0	+0,4
0,0	+105,0	+105,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	+120,0	+120,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	+135,0	+135,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	+150,0	+150,0	90,0	+ 0,6	0,0	+0,6

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
22,5 ^o	-150,0 ^o	-151,9 ^o	79,0 ^o	-18,0 ^o	-19,7 ^o	+1,7 ^o
22,5	-135,0	-137,3	74,3	-14,2	-16,3	+2,1
22,5	-120,0	-122,0	70,7	-10,3	-11,7	+1,4
22,5	-105,0	-106,2	68,3	- 4,0	- 6,1	+2,1
22,5	- 75,0	- 73,8	68,3	+ 5,5	+ 6,1	-0,6
22,5	- 60,0	- 58,0	70,7	+11,4	+11,7	-0,3
22,5	- 45,0	- 42,7	74,3	+15,6	+16,3	-0,7
22,5	- 30,0	- 28,1	79,0	+19,0	+19,7	-0,7
22,5	- 15,0	- 13,9	84,3	+21,4	+21,8	-0,4
22,5	0,0	0,0	90,0	+22,4	+22,5	-0,1
22,5	+ 15,0	+ 13,9	95,7	+21,6	+21,8	-0,2
22,5	+ 30,0	+ 28,1	101,0	+18,6	+19,7	-1,1
22,5	+ 45,0	+ 42,7	105,7	+14,8	+16,3	-1,5
22,5	+ 60,0	+ 58,0	109,3	+ 9,9	+11,7	-1,8
22,5	+ 75,0	+ 73,8	111,7	+ 5,4	+ 6,1	-0,7
22,5	+105,0	+106,2	111,7	- 5,3	- 6,1	+0,8
22,5	+120,0	+122,0	109,3	- 9,6	-11,7	+2,1
22,5	+135,0	+137,3	105,7	-15,2	-16,3	+1,1
22,5	+150,0	+151,9	101,0	-19,2	-19,7	+0,5
45,0	-150,0	-157,8	69,3	-39,1	-40,9	+1,8
45,0	-135,0	-144,7	60,0	-32,2	-35,3	+3,1
45,0	-120,0	-129,2	52,2	-25,2	-26,6	+1,4
45,0	-105,0	-110,8	46,9	-10,7	-14,5	+3,8
45,0	- 75,0	- 69,2	46,9	+13,1	+14,5	-1,4
45,0	- 60,0	- 50,8	52,2	+27,0	+26,6	+0,4
45,0	- 45,0	- 35,3	60,0	+33,6	+35,3	-1,7
45,0	- 30,0	- 22,2	69,3	+39,3	+40,9	-1,6
45,0	- 15,0	- 10,7	79,5	+42,7	+44,0	-1,3
45,0	0,0	0,0	90,0	+44,6	+45,0	-0,4
45,0	+ 15,0	+ 10,7	100,5	+43,8	+44,0	-0,2
45,0	+ 30,0	+ 22,2	110,7	+41,5	+40,9	+0,6
45,0	+ 45,0	+ 35,3	120,0	+34,5	+35,3	-0,8
45,0	+ 60,0	+ 50,8	127,8	+26,0	+26,6	-0,6
45,0	+ 75,0	+ 69,2	133,1	+12,5	+14,5	-2,0
45,0	+105,0	+110,8	133,1	-15,2	-14,5	-0,7
45,0	+120,0	+129,2	127,8	-24,9	-26,6	+1,7
45,0	+135,0	+144,7	120,0	-33,6	-35,3	+1,7
45,0	+150,0	+157,8	110,7	-39,0	-40,9	+1,9
67,5	-150,0	-167,5	62,5	-62,8	-64,4	+1,6
67,5	-135,0	-159,1	49,2	-59,4	-59,6	+0,2
67,5	-120,0	-146,5	38,7	-45,7	-50,4	+4,7
67,5	-105,0	-125,0	26,8	-27,1	-32,0	+4,9
67,5	- 75,0	- 55,0	26,8	+30,8	+32,0	-1,2
67,5	- 60,0	- 33,5	38,7	+48,5	+50,4	-1,9
67,5	- 45,0	- 20,9	49,2	+59,3	+59,6	-0,3
67,5	- 30,0	- 12,5	62,5	+64,3	+64,4	-0,1
67,5	- 15,0	- 5,9	76,2	+65,9	+66,8	-0,9
67,5	0,0	0,0	90,0	+67,3	+67,5	-0,2
67,5	+ 15,0	+ 5,9	103,8	+66,3	+66,8	-0,5
67,5	+ 30,0	+ 12,5	117,5	+63,8	+64,4	-0,6
67,5	+ 45,0	+ 20,9	130,8	+57,5	+59,6	-2,1
67,5	+ 60,0	+ 33,5	141,3	+49,8	+50,4	-0,6

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
67,5	+ 75,0	+ 55,0	153,2	+ 31,6	+ 32,0	-0,4
67,5	+105,0	+125,0	153,2	- 27,1	- 32,0	+4,9
67,5	+120,0	+146,5	141,3	- 49,0	- 50,4	+1,4
67,5	+135,0	+159,1	130,8	- 59,4	- 59,6	+0,2
67,5	+150,0	+167,5	117,5	- 64,0	- 64,4	+0,4
90,0	-150,0	0,0	60,0	- 88,3	- 90,0	+1,7
90,0	-135,0	0,0	45,0	- 88,5	- 90,0	+1,5
90,0	-120,0	0,0	30,0	- 89,4	- 90,0	+0,6
90,0	-105,0	0,0	15,0	- 89,5	- 90,0	+0,5
90,0	- 75,0	0,0	15,0	+ 90,6	+ 90,0	+0,6
90,0	- 60,0	0,0	30,0	+ 88,9	+ 90,0	-1,1
90,0	- 45,0	0,0	45,0	+ 90,1	+ 90,0	+0,1
90,0	- 30,0	0,0	60,0	+ 89,5	+ 90,0	-0,5
90,0	- 15,0	0,0	75,0	+ 89,5	+ 90,0	-0,5
90,0	0,0	0,0	90,0	+ 89,8	+ 90,0	- 0,2
90,0	+ 15,0	0,0	105,0	+ 88,7	+ 90,0	-1,3
90,0	+ 30,0	0,0	120,0	+ 88,1	+ 90,0	-1,9
90,0	+ 45,0	0,0	135,0	+ 89,3	+ 90,0	-0,7
90,0	+ 60,0	0,0	150,0	+ 89,3	+ 90,0	-0,7
90,0	+ 75,0	0,0	165,0	+ 90,7	+ 90,0	+0,7
90,0	+105,0	0,0	165,0	- 89,7	- 90,0	+0,3
90,0	+120,0	0,0	150,0	- 89,7	- 90,0	+0,3
90,0	+135,0	0,0	135,0	- 89,1	- 90,0	+0,9
90,0	+150,0	0,0	120,0	- 89,0	- 90,0	+1,0
112,5	-150,0	+167,5	62,5	-115,7	-115,6	-0,1
112,5	-135,0	+159,1	49,2	-119,8	-120,4	+0,6
112,5	-120,0	+146,5	38,7	-129,4	-129,6	+0,2
112,5	-105,0	+125,0	26,8	-150,1	-148,0	- 2,1
112,5	- 75,0	+ 55,0	26,8	+151,7	+148,0	+3,7
112,5	- 60,0	+ 33,5	38,7	+128,7	+129,6	-0,9
112,5	- 45,0	+ 20,9	49,2	+121,6	+120,4	+1,1
112,5	- 30,0	+ 12,5	62,5	+115,8	+115,6	+0,2
112,5	- 15,0	+ 5,9	76,2	+113,0	+113,2	-0,2
112,5	0,0	0,0	90,0	+112,3	+112,5	-0,2
112,5	+ 15,0	- 5,9	103,8	+113,8	+113,2	+0,6
112,5	+ 30,0	- 12,5	117,5	+116,0	+115,6	+0,4
112,5	+ 45,0	- 20,9	130,8	+120,4	+120,4	0,0
112,5	+ 60,0	- 33,5	141,3	+130,9	+129,6	+1,3
112,5	+ 75,0	- 55,0	153,2	+149,5	+148,0	+1,5
112,5	+105,0	-125,0	153,2	+149,2	-148,0	-1,2
112,5	+120,0	-146,5	141,3	-131,2	-129,6	-1,6
112,5	+135,0	-159,1	130,8	-118,3	-120,4	+2,1
112,5	+150,0	-167,5	117,5	-114,2	-115,6	+1,4
135,0	-150,0	+157,8	69,3	-139,4	-139,1	-0,3
135,0	-135,0	+144,7	60,0	-144,8	-144,7	-0,1
135,0	-120,0	+129,2	52,2	-153,2	-153,4	+0,2
135,0	-105,0	+110,8	46,9	-165,5	-165,5	0,0
135,0	- 75,0	+ 69,2	46,9	+167,1	+165,5	+1,6
135,0	- 60,0	+ 50,8	52,2	+155,2	+153,4	+1,8
135,0	- 45,0	+ 35,3	60,0	+145,1	+144,7	+0,4
135,0	- 30,0	+ 22,2	69,3	+140,2	+139,1	+1,1

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
135,0	— 15,0	+ 10,7	79,5	+137,2	+136,0	+1,2
135,0	0,0	0,0	90,0	+134,9	+135,0	—0,1
135,0	+ 15,0	— 10,7	100,5	+136,8	+136,0	+0,8
135,0	+ 30,0	— 22,2	110,7	+140,2	+139,1	+1,1
135,0	+ 45,0	— 35,3	120,0	+144,7	+144,7	0,0
135,0	+ 60,0	— 50,8	127,8	+155,1	+153,4	+1,7
135,0	+ 75,0	— 69,2	133,1	+166,7	+165,5	+1,2
135,0	+105,0	—110,8	133,1	—166,7	—165,5	—1,2
135,0	+120,0	—129,2	127,8	—155,4	—153,4	—2,0
135,0	+135,0	—144,7	120,0	—142,8	—144,7	+1,9
135,0	+150,0	—157,8	110,7	—138,7	—139,1	+0,4
157,5	—150,0	+151,9	79,0	—159,4	—160,3	+0,9
157,5	—135,0	+137,3	74,3	—163,2	—163,7	+0,5
157,5	—120,0	+122,0	70,7	—169,2	—168,3	—0,9
157,5	—105,0	+106,2	68,3	—175,1	—173,9	—1,2
157,5	— 75,0	+ 73,8	68,3	+174,4	+173,9	+0,5
157,5	— 60,0	+ 58,0	70,7	+169,0	+168,3	+0,7
157,5	— 45,0	+ 42,7	74,3	+164,6	+163,7	+0,9
157,5	— 30,0	+ 28,1	79,0	+161,8	+160,3	+1,5
157,5	— 15,0	+ 13,9	84,3	+158,2	+158,2	0,0
157,5	0,0	0,0	90,0	+157,1	+157,5	—0,4
157,5	+ 15,0	— 13,9	95,7	+157,9	+158,2	—0,3
156,5	+ 30,0	— 28,1	101,0	+160,0	+160,3	—0,3
157,5	+ 45,0	— 42,7	105,7	+164,3	+163,7	+0,6
157,5	+ 60,0	— 58,0	109,3	+168,4	+168,3	+0,1
157,5	+ 75,0	— 73,8	111,7	+174,7	+173,9	+0,8
157,5	+105,0	—106,2	111,7	—176,8	—173,9	—2,9
157,5	+120,0	—122,0	109,3	—169,8	—168,3	—1,5
157,5	+135,0	—137,3	105,7	—162,2	—163,7	+1,5
157,5	+150,0	—151,9	101,0	—159,3	—160,3	+1,0

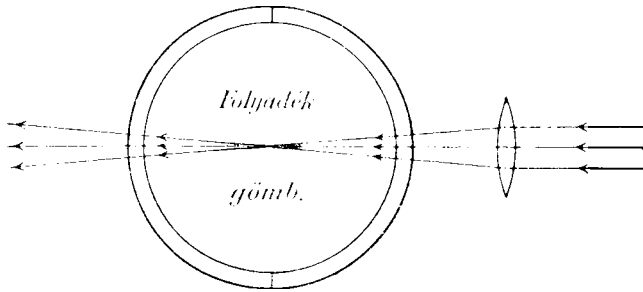
II. Csepfolyós, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében létesített fényerjesztés.

13. §. *Folyadék-gömbök belsejében keletkező, szétszórt sugarak észleleti eredményei vízre, alkoholra, benzolra, szénkénegre és methylenjodidra nézve: VI. tábla. Itt is érvényes a cirkumaxiális polározás törvénye.*

Hogy folyadékokon is ugyanolyan vizsgálatokat lehessen végezni, mint a megelőző 4—9. §-ban a tömör üveggolyókon végzeteket: a már többször igénybe vett ZEISS-féle jena-i cégénél *gömbhéjat* rendeltem meg és pedig a 8. §-ban is említett O. 3258 jelzésű üvegyagból.

Ez kívül és belül pontosan csiszolt két egyenlő félgömbhéjből állott; a két felet alkalmas ragasztószerral egymáshoz ragasztva, ezek teljes gömbhéjat képeztek; ennek belső átmérője 5 cm-t, falának egyenletes vastagsága 3 mm-t tett ki. E fal egyik helyén az összeillesztési körhöz igen közel eső kicsiny, körülbelül 3 mm átmérőjű nyílás van fúrva, melyen át a gömbhéj ürét tetszés szerinti folyadékkal lehetett megtölteni (9. ábra).

A megvizsgálás céljából ezt a gömbhéjat rendre a következő folyadékokkal töltöttük meg, melyek közepes törésmutatóit is ide igtatjuk:



9. ábra.

Víz $n_D=1,3335$; alkohol $n_D=1,3656$; benzol $n_D=1,501$; szénkéncy $n_D=1,6293$; methylenjodid $n_D=1,742$.

Az utóbb nevezett folyadéknak a jelzett vizsgálati czélokra történt átengedését dr. WINKLER LAJOS akadémiai tagtárs úr szíveségének köszönhetjük.

A jelenség létesítése, a megfigyelt sugárösszeség és a használt készülék ugyanaz, mint a 8—12. §-ban részletezett négy tömör üveggömb és a tömör üvegfélgömb esetében; az egyes beállítások és leolvasások száma itt körülbelül 1500 volt; a megfigyeléseket a már többször említett KRONBERGER EDE és KRONSTEIN BÉLA urak végezték.

Az észleletek eredményeit a VI. tábla mutatja; ennek be rendezése, a benne előforduló betűk jelzése teljesen megegyezik a III. táblával.

Ezekhez az adatokhoz még a következő észrevételeket kapcsolhatjuk:

Az elhajlított, szétszórt sugarak az analizátor forgatásánál általában véve jó minimumokat mutattak.

A víz-nél és az alkohol-nál a beejtett fénykúp igen élesen határolt és nagy fényerősségű volt; a visszamaradt, depolározott fény gyenge intenzitásánál fogva a minimumok jól észlelhetők voltak. Maga a beejtett fénykúp, különösen vízben, gyönyörű színváltozatokat mutat, ha különböző irányból nézzük.

A benzol-nál a minimumok már nem oly jók, mint az előbb nevezett két folyadéknál; mindazonáltal a $\varphi_o - \varphi_c$ különbségek, miként a táblázat mutatja, átlagban véve még mérsékeltek.

A szénkéneq-ben a fénykúp szintén igen intenzív; de a minimumok itt általában véve kissé bizonytalanok és a reájuk való beállítás igen nehéz; innen van, hogy a $\varphi_o - \varphi_c$ különbségek aránylag elég nagyok.

Végre a metylenjodid-ban a fénykúp erőssége szintén elég nagy; az elhajlított, szétszórt sugarak minimumai elég jól észlelhetők; sőt helyenként jóformán teljes az eltűnés.

Általában véve, összefoglalva a VI. táblázatban kifejezésre jutó tapasztalatot: a folyadékok belsejében előálló fénygyerjesztő másodrendű középpontokból induló sugarak polározása igen jól felel meg a térbeli, teljes, szimmetrikus, cirkumaxiális polározás törvényének.

VI. tábla.

A térbeli teljes, szimmetrikus, cirkumaxiális polározás törvénye cseppfolyós, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A bebocsátott fény vonalmentén van polározva.

Egyenletes vastagságú üveggömbhéjban levő, homogén, izotrop, átlátszó folyadék-gömbökbe bocsátott középponti keskeny fénykúp csúcsából, mint másodrendű fényerjesztő középpontból induló, szimmetrikusan elhajlitott (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A bebocsátott fény polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt szétszórt sugarak a bejuttatott sugárnyaláb iránya körül szimmetrikusan vannak elosztva a térben.

A folyadék neme és fénytörés- mutatója:		Víz $n_D=1,3335$		Alkohol $n_D=1,3624$		Benzol $n_D=1,501$		Szénkéneg $n_D=1,6293$		Methylenjodid $n_D=1,742$		
ϑ	ω	φ_c	φ_0	φ_0	φ_c	φ_0	φ_c	φ_0	φ_c	φ_0	φ_c	
0,0	0,0	0,0	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	
0,0	45,0	0,0	0,5	1,1	1,1	1,3	1,3	1,2	1,2	0,2	-0,2	
0,0	90,0	0,0	0,2	1,8	-1,8	0,3	-0,3	1,8	1,8	1,2	-1,2	
0,0	135,0	0,0	1,1	0,5	-0,5	1,1	1,1	2,2	2,2	1,4	-1,4	
0,0	225,0	0,0	0,5	1,6	1,6	0,1	0,1	0,8	0,8	0,5	+0,5	
0,0	270,0	0,0	0,8	0,9	0,9	0,7	0,7	1,7	1,7	0,9	+0,9	
0,0	315,0	0,0	0,8	1,0	1,0	0,1	-0,1	0,7	0,7	0,1	-0,1	
45,0	0,0	45,0	0,0	45,2	0,2	45,0	0,0	45,0	0,0	45,1	+0,1	
45,0	45,0	35,3	34,9	34,1	-1,2	33,2	-2,1	32,6	-2,7	35,5	+0,2	
45,0	90,0	0,0	0,7	0,3	0,3	0,2	0,2	1,3	1,3	2,1	+2,1	
45,0	135,0	-35,3	35,4	-0,1	-35,7	-0,4	-34,6	+0,7	-36,1	-0,8	-34,7	+0,6
45,0	225,0	-35,3	-35,8	-0,5	-34,2	+1,1	-34,5	+0,8	-37,9	-2,6	-37,7	-2,4
45,0	270,0	0,0	1,2	0,6	0,6	1,4	1,4	0,7	0,7	0,9	+0,9	
45,0	315,0	35,3	36,7	1,4	35,3	0,0	33,4	-1,9	35,0	-0,3	34,1	-1,2
90,0	0,0	90,0	90,1	0,1	90,1	0,1	90,0	0,0	90,0	0,0	90,1	+0,1
90,0	45,0	90,0	89,9	-0,1	89,7	-0,3	91,1	+1,1	89,6	-0,4	89,8	-0,2
90,0	90,0	A polártengely iránya										
90,0	135,0	-90,0	89,2	+0,8	-88,1	+1,9	-91,2	-1,2	-91,2	-1,2	-89,9	+0,1
90,0	225,0	-90,0	89,9	+0,1	-88,2	+1,8	-89,0	+1,0	-90,2	-0,2	-90,1	-0,1
90,0	270,0	A polártengely iránya										
90,0	315,0	90,0	89,8	-0,2	89,3	-0,7	91,5	+1,5	88,9	-1,1	89,0	-1,0
135,0	0,0	135,0	+135,2	+0,2	+135,0	0,0	+135,1	+0,1	+135,0	0,0	+135,2	+0,2
135,0	45,0	+144,7	+143,3	-1,4	+144,2	-0,5	+142,7	-2,0	+143,9	-0,8	+142,4	-2,3
135,0	90,0	+180,0	+178,7	-1,3	+180,5	+0,5	+181,1	+1,1	+181,9	+1,9	+179,6	-0,4
135,0	135,0	+215,3	+216,1	+0,8	+215,9	+0,6	+215,6	+0,3	+214,2	-1,1	+217,3	+2,0
135,0	225,0	+215,3	+214,4	-0,9	+215,4	+0,1	+214,3	-0,1	+212,4	-2,9	+213,7	-1,6
135,0	270,0	+180,0	+180,3	+0,3	+181,5	+1,5	+179,4	-0,6	+182,0	+2,0	+180,9	+0,9
135,0	315,0	+144,7	+143,6	-1,1	+144,5	-0,2	+143,9	-0,8	+141,5	-3,2	+143,9	-0,8

14. §. *Üvegfélgömb és vele közelítőleg egyenlő törésű folyadék-félgömb közös érintkező felületén levő másodrendű középpontok.*
 VII. tábla. *Ugyanannak a törvénynek érvényessége.*

A 10—12. §-okban oly megfigyeléseket közöltünk, melyeknél egy üveg-félgömbre terpentinolajjal ragasztott üvegrács bázárdás, a terpentínréteggel érintkező felületének kicsiny területű része képezte a másodrendű fényerjesztő középpontot; de itt az e helyen elhajlított sugarak csak az igen vékony folyadék-rétegen haladtak át és ebből azonnal behatoltak a félgömb üveganyagába.

Jelen §-ban néhány oly megfigyelést kívánunk közölni, melyeknél a most idézethez hasonló módon állítunk ugyan elő fényerjesztő középpontot, de a melyből induló elhajlított sugarak egyik fele az üveganyagban, másik fele a folyadékban végig haladhat.

E végből az ugyancsak már többször említett jena-i ZEISS-czégnél megrendelt, homogén, átlátszó tömör üvegfélgömb átfogó lapját magát a közepén, körülbelül 1 cm^2 területen, gyémántcsúcsos osztógép segélyével megvonaloztam és pedig egymást merőlegesen metsző két különböző rácsozatot készítettem, melynek középső része azután a másodrendű erjesztő középpontot képezte (l. a 10. ábrát, 350. l.).

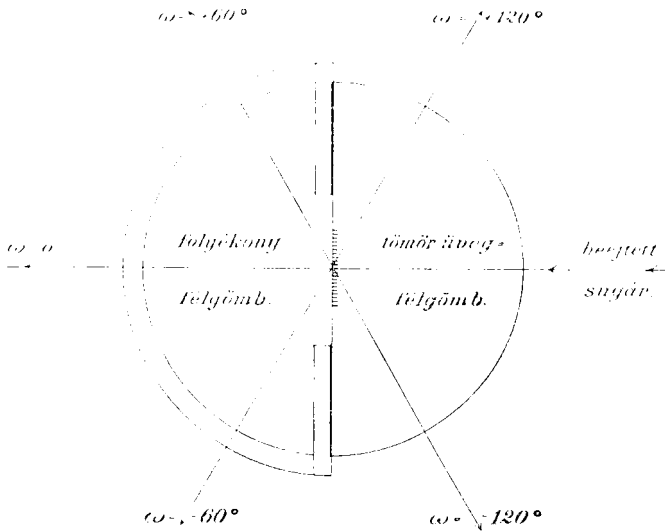
E tömör félgömbhöz ugyanott rendeltem egy kívül és belül pontosan csiszolt *üvegfélgömb-héjat*, melynek belső ür-átmérője ugyanakkora volt, mint a tömör félgömbé: a héj szabad átfogó körét részben fedte egy tejüvegből készült lapos körgyűrű, mely a közepén egy 2 cm átmérőjű, köralakú szabad nyílást mutatott. E homályos üvegű gyűrűnek külső síkja képezte tulajdonképen az ür-félgömb legnagyobb, átfogó síkját, melynek középpontja egyszersmind a gömbhéj mértani középpontja.

A héj oldalán egy kicsiny, kb. 3 mm átmérőjű nyílás van fúrva, hogy ennek a héjnak az üret tetszés szerinti folyadékokkal lehessen megtölteni.

A tömör félgömböt és a félgömbhéjat a 10. ábrán előtüntetett módon ragasztottuk egymásra, a tömör félgömb tere és a félgömbhéj üre összesen egyetlenegy gömb-teret képezett;

a rajz ennek az optikai szerkezetnek az egyik rácsozás irányára merőleges, középponti metszetét mutatja.

Ha tehát a félgömb-ürt folyadékkal töltöttük meg, akkor az említett rácsozás helyéből, mint másodrendű gerjesztő középpontból induló sugarak egyik felében közvetlenül a félgömb alakú folyadék, másik felében közvetlenül a tömör üveg-félgömbön haladtak át és minden irányban merőlegesen léptek ki a teljes gömbtér határfelületéből.



10. ábra.

Mint hogy az ezen berendezésnél végzett eddigi észleletek még nincsenek befejezve: a jelen közleményem céljaira szolgáló legegyszerűbb csoport eredményét ismertetem.

A félgömb-ürt *benzol*-al töltöttük meg, melynek közepes törésmutatója $n_D = 1,501$; míg a tömör üveganyagáé $n_D = 1,5023$; e szerint ez a két közeg optikailag véve igen közelítőleg egyenlő törésű.

Az összeragasztott szerkezetet egy külön pótkészülékre szereltem, mely lényeges alkotórészeiben ugyanolyan volt, mint

azok a szerkezetek, melyeket már a többi idetartozó vizsgálatom alkalmával az üvegrácson¹ és azután a tömör félgömbökön tett megfigyeléseknél használtam.²

Az alább közlött megfigyeléseknél az egyik rácsozás iránya, azé ugyanis, a mely az elhajlított fényt szolgáltatta, mindig merőleges volt az eszköz főköre síkjára, továbbá maga a rácsozott felület is merőleges volt a reáejtett napfénykúp tengelyére; e nyaláb a tömör üvegfélgömb felületén merőlegesen haladva át jutott a rácsozás helyére (10. ábra).

A következő, VII. táblácska magában foglalja a leírt berendezésnél létesült elhajlított sugarakra vonatkozó adatokat; a tábla szerkezete, a benne előforduló jelek jelentése az előbbi táblákéval egyező.

Az észlelt sugarakra nézve még megjegyzendő, hogy a $\vartheta=45^\circ$ -hoz és a $\vartheta=135^\circ$ -hoz tartozó első három-három sugár a benzol-félgömbön mint *meztörve-* (átmenve-) *elhajlított* sugár, haladt át; az utolsó két-két sugár a tömör üvegfélgömbön mint *visszaverődve-elhajlított* sugár haladt át.

Ezeket a megfigyeléseket a már az 1. §-ban említett FRANK JÁNOS úr végezte az 1908. év nyarán; ő még másnemű oly megfigyeléseket végzett, melyeknél a rácsozás síkjára ejtett sugárnyaláb beesés-szöge nem zérus; ezeket az észleleteket s eredményeiket a jelen alkalomból e helyen közölni szükségesnek nem tartom.

¹ V. ö. jelen közleményem 1. §-ában, a 301. lapon idézett első dolgozatom 237. lapját.

² V. ö. ugyane helyen idézett második dolgozatom 475. lapját és a jelen közleményem 10. §-át, 336. lapját.

VII. tábla.

A térbeli teljes, szimmetrikus cirkumaxiális polározás törvénye egymással érintkező szilárd és cseppfolyós, egyenlő törésmutatójú, homogén, izotrop, átlátszó közegek belsejében.

Homogén, izotrop ZEISS-féle tömör üvegfélgömb barázdált átfogó lapjával érintkezik a kerületén hozzáragasztott ZEISS-féle üveg-félgömbhéjban levő benzollal; a rácszott felület a gerjesztő középpont. A beejtett keskeny fénynyaláb merőleges a barázdált lapra; a tábla tartalmazza az így létesült elhajlítás-jelenségnél keletkező, felében a benzolba, felében a tömör üvegfélgömbbe haladó, megtörve- és visszaverődve-elhajlított fényugarak észlelt polározási azimutjait.

Az észleletek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Főlvett polártengely: A beejtett fénynyaláb polározás-síkjának normálisa.

A megfigyelt elhajlított sugarak a beejtett fénynyaláb iránya körül szimmetrikusan vannak eloszolva a térben.

δ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
45,0	0,0	0,0	90,0	44,1	45,0	-0,9
45,0	30,0	+ 22,2	110,7	44,9	40,9	+4,0
45,0	60,0	+ 50,8	127,8	29,3	26,6	+2,7
45,0	90,0	+ 90,0	135,0	N e m észlelhető		
45,0	120,0	+129,2	127,8	- 25,2	- 26,6	+1,4
45,0	150,0	+157,8	110,7	- 40,9	- 40,9	0,0
135,0	0,0	0,0	90,0	+134,5	+135,0	-0,5
135,0	30,0	- 22,2	110,7	+134,8	+139,1	-4,3
135,0	60,0	- 50,8	127,8	+149,7	+153,4	-3,7
135,0	90,0	- 90,0	135,0	N e m észlelhető		
135,0	120,0	-129,2	127,8	-155,8	-153,4	-2,4
135,0	150,0	-157,8	110,7	-136,1	-139,1	+3,0

Kimondhatjuk, hogy a teljes, térbeli, szimmetrikus polározás törvénye ebben az esetben is elég jól igazoltnak tekinthető.

III. Légnemű átlátszó közegekben lévő másodrendű fényerjesztő középpontok.

15. §. *Apró, lebegő testecsektől szétszórta, elhajlított sugarak polározási állapotáról általánosságban.*

Úgy látszik, G. G. STOKES¹ és J. TYNDALL² észlelték először szabatosan azt, hogy ha intenzív fénysugárnyaláb esik a levegőben vagy cseppfolyós folyadékokban lebegő igen kicsiny részecskékre, akkor az ezekről a részecsekről szétszórta, másodrendű sugarak igen nevezetes sajátságokat mutatnak.

a) Ugyanis, ha a beejtett fény *nem* poláros, hanem *természetes fény*, akkor mindazok a szétszórta sugarak, melyek a beeső nyaláb irányára merőlegesen haladnak, igen jól mutatnak vonalmenti polározást, melynek síkja az ily sugár mindenkori elhajlítás-síkjával (a beeső sugár és az elhajlított sugár irányát tartalmazó síkkal) esik egybe. Bármily más irányú sugár a saját elhajlítás síkjában részlegesen van polározva, és pedig annál nagyobb mértékben, mennél közelebb van a sugár a beejtett nyaláb normális síkjához.

b) Ha a beejtett fény síkban van polározva, akkor létezik két meghatározott irány, melyben az elhajlított sugár fényerőssége zérus, vagy legalább legkisebb; ez a két irány egy meg-

¹ G. G. STOKES, On the Change of Refrangibility of Light. *Philosophical Magazine* (4) vol. IV., 388—393. 1. Proceedings of the Royal Society, vol. VI., 195—200. 1. 1852; vagy: *Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie*, Bd. LXXXVII., 480—490. 1. 1852.

Részletesen pedig: G. G. STOKES: *Mathematical and Physical Papers*. Vol. II., 259—266. 1. és 267—407. 1. Cambridge, 1901. E közlemény 25. pontjában, a 288. és 289. lapon STOKES a folyadékokban lebegő kicsiny porszemecskéknél ő általa *hamis belső szóródás*-nak nevezett jelenségről szól, mely nem más, mint az ezen §. szövegében tárgyalt jelenség; ezt ő az idézett helyen a fénynek e részecskékről való visszaverődésének tekintti; sőt optikai tekintetben ennek nagy érdekességet nem tulajdonít, i. h. 289. l.

² J. TYNDALL: On the blue colours of the sky, the polarization of skylight and on the polarization of light by cloudy matter generally. *Philosophical Magazine* (4) vol. XXXVII. 384—395 1.; Proceedings of the Royal Society, vol. XVII. 223—234. 1., 1869.

határozott egyenesen fekszik, mely a beejtett nyaláb irányára merőleges. Erről a két sugárról későbbi megfigyelések kiderítették, hogy a beejtett fénynyaláb polározása síkjára merőlegesek, azaz, hogy e két sugár a beeső fény polározása síkjának azon normalisa mentén fekszik, mely a mindenkori elhajlító részecskén halad át.

Másként mutatkozik a jelenség, ha a részecskék nem igen kicsinyek a beejtett fény hullámhosszúságához képest. Ekkor ugyanis a fent *a*) alatt említett esetben még azoknak a sugaraknak polározása is tökéletlen, melyek a beejtett nyalábra merőleges síkban vannak elhajlítva, sőt e sugarakat forgatható analizátorral megvizsgálva, ezek, ha a beejtett fény fehér, legkisebb fényerősségüknél igen intenzív kékes fényt mutatnak. Hasonlóképpen áll a dolog a *b*) alatt említett berendezésnél: itt a legkisebb erősségű sugarak tompa szöget képeznek a beejtett nyaláb továbbterjedése irányával; s ha a beeső fény fehér, ezek az utóbbi sugarak szintén többé-kevésbé intenzív kék színt mutatnak.

Ezeket a tapasztalatokat felhasználták az ég kék színének magyarázatára; felvették ugyanis, hogy a föld légköri levegőjében lebegő vízpárák okozzák a fényszórást, mely a jelzett módon az intenzív napvilágítás által gerjesztve, az égboltozatnak gyakran oly erős kék színét létesíti.

Jelen közleményem alább következő 16., 17., 18. §-ában csak az *igen kicsiny testek* okozta fényszórással foglalkozom; a nagyobb testecsek esetének elméleti és kísérleti vizsgálatáról részletes jelentést tettem az 1. §-ban idézett német munkám 12. és 98. §-ában.

16. §. *Világító lángok fénylő burkában és füstjében lebegő részecskék létesítette fényszórás. Az így keletkezett sugarak polározásának kvalitatív viszonyai.*

A megelőző §-ban jelzett jelenségek közül a legérdekesebbek egyike a jelen §. címében megjelölt jelenség, mely egyszersmind a megfigyelésre is igen alkalmas.

Magát a nevezett jelenséget úgy látszik először G. J. BURCH angol physikus állapította meg kísérletileg; azonban dacára annak, hogy igen tekintélyes természettudományi folyóiratban

tette közzé maga a fölfedezője, kellőképen nem ismerték.¹ Ezt az utóbbit bizonyítja az a tény, hogy e jelenséget hat évvel később G. G. STOKES újra egészen függetlenül fedezte fel és közölte,² de utóbb történt figyelmeztetés után készségesen ismerte el BURCH prioritását e tárgyban, sőt ki is fejezte azt, hogy nem terjesztette volna e közleményét a Royal Society of Edinburgh elé, ha akkor BURCH dolgozatáról tudott volna.

De még STOKES közlései sem tették ezt a jelenséget eléggé ismeretessé, vagy legalább nem biztosítottak iránta kellő figyelmet, mit az a ténykörülmeny is bizonyít, hogy a W. WINKELMANN szerkesztésében megjelenő, igen becses Handbuch der Physik «Optik» című VI. kötete második kiadása, Leipzig, 1906, e tárgyról említést sem tesz.

Ezért szabadjon e helyen e jelenségre vonatkozó eddigi tárgyi ismereteinket röviden felsorolnom, hogy azután reátérhessek a jelenségnek itt végzett quantitativ vizsgálatairól szóló kísérleti és elméleti eredményeink közlésére.

I. Nagyerősségű fénynyalábot ejtve valamely közönséges gyertyaláng fénylő köpenyére, azonnal észreveszünk ezen utóbbin jól megkülönböztethető, halvány két foltot, mely a beejtett fénykúpnak e lángburkon való belépése és kilépése helyét jelöli; ezek a foltok majdnem minden irányból jól láthatók.

Ezek a nevezetes fényfoltok tökéletesen ugyanazt a sajátosságot mutatják, melyet a megelőző §-ban a légnemű testekben és a cseppfolyós folyadékokban lebegő igen apró szemecskékre nézve és az 1—3. §§-ban a szilárd testekbe bezárt igen kicsiny testecskékre nézve felemlítettünk. Csakhogy a jelenséget itt sokkal szabályosabban, különösen pedig állandóbban és egyen-

¹ GEORGE J. BURCH: Some experiments on Flame. *Nature*, Vol. XXXI, 272—275 l., 1885.

² G. G. STOKES: On an Optical Proof of the Existence of Suspended Matter in Flames (Eredetileg 1891. évi június hó 15-én a Royal Society of Edinburgh elé terjesztve). *Mathematical and Physical Papers*, Vol. V. 232—234 l. Továbbá:

Ugyanaz a szerző: On the Reactions Occurring in Flames. (Eredetileg 1892. évi február hó 4-én a Proceedings of the Chemical Society-ban jelent meg.) Ugyanott, 235—237 l. Cambridge 1905.

letesebben lehet előállítani, mint a szilárd átlátszó testekbe beágyazott, vagy folyadékokban lehegő igen kicsiny részecskénél; mert a lángot könnyű szerrel igen állandóvá tehetjük, ha a légáramtól kellőkepen megóvjuk.

Közelebről pedig e fényfoltok qualitativ vizsgálata a következőket mutatja:

a) Ha a lángra ejtett fény *nem* poláros, hanem *természetes* fény, akkor a jelzett foltokból induló elhajlított, jobban mondva szétszórta sugarak közül mindazok, melyek a reáejtett fénynyaláb irányára merőlegesek, jóformán teljesen síkban polározottak, a polározás síkja itt is a mindenkori elhajlítás, vagy talán jobban mondva szétszórás síkja (ez az a sík, mely a beejtett nyaláb irányát és a szétszórta sugár irányát tartalmazza). Bármily más irányú szétszórta sugár részleges polározást mutat, mely annál tökéletesebb síkbeli polározássá válik, mennél közelebben halad a szétszórta sugár a beejtett nyaláb normális síkjához.

b) Ha a lángra vetett fénykúp vonal mentén (síkban) van polározva, akkor annak a szétszórta sugárnak a fényerőssége, mely a beejtett nyaláb polározása síkjának normálisa mentén halad, igen kicsiny; sokszor zérusnak vehető. Két ily sugár létezik, mely a mondottak szerint a beejtett sugár irányára merőleges. A jelenségnek ezt a sajátságát az említett két kutató, BURCH és STOKES úgy látszik nem emelte ki eléggé.

A tapasztalat mutatja, hogy a leírt foltokból induló sugarak most ismertetett sajátságai teljesen függetlenek a beejtésre használt fény nemétől, valamint ennek a fénynek netán összetett voltától.

II. Hasonlóképen áll elő pontosan ugyanez a jelenség, miként azt BURCH is az idézett helyen említi, ha intenzív fénykúp esik oly füstre, mely világító lángokból keletkezik; a füst lehet forró és vöröses színű, vagy lehet hidegebb és majdnem szintelen, átlátszó, alig észrevehető; de a tapasztalat szerint úgy látszik szükséges előfeltétel az, hogy a füst tényleges égési folyamatból keletkezett legyen.

A megfigyelés ugyanis azt mutatja, hogy ha füst igazi égés nélkül keletkezik, akkor a halovány fényfoltok látszanak

ugyan, de akkor a fenti I. rész *a*) pontjában említett esetben a szétszórt fény nem mutat észrevehető polározást és a *b*) esetben nem tűnik el a beejtett nyaláb polározása síkjának normálisamenti két szóródott sugár.

III. G. G. STOKES az előbb idézett helyen hozzáteszi, hogy a nevezett foltok a lángnak csak a világító burokján lépnek fel; e burkon belül és kívül ily jelenség nincs. Szerinte e fényfoltok azon fényszórás folytán látszanak, melyet a világító burookban lebegő rendkívül finom eloszlású szénszemecskék létesítenek.

Világító gáz (légszesz) lángja kissé halványabban mutatja a foltokat. *Nem* látszanak a foltok valamely BUNSEN-égő nem világító lángjában, vagy közönséges *alkohol* (borszesz) lángjában; ellenben *jól látszanak az éther* világító lángjában.

Üvegpalaczkot borítva az égő étherre: lángnak *alsó, kék* része, mely nem mutat foltot, mindinkább fölfelé nyúlik, és épen, mikor a láng emiatt elalszik, ennek világító része is vele együtt elalszik. Chlornátriumos BUNSEN-láng a jelenséget nem mutatja, bár fénye elég intenzív; a chlornátrium a lángban gáz- (gőz-) állapotban van jelen.

G. G. STOKES értelmezése szerint, a foltok jelenlétele igen szépen mutatja a szénnek igen kicsiny, szilárd állapotú, de izzó szemecskéinek a világító lángburokban való jelenlétét (e szén STOKES véleménye szerint talán némi hydrogénnel társulva léphet fel); de a jelenség egyszersmind mutatja annak a rétegnek rendkívüli vékonyságát, mely a lángot alkotja. A láng tövében, hol ez kielégítő oxigénium-táplálékot talál, a lángnak a gyertyából származó tápanyaga molekulái egyszerre égnek el. Ezek az igen magas hőfokra hevített égési termékek a meleg légárammal együtt felszállnak a láng magasabb részeibe és ott elég idejük van reá, hogy az égési anyagnak már ott lévő, elegendő gőzét szétbontsák, mielőtt az elégéshez szükséges elegendő oxigéniumot kaphat. Ezen így szétbontott égési anyag egyik alkotórészét a szénszemecskék képezik, melyeknek ily magasfokú felmelegedése izzásukat létesíti; ilyenekből van össze téve a láng világító burka. Az éthernek előbb említett lángjában, mely friss levegő hiányában kénytelen elaludni, az em-

lített, a felmelegedés létesítette szétbontás nem következik be, valószínűleg azért, mert az elégségnél keletkezett melegmennyiség megoszlik, egyrészt a világításra nézve közömbös gázok nagy mennyiségére, milyenek a nitrogén és az égés termékei, másrészt az eléghető gőzre; úgy hogy az utóbbira jutó melegmennyiség nem elegendő arra, hogy azt előbb az elégségre alkalmas módon szétbontsa.

A nátriumos BUNSEN-lángban a halvány fényfolt hiánya megegyezik a spektrumos sajátosságával, mely bizonyítja, hogy a nátrium e lángban nem izzó, szilárd állapotban, hanem gőz-állapotban van; bár a hiány e tényét talán nem lehet kényszerítő erejű bizonyítéknak tekinteni; mert lehetséges az, hogy a napfény szétszóródásának ténye talán nem elegendőképpen kifogástalan bizonyíték és jel arra nézve, hogy minden kétségen kívül helyezze az oly kicsiny anyagmennyiségeknek szilárd vagy folyékony állapotban való jelenlétét.

A tapasztalat szerint a világító burok belsejében az égés folyamata közben különböző éghető gázok keletkeznek, és e buroknak, azaz az izzó szénszemcskék e rétegének vékonysága onnan is eredhet, hogy ezt a réteget kívülről az oxigénium, belülről a keletkezett éghető gázok, közöttük a szénoxid is, támadják meg.

Még hozzátehetjük, hogy a láng kékszinű tövében, hol az oxigénium bőviben van, tisztán chemiai változás következik be, oly változás ugyanis, melynél valamely anyag molekulája tényleg egészben vagy részben elég. A kék héj beburkolja az intenzíve világító lángréteget, miként a virágkehely a virágkoronát; és valószínű, hogy az izzó szénrészecek rétege, mely a láng legvilágítóbb részét alkotja, lényegében véve oly thermo-chemiai folyamatnak az eredménye, mely tulajdonképeni chemiai átalakítás nélkül való melegítésben, izzításban áll, melynél ugyanis a még meglévő, szétbontatlan molekulák valamely szomszédos, igen meleg testnek molekuláris izgatása folytán újra csoportosulnak a nélkül, hogy a molekulán kívül lévő valamely reágenst kellene működésbe vonni.

Bármiképen folyjon le ezekben a lángokban az egész folyamat, teljesen kétségtelen az, hogy úgy e lángok világító burkában,

valamint vörösizzó füstjükben és hidegebb, szintelen, átlátszó, alig látható füstjükben is apró, lebegő szénszemecskék vannak jelen, levegőtől és gázaktól környékezve, és pedig: a világító burookban heves fehér izzásban, a forró füstben gyenge önvilágításban, a hideg füstben talán csak a hősugárzás állapotában. De minden esetben ezek a részecskék az égéssel mindig járó meleg légáramlatban jelentékeny, fölfelé irányított haladó mozgást mutatnak, mely körülmény azonban a tapasztalat szerint a jelenségnek itt tárgyalt optikai részét semmiben sem változtathatja.

A lebegő szénrészecskék jelenlétét az a *korom* mutatja, mely a lángba vagy füstjébe tartott hidegebb testre rakodik, mely eddig még meg nem mérhető kicsinyesű szénszemecskék halmazából áll.

Az itt közölt kvalitatív tapasztalatok megegyeznek azokkal, melyeket a 1—3. és a 16. §-ban a levegőben, a folyadékokban, az üvegyanyagban vagy a kolloidokban lebegő vagy beágyazott apró testecskék idetartozó optikai sajátságaiaként feleltettünk. Ugyanis vonalmentén polározott beejtett fény esetében úgy tekintendők az általuk szétszórt, elhajlított fénysugarak, mint a melyek polározási síkjainak elrendezése a cirkumaxiális elrendezés kvalitatív sajátságainak első jeleit mutatják; ennél a symmetria-tengely, azaz a polártengely nem más, mint a beejtett fény polározás-síkjának az a normálisa, mely a mindenkor másodrendű gerjesztő középponton áthalad.

Quantitatív vizsgálatokat és adatokat azonban, e lángok szőben forgó jelenségeire nézve, az idetartozó gyér irodalomban egyáltalában nem találtam.

17. §. *Folytatás. Quantitatív vizsgálatok berendezése: Gyertyaláng füstjében lebegő szénrészecskék létesítette másodrendű fénysugárzás polározási viszonyai.*

a) A megelőző §-ban minőlegesen leírt jelenségeknek eddig egészen hiányzó *quantitatív* megvizsgálását tűzve ki célul, SELÉNYI PÁL, akkori tanárjelölt, jelenlegi egyetemi tanársegéd úrral egyetemben a következő kísérleti berendezésben állapodtunk meg:

A már a 4. §-ban említett óraműves heliostat által az ész-

elő terembe terelt párhuzamos napfény-sugárnyaláb egy körülbelül 8 cm átmérőjű, kör alakú diaphragmán haladt keresztül; innen egy alkalmas méretű kondenzor-lencsén való áthaladása után egy rövidebb gyújtótávolságú, kisebb szóró lencse közvetítésével egy körülbelül 1 cm átmérőjű, henger alakú sugárnyalábbá alakult, mely így benyomult a már többször említett JAMIN-SÉNARMONT-féle nagy polározási kör polarizátor-csővébe. Ebből a csőből történt kilépése után a sugárnyaláb egy kisebb méretű, de aránylag nem rövid gyújtótávolságú kondenzor-lencsén haladt keresztül, mely a napnak körülbelül 2.5 mm átmérőjű képét az eszköz főköre vertikális geometriai tengelyéhez szimmetrikusan alkotta. Ez az intenzív napkép ráesett egy rövid szárú, de 3.5 cm átmérőjű gyertya lángjának világító burkára; a gyertya tengelye az említett főkör tengelyével esett egybe; magának a gyertyának magasságát tetszés szerint lehetett megváltoztatni.

Később ezt a kísérleti berendezést olyképen lehetett módosítani, hogy a szórólencse és a kisebbik kondenzor-lencse fölöslegesnek bizonyult; teljesen elegendő volt a nagyobb kondenzor-lencséből kilépő sugárkúp. Evvel a berendezéssel könnyű volt a megelőző §-ban felsorolt kvalitatív tapasztalatokat közvetlenül igazolni és azokat az ott említett mértékben kiegészíteni.

b) A *quantitatív* mérések végzésére a leírt berendezést csak kevésbé kellett változtatnunk:

Ugyanis közönséges, könnyű sárgaréz-sodrony-fonatból egy hegyes nyelvalakú részt kimetszettünk és ezt, vízszintes síkjával a fönt leírt gyertyalángba, mintegy magassága közepébe betolva: azt tapasztaltuk, hogy ez a sodronyfonat a láng felső részét jóformán teljesen elmetszette. Az eltűnt lángrész helyén egy fölfelé haladó füstoszlop keletkezett; ez a lángnál jelentékenyen hidegebb volt, továbbá rendesen alig észrevehető, átlátszó és szintelen jelenségnek mutatkozott; de a beléje tartott bármely test kormossá válása bizonyította a benne lebegő, a meleg légáram által fölfelé ragadott szénrészecskék jelenlétét.

Erre a majdnem láthatatlan füstre vetítettük a napnak az előbb említett módon előállított intenzív kicsiny képét; a bejuttatott sugárnyaláb síkban volt polározva; a csúcsa a füstoszlop-

ban mint igen jól látható élesen határolt kékes-fehéres folt vált ki. Ezt a fényfoltot az észlelő-csőben lévő analizátor forgatása által minden egyes megfigyelési irányban majdnem teljesen el lehetett oltani és így az ebből a foltból, mint másodrendű fénygerjesztő középpontból bármily irányba induló szétszórt (elhajlitott) sugár polározása síkjának helyzetét meg lehetett határozni.

A továbbiakban a megfigyelések és általában véve az összes vizsgálatok úgy történtek, mint a jelen közlemény megelőző §-aiban.

Az egyes sugarakra vonatkozólag az analizáló nikolnak mindenkori eloltási helyzete rendszeren 10—20 beállításból adódott; több beállítást és leolvasást csak azoknál a sugaraknál kellett végezni, melyek a polártengely közelségében haladtak, melyek fényerőssége éppen e miatt gyengébb volt.

18. §. *Folytatás. A kvantitatív észleletek eredményei. VIII és IX. tábla. Ugyanennek a törvénynek érvényessége.* A következő, VIII. és IX. táblázatok magukban foglalják idetartozó megfigyeléseink eredményeit; a táblák berendezése ugyanolyan mint a megelőző tábláké; a betűk jelentése is ugyanaz; a 6. ábra (317. lap) és jelzései itt is érvényesek.

Az egyik, VIII. számú táblázat adatai 41 oly sugárra vonatkoznak, a melyek a beejtett fénynyaláb polározási síkja normálisához (a polártengelyhez) képest szymmetrikusan és egyenletesen vannak elosztva; ez a sugárrendszer e szerint cirkumaxiális.

A másik, IX. számú táblázat adatai 128 oly sugárra vonatkoznak, melyek a beejtett sugárnyaláb iránya körül szymmetrikusan és egyenletesen vannak elosztva; e sugarak e szerint circumradiális rendszert alkotnak.

Az ezekhez az adatokhoz szükséges egyes beállítások száma körülbelül 600-at és 2000-et tett ki a két táblánál; összesen e szerint megközelítésben 2600-at. Az észleleteket a már többször említett helyen, az 1906. év nyarán végeztük, ugyanis SELÉNYI PÁL úr és én majdnem fele részben. A táblákban kimutatott összehasonlítás eredménye általában véve igen kielégítő; csak egészen elvétve fordulnak elő sugarak, melyekre nézve a $\varphi_o - \varphi_e$ különbség 3° -nál nagyobb.

Ezeknek a tapasztalatoknak az alapján jogosan kimondhatjuk azt, hogy a lángokban vagy füstjükben lebegő izzó vagy meleg szénzemecskékből, mint másodrendű fénygerjesztő középpontokból induló, szétszórt vagy elhajlított fénysugarak polározási síkjainak elrendezése a térben igen jól megegyezik a térbeli, teljes, szymmetrikus, cirkumaxiális polározás törvényével, mikor is a polártengely nem más, mint a beejtett fénynyaláb polározási síkjának az a normálisa, mely az említett mindenkori másodrendű fénygerjesztő középponton halad keresztül.

Kiemelendő, hogy itt ezek a másodrendű gerjesztő középpontok esetleg még elsőrendű fénygerjesztők is lehetnek; így a világító láng fényes rétegében lebegő izzó, önfénylő szénrészecskék, az 1., 15. és 16. §-ban és a jelen §-ban említett jelenségnél egyszerűen elsőrendű és másodrendű fénygerjesztő középpontok szerepét viszik. Azonban az itt közlött valamennyi megfigyeléseink csak azokra az elhajlított, szétszórt sugarakra vonatkoznak, melyeket e szemecskék mint másodrendű gerjesztő középpontok szétszórnak.

Ezenkívül, miként már jeleztük, az itt megvizsgált jelenségeknél ezek a másodrendű középpontok mintegy teljesen szabadon mozognak a levegőben vagy azokban a gázokban, melyek a láng helyén, vagy a sodronyhálózattal elmetszett láng fölött keletkeztek; a szétszórt, elhajlított sugarak e gerjesztői e szerint légnemű közegben vannak, és a sugarak is ily közegben terjednek tovább.

VIII. tábla.

A térbeli, teljes, szymmetrikus cirkumaxiális polározás törvénye légnemű, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A beejtett fény vonalmentén van polározva.

Világító lángok füstjében lebegő részecskékre bocsátott keskeny intenzív fénykúp csúcsából, mint másodrendű gerjesztő középpontból induló, szymmetrikusan elhajlított (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a cirkumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A bejuttat sugárnyaláb polározás-síkjának normálisa.

Az észlelt szétszórt sugarak a fölvett polártengely körül szimmetrikusan vannak elosztva a térben.

Ω	θ	ω	ϑ	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
22,5	0,0	67,5	— 90,0	— 89,4	— 90,0	+0,6
22,5	22,5	69,3	— 81,0	— 67,3	— 65,8	—1,5
22,5	45,0	74,3	— 73,7	— 43,2	— 42,7	—0,5
22,5	67,5	81,6	— 69,1	— 25,2	— 20,9	—4,3
22,5	90,0	90,0	— 67,5	— 1,0	0,0	—1,0
22,5	112,5	98,4	— 69,1	+ 18,9	+ 20,9	—2,0
22,5	135,0	105,7	— 73,7	+ 42,4	+ 42,7	—0,3
22,5	157,5	110,7	— 81,0	+ 65,4	+ 65,8	—0,4
22,5	180,0	112,5	— 90,0	+ 90,3	+ 90,0	+0,3
22,5	202,5	110,7	— 99,0	+114,9	+114,2	+0,7
22,5	225,0	105,7	—106,3	+137,5	+137,3	+0,2
22,5	247,5	98,4	—110,9	+160,3	+159,1	+1,2
22,5	270,0	90,0	—112,5	+176,9	+180,0	—3,1
22,5	292,5	81,6	—110,9	+203,7	200,9	+2,8
22,5	315,0	74,3	—106,3	+226,4	+222,7	+3,7
22,5	337,5	69,3	— 99,0	+246,6	+245,8	+0,8
45,0	0,0	45,0	— 90,0	— 89,8	— 90,0	+0,2
45,0	45,0	59,9	— 54,7	— 35,5	— 35,3	0,2
45,0	90,0	90,0	— 45,0	— 0,2	0,0	—0,2
45,0	135,0	120,1	— 54,7	+ 35,4	+ 35,3	+0,1
45,0	180,0	135,0	— 90,0	+ 90,1	+ 90,0	+0,1
45,0	225,0	120,1	—125,3	+142,4	+144,7	—2,3
45,0	270,0	90,0	—135,0	+178,6	+180,0	—1,4
45,0	315,0	59,9	—125,3	+216,9	+215,3	+1,6
90,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90,0	45,0	45,0	0,0	+ 0,1	0,0	+0,1
90,0	90,0	90,0	0,0	— 1,6	0,0	—1,6
90,0	135,0	135,0	0,0	— 2,6	0,0	—2,6
90,0	153,0	153,0	0,0	— 2,4	0,0	—2,4
90,0	207,0	207,0	0,0	— 0,7	0,0	—0,7
90,0	225,0	225,0	0,0	— 0,3	0,0	—0,3
90,0	270,0	270,0	0,0	— 1,1	0,0	—1,1
90,0	315,0	315,0	0,0	— 1,6	0,0	—1,6
135,0	0,0	45,0	+ 90,0	+ 88,6	+ 90,0	—1,4
135,0	45,0	59,9	+ 54,7	+ 34,0	+ 35,3	—1,3
135,0	90,0	90,0	+ 45,0	+ 2,0	+ 0,0	+2,0
135,0	135,0	120,1	+ 54,7	— 33,9	— 35,3	+1,4
135,0	180,0	135,1	+ 90,0	— 88,9	— 90,0	+1,1
135,0	225,0	120,1	+ 54,7	—144,0	—144,7	+0,7
135,0	270,0	90,0	+ 45,0	—179,2	—180,0	+0,8
135,0	315,0	59,9	+ 54,7	—215,2	—215,3	+0,1

IX. tábla.

A teljes, térbeli, szimmetrikus, cirkumaxiális polározás törvénye légnemű, átlátszó, homogén, izotrop közegek belsejében.

A beejtett fény vonalmentén van polározva.

Világító lángok füstjében lebegő részecskékre bocsátott keskeny, intenzív fénykúp csúcsából, mint másodrendű fénygerjesztő középpontból induló, szimmetrikusan elhajlított (szétszórt) sugarak észlelt polározási azimutjai.

Az észleletek eredményeinek összehasonlítása a circumaxiális polározás törvényéből folyó pontos értékekkel.

Fölvett polártengely: A beejtett sugárnyaláb polározás síkjának normálisa.

Az észlelt szétszórt sugarak a beejtett sugárnyaláb iránya körül szimmetrikusan vannak elosztva a térben.

ϑ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
0,0	0,0	0,0	90,0	0,0	0,0	0,0
0,0	22,5	22,5	90,0	- 0,8	0,0	-0,8
0,0	45,0	45,0	90,0	+ 0,1	0,0	+0,1
0,0	67,5	67,5	90,0	+ 0,4	0,0	+0,4
0,0	90,0	90,0	90,0	- 1,9	0,0	-1,9
0,0	112,5	112,5	90,0	- 2,7	0,0	-2,7
0,0	135,0	135,0	90,0	- 2,6	0,0	-2,6
0,0	153,0	153,0	90,0	- 2,4	0,0	-2,4
22,5	0,0	0,0	90,0	+22,3	+22,5	-0,2
22,5	22,5	20,9	98,4	+20,3	+20,9	-0,5
22,5	45,0	42,7	105,7	+15,2	+16,3	-1,1
22,5	67,5	65,8	110,7	+ 8,2	+ 9,0	-0,8
22,5	90,0	90,0	112,5	+ 0,6	0,0	+0,6
22,5	112,5	114,1	110,7	- 9,0	- 9,0	0,0
22,5	135,0	137,3	105,7	-16,7	-16,3	-0,4
22,5	153,0	154,8	100,0	-23,8	-20,3	-3,5
45,0	0,0	0,0	90,0	+44,6	-45,0	-0,4
45,0	22,5	16,3	105,7	+41,9	+42,7	-0,8
45,0	45,0	35,3	120,0	+34,5	+35,3	-0,8
45,0	67,5	59,6	130,7	+20,0	+20,9	-0,9
45,0	90,0	90,0	135,0	- 2,4	0,0	-2,4
45,0	112,5	120,4	130,7	-23,7	-20,9	-2,8
45,0	135,0	144,7	120,0	-35,5	-35,3	-0,2
45,0	153,0	160,2	108,7	-41,5	-41,7	+0,2
67,5	0,0	0,0	90,0	+67,1	+67,5	-0,4
67,5	22,5	9,0	110,7	+65,8	+65,9	-0,1

ϑ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
67,5	45,0	20,9	130,8	+ 59,8	+ 59,6	+0,2
67,5	67,5	42,7	148,4	+ 44,1	+ 42,7	+1,4
67,5	90,0	90,0	157,5	- 1,9	0,0	-1,9
67,5	112,5	137,3	148,4	- 45,6	- 42,7	-2,9
67,5	135,0	159,1	130,8	- 63,0	- 59,6	-3,4
67,5	153,0	169,0	114,8	- 67,4	- 65,1	-2,3
90,0	0,0	0,0	90,0	+ 89,6	+ 90,0	-0,4
90,0	22,5	0,0	112,5	+ 89,8	+ 90,0	-0,2
90,0	45,0	0,0	135,0	+ 90,2	+ 90,0	+0,2
90,0	67,5	0,0	157,5	+ 90,0	+ 90,0	0,0
90,0	90,0	0,0	180,0	A polártengely iránya		
90,0	112,5	0,0	202,5	+ 85,3	+ 90,0	-4,7
90,0	135,0	0,0	225,0	+ 87,2	+ 90,0	-2,8
90,0	153,0	0,0	243,0	+ 87,3	+ 90,0	-2,7
112,5	0,0	0,0	90,0	+112,3	+112,5	-0,2
112,5	22,5	- 9,0	110,7	+114,2	+114,1	+0,1
112,5	45,0	- 20,9	130,8	+121,5	+120,4	+1,1
112,5	67,5	- 42,8	148,4	+137,9	+137,3	+0,6
112,5	90,0	- 90,0	157,5	+176,2	+180,0	-3,8
112,5	112,5	-137,3	148,4	+221,4	+222,7	-1,3
112,5	135,0	-159,1	130,8	+238,3	+239,6	-1,3
112,5	153,0	-169,0	114,8	+243,1	+245,1	-2,0
135,0	0,0	0,0	90,0	+134,9	+135,0	-0,1
135,0	22,5	- 16,3	105,7	+137,2	+137,3	-0,1
135,0	45,0	- 35,3	120,0	+145,3	+144,7	+0,6
135,0	67,5	- 59,6	130,7	+160,9	+159,1	+1,8
135,0	90,0	- 90,0	135,0	+180,8	+180,0	+0,8
135,0	112,5	-120,4	130,7	+202,5	+200,9	+1,6
135,0	135,0	-144,7	120,0	+216,0	+215,3	+0,7
135,0	153,0	-160,2	108,7	+224,0	+221,7	+2,3
157,5	0,0	0,0	90,0	+157,7	+157,5	+0,2
157,5	22,5	- 20,9	98,4	+160,5	+159,1	+1,4
157,5	45,0	- 42,7	105,7	+166,8	+163,7	+3,1
157,5	67,5	- 65,8	110,7	+171,9	+171,0	+0,9
157,5	90,0	- 90,0	112,5	+181,7	+180,0	+1,7
157,5	112,5	-114,1	110,7	+189,6	+189,0	+0,6
157,5	135,0	-137,3	105,7	+198,1	+196,3	+1,8
157,5	153,0	-154,8	100,0	+200,4	+200,3	+0,1
180,0	0,0	0,0	90,0	+180,0	+180,0	0,0
180,0	22,5	- 22,5	90,0	+180,4	+180,0	+0,4
180,0	45,0	- 45,0	90,0	+181,6	+180,0	+1,6
180,0	67,5	- 67,5	90,0	+181,2	+180,0	+1,2
180,0	90,0	- 90,0	90,0	+181,1	+180,0	+1,1
180,0	112,5	-112,5	90,0	+181,3	+180,0	+1,3
180,0	135,0	-135,0	90,0	+180,3	+180,0	+0,3
180,0	153,0	-153,0	90,0	+180,7	+180,0	+0,7
202,5	0,0	0,0	90,0	+202,6	+202,5	+0,1
202,5	22,5	- 20,9	81,6	+201,8	+200,9	+0,9
202,5	45,0	- 42,7	74,3	+197,1	+196,3	+0,8
202,5	67,5	- 65,8	69,3	+189,1	+189,0	+0,1
202,5	90,0	- 90,0	67,5	+179,8	+180,0	-0,2

ϑ	ω	θ	Ω	φ_0	φ_c	$\varphi_0 - \varphi_c$
202,5	112,5	-114,1	69,3	+171,5	+171,0	+0,5
202,5	135,0	-137,3	74,3	+163,7	+163,7	0,0
202,5	153,0	-154,8	80,0	+160,0	+159,7	+0,3
225,0	0,0	0,0	90,0	+225,3	+225,0	+0,3
225,0	22,5	-16,3	74,3	+222,9	+222,7	+0,2
225,0	45,0	-35,3	60,0	+215,0	+215,3	-0,3
225,0	67,5	-59,6	49,3	+201,2	+200,9	+0,3
225,0	90,0	-90,0	45,0	+180,9	+180,0	+0,9
225,0	112,5	-120,4	49,3	+158,2	+159,1	-0,9
225,0	135,0	-144,7	60,0	+142,4	+144,7	-2,3
225,0	153,0	-160,2	71,3	+136,3	+138,3	-2,0
247,5	0,0	0,0	90,0	+247,4	+247,5	-0,1
247,5	22,5	-9,0	69,3	+245,6	+245,9	-0,3
247,5	45,0	-20,9	49,2	+238,3	+239,6	-1,3
247,5	67,5	-42,7	31,6	+217,8	+222,7	-4,9
247,5	90,0	-90,0	22,5	+180,6	+180,0	+0,6
247,5	112,5	-137,3	31,6	+137,2	+137,3	-0,1
247,5	135,0	-159,1	49,2	+121,9	+120,4	+1,5
247,5	153,0	-169,0	65,2	+114,7	+114,9	-0,2
270,0	0,0	0,0	90,0	+270,0	+270,0	0,0
270,0	22,5	0,0	67,5	+269,9	+270,0	-0,1
270,0	45,0	0,0	45,0	+270,2	+270,0	+0,2
270,0	67,5	0,0	22,5	+271,4	+270,0	+1,4
270,0	90,0	0,0	0,0	A polártengely irányára		
270,0	112,5	180,0	22,5	+90,6	+90,0	+0,6
270,0	135,0	180,0	45,0	+89,7	+90,0	-0,3
270,0	153,0	180,0	63,0	+89,8	+90,0	-0,2
292,5	0,0	0,0	90,0	+292,5	+292,5	0,0
292,5	22,5	9,0	69,3	+296,7	+294,1	+2,6
292,5	45,0	20,9	49,2	+304,6	+300,4	+4,2
292,5	67,5	42,7	31,6	+319,4	+317,3	+2,1
292,5	90,0	90,0	22,5	+359,3	+360,0	-0,7
292,5	112,5	137,3	31,6	+405,4	+402,7	+2,7
292,5	135,0	159,1	49,2	+420,4	+419,6	+0,8
292,5	153,0	169,0	65,2	+424,6	+425,1	-0,5
315,0	0,0	0,0	90,0	+314,9	+315,0	-0,1
315,0	22,5	16,3	74,3	+317,9	+317,3	+0,6
315,0	45,0	35,3	60,0	+326,8	+324,7	+2,1
315,0	67,5	59,6	49,3	+339,1	+339,1	0,0
315,0	90,0	90,0	45,0	+357,5	+360,0	-2,5
315,0	112,5	120,4	49,3	+381,0	+380,9	+0,1
315,0	135,0	144,7	60,0	+400,5	+395,3	+5,2
315,0	153,0	160,2	71,3	+407,8	+401,7	+6,1
337,5	0,0	0,0	90,0	+337,5	+337,5	0,0
337,5	22,5	20,9	81,6	+340,6	+339,1	+1,5
337,5	45,0	42,7	74,3	+344,5	+343,7	+0,8
337,5	67,5	65,8	69,3	+351,3	+351,0	+0,3
337,5	90,0	90,0	67,5	+360,5	+360,0	+0,5
337,5	112,5	114,1	69,3	+368,9	+369,0	-0,1
337,5	135,0	137,3	74,3	+376,6	+376,3	+0,3
337,5	153,0	154,8	80,0	+382,5	+380,3	+2,2

IV. A tapasztalatok összefoglalása. Kényszerítő erejű következtetés: A gerjesztő fényvektor merőleges saját polározása síkjára.

19. §. *Összefoglalás: Tetszés szerinti halmazállapotú és törésmutatójú, de egyenletes fénytörésű átlátszó közegben a teljes, térbeli, szimmetrikus, cirkumaxiális polározás törvénye érvényes.*

Jelen közleményemben megvizsgáltuk az oly közegek belsejében létesített másodrendű fénygerjesztő középpontokat, mely közegek általában optikailag véve, vagy egytörésűek vagy egyenletes törésmutatójuaknak tekinthetők.

Közlött vizsgálataink, melyek mind ezen különböző szilárd cseppfolyós, vagy részben szilárd, részben cseppfolyós és végre légnemű közegek belsejében keletkezett másodrendű ily középpontokra vonatkoznak: kivétel nélkül egy és ugyanazt a törvényszerűséget állapították meg, melyet az előbb bemutatott táblásan rendezett eredmények igen sok számadattal mennyilegesen igazolnak is.

Ez az igazolás a megfigyelések pontossága határára belől, avagy magának a keletkezett jelenségnek élességi határain belől áll fenn.

Magát a törvényszerűséget talán következőképen fejezhetjük ki: Ha síkban polározott fénynyaláb valamely optikailag véve egyenletes fénytörésű közeg belsejében olyformán létesít másodrendű fénygerjesztést, hogy vagy magának ezen egyenletes közegnek kicsiny, igen erősen megvilágított részeit gerjeszti, vagy pedig az ily közeg belsejében elhelyezett, vele közelítőleg egyenlő törésmutatójú üvegrács felületi részecskéit gerjeszti, vagy az ily közegbe beágyazott, vagy benne mozoghatólag lebegő rendkívül kicsiny, de a közeggel nem homogén, másnemű testecskéket gerjeszti: akkor a mindezekben az esetekben keletkezett másodrendű fénygerjesztő helyekből induló, a tér bármily irányába haladó, elhajlított vagy szétszórt sugarak vonalmenti polározást mutatnak. Az ily sugárösszeség polározás-síkjai mind eleget tesznek a teljes, térbeli, szimmetrikus cirkumaxiális polározás törvényének; a hozzátartozó szimmetria-tengely (vagy polar-

tengely) pedig nem más, mint a beejtett fénynyaláb polározási síkjának az a normálisa, mely a mindenkori másodrendű fénygerjesztés középpontján halad át.

[Szabadjon itt megjegyezni, hogy a jelen közleményem 1. §-ában, a 301. lapon is idézett, idetartozó második értekezésemben¹ ezt a nevezetes szabályszerűséget csak *qualitativ* megfigyelések alapján ismertem fel, nevezetesen a következő két jelenség alapján:

1. A tömör üvegfélgömb és a vele közelítőleg egyenlő törésű olajcseppel hozzáragasztott üvegrács felhasználásánál létesült fényelhajlítás alapján; ott állandóan zérus beesési azimut mellett, de a beejtett fénynyaláb beesés-szögét tetszés szerint változtatva, a fönt kimondott törvény mindig, legalább *qualitative* fennállónak bizonyult.

2. Az ultramikroszkópos testecskék által létesített fényelhajlítás esetében. Ezt a szabályszerűséget már akkor is a természet egyik legegyszerűbb és legszebb törvényének neveztem].²

De jelen közleményem tartalma szerint a *legkülönbözőbb* *halmazállapotú és törésmutatójú közegekben végzett quantitativ észleletek* alapján kimondhatjuk, hogy ez a szabályszerűség a természetnek nemcsak egyik legegyszerűbb és legszebb, hanem egyszersmind egyik legáltalánosabb törvénye a fényjelenségek összességében, mert az $n = 1,0$ -tól egészen az $n = 1,90$ -ig terjedő törésmutatójú, légnemű, cseppfolyós és szilárd átlátszó, egyenletes fénytörésű közegekre nézve érvényesnek találtuk,

Sőt mondhatjuk, hogy az *ily egyenletes fénytörésű közegekre nézve ez a törvény épen olyan általános, mint a fénynek egyenes vonal mentén való terjedése.*

20. §. *Befejezés: Kényszerítő erejű következtetés: A gerjesztő fényvektor merőleges saját polározása síkjára.*

Már egy előbbi alkalommal, idetartozó, már sokszor idézett második közleményemben egy nevezetes következtetést vontam; tettem ezt a megelőző §-ban felmerülő [] zárójelben lévő, ott 1. alatt részletezett jelenségnek akkor csak *qualitativ* mó-

¹ I. h. 478. és 479. lap.

² I. h. 479. l.

don ismert sajátságai alapján;¹ de tettem azt már első ide-tartozó dolgozatomban is, a visszaverődve elhajlított fénynek ott megállapított *quantitatív* sajátsága alapján is.²

Ezeket a kvalitatív és kvantitatív tapasztalatokat akkor összefoglaltam abban a kijelentésben, hogy zérus beesési azi-mut mellett a visszaverődve-elhajlított és a megtörve-elhajlított sugár-összeség polározási állapota a beesés szögétől független; ennek alapján így következtettem:

«Ebből a tapasztalatból, függetlenül a fény természetére vonatkozó bármily feltevésszerű felfogástól, kényszerítő szükségességgel folyik az a következtetés, hogy a *gerjesztő* fényvektor saját polározás síkjára merőleges.»

Ámde a jelen dolgozatomban közlött tapasztalatok kivétel nélkül mind *quantitatív* jellegűek és túlnyomóan *más természetű jelenségekre vonatkoznak*, mint az előbbi két értekezésem-ben megvizsgált jelenségek; az *itt* megvizsgáltakat akkor csak csekély részükben és csakis kvalitatíve ismerhettem és így nem is használhattam fel a fent idézett következtetésre.

Ezek a jelen dolgozatomban bemutatott tapasztalatok ön-magukban véve, függetlenül másféle ily fajta tapasztalatoktól, ugyancsak kényszerítő erejű következtetést engednek meg a gerjesztő fényvektornak saját polározása síkjához való helyzete-tére nézve; az eredmény megegyezik a már idézett következtetéssel.

Magát a következtetést az alább felsorolt tényeknek és folyományoknak következő, hézag nélküli lánczolatával állít-juk elő:

a) *A tapasztalat szerint, a bejuttatott, síkban polározott fény-sugár fényvektora lineáris jellegű és mindig merőleges a fény-sugár továbbterjedése irányára; közelebbtről pedig, szintén a tapasztalat szerint, ez a vektor csakis vagy saját sugara polá-rozási síkjában van, vagy e síkra merőleges.*

b) *Az a térbeli fényjelenség, melyet ez az itt gerjesztőleg*

¹ V. ö. idetartozó második, az 1. §-ban idézett dolgozatom 473. és 479. lapját.

² V. ö. idetartozó első, az 1. §-ban idézett értekezésem 303. lapját.

ható vonalmenti fényvektor létesít az oly homogén és izotrop vagy legalább optikailag egyenletes fénytörésű közegben, mely a másodrendű fényerjesztés középpontja körül terül el, csak szimmetrikus lehet a fényerjesztő vektor említett állandó egyenessé körül.

c) Itt közölt tapasztalataink kvantitatíve azt mutatják, hogy az ilyen esetekben az ezen fényerjesztő középpont körül keletkezett valamennyi másodrendű sugár-rendszer polározás-síkjai a térben szimmetrikusan vannak elrendezve a beejtett fénynyaláb polározás-síkjának a gerjesztő középponton átmenő normálisá körül.

d) Ezek a tapasztalatok csak úgy egyeztethetők a b) alatt kimondott kényszerítő követelménnyel, ha a beejtett, gerjesztő fényvektor iránya a hozzátartozó polározás-sík normálisában van.

Ez a következtetés, miként észrevesszük, teljesen kényszerítő jellegű; de, egyszersmind teljesen független a fény természetére vonatkozó bármily speciális, hipotézisszerű feltevéstől.

E szerint ez a következtetés csak megerősíti az előbbi, ide tartozó két közleményemben más tapasztalatokból vont ugyanily következtetést.

Ebből a megállapításból közvetlenül az ily másodrendű középpontok körül keletkező fényvektor-rendszer természetére is lehet következtetni. Ugyanis, mihelyt a d) pont szerint az elhajlított, szétszórt sugarak fényvektora is merőleges a hozzátartozó sugara polározása síkjára: az ezekben az esetekben másodrendű fényerjesztő középpontok körül keletkező fényvektorok meridionális rendszert¹ alkotnak az őket gerjesztő lineáris vektor egyenessé körül.

¹ V. ö. az 1. §-ban említett első értekezésem 224. lapját; második értekezésem 480-486. lapját.

A MEDUSÁK MOZGÁSAIRÓL.

22 ábrával.

VERESS ELEMER-től.

A Medusák fő mozgató szervének, az ernyőnek rhythmusos működése számos vizsgálat tárgya volt már; egyrészt mert a Medusáknak aránylag egyszerű alkotása a rhythmusos tevékenység általános magyarázata érdekében kecsegtetőnek tűnt fel, másrészt mert az analogiák a felsőbbrendű állatok szívének rég vitatott sajátságai ismeretében vagy sejtésében némi perspektivát nyitottak meg.

A Medusák rhythmusos mozgása közben valamely belső kényszer külső ingerek hatására időről-időre kielégítődik: a működést szünetek tarkítják, melyek váltakozó tartamuk révén, mint a működés is, periodikával bírnak. A már folyamatban levő rhythmusos ernyőcsapkodások okai a mozgás szervének sajátságaival ép oly szoros kapcsolatban vannak, mint az egyes szünetek időértékei, illetőleg ezek váltakozásának okai. A szünetekre vonatkozólag azonban a külső hatások befolyását észrevenni könnyebb. A szünetek periodikáját nem tekintve, a szívvel szemben felállított hasonlóság sokban meglepő; így pl. a refractär periodus, extrasystole, compensatiós nyugalom, a lépcsőzetesség stb. bizonyos színezetekben a Medusákon is észlelhető. Ezért egyesek a Medusáknak és más alsóbbrendű állatoknak rhythmusos mozgását a szív működéssel hozzák párhuzamba. *Bethe* pl. a Medusákon szerzett tapasztalatait arra is értékesíteni akarja, hogy az analogia alapján a szív izgalomvezetésének myogen vagy neurogen természetére vonatkozólag érveket halmozzon fel.¹

¹ Allgemeine Anatomie u. Physiologie des Nervensystems. Leipzig, G. Thieme. 1903. 408. és köv. lapokon.

Dolgozatom közvetlen célja nem az, hogy a már conventionalissá vált összehasonlítás adatait szaporítsam, habár ezt, főleg az elektromos és hőingerlésre vonatkozó kísérletek tárgyalása rendjén itt-ott nem is kerülöm el; az analógiáknak csekély bizonyító erejét sem szándékozom igénybe venni. Fő-célom az volt, hogy vizsgáljam, mily mélyen gyökerezik a Medusa szervezetében a rhythmusos tevékenység és hogy melyek ezen tevékenységnek elemi momentumai, tényezői.

Kísérleteimet a napolii öbölben található, szabadon mozgó, ernyős Medusák közül a következőkön végeztem: 1. *Pelagia noctiluca* (*Scyphomedusa* vagy *Acalepha*, alrend: *Discomedusæ*, tribus: *Semæostomeæ*); 2. *Rhizostoma pulmo* (tribus: *Rhizostomeæ*); 3. *Cotylorhiza borbonica* (tribus: *Rhizostomeæ*); 4. *Carmarina hastata* (*Trachymedusa*, *Geryonida*).¹

E Medusák ernyőjének vájt felületét fajok szerint némileg eltérő elosztásban vékony izomréteg borítja (l. a *Rhizostomára* vonatkozólag a 22. ábrát). Összehúzódása révén az ernyőnek vagy úszóharagnak teteje kidomborodik, az ernyő egészében kisebb sugarú gömbrészletnek felel meg; a kiszorított víz lökése és még más körülmények is az állatot mozgásba hozzák. A mozgás szerve tehát az ernyő, a vékony izomréteggel, a rugalmas kocsonyaszerű alapanyaggal és az izomréteggel összefüggésben álló ideghálózattal és ganglionokkal, továbbá az ernyő széle mentén végighúzódó ú. n. idegyűrűvel együttesen.

Ha a mozgás létesítésében szereplő anatómiai momentumok felsorolásában hézagot nem akarunk hagyni, meg kell említeni a receptorokat is, így az ernyő széle mentén fekvő «széli testeket», ezeket az oto-, illetve statolithonszerveknek megfelelő érzékszerveket és a *Carmariára* és *Pelagiára* vonatkozólag a fonalakat, vagyis *tentaculumokat* is.

Az ernyő kocsonyaszerű alapanyaga az izomzat működésének alábbhagyásakor rugalmasságánál fogva az egyensúlyi helyzet felé visszatér («diastole»). Még a többé-kevésbé tagolt

¹ A kísérleti anyag beszerzéseért LO BIANCO lovag úrnak, a kísérleti berendezés szíves átengedéseért pedig BURIAN R. magántanár úrnak, az élettani osztály vezetőjének hálás köszönettel tartozom.

nyélnek (manubrium, vegetatív részek) rugalmassága is szerepel, a mennyiben e részek az ernyővel rugalmas összeköttetésben állanak és legalább az átmenet, az ernyő felé eső határ közelében váltakozva megfeszülnek és ellazulnak.¹

I. A Medusák mozgásainak graphikai ábrázolása.

A rhythmusos mozgásoknak, továbbá az elektromos ingerek, de főleg a hőváltozások hatásának feltüntetésére oly eljárást kellett alkalmaznom, mely a közönséges eljárásokhoz hasonló s így összehasonlításra használható adatokat nyújt. Minthogy a légmentesen vízmanometrummal összekapcsolt edényben elzárt közepes nagyságú Medusák mozgásai alkalmával a víz felszíne a manometrumban nem ingadozik, a manometrumos eljárást nem alkalmazhattam. A leggyakrabban kapható 4—7 cm átmérőjű ernyővel bíró Medusák igen csekély, 1—2 grm-nyi megterheléssel szemben is érzékenyek, helyesebben lebegésük folyamatait ekkora súly is már zavarja. Ezért, továbbá mert oly íróra volt szükség, mely az állatot a függőleges irányú mozgásokban követi, tőle el nem válik s mint teher szóba nem jöhet, az író főrészeül vékony szalmaszálat alkalmaztam. Ezt üvegcsőbe tettem (l. az 1. ábrát), melynek belvilága csak annyival volt nagyobb, hogy a szalmaszálnak a függőleges irányban le- és felfelé mozgását megengedje, de viszont a csőben a vízszintes irányok szerint számbavehető kitéréseket ne csináljon. A szalmaszál egyik végébe üvegcsőből finoman kihúzott, tehát belül üres tűt toltam bè; a másik végébe ugyancsak üvegcsőből kihúzott, egyszer derékszögben



1. ábra.
Az írókészülék.

¹ J. v. UEXKÜLL: Die Schwimmbewegungen v. Rhizostoma pulmo. Mitteilungen aus d. zool. Station zu Neapel. 14. 1901. 620. 1.

s egyszer, az íróvég felé esőleg, tompaszögben hajlított vékony üvegszálát erősítettem. Az egész írot a külső üvegsőnél fogva állványra rögzítettem. Az üvegírónak leolvasztott síma végét csekély súlylyal kifeszített hajszál segítségével tartottam oda a síma, fényes, kormozott papírhoz. Így a surlódást s ezzel az állat megterhelését a lehetőségig csökkentettem. Magának az írónak súlya *0.18 gr.* volt. A fölvétel alkalmával a Medusát friss, lehetőleg $15\text{--}16^\circ$ hőmérsékű tengervizzel, nagyságának megfelelő edénybe tettem, mely oldalirányban kevés, de függőleges irányban tetemes mozgást engedett meg. A fölvételek szempontjából csak az utóbbi volt fontos; a vízszintes irányú kimozdulásokat ugyanis az író nem követhette, de az állat ily irányban nem is mozoghatott, mert az író az állatot ezen irányok felé rögzítette. Fölvétel előtt közvetlenül ugyanis a tüt az ernyő közepébe (polusába), mely a legellenállóbb és legvastagabb, beleszúrtam. Ez a kis sérülés a mozgásokat egyáltalában nem zavarta.

Az összeköttetés létesülvén, a görbéket kormozott papírra, a LUDWIG-REINITZ-féle kymographion segítségével vettem föl. Időjelzésre a JAQUET-féle órát használtam, ezt mindig *1 mp*-re állítván be.

A Medusák a kísérlet kezdetén, míg a víz friss, beavatkozás nélkül a víz felszínén szoktak lebegni; ernyőjüknek rhythmusos csapkodása folytán testük a függőleges irányban emelkedik és süllyed. A görbéken az emelkedő szár tehát a csapómozgást («systole»), a leszálló szár pedig az izomzat ellazulását («diastole») jelenti. E mozgásokat az író híven feltünteti. Mivel pedig itt átvitel, illetve forgáspont nincsen, a Medusa mozgását a görbék nagyítás nélkül ábrázolják; az amplitudók az állat függőleges irányú helyváltoztatásainak közvetlen mértékei.

II. A test nagyságának és szerkezetének hatása a rhythmus szaporaságára és egyéb jellegeire.

A test alkotása és a mozgás jellege, ill. szaporasága között látszólag a legegyszerűbb kapcsolatot a nagyság és a frequentia nyújtja. Minél kisebb a Medusa, mozgása általában annál sza-

porább. E viszony azonban nem oly egyszerű. ROMANES¹ Aurelián és Sarsian végzett kísérletei alapján joggal hangsúlyozza, hogy a hőmérsék hatását nem is tekintve, a nagyság a rhythmus szaporasága tekintetében nem az egyedüli tényező, mert pl. ugyanazon nagyságú állatok között is egyéni változatok szerepelhetnek. Sajnálatomra, egyszerű viszonyok között, illetőleg bonyodalom nélkül e vonatkozások listáját nem állíthatom elő, mert a kísérleti anyagot e tekintetben nem lehetett rendszerelesen és ugyanazon hőmérséki viszonyok között értékesítenem.² A hőmérséki viszonyok pedig itt nagyon zavarólag hatnak, mert pl. kis Medusa alacsony hőmérséken gyérebbe csapkodhat ernyőjével, mint a nagyobb Medusa magasabb hőmérséken. Az alább közölt néhány adat tehát csak a hőviszonyok figyelembe vétele mellett tanulságos. A test nagyságát mindig az ernyőnek, a mozgató szervnek átmérőjével jelzem. A számlálást frissen kifogott állatokon, ezeknek bizonyos megnyugvása után hajtottam végre.

1. Cotylorhiza,	2	cm-es,	pulsusszám	perc.-ként	68,	hőmérsék	—
“	3	“	“	“	62	“	—
“	6	“	“	“	24	“	16°
“	6	“	“	“	32	“	20°
“	7	“	“	“	42	“	21°
2. Carmarina	7	“	“	“	84	“	17.5°
3. Rhizostoma	1,5	“	“	“	80	“	14°
“	“	“	“	“	100	“	15,8°
“	“	“	“	“	140	“	20°
“	5,5	“	“	“	96	“	17°
“	17	“	“	“	38	“	14,5°

¹ Further Observations on the locomotor System of Medusae. Philosophical Transactions of the Royal Soc. of London. 1877. Vol. 167. 659—752. l.

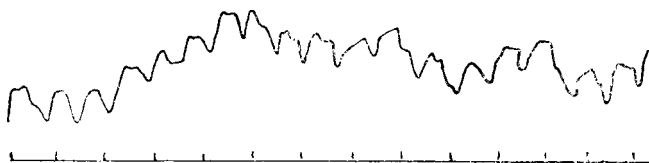
² A gyakori viharok miatt néha heteken át nem lehetett Medusát kapni; ha aztán néhányhoz hozzájuthattam, ezeket a tervbe vett másféle kísérletekhez kellett gyorsan felhasználnom. A megfigyelések 4 hónapra (október—januárius) húzódtak el s e közben nem kerülhettem el, hogy a most közlendő megfigyelések alkalmával hőmérséki különbségek szerepeljenek.

A rhythmus szaporasága a hőmérsék és a nagyság mellett a mozgás céljától, helyesebben a mozgás külső mechanikai körülményeitől is függ. Ha az állat vízáramlás ellen küzd, vagy a mélyebb vízrétegekből fölemelkedik, más tempóban mozog, mint midőn csupán egyensúlyoz. Eféle hatás mesterséges viszonyok között beálló mozgásfajtákon is látható; ha pl. az ernyő tonusa az ernyő széle mentén nem egyforma, hanem egyik sectorban nagyobb, az állat csigavonalban mozog, esetleg az edény fenekén; ekkor mozgása perczenként 5—10-zel szaporább lehet, mint egyensúlyozás alkalmával. Ha belső ingerek túlságos tömegben szerepelhetnek, a rhythmus szintén szaporább lehet, pl. az elhalás bizonyos eseteiben.

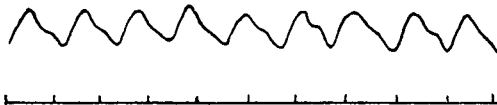
Végül a periodika az alkattól, illetve a szervezettség finomabb viszonyaitól is függ. A különböző fajták a test nagyságának befolyását a rhythmus szaporaságára nem egyformán mutatják be. A hőmérsék hatását számbavéve és a legnagyobb átmérővel bíró példákat tekintve feltűnik, hogy a *Cotylorhiza* a leggyéresebb, a *Cararina* pedig a legszaporább rhythmus szerint dolgozott; a *Rhizostoma* a kettő között némiképp átmenet.

A *Cotylorhiza* és a *Cararina* periodikája közötti eltérés oka természetesen többféle lehet; ezáltal egyébre, mint az anatómiai szerkezetnek s ebből eredőleg az érzékenységnek, a reflex-tevékenység mértékének, illetve anatómiai föltételeinek különbségeire nem térek ki. A *Cotylorhiza* ernyője egyszerűbb szerv, mint a *Cararináé*. Utóbbin a sectoros beosztás könnyebben észrevehető; előbbin a tagozottság az ernyő széle mentén kevésbé tűnik fel. A *Cotylorhiza* ernyőjéről, tehát dúcsejtjeit és izomzatát hordozó szervéről tentaculumok nem csüngenek le, míg a *Cararina* ernyőjének széléről 6, néha még több, fölös számú tentaculum (fonal) lóg le, melyek révén a különféle ingereknek több alkalommal és szeszélyesebben ki van téve, mint a *Cotylorhiza*; érző, illetőleg felfogó felülete jelentékenyen nagyobb, mint az utóbbié, melynek szintén vannak ugyan nyúlványai, de csak a vegetatív, a gyomorral kapcsolatos distalis végeken, melyek a táplálkozás működéseivel állanak kapcsolatban, a mozgás szervével, az ernyővel ellenben közvetlenül nem.

A *Carmarina* ennek megfelelően másképp viselkedik, mint a *Cotylorhiza*; előbbin a tevékenység és a pihenés szeszélyesen váltakozik. Az idősebb állat néha hosszasan pihen, csak tentaculumain vagy a nyelén látható némi izgalmi játék, az ingerelhetőség könnyű feltételeinek világos jele gyanánt. Ha aztán az izgalmak összegeződtek, vagy más úton jutottak érvényre, érelyes, tartós ernyőjáték következik be, mely épen a fent közölt számlálás tárgya volt. Fiatalabb *Carmarina*knak ellenben majdnem folytonosan mozognak, folyton nyugtalankodnak; a faji jelleg ez esetben más körülmények szerint érvényesül.



2. ábra. A *Carmarina hastata* mozgásgörbéi.



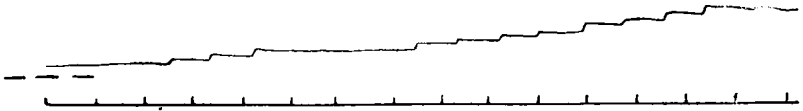
3. ábra. A *Cotylorhiza borbonica* mozgásgörbéi.

A mozgás szaporaságában és egyéb jellegeiben mutatkozó eltérést a két szélső helyzetű *Medusa* között a 2. és 3. ábra tünteti fel; mindkettő 22° hőmérsék mellett készült, mindkét állat ernyőjének középátmérője 7 cm volt.

A *Carmarina* tehát ugyanazon külső körülmények között mégis más feltételek mellett dolgozik. Bár ernyője ugyanakkora, mint a *Cotylorhiza*é, felfogó felülete jóval nagyobb; nem lehet neki eléggé nagy edényt adni, mert ha ebben könnyebben meg is nyugodhatnék, fonalai rövid idő múltán igen hosszúra nyúlnak ki; így az idegen testtel való sokszoros érintkezés utóvégre ismét érezteti hatását. A *Carmarina* görbéjén látható sokféle ingadozás és «szabálytalanság» nem az írókészülék hibája, a mennyiben a *Cotylorhiza* nyugodt mozgásáról készült felvétel

eléggé mutatja, hogy az író a mozgás jellegeit hűen visszautkrözteti. Az író ábrázoló képessége csak annyiban nem teljesen közvetlen, a mennyiben a Medusa az edényben a vizet mozgatván, teste az áramló víz hatásának ki van téve; ezért a görbe leszálló szárán másodlagos befolyások érvényesülhetnek.

Ha a *Carmarina* fonalait az eredéshez lehetőleg közel levágjuk, az izgalom lezajlása után a nagyobb állatok az edény fenekén hevernek s csak a nyél (l. a 20. ábrát) mozog néhanéha. Ha most az ernyő szélét valamelyik fonal eredési pontjának megfelelően megdörzsöljük, pl. üvegbottal (l. a 4. ábrán a — — — jeleket), rhythmusos mozgás indul meg, mely sok-



4. ábra. A *Carmarina hastata* mozgásgörbéi, a fonalak lemetzése után.

kal nyugodtabb, kevésbé rendetlen, de egyúttal kisebb amplitudó értékű is, mint az ép állaté. Fialat egyének fonalak hiányában is meglehetősen mozgékonyak maradnak.

III. Elektromos ingerek hatása.

ROMANES a Sarsian azt tapasztalta, hogy az ernyőnek csak alsó, illetőleg belső felületét borító izomréteg izgatása vált ki összehúzódásokat, továbbá hogy az ingerlékenység az ernyő széle felé általában növekedik és az «érzéktestecskek» közelében nagyobb, mint az ernyő szélének egyéb területein. ROMANES bizonyos különbségekkel a BOWDITCH-féle lépcsőzetességhez hasonlót észlelt, a miről egyébként BETHE is említést tesz.¹ A Sarsia ROMANES szerint nem tetanizálható; ha ezt a Medusát indukált áramcsapásokkal ingerelte, gyors egymásutánban összehúzódások és ellazulások követték egymást. Ellenben Aurelia auritán ROMANES erős indukált áramcsapásokkal tetanust tudott

¹ I. h. 411. l.

előidézni. BETHE szerint¹ pihenő Medusa, vagy ennek darabja, egyszerű ingerlésre egyetlen összehúzó-dással felel. Faradés ingerlés és állandó áram ellenben rhythmusos mozgásokat vált ki.

1. A faradés áram hatását graphikailag is igyekeztem vizsgálni. A kísérletekhez egy chromsavas elemet, a DU BOIS REYMOND-féle szánka-gépet és kaucsukba ágyazott hosszú platina elektrodokat használtam. Izgatás alkalmával az elektrodokkal az állat esetleges helyváltoztatását a függőleges irányban óvatosan követtem. Az ernyő szélét alul, ill. belül a subumbrella felől érintve, az állat szabad mozgását nem gátoltam. Az áramszálak szétsugárzásából eredő hibát a vizsgálat alkalmával azonban el nem kerülhettem; e hibát az elektrodoknak hegyükig való elszigetelése csak némileg csökkenti.

Az 5. és 6. ábra kétféle jellemző magatartást tüntet föl: a rhythmus gátlását és ingerlés után a rhythmus szaporábbá változását. Mindkét kísérletet 4·5 cm átmérőjű Cotylorhizán végeztem.

Az 5. ábrának megfelelő kísérletben a-nál 200 mm szánkatávolság mellett 2 mp-ig végeztem az ingerlést. Néhány tovább folytatott összehúzó-dás után a mozgás megszűnt, gátlás fejlődött ki, melynek lezajlása

5. ábra. Cotylorhiza borbonica. Faradés áram hatása; 200 mm. szánkatávolság, 1 chromsavas elem; ingerlés a-nál, 2 mp-ig. Az eredeti fölvételnek $\frac{2}{3}$ -ára kisebbitve.

6. ábra. Cotylorhiza borbonica. Faradés áram hatása; folytonos izgatás a és b között. Az eredeti fölvételnek $\frac{2}{3}$ -ára kisebbitve.

¹ I. h. 416—422. 1.

után a mozgás eleinte gyérebb, azután egyre gyorsuló rhythmussal megindult. A 6. ábrának megfelelően ugyanezen állatot az *a* és *b* pont között folytonosan izgattam. Az áramerősség ugyanaz volt, mint az előbbi kísérletben. Gátlás most is mutatkozott, csakhogy ezúttal fokozatosan lejjebb sülyedt az állat, majd pihenés és mozgás váltogatta egymást. Az ingerlés beszüntetése után gyorsuló rhythmussal szabályos mozgás következett. A Medusákban az eféle gátló hatások nem oly szabályosak, nem oly törvényszerűek, mint a *n. vagus* izgatásának hatása a szív mozgására. A Medusa mozgása nem mindig áll meg, ha az áram erejét a lehetőségig fokozzuk is.

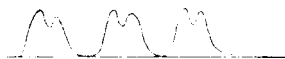
Mozgás közben a gátló hatást a mozgási periodus vége felé általában könnyebb kiváltani. A pihenő Medusát sem lehet mindig egyforma könnyűséggel mozgásra bírni. Ha az állat számos összehúzódnás után pihenni tér, pihenési periodusának kezdetén az ingerlés rendesen hatástalan; néhány másodperc multán ellenben, mikor a szervezet állapota ismét a mozgási periodus felé hajlik, az ingerlés hatásossá válik. Itt egyébként az egymásutáni ingerlések summatióját is számba kell venni, továbbá azt is, hogy a pihenési periodus vége felé másféle ingerek hatása is érvényesülhet.

Az áram hatásában Cetylörhizán, Rhizostomán és Pelagián nem vettem észre különbséget, a szerint, hogy az ernyő széle mentén mely pontot ingereltem. Itt azok az érzékszervek jöhetnek szóba, melyek az ernyő széle mentén, a Medusák sectoros beosztásától függően 4, 8 vagy 6, 12 stb. számban fordulnak elő. Ezek érzékszervek, melyeket «széli testek»-nek, otolithonoknak, «széli hólyagocskák»-nak mondanak, a bevezetett áram hatásmódjára, legalább az említett Medusákban, nincsenek hangolva, izgatásuk typosus eredményre nem vezet. A Carmarina ernyőjén ellenben különböző ingerlékenységű helyeket könnyű feltalálni. A Carmarinán a fonalak eredési pontja legalább is quantitative érzékenyebb, mint a fonalak közé eső ernyőszél. Pihenő Carmarinán az utóbbi helyek felől is lehet rhythmusos mozgást kiváltani, de erre jóval erősebb áram szükséges, mint a fonalak eredési pontjának izgatása esetén. A különbség 100 mm-nyi szánkatávolság is lehet. A reactio intensitása, ille-

tőleg terjedelme egyébként az állat ingerlékenységi állapotától is nagy mértékben függ; míg pl. ha erőteljes Carmarinán az elektrodokkal a fonal eredési pontját közrefogjuk s így izgatunk, rhythmusos mozgás indul meg, addig más, gyöngébb állaton, mely egy-két napon át föl nem frissített vízben tartózkodott, csak a nyél csapódik ki az ingerlés helye felé, oly jelenség, mely az előbbivel szemben az ingerlékenység fokozati különbségét jelzi, mivel a nyél kicsapódása sok esetben ernyőjáték bevezetője.

Az elektrodokkal végzett egyszerű érintés az áram hatására vonatkozó következtetéseket, pl. mechanikai ingerlés közbejártásása révén, nem zavarja.

Az ábrákon feltüntetett magatartáson kívül a faradás áram hatására még az ernyő szélének mozgása is jellemző. Ha a Medusa elegendő vízben a felületen könnyedén lebeg, izgatásra, főleg ha az igen rövid ideig tart, nem mindig áll meg; ellenkezőleg, mozgása néha gyorsul. Ha az áram igen erős, a rhythmus görcsös csapkodások közben felbomlik. A gyorsító hatás és az utóbbi hatás között bizonyos tekintetben átmenet gyanánt, középerős áram alkalmazásakor az extrasystolékhöz némileg hasonló csapkodó mozgás észlelhető, mely elméletileg a 7. ábrán feltüntetett vonallal érzékíthető, vagy pedig a görög, befejezetlen β -val is feltüntethető s ezért rövidség kedvé-



7. ábra. Ctenophora borbonica. Faradás áram hatása; elméletileg szerkesztett görbék.

ért e mozgást beta-typusú mozgásnak nevezem. Ez a mozgási typus természetes viszonyok között is látható, ha az állatot valamely inger normalis viselkedéséből kizökkenti, ha pl. nagyon siet, vagy ha vízáramlásba kerül. Midőn egy-egy ernyőcsapkodás után a rendesnél nagyobb szünet folyt le, akkor a következő összehúzódás igen gyakran erélyesebb és eféle «soron kívüli systole» is jelentkezik. Íróm ezt a mozgást nem jelzi, mert az állatot e mozgás kifejlődése pillanatában éppen elfoglalt helyzetéből nem mozdítja ki, ehhez elegendő eleven ereje nincsen. Ha a leszálló száron három-négy hullámmozást képzelünk el, a mit joggal tehetünk, mert néha ilyen mozgás is bekövetkezik,

a tetanushoz hasonló képet kapunk. Valódi tetanust azonban sohasem sikerült kapnom, akkor sem, mikor az izgatást veratrinum hydrochloricum-mérgezéssel kombináltam s az izgatást a mérgezés *elején* végeztem. A veratrin-mérgezés későbbi szakában az összehúzódások gyengülnek, a szünetek nőnek, a mi a tetanizálásra épen nem kedvező körülmény.

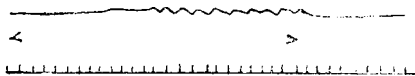
A rhythmusos mozgást végző ideg-izomkészülék tehát a faradás árammal, illetve az ingerlésnek ebben képviselt szaporaságával szemben állandóan visszautasítólag viselkedik, oly értelemben, hogy az ingerlés szaporaságát reakciójának jellegeivel nem tükrözteti vissza.

Igen erős faradás áram (1 chromsavas elem, 0 szánkatávolság), mint említettem, a rhythmusos mozgás helyett görcsös, csapkodó, rendetlen mozgásokat vált ki; néha, és pedig főleg *Cotylorhizán*, ily erős áram féregszerű, összerendezetlen vonaglást okoz, ha az ernyő subumbrellaris felületét, a szélhez közel izgatjuk. Kevésbé erős árammal is elérhetünk ily hatást, ha az áramot kedvezőbb körülmények között alkalmazzuk, vagyis ha az állatot lapos edényben subumbrellájával fölfelé fordítjuk, a vizet róla leöntjük és rögtön végezzük az izgatást. Az áramszálak szétsugárzására ilyenkor kevesebb lévén az alkalom, a hatás lokalizáltabb, tömörebb s megkaphatjuk a féregszerű vonaglást. Tetanust azonban ily körülmények között sem láttam.

Pelagia és *Carmarina* hasonló körülmények között az ingerlésre szintén féregszerű vonaglással felel, melyben bizonyos rhythmusos jelleg is érvényesül.

Az áram a pihenő állatra vagy ernyőjének kimetszett darabjára mozgást indítólag is hat. *Pelagia* ernyőjéből a szélel párhuzamosan 2·5 cm széles csikot kivágtam, felfüggesztettem, íróval összekötöttem és indukált áramcsapásokkal (faradás árammal) ingereltem. A 8—13. ábrának megfelelő fölvételekben az egykarú író nagyítási arányát a forgásponttól számítva 15 : 110 mm fejezte ki. A 8. és a 9. ábra egy chromsavas elem igénybevételével és 100 mm-nyi szánkatávolság mellett készült. Az ernyőcsík mesterséges ingerlés nélkül is végzett rhythmusos összehúzódásokat. Ha pihenése idején faradás árammal izgat-

tam, ugyanily reakcióval felelt. Ha az ernyőcsíkot a felfüggesztés helyén ingereltem, az összehúzódások az írón később jelentkeztek (8. ábra), mint akkor, midőn a csíkot az író beakasztásának helyéhez közel izgattam (9. ábra).



8. ábra. A Pelagia ernyőcsikjának reakciója faradés ingerlésre.

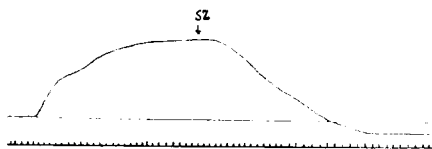


9. ábra. Ugyanaz, ingerlés az íróhoz közelebb eső helyen.

A Carmarinán az ernyőszél darabján hasonló eredménnyel végezhető a kísérlet. Ellenben a nyél reakció módja az ernyőétől



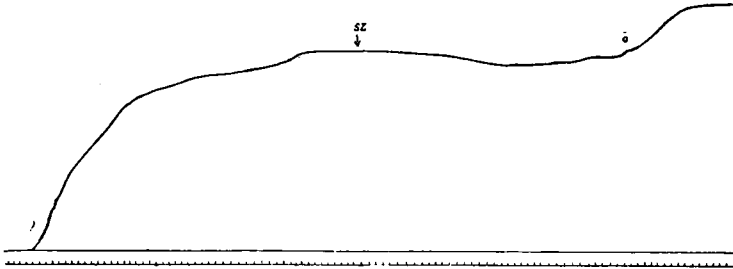
10. ábra. A Carmarina nyelének reakciója faradés ingerlésre; 40 mm. szánkatávolság, 1 chromsavas elem; sz-nél az áram beszüntetve. Az eredeti fölvétel felére kisebbítve.



11. ábra. Ugyanaz, 80 mm. szánkatávolság mellett. Felére kisebbítve.

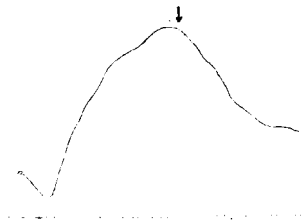
teljesen eltér. Jól fejlett Carmarináról a 70—80 mm hosszúságú nyelet lemetszván, felfüggesztettem és a fennebb jelzett íróval kapcsoltam össze. Faradés ingerlésre tetanus következett be; a 10. ábrán látható görbét 40, a 11.-en láthatót 80 mm szánkatávolság mellett vettem föl, egy chromsavas elem igénybevételével. Az áram zárására, az áramerősségtől függetlenül, a

görbe kb. egyenlő szög alatt emelkedik, tetanusos plateauvonal képződik ki; az áram szakítása után pedig a görbe aránylag későre fordul az abszcissa felé; erős áram szakítása után néha még tekintélyes összehúzódás (utóhatás) is mutatkozik (10. ábra, ö).



12. ábra. A Carmarina nyelének reakciója galvanos ingerlésre; sz-nél az áram beszüntetve; ö-nél «önkéntes» összehúzódás (utóhatás?) Felére kisebbített fölvétel.

Galvános áram hatására ugyanilyen összehúzódási görbét kapunk (12. ábra). Összehasonlítás kedvéért a nyelv mechanikai ingerlésének, 1 mp-ben háromszori dörzsölésnek hatását is be-



13. ábra. A Carmarina nyelének reakciója mechanikai ingerlésre; a nyilnál az ingerlés beszüntetve. Az eredeti fölvétel felére kisebbítve.

mutatom (13. ábra), mely lényegében a gyöngö faradás ingerlés hatásához hasonló lefolyású reakcióval jár.

A Carmarina két főszervének, az ernyőnek és a nyelnek reakciói között szembevetendő tehát az ellentét.

A mozgások periodicitásának ke-
retein belül, szűk határok között többféle mozgási jelleg érvényesülhet; e jellegek azután hosszabb-rövidebb ideig észlelhetők a mozgások közben. Valamint a periodicitás az ingerléssel szemben, mely egyébként a

periodicitás megzavarására alkalmas volna, ellenállást tanusít, úgy a mozgásnak ingerekre bekövetkező módosulási jellegei is, bár mulandók, bizonyos ideig megtartják vonásaikat az újabb heterolog ingerléssel szemben is. Ez a viselkedés kombinált behatások esetén kísérletileg kiváltható. Cotylorhizát rövid időre

vezetési vízbe tettem; ebben főleg a vegetatív nyúlványok vizet vesznek föl és megduzzadnak; ha aztán az állatot a nagyobb fajsúlyú tengervízbe visszateszszük, a duzzadt rész fölfelé, az ernyő pedig lefelé fordul s pár percz múltán rendesen a betatypusú mozgás áll elő. Ez pedig oly sajátság, mely rendesen hosszabb ideig érvényesül. Ha ezen az időn belül a köpeny szélét faradés árammal izgatjuk, a mozgás nem csap át más jellegbe, hanem makacsul kitart mellette, sőt a csapkodások kifejezettebbekké, a mozgás jellegét kifejező β zártabbá válik. Ha aztán e jellegzetes mozgást eredetileg kiváltott ingerhatás megszűnik és az állat ismét visszanyeri normalis fajsúlyviszonyát a tenger vízzel szemben, a normalis mozgástypus is visszatér.

Egyébként a különböző fajták ugyanazzal az ingerléssel szemben nem egyformán érzékenyek. Pl. a Cotylorhizával szemben a Pelagia, mely pedig egyéb hatások iránt sokkal érzékenyebb, csak 1 elem és O szánkatávolság mellett felelt néha a betatypusú mozgással; féregszerű vonaglást oly erősségű áram, mint a Cotylorhizán, nem váltott ki rajta s a rhythmusos mozgást nem állította meg.

Vagy pl. Carmarinán a folyamatban levő mozgás faradés ingerlés révén nem valami könnyen gátlódik. A faji különbségek szerepére vonatkozólag az irodalom is nyújt adatokat; ROMANES pl. az Aurelia auritán eléggé jól kifejezett tetanust kapott, bár ROMANES szavai szerint a continuitást pillanatos és részleges ellazulások zavarták, főleg ha az áram aránylag gyöngye volt.

Az áram hatása ugyanazon fajtán és egyénen is sokféle lehet, nem is az áram erejétől függőleg, hanem azért, mert a periodusos működés közben az ingerlékenység folyton változik. A periodusos mozgással bíró szerv a működés vagy pihenés idején uralkodó ingerlékenységi állapotot az adott pillanatban megtartani igyekszik, de nem mindig egyenlő kényszer szerint. A kizavarhatóság a mozgás és pihenés periodusainak tetőpontján túl ugyanis növekedik. E szempontból azonban a törvényszerűség a Medusákat illetőleg nem oly szigorú, mint a szívénél.

2. *Galvános áram hatása.* BETHE, részben UEXKÜLL kísér-

letei alapján közli,¹ hogy a galvános áram a Medusákon rhythmusos mozgást vált ki. Szárazra hozott, illetve vékony vízréteggel borított Medusán magam is tapasztaltam, hogy a galvános áram mozgást indítólag is hat. A hatás teljesen olyan, mint a minőt a faradás áramra vonatkozólag a 8. és 9. ábrán feltüntettem.

Érdekes, hogy valamint az ernyőn a faradás és galvános áram azonos hatást fejt ki, úgy a nyélen, legalább Carmarinát illetőleg, a faradás és galvános áram hatása szintén igen hasonló (l. a 10., 11. s 12. ábrát), mindkettő tartós, tetanusnak jellemezhető összehúzódást vált ki. A 12. ábrának megfelelő fölvételkor (galvános áram hatása) sz után a contractiós állapot még soká fennmaradt.

Ez a kísérlet is azon esetek számát gyarapítja, melyek arra mutatnak, hogy a galvános áram behatásának *tartama* közben is ingerként hat.²

A galvános áram a *folyamatban levő* összehúzódási hullámmozgásra jellemzően hat. Carmarinán néha, később tárgyalás alá kerülő viszonyok között, az ernyő szélén végigfutó összehúzódási hullámokat láttam, melyek sectorról sectorra bizonyos szakaszossággal átterjedvén, némileg a belek peristaltikájához hasonlítanak. Az állat ily mozgás közben egyébként a víz felszínén nyugodtan lebeghet. Épen az említett hasonlóság birt arra, hogy az állandó áram hatását e mozgásra megfigyeljem. Ha az ernyő szélét a hullámmozgás közben két ponton érintetem, a hullám egyik sectorról a másikra gyorsabban terjedt át, mint ingerlés előtt. Áram nélkül, az elektrodokkal végzett pusztá érintésnek semmi hatását sem láttam. A gyorsuló és egyúttal amplitudójában is növekedő hullámmozgásból oly saját-szerű mozgás alakult ki, mely az összehúzódási hullámmozgás és a coordinált rhythmusos összehúzódások között némileg átmenet. Az áram iránya az eféle kísérletben nem határoz, mi-

¹ I. h. 419. l.

² L. erre vonatkozólag VERWORN: Allgemeine Physiologie 406—413. lapján (1895-iki kiadás) felsorolt adatokat és korábbi dolgozatomat: A gátlás és más beidegzési jelenségek *Cossus ligniperda* hernyóin. Az Erd. Muz. Egyesület Orv. Term.-tud. Értesítője XXIX. k. 1—21. (1907.)

nek oka talán az, hogy a sectoros hullámozgás az ernyő szélén mindkét irányban egyforma könnyűséggel, gyorsasággal, illetve egyenlő feltételek szerint terjedhet tova.

IV. A hőmérsék változásának hatása. A fiatal Medusák thermotropismusa.

ROMANES oly Sarsián, mely az egymásután következő percekben 16, 26, 0,0, 26 stb. összehúzódást végzett, azt látta, hogy ha a vizet melegítette (a hőfokot nem említi), a «pulsusszám» 60-ra is emelkedett. Ha nagyon meleg vizet öntött a Sarsiát tartalmazó vízbe, igen heves mozgásokat lehetett észlelni. Ugyanezt az ernyőnek köröskörül lemetszett szélén is látta. Az Aurelia auritát ROMANES a hőhatás vizsgálatára alkalmasabbnak találta, mert ennek rhythmusa szabályosabb és határozottabb. Nagyon meleg víz, mondja ROMANES, a rhythmust gyériti és az összehúzódásokat gyöngíti. A hőemelést a Medusákra végzetes, mert az idegizom-készüléket hamar megtámadja, rombolja; ez a hatás pedig az izgató hatással szemben érvényre jut.

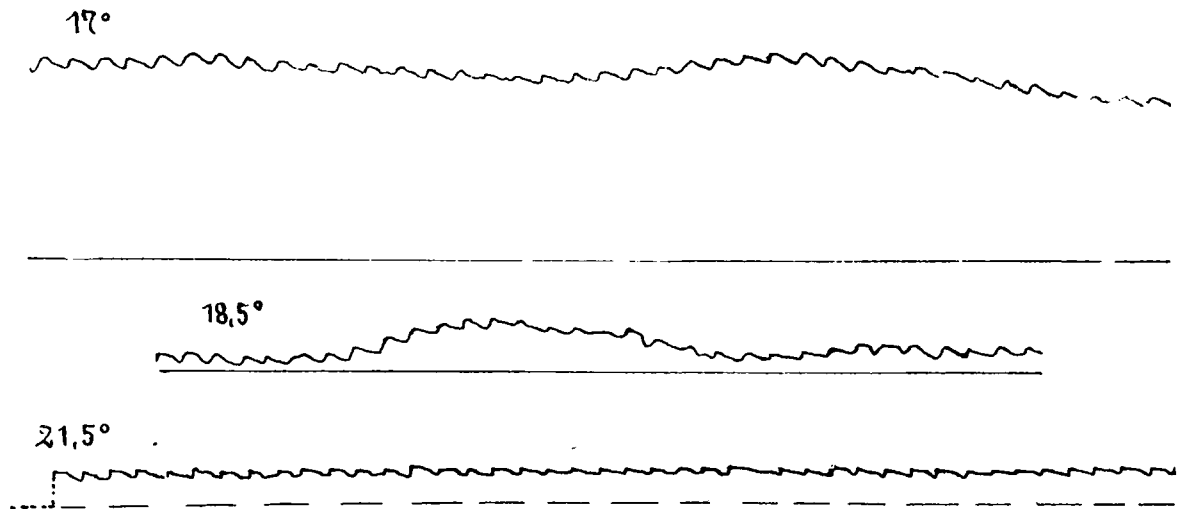
A hőemelkedésnek hatása, mint tapasztaltam, a mozgás legelemibb tényezőjétől kezdve a koordinált ernyőjátékig különféle mozgásfajtákra egyaránt érvényesülhet. A mozgás legelemibb, már látható tényezőjén a fentebb is említett hullámozgást értem, mely az ernyő széle mentén bizonyos esetekben főleg a Carmarinán látható. Ez a mozgás, illetőleg összehúzódási hullám oly lassan terjed tova, hogy időértékét pl. metronom segítségével könnyen megbecsülhetjük. Igen elgyengült Carmarinán e mozgás gyorsaságát a kerületen, 17° hőmérséken 1 mp-ben 51—58 mm-nyinek találtam. A hőmérséket óvatosan 21°-ra emelve, a hullám gyorsasága 68 mm.-re emelkedett és a hullámozgás azután megállott. A lassú hőemelkedés tehát az összehúzódási hullámra is úgy hat, mint a kész, kifejlett összerendezett ernyőjátékokra, nemcsak a kezdetbeli gyorsulásnak, hanem a később bekövetkező gátlásnak, illetve bénulásnak szempontjából is. Fonales (tentaculumos) Medusáknál a fonál az ő izgalmával az ernyőmozgáshoz szintén szolgáltat elemi tényezőket, amennyiben természetes és mesterséges viszonyok

között az ernyőjátékot sokszor a fonalak izgalma, összerándulása vezeti be. A hőhatások iránt a fonal is érzékeny. Ha a pihenő *Carmarina* kinyúlt fonalára pipettából óvatosan 28—30°-os vizet bocsájtunk, a fonal hirtelen összerándul, mire ernyőjáték következik. 18°-os víz ugyanígy alkalmazva igen sokszor hatástalan marad. A hőváltozások hatását graphikai fölvételeken is bemutathatom.

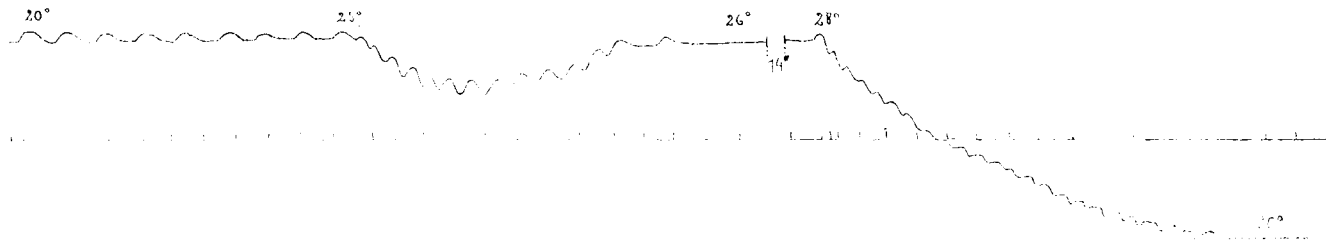
A 14. ábrán feltüntetett görbék 5,5 cm-nyi átmérővel bíró *Rhizostomán* vettem föl. Ez a rhytmus gyorsulását és egyben a függőleges irányú vándorlás részleteit mutatja be. A hőmérséket az edény oldalfalainak óvatos melegítése révén emeltem, nem pedig melegvíz beáramoltatásával, azért, hogy a mechanikai ingernek rendkívül könnyen kifejlődő közrehatását lehetőleg elkerüljem.

Mihelyt a hőmérsék emelkedése bizonyos határt elért, a mozgás nagy hullámvonalakat is kezd leírni, melyek az állatnak abból a «törekvéséből» erednek; hogy mélyebb vízrétegeket keressen föl. A függőleges irányú vándorlást épen e nagy hullámvonalak jelzik, melyeknek amplitudója eleinte csekély. A hullámok emelkedő részletét erélyes, jól összerendezett egyes ernyőcsapkodások vezetik be és hajtják végre; a süllyedés közben ellenben részint arhythmia, részint összerendezetlen ernyőjáték és kevésbé erélyes összehúzódások szerepelnek. A kísérlet vége felé 18,5° és magasabb hőmérsék hatására periodusos fölszállások helyett bizonyos időközökben már csak a kevéssel erélyesebb ernyőjáték vissza-visszatérését látjuk; később ez is megszűnik. A 21,5°-os felszínes vízrétegbe az állatot mestersegesen hoztam föl, ide magától föl nem emelkedett.

Cotylorhizán e viszonyokat még kifejezettebben sikerült feltüntetnem. A 15. ábrán közölt görbét 4,5 cm-es ernyőjű állaton vettem föl. A «20°» jelzésű ponttól kezdve a hőmérsék meglehetősen gyorsan emelkedett 25°-ig, miközben a rhytmus szaporábbá lett. 25°-on a hőmérsék bénító hatása már jelentkezett, minek következtében a *Medusa* mélyebb vízrétegbe süllyedt; innen azonban még egyszer az előbbi niveaura fölemelkedett. Itt azonban most már a korábbinál magasabb hőmérsék hatása alá került. A mozgás megállott és kb. 18"-en át szünetelt.



14. ábra. A *Rhizostoma pulmo* mozgásgörbéi 17—21,5° hőmérséken.



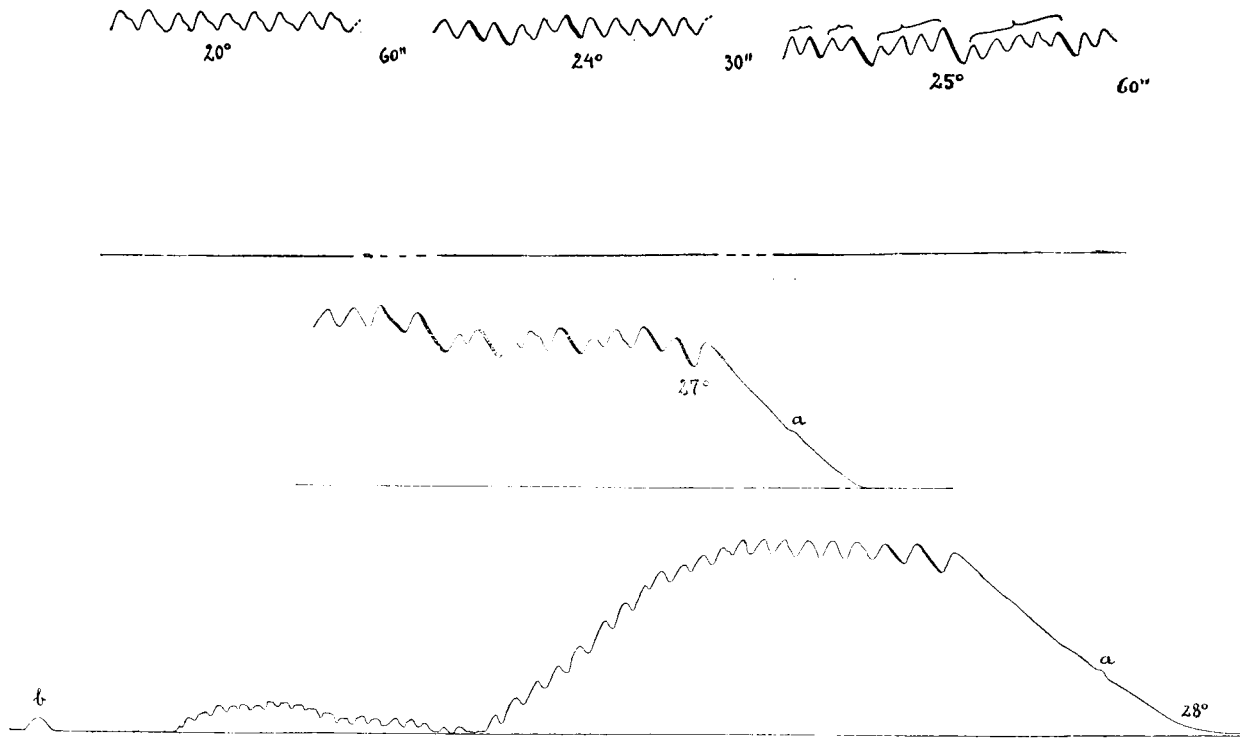
15. ábra. A *Cotylorhiza borbonica* mozgásgörbéi és vándorlása 20—30° hőmérséken.
Az eredeti fölvételnek $\frac{2}{3}$ -ára kisebbítve.

telt. A ritmikusos tevékenység azonban, a folytonos természetű ingerlés hatásával szemben, amennyiben erre van lehetőség, érvényesülni igyekszik; ismét megindul az ernyőjáték, de a 28° mellett végzett első összehúzódások után s a többiek daczára az állat az edény fenekére mégis alásülyedt. Az összehúzódások energiájának megcsökkenése mellett a magas hőmérséknek rhythmus szaporító hatása sajátos módon érvényesült. Közben a hőmérsék 30 , majd 35° -ra emelkedett s ezen a hőfokon több összehúzódás nem is következett be. A romboló hatás tehát ily hőfokon erre a szervezetre nézve az izgató hatást már felülmúlja. 20° -os hő vízben ellenben az ernyő szélén, itt-ott két-három összehúzódás mutatkozott ugyan, de ezek az ernyő képviselte kör kerületén 80 — 100° -nyi íven túl nem terjedtek. Az ernyőnek ezzel a területtel diametralisan ellentett helye tonusát teljesen elvesztette. Pár óra múltán azonban a munkaképesség nagyobb területre, kb. 180° -ra terjedt ki; ez a rész gyakran újított vízben, bár gyenge, de számos ritmikusos összehúzódást végzett. Másnapra az ernyő szélétől a korábban tonustalan, 80° -nyi kiterjedésű terület szétesett, elrongyolódott; a megmaradt rész ellenben ritmikusos egymásutánban tovább dolgozott.

Ebben az esetben a hő emelkedése meglehetősen gyors volt s hatása ellen a ritmikusos működésre képesítő sajátosság nem sok eredménnyel küzdhetett. Más a kép a Cotylorhizára vonatkozólag is, ha a hőemelkedést mérsékelt határok között tartjuk, vagyis oly lassú hőemelkedést idézünk elő, hogy ezzel a természetes viszonyok között bekövetkező niveau-változásokat kísérletileg ábrázolhatjuk. Ezt a 16. ábra tünteti fel, melyet 7 cm-es ernyővel bíró Cotylorhizán vettem föl. A kiindulás 20° mellett végzett, normális, erőteljes ritmikusos összehúzódásokból történt.

A hőmérséknek 64 — $65''$ -ben. 24° -ra emelkedése nyomán időközönként egy-egy hosszabb leszálló szár rajzolódik le. Ez a későbbi reakciónak, az alásülyedésnek csírája, elemi tényezője, úgy mint a Rhizostoma esetében (14. ábra) az arhythmia. 25° -on ezek a csekély alásülyedések, illetve hosszabb leszálló szárak ¹

¹ Ezeket a könnyebb észrevehetőség kedvéért vastagon kihúztam.



16. ábra. A *Cotylorhiza borbonica* ernyőtájéka és vándorlásai $20-28^\circ$ hőmérséken.
Az eredeti fölvétel felére kisebbítve.

ismétlődnek s az összehúzódások egyúttal bizonyos csoportokba is rendeződnek. Egy-egy hosszabb leszálló szár lerajzolódása után az állat az előbbi nívaut több összehúzódás révén ugyanolyan jellegű törekvéssel éri el, mint később a görbének *b* utáni részeiben. Az ernyőjáték azután mélyebb niveaura állítódik be, s 27° körül mind gyakrabban ismétlődő kis alácsúszások után az összehúzódások végre megszűnnek s az állat oly mélyre csúsz alá, mint ezt az edény egyáltalában megengedi. A csúszás közben azonban a hőinger kényszerítő hatásának képét a görbén *a* ponttal jelzett összehúzódás zavarja.

A melegítés ezután az edény oldalfalain igen óvatosan történt, úgy, hogy a hőmérsék $90''$ -ben 1° -kal emelkedett. Bizonyos kényszerpihenés után az állat fokozatosan ismét életjelt ad; az első erőyes pulsus (*b*) után ismét szünet, majd csoportos szapora összehúzódások következnek, melyek után az állat visszatér a nyugalmi abscissának megfelelő helyzetbe. Újabb rhythmusos összehúzódások a Medusát a víz felszínére emelik. A mozgások e nagy periodusa aztán még ismétlődik. A 28° jelzésű helyzetnek megfelelően a melegítést beszüntettem. Sikert is így a függőleges irányú költözködést még párszor graphikailag ábrázolnom s azt az ellenvetést elkerülnöm, hogy esetleg az edény melegített falaival érintkezés űzi fel az állatot.

A rhythmusos tevékenység érvényesülését ezekben az esetekben az alkalmazkodás is megkönnyíti, mely hőingerlés alkalmazásával is kimutatható. Az alkalmazkodásra az edény fenekén pihenés közben volt lehetőség, a víz felszínén ellenben a bénító hatás az állatot e lehetőségtől megfosztotta.

Más kísérletekben az egyébként bénító hatású magas hőmérsékkel is sikeresen megküzdött a Cotylorhiza. 7 cm-es, kissé renyhén mozgó Cotylorhiza, mely a folyadék felszínén nem szívesen lebegett, 21° -on rendetlen rhythmussal 42-szer pulzált. 24° -on már megbénult, miután rhythmusa rendkívül rövid időre gyorsabbá vált. A gyöngé vizáramlás hatására 1—1 összehúzódás mutatkozott. A 24° hosszabb behatása után eleinte rendetlenül, 1—2—3 összehúzódás következett egymásután, aztán egyszerre a normális rhythmusú mozgás indult meg, percenkint 56 összehúzódással.

A fiatal Medusák thermotropismusa.

Valódi thermotropismusról a vázolt esetekben nem beszélhetünk, mert a helyváltoztatásban a passivitás momentumai is kifejezésre jutnak (lesúlyedés). Ellenben kisebb állatokon, melyek úgyszólván folyton mozognak, rhythmusuk szaporítására hajlandóbbak, illetve e szaporítást jobban türik, továbbá igen csekély hőkülömbiségekre reagálnak és a bénító hatás elől active menekülnek, a thermotropismus kifejezett.

A faji különbségek e tekintetben is szembeötlők. Kis Carmarinak, de főleg kis Rhizostomák efféle kísérletekre a legalkalmasabbak.

1,5 cm-es Rhizostoma rhythmusának változását a következő adatok mutatják :

Pulsusszám 1'-ben, 20° hőmérséken	140
21°	144
21,5°	155
22,5°	158

E hőfoktól kezdve a pulusszám csökkenni kezdett; 23,5°-on 152-re apadt, 25,5°-on pedig bénulás következett be. A pulusszámban a különbségek 1° hőemelkedésre átszámítva így változtak : 4—12—8—6—0.

A kis Rhizostomával 750 cm³-es, széles pohárban két csoport kísérletet végeztem; az egyik csoportban a legmagasabb hőmérsék 24°, a másik csoportban 18,7° volt.

1. Kísérletek 22,5—24° kezdeti hőmérséken.

A vizet 25°-ra melegítettem, s az edényt 20°-os vízbe félig beállítottam; így aztán a vízben különböző hőmérsékű rétegek keletkeztek. Mikor a Medusát a vízbe tettem, a hőmérsék a felszínen 24°, a fenéken 22,5° volt. A Medusa ily körülmények között igen határozottan viselkedett: reá nézve az adott körülmények között legkedvezőbb hőmérsékű vízrétegeket kereste föl. Ha a felszínen a víz hőmérséke 24°, itt mestersegesen, pl. a hőmérővel irányítva, semmikép sem lehet meg-

tartani; mihelyt szabadjára hagyjuk, ernyőjével rögtön lefelé fordul és mélyebb réteget keres föl. Magára hagyva, az épen elfoglalt helyzetből önkényt is tesz kirándulásokat, miközben igen szép hyperbolákat ír le, szerfelett finom érzékenységet tanusítván.

Az említett magas hő mellett végezve a kísérletet (miközben természetesen süllyed a hőmérsék), a Medusa hyperbolát ír le oly két vízréteg határán is, melyek hőmérséke között a különbség $0,3-0,4^{\circ}$ -nál nem nagyobb. Később az edény fenekén a hőmérsék $21,8^{\circ}$ -ra süllyedt; e rétegből fölfelé indulva a Medusa már 22° -os tájékból visszafordult, tehát ez esetben $0,2^{\circ}$ a kifelé nyilvánuló érzékenység mértéke. A planktonmozgás szempontjából ép e csekély hőkülönbségek hatása érdekes. Ezekben a kísérletekben a Medusa az edény fenekét általában nem szívesen hagyta el s ernyőjének polusát az edény alsó fala felé fordítva dolgozott.

A fiatal Medusák tehát a planktonmozgás és a hőhatás szempontjából nem úgy viselkednek, mint a valódi planktonmozgású szervezetek, mert az utóbbiak a megállapított kriterium kifejezése szerint *lefelé* nem active mozognak, hanem csak süllyednek. Ha azonban a hőváltozás nem igen intensív és az állatot magunk költöztetjük, a fiatal Medusa sem mindig fordul meg és mozog active lefelé, hanem mozdulatlaná válik és lesüllyed. Az is megtörténhetik, hogy magasabb hőmérsékű vizeztájékot mesterséges segítséggel megjárván és aztán lesüllyedvén, *látható* izommunka nélkül magasabbra emelkedik, majd ismét kissé lesüllyed és e magasságban egy ideig megmarad. Lehetőség, hogy a hőváltozások nyomán a test alakja, tónusa és ezzel karöltve a test túlsúlya a vízzel szemben megváltozik és ez váltja ki a látszólag «passiv» helyzetváltozást. A vízzel szemben a túlsúly elérésében a tónus- és alakváltozás szerepet játszóván, a pelagikus süllyedő mozgásban az aktivitást nagyobb mértékben szerepeltetném, mint az általában szokás.

20° -os friss vízben a mozgások minden irányban szabadokká válnak, a kényszermozgások megszűnnek.

2. Kísérletek 15,8—18,7° kezdeti hőmérsék mellett.

Ugyanazt az edényt vízzel töltve, jeges vízbe állítottam bele; a hőmérsék kezdetben a felszínen 18,7°, a középben 18°, a fenéken 15,8° volt. A hyperbolák most általában laposabb tetőrészszel íródtak le. Ily hőelosztás mellett a kis Rhizostoma a 17°-os vízrétegekben szívesen időzik, de 18°-ról visszafordul. Az alkalmazkodás különböző változatokban észlelhető. 1. Ha a Medusát mesterségesen 18°-on tartjuk egy ideig és aztán szabadjára hagyjuk, active lefelé mozog, de kb. 15°-os tájékról visszafordul és valamivel magasabb vízrétegben maradva, folytatja ernyőjátékát. Ez az alkalmazkodás hatása lehet, mely a 18°-on tartózkodás idejéből származhatik. Az alkalmazkodás szerepel abban is, 2. hogy ha 14°-ról, a hol 80-szor pulzált, 17,5°-ra hozzuk föl s hosszasan itt tartjuk, itt marad és percenként 112-szer pulzál. Az állat tehát a pulszszámoknak nagyon jelentékeny gyarapodását is eltűri. 3. Ha a fenéken a hőmérsék 13,5°-ra süllyedt, a Rhizostoma 15°-os vízrétegen felül nem emelkedik. A felszínre, bár ez ilyenkor már 17°, most már nem jön többé, holott, ha magasabb hőfokra hangolt állapotból indulunk ki, 17°-nál magasabb hőfokú környezetben is megmarad.

Ezekben a hűtéssel végzett kísérletekben nem fejlődött ki oly különbségérzékenység, mint az előbbi kísérletekben; pl. 13,5°-ról kiindulva csak 15°-nál fejlődik ki az ingerküszöbnek azon értéke, mely a mozgás irányának megváltoztatását váltja ki. Ellenben feltűnő, hogy a magasabb hőskálával végzett kísérletekben azokon a hőfokokon, melyek mellett a pulszszám a legnagyobb különbségekkel gyarapodott az előbbi pulszszámhoz képest (12 és 8), a thermotropicus reactióképesség is a legkifejezettebb volt.

A legrövidebb reactióidő mindenesetre a 0,2° hőkülömbőség megérzése esetében szerepelt. A reactióidőt sajnálatomra nem határozhattam meg, mert a két eltérő hőmérsékű vízréteg távolságát nem mértem meg s nem határoztam meg az időt, a mely a két réteg közötti területen való átvonulásra szükséges volt. Az időérték minden tropismusos reactió lezajlásában fontos

körülmény. Számbavéve még ezek mellett a pulsatiók számát is, a reakcióidőt meg lehetett volna állapítani.

Kicsiny, 2,5 cm-es ernyővel bíró Carmarinán is végeztem néhány efféle kísérletet. A különböző hőmérsékű rétegekben ez is változtatta helyét és néha igen sajátos reflexmozgásokat végzett. Ha pl. a felszínen 28° , a középén 20° , a fenéken 17° volt a hőmérsék, a Carmarina a középén sajátos kényszermozgásokat végzett, minőket egyébként természetes viszonyok között nem, csak az elhalás felé vezető állapotokban láttam. A Carmarina a középső vízrétegben haránt tengelye körül forgott úgy, hogy ernyőjének polusa egyszer fölfelé, aztán az átmeneti helyzetek megjárása után lefelé, majd ismét fölfelé stb. tekintett. E mellett az egész állat helyzete az edényben lényegileg nem változott s a forgás tengelye sem helyeződött át. A forgás niveaujában a hőkülömbiségek 1° -nyiak voltak. A forgás oly gyors volt, hogy részleteit ezúttal nem figyelhettem meg (l. alább). A Carmarina végre nagy lendülettel fölfelé vette útját, de a 28° hatása elől heves mozdulatokkal visszafordult le az edény fenekére, innen ismét fel, $19,5^{\circ}$ -os vízrétegbe, hol aztán lebegve maradt. A Carmarina $21,5^{\circ}$ -os vízrétegbe is belement s ott meg is maradt, holott aláfelé 17° -ig terjedőleg alacsonyabb hőmérsékletek állottak rendelkezésére. Reakciója nem oly pontos, érzékenysége nem mutat oly finom jeleket, mint a Rhizostomáé.

Nagyobb, 6 cm-es Carmarinán a hőkülömbiségek, illetve igen lassú hőemelkedés hatására látható izommunka helyett a pelagikus típusú mozgás, süllyedés észlelhető. Az állatot tartalmazó edényt vízfürdőben óvatosan melegítettem. 18° hőmérséken az állat lassan lesüllyedt, 17° -os mélyebb vízrétegig; közben csak a nyél csapkodott egyszer-egyszer; vagy pedig egy-egy fonal rándult meg. Közben néha ernyőjáték állott be, és az állat 20° -os rétegig följutott, onnan azonban ismét lassan visszásüllyedt. Később a hőmérsék igen lassú emelkedése közben a Carmarina $\frac{1}{4}$ óra múltán a 24° -os felszínes vízrétegben is megmaradt.

A hőváltozások hatása nem csupán a rhythmusos tevékenységre serkentő belső sajátosságok hatásával és, ha hőemel-

kedésről van szó, nem csupán ennek romboló hatásával bonyolódhatnak, hanem külső mechanikai ingerekkel is. Az állat mozgása vízáramlásokat idéz elő, melyek révén bizonyos esetekben valamely mozgásirány betartására vagy változtatására az állat önmaga számára még külső mechanikai ingert is teremthet. A külső mechanikai inger s a hőváltozás együttes hatásából néha meglepő eredmény fejlődik ki. 6 cm átmérőjű ernyővel bíró Cotylorhiza ernyőösszehúzóadásainak száma 16°-on 1 perczben 24, 20°-on pedig 32 volt. Midőn az edényből a vízzel együtt óvatosan kiöntöttem az állatot ismét 16°-os vízbe, az ernyőjáték száma 32-ről 40-re emelkedett s csak később sülyedt le 25—26-ra. A mechanikai ingerlés tehát a hőváltozás hatásával szemben, ha csak az utóbbira volnánk tekintettel, paradox értelemben is érvényesülhet: az ernyőjáték száma szaporodhatik a hő csökkentésekor, ha a mechanikai ingerhatás megfelelően intenzív.

Máskor, ha a hőváltozás eléggé jelentékeny és gyors, a mechanikai ingerlés hatása nem érvényesül. Ha pl. kis Carmarinát 22°-os vízből 16°-osba átöntünk, az új környezetben azonnal megnyugszik, holott e közben a víz erősen áramlik. Viszont egyes esetekben a hő bénító hatását mechanikai ingerléssel ideiglenesen meg lehet szüntetni. 24°-on bénult Cotylorhiza a víznek helyi körülírt áramlásaira 1—1 összehúzóással felelt, melyek több, ismételt ingerlésre mindig szabályosan bekövetkeztek.

Oly esetben, midőn a Medusát a tetszőleges halál állapotából élesztjük fel, a hőmérsék hatása a rhythmusos mozgásra vezető körülmények összegében elenyészően csekély, illetőleg érvényesülése nem vehető észre. Efféle kísérletekre főképp a Pelagia mutatkozott alkalmasnak. 19,7°-os, pár órája állott vízben az edény fenekére sülyedve mozdulatlanul heverő Pelagia 16,5°-os friss víz hatására magához térvén, ernyőjátéka 0-ról perczenként 62-re emelkedett. Az alacsonyabb hőmérsék hatása az oxygeniumé mellett elenyésző, illetőleg nem határozhatjuk meg, hogy ily bonyolult izgatás keretében az oxygenium hatását az alacsonyabb hőmérsék mennyire fékezte. Hogy az ingerhatások algebrai összegében a hőmérsék és az oxygenium-meny-

nyiség bonyolult arányokat engednek érvényesülni, azt más esetekben láttam. Pl. 5 cm-es *Rhizostoma* 19,7°-os kihasznált vízben 100-szor, 15°-os friss vízben pedig 80-szor pulzált; más esetekben, midőn fölfrissítésről nem lehetett szó, csak a hő csökkentéséről, a pulusszám erre a 4,7°-nyi változásra nagyobb mértékben apadt.

Egyébként a hőmérsék hatása mindaddig érvényesülhet, míg az izommunka egyáltalában lehetséges. Ha a *Medusa oxygenium* és táplálékhiány következtében lassan elhal s szervezete már valóságos roncs, a hőemelkedésnek hatása az életteljesség idejében kifejlődő hatással azonos. A 17. ábrán feltüntetett *Rhizostoma*-roncs 15,3°-on 1 perczben 46-szor, 16,5°-on 56-szor pulzált.

V. A rhythmus magatartása kedvezőtlen életföltételek mellett.

Már ROMANES¹ megjegyzé röviden, hogy a víznek hiányos szellőztetése a rhythmusban szabálytalanságot idéz elő. A szünetek egyre hosszabbakká válnak; végre a «spontaneitas», mint ROMANES mondja, elvész. Ha azonban az állat még idején friss tengervizet kap, meglepő hamar felépül.

Mindenekelőtt azt óhajtottam vizsgálni, mily messze lehet menni a víz szellőztetésének beszüntetésével, hogy még körülbelül oly rhythmust lehessen észlelni, mint rendes körülmények között. Ily kísérletekhez a szabályos, kitartó rhythmusu *Rhizostoma* mutatkozott igen alkalmasnak. Az állatot meg nem újított tengervízben tartottam, néha napokig, s megfigyeltem, hogyan változik a rhythmus, miközben az állat fokozatosan kedvezőtlenebb viszonyok közé kerül. A hosszasan álló tengervízben, ha befedéssel a párolgást megakadályozzuk, nem mennek végbe oly változások, melyek inger gyanánt szolgálhatnának; legalább ilyen változások létezése bebizonyítva nincsen; az ingerhatások összegében tehát csak azok az életföltételek szerepelnek, melyeket az állat önmaga teremt magának, az *oxygenium* elhaszná-

¹ I. h. 747. l.

lása, a CO_2 leadása révén, továbbá a kísérlet vége felé, midőn egyes részek a Medusától már leválnak, illetőleg kioldódnak és rothadnak.

Efféle kísérletek mintájául 5·5 cm. átmérőjű ernyővel biró Rhizostomán végrehajtott megfigyelés naplóját közlöm. Ebbe, ismétlések elkerülése végett, magyarázatkép egyet-mást betoldtam, melyek tehát nem a naplóírás, hanem a feldolgozás idejéből valók. Ezek a részletek zárójelek között vannak.

Napló. 08 XII. 2. A megfigyelés 3. napja. A Rh. az edény fenekén gyöngye összehúzóadások révén csigavonal irányában mozog. Ennek oka látszólag az ernyő részaránytalan tonusa. Folyton dolgozik. (A tonus részaránytalansága az egész lefolyásban többé-kevésbé kifejezett maradt, illetve későbbi helyrehozhatatlan változások hirmondója volt.)

XII. 3. Az ernyő felülete egyenetlen, szabálytalanul zsugorodott; tegnap óta is kisebbedett. Az ernyő részaránytalansága ma is fennáll, úgyszintén a talajon való csigavonalú mozgás. XII. 4. A Medusa aláfelé fordult ernyővel az edény szögletében áll; egy vegetatív nyúlványa megmerevedett. (Ez ismét később változások, szétesések csirája; innen indult ki a szervezet bomladozása.) Az ernyő részaránytalan tonusa rögzült; $150-160^\circ$ -nyi területe a törzshöz simul és csak a többi rész dolgozik. A csigavonalban végbement mozgás oka most, mint valami rögzített készítményen, szem elé tárult, demonstrálhatóvá lett. A rhythmusos működés közben a szünetek gyakoriabbak. Az ernyőnek kicsiny, $10-15^\circ$ -nyi területe működés közben igen erősen felfelé, az ernyő csúcsa felé húzódik, a többi rész passzív. XII. 5. A körülírt tevékenység a tegnapiánál valamivel nagyobb területre terjed ki; az ernyőnek csak a fele dolgozik, másik fele, mint korábban, a törzshöz lapult. Itt a talajjal való huzamosabb érintkezés bénító hatása is szerepelhetett. XII. 6. Két vegetatív nyúlvány levált; egyébként a rhythmus szabályos, az összehúzóadások erőteljesek. Érintésre vagy a víz áramoltatására gátláshoz hasonló jelenség igen könnyen váltható ki, a mozgás igen könnyen megállítható. Az ernyő zsugorodása még jobban előrehaladt; az átmérő az eredetinek $\frac{1}{3}$ -ára csökkent. Egy-egy ernyőrészlet most is nagyobb amplitudóval dolgozik, mint a

többi. A részben bénulás következtében beállott részaránytalanság massage-szerű mozgatás segítségével némileg szüntethető. XII. 7. A Medusa egész napon át egy szögletbe vonulva rhythmusosan dolgozik. Estére a szünetek növekednek; gátlás igen könnyen kiváltható. A víz csekély erejű áramlásának hatására a pár nappal előbb észlelt csigavonalú mozgás ismét előállott, csakhogy sokkal renyhébb összehúzódások segítségével, fáradtan, nagy szünetekkel megy végbe. Az ernyő rugalmassága láthatólag megcsökkent, az ernyő erősen szétterül a talajon; az összehúzódás effectusai ebből eredőleg sem lehetnek a rendesek. Úgy látszik, hogy a rugalmasság, mint egyszerű physikai tényező, a mozgás összerendezésében szintén lényeges szerepet játszik.

XII. 8. Az ernyő közepe krátterszerűleg bemélyedt, az egyébként rhythmusos pulsatiók a testet, kis csuszamlások révén, már alig továbbítják.

XII. 9. Az ernyő szabályos rhythmussal dolgozik ugyan, de az összehúzódások a testet már nem továbbítják. A hőmérsék emelése a rhythmust ily állapotban is gyorsítja. (Lásd fentebb.) XII. 10. Reggel a Rhizostoma a szögletben hever; onnan félretolatván, vegetatív nyúlványai rothadtan ott maradnak; a maradék, a mely még életjelenséget mutat, a 17. ábrán feltüntetett roncs, lyukadt, ránczos, behorpadt ernyővel.

Két, diametrálisan ellentett rész működése között időkülönbség van, mely késő estére 1·5"-re emelkedett. A 19. ábrán feltüntetett fölvétel e napon készült. XII. 11-én reggelre a Medusa azon a helyen, hol tegnap még rhythmusosan dolgozott, szétesve, laposan szétterül (18. ábra). A megfigyelés utolsó 9—10 napján át egy részlet működése tekintetében a többi részszel szemben erősen kitűnt, mint a mozgások bevezetője. Ugyanez a rész aránylag a legvilágosabban és a legtovább megőrizte anatómiai alkatát is, vagy ennek legalább is valamelyes vonatkozását, a mennyiben az ernyőszél festékrétege e helyen még nem oldódott ki és a szél csipkézett alakulása is még tisztán felismerhető volt (18. ábra). Az ezzel ellentett részlet, mely a működésképeség idején, pl. az előző napon is még, e részletnek összehúzódásaira mintegy felelgetett (l. a kettős összehúzódásokat a 19. ábrán), az elhaláskor is a megfelelő



arányban állott vonatkozásban az előbbi részlettel (18. ábra, 2.). Tehát az ernyő is részletekben halt el s részletekben esett szét, de e közben rhythmusos tevékenységét a végsőkig megtartotta.

A 19. ábrán közölt fölvétel a halált megelőzőt napon készült. Minthogy a lefolyást a test érintésével nem akartam megzavarni, továbbá mert a test egyébként oly gyöngye és szakadékony volt, hogy azzal semmiféle regisztráló készüléket biztos kapcsolatba hozni nem lehetett, az összehúzódásokat a hosszas megfigyelés közben magam írtam föl.¹ Az ábra a rhythmus magatartását eléggé leírja; csak azt emelem ki, hogy a halált



17. ábra. Sorvad Rhizostoma, mely még szabályos rhythmussal végezheti összehúzódásait.



18. ábra. Elhalt és szétesett Rhizostoma.

megelőző napon d. u. 3 órától kezdve az ernyőnek két ellentett pontja (17—18. ábrán, 1. és 2.) időkülönbséggel dolgozott; ezt

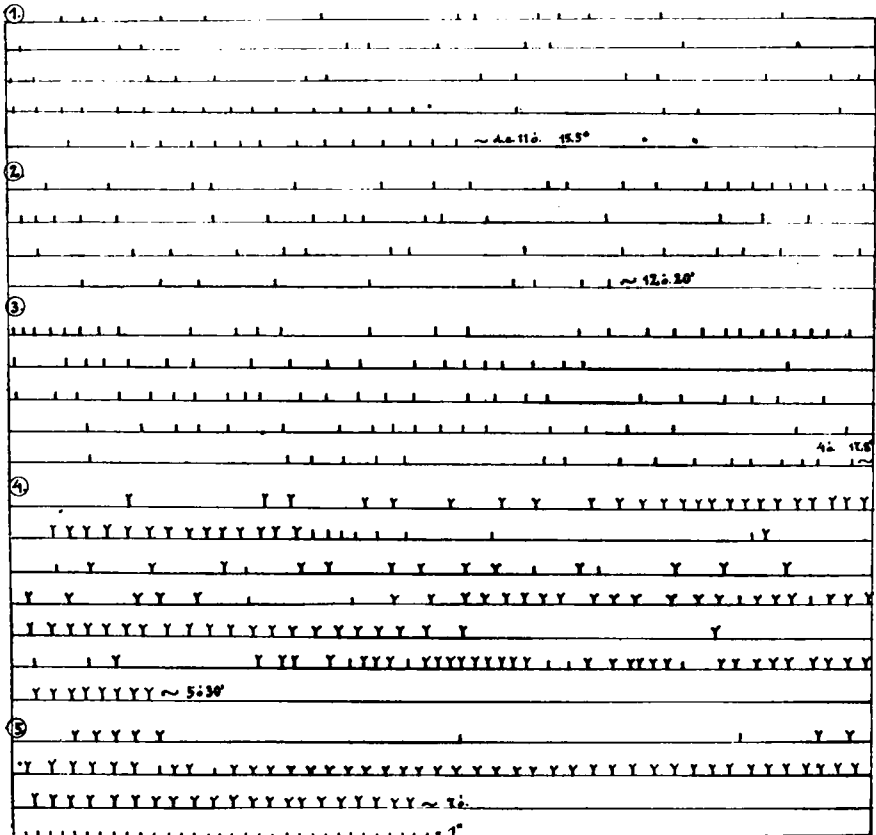
¹ Ily fölvételekhez íróval ellátott Marey-féle dobót használtam, melyet vastagfalu gummicső segítségével öblösebb, lekötött gummicsődarabkával kötöttem össze. Minden észlelt összehúzódás alkalmával gyors csuklómozdulattal ujjaimmal reáütöttem az asztalon heverő gummicsődarabkára; az író kilengését a mozgó kormozott papírra írtam föl. Ily fölvételek az összehúzódás jellegeit természetesen nem tüntethetik fel; nem is egyéb a czéljuk, mint hogy az összehúzódások időbeli egymásutánját jelezzék. Hogy a saját reakcióidóm a mozgás észrevezésére és jelzésére rövidségénél fogva ily megfigyelésekre kedvező, erre vonatkozólag csak azt említem meg, hogy a villamos jelzőkészülékkel összekapcsolt kopogtatót csuklómozdulatok segítségével 1 mp-ben 9—10-szer tudom lecsapni. A hosszas megfigyelés természetesen rendkívül fárasztó. A 19. ábrának megfelelő fölvételt 5 ülésben végeztem, délelőtt 11 óraker, déli 12 ó. 20', d. u. 4. d. u. 5 ó. 30' és 7 óraker.

az ábrán az eredeti fölvétel alapján a villaalakú vonalakkal jeleztem. Az egyes sectoroknak ilyen időbelileg egymástól többé-kevésbé elválasztott működését sugárirányú metszésekkel mesterségesen és azonnal elő lehet idézni, mint azt pl. ROMANES Aurelia auritán, vagy NAGEL¹ Carmarina hastatán tette. Feltűnő, hogy a kettős összehúzódások bekövetkezte óta az összehúzódási sorozatok és a szünetek szabályosabban váltakoztak, mint azelőtt. Az ernyő két pontjának dischroniás működése lassankint fejlődött ki és állandósult; a coordinatio bizonyos pervers irányba zökkent és szabályozódott; e coordinatio szabályszerűségét most már a ritkán és rendetlenül mutatkozó egyes összehúzódások (a 18. ábra 1. pontjának megfelelő ernyőrészleten) zavarják meg. A rhythmus egyébként általában körülbelül 48-ra gyérült, 1 perczen, 15° hőmérsék mellett, az előtti 78—80 helyett. Más esetekben a rhythmus nem ilyen menetben változik. E tekintetben a kornak, fejlettségnek, s a test és víz tömeg-viszonyainak nagy befolyása van. Főleg nagyobb állatok hamar elhalnak, miközben feltűnő, hogy a hosszabb szünetek mellett az elhalás kezdetén szabálytalanul gyérebb és szaporább pulusszám mutatkozik, s a rhythmus sokkal hamarabb megbomlik, mint a kisebb állatokban. Eközben meg lehet állapítani, hogy, mikor már a hosszú szünetek egymást rendetlenül követik és közöttük szabálytalanul elosztva kisebb szünetek, illetve gyér pulsus mutatkozik, ez a közeledő felbomlás jele. Az is jellemző, hogy a szüneteket igen gyakran gyér pulsatio vezet be és szaporább pulsatio követi. Sajnálatomra csak a halál előkészítő jelenségeit láthattam; a vizsgált esetekben a halál mindig éjjel következett be véglegesen. Ezek a megfigyelések a mozgás mechanismusának megfejtésére értékesíthető adatokat nem nyújtanak, pusztán leírásai a rhythmusos mozgás egyik jellemző sajátosságának, t. i. annak, hogy ez a szervezet élete folyásában és alkotásában mily mélyen gyökereszik.

Efféle kísérleteket Pelagia-kon is végeztem. Ezek, mint álta-

¹ Experimentelle sinnesphysiologische Untersuchungen an Coelenteraten. Pflüger: Archiv f. d. ges. Phys. 1894. 57. köt. 495. l.

lában a hosszú fonalakkal és könnyedén lebegő vegetatív nyúlványokkal biró Medusák, nagyon érzékenyek, labilisak, hiányosan szellőztetett vízben hamar beszüntetik mozgásaikat, de



19. ábra. A 17. ábrában feltüntetett *Rhizostoma* rhythmusának változása elhalás közben.

Az Y alakú jelek az ernyő két pontján (l. 17. ábra. 1 és 2) egymásután bekövetkező összehúzódásokat tüntetik fel.

hamar helyre is jönnek. A *Pelagia* a nem szellőztetett vízben fenékre süllyed, puha teste ott szétlapul; néha egy-egy gyöngé kísérletet tesz a fölemelkedésre, ez azonban ritkán sikerül. Ha a vizet felfrissítjük, igen hamar magához tér és szabálytalanul,

lépcsőzetesség vagy egyéb typus nélkül megindul a rhythmusos mozgás, pulusszámokban kifejezve pl. ilyenformán: 0—9—5—1—2—2—1—5—2—32 . . . 250 stb. Az utóbbi nagyszámú pulzálás bekövetkezte előtt kevésse már igen rövidek a szünetek az egyes pulsuscsoportok között, úgy, hogy már alig dönthető el, hogy szünet-e az valóban, vagy pedig gyérült, arythmiás működés. A nagy pulusszámok néha periodusosan vissza-vissza térnek; a nagy pulusszám a kis pulusszámmal bizonyos nagy periodika keretein belül váltakozik, úgy, hogy a nagy pulusszám felé közeledőleg a rhythmus gyorsul, a kis pulusszám felé haladólag pedig, még a nagy pulsatio-csoport végrehajtása közben, gyérül. Közben a szünetek periodikájának ingadozására jellemző, hogy a hosszú szünet a nagy pulusszám után néha azonnal, máskor azonban elkésve következik be: a hosszas működés a szünetek kialakulásában néha későre érezteti hatását. E tekintetben a fölélesztett állaton a szabálytalanság nem nagyobb és nem kisebb, mint ép állapotban.

Nemcsak a Rhizostomán, hanem a Pelagián is láttam, hogy az oxygenium-hiány nyomán végre elhatalmasodó igen tekintélyes sérülések, ú. m. fonalak leválása, vegetatív nyúlványok lerothadása és az ernyő zsugorodása daczára sokszor egyszerre igen szabályos, rhythmusos, koordinált mozgás áll elő, mintha valamely hatalmas inger hypermaximális effectuálódáshoz jutott volna. Így pl. a fennebb tárgyalt Pelagia a megfelelő periodikával 258, 80, 100, 442 stb. számokkal szereplő pulsuscsoportokat produkált. A 19. ábra utolsó részlete is szabályos rhythmus explosiv kifejlődését mutatja, a 17. ábrán feltüntetett Rhizostoma-maradvány: részéről. Még a Carmarina ernyőjének elhaló félben levő, rothadó részleteket tartalmazó, 150—180°-nyi kiterjedésű darabja is igen kitartóan, szabályos rhythmussal, százakra menő pulusszámmal dolgozik, holott a felnőtt ép állat periodikája épen nem mondható szabályosnak.

Egész általánosságban valamely belső ingerek összegeződő hatására lehetne gondolni, mint a minők pl. a felsőbbrendű szervezetek legbonyolultabb működéseire is kifejtik hatásukat. Az elhaló Medusa testében feltételezett, első sorban belső chemiai ingerek létezését, helyesebben ezek ingerhatását ki is

mutathattam, a rothadó anyagokat külső ingerlésre használván föl. Erőtéljes Carmarináról az egyik ép fonalat többől lemetesztem és kevés tengervízzel, lapos edényben lehetőleg kihúzva, óvatosan kiteritettem. Miután a fonál az izgalomnak már semmi jelét sem árulta el, középtájára rothadó Carmarinából, pipetával óvatosan kis halom fehéres széteső tömeget bocsájtottam. Eleinte semmi izgalom sem mutatkozott. 5—6 percnyi idő elteltével azonban az ingerlékenység az illető helyen már megváltozott: ha a fonalat a volt distalis végén mechanikailag gyöngén ingereltem, a fonálnak mindig *a rothadó tömeg alatt* fekvő területéről indult ki az izgalom, illetve az összehúzódási hullám és ez a volt proximális vég felé terjedt tova. Ha a proximális véget izgattam, az összehúzódási hullám a közép-részig leterjedt, tovább nem. Végül, mechanikai ingerlés nélkül is, a fonálnak a rothadó anyag alatt fekvő középső része rángatózni kezdett, lassankint megvastagodott és néhány ellazulás után ismét megvastagodva, így maradt. A fonálnak többi része eközben az izgalomnak semmi jelét sem árulta el. A rothadó anyag tehát külső inger gyanánt is szolgálhat, melynek hatása az ingerlékenység egyszerű megváltoztatásától az izgalom külső nyilvánulásáig terjedhet. Ezek az anyagok belső ingerlést is gyakorolhatnak; minthogy pedig ezek jelenléte bizonyos időn belül állandó, az állandó ingerek pedig a Medusákban rhythmusos mozgásokat váltanak ki, s épen ezen hatásuk feltűnő az ernyőre vagy ennek darabjára, a föltevés valószínűsége ebben is támaszt nyer.

VI. Egyes mozgásalakok elemi tényezői.

Elhalás közben a Medusákon elhomályosodások stb. révén változások mennek végbe, melyek az állat szerkezetére vonatkozólag néhány értékesítő adatot nyújtanak. Pl. a Carmarina izommezői, sectoros határoeltságai s egyéb kikülönződései mindaddig, míg az állat teljesen egészséges, csak kedvező világításon, (ráeső fény, sötét háttér stb.) s csak bizonyos működési szakaszokban láthatók jól. Ily állapotban a működések is legtöbbször egymást oly gyorsan követő phasisokban folynak le, hogy azokat

egyszerű megfigyelés révén elemezni alig lehet. Az elhalási kísérletek alkalmával gyakran azt vettem észre, hogy az ingerlékenység megfelelő változása, nevezetesen csökkenése alkalmával mindig az erőbeli állapotnak megfelelő mozgásféleség jelentkezik. Eközben az ingerlékenységnek úgy természetes, mint kísérleti csökkenése közben az ingerlékenység effectuálódásának több fokozatát kaphatjuk meg, az elemi momentumoktól az összerendezett mozgásig. Az elhalást módszertanilag is értékesítettem, mert efféle kísérletek közben úgy a rejtettebb anatómiai viszonyokból, mint a hasonlókép burkolt életjelenségekből egy és más könnyedén fölfedhető. Az utóbbiak élettani jellege pedig mesterséges ingerlések segítségével szintén egyszerűen megállapítható. A természetes elhalás lassú folyamatára néha nem várokztam, hanem vegyi anyagok segítségével gyöngettem az állatot, hogy az izgalomvezetést s az összehúzó-dási hullám tovaterjedését késleltessem.

1. Az összerendezett ernyőjáték elemi tényezői.

Különböző Medusákon az ernyő, egyes sugarai irányában, mint ismeretes, nem mindig egyszerre csapkod minden sectorával; hol egyik, hol másik sugár irányában kezdődhetik a működés, a mi egyébként a mozgás irányának megváltoztatásában szerepet játszik. Ha több sugár mentén metszésekkel pl. 5 vagy 6 szakaszra osztjuk az ernyőt, a korábbi egymásután való működés megmaradhat. Fonális Medusán, t. i. Carmarinán, ehhez hasonló elemi jelenség a diametriálisan ellentett fonalak megrövidülése, a közbeesők látható izgalma nélkül, miről NAGEL is említést tesz. A sectorok működése közötti időkülönbség néha napokon át, néha egy hétig is megmarad. És ha ennyi idő multán az összehúzó-dások már nem oly szaporán követik egymást, könnyen észrevehető, hogy valamely működési periodusban a legutoljára összehúzó-dott sector a következő sector-összehúzó-dási seriesben legkorábban összehúzó-dni nem szokott. Úgy látszik tehát, hogy az ernyő széle mentén bizonyos terület-egységeknek bizonyos ideig tartó nyugalomra van szükségük, s így e terület-egységek a rhythmusos tevékenység reájuk követ-

kezésének idejéig az ingerekkel szemben visszautasítólag viselkednek. A periodika e bélyege bizonyos vonatkozásban van LOEB-nek azzal a megjegyzésével,¹ hogy a szívben az a rész, mely a legszaporábban működik, a többi részt hasonló rhythmus szerinti működésre kényszeríti.

YERKES említi,² hogy a normális ernyőösszehúzódasok az izgatott, vagy egyáltalában a legérzékenyebb hely felől kiinduló hullámokból épülnek fel, melyek oly gyorsan haladnak, hogy azokat meglátni nem lehet. Magam azt tapasztaltam, hogy az összehúzódasági hullámokat a víz föl nem frissítése, vagy vegyi anyagok, pl. *KCl* hatása révén szemmel követhetőkké lehet tenni. A *KCl* YERKES szerint a coordinatiót lerontja; BETHE is írja,³ hogy a *KCl* a Rhizostomában a pulsusfrekvenciát csökkenti, sorozatképződést vált ki, a szünetek hosszabbodnak, végre a mozgás megszűnik stb. A *KCl*-ot magam a vezetéssel kapcsolatos működések fékezésére használtam fel és azt tapasztaltam, hogy pl. a Cotylorhiza a *KCl* hatására először is erősen összerándul, ernyőjének átmérője megkisebbedik, «systolés» állapotba kerül, s azután a fokozott tonus mellett a β típusú mozgás fejlődik ki. Kevés idő multán az összehúzódasági hullám tovaterjedésében kétféle típus ismerhető fel. Először az ernyő szélének valamely pontján kiinduló hullám jobbra haladván, az ernyő szélét megjárja és a kiindulás pontjához visszatér. Időértéke 6·5 cm-es Cotylorhizán ebben az állapotban 1 m³ volt. A hullám tehát 1 mp-ben kb. 102 mm-nyi utat irt le. Kevés idő múlva ugyanazon, vagy más pontból kiindult hullám két irányba, jobbra és balra halad, és a két hullám az illető ponttal diametriálisan ellentett helyen egymást lerontja, esetleg, ritkábban, eredő hullám támadhat. Az előbbi

¹ Comparative physiology of the brain and Comparative psychology. New-York. G. P. Putnam's Sons: London: J. Murray. 1902. 25. lap.

² A contribution to the physiology of the nervous system of the Medusa Gonionema Murbachii. Part II. The physiol. of the centr. nerv. syst. Americ. Journ. of Phys. 1902. 7. 181.

³ Die Bedeutung d. Elektrolyten für die rhythmischen Bewegungen d. Medusen. I. Th. Die Wirkung d. im Seewasser enth. Salze auf die norm. Meduse. Pfüger's Arch. f. d. ges. Phys. 1908. CXXIV. 54. 1.

esetben a szemben fekvő hely a többihez viszonyítva passive viselkedik. Az utóbbi eset az incoordinatiót még növeli. Az ernyőjáték összerendezettségének felfüggesztésében tehát a kétirányú hullámmozgás elemi tényező gyanánt szerepelhet.

Az ernyőmozgás összerendezettségét egyféle, bár igen erőteljes ingerhatás néha nem függeszti föl azonnal. Más ingerrel együttesen a hatás azonban feltűnő gyors és oly szabályos, mint valamely izom összehúzódása a legmegfelelőbb ingerre, vagy a szív coordinációjának felfüggesztése indukált áramcsapások hatására. Ha pl. nagyobb, 7—8—10 cm-es Cotylorhizát vezetéki vízbe teszünk és ernyőjének valamely pontjára azonnal *NaCl*-ot hintünk, a mozgás coordinációja rögtön és teljesen felfüggesztődik. A *NaCl* egyébként magában az összehúzódások számát eleinte megkétszerezi, aztán megháromszorozza és csak ezen állapotból fejlődik ki a β típusú mozgás, mely az állat továbbítására ép úgy nem alkalmas, mint a szív fibrillaris-köteges, összerendezetlen összehúzódásai nem alkalmasak a vér továbbítására. A Medusa azonban az ilyen állapotból magához térhet, főleg a kisebb állat, s friss vízben erélyesen, rendezetten végzi összehúzódásait. Ellenben a *KCl* hosszabb hatására bekövetkezett bénulás állapotában sem *NaCl*, sem mechanikai ingerlés, sem faradás áram nem vált ki látható reactiót.

Carmarinán a gyengülés következtében úgy a fonalaknak, mint az ernyőnek mozgásaiban különböző momentumok tárnak szem elé. NAGEL szerint a fonalak izgatására a reactionnak három formája következhetik be: 1. a fonal helyi megvastagodása, 2. egy, vagy több, esetleg mindegyik fonal összerándulása, miközben a fonalak dugóhúzó alakját veszik föl, 3. az egész ernyő úszómozgása, miközben a fonalak rövidültek. Az izgalmi állapotnak azonban ennyinél több árnyalata figyelhető meg.

A fonalak és az ernyő működési állapotai nem mindig kapcsolódnak időbelileg egymáshoz. A fonalakon a teljes expansiótól mindegyik fonal összerándulásáig az izgalmi fokozatok egész skálája játszódhatik le anélkül, hogy ezek után ernyőjátéknak kellene következnie.

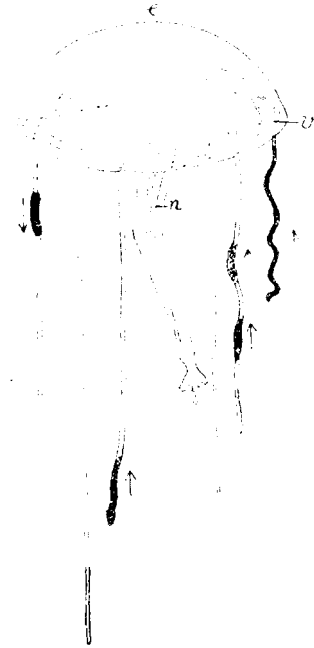
Ha NAGEL fölfogásához csatlakozunk, azt kell föltételez-

nünk, hogy, főleg a mechanikai inger hatásmódjára tekintettel, az ernyő széle mentén elhelyezett 12 «hólyagocska» szerepének is közre kell játszania. A fonalak mindamellet a rhythmusos mozgás bevezetésében fontos tényezők. Főleg, ha a legközelebbi ernyőjáték külső okok minimális szereplése mellett következik be, s az állat egyébként meglehetősen nyugodt, néha szépen lehet az izgalmak különböző fokozatait egymásután meglátni. Az ernyőjátékhoz vezető izgalom igen gyakran egyetlen fonalon támad. Ily állapotnak legkezdetlegesebb nyilvánulása az, hogy a fonalak, ha épek is, igen gyakran nem egyenlő hosszúak, ingerlékenységük és tonusuk nem egyforma. További lépés a körülírt, tovahaladó összehúzóási hullám egyetlen fonalon. A fonal distalis végén megrándul, megrövidül és megvastagszik; az összehúzóási hullám lassan terjed az ernyő széle felé, de útja az ernyőtől még távol elvágódik, s a hullám lassan ismét a periferia felé halad. Az izgalmak ezen rövid útja néhányszor még ismétlődhetik, szabálytalan időszakokban, a többi fonal izgalma nélkül. Az izgalom ezután utat tör az ernyő felé, s erélyes ernyőjáték következik be, bármennyire védjük is az állatot a külső ingerektől.

Az ernyőjáték bevezetésében szereplő fonalrövidülések néha szabályosan úgy mennek végbe, hogy az egymásután tevékeny fonalak, ha az ernyő széle mentén jobb- vagy balfelé haladva vizsgáljuk, az adott pillanatban szabályosan rövidebbek és rövidebbek. E szabályos egymásután azonban igen sokszor különféle kép zavartatik meg. Az összehúzóási hullám a fonalnak néha az ernyő szélével közvetlenül szomszédos részén támad és innen indul ki az egész fonal megrövidülése. Föltételezhetjük, hogy a fonal mentén különböző ingerlékenységű helyek támadhatnak, s hogy ebben a «központi idegrendszer» tartalmazó ernyőszél közelsége is szerepelhet. E szempontból az is figyelemre méltó, hogy ugyanakkor, midőn több fonalon centripetalis, az ernyő felé vezető hullámmozgás van, centrifugalis vastagodási hullám is lefuthat (20. ábra). Úgy látszik, hogy ez a részjelenség a többi, sokkal elevebb, szembeötlőbb jelenség keretébe rejtve az ernyő említett szerepének elemi kifejezője.

A fonalak állapota az ernyő állapotától is függ. Ennek úgy-

szólván tömeges kifejezése az, midőn az ernyőjáték lezajlása után valamennyi fonal megnyúlik. A fonalak megnyúlása rendszeresen sokkal lassúbb, mint a centripetalis irányú mozgás. Az előbbi



20. ábra. *Carmarina hastata*.
Összehúzóási hullámok tova-
terjedése a fonalakon; *e* ernyő,
v velum, *n* nyél.

mozgás gyorsasága 1''-ben 4 mm-re leszállhat, az utóbbinak gyorsasága, főleg ha a fonalak izgalma ernyőjátékhoz vezet, 250—300 mm-re emelkedhetik. A fonalakon néha szakaszos hullámmozgás is látható, főleg centrifugális irányban. Az egymásután izgalomba jövő részletek kiterjedése kb. megfelel a fonal harántcsikolatának. Sajátságos, hogy a fonal e szerkezete a hullám tovaterjedésében néha érvényesül, máskor pedig nem.

A víz elégtelen szellőztetése következtében elgyöngült *Carmarinán*, mely néhány, az ernyő alá jutott légbuborék segítségével a felszínen lebeghetett, többször volt alkalmam az ernyő szélén a sectorok szerint tovahaladó, némiképp szakaszos hullámmozgást látni. Az ilyen *Carmarinán*, főleg sötétkék alapon, ráeső napfényen contrastthatás folytán a működés szerint koronként előtűnő sárgás differenciálódást könnyű észrevenni.

Az egyes sectoroknak a kör periferiája részét alkotó külső görbült határán jól látható, a mint az illető sector összehúzóása az illető sectorszél közepén fekvő peremhólyagocska felé irányul. Ez az összehúzóás az ernyőt az illető sectorban kisebb sugárúvá változtatja s így a normális ernyőjátéknak elemi momentumaként szerepel. Az összehúzóás sectorról sectorra terjed tova; e tovaterjedés felülről tekintve, az ernyő szélén jól látható. Az összehúzóási hullám a sectorok közötti határon, ott, a hol a fonalak eredési pontja van, kis késleltetést szenved és

épen ez teszi a mozgást szakaszossá. Azt, hogy a sectorok között az ernyőperemen van-e valamelyes *izomlécz*, melyen a hullámmozgás, mint valami hidon, a szomszéd sectorra áterjedhet, sajnálatomra nem dönthettem el. Ez pedig oly körülmény, mely a vezetés elméletére vonatkozólag figyelemreméltó.

ROMANES is különbséget tesz izgalmi és összehúzóási hullám között. Nem lehetetlen, hogy az izgalmi hullám vezetési viszonyai nem fedik az összehúzóási hullám vezetési viszonyait. Erre vonatkozólag bizonyítékokkal szolgálhat azon észzeletem, hogy oly állapotban, mikor a sectoros összehúzóási hullámmozgás mutatkozik, tehát az izomszövet vezetési viszonyai jönnek szóba, valamely fonal izgatására a többi fonal még oly gyors egymásutánban rándulhat össze, hogy ennek időértékét szabad szemmel nem lehet megállapítani. Ugyanekkor az összehúzóási hullám lefutása szabad szemmel könnyen követhető.

A sectoros összehúzóási hullámmozgás gyorsaságát 51—58 mm között ingadozóan találtam; az ernyő szélének gyöngéd érintése nem befolyásolja; óvatos, 2—3°-nyi hőemeléssel gyorsítja (l. fennebb), majd megállítja. Hirtelenebb és tekintélyesebb hőemelkedés hatására gyakran normális ernyőjátékba megy át. A hullámmozgás bizonyos maximumon felül nem gyorsulhat, mert az olyan ingerekre, melyek ilyen hatást kiválthatnak, csakhamar ernyőjáték következik be; a hullámmozgásnak, mint ilyennek fönnállása, illetve megmaradása a coordinált mozgás kialakulásának skáláján «fölfelé» korlátozott. Ha a teljesen nyugvó, kissé elgyöngült Carmarina nyelét érintjük, sectoros hullámmozgás támadhat, de ezt igen hamar a rendes rhythmusos ernyőjáték követi. Ha pedig a pihenési periodus végén az állat önkényt ismét munkába kezd, a nyelv megrándulásával bevezetve, az ingerlékenységi állapot követelményei szerint ismét a sectoros hullámmozgás állhat elő; a periodusos tevékenység ily alacsony skálafokon elégitődik ki, míg máskor, fokozottabb ingerlékenység mellett a nyelv rándulásai után, ha egyáltalában ernyőreactio következik be, ez a rendes «pulsatio». Mindezen sajátságok alapján a sectoros hullámmozgás a rendes ernyőjáték elemi tényezője gyanánt tűnik fel, melyen ingerhatásokra

többféle oly változatot lehet látni, mint a milyenek a rendes ernyőjáték közben is mutatkoznak.

A sectoros hullámmozgás leglefokozottabb állapotban egyetlen sectoron is bekövetkezhetik; máskor a hullámozgás közben az ernyő egyik-másik területe a többiénél erőteljesebb összehúzóást végez, ép úgy, mint a hogyan ez a rhythmusos, összerendezett ernyőjáték közben is megtörténik. A sectoros hullámozgásnak is vannak periodusai: t. i. a hullámozgás időszaka és a teljes pihenés olyformán változtatják egymást, a mint az erőteljes állaton a pulsatiók bizonyos száma és a szünetek. Egyes periodusokban a hullámozgás iránya az előző periodusban észlelt iránynyal szemben fordított is lehet.

A látható összehúzóási hullámok összerendezett ernyőjátéknak adhatnak helyet, ha az állat erőbeli állapota megfelelően változik. Ilyenkor a hullámmozgás eleinte gyorsul, amplitudója és energiája pedig növekedik. Ezt kísérletileg is kiválthatjuk, ha pl. a hullámmozgás közben a nyelet mechanikailag ingereljük; ilyenkor a fonalak is rendszeren összerándulnak és sajátságos átmeneti mozgás után rhythmusos ernyőjáték áll elő.

Az összehúzóási hullámmozgás valamely izgalmi ponttól kiindulva néha két irányban is szétterjed, máskor a hullámozgás egyszerre több pontból is indulhat ki, oly körülmény, mely a rendes ernyőjáték alkalmával is szerepel, miközben compensatioesetek is előállhatnak. A rendes ernyőjátéknak, mint nagy tömegmozgásnak összerendezetlenségét a sectoros hullámozgás incoordinatiojával lehet szembeállítani: midőn rendetlenül változó irányú hullámok észlelhetők.

A sectoros hullámmozgásból mesterséges ingerlés révén a rhythmusos ernyőmozgás tehát levezethető. Ezzel ellenkezőleg, a rhythmusos összerendezett ernyőjátékra képesítő ingerlékenység fordított irányú, mesterséges változtatásával az ingerlékenységnek fokozatosan egyre egyszerűbb nyilvánulásait kaphatjuk meg. Ha a víz hiányos szellőztetése folytán már gyengülő Carminát híg, pl. 0,005%-os veratrinum hydrochloricum-oldattal mérgezzük, a következő fokozatok észlelhetők: 1. gyorsuló rhythmusos mozgás; 2. az ernyő szélén végig futó sectoros

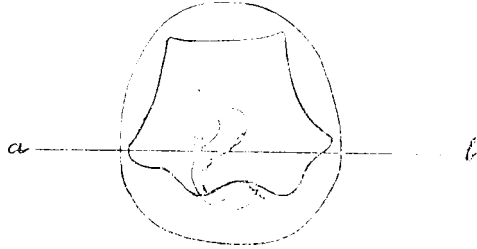
hullámmozgás, erős nyélcsapkodással bevezetve; 3. erőteljes nyélcsapkodás valamely fonal eredési pontjának, esetleg az ernyőszél két fonal közé eső területének ingerlésére, indukált áramcsapásokkal, 60—100 mm száncatávolság mellett; 4. a nyél gyöngé megrándulása, de csak valamely fonal eredési pontjának izgatására, 0 száncatávolság mellett.

A Carmarinának «nyele», saját különleges mozgási típusának (l. a 10—13. ábrákat) megfelelően, az egész állaton észlelhető izgalmak lefolyásában bizonyos önállóságot tanusít. A nyél olyankor is folyton nyugtalan lehet, midőn pl. a fonalak hosszan lelőgnak. Önállósága mellett azonban az ernyőmozgásokkal való vonatkozása sok esetben szembetűnik. A nyél csapkodásai közben a subumbrellát a szél mentén sokszor és több helyen érintheti, minek révén mozgásokat válthat ki. A nyél kiváltotta mozgás kifejlődése néha igen vontatott és előkészítő stádiumai vannak. A nyél izgalma révén bevezetett mozgásállapot csirája néha az ezen mozgást huzamos idővel megelőzőt tonusos görbülés lehet, mely a nyelet a függőleges irányból soká kitérítve tartja azon irány felé, melyben aztán a csapkodások megindulnak.

2. A forgó mozgás mechanizmusa.

A Carmarina, főleg a fiatalabbja, néha saját szerű, gyors forgó mozgást végez az ernyőnek diametrálisan ellentett két pontját összekötő, vízszintesen fekvő tengely körül, e mellett azonban az állat helyben marad. E mozgásról a hőhatások tárgyalása rendén már volt szó; különböző szakaszai az ép, igen ingerlékeny állatban oly gyorsan követik egymást, hogy elemeit nem lehet megállapítani. *KCl*-mal a mozgást, jellegének megváltoztatása nélkül lassúbbá, könnyebben megfigyelhetővé sikerült tennem. Ha az ernyő alsó felületére, a subumbrellára *KCl*-ot szórtam, akkor néhány görcsös összehúzódás után a mozgások meglassultak, mire jól láthatóvá vált, hogy a forgás tengelye az ernyőt két félre osztotta (l. a 21. ábrát). Az egyik fél tonusa erősebb volt, és bár kis kitérésekkel, de igen erőteljesen végezte összehúzódásait; ez a fél volt a tulajdonképeni

motor. A másik fél tojásdadabb, kevésbé tonusos volt, de váltakozó, bár gyengébb összehúzódásaival az előbbi félnek az egész test forgatásában segítségére szolgált. A mozgás volta-képeni indító okát nem sikerült megtalálnom; néha hőhatásokra is bekövetkezik s akkor rendkívül gyors; a *KCl*, mint említettem, nem kiváltója, hanem a már kifejlődött, hosszasan tartott forgó mozgásnak csak lassító momentuma. E mozgás bevezetője a nyél fölcsapkodása a velum alá, ill. a velum és a subumbrella közé. Ha a *KCl* hatása hosszabb időre terjed, a mozgásból végre csak ez az elemi tényező marad meg; a már pusztuló félben levő állaton, mint valami ultimum



21. ábra. A *Carmarina* ernyője, a subumbrella felől («alulról») tekintve; *a*—*b* a forgás tengelye, *n* a nyél, mely az ernyőnek begömbült szélé alá bujt.

vivens, csupán a nyél végez egy-egy tétova mozdulatot az ernyőnek ugyanazon része felé, melylyel korábban is érintkezve, a mozgást kiváltotta. A forgó mozgás az állat ily állapotában kísérletileg még kiváltható, ha az állatot subumbrellájával fölfelé fordítjuk és a nyelet a velum alá begömbítjük. Az ilyen mozgás, közvetlen okát, a nyél működését tekintve, az otolithonos mozgásokra emlékeztet; ezek esetében is valamely körülhatárolt szervben végbemenő mozgás váltja ki az egész szervezet reakcióját. A mozgások oksorozatában tehát bizonyos tényezőtágtól a végrehajtás felé esőleg a mozgásnak ha nem is végső oka, de legalább föltétele, a szervezetnek saját alkotásában, illetve részleteinek viszonyában található meg.

Midőn már csak a nyél végezte az említett tétova, gyöngö mozdulatokat, az ingerlékenység végleges megszűnte előtt a

Carmarinát friss tengervízbe tettem át és subumbrellájával fölfelé fordítva, a víz felületén tovább figyeltem. A nyél akkor is úgy feküdt, mint a 21. ábra mutatja, a két fél tonusa között azonban már elenyészett a különbség, illetve tekintettel épen a mindjárt említendőkre, a két fél állapota között a különbség nem volt akkora, hogy ez látható *alaki* eltérésekkel járhatott volna. Ellenben az *ingerlékenységben* a különbség lappangva továbbra is fennmaradt, mert midőn a nyél az azelőtt tonusosabb fél subumbrellájával érintkezve, itt rendetlenül néhány mechanikai ingerlést végzett, a megfelelő ernyőfél szélén összehúzódási hullámmozgás, a legegységibb látható mozgásmomentum mutatkozott, míg az ellentett poluson semminemű mozgás sem volt észlelhető.

Eféle öningerléses vonatkozást más esetekben is láttam. Így pl. négy napig föl nem frissített vízben subumbrellájával fölfelé fordulva az edény fenekén fekvő Carmarinán a nyél állandóan ugyanazon irány felé görbülten végzett egy-egy összehúzódást, az ernyő szélén pedig összehúzódási hullámok voltak láthatók, de csak azon az oldalon, mely felé a nyél görbült. A másik polus passive viselkedett. A nyél ebben az esetben a subumbrellát nem érintette. Másféle kapcsolatokat az ernyő és a nyél között egyébként NAGEL Carmarinán, YERKES pedig Gotionemán észlelt, de mesterséges ingerlések segítségével.

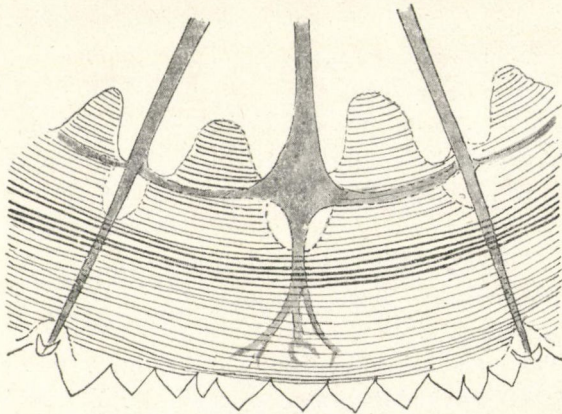
*

A Carmarina néha függőleges tengely körül, körben, helyt maradva is forog; ennek a mozgásnak mechanizmusát a mozgás lassítása révén nem sikerült elemeznem, mert a mozgás az illető beavatkozás nyomán más jellegeket kapott, melyek a függőleges tengely körüli forgással kapcsolatba hozhatók nem voltak. Egyébként ezt a mozgást igen ritkán volt alkalmam látni.

VII. Az izomkészülék és a rhythmusos mozgás.

Egy-két anatomiai és élettani adat arra vall, hogy a rhythmusos tevékenység kialakulásában az izomszövet különleges sajátosságait is figyelembe kell venni.

17 cm-es Rhizostoma subumbrelláján az izomléczek lefutását szabad szemmel is megfigyelhettem, miután az ernyőt kellőleg praeparáltam. Az ernyőn, kevéssel a halál után szép kikülönczödésekkel lehetett látni; a sectoros beosztás, a sugarasan elhelyezett erek és az izomléczek jól előtűntek. Az ernyőt a vegetatív részek lemetszése után a subumbrellával fölfelé fordítva sötétkéék üveglapra helyeztem; a kissé sárgás kikülönczödések, mondhatnók szervek, a contrastthatás folytán ilyenkor igen élénken szembetűnnek. Ha valahol az izomléczek lefutása



22. ábra. A Rhizostoma pulmo izomzatának elosztása az ernyőnek «alsó», subumbrellaris felületén. Kisebbitve.

mentén mégis kétség volt támasztható, az illető helyre igen híg alkoholt öntöttem. Ennek hatására az izomléczek a sötét alaptól fehéren, élesen elütnek. Formalin (40%-os oldata 10×-es higitásban) a kép élességét még növeli. Ily készítményről rajzoltam le a 22. ábrát, melyen határozottan kitüntettem, hogy az ernyő szélétől 20—25 mm-nyire a középpont felé oly izomléczesoport van, mely minden sugaras «eren» keresztülvonul és zárt kört alkot. Erre vonatkozólag nem látom érvényesnek a БЕРНЕ által hangsúlyozott tételt, hogy t. i. az izomzat mindenütt elválasztott sectorok szerint van rendezve, továbbá hogy az izomzatban a continuitás hiánya az izomvezetés ellen szól (i. h. 433. lap). Az izomrostok lefutására vonatkozólag rajzom

lényegesen eltér a BETHE legújabb dolgozatában¹ közölt 1. ábrától is. Az izomléczek e tájakon, hol egyúttal a legvastagabbak is, 1—1 sugaras ér közé eső területen könnyen mozgathatók, erősen kiemelkednek, az erek fölött ellenben karély módjára nem mozgathatók, bár itt is kidomborodnak. Valamely izomlécz átvonulása a sugárér fölött különösen jól látható akkor, ha az érbe a középpont felől kutatót vezetünk és ennek segítségével az ernyőt megemeljük; az áthaladó, de az ér falához erősen rögzített izomlécz éles vonalként látszik kiemelkedni, főleg ha a fény oldalról esik reá, a vizsgáló pedig a fény beesésével ellenkező oldalon rézsütös irányban néz reá. A nyolcz fősugaréren kívül, melyek egy-egy széli testecske felé tartanak, más, sugaras lefutású erek is vannak az ernyőben; ezek fölött a zárt kört alkotó izomléczek magasán feküdvé, szorosabb tapadás nélkül vonulnak el. A zárt köröket alkotó izomlécz-területtől az ernyő széle felé esőleg, a sugárér falának megfelelően, lezárt, burkolt véggel izomeredések, illetve tapadások vannak; a középpont közelében pedig még rövidebb lefutású izomléczek láthatók.

A rhythmusos mozgást előidéző körülményekre vonatkozó elméletekkel kapcsolatban ezuttal csak arra óhajtok reámutatni, hogy a sugaras erek az izomzattal szoros kapcsolatban vannak, akárcsak a felsőbbrendű szervezetekben az érhálózat bizonyos területei. Az egész test mozgató készüléke a Medusákban egyúttal a nedvkeringést is szolgálja. Könnyen elképzelhető, hogy úgy a zártkörű, mint a szél felé eső rövidebb lefutású rostokból álló izomzat összehúzódása és ellazulása alkalmával az erek belvilága is szakaszosan változik. UEXKÜLL is említi, hogy az ernyő szélének összehúzódásakor a «gyomor» kitágul, az összehúzódás lezajlása után pedig, midőn az ernyő ellazul, a gyomor szűkül. A sugaras erek a gyomorral összefüggésben vannak, ürterük váltakozása tehát az anyagforgalom mesgyéibe vág, s az ennek terén fölmerülő szükségletek mint

¹ Die Bedeutung d. Elektrolyten für d. rhythm. Bewegungen d. Medusen. II. Th. Angriffspunt d. Salze. Archiv f. d. ges. Physiol. 1909. Bd. 127. S. 219.

belső ingerek. a rhythmusos tevékenység rugóiként szerepelhetnek.

A velumon, mely fő részben körkörös lefutású izomrostokból áll, mint az friss glycerines készítményen kis nagyítással is jól látható, bizonyíték nyerhető arra vonatkozólag, hogy rhythmusos tevékenységre a Medusának oly részlete is alkalmas, melyben az eddigi vizsgálatok szerint idegelemeket föltételezni nem vagyunk feljogosítva.¹ Ha a *Carmarina* pár napig nem szellőztetett vízben tartózkodott, s rajta az egyes kikülönződéseknek megfelelően fehéres határvonalak és egyéb elhomályosodások támadnak, a velum is éles fehér határvonalat kap az ernyő többi része felé esőleg, melynek mentén ilyen állapotban jelentékenyebb sértés nélkül leválasztható. A zárt, rendetlen kört alkotó szalagszerű velumon, ha azt magára hagytam, összehúzó-dásokat nem láttam. Hatalmas ingerre volt szükség, hogy e közömbösségből kimozduljon. A velumot vezetéki vízbe tettem; ebben hirtelen összerándult és azután rhythmusos összehúzó-dásokba fogott, melyeknek a szerv halála vetett végett. A rhythmusos mozgásokat végző izomkészüléktől tehát nem lehet megtagadni különleges sajátságokat, melyek a különleges működés végzésére már magában véve is alkalmassá teszik. E sajátságok ellenében a működés rhythmusos természetére vonatkozólag az idegrendszernek túlnyomó, fölényes, ill. abszolút szerepet tulajdonítani, mint azt pl. BETHE² teszi, nem tartom czélszerűnek. Az említett kísérlet némiképp párhuzamba vonható azokkal a kísérletekkel, melyeket többen a Medusák ernyőjének a «központi idegrendszerből» elválasztott darabjaival végeztek. LOEB³ pl. említi, hogy a *Gonionemus* (helyesebben *Gonionema*) ernyőjének dúc-sejteket nem tartalmazó izolált középtája tiszta *NaCl*-ban rhythmusosan működik.

¹ Bronn's Classen und Ordnungen d. Thierreichs. II. Bd. II. Abth. 1. Abschn. CARL CHUN: Coelenterata. Leipzig, Winter, 1889—1892. 356. l.

² I. h. 104. és köv. lapok.

³ Amer. Journ. of Physiology. 1900. Vol. 3, p. 383. továbbá: The dynamics of living matter. Newyork. The Macmillan univers. press. 1906. 80. lap.

Összefoglalás.

1. A *Carmarina* és *Cotylorhiza* mozgásgörbéi jellemzően különböznek; a különbség előidézésében az ingereket felfogó felület minősége, terjedelme és tagoltsága is szerepel. A rhythmusos mozgás szakaszossága a test nagyságán, az életkoron és a hőmérséken kívül a mozgás céljától, illetve a mozgás mechanikai körülményeitől is függ.

2. A faradás áram hatása a mozgás- illetve a szünet-periodus szerint más és más lehet. A folyamatban levő rhythmusos mozgást faradás árammal gátolni lehet, főleg a mozgási periodus vége felé. A gátló hatás azonban nem oly szabályos, mint a szíven. Igen erős árammal az ernyőn féregszerű vonaglász váltható ki. A pihenő ernyő, vagy annak a széllal párhuzamosan kimetszett darabja (*Pelagia*) úgy faradás, mint galvános ingerlésre (áramzárásra és az áram folytonos behatására) egyaránt tartós összehúzóóással reagál. A galvános áram az ernyő szélén sectorok szerint szakaszosan tovaterjedő összehúzóóási hullámmozgást gyorsítja.

3. A hőmérsék emelkedése ezt a hullámmozgást ugyancsak gyorsítja. A *Carmarina* fonalai a hőhatások iránt is érzékenyek. A hőmérsék emelkedése a rhythmust eleinte gyorsítja, majd arhythmia, incoordinatio, a vízben alásülyedés és bénulás következik be. A magas hőmérséknek rhythmust szaporító hatása a csökkenő energiájú összehúzóóások közben is érvényesülhet. A teljes bénulás bekövetkezte előtt a rhythmusos tevékenység, a hőmérsék emelkedése daczára is, időről-időre szabályosan bekövetkezhetik. Az alkalmazkodás oly hőfokra vonatkozólag is lehetséges, mely a behatás kezdetén bénulást okozott. A kifejtett *Medusák* alásülyedésében (pelagikus mozgás) az alak változása a tonus változásával jár karöltve, s így e mozgásban is bizonyos mértékig activitást kell föltételeznünk. Kis *Medusáknak*, főleg a *Rhizostomának* *thermotropismusa* igen kifejezett; $0.2-0.4^{\circ}$ hőkülönbségek a mozgás irányának megváltozását váltják ki.

Mechanikai és hőingerek az ingerhatás összegében algebraillag többféleképp összegezőóóhetnek. Ha pl. a lehűtő víz áramlása

eléggé erős, az ernyőjáték száma a hőcsökkenés alkalmáva szaporodhatik; ha ellenben a hőváltozás gyors, a mechanikai ingerhatás nem érvényesül.

A Medusa elhalása során a hőváltozások hatása mindaddig érvényesül, míg a rhythmusos tevékenység egyáltalában lehetséges.

4. A mozgások összerendezésében az ernyő rugalmassága is szerepel. Az elhalási folyamat vége felé gátlás igen könnyen kiváltható. A víz hiányos szellőztetése folytán elhaló, és rothadó részleteket tartalmazó Medusa ernyője a halál felé közeledőleg a korábbi arhythmia után egyszerre szabályos rhythmussal dolgozhatik. A rothadó anyagok belső ingerként hatnak és külső ingerlésre is fölhasználhatók.

5. A különféle mozgástypusok egyes szakaszainak megfigyelhetése végett a mozgások lassítására van szükség. Ez a víz hiányos szellőztetése, vagy vegyi anyagok, pl. *KCl* segítségével lehetséges. E módszer értékesítését az teszi lehetővé, hogy valamely típusos mozgásféleség a heterolog ingerlések daczára is többnyire megtartja típusát, csakhogy meglassul, és elemi tényezői szem elé tárulnak. Az említett behatások az ingerlékenység megnyilvánulásának skáláján a legegyszerűbb mozgástypushoz vezetnek. A legegyszerűbb mozgásforma az ernyő szélén sectorok szerint szakaszosan tovaterjedő hullámmozgás. Ez az állat gyöngítése révén az összerendezett ernyőjátékból levezethető, s viszont az ingerlés intenzitásának megfelelő fokozásával belőle az összerendezett ernyőjáték építhető fel. Az ernyőjáték összerendezésének megzavarásában a kétirányú hullámmozgás is szerepel. Összehúzóási és izgalmi hullám között különbséget kell tenni.

6. Az ernyő haránttengelye körül végbemenő forgó mozgás (Carmarina) *KCl*-mal lassítás révén elemezhető; közvetlen kiváltó oka az, hogy a nyél az ernyő alá begömbül, itt az ernyő tonusa fokozódik és ez a rész féloldalon ható motor gyanánt dolgozik. Az ingerlékenységnek még tovább lefokozása után a nyél az illető helylyel érintkezve, ott összehúzóási hullámmozgást vált ki; az ernyő ellentett felén semmi izgalom sem látszik.

7. A *Rhizostoma subumbrelláján* a széltől bizonyos távolságra a középpont felé zárt kört alkotó izomléczek vannak. Ezek összefüggése az erekkel a rhythmusos mozgásnak az anyagforgalommal való kapcsolatára figyelmeztet.

A rhythmusos tevékenység kialakulásában az izomzatnak különleges anatómiai és élettani sajátosságai is szerepelnek. A *Carmarina* leválasztott, tengervízben mozdulatlan veluma vezetéki vízben rhythmusos mozgásokat végez.

A FOLYADÉKOK SZILÁRDSÁGÁRÓL.

KLUPATHY JENŐ I. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

A három halmazállapot, melybe a testeket alaki és térfogati viszonyaik szempontjából sorozni szoktuk, nem jelent egymástól szigorúan elválasztható tulajdonság-csoportot, mert az anyag legtöbb tulajdonsága a három halmazállapotban csak quantitative és az összefüggések minőségében különbözik. Így például a térfogatváltozás, mely összenyomásnál mindegyik halmazállapotban megvan, a szilárdból a cseppfolyón át a légneműbe való átmenetnél általában fokozatosan növekszik, tehát nem mondhatjuk, hogy az összenyomhatlanság bármelyiknek is jellemző tulajdonsága volna. Egy állapot-jelző által egyáltalán nem különböztethetjük meg egymástól a három halmazállapotot; hanem azt szoktuk mondani, hogy a szilárd testre jellemző az alakváltozás ellen fellépő rugalmas erő — ez a *szilárdság*; a folyadékokra ennek teljes hiánya — ez a *folyékonyság* (fluiditás); végre a légneműre a *terjengősség* (expansio).

A valóságban a testek alaki és térfogati viszonyaik tekintetében nem sorozhatók mind szigorúan e három osztályba, mert vannak testek olyan körülmények között, a mikor átmeneti tulajdonságokat mutatnak és a mikor a látszólag teljesen egyik halmazállapotú test a másik halmazállapot tulajdonságaival is bír, legalább részben.

Így a nyúlós anyagok, a szurok, a kocsonyák, olyan tulajdonságokkal bírnak, melyek bizonyos fokig egyesítik a szilárd és a cseppfolyó állapot tulajdonságait, különösen, ha a hatás idejét is tekintetbe vesszük. A szurok például lassú hatásokra egészen megfelel a nyúlós folyadékok tulajdonságainak, míg

gyors ütésre eltörik, mint a szilárd test. De ilyen átmeneti tulajdonság kifejezetten szilárd testen is tapasztalható, így nagy nyomás alatt a szilárd testek egymásba diffundálnak, akárcsak a terjengős gázok; sőt mert a folyadékok is diffundálnak, világos, hogy a terjengősség nemcsak a gázállapot jellemzője és így fokozatos átmenet van e két halmazállapot között is.

És mivel látjuk, hogy melegítés és esetleg nyomás által ugyanazon anyag átvihető a három halmazállapoton az olvadás és párolgás jelenségei közben, melyeknél mintegy ugrásszerűen változnak meg az anyag tulajdonságai: természetszerűleg felvetődik a kérdés, nem lehet-e a testeket a körülmények kellő megválasztásával e halmazállapotok során átvinni a tulajdonságok fokozatos és folytonos változása közben, tehát az olvadás és párolgás discontinuitása nélkül.

Könnyű belátni, hogy ily módon a testek belső erőiről és az anyageloszlásról alkotandó fogalmaink tisztázásához járulhatunk hozzá és a testek szerkezetének egységes magyarázatát megközelíthetjük, mert egy — legegyszerűbb — eloszlási módból kiindulva, ismert tényezők — nyomás, hőmérséklet — ismert hatása alatt átmehetünk fokozatosan a többi anyageloszlási rendszerekbe.

Ez a gondolatmenet vezette a kutatókat a halmazállapotok folytonosságának vizsgálatánál.

A gázok egyszerű törvényszerűségeiből kiindulva természetesen előbb a légnemű és cseppfolyó halmazállapot áthidalására tettek vizsgálatokat, melyeknek eredménye az lett, hogy minden anyagra van bizonyos kritikus nyomás és hőmérséklet, melynél a cseppfolyó test tulajdonságainak folytonos változása közben megy át a légnemű halmazállapotba.

Hasonló vizsgálatokat tettek a cseppfolyó és a szilárd testekre vonatkozólag is és kutatták, mily körülmények között lehet a cseppfolyó testet megszilárdítani vagy fordítva, a tulajdonságok folytonos átmenetével, tehát a rendes olvadás vagy fagyás discontinuitása nélkül. Az ez irányú kísérletek eddig nem vezettek megállapodott eredményhez.

G. TAMMANN a folyadékok túlhűtését tanulmányozva arra az eredményre jutott, hogy a kellően túlhűtött folyadékok egy

része folytonosan sűrűdve végre átmegy üvegszerű amorph állapotba, de kristályossá soha sem válik, úgy hogy a cseppfolyóból kristályos testté való átmenet szerinte folytonosan lehetetlen, tehát itt kritikus állapotról nem lehet szó. Ezért TAMMANN csak a kristályokat nevezi szilárdaknak, míg az amorph testeket túlhűtött folyadékoknak.

Minthogy egyelőre pontos vizsgálatok nincsenek arra nézve, hogy a túlhűtés közben hogyan változnak a physikai tulajdonságok, TAMMANN érdekes kutatásai még további kiegészítésre szorulnak. Éppen ebből a szempontból érdekesek tehát azok a kutatások, melyeket arra vonatkozólag tettek, hogy a szilárd testek mily körülmények között mutatnak fluiditást és fordítva a fluidumok szilárdságot.

Az első irányban TRESCA és SPRING kísérleteztek s kimutatták, hogy a szilárd testek nagy — több száz és ezer atmosphaera — nyomás hatására a nyúlós folyadékokhoz hasonló módon viselkednek, keskeny nyílásokon átpréselve a folyadék-cseppekhez hasonló alakot mutatnak.

Továbbá W. SPRING és R. AUSTEN azt is kimutatta, hogy nagy nyomás alatt a szilárd testek egymásba diffundálnak, tehát még az expansio jelenségeit is mutatják.

Az ellentett irányú vizsgálat-sorozat az, hogy van-e a folyadékoknak szilárdságuk, tehát a folyadék belsejében vannak-e az alakváltozás ellen működő rugalmas erők.

Az erre vonatkozó kísérleti vizsgálataimról kívánok ez alkalommal beszámolni.

Ezzel a kérdéssel már MAXWELL s utána G. METZ és KUNDT¹ foglalkoztak, a kik a nagy viscositású mozgó folyadékoknak — mint például canadabalsam — a kristályokéhoz hasonló kettősen törő tulajdonságát mutatták ki.

Arra a kérdésre, hogy van-e a folyadékban az alakváltozás ellen működő rugalmas erő, közvetlen mechanikai kísérletek által tudtommal először G. SCHWEDOFF² orosz physikus

¹ MAXWELL: Pog. Ann. 151, de METZ: Wied. Ann. 41. k. 677. 1890. KUNDT: Wied. Ann. XIII. 110. 1881.

² Journal de Physique XVIII. 341. 1889. Rapports Congr. Int. de Physique 1900. I. 1.

igyekezett megfelelni a gelatinoldat vizsgálatával. Kísérleti be-
rendezése a folyadékok belső surlódásának mérésére használt
egyik módszernek felel meg. Két coaxialis henger 1·3 cm.
széles közébe kétharmad magasságban 0·5%-os gelatinoldatot
öntött, a belső hengert finom fonálra függesztette s megcsavarta.
Ha a folyadék csak a surlódásával hat, akkor a hengeren levő
tükör ugyanakkora szöggel fordul el, mint a felső torsiofej, ha
ellenben szilárdságával ellenáll a csavarásnak, a két elfordulás
között különbség van, mely a folyadék szilárdságának mértéke.

SCHWEDOFF egyetlen észlelés adatait közli, a melyekből a
0·5%-os gelatinoldat torsio (nyirási) modulusára 0·535 c. g. s.
abszolút egységet számít ki 18—20 C° hőmérséknél.

Mintegy a SCHWEDOFF méréseinek a kiegészítője az a
méréssorozat, melyet ROHLOFF és SHINJO¹ a göttingeni egyetemi
fizikai intézetben W. VOIGT tanár vezetésével végeztek s a
melyben különböző töménységű gelatinoldatok szilárdságát mér-
ték meg hasonló módon, mint SCHWEDOFF. A különbség mind-
össze az, hogy coaxiális hengerek helyett koncentrikus göm-
böket használtak, a mikor is a számítás egyszerűbb formulához
vezet. A gömbök távolsága egymástól 9·4 cm. volt. Kísérleteiket
10 C° körül végezték s a torsio-modulusra nyert értékek álta-
lában igen nagyok, így a 0·5%-os oldatra 24 órás állás után
közelítőleg 300 c. g. s. 12·7 C°-nál; a 0·6%-os oldatnál pedig
már 2 napi állás után 11 C°-nál 1276 c. g. s. Az oldat con-
centratiójával és az állás tartamával rohamosan növekszik a
rugalmassági modulus. Megpróbálták a réteg erősségét is meg-
mérni, de ez nem sikerült, mert az szabálytalanul szaka-
dozott.

SCHWEDOFF kísérleteinek eredményét meglepőnek találtam,
mert abból indultam ki, hogy a folyadék szilárdsága csak vé-
kony rétegekben nyilvánulhat, a mint azt a hártványon és
buborékokon tapasztaljuk; és így nem tartottam valószínűnek,
hogy 13 mm. vastag réteg ekkora szilárdsággal bírjon. Annyival
inkább kétségesnek látszott az eredmény, mert már előbb több
kísérletnél, melyeket ily irányban tettem, tapasztaltam, hogy

¹ Phys. Zeitschrift 1907. VIII. 442. old.

a folyadék szabad felületének megszilárdulása ily méréseknél nagyon zavarólag hat. Azt tapasztaltam, hogy vízbe és más folyadékokba merülő, a levegőben felfüggesztett testek pár napi állás után a folyadék felületén mintegy szilárdan meg vannak erősítve, úgy hogy nem követik a fonál csavarását. Már pedig úgy SCHWEDOFF, mint ROHLOFF és SHINJO akként rendezték be kísérleteiket, hogy a felfüggesztő fonál a folyadékon kívül volt megerősítve s így nincs kizárva a felületi réteg zavaró hatása. Ennek a felületi rétegnek a szilárdságát R. SCHÜTT¹ mérésekkel is kimutatta, úgy hogy szükségesnek tartottam megvizsgálni, vajjon SCHWEDOFF méréseinél ez nem lehetett-e zavaró hatással. Megismételtetem tehát a laboratóriumomban SCHWEDOFF kísérletét, azzal a különbséggel, hogy a mérést nemcsak úgy végeztük, hogy a hengerek magasságának $\frac{2}{3}$ -áig volt gelatinoldat öntve közéjük, hanem úgy is, hogy a belső henger egészen elmerült a folyadékban és csak a vékony felfüggesztő drót ért ki a folyadékból. Ez utóbbi esetben a felületi rétegnek az egész szerkezetre gyakorolt forgató nyomatéka aránytalanul kisebb s így az állítólagos folyadékszilárdságnak is kisebbnek kell mutatkoznia.

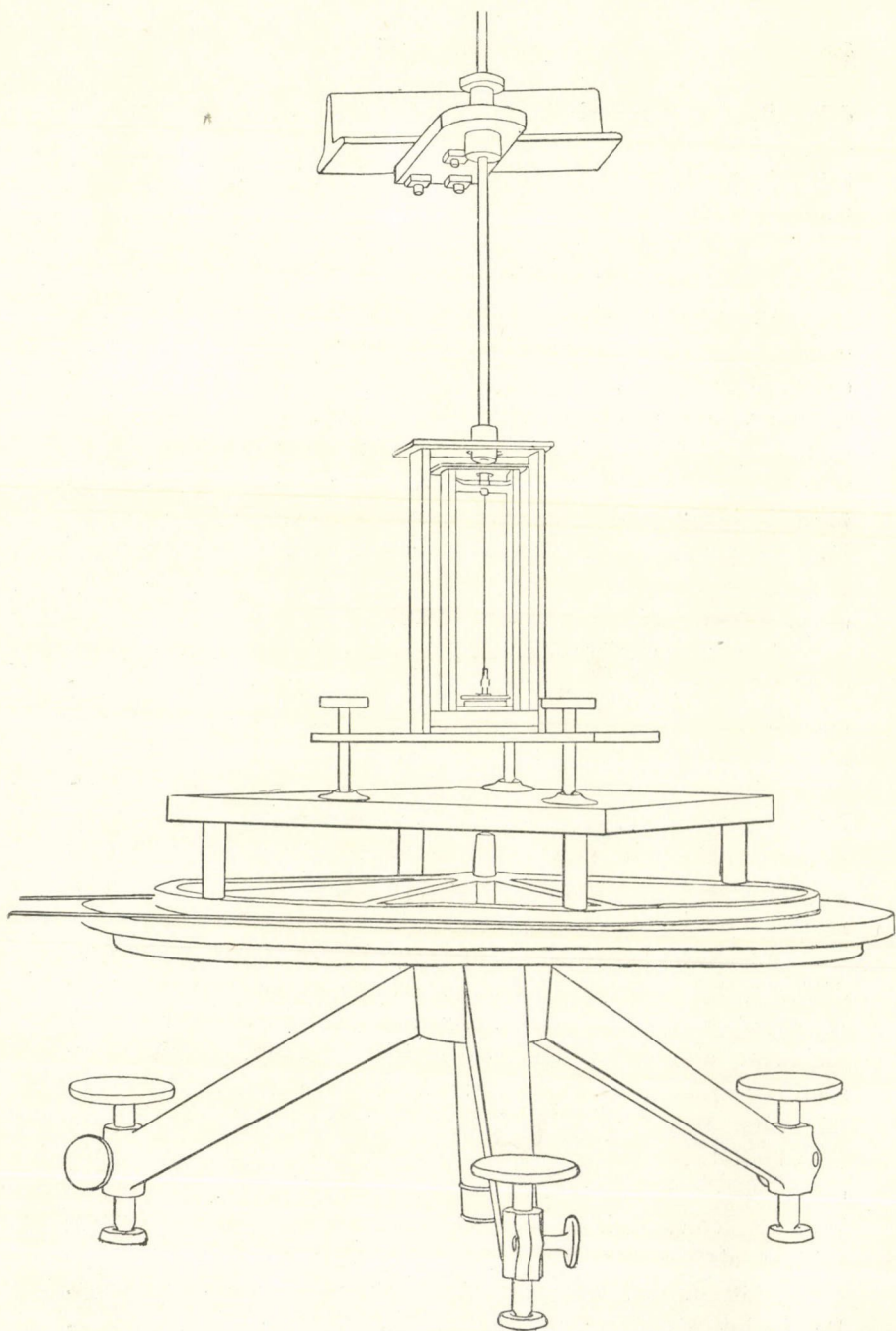
A kísérlet teljesen igazolta aggodalmaimat, mert a mikor a gelatinoldat nem fedte be a belső hengert, a torsiofej csavarát a henger nem követte, tehát szilárdságot mutatott, addig a mikor egészen belemerült a folyadékba, a henger majdnem teljesen követte a csavarást, vagyis semmi szilárdságot sem mutatott.

Ebből világos, hogy az említett méréseknél a felületi réteg hatása oly zavaró, hogy azokból a folyadék szilárdságára következtetést vonni alig lehet. Meg kell még jegyezni, hogy legújabban L. LAUER és G. TAMMANN² alapjában hasonló berendezéssel néhány folyadék rugalmasságát mérték pillanatnyi impulzusok hatására. Noha kísérleteikben nem állott felületeket használtak, mégis azt gondolom, hogy eredményeiket a felületi réteg hatása szintén befolyásolja.

E megfigyeléseim arra vezettek, hogy a mennyiben a folya-

¹ Wied. Annalen 13. 1904.

² Zeitschrift für phys. Chemie. LXIII. kötet, 141. lap.



1. ábra.

dék szilárdságát mérni akarjuk, azt lehetőleg vékony rétegben — a hol a molekuláris hatások irányítólag hathatnak — s úgy kell előállítani, hogy a szabad felületi réteg zavaró hatása ki legyen küszöbölve.

A kísérlet berendezése.

Az előbbi okoskodásnak megfelelően két köralakú sík üveg-lemezt vettem, melyek közül az egyik a négyszögletű LEYBOLD-edény fenekén szilárdan volt elhelyezve, a másik pedig finom fonálra vele párhuzamosan csavar segítségével változtatható távolságban volt felfüggesztve (1. ábra). Az edény forgatásakor a vele szilárdan összefüggő korong a folyadék belső surlódásánál fogva is magával viszi a felfüggesztett korongot; ha nincs szilárdsága a folyadéknak, úgy a forgás megszüntetésekor a belső korong visszatér eredeti helyzetébe, míg ha az oldat szilárd, akkor elcsavarodása állandó marad.

A felfüggesztésre használt fonál eleinte finom selyem, majd fémdrót, végre quarczfonál volt, mely utóbbi a folyadékban igen állandó és biztos egyensúlyi helyzetet adott. A felfüggesztés hossza 7 cm. körül volt, hogy a fonál torsiomomentuma körülbelül 0.01 c. g. s. legyen, miután az előzetes kísérletek azt mutatták, hogy nagyobb torsiomomentum esetében — például 0.02 mm-es ezüstdrótot használva — semmi szilárdságot sem lehetett kimutatni. Csak az igen finom cocon- és quarczfonalak voltak megfelelők.

Az üveggörongokat tartalmazó edényt a vizsgálandó folyadékkal töltöttük meg és ennek felszínére a párolgás elkerülése végett olajréteget öntöttünk. Az oldatnak és a görongoknak majdnem absolute pormentesnek kellett lenni, a mit többszörös tisztítás, szűrés által értünk el. Ez a munka egy oldatnál néha több napot vett igénybe s nem kis fáradsággal járt. Köszönettel tartozom SELÉNYI PÁL egyetemi tanársegéd úrnak, a ki ebben a munkában, valamint a hideg pinczében nem éppen kellemes leolvasások elvégzésében nagy ügyességével és buzgóságával első sorban segítségemre volt, azután SOMOGYI ANTAL tanárjelölt úrnak, a ki szintén gyakran kisegített bennünket. De főként köszönöm dr. SEMSEY ANDOR tiszteleti tag úrnak,

hogy nemes áldozatkészségével lehetővé tette e segítőim teljes igénybevételét.

A korongok között levő réteg lehető tisztaságának biztosítása végett a felső valamivel nagyobb (átmérő = 28 és 24 mm.), így az esetleg a folyadékból leülepedő tisztátlanság nem jut a rétegbe.

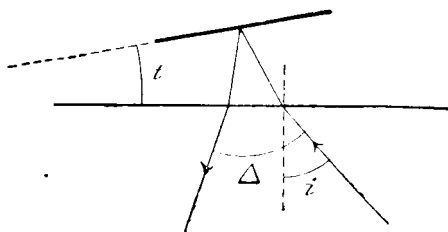
A folyadékot tartalmazó edény a gyors hőváltozások elkerülése végett egy másik nagyobb LEYBOLD-edénybe volt helyezve s mind a két edény külön fedővel elzárva. A külső edény azután csavarokkal állítható asztalkán centrikusan egy forgatható osztályozott körre volt helyezve, mely a falhoz erősített consolon állott. Az osztályozott kör is csavarokkal állítható, úgy hogy a centrirozás és a lemezek párhuzamossága, ha nem is könnyen, de igen pontosan elérhető. A fali asztalhoz volt erősítve az *U* alakúlag meghajlott vastartó, mely azután a torsiofejet hordta. A torsiofej csak durva beállításra szolgált, különben inkább a függélyesben való finom eltolásokra volt berendezve, mivel a folyadék megcsavarása az edénnyel szilárdan összekötött alsó korong forgatásával történt. A forgatást óramű végezte, melynek mozgása az osztályozott körre nagy áttétellel volt átívve.

Azért választottam ezt a módot, mert a belső surlódás hatásának kisebbitése végett lehetőleg lassú, egyenletes mozgásra van szükség, ezt pedig könnyebben lehetett így elérni, mint a torsiofejen. A kör mozgása oly lassú volt, hogy mint az észlelési adatok és a diagrammok mutatják, 1 percz alatt a 2 méter távolságban levő skálán a megfelelő elfordulás csak $\frac{1}{2}$ osztályzat (1 mm.) volt. Az elforgásokat tükörrel és skálával észleltük. E célból a külső edény asztalkájára szilárdan tükör volt helyezve, úgyszintén a felfüggesztett korong tartójára is. A két tükör a kezdő helyzetben közel párhuzamosra volt állítva s a 2 méter távolságban levő távcsőben az osztályzat két egymás felett levő képét adta. A külső edénynek az óraművel történő forgatásakor a két kép eltolódása nem egyforma. A külső tükör képének eltolódásából közvetlenül adódik az edény forgási szöge, míg a belső tükör képének eltolódásából, a két tükör hajlásváltozásakor a folyadékban támadó prizmatikus törés folytán, átszámítandó a belső tükör forgási szöge.

Ha a folyadék-priszmán áthaladó és a tükörről visszavert sugár irányváltozását (2. ábra) Δ -val jelöljük, ez az észlelt eltolódás által van adva, akkor egyszerű számítás mutatja, hogy

$$\Delta = i + \arcsin \left\{ n \sin \left[\arcsin \left[\frac{1}{n} \sin i \right] - 2t \right] \right\}, \quad (1)$$

hol t a prizma törőszöge, i a beesési szög, n a folyadék törésmutatója.



2. ábra.

Ha $i = 0$, vagyis közel merőleges beesést választunk, úgy

$$\Delta = 2i - 2nt, \quad (2)$$

miből az elhajlás változása, vagyis a skálán az eltolódás

$$\delta\Delta = 2\delta i - 2n\delta t;$$

de $\delta i = \delta k$, hol δk az edény elfordulása és $\delta t = \delta k - \delta b$, ha δb a belső tükör szögelfordulása, ebből

$$\delta\Delta = 2\delta k(1-n) + 2n\delta b.$$

Ebből végre a tükör keresett szögelfordulása

$$\delta b = \delta k \frac{n-1}{n} + \frac{\delta\Delta}{2n}. \quad (3)$$

E szerint a képlet szerint vannak a következő táblázatokban a belső tükör elfordulásai kiszámítva; és pedig minthogy igen kis szögekről van szó: skálarészekben kifejezve, miután a scálatávolság állandóan 2 méter maradt. A két korong között levő folyadék réteg vastagságának lemérésére, valamint a réteg tisztaságának ellenőrzésére két egymástól 90° -ra elhelyezett kathetometer volt felállítva. A folyadék réteg átvilágítására távol elhelyezett izzólámpák szolgáltak, melyeknek fénye kellően alkalmazott tükörrel volt irányítható. Ez azért volt szükséges, mert a fali asztalon közel elhelyezett izzólámpa sugárzása — mint később tapasztalni fogjuk — zavarólag hat egyes folyadékoknál.

Minthogy előre várható volt s az előzetes kísérletek is mutatták, hogy lehetőleg állandó hőmérsékleten kell lennie a

vizsgált folyadéknak és egy kísérlet esetleg 1—2 hétig is tartott, azért az egész kísérleti berendezés az egyetemi physikai intézet egy jól védett pinczehelyiségében volt elhelyezve, melyet e célra az intézet igazgatója dr. báró Eötvös LORÁND egyet. tanár úr volt szíves rendelkezésemre bocsátani.

Ebben a teljesen elsötétített pinczében a hőmérséklet nagyon lassan és csillapítva követte a külső hőmérséklet-ingadozásokat, úgy hogy egy észlelési sorozat közben alig változott 1—2 tizedfokkal.

Meg kell még jegyeznem, hogy az előzetes kísérletekben aranyozott fémkorongokat is próbáltam használni, de egyelőre ezekről le kellett mondanom, mert nagy súlyuk folytán az adott hosszúság mellett szükséges finom felfüggesztő fonál nem bírta el.

A felfüggesztés csavarási momentumát a lengésidő észlelése és a tehetetlenségi momentumok számítása útján határoztuk meg.

A vizsgálandó folyadékok kiválasztásakor abból indultam ki, hogy valószínűleg a habzó folyadékok azok, a melyeknél mérhető szilárdság várható, minthogy — mint már PLATEAU is feltételezte — azt, hogy például buborék éppen szappanoldatból fújható legjobban, a szappanréteg különös szilárdságából gondoltam magyarázhatónak.

Ez okból saponin-, albumin- és gelatinoldatokat választottam, miután a coconfonállal végzett előzetes kísérletek már biztosan mutatták, hogy destillált víz 0.1 mm. vastag rétegének ezzel az eszközzel kimutatható szilárdsága nincs.

Később megemlítendő okokból vizsgáltam még a nádcukor és az ebből készített égetett cukor 35%-os oldatát is. A pincze hőmérsékletének folytonos emelkedése most már ezzel az eszközzel a további vizsgálatot lehetetlenné teszi, azért több anyagot nem is vizsgáltam.

A mérések eredményeit az egyes anyagokra külön sorolom fel a főbb észlelési jegyzőkönyvek és az ezek alapján készült diagrammok kapcsán.

A hol a folyadék állandó elcsavarodást, tehát alakváltozás ellen fellépő rugalmasságot mutat, ott a réteg torsiomomentumát (τ_f) a következő egyszerű összefüggésből számítottam:

$$\tau_f(\delta k - \delta b) = \tau_q \delta b.$$

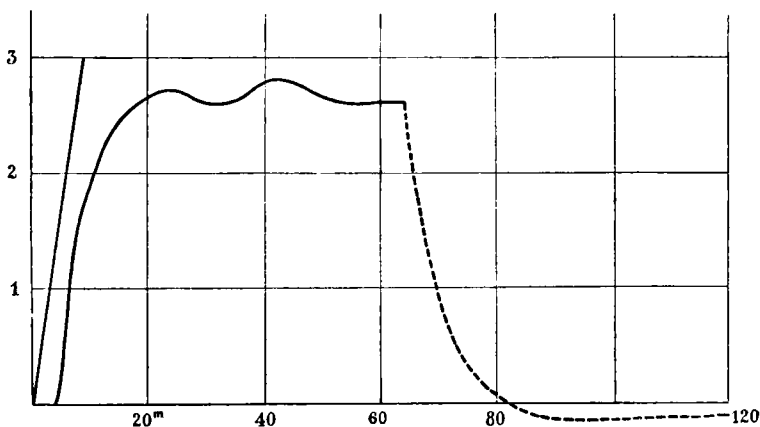
Ebből azután a réteg torsio- (nyirási) modulusát (C_f), azzal a közelítéssel számítottam, hogy a réteg hengeralakú, a Coulomb-törvényből

$$\tau_f = \frac{\pi}{2} C_f \frac{r^3}{l},$$

hol r a korongok sugara, l a folyadék réteg vastagsága.

I. Saponin.

A használt 0·1 %-os saponinoldat jól habzó teljesen tiszta folyadék, a külső edény forgatásánál, mint a következő adatokból és az azt ábrázoló görbén (I. tábla) látszik, a belső surlódásnál megfelelőleg magával viszi egy darabig a felfüggesztett korongot, azután nem áll meg, mint ez a belső surlódásnak megfelelően,



I. tábla. 0·1 %-os saponinoldat.

hanem hullámszik, a mi arra mutat, mintha igen kis szilárdsága volna, végre a forgatás megszüntetése után szépen visszatér eredeti egyensúlyi helyzetébe. Állandó elcsavarodást tehát nem mutat s így a szilárdságának forgató momentuma mindenestre, vagyis mondhatjuk a rugalmasságának a határa kisebb, mint a használt quarezfönalé, vagyis 0·02 c. g. s.; a miből következik, hogy $c_f < 6 \times 10^{-5}$, holott a vasnál közelítőleg $c_v = 8 \cdot 10^{11}$ c. g. s., s így a saponinoldat szilárdsága — mond-

hatjuk — mindenesetre legalább tízezer billiószor kisebb 0·07 mm. rétegvastagság és 6 C° hőmérsék mellett, mint a vasé.

I. Saponinoldat, 0,1%-os.

A korong 60 mm. hosszú *quarczfonálon* függ:

lengésideje $t = 30^{\circ}$

$\tau_{qu} = 0\cdot02$ c. g. s.


Korongok köze 0·07 mm., beállítva márcz. 8. d. u. 5 órakor.
márcz. 9. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
9 ó 00 p	244,0	241,05	—	—	—	hőmérs. 5,6° megindítva
« 15 «	44,0	41,0	0,0	0,0	0,0	
« 16 «	44,6	41,8	+0,3	+0,8	+0,38	
« 17 «	45,4	42,8	0,7	1,8	0,86	
« 18 «	46,2	43,7	1,1	2,7	1,29	
« 19 «	47,0	44,05	1,5	3,05	1,52	
« 20 «	47,6	44,3	1,8	3,3	1,68	
« 22 «	49,2	44,8	2,6	3,8	2,08	
« 24 «	50,9	44,9	3,45	3,9	2,32	
« 26 «	52,3	44,7	4,15	3,7	2,43	
« 30 «	55,7	44,05	5,85	3,05	2,60	
« 35 «	59,8	43,0	7,9	2,0	2,73	
« 40 «	63,6	41,5	9,8	+0,5	2,63	
« 45 «	67,7	40,25	11,85	-0,75	2,69	
« 55 «	71,8	39,1	13,9	1,9	2,77	
« 55 «	76,0	37,8	16,0	3,2	2,80	
10 ó 00 «	80,2	36,4	18,1	4,6	2,80	megállítva
« 05 «	84,1	34,7	20,05	6,4	2,60	
« 10 «	88,2	33,3	22,1	7,7	2,63	
« 15 «	92,5	31,8	24,25	9,2	2,61	
« 16 «	92,5	31,0	24,25	10,0	2,30	
« 18 «	92,5	29,2	24,25	11,8	1,62	
« 20 «	92,5	28,0	24,25	13,0	1,17	
« 25 «	92,5	26,0	24,25	15,0	0,42	
« 30 «	92,5	25,2	24,25	15,8	+0,12	
« 35 «	92,5	24,8	24,25	16,2	-0,03	
« 40 «	92,5	24,6	24,25	16,4	0,11	
« 45 «	92,5	24,45	24,25	16,55	0,16	
11 ó 15 «	92,5	24,45	24,25	-16,55	-0,16	

A saponinoldatnál hosszabb állást nem próbáltam, mert itt még a 24 órai állás normáléjához tartottam magam; valószínű, legalább a hullámzásokból ítélve, hogy hosszabb állásnál itt is mutatkozik nagyobb szilárdság.

II. Albuminoldat.

Az első észleléseket 0·02%-os oldattal végeztük coconfonálra függesztett koronggal. Ez az oldat már 2 napi állás után mutatott állandó elcsavarodást, mint az a IIa. görbén jól látható.

Különösen érdekes ennél az albuminoldatnál az a megfigyelés, hogy a megzavart réteget körülbelül $\frac{3}{4}$ méterről egy 16 gyertyás izzólámpával megvilágítva, az szinte azonnal kicsavarodott, a korong visszatért eredeti egyensúlyi helyzetébe. A görbén a -el jelölt hely mutatja a megvilágítás kezdetét. Úgy látszik itt esetlegesen sikerült a réteg olyan állapotát eltalálni, melyben a lámpa sugárzása iránt igen érzékeny volt, mert a kísérlet ismétlésekor ily nagy hatást többé nem sikerült elérni. Hogy ez a hatás nem az egész folyadékra vagy a fonálra gyakorolt melegítés eredménye, mint elsősorban feltehető, azt bizonyítja az, hogy a meg nem csavart, vagy meg nem fogott, vagy túlerősen megfogott oldat esetében a lámpa még egész közel helyezve sem hoz létre észrevehető változást.

A 0·04%-os albuminoldat szilárdságot szintén mutat és pedig észleléseink itt már az időtartam befolyására is kiterjedtek. A megfelelő görbéken látszik, hogy az állás tartamával fokozatosan növekszik az állandó elcsavarodás nagysága.

A megvilágításnak itt is megvan a szilárdságot csökkentő hatása, mint az a második, 36 órás állás után végzett észlelések eredményét feltüntetető görbén — 1 másodpercnyi megvilágítás következtében — szembetűnő.

Megpróbáltam azt is, hogy visszaforgatásnál visszatér-e a felfüggesztett korong eredeti helyzetébe. Minthogy az óramű csak egy irányban forgatott, a visszacsavarást kézzel kellett lassan végezni, a mi nem olyan egyenletesen megy, mint az óraművel; de még így is azt tapasztaltam, hogy a visszacsavarás-kor a korong eredeti helyzetébe majdnem teljesen visszatért.

Albuminoldat: 0,02%.

Összeállítva: 1908 decz. 30.

A korong ca. 65 mm. hosszú coconfonálon függ.

Korongok köze 0,11 mm.

an. 2. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
8 ó 45 p	862,8	579,5	—	—	—	
9 ó 25 "	62,8	79,5	0,0	0,0	0,0	megindítva
" 28 "	65,5	80,6	+1,35	+1,1	+0,76	
" 30 "	67,6	81,3	2,4	1,8	1,28	
" 32 "	69,8	82,5	3,5	3,0	2,01	megállítva
" 35 "	69,8	83,0	3,5	3,5	2,19	
" 40 "	69,8	83,2	3,5	3,7	2,27	
" 45 "	69,8	83,2	3,5	3,7	2,27	
" 50 "	69,8	83,2	3,5	3,7	2,27	
10 ó 10 "	69,8	83,2	3,5	3,7	2,27	megindítva
" 13 "	73,2	85,4	5,2	5,9	3,51	
" 16 "	76,1	86,7	6,6	7,2	4,30	
" 20 "	80,0	89,2	8,6	9,7	5,79	megállítva
" 25 "	80,0	89,7	8,6	10,2	5,98	
" 40 "	80,0	89,7	8,6	10,2	5,98	megindítva
" 45 "	84,5	91,9	10,8	12,4	7,37	
" 50 "	89,8	95,3	13,5	15,8	9,44	
" 55 "	95,2	99,2	16,2	19,7	11,45	
11 ó 00 "	900,3	602,3	18,7	22,8	13,26	megállítva
" 05 "	900,3	03,0	18,7	23,5	13,52	
" 15 "	900,3	599,8	18,7	20,3	12,32	
" 25 "	900,3	99,8	18,7	20,3	12,32	megindítva
" 30 "	06,5	605,5	21,8	26,0	15,24	
" 40 "	16,0	12,4	26,6	32,9	19,01	
" 55 "	31,8	22,7	34,5	43,2	24,8	megállítva
12 ó 00 "	31,8	23,2	34,5	43,7	25,05	
" 05 "	31,8	22,7	34,5	43,2	24,88	
" 10 "	31,8	22,7	34,5	43,2	24,88	izzólámpával
" 16 "	31,8	03,0	34,5	23,5	17,46	³ / ₄ méterről
" 18 "	31,8	597,0	34,5	17,5	15,21	megvilágítva
" 20 "	31,8	89,0	34,5	+9,5	12,20	
" 25 "	31,8	74,7	34,5	-4,8	6,82	
" 30 "	31,8	62,0	34,5	17,5	+7,05	
" 51 "	31,8	37,4	34,5	-42,1	-7,20	

Albuminoldat (0,04%).

Összeállítva márcz. 23-án este 8 óraker.

A korong 55 mm. hosszú quarczfonálon függ.

$$t = 37 \cdot 5^s$$

$$\tau = 0,014 \text{ c. g. s.}$$

A korongok köze 0·095 mm-re van állítva.

Forgatási kísérletek.

a) A másnap, 24-én d. e. végzett két kísérletből a folyadék kéreg torsiomomentuma

$$\left. \begin{array}{l} \tau_f = 2,3 \times \tau_{qu}, \text{ ill.} \\ \tau_f = 3,7 \times \tau_{qu} \end{array} \right\} c_f = 13,4 \times 10^{-5}.$$

Azonban kiderült, hogy a korongok köze ez ideig 0·06 mm-re csökkent.

b) (IIb. tábla 1. görbe). Márcz. 24.-én déli 12-kor a korongok között 0·125 mm-re hozva:

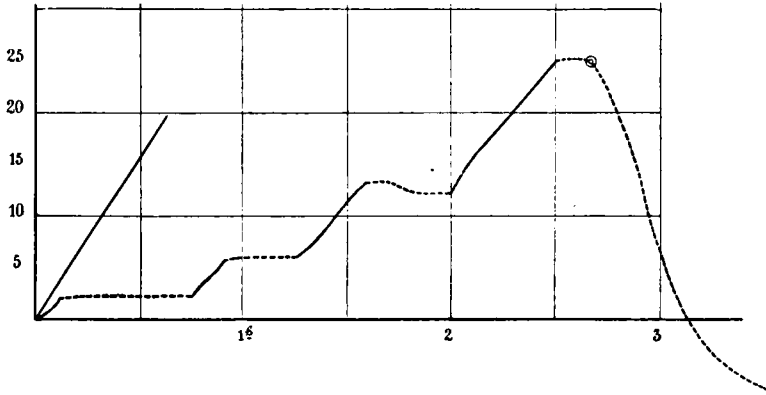
márcz. 24. d. u.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
4 ó 00 p	240,0	204,0	—	—	—	hőmérs. 7,5°
5 ó 15 "	"	203,4	—	—	—	
" 25 "	"	"	—	—	—	
" 30 "	240,1	203,4	0,0	0,0	0,0	megindítva
" 32 "	40,5	3,6	-0,2	+0,2	+0,12	
" 34 "	41,3	4,5	0,6	1,1	0,57	
" 36 "	42,7	5,8	1,3	2,4	1,22	
" 38 "	44,0	6,9	1,95	3,5	1,80	
" 40 "	45,4	7,8	2,65	4,4	2,31	
" 42 "	47,0	8,8	3,45	5,4	2,89	
" 44 "	48,3	9,2	4,1	5,8	3,20	
" 46 "	49,8	9,6	4,85	6,2	3,54	megállítva
" 48 "	49,8	8,7	—	5,3	3,20	
" 50 "	49,8	7,9	—	4,5	2,89	
" 55 "	49,8	7,0	—	3,6	2,56	
6 ó 15 "	49,8	6,9	—	3,5	2,52	
" 20 "	49,8	6,8	—	3,4	2,49	
" 25 "	49,8	6,55	—	3,15	2,39	
" 55 "	49,8	6,7	—	3,3	+2,45	

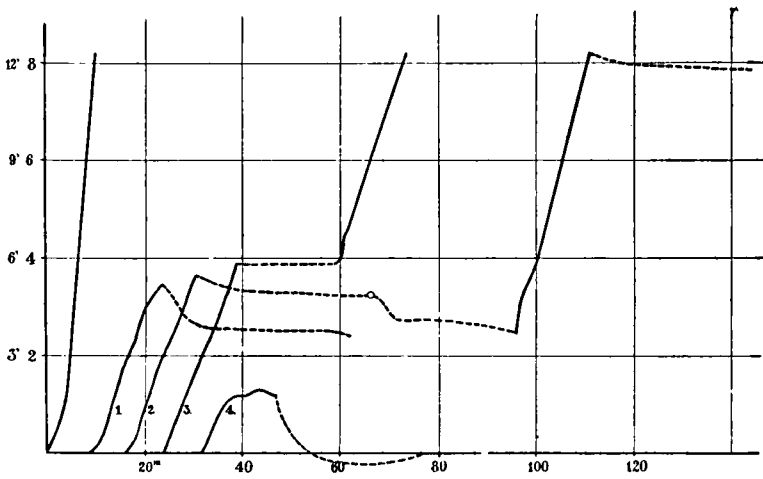
Ez adatokból: 5 órai állás után $\tau_f = \tau_{qu}$, $c_f = 47 \cdot 10^{-6}$.

A korongok köze a kísérlet végén 0·110 mm.

A korongok között 0·125 mm-re beállítva, az eszköz nyugton áll 36 óráig.



IIa. tábla. 0.02%-os albuminoldat.



IIb. tábla. 0.04%-os albuminoldat.

c) (IIb. tábla 2. görbe)

márcz. 26. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet	
	tükör						
8 ó 15 p	249,7	206,9	—	—	—	hőmérs. 7,9°	
« 45 «	«	7,1	—	—	—		
9 ó 25 «	«	6,6	—	—	—		
« 30 «	249,7	6,6	0,0	0,0	0,0	megindítva	
« 31 «	49,8	6,8	+0,05	+0,2	+0,09		
« 33 «	51,2	7,9	0,75	1,3	0,68		
« 35 «	52,9	8,8	1,6	2,2	1,23		
« 37 «	54,5	9,45	2,4	2,8	1,67		
« 39 «	56,1	10,1	3,2	3,5	2,12		
« 41 «	58,0	11,1	4,1	4,5	2,72		
« 43 «	59,5	11,8	4,9	5,2	3,18		
« 45 «	61,05	12,6	5,67	6,0	3,68		megállítva
« 47 «	61,05	12,1	5,67	5,5	3,49		
« 50 «	61,05	11,9	5,67	5,3	3,41		
« 55 «	61,05	11,8	5,67	5,2	3,37		
10 ó 00 «	61,05	11,7	5,67	5,1	3,34		
« 05 «	61,05	11,55	5,67	4,95	3,28	1 ^s -ig megvilá- gitva	
« 10 «	61,05	11,5	5,67	4,9	3,26		
« 15 «	61,05	11,45	5,67	4,85	3,24		
« 20 «	61,05	11,35	5,67	4,75	3,21		
« 26 «	61,05	10,0	5,67	3,4	2,59		
« 30 «	61,05	209,9	5,67	3,3	2,66		
« 35 «	61,05	9,9	5,67	3,3	2,66		
« 40 «	61,05	9,8	5,67	3,2	2,62		
« 45 «	61,05	9,6	5,67	3,0	2,55		
11 ó 00 «	61,05	9,4	5,67	2,8	2,47		megindítva
« 01 «	62,0	10,2	6,15	4,8	3,34		
« 03 «	63,3	11,5	6,8	4,9	3,54		
« 05 «	64,8	13,0	7,55	6,4	4,29		
« 07 «	66,5	14,6	8,4	8,0	5,11		
« 09 «	68,05	16,0	9,16	9,4	5,83	megállítva	
« 11 «	69,8	17,6	10,05	11,0	6,65		
« 13 «	71,3	19,05	10,8	12,45	7,38		
« 15 «	72,9	20,7	11,6	14,1	8,20		
« 20 «	72,9	20,2	11,6	13,6	8,01		
« 25 «	72,9	20,0	11,6	13,4	7,94		
« 45 «	72,9	19,7	11,6	13,1	7,83		
12 ó 21 «	72,9	19,45	11,6	12,8	7,71		

A korongok köze 0·10 mm-re esökkent.

Ez adatokból: 36 órai állás után

$$\tau_f = 2,0 \tau_{qu}$$

$$c_f = 94 \times 10^{-6} \text{ c. g. s.}$$

A korongok köze 0·123 mm-re beállítva déli 1 órakor; nyugton áll 48 óráig.

d) (IIb. tábla, 3. görbe)

márcz. 28. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
11 ó 20 p	274,0	215,3	—	—	—	hőmérs. 8,5°
« 25 «	74,0	15,3	0,0	0,0	0,0	megindítva
« 26 «	74,7	16,0	+0,35	+0,7	+0,35	
« 28 «	76,0	17,3	1,0	2,0	1,0	
« 30 «	77,8	19,0	1,9	3,7	1,9	
« 32 «	79,5	20,5	2,75	5,2	2,64	
« 34 «	81,0	22,0	3,5	6,7	3,39	
« 36 «	82,4	23,45	4,2	8,15	4,11	
« 38 «	83,9	25,5	4,95	10,2	5,07	
« 40 «	85,4	27,0	5,7	11,7	5,82	megállítva
« 42 «	85,4	27,0	5,7	11,7	5,82	
« 45 «	85,4	27,0	5,7	11,7	5,82	
12 ó 00 «	85,4	27,0	5,7	11,7	5,82	megindítva
« 01 «	86,2	27,0	6,1	11,7	5,82	
« 03 «	87,6	29,5	6,8	14,2	7,04	
« 05 «	89,1	31,1	7,55	15,8	7,83	
« 07 «	90,9	32,9	8,45	17,6	8,73	
« 09 «	92,4	34,8	9,2	19,5	9,63	
« 11 «	94,1	36,8	10,05	21,5	10,59	
« 13 «	95,7	38,4	10,85	23,1	11,40	
« 15 «	97,45	40,2	11,75	24,9	12,29	megállítva
« 20 «	97,45	40,2	11,75	24,9	12,29	
« 30 «	97,45	40,2	11,75	24,9	12,29	
« 40 «	97,45	40,2	11,75	24,9	12,29	
Márcz. 29. d. e.						
8 ó 40 p	297,5	234,1	11,75	18,8	10,01	

Ezen adatokból: 48 órai állás után

$$\tau_f = 5,7 \times \tau_{qu}$$

$$c_f = 27 \times 10^{-5} \text{ c. g. s.}$$

Ezeknek az észleléseknek mintegy folytatása a következő elszakítási kísérlet, melynél a külső edényt addig forgattuk, a míg a belső tükör egyszerre megszűnt követni a forgatást s visszatért eredeti helyzetébe. Ez tehát teljesen megfelel a szilárd test elszakadásának.

e) (IIc. tábla)

márcz. 29. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
8 ó 40 p	297,5	234,1	—	—	—	hőmérs. 8,6°
9 ó 00 "	97,5	34,1	0,0	0,0	0,0	meginditva
" 15 "	308,8	46,9	+5,65	+12,8	6,22	
" 30 "	21,5	61,0	12,0	26,9	13,11	megállitva
" 50 "	21,5	61,0	12,0	26,9	13,11	meginditva
10 ó 05 "	33,5	74,7	18,0	40,6	19,76	
" 20 "	45,0	87,3	23,7	53,2	25,93	megállitva
" 40 "	45,0	87,3	23,7	53,2	25,93	meginditva
" 55 "	57,1	300,1	29,8	66,0	32,26	
11 ó 10 "	69,2	14,2	35,8	80,1	39,08	megállitva
" 25 "	"	12,3	35,8	78,2	38,36	
" 45 "	69,2	12,0	35,8	77,8	37,23	meginditva
12 ó 00 "	81,7	17,5	42,1	83,4	41,88	
" 15 "	93,5	29,3	48,0	95,2	47,79	megállitva
" 55 "	"	26,8	48,0	92,7	46,85	
d. u. 3 ó 40 p	93,5	12,3	48,0	78,2	41,40	* meginditva
" 55 "	405,8	24,4	54,2	90,3	47,48	
4 ó 10 "	18,3	33,7	60,4	99,6	52,55	megállitva
" 30 "	"	33,3	60,4	99,2	52,39	
" 50 "	18,3	32,9	60,4	98,85	52,26	meginditva
5 ó 05 "	30,1	44,0	66,3	109,9	57,9	
" 20 "	42,4	55,3	72,4	121,2	63,68	megállitva
" 40 "	42,4	55,3	72,4	121,2	63,68	meginditva
" 55 "	54,5	68,8	78,5	134,7	70,27	
6 ó 20 "	75,9	92,2	89,2	158,1	81,74	megállitva
" 40 "	75,9	92,2	89,2	158,1	81,74	meginditva
" 55 "	87,9	405,4	95,2	171,3	88,20	
7 ó 05 "	95,9	14,0	99,2	179,9	92,44	**
" 10 "	499,9	1,0	101,2	166,9	88,05	megállitva
" 20 "	499,9	398,5	101,2	164,6	87,19	
" 25 "	499,9	68,2	101,2	130,3	79,29	
" 28 "	499,9	294,2	101,2	60,3	47,97	
" 32 "	499,9	242,0	101,2	+8,3	28,42	
" 48 "	499,9	ca. 148	101,2	ca. —94	ca. —10	

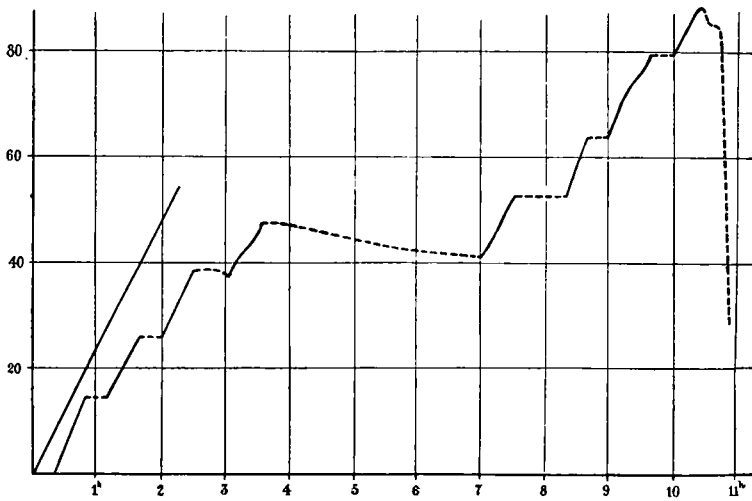
* Ez adatokból

$$\tau_f = 6,3 \times \tau_{qu}$$

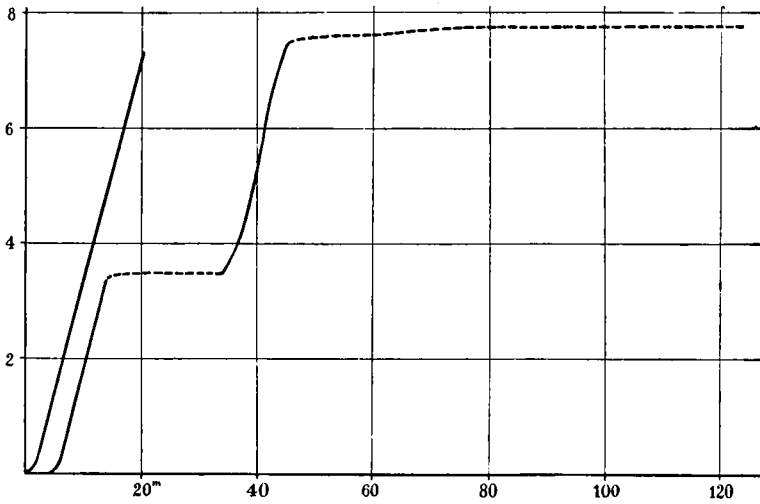
$$c_f = 26 \cdot 10^{-5} \text{ dyn/cm}^2$$

Míg a ** adatból a maximális forgatónyomaték, tehát a csavarási erősség, melyet a folyadék réteg kibírt:

$$F_m = \frac{1}{10} \tau_{qu} = 0,0014 \text{ c. g. s.}$$



IIc. tábla. 0.04%-os albuminoldat elszakítása.



IIIa. tábla. 0.71%-os gelatinoldat.

Ugyanennél az albuminoldatnál az elszakítás után megvizsgáltam a réteg vastagságának a befolyását is. Felemeltük a korongot, úgy hogy a kettő távolsága az előbbinek kétszerese 0·25 mm. lett s így 48 óráig állni hagytuk az oldatot. Az ezután végzett észlelések eredménye az, hogy ily vastagságú réteg már semmi szilárdságot sem mutatott, mint az a következő adatokból látható.

e) (IIb. tábla, 4. görbe.) Albuminoldat, 0·04%-os.

A korongok köze 0·25 mm.

Az eszköz nyugton áll 48 óra óta.

ápr. 1. d. u.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
5 ó 35 p	218,5	275,3	—	—	—	hőmérs. 9,5°
« 45 «	«	«	—	—	—	
« 50 «	18,5	75,3	0,0	0,0	0,0	megindítva
« 51 «	19,0	75,6	+0,25	+0,3	+0,17	
« 52 «	20,6	76,3	1,05	1,0	0,64	
« 55 «	22,0	76,5	1,75	1,2	0,99	
« 57 «	23,8	76,6	2,65	1,3	1,15	
« 59 «	25,2	76,05	3,35	0,75	1,12	
6 ó 01 «	26,95	75,9	4,22	+0,6	1,28	megállítva
« 03 «	28,5	75,2	5,0	-0,1	1,21	
« 05 «	30,05	74,6	5,77	0,7	1,18	
« 07 «	30,05	73,0	5,77	2,3	0,58	
« 10 «	30,05	71,8	5,77	3,5	+0,13	
« 27 «	30,05	70,8	5,77	4,5	-0,24	
7 ó 35 «	30,05	71,3	5,77	-4,0	-0,06	

Nem valószínű, hogy az a 0·9 C° hőmérsékletemelkedés, a mi az elszakítási kísérlet óta végbement, volna az oka az állandó elcsavarodás kimaradásának, inkább azt kell mondanom, hogy a réteg vastagsága okozta, mert már az első kísérletben is tapasztaltam ezt a hatást.

III. Gelatinoldat.

Különösen érdekelt a 0·5%-os gelatinoldat viselkedése, miután úgy SCHWEDOFF, mint ROHLOFF és SHINJO ezen az oldaton nagy szilárdságot észlelt több centiméter vastag réteg-

ben. Meglepetésemre az én eszközömben a 0·5%-os oldat 24 és 36 órai állás után semmi állandó elcsavarodást sem mutatott 0·1 mm. rétegvastagságnál s így a szilárdságnak torsiomomentuma a quarezfonalénál kisebb.

Gelatinoldat 0·5%-os.

A korong quarezfonalon függ:

$$t = 45^\circ$$

$$\tau_{qu} = 0,009 \text{ c. g. s.}$$

A korongok köze 0·10 mm.

Összeállítva: márcz. 12-én délután 4 órakor.

márcz. 13. d. u.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
5 ó 00 p	246,0	223,3	0,0	0,0	0,0	megindítva
» 02 «	47,1	24,5	+0,55	+1,2	+0,59	
» 04 «	48,6	25,4	1,3	2,1	1,11	
» 07 «	51,0	27,2	2,5	3,9	2,08	
» 10 «	53,5	28,8	3,75	5,5	3,00	
» 15 «	57,5	31,0	5,75	7,7	4,38	
» 20 «	61,9	32,7	7,95	9,4	5,52	
» 25 «	66,1	33,95	10,05	10,65	6,51	
» 30 «	70,2	34,45	12,1	11,15	7,22	
» 35 «	74,1	34,7	14,05	11,4	7,80	
» 40 «	78,3	34,7	16,15	11,4	8,33	megállítva
» 42 «	78,3	33,1	16,15	9,8	7,72	
» 45 «	78,3	31,25	16,15	7,95	7,02	
» 50 «	78,3	28,4	16,15	5,1	5,96	
6 ó 00 «	78,3	23,8	16,15	+0,5	4,23	
» 10 «	78,3	20,5	16,15	-2,8	2,99	
» 30 «	78,3	16,8	16,15	6,7	1,52	
» 40 «	78,3	15,3	16,15	8,0	1,01	
» 50 «	78,3	14,8	16,15	8,5	0,86	
7 ó 00 «	78,3	14,3	16,15	9,0	0,66	
» 15 «	78,3	13,8	16,15	-9,5	+0,48	hőmérs. 5,8°

A töményebb, 0·71%-os gelatinoldatnak, mely bár teljesen könnyen folyó test, nem is nyúlós, már tetemes szilárdsága van, rövid 6 órai állás után is, mint az a következő adatokból látszik. Állás után kis forgásoknál a belső tükör teljesen

követi a külsőt, úgy hogy a torsiomomentuma aránytalanul nagyobb. Elszakítani nem sikerült a réteget, mert a 180° -ot kitevő forgatásnál a quarczfonál a megerősítés helyén elszakadt vagy kicsúszott.

IIIa. tábla. *Gelatinoldat*, 0,71%-os.

A korong 58 mm. hosszú quarczfonálon függ:

$$t = 43^s$$

$$\tau_{qu} = 0,0098 \text{ c. g. s.}$$

A korongok köze 0·10 mm.

Összeállítva: márcz. 17.-én d. e. 12 órakor.

márcz. 17. d. u.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
5 ó 35 p	214,0	252,5	—	—	—	hőmérs. 6°
6 ó 00 "	14,0	52,8	0,0	0,0	0,0	megindítva
" 02 "	14,5	53,3	+0,25	+0,5	+0,25	
" 04 "	15,8	54,7	0,9	1,9	0,94	
" 07 "	18,1	57,1	2,05	4,3	2,13	
" 10 "	20,4	59,8	3,2	7,0	3,43	megállítva
" 15 "	20,4	59,9	3,2	7,1	3,46	
" 20 "	20,4	60,0	3,2	7,2	3,50	
" 25 "	20,4	60,0	3,2	7,2	3,50	
" 35 "	20,4	60,0	3,2	7,2	3,50	megindítva
" 37 "	22,0	61,8	4,0	9,0	4,38	
" 40 "	24,2	64,0	5,1	11,2	5,46	
" 42 "	25,8	65,8	5,9	13,0	6,16	
" 45 "	28,0	68,05	7,0	15,25	7,50	megállítva
" 50 "	28,0	68,25	7,0	15,45	7,54	
7 ó 00 "	28,0	68,5	7,0	15,7	7,65	
" 20 "	28,0	68,75	7,0	15,95	7,74	
" 40 "	28,0	68,85	7,0	16,05	7,77	
9 ó 10 "	28,0	68,85	7,0	16,05	7,77	

Mindenesetre nagyon meglepő a nagy különbség a 0·5 és 0·7%-os oldatok szilárdsága között, ezért utólag 0·6%-os oldatot próbáltam meg, de ennél az észlelésnél már a helyiség hőmérséklete 4—5 C° -kal magasabb volt, mint az előzőknél s így az adatok teljesen nem hasonlíthatók össze; de annyit mutatnak, a mire utal később a gelatinoldat abszolút erősségének vizsgálatánál nyert tapasztalat is, hogy az az időtartam, a mely

alatt az összeállítás után a szilárdság fellép, rohamosan fogy a concentratio növekedtével és a hőmérséklet csökkentésével. A három észlelés adatai, melyeket 48—48 órai időköz választ el, mutatják a belső surlódás növekedését s az utolsó már a megszilárdulást is. (IIIb. tábla, 1., 2., 3. görbe.)

Gelatinoldat, 0·6%-os.

A korong quarezfonálon függ, $t = 47^{\circ}5$.

$$\tau_{qu} = 0,008 \text{ c. g. s.}$$

Az oldat ápr. 13-án d. u. 7 $\frac{1}{2}$ -kor készült, gyenge felmelegítéssel.

Az összeállítás befejezve este 11 órakor.

A korongok köze 0·105 mm.

IIIb. tábla, 1. görbe.

ápr. 14. d. e.

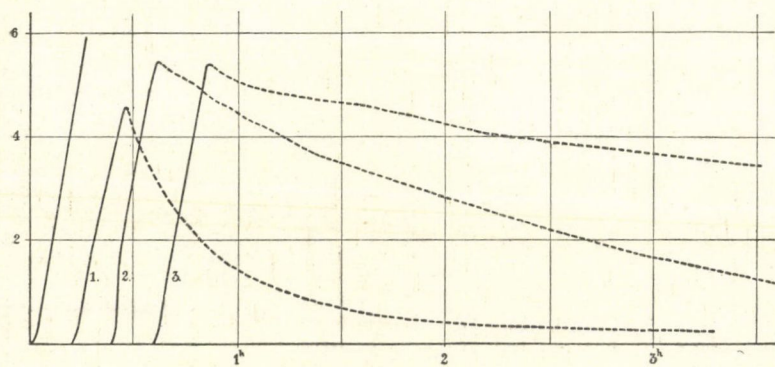
Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet	
	tükör						
9 h 10 m	223,0	243,55	—	—	—	hőmérs. 10,1°	
« 20 «	223,0	243,55	—	—	—		
« 30 «	223,0	243,55	0,0	0,0	0,00		megindítva
« 32 «	23,5	44,05	0,25	0,5	0,25		
« 34-25	25,3	45,9	1,15	2,4	1,20		
« 36 «	26,8	46,9	1,9	3,4	1,74		
« 38 «	28,2	48,0	2,6	4,5	2,33		
« 40 «	29,8	49,0	3,4	5,5	2,90		
« 42 «	31,3	50,0	4,15	6,5	3,46		
« 44 «	32,9	50,9	4,95	7,4	4,00		
« 46 «	34,9	51,8	5,95	8,3	4,58	megállítva	
« 48 «	34,9	50,9	—	7,4	4,25		
« 50 «	34,9	50,0	—	6,5	3,91		
« 55 «	34,9	48,0	—	4,5	3,17		
10 ó 00 p	34,9	46,55	—	3,0	2,61		
10 «	34,9	44,4	—	0,9	1,82		
23 «	34,9	42,9	—	—0,6	1,26		
45 «	34,9	41,55	—	—2,0	0,74		
11 ó 04 «	34,9	40,85	—	—2,7	0,48		
27 «	34,9	40,4	—	—3,1	0,33		
12 ó 30 »	34,9	40,55	—	—3,0	0,22		

Közben 24 óra múlva csavarva nem mutat lényeges változást; 2 napig állva hagyva:

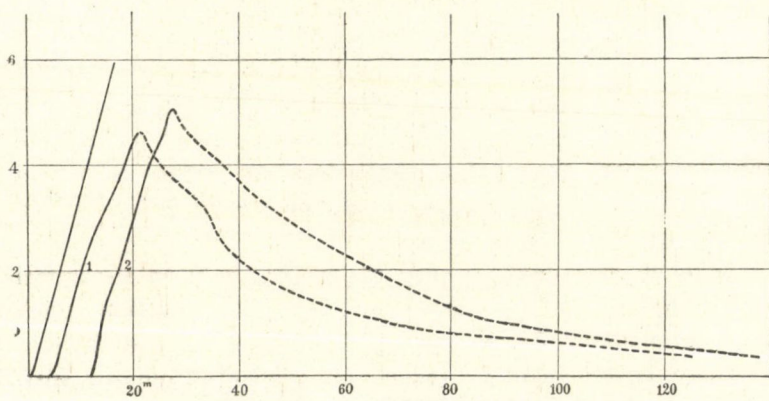
IIIb. tábla, 2. görbe.

ápr. 17. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
9 ó 00 p	246,4	246,4	—	—	—	hőmérs. 10,2°
« 08 «	246,4	246,4	—	—	—	
« 15 «	246,4	246,4	0,0	+0,0	0,00	megindítva
« 16 «	46,7	46,7	0,15	+0,3	0,15	
« 17 «	48,5	48,5	1,05	2,1	1,05	
« 20 «	50,1	50,05	1,85	3,8	1,85	
« 22 «	51,7	51,5	2,65	5,1	2,58	
« 24 «	53,2	53,0	3,4	6,6	3,34	
« 26 «	54,8	54,45	4,2	8,1	4,11	
« 28 «	56,4	56,0	5,0	9,6	4,83	
« 30 «	57,9	57,1	5,75	10,7	5,43	megállítva
« 32 «	57,9	56,9	—	10,5	5,35	
« 35 «	57,9	56,5	—	10,1	5,20	
« 40 «	57,9	55,95	—	9,6	5,02	
« 45 «	57,9	55,2	—	8,8	4,72	
« 50 «	57,9	54,8	—	8,4	4,57	
« 55 «	57,9	54,15	—	7,8	4,34	
10 ó 00 «	57,9	53,75	—	7,4	4,20	
« 15 «	57,9	52,4	—	6,0	3,67	
« 45 «	57,9	50,6	—	4,2	3,00	
11 ó 20 «	57,9	48,6	—	2,2	2,26	
« 46 «	57,9	47,3	—	0,9	1,77	
12 ó 28 «	57,9	45,7	—	-0,7	1,17	
d. u. 3 ó 35 «	57,9	42,0	—	-4,4	-0,21	



IIIb. tábla. 0.06-os gelatinoldat.



IV. tábla. 5%-os nádcukor és karameloldat.

Újabb 2 napi állás után:

IIIb. tábla, 3. görbe.

ápr. 19. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
8 ó 27 p	257,8	238,05	—	—	—	hőmérs. 10,2° megindítva
35 "	257,8	238,05	0,00	+0,0	0,00	
36 "	58,0	38,2	0,10	+0,15	0,08	
38 "	59,7	39,95	0,95	1,90	0,95	
40 "	61,2	41,4	1,70	3,35	1,68	
42 "	62,7	42,8	2,45	4,75	2,39	
44 "	64,3	44,3	3,25	6,25	3,15	
46 "	65,8	45,7	4,00	7,65	3,86	
48 "	67,4	47,15	4,80	9,10	4,60	
50 "	69,0	48,7	5,60	10,65	5,38	megállitva
52 "	69,0	48,5	—	10,45	5,31	
55 "	69,0	48,1	—	10,05	5,16	
9 ó 00 "	69,0	47,0	—	8,95	4,75	
32 "	69,0	46,7	—	8,65	4,64	
50 "	69,0	46,0	—	7,95	4,38	
10 ó 13 "	69,0	45,1	—	7,05	4,04	
50 "	69,0	44,3	—	6,25	3,74	
11 ó 30 "	69,0	43,4	—	5,35	3,41	
12 ó 22 "	69,0	42,2	—	4,00	2,99	
1 ó 05 "	69,0	41,6	—	—	—	

IV. Nádczukor- és karameloldat.

Az albumin- és a gelatinoldat e vékony rétegei szilárd-ságának első pillanatra az a magyarázata tolul eléink, hogy e vékony rétegben az oldatok sűrűsödése és ennek folytán a kolloidokat jellemző kocsonyásodás áll be s ez az oka a tapasztalt jelenségeknek.

Ez ellen szól ugyan a megvilágítás hatása és az elszakítási kísérlet, mindamelllett megvizsgálandó, hogy ily sűrítés (adsorptio), mely a kolloidoknál üvegen megtörténik, nem-e áll be itt is.

Hogy egyáltalában ily vékony rétegekben az oldatok sűrítése kimutatható-e, annak megvizsgálására a czukoroldat látszott legalkalmasabbnak, mert ennek sűrűdését optikai úton a polározás síkjának forgatásából igen jól lehet mérni a két korong között is.

Ezért 35%-os nádcukor-oldatot tettünk az edénybe és a folyadékreteget két nikolból és egy biquarczból álló analizáló között is vizsgáltuk. Az észlelés eredménye az, hogy állás után sem a polározás síkjának forgatása, tehát sűrűdés, sem biztosan megállapítható szilárdság nem mutatkozott.

IV. tábla, 1. görbe. *Nádcukoroldat, 35%-os.*

A korong quarczfonálon függ, $t = 50^{\circ}$.

$$\tau_{qu} = 0,008.$$

A korongok között fellépő esetleges koncentrációváltozás követésére nikol-biquarcz-nikol összeállítás szolgál.

A korongok köze 0·10 mm.‡

Összeállítás: ápr. 4. d. e.

ápr. 5. d. e.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
9 ó 50 p	212,1	290,6	—	—	—	hőmérs. 9,6° megindítva
10 ó 00 «	12,1	90,55	0,0	0,0	0,0	
« 03 «	13,8	92,1	+0,85	+1,6	+0,81	
« 05 «	15,3	93,6	1,60	3,1	1,56	
« 07 «	16,9	94,8	2,4	4,3	2,22	
« 09 «	18,4	95,8	3,15	5,3	2,79	
« 11 «	19,6	96,4	3,75	5,9	3,17	
« 13 «	21,1	97,2	4,50	6,7	3,67	
« 15 «	22,5	98,0	5,2	7,5	4,15	
« 17 «	24,0	98,7	5,95	8,2	4,67	megállítva
« 20 «	24,0	97,5	5,95	7,0	4,18	
« 30 «	24,0	94,5	5,95	+4,0	3,09	
11 ó 03 «	24,0	88,8	5,95	-1,7	1,04	
12 ó 02 «	24,0	86,9	5,95	-3,6	+0,35	

Összehasonlításként az égetett cukoroldatot is megvizsgáltam, mint a mely kolloid tulajdonságokkal bír a kristalloid nádcukorral szemben, de ez az oldat sem mutatott állás után biztosan megállapítható szilárdságot, mert az edény forgatásának megszüntetésével a belső korong majdnem teljesen visszavért eredeti helyzetébe. Igaz, hogy még 2 órával a megállítást követően is volt kis eltérés, de ennek a 35%-os oldatnak oly nagy a belső surlódása, hogy a korong mozgása majdnem aperiodikus.

IV. tábla, 2. görbe. *Karameloldat*, 35 %-os.A korong quarczfonálon függ, $t = 47^s5$

$$\tau_{qu} = 0,008.$$

Összeállítás: ápr. 6. este.

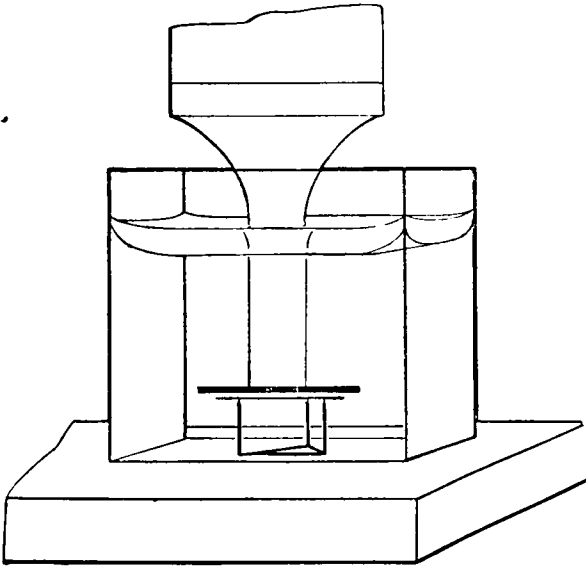
ápr. 9. d. u.

Idő	Külső	Belső	δk	$\delta \Delta$	δb	Jegyzet
	tükör					
5 ó 15 p	273,2	245,95	—	—	—	megindítva
« 30 «	73,2	45,95	0,0	0,0	0,0	
« 31 «	73,9	46,6	+0,35	+0,6	+0,31	
« 33 «	75,2	48,0	1,0	2,0	1,00	
« 35 «	77,0	49,8	1,9	3,8	1,89	
« 37 «	78,6	51,3	2,7	5,3	2,61	
« 39 «	80,0	52,5	3,4	6,5	3,28	megállítva
« 41 «	81,7	53,7	4,25	7,7	3,95	
« 43 «	83,0	54,6	4,9	8,6	4,34	
« 45 «	84,2	55,8	5,5	9,8	5,07	
« 47 «	84,2	54,95	5,5	9,0	4,78	
« 50 «	84,2	54,0	5,5	8,0	4,42	
6 ó 00 «	84,2	51,5	5,5	5,5	3,98	
« 26 «	84,2	47,0	5,5	+1,0	1,88	
« 43 «	84,2	45,0	5,5	-1,0	1,16	
7 ó 00 «	84,2	44,0	5,5	-2,0	0,80	
« 40 «	84,2	42,8	5,5	-3,2	+0,36	

V. A gelatinoldat abszolút erőssége.

Az a nagy torsio-szilárdság, melyet a 0·7%-os gelatinoldat mutatott, arra vezetett, hogy megkísértem ennek a szilárdságát más deformációnál is kimutatni. És pedig arra gondoltam, hogy a vékony gelatinrétegnek a megnyúlás ellen kifejtett rugalmas erejét vizsgálom meg. Úgy okoskodtam, hogy ha az ilyen két lemez között levő vékony rétegnek szilárdsága van, akkor az alsó lemezt kellő könnyűre készítve, annak a súlyát a réteg elbirja, úgy hogy a felső korong felemelésénél az alsó is követni fogja azt, mintha szilárdan összekötve volnának. Csak az alsó síklemez könnyűségéről kellett gondoskodni. Erre kínálkozott a csillám, melyet egy-két század milliméter vastagságban lehet szép simán hasítani s a mely a mellett kis fajsúlyú, úgy hogy az oldatban igen csekély a súlya. Ezzel meg lévén a lehetősége a kísérlet kivitelének, a következő módon állítottam azt össze. (3. ábra.)

A ZEISS-féle mikroszkop tubusához alul megszűkülő s merőleges körre leesztergált toldalékeső van csavarva, melynek alsó peremére 14 mm. átmérőjű, 0·15 mm. vastag köralakú mikroszkop-fedőlemez van ragasztva. Ily módon az üveglemez, a mikroszkop mikrométer-csavarjával, önmagával párhuzamosan igen finoman mozgatható s közelíthető az alatta elhelyezett igen vékony (0·015—0·02 mm.) s lehetőleg sík csillámlemezhez,



3. ábra.

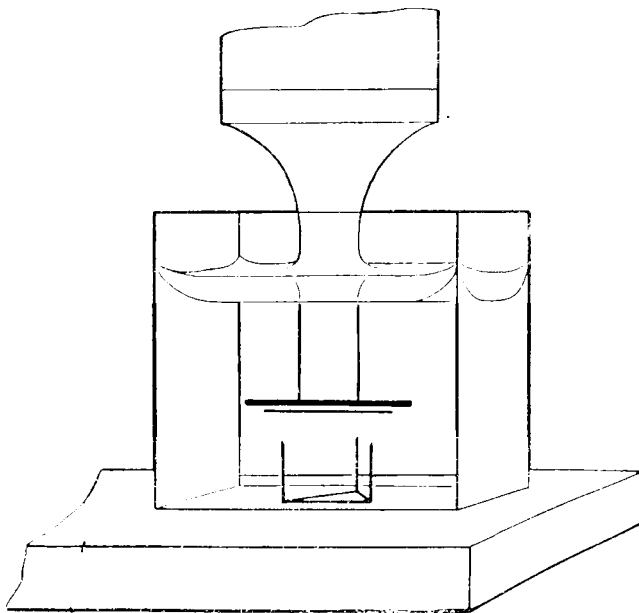
mely platinadrótból készült kis felfordított háromláb finom csúcsban végződő lábain nyugszik a vizsgálandó folyadékkal telt koczkaalakú kis LEYBOLD-edényben. Az oldat felett védő olajréteg van.

A LEYBOLD-edény állítható asztalkán van a mikroszkop asztalára téve s maga a mikroszkop is három csavaros állítható állványon van. Ily módon mind a két lemez külön állítható s némi fáradsággal el lehet érni azok párhuzamosságát.

A lemezek távolságát LETZ-féle leolvasó mikroskoppal mértem, mely állandóan a lemezekre volt beállítva s a leg-

kisebb tisztátlanságot is észrevehetővé tette az átvilágított rétegben. Az így összeállított eszközön a két lemezkét sikerült 0·06 mm-ig is közelíteni s azután az egész beállítást az egyenletes hőmérsékletű pinczében állni hagytuk.

Először 0·1%-os saponinoldatot vizsgáltunk ily módon, de négy napi állás után sem mutatott semmi eredményt, mert



4. ábra.

az üveglemez lassú emelésekor a 0·02 mm. vastag csillámlemezke a háromlábón nyugodva maradt.

A 0·5%-os gelatinoldat sem mutatott 1—2 napi állás után szilárdságot; hanem mikor újból összeállítva 4¹/₂ napig állni hagytuk, márczius 18-án reggel ³/₄9 órakor a felemelt üveglemez magával emelte a csillámlemezkét s délután 4 óráig, a mikor is szétszedtük, lebegve tartotta a folyadékban (4. ábra). A réteg vastagsága körülbelül 0·06 mm. volt, de a két lemez nem volt teljesen párhuzamos. A szétszedéskor meggyőződünk,

hogyan az oldat teljesen folyékony, sehol, a lemezeken sincs, kocsonyásodásnak nyoma.

Ebből a kísérletből valószínű, hogy a torsioeszközben a 0·5%-os gelatinoldat csak azért nem mutatott szilárdságot, mert nem hagytuk elég ideig nyugodni (csak 36 óráig állott legfeljebb).

Ezután 0·6%-os gelatinoldatot tettünk a kis edénybe, de biztosság kedvéért, nehogy a lemezek valahol összeérjenek, csak 0·12—0·13 mm-ig közelítettük azokat egymáshoz.

Már 14 órai állás után az üveglemez a felemeléskor magával viszi a csillámlemezkét, tehát az oldatnak van megterhelés ellen szilárdsága. Az oldat teljesen átlátszó, kocsonyásodásnak nyoma sincs.

A felemelt csillámlemez ebben a helyzetben marad 6 napig, közben a harmadik napon az oldat az olaj alatt levő rétegtől kezdve lassan szürkülni kezd. Ez a szürkülés folytonosan halad és a hatodik napon az üveglemezig terjed, a réteg azonban még ekkor is teljesen átlátszó. Ekkor az egészet szétszedve, az oldat kocsonyásodást nem mutat, teljesen folyékony, a lemezek teljesen tiszták.

Az a tény, hogy a 0·5%-os oldatnak 4½ napi, a 0·6%-osnak pedig csak 14 órai állásra volt szüksége a megszilárduláshoz, mutatja, hogy ez az időtartam a concentratio növekedésével mily rohamosan fogy; de természetesen várhatjuk, hogy a hőmérsékletnek szintén hasonló befolyása van, mint azt a kristályosodásnál is tapasztaljuk. Erre utalt az is, hogy a torsioeszközben a 0·6%-os oldat 2 napi állás után sem mutatott szilárdságot, csak a belső surlódás növekedését; azért megpróbáltam a 0·6%-os oldat abszolút erősségét az olvadó jég hőmérsékletén megvizsgálni.

Erre a célra 0·012 mm-es csillámlemezt vettünk, hogy kisebb megterheléssel még gyorsabban észlelhessük a megszilárdulást és az edénykét olvadó jéggel vettük körül. Előzetesen meggyőződünk, hogy az oldat olvadó jégben két napi állásnál is megtartotta folyékonyágát.

Az összeállítás után 2 óra múlva felemelve az üveglemezt, az magával emelte a csillámlemezkét, tehát a megszilárdulás már megkezdődött. Egy félóra múlva még változat-

lanul tartotta a lemezkét s csak reggel — miután éjjel 10 C°-ig emelkedett a hőmérséklet — találtuk ismét a háromlábura leesve.

Ebből világos, hogy a torsioeszközben a 0·5 és 0·6%-cs oldatok meg nem szilárdulásának oka első esetben az időtartam rövidege, a másodikban pedig a hőmérséklet emelkedése 10 C°-ra.

Ezekből a kísérletekből a gelatinoldat abszolút erősségének alsó határát számíthatjuk ki. Ha a csillám sűrűségét 2,7-nek vesszük, az oldatét közel 1-nek vehetjük s így miután a lemez vastagsága 0·02 mm., az 1 mm²-re eső megterhelés 0·034 milligramm súlyával egyenlő, tehát a gelatinoldat abszolút erőssége

$$e_g > 0\ 034 \text{ mgs/mm}^2.$$

Ha az aczél abszolút erősségét 10⁸ mgs/mm²-nek vesszük, úgy azt mondhatjuk, hogy a 0·5—0·6%-os gelatinoldat erőssége pár napi állás után legalább is három milliárdnyi része az aczél abszolút erősségének.

Ezt az eljárást némi változtatással a folyadékréteg abszolút erősségének pontos mérésére is lehet alkalmazni; például a lemezkét mérhető mágneses erők hatásának kell alávetni.

Összefoglalás.

Áttekintve a folyadékok szilárdságára vonatkozó eddigi vizsgálataimat, melyeket csak előzetes tájékoztatóknak tekinthetek, azok eredményei a következőkben foglalhatók össze.

1. A folyadékok belsejében két üvegorong között levő folyadékréteg a csavarás ellen általában a legtöbb folyadéknál oly kis erőt fejt ki, melynek momentuma sokkal kisebb 0·02 c. g. s.-nél s így a legtöbb folyadék torsiomodulusa kisebb 6×15^{-5} c. g. s.-nél; úgy hogy még 0·1 mm. réteg-vastagságnál és 4—8 C°-on is teljes joggal feltételezhetjük a fluiditást nemcsak friss, de egy-két napig állott folyadéknál is.

2. Az albumin és gelatin oly hig vizes oldatai, melyek szemmel láthatólag még teljesen folyékonyak, nyugodt állás után 0·1 mm. rétegvastagságban és 4—8 C° hőmérsékleten már úgy a csavarás, mint a nyújtás ellenében rugalmas erőt fejtenek ki.

A csavarási szög arányos a forgató momentummal. Visszacsavaráskor előáll az eredeti egyensúlyi helyzet. Az albumin csavarási együtthatója hosszabb állás után csak $2,6 \cdot 10^{-4}$ c. g. s., tehát az aczélénak még mindig csak egy négyezerbilliomod része. A gelatinréteg abszolút erőssége pedig legalább egy három-ezermilliárdnyi része az aczélénak.

3. A 0·04%-os állott albuminoldat 0·0014 c. g. s. forgató nyomatéknál elszakadt, úgyszintén elszakadt a 0·02%-os oldat a $\frac{3}{4}$ m. távolságra elhelyezett 16 gyertyás izzólámpa sugárzására.

4. A folyadék rétegek az eddigi optikai vizsgálatnál (polározás, áttetszőség) semmi észrevehető változást sem mutatnak.

5. Ugyanaz az albuminoldat, mely előbb 0·1 mm. vastagságban 24 óra alatt megszilárdult, 0·25 mm. réteg, vastagságnál már nem mutat 2 napi állás után sem észrevehető szilárdságot.

6. A 0·5, 0·6 és 0·71%-os gelatinoldatokkal végzett csavarási és megterhelési kísérletek mutatják, hogy az az időtartam, melynek eltelével a folyadék szilárdságot mutat, a töménységgel rohamosan fogy és növekszik a hőmérséklet emelkedésével. Ezért további vizsgálatoknál nem elegendő a híg oldatokat csak 24 órai állás után megvizsgálni, de több napon át kell állani hagyni s csak akkor várható biztos eredmény.

Ha ez eredmények alapján a tapasztalt jelenségek magyarázatára gondolunk, akkor önként adódik az a feltevés, hogy a vékony folyadék rétegben a molekuláris erők hatása alatt olyanféle szerkezeti változás következik be, mint a minőt a kolloidos kocsonyásodásnak magyarázatára már GRAHAM feltételezett, vagy pedig a kristályosodás folyamatának első phasisaira gondolhatunk. Valami finom hálózatos szerkezet alakulhat, mely a nyugodt állás közben a molekuláris erők hatására keletkezik s a mely az idő folyamán erősödik s a melynek következtében a folyadéknak eleinte a belső surlódása növekszik, mint az a 0·6%-os gelatinoldatnál jól látható, azután a szilárd testéhez hasonló rugalmas tulajdonságokat vesz fel.

A 0·02%-os albuminoldat mutatja, hogy a fejlődés bizonyos fokán a rétegnek ez a szerkezete az izzólámpa sugárzása iránt is érzékeny, úgy hogy már e sugárzás energiája elegendő a molekuláris elrendezkedés megbontására.

Hogy milyen ez a szerkezeti változás, arra nézve további kísérletek lesznek hivatva felvilágosítást adni; elsősorban abból a szempontból, hogy vajjon csak kolloid anyagok mutatják-e ezt a szilárdságot, vagy kristalloidok is, s melyek mily körülmények között és pedig különösen a rétegvastagság, hőmérséklet és nyomás változásánál. Kiválóan érdekesnek tartom a TAMMANN-féle szilárd test theoria szempontjából megvizsgálni azt is, hogy a túlhűtésnél hogy változik a folyadékok szilárdsága a folyadékból a szilárd hallmazállapotba való — TAMMANN szerint — folytonos átmenetnél.

Mind e kutatásokra azonban először is az eszközt kell megfelelően átalakítani, hogy biztos választ nyerhessünk az elénk toduló kérdésekre.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 április 19.-én tartott üléséből.)

A BRÓM ÉS HANGYASAV EGYMÁSRA HATÁSÁNAK MECHANISMUSA VIZES OLDATBAN.¹

BOGNÁR GUSZTÁV-tól.

Bevezetés.

A bróm hatásáról hangyasavra csupán egy közleményt² sikerült találnom, de itt a szín bróm hatott kristályos, 0° alá hűtött hangyasavra, kevés széndisulfid jelenlétében. HELL és MÜHLHAUSER észlelése szerint ekkor egy rendkívül bomlékony additív termék keletkezik, mely már hidegen is széndioxydra és hydrogenbromidra esik szét.

Vizes oldatban — tudomásom szerint — a reactiót még nem tanulmányozták s azért első kísérleteim a chemiai reactio-egyenlet felállítására irányultak.

A reactio-egyenlet megállapítása.

Hogy a bróm hatása hangyasavra vizes oldatban miben áll: oxydatióban-e, avagy substitutióban, azt a reactiotermékek vizsgálata dönti el.

Ha a brómhydrogen mennyisége *quantitative* megadja a brómnak eleve lemért mennyiségét, akkor a reactio folyamán brómsubstitúció termékek nem képződnek.

Ennek eldöntése végett a reactio befejeztével meghatá-

¹ Készült a m. kir. állatorvosi főiskola chemiai intézetében.

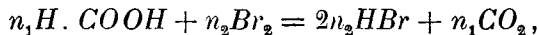
² HELL und MÜHLHAUSER: Berichte der deutschen chem. Gesellschaft 11., 245.

rozta a bróm-ion koncentrációt (VOLHARD szerint), de tekintetbe vettem természetesen a brómnak csekély, még át nem alakult mennyiségét is.

Az ily módon végzett mérések eredményét tünteti föl a következő I. táblázat:

Kísérlet száma	A bróm és hangyasav kezdet conc.-ja mol. per liter	Az előre lemerített bróm mennyiségéből átalakult %-ban	A Volhard-féle titráláshoz lemerített r. elegy térfogata cm ³ -ekben	A Volhard-féle titrálásnál elfogyasztott 0.02 n. AgNO ₃ oldat cm ³ száma	Talált Br ⁻ -ion conc. mol. per liter	A bróm kezdet conc.-jából számított Br ⁻ -ion conc.
I. táblázat.						
I.	0.02953	98.5	20.00	58.26	0.05826*	0.05906
II.	0.01470	100.0	25.00	35.20	0.02816	0.02940
III.	0.01343	100.0	25.00	32.48	0.02598	0.02686
IV.	0.00879	98.5	25.00	22.18	0.01738**	0.01758

Az eredmény tehát az, hogy brómszubsztitúciós termékek *nem* keletkeznek és a bróm teljesen átalakul a következő egyenlet értelmében:



hol n_1 a hangyasav, n_2 pedig a bróm molekulaszáma még ismeretlen és így meghatározandó.

Az eljárás, melyet a másik reactiótermék, a széndioxyd quantitativ meghatározására felhasználtam, abban állt, hogy a fejlődött széndioxydot időnkint átengedtem egy ismert koncentrációjú baryt-vizet tartalmazó, absorbeáló edénybe. Azonkívül a reactio végén, széndioxydtól kellően mentesített levegő átáramoltatásával, még felfogtam az oldatból és a felette levő térből a mechanikailag kiűzhető széndioxydot is. A reactio-

A * jelölte adatot úgy kaptam (I. kísérlet), hogy a VOLHARD-féle titrálás előtt az 1.5% szabad bróm ionizálására kénssav kiszámított mennyiségét adtam az oldathoz. A IV. kísérlet ** adatát az elhasznált ezüstnitrát mennyiségéből közvetlenül nyertem, csak az 1.5% bróm által fogyasztott Ag-ion mennyiségét kellett figyelembe vennem. — A brómos vizet mindig pipettáztam és így állandó hibával dolgoztam.

elegyben még oldva maradt széndioxyd mennyiségét pedig külön meghatároztam.

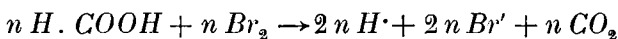
A reactio-egyenlet pontos felállítására vonatkozó mérések kiterjeszkedtek tehát: 1. a még át nem alakult (Br_2 állapotú) szabad bróm; 2. a bróm-ion concentratiójának s végül 3. az összes aciditas meghatározására. Az összes aciditást természetesen a hydrogenbromid és széndioxyd összege képezi, míg a HBr concentratiójának értékét a VOLHARD-féle titrálás szolgáltatja. A széndioxyd concentratióját, az előbbieik szerint, a közvetlenül felfogott és a reactio-elegyben oldva maradt részletek összege adja meg.

Két ilyen teljes kísérletem eredményét röviden közlöm a II. táblázatban:

Kezdet concentr. mol. per lit. Br_2 $H.COOH$ æquimolós	A brómból átalakult %-ban	Talált Br' -ion conc., Volhard szerint	Számított Br' -ion conc. mol. per lit. (a II. rovat alajján)	Közvet- lenül felfogott CO_2	Reactio- elegyben oldva ma- radt CO_2	Talált összes CO_2 mennyi- sége	Eltérés a talált HBr conc.-já- tól %-ban (III. rov.)
II. táblázat.							
0-1000 0-05813	99-4 99-6	0-1939 0-1129	0-1988 0-1159	0-1541 0-0994	0-0327 0-0113	0-1868 0-1107	3-5 2-0

A közölt adatok tanúsága szerint tehát a brómhydrogen és széndioxyd æquivalens mennyiségben képződik.

Tekintetbe véve, hogy itt különböző módszerek szerepelnek (jodometria, VOLHARD-féle halogenmeghatározás, savmérés) és a gázalakú termék concentratióját csak több mérés szolgáltatja, minden chemiai művelettel pedig elkerülhetetlen hiba is jár, a meggyezés a tábla utolsó két rovatában tűrhető és így a reactio-egyenletet kifejezi:



egyirányú változás.

Hátra van még, hogy az n értékét, a molekula-számot meghatározzuk.

A molekula-számnak (a reactio rendjének) megállapítása.

Az e célból eszközölt és alább közölt összes méréseimet 25° C ($\pm 0.04^\circ$) hőmérsékleten végeztem.

Thermostatul egy kb. 14 liter vizet tartalmazó s elektromos motor által állandó és egyenletes mozgásba hozható kavarákészülékkel ellátott, OSTWALD-féle thermoregulatorral felszerelt edény állott rendelkezésemre.

Ha felteszszük azt a legegyszerűbb esetet, hogy $n = 1$, akkor a chemiai kinetika idevágó törvényei szerint, *zavaró hatásoktól mentes reactionál*, a változás időbeli lefolyását

$$\frac{k}{2} \cdot (t - t_0) = \frac{T_0 - T}{T_0 \cdot T}$$

egyenlet segélyével fejezhetjük ki, hol k a *bimolekulás* reactio sebességi állandója s T_0 jelenti az első titrálás időpontjához (t_0), T a folyó t időhöz tartozó brómconcentrátiót normal-tartalom által kifejezve.

Az æquimolos kezdeti concentrációra vonatkozó ezen egyenlet alapján kiszámítottam két kísérletben a sebességi állandóval arányos kifejezés értékét, mint az a következő III. és IV. táblázat negyedik függélyes sorában látható. Az ötödik oszlopban a *trimolekulás* reactio sebességi állandójával

$$k = \frac{1}{t - t_0} \cdot \frac{T_0^2 - T^2}{T_0^2 T^2}$$

arányos kifejezés értékei vannak közölve.

$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	9.83 cm ³ reactio-elegyre elfogyasztott 0.02092 n. thiosulfat-old. cm ³ szám	T a bróm con- centr. normal tartalom által kifejezve	$k = \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{T_0-T}{T_0 T}$	$\frac{k}{2} = \frac{1}{2(t-t_0)} \cdot \frac{T_0^2 - T^2}{T_0^2 T^2}$
---	---	--	---	--

III. táblázat.

Kezdet concentratio : mol. per liter $Br_2=0.02$		H.COOH=0.02			Hőmérsék: 25° C.
Hatás előtt	18.79	0.0400	—	—	—
0	7.01	149	—	—	—
3	5.44	116	6.37	488	—
8'20"	4.14	0.0088	5.57	505	—
15'20"	3.22	69	4.99	538	—
20'20"	2.76	59	5.05	596	—
30'20"	2.21	0.0047	4.79	657	—

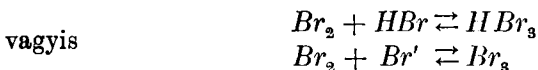
IV. táblázat.

Kezdet concentratio : mol. per liter $Br_2=0.01$		H.COOH=0.01			Hőmérsék: 25° C.
Hatás előtt	9.40	0.0200	—	—	—
0	5.44	116	—	—	—
2	3.93	0.0084	16.4	1690	—
5	3.00	64	14.0	1700	—
10	2.26	48	12.2	1800	—
21	1.50	0.0032	10.8	2150	—

Ezen adatok bizonyítják, hogy sem a *bi-*, sem a *trimolekulás* typus szerint számított *k* értékek *nem* állandók, a minék oka vagy *n* helytelenül választott értékeiben rejlik, vagy pedig valamilyen zavaró hatásban keresendő.

A míg az előbbi föltevés nem látszott valószínűnek, addig a zavaró befolyásra vonatkozólag ROLOFF,¹ JAKOWKIN² és BUGARSZKY³ vizsgálatai alapján okom volt föltenni, hogy az egyik reactio-termék, a hydrogenbromid okozza.

Az említett búvárok vizsgálatai szerint a bróm és bróm-hydrogen vizes oldatában a következő egyensúly áll fenn:



¹ M. ROLOFF: Zeitschr. f. physik. Chemie 13, 341 (1894).

² U. o. 20. 19 (1896).

³ Math. és Természett. Értesítő XIX. 128 (1901) és XX. 412 (1902).

a melynél fogva a bróm egy része inaktiváltatik. A brómnak ez az inaktiválódása a koncentrációktól függ, a mennyiben a baloldali tagok nagyobb koncentrációja esetén a felső nyíl irányában tolódik el az egyensúly. A III. és IV. táblázatban levő kísérletekben a concentratio viszonyok olyanok voltak, hogy ott ez a zavaró hatás csak 7, illetve 10%-nyira érvényesülhetett,¹ mert a brómnak activ, Br_2 állapotban levő része mintegy 93, illetve 90%-át tette ki az összes brómmennyiségnek.

Ezért oly kísérleteket is végeztem, a melyekben majdnem egészen teljesült az a föltétel, hogy a hydrogentribromid dissociációja révén az összes bróm activ állapotban legyen.

E kísérleteim az V. és VI. táblázatban találhatók meg. Az egyik esetben a reactio-elegy összes térfogata 200 cm^3 , a másikban 500 cm^3 volt.

$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	28.96 cm ³ r. elegyre el- fogyasztott 0.02103 n. thiosulfat-old. cm ³ száma	T a bromtiter n. tartalom által kifejezve	$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{T_0 - T}{t - t_0} \cdot \frac{T_0}{T}$	$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(t - t_0)^2} \cdot \frac{T_0^2 - T^2}{T_0^2 T^2}$
V. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2 = 0.004666$			Hőmérsék: 25° C $H.COOH = 0.004666$	
Hatás előtt	12.85	0.00933	—	—
0	7.80	567	—	—
6	3.83	291	27.88	7240
10	3.03	220	27.82	8780
15	2.43	176	26.12	9720
25	1.77	0.00128	24.20	11600
VI. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2 = 0.002105$			Hőmérsék: 25° C $H.COOH = 0.002105$	
Hatás előtt	10.29	0.00421	—	—
0	6.09	249	—	—
6	3.11	127	64.30	38200
14	2.12	0.00086	54.37	42500
20	1.74	71	50.34	45600
25	1.50	61	49.51	50500
30	1.33	0.00054	48.34	54500

¹ BUGARSZKY ISTVÁN: A bróm hatásáról acetaldehydre vizes oldatban. L. c. XX. 413.

A *hydrogentribromid* képződésében rejlő zavaró befolyás bár itt többé már nem szerepel, állandó értékeket mégsem nyertem. Ennélfogva más zavaró oknak is kell itt jelen lennie. Ennek fejtegetésére a következőkben még visszatérek.

Mindenekelőtt a zavaró hatásoktól kísért reakciók molekula-számának meghatározására vonatkozó módszerekkel végzett kísérleteimet ismertetem.

VAN'T HOFF¹ módszere a reactio kezdő phasisának megfigyelésére van alapítva, mikor a zavart okozó új reactiotermékek concentrációja még kicsi. A molekula-számot a különböző kezdetconcentratióknál fellépő *kezdetsebességekből* számíthatjuk.

A következő VII. táblázatban levő két kísérlettel akartam a bróm molekula-számát VAN'T HOFF módszerével meghatározni :

Kisérlet száma	$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő másod- percekben	20-12 cm ³ reactio-elegyre el- fogyasztott kb. 0.02 n. thiosulfat old. cm ³	Az önkényes időegység- ben = 20'' átalakult bróm mennyisége %-ban
VII. táblázat. Hőmérsék: 25° C			
I	Kezdet concentratio : mol. per liter $Br_2 = 0.002$		$H.COOH = 0.05$
	Hatás előtt	4.14	29%
	0	0.45	
60	0.05		
II	Kezdet concentratio : mol. per liter $Br_2 = 0.005$		$H.COOH = 0.05$
	Hatás előtt	5.18	65%
	0	1.10	
20	0.39		

A reactio oly gyors, hogy egyáltalán nem mérhető s az a különbség, mely a két kísérletben a t_0 időpont értékei közt, a kísérleti hibák folytán, a kezdetállapotban fellép, okozza, hogy a tömeghatás törvénye látszólag nem érvényesül, mert míg az önkényes időegységben ($t_0 + 20''$), tízszeres hangyasav con-

¹ Études de dynamique chimique, 107 (1884).

concentratio esetén a brómból 65%, addig huszonötszörös hangyasav concentratio alkalmazása mellett csak 29% alakulna át.

A kezdeti phasis megfigyelése, azaz a kezdetsebesség megállapítása, tehát itt egyszerűen lehetetlen.

OSTWALD izolálási módszerének alkalmazásánál arra kell törekedni, hogy csak *egy* anyag szenvedjen változást, a mit az által érhetünk el, hogy a chemiai hatásban résztvevő egyik anyag concentratióját oly magasnak választjuk, hogy a másik anyag teljes átalakulása után is, az első anyag concentratiójában beálló változás elhanyagolható kicsiségű legyen. Ekkor a legegyszerűbb esettel állunk szemben, egy anyag átalakulásának a rendjét vizsgáljuk

$$-\frac{dc}{dt} = k \cdot c^n$$

differentiálegyenlet segélyével, mert ha a változás időbeli lefolyására jellemző ezen egyenletben n -nek 1, 2 stb. értéket tulajdonítunk s az integrálást elvégezzük, a megfelelő k értékeinek állandósága eldönti a reactio rendjét.

A következő VIII. táblázatba foglalt három kísérlet közül az 1. és 2. számú a bróm, a 2. és 3. számú pedig a hangyasav molekula-számának meghatározására vonatkozik.

Kiszámítottam a sebességi állandóval arányos kifejezést $n=1$ önkéntes feltevés alapján.

Kísérlet száma	$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyott idő másod- percekben	A reactio-elegy 50.00 cm ³ -ére elfogyasztott kb. 0.02 n. thiosulfat old. cm ³ száma	$k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{C_0}{C} *$
Hőmérsék: 25° C		VIII. táblázat.	Reactio-elegy összes térfogata: 500 cm ³
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2=0.001$		$H.CO_2H=0.01$	
1.	Hatás előtt	5.14	—
	0	2.05	—
	60	0.60	0.0088
	120	0.26*	0.0075
			} 0.0081
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2=0.0005$		$H.CO_2H=0.01$	
2.	Hatás előtt	2.57	—
	0	1.13	—
	45	0.32*	0.0122
	90	0.08	0.0127
			} 0.0124
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2=0.0005$		$H.CO_2H=0.005$	
3.	Hatás előtt	2.59	—
	0	1.46	—
	60	0.50	0.0071
	120	0.23*	0.0067
			} 0.0069

A csillaggal jelölt értékeket úgy kaptam, hogy az első két titrálást elvégezve, a visszamaradt 400 cm³ reactio-elegyhez öntöttem a kaliumjodid oldatát és az elhasznált thiosulfatoldat térfogatát 50.00 cm³ reactio-elegyre redukáltam.

A reactio oly gyors még mindig, hogy csak durva, pontatlan mérés lehetséges. Mindamellet a tömeghatás törvényének érvényességét igazolják e kísérletek, mert kétakkora hangyasav concentratio mellett a bróm átalakulása is nagyjából kétakkora. (2., 3.)

E pontatlan mérések alapján legfeljebb csak sejteni lehet, hogy a reactio bimolekulás, a miért más, pontosabb módszerről kellett gondoskodnom a kérdés szabatos eldöntése czéljából.

* Briggs-féle logaritmus.

A bróm és aethylalkohol egymásra hatásának sebességéről szóló dolgozatában BUGARSZKY egy fogást közöl, melylyel a napokig, sőt hetekig tartó reactiót pár óra leforgása alatt volt képes teljesen lefolytatni. Az általa tanulmányozott reactióban az átalakulás sebességét a hydrogenbromidnek brómot inaktíváló befolyása csökkentette le és ezért apró részletekben kalilúggal közönbösítvén azt, elérte, hogy a reactio mérhető időben teljesen lefolyt.

Nálam fordítva állt a dolog s ezért a reactio lassításáról kellett gondoskodnom. Erre hydrogenbromidot használtam, úgy hogy zavaró hatása állandó maradjon az OSTWALD elvén alapuló kísérletek alatt.

Két mérés-sorozatot végeztem (összesen 8 kísérlet). Az adatok a IX.—XIV.-ig terjedő táblázatokban találhatóak meg. A reactio-elegy térfogata mindig 500 cm³ volt; a thiosulfat-oldat a IX., X. és XI. tábla 1. számú kísérletben 0·02121, a többiben 0·01933 normalitású volt.

Az első mérés-sorozat adatai a következő IX., X. és XI. táblázatban vannak egybeállítva:

Kísérlet száma	$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	A reactio-elegy 51·37 cm ³ -ére elfogyasztott kb. 0·02 n. thiosulfat-oldat cm ³ száma	$k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{C_0}{C} *$
Hőmérsék: 25° C.			
IX. táblázat.			
Kezdeti concentratio: mol. per liter			
$Br_2=0\cdot001$		$H\cdot COOH=0\cdot01$	$HBr=0\cdot02$
I.	Hatás előtt	4·23	—
	0	3·91	—
	1'10"	3·24	0·0698
	3'10"	2·46	0·0637
	10'10"	0·78	0·0688
közéérték: 0·0674			
II.	Hatás előtt	5·15	—
	0	4·38	—
	2	3·22	0·0668
	4	2·32	0·0689
	6	1·72	0·0676
	8	1·28	0·0668
	10	0·95	0·0664
közéérték: 0·0667			

* Briggs-féle logarithmus.

$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	50.00 cm ³ r. elegyre elfogyasztott 0.02121 n. thiosulfat oldat cm ³ száma	$k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{C_0}{C} *$
Hőmérsék: X. táblázat. 25° C.		
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2=0.0005$ $H.COOH=0.01$ $HBr=0.01$		
Hatás előtt	2.09	—
0	1.57	—
2	0.87	0.128
5	0.35	0.130
közéérték: 0.129		

Kisér- let száma	$t-t_0$ az első titrálás óta le- folyt idő percekben	51.37 cm ³ reactio- elegyre elfogyasztott kb. 0.02 n. thiosulfat oldat cm ³ száma	$k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{C_0}{C} *$
Hőmérséklet: 25° C			
XI. táblázat.			
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2 = 0.0005$ $H.COOH = 0.005$ $HBr = 0.01$			
I	Hatás előtt	2.43	—
	0	1.97	—
	2	1.48	0.0625
	7	0.69	0.0653
	9'15"	0.52	0.0622
	11	0.41	0.0619
	14'40"	0.26	0.0604
közéérték: 0.0625			
II	Hatás előtt	2.57	—
	0	2.30	—
	2	1.68	0.0682
	3'30"	1.30	0.0707
	5	1.08	0.0656
	6'30"	0.84	0.0673
	8'30"	0.64	0.0653
10	0.49	0.0671	
közéérték: 0.0673			

* Briggs-féle logarithmus.

$t-t_0$ az első titrálás óta le- folyt idő percekben	51·37 cm ³ reactio-elegyre elfogyasztott 0·01993 n. thiosulfat-oldat cm ³ száma	$k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{C_0}{C} *$
Hőmérsék: 25° C		
XII. táblázat.		
Kezdet concentratio: mol. per liter		
$Br_2=0\cdot002$	$H\cdot COOH=0\cdot02$	$HBr=0\cdot02$
Hatás előtt	10·31	—
0	7·18	—
3	3·16	0·119
5	1·89	0·116
7	1·10	0·116
9	0·70	0·112
11	0·46	0·109
középérték: 0·114		
Hőmérsék: 25° C		
XIII. táblázat.		
Kezdet concentratio: mol. per liter		
$Br_2=0\cdot001$	$H\cdot COOH=0\cdot02$	$HBr=0\cdot01$
Hatás előtt	5·15	—
0	2·67	—
2	0·86	0·246
4	0·34	0·223
5	0·15	0·250
6	0·10	0·238
középérték: 0·239		
Hőmérsék: 25° C		
XIV. táblázat.		
Kezdet concentratio: mol. per liter		
$Br_2=0\cdot001$	$H\cdot COOH=0\cdot01$	$HBr=0\cdot01$
Hatás előtt	5·15	—
0	3·52	—
2	2·02	0·121
4	1·16	0·121
5'30"	0·84	0·113
7'30"	0·50	0·112
9	0·30	0·119
középérték: 0·117		

* Briggs-féle logarithmus.

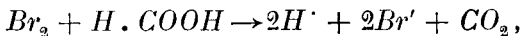
Ha a IX. és XI. táblázat k -ra vonatkozó adatainak középértékét = 0·0660 megkétszerezzük, a kétszeres hangyasav-concentrációnak megfelelő sebességi állandót nyerjük = 0·132, a melylyel a talált érték (X. tábla) 0·129 nagyon jó összhangzásban van.

A IX., X. tábla a bróm, a X. és XI. pedig a hangyasav *egységnyi* molekulaszámát bizonyítja.

Hogy a reactio tényleg *bimolekulás*, ezt megerősíti a második mérési sorozat (XII., XIII., XIV. tábla).

A XII. és XIV. táblázat k -ra vonatkozó középértékének kétszerese 0·230; ezzel a tényleg talált érték 0·239 (XIII. tábla) tűrhető megegyezést tanusít.

Ezek alapján a reactio rendje ismeretes és így felírhatjuk, hogy:



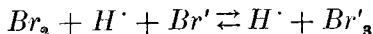
vagyis egy molekula bróm egy molekula hangyasavval lép hatásba.

Minthogy a VI. táblázat adatai szerint a reactio még aránylag nagy higitásnál sem folyik le a bimolekulás típus szerint, a zavaró hatás ismerete nélkül, k -nak, a sebességi állandónak *valódi*, tehát *absolut* értéke nem határozható meg.

A zavaró hatások elmélete.

Nyilvánvaló, hogy két zavaró befolyás szerepelhet a tanulmányozott reactionál.

Közepes concentratio viszonyok mellett itt is föllép a hydrogenbromid zavaró befolyása, a mint azt említett értekezéseiben BUGARSKY¹ quantitative megállapította. Ugyanis a



megfordítható reactio értelmében a bróm egy része inactiv állapotba jut s ezért nem az *összes* bróm, hanem annak csak *activ*, hydrogenbromiddal nem egyesült része hat.

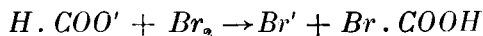
¹ L. c.

Azt találtam, hogy oly nagy hígításoknál, melyeknél a hydrogentribromid már nem zavarhat, azért mégis szerepel egy complicatiót előidéző ok, mely a következő megfontolások alapján volna megmagyarázható:

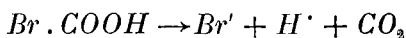
Az elektrolytes dissociatio elmélet szerint vizes hangyasavas oldatban a következő egyensúly-állapotot kell feltételeznünk:



Ennélfogva feltehető, hogy a bróm tulajdonképen a hangyasavas oldatban levő formiat-ionra, $HCOO'$ -ra hat:

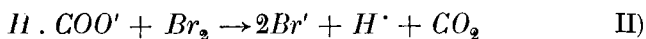


a mikor első phasisként egy rendkívül kevésbé állandó közbülső reakciótermék, valószínűleg *monobrómhangesav* keletkezik, mely végtelen nagy sebességgel, tehát gyakorlatilag pillanatszerűleg szétesik a:



reactioegyenlet értelmében.

Mindezek alapján a bróm és hangyasav közti reactio, a két szakaszt egy egyenletben egyesítve, így írható fel:



De ezen II) egyenlet szerint, a H' ion concentrációjának az időben, a reactio előrehaladásával növekednie kell, a mi azonban csak részben következik be, mert ez a hangyasav dissociációjára vonatkozó, I) egyenlettel kifejezett egyensúlyt



változás felső nyila értelmében tolja el.

Ez által nem dissociált hangyasav keletkezik, a melyre — a hypothesis szerint — már nem hat a bróm, vagyis ennek folytán az *actív hangyasavnak*, a formiat-anionnak *concen-*

tratiója csökken, tehát a reactio *meglással*, a mint ezt tapasztaltam is.

Ezen hypothesis szerint nagyobb higitásoknál csak a formiat-anion concentratiójának oly értelmű csökkenése idézi elő a zavaró hatást, mely nem a brómra, hanem a hydrogenbromid H^+ ionjára vezetendő vissza.

Csupán a reactiók coëxistálásának, vagy a physikában *superpositio* néven ismert elvnek figyelembe vételével oldható meg az a probléma, hogy mekkora a formiat-ionnak a bróm hatása folytán való eltűnésének sebessége.

A molekula-szám meghatározásánál is az eleve hozzátett hydrogenbromid nem csupán hydrogentribromidot képző befolyásával lassította meg és tette mérhetővé a reactiót, hanem H^+ ionjainak ama hatásával, melylyel azok a *gyenge hangyasav dissociatio fokát visszanyomták*. Így kell tehát más, jól dissociáló savnak is viselkednie.

A két zavaró hatás figyelembevétele mellett a következő differentiálegyenletnek kell érvényesnek lennie:

$$-\frac{dT}{dt} = kc c',$$

vagyis a hangyasav és a bróm egymásra hatásánál az átalakulás sebessége *nem* az összes brómnak és az összes hangyasavnak, hanem az *activ brómnak* (c') és az *activ hangyasavnak* (c) concentratiójától függ.

Mint már hivatkoztam rá, az *activ bróm* concentratióját BUGARSZKY határozta meg¹ és értékét a következő négyzetgyökös függvény által hozta kapcsolatba a brómconcentratióval (T), a hydrogentribromid dissociatio egyensúlyi állandójával (K') és a sav és brómtiter összegével (Σ):

$$c' = \frac{1}{2} \left[-(\Sigma + K' - \frac{3}{2} T) + \sqrt{(\Sigma + K' - \frac{3}{2} T)^2 + 2K' T} \right].$$

A differentiálegyenletben szereplő *activ hangyasav* (c) con-

¹ A bróm és æthylalcohol egymásra hatásának sebességéről. L. c. 19. 149. — A bróm hatásáról acetaldehydre vizes oldatban. L. c. 20. 414.

centratióját kell még minden időpillanatban ismernünk, hogy az integrálás elvégezhető legyen.

Az 1) egyenlet alapján, ha ismerjük a hangyasav dissociatio egyensúlyi állandóját:

$$K = \frac{c_H \cdot c}{e} \quad 1)$$

hol c_H a reactio alatt képződő hydrogen-ion, c a formiat-ion, e a nem dissociált hangyasav concentratióját jelöli, a c értéke kiszámítható. E végből e és c_H értékeire van szükség.

Ha a reactio *meglassítására* előre jól dissociált savat hoztunk a reactió-elegyhez s ennek dissociatiója folytán megadott hydrogen-ion concentratiót A_0 -val jelöljük, akkor

$$c_H = A_0 + T_0 - T + c \quad 2)$$

c_H és c -re vonatkozó fontos kapcsolat áll fönn.

Végül, ha a hangyasavként előre lemért (hatás előtti) hangyasav-oldat concentratióját H_0 jelöli, akkor az *összes*, tehát a nem dissociált + a formiat-ionokra bomlott *hangyasav* concentratiója kifejezhető a:

$$c + e = H_0 - \left(\frac{T_0 - T}{2} \right) \quad 3)$$

egyenlettel.

Az 1), 2) és 3) egyenlet c -re másodfokú egyenletet szolgáltat:

$$c^2 + c[A_0 + T_0 - T + K] - K \left[H_0 - \left(\frac{T_0 - T}{2} \right) \right] = 0$$

hol K a hangyasav dissociatiós egyensúly állandója.

Ha æquimolosan hat bróm és hangyasav, vagyis

$$H_0 - \frac{T_0}{2} = D = 0$$

és még az $A_0 + T_0 = \Sigma$ már elfogadott jelölést használjuk, akkor a másodfokú egyenlet a

$$c^2 + c(\Sigma + K - T) - \frac{KT}{2} = 0$$

alakot veszi föl, mely az *activ hangyasav* concentratióját c -t szolgáltatja:

$$c = - \left(\frac{\Sigma + K - T}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{\Sigma + K - T}{2} \right)^2 + \frac{KT}{2}}.$$

Ez az egyenlet teljesen analog összefüggést tartalmaz a c' -re vonatkozó kifejezéssel, csakhogy itt nem a $HB r_3$, hanem a hangyasav dissociációs egyensúlyállandója szerepel.

Ha c és c' ezen értékei alapján akarjuk az általános érvényű differenciálegyenletet megoldani, akkor a következő differenciálegyenlethez jutunk:

$$kdt = - 4 \cdot \frac{3u^2 + 2K'u + 2K's'}{u[K' + 3u][u^2 + 2u(s' - 3s) - 2K's'] - 2K's'} + \\ + \frac{3u^2 + 2K'u + 2K's'}{\sqrt{[u^2 + 2u(s' - 3s) - 2K's']^2 + 16K \left(D + \frac{T}{2} \right) (K' + 3u)^2}} du,$$

a hol

$$s = \Sigma + K, \\ s' = \Sigma + K', \\ u = -s' + \frac{3}{2}T + \sqrt{(s' - \frac{3}{2}T)^2 + 2K'T}, \\ D = H_0 - \frac{T_0}{2}.$$

A felső differenciálegyenlet megoldása elliptikus integrálokra és rendkívül bonyodalmas számításokra vezet, azért ezen legáltalánosabb esettel nem foglalkoztam, hanem bizonyos speciális, de az elmélet helyességének ellenőrzésére kiválóan alkalmas eseteknek megvizsgálására tértem át.

I. eset. (Közelítő tárgyalás.)

Ha $D = 0$ és az *activ bróm* concentratiója $c' = \frac{T}{2}$ (kellő higitást alkalmazva), akkor a differenciálegyenlet az egyszerűbb

$$- \frac{dT}{dt} = k \cdot c \cdot \frac{T}{2} \tag{a}$$

alakot veszi föl, a hol c értékét a

$$c = -\left(\frac{\Sigma + K - T}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\Sigma + K - T}{2}\right)^2 + \frac{KT}{2}}$$

egyenlet fejezi ki.

Hasonlóan ahhoz a módhoz, a melylyel BUGARSZKY a hydrogentribromid dissociatio egyensúlyi állandóját előbb *közelítően* határozta meg,¹ hogy t. i. fölös hydrogenbromid alkalmazásával Σ értékét oly nagygyá tette, a mely mellett c' el volt hanyagolható, úgy én is A_0 kellő megválasztása által $\Sigma + K - T$ mellett elhanyagolva c értékét, mint összeadandóét

$$c[c + \Sigma + K - T] - \frac{KT}{2} = 0$$

alakban írt másodfokú egyenlet helyett, joggal

$$c = \frac{KT}{2(\Sigma + K - T)}$$

értéket hozhattam be az α) differenciálegyenletbe, mely integrálás után a sebességi állandónak

$$k = \frac{1}{(t - t_0)K} \cdot \left[\frac{T_0 - T}{T_0 T} \cdot 4(\Sigma + K) + 4 l \cdot \frac{T}{T_0} \right]$$

közelítő értékét szolgáltatatta.

Ezen egyenletben T_0 az első titrálásnál (t_0 időben) talált s normal-tartalom által kifejezett brómtitert, K pedig a hangyasav dissociatiós egyensúlyállandóját jelenti; $K = 0.000214$. (Nernst. Theoretische Chemie. 5. Auflage. 1907. S. 506.)

Az adatok, melyekből k -t a fenti egyenlettel számítottam, a következő XV., XVI. és XVII. táblázatban találhatók meg:

¹ L. c. 20. 416.

$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	51.37 cm ³ reactio-elegyre el- fogyasztott 0.01963 n. thiosulfát-old. cm ³	T a brómtiter n. tar- talom által kife- jezve	k
Hőmérsék: 25°C			
XV. táblázat.			
Kezdet concentratio: mol. per lit. $\left. \begin{matrix} Br_2 \\ H.COOH \end{matrix} \right\} 0.002$		Előre hozzátett sav: HBr Conc.-ja (mol. per lit.) 0.02	
Hatás előtt	10.47	0.00400	—
0	9.35	357	—
13	6.90	264	3020
30	5.07	196	3110
45	4.24	162	3060
58	3.70	0.00141	3030
középérték: 3050			
Hőmérsék: 25°C			
XVI. táblázat.			
Kezdet concentratio: mol. per lit. $\left. \begin{matrix} Br_2 \\ H.COOH \end{matrix} \right\} 0.002$		Előre hozzátett sav: HNO_3 Conc.-ja (mol. per lit.) 0.02	
Hatás előtt	10.47	0.00400	—
0	9.78	374	—
6	7.93	303	4040
15	6.36	243	3800
32	4.53	173	3930
47	3.59	0.00137	4040
középérték: 3920			

$t - t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	9.83 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0.02092 n. thiosulfat-oldat cm ³ száma	T a brómtiter n. tar- talom által kife- jezve	k ¹
Hőmérsék: 25° C			
XVII. táblázat.			
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2 = 0.01$		$H.CO.OH = 0.01$	
Hatás előtt	9.40	0.0200	—
0	5.44	116	—
2	3.93	0.0084	3300
5	3.00	64	3080
10	2.26	48	2950
16	1.73	0.0037	3040
középérték: 3090			

Különösen a XV. és XVII. táblázat ad összhangzó, szép értékeket; de a mikor HNO_3 volt a reactio-elegyhez előre hozzátett sav, k értékei meglehetősen nagyobbak, a minnek okát abban vélem találni, hogy a salétromsav részben szintén oxydálja a hangyasavat.² Jóllehet itt nem koncentrált sav szerepelt, de némi oxydatio mégis történhetett, mert tudvalevő, hogy míg koncentrált HNO_3 kaliumjodid oldatából azonnal, a híg sav csak állás után választ ki jódot, itt pedig hosszabb ideig állt hangyasavas és salétromsavas oldat 25° C-os hőmérsékleten.

II. eset. (Közelítő tárgyalás.) Fölös HBr alkalmazása.

Fölös hydrogenbromid az activ bróm concentratióját így alakítja: ³

$$c' = \frac{K'T}{2\Sigma}$$

$$^1 k = \frac{1}{(t-t_0) K} \cdot \left\{ \frac{T_0 - T}{T_0 T} \cdot 4(\Sigma + K) + 4l \frac{T}{T_0} \right\}$$

hol $\Sigma = T_{00}$, a brómtiter hatás előtt.

² BALLÓ: Berichte der deutschen chem. Gesellschaft. 17, 9.

³ BUGARSZKY: L. c. XIX. 156. o.

Ugyanezen elhanyagolással az activ formiat-ion concentratiója:

$$c = \frac{KT}{2A_0}.$$

Ha $\frac{dT}{dt} = k \cdot cc'$ differenciálegyenletbe helyettesítjük c és c' ezen értékeit, az integrálás után

$$k = \frac{4A'_0 \Sigma}{(t-t_0) KK'} \cdot \frac{T_0 - T}{T_0 \cdot T}$$

megoldást kapjuk. A'_0 szerepel itt A_0 helyett, a melylyel azt jelzem, hogy a közepes concentratióban szereplő HBr dissociatiója révén keletkező H -ionok veendőek számításba.

Az ekként nyert sebességi állandó értékeit tünteti föl a következő XVIII. és XIX. táblázat:

$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	25.42 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0.02039 n. thiosulfat old. cm ³	T a brómtiter n. tar- talom által kife- jezve	k
Hőmérsék: 25°C			
XVIII. táblázat.			
Kezdet concentratio: mol. per lit. $\left. \begin{matrix} Br_2 \\ H_2COOH \end{matrix} \right\} 0.008$		Előre hozzátett sav: $A_0 = HBr = 0.4$ AH -ion conc.-ja (mol. per lit.) $A_0 = 0.364^*$	
Hatás előtt	19.93	0.0160	—
0	19.44	156	—
81	17.29	139	3740
270	13.80	111	3690
360	12.60	101	3670
440	11.69	0.0094	3670
505	10.93	0.0088	3760
középtérték: 3710			

Hőmérsék: 25° C			
XIX. táblázat.			
$t-t_0$	10·00 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott kb. 0·02 n. thiosulfat old. cm ³	T	k
Kezdet concentratio: mol. per lit. $\left. \begin{matrix} Br_2 \\ H_2COOH \end{matrix} \right\} 0\cdot01090$		Előre hozzatett sav: $A_0 = HBr = 1\cdot0473$ $AH\text{-ion conc.}^1 = A'_0 = 0\cdot8827$	
Hatás előtt	10·59	0·0218	—
0	10·48	216	—
350	9·44	194	3270
420	9·27	191	3230
490	9·10	187	3220
1370	7·44	0·0153	3100
középérték: 3210			

Vagyis itt k értékét egyként befolyásolja $K' = 0\cdot0665^2$ a HBr_2 és $K = 0\cdot000214$ a hangyasav egyensúlyi állandója.

III. eset. Pontos tárgyalás.

A közelítő tárgyalásra vonatkozó kísérletek elvégzése után, melynek adatai eléggé kielégítők, azokat a kísérleteimet ismer-tetem, melyekben pontosabb módon számítottam ki k értékeit, a mikor t . i. nem hanyagoltam el c értékét, mint összeadandóét.

Ha æquimolosan hat bróm és hangyasav ($D=0$), de az activ bróm concentrációját még mindig $c' = \frac{T}{2}$ -nek vehetem és

$$c = - \left(\frac{\Sigma + K - T}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{\Sigma + K - T}{2} \right)^2 + \frac{KT}{2}}$$

értékét a 473. oldalon levő a) differenciálegyenletbe hozom, a

¹ A molekulavezetőképesség alapján nyert értékek. L. Kohlrausch u. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte 1898. S. 167.

² Dr. BUGARSKY ISTVÁN méréseinek adatát használtam.
L. c. XX. 419.

következő *pontos* egyenlet fejezi ki integrálás után a reactio sebességi állandóját:

$$k = \frac{2}{l-t_0} \left\{ \frac{c_0 - c}{c_0 \cdot c} + \left(-\frac{2}{K} + \frac{1}{\Sigma + K} \right) l \cdot \frac{c_0}{c} + \right. \\ \left. + \frac{2}{K} l \cdot \frac{c_0 + \frac{2}{2}}{c + \frac{K}{2}} - \frac{1}{\Sigma + K} l \cdot \frac{c_0 + \Sigma + K}{c + \Sigma + K} \right\}.$$

A sebességi állandó tehát, ezen egyenlettel kifejezett kapcsolatban függ össze az *actív hangyasavnak* minden időpillanatban levő concentrációjával.

Itt csupán K , a hangyasav disszociációs egyensúlyállandója szerepel, mert K' értéke elenyészik $c' = \frac{T}{2}$ kiindulási föltétel alapján.

Ennek az egyenletnek kell tehát kifejeznie — ha az elmélet helyes — a k állandó értékét hydrogenbromid (salétromsav) alkalmazása esetén, vagy jelen nem létükkor is.

Erre vonatkoznak a következő táblázatok (XX—XXV):

$t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt idő percekben	51·52 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0·02002 n. thio- sulfat-old. cm ³ száma	T a brómtiter n. tartalom ált. kifejezve	C^* az activ hangya- sav conc.-ja	k^{**}
Hőmérsék: 25° C				
XX. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter $\left. \begin{matrix} Br_2 \\ H_2COOH \end{matrix} \right\} 0\cdot001$			A reactio-elegyhez előre hozzátett sav: $HBr A_0=0\cdot01$ mol. per liter	
Hatás előtt	5·14	0·00200	—	—
0	4·66	181	0·0000186	—
4	4·15	161	164	3200
13	3·36	131	129	3240
35	2·32	0·00090	0·0000086	3240
43'30"	2·08	0·00081	0·0000075	3280
középérték: 3240				
Kezdet concentratio: mol. per liter $\left. \begin{matrix} Br_2 \\ H_2COOH \end{matrix} \right\} 0\cdot001$			A reactio-elegyhez előre hozzátett sav: $HNO_3 A_0=0\cdot01$ mol. per liter	
Hőmérsék: 25° C				
XXI. táblázat.				
Hatás előtt	5·14	0·00200	—	—
0	4·50	175	0·0000179	—
4	4·00	156	156	3580
13	3·20	125	121	3650
30	2·24	0·00087	0·0000082	3960
43	1·86	0·00072	0·0000067	3920
középérték: 3770				

$$* C = - \left(\frac{\Sigma + K - T}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{\Sigma + K - T}{2} \right)^2 + \frac{K T}{2}}$$

$$** k = \frac{2}{t-t_0} \left\{ \frac{C_0 - C}{C_0 C} + \left(-\frac{2}{K} + \frac{1}{\Sigma + K} \right) \cdot \frac{C_0}{C} + \frac{2}{K} \cdot \frac{C_0 + \frac{2}{K}}{C + \frac{2}{K}} - \frac{1}{\Sigma + K} \cdot \frac{C_0 + \Sigma + K}{C + \Sigma + K} \right\}$$

$t-t_0$ percekben	51.37 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0.02004 n. thiosulfat-old. cm ³	T a brómtiter	C^* az activ hangya- sav conc.-ja	k^{**}
Hőmérséklet: 25° C				
XXII. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter Br_2 $H.COOH$ } 0.001			A reactio-elegyhez előre hozzátett sav: HBr $A_0=0.005$ mol. per liter	
Hatás előtt	5.13	0.00200	—	—
0	4.56	178	0.0000348	—
4	3.73	146	268	3330
13	2.74	107	185	3160
23	2.12	0.00083	138	3180
37	1.94	64	104	3130
45'30''	1.41	0.00055	0.0000084	3470
közéérték: 3250				

$t-t_0$ idő percekben	10.03 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0.01982 n. thiosulfat old. cm ³	T a brómtiter n. tartalom által kifejezve	C^* az activ hangya- sav conc.-ja	k^{**}
Hőmérsék: 25° C				
XXIII. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter $Br_2 = 0.008070$			$H.COOH = 0.008070$	
Hatás előtt	8.16	0.01614	—	—
0	4.82	0.00953	0.000146	—
6	2.46	486	0.000045	3060
10	1.94	384	33	3090
14	1.59	314	26	3180
18	1.40	277	22	3080
25	1.13	0.00224	0.000017	3110
közéérték: 3100				

$$* C = -\left(\frac{\Sigma + K - T}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\Sigma + K - T}{2}\right)^2 + \frac{KT}{2}}$$

$$** k = \frac{2}{t-t_0} \left\{ \frac{C_0 - C}{C_0 C} + \left(-\frac{2}{K} + \frac{1}{\Sigma + K}\right) l \frac{C_0}{C} + \frac{2}{K} l \frac{C_0 + \frac{K}{2}}{C + \frac{K}{2}} - \frac{1}{\Sigma + K} l \frac{C_0 + \Sigma + K}{C + \Sigma + K} \right\}$$

$t - t_0$ idő percekben	28·96 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0·02103 n. thiosulfat old. cm ³	T	C^*	k^{**}
Hőmérsék: 25° C				
XXIV. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter				
$Br_2 = 0·004666$		$H.COOH = 0·004666$		
Hatás előtt	12·85	0 00933	—	—
0	7·80	566	0·000150	—
6	3·83	291	0·000047	2930
10	3·03	220	32	3230
15	2·43	177	24	3330
25	1·77	0·00129	0·000016	3280
közéérték: 3190				

$t - t_0$ idő percekben	51·37 cm ³ r. elegyre elfo- gyasztott 0·02103 n. thiosulfat old. cm ³	T	C^*	k^{**}
Hőmérsék: 25° C				
XXV. táblázat.				
Kezdet concentratio: mol. per liter				
$Br_2 = 0·002105$		$H.COOH = 0·002105$		
Hatás előtt	10·29	0·00421	—	—
0	6·09	249	0·000129	—
6	3·11	127	0·000043	3290
14	2·12	0·00086	26	3090
20	1·74	71	20	3020
25	1·50	61	17	3050
30	1·33	0·00054	0·000015	3040
közéérték: 3100				

$$* C = - \left(\frac{K + T_{00} - T}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{K + T_{00} - T}{2} \right)^2 + \frac{KT}{2}}$$

$$** k = \frac{2}{t - t_0} \left\{ \frac{C_0 - C}{C_0 C} + \left(-\frac{2}{K} + \frac{1}{T_{00} + K} \right) t \frac{C_0}{C} + \frac{2}{K} t \frac{C_0 + \frac{K}{2}}{C + \frac{K}{2}} - \frac{1}{T_{00} + K} \right.$$

$$\left. t \frac{C_0 + T_{00} + K}{C + T_{00} + K} \right\} \text{ a hol } T_{00} \text{ a hatás előtti bróm conc.-t jelenti.}$$

A sebességi állandó értéke — savas reactióközegben vagy sav nélkül is — tényleg *állandó*; vagyis az elmélet helyes.

A pontosan számított kísérletekből k középértéke: 3280 adja a *formiat-ion eltűnésének sebességi állandóját* 25° C. hőmérsékleten és mol. liter percz egységekben kifejezve.

Végezetül hálás köszönetemet fejezem ki BUGARSZKY ISTVÁN tanár úrnak, a kinek intézetében végeztem vizsgálataimat s a ki szíves volt számos jó tanácssal és útbaigazítással segíteni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 április 19.-én tartott üléséből.)

A FÉMEK ERŐLTETÉSI VONALAIRÓL.

RÉTHY MÓR r. tagtól.

(Második közlemény.)¹

1. Módszeremet a fémlémezek vágásakor és átllyukasztásakor észlelhető erőltetési vonalak leírására fogom alkalmazni.

Polárkoordinátákat, r -t és ϑ -t hozván be, legyen az eltolásvektor két komponense ezek irányában u , v . A dilatatiókat radialis és ív irányban jelölvén az r , ϑ helyen ρ és φ -vel, az (r, ϑ) derékszög dilatatióját pedig ω -val, miként ismeretes²

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\partial u}{\partial r}, \\ \varphi &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \vartheta}, \\ \omega &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r}.\end{aligned}\tag{1}$$

¹ Az első közlemény a XXVI. kötetben, a 520—536. lapon jelent meg, melyben a következőket kérem kijavítani:

Pag. 522. alulról 2. sorban «*Graüchet*» helyett irandó «*Fraüchet*, *Congrès de Bruxelles 1906*».

Pag. 523. alulról 3. sorban a Math. és Phys. Társulat «1898. XII. 15.» ülésén.

Pag. 524. 2. sorban a második egyenletben « X_x » helyett « X_y ».

Pag. 527. alulról 4. sorban « $\frac{1-f^2}{f}$ » helyett « $(1-f^2)$ ».

Pag. 523. 4. sorban «nélkül» helyett «esetén» irandó.

² LAMÉ: *Theorie math. de l'élasticité* (1886, pag. 179—184); LOVE: *Elasticity* (1892, Vol. I. pag. 216—17).

Ha továbbá a rezgéstől eredő nyomásingadozások komponenseit az r -re merőleges elemre R_r , θ_r -rel, az r -en átmenő elemekre pedig R_ϑ , θ_ϑ -val jelölöm, akkor a stationær mozgás differenciálegyenletei ezek:

$$\begin{aligned} \mu \frac{d^2 u}{dt^2} &= -\frac{\partial R_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial R_\vartheta}{\partial \vartheta} - \frac{R_r - \theta_\vartheta}{r}, \\ \mu \frac{d^2 v}{dt^2} &= -\frac{\partial \theta_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \theta_\vartheta}{\partial \vartheta} - \frac{\theta_r + R_\vartheta}{r}. \end{aligned} \quad (2)$$

Kifejezve az F alakváltozási potenciált az (1) alatti dilatációkban

$$2F = a_{11}\rho^2 + 2a_{12}\rho\varphi + a_{22}\varphi^2 + 2a_{13}\rho\omega + 2a_{23}\varphi\omega + a_{33}\omega^2, \quad (3)$$

hol az a_{11} , a_{12} , a_{22} , a_{13} , a_{23} , a_{33} alakváltozási együtthatók maguk is függvén az anyag erőltetésétől, az r függvényei; felteszem, hogy tárgyalandó speciálesetünkben csakis r függvényei; ugyanazt teszem fel a μ -ról is.

A fent megnevezett nyomáskomponensek, első közleményem (3) egyenletei értelmében, az F -fel a következő vonatkozásban állanak

$$\begin{aligned} -R_r &= \frac{\partial F}{\partial \rho} - f \frac{\partial F}{\partial \omega}, & -R_\vartheta &= \frac{\partial F}{\partial \omega} - f \frac{\partial F}{\partial \varphi}, \\ -\theta_r &= \frac{\partial F}{\partial \omega} + f \frac{\partial F}{\partial \rho}, & -\theta_\vartheta &= \frac{\partial F}{\partial \varphi} + f \frac{\partial F}{\partial \omega}. \end{aligned} \quad (4)$$

Ezeket behelyettesítvén a (2) egyenletekbe, az eredmény

$$\xi = \frac{u + fv}{1 + f^2}, \quad \eta = \frac{-fu + v}{1 + f^2} \quad (5')$$

jelölésekkel élve így írható:

$$\begin{aligned} \mu \xi'' &= \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \frac{\partial F}{\partial \omega} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F}{\partial \rho} - \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right), \\ \mu \eta'' &= \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial \omega} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \frac{\partial F}{\partial \varphi} + \frac{2}{r} \frac{\partial F}{\partial \omega}. \end{aligned} \quad (5)$$

2. A gyűrűsector problémája speciálesetben. A fémlemez határai legyenek egy-egy oldalán két sugár, melyek 0 pont-

ból indulnak ki és egy kicsiny r_0 és egy igen nagy r_1 sugárral leírt két körív. A szerszám a lemezt az r_0 sugarú íven sugárirányban egyenletesen nyomja, az r_1 sugarú ív mentén pedig szilárdan ellenálló fémtest van elhelyezve. Felveszem egyelőre, hogy a két határoló sugár mentén a nyomásingadozás $=0$, és így ottan

$$R_\vartheta = 0, \quad \theta_\vartheta = 0,$$

a két határoló sugár mentén tehát

$$\frac{\partial F'}{\partial \varphi} = \frac{\partial F'}{\partial \omega} = 0. \quad (6)$$

Kérdezem, van-e olyan partikuláris megoldása az (5) egyenleteknek, a mely álló hullámoknak felel meg, a (6) egyenletek nemcsak a két határoló sugár, hanem bármelyik sugár mentén teljesülnek?

Vegyük fel az F' alakjául a (3) e speciális esetét¹

$$2F' = b\rho^2 + (b_{11}\rho + b_{12}\omega + b_{22}\varphi)^2, \quad (3')$$

hol b , b_{11} , b_{12} , b_{22} természetesen szintén r -től függő alakváltozási együtthatók. Ekkor a (6) helyére jön

$$b_{11}\rho + b_{12}\omega + b_{22}\varphi = 0, \quad (6')$$

mely a szóban levő körsektor mindenik pontjában érvényes legyen.

Változóul behozom r helyett

$$x = \log r \quad (7)$$

-et, míg a ϑ -t megtartom. Minthogy

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{1}{r} = \frac{\partial u}{\partial x} e^{-x},$$

tehát a dilatatiókra nézve leszzen

$$e^x \rho = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e^x \varphi = u + \frac{\partial v}{\partial \vartheta}, \quad e^x \omega = \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (7'')$$

¹ Első közleményemben az 534. lapon „3. megjegyzés”-ben róla van szó.

a mozgási egyenletek pedig a (6') révén így írhatók:

$$\begin{aligned} \mu \xi'' &= e^{-2x} \frac{\partial}{\partial x} \left(e^x \frac{\partial f'}{\partial \rho} \right), & (7'') \\ \mu \eta'' &= 0. \end{aligned}$$

Az utóbbiból arra való tekintettel, hogy a pontok mozgása nem haladó, következik, hogy $\eta=0$, tehát az (5') folytán

$$v = fu, \quad \xi = u$$

lévén, egyrészt a (7''') átmegy ebbe:

$$\mu u'' = e^{-2x} \frac{\partial}{\partial x} \left(e^x \frac{\partial f'}{\partial \rho} \right) = e^{-2x} \frac{\partial}{\partial x} e^x b \frac{\partial u}{\partial r},$$

azaz

$$\mu u'' = e^{-2x} \frac{\partial}{\partial x} b \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (8)$$

más részről a (7'') átmegy ezekbe:

$$e^x \rho = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e^x \varphi = u + f \frac{\partial u}{\partial \vartheta}, \quad e^x \omega = \frac{\partial u}{\partial r} - fu + f \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (8')$$

végül a (6')-ből lesz

$$(b_{11} + b_{12}f) \frac{\partial u}{\partial x} + (b_{12} + b_{22}f) \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + (b_{22} - b_{12}f) u = 0. \quad (9)$$

A b_{ik} együtthatókról feltettük, hogy csak az r és így az x függvényei. Ámde a fémeken végzett mérések azt mutatják, hogy a különböző igénybevételekhez tartozó alakváltozási modulusok görbéi hasonlóak. Ehhez képest vegyük föl, hogy a b_{ik} együtthatók viszonyai állandó értékek. Ekkor (9) egyenletünk általános megoldása

$$u = e^{-mx} K_1(x - g\vartheta), \quad (10)$$

hol K_1 általános függvény jele, míg

$$\begin{aligned} g &= \frac{b_{12} + b_{22}f}{b_{11} + b_{12}f}, \\ m &= \frac{b_{22} - b_{12}f}{b_{11} + b_{12}f}, \end{aligned} \quad (10')$$

hol g és m állandó értékek.

Még teljesítendő a (8) egyenlet. Erre nézve megjegyzendő, hogy a (9) integrálásánál az idő állandó gyanánt szerepelt, minélfogva a (10)-ben a K_1 tartalmazhatja az időt bármiképen. Már most szorítkozzunk az

$$u = e^{-mx}K(z)T(t), \quad z = x - g\vartheta \quad (10'')$$

partikuláris megoldás vizsgálatára, hol K csakis a z , és T csakis a t függvényei.

A (10'') behelyezésével a (8) egyenlet ez alakra hozható:

$$\frac{\mu e^{2x}}{b} \frac{T''}{T} = -m \frac{d \log (be^{-mx})}{dx} + \\ + \frac{K'(z)}{K(z)} \frac{d \log (be^{-2mx})}{dx} + \frac{K''(z)}{K(z)}. \quad (11)$$

Ez egyenletből tüstént következik, hogy $T'' : T$ csakis állandó lehet; ugyanis az egyenletben minden egyéb független az időtől, mert hiszen stationær állapotról van szó. A T tehát az időnek csak exponentiális vagy periodikus függvénye lehet; a szóban levő tünemény természetével megegyezésben ez utóbbit választva, legyen (τ -val állandót, a rezgési időt, jelölvén)

$$T = T_0 \sin \frac{2\pi t}{\tau}. \quad (11')$$

Mint hogy továbbá a μ és b feltevés szerint csakis az r és így az x függvényei, tehát a $K'(z) : K(z)$ és $K''(z) : K(z)$ viszonyokra nézve csak három között eshetik választás; t. i. vagy mindkettő állandó, tehát (λ -val állandót jelölvén)

$$K(z) = e^{\frac{2\pi z}{\lambda}},$$

a mi a tünemény természetével nem egyezvén, kizárandó; vagy mind a két viszony változó, mely esetre az alábbi megjegyzésben térek vissza; vagy végül csakis $K''(z) : K(z)$ állandó, míg a $K'(z) : K(z)$ változó, tehát

$$K(z) = \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z + \text{const.}), \quad (11'')$$

de akkor a $K'(z):K(z)$ együtthatója a (11) egyenletben szükségképen $=0$, azaz

$$\log (be^{-2mx}) = \text{állandó},$$

és így (b_0 -sal állandót jelölve)

$$b = b_0 r^{2m}; \quad (12)$$

ennélfogva a (11) egyenlet átmegy a következőbe:

$$\frac{\mu}{b} \frac{r^2 \lambda^2}{\tau^2} = 1 + \left(\frac{m\lambda}{2\pi} \right)^2. \quad (12')$$

Arra a kérdésre, hogy van-e egyenleteinknek olyan partikuláris megoldása, a mely álló hullámoknak felelve neg a nyomásingadozás $=0$ nemcsak a körsectort határoló két sugár, hanem bármelyik sugár mentén is, az a válasz adódott, hogy igenis van és hogy olyan megoldás ez:

$$u = T_0 r^{-m} \sin 2\pi \frac{t}{\tau} \sin 2\pi \frac{1}{\lambda} \left(\log \frac{r}{r_0} - g\vartheta + \text{const.} \right), \quad (12'')$$

hol T_0 , τ , λ , m , g és r_0 állandók.

A hullámvonalak egyenlete e szerint

$$\log \frac{r}{r_0} - g\vartheta = \text{állandó}, \quad (13)$$

minélfogva a *hullámvonalak* a HARTMANN törvényeivel megegyezésben *logaritmikus spirálisok*, a mit különben már a (10) egyenletből egyenesen is következtethettünk volna, ha már ottan hozzávettük volna, hogy feltett kérdésünkkel megegyezésben a K_1 csak periodikus függvényt jelenthet.

Megjegyzés. Ha úgy a $K''(z):K(z)$, mint a $K'(z):K(z)$ viszony változó, akkor abból a körülményből, hogy a μ és b föltevés szerint csakis az r függvényei, az következik a (11) egyenletből, hogy ennek együtthatói állandók, vagyis hogy

$$\frac{d \log (be^{-2mx})}{dx} = c_1,$$

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2} \frac{\mu r^2}{b} - m \frac{d \log (be^{-mx})}{dx} = c_0.$$

Ámde ekkor a (11)-ből folyó

$$0 = c_0 K(z) + c_1 K'(z) + K''(z)$$

megoldása (feltéve, hogy $c_1 \neq 0$) olyan rezgő mozgást ad, melynek amplitudója arányos

$$e^{-c_1 \vartheta}$$

függvénnyel. Ez okból e megoldást mellőzöm olyképen, hogy a c_1 számára a 0 értéket állapítom meg, miáltal a b alakváltozási modulus (12) alatti törvénye van kimondva; így azután a $K(z)$ számára a (11'') adódik.

3. Az *eredmény megvizsgálására* kérdezzük legelőbb, mi az m számértékének alsó határa. Erre nézve írjuk fel a növekedő r -ek irányában *haladó* hullámokban való rezgést a (12'') alapján és számítsuk ki az r sugárral leírt köríven átmenő rezgésnek az intenzitását, melynek növekedő r -rel nyilvánvalóan fogyni kell. Minthogy az amplitudó

$$T_0 r^{-m},$$

tehát az egységnyi íven átmenő rezgés intenzitása arányos

$$r^{-2m}$$

-mel és így ha a gyűrűsektor nyílása $|\vartheta_1 - \vartheta_0|$, akkor az r sugarú íven átmenő összes rezgés intenzitása arányos

$$r^{-2m} r |\vartheta_1 - \vartheta_0| = r^{1-2m} |\vartheta_1 - \vartheta_0|$$

értékkel. Ez értéknek növekedő r -rel fogyni kell, tehát

$$m > \frac{1}{2}, \quad (14)$$

és így az m alsó határa $= \frac{1}{2}$.

A másik kérdés az, hogy a g -nek a (10')-vel meghatározott értéke megegyez-e ezek után a HARTMANN törvényéből folyó azzal a követeléssel, hogy az f előjelének megváltozásával a g abszolút értéke változatlan maradjon?

Bizonyára az intenzitásnak és így az m -nek nem szabad változnia. Ennélfogva a $b_{12}f$, b_{11} , b_{22} az f -nek egyidejűleg páros avagy páratlan függvényei. De ebből már látjuk a (10')-beli egyenlet egyszerű megtekintésével, hogy g az f -nek páratlan függvénye. A g -re vonatkozó követelés tehát teljesül.

A harmadik kérdés az, hogy a b alakváltozási modulus (12) alatti törvénye természetszerű-e?

Láttuk, hogy az m alsó határa $\frac{1}{2}$; következésképp a b értéke a sugár mentén növekedő r -rel növekedik. Ez megegyez azzal, hogy ugyanakkor a nyomás fogy. Vegyük föl, hogy az r sugarú keresztmetszeten átlagos p nyomás változási törvénye ez:

$$p = p_0 \frac{1}{r},$$

és vegyük m számára épen az alsó határát, minélfogva

$$b = b_0 r = \frac{b_0 p_0}{p}.$$

Mint hogy b arányos a nyomás differenciálhányadosával a hosszbeli fajlagos megnyulás h szerint, mondjuk

$$b = \frac{\partial p}{\partial h},$$

tehát

$$\frac{\partial p}{\partial h} = \frac{b_0 p_0}{p}$$

és így

$$p^2 = 2b_0 p_0 h + \text{const.}, \quad (15)$$

mely nem egyéb mint a nagy nyomásoknál használatos parabolikus törvény. Látnivaló, hogy általánosabb törvényt fogadva el, a p és r közötti összefüggésre nézve egyrésztől és az m szám értékére nézve másrésztől, általánosabb törvényt kapunk a parabolikus helyett és így ebből a nézőpontból se esik az előző pontbeli eredmény kifogás alá.

Negyedik kérdés, mi a λ mechanikai jelentése a (12'') megoldásban?

Gondoljunk a fémlemezen keresztmetszetül a gyűrű közép-pontjából egység-sugárral körivet leírva és ezen egy A_0 pontot megjelölve, a hol $u=0$. Legyen itt $\vartheta = \vartheta_0$. Akkor az A_0 ponttól

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{\lambda}{2g}, \quad 2 \frac{\lambda}{2g}, \quad 3 \frac{\lambda}{2g}, \dots$$

távolságokban ismét $u=0$ lesz. Egyszóval a $\frac{\lambda}{2g}$ jelenti a HARTMANN-féle világos vonalak és a középpontból egységsugarú körív egymáshoz legközelebb eső metszéspontjainak egymástól való távolságát.

Végül kérdezzük, általánosítható-e a (12'') megoldás azzal, hogy az egyszerű álló hullám helyébe álló hullámokat egymás fölé helyezünk? Nyilvánvaló, hogy

$$r^m u = \sum_{i=1}^n T_{0i} \sin \frac{2\pi t}{\tau_i} \sin \frac{2\pi iz}{\lambda}, \quad z = \log \frac{r}{r_0} - g\vartheta, \quad (16)$$

valóban megoldás, miheyt csak a τ_i meghatározásául a (12')-ből folyó

$$\frac{u}{b} = \frac{\lambda^2}{\tau_i^2} = 1 + \left(\frac{m\lambda}{2\pi i} \right)^2 \quad (16')$$

egyenletet tekintjük irányadónak, mely növekedő i -vel mindinkább közeledik a trigonometriai soroknak ahhoz a törvényéhez, hogy a

$$\frac{\lambda^2}{i^2} : \tau_i$$

viszony értéke független az i -től. Hozzájön még az, hogy a λ kicsinységénél fogva a (16') egyenlet jobb oldalán álló második tag értéke már $i=1$ -nél is igen kicsiny. Ez oknál fogva a (16) sorral leírt rezgés idő szerint vége is nagy közelítéssel periodikus.

A (16) egyenlet jobb oldala, ha $n=\infty$, végtelen sor, melyben a T_{0i} együtthatók csak annak a feltételnek vannak alávetve, hogy a sor összetartó legyen. A T_{0i} együtthatók meghatározására még egy *határfeltétel* kellene szolgálni, például adva kellene lenni, hogy egy határpontban, a hol $\frac{2\pi iz}{\lambda}$ racionális szám, az u avagy a $\frac{\partial u}{\partial x}, \dots$ a t időnek milyen függvénye; az alapanyagának és a kétféle polározott résznek együttes mozgásából is lehetne határfeltételt meríteni. Ugyanazt kell mondanom természetesen a szalagnál és a következőkben tárgyalandó problémánál általános megoldásul adódó végtelen sorok együtthatóiról is.

4. A 2. pontban a gyűrűsector problémáját nagyon speciálizáltuk azzal a követelménnyel, hogy az R_3 és θ_3 nyomásingadozások a sugarak mentén $= 0$ legyenek. Ha e felvétel már gyűrűsector esetén is nagyon szorosnak látszik, hozzájön még annak a megfontolása, hogy a gyűrűsectorról egész gyűrűre áttérve, hol a fémbe az ívek mentén (azaz a sugarakra merőlegesen) óriási feszültségek uralkodnak, valószínűnek látszik, hogy a rezgő mozgás folyamán ezekben is lesznek bizonyára ingadozások. A (3') felvétel az F' számára hasonlóképp nagyon speciális. Azért kívánatosnak látszik megvizsgálni, hogy lehet-e általánosabb tárgyalással lényegben ugyanazokhoz a rezgésekhez jutni? E kérdés megoldását szándékozom itt megadni.

Az (5) egyenletek helyébe voltaképen ezeket kellene írni:

$$\frac{d}{dt}(\mu \xi') = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial \rho} + \dots,$$

$$\frac{d}{dt}(\mu \eta') = \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial \omega} + \dots;$$

csak az a felvétel, hogy a mozgást stationærnak tekintem, vonja maga után a speciálisabb (5) alakot. De ahhoz, hogy a mozgás stationær legyen, más egyenleteknek is kell teljesülniök; és a 2-ben felvettük volt, hogy a mozgás stationær lesz, ha az (5) egyenleteket azzal a követeléssel egészítjük ki, hogy az R_3 és θ_3 nyomásingadozások $= 0$ legyenek mindenütt.

Kísértjük meg e helyett a következő követeléssel való kiegészítést: hogy $\frac{d\mu}{dt} = 0$ legyen, szükséges, hogy az F' potenciális rugalmas erők csak a radiális rezgéssebességeket gyorsítsák. Szóval az (5) egyenletekhez hozzájön a mindenik pontban teljesítendő

$$r_i'' = 0 \quad (17)$$

követelés, mely, tekintettel a mozgás nem haladó voltára, az (5')-nél fogva a

$$v = fu \quad (17')$$

egyenletet írja elő. E szerint a rezgés egyenes vonalú.

Irom már mostan az (5) második egyenletét így:

$$0 = \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial F'}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(r \frac{\partial F'}{\partial \varphi} \right) \quad (18')$$

és behozok úgy ebben az egyenletben, mint az (5) elsejében az r helyett más független változót, míg a ϑ -át megtartom. Jelesül legyen mint előbb

$$x = \log r, \quad r = e^x,$$

úgy hogy

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial x} = e^{-x} \frac{\partial u}{\partial x},$$

és így az (1) révén

$$e^x \rho = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e^x \varphi = u + \frac{\partial v}{\partial \vartheta}, \quad e^x \omega = \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (1')$$

Más részről a (18') helyébe írható:

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(r^2 \frac{\partial F'}{\partial \omega} \right) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(r^2 \frac{\partial F'}{\partial \varphi} \right). \quad (18'')$$

Ép így az (5) alatti első helyébe írható:

$$\mu u'' r^2 = \frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{\partial F'}{\partial \rho} \right) + e^{-x} \left(\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(r^2 \frac{\partial F'}{\partial \omega} \right) - r^2 \frac{\partial F'}{\partial \varphi} \right). \quad (18''')$$

Irom már mostan a (3) helyébe ezt az alakot:

$$2F' = a(a_{11}\rho^2 + a_{22}\varphi^2 + a_{33}\omega^2 + 2a_{11}\rho\varphi + 2a_{33}\varphi\omega + 2a_{31}\omega\rho), \quad (3')$$

hol a az r -től, tehát az x -től függ, míg az a_{ik} együtthatók állandók. A (17') és (1') felhasználásával leszén

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} e^x \frac{\partial F'}{\partial \rho} &= a_1 \frac{\partial u}{\partial x} + a_1 \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + a_3 u, \\ \frac{1}{a} e^x \frac{\partial F'}{\partial \varphi} &= \beta_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_2 \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \beta_3 u, \\ \frac{1}{a} e^x \frac{\partial F'}{\partial \omega} &= \gamma_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma_2 \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \gamma_3 u, \end{aligned} \quad (19')$$

hol

$$\begin{aligned} a_1 &= a_{11} + a_{13}f, & a_2 &= a_{12}f + a_{13}, & a_3 &= a_{12} - a_{13}f, \\ \beta_1 &= a_{21} + a_{23}f, & \beta_2 &= a_{22}f + a_{23}, & \beta_3 &= a_{22} - a_{23}f, \\ \gamma_1 &= a_{31} + a_{33}f, & \gamma_2 &= a_{32}f + a_{33}, & \gamma_3 &= a_{32} - a_{33}f. \end{aligned} \quad (18'')$$

A következő kérdést teszem: Megoldása-e egyenletrendszerünknek

$$u = \bar{u} \sin z, \quad \bar{u} = T e^{-mx}, \quad T = T_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau},$$

$$z = \frac{2\pi}{\lambda} (x + g\vartheta),$$
(20)

ha m , T_0 , τ , λ és g állandókat jelentenek, és miféle vonatkozások adódnak az egyenletrendszerbeli mennyiségek között?

A (18'') egyenletnek általános módon megfelelek

$$r^2 \frac{\partial F}{\partial \varphi} = - \frac{\partial H}{\partial x},$$

$$r^2 \frac{\partial F}{\partial \omega} = \frac{\partial H}{\partial \vartheta},$$
(21')

egyenletek előírta módon, ha H az x és ϑ -nak analytikai függvényei. De ha $\frac{\partial F}{\partial \varphi}$ és $\frac{\partial F}{\partial \omega}$ -ban a (20) előírta helyettesítést elvégzem, az eredmény lineár függvénye lesz a $\sin z$, $\cos z$ -nek. Azért teszem

$H = (h_1 \sin z + h_2 \cos z) \bar{H}$, $\bar{H} = e^{(1-m-n)x}$, $\omega = e^{-nz}$, (21'')
hol h_1 , h_2 és n állandókat jelentenek. A (20) és (21'') alatti értékeknek a (21')-be való helyettesítése után a $\sin z$ és $\cos z$ szorzóinak egyenlőségét kimondván, az állandók között a következő négy vonatkozás adódik:

$$\beta_1 + \beta_2 g = -h_1 + \frac{\lambda}{2\pi} (m+n-1) h_2,$$

$$-m\beta_1 + \beta_3 = (m+n-1) \frac{\lambda}{2} h_1 + \frac{2\pi}{\lambda} h_2,$$
(22')

$$\gamma_1 + \gamma_2 g = g h_1,$$

$$-m\gamma_1 + \gamma_3 = -\frac{2\pi}{\lambda} g h_2.$$

Más részről a (21') egyenletek révén a (18''') egyenlet így írható:

$$\mu u'' r^2 = \frac{\partial}{\partial x} \left(e^x \frac{\partial F}{\partial \rho} \right) + e^{-x} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \vartheta^2} + \frac{\partial H}{\partial x} \right).$$
(18''')

Behelyettesítve e (18^{IV}) egyenletbe a (19'), (20) és (21'') alatti értékeket, az eredmény lesz

$$-\frac{4\pi^2}{\tau^2} \frac{\mu r^2}{a} \sin z = A \sin z + B \cos z,$$

hol

$$A = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} (a_1 + a_2 g) + (m+n)(ma_1 - a_3),$$

$$B = -ma_1 + a_3 - (m+n)(a_1 + a_2 g);$$

minélfogva léssen

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2} \frac{\mu r^2}{a} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2} (a_1 + a_2 g) + (m+n)(ma_1 - a_3) = 0, \quad (22''')$$

$$ma_1 + (m+n)(a_1 + a_2 g) - a_3 = 0. \quad (22'')$$

Ezek a (22'), (22''), (22''') egyenletek kifejezik az összes vonatkozásokat, a melyek szükségesek és elegendők arra nézve, hogy egyenletrendszerünknek a (20) alatt megadott rezgés megoldása legyen: a rezgés jellemzéséhez természetesen a kiindulásból folyó $v = fu$ egyenlet is hozzájárul.

A (22') vonatkozásokból a h_1 és h_2 eliminálva erednek

$$\beta_2 g^2 + (\beta_1 + \gamma_2) g + \gamma_1 + (m+n-1)(-m\gamma_1 + \gamma_3) \frac{\lambda^2}{4\pi^2} = 0, \quad (22^{IV})$$

$$m(\beta_1 g + \gamma_1) + (m+n-1)(\gamma_1 + \gamma_2 g) - \beta_3 g - \gamma_3 = 0$$

vonatkozások az m , n , g , λ között egy részről és az f meg a_{ik} az alapul vett hypothézisek értelmében állandó együtthatók között más részről. Míg a (22'') és (22^{IV}) egyenletek állandók közötti vonatkozásokat adnak, addig a (22''') a μ polározási fokra nézve azt a meghatározást adja, hogy $\frac{\mu r^2}{a}$ állandó, a mi a 3. pontbeli tárgyalás eredményével megegyez.

Végül megjegyzem, hogy *teljesen ugyanerre a megoldásra* jöttem volna *akkor is*, ha a (20) egyenletek közül a második helyett

$$\bar{u} = T\phi(x)$$

felvételt vettem volna alapul, hol $\phi(x)$ meghatározandó függvényt jelent.

5. Az eredmény megvizsgálására kérdezzük legelőbb, hogy lehetséges-e, hogy a $\frac{\partial F}{\partial \varphi}$ nyomásingadozások a fémlemez határoló köreinek valamelyikén mindenütt zérus értékűek legyenek? A (21'') értelmében akkor

$$h_1 = h_2 = 0,$$

azaz $H \equiv 0$ és így $\frac{\partial F}{\partial \varphi}$ mindenütt $= 0$ volna. Könnyű megmutatni, hogy ebben az esetben a (22') vonatkozásokból az foly, hogy az F potenciál szükségképen a (3') alatti speciális alakot veszi fel: e levezetést mellőzöm.

A második kérdés, hogy a (22''), (22''') és (22''v) sokféle-kép kielégíthető vonatkozások miképen elégíthetők ki a legegyszerűbben? Vegyük föl, hogy

$$m + n = 0, \quad a_1 \neq 0, \quad a_3 \neq 0; \quad (23')$$

akkor a (22'') egyenlet révén

$$m = \frac{a_3}{a_1} = -n,$$

és a (22''') és (22''v) vonatkozásokból erednek

$$\frac{\lambda^2}{\tau^2} = \frac{a}{\mu r^2} (a_1 + a_2 g), \quad (23''')$$

$$g = - \frac{a_3 \gamma_1 + a_1 (\gamma_2 + \gamma_3)}{a_3 \beta_1 + a_1 (\gamma_2 + \beta_3)}, \quad (23''v)$$

$$\frac{\lambda^2}{4\pi^2} = \frac{\beta_2 g^2 + (\beta_1 + \beta_2) g + \gamma_1}{a_3 \gamma_3 - a_3 \gamma_1} a_1, \quad (23^v)$$

mely utóbbi egyenletek közül a (23''v) a g értékét, a (23^v) a λ abszolút értékét, a (23''') pedig a $\lambda : \tau$ viszony abszolút értékét határozzák meg egyértelműleg, ha csak felteszszük, hogy a (23''v) és a (23^v) egyenletek bal oldalain levő nevezők értékei zérustól különbözők.

Még egy vonatkozás adódik abból, hogy a megoldás a lemez mindenik pontjában szükségkép egyértékű kell hogy legyen; minélfogva $\sin z$ és $\cos z$ egyértékűségéből következik, hogy $\frac{4\pi^2}{\lambda} g$ -nek egész számnak kell lennie.

A szóban levő vonatkozásoknak ily módon való kielégítése mellett a (16) egyenletbeli megoldás is egyszerű lesz, a mennyiben a

$$\tau_i = i\tau,$$

és így a megoldás úgy helyet mint időt tekintve periodikus rezgéseket jelent.

Továbbá ép úgy mint a 3. pontban könnyű az α_{ik} -ra nézve olyan megállapítást megejtetni, a melynél fogva az m az f -nek páros, a g pedig páratlan függvénye lesz.

Kérdezzük végül, hogy a p nyomás és a h lineár dilatatio között milyen vonatkozás állana a szóban levő $m+n=0$ esetén? E kérdésre csak durva közelítéssel felelhetünk. Tegyük föl ugyanis, hogy a nyomás a körlemezben az r -nek olyan függvénye, a mint az a LAMÉ tárgyalásából foly, t. i.

$$p = k_0 - \frac{k_1}{r^2},$$

hol k_0 és k_1 a külső és a belső nyomás és sugár meghatározta ismeretes állandók és így

$$r^2 = \frac{k_1}{k_0 - p}.$$

Ehhez hozzávéve, hogy

$$a = a_0 \frac{\partial p}{\partial h} = e^{-n.v} = r^m,$$

lészen

$$\frac{\partial p}{\partial h} = \frac{1}{a_0} \left(\frac{k_1}{k_0 - p} \right)^{\frac{m}{2}},$$

azaz

$$h = a_0 k_1^{-\frac{m}{2}} \int (k_0 - p)^{\frac{m}{2}} dp,$$

hol miként a (14) vonatkozás mutatja, az m pozitív és $> \frac{1}{2}$. Ez okból (ε -nal állandót jelölve)

$$h - h_0 = \varepsilon \left[(k_0 - p_0)^{1 + \frac{m}{2}} - (k_0 - p)^{1 + \frac{m}{2}} \right]$$

adná meg a lineár fajlagos megnyulást, ha a nyomás p_0 -ról p -re

felemelkedik és így a megnyúlás felső határa $= \varepsilon (k_0 - \mu_0)^{1 + \frac{m}{2}}$ volna.

Hogy az a_{ik} és f együtthatók és a g, λ, m, n között tényleg ez egyszerű vonatkozások állanak-e, azt sajnos nem lehet eldönteni, hiszen még az erőltetési vonal és az ottani erő közötti arctg g szög is csak kis pontossággal, a λ és m pedig egyáltalában nincs megmérve.

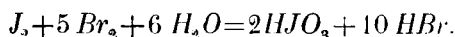
6. Az eddigi fejtegetéseknek alkalmazása azoknak az erőltetési vonalaknak a leírására, a melyek a fémlemez vágásakor és lyuktágításakor észlelhetők, nyilvánvaló.¹ Ha ugyanis a körsector középponti szöge $= \pi$ és a belső félkör sugara eléggé kicsiny, míg a külső félkör sugara végtelen nagy és a nyomó szerszám élét a kis félkör alkotja, míg az alap, a mely a nyomást felfogja, éppen a végtelen nagy sugarú félkör, akkor a létesülő tűneményt, a mi a vonalak alakját illeti, fejtegetéseink leírják. A HARTMANN idézett munkájában a 89. lapon leírt tűneménynél, igaz, két él áll szemben nagy távolságban; de ennek csak az a következménye, hogy a logaritmikus spirálisok mind a két él körül keletkeznek. Ha hasonlóképen az egész körgyűrűt a belső körkerületen radiálirányban egyenletesen nyomja a lyuktágító szerszám, akkor a főfeszültségi vonalak az egyenletes nyomás folytán bizonyára concentricus körök és ezek sugarai; minélfogva a 4. és 5. pont fejtegetései alkalmazhatóknak látszanak. Nevezetes, hogy a puskagolyóval átlőtt lemezekben is jelentkeznek a szabályosságukkal meglepő logaritmikus spirálisok; a hatás időbeli rövidségét itt pótolja annak vehemens volta; az a körülmény azonban, hogy itt bizonyosan rezgések kísérik a különben végeredményében csaknem azonos tűneményt, erősíteni látszik alapfeltevésemet, miszerint a vonalak keletkezésének oka a rezgésekben és azoknak más energiaformákba való átváltozásában keresendő.

¹ HARTMANN: Distribution des déformations. 1896, pag. 43 (planche II, fig. 4, pl. III. fig. 3) pag. 89.

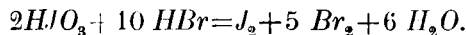
A JODIDOK ÉS A SZIN-JOD MENNYISÉGI MEGHATÁROZÁSÁNAK ÚJ MÓDJA.¹

BUGARSZKY ISTVÁN 1. tagtól és HORVÁTH BÉLÁ-tól.

Módszerünket arra a kísérleti tényre alapítottuk, hogy a brom vizes oldatban — saját megfigyelésünk szerint — a szinjodra hat, miközben végső reactiotermékek gyanánt jodsav és bromhydrogen keletkeznek:

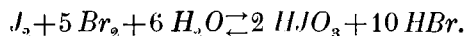


Viszont azonban a jodsav a bromhydrogenre (bár a fenti reactio-egyenlettel kifejezett átalakulás sebességéhez viszonyítva sokkal kisebb sebességgel) oxydáló hatást fejt ki, minek következtében a szin-jod és a szin-brom visszaalakulni képesek:

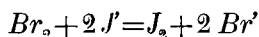


Az utóbbi reactióra támaszkodva, egyikünk egy módszert is dolgozott ki,² melylyel a bromidoknak (nem nagyon csekély) mennyisége chloridok jelenlétében quantitative meghatározható.

A szóban forgó reactio tehát megfordítható s így, ha a szokásos jelölést használjuk, a reactio-egyenletet így kell felírunk:



Ezt a chemiai átalakulást akartuk felhasználni a jodidoknak, illetőleg az ezekből primær úton a brom általa



egyenlet szerint leválasztott szin-jodnak mennyiségi meghatározására, minthogy ezt a feladatot — a chemiai mechanika tör-

¹ A m. kir. állatorvosi főiskola chemiai intézetében készült dolgozat.

² Bugarszky, Math. és term. tud. értesítő. XIII. 276. 1895.

vényeinek figyelembe vétele mellett — sikerrel megoldhatónak tartottuk. A chemiai tömeghatás törvénye szerint ugyanis, ha azt akarjuk, hogy a vett jodmennyiség a brom által gyakorlatilag teljesen oxydáltassék, akkor nem kell egyebet tennünk, mint a bromot a jodra relative nagy feleslegben hatni engednünk s egyidejűleg a jod absolut concentratiójának lehető kicsiny értékéről gondoskodnunk. Minthogy azonban szobahőmérsékleten a hatás rendkívül lassan megy végbe, azért, hogy az átalakulást aránylag rövid idő alatt teljessé tegyük, a reactiosebesség és a hőmérséklet közötti összefüggésre vonatkozó törvény alapján még a hőmérsékletet, melyen a bromnak és jodnak egymásra való kölcsönhatását lefolyni engedjük, megfelelő mértékben növelnünk kell. Mi erre a célra mint legegyszerűbb eszközökkel elérhető s elég magas hőmérsékletet a 100° C-t használtuk. Ugyanis ezen a hőmérsékleten elég rövid, t. i. mintegy 1 órai időtartamot teljesen elegendőnek találtunk ahhoz, hogy a reactio a felső nyíl irányában gyakorlatilag teljesen lefolyjon mindazokban az esetekben, a melyekben a jodnak a reactióelegy 100 cm^3 -ére eső mennyisége nem nagyobb $0\cdot01$ gr.-nál, a brom concentratiója pedig ugyanakkor $0\cdot2$ normal (ca. $1\cdot6$ gr. 100 cm^3 -ben). Miután a reactiót eképpen a felső nyíl irányában teljessé tettük, még a brom feleslegének tökéletes eltávolításáról kell gondoskodnunk a végből, hogy a jodsavvá oxydált jodnak mennyiségét a szokásos jodmetriás úton meghatározhassuk. A bromnak eltávolítása az egyensúlyi állapot eltolódása nélkül egyszerű elfőzés által elérhető, mint-hogy az elfőzés mindössze néhány (4—5) percznyi időt vett igénybe, a visszaalakulás pedig, rendkívül kicsiny specifikus sebességénél fogva, néhány percznyi idő alatt számbajövő mértékben nem halad előre.

Magának a meghatározásnak gyakorlati kivitele a következőképen történhetik: 100 cm^3 -es, keskeny nyakú, gömbölyű lombikban az illető (ha eredetileg lugos lett volna, kénsavval gyengén, $0\cdot01$ normal alatti concentrációra megsavanyított) oldatból lemérünk annyit, hogy a vett jod concentratiója (ezt 100 cm^3 -re leendő felhígításra számítván át) ne legyen nagyobb $0\cdot001$ normálnál, tehát a jod absolut mennyisége ne

legyen több 10—12 milligrammnál. A jod lemérése után a lombikba beleeresztünk 50 cm³ (közel) telített bromos vizet, majd annyi destillált vizet öntünk bele, hogy a folyadék egészen a lombik nyakának alsó széléig érjen. Ha ez megtörtént, a lombikot állványba fogjuk és behelyezzük vízzel megtöltött elég tág hengerüvegbe (mi erre a célra mintegy 0·5 liternyi ürtartalmú és 8 cm. átmérőjű főzőpoharat használtunk), melyet háromlabon álló dróthálóra Bunsen-láng fölé helyeztünk. Ezután a reactioelegyet, attól az időponttól számítva, a melyben a hengerüvegben levő víz forrni kezd, az utóbbiban állni hagyjuk. Egy óra múlva a lombikot a forró vízből kiemelve, a tartalmát quantitative egy *elég tág* (legalább 250 cm³-es) Erlenmeyer-lombikba visszük át a végből, hogy a vízgőznek s ezzel együtt a bromgőznek nagy felületről történő bőséges és rohamos távozását biztosítsuk, majd a reactioelegybe szarukanállal beleviszünk durva habkőport, melyet előzőleg hígított kénsavval való kivonással, majd destillált vízzel végzett mosással megtisztítottunk és kihevítettünk. A lombikot ezután dróthálóra Bunsen-láng fölé helyezzük és a bromot a *sárgulás megszűnté időpontjától számítva* mintegy 4—5 perczig tartó *igen élénk* forralással teljesen elűzzük. Ha aggodalmunk volna az iránt, hogy a bromnak utolsó nyomai is eltávoztak-e vagy sem, a *teljesen lehűlt* oldathoz egy csepp methyloorange-oldatot¹ adhatunk, melytől a folyadék, ha a bromnak nyomai sincsenek jelen, szép rózsaszínüvé válik, brom jelenlétében pedig az oldat szintelen marad. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a methyloorange jelenléte a titrálás végpontjának megállapítását kissé megnehezíti, mivel az átmenetet kevésbé élessé teszi, különösen abban az esetben, ha a jodnak csupán igen csekély mennyi-

elen, úgy hogy a titráláshoz 0·01 normal thiosulfatot vagyunk kénytelenek használni. Ilyenkor a methyloorange használatát kerülnünk el s inkább 1—2 perczzel hosszabb ideig forraljuk a folyadékot az előirt 4—5 percznél. Mi különben az 5 percznyi időt a brom teljes elűzésére valamennyi esetben elegendőnek találtuk, föltéve, hogy a folyadéknak elég *élénk*

¹ Györy: Zeitschr. f. anal. Chem. 32. 415. 1893.

forralását biztosítottuk. Ha a brom elűzése megtörtént, a lombiknak tartalmát lehűtjük, majd egy darabka (1—2 gramm) jodkaliumot dobva a folyadékba, a reactio-elegyet 5 cm³-nyi 2-szer normal kénsavval vagy sósavval erősen megsavanyítjuk és (mivel tudvalevőleg a jodsavnak oxydálódása nem pillanatszerűleg megy végbe) 2—3 percznyi várakozás után a kiválott jodot 0·05, esetleg 0·02, vagy ha igen csekély mennyiségű jod válott volna ki, 0·01 normal thiosulfat-oldattal megtitráljuk, indicatorul keményítő-oldatot használván. Az ekként talált jodnak $\frac{1}{6}$ része adja a jodsavban jelenlevő s az eredeti jodtartalommal azonos értékű jodmennyiséget.

Módszerünk helyességének megvizsgálása céljából végzett méréseink közül mindenekelőtt az alábbi táblázatban azokat az adatokat állítottuk össze, a melyekből az tűnik ki, hogy ha a meghatározás céljaira lemért jodmennyiséget kereken 10 milligramm és 0·2 milligramm között variáljuk, akkor a megegyezés a lemért és a talált jodmennyiségek között teljesen kielégítő. Az ezen adatokra vonatkozó táblázat közlése előtt még megjegyezzük, hogy a jodnak lemérése az 1.-től a 3. kísérletig olyan jódkaliumos jodoldat segélyével történt, mely egy literben 0·8306 gr. jódkaliumot és 0·6348 gr. jodot tartalmazott, vagyis az összes jod- (jodid-jod + szin-jod) tartalomra vonatkozólag pontosan $\frac{1}{100}$ normal volt. Az 1 mgr. alatti jodmennyiségek lemérése az előbb említett jodoldatnak 10-szeres fölhigitása által készített $\frac{1}{1000}$ normal oldat fölhasználása révén történt.

I. Táblázat.

A kísérlet száma	$\frac{1}{50}$ n. thiosulfát elhasznált cm ³ -einek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés százalékokban
1.	29·77	0·01269	0·01259	—0·00010	—0·8
2.	14·98	0·00635	0·00634	—0·00001	—0·1
3.	6·01	0·00254	0·00254	±0	±0
4.	4·49	0·001904	0·001900	—0·000004	—0·1
5.	2·99	0·001269	0·001265	—0·000004	—0·3
6.	1·53	0·000635	0·000647	+0·000012	+2·0
7.	0·62	0·000254	0·000262	+0·000008	+3·2

Ezen táblázat adataiból az tűnik ki, hogy a mikor az oxydatio céljából lemért jodmennyiséget 0·00635 és 0·000254 értékek között variáljuk, akkor az eltérés a vett és a talált jodmennyiségek között nem nagyobb, mint a mennyi az oldatrészletek lemérésénél és a titrálásnál elkövethető kísérleti hibáktól eredhet. Ellenben mikor a vett jodmennyiség 0·01269 gramm volt, abban az esetben a 0·8%-nyi veszteség, melylyel a talált jodmennyiség különbözött a vett jodmennyiségtől, már egy kevéssé fölülmulta a kísérleti hibát. Ez a tapasztalati tény arra int, hogy ha teljesen pontos értéket akarunk kapni, a meghatározáshoz semmi esetre se vegyünk több anyagot, mint a mennyi mintegy 10 milligramm jodot tartalmaz. A lehető legpontosabb érték eljárásunkkal akkor nyerhető, ha a jod mennyisége mintegy 6 és 1 milligrammnyi értékek között ingadozik. Hogy a főntebb említett mintegy 10 milligrammnyi határértéket nem szabad túllépni, arról még jobban meggyőzött minket egy új meghatározás, melynél az oxydatio céljából a jodból a fenti határértéknél kétszer nagyobb mennyiséget, 0·02538 grammot mértünk le; ekkor ugyanis eljárásunk segítségével 0·02264 gramm jodot találtunk, vagyis circa 8%-kal kevesebbet, mint a mennyit tényleg lemértünk.

Csupán *teljesség okából* az alábbi, II. táblázatban azon meghatározásaink eredményeit is közöljük, a melyek arról győztek meg bennünket, hogy ha a bromnak jodra való oxydáló hatásának időtartamát csupán néhány perczre szállítjuk le az által, hogy az Erlenmeyer-lombikba lemért jodoldathoz hozzáelegyítvén 50 cm³ telített bromos vizet, a bromot a reactioelegyből mindjárt elfőzzük, akkor a jodtartalmat nagyon is számbajövő veszteséggel kapjuk meg, úgy hogy az eljárás ebben az egyszerűbb alakjában legfőljebb a jod közelítő meghatározására, vagy csupán mint qualitativ reactio használható föl.

II. Táblázat.

A kísérlet száma	$\frac{1}{50}$ n. thiosulfát elhasznált cm^3 -einek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés százalékokban
1.	29.05	0.01269	0.01231	-0.00038	-3.1
2.	14.43	0.00635	0.00611	-0.00034	-5.5
3.	5.58	0.00254	0.00236	-0.00018	-7.6
4.	4.40	0.001904	0.001862	-0.000042	-2.2
5.	2.94	0.001269	0.001244	-0.000025	-2.0
6.	1.40	0.000635	0.000592	-0.000043	-7.7
7.	0.60	0.000254	0.000254	± 0	± 0

Chloridok és bromidok jelenléte — mint ez az alábbi, III. táblázatban összeállított mérési adatainkból látható — az eljárásunk segélyével végzett jodmeghatározást a legkevésbé sem zavarja.

III. táblázat.

A kísérlet száma	Az oldat lemért térfogata tartalmazott grammokban			A chlor és brom hány ekvivalense esik egy ekvivalense jodra.	$\frac{1}{50}$ n. thiosulfát elhasznált cm^3 -einek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés százalékokban
	chlor-natriumból	brom-káliumból	jod-káliumból						
1.	0.00059	0.00119	0.00332	1 $\frac{1}{2}$	2.41	0.00254	0.00255	+0.00001	+0.4
2.	0.00293	0.00596	0.00332	2 $\frac{1}{2}$	2.41	0.00254	0.00255	+0.00001	+0.4
3.	0.00585	0.01191	0.00332	5	2.41	0.00254	0.00255	+0.00001	+0.4
4.	0.00170	0.02382	0.00332	10	2.39	0.00254	0.00253	-0.00001	-0.4
5.	0.02925	0.05956	0.00332	25	2.40	0.00254	0.00254	± 0	± 0

A mikor a jodtartalom az előbbi, III. táblázatban közölt meghatározásainkhoz lemért mennyiségnél 10-szer kisebb volt, t. i. kereken csak $2\frac{1}{2}$ tizedmilligramm volt egyenlő, eljárásunk segélyével szintén teljesen jó értékeket kaptunk, mert az eltérés a vett és a talált jodmennyiségek között, miként ez az alább következő IV. táblázat utolsóelőtti rovatából látható, nem

volt nagyobb néhány ezred milligrammnál, tehát nem volt nagyobb a titrálásnál elkövethető hibánál.

IV. táblázat.

A kísérlet száma	Az oldat lemért térfogata tartalmazott grammokban			A chlor- és brom-hány-egyelevenek csak egy-egy ekvivalens-jodra $\frac{1}{50}$ n. tithosulfát elhasznált cm^3 -einek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés százalékokban	
	chlor-natriumból	brom-káliumból	jod-káliumból						
1.	0.00059	0.00119	0.000332	$\frac{1}{2}$	1.21	0.000254	0.000256	+0.000002	+0.8
2.	0.000293	0.000596	0.000332	$2\frac{1}{2}$	1.19	0.000254	0.000252	-0.000002	-0.8
3.	0.000585	0.001191	0.000332	5	1.21	0.000254	0.000256	+0.000002	+0.8
4.	0.001170	0.002382	0.000332	10	1.21	0.000254	0.000256	+0.000002	+0.8
5.	0.002925	0.005955	0.000332	25	1.19	0.000254	0.000252	-0.000002	-0.8

Miután ekként arról győződünk meg, hogy a chloridok és bromidok jelenléte a meghatározást nem zavarja, annak a megvizsgálására tértünk át, hogy vajjon erősebb ásványi savnak, pl. kénsavnak elég alacsony koncentrációban való jelenléte a meghatározás pontosságát befolyásolja-e vagy sem. Ezt azért tartottuk szükségesnek megvizsgálni, mert eljárásunk nyilvánvalóan csak neutralis vagy savanyú közeg jodtartalmának meghatározására alkalmazható, mert ha a közeg csak oly gyenge mértékben is lenne lúgos, a minőt a bicarbonatok jelenléte az oldatban eredményez és természetesen még inkább alkali-carbonatok vagy lúgos hydroxydok jelenlétében a brom bevitele a lúgosság megszüntetése előtt hypobromit és bromat keletkezését eredményezné, a mi eljárásunk segélyével a jodmeghatározást lehetetlenné tenné. Ha azonban a brom hozzátétele előtt hígított sósav vagy kénsav kellő mennyiségének alkalmazása által a közeg határozott savanyú reakciójáról gondoskodunk, ez esetben módszerünk, az eredeti lúgosság daczára, előreláthatólag sikerrel alkalmazható a jod meghatározására. Hogy ez valóban így van, ezt igazolják az alább következő V. táblázatban összeállított kísérleteink, melyekben a reactio-elegy, melyben a brom hatott, $\frac{1}{100}$ normal koncentrációban levő kénsavtól eredőleg savanyú reakciójú volt.

V. Táblázat.

A kísérlet száma	Az oldat lemért térfogata tartalmazott grammokban			A chlor és brom lány equivalense esik egy equivalens jodra $\frac{1}{50}$ n. tiosulfat el- használt cm ³ -éinek száma		Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyi- ség grammokban	Eltérés gram- mokban	Eltérés száza- lékokban
	chlor- natriumból	brom- kaliumból	jod- kaliumból						
1.	0·000059	0·000119	0·000332	$\frac{1}{2}$	1·23	0·000254	0·000260	+0·000006	+2·4
2.	0·000293	0·000596	0·000332	$2\frac{1}{2}$	1·19	0·000254	0·000252	-0·000002	+0·8
3.	0·000585	0·001191	0·000332	5	1·21	0·000254	0·000256	+0·000002	+0·8
4.	0·001170	0·002382	0·000332	10	1·23	0·000254	0·000260	+0·000006	+2·4
5.	0·002925	0·005955	0·000332	25	1·20	0·000254	0·000254	± 0	± 0

Az eddigi meghatározásainkhoz vett bromot a Kahlbaum-féle berlini gyártól beszerzett készítménynek gondos tisztítása útján nyertük. A tisztítási eljárás a következő volt: A bromot mindenekelőtt ismételt 10%-os bromkalium-oldattal vontuk ki, majd destillált vízzel mostuk, utána koncentrált kénsavval ráztuk s végül tiszta üvegrészekből álló s megfelelő számú közőrüléssel ellátott destilláló készülékből kevés baryumoxydról fractionált destillationak vetettük alá. A párlat első és utolsó részletét félretettük s csupán a középső részletet használtuk föl, mely a destillálásnak alávetett bromnak mintegy a felét tette ki. Az ily módon tisztított bromban eljárásunkkal 50 cm³-nyi telített bromos vízben, mely kereken 1·6 gr. bromot tartalmazott föloldva, a jodnak nyomait sem voltunk képesek kimutatni, s minthogy $\frac{1}{100}$ mgr. jod a keményítőt már észrevehető mértékben megfesteni képes, következik, hogy 1·6 gr. bromban semmi esetre sem volt több jod $\frac{1}{600}$, vagyis kereken 0·002 milligrammnál, tehát kevesebb volt, mint 0·0001 %, úgy hogy tehát az összes brommennyiségnek legföljebb egy milliomodrészével volt egyenlő. Ahhoz azonban, hogy módszerünk segélyével jodmeghatározást végezhesünk, ennyire jodmentes bromra éppenséggel nincsen szükségünk; felhasználhatjuk erre a célra a kereskedésbeli bromot is, csupán az szükséges, hogy a felhasználandó bromnak a jodtartalmát külön kísérletben egyszer s mindenkorra meghatározzuk. Mi mikor a közvetlenül a keres-

kedésből beszerzett Kahlbaum-féle brommal készített telített bromos víznek 50 cm³-ében a jodot eljárásunk segélyével két parallel-kísérletben meghatároztuk, az egyik kísérletnél

$$0\cdot42,$$

a másíknál

$$0\cdot48,$$

közéértékben 0·45 cm³ ¹/₁₀₀ n. thiosulfat-oldatot fogyasztotunk el, a mi

$$\frac{0\cdot45}{6} \times 0\cdot00127,$$

vagyis kereken 0·0001 gr. jodnak felel meg 1·6 gr.-ban és százalékokban kifejezve 0·007 %-kal egyenlő. Az alább következő VI. táblázatban azon meghatározásaink eredményei láthatók, a melyeket a kereskedésbeli brommal készített bromos víz fölhasználása mellett nyertünk.

VI. Táblázat.

A kísérlet száma	Az oldat leíért térfogata tartalmazott grammokban			Egy equivalens jodra hány equivalens esik		1/10 n. thiosulfat elhasznált cm ³ -einek száma	A bromos víz jodtartalma miatt alkalmazott correctio után a cm ³ -ek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés száza- lékokban
	natrium- chloridból	kalium- bromidból	kalium- jodidból	NaCl	KB						
1.	0·0117	0·0238	0·00332	10	10	2·47	2·38	0·00254	0·00252	—0·00002	—0·8
2.	0·02925	0·0596	0·00332	25	25	2·47	2·38	0·00254	0·00252	—0·00002	—0·8
3.	0·1170	0·0238	0·00332	100	10	2·47	2·38	0·00254	0·00252	—0·00002	—0·8
4.	0·0117	0·2382	0·00332	10	100	2·47	2·38	0·00254	0·00252	—0·00002	—0·8
5.	0·1170	0·2382	0·00332	100	100	2·47	2·38	0·00254	0·00252	—0·00002	—0·8

Mint ezen táblázat két utolsó rovatából látható — a bromos víz jodtartalma miatt szükséges correctio alkalmazása után — a megegyezés a vett és talált mennyiségek között szintén teljesen kielégítő.

Ezután annak az esetnek a megvizsgálására tértünk át, hogy eljárásunk helyes értékeket szolgáltat-e akkor is, ha a chloridok és bromidok *igen nagy fölöslegben* vannak a jodidok

mellett jelen, a milyen esetekkel pl. az ásványvizek és a tenger vize jodtartalmának megállapítása alkalmával találkozunk. Mielőtt erre vonatkozó meghatározásaink elvégzésére tértünk volna át, a módszer nagy érzékenysége miatt figyelembe kellett venni azt, hogy vajjon a kísérleteinkhez fölhasznált chlornatrium, bromkalium alkalmazott legnagyobb 1·17, illetve 2·38 gr-nyi mennyiségében nincs-e jelen esetleg annyi jod, a mennyi eljárásunk segélyével még kimutatható. Kísérleteinkből kitűnt, hogy ezen aggodalmunk alaptalan volt, mert a meghatározásainknál nem találtunk több jodot, mint a mennyit magában a bromos vízben — melynek készítésére a közönséges kereskedésbeli bromot használtuk — találtunk. Ugyanis :

1·17 gr. chlornatriumnál elfogyott

a) 0·41 cm³ $\frac{1}{100}$ n. thiosulfat

b) 0·41 " " " "

2·3822 gr. bromkaliumnál

a) 0·38 cm³ $\frac{1}{100}$ n. thiosulfat

b) 0·37 " " " "

és végül

1·1700 gr. chlornatrium + 2·3822 gr. bromkaliumnál

a) 0·39 cm³ $\frac{1}{100}$ thiosulfat

b) 0·39 " " " "

vagyis — eltekintve a titrálási hiba folytán származható kis eltérésektől — oly értékeket kapunk, melyek a fentebb előrebocsátott állításunknak helyességét igazolták.

A bromidoknak és chloridoknak igen nagy fölöslege eseteiben a kereskedésbeli brom felhasználása mellett végzett meghatározásaink eredményeit az alább következő VII. táblázat tünteti fel.

VII. táblázat.

A kísérlet száma	Az oldat lemért térfogata tartalmazott grammokban			Egy equi-valens jódra hány equi-valens esik		1/100 n. thiosulfát elhasznált cm ³ -eknek száma	A bromos víz jód-tartalma miatt alkalmazott correctio után a cm ³ -ek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés százalékokban
	Natrium-chloridból	Kálium-bromidból	Kálium-jodidból	NaCl	KBr						
	1.	0-11700	0-23820	0-00332	100						
2.	0-29250	0-59560	0-00332	250	250	2-54	2-45	0-00254	0-00259	+0-00005	+1-9
3.	1-17000	0-23820	0-00332	1000	100	2-52	2-43	0-00254	0-00258	+0-00004	+1-8
4.	0-11702	2-38220	0-00332	100	1000	2-49	2-40	0-00254	0-00254	± 0	± 0
5.	1-17002	2-38220	0-00332	1000	1000	2-49	2-40	0-00254	0-00254	± 0	± 0

Miként ezen táblázat két utolsóelőtti oszlopának rovataiból látható, az eltérés a vett és a talált jodmennyiség között a chloridoknak és bromidoknak igen nagy fölöslegei eseteiben sem nagyobb néhány század milligramnál, vagyis elhanyagolható kicsiny érték.

A mikor megismételtük az utóbb jelzett esetre vonatkozó meghatározásainkat, de méréseinkhez *jodmentes* tiszta *bromot* használtunk föl, ugyanolyan értékeket kaptunk, mint amilyeneket jód-tartalmú brom használatánál nyertünk, miként ez az alább következő VIII. táblázat adataiból látható.

VIII. táblázat.

A kísérlet száma	Az oldat lemért térfogata tartalmazott grammokban			Egy equi-valens jódra hány equi-valens esik		1/100 n. thiosulfát elhasznált cm ³ -eknek száma	Vett jodmennyiség grammokban	Talált jodmennyiség grammokban	Eltérés grammokban	Eltérés százalékokban
	Natrium-chloridból	Kálium-bromidból	Kálium-jodidból	NaCl	KBr					
	1.	0-11700	0-23820	0-00332	100					
2.	0-29250	0-59560	0-00332	250	250	2-43	0-00254	0-00257	+0-00003	+1-2
3.	1-17000	0-24820	0-00332	1000	100	2-45	0-00254	0-00259	+0-00005	+1-9
4.	0-11702	2-38220	0-00332	100	1000	2-42	0-00254	0-00256	+0-00002	+0-8
5.	1-17002	2-38220	0-00332	1000	1000	2-45	0-00254	0-00259	+0-00003	+1-9

Eljárásunk lehetséges gyakorlati alkalmazásai közül legfontosabbnak tartjuk felhasználását ivóvizek, ásványvizek, vala-

mint gyógyszerek jodtartalmának meghatározására, mert míg eljárásunk egyfelől az összes eddigelé erre a célra kidolgozott módszereket¹ egyszerűség dolgában fölülmúlja, addig másfelől a segélyével nyert s az előzőkben közölt mérési adataink a módszer megbízhatóságát minden kétségen kívül helyezik. Eljárásunknak egyik főelőnye, hogy a vízben a jodtartalmat közvetlenül határozhatjuk meg, minthogy nem szükséges előbb ebből a célból a vizet meglágyítani és organikus anyagoktól mentessé tenni, hanem csupán arról kell gondoskodnunk, hogy a meghatározás céljából lemerített vízrészletet (ha nem volna a víz már eredetileg teljesen neutralis vagy savanyú) a brom hozzáadása előtt hígított kénsavval vagy sósavval határozottan savanyú reactiojává tegyük. Ugyanis külön kísérlet meggyőzött bennünket arról, hogy organikus anyagok, ammonium-sók, nitratok, nitritek jelenléte a meghatározást éppenséggel nem zavarja, sőt ha mangano-, ferro- és ferri-sók és a jódnak nem csupán nyomai vannak jelen, egy műfogásnak alkalmazása által a jodtartalom a vízben mégis közvetlenül meghatározható. Nevezetesen megfigyelésünk szerint eléggé savanyú közegben a mangani- és ferri-ionok nagy hígítás mellett és a jodationok ugyanakkora nagyságrendű concentratioja esetében a jodsav oxydatiós sebességéhez képest gyakorlatilag elhanyagolható sebességgel választanak le jodot, úgy hogy ez a körülmény lehetővé teszi, hogy a jod megtitrálását egészen jól elvégezhessük és helyes eredményhez jussunk. E végből a titrálást befejezettnek kell tekintenünk, mihelyest a keményítőoldat egészen elszintelenedett és nem kell törődnünk azzal, hogy a titrálás befejezte után néhány (5—6) másodperc múlva a keményítő megint kékülni kezd, minthogy az utólagos megkékülést okozó jodkiválást már a jelenlevő ferri- és mangani-ion oxydáló hatása okozza.

Azt az oldatot, melyen eljárásunkat kipróbáltuk, úgy készítettük, hogy egy liter vízre feloldottunk 10 gr. natrium bicarbonatot, továbbá 0.1—0.1 grammot a ferrosulfatból, a ferri-

¹ Az erre vonatkozó irodalom részletes összeállítását lásd: KOWALD EML, Jód és bróm meghatározásának újabb módja. Bölcsészeti doktori értekezés. Budapest, 1908.

chloridból, a manganosulfatból, az ammoniumoxalatból, a szőlő-czukorból, a natriumnitritből és a kaliumnitratból és végül 0·1659 grammot a jodkaliumból. Az ekként nyert zavaros folyadékából, miután előzőleg jól összeráztuk, kivettünk 20—20 cm³-t és ezt 100 cm³-es mérőlombikba eresztettük bele. Ezután a reactioelegyet 5 cm³ ²/₁ normál kénsavval megsavanyítottuk, majd 50 cm³ telített és teljesen jodmentes bromos vizet öntöttünk hozzá, végül pedig a lombik nyakának alsó széléig destillált vizet öntöttünk. A továbbiakban a szokásos eljárást alkalmaztuk. A titrálás alkalmával az első meghatározásnál, melynél lassan végeztük a titrálást, elfogyott az ¹/₅₀ n. thiosulfatból

6·10 cm³,

a második meghatározásnál, melynél lehetőleg gyorsan titrálunk, elfogyott

5·84 cm³,

vagyis a kiválotott jod titrálására középértékben elhasználtunk

5·97 cm³

¹/₅₀ n. thiosulfat-oldatot, a mi megfelel 0·00256 gr. talált jodmennyiségnek a vett 0·00254 gr-mal szemben, tehát a meg egyezés teljesen kielégítő.

Miután ekként meggyőződünk arról, hogy eljárásunk alkalmas arra, hogy a jódtartalom ásvány- és ivóvizekben — ezeknek minden előkészítése nélkül — közvetlenül meg legyen határozható, áttértünk arra, hogy néhány ismertebb jodtartalmú ásványviz jodtartalmát meghatározzuk.

Az idő rövidege miatt meg kellett elégednünk a kereskedésből beszerzett, eredeti dugaszolású palackokban lévő és nem direct a forrásból, kellő ellenőrzés mellett meritett vizeknek vizsgálatával.

Mintthogy meghatározásainkhoz a vizeket térfogat szerint mértük le, hogy az átszámítást grammokra elvégezhessük, a vizeknek sűrűségét is meghatároztuk 19° C-ra vonatkozólag, és ugyanilyen hőmérsékletű vizre, mint egységre vonatkoztatva. A meghatározást MOHR-WESTPHAL-féle mérleggel végeztük.

A jod titrálása alkalmával követett eljárásra vonatkozólag

megjegyezzük, hogy — pontosabb térfogat-meghatározás lehetővé tétele céljából — a thiosulfat-oldatot nem burettából, hanem oly pipettából eresztettük a reactio-elegyhez, mely egyesesen $\frac{1}{100}$ cm³-ekre volt beosztva, s oly hegyben végződött, hogy egy-egy cseppnek a térfogata nem volt nagyobb 0.025 cm³-nél.

A meghatározásainknál nyert eredményeket az alábbi táblázatban állítottuk össze.

IX. táblázat.

Az ásványvíz neve	Az elemző vegyész neve	A víz sűrűsége	A meghatározásra vett víz cm ³ -ben	Az elfogyasztott $\frac{1}{50}$ n. thiosulfát cm ³ -einek száma	1000 cm ³ . vizben	1000 gr. vizben	A palaczk jelzése szerint 1000 gr. vizben	A talált jodmennyiség a palaczkon jelzett jodmennyiségnek hány százalékát teszi ki
					Van jod grammokban			
Csizi jod-brom-forrás	Ludwig	1.0104	20	1.35	0.0285	0.0282	0.0454	63
				1.35				
Málnási Mária-forrás	Hankó	1.0092	100	0.72	0.00307	0.00304	0.00398	77
				0.72				
Lipiki hévvíz	Ludwig	1.0015	100	0.122	0.00052	0.00052	0.0177	3
				0.120				

Míg a csizi és málnási víznél az eltérés a palaczkon jelzett és az eljárásunk segélyével talált jodmennyiség között azal az ingadozással magyarázható, mely az ásványvizek chemiai összetételében tapasztalat szerint mutatkozni szokott, addig a lipiki víznél a tényleg talált jodtartalom kereken csak $\frac{1}{30}$ részét teszi annak a jodmennyiségnek, melynek a palaczk jelzése szerint jelen kellene lennie. Ez alig magyarázható más-képpen, mint hogy a Ludwíg-féle analysisnek ezen adata hibás, vagy nem a palaczkban levő vízre vonatkozik. Azt különben, hogy a lipiki víz jodtartalma aránylag igen kicsiny, először Lecco¹ állapította meg, a ki a lipiki vízben colorimetriás módszerrel 0.0005 gramm jodot talált literenként, tehát a mi adatunkkal igen

¹ Zeitschr. f. analyt. Chemie. 35, 318. 1896.

² L. nevezettnak már idézett doktori értekezését.

jól egyező mennyiséget. KOVALD² a WINKLER-féle módszerrel szintén ugyanakkora nagyságrendű értéket, 0·00062 grammot talált.

Végül módszerünket felhasználtuk arra is, hogy segítségével az Adriai-tenger vizének jodtartalmát meghatározzuk. A vizsgálatnak alávetett tengervíz Abbazia északi partján egy olyan helyen lett a Quarneroból merítve, melynek közelében forrásvíz nincsen.¹ A megvizsgált tengervíznek jellemzése céljából mindenekelőtt meghatároztuk annak a sűrűségét, VOLHARD szerint az összes chlortartalmát, valamint az összes benne oldva levő sók mennyiségét. Az eredmény a következő volt:

A sűrűséget 1·0255-nek találtuk, míg BUCHNER² szerint 1·025—1·026 közt ingadozik. A chlortartalmat 1000 cm³ vízben 20·3 grammnak, az összes sótartalmat pedig 37·6 grammnak találtuk, míg BUCHNER analysise szerint ezek az értékek átlagban 20·4, illetőleg 37·8 grammal egyenlők.

Jodmeghatározás céljából 500 cm³-es mérőlombikban le-mértünk 400 cm³ tengervizet és miután azt 4 cm³ ²/₁ normal kénsavval megsavanyítottuk, a folyadékhoz a lombik nyakának alsó széléig telített bromos vizet elegyítettünk. Ezután a lombikot a szokásos módon 100°-nyi hőmérsékleten 1 óra helyett 2 órán keresztül tartottuk, hogy a bromnak alacsonyabb concentratioja által okozott kisebb átalakulási hányadot a hatás tartamának meghosszabbítása révén kellő mértékben megnöveljük. Egy parallel kísérletben másik félliteres lombikban 400 cm³ destillált vizet mértünk le, ebben 12 gramm teljesen jodmentes chlornatriumot oldottunk fel, és miután 4 cm³ ²/₁ normal kénsavat öntöttünk hozzá, annyi telített bromos vízzel elegyítettük össze, hogy a folyadék a lombik nyakának alsó széléig érjen. A továbbiakban ezen lombikot, illetőleg annak a tartalmát ugyanannak az eljárásnak vetettük alá, mint a tengervizet. A végből, hogy egészen bizonyosak legyünk a brom legutolsó nyomainak az eltűnéséről is, annak elfőzése alkalmával, miután a reactio-elegyet előbb megfelelő nagyságú, mintegy 1¹/₂

¹ A vizsgálatnak alávetett tengervizet Wuits Milivoj m. államvasuti ellenőr úr volt szíves rendelkezésünkre bocsátani.

² GLAX. Balneotherapie. 73. oldal.

literes Erlenmeyer-lombikba vittük át, a szokásos 5 percznyi elfőzési időtartamot 2 perczcel megtoldottuk.

A brom elfőzése és a lombik tartalmának lehülése után a folyadékba néhány gramm jodkaliumot dobtunk bele, majd 10 cm^3 $\frac{2}{1}$ normal kénsavat elegyítettünk a folyadékhoz s két percznyi várakozás után a reactioelegyhez keményítőoldatot adtunk. Ekkor azt tapasztaltuk, hogy míg a tengervizet tartalmazó folyadék gyengén megkékült, addig az ellenőrző folyadék szintelen maradt. Ezután egy percznyi további várakozás után $\frac{1}{100} \text{ cm}^3$ -ekre osztott pipettából kieresztett (6 cseppnyi) 0.140 cm^3 $\frac{1}{100}$ normal thiosulfat-oldat a kékülést teljesen megszüntette. Egy másik meghatározásnál az $\frac{1}{100}$ normal thiosulfatból 0.130 cm^3 -t fogyasztottunk el. Ezekből az adatokból az tűnik ki, hogy a quarnerói tengervíz 1000 köbcetiméterben 0.00007 gramm, vagyis $\frac{7}{100}$ milligramm jod van jelen; a jod tehát a tengervíz egész mennyiségére vonatkoztatva 7 százmilliomod-résszel egyenlő, a chloræquivalensek száma pedig a tengervizben ke-
reken milliószorosan múlja felül a jodæquivalensek számát.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 márczius 15.-én tartott üléséből).

A LAKMUSZ FESTŐANYAGAIRÓL.

SCHEITZ PÁL-tól.¹

A lakmusz néven forgalomba hozott készítmény vizsgálataival, illetőleg hatóanyagának elválasztásával először KANNE² foglalkozott tüzetesen s 1841-ben terjedelmes közleményben számolt be buvárlatainak eredményeiről. KANNE szerint a lakmuszban négy alkotórész van, ú. m. *azolitmin*, *erythrolein*, *erythrolitmin* és *spaniolitmin*. KANNE ezen anyagokat következőképpen jellemezi: Az *azolitmin* sötét vörös-barna alakatlan test, mely alkoholban, vízben nem oldódik, fém sókkal lakkot létesít és ez az anyag adja lúggal és savval az ismert színváltozást. Ez a lakmusz legfontosabb alkotórésze. Az *erythrolein* szobahőmérsékleten olajszerű, 38°-on folyós, alkoholban és ætherben oldódik s lúgokkal vörös színű lesz. Egy font lakmusz 12—15 gran erythroleint tartalmaz. Az *erythrolitmin* élénk vörös kristályos test, mely alkoholban jól oldódik; lúgoktól megkékül, és ammoniával vízben oldhatatlan vegyületté egyesül, mely nem állandó. Fém sókkal szintén lakkot ad. A *spaniolitmin* nem állandó alkotórésze a lakmusznak, ha azonban jelen van, akkor rendszeren az azolitmin mellett található s ettől elválasztani nem mindig lehet. A spaniolitmin vörös színű, nitrogént nem tartalmaz, alkoholban és ætherben nem oldódik; lúgoktól megkékül és lakkot is létesít. KANNE ezen négy vegyületet meg elemezte, közli molekula-képletüket is, de csak arról számolt be, hogy az egyes alkotórészek közül az erythrolein mennyisége mekkora a lakmuszban.

¹ Közlemény a kir. József-műegyetem általános chemiai laboratoriumából.

² Kanne, Annalen der. Ch. 39.50.

KANNE után BROWN,¹ CLASSEN,² FÖRSTER,³ GOTTLIEB,⁴ KRETSCHMAR,⁵ LÜTTKE,⁶ MARTENSON,⁷ MOHR,⁸ MÜLLER,⁹ PEREIRA,¹⁰ RICHTER,¹¹ ROCHLEDER és SKRAUP,¹² SCHÄFER,¹³ STOLBA,¹⁴ VOGEL,¹⁵ WARTHA¹⁶ foglalkoztak a lakmusz tanulmányozásával. Ezen buvárok azonban nem haladtak a KANNE nyomdokain s nem is az volt czéljuk, hogy az egyes alkotórészeket elkülönítsék, hanem inkább arra törekedtek, hogy a térfogatossá elemzéshez lehetőleg érzékeny kémszert állítsanak elő. A fent említett buvárok a lakmuszt több vagy kevesebb módosítással ugyanegy elv szerint tisztították. A lakmuszban három alkotórészt különböztetünk meg: 1. anorganikus részt, mely az egésznek a fő-tömege, 2. festőanyagot, mely lúgoktól megkékül, 3. festőanyagokat, melyek lúggal nem kék, hanem biborvörös és sárga színű vegyületeket létesítenek. Az elv tehát mindegyik szerzőnél az volt, hogy az anorganikus részek eltávolításával a festőanyagot töményítse, azután azokat a festőanyagokat, a melyek a lúggal biborvörös, vagy sárga színű vegyületet létesítenek, lehetőleg tökéletesen elkülönítse; mennél tökéletesebben sikerült ez, annál érzékenyebb és élesebb volt a lakmusz színváltozása. A kivétel mindegyik szerzőnél más. A legérzékenyebb kémszert a MOHR és a WARTHA-féle eljárásokkal állíthatjuk elő.

A mesterséges úton előállított s lakmuszhoz hasonló készit-

¹ Pharm. J. Transact 2. 181. Rep. d. Chem. Ztg. 1896. 88.

² Mohr-Classen, Titrimethoden.

³ Ztschr. f. anal. Chem. 28. 428.

⁴ Wiener Sitzungsber. 60 K.

⁵ Ztsch. f. anal. Chem. 19. 341.

⁶ Apoth. Zeitg. 1891. 643.

⁷ Pharm. Ztschr. f. Russl. 13. 193.

⁸ Ztschr. f. anal. Chem. 12. 372.

⁹ Chem. Centr. 1852. 608.

¹⁰ Chem. Centr. 1849. 1851.

¹¹ Ztschr. f. anal. Chem. 21. 204.

¹² Wien. Anz. 1874. 118.

¹³ Apoth. Zeitg. 9. 839.

¹⁴ Listy. Chem. 6. 7.

¹⁵ Buchner's neues Jahrb. d. Pharm. 18. 135.

¹⁶ Ber. Dtsch. chem. Ges. 9. 217.

mények száma felette nagy. DE LUYNES,¹ ZULKOWSKY és PETERS² és legújában HEINRICH és MEYER³ állítottak elő a lakmuszhoz hasonló készítményeket. Ezen dolgozatok közül a DE LUYNES-é figyelemreméltó, mert az általa előállított vegyület a közlemény szerint tiszta lakmusz. Azolitmin néven a kereskedésben 1884 óta egy felette drága készítmény kapható. Ezen anyag nagyon tiszta s pompás indikátor. Az irodalom nem tájékoztat arról, hogy lakmuszból készül-e, vagy pedig mesterséges úton.

A lakmuszra vonatkozó irodalmat tanulmányozva feltűnt, hogy a fent említett buvárok közül egyik sem követte KANNE eljárását, noha az ő közleménye szerint nemcsak a főhatóanyagot, az *azolitmint*, hanem a többi alkotórészeket is aránylag egyszerű módon lehet előállítani. Feltűnő volt továbbá, hogy a nagyobb szakmunkák, melyek az indikátorok leírásával foglalkoznak, KANNE dolgozatát, mint alapvetőt megemlítik ugyan, de eljárását nem közlik; a festőanyagokkal foglalkozó szakmunkák pedig az általa elkülönített anyagok létezéséről csak fenntartással irnak.

Célom volt tehát KANNE dolgozatát tanulmányozni, és megtudni, hogy az általa leírt vegyületek valóban találhatóak-e a lakmuszban, és leírása szerint előállíthatók-e, s ha ezek nincsenek jelen, miféle alkotórészei vannak s mi módon különíthetők el. Célom volt továbbá tanulmányozni, hogy a mesterséges úton készített s a lakmuszhoz hasonlóan viselkedő vegyületek azonosak-e a lakmuszból előállított azolitminnel?

KANNE leírása szerint az egyes vegyületeket nem sikerült kiválasztanom. Szerinte a lakmuszt vízzel kell kilúgozni, és a *maradék* tartalmazza az erythroleint, az erythrolitmint és az azolitmint. Kísérleteim szerint a majdnem fehér maradék (mely fő-tömegében carbonat) csak nagyon kis mennyiségű festőanyagot tartalmaz; ezt feldolgozni egyáltalában nem érdemes; a lakmusz festőanyagait nem a maradékban, hanem az oldatban kell keresni.

¹ Comptes rendus 59. 49.

² Wiener Monatshefte 11. 238.

³ Ztschr. f. Farben- und Textil-Chemie I. évf. 599.

A kereskedésben két fajta lakmusz kapható, a közönséges, lacmus venale és a tisztított, lacmus purissimum. Az előbbi már külsőleg is elárulja, hogy nagyon kevés festőanyag van benne; ennek csak felülete kék és szétdőrsölve majdnem fehér. Főalkotórésze a calciumcarbonat. A tisztított lakmuszban is bőségesen van hamú alkotórész, mindazonáltal ebben sokkal több a festőanyag; káros tulajdonsága azonban, hogy sokféle szerves anyag van benne, melyek a vizsgálatot nagyon megnehezítik, sőt nem egyszer lehetetlenné is teszik. A szerves anyagok mennyisége nemcsak a különböző gyárakból beszerzett készítményekben, hanem az egy és ugyanazon helyről vett lakmuszban is változó, és előfordult, hogy ugyanazon gyárból beszerzett lakmuszban egyes, már előbb kimutatott és elválasztott vegyületeket egy későbbi szállítmányban megtalálni nem lehetett. A vizsgálatot még az anorganikus anyagok jelenléte is megnehezíti; ezeket teljesen eltávolítani jóformán lehetetlen. Vizsgálataimhoz mind a két lakmusz fajtát használtam.

A tisztított lakmusz vizsgálata.

A lakmuszban a festőanyagok alkáli- és alkáliföldfémekhez vannak kötve, tehát mindenekelőtt ezeket a vegyületeket el kell bontani, illetőleg a festőanyagokat fel kell szabadítani. E célból a finoman porított anyagot apránként híg sósavval telítjük, míg széndioxid már nem fejlődik és az egész folyadék vörös színű lesz. Azután az oldatot vízfürdőn addig melegítjük, míg sötétbarna színű csapadék válik le. A csapadékot azonnal szűrjük, néhányszor forró vízzel kimossuk és megszáritjuk. A megszáritott csapadékot lisztfinomra őröljük, és 10%-os sósavval vízfürdőn melegítjük. Egy órai melegítés után az oldatot ülepitjük, az oldat tisztáját leöntjük és újólá meglegítjük sósavval. Az eljárást addig ismétljük, míg a sósavas oldat ammonia hatására megkékül. A sósavval való elegyítésnek és melegítésnek célja, hogy egy lúggal *mályva vörös* színű vegyületet létesítő anyagot eltávolítsunk. A sósavas oldatok további vizsgálatát a *sósavas oldat vizsgálatánál* írom le. Ezután a kivált anyagot leszűrjük és vízzel addig mossuk, míg a sósavat teljesen eltávolítottuk.

ELSŐ RÉSZ.

A csapadék vizsgálata.

A szárított, lisztfinomra őrölt csapadék sötét-barna színű és tulajdonképpen a lakmusz-készítménynek ez az értékesíthető része. Mennyisége felette változó. Egy kilogramm jobb fajta készítményből 180 g.-ot kaptam, de volt olyan lakmusz is, a melyből csak 120 g.-ot sikerült leválasztanom. Ez platinalemezen hevítve elég és sok hamút hagy hátra. Jól oldódik tömény hangyasavban; nehezebben oldódik alkoholban, acetonban és hig sósavban. Ammonióban sötét-kék színnel oldódik, és megsavanyítva a kezdetben sötét-kék színű oldatból néhány perc múlva finom vörös csapadék válik le. Ez a sajátság alkalmasnak látszott arra, hogy az anorganikus tisztátalanságokat eltávolítsam; kiderült azonban, hogy az ammonia a hamú alkotórészeket is oldja, és ezek az oldat megsavanyításakor szintén leválnak.

A sósavval leválasztott anyagból hat vegyületet sikerült elválasztani: 1. *Erythroleint*. 2. *Erythrolitmint*. 3. *Azolitmint*. 4. *Acetonban oldható anyagot*. 5. *Acetonban nem oldható anyagot*. 6. *Egy fehér színű és 318°-on olvadó vegyületet*. Az öt első vegyület állandó alkotórésze a lakmusz-készítménynek, míg az utóbbi 318°-on olvadó vegyületet nem minden készítményben találtam meg. A vegyületeket kétféle eljárás szerint választottam el egymástól. Az első eljárás szerint megkapjuk az *erythrolitmint*, *azolitmint*, az *acetonban oldható* és az *acetonban nem oldható vegyületet*. A második eljárás szerint megkapjuk az *erythroleint* és a *318°-on olvadó vegyületet*. A sósavval leválasztott anyag az említett vegyületeken kívül még indigót is tartalmaz. Hogy a lakmusz indigót tartalmaz, ezt először WARTHA¹ mutatta ki. Az indigó jelenlétéről könnyen meggyőződhetünk, ha ugyanis a sötétbarna anyagot platinalemezen óvatosan melegítjük, akkor az indigó ibolyaszínű gőz alakjában száll el. Az indigónak elkülönítése subli-

¹ Ber. Dtsch. Chem. Ges. 9. 217.

málással nem sikerült, mert bármily óvatosan is melegítjük az anyagot ritkított levegőjű térben, a jelenlevő szerves vegyületek elbomlanak, és velök együtt az indigó is. Az indigó mennyiségét közelítőleg meghatározhatjuk, ha a sósavval leválasztott anyagot anilinnal néhányszor forraljuk. Anilinban az indigó elég jól oldható, és ha az oldat lehül, majdnem az egész oldott rész kiválik. 100 g. kiválasztott festőanyagból 6 g. indigót sikerült kioldanom.

Az erythrolitmin, az azolitmin és az acetoneban oldható és az acetoneban nem oldható vegyületek elválasztása.

A vizsgálathoz 1 kg. tisztított lakmuszból előállított 160 g. anyagot használtam. A vegyületek elválasztásánál az anorganikus anyagok jelenléte sok nehézséget okoz. Ezek ugyanis úgyszólván körülzárják a vegyületeket, úgy annyira, hogy oldószerrel majdnem lehetetlen az anyagokat kioldani. Igen célszerűnek bizonyult az oldószer alkalmazása előtt a szerves anyag körülzáródását meglazítani. E célból az anyagot 4–5 liter vízzel félórán át folytonos kavarási közben erősen forraljuk, és azután 12 órán át állni hagyjuk. A víz téglavörös színű és finom elosztású anyagot tartalmaz lebegő állapotban, mely anyag még hetek múlva sem ülepedik le és leszűrni egyáltalában nem lehet. A vizes oldatot óvatosan lepipettázzuk és az anyagot újlag vízzel forraljuk. Az eljárást 15–20-szor, illetőleg annyiszor kell ismételni, míg a lepipettázott oldatban már alig van lebegő anyag. A visszamaradt és vízben nem lebegő anyag (I.) aczélfekete színű és 3,6% hamút tartalmaz, míg ellenben a vízben lebegő vegyület bepárologatása után talált anyag (II.) világos téglavörös színű és 6,6% hamút hagy hátra. A II. számú anyagból 24 g.-ot kaptam. Az I. számú anyag tartalmazza az *erythrolitmin* és *azolitmin* főtömegét, továbbá egy *anyagot*, mely alkoholban oldható, de acetoneban *nem* oldható. A II. számú anyag tartalmaz kevés *erythrolitmint*, kevés *azolitmint*, továbbá egy *anyag* főtömegét, mely alkoholban oldható, de acetoneban *nem*.

Ezen vegyületek elválasztása céljából az I. és II. számú

anyagot külön-külön alkohol és víz elegyével lúgoztam ki. E célból az anyagot két liter 96%-os alkohol és egy liter víz elegyével negyed óráig forraltam és azonnal szűrtem. A szűrés alkalmával a tölséert állandóan melegítettem és lefedtem. A lecsöpögő oldat sötét-vörös színű; ha az oldat lehült, sűrű kocsonyás csapadék válik le. Szűrés után az anyagot újólág kilúgoztam. Ezen oldatból már jóval kevesebb csapadék válik le. A harmadik kilúgozás után a leszűrt oldat világos színű és csapadék már nem is válik ki belőle. A II. számú anyag kilúgozásakor csak az első oldatból válik le kocsonyás csapadék. Az alkoholos oldatok közül csak azok használhatók fel, a melyekből csapadék válik ki, a többi oldat *azolitmint* is tartalmaz, melyet elválasztani nem lehet.

A kocsonyás csapadékokat leszűrtem és vizes alkohollal mostam («a» anyag). A leszűrt oldatból féltérfogatot lepároltam; ha az oldat kihül, kocsonyás csapadék válik ki, ezt szűrtem és vizes alkohollal mostam («b» anyag). A leszűrt oldatokat szárazra párologtattam («c» anyag).

Az «a» anyag világos téglavörös; platina-lemezen hevítve, teljesen elég; 236°-on a felületén megolvad, azután egészen elszenesedik. Ammoniában ibolya színnel oldódik és erősen fluoreszkál. A «b» anyag világos téglavörös és kevés hamút eredményez. A «c» anyag sötétebb színű, sok hamút hagy hátra, és felületén sem olvad meg. Az «a» anyagból kaptam 15 g.-ot, a «b» anyagból 5 g.-ot és a «c» anyagból 20 g.-ot.

Az alkohollal extrahált anyag még nem egynemű és *három* vegyületnek keveréke. Elválasztásuk következőleg történik: A finoman porított anyagot néhányszor forró acetonnal forraljuk. Az első oldás alkalmával sötétvörös színű oldatot kapunk, a második oldás alkalmával az oldószer színe már sokkal világosabb s végre a harmadik oldásnál az acetonos oldat csak gyengén vörös színű. Az alkohollal extrahált anyagnak háromnegyed része acetonban oldható, míg egynegyed része *oldhatatlan*. Az acetonban oldhatatlan anyagról későbbben szölok.

Az acetonban oldható anyag.

Az acetonban oldható részletben két vegyület van. Az első oldás alkalmával kapott acetonos oldatból ugyanis néhány napi állás után vörös színű kristályos csapadék válik ki, mely ammoniában nem oldható, és platina-lemezen óvatosan melegítve megolvad. A kristályokról leszűrt oldatból, ha azt szárazra párologtatjuk, egy anyag válik ki, mely ammoniában csak részben oldódik. Az acetonos oldat tehát *két* vegyületet tartalmaz, az egyik ammoniában oldható (a hig oldat ibolyás vörös színű), a másik ammoniában nem oldható. Ezen vegyületeket a következő eljárással választhatjuk el: Az aceton fölöslegét lepároljuk és a maradékot szárazra párologtatjuk. A visszamaradt anyagot porcellán-mozsárba tesszük, és lehetőleg kevés ammoniás vízzel tökéletesen szétdörzsöljük. A sötétszínű oldatból néhány napi állás után az ammoniában nem oldható anyag egy része leülepedik, egy része azonban az oldatban lebegve marad. Az ammoniában nem oldható anyag szűrése sok nehézséget okoz; ugyanis az oldatban lebegő csapadék a szűrőpapirhoz tapad és annyira eltömi, hogy 400 cm³ oldat megszűrése 4—5 napig is eltart. A szűrőn maradt anyagot ammoniás vízzel addig mossuk, míg a lecsepegtő oldat teljesen szintelen.

Az ammoniás oldat vizsgálata.

Az ammoniában nem oldható anyag eltávolítása a fenti eljárással nem sikerül mindig teljesen. Hogy tökéletes volt-e az elválasztás vagy nem, arról úgy győződünk meg, hogy az oldatot néhány napig állani hagyjuk; ha ezen idő alatt nem ülepedett le az edény fenekére csapadék, akkor az elválasztás tökéletes volt; ha ellenben finom elosztású csapadékot látunk, akkor az oldatot szárazra párologtatjuk és ammoniás vízzel jól szétdörzsölve, újólal szűrjük. Az eljárást addig kell ismételni, míg az oldatból egy-két napi állás után sem ülepedik le csapadék. A leszűrt oldatokból a festő-anyagot néhány csepp sósavval választjuk le. A sósav hatására vörös-barna színű, pelyhes csapadék válik le, ezt szűrjük és forró vízzel mossuk. A száraz

anyag sötét-vörös színű. Platina lemezen óvatosan melegítve nem olvad, hanem azonnal bomlik. Ammonióban kékes vörös színnel oldódik. Az anyag *nem egynemű*; ha ugyanis vízzel melegítjük, akkor az anyag egy része vörös színnel oldódik és ha a leszűrt oldatot ammoniával elegyítjük, akkor mályvavörös színű lesz az oldat és a kék színnek nyoma sem látható. Az ammonióban oldható anyag tehát *két* vegyületet tartalmaz, az egyik ammoniával *vörös* színű, a másik ammoniával *kék* színű vegyületet létesít. Az ammonióban oldható anyag 390°-on még nem olvad meg, nitrogént nem tartalmaz. Ammonia gázt hőfejlődéssel köt meg. Jól oldható vizes alkoholban, hangyasavban.

Az ammonióban nem oldható anyag vizsgálata.

Az ammonióban nem oldható anyagot két térfogat alkohol és egy térfogat víz elegyében oldjuk. A leszűrt oldatból rövid idő múlva vörös színű kocsonyás csapadék válik le, ezt szűrjük és vízzel mossuk. A száraz anyag szennyes vörös színű, 205 és 208° között olvad és egyúttal gázfejlődés mellett bomlik is. Az anyag nitrogén tartalmú és teljesen mentes anorganikus tisztátalanságtól. Az anyag ammonióban nem oldható, de ammonia hatására kék vegyületet létesít. Ezen anyagból, daczára annak, hogy nagyobb mennyiségűt tartalmaz a lakmusz, csak nagyon keveset, alig egy grammot sikerült tiszta állapotban elkülöníteni. Ugyanis a fent közölt elválasztási eljárás szerint az anyag legnagyobb része a szűrőpapír falához tapad s ennek elkülönítése majdnem lehetetlen. Ezen vegyület megegyezik a KANNE által előállított *erythrolitminnel*. KANNE a következő sajátságait írja le: Világos vörös, alkoholban jól oldható s ezen oldatból vörös színű fénytelen kristályokban válik le. Ammonióval kék színű vegyületet létesít, mely vízben nem oldható. Az anyag olvadási fokát nem közli. Ezen adatok megegyeznek az általam talált és fent közölt adatokkal. Egy adat azonban eltérő, az általam előállított erythrolitmin nitrogén tartalmú, ellenben KANNE, a ki az anyagot meg is elemezte, nitrogént nem talált benne.

Az acetonban nem oldható anyag.

Az acetonban nem oldható anyag csokoládébarna színű. Platina-lemezen a nélkül, hogy megolvadna, elég s némi hamú is hagy. Vizes alkoholban, hangyasavban, pyridinben jól oldódik, ellenben vízben alig oldódik. Ammoniában az anyag oldható; az oldat kellő hígítás mellett kékes árnyalatot mutat és élénken fluoreszkál.

Az azolitmin elválasztása.

Az I. számú anyag (lásd az 522. oldalt) tartalmazza az erythrolitmin mellett az *azolitmin* főtömegét. Ha az I. számú anyagot ismételen alkohol és víz elegyével oldjuk ki, akkor az erythrolitmin oldódik (lásd az 523. oldalt) és a visszamaradt 120 g. anyag tartalmazza a lakmusz legértékesebb alkotórészét, az *azolitmint*. Az első számú anyag nagyon jól oldódik tömény hangyasavban, chinolinban, két rész pyridin és egy rész víz elegyében és ammoniában. Más oldószerben alig oldódik valami. Az azolitmint az anorganikus anyagoktól a fent említett oldószerek egyikével sem lehetett még csak közelítőleg sem tisztán elválasztani. A hangyasavban a hamú alkotórészek is oldódnak. A pyridin és víz elegye is sok tisztátalanságot old ki. A legalkalmasabb oldószernek az ammonia bizonyult. A megszáritott anyagot üvegcsőben egyenletesen elosztjuk és lassú áramban száraz ammonia gázt hajtunk át az anyag fölött. Az anyag sötétkék színű lesz és rövid idő múlva a cső erősen felmelegszik, jeléül annak, hogy az azolitmin az ammoniát tetemes hőfejlődéssel köti meg. A hatás néhány perc alatt lefolyik, de azért a gázáramot nem szakítjuk meg, hanem addig bocsátjuk át, míg a cső tökéletesen lehült. Az anyagot, mely erősen ammonia szagú, óraüvegen nagy felületre osztjuk el és 2—3 óráig (míg az ammonia csak alig érezhető) légritkított térben tartjuk. Az ammonia-vegyület vízben sötét bíbor vörös színnel oldódik. Az oldáshoz lehetőleg kevés és hideg vizet használunk. 120 g. anyagból előállított ammonia-vegyület oldásához 2 liter 0°-os vizet alkalmazunk. Ennyi oldószerben természetesen az anyagnak csak egy része oldódik és több mint fele oldhatatlanul

marad vissza, és ezen rész még sok azolitmint, de sok hamú alkotórészt is tartalmaz. A leszűrt oldatból az azolitmint sósavval választjuk le. Ezen eljárással 45 g. 1·2% hamút tartalmazó azolitmint kaptam. Ha a fenti eljárást többször ismétetem és fokozatosan kevesebb vizet használtam az ammoniavegyület oldásához, akkor végre egy 0·2% hamút tartalmazó azolitminhoz jutottam. Az eljárást négyszer ismételve, 16 g. azolitmint sikerült elválasztani. Az azolitmin fekete színű, zöldes árnyalatú, alakatlan vegyület. Nitrogén tartalmú, 390°-on még nem olvad. Vízben, alkoholban, acetonban alig oldható, ellenben tömény hangyasavban, kénsavban jól oldható, és ezen oldatokból sok víz hatására megint leválik. Anorganikus és organikus bázisokban szintén jól oldódik; más oldószerekkel szemben teljesen közömbösen viselkedik. Az ammoniát tetemes hőfejlődéssel köti meg (lásd fent). Az ammonia-vegyület csillogó, fémre emlékeztető sötétkék színű por és kissé ammonia szagu. Vízben biborvörös színnel oldódik. Az anyag festőképessége nagyon élénk; 0·001 g azolitmin-ammonia 100 cm³ vizet határozottan meggypirosra fest. A vizes oldatból széndioxyd nem választ le azolitmint, de az oldat színe vörösebb lesz. Az azolitminammonia oldata fémsokkal lakkot létesít; az álkáli és álkáliföldfémekkel létesített lakkok vízben oldhatók, ellenben a nehéz fémekkel létesített vegyületei vízben oldhatatlanok. Káliumhydroxyddal főzve, vagy ha szárazon, gyengén melegítjük, ammonia fejlődik. A vegyület elég állandó és jól elzárt edényben huzamos ideig is eltartható. Kénsav felett gyorsan bomlik. 145—150°-on bomlik a nélkül, hogy megolvadna. Az ammonián kívül a methyl- és dimethylamint is tetemes hőfejlődéssel köti meg. Mind e két vegyület sötétkek színű és vízben oldható.

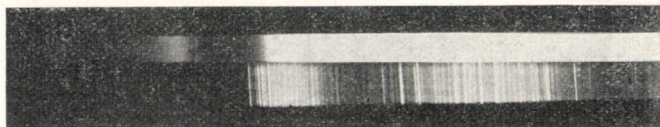
Az azolitmin lúgos közegben szőlőcukorral redukálható. Ha kevés azolitmint káliumhydroxyd jelenlétében szőlőcukorral forralunk, már rövid idő múlva az oldat kék színe eltűnik és mályvarörös színű oldat keletkezik. Ha az oldat levegővel érintkezik, vagy ha vízbe öntjük, azonnal oxydálódik és megint kék színű oldat keletkezik.

Az azolitmin százalékos összetételét és molekulaképletét nem határozhattam meg, mert elfogadható értékeket nem sikerült kapni.

Az azolitminammonia ammonia-tartalmát meghatároztam és a következő értékeket találtam:

- I. 0.4652 g. anyag 0.0216 g. ammoniát tartalmaz
 II. 0.5281 " " 0.0243 " " "
 III. 0.5064 " " 0.0231 " " "
 I. = 4.64% NH_4 . II. = 4.60% NH_4 . III. = 4.56% NH_4 .

A lakmusz spektroszkópi vizsgálatával sokan foglalkoztak és KAYSER¹ szerint sok adat található az irodalomban, de ezek nem pontosak. Az észlelések nem is lehetnek pontosak, mert a



A lakmuszból előállított azolitminammonia színeképe.



A lakmuszból előállított azolitminamm. színeképe lúgos közegben.

lakmusznak vizes vagy alkoholos oldatát vizsgálták és egyáltalában nem voltak arra tekintettel, hogy a lakmusz több festőanyagoknak a keveréke.

Az azolitminammonia vizes oldatának színeképe és az azolitminammonia vizes oldatának színeképe lúgos közegben a mellékelt rajzban látható. Mind a két rajzon az alsó színekép a hidrogén színeképe. A fényképeket HILGER-féle spektroszkóppal készítettem. Savanyú közegben a színeképet fényképezni nem lehet, mert a festőanyag néhány másodperc múlva kiválik.

Az azolitminammonia vegyülete mint indikátor felette érzékeny, s érzékenysége tekintetében jóval felülmúlja a hasz-

¹ KAYSER, Handb. d. Spectroscopie III. k. 524.

nálatos lakmusz-készítményeket. Ha ugyanis 0·1 g-ot 100 cm³ vízben oldunk s ebből egy cm³-t elegyítünk 100 cm³ kiforralt vízhez, akkor 0·8 cm³ 1/100 n. KOH hatására az oldat határozottan megkékül. 0·4 cm³ 1/100 n. HCl hatására határozottan vörös színű lesz. Az azolitminammonia vizes oldata igen állandó és jól elzárt edényben is évekig eltartható anélkül, hogy bármiképpen megváltoznék.

Az erythrolein és a 318°-on olvadó vegyület elválasztása.

Ezen két vegyület elválasztása czéljából a lakmuszból sósavval leválasztott és gondosan kimosott anyagot (lásd az 527. oldalt) 3—4-szer acetonnal forraltam. A vörös színű oldatból az aceton eltávolítása után barna színű, pépes anyag marad hátra, mely egyáltalában nem szilárdul meg. Az acetonban oldott anyag tartalmazza az erythrolein egész tömegét s azonkívül a már leirt anyagokat is nagyobb vagy kisebb mennyiségben. Az erythrolein elválasztása czéljából a pépes anyagot néhányszor benzollal forraljuk. Az erythrolein sötét vörös színű oldódik. A benzolos oldatból az oldószer elpárologtatása után barna színű, nehezen folyó, olajszerű anyag marad hátra, mely azonos a KANNE által előállított erythroleinnel. Az erythrolein szobahőmérsékleten sűrű olajszerű anyag, mely 30°-on könnyen folyó folyadékká olvad meg és 300°-on bomlik. Jól oldódik alkoholban, ætherben, acetonban, benzolban. Lúgban kék színnel oldódik és ha az oldatot megsavanyítjuk, sárga színű emulzió keletkezik, melyből rövid idő múlva az erythrolein kiválik és mint sűrű olaj a folyadék felszínén gyűl össze. Az erythrolein lúgos oldatból fémsók hatására vízben oldhatatlan lakk alakjában válik le. Egy kg. tisztított lakmuszból 4 g. erythroleint sikerül elkülöníteni. Az acetonban nem oldható részből, a 318°-on olvadó vegyületet a következő eljárással választottam el. Az anyagot addig oldottam ki ammoniás vízzel, míg a leszűrt oldat teljesen szintelen volt. Az ammoniában nem oldható maradékot szárítottam és amylalkohollal forraltam. A leszűrt oldatból néhány óra múlva pikkelyes és kristályos csapadék válik ki, mely egyszeri átkristályosítás után fehér színű és

318°-on olvad. Az anyag nitrogén tartalmú; lúgban és savban nem oldódik; 1 kg. tisztított lakmuszból 3 g. anyagot kaptam. A 318°-on olvadó vegyület nem állandó kísérője a lakmusznak, ugyanis nem sikerült minden megvizsgált készítményben megtalálnom.

MÁSODIK RÉSZ.

Az oldat vizsgálata.

Az 520. oldalon közölt eljárás szerint kapott sósavas oldatokat lehetőleg szárazra párologtattam. Kiválik nagyon sok anorganikus vegyület és egy barnás-fekete színű festőanyag. Ezen anyag elkülönítése céljából a szárazra párologtatott anyagot vízzel szétdörzsöltem. A nagyobbbrészt alkáliföldféméből és alkálchloridokból álló anyag oldódik, míg ellenben a barnás-fekete színű festőanyag oldhatatlanul marad hátra.

Ezt szűrőn összegyűjtöttem és vízzel jól kimostam. A száraz anyag sárgás-barna színű, hamutól mentes és 390°-on még nem olvad. Az anyag jól oldódik hangyasavban, két rész alkohol és egy rész víz elegyében; acetonban meglehetősen oldódik; vízben alig oldódik. Ammonióban mályvavörös színnel oldódik és pompásan fluoreszkál; ha ezen oldatot sósavval savanyítjuk, sárga színű oldat keletkezik és idővel sárgaszínű pelyhes csapadék válik le. Egy kg. tisztított lakmuszból 15 g. *hamutól mentes* anyagot kaptam. Az anyag nem egynemű és valószínűleg két vegyületnek elegye. Ha ugyanis az anyagot acetonnal pállítottam, akkor az anyag nagy része feloldódott s visszamaradt egy rész (3 g.), mely acetonban teljesen oldhatatlan. Az acetonban oldható anyag sárgásbarna színű és nitrogént tartalmaz. Platinalemezen melegítve bomlik, de nem olvad meg. Ammonióban mályvavörös színnel oldódik és szépen fluoreszkál.

A közönséges lakmusz vizsgálata.

A közönséges lakmusz (*lacmus venale*) kékes színű, apró szabálytalan kockákban kerül a forgalomba. Már külseje is elárulja, hogy nagyon kevés festőanyagot tartalmaz, csak fellete kék; szétdörzsölve, belseje csaknem fehér.

A festőanyagokat a következő eljárással választhatjuk el

A porított anyagot sósavval elegyítjük mindaddig, míg a habzás megszűnik. A sötétvörös színű oldatot féltérfogat vízzel elegyítjük és vízfürdön addig melegítjük, míg sűrű sötétbarna színű csapadék válik le (egy óra alatt rendszeren leválik a festőanyag). A csapadékot az oldattal együtt sok forró vízbe öntjük (1 kg. lakmuszból kapott csapadékot 2 liter forró vízbe) és néhány óráig állani hagyjuk. Ha a csapadék leülepedett, a halvány vörös színű oldatot lepipettázzuk és újólág forró vizet öntünk a csapadéokra és ha ez leülepedett, az oldatot újólág lepipettázzuk. Ezen eljárást néhányszor ismételve, a csapadékot szűrjük és forró vízzel addig mossuk, míg reakciót sósavra már nem kapunk. A lepipettázott oldat sósavas oldata szintén tartalmaz egy festőanyagot, mely lúg hatására mályvavörös színű lesz, ezt az anyagot azonban a sok anorganikus szennyezés mellől elkülöníteni nem sikerült.

Öt kg. lakmuszból 70—100 g. vörös-barna színű anyagot lehet leválasztani. Az anyag nehezen porítható; platina-lemezen óvatosan hevítve indigó száll el és az anyag elég sok hamút hagy hátra. Hamútartalma 29·2%.

Az ammoniában oldható rész vizsgálata.

Az anyagot további tisztítás céljából ammoniás vízben oldjuk és néhány napi állás után szűrjük. A leszűrt ammoniás oldatból, sósav hatására, sötét vörös-barna színű pelyhes csapadék válik le; ezt szűrjük és forró vízzel jól kimossuk. Az ammoniával való oldás által sok anorganikus tisztátlanságot távolíthatunk el. A felhasznált 85 g. anyagból csak 20 g. oldódik ammoniában és ebben már csak 1·2% hamú van. Az ammoniával kioldott és sósavval leválasztott anyag sötét-barna színű; főtömegében azolitmin, de tartalmaz alkoholban oldható anyagot, sőt indigót is. Vízben alig oldódik, ellenben tömény hangyasavban, pyridinben jól oldódik; 70%-os alkoholban egy része vörös színnel oldódik. Az anyag ammoniás oldatán (kellő higítás mellett nézve) észrevehető, hogy a kék színű festőanyagon kívül még vörös árnyalatú festőanyagot is tartalmaz. Ez utóbbit alkohollal távolítjuk el.

Az anyagot két rész alkohol és egy rész víz elegyével forraljuk, azonnal szűrjük és vízzel hígított alkohollal mossuk. Hátramarad 12 g. fekete színű, zöldes árnyalatú anyag, mely már csak 0·8% hamút ad. Az alkoholban nem oldható anyag *azolitmín*, mely ammoniában szép kék színnel oldódik. Az azolitmin a hamú alkotórészekén kívül még kevés indigót is tartalmaz, a miről könnyen meggyőződhetünk, ha az *azolitmint* platina-lemezen óvatosan melegítjük. Teljesen hamutól mentes anyagot, illetőleg olyan azolitmint, a mely csak nyomokban tartalmaz hamut adó alkatrészeket, alkalmas oldószer hiányában, csak az 526. oldalon közölt eljárással állíthatunk elő. Az ott leírt eljárás sikeres elvégzéséhez, illetőleg néhány g. hamutól mentes azolitmin előállításához azonban 60—80 g. anyagra volna szükség, ennek előállításához pedig 20—25 kg. lakmusz kellene. Ilyen nagy tömegekkel laboratóriumban dolgozni már nagyon nehéz.

A fenti eljárás szerint előállított azolitmin ammoniában nem oldódik teljesen, tehát az anyag, mely alkohollal való oldás előtt ammoniában teljesen oldódott, alkohollal való forralás után ammoniában részben oldhatatlanná vált. Az ammoniában oldhatatlan rész indigó, mely az alkohollal való oldás révén vált ammoniában oldhatatlanná. Az anyagot tehát az alkohollal való kioldás után a fent már leírt eljárás szerint ammoniával oldjuk és az oldhatlan maradékot vízzel addig mossuk, míg a lecsepegő folyadék szintelen. A szűrőn maradt anyag majdnem tiszta indigó; 5 kg. közönséges lakmuszból 2 g. indigót sikerült elkülönítenem. Ez az indigó mennyiség azonban csak közelítő érték, ennél jóval több van a lakmuszban, hiszen abban a részletben, amely ammoniában az első oldás alkalmával visszamaradt, szintén van indigó; továbbá az alkoholban oldható részben is kimutatható; végre a sokféle eljárás is tetemes veszteséggel jár. Az alkoholban oldott részben több vagy kevesebb mennyiségben mind feltalálhatók azok az anyagok, amelyek a tisztított lakmusz alkoholos oldatában jelen voltak. 5 kg. lakmuszból 6 g. alkoholban oldható anyagot különítettem el. Az ammoniában nem oldható részletben sok anorganikus vegyület, kevés indigó és igen kevés erythrolitmin

van. Az, hogy kevés erythrolitmin van jelen, kitűnik abból is, hogy a sósavval leválasztott anyag ammoniás oldata jól szűrhető. A közönséges lakmusz tartalmaz tehát 0·1% alkoholban oldható anyagot, 0·2% azolitmint, továbbá indigót és sósavban oldható anyagokat.

BROWN¹ hét fajta kereskedelmi lakmuszt vizsgált meg, s kísérletei szerint azok átlag 4·6% azolitmint tartalmaznak, sőt két lakmusz készítményben 13% azolitmint talált. Az az eljárás, a melylyel BROWN az azolitmint előállította, majdnem teljesen megegyezik a WARTHA-féle eljárással.² A BROWN által előállított és azolitminnek nevezett készítmény azonban azolitmin nem lehet, mert az *azolitmin vízben alig oldható*, míg ellenben a BOWN által előállított készítmény *vízben oldható*. A 318°-on olvadó vegyületet még nagyobb mennyiségű lakmusz feldolgozása alkalmával sem sikerült megtalálni.

A közönséges lakmuszból előállított azolitmin ammonia-vegyülete mint indikátor igen érzékeny, s érzékenysége megegyezik a tisztított lakmuszból előállított azolitminammonia-vegyületéével.

A kereskedelmi azolitmin vizsgálata.

A kereskedésben 1884 óta azolitmin néven egy fekete színű, kékes árnyalatú, alaktalan pikkelyes készítmény kerül forgalomban. Ezen azolitmin kevés hamút hagy hátra és vízben jól oldódik. Ha azonban 3—4 óráig 100°-os hőmérsékletnek tesszük ki, oldhatóságát teljesen elveszti. Ammonióban kék színnel oldódik s ha az oldatot megsavanyítjuk, vörös színű lesz az oldat, de a festőanyag *nem* válik le.

Az azolitmin vizes oldata fémsókkal nem létesít oldhatatlan vegyületet (lakkot). Az azolitmin káliumhydroxyddal melegítve ammoniát fejleszt. Az ammonia azonban nem a vegyület bomlási termékeképpen keletkezik. Ha ugyanis a káliumhydroxyddal huzamosabb ideig melegített sötétkék színű oldatot megsava-

¹ Pharm. Journ. and Trans. 1896. 56. 181. Rep. d. chem. Ztg. 1896 88.

² Ber. Dtsch. Chem. Ges. 9. 217.

nyitjuk, akkor vörös színű oldatot kapunk, s ha ezt kálium-hydroxyddal vagy ammoniával lúgosítjuk, megint előáll az eredeti kék színű oldat. Tehát az anyag lényeges változást nem szenvedett és a káliumhydroxyd hatására csak az azolitminhez kötött ammonia szabadul fel. A kereskedelmi azolitmin tulajdonképpen ammoniumvegyület. A vegyület ammoniatartalma a különböző helyről beszerzett készítményekben csekély ingadozást mutat s átlag 8·6%. A vegyület, daczára annak, hogy lúgokban szép kék színnel oldódik, még sok olyan festőanyagot tartalmaz, mely lúg hatására sárga vagy vörös színű lesz. Hogy milyen eljárás szerint készül a kereskedelmi azolitmin, s hogy vajjon tényleg lakmusból készül-e, erre nézve az irodalomban semmiféle adat sem található. Az azolitmin előállítását sok szerző leírja ugyan, de ezen eljárások szerint aligha készülhet, mert ezek egyike sem alkalmas a majdnem hamutól mentes készítmény előállítására. TROMMSDORF¹ azt hiszi, hogy a KANNE és WARTHA eljárásai szerint készül.

A kereskedelmi azolitmin nem egynemű anyag, s hogy össze tudjam hasonlítani az általam előállított azolitminnel, mindenek előtt a tisztátlanságoktól kellett megtisztitanom.

A finoman porított azolitmint ammoniában oldottam, felesleges mennyiségű sósavval elegyítettem és vízfürdön addig melegítettem, míg csapadék vált le. (Egy óra alatt biztosan levál.) Ha a csapadék leülepedett, a sötétvörös színű oldatot leöntöttem és a csapadékot 10%-os sósavval forraltam. A csapadék leülepedése után az oldatot leöntöttem és a csapadékot újjólalag és addig forraltam 10%-os sósavval, míg a sósav már csak alig vörös és ammoniával semlegesítve kék színű lett. (A sósavas oldatok lepárolgatása után sárgás-barna színű csapadék vált le, mely ammonia hatására mályvavörös színt öltött). Az anyagot most forró vízzel addig mostam, míg a sósavat teljesen eltávolítottam. A szárított anyagot azután két rész alkohol és egy rész víz elegyével forraltam. A vizes alkohol téglavörös színű festéket oldott ki, mely ammonia hatására kékes-vörös színű lesz. Az extrahálást addig folytattam,

¹ Lunge, Chem.-techn. Untersuchungsmethoden III. kiad. I. k. 120.

míg az alkohol csak alig színeződött. Az alkoholban oldhatatlan anyag fekete színű, zöldes árnyalatú, kékes, alaktalan test. Nitrogén tartalmú és 390°-on még nem olvad meg.

Az anyag nyomokban hamút tartalmaz. 50 g. kereskedelmi azolitminből 12 g. tiszta anyagot sikerült előállítani. Ez vízben és alkoholban csak nyomokban oldható, acetonban egyáltalában nem oldható, ellenben tömény hangyasavban és kénsavban jól oldódik s ezen oldatokból sok víz hatására megint leválik pelyhes csapadék alakjában. Vízzel hígított pyridinben nagyon jól oldódik. Ammoniában igen szép kék színnel oldódik s megsavanyítva pelyhes csapadék alakjában válik le. Ammoniát, methyl- és dimethylamint tetemes hőfejlődéssel köt meg. Az ammoniavegyület csillogó, fémre emlékeztető, sötét-kék színű por, melynek tulajdonsága mindenben megegyezik a lakmusból előállított (lásd az 527. oldalt) azolitminammoniával. A vegyület lúgos közegben szőlőcukorral redukálható. (Lásd az 527. oldalt.) Mint indikátor rendkívül érzékeny s érzékenysége a lakmusból előállított azolitminéhoz hasonló.

A vegyület %-os összetétele:

A nitrogén mennyiségének meghatározása.

A kísérlet száma	A lemért anyag súlya g.	A nitrogén térfogata cm ³	Hő- mérséklet C°	Barometer állása mm.	A nitrogén %-a
1.	0.3913	18.4	21	746	5.22
2.	0.3264	14.4	19	756	5.04
3.	0.4349	20.—	22	753	5.16
4.	0.3859	18.2	19	754	5.37
középértékben					5.19

A szén- és hidrogén-tartalom mennyiségi meghatározása.

A kísérlet száma	A lemért anyag súlya g.	Talált víz súlya g.	Számított hidrogén %	Talált szén-dioxid súlya g.	Számított szén %
1.	0.3232	0.1360	4.67	0.7131	60.14
2.	0.2540	0.1177	4.58	0.6211	59.61
3.	0.2257	0.0933	4.56	0.4897	59.14
4.	0.2670	0.1154	4.71	0.5862	59.85
5.	0.3072			0.6704	59.50
középértékben hidrogén=					4.63
					szén=59.77

Ezek szerint a vegyület százalékos összetétele :

Hydrogén	— — — — —	4·63%
Szén	— — — — —	59·77 %
Nitrogén	— — — — —	5·19 %
Oxigén	— — — — —	30·41 %
		100·00%

A százalékos összetétel alapján, ha $O=16$ -tal, a vegyület molekulaképlete $C_{13}H_{12}O_5N$.

*

A vegyület száraz ammoniával hőfejlődés közben egyesül :

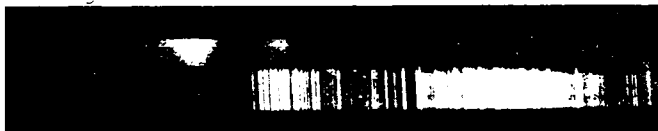
- I. 0·3645 g. anyag 0·0198 g. ammoniát tartalmaz
 II. 0·2220 " " 0·0117 " " "
 III. 0·4182 " " 0·0222 " " "
 I.=5·40% NH_4 ; II.=5·27% NH_4 ; III.=5·30% NH_4 .

*

A kereskedésbeli azolitminammonia vizes oldatának színképe, és az azolitminammonia vizes oldatának színképe lúgos



A kereskedésbeli azolitminammonia színképe.



A kereskedésbeli azolitminammonia színképe lúgos közegben.

közegben a mellékelt rajzban látható. Mind a két rajzon az alsó színkép a hidrogén színképe. Ezeket is HILGER-féle spektroszkóppal készítettem. Savanyú közegben a színképet fény-

képezni nem lehet, mert a festőanyag néhány másodperc múlva kiválik.

★

Azt megállapítani nem sikerült, hogy a lakmuszból előállított azolitmin a kereskedésben árult azolitminnel azonos-e, mert a lakmuszból előállított azolitmin elemzési adatai a hamútartalom miatt nem egyeztek kellőképpen. A lakmuszból előállított azolitminammonia hamú tartalmánál fogva kevesebb ammoniát is tartalmaz, mint a tisztított kereskedésbeli azolitminből előállított azolitminammonia. A kémiai és physikai tulajdonságok, különösen pedig az anyag oldhatósága és teljesen hasonló elnyelési színe azt bizonyítják, hogy a két anyag azonos.

Azokat a vizsgálatokat, a melyeknek célja kideríteni, hogy a mesterséges úton előállított s a lakmuszhoz hasonló készítmények, különösen pedig a DE LUYNES által előállított készítmény, azonosok-e a lakmuszból előállított azolitminnel, még folytatom.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 május 17.-én tartott üléséből.)

A TÁPLÁLÉK ÉS IVÓVÍZ BEFOLYÁSA A VÉR MOLEKULÁS CONCENTRATIÓJÁRA.¹

BÁRSONY TIVADAR és SZÁSZ TIBOR-tól.

A szervezet keringő nedvei közel állandó, illetőleg csak igen keveset változó molekulás concentratiót mutatnak. Ez a concentratio az anyagcseretermékek folytonos képződése következtében állandóan emelkednék, de megakadályozza ezt első-sorban a tüdő, bőr és a vese működése, a mely szervek így a vér osmosisos nyomásának főszabályozói, bár más szerveknek is fontos rész jut e szabályozás complicált mechanismusából. Ezen mechanismusnak meglehetősen sokféle körülmények között kell érvényesülnie, mert sokféle az az élettani működés, mely különben nagy mértékben változtatná meg a vér molekulás concentratióját. Ezek között kétségtelenül a táplálkozás az a folyamat, a melytől a priori a legnagyobb hatást várhatjuk, hiszen az emésztés egész tartama alatt rendkívül számos és sokféle szerves és szervetlen anyag szívódik fel folytonosan. Hogy a táplálkozás, illetőleg a tápanyagok felszívódása tartósan nem változtatja meg a vér concentratióját, abból következtethető, hogy a legkülönbözőbb állatokon végzett vizsgálatok az illető állatra jellemző állandó értékhez vezettek, pedig az emésztés különböző stadiumában voltak. Ebből természetesen nem következik, hogy a táplálék felvétele nem változtathatja meg *műlékonyan* a vér concentratióját, sőt ellenkezőleg, az irodalomban található több adatról azt kell következtetnünk, hogy a meg-

¹ A budapesti kir. magyar tud. egyetem ált. kórtani intézetében készült dolgozat.

emésztett anyagok felszívódása közben igenis változik. Így például NAGELSCHMIDT¹ nagyobb mennyiségű *NaCl* elfogyasztása után a vér fagyáspontját -0.56° C-ról -0.80° C-ra látta süllyedni, VIOLA² pedig közli, hogy 300 gr. vízben oldott 20 gr. *NaCl* megivása után a vér fagyáspontja -0.58° C-ról -0.61° C-ra szállt le.

Rendszeres vizsgálatokat a táplálék és ital befolyásáról a vér concentratiójára még alig végeztek. KOEPPE³ saját magán végzett néhány kísérletet az ő hæmatokritos módszerével és azt találta, hogy ebéd után vérének fagyáspontja erősen alászállt. Ezzel szemben VIOLA⁴ megszabott ebéd elköltése után semmi változást sem kapott. LOEPER⁵ két liter folyadék megivása után egyszer nem, kétszer 0.01° C, máskor 0.02° C emelkedést talált.

Már ezen ellentmondó adatok mutatják, mennyire bizonytalanok ösmereteink ezen kérdésről, melynek tanulmányozását TANGL FERENCZ tanár felszólítására rendszeres kísérletek tárgyává tettük.

Vizsgálatainkkal a következő kérdést akartuk eldönteni: Van-e, s ha igen, milyen befolyása van a táplálék, vagy ivóvíz elfogyasztásának a vér molekulás concentratiójára?

Kísérleteinket kutyákon végeztük, oly módon, hogy 24—36 órai éhezés után a carotiból vagy arteria cruralisból vért bocsájtottunk, majd az állatokat lemért mennyiségű hússal megétettük, illetőleg a kísérletek egy részében lemért mennyiségű vízzel megittattuk, s azután bizonyos időközökben ismételten vettünk vérpróbákat az említett üterekből. Az etetés, illetőleg itatás előtti és utáni vérpróbákat teljesen egyformán dolgoztuk fel: felfogtuk üveghengerekbe paraffin-olaj alatt, s állani hagytuk hűvös helyen mindaddig, míg a megalvadás után eleendő savó képződött, melyet azután lepipettáztunk. A savó-

¹ Ztschr. f. klin. Med. Bd. 42, 1901. 271. l.

² HAMBURGER idézete nyomán. Osm. Druck u. Ionenlehre. I. k. 451. l.

³ Pflügers's Arch. 1896. 62. 567. l.

⁴ HAMBURGER idézete nyomán. Osm. Druck u. Ionenlehre. I. k. 451. l.

⁵ KORÁNYI SÁNDOR báró idézete nyomán. Die Grundlagen der Kryoskopie.

nak meghatároztuk a N -tartalmát (KJELDAHL módszerével), fagyáspontját BECKMANN-féle fagyasztókészülékkel és az elektromos vezetőképességét KOHLRAUSCH szerint, 18° C thermostathban.

Igen nagy gondot fordítottunk a fagyáspont meghatározására, melyet az intézetnek precisiós, fagyasztásra is berendezett készülékével végeztünk. A fagyasztókeverék hőfoka állandóan -2.5° C volt, a savót 0.5° C-kal túlhűtöttük, s azután megfagyott savószemecskével oltottuk; a túlhűlés okozta koncentrálódást a fagyáspont kiszámításánál correcturaképen tekintetbe vettük. Mindig ugyanannyi savót (20 cm^3) fagyasztottunk meg. A keverőt elektromotor hajtotta.

A meghatározások 0.006° C-ig biztosak. Szükségesnek tartjuk megjegyezni, hogy csakis azokat a savókat tekintettük kifogástalanoknak és a vizsgálatra alkalmasaknak, melyek hémolysis nem mutattak, mert meggyőződünk arról, hogy a hémolysis, mely néhány kísérletben előtünk ismeretlen okokból már a savó kiválásakor bekövetkezett, kimutathatóan megváltoztatja a savó fagyáspontját.

Az elektromos vezetőképesség kiszámításánál BUGARSKY és TANGL szerint a savó N -tartalmának tekintetbe vételével kiszámítottuk a corrigált vezetőképességet is.

Mivel a fagyáspont és az elektromos vezetőképesség változásából egyértelműen felismerhető a molekulás concentratio változása, szükségtelennek tartottuk magát a molekulás concentratiót kiszámítani.

Adataink megbízhatóságának megítélésére megemlítjük még, hogy a fagyáspontra vonatkozó értékek mindig 4—5 jól megegyező meghatározás középértékei; ugyanaz áll az elektromos vezetőképességről is. A N -érték mindig két jól megegyező meghatározás középértéke.

Összesen 22 kísérleti sorozatunk van. 13-ban a húsevés hatását vizsgáltuk, 6-ban a vizivását. 3 kísérleti sorozat pedig ellenőrzésül szolgált annak eldöntésére, hogy ismételt vérbocsajtások — táplálék vagy ivóvíz fogyasztása nélkül — miképen hatnak a vérsavó összetételére. Erre szükségünk volt, mert kísérleteinkben, mint már említettük, ismételve vettünk vérpróbákat, s egy-egyben annyi vért eresztettünk ki, mely az

összes vérnek számbajövő részét tette ki, s ismeretes dolog, hogy nagyobb vérveszteségek után megváltozik a megmaradt vér összetétele.

Mindenekelőtt ezen három ellenőrző kísérleti sorozat adatait közöljük a következő táblázatban:

I. Táblázat.

A vérpróba száma	Az első vérpróba óta eltelt idő	A v é r s a v ó					J e g y z e t
		fagyáspontja °C	elektromos vezetőképessége 18° C-nál x 10 ⁴ cm. ⁻¹ Ohm. ⁻¹	korrigált vezetőképessége x 10 ⁴ cm. ⁻¹ Ohm. ⁻¹	fehérje tartalma 100 cm. ⁻³ ben gr.	szárazanyagtartalma 100 cm. ⁻³ ben gr.	
<i>I. Kísérletsorozat.</i>							
22 kg. súlyú kutya. 1—1 vérpróba 100 cm. ³ (kb. 6·9%-a az összes vérnek).							
1	—	-0·615	102·4	122·8	7·94	9·51	Az első 4 vérpróba 400 cm ³ , kb. 28%-a az összes vérnek.
2	45'	-0·620	103·5	123·1	7·58	9·03	
3	1°30'	-0·619	103·5	122·7	7·49	8·92	
4	2°30'	-0·618	104·7	123·7	7·26	8·75	
5	4°30'	-0·585	104·1	122·6	7·13	8·75	
<i>II. Kísérletsorozat.</i>							
19 kg. súlyú kutya. 1—1 vérpróba 90 cm. ³ (kb. 7·1%-a az összes vérnek).							
1	—	-0·635	103·6	125·4	8·41	10·36	Az első 4 vérpróba 360 cm ³ , kb. 28%-a az összes vérnek.
2	45'	-0·636	104·6	126·2	8·22	10·20	
3	1°45'	—	105·0	125·8	7·97	9·90	
4	3°30'	-0·633	105·9	126·8	7·88	9·69	
5	6°	-0·632	105·4	125·7	7·73	9·60	
<i>III. Kísérletsorozat.</i>							
5 kg. súlyú kutya. 1—1 vérpróba 60 cm. ³ (kb. 18%-a az összes vérnek).							
1	—	-0·577	96·6	111·4	6·13	—	Az első vérpróba 60 cm ³ , kb. 18%-a az összes vérnek.
2	1°	-0·573	97·3	111·4	5·82	—	

Megjegyezzük, hogy ezen kísérletekben ép úgy, mint az etetési és itatási kísérletekben is annyi vért vettünk, hogy az utolsó vérpróbával együtt az összes kibocsájtott vér nem érte el az állat összes vérenek egy harmadát.

II. Táblázat.

A vérpróba száma	Mennyi idővel az étetés befejezése után vétetett a vérpróba	A v é r s a v ó			J e g y z e t
		fagyáspontja °C	elektromos vezetőképessége 18°C-nál $\times 10^4$ cm ⁻¹ Ohm ⁻¹	korrigált vezetőképessége 18°C-nál $\times 10^4$ cm ⁻¹ Ohm ⁻¹	
<i>IV. Kísérletsorozat.</i>					
35 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1-1 vérpróba 100 cm. ³ (kb. 4·3%-a az összes vérnek).					
1	—	— 0·632	—	—	6·70
2	15'	— 0·635	105·7	123·4	6·68
3	45'	— 0·636	105·9	123·6	6·66
4	1°30'	— 0·636	—	—	—
5	2°30'	— 0·636	107·1	124·3	6·42
6	4°30'	— 0·635	106·5	123·5	6·36
7	6°30'	—	106·0	122·6	6·27
<i>V. Kísérletsorozat.</i>					
25 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1-1 vérpróba 100 cm. ³ (kb. 6%-a az összes vérnek).					
1	—	— 0·573	95·3	112·4	7·20
2	30'	— 0·579	95·9	112·8	7·03
3	1°30'	— 0·580	96·6	113·1	6·84
4	3°30'	— 0·580	—	—	—
5	5°30'	— 0·582	96·4	112·6	6·65
<i>VI. Kísérletsorozat.</i>					
10 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1-1 vérpróba 80 cm. ³ (kb. 12%-a az összes vérnek).					
1	—	— 0·576	91·2	109·1	7·88
2	40'	— 0·599	93·4	111·6	7·74
3	2°30'	— 0·578	92·6	110·3	7·64

Az első 6 vérpróba 600 cm³, kb. 26⁰/₀-a az összes vérnek.

Az első 4 vérpróba 400 cm³, kb. 24⁰/₀-a az összes vérnek.

Az első 2 vérpróba 160 cm³, kb. 24⁰/₀-a az összes vérnek.

VII. Kísérletssorozat.					
9 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1—1 véprőba 80 cm. ³ (kb. 13.4%-a az összes vérték).					
1	—	—0.538	93.8	110.6	7.44
2	45'	—0.577	94.8	111.9	7.21
3	1°30'	—0.569	94.2	111.5	7.04
Az első 2 véprőba 160 cm. ³ kb. 27%-a az összes vérték.					
VIII. Kísérletssorozat.					
8 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1—1 véprőba 70 cm. ³ (kb. 13.3%-a az összes vérték).					
1	—	—0.570	93.2	106.3	5.99
2	25'	—0.582	93.0	106.3	5.72
3	1°15'	—0.582	95.2	108.1	5.44
Az első 2 véprőba 140 cm. ³ kb. 27%-a az összes vérték.					
IX. Kísérletssorozat.					
9 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1—1 véprőba 70 cm. ³ (kb. 12%-a az összes vérték).					
1	—	—0.575	98.4	113.2	6.01
2	15'	—0.576	99.2	113.7	5.87
3	2°30'	—0.574	99.9	113.6	5.50
Az első 2 véprőba 140 cm. ³ kb. 24%-a az összes vérték.					
X. Kísérletssorozat.					
28 kg. súlyú kutya, 1 kg. hús, 1—1 véprőba 100 cm. ³ (kb. 5.4%-a az összes vérték).					
1	—	—0.578	93.9	112.2	7.76
2	22'	—0.582	94.0	112.2	7.72
3	1°	—0.585	95.0	113.1	7.65
4	1°50'	—0.579	94.7	113.0	7.56
5	5°30'	—0.578	95.1	112.8	7.44
6	6°30'	—0.579	94.9	112.5	7.40
Az első 5 véprőba 500 cm. ³ a fel nem dolgozható 2 vér-próbát hozzáadva 700 cm. ³ kb. 38%-a az összes vérték.					
XI. Kísérletssorozat.					
9 kg. súlyú kutya, 0.3 kg. hús, 1—1 véprőba 90 cm. ³ (kb. 15%-a az összes vérték).					
1	—	—0.565	93.8	109.4	6.63
2	40'	—0.571	95.1	110.7	6.54
Az első véprőba 90 cm. ³ kb. 15%-a az összes vérték.					

Az első táblázat adatai szerint olyan mennyiségű vér egyszerű kibocsátása, a mennyire nekünk egy-egy kísérletben szükségünk volt, megváltoztatja a vérsavó összetételét. Kimutatható mértékben csökken a fehérjetartalom, még pedig fokozatosan minden további vérpróbában. Majdnem ép annyival csökken a szárazanyag-tartalom, a mi a mellett szól, hogy ezt majdnem kizárólag a fehérjetartalom csökkenése okozza. Ennek ellenére alig kimutathatólag változik a fagyáspont és a corrigált elektromos vezetőképesség. Az észlelt változások oly csekélyek, hogy a kísérleti hibák határain belül esnek. Mindenesetre joggal következtethetjük e kísérletekből, hogy oly mértékű vérbocsátások, a minőket mi kísérleteinkben végeztünk, egymagukban nem változtatják meg kimutatható mértékben a vérsavó koncentrációját, mely mint ismeretes, főleg az elektrolytektől függ.

I. Etetési kísérletek.

Tizenhárom etetési kísérletünk közül ötöt el kellett vetnünk. Egy részük elromlott kísérleti hibák folytán, másik részük pedig azért lett hasznavetetlen, mert megpróbáltuk a vérpróbákat száraz hirudinnal összerázni, s meggátolni a meg-alvadást, hogy így a centrifugált plasmát vizsgálhassuk. A hirudint azonban megbizhatlannak találtuk. A rendesen használt mennyiség kétszeres adagjának felhasználása mellett is, több ízben részben megalvadt a vér, a mi már bizonytalanná tette az eredményt. A nyolcz sikeres kísérlet adatait a következő táblázatban állítottuk össze. Mindegyik kísérletben friss, nyers, lehetőleg sok lóhússal etettük az előzetesen 24—36 óráig koplalt állatot. A kísérletet mindig úgy rendeztük be, hogy gyorsan, narkosis nélkül kikészítettük az üteret, s canulet kötöttünk belé, melyet csiptetővel zártunk el, a sebet, a mennyire lehetett, bevartuk, azután felszabadítottuk az állatot, s addig vártunk, míg egy elébe tartott húsdarabbal meggyőződünk, hogy az állatnak étvágya van. Ekkor vérpróbát vettünk az üterből s csak azután adtuk a húst, melyet az állatok mohón ettek meg.

Ezen kísérleteinkből mindenekelőtt kétségtelenül kitűnik, hogy a hús elfogyasztása a vérsavó molekulás concentrációját megváltoztatja. A fagyáspont lejjebb száll és az elektromos vezetőképesség növekedik, vagyis mindkét változás egyértelműleg azt bizonyítja, hogy *a molekulás concentratio növekedik.*

Ezen változás nem következik be azonnal a hús evése után. Különösen a VIII.—X. kísérlet adataiból látszik, hogy csak *mintegy 22—25 percz mulva mutatható ki biztos növekedés*, mely körülbelül $\frac{3}{4}$ órával a hús evése után éri el a tetőpontját [VI. és VII. kísérlet], innen kezdve újra kisebb lesz [VII. és VIII. kísérlet], s mintegy $2\frac{1}{2}$ óra mulva éri el ismét az etetés előtti értéket. [VI. és IX. kísérlet.]

A változás nagysága függ az etetett hús mennyiségétől, még pedig az *állat testsúlyához viszonyított mennyiségétől. Minél nagyobb a húsnak ezen relativ mennyisége, annál nagyobb* — ceteris paribus — *a vérplasma concentratio-változása.* A IV. és V. kísérleti sorozatban 35, illetőleg 25 kg. súlyú kutya kapott 1 kg. húst, a VI. és VII.-ben pedig 10, illetőleg 9 kg. súlyú kapott ugyanennyit, s ez utóbbi két kísérletben a concentratio növekedése sokkal nagyobb volt, ellenben sokkal jelentéktelenebb a XI. kísérletben, melyben egy 9 kg. súlyú kutya csak 0.3 kg. húst evett. Az egy kg. hús a 35 kg. súlyú kutya vérsavójában (IV. kísérlet) már alig okozott kimutatható concentratio-növekedést.

Vajjon a concentratio-növekedés tartama is függ-e a meg-evett hús relativ mennyiségétől, kísérleteinkből nem derül ki biztosan. A X. kísérlet e mellett látszik szólani; itt ezen nagy kutyánál már 110 percczel a hús evése után a concentratio az etetés előtti értékét érte el.

Igen érdekes a vérsavó *fehérjetartalmának* változása. Valamennyi kísérleti sorozatban folytonosan csökken, csakhogy itt tekintetbe kell venni, hogy a mint azt az I—III. kísérleti sorozat bebizonyította, már maga az előrehaladó vérvesztés is, mely az egyes vérpróbák kibocsátásával jár, a vérsavó fehérjetartalmának fokozatos csökkenését okozza. Az I. táblázatból látjuk, hogy ha ugyanolyan időközökben vettük az egyes vérpróbákat, mint a hús-kísérletekben, akkor a vér 28%-ának kibocsátása

után a vérsavó fehérjetartalma 0·81—0·68%-kal, tehát átlag 0·7%-kal fogy. Ezzel szemben az etetési kísérletekben a következő táblázatos összeállítás tanúsága szerint a hússal etetett kutyák vérsavójában hasonló vérveszteség után a fehérjetartalom jóval kevesebbet csökkent.

III. Táblázat.

Kísérletsorozat száma	A kutya súlya kg.	A megevett hús mennyisége kg.	A vérsavó fehérjetartalmának csökkenése 100 cm. ³ savóban gr.	Az utolsó vérpróba előtt a vérnek hány 0/0-a lett már kibocsátva
IV.	35	1	0·43	26
V.	25	1	0·55	24
VI.	10	1	0·24	24
VII.	9	1	0·44	27
VIII.	8	1	0·55	27
IX.	9	1	0·51	24
X.	28	1	0·36	38
XI.	9	0·3	0·09	15

Ebből kétségtelenül következik, hogy a hús etetése után a vérsavóban a fehérje koncentrációja növekedik.

A fehérje-concentratio ezen növekedésének oka lehet a savó molekulás koncentrációjának növekedése, a mint azt a fagyáspont süllyedése és az elektromos vezetőképesség növekedése mutatja. Lehetséges azonban, hogy ezen kívül még külön a *N*-tartalmú vegyületek szaporodása is szerepel. E kérdésről némileg felvilágosít a fagyáspontsüllyedés és az elektromos vezetőképesség közötti viszony változása, a táplálék felvétele után, a mint az a következő táblázatban látható:

IV. Táblázat.

A vérpróba száma	A fagyáspont aránya a korrigált vezetőképességhez $\frac{\Delta}{\lambda_c}$	A vérpróba száma	A fagyáspont aránya a korrigált vezetőképességhez $\frac{\Delta}{\lambda_c}$	A vérpróba száma	A fagyáspont aránya a korrigált vezetőképességhez $\frac{\Delta}{\lambda_c}$
<i>IV.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>		<i>VI.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>		<i>IX.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>	
2	51·45	1	52·79	1	50·79
3	51·45	2	53·67	2	50·65
5	51·16	3	52·40	3	50·52
6	51·41	<i>VII.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>		<i>X.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>	
7	—	1	50·45	1	51·51
<i>V.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>		2	51·56	2	51·87
1	50·97	3	51·03	3	51·72
2	51·32	<i>VIII.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>		4	51·23
3	51·28	1	53·62	7	51·24
5	51·68	2	54·75	8	51·46
		3	53·83	<i>XI.</i> <i>kísérleti sorozat.</i>	
				1	51·64
				2	51·58

Mindazon kísérletekben, melyekben a táplálék felvétele után a concentratio erősen növekedett, egyúttal a $\frac{\Delta}{\lambda_c}$ quotiens is jelentékenyen nagyobbodott [VI., VII. és VIII. kísérlet], a mi annak a kifejezése, hogy az összes molekulák száma a térfogat-egységben aránylag erősebben nagyobbodott, mint az electrolyt molok száma. Ez pedig annyit jelent, hogy a szerves molekulák aránylag erősebben szaporodtak, mint a szervesetlenek, az előbbieket között pedig szerepelnek a N-tartalmú vegyületek, a fehérjék.

A táplálék elfogyasztása mindezek szerint tehát a vérsavó mulékony besűrűsödéséhez vezet. E besűrűsödés két úton jöhet létre: vagy úgy, hogy a savó vizet veszít, vagy úgy, hogy több

oldott molekula kerül bele. A híg emésztő nedvek — mindenekelőtt a gyomornedv — elválasztásával aránylag több víz, mint oldott molekula távolíttatik el a vérplasmából, tehát ez által a vérsavó víztartalma csökken. A mint pedig az emésztés megindul, a keletkezett emésztési termékek egy része azonnal még a gyomorban felszívódik a vérbe, a mi az oldott molekulák számát annyival is inkább gyarapítja, mert a gyomorból víz nem szívódik fel. Látjuk tehát, hogy a vérsavó besűrűsödése valóban mind a két úton létrejöhet. Hogy melyik úton jött létre kísérleteinkben, vizsgálatainkból nem tudjuk eldönteni; valószínűleg mindkettőn, de erre más berendezésű kísérletek adhatnak csak feleletet. Egyelőre csak annyit emelünk ki, hogy a vérsavó legnagyobb besűrűsödése arra az időre esik, a mikor a gyomornedv a legnagyobb mennyiségben választatik ki; úgy látszik tehát, hogy az emésztőnedvek kiválasztásának tulajdonítandó első sorban, ehhez járul másodsorban az emésztési termékek, különösen a *N*-tartalmú termékek felszívódása. Természetesen nemcsak ezek szerepelnek, hanem más vegyületek is, bár ezek — legalább kísérleteinkben — úgy látszik később szívódnak fel. Gyanítjuk ezt abból, hogy míg azokban a vérpróbákban, melyeket rövid idővel az etetés után vettünk, s melyek már mutatták a concentratio-növekedést, a savó tiszta, átlátszó volt, addig a későbbi próbák, azok, melyek 2—2 $\frac{1}{2}$ órával az etetés után vétettek, zavarosak voltak, erős opalizálást mutattak, valószínűleg lebegő zsírcsepcepektől.

II. Itatási kísérletek.

Itatási kísérletet összesen hatot végeztünk, úgy hogy előzetesen 24—36 óráig éhezett kutyából úgy, mint az etetési kísérletekben, vért vettünk, s utána mindjárt gyomorszondán át desztillált vizet öntöttünk a gyomrába, azután ismét meghatározott időközökben újabb vérpróbákat bocsájtottunk ki a kikészített ütérből. Ezen kísérleteink eredményét a következő táblázat mutatja:

V. Táblázat.

A vérpróba száma	Milyen időben az itatás befejezése után vétett a vér-próba	A v é r s a v ó				J e g y z e t
		fagyáspontja °C	elektromos vezetőképessége 18°C-nál x 10 ³ cm. ⁻¹ Ohm. ⁻¹	korrigált vezető- képessége 18° C-nál x 10 ³ cm. ⁻¹ Ohm. ⁻¹	fehéje tartalma 100 cm. ³ -ben gr.	
<i>XII. Kísérletsorozat.</i>						
7.5 kg. súlyú kutya, 250 cm. ³ víz, 1—1 vérpróba 70 cm. ³ (kb. 14%-a az összes vérnek).						
1	—	—0.583	103.3	121.0	6.86	Az első vérpróba 70 cm. ³ , kb. 14 ⁰ / ₀ -a az összes vérnek. 1 kg. testsúlyra 33 cm. ³ beöntött víz jut
2	30'	—0.548	99.9	116.0	6.45	
3	2°30'	—0.548	99.8	116.0	6.46	
<i>XIII. Kísérletsorozat.</i>						
22 kg. súlyú kutya, 1 liter víz, 1—1 vérpróba 100 cm. ³ (kb. 6.6%-a az összes vérnek).						
1	—	—0.552	99.5	118.3	7.58	Az első 2 vérpróba 200 cm. ³ kb. 13.2 ⁰ / ₀ -a az összes vérnek. 1 kg. testsúlyra 45.5 cm. ³ beöntött víz jut
2	30'	—0.548	98.6	115.2	7.46	
3	2°	—0.542	98.4	113.6	6.15	
4	3°	—0.542	98.1	114.7	6.76	
5	4°	—0.548	98.2	114.9	6.80	
6	5°	—0.551	100.1	117.1	6.80	
<i>XIV. Kísérletsorozat.</i>						
9 kg. súlyú kutya, 300 cm. ³ víz, 1—1 vérpróba 80 cm. ³ (kb. 12.5%-a az összes vérnek).						
1	—	—0.656	97.8	118.4	8.05	Az első 2 vérpróba 160 cm. ³ , kb. 25 ⁰ / ₀ -a az összes vérnek. 1 kg. testsúlyra 33 cm. ³ beöntött víz jut
2	1°	—0.626	96.7	114.3	7.31	
3	2°	—0.624	96.3	113.3	7.06	
<i>XV. Kísérletsorozat.</i>						
10 kg. súlyú kutya, 300 cm. ³ víz, 1—1 vérpróba 80 cm. ³ (kb. 11.1%-a az összes vérnek).						
1	—	—0.553	89.1	106.5	7.85	Az első 2 vérpróba 160 cm. ³ , kb. 23 ⁰ / ₀ -a az összes vérnek. 1 kg. testsúlyra 30 cm. ³ beöntött víz jut
2	20'	—0.540	86.1	101.1	6.95	
3	4°30'	—0.521	85.7	100.3	6.84	

A vérpróba száma	Milyen időben az itatás befejezése után vétetett a vér-próba	A v é r s a v ó				J e g y s e t
		fagyáspontja C°	elektromos vezetőképessége 18° C-nál x 10 ⁴ cm. ⁻¹ Ohm. ⁻¹	korrigált vezető-képessége 18° C-nál x 10 ⁴ cm. ⁻¹ Ohm. ⁻¹	fehérje tartalma 100 cm. ³ -ben gr.	
XVI. Kísérletsorozat.						
7·5 kg. súlyú kutya, 100 cm. ³ víz, 1—1 vérpróba 70 cm. ³ (kb. 14%-a az összes vérnek).						
1	—	—0·565	97·8	112·9	6·15	Az első 2 vérpróba 140 cm. ³ , kb. 28 ^o o-a az összes vérnek. 1 kg. testsúlyra 13·3 cm. ³ beöntött víz jut
2	1°30'	—0·550	96·8	110·8	5·85	
3	6°	—0·547	96·9	110·0	5·54	
XVII. Kísérletsorozat.						
8·8 kg. súlyú kutya, 600 cm. ³ víz, 1—1 vérpróba 100 cm. ³ (kb. 5%-a az összes vérnek).						
1	—	—0·569	95·9	112·3	6·84	Az első vérpróba kb. 100 cm. ³ , kb. 5 ^o o-a az összes vérnek. 1 kg. testsúlyra 21·4 cm. ³ beöntött víz jut
2	2°30'	—0·564	95·6	111·4	6·60	
3	6°	—0·567	96·3	112·6	6·76	

Valamennyi kísérlet egybehangzóan mutatja, hogy a víz-ivás után a vérplasma hígul, a savó fagyáspontja emelkedik és elektromos vezetőképessége csökken; fehérjetartalma is kisebb lesz, és pedig a csökkenés jóval nagyobb, mint a mennyit a vérpróbák kibocsájtása egymagában okozhatott. A hígulás már 20 percczel a víz ivása után elég jelentékeny lehet.

VI. Táblázat.

Kísérlet-sorozat száma	A kutya súlya kg.	A megivott víz mennyisége liter	A vérsavó fehérjear-talmának csökkenése 100 cm. ³ savóban gr.	Az utolsó vérpróba előtt a vérének hány %-a lett már kibocsátva
XII.	7·5	0·25	0·41	14
XIII.	22	1	1·43	13·2
XIV.	9	0·3	0·99	25
XV.	10	0·3	1·01	23
XVI.	7·5	0·1	0·61	28
XVII.	28	0·6	0·24	5

A vízivás tehát a vérplasma molekulás koncentrációját csökkenti. Ez a csökkenés a megivott víz mennyiségétől függ. A XIII. kísérletben egy liter víz itatása után még változást kapunk, míg a XVII. kísérletben 600 cm³ csak alig mérhető változást okoz. Ugyanezt a viszonyt mutatják a kis kutyákon végzett kísérleteink, a hol 300 cm³ víz itatása után a molekulás concentratio 0·030°—0·035° C fagyáspontnak és 6—9·10⁻⁴ 1/Ohm. cm. elektromos vezetőképességnek megfelelő csökkenést ad, míg 100 cm³ csak 0·015° C emelkedést, illetőleg 2·10⁻⁴ 1/Ohm. cm. csökkenést von maga után.

A vízivásnál is, úgy mint a hús etetésénél látjuk, hogy a beállott változás nemcsak az ivott víz absolut, hanem — az állat testsúlyához viszonyított — relativ mennyiségétől is függ. A XVII. kísérletben a 28 kg. súlyú kutyában 600 cm³ viz sokkal csekélyebb változást okozott, mint a XIV. kísérletben 300 cm³ a 9 kg. súlyú kutyában, vagy mint a XII. kísérletben 250 cm³ víz a 7·5 kg. súlyúban. De úgy látszik, nemcsak ezektől függ a változás nagysága. Így például a XII. kísérletben egy kg. testsúlyra 33 cm³ beöntött víz jut, a XIII.-ban 45·5 cm³, s mégis az előbbiben 30 perc mulva a fagyáspont 0·035° C-kal emelkedett, az utóbbiban csak 0·004° C-kal. Mindenek szerint a felszívódás sebessége játszik itt döntő szerepet; ez valószínűleg igen különböző.

Az ivott víz hígító hatása a XIII. kísérletben — a melyben a beöntött víz relative a legnagyobb volt, 45·5 cm³ egy kg. testsúlyra — 5 óra mulva már majdnem teljesen eltűnt, míg a többi kísérletben, melyekben jelentékeny volt, 4—6 óra mulva is még fokozott mértékben látható. Valószínűleg itt a vérpróbák okozta vérveszteség befolyással bír e fokozódó hígulás kifejlődésére.

Ha ezen kísérletekben, úgy mint az etetési kísérletekben, viszonyba állítjuk a fagyáspontemelkedést az elektromos vezetőképességgel, kitűnik, hogy a legtöbb kísérletben, melyben az itatás kifejezett változást idézett elő, e viszonyszám $\frac{\Delta}{\lambda_c}$ kisebbedik. [Csak egy eltérés van, a XV. kísérletben.]

VII. Táblázat.

A vérpróba száma	A fagyáspont-csökkenés aránya a korrigált vezetőképességhez $\frac{\Delta}{\lambda_c}$	A vérpróba száma	A fagyáspont-csökkenés aránya a korrigált vezetőképességhez $\frac{\Delta}{\lambda_c}$
<i>XII. kísérleti sorozat.</i>		<i>XV. kísérleti sorozat.</i>	
1	48·18	1	51·92
2	47·24	2	53·41
3	47·24	3	51·94
<i>XIII. kísérleti sorozat.</i>		<i>XVI. kísérleti sorozat.</i>	
1	47·66	1	50·04
2	47·56	2	49·63
3	47·71	3	49·72
4	47·25		
5	47·69		
6	47·05		
<i>XIV. kísérleti sorozat.</i>		<i>XVII. kísérleti sorozat.</i>	
1	55·40	1	50·66
2	54·76	2	50·62
3	55·07	3	50·35

Ez azt mutatja, hogy a hígítás okozta koncentraciócsökkenésben a nem-elektrolyt molekulákra nagyobb rész esik, mint az elektrolytekre, a minnek oka az lehet, hogy az elektrolytek gyorsabban pótolhatnak a szövetekből a vér felé irányuló diffusio útján, mint a nem-elektrolytek. Szerepelhet még azon körülmény is, hogy a hígítással az elektrolytek disszociációja növekedik, így mol-ionjaik koncentrációja kevésbé fog csökkenni, mint a nem-elektrolyteké, melyek nem disszociálnak.

Ki akarjuk még emelni, hogy feltűnő itatási kísérleteinkben az a hosszú idő, mely szükséges az itatás előtti concen-

tratiós viszonyok helyreállítására. Valószínűnek tartjuk, hogy ebben a vérpróbák okozta vérvesztésnek is van része, ezt azonban még külön kísérletekkel kellene megvizsgálni.

Kísérleteinket TANGL FERENCZ tanár kezdeményezésére és vezetésével végeztük.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 május 17.-én tartott üléséből.)

VESZPRÉM VÁROSÁNAK ÉS TÁGABB KÖRNYÉKÉNEK GEOLOGIAI LEÍRÁSA.

(Két geológiai térképpel és egy kettős szelvénytáblával.)

LACZKÓ DEZSŐ-től.

«Veszprém városának és tágabb környékének geológiai leírása» czímen benyújtott munkám paleontológiai anyagát régebben Veszprém vármegye közönségének megbízásából monográfiai czélokra, 1894 óta pedig Lóczy Lajos professzor úr megtisztelő felszólítására a Magyar Földrajzi Társaság kiadásában megjelenő és «A Balaton tudományos tanulmányozásának eredményei» czimű monográfikus munka érdekében gyűjtöttem össze. Ezen anyag feldolgozása a fentemlített balatoni monográfia paleontológiai függeléke gyanánt fog megjelenni. Részen ez a körülmény, részben a gyűjtés eredményének jelentős volta tette kívánatossá a meggyűjtött területnek az eddiginél részletesebb térképezését és kimerítőbb sztratigráfiai leírását is. Ezen munkálatok elvégzésére a Magyar Tudományos Akadémia nagyrabecsült megbízásából vállalkoztam. Munkámhoz két geológiai térképet is csatoltam, valamint 10 szelvényt s egy-néhány fényképet is a sztratigráfiai viszonyok magvilágítása czéljából. Munkámban csaknem kizárólag triasszal foglalkozom, mert úgy a régibb, mint a fiatalabb korú képződmények a leírás alá fogott terület altalajának összetételében csak jelentéktelenül szerepelnek. De mert a bakonyi triasz, a mióta csak a magyar-osztrák monarchia geológiájával tüzetesebben foglalkoznak, mindenha a legklasszikusabb tanulmányok színteréül szolgált és szolgál még ma is, úgy, hogy ismerete ma már a mediterrán triasz-provincia ismeretének fontos kiegészítő részét képezi, nem véltem felesleges munkát végezni azzal, hogy

munkám legelején egyúttal a bakonyi triaszgeologia történeti fejlődésével is foglalkozom. Épp így nem tarthattam feleslegesnek hacsak röviden is kiterjeszkedni a Bakony orogenetikai és tektonikai viszonyaira, mert ezeknek egyik leghivebb kifejezője éppen Veszprém és vidéke. A harmadik fejezet adja a felvett terület részletes sztratigrafiai leírását. Végül a negyedik fejezetben «Fácieszkifejlődés, tagozódás és alpesi egyenértékek» czimén a megejtett tanulmányozás végeredményeit adom közre, azzal a megjegyzéssel mégis, hogy következtetéseimet készségesen alárendelem azoknak a mindenképen kimerítőbb és jobban megalapozott véleményeknek, a melyek a Balaton-felvidék egész triaszterületéről szerzett tapasztalatokból fognak leszűrődni.

Az alábbiakban a benyújtott munka első és második részének az anyagát csak érintve, kivált a sztratigrafiai részt és a végeredményeket bátorodom kissé bővebben ismertetni.

*

A Bakony, mint a középmagyarországi hegységvonulat délnyugati végtagja, úgy orogenetikai és orotektonikai, mint geologiai szempontból országunk egyik legtanulságosabb területe, még pedig azon viszonyosságnál fogva, a mely közte és a szomszédos Alpok hegyrendszere közt fennáll, ha mindjárt az a nézet, hogy keletkezése az Alpok keletkezésének idő- és térbeli jelenségeihez fűződnek, ma már ingatag talajra került, mert a Bakony a legújabb tanulmányozások szerint az alpesi hegyrendszerre alkalmazott Suess-féle egyoldalú lánczhegység-elmélet kereteiből kikivánczik s inkább egy, az Alpok rendszerétől független orogenetikai és tektonikai egységnek tűnik fel, ha mindjárt a redőszerkezet alapvonásai és bizonyos fokú egyoldalúság benne is félreismerhetetlen jelenségek.

Hegységünk tektonikájának ugyanis jellemzőbb, sőt uralgó vonása a *táblás összetétel*, a mely körülmény benne egy hossz- és harántrepedések egész tömkelegével behálózott s az Alpok rendszerétől függetlenül keletkezett *röghegységet* enged felismerni. Csak az egyidejű szedimentumok anyaga és szerves zárványtartalma az, a mely az Alpokkal való rokonság, sőt

csaknem teljes megegyezés színezetét viseli magán s a Bakonyt a mediterrán triasz-provincia szerves tagjává avatja.

És ezt a megegyezést felismerték mindjárt a Bakony első kutatói is, a kik az alpesi geologia legkiválóbb művelőinek sorából kerültek ki. Ilyen vala elsősorban Hauer Ferencz, a ki a bakonyi triasz sztratigrafiájának alapjait rakta le és 1870. évi tagosításában is csak a veszprémi márga helyzete van Mojsisovics után a wengeni rétegek alatt, tehát tévesen megjelölve. Ugyanő írja le még a bakonyi krétát is. Paulnak a bakonyi werfeni rétegekre vonatkozó tanulmányából kihámozhatjuk a főbb csoportoknak ma is érvényben maradt sztratigrafiái sorrendjét. Ugyanő a bakonyi dachstein-meszet különíti el a földolomittól és végül megállapítja az általa elnevezett «zirczi medenczének» geologiai összetételét és a bakonyi júra-emeletek alpesi egyenértékeit.

A harmadkori képződményeket és a Bakony eruptívus kőzeteit Stache dolgozza fel, a ki a bazaltok feltörési irányrendszerét és a feltörés korát is tanulmány tárgyává teszi. Végül Peters a Bakonynak hossz- és harántrepedezésre való hajlalmát emeli ki.

Az osztrák geologusoknak ezen vázlatos művét a Magyar Földtani Intézet első munkásai egészítik ki, a mennyiben Hantken, Koch, Böckh, Hofmann, Roth és Stürzenbaum a Bakony geologiai formációinak az Alpok megfelelő korú képződményeivel való összehasonlítását még szélesebb alapokon ejtik meg.

A mi területünk térképezését és részletes leírását Böckh János-nak köszönhetjük, a ki «A Bakony déli részének földtani viszonyai» cz. művével az akkori és a triaszra vonatkozó alpesi geologiai ismeretek javarésztét ültette át irodalmunkba. A bakonyi triasszsztratigrafia részletes megállapítása, a balatonfelvidéki triasszónák másodlagos feltörésének («litéri hasadék») pontos kijelölése, a bakonyi bazaltok eruptívus vonalrendszereinek megszerkesztése, végül a legtöbb alpesi triaszemelet és szekció jelenlétének paleontologiai úton való beigazolása oly eredmények, a melyek Böckh említett művét ma is megbecsülhetetlen és nélkülözhetetlen forrásmunkává teszik bárki számára, a ki a Bakony, illetőleg Balatonfelvidék geologiai tanulmányozását czélul tűzte maga elé. Kivüle a bakonyi triasszsal

Majsisovics foglalkozott. Igaz, hogy első tagosító kísérletei (1869) a bakonyi geologia fejlődését is zavarták. Mégis érdemes munkát végzett úgy a bakonyi fosszilis triaszcefalopodák tüzetes feldolgozásával, mint pedig az egyes triaszkorú rétegcsoportok pontosabb párhuzamosításával. Azt a kedvező körülményt azonban, hogy a bakonyi triasz ma ismét bizonyítékul szolgálhat annak a tagosításnak a helyessége mellett, a melynek alapjait az Alpokban Hauer F., Stur, Richthofen stb. még a múlt század ötvenes és hatvanas éveiben lerakták, legfőképen Bittner Sándor küzdelmes kritikáinak köszönhetjük.

Az alább következőkben röviden vázolni fogom a leírás alá fogott terület tektonikáját és sztratigrafiáját.

Veszprém és tágabb környéke, a mely hozzávetőleg 330 □ km területet foglal el, ama határvonalnak két oldalán terjeszkedik, a melylyel Böckh az északi és a déli Bakonyt elválasztotta. Ma a Bakony déli részére használatosabb a «Balatonfelvidék», a melynek északnyugati és leghegyesebb része a Szentgáli hegyvidék.

Azt már említettem, hogy a Bakony egy túlnyomóan mezozoos és kainozoos lerakódásokból felépült röghegység, a melyet szélteben-hosszában kisebb-nagyobb törések és más természetű diszlokációk darabolnak szét. A hegység északkelet-dél-nyugati irányú tengelyével párhuzamos hosszanti töréseknek a hegység belső tagozódásában is nagy szerep jutott, míg a többnyire ellentétes (ény—dk.) irányú harántrepedések inkább csak a rögrészletek határainak a megalkotásához járulnak hozzá. Fontosabb hosszanti törések a balatonmenti, a litéri, a veszprémi, a papodaljai, a zirczi és a kisbér-somlyói. Ezen hosszanti törés-illetőleg vetődés-vonalak által elhatárolt táblák relativ vastagsága délről északra haladva fokozatosan csökken; a mi természetes következménye annak a körülménynek, hogy a szomszédos süllyedő alföldek okozta ferde oldalnyomás ereje a torlódó táblatömeg belseje felé csökkent. Hullámos felgyűrődésnek csak gyéren találjuk nyomát. Ennek magyarázatául az a körülmény kínálkozik, hogy hegységünk plasztikusabb és így könnyebben gyűrődő lerakódásai aránytalanul vastagabb mész- és dolomit-táblák közé vannak fektetve. Ezeknek a vastag táblák-

nak a merevsége okozhatta, hogy az oldalható hegységképző erő kivált kisebb területeken nem tudott réteghullámokat felnyomni, hanem többnyire csak feltöréseket eredményezett, a melyek a képződő bolt tengelye hosszán futnak végig; továbbá harántpedezést és ezzel karöltve eltolódásokat okozott s ezen kétféle irányú mozgás összehatása folytán végül táblatorlaszokat emelt. A haránttörések közül felemlíthetem elsősorban a Böckh és Hofmann által megállapított és a balatonfelvidéki bazalt-erupeiók irányait jelző töréseket, azután a keszthely-szöllősi, a szentkirályszabadja-kádártai és a székesfehérvár-kisbéri törésvonalakat. Ezen tektonikai vonalak közül Veszprém vidékén a litéri, a veszprémi és a papodaljai hosszanti törés, míg az említett haránttörések közül csak a szentkirályszabadja-kádártai törésvonal fut végig.

Területünkön még számos más kisebb helyi jelentőségű törést is ki lehet mutatni, a melyek kiválóan alkalmasak a területnek tektonikai egységekre való elhatárolására. Ezen körülményen alapszik a sztratigrafiai leírás megkönnyítése céljából keresztülvitt területbeosztás is.

Ezek a többé-kevésbé jól körülhatárolható tektonikai egységek a következők:

1. A sólyi haránttöréstől keletre eső terület. Határai a litéri, az ebből kiváló veszprémi és a sólyi törés.
2. A sóly-szentkirályszabadjai öv. Délről a litéri, keletről a sólyi, északról a veszprémi és nyugatról a szabadja-kádártai törés határolja.
3. A hajmáskér-kádártai öv a veszprémi törés és a Séd medre között.
4. A szentkirályszabadjai Cserhalompusztá a szabadja-kádártai törés és a kaszavölgyi horpadás között.
5. A veszprémi Alsó- vagy Füredi erdő a Kaszavölgytől keletre egészen a vámosi horpadásig.
6. Vámos-Gyürtető, a vámosi horpadástól nyugatra.
7. Veszprém és szűkebb környéke a veszprémi töréstől északra, és végül
8. a veszprémvidéki Bakony. Ezen utóbbi terület határai nagyrészt mesterségesek.

A mi már most területünk sztratigráfiáját illeti, erre nézve álljanak itt a következők:

A feldolgozott terület geológiai képe azt mutatja, hogy túlnyomó részét a felsőtriászhoz sorozott dolomitok foglalják el, a mennyiben ezek nemcsak, hogy a szűkebb értelemben vett Bakonynak ide tartozó (Papod és Ámos) csoportjait és az egész Szentgáli hegyvidék zömét alkotják, hanem még a középső és alsó triász által elfoglalt veszprémi plató összetételében is számottevő szerepet játszanak.

Ezt a hatalmas dolomit-mezőt, a mely középetáján keletnyugati irányban megrokkant, fiatalabb neogenkorú kavics lerakódások (helyenkint meszek is) tarkítják, a melyek éppen ezen horpadásban helyezkedtek el. A lösz is elég nagy foltokban terjeszkedik, de csak a terület déli felében.

Az imént megkülönböztetett területrészletek, az utolsót kivéve, mind a Balatonfelvidék (Böckh-nél Déli-Bakony) északkeleti szögletébe illeszkedő veszprémi fensíkon fekszenek.

Böckh megállapította, hogy a Balatonfelvidéken a triász-korú lerakódások két párhuzamos övben húzódnak végig északkeletről délnyugatra. Ezt a két zónát a «litéri hasadék» választja el egymástól. Ehhez csak annyit kell hozzátennünk, hogy a veszprémi fensík északi szegélyén a balatonvidéki triasztakaró még harmadszor is feltörik és pedig a már említett veszprémi törés mentén, a mely Öskü község közelében a litéri törésből vált ki és ez utóbbinál kétségtelenül fiatalabb is. Ezen hármas kőzetzónából területünkön a középső és az északi zóna terjeszkedik, míg a déli zóna már a litéri törésen, tehát területünk délkeleti határán túl foglal helyet. A középső zóna Öskütől Vámosig, az északi pedig Öskütől Veszprémig húzódik. Mind a kettőt három jelentősebb diszlokáció érte. Ezek közül legkeletibb a sólyi haránttörés, melynek mentén a kőzetövek ÉNy-DK-i irányban hol eltolódtak (Órhegy és Tóhegy között), hol meg összetorlódtak (Berekhegy és Látóhegy között). A második jelentős megszakadást a szentkirályszabadjai Romkut és Kádárta község nyugati része közt találjuk. Ezen haránttörésnek is északnyugat-délkeleti iránya van. Mentében különösen a középső zóna erősen széttolódott, míg az északinak a nyugati vége északra sod-

ródott el. A középső zónában a törés mentén lefolyt horizontális eltolódás csaknem 2·5 km-t tesz ki. A harmadik törés végül a középső zóna nyugati szárnyát metszi el a Szentkirályszabadjától nyugatra eső ú. n. Medgyespuszta mellett.

A középső kőzetövet még egy haránttörés éri Vámosnál, a mely a veszprémi Alsóerdőn átfutó tagokat elszakítja az övnek Vámos és Faész közötti részleteitől. Ezen feldarabolt triasz zónák rétegsorozatában Böckh alulról fölfelé haladó sorrendben a következő egységeket állapítja meg:

1. Tarka homokkő. Tagjai:

- a) vöröshomokkő és konglomerát,
- b) finom palák, homokkövek és márgák,
- c) sejtes rauhwasche és dolomit.

2. Kagylómész. Tagjai:

- d) lemezes mészkő,
- e) megyehegyi dolomit,
- f) forráshegyi dolomitos márga,
- g) *Rhynchonella decortata* szintje (Stur recoaro mesze),
- h) *Ceratites trinodosus* szintje (Stur reiflingi mesze),
- i) kovában gazdag zárványmentes rétegek,
- k) *Trachyceros Reitzi* szintje.

A tarkahomokkő és a kagylómész az alsó triasz keretébe van foglalva.

3. *Felsőtriasz*. Tagjai:

- l) *Proarcestes subtridentinus* szintje,
- m) füredi mészkő,
- n) felső márgacsoport alsó osztálya,
- o) felső márga csoport felső osztálya és
- p) földolomit.

Végül a réciai korú dachsteinmeszet az akkori felfogás szerint külön formáczióknak tünteti fel.

Ez a sorrend ma is szilárdan áll és a legújabb tanulmányok után is csak alig egyikét taggal bővült. Ezek a tagok:

1. Bizonyos fillitek, melyek Lóczy szerint ópaleozóos vagy arkhai formáczióhoz tartoznak.

2. Egy karniai korú márga (sólyi márga), a mely a tridentinus meszet a füredi mésztől elválasztja és

3. a kösszeni rétegek a dachsteinmeszekben belül.

Lássuk már most ezen triaszkorú tagoknak a veszprém-környéki geológiában való szereplését és jelentőségét.

Azok a vörösszinű durvaszemű homokkövek és konglomerátok, a melyek a balatonmenti törésvonal hosszában felszínre kerültek s a melyeket régebben a triaszhoz, most pedig a régi BUCH-féle, SUSS által felelevenített felfogás szerint a diaszhoz soroznak, az én területemen csak Litérnél vannak felszínen s itt is csak egynehány kisebb elmosódott folt alakjában. Ezek az előjövetelek a formáció bővebb tanulmányozására nem alkalmasak.

Alsó triasz. A werfeni csoport kőzetei dolomitok, dolomitos, majd csillámos homokkövek, márgák, márgás és homokos meszek, a melyek igen változékony színárnyalatokban fejlődnek ki. Az egész csoport csak a déli zónában tárul fel. Ide a péthi haránttörés felől huzódik át egy délkeletnek áthajló s utóbb legyalult hullámboltozat alakjában. Fossziliáiból meg lehetett állapítani, hogy a területemre eső antiklinále összetételében úgy a campilei, mint a seisi rétegek képviselvék; ám ez a terület arra nézve, hogy ezen csoportok tagozódásáról is pontosabb képet nyújthassunk, a kívánatos feltárások hiánya miatt nem vált be. Egyébként a balatonmelléki alsó triaszról LÓCZY és FRECH a balatoni monografiában kimerítő tanulmányokat fog közölni. Azért itt csak a csoport zárótagjáról: a lemezes mészkőről emlékszem meg egynehány szóval, mert ebben aránylag még a legjobb feltárásokat találtam.

Ez a kitűnően jellemzett szint az egész öv hosszán egy élesen kimeredező torlasz képében válik ki az alája és föléje települő és egyenletesre koptatott dolomitok tágas mezejéből. Vékonyan rétegzett s azért erősen gyürt rétegei általában sötétes szürkészinűek. Az egyes lapok felületét sárgán málló márgakéreg borítja, a melyben számos féregforma egyenetlenség (rhizokorallium) van beágyazva. A kőzet anyag különben elég tömör és mindenkor erősen bitumenes mész.

Közületei után már RICHTHOFEN és HAUER is a werfeni

palákhoz sorozta s ezt bakonyi leleteink alapján legújában FRECH is megerősíti. Területemről csak a veszprémi Alsó-erdőből és Vámosról hiányzik.

Középső triasz. Legmélyebb tagja: a decurtata zóna a megyehegyi dolomittal kezdődik, a mely a veszprémi fennsíkron megkülönböztetett tektonikai területegységek mindegyikén jelen van. Petrografiai jellege nem éles. Általában szürkészinű; talán egészben véve sötétebb, mint a földolomit, vagy mint közeli szomszédja, a felső campilei rétegek szennyessárga dolomitja. Felülete azonban majd mindenütt hófehéren mállik. Organogén eredete mellett a felületén elég gyakran előforduló mészalga maradványok szólnak. Más fáciesben való előfordulását sehonnán sem ismerem.

A Böckh által már megállapított kagylómész korát itt is tudjuk fosszilis adatokkal (*Spiriferina Mentzelii*, *Myelina eduliformis*) igazolni.

Területünkön a megyehegyi dolomit magasabbra nyúlik fel, mint Böckh klasszikus felsőörsi profiljében, mert úgy a déli, mint az északi övben majdnem végig a decustada zóna felső és Felső-Örsnél márgás és meszes fáciesben kifejlődött brachiopodás rétegeit (*Stur recoaro* meszet) is képviseli, sőt egy-két ponton még a *trinodosus* zónában álló cefalopodás meszeket (*Stur-féle reiflingi* meszet) is.

A megyehegyi dolomit helyén a Déli-Alpokban a Mendola-dolomitot, az Északiakban pedig a Ramsau-dolomit alsó szakaszát találjuk. A decurtata zónának felső brachiopodás szintjét Böckh el tudta választani a felette következő és már a *trinodosus* zónához számított cefalopodás márga-meszeztől. Ám az én területemen ezt az elválasztást keresztülvinni bajos dolog. Csak az egy Cserhalompusztá az a hely, a hol a brachiopodás decurtata-dolomitokra a *trinodosus* zóna márgás és meszes cefalopoda tartalmú lerakódásai következnek, a melyekben azonban a fekü zóna brachiopoda faunájának egynehány képviselője szintén előfordul. Másutt pedig, mint pl. a keleti területen, a decurtata zóna brachiopodás változatát nem is találtam meg, mert itt ezen zóna dolomitos fáciesze felterjed egészen a *trinodosus* meszekig s az ismert kagylómész brachiopodák mellett kagylókat is tartalmaz.

A hajmáskérkörnyéki *trinodosus* meszek meg éppen a legszorosabban olvasztják magukba ezen két szomszédos zóna legjellemzőbb alakjait, sőt magukat a vezérlő kövületeket (*Rhynchonella decurtata* és *Ceratites trinodosus*) is. Emellett itt nem kevésbé figyelemreméltó az az aránylag gazdag kagylófauna is, a melyet itt ezen *trinodosus* meszek magukba zárnak.

De a Cserhalompusztával nyugat felől szomszédos veszprémi Alsó-erdő kagylómész kőzetei sem engednek élesebb határt vonni a szóbanforgó két zóna között. A felső-örsi brachiopodás szintet itt sem találtam meg, hanem itt a *trinodosus* zónának egy a keleti fáciesztől eltérő és a még odább nyugatra fekvő vámoskörnyéki fácieszben kifejlődött és cefalopodás fáciesze alatt egy oly meszes lerakódás fekszik, a mely szintén mind a két zóna alakjait egyesíti (*Spiriferina Mentzelii*, *Terebratula vulgaris*, *Ceratites trinodosus*, *Ptychites flexuosus* stb.) és a hajmáskéri (berekhegyi) kagylófauna egynehány képviselője mellett még a FRECH-féle nevezetes törpe kagylófaunát is tartalmazza.

A *decurtata* zóna végig dolomitos fácieszben van jelen, alkalmasint még Vámosnál is.

A magasabb *trinodosus* zónát is kétféle fácieszben találjuk meg. Az egyik a már említett hajmáskérkörnyéki fáciesz, a melyet ARTHABER berekhegyi fáciesznek nevezett el s a mely szerinte fiatalabb; a másik pedig a vámoskörnyéki és kissé idősebb fáciesz. Amazt vöröses vagy sárgásbarna, aprón szemcskés, homokköre emlékeztető szövettel bíró márgás meszek alkotják és el van terjedve a kádárta-szabadjai töréstől keletre eső területen és még Cserhalompusztán is; emez pedig sárgán málló, szürkészinű és jól rétegzett márgás meszekből áll és megtaláljuk a veszprémi Alsó-erdőben és Vámos környékén, tehát a nyugati területen.

Kivételt csak a keleti területhez tartozó Solyi-fenyves képez, a mennyiben itt a *trinodosus* szint helyén álló kőzetek is dolomitok.

A balatonfelvidéki kagylómész ezen két szintjének faunájából BITNER, valamint FRECH is azt következtette, hogy ezek a faunák az északi és a déli alpesi faunavidékek közt áthidaló szerepet visznek.

2. Ladini emelet. Ezt az emeletet sötét és zárványmentes meszek vezetik be, ezeket szürke szaruköves és gumós meszekből, továbbá világos márgákból és zöldes tufákból álló csoport követi. Ezek a Böckh-féle u. n. Reitzi rétegek, melyek a Trachyceras Reitzi zónájának kereteit kitöltik. A hajmáskér-szabadjai övben ezeket is számos helyen dolomitok helyettesítik. Tipusos fácieszők legjobban ki van fejlődve Hajmáskér és Kádárta mellett, kevésbé jól a többi területrészeken. Sajátságos összetételökkel a dél-alpesi buchensteini és az északalpesi reiflingi fácieszre emlékeztetnek. Eddig a buchensteini meszekkel állítottak párhuzamba. PHILIP ezt a parallelát csak a kőzetfácieszt illetőleg tartja helyesnek; faunisztikus szempontból ellenben a marmolata mészen fekvő Trachyceras Reitzi, Tr. Curionii és Tr. recubariensis zónája mellé állítja. Nálunk ezen zónának petrográfiai kifejlődése nagyfokú megegyezést mutat az idetartozó vicentini és judicariai rétegekkel. Különös faunisztikus vonatkozásait a nagyszámú azonos cefalopoda faj fellépése mellett még egyes kagylómész karakterű brachiopodák és a Daonella Taramelli jelenléte is erősíti.

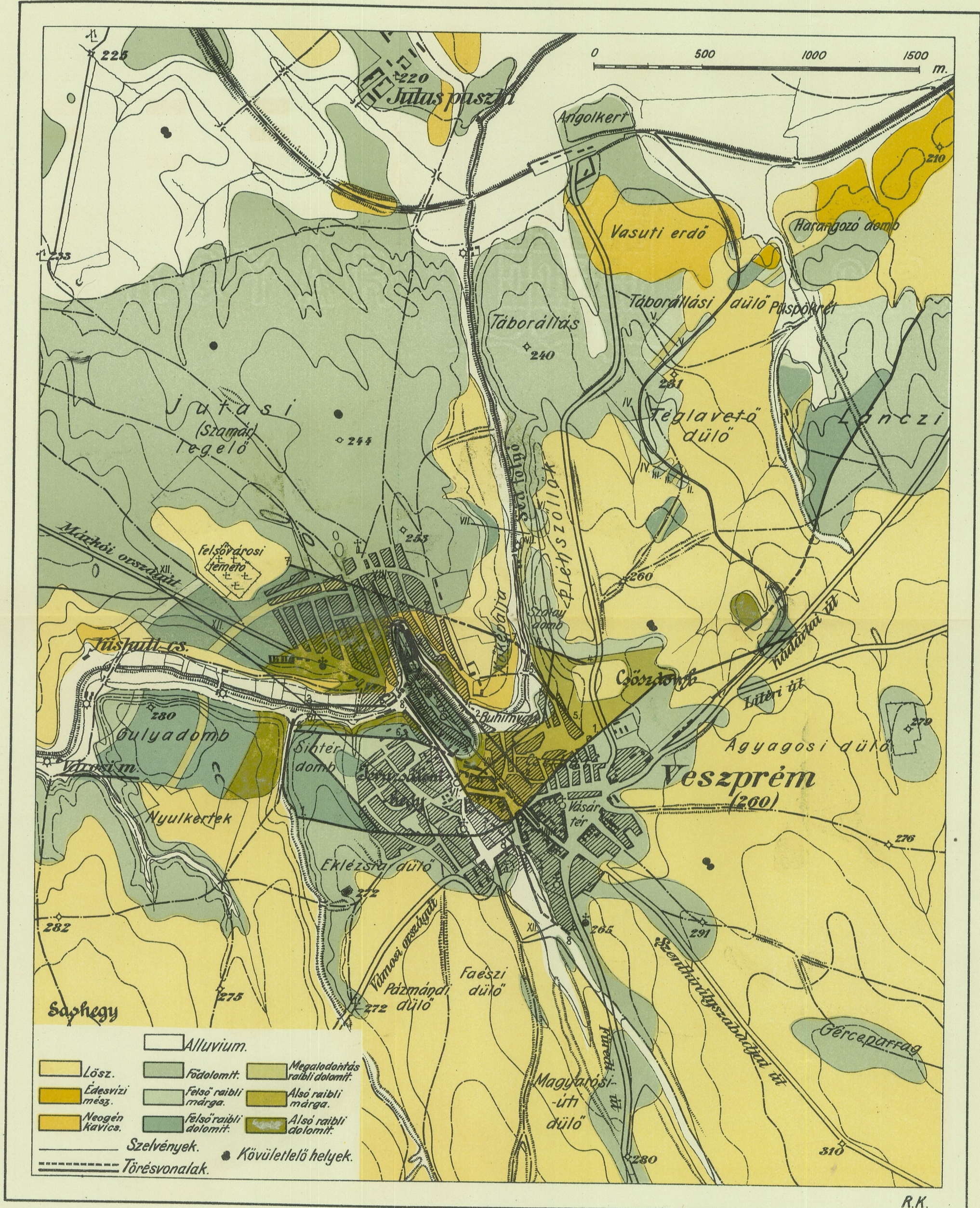
A Reitzi rétegekből eddig kikerült fauna kagylómész jellegét Böckh után FRECH, ARTHABER és BITTNER is hangsúlyozza.

3. Karniai emelet. A balatonfelvidéki wengeni rétegekben: a Proarcestes subtridentinus tartalmú mészkőben a Reitzi meszek szaruköves, gumós mészfáciesze folytatódik; a kőzet színe azonban uralkodóan vörös, ritkábban szürkeshintű. Göcsös felületű rétegeit vékonyabb-vastagabb márgás közök kapcsolják egymáshoz. Ezen mészkőcsoport felső szakaszában, és pedig hol a csoporton belül, hol annak tetején egy világosszürke és megfogyatkozott kovasav-tartalommal jellemzett meszes és márgás változat jelentkezik, melynek rétegei között zöldszínű diabáztufa betelepdedéseket is találunk. Nevezetes, de nem mindenütt jelentkező változata még egy fehér vagy szürkés kagylómész lumachella, a mely rendszerint a csoport mélyebb szintájaiban szokott előfordulni. Területem határain belül megtaláltam a hajmáskéri Tóhegyen és Kádárta mellett.

A tridentinus csoport kőzetjellegei annyira karakterisztikusok, hogy a kérdéses csoportot az egész bakonyi középtriasz legkönnyebben felismerhető tagjává teszik.

VESZPRÉM VÁROS RÉSZLETES GEOLOGIAI TÉRKÉPE.

Dr. LACZKÓ DEZSŐ-től.



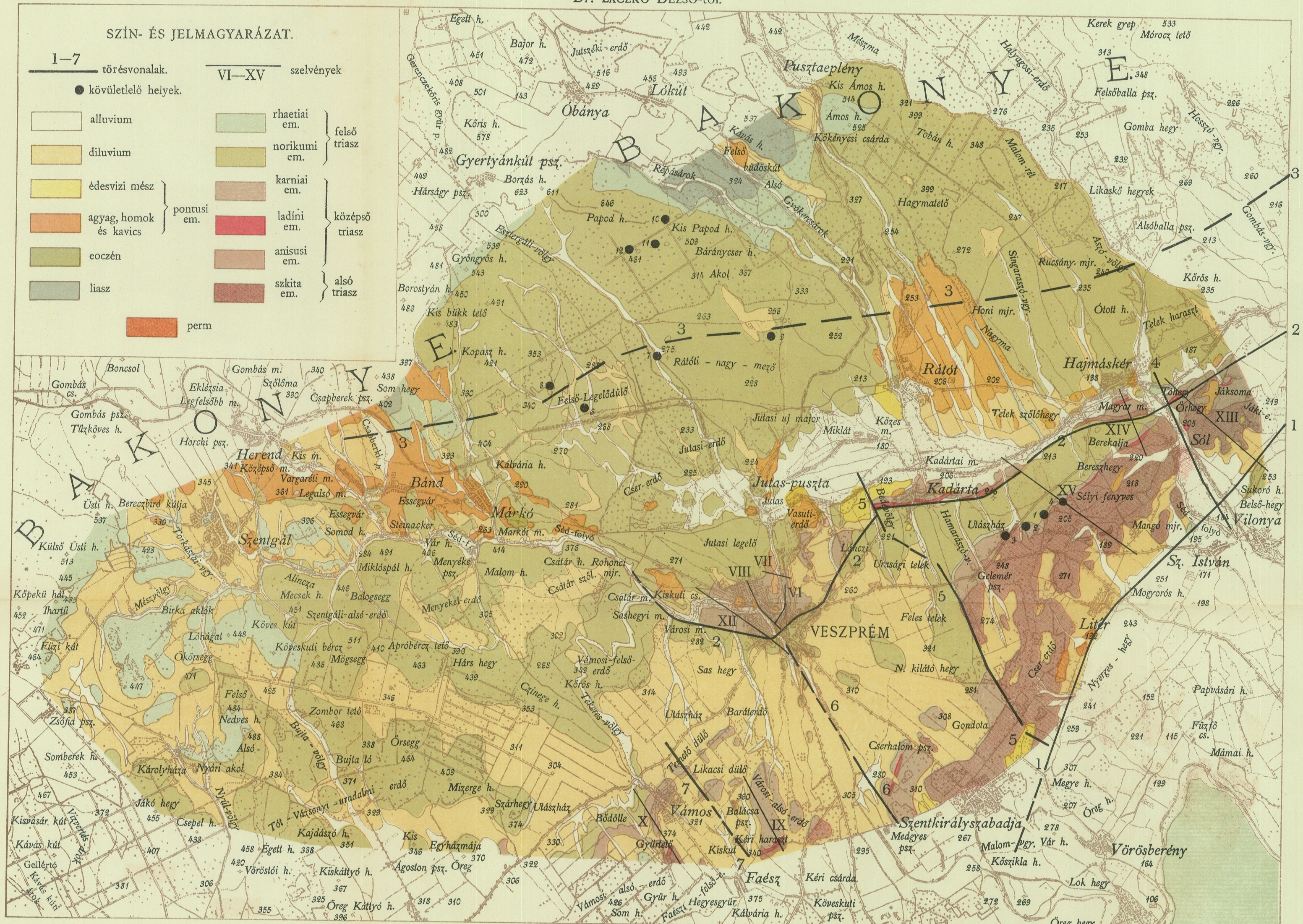
Mérték = 1 : 16,666.

R.K.
FRANKLIN T. BUDAPEST.



VESZPRÉM VÁROS KÖRNYÉKÉNEK RÉSZLETES GEOLOGIAI TÉRKÉPE.

Dr. LACZKÓ DEZSŐ-től.

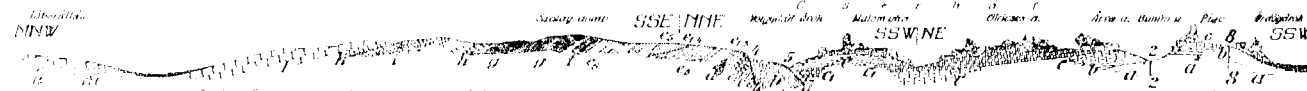


FRANKLIN T. BUDAPEST.

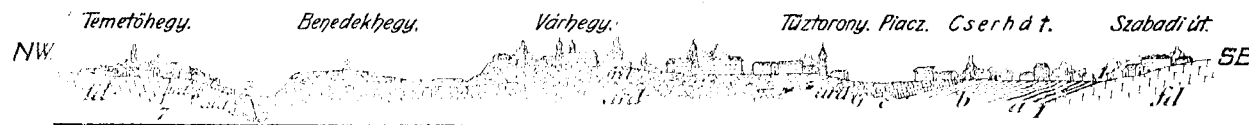


Laczkó Dezső: Veszprém geológiai leírása.

II. tábla.



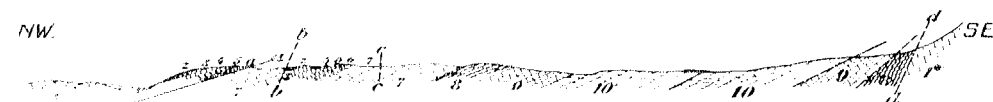
VI. szelvény. *a, b* = alsó halóbiás márgák; *c* = szürke pados mészkő; *c*₁ = brachiopodás konglomerát; *d* = dolomityelv; *l*₁₋₅ = felső halóbiás márgák; *l*₆ = carditás márga; *f* = szürke dolomitos mész; *g* = nuculás márga. *h* = korallmész; *i* = nuculás márga; *k* = megalodontás mész; *l* = megalodontás márga; *m* = májsárga kalciteres meszek; *n* = földolomit. — 2-2 = Buhimvölgyi törés; 4-4 = Kapachy-úti törés; 5-5 = Völgyikúti törés; 8-8 = Kaszavölgyi törés.



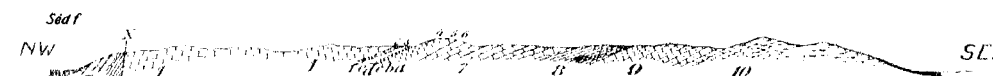
VIII. szelvény. *a, b* = alsó halóbiás márgák; *c* = szürke pados mészkő; *c*₁ = brachiopodás konglomerát; *e* = felső halóbiás márga; *ard* = alsó raibli (cassiani) dolomit; *frd* = felső raibli dolomit; *fd* = földolomit. 1-1 főtörésvonal; 3-3 sédvölgyi törés; 7-7 céhházuti törés.



X. szelvény. *a* = megyehegy dolomit; *b* = brachiopodás dolomit (decurtata szint); *b*₁ = trinodosus mész; *c* = szaruköves dolomit (Reitzi szint); *c*₁ = tridentinus mész; *c*₂ = tridentinus mész felső dolomitos fácies; *d* = szennyes szürke dolomitos márga (sályi márga); *d*₁ = kalciteres dolomit (füredi mész); *d*₂ = kalciteres vékonyrétegzésű dolomit (berekhegyi változat); *d*₃ = Halobia rugosa márgája; *e* = carditás márga; *f* = brachiopodás mész; *g* = megalodontás dolomit; *h* = megalodontás szaruköves mész; *i* = opponitzi mész; *i*₁ = a Spiriferina Lipoldi fekvőhelye; *k* = földolomit; *k*₁ = földolomit, megalodontákkal.



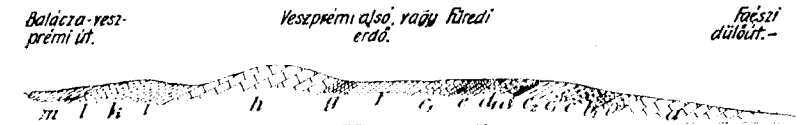
XIII. szelvény. *a-a* = tóhegyi csuszamlás; *b-b* = veszprémi törés; *c-c* = eltolódás az Órhegy és Tóhegy között; *d-d* = litéri hasadék. — 1 = kétes földolomit; 1* = biztos földolomit; 2 = berekhegyi mész; 3 = füredi mész; 4 = tridentinus mész; 5 = Reitzi mész; 6 = trinodosus mész; 7 = megyehegy dolomit; 8 = lemezes mész; 9 = werfeni dolomit; 10 = werfeni pala.



XV. szelvény. 1 = földolomit (?); 2 (*f*) = a füredi mész felső, berekhegyi változata; 3 (*e*) = füredi mész; 4, *a-c* = tridentinus mész; *d* = sályi márga; 5-6 = a trinodosus és Reitzi mész dolomitos fácies; 7 = megyehegy dolomit; 8 = lemezes mész; 9 = werfeni dolomit; 10 = werfeni pala. — *x-x* = veszprémi törés.



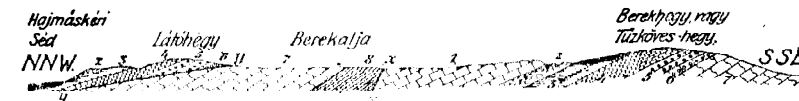
VII. szelvény. *a-c* = szürke dolomitpadok; *d* = barnás dolomit; *e* = tufás dolomit; *f* = szürke, göbös márga; *g* = bekérgezett fossziliák termőhelye; *h* = világos sárgás, lemezes márga; *i* = földolomit.



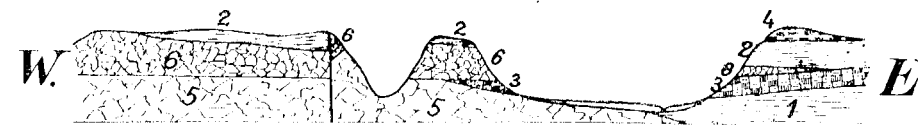
IX. szelvény. *a* = megyehegy dolomit; *b* = decurtata mész; *b*₁ = trinodosus mész; *c* = Reitzi mész; *c*₁ = tridentinus mész; *c*₂ = tridentinus mész dolomitos fácies; *d* = sályi márga dolomitos fácies; *d*₁ = füredi mész dolomitos fácies; *e* = Halobia rugosa márgája; *e*₁ = alsó raibli (cassiani) dolomit; *f* = Halobia rugosa márgája; *g* = sárgás szürke márga és mészkő; *h* = felső raibli dolomit; *i* = carditás márga; *h* = brachiopodás mész; *l* = megalodontás mész; *m* = opponitzi mész.



XII. szelvény. *ard* = alsó raibli (cassiani) dolomit; *frd* = felső raibli dolomit; *mg* = raibli márga; *md* = megalodontás dolomit; *tm* = tóri-opponitzi mész; *fd* = földolomit. — 1-1 = főtörésvonal; 6-6 = takarékpénztár-utca — sintérdombi törés.



XIV. szelvény. *x-x* = veszprémi törés; *y-y* = látóhegyi csuszamlás. 1 = földolomit (?); 2 = berekhegyi mész; 3 = füredi mész; 4 = tridentinus mész; 5 = Reitzi mész; 6 = trinodosus mész; 7 = megyehegy dolomit; 8 = lemezes mész.



(XVI. szelvény.) A Veszprém városbeli heteropikus rétegek egymás mellettiségét ábrázoló szelvény.

- | | | |
|-----------------|------------------------------|-------------------|
| 1. Alsó márga. | 3. Brachiopodás konglomerát. | 5. Alsó dolomit. |
| 2. Felső márga. | 4. Megalodontus szint. | 6. Felső dolomit. |



A tridentinus mész a Balatonfelvidéken fekvő területrészek mindegyikén megvan. Előfordulásához különösen a keleti terület déli övében sok figyelemreméltó körülmény fűződik. Az egyik nevezetes körülmény az, hogy itt — a mint már említettem — a középtriász alsó dolomitos fáciesze több ponton felnyúlik az anisusi emelet felső szintájaiba és a ladini emeletbe is, sőt nem egy helyen egészen a tridentinus meszet fedő és ma is kétséges korú felső dolomitokig. Ennek a következménye az a jelenség, hogy itt az altalaj összetételében szereplő középtriászkorú tagok nem mint egységes övek, hanem csak mint szakadozott s egymástól dolomitok által elválasztott rögök jelentkeznek. S azért ezen terület első tanulmányozásakor éppen ez a jelenség váltotta ki azt a gondolatot, hogy a tridentinus öv szakadozott volta és a környező dolomitmezőből való kimeredezése, valamint a nálánál magasabb karniai tagok feltételezett hiánya egy denudációnak a következménye, a melyet a földolomit transzgressziója követett.

Am ez ellen a feltevés ellen nemcsak az itt észlelt nagyfokú fáciesváltozások, hanem egyszersmind a tektonikai viszonyok is szólnak. Ugyanis a tridentinus mész és itteni dolomitos fekéje közt az egyező település kétségtelen. De több helyen azt is világosan ki lehet venni, hogy a még biztosan felismerhető karniai lerakódások a felettök következő dolomitokkal is általában konkordánsak. És ha a feküdolomitok (megyehegyi stb.) és az említett fedődolomitok közé illeszkedő márgás-meszes csoportok dülése itt-ott mégis ingadozó, azt egyszerűen a feltorlódásnak helyi jelentőségű irányváltoztatásaiból s evvel kapcsolatban azon körülményből is lehet magyarázni, hogy a település zavart voltának a fokát rendkívül befolyásolhatja a kőzetanyag merevségének a foka is. A lemezes mészkő csoportja pl. a maga vékony rétegzettségével és jelentékeny márgatartalmával mindenütt erősen gyűrődik. Már a tridentinus mész kovasavas, tehát merevebb és vastagabban is rétegzett anyaga kevésbé gyűrődik, míg a vele szomszédos dolomitok merev rétegcsoportjai inkább csak hajlanak, a nélkül, hogy gyűrődnének is egyszersmind. A mi pedig a tridentinus övben mutatkozó csorbákat illeti, ezek a tridentinus mész dolomitos fáciesze helyén keletkeztek, mert ez

a kőzet fáciesz a denudációnak kevésbé áll ellent, mint a kovasavval jobban impregnált meszes fáciesz.

Azért ezen jelenségek magyarázatát nem a földolomit lerakódását megelőző denudációban s az azt követő dolomittranszgresszióban, hanem részint és főleg a kőzetfáciesznek úgy horizontális, mint vertikális irányban érvényesülő gyors váltakozásában, részint pedig egy későbbi tengernek a földolomit lerakódása után diszlokált és denudált fenék egyes részletein érvényesült dolomitosító hatásában kell keresnünk.

Még egy nevezetes és különösen sztratigrafiai szempontból fontos jelenség fűződik itt a tridentinus mész fellépéséhez. Itt ugyanis több ponton a karniai emelet más tagjai is jelen vannak és pedig a déli zónában a füredi mészkő, az északiban pedig még a Böckh-féle felső márgacsoporthoz tartozó lerakódások is. Ámde a füredi mészkő itt nem fekszik rá közvetlenül a tridentinus-mészre, hanem közéjük még egy vékony, de azért önállóan jellegzett márga telepszik, a melyet, mert éppen a sólyi fenyvesben figyeltem meg legelőbb, *sólyi márgának* nevezek. Anyaga szennyes fehér vagy sárgás és tele van tüzdelve apró szürke színű mészkőgomócskával. Előre jelezhetem, hogy ez a márga, a mely eddig mint önálló bakonyi triaszszint nem volt ismeretes, a Balaton-felvidék számos más pontján is előfordul. Helyét rendszeren a kétféle mészkő közös határán észlelhető horpadás jelzi, a mely többnyire be van gyepesedve, mert a márga málladéka jobban kedvez a vegetációnak, mint akár a fedő, akár a fekü meszesebb állománya. A sólyi márga jelentőségét nemcsak viszonylagos helyzete, hanem fosszilis zárványai is emelik, mert ez a két körülmény egy másik bakonyi szint eddig sokat vitatott kérdésének a megoldását teszi lehetővé, értem itt a Böckh-féle füredi mészkövet, a mely mindeddig a bakonyi triaszsztratigrafiában elsősorban szegényes zárványtartalmánál, de más okoknál fogva sem tudott határozott helyhez jutni.

Ezen kérdéssel szorosan összefügg a bakonyi wengeni rétegek kérdése is, a melyekhez eddig nemcsak a tridentinus meszet, hanem a magasabb füredi meszet is sorozták. A kérdés körül keletkezett zavart az a körülmény okozta, hogy az említett kétféle mészkőcsoportot egymástól elválasztani nem tudták, rész-

ben azért, mert a közjük helyezkedő sólyi márgát nem ismerték; részben pedig azért is mert, a mint említettem, a tridentinus mésznek van egy olyan világos változata, a mely a szomszédos füredi mészhez hasonlít és igen gyakran éppen a tridentinus mész felső szintjében, tehát a füredi mésznek csaknem közvetlen szomszédságában áll. Nyilvánvaló tehát, hogy oly helyeken, a hol a gyűjtő figyelmét a vékony és legtöbbször erősen begyepesedett sólyi márga elkerülte, mi sem vala könnyebb, mint a tridentinus mész felső világos márgás változatát a sokszor szintén márgás füredi mészszel felcserélni. Innen van tehát, hogy MOJSISOVICS «füredi mészből» származó wengeni cefalopodákat ír le, míg BITTNER ugyaninnen cassiani és raibli típusu fossziliákat sorol fel.

Ez a magyarázata egyszersmind annak, hogy miért maradt eddig a füredi mész sztratigrafiai és paleontologiai jelentősége homályban.

Most azonban, hogy a sólyi márgát és raibli értékét ismerjük, a felette fekvő füredi mész raibli értéke is meg van állapítva.

A tridentinus mésznek és a füredi mésznek az összetévesztése adott impulzust még azoknak a törekvéseknek is, a melyek hol a bakonyi wengeni rétegeknek (a füredi meszet is ide számítva), hol magának a füredi mésznek a kettéosztását célozták. Ha a Balatonfelvidék wengeni rétegeit csakugyan ketté lehet osztani — bár sztratigrafice alig —, úgy ez csak a tridentinus mész keretén belül foganatosítható, mint azt FRECH már jelezte is, mert a föléje helyezkedő s a wengeni korúnak tartott füredi meszet elválasztó sólyi márga már a legjellemzőbb raibli (cassiani) fossziliákat, úgymint *Rhynchonella linguligera*, *Halobia rugosa*, *Trachyceras Hofmanni*, *Joannites cymbiformis*, *Arcestes ausseanus* A. *bicarinatus*, *Lobites ellipticus* s más fajokat tartalmazza.

A valódi füredi mészből fossziliát eddig csak keveset ismerünk. Én csak egynehány cassiani típusu brachiopodát (*Rhynchonella linguligera*, *Rh. Pichleri*, *Waldheimia* és cf. *Eudora*) találtam benne. Lóczy még *Anolcites Richthofeni*, *Trachyceras longobardicum* és *Lobites Bouéit*, Böckh pedig brachiopodákat

és rossz trachyceratákon kívül a Daonella Lommelit említi belőle. Ám ennek az utóbbinak előfordulása a valódi füredi mészkőben nem bir kiválóbb jelentőséggel, mert ez a kövület nálunk és WÖHRMANN szerint az Alpokban és a raibli rétegekben is megtalálható. Ezt különben már BÖCKH is hangoztatta, valamint azt a jóval jelentősebb nézetet, hogy a füredi mész faunája a wengeni tridentinus mész faunájánál fiatalabb.

A tridentinus mész típusos kőzetét BÖCKH és BITTNER a hallstatti márvány fácieséhez hasonlítja. FRECH pedig még a Mte Clapsavon wengeni korú vörös meszeivel való megegyezését is kiemeli. BITTNER a wengeni rétegeket s így a tridentinus meszet is — a cassiani rétegekkel egyetemben — még az ő ladini emeletébe osztja be. Ám a bakonyi fossziliák kimerítőbb tanulmányozása inkább a ZITTEL- (STUR-BENECKA)-féle felfogást támogatja, mely szerint az alpesi triasz wengeni, cassiani és raibli rétegei egy összetartozó egységes csoportot képeznek s közójök emelethatárt vonni nem lehet. Ezt támogatja nálunk még az a körülmény is, hogy a tridentinus mész közvetlen fedőjében álló szintek nálunk sem mentek wengeni vonatkozásoktól. Mutatják ezt Lóczy említett leletei, a ki legutóbb a valódi füredi mészben az Analcites Richthofenit, Lobites Bouéit és a Trachyceras longobardicumot is találta, mely utóbbi alak a raibli, cassiani és wengeni alakok hasonló keveredését feltüntető délalpesi hudiklaneci faunában is szerepel.

Raibli-cassiani és raibli-tóri rétegek. Ebbe a szakaszba a már letárgyalt sólyi márgán és füredi meszen kívül még a BÖCKH-féle *felső márgacsoport* is tartozik. Igen gazdagon tagozódik a balatonmenti kőzetzónában is, de különösen Veszprém körül. A keleti területen — nem számítva természetesen az itt is jelenlevő sólyi márgát és füredi meszet — csak Kádártán találtam meg, a hol a füredi mészkővön raibli halobias márgák is fekszenek; egyébként pedig Kádártától keletre egészen Hajmáskérig, sőt azon túl e csoport helyén végig dolomitokat találunk, a melyeknek korát illetőleg ma még csak gyanításokkal kell beérni. Ez a másfél kilométer széles dolomitöv mindaddig tájékozató fossziliát nem adott. Hogy azonban az itteni karniai lerakódásokkal egyezően települ, azt már említettem. Minthogy pedig

nem egy adat áll rendelkezésünkre arra nézve, hogy a balaton-felvidéki középtriász felső karniai emelete szintén kifejlődhetik dolomitos fáciesben, legalább is valószínűnek kell tartani, hogy a kérdéses dolomit övnek alsó szakasza még szintén karniai korú. Hogy hol kezdődik itt a földolomit, arra még nehezebb feleletet adni.

A nyugati terület viszonyainak kellő megítélése céljából előre kell bocsájtanom a balatonmenti kőzetöna karniai korú lerakódásainak miként való kifejlődését. Itt több szelvény egybevetéséből a következő tagozódást lehet megállapítani:

Fekü: Trachyceras Reitzi rétegek.

1. wengeni rétegek (tridentinus mész);

2. raibli rétegek:

a) sólyi márga,

b) füredi mész,

c) a füredi mész felső, berekhegyi változata; ezt azért sorolom fel külön szint gyanánt, mert általánosan el van terjedve,

d) leveles szövetű és kissé homokos márgák (*Rhynchonella linguligera*, *Halobia rugosa*, *Nucuta lincata*, *N. strigilata*, *Ctenodonta præacuta*, *Gonodon astartiformis*, *Carnites floridus*, *Estheria Lóczyi* stb.),

e) világosszürke pados mészkő, a mely felfelé mindenütt egy durva, meszes breccsiává, majd konglomeráttá fejlődik (*Cassiani brachiopodák*, továbbá *Analcites Richthofeni* és *Trachyceras austriacum*),

f) szürke és sárgás márgák (*Halobia rugosa*, *Cardita Pichleri*, *Carnites floridus* és más raibli fossziliákkal),

g) bitumenes sötét mész és dolomit (*Megalodus carinthiacussal*),

h) ripacsos felületű márgás meszek és oolitok (raibli fossziliákkal, azonkívül *Pecten filosus*, *Gonodon Mellingii*, *Ostrea montis caprilis* stb.).

Fedő: norikumi földolomit.

Ezen tagozódásban tehát három túlnyomóan meszes, két túlnyomóan márgás (*d* és *f*) csoportot találunk. Ám a márgás csoportok sokkal hatalmasabban fejlődnek ki, mint a meszesek.

FRECH¹ ezen szelvény *d—h*) tagjait a Raibler Scharte szelvényével párhuzamosítja olyképen, hogy a *d*) tagban, vagyis az alsó márgás csoportban a felső cassiani (Scaland-Alpa) rétegek képviselőjét, a magasabb tagokban pedig a raibli-tóri csoport egyenértékeit állapítja meg.

A karniai emeletbe sorozott lerakódások ezen fáciesze végig húzódik a balatonmenti triasz zóna egész délnyugati szakaszán. Veszprém körül több tekintetben eltérők a viszonyok, bár a karniai emelet tagozódása az előbbivel teljesen azonos. Az eltérést a meszes és dolomitos lerakódások megszorodása okozza, a mely folyamat helyenkint oly arányokat ölt, hogy csaknem az egész karniai emelet dolomitos fáciesben jelenik meg, mint pl. magánál Veszprémnél. Azonkívül a veszprémi viszonyok érdekességét emeli még az a körülmény is, hogy éppen a város területén tárul fel legjobban ezen kétféle fácies átmeneti régiója.

A veszprémi karniai lerakódások a Kádárta felől ide húzódó veszprémi törés hosszában a földolomit alól merültek fel és tömegökben éppen a város területén észlelhetni számos diszlakációt. Ezek okozzák, hogy a márgákba betelepedett karniai dolomitok a törésből izolált rögök gyanánt meredeznek fel. A márgás lerakódások inkább a város keleti oldalán, míg a dolomitosak inkább nyugaton uralkodnak. Észak felől a földolomit telepszik fel rájuk teljes konkordanciával.

A veszprémi dolomitok korának megállapítása nagy nehézségekbe ütközött kivált azért, mert a különböző korú dolomit-tömegek anyaga itt is minden jellegzetesebb petrográfiai vonás híjával fejlődött ki és mert bennök tájékoztató fossziliák megmaradása is csak gyér jelenség. Már az első veszprémi felvételek történetéből s ezek eredményeinek mérlegeléséből is ki lehetett venni, hogy éppen dolomitjaink, ezek az idegenszerű rögök valának ama jelenségek, a melyek szerves zárványokban való szegénységöknél, szirtes alkatuknál és többnyire horsztszerű és izolált fellépésöknél fogva leginkább akadályozták a felső

¹ FRECH FR., A werfeni rétegek stb. 55. l. («A Balaton tudományos tanulmányozásának eredményei» cz. munka I. köt. I. részének paleontologiai függelékében.

márgacsoport sztratigrafiai helyzetének felismerését és a csoport feltagolását és máshonnan ismert mediterrán triasszal való párhuzamosítását. Az azóta megnyílt kedvezőbb feltárások azonban, de meg az a körülmény is, hogy a fosszilis tartalom felkutatására is kellő időt lehetett fordítani, a veszprémi dolomitkérdés megoldását is megkönnyítették.

Ma már kétségtelen, hogy a város belterületén fekvő dolomitok zöme nem egyéb, mint a veszprémi raibli márgák dolomitos fáciesze.

Az alábbiakban előbb szóvá teszem a veszprémi raiblicassiani korú lerakódások márgás fáciesét s utóbb a vele egykorú dolomitos fácieszt.

Maga a veszprémi márga a város keleti táján fejlődik ki legjobban és, amint említettem, ugyanúgy tagozódik, mint a Balaton mentén, csak több benne a meszes dolomitos és homokos betelepedés, mint a balatonmenti zónában. Az egész veszprémi csoportnak felszínre került legmélyebb tagja a balatonmenti szelvény alsó márgás szintjének (*d*) felel meg. Faunaelemeik is közösek, azzal a megjegyzéssel, hogy a veszprémi tagból több fajt ismerünk és hogy ezen tag felső szintje igen gazdag cassiani lamellibranchiátákban.

A *d*) tagon fekvő pados meszek, majd márgás breccsiák és konglomerátok Veszprémnél rendkívül gazdag és csaknem tiszta cassiani brachiopoda faunát szolgáltatnak, a melyhez azonban elvéve hol wengeni (*Anolcites Richthofeni*), hol raibli (*Trachyceras austriacum*, *Tr. aonoides* var.) cefalopodák is társulnak.

Az *f* betűvel jelzett felső márgás szakasz helyén álló veszprémi lerakódások fáciesze a legingadozóbb. Két szintben is helyezkedik beléje egy-egy dolomitnyelv, melynek vastagsága nyugatfelé növekszik. De meszes rétegek is gyakorta megszakgatják. A csoport fanuájának egyik jellemző vonása, hogy míg az alsó szintájokban az alulról szomszédos cassiani fauna alakjai valósággal eltörpülnek s így méreteikben a valódi cassiani mikrofaunára emlékeztetnek, addig ugyancsak a breccsiás fektől kezdve a raibli alakok mindinkább szaporodnak, úgy hogy már a csoport közepe táján ők veszik át a vezérlő szerepet.

Ezen szakaszban feltűnő jelenség még az is, hogy legmagasabb szintájaiban apró carditák, majd nuculidák lépnek fel nagy számban. Ezt a jelenséget a Veszprémtől keletre eső területen és még Vámos környékén is észleltem.

Az *f*) szakaszra itt is a *Megalodus carinthiacus* tartalmú mészkő és dolomit következik, azon megjegyzéssel, hogy Veszprémnél még ezen dolomit felett is vannak nuculás rétegek.

A *Megalodus carinthiacus* tartalmú rétegek felett következő utolsó szakasz Veszprémnél is márgás-meszes és fosszilis tartalmát is leginkább tóri elemek alkotják.

Ezen szelvényből kiviláglik, hogy a Veszprém körüli márgás fáciesben a raibli rétegeknek két legmélyebb tagja: a sólyi márga és a füredi mészkő nem került felszínre; valamint az is, hogy az ezeknél magasabb karniai lerakódások épp úgy tagozódnak, mint a balatonmentiek és csak a kőzet fácieszők meszesebb, míg a faunaeloszlás főbb vonásaiban szintén azonos.

A veszprémi raibli csoport márgás vagy helyesebben márgásmeszes, azaz átmeneti fácieszének alpesi vonatkozásait illetőleg álljanak itt a következők:

A veszprémi márgacsoport alsó szakasza a maga márgás-homokos és finoman palás kőzetével, valamint fosszilis tartalmával (*Halobia rugosa*, *Avicula globulus?*, *Posidonomya wengensis?*, *Estheria Lóczyi*, azonkívül a mélyebb szintekben a számos crinoida töredék és *cidaris* túske, kivált *Radiolus dorsatus* és végül a *Carnites floridus* megjelenésével) leginkább az északalpesi reingrabeni és lunzi rétegek átmeneti szintjeire emlékeztet.

Az a körülmény, hogy ezen alsó márgás szakasz felfelé pados meszekbe, majd breccsiákba s végül konglomerátokba megy át, arra a kifejlődésre mutat rá, a melyet Arthaber a reingrabeni agyagos fáciesznek és az azonoskorú meszes és dolomitos fáciesznek érintkezési határrégiójáról ír le és a melyből a Bittner-féle gumós hűpfingi meszeket is idézi. Mínálunk ezen meszekben és breccsiákban (valamint már a közvetlen felett adó márgás szintben is) a cassiani fauna eléri úgy szám-, mint alakbeli kifejlődésének a tetőpontját, és pedig a márgás feküben mint kagylós, a meszes fedőben pedig mint brachiopodás fáciesz.

Már most, ha tekintetbe vesszük azt, hogy már a sólyi márga fosszilis tartalma a márgának a Lobites subellipticum zónájába való helyezését igényli és benne a raibli faunaelemek és pedig cefalopodák már jelentékeny számban mutatkoznak, továbbá, hogy felfelé egészen a cserhádi brachiopodás konglomerátokig, illetőleg breccsiákig a raibli elemek rovására a cassianiak feltűnően megsaporodnak, és végül, hogy ez utóbbiak a breccsiákon nyugvó felső márgás (/) szakaszban épp oly fokozatosan tűnnek: e jelenségekből alig lehet másra következtetni, mint arra, hogy a «cassiani» faunaelemek fokozatosan növekvő bevándorlással kerültek hozzánk, hogy tehát a mi brachiopodás meszünk és breccsiáink, valamint még a márgás fekünk is, legalább egy részük, csak egy helyi jelentőségű raibli fácieszt képviselnek. Mindenesetre érdekes a raibli és cassiani alakok nagy számának együttes előfordulása az alsó márgás szakasz felső szintjeiben és a közbülső meszes szakaszban, miáltal a veszprémi rétegek ezen szakasza a Seissi alpesnek szintén hasonló faunakeveredés révén híressé vált pachycardiás tufáival lép a legközelebbi vonatkozásba, sőt minálunk ez utóbbinak a paleontologiai karaktere még kiélésedik az által, hogy benne oly jellegzetes alakok is keverednek, a melyeknek társas előfordulása a pachycardiás tufából sincs eddig kimutatva. Ilyenek különösen a tipusos cassiani brachiopodák, a melyeknek a raibli alakokkal való együttes előfordulása, mint Bittner mondja, a seelandalpesi faunát a raibli horizontba utalja. A cassiani rétegek cefalopodás fáciesze a mi vidékünkön mindeddig ismeretlen maradt.

A veszprémi viszonyok tehát igazolják Zittelnek a Seisser-Alm pachycardiás tufáinak paleontologiai jelentősége alapján tett ama nyilatkozatát, hogy a cassiani és raibli rétegek között egy paleontologiai határ megvonása lehetetlenség, valamint hogy ezen az alapon Merian és Stur régi nézete a cassiani és raibli rétegek azonosságáról ismét szilárd talajt nyert.

A brachiopodás breccsiákon túl felfelé következő veszprémi lerakódások (felső márgás szakasz), melyeket a Raibler Scharte Stur-féle szelvényével lehet összehasonlítani (Beitrag zur Kenntniss d. geol. Verhältn. v. Raibl u. Kaltwasser 71. l. és I. szelv.), a balatonmellékiektől annyiban különböznek, hogy közéjük do-

lomitos csoportok is beilleszkednek. Faunájok már túlnyomóan raibli alakokból áll, bár cassianiak sem hiányzanak, különösen a korallók és túskebőrűek köréből. A *Halobia rugosa* is már erősen gyérül, de azért jelenlétét még e szakasz középső részében is ki lehetett mutatni. Viszont mind sűrűbben jelentkeznek a tóri vonatkozások. A szakasz alsó és középső szintájai a raibli szelvény *Myophoria Kefersteini* tartalmú rétegeinek a helyére illeszkednek, míg a legfelső szintáj, kivált a *nuculidás* rétegek, a Raibler Scharte *Solen caudatus* tartalmú rétegeinek és annak a csoportnak a helyére illeszkedik, a melyet a *Corbula Rosthorni* tömeges fellépése jellemez, s a mely itt is a *Megalodus carinthiacus* tartalmú dolomitos meszes szintája alatt áll. Ez az utóbbi kőzet is délalpesi kifejlődésre utal.

A megalodontás dolomit felett nálunk is a tóri, ill. opponitzi rétegek márgás-meszes egyenértékei állanak, a mint azt már BÖCKH is konstatálta. Fácieszők BITTNER szerint határozottan északalpesi.

A veszprémi karniai lerakódások márgás fácieszével szemben és tőle alig pár száz méternyire áll a hasonlókorú lerakódások dolomitos fáciesze. Ezen kétféle fáciesz érintkezési határterülete főleg a veszprémi Várhegy és Benedekhegy. A várhegyi dolomit alsó tömeges szakaszában ugyanis megtaláljuk a szomszédos márgás fáciesz brachiopodás breccsiáit és a felettök fekvő halóbiás csoportnak legalsó szakaszát is, de már lényegesen szűkebb határok között. Ugyanígy vagyunk ezen márgás csoport felső szintjeivel is, a melyek megint ezen dolomitok felső réteges szakaszában fészkelnek.

A mint van rá példa az Alpokban, hogy a lágy márgák a szomszédos dolomittömegekben kiékülnek, vagy pedig a szirtdolomitok a szomszédos márgák közé nyelvforma nyúlványok alakjában befészkelik magokat, úgy találunk hasonló eseteket minálunk is. Veszprémnél is a kétféle fáciesz egymásba fogódzása tipusos jelenséget képez. És ha a kétféle fáciesz közti átmenet mindenütt nem is oly éles, az az egy jelenség nálunk is általánosnak bizonyult, hogy a karniai emelet márgái és meszei, mint sok helyen az Alpokban is, alulról felfelé haladó sorrendben tűnnek el s adnak helyet a dolomitoknak.

A veszprémi dolomitok karniai korát még faunisztikus adatok is bizonyítják. Alsó szakaszukban ugyanis éppen úgy megvannak a jellemző cassiani brachiopodák, mint a hogy megvannak a felső réteges szakaszban a raibli fauna leggyakoribb alakjai. Végül minthogy oly helyeken, a hol a veszprémi karniai korú tisztán dolomitos fáciesben jelentkeznek, még a cassiani brachiopodás szint alatt is van dolomit, joggal feltehetjük, hogy ez az utóbbi még az alsó márgás szakasznak is legalább részleges ekvivalense. Szóval Böckh kérdéses korú dolomitja nem egyéb, mint a Veszprém melletti, valamint a balatonmelléki Böckh-féle felső márgacsoport heteropikus fáciesze.

Ha már most ezeket a fácieseket geográfiai elterjedésöknek megfelelőleg zónákba akarnók osztani, úgy itt is két zóna válnék ki: egy északi, a veszprémi, és egy déli, a balatonmenti. Amaz inkább pelagikus, emez inkább litorális képződmény, bár, a mint láttuk, éppen Veszprém környéke az a hely, a hol ezen kétféle fáciesz között a legtöbb átmenet mutatkozik.

Ezek a körülmények arra engednek következtetni, hogy itt az egykori triasztenger délfelé érte a közelebbi partot. Az Északi Előalpokban a parti homokos zónák ellenkezőleg délnek, a már magas hegyi régiók felé mennek át finomabb klasztikus anyagból álló palákba s így fejlődik ki fokozatosan a homokos fácieszből a márgásabb reingrabenii fáciesz, a melyben a homok, akárcsak Veszprémnél, csak kevésbé jelentős szerepet visz.

A veszprémi viszonyok végül arra is figyelmeztetnek bennünket, hogy itt a karniai faunák mindjobban kidomborodó egybeolvadása és talán az a körülmény is, hogy nálunk a kőzetfáciesz a maga szakadatlan változékonysága mellett úgy a Déli-, mint az Északi-Mészköalpoknak több jellemző vonását magán viseli, tényleg kedvez annak a nézetnek, a melynek először Mojsisovics, majd Bittner, Arthaber és mások is kifejezést adtak, hogy területünk magában egyesíti a mediterrán triasztengerek közvetítő vizeinek a lerakódásait és állatéletét is.

Felső triasz. *Norikumi emelet.* A veszprémi fensik karniai lerakódásaira a Bakony földolomitja telepszik rá szabályosan. Ez a dolomit egyszersmind triaszterületünknek leghatalmasabban kifejlődött tagja. Elfoglalja a terület északi nagyobb felét s

körülzárja nyugaton a herendi és keleten a rátót-jutasi neogenkorú medenczét, melyeket egymással a Sédvölgy irányában elszórtan fekvő fiatalabb homok-, kavicsstelepek, konglomerátok és édesvízi mészlerakodások is összekötnek. Alig lehet kétségünk az iránt, hogy ez a terjedelmes dolomitmezőség éppúgy össze-vissza hasadozott kisebb-nagyobb táblarögökből áll, mint a középső és alsó triasz által elfoglalt délkeleti rész; csakhogy az ily természetű felületen a rajta jelentkező diszlokációk határainak a megállapítása szinte lehetetlenség. A szintén csak valószínűségi alapon kijelölt, mert csak kevészámú adattal támogatható papodaljai töréstől délre és a veszprémi törés mentén aszimmetrikusan kiképződött Sédvölgytől északra a földolomitnak egy oly mezeje terjeszkedik, amelyet az időközi abrázio és denudáció valóságos kösteppévé változtatott, úgy hogy azok a kétségtelenül tektonikai eredetű völgyek, a melyek a dolomitmezőnek északi és 200 m-nél is magasabb pereméről ide lehúzódnak, itt egyúttal a felismerhetetlenségig elsimulnak. Innen van, hogy ennek a területnek tektonikai egységekre való felosztása mai ismereteink alapján csak nagyon kétséges vállalkozásnak bizonyulhatna.

De ugyanígy vagyunk a rátóti medence északi peremét alkotó dolomitmagaslatokkal is. Itt ugyan a haránttöredezés biztos nyomait felismerhetjük a több ponton észlelhető vízszintes vagy ferde eltolódásokban; de mert a perem déli lejtőit vastagabb erdei televény takarja, a törések irányvonalai végig ki nem jelölhetők.

S ezért a földolomit, valamint a vele felülről határos récziai-korú lerakodások tanulmányozásakor kénytelen valék inkább csak a terület hosszában-széltében mutatkozó kövületes szintek terjeszkedési irányainak kijelölésére törekedni és így ennek a szertelenül széles dolomitmezőnek a feltagolását ezen az úton megkísérteni.

A bakonyi földolomit övének a szélessége megüti a 10, sőt 12 kilométert is, s mert végig egyenletes településre valló pad-sorokból áll: vastagságát szinte enormisnak kellene feltételeznünk. Azonban ezt leszállítja egyrészt rétegeinek igen lankás, legtöbbször 5—15° közt ingadozó fekvése; másrészt pedig ama nem alaptalan feltevés, hogy tömege többszörös vetődés és szétesuszamlás útján terjeszkedett ki mai szélességére.

A bakonyi földolomit anyaga általában szürkeszínű többféle árnyalatban, de van rózsaszínűbe hajló változat is. Legnagyobb részében tömör s a mellett jól rétegzett, sok esetben pedig jól padozott is. A földolomitnak többek által feltételezett organogen eredetét itt csak gyér adatok támogatják. Mindenesetre igen feltűnő az a körülmény, hogy bár mészalgák nem egy helyen mutatkoznak benne, mégis anyagának fosszilis tartalma rendkívül jelentéktelen, úgy hogy vékony csi-szolata is csak nagy ritkán árul el egy-egy szerves eredésű nyomot, hacsak ezt a körülményt a dolomitosodás kövületpusztító hatásának nem akarjuk betudni.

Alul a fektől csak ott választható el nehezen, a hol a karniai emelet felső szakasza, a melylyel különben egyezően települ, szintén dolomitos fáciesben van jelen.

A földolomit legalsó és legfelső rétegcsoportjában fossziliát nem találtam. A középső szakasz azonban, a mely egyszersmind magában foglalja az egész lerakodás zömét, több fossziliás szintet enged megkülönböztetni. Ezek alulról felfelé haladó sorrendben a következők:

a) Gasztropodás szint (Amauropsis Hantkeni Kl.).

b) Alsó megalodontás szint (Megalodus Hoernesii, M. triqueter mut. dolomitica stb.).

c) Myophoriás szint (Myophoria inæquicostata. M. Volzi, M. Goldfussi stb.).

d) Középső megalodontás szint (Megalodus Böckhi stb.).

e) Felső megalodontás szint (Dicerocardium mediofasciatum, Lycodus hungaricus stb.).

FRECH FRIGYES (Új kagylók stb. 124. l.) a Bakonyból és a Déli-Alpokból származó paleontologiai adatok alapján a norikumi emeletet hat zónára osztja, a melyekből a bakonyi földolomit négyet képvisel. Ezek a következők:

1. Megalodus Hoernesii, M. triqueter dolomiticus stb. zónája, mint legmélyebb zóna.

2. Dicerocardium eupalliatum, Megalodus Damesii, M. Laczkói, M. Günbeli stb. zónája.

3. Megalodus Böckhi stb. zónája és

6. Dicerocardium mediofasciatum stb. zónája.

Az általam megkülönböztetett öt kövületes szintből az első *a)* a mely a földolomit legmélyebb, vékonyan rétegzett s eddig zárványmentesnek bizonyult szakasza felett áll, megalodontát nem szolgáltatott s így azt a FRECH-féle zónák egyike mellé sem állíthatom. A második *b)* ügylátszik a FRECH-féle zónák 1-jét és 2-ikát is magában foglalja. A *c)* és *d)* szint FRECH 3. horizontjába helyezkedik; végül az *e)* szint egybeesik FRECH 6. horizontjával.

A bakonyi földolomitnak kövületes szintekre való feltagolására vonatkozólag különösen hangsúlyozom, hogy vele mit sem próbálok mást, mint a bakonyi felső triasz norikumi emeletében eddig talált kövületes szintek viszonylagos helyzetét megvilágítani és feltüntetni, hogy az itt gyűjtött fosszilis anyag miképen oszlik meg a FRECH által megállapított megalodontás horizontok között.

Említettem, hogy a veszprémvidéki Bakonyban a földolomit legfelső szakaszában sem találtam eddig fossziliát. Ez a szakasz különben anyagával is eltér a középső szakasztól, a mennyiben igen vékonyan rétegzett, breccsiás, sőt finoman porózus lerakodást alkot s így a rajta fekvő dachsteinmész tömör anyagától is élesen elválik.

Réciai emelet. A bakonyi földolomitot felfelé nyomon követi egy hatalmas mészkőcsoport, melyet egy közbülső márgás lerakodás két szakaszra oszt. Mindkettő vastagon padozott, tömör, szalonnaszerű mészkő; az alsó inkább sárgás, vagy szürkeshínű és foltos, sok calcitérrel tarkítva, míg a felső inkább fehéren színeződik. A közbülső márgás csoport nagyon változatos petrográfiai karakterrel fejlődött ki. Tiszta márgát csak kevés ponton találunk benne, és akkor is aránylag vékony telepekben. Inkább változó színű márgás meszek és mészmárgák az uralkodók.

Ezek a lerakodások végig húzódnak felvételi területem egész hosszán és helyenként a földolomitban öbölzerű benyúlások észlelhetnek. Ezen jelenséggel kapcsolatosan rendszerint diszkordancia is mutatkozik köztük.

Területemen — sajnos — nem találtam olyan feltárást, a mely ezeket a lerakodásokat megszakítás nélkül felszínen tartaná a földolomittól kezdve egészen a biztos liászig. Ez az oka,

a miért ezeket is csak nagyjában tudtam feltagolni, tekintettel kivált a petrográfiai kifejlődésre, de a lehetőség szerint a fosszilis tartalomra is.

a) A legalsó csoport a földolomitnak említett breccsiás és fáciesz változást jelentő változatán fekszik. Vastag padjainak mállott felületén gyakori jelenségek a dachsteinbivalva átmet-szetei. Azonkívül egyes szintekben sok az átkristályosodott héju brachiopoda és gasztropoda. Eddigi meghatározott fossziliái: *Terebratuta gregariæformis* Zugm. és *Pecten Hellii* Emmr.

b) A márkói Kopaszhegyen és a szentgáli Ihartü-csoport-ban még sajátzerű lithodendron meszeket is találunk ezen csoport legfelső szintájaiban.

c) Lemezes, kissé márgás mész *Pecten acuteauritus*-szal.

d) Márgás meszek és mészmárgák. Leggyakoribb alakjuk a *Cardita austriaca* Hau. Azután *Anomia alpina*, *Modiola semi-circularis*, *Mytilus minutus*, *Pecten Hellii*, *Lithophagus faba*, *Pinna* és *Avicula* töredékek, *Tellina* (?) *bavarica* és még számos más, közelebről meg nem határozott gasztropoda és brachiopoda is. Megjegyzem, hogy a ritkásan közbeékelődő pados mészkövekből a dachsteinbivalva sem hiányzik.

e) Vastag mészkőpadok igen gyéren dachsteinbivalva át-metszetekkel is.

f) Fehér pados mészkő itt-ott brachiopodákkal (liasz?).

Stur (Geol. d. Steiermark) és Arthaber (Lethæa) a réciai lerakódások északalpesi elterjedésében három övet különböztet meg: 1. a kösszeni kifejlődés övét, 2. a dachsteinmész övét és 3. egy átmeneti övet. Ezen az övön belül az egymástól eltérő lerakódások háromféle csoportosulásban jelentkeznek: a) mint kösszeni típus társulva pados dachsteinmészszel, b) mint stahrenbergi rétegek és dachsteinmész és c) mint ezen háromféle típus kombinációja.

Ezekből összehasonlításra elsősorban a második csoportosulás kínálkoznék, de mert a stahrenbergi rétegek fáciesze inkább meszes, míg a bakonyi carditás rétegeké nagyon is számbavehetően márgás, azt hiszem, hogy a Bakonyban a harmadik csoportosulásához hasonló fáciesszel van dolgunk.

A dachsteinmész és a kösszeni márga ezen átmeneti zónája

az Északi-mészköalpok északi és déli szegélye közé helyezkedik, tehát ugyanabba a régióba, melyben a lunzi és a raingrabeni fácieszek közvetítő rétegeit is találjuk. És a mint a veszprémi márgák a maguk agyagos és homokos változataival éppen a közvetítő karniai régiót látszanak képviselni, éppúgy kifejlődik a bakonyi réciai korban is egy olyan fáciesz, a mely a dachsteinmész középső szakaszában egy kösszeni faunát tartalmazó márgás-meszes kifejlődést rejt s így szintén e közvetítő régiók szerepét tölti be.

Összefoglalás. A szerzett tapasztalatok nyilvánvalóvá teszik, hogy triaszterületünkön — nem számítva a csekélyebb szerepet játszó alsótriaszt — kétféle fáciesz az uralkodó. Az egyik a márgás-meszes, a másik a dolomitos. Amaz a karniai emeletben némi homokot is felvesz; azonkívül észre lehet venni azt is, hogy benne általában a márgák az uralkodók, míg a meszesek igen alárendeltek és hogy ez az arány a Séd vonalától délnek haladva még inkább fokozódik. Fordított a viszony a dolomitos fácieszt illetőleg, a mennyiben ez túlnyomóan északon és keleten fejlődik ki, amott a földolomittal, emitt pedig a középtriasz dolomitjaival. A két fáciesz egymásba fogódzásának a szintere Veszprém és környéke.

Vagyis azt mondhatjuk, hogy a fiatalabb veszprémi törés mentén felszínre került középtriasz keletről-nyugatnak, az idősebb litéri hasadékból felkerült középtriasz pedig nyugatról keletnek haladva dolomitosodik fokozatosan.

Állandó karaktere van az alsó és felső triasznak. Amabban a korszak elejétől kezdve a mindjobban finomodó klasztikus anyagot lassan mély tengeri szedimentumok váltják fel és csak a korszak vége felé lépnek fel ismét fenékemelkedésre, illetőleg partközzeledésre valló lerakódások. A Balatonfelvidék alsó triaszkoru szedimentumainak összesége hű kifejezője az azonoskoru alpesi viszonyoknak. Ugyanezt mondhatjuk a felső triaszcsozról is azon megjegyzéssel, hogy a réciai képződmények az átmeneti típus jellegét viselik magukon.

Legtöbb változatosságot észleltet a középtriasz, mert ez, a mint említettem, északkeleten dolomitos, délnyugaton márgás, közepén pedig átmeneti jelleget ölt. Ez utóbbi jelenség

különösen a karniai emeletben érvényesül, a hol a lerakódások legjellemzőbb vonása a feltűnően gyors és gyakori fáciesváltozás, a mi különben ebben az időben az Alpokban is uralkodó jelenséggé válik.

Az a különbség, a mely egyrészt a balatonmenti, másrészt a veszprémvidéki karniai lerakódások közt észlelhető, csakis eltérő fizikai viszonyokból (egyik helyen a part közelsége, a vizek nagyobbfokú mozgása, gazdag csapadékok, a szárazföldről bekerült detritusznak nagy mennyisége, a másikon csendesebb víztömegek, esetleg szigettenger, a szirtépítő organizmusoknak kedvező életfeltételek megszaporodása stb.) nyerhet értelmezést.

Az átmeneti régiókban érvényesülő gyors és gyakori anyagváltozás szemlélésekor azonban alig zárkozhatunk el az eldolumitosodás oly folyamatának a számbavétele elől, a mely ezen átmeneteket nemcsak a lerakódás idején, hanem utólag is létrehozhatta. És éppen nem lenne erre okunk itt, a hol úgy a lerakódások minőségében, mint a faunák biológiai sajátosságaiban a parti és szirtmelléki, tehát változó mélységű és közbe-közbe többé-kevésbé sztagnáló vizek életének minden jelenségét s így az ily vizekben tartósan lefolyó kémiai változások várható eredményeit is mind megtaláljuk.

A fáciesz gyors és gyakori változását közvetlenül vagy közvetve előidéző eme körülményekhez kétségkívül társultak még az időközi diszlokációk is, a melyek gyakoribb fenékingadozásokat eredményezhettek. És ilyen diszlokációknak éppen a raibli időszakban találjuk nyomát, tehát abban az időszakban, a melyben hasonló talajingadozásokat (a raibli dolomitok határán) az Alpokban is meg lehetett állapítani.

A területünknek geológiai viszonyaival való beszámolás végén szóvá kell tenni az ismertetett triaszkorú lerakódások csoportosításának a kérdését is.

A bakonyi heteropikus fácieszek latolgatásakor legelsőbben is azt a tanulságot kell leszűrünk, hogy a míg a Balatonfelvidék déli és nyugati triaszterületein a BITTNER-féle ötös beosztást (1. alsó márgás csoport, 2. alsó meszes csoport, 3. középső márgás csoport, 4. felső meszes csoport, 5. felső márgás csoport) könnyen keresztül vihetjük. addig annak értékesítése a keleti

és északi területeken kivihetetlen, mert, mint tudjuk, területünk ezen részén a BITTNER-féle középső, mészből szegény csoportot is túlnyomóan meszes és dolomitos kőzetek képviselik s ez a jelleg még jobban kidomborodnék, ha — a mit éppen nem tarthatok valószínűtlennek — idővel csakugyan bebizonyodnék, hogy a hajmáskéri, sólyi, kádárka-szabadjai területrésznek szintén inkább meszes, mint márgás alsó karniai korú övén fekvő dolomitok sem egyebek, mint a felső karniai veszprémi márgák egyenértékei.

Viszont az a másik tény, hogy az alpesi, wengeni, cassiani és raibli lerakódások ZITTEL értelmében egy egységes csoportot képeznek, megbolygatja azokat a hármass triasztagosításokat, melyek a felső és középső triasz határát akár a wengeni és cassiáni, akár pedig a cassiáni és raibli rétegek közé vonják meg. ZITTEL hivatkozva a wengeni, cassiáni és raibli csoport egységességére, az alpesi kagylómeszt s vele a középtriaszt is felülről a buchensteini rétegekkel lezárja. Ámde az emeleket illetőleg, a mily szorosan fűződnek egymáshoz faunisztikus szempontból a wengeni, cassiáni s raibli rétegek, ép úgy kezd a Balaton-felvidék paleontológiájával foglalkozó szaktekintélyek tanulmányaiban kidomborodni a *decurtata*, *binodosus* és talán *Reitzi* zónának az együvé tartozása is.

De nálunk még a triasz kori lerakódások természetét illetőleg is azt találjuk, hogy ezek a kagylómész alapjától kezdve fel egészen a földolomitig magukon viselik az egységesség bizonyos színezetét. A fektől s a fedőtől is általában jól elválnak; azonkívül rendkívül gyakori fáciesváltozások által jellemzett, tehát a fejlődésbeli egységesség bizonyos színezetét tagadhatatlanul magán hordó csoportot képeznek, a melyet hova-tovább egységesnek bizonyuló fauna is jellemez. A tarka homokkő képletét jól körülhatárolt egységnek tekintik; a nóri emeletről pedig ZITTEL-nél azt olvassuk, hogy ezzel az emelettel új tengeri fauna jelenik meg, a melynek vonatkozásai a karniai emelet gazdag faunáihoz oly jelentéktelenek, miszerint a földolomit ill. hallstatti mészt és a raibli rétegek közé nagyjelentőségű paleontologiai határvonal húzható. A karniai és norikumi emeletek közé illesztett paleontologiai határ jogosultságát MORSISOVICS

is hangoztatja. Végül FRECH éppen a bakonyi viszonyok ismerete alapján mondja, hogy a bakonyi triasz sztratigrafiai és paleontológiai taglalása a hármes osztályozást világosan mutatja.

Ebben az értelemben használtam tehát én is ezen munkámban a középtriász elnevezést azokra a szedimentumokra, a melyek a Balatonfelvidéken alul a megyehegyi dolomittal kezdődnek és felül a tóri opponitzi rétegekkel végződnek. Alsó triasznak marad tehát a tarka homokkő, felsőnek pedig a földolomit és a bakonyi dachsteinmész.

Ma már nyilvánvaló a törekvés eltérni az eddig követett iránytól, az egyes geológiai formációknak csaknem a végletekig menő szétforgácsolásától; látjuk, hogy a faunák ismeretének fokozatos fejlődésével fokozatosan töltődnek ki a törzsek fejlődésének folytonosságában eddig észlelt hézagok is. Ha valahol, úgy a Bakonyban elsősorban domborodik ki határozott körvonalakban az eddig gondosan szétválasztva tartott szintek faunái közötti rokonság, valamint a közös alakok nagy száma is.

MEGJEGYZÉSEK MAGYARORSZÁG Ó-HARMADKORI FORAMINIFERA-FAUNÁJÁHOZ.

LŐRENTHEY IMRE 1. tagtól.

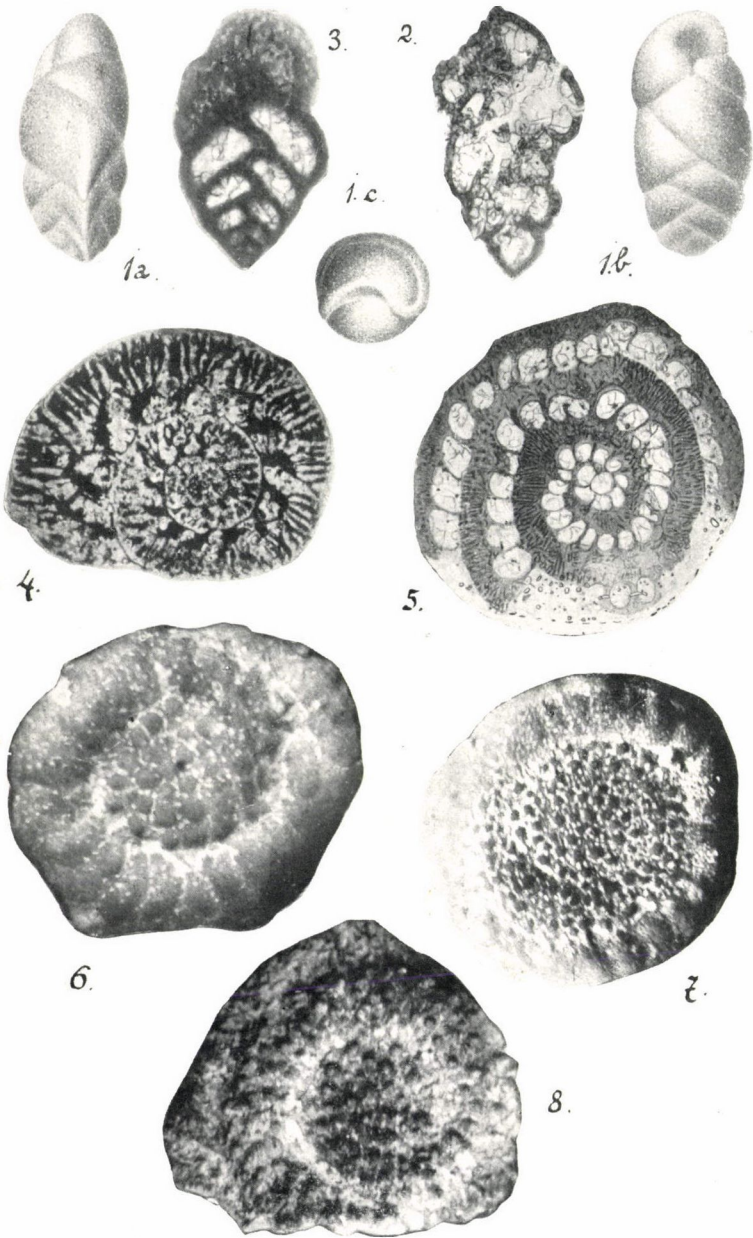
(Egy táblával.)

A foraminiferáknak megváltozott viszonyokhoz való alkalmazkodó képessége sztratigrafiai értékük rovására van s daczára ennek HANTKEN MIKSA éles szeme a foraminiferák alapján különítette el az alsó- oligocen agyagokat, a hasonló külsejű közép-eocén Operculinas-tályogtól és fiatalabb cyrenas-tályagtól s elnevezte «kiscelli tályagnak» s az alatta lévő budai márgával együtt az egész rétegösszletet «*Clavulina Szabói rétegek*»-nek.

Eme korbeli elkülönítést később megerősítették a magasabbrendű szervezetek is.

HANTKEN «A kiscelli tályag foraminiferái» czimű munkájában ezt mondja : «a kiscelli tályag biztos felismerésére igen kevés foraminiferának ismerete szükséges. *Ha valamely tályagban ezeknek egyikére bukkannak, határozottan állíthatjuk, hogy ez a kiscelli tályag.* Ezen foraminiferák a következők: *Haplophragmium acutidorsatum* HTK., *Gaudryina Reussi* HTK., *Gaudryina siphonella* Rss., *Gaudryina rugosa* Rss., *Clavulina Szabói* HTK., *Dentalina Hörnesi* HTK., *Dentalina contorta* HTK., *Rhabdologonium Szabói* HTK., *Cristellaria Behmi* REUSS, *Cristellaria gladius* PH., *Cristellaria arcuata* PHIL., *Cr. arguta* Rss. és *Cristellaria Kubinyii* HTK.¹» Később maga HANTKEN redukálta e fajok számát 12-re, amennyiben a *Rhabdologonium Szabói*-t összevonta a *Clavulina Szabói*-val.

¹ A Magyarhoni Földtani Társulat Munkálatai IV. köt. 81. l. 1868.





A későbbi vizsgálatok kiderítették e fajok legtöbbszöréről, hogy azok sokkal hosszabb életűek, mint azt HANTKEN hitte. A Challenger-expedíció tudományos eredményeit tárgyaló nagy műben BRADY¹ több fajról kimutatta, hogy ma is él. Majd később RZEHA² és FRANZENAU³ helyesbítették egyik-másik fajnak meghatározását s részben módosították annak függélyes elterjedésére vonatkozó ismereteinket. Így a *Gaudryina siphonella* Rss. ismeretes az Északnémet septariás agyagból, de valószínűleg megvan a hidalmási alsó-mediterrán rétegekben is. De az É. és D. Atlanti-oczeánban, valamint az É. és D. Csendes-oczeánban 1828—7223 m mélységig ma is él.

Gaudryina rugosa D'ORB. megvan már a franciaországi, németországi, cseh- és oroszországi krétában, a német septaria-agyagban, sőt ma is él.

Marginulina Behmi HANTK. sp. (= *Cristellaria Behmi* HANTK.) A hidalmási rétegek alsó- és felsőrétegében (Burdigalien) is el van terjedve.

Cristellaria arcuata PHILL. BRADY vizsgálatai alapján azonos a *Cristellaria Wetherellii* JONES sp.-szel, mely ismeretes a London clayből, a Bajor-Alpok nummulites meszéből, sőt még ma is él.

Robulina Kubinyii HANTK. sp. (= *Cristellaria Kubinyii* HANTK.) a hidalmási rétegekben is megvan, tehát az erdélyi alsó-mediterrán korszakban is élt még.

Cristellaria arguata Rss.-ról kiderítette BRADY, hogy azonos a *Cristellaria compressa* D'ORB. fajjal, mely ismeretes Németországnak, Ausztriának és Magyarországnak különböző harmadidőszaki képződményeiből, az északi Atlanti-oczeánban azonban 548—1828 m mélységig ma is él.

A *Haplophragmium acutulorsatum*, HTK.-ról RZEHA²

¹ Report of the Foraminifera collected by H. M. S. Challenger during the Years 1873—76.

² Bemerkungen über einige Foraminiferen der Oligocänformation. Verh. d. naturforsch. Ver. in Brünn. Bd. XXIII. p. 128. 1886.

³ A budaörsi út mellett feltárt márga foraminifera faunájáról. (Math. és Termtud. Értesítő VII. köt.

a későbbi vizsgálatai megállapították, hogy azonos REUSS-nak a «Nonionina placenta» fajával s nem *Haplophragmium*, hanem *Cyclammina*, tehát *Cyclammina placenta* Rss. sp., HANTKEN *Haplophragmium rotundidorsatum*-a pedig *Cyclammina latidorsata* BORN. sp. Már régen szemembe ötlött az a nagyfokú hasonlatosság, mely a fossilis *Cyclammina placenta* Rss. és az élő *Cyclammina cancellata* BRADY között van. E végből részletesebben tanulmányoztam a *Cyclammina placenta*-nak a HANTKEN-féle gyűjteményben lévő példányait s ezek csiszolatait.

HANTKEN kiemeli a Clavulina Szabói rétegek foraminiferáiról írott munkájában, hogy a ház igen összenyomott, lapos. hátszéle szögletes, az utolsó tekervény teljesen födi az előbbieket, az utolsó kanyarulat szerinte 8—10 kamrából áll, a varratok néha hullámosan görbülök.

A parádi «kiszelli tályag»-ból való példányok meggyőztek arról, hogy a ház összenyomottságának foka egyének szerint igen változó. Vannak példányok, melyek mégegyszer olyan szélesek, mint HANTKENnek az I. tábla 1. ábrájában föltüntetett példánya. Természetesen a ház hasasabb, szélesebb voltával gyengül a hátszél szöglete is, amennyiben jóval kerekdedebb lesz. A kamrák száma is változó, nem 8—10, hanem például a HANTKENnél lerajzolt példánynak is 11 kamrája van, annak a parádi példánynak pedig, melynek csiszolatát a 4. ábrában közlöm, 13 kamarája van.

Mindeme különbségek a *Cyclammina placenta*-t az élő *Cyclammina cancellata*-hoz közelítik, melynél BRADY ábrái szerint is 11 és 16 között változik a kamrák száma, a XXXVII. tábla 10. ábráján 11, míg a 9. ábrán 16 kamrás példányt ábrázol. A kamra-szám különben sem lehet, ilyen kis fokú eltérés mellett, irányadó, minthogy a korról szaporodik a kamrák száma s így a szám csak kor- és nem fajkülömbőségnek lehet alapja. A parádi kiszelli tályag zömökebb példányai teljesen egyeznek a hátszél élének kerekded voltát illetőleg BRADY ábráival, így különösen a 9. ábrával. A varratok hullámos görbülése, amit HANTKEN kiemel, a *Cycl. cancellata*-nak BRADYNál ábrázolt 8. és 9. ábráján is szépen látható; a 4. ábrában közölt csiszolatom pedig a kamrák számát illetőleg is egyezik BRADY 12. ábrájával.

Vannak a kövült példányaink között kevéssé félretolt szájelemezű s így olyan szimmetriátlan példányok is, minőket BRADY 8 b) és 11. ábrájában rajzol. Az hogy a *Cycl. placenta* csak 2·5 mm. nagyságot ér el, míg a *Cycl. cancellata* 6 mm-re is megnő az eltérő létkörülményekből is magyarázható, minthogy egyéb eltérés nincs.

Ha a mondottakat tekintetbe vesszük s a 4. ábrában közölt metszetet összehasonlítjuk BRADY 12. és 14. ábrájával, azt hiszem semmi kétség sem lehet az iránt, hogy BRADY-nek a faja azonos a mi alsó-oligocen *Cyclammīna placenta*-nkkal s mint-hogy REUSS e fajt 1851-ben írta le *Nonionina placenta* néven a német septaria agyagból,¹ e nevet illeti az elsőség, amennyiben HANTKEN csak 1868-ban írta le a kiscelli tállyagból *Haplophragmīum acutidorsatum* HANTK., míg BRADY csak 1876-ban *Cyclammīna cancellata* néven.² KOCH ANTAL³ STÜRTZENBAUM JÓZSEF meghatározása nyomán az erdélyi alsó-mediterránból (Burdigalien) az úgynevezett «hidalmási rétegek» alsó- és felsőrészéből mint igen gyakran említi a *Haplophragmīum acutidorsatum* HANTK.-ot Kettősmezőről és egyéb helyekről, majd a felsőbb részből emellett a *Hapl. cf. rotundidorsatum* HANTK.-ot is.

RZEHAK is figyelmeztet már eme hasonlatosságra (Bemerk. u. einige Foram. d. Oligocänformation), midőn mondja: «Merkwürdig ist auch der Umstand, dass sich *Cyclammīna placenta* Rss., *C. acutidorsata* HANTK. und die rezente *C. cancellata* BRADY specifisch kaum unterscheiden lassen.»

A *Cyclammīna placenta* Rss. a Challenger expedicio megfigyelései szerint 137—5303 m.-ig él, leggyakoribb azonban 456—1828 m között. El van terjedve az északi Atlanti-óceánban 137—4891 m-ig, a Földközítengerben 2193 m körül, a déli Atlanti-Oceánban 182—2636 m, a déli Csendes-Oceánban 267—2011 m, az északi Csendesoczeánban, Japán táján 5303 m körül. Tehát

¹ Ueber die fossilen Foraminiferen u. Entomostraceen der Septarien-thone d. Umgegend von Berlin. (Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellschaft. Bd. III. p. 72. Taf. V. Fig. 33).

² Proc. Roy. Soc. Vol. XXV. p. 214. 1876.

³ Az Erdélyrészi medence harmadkori képződményei. II. Neogen-csoport. 39. lap. Budapest 1900.

nem lehet a *Clavulina Szabói* rétegcsoport egyik legjellemzőbb alakja.

Amint HANTKENnek a *Clavulina Szabói* rétegek elnevezése mutatja, ő e rétegcsoport fő jellemző kövületének a szembe-tűnően nagy s így könnyen fölismerhető *Clavulina Szabói* HANTK.-t tartja. Ez a foraminifera a magyarországi,¹ az Euganeákbeli,² a Vicensakörnyeki és dél-tiroli, morvaországi,³ valamint a galicziai⁴ alsó-oligocénre az eddigi ismereteink szerint jellemző volt.

SCHUBERT⁵ e fajnak magyarországi szerepéről szólva ezt mondja: «und HANTKEN hatte recht, wenn er diese *Clavulina* als Leitfossil für dies Gebiet betrachtete. Zweifelhaft wird jedoch der stratigraphische Wert dieser Form, sobald wir ausserungarische Verhältnisse ins Auge fassen... konnte ich 1902 feststellen, dass diese im soeben erwähnten Bereich anscheinend geologisch beschränkte und als Leitfossil brauchbare Foraminifere in Dalmatien in zweifellosem Mitteleocän vorkommt. und seither deren allgemeine Verbreitung im dalmatinischen Mitteleocän nachweisen.»

SCHUBERT eme közlésére megjegyezhetem, hogy éppen azon a vidéken, melynek alsó-oligocénjére ő a *Clavulina Szabói*-t, jellemzőnek tartja t. i. a Bakonyban Csernyén (Veszprém vm.) dr. VADÁSZ MÓR ELEMÉR a középső-eocénben is pár év előtt úglátszik megtalálta a *Nummulites (Gümbelia) Spissa* DEF. (= *Numm. perforatus*) tartalmú rétegekben. Tehát SCHUBERTnek a dalmáciai előfordulásaival kb. egykorú képződményben és

¹ HANTKEN. A *Clavulina Szabói* rétegek faunája. Foraminiferák. 1875.

² HANTKEN, A *Clavulina Szabói* rétegek az Euganeák és tengeri Alpok területén stb. (Értekezések a termtud. köréből. XIII. köt. 1. sz.) 1883.

³ Die «Niemtschitzer Schichten». Ein Beitrag z. Kennt. d. karpathischen Sandsteinzone Mährens (Verhandl. d. naturf. Vereins in Brünn. Bd. XXXIV. 1896.)

⁴ K. WÓJCIK. Die unteroligocäne Fauna von Kruhel Maly bei Przemysl; die *Clavulina Szabói*-Schichten. I. Theil. Die Foraminiferen und Mollusken. (Bull. de l'Acad. d. sc. de Cracovie p. 798. 1903.)

⁵ SCHUBERT, Beiträge zu einer natürlicheren Systematik der Foraminiferen. Neues Jahrb. f. Min. etc. Beilage Bd. XXV. P. 233 1908.)

pedig nagy mennyiségben. Ez érdekes új adatnak irodalmi közlése még mindig késik, bár annak idején fölhívtam ennek fontosságára a figyelmet.

A *Clavulina Szabóinak* csernyei előfordulása mindenesetre igazolná, hogy Magyarországon sincs ma már a *Clavulina Szabóinak* olyan sztratigrafiai fontossága, mint aminőt HANTKEN tulajdonított neki és aminőt az eddigi ismeretek alapján SCHUBERT is hajlandó neki tulajdonítani.

Vegyük ezek után tekintetbe, hogy SILVESTRI A.¹ a valószínűleg aquitaniénbe tartozó castel-madamai (Róma) lepidocyclinás mészkövekből *Clavulina triquetra* REUSS-t idéz, melyet fönntartással bár, de a ma élő *Clavulina angularis* D'ORB.-sal hajlandó összevonni (amit különben BRADY² már 1884-ben megtett). De SILVESTRI tovább megy s kimondja, hogy nem tartja indokoltnak a *Clavulina Szabói*-t sem ettől elkülöníteni. Így tehát ez a jellemzőnek tartott faj a közép-eocentől élne a mai napig.

REUSS «Oberoligocene Korallen aus Ungarn»³ című értekezésében szintén ama véleményének ad kifejezést, hogy a *Clavulina Szabói*-t nem lehet az ő *Clav. triquetra* fajától megkülönböztetni. HANTKEN ezzel szemben kiemeli a különbségeket, melyek alapján fajtát fönntartandónak mondja.⁴ Szerinte ugyanis a *Cl. triquetra* legnagyobb hosszúsága $1\frac{1}{2}$ mm, míg a *Cl. Szabói* $1-7$ mm-re is megnő, és míg a *Cl. triquetra* szájnnyílása félkör alakú, addig a *Cl. Szabóié* kerek, azonkívül a ház alakja és a kamrák száma is különböző a két fajnál, amennyire ezt HANTKEN REUSS rajzaiból meg tudja ítélni.

A *Clav. Szabóinak* vannak példányai, a mint ezt HANTKEN-nek a rajzaiból is látni, melyeknél a triszerialis alsó részre fölül

¹ Notizie sommarie su tre Faunule del Lazio. (Rivista Italiana di Pal. Vol. 11. p. 143. 1905.)

² Report of the Foraminifera collected by H. M. S. Challenger during the Years 1873—76. P. 396.

³ Sitzungsberichte der k. Akad. d. Wissensch. in Wien. 69. kötet.

⁴ A budai Albrecht-úton feltárt márgarétegek faunája. (Földt. Közl. I. kötet, 63. l. 1872.) *Clavulina Szabói* réteg faunája. Foraminiferák. 14. lap 1875.)

csak egy kamra nő (fiatal példányok), míg a fejlettebeknél 6—8; tehát a példányok kora szerint, vagy ha kedvező körülmények között nő, változik a kamraszám és nagyság is.

A nagyságbeli faji különbség, valamint a kamraszám tehát nem tekinthető faji különbségnek, minthogy ezt — amint már SCHUBERT is kiemeli — a különösen kedvező létkörülményekkel lehet megokadatolni, a minnek az ilyen különbségek természetes folyamányai. Mert hogy a nagyságbeli viszonyok nem lehetnek irányadók, bizonyítja ama tény is, hogy pl. a HANTKEN-féle gyűjteménynek Budapest szépvölgyi anyagában a példányok $2\frac{m}{m}$ -nél nagyobbakra nem nőnek, míg a közeli Kis-Svábhegyről (Balassa-féle szőlő) származó példányok már 3—6 $\frac{m}{m}$ nagyok. A szájnnyílás alakjában megnyilatkozó csekély különbséget sem tartom lényeges különbségnek, minthogy több nem fajainál látunk a szájnnyílás alakjában ilyen fokú eltérést, pl. a *Bigennerina cap-reolus* D'ORB sp. *Gaudryina pupoides* D'ORB, stb.-nél. Sőt magánál a *Clavulina Szabói*nál is annyira változik nemcsak az alakja, hanem az egész kifejlődése a szájnnyílásnak, hogy pl. a *Clavulina Szabói* HANTK. var. *kruhelensis* WOJCEK-nél a szájcső teljesen hiányzik, mint a *Cl. Philippinica*, KARR-nál is s azt belül szifócső helyettesíti.

Ezek alapján SCHUBERT a *Clavulina Szabói*-t hajlandó a *Cl. angularis* (triqueter) változatának tartani s a «Tritaxiaszerű» résznek az egysorú kamrás részszel szemben való redukció foka alapján hajlandó az eo-oligocen *Clavulina Szabói*-t, az oligocen, quarter karsú *Clavulina angularis*-tól elkülönítve tartani. Úgy hogy a mi eocen-oligocen alakunk tulajdonképpen *Clavulina angularis* D'ORB. var. *Szabói* HANTK. lenne.

Meg kell itt jegyeznem, hogy bár a «*Clavulina Szabói*»-t általában üvegesen-mészhéjúnak tartják, mindazonáltal vannak Parádról példányok a HANTKEN-féle gyűjteményben, melyeknek vékony csiszolatán szépen látszik, hogy quarc-szemek vannak agglutinálva a héjájába.

A foraminiferák sztratigrafiai értéke, a budai márgát illetőleg, is lényegesen változott az újabb vizsgálatok alapján. HANTKEN ugyanis «A *Clavulina Szabói* rétegek faunája» című munkájában a *Clavulina cylindrica*-ról azt mondja: «ezen foramini-

fera fajt mindeddig nem találtam a kérdéses rétegszoport felső osztályzatában, az ú. n. kis-czelli tályagban . . . a *Clavulina Szabói* rétegszoport alsó osztályzatának legjellemzőbb alakja.» HANTKEN Magyarországon kívül Priabonából említi még, ahol a bryozoomokban bővelkedő márgákban az ú. n. «bryozoás márgák»-ban található. PAVLOVIC P. S. vizsgálatai alapján Szerbiában a fölső-mediterrán képződményekben is meg van Višnjica és Vilin Potok környékén.¹ BRADY élő állapotban is megtalálta a *Clavulina cylindrica* HANTK.-t az északi Atlanti-oczeánban (a Canári-szigetek körül 1133 m, a Bermunda-szigetek körül 795 m, az Azorok körül 822 m mélységben); a déli Atlanti-oczeánban (Buenos-Ayres körül 3475 m); a déli Csendes-oczeánban (Ujzeeland körül 500 m, a Fiji-szigetekenél 383 m és a Torres-szorosban 282 m mélységben.) Így bizonyos, hogy az alsó-oligocentől kezdve a mai napig él s minthogy nagy mennyiségben a budai márgában sem található, még nagy tömegben való szereplése alapján sem lehet jellemzőnek tartani.

*

HANTKEN a Kis-Svábhegyen és egyáltalában Budapest környékén föltárt Numm. (*Brugueria*) intermedia-s, lithothamnumos és *Orthophragmina Pratti*-s mészköveket, amint mondja a «budai mészkövet, budai márgát és kisczelli tályagot» a legalsó oligocénbe helyezi.²

Majd «a budavidéki ó-harmadkori képződmények» czimű³ értekezésében ezeket írja: «a mészkövekben előforduló foraminiferák fajukra nézve teljesen megegyeznek a budai márgában előfordulókkal, nevezetesen az aránylag nagyobb alakúak közül az orbitoid- és nummulit-mészkövekben a következő foraminifera-fajokat lehet biztosan meghatározni: *Clavulina Szabói*

¹ Beitrag zur Kenntniss der Foraminiferen aus den II. Mediterranschichten in Serbien. (Ann. geol. de la Peninsule Balkanique. T. VI. Fasc. 2. 1908.)

² HÉBERT és MUNIER CHALMAS közleményei a magyarországi ó-harmadkori képződményekről. (Értekezések a termtud. köréből. IX. köt. XII. szám. 27. lap) 1879.

³ Földtani Közöny. 1880. 45. lap.

HANTK., *Dentalina Verneulli* D'ORB., *Robulina cultrata* D'ORB., *Schizophora heringensis* GÜMB., *Rhynhospira irregularis* HANTK., *Truncatulina grosserugosa* GÜMB. A parányi foraminiferák közül kiemelendők a globigerinák, melyeket két fajban biztosan lehet fölismerni: *Globigerina bulloides* D'ORB. és *Globigerina triloba* REUSS. Ezek már az orbitoid- és nummulit-mészkövekben lépnek fel, de legnagyobb mennyiségben a budai márgában fordulnak elő.»

Később a *Clavulina Szabói* rétegek faunájáról írott munkájában¹ e rétegsoporthoz már csakis a budai márgát, mint alsó és a kiscelli tályagot, mint felső réteget számítja s az «orbitoidás mész»-ről pedig mint fekvő rétegről beszél s azt mondja: «az orbitoidásmész átmegy a *Clavulina Szabói*-rétegsoport alsó osztályzatát képező budai márgába».

Hogy HANTKEN a Budapest környéki Nummulites (*Bruguieria*) *intermedia* d'Arch, *Orthophragmina Pratti* Mich. sp. (*Orbitoides papyracea*) és lithothamnium tartalmú mészköveket később elkülönítette a *Clavulina Szabói*-s rétegektől, ennek okát abban látom, hogy — a mint HANTKEN szóbeli közléséből tudom — a mészkőbe települt márgalencse iszapolási anyagából nagy-mennyiségben gyűjtött egy foraminiferát, mely új *Gaudryina*-nak bizonyult s ettől volt hajlandó HANTKEN később azokat a metszeteket származtatni, melyeket a mészkőből eleinte «*Clavulina Szabói*» néven említett. A mint a *Clavulina Szabói* függélyes elterjedését azonban ma ismerjük, e mészkövekben lévő metszetek tényleg származhatnak a *Clavulina Szabói*tól, még akkor is, ha a mészköveket eocenidőszakbelieknek vesszük.

E márgabeli fajt HANTKEN kérelmére dr. FRANZNAU ÁGOSTON szives volt lerajzolni (I. tábla, 1a—1c. ábra) és az ő szives engedelmével e rajzokat itt közlöm is.

Ez új faj leírását a következőkben adom:

¹ M. Kir. Földtani Intézet Évkönyvének IV. köt. 6. lap.

Gaudryina Hantkeni, nov. sp.

(I. tábla, 1—3. ábra.)

A ház nyúlánk hengeres, a fiatalabbak zömök háromélű gúlaalakúak (3. ábra). A ház alsó részében lévő három scsban elhelyezett kamrák csigavonalban becsavarodottak, míg a felső részben lévő nagy kamrák váltakozóan két sorban állók. A ház alsó részében lévő lapos oldalú kamarák három erős élt formálnak, és pedig olyan módon, hogy az élnek megfelelő részek lefelé többnyire tuskeszzerű nyúlványokkal borul egymásra, növelve a három élt, az így keletkezett három oldalú gúla oldalai pedig laposak vagy gyengén homorúak. A felső hengeres rész, a fejlettség foka szerint 2, 3 vagy 4 váltakozóan álló domború oldalú, nagy, magas kamarából áll, ferdén lefutó egyenlőtlen szárú varrattal. E felső résznek egy vagy két, az alsó résszel érintkező kamrája alul a varrat közelében kis, lefelé irányzott tuskévé nyúlik meg s így hozzájárul az alsó rész éleinek a növeléséhez. Az utolsó kamra fölfelé hegyesedő, a belső oldala középen alul behorpadt, mely horpadásban van a valószínűleg félkör alakú szájnnyílás.

Méretetek { Magasság : 32 μ 39 μ 40 μ 48 μ 52 μ
 { Szélesség : 23 " 28 " 22 " 25 " 23 "

A legtöbb példány felső része összenyomott, az alsón pedig annyira elmosódók a varratvonalak, hogy a legtöbbször alig, vagy egyáltalában nem láthatók a kamrák. Megkísérletem vékony csiszolatok készítését, de a nagyon laza héjú példányokból nem sikerült használható vékony csiszolatot nyernem. Annyi azonban fitűnt, hogy a szájnnyílás magassági átmérője nagy, a miből jogosan lehet a szájnnyílás körded, vagyis félkör alakjára következtetni.

A tölem ismert fajok egyikével sem egyezik meg. Legközelebbi rokona talán még a STACHE-től Újzeeland harmadidőszaki képződményeiből leírt *Gaudryina obliquata* STACHE-faj¹ és a nagyon elterjedt *G. rugosa* D'ORB.² Az alsó része ezek

¹ Novara-Expedition. Neu-Seeland. Palaeont. Abth. Foraminiferen. P. 172. Taf. XXI. Fig. 12.

² Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Bd. XVIII. p. 244. Taf. VI. Fig. 61.

nek is háromélű, míg a felső részében egymásfölött elhelyezett kamrák varratvonalai majdnem vízszintesek, addig a *G. Hantkeni*-nek nagyon ferde lefutásúak e varratvonalai, minthogy a két sorban elhelyezett kamrák nagy fölületen fődik egymást, s így e két fajtól is könnyen megkülönböztethető. Különben a *Gaudryina Hantkeni*-t egy ismert fajjal sem kell részletesebben összehasonlítani, hogy faji önállóságát igazoljam, minthogy ez új faj ábráinak összehasonlítása az ismert fajokéval rögtön igazolja ezt.

E fajt fölfedezőjének, néhai mesteremnek, HANTKEN MIKSA-nak emlékére nevezem el.

Lelethely: HANTKEN MIKSA elég nagy mennyiségben gyűjtötte ez érdekes fajt a felső-eocén (bartonien) korú kis-svábhegyi mészkövek közé települt márga-lencséből.

*

Az alsó-oligocén rétegeknek még egy érdekes alakjáról, a HANTKEN-től «*Nummulites Madarászi*» néven leírt alakról akarok szólni.

HANTKEN e fajról azt írja, hogy a faj külseje nem gyaníttatja velünk, miszerint ez *Nummulites* volna, de a belső szerkezete kétségtelenné teszi, hogy a kiterült *Nummulitok* (*Nummulites explanatae*, D'ARCH.) osztályába sorolandó, azaz hogy *Assilina*.

HANTKEN-nek az idézett ábrája nemcsak a külsőjét illetőleg nem igen utal *Nummulites*re, hanem a belső szerkezet is annyira eltér már a rajzból ítélve is az *Assilina*-tól, hogy ennek külön nemként való leírásával foglalkoztam, midőn BOUSSAC-nak «*Développement et morphologie de quelques Foraminifères de Priabona*» című munkáját megkaptam, melyben ő ezt «*Pellatispira*» néven írja le. Így mindössze csak néhány észrevételt akarok tenni BOUSSAC leírására.

BOUSSAC «*Pellatispira*» elnevezése e nemnek ama sajátosságára van alapítva, hogy a kamrák spiralisa a fölületen tarajszerűen kiemelkedik, a mint ő mondja «*crête spirale*», míg az *Assilinánál fordítva a kanyarulatok fala látható kívülről*; ez az a szembeötlő különbség, a mi HANTKEN rajzán is rögtön föltűnik, s a mit BOUSSAC nem hangsúlyoz kellőleg, hanem csak

azt mondja, hogy az *Assilina*-tól a bibircsókos, tarajszerűen kiálló spira különbözteti meg.

BOUSSAC a *Pellatospira Madarászini* kívül még egy új fajtát írja le e nemnek *Pellatospira Douvillei* néven s a két faj közötti különbségeket a következőkben foglalja össze: azt mondja ugyanis, hogy a *Madarászi* sokkal kisebb, 4 mm, míg a *Douvillei* 7 mm átmérőjű, a felületet díszítő dűdorok (granulatio) sokkal nagyobbak és sokkal szabályosabban, elhelyezettek, mint a *Douvillei*-n, amennyiben a központi részen 6 v. 7 dűdor van, azután a többi párosával két kanyarulatban van elhelyezve, melyek közül csakis az utolsó párok olvadnak egybe, haránt bordákat alkotva. Ezek a jellegek azonban nem állandók, mert pl. HANTKEN ábráján nagyon szépen látni, hogy a fölületet különböző nagyságú dűdorok díszítik, melyek nem olyan szabályos eloszlásúak, mint azt BOUSSAC írja, *amennyiben a kamrák külső boltozatát díszítő nagyobb dűdorok kivül a kamrakanyarulatok közeinek megfelelő mélyedésekben is vannak kisebb dűdorok és pedig több sorban elhelyezve*. Egyébként a fő dűdoroknak páronkénti elhelyeződése sem állandó, mert pl. BOUSSAC rajzán (II. 14.) sem olyan szabályos ez már mint HANTKEN-én, vannak azonban példányaim, melyeknél majdnem az egész felület be van hintve kisebb-nagyobb dűdorral, ilyen a 6. ábrában közölt példány. Egyébként a dűdoroknak ilyen tömören való elhelyeződését könnyű megérteni, ha tekintetbe vesszük, hogy a tekervények száma nem mindig 3, hanem néha 4 is lehet, mint az 5. ábrában közölt csiszolaton látni. Ilyenkor tehát a kanyarulatokat jelző dűdorsorok közel jutva egymáshoz érintkeznek s elfödik az egész fölületet.

A budapesti Kis-Svábhegy aljáról (Kékgolyó-utca) való példányaim átmérője 3—5 mm. között változik. 3—4 kanyarulatból állanak, felületek pedig a lehető legkülönbözőbb módon van különböző nagyságú dűdorral díszítve (6—8. ábra.) s ez esetben a kanyarulatok az utolsót kivéve — a fölületen — nincsenek mély vonallal elkülönítve egymástól, mint azt HANTKEN mondja, a ki a faj főbb jellegeiként a következőket említi:

A fölület egyenlőtlen nagyságú dűdorokkal van fődve, melyek a benső tekervényeknek megfelelő csigavonalban helye-

zödnek el. A tekervényeket (számuk 3) mélyedt vonalak különítik el egymástól. A kezdőkamra aránylag nagy, a válaszfalak egyenesek vagy kissé hajlottak. A kamrák felső része ivelt. A kanyarulatokat egymástól elválasztó héjrész vastagsága egyenlő a kamrák magasságával. Átmérője 3—4 mm.

Az eddigiekből látni, hogy mindazok a jellegek: a nagyság, a kanyarulatok száma, a fölületi diszítés, melyek HANTKEN leírását kiegészítőleg módosítják, jelezve a faj változékonyabb voltát, e budapesti alakokat a Priabónából leírt *Douvillei*-fajhoz közelítik és pedig annyira, hogy ha tekintetbe vesszük, miszerint éppen a nagyságbeli különbségre és a fölületi diszítésbeli eltérésre van e faj alapítva: nem lehet a kettőt egymástól megkülönböztetni. A miről bárki meggyőződhetik, ha HANTKEN és BOUSSAC ábráival az eredményeket összehasonlítja.

Legföljebb abban látszik némi különbség, hogy míg HANTKEN szerint a kanyarulatokat egymástól elválasztó héjrész vastagsága egyenlő a kamrák magasságával, addig BOUSSAC 11. ábráján, tehát a *Pellatispira Douvillei*-nél e héjrész vastagabb, majdnem kétszer olyan vastag, mint a kamrák magassága. Ez azonban talán az eltérő létkörülményekből magyarázható meg.

E változatos diszítésű alak két szélsősége: egyrészt a legegyszerűbb típusú HANTKEN-féle originalis példány, másrészt a BOUSSAC-tól *Douvillei*-nek nevezett nagyobb és díszesebb alak között az itt lerajzolt alakok átmeneteket alkotnak, egyesítve egymással e két fajt. Annál indokoltabb ez összevonás, mert egyrészt mindkét típusú alak Priabónában és itt Budapesten is együtt található az Orthophragminák jellemezte alsó oligocenben, másrészt pedig, mert még eddig nem ismertük a *Madarászi* faj ingadozási határait s így a faj jellegeit sem.

Pellatispira Madarászi HANTK. sp.

(I. tábla, 5—8. ábra.)

1875. *Nummulites Madarászi* HANTK. HANTKEN M. A Clavulina Szabói rétegek faunája. I. Rész. Foraminiferák. 75. lap. XVI. tábla 7. ábra.
 1901. *Assilina Madarászi* HANT. OPPENHEIM. Die Priabonaschichten und ihre Fauna. (Palaeontographica. Bd. XLVII. p. 42.)
 1906. *Pellatispira Douvillei* BOUSSAC. BOUSSAC, Développement et mor-

phologie de quelques Foraminifères de Priabona. (Bull. Soc. Geol. de France, Ser. 4. tom. VI. P. 91. Pl. II. Fig. 10—13.)

1906. *Pellatispira Madarászi*, HANTK. BOUSSAC. Ugyanott. P. 92. Pl. II. Fig. 14.

A *Pellatispira Madarászi* jellegeit megfigyeléseim alapján a következőképpen körvonalozhatom:

A ház lapos korong alakú, 3—7 mm. átmérőjű s 0·5—1 mm vastag, rendszeren szabálytalan, a kerekded perem könnyedén hullámos, a fölület számos finomabb és durvább dűdorral van behintve, melyek többnyire a belső kanyarulatoknak megfelelőleg csigavonalban vannak elhelyezve. 3—4 egymást körül nem fogó s a fölületen kidomborodó kanyarulatból áll, a kanyarulatok közeit vagy a kamrák magasságával megegyező, vagy majdnem kétszer olyan széles, sugaras, durva lukacs-csatornákkal átfürt mésanyag tölti ki. A *kezdőkamra gömbded, aránylag nagy*.¹ A kanyarulatokat az előbbi kanyarulatokra függélyes, vagy kevésé görbülő falak számos kamrára osztják, a kamraválasztófalak fölül összenőnek, domborúan beboltozva a kamrákat, a *kamrák alul közlekednek egymással, a kamrák boltozatos fala finoman lukacs-csatornázott* (ezek révén közlekednek az egyes kanyarulatok kamrái egymással). A kanyarulatok közeit tevő mésanyagnak és a kamrák falainak lukacs-csatornái színteszerűen lukacsossá teszik a fölületet. A kanyarulatokat a fölületen barázda különíti el, mely a kanyarulatokat elkülönítő lukacsos mésanyagnak felel meg.

A *Pellatispira Madarászi*-t élesen elkülöníti az *Assilina*-tól az *Orthophragminákra* emlékeztető dűdoros diszítés, továbbá a héj szerkezete, amennyiben az *Assilina* és *Nummulites* szövényes csatornahálózatát itt — amennyire csiszolataimból megítélhető — egyszerű, sugarasan álló poruscsatornák helyettesítik, melyek a fölületen egyszerű, kézi-nagyítóval is jól láthatók;

¹ BOUSSAC a kezdőkamrát kicsinek mondja; e különbséget nem akarom a dimorphismussal magyarázni, hanem inkább BOUSSAC 11. ábrájából ítélve azért látszik itt a kezdőkamra aránylag kicsinek, mert a metszet nem központi s így a kamra belvilágának rovására föltűnően vastag a kamra fala.

vége, hogy míg az *Assilina*-nál a kanyarulatok fala emelkedik ki a fölületen, addig itt épen ezen a helyen van bemélyedés s e helyett a kamrasorok emelkednek ki.

A *Pellatospira-Madarászi* tudtommal irodalmilag eddig csakis a budapesti és priabonai alsó-oligocénből ismeretes.

A *Pellatospira*-nem jellegeit ezek alapján a következőkkel egészíthetem ki: a kamrák alul közlekednek egymással, a kamrák boltozatos fala finoman, míg a kanyarulatok közeit kitöltő mészsanyag durván lukacs-satornás. Mint negatívus jeletet fölemlíthetem még, hogy olyan csatornahálózat, mint a nummuliteseknél van, itt az eddigi vizsgálatok alapján nincs. Tehát e tekintetben a *Pellatospira* olyan viszonyban van az *Assilina*-val, mint az *Amphistegnia* a *Nummulites*-sel.

★

A dolog természetében rejlő tény, hogy az egyszerűbb szervezetű lények mindig sokkal könnyebben képesek a megváltozott körülményekhez alkalmazkodni, mint a magas fejlettségi fokon lévők, melyeknél a correlatio törvényének hódoló szervek csak lassan tudnak teljesen átmódosulni. Természetes tehát, hogy a foraminiferák sztratigrafiai értéke, amint az itt elmondottak és a nummuliteseken tett újabb megfigyelések is igazolják, folyton csökken, amennyiben a függélyes irányban való elterjedésük mind jobban és jobban nő.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 június 14.-én tartott üléséből.)

A HYDROKÉNESSAV, ILLETŐLEG A ZINKHYDRO-SULFIT NÉHÁNY ALKALMAZÁSA.

MOLYBDÉNKÉK, KÉKSZÍNŰ WOLFRAMTARTALMÚ TERMÉK,
URANOHYDROSULFIT.

ILOSVAY LAJOS r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

I. Bevezetés.

A natriumhydrosulfittal mint kémszerrel BRUNCK O.¹ foglalkozott tüzetesebben. Ő az elberfeldi gyárból kapott termékkel kísérletezett és összesen valami 28 elemi test vegyületével végzett reakzióról számolt be, melyek között több van olyan, a melyeknek viselkedését már SCHÖNBEIN,² SCHÜTZENBERGER,³ BERNTHSEN,⁴ MOISSAN⁵ is megfigyelte. Ugyanabból az időből ismerjük JULIUS MEYER⁶ dolgozatát is, a ki a nátriumhydrosulfit összetételére vonatkozó adatok mellett azzal is foglalkozott, hogy ez a só miként hat a rézvegyületekre.

Én a hydrosulfitok hatása iránt akkor kezdtem érdeklődni, mikor pár évvel ezelőtt tapasztaltam, hogy a molybdénkék-reakcióra és némely organikus festék gyors elszíntelenítésére, vagy más színű termék előidézésére czélszerűen hasz-

¹ Liebig's Annalen 327. k. 240—250 l. 336. k. 281—298. l.

² Journal f. pr. Chemie 61, 193. Jahresbericht 1852.

³ Compt. rend. 69, 196.

⁴ Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. 13. 2277. 1880.

⁵ Compt. rend. 134, 18 (1902).

⁶ Zeitschrift f. anorg. Chem. 34, 43 (1903).

nálhatók. Kísérleteimhez nem nátriumhydrosulfitot, hanem hidegen, töményebb vagy higabb kénessavhydrátot elegyítettem zinkkel, és így tulajdonképpen zinkhydrosulfittal dolgoztam. A zinket csak czélszerűségi okok miatt választottam; használhattam volna vasat is.

Még nem tudjuk, hogy a kénessav-oldat, melylyel hydro-sulfit-oldatot állítunk elő, miféle sóoldatokat tartalmaz. Lehet-séges, hogy a kénessavnak, mint redukáló testnek, szintén van valami szerepe a reakcióban; az azonban bizonyos, hogy mel-lette a hydrosulfit olyan szerepet visz, a minőt a kénessavnak, vagy a zinknek külön-külön nem tulajdoníthatunk. Az is bizo-nyos, hogy a zinknek közreműködése nem mindig katalytes, mert vannak reakciók, a melyekben ő maga is részt vesz, miként ezt a kékszínű wolfram-tartalmú termék összetétele bi-zonyítja.

Már SCHÜTZENBERGER¹ megállapította, hogy a levegőtől el-zárt kénessavhydrát oxigénfogyasztása zink jelenlétében foko-zódik. Én levegő jelenlétében is megvizsgáltam a változást és úgy találtam, hogy az oxigénfogyasztás növekedése, perczek leforgása közben, káliumpermanganattal mérve kevés ingado-zással 13·6%, míg jóddal mérve 6—7%.

A hydrosulfitos oldat állásközben megzavarodik, fehér esa-padék válik ki. A zavarodás gyorsabban bekövetkezik, ha a zinkhydrosulfitos oldatot levegőtől mentesen, Lindtner-féle palaczkban hevítjük, midőn a csapadékkiválás 70°-on megkez-dődik. Megzavarodás után az oldat kevesebb jódot fogyaszt. A fogyasztás értéke a kénessavhydrát töménysége szerint vál-tozik. Ha a vizes oldatban 1·5% kéndioxid volt, a jódfogyasz-tás 13·1%-kal csökkent; ha töménysége 2·4%, akkor a jódfogyasztás már kb. 36%-kal volt kevesebb a melegítés után.

A kivárott csapadékban kén található; ebből érthető, hogy ha zinkhydrosulfitos oldattal redukálunk, a redukációs terméket kén szennyezheti, még pedig akkor több, ha a kéndioxidos oldat töményebb. Lehetséges, hogy a NABL² szerint egy atom

¹ Bulletin d. Soc. chim. d. Paris, 12, 122. 1869.

² Monatshefte f. Chemie 20, 679 (1899).



zinkből és két molekula kéndioxidból keletkező zinkhydrosulfit (ZnS_2O_4) az állandóbb összetételű zinksulfáttá alakul és az S_2O_4 savmaradékból egy atom kén felszabadul.

A kénkiválás kéndioxid jelenlétében alkalmul szolgálhat thiokénsav, illetőleg thiosulfát, vagy pyrokénéssav, illetőleg pyrosulfit keletkezésére is; de ezek a föltevések még bizonyításra várnak, mert azok a tapasztalatok, a melyeket idáig szereztem, az úgy mibenállásának eldöntésére elégtelenek.

A kéndioxid vizes oldatában aránylag sok zink alakul át különféle sókká. 200 cm³ olyan oldatban, a melyben 0·0612 g kénsavhydrát mellett 6·0492 g kénéssavhydráttal egyenértékű kéndioxid volt, 10 g zinkből 3·9577 g oldódott fel.

Az is figyelemre méltó, hogy ha a zink 0·5%-osnál nem töményebb kéndioxidos oldatban van, mikor redukziós termékeket létesítünk, néhány másodperc múlva az oldaton már hydrogensulfid-szag érzik.

II. Zinkhydrosulfitos oldat hatása organikus festékek oldatára.

A zinkhydrosulfit organikus vegyületeket is erélyesen redukál. Ezt a sajátságát SCHÜTZENBERGER és LALANDE¹ az indigóval festés terén alkalmazta; BERNTHSEN² pedig arra figyelmeztet, hogy érdemes volna tanulmányozni a hydrosulfit hatását különböző anilinfestékekre. Az organikus vegyületekkel szemben tanúsított hatását csak annyiban érintem, a mennyiben fel akarom hívni a figyelmet, hogy több organikus festékből leuko- vagy más, de színes termék, előadás közben aránylag gyorsan létesíthető.

A festékoldat töménysége szerint több vagy kevesebb kéndioxidos oldatot néhány gramm vékony zinkforgácsal jól összerázunk és a zinkről leöntött oldatot az organikus festék oldatába öntjük. A hatást összerázással segítjük elő. Melegítés ritkán szükséges.

¹ Bulletin de la Soc. chimique 20, 7.

² Ber. d. deutsch. chem. Ges. 13, 2885.

Rosanilin, pararosanilin, mauwein, chrysoidin, alizarin, congoveres, methylénkék, aethylénkék azonnal elszíntelenednek.

A vízben oldható kék oldata sötétebb kékévé változik; az *aurin* káliumhydroxidos oldatát elszínteleníti, miként a kénessav is, de a kénessavas oldat ammoniumhydroxidtól visszkapja eredeti színét, míg a zinkhydro-sulfitos oldat ammoniumhydroxidtól halvány rózsaszínt ölt.

A *gentiánakék* zinkhydro-sulfittól rögtön elszíntelenedik és fehér csapadék ($Zn(OH)_2$?) válik ki, míg kénessavtól csak a kék szín intenzitása gyengül. Ez ammoniumhydroxidtól még világosabb lesz, míg amaz semmit sem változik.

Nagyon jellemző a *magdalaveres* viselkedése; ez kénessavtól ibolyás árnyalatú veres színt ölt, melyen a magdalaveres jellemző fluoreszkálása is látszik; zinkhydro-sulfittal az oldat rózsaszínű lesz, a meniszkuszon piros árnyalattal, ha pedig az oldatot felfőzzük, sötét rózsaszínű csapadék válik ki és fluoreszkáló tulajdonsága egészen eltűnik. Felfőzés előtt az ammoniumhydroxid halvány rózsaszínt idéz elő; felfőzés után a rózsaszínű csapadék csak felhigul, de nem oldódik.

III. Zinkhydro-sulfitos oldat hatása különféle anorganikus ionokra.

Tekintve, hogy BRUNCK O.¹ több kationnak és anionnak nátriumhydro-sulfit okozta változását részletesen leírta, én csak azokra szorítok, a melyek zinkhydro-sulfittal kéndioxidos oldatban más eredményt adnak, mint a minőt BRUNCK megfigyelt.

1. Ólom.

a) Ha kb. 13·3% ólomnitrátoldatból 300 cm³-t 100 cm³ olyan kéndioxid-oldattal elegyítünk, a melyben 6·2% kéndioxid van és ezt az oldatot mintegy 6 percig 10 g zinkforgácsal hagytuk érintkezni: világos, majd sötétebb testszínű csapadék keletkezik, melynek színe átcsap szürkébe. Ez a szín állandó.

¹ loc. cit.

A 24 óra múlva leszűrt csapadék megsűrve, előbb vízzel, azután alkohollal, benzollal s végre alkoholos ætherrel kimosva, 100 C°-on két óra alatt állandó súlyig száradt. Mennyiségi elemzés szerint van benne 71·25% ólom, 10·99% kén. Ez átszámítva kénessav-ionra, 27·48%-ot eredményez, azaz a két alkotó rész összege 98·73%.

Ha az előbbi csapadékról leszűrt oldatot fölös mennyiségű zinkhydrosulfitot tartalmazó oldattal elegyítjük, ismét csapadék származik, mely sötét rózsaszínű. Ez az előbb leírt módon tisztítva és szárítva, 68·91% ólmot meg 10·51% ként tartalmazott. A ként kénessav-ionra számítva 26·31% oldódik ki, melyet az ólom százalékához adva, 95·22%-ot kapunk.

b) Egy másik kísérletben 500 cm³ 8% ólomnitrát-oldatot 1000 cm³ olyan kéndioxid-oldattal elegyíttem, a melyben 50·2 g kéndioxid volt és 10 perczig 20 g zinkforgácsal érintkezett. Ebben az esetben 1 molekula ólomnitrátra 7·7 molekula kéndioxid jutott. A csapadék sárgás színű, mely rázás közben sötétedik. Néhány percz múlva kezd a színe világosodni és végre megsárgult elefántontra emlékeztet. Ez a szín állandó. A csapadékot épen úgy tisztítottuk és szárítottuk, mint az előbbieneket. Összetétele: 70·53% ólom, 11·09% kén. A ként kénessav-ionra számítva 27·69%-ot kapunk, mely összeg az ólom százalékával együtt 98·22%-ot ad.

Ezek szerint a csapadék színe a kéndioxid, illetőleg a hydrosulfit mennyisége szerint változik. Kevesebb hydrosulfitől szürke, többitől sárgás csapadék keletkezik. A csapadék főtömege ólomsulfit, de nyomokban mindig van benne hydrosulfit is. Ezt úgy ismerhetjük fel, hogy *kevés csapadékot ammonium-molybdenát-oldattal elegyítünk, néhány csepp híg sósavval megsvanyítjuk és összerázzuk; azonnal sötétkék színeződést látunk, melyet a hydrosulfit, esetleg thiosulfat hatására keletkező molybdénkék idéz elő.*¹

Ha a kéndioxidos oldat töménysége csekélyebb, a szürke

¹ Thiosulfat is molibdénkéket létesít; de ebben az esetben a hatást inkább hydrosulfitnak tulajdonítom; ezt azzal igazolom, hogy az ólomthiosulfat nem sárga, hanem fehér színű.

szín valószínűleg kevés ólomsulfidtól származik; ha azonban az oldat töményebb, a sulfid elmarad, ellenben a hydrosulfittól sárga szín mutatkozik.

2. *Bismuth.*

Bismuthnitrátoldatból porszerű, fekete csapadék keletkezik; ha ezt forró vízzel addig mossuk, míg a lecesepegő víz nyomokban sem tartalmaz kénsavat, azután híg salétromsavban oldjuk, kén válik ki és a megszárt oldatban erős kénsavreakciót észlelünk.

Ezt a csapadékot mennyiségileg nem elemeztem meg, ellenben megvizsgáltam egy másikat, mely következőleg készült:

20 g kristályos bismuthnitrátot 200 cm³ vízzel jól össze-rázva, 300 cm³ kb. 0.5%-os kéndioxidoldattal elegyítettünk. A kéndioxidos oldatot előzőleg 20 g zinkforgácssal 6 percig rázogattuk. Azonnal sötétszürkésbarna csapadék származott, telve apró, fémes pikkelyekkel, miből arra következtethettünk, hogy a bismuthnak nagy része fémes állapotban vált ki. A csapadék egy napi állás után leszűrve, előbb vízzel, majd alkohollal és benzollal kimosva, rövid ideig 100 C°-on szárítva, teljesen szagtalan, finom pornak látszott. Ez a por híg sósavval kéndioxidot fejlesztett és részben feloldódott; ha a kéndioxidot az oldatból főzéssel kiűztük és néhány csepp töménysósavval tovább melegítettük, hidrogensulfid fejlődött. A csapadékban tehát kellett lenni sulfidnak is.

A kéndioxid azonban nemcsak sulfidból, hanem hydrosulfidból, sőt thiosulfidból is fejlődhetett. Hydrosulfid vagy thiosulfat volt is benne, mert ha belőle néhány deczigramnyit pár cm³ ammonium-molybdenatoldattal összeráztunk és kevés híg sósavval elegyítettünk, kék színeződés állott elő, a mi csak hydrosulfidtól vagy thiosulfattól származhatik.¹

¹ Bismuthnitrátoldat natriumthiosulfattól megsárgul; majd sárga csapadék válik ki, mely néhány perc múlva barnulni kezd s végre feketésbarna csapadék keletkezik. A felforralás után leszűrt, jól kimosott, megszártított csapadék ammoniummolybdenáttal és néhány csepp híg

A porban volt 87·58% bismuth, 3·88% kén. Belőle hig sósavval hevítve 4·55% kéndioxid desztillált át. Ebben a kén 2·27 s. r., következőleg 1·61% kén mint valamelyik oxysav vagy sulfid alkotórésze lehetett jelen.

Adataimból kiderül, hogy a csapadék főtömege fémes bismuth, néhány % bismuthsulfiddal, sulfittal és hydrosulfattal, illetőleg thiosulfattal elegyítve. Brunck¹ nátriumhydrosulfittal csak fémes bismuthot talált.

3. Arsen.

a) Arsenessav sósavas oldatából, sok sárga csapadék mellett, főleg főzéskor, kevés narancsszínű pehely válik ki. Ez a csapadék ammoniumhydroxidban nehezen oldható; a sötétebb színű részlet sok kénnel marad a szűrőn.

Egy másik esetben 20 g nátriumarsenitet oldottunk 500 cm³ vízben, sósavval megsavanyítottuk, azután 1000 cm³ olyan kéndioxid-oldattal elegyítettük, a melyben 50·5% kéndioxid volt és a melyet 6 perczig 30 g zinkforgácsal rázogattunk. Ekkor legjobban csokoládébarnára emlékeztető színű csapadék vált ki. Ez a sulfidok mosására használatos módszer szerint tisztítva, megszáritva és megelemezve tartalmazott 75·50% arsenit és 10·01% ként. Ha feltesszük, hogy a hiányzó 11·49% oxigén: akkor vagy egy oxisulfiddal (As_2SO_3), vagy két molekula arsen-trioxidból, egy molekula arsen-trisulfidból és három atóm arsenből, esetleg négy molekula arsen-trioxidból és három molekula arsen-disulfidból álló eleggyel lehetett dolgom.

A BRUNCK-tól² leírt alaktalan barna arsenit nem észlelhettem.

b) *Arsensavas nátriumoldatból* zinkhydrosulfitos kéndioxid-oldat hatására előbb sok kén válik ki, mely ismét feloldódik; később világossárga csapadék keletkezik, mely sötétebb színűvé

sósavval összerázva, kék terméket létesített. Feltehető, hogy a csapadékban kevés bismuththiosulfat volt.

¹ Liebig's Annalen 336, 288.

² Liebig's Annalen 336, 286.

válík és ammoniumhydroxidban aránylag szintén nehezebben oldható, mint a hydrogénsulfiddal előállítható csapadék. E csapadék összetétele 58·28% arsen, 28·61% kén. Hiányzik 13·11% ; ha ezt oxigénnek tekintem: akkor ismét vagy egy arsenoxisulfid ($AsSO_x$), vagy oxidból meg sulfidból álló elegyet tehetek fel a csapadékban.

A barnaszínű arsenmódosulat ebben az esetben is hiányzott.

4. Kéneső.

Akár mercurio-, akár mercuri-vegyületektől a kémszer fő-
lőslegétől fekete csapadék származik, mely fémes higanyt és
mercurisulfidot tartalmaz. Közbeeső termékül fehér csapadék
keletkezik.

5. Nikkel.

Nikkelsó-oldatot zinkhydro-sulfitos oldattal elegyítve, felfor-
ralva és a kiválatott kéntől tisztára szűrve, az oldatban ammo-
niumhydroxiddal vagy káliumhydroxiddal nikkelo-reakció nem
keletkezik. Első esetben úgy látszik nikkelo-ammonium vegyület
áll elő; a másodikban a csapadék színe sokkal világosabb és
csak huzamosabb állás után közelíti meg a nikkelo-hydroxid
világos-zöld színét.

Ha a kísérletet úgy végezzük, hogy a nikkelsó oldatát annyi
kémszerrel elegyítjük, hogy színe sárgásbarna legyen, azután az
oldatot ammoniumhydroxiddal lúgossá téve, kezdjük melegíteni,
legtöbbször szép tükör rakódik a kémcső falára és fekete csa-
padék is válík ki. A tükör és a csapadék fémes nikkelt, nikkelo-
sulfidot meg zinksulfidot tartalmaz.

6. Kobalt.

Kobaltsó-oldat zinkhydro-sulfitos-oldattal felfőzve, a kén-
től megszűrve, ammoniumhydroxiddal csak kékes, tiszta oldatot
eredményez; káliumhydroxiddal sem kapjuk a jellemző, gyen-
gén rózsaszínű csapadékot, hanem olyant, a mely leginkább
a világos testszint közelíti meg.

Ha a zinkhydrosulfitos oldattal elegyített kobálnitrát-oldatot ammoniumhydroxiddal túltelítjük és forrásig hevítjük: akkor az oldat előbb szürkésibolya, majd sötétibolya színt ölt és tükör meg fekete csapadék jelentkezik. A kihült oldat színe a luteokobáltéra emlékeztet. Friss zinkhydrosulfitos oldattal többször megismételhetjük a csapadék kiválasztását. A csapadékban fémes kobáltot, kobaltsulfidot, meg zinksulfidot mutathatunk ki.

7. Ón.

a) *Stannichlorid* oldatából első pillanatra úgy látszik, mintha a zinkhydrosulfit stannisulfidot választana ki. Ha az oldatot addig főzzük, míg a kénkiválás megszűnik, halvány sárgásfehér csapadékot kapunk, mely ammoniumsulfhydrátban nem oldódik. Ez leszűrve, jól kimosva, sósavval leöntve, hydrogensulfidot fejleszt, tehát stannisulfid van benne; azonban legnagyobb része, 84%-a stannioxid, a többi pedig kén.

b) Sósavtól savanyú *stannochloriddal* sajátos reakciót észlelhetünk.

A zinkhydrosulfitos oldattal létesített csapadék színe sokkal világosabb, mint a stannosulfidé. Néhány másodperc múlva már kezd világosodni s hirtelen egy élénksárga és egy mussiv-arany-szinű csapadék különül el. Az utóbbi sűrűbb. E két csapadékot selyem szitaszövetből való szűrővel elválaszthatjuk egymástól. A világos-sárga csapadék színe az arsentrisulfid színére emlékeztet. Ez a szitaszöveten átfolyik, a sötétebb rész rajta marad. Szűrőpapiroson a világos sárga csapadék is összegyűjthető. Forró vízzel mindkét csapadék mosható; sósavval mindegyik hydrogensulfidot fejleszt, óntartalmú és az ónsulfid mellett sok kén van.

Ha a zinkhydrosulfitos oldat nem elegendő az ón teljes kiválasztására, a leszűrt és kifőzött oldat hydrogensulfiddal csapadékot ad, melynek színe valamivel sötétebb, mint a stannisulfidé. Ebben is ónsulfid és sok kén van.

E reakció arra a feltevésre készlet, hogy ebben a rendszerben a stanno-vegyület vette át a redukálás szerepét és az oldatban levő sulfit vagy hydrosulfit, esetleg thiosulfat rovására stannivegyületté változott.

Se a stanno-, se a stannivegyülettel létesített csapadék nem adott hydrosulfit-reakciót.

8. Platina.

Hydrochloroplatinát-oldatban e kémszertől platinovegyület keletkezik, mely barnapiros színnel jelenik meg. Ez megegyezik BRUNCK¹ tapasztalatával. Ha az oldatot felfőzzük vagy kalium-hydroxiddal elegyítjük, vörösbarna csapadék keletkezik, mely rosszul mosható, nagy része a mosóvízbe kerül.

Ha azonban a hydrochloroplatinátot zinkhydrosulfittal elegyítjük, míg színe elhalványodik, azután ammoniumhydroxiddal túltelítjük, szintelen oldatot kapunk, melyből főzéskor kevés szürkésfehér csapadék ülepedik le. Az oldat és csapadék platina-tartalmú. Nyilvánvaló, hogy utóbbi esetben platinoammoniumsó keletkezik s ennek megvizsgálása lett volna feladatomban.

9. Arany.

Említésre méltó, hogy ha zinkhydrosulfitos, vagy csak tömény kéndioxidos oldatba a kémsó falán aurichlorid-oldatot folytatunk, sokszor elég nagy felületen tiszta és tartós aranytükör ülepedik le.

A selenessav és a tellurossav kiválóan alkalmas annak bemutatására, hogy a zinkhydrosulfitos oldat redukáló hatása mennyivel gyorsabb, mint a kénessavé.

Ezek a reakciók mind annyira meglepők és jellemzők, hogy érdemesnek ítélem őket tüzetesebb tanulmányozásra is.

*

Különös, hogy BRUNCK² molybdénsavval, wolfrámsavval és uránylvegyületekkel szintén kísérletezett, de azt nem vizsgálta meg, hogy vajjon hydrosulfittal nem lehetne-e belőlük valami-féle redukációs vegyületet előállítani.

¹ Liebig's Annalen 336, 295.

² Liebig's Annalen 336, 290, 291.

A molybdénsav redukálása következtében kék, zöld, barna, a wolfrámsavból kék, az uranysavból sárgás-zöld termék keletkezik. Én megkísérlettem e termékeket elkülöníteni. Az eredményeket a következőkben foglalom össze.

IV. Molybdénkék.

A molybdénkéket, mióta BUNCHOLZ leírta, sokan tanulmányozták. Foglalkozott vele többek között BERZELIUS,¹ RAMMELSBERG,² MUTHMAN,³ GUICHARD,⁴ MARCHETTI.⁵ Képlete BERZELIUS szerint Mo_5O_{14} , RAMMELSBERG szerint Mo_2O_3 , $3H_2O$; míg MUTHMAN, GUICHARD, MARCHETTI a Mo_3O_8 képletet találta helyesnek.

GUICHARD és MARCHETTI a különböző úton előállított molybdénkék összetételét egyenlőnek találta. MARCHETTI, elektrolitikus úton, kristályokban kapta e vegyületet. Kryoskopos eljárással úgy találta, hogy képlete $Mo_3O_8, 5H_2O$.

A molybdénkék oldatát így állítom elő:

Üveg dugós elegyítőhengerben 18·402 g. ammoniummolybdénátot oldok egy liter desztillált vízben; hozzá öntök 400 cm³ olyan kéndioxidoldatot, a melyben körülbelül 6·7 g. kéndioxid van s belebocsátván 40 gm lehetőleg tiszta zinkforgácsot, a henger tartalmát 10'—12'-ig rázogatom. Egy molekula MoO_3 -ra körülbelül egy molekula SO_2 jut. Az oldat kezdetben zöld, csakhamar megkékül és folytonosan sötétebb kék lesz. 10—12' múlva az oldatot egy más, nagyobb hengerbe öntöm át, ügyelve, hogy zinkforgács át ne csúszszék és minthogy a redukálás még nem elegendő, az oldatot 4—5 óráig állani hagyom. Ekkor körülbelül másfélszer normális ammoniumhidroxidból hozzáöntök 400 cm³-t és ezzel jól összerázva, a kiválot csapadékot a jól bedugott hengerben leüleptem.⁶ Rendkívül terjedelmes

¹ Pogg. Annalen d. Phys. u. Chemie 6. 380 (1826).

² Pogg. Annalen 127, 281 (1866).

³ Liebig's Annalen 238, 180 (1887).

⁴ Compt. rend. 131, 389 és 419 (1900).

⁵ Zeitschrift f. anorg. Chemie 19, 391 (1898).

⁶ A kék csapadék pyridintől is kiválík; az így kiválasztott csapadéknek kimosása éppen oly nehézkes és tökéletlen, mint azé, a mely am-

csapadék válik ki, melynek sűrűsége, a sok víztartalom miatt, alig különbözik az oldat sűrűségétől. Leülepedése 6—8 órát is igényel. Most a csapadékról az oldatot szívócsővel lefejtem és vagy a hengerben, vagy oldalcsapos hengerben, mely alul kúposan összeeresztett, csapos csőben végződik és köszörült üveg dugóval elzárható, sok mosó folyadékkal elegyítem, hogy a csapadékot kétszer, háromszor leöntéssel moshassam. Mosásra olyan oldat alkalmas, mely literenként 30 g. ammoniumhydroxidot és 5—6 g. ammoniumchloridot tartalmaz.

A leöntéssel nagyjában kimosott csapadékot szűrőre gyűjtjük és nyomáscsökkentéssel addig mossuk ammoniás-ammoniumchloridos oldattal, míg a mosófolyadék híg zinkhydrosulfitos oldattal nem kékül, vagy nem barnul meg. A szűrőpapiros falára tapadt csapadékot, a mennyre lehet, a szűrő alja felé tereljük, különben nagyon tökéletlen a kimosás. A mosást másfélszer normális ammoniumhydroxiddal fejezzük be, de nem folytatjuk addig, a míg a szűrőpapiros falára tapadt csapadék már kezd elszintelenedni.

A csapadékot óraüvegre téve, kénsav felett, levegőtől mentes térben szárítjuk. Két nap múlva rendszerint annyira megszárad, hogy finom porrá zúzható s így porcelláncsónakban, nitrogénáramban, 100 C°-on állandó súlyig szárítható.

Az oldat készítésekor ügyelni kell, hogy a kék oldat ne érintkezzék sokáig zinkkel, mert ekkor megzöldül, midőn belőle ammoniumhydroxidtól zöld csapadék válik ki.

Ha a csapadék színe kék volt is, de elválasztása az oldattól nem elég gyorsan történt, színe megzöldül.

Ha a redukáláshoz sok kéndioxidot és zinket használunk, vagy a redukáló anyagokat több napig hagyjuk érintkezni az ammoniummolybdénáttal, barna, később barnássárga termék keletkezik.

Mindig zöld terméket kapunk, ha 18·4 g. ammoniummolybdénátot egy liter vízben oldva, egy liter 1·7%-os kéndioxidos oldattal elegyítünk és bele 40 g. zinkforgácsot teszünk,

moniumhydroxidtól vált le. A csapadékot centrifugálókészülékben sem lehet valami könnyen elkülöníteni és kimosni.

egyébként pedig úgy járunk el, miként a kék csapadék előállításánál leírtam. És barnássárga csapadék keletkezik akkor is, ha a kék termék előállításához használt elegyben 8—10 napig hagyjuk benn a zinket, vagy ha az oldatot, kéndioxidos oldat nélkül is, több napon át zinkkel rázogattjuk össze.

A nedves, barna csapadék levegőn ismét kék terméké oxidálódik, de a barnássárga termék közvetlenül sohasem kékül meg.

A kék csapadék vízben, alkoholban, ammoniumhydroxid, ammoniumchlorid vizes oldatában, nemkülönbén híg ásvány-savakban, eczetsavban kék színnel oldódik; tömény ásvány-savaktól az oldat kék színe barnapirossá változik.

A zöld csapadékból a kék színű vegyületet vízzel kimoshatjuk, mert ez könnyebben oldódik benne, mint a barnássárga. E szerint ez a kék és a sárga oxid elegye.

A barna csapadékban is van még kevés kék termék, mert belőle vízzel, vagy híg ásvány-savakkal többé-kevésbé kék oldatot kaphatunk.

Ha a barna vagy a zöld anyag sósavas oldatát többször bepárolgatjuk, végre oxidálás következtében a kék terméké változik.

Ha pedig akár a kék, akár a zöld színű oldat főleg ammoniumhydroxidös közegben sokáig áll, elszintelenedik, mert a színes oxid szintelen molybdénsavvá oxidálódik.

A molybdénkék keletkezését reakcióegyenletben kifejezni nem lehet. Az bizonyos, hogy ilyen híg oldatban kén nem válik ki. A reakció honyolult voltát bizonyítja: 1. hogy a zink felületén molybdén- és zinksulfid rakódik le; 2. hogy a jól kimosott csapadékban a molybdénkéknél alacsonyabb oxid is lehet, és mindig kimutatható benne ammonium, chlór, csekély sulfát és több sulfít; 3. hogy a leszűrt oldatban a változatlan ammoniummolybdénaton és oldható zinksókon kívül van valami anyag, talán molybdénvegyület vagy hydrosulfít, mely ammoniás ezüstnitrátból fémtükröt, sőt kevés ezüstsulfidot is választ ki.

A szűrőn szikkasztott csapadék, levegőhijas térben, közönséges hőmérsékleten, kénsav felett, körülbelül 70% vizet veszít;

a kénsav felett szárított csapadék, 100 C°-on állandó súlyig szárítva, megint elveszít 4—5% vizet; de még 200 C°-on is veszít vizet, mikor még ammoniumchloridgőz is távozik el belőle. Ezen a hőmérsékleten már csak a chemiailag kötött víz távozhatik el.

Mint hogy a kék, a zöld és a barna termék elegy, mennyiségi elemzések sok nehézséggel járt és adataimat véglegeseknek nem tekinthetem.

*Von der Pfordten*¹ szerint a molybdénesquioxid kaliumpermanganátoldattal titrálható; *MUTHMAN*² szerint titrálható a molybdénkék is.

A víztartalmat, az ammoniumsók elpárolgása és a sulfit miatt, ólomchromáttal való elégetés által igyekeztem megállapítani.

A különböző kék készítmények összetétele között nagy eltérések voltak. Ha a molybdénkék összetételét trimolybdén-octooxidnak fogadom el: akkor ennek mennyisége 25·60 és 41·58% között változott.

A feldolgozott anyagnak körülbelül 10—11%-a a 100°-on szárított nyers termék; ennek pedig legjobb esetben 40%-a molybdénkék, miből következik, hogy a termelékhányad felette gyenge.

Egyik legszebb kék készítmény elemzésének adatai ezek:

	Az elemzés száma		Középérték:
	I.	II.	
Mo_3O_8 — — — — —	39·36%	39·98%	39·67%
Összes molybdén —	47·83%	48·10%	47·97%
(H_4N) — — — — —	7·57%	7·61%	7·59%
SO_3 — — — — —	1·35%	1·37%	1·36%
H_2O — — — — —	17·57%	—	—
SO_4 — — — — —	nem mérhető.		

*

Meghatároztam, hogy egy zöldszerű termék közvetlenül mennyi kaliumpermanganát-oldatot fogyaszt és azt találtam, hogy

¹ Liebig's Annalen 222, 137 (1883).

² Liebig's Annalen 238, (1887).

az elhasznált köbczentiméterek száma nagyobb volt, mint az előbbeni esetben. Minthogy azonban a molybdénkéket egyéb közvetlenül titrálható oxid mellett nem titrálhatjuk, nincs módomban a zöld termékben levő molybdénké mennyiségét kiszámítani. A zöld termékben az összes molybdén 48·72%, az ammonium-ion 8·03%, a SO_3 ion 1·51% volt, tehát a két anyagban a fontos alkotórészek százaléka alig különbözött.

*

A 100 C°-on szárított *barnássárga* csapadék %-os összetétele:

$Mo = 62\cdot00\%$, $R_2O = 11\cdot09\%$, a különbség szerint az oxigén = 26·91%.

Ez az összetétel legjobban megközelíti az Mo_2O_3 , H_2O képlettel jelölhető vegyület összetételét, melyben $Mo = 62\cdot34\%$, $H_2O = 11\cdot69$ és $O = 25\cdot97$.

*

A molybdénkékre vonatkozó tanulmányaimat még nem zártam le. Keresnem kell azokat a feltételeket, a melyek szerint az oldatból egynemű kristályokban állíthatom elő. A siker reményével kecsegtet az, hogy MARCHETTI elektrolysis útján kristályos *terméket* kapott.

VI. Csekély mennyiségű molybdénsav kimutatása molybdénké alakban.

A molybdénsavat rendszerint a phosphormolybdénsav- vagy a molybdénké-reakcióval mutatjuk ki. Utóbbi esetben a redukáló szer sósav és stanniol-lemez; de ha a redukáló szer főlegben van, sokszor azonnal a végső redukziós termék keletkezik úgy, hogy a kékszín nem is látható, csekély molybdénsav pedig így fel sem ismerhető.

A kénssavat zinkkel 1:10,000-es hígítású molybdénsav kimutatására még elég jól használhatjuk, ha következőleg járunk el. 5 cm³ molybdénsav-tartalmú oldatot (benne a molybdénsav 0·0005 gr.) 0·4—2 cm³ olyan kéndioxid-oldattal ele-

gyitünk, a melyben 0·4% kéndioxid van és az oldatba nagyon kevés zinkforgácsot ejtve, az elegyet összerázzuk. Az oldat azonnal megkékül, még pedig annál élénkebben, mennél több az említett határok között a kéndioxid-oldat; azonban töményebb oldatban a kék szín csak néhány másodpercig marad meg, azután átesap sárgásba. A molybdénsav kimutatása 1 : 20,000-es hígításban meglehetősen gyenge, de még sikerül.

Töményebb molybdénsav-oldatok vizsgálatakor a kéndioxid-oldat töménysége mellékes; fő, hogy egyszerre ne sok zinkforgácsot tegyünk az elegybe.¹

VII. Kékszínű wolframtartalmú termék.

A wolframkékét, éppen úgy mint a molybdénkékét, először csak magas hőmérsékleten állították elő. Később felismerték, hogy a különféle wolframsavak redukáló szerek hatására kék terméket létesítenek. Így 1861-ben SCHEIBLER² metawolframsavból ammoniumhydroxidos közegben hydrogensulfiddal, 1865-ben BUNSEN³ wolframsavas nátriumból stannochloriddal állított elő kék terméket.

ROSCOE⁴ észlelte, hogy a wolframpentabromid víz hatására

¹ Nátriumthiosulfattal sósav jelenlétében szintén megkapjuk a molybdénkék-reakciót. Azonban a következőket kell megjegyeznünk. Biztosan csak akkor sikerül a reakció, ha 1% molybdénsav-oldatból 5 cm³-t, 0·5—2 cm³ olyan nátriumthiosulfat-oldattal elegyítünk, a mely 0·4% kéndioxid-oldattal egyenlő mennyiségű jóoldatot fogyaszt. A thiokénsavat kevés hígított sósavval szabadítjuk fel. Ha 1 : 1000-es molybdénsav-oldattal kísérletezünk és 5 cm³ oldatot az előbb említett töménységű nátriumthiosulfatból csak 0·4 cm³-rel elegyítünk, néhány csepp sósavval való megsavanyítás után a kékszín néha megjelenik, néha nem. Ha a nátriumthiosulfatból 1—2 cm³-t használunk, megsavanyítás után előbb kén válik le, azután szennyes rózsaszínű oldat keletkezik, de kék sohasem. 1 : 1000-es vagy még hígabb oldatokkal kék színeződést semmiféle változattal sem észlelünk.

² Journ. f. pr. Chemie 83, 313 (1861).

³ Liebig's Annalen 138, 289.

⁴ Liebig's Annalen 162, 363.

létesít kék terméket. A wolframsav savas közegben zinkkel is kék vegyületté redukálható.

DESI¹ wolframat tömény kénsavval meg kéndioxiddal hevített különböző hőmérsékleten és négyféle wolframkéket írt le. SMITH EDGAR F.² eczetsavval főzött wolframatok elektrolylsisekor kapott wolframkéket, melynek képletét W_2O_5 -tel jelöli; de találunk az irodalomban W_3O_8 -at is.

SEIDL OTTÓ³ a natriumwolframat és natriummetawolframat elektrolylsisekor talált kék oxidot, melynek képletéül $W_4O_{11}(OH)$ -t állapította meg.

Én azt tapasztaltam, hogy a wolframsavnak vízben oldható sói közönséges hőmérsékleten a kéndioxid vizes oldatától éppen úgy nem változnak, mint nem változnak a molybdénsav sói; azonban zink jelenlétében, vagy zinkhydrosulfitos kéndioxiddal azonnal pompás ultramarinkék-szinű oldat keletkezik. Úgy véltem, hogy az oldatban valamely wolframkék van és csak kiválasztásának módját kell megtalálnom. Az oldatból kékszinű csapadékot választhattam le következőleg:

66 g. natriumwolframatot feloldottam 200 cm³ vízben, ezt kb. 6·5 g. kéndioxidtartalmú kénsavval elegyítettem és beletettem 15 g. zinkforgácsot, melylyel összerázogatva, mintegy félóráig állani hagytam. Egy molekula WO_3 -ra 5 molekula SO_2 jut. A leöntött, sötétkék oldatot annyi tömény ammoniával elegyítettem, hogy összerázás után az ammoniaszag még jól érezzék, a csapadékot 15–20 percig ülepitettem, tiszta vízzel kétszer, 10%-os ammoniumhydroxiddal egyszer leöntéssel mostam, azután szűrőre gyűjtöttem és előbb 1%-os ammoniumhydroxiddal, azután tiszta vízzel kimostam, megszikkasztottam és nitrogén-áramban 100 C°-on állandó súlyig szárítottam.

E termék előállításakor is a zink felületén wolfram és zinksulfid mutatható ki. A csapadékról leszűrt oldat az ammoniumhydroxidos ezüstoldatból ezüstöt választ ki.

A csapadékban kimutatható a wolframon kívül zink, (H_4N).

¹ Jahresbericht 1897. I. r. 890 (1897).

² Ber. d. d. chem. Gesellschaft 13, 751—753 (1880).

³ Műszaki doktori értekezés 1909.

SO_3 , SO_4 és víz; a termék bár pusztá szemmel egyneműnek látszik, a mikroszkóp megmutatja, hogy különemű. Elemzéséből kiderült, hogy összetétele változik és legjobb esetben a feldolgozott wolframsavnak 27%-a alakítható át e kék terméké.

Ez a wolframtartalmú kék termék vízben nehezen, hígított ásványsavakban, eczetsavban szép kékszinnel oldható. Lúgos közegben az oldat elszíntelenedik.

Elemzett minták száma.

	I.	II.	III.
Wolfram — — —	59·1 %	53·90 %	51·90 %
(H_4N) — — —	7·0 "	5·50 "	5·98 "
Összes kén — — —	1·00 "	1·10 "	8·90 "
Zink — — —	20·30 "	9·81 "	14·30 "

További következtetésekre ezek az adatok nem alkalmasok. Különböző töménységű oldatokkal végzett próbálgatás után azonban sikerült kristályos terméket is előállítani, melynek vizsgálata még nincs befejezve.

VIII. Csekély mennyiségű wolframsav kimutatása zinkhidrosulfitos oldattal.

A wolframsavat kéndioxidos oldattal és zinkkel éppen úgy felismerhetjük, mint a molybdénsavat. A reakciója még érzékenyebb. Ha a wolframsavoldat 1 : 20,000-es hígítású, 5 cm³ oldatába 2—3 cm³ olyan kéndioxidot öntünk, a melyben 0·4% kéndioxid van és az elegyet kevés zinkforgácsal összerázzuk, az oldat megkékül. Még 1 : 25,000-es hígítású oldatban is sikerül a kék színeződést előidézni, ha az előbb említett arányt megtartjuk. 1 : 30,000-es hígítású oldattal a reakció már meglehetősen bizonytalan.

Töményebb wolframsavas oldatokat vizsgálhatunk a nélkül, hogy a kéndioxidos oldat töménységére különös gondot fordítanánk, legfőlebb arra ügyelünk, hogy sok zinket ne használjunk.

A kékszinű, wolframtartalmú termék levegőn sokkal gyorsabban oxidálódik szintelen wolframsavvá, mint a molybdénkék. Ha 4—5 cm³ nem nagyon sötétkék oldatot óraüvegre öntünk, 3—4 óra múlva már elszintelenedik.

Thiokénsavval kékszinű redukziós terméket nem állíthatunk elő wolframsavsó oldatából.

IX. Uranohydrosulfit.

Ha uranylsó-oldatot zinkhydrosulfitos oldattal elegyítünk, az egymásra ható anyagok tömege szerint árnyalatban eltérő színű csapadékok keletkeznek. Ha az uranylsó mennyiségére kevesebb kéndioxid jut, akkor világosabb, fehéres zöld vagy szennyes-sárga csapadék válik le; ha a kéndioxid mennyisége több, akkor a csapadék színe sötétebb, néha barnássárga. A különböző színű csapadékok állás, vagy mosás és szárítás közben szürkés-zölddé válnak. A leválás pillanatában világos zöldsínű csapadék egynemű, eléggé állandó s éppen ezért könnyebben tanulmányozható is. Minthogy a sárgaszínű csapadék is megzöldül, lehetséges, hogy ezek egymástól a leválás pillanatában csak a víztartalomban különböznek.

Az állandó terméket nagyobb mennyiségben előállíthatjuk, ha 8 g. kristályos uranylsulfatot (vagy uranylitrátot) vízben oldva, fél liter olyan kéndioxid-oldattal elegyítünk, melyben 25 g. kéndioxid van és a melyet 5—6 perczig 20 g. zinkforgácsal rázogattunk. Egy uranylgyökre kb. 20 molekula kéndioxidot kell használnunk, hogy a reakciótermék legkedvezőbben keletkezzék. A szürkés-zöld csapadékot azonnal szűrjük, kifőzött és lehűtött vízzel addig mossuk, míg a lecsepegő vízben kénsavnak nyomait is alig ismerhetjük fel. A tölcserűt befedhetjük olyan óraüveggel, a melynek a tölcserű nyílása felé eső oldalára, kéndioxidos oldattal nedvesített szűrőpapirost borítottunk. A vízzel kimosott csapadékot leöblítjük erős alkohollal, azután oxigéntől mentes térben, tömény kénsav felett, közönséges hőmérsékleten szárítjuk.

Ha a nedves csapadék levegővel érintkezik, szennyes barna színűvé válik.

A csapadékban zinknek nyoma sincs. Mikroszkóp alatt, 1300-szoros nagyítással kristályosnak látszik és hatszöges táblákra emlékeztet.

A csapadék nehezen szárítható; folytonosan kéndioxidot veszít, miért állandó súlyig szárítani a vegyület bomlása nélkül lehetetlen. Egy esetben a szárítást akkor szakítottuk félbe, mikor a súlyvesztés a két utolsó mérés között, 4 órás időközben, már csak 0·2% volt és meghatároztuk az urán-, az összes kén- és a víztartalmat. Az uránt urándioxid, a ként királyvízzel végzett óvatos oxidálás után baryumsulfát alakjában mérlegettük. Minthogy a termék hevítésekor kéndioxid is távozik, a víztartalmat ólomchromatos csőben való hevítés által sikerült meghatározni.

Az elemzés adatai.

	I.	II.
Urán... ..	59·37 %	59·35 %
Összes kén	14·09 "	13·96 "
Víz	7·81 "	7·78 "

A százalékos összetételből uranohydrosulfitra következtethetem s ezt támogatta a vegyület hydrokénessav-reakciója is. Ha azonban a két elemzés középértékeit a számított értékekkel összehasonlítjuk, látjuk, hogy az uran százaléka csaknem annyi-
val több, mint a mennyivel a hydrokénessav-maradék és a víztartalom %-a kevesebb, tehát a vegyület a szárítás közben részben elbomlott.

	Talált	Számított	Különbség
U	59·36 %	57·00 %	+2·36
S_2O_4	28·10 "	30·58 "	-2·48
H_2O	7·80 "	8·60 "	-0·80
O	4·74 "	3·82 "	—

Tekintettel erre, a következő készítményt már rövidebb ideig szárítottuk és akkor kezdtük az összes alkotórészek mennyiségének meghatározását, mikor a tájékoztató meghatározás szerint az urán mennyisége 57·17% volt.

Ennek az anyagnak elemzésekor talált adatok :

	Elemzések száma		Középtérték	Számított	Különbség
	I.	II.			
Urán	57·17 %	57·36 %	57·27 %	57·00 %	+0·27
Összes kén	14·63 "	14·67 "	14·65 "	15·28 "	-0·63
Víz	9·07 "	9·14 "	9·11 "	8·60 "	+0·51

A ként átszámítva hydrokénéssav-maradéokra és a különbségből az oxigén %-át is tekintetbe véve, az alkotórészek %-a ez :

	Talált	Számolt	Különbség
U	57·27 %	57·00 %	+0·27
S_2O_4	29·28 "	30·58 "	-1·30
H_2O	9·11 "	8·60 "	+0·51
O	4·31 "	3·82 "	+0·52
	100·00 %	100·00 %	

A vegyület tehát uranohydrosulfit és molekulaképlete $UOS_2O_4, 2H_2O$.

Az uranohydrosulfit még forró vízben sem oldódik; nem oldódik lúgokban sem; hígított ásványsavakban kéndioxid fejlődése közben oldódik és az oldat főzésekor kén válik ki.

A friss, híg savas oldat kaliumferrocyanid oldatával sárga csapadékot létesít; savas oldatban, állás közben az urano-ion urani-ionná oxidálódik, miért az állott oldat már az uranyl-ion reakcióját adja.

Természetes, hogy az uranyl-vegyület először urano-vegyületté redukálódik és most cserebomlás útján, vagy az által, hogy az urano-ion két molekula kéndioxiddal közvetlenül egyesül, keletkezik az uranohydrosulfit.

Későbbi tanulmány tárgya lesz, hogy vajjon uranylhydro-sulfit létesíthető-e, vagy nem.

X. A hydrosulfitok hatására végbemenő anorganikus reakciók összefoglalása.

Azokat a hatásokat, a melyeket a zinkhydrosulfit kéndioxidos közegben, vagy más, vízben oldható hydrosulfitok gyak-

rabban előforduló és sóféle elektrolytekre gyakorolnak, a következő típusok szerint csoportosíthatjuk:

1. Vannak kationok, melyek nem változnak se savanyú, se lúgos közegben. Ilyenek a ferro- és mangano-kationok.

2. Némely kation, sőt anion is színelemként válik le; ezt tapasztaljuk az ezüst-, arany-, réz-vegyületeknél, továbbá a tellurossavnál és a selenessavnál.

3. Egyes kation csak sulfidalakban válik le, miként ezt a cadmiumnál találjuk.

4. Fém és sulfid válik ki ammoniától lúgos közegben a nikkell- és kobalt-vegyületekből, savas közegben a különféle higany-vegyületekből. A nikkell- és kobaltsó-oldatokból a csapadékban zinksulfid is van, ha zinkhydrosulfitos oldattal végeztük a reakciót. A kobalt sóinál luteo-kobalttermékkel is találkozunk.

5. Oxid és sulfid, de lehet, hogy oxisulfid válik ki az antimonchloridból, a stannichloridból; utóbbi esetben a stannisulfid nagyon csekély; az arsénessavból és az arsénsavból. Lehet, hogy arsenessavból BRUNCK tapasztalatai szerint natriumhydrosulfittal barna, alakatlan arsen is válik ki, de zinkhydrosulfittal nem.

6. A ferri-kation ferro-ionná redukálódik, közbeeső termékül, miként már SCHÖNBEIN leírta, meglepően szép vérvörös termék keletkezik.

7. Hydroxid válik le az aluminium- és chromi-vegyületekből.

8. Redukálódnak a molybdénsav, wolframsav és kékszínű termékek keletkeznek.

A chromsav végső redukeziós terméke chromi-vegyület, de van közbeeső termék is, melylyel később foglalkozom.

9. Az uranyl-vegyületek nemcsak redukálódnak, hanem uranohydrosulfit is keletkezik.

Csekély hydrosulfit keletkezik ólomsókkal is, ha rájuk zinkhydrosulfit hat kéndioxidos közegben. Az ólom nagy része ilyenkor sulfittá alakul.

10. A platini-vegyület platino-vegyületté változik és ammoniumhydroxidus közegben platinobázis is keletkezik, ha a hatást zinkhydrosulfit végzi, míg más hydrosulfittal fémes platinát választottak ki.

XI. Saját tanulmányaim összefoglalása.

1. Megállapítottam, hogy némely ion zinkhydrosulfit hatására kéndioxidos közegben másként viselkedik, mint mikor natriumhydrosulfit vizes oldata hat rá.

2. Ez idő szerint még nem tisztán, előállítottam a molybdénkéket zinkhydrosulfitvaló redukálás útján.

3. Előállítottam egy kékszínű wolframsavas terméket.

4. Megállapítottam, hogy mennyi az a legkisebb mennyiségű molybdénsav, illetőleg wolframsav, a melyet zinkhydrosulfit segítségével még felismerhetünk.

5. Előállítottam az uranohydrosulfitot.

Különben beismerem, hogy egyes feladatokat inkább csak kijelöltem, mint véglegesen megoldottam.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1909 június 14.-én tartott üléséből.)

4