

50639

N. 49.

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI

KÖNIG GYULA

OSZTÁLYTITKÁR.

HUSZONHATODIK KÖTET.

1908.

A BUDAPESTI

M. KIR. ÁLLAMI MÁRIA TERÉZIA-LEÁNYGIMNÁZIUM

TANÁRI KÖNYVTÁRA.

TIZENÖT TÁBLÁVAL.

M. K. állami
FELSŐBB LEÁNYISKOLA
könyvtára.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1908.

N
131
1908

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA.

TARTALOM.

	<i>Lap</i>
BODOLA LAJOS: A rudas területmérők alapképletéről	178
DADAY JENŐ: Adatok Német-Kelet-Afrika édesvízi mikrofaunájának ismeretéhez 1, 43, 200, 294, 374, 405, 455	455
DÁVID LAJOS: Az algebrai iteratio elméletéhez	230
FEJÉR LIPÓT: A Laplace-féle sorokról	323
GEÖCZE ZOÁRD: Adatok a $z = f(x, y)$ fölület quadraturájához	475
KORÁNYI FRIGYES: Újabb adatok a gerincoszlop és a gerinczmelléki tájék kopogtatási hangjának diagnosztikai értékéhez	241
ÓNODI ADOLF: Az orr melléküregeinek viszonya az agyvelőhöz (10 táblával)	262, 422
PRINZ GYULA: A középponti Tien-Sán északi részének pleistocén képződményei	537
RADOS GUSZTÁV: Adalékok az egységgyökök elméletéhez	161
RADOS GUSZTÁV: Kronecker egyik algebrai tételéről	260
RÉTHY MÓR: A fémek erőltetési vonalairól	520
RÉVÉSZ GÉZA: A kritikus szürke és a színes folyamatok közt fennálló viszonyról	86
RIESZ MARCZELL: A hatványsor összegezhetsége az összetartási körön	221
TANGL FERENCZ: A tyúktojás héjának változásáról a költés közben	167
TANGL FERENCZ: A különböző caseinok elemi összetételéről	175
TANGL FERENCZ és MITUCH AUGUSZTA: Újabb vizsgálatok a tyúkébrény anyag- és energiaforgalmáról	77
TANGL KÁROLY: A gázok dielektromos állandójáról magasabb nyomásoknál	138
TEZNER ERNŐ: Élettani folyadékok fagyáspont csökkenésének elemzése	58
TEZNER ERNŐ és ROSKA JÁNOS: Suspensiók fagyáspont-csökkenése	249
TUZSON JÁNOS: A <i>Nymphaea lotus</i> csoport morfológiája és rendszertani tagolódása (5 táblával)	101
ZEMPLÉN GÉZA: Erdei fák leveleinek nitrogén-tartalmáról	513
ZIMÁNYI KÁROLY: Egy alumíniumphosphat Vashegyről Gömör vármegyében	72



ADATOK NÉMET-KELET-AFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

DADAY JENŐ 1. tagtól.

(Második közlemény.)

10—24. ábrával.

III. Vermes.

A rendelkezésemre állott és átvizsgált gazdag plaukton anyagban az édesvizeket népesítő féregosztályok mindenkének találtam több-kevesebb képviselőjét, de mint azt a bevezetőben is említettem, közülük a *Turbellaria*- és *Oligochaeta*-rendek fajait egészen figyelmen kívül hagytam. E mellett azonban nem mellőztem a megfigyelt *Trematoda*-, *Cestoda*- *Acanthocephali*-rendek, illetve osztály rendelkezésemre állott lárváinak tanulmányozását. Ilyenformán az alábbiakban a *Trematoda*-, *Cestoda*-, *Nematoda*-, *Acanthocephali*-, *Gastrotricha*- és *Rotatoria*-rendek, illetőleg osztályok fajaira vonatkozó adatokat nyujtom.

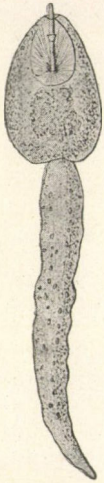
1. Trematoda.

A mennyire a rendelkezésemre állott irodalomból megállapítanom sikerült, Német-Kelet-Afrika faunájából még eddig egyetlen idetartozó faj sem volt ismeretes. Én vizsgálataim során csupán az alábbiakban ismertetett két *Cercaria*-lárvát találtam meg, a melyek, mint a leírásukból is kitetszik, sok tekintetben eltérnek az eddig ismertektől, a miért is új lárvalakok gyanánt mutatom be.

Cercaria aculeata nova larva.

10. ábra.

Teste tojásforma, lapított, elől hegyesen kerekített, hátul kissé tompán elmetszettnek látszik. Farka kétszernél kevésse hosszabb, mint a test maga, hengeres, ágazatlan, hátrafelé fokozatosan vékonyodik. (10. ábra.)



10. ábra.
Cercaria aculeata n. larv.

A testet és a farkot egyforma vastag (0·002 mm), síma cuticula borítja, mely alatt igen vékony, tömötten álló gyűrűs rostok rétege következik s ezen belül hosszirányú rostok rétege különböztethető meg. (10. ábra.) A testnek és farknak egész tömegét a parenchyma-sejtek alkotják, a melyek a farkban valamivel nagyobbak, lazábban állónak látszanak, mint a testben.

A szájnylás a test elülső csúcsán fekszik, gyenge kiemelkedés övezi, a mely azonban szívkorongot nem alkot. A szájnylásból erős, árforma kutikulapálczika áll ki, mely proximalis széleesebb és distális vékonyabb részletre tagolódott, de példányomon két darabra törött. (10. ábra.) E kutikulapálczika proximalis végéhez radiálisan elhelyezkedett izmok futnak a test falából kiindulva, tömegük tojásforma testet alkot (10. ábra) és bizonyára a kutikulapálczika kitolását és visszahuzását eredményezik összehúzódásukkal. Az egész készülék nyilvánvalóan arra szolgál, hogy segítségével a szabadon uszó állatka útát törjön magának a közti gazdába.

A bélesatornát s a kiválasztó edénytörzseket megkülönböztetni nem bírtam, a fark állományában azonban olyanforma képletek darabkáit különböztethettem meg itt-ott, a melyekről feltehető, hogy a kiválasztó edénytörzsnek lehetnek részletei.

A test hossza 0·22 mm, legnagyobb átmérője 0·14 mm; a fark hossza 0·46 mm, legnagyobb átmérője 0·05 mm; a kutikulapálczika egész hossza 0·1 mm, proximalis részletének hossza 0·05 mm, distális részletének hossza 0·05 mm, legnagyobb átmérője 0·015 mm.

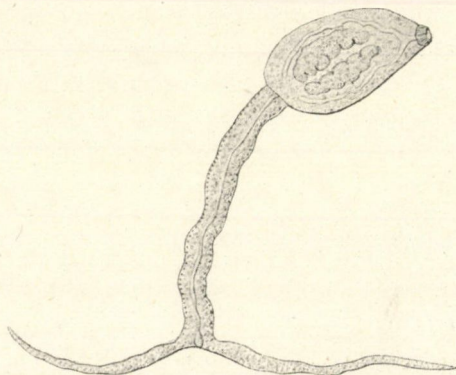
Egyetlen példányát találtam a Nyasza partján Wiedhafen mellett fekvő egyik tócsából származó anyagban. (23)

E lárva-alaknak igen jellemző része a kiölthető és visszahúzható kutikulapálczika, melyhez hasonlót még eddig, tudtommal, egyetlen más Cercarián sem írtak le. Hogy e lárva-alak miféle Trematoda fejlődésének körébe tartozik, természetesen nem tudom eldönteni, de a szívókorongok hiányából arra következtetek, hogy valamiféle Paramphistomida Cercariája lehet.

Cercaria furcata nova larva.

11. ábra.

Teste tojásforma, lapított, elől hegyes, hátul tompán kerekített; hossza 0·39 mm, legnagyobb szélessége 0·21 mm. Farka egészben véve testénél háromszornál valamivel hosszabb,



11. ábra. *Cercaria furcata* n. larva.

kevéssel a hengeres közepén túl két ágra oszlott, minek következtében rajta a törzset és az ágakat különböztethetjük meg. A farktörzs egész hosszában egyforma vastag, 0·6 mm hosszú és 0·07 mm vastag. A két farkág hengeres, distalis vége felé fokozatosan vékonyodik, az egyik 0·57 mm hosszú, míg a másik csupán 0·41 mm, tehát egyenlőtlenek. (11. ábra.)

A test és a fark kutikulája igen vékony, síma, alatta felismerhető némileg a bőrízomtömlő gyűrűs és hosszirányú rétege, a melyen belül a tömötten álló parenchymasejtek tömege kö-

vetkezik. A test közepét két egymással s a test hossz tengelyével párhuzamosan fekvő veseforma, többszörösen karélyozott képlet foglalja el, melynek tömege igen finoman szemecskés és barnás színű, de benne sem sejteket, sem sejtmagokat nem tudtam megkülönböztetni. Hogy e képletek miféle szervet képviselnek, megállapítani nem tudtam.

A test elülső csúcsán fekvő szájnnyílás körül erős szívókorong, vagy legalább is szájkúp fejlődött ki, míg a hasoldalon, vagy más helyen, szívókorongnak a nyomát sem bírtam felismerni. (11. ábra.) A szájnnyílás keskeny, rövid garatba vezet, melynek hátulsó végéről a kigyózóan lefutó két gyomorág indul ki. A gyomorágak a fentebb említett szemecskés képletek külső határán futnak végig és hátulsó végükön látszanak végződni. (11. ábra.)

A kiválasztó edénytorzseket a test parenchyma-anyagában felismerni nem tudtam, de annál könnyebben megkülönböztethető a fark törzsének középvonalában végig vonuló erős edénytorzs, a mely a két farkág elágazásának kezdetén kivezető hólyagban végződik. E vizedénytorzs fölületét szemecskés plasma borítja, a melyben itt ott parenchyma-sejtek halmozódnak fel.

A fark törzsének és ágainak fölületét vékony kutikula borítja, a mely alatt a bőrízomtömlő két rétege felismerhető s ezeken belül gyéren elszórtan parenchyma-sejtek láthatók, melyek a falazat mentén egy sorba sorakoznak. — Egyetlen példány állott rendelkezésemre, a melyet a Nyassa partján Wiedhafen mellett fekvő egyik tócsából gyűjtött anyagban találtam. (23)

E lárva-alak jellemvonása a sajátágosan elágazott, igen hosszú fark. Hogy miféle Trematoda fejlődésének körébe tartozik e lárva-alak, megállapítani nem tudom; a hasoldali szívókorong hiánya azonban arra enged következtetni, hogy valami *Monostomida*, vagy esetleg *Paramphistomida* Cercariája lehet.

2. Cestoda.

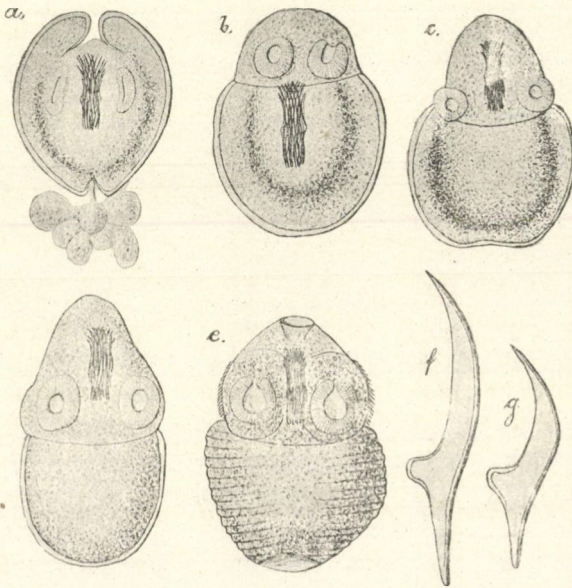
Német-kelet-Afrika faunájából ez idő szerint, tudtommal, még csupán a *Collini*-tól leírt *Plerocercus echicola* volt ismeretes. Vizsgálataim során én *Entomostracák*-ban élősködő két lárvát találtam, melyeknek leírását az alábbiakban nyújtom.

Cercocystis dendrocercus n. larva.

12. ábra a—g.

Vizsgálataim során visszahúzódott és bizonyos fokig kibontakozott példányait egyaránt sikerült megtalálnom. (12. ábra.)

A visszahúzódott cercocystisek cystája majdnem szabályos gömbforma, a tölcsernyílás vége mindig szélesen kerekített, míg a arkvég többé-kevésbé kihegyesedett és közepén a fark

12. ábra. *Cercocystis dendrocercus* n. larva.

a—e a lárva különböző állapotban, f—g rostellaris horgok.

kibocsátására élesen bemetszett. (12. ábra.) Hossza 0·025—0·028 mm; legnagyobb átmérője 0·24—0·26 mm között ingadozik. Főületét meglehetősen vékony, szerkezetnélküli kutikula fűdi, gyűrűs- és hosszirányú izomrétege annyira elmosódott, hogy felismerni nem bírtam; parenchymarétegei közül a külső durvábban szemecskésnek látszik a belsőnél s a kettőnek határa könnyen felismerhető sötétebb színéről. A példányok között csupán egy olyant találtam, a melynek parenchymája mésztetecskéket tartalmazott, a melyek valamennyien tojásformák,

szabálytalanul elszórtak és nagy számuak voltak. A parenchyma két rétegét elválasztó üreg csupán a tölcsernyílás előtt, illetőleg e között és a scolex között volt felismerhető, mert a scolex egészen kitölteni látszik a cysta belső üregét.

A scolex rostellum-részlete mindig annak belsejében pihen, körvonalai egészen elmosódottak és felismerhetetlenek voltak. A rostellaris horgok száma 20 és ezek két koszorúban helyezkednek el; az egyik koszorúban 10 hosszabb, erősebb, a másikban szintén 10 rövidebb, valamivel gyengébb horog helyezkedik el. A nagyobb rostellaris horgok egész hossza 0.095 mm, a kisebbeké ellenben 0.068 mm. Valamennyi horgon az alapi és csücsrészletet könnyen megkülönböztethetjük (12. ábra. *f. g.*); a rövid horgok alapi részlete valamivel szélesebb a hosszabbakénál, de egyúttal rövidebb is, mert a hosszabb horgoké 0.04 mm, a rövidebbeké pedig csupán 0.032 mm. Mindenik horog alaprészlete különben némileg kúpforma, felső szegélye észrevétlenül megy át a csücsrészletbe, egészen egyenes, belső szegélye a csücsrészlet határára erősen kiemelkedett karélyt alkot. (12. ábra *f. g.*) A horgok csücsrészlete sarlóformán, egyenletesen és gyengén görbült, a hosszabb horgoké 0.055 mm, a kisebbeké 0.036 mm hosszú. A horgok bojtforma pamatot alkotnak és apicalis végükkel mindig a cysta tölcser nyílása felé tekintenek. (12. ábra *a.*) A szívó korongok legtöbbször egészen körformák, néha azonban kissé megnyúltak s ilyenkor többé-kevésbé veseformává válnak, fölületük egészen sima, legalább én rajtuk horgocskákat vagy sörtéket nem bírtam észrevenni. (12. ábra *a.*)

A fark igen sajátos szerkezetű, a mennyiben a test parenchymájából vékony kocsány alakjában nyúlik ki s azután fa alakulag elágazik, minden ágnek a végén pedig szemecskés plasma-állományból álló kisebb-nagyobb gömbforma duzzadás ül. (12. ábra *a.*)

A kibontakozott példányok a kibontakozás különböző fokait mutatják (12. ábra *b—c*), valamennyire jellemző azonban általánosságban az, hogy a scolex részben vagy egészen kinyomult a cysta belsejéből. A legfiatalabb, kibontakozott példány scolexe még csak annyira emelkedett ki, hogy a szívókorongok a fölületre és a szabadba jutottak, míg ellenben a horgok

pamata és ezekkel együtt bizonyára a rostellum is, visszamaradt a cysta üregében és ennek parenchymája az eredeti tagolódást mutatja (12. ábra *b*); egész hossza 0·35 mm, legnagyobb átmérője 0·25 mm. A kevással jobban kibontakozott példány scolexe már annyira kinyomult a cysta belsejéből, hogy nem csupán a szívókorongok, hanem a horgok is a fölületre kerültek, a nélkül azonban, hogy a rostellumnak a körvonalai felismerhetővé válnának; a cysta parenchymája még eredeti szerkezetét mutatja; a példány egész hossza 0·34 mm. (12. ábra *c*.) Ehhez a példányhoz nagyon közel áll a 12. *d* ábrán rajzolt, de scolexe még jobban kiemelkedett, hegyesre kerekített kúphoz hasonlít, parenchymája egyformán szemecskés tömeggé módosult; egész hossza 0·39 mm., legnagyobb átmérője 0·24 mm. Valószínűleg a fejlettség legmagasabb fokára jutott a 12. *e* ábrán feltüntetett példány. A kinyomult scolex itt széles kúphoz hasonlít, mely elől elmeteszettnek és tölcsér formán bemélyedtnék látszik, két oldali szegélye a szívókorongok táján ívesen kerekített, finom sörtékkal fedett. A rostellumnak határvonalait felismerni nem bírtam s a horgok bojtforma pamatot alkotnak. A cysta parenchyma-állománya egyformán és finoman szemecskés, fölületén nagyszámú harántredő mutatkozik, mintha rajta a strobilálódás jelentkezne, kerekített hátulsó vége tölcsérszerűen bemélyedtnék látszik. Egész hossza 0·37 mm., legnagyobb átmérője 0·27 mm.

E lárvát a Chumbul-folyóból és a Rikwa-tóból gyűjtött *Diaptomus*okban találtam és összesen 19 példánya állott rendelkezésemre. Legszenbetűnőbb jellemvonása a farknak sajátosságos szerkezete, a mitől nevét is nyerte. Az eddig ismert *Tænia*-félék között legközelebbi rokonának a *Drepanidotænia infundibuliformis*-t tekinthetjük, mert ennek is 20 rostellaris horga van, de horgai hosszabbak, mint amazéi.

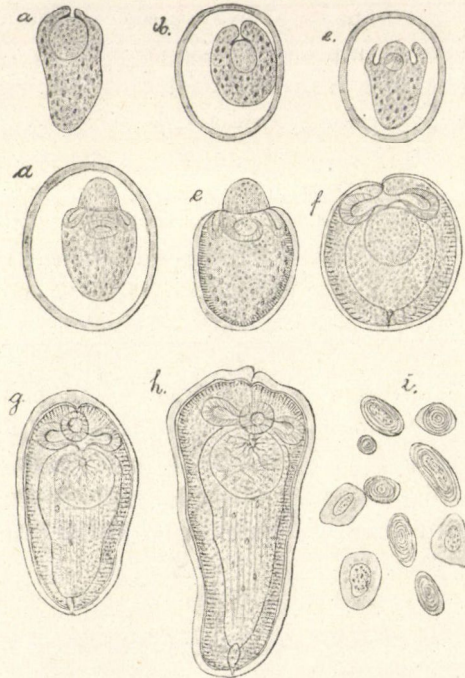
Plerocercus africanus n. sp.

13. ábra. *a*—*i*.

E lárvának 180 példánya állott rendelkezésemre, igen különböző fejlődési stádiumon, különböző nagyságban és formá-

ban, a mely utóbbi körülmény kétségtelenül a konzerválás eredménye.

A legfiatalabb, 0.35—0.44 mm. hosszú és 0.2—0.3 mm. legnagyobb szélességgel bíró példányok nagy részben levélformák és csupasz testűek voltak (13. ábra *a*), de találtak közöttük olyanok is, melyeket testüktől elálló, meglehetősen vas-



13. ábra. *Plerocercus africanus* n. larva.
a—h különböző fejlődési fokok, i méisztestecskek.

tag falú, szerkezet nélküli és síma fölületű cysta zárt körül (13. ábra *b c d*); a cysta mindkét végén egyformán kerekített tojáshoz hasonlítható, hossza 0.45—0.6 mm. és legnagyobb átmérője 0.35—0.45 mm. között ingadozik. Igen valószínűnek tartom, hogy az elálló cysta tulajdonképen nem egyéb, mint az embryonalis burok, a mely a csupasz példányokról a gazdaállatból való kiszedés alkalmával tűnt el, a többi példány testéről pedig esetleg a konzerválás következtében emelkedett le,

mert a fejlettebb példányok valamennyiⁿ a testet közvetlenül megfekvő ugyanilyen vastagságú és szerkezetű burok takarja (13. ábra *e f g h*).

A test parenchyma-anyaga az összes példányokban, a legfiatalabbakban épen úgy, mint a legidősebbekben és legnagyobbakban, sajátos elkülönülést mutat; fő tömege sötétszürkés, durván szemecskés, különböző mennyiségű és szabálytalanul szétszórt mézstestecskéket tartalmaz (13. ábra *a—h*). A test elülső végének közelében, illetőleg a scolex betürődésének helye alatt a visszahúzódtott példányokban egy finoman szemecskés, világos gömb foglal helyet, melynek egy szeletét a scolex többé-kevésbé megfekszi a mindinkább fejlődő szívókorongokkal (13. ábra. *a b c f g h*). Az idősebb példányok e gömbjének anyaga hálózatos szerkezetű és benne kis sötét gömböcske tűnik fel, a melyből minden irányban finom nyujtványok sugároznak ki (13. ábra. *g—h*). A példányok között találtam azonban olyanokat is, a melyeknek a parenchyma-tömegéből e világos gömb hiányzott, illetőleg vagy a cystán belül, vagy azon kívül kinyomult s mintegy rostellumot alkotott, alapján a szívókorongokkal (13. ábra. *d e*).

Az idősebb példányok parenchymája magasabb fokú elkülönülést mutat a fiatalabbakénál, mert fölületét már a cysta alatt könnyen felismerhető vékony kutikula-hártya takarja, a melyen belül a bőrízomtömlőnek gyűrűs és hosszirányú rostjai is elkülönültek (13. ábra. *f g h*). Ezenkívül az idősebb példányokban felismerhető két vizedénytörzs s a test hátulsó végén fekvő kiürítő hólyag is (13. ábra. *f g h*).

A scolex és a szívókorongok a legfiatalabb példányokon a test elülső végén, a világos gömb előtt betürődés következtében létrejött kis csatornának a falazatából fejlődnek, a mely a világos gömbön kissé megvastagodik és átlátszatlaná válik. (13. ábra. *a b*). E betürődésnek a világos gömböt megfekvő, eleinte egymásra boruló két rétege lassanként kezd egymástól eltávolodni és e mellett vastagodni, minek következtében a szívókorongok kialakulnak (13. ábra. *c f g h*). A szívókorongok ürege állandóan közlekedik a betürődés lumenével, de a kivezető csatorna lassanként elzárul.



A szívókorongok szemben tekintve egészen körformájúak (13. ábra. *g h*), míg oldalról vastag falai tömlőkhöz hasonlítanak, a melyeknek bejárata megszűkül és falazata átmegey a scolex betűrődésének falazatába, de egyúttal megfekszki a világos parenchyma-gömb fölületét is (13. ábra. *f g h*).

A parenchymában fekvő mésztetestcskék száma, alakja és mekkorasága igen tág korlátok között változik. A fiatalabb példányokban gyakran annyi a mésztetestcske, hogy parenchymájuk egészen sötét, átlátszatlan, az idősebb példányokban vagy nincs mésztetestcske, vagy pedig csak nagyon kevés (13. ábra. *f g h*). Megjegyzésre méltó különben az, hogy a finoman szemecskés, világos parenchyma-gömb anyagában mésztetestcskék soha sincsenek. A mésztetestcskék ritkábban korong, gyakrabban tojás alakúak, vagy szabálytalan sokszögletűek (13. ábra. *i*); vannak közöttük olyanok, melyeknek anyaga körkörösén rétegzett, de találkoznak olyanok is, melyeknek szemecskés központi magjuk és rétegzett, vagy egynemű periferiás állományuk van. A legkisebb mésztetestcske átmérője 0·008—0·01 mm., a legnagyobbak hossza 0·023 mm. és átmérője 0·012 mm.

A példányok mekkorasága és alakja igen változik, a mi bizonyára az összehúzódottság fokától függ. A fejlődöttebb, illetőleg az idősebb példányok két fő formáját találtam, nevezetesen igen gyakoriak a többé-kevésbbé gömbbé húzódottak s ezeknek hossza 0·38—0·67 mm. és átmérőjük 0·35—0·55 mm. között ingadozik. De meglehetősen gyakoriak a megnyúltak, többé-kevésbbé tojás- vagy nyelvformák is, a melyeknek hossza 0·77—1·5 mm. között változik, legnagyobb átmérőjük pedig 0·4—0·54 mm.

A rendelkezésemre állott összes példányokat a Rikwa-tó víztömegét népesítő *Diptomusokból* gyűjtöttem, különösen gyakoriak a *Diptomus africanus* fajban, a melynek bélesatornája fölött fekszenek és jelenlétükkel az ivarszervek tönkremenetelét eredményezik.

Hogy az előzőekben leírt *Plerocercus* miféle *Cestodának* a lárvája, az ezidőszerint természetesen nyílt kérdés, az azonban mindenesetre kétségtelen, hogy állandó gazdájának valami vízi, vagy a vízben is élő gerincesnek kell lennie. Igen jellemző máskülönben e lárvára a rostelláris horgak teljes hiánya s e

tekintetben elüt az Entomostrakákból eddig ismert összes *Cestoda*-lárváktól.

3. Nemathelminthes.

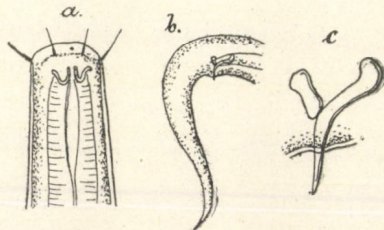
Német-Kelet-Afrika faunájából, tudtommal, még eddig csupán COLLIN A. feljegyzései alapján ismeretes egy élősködő *Fonálféreg*, az *Ascaris spiculigera* Rud., a melyet egy pelikán gyomrából említ a nevezett bűvár. Ezen kívül azonban az említett bűvár a Victoria-Nyanza-tó plankton-anyagában talált egy szabadon élő *Nematoda*-fajról is tesz említést, de a melynek még a genusát sem jelöli meg. BARROIS TH. az Acores-szigetekről a *Dorylaimus stagnalis* Duj. fajt jegyezte fel. Én vizsgálataim során szabadon élő 5 genusból az alább következő 18 fajt figyeltem meg.

Monhystera Fülleborni n. sp. 1.	Cephalobus uncatius n. sp. 13.
" vulgaris d. MAN. 9.	Dorylaimus Bastiani BÜTSCH. 18.
Trilobus pellucidus BAST. 18. 17.	" elegans d. MAN. 18.
Monhystera similis BÜTSCH. 22.	" filiformis BAST. 13.
5 Trilobus graciloides n. sp. 3.	" africanus n. sp. (18).
Mononchus tenuis n. sp. 1.	" limnophilus d. MAN. 16.
" macrostoma BAST. 23.	" pachydermis n. sp. 18.
Plectus africanus n. sp. 18.	" macrolaimus d. MAN. 3.
Cephalobus brachyuris n. sp. 13.	9. 22. 23. 25.
10 Cephalobus palustris n. sp. 16.	

Monhystera Fülleborni n. sp.

14. ábra. a—c.

Teste elől csak igen kis mértékben, hátul ellenben erősen vékonyodik. A szájnylás egész körülete síma, de a szegélytől nem nagy távolságban 6, meglehetősen finom sörté emelkedik (14. ábra. a). A szájüregben az oesophagus elején V-formán görbült kutikula-képletek vannak s ezek a fajnak egyik feltűnő ismertető bélyege gyanánt szerepelnek. Az oesophagus hátrafelé fokozatosan vastagodik, de bulbust nem alkot.



14. ábra. *Monhystera Fülleborni* n. sp. a ♂ fejeve, b ♂ farkvége, c ♂ spiculum.

A test kutikulájának mindenik rétege síma, gyűrűzetlen és egyúttal sörtétlen.

A fark az alfelynyílástól kezdve fokozatosan és egyenletesen vékonyodik, végsőcsúsa kissé duzzadt s így bunkósnak látszik (14. ábra. *b*).

A spikulumok sarlóformán erősen görbültek, mellettük oszlopforma mellékspikulum van, mely a görbülés táján látszik izesülni (14. ábra. *c*); præanalis papillák nincsenek.

Egyetlen hím példányát találtam meg a Nyassa-tó plankton-anyagában (1.) (6.) s ennek méreti viszonyai a következők:

Egész hossza	—	—	—	—	1	mm.
Garat hossza	—	—	—	—	0.29	mm.
Fark hossza	—	—	—	—	0.16	mm.
Legnagyobb átmérő	—	—	—	—	0.05	mm.

E faj, melyet gyűjtőjének, DR. FÜLLEBORN F.-nek tiszteletére neveztem el, a spikulumok szerkezete s a mellékspikulumok helyzete tekintetében nagyon emlékeztet a *Monhystera microphthalmia* d. M. és *Monchyst. macrura* d. M. fajokra, de eltér ezektől szájüregének kutikula-képleteivel, valamint mellékspikulumainak szerkezetével.

Trilobus graciloides n. sp.

15. ábra. *a—d*.

Teste előfelé csak igen kis mértékben, hátrafelé ellenben erősen vékonyodik. Kutikulájának minden rétege síma, illetőleg gyűrűzetlen.

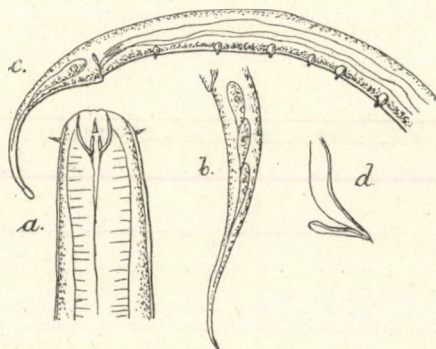
A szájnyílás szegélye egészen síma, rajta sem karélykák, sem tüskék nincsenek, de a szájszegélytől kis távolságban a genusra jellemző rövid, erős tüskék emelkednek (15. ábra. *a*). A garatüreg falazatát erős, sarlóformán görbült kutikula-pálczikák bélelik ki, melyek elülső végükkel csaknem a szájnyílásig érnek; a tőlük körülzárt terület közepén két kis egyenes pálczika emelkedik egymás közelében és egymással, valamint a test hossz tengelyével is párhuzamosan (15. ábra. *a*). Az oesophagus elülső vége valamivel vastagabb, mint a hátulsó.

A női ivarszerv páros petefészkekből és petevezetékekből áll; a női ivarnyílás a test közepén fekszik.

A here az oesophagus hátulso végétől nem nagy távolságban fekszik.

A fark mindkét ivaregyéne egyforma alakú, de a hímé sokkal rövidebb; belsejében három mirigy fejlődött ki, végsőcsúca gyengén bunkósodott (15. ábra. *b. c.*).

A hím hasoldalán 6 praeanalis papilla fejlődött ki, a melyek egymástól csak egyforma távolságra, illetőleg egymástól



15. ábra. *Trilobus graciloides* n. sp.

a ♀ fejrége, *b* ♀ farkvége, *c* ♂ farkvége, *d* ♂ spiculum.

csak annyira fekszenek, mint a leghátulso az alfelnyíláshoz (15. ábra. *c.*).

A spikulumok gyengén sarlóformán görbültek és mellettük ékforma mellékspikulum van (15. ábra. *d.*).

Több hím és nőtény példány állott rendelkezésemre, melyeknek méreti viszonyai a következők:

	nőtény	hím
Egész hossza	1.85—1.9 mm.	1.9 mm.
Garat hossza	0.4—0.43 mm.	0.4 mm.
Fark hossza	0.26 mm.	0.16 mm.
Legnagyobb átmérő	0.08 mm.	0.05 mm.

Termőhelyei: a Rikwa-tó mocsaras partja (3) és a Mbasi-folyó csendes öble (10).

E faj külső habitusa tekintetében nagyon hasonlít a *Trilobus gracilis* Bast. fajhoz, különösen pedig abban, hogy a hímnak 6 praeanalis papillája van; de eltér tőle szájszegélyének és garatüregének szerkezetében, továbbá abban, hogy elülső testvégén csupán 6 rövid, erős tüske emelkedik.

Mononchus tenuis n. sp.

16. ábra. a—c.

Teste mindkét vége felé vékonyodik s a garat végétől az alfelnylásig majdnem egyforma vastag. Kutikulájának külső rétege síma, a középső ellenben finoman gyűrűzött; a fark hasoldalán két erős sörte emelkedik.

A szájnylás szegélye síma, sem lebenyekre nem tagolódott, sem papillákat nem visel, hanem ezek helyett tőle kis távolságban 6 finom sörte fejlődött ki



11. ábra.

Mononchus tenuis n. sp.

a ♂ fejevége, b ♂ farkvége,

c ♂ spiculum.

(16. ábra. a). A garatüregben, illetőleg a szájnylás és a garat elülső vége között két kutikula-pálczika emelkedik egymással és a test hossz tengelyével párhuzamosan (16. ábra. a). Mindenik kutikula-pálczika szájfelőli vége befelé görbült és bunkóban végződik, garatfelőli harmadában pedig kis kiemelkedést visel, úgy, hogy egészben véve némileg pisztolyhoz hasonlít (16. ábra. a). A garat hátrafelé fokozatosan vastagodik, de bulbust nem alkot.

A bélesatorna falazatában a sejtek körvonalait felismerni nem bírtam.

A here a test elülső harmada mögött ered.

A fark az alfelnylástól kezdve fokozatosan és egyenletesen vékonyodik, gyenge bunkóban végződik, belsejében három hosszú, körteforma mirigyet különböztethetem meg. Az alfelnylás előtt a hasoldalon 11 praeanalis papilla sorakozik egymástól

egyenlő távolságban, de az utolsó majdnem kétszer oly távolban fekszik az alfelyilástól, mint az utána következőtől (16. ábra. *b*).

A spikulumok sarlóformán gyengén görbültek, aránylag igen hosszúak, a mennyiben az első praeanalis papilláig nyúlnak. A mellékspikulumok jól fejlettek, hasonlítanak a főspikulumokhoz, de sokkal rövidebbek (16. ábra. *c*).

Egyetlen him példány állott rendelkezésemre, a melynek méretí viszonyai a következők:

Egész hossza	1·25 mm.
Garat hossza	0·27 mm.
Fark hossza	0·17 mm.
Legnagyobb átmérő	0·05 mm.

Termőhelye: Iszap a Nyassa-tóból 200 mtr. mélységből (1).

A genus eddig ismert fajaitól legfőképen szájüregének szerkezetével és praeanalis papilláival különbözik, de egyik jellemvonása a középső kutikula-réteg gyűrűzöttsége is.

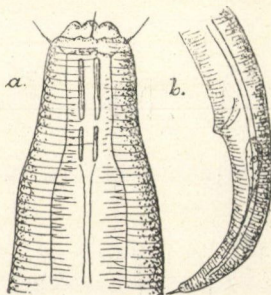
Plectus africanus n. sp.

17. ábra. *a—b*.

A test előfelé csak igen kis mértékben, míg ellenben az alfelyilástól kezdve hátrafelé erősebben vékonyodik.

A testet takaró kutikula külső rétege sima, gyűrűzetlen, sörtéket csupán a szájnyílás alapján visel; a középső kutikularéteg finoman gyűrűzöttnek látszik. A test hosszában éles oldalvonal mutatkozik.

A szájnyílás körül 6 kis ajakkarély emelkedik, a melyeknek alapján egy-egy meglehetősen hosszú és erős söрте ül (17. ábra. *a*). A garatüregben két pár kutikula-pálczikát tudtam megkülönböztetni, melyek közül a szájnyílás felé fekvő pár hosszabb, kétakkora, mint a garatbulbus felé fekvő pár; mindkét pálczikapár kü-



17. ábra.

Plectus africanus n. sp.

a ♀ fejbége, *b* ♀ farkvége.

lönben a test hossz tengelyével párhuzamosan és egymás-

sal egy vonalban fekszik (17. ábra. *a*). A garat a hátulsó pálczikapártól kezdve a bulbusig csaknem mindenütt egyforma vastag; a bulbus aránylag kicsiny, hosszabb, mint a mekkora a legnagyobb átmérője. A gyomor falzatának sejtjei jól felismerhetők. A csirafészkek párosak s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik.

A fark aránylag rövid, distalis vége felé fokozatosan vékonyodik ugyan, de azért végsőcsúsa aránylag vastag, kerekített és egy kis tüskét visel (17. ábra. *b*). A fark belsejében, a végbélnyílás mögött mirigyét tudtam megkülönböztetni.

Egyetlen nőstény példány került birtokomba, melynek méreti viszonyai a következők:

Egész test hossza	— — —	1.24 mm.
Garat hossza	— — —	0.3 mm.
Fark hossza	— — —	0.14 mm.
Legnagyobb átmérő	— —	0.05 mm.

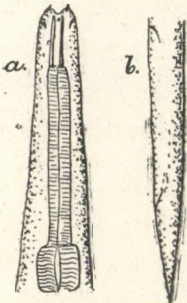
Termőhelye: Kilima-Ndjaró (18).

Az eddig ismert fajok közül szájnilyásának szerkezetével és farkának alakjával a *Plectus cirratus* Bast-ra, szájúregének pálczikáival pedig a *Plectus palustris* d. M.-ra emlékeztet.

Cephalobus brachyuris n. sp.

18. ábra. *a—b*.

Teste előfelé csak kis mértékben, hátrafelé az alfelynyílás mögött ellenben feltűnőbben vékonyodik.



18. ábra. *Cephalobus brachyuris* n. sp.
a ♀ fejevége, *b* ♀ farkvége.

A testet borító kutikula mindenik rétege síma, gyűrűzetlen, sörtéket sehol sem visel, de a száj alapján tölcserforma, sajátos oldalszervek mutatkoznak (18. ábra. *a*).

A szájnilyás körül ajakkarélyok látszanak, a melyek kerekített szabad csúcsukon egy-egy kis papillát viselnek (18. ábra. *a*). A szájúregben két hosszú, egymással s a test hossz tengelyével párhuzamos kutikulapálczikát tudtam megkülönböztetni, melyek belső végükkel a garat elejéig nyúlnak le. (18.

ábra. a). A garat közepén négyszögletű, erős falazatú előbulbus fejlődött ki, a mely egyik jellemvonása e fajnak. A hátulsó bulbus majdnem gömbforma, hátul kis kocsányban folytatódik. A gyomor falazatának sejtjei nem ismerhetők fel.

A női ivarszerv egy csirafészekből s a hozzátartozó mellék-szervekből áll; a női ivarnyílás a test hátulsó harmada mögött fekszik.

A fark hegyesen végződik, törforma, hát- és hasoldali szegélye egyformán lejtősödött (18. ábra. b).

Két nőtény példány állott rendelkezésemre, a melyeknek méreti viszonyai a következők:

Egész test hossza	— — —	0·77 mm.
Garat hossza	— — —	0·19 mm.
Fark hossza	— — —	0·1 mm.
Legnagyobb átmérője	— —	0·04 mm.

Termőhelye: Jippe-tó (13).

A genus többi fajától garatjának előbulbusa alapján könnyen megkülönböztethető; farkának alakjával különben emlékeztet a *Cephalobus vexillifer* d. M. fajra.

Cephalobus palustris n. sp.

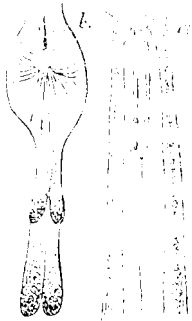
19. ábra.

Teste mindkét vége felé erősen vékonyodott, de hátrafelé mégis feltünőbbben, mint előfelé.

A testet borító kutikula külső rétege síma, gyűrűzetlen, míg ellenben a középső réteg észrevehetően gyűrűzött. A szájnnyílás alapján körben hat sörte emelkedik s ezenkívül körforma oldalszervet is megkülönböztethettem (19. ábra).

A szájnnyílás egyszerű, szegélye ép. A szájn-, illetőleg garat-üregben 3 pár kutikulaképletet különböztethettem meg, nevezetesen két pár pálczikát és egy pár gömbölyű testecskét (19. ábra). A pálczikapárok közül a szájnnyílás felé fekvő háromszor oly hosszú, mint a bulbus felé tekintő, hengeres felei egymással s a test hossz tengelyével párhuzamosan fekszenek. A gömbölyű

kutikula-testecskék a két pálczikapár közé ékelődtek be részarányosan. A belső két kutikulapálczika egymással és test hossz tengelyével párhuzamosan, az előbbeniekkel egy vonalban fekszenek (19. ábra). A garat hátrafelé kissé vastagodik, bulbosa jól fejlett, némileg ellipsziforma, hosszabb, mint a mekkora a legnagyobb átmérője, hátulsó végén igen hosszú kocsányban folytatódik, a mely két keskeny tömlőforma mirigypárból állónak látszik. A gyomor falzatát alkotó sejtek határvonalait felismerni nem bírtam.



19. ábra. *Cephalobus palustris* n. sp.
a ♀ fejevége, b ♀ garatvége.

A női ivarszerv páratlan s az ivarnyílás a test hátulsó harmadában fekszik.

A fark az alfelynyilástól kezdve fokozatosan és erősen vékonyodik, distalis csúcsa hegyes.

Egyetlen nőtény példány állott rendelkezésemre, a melynek méreti viszonyai a következők:

Egész test hossza	— — —	2·25 mm.
Garat hossza	— — —	0·32 mm.
Fark hossza	— — —	0·2 mm.
Legnagyobb átmérője	— —	0·05 mm.

Termőhelye: Bura-mocsár (16).

A genus eddig ismert fajaitól száj-, illetőleg garatüregének kutikulaképletei alapján könnyen megkülönböztethető.

Cephalobus uncatu n. sp.

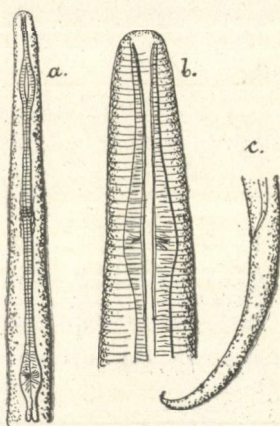
20. ábra. a—b.

Teste előfelé kis mértékben, hátrafelé erősebben vékonyodik, az ivarnyílás táján legvastagabb.

A testet borító kutikula külső rétege sima, gyűrűzetlen, míg ellenben a középső réteg gyűrűzöttnek látszik.

A szájnnyílás egyszerű, körületén sem karélyok, sem papillák, sem sörték nincsenek. A száj-, illetőleg garatüregben

elkülönült kutikulaképleteket megkülönböztetni nem bírtam, hanem ezek helyett a garat elejének belső falát vastag kutikularéteg fõdi (20. ábra. a). A garat elején megnyúlt, orsóforma elõbulbus különült el, a melynek belső üregét vastag kutikularéteg fõdi. Az elõbulbustól kezdve a garat hátrafelé kis mértékben vastagszik; a hátulsó bulbus némileg ellipsisforma és meglehetõs hosszú kocsányban folytatódik (20. ábra. a). A gyomor falazatán a sejtek határvonalait felismerni nem bírtam.



20. ábra.

A nõi ivarszerv páratlan, a csirafészek zárt csúcsával elõfelé tekint, az ivarnyílás a test közepe táján fekszik.

A fark az alfelnylástól kezdve fokozatosan vékonyodik, végsúcса kissé kerekített és kis karomforma kutikulafüggelékkel visel (20. ábra. c).

Egyetlen nõstény példány állott rendelkezésemre, a melynek méreti viszonyai a következők:

Egész test hossza	--- --	1.4 mm.
Garat hossza	--- --	0.35 mm.
Fark hossza	--- --	0.2 mm.
Legnagyobb átmérő	--- --	0.05 mm.

Termőhelye: Jippe-tó (13).

A genus eddig ismert fajaitól legfőképen garatjának szerkezete és a farka végén emelkedő karomszerű kutikulafüggelék alapján különböztethető meg.

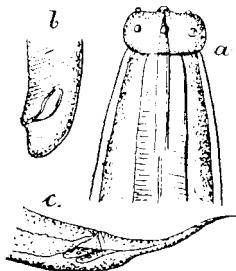
Dorylaimus africanus n. sp.

21. ábra. a—c.

A nõstény teste az alfelnylás mögött erősen vékonyodik, elõl a vékonyodás kisebb fokú; a hím teste csak elõl vékonyodott.

A testet borító kutikula mindenik rétege síma, gyűrületlen, sörtéket nem visel. Az odalvonal feltűnő széles, azonnal szembeötlik.

A száj körületét éles befűződés választja el a test többi részétől, szabad szegélyén 6 kis papilla emelkedik, ezeknek során belül pedig 6 nagyobb papilla van (21. ábra. *a*). A garattüske hegyes csúcsú. A garat elülső felében sokkal vékonyabb, mint a hátulsóban, hátulsó vége felé fokozatosan vastagodik, de bulbust nem alkot. A gyomor falazatát alkotó sejtek körvonalait észrevenni nem bírtam.



21. ábra. *Dorylaimus africanus* n. sp.
a ♀ fejevég, *b* ♂ farkvég,
c ♀ farkvég.

A női ivarszerv páros; a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik és alatta egy kis papilla emelkedik, a mely e fajnak egyik legfeltűnőbb jellemvonása.

A hím ivarszerve a test elülső harmadának közelében kezdődik. A spiculumok kis mértékben sarlóformák ugyan, de feltűnő szélesek; mellékspiculumok nincsenek (21. ábra. *c*).

A nőtény testének hátulsó vége az alfelnylástól nem nagy távolságban feltűnően vékonyodni kezd és hegyesen végződik (21. ábra. *b*).

A hím farka igen rövid, hasoldali szegélye az alfelnylás mögött kissé mélyedt, csúcsa meglehetősen hegyesen kerekített (21. ábra. *c*). A nőtény farkában a végbél mögött mirigysejtek és sugaras izomrostok láthatók (21. ábra. *b*).

A rendelkezésemre állott egy nőtény és két hím példány méreti viszonyai a következők:

	nőtény	hím
Egész test hossza	2·1 mm.	1·6—1·8 mm.
Garat hossza	0·4 mm.	0·3 mm.
Fark hossza	0·15 mm.	0·02 mm.
Legnagyobb átmérő	0·07 mm.	0·06 mm.

Termőhelye: Kilima-Ndjaro (18).

E faj szájkörületének szerkezetével nagy mértékben emlé-

keztet a *de Man.*-féle *Dorylaimus coronatus*-fajra, de eltér tőle a nőstény farkának szerkezetével, a női ivarnyílás mögött fekvő papillájával és méreti viszonyaival. Ezenkívül a *Dorylaimus coronatus* *d. Man.* földben élő faj.

Dorylaimus pachydermis n. sp.

22. ábra.

Teste aránylag meglehetősen vastag, csupán előfelé vékonyodik kis mértékben, míg hátul valamicskével vékonyabb, mint közepe táján.

A testet borító kutikula rétegei símák, gyűrűzetlenek, a külső réteg feltűnően vastag, átmérője átlag 0.008—0.016 mm.

A szájnylás szegélyén öbolszerű mélyedéseket különböztethettem meg, a melyek azonban a kissé behúzott szegélypapillák körvonalai is lehetnek (22. ábra.). A száj körületét gyűrűs befűződés választja el a test többi részétől és rajta oldal-papillák nincsenek.

A garattüske meglehetősen erős, hegyes, belső kétharmadát három gyűrű övedzi. A garat hátrafelé fokozatosan vastagodik, bulbust nem alkot. A gyomor falazatát alkotó sejtek határvonalait nem bírtam felismerni.

A here a test elülső harmada közelében ered. Az alfel-, illetőleg ivarnyílás a test hátsó vége közelében fekszik, előtte 18 kis praeanalís papilla emelkedik egymástól egyenlő távolságban, de a legutolsó csaknem kétszer oly távol fekszik az alfelnyílástól, mint ez a test hátsó végétől. A spiculumok szélesek, sarlóformán kis mértékben görbültek; mellékspiculumok nincsenek. A fark igen rövid, hasoldali szegélye egyenes, végsúcsa meglehetősen tompán kerekített.

Egyetlen hím példány állott rendelkezésemre, a melynek méreti viszonyai a következők:



22. ábra.
Dorylaimus pachydermis n. sp.
♀ fejevége.

Egész test hossza	— — — —	3	mm.
Garat hossza	— — — —	0·6	mm.
Fark hossza	— — — —	0·07	mm.
Legnagyobb átmérő	— — — —	0·11	mm.

Termőhelye : Kilima-Ndjaro (18).

A genus eddig ismert fajaitól kutikulájának feltűnő vastagsága és szájszegélyének szerkezete alapján különbözik.

Az előzőkben felsorolt és ismertetett szabadon élő *Nematoda*-fajok földrajzi elterjedésük tekintetében két csoportra oszthatók, nevezetesen 1. olyanokra, a melyek Afrika-, illetőleg Német-Kelet-Afrika területein kívül egy-két más világrészből is ismeretesek és 2. olyanokra, a melyek még eddig csupán Afrika-, illetőleg Német-Kelet-Afrika területéről ismeretesek s e csoportok körében a következőleg oszlanak meg:

1. Afrikán kívül más világrészekből is ismert fajok.

<i>Monchystera vulgaris</i> d. M.	5 <i>Dorylaimus Bastiani</i> BÜTSCH.
<i>Monchystera similis</i> BÜTSCH.	<i>Dorylaimus elegans</i> d. MAN.
<i>Trilobus pellucidus</i> BAST.	<i>Dorylaimus filiformis</i> BAST.
<i>Mononchus macrostoma</i> BAST.	<i>Dorylaimus limnophilus</i> d. MAN.
	<i>Dorylaimus macrolaimus</i> d. MAN.

2. Még eddig csupán Német-Kelet-Afrikából ismert fajok.

<i>Monchystera Fülleborni</i> n. sp.	5 <i>Cephalobus brachyuris</i> n. sp.
<i>Trilobus graciloides</i> n. sp.	<i>Cephalobus palustris</i> n. sp.
<i>Mononchus tenuis</i> n. sp.	<i>Cephalobus uncutus</i> n. sp.
<i>Plectus africanus</i> n. sp.	<i>Dorylaimus africanus</i> n. sp.
	<i>Dorylaimus pachydermis</i> n. sp.

E csoportok adatainak egybevetése arra az eredményre vezet, hogy Afrika-, illetőleg Német-Kelet-Afrika mikrofaunájából ugyanannyi nagyobb földrajzi elterjedéssel bíró faj ismeretes, mint a mekkora az eddig csupán Német-Kelet-Afrikából leirtaké. Ezekből az adatokból azonban általános érvényű következtetést nem vonhatok még Német-Kelet-Afrika szabadon élő *Nematodaira* sem, annál kevésbbé az egész Afrikáéira, mert kétségtelennek tartom, hogy további idevonatkozó intensiv vizs-

gálatok a fenti két csoportnak adatait lényegesen meg fogják változtatni. Annyit azonban mindemellett is konstatálni bátorodom, hogy Afrika és Német-Kelet-Afrika mikrofaunájának számos saját szabadon élő *Nematoda*-fajának kell lennie.

4. Acanthocephali.

E csoportnak Afrika-, illetőleg Német-Kelet-Afrika faunájából még eddig egyetlen képviselője sem volt ismeretes s én is vizsgálataim során csupán egy érdekes, az alábbiakban ismertetett lárvját találtam meg.

Echinorhynchus sp. lárva.

23. ábra.

A test fordított tojásforma, hengeres, elől tompábban, hátul hegyesebben kerekített, két oldala meglehetősen íves lefutású.

A testet borító kutikula finoman gyűrűzöttnek látszik, mintegy 0.004 mm. vastag, fölületén sem horgok, sem tüskék nincsenek, a test elején az orrmánytáska befelé tőrődésénél, valamint a test hátulsó végén az ivarnyílás bemélyedésénél rajta hosszirányú rostok mutatkoznak (23. ábra.).

A test falazatát igen vastag izomréteg alkotja, a melynek tömegét csupán finom hosszirányú rostok alkotják, átmérője közepe táján átlag 0.023 mm.; a test két végén vékonyabbnak látszik s a testüreg felőli határán az orrmánynyílástól az alfelnyílásig terjedő éles határvonala van, a mely valószínűleg kutikulahártya (23. ábra.).

Az izomfalazatban egymástól csaknem egyenlő távolságban mindkét oldalon négy-négy, illetőleg összesen négy pár sajátos szövet különböztethetem meg (23. ábra.). A test elülső és hátulsó végének közelében fekvő két pár egymáshoz meglehetősen hasonlít, míg a két középső pár lényegesebb különbsége-

23. ábra. *Echinorhynchus* lárva.

ket mutat. A test elülső vége közelében fekvő második pár kissé görbült, keskeny tömlőhöz hasonlít, hosszában fekszik s egyik végével előfelé, a másikkal hátrafelé tekint; elülső vége zárt, kerekített és szemecskés plasmaudvarral környékezett, hátulsó vége nyitott, ellipszis alakú, kiszélesedett, némileg tölcsérré emlékeztet és körületén szintén finoman szemecskés plasma van. A harmadik, illetőleg a hátulsó középső pár az előbbentől nemcsak alakjával, hanem egyúttal fekvésével is különbözik; ez ugyanis az izomfalazatban nem hosszában, hanem harántul fekszik olyformán, hogy nagyobb része a test üregébe nyomul be s csak kisebb része marad az izomfalazatban (23. ábra), egészben véve némileg S-formán görbült, befelé keskenyedő és hegyesen végződő tömlőhöz hasonlít, az izomfalazatban fekvő vége nyitott, szemecskés plasmától körülvett. E szervpárok véleményem szerint nem lehetnek egyebek nephridiumoknál és páros elhelyezésük egészen a szelvényiszervekre emlékeztet; finomabb szerkezetüket azonban megfigyelnem nem sikerült.

A test üregében mindenekelőtt feltűnik az orrmánytáska, a mely a test elülső végén betürődve és erősen görbülve kevéssel a test közepén túl terjed le, hátulsó vége kerekített, belsőjében kétféle kutikulahorgot különböztethettem meg, még pedig elülső negyedében rövid, erősen görbülteket, közepe táján egy pamatban hosszabb törformákat (23. ábra.).

Az orrmánytáska nyílásától kiindulólág kétoldalt némileg tömlőhöz hasonló két mirigyszerű szervet különböztethettem meg, a melyek valószínűleg lemniscusokká fejlődnek.

A hátoldalon, az orrmánytáska mélyedésében szürkésen szemecskézett test fekszik, a mely nem más, mint a nagy idegdúc (23. ábra).

A hasoldalon, bizonyos fokig az orrmánytáska közepe tájától hátulsó végéig két nagyocska csirafészkek fekszik egymás végtében, melyek közül az elülső részben az idegdúc alá is terjed, míg a hátulsó kevéssel meghaladja az orrmánytáska hátulsó végét (23. ábra). A hátulsó csirafészkekhez világosabb gömbforma test csatlakozik, a melyből bizonyára a petevezeték tölcsére fejlődik ki (23. ábra), s ezzel egy vastagfalú vezeték függ össze, a mely nem lehet egyéb, mint a petevezeték és két

oldalán egy-egy tömlőforma mirigy ül, melyek az ivarnyílásnál látszanak végződni (23. ábra.).

A test hossza 0·29 mm., legnagyobb átmérője 0·2 mm.

Ezt az érdekes állatkát az Ikapó-tóból (5) gyűjtött anyagból származó *Cypridopsis costata* Vávr. nevű Ostracodában találtam egyetlen példányban. Hogy a genus melyik fajának lehet a lárvája, azt megállapítani természetesen nem lehet. Érdekessé teszi különben e lárvát meglehetősen magas fejlettségi fokot mutató szervezettsége, különösen pedig a nephridiumokra emlékeztető szerveinek jelenléte s az orrmánynak kétféle horga.

5. Gastrotricha.

Az Afrika édesvízi mikrofaunájában tenyésző *Gastrotricha*-kra vonatkozólag még eddig csupán két bűvár, névszerint BARROIS TH. és COLLIN A. nyújtott néhány adatot, még pedig az első az Acores-szigetéről, az utóbbi Német-Kelet-Afrikából. Valószínű, hogy e csoport Afrika területén meglehetősen nagy elterjedtségnek örvend, mert én vizsgálataim során a következő 5 fajtát találtam meg:

Lepidoderma squamatum Duj. 22.	Chaetonotus formosus Stok. 22. 25.
“ hystrix n. sp. 22.	“ pusillus DAD. 9.
5 Gossea pauciseta DAD. 22.	

Lepidoderma hystrix n. sp.

A test egészben véve pálczikaforma, elöl és hátul alig észrevehetően vékonyodott, a villa-függelékekkel együtt 0·45—0·5 mm., ezek nélkül pedig 0·34 mm. hosszú, átmérője elöl 0·05 mm., közepe táján 0·06 mm.

A fej háromkarélyosnak látszik, a középső karély sokkal nagyobb a két oldalsónál, a melyek kis halmok alakjában mutatkoznak és mögöttük a nyak eleje kissé öblösödött. A fejet erős kutikulalemez borítja sisakszerűen, a mely különösen az állatka oldalfekvése alkalmával tűnik szembe észrevehetően, hossza 0·06 mm.

A test hátulsó vége erősen bemetszett s e bemetszés vá-

lasztja el egymástól a két villafüggelék alapját. A villafüggelékek 0·11 mm. hosszúak, ostorformák, aránylag vékonyak, egyenesen hátra és kissé kifelé irányúlnak, 15 ízre tagolódottnak látszanak, a proximalis ízek rövidebbek és vastagabbak, a distalisak hosszabbak és fokozatosan vékonyodnak.

A testet takaró kutikula úgy a háton, valamint az oldal falakon és a hason is egyneműnek látszik, illetőleg sem pikkelyekre, sem gyűrűkre nem tagolódott, de a fejtől kezdve a háton és a két oldalon hátrafelé fokozatosan hosszabbodó tüskékkel borított, a melyek némileg harántsorokban, de olyformán helyezkednek el, hogy két sornak tüskéi egy-egy szabályos rhombusnak a csúcsaiba esnek. A fejen és nyakon emelkedő tüskék csupán 0·004 mm. hosszúak, csaknem egyenesek, míg a hátrább fekvők fokozatosan vastagodnak és hosszabbodnak, úgy, hogy a hátúlsó tüskék legnagyobb része már 0·007 mm. hosszú s ezek egyúttal kissé ívesen hajlottak. A tüskék alapján a kutikula mindig vastagabb, mint egyebütt, de azért, mint említettem, lemezekre mégsem tagolódott, mert a tüskék vastagabb alapja vékonyabb kutikulahártyába megy át.

A hasoldalon a szájnylás közelében a jellemző két hosszú, tapintó sörtepmat emelkedik. Az egész hasoldalt, a mennyire azt megfigyelnem sikerült, igen finom csillangók fődik, de hogy mindenütt elszórtan, vagy pedig két hosszszámban helyezkednek-e el, megállapítani nem bírtam.

A szájsző meglehetősen rövid, a mennyiben falazatának kutikulapálczikái 0·01 mm.-nél nem hosszabbak, s a száj átmérője 0·015 mm.

Az œsophagus hátrafelé kissé vastagodik, 0·08 mm. hosszú, falazata harántfekvésű sejtekből áll, legnagyobb átmérője 0·025 mm.

A bélsatorna hátrafelé erősen vékonyodik, egyenes lefutású, falazatának sejtjeit nem bírtam felismerni.

Termőhelye: tócsa Langenburg mellett (22), a honnan összesen négy példány állott rendelkezésemre, melyek közül hármat mikroskopi præparatumban állandósítottam.

E faj a genusnak eddig ismert fajai közül villájának szerkezetével a *Lepidoderma rhomboides* Stok., *Lepid. Birói* Dad.,

Lepid. (Ichthydium) Entzii Dad. és *Lepid. elongatum*. Dad. fajokra emlékeztet, de mindeniktől különbözik abban, hogy testtakarója pikkelyekre nem tagolódott. A test kutikulájának tüskézetttségével egyezik e faj a *Lepidoderma (Ichthydium) Entzii*-vel és a *Lepidod. elongatum*-mal, a melynek gyűrűzött kutikuláján mostani összehasonlító tanulmányaim alkalmával erősen lesimuló apró tüskéket ismertem fel, a melyeket korábban a kutikula vonalacskaínak néztem volt.

VIII. Rotatoria.

Az Afrika édesvízi mikrofaunáját népesítő *Rotatoriák*: tanulmányozásával aránylag elég sok bűvár foglalkozott, kiknek a sorozatát EHRENBERG C. G. kezdi meg 1829-től 1838-ig megjelent dolgozataival, de még csak csekély számú fajt jegyez fel legnagyobb részt Dongolából, egyet-egyét Egyiptomból, Nubiából és a Jupiter-Ammon-oázisról.

Az első terjedelmesebb ismertetést SCHMARDA L. nyújtja 1854. évi munkájában, a melyben részint új, részint korábban ismert 26 fajt jegyez fel Egyiptom területéről s ugyanezeket említi 1859. évi munkájában is.

Az újabb keletű bűvárlatok sorozatát I. DE GUERNE 1888. évi dolgozata nyitja meg, a melyben az Açores-szigetéről (Fayal, San Miguel) összesen 7 fajt találunk. BARROIS TH.-nak az előbbivel csaknem egyidejűleg megjelent dolgozata ugyancsak az Açores-szigetéről már 14 fajt tartalmaz a meg nem nevezeteken kívül, a melyeknek csak genus-nevét adja. Valamivel gazdagabb az a jegyzék, a melyet ugyanezen bűvár 1896. évi összefoglaló munkájában nyújt az Açores-szigeteken talált Rotatoriák felől, mert ebben már 19 fajnak neve olvasható.

STUHLMANN F. kelet-afrikai tanulmányai folyamán a *Rotatoriákkal* is foglalkozik, de 1891. évi utolsó közleményében csupán egy meghatározott fajt említ. THORPE V. GUNSON kétrendbeli közleményében találunk Afrika faunájában tenyésző Rotatoria-fajokat, nevezetesen 1891. évi dolgozata a délafrikai *Brachionus furciculatus* Thorpe leírását adja, míg 1893. évi másik dolgozatában ugyancsak Délafrikában tenyésző 6 fajról van

említés téve. BARROIS TH. és DADAY 1894. évi dolgozatukban egyiptomi termőhelyekről 10 fajt ismertetnek.

A későbbi bűvárok legfőképen Kelet- és Dél-Afrika *Rotatoriai*nak tanulmányozásával foglalkoztak s ezeknek sorát COLLIN A. kezdi meg 1896-ban a STUELMANN F.-től Kelet-Afrikában gyűjtött fajok tanulmányozása alapján írt dolgozatával, a melyben 7 fajról emlékezik meg és feljegyez még pár genust is a faj megjelölése nélkül. Igen nagy fontosságúak e téren KIRKMAN TH. és MILNE WM. újabb keletű dolgozatai. KIRKMAN TH. ugyanis 1901- és 1905. évi két dolgozatában a Natal területén megfigyelt *Rotatoria*-fajok névjegyzékét állítja össze, a mely összesen 79 fajt tartalmaz. MILNE WM. 1905. évi dolgozatában Cape Colony területéről 7 fajt sorol fel. A sorozatot végre berekeszti ROUSSELLET CH. F. 1906. évi azon dolgozata, a melyben a Délafrikában, legfőképen Rhodesiában és Transvalban megfigyelt 50 fajon és varietásaikon kívül egybefoglalja az irodalom adatai és MILNE WM. feljegyzései alapján a Délafrikából ez időszerint ismeretes fajok jegyzékét, a mely szerint 156 fajt konstataáltak e területről.

Tanulmányaim során nekem sikerült a varietásokon kívül az alább következő 98 fajt megfigyelnem.

Philodina aculeata EHRB. 25.	Megalotrocha spinosa THORPE. 9.
" citrina EHRB. 21. 22.	Synchæta pectinata EHRB. 1. 7. 9.
" roseola EHRB. 9. 21. 22.	15. 19.
Actinurus neptunius EHRB. 19. 10.	Synchæta tremula EHRB. 24.
25.	" oblonga EHRB. 25.
5 Rotifer macrurus EHRB. 3. 22. 25.	20 Notommata tripus EHRB. 9.
" macroceros GOSSE. 23.	" najas EHRB. 19.
" vulgaris EHRB. 3. 10. 22.	" brachiata n. sp. 10.
Asplanchna Brightwelli GOSSE. 1.	Copeus centrurus (EHRB.) 3.
2. 3. 7. 8. 13. 9. 19. 20. 24.	Proales tigridia GOSSE. 3. 21.
Asplanchnopus myrmeleo (EHRB.)	25 Furcularia gibba EHRB. 10. 13. 21.
9. 21.	22. 24.
10 Sasculus viridis GOSSE. 15.	Furcularia forcifcula EHRB. 3. 12.
Floscularia ornata EHRB. 1.	22. 24.
Conochilus volvox EHRB. 5. 9. 13.	Furcularia æqualis EHRB. 16. 22.
Melicerta ringens EHRB. 5. 9. 13.	24.
12. 23. 24.	Eosphora aurita EHRB. 24.
Limnias annulatus BAILEY. 3. 5.	Diglena biraphis GOSSE. 24.
9. 12. 23. 24.	30 " forcipata EHRB. 22.
15 Cephalosiphon limnias EHRB. 24.	" grandis EHRB. 25.

- Notops macrurus BR. DAD. 1. 2. 8.
 " lotos THORPE. 3. 22. 23.
 24. 25.
 Notops brachionus EHRB. 24.
 35 Hydatina oblonga n. sp. 10.
 Apsilus lentiformis METSCH. 3.
 Anuræa aculeata EHRB. 1. 2. 8. 7.
 9. 10. 15. 19.
 " cochlearis GOSSE. 2. 9. 10.
 " hypelasma GOSSE. 24.
 40 Tetramastix opoliensis ZACH. 1.
 3. 9. 19.
 Rattulus bicornis (EHRB.) 1. 9. 22.
 25.
 Rattulus carinatus (EHRB.) 8. 12. 24.
 " elongatus (GOSSE.) 10.
 " rattus (EHRB.) 1. 22. 25.
 45 " scipio GOSSE. 22.
 Diurella tigris (MÜLL.) 21. 22.
 " tenuior (GOSSE.) 22. 25.
 Dinocharis subquadratus (PERTY.)
 13.
 Dinocharis pocillum EHRB. 3. 10.
 24. 25.
 50 Scaridium longicaudum EHRB. 10.
 21. 22. 24. 25.
 Diaschiza lacinulata (EHRB.) 5. 25.
 " cæca GOSSE. 22.
 Euchlanis longicauda COLL. 13.
 " deflexa GOSSE. 13. 16.
 55 " dilatata EHRB. 3. 5. 10.
 21. 22. 24.
 Euchlanis triquetra EHRB. 20. 21. 3.
 Salpina brevispina EHRB. 1. 3. 10.
 22. 25.
 Salpina macracantha GOSSE. 1. 10.
 12. 3. 22. 25.
 Salpina mucronata EHRB. 5. 22. 25.
 60 " spinigera EHRB. 3. 10. 23.
 Distyla gissensis ECKS. 1. 22.
 " lipara GOSSE. 24.
 " Ludwighi ECKST. 5.
 Diplax trigona GOSSE. 25.
 65 " compressa GOSSE. 24.
 Cathypna leontina TURN. 3. 5. 10.
 12. 13.
 Cathypna luna EHRB. 3. 10. 11.
 12. 13. 16. 22. 23. 24. 25.
 Cathypna unguolata GOSSE. 3. 10.
 19. 21. 22.
 Monostyla bulla GOSSE. 1. 2. 3. 5.
 10. 13. 21. 22. 23.
 70 Monostyla hamata STOK. 24.
 " lunaris EHRB. 10. 13. 25.
 " quadridentata EHRB. 5.
 13.
 Colurus amblyteles GOSSE. 22.
 " bicuspidatus EHRB. 22.
 25.
 75 Colurus deflexus. EHRB. 22.
 Coluuus caudatus EHRB. 22.
 " uncinatus EHRB. 24. 25.
 Lepadella ovalis EHRB. 10. 21.
 22. 24.
 Metopidia acuminata EHRB. 3. 21.
 22.
 80 Metopidia lepadella EHRB. 24. 25.
 " mucronata SCHM. 10.
 " solida GOSSE. 1. 22. 25.
 Schizocerca diversicornis DAD. 2.
 Pterodina patina EHRB. 3. 10. 11.
 13. 5. 19. 21. 23. 22. 24.
 85 Noteus quadricornis (EHRB.) 3. 5.
 10. 12. 11. 13. 21. 22. 23. 24.
 Noteus militaris (EHRB.) 1. 3. 7.
 2. 13. 17. 10. 20. 21. 22. 23. 24.
 Brachionus angularis GOSSE. 2. 8.
 9. 15. 19. 22. 23.
 Brachionus caudatus BARR. DAD.
 2. 8.
 Brachionus Bakeri EHRB. 3. 10. 24.
 90 " falcatus ZACH. 1. 2. 8. 7.
 9. 10. 19. 24.
 Brachionus mirabilis DAD. 10. 23.
 24.
 Brachionus pala EHRB. 1. 2. 3. 8.
 9. 10. 19. 22.
 Brachionus forficula WIARZ. 2.

· <i>Brachionus rubens</i> EHRB. 2. 3. 23. 24.	<i>Triarthra longiseta</i> EHRB. 2. 3. 10. 15. 12. 19. 9.
95 <i>Brachionus urceolaris</i> EHRB. 3. 8. 13. 15. 10. 11. 23. 24.	<i>Polyarthra platyptera</i> EHRB. 1. 9. 13. 19. 22. 23. 25.
	<i>Pedalion mirum</i> HUDS. 1. 2. 7. 19.

Az előzőkben felsorolt 98 faj között csupán 2 az új, míg a többi már a föld különböző részeiből korábban ismeretes volt. A két új fajon kívül azonban egy fajnak, névszerint a *Brachionus Bakeri*-nek két új varietását is sikerült megtalálnom.

Notops lotos THORPE.

E faj a Nyassa-tó környékén fekvő vizekben meglehetősen gyakori, a mennyiben a következő termőhelyeken találtam meg: Rikwa-tó, közel a balparthoz (3); tócsa Langenburg mellett (22); tócsa a Nyassa-tó közelében Wiedhafen mellett (23); tócsa termőhely nélkül (25).

Érdekessé teszi e fajt az a körülmény, hogy még eddig csupán Ázsiából, illetőleg Chinából volt ismeretes. A rendelkezésemre állott példányok több tekintetben kisebb-nagyobb mértékben eltérnek a THORPE-től leírt és lerajzolt chinai példányoktól. Mindenekelőtt különbség mutatkozik a test általános habitusában, a homlok szerkezetében, de különbség mutatkozik a rágógyomor kalapácsainak és üllőjének szerkezetében is. Az említett különbségekre való tekintettel példányaimat egy varietás, sőt talán egy önálló faj képviselőinek is tekinthetjük.

Metopidia mucronota SCHMARDA.

E faj még eddig csupán Középamerikából San Juan del Norte termőhelyről volt ismeretes, a honnan SCHMARDA L. írta le. A rendelkezésemre állott példány habitus és mekkoraság tekintetében különbözik ugyan némileg a SCHMARDA-tól rajzolttól, de e különbségeket mégsem tartom oly lényegeseknek, hogy ezeknek alapján a két fajt egymástól elkülöníteni kellene. Más-különben e faj fejlemezéssel átmenetet mutat a *Stephanops-genushoz*, annyira, hogy bátran lehetne e genusba is beosztani,

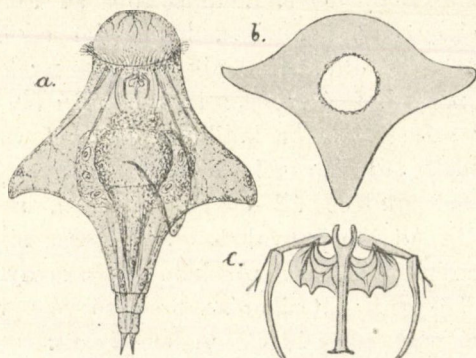
ha a szervezeti viszonyok nem hasonlítanak inkább a *Metopidia*-genusra.

Termőhelye a Mbasi-folyó csendes öble; a Nyassa-tóba torkollás közelében (10).

Notommata brachiata n. sp.

24. ábra. a—c.

Teste általánosságban alapjával szembe helyezett kettős kúphoz hasonlítható, törzsre és lábra tagolódott (24. ábra. a). A törzsnek egyik sajátága az, hogy róla három karszerű nyújtvány emelkedik, a melyek egész habitusát sajátosságossá teszik s egyúttal feltűnően jellemzik. A karszerű nyújtványok mindany-



24. ábra. *Notommata brachiata* n. sp.

a ♀ fölülről nézve, b ♀ homlokról nézve, c ♀ rágókészülék.

nyian hengeresek, kúpformák, közülök kettő a törzsnek jobb és bal oldalán, egy pedig a hátoldal közepén emelkedik púpszerűen. (24. ábra. a). A két oldali karszerű nyújtvány elülső szegélye ívesen lejtős, hátulsó szegélye szélesen és gyengén öblös, csúcsaikkal egyenesen kifelé tekintenek. A hátoldali karszerű nyújtvány szabályos kúphoz hasonlít és egyenesen fölfelé irányul. E viszonyok különben legjobban szembe tűnnek akkor, ha az állatkát a homloka felől nézzük (24. ábra. b). A hasoldalon semmiféle nyújtvány nincs, hanem egyszerűen, gyengén ívelten kiemelkedik.

A láb a törzsnek egyenes folytatása. distalis vége felé fokozatosan vékonyodik, két ízét jól megkülönböztethettem s ezek csaknem egyforma hosszúak, a végső azonban keskenyebb az előtte valónál (24. ábra. a). Az ujjak törformák, egyformán fejlettek, mintegy 0·06 mm. hosszúak. A láb ragasztómirigyei hosszúra nőtt tömlőhöz hasonlítanak és mellettük négy lábmozgató izom fut végig.

A kerékszerv teljes csillangókoszorúnak látszik, a melynek szegélye gyengén hullámos. A homlok erősen kiemelkedett, némileg félgömbforma, belsejében dús plasmahálózatot láttam, de sörtés halmokat és tapintó sörtéket rajta megkülönböztetni nem tudtam, bárha ilyeneknek létezését igen valószínűnek tartom.

A bélsatorna tökéletes, illetőleg róla az alfelnyílás nem hiányzik. A rágógyomor erőteljes, benne jól elkülönült a két kalapács, továbbá az üllő. Mindenik kalapács nyele tömör kutikulapálczika, mely befelé gyengén íves, hátulsó vége vékonyabb; a kalapácsfog szintén tömör kutikula, de belső vége felé bunkósan szélesedett pálczika (24. ábra. c). A nyél elülső végével vékony kutikulaléc áll összeköttetésben, a mely végén villásan ágazott. Az ülő bonyolódott szerkezetű s áll egy központi pálczika-részletből, melyről kétoldalt szárnyforma lemez emelkedik. A központi pálczika-részlet elülső vége villásan ágazódott, hátulsó vége közepén élesen bemetszett.

A két oldalszárny mindenkében megvastagodás útján keletkezett különböző lefutású léczek hálózata fejlődött ki, szegélyük elől a központi pálczika közelében erősen bemetszett, oldalt feltűnően íves, hátul ellenben egy kisebb és egy nagyobb csúcsocskát alkot (24. ábra. b).

A bázis ing igen rövid. A hepatopankreas-mirigyek aránylag kicsinyek, gömbformák. Az emésztógyomor harántál fekvő, tojásforma nagy tömlő. A vastag- és végbél együtt meglehetősen hosszú.

Az idegrendszer középpontját, a szemet és az oldalidegek lefutását nem tudtam felismerni. Épen így nem tudtam meggyőződni a hátoldali tapogató jelenlétéről sem.

Az izomzat jól fejlett, a mennyiben a törzs elülső felében

két pár, a kerékszervek alapjáról kiinduló erős izomnyalábot és több vékony rostot tudtam felismerni (24. ábra).

A vizedényrendszer két törzsét, valamint a lükkető hólyagot sem tudtam megkülönböztetni, az elsőket azért, mert ezeket elfödte a nagy petefészek, a másodikat azért, mert az állatka lába visszahúzódott volt.

A petefészek a bélesatorna alatt fekvő nagy, némileg tojásforma tömlőt alkot, terjedelme meghaladja az emésztőgyomorét.

A test hossza visszahúzott lábbal 0·6 mm., kinyújtott lábbal 0·81 mm.; szélessége a kerékszerv alapján 0·22 mm., az oldalnyújtványoknál 0·6 mm.

Vizsgálataim során egyetlen példányát találtam a következő termőhelyről gyűjtött anyagban: a Mbasi-folyó csendes öble a Nyassa-tóba torkollás közelében (10).

E faj legfeltűnőbb jellemvonása a törzs két oldaláról és hátáról emelkedő három karforma nyújtvány, a melyekkel némileg az *Asplanchna Brightwelli* himére emlékeztet s az összes eddig ismert többi Rotatoriától különbözik. De jellemzi e fajt a rágók sajátságos szerkezete is, mely a *Notommata*-genuséval azonos.

Hydatina oblonga n. sp.

Teste megnyúlt tömlőhöz hasonlít, a láb felé hirtelen vékonyodik s a törzs az utóbbiba észrevétlenül megy át.

A láb aránylag igen rövid, csupán egy ízét tudtam jól felismerni. Az ujjak egyforma szerkezetűek, rövid törhöz hasonlítanak. A láb mirigyei körteforma tömlők.

A kerékszerv zárt gyűrűt látszik alkotni, de szegélye gyengén hullámos. A homlok meglehetősen kiemelkedett, rajta két kis halmocskát tudtam felismerni csupán, a melyekről hosszú tapintó sörték pamata ered.

Az idegrendszer középpontját és a szemet nem tudtam felismerni; de a két oldalideg könnyen észrevehető volt s ezek a test közepe táján végződnek a jellemző duzzadásban finom sörtécskékkal. A hátoldali tapogató felől biztos adatok birtokába jutnom nem sikerült.

Az izomzatból felismertem a kerékszervek alapjából kiinduló két pár hosszirányú nyalábot, továbbá a lábmozgató izmokat.

A bélesatorna tipusosan fejlett. A rágógyomorban jól fejlettek a kalapácsok és az üllő. A kalapácsok mindenikének nyele széles lemez, melynek külső szegélye íves, a belső egyenes, de a két szegély hátúl befelé álló karomnyujtványt alkot. A fog három pálczikából összetett, a melyek az üllő felé fokozatosan vastagodnak, kissé bunkósodottak. Az üllő némileg szívforma lemez, a melyben különböző irányban haladó pálczikaforma megvastagodások vannak.

A hepatopankreas-mirigyek gömbformák. Az emésztő-gyomor körvonalait nem tudtam felismerni jól, mert elfedte egy hatalmas pete. Úgyszintén nem tudtam felismerni a vizedény-törzseket és a lüktetőhólyagot sem.

A petefészek tömlőforma. Az uterus egy nagy petét tartalmaz, a melynek burka gömbforma szemecskékkel tömötten fedett.

A test hossza 0·56 mm., átmérője a kerékszervnél 0·17 mm., legnagyobb átmérője 0·24 mm.

Egyetlen példánya állott rendelkezésemre s a következő termőhelyről származó anyagban találtam: a Mbasi folyó csendes öble a Nyassa-tóba torkollás közelében (10).

E faj habitusával a *Synchaeta*-genus egyik-másik fajával, különösen pedig a *Synchaeta littoralis* Rouss. és *Synch. lavina* Hood fajokkal egyezik meg; rágókészüléke azonban a *Hydatina senta* és *Notops Fülleborni*-fajok típusát mutatja.

Brachionus Bakeri EHRB.

E faj, illetőleg különböző varietásai Afrika mikrofaunájából több területről már régebben ismereteseek, a mennyiben már SCHMARDA L. ismertet *Brachionus latissimus* név alatt egy olyan alakot, a mely, mint látni fogjuk, e faj körébe tartozik. Legújabbán KIRKMAN TH., MILNE WM. és ROUSSELET CH. F. jegyzi fel e fajt Délafrika különböző területeiről. A Nyassában magában és a környékén fekvő vizekben e faj és varietásai meglehetősen gyakoriak.

A rendelkezésemre álló anyagban a typosos példányokat a következő termőhelyeken találtam meg: tócsa a Nyassa-tó mellett (24); Rikwa-tó parti öve (3); a Mbasi-folyó csendes öble a Nyassa-tóba torkollás közelében (10).

A törzsalakon kívül vizsgálataim során azonban a varietásoknak egész sorát is megtaláltam, melyeket röviden az alábbiakban mutatok be.

1. *Brachionus Bakeri* v. *inermis* n. v. Pánczélja pajzs alakú, elöl keskenyebb mint egyebütt, illetőleg hátrafelé fokozatosan szélesedik, két oldalszegély nélkül megy át a hátulsó szegélybe, vagy észrevehető zúgot alkotva, vagy pedig nyujtványba folytatódva. A háti homlokszegély tüskenyujtványai közül a két belső és külső majdnem egyforma hosszú, a két középső a többinél rövidebb, a lábnyílás kiemelkedett, hátrafelé megnyult és két oldalán egy-egy tüskenyujtványban folytatódik. A hasoldali homlokszegély vagy csupán két széles halmot alkot, vagy pedig hullámos. A pánczél egész hossza 0.27 mm., legnagyobb átmérője 0.24 mm. Számos példányát találtam a következő termőhelyről származó anyagban: tócsa a Nyassa-tó közelében, Wiedhafen mellett (23).

E varietás különben pánczéljának szerkezetével nagy mértékben emlékeztet a *Brachionus furculatus* THORPE var. *inermis* ROUSS. alakjára s csupán oldalszegélyeinek íveltségében tér el kissé.

2. *Brachionus Bakeri* v. *latissimus* SCHMR. E varietást SCHMARDA L. önálló faj gyanánt írta le Egyiptomból. A pánczél széles és aránylag rövid pajzshoz hasonlít, hossza 0.24 mm., legnagyobb szélessége 0.26 mm.

A hátoldali homlokszegély nyujtványai közül a két belső mindig valamivel hosszabb a többinél. A hasoldali homlokszegély befelé kissé emelkedett és épen közepén sekély, keskeny bemélyedés van. A pánczél elöl mindig keskenyebb, mint hátul, a két oldalszegély rendszeren észrevétlenül megy át a hátulsóba, a mely gyengén öblös, nem ritkán azonban a pánczél hátulsó két oldali zúga hátrafelé irányuló igen rövid csúcsokkába megy ki, s így rajta a faj jellemvonása már kezd mutatkozni. A pánczél föllete különben sima s csupán a hasoldal közepén van két hosszvonal.

E varietást a következő termőhelyeken találtam meg: Ngozi-tó (6); Rikwa-tó (3); Nyassa-tó (1).

Vizsgálataim során azonban oly formáját is találtam e varietásnak, a mely kis mértékben különbözik, a mennyiben a hátoldali homlokszegély két belső nyujtványa feltűnően hosszabb a többinél, a hasoldali homlokszegély négy halmocskát alkot, melyek közül a két medialis igen hegyes, a két hátulsó pánczél-nyujtvány erősen a hátulsó szegélyre húzódott és keskeny, rövid, hegyes halmocskát alkot. Egyik jellemvonása az is, hogy pánczélja közepe táján legszélesebb és a tüskenyujtványok leszámításával rövidebb, mint a milyen széles, nevezetesen legnagyobb szélessége 0·23 mm., hossza 0·19 mm. E formát is a Rikwa-tóból gyűjtött anyagban találtam (3).

3. *Brachionus Bakeri v. obesus* BARR. DAD. E varietást jellemzi az, hogy pánczélja keskenyebb az előbb említettekénél, csupán 0·18 mm. átmérőjű, mindkét vége elkeskenyedik, oldalszegélyei szabályosan, de tompán ívesek, hátoldali elülső szegélyének tüskenyujtványai közül a két belső a többinél kevéssel hosszabb; a hátulsó szegély egyenes, két oldali határán hátra irányuló rövid tüskenyujtvány van, a melyek az oldalszegélyek egyenes folytatása gyanánt mutatkoznak. A pánczél fölülete síma. Termőhelye a Rikwa-tó (3).

4. *Brachionus Bakeri v. brevispinus* EHRB. Pánczélja hátrafelé csak kis mértékben szélesedik, hátoldali elülső szegélyének tüskenyujtványai rövidek, de a két külső valamivel hosszabbnak látszik a többinél; a hátulsó tüskenyujtványok jól fejlettek, ujjforma hegyes nyujtványok, a törzs $\frac{1}{3}$ -ának hosszát nem éri el, egyenesen hátra, vagy hátra és kissé kifelé irányulnak. Az alfelnnyilás környéke erősen kiemelkedett, csúcsa meghaladja a hátoldali hátulsó szegélyt. A pánczél hossza a hátulsó tüskenyujtvány csúcsától az elülső tüskenyujtványok csúcsáig mérve 0·26 mm., legnagyobb átmérője 0·19 mm. Példányait csupán a következő termőhelyen találtam meg: tócsa a Nyassa-tó közelében, Wiedhafen mellett (23).

5. *Brachionus Bakeri v. Fülleborni* n. var. A pánczél alakja tekintetében emlékeztet a *Brachionus Bakeri v. obesus*-ra s a *Brachionus furculatus* THORPE fajra; elől és hátul majd-

nem egyformán elkeskenyedett, két oldalszegélye egyformán tompán íves, a hátoldali elülső szegély tüskenyujtványai közül néha a belsők hosszabbak a többinél, máskor a belsők és külsők egyforma hosszúak s a középsők rövidek; a hasoldali szegély közepén két hegyesen végződő halmot alkot. A páncél hátulsó szegélye egyenes, rövid, sokkal rövidebb az elülsőnél, nem teszi ki egészen a törzs átmérőjének felét, két oldalán széles alappal kiinduló rövid, hátra és befelé irányuló lemeznyujtvány ered, melynek külső szegélyét a két oldali szegély, a belsőt pedig a hátulsó szegély folytatása alkotja. A páncél sima, de hát- és hasoldalán a tüskenyujtványok alapjáról kiinduló hosszvonalak vannak. A páncél hossza a nyujtványokkal együtt 0·25—0·27 mm., legnagyobb átmérője 0·18—0·2 mm.

Termőhelyei a következők: Chumbul-folyó partján tócsa (11); Rikwa-tó (3); a Mbasi-folyó csendes öble a Nyassa-tóba torkollás közelében (10); tócsa a Nyassa-tó közelében (24).

6. *Brachionus Bakeri* v. *Melheni* BARR. DAD. Az előbbeni varietásoktól első sorban abban különbözik, hogy páncéljának hátoldali homlokszegélyén a két belső tüskenyujtvány sokkal hosszabb a többinél, kifelé görbült; a hátulsó csúcsnyujtványok feltűnően meghosszabbodtak, kevésbé hosszabbak a páncél legnagyobb átmérőjének felénél, vékonyak, egyenesen ki és hátrafelé irányulnak. A páncél hátoldala finoman szemecskés s a homlokszegély tüskenyujtványaitól hátrafelé futó vonalak indulnak ki. Az összes varietások között ennek a példányai a legnagyobbak, még pedig a test egész hossza a tüskenyujtványokkal együtt 0·45 mm., a páncél hossza a tüskenyujtványok nélkül 0·24 mm., legnagyobb átmérője 0·27 mm.

Termőhelyei: tócsa a Nyassa-tó közelében, Muasik mellett (21); tócsa a Nyassa-tó közelében, Wiedhafen mellett (23); tócsa a Nyassa-tó közelében, Muankengap mellett (22); Victoria-Nyanza, Entebbe, Port-Florence, mindeme helyeken meg lehetős gyakori volt.

7. *Brachionus Bakeri* v. *Michaelsoni* n. var. Az előzőekben ismertetett varietásoktól abban különbözik, hogy páncélja némileg négyszögletű lemezhez hasonlít, de két oldala gyengén íves, elöl és hátul keskenyebb, közepe táján legszélesebb, e te-

kintetben emlékeztet a *Brachionus furcullatus* THORPE fajra s a *Brachionus Bakeri v. obesus* varietásra. Egyik jellemvonása az, hogy a pánczél hátoldali elülső szegélyének tüskenyujtványai közül a külsők és belsők sokkal hosszabbak a középsőknél, a belsők kifelé görbültek, a külsők egyenesek, a hasoldali homlokszegély sima, egyenes. A pánczél hátulsó tüskenyujtványai aránylag rövidek, nem egészen fél oly hosszúak, mint a pánczél legnagyobb átmérője, vékonyak, ferdén ki és hátrafelé irányulnak. A pánczél hátulsó szegélye a hátoldalon közepén kerekített halmocskába emelkedik ki. A pánczél egész hossza a tüskenyujtványokkal együtt 0·22 mm., a tüskenyujtványok nélkül 0·13 mm., legnagyobb átmérője 0·13 mm. A hátoldali homlokszegély belső nyujtványai csak kevéssel rövidebbek a hátulsó csúcsnyujtványoknál.

Csupán a Nyassa-tó közelében fekvő tócsából (24) gyűjtött anyagban találtam meg s itt sem volt gyakori.

Itt meg kell említenem azt, hogy tekintettel az előbbenieken röviden ismertetett varietásokra, valamint a *Brachionus furcullatus* THORPE fajnak ROUSSELET CH. F.-től rajzolt varietásaira, én a magam részéről a *Brachionus furcullatus* THORPE fajt szintén csupán a *Brachionus Bakeri* egy varietásának tartom, melynek egyik jellemvonása a pánczél hátoldali homlokszegélyén a két külső tüskenyujtvány feltűnő meghosszabbodása, de a mi már a *Brachionus Bakeri v. Michaelsoni*-n is mutatkozik.

Brachionus falcatus ZACH.

A Nyassában és a környékén fekvő vizekben meglehetősen gyakori, Afrika mikrofaunájából azonban még eddig ismeretlen faj.

A rendelkezésemre állott fölös számú példány egyfelől mindenben egyezik a Victoria-Nyanza plankton-anyagában találtakkal, melyeket BORGERT A. gyűjtött, másfelől egyezik a WEBER A.-tól rajzolt keletindiaiakkal is, de úgy látszik, hogy kevéssel nagyobb, a mennyiben méreti viszonyait a következőnek találtam: a törzspánczél hossza a tüskenyujtványok nélkül 0·17—0·2 mm.; legnagyobb szélessége 0·2—0·22 mm.; a homloknyílás átmérője 0·14 mm.; a hátulsó pánczélnyujtvá-

nyok hossza 0·19—0·2 mm.; a nagy homloknyujtványok hossza a begörcbülésig 0·13 mm.

E faj még eddig csak Németországból és Keletindiából (Java) volt ismeretes.

Ha a tölem megfigyelt Rotatoria-fajokat Német-Kelet-Afrikában való előfordulásuk tekintetében figyelemre méltatjuk, azt találjuk, hogy két csoportra oszthatók, nevezetesen 1. olyanokra, a melyek Német-Kelet-Afrikából már korábban ismeretesek voltak és 2. olyanokra, a melyek Német-Kelet-Afrikából még eddig ismeretlenek voltak. Ilyen nézőpontokból indulva ki, aztán a fajok a következőleg oszlanak meg:

1. *Német-Kelet-Afrikából már korábban ismert fajok.*

Philodina roseola EHRB.	5 Noteus quadricornis EHRB.
Rotifer vulgaris EHRB.	Brachionus rubens EHRB.
Conochilus volvox EHRB.	« caudatus BARR. DAD.
Euchlanis longicauda COLL.	« urceolaris EHRB.
Anura aculeata EHRB.	

Ha a fent sorolt fajok számát egybevetjük a Német-Kelet-Afrikából tölem megfigyeltékével (98), azt találjuk, hogy ezeknek alig $\frac{1}{12}$ -ed része olyan, a melyeket más bűvárok már korábban megfigyelték Német-Kelet-Afrika területén.

2. *Német-Kelet-Afrika területéről eddig még fel nem jegyzett fajok.*

Philodina aculeata EHRB.	Megalotrocha spinosa THORP.
« citrina EHRB.	Synchæta pectinata EHRB.
Actinurus neptunius EHRB.	15 « tremula EHRB.
Rotifer macrurus EHRB.	« oblonga EHRB.
5 « macroceros Gosse.	Notommata tripus EHRB.
Asplanchna Brightwelli Gosse.	« najas EHRB.
Asplanchnopus myrmeleo (EHRB.)	« brachiata n. sp.
Sacculus viridis Gosse.	20 Copeus centrurus (EHRB.)
Floscularia ornata EHRB.	Proales tigridia Gosse.
10 Melicerta ringens EHRB.	Furcularia gibba EHRB.
Limnias annulatus BAIL.	» forficula EHRB.
Cephalosiphon limnias EHRB.	« æqualis EHRB.

25	<i>Eosphora aurita</i> EHRB.	<i>Distyla Ludwigi</i> ECKST.
	<i>Diglena biraphis</i> GOSSE.	<i>Diplax trigona</i> GOSSE.
	" <i>forcipata</i> EHRB.	60 " <i>compressa</i> GOSSE.
	" <i>grandis</i> EHRB.	<i>Cathypna leontina</i> TURN.
	<i>Notops macrurus</i> BARR. DAD.	" <i>luna</i> EHRB.
30	" <i>lotos</i> THORPE.	" <i>ungulata</i> GOSSE.
	" <i>brachionus</i> EHRB.	<i>Monostyla bulla</i> GOSSE.
	<i>Hydatina oblonga</i> n. sp.	65 " <i>hamata</i> STOCK.
	<i>Apsilus lentiformis</i> METSCH.	" <i>lunaris</i> EHRB.
	<i>Anuræa cochlearis</i> GOSSE.	" <i>quadridentata</i> EHRB.
85	" <i>hypelasma</i> GOSSE.	<i>Colurus amblyteles</i> GOSSE.
	<i>Tetramastix opoliensis</i> ZACH.	" <i>bicuspidatus</i> EHRB.
	<i>Rattulus bicornis</i> (EHRB.)	70 " <i>deflexus</i> EHRB.
	" <i>carinatus</i> (EHRB.)	" <i>caudatus</i> EHRB.
	<i>Rattulus elongatus</i> GOSSE.	" <i>uncinatus</i> EHRB.
40	" <i>rattus</i> (EHRB.)	<i>Lepadella ovalis</i> EHRB.
	" <i>scipio</i> (GOSSE.)	<i>Metopidia acuminata</i> EHRB.
	<i>Diurella tigris</i> (MÜLL.)	75 " <i>lepadella</i> EHRB.
	" <i>tenuior</i> (GOSSE.)	" <i>mucronata</i> (SCHM.)
	<i>Dinocharis subquadratus</i> (PERTY.)	" <i>solida</i> EHRB.
45	" <i>pocillum</i> EHRB.	<i>Pterodina patina</i> EHRB.
	<i>Scaridium longicaudum</i> EHRB.	<i>Schizocerca diversicornis</i> DAD.
	<i>Diaschiza lacinulata</i> (EHRB.)	80 <i>Noteus militaris</i> (EHRB.)
	" <i>cæca</i> GOSSE.	<i>Brachionus angularis</i> GOSSE.
	<i>Salpina brevispina</i> EHRB.	" <i>Bakeri</i> EHRB.
50	" <i>macracantha</i> GOSSE.	" <i>falcatus</i> DAD.
	" <i>mucronata</i> EHRB.	" <i>mirabilis</i> ZACH.
	" <i>spinigera</i> EHRB.	85 " <i>pala</i> EHRB.
	<i>Euchlanis dilatata</i> EHRB.	" <i>forficula</i> WIERZ.
	" <i>deflexa</i> EHRB.	<i>Triarthra longiseta</i> EHRB.
55	" <i>triquetra</i> EHRB.	<i>Polyarthra platyptera</i> EHRB.
	<i>Distyla gissensis</i> ECKS.	<i>Pedalion mirum</i> HUDS.
	" <i>lipara</i> GOSSE.	

E szerint $\frac{9}{10}$ -ed része a tölem megfigyelt fajoknak Német-Kelet-Afrika területéről még eddig ismeretlen volt.

Ha már most a tölem megfigyelt fajokat Afrikában való előfordulásuk tekintetéből vesszük szemügyre, azt találjuk, hogy egy részük Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területekről is ismeretes, míg más részüket Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területről még eddig nem jegyezték fel. Ilyen tekintetből a tölem megfigyelt fajok a következőleg oszlanak meg:

1. *Német-Kelet-Afrikából és más afrikai területekről is feljegyzett fajok.*

Philodina aculeata EHRB.	Salpina macracantha Gosse.
" citrina EHRB.	" mucronata EHRB.
" roseola EHRB.	Euchlanis dilatata EHRB.
Actinurus neptunius EHRB.	" deflexa EHRB.
5 Rotifer vulgaris EHRB.	35 " triquetra EHRB.
Sacculus viridis Gosse.	Diglena biraphis Gosse.
Floscularia ornata EHRB.	" forcipata EHRB.
Conochilus volvox EHRB.	" grandis EHRB.
Melicerta ringens EHRB.	Distyla Ludwighi Ecks.
10 Limnias annulatus BOSI.	40 Cathypna leontina TURN.
Cephalosiphon limnias EHRB.	" luna EHRB.
Megalotrocha spinosa THORP.	" ungulata Gosse.
Synchaeta pectinata EHRB.	Monostyla bulla Gosse.
" tremula EHRB.	" lunaris EHRB.
15 " oblonga EHRB.	45 Colurus candatus EHRB.
Notommata tripus EHRB.	Metopidia acuminata EHRB.
" najas EHRB.	" lepadella EHRB.
Furcularia forficula EHRB.	" solida EHRB.
Eosphora aurita EHRB.	Pterodina patina EHRB.
20 Notops brachionus EHRB.	50 Noteus quadricornis EHRB.
Anuræa aculeata EHRB.	" militaris (EHRB.)
" cochlearis Gosse.	Brachionus angularis Gosse.
" hypelasma Gosse.	" caudatus BARR. DAD.
Tetramastix opoliensis ZACH.	" Bakeri EHRB.
25 Rattulus carinatus (EHRB.)	55 " pala EHRB.
" rattus (EHRB.)	" rubens EHRB.
Dinocharis subquadratus (PERTY.)	" urceolaris EHRB.
Scaridium longicaudum EHRB.	Triarthra longiseta EHRB.
Diaschiza lacinulata (EHRB.)	Polyarthra platyptera EHRB.
30 " cæca (Gosse.)	60 Pedalion mirum HUDS.

Ezek szerint a Német-Kelet-Afrikából tölem feljegyzett fajoknak $\frac{2}{3}$ -ada Afrika más területeiről is ismeretes.

2. *Eddig még csak Német-Kelet-Afrikából ismert fajok.*

Rotifer macrurus Gosse.	5 Notommata brachiata n. sp.
" macroceros Gosse.	Copeus centrurus (EHRB.)
Asplanchna Brightwelli Gosse.	Proales tigridia Gosse.
Asplanchnopus myrmeleo (EHRB.)	Furcularia gibba EHRB.

	Furcularia æqualis EHRB.		Distyla lipara GOSSE.
10	Notops macrurus BARR. DAD.	25	Diplax trigona GOSSE.
	" lotos THORPE.		" compressa GOSSE.
	Hydatina oblonga n. sp.		Monostyla hamata STOCK.
	Apsilus lentiformis METSCH.		" quadridentata EHRB.
	Rattulus bicornis EHRB.		Colurus amblyteles GOSSE.
15	" elongatus (GOSSE.)	30	" bicuspidatus EHRB.
	" scipio GOSSE.		" deflexus EHRB.
	Diurella tigris (O. F. M.)		" uncinatus EHRB.
	" tenuior (GOSSE.)		Lepadella ovalis EHRB.
	Dinocharis pocillum EHRB.		Metopidia mucronata SCHM.
20	Salpina brevispina EHRB.	35	Schizocerca diversicornis DAD.
	" spinigera EHRB.		Brachionus falcatus ZACH.
	Euchlanis longicanda COLL.		" mirabilis DAD.
	Distyla gissensis ECKST.		" forficula WIERZ.

Ezek szerint a Német-Kelet-Afrika területéről tölem feljegyzett fajoknak $\frac{1}{3}$ -ánál több Afrika más területeiről még eddig ismeretlen. E fajokhoz hozzászámíthatók még a következő varietások is: *Brachionus Bakeri* v. *Fülleborni* n. v., *Brachionus Bakeri* v. *Michaelseni* n. v., *Brachionus Bakeri* v. *inermis* n. v. és *Brachionus Bakeri* v. *obesus* BARR. DAD.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1907. november 18.-án tartott üléséből.)

ADATOK NÉMET-KELET-AFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

DADAY JENŐ 1. tagtól.

(Harmadik közlemény.)

25—27. ábrával.

A Német-Kelet-Afrikából rendelkezésemre állott anyagban tanulmányaim során az *Entomostraca*-csoportba tartozó *Crustaceáknak* is számos képviselőjét találtam meg, természetesen a *Cirripediák* kivételével. Ide vonatkozó tanulmányaim eredményeinek felsorolásakor a systematikai sorrendet követve, első-sorban a *Copepodák* csoportjára vonatkozó adatokat közlöm.

Copepoda.

Az Afrika területén tenyésző édesvízi *Copepodákra* vonatkozó adatok sorozatát a GUERNE J. br. és RICHARD J. 1890. évi azon dolgozata nyitja meg, a melyben a Kongo vidékéről származó *Diaptomus Loveni* új fajnak leírását adják. E két bűvár ez időtől kezdve 1894-ig négyrendbeli dolgozatban nyújt további adatokat Afrika édesvízi *Copepodáira* vonatkozólag, így 1891-ben Madagaskár területéről feljegyzik a *Cyclops Leuckartii* Cls. fajt s a *Canthocamptus*-genust; 1892-ben Rufisque területéről négy *Cyclops*-fajt enumerálnak; 1893 és 1894. évi dolgozatukban végre *Canthocamptus Grandidieri* és *Diaptomus Chevreuxi* néven két új fajt írnak le, az elsőt Madagaskárból, a másodikat Algierből. Az 1891. év folyamán STUHLMANN F. tesz említést Afrika, még pedig Német-Kelet-Afrika területén tenyésző

Copepodákról, a mennyiben egy genusnak a nevét jegyzi fel. Több adatot tartalmaz BARROIS TH. ugyanezen évben megjelent azon dolgozata, a mely Cairo környékéről származó három *Diaptomus*-fajnak leírását tartalmazza. E bűvárnak az Azori-szigetek faunáját ismertető összefoglaló dolgozata, mely 1896-ban jelent meg, három genusból összesen hat fajt tüntet fel.

Az eddig említett dolgozatokat jóval meghaladja az adatok gazdagságában BLANCHARD R. és RICHARD J. 1891. évi közleménye, a mennyiben ez már Algir területén tenyésző 13 fajról emlékezik meg, melyek között pár új is van. RICHARD J. 1892—93. évi dolgozata a BARROIS TH.-tól Egyiptomban gyűjtött nyolcz fajra vonatkozó adatokat tartalmaz.

SARS G. O. két dolgozatában emlékezik meg Afrika területén tenyésző *Copepodákról* s nevezetesen 1895-ben a *Paradiaptomus lamellatus* új fajt ismerteti, míg 1905-ben a *Paradiaptomus fulcifer* (Lov.) és *Diaptomus capensis* SARS fajok leírását nyújtja s mindezeket délafrikai termőhelyekről jegyzi fel.

Igen figyelemreméltó POPPE-MRÁZEK 1895. évi és MRÁZEK AL. 1896-ban megjelent dolgozata, a mennyiben ezek már kelet-afrikai termőhelyekről származó *Copepodákról* nyújtanak adatokat. POPPE-MRÁZEK dolgozata sansibari termőhelyekről nyolcz fajt ismertet, a melyek között újak is vannak. MRÁZEK AL. dolgozata kilencz fajról emlékezik meg, a melyeket STUHLMANN F. gyűjtött Német-Kelet-Afrikában s így ez az első olyan dolgozat, a mely Német-Kelet-Afrika *Copepodáival* foglalkozik.

Az Afrika területén tenyésző édesvízi *Copepodákra* vonatkozó adatok sorozatát bezárja a BRADY ST. G. 1904. évi s az EKMAN SVEN 1905. évi közleménye, a melyekben natáli és egyiptomi meg sudáni termőhelyekről hat, illetőleg öt fajra vonatkozó feljegyzéseket találunk.

Én vizsgálataim során az alább következő fajokat találtam meg:

Cyclops phaleratus C. K. 3. 10. 17. 23. 24. 25.	Cyclops prasinus FISCH. 1. 3. 11. 13. 15. 16. 17. 10. 22. 25.
Cyclops bicolor SARS. 5. 7. 19. 22.	5 Cyclops serrulatus FISCH. 10. 15.
“ macrurus SARS. 1. 3. 11. 6. 16. 17. 21.	22. Cyclops varicans SARS. 13. 17. 23.

Cyclops aspericornis DAD. 10. 22.	Attheyella Grandidieri (Gs. R.). 8.
" Emini MRÁZ. 1. 3. 4. 7.	10. 13. 16. 19. 22. 23.
9. 10. 15. 19. 22.	15 Dactylopus Jugurtha BL. R. 1.
Cyclops Dybovskyi LANDE. 13. 17.	Diaptomus Galebi BARR. 2.
10 " Leuckarti CLS. 1. 2. 3.	" Stuhlmanni MRÁZ. 2.
10. 12. 13. 15. 16. 22. 23. 24.	" africanus n. sp. 1. 3. 10.
Cyclops oithonoides SARS. 2. 3. 15.	11. 9.
19. 20. 21.	" Kräpelini S. MRÁZ. 1. 3.
Canthocamptus sp. 2.	11. 14. 9. 10. 20. 22. 23.
Attheyella decorata (DAD.). 3. 10.	20 Diaptomus aethiopicus n. sp. 17.
15. 19.	" kilimensis n. sp. 17.

Ezek szerint a Német-Kelet-Afrika területéről rendelkezésemre állott anyagban összesen 21 fajt sikerült találnom, a melyek közül három új, míg a többi már korábban ismert.

Canthocamptus sp.

Vizsgálataim során a Victoria-Nyanza-tóból Port-Florence termőhelyről származó anyagban két alkalommal egy-egy fiatal példánynak levedlett héjját találtam meg, de ezt sem olyan állapotban, hogy a fajt csak megközelítőleg is meg tudtam volna határozni. Nem tartom különben lehetetlennek azt, hogy e héjjak csak másodlagosan kerültek a Victoria-Nyanza planktonjába, a környéken fekvő valamelyik álló vízből.

Attheyella decorata (DAD.).

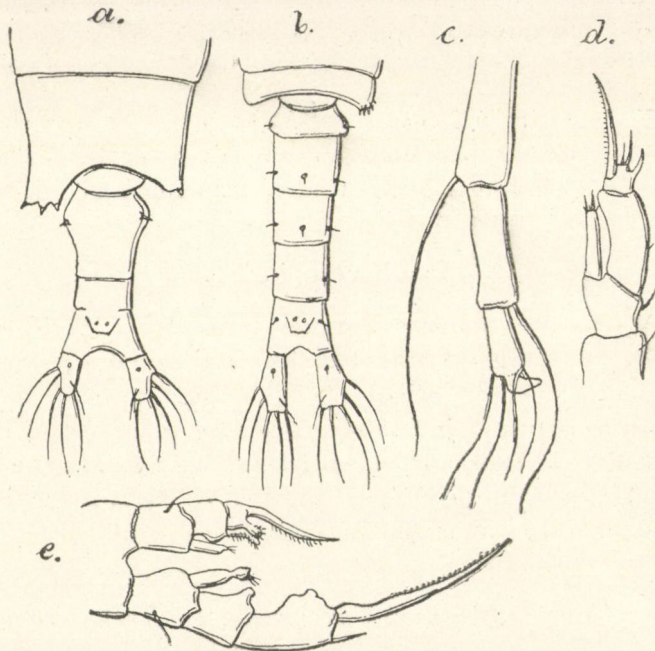
E faj ezideig Keletázsiból, Ujguineából és Paraguayból, illetőleg Délamerikából volt ismeretes. A Nyassa-tó környékén fekvő vizekben ha nem is közönséges, de mégis elég gyakori.

Diaptomus africanus n. sp.

25. ábra. a—e.

Úgy a him, valamint a nőstény törzse is az első törzsszelvény hátulsó határától kezdve fokozatosan keskenyedik, legszélesebb elülső harmada táján. A nőstény két utolsó törzsszelvénye egybeolvadt, a két oldalcsúcs kis karélylá hosszab-

bodott meg, a jobboldali azonban kisebb, egy tüskenyűtványnyal fegyverzett, a baloldali nagyobb és rajta három rövid tüskenyűtvány emelkedik (25. ábra. *a*). A hím utolsó törzsszelvényének oldalcsúcsai nem hosszabodtak meg, kerekítettek, alakjuk egyforma, de a jobboldalin három rövid tüske ül, míg a baloldali tüskétlen (25. ábra. *b*).



25. ábra. *Diaptomus africanus* n. sp.

a ♀ utolsó törzsszelvénye és potroha, *b* ♂ utolsó törzsszelvénye és potroha
c ♂ ölelő csápjának utolsó ízei, *d* ♀ ötödik lába, *e* ♂ ötödik lábpárja.

A nőstény potroha aránylag feltűnő rövid, a villafüggelék nélkül alig teszi ki a törzsnek $\frac{1}{3}$ -át, csupán két szelvényre tagolódott, mert a genitális szelvény 3-ból nőtt össze s a két utolsó szelvény is egygyé olvadt. A genitális szelvény hosszabb az analisnál, elején kétoldalt halomszerűen kiemelkedett és egy-egy igen rövid tüskét visel. Az analis szelvény hátoldalán, ille-

tőleg az analis operculum alapján két kis érző tüske emelkedik gyűrűszerű kutikula-megvastagodás közepéről (25. ábra. *a*).

A hím potroha a villafüggelékek nélkül csaknem fél oly hosszú, mint a törzs, öt szelvényből összetett. A genitális szelvény a többinél rövidebb, oldalai kerekítettek és kétoldalt egy-egy rövid kis tüskével fegyverzett. A következő négy szelvény egyforma hosszú és majdnem egyenlő vastag, a két proximalisnak hátulsó negyede közelében kétoldalt egy-egy rövid kis érző tüske emelkedik s ezekhez hasonló van a hátoldalon a test középvonalában is; a negyedik szelvénynek csupán a két oldali érző tüskéje van meg, míg az analis szelvényen a két oldali érző tüskén kívül az analis operculum alapján is van két érző tüskéske (25. ábra. *b*).

A nőtény villalemezei kevésbé hosszabbak a híméinél, de máskülönben egyező szerkezetűek, belső szegélyük finoman sörtés, distalis csúcsukon csupán három söрте emelkedik, míg a két külső a külső szegélyre húzódott. A nőtény villalemezeinek hátoldalán egy-egy, a hímén ellenben két-két kis érző tüske van.

A nőtény első csápjai hátrafelé hajlítva, a villafüggelékek csúcsáig érnek, épen úgy a hím baloldali első csápja is. A hím ölelő csápjának 14—17. ize csak kissé duzzadt, az utolsó előtti második íz egyszerű, rajta még kutikulataraj sincs, az utolsó íznek csúcsán befelé álló kis karomnyújtvány emelkedik (25. ábra. *b*).

Az alsó állkapocs, az első állkapcsi láb, valamint a második állkapcsi láb is szerkezet tekintetében hasonlít a genus többi fajaiéhoz, de az utóbbi feltűnően meghosszabbodott.

A nőtény 5. lábán a protopodit két ize csupán egy-egy sörtével fegyverzett (25. ábra. *d*). Az exopodit három ize jól elkülönült, az első íz külső oldalának közepén kis érző söрте ül; a 2. iz külső szegélyének közepéről erős kifelé irányuló tüske ered, karomnyújtványa erős, majdnem egyenes, belső szegélye finoman fogacskás; az utolsó izről egy hosszú, erős külső és egy belső gyengébb tüske indul ki. Az endopodit egyizű, hengeres, csúcsán két tüske ül, melyeknek alapját finom sörték koszorúja övezi (25. ábra. *d*).

A hím 5. jobblábának protopodit-izein csupán egy-egy

sörte van. Az exopodit első ízének külső csúcsa egyszerű, belső csúcsa közelében befelé álló kutikula-kiemelkedés van, a második iz distalis vége felé szélesedik, belső szegélye distalis felében sajátságosan kiemelkedett és karélyozott, a külső oldali túske a csúcskarom alapjának közelébe húzódott; a csúcskarom csaknem egyenes, nem sokkal hosszabb, mint az exopodit megelőző izei együttvéve, sőt gyakran rövidebb (25. ábra. c).

Az endopodit egyizű, majdnem oly hosszú, mint az exopodit első izé, distalis vége bunkóformán befűződött, a végbunkón kívül kis, sörtés kiemelkedés van. Az 5. bal láb protopoditja olyan, mint a jobbé. Az exopodit két izé jól elkülönült; az első iz belső szegélye közepén kiemelkedett és finoman sörtés; a második iz az előbbinél sokkal rövidebb, belső szegélyén két, finoman sörtés karélynyújtvány emelkedik, ezenkívül egy csúcskaromba folytatódik, a mely feltűnő erős, oly hosszú, mint az exopodit két izé együttvéve, belső szegélyén finoman fogazott, mellette még egy kis oldali túske is emelkedik. Az endopodit nem egészen oly hosszú, mint az exopodit első izé, ujiforma, de distalis csúcsa kihegyesedett és sörtés.

A nőstény testhossza 2·8—3 mm., a hím hossza 2·5—2·8 mm.

Termőhelye: Nyassa-tó, Langenburg mellett (1); Rikwa-tó különböző-helyei (3); a Mbasi-folyó csendes öble, a Nyassa-tóba torkollás közelében (10); a Chumbul-folyó partján fekvő mocsarak (11); a Myawaya-folyó partján fekvő tócsák (9). De az említett termőhelyek közül legfőképen a Rikwa-tóban tenyészik tömegesen.

E faj azok közé a fajok közé tartozik, a melyeknek ölelő csápján az utolsó iz fogszerű nyújtványt visel, de valamennyi eddig ismerttől könnyen megkülönböztethető a hím és nőstény 5. lábpárjának szerkezete s a hím potrohának sajátságos túskezettsége alapján. Ezidőszerint Keletafrika jellemző fájának tekinthető.

Diaptomus Kræpelini P. MRÁZ.

E faj még eddig csupán Zanzibárból volt ismeretes. A Nyassa-tóban és a környékén fekvő vizekben közönségesnek mondható, a mennyiben vizsgálataim során a következő termőhelyekről

származó anyagban találtam meg: Nyassa-tó (1); Rikwa-tó (3); Myawaya-folyó melletti tócsák (9); a Mbasi-folyó csendes öble, a Nyassa-tóba torkollás közelében (10); Chumbul-folyó melletti tócsák (11); a Lumbira-folyó csendes öble (14); Muasik, tócsa a Nyassa-tó mellett (20); Muankengap, tócsa a Nyassa-tó közelében (21); Wiedhafen, tócsa a Nyassa-tó közelében (23). Csaknem minden termőhelyen a *Diatomus africanus* társaságában tenyészik, de egyéneinek száma elenyészően csekély az előbbeniével szemben. Igen feltűnő e viszony különben a Rikwa-tó planktonjában, a melyben átlag 2—300 *Diatomus africanus*-ra esik egy *Diatomus Kraepelini* példány. Máskülönben e faj a Nyassa-tó és a környékén fekvő vizek planktonjában helyettesíti a *Diatomus Stuhlmanni*-t, a mely a Viktoria-Nyanza planktonját népesíti s ehhez oly közel áll, hogy tulajdonképen bátran lehetne e két fajt csupán varietásnak tekinteni, annyival is inkább, mert jóformán csupán a hím 5. ballábának szerkezetében mutatkozik észrevehető eltérés.

Diatomus aethiopicus n. sp.

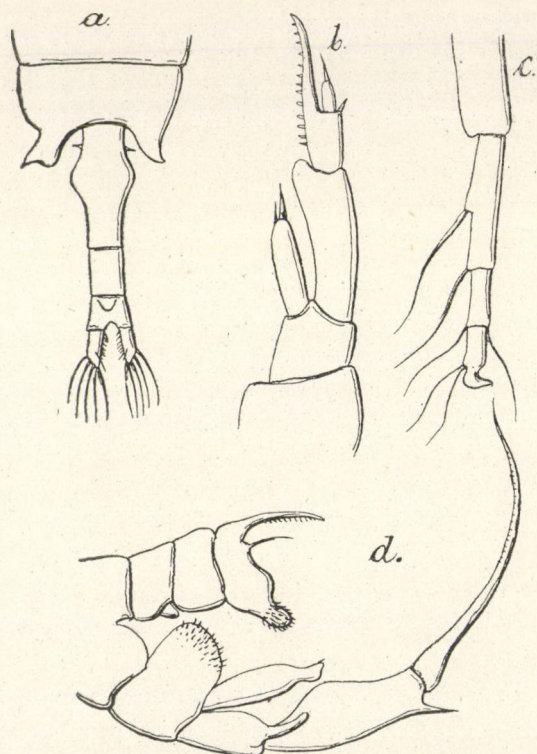
26. ábra. a—d.

A nőtény törzse elől és hátul keskenyebb, mint közepén és átmérője itt a legnagyobb. Az első törzsszelvény kevéssel rövidebb, vagy épen oly hosszú, mint az utána következő három együttvéve, a melyek egymás között egyforma szélesek. Az utolsó törzsszelvény az oldali csúcsok alapján erősebben mélyedt, minek következtében az oldalcsúcsok feltűnően kifelé irányulnak, különösen pedig a baloldali. A jobboldali csúcs oldalról nézve ferde kúphoz hasonlít, csúcsán és hasoldali szegélyén egy-egy kis tüske ül; a baloldali csúcs alapja a hasoldalon erősen öblös, hátoldali szegélye vájt, rajta három tüske van, melyek közül egy distalis csúcsán ül (26. ábra. a).

A nőtény potroha három szelvényből összetett; a genitalis szelvény hosszabb, mint az utána következő kettő együttvéve, közepe táján kétoldalt halomszerűen kiemelkedett s a halmok fölött mindkét oldalon egy-egy tüske ered. A két utolsó potroh-szelvény csaknem egyforma hosszú, az analis szelvény hátra-



felé kissé szélesedik. A villalemezek aránylag keskenyek, oly hosszúak, mint az őket viselő potrohszelvény, belső szegélyük finoman sörtés.



26. ábra. *Diaptomus aethiopicus* n. sp.

a ♀ utolsó törzsszelvénye és potroha, b ♀ ötödik lába, c ♂ ölelőjének utolsó ízei, d ♂ ötödik lábpárja.

A hím törzsének általános alakja emlékeztet a nőstényére, de az utolsó törzsszelvény oldalcsúcsai nem állanak kifelé, hanem hátra irányulnak és csúcsuk egyszerűen kerekített.

A nőstény első csáppárja 25-izű, hátrafelé hajlítva alig nyúlik le a potroh genitális szelvényének közepéig, néha csak a genitális szelvény oldaldudoráig ér.

A hím ölelőjének proximalis felén, a 10—12. izen csak igen kis, míg a 13.-on feltűnő nagy tüske ül; a 14—16. iz erősen duzzadt; a distalis részlet utolsóelőtti izén oldaltaraj vagy csúcskarom nincs, az utolsó iznek distalis végén befelé álló karomlemez emelkedik (26. ábra. c).

A felső- és alsó állkapocs, valamint az állkapcsi és evezőlábak is emlékeztetnek a genus többi fajáéira.

A nőstény ötödik lábán a protopodit két íze egyszerű; az exopodit első íze oly hosszú, mint a protopodit két íze együtt, külső szegélye gyengén íves, a belső ellenben kissé öblös; a második iz rövid, erős karomba folytatódik, a melynek belső szegélyén különböző nagyságú fogacskák emelkednek (26. ábra. b); az utolsó iz ujjforma nyújtvány alakjában mutatkozik, alapján kívül kis erős tüske, kerekített distalis csúcsán egy sörte ül. Az endopodit egy izű, hengeres, aránylag meglehetősen vastag, meghaladja az exopodit első izének félhosszát, distalis csúcsán egy hosszabb és egy rövidebb sörte ül (26. ábra. b).

A hím ötödik jobblábán a protopodit második izének belső oldala karélyformán erősen felduzzadt és finom sörtékkal borított; az exopodit első izének felső lapján, a distalis szegély közelében egy sarlóforma kutikulanyújtvány emelkedik, a mely befelé görbül és meghaladja az utána következő iz első negyedét (26. ábra. d); a második iz két végén elvékonyodott, közepén ívesen kiemelkedett, a csúcskarom alapján egy erős, rövid, egyenesen lefelé irányuló tüskét visel; a csúcskarom szabálytalanul sarlóformán görbült és finoman fogazott. Az endopodit hengeres, csúcsa közelében befűződött s így bunkóban végződőnek látszik, aránylag igen hosszú, a mennyiben distalis csúcsával megközelelti az exopodit második izének proximalis harmadát, illetőleg hosszával megüti az említett iz $\frac{2}{3}$ -át.

A hím ötödik ballábnak protopoditján a második iz belső szegélye síma, egyszerű, belső csúcsa ferdén metszett s itt izesül a csenevész endopodit (26. ábra. d). Az exopodit két proximalis íze jól fejlett, az első iz belső szegélye gyengén kerekített, befelé álló; a második iz belső csúcsa feltűnően meghosszabbodott, hengeres, ujjforma, fölületén finoman sörtés nyújtványba folytatódik, külső csúcsán egy erős, finoman fogazott, íves

karomtüske ül, distalis és közepén mélyedt szegélyén egy sörte emelkedik (26. ábra. *d*).

A nőtény hossza 1·8—2 mm., a him hossza 1·5—1·8 mm.

Termőhelye: Kilima-Ndjaro (17) s innen több ♀ és ♂ példány állott rendelkezésemre.

Az eddig ismert fajoktól a nőtény utolsó törzsszelvényének, potrohának s a him és a nőtény ötödik lábpárjának szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető, máskülönb a *Diaptomus Allauili* Gr. R. faj a legközelebbi rokona.

Diaptomus kilimensis n. sp.

27. ábra. *a—f*.

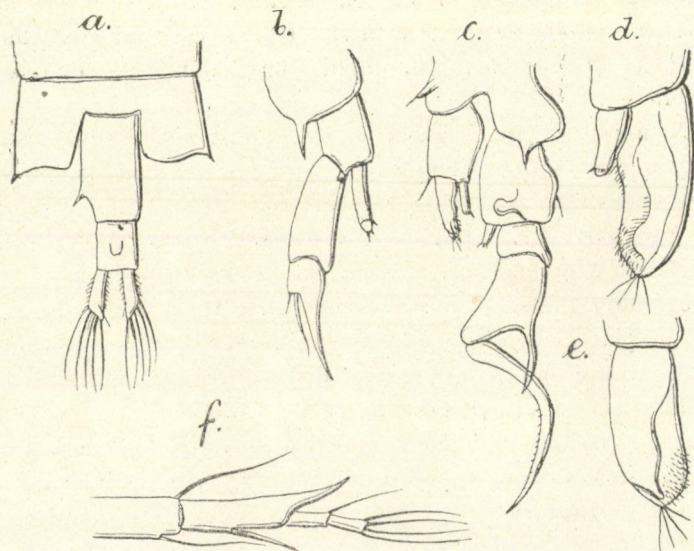
A nőtény törzse előfelé elkeskenyedik, a szemek mögött kétoldalt kissé bemélyedt, hátrafelé alig észrevehetően keskenyedik, legszélesebb a közepe táján. Az első törzsszelvény kevés-
sel hosszabb az utána következő háromnak együttes hosszánál. A második és harmadik törzsszelvény kevéssel keskenyebb a negyediknél. Az utolsó törzsszelvény két oldalcsúca hátrafelé erősen meghosszabbodott és fölülről nézve négyszögletű lemezhez hasonlítható; a jobboldalinak hátulsó belső csúca gyengén kerekített, míg a balé derékszögű és épen úgy tüskét visel, mint a külső. Oldalról nézve a jobb oldalkarély alapján mindkét felől gyengén befűződöttnek látszik, felső csúca tompán kerekített, sima, az alsó hegyes és kis tüskét visel; a baloldali karély alapja a hátoldalon erősen bemélyedt, minek következtében ferde állású, mindkét csúca hegyes és egy-egy tüskével fegyverzett (26. ábra. *a*).

A potroh csupán két szelvényből összetettnek látszik, a genitalis szelvény ugyanis három, az analis pedig két szelvényből nőtt össze. A genitalis szelvény kétszernél kevéssel hosszabb, mint az analis, baloldalán, hátulsó harmadában egy erős túske emelkedik. A villafüggelékek oly hosszúak, mint az analis potroh-szelvény, külső és belső szegélyük finoman sörtézett (27. ábra. *a*).

A him törzsének általános alakjában emlékeztet a nőtényre. Az utolsó törzsszelvény csúcsai rövidek, kerekítettek, de a jobboldali kevéssel jobban fejlett. A potroh öt szelvényből

összetett, az első szelvény jobboldali hátulsó csúcsa kissé meghosszabbodott.

A nőstény első csáppárja hátrafelé hajlítva majdnem a villafüggelékek alapjáig ér. A második csáppár, felső- és alsó állkapocs-, s a két állkapcsi lábpár hasonlít a genus többi fajáiéhoz.



27. ábra. *Diaptomus kilimensis* n. sp.

a ♀ utolsó törzsszelvénye és potroha, b ♀ ötödik lába, c ♂ ötödik lábpárja, d ♂ ötödik ballábának utolsó íze kívül, e ♂ ötödik bal lábának utolsó íze belül, f ♂ ölelő csáp utolsó ízei.

A him ölelőjének proximalis felén a 10. és 11. íz erős, a 12. igen rövid tuskét visel, a 13. íz hosszú, íves tuskéje mellett egy finom sörte ered; a 14, 15, 16. íz feltűnőbben duzzad, a két utóbbin túske is van.

Az ölelő distalis felén az utolsóelőtti második íznek belső csúcsa erős fognyújtványba folytatódik, a mely végével majdnem eléri az utolsóinak distalis csúcsát; az íz külső szegélyén egy erős túske ül; a két utolsó íz csaknem egyforma hosszú, az utolsóinak distalis végén csupán sörték emelkednek (27. ábra. f).

A nőtény ötödik lábának protopoditján a basalis iz külső csúcán hosszú tüskenyújtványt visel, a második ízén az endopodit alapján kis ujjforma nyújtvány emelkedik. Az exopodit második ízének csúcskarma jól fejlett, csaknem egyenes, a csúcskarom alapján kívül egy rövid és egy hosszú sörte van, a mely végével eléri a csúcskarom végesúcsát. Az endopodit ujjforma, hosszabb az exopodit első ízének felénél, két izre tagolódott, apicalis íze igen kicsiny, csúcán egy rövid tüske ül finom sörtécskék között, alapján, belül egy sörtécske emelkedik (27. ábra. b).

A hím jobb ötödik lábán a protopodit első ízének distalis szegélyén ujjforma nyújtvány emelkedik; a második iznek felső oldalán a distalis szegély közelében befelé irányuló kutikulanyújtvány van (27. ábra. c). Az exopodit első ízének külső csúcsa kissé kiemelkedett, a második iz a külső oldalsörtétől kezdve ferdén metszett, a külső oldalsörte tüskeszerű s a csúcskarom alapjától távol ül; a csúcskarom sarlóformán feltűnően görbült. Az endopodit igen rövid, distalis végével nem éri el az exopodit első ízének distalis szegélyét, illetőleg ennél az iznél rövidebb. A balláb protopoditjának basalis ízén ujjforma, sörtét viselő nyújtvány van. Az exopodit két első íze egymással teljesen egybeolvadt és az így keletkezett széles, hosszú iz belső szegélyén két halom emelkedik, az egyik a közepén, a másik a distalis csúcson s az utóbbi finom sörtékkal borított; belső oldalán a csúcs közelében befelé irányuló halom emelkedik, a mely finom sörtéket visel (27. ábra. a), külső oldalán a halom hiányzik, hanem e helyett a csúcson egy ujjforma nyújtvány ül (27. ábra. e). Az exopodit utolsó íze ujjforma kis nyújtványt alkot, a mely csúcán 4—5 sörtéből álló pamatot visel. Az endopodit csak fél oly hosszú, mint az exopodit első íze, ujjforma, distalis vége felé vékonyodik, csúcsa közelében finom sörték koszorúját s egy erősebb tüskécskét visel (27. ábra. c).

A nőtény hossza 2 mm., a hím hossza 1·8 mm.

Termőhelye Kilima-Ndjaró (17), a honnan több példány állott rendelkezésemre.

E faj a *Diaptomus bacillifer* KOELB. csoportba, illetőleg a genus azon fajai közé tartozik, a melyeknek hímjein az

ölelő utolsóelőtti második ize erős fognyújtványt visel; de az idetartozó fajoktól a nőstény utolsó törzsszelvényének, potrohának, valamint a nőstény és a hím ötödik lábparjának szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető.

*

Ha már most a tőlem megfigyelt *Copepoda*-fajokat általános földrajzi elterjedésük és Afrika területén tenyészésük tekintetéből figyelemre méltatjuk, arra az eredményre jutunk, hogy három csoportba oszthatók, és pedig 1. olyanokra, a melyek Afrikán kívül más világrészekből is ismeretesek, 2. olyanokra, a melyeket Német-Kelet-Afrikán kívül Afrika más területeiről is feljegyeztek és 3. olyanokra, a melyek még eddig csupán Német-Kelet-Afrika területéről ismeretesek. Ha ezen irányelvek szemelött tartásával csoportosítjuk a fajokat, azok következőleg oszlanak meg:

1. Afrikán kívül még más világrészekből is ismert fajok.

Cyclops phaleratus C. K.	Cyclops Dybowskii LANDE.
« bicolor SARS.	« Leuckarti CLS.
« macrurus SARS.	10 « oithonoides SARS.
« prasinus FISCH.	Attheyella decorata (DAD.).
5 « serrulatus FISCH.	« Grandidieri (G. RICH.)
« varicans SARS.	Dactylopus Jugurtha BL. RICH.
« aspericornis DAD.	

Ezek szerint tehát a Német-Kelet-Afrika területéről tőlem megfigyelt fajok felénél több Afrikán kívül más világrészekből is ismeretes.

2. Német-Kelet-Afrikán kívül Afrika más területeiről is ismert fajok.

Cyclops macrurus SARS.	Attheyella Grandidieri (G. RICH.).
« serrulatus FISCH.	Dactylopus Jugurtha BL. RICH.
« Leuckarti CLS.	Diaptomus Galebi BARR.
« oithonoides SARS.	« Kræpelini P. MR.
5 « Emini MRÁZ.	

A tölem megfigyelt összes fajoknak tehát csaknem fele olyan, a mely Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területről is ismeretes.

3. *Még eddig csupán Német-Kelet-Afrikából ismert fajok.*

Diaptomus Stuhlmanni MRÁZ.	Diaptomus æthiopicus n. sp.
« africanus n. sp.	« kilimensis n. sp.

Ezen jegyzék adatai szerint tehát a tölem megfigyelt *Copepoda*-fajoknak csak elenyészően csekély része olyan, a melyet még eddig csupán Német-Kelet-Afrika területéről ismerünk.

Ha már most befejezésül az Afrika területéről eddig ismert 50 édesvízi *Copepoda*-fajnak általános zoogeographiai viszonyait tekintjük, azt találjuk, hogy a következő két nagy csoportba oszthatók:

1. *Afrikán kívül más világrészekből is ismert fajok.*

Cyclops æquoreus FISCH.	Cyclops prasinus SARS.
« aspericornis DAD.	15 « serrulatus FISCH.
« bicuspidatus CL.	« varicans SARS.
« bicolor SARS.	« viridis JUR.
5 « diaphanus FISCH.	Attheyella decorata (DAD.).
« Dybowskii LANDE.	« Grandidieri (GR. R.).
« fimbriatus FISCH.	20 Canthocamptus horridus FISCH.
« hyalinus REHB.	Dactylopus Jugurtha BL. RICH.
« Leuckarti CLS.	Diaptomus Allaudi GR. RICH.
10 « macrurus SARS.	« salinus DAD.
« oithonoides SARS.	« Wierzejskii RICH.
« pentagonus VOSS.	25 « Lilljeborgii GR. RICH.
« phaleratus C. K.	

2. *Csupán Afrikából ismert fajok.*

Cyclops Emini MR.	Attheyella natalis BRADY.
« Gibsoni BRADY.	Canthocamptus yahiai BL. RICH.
« pusillus BRADY.	Laophonte Mohammed BL. RICH.
« Schmeili P. MR.	10 Mesochra Blanchardi RICH.
5 « Stuhlmanni MRÁZ.	« lybica BL. RICH.
Ectocyclops pubescens BRADY.	Diaptomus ægyptiacus BARR.

	Diaptomus aethiopicus n. sp.	20	Diaptomus Loveni GR. RICH.
	« africanus n. sp.	«	Stuhlmanni MR.
15	« capensis Sars.	«	Purcelli Sars.
	« Chevreuxi GR. RICH.		Paradiaptomus lamellatus Sars.
	« Galebi BARR.		Lovenula falcifera (Lov.).
	« Kræpelini P. MR.	25	Schmackeria Stuhlmanni P. MR.
	« kilimensis n. sp.		

Az előzőekben egybeállított két csoport egybevetése könnyen beláthatólag a következő eredményekre vezet:

1. Az Afrika területéről eddig megfigyelt *Copepoda*-fajoknak fele olyan, a mely más világrészekben is tenyészik, illetőleg többé-kevésbé kozmopolitának tekinthető és e fajok legfőképen a *Cyclopidae*-család képviselői.

2. A még eddig csupán Afrika területéről ismert *Copepoda*-fajok között úgy a *Cyclopidae*- és *Harpacticidae*-, valamint a *Centropagidae*-családnak képviselőit találjuk, de az utóbbi család fajainak száma mégis sokkal nagyobb, mint a más kettőé, s a fajok száma tekintetében a *Diaptomus*- és *Cyclops*-genusok tűnnek ki.

A mi már most Afrika *Copepoda*-faunájának a más világrészekéhez való viszonyát illeti, pozitív tény gyanánt megállapíthatjuk a *Boeckella*- és *Pseudoboeckella*-genus hiányozását, a melyeknek Délamerikában több faja tenyészik, sőt nem hiányoznak Ázsiából és Ausztráliából sem.

ÉLETTANI FOLYADÉKOK FAGYÁSPONTCSÖKKENÉSÉNEK ELEMZÉSE.

Elegyek fagyáspontcsökkenése.

TEZNER ERNŐ tanársegédttől.

(A budapesti m. kir. tudomány-egyetem élettani intézetéből.)

I. Kisérleti rész.

Jelen dolgozatom csak első része azon kiterjedtebb vizsgálatnak, melynek célja azoknak az értékeknek elemzése, a melyeket a physiologiai folyadékokon (vér, tej) eszközölt fagyáspontmeghatározásokkor nyerünk.

Legalább qualitative akarjuk megismerni azokat a tényezőket, melyeknek összesége megszabja az említett érték nagyságát. Nyilvánvaló, hogy nincsen jogunk a homogen egyszerű oldatokra nyert törvényeket szó nélkül az említett folyadékokra kiterjeszteni. Ezek ugyanis az egyszerű oldatoktól abban különböznek, hogy suspensiók és azonkívül a folyékony phasis több electrolytnek és nonelectrolytnek elegye. Hogy a suspendált részecskéknél mi a befolyása a fagyáspontcsökkenésre, azzal ezen vizsgálat második része fog tüzetesen foglalkozni. A mostani vizsgálatok tárgya az elegyek fagyáspontcsökkenése.

Vegyük az aránylag legegyszerűbb esetet, mikor két anyag van oldva *egy* oldószerben. Ekkor három eshetőség forog fenn: mindkét oldott anyag electrolyt, mindkettő nonelectrolyt és végül az egyik electrolyt, a másik pedig nonelectrolyt. Az első két kombinációnak részletes vizsgálata feleslegesnek látszott. A *nonelectrolyt-nonelectrolyt* elegyekre ugyanis WILDERMANN¹ kifogástalan methodikával megállapította, hogy az összes fagyáspontcsökkenés egyenlő a két alkotó rész partialis fagyáspontcsök-

kenésének összegével. *Két electrolyt* közös vizoldatánál az eredmény első sorban a két electrolyt természetétől függ, úgy hogy itt általánosabb, nem konstitutív jellegű szabályszerűség megállapítása alig várható. A következőkben tehát *electrolyt-non-electrolytelegyek* fagyáspontcsökkenéséről lesz szó, szorosabban véve arról, hogy az ilyen elegyekben az összes fagyáspontcsökkenés valóban összeadódik-e a két partialis fagyáspontcsökkenésből? Ha pedig ezen összegtől való eltérés mutatkozik, felfedezhető-e ebben valami törvényszerűség és mi az oka az eltérésnek?

Az eredeti oldattörvények a felvetett kérdésekre máris kész választ adnak. Az oldatokra vonatkoztatott HENRY-DALTON törvény szerint: ha egy oldószerben több, egymásra nézve indifferent anyagot oldunk, az összes osmosis-nyomás egyenlő a részletek összegével és ugyanaz áll a fagyáspontcsökkenésre is. Csakhogy a kísérleti technika tökéletesítésével a physiko-chemiai módszerek oly pontosságot értek el, hogy az eredeti oldattörvények most már csak megközelítéssel fejezik ki a viszonyokat. Mi tehát nem indulhatunk ki a HENRY-DALTON törvényből, hanem ellenkezőleg kutatnunk kell e törvény érvényességét és érvényességének határait az oldatokra nézve.

Kísérleteimben electrolytnak $n/25$ NaCl és Na_2SO_4 szolgált, mint a binár és ternár sók képviselője. A nem electrolytek közül phenolt, resorcint, *d*-glykóset-t, saccharose-t és ureumot vontam vizsgálataim keretébe $1/50$ — $1/500$ normal oldatokban.

A fagyáspontmeghatározás methodikáját illetőleg nagyjában is ismert előíráshoz ragaszkodtam.²

Eleinte BECKMANN-hőmérőt használtam, a legtöbb fagyasztást azonban állandó higanymennyiséggel bíró hőmérővel végeztem, mely circa 10 cm-nyi foknagyság mellett $1/200$ fokokra volt felosztva; az osztályzat 4° C-ra terjed.* A hőmérőt a hűtőhatás kikerülése végett az egyes meghatározások között jégben tartottam. Volumcorrectiót a «physikalisch-technische Reichsanstalt»

* Híg oldatok fagyáspontjának meghatározására — általában physiologiai fagyasztásokra — az eszköz teljesen kielégítő; kezelése pedig egyszerűbb a BECKMANNÉNÁL.

hitelesítési adatai alapján alkalmaztam. Convergentiahőfok és «kiálló Hg szál» szerint való korrekciót nem végeztem, hanem e helyett szigorúan ügyeltem arra, hogy a kryohydrat hőfoka ($-1\cdot0$), a keverő emelkedéseinek száma (32 egy perc alatt) és a szobalevegő hőmérséke a thermometer kiálló része mellett (19°C) valamennyi kísérletben egyforma és állandó legyen. Az említett két correctio ily kautelák mellett a különböző kísérletekben a hibahatáron belül egyenlő (az eltérés $0\cdot0001—0\cdot0002^\circ$). A légnyomást, mely rendes viszonyok közt $0\cdot0002^\circ$ -ig befolyásolja a fagyáspontot, teljesen figyelmen kívül hagytam. Az egyes mérés középhibája $0\cdot0005^\circ$.

Végeredményben minden meghatározásban három érték ismeretére volt szükségem és ezek: az elegy fagyponcsökkenése és az electrolyt valamint a nonelectrolyt használt koncentrációjának megfelelő partialis fagyáspontcsökkenés. Kísérleteimben először megállapítottam a tiszta sóoldat egyik részében annak fagyáspontcsökkenését (A_1); azután egy másik részében feloldottam a nonelectrolyt lemért mennyiségét és meghatároztam az így nyert elegy fagyáspontcsökkenését ($[A_1 + A_2]$). A nonelectrolyt partialis fagyáspontcsökkenését (D_2) számítás útján állapítottam meg. E célból külön kísérleti sorozatban megállapítottam az egyes nonelectrolyt készítmények fagyáspontcsökkenését különböző koncentrációk mellett. Ezen eredmények alapján megállapítottam a függvénykapcsolatot az illető készítménynek fagyáspontcsökkenése és koncentrációja között.

Az így nyert empiriás képlet magasabbfokú parabola egyenlete, a melybe a nonelectrolyt bizonyos koncentrációját behelyettesítve, megkaptam a keresett fagyáspontcsökkenést (D_2). Így tehát összehasonlíthattam az elegy összefagyáspontcsökkenését ($[A_1 + A_2]$) az alkotó részek partialis fagyáspontcsökkenéseinek összegével ($A_1 + D_2$). Ezen eljárás mellett természetesen a só lemerésével járó hiba nem jut kifejezésre, úgy hogy a fagyáspontmeghatározás saját hibáján kívül csak a nonelectrolyt lemerése szerepelhetett hibaforrásként.

Eredményeimet a következő táblázatokban (I—VI.) foglalom össze.

A) Electrolyt: $n/25$ NaCl.

I. Phenol.*

$$y = 291 \cdot (10^{-5}x)^2 + 1798,85 \cdot (10^{-5}x) + 23,9.$$

Concentratio Raoult szerint C	Az elegy fagyáspontcsökkenése számított $A_1 + D_2$	észlelt $[A_1 + A_2]$	Különbség
0·009 30	0·1613	0·1607	-0·0006
0·016 59	0·1749	0·1753	+0·0004
0·022 71	0·1866	0·1860	-0·0006
0·032 69	0·2062	0·2057	-0·0005
0·050 22	0·2420	0·2400	-0·0020

II. Resorcin.

$$y = -1971,8 \cdot (10^{-5}x)^4 + 2730 \cdot (10^{-5}x)^3 - 1353,3 \cdot (10^{-5}x)^2 + 215,1 \cdot (10^{-5}x) - 49,7.$$

0·007 85	0·1580	0·1573	-0·0007
0·014 16	0·1698	0·1698	± 0
0·019 03	0·1799	0·1791	-0·0008
0·025 08	0·1917	0·1908	-0·0009
0·034 49	0·2086	0·2068	-0·0018

III. Glykose.

$$y = -368 \cdot (10^{-5}x)^3 + 820 \cdot (10^{-5}x)^2 + 1401 \cdot (10^{-5}x) + 56,52.$$

0·008 27	0·1600	0·1590	-0·0010
0·011 94	0·1667	0·1650	-0·0017
0·013 20	0·1692	0·1672	-0·0020
0·015 43	0·1735	0·1715	-0·0020
0·020 77	0·1839	0·1821	-0·0018

IV. Saccharose.

$$y = -2380 \cdot (10^{-5}x)^2 + 2753,6 \cdot (10^{-5}x) - 62,64.$$

0·005 78	0·1508	0·1510	+0·0002
0·007 55	0·1551	0·1550	-0·0001
0·008 10	0·1564	0·1556	-0·0008
0·009 94	0·1607	0·1596	-0·0011
0·011 52	0·1642	0·1637	-0·0005
0·012 95	0·1673	0·1666	-0·0007
0·015 71	0·1730	0·1717	-0·0013

* Az egyes táblázatokhoz mellékeltem a D_2 kiszámítására szolgáló empirikus képleteket. Ezekben: $x=10^6$, C és $y=-10^4 \cdot D_2$.

V. Húgyanyag.

$$y = 3330 \cdot (10^{-5}x)^3 - 841 \cdot (10^{-5}x)^2 + 189,29 \cdot (10^{-5}x) - 0,163.$$

0·007	15	0·1551	0·1534	—0·0017
0·011	25	0·1626	0·1616	—0·0010
0·016	55	0·1724	0·1710	—0·0014
0·025	85	0·1910	0·1888	—0·0022
0·028	61	0·1970	0·1946	—0·0024

B) Electrolyt: $n/25 \text{ Na}_2\text{SO}_4$.

VI. Saccharose.

0·006	08	0·1517	0·1520	+0·0003
0·009	63	0·1598	0·1591	—0·0007
0·012	97	0·1674	0·1662	—0·0012

Ezen eredmények alapján kimondhatjuk, hogy a megvizsgált elegyek fagyáspontcsökkenése nem tevődik össze egyszerűen a komponensek fagyáspontcsökkenéseiből, hanem kisebb ezen összegnél.

A HENRY-DALTON törvény tehát csak megközelítéssel mondható érvényesnek, úgy hogy az ezen törvény alapján számított és az elegyek valóságos fagyáspontcsökkenése között különbséget találunk [l. a táblázat 4. rovata]. Ezen különbségek nagysága növekvő koncentrációval maga is határozott növekedést mutat, a mely különösen a magasabb koncentrációknál szembe-tünő és az értékeknek ez a «menete» minden táblázatban szabályszerűen megismétlődik. Megállapíthatjuk tehát, hogy men-nél nagyobb koncentrációban van jelen a nonelectrolyt, annál inkább marad az elegy fagyáspontcsökkenése alatta az alkotó részek fagyáspontcsökkenései összegének. Arra azonban eredményeink nem elég pontosak, hogy a különbségnek a koncentrációtól függő változását matematikai alakban kifejezhessük. Hiszen a különbség abszolút értéke alacsonyabb koncentrációknál néha nem is haladja túl a kísérleti hibát.

A felvett kérdésre vonatkozó kísérleteket az irodalomban csak elvéve találunk. Rendesen a probléma szigorú felállítása

nélkül és mintegy véletlenül, más szempontból végzett vizsgálatok alkalmával kerülnek elő.

Így TAMMAN³ és ABEGG⁴ emlitenek egy-egy kísérletet, melyben electrolyt-nonelectrolyt elegy fagyáspontcsökkenését meghatározták. Mindkét szerzőnél az absolute is igen nagy különbség a talált és a számított fagyáspontcsökkenés között positiv előjelű, nálam negativ. De $n-n/2$ oldatokban az electrolytek aránylag csekély dissociációja mellett egy további kis csökkenés már alig nyom valamit a latban, különösen, ha meggondoljuk, hogy ily concentratióknál már lényegesek az oldattörvényektől való eltérések.

Rendszeresen és kifogástalan methodikával vizsgálta a kérdést OSAKA.⁵ Egyrészt a ternär K_2SO_4 -ot oldotta phenol- és mannitoldatokban, másrészt a $NaCl$ -ot szintén phenol- és húgyanyagoldatban, mindezeket nagy hígításban (az electrolytok 0·001—0·015 mol. pro l., a nonelectrolytek 0·010—0·035 mol.). Eredményei legnagyobbbrészt megegyeznek azokkal, a miket összegezés útján a partialis fagyáspontcsökkenésekből nyer. Ott pedig, a hol különbség észlelhető — leginkább még a K_2SO_4 phenolsorozatban —, a talált fagyáspontcsökkenés kisebb a számítottnál. (A legnagyobb különbség 0·0017°.) Itt tehát már némi megegyezést találunk saját eredményeinkkel. Hogy a különbség OSAKANÁL nem nagyobb s nem állandó, azt első sorban a használt nagyon alacsony concentratióknak tudom be. Azonkívül OSAKA sehohsem említi, hogy a partialis fagyáspontcsökkenések közül azt, a melyet magában a kísérletben nem észlelhetett, tehát a sóét, micsoda adatokkal számította ki? Ha az interpolatiót oly értékekkel végezte, melyek nem a saját készítményére vonatkoznak, hanem más szerzők állapították meg e sóra, akkor igen kis eltérés a preparatumok tisztaságában néhány 0·0001°-nyi hibát teljesen érthetővé tenne. Ez a hiba viszont elegendő az esetleg fennálló különbség eltakarására.

Röviden említem HEDIN⁶ adatait, a ki több nonelectrolytnek (0·1—0·3 *n.*) hasonlítja össze fagyáspontját vízben és vérplasmában, mely utóbbi mint sóoldat szerepel. Az elegy összes fagyáspontcsökkenése általában nem tér el észrevehetően

a számítottól, a mint az néhány 0.001° -nyi kísérleti hiba mellett könnyen érthető.

Végül HAMBURGER⁷ ismert tankönyvének egy kis jegyzetében két kísérletet közöl NaCl -húgyanyag elegyek fagyáspontcsökkenéséről. A só koncentrációja 0.1 és 0.2 *n.*, a húgyanyagé 0.3 és 0.15 *n.* Az elegyek fagyáspontcsökkenése lényegesen (0.025 ill. 0.022° -kal) kisebb, mint a partialis fagyáspontcsökkenések összege. Ezek az értékek, a mennyire pontosak, egészen jól beleillenek görbénk extrapolált folytatásába.

Látjuk tehát, hogy ha a felsorolt irodalmi adatokat kellő bírálatnak vetjük alá, a számba jövő kísérletek (OSAKA, HAMBURGER) nincsenek ellentmondásban saját eredményeinkkel.

II. Elméleti rész.

Be kell vallanunk, hogy a talált eltérések oly csekélyek, hogy azok élettani folyadékok vizsgálatakor elhanyagolhatók. Eltekintve attól, hogy ezt a tényt először be kellett bizonyítani, várhatjuk, hogy a szervezet osmosisos viszonyainak kvantitatív vizsgálatakor valamikor ekkora értékek is szerepet fognak játszani.

Ezenkívül azonban a talált eltérések igen érdekesek általános chemiai szempontból és ezzel akarunk a következőkben foglalkozni.

Láttuk tehát, hogy a valódi és a DALTON törvény alapján számított fagyáspontcsökkenés között állandóan negatív előjelű különbség van, mely a koncentrációval párhuzamosan növekszik. Mielőtt megvizsgálnók, hogy mi okozza ezen eltérést az oldattörvényektől, meg kell fontolnunk, vajjon szigorúan véve alkalmazhatók-e ezek az adott esetben. Teljes érvényességük tudvalevőleg csak a végtelen híg oldatokra nézve áll fenn, s az észlelhető eltérések annál nagyobbak, mennél jobban távozunk ezen ideális koncentrációfoktól. Így az osmosisnyomás és a többi colliquatív tulajdonság vizes oldatokban gyorsabban növekszik a concentratio növekedtével, mint a hogy azt a VAN'T HOFF törvény ($\pi = RT \cdot K$) követelné. Ez az eltérés 0.5 *n.* oldatoknál jól látható, de már jóval higabbaknál is meg van. LEWIN⁸ oldhatóság csökkenési észleletek alapján 0.02 — 0.05 *n.*-ra

teszi az oldattörvények érvényességének felső határát mai methodikánk mellett.*

Ezen eltérések jelentkezésekor mérvadó az összes oldott alkotórész együttes koncentrációja (ABEGG¹¹), úgy hogy valamely új anyag feloldása egy sóoldatban ugyanúgy fogja az eltéréseket előidézni, mintha a só koncentrációját emeltük volna. Ez érthetővé tehetné a különbséget a számított és talált fagyáspontcsökkenés között is, csak hogy az előbb mondottak szerint azt várnök, hogy e concentratio növeléssel analog elegyítés után az össznyomás ill. összes fagyáspontcsökkenés *nagyobb* lesz a részletek összegénél. Valóban azonban *kisebbnek* találtuk. Az oldattörvényektől való eltérés magasabb koncentrációnál tehát nem szolgálhat az észlelt különbségnek magyarázatául.

Vizsgáljuk tehát meg, hogy az oldattheoria szerint, melyek azok a tényezők, a melyektől az elegy fagyáspontcsökkenése függ.

VAN'T HOFF képlete szerint

$$\Delta = -\frac{RT^2}{100w} (K + K_1)$$

a fagyáspontcsökkenés az oldott anyag osmosisos koncentrációjától ($K + K_1$), az *oldószer* olvadáshőjétől (w) és absolut olvadás-hőfokától (T) függ. Akár tiszta sóoldatot fagyasztunk, akár olyat, melyben nonelectrolyt is van oldva, mindig csak tiszta víz az, a mi kifagy; a két oldott anyag mindig a folyékony phasisban marad. Nincs tehát jogunk feltenni, hogy a nonelectrolyt hozzáadása által megváltozott volna az oldószer valamely tulajdonsága. Ha pedig az oldószertől függő két tényező a két esetben egyenlő (T és w), a különbséget a harmadikban, az osmosisos koncentrációban kell keresnünk.

* Ezek az eltérések vezettek ahhoz a nagyszámú korrektíós képlethez, mely az utolsó évek physiko-chemiai irodalmának elég jelentékeny részét teszi. (NOYES,⁹ ARRHENIUS,¹⁰ ABEGG,¹¹ NERNST¹² stb.) Újabban VAN DER LAAR¹³ ezen eltérésekből kiindulva heves támadást intéz az oldattheoria mai tana ellen. Ugyanott thermodynamikai megfontolások alapján szabatos alakot ad a VAN'T HOFF *törvénynek*.

A talált szabályszerűség tehát következésképpen fejezhető ki:

$$\frac{RT^2}{100w}(K+K_1) < \frac{RT^2}{100w}K' + \frac{RT^2}{100w}K'_1$$

elosztva $\frac{RT^2}{100w}$ -vel, lesz:

$$(K+K_1) < K' + K'_1,$$

Az elegyítés után tehát az alkotórészek osmosisos koncentrációja kisebb mint volt amekelőtte.

Osmosisos concentratio alatt értjük tudvalevőleg az oldat, illetve oldószer térfogategységében foglalt ionok egyszerű és polymerizált molekulák összességét. Ezen értékek az elegyítéskor észlelt csökkenésére az oldat molekuláris szerkezetének következő változásai vezethettek:

1. Chemiai reactio a két oldott anyag között, nagy complex molekulák képződésével.

2. Az electrolyt dissociációjának csökkenése.

3. A polymerisatiófok emelkedése.

Ezek közül az elsőt rögtön kizárhatjuk. A használt anyagok közül a resorcin és a phenol a halogensókkal egyáltalában nem reagál. A szőlő- és a nádczukornak ellenben ismerjük több kettős sóját *NaCl*-dal (LIPPMANN¹⁴). Csakhogy ezen vegyületeket csak szilárd, kristályos alakban sikerült kimutatni. Híg vizes oldatban épenséggel nem állandók (FISCHER¹⁵). Közvetlenül bizonyít a hydrolysis teljessége mellett az az észlelet, hogy az említett kettős sók polarimetrikus vizsgálatkor ugyanakkora fordító képességet mutatnak mint a tiszta czukoroldatok (TOLLENS¹⁶). Egészen hasonlóak a viszonyok a húgyanyagnál.

Mint hogy ilyenformán az osmosisos concentratióban észlelt csökkenést nem magyarázhatjuk *chemiai reakcióval* figyelmünket a másik két tényezőre kell fordítanunk. Az oldott anyag *polymerisatiófoka* valóban lényegesen befolyásolja az oldat fagyáspontcsökkenését, hiszen a kettős vagy többes molekula csak egy osmosisos egységnek számít, úgy hogy a nagyobb mértékben polymerizált oldat *ceteris paribus* kisebb fagyáspontcsökkenést ad, mint az, mely főleg egyes molekulákból áll. Azonban semmi alapunk sincs arra a feltevésre, hogy a poly-

merisatiófok változik (nö), ha sóoldatban nonelectrolytet oldunk fel. Ha tehát ettől az önkényes feltevéstől elállunk, kénytelenek vagyunk az észlelt jelenség magyarázatát a harmadik tényező változásában keresni. Fel kell tehát tennünk, hogy az *electrolyt disszociációja az indifferens nonelectrolyt hozzáadása folytán csökken*. Hogy valóban a disszociált molekulák azok, a melyek állapotában elegyítéskor a változás beáll, az kiderül WILDERMANN¹ észleleteiből is. Szerinte ugyanis két nonelectrolyt összekeverésekor az elegy fagyáspontcsökkenését illetőleg szigorúan követi HENRY-DALTON törvényét. Ha tehát kísérleteinkben ezen törvénytől való eltérést találtunk, ennek okát csak az oldat ionizált részében, az ionok jelenlétében kell keresnünk.

Az oldat molekulás szerkezetében az elegyítéskor végbemenő változás — nevezetesen szabad ionok jelenlétében — kiderül továbbá mindazon esetekből, a mikor az elegy valamely tulajdonsága nem vezethető le additív úton a komponensekből.

Így kimutatták, hogy indifferens nonelectrolyt kevésbbé oldódik electrolyt jelenlétében, mint tiszta vízben, míg két nonelectrolyt elegyében ily oldhatóságcsökkenést nem észleltek (ROTHMUND,¹⁷ LEWIN,⁸ WALDEN¹⁸).

Ugyancsak eltérést találtak az additív typustól az elegyek viscositasánál, a mi — chemiai reactio ki lévén zárva — megint csak az oldat molekulás szerkezetében lefolyó változásokra mutat (KANITZ,¹⁹ RUDORFF²⁰).

Electrolyt-nonelectrolyt elegyek vezetőképességét először ARRHENIUS vizsgálta, a ki azt találta, hogy az electrolyt oldatának vezetőképessége nonelectrolyt hozzáadásakor kezdetben *csökken*, és pedig szerinte az ionsurlódás növekedése következtében, míg a disszociatio-változásnak 10% cukortartalomig semmi szerepet sem tulajdonít.

Érdekes ezen kísérleti eredmények értelmezése saját észleleteink segítségével. A vizes oldatok vezető képessége függ a jelenlevő ionok számától s mozgékonyágától. Az előbbiben kifejezést talál az oldott anyag *concentrációja és disszociációja*, míg az ion-mozgékonyág az oldószer (és nem az oldat²²) *belső surlódásának* függvénye. Az a kérdés tehát, hogy miképen változik ez a három tényező nonelectrolyt hozzáadására

sóoldathoz, ha chemiai reactio bekövetkezése kizártnak tekinthető. Az electrolyt concentratiója változatlan marad. Az oldószer viscositasa ellenben változik, mert a használt nonelectrolytek concentratiójukkal párhuzamosan növelik a víz viscositasát. Ugyancsak változik a dissociatio és pedig csökken a nonelectrolyt hozzáadására, a mint azt a most előadott kísérletekből volt alkalmunk következtetni.

A viscositas növekedése és a dissociatio csökkenése *egy* irányban érvényesíti hatását: mind a kettő a vezetőképesség kisebbedését vonja maga után. A vezetőképességnek ARRHENIUS kísérleteiben észlelt ezen csökkenése tehát felbontható két részre, az egyik a dissociatio-csökkenés, a másik a surlódás növekedésének következménye.

A fagyáspontcsökkenésről nyert eredményeink segítségével a dissociatio változása és ebből a vezetőképesség megfelelő csökkenése is kiszámítható. Ha ily módon elemezzük az ARRHENIUS által talált vezetőképesség csökkenését, képet nyerünk arról, hogy ennek mekkora része származik az electrolyt dissociatiójának csökkenéséből és mekkora a viscositas növekedéséből.

Maga a surlódás változása ebből már nem számítható ki, mert az összefüggést a surlódás és vezetőképesség között matematikai alakban kifejezni eddig nem sikerült (l. WALDEN).²⁵

Mínthogy saját készítményeimmel vezetőképességmeghatározást nem végeztem, hanem a más szerzők által nyert adatokat vettem számításom alapjául, nem tekinthetem ezen számításokat kifogástalanoknak. Arra szoritkozom tehát, hogy az eredményeket közölve, rámutassak ARRHENIUSSAL szemben arra, hogy a dissociatio csökkenésének igenis lényeges szerepe van az elegy vezetőképességének csökkentésében.

A tiszta 0.025 *n.* *NaCl* oldat vezető-
képpése _ _ _ _ _ $k = 2870 \cdot 10^{-6}$ ohm cm.
Ugyanezen sóoldat +0.3796% nádczú-
kor vezetőképessége, számítva az elec-
trolyt dissociatiójának csökkenéséből $x = 2720 \cdot 10^{-6}$ " "
Ezen elegy vezetőképessége kísérletileg
meghatározva (ARRHENIUS) _ _ _ _ _ $K = 2611 \cdot 10^{-6}$ " "

Végül rátérünk még arra a kérdésre, hogy az észlelt dissociációcsökkenés kapcsolatba hozható-e és miképen mai felfogásunkkal az oldatokról. NERNST²³ és THOMSON²⁴ hypothesisai szerint a dissociatíofok két egymás ellenében működő behatásnak az eredménye. Az egyik talán azonos a molekulák komponenseinek kinetikai energiájával és az ionok szétválasztására irányul. A másik az ellenkezően töltött ionok electrostatikai vonzása, mely ismét neutrális molekulák képződésére vezet. A dissociatio foka kifejezi az ezen erők által létesült egyensúlyi állapotot. Függ tehát egyfelől attól, hogy a molekulák mekkora mennyiségben szakítatnak szét ionokká, másfelől attól, hogy az oldószer szigetelő képessége mekkora erővel szegül ellene az ionok újbóli egyesülésének.

Ez a theoria kísérletileg is megközelíthető oly irányban, hogy megvizsgáljuk, vajjon az ionok egyesülési tendenciájának gyengülése és erősödése a szigetelő oldószer változtatása által valóban együtt jár-e a dissociatio megfelelő változásával. Erre nézve már NERNST rámutatott arra az érdekes párhuzamosságra, mely különböző oldószer dielectromos constansa, vagyis szigetelő képessége és dissociáló ereje között fennáll.* A dissociáló erő viszonylagos mértékéül szolgál az a dissociatíofok, oldva melyet egy bizonyos electrolyt bizonyos concentratióban különböző oldószerekben elér. Ujabban WALDEN²⁵ ezt a NERNST által talált párhuzamosságot gazdag kísérleti anyagán is kimutatta.

Kísérleti eredményeink szerint a nonelectrolyt hozzáadása csökkentette a só dissociatíóját. Minthogy a só természetében, tehát ionjainak szétszakadási tendenciájában semmi változást sem tételezhetünk fel, arra kell gondolnunk, hogy a dissociatio csökkenésének oka az oldószer dielectromos constansának csökkenése. A kérdés tehát most az, vajjon ily csökkenés valóban észlelhető-e nonelectrolyt hozzáadásakor.

* Könnyen érthető, hogy az említett párhuzamosság alól előfordulnak kivételek is, hogyha meggondoljuk, hogy a dielectromos constansra az oldott anyag természetétől függő másik tényezőnek is lényeges befolyása van.

Híg sóoldat és víz között itt különbséget tennünk nem kell, mert a kettőnek a dielectromos constansa egyenlő (DRUDE,²⁶ DE FOREST PALMER).²⁷

Ha pedig vízben nonelectrolytot oldunk, a dielectromos constans mindig kisebb a vizénél és pedig annál kisebb, minél nagyobb a hozzáadott nonelectrolyt concentratiója (DRUDE). Ha pedig a szigetelő képesség ez által csökken, jobban fog érvényre jutni az electrostatikai vonzás és az egyensúly egy alacsonyabb dissociatíofok felé fog eltolódni. A nonelectrolyteknek dissociatíót csökkentő hatása tehát theoretice is kielégítő magyarázatot talál.

III. Összefoglalás.

1. Híg electrolyt és nonelectrolyt elegyek fagyáspontesökkenése nem tevődik össze az alkotó részek fagyáspontesökkenésiből, hanem ezen összegnél kisebb.

2. Ezen jelenségnek oka az, hogy az electrolyt dissociatiója indifferens nonelectrolyt jelenlétében csökken.

3. A nonelectrolyt hozzáadására az electrolyt vezetőképességében észlelt csökkenés nemcsak a viscositas növekedésétől, hanem részben az electrolyt dissociatíójának csökkenésétől is származik.

Irodalom.

1. WILDERMANN: Ztschr. f. physik. Ch. 19. 25. 1896.
2. OSTWALD-LUTHER: Physiko-chemische Messungen. II. kiad., 1902.
3. TAMMAN: Ztschr. f. physik. Ch. 9. 97, 1892.
4. ABEGG: Ztschr. f. physik. Ch. 11. 248, 1893.
5. OSAKA: Ztschr. f. physik. Ch. 41. 560, 1902.
6. HEDIN: Pflügers Arch. 68. 229.
7. HAMBURGER: Osmotischer Druck und Ionenlehre. II. 240, 1904.
8. LEWIN: Ztschr. f. physik. Ch. 55. 513, 1906.
9. NOYES: Ztschr. f. physik. Ch. 5. 52, 1889.
10. ARRHENIUS: Ztschr. f. physik. Ch. 10. 51, 1892.
11. ABEGG: Ztschr. f. physik. Ch. 11. 248, 1893.
ABEGG: Ztschr. f. physik. Ch. 15. 209, 1894.
12. NERNST: Ztschr. f. physik. Ch. 38. 487, 1901.
13. VAN DER LAAR: Das thermodynamische Potential und seine Anwendung auf Gleichgewichtsprobleme. 1906.

14. LIPPMANN: *Chemie der Zuckerarten.* 549. 1323, 1904.
15. FISCHER: *Ztschr. des Vereins f. Zuckerind.* 21. 293.
16. TOLLENS: *Ber. d. deutsch. Chem. Gesellschaft.* 33. 1279, 1900.
17. ROTHMUND: *Ztschr. f. physik. Ch.* 33. 401, 1900.
18. WALDEN: *Ztschr. f. physik. Ch.* 55. 683, 1906.
19. KANITZ: *Ztschr. f. physik. Ch.* 22. 352, 1897.
20. RUDORFF: *Ztschr. f. physik. Ch.* 43. 297, 1903.
21. ARRHENIUS: *Wiedemann's Annalen.* 30. 58, 1887.
Ztschr. f. physik. Ch. 9. 487, 1892.
22. WALDEN: *Ztschr. f. physik. Ch.* 55. 244, 1906.
23. NERNST: *Theoretische Chem. III. kiad.* 364, 1900.
24. THOMSON: *Philosophical Magazin.* 36. 320, 1893.
25. WALDEN: *Ztschr. f. physik. Ch.* 54. 129, 1906.
Ztschr. f. physik. Ch. 46. 103, 1903.
26. DRUDE: *Wiedemann's Annalen.* 59. 17, 1896.
Ztschr. f. physik. Ch. 23. 304, 1897.
27. FOREST-PALMER: *Jahrbuch f. Electrochemie.* 237. 1902.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1907 november 18.-án tartott üléséből.)

EGY ALUMINIUMPHOSPHÁT VASHEGYRŐL GÖMÖR VÁRMEGYÉBEN.

ZIMÁNYI KÁROLY-tól.

A folyó 1907. év tavaszán a HEINZELMANN-féle vasgyár és bányatársulat pátvaskőbányaiban egy zöld ásványt találtak, a melyet eddig sem Vashegyről, sem hazánk más bányavidékéről még nem ismertünk. KLEKNER LÁSZLÓ bányagondnok és üzeme-
vezető úr szíveségének köszönöm, hogy a kérdéses ásvány néhány darabját nekem meghatározás végett elküldötte és annak közelebbi előfordulását velem közölte.

Az ásvány a nevezett bányatársulat 78. számú bányamezején* a középső vaskőtelep fedőjében, a grafitos palába szabálytalanul beágyazva fordult elő, a külszíntől mintegy 35 m. mélységben. Az ásvány a kézipéldányokon a feketés-szürke pala szabálytalanul üregeit és repedéseit tölti ki; ezenkívül a palának össze-vissza töredezett darabjai közt különböző nagyságú, szürkés-fehér vagy sárgás foltok, illetőleg részek vannak, a melyek egy porhanyós, földes anyagtól erednek, a mely sósavban nem oldódik, de fluorsavban igen. LOCZKA JÓZSEF múzeumi igazgató őrnagy szíves volt ezt az anyagot minőlegesen megvizsgálni és közelítően a kovasav mennyiségét is meghatározta; a SiO_2 86%, a maradékban sok *Fe* és *Al* volt, ezeken kívül erős *Mg*, *K* és *Na* reakció és nyomokban *Ca* mutatkozott.

Az ásvány színe világos almazöld, a mely a szélek felé helyenként csaknem a fehérbe megy át, ezeken a helyeken az ásvány kissé a nyelvhez tapad, ellenben a hol élénkebb a színe, ott nem. A mely üregeket nem tölti ki teljesen, azoknak falait

* EISELE G.: Gömör és Kishont törv. egyesült vármegyék bányászati monographiája. Selmezbánya, 1907. 393. l.

vékonyabb vagy vastagabb (1—3 mm.) réteggel vonja be, a melynek felülete apró gömbös, szemölcsös; a gömböcskék színe túlnyomóan szintén világos-zöld, némely üregben azonban zöldesbe hajló kékes-szürke. Az ásvány pora és karcza fehér.

Szabad szemmel vagy egyszerű kézinagyítóval a szövete tömör; vékony csiszolatban a mikroszkop alatt erősebb nagyítás (mintegy 230-szoros) mellett túlnyomóan rendkívül aprószemű, csaknem szintelen aggregatumot és ebben mintegy beágyazva koncentrikus-héjas szerkezetű gömböket látunk. Az egyes szemcskék kissé hosszúkásak, kettősfénytörésük, a polarizációs szín nagyon halványzöld és vörös. A héjas szerkezet többnyire csak a gömböcskék kerületén látható jól, mivel belsejük felé gyakrabban finomkristályos a szerkezet. A koncentrikus héjakon a polarizációs színek valamivel élénkebbek. A csiszolat főrészt alkotó szemcsés aggregatumba szétszórva szabálytalan körvonalú, világos sárgászöld, alig átlátszó részek vannak beágyazva.

A törésfelület egyenetlen és fénytelen, ellenben az apró gömböcskék felülete gyöngö viaszfényű. A nagyobb, vastagabb darabok átlátszatlanok, csak a vékony szilánkok szélei áttetszők. Az ásvány egyöntetű tömegébe itt-ott fekete pettyek vannak beágyazva, a melyek az ásvány feloldása után visszamaradnak. A keménység 4—5; a fluoridot még karczolja, de az üveget már nem, aczélkéssel jól karczolható és még faragható is. Fajsúlya 2·431.

A BUNSEN-lángban nem olvad és nem pattog, hevítéskor színét veszti és sárgás rózsaszínű lesz, a mi különösen jól látható, ha az ásvány porát hevítjük. A közönséges lángreakciókkal agyagföldet és phosphorsavat mutathatni ki, ezt nedves úton a rendes minőleges elemzés is igazolta; a bóraxgyöngyöt úgy a redukáló, mint az oxydáló lángban halványzöldre festi. Üvegcsőben hevítve vizet veszti, a mely savas hatású. Sósavban vagy erős kálilúgban nemcsak pora, de még kisebb darabkája is oldódik; a hidegben lassabban, a melegben gyorsabban.

Ezen aluminiumphosphát physikai sajátságai és lángreakciói teljesen egyeznek a variscitével,* de mivel több, szintén

* Összehasonlítás végett a szászországi és utahi variscittal ugyan-

zöldszinű és hasonló külsejű, víztartalmú aluminiumphosphátot ismerünk, a biztos megkülönböztetésre mennyileges elemzés vált szükségessé. Kérésemre LOCZKA JÓZSEF múzeumi igazgató úr úr szíveskedett az ásványt megelemezni, a mihez gondosan kiválasztott, tiszta anyagot használt; főalkotórészek gyanánt agyagföldet, phosphorsavat és vizet mutatott ki; ezenkívül még vasat 2%-ot meghaladó mennyiségben, a többi alkotórész egyike sem érte el az 1%-ot. Az alább közölt elemzés adataiból LOCZKA úr $Al_2O_3 \cdot P_2O_5 + 5H_2O$ tapasztalati képletet vezetett le, mint a mely legjobban megfelel a talált értékeknek; a variscit képletétől tehát csak annyiban különbözik, hogy egy molekulával több vizet tartalmaz.

A variscitet mint önálló ásványfajt először BREITHAUPT¹ írta le Messbachról Szászországban, ugyaninnen csak jóval később elemezte meg a variscitot PETERSEN,² képletét pedig $Al_2O_3 \cdot P_2O_5 + 4H_2O$ -nak állapította meg. 1865-ben DAMOUR³ egy hasonló ásványt elemzett meg Lockmariaques-ról, a mely egy kelta sirban talált ékszereken ékkő volt. DAMOUR callaisának chemiai és physikai sajátságai nagyon közel állanak a variscitéihez, de szintén öt molekula vizet tartalmaz, mint a Vashegyről való zöld phosphát. Ezenkívül még két variscit elemzését ismerjük, az egyiket Arkansasból CHESTER,⁴ az Utahból származót pedig PACKARD⁵ elemezte, mind a két előfordulásban az agyagföld, a phosphorsav és a víz aránya 1 : 1 : 4; itt megjegyzem, hogy CHESTER két elemzése közül az elsőben az agyagföldnél 0·86%, a másodikban a phosphorsavnál 0·95%, a víznél pedig 1·03% az eltérés az $Al_2O_3 \cdot P_2O_5 + 4H_2O$ képletnek megfelelő százalékos összetételtől. KENNGOTT,⁶ DAMOUR munkájáról referálva, az elem-

azokat a lángkísérleteket megtettem és teljesen egyező eredményeket kaptam; mindegyik a hevítéskor *savanyú* hatású vizet vesztett.

¹ Journal für prakt. Chemie. 1837. 10. 506. l.

² Neues Jahrb. für Mineralogie etc. 1871. 357. l.

³ Compt. Rend. 1865. 59. No. 23. 936. l. és Annales de Chimie et de Phys. 1865. (IV.) 4. 117. l.

⁴ Americ. Journ. Sci. (III.) 1877. 13. 295. l.

⁵ Americ. Journ. Sci. (III.) 1894. 1. 297. l.

⁶ Neues Jahrb. für Mineralogie etc. 1872. 193. l. és Resultate der mineralog. Forschungen 1862—1865. 53. l.

zés adatainak átszámítása után arra az eredményre jutott, hogy a callais kémiai összetétele közelebb áll a variscitéhoz s ezért az utóbbival egybefoglalta. CHESTER levonván a 2·1% SiO_2 -ot, a melyet a callais tartalmazott, szintén azt következteti, hogy a két ásvány azonos; RAMMELSBERG* szintén egyesíti a callaist a variscit-tal. A mint az alább közölt táblázatos összeállításból láthatjuk, a callais összetétele a 2·1% SiO_2 levonása után, ha csak a főalkotórészeket tekintjük és az Al_2O_3 -ot és Fe_2O_3 -at egybefoglaljuk, leginkább az $Al_2O_3 \cdot P_2O_5 + 4\frac{1}{2}H_2O$ képletnek felel meg. A következő táblázat (l. 76. oldal) I—V. rovatában az elemzési eredményeket, a VI—VIII. rovatban pedig a százalékos összetételt tüntettem fel.

Ismeretes, hogy a nem kristályodott ásványoknál sokkal ritkábban egyeznek az elemzés adatai a megállapított képletből számítottakkal oly pontosan, mint a jól kristályodottaknál; a variscitnek eddig ismert elemzése pedig mind tömör anyagra vonatkoznak. A mint a fentebbiekből láttuk, a Vashegyről való zöld alumíniumphosphát fizikai sajátosságaira, mikroszkopos szerkezetére és minőleges kémiai összetételére nézve a variscit-tal megegyezik, s ezért ámbár egy molekula vízzel többet tartalmaz, a mit az anyag nem tökéletes homogenitásának is tulajdoníthatunk, az ásványt *variscit*-nek kell elfogadnunk.

KLEKNER bányagondnok úrnak, a ki oly figyelemmel és érdeklődéssel kíséri Vashegyen és környékén az ásványelőfordulásokat, ezen a helyen is köszönöm szívességét az ásvány elküldéseért, a mivel hazánk ásványtani ismeretének gyarapodását előmozdította.

* Handbuch d. Mineralchemie. II. Aufl. Leipzig, 1875. 2. 321. l.

	I.	VI. $Al_2O_3P_2O_5$ $+5H_2O$	II.	II. a. levonva $2\cdot1\% SiO_2$	VII. $Al_2O_3P_2O_5$ $+4\cdot3H_2O$	III.	IV. 1. 2.	V.	VIII. $Al_2O_3P_2O_5$ $+4H_2O$
Al_2O_3	28·83%	30·58%	29·57%	} 32·06%	31·43%	31·25%	31·46%	32·24%	32·32%
Fe_2O_3	2·27	—	1·82		—	—	—	—	—
FeO	0·16	—	—	—	1·21	—	—	—	—
Cr_2O_3	0·73	—	—	—	—	—	—	—	—
CaO	0·09	—	—	—	—	—	—	—	—
CaO	0·22	—	0·70	—	0·18	—	—	—	—
MgO	0·10	—	—	—	0·41	—	—	—	—
Na_2O	0·07	—	—	—	—	—	—	—	—
K_2O	0·12	—	—	—	—	—	—	—	—
Mn	—	—	nyomok	—	—	—	—	—	—
P_2O_5	41·98	42·49	42·58	43·49	43·66	44·05	44·74	43·96	44·40
H_2O	25·98*	26·93	23·62	24·12	24·91	22·85	23·80	23·80	22·95
oldhatlan maradék SiO_2	—	—	2·10	—	—	—	—	—	—
Fajssúly	100·81	100·00	100·39	99·67	100·00	99·95	100·00	100·00	100·00
	2·431	—	2·510	—	—	2·408	—	—	2·620

* Egy második meghatározáskor a zöldes fehér, nyelvéhez tapadó részekben a víz 25·51% volt.

ÚJABB VIZSGÁLATOK A TYÚKÉBRÉNY ANYAG- ÉS ENERGIAFORGALMÁRÓL.*

TANGL FERENCZ lev. tagtól és MITUCH AUGUSZTÁ-tól.

Azon kísérletsorozat, mely alapja volt TANGL FERENCZ első közleményének ** a fejlődés munkájáról, nem volt kifogástalan, mert az összehasonlítás alapját tevő tojások nem származtak ugyanazon tyúktól, koruk — vagyis a tojás ideje és a költés kezdete közti időköz — nem volt ismeretes, mert súlyukat nem lehetett mindjárt a tojás után mérni. Kívánatos volt ezenkívül ugyanazon tojásnál az elhasznált, vagy helyesebben mondva az átalakult chemiai energia mennyiségén kívül még az elhasznált zsir mennyiségét is meghatározni, miután kitűnt, hogy a fejlődés munkáját tevő energia az ébrény fejlődése közben oxydált zsir energiája.

Ezenkívül el kellett még dönten, vajjon csakugyan elvesze a tojástartalom N -jének egy része a költés közben, a mint azt régebbi vizsgálatok látszólag mutatják, s ha igen, milyen vegyületek alakjában. Ennek megállapítása már csak azért is fontos volt, mert a fejlődés munkájának a kiszámításánál számba jön.

Mindezen kérdések eldöntésére két kifogástalan kísérleti sorozat állott rendelkezésünkre, a mennyiben egy-egy sorozatban ugyanazon tyúknak egy tojó időszakból származó tojásait tehattük összehasonlító vizsgálataink tárgyává. A tyúkok a kakassal együtt az intézetben tartattak s úgy a tojás idejében, mint már azelőtt ugyanazon takarmányon éltek. Minden tojást azonnal a lerakás után még melegen lemértünk. A lemért tojások

* A budapesti kir. m. tud. egyetem általános kórtani intézetében készült dolgozat.

** TANGL FERENCZ: Adatok az ébrény fejlődésének energetikájához. Mathem.-természett. Értesítő, XX. kötet, 1902, 599. l.

egy részét költetlen állapotban dolgoztuk fel, a másik részét költökemenczében a csirke kibuvásáig költésnek vetettük alá. A csirkét kibuvása után azonnal megfojtottuk, lemértük s tesztéből a még el nem használt sziket gondosan, a szikhártya megsértése nélkül eltávolítottuk s külön megmértük. Úgy a költetlen, mint a költött tojásokban, az utóbbiakban külön a csirkében és az el nem használt szikben, mindig kettős elemzésekkel meghatároztuk a száraz anyagot, a zsírt, a N és a chemiai energia mennyiségét. A N -t KJELDAHL szerint, a zsírt a LIEBERMANN-féle elszappanosító módszerrel, a chemiai energiátartalmat illetőleg égési meleget a BERTHELOT-MAHLER-féle calorimetriás bombával határoztuk meg.

A költetlen és költött tojások összehasonlításával kiszámíthattuk, hogy a költés alatt mennyi víz, száraz anyag, zsír, N és chemiai energia használtatott el.

Összesen 13 tojást elemeztünk: három költetlen és három költött tojást a VIII-as számú és három költetlen a négy költött tojást a XI-es számú tyúktól.

Kísérleteink eredményeit a következő hat táblázat mutatja:

I. táblázat.

Költetlen tojások.

A tyúk száma	A tojás száma	A tojás súlya közvetlenül a tojás után	A tojáshéj súlya (teljesen szárítva)	A tojás tartalom súlya	A tojás tartalom-ban van száraz anyag	A tojástartalom száraz-anyagának 100 g-jában van		
						zsír	nitrogen	chemiai energia
					%	grammokban	Cal.	
VIII.	59	49.59	4.30	45.25	24.91	45.91	7.84	717.0
	62	47.21	4.23	42.93	24.43	46.81	7.92	715.0
	66	48.60	4.50	44.07	24.80	43.09	7.23	703.6
	Átlag	48.46	4.34	44.08	24.71	45.27	7.66	712.0
XI.	3	60.81	5.95	54.82	25.33	46.96	7.67	721.4
	9	59.21	5.83	53.35	24.91	43.72	7.91	715.6
	21	59.85	5.92	53.82	24.64	43.47	7.52	711.7
	23	58.52	5.92	52.56	24.63	46.21	7.81	719.8
	Átlag	59.60	5.90	53.64	24.88	45.09	7.73	717.1

II. táblázat.

Költött tojások.

A tyúk száma	A tojás száma	A tojás súlya a költséssel (közvetlenül a tojás után)			A tojás súlya a költséssel a tojáshéj végén		A száraz tojás súlya		A tojás tartalmában			
		grammokban			grammokban		%		a csirkében (szik nélkül)		a szikben	
		súly	súly	súly	súly	súly	súly	súly	súly	súly	súly	súly
		grammokban	grammokban	grammokban	grammokban	%	grammokban	%	grammokban	%	grammokban	%
VIII.	60	46.76	37.5	3.54	28.09	5.34	16.8	5.74	2.96	53.0		
	65	47.56	36.3	3.98	27.87	6.29	17.6	4.36	2.22	53.5		
	67	49.18	34.2	4.05	23.26	4.76	15.9	6.72	3.65	54.3		
XI.	01	62.65	46.9	5.68	32.94	7.26	22.0	8.19	4.51	55.1		
	04	60.53	43.1	5.19	29.31	6.35	18.0	8.42	4.74	56.3		
	23	58.27	45.1	5.84	31.31	6.83	21.8	7.97	3.79	47.5		

III. táblázat.

A tojástartalom száraz anyagának összetétele a költött tojásokban.

A tyúk száma	A tojás száma	100 gr. száraz anyagban van					
		a csirkében (szik nélkül)			a szikben		
		zsír	nitrogen	chemiai energia	zsír	nitrogen	chemiai energia
		grammokban		calor.	grammokban		Cal.
VIII.	60	27.97	10.84	613.4	47.5	7.19	731.0
	65	23.77	10.40	604.4	56.8	7.52	731.3
	67	21.47	11.24	597.2	52.3	7.46	745.4
XI.	1	28.52	9.72	607.7	47.0	7.63	727.0
	4	25.65	10.42	608.0	48.0	7.17	725.0
	23	26.80	10.04	621.5	48.0	7.76	725.1

IV. táblázat.
Költött tojások.

A tyúk száma	A tojás száma	a csirkében (szik nélkül) van				a szikben van			
		száraz- anyag	zsír	nitrog.	chemiai energia	száraz- anyag	zsír	nitrog.	chemiai energia
		grammokban			Cal.	grammokban			Cal.
VIII.	60	5·34	1·49	0·583	32·76	2·96	1·41	0·213	31·64
	65	6·29	1·43	0·655	38·07	2·22	1·26	0·167	15·13
	67	4·76	1·02	0·578	28·41	3·65	1·90	0·272	37·18
XI.	1	7·26	2·12	0·706	44·18	4·51	2·07	0·545	32·79
	4	6·35	1·63	0·662	38·61	4·74	2·27	0·339	34·39
	23	6·83	1·82	0·685	42·87	3·79	1·83	0·294	27·46

V. Táblázat.

A tojástartalomban végbemenő változások a költés alatt.

A tyúk száma		VIII.			XI.		
A tojás száma		60	65	67	01	04	23
A csirke súlya (szik nélkül)		28·1	27·9	23·3	32·9	29·3	31·3
		grammokban			grammokban		
A tojás súlya	a költés előtt	46·8	47·6	49·2	62·6	60·5	58·3
	a költés után	37·5	36·3	34·2	46·9	43·1	45·1
	változás a költés alatt	9·3	11·3	15·0	15·7	17·4	13·2
Viz	a költés előtt	32·03	32·58	33·69	42·35	40·92	39·39
	a költés után	25·53	23·72	21·57	29·36	26·64	28·66
	változás a költés alatt	6·50	8·86	12·12	12·99	14·28	10·73
Száraz anyag	a költés előtt	10·51	10·69	11·05	14·02	13·55	13·04
	a költés után	8·30	8·51	8·41	11·77	11·09	10·62
	változás a költés alatt	2·21	2·18	2·54	2·25	2·46	2·42
Zsír	a költés előtt	4·76	4·84	5·00	6·33	6·11	5·88
	a költés után	2·90	2·69	2·92	4·19	3·90	3·65
	változás a költés alatt	1·80	2·15	2·18	2·14	2·21	2·23
Nitrogen	a költés előtt	0·805	0·819	0·847	1·072	1·036	0·997
	a költés után	0·796	0·822	0·845	1·050	1·002	0·981
	változás a költés alatt	0·009	0·003	0·002	0·022	0·034	0·016
Chemiai energia	a költés előtt	74·86	76·14	78·72	100·61	97·20	93·57
	a költés után	54·40	53·20	55·59	76·97	73·00	70·33
	változás a költés alatt	20·46	22·94	23·13	23·64	24·20	23·24

VI. táblázat.

Költött tojások.

A tyúk száma	A tojás száma	A csirke súlya (szik nélkül)	Szárany anyag a csirkében	A fejlődés munkája	A fejlődés viszonylagos munkája	A fejlődés fajlagos munkája	A fejlődés közben elhasznált szárany anyag fajlagos energia tartalma (=1 gr. égési melege)
VIII.	60	28.1	5.34	20.46	0.727	3.83	9.25
	65	27.9	6.29	22.94	0.821	3.64	10.51
	67	23.3	4.76	23.13	0.993	4.86	9.07
XI.	1	32.9	7.26	23.64	0.709	3.26	10.46
	4	29.3	6.35	24.20	0.826	3.81	9.84
	23	31.3	6.83	23.24	0.743	3.40	9.56

Ezen táblázatok kiegészítésül megemlítjük, hogy azon számításnak alapjául, melylyel kiszámítottuk, hogy a költött tojás a költés előtt mennyi száranyanyagot, vizet, N-t, zsírt és energiát tartalmazott, azon viszonyt vettük, mely a tojás súlya és tartalmának száranyanyagmennyisége között fennáll s a mely rendkívül állandónak bizonyult, a mint azt a következő számok igazolják:

100 gr. tojássúlyra esik a tojástartalomban szárany anyag:
A VIII-as tyúk három költetlen tojásában:

22.73 gr., 22.22 gr., 22.49 gr., átlag 22.47 gr.

A XI-es tyúk négy költetlen tojásában:

22.84 gr., 22.44 gr., 22.16 gr., 22.11 gr., átlag 22.38 gr.

Ezen átlagértékekkel az I. táblázat adataiból azután kiszámíthatjuk, hogy minden tojásban a költés előtt:

	100 gr. tojásra esik a VIII-as tyúk tojásaiban	a XI-es tyúk tojásaiban a tojástartalomban:
víz	68·5 gr.	67·6 gr.
száraz anyag	22·47 "	22·48 "
zsír	10·18 "	10·10 "
N	1·723 "	1·711 "
chemiai energia	160·10 Cal.	160·58 Cal.

Táblázatainkból a következő említésre méltó eredmények olvashatók ki:

A tojások költés közben átlag 13·65 gr.-ot veszítettek súlyukból; ez az átlag mind a hat költött tojásra vonatkozik; a VIII-as tyúk három tojása költés közben átlag csak 11·9 gr.-ot, a XI-eséi átlag 15·4 gr.-ot veszítettek.

Az átlagos *vízvesztés* a költés alatt:

a VIII-as tyúk tojásainál	9·16 gr.
a XI-es tyúk tojásainál	12·67 "
közös átlag	10·92 gr.

A *száraz anyagból* a költés alatt elveszett:

a VIII-as tyúk tojásaiban átlag	2·31 gr.
a XI-es tyúk tojásaiban átlag	2·38 "
közös átlag	2·35 gr.

Mint hogy a tojástartalomból átlag 10·92 gr. víz és 2·35 gr. száraz anyag vesz el a költés alatt, a tojástartalom összes súlyvesztése 13·27 gr. Mint hogy pedig a tojás összes súlyvesztése 13·65 gr., tehát $13·65 - 13·27 = 0·38$ gr. a tojás héjából vészett el. (Héj alatt a meszes héjat a héjhártyával együtt értjük.) A költés alatt tehát a héj is megfogy, a mit időközben végzett vizsgálatok meg is erősítettek, a miről egy másik közleményben lesz szó.

A költés alatt elhasznált (oxydált) *zsír*:

a VIII-as tyúk tojásaiban átlag	2·06 gr.
a XI-es tyúk tojásaiban átlag	2·16 "
közös átlagban	2·11 gr.

volt. HASSELBALCH a tyúkébrény O_2 fogyasztásából és CO_2 termeléséből 2·26 gr. zsírfogyasztást számított ki. Valóban bámulatos megegyezés a mi értékünkkel, a melylyel LIEBERMANNnak már jóval előbb talált értéke, 2·76 gr. is igen jól megegyezik.

A N-tartalom a költés alatt *nem* változott. A VIII-as tyúk tojásaiból jóformán semmi sem hiányzik a kiszámított N-ből, sőt az egyiknél még néhány milligrammal többet találtunk; az átlagos 830 mgr. N-ből a költés végén átlag csak 3 mgr.-mal találunk kevesebbet, a mi azonban a kísérleti hibák határán jóval belül esik. Valamivel nagyobb a látszólagos N-hiány a XI-es tyúk költött tojásaiban, átlag 0·024 gr., a mi 1·0 gr. átlagos N-tartalomnál ugyancsak a kísérleti hibák határán belül esik, különösen ha meggondoljuk, hogy a költött tojásokban sokkal nehezebb s több hibával jár a N meghatározása. Ezenkívül még ezen látszólagos hiány valóban nem is ilyen nagy. Kimutattuk ugyanis, hogy egy-egy költött tojás tartalmának beszárításakor, mely mint az analysisekhez való előkészítés elkerülhetlen, átlag 0·0098 gr. N illó vegyületek alakjában elvesz. Ha ezt levonjuk az imént említett 0·024 gr. hiányból, csak 0·015 gr. marad, a mi az eredeti N mennyiségnek nem is 1%-a, vagyis a kísérleti hibák határain belül esik. Különben ha valamennyi hat költött tojás középértékét vesszük, a N-hiány 0·013 gr., s ha ebből még a szárításkor felfogott 0·009 gr.-ot levonjuk, az összes hiány csak 0·004 gr. Tehát mintegy 1·0 gr. N-ből a költés végén csak 4 mgr.-mal találunk kevesebbet! Még a legtökéletesebb analysis is nagyobb hiányt adhat, úgy hogy teljes joggal állíthatjuk, hogy a *tyúkébrény fejlődése közben a tojás tartalmából nem vesz el N*, tehát az ébrényi életben sincs N-deficit. Ezen lelettel teljesen megegyeznek FARKAS KÁLMÁNNAK a selyempille petéin és TANGL FERENCZ és FARKAS KÁLMÁNNAK a pisztráng petéin végzett vizsgálatainak eredményei.

A *fejlődés munkájának* nevezte TANGL FERENCZ a kémiai energia azon mennyiségét, mely az ébrény teljes kifejlődése közben hővé alakul át. Az idézett közleményében kifejtett elvek alapján és feltételek mellett ezen munkát megkapjuk, ha a költetlen tojás tartalmának kémiai energiájából (égési melegé-

ből) levonjuk a költött tojásban még található chemiai energiát. Ezen alapon azt találtuk, hogy átlag:

a VIII-as tyúk tojásaiban	— — — — —	22·18 Cal.
a XI-es tyúk tojásaiban	— — — — —	23·69 „
	átlag	— — — — — 22·94 Cal.-val

kevesebb chemiai energia van a költés végén, vagyis az ébrény teljes kifejlődése közben 22·94 Cal., lekeresítve 23 Cal. chemiai energia alakul át hővé, tehát a tyúkébrény fejlődési munkája 23 Cal. Ezen érték jóval nagyobb, mint az, melyet TANGL F. idézett közleménye szerint talált (16 Cal.), mely érték tehát a vizsgálati anyagnak említett hiánya miatt hibás.

Ha nem is találunk nagy különbséget az egyes tojások fejlődési munkája között, mégis észrevehető, hogy a VIII-as tyúk tojásaiból kikelt kisebb csirkéknél valamivel kisebb. Átlag a VIII-as tyúk csirkéi 26·4 gr., a XI-eséi 31·2 gr. súlyúak, ennek megfelelőleg az utóbbiak fejlődési munkája 1·51 Cal.-val nagyobb. Megfordított a viszony a fejlődés viszonylagos és fajlagos munkájánál. A fejlődés viszonylagos munkája az a fejlődési munka, mely 1 gr. ébrényre és a fajlagos az, mely 1 gr. ébrényi száraz anyagra esik. (VI. táblázat.) Ezen értékek átlagai a következők:

	a VIII-as tyúk tojásaiban	a XI-es tyúk tojásaiban	középérték
a fejlődés viszonylagos munkája	— — — — — 0·847 Cal.	0·763 Cal.	0·805 Cal.
a fejlődés fajlagos mun- kája	— — — — — 4·11 „	3·49 „	3·60 „

Ezen értékek is jóval nagyobbak, mint TANGL FERENCZ első értékei.

Még a VI. táblázat utolsó rovatának adatai szorulnak némi fejtegetésre. Ha az elhasznált chemiai energia mennyiségét elosztjuk a fejlődés alatt a tojásból eltűnt száraz anyag mennyiségével, megtudjuk, mily nagy az elhasznált száraz anyag 1 gr.-jának égési melege, vagyis fajlagos energiatartalma. Ezt mutatja az idézett rovat. A TANGL FERENCZ első közleményében közölt eredménnyel egyetértőleg kitűnik jelen vizsgálatainkból

is, hogy az elhasznált száraz anyag fajlagos energiatartalma nagyjában megfelel a tojás zsirja fajlagos energiatartalmának (9·3 Cal.). Ezen adat újból megerősíti a zsirelemzéseinkből levont következtetésünket, hogy az ébrény fejlődése közben elhasznált szárazanyag legnagyobb része zsír.

Nem hagyhatjuk megjegyzés nélkül azon körülményt, hogy ezen kísérleteinkben is — úgy mint TANGL FERENCZ első kísérletében — az elhasznált száraz anyag fajlagos energiatartalma valamivel nagyobb, mint a tojászsír, a VIII-as tyúk tojásainál átlag 9·61 Cal., a XI-es tyúkénál 9·95 Cal. TANGL FERENCZ már első közleményében kifejtette, hogy ez még akkor is lehetséges, ha kizárólag zsír oxydáltatik, ha t. i. az eltűnt zsír egy része glycogenné alakul át.

Vizsgálataink eredményeit következőképen összegezhetjük:

1. 54·2 gr. átlagos súlyú friss költetlen tyúktojás tartalmában van 36·8 gr. víz, 12·14 gr. száraz anyag, 5·68 gr. zsír, 0·929 gr. N és 85·85 Cal. chemiai energia.

2. Költés közben az ébrény teljes kifejlődése végéig a tojástartalomból átlag eltűnik:

10·92 gr. víz,
2·35 gr. száraz anyag,
2·11 gr. zsír,
22·94 Cal. chemiai energia.

3. A csirke fejlődési munkája 23 Cal., vagyis teljes kifejlődéséig a tojásban 23 Cal. chemiai energia alakul át hővé. Az érett csirke 1 gr.-jára 0·8 Cal. fejlődési munka (= a fejlődés relativ munkája) és 1 gr. száraz anyagára 3·6 Cal. fejlődési munka (= a fejlődés fajlagos munkája) esik.

4. Az ébrény fejlődése közben a tojástartalom N-jéből nem vesz el semmi.

A KRITIKUS SZÜRKE ÉS A SZÍNES FOLYAMATOK KÖZT FENNÁLLÓ VISZONYRÓL.*

RÉVÉSZ GÉZÁ-tól.

A kritikus szürke érzetének a látóközéppont azon állapota felel meg, midőn kívülről (az ideghártya felől) jövő inger következtében se a fehér, se a fekete ingerület intenzitásában nem növekszik. Ezen esetben az antagonisztikus fehér és fekete idegfolyamatok egyensúlyban vannak. A kritikus szürkét akkor észleljük, ha egy fehér inger hatását szimultán kontraszt épen hogy kompenzálja, azaz más szóval akkor, ha a világossági kontraszt következtében jelentkező fekete idegingerület (fekete indukció) oly erős, hogy az objektív fehér által kiváltott fehér idegfolyamat hatását ép hogy megszünteti.

Ismeretes, hogy valamennyi színes fény színes értékein ** kívül még fehér értékkel is bír, azaz más szóval valamennyi színes fény az ideghártyában nemcsak színes folyamatokat, hanem fehér folyamatot is vált ki. A színes fény által kiváltott fehér folyamat ép oly természetű, mint az objektív fehér fény által kiváltott fehér folyamat. A kémiai természetű színes és fehér ideghártya-folyamatok idézik elő azután már közvetlenül a chromatikus és achromatikus idegfolyamatokat, melyek már a fény- és színérzetek korrelativumának tekinthetők. A színes és az objektív fehér fény behatása esetén megindult retinális fehér

* A budapesti kir. magy. tudomány egyetem általános kórtani intézetében készült dolgozat.

** Valamely fény *külső értéke* alatt a fény azon képességét értem, hogy retinális folyamatokat tud megindítani; valamely fény *belső értéke* alatt pedig azon tulajdonságát, hogy idegfolyamatokat tud kiváltani.

folyamat által előidézett fehér idegfolyamaton kívül jelentkeznek még oly fehér és fekete idegfolyamatok is, melyeket a *retinális* színes folyamatok váltanak ki. A retinális színes folyamatok hatnak a fekete és fehér érzet centrumaira. Vannak ugyanis chromatikus folyamatok, melyek *belső* (idegfolyamati) chromatikus értékükön kívül még egy *belső fehér* értékkel, és vannak mások, melyek a színes értékükön kívül *belső fekete* értékkel is bírnak. Így például egy bizonyos piros fény *belső piros* és *sárga* értékein kívül még *fehér* értékkel is bír, míg egy bizonyos zöld fény *belső zöld* és *kék* értékein kívül még *fekete* értékkel is.

A színek különböző világosságának alapját ezen elmélettel* könnyen megfejtethetjük. Ezen felfogás szerint bármely szín világossága elsősorban a retinális fehér folyamat fehér értékének nagyságától, és másodsorban a retinális színes folyamat fehér, illetőleg fekete értékének nagyságától függ. Mert minél nagyobb a fehér idegingerület intenzitása, annál világosabb, minél nagyobb a fekete idegfolyamat intenzitása, annál sötétebb a szín. A színek világossága tehát a fehér, illetőleg a fekete idegfolyamat funkciója. Megjegyzendő azonkívül még az a fontos körülmény, hogy minél nagyobb az achromatikus folyamatok intenzitása — ez esetben tekintet nélkül arra, vajjon fekete vagy fehér —, annál kisebb a chromatikus folyamatok súlya, azaz annál jobban veszt a színes fény specifikus színességéből, annál jobban csökken telítettsége.

Ha a szín világosságát, fehérségét oly módon csökkentjük, hogy a szint bizonyos fokú világossági kontraszt hatásának tesszük ki, akkor azt észleljük, hogy a szín telítettsége nő és a kontrasztgerjesztő felület bizonyos fokú világosságánál elérjük azon pontot, melynél a színes fény *legszínesebbnek* tűnik fel. Ebben az esetben ugyanis a kontrasztgerjesztő felületből kiinduló fekete indukció a színes fényben rejlő fehér értéket *teljesen* kompenzálta. A fehérkompenzáció esetén előáll a fehér és fekete ingerületek egyensúlya, a mely physiolo-

* G. E. MÜLLER, Zur Psychophysik der Gesichtsempfindungen. Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg. X. kötet. 1. s k.

giai állapotnak psychikai æquivalense azon szürke érzet, melyet *kritikus szürkének* neveztem el.

Egy nem rég megjelent * munkámban közöltem azon kísérleteimet, melyekben a kritikus szürkét és a maximális színesség pontját határoztam meg. A kísérletekben még azon érdekes viszony felismerésére is jutottam, hogy a színküszöb minimuma, azaz a legkisebb inger, mely még tud színérzetet kiváltani, a kritikus szürkénél van, azaz a minimális színküszöb világossága képviseli a kritikus szürkét. Általában azt hitték és a HELMHOLTZ-féle elmélet alapján más nem is volt várható, hogy a színküszöb minimális értékét akkor érjük el, ha a színhez a lehető legkevesebb fehér fényt vegyítjük. Én azonban kísérletileg bebizonyítottam, hogy a színküszöb minimumát ott találjuk, hol a színben levő fehérséget, más szóval a színes fény fehér-értékét egyidejű fekete indukcióval épen hogy kompenzáljuk. *Bizonyos szín specifikus küszöbének minimuma tehát oly kontrasztnál keresendő, melynek intenzitása a színes fény fehérségétől függ.*

Mindezek után azon kérdést vetettem fel, vajjon a színküszöb minimuma különböző erejű kontraszt esetében is, melynek sötétítő hatását a színes fényhez vegyített objektív fehérrel kompenzálhatjuk, a kritikus szürkénél lesz-e? Az előbb idézett kísérletek alapján feltehető, hogy a kontrasztgerjesztő felület bármely intenzitásánál a színküszöb minimumát akkor érhetjük el, ha a színes fénybe indukált fekete ingert fehérrel kompenzáljuk, mert ebben az esetben váltjuk ki a kritikus szürkét, a melynél a színküszöb a legkisebb értékkel bír. A kontrasztgerjesztő felület valamennyi intenzitásához tehát egy oly intenzitású fehér ingert találhatunk, a mely a színességet csökkentő kontraszthatást megszünteti. Ennélfogva ha feladatunkká akarjuk tenni a minimális színküszöböt különböző erejű kontrasztnál meghatározni, akkor a kontrasztot szenvedő színes felülethez annyival több fehérret kell vegyítenünk, a mennyivel nagyobb a kontrasztgerjesztő felület fizikai intenzitása. Minél jobban köze-

* Zeitschr. f. Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane. II. Abth. 41. kötet. 1. l.

ledünk a kritikus szürkéhez, annál jobban tűnik ki a színesség és minél jobban növeljük egyfelől a fehérséget, a fehér ingerületet, vagy másfelől a feketeséget, a fekete ingerületet, annál inkább veszi el a fény színességét. Ezek után nagyon valószínű, hogy a színküszöb legalacsonyabb értékét minden esetben a kritikus szürkénél találjuk. Fent említett munkámban csupán elméleti okokból vettem fel azt, hogy a különböző színek minimális küszöbei egyenlő világosságúak, mert hisz mindnyája a kritikus szürkénél fekszik, a most tárgyalandó kísérlettemmel alkalmam lesz kimutatni, hogy ezen feltevés kísérletileg is igazolható.

Kísérleti berendezés. Egymáshoz közel két, elektromotorral hajtott színpörgettyűt állítottam fel. Mögöttük egy középszürke posztóval áthúzott spanyolfalat helyeztem el, mely az indifferens háttérrel alkotta. A dolgozószoba világosságukra volt befestve és minthogy a világosságot északnyugatról nyerte, a pörgettyűkre alkalmazott korongok a nap közvetlen sugarainak sohasem voltak kitéve, minélfogva a szoba világossága a délelőtti folyamán közel állandó volt. A kísérleteket majdnem kivétel nélkül szép verőfényes időben és kizárólag a délelőtti órákban végeztem.

A kísérleti személy a készüléktől körülbelül 80 cm. távolságban ült. Szemei a korongok középpontjával egyenlő magasságban voltak. A kísérleti személy háta mögött felállított fejtartó megakadályozta, hogy a kísérlet folyamán a látóvonal horizontális síkja megváltozzék.

A két színpörgettyűre alkalmazott korongok szerkezete a következő volt: Az egyes korong három csoport koncentrikus, különböző átmérőjű korongból állott. A legnagyobb és a legkisebb átmérőjű csoport egy-egy fekete és egy-egy fehér, egymásba illesztett és egymás fölött elhúzható korongból, míg a közép nagyságú csoport azonos szerkezetű fekete, fehér és színes korongból állott. Minthogy a két legnagyobb korongcsoport legalul, a három közép nagyságú e fölött és a két legkisebb pedig legfelül feküdt, a színpörgettyű gyors forgása esetében szürke alapon feltűnő gyűrű képződött, mely a fekete, fehér és színes körszeletek egymáshoz való viszonya szerint különböző

világosságban és színességben mutatkozott. Ezen berendezés lehetővé tette, hogy a külső és belső gyűrű fehér és fekete körszeleteinek kellő változtatása révén a kontrasztot szenvedő színes gyűrűt majd gyengébb, majd pedig erősebb kontraszthatásnak tehattük ki. A középső gyűrű alkotórészét tevő fehér körszelet változtatásával pedig a kontrasztot keltő felületről a középső gyűrűre indukált fekete ingert kompenzálhattuk.

Hogy a minimális színküszöb világossága összehasonlítható legyen a kritikus szürkével, az egyik pörgettyűn (A) a kritikus szürkét, a másikon pedig (B) különböző kontrasztnál a színküszöb minimumát állítottuk elő.

A kritikus szürkét a következő módon határoztam meg:

Az egyik korongcsoport középső gyűrűjében meghatároztam egy bizonyos szín minimális küszöbét. Minthogy pedig előbbi kísérleteim alapján kimutattam, hogy valamennyi szín küszöbének minimuma a kritikus szürkénél fekszik, ennél fogva ezen gyűrű világossága képviseli a kritikus szürke világosságát. Ezen, a színküszöb minimumát adó gyűrű és egy kizárólag fehér és fekete körszeletekből álló korong között világossági egyenletet állítottam elő, azaz oly világosságú felületet, mely a színküszöb minimumának világosságával *subjektive azonos*. Ezen optikai egyenlet segítségével meghatározott szürke a kritikus szürkének felelt meg és a kísérletek első idejében összehasonlító világosságnak ezt a szürkét használtam fel. A kritikus szürkének meghatározása után a B gyűrűn a különböző világosságú kontrasztkeltő felületnek megfelelő minimális színküszöböt kerestem fel és ezt a kritikus szürkével összehasonlítottam.

A kísérletek folyamán azonban azt észleltem, hogy a színes felületnek (B) a szintelen felülettel (A) való successiv összehasonlítása nehezen megy. Az ítélet többnyire bizonytalan. Hogy az ítéletekben a subjektív biztosságot növeljem, ezentúl a B gyűrűt nem egy szintelen, hanem egy ugyanazon színű és a kritikus szürkével azonos világosságú gyűrűvel hasonlítottam össze. Ennél fogva a kísérleteket azzal kezdtem, hogy először az A korongon (igen gyenge kontraszt mellett) azon szín minimális küszöbét határoztam meg, a melynek minimális küszöbértékeit

a B korongon különböző intenzitású kontraszt mellett akartam megállapítani. Ezen módszer mellett már csekély világossági különbségeket is jól észlelhettem.

Különböző erejű kontraszthatás alatt a színeküszöbök minimális értékeit következő módon állapítottam meg. Miután a középső gyűrűt körülövező kontrasztgerjesztő felületnek bizonyos világosságot adtam, a középső gyűrű fehér és színes szektorát a határmódszer alkalmazásával bizonyos elv szerint addig változtattam, míg a színeküszöb elérte minimális értékét. A növelési eljárást a színes fény oly értékével kezdtem meg, mely a színesség érzetét még nem kelti bennünk. Ily csekély erejű színes ingernél bármennyire is változtattuk a fehér körszelet nagyságát, a színérzet küszöbéhez nem juthattunk. A növelési eljárásnál végül azon legkisebb színes értékhez értünk, melynél *kellő* mértékű fehér vegyítéssel először észleltünk színérzetet. Így nyertük meg az ingerküszöb felső értékét, S_0 -t. A csökkentési eljárásnál pedig oly nagyságú színes körszelettel kezdtük a kísérletet, melynél a szint mindig helyesen ismertük fel. A színes körszelet azon nagyságát jegyeztük itt fel, melynél a színesség épen eltűnt, azaz a mely szín-ingernél a fehér szektor tetszésszerűen változtatása esetén sem tudtuk a színérzetet kiváltani. Az alább közölt táblázatokban a felső és alsó ingerküszöb érték $\left(\frac{S_0 + S_n}{2}\right)$ számtani középértékei vannak feltüntetve. Úgy az S_0 , mint S_n a színes szektor és a fehér szektor nagyságával *egyértelműleg* meg van határozva.

Ha már most a színeküszöb minimumát egy bizonyos kontraszt-felületnél megállapítottuk, akkor a kísérleti személy összehasonlította a küszöbnek megfelelő világosságot a már előbb megállapított kritikus szürkével. A kritikus szürkét csupán a két gyűrű világosságának összehasonlítása alkalmával mutattam meg a kísérleti személynek, különben az A korong le volt fedve.

Legtöbb esetben még ellenőrzés céljából a két gyűrű világosságának összehasonlításán kívül azon határokat is megállapítottuk, a melyeknél a B gyűrű világosabb, illetőleg sötétebb, mint a kritikus szürke. A határok szűk volta igazolta kísérleteink pontos és megbízható eredményeit.

Hosszas kísérleteink egyöntetű eredményeket produkáltak. *A kontrasztgerjesztő felület valamennyi intenzitásának megfelelő egy bizonyos intenzitású fehér inger, mely a fekete indukzcziót kompenzálja és ezen körülmény mellett a kontrasztszenvedő felületnél talált színküszöb a legkisebb értékkel bír.* Mert ha a színküszöböt reprezentáló kis színes körszelettel bíró gyűrűhöz a fekete kompenzációhoz szükséges fehérről valamivel erősebb vagy gyengébb fehér ingert vegyítünk, akkor mindkét esetben megszűnik a színesség. Erősebb fehér inger esetében a fehérség (a fehér ingerület intenzitásának) növekedése, gyengébb fehér inger esetében pedig a feketeség (fekete ingerület intenzitásának) nagyobbodása a chromatikus ingerületek súlyát csökkenti. Bizonyos erejű kontraszt hatása alatt tehát a színküszöb minimuma *csak bizonyos intenzitású fehérről található, mely a meglevő fekete indukciót épen hogy kompenzálja.* Ezen pontnál fekszik azonban a *kritikus szürke* is. A minimális színküszöb és a kritikus szürke összehasonlításakor kítűnt, hogy *mindkettő világossága megegyezik egymással.* Minthogy ezen tétel úgy minden általunk használt színre, mint a kontrasztgerjesztő felület valamennyi intenzitására nézve áll, felállíthatjuk az általános tételt, hogy *a színküszöb minimuma minden esetben a kritikus szürkénél van.*

Az alábbi táblázatokban kísérleteim eredményeit közlöm. A felsorolt értékek tíz meghatározás középértékeit teszik. Én magam nyolcz kísérleti sorozatot, kísérleti személyeim pedig egyenként két-két kísérleti sorozatot végeztek.

A felső vízszintes rovat a kontrasztgerjesztő felület erejét a beállított fehér körszelet fokokban kifejezett nagyságában adja. Az *S* jelzésű függőleges rovat fokokban a színküszöb abszolút nagyságát, a *W* jelzésű a minimális színküszöb megállapításához szükséges objektív fehér inger erejét és végül a *ΣW* jelzésű rovat a középső gyűrű *egész fehér* értékét mutatja. A *ΣW* értékét a fehér szektor nagysága és a színes szektor (fehér szektorokban kifejezett) fehér értékének összeadásából nyertem.*

* Az összfehérték (*ΣW*) meghatározásakor a különböző színek fehér értékét a következő kikerekített értékben vettem fel:

A ΣW -értékek megállapítására nézve a következőket kell megemlítenem:

Már előbb közöltem azon tételt, a mely szerint a minimális szinküszöb világossága a kritikus szürke világosságával megegyezik. Ha két felület egyenlő világossága tűnik fel, akkor feltesszük, hogy mindkét felület egyenlő fehér értékkel bír, egyenlő intenzitású fehér folyamatot indít meg. Tehát hogy határozottan állíthassuk, hogy a minimális szinküszöbök világossága minden esetben a kritikus szürkével megegyezik, az A gyűrű (kritikus szürke) fehér értékének minden esetben meg kell egyeznie a B gyűrű (szinküszöb) fehér értékével. Hogy ez megállapítható legyen, következőképen járunk el: A különböző intenzitású kontrasztfelületnél a B gyűrű fehér és fekete körszeleteinek kellő változtatása segélyével a B gyűrű azon fehér értékét határozzuk meg, a mely feltétlenül szükséges ahhoz, hogy ép oly világosnak tűnjék fel, mint az A gyűrű, mint a kritikus szürke. E czélból tehát a kritikus szürke és a különböző kontraszt hatásának kitett B gyűrű között világossági egyenleteket állítunk fel. Ez pedig úgy történik, hogy míg az A gyűrű konstans marad, addig a B gyűrűt övező kontrasztgerjesztő felület világosságát nagyobb lépésekben változtatva, felkeressük a B gyűrűben a fehér szektor azon nagyságát, mely olyannyira tudja a különböző kontraszt hatását kompenzálni, hogy a B gyűrű világossága megfeleljen az A gyűrű világosságának. Természetesen a B -gyűrűben ez esetben nincsen szines szektor. A B gyűrűnek ezen világossági egyenletek útján nyert fehér értékeinek meg kell egyeznie a B gyűrű azon fehér értékeivel, melyeket a minimális szinküszöbök meghatározásakor találtunk, melyeket tudvalevőleg a fehér és a szines szektorok fehér értékeiből nyertünk. Ha a B gyűrű azon fehér értéke, melyet bizonyos kontraszt mellett végzett világossági egyenlet útján nyertünk, megegyezik a B gyűrű azon fehér értékével, melyet ugyanazon kontraszt mellett megállapított minimális

360°	piros =	70°	fehérrel
"	sárga =	240°	"
"	zöld =	180°	"
"	kék =	45°	"

színkülönböznél nyertünk, akkor először is evvel az összehasonlító itéletek helyességét ellenőriztük, az összehasonlítás alapján felállított általános tétel érvényét még egy más, kevesebb esélynek kitett módon is igazoltuk, másodsorban pedig azon fontos tételhez jutottunk, hogy *a minimális színkülönbözet világossága egymás között, tekintet nélkül a szín minőségére, egyenlő.*

E célból végzett világossági egyenletek kimutatták, hogy a kritikus szürke

45°	kontrasztnál	7·5°	fehérrel	(+352°	fekete)
90°	“	11°	“	(+349°	“)
180°	“	14°	“	(+346°	“)
270°	“	17·5°	“	(+342°	“)
315°	“	22°	“	(+338°	“)

egyenlő világosnak tűnik fel. A *B* gyűrű fehér értéke összegének ennél fogva 45° kontrasztnál körülbelül 7·5° fehérnek, 90° kontrasztnál körülbelül 11° fehérnek stb. kell lenni. A fehér és színes körszeletekből *kiszámított összfehér érték fellevésünket teljesen igazolta.*

Kísérleteimben négy szint használtam és pedig pirosat, sárgát, zöldet és kéket. A sárga kissé zöldbe játszott, a zöld pedig kissé sárgás volt. Megjegyzendő, hogy egy és ugyanazon szín minősége különböző volt a szerint, hogy a szint az *A* gyűrűben vagy a *B* gyűrűben észleltük. A piros az *A* gyűrűben — mely gyűrű csupán csekély kontraszt hatásának volt kitéve — tisztább, telítettebb és színesebb volt, mint a *B* gyűrűben. A sárga úgy az *A*, mint a *B* gyűrűben olivzöldbe játszott. Nagyobb kontrasztnál a sárga mindinkább a zöld irányában változott. A zöld és kék nem változtatta oly mértékben színminőségét, mint a piros és a sárga.

Megjegyzendő még, hogy a világossági és színegyenletek a korongoktól számított bizonyos távolságban érvényesek. Mert ha pl. a kísérleti személy a korongoktól távolodik, akkor a *B* gyűrű sötétebb és színtelenebb lesz, mert minthogy ez eset-

ben a kontrasztszenvedő felület az ideghártya kisebb területére esik, a kontraszthatás nagyobbodik és ennél fogva a növekedett fekete indukció kompenzálásához több objektív fehér szükséges. Ezen paradoxnak látszó tünetemény okait csak rendszeres kísérletekkel lehetne eldönteni. A körülmények változtatásával lehetne csak megállapítani, hogy a távolodáskor észlelt elsötétülést mennyiben okozza mindkét felület abszolút világosságának csökkenése és mennyiben a kontrasztgerjesztő és a kontrasztszenvedő felület látószögének kisebbedése.

A következő táblázatokban közlöm kísérleteim eredményeit.

I. táblázat.

Kísérleti személy: *dr. Révész Géza.*

Kontraszt intenzitása fokokban	45°			90°			180°			270°			315°		
	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW
Sárga ...	1·8	5·0	6·5	2·0	7·5	9·0	2·5	10	11·5	3·5	13	15·7	4·5	18	21·1
	2·5	5·0	6·8	2·2	8·0	9·5	3·0	11	13·3	4·0	12·5	15·5	4·5	16	19·1
	2·0	4·5	6·0	2·0	8·0	9·5	2·5	10·5	12·3	3·5	14	16·7	4·0	16	21·0
Piros ...	3·0	6·0	6·6	3·5	7·6	8·3	4·5	9·5	10·4	6·0	15	16·2	8·5	17·5	19·2
	3·0	5·5	6·1	3·5	8·0	8·7	4·5	9·5	10·4	6·0	15	16·3	7·0	18	19·4
	3·5	5·0	5·7	4·0	8·5	9·3	5·0	13	14	7·0	16	17·4	9·0	20	21·8
	2·0	7·5	8·1	2·5	9·5	10·0	3·8	11	11·8	5·0	14	15·1	—	—	—
Zöld ...	2·0	6·0	7·0	2·5	8·0	9·2	3·0	13	14·5	3·0	14·5	16·0	2·5	18	19·2
	2·5	6·5	7·7	2·5	7·5	8·7	3·5	10	11·7	4·0	15·5	17·5	5·0	16	18·5
	1·7	7·0	7·8	2·0	9·2	10·2	2·0	12	13	2·5	15	16·2	3·0	19·5	21·0
Kék ...	4·0	5·5	6·0	5·5	8·5	9·2	6·0	11	11·7	7·8	16	16·9	9·0	19	20·1
	3·8	6·0	6·5	4·5	9·0	9·6	5·5	11·5	12·2	6·5	16·5	17·3	8·5	17	18·1
	4·0	4·5	5·0	4·5	9·5	10·1	5·1	12	12·6	8·5	14·5	15·6	9·5	19·5	20·7

II. táblázat.

Kísérleti személy: *dr. Tangl Ferencz.*

Kontraszt intenzitása fokokban	45°			90°			180°			270°			315°		
	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW
Sárga ...	3·0	5·0	7·2	3·0	8·5	10·7	3·5	12	14·7	4·0	14	17	5·0	17	20·6
Piros...	3·5	6·0	6·7	3·5	8·5	9·2	4·5	12·5	13·5	6·0	15·5	16·7	8·5	18	19·7
Zöld... ..	2·0	6·5	7·5	2·0	8·5	9·5	2·5	12·5	13·8	2·5	14	15·2	3·0	17	18·5
Kék	4·5	6·0	6·6	4·5	9·0	9·6	5·5	10·5	11·2	8·5	14·5	15·6	9·5	18·5	19·7

III. táblázat.

Kísérleti személy: *dr. Mituch Augustza.*

Kontraszt intenzitása fokokban	45°			90°			180°			270°			315°		
	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW	S	W	ΣW
Sárga ...	2·5	5·5	7·3	3·5	10	12·7	3·5	12	14·7	4·5	14·5	17·6	4·5	19·5	22·6
Piros...	3·5	7·5	8·2	4·0	10	10·8	4·5	13	13·9	6·5	15·5	16·8	10	17	19
Zöld... ..	1·6	7·5	8·3	2·1	9·0	10	2·5	12	13·2	2·5	15·5	16·7	3·0	18·5	20
Kék	5·0	8·0	8·6	5·0	9·5	10·1	6·5	12	12·8	8·5	14	15·1	9·5	20	21·2

A fent közölt eredményekből a következő tételeket vonhatjuk le:

1. A színek minimális színküszöbe minden körülmény mellett a kritikus szürkénél van, a mi annyit jelent, hogy a kritikus szürke érzete bármely szín minimális küszöbe világosságának felel meg. Élettanilag e tételt úgy fejezhetjük ki, hogy a színes fényinger akkor bír a legnagyobb hatással, ha a látóközéppontban a fekete-fehér folyamatok egyensúlyban vannak.

2. Csak egy kritikus szürke van és ez kísérletileg be van bizonyítva. Ez a tétel, hogy a kritikus szürke érzetnek a fekete-fehér idegfolyamatok csak egy bizonyos intenzitása felel meg, beigazolja egyszersmind a fekete-fehér érzetek kvantitatív szingularitásának felfogását. Ez alatt azt értjük, hogy egy és ugyanazon szürkeárnyalat nem fordulhat elő különböző intenzitásban, mint a hogyan előfordulhat egy és ugyanazon színárnyalat.

Ennek oka abban rejlik, hogy a fehér, illetőleg a fekete folyamat növelése minden esetben az antagonista fekete, illetőleg fehér folyamat intenzitásának csökkenésével jár. Nem állítható elő oly körülmény, a melynél a fekete és a fehér folyamatok egyenlő irányban változnának, azaz akár mindkettő növekednék, akár csökkenne. Mihelyt megzavarjuk a fekete-fehér folyamatok egyensúlyát, akár azáltal, hogy a fehér folyamatot növeljük, vagy hogy a fekete folyamat erejét fokozzuk, a színeküszöb értéke nagyobbodni fog, mert a színes fény chromatikus hatása az egyik esetben a nagyobbodó fehér folyamat, a másik esetben a növekvő fekete folyamat következtében gyöngül. — Egyrészt igen érdekes tünemény, de másrészt elméleti szempontból sem közömbös az, hogy a színeküszöb értékének változásával a színeküszöbnek megfelelő világosság is változik. Minden egyes színeküszöbnek megfelel két különböző világosság (szürkenuance) és pedig egy világosabb és egy sötétebb. Ugyanis egy és ugyanazon intenzitású színes fény egyrészt a fehér folyamat bizonyos intenzitásánál, másrészt a fekete folyamat bizonyos intenzitásánál az ingerküszöböt alkotja. Csupán egyetlen egy színeküszöbnek nem felel meg sem tapasztalatilag, sem elméletileg két világossági fok, és ez a minimális színeküszöb, mely csak *egy* világosságban jelentkezik, a mely világosság a *kritikus szürke* világossága. Megjegyzem, hogy minden színeküszöbnek megfelelő két világossági fok a realizálás szempontjából csak bizonyos határon belül áll, mert a fehér folyamat intenzitását magasabbra lehet emelni, mint a fekete folyamat intenzitását, úgy hogy a fehér folyamat intenzitásainak korrespondáló fekete folyamat intenzitásai bizonyos határon túl megszűnnek.

Az első és a második tételből önként folyik a harmadik.

3. *A különböző színek minimális színeküszöbei egymás közt egyenlő világosságúak.* Ezt igazolja az egy és ugyanazon kontrasztnál talált ΣW -értékek állandósága. *A kritikus szürke tehát a színqualitástól teljesen független.*

4. *A színeküszöbök értékei azt tanúsítják, hogy a minimális színeküszöbértékek abszolút nagysága a kontrasztterjesztő felület világosságával, a fekete indukció nagyságával nő.* A priori azt várnök, hogy a színeküszöb értékek bármely intenzitású kontraszt-

nál egyenlők, mert minthogy a kritikus szürkének megfelelő achromatikus folyamatok minden esetben egyenlő erők, ennél fogva egyenlő módon kellene a chromatikus folyamatok súlyát befolyásolni. Mindamellett azt találtuk, hogy noha valamennyi minimális szinküszöb a kritikus szürkénél fekszik, a küszöbértékek a kontraszt erejével párhuzamosan nőnek. Ezen jelenség oka először a *fehér fény gyöngylő hatásában* kereshető. Ugyanis minél nagyobb a kontrasztgerjesztő felület világossága, annál nagyobb az *objektív* fehér, mely a kontraszt következtében indukált feketét kompenzálja. A fehér fény által megindított fotokémiai folyamat intenzitására közömbös, hogy miként módosul a fény érzetkeltő ereje a világossági kontraszt következtében. A fehér folyamatnak az a hatása, hogy a vele egyidejűleg ható színes fényingerek ingerlőképessége gyöngül, mint azt egy előbbi munkámban bőven kifejtettem.* Nagyobb kontraszt esetén a *B* gyűrű fehér értéke is nagyobbodik és ezen *objektív*többlet a színes folyamatok erejét korlátozza. Ezen magyarázat alapján az előbb felállított tételt olyképen módosíthatjuk, hogy a *szinküszöb értékek abszolút nagysága a fekete indukció kompenzációjára szükséges fehér inger intenzitásával nő.*

A szinküszöbértékeknek a kontraszt erejével egy irányban történő növekedését még más módon is megmagyarázhatjuk, a mely elvben ugyan megegyezik az ép most tárgyalt felfogással.

A fekete és fehér retinafolyamatok ellentétes folyamatok, a mi annyit jelent, hogy az egyik folyamat növelése esetében a másik folyamat intenzitása csökken. Ha a két folyamat intenzitása egyensúlyban van, tehát ha $I_w = I_s$, akkor a fekete-fehér folyamat nem hat a látóidegre, s a centrális fehér-fekete folyamat is egyensúlyban lesz. Ha azonban növeljük a fehér retinafolyamat intenzitását, I_w -t, minek eredménye, hogy I_s csökken, akkor $I_w - I_s$ differenciája a centrális fehér folyamat erejét fokozni fogja, minél fogva a fehér érzet ereje növekedik. A fekete és fehér idegfolyamatok intenzitása tehát mindig a fekete és

* Matematikai és természettudományi értesítő. 1906. XXIV. kötet. 166. lap.

fehér retinális folyamatok *differenciájától* függ s azonkívül attól, vajjon $I_w - I_s$ *pozitív vagy negatív* értékkel bír-e. Ha pozitív, akkor a fehér, ha negatív, akkor a fekete folyamat intenzitása növekedik. A kritikus szürkének megfelelő intenzitása a centrális fekete-fehér folyamatnak a lehető legkisebb, ugyanis ebben az esetben $I_w - I_s = 0$, vagy pedig az általános anyagcsere következtében intenzitásukban — ha csak csekély mértékben is — folytonosan váltakozó w és s retinális folyamatok miatt $I_w - I_s$ hol kis pozitív, hol pedig kis negatív értékkel bír. A kritikus szürkét elő tudjuk hívni még akkor is, ha erős fényt bocsátunk a retinára, mely a w retinális folyamat intenzitását erősen fokozza, de csak akkor, ha vele egyidejűleg kontraszt segélyével ugyanazon retinaelemekben az s folyamatot is oly erősen növeljük, hogy $I_w - I_s = 0$. Tehát ebből láthatjuk, hogy a centrális fekete-fehér folyamat intenzitása, mely egyedül az $I_w - I_s$ differenciájától függ, teljesen független az I_w és I_s *abszolút* nagyságától. De úgy látszik a chromatikus folyamatok ettől nem függetlenek. Mert miként e táblázatokból kitűnik, minél nagyobb volt a kontraszt és a vele egyidejűleg működő és őt kompenzáló fehér inger intenzitása, annál nagyobb volt a szinküszöb értéke is. A nagyobb I_w és I_s esetében a retinában lefolyó fotokémiai folyamatok nagyobb energiát fogyasztanak és ezen nagyobb munkának megfelelőleg az egyidejűleg lefolyó színes folyamatok intenzitása is nagyobb. Ezen felfogás szerint tehát a retinális chromatikus folyamatok intenzitása függ a retinális achromatikus folyamatok *abszolút* intenzitásától. A meggátolt chromatikus folyamatok kevésbé hatnak a látóidegekre s ennélfogva az érzeteket kiváltó chromatikus idegfolyamatok intenzitása kisebb lesz. *A színes fényingerek hatásának gyöngülése tehát a retinában folyik le, és pedig a retinális fotokémiai achromatikus folyamatok nagy intenzitása következtében.*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1907 december 16.-án tartott üléséből.)

A NYMPHÆA LOTUS CSOPORT MORFOLOGIÁJA ÉS RENDSZERTANI TAGOLÓDÁSA.

5 táblával.

TUZSON JÁNOS-tól.

1. Bevezetés.

A *Nymphaea* génuszt tárgyaló legújabb monografiában CONARD (8 p. 200) a következő szavakkal fejezi be az ő *Lotos*-subgenusa tárgyalását:

«We have to admit that our arrangement of the *Lotos* group is far from being satisfactory or final. Important results would certainly follow a study of the plants of various parts of Africa, Asia and the outlying islands. This can only be done effectively on living plants, either in cultivation or in their native haunts. The several forms in gardens have proven useless on account of uncertainty of origin and probable admixture of other stocks by crossing.»¹

Ezek a sorok egyuttal híven tájékoztatnak bennünket a *N. lotus*-csoportra vonatkozó irodalmi adatok és az azokban

¹ «Be kell vallanunk, hogy a *Lotos*-csoportnak általunk megadott elrendezése távolról sem kielégítő vagy végleges. Igen fontos eredmények lennének várhatók, ha ez a növény Afrika, Ázsia különböző részein és a körülöttük fekvő szigeteken tanulmányoztatnék. Ezt eredményesen csakis az élő növényen lehet végezni, kultiválás útján, vagy pedig a növény természetes termőhelyein. A botanikai kertekben található különböző formák használhatatlanoknak bizonyultak, mert egyrészt eredetük kétséges, másrészt pedig mert valószínűleg keverékek, kereszteződések eredményei.»

kifejezésre juttatott vélemények hézagoss, illetőleg ingadozó volta iránt is, és a ténynek megfelelően jelzik, hogy daczára annak, hogy a *N. lotus*-csoportba tartozó, részben fajoknak, részben változatoknak és formáknak tartott növényalakokkal már igen sokan foglalkoztak, e növények rendszere, valamint külső és belső morfológiája még ma sem ismeretes eléggé.

Ez a körülmény indított arra, hogy behatóan foglalkozzam a *N. lotus*-csoport kérdéseivel, a melyek reánk nemcsak mint meg nem oldott tudományos kérdések bírnak jelentőséggel, hanem bennünket különösen azért is érdekelnek, mert a Nagyvárad melletti Püspökfürdő meleg forrásainak vizében tenyésző tündérrózsa meteorikusnak látszó előfordulása, valamint a *N. lotus*-csoport többi alakjaihoz való viszonya is ezek közé a kérdések közé tartozik. KITAIBEL — a ki növényünket legegyszerűbben ismertette (33) — azt a *N. lotus* L. fajjal azonosította; DE CANDOLLE pedig mint külön fajt sorolja fel az ő *Lotos* szekciójában. A későbbi szerzők hol ehhez, hol ahhoz a véleményhez csatlakoztak, ma pedig az irányadó nagyobb munkákban, így az ENGLER-PRANTL-féle «Die natürlichen Pflanzenfamilien»-ben is a *N. thermalis* DC. a *N. lotus* L. fajjal azonosnak van felsorolva; és általában nem tartják már a *De Candolle*-féle értelemben vett külön fajnak. Hogy azonban a nagyváradi növény egyező-e teljesen a nilusi- vagy más alakjaival a *N. lotus*-nak, arra nézve nincsenek biztos adataink, mint a hogy egyáltalán nincsenek még a *N. lotus*-csoport különböző alakjai *rendszer-tani értékük szerint* rendszerbe foglalva.

Az itt előrebocsátottak egyuttal körvonalazzák dolgozatom célját is, a mely tehát a *N. lotus*-csoport alakjainak *behatóbb rendszer-tani összehasonlításában áll*. Ehhez természet-szerűen csatlakozik az egyes alakok *földrajzi elterjedésének megállapítása* is. Hogy ezt a célt megközelíthessem, nevezetesen pedig, hogy az egyes alakok rendszer-tani viszonyaiba mélyebb bepillantást nyerhessek, a külső morfológiai saját-ságaikon kívül histológiai szerkezetüket és fejlődésüket is részletesen megvizsgáltam. E vizsgálataim a továbbiak szerint több, az eddig ismeretes adatokat kiegészítő és helyesbítő eredményre vezettek.

Dolgozatom egy részét a Kir. Természettudományi Társulat Növénytani Szakosztályának 1906. évi május hó 9.-én tartott ülésén ismertettem (30); már akkor kifejeztem azonban, hogy a fentiekben kitűzött cél az akkor rendelkezésemre állott herbárium-anyag alapján megoldanom nem lehetett, hanem csupán adatokat dolgoztam ki a kérdés további tanulmányozásához és egy-két főbb elvet állapítottam meg, melyek alapján haladva, a célba vett rendszertani csoportosítás megtehető.

Azóta a vizsgálati anyagban érzett hiányon oly módon segítettem, hogy egyrészt felkerestem a berlini botanikai muzeum herbáriumának *N. lotus*-példányokban gazdag anyagát, a mit különösen azért tartottam szükségesnek, mert e növények két kitűnő ismerőjének: CASPARY-nak és SCHWEINFURTH-nak gyűjtései és feljegyzései ott vannak elhelyezve.¹ Másrészt pedig élő és alkoholban konzervált anyagot szereztem be Egyiptomból, a mit különösen DEFLERS A. (Cairo) és BLANDENIER A. E. (Alexandria) urak szíves közreműködésének köszönhetek. A berlini herbárium anyagából, valamint a bécsi cs. és kir. muzeum, a budapesti tudomány-egyetem és nemzeti muzeum, valamint több magán herbárium adatai alapján a különböző alakok morfológiai viszonyait és földrajzi elterjedését tanulmányoztam, a miben lényeges segítségemre volt CONARD-nak újabban megjelent monografiája is. Az Egyiptomból beszerzett és a budapesti egyetemi növénykert Victoria-házában tenyésztett egyedeken, valamint az ugyanott tenyésztett, Püspökfürdőből származókon és más a *N. lotus*-csoportba tartozókon pedig a szükséges fejlődéstani és histológiai vizsgálatokat végeztem. Az utóbbiak között volt egy *N. rubra* ROXB., *N. dentata* THOMS. et SCHUM., *N. indica* Hofgartner Gräbener, *N. Omarana* (= *N. lotus* L. × *N. rubra* ROXB.) és egy új, minden részében szép, nagy, piros színű hybrid, a melyet SZUHANEK kertész hozott létre a fenti *N. rubra* és *N. Omarana* keresztezése által. A histológiai vizsgálatokhoz ezeken kívül az Egyiptomból kapott alkohol-anyagot és külön-

¹ Ennek a dús herbárium-anyagnak áttekintését a múlt év őszén Engler A. berlini professor úr volt szíves számomra lehetővé tenni, miért is neki őszinte köszönetet mondok.

féle herbárium-i példányok egyes részleteinek feláztatása mellett készített præparátumokat használtam.

2. Külső morfológiai viszonyok.

A *N. lotus*-csoport morfológiai viszonyainak ismeretéhez számos dolgozat tartalmaz adatokat.

A régebbi szerzők közül LINNÉ (12), WILLDENOW (36), WALDSTEIN et KITAIBEL (33), ROXBURGH (19), DE CANDOLLE (9), PLANCHON (15) és mások diagnózisában és leírásaiban, a későbbiek közül többek közt CASPARY (7), BOISSIER (2), REICHENBACH (17), SIMONKAI (22), BORBÁS (34), RICHTER A. (18) és különösen CONARD (8) leírásaiban közlve adatok a *N. lotus* különböző alakjainak morfológiai viszonyairól. Az adatok azonban főleg az egyes alakok közötti különbségek és hasonlóságok egyszerű megállapítását czélozzák, anélkül, hogy a megállapítások tárgyát képező sajátosságok rendszertani értéke a kellő figyelembe vétetett volna. Így az adatok rendszertani felhasználásában is nagy a különbség az eddigi és a továbbiakban közölt eredmények között, a mennyiben a jelen dolgozat 5. fejezetébe foglalt rendszernek nemcsak subspeciesei, hanem varietásai és formái is fajok gyanánt vannak más rendszerekben leírva.

Ez okokból részben az élő növényeken, részben a herbárium-példányokon megállapított morfológiai adatokat részletesen közlöm, a melyek között természetesen más szerzők adatai sok esetben megismétlődnek, illetőleg megerősítést nyernek; ezek mellett azonban új adatok is vannak. Az előbb érintett irodalom adataira rövidség okából részletesebben nem térek ki, hanem úgy ebben, mint a következő fejezetekben is minden polemianak és a vonatkozások részletesebb kiemelésének kerülésével foglalom össze vizsgálataim eredményét.

Legyen itt előre bocsátva, hogy az alkalmazott nevek a dolgozat 4. fejezetében megállapítottak értelmében veendőek, és a hol nincsen valamelyik alfaj, varietás vagy forma külön megemlítve, az illető jellemzés az egész *N. lotus*-csoportra vonatkozik.

A *N. lotus* virágát rendszeren 4, néha 5 csésze-levél veszi

körül, a melyek zöldes színűek, lila színű közép sávval (*ssp. aegyptia*, *ssp. pubescens var. typica*), vagy pedig zöldes rózsaszín vagy bíborpiros színűek (*ssp. pubescens var. rubra f. rosea* és *f. Roxburghii*). A csészelevelek szerint különböztette meg CASPARY (6) a *var. lata*, *var. angusta* és *var. oblonga* fajváltozatokat. A csészelevelek alakja szerint való illetően megkülönböztetések tulajdonképen a továbbiakban leírt összes alakokon belül egyformán meg volnának tehetők; rendszertani értéke azonban ennek az eljárásnak alig volna, sőt hibás is volna, mert a *N. lotus* faj végtelen felaprózására vezetne. A CASPARY-féle fenti fajváltozatoktól tehát legjobb egyelőre egészen eltekinteni és a csészelevelek alakját a szíromlevelekével együtt olyanak tekinteni, a mely ugyanannál a varietásnál illetőleg formánál is változó.

A szírmok száma 12—24 és a porzóktól egy üres öv által választvak el (I. T. 4. kép). Mig ugyanis az előbbieket a csészelevelekkel együtt a maghon külső falának alsó részén helyezvük el, addig a porzók annak felsőbb részéből erednek. A szírmok színe fehér, a legalsók külső oldala közepén zöldes rózsaszínű (*ssp. aegyptia*, *ssp. pubescens var. typica*) vagy pedig a szírmok rózsaszínűek (*ssp. pubescens var. rubra f. rosea*) vagy bíborpirosak (*ssp. pubescens var. rubra f. Roxburghii*).

A porzók különböző hosszúságúak, a külsők hosszabbak, a belsők rövidebbek; számuk változó, a 100-at is meghaladhatja; filamentumuk halványsárgás (*ssp. aegyptia*, *ssp. pubescens var. typica*), aránysárgás rózsaszínű (*ssp. pubescens f. rosea*) vagy bíborpiros (*ssp. pubescens f. Roxburghii*). Az antherák hosszának viszonya a filamentuméhoz változó; a belsőkön hosszabb az anthera, a külsőkön rövidebb, de hosszabb is lehet.

A termőlevelek száma 20—30; sugarasan elhelyezve és egymással szorosan összenöve alkotják az ugyanannyi üregű magházat. A bibék felé görbülő nyúlványaik vastagok, merevek. A bibe világossárga (*ssp. aegyptia*, *ssp. pubescens var. typica*) vagy pirosas sárga (*ssp. pubescens f. rosea* és *f. Roxburghii*), nyúlványa világossárga (*ssp. aegyptia*, *ssp. pubescens var. typica*), rózsaszínű (*ssp. pubescens f. rosea*) vagy bíborpiros (*ssp. pubescens f. Roxburghii*). A virágtengely csúcsát a bibesugarak

központjában kipúposodó, vagy közepén kevésbé behorpadó, húsos kiemelkedés fejezi be.

A magház üregeinek radiális falain lógnak és átlátszó, alkoholban megfehéredő, nyálkás anyagba vannak beágyazva az anatrof *magrügyek* (I. T. 5. kép), illetőleg később a magvak, még pedig üregenként az 1000-et is meghaladó számmal. A magrügy funiculus-ából a megtermékenyítés után arillus veszi eredetét (I. T. 5. kép), mely a kifejlett magnak több mint alsó harmadát kehely alakban veszi körül. A magrügyek átlag 0·5—0·7 mm., a *magvak* 1·5—1·9 mm. hosszúak, 1·3—1·6 mm. szélesek. Utóbbiak mintegy 10—16 hosszanti bordával bírnak, a melyek mentén szőrösek (*ssp. aegyptia*) vagy csupaszkok (*ssp. pubescens*). A testa továbbiakban leírt sejtjeinek hullámos szélei mentén, kézi nagyítóval nézve, a hosszanti bordák között keresztbe menő vonalkák láthatók (I. T. 1. és 6. kép).

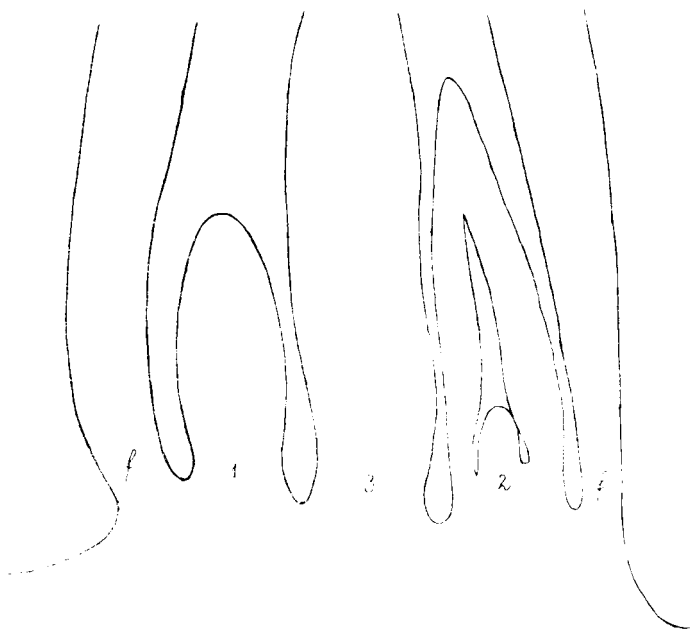
Az éjjel nyíló virágok kétségkívül tulnyomóan önbeporzás által termékenyülnek meg, a mely körülmény bizonyára lényegesen előmozdítja e faj alakjainak feltűnően nagy változottságát.

A megtermékenyülés után a magház megduzzad és átalakul zöld színű, húsos falú tokterméssé, melyről a csésze- és szíromlevelek lefoszlanak, a porzólevelek ellenben megzöldülve rajta maradnak és a termés csúcsát betetőzik. Az érett termés barna színű. A magvak a termés falának elkorhadása után szabadulnak ki.

A mag csírázásakor (I. T. 1—3. képek) csúcsán felfelnyílik és kinyomul belőle a két sziklevel nyelének tövén a csira, a melyből a felfelé irányuló száracska és a lefelé növegyökerecske fejlődik. A száracska tövén, a hol ez a sziklevelek nyelével összefügg, megvastagodott rész látható, a melyen kétoldalt az elsődleges gyökérszörök vehetők ki. A száracskán ezután csakhamar csomó keletkezik, a melyből először egy szálal (filiform) levél, azután pedig eleinte elliptikus, nyélbefutó levelek, később pedig a továbbiakban leírandó különböző alakú levelek fejlődnek, a melyek tövének külső oldalából járulékos gyökerek veszik eredetüket.

A szárcsomó számos levelet hajt, miközben hovatovább

megvastagszik és átalakul húsos rhizomává, mely a levelek elpusztulása után megbarnul, pararéteggel veszi magát körül és csupán a felső részének tányérszerűen bemélyedő részén marad hely a később onnan nagy számmal kifejlődő rügyek számára (IV. T. 20. kép). A rhizoma az áttelelésre, vagy a tropusok alatt a száraz időszak átélésére szolgál és kialakulása, megkérgesedése a levelek elpusztulásával áll szoros kapcsolat-



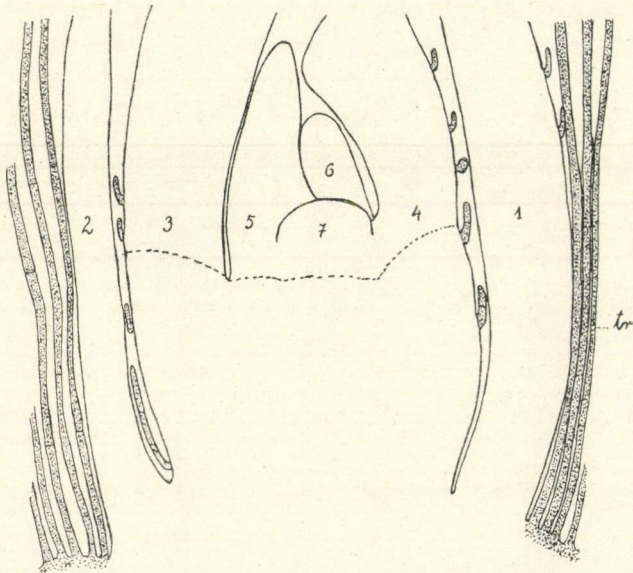
1. kép. A *ssp. egyptia f. thermalis* rhizomájának egy rügyesortja, hosszmetében: 1: külső allevelék: 1-3: kihajtó rügyek. 58:1.

ban, a mi tehát bármikor bekövetkezhetik a tenyészeti idő alatt is. Sok évig élél, miközben folyton növekszik. A IV. T. 22. képen (*rh*) egy fiatal, a 20. képen pedig egy több éves rhizoma látható. A rhizomán organikus csúcs nem különböztethető meg, hanem kihajtási felületén sok, egyenlő rangú rügy fejlődik, amelyek mindegyikéből számos *rhizoma-allevél* és egy szárképlet, *inda (stolo)* veszi eredetét (IV. t. 19—22. kép és 1. 2. szö. kép). Az indán kisebb-nagyobb távolságra csomó keletkezik,

a melyből levelek hajtanak ki (IV. t. 22. kép). A rhizoma al-levelek alakja a IV. tábla 19. és 21. képen látható; rendszeren rövidek, a rhizomán levő levélnyel- és virágkocsány-maradványok roncsai közül nem emelkednek ki, néha azonban több cm. hosszúra megnőnek. Egészben véve e levelek a pálha értékével birnak, csak a két vállban végződő lemezük között látható rövid, rendszeren görbült hegyük képviseli a nyeles levéllemezt. Az inda tövének közvetlen szomszédságában levő 1—2 allevell üde, zöldes; a külsőbbek fokozatosan elpusztulnak és megbarnulva szétfoszlanak.

Az egész *N. lotus*-csoportnak közös morfológiai sajátossága a nagyfoku *heterophyllia*; a rhizoma indájának csomójából először szálas (filiform) levél fejlődik (IV. tábla 22. képen 1), épen úgy, mint a mag csirázásakor. Ez a levél szintén a pálha értékével bir, csak csúcsa, a mely gyakran görbült, vagy kissé csavarodott és néha oldalt két, a dárda alakú levelek két czimpájának megfelelő, apró nyulványt visel, képviseli a levéllemezt. A következő egy vagy két levél aránylag rövid és szintén lapos, pálhás nyelű, dárdaalakú és a víz alatt maradvá, a szálas levéllel együtt csakhamar elpusztul; csak a következő nyíl-alakú leveleknek van kerek keresztmetszetű levélnyelük, a mely már hosszabbra nő és lemezük, sekélyebb vízállás mellett, a víz felszínére is juthat. Ezután hovatovább elliptikusabb, hosszabb nyelű, épélű levelek következnek, a melyek után pedig eleinte gyengén csipkés, később pedig hovatovább kerekdedebb és szabályosabban csipkés levelek fejlődnek (II. t. 7—14. kép és 3. szöv. kép), hogy azután csupa ilyenek fejlődjenek. Az utóbbiak 20—30 cm. átmérőjűek, de kivételesen az 50 cm.-t is elérhetik. A *ssp. aegyptia* levelei átlag kisebbek és kerekdedebbek, a *ssp. pubescens*-éi átlag nagyobbak, gyakran hosszukásak és nem oly szabályosan csipkésék. A levélnyel tövén rövid, hártyás *pálha* foglal helyet (II. t. 16. kép); a tő külső oldalából adventív gyökök veszik eredetüket és belső oldalukat, illetőleg a rhizomából fejlődő zsenge képződményeket, vagyis először a fiatal levélkezdeményeket, a későbbi kihajtások alkalmával pedig az indarügyeket hosszú, megbarnuló hajszálképletek védik (2. kép), a melyek éveken át nem pusztulnak el és a durva kergű rhizoma

felső részeit is állandóan fedik. Úgy a rhizoma kéregsejtjeit, mint a rajta maradó törészeit a levélnyeleknek és virágkocsányoknak, valamint a szőröket is igen ellenálló, antiseptikus hatású, barna anyag védi az elkorhadástól. Az Egyiptomból kapott és szállítás közben teljesen elkorhadt növényeken volt alkalmam tapasztalni, hogy az eredetileg husos, zöld rhizomák utközben ily kéreggel vették magukat körül és néhány hónapi

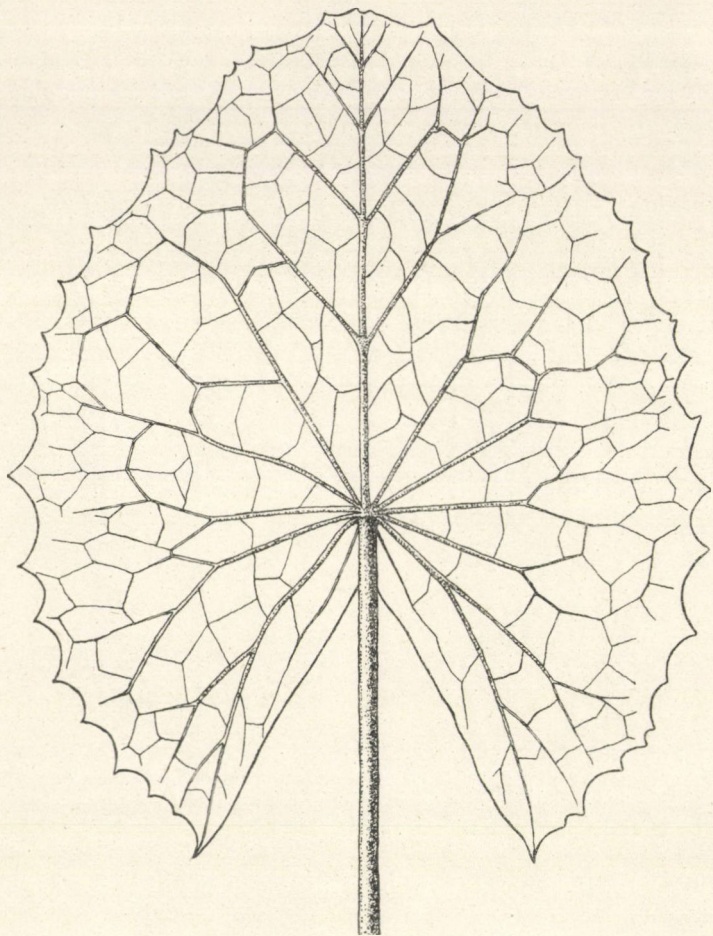


2. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* rhizomájának fejlődő rügye: 1—7 allevelek, melyek külső oldalán egészen kifejlett hosszú (*tr*) és rövid szőrök vannak.

pihentetés után, daczára az úton átélt mostoha viszonyoknak, kihajtottak.

A levél erezete 9—19 főérből áll, a melyek közül legvas- tagabb a középső; valamennyi a lemez tövéből ágazik ki teny- resen, és különböző módon fut a levél szélének csipkefogaiba. Alakjukban két typutst lehet megkülönböztetni (III. t. 17., 18. kép). A *ssp. pubescens* és a *ssp. aegyptia forma orthoneura* leveleinek főbb erei, egész hosszukban rendszeren 2—3-szor villásan elágazva, meglehetősen egyenesen nyulnak a levél széle felé

hogy a csipkefogak csúcsában végződjenek; a főbb ereket összekötő tangenciális erek ezeken nem emelkednek ki, aránylag



3. kép. A *ssp. aegyptia f. Planchoni* első, fejlettebb csipkésélű leveleinek egyike. (Folytatólagos kép a II. táblához). 5:6.

vékonyak. A *ssp. aegyptia* többi formájának főbb erei nem haladnak oly egyenesen a levél kerületéhez, elágazásaik valamivel nagyobb szög alatt hajlanak szét és majdnem hasonló vastag, kiemelkedő, tangenciális irányú erekkel kötvék össze és e he-

lyeken maguk is megtörnek, miáltal a főbb erezet nem sugaras lefutású, hanem hálózatos (3. kép).

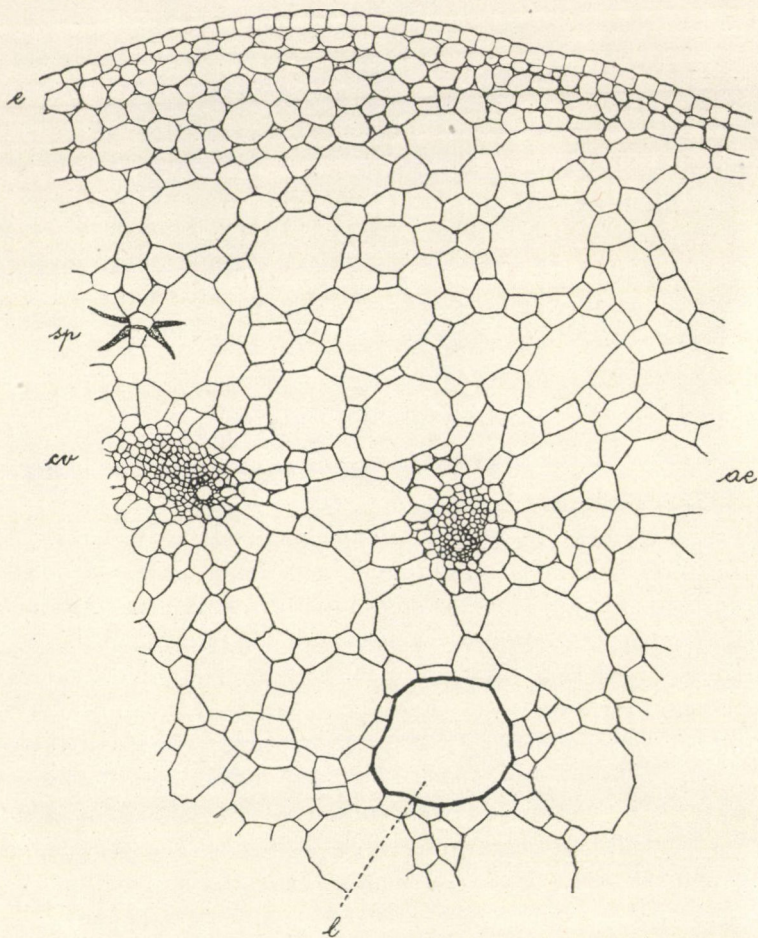
A levél fonákja a *ssp. pubescens* változatain tömötten, majdnem bársonyosan, a *ssp. aegyptia* formáin — a *f. thermalis* kivételével — már csak kevésbé szőrös, az utóbb nevezett forma levelei pedig teljesen kopaszok, legfeljebb itt-ott, igen ritkán találunk rajta egy-egy szörképletet. Ez a különbség azonban alapjában véve nem morfológiai, hanem fiziológiai különbség, mert szörképletek egyaránt keletkeznek valamennyi alak levelének fonákján, virágkocsányán és levelnyelén, a kopasz és kevésbé szőrös alakokról azonban a szőrök csakhamar lehullanak; csakis ezeknek bazális sejtjei (IV. T. 23. kép, V. T. és 9., 10. szöv. kép) maradnak meg.

3. Histológiai szerkezet.

A *Nymphaeacea*-k belső szerkezetével már a legrégebb histologusok, mint *Treviranus* (1806), *Mirbel* (1809), *Meyen* (1830), *Schleiden* (1839) és mások foglalkoztak; és azóta számos olyan histológiai dolgozat jelent meg, a mely azoknak érdekes belső szerkezetére vonatkozólag adatokat tartalmaz. Általában pedig ismeretes, hogy úgyszólván minden botanikai kézi- és tankönyv tartalmaz adatokat e növényeknek a vízi életmóddal kapcsolatos szerkezetéről. Ezek az adatok azonban nagyrészt általános szempontokból valók, vagy pedig olyanok, a melyek a *Nymphaeacea*-k különböző génuszait hasonlítják össze egymással vagy vízben élő más növényekkel. Ilyen TRECUL-nek (28) a *Nelumbium*, *Nuphar* és *Victoria* génuszokra, VAN TIEGHEM-nek (31, 32) és RACIBORSKY-nak (16) a *Cabomba*, *Nuphar*, *Euryale*, *Nymphaea*, *Nelumbium* és *Brasenia*-ra vonatkozó dolgozata. Különlegesen a *N. lotus* histológiai viszonyait ismerteti RICHTER A. dolgozata (18) és a *Nymphaea*-k több génuszáról és különösen a *N. alba*-ról SCHILLING (20) is közöl adatokat. Ujabbán pedig a *Nymphaea*-k fajainak histológiai szerkezetével összehasonlítólág legbehatóbban CONARD foglalkozott.

Mindezek a dolgozatok számos oly adatot tartalmaznak, a

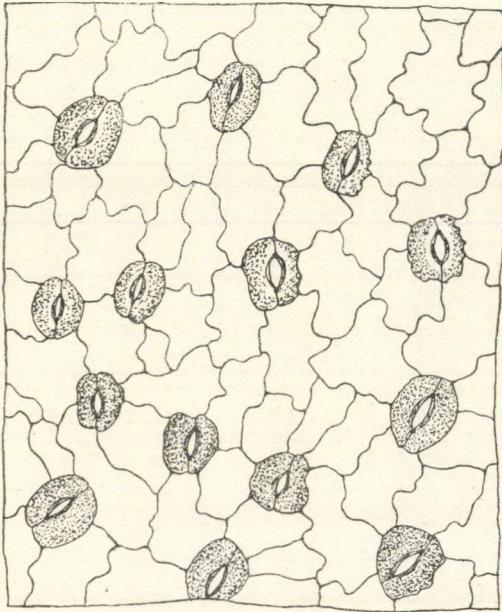
melyek a *N. lotus*-csoportnak összehasonlító histológiájára vonatkozólag fontosak; a tárgyat azonban nem merítik ki annyira,



4. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* indájának keresztmetszete: *e* epidermis; alatta apróbb, vékonyfalú sejtekből álló tömött réteg; *sp* spikuláris sejt; *cv* edénnyaláb; *ae* aërenchymás alapszövet; *l* nagyobb, barnás sejt-falak által határolt központi légesatorna. 60:1.

hogy a jelen dolgozat célját képező rendszertani csoportosításhoz támasztópontokat nyújthatnának. Így szükséges volt, a *N. lotus*-csoport egyes alakjainak szem előtt tartása mellett,

azoknak histológiai szerkezetét is beható vizsgálat alá vennem, annál is inkább, mert az egyes alakok külső morfológiai sajátosságainak változékonysága következtében, azok rendszertani csoportosítása czéljából, histológiai viszonyaikra is rá voltam utalva. És miután az egyes histológiai sajátságok rendszertani értékét a *N. lotus*-csoporton kívüli más fajoknak vizs-

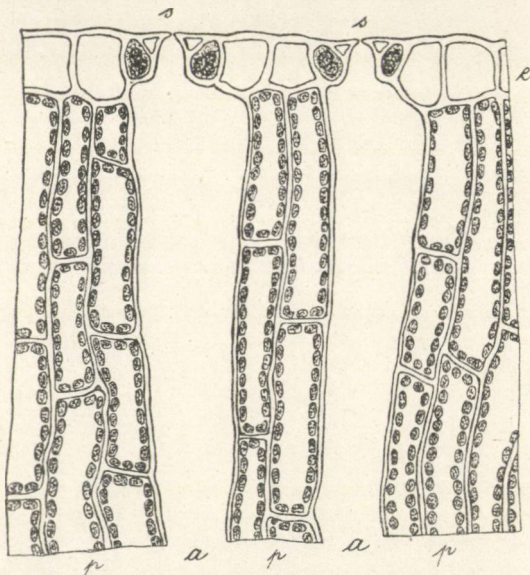


5. kép. A *ssp. aegyptia f. Planchonii* levelének felső epidermise szájnyílásokkal. 570:1.

gálataimba való bevonásával véltem megállapíthatni, ezekre vonatkozólag is tartalmaz a dolgozatom adatokat. Így többek között a *N. coerulea* SAV., *N. capensis* THUMB. var. *zanzibariensis* (CASP.) CONARD és var. *madagascariensis* (DC.) CONARD, *N. alba* PRESL., *N. Marliacea* Hort. és *N. tetragona* GEORGI azok, a melyeken vizsgálatokat végeztem, de más, kultivált hibrideket is használtam e czélra.

A *N. lotus* szára illetőleg indája számtalan légszűrőtől átjárt, aërenchymás szerkezetű (4. kép); benne egy, a többinél

valamivel nagyobb, *középponti csatorna* foglal helyet, a melynek kerületén a sejtfalak valamivel durvábbak, barnás anyagot tartalmaznak. Az *edénnyalábok*, nem nagy számmal (4—9), a sugár közepe tájára esnek, de a középponti légszatornához közelebb, mint a kerülethez; szabálytalanul, de körben helyezvék el. Az edénnyalábok farészében egy légszatorna, mintegy 3—4 edény és néhány apróbb keresztmetszetű parenchymás sejt van; azok háncsrésze szitacsövekből és háncsparenchymából áll.



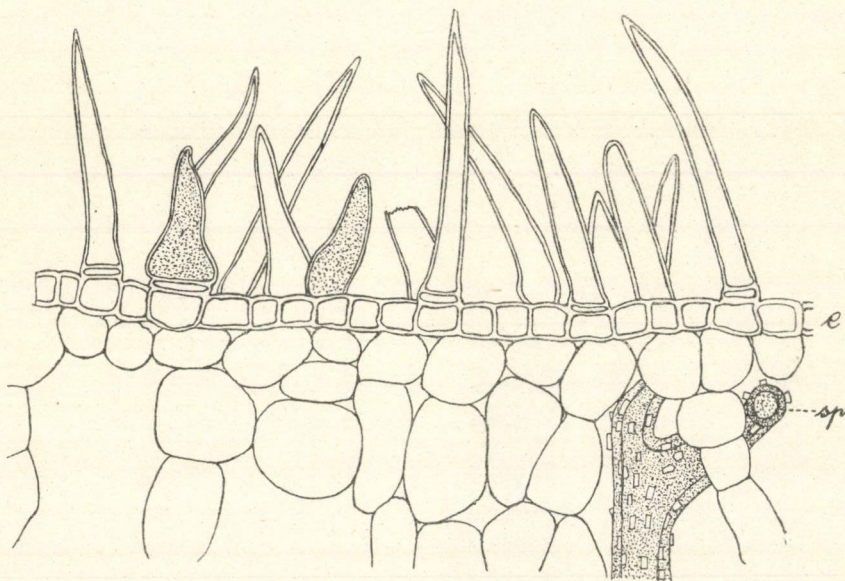
6. kép. A *ssp. aegyptia f. Planchoni* levele keresztmetszetének a levél felső oldaláról vett részlete: *e* epidermis; *s* szájnylás; *p* paliszád-parenchyma; *a* légdudvar. 480:1.

Az inda egész keresztmetszetén szétszórt légszatornába itt-ott *spikuláris sejtek* nyúlnak be. A külső sejtrétegek apróbb, szintén vékonyfalú sejtekből állnak, melyekre a hasonlóan vékonyfalú sejtekből álló epidermis következik.

A *levelek szerkezete* az V. tábla rajzából vehető ki, mely a lemez keresztmetszetét egy érrel együtt ábrázolja. A levél felső oldalát a klorofillt nélkülöző *epidermis* borítja. Ennek sejtjei alapnézetben (5. kép) hullámos szélűek, metszetben négy-

szögletesek; mérsékelten megvastagodott külső faluk van. Az epidermis-sejtekkel egy szintben állanak a *szájnyílások*. Az utóbbiakat két klorofilltartalmú zárósejt alkotja, a melyek keresztmetszetén (6. kép) kivehető, hogy a légrést körülvevő párkányt kétoldalt egy-egy külön háromszögű keresztmetszetű, klorofillt nem tartalmazó sejteske alkotja.

Az epidermis-sejteken alapnézetben (5. kép) kivehető, hogy hullámos szélűek, közöttük foglalnak helyet az itt-ott hul-



7. kép. A *ssp. pubescens f. typica* levele keresztmetszetének a levél alsó oldaláról vett részlete: *e* epidermis; *sp* spikuláris sejt a szivacsparenchyma sejtei között. 270:1.

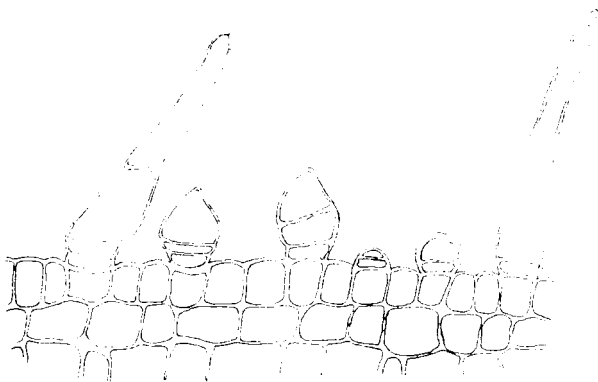
lámos szélű zárósejtjei a szájnnyílásoknak, maguk közé zárva a szűk légnnyílást, melynek két csücskében egy-egy erősen fénytörő pont látható.

Az epidermis alatt az egymáshoz szorosan csatlakozó, nagyszemű klorofillban dús paliszád-parenchyma van, a melyet a szájnnyílások alatti hosszú légudvarok szaggatnak meg.

A paliszádparenchymához csatlakozik a szivacsparenchyma. Ez változó nagyságú sejtekből álló és légjáratoktól eléggé sűrűn

megszaggatott szövet, a mely az előbbinél valamivel kevesebb klorofillt tartalmaz. A *ssp. pubescens* mesophyllumában számos, igen fejlett *idioblasztu* van (7. kép, *sp.*), a melyek spikuláris sejtek. Ennek az alfajnak levélszövevei egyáltalán sokkal robusztusabb fejlettségűek, mint a *ssp. aegyptia*-éi, a melynek mesophyllumában a spikuláris sejtek is csekélyebb fejlettségűek és csak itt-ott fordulnak elő.

A szivacsparenchymát az alsó epidermis határolja. Ennek sejtjei metszetben (V. tábla e_2) hasonlóak a felső epidermis



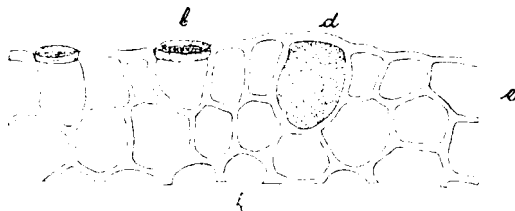
8. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* egészen fiatal levőnyele keresztmetszetének körületi része, fejlődésben levő és kifejlett szőrökkel. 270:1.

sejtjeihez, de ezeknél nagyobbak és bennük klorofill van; az egyes alakok szerint változó arányban anthokyan-t is tartalmaznak. Különösen sok az anthokyan-tartalmú sejt a *f. thermalis* levelének alsó epidermisében. Minden második, harmadik epidermis-sejt szörképletté alakul, a mely a *ssp. pubescens* alakjain megmaradó (7. kép), a *ssp. aegyptia* három alakján (*f. orthoneura*, *f. Planchonii* és *f. Zeukeri*) részben, a negyediken (*f. thermalis*) teljesen lehull, még pedig már a levelek legfiatalabb korában. A *f. thermalis* igen fiatal, még összesodrott levelének alsó oldalán azonban szőrök épen úgy fejlődnek, mint a *N. lotus* bármely más alakján (II. t. 15. és

IV. t. 23. kép); kifejlődésük után, sőt e közben azonban csakhamar lehullanak.¹

A szőrök többnyire 3 sejtűek, melyek közül az alsó, az epidermis-sejtek közé mélyedve, a szőr bazális sejtje, a mely klorofillt tartalmaz és a mely a szőrök lehullása után is elárulja azok helyét (9. kép); a második sejt erre korongalakkal következik, a melyet azután a tulajdonképeni szőr sejtje tetőz be.

A szőrök majd rövidek, széles tövűek és hirtelenül összehúzódnak csúcsban végződnek, majd pedig hosszúak, egyenletesen szűkülnek. Fejlődésük kezdetén (II. tábla 15. kép) szemcsés plazmával telvők; később belsejüket barna anyag tölti meg, vagy pedig egészen üresek. (Ilyen kétféle szőr látható a 7. ké-



9. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* levele keresztmetszetének a levél alsó, kerületi részéből vett részlete: *e* epidermis; *d* váladékot tartó sejt; *b* lehullott szőr bazális sejtje; *k* kollenchyma. 240:1.

pen.) Az előbbieik sejtfala vékonyabbnak, az utóbbiaké vastagabbnak tűnik fel.

E helyen említem meg, hogy a virágkocsány és a levélnyel ugyanilyen szőröket visel, még pedig a *ssp. pubescens* alakjain ezek a szőrök szintén megmaradók, a *ssp. aegyptia* alakjain ellenben részben lehullók, de — különösen a virágkocsányon — a *f. thermalis*-ről sem hullanak le mind. Említettük előbb, hogy a levelek tövén, a nodus-on, illetőleg a rhizomán is fejlődnek szőrök (II. T. 16. kép és IV. 19—21. kép). Ezek többsejtű fonalak, a melyek több mm. hosszúra megnőnek

¹ A *N. lotus* levele alsó oldalának epidermisén RICHTER A. *Brongniart* nyomán sejtközi üregeket írt és rajzolt le (18, p. 287. Tab. V. Fig. 7.). Ezek nem egyebek, mint a lehullott szőrök bazális sejtjei.

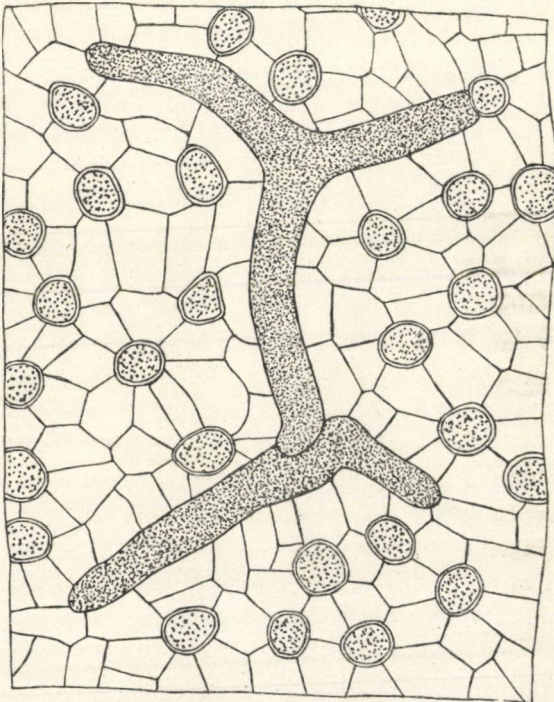
és barna, konzerváló anyaggal átítatva, a rhizomán éveken át megmaradnak. *Solereder* (23) a *Nymphaea*-k eme hosszabb szőreit fedő szőröknek (Deckhaare), az előbb leírt rövidebbeket pedig nyálkaszőröknek (Schleimhaare) nevezi.

A levél alsó epidermisen alaplátnézeten a 10. képen látható. Maguk az epidermis-sejtek egyenes vonalaktól határolva, sokszögű alakúak; közöttük láthatók a lehullott szőröknek kerekded körvonalú bazális sejtjei és itt-ott, különösen az erek mentén, nagy, váladékot tartó sejtek foglalnak helyet. Ezek vékonyfalúak, az epidermis-sejtek közé ékelvők, alig kiemelkedők (V. t. 23. kép, d_1 ; 9. és 10. szöv. kép), egyenesek, könyökszerűen meghajlók vagy itt-ott elágazók. Hosszukkal többnyire az erek irányában helyezvők el. Ezek a váladékot tartó sejtek úgy látszik ugyanazt az anyagot tartalmazzák, mint a megbarnuló tartalmú szőrök, mint a rhizoma kéregsejtjei és mint a levélér edénynyalábjai alatt a szövetben helyetfoglaló, később leirandó, váladékot tartó sejtek. A váladék anyagának mibenléte behatóbb vizsgálatokat igényel.

A leveleket behalózó, különféle vastagságú erek szerkezete különböző. Az V. táblán ábrázolt ér a vastagabb erek közül való. Az éret kívülről a levél alsó epidermisével azonos epidermis borítja, a melynek sejtjei tehát klorofillt tartalmaznak és a melyek között a szőrök bazális sejtjei (b) és — az alsó részen — váladékot tartó sejtek (d_1) vannak. Itt-ott megmaradt szőrök is előfordulnak (t).

Az ér belsejét túlnyomóan klorofillban szegényebb, aránylag nagy, vékonyfalú sejtek teszik ki, a közöttük helyetfoglaló légszűrővel. Közvetlenül az epidermis alatt apróbb és klorofillban dúsabb sejtek vannak; az ér alsó oldalát pedig keresztmetszetben félholdalakú kollenchyma-szövet szilárdítja (k). E felett foglal helyet a legnagyobb edénynyaláb (v), melynek erősebben nagyított keresztmetszete a 11. képen látható. Ez az edénynyaláb aránylag kis farészből (v') és nagyobb hancsrészből (c) áll. A farészben három, nagy nyílású edény látható. Ezek spirálisan vastagodott edények, melyek falai között a falakra merőlegesen szálak sejtközi anyag látható. Az utóbbi majd erősebben van kifejlődve, majd pedig hiányzik. Az edé-

nyek környezetében kisebb üregű parenchymás sejtek vannak, a melyek klorofilt tartalmaznak. A *hánrszész* a nagyobb üregű szitacsövekből és parenchymából áll. Az egész edénnyalábot *endodermis* veszi körül, a mely keményítő s hüvely alakjában



10. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* levelének alsó epidermise, melyen nagy, váladékot tartó sejtek, és az epidermis-sejtek között a lehullott szőrök kerekded bazális sejtjei láthatók. 270:1.

van meg és akkor, a mikor az alapszövet sejtjei telvék tartalék-keményítővel, az alapszövet sejtjeitől tulajdonképen alig különböztethető meg. A hánrszész alját *váladékot tartó sejtek* (v_1) veszik körül, a melyek az edénnyaláb körül különféle elosztással foglalhatnak helyet. Ezekről TREKUL (27) a *Nuphar luteum*-ra, WIGAND (35) a *Nelumbo nucifera*-ra, VAN TIEGHEM pedig általában a *Cabomba*, *Nuphar*, *Nymphaea* és *Nelum-*

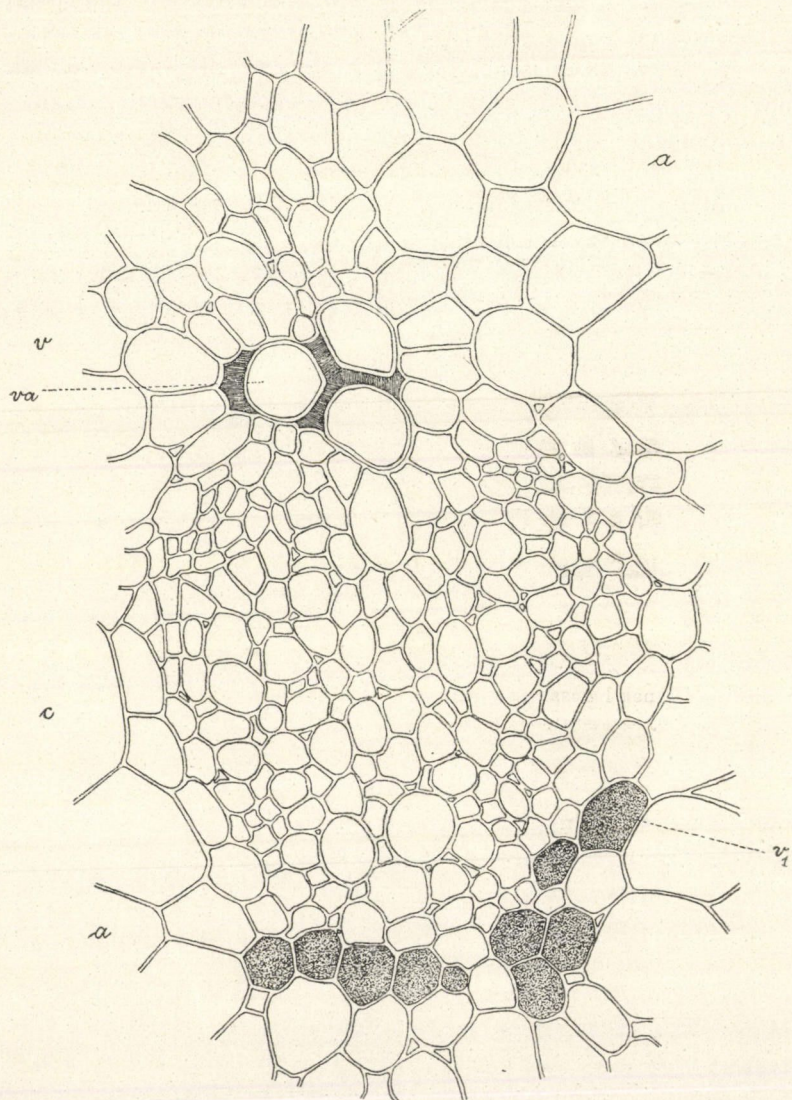
bium-ra vonatkozólag közölt adatokat. VAN TIEGHEM e sejteket «cellules laticifères»-nek nevezi és a *Nymphaea*-k több fajára vonatkozólag — melyek között a *N. lotus* alakjai közül a «*N. rubra*, *dentata* és *Ortygiesiana*»-t is említi — megállapította, hogy orsó alakúak (fusiformes) és igen hosszúak, hosszúságuk a 2 cm-t is eléri, sőt meghaladja. CONARD (p. 44, 63.) szintén leírja és lerajzolja e váladékot tartó sejteket és «latex cell» vagy «tannin cell»-eknek nevezi. SOLEREDER (23.) ezeket szintén tejnedvet tartó sejteknek (Milchsaft Zellen) nevezi és azok alakjának és elhelyezésének a *Nymphaeaceae*-k egyes génuszaira nézve jellemző diagnosztikai értéket tulajdonít.¹

A levél keresztmetszetén az erek felsőbb részeiben és a lemezben a leírt nagy edénynyalábon kívül számos apróbb van, a melyek nagyság és szerkezet tekintetében a legkülönbébbek, s mint az általában minden növény levelén tapasztalható.

A levélér keresztmetszetének tetemes részét foglalják el a légszatórnák (V. tábla, l_1 , l_2 stb.). Az alsók nagyobbak, a felsők hovatovább kisebbek. Gyakoriak bennük a spikuláris-sejtek (*sp*), és itt-ott a légszatórnákat körülvevő sejtek vékonyfalú tömlökké fejlődnek, melyek a légszatórnák belsejébe nyúlva (V. tábla, l_2 és 12. kép), azt részben vagy egészben ki is tömhetik. Úgy látszik, hogy ezek a belső szőrök — a melyekről SOLEREDER mint thyllis-szerű szőrökről tesz említést — nem egyebek, mint kóros intumescencia-k, a melyek megsérült helyeken keletkeznek. Néha barnás anyagot tartalmaznak, a mely bizonyára mint védő váladék bír jelentőséggel.

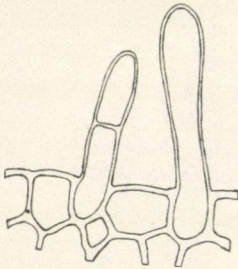
A levél histologiai szerkezetében számos sajátosság változó: így a kollenchymás szövet alakja és fejlettsége, a váladéktartó sejtek eloszlása, a légszatórnák alakja és csoportosulása stb. bizonyos mértékig változásnak van alávetve ugyanazon a növényen is; átlagban és összeségben azonban a *N. lotus*-nak leírt levélszerkezete a fajra és annak egyes alakjaira több tekintetben határozottan jellemző.

¹ Ezekkel a sejtekkel a *N. alba*-ra vonatkozólag BERNÁTSKY J. is foglalkozott (*1a*), azonban szilárdító, stereoma-sejteknek írta és rajzolta le. Ilyenek a *Nymphaea*-knál nincsenek.

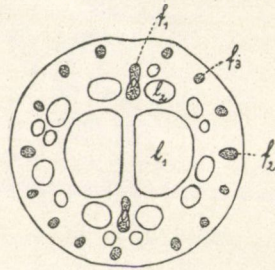


11. kép. A *ssp. aegyptia f. Planchonii* levélerének alsó részén, a kollenchyma felett levő edénynyaláb keresztmetszete: *va* edények, melyek mellett a sejtközöket szálás anyag tölti ki; *v*₁ váladékot tartó sejtek; *v* az edénynyaláb farésze; *c* annak háncsrésze; *a* alapszövet. (Részletkép az V. táblához). 260:1.

A levélnyel szerkezetének jellemző körvonalait nagyjából a légszatórnák és az edénynyalábok szabják meg. Ezek tekintetében is változatosságot tapasztalunk aszerint, amint fiatal, még fejlődésben levő levélnyelet, vagy egészen kifejlettet vizsgálunk meg, avagy a levélnyelnek a levéllemez vagy a rhizoma közvetlen szomszédságából, avagy pedig az ezektől távolabb eső részéből veszünk metszetet. A *N. lotus* teljesen kifejlett levélnyelének nem közvetlenül a rhizoma vagy levéllemez szomszédságába eső részeinek azonban jellemző és állandó saját-sága az, hogy (13. kép) keresztmetszetén két nagyobb légszatórnák



12. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* levélnyelének légszatórnájába benyúló szőrök.

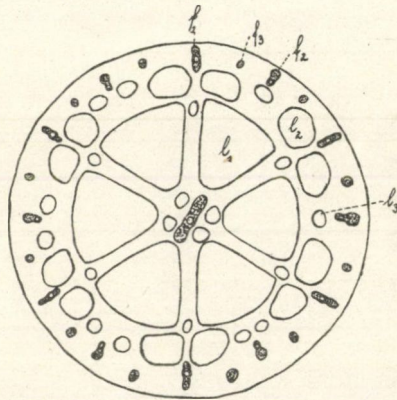


13. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* levélnyelének keresztmetszete: l_1 , l_2 légszatórnák; f_1 kettős, f_2 egyszerű és f_3 kisebb, egyszerű edénynyaláb. 5-ször nagyítva.

torna (l_1) van, a melyek alatt és felett két-két kisebb (l_2) foglal helyet. Az utóbbiak között egy-egy kettős edénynyaláb van (f_1), a melyek farészeikkel vannak egymás felé fordulva és egy légszatórnát zárnak maguk közé.

A *virágkocsány* keresztmetszetének szerkezetét szintén a légszatórnák és az edénynyalábok teszik jellemzővé (14. kép). Már szabad szemmel nézve szemünkbe tűnik a sugarasan elhelyezett 6 légszatórna (l_1), a melyek száma csupán kivételesen apad meg egygyel; azonban ez sem szokott egészen hiányozni, hanem csak kisebb a többinél. A hat nagyobb légszatórna elválasztó fala irányában, a kerület közelében van elhelyezve hat nagyobb edénynyaláb (f_1), a melyek szerkezete a 15. képen vehető ki. Ezek az edénynyalábok kettősek: két, farészével egymás felé

fordult edénynyalázból állanak, a melyek farésze helyét azonban egy-egy légsatorna foglalja el. A külső edénynyalázból kisebb (l_2), a belsőhöz nagyobb (l_1) légsatorna tartozik. A belső edénynyaláb farészének keresztmetszetén rendszeren egy-két csavarosan vastagodott tracheida (spt) látható. Az edénynyalábok körül (de az alapszövet sejtjei között is) itt-ott váladéktartó sejtek vannak, ezeken belül pedig szitacsövek (l_3) és parenchyma-sejtek. Az edénynyalábpárt keményítő hűvely (e) veszi körül.

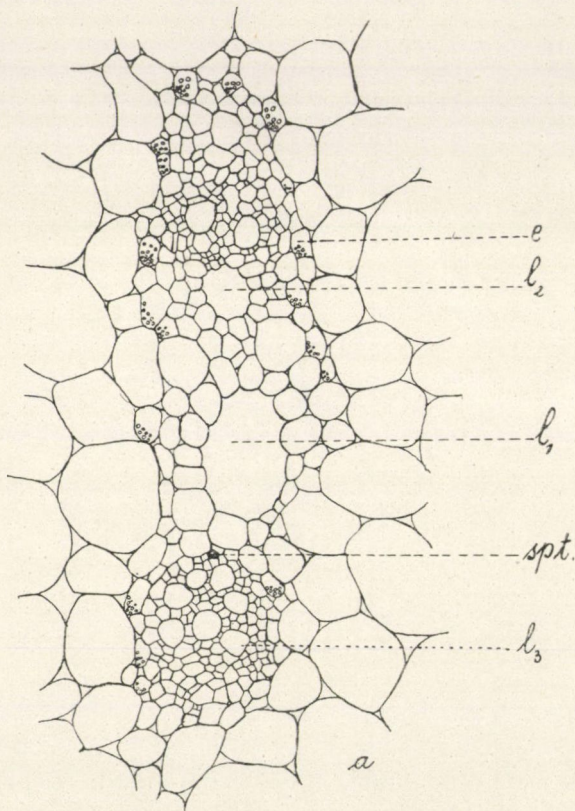


14. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* virágkocsányának keresztmetszete l_1 , l_2 légsatornák; f_1 kettős, f_2 egyszerű és f_3 kisebb, egyszerű edénynyaláb. 5-ször nagyítva.

A nagy légsatornák elválasztó falainak külső részén rendszeren egy kisebb légsatorna van, e felett pedig jobbról-balról egy-egy nagyobb légsatorna (14. k. l_2) látható. Ez utóbbiak alkotják a külső légsatorna-kört, a melyben az említett nagyobb légsatorna-párok között még 2—2, vagy néhol egy kisebb légsatorna (l_3) van. E kisebb légsatorna-párok közé — vagy a hol csak egy ilyen légsatorna van, e fölé — esik egy-egy egyszerű edénynyaláb (f_2), melynek farésze, illetőleg légsatornája befelé esik. Ezek az edénynyalábok az előbb leírt edénynyalábpárok természetesen csak felét teszik, és leírt helyzetükből kifolyólag az előbbieik között vonható ív felezési pontjára esnek. Minden ilyen edénynyaláb és a nagyobb edénynyaláb-párok közé

a kerületen még egy-egy egyszerű, de kisebb edénnyaláb van iktatva (f_3).

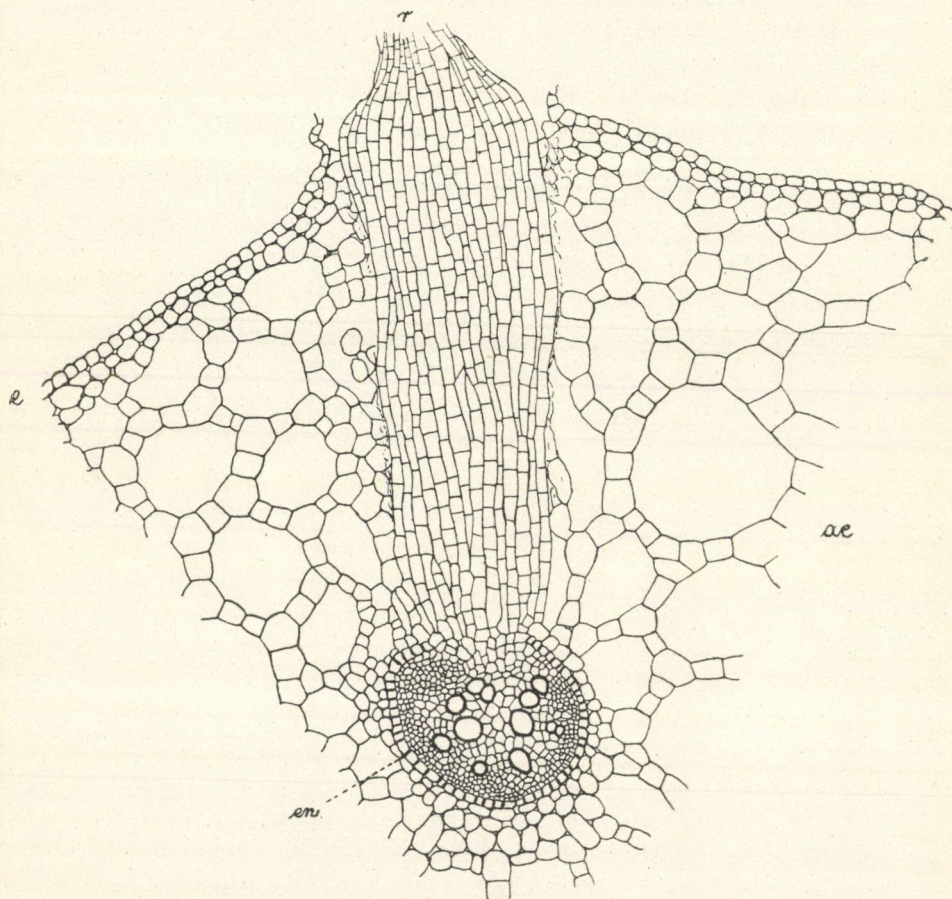
A 16. kép ábrázolja egy *gyökér* keresztmetszetét, még pedig oly helyen, a hol abból egy mellégyökér (r) ágazik ki.



15. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* virágkocsánya egyik külső, kettős edénnyalábjának keresztmetszete: l_1 a belső (alsó) edénnyalábhoz tartozó nagyobb légsatorna; l_2 a külső (felső) edénnyaláb kis lakunája; e keményítő réteg (endodermis); $spt.$ csavarosan vastagodott tracheida; l_3 a háncsrészben levő szitacsövek egyike; a alapszövet. 100 : 1.

A keresztmetszet közepén láthatók az edénnyaláboknak sugarasan elhelyezett fa- és háncsrészei; még pedig heptarch-gyökérrel van dolgunk, a melynek nyalábjai azonban a mellégyökér fejlődése következtében kissé szabálytalanul eltolódnak.

Az edénynyalábokat, illetőleg az ezeken kívül helyet foglaló pericambiumot endodermis veszi körül (*en*), melynek sejt-



16. kép. A *ssp. aegyptia f. thermalis* gyökerének keresztmetszete: *e* epidermis; *ae* aerenchymás szerkezetű elsődleges kéreg; *en* endodermis Caspary-féle pontokkal; ezen belül a központi henger, melyből egy oldalgyökér (*r*) ágazik ki. 70 : 1.

jei radiális falukon a CASPARY-féle pontokat viselik. Az aránylag csekély fejlettségű központi hengert igen széles, laza aerenchyma-szövet veszi körül, melyet a vékonyfalú sejtekből álló epidermis (*e*) borít.

A *Nymphaea*-k magjának szerkezetéről épen rendszertani szempontokból WEBERBAUER (34.) közölt kimerítő adatokat. Vizsgálatainak egyik fontos eredménye az (p. 244.), hogy a mag szerkezetének alárendelt rendszertani értéke van, a mi nemcsak a főbeosztásra, hanem, a mint épen a *Lotos* szekció is bizonyítja, az alsóbb rendszertani kategóriákra is vonatkozik.

A *Nymphaea*-k magjának szerkezetére általánosságban vonatkozó adatokat illetőleg magára a WEBERBAUER-féle dolgozatra és a CONARD munkájára (8. p. 90. etc.) utalhatok. Különlegesen a *N. lotus* alakjaira vonatkozólag főként a maghéj (testa) szerkezete bír diagnosztikai jelentőséggel. A *N. lotus* összes alakjainak maghéja (I. T. 1—3. és 5—6. képei) hosszában bordázott és a bordák között, kézi nagyítóval kivehetőleg, keresztben csikolt. A maghéj felületét mikroszkóppal vizsgálva kivehető, hogy külső sejtrétegének sejtjei hullámos szélűek (I. T. 6. kép) és e hullámos szegélyvonalak idézik elő a keresztirányban haladó csikoltságot. A sejteknek a bordák helyére eső végfalai meg vannak vastagodva és ki vannak dudorodva. Ez által jönnek létre a bordák, a melyek csakis az egymás szomszédságába eső mikropyle és hilum, valamint a raphe környezetéről hiányzanak. A maghéj külső sejtrétegének fala keresztmetszetben, az epidermis-sejtekre emlékeztetve, külső oldalán erős vastagodást mutat és összelapított üreget zár körül.

A *N. lotus* egyes alakjainak maghéja annyiban mutat eltéréseket, hogy míg a *ssp. pubescens* alakjainak maghéján a bordák megvannak ugyan, de kopaszok, addig a *ssp. aegyptia* maghéjának hosszanti bordáin szőrcsomócskák vannak. Ki kell emelnem itt azonban, hogy a két típus közt átmenetek is vannak, a mit úgy WEBERBAUER (p. 244.), mint CONARD (p. 92.) is hangsúlyozott. Ezenkívül kiemeli WEBERBAUER (p. 250.), hogy a «*N. thermalis*» maghéja külső sejtrétegének fala aránylag igen gyengén van vastagodva. Míg a bordák alkotása a *ssp. subescens* és a *ssp. aegyptia* alakjainak egyrészt egy-egy közös és a további rendszertani beosztást támogató sajátágot kölcsönöz, addig másrészt azt is bizonyítja, hogy annak minden diagnosztikai jelentősége daczára is nem nagy rendszertani értéke van, mert a míg maga a *Lotos* DC. szekció a maghéj szerkezete te-

kintetében két csoportra osztható, és pedig a WEBERBAUER-féle (p. 242. 243.) 2. és 3. típushoz tartozik, addig azt is tapasztaljuk, hogy a *Hydrocallis* PLANCH. szekció fajai is a 3. típushoz tartoznak. Vagyis a közeli rokonok magháj-szerkezete különböző és a távolabbi rokonoké egyező.

A magháj belsőbb, vékonyabb falu, lazább sejtrétege, valamint a magot kitöltő perispermium és a kissé lapított, ellyptikus csira, melyet kevés, a perispermiumtól vékony üreg által elválasztott endospermium vesz körül, nemkülönben a laza, uszásra alkalmas szövetű arillus szerkezete a *N. lotus* egyes alakjaira jellemző sajátságot alig mutat.

A *rhizoma* histológiai szerkezetéről már a 2. fejezetben szóltam. Ezért itt erre külön nem is terjeszkedem ki, annál kevésbé, mert az illető adatokat nem annyira összehasonlító rendszertani adatok nyerése, mint inkább a leírás teljessége kedvéért vettem fel e dolgozatba.

4. Rendszertani tagolódás.

A *N. lotus*-csoport, vagyis a *Lotos* DC. szekció a Nymphæáknak filogenetikailag magasabb fokon álló *Symphytopleura* CASP. (*Nymphæae syncarpiæ* CONARD) subgenusába tartozik. Az ugyanide tartozó *Castalia* DC. és *Hydrocallis* PLANCH. szekcióktól a *N. lotus*-csoport élesen el van határolva; azok egyikével sem hozható szorosabb kapcsolatba. Így tehát a *Symphytopleura* subgenus-nak egyik régen kivált és elszigetelődött ágazata. A morfológiai differenzialódás fokából ítélve arra lehet következtetni, hogy a *Lotos* szekció a *Castalia* mögé és a *Hydrocallis* elé sorozandó, a mint azt már CONARD is tette.

Magán a *N. lotus* csoporton belül az egyes alakok közötti különbségek oly alárendeltek és a különböző alakok átmeneti alakok által oly folytatolagos, megszakítás nélküli sorozattá olvadnak össze, hogy az egész csoportot, illetőleg szekciót egyetlen egy fajnak kell tekintenünk.

Az egyes alakok az előbbi fejezetekben leírt morfológiai viszonyaiknak alapján két alfajba csoportosíthatók: a *ssp. pubescens* (WILLD.) és *ssp. aegyptia* (PLANCH.) alfajba. Az

utóbbinak a továbbiakban jellemzett alakjai közül a *f. thermalis* (DC.) és utóbb a *f. Zenkeri* (GILG) is több szerző által mint külön faj tárgyalatott. A *f. thermalis*-t emellett sokan egybe is olvasztották a «*N. lotus* L.» fajjal, a mely utóbbi alatt azonban a legtöbb esetben a továbbiakban leírt *N. aegyptia* (PLANCH.) alfajt értették.

A *ssp. pubescens* (WILLD.) alakjait, különösen pedig a *var. typica* és *var. rubra*-t egymástól többnyire mint külön fajt különböztették meg; kétségkívül azért, mert a virág és általában az egész növény színében tapasztalható különbség jelentékeny és igen szembeötlő. PLANCHON (15 p. 35., 36.) szintén mint fajt különbözteti meg e kettőt, azzal a kijelentéssel, hogy: «Il n'est pas sûr, du reste, que les *Nymphaea pubescens* et *rubra* soient spécifiquement distincts: au moins a-t-il paru impossible de les diagnostiquer sur le sec autrement que par la couleur des fleurs». Tovább pedig a *N. rubra* β *rosea* SIMS.-ról szólva megjegyzi, hogy: «Toutes ces nombreuses variations infirment beaucoup la validité de la distinction spécifique entre les *Nymphaea pubescens* et *rubra*». CONARD is (8) mint külön fajt tárgyalja e kettőt, habár kétségtelen, hogy ha a színbeli különbséget nem kísérik más jelentős külső és belső morfológiai különbségek is, csupán amaz nem jogosít külön fajok felállítására.

Az egyes alakok rendszertani viszonyainak részleteire vonatkozólag a továbbiakban javasolt rendszerre utalhatok; egy-két kérdésre azonban még rá kell térnem e helyen.

Így a többek közt ki kell emelnem, hogy az egyes alakok összehasonlító histológiája azt bizonyítja, hogy a belső szerkezet a külső alaki sajátságok változásait nem kíséri hasonló mérvű változásokkal és így a 3. fejezetben túlnyomóan a *N. lotus*-csoport alakjait szorosán összekapcsoló közös sajátságok domborodnak ki.

A külső morfológiai sajátságok közül egyike a diagnosztikailag jelentékenyeknek: a szőrözet. Erre nézve a 3. fejezetben leírtakhoz rendszertani szempontokból a következőket fűzhetem.

A virágkocsány, a levélnyél és különösen a levéllemez alsó

oldalának szőrözete az egyes alakok szerint igen tág határok között változik. A Keletindia, Ceylon, Jáva és Uj-Guinea tájain vadon nőtt *ssp. pubescens* alakjai tömötten, majdnem bársonyszerűen szőrösek, míg ellenben a nilusi alakok egy része, valamint többek között a Kilima-Ndjaro vizeiből és a Nagyvárad melletti melegforrások vizéből származók levele teljesen kopasz. Ez a különbség sokat veszít súlyából már az által is, hogy a szélsőségeket átmeneti alakok kötik össze, a melyek az afrikai vizekből származó egyedek közül a legfokozatosabb sorozatban válogathatók össze; de még többet levon a különbségek jelentőségéből az a körülmény, hogy a levelek többé-kevésbé szőrös vagy pedig kopasz volta tulajdonképen csak látszólagos morfológiai különbség, mert, a mint már előbb kifejtettük, szőrök a nagyváradai egyedek levelein a levél fejlődése folyamán épen oly tömötten keletkeznek, akárcsak az indiai *ssp. pubescens* alakjainak levelein; csak hogy az utóbbiak szőrözete megmarad, megerősödik, az előbbieké pedig már fiatal korában lehull.

Ezek szerint a levelek kopasz vagy szőrös volta tehát csak fiziológiai különbség, a melynek nagyobb rendszertani jelentőséget tulajdonítanunk, és pl. ezen az alapon külön fajokat megkülönböztetnünk nem lenne indokolt. Bizonyos rendszertani érték azonban e fiziológiai különbségtől sem tagadható meg, mert egyrészt bizonyos geográfiai komplexumok növényeit jellemzi és pl. a Nagyvárad melletti Pecze patakban sohasem fejlődnek erősebben szőrös levelek, a keletindiai egyedek között pedig egy esetben sem láttam kopasz levelüt; másrészt pedig azért sem, mert ez a sajátsága az illető növényeknek többé-kevésbé öröklődik, állandó. A berlini herbárium lótoszvirágai között az Indiából származott növényeknek európai üvegházakban¹ kultivált oly példányai vannak meg, a melyek levelei, daczára a termőhelybeli változásnak, szőrösek, és a levél alakja, nagysága és bőrnemű volta tekintetében is jól megkülönböztethetők az ugyancsak üvegházakban tenyésztett nilusi és nagyváradai példányoktól. Hasonlót tapasztaltam a budapesti botanikai kertben tenyésztett

¹ Berlin (királyi botanikai kert és Borsig-féle kertek), Páris, Hamburg.

különféle *N. lotus*-alakokon és hybridéken is. A levelek szőrözetének öröklés útján való megtartására nézve azonban épen az említett kultivált példányok a mellett is bizonyítanak, hogy az eredetileg szőrös levelű alak veszíthet e sajátságaiból: az eredetileg Indiából származott üvegházi példányokon pl. rendszeren azt találjuk, hogy leveleik, ha nem is kopaszok, de sokkal kevésbé szőröse, mint az eredeti termőhelyen nőtték.

A levelek alakjában és nagyságában tapasztalható különbségek szintén változók és ezeknek sem lehet *nagyobb* jelentőséget tulajdonítani. E mellett azonban tagadhatatlan, hogy a *ssp. pubescens* alakjain *általánosságban* inkább a hosszúdad és nem oly mélyen csipkézett, ellenben a *ssp. aegyptia* alakjain a kerekdedebb és nagyobb, szabályosabb csipkefogakkal bíró levelek a túlnyomók. Lehet, hogy a levél alakja szerint az alfajok keretén belül is volnának még bizonyos alsóbbrendű megkülönböztetések tehetők, a mennyiben bizonyos levélalaknak ugyanazon egyed nagyszámu leveleinek mindegyikén való következetes mutatkozását többször tapasztaltam és valószínű, hogy az illető alak az utódokra is átöröklődik. Ez a kérdés azonban inkább a fajok keletkezése, mint a csoport áttekinthető rendszere szempontjából keltheti fel figyelmünket.

A mint a 2. fejezetben már említve van, a levél erezete alapján különböztetem meg a *ssp. aegyptia f. orthoneura*-t. Ennek a megkülönböztetésnek esetleges lehetőségére már CONARD rámutatott (8. p. 197), még pedig épen a *f. thermalis*-ra vonatkozólag. Minthogy az Afrikából származó egyedek között többször akadunk *orthoneura*-alakokra, a Nagyvárad melletti termőhelyről származók között pedig egy esetben sem találtam ilyent, ez a megkülönböztetés jogosult lehet és így be is vettem rendszerembe. E sajátság átöröklődésének kérdése azonban még bebatóbb vizsgálatokat igényel.

A spikuláris sejtek trichoblaszták is bírnak bizonyos diagnosztikai értékkel, épen a *N. lotus* csoportra vonatkozólag. A mint ugyanis a 3. fejezetből kiderül, a levélben, rhizomában és indában (szárban) vannak spikuláris sejtek, ellenben a levélnyélből és virágkocsányból hiányzanak, holott a *Nymphaea*-k nagy részén ezekben a tagokban is megvannak. Ebből azonban

korántsem következik, hogy a spikuláris sejtek említett hiánya a *N. lotus* csoportnak rendszertani jelentőségű sajátysága, mert hasonlóképen hiányzanak e sejtek a vele legkevésbé sem közeli rokon *N. coerulea* virágkocsányából és levélnyeléből is, valamint nem találtam meg e sejteket a budapesti botanikai kert egyik *N. madagascariensis* név alatt kultivált egyedének ugyane részeiben sem, és hiányoztak ezek a sejtek az ugyanítt kultivált *N. Marliacea chromatella* virágkocsányából is. Ezek következtében tehát nem tulajdoníthatunk a spikuláris sejtek hiányának nagyobb rendszertani jelentőséget. A *N. lotus* csoport határain belül a spikuláris sejtek annyiban bírnak diagnosztikai értékkel, hogy a *ssp. pubescens* alakjainak mesophyllumát sok és erőteljes fejlettségű spikuláris sejt jellemzi.

Az eddigiekben leírtak alapján a *N. lotus* csoport következő módon tagolódik:

Nymphaea lotus (L.)

Foliis supra glaberrimis, subtus parce puberulis vel plus minus dense pubescentibus vel glabris unicoloribus vel violaceis maculis, orbiculato-vel ovato-peltatis, sinuato dentatis, foliis juvenalibus filiformibus sagittatis et ovatis integerrimis, stipulis minutis utrinque margine ad basim petioli adnatis, sepalis insigniter nervosis ovato-vel subanguste oblongis viridescentibus roseo-viridescensibus vel petaloideis rubescentibus, petalis plus minus obtusis vel cuspidatis albis extus vel toto roseis vel purpureis, staminibus a petalis intervallo latiusculo distantibus albis vel basi purpureo maculatis flavis vel rubris, antheris exappendiculatis filamentis brevioribus vel longioribus, processibus stigmaticis 16—30 lineari-cylindraccis, seminibus numerosis subgloboso ellipsoideis 1.5—1.9 mm. longis et 1.3—1.6 mm. latis longitudinaliter pluricostatis, pedunculis 6 raro 5, petiolis 2 lacunis majoribus, pedunculis et petiolis trichoblastis carentibus.

Subspecies 1. pubescens (WILLD). *Foliis subcoriaceis subtus dense pubescentibus orbiculato vel haud raro ovato-peltatis margine regulariter vel subregulariter sinuato dentatis.*

Varietas α typica. Floribus albis. Habitat: India orientalis, Insulae Philippinae, Java, Guinea Nova.

varietas β rubra (ROXB.) Floribus purpureis vel roseis, foliis supra atro-viridi-rubrescentibus, sepalis subanguste oblongis apice cuspidatis, petalis subanguste oblongis.

forma 1. Roxburghii. Floribus purpureis.

Habitat: India orientalis continentalis et insularis.

forma 2. rosea (SWEET). Floribus roseis. (Forma haec oritur etiam hybriditate formae *Roxburghii* et var. *typicae*.) Habitat: India orientalis continentalis et insularis.

subspecies 2. aegyptia (PLANCH.) Foliis subtus parce puberulis vel glabris margine sinuato dentatis, sepalis ovato-oblongis viridescensibus vel roseo-viridescensibus, petalis obtusis albis extus roseis, filamentis flavescentibus vel purpureo maculatis.

forma 1. orthoneura. Foliis nervis primariis radialibus cum tangentialibus intervalles eorum interrumpentibus non conjunctis.

Habitat: Afrika tropica et septentrionalis.

forma 2. Planchonii. Foliis subtus parce puberulis. Habitat: Africa tropica et septentrionalis.

forma 3. thermalis (DC.) Foliis subtus glaberrimis vel raro parce puberulis.

Habitat in fontibus tepidis Hungariae prope Nagyvárad. Forma haec valde paulo distincta etiam in Africa habitare videtur. Habitatio eius in fontibus tepidis prope Nagyvárad est dubiosa; plantae hae possunt reliquiae temporibus geologicis esse vel semina earum aves migratores in temporibus novioribus vel vetustioribus importaverunt.

forma 4. Zenkeri (GILG). Foliis subtus parce puberulis vel glabris, omne parte minor.

Habitat: Kamerun Africae. Forma haec mihi solum planta tabescens esse videtur, quae in stagnis exsiccantibus, in silvis umbrosis etc. provenire potest.

Nota: ssp. *aegyptia* f. *Ortygiesiana* (PLANCH). (Omni parte saepius major, sepalis oblongis, antheris etiam extimis filamentis longioribus.) est mihi dubiosa: solum formae *Planchonii* majus exemplar esse videtur.

5. Földrajzi elterjedés.

A *N. lotus*-csoport földrajzi elterjedése a paleotropikus flóraidékre esik, csak Egyiptom északi részén és Magyarországon előfordulásával lépi át az északi extratropikus flóraidék határait.

Úgy látszik, hogy az egész csoport tőalakja, mely kétségteljesen a paleotropikus flóra elemei közül való, a *ssp. pubescens f. typica*, a mely eredeti termőhelyén van és ott csupán a virágja színének változása által hozott létre egymástól eltérő alakokat. Nyugat felé terjedve e növény hovatovább elveszti szőrösségét, épen úgy, mint a hogy veszít szőrösségéből akkor is, ha üvegházak medenczéjében tenyésztjük. Ezen a különbségen kívül — a mint az előbbieken ki van fejtve — más, apróbb különbségek is jellemzik a nyugati alakokat, a melyek azonban egymással és az indiai növénnyel is átmeneti alakok által vannak összekötve.

Rejtélyes a *N. aegyptia f. thermalis*-nak Nagyvárad melletti előfordulása, a mi már igen sokszor volt vita tárgya. KERNER (13), ENGLER (11., I., p. 186), STAUB (24), valamint PAX (14a p. 33. 34.)¹ harmadkori maradványnak tekinti, mely a meleg forrásokban maig fentartotta magát. Ugyanezt a következtetést támogatják a BRUSINA (5) és KORMOS (14) eredményei is, melyek szerint a Pecze forrásainak környékén harmadkori csi-

¹ A PAX véleményének alaptalan voltát már régebben szóvá tettem (29. és 30.). Ha e dolgozat 3. és 4. fejezetének adatait és különösen a spikuláris sejtekre vonatkozókat (30–31. old.) a PAX bizonyítékaival egybevetjük, meghatározásának bizonytalan volta eléggé kiderül. A múlt év nyarán azonban alkalmam volt a gánóczyi mésztufa lerakódások növénymaradványait a helyszínen megvizsgálni és azt tapasztaltam, hogy e tufában egyáltalán nincsenek megkövesedett növényrészek, hanem csakis lenyomatok, a melyekben az illető növénynek már minden egyes sejtje megsemmisült. Még a *Pinus silvestris*-nek nagy mennyiségben előforduló tobozai is csupán lenyomatban vannak meg. Képzeltetelen tehát, hogy a tufában a finom, zsenge szövetű virágkocsánya valamely *Nymphaea*-nak épségben megmaradt volna. Sajnos, hogy az a darab, a mit Pax gyűjtött, nem hozzáférhető és így meghatározása véglegesen nem tisztázható.

gák élnek. Ezekkel szemben BORBÁS (3), RICHTER A. (18) és utóbbi szerint SCHWEINFURTH is azt a nézetet vallja, hogy e növény magját a Nilusból vándormadarak szállították hozzánk, a lábukra tapadt iszappal. Végül némelyek azt a feltevést is hangoztatják, hogy a törökök hozták volna e növényt hazánkba. Ezekhez a különböző véleményekhez csatlakozott azután a püspökfürdői növénynek a nilusival való azonos vagy nem azonos voltának vitatása is.

A mi az első kérdést illeti, arra nézve biztos feleletet adni alig állhat módunkban. A növényt ember alig hozhatta, mert magjának vagy rhizomájának Egyiptomból való ideszállítása évszázadokkal ezelőtt nagy nehézségekbe ütközött volna; még ma sem oly egyszerű. Vándormadarak szállíthatták magját és így megtelepíthették nálunk e növényt, még pedig természetes dolog, hogy újabban és az ősidőkben egyaránt, és azt sem lehet kizártnak tekinteni, hogy harmadkori maradvánnyal van dolgunk, annál is inkább, mert a magyar medenczében sehol sem akadunk a diluviális jégárak pusztításaira, a mi által a jelenkort és a harmadkort, legalább ennek a növénynek fennmaradása szempontjából, feltétlenül megszakítottnak kellene tekinteni.

A mi a második kérdést, a Nagyvárad mellett tenyésző növénynek a nilusival való azonos vagy különböző voltát illeti, arra a 4. fejezetből meríthetjük a választ. A Nilusban élő *f. Planchonii*-tól ugyanis a *f. thermalis* alig különbözik, korántsem annyira, mint a mennyire — éppen a szőrösség tekintetében — egy üvegházban nevelt *ssp. pubescens* az Indiában nőtt egyedtől különbözik. Ezenkívül pedig több oly nilusi példányt láttam, a mely szintén majdnem teljesen kopasz levelű, úgy, hogy valószínűnek tartom, hogy a Nilusban a mi növényünkkel tökéletesen egyező alak is előfordul. Ha azonban nem is volna így, maga a *f. Planchonii* és a *f. thermalis* közötti nagyon szoros rokonság is teljesen elég ahhoz, hogy az utóbbinak származását minden kétségen kívül az előbbiével közös területre jelezze.

Az egész *N. lotus*-csoport földrajzi elterjedésére vonatkozó adatokat az alábbiakban az egyes alakok szerint összefoglalva

ismertetem, a mi által egyuttal a dolgozatom vizsgálati anyagát is tüzetesen részletezem.¹

Ssp. pubescens var. typica. *Elő-India*: Punjab, Lahore (THOMSON); Northwest Prov. Moradabad (HOOKER et THOMSON); Bombay [POLYD. ROUX, (15)]; Madras Presidency, Madras (HOOKER); Coromandel partvidék (MACÉ, KEMPHÖVENER); Tranquebar [Herb. DELESS. (15)]; keleti Bengália (HOOKER). *Hátsó-India*: Bengal, Chittagong (HOOKER et THOMSON); Siam, Khan (Herb. mus. palat. Vindob.). Malayi félsziget, Malakka (JAGOR). *Ceylon* (THIVAITES); *Philippini szigetek* (CUMING); *Jáva* (JAGOR, ZOLLINGER). *Új Guinea*, Kais. Wilhelms Land, Augusta Station (HOLLRUNG); Új Guinea (ex herb. LEHMANN). A hamburgi botanikai kertből és a berlini botanikai és BORSIG-féle kertekből példányok vannak a berlini múzeumban.

Ssp. pubescens var. Roxburghii f. rosea. India és az ezt környező szigetek.

Ssp. pubescens var. Roxburghii f. rubra: *Elő-India*: Bombay [POLYD. ROUX (15)]; South Kanara, Mangalore (HOHENACKER); Coromandel [COMMERSON in herb. mus. Par. (15)]; Pondichéry [PERROTT. (15)]; Madras (KLOTZSCH); *Sunda szigetek*, Lombok [ZOLLINGER (15)].

Ssp. ægyptia f. Planchonii. *Egyiptom*: Damiette (SIEBER, EHRENBERG, ROHRBACH, SCHWEINFURTH); Rosette (EHRENBERG); Tel el Barud (SCHWEINFURTH); Mansura (ROHRBACH); Alsó-Egyiptom (DEFLERS, herb. DEGEN). *Abissinia*: Tana-tó, 5700' t. f. (SCHIMPER). *Bahr El Ghasal vizkörnyéke*: Bongo-ország (SCHWEINFURTH). *Tropikus Keletafrika*: Wittu (THOMAS); Somaliland (RIVA); Kili-ma-Ndjaró, Marangu (MEYER); *Tropikus Nyugatafrika*: Kamerun, Elefantensee (STAUDT); Barombi-Station (PREUSS); Eniong (BUCHHOLTZ); Kongo, Gabun (BÜTTNER); Ponta da Lenha.

Ssp. ægyptia f. orthoneura. *Alsó-Egyiptom*: Damiette (SIEBER); Rosette (EHRENBERG); *Kordofan*: Arasch Cool hegy-ségnek a Fehér Nilussal kapcsolatos vizeiben (STAUDNER, KOTSCHY,

¹ A mely adatoknál nincs külön kitéve az eredetük, vagy nincs mellettük hivatkozás a hátrább felsorolt irodalomra (számmal), azok a berlini botanikai muzeum herbáriumából vannak megállapítva.

ex herb. HAYNALD, Herb. mus nat. Hung. A *Bahr El Ghasal*, vízkörnyéke: Bahr El Ghasal, a Nuer falvaknál (SCHWEINFURTH); Tondj folyó környékén (SCHWEINFURTH); Mittu-ország (SCHWEINFURTH). *Tropikus Keletafrika*: Usambara (HOLST).

Ssp. ægyptia f. thermalis. *Magyarország*: Püspökfürdő. Minden valószínűség szerint teljesen ugyanez az alak a Nilusban is előfordul.

Ssp. ægyptia f. Zenkeri. *Tropikus Nyugatafrika*: Liberia, Gr. Bassa, Fishtown (DINKLAGE); Kamerun; Kamerun, Victoria (BUCHHOLZ); Kongo, Stanley Pool et Bangala (HENS); Kongo, Ponta da Lenha.

Irodalom.

1. ALFÖLDI FLATT K.: A nagyvárad Püspökfürdő Lotos-virágai. 1886.
- 1a. BERNÁTSKY J.: A *Limnanthemum nymphæoides* és *Nymphæa alba*. Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz. 1899. p. 15.
2. BOISSIER, E.: *Flora Orientalis*. 1867.
3. BORBÁS V.: A hévvízi tündérrózsa keletkezésének analogonja. Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz. 1894. p. 148.
4. BORBÁS V.: A Balaton flórája. 1900. p. 19., 20., 134.
5. BRUSINA, S.: Eine subtropische Oasis in Ungarn. Mittheil. des Naturwiss. Ver. für Steiermark. 1902.
6. CASPARY, R.: *Nymphæaceæ* in MIQUEL's *Annal. Musei Botan. Lugduno-Batavi*. 1865—66. 2. p. 241.
7. CASPARY, R.: *Nymphæaceæ* in ENGLER-PRANTL: *Die natürlichen Pflanzenfamilien*. III. 2. 1891.
8. CONARD, H. S.: *The Waterlilies*. 1905.
9. DE CANDOLLE, A. P.: *Regni Vegetabilis Systema Naturale*. 1821. p. 54.
10. DE CANDOLLE, A. P.: *Prodromus*. I. 1824. p. 115.
11. ENGLER, A.: *Entwicklungsgeschichte d. Pflanzenwelt*. 1879, 1882.
12. LINNÆUS, C.: *Species Plantarum*. 1753. p. 511.
13. KERNER, A.: *Az Osztrák-Magyar Monarchia Növényvilága. Az Osztrák-Magyar Monarchia Írásban és Képben. Bevezető kötet*. 1887. p. 251—252.
14. KORMOS T.: *A Püspökfürdő hévvízi faunájának eredete*. Földtani Közöly. 1905.
- 14a. PAX, F.: *Die fossile Flora von Gánócz bei Poprád*. Beibl. z. d. Növénytani Közlemények. 1905. p. 15.
15. PLANCHON, J. E.: *Études sur les Nymphéacées*. *Ann. Sc. Nat.* 1853. p. 33.

16. RACIBORSKI, M.: Die Morphologie der Cabombeen und Nymphæaceen. Flora. 1878. p. 244—279. 1879. p. 92—108.
17. REICHENBACH, H. G. L. et G. H.: Icones Floræ Germanicæ et Helveticæ. 1830. VII. p. 34. Tab. 71.
18. RICHTER A.: A nilusi tündérrózsa. Természetrajzi Füzetek. 1897. p. 205.
19. ROXBURGH, W.: Nymphæa rubra, in Salisbury's Parad. London. 1806.
20. SCHILLING, A. J.: Anatomisch-biologische Untersuchungen der Schleimbildung der Wasserpflanzen. Flora. 1894. p. 280.
- 20a. SCHWEINFURTH, G.: Vegetationsverhältnisse des gesammten Nil-Gebiets. Mitth. aus Justus Perthes geogr. Anst. 1868. p. 113.
21. SIMONKAI L.: Nagyvárad természetrája. 1890. p. 47—134.
22. SIMONKAI L.: Egy teljesen magyarföldi növényről. Természettudományi Közlöny. 1883. p. 340.
23. SOLEREDER, H.: Systematische Anatomie der Dicotyledonen. 1899. p. 54.
24. STAUB M.: Új bizonyíték a Nymphæa lotus magyar honossága mellett. Növénytani Közlemények. 1903. p. 1.
25. SWEET, R.: Hortus Britannicus. 1827.
26. TRÉCUL, A.: Recherches sur la structure des Nymphæacées. Journ. de Pharm. 1845. p. 465.
27. TRÉCUL, A.: Recherches sur la structure et le développement du Nuphar luteum. Ann. Sc. Nat. 1845. 3. Ser. IV. p. 290., 313.
28. TRÉCUL, A.: Études anatomiques et organogéniques sur la Victoria regia et anat. comp. du Nelumbium, du Nuphar et de la Victoria. Ann. Sc. Nat. 4. Sér. 1854. p. 144. pl. 12—14.
29. TUZSON J.: A balatoni fosszilis fák monografiája. 1906. p. 7.
30. TUZSON J.: Növénytani Közlemények. 1905. p. 121.
31. VAN TIEGHEM, PH.: Observations sur la structure des Calombées. Bull. Soc. Bot. de France. 1885. p. 380.
32. VAN TIEGHEM, PH.: Sur l'appareil sécréteur et les affinités de structure des Nymphæacées. Bull. de la Soc. Bot. de France 1886. p. 72.
33. WALDSTRIN, F. A. et KITAIBEL, P.: Descriptiones et icones plantarum rariorum Hungariæ. 1802—12. Vol. 3.
34. WEBERBAUER, A.: Beiträge zur Samen-anatomie der Nymphæaceæ. ENGLER'S Bot. Jahrb. 1894. p. 213.
35. WIGAND, A.: Nelumbium speciosum W. Bot. Ztng. 1871. p. 819.
36. WILLENOW, C. L.: Caroli a Linné Species Plantarum etc. ed. 4. 1797.

A GÁZOK DIELEKTROMOS ÁLLANDÓJÁRÓL MAGASABB NYOMÁSOKNÁL.

(II. közlemény.)

TANGL KÁROLY-tól.

Az előbbi közleményemben¹ leírt kísérleteket folytattam, megvizsgáltam a hidrogén, nitrogén magatartását, valamint több ezzel összefüggő kérdést, ú. m. a gázkeverékek viselkedését és a kondenzátor felületén sűrített gáz hatását. Jelen dolgozatomban az eddig elért eredményeket ismertetem.

Kísérleti berendezés.

A mérési módszer ugyanaz maradt mint volt előbb. A kísérletek berendezésében azonban néhány czélszerű változtatás történt.

A kísérleti kondenzátort a régi vaspalaczkba zártam; a kivezetés a kondenzátor belső fegyverzetétől azonban módosult. Ugyanis az eredeti berendezésnél a palaczk tetejének középső része ebonitgyűrűvel volt elszigetelve a palaczk többi részétől; azzal a középső részszel állott vezető összeköttetésben a kondenzátor belső fegyverzete. Kitűnt, hogy maga a palaczk is kondenzátor, melynek kapacitása érezhetően változott a nyomással. E körülményből elég jelentékeny korrekció származott, melynek értékét külön mérésekkel meg lehetett ugyan határozni, azonban a méréseknek mindenesetre csak előnyére válik, ha

¹ TANGL KÁROLY: A gázok dielektromos állandójáról stb.; I. közlemény. Math. és Természettud. Ért. XXV. 1907, p. 173—190. E dolgozatra a következőkben mint I. közleményre hivatkozom.

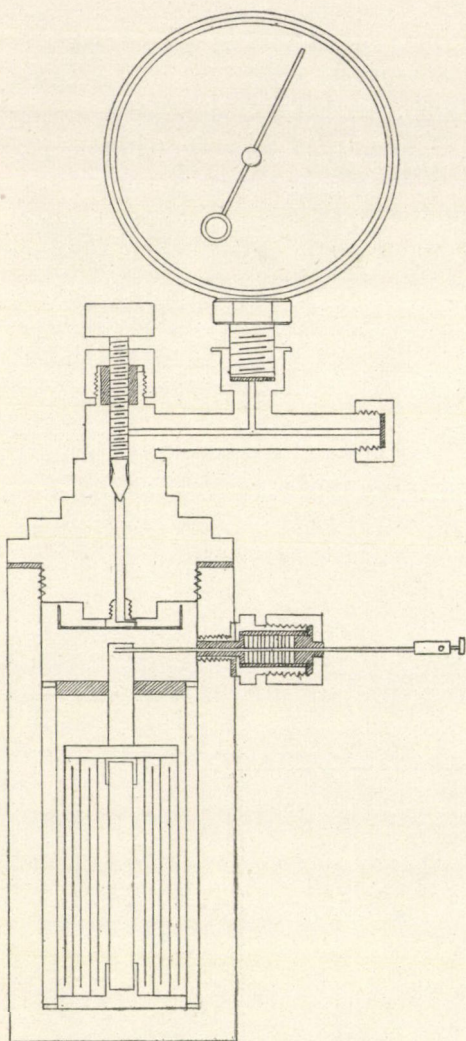
úgy lehet azokat berendezni, hogy ez a korrekció lehető kicsiny legyen. E czélból a palaczkot oldalt, a fenéktől 15 cm. magasságban kifurattam; a furaton keresztül, a palaczktól ebonittal szigetelve, egy 2 mm. vastagságú aczéldrót ért a palaczk belsejébe s a kondenzátor belső fegyverzetével vezető összeköttetésbe volt hozható az 1. ábrán látható módon. A sraffozott rész ebonit, mely a szigetelésen kívül a palaczk tömitésére is szolgált. A palaczk tetejét változatlanul hagytam; a tető középső részét azonban vezetően kötöttem össze a többi részszel, mivel a középső rész izolálásának immár semmi értelme sem volt, sőt esetleg zavarhatott volna. A kondenzátor most nem a tetőhöz volt erősítve, hanem a palaczk fenekén nyugodott. A kondenzátort két sárgarézgyűrűvel vettem körül (l. 1. ábra), melyek a palaczk belsejébe szorosan illettek s a kondenzátornak biztos állást adtak.

A régi berendezéssel összehasonlítva azonnal látható, hogy most a bevezetésből származó kapacitás jóval kisebb mint előbb s így várható, hogy az üres palaczk kapacitásváltozása is jóval kisebb lesz. Tényleg a palaczk kapacitása a nyomással oly keveset változott, hogy elegendő volt annak értékét 100 atm.-ra megállapítani, közbeeső nyomásokra pedig lineárisan interpolálni. A következő táblázat az üveglemez eltolódását¹ adja 100 atm.-nál, zérusnak véve az eltolódást 1 atm.-nál. Mindössze hat mérést végeztem.

	1 atm.	100 atm.
I. mérés	0·00	0·08
II. «	0·00	0·18
III. «	0·00	0·22
IV. «	0·00	0·16
V. «	0·00	0·15
VI. «	0·00	0·07
Közép	0·00	0·14

¹ L. I. közleményt.

Megváltoztattam továbbá a kísérleti kondenzátor berendezését is. A régi kondenzátor kapacitása ugyanis még 100 atm.



1. ábra.

nyomású hidrogénben is oly keveset változott volna, hogy a NERNST-készülék üveglemezének megfelelő eltolása csak 20 mm-t tett volna ki, 20 atm.-nál tehát csak 4 mm-t. Ezért nagyobb kapacitású kondenzátort készítettem s

pedig nyolcz közös tengelyű hengerből, nikkelezett sárgaréz csőből. A hengerek közül négyet — az egyik fegyverzetet — alul egy 5 mm. vastagságú lap foglalta össze; a többi négyet — a másik fegyverzetet — ugyanilyen lap felül. A legkülső henger magassága 13 cm., átmérője 5·2 cm.; a többi henger magassága 10 cm., átmérője rendre annyival kisebb, hogy a dielektrikum által elfoglalandó köz 1 mm. vastagságú legyen. A két fegyverzetet egy telt üvegrúd tartotta össze (l. 1. ábra); azonkívül apró ebonit darabocskák, a fegyverzetek közé ékelve, biztosították a hengerek változatlan rela-

tív helyzetét. Eme kondenzátor kapacitása közel kétszer akkora volt mint a régié s így még hidrogénben is elég nagy eltolódásokat kaptam.

A kísérletek során szükségesnek mutatkozott a komprimálódó gázt még jobban szárítani, mint az előző kísérletekben. Ezért a gázt még a sűrítő szivattyúba jutása előtt foszforpentoxiddal telt edényen vezettem át; azonkívül magában a vaspalaczkban is alkalmaztam egy szárító szelenczét. Ez a vaspalaczk tetejéhez volt erősítve, ugyancsak foszforpentoxiddal megtöltve (l. 1. ábra). Ezen haladt át a szivattyúból jövő gáz, mielőtt a kondenzátor fegyverzetei közé jutott. Ily módon a kondenzátor sohasem mutatta a vezetésnek még nyomát sem.

A kísérletek menete nem változott. Töltés után a palaczk vízfürdőbe került, mely most azonban csak az oldalsó bevezetésig ért; ebben a fürdőben a palaczk hosszabb ideig állott, míg feltehető volt, hogy a gáz felvette a fürdő hőmérsékletét. Csak azután mértem meg az üveglemez eltolódását s -t ca. 100, 80, 60, 40, 20, 1 atmoszferánál. Az eszköz állandójának k -nak meghatározása megint benzollal történt (l. I. közl.). Persze más kondenzátort használván, a k állandónak értéke is más lett; ennek meghatározására három mérési sorozatot végeztem, minden sorozat négy egyes mérésből állván. Az eredmények a következők:

- I. sorozat $k = 0\cdot0006811$,
 II. " $k = 0\cdot0006798$,
 III. " $k = 0\cdot0006802$.

Az egyes sorozatokat hosszabb időköz, ca. két hét választja el egymástól; közben a kondenzátor folyton használatban volt. A három sorozat nagyban egyező eredménye mutatja egyrészt a kondenzátor változatlanságát, másrészt azt a pontosságot, melyet a mérések során el lehetett érni. A dielektromos állandók kiszámítása a

$$k = 0\cdot0006804$$

értékkel történt.

E k érték pontosságát az I. közl.-ben mondottak alapján $\frac{1}{700}$ -ra becsülöm.

Kísérleti eredmények.

I. Hidrogén.

A hidrogént E. MERCKTŐL való vegytiszta cinkből és sósavból állítottam elő. A KIPP-féle készülékben fejlesztett hidrogént tömény kaliumhidroxidoldaton vezettem át, azután egy gázometerben jól kifőzött víz felett fogtam fel. Innen került a hidrogén szárítókészülékeken keresztül a szivattyúba. Előzetesen meggyőződtem, hogy úgy a KIPP-féle készülék, mint a szárítóedények, valamint a szivattyú teljesen jól zárnak, úgy hogy levegő ez úton a hidrogénhez nem keveredhetett.

A következő táblázat az üveglemez eltolódásait adja, el látva azokat az üres palaczk kapacitásváltozásából eredő korrekcióval, redukálva azokat 20°-ra és a táblázatban megadott kerek nyomásokra (l. I. közl.), zérusnak véve az eltolódást 1 atm.-nál. Minden egyes adat négy mérés közepe.

Nyomás atm.-ban	1	20	40	60	80	100
I. sorozat	0·00	7·04	14·21	21·23	27·95	34·53
II. "	0·00	6·91	13·96	20·93	27·80	34·51
III. "	0·00	6·92	14·11	20·94	27·67	34·41
IV. "	0·00	6·95	14·28	21·33	28·25	34·96
V. "	0·00	7·04	14·08	21·09	27·91	34·50
VI. "	0·00	7·05	14·16	21·10	28·07	—
Közép	0·00	6·98	14·13	21·10	27·94	34·58

A dielektromos állandó kiszámításakor szükségünk van annak értékére, D_0 -ra 20°-nál és 1 atm.-nál. BOLTZMANN¹ és KLEMENČIČ² egyező mérései alapján 0° s 1 atm.-nál az állandó

¹ BOLTZMANN: Pogg. Ann. (6) 5. 1875, p. 403—422.

² I. KLEMENČIČ: Exners Rep. 21. 1885, p. 571—611.

1·000264 s ebből¹ $D_0 = 1·000245$, vagy elegendő pontossággal $D_0 = 1·00025$.

A következő táblázatban a második oszlop az így számított dielektromos állandót adja a P nyomásnál (atm.-ban):

P	D	σ	$\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2} 10^6$	$\frac{D-1}{\sigma} 10^6$	$\frac{D-1}{P} 10^6$
20	1·00500	18·33	908	273	250
40	1·00986	36·12	907	273	246
60	1·01460	53·68	903	272	243
80	1·01926	70·87	900	272	241
100	1·02378	87·55	898	272	238

A sűrűségnek a harmadik oszlopban foglalt értékeit AMAGAT² értekezéséből számítottam, 1-nek véve a hidrogén sűrűségét 0° és 1 atm.-nál. Eme értékek közül a 20 atm.-hoz tartozót extrapoláció útján kaptam, mely azonban RÉGNAULT közvetlen méréseivel igen jól egyezik.

Ha tekintettel vagyunk D -nek a dolgozat végén megadandó valószínű hibájára, azt kell mondanunk, hogy $\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2}$ és $\frac{1}{\sigma} (D-1)$ a hibahatárokon belül 20-tól 100 atmoszféráig állandó. A $\frac{D-1}{P}$ hányados azonban észrevehetően fogy a nyomás növekedtével.

Észleléseim nincsenek teljes összhangzásban BOLTZMANN és KLEMENČIČ 1 atm.-nál nyert értékével. Ugyanis, ha azok adatával képezzük a $\frac{D-1}{\sigma} 10^6$ kifejezést 20°-ra, akkor 264-et kapunk, míg az én méréseimből eme viszonynak 273, illetve nagyobb nyomásoknál 272 értéke adódik. Fordítva, tekintve az $\frac{1}{\sigma} (D-1)$ hányados állandóságát 20-tól 100 atm.-ig, igen nagy

¹ I. közl.

² E. H. AMAGAT: Ann. de chim. et phys. (5) 19. 1880, p. 345—386.

biztossággal következtethetjük, hogy annak értéke 1 atm.-nál is 273 lesz, a miből azután 1 atm.-ra D -nek 1·000273 értéke következik, míg BOLZMANN és KLEMENČIČ az 1·000264 értéket találta. Tehát ha az én méréseimből a $\frac{1}{\sigma}(D-1)$ -nek értéke révén extrapoláció útján számítjuk D -nek 1 atm. és 0°-hoz tartozó értékét, ca. 3%-kal nagyobb értéket kapunk mint BOLZMANN és KLEMENČIČ. Nem hiszem, hogy a hidrogénnek levegővel való szennyezése okozná az eltérést, mely ca. 3% levegőtartalomnak felelne meg.

Méréseim mellett szól különben az a körülmény, hogy a belőlük levezetett $D_0 = 1·000273$ (0° és 1 atm.-nál) teljesen egyezik a végtelen nagy hullámhosszra vett törésmutató négyzetével. KETTELER¹ szerint a hidrogén törésmutatója $\lambda = 670·8 \mu\mu$ -re (lithium) 1·000142, $\lambda = 535·1 \mu\mu$ -re (kálium) 1·000144. Ebből a CAUCHY-féle diszperziós formulával számítva végtelen nagy hullámhosszra $n_\infty = 1·000136$ és $n_\infty^2 = 1·000273$, tehát teljesen egyezik a dielektromos állandóval.

II. Nitrogén.

A nitrogént nátriumnitrit és ammoniumchlorid (6·9 súlyrész nátriumnitrit, 5·4 s. r. ammoniumchlorid) híg oldatából állítottam elő melegítés által. Az anyagokat E. MERCKTŐL szereztem be. A fejlesztett nitrogén majdnem teljesen szagtalan volt. A levegővel való szennyezéstől nem kellett annyira félni, mert a levegő dielektromos állandója majdnem azonos a nitrogénével.

Az üveglemez eltolódásának értékeit a következő táblázatba foglaltam (20°-ra):

¹ LANDOLT u. BÖRNSTEIN: Tabellen, p. 691.

Nyomás atm-ban	1	20	40	60	80	100
I. sorozat	0·00	15·06	31·33	47·55	64·12	79·91
II. „	0·00	15·30	31·31	47·93	64·12	80·05
III. „	0·00	15·15	31·32	47·63	63·86	79·92
IV. „	0·00	15·13	31·29	47·47	63·73	80·00
V. „	0·00	15·22	31·39	47·92	64·09	80·34
Közép	0·00	15·17	31·33	47·70	63·98	80·04

A dielektromos állandó kiszámításakor megint szükségünk van annak értékére 20° és 1 atm.-nál. Ezt azonban eddig egyáltalában nem mérték s így semmi adat sem áll rendelkezésünkre. Szerencsére ez bajt nem okoz, mert a számítást meg-ejthetjük egy közelítő értékkel, pl. a törésmutató négyzetével. Az így számított dielektromos állandókkal megalkotjuk a CLAU-SIUS-MOSSOTTI-féle kifejezést, ennek értékéből kiszámíthatjuk D_0 értékét, mely most már jobb közelítést ad. Ezzel újra számítjuk a dielektromos állandót a magasabb nyomásoknál; ezekkel a CLAU-SIUS-MOSSOTTI-féle kifejezést, melyből újra levezethetünk D_0 -ra egy még jobb értéket s i. t. Ha a számításakor a $D_0=1\cdot00054$ értékéből indulunk ki, a következő eredményre jutunk :

P	D	σ	$\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2} 10^6$	$\frac{D-1}{\sigma} 10^6$	$\frac{D-1}{P}$
1	1·000538	0·927	1935	581	538
20	1·01086	18·64	1935	583	543
40	1·02185	37·41	1932	584	546
60	1·03299	56·21	1935	587	550
80	1·04406	74·82	1934	589	551
100	1·05498	93·13	1932	590	550

A dielektromos állandó kiszámításakor a $D_0=1\cdot00054$ értéket használva 20 atm.-nál $\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2} 10^6$ -nak 1935 értéke

adódott; ugyanezt az értéket véve 1 atm.-nál érvényesnek, következik D_0 -nak a táblába felvett 1·000538 pontosabb értéke. A táblázatban szereplő σ értékeket AMAGAT¹ egy értekezéséből vettem, 1-nek véve a nitrogén sűrűségét 0° és 1 atm.-nál. Megint látható, hogy a CLAUSIUS-MOSSOTTI-féle kifejezés és a $\frac{D-1}{\sigma}$ hányados a hibahatárokon belül állandónak vehető 20-tól 100 atm.-ig.

A 0°-ú és 1 atm. nyomású nitrogén dielektromos állandója a fentiekből = 1·000581 (l. I. közl.). A nitrogén törésmutatója ugyanolyan körülmények között LORENZ szerint² $\lambda = 670\cdot8$ (lithium)ra 1·000295, $\lambda = 589\cdot3$ -ra (nátrium) 1·000294. Ebből végtelen nagy hullámhosszra $n_\infty = 1\cdot000290$ és $n_\infty^2 = 1\cdot000580$.

III. Levegő.

Érdemesnek tartottam a levegő dielektromos állandóját az új kondenzátorral is meghatározni; egyrészt mert ennél az üveglemez eltolása majd kétszer akkora mint az előbbinél, másrészt mert érdekes a két mérési sorozat eredményeinek összehasonlítása. A következő táblázatok mind 19°-ra vonatkoznak, úgy mint az I. közl.-ben. Az üveglemez eltolásának következő értékeit észleltem:

Nyomás atm.-ban	1	20	40	60	80	100
I. sorozat	0·00	15·05	30·89	47·41	63·63	79·86
II. „	0·00	15·29	31·06	47·39	63·83	79·99
III. „	0·00	14·86	31·00	47·28	63·51	80·03
IV. „	0·00	15·33	31·41	47·64	63·85	79·91
V. „	0·00	14·98	31·23	47·51	63·70	80·16
Közép	0·00	15·10	31·12	47·45	63·70	79·99

¹ AMAGAT: Comptes Rendus 99. 1884, p. 1017-1019. és p. 1153-1154. Wied. Beibl. IX. 1885, p. 225.

² LANDOLT u. BÖRNSTEIN: Tabellen, p. 691.

Ezekből, kiindulva a $D_0=1\cdot00055$ értékből, a dielektromos állandónak a következő táblázatba foglalt értékeit nyerjük. A táblázatban «régi D » jelzéssel szembe állítottam az I. közl.-ben nyert adatokat.

P	D	régi D
20	1·01081	1·0108
40	1·02172	1·0218
60	1·03282	1·0330
80	1·04387	1·0439
100	1·05495	1·0548

Ha tekintettel vagyunk az I. közl.-ben megadott valószínű hibákra, a megegyezés teljesnek mondható.

A CLAUSIUS-MOSSOTTI-féle kifejezés számításakor az I. közl.-ben a levegő sűrűségének értékére a WINKELMANN: Handbuch der Physik (1. kiadás) I. köt. p. 522-n lévő táblázatot használtam. AMAGAT már említettem összeállításában lévő értékekkel kissé más eredményre jutunk, mely már nem illeszkedik olyan jól BOLTZMANN és KLEMENČIČ értékéhez. Ugyanis az $\frac{1}{\sigma} (D-1)$ értéke 20 és 40 atm. nál most 576, míg BOLTZMANN szerint 590, KLEMENČIČ szerint 586. Ha az 576 értékből számítjuk a dielektromos állandót 1 atm.-ra, 1·000536-t kapunk, míg BOLTZMANN 1·000549, KLEMENČIČ 1·000545-t észlelt. Ha most a dielektromos állandó értékét magasabb nyomásnál az én észleléseimből adódó $D_0=1\cdot000536$ értékkel számítjuk, az az eredményt csak az utolsó tizedes helyén változtatja meg egy egységgel. Így nyerjük a következő táblázatot:

P	D	σ	$\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2} 10^6$	$\frac{D-1}{\sigma} 10^6$
1	1·000536	0·930	192	576
20	1·01080	18·74	192	577
40	1·02171	37·75	190	576
60	1·03281	56·85	190	577
80	1·04386	75·88	190	578
100	1·05494	94·77	190	580

Az 1 atm.-hoz tartozó $D_0 = 1.000536$ érték tehát a $\frac{D-1}{\sigma} 10^8 = 576$ egyenletből van számítva.

A méréseimből levezetett D_0 értéket megint nagyban támogatja a törésmutató négyzetével való csaknem teljes egyezése. KAYSER és RUNGE¹ szerint 0° és 1 atm.-nál az A vonalra $n = 1.0002905$, a G vonalra 1.0002962 . Ebből végtelen nagy hullámhosszra $n_\infty = 1.0002884$ és $n_\infty^2 = 1.000577$. Fenti észleléseim alapján 0° és 1 atm.-nál $D = 1.000576$.

A mi a mérések pontosságát illeti, elegendő az I. közl.-ben mondottakra hivatkoznom. Mielőtt azonban az eredmények valószínű hibáját megállapítanám, szólanom kell egy hibaforrásról, melyet az I. közl.-ben nem említettem; értem a kondenzátor felületén adszorbeált gáz hatását. A kérdést most elég részletesen vizsgáltam s arra az eredményre jutottam, hogy annak hatása nem érezhető; az eddig közölt értékek tehát e miatt semmi igazításra sem szorulnak.

Az adszorpczió jelensége abban áll, hogy a szilárd testek felületükön a környező gáz bizonyos mennyiségét összesűritik. A sűrített gáz mennyiségéről tájékoztatóul szolgálhat CHAPPUIS ama adata, hogy 1 m^3 üvegfelület 0.27 cm^3 H -t, 0.35 cm^3 levegőt adszorbeál.² Fémfelületen történő adszorpczióról nem találtam adatot. KLEMENČIČ³ úgy vizsgálta az adszorbeált gáz hatását, hogy változtatta a kondenzátor lemezeinek egymástól való távolságát s pedig 0.89 mm -ről 3.15 mm -re. Mindkét esetben a dielektromos állandónak ugyanazon értékét kapta, a mi annak a jele, hogy az adszorbeált gáz hatása elhanyagolható. Levegőre és hidrogénre azonban nem végezte el eme méréseket.

Az adszorbeált gáz hatására a következő számítást végezhetjük: A fém felületén nagyobb sűrűségű gázzréteg keletkezik, melynek dielektromos állandója tehát nagyobb mint a környező gázé. A sűrített gázzréteg vastagsága legyen $\frac{d}{2}$, közép dielektromos állandója D_s . Ha a kondenzátor két fegyver-

¹ LANDOLT u. BÖRNSTEIN: Tabellen, p. 691.

² L. CHWOLSON: Lehrbuch der Physik I. köt. p. 470.

³ I. KLEMENČIČ: Exners Rep. 21. 1885, p. 571—611.

zetének egymáshoz való távolsága a , a közte levő szigetelő dielektromos állandója D , akkor a kondenzátor kapacitása = $= \frac{FD}{a-d + \frac{d}{D_s}}$, hol F a kondenzátor felületével arányos mennyiség. Ezzel arányos az üveglemez eltolása s . Írhatjuk tehát

$$\varepsilon s = \frac{FD}{a-d + \frac{d}{D_s}}$$

és

$$\varepsilon \left(a-d \frac{D_s-1}{D_s} \right) \frac{1}{F} s = D.$$

A mikor a fegyverzetek közé benzolt töltünk, akkor $d=0$ és

$$\varepsilon \frac{a}{F} s_b = D_b,$$

a miből látható, hogy a k -val jelzett eszközállandó nem egyéb, mint $\frac{\varepsilon a}{F}$ s így

$$k \left(1 - \frac{d}{a} \frac{D_s-1}{D_s} \right) s = D,$$

vagy tekintettel $\frac{d}{a}$ kicsiny voltára

$$ks = D + \frac{d}{a} D \cdot \frac{D_s-1}{D_s}.$$

A második tagban, mely úgyis kicsiny, D_s helyébe a nevezőben 1-et, D helyébe is 1-et írhatunk:

$$ks = D + \frac{d(D_s-1)}{a}.$$

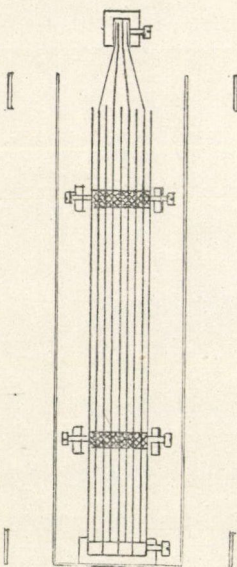
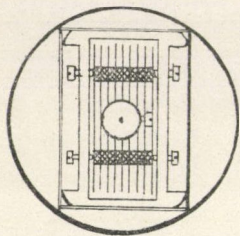
Ha most a fegyverzeteket más, a' távolságra teszem ugyanazon gázban, kapjuk

$$k's' = D + \frac{d}{a'} (D_s-1)$$

s így

$$k's' - ks = a(D_s-1) \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \right)$$

ks és $k's'$ nem egyéb, mint az üveglemez eltolásából számított D érték, tekintet nélkül az adszorpczióra. Ha tehát a kondenzátor fegyverzeteit közelebb hozzuk egymáshoz s az adszorpczió-nak van érezhető hatása, azaz a $d(D_s-1)$ érték elég nagy, a



2. ábra.

dielektromos állandó az eddigi módon számítva nagyobbodni látszik. A $d(D_s-1)$ -nek különben igen átnézetes alakot adhatunk. Ugyanis kísérleteim alapján igen nagy megközelítéssel $D_s-1 = a\sigma$, hol a arányossági faktor értéke ismeretes. Akkor $d(D_s-1) = a(d\sigma)$, de $\frac{1}{2}(d\sigma)$ egyenlő a felület egységén sűrített gáz mennyiségével.

a ismeretes, $\frac{1}{a'} - \frac{1}{a}$ lemérhető; ha tehát megmérjük $ks' - k's$ -t, meghatároztuk a felületegységen sűrített gáz mennyiségét. Megjegyzem, hogy ha a kondenzátor felülete levegőből annyit sűrítene, mint CHAPPUIS szerint az üvegfelület, az adszorbeált levegő hatása a dielektromos állandóban még éppen érezhető volna.

E megfontolásokra támaszkodva olyan kondenzátort készítettem, melynek fegyverzeteit 0.5 mm-nyi köz választotta el. Technikai okokból a kondenzátort nem csövekből, hanem sík lemezekből raktam össze s pedig 0.5 mm. vastagságú sárgaréz lemezekből, melyek felülete épp úgy be volt nikkelezve, mint az előbbeni hengereké. Egy ily lemez szélessége 4.3 cm, hossza 11.8 cm. Az egész kondenzátor 9 lemezből állott. A lemezek közé apró, ca. 4 mm² felületű, 0.50 mm. vastagságú üveglapocskákat helyeztem. A lemezeket két keret vette körül (l. 2. ábra); az ebben lévő csavarok segítségével a lemezeket összeszoríthattam. Az üveglapocskák éppen eme csavarok irányában helyezvék, a fémlapok az összeszorítás-kor észrevehető deformációt nem szenvedtek. A kondenzátort

négyszögletes sárgaréztkba helyeztem, melybe az említettem két keret szorosán illett.

A fémtok maga a lemezek egyik sorával állott vezető összeköttetésben, másik sora a vaspalaczkba erő aczéldróttal. A kondenzátor kapacitása közel ugyanakkora volt mint a hengeresé.

E kondenzátorral ugyanazokat a méréseket végeztem levegőben és hidrogénben, mint előbb a hengeressel. A k állandót a kísérletek előtt és után benzollal határoztam meg; az előbbi négy mérés közepe $k = 0\cdot0007045$, az utóbbi négyé $k = 0\cdot0007047$. Levegőben az üveglemez következő eltolásait észleltem:

Nyomás atm.-ban	1	20	40	60	80	100
I. sorozat	0·00	14·75	30·62	46·44	62·42	77·75
II. "	0·00	14·41	30·33	46·12	62·27	77·57
III. "	0·00	14·67	30·55	46·38	62·14	77·41
IV. "	0·00	14·91	30·67	46·42	62·30	77·71
V. "	0·00	14·79	30·68	46·46	62·51	—
Közép	0·00	14·71	30·57	46·34	62·33	77·61

A következő táblázat a ks értékét adja, mely tehát egyenlő a dielektromos állandó látszólagos értékével, ha elhanyagoljuk az adszorpczió hatását. Szembe állítottam a hengeres kondenzátorral azelőtt kapott ks értékeket a D_h -val jelzett oszlopban:

P	ks	D_h	$(ks - D_h) 10^5$
20	1·01090	1·01080	+ 10
40	1·02207	1·02171	+ 36
60	1·03319	1·03281	+ 38
80	1·04445	1·04386	+ 50
100	1·05523	1·05494	+ 29

Hasonlóképen öt mérési sorozatot végeztem hidrogénnel is. Talán elég lesz, ha csak az üveglemez eltolásának középértékét adom meg, hozzá ks értékeit, szembeállítva a dielektromos állandónak előbb talált értékeit:

P	s	ks	D_h	$(ks - D_h) 10^5$
20	6·85	1·00508	1·00500	+ 8
40	13·72	1·00992	1·00986	+ 6
60	20·53	1·01471	1·01460	+ 11
80	27·16	1·01938	1·01926	+ 12
100	33·62	1·02394	1·02378	+ 16

Úgy a levegőben, mint a hidrogénben a lemezes kondenzátor 0·5 mm. közzel a dielektromos állandónak nagyobb értékét szolgáltatja, mint a hengeres kondenzátor 1 mm. közzel. Az eltérés tehát ugyanolyan irányú, mint az adszorbeált gáz hatásából várható.

A $ks - D_h$ különbség a nyomás növekedtével nem mutat nagyon szabályos menetet, a mi nem feltűnő, ha az észlelési hibákat számba vesszük. Annyi azonban kitűnik, hogy a nyomással nagyobbodik s első közelítésben felvehetjük, hogy arányos a nyomással, azaz, hogy

$$ks - D_h = cp.$$

A legkisebb négyzetek módszerével kereshetjük c legvalószínűbb értékét, melynél a $\Sigma(ks - D_h - cp)^2$ a lehető legkisebb. Ha ezt tesszük, akkor $c = 5,2 \cdot 10^5$ és $ks - D_h$ következő kiegyenlített értékeit kapjuk a levegőre:

P	$(ks - D_h) 10^5$
20	+ 10
40	+ 21
60	+ 31
80	+ 42
100	+ 52

Ámbár a $k_s - D_h$ különbségek ugyanolyan irányúak, mint a milyeneket az adszorpczió okoz, még sem mertem azokat tisztán az adszorpczióknak tulajdonítani, mert nem lehetetlen, hogy a lemezek a nagy nyomás alatt apró kiszámíthatatlan deformációt szenvedtek. A lemezeknek nem homogén volta, továbbá az, hogy nem egészen síkok, okozhatja, hogy a minden oldalról egyforma nyomás is apró alakváltozást hoz létre, mely a kapacitást esetleg megnagyobbitva, a dielektromos állandónak értékét látszólag megnöveli. Ezért ellenőrző méréseket végeztem úgy, hogy ugyanazon síklemezeket 1 mm, tehát kétszer akkora távolságra helyeztem egymástól, úgy téve oda a közbülső üveglapocskákat (1 mm. vastag) mint előbb. Ha az előbb észlelt különbséget tisztán az adszorpczió okozta, akkor most a dielektromos állandóra ugyanazon értéket kellett kapnom, mint előbb a hengeres kondenzátorral, azaz a D_h értéket, mert hisz annál is 1 mm. volt a hengerek köze. Ha ellenben csak apró alakváltozás hozta létre az észlelt különbséget, akkor most félakkora eltérést kellett kapnom D_h -tól, mert hisz kicsiny deformációkról lévén szó, ugyanazon deformáció kétakkora távolságnál csak félakkora viszonylagos kapacitásváltozást hoz majd létre.

A lemezeket tehát 1 mm. távolságra helyeztem egymástól, közéjük 1 mm. vastag üveglapocskákat ékeltem, ugyanabba a keretbe foglaltam őket, ugyanabba a tokba helyeztem a kondenzátort. A kondenzátor k állandóját a mérések előtt 0·0001322-nek, azok után 0·0001321-nek találtam. Levegőben az üveglemezek következő eltolásait észleltem:

Nyomás atm.-ban	1	20	40	60	80	100
I. sorozat	0·00	7·75	16·14	24·66	33·11	41·21
II. "	0·00	7·77	16·13	24·61	32·96	41·46
III. "	0·00	7·75	16·00	24·50	32·93	41·41
IV. "	0·00	7·88	16·24	24·59	32·93	41·45
V. "	0·00	7·78	16·17	24·61	32·86	41·08
Közép	0·00	7·79	16·14	24·59	32·96	41·32

A következő táblázat a ks értékeit tartalmazza, megint szembeállítva a D_h értékeit:

P	ks	D_h	$(ks - D_h)10^5$
20	1·01083	1·01080	+ 03
40	1·02186	1·02171	+ 15
60	1·03302	1·03281	+ 21
80	1·04409	1·04386	+ 23
100	1·05514	1·05494	+ 20

$ks - D_h$ értékeit ugyanúgy kiegyenlítve mint előbb, a következő eredményre jutunk:

P	$(ks - D_h)10^5$
20	+ 05
40	+ 10
60	+ 16
80	+ 21
100	+ 26

Az eltérés a hengeres kondenzátorral nyert adatoktól tehát éppen félakkora mint 0·5 mm. távolságnál. Ezek alapján azt hiszem jogosult az a következtetés, hogy a dielektromos állandónak észlelt látszólagos különbségeit nem az adszorbeált gáz okozta s így a hengeres kondenzátorral nyert adatok az adszorpczió miatt semmi igazításra sem szorulnak. Az a kérdés azonban, vajjon a hengeres kondenzátorral nyert adatok nincsenek-e hasonló módon megfertőzve esetleges apró deformációk által? Ha azonban meggondoljuk, hogy a használt csövek nagyobb pontossággal közelítik meg a hengeres alakot, mint a lemezek a síkot, továbbá hogy a hengerek falvastagsága 1 mm, míg a lemezeké csak 0·5 mm, igen valószínű, hogy ha vannak is apró deformációk, azok az észlelési hibák rendjébe

eső változásokat hoznak csak létre. Ezért a hidrogénnel nem is végeztem további méréseket.

Egyéb hibaforrásokról az I. közl.-ben mondtak teljes mértékben érvényben maradnak. Az eredményeknek az összes hibaforrásokból számított valószínű hibáját a dolgozat végén levő összefoglalásban tüntettem fel.

IV. Nitrogén és hidrogén keveréke.

A nyert eredmények alapján meg lehetett vizsgálni, hogyan tevődik össze valamely gázkeverék dielektromos állandója az alkatrészek állandójából. Folyadékokkal hasonló vizsgálatokat többen végeztek (THWING, SILBERSTEIN, LINEBARGER, PHILIP, DRUDE¹), gázokkal azonban eddig senki. E vizsgálatra a hidrogén és nitrogén keveréke mutatkozott legalkalmasabbnak, mert állandójuk közt elég nagy a különbség. Talán egyszerűbb lett volna a hidrogént levegővel keverni, azonban tekintve a keverék robbanó természetét, vizsgálatától elállottam.

A kísérletek menete a következő volt: A palaczkot megtöltöttem hidrogénnel bizonyos lemért p_h nyomásig. Azután hozzá töltöttem annyi nitrogént, hogy a keverék nyomása p_k lett. A keveredés persze nem volt tökéletes, azért a töltés után öt napig vártam s csak akkor végeztem a méréseket. A p_k nyomás 60 atm. körül volt. A keverékből azután kiengedtem annyit, hogy a nyomás 40, majd 20, végre 1 atm.-ra csökkent. Az üveglemez eltolásából a dielektromos állandó minden nehézség nélkül adódott. Több nehézséget okozott annak a kérdésnek eldöntése, hogyan rakódik össze a keverék dielektromos állandója az alkatrészekéből. Közvetlenül mérhető volt ugyanis a keverék nyomása p_k és az egyik alkatrésznek, a hidrogénnek parciális nyomása p_h ; a másik alkatrész, a nitrogén parciális nyomását

¹ Ch. P. THWING: Zeitschr. f. phys. Chem. 14. 1894, p. 286.

L. SILBERSTEIN: Wied. Ann. 56. 1895, p. 677.

C. E. LINEBARGER: Zeitschr. f. phys. Chem. 20. 1896, p. 131.

J. C. PHILIP: Zeitschr. f. phys. Chem. 24. 1897, p. 18.

P. DRUDE: Zeitschr. f. phys. Chem. 23. 1897, p. 267.

p_n -et azonban számítás útján kellett meghatározni. Ha DALTON törvényét szigorúan érvényesnek vesszük, állana

$$p_n = p_k - p_h,$$

azonban a permanens gázok is mérhető eltéréseket mutatnak DALTON törvényétől. Semmi adatot sem találtam arra, hogy mily mérvű eltéréseket mutat a nitrogén és hidrogén keveréke magasabb nyomásoknál. Nem maradt más hátra, mint VAN DER WAALS állapotegyenletéhez folyamodni s bizonyos egyszerűsítő felvételek mellett számítani a p_n parciális nyomást s ezzel az egyes alkatrészek dielektromos állandóját a megfelelő parciális nyomásnál.

VAN DER WAALS¹ nyomán a keverék állapotegyenletét így írhatjuk:

$$\left(p + \frac{a'}{v^2}\right)(v - b') = (1 + at),$$

ha a nyomást atmoszférákban mérjük, a térfogat egységéül pedig azt a térfogatot választjuk, melyet az illető anyag 0° és 1 atm.-nál elfoglal ideális gáz állapotában. 1 gr. molekulára vonatkoztatva ez a térfogat 22410 cm³. Legyenek a_1 , b_1 , illetve a_2 , b_2 a két alkatrész állandói, akkor VAN DER WAALS szerint

$$\begin{aligned} a' &= a_1x^2 + 2a_{12}x(1-x) + a_2(1-x)^2 \\ b' &= b_1x + 2b_{12}x(1-x) + b_2(1-x), \end{aligned}$$

hol x a keverési viszony. a_{12} és b_{12} értéke azonban ismeretlen s így azon egyszerűsítő felvétellel voltam kénytelen beérni, melyet BERTHELOT² tett, hogy t. i.:

$$a_{12} = \sqrt{a_1a_2}, \quad b_{12} = 0.$$

Ha ezen felvétel alapján akarjuk számítani p_n -et, minenekelőtt szükségünk van a keverési viszony x értékére, melyhez a következő megfontolás útján juthatunk: A palaczkban a hidrogént összenyomtuk a p_h nyomásra; 1 mol. H térfogatát

¹ VAN DER WAALS: Die Continuität etc. 1900. II. rész.

² I. BERTHELOT: Journ. de phys. 8 (3) 1899, p. 521—530.

ennél a nyomásnál, s tegyük 20° -nál, kiszámíthatjuk az állapot-egyenletből; legyen ez a térfogat v_h . Most nitrogént töltünk hozzá, míg a keverék nyomása 20° -nál p_k lesz. A v_h térfogatú hidrogénhez hozzátöltött nitrogén térfogata ugyancsak v_h . Tehát a keletkező keverék v_h térfogatában van 1 mol. H ; ha x a keverési viszony, 1 mol. keverékben van x mol. H , tehát 1 mol. H van $\frac{1}{x}$ molekula keverékben s így a p_k nyomásnál v_h térfogatú keverék $\frac{1}{x}$ mol.-ból áll s így állapotegyenlete:

$$\left(p + \frac{a'}{x^2 v^2}\right) xv - b' = 1 + at.$$

Ezt p_k nyomásra és 20° -ra alkalmazva, a' és b' értékét bele-téve, kapjuk a következő egyenletet:

$$\left(p_h + \frac{a_1 x^2 + 2\sqrt{a_1 a_2} x(1-x) + a_2 (1-x)^2}{x^2 v_h^2}\right) (xv - b_1 x - b_2 (1-x)) = 1 + 20a,$$

a miből x kiszámítandó. Ezzel megkaptuk a keverék állapot-egyenletét.

A számítás már most tovább így alakul: 1 mol. keverékben van x mol. H és $(1-x)$ mol. N . Az x mol. H -ről tudjuk, hogy térfogata p_h nyomásnál xv_h ; ugyanez a térfogata az $(1-x)$ mol. N -nek is; az ehhez tartozó nyomást a nitrogén-állapot egyenlete szolgáltatja; ez lesz a p_n parciális nyomás. A mikor a palackból kieresztünk annyi gázt, hogy a nyomás p'_k -re csökken, a hidrogén parciális nyomását is számítani kell. Legyen, hogy a nyomás csökkenését p'_k -re úgy hoztuk létre, hogy kiterjesztettük a keveréket annyira, míg a nyomása 20° -on p'_k lett. A keverék állapotegyenletéből kiszámíthatjuk 1 mol. keveréknek ehhez tartozó térfogatát v'_k -t.

Ugyanekkora a térfogata a benne lévő x mol. H -nak és $(1-x)$ mol. N -nak. Már most a hidrogén, illetve nitrogén állapotegyenlete megadja az eme térfogathoz tartozó parciális nyomást p'_h és p'_n -t. A számítás, a mint látható, elég fáradságos. A számítást a_1 , b_1 és a_2 , b_2 ama értékeivel végeztem, melyek LANDOLT és BÖRNSTEIN táblázataiban advák.

Mindössze három mérési sorozatot végeztem, melyek eredményét a következő táblázatba foglalom össze:

	P_k	P_h	P_n	Észl. D	Szám. D
I.	58·5	21·0	36·9	1·0255	1·0254
	39·0	14·0	24·8	1·0172	1·0170
	20·7	7·4	13·3	1·0091	1·0092
	1·0	0·4	0·6	1·0004	1·0004
II.	60·3	38·0	21·7	1·0211	1·0212
	39·3	24·8	14·3	1·0138	1·0139
	20·8	13·1	7·7	1·0074	1·0074
	1·0	0·6	0·4	1·0004	1·0004
III.	55·9	38·8	16·6	1·0183	1·0186
	39·8	27·6	11·9	1·0131	1·0133
	20·4	14·2	6·2	1·0068	1·0069
	1·0	0·7	0·3	1·0003	1·0003

Legyen a keverékben levő két alkatrész dielektromos állandója a megfelelő parciális nyomásnál D_1 illetve D_2 , akkor a «szám. D » jelzésű oszlop az $1+(D_1-1)+(D_2-1)$ értékeket tartalmazza. A mint a táblázat mutatja, ez az érték a hibahatárokon belül — tekintve különösen a parciális nyomások bizonytalanságát — egyezik a keverék dielektromos állandójával. A kísérletekből tehát azt a következtetést vonhatjuk, hogy

$$D_k-1 = (D_1-1) + (D_2-1).$$

Ha a bizonyos feszültségre töltött kondenzátort légüres térből a keverékbe teszszük, energiája megváltozik; az energia változása arányos D_k-1 -gyel. Tehát a fenti összefüggést úgy értelmezhetjük: a keverék okozta energiaváltozás egyenlő az alkatrészeknek parciális nyomásuknál okozta energiaváltozások összegével.

Összefoglalás.

1. Meghatároztam a hidrogén és nitrogén dielektromos állandóját 20-tól 100 atm.-ig és a következő értékeket kaptam 20°-nál:

<i>P</i>	<i>H</i>	<i>N</i>
20	1·00500 ± 0·00005	1·01086 ± 0·00010
40	1·00986 ± 0·00006	1·02185 ± 0·00010
60	1·01460 ± 0·00008	1·03299 ± 0·00015
80	1·01926 ± 0·00010	1·04406 ± 0·00016
100	1·02378 ± 0·00010	1·05498 ± 0·00017

2. Újból megmértem a levegő dielektromos állandóját 19°-nál a következő eredménnyel:

<i>P</i>	Levegő
20	1·01080 ± 0·00011
40	1·02171 ± 0·00013
60	1·03281 ± 0·00013
80	1·04386 ± 0·00015
100	1·05494 ± 0·00016

3. A magas nyomásoknál végzett mérésekből a $\frac{D-1}{\sigma}$ vagy $\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2}$ állandó értéke révén extrapolációval a dielektromos állandót 1 atm.-nál is meg lehetett határozni; ennek értéke 0°-nál:

	<i>D</i>	n_{∞}^2
<i>H</i>	1·000273	1·000273
<i>N</i>	1·000581	1·000580
Levegő	1·000576	1·000577

Eme értékek a végtelen nagy hullámhosszra vonatkozó törésmutatók négyzetével egyeznek a hibahatárokon belül.

4. Az $\frac{1}{\sigma} \frac{D-1}{D+2}$ CLAUSIUS-MOSSOTTI-féle kifejezés 20-tól 100 atm.-ig állandó.

5. Hidrogén és nitrogén keverékére 20-tól 60 atm.-ig érvényes a

$$D_k - 1 = (D_1 - 1) + (D_2 - 1)$$

összefüggés, hogy D_k a keverék dielektromos állandója, D_1 ill. D_2 pedig az alkatrészeké, mindegyik a megfelelő parciális nyomásnál.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1907 decz. 16.-án tartott üléséből.)

ADALÉKOK AZ EGYSÉGGYÖKÖK ELMÉLETÉHEZ.

RADOS GUSZTÁV r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

KRONECKER volt az első, a ki kutatni kezdte amaz algebrai egyenletek együtthatóinak arithmetikai természetét, a melyeknek összes gyökeik egységgyökök. Már 1857-ben tette közzé az azóta klasszikussá vált «Zwei Sätze über Gleichungen mit ganzzahligen Coëfficienten»* czimű kis dolgozatát, melyben a következő tételt bizonyította be:

Ha valamely algebrai egyenletben az ismeretlen legmagasabb hatványának együtthatója 1, a többi együttható raczionális egész szám, minden gyökének absolut értéke pedig 1-gyel egyenlő, akkor e gyökei mindannyian egységgyökök.

E felette érdekes tétel úgy az algebrában, valamint a számelméletben is már sok ízben előnyösen alkalmaztatott. Egy új alkalmazását és bizonyos tekintetben általánosítását mutatom be, midőn választ keresek a következő kérdésre:

Melyek a szükséges és elegendő feltételek arra nézve, hogy a valós együtthatós

$$x^2 + \omega_1 x + \omega_2 = 0 \qquad \text{I)}$$

másodfokú egyenletnek gyökei egységgyökök legyenek?

A választ a következő tétel szolgáltatja:

Arra, hogy az I) egyenlet gyökei egységgyökök legyenek, szükséges és elegendő, hogy ω_1 oly algebrai egész szám legyen, melynek konjugált értékei -2 és 2 között fekvő valós számok,

* Crelle Journal 53. k. 173—175. l.

ω_2 pedig egy-egyel legyen egyenlő. (Egyetlen kivétel az $x^2-1=0$ egyenlet, melynek szintén mind a két gyöke egységgyök.)

A hasonló kérdésnek tárgyalása n -edfokú egyenlet esetében felette szövevényes vizsgálódásokra vezet, a melyeket ha sikerül befejeznem, remélem még szerencsém lehet azokat e helyen bemutatni. Egyelőre csak ide vonatkozó részletkérdést óhajtok fejtegetni, a melynek önálló érdeke is van és a melyet aránylag egyszerű segédeszközökkel sikerült elintézniem.

E kérdés a következő: Mekkora számban lehetnek az oly

$$z^n + g_1(\omega)z^{n-1} + \dots + g_{n-1}(\omega)z + g_n(\omega) = 0$$

egyenletek, melyeknek valamennyi gyökük egységgyök és együtt-hatóik bizonyos ρ -adfokú (ω) genustartomány számai?

A mint a beható vizsgálat ki fogja deríteni, az ilyen egyenletek száma mindig véges és a

$$\nu = \prod_{k=1}^n \prod_{j=1}^{\nu} \left[2 \binom{\rho}{j} \binom{n}{k}^j + 1 \right]$$

számot nem mulhatja felül.

Ha $n=1$, akkor innen új és egyszerűbb úton adódik az algebrai számtestek elméletére fontos eredmény, hogy az adott genustartományban előforduló egységgyökök száma mindenkor véges.

A másodfokú egyenletre vonatkozó tétel.

A tárgyalást azon kezdjük, hogy a felsorolt feltételek szükséges voltát bizonyítjuk be. Ha az

$$x^2 + \omega_1 x + \omega_2 = 0 \tag{1}$$

egyenletnek gyökei ξ_1, ξ_2 mindketten egységgyökök, akkor mivel

$$-\omega_1 = \xi_1 + \xi_2,$$

és így az egységnyi abszolút értékű ξ_1, ξ_2 számok összege valós, kell hogy: vagy ξ_1 és ξ_2 konjugált komplex számok, vagy pedig $\xi_1 = -\xi_2$ legyen.

Az utóbbi esettel rögtön és véglegesen végezhetünk. Ugyanis ebben az esetben

$$\xi_1 \xi_2 = -\xi_1^2 = \omega_2$$

és mivel ω_2 valós szám, ξ_1 , miként igen egyszerű fejtegetés mutatja, más mint $+1$, -1 , $+i$, $-i$ nem lehet, de ekkor mivel

$$\omega_1 = \xi_1 - \xi_1 = 0,$$

az I) egyenlet vagy az

$$x^2 + 1 = 0$$

alakot ölti, mely a felsorolt szükséges feltételeknek megfelel, a midőn közvetlenül látható, hogy gyökei egységgyökök, vagy pedig

$$x^2 - 1 = 0$$

kivételes alakú, a midőn ismét közvetlenül látható, hogy mindkét gyöke egységgyök.

Hátra marad még csak annak az esetnek a tárgyalása, a melyben ξ_1 és ξ_2 konjugált komplex értékek, a midőn tehát az I) egyenlet az

$$x^2 + \omega_1 x + 1 = 0 \quad \text{I*)}$$

alakban írható.

Mivel ξ_1 , mindenesetre ily alakú:

$$\xi_1 = \cos \cdot \frac{2k\pi}{n} + i \sin \cdot \frac{2k\pi}{n},$$

azért a tárgyalandó esetben

$$\xi_2 = \cos \cdot \frac{2k\pi}{n} - i \sin \cdot \frac{2k\pi}{n},$$

és így

$$-\omega_1 = 2 \cos \frac{2k\pi}{n}.$$

De mivel a cosinus-függvény osztásproblémájára vonatkozó egyenletből következik, hogy $2 \cos \frac{2k\pi}{n}$ a

$$\begin{aligned} & \left(2 \cos \frac{2k\pi}{n}\right)^n - n \left(2 \cos \frac{2k\pi}{n}\right)^{n-2} + \frac{n(n-3)}{1 \cdot 2} \left(2 \cos \frac{2k\pi}{n}\right)^{n-4} - \\ & - \frac{n(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(2 \cos \frac{2k\pi}{n}\right)^{n-6} + \dots = 2 \end{aligned}$$

algebrai egyenletnek tesz eleget, melyben a legmagasabb hatvány együtthatója 1, a többi pedig racionális egész szám, azért

$$\omega_1 = -2 \cos \frac{2k\pi}{n}$$

oly algebrai egész szám, melynek összes konjugáltjai -2 és $+2$ közé eső valós értékek.

Hogy a bevezetésben említett feltételek elegendők is, az a következőképen mutatható ki. Legyenek ω_1 -nek az összes — a feltétel szerint -2 és 2 között fekvő — konjugált értékei:

$$\omega_1', \omega_1'', \dots, \omega_1^{(j)}, \dots, \omega_1^{(v)},$$

akkor a

$$\varphi(x, \omega_1^{(j)}) \equiv x^2 + \omega_1^{(j)}x + 1 = 0$$

egyenleteket megoldván, úgy találjuk, hogy gyökeik komplex számok lesznek, mert

$$\omega_1^{(j)^2} - 4 < 0.$$

Magukat a megoldásokat a

$$\xi_1^{(j)} = \frac{-\omega_1^{(j)} + i(4 - \omega_1^{(j)^2})^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$\xi_2^{(j)} = \frac{-\omega_1^{(j)} - i(4 - \omega_1^{(j)^2})^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$(j=1, 2, \dots, v)$$

képletek adják, melyek világosan mutatják, hogy

$$|\xi_1^{(j)}| = |\xi_2^{(j)}| = \left[\frac{(\omega_1^{(j)^2} + (4 - \omega_1^{(j)^2}))^{\frac{1}{2}}}{4} \right]^{\frac{1}{2}} = +1,$$

$$(j=1, 2, \dots, v)$$

de akkor a

$$\varphi(x, \omega_1^{(1)}) = 0, \varphi(x, \omega_1^{(2)}) = 0, \dots, \varphi(x, \omega_1^{(v)}) = 0$$

egyenletek mindegyike olyan, hogy mindkét gyökének abszolút értéke egy-egyel egyenlő, de akkor a

$$\text{Norm } \varphi(x, \omega_1) \equiv \prod_{j=1}^v \varphi(x, \omega_1^{(j)}) = 0$$

egyenletnek is valamennyi gyöke egységnyi abszolút értékű, s mivel — mint közvetlenül belátható — e $2v$ -edfokú egyenlet együtthatói racionális egész számok, a legmagasabb hatvány együtthatója pedig egy, KRONECKER idézett tétele értelmében

ennek az egyenletnek és így az I*) egyenletnek is valamennyi gyöke egységgyök.

Az n -edfokú egyenletről szóló tétel.

Tegyük fel, hogy a

$$z^n + g_1(\omega)z^{n-1} + \dots + g_k(\omega)z^{n-k} + \dots + g_n(\omega) = 0 \quad \text{II}$$

egyenlet a ρ -adfokú (ω) genus-tartományból való számok és összes gyökei $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$ egységgyökök. Akkor, mivel

$$(-1)^k g_k(\omega) = \sum_{(k=1, 2, \dots, n)} \zeta_1 \zeta_2 \dots \zeta_k, \quad (1)$$

mindenekelőtt világos, hogy az összes $g_k(\omega)$ együttthatók algebrai egész számok, mert ilyenek az egységgyökök és így a belőlük egész műveletekkel alakított elemi szimmetrikus formák, a $g_k(\omega)$ -k is.

(1)-ből most már következik, hogy

$$|g_k(\omega)| \leq \sum_{(k=1, 2, \dots, n)} |\zeta_1| |\zeta_2| \dots |\zeta_k|$$

és mivel a ζ_i -k mindannyian egységgyökök és az egységgyökök abszolút értéke e/gg -gyel egyenlő,

$$|g_k(\omega)| \leq \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \dots k} = \binom{n}{k}. \quad (2)$$

($k=1, 2, \dots, n$)

Mivel pedig egységgyökök konjugált értékei ismét egységgyökök, a (2) alatti egyenlőtlenség $g_k(\omega)$ összes konjugált értékeire is fenn fog állani. Ha ezek

$$\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i \dots \gamma_\rho,$$

akkor tehát

$$|\gamma_i| \leq \binom{n}{k}. \quad (3)$$

($i=1, 2, \dots, \rho$)

Ha most már felírjuk azt az egyenletet, melynek $g_k(\omega)$ gyöke a

$$\prod_{i=1}^{\rho} (g_k - \gamma_i) \equiv g_k^{\rho} - C_{1k} g_k^{\rho-1} + \dots + (-1)^j C_{jk} g_k^{\rho-k} + \dots + (-1)^{\rho} C_{\rho k} = 0 \quad (4)$$

egyenlet, akkor mindenekelőtt konstatalhatjuk, hogy ebben az összes együtthatók racionális egész számok, hiszen g_k -ról tudjuk, hogy algebrai egész szám; más oldalról azonban a

$$|C_{jk}| \leq \Sigma |\gamma_1| |\gamma_2| \dots |\gamma_j|$$

egyenlőtlenségből és a (3) alattiakból következik, hogy

$$|C_{jk}| \leq \binom{\rho}{j} \binom{n}{k}^j,$$

úgy hogy a racionális egész C_{ik} legfeljebb

$$2 \binom{\rho}{j} \binom{n}{k}^j + 1$$

számú értéket vehet fel. Ennek következtében, ha a (4) alatti és feltételeinknek megfelelő egyenletek száma ν_k , akkor

$$\nu_k \leq \prod_{j=1}^{\rho} \left[2 \binom{\rho}{j} \binom{n}{k}^j + 1 \right]; \quad (5)$$

ez az egyenlőtlenség tehát mutatja, hogy II) egyenletben előforduló g_k legfeljebb hány értéket vehet fel, ha ez a felállított követeléseknek eleget tesz, de akkor az ilyen II) alatti egyenletek számát ν -vel jelölvé, n

$$\nu \leq \nu_1 \nu_2 \dots \nu_n$$

és így (5)-re való tekintettel

$$\nu \leq \prod_{k=1}^n \prod_{j=1}^{\rho} \left[2 \binom{\rho}{j} \binom{n}{k}^j + 1 \right],$$

a miből világosan következik, hogy amaz n -edfokú egyenletek száma, melyeknek összes gyökeik egységgyökök, együtthatóik pedig adott (ω) genus-tartományhoz tartoznak, mindenkor véges.

Ha $n = 1$, akkor ez az eredmény azt jelenti, hogy a tetszésszerint megadott (ω) genus-tartományban előforduló egységgyökök száma mindig véges.

A TYÚKTOJÁS HÉJÁNAK VÁLTOZÁSÁRÓL A KÖLTÉS KÖZBEN.*

TANGL FERENCZ lev. tagtól.

HAMMERSCHLAG GUSZTÁV dr. közreműködésével kísérleteket végeztem annak eldöntésére, vajjon valóban egyáltalában nem vesz-e részt a tojás héja azon élénk anyagforgalomban, mely a költés közben a tojás belsejében lefolyik. PREYER ** POTTAL végzett kísérletei alapján ugyanis határozottan kijelenti, hogy a tojásnak meszes héja nem vesz részt a tojás anyagforgalmában. PREYER adatai nem olyan egyértelműek, hogy állítását kellőképen bizonyítanák. Kísérleteinek anyaga nem volt homogén, mert nem egy és ugyanazon tyúk tojásait hasonlította össze, hanem különböző tyúkoktól származókat, a mi jelentékeny hibákat okoz.

A felvetett kérdés eldöntésére kifogástalan kísérleti anyag állott rendelkezésünkre, a mennyiben egy és ugyanazon tyúknak egy tojási periodusból származó tojásait vizsgálhattuk meg. A tyúkot az intézetben tartottuk s a tojásokat azonnal lerakásuk után mérhettük meg. Így teljes biztossággal mérhettük meg az egészen friss tojás súlyát, a mi alapfeltétele a megbízható összehasonlító vizsgálatoknak.

Összesen 23 tojás héját vizsgáltuk meg. Ezen 23 tojás közül 15-öt költő kemenczében tartottunk a csirke kibuvásáig, 8-at pedig költetlenül hagytunk. Úgy a költött, mint a költetlen

* A budapesti kir. m. tud. egyetem ált. kórtani intézetében készült dolgozat.

** PREYER: Spec. Physiologie des Embryo. Leipzig, 1885, p. 244.

tojások héját, még pedig a meszes héjat a héjhártyával együtt igen gondosan megtisztítottuk a tojástartalomtól, megszáritottuk, finom porrá őröltük s ezen porban meghatároztuk a száraz anyag, szerves anyag, hamu, *Ca* és *Mg* tartalmát, minden esetben kettős elemzésekkel.

Kísérleteink eredményeit a következő táblázatok mutatják:

I. Táblázat.

A tojás száma	A tojás napja	A fris tojás súlya
		g r a m m
07	március 20	59,72
03	„ 27	60,82
04*	„ 28	60,53*
—	„ 30	62,67
06	„ 31	60,23
02*	ápril 2	61,11*
05*	„ 3	60,27*
01*	„ 5	62,65*
09	„ 8	59,21
21	„ 10	59,85
24*	„ 11	56,44*
22	„ 13	58,52
23*	„ 14	58,27*
19*	„ 18	61,03*
33*	ápril 21	56,86*
30*	„ 26	57,85*
29*	„ 27	59,00*
28*	„ 29	58,97*
31*	május 1	57,26*
52*	„ 22	56,53*
53	„ 23	56,83
54*	„ 25	56,36*
55*	„ 27	57,05*

* A megjelölt tojások a költségbe kerültek.

II. Táblázat.

Költetlen tojások.

A tojás száma	A tojás napja	A tojás súlya	A vízmentes tojáshéj súlya	100 gramm tojásnak megfelelő héjban van						A héj száraz anyagának összetétele			
				száraz anyag	szerves anyag	hamú	Ca	Mg	szerves anyag	hamú	Ca	Mg	
													g r a m m
07	20/III	59,72	5,61	9,39	5,00	4,39	3,47	79,3	46,8	53,2	37,0	0,84	
03	27/III	60,81	5,95	9,78	5,18	4,60	3,59	93,0	47,0	53,0	36,7	0,95	
00	30/III	62,67	5,84	9,33	5,00	4,33	3,46	77,4	46,4	53,6	37,2	0,83	
06	31/III	60,23	5,34	8,87	4,74	4,13	3,29	72,5	46,6	53,4	37,1	0,82	
09	8/IV	59,21	5,83	9,85	5,29	4,56	3,67	72,0	46,3	53,7	37,2	0,83	
21	10/IV	59,85	5,92	9,89	5,41	4,48	3,74	88,5	45,3	54,7	38,7	0,89	
22	13/IV	58,52	5,92	10,12	5,44	4,68	3,74	89,8	46,7	53,8	37,0	0,89	
53	23/V	56,83	5,65	9,95	5,28	4,67	3,64	—	46,9	53,0	36,6	—	

III. Táblázat.

Költetlen tojások.

A tojás száma	A tojás napja	A tojás súlya	A tojáshéjban van				
			száraz anyag	szerves anyag	hamú	Ca	Mg
07	20/III	59,72	5,61	2,62	2,99	2,08	47
03	27/III	60,81	5,95	2,80	3,15	2,19	56
00	30/III	62,67	5,84	2,71	3,13	2,17	48
06	31/III	60,23	5,34	2,49	2,85	1,98	43
09	8/IV	59,21	5,83	2,70	3,13	2,17	42
21	10/IV	59,85	5,92	2,68	3,24	2,29	53
22	13/IV	58,52	5,92	2,74	3,18	2,19	52
53	23/V	56,83	5,65	2,65	3,—	2,07	—

IV. Táblázat.
Költött tojások.

A tojás száma	A tojás napja	A tojás		100 gramm tojásnak megfelelő héjban van					A héj száraz anyagának összetétele			
		fris tojás súlya	vízmentes héj súlya	száraz anyag	szerves anyag	hamú	Ca	Mg	szerves anyag	hamú	Ca	Mg
		g r a m m					%					
04	28/III	60,53	5,19	8,57	3,98	4,59	3,19	71	46,4	53,6	37,2	0,83
02	2/IV	61,11	5,07	8,30	3,85	4,45	3,06	79	46,3	53,7	36,9	0,75
05	3/IV	60,27	5,05	8,39	3,85	4,53	3,12	70	45,9	54,1	37,2	0,83
01	5/IV	62,65	5,68	9,07	4,21	4,85	3,37	67	46,4	53,6	37,2	0,75
24	11/IV	56,44	5,17	9,16	4,16	5,00	3,44	102	45,4	54,6	37,4	1,1
23	14/IV	58,27	5,84	10,00	4,56	5,46	3,79	82	45,6	54,4	37,9	0,82
19	18/IV	61,03	5,34	8,75	3,95	4,80	3,28	93	45,1	54,9	37,4	1,1
33	21/IV	56,86	4,99	8,77	4,03	4,75	3,27	—	45,9	54,1	37,3	—
30	26/IV	57,85	4,99	8,63	3,98	4,65	3,13	—	46,1	53,9	37,0	—
29	27/IV	59,00	4,93	8,36	3,02	4,56	3,14	64	45,5	54,5	37,5	0,78
28	29/IV	58,97	5,29	8,97	4,14	4,83	3,32	96	46,0	54,0	37,0	1,1
31	1/V	57,26	5,20	9,08	4,23	4,86	3,34	92	46,5	53,5	36,8	1,0
52	22/V	56,53	5,80	10,30	4,74	5,52	3,78	—	46,2	53,8	36,9	—
54	25/V	56,36	5,59	9,92	4,65	5,27	3,57	—	46,9	53,1	36,7	—
55	27/V	57,05	5,67	9,94	4,64	5,29	3,65	—	46,8	53,2	36,7	—

V. Táblázat.
Költött tojások.

A tojás száma	A tojás napja	A fris tojás súlya	A tojáshéjban van				
			száraz anyag	szerves anyag	hamú	Ca	Mg
			g r a m m				
04	28/III	60,53	5,19	2,41	2,78	1,93	43
02	2/IV	61,11	5,07	2,35	2,72	1,87	38
05	3/IV	60,27	5,05	2,32	2,73	1,88	42
01	5/IV	62,65	5,68	2,64	3,04	2,11	42
24	11/IV	56,44	5,17	2,35	2,82	1,94	58
23	14/IV	58,27	5,84	2,66	3,18	2,21	48
19	18/IV	61,03	5,34	2,41	2,93	2,00	57
33	21/IV	56,86	4,99	2,29	2,70	1,86	—
30	26/IV	57,85	4,99	2,30	2,69	1,85	—
29	27/IV	59,00	4,93	2,24	2,69	1,85	38
28	29/IV	58,97	5,29	2,44	2,85	1,96	57
31	1/V	57,26	5,20	2,42	2,78	1,91	53
52	22/V	56,53	5,80	2,68	3,12	2,14	—
54	25/V	56,36	5,59	2,62	2,97	2,01	—
55	27/V	57,05	5,67	2,65	3,02	2,08	—

1. Az I. táblázatból kitűnik, hogy teljesen egyformán táplált tyúk tojásai egy és ugyanazon tojási periodusban lassankint súlyban megfogynak. A márcz. 20.—ápr. 18-ig tojt 14 tojás átlagos súlya 60·09 gr., az ápr. 21.—máj. 27-ig tojt 9 tojásé 57·05 gr.

2. A *költetlen tojásban* a héj és az egész tojás súlya közti viszony rendkívül állandó. (Megjegyzem, hogy héj alatt mindig a meszes héjat a héjhártyával együtt értem.) Ha ezen viszony valamennyi költetlen tojásnál megközelítőleg egyforma is, mégis észrevehető, hogy az előbb tojt, idősebb tojásokban *aránylag kevesebb a héj*, tehát ezeknél 100 gr. tojásra a héjban kevesebb száraz anyag, hamu, *Ca* és *Mg* is jut. Ezen kívül az idősebb tojásokban aránylag is valamivel több a szerves anyag és kevesebb a hamu és a *Ca*. A mondottakat a következő középértékek bizonyítják:

		A III.20—III.31-ig tojt tojásokra vonatkozó középértékek		IV/8—V.23-ig tojt tojásokra vonatkozó középértékek	Valamennyi költetlen tojásra vonatkozó középértékek
A tojás súlya		60·86 gr.	58·60 gr.	59·73 gr.	
A vizmentes héj súlya		5·70 "	5·83 "	5·76 "	
100 gr. tojának megfelelő héjban van	száraz anyag	9·36 "	9·95 "	9·65 "	
	szerves anyag	4·36 "	4·60 "	4·48 "	
	hamu	4·98 "	5·36 "	5·17 "	
	<i>Ca</i>	3·45 "	3·70 "	3·57 "	
	<i>Mg</i>	81 mgr.	83 mgr.	81 mgr.	
A héj száraz anyagának összetétele	szerves anyag	46·7 %	46·2 %	46·4 %	
	hamu	53·3 "	53·8 "	53·6 "	
	<i>Ca</i>	37·0 "	37·4 "	37·2 "	
	<i>Mg</i>	0·86 "	0·84 "	0·85 "	

A III. táblázat adataiból pedig egy-egy *költetlen tojásra* vonatkozó értékek a következők:

A tojás súlya	60·86 gr.	58·60 gr.	59·73 gr.
Száraz anyag a héjban	5·70 "	5·83 "	5·76 "
Szerves anyag a héjban	2·65 "	2·69 "	2·67 "
Hamu a héjban	3·03 "	3·14 "	3·08 "
<i>Ca</i> a héjban	2·10 "	2·17 "	2·13 "
<i>Mg</i> a héjban	49 mgr.	40 mgr.	49 mgr.

3. A *költött tojásokra* vonatkozó, a IV. és V. táblázatban foglalt adatokból a következő középértékeket nyerjük:

	100 gr. költött tojásnak megfelelő héjban van
Száraz anyag	9·07 gr.
Szerves anyag	4·18 "
Hamu	4·89 "
Ca	3·36 "
Mg	82 mgr.

(Ezen számításnál természetesen mindig a költött tojások súlyát a költés kezdetén vesszük.)

A héj száraz anyagának összetétele:

Szerves anyag	46·1 %
Hamu	53·9 "
Ca	37·0 "
Mg	0·90 "

Ha ezen értékeket a költetlen tojásokra vonatkozó értékekkel összehasonlítjuk, kitűnik, hogy a költött tojások héjában aránylag kevesebb száraz anyag, szerves anyag és Ca van, a mi a mellett szól, hogy a költés alatt a *tojás héjában szerves és szeretlen anyagok, az utóbbiak közül a Ca megfog, még pedig erősebben fogynak a szerves anyagok, mint a szeretlenek.*

Ki is számíthatjuk a táblázatok adataiból, hogy ezen fogyás mekkora. Valamennyi költött és költetlen tojásra vonatkozó középértékek a következők:

	Költött tojások	Költetlen tojások
Egy tojás súlya	58·68 gr.	59·73 gr.
Száraz anyag a héjban	5·32 "	5·76 "
Szerves anyag a héjban	2·45 "	2·67 "
Hamu a héjban	2·87 "	3·08 "
Ca a héjban	1·97 "	2·13 "
Mg a héjban	48 mgr.	49 mgr.

Mint hogy a költetlen tojások átlagos súlya valamivel nagyobb mint a költötteké, a héjnak a költés közben szenvedett veszteségét csak úgy tudhatjuk meg helyesen, hogyha a költött

tojásokra vonatkozó értékeket szintén egy 59·73 gr. tojására számítjuk át. Így átszámítva kiderül, hogy egy 59·73 gr. súlyú tojás héjában van:

	A költés előtt	A költés után
Száraz anyag	5·76 gr.	5·41 gr.
Szerves anyag	2·68 "	2·49 "
Hamu	3·08 "	2·92 "
Ca	2·14 "	2·00 "
Mg	49 mgr.	49 mgr.

Ezek szerint tehát egy 59·73 gr. súlyú tojás héjából költés közben eltűnik:

A száraz anyagból	0·35 gr.,	vagyis 6·1%
A szerves anyagból	0·19 "	" 7·1 "
A hamuból	0·16 "	" 5·2 "
A Ca-ból	0·14 "	" 6·5 "

Ezen következtetés ellen esetleg azt az ellenvetést tehetné valaki, hogy az összehasonlításra használt költött tojások legnagyobb részét a költési időszak második feléből származnak, míg a költetlenek majdnem mind az elsőből. Bár ezen különbség csak még megerősíti következtetéseinket, mégis kiemelem, hogy a héj anyagvesztésére nézve majdnem ugyanazon értékeket kapjuk, hogy ha az összehasonlításra a tojási időszak első feléből származó 7 költött és 7 költetlen tojást veszszük. Ezen 7—7 tojásra a tojás súlyának középértéke 60·04, illetve 60·14 gr., tehát azonos értékek. Ha mindkettőt 60 gr.-ra kerekítjük le, a következő számítás adódik:

	Egy 60 gr. súlyú tojás héjában van a költés előtt	a költés után	Tehát a költés közben elveszett
Száraz anyag	5·78 gr.	5·33 gr.	0·45 gr.
Szerves anyag	2·70 "	2·44 "	0·26 "
Hamu	3·08 "	2·89 "	0·19 "
Ca	2·14 "	1·99 "	0·15 "
Mg	49 mgr.	47 mgr.	2 mgr.

4. Mindezek alapján joggal következtethetem kísérleteimből, hogy a tojás héja költés közben résztvesz az anyagforgalomban.

ban. Szerves és szervetlen anyagok eltűnnek belőle; a szárazanyagvesztésnek több mint fele a szerves anyagra esik. Az eltűnt szervetlen anyag legnagyobb része Ca. 60 gr. súlyú tyúktojás héjából költés közben 0.4 gr. szárazanyag, 0.2 gr. szerves anyag és 0.15 gr. Ca tűnik el.

Ezen a héjből eltűnt anyagok kétségtelenül a tojás belsejébe jutnak; hogy milyen módon, nem tudjuk. Lehetséges, hogy a tojás belsejében nagy mennyiségben képződő és a héjon át eltávolodó CO_2 behatására a közömbös calciumcarbonatból savanyú carbonat lesz, mely oldódik s bediffundál a tojástartalomba. Talán még más savak (pl. tejsav) is szerepelnek. Különben úgy látszik, hogy nemcsak $CaCO_3$ tűnik el a héjből, hanem a Ca más vegyületekből, talán szerves vegyületekből is juthat ki. Több Ca tűnik ugyanis el a héjből, mint a mennyi a $CaCO_3$ vesztésének megfelelne, mert még ha az eltűnt összes hamu (0.2 gr.) kizárólag $CaCO_3$ -ból állana, akkor is csak 0.08 gr. Ca veszett volna el, pedig majdnem még egyszer ennyi Ca tűnt el. Úgy mint a Ca-sók, valószínűleg a szerves anyagok is feloldódnak s a tojás belsejébe diffundálnak. Talán azért lesz a tojás héja költés közben törékenyebb — a mit már régóta ismernek —, mert, mint kimutattuk, aránylag több szerves, mint szervetlen anyag tűnik el a héjből.

Végezetül még egy megjegyzés. Ha már kísérleteink szerint a tyúktojásra bebizonyult, hogy a tojás héja részt vesz az embryonális anyagforgalomban, akkor valószínű, hogy azoknál a petéknél, melyeknél, úgy mint némely arthropoda-petéknél, a héjat nem lehet élesen elkülöníteni a pete tartalmától, a héj még élénkebben osztozik a pete anyagforgalmában. Ez a mellett szól, hogy a pete héja több mint egyszerű védőszerv.

A KÜLÖNBÖZŐ CASEINOK ELEMI ÖSSZETÉTELÉRŐL.

TANGL FERENCZ lev. tagtól.

(Csókás Gy. vizsgálatai alapján.)

Csókás Gyula megbízásomból és vezetésemmel vizsgálatokat végzett azon még mindig el nem döntött kérdés tisztázása végett, hogy a különböző állatok tejének caseinje egyenlő vagy különböző összetételű-e. Daczára a számos erre irányuló vizsgálatnak, megfelelő összehasonlításra nem találunk elegendő alkalmas adatot az irodalomban, a minek az oka mindenekelőtt az, hogy a különböző vizsgálók nem egyforma módon állították elő a caseint. Már pedig HAMMARSTEN * kísérleteiből világosan kiderült, hogy milyen nagy befolyása van a casein előállításának és tisztításának annak elemi összetételére.

Azon vizsgálatoknál, melyek eredményeit e közleményben kivonatossan ismertetem, nagy gond fordított mindenekelőtt arra, hogy valamennyi casein teljesen egyformán s a lehető legtisztábban állítsassék elő. A legnagyobb nehézségeket a zsír tökéletes eltávolítása okozta, a mit az eddigi eljárásoktól eltérően csak úgy értünk el, hogy a caseint nem szárazon, hanem gyengén lúgos oldatban zsirtalanítottuk. Meggyőződünk ugyanis arról, hogy e száraz caseinból még oly hosszú időn át folytattat etheres kivonással sem lehet a zsirt tökéletesen eltávolítani. Minden caseint, melyet különben nagyjában a HAMMARSTEN-féle eljárással csaptunk le s tisztítottunk meg, háromszor oldot-

* Zeitschr. f. physiol. Chemie 7. köt. 220. old.

tunk fel gyenge szódaoldatban s csaptunk le újra eczetsavval; mindegyik szódás oldatot újból kiráztuk ætherrel mindaddig, míg az utóbbi nyom nélkül elpárolgott.

Valamennyi casein hófehér, finom, teljesen iztelen por volt, mely sem zsír, sem fehérje, sem hamú legkisebb nyomát sem tartalmazta, tehát chemiailag teljesen tisztának volt mondható.

Az elemi összetételt Csókás Gyula a lehető legnagyobb gonddal s minden készítménnyel többszörösen (2—10-szeresen) végzett analysisekkel határozta meg. A követett módszereket Csókás Gyula más helyen megjelenő terjedelmesebb dolgozatában írja le, a hol az egyes elemzések is részletesen lesznek ismertetve. Itt csak annyit akarok röviden megemlíteni, hogy a *C*-tartalmat a PREGL-féle égetőkemenczével, a *N*-tartalmat a KJELDAHL és DUMAS-féle eljárással határozta meg (még pedig minden egyes caseinnál mindkét eljárással). A *S* és *P* meghatározására az elhamvasztás szódával és salétrommal történt, miután előzetesen az anyag koncentrált salétromsavval főzetett. A hamvasztásnál természetesen a kénmentes borszeszláng használtott.

Összesen hatféle casein vizsgáltatt meg, melyek hatféle tejből, ú. m. tehén-, bivaly-, juh-, kecske-, ló- és szamártéjből állítottak elő.

A vizsgálatok eredményeit a következő táblázat mutatja:

C a s e i n	C	H	S	P	N	O
	s z á z a l é k					
Tehéncasein ---	52,69	6,81	0,832	0,877	15,65	23,141
Bivalycasein ---	52,88	7,81	0,832	0,773	15,78	21,925
Juhcasein ---	52,92	7,05	0,717	0,809	15,71	22,794
Kecskecasein ---	52,90	6,86	0,700	0,760	15,48	23,300
Lócasein ---	52,36	7,09	0,528	0,877	16,44	22,705
Szamárcasein ---	52,57	7,01	0,588	1,057	16,28	22,495

Ezen táblázatból kétségtelenül kitűnik, hogy ámbár a különböző caseinok elemi összetétele nagyon hasonlít egymáshoz, mégis jellemző különbségek is vannak. A ló- és szamárcasein jobban hasonlít egymáshoz, mint a többihez; *C*- és *S*-tartalmuk kisebb, *N*-tartalmuk pedig jóval nagyobb, mint a kérődzők caseinjéé. Különösen a szamárcasein *P*-tartalma feltűnően magas.

Kétségtelen, hogy az egypatások tejcseinja más elemi összetételű, mint a kérődzők tejcseinja. A táblázat adataiból továbbá még az is kiderül, hogy az egy családhoz tartozó emlősök caseinja elemi összetételére nézve is jobban hasonlít egymásra.

A különböző caseinok elemi összetétele tehát nem azonos, a mit ezen vizsgálatok bizonyítottak be legelőször. Jól meggyezik ezen tény azon tapasztalattal, hogy az ugynevezett praecipitinreactio* szerint különböző állatok caseinja között különbség van.

* Schütze, Arch. f. Hygiene 36. köt. 1901.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 febr. 17.-én tartott üléséből.)

A RUDAS TERÜLETMÉRŐK ALAPKÉPLETÉRŐL.

BODOLA LAJOS-tól.

1. A rajzolt idomok területének mérésére szolgáló műszerek közül leghasználatosabbak ez idő szerint a *rudas területmérők* vagy *rudas planiméterek*.

E területmérők jellemző alkotó része a *mérőrúd*. Vékony rudacska, a melynek szabad végéről hegyes csúcs — a *mérőcsúcs* — nyúlik le függőlegesen a rajz vízszintesen fekvő síkjáig. A mérő csúcsnak e síkon nyugvó, az ábrákban Q -val jelölt csúcspontját reá állítjuk a zárt idom határvonalának valamely pontjára és ebből kiindulva szabad kézzel körülvesszük az egész határvonalon, a míg ismét a kiinduló pontba jut. E közben a mérőrúd szabadon foroghat egy a másik végén lévő forgáspontja körül, a melynek vetületét a rajz síkján a P betű jelöli; a forgáspont pedig, és vele együtt P vetülete is, szinten mozoghat, de csak egy a rajz síkjával párhuzamos, illetőleg e síkon fekvő kényszerpályán, a melyet vagy a területmérő szerkezete, vagy e szerkezet közreműködésével maga a körüljárt idom szab meg. Ez a kényszerpálya a területmérő *vezető vonala*.

A q hosszúságú PQ egyenest a területmérő *mérő karjának*, többnyire azonban röviden q egyenesnek fogom nevezni s tekintsük a P forgáspontot az egyenes kezdőpontjának, a Q csúcspontot pedig végpontjának és ennek megfelelően a P -től Q felé tartó PQ irányt az egyenes irányának.

Ha ez irányban nézünk, megkülönböztethetjük az egyenes jobb és bal oldalát, s nevezzük az elsőt pozitívnak, a másodikat negatívnak.

A mérőrúddal többnyire *mérőkerék* kapcsolatos, a melynek forgástengelye párhuzamos a q egyenessel.* A mérőkerék K legalsóbb kerületi pontjával a rajz síkján nyugszik.

Vannak ugyan rudas területmérők, a melyekben a mérőkerék (vagy henger) nem a rajz papirosán, hanem külön e célra gondosan megmunkált felületen gördül, elméleti tárgyalásuk azonban könnyen visszavezethető az itt vizsgált egyszerű szerkezet elméleti tárgyalására. Többnyire ugyanis csak azt kell még számításba venni, hogy mennyiszer nagyobb — mert rendszeren nagyobb — a mérőkerék (vagy henger) gördülése a mesterséges pálya-felületen, mint lenne, ha magán a rajz lapján gördülne. Rendszeren pedig azért nagyobb, hogy a szerkezet érzékenyebb legyen kis területek iránt.

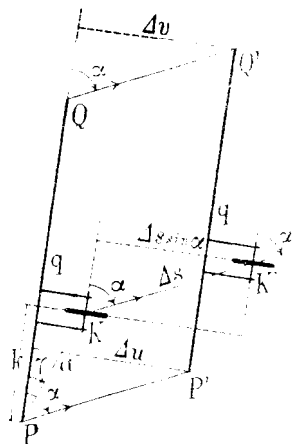
A mint a mérőrúd és vele együtt a q egyenes mozgásba jő, a mozgás minősége szerint a mérőkerék a rajz síkján hol *csúszik*, hol *gördül* és a gördülés szöge 2π -ben, vagy 2π -nek valami alkalmas ν -ed részében, mint egységben kifejezve, a kerékkal kapcsolatos forgásmérővel meg is mérhető.

Jelöljük a -val (1. ábra) K -nak P -től való, pozitívnak számítandó távolságát és γ -val a szöveget, a melyet a PK irány bezár a PQ iránynyal, PQ -tól, mint kezdeti iránytól az óramutató forgásának értelmében pozitívnak számítva. E megállapodás szerint a mérőkerék síkjának P -től való

$$k = a \cos \gamma \quad (1)$$

távolsága $\cos \gamma$ -val együtt pozitív vagy negatív.

Tegyük fel, hogy a q egyenes a rajz síkján úgy mozog, hogy önmagával mindig párhuzamosan haladva végig sűrölja a $PQQ'P'$ paralelogrammot (1. ábra). A mérőkerék végig járja



1. ábra.

* A PRYZ-féle planiméter mérőkerék nélkül való, de látni fogjuk, hogy rá is lehet mérőkereket alkalmazni.

Számítsuk $\Delta\varphi$ -t az óramutató forgásának értelmében pozitívnak, az ellenkezőben negatívnak.

A kerék végig járja a $\Delta s = |a\Delta\varphi|$ hosszúságú KK' körívet és pedig úgy, hogy a körív minden pontjában a mozgás iránya állandóan ugyanazt az a szöveget zárja be a kerék tengelyének Q felé tartó irányával, a miből ismét az következik, hogy a kerék általánosságban nem csak gördül, hanem csúszik is és a gördülés íve:

$$r\Delta x = \Delta s \sin \alpha = |a\Delta\varphi| \sin \alpha.$$

Mínt hogy azonban, ha $\Delta\varphi$ pozitív:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \gamma \quad \text{és} \quad \sin \alpha = \cos \gamma,$$

ha pedig $\Delta\varphi$ negatív:

$$\alpha = \frac{3\pi}{2} + \gamma \quad \text{és} \quad \sin \alpha = -\cos \gamma,$$

a gördülés ívének előbb nyert kifejezése a következőbe megy át:

$$r\Delta x = a\Delta\varphi \cos \gamma,$$

illetőleg (1)-nek felhasználásával a következőbe:

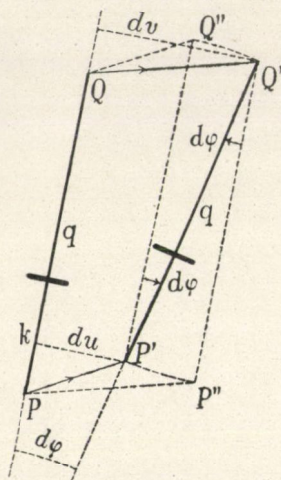
$$r\Delta x = k\Delta\varphi. \quad (3)$$

Ebből az tűnik ki, hogy $r\Delta x$ zérus, ha k zérus, még akkor is, ha $\Delta\varphi$ nem zérus, különben pedig, hogy $r\Delta x$ pozitív k mellett $\Delta\varphi$ -vel, negatív k mellett pedig $-\Delta\varphi$ -vel egyenlő előjelű. A föltevés a forgásmérő skálájára nézve ugyanaz, mint előbb.

Ha a (2) és (3) alatt nyert eredményeket abból a szempontból vizsgáljuk, hogy minő hatással van rájuk a mérőkarnak és a keréknek egymásra vonatkoztatott viszonylagos fekvése, azt látjuk, hogy a (2) alatt álló eredmény ettől teljesen független és hogy a (3) alatt állóra is csak a k méretnek van hatása. A kerék tehát a saját síkjában vízszintesen bárhová eltolva gondolható. Ezért a következő ábrákban egyszerűség kedvéért úgy ábrázolom, mintha a tengelye és a q egyenes egymás fölött fekdüdnék.

Könnyű belátni, hogy a kerék ez eltolásának akkor sincs hatása a gördülésre, a mikor a forgáspont nem P , hanem akárminő más pontja a síknak.

Vizsgáljuk végül a gördülésnek azt a végtelen kicsiny dx szögét, a melylyel a kerék elfordul, mialatt a q egyenes (3. ábra) a PQ helyzetből átmegy a végtelen közel fekvő $P'Q'$ helyzetbe, illetőleg vizsgáljuk a megfelelő végtelen kicsiny rdx ívet.



3. ábra.

Legyen du P' -nek, dv pedig Q' -nek PQ -től való végtelen kicsiny távolsága és $d\varphi$ a végtelen kicsiny szög, a melyet a $P'Q'$ irány bezár a PQ iránynyal.

Akár úgy gondoljuk az átmenetet PQ -ból $P'Q'$ -be végbemenőnek, hogy a mint a P pont végig járja végtelen kicsiny PP' útját, a q egyenes együtt halad vele és egyúttal forog is körülötte és úgy jut el a $P'Q'$ helyzetbe, akár pedig úgy, hogy a mint a Q pont járja végig végtelen kicsiny QQ' útját, vele halad és körülötte forog a q egyenes és úgy érkezik meg $Q'P'$ -be, az átmenet alatt bekövetkező elfordulása a mérőkeréknek mindig ugyanakkora, a mekkora lenne, ha a q egyenes a kétféle mozgást, haladást és forgást nem egyidejűleg, hanem külön-külön és egymásután végezné. Ugyanakkora tehát, a mekkora lenne, ha például a PQ helyzetből előbb minden forgás nélkül átmenne $P'Q''$ párhuzamos helyzetbe és csak azután forogna P' körül $d\varphi$ szöggel, a mely átmenetnek megfelelően, a (2) és (3) alatt nyert eredmények felhasználásával, azt kapjuk, hogy a gördülés íve:

$$rdx = du + kd\varphi; \quad (4)$$

vagy a mekkora lenne, ha előbb a $Q'P''$ párhuzamos helyzetbe menne át és azután Q' körül forogna $d\varphi$ szöggel, a mikor azt kapjuk, hogy

$$rdx = dv - (q - k)d\varphi,$$

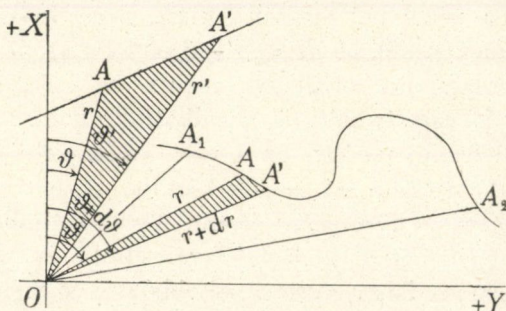
vagyis, minthogy magasabb rendű végtelen kicsiny különbséget figyelmen kívül hagyva:

$$\begin{aligned} dv &= du + qd\varphi, \\ rdz &= du + qd\varphi - (q-k) d\varphi = du + kd\varphi, \end{aligned}$$

a mi a (4) alatt állóval azonos eredmény.

2. Számítsuk az irányszögeket a pozitív X iránytól, mint kezdeti iránytól az óramutató forgásának értelmében pozitívnak 2π -ig növekedőleg s geodéziai szokás szerint vegyük a pozitív Y tengelyt úgy, hogy irányának irányszöge $\frac{\pi}{2}$ legyen.

Jelöljük röviden $(OAA'O)$ -val a mérőszámát annak a területnek, a melyet a vezérsugar a koordináta-rendszer síkján



4. ábra.

lesúrol, mialatt a ϑ és r koordinátájú A ponttól a ϑ' és r' koordinátájú A' pont felé haladva, végig járjuk az AA' egyenesdarabot (4. ábra).

E mérőszám:

$$(OAA'O) = \frac{1}{2} r' r \sin (\vartheta' - \vartheta)$$

és a megfelelő területtel együtt pozitív vagy negatív a szerint, a mint a $(\vartheta' - \vartheta)$ irányszögekülönbség is pozitív vagy negatív.

Ha ellenkező értelemben, vagyis A' -tól A felé haladva járjuk végig az egyenes darabot, a súrolt terület mérőszáma:

$$(OA'AO) = \frac{1}{2} r' r \sin (\vartheta - \vartheta') = -(OAA'O),$$

azaz mindig

$$(OAA'O) + (OA'AO) = 0. \quad (5)$$

Ha az AA' vonal-darab és vele a $(\vartheta' - \vartheta)$ és az $(r' - r)$ koordináta-különbség is végtelen kicsiny, a vezérsugár sírolta végtelen kicsiny területelem mérőszáma:

$$(OAA'O) = \frac{1}{2} r^2 d\vartheta,$$

és e területelem is pozitív vagy negatív a szerint, a mint $d\vartheta = \vartheta' - \vartheta$ pozitív vagy negatív. E kifejezésben AA' nem csak egyenesnek, hanem akárminő síkgörbének jelentheti végtelen kicsiny elemét.

Ha zárt sík-idom határvonalán, a melyről fölteszem, hogy önmagát nem metszi, oly értelemben járunk körül, hogy az idom belseje a körüljárás irányában nézve mindvégig jobb oldalon fekszik, a körüljárást az itt használt koordinátarendszer mellett pozitívnek, ha pedig bal oldalon fekszik, negatívnek szokás nevezni. Minthogy pedig, ha $d\vartheta = \vartheta' - \vartheta$ pozitív, az $OAA'O$ betűsorozat megállapította körüljárás pozitív, ha pedig $d\vartheta$ negatív, a körüljárás is negatív, úgy is mondhatjuk, hogy a vezérsugár sírolta területelem pozitív, ha a mérő számának szimbolumában előforduló betűsorozat pozitív körüljárást, és negatív, ha a betűsorozat negatív körüljárást jelent. Az első esetben a vezérsugár a területelemet a jobb oldalával sírolja, a melyet ismét pozitívnek, a másodikban pedig a bal oldalával, a melyet negatívnek nevezünk.

Ha már most az A_1A_2 akárminő, de véges görbe vonal-darabot járjuk végig A_1 -től, A - és A' -n át, A_2 -ig (4. ábra), a sírolt terület mérőszáma:

$$(OA_1AA'A_2O) = \frac{1}{2} \int_{A_1}^{A_2} r^2 d\vartheta,$$

és ha A_2 összeesik A_1 -gyel, vagyis zárt idomot járunk körül:

$$(OA_1AA'A_2O) = (OA_1AA'A_1O) = \frac{1}{2} \int_{A_1}^{A_1} r^2 d\vartheta = (A_1AA'A_1),$$

a hol $(A_1AA'A_1)$ a körüljárt zárt idom területének mérőszáma. És e mérőszám is, ha a körüljárt zárt idom határvonala ön-

magát nem metszi, pozitív vagy negatív a szerint, a mint az $A_1AA'A_1$ betűsorozat megállapította körüljárás, a melyet az idom kerületén az integrálás követ, pozitív vagy negatív.

Ha a határvonal önmagát metszi, a zárt idom két vagy több alkotó zárt idomból tevődik össze, a melyeknek határvonalai önmagukat nem metszik és az egész idom területe ez alkotó idomok területeinek algebrai összege. A planiméterek is ezt adják a velök való mérés eredménye gyanánt. Mindazok az alkotó idomok, a melyeket az egész határvonalnak végigjárása közben pozitív körüljárással járunk körül, pozitív területűek, a melyeket pedig negatív körüljárással járunk körül, negatív területűek.

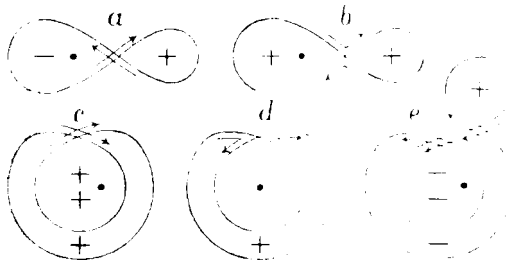
Ha a körüljárást ugyanazon az úton, de ellenkező értelemben hajtjuk végre, az eredmény ugyanakkora, de ellenkező előjelű, vagyis

$$(OA_1AA'A_1O) + (OA_1A'A_1O) = 0,$$

vagy rövidebben:

$$(A_1AA'A_1) + (A_1A'A_1) = 0.$$

Azonos eredményre a két körüljárás csak akkor vezet, ha az alkotó területek algebrai összege zérus.



5. ábra.

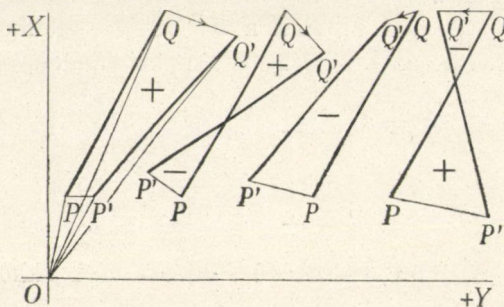
Természetes, hogy az eredmény nem csak a körüljárás értelmétől, hanem attól is függ, hogy minő úton járunk végig. (5. ábra.)

Ha körüljárás közben ugyanazt a területrészt, mint több alkotó idomba tartozót, többször járjuk körül (5. ábra c, d, e)

ugyanannyiszor számít is és pedig mindig az illető körüljárásnak megfelelő előjellel.

3. Vizsgáljuk most a rudas területmérők mérőkarja, vagyis a q egyenes sűrolta területet.

A mint ugyanis a q egyenes a körüljárandó idom síkján, a melyen a koordinátarendszer is elképzelandő, elmozdul, területet sűrol és a vezérsugár sűrolta területekhez hasonlóan, állapodjunk meg abban, hogy mindazokat a területeket, a melyeket a q egyenes vagy egyes részei pozitív oldalukkal sűrolnak, pozitívnak, a melyeket pedig negatív oldalukkal sűrolnak, nega-



6. ábra.

tívnak számítjuk. Ha pedig valamely területrész többször sűroltatnék, ugyanannyiszor számít is és pedig mindig az itt megállapított előjellel.

E megállapodásnak megfelelően, ha a q egyenes (6. ábra) a PQ helyzetből átmegy a végtelen közel fekvő $P'Q'$ helyzetbe, az átmenet alatt sűrolt végtelen kicsiny területelem mérőszáma:

$$(QQ'P'PQ) = (OQQ'P'PQO) = (OQQ'O) + (OQ'P'O) + (OP'PO) + (OPQO), \quad (6)$$

a hol a körüljárás értelmét a Q csúcs pont mozgási iránya szabja meg és a sűrolt területelem pozitív vagy negatív a szerint, a mint ez a mérőszám pozitív vagy negatív.

Ha tehát a q egyenes (7. ábra), mialatt P forgáspontja az AA' vezető vonalon, Q csúcs pontja pedig az idom BB'

úgy, hogy az utóbbiak az előbbieik közül n -et az algebrai összegben mindig törölnek és fenmarad egyetlenegy P_2 felé tartó járás. Ha pedig a P pont a P_1 és P_2 helyeken túl is elvándorol, a mi szintén gyakori eset, ott minden pályaelemet, legalább kétszer, általánosságban pedig páros számszor jár be, fele részben az egyik, fele részben a másik értelemben úgy, hogy e járások az algebrai összegben mindig teljesen törlik egymást. És hasonlóképen állana a dolog a Q csúcspontra is, ha az is többször járná be pályájának egyik-másik elemét.

Továbbá, minthogy mindegyik sor második tagja és a következő sor negyedik tagja, mint egyenlő abszolút értékű, de ellenkező előjelű számok, az algebrai összegben (5) mintájára törlik egymást, az egész második oszlopból nem marad meg más, csak az utolsó sorban álló (OQ_2P_2O) , a negyedik oszlopból pedig csak az első sorban álló (OP_1Q_1O) úgy, hogy végeredményben a q egyenes sírolta terület S mérőszáma:

$$S = (OQ_1BB'Q_2O) + (OQ_2P_2O) + (OP_2A'AP_1O) + (OP_1Q_1O), \quad (7)$$

a mi azonos ama zárt idom területével, a melyet a q egyenesnek kezdeti és végső helyzete, továbbá a BB' görbének Q_1 és Q_2 között fekvő része és az AA' görbének P_1 és P_2 között fekvő része határol.

A következők kedvéért célszerű (7)-ben a jobb oldal utolsó három tagját egybefoglalni és írni

$$S = (OQ_1BB'Q_2O) + (OQ_2P_2A'AP_1Q_1O), \quad (8)$$

vagy még

$$S = (OQ_1BB'Q_2O) - (OQ_1P_1AA'P_2Q_2O). \quad (9)$$

4. A területmérőkkel való mérésben Q_2 összeesik Q_1 -gyel, mert a mérőcsúcsot egészen körülvezetjük s felteszem, hogy csak egyszer, ama zárt idom határvonalán, a melynek területe megméréendő.

Ekkor tehát úgy $Q_1BB'Q_2$, azaz most már $Q_1BB'Q_1$, mint $Q_1P_1AA'P_2Q_2$, azaz $Q_1P_1AA'P_2Q_1$ zárt idom és ha a megfelelő területeket sorjában T -vel és F -fel jelöljük, a (9) alatt álló kifejezés a következőbe megy át:

$$S = T - F,$$

a miből

$$T = S + F, \quad (A)$$

a rudas területmérők alapképlete következik, a melyben

$$T = (OO_1BB'Q_1O) = (Q_1BB'Q_1) \quad (10)$$

a körüljárt idom területe, S a mérőkar súrolta terület és

$$F = (OO_1P_1AA'P_2Q_1O) = (Q_1P_1AA'P_2Q_1) \quad (11)$$

ama zárt idom területe, a melyet a P forgáspontnak általánosságban nyílt $P_1AA'P_2$ pályája a $P_2Q_1P_1$ szakasszal megtoldva alkot.

T előjele a Q csúcspont mozgása megállapította körüljárásnak, F előjele pedig a P forgáspont mozgása megállapította körüljárásnak megfelelő előjel.

Ha netalán T vagy F határvonala önmagát metszené, itt is érvényes, a mit az ilyen idomokra vonatkozólag a 2. pont említ.

Valahányszor P_2 is összeesik P_1 -gyel s ennek következtében a P forgáspont $P_1AA'P_2$, vagyis most $P_1AA'P_1$ pályája is zárt vonal, a mi lineáris és poláris területmérők rendes esete:

$$F = (OO_1P_1AA'P_1Q_1O) = (P_1AA'P_1). \quad (12)$$

Valahányszor pedig $F = 0$, $T = S$.

Az (A) képlet kifejezte tétel a rudas területmérők elméletének alaptétele.*

5. Vizsgáljuk tovább a q egyenes súrolta S területet.

Az a végtelen kicsiny $(QQ'P'PQ) = dS$ területelem (3. és 6. ábra), a melyet a q egyenes súrol, mialatt a PQ helyzetből

* E tételnek ama speciális esetével, a melyben P_2 összeesik P_1 -gyel, többször találkozunk a planiméterek irodalmában. Lásd például a két AMSLERnek a 9. pontban idézett értekezéseit; RUNGENEK a 10. pontban említett értekezését; W. JORDAN: *Handbuch der Vermessungskunde* II. kötetének (ötödik és hatodik kiadás, Stuttgart, 1897. és 1904.) IV. fejezetét stb. Csakhogy ez a speciális tétel csak mesterkélten módon alkalmazható azokra az esetekre, például a PRYTZ-féle területmérő esetére is, a mikor P_2 nem esik össze P_1 -gyel. Szükséges továbbá, hogy az ilyen tételek levezetésében a kinematikai vonatkozások, a milyen például a P és Q pont mozgásának valóságos lefolyása, kellő figyelembe részesüljenek.

átmegy a végtelen közel fekvő $P'Q'$ helyzetbe, magasabbrendű végtelen kicsiny különbséget számba nem véve, egyenlő azzal a vele egyrendű végtelen kicsiny ($QQ''Q'P'PQ$) területtel, a melyet a q egyenes akkor sűrolna, ha előbb önmagával párhuzamosan haladna, a míg a PQ -val párhuzamos $P'Q''$ helyzetbe kerülne, azután pedig forogna P' körül, a míg a $P'Q'$ helyzetbe jutna. A két terület ugyanis a $QQ''Q'$ háromszöghöz hasonló idom területével különbözik csak egymástól, a mely terület, minthogy minden mérete legalább is olyan rendű végtelen kicsiny, mint PP' és QQ' , az ezekkel az útelemekkel egyenlő rendű ($QQ'P'PQ$) területhez mérten legalább is másodrendű végtelen kicsiny.

Írható tehát, hogy a sűrolt területelem:

$$dS = q du + \frac{1}{2} q^2 d\varphi,$$

a hol, mint az 1. pontban is (4)-ben, du P' -nek PQ -tól való távolsága és $d\varphi$ a szög, a melyet a $P'Q'$ irány bezár a PQ iránynyal.

Az egész sűrolt terület tehát

$$S = q \int du + \frac{1}{2} q^2 \int d\varphi,$$

vagy még

$$S = q \int du + \frac{1}{2} q^2 (\varphi_2 - \varphi_1), \quad (a_1)$$

az integrálást a P pont egész útjára kiterjesztve és $(\varphi_2 - \varphi_1)$ -ben a 2π -nek esetleges pozitív vagy negatív egész számszorosait is figyelembe véve, mert itt $\varphi_2 - \varphi_1$ nem a q egyenes kezdeti és végső helyzetbeli irányszögeinek különbségét, hanem a q egyenesnek a T területű idom körüljárása alatt végbemenő egész forgását fejezi ki.

Az 1. pontban (4) alatt azt találtuk, hogy a q egyenesnek előbb vizsgált elemi elmozdulása alatt a mérőkerék gördülésszögének megfelelő ívhossz:

$$rdx = du + kd\varphi,$$

a miből

$$du = rdx - kd\varphi$$

és a q egyenes minden helyzetére, vagyis a P pont egész útjára terjedőleg integrálva:

$$\int du = r(x_2 - x_1) - k(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (13)$$

következik, a hol nem csak $(\varphi_2 - \varphi_1)$ -ben, hanem $(x_2 - x_1)$ -ben is a 2π -nek esetleges pozitív vagy negatív egész számszorosai számításba veendőek, mert valamint $(\varphi_2 - \varphi_1)$ a q egyenesnek, azonképen $(x_2 - x_1)$ a mérőkeréknek kell, hogy kifejezze az egész forgását.

Ha tehát $\int du$ -nak (13) alatt nyert értékét (a_1) -be beviszszük, a súrolt területnek következő másik kifejezését kapjuk:

$$S = qr(x_2 - x_1) + q\left(\frac{1}{2}q - k\right)(\varphi_2 - \varphi_1); \quad (14)$$

és ha továbbá

$$x_2 - x_1 = n \frac{2\pi}{\nu}, \quad (15)$$

a hol $\frac{2\pi}{\nu}$ a mérőkerék forgásmérőjének skálaegysége és

$$n = l_2 - l_1, \quad (16)$$

a hol l_1 a forgásmérő skáláján az idom körüljárásának megkezdése előtt, l_2 pedig a körüljárás befejezése után nyert leolvasás:

$$S = qrn \frac{2\pi}{\nu} + q\left(\frac{1}{2}q - k\right)(\varphi_2 - \varphi_1),$$

vagy még

$$S = T_1 n + q\left(\frac{1}{2}q - k\right)(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (a_2)$$

a hol

$$T_1 = qr \frac{2\pi}{\nu} \quad (17)$$

a területmérő állandója.

6. Ha S -nek (a_1) és (a_2) alatt nyert értékeit beviszszük az (A) alapképletbe, e képlet a következő alakokat ölti:

$$T = q \int du + \frac{1}{2}q^2(\varphi_2 - \varphi_1) + F \quad (A_1)$$

és

$$T = T_1 n + q\left(\frac{1}{2}q - k\right)(\varphi_2 - \varphi_1) + F, \quad (A_2)$$

a hol (11), illetőleg (12) szerint

$$F = (Q_1 P_1 A A' P_2 Q_1), \text{ illetőleg } F = (P_1 A A' P_1)$$

a szerint, a mint a P forgáspont pályája nyitott vagy zárt, továbbá (17) és (16) szerint

$$T_1 = qr \frac{2\pi}{v}$$

és

$$n = l_2 - l_1.$$

Megjegyzésre méltó, hogy ha $k = \frac{1}{2}q$, a jobb oldal második tagja úgy (a_2) -ben, mint (A_2) -ben zérus.

7. A rudas területmérők legegyszerűbben a szerint osztályozhatók, hogy milyen a mérőkarjuk forgáspontjának kényszerpályája, vagyis a vezető vonaluk.

E szempontból először is megkülönböztethetjük az olyan területmérőket, a melyekben a vezető vonal mindig egy és ugyanaz, bármilyen idomot járunk is körül a mérőcsúcscsal. Legföljebb a vezető vonal és az idom viszonylagos helyzete más és más a szerint, hogy hogyan helyezük el a területmérőt az idom síkján a körüljárás előtt. Továbbá az olyan területmérőket, a melyekben a vezető vonal mindig más és más, a mint más-más idomot járunk körül vagy más a területmérőnek az idomhoz képest való elhelyezése a körüljárás kezdetén.

A mostanság használatosabb rudas területmérők közül az első osztályba tartoznak a *lineáris* és a *poláris területmérők*, a másodikba pedig a PRYTZ-féle *területmérő*.

Lássuk röviden az alapképletnek e különféle területmérőkre való alkalmazását.

8. A *lineáris területmérők* vezető vonala *egyenes* (8. ábra).*

Ha e területmérők használatában ügyelünk arra, hogy a T idom körüljárása közben a mérőkar soha a vezető egyenesre

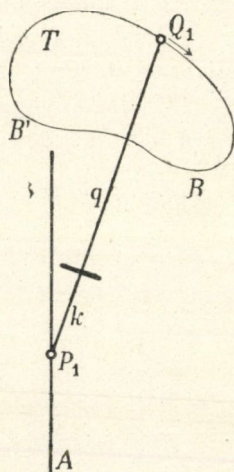
* A 8. ábrában feltüntetett elemi egyszerűségű szerkezet, habár sok esetben bizonyára teljesen megfelelő volna, nincs használatban. Kitűnőek a CORADI készítette lineáris területmérők. Lásd G. CORADI: *Die Planimeter Coradi, Dritte Auflage, Zürich, 1905.*

normális helyzetben át ne mehessen, a mit rendszeresen a szerkezet maga biztosít, először is elérjük azt, hogy a P forgáspont visszatér kezdeti helyére, vagyis P_2 összeesik P_1 -gyel, a miből, minthogy a P pont pályája egyenes, az következik, hogy az F terület zérus; továbbá azt is elérjük, hogy a mérőkarnak $(\varphi_2 - \varphi_1)$ eredő forgása is zérus, a miknek figyelembe vételével az alapképlet (A_2) alakjából az következik, hogy e területmérők esetében a körüljárt idom területe:

$$T = T_1 n.$$

A $T_1 = q r \frac{2\pi}{\nu}$ állandó előre ismert területű idom körüljárásával határozható meg.

Ha $n = 1$, $T = T_1$, a mi azt jelenti, hogy T_1 úgy értelmezhető, mint a forgásmérő skála-egységének megfelelő terület.



8. ábra.

9. A poláris területmérők vezető vonala kör (9. ábra).*

A P pontban foroghatólag össze van egymással kötve a PQ mérőrúd és az OP poláris rúd, a mely az O pólus körül foroghat. q a mérőkar, p a poláris kar. Az O pontot egy belőle

* Itt meg úgy áll a dolog, hogy éppen a 9. ábrában vázolt, AMSLERTŐL származó egyszerű alak a leginkább használt. Az ilyen és más szerkezetű, CORADINÁL készülő, ez idő szerint legjobb poláris területmérőkre nézve lásd CORADINAK előbb is idézett művét.

Lásd továbbá:

JAKOB AMSLER: *Über die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren, insbesondere über einen neuen Planimeter.* Schaffhausen, 1856.

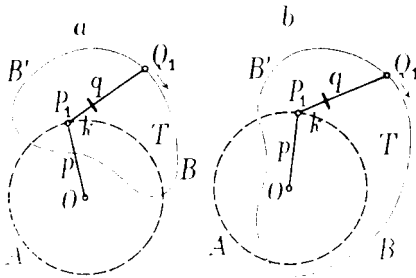
ALFRED AMSLER: *Über den Flächeninhalt und das Volumen durch Bewegung erzeugter Curven und Flächen und über mechanische Integrationen.* Schaffhausen, 1881.

kiálló és a rajz lapjába beszúrható tűhegy-szerű csúcs vagy más berendezés állandóan egy helyben tartja.

A P forgáspont vezető vonala a p sugarú kör.

Gondoljuk először a területmérőt a rajz síkján úgy elhelyezve (9. ábra, *a*), hogy pólusa kívül álljon a T idomon.

Ha ismét ügyelünk arra, hogy a körüljárás alatt a mérőkar a vezető körre normális helyzetben át ne mehessen, a mit itt is többnyire a szerkezet biztosít, a P pont a körüljárás végén visszatér kezdeti helyére. P_2 tehát összeesik P_1 -gyel; továbbá



9. ábra.

bármelyik és bármekkora részét a vezető körnek járja is be a P pont, és bárhányszor is, mindig ugyanannyiszor az ellenkező értelemben is bejárja úgy, hogy az F terület ismét zérus és $(\varphi_2 - \varphi_1)$ is zérus és (A_2) -ből ismét az következik, hogy

$$T = T_1 n. \quad (18)$$

Ha pedig úgy helyezük el a területmérőt, hogy pólusa belül álljon a T idomon (9. ábra, *b*), de normális helyzetben a mérőkar most sem megy át, a mint a Q pont körüljárta az idomot, a P pont ismét bele jut kezdeti helyébe, P_2 tehát ismét összeesik P_1 -gyel, közben azonban a P pont mindig teljesen körüljárja a vezető kört ugyanabban az értelemben, a melyben a Q pont az idomot és pedig úgy, hogy ha valamelyik részét többször járja be, mindig egygyel többször ebben az értelemben, mint az ellenkezőben. F tehát többé nem zérus, hanem egyenlő a vezető kör területével, vagyis

$$F = \pi p^2.$$

Továbbá $(\varphi_2 - \varphi_1)$ sem zérus, mert a mérőkar ugyanabban az értelemben egyszer teljesen megfordul s így

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi$$

és (A_2) -ből az következik, hogy

$$T = T_1 n + q \left(\frac{1}{2} q - k \right) 2\pi + \pi p^2,$$

vagy összevonva:

$$T = T_1 n + \pi(p^2 + q^2 - 2qk),$$

vagy még rövidebben:

$$T = T_1 n + T_0, \quad (19)$$

a hol $T_0 = \pi(p^2 + q^2 - 2qk)$ a poláris területmérőnek egy második állandója, a mely úgy értelmezhető, mint az O pólus körül

$$\rho_0 = (p^2 + q^2 - 2qk)^{\frac{1}{2}}$$

sugárral leírt kör területe s könnyű meggyőződni, hogy ρ_0 egyenlő a mérőcsúcsnak a pólustól való távolságával akkor, a mikor a poláris kar és a mérőkar úgy hajlik egymáshoz, hogy a mérőkerék síkja éppen a póluson megy át.

Ha a mérőcsúcs ezt a kört járná körül, $n = 0$ volna. A mérőkerék ugyanis csak csúsznék és nem gördülne.

A T_1 és T_0 állandók előre ismeretes területű idomnak belül és kívül fekvő pólussal való körüljárásával határozhatók meg.

A kívül álló pólus, valamint a lineáris területmérők esetében semmi különbséget sem okoz, hogy a körüljárt idom határvonala metszi-e önmagát vagy sem. A belül álló pólus esetében egyelőre hallgatagon azt tettem fel, hogy nem metszi. Ha azt teszszük fel, hogy metszi, a mikor is az idom több alkotó zárt idomból tevődik össze, a melyeknek határvonalai önmagukat nem metszik, és ha $m_p + m_n$ mindazoknak az alkotó idomoknak a száma, a melyeknek a pólus egyidejűleg a belsejében fekszik és ezek közül m_p azoknak a száma, a melyeket a mérőcsúcs pozitív körüljárással, m_n pedig azoké, a melyeket negatív körüljárással jár körül:

$$F = m\pi p^2; \quad \varphi_2 - \varphi_1 = m2\pi$$

és

$$T = T_1 n + T_0 m, \quad (20)$$

a hol

$$m = m_p - m_n$$

pozitív vagy negatív egész szám vagy zérus is lehet.

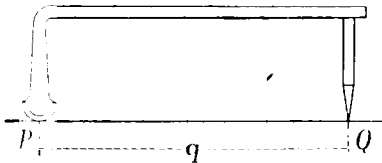
A mint látjuk, a (18) és (19) alatt álló képletek, a melyekre a poláris területmérőnek általánosan szokásos önálló

tárgyalása is vezet, csak speciális esetei a (20) alatt álló képletnek.

Így például, ha az 5. ábrában az a , b , c , d és e idomokban a pólust a ponttal jelölt alkotó idom belsejében gondoljuk elhelyezve és a nyilakkal jelzett úton és értelemben járunk körül, az m szám sorjában: -1 , $+1$, $+2$, 0 és -2 .

10. A PRYTZ-féle meglepően egyszerű területmérő gyakorlati szempontból kevésbé fontos, mint az előbb tárgyalt szerkezetek, mert kevésbé pontosan mérő, de annál érdekesebb elméleti szempontból.*

Egyszerű aczélrudacska (10. ábra), a melynek egyik végéről a mérőcsúcs nyúlik le, másik vége pedig, derékszög alatt



10. ábra.

meghajlítva, egy a mérőcsúcs szárával párhuzamos kampót alkot, a mely alul, gömbölyű élű parányi kis baltához hasonlóan, hirtelen domború élben végződik. Az él síkja keresztül megy a Q csúcsponton és az élnek a rajz síkján

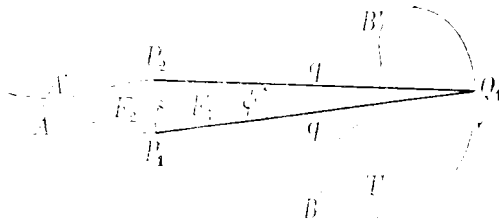
nyugvó P pontja a q hosszúságú PQ mérőkar forgáspontja.

Megfogjuk a mérőcsúcsot alul jobb kezünk mutató- és hüvelykujja közé és ügyelve arra, hogy köztük könnyen fordulhasson, végig vezetjük a zárt idom határvonalán, a míg ismét a Q_1 kiinduló pontba tér (11. ábra), arra is ügyelve, hogy az él síkja folyton függőleges maradjon. Az éles kis baltának a papirosba való parányi bevágódása arra kényszeríti a P pontot, hogy mindig csak a PQ egyenes irányában mozogjon előre vagy hátra, miközben a PQ egyenes és az egész planiméter a P pont körül szabadon foroghat. Ebből az következik, hogy a PQ egyenes minden helyzetében érintője a P pont pályájának a P pontban. A P pont pályája e szerint,

* Feltalálója, PRYTZ H. dán vezérkari tiszt, *Stang-planimeter* elnevezéssel először 1886-ban ismertette a *Tekniske Forenings Tidsskrift*-ben. Francziául találón *planimètre-hachettenek*, baltás planiméternek nevezik.

vagyis a területmérő vezető vonala nem más, mint a Q pont pályájának, vagyis a körüljárt idom határvonalának *üldöző görbéje* állandó q üldöző távolság mellett.*

Mielőtt azonban a Q_1 pontból tovább mennénk és miután oda visszaérkeztünk, bal kezünkkel kissé lenyomjuk a területmérőnek él felőli végét úgy, hogy az él két parányi kis bevágást hagy hátra a papiroson, a melyeknek Q_1 -től q távol-



II. ábra.

ságban fekvő P_1 és P_2 felező pontjai a P forgáspontnak kezdeti és végső helyzetei.

Körüljárás közben tehát a P pont végigjárja a T idom határvonalának $P_1AA'P_2$ üldöző görbéjét. E görbének a planiméter rendes használatában semmi nyoma sem marad hátra, de ha azon a tájon, a melyen az él vándorol, valami vékony grafitos papirost helyezünk el a rajzlapon az él alá, erről a papirosról az él nyomása alatt az üldöző görbe lerajzolódik. Így készült a 11. ábra.

A mint látjuk, olyan esettel van dolgunk, a mikor a P pont általánosságban nem tér vissza kiindulási helyére, P_2 nem esik össze P_1 -gyel és az alapképletnek itt használandó (A_1) alakjában előforduló $F = (Q_1P_1AA'P_2Q_1)$ terület nem zérus és pedig

$$F = F_1 + F_2,$$

* Főlemlítendő, hogy olyan szerkezetek is vannak (GOODMAN-féle módosítás), a melyekben az él szára a mérőrúd hosszában eltolható, a q méret tehát bennök megváltoztatható, és olyanok is (HAMANN-féle módosítás), a melyekben ezenkívül él helyett tengelye körül könnyen forgó éles szélű kerék van, a melynek síkja szintén a mérőcsúcson megy át. Az egy darabból való merevebb szerkezet mindenesetre jobban biztosítja, hogy az él síkja változatlanul a mérőcsúcson menjen keresztül.

a hol F_1 és F_2 F -nek az a két része, a melyet a Q_1 pontból, mint középpontból, q sugárral leírt P_1P_2 körív választ el egymástól.

Jelöljük ψ -vel a szöget a melyet a P_2Q_1 irány bezár a P_1Q_1 kezdeti iránynyal. Világos, hogy ez a szög q egyenesnek a körüljárás alatt végbemenő forgásának eredőjét is méri, a mit eddig (A_1) -ben a $(\varphi_2 - \varphi_1)$ különbség fejezett ki. Ha tehát mindezeket figyelembe vesszük, az (A_1) képlet a következő alakban írható:

$$T = q \int du + \frac{1}{2} q^2 \psi + F_1 + F_2.$$

E kifejezés jobb oldalán azonban az első tag zérus. Az él ugyanis a q egyenesnek enged haladást a saját irányában, enged forgást a P pont körül, de lehetetlenné tesz minden oldalvást való kitérést. Minden du tehát és így $\int du$ is zérus.

A harmadik tag pedig:

$$F_1 = \frac{1}{2} q^2 \psi.$$

A körüljárt idom területe tehát:

$$T = q^2 \psi + F_2,$$

a mit a következő alakban is írhatunk:

$$T = qs + F_2,$$

a hol

$$s = q\psi$$

a P_1P_2 körív hosszát jelenti.

A gyakorlati eljárásnak most már, a melynek tudvalevőleg nevezetesebb részlete, hogy a körüljárás kezdőpontját nem az idom határvonalán, hanem lehetőleg közel az idom súlypontjához választja,* az a célja, hogy annyira kicsinynyé, helyesebben mondva abszolút értékben annyira közel egyenlő pozitív és negatív részből állóvá tegye az F_2 területet, hogy megengedhető hibával zérusnak lehessen tekinteni.

* Lásd H. PRYTZ: *The hatchet planimeter*, *Engineering*, LVII. k., 813. l., 1894. és C. RUNGE: *Das Stangenplanimeter*, *Zeitschrift für Vermessungswesen*, XXIV. kötet, 321. l., 1895.

11. Lássuk, hogyan lehetne a PRYTZ-féle területmérőn is hasznát venni a mérőkeréknek.

Ha, a mit tudtommal eddig még nem tettek, a mérőkarral párhuzamos tengelyű, a rajz lapján futó mérőkerékkel látjuk el a területmérőt, minthogy itt $du = 0$, az 1. pontban (4) alatt nyert eredményből

$$r dx = k d\varphi$$

és ebből a q egyenes minden helyzetére, vagyis a P pont egész útjára terjedőleg integrálva:

$$r(x_2 - x_1) = k(\varphi_2 - \varphi_1) = k\psi$$

következik, a miből

$$\psi = \frac{r}{k}(x_2 - x_1) = \frac{r}{k} n \frac{2\pi}{\nu}$$

adódik ki, a hol $n = l_2 - l_1$ és az összes betűk jelentése ugyanaz, mint (4)-ben, illetőleg (15) és (16)-ban.

Lesz tehát

$$T = q^2 \frac{r}{k} n \frac{2\pi}{\nu} + F_2,$$

vagy rövidebben

$$T = T_1 n + F_2,$$

a hol

$$T_1 = q^2 \frac{r}{k} \frac{2\pi}{\nu}$$

a területmérő állandója.

Mérőkerék alkalmazása mellett a területmérő három ponton nyugodnék a rajz síkján: az él és a kerék alsó pontján és a mérőcsúcson, a mi biztosabbá és kényelmesebbé tenné a mérőcsúcs körülvezetését.

Hogy a mérőkerék gördülése és csúszása alkalmával fejlődő csekély surlódás az él működését meg ne zavarhassa, nagyra kellene a k távolságot szabni, a kerék forgástengelyét pedig közel elhelyezni a mérőkarhoz.

Kétségtelen azonban, hogy a mérőkerék alkalmazása megfosztaná a PRYTZ-féle területmérőt valóban klasszikus egyszerűségétől.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 márczius 16.-án tartott üléséből.)

ADATOK NÉMET-KELET-AFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

(Negyedik közlemény.)

DADAY JENŐ 1. tagtól.

PHYLLOPODA.

Az *Entomostraca*-csoport *Phyllopoda*-rendjéből mind a két alrendnek, illetőleg úgy a *Cladocerák*nak, valamint a *Branchiopodák*nak egyaránt találtam képviselőit a rendelkezésemre állott anyagban, de, mint az alábbiakból is ki fog tűnni, az első csoportból aránytalanul sokat az utóbbi csoport egyetlen fajával szemben.

a) Cladocera.

Az Afrika területén tenyésző édesvízi *Cladocerák* tanulmányozásával az idők folyamán a bűvárok egész sora foglalkozott, a kik között időrendben első LUCAS H., a ki 1849-ben algiri termőhelyről néhány idetartozó, de kétes fajt jegyez fel. Ezt követi SCHMARDA L.-nek 1854. évi azon munkája, a melyben Egyiptom természetrajzának ismertetése során 3 új faj leírása foglaltatik. Az újabb idő bűvárai közül MONIEZ R. és RICHARD J. foglalkozott először afrikai *Cladocerák* tanulmányozásával 1888-ban, még pedig az első bűvár az azori szigetekről megfigyelt 13 fajt, az utóbbi pedig egy algiri fajt ismertet *Chydorus Letourneuxi* név alatt. RICHARD J. azonban idevonatkozó tanulmányait részint önállóan, részint BLANCHARD R. és GUERNE J. DE társaságában tovább folytatja és önállóan írt 1892. évi dolgozatában a Congo területéről 3 új fajt, 1894. évi dolgozatában pedig Egyiptomból és a francia Congóból 8 fajt ismertet. BLANCHARD R. és RICHARD J.

1891. évi együttes dolgozatukban Algir területéről 7 fajt jegyeznek fel. GUERNE J. DE és RICHARD J. három rendbeli dolgozatukban nyújtanak az afrikai Cladocerákra vonatkozó adatokat, még pedig az 1891. évi elsőben Madagaskar területéről egy fajt és egy genust említenek, 1892. évi második dolgozatukban Rufisque területéről négy fajt és 3 genust jegyeznek fel, míg végre 1893-ban madagaskári termőhelyről az *Alona Cambouei* fajt írják le.

STUHLMANN F. 1891. évi és későbbi dolgozatai idevonatkozólag csak annyiban nyújtanak számbavehető adatokat, a menynyiben 4 genusról tesznek említést a fajok megjelölése nélkül.

A 90-es évek második felétől kezdve rohamosan kezdenek gyarapodni az Afrika területén tenyésző Cladocerákra vonatkozó irodalmi adatok. SARS G. O. 1895-ben délafrikai területről 9 fajt ismertet; 1896-ban a *Stenocypriis Chevreuxi* leírása kapcsán 7 fajt jegyez fel, míg 1905-ben a délafrikai *Phyllopodák* ismertetése során egy fajról emlékezik meg.

BARROIS TH. 1896. évi összefoglaló munkájában az azorszigetekről 14 fajt sorol fel, a melyek az egy *Leptodora hyalina* LILLJ. kivételével azonosak a MONIEZ R.-től már korábban feljegyzettekkel.

WELTNER W. a STUHLMANN F.-től Német-Kelet-Afrikában gyűjtött *Cladocerák* tanulmányozása alapján három dolgozatában nyújt idevonatkozó adatokat; és pedig 1896-ban a Victoria-Nyanzából és környékéről 15 fajt ismertet; 1898. évi második dolgozatában ugyancsak afrikai, de már különböző területeken tenyésző 4 fajról tesz említést; végre 1899-ben a Massai-földről való 6 fajt jegyez fel.

Legújabbban EKMAN SVEN, BRADY ST. G. és GURNEY R. közöl az afrikai *Cladocerákra* vonatkozó adatokat. EKMAN SVEN 1901. évi dolgozatában Egyiptom, illetőleg Sudán területéről 10 fajt enumerál; BRADY ST. G. 1904. évi dolgozata natáli termőhelyekről származó egy új fajt, a *Macrothrix affinis* ismerteti; végre GURNEY R. 1904-ben délafrikai termőhelyeken gyűjtött 3 faj leírását adja.

Meg kell még emlékeznem a FISCHER S. 1860. évi és a

KLUNZINGER F. 1864. évi dolgozatáról is, a melyekben egyiptomi termőhelyekről néhány idevonatkozó adatot is találunk.

Én vizsgálataim során a rendelkezésemre állott anyagban az alább következő jégzékben feltüntetett fajokat találtam meg.

- | | |
|--|--|
| Chydorus ventricosus DAD. 9. 15.
19. 22. 24. 25. | Iliocryptus Halyi BRAD. 3. 5. 10.
13. 24. |
| Chydorus globosus BAIRD. 10.
" sphaericus (O. F. M.) 2.
3. 5. 10. 12. 17. 23. | Grimaldina Brazzai RICH. 5. 17.
Macrothrix hirsuticornis BR. N. 22.
23. 24. |
| Alonella punctata (DAD.) 2. 3.
5 " karua (KING.) 3. 5. 8. 10.
13. 20. 22. 21. 24. 25. | 25 Macrothrix laticornis (O. F. M.)
19. 22.
Macrothrix Chevreuxi GR. R. 3. 5.
10. 13. 16. 19. 17. 22. 24. 23. 12. |
| Alonella excisa (FISCH.) 2. 4. 10. 5.
" globulosa (DAD.) 3. 5. 10.
12. 13. 24. 25. | Bosminella Anisitsi DAD. 8. 22. 1.
Bosmina longirostris (O. F. M.) 2.
10. 1. 12. 22. |
| Pleuroxus striatus SCHOEDL. 5. 10.
16. | Moina dubia GR. R. 1. 2. 3. 7. 8.
13. 19. 9. 22. |
| Pleuroxus similis VÁVR. 10. 16. 25. | 30 Moinodaphnia Macleayi (KING.) 5.
10. 22. 24. 25. |
| 10 Leptorhynchus rostratus (C.K.) 15.
Dadaya macrops (DAD.) 5. 10.
Dunhevedia serrata DAD. 5.
Graptoleberis testudinaria (FISCH.)
5. | Ceriodaphnia corunta SARS. 2. 3.
20. 23.
Ceriodaphnia Rigaudi RICH. 2. 5.
7. 13. 17. 19. 24. |
| Alona pulchella (KING.) 10. 16. 15.
6. 19. 3. 12. 13. 23. 25. | Ceriodaphnia dubia RICH. 2.
Simocephalus australiensis SARS. 3. |
| 15 Alona rectangula SARS. 2. 3. 5. 10.
23. 12. | 35 " vetulus (O. F. M.) 2.
Daphnia Lumboltzi SARS. 2.
" longispina LEYD. 2. |
| Alona affinis LEYD. 2.
" quadrangularis (O.F.M.)
5. 10. | Hyalodaphnia barbata (WELTN.) 3.
Diaphanosoma excisum SARS. 1.
2. 5. 9. 13. 22. 24. |
| Euryalona orientalis (DAD.) 10. 13.
12. 23. 24. | 40 Latonopsis australis SARS. 5.
Parasida Szalayi (DAD.) 5. 10. 13.
20. 21. 22. 23. 24. |
| Alonopsis singalensis DAD. 3. 10.
19. 23. | |
| 20 Pseudalona longirostris (DAD.) 5.
10. 22. 23. | |
| Leydigia acanthocercoides (FISCH.)
5. | |

Ezek szerint vizsgálataim során Német-Kelet-Afrika területéről összesen 41 *Cladocera*-fajt sikerült megfigyelnem, nem számítva a varietásokat.

Dunhevedia serrata DAD.

E faj eddig csupán Ceylonból volt ismeretes s ezidő-szerint kapcsot alkot Középafríka és Ceylon mikrofaunája között. A Nyassa-tó környékén fekvő vizekben azonban a ritka fajok közé tartozónak látszik, a mennyiben vizsgálataim során csupán a következő termőhelyről származó anyagban találtam meg: Mocsár az Ikapi-tó partjának közelében (5).

Graptoleberis testudinaria (FISCH.)

A rendelkezésemre állott példányok általános testalak s a pánczél szerkezete tekintetében egyaránt egyeznek az európai, valamint a délamerikai példányokkal. Az utópotroh alakja tekintetéből sem térnek el a vizsgált példányok az előbbienektől, de már a tüskézettség tekintetéből némi eltérést mutatnak. Az utópotroh hátulsó, illetőleg hátoldali szegélyén csupán 6—7, meg-lehető-s erős tüske emelkedik mindkét oldalon, a melyek fölfelé kisebbednek; a distalis három tüske egyszerű, míg a többi mellett 1—3 finom kis sörte van. A csúcskarom sarlóformán görbült, csúcsa kettős, alapján mellékkarom vagy sörte nincs.

Alona pulchella KING.

- Alona pulchella* KING. L. 4. p. 260. Taf. 8. B.
Alona Archeri SARS G. O. 9. pag. 53. Taf. 6. fig. 1—4.
Alona laevissima SARS G. O. 9. pag. 59. Taf. 6. fig. 5—6.
Alona Cambouei GUERNE-RICHARD. 3. pag. 9. fig. 10. 11.
Alona Cambouei RICHARD J. 6. pag. 12. fig. 5—8.
Alona pulchella SARS G. O. 11. pag. 37. Taf. 6. fig. 3. 4.
Alona Cambouei RICHARD J. 25. pag. 289. fig. 35—36.
Alona glabra SARS G. O. 12. pag. 55. Taf. 9. fig. 6. 6a.
Alona Cambouei v. patagonica ECKMAN S. 2. pag. 74.
Alona Cambouei SARS G. O. 13. pag. 633. Taf. 6. fig. 6a—c.
Alona Cambouei DADAY E. v. 1. pag. 172. Taf. 11. fig. 1. 2.
Alona glabra DADAY E. v. 7. pag. 173. Taf. 11. fig. 3. 4.
Alona fasciculata DADAY E. v. 1. pag. 177. Taf. 11. fig. 9—11.

Miként a megelőző synonym jegyzék mutatja, e faj már 1855 óta ismeretes, a mikor is KING L. ausztráliai termőhelyről

ismertette s ez időtől kezdve a föld különböző részeiből több bűvár különböző fajnéven írta le, minek oka legfőképen abban kereshető és található, hogy a héjj alakja, különböző szegélyeinek (hát-, has- és hátulsó) lefutása meglehetősen, ellenben a héjj falazatának szerkezete rendkívül nagy mértékben változik nemcsak a termőhely, hanem az egyének kora szerint is. Ezzel szemben az utópotroh alakja, szerkezete és tüskézettsége, valamint az ajakfüggelék is oly nagyfokú megegyezést mutat, hogy a különböző termőhelyekről más-más fajnév alatt leírt példányok habozás nélkül tekinthetők synonymnek. A héjj alakjának és szerkezetének variálására különben már Sars G. O. reámutatott 1903. évi dolgozatában, mikor e fajnak *Alona Cambouei* Rich. név alatt egymástól elütő példányait ismertette a Hawaii-szigetekről és Uj-Zeelandból. A termőhelyenkénti és egyénenkénti variálást különben legfeltünőbbben demonstrálja a vizsgálataim során megfigyelt, különböző termőhelyekről származó példányok összehasonlítása, a mennyiben ezek között csaknem valamennyiét megtalálhatjuk a fentebbi synonym-jegyzékben felsorolt fajoknak.

A Mbasi-folyó öbléből(10) valamint a Bura-mocsár (16) termőhelyről valók is a héjj általános alakja és szerkezete tekintetében nagy mértékben egyeznek a Sars G. O.-tól s a Daday E. v.-tól Délamerikából *Alona glabra* Sars G. O. név alatt leírt példányokkal s a héjj alakja tekintetéből az elsőb említett példányok csupán abban térnek el, hogy hátoldali szegélyük kevésbé íves, míg a másodsorban említettek hátulsó szegélye ívesebbnek látszik; a hasoldali szegély mindkét esetben egyenes s a héjj fölüllete finoman szemecskés, a vonalak és hatszögletű tereszkék nyomai nélkül. De a tölem vizsgált, említett példányok a héjj szerkezete tekintetében egyeznek a Richard J.-től ismertetett délamerikai példányokkal is.

Az Unika termőhelyről való példányok a héjj alakja tekintetéből egyeznek a Guerne-Richard-féle *Alona Cambouei* név alatt leírt madagaskari és a Richard-féle ugyanilyen név alatt ismetetett palesztinai példányokkal, de a héjj falazata csupán finoman szemecskés s a hatszögletű tereszkéknek semmi nyoma.

Az Ikapi-tó partján fekvő mocsárból (5) származó példányok a héjj szerkezete tekintetéből egyeznek a Sars G. O.-féle uj-

zeelandi *Alona Cambouei* név alatt leírt egyik példánnyal s még inkább a DADAY E. v.-tól *Alona fasciculata* név alatt ismertett délamerikai példányokkal. A héjj fölülte hosszvonalas és a vonalközökben finoman szemecskés. E tekintetben különben példányaim emlékeztetnek a SARS G. O.-féle típusos *Alona pulchella* KING és *Alona Archeri* SARS G. O. példányokra is; az utóbbiaktól azonban eltérnek abban, hogy héjjuk hasoldali szegélye nem egyenes, mint amazoké.

A Firvano termőhelyről származó példányok a héjj alakja és különösen szerkezete tekintetéből egyeznek a GUERNE-RICHARD madagaskari, a RICHARD J. palesztinai s a DADAY E. v. délamerikai *Alona Cambouei* név alatt leírt példányaival, a menyinyiben a héjj falazata finoman szemecskés hatszögletű terecskét mutat.

Az ajakfüggelék szerkezete tekintetében a rendelkezésemre állott példányok sem egymástól, sem a synonym-jegyzékben felsoroltaktól nem térnek el észrevehetőbben, a mennyiben elülső szegélye meglehetősen íves, alsó csúcsa pedig szélesen kerekített.

Az utópotroh infraanalis részlete majd hosszabb, majd rövidebb, de hátulsó, illetőleg háti szegélye egyenes, a distalis felső csúcs szabály szerint hegyes, csaknem derékszögű, ritkábban kissé kerekített, a distalis csúcshozzájárulás mindig egyenesre metszett, majd függélyes, majd ferde. Az utópotroh infraanalis hátulsó, illetőleg hátoldali szegélyén fölfelé fokozatosan rövidülő tüskék emelkednek, a melyek mellett rendszeren egy-egy kisebb tüske vagy sörte is ül, kivételesen a nagy tüskék mellé 2—3 kis sörte is csatlakozhatik. A szegélyesörték során belül két oldalon finom sörték pamatai sorakoznak egy hosszorsban.

Vizsgálataim során csupán egy alkalommal találtam hímeket s ennek utópotroha szerkezet tekintetében teljesen egyezik a SARS G. O.-tól *Alona Archeri* név alatt leírt példányával, illetőleg az utópotroh a supraanalis csúcstól kezdve egyforma széles és két oldalán finom sörték pamatainak hosszorsza emelkedik.

Az előzőekben röviden vázolt nagyfokú variálás s a synonymeknek tekintett fajok jellemeinek némi változatossága szükségessé teszi az *Alona pulchella* KING-SARS faj jellemeinek új megállapítását, a mit röviden az alábbiakban kísérek meg.

A test általános alakja meglehetősen változatos, mindamellett legfőképen négyszöghöz hasonlónak mondható, nagy mértékben emlékeztet az *Alona guttata* Sars fajéra; a héjj hátoldala többé-kevésbé íves, a hátulsó felső zúg majd csúcsos, majd kerekített, a hátulsó szegély többé-kevésbé íves, a hátulsó alsó zúg kerekített, a hasoldali szegély majd csaknem egyenes, majd pedig közepe táján kissé kiemelkedett. A héjj falazata néha síma, igen gyakran finoman szemecskés, majd vonalas, vagy hatszögletűen terecskézett, a vonalközökben s a terecskében finoman szemecskés. Az ajakfüggelék meglehetősen nagy, elülső szegélye szabályosan íves, alsó csúcsa tompán kerekített. A nőtény utópotroha oldalról nézve meglehetősen rövid és széles, infraanalis részletének hátulsó, illetőleg dorsalis szegélye egyenes; a distalis felső csúcs rendszeren hegyes, derékszögű, ritkán gyengén kerekített, a distalis szegély egyenes; a dorsalis szegélyen fölfelé rövidülő tüskék emelkednek, rendszeren kis melléktüskével, két oldalon sörtécskék pamatai sorakoznak. A csúcskaromnak erős mellékkarma van. A him utópotroha a supraanalis csúcstól kezdve egyforma széles, két oldalon finom sörték pamataival fegyverzett, a csúcskarom alapján mellékkarom ül.

Az épen tárgyalt jellemek alapján az *Alona pulchella* KING-SARS olyan átmeneti fajnak tekinthető, a mely utópotrohának szerkezetével összekötő kapcsot alkot az *Alona costata* Sars. és *Alona guttata* Sars faj között, melyek közül az utóbbihoz utópotrohának alakjával, az előbbihez pedig utópotrohának sörtézettségével hasonlít.

Az *Alona pulchella* KING-SARS igen nagy földrajzi elterjedéssel bír s a föld következő területeiről ismeretes: Madagaskár (GUERNE-RICHARD), Egyiptom (RICHARD), Palesztina (RICHARD), Argentína (SARS), Chile (RICHARD), Paraguay (DADAY), Patagonia (ERMAN), Hawaii-szigetek (SARS), Új-Zeeland (SARS), Egyiptom (ERMAN), Ausztrália (KING, SARS).

Úgy látszik, hogy e faj Német-Kelet-Afrika területén a közönségesek közé tartozik.

Alona rectangula Sars. G. O.

- Alona rectangula* Sars G. O. 8. pag. 18.
Alona eucostata Sars G. O. 10. pag. 17. Taf. 3. fig. 7—10.
Alona Whiteleggii Sars G. O. 11. pag. 35. Taf. 6. fig. 1. 2.
Alona bukobensis Weltner W. 14. pag. 9. fig. 16—18. 20. 32.
Alona Poppei Richard J. 7. pag. 290. fig. 37. 38
Alona rectangula Lilljeborg W. 5. pag. 476. Taf. 68. fig. 30. 31.
 Taf. 69. fig. 1—6.
Alona verrucosa Sars G. O. 12. pag. 56. Taf. 9. fig. 7. 7a.
Alona monacantha Sars G. O. 12. pag. 54. Taf. 9. fig. 5a—b.
Alona novæ-zeelandiæ Sars G. O. 13. pag. 634. Taf. 7. fig. 7a—b.
Alona acuticostata Sars G. O. 15. pag. 15. Taf. 1. fig. 5a—c.
Alona bukobensis Eckman S. 2. pag. 10. fig. 5—10.
Alona anodonta Daday E. v. 1. pag. 175. Taf. 11. fig. 5. 6.
Alona rectangula Daday E. v. 1. pag. 176. Taf. 11. fig. 7. 8.

Általános földrajzi elterjedéssel bíró faj, a melyet a synonymjegyzék tanúsága szerint a bűvárok több név alatt írtak le a különböző világrészekből s ezideig a következő földrészekből ismeretes: Európa, Uj-Zeeland (Sars G. O.); Keletafrika (Weltner W.); Ausztrália (Sars G. O.); Délamerika (Richard J., Sars G. O., Daday E. v.); Sumatra (Sars G. O.); Egyiptom (Eckman S.).

A héjznak alakja kis mértékben, szerkezete ellenben igen tág korlátok között változik, a mennyiben leggyakrabban vonalas, sőt négyszögletű terecskékkal diszítettnek is látszik, máskor csupán finoman szemecskés, vagy pedig kis kerek kiemelkedéseket visel. A hátoldali szegély majd erősebben, majd gyengébben íves, a szerint, hogy a költő üregben mennyi és milyen fejlettségű pete van. Igen változatos a hátulsó- és a hasoldali szegély lefutása is; a hátulsó alsó zúg szabály szerint sima, de előfordul az az eset is, hogy egy, esetleg több fogacskával fegyverzett.

Az ajakfüggelék szabály szerint alsó csúcsán meglehetősen tompán kerekített, néha azonban kihegyesedett; előfordul az az eset is, hogy felső zúgán kis előre álló fogacska emelkedik; ritkán az alsó csúcs egyenesre metszett.

Az utópotroh általános, jellemző vonása az, hogy infranalis részletének hátulsó, illetőleg hátoldali szegélye többékevésbé kiemelkedetten íves, distalis felső zúga majd hegyeseb-

ben, majd tompábban kerekített; a hátulsó, illetőleg hátoldali szegélyen vagy közelében elszórtan, leggyakrabban azonban pamatokba rezedődvé, különböző mekkoraságú tüskék emelkednek, a melyeknek során belül leggyakrabban finom tüskék pamatainak oldali hosszsora is kifejlődik. Az utópotroh infraanalis részletének tüskézettsége azonban igen tág korlátok között változik még ugyanazon termőhelyről származó példányokon is, mint az EKMAN S.-től megfigyelt egyiptomi példányok is bizonyítják s épen ez indított engemet legfőképen arra, hogy a synonym-jegyzékben felsorolt fajokat összefoglaljam.

Ha összehasonlítjuk a synonym-jegyzékben felsorolt, különböző világrésekből és termőhelyekről leírt példányokat, azt fogjuk találni, hogy az *Alona eucostata* SARS G. O. és *Alona bukobensis* WELTN. az utópotroh szerkezete tekintetében teljesen egyezik s csupán a héjj hasoldali szegélyének lefutásában s a héjfalazat szerkezetében mutatkozik némi különbség. Az *Alona monacantha* SARS G. O. és *Alona acuticostata* SARS G. O. mindenképpen egyezik egymással, mindkettőnek hátulsó alsó zúgán megvan a kis fogacska is. Az *Alona verrucosa* SARS G. O. és *Alona anodonta* DAD. a héjj és az utópotroh szerkezetében mutat ugyan némi eltérést a typustól, de azért nem tekinthetők önálló fajoknak, hanem legfeljebb varietásoknak. Az *Alona Whiteleggii* SARS G. O., *Alona Poppei* RICH. és *Alona novaezealandiae* SARS G. O. a héjj és utópotroh alakjában és szerkezetében mutat csekélyfokú eltérést, a mely annyira lényegtelen, hogy varietás megkülönböztetésére sem elegendő.

A rendelkezésemre állott anyagban én e fajnak négy formáját, ha úgy tetszik négy varietását találtam meg, nevezetesen a következőket:

1. *Alona rectangula* v. *bukobensis* WELT.

A rendelkezésemre állott példányok a héjj alakja és szerkezete tekintetében majdnem teljesen egyeznek az EKMAN S.-féle egyiptomiakkal, de a hátoldali szegély kevéssel magasabban íves, s a hátulsó szegély egyenes.

Az ajakfüggelék szerkezete egyezik az EKMAN S.-féle példányokéval, de elülső szegélye ívesebb.

Az utópotroh alakja tekintetéből egyezik az EKMAN S.-től

a 9. és 10. ábrán rajzolttal; az infraanalís részlet hátulsó, illetőleg dorsalis szegélye mentén 7—9 pamatban különböző nagyságú tüskécskék emelkednek, mint az EKMAN S.-től rajzolt 9. és 10. ábrán is, de a pamatok során túl, illetőleg az utópotroh infraanalís részletének két oldalán igen finom sörték pamatainak hosszsora fejlődött ki s e tekintetben példányaim különböznek az EKMAN S.-től leírtaktól, mert ezeknél a sörtepamatok helyén csak magános, erősebb sörték vannak.

A test egész hossza 0.44 mm.; legnagyobb mag. 0.29 mm.

E varietás Afrika mikrofaunájában meglehetősen elterjedtnek mondható, a mennyiben WELTNER W. Keletafrikában (Victoria-Nyanza), EKMAN S. Egyiptomban és Sudánban találta meg. Én vizsgálataim során csupán a következő termőhelyeken találtam meg néhány példányát: Rikwa-tó (3); Victoria-Nyanza (2).

2. *Alona rectangula* var. *africana* n. var. A héjj általános alakja tekintetéből nagyon hasonlít a DADAY E. v.-től *Alona anodonta* név alatt Paraguay-ból leírt példányokéval, de a hasoldali szegély nem egyenes, hanem közepe előtt kissé kiemelkedett s ennek következtében közepén némileg mélyedt. A héjj fölülete változatos szerkezetet mutat, a mennyiben a példányok között találkoznak vonala sfölületű, csupán finoman szemecskés, s aztán hosszsorokba rendeződött kiemelkedésekkel borított héjjuak, melyek e tekintetben egyeznek a paraguayi *Alona anodonta*-példányokkal.

Az ajaklemez elülső szegélye egyenletesen kerekített, alsó csúcsa kúpformán kihegyesedett s e tekintetben különbözik a faj összes többi varietásaitól.

Az utópotroh általános alakja tekintetében egyezik a törzsalakéval s még inkább a paraguayi *Alona anodonta*-példányokéval; hátulsó, illetőleg hátoldali szegélye mentén csupán 7 tüske emelkedik, a melyek fölfelé fokozatosan rövidülnek. A szegélytüskék során belül két oldalt igen finom 6—7 tüske sorakozik, ritkán finom sörtécskék pamatai is mutatkoznak, de ezek hiányozhatnak is, épen mint az EKMAN S.-től leírt *Alona bukobensis* egyes példányain. A sarlóforma csúcskarom alapján feltűnő nagy mellékarom van.

Testhossza 0.4—0.43 mm. között ingadozik.

Termőhelye: Mocsár az Ikapi-tó partján (5); a Mbasi-folyó öble (10).

E varietás a törzsalaktól és a többi varietástól első sorban ajakfüggelékének alakjával különbözik. Az utópotroh alakja és szerkezete nagy mértékben egyezik a paraguayi *Alona anodontap*-példányokéval, úgy, hogy e tekintetben a kettőt azonosnak is tekinthetnők; de az infraanalis részlet hátulsó, illetőleg hátoldali szegélyének magános tüskéivel emlékeztet az EKMAN S.-től ismertett azon példányokra is, a melyeknek utópotrohát az említett bűvár a 6. ábrán rajzolja.

3. Az *Alona rectangula* var. *monacantha* Sars G. O. E varietást, mint a synonym-jegyzékből is látható, Sars G. O. írta le először 1901-ben délamerikai termőhelyekről, majd 1906-ban Daday E. v. ismertette ugyaninnen, Sars G. O. 1903-ban Sumatrából *Alona acuticostata* néven mutatta be.

A rendelkezésemre állott példányok általános testalakjuk tekintetében hasonlítanak a délamerikaiakhoz. A páncél fölülete leggyakrabban vonalas s a hosszvonalakat haránteresztékek kapcsolják össze, minek következtében négyszögletű terecskék formálódnak, melyek finoman pontozottak; máskor a vonalak hiányzanak s a páncél csupán szemecskésnek látszik. A héjj hátulsó alsó zúgában megvan a jellemző túskenyűjtvány.

Az ajaklemez elülső szegélye alig észrevehetően íves, majdnem egyenes, minek következtében némileg négyszögletűnek látszik; felső csúcán majdnem szabályszerint egy kis előre álló fogacska emelkedik.

Az utópotroh feltűnő rövid és aránylag széles, infraanalis részletének hátulsó, illetőleg hátoldali szegélye alig észrevehetően íves, distalis felső csúcsa hegyesebben vagy tompábban kerekített. A hátulsó, illetőleg dorsalis szegélyen egyes példányokon 7 erősebb tüske és ezek mellett egy-egy finom sörte emelkedik, az oldalakon pedig egy hosszorsban 6—7 finom tüske sorakozik; más példányokon a szegély mentén 6—7 túskepatat ül egy sorban, az egyes pamatokban az alsó tüske mindig nagyobb és erősebb, ezenkívül megvan az oldalakon is a 6—7 magános, finom tüske sora is. A csúcskarmok erősek, a mellékarmok hosszúk, vékonyak.

A test hossza 0·35—0·42 mm. között ingadozik.

Termőhelye: Tócsa a Nyassa-tó partján, Wiedhafen mellett (23).

4. *Alona rectangula* var. *serrata* n. var. Általános testalak tekintetében nagyon hasonlít az *Alona rectangula* v. *africanahoz* s ezzel a héjj falazatának szerkezetében is megegyezik, a mennyiben a héjj falazatán kis körforma kiemelkedések vannak hosszsorokban s ezen kívül a héjj egész fölülete még finoman szemecskés. A héjj hátoldali szegélye gyengén íves, a hátulsó csaknem egyenes, a hasoldali közepe előtt halomszerűen kissé kiemelkedett. A héjj hátulsó alsó zúga tompán kerekített és 5—6 fogacskával fegyverzett, a mi e varietásnak egyik feltűnő jellemvonása.

Az ajakfüggelék elülső szegélye gyengén kerekített, alsó csúcsa egyenesre metszett.

Az utópotroh infraanalis részletének hátulsó, illetőleg dorsalis szegélye egész hosszában gyengén íves, distalis felső csúcsa kerekített, egészben tehát a typus jellemeit mutatja; szegélyének közelében 7—8 tüske emelkedik egy hosszsorban, ezek fölfelé fokozatosan rövidülnek és mellettük 1—3 kis sörte is ül. A szegélytüskék során belül 7—8 pamatban apró sörték sorakoznak. A csúcskarom feltűnő hosszú.

A test egész hossza 0·4 mm.

Termőhelye: Kota-Kota (12).

Alonopsis singalensis DAD.

A Nyassa-tó környékén fekvő vizek planktonjában meglehetősen gyakran mondható, a mennyiben vizsgálataim során a következő termőhelyeken találtam meg: a Rikwa-tó parti öve (3); a Mbasi-folyó csendes öble (10); Kota-Kota (12); Firvano (19); tócsa a Nyassa-tó közelében, Wiedhafen mellett (23).

A rendelkezésemre állott példányok a test általános alakja tekintetében egyeznek a ceyloniakkal, a pánczél szerkezetét tekintetében azonban némileg eltérnek, a mennyiben pánczéljuknak fölületén a hasi és hátulsó szegélylyel párhuzamosan szemecskék sávja húzódik el; a pánczél többi részén hosszvonalak futnak, melyeknek közti területe finoman szemecskés.

Macrothrix Chevreuxi GUERN. RICH.

Még eddig csak Afrika és Délamerika mikrofaunájából ismeretes; az előbbiből GUERNE J. DE, RICHARD J. és WELTNER W. jegyezte fel, míg az utóbbiból *elegans* fajnéven SARS G. O. és DADAY E. v. ismertette, illetőleg említette. A Nyassa-tó környékén fekvő vizekben gyakorinak mondható.

Bosminella Anisitsi DAD.

A rendelkezésemre állott példányok általános testalak, az orrmány és csápok, valamint a páncél szegélyeinek szerkezetében is meglehetősen elütnek a paraguayiaktól, de mégsem annyira, hogy külön faj képviselőinek tekinthetnők s én ezeket csupán egy geographiai varietás képviselőinek tartom, a melyet *Bosminella Anisitsi* var. *africana* n. var. névvel kívánok jelölni. A törzsalak még eddig csak Délamerikából ismeretes.

Bosmina longirostris (O. F. M.)

Úgy látszik, hogy e faj Afrika területén nagy elterjedésnek örvend, a mennyiben RICHARD J. és EKMAN S. egyiptomi termőhelyekről jegyezte fel. Véleményem szerint ugyanezt a fajt írta le WELTNER W. is *Bosmina Stuhlmanni* név alatt a Victoria-Nyanza-tó planktonjából.

Vizsgálataim során a különböző termőhelyekről származó anyagban e fajnak következő 3 varietását találtam meg: 1. *Bosmina longirostris* v. *similis* LILLJ., 2. *Bosmina longirostris* v. *cornuta* (JUR.) és 3. *Bosmina longirostris* v. *longirostris* LILLJ.

Daphnia Lumholtzi SARS. G. O.

E faj, mely homloknyújtványának alakja és állása, valamint fornixának szerkezete alapján azonnal felismerhető, még eddig csupán Ausztráliából (Észak Queensland) és Palesztinából (Tiberias-tó) volt ismeretes. Vizsgálataim során csupán a Victoria-

Nyanza-tó planktonjában találtam meg s itt elég gyakori ugyan, de tömegesen még sem lép fel.

Hyalodaphnia barbata (WELTNER.)

E fajt WELTNER W. a Victoria-Nyanza-tó planktonjában találta meg, de mint a *Daphnia Jardinei* BAIRD. új varietását írta le *barbata* néven. A rendelkezésemre állott nagyobb számú példány vizsgálata arról győzött meg, hogy úgy a WELTNER W.-tól leírt és rajzolt, valamint a birtokomban lévő és FÜLLEBORN-tól gyűjtött példányok is egy önálló fajnak a képviselői s a *barbata* varietást fajnak a rangjára kell emelni.

Ha tekintetbe vesszük e faj fornixának és orrmányának sajátosságos szerkezetét, valamint azt, hogy az utópotroh csücskarmának alapján fésű különült el, a mely a *Hyalodaphnia Jardinei* fajról hiányzik épen úgy, mint az orrmány túskekoszorúja, azt hiszem joggal jártam el akkor, mikor a WELTNER W.-féle *barbata* varietást önálló faj rangjára emeltem.

A Nyassa-tó és a környékén fekvő vizek planktonjára igen jellemzőnek tartom azt, hogy benne a *Daphnia*- és *Hyalodaphnia*-genusnak csakis ez az egy faja tenyészik, holott Afrika más területeiről 13 *Daphnia*-fajt jegyeztek fel a bűvárok. De nem kevésbé érdekes az a körülmény is, hogy míg WELTNER W. 1896-ban a Viktoria-Nyanza planktonjában megtalálta a *Hyalodaphnia barbata* (*Daphnia Jardinei* v. *barbata*), addig a *Daphnia Lumholtzi*-ről említést sem tesz, én ellenben a Victoria-Nyanzában megtaláltam a *Daphnia Lumholtzi*-t, míg a *Hyalodaphnia barbata*-nak egyetlen példányát sem tudtam megfigyelni a BORGERT A.-tól gyűjtött planktonanyagban.

Latonopsis australis SARS.

E faj eddig csupán Ausztráliából volt ismeretes, a honnan SARS G. O. írta le 1888-ban; a Nyassa-tó környékén fekvő vizekben a ritka fajok közé sorolható, a mennyiben vizsgálataim során csupán a következő egyetlen termőhelyen találtam meg: Mocsár az Ikapi-tó partjának közelében (5).

Parasida Szalayi (DAD.)

Korlátolt földrajzi elterjedéssel bíró faj, a mennyiben ez ideig csupán Ceylonból, Sumatra és Siam mikrofaunájából ismeretes. A Nyassa-tó környékén fekvő vizekben gyakran mondható, a mennyiben a következő termőhelyekről származó anyagban találtam meg: Mocsár az Ikapi-tó partján (5); a Mbasifolyó csendes öble (10); Jippe-tó (13); tócsa a Nyassa-tó partján, Muasik mellett (20); tócsa a Nyassa-tó partján, Muankengap mellett (21); tócsák Langenburg mellett (22); tócsa a Nyassa-tó partján Wiedhafen mellett (23); tócsák a Nyassa környékén (24).

Az előzőkben felsorolt, illetőleg röviden ismertett fajok Afrikában való elterjedésük tekintetében három csoportba oszthatók, nevezetesen: 1. olyanokra, a melyek Afrikából már korábban ismeretesek voltak; 2. olyanokra, a melyeket eddig Afrikából még nem jegyeztek fel; 3. olyanokra, a melyek Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területekről is ismeretesek. Ilyenforma csoportosítás mellett a tőlem megfigyelt fajok a következőleg oszlanak meg:

1. Afrikából már korábban ismert fajok.

Chydorus sphaericus (O. F. M.)	Macrothrix Chevreuxi GR. RICH.
Leptorhynchus rostratus (C. K.)	Bosmina longirostris (O. F. M.)
Graptoleberis testudinaria (FISCH.)	Moina dubia GR. RICH.
Alona pulchella KING-SARS.	15 Moinodaphnia Macleayi (KING.)
5 Alona rectangula SARS.	Ceriodaphnia cornuta SARS.
Alona affinis LEYD.	« Rigaudi RICH.
Leydigia acanthocercoides (FISCH.)	Simocephalus australiensis SARS.
Ilicryptus Halyi BRADY.	« vetulus (O. F. M.)
Grimaldina Brazzai RICH.	20 Daphnia longispina LEYD.
10 Macrothrix hirsuticornis BRADY.	Hyalodaphnia barbata (WELTN.)
« laticornis (O. F. M.)	Diaphanosoma excisum SARS.

Ha az itt felsorolt fajok számát egybevetjük a tőlem megfigyeltekével (41), arra az eredményre jutunk, hogy fele olyanokból áll, a melyeket korábbi búvárok már feljegyeztek más afrikai termőhelyekről is.

2. Afrikából még eddig nem ismert fajok.

Chydorus ventricosus DAD.	Alona quadrangularis (O. F. M.)
“ globosus BAIND.	Euryalona orientalis (DAD.)
Alonella punctata (DAD.)	Pseudalona longirostris (DAD.)
“ karua (KING.)	Alonopsis singalensis DAD.
5 “ globulosa (DAD.)	15 Bosminella Anisitsi DAD.
Pleuroxus striatus SCHAEDEL.	Ceriodaphnia dubia RICH.
“ similis VAOR.	Daphnia Lumholtzi SARS.
Dadaya macrops (DAD.)	Latonopsis australis SARS.
Alonella excisa (FISCH.)	Parasida Szalayí (DAD.)
10 Dunhevedia serrata DAD.	

Ezek szerint a Német-Kelet-Afrika területéről tölem megfigyelt fajoknak csaknem fele Afrika mikrofaunájából eddig még ismeretlen volt.

3. Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területekről is feljegyzett fajok.

Chydorus sphaericus (O. F. M.)	10 Macrothrix Chevreuxi GR. R.
Graptoleberis testudinaria (FISCH.)	Bosmina longirostris (O. F. M.)
Alona pulchella KING.-SARS.	Moina dubia RICH.
Alona rectangula SARS.	Moinodaphnia Macleayi (RING.)
5 Alona affinis LEYD.	Ceriodaphnia Rigaudi RICH.
Leydigia acanthocercoides (FISCH.)	15 Simocephalus australiensis SARS.
Grimaldina Brazzai RICH.	“ vetulus (O. F. M.)
Macrothrix hirsuticornis BRAD.	Daphnia longispina LEYD.
“ laticornis (O. F. M.)	Diaphanosoma excisum SARS.

Ha az itt felsorolt fajok számát egybevetjük a Német-Kelet-Afrikából tölem feljegyzettekével (41), azt találjuk, hogy azoknak csaknem fele olyanokból áll, a melyeket más bűvárok Afrika más területeiről már feljegyeztek.

Ha már most azt a viszonyt tekintjük, a melyet az Afrika területéről eddig feljegyzett 91 *Cladocera*-faj mutat általános zoogeographiai tekintetből, azt találjuk, hogy azok két csoportra oszthatók, nevezetesen: 1. olyanokra, a melyek eddig még csak Afrika területéről ismeretesek és 2. olyanokra, a melyek Afrikán kívül más világrészekből is ismeretesek. Ily nézőpontok szerint a fajok következőleg oszlanak meg:

1. Még eddig csupán Afrikából ismert fajok.

	Chydorus Letourneuxi RICH.	? Moina macrocopa (ROBIN.)
	? Alona Barroisi MON.	? Ceriodaphnia bicuspidata WELT.
	Leydigia africana GURN.	Daphnia acuminirostris LUC.
	? Macrothrix acutirostris (SCHM.)	" Chevreuxi RICH.
5	" affinis BRADY.	15 " dolichocephala SARS.
	Guernella Rafaelis RICH.	" eclinata SCHM.
	? Bosmina macrorhyncha (SCHM.)	" Kirimensis WELT.
	? Moina azorica MON.	" propinqua SARS.
	Moina dubia RICH.	" Thomsoni SARS.
10	" Hartwigi WELT.	20 Hyalodaphnia barbata (WELT.)

Ezek szerint az Afrika faunájából feljegyzett fajoknak nem egészen $\frac{1}{4}$ -e eddig más világrészekből még nem ismeretes.

2. Afrikán kívül más világrészekből is ismert fajok.

	Leptodora hyalina LILLJ.	Alona quadrangularis (O. F. M.)
	Chydorus Barroisi RICH.	" rectangula SARS.
	" globosus BAIRD.	Euryalona orientalis (DAD.)
	" sphaericus (O. F. M.)	30 " Colleti (SARS.)
5	" ventricosus DAD.	Alonopsis singalensis DAD.
	Alonella excisa (FISCH.)	Pseudalona longirostris (DAD.)
	" globulosa (DAD.)	Leydigia acanthocercoides (FISCH.)
	" karua (KING.)	" australis SARS.
	" nana (BAIRD.)	35 Pliocryptus Halyi BRAD.
10	" punctata (DAD.)	Grimaldina Brazzai RICH.
	Pleuroxus laevis SARS.	Lathonura rectirostris (O. F. M.)
	" similis VÁOR.	Streblocerus serricaudatus (FISCH.)
	" striatus SCHOEDL.	Macrothrix hirsuticornis BR. NR.
	" trigonellus (O. F. M.)	40 " Chevreuxi RICH.
15	Leptorhynchus rostratus (C. K.)	" laticornis (O. F. M.)
	Dadaya macrops (DAD.)	Bosminella Ansitsi DAD.
	Dunhevedia serrata DAD.	Bosmina longirostris (O. F. M.)
	" setigera (BIRG.)	Moina Bánffy DAD.
	Graptoleberis testudinaria (FISCH.)	45 " brachiata (JUR.)
20	Alona affinis LEYD.	" micrura KURZ.
	" costata SARS.	" rectirostris (JUR.)
	" elegans KURZ.	Moinodaphnia Macleayi (KING.)
	" guttata SARS.	Ceriodaphnia cornuta SARS.
	" intermedia SARS.	50 " dubia RICH.
25	" lineata SARS.	" laticaudata P. E. M.
	" pulchella KING.-SARS.	" minor LILLJ.

	<i>Ceriodaphnia reticulata</i> (JUR.)	<i>Daphnia obtusa</i> KURZ.
	• <i>Rigaudi</i> RICH.	• <i>pulex</i> d. GUR.
85	<i>Simocephalus australiensis</i> SARS.	85 • <i>similis</i>
	• <i>capensis</i> SARS.	<i>Diaphanosoma brachyurum</i> (LIÉN.)
	• <i>exspinosus</i> (C. K.)	• <i>brandtianum</i> FISCH.
	• <i>vetulus</i> (O. F. M.)	• <i>excisum</i> SARS.
	<i>Daphnia Atkinsonii</i> BAIRD.	<i>Latonopsis australis</i> SARS.
90	• <i>longispina</i> LEYD.	70 <i>Parasida Szalayi</i> (DAD.)
	• <i>Lumholtzi</i> SARS.	<i>Sida crystallina</i> STR.
	• <i>magna</i> STR.	

Ezek szerint tehát az Afrika területéről eddig feljegyzett *Cladocera*-fajoknak $\frac{3}{4}$ -énél több az olyan, a mely Afrikán kívül más világrészekből is ismeretes. E csoport fajainak legnagyobb része aztán kozmopolita, illetőleg minden világrészben tenyészik, vagy legalább is kettőnél többen, de találkoznak olyanok is, a melyek eddig még csupán két világrészből ismeretesek. Földrajzi elterjedésük tekintetéből különben a következők az érdekesebbek:

- Chydorus Barroisi* RICH. Délázsia, Ujzeland, Délamerika, Afrika.
 • *ventricosus* DAD. Délázsia, Délamerika, Afrika.
Alonella globulosa (DAD.) Délázsia, Délamerika, Afrika.
 • *karua* (KING.) Délázsia, Australia, Délamerika, Afrika.
 5 • *punctata* (DAD.) Délázsia, Délamerika, Afrika.
Pleuroxus similis VÁVR. Délamerika, Afrika.
Dadaya macrops (DAD.) Délázsia, Délamerika, Afrika.
Dunhevedia serrata DAD. Délázsia, Afrika.
Euryalona Colleti (SARS.) Délamerika, Afrika.
 10 • *orientalis* (DAD.) Délázsia, Délamerika, Afrika.
Alonopsis singalensis DAD. Délázsia, Afrika.
Pseudalona longirostris (DAD.) Délázsia, Ujguinea, Délamerika, Afrika.
Leydigia australis. SARS. Australia, Afrika.
Grimaldina Brazzai RICH. Ujguinea, Délamerika, Afrika.
 15 *Bosminella Anisitzi* DAD. Délamerika, Afrika.
Moinodaphnia Macleayi (KING.) Australia, Délázsia, Délamerika, Afrika.
Ceriodaphnia cornutā SARS. Délázsia, Australia, Délamerika, Ujguinea, Afrika.
Ceriodaphnia Rigaudi RICH. Délázsia, Ujguinea, Délamerika, Afrika.
Simocephalus australiensis SARS. Australia, Afrika.
 20 • *capensis* SARS. Délamerika, Afrika.
Daphnia Lumholtzi SARS. Délázsia, Australia, Afrika.
Diaphanosoma excisum SARS. Délázsia, Australia, Afrika.

Latonopsis australis Sars. Délázsia, Australia, Afrika.

Parasida Szalayi (Dad.) Délázsia, Afrika.

Az előzőekben felsorolt 24 faj a déli földgömbnek, illetőleg a melegebb égövnék jellemző faja gyanánt tekinthető.

b) Branchiopoda.

Az Afrika területén tenyésző *Branchiopodák* tanulmányozásával az idők folyamán a bűvárok egész sora foglalkozott, névszerint a következők: RÜPPEL 1836; GUÉRIN 1837; LOVÉN 1845; BAIRD W. 1849, 1862; GRUBE 1853, 1865; LIÉVIN 1856; KLUNZINGER F. 1864, 1866; BRAUER F. 1872—1878; SIMON E. 1886. Valamennyi említett bűvár dolgozataiban egy vagy több, Afrika különböző területeiről származó fajt ismertet, de közülök GRUBE (1865) és különösen SIMON E. nagy szolgálatot tett, mert összegyűjtötte az irodalomnak addig megjelent összes adatait s így tájékoztatást nyújtott az Afrika területéről idáig ismertetett fajok felől.

Az újabb idő bűvárai közül GUERNE J. DE 1892-ben két fajt jegyez fel Madagaskar szigetéről, míg GURNEY R. ugyanennyit enumerál 1905-ben Délafrikából. Az ide vonatkozó ismereteket nagy mértékben gyarapította azután Sars G. O. 1898—1905-ben megjelent dolgozataival, a melyekben 13 fajnak leírását nyújtja, legnagyobbbrészt, illetőleg majdnem kivétel nélkül dél-afrikai termőhelyekről. WELTNER W. is feljegyez 1898. évi dolgozatában egy fajt Német-Kelet-Afrikából.

Összegezve a SIMON E. dolgozatának idevonatkozó adatait az újabb irodalomban található fajok jegyzékével, kitűnik, hogy Afrika területéről ez időszert a következő *Branchiopoda*-fajok ismeretesek.

Branchipus stagnalis L.	Streptocephalus vitreus BRAUER.
Branchinecta Abiadi BRAUER.	“ rubrocaudatus KLUNZ.
Branchipodopsis Hodgsoni Sars.	“ caffer LOVEN.
G. O.	10 “ gracilis Sars. G. O.
Chirocephalus diaphanus PREV.	“ Purcelli Sars. G. O.
5 “ rectirostris BRAUER.	“ Dregei Sars. G. O.
Streptocephalus proboscideus	“ papillatus Sars. G. O.
FRAUENF.	Artemia salina L.

15	<i>Artemia</i> Oudneyi LIÉV.	«	<i>donaciformis</i> BAIRD.
	<i>Apus caneriformis</i> L.	«	<i>australis</i> Lov.
	« <i>numidicus</i> GRUBE.	«	<i>Macgillivrayi</i> BAIRD.
	<i>Apus sudanicus</i> BRAUER.	«	<i>obliqua</i> SARS G. O.
	« <i>namaquensis</i> SARS. G. O.	30	« <i>Elizabethæ</i> SARS. G. O.
20	« <i>Sculleyi</i> SARS. G. O.		<i>Leptestheria ticinensis</i> CRIV.
	« <i>trachyaspis</i> SARS. G. O.	«	<i>dahalacensis</i> RIIPP.
	<i>Lepidurus productus</i> BOSC.	«	<i>siliqua</i> SARS. G. O.
	« <i>Lubbocki</i> BRAUER.		<i>Limnadia mauritana</i> GUÉRIN.
	<i>Cyclestheria Hislopi</i> (BAIRD.)	35	« <i>africana</i> BRAUER.
25	<i>Estheria gubernator</i> KLUNZ.		<i>Limnetis Wahlbergi</i> LOVEN.

Itt megjegyzem azt, hogy a SIMON E. jegyzékében foglalt fajok közül csupán kettőt helyeztem a synonymek közé, névszerint az *Estheria cycladoïdes* JOLY-t és az *Apus dispar* BAUER fajt, melyek közül az első a *Leptestheria ticinensis* CRIV., az utóbbi SARS G. O. felfogása szerint az *Apus numidicus* GRUBE fajjal azonos.

Én vizsgálataim során csupán az *Estheridae*-családba tartozó alább következő egy nemnek egyetlen fajtát figyeltem meg.

Gen. *Cyclestheria* SARS G. O.

E genusnak képviselőit korábban az *Estheria*-genus tagjai gyanánt írták le s csak 1887-ben különítette el SARS G. O.

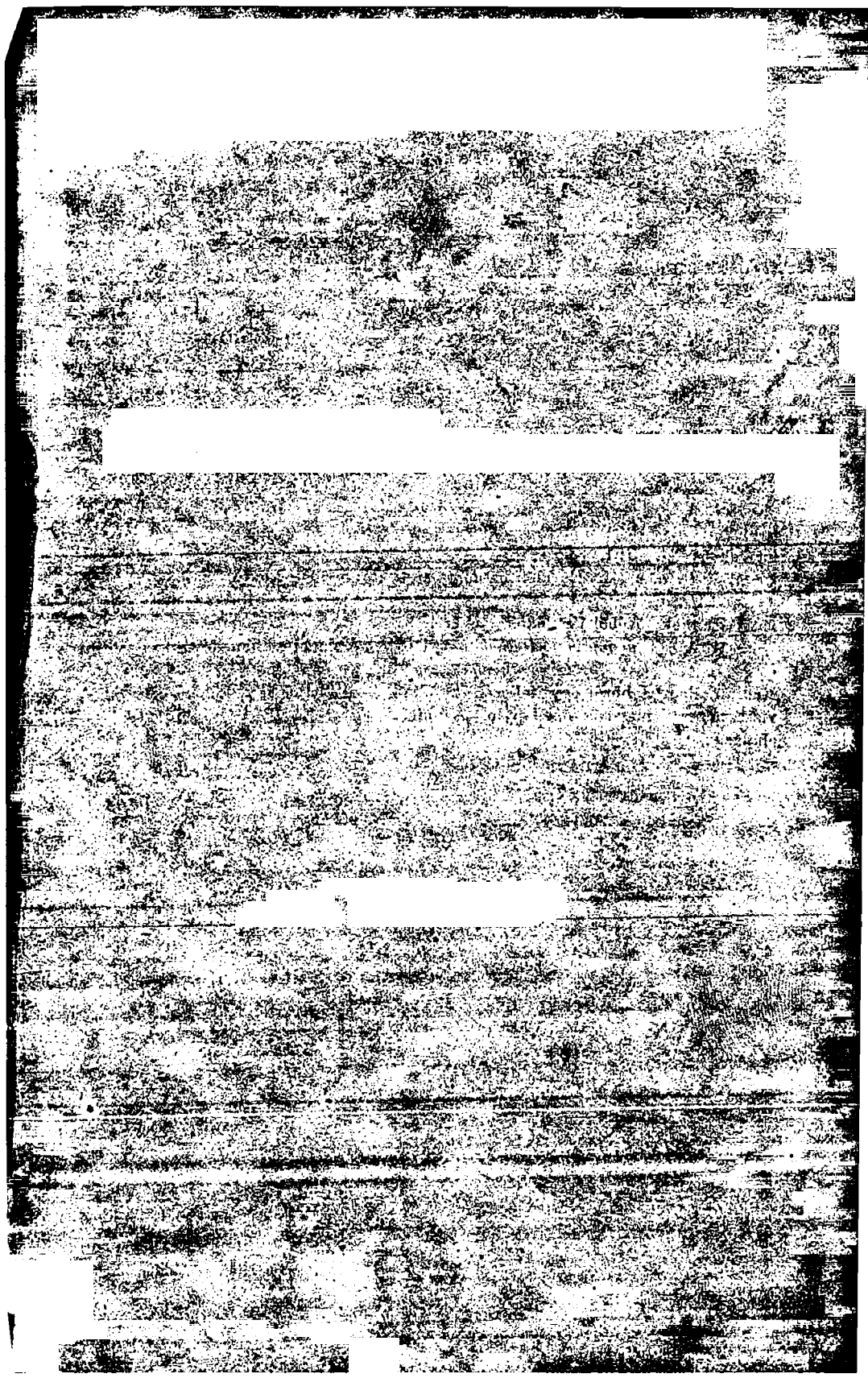
Cyclestheria Hislopi (BAIRD.)

Majdnem általános földrajzi elterjedéssel bíró faj, a meny nyiben ez ideig a következő területekről ismeretes: Délázsia (Nagpur, Ceylon), Nord-Quensland, Celebes, Brasilia (Cuyaba), Paraguay. Afrika területéről WELTNER W. jegyezte fel 1898-ban sansibari és quillimanei termőhelyekről. Én vizsgálataim során a következő termőhelyekről származó anyagban találtam meg: tócsa a Nyassa-tó partján, Wiedhafen mellett (23); tócsa a Nyassa-tó mellett (24); Kota-Kota (12).

A rendelkezésemre állott példányok mindannyian fiatalok voltak, közöttük egy ivarérett sem találkozott. Máskülönbén példányaim mindenben egyeztek a SARS G. O.-tól ismertetett különböző fejlődési stádiumokkal.

Az idézett irodalom.

1. DADAY E. v. Untersuchungen über die Süßwasser-Mikrofauna Paraguay's.—Zoologica. Heft. 44. 1906. Taf. 1—23.
 2. ECKMAN S. Cladoceren und freilebende Copepoden aus Aegypten und dem Sudan. — Results of the swed. zool. Exped. to Egypt and the White Nile. 1901. Nr. 26. p. 8. 1903. Fig. 1—11.
 3. GUERNE-RICHARD. Canthocamptus Grandidieri, Alona Cambouei, nouveaux Entomostraces d'eau douce de Madagascar. — Mém. de la Soc. zool. de France, Tom. 6. 1893. p. 214. Fig. 1—11.
 4. KING L., On Australian Entomostracans. — Papers and Proc. of the Roy. Soc. of Van Diemensland. Vol. 2. Part. 2. 1853. (Sec. SARS G. O.)
 5. LILLJEBORG W. Cladocera Sueciae. 1900. Taf. 1—87.
 6. RICHARD J. Cladoceres recu. p. l. Dr. TH. BARROIS en Palestine, en Syrie et en Egypte. — Revue biol. du Nord de la France. Tom. 6. Nr. 9. 1897. p. 360. Fig. 1—12.
 7. RICHARD J. Entomostraces de l'Amerique du Sud, rec. p. Mm. U. Deiters, H. v. Ihering. G. W. MÜLLER ET C. O. POPPE. — Mém. de la Soc. zool. de France 1897. Tom. 10. p. 263. Fig. 1—45.
 8. SARS G. O., Om de i Omegnen of Christiania forekam. Cladocerer Christiania Videnskabs Selsk. Forh. 1861.
 9. SARS G. O., Additional notes on Australian Cladocera. — Ibid. 1888. Nr. 7. Taf. 1—6.
 10. SARS G. O., Contribution to the Knowl. of the Freshwater Entomostr. of New-Zealand. — Vidensk. Skrifter. 1. Math. Naturw. Klasse. 1899. Nr. 5. Taf. 1—8.
 11. SARS G. O., On freshwater Entomostr. from the Neighbourh. of Sydney. Christiania. 1896. p. 3—81. Taf. 1—2.
 12. SARS G. O., Contribut. to the Knowl. of the Freshwat. Entomostr. of South America. — Arch. f. Math. og Nat. 1901. I Cladocera Pl. 1—12.
 13. SARS G. O., Pacifiche Plankton-Crustaceen. Zool. Jahrb. 1903. Bd. 19. H. 5. p. 629. Taf. 33—38.
 14. WELTNER W. Die Cladoceren Ost-Afrikas. — Deutsch-Ost-Afrika Bd. 4. 1896.
 15. SARS G. O., Freshwat. Entomostr. from China and Sumatra. Arch. Math. og Nat. 1903. 135. Nr. 8.
-



I. TÁBLA.

1. A *ssp. aegyptia f. thermalis* magja és ennek csirázása: *f* szálas (filiform) levél; *n* csomó; *t* elsődleges gyökérszörök; *r* gyökér; *c* a sziklevelék nyelei. 15:1.

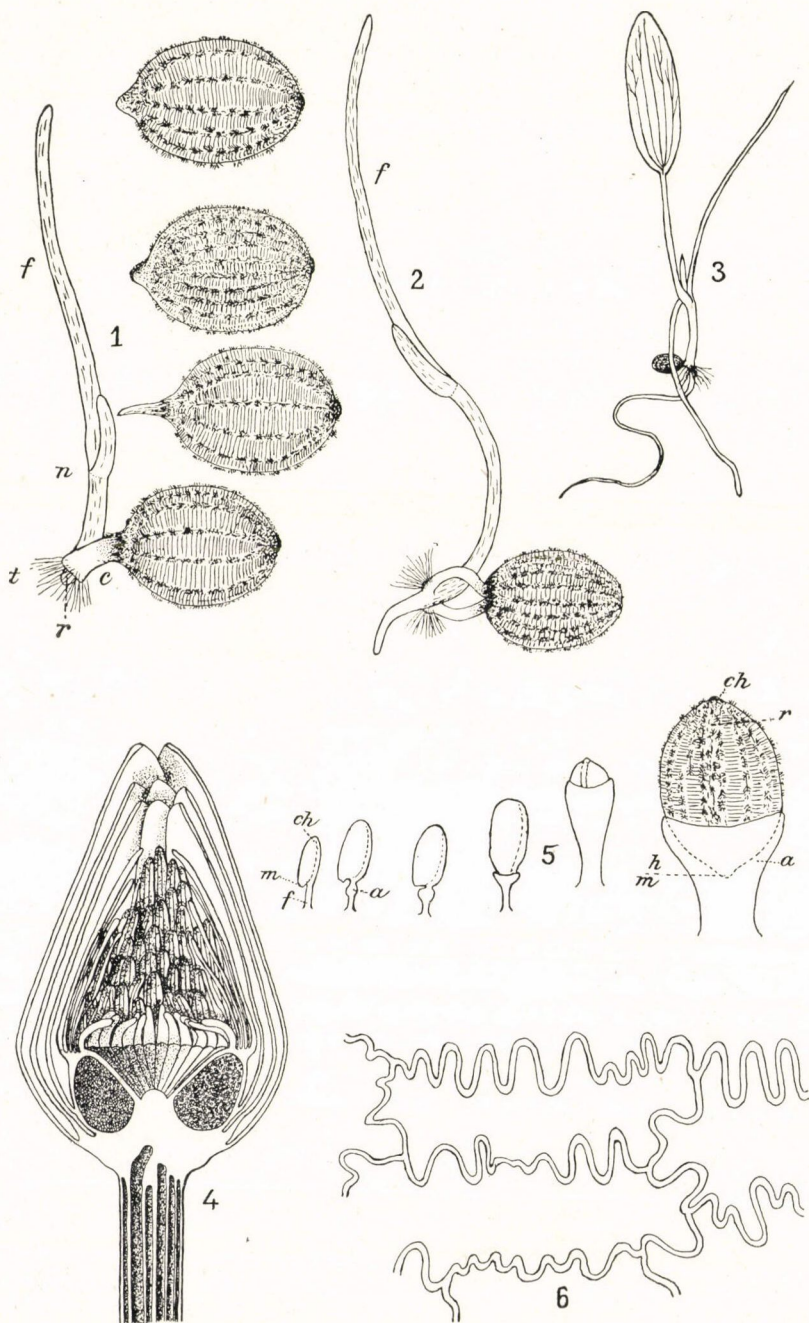
2. *U. a.* a csirázás előrehaladottabb stádiumában. 10:1.

3. *U. a.* 17 napos csiranövényke, melynek már egy elliptikus levele van és ennek tövéből járulékos gyökér fejlődött. 4:1.

4. A *ssp. aegyptia f. Planchonii* virágja hosszmetszetben. 5:6.

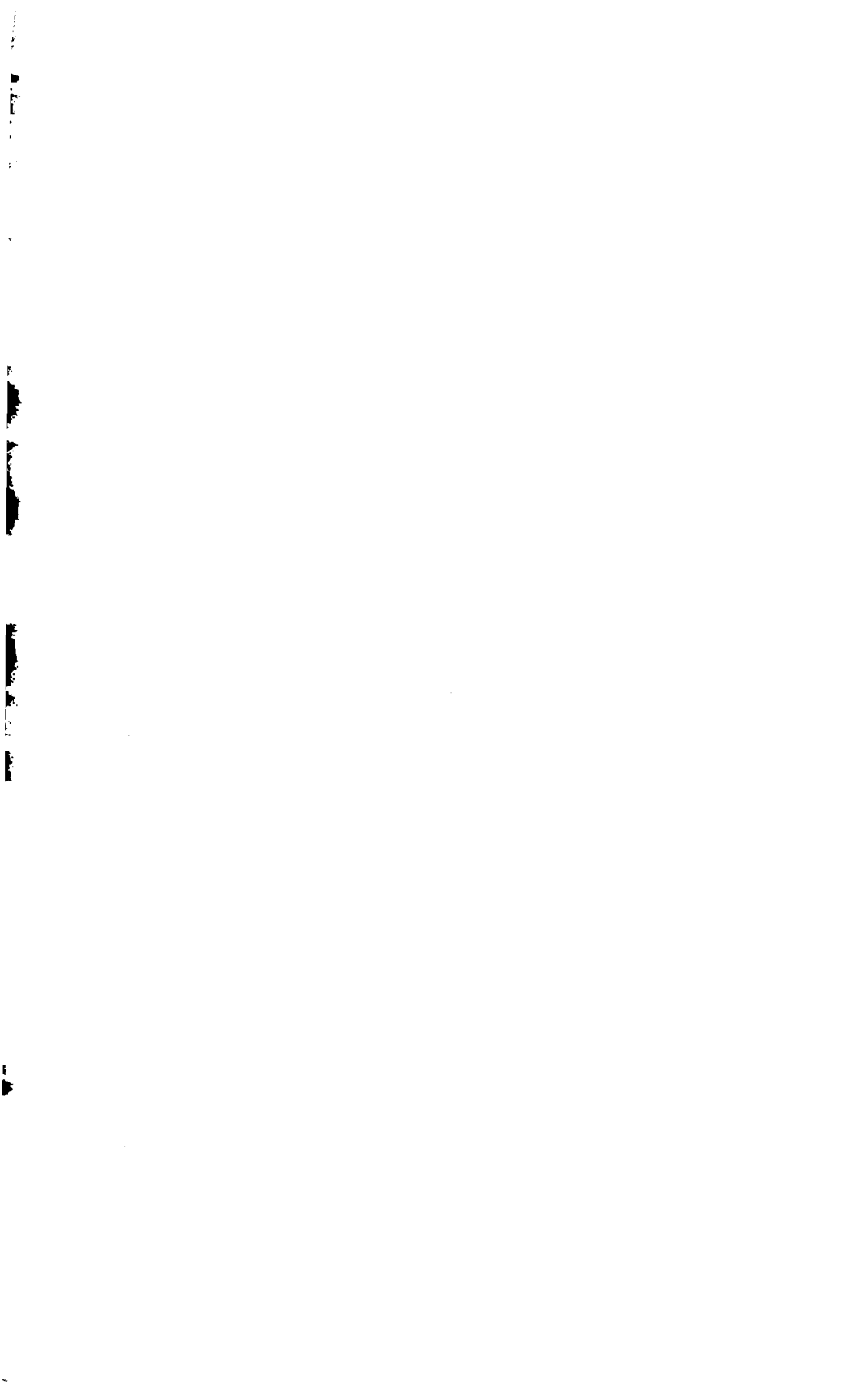
5. A *ssp. aegyptia f. thermalis* magrügye a fejlődés különböző stádiumaiban. Jobbról egy teljesen kifejlett és mellette egy fejlődésben visszamaradt mag: *m* mikropyle; *f* funiculus; *a* arillus; *h* hilum; *ch* chalaza; *r* raphe. 15:1.

6. *U. a.* maghéjának felülete. 300:1.



Ad nat. del. Tuzson.



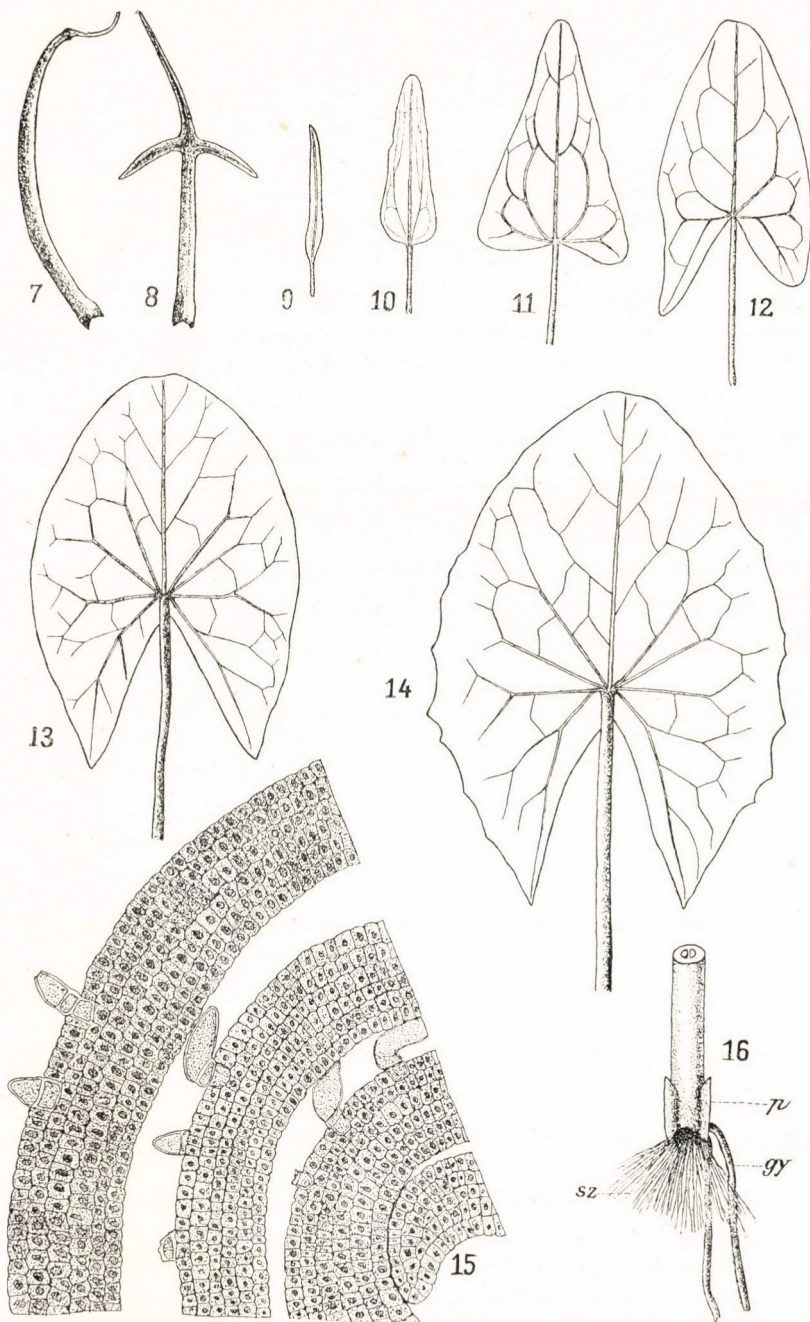


II. TÁBLA.

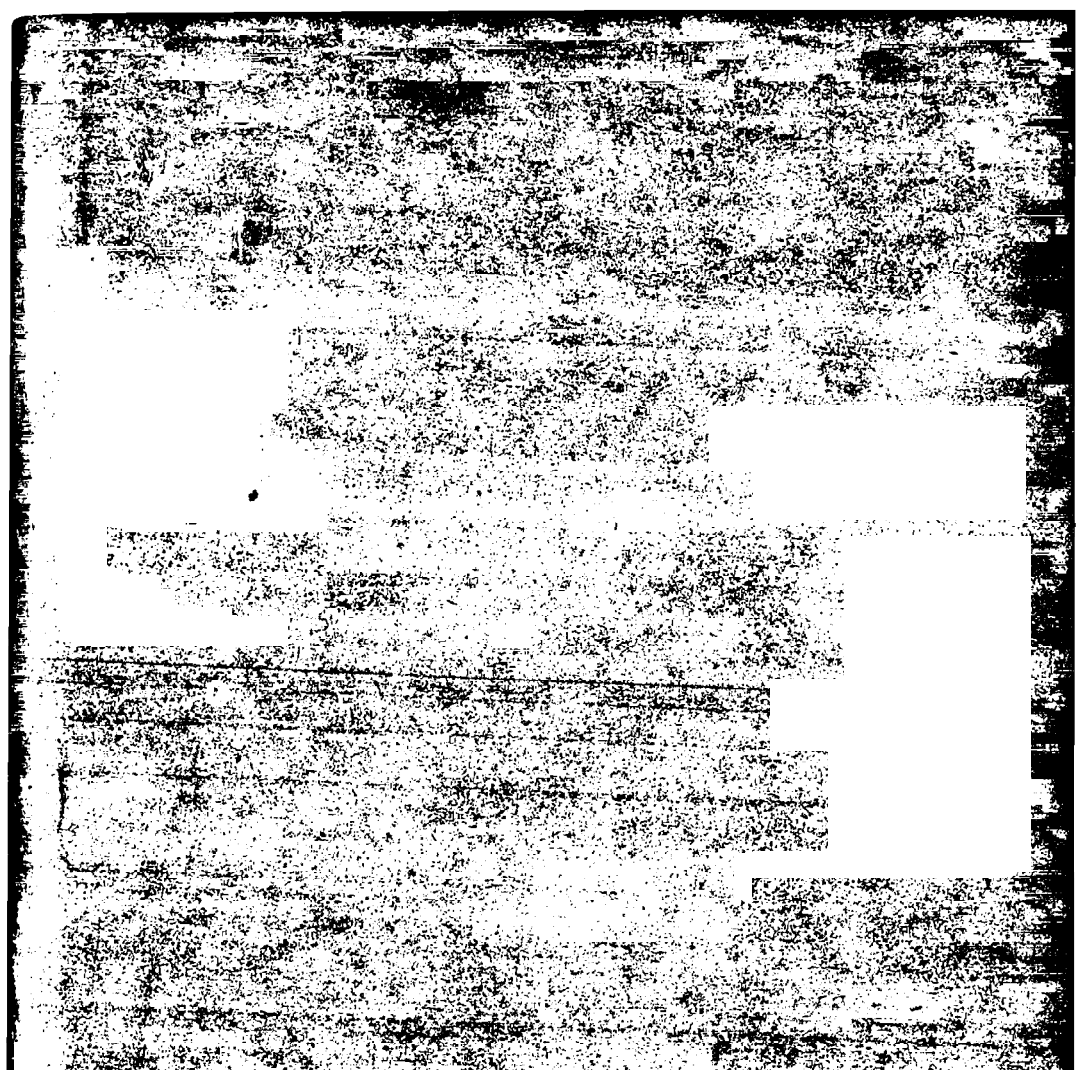
7—14. A *ssp. aegyptia f. Planchonii* levéalakjai, a kileveledzés sorrendjében ; 9. 10. 11. gyenge fejlődésű egyedeken észlelt levéalakok. 5 : 6.

15. A *ssp. aegyptia f. thermalis* igen fiatal, összesodrott levélkéje keresztmetszetének körzikk alakjában kimetszett részlete ; a levél külső oldalán könnyen lehulló szőrök ; a szövet más differenciálódást még nem mutat, élénk osztódásban van. 170 : 1.

16. *U. a.* levélnyelének töve : *p* pálha ; *gy* járulékos gyökerek, melyek a levélnyel külső oldalából erednek ; *sz* szőrök, előre hajlítva. 5 : 6.

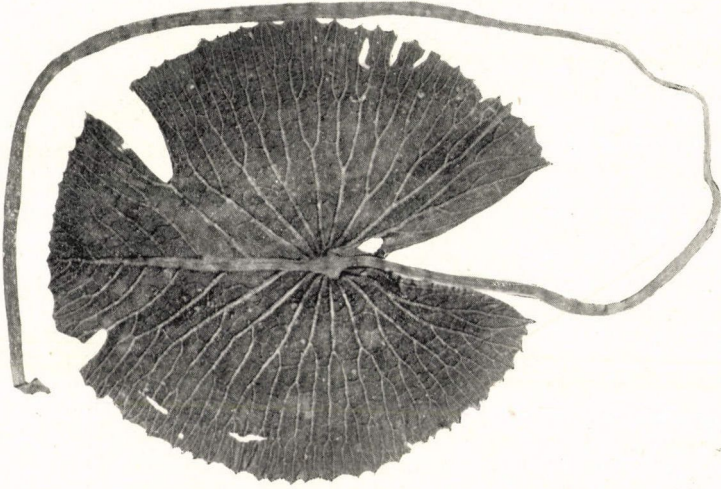


Ad nat. del. Tuzson.

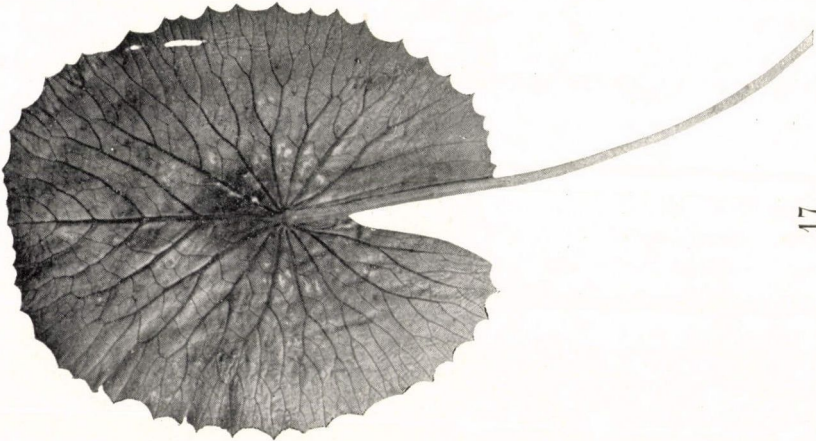


III. TÁBLA.

17. A *ssp. aegyptia f. thermalis* levelének alsó lapja. 1:3.
18. A *ssp. aegyptia f. orthoneura* levelének alsó lapja. 1:3.



18



17



IV. TÁBLA.

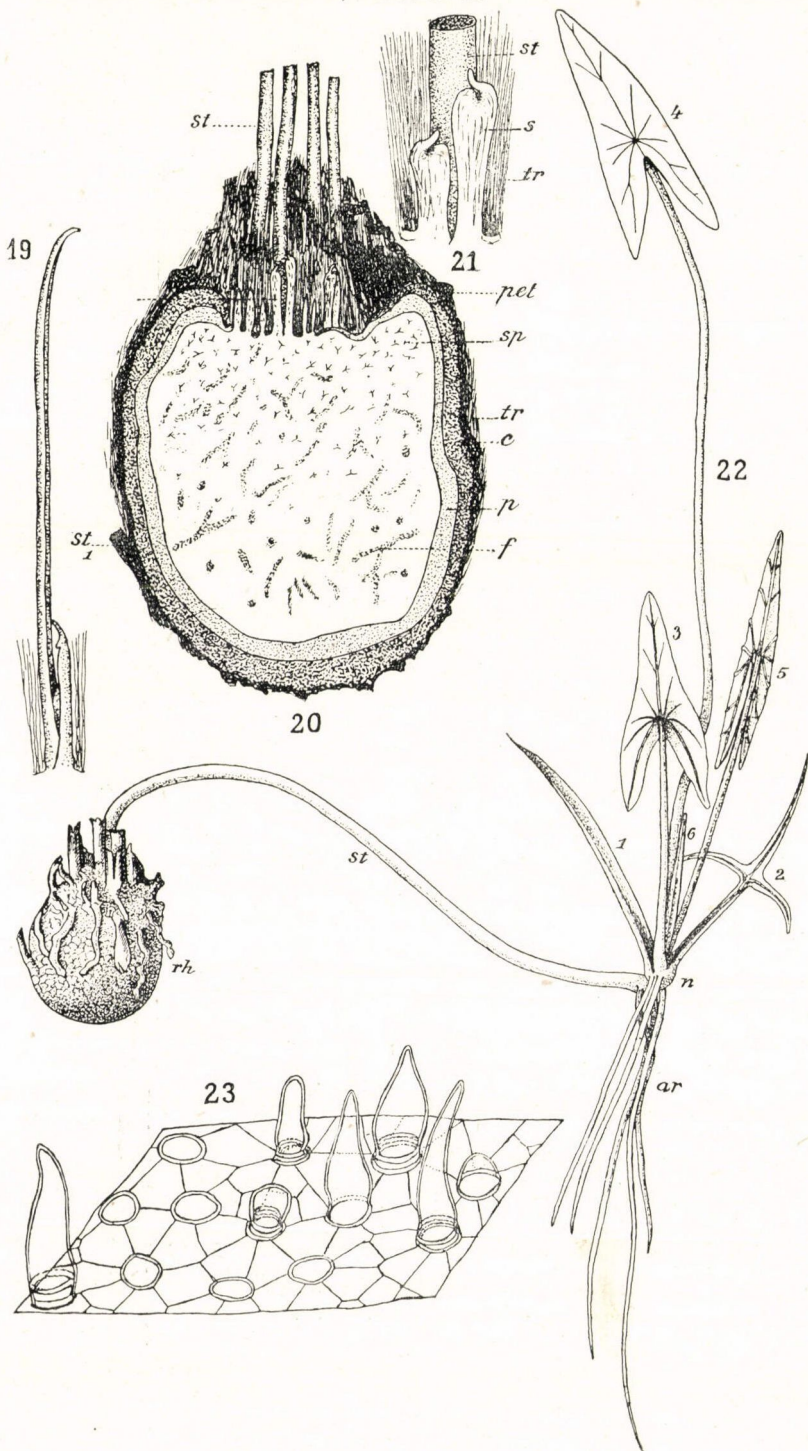
19. A *ssp. aegyptia f. thermalis* feltűnően hosszú rhizoma-allelevele, mellette egy kisebb. 4 : 1.

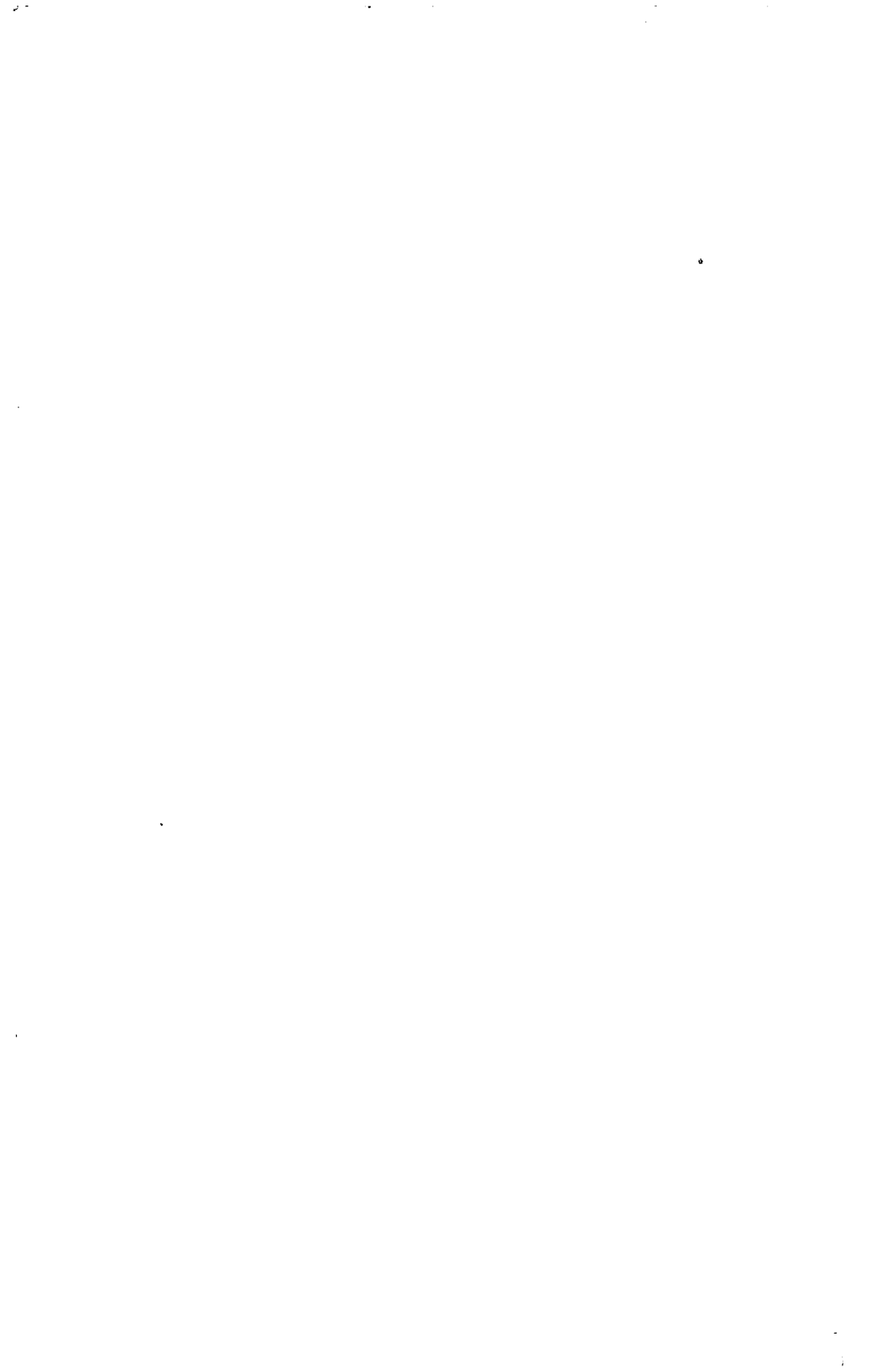
20. *U. a.* több éves gumója: *c* kéregréteg; *tr* szőrök; *pet* egy levélnyel tövének maradványa; *p* pararéteg; *f* edénnyalábok; *sp* spikuláris sejtek (trichoblasta); *st* indák; *st*₁ az eredeti inda maradványa; *s* rhizoma-allevél. 17 : 1.

21. *U. a.* indájának töve; *a* betűk jelentősége mint fent. 3 : 1.

22. A *ssp. aegyptia f. Planchonii* kihajtott rhizomája: *rh* rhizoma; *st* inda; *n* csomó; *ar* járulékos gyökerek; 1—6 egymásután fejlődő levelek. 5 : 6.

23. A *ssp. aegyptia f. thermalis* igen fiatal levele alsó epidermisének felülete, részben rajta levő szőrökkel, részben lehullott szőrök bazális sejtjeivel. 250 : 1.





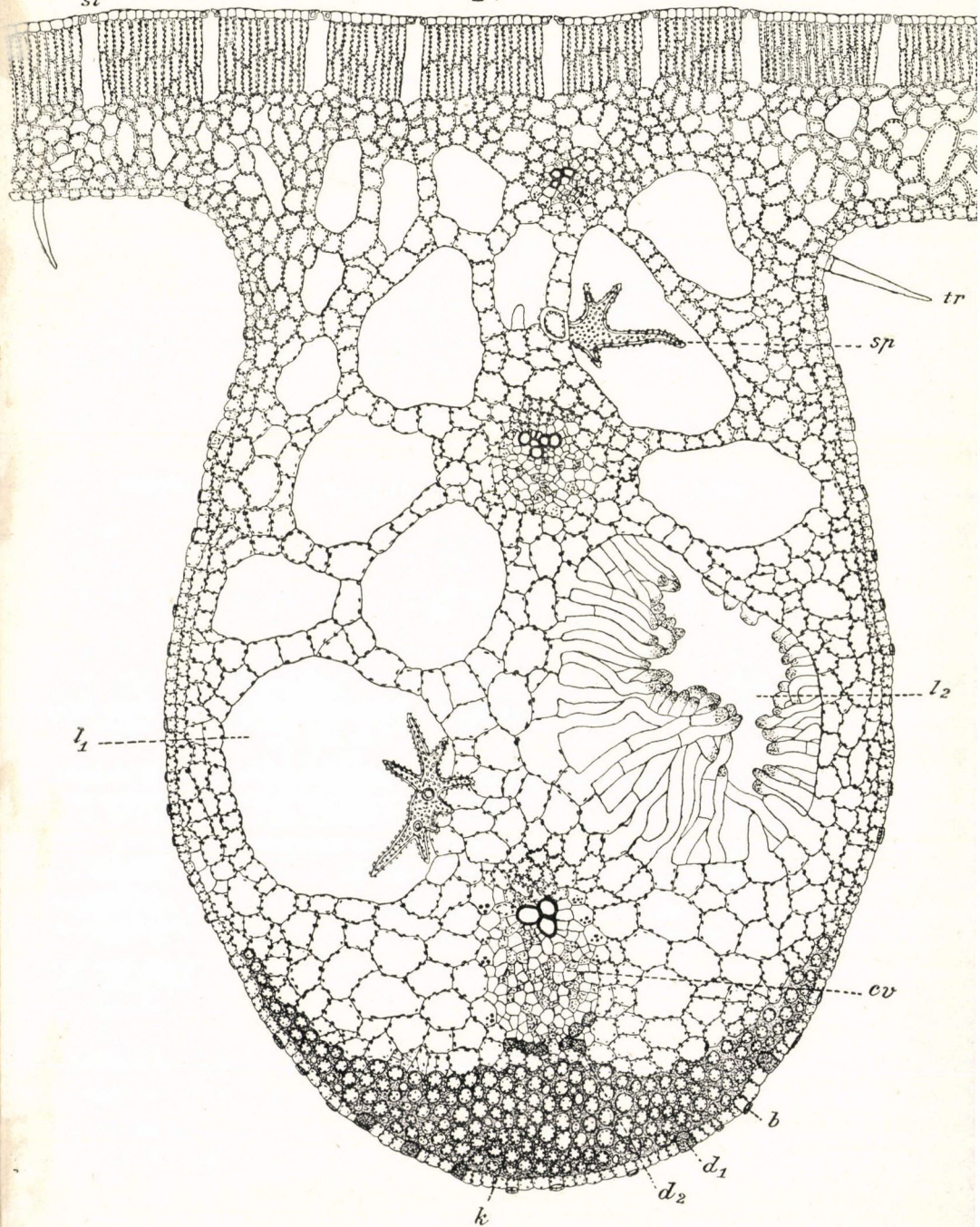


V. TÁBLA.

24. A *ssp. aegyptia f. Planchonii* levelének egy vastagabb ér tájáról vett keresztmetszete: e_1 felső epidermis; *st* szájnylás; *tr* szőr; *p* paliszád-parenchyma; *s* szivacs-parenchyma; e_2 alsó epidermis; l_1 légsatorna; l_2 légsatorna szörszerű sejtkinövésekkel majdnem egészen betömve; *sp* spikuláris sejt (trichoblasta); *cv* edénnyaláb; *k* kollenchyma; d_1 külső, d_2 belső váladéktartó sejtek; *b* a lehullott szőr bazális sejtje. 60:1.

st

24



l₁

sp

tr

l₂

cv

b

d₁

d₂

k



A HATVÁNSOR ÖSSZEGEZHETŐSÉGE AZ ÖSSZETARTÁSI KÖRÖN.

RIESZ MARCZELL-től.

A hatványsornak összetartási körén való viselkedése már régóta beható vizsgálat tárgyát képezi. Tudvalévő, hogy általánosságban a kör kerületén lévő szinguláritások a szabályossági helyeken is lényegesen befolyásolhatják a sor összetartását.

Fatou újabban a következő érdekes tételt mutatta ki:¹
Minden

$$c_0 + c_1 z + \dots + c_n z^n + \dots \quad (1)$$

*hatványsor, a melynek együtthatói zérus felé tartanak és a melynek összetartási köre az egységkör, e kör kerületének minden szabályossági helyén összetartó.*²

De viszont CANTOR³ ismert tétele alapján könnyű átlátni, hogy Fatou feltétele egyszersmind szükséges is ahhoz, hogy a sor az összetartási kör minden szabályossági helyén (ha ilyen egyáltalán létezik), konvergens legyen. CANTOR tétele ugyanis így szól:

Ha valamely

$$a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \dots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \dots$$

¹ Fatou: Séries trigonométriques et séries de Taylor. Acta Mathematica, 30. k. (389. o.).

² A következőkben mindig felteszszük, hogy a vizsgált hatványsorok összetartási köre az egységkörrel megegyezik. Ha az összetartási kör sugara véges és értéke ρ , akkor ez az összetartási kör a $z = \rho z'$ transzformációval az egységkörbe megy át.

³ Crelle's Journal 72; Math. Ann. 4. k.; Acta Mathematica 2. k.

trigonometrikus sorban

$$\lim_{n=\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = 0$$

valamely számköz minden helyén, akkor egyszersemind

$$\lim_{n=\infty} a_n = \lim_{n=\infty} b_n = 0.$$

Az (1) alatti sor differenciálásával nyert

$$\Sigma n c_n z^{n-1} = \Sigma C_n z^n$$

hatványsor jellemző tulajdonsága, hogy

$$\lim_{n=\infty} \frac{C_n}{n} = 0. \quad (A)$$

Az ilyen sor összetartási körének minden helyén divergens lehet. Ezzel a tulajdonsággal bír például az

$$\frac{1}{1-z} = 1 = z + z^2 + \dots$$

sor. Ki fogjuk most mutatni, hogy minden az (A) feltételt kielégítő $\Sigma C_n z^n$ hatványsorra nézve az egységkör minden szabályossági helyén a részletösszegek számtani közepeinek határértéke létezik. (Ekkor, mint tudjuk, ez a határérték FROBENIUS tétele szerint az illető helyen a függvény értékét meg is adja.)

Hasonlóképen, ha valamely hatványsor együlthetői azzal a tulajdonsággal bírnak, hogy

$$\lim_{n=\infty} \frac{C_n}{n^k} = 0, \\ (k=1, 2, 3, \dots)$$

ez a számtani közepek módszerének k -szoros alkalmazásával az egységugarú kör minden szabályossági helyén összegezhető.

Vagy durván kifejezve: a mit egy újabb differenciálás

¹ Sőt, ha e feltétel nincs teljesítve, akkor a trigonometrikus sor legfeljebb egy zérus mértékű halmazban (ensemble de mesure nulle) lehet összetartó.

² FROBENIUS: Über die Leibnitz'sche Reihe, Crelle's Journal 89. k.

az összegezhetőségen ront, azt egy újabb középérték-képezés jóvá teszi.

Hogy azután ez az összegezés a tényleges függvényértéket adja, az HÖLDER¹ tételéből következik.

Ismeretes, hogy FEJÉR² mutatta ki ennek az összegező eljárásnak széleskörű alkalmazhatóságát a FOURIER-sorra.

Állításaink bebizonyításában RIEMANN bizonyos vizsgálatainak³ módosításával is czélt érhetünk. Itt azonban FATOU fenti tételére támaszkodó egyszerűbb bebizonyítást adunk.

Legyen először $k = 1$, vagyis a

$$C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + \dots + C_n z^n + \dots \quad (B)$$

hatványsorban

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n}{n} = 0.$$

Legyen például $z = 1$ a függvény szabályossági helye. Okoskodásunk általános lesz, de egyszerűség kedvéért csak erre a helyre végezzük.

Képezhetjük a hatványsor közvetlen folytatását azáltal, hogy az összetartási kör belsejében lévő pontok körül új sorbafejtéseket eszközölünk s így a hatványsor által értelmezett analitikai függvénynek új elemeit nyerjük. Ezeknek az elemeknek összetartási körei egy tartományt borítanak be. Világos, hogy, ha e tartomány egy helye több hatványsor összetartási körén belül van, akkor e hatványsorok ugyanazt az értéket rendelik az illető helyhez, vagyis hatványsorunk közvetlen folytatásai egy a jellemzett tartományban egyértékű $f(z)$ függvényágot definiálnak.

Egyszerűség kedvéért felteszszük még, hogy

$$f(0) = f(1) = f'(1) = 0. \quad (2)$$

Ezt egy alkalmasan megválasztott másodrendű polinóm levonásával mindig elérhetjük; viszont ismeretes, hogy a sor

¹ HÖLDER: Grenzwerthe von Reihen an der Convergenzgrenze. Math. Ann. 20. k.

² FEJÉR: Vizsgálatok a Fourier-féle sorok köréből. Math. és Phys. Lapok, 1902. Untersuchungen über Fourier'sche Reihen. Math. Ann. 58. k.

³ RIEMANN: Gesammelte Werke, 1876. (237—239. o.).

kezdőtagjainak a megváltoztatása a számtani közepekkel való összegezhetőségen nem változtat.

A sor részletösszegei a $z=1$ helyen :

$$s_0 = C_0, \quad s_1 = C_0 + C_1, \dots, \quad s_n = C_0 + \dots + C_n, \dots$$

Számtani közepek :

$$S_0 = s_0, \quad S_1 = \frac{s_0 + s_1}{2}, \dots, \quad S_n = \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_n}{n+1}, \dots$$

Ezek után könnyen levezethetők az

$$s_0 + s_1 z + \dots + s_n z^n + \dots = \frac{f(z)}{1-z},$$

$$s_0 + (s_0 + s_1) z + \dots + (s_0 + s_1 + \dots + s_n) z^n + \dots = \frac{f(z)}{(1-z)^2},$$

$$S_0 z + S_1 z^2 + \dots + S_n z^{n+1} + \dots = \int_0^z \frac{f(z)}{(1-z)^2} dz,$$

$$S_0 z + (S_1 - S_0) z^2 + \dots + (S_n - S_{n-1}) z^{n+1} + \dots = (1-z) \int_0^z \frac{f(z)}{(1-z)^2} dz$$

azonosságok, melyekben

$$|z| < 1,$$

és a melyekben az integrálást az összetartási körön belül végeztük. Másrészt az $f(z)$ függvény (2) alatti feltételünk szerint a $z=1$ hely környezetében így fejthető sorba :

$$f(z) = \frac{f''(1)}{2!} (z-1)^2 + \frac{f'''(1)}{3!} (z-1)^3 + \dots$$

Így tehát az

$$(1-z) \int_0^z \frac{f(z)}{(1-z)^2} dz$$

függvény (az integrálást megfelelő úton végezvén) a $z=1$ hely környezetében szintén szabályosan viselkedik. Vagyis, ha még kimutatjuk, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n - S_{n-1}) = 0,$$

akkor FAROU tétele alkalmazható a (3) hatványsorra és így e sor a $z=1$ helyen összetartó, vagyis

$$S_0 + (S_1 - S_0) + \dots + (S_n - S_{n-1}) + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

érték létezik, tehát (B) alatti sorunk a számtani középértékek módszerével összegezhető.

A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n - S_{n-1}) = 0$$

egyenlőség azonban egyszerűen következik a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n} = 0 \tag{4}$$

egyenlőségből.

Ugyanis:

$$\begin{aligned} |S_n - S_{n-1}| &= \left| \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_{n-1} + s_n}{n+1} - \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_{n-1}}{n} \right| = \\ &= \left| -\frac{s_0 + s_1 + \dots + s_{n-1}}{n(n+1)} + \frac{s_n}{n+1} \right| \leq \\ &\leq \frac{|s_0| + \frac{|s_1|}{1} + \dots + \frac{|s_{n-1}|}{n-1}}{n} + \frac{|s_n|}{n+1}. \end{aligned}$$

Azonban, ha

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n} = 0,$$

akkor e mennyiségek számtani középértéke is zérus felé közeledik s így csak a (4) alatti egyenlőséget kell kimutatnunk.

A

$$\varphi(z) = \sum_1^{\infty} \frac{C_n}{n} z^n = \sum_1^{\infty} c_n z^n = \int_0^z \frac{f(z)}{z} dz$$

függvény szabályossági helyei ugyanazok, mint az $f(z)$ függvényéi, mert hiszen (2) szerint $f'(0) = C_0 = 0$. $\varphi(z)$ tehát szintén szabályos viselkedésű a $z=1$ helyen. Másrészt azonban a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n}{n} = 0$$

feltétel alapján FATOU tételének újbóli alkalmazásából következik, hogy a $\varphi(z)$ hatványsor a $z=1$ helyen összetartó. Tudvalevőleg azonban minden összetartó sor részletösszegeinek számtani közepei is a sor összege felé konvergálnak.

Legyen

$$\sigma_n = c_0 + c_1 + \dots + c_n,$$

akkor

$$\lim_{n=\infty} \frac{\sigma_0 + \sigma_1 + \dots + \sigma_{n-1}}{n} =$$

$$\lim_{n=\infty} \left(c_0 + c_1 + \dots + c_{n-1} + c_n - \frac{c_1 + 2c_2 + \dots + (n-1)c_{n-1} + nc_n}{n} \right)$$

határérték létezik és az előbb mondottak szerint megegyezik a

$$\lim_{n=\infty} (c_0 + c_1 + \dots + c_n)$$

értékkel. Így tehát

$$\lim_{n=\infty} \left(\frac{c_1 + 2c_2 + \dots + nc_n}{n} \right) - \lim_{n=\infty} \left(\frac{C_1 + C_2 + \dots + C_n}{n} \right) = 0,$$

vagyis (4) tényleg fennáll. Természetesen ez az egyenlőség nemcsak a $z=1$ helyre, hanem minden szabályossági helyre vonatkozik.

Ha $k > 1$, akkor állításunkat a már jelzett módon k -ről $k+1$ -re való következtetéssel és a következő, önmagában is érdekes segédétel alkalmazásával mutathatjuk ki:

Ha valamely

$$C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + \dots$$

hatványsorban

$$\lim_{n=\infty} \frac{C_n}{n^k} = 0,$$

($k=1, 2, 3, \dots$)

akkor az egységkör tetszőszerinti szabályossági helyén képezett $s_n(z)$ részletösszegekre szintén

$$\lim_{n=\infty} \frac{s_n(z)}{n^k} = 0. \quad (5)$$

($k=1, 2, 3, \dots$)

¹ Ha $\frac{C_n}{n^k}$ -ről csak azt tudjuk, hogy véges határok között ingadozik, akkor ugyanezt állíthatjuk $\frac{s_n(z)}{n^k}$ -ről és így a megfelelő k -adrendű számtani közepéről is.

Megjegyezzük még, hogy a

$$\lim_{n=\infty} \frac{C_n}{n^k} = 0$$

(k=1, 2, 3, ...)

feltétel szükséges is ahhoz, hogy a

$$C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + \dots$$

hatványsor az egységkör szabályossági helyein a számtani középérték-képzés k-szoros alkalmazásával összegezhető legyen. Könnyen bebizonyítható ugyanis a következő tétel:

Ha valamely trigonometrikus sor egy intervallumban a számtani középérték-képezés k-szoros alkalmazásával összegezhető, akkor a_n , b_n együtthatói szükségképen eleget tesznek a

$$\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{n^k} = \lim_{n=\infty} \frac{b_n}{n^k} = 0$$

egyenlőségeknek.

E tétel egy speciális esete, miként más helyen jeleztem,¹ közvetlenül folyik FEJÉR egy egyszerű észrevételéből.

Létezzék ugyanis az

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n + \dots$$

numerikus sor s_n részletösszegeiből képezett

$$\lim_{n=\infty} S_n = \lim_{n=\infty} \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_n}{n+1}$$

határérték, más szóval legyen sorunk egyszeri középérték-képezéssel összegezhető. Mint FEJÉR² megjegyzi, világos, hogy

$$\lim_{n=\infty} \left(\frac{n+1}{n} S_{n+1} - S_n \right) = 0.$$

Ebből következik, hogy

$$\lim_{n=\infty} \frac{s_n}{n} = 0$$

¹ Sur les séries trigonométriques. Comptes Rendus 1907. 7. octobre.

² FEJÉR: Math. és Phys. Lapok 1902. 98. o.

és

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n - s_{n-1}}{n} = 0.$$

Ezt CANTOR fent idézett tételével összevetve, $k=1$ esetére előbb kimondott tételünket nyerjük. Ha $k > 1$, akkor a bizonyítás hasonlóan eszközölhető, mert a k -adrendű összegezhetségből ugyancsak a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_n}{n^k} = 0$$

egyenlőség következik.

A mondottakból az is kiviláglik, hogy, ha a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n}{n^k} = 0$$

feltételnek eleget tevő hatványsor összegezhetségéről állításunkat más úton igazoltuk volna, akkor ebből viszont az (5) alatti segéd-tétel folynék.

Eredményeink egyszerű módszert szolgáltatnak oly trigonometrikus sorok képezésére, melyeknek együtthatói végtelen nagyok lesznek és a melyek mindazonáltal a középérték-képzés egyszeri alkalmazásával *mindenütt* összegezhettek. Ilyen sorok eddig nem voltak ismeretesek.

Így például a residuum-számításnak LINDELÖF¹ által tökéletesített módszereivel egyszerűen igazolható, hogy a

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{z^n}{\log n} \quad \text{és} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{nz^n}{\log n}$$

soroknak egyetlen szinguláris helye az egységkörön $z=1$.

Így tehát az utóbbiból képezett

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \sin n\varphi}{\log n} \quad \text{és} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \cos n\varphi}{\log n}$$

sorok közül az első kivétel nélkül, a második a $\varphi \equiv 0 \pmod{2\pi}$ helyek kivételével FEJÉR módszere szerint összegezhető.

¹ LINDELÖF: Le calcul des résidus. Paris (109. o.).

Hasonlót mondhatunk a

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^{\nu} \sin n\varphi \quad \text{és} \quad \sum_{n=0}^{\infty} n^{\nu} \cos n\varphi$$

$$(0 \leq \nu < 1)$$

sorokról. Sorainkból például a

$$\frac{2}{\log 2} - \frac{3}{\log 3} + \frac{4}{\log 4} - \dots,$$

$$1^{\nu} - 2^{\nu} + 3^{\nu} - \dots,$$

$$(0 \leq \nu < 1)$$

egyszeri középérték-képzéssel összegezhető numerikus sorokat nyerjük, melyeknek tagjai n növekedtével minden határon túl nőnek.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 márcz. 16.-án tartott üléséből.)

AZ ALGEBRAI ITERATIO ELMÉLETÉHEZ.

DÁVID LAJOS-tól.

(Második közlemény.)

1. Ugyanily című közleményemben * a következő, SCHAPIRA-tól eredő algoritmussal, algebrai iterációval foglalkoztam.

Legyenek az

$$x^n - (n)_1 {}^{(i+1)}a_1 x^{n-1} + (n)_2 {}^{(i+1)}a_2^2 x^{n-2} - \dots + (-1)^n {}^{(i+1)}a_n^n = 0$$

n -edfokú algebrai egyenlet összes gyökei, mindegyiket annyszor írva, mint a mekkora a multiplicitása:

$${}^{(i)}a_1, {}^{(i)}a_2, \dots, {}^{(i)}a_n.$$

Azaz ismeretes summázással:

$${}^{(i+1)}a_\nu^v = \frac{1}{(n)_\nu} \sum_{(i=0, 1, 2, \dots)} {}^{(i)}a_{r_1} {}^{(i)}a_{r_2} \dots {}^{(i)}a_{r_\nu}. \quad (1)$$

$(\nu=1, \dots, n)$

Bebizonyítottuk, hogy ha a ${}^{(0)}a_\nu$ -k ($\nu=1, \dots, n$) pozitív ** számok és (1)-ben successive mindig az összes gyökjelek pozitív értékét vesszük, akkor $\lim_{i=\infty} {}^{(i)}a_\nu$ ($\nu=1, \dots, n$) léteznek és

$$\lim_{i=\infty} {}^{(i)}a_1 = \lim_{i=\infty} {}^{(i)}a_2 = \dots = \lim_{i=\infty} {}^{(i)}a_n. \quad (2)$$

A következőkben is ezzel az algoritmussal foglalkozunk, de azon általános esetben, mikor a ${}^{(0)}a_\nu$ -k ($\nu=1, \dots, n$) tetsző-

* Math. és Természettud. Értesítő XXV. k. p. 319. s köv.

** Jelen közleményben «pozitív» mindig «nem negatív, valós» és «lényegesen pozitív» mindig «zérustól különböző, pozitív valós» helyett áll.

leges komplex számok. Ha az (1) iteratív jellegét megőrizzük, azaz a ${}^{(0)}a_\nu$ ($\nu=1, \dots, n$) rendszerből kiindulva, az ${}^{(i+1)}a_\nu$ rendszer azon ${}^{(i)}a_\nu$ rendszerből származik, a mely az ${}^{(i-1)}a_\nu$ rendszerből származott ($i=1, 2, 3, \dots$), akkor először is kimutatjuk, hogy áll a (2), a nélkül, hogy a gyökjelek megválasztását korlátoznánk. A gyökjelek megválasztásának módja (2)-t csak annyiban érinti, hogy magának a közös limesnek értékére van általában befolyással.

Ezzel egyúttal az idézett közlemény említett tételének újabb bebizonyítását nyerjük, mely egyszerűbb abból a szempontból, hogy nincs szüksége az ott alkalmazott SCHAPIRA-féle identitásra.*

2. Legyenek tehát a ${}^{(0)}a_\nu$ -k ($\nu=1, \dots, n$) tetszőleges komplex számok. Bebizonyítjuk először is, hogy ha az ${}^{(i)}a_\nu$ -k a ${}^{(0)}a_\nu$ -kből az (1) szerint iterative keletkeznek, akkor $\lim_{i=\infty} {}^{(i)}a_\nu$ mint pozitív számok léteznek és

$$\lim_{i=\infty} |{}^{(i)}a_1| = \lim_{i=\infty} |{}^{(i)}a_2| = \dots = \lim_{i=\infty} |{}^{(i)}a_n|. \quad (2a)$$

Legyen a summatio jelnek mindig az (1) alatti jelentése. Akkor a (2a)-t a következő általános tétel** speciális eseteként bizonyítjuk be:

Ha $a_1^{(i)}, a_2^{(i)}, \dots, a_n^{(i)}$ ($i=0, 1, 2, \dots$) oly pozitív tagú, végtelen sorozatok, melyeknél

$$(a_{m_i}^{(i)})^{m_i} \leq \frac{1}{(n)_{m_i}} \sum a_{r_1}^{(i-1)} a_{r_2}^{(i-1)} \dots a_{r_{m_i}}^{(i-1)}, \quad (I)$$

$$a_{m_i}^{(i)} \geq a_\nu^{(i)}, \quad (II)$$

$(\nu=1, \dots, n)$

hol m_i a ν egy vagy több értékével egyenlő és (I) legalább egyik m_i mellett áll, akkor $\lim_{i=\infty} a_\nu^{(i)}$ mint pozitív számok léteznek és

$$\lim_{i=\infty} a_1^{(i)} = \lim_{i=\infty} a_2^{(i)} = \dots = \lim_{i=\infty} a_n^{(i)}.$$

* l. c. p. 322.

** Melynek speciális esete, ha t. i. $m_i=1$, a l. c. 2. alatti (p. 320—321) tétel is.

E tételt a következő két egyszerű lemmára alapítjuk:

A) Ha $c_1^{(i)}, c_2^{(i)}, \dots, c_r^{(i)}$, ($i=0, 1, 2, \dots$) oly pozitív tagú, végtelen sorozatok, melyeknél

$$\lim_{i=\infty} (c_1^{(i)} + c_2^{(i)} + \dots + c_r^{(i)}) = rc,$$

mint pozitív szám létezik, továbbá tetszőleges lényegesen pozitív ε -hoz tartozik oly I , hogy

$$c_q^{(i)} \leq c + \varepsilon, \\ (q=1, \dots, r)$$

mihelyt $i > I$, akkor $\lim_{i=\infty} c_q^{(i)}$, mint pozitív számok léteznek és

$$\lim_{i=\infty} c_1^{(i)} = \lim_{i=\infty} c_2^{(i)} = \dots = \lim_{i=\infty} c_r^{(i)} = c.$$

B) Ha $c_1^{(i)}, c_2^{(i)}, \dots, c_r^{(i)}$, ($i=0, 1, 2, \dots$) oly pozitív tagú, végtelen sorozatok, melyeknél

$$\lim_{i=\infty} (c_1^{(i)} c_2^{(i)} \dots c_r^{(i)}) = c^r,$$

mint pozitív szám létezik, továbbá tetszőleges lényegesen pozitív ε -hoz tartozik oly I , hogy

$$c_q^{(i)} \leq c + \varepsilon, \\ (q=1, \dots, r)$$

mihelyt $i > I$, akkor $\lim_{i=\infty} c_q^{(i)}$, mint pozitív számok léteznek és

$$\lim_{i=\infty} c_1^{(i)} = \lim_{i=\infty} c_2^{(i)} = \dots = \lim_{i=\infty} c_r^{(i)} = c.$$

Az A) lemma bebizonyítása. Föltevéssünk szerint tetszőleges lényegesen pozitív δ -hoz tartozik oly I , hogy

$$rc - \delta \leq c_1^{(i)} + c_2^{(i)} + \dots + c_r^{(i)} \leq rc + \delta,$$

mihelyt $i > I$. Ha ilyen i -nél

$$c_q^{(i)} = c + \omega_q^{(i)}, \\ (q=1, \dots, r)$$

akkor $s_1^{(i)}$ -vel jelölve a pozitív, $s_2^{(i)}$ -vel a negatív $\omega_q^{(i)}$ -k összegét,

$$-\delta \leq s_1^{(i)} + s_2^{(i)} \leq \delta.$$

Az I vehető oly nagynak, hogy maga az $s_1^{(i)} \leq \eta$, hol η tetszőleges lényegesen pozitív szám, mihelyt $i > I$. Tehát

$$-\delta - \eta \leq s_2^{(i)},$$

vagyis a negatív $\omega_\rho^{(i)}$ -k is absolut értékre nézve tetszőleges lényegesen pozitív számnál kisebbek, ha δ és η elég kicsinyek, azaz I elég nagy és $i > I$.

A $B)$ lemma bebizonyítása. Ha $c = 0$, akkor $B)$ evidens, mivel ekkor föltevés szerint

$$0 \leq c_\rho^{(i)} \leq \varepsilon, \\ (\rho=1, \dots, r)$$

mihelyt $i > I$.

Ha $c > 0$, akkor a

$$\lim_{i=\infty} (c_1^{(i)} c_2^{(i)} \dots c_r^{(i)}) = c^r.$$

föltevés miatt, ha i nagyobb bizonyos I -nél, úgy

$$c_\rho^{(i)} > 0, \\ (\rho=1, \dots, r)$$

Tehát van oly lényegesen pozitív λ szám, hogy mihelyt $i > I$,

$$\lambda c_\rho^{(i)} \geq 1, \\ (\rho=1, \dots, r)$$

Vegyük a logaritmusok valós értékét. Mivel, mint könnyű látni, a $\log(\lambda c_\rho^{(i)})$ ($\rho=1, \dots, r$) végtelen sorozatok, ha $i > I$ eleget tesznek az $A)$ alatti $c_\rho^{(i)}$ sorozatokra tett föltevéseknek, ott c helyett $\log \lambda c$ -t írva, azért $\lim_{i=\infty} \log(\lambda c_\rho^{(i)}) = \log(\lambda c)$, azaz $\lim_{i=\infty} \log c_\rho^{(i)} = \log c$ ($\rho=1, \dots, r$) léteznek; a miből a $B)$ állítása folyik.

Már most előrebocsátott általános tételünk így bizonyítható be. (I)-ből adódik, hogy

$$a_{m_i}^{(i)} \leq a_{m_{i-1}}^{(i-1)},$$

tehát

$$\lim_{i=\infty} a_{m_i}^{(i)} = a, \tag{a}$$

mint pozitív szám létezik és minden i -nél

$$a_{m_i}^{(i)} \geq a. \tag{b}$$

Gondoljuk például $i=1$ -től kezdve az összes oly i értékeket sorban kiragadva

$$i_1, i_2, i_3, \dots,$$

melyekhez tartoznak egyenlő és az (I)-nek eleget tevő m_i -k. Legyen e közös $m_{i_\lambda} = \mu$ ($\lambda=1, 2, 3, \dots$). Tehát

$$(a_{\mu}^{(i_\lambda)})^\mu \leq \frac{1}{(n)_\mu} \sum a_{r_1}^{(i_\lambda-1)} a_{r_2}^{(i_\lambda-1)} \dots a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)} \leq (a_{m_{i_\lambda-1}}^{(i_\lambda-1)})^\mu. \quad (c)$$

($\lambda=1, 2, 3, \dots$)

Ilyen i_λ sorozat legfeljebb n van és így legalább egyik végtelen; legyen olyan a fölirt. A (c) és (a)-ból következik, hogy létezik

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sum a_{r_1}^{(i_\lambda-1)} a_{r_2}^{(i_\lambda-1)} \dots a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)} = (n)_\mu a^\mu. \quad (d)$$

A (b) szerint, (a)-ra való tekintettel, mihelyt $i_\lambda-1$ nagyobb bizonyos I -nél,

$$a_{r_\nu}^{(i_\lambda-1)} \leq a + \delta, \quad (\nu=1, \dots, n) \quad (e)$$

hol δ tetszőleges lényegesen pozitív szám. Ugyanekkor δ vehető akkorának, hogy

$$a_{r_1}^{(i_\lambda-1)} a_{r_2}^{(i_\lambda-1)} \dots a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)} \leq a^\mu + \varepsilon, \quad (f)$$

bármicsoda lényegesen pozitív szám is ε .

A (d) és (f) szerint az $(n)_\mu$ számú $(a_{r_1}^{(i_\lambda-1)} a_{r_2}^{(i_\lambda-1)} \dots a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)})$ végtelen sorozatra állanak az A) alatti föltételek, tehát e sorozatoknak van határértékük és pedig

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} (a_{r_1}^{(i_\lambda-1)} a_{r_2}^{(i_\lambda-1)} \dots a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)}) = a^\mu. \quad (g)$$

A (g) és (e) szerint a μ számú $a_{r_1}^{(i_\lambda-1)}, \dots, a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)}$ végtelen sorozatra állanak a B) alatti föltételek, tehát e sorozatoknak van határértékük és pedig

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} a_{r_1}^{(i_\lambda-1)} = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} a_{r_2}^{(i_\lambda-1)} = \dots = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} a_{r_\mu}^{(i_\lambda-1)} = a.$$

Mivel az r_1, r_2, \dots, r_μ számok között az $1, 2, \dots, n$ számok mind előjönnek, azért

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} a_1^{(i_\lambda-1)} = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} a_2^{(i_\lambda-1)} = \dots = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} a_n^{(i_\lambda-1)} = a. \quad (h)$$

Ismételjük e következtetéseket mindazon végtelen sorozatoknál, melyek egyike az i_λ sorozat. Mindegyik ily végtelen sorozathoz tartozik egy, a (h) -nak megfelelő egyenlőség, csak az i_λ sorozat helyett az illető másik sorozat veendő. Az összes ily egyenlőségek, mivel számuk n -nél nem nagyobb és ama végtelen sorozatok bizonyos i -től kezdve az összes i -ket kimerítik, együttvéve általános tételünket adják: hogy $\lim_{i=\infty} a_\nu^{(i)}$ ($\nu=1, \dots, n$), mint pozitív számok léteznek és

$$\lim_{i=\infty} a_1^{(i)} = \lim_{i=\infty} a_2^{(i)} = \dots = \lim_{i=\infty} a_n^{(i)}.$$

3. E tétel speciális esete, mint említettük, a (2a). Ha ugyanis (1)-ben

$$|^{(i)}a_{m_i}| \geq |^{(i)}a_\nu|, \\ (i=0, 1, 2, \dots) \quad (\nu=1, \dots, n)$$

hol m_i a ν egy vagy több értékével egyenlő, akkor (1) szerint az $|^{(i)}a_\nu|$ végtelen sorozatok általános tételünk föltételeit teljesítik és így áll a (2a).

Az $|^{(i)}a_\nu|$ -k közül $|^{(i)}a_{m_i}|$ -nek, mint legnagyobbnak kiválasztása lehetséges, mivel (1)-ből

$$|^{(i+1)}a_\nu| \leq \frac{1}{(n)_\nu} \cdot \Sigma |^{(i)}a_{r_1}| \dots |^{(i)}a_{r_\nu}| \leq |^{(i)}a_{m_i}^\nu|,$$

vagyis az algorithmus elemeinek absolut értéke véges határ alatt marad:

$$|^{(i)}a_\nu| \leq |^{(0)}a_{m_0}|, \\ (i=0, 1, 2, \dots) \quad (\nu=1, \dots, n) \tag{3}$$

Mikor a $|^{(0)}a_\nu|$ -k ($\nu=1, \dots, n$) pozitív számok és az összes gyökök pozitív értékét vesszük, akkor minden i és ν -nél

$$|^{(i)}a_\nu| = |^{(i)}a_\nu|.$$

Ebben az említett közleményben tárgyalt esetben már (2a) szolgáltatja a (2)-t. Akkor is már (2a)-ból nyerjük a (2)-t, ha a (2a) alatti közös határérték zérus.

Tegyük föl, hogy e közös határérték nem zérus.* Ki-

* E föltevés jogosult már a tetszőleges n -hez tartozó speciális eset (l. c.) és az $n=2$ -höz tartozó, jól ismert, általános eset (a LAGRANGE-GAUSS-féle medium arithmetico-geometricum) eredményei alapján.

mutatjuk, hogy ekkor a gyökjel-választásoknak szükségkép úgy kellett és lehetséges is volt úgy történniök, hogy $\lim_{i \rightarrow \infty} \text{arcus } {}^{(i)}a_\nu$ ($\nu=1, \dots, n$) léteznek és

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \text{arc } {}^{(i)}a_1 = \lim_{i \rightarrow \infty} \text{arc } {}^{(i)}a_2 = \dots = \lim_{i \rightarrow \infty} \text{arc } {}^{(i)}a_n, \quad (2b)$$

ha például $0 \leq \text{arc } {}^{(i)}a_\nu < 2\pi$.

A (2a) és (2b) azután együttesen a (2)-t adják.

Az (1)-ben $\nu=1$ téve:

$${}^{(i+1)}a_1 = \frac{1}{n} ({}^{(i)}a_1 + \dots + {}^{(i)}a_n).$$

Ha rövidség kedvéért

$$0 \leq \text{arc } {}^{(i)}a_\nu = a_\nu^{(i)} < 2\pi,$$

akkor az előbbi egyenletben a valós és képzetes részeket szétválasztva:

$$\begin{aligned} n |{}^{(i+1)}a_1| \cos a_1^{(i+1)} &= |{}^{(i)}a_1| \cos a_1^{(i)} + \dots + |{}^{(i)}a_n| \cos a_n^{(i)}, \\ n |{}^{(i+1)}a_1| \sin a_1^{(i+1)} &= |{}^{(i)}a_1| \sin a_1^{(i)} + \dots + |{}^{(i)}a_n| \sin a_n^{(i)}. \end{aligned}$$

Ezeket négyzetre emelve és összeadva, lesz

$$n^2 |{}^{(i+1)}a_1|^2 = |{}^{(i)}a_1|^2 + \dots + |{}^{(i)}a_n|^2 + 2 |{}^{(i)}a_1| |{}^{(i)}a_2| \cos (a_1^{(i)} - a_2^{(i)}) + \dots$$

A (2a) szerint, ha δ tetszőleges lényegesen pozitív szám, van oly I , hogy (a -val jelölve újra a (2a) alatti közös határértéket)

$$|n^2 a^2 - n a^2 - 2 a^2 \cos (a_1^{(i)} - a_2^{(i)}) - \dots| \leq \delta,$$

mihelyt $i > I$. Mivel most $a \neq 0$, azért a^2 -vel oszthatunk és kapjuk, hogy az itt előjövő cosinusok összegének van határértéke:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (\cos (a_1^{(i)} - a_2^{(i)}) + \dots) = (n)_2.$$

A baloldalon $(n)_2$ számú cos. szerepel, tehát szükségkép mind-egyiknek külön is van határértéke és pedig

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \cos (a_{r_1}^{(i)} - a_{r_2}^{(i)}) = 1. \quad (i)$$

Egyszerűség kedvéért némely geometriai kifejezőmódhoz csatlakozunk. Vegyünk az ${}^{(i)}a_\nu$ számok részére egy közösleges kom-

plex számsíkot az O origójú derékszögű koordinátarendszerrel. Mivel a (2b) alatti közös határérték most nem zérus, azért minden i és ν -nél $(i)a_\nu \neq 0$, mert ellenkező esetben $(i+1)a_n = = (i+2)a_n = \dots = \text{in inf.} = 0$ volna. Eszerint van értelme az $(i)a_\nu$ félsugaraknak. Ha bizonyos i -nél az $(i)a_\nu$ ($\nu = 1, \dots, n$) sugarak * egy félsíkban (vagyis az O -n átmenő valamely egyenes ugyanazon oldalán) fekszenek, akkor az $(i)a_\nu$ ($\nu = 1, \dots, n$) sugarakhoz tartozó «szögtér» alatt azt a szöveget értsük, melyet a két «szélső», vagyis azon két $(i)a_\nu$ sugár fog közre, melyek között van a többi (ugyanazon i -hez tartozó) $(i)a_\nu$ sugár is. Föltétezésünk szerint a szögtér mérő szög abszolút értéke nem nagyobb π -nél.

Kimutatjuk, hogy (a szögtérhez számítva ama két szélső sugarát is):

C) Ha az $(i)a_\nu$ sugarakhoz tartozó szögtér $\frac{\pi}{n}$ -nél kisebb, akkor van egy és csakis egy $(i+1)a_\nu$ ($\nu = 1, \dots, n$) érték, az (1) szerint adódó ν számú között, a mely ebben a szögtérben fekszik.

Mivel a szögtér nagysága nem változik a koordinátarendszer O körül való forgatásánál, azért az általánosság megszorítása nélkül vehető, hogy az $(i)a_\nu$ sugarakhoz tartozó, $\frac{\pi}{n}$ -nél kisebbnek föltételezett szögtér közrefogó két szélső sugár egyike az OX tengelybe esik, a másik pedig ebből pozitív vagy negatív irányú, $\frac{\pi}{n}$ -nél kisebb, O körüli forgatással keletkezik. Elég például a pozitív forgatás esetét részletezni. Az $(i+1)a_\nu$ -ben szereplő $(i)a_{r_1}, (i)a_{r_2}, \dots, (i)a_{r_\nu}$ -t $b_r^{(i)}$ -vel jelölve, az $Ob_r^{(i)}$ ($(n)_\nu$ számú) sugarakhoz tartozó szögtér nyilván kisebb π -nél, mivel

$$\text{arc } b_r^{(i)} \equiv \text{arc } (i)a_{r_1} + \dots + \text{arc } (i)a_{r_\nu} \pmod{2\pi},$$

és így az $\text{arc } b_r^{(i)}$ -k közül a legnagyobb kisebb $\frac{\nu \cdot \pi}{n}$ -nél, a legkisebb nem kisebb $\nu \cdot 0$ -nál. Az $Ob_r^{(i)}$ sugarakhoz tartozó szög-

* Sugár mindig félsugarat jelentsen.

tér tehát kisebb $\left(\frac{\nu \cdot \pi}{n} - \nu \cdot 0\right)$ -nál és így π -nél is. Evidens, hogy ekkor e szögtérbe esik a $b_r^{(i)}$ -k összege, tehát számtani közepe, azaz $^{(i+1)}a_\nu$ is. E szerint

$$0 \leq \text{arc } ^{(i+1)}a_\nu < \frac{\nu \cdot \pi}{n},$$

a miből következik, hogy $^{(i+1)}a_\nu$ egyik értékére nézve

$$0 \leq \text{arc } ^{(i+1)}a_\nu < \frac{\pi}{n}.$$

Hogy pedig csakis egy ily $^{(i+1)}a_\nu$ van, az következik a ν számú $^{(i+1)}a_\nu$ -nek az O középpontú $|^{(i+1)}a_\nu|$ sugarú körön való elhelyezkedéséből.

Az (i) szerint tényleg elérhető, hogy az $O^{(i)}a_\nu$ sugarakhoz tartozó szögtér $\frac{\pi}{n}$ -nél kisebb, sőt tetszőleges lényegesen pozitív számnál is kisebb, ha I elég nagy és $i > I$. Ekkor tehát a $C)$ szerint, e tetszőleges kicsiny szögtérben fekszik egy és csakis egy $^{(i+1)}a_\nu$ ($\nu = 1, \dots, n$). Mivel az $O^{(i+1)}a_\nu$ sugarakhoz tartozó szögtér is tetszőleges kicsiny, azért csakis ezen $^{(i+1)}a_\nu$ felelhet meg, mint ez az $^{(i+1)}a_\nu$ értékeknek az említett körön való elhelyezkedéséből és abból látható, hogy $^{(i+1)}a_1$ az $O^{(i)}a_\nu$ sugarakhoz tartozó szögtérben van. Ugyanezek állanak az $^{(i+2)}a_\nu$ értékeire; s i. t. Tehát az $O^{(i+k)}a_\nu$ sugarakhoz tartozó szögtér nem csak tetszőleges kicsiny, hanem benne van az $O^{(i)}a_\nu$ sugarakhoz tartozóban, bármicsoda pozitív egész szám is k , mihelyt $i > I$. Ez azonban azt jelenti, hogy $\lim_{i \rightarrow \infty} \text{arc } ^{(i)}a_\nu$ léteznek és teljesítik a $(2b)$ -t, a mi $(2a)$ -val a (2) -höz vezet.

Az 1.-ben pontosan körülírtuk e kifejezés értelmét: megtartva (megőrizve) az (1) iteratív jellegét. Eredményünk a következő:

Alaptétel: Az (1) iteratív jellegét megtartva, tetszőleges komplex számokból kiindulva, tetszőleges gyökjel-választásnál áll a (2) .

4. Jelölje a (2) alatti közös határértéket, ${}^{(0)}a_v = a_v$, írva, most is

$$M(a_1, \dots, a_n).$$

Az M tehát nem csak a_1, \dots, a_n függvénye, hanem általában függ még a gyökjelek megválasztásától és így általában többértékű.

Kellő fölfogás mellett e többértékű M -re nézve is

$$\begin{aligned} M(a_1, \dots, a_n) &= M(a_{r_1}, \dots, a_{r_n}), \\ M(a_1, \dots, a_n) &= M({}^{(i)}a_1, \dots, {}^{(i)}a_n), \\ M(\rho a_1, \dots, \rho a_n) &= \rho M(a_1, \dots, a_n). \end{aligned} \tag{4}$$

Ha t. i. a megfelelő bal- és jobboldalokon M azon értékét gondoljuk, melyhez ugyanazon gyökjel-választással jutunk, a második egyenletnél pedig még a_1, \dots, a_n -ből kiindulva, úgy választjuk meg a gyökjeleket, hogy a jobboldali ${}^{(i)}a_1, \dots, {}^{(i)}a_n$ -hez érjünk.

Ha c_1, \dots, c_n pozitív számok, akkor jelölje

$$M(c_1, \dots, c_n)$$

az $M(c_1, \dots, c_n)$ azon értékét, melyhez jutunk, ha (1)-ben az összes gyökjelek pozitív értékét vesszük.

Az (1)-ből

$$|{}^{(i+1)}a_v| \leq \frac{1}{(n)_v} \Sigma |{}^{(i)}a_{r_1} \dots |{}^{(i)}a_{r_v}|.$$

Tehát

$$M(|{}^{(i+1)}a_1|, \dots, |{}^{(i+1)}a_n|) \leq M(|{}^{(i)}a_1|, \dots, |{}^{(i)}a_n|). \tag{5}$$

($i=0, 1, 2, \dots$)

Az (5) alapján fölírható monoton sorozatban véve az $i=0, \infty$ -hez tartozó tagokat, (2a)-ra és az $\bar{M}(a_1, \dots, a_n) = |a|$ egyenletre való tekintettel, lesz

$$|M(a_1, \dots, a_n)| \leq M(|a_1|, \dots, |a_n|). \tag{6}$$

Itt az egyenlőség jele akkor és csakis akkor áll, ha vagy $\bar{M} = 0$ (ennek pedig szükséges és elegendő föltétele,* hogy az

* l. c. p. 323. a (7) és utána következő első relatióból.

{ a_ν -k között zérus is legyen); vagy ha $\text{arc } a_1 = \text{arc } a_2 = \dots = \text{arc } a_n$ és ${}^{(i)}a_\nu$ azon értékét választjuk (a mi ekkor (1) szerint valóban lehetséges), melynél $\text{arc } {}^{(i)}a_\nu = \text{arc } a_1$ ($i=1, 2, 3, \dots$) ($\nu=1, \dots, n$). Tehát (6)-nül az egyenlőség jele az $M(a_1, \dots, a_n)$ legfeljebb egy értékénél áll és pedig csakis az említett specziális a_1, \dots, a_n érték-rendszereknél.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 márcz. 16.-án tartott üléséből.)

ÚJABB ADATOK
A GERINCZOSZLOP ÉS A GERINCZ MELLÉKI TÁJÉK
KOPOGTATÁSI HANGJÁNAK DIAGNOSTIKAI
ÉRTÉKÉHEZ.

KORÁNYI FRIGYES I. tagtól.

A kopogtatás tanának az orvosi tudomány terén sarkalatos jelentősége van úgy az orvostudomány fejlődésének szempontjából, mint az orvosi gyakorlat szempontjából is.

Az orvosi tudomány fejlődésének menetében korszakalkotó jelentőséggel bírt AUENBRUGGERnek az 1761. évben Bécsben megjelent füzeté ezen cím alatt: «Inventum novum ex percussione thoracis pectoris obtrusos morbos detegendi», AUENBRUGGER ezen munkájában kimutatta, hogy a test felületén megejtett kopogtatáskor nyert hangokból a test mélyében létező szerveknek betegségeit fel lehet ismerni és ezzel az emberi betegségek vizsgálatának terén az exact physikai módszerek alkalmazásának alapját tette le az addig uralkodott spekulatív diagnostikai eljárás helyébe. Az orvosi gyakorlatban nagy jelentőséggel bír a kopogtatás tana azért, mert a test mélyében létező szervek nagyszámú megbetegedése a szövetek olyan megváltozásával jár, a mely a kopogtatási hangokat területileg és akustikai tulajdonságaikra nézve jellemzetesen megváltoztatja és ezen változások fejlődési menete alapján a betegségek előrehaladását vagy visszafejlődését engedi megállapítani.

AUENBRUGGERnek ezen felfedezése azonban egy ideig kevés figyelemben részesült, míg nem a 19. század elején a francia orvosi iskola két kiváló tanára, LAENNEC és Piorry, főleg pedig a bécsi orvosi iskola egyik legkimagaslóbb tudósa, SKODA tanár e tannak tovább fejtése, tisztázása, irataik és előadásai tekintélye által az egész orvosi világot végérvényesen meggyőzték

a kopogtatási vizsgálati módszer sarkalatos jelentősége felől, a mely azóta mindenütt a legtágabb módon alkalmazva lett a mellkasi és hasüri szervek állapotának felismerésére, és pedig egy teljesen meghatározott rendszer szerint úgy, hogy a mellkasnak és hasnak minden tájéka bizonyos vonalak mentén alávetetik a kopogtatásnak, *egynek kivételével, és ez a gerincoszlop.*

A gerincoszlop ezen mellőzésének oka abban található, hogy míg a hasüreg elülső és oldalfalzata mindenütt, a mellkas falzata pedig a bordák közötti hézagokban bőrből és izmokból, tehát lágy szövetekből áll, a melyeken kiváltott kopogtatási rezgések akadálytalanul terjednek az alattuk fekvő belső szervekre; addig a gerincoszlop a nyakszirttől kezdve a keresztcsont legalsó végéig nagyszámú, szövevényes alakú csontok láncolatából áll, a melyek között hézag nem található s a melyeknek egymáshoz helyzete szinte szakadatlan változásnak van alávetve. Ehhez még azon nagy fontosságú boncztoni körülmény is járul, hogy a gerincoszlop mindegyik felülete nagy tömegű izmok által van környezve, a melyeknek váltakozó része feszülésben van s ezért a kopogtatási hangot egyre változtatja. Ezen viszonyokból érthető, hogy habár maga AUENBRÜGGER és PIRRY is foglalkoztak a gerincoszlop kopogtatásával, de hangzásában semmi jellegzetest nem találtak, a zavaró viszonyokat leküzdhetleneknek nyilvánították s az utánok következett buvárok megállapított ténynek vették, miszerint a gerincoszlop nem képezi a diagnostikus kopogtatásnak alkalmas terét és ez a nézet változatlanul fennmaradt a legujabb időkig.

Mintegy husz éve, hogy klinikai tanításaimban azon viszonyok okával kezdtem foglalkozni, a melyek miatt néha a tüdőgyulladásokat a mellhártyagyulladásoktól megkülönböztetni nem lehet s erre vonatkozó vizsgálataim közben a mellhártyaizsadmányokat határoló gerincoszlop vizsgálatára lettem vezetve, a mikor azt észleltem, hogy bizonyos czélszerű eljárás szerint kopogtatva a gerincoszlopot, ennek egyes osztályain az egészséges embernél mindig szabályosan megegyező kopogtatási hangokat lehet kapni s hogy ezen hangok megváltoznak akkor, ha a test mélyében és a gerincoszlophoz közel fekvő bizonyos

szervek megbetegszenek. Ezen tanulmányaim első eredményeit az 1897. évben a magyar nyelven kiadott belgyógyászati kézikönyv IV. kötetében és ugyanazon évben a német nyelven megjelent «Realencyclopédie der gesamten Heilkunde» 2. kiadásának XII. kötetében ismertettem a tüdőbetegségekről írott értekezésemben.

Az ezután következett években folytatott és tágabb térre kiterjeszkedő vizsgálataim eredményeit a Budapesti kir. Orvosegylet ülésén közöltem és az Akadémia III. osztályának 1906 jun. 25-én tartott ülésén jelentettem be s ugyanazon évben kimerítően ismertettem az Orvosi Hetilapban és német szaklapokban. Vizsgálataim ezen részéből kiderült, hogy a mellüreg azon részében fekvő fontos képletek daganatai, a mely rész anatómiai néven hátsó gátornak neveztetik, a melyeket eddig a kopogtatásnak hozzá nem férhetőkül tekintettek, s a melyek egyes esetekben semmi más vizsgálat által sem voltak felismerhetők, az általam követett kopogtatási eljárás által felismerhetőkké válnak. Ezen vizsgálataim fokként külföldi klinikusok által, nevezetesen Német-, Olasz- és Franciaországban utánvizsgáltattak, úgy hogy ma már a tárgyról meglehetősen tág irodalom fejlődött. és minden lényeges részükben be lettek igazolva.

E közben vizsgálataimat folytatva, szükségesnek találtam a gerincoszlopkopogtatási eljárást a gerincoszlop alsó szeleteire és a gerincoszlop mellett közvetlenül fekvő tájakra is kiterjeszteni, részint azért, mert eltérőleg a hátsó gátorban haladó cső alakú szervektől, a hasi gerincoszlop és keresztcsont előtt fekvő szervek némelyike már rendes bonczatani viszonyok között is a gerincoszlop oldalsó határait meghaladó terjedelemmel bír, részint mert betegségek hatása alatt ezek még terjedelmesebbé válhatnak és így a gerincoszlopkopogtatási eljárást — *vertebral percussio* — kiegészítettem a gerincz melletti tájak kopogtatásával, a *vertebro-dorsal percussioval*. Az így kiterjesztett új vizsgálati módszer az addig elért eredményeket jelentékeny módon gyarapította. Ez eredmények első sorban az alhasi és medenceüri szervek kóros változásaira vonatkoznak.

Ezen ide tartozó vizsgálatoknál szükséges volt bizonyos nehézségeket elhárítani, melyek abból eredtek, hogy a medence

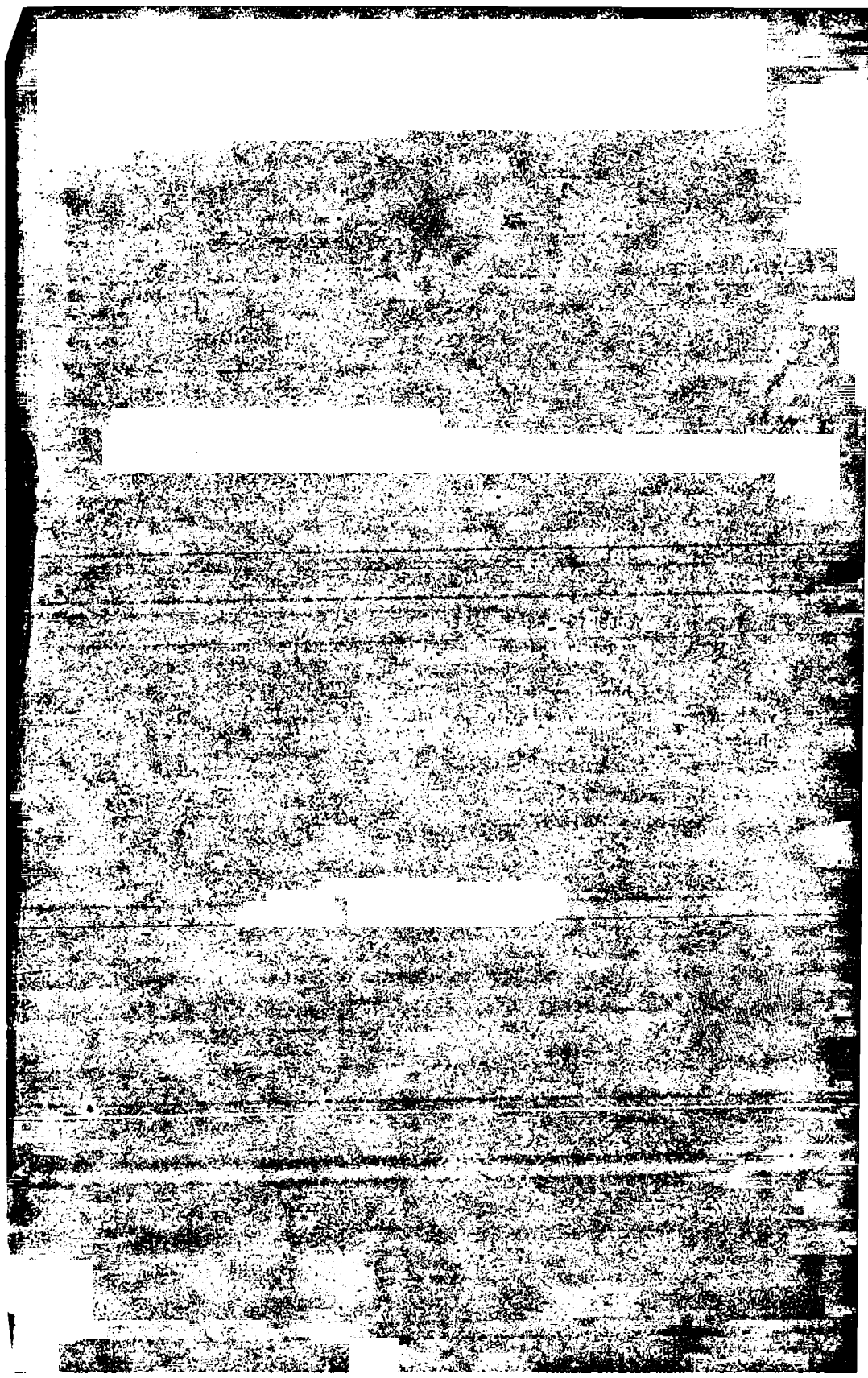
falát alkotó keresztcsont és a vele egyesült csípőcsontok igen vastag, tömeges képletek, az ezen csontfalaktól alkotott ürben pedig azon szerveken kívül, a melyek a csontfalhoz szálágok által vannak erősítve, olyanok is foglaltatnak, melyek magasabb helyekről, úgy mint a hosszú méretű és nagy mozgékonyaságú belek, leereszkednek. Ezekhez még az járul, hogy a medencze-csontokhoz vastag izmok is tapadnak, a melyek, különösen ha mozgás alatt megfeszülnek, a célravezető kopogtatást megghiúsítják. Ezen nehézségek az által lettek elhárítva, hogy a vizsgálandó beteg úgynevezett térdkönyök fekvésben lett vizsgálva. A vizsgálat anyagát legnagyobb részben nőbetegek képezték, a kik kisebb részben saját klinikámon voltak észlelés alatt, legnagyobb részben pedig TAUFFER, BARSONY és ELISCHER tanár urak klinikáin lettek gyógyítva és ezen tanártársaim szívesességéből lettek vizsgálatra átengedve. E vizsgálatok hosszú sorából kiderült, hogy mihelyt valamely tömött test 2—3 cm-nyi felülettel érintkezik a medencze-csontokkal vagy ezekhez közel jut: ez már változást hoz létre a kopogtatási hangban. Ezen, tapintással és Röntgen-átvilágítással is ellenőrzött vizsgálatok eredményeit és még némely más idetartozókat a budapesti kir. Orvosegyesület f. év január 11.-én tartott ülésén ismertettem.

Számba véve a medenczedaganatok terén szerzett tapasztalatokat, miszerint a massiv medencze-csontokkal kis téren érintkező daganatokat kopogtatás által fel lehet fedezni: áttértem a kopogtatási tan legkényesebb és legnehezebb kérdésének, a vesék diagnostikai kopogtatásának tanulmányozására.

Ezen kérdés megoldásának minden előbbieknél nagyobb nehézségei a vesék különmemű boncztnai viszonyaiból származnak, ugyanis a mintegy tíz cm. hosszátmérőlű vesék közvetlenül a gerinczsontok előtt fekszenek, úgy hogy a test hátulsó felületéről meg nem közelíthetők. Felső részüket két nagytömegű szerv, jobboldalon a máj, baloldalon a lép érinti. Elülről pedig a gyomor és bélcsatorna számos nagymozgékonyaságú, különböző méretű és változó gáztartalmú tekervénye által fedetnek akként, hogy sem tapintás, sem pedig kopogtatás által hozzá nem férhetők. A gerinczsontokat körülfogó nagy izmok egy további akadályát képezik a vizsgálatnak és az újkornak azon nagy-



- | | | | | | |
|--|---|--|---|--|---|
| | <p>1. A szármáciai beltenger valószínű elterjedése.
 Die wahrscheinliche Verbreitung des sarmatischen Binnenmeeres.</p> | | <p>3. A szármáciai emelet szárazföldi lerakódásai.
 Die terrestrischen Ablagerungen der sarmatischen Stufe.</p> | | <p>5. A szármáciai emelet rétegeibe belejtott vagy azt harántoló fúrások.
 Die in die sarmatischen Schichten abgeteufften oder diese durchquerende Bohrungen.</p> |
| | <p>2. A szármáciai beltenger külszínre bukkanó üledékes kőzetei.
 Die zu Tage tretende Sedimente des sarmatischen Binnenmeeres.</p> | | <p>4. A szármáciai emelet kitörési kőzetei.
 Die eruptiven Gesteine der sarmatischen Stufe.</p> | | <p>6. Fúrások, amelyek régebbi képződményekbe jutottak a szármáciai rétegek áthatolása nélkül.
 Bohrungen, die in ältere Bildungen eindrangten, ohne die sarmatische Schichten durchzuqueren.</p> |



jelentőségű vizsgálati módszere, a Röntgen-átvilágítás sem férközhetik hozzájuk, és pedig hátulról azért, mert a Röntgen-sugarak csontokon nem képesek áthatolni, elülről pedig, mert a vesék előtt fekvő sokrétegű bélkanyarulatok miatt nem adnak tiszta képet.

Hogy a vesék diagnostikai kopogtatásának ezen akadályai milyen elementáris hatásuaknak lettek tekintve, kiténik abból, hogy az orvosi irodalomnak összes diagnostikai munkáiban értéktelennek van jellemezve a módszer, s még egy 1906-ban megjelent kitűnő jelességű nagy diagnostikai kézikönyvben is szószerinti fordításban a közetkező jellemzés található: «A vese kopogtatási vizsgálata újabb időben jogosan lett csaknem teljesen elhagyva. Már eleve is egészen valószínűtlen, hogy a vékony és mélyen fekvő vesék azon tompa kopogtatási hangot, mely az ágyéktáji vastag izmok által okoztatik, még valamivel fokozzák. Könnyen kimutatható, hogy a vese külső szélének táján létező tompa kopogtatási hang a vesének ottlétével semmi összeköttetésben sem áll.» Az így ítéelő orvosírók a vizsgálat akadályait, a mint ezekből kiténik, első sorban a veséket fedő vastag csontokban, ezenkívül a környező izmok tömeges voltában és mozgás alatti megfeszülésében, végül a különböző alkotású más szerveknek környező fekvésében vélték található.

A csontok tömegének tulajdonított befolyást már előző vizsgálataimból tévesnek lehetett felismernem és ebből következtetve az izmok tömegének zavaró hatását is kétségesnek tekintenem. Leginkább zavarónak volt képzelhető az izmoknak akaratos mozgások alatti megfeszülése, a mely tényleg még csekélyebb tömegű izmok területén is elhomályosíthatja a kopogtatási hangokat, ezenkívül pedig a bélcatorna állapota, a mennyiben időszakonként és helyenként gázok által lehet kitöltve, máskor folyékony vagy tömött, légszegény anyagokkal s ennek megfelelőleg igen különböző kopogtatási hangot adhat.

Ezen kételyek felvilágosítására mindenek előtt az egyetemi kórboncztani intézetben hullán tettem kísérleteket, a midőn az izmok akaratos mozgás alatti feszülése ki van zárva, tömegük azonban változatlan marad. A hulla hasra lett fektetve egy

márvány asztalon, a mely a márvány együtthangzásának elkerülése végett vászonnal lett beboriva, ezután a vesének megfelelő kopogtatási hang határain több hosszú tű beszúrva oly mélyre, hogy a veséket elérjék. A kopogtatás bevégeztével a hasür a vesék táján meg lett nyitva, a midőn kitünt, hogy a mint ezt a felvett photographia mutatta, a tűk épen ott szúrták át a vese szélét, a hol a kopogtatás a vese tompulati határát kimutatta. Ezen kísérletből tehát kiderült, hogy a meg nem feszített izmok tömege nem képezi a vizsgálat akadályát.

Ekként ki lett jelölve a vizsgálat sikerességének feladatául az, hogy a vizsgálandó élő betegnél is megakadályoztassék az izmok akaratos megfeszítése, további feltételül pedig, hogy a belek és egyéb szomszédos szervek zavaró hatása elháríttassék. Többszörös kísérletezés után a kérdés megoldására vezető módszert a következő eljárásban állapítottam meg:

Mindenekelőtt a vizsgálandó beteg bélcassatornájában netalán felhalmozódott bélsár alkalmas eljárásokkal kiürítendő. Ezután a beteg egy feszesen rugalmas lószőr derékaljon hasra fektetendő oly módon, hogy a gyomorgödör és a vele csaknem egy magasságban fekvő vesék egy 15—16 cm. átmérőjű henger alakú párnára, tehát a test egyéb részeinél magasabbra legyenek támasztva. Ezen fekvésnél kétirányú előny van elérve, először, úgy mint a térdkönyök-helyzetben, a mozgékony hasi szervek, bél, gyomor, máj, lép a feszesen rögzített veséktől távolabbra sülyednek, másodsor pedig ezen fekvésben a beteg teste az ágyra úgy támaszkodik, hogy izommegfeszítésre nincsen szüksége, a testnek hossz tengelye pedig, a melynek irányában haladnak a gerinczhez tapadó izmok, egy a has felé hajlott ívet képezvén: a hosszirányú izmoknak, melyek a gerincoszlop elülső felületén helyezvék és leginkább kérdésbe jönnek, két végpontja egymáshoz közeledik s az izmok teljesen ellazulhatnak.

Ezen eljárást és annak hatását az Orvosegyesület f. é. márczius 14-iki ülésén mutattam be egészséges és beteg embereken. Az eredményeknek csak legfontosabbjait említem itt fel.

Az egészséges veséknek fekvési helye ezen eljárás mellett szabatosan kimutatható, hasonlóképen kimutatható, ha valamelyik vese mekkoraságában valamely számbavehető kóros változás jön

létre. Biztossággal megállapítható az orvosi gyakorlatnak egyik nagyfontosságú kérdése, a mely ilyen kopogtatási eljárás nélkül esetenként nem dönthető el, t. i. hogy valamely a has elülső részében levő daganat gyomorrák, bélrák vagy más új képződés-e, avagy a helyéből előrecsuszamlott, egyébként egészséges vese? A kopogtatásból fel lehet ismerni, vajjon a vesék rendes helyükön vannak-e? Ha igen, akkor nem vándorvese forog fenn. A veséknek még több más fejlődési rendellenessége vagy betegsége létezik, a melyben a kopogtatás hasznos szolgálatot tehet, a mire azonban most nem térek ki.

*

Vizsgálataim során tehát ki lett mutatva, hogy az általam megállapított vizsgálati eljárás betartása mellett a vesék kopogtatása ugyanolyan értékes, mint a kopogtatásnak hozzáférhető más szerveké.

A vesekopogtatás jelentőségének ezen megállapításával a gerincoszlop és gerincz melletti tájék diagnostikai vizsgálatának fejezetét minden lényeges részében befejezettnek lehet tekintenem.

A folyományokat a következő pontokban foglalhatom össze:

1. A gerincoszlop kopogtatása által előidézett hangok a gerinczsontok előtt fekvő szerveknek boncztnai viszonyai által határozatnak meg.

2. Egészséges embereknél a gerincoszlop különböző osztályai ezen viszonyoknak megfelelő typosos kopogtatási hangokat adnak.

3. A gerincoszlopot környező szervek kórboncztnai elváltozása a gerincoszlop kopogtatási hangjának megváltozásában juthat kifejezésre.

4. Ezen megváltozás kórtüneti és kórismészeti jelentőséggel bír. Ez a kórtünet egyes esetekben a betegségnek egyedüli physikai jelét képezheti.

5. A kérdésben levő szervek kórboncztnai változásának előhaladása vagy visszafejlődése bizonyos esetekben a gerinczsontok kopogtatási hangjából felismerhető.

6. Ezen viselkedés a gerinczsontok éptani állapotához van

kötve. A gerinczsontoknak különböző rendellenességei a kopogtatás ezen szabályos viselkedésére zavarólag hatnak.

7. Éptani állapotban való állandó szabályosságánál, valamint kórtani állapotban mutatkozó szabályosság szerinti változásánál fogva a gerincoszlop kopogtatási hangja az emberi test szerkezetének egyik jellemző tulajdonságát képezi.

8. A vertebral és vertebrodorsal percussionnak methodikus alkalmazása módot nyújt arra, hogy azon jelentékeny számú szervek elváltozásainál, melyek a test három nagy ürében, a mellkasür-, hasür- és medenceürben vannak elhelyezve, az eddig ismert kórjeleket kiegészítse, ezeket több új kórjellel gyarapítsa, sőt egyes betegségeknek ú. n. pathognostikus, azaz oly kórjeleit szolgáltatassa, a melyek egymagukban is alkalmasak a betegség diagnosistát megállapítani.

Az emberi test ezen tájékainak percussiók átvizsgálásával azon egyik hézag, mely ez ideig a physikai diagnostikának tanában fennállott, be lett töltve.

A vizsgálat tárgyát képező nagy számú betegség és ezeknek a concret esetekben való változatos megjelenési módja számos részletben való további kiegészítést még mindig szükségessé teend.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 május 18.-án tartott üléséből.)

ÉLETTANI FOLYADÉKOK FAGYÁSPONTCSÖKKENÉSÉNEK ELEMZÉSE.

II. Suspensiók fagyáspontcsökkenése.

TEZNER ERNŐ-től és ROSKA JÁNOS-tól.*

A kolloidchemia mai állása szerint *suspensio* az olyan heterogen, szilárd, folyékony rendszer, melyben a két phasis eloszlása egyenletes ugyan, de optikailag inhomogen volta azért mégis felismerhető. A suspensiót a szemcsék nagysága szerint itéljük meg. Az ú. n. *mechanikai suspensiót* szabad szemmel is olyannak ismerjük fel és egyszerű szűrőssel megbonthatjuk. Másfelől megvan ez észrevétlen átmenet a *kolloid oldatok* felé, melyek már csak ultramikroskóppal bizonyulnak inhomogeneknek. Elvi különbséget a szemecskenagyság alapján egyáltalában nem tehetünk, a mióta sikerült még *krystalloidoldatok* homogenitását is megbontani a centrifugális erőnek igénybevételével (CALCAR és LOBRY DE BRUYN).¹

A mechanikai *suspensio* maga osmosis-nyomást nem fejt ki. Ehhez szükséges valamely physikai vagy chemiai reactio bekövetkezése e suspendált complexum és a folyadék molekulái között. Ezek a folyamatok pedig csak bizonyos kisebb szemecske-méreteknél lépnek fel. A határ, melynél a folyamatokat s következésképen osmosis-nyomást már találunk, megint nem éles, de úgy látszik a nagyobb molekulájú kolloid oldatoknál keresendő. Így LIEBERMANN és BUGARSZKY² albumose-oldatoknál még kifejezett fagyáspontcsökkenést észlelt, míg a nativ fehérjéknél a nevezettek igen csekély, REID³ pedig semmi depressiót sem talált.

* A budapesti m. kir. tudomány-egyetem élettani intézetében készült dolgozat.

Ha tehát az előadottak szerint a suspendált részek maguk osmosis-nyomást kifejteni nem képesek, felmerülhet az a kérdés, hogy *suspendált részecskék bizonyos osmosis-nyomású oldatba helyezve, módosíthatják-e ezt a nyomást*. Ezt a kérdést akartuk kísérleteinkkel eldönteni.

A vizsgálandó mechanikai suspensiók megválasztásánál következő szempontok vezettek: 1. A suspendált részecskék legyenek kicsinyek és csekély fajsúlyúak, a mi finom és le nem ülepedő, tehát állandó suspensiót biztosít. 2. Legyenek az alapoldatban — practice — oldhatlanok. 3. Bírjanak határozott vegyi szerkezettel és legyenek abszolút tisztaságúak.

A legutolsó követelménynek úgy tettünk eleget, hogy lehetőleg tiszta anyagból indultunk ki és ezt még magunk is alapos tisztításnak vetettük alá. A casein (GRÜBLER) kivételével mindig MERCK-féle készítményeket (puriss. pro analysi) használtunk, melyeket használat előtt többszörösen kimostunk vízzel addig, a míg a mosóvíz már nem adott Cl' és SO_4'' reactiót. Aztán meggyőződünk arról, hogy az így megtisztított anyagok vízben suspendálva igazán oldhatlanok-e, illetőleg tartalmazzanak-e még oldható szennyezéseket. E célból a különböző anyagokat tiszta destillált vízben suspendáltuk és megvizsgáltuk e suspensiók fagyáspontcsökkenését, melynek az ideális esetben = 0 kellene lennie. Kiderült, hogy egy anyagunkkal sem érjük el ezt a 0 depressiót, a mennyiben

1 gr. szén	30 cm ³ vízre ad	$\Delta = -0.0014^\circ$
1 gr. talcum	" " " "	$\Delta = -0.0008^\circ$
1 gr. $BaSO_4$	" " " "	$\Delta = -0.0019^\circ$
1 gr. casein	" " " "	$\Delta = -0.0005^\circ$

A készítményeink tisztasága által okozott hiba azonban — relativ értékekről lévén szó — igen csekély, sőt absolute is elesik, mert a végleges kísérletekben a fenti értékeket correctio alakjában tekintetbe vettük.* Minthogy általában 30 cm³ alap-

* Azon kísérletekben, melyekben e suspensiót a szűrés útján nyert alapoldattal hasonlítottuk össze, ez a hibaforrás, illetőleg correctio teljesen elesik.

oldatban suspendáltunk 1—1 gr. szilárd anyagot, a correctio abban állt, hogy a nyert értékből kivontuk azt a fagyáspontcsökkenést, melyet maga a suspendált anyag tiszta vízben létrehoz.

A fagyáspontmeghatározásoknál szigorúan azon elvek szerint jártunk el, melyeket egyikünk⁴ e helyen nemrég közölt dolgozatában kifejtett.

Suspensio alapoldatának vizes zsírsav higitásokat használtunk. Itt várhattunk ugyanis — később részletezendő okoknál fogva — nagyobb különbséget a megjelölt irányban.

Eredményeinket a következő (I) táblázatban foglaltuk össze:

I. táblázat.

Alapoldat: *heptylsav*.

A) Suspendált anyag: casein.

Sav concentratiója	A_s suspensio— A_a alapoldat
ca 0·001 norm.	+0·0006
“ 0·01 “	—0·0032
“ 0·01 “	—0·0033

B) Suspendált anyag: vérszén.

ca 0·001 norm.	—0·0011
“ 0·003 “	—0·0050
“ 0·0033 “	—0·0045
“ 0·004 “	—0·0079
“ 0·005 “	—0·0132
“ 0·010 “	—0·0173
“ 0·016 “	—0·0369

Az utolsó rovatban álló különbség változik a suspendált anyag mennyiségével is. 0·003 n. heptylsav-oldatba suspendáltunk különböző mennyiségű szenet:

	$A_s - A_a$
0·01 gr. szén	—0·0018
0·05 “ “	—0·0026
0·1 “ “	—0·0034
0·3 “ “	—0·0059

Látjuk, hogy zsírsavoldatok fagyáspontcsökkenése lényegesen kisebbedik, ha az oldatban szilárd részeket suspendálunk. Azt is látjuk, hogy a kisebbedés annál nagyobb, mennél concentráltabb az oldat és mennél nagyobb mennyiségben van jelen a szilárd anyag, mennél sűrűbb a suspensio. Egyelőre csak a talált különbség előjével akarunk foglalkozni. Miképen magyarázzuk meg a fagyáspontcsökkenésben észlelt változást a suspensiók ismert physikai tulajdonságai alapján?

GIBBS⁵ és THOMSON⁶ thermodynamikai megfontolások alapján arra a következtetésre jutottak, hogy a *homogen* oldatok concentrációja nem egyforma azok egész terjedelmében. Ha olyan anyagot oldunk, mely az oldószer felületi feszültségét *csökkenti*, akkor az a felületes rétegekben nagyobb concentrációban halmozódik fel. Ha ellenben az oldat felületi feszültsége *nagyobb* a tiszta oldószernél, akkor e felületes (határ) rétegek *higabbak* az oldat többi részénél. Minthogy a zsírsavak csökkentik a víz felületi feszültségét (FORCH,⁷ TRAUBE),⁸ vizes oldatban a zsírsavmolekulák a felületes rétegekbe vándorolnak: *adsorptio* áll be a szilárd és folyékony phasis határán.* Ezt az adsorptiót zsírsavoldatokban FREUNDLICH⁹ kísérletileg is kimutatta. Meghatározta a szénnel összerázott oldatok concentrációját a szén leülepedése után és ezt mindig kisebbnek találta az alapoldat concentrációjánál. ZAWIDZKI,¹⁰ a ki e kérdést más úton vizsgálta, szintén észlelte a felületes rétegek concentrálódását az oldat többi részének rovására.

Ha ilyen zsírsavoldatban finom részecskék suspendálása által az oldatot nagy szilárd felülettel hozzuk érintkezésbe, az adsorptio igen nagy határfelületen megy végbe s ezáltal már mérhetővé válik. A folyékony phasis homogenitása észrevehetően megbomlik, minden egyes szilárd részecske körül egy-egy concentráltabb köpeny képződik. Ez pedig maga után vonja a concentratio csökkenését az oldat többi részében. A concentratio e változásának megfelelőleg kisebb fagyáspontcsökkenést is

* Kísérleti anyagnak épen azért választottuk a zsírsavakat, mert ezek — főleg a nagyobb molekulasúlyúak — kifejezetten csökkentik a felületi feszültséget.

észlelünk. Hiszen ez az érték tulajdonképen csak azt a munkát fejezi ki hőegységekben, a mely szükséges, hogy valamely oldatból oldószert kipréljünk. Már pedig az oldószert kiszorítása annál kisebb munkát igényel, mennél hígabb az oldat. A suspendált részecskék befolyását víznél kisebb felületi feszültségű oldatokra a priori úgy kell tehát felvennünk, hogy a hígulásnak megfelelően *a suspensióban kisebb fagyáspontcsökkenést kapunk, mint az alapoldatban*. Kísérleti eredményeink valóban megfelelnek ezen speculativ úton levezetett tételnek, úgy hogy az *adsorptiót joggal vehetjük fel a talált eltérések magyarázatául*.

Ez azonban mind csak oly oldatokra vonatkozik, melyeknek felületi feszültsége kisebb a vizénél, melyek tehát adsorptióra alkalmasak. Egészen mások e viszonyok és mintegy ellenpróbája a fentieknek az az eset, a mikor az alapoldatban oldott anyag növeli az oldószert felületi feszültségét. Ilyenkor előbbi fejtegetéseink alapján (l. 7. old.) azt kell várunk, hogy a felületi rétegek hígulnak, hogy tehát a suspendált részecskék körül egy-egy hígabb folyadék köpeny keletkezik. Ez a «negatív adsorptio» azonban nagy sohasem lehet, mert rögtön megindít egy vele ellenkező irányú folyamatot. A felületi feszültség növekedése folytán hígultak a határrétegek, viszont ez a koncentrációcsökkenés rögtön a felületi feszültség csökkenését vonja maga után s így az oldott anyag visszavándorolhat a felületre. A kifejlődő egyensúlyi állapotnak megfelelően az ilyen oldatban semmi vagy csak igen csekély negatív adsorptiót várhatunk.

Komplikálja a viszonyokat itt még egy körülmény. Az épen most mondottakból következik, hogy nincs oly anyag, mely *lényegesen* emelhetné az oldószert felületi feszültségét; a negatív adsorptio teszi azt lehetetlenné. Már pedig a felületi feszültség meghatározására szolgáló módszerek nem alkalmasak kis különbségek megállapítására. Hiszen a legjobban megvizsgált anyagokra, a vízre és a higanyra nyert értékek is csak 15, ill. 25 %-ig pontosak. És előfordul, hogy egy theoretice kifogástalan módszer különböző vizsgálók kezében *egy* oldat felületi feszültségét különböző előjellel — vízhez viszonyítva — adja meg. A víznél sokkal nagyobb felületi feszültséggel bíró oldat

nincs, a mérőműszerek pedig pontatlanok és így érthető, hogy tulajdonképen nincs anyag, melyről minden kétséget kizárólag kimondhatjuk, hogy emeli az oldószer felületi feszültségét.

Azon anyagok közül, melyekről ezt legalább igen nagy valószínűséggel feltehetjük, kísérleteink anyagául az anorganikus sókat választottuk. A régebbi vizsgálatok (VALSON, BULIGINSZKI, QUINKE, VOLKMANN, ROTHER¹¹) szerint ily oldatok felületi feszültsége pozitív, nagyobb a vizénél; EÖTVÖS¹² és KLUPATHY¹³ szerint ellenben negatív és csak állás közben nő, épen a negatív adsorptio, illetőleg az ez által keletkező híg határreteg következtében. Újabban SENTIS¹⁴ és FORCH¹⁵ ismét pozitív — bár kicsi — értékeket kaptak. Adsorptio-kísérleteket ez irányban is FREUNDLICH⁴ és előtte LAGERGREN¹⁶ végzett. Ez utóbbi chloridoknál kis negatív értékeket kapott ugyan, de általában gyenge pozitív adsorptiót észlelt. FREUNDLICH egyáltalában nem talált negatív adsorptiót, de pozitív értékei nagyon kicsinyek. E vizsgálatok tehát arra mutatnak, hogy anorganikus sók vagy minimalisan csökkentik, vagy pedig emelik ugyan a felületi feszültséget, de szintén csak nagyon kis mértékben. E szerint ily oldatoknál az adsorptio csak *csekély* pozitív vagy negatív érték lehet. Ilyen alapoldat és a belőle készült suspensio fagyáspontcsökkenése között tehát csak igen kicsiny különbséget várhatunk.

Kísérleteink e várakozásunknak teljesen megfelelő eredményt mutatnak.

II. táblázat.

Alap oldat: 0·04 norm. *NaCl*.

Suspendált anyag	$A_s - A_n$
1·0 gr. <i>BaSO</i> ₄	—0·0010
1·0 " "	—0·0014
0·5 " casein	—0·0003
1·0 " "	—0·0015
1·0 " "	—0·0010
0·2 " szén	—0·0010

A különbség előjeléből az eddigiek szerint visszafelé azt következtethetjük, hogy a só-oldatok felületi feszültsége valóban kisebb a vizénél és ez okozza az észlelt adsorptiót.

A most tárgyalt problémának a physiologia terén elég jelentőséges szerep jut. Hiszen az élettani physico-chemia egyik legkedveltebb tárgya, a vér, nem más, mint vörös vérsejtek suspensiója plasmában. És a talált eltérések absolut értéke akkora, hogy őket élettani megfontolásoknál már okvetlenül számba kell vennünk. Így például nincs jogunk a vér fagyáspontcsökkenéséből az osmosisos concentrációra következtetést vonni. Sőt a vér és a vérplasma (és még inkább a vérsavó) fagyáspontja között már a priori különbséget kell várnunk. És ha ezt a különbséget megtaláljuk, nem magyarázhatjuk azt avval, hogy az electrolytok concentrációja a két esetben különböző.

Csak hogy úgy a vérnél, mint a másik sokat vizsgált élettani suspensiónál, a tejnél, a viszonyok oly szövevényesek, hogy értelmezésükre eddig még csak gondolni sem lehetett. Az alapoldatok itt a vérplasma, ill. tejsavó, a melyek számos anorganikus sónak és organikus anyagoknak elegyei. Ez utóbbiak között — részben elég tekintélyes concentrációban — szerepelnek fehérjék, cukrok, zsírsavak, zsírok, lipoidok, a szénsav amidoszármazékai (kreatin, sarkin, húgyanyag stb.) és több más. A felületi feszültséget pedig ez anyagok nagyon eltérő módon befolyásolják. A sók, mint láttuk, csak kevéssé csökkentik és ugyanúgy hatnak a cukrok (FORCH, FREUNDLICH). A fehérjék, mint a hydrophil kolloidok általában, szabad felületükön mindenütt finom hártványokat képeznek (METCALF¹⁷), a mi arra mutat, hogy oldatban kifejezetten csökkentik a felületi feszültséget. Épen így — és pedig nagyon intensive — hatnak a zsírsavak. Látjuk, hogy a végleges fagyáspont itt sok különböző nagyságú komponensből tevődik össze. A különbség nagysága a suspensio (vér, tej) és az alapoldat (vérplasma, sovány tej) fagyáspontcsökkenése között tehát nemcsak az alapoldat osmosisos concentrációjától függ, hanem attól is, hogy 1. mekkora a suspendált részecskék száma, 2. milyen concentrációban vannak jelen a felületi feszültséget megváltoztató anyagok.

Ennek megfelelően azt látjuk, hogy az ez irányban végzett vizsgálatok eredményei legnagyobb mértékben eltérők. HAMBURGER¹⁸ a vér és vérsavó fagyáspontja között szabályszerű különbséget nem talált, a min az előbb mondottak szerint nem is cso-

dálkozhatunk ; különben is akkori methodikája mellett $0\cdot0070^\circ$ -nyi eltérések a hibahatáron belül esnek. Kilencz eset közül a serum fagyáspontcsökkenése háromszor kisebb volt a vérénél, hatszor nagyobb. HEDIN¹⁹ hasonló kísérleteiben 9-szer találta a serum fagyáspontcsökkenését a vérénél nagyobbának, kétszer kisebbnek. Érthető, hogy e kísérletek nem oldják meg azt a kérdést, hogy a vérsejtek jelenlétének micsoda része van a vér fagyáspontcsökkenésében. Hiszen a felületi feszültség szempontjából épenséggel nem egyenértékű a fehérjében szegényebb vérsavó a valódi alapoldattal, a vérplasmával.

Még komplikáltabbak a viszonyok a tejnél, hol a suspendált zsírszemecskék tökéletes eltávolítása is akadályokba ütközik. Az e téren végzett vizsgálatok a teljes, a sovány tej és a tejföl összehasonlítására szorítkoztak. HAMBURGER²⁰ a zsírszegény tej fagyáspontját $0\cdot005^\circ$ -kal találta a teljes tej és $0\cdot020^\circ$ -kal a tejföl fagyáspontja felett. Horznál²¹ a különbség ellenkező előjelű.

A most említett élettani vizsgálatok tulajdonképen lényegben eltérnek az általunk használt kísérleti berendezéstől. Mi megvizsgáltuk egy oldat fagyáspontját és megfigyeltük, hogy ez hogyan változik, ha benne szilárd részecskéket suspendálunk. Az élettan ellenben kész suspensiót ad kezünkbe, melyben mi végezzük a folyékony és szilárd phasis különválasztását. Már pedig ez oly beható művelet, hogy az oldott anyag eloszlására s így a fagyáspontra is befolyása lehet.

A két phasis elkülönítése — történjék az akár leülepités-sel, mint a vérnél, akár szűréssel — lényegében mindig azonos folyamat. A következőkban csak a szűrésről szólunk és ezt a műveletet vesszük pontosabb vizsgálat alá. A szűrés, mint olyan, semmit sem változtat a tiszta oldatok osmosisos koncentrációján, pedig erre a szűrőpapir által kifejtett adsorptio alapján lehetne gondolni. Ez az adsorptio azonban oly csekély, hogy fagyáspontmeghatározások által meg nem állapítható, a mint ez a következő kísérletekből kiderül.

Körülbelül $n/25$ *NaCl* oldatok fagyáspontcsökkenése tisztán (D) és szűrőpapiron átbocsátva (D_1):

Δ	Δ_1
0·1488	0·1490
0·1561	0·1561

Másképpen vagyunk azonban, ha nem tiszta oldatot, hanem suspensiót szűrünk. Ekkor a szilárd részekkel együtt a szűrőn visszatartjuk azokat a koncentráltabb oldatgömbköpenyeket, melyek az adsorptio folytán a szilárd részek körül kiképződtek. Érthető, hogy így higabbá tesszük a szűrőn átmenő oldatot.* Anyagvesztés csak akkor nem állna be, ha sikerülne a szűrőn levő tömegeből minden folyadékot eltávolítani. Akkor e szűrlet fagyáspontcsökkenése egyenlő az eredeti oldatével s ennél fogva nagyobb a suspensión észlelt értéknél

$$\Delta_{sz} = \Delta_a > \Delta_s.$$

Mínt hogy azonban ily tökéletes különválasztás lehetetlen, a szűrés által suspensióból nyert alapoldat mindig higabb lesz az eredetinel. A fagyáspontcsökkenés a szűrletben tehát mindig kisebb, mint az eredeti oldatban, körülbelől akkora mint a suspensióé

$$\Delta_{sz} < \Delta_a.$$

Egészen egyenlő csak akkor lesz, ha az említett gömbköpenyek anyaga, vagy ennél is több oldat marad rajta a szűrőn.

$$\Delta_{sz} = \Delta_s.$$

Valóságban a tökéletes szűrés lehetetlen, a koncentráltabb folyadékrétegek kisebb-nagyobb mennyiségben mindig visszatartatnak és néha még oldat is ezen felül. Ily szűrletek fagyáspontcsökkenése tehát vagy nagyobb vagy épen egyenlő az eredeti suspensio fagyáspontcsökkenésével.

$$\Delta_{sz} \geq \Delta_s.$$

Ezt az állítást a következő kísérleteink nagyjában igazolják:

* Negatív adsorptiót — mint kifejtettük — sohasem találtunk, úgy hogy az ellenkező esetet, higabb rétegek képződését tárgyalnunk sem kell.

III. táblázat.

Suspendált anyag	Alapoldat	$\Delta_s - \Delta_{sz}$
$BaSO_4$	0·04 norm. <i>NaCl</i>	-0·0005
"	"	-0·0006
"	"	-0·0017
Szén	"	-0·0008
"	"	± 0
Talcum	"	-0·0018
"	"	+0·0005
Casein	0·01 norm. heptylsav	+0·0005

Az itt észlelt különbségek nagysága kell, hogy figyelmünket felhívja egy eddig elhanyagolt methodikai tényre: suspensióknál a szilárd részecskéktől elválasztott alapoldat s az eredeti suspensio koncentrációs és osmosisos viszonyai nem azonosak.

Összefoglalás.

1. Ha osmosis-nyomással bíró oldatban szilárd részecskéket suspendálunk, kisebb fagyáspontesökkenést észlelünk a suspensióban, mint a tiszta oldatban.

Ennek oka az adsorptio, mert a határrétegekben beálló koncentrálódás arra vezet, hogy az oldat többi része felhígul.

Az adsorptio nagysága első sorban a felületi feszültségtől függ, ez pedig az oldott, esetleg nem-electrolyt anyagoktól is, ennél fogva érthető, hogy *suspensióknál az osmosis-nyomást oldott nem-electrolytek is befolyásolhatják*; tiszta oldatban nem.

2. Negatív adsorptio nincs.

3. Ha suspensióban elválasztjuk a szilárd és folyékony phasist, például szűréssel, a szűrlet fagyáspontcsökkenése egyenlő vagy nagyobb az eredeti suspensióénál.

4. A vér vagy tej fagyáspontcsökkenéséből közvetlen következtetést e suspensiók osmosisos koncentrációjára vonni nem lehet. A suspendált részek által okozott eltérések akkorák, hogy physiologiai megfontolásoknál okvetlenül számításba veendők.

Irodalom.

1. ZSIGMONDY: «Zur. Erkenntniss d. Colloide». 6. 1905.
2. Pfüger's Arch. 72. 51. 1898.
3. Pfüger's Arch. 103. 282. 1904.
4. TEZNER: Math. és term.-tud. értesítő XXVI. 58. 1908.
5. Thermodynamische Studien. Leipzig. 1892. 258.
6. Applications of dynamics to physics and chemistry 191.
7. Liebig's Annalen 256. 27. 1891.
8. Poggendorf's Annalen 68. 801. 1899.
9. Z. f. physik. Chem. 57. 385. 1906.
10. Z. f. physik. Chem. 35. 77. 1900.
11. Irod. összeáll. Winkelmann Handb. d. Physik. I. 466. 1891.
12. Math. és term. értes. 4. 25. 1885.
13. Math. u. naturw. Ber. aus Ungarn 5. 101. 1886.
14. C. r. ac. fr. 118. 1132. 1894. Journ. de phys. (3) 6. 183. 1897.
15. Poggendorf's Ann. 68. 801. 1899. 17. 753. 1905.
16. Idézve Beiblätter zu Poggendorfs Ann. 23. 544. 1899.
17. Zeitschrift f. physik. Chem. 52. 1. 1905.
18. Centralblatt. f. Physiologie XI. 217. 1897.
19. Skand. Arch. 5. 377. 1895.
20. Jahresb. für Tierch. 26. 251. 1896.
21. KÖNIG: Chem. d. menschl. Nahrungs- u. Genussmittel 11. 67. 676

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 május 18.-án tartott üléséből.)

KRONECKER EGYIK ALGEBRAI TÉTELÉRŐL.

RADOS GUSZTÁV r. tagtól.

A Matematikai és Természettudományi Értesítő jelen kötetének 161. lapján foglalkoztam a KRONECKER «Zwei Sätze über Gleichungen mit ganzzahligen Coefficienten» című értekezésében foglalt egyik tételnek általánosításával. E tétel szerint valamely algebrai egyenletnek összes gyökei egységgyökök, ha az egyenlet első együtthatója *egy*, a többi együttható racionális egész szám, valamennyi gyökének abszolút értéke pedig *egy*-gyel egyenlő.

Önkéntelenül felmerül a kérdés, hogy érvényben marad-e KRONECKERnek e tétele még akkor is, ha az együtthatók racionális voltára vonatkozó kikötést elejtjük, *azaz lesznek-e ismét egységgyökök oly algebrai egyenletnek is összes gyökei, melyben az első együttható egy, a többi együtthatók algebrai egész számok és valamennyi gyökének abszolút értéke egy-gyel egyenlő?*

A válasz e kérdésre *tagadó*. Ezt konstatálni nem minden érdek nélkül való és ez a körülmény indított engem arra, hogy a következő rövid észrevételeket közlétegyem.

Állításom helyességét konkrét példák igazolják, melyek közül a következőt tárgyalom.

Az

$$f(x) \equiv x^2 + (5^{\frac{1}{2}} - 3)x + 1 = 0$$

másodfokú egyenlet első együtthatója *egy*, a többiek algebrai egész számok; az egyenlet gyökei,

$$x_1 = \frac{3 - 5^{\frac{1}{2}} + i [4 - (3 - 5^{\frac{1}{2}})^2]^{\frac{1}{2}}}{2},$$

$$x_2 = \frac{5^{\frac{1}{2}} - i \sqrt{4 - (3 - 5^{\frac{1}{2}})^2}}{2},$$

oly komplex számok, melyek mindegyikének abszolút értéke — a mint közvetlenül meggyőződhetni — 111 -gyel egyenlő. E gyökök mégsem egységgyökök. Mert ha x_1 és x_2 egységgyök volna, kellene, hogy a

$$\begin{aligned} \Phi(x) \equiv \text{Norma } f(x) &\equiv [x^2 + (5^{\frac{1}{2}} - 3)x + 1][x^2 + (5^{\frac{1}{2}} - 3)x + 1] \equiv \\ &\equiv x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 6x + 1 = 0 \end{aligned}$$

egyenletnek az

$$\begin{aligned} x - 1 &= 0, \\ x + 1 &= 0, \\ x^2 + 1 &= 0, \\ x^2 + x + 1 &= 0 \end{aligned}$$

körosztási egyenletek egyikével közös gyöke legyen, mivel pedig a végrehajtott számítás mutatja, hogy

$$\begin{aligned} (\Phi(x), x - 1) &\sim 1, & (\Phi(x), x + 1) &\sim 1, & (\Phi(x), x^2 + 1) &\sim 1, \\ & & (\Phi(x), x^2 + x + 1) &\sim 1, \end{aligned}$$

azaz $\Phi(x)$ az itt tekintetbe jövő körosztási többtagúakhoz képest relativ primfüggvény, azért a

$$\Phi(x) = 0$$

egyenlet és így vele az

$$f(x) = 0$$

egyenlet sem elégíthető ki egységgyökökkel. Ennek következtében tehát x_1 és x_2 nem lehet egységgyök és így világos, hogy KRONECKER tétele a mondott értelemben nem általánosítható.

AZ ORR MELLÉKÜREGEINEK VISZONYA AZ AGYVELŐHÖZ.

ÓNODI ADOLF 1. tagtól.

(Első közlemény.)

Vizsgálataink azon finomabb tájboncztani viszonyokra vonatkoznak, melyek az orr melléküregei és az agyvelő egyes részei között fennállanak. Számos vizsgálat létezik boncznokok és sebészek részéről egyaránt azon tájboncztani viszonyokat illetőleg, melyek az agy lebenyei, barázdái, tekervényei és a koponya között fennállanak és ezek alapján meg is állapítottak azon pontok, melyek az agysebészethen az erek sértése nélkül igénybe vehetők az agyban székelő kóros elváltozások, da-ganatok, tömlők és tályogok felderítésére. Az orr melléküregeinek viszonya az agyvelőhöz Killian néhány idevonatkozó tábláján kívül rendszeres és beható kutatás tárgyát nem képezte. Vizsgálataink eredményei egyrészt az idevonatkozó tájboncztani ismereteket egészítik ki, másrészt a készítményeknek fénykép-felvételek után történt természethű reproductiói tájékoztató és hasznos segédeszközt képeznek az orr melléküregbántalmai által okozott agyszövődmények sebészi gyógykezelésénél, egyúttal megvilágítják a rhinogen agyszövődmények kóroktanát. A sebészi beavatkozás területét eddig csaknem kizárólag a homlok-üreg képezte. Ezen tényre való tekintettel a homloküreg kiterjedését illetőleg is végeztünk vizsgálatokat, a mennyiben villamos átvilágítással és Röntgen-felvétellel vizsgáltuk 1200 koponyán a homloküreget. Ezen különálló tanulmányt más alkalommal fogjuk fejtegetni, most csupán néhány esetet használunk fel

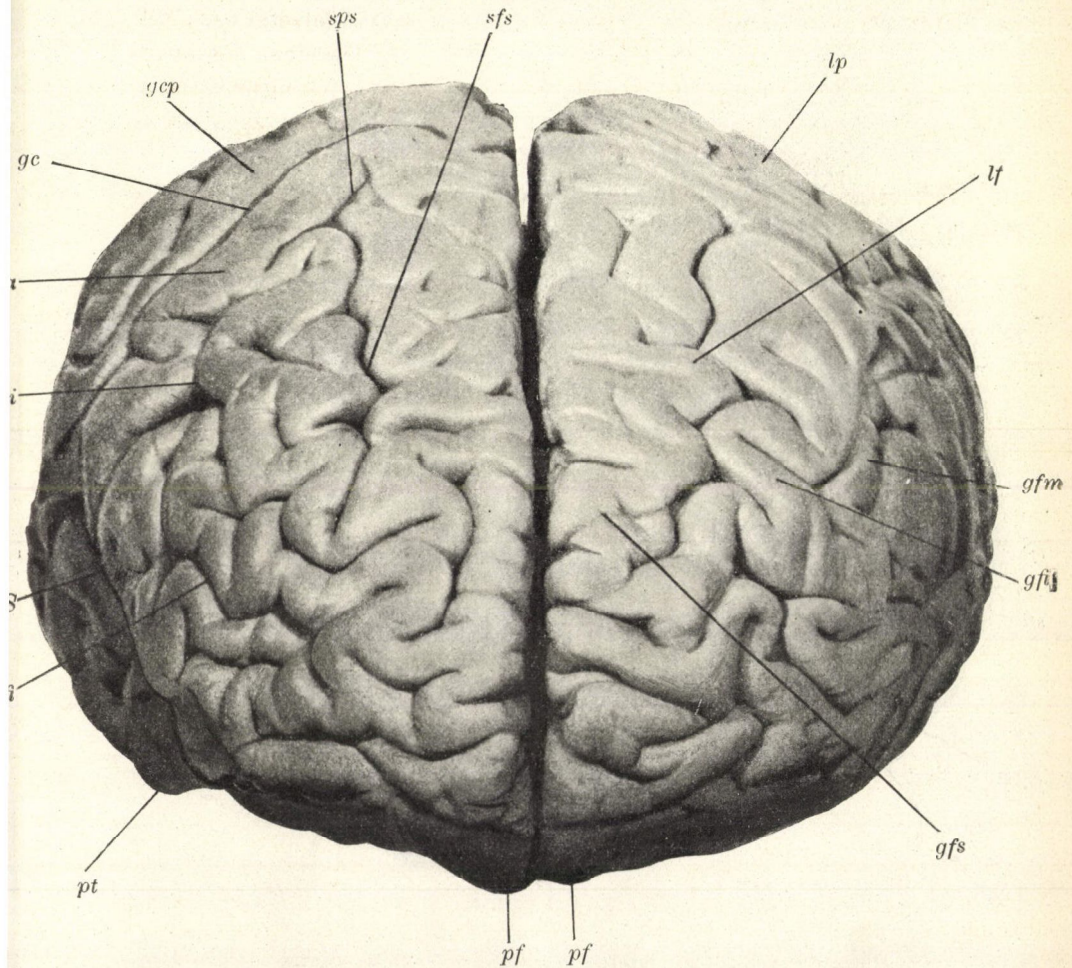
azon célból, hogy bemutassuk a nagykiterjedésű homloküregek viszonyát az agyvelő homlokbebenyéhez és csak röviden említjük fel kutatásaink eredményeit. A Röntgen-felvételnél 5%-ban hiányoznak a homloküregek mind a két oldalon és csak egyes esetekben az egyik oldalon. A villamos átvilágítás azt mutatta, hogy a homloküregek mind a két oldalon 30%-ban hiányoztak, a jobb oldalon 10%-ban és a baloldalon szintén 10%-ban. Az 1200 felvétel tanulságosan mutatja ezen tényeket, valamint a homloküregek kiterjedését. Azonfelül három koponya nagyon tanulságos, a melyek Röntgen-felvétel után és villamos átvilágítás után felvésettek. Az első koponyán mind a két oldalon a homloküregek hiányoznak, a második koponyán úgy a Röntgen-felvétel és a villamos átvilágítás megegyezik a felvétel után talált viszonyokkal, a harmadik koponyán a villamos átvilágítás mind a két oldalon a homloküregnek csak nyomát mutatta, míg a Röntgen-felvétel és a felvétel erősen kifejtett homloküregeket tüntetett fel. Ellentétben azon állítással, hogy alsóbb rendű fajoknál a homloküreg hiánya vagy eltörpülése jellegzetes volna, a Röntgen-felvételek az alsóbb fajok egyes eseteiben feltűnő nagy homloküregeket mutattak. A villamos átvilágítás negatív eredménye a homloküreget övező csontfalak vastagságán és erősségén múlik, ezen akadály a Röntgen-felvételnél elesik. Élőkon végzett Röntgen-felvételeink megerősítik a kórismészeti értékét a homloküreg, a mellső rostasejtek és a Highmor-üreg genyedéseinek eseteiben. Több esetben a Röntgen-felvétel és a villamos átvilágítás megegyező eredményhez vezetett. A homloküreg vékony csontfalánál a villamos átvilágítás a homloküreg rendes kiterjedését visszaadhatja, meg kell azonban jegyeznünk, hogy a mint a septum interfrontale átvilágítható, épen úgy a homloküreget határoló vékony csontfalak is átvilágíthatók és ilyen módon a valóságnak meg nem felelő nagyobb homloküregek mutathatók ki. Azon tény, hogy a homloküreg vastag csontfalánál, a vastagság foka szerint, a villamos átvilágítás épenséggel nem vagy csak részben lehetséges, kizárólag használatának elégtelensége mellett szól, mely könnyen hamis következtetésekhez vezethet és ez okból minden esetben a homloküreg kiterjedésének vagy hiányának megállapítása céljából, kü-

lönösen sebészi beavatkozások előtt, a Röntgen-felvétel eszközöltessek. Első közleményünkben az orr melléküregeinek viszonyát az agyvelő homloklebenyének domború részéhez, az agyvelő alapjához és az agyvelő egyes részeihez ismertettjük vizsgálataink eredményeivel.

Észleleteink szerint a homloküreg a legtöbbször csupán a gyrus frontalis superior területének felel meg. A homloküreg kiterjeszkedhetik a gyrus frontalis medius, továbbá a gyrus frontalis inferior területére is. Felfelé a homloküreg 4—6—8 cm-nyire terjedhet a gyrus frontalis superior és a gyrus frontalis medius területében. Egyes esetekben a homloküreg a homloklebeny alsó felületének nagyobb részét vagy egész felületét érintheti, valamint kiterjeszkedhetik a halántéklebeny területére is. Több esetben az egyik oldali homloküreg az ellenoldali homloklebeny területét is érinti.

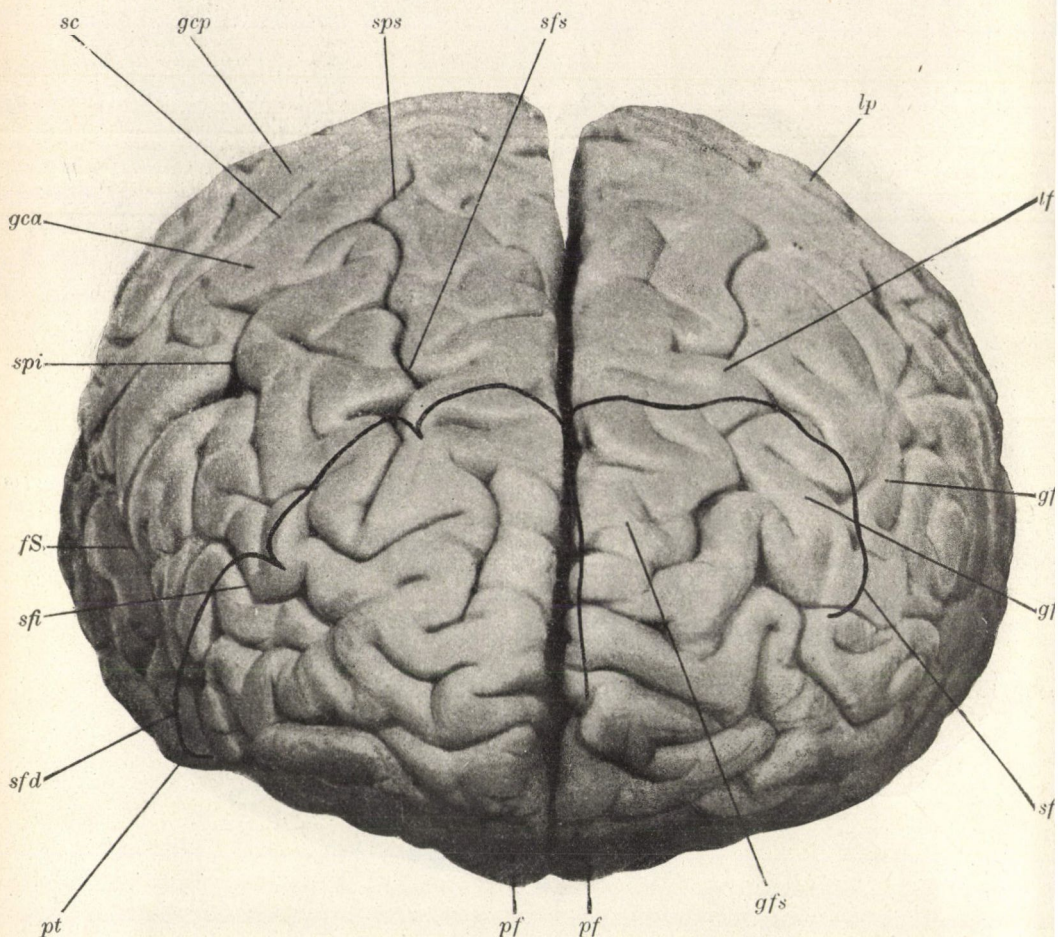
Az első ábrában bemutatjuk az agyvelő homloklebenyének domború felszínét a fali lebeny és a halántéki lebeny érintkező részeivel. A homloklebenyen az agybarázdák és az agytekervények rendes viszonyai láthatók, elül a polus frontalis (*pf*) és a határvonal a homloklebeny domború felszíne és alsó felülete között, oldalt a polus temporalis (*pt*) és a fossa Sylvii (*fs*), melyek a halántéklebenytől határolják, a homloklebeny domború felületén a felső homlokbarázda (*sfs*) és az alsó homlokbarázda (*sfi*), hátulsó végükön a sulcus praecentralis superior (*sps*) és a sulcus praecentralis inferior (*spi*), hátul a fali lebenyt és a hátulsó központi tekervényt (*gcp*) határoló központi barázda (*sc*). Ezen barázda határolja a homloklebenyen a mellső központi tekervényt (*gca*). A két homlokbarázda által határolva a középvonal és a Sylvius-féle árok között haladnak a felső homloktekervény (*gfs*) és az alsó homloktekervény (*gfi*).

A 2—11. ábra a homloküregek nagy kiterjedését mutatja a felső, a középső és az alsó homloktekervények területében. Magassága 25 és 65 mm között, szélessége 35 és 50 mm között ingadozik. A 3., 7., 9., 10. és 11. ábra a homloküreg viszonyát az ellenoldali homloklebenyhez tünteti fel. Ezekon kívül az 57. ábra olyan készítményt érzékit, melyen a jobb homloküreg oldalt 15 mm-nyire terjed a bal homloklebeny



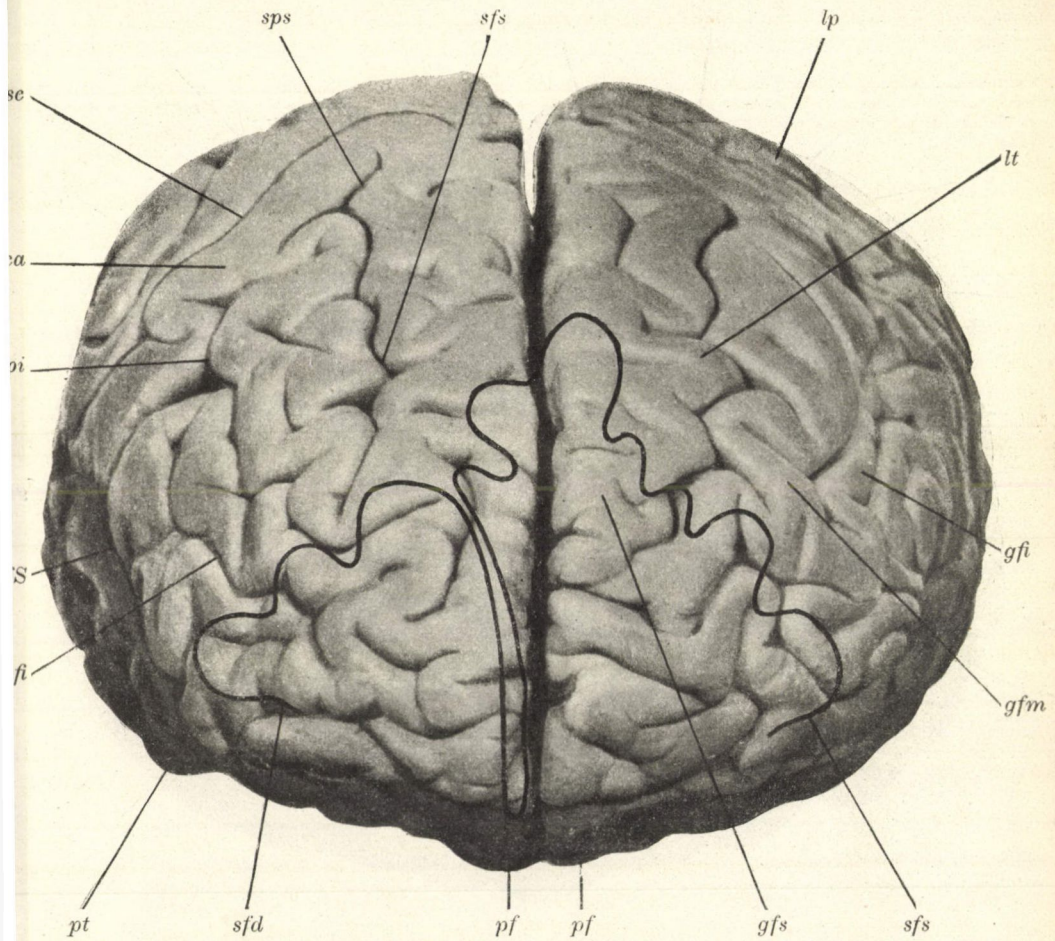
1. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gcp* gyrus centralis posterior, *gca* gyrus centralis anterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis.

területébe. Az 58. ábra olyan készítményt érzékít, melyen a bal homloküreg a középvonalon túl oldalt 25 mm-nyire terjed a jobb homloklebeny területébe. A 48. ábrán sagittalis metszeten látható a jobb homloköböl viszonya a bal homloklebeny-



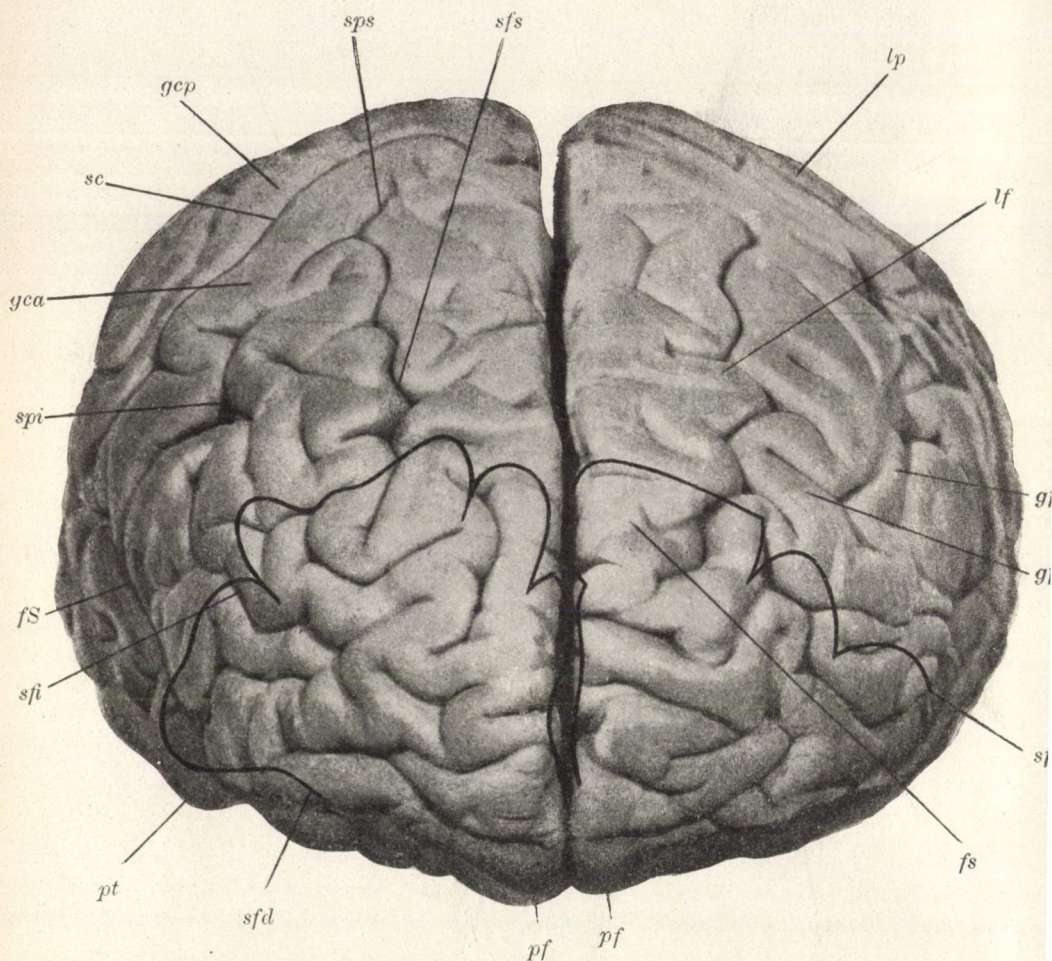
2. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gcp* gyrus centralis posterior, *gca* gyrus centralis anterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *gfi* gyrus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *p₂* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

hez, hasonlóképen a 37. ábrán a jobb homloküreg egy kis részének viszonya a bal homloklebenyhez. Azonkívül van még egy készítményünk, melyen a bal homloköböl a jobb homloköblöt 15 mm-nyi szélességben fedi és még 30 mm-nyire felfelé is terjed.



3. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* culcus centralis posterior, *gca* gyrus centralis anterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

A második ábra azon viszonyt tünteti fel, mely egyrészt a rendes agyvelő homloklebenyének domború felszínén haladó agytekervények és agybarázdák, másrészt a homlokcsont pikelyes részében elterülő homloküreg között létezik. Ezen cél-



4. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *fi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

ból a koponyán villamos átvilágítással és Röntgen-felvétellel megállapított kiterjedését a homloküregnek helyzetében a homloklebeny megfelelő részeire vetítve mutatjuk be. A nagy kiterjedésű homloküreg Röntgen-képét a szemüregszéltől felfelé a

homloklebeny domború részletén az üreg határvonalai tüntetik fel.

Ezen esetben a homloküregek (*sfd*, *sfs*) viszonyban állanak a felső, középső és alsó homloktekervényekkel (*gfs*, *gfm*, *gfi*). A homloküregek felfelé 55 mm-nyire terjednek, míg a jobb homloküreg (*sfd*) oldalt 45 mm-nyire terjed.

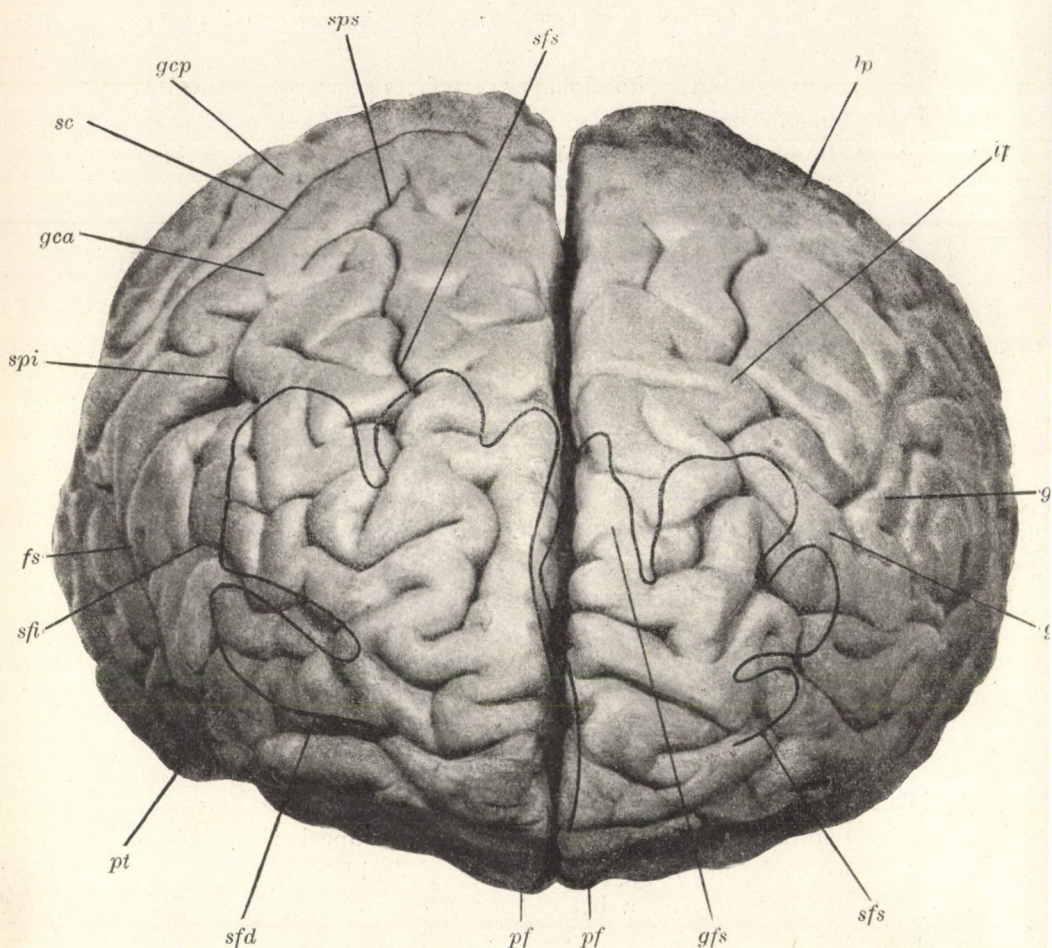
A 3. ábra a homloküregeknek Röntgen-felvétellel megállapított kiterjedését mutatja a homloklebeny domború felületén a szemüregszéltől felfelé. A homloküregek (*sfd*, *sfs*) oldalt 40 mm-nyire terjednek a gyrus frontalis superior (*gfs*) és a gyrus frontalis medius (*gfm*) területében. A jobb homloküreg (*sfd*) a gyrus frontalis superior (*gfs*) területében 40 mm-nyire terjed felfelé, a bal homloküreg (*sfs*) magassága 65 mm-t ér el, ez utóbbi 10 mm-nyi szélességben a bal gyrus frontalis superior területét is érinti. A bal homloküreg (*sfs*) kiterjedése tehát mindkét homloklebenyvel viszonyban van.

A 4. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait tünteti fel, a homloklebeny domború felületén. A homloküregek (*sfd*, *sfs*) viszonyban vannak a felső, középső és alsó homloktekervényekkel (*gfs*, *gfm*, *gfi*). A homloküreg (*sfd*, *sfs*) felfelé és oldalt 50 mm-nyire terjed.

Az 5. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait tünteti fel, a homloklebeny domború felületén. A jobb homloküreg (*sfd*) felfelé 55 mm-nyire, a bal homloküreg (*sfs*) felfelé 50 mm-nyire terjed a gyrus frontalis superior (*gfs*) és a gyrus frontalis medius (*gfm*) területében, oldalt pedig a jobb oldalon 40 mm-nyire, a bal oldalon 35 mm-nyire terjednek a homloküregek.

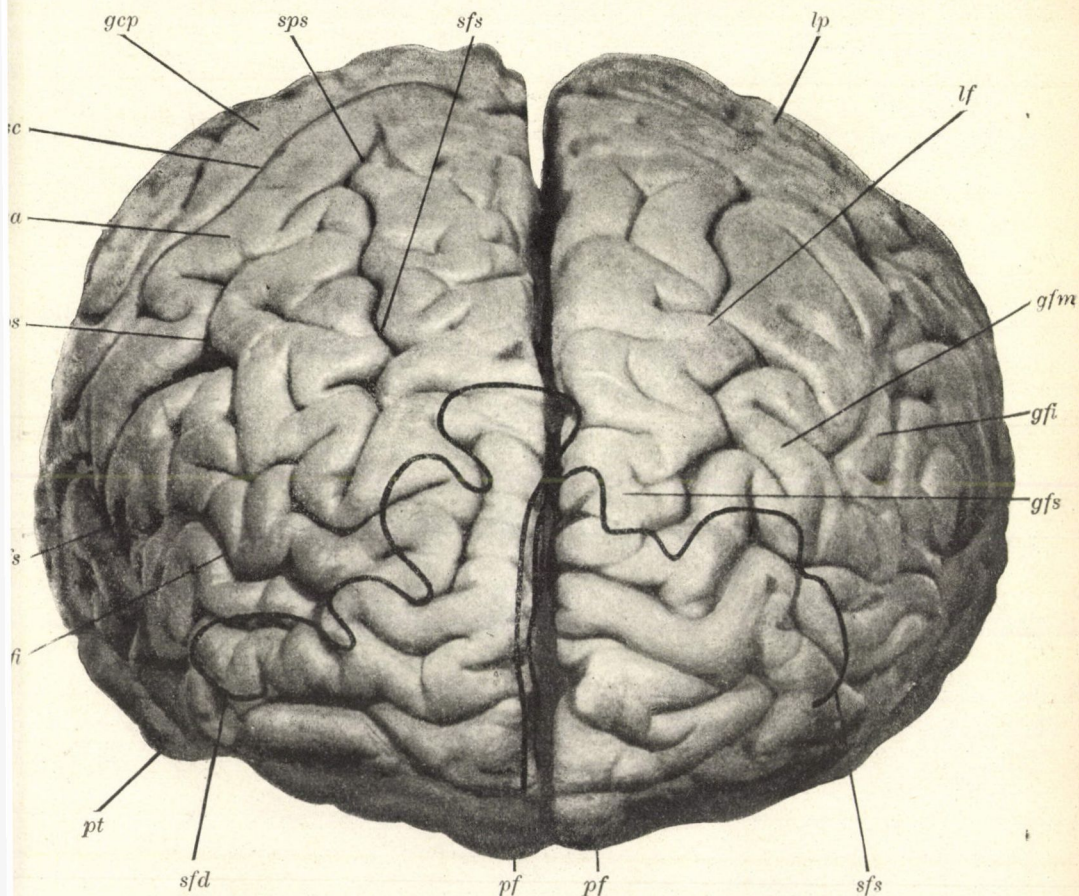
A 6. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait tünteti fel, a homloklebeny domború felületén. A jobb homloküreg (*sfd*) felfelé a gyrus frontalis superior területében 50 mm-nyire és oldalt a három homloktekervény (*gfs*, *gfm*, *gfa*) alsó részletének területében 40 mm-nyire terjed. A bal homloküreg (*sfs*) felfelé 40 mm-nyire és oldalt 35 mm-nyire terjed.

A 7. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait tünteti fel a homloklebenyek domború felszínén. A jobb homloküreg (*sfd*) a gyrus frontalis superior (*gfs*) területében 56



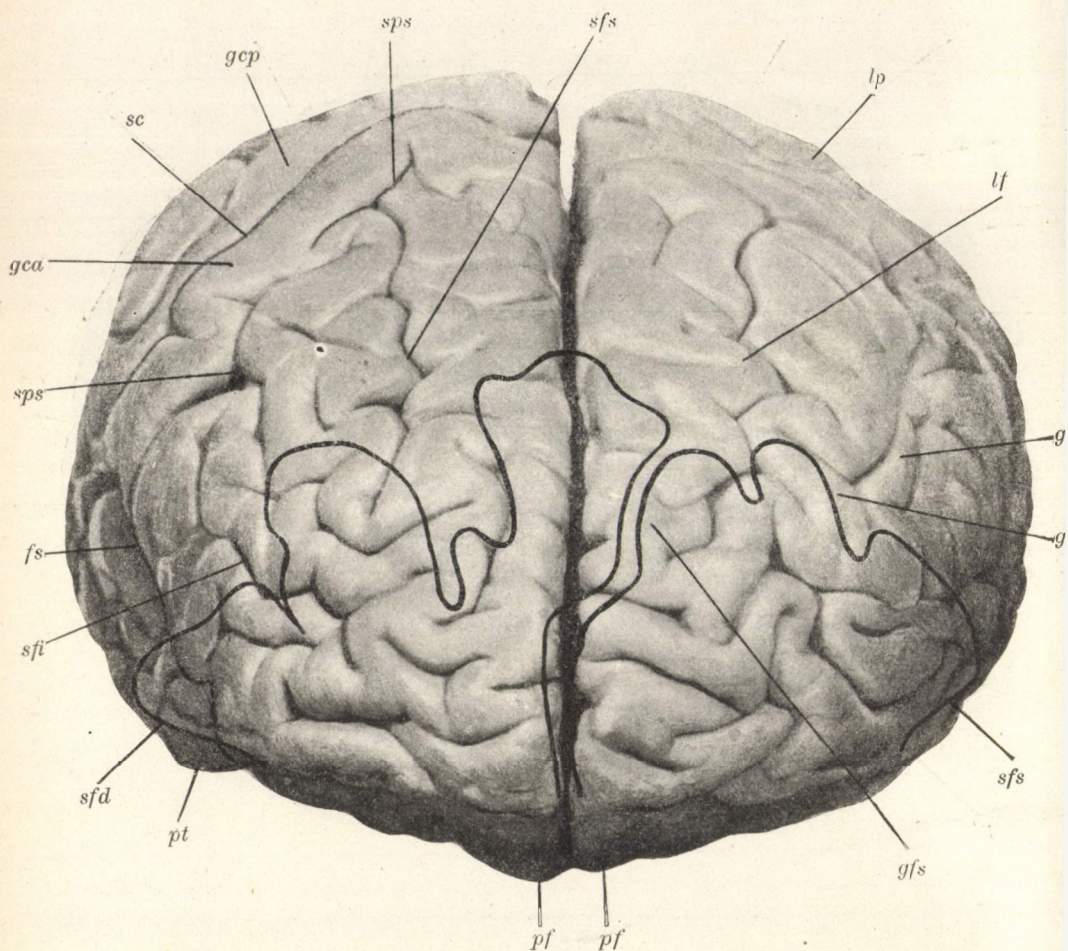
5. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gcp* gyrus centralis posterior, *gca* gyrus centralis anterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fs* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinister frontalis sinister.

mm-nyire terjed felfelé és 10 mm-nyi szélességben a bal gyrus frontalis superior (*gfs*) területét is érinti, a középső kiöblösödése 42 mm magas, a halántéki kiöblösödése 21 mm magas; bal oldalt a homloküreg (*sfs*) magassága 25 és 46 mm között ingadozik.



6. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus praecentralis superior, *spi* sulcus praecentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fs* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis sinister, *sfs* sinus frontalis sinister.

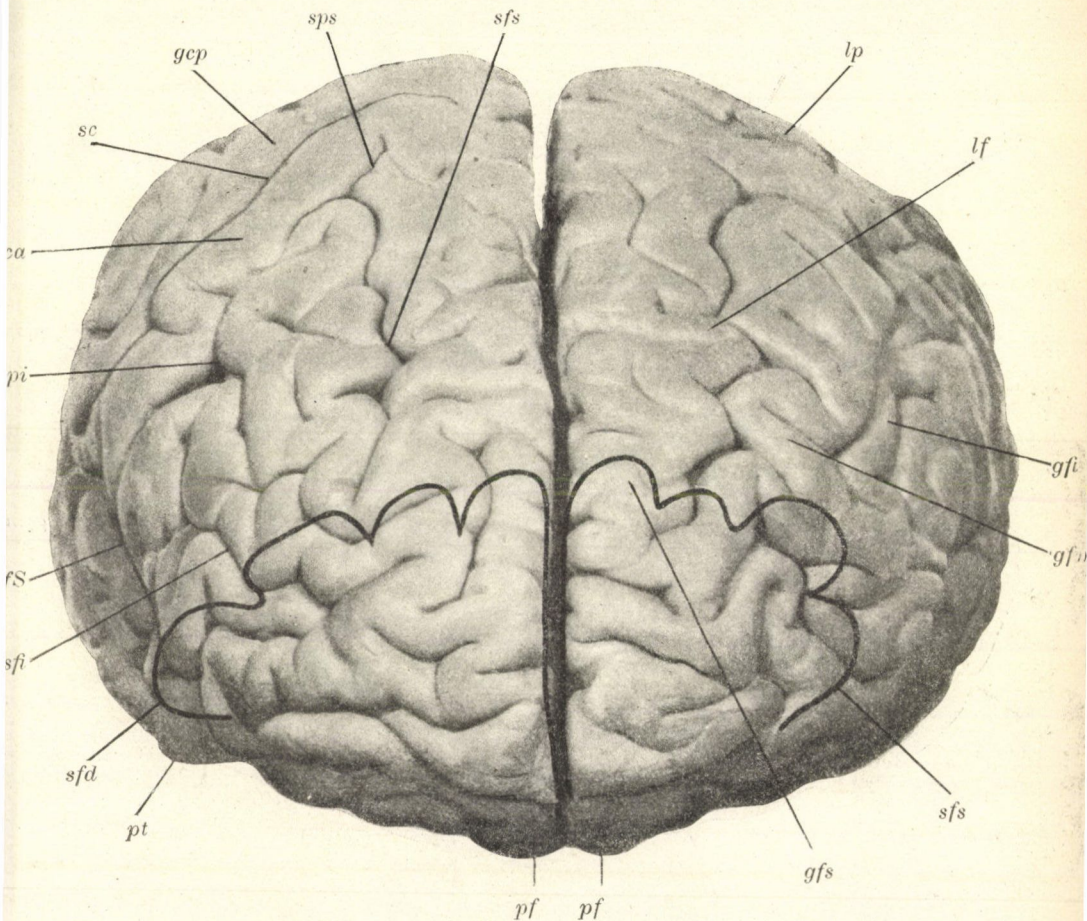
A 8. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait tünteti fel, a homloklebenyek domború felszínén. A jobb homloküreg (*sfd*) oldalt 50 mm-nyire terjed a gyrus frontalis superior (*gfs*), a gyrus frontalis medius (*gfm*) és a gyrus frontalis inferior (*gfi*) területében, a bal homloküreg (*sfs*) oldalt



7. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *sps* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fs* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

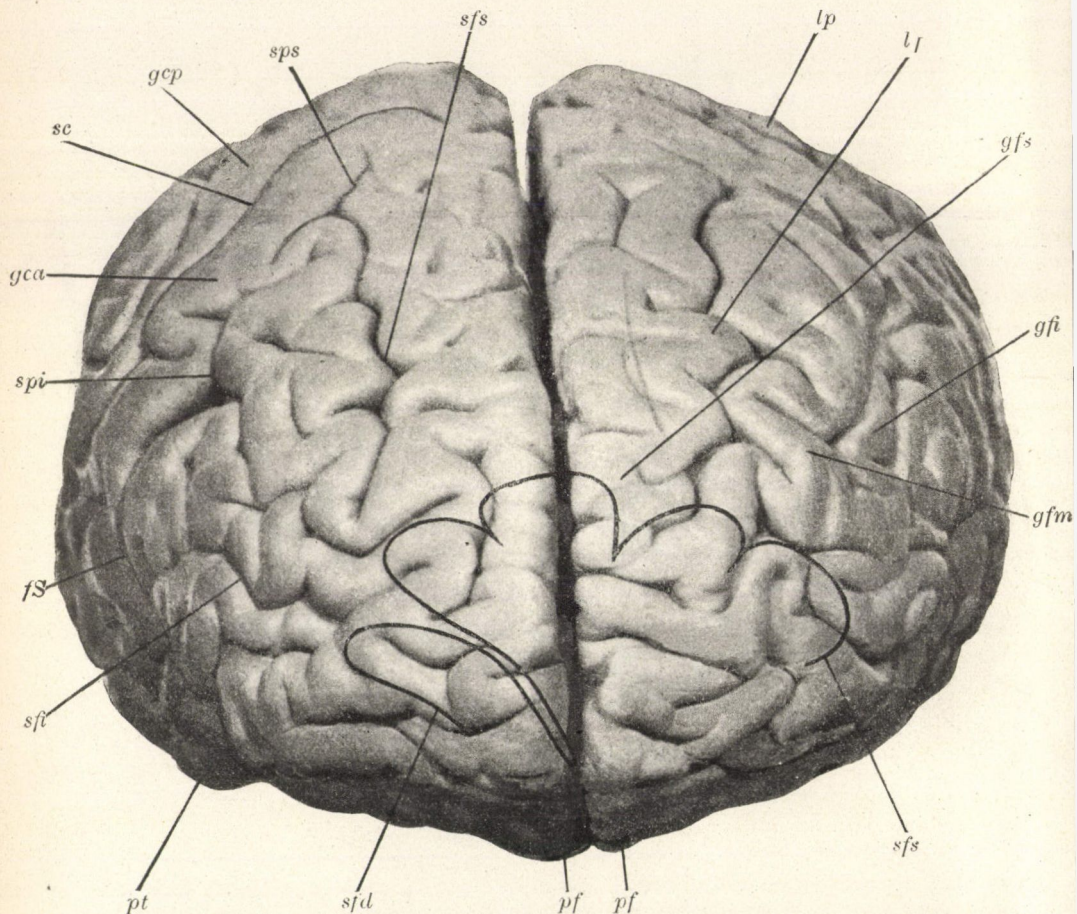
35 mm-nyire terjed a gyrus frontalis superior (*gfs*) és a gyrus frontalis medius (*gfm*) területében. Felfelé a magasságuk 30 és 40 mm között ingadozik.

A 9. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait



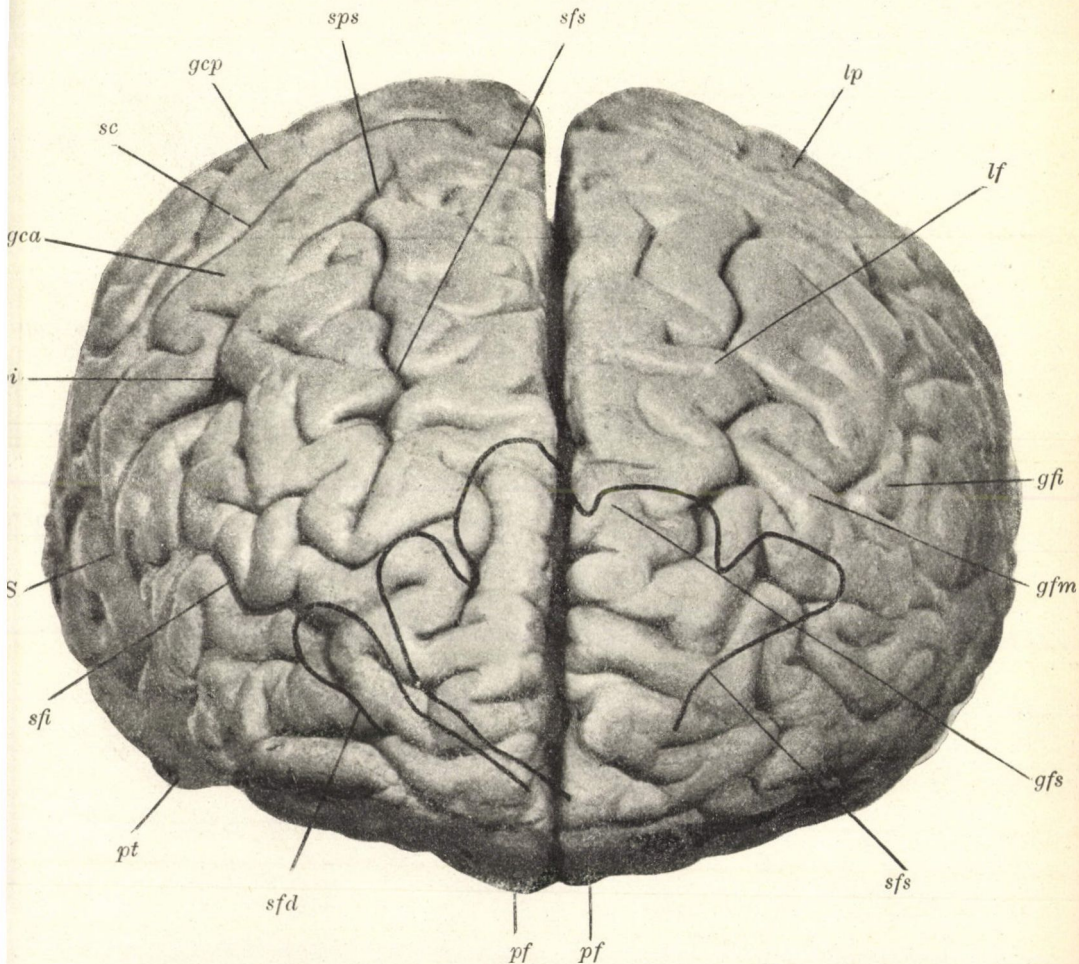
8. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus praecentralis superior, *spi* sulcus praecentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fs* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

tünteteti fel a homloklebenyek domború felszínén. A bal homloküreg (*sfs*) 35 mm-nyire terül el a bal homloklebeny és 22 mm-nyire a jobb homloklebeny területében oldalt és egyszersmind fedi a feltűnően kicsiny jobb homloküregét (*sfd*).



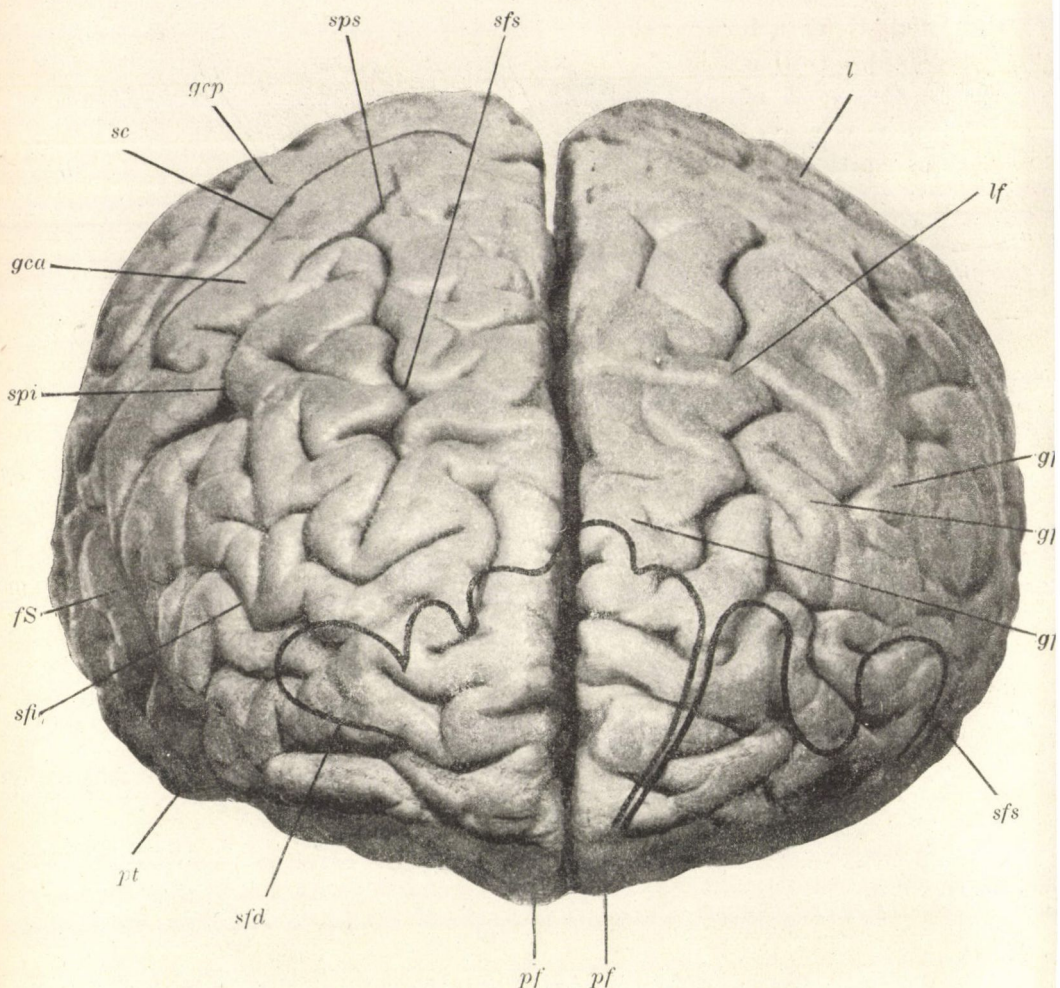
9. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus praecentralis superior, *spi* sulcus praecentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

A 10. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait tünteti fel a homloklebenyek domború felszínén. A bal homloküreg (*sfs*) mindkét oldali homloklebenyre terjed. A bal homloklebenyen 35 mm-nyire terül el oldalt a gyrus frontalis superior



10. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

(*gfs*) és a gyrus frontalis medius (*gfm*), a jobb homloklebenyen 22 mm-nyire a gyrus frontalis superior (*gfs*) területében. A jobb homloküreg (*sfd*) feltűnően kicsiny, részben a bal homloküreg



11. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *sps* sulcus præcentralis superior, *spi* sulcus præcentralis inferior, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *pt* polus temporalis, *pf* polus frontalis, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister.

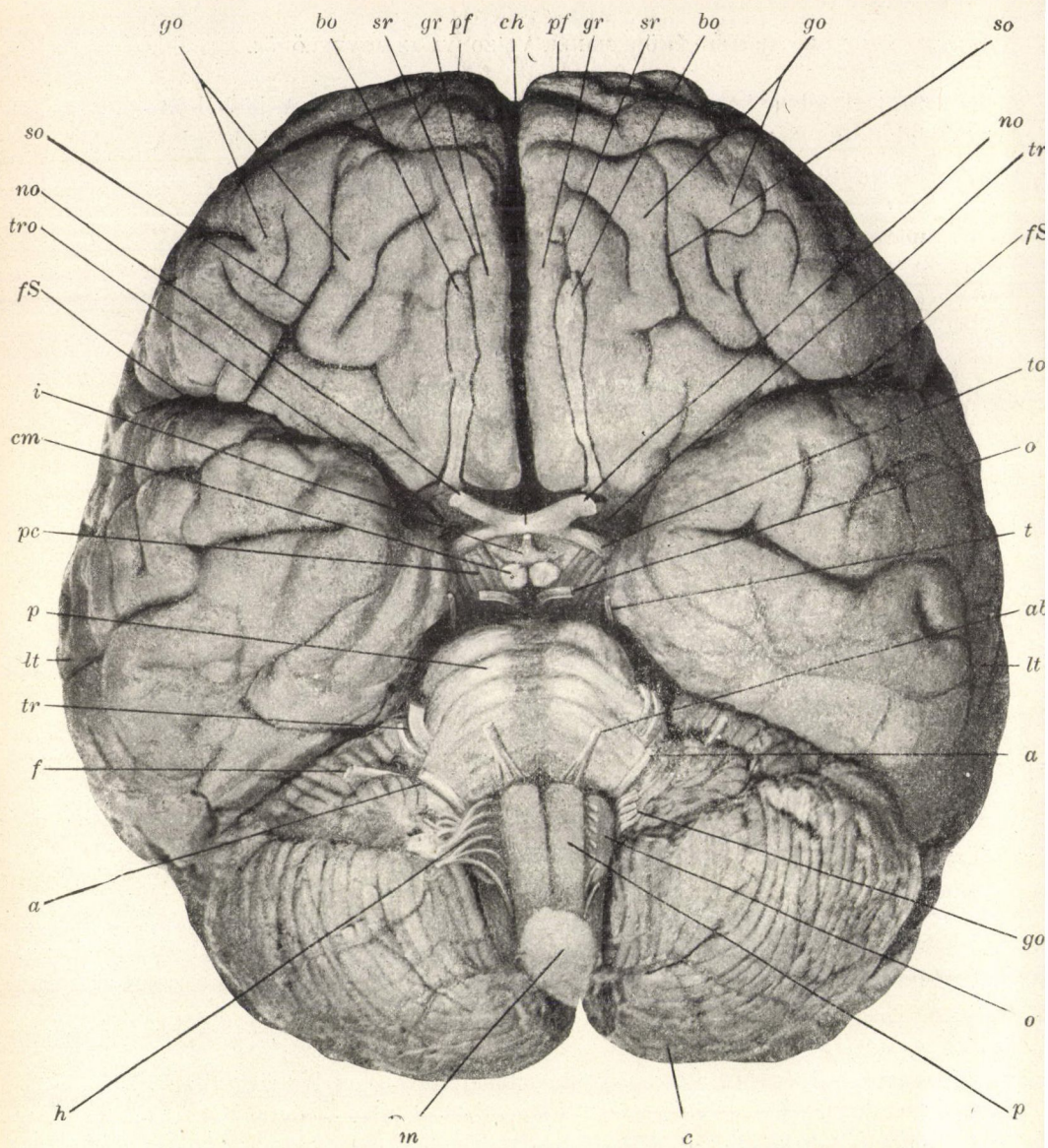
(*sfs*) által fedve. A bal homloköböl (*sfs*) a szemüregszéltől felfelé 40 mm-nyire terjed a jobb homloklebenyen.

A 11. ábra a homloküregek Röntgen-képének határvonalait

tünteteti fel, a homloklebenyek domború felszínén. A jobb homloköböl (*sfd*) mindkét homloklebenyre terjed; a jobb homloklebenyen 35 mm-nyire oldalt terül el a gyurus frontalis superior (*gfs*) és a gyurus frontalis medius (*gfm*), a bal homloklebenyen pedig 16 mm-nyire a gyurus frontalis superior (*gfs*) területében. A bal homloküreg (*sfs*) oldalt 30 mm-nyire terjed a homloktekervények (*gfs*, *gfm*, *gfi*) alsó részének területében. A jobb homloküreg (*sfd*) felfelé 35 mm-nyire terjed a bal homloklebenyen.

A 12. ábra az agyalap rendes bonczatani viszonyait tünteti fel a homloklebeny és a halántéki lebeny alsó felszínének barázdáival és tekervényeivel, az egyes agyrészletekkel és agyidegekkel. Ezen rendes viszonyokat mutató agyalapra rajzoltuk be készítmények után az egyes melléküregek kiterjedésének határvonalait, melyek ilyen módon tanulságosan feltüntetik a homloköböl, a rostasejtek és az iköböl viszonyát az agyalaphoz. A 13—17. ábra a homloküregek, a mellső és hátsó rostasejtek és az iköböl különböző kiterjedését mutatja az agyalapon. Az egyes ábrák a homloküregnek különböző kiterjedését mutatják a homloklebeny alsó felszínén, érintheti az egész alsó felszint, sőt a halántéklebeny egy részét is. Így van egy készítményünk, melyen a homloküreg a halántéklebeny területében 25 mm-nyi szélességben és 10 mm-nyi magasságban a középső koponyárok mellső és felső falát képezi. Azonkívül van egy készítményünk, egy fejlődési rendellenesség, melyen a homloküreg a rostasejtüreggel összefolyik és ezen közös üreg a látóideg területéig terjed.

A rostasejtek legtöbbször a homloklebeny alsó felületén a gyurus rectus és a gyurus orbitalis megfelelő részletével érintkeznek. Előfordulhat, hogy a rostasejt bizonyos kiterjedésben a homloklebeny egész alsó felszínével érintkezik. A hátsó rostasejt a középben a tuber cinereum területének felelhet meg, oldalt pedig a halántéklebeny területét érintheti. Egyes esetekben a hátsó rostasejt átterjedhet az ellenoldalra és az ellenoldali homloklebeny alsó felszínének területét érintheti. Egy készítményünkön a hátsó rostasejt szélessége a mellső koponyárokban 40 mm-nyi volt. Egy másik készítményen a jobb



12. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus, *bo* bulbus olfactorius, *go* gyrus orbitalis, *so* sulcus orbitalis, *no* nervus opticus, *tro* trigonum olfactorium, *fS* fossa Sylvii, *to* tractus opticus, *i* infundibulum, *cm* corpus mammillare, *pc* pedunculus cerebri, *o* oculomotorius, *t* trochlearis, *p* pons, *lt* lobus temporalis, *ab* abducens, *f* facialis, *a* acusticus, *gva* glossopharyngeus, vagus, accessorius, *h* hypoglossus, *m* medulla oblongata, *p* pyramis, *ol* oliva, *c* cerebellum.

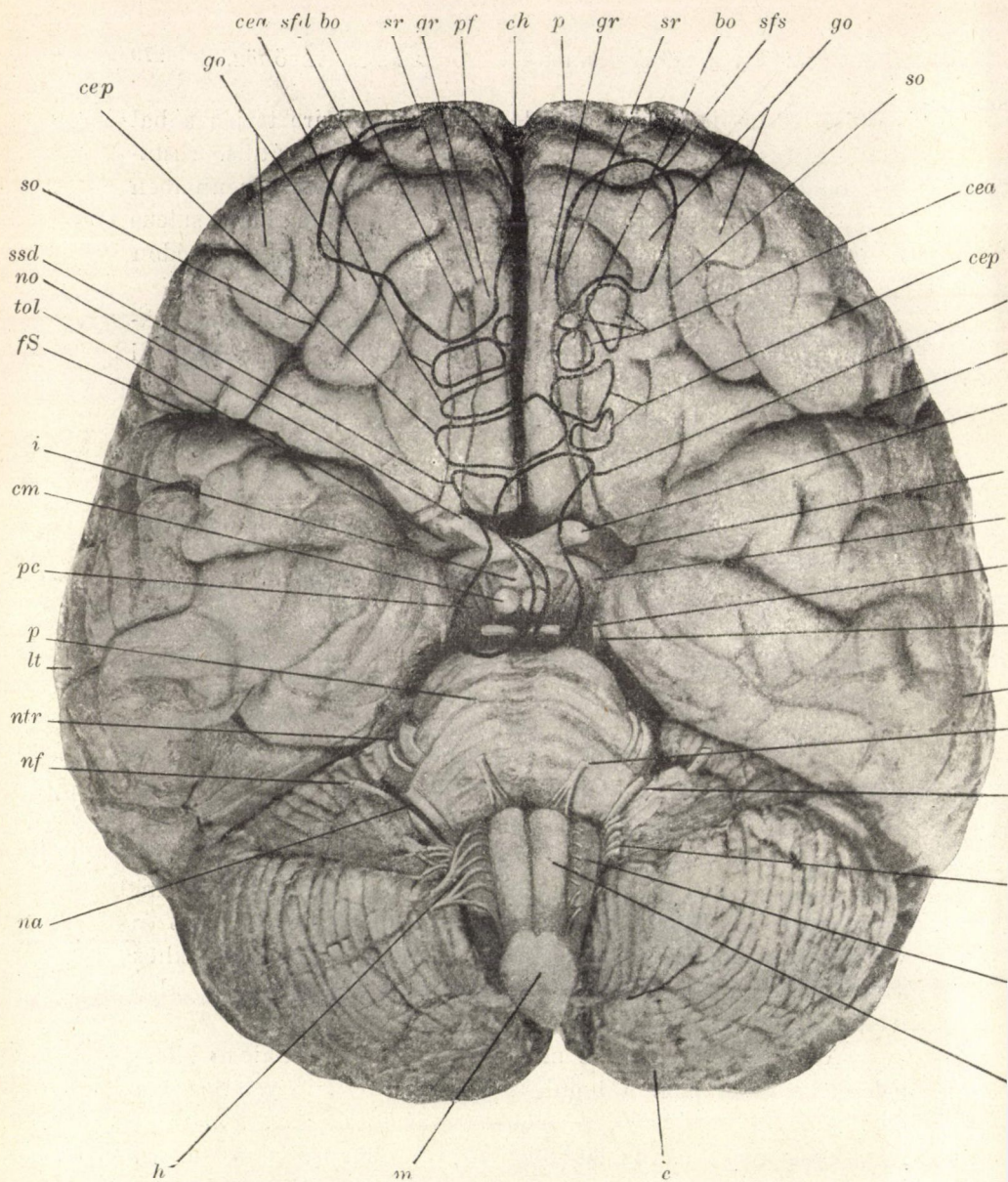
hátsó rostasejt a középvonalon túl 7 mm-nyire terjed a bal gyurus rectus és tractus olfactorius területére. A hátsó rostasejt rendkívüli kiterjedését több esetben észleltük, a mennyiben a középvonalon túlterjednek és elérhetik az ellenoldali sulcus opticus, canalis opticus és foramen opticum, és ilyen módon az ellenoldali homloklebeny területét.

Az iköböl rendszeren a tuber cinereummal és a halánték-lebenynyel érintkezik. Érintheti az azonoldali és az ellenoldali homloklebeny alsó felszínét is, valamint az ellenoldali halánték-lebenyt és a hidat is. Van egy készítményünk, melyen az iköböl a dorsum sellætől (10 mm) kezdve 30 mm-nyire terjed a clivus területében.

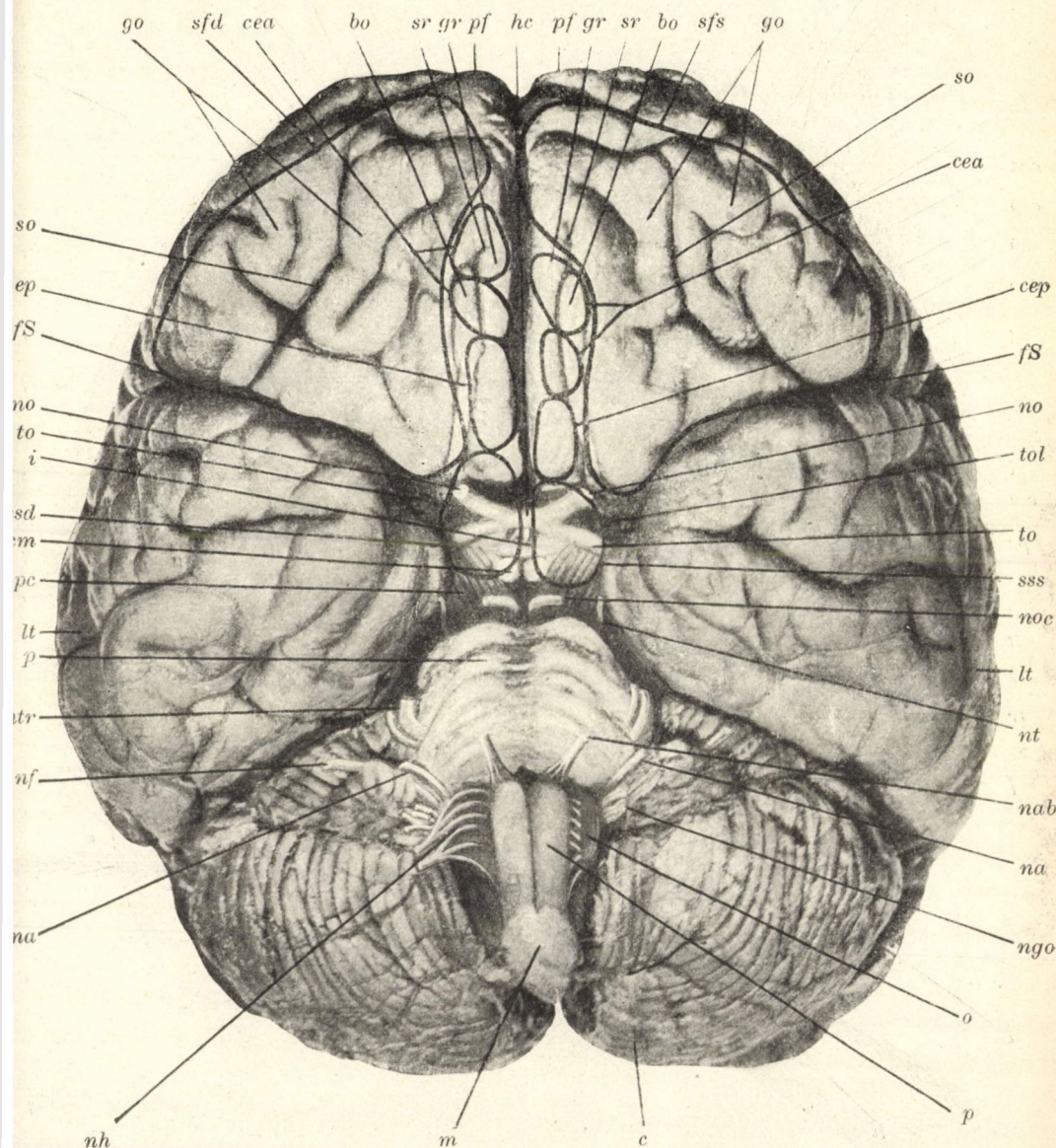
A 13. ábrán láthatók a homloklebeny alsó felszínén a melléküregek határvonalai, a homloküregek (*sfd, sfs*), a mellső rostasejtek (*cea*), a hátsó rostasejtek (*cep*) és az iköblök legmellsőbb részlete (*ssd, sss*). A jobb homloköböl 25 mm-nyi szélességben terül el a gyurus rectus (*gr*) és a gyurus orbitalis (*go*) területében. A jobb hátsó rostasejt (*cep*) a középvonalon túl 7 mm-nyire terjed a bal gyurus rectus (*gr*) és tractus olfactorius (*to*) területében. Az iköblök (*ssd, sss*) mellül a gyurus rectus és a tractus olfactorius, hátul a chiasma (*ch*), a nervus opticus (*no*), a tractus opticus (*to*) és az agykocsányok (*pc*) területét érintik.

A 14. ábra érzékíti a homloküregek (*sfd, sfs*) rendellenes kiterjedését a mellső és részben a középső koponyaárokban, továbbá a rostasejtek (*cea, cep*) és az iköblök kiterjedését és viszonyát a homloklebeny alsó felszínéhez és a látóidegekhez (*no, to*). A homloküregek viszonya a homloklebenyek alsó felszínéhez és a halánték-lebenyekhez (*lt*) áttekinthetők.

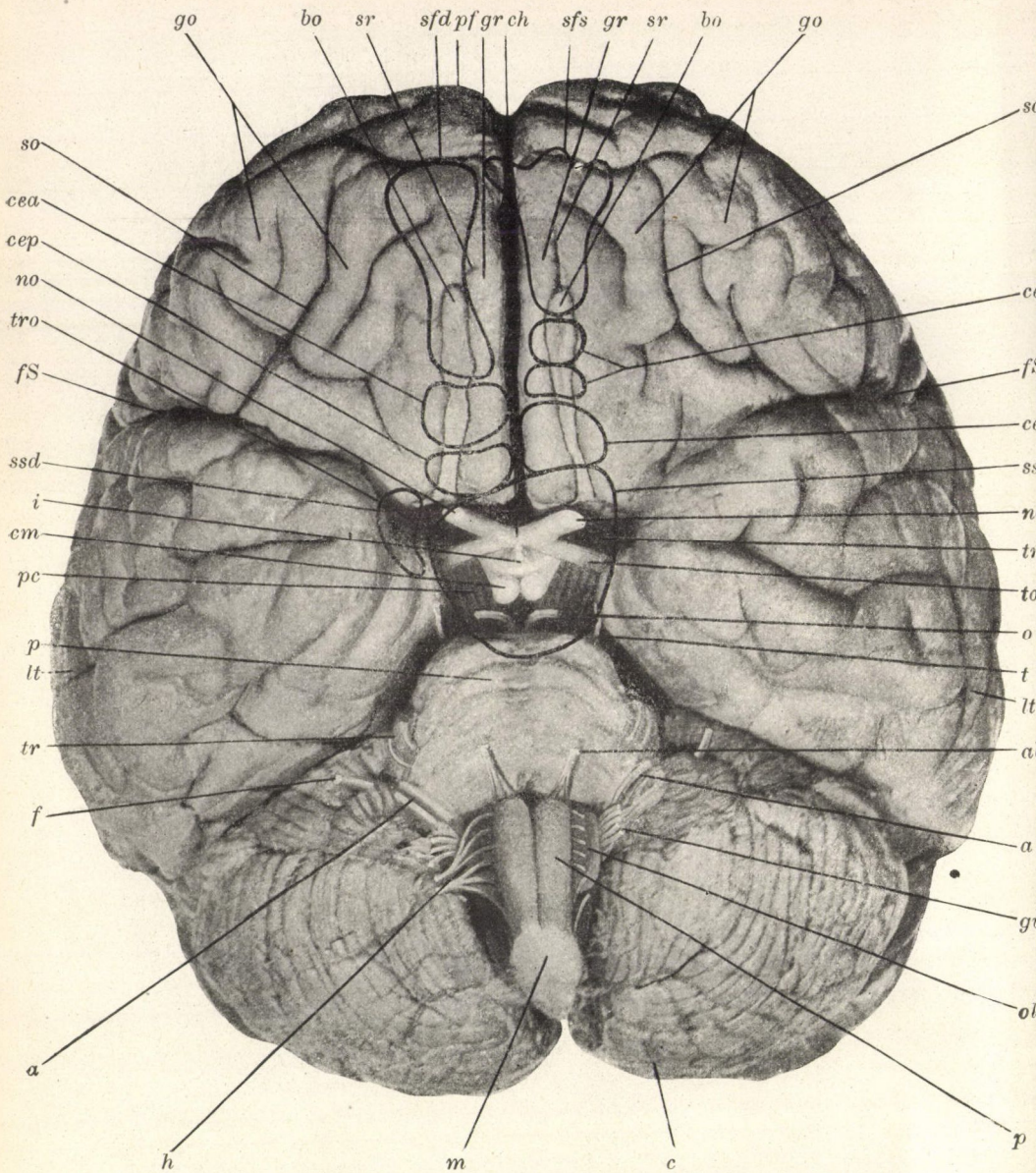
A 15. ábra mutatja a melléküregek határvonalait és kiterjedését az agyalon. A homloklebeny alsó felszínén láthatók a homloküregek (*sfd, sfs*), a mellső rostasejtek (*cea*), a hátsó rostasejtek (*cep*) és az iköblök (*ssd, sss*) mellső részlete. Az iköblök rendkívüli asymmetriát mutatnak, a bal iköböl (*sss*) a látóideg (*no, to*), a chiasma (*ch*), az infundibulum (*i*), a corpora mammillaria (*cm*) és az agykocsányok (*pc*) területét érinti, a jobb iköböl (*ssd*) feltűnően kicsiny. A látóidegek mind a két oldalon csupán a bal iköböllel állanak bensőbb viszonyban.



13. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *gr* gyrus orbitalis, *s* sulcus orbitalis, *no* nervus opticus, *tro* trigonum olfactorium, *fS* fossa Sylvii, *to* tractus opticus, *i* infundibulum, *cm* corpus mammillare, *pc* pedunculus cerebri, *o* oculomotorius, *t* trochlearis, *p* pons, *lt* lobus temporalis, *ab* abducens, *f* facialis, *a* acusticus, *gva* glossopharyngeus, *vagus*, accessorius, *h* hypoglossus, *m* medulla oblongata, *p* pyramis, *ol* oliva, *c* cerebellum-*sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *sss* sinus sphenoidalis sinister.



14. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus, *bo* bulbus olfactorius, *go* gyrus orbitalis, *s* sulcus orbitalis, *no* nervus opticus, *tro* trigonum olfactorium, *fS* fossa Sylvii, *to* tractus opticus, *i* infundibulum, *em* corpus mammillare, *pc* pedunculus cerebri, *o* oculomotorius, *t* trochlearis, *p* pons, *lt* lobus temporalis, *ab* abducens, *f* facialis, *a* acusticus, *gva* glossopharyngeus, *vagus*, *accessorius*, *h* hypoglossus, *m* medulla oblongata, *p* pyramis, *ol* oliva, *c* cerebellum, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *sss* sinus sphenoidalis sinister.



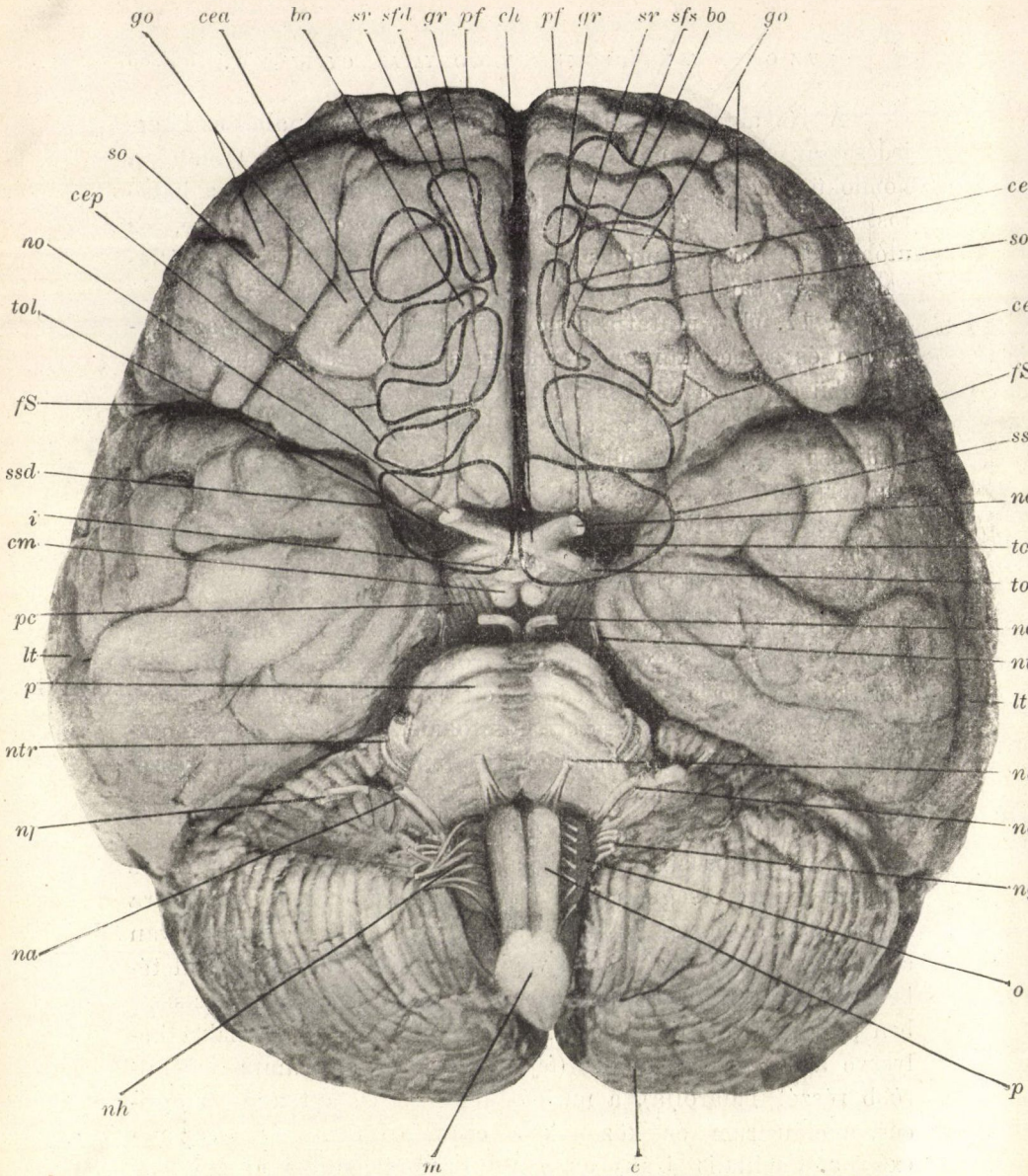
15. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus, *bo* bulbus olfactorius, *go* gyrus orbitalis, *s* sulcus orbitalis, *no* nervus opticus, *tro* trigonum olfactorium, *fS* fossa Sylvii, *to* tractus opticus, *i* infundibulum, *cm* corpus mammillare, *ps* pedunculus cerebri, *o* oculomotorius, *t* trochlearis, *p* pons, *lt* lobus temporalis, *ab* abducens, *f* facialis, *a* acusticus, *gva* glossopharyngeus, *vagus*, *accessorius*, *h* hypoglossus, *m* medulla oblongata, *p* pyramis, *ol* oliva, *c* cerebellum, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *sss* sinus sphenoidalis sinister.

A 16. ábra mutatja a melléküregek határvonalait és kiterjedését az agyalapon. A homloklebény alsó felszínén láthatók a homloküregek (*sfd*, *sfs*), a mellső rostasejtek (*cca*), a hátsó rostasejtek (*cep*) és az iköblök (*ssd*, *sss*) mellső részlete, ez utóbbiak a *nervus opticus* (*no*) és a *tractus opticussal* (*to*) állanak viszonyban.

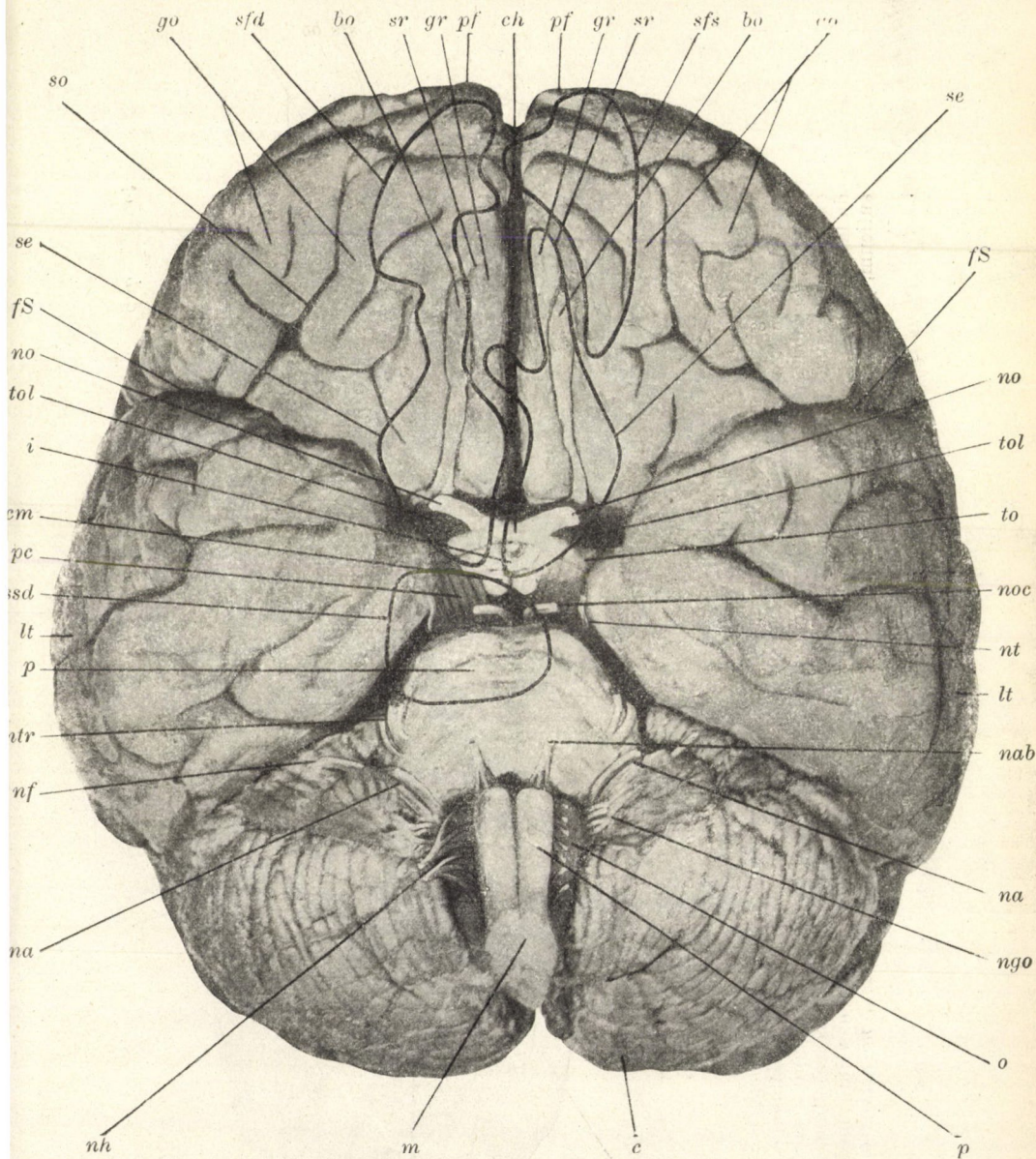
A 17. ábra mutatja a melléküregek határvonalait az agyalapon és a melléküregek rendellenes rendszerét. Jobb oldalt a homloküreg (*sf*) a rostasejtüreggel (*ro*) összefolyik, bal oldalt a homloküreg (*sfs*) a rostasejtüregtől (*se*) el van választva. Azonkívül csak egy jobb iköblől (*ssd*) van jelen, mely erősen hátrafelé terjed.

Az exploratív agypunctiót és a sebészi beavatkozásokat illetőleg gyakorlati fontossággal bír azon távolság, mely egyrészt az oldalsó agykamara, az agyduczok, a *capsula interna*, a központi tekervények és a sziget, másrészt a homloküreg hátsó fala és az agyvelő *polus frontalis*a között fennáll. Idevonatkozó vizsgálataink eredményeit a következőkben foglaljuk össze. Az agyvelőn át végzett homlokmetszetek a *polus frontalis*tól 4 cm-nyire az oldalsó agygyomrocs legelülsőbb részét találták. A *polus frontalis*tól *sagittalis* síkban az oldalsó agykamra legelülsőbb része 38, 40, 41, 45 és 47 mm-nyi távolságban, *vertikális* síkban pedig a homloklebény alapjától 18 és 20 mm-nyi távolságban volt található. Az oldalsó agykamra legelülsőbb része *vertikális* síkban 20 mm-nyi távolságban van a *gyrus rectus*tól az iköblől vagy a hátsó rostasejt területében. A *polus frontalis*tól 6 cm-nyire található homlokmetszetben az *insula Reilii*. Az oldalsó agykamra körül vannak elhelyezve a *nucleus caudatus* (feje az oldalsó agykamra legelülsőbb részét határolja), a *nucleus lenticularis*, a *thalamus opticus*, a *claustrum* és közöttük a *capsula interna* és a *capsula externa*. *Sagittalis* irányban a *polus frontalis*tól a mellső központi agytekervény 8, 9 egész 10 cm-nyi távolságban fekszik.

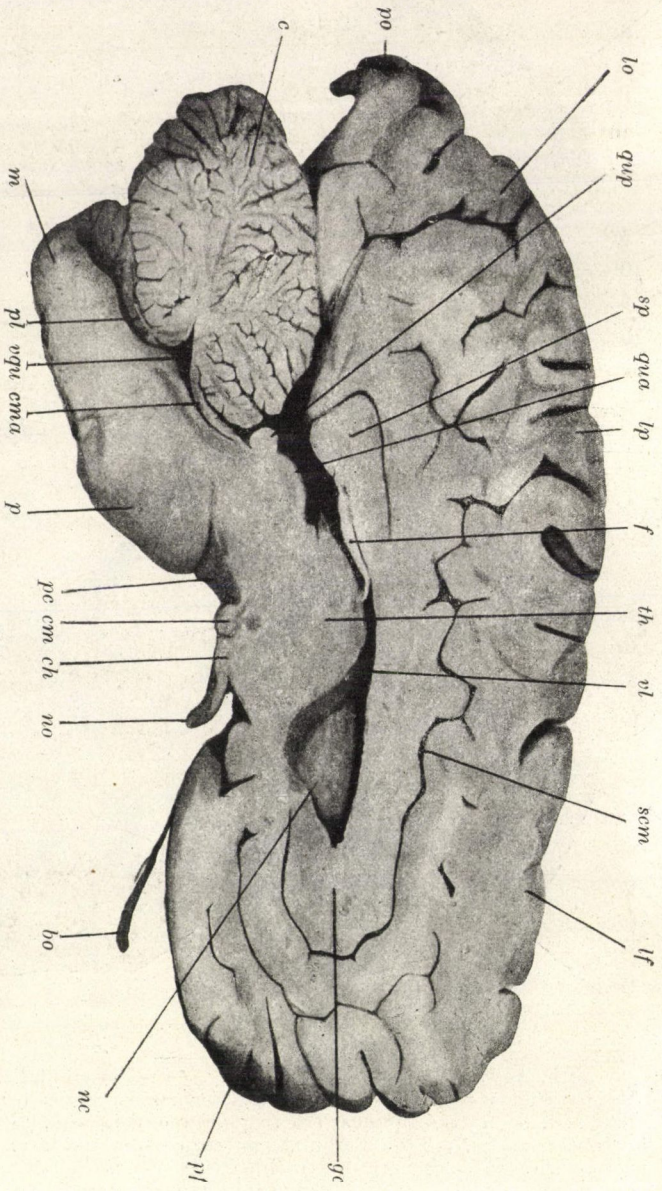
A 18., 19. és 20. ábra *sagittalis* metszeteken mutatja az agyvelő domborulatát és alapját, az agykamrákat és az agyduczokat, helyzetüket és távolságukat a *polus frontalis*tól. A 23., 24., 25., 26. és 27. ábra homlokmetszeteken mutatja



16. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus, *bo* bulbus olfactorius, *go* gyrus orbitalis, *s* sulcus orbitalis, *no* nervus opticus, *tro* trigonum olfactorium, *fS* fossa Sylvii, *to* tractus opticus, *i* infundibulum, *cm* corpus mammillare, *pc* pedunculus cerebri, *o* oculomotorius, *t* trochlearis, *p* pons, *lt* lobus temporalis, *ab* abducens, *f* facialis, *a* acusticus, *gva* glossopharyngeus, *vagus*, *accessorius*, *h* hypoglossus, *m* medulla oblongata, *p* pyramis, *o* oliva, *c* cerebellum, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *sss* sinus sphenoidalis sinister.



17. ábra. Agyvelő. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus, *bo* bulbus olfactorius, *go* gyrus orbitalis, *s* sulcus orbitalis, *no* nervus opticus, *tro* trigonum olfactorium, *fS* fossa Sylvii, *to* tractus opticus, *i* infundibulum, *cm* corpus mammillare, *pc* pedunculus cerebri, *o* oculomotorius, *tr* trochlearis, *p* pons, *lt* lobus temporalis, *ab* abducens, *f* facialis, *a* acusticus, *gva* glossopharyngeus, *vagus*, accessorius, *h* hypoglossus, *m* medulla oblongata, *p* pyramis, *o* oliva, *c* cerebellum, *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *se* sinus ethmoidalis, *ssd* sinus sphenoidalis dexter.



18. ábra. Sagittalis metszet. Tenneszetos nagyság. *lf* lobus frontalis, *gc* genu corporis callosi, *som* sulcus callosomarginalis, *nc* nucleus caudatus, *vl* ventriculus lateralis, *th* thalamus opticus, *f* fornix, *lp* lobus parietalis, *sp* splenium corporis callosi, *qua* corpora quadrigemina anteriora, *qup* corpora quadrigemina posteriora, *lo* lobus occipitalis, *po* polus occipitalis, *a* cerebellum, *m* medulla oblongata, *pl* plexus choroidae, *qu* ventriculus quartus, *qna* velum medullare anticum, *p* pons, *pc* pedunculus cerebri, *cm* corpus mammillare, *ch* chiasma, *no* nervus opticus, *bo* bulbus olfactorius.

4, 5, 6 és 7 cm-nyi távolságban a polus frontalistól az említett agyvelőrészek tájbonzotani viszonyait.

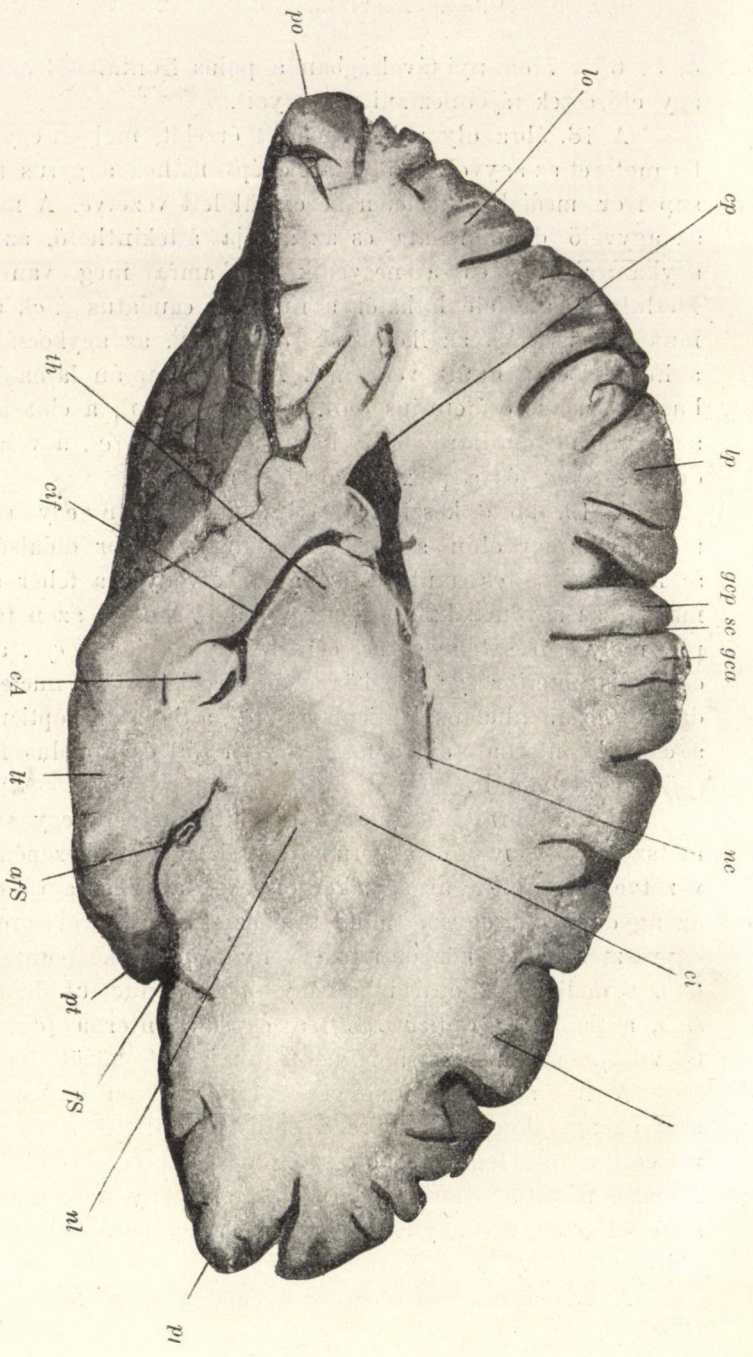
A 18. ábra olyan készítményt érzékit, melyen egy sagittalis metszet az agyvelőn közel a középvonalhoz a gyrus frontalis superior mediális részletén keresztül lett vezetve. A metszeten az agyvelő domborulata és az alapja áttekinthető, az oldalsó agykamra (*re*) és a negyedik agykamra meg van nyitva. Mellülről hátrafelé láthatók a nucleus caudatus (*nc*), a thalamus opticus (*th*), az ikertestek (*qua*, *qup*), az agykocsány (*pc*), a hid (*p*) és a nyúlt velő (*m*). Az agy alapján látható a bulbis és tractus olfactorius (*ho*), a látóideg (*no*), a chiasma (*ch*), a corpus mammillare (*cm*), hátul az agyacs (*c*), a velum medullare (*vma*) és a plexus choroideus (*pl*).

A 19. ábra készítményt érzékit, melyen egy sagittalis metszet az agyvelőn a gyrus frontalis superior oldalsó szélén át lett vezetve és mutatja az agytekervényt, a fehér agyállományt, az agyduczokat, egyszersmind tájékoztat azon távolságról, mely egyrészt a gyrus centralis posterior (*gcp*), a gyrus centralis anterior (*gca*), a központi barázda (*sc*), a nucleus caudatus (*nc*), a nucleus lenticularis (*nl*), a thalamus opticus (*tha*), a capsula interna (*ci*), a fossa Sylvii (*fs*) és a polus frontalis (*pf*) között fennáll.

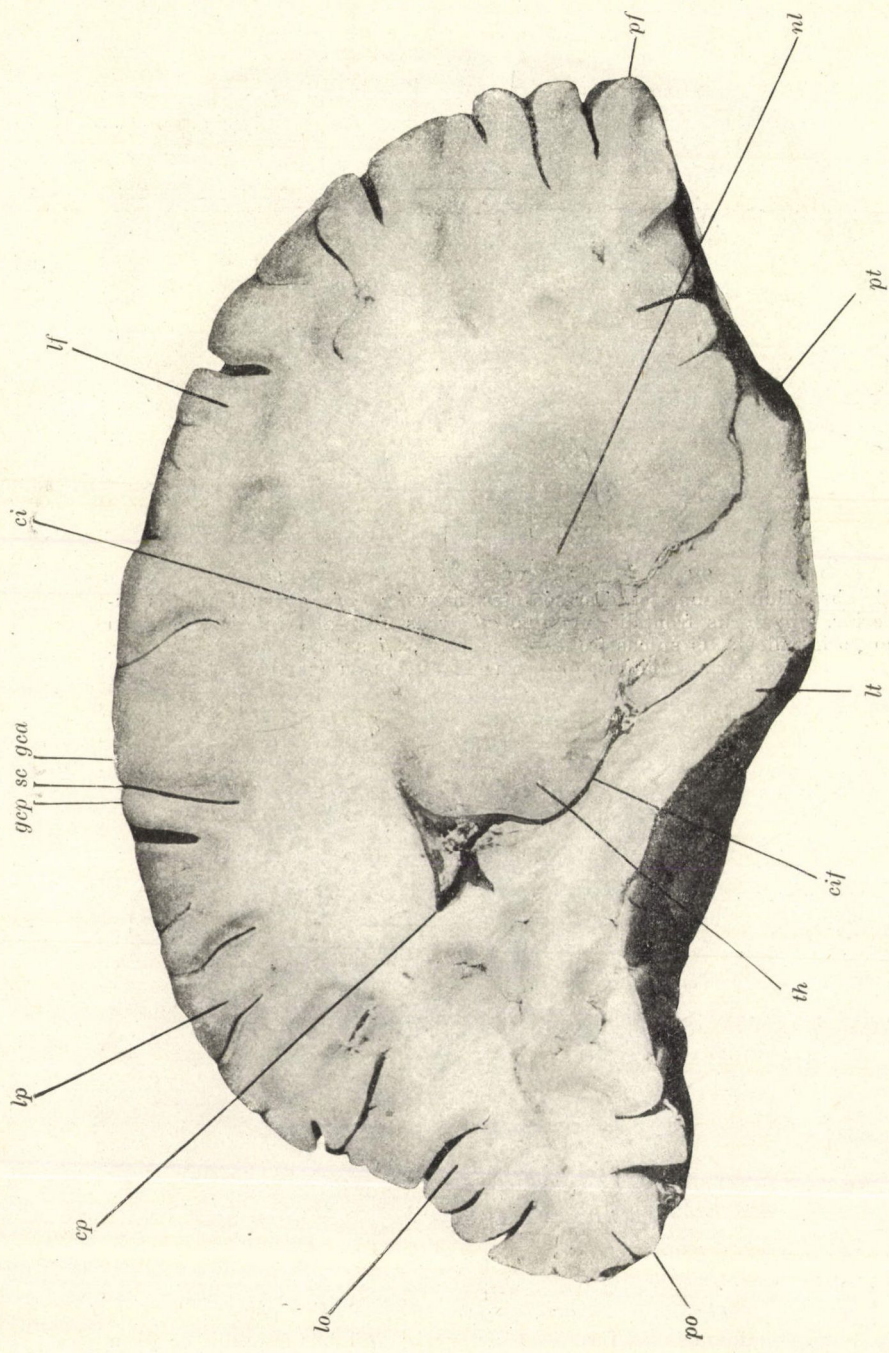
A 20. ábra készítményt érzékit, melyen egy sagittalis metszet az agyvelőn, a gyrus frontalis medius közepén át lett vezetve és mutatja az agytekervényeket, a fehér agyállományt, az agyduczokat, egyszersmind tájékoztat azon távolságról, mely egyrészt a hátsó központi tekervény (*gcp*), a központi barázda (*sc*), a mellső központi tekervény (*gca*), a nucleus lenticularis (*nl*), a thalamus opticus (*th*), a capsula interna (*ci*), a fossa Sylvii (*fs*) és másrészt a polus frontalis (*pf*) között fennáll.

A 21. ábra készítményt érzékit, melyen a homlokmet-szet az agyvelőn 4 cm-nyire a polus frontalistól a genu corporis callosi (*gc*) legmellsőbb részletén át lett vezetve. A homlok-metszet mutatja átmetszetben a homloklebény felső domború és alsó felületén az agytekervényeket és agybarázdákat, továbbá a homloklebény fehér agyállományát.

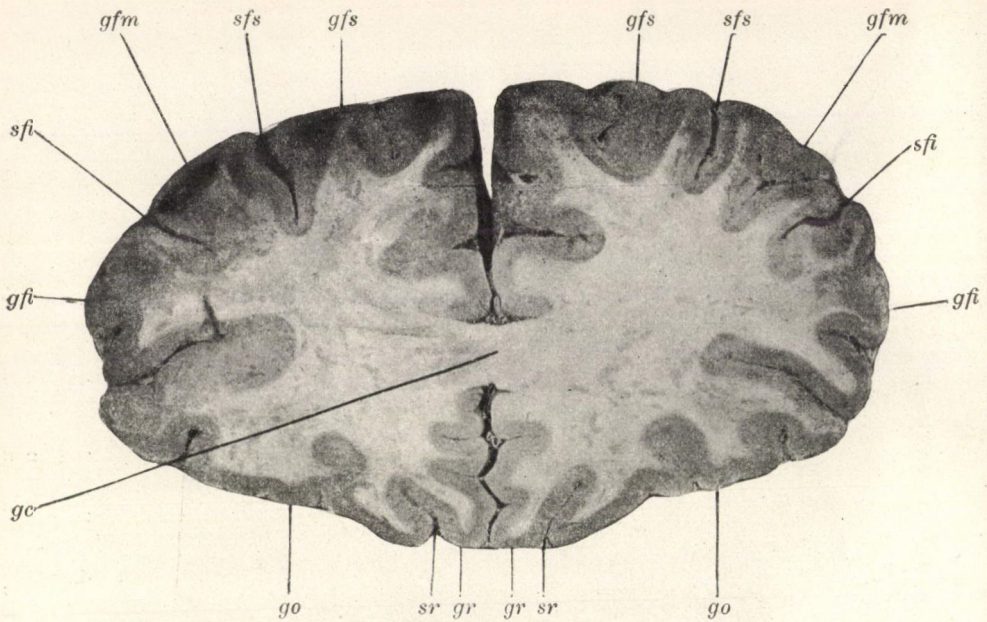
A 22. ábra készítményt érzékit, melyen a homlokmet-



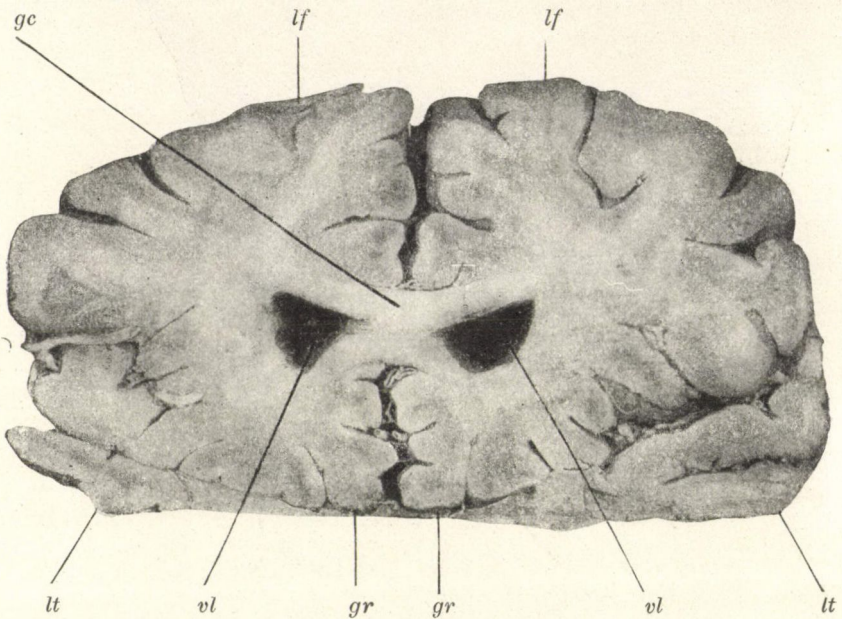
19. ábra. Sagittalis metszet. Termézetes nagyság. *pf* polus frontalis, *nc* nucleus caudatus, *ci* capsula interna, *nl* nucleus lenticularis, *th* thalamus opticus, *fs* fossa Sylvii, *pl* polus lateralis, *afS* arteria fossae Sylvii, *tl* lobus temporalis, *cp* cornu posterius ventriculi lateralis, *cif* cornu inferius ventriculi lateralis, *ca* cornu Ammonis, *lp* lobus parietalis, *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *lo* lobus occipitalis, *po* polus occipitalis.



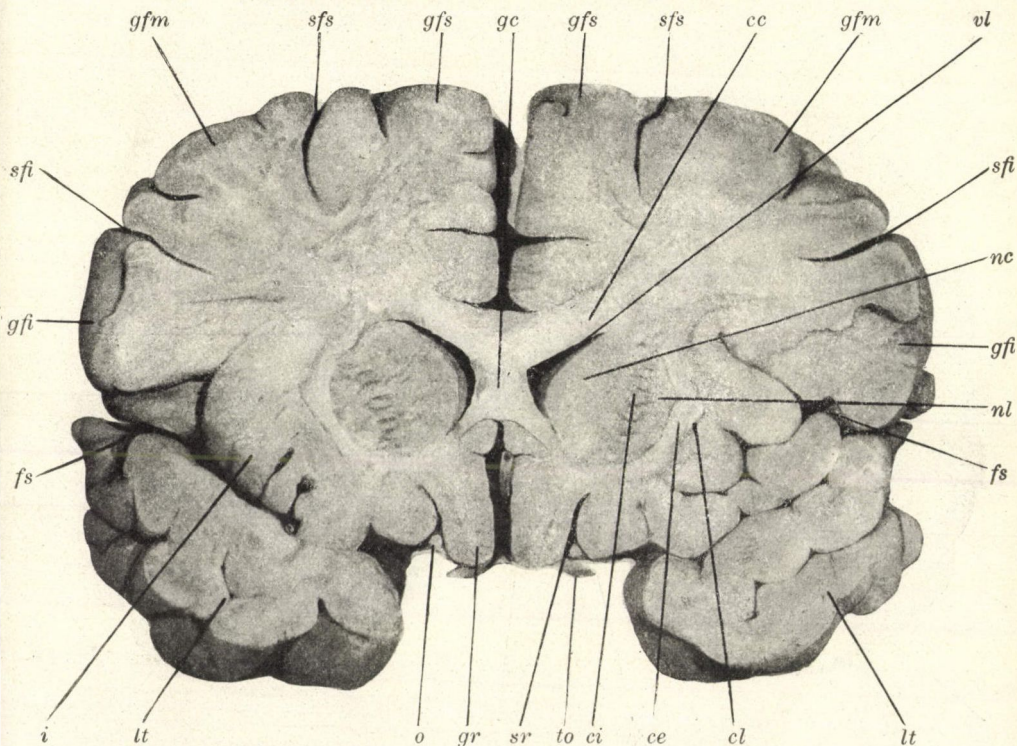
20. ábra. Sagittalis metszet. Természetes nagyság. *pf* polus frontalis, *lf* lobus frontalis, *nl* nucleus lenticularis, *ci* capsula interna, *th* thalamus opticus, *pt* polus temporalis, *lt* lobus temporalis, *cp* cornu posteriorius ventriculi lateralis, *cif* cornu inferius ventriculi lateralis, *sc* sulcus centralis, *gca* gyrus centralis anterior, *gcp* gyrus centralis posterior, *lp* lobus parietalis, *lo* lobus occipitalis, *po* polus occipitalis.



21. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *gfs* gyrus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *gc* genu corporis callosi, *sfs* sulcus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *go* gyrus orbitalis, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus.



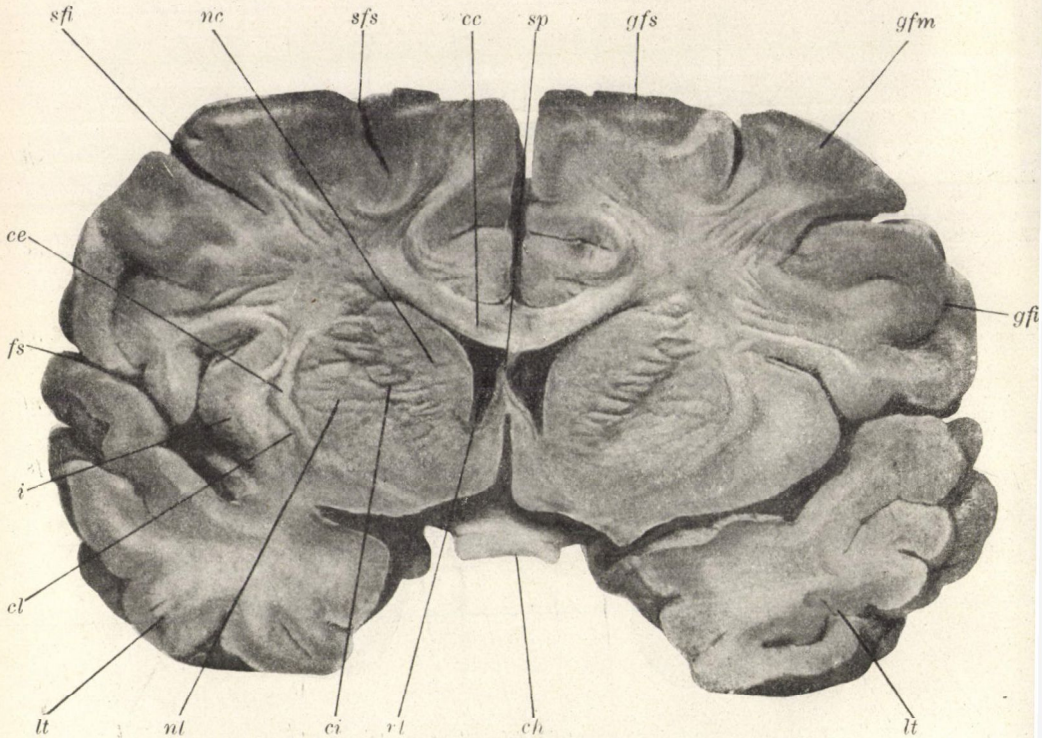
22. ábra. Homlokmetszet. Természetes nagyság. *lf* lobus frontalis, *gc* genu corporis callosi, *vl* ventriculus lateralis, *gr* gyrus rectus, *lt* lobus temporalis.



23. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *gfs* gyrus frontalis superior, *sfs* sulcus frontalis superior, *gfm* gyrus frontalis medius, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fs* fossa Sylvii, *i* insula Reilii, *lt* lobus temporalis, *gc* genu corporis callosi, *cc* corpus callosum, *vl* ventriculus lateralis, *nc* nucleus caudatus, *ci* capsula interna, *ce* capsula externa, *cl* claustrum, *gr* gyrus rectus, *sr* sulcus rectus, *o* tractus olfactorius, *to* tractus opticus.

szet az agyvelőn át a polus frontalistól 4 cm-nyire lett vezetve. Az oldalsó agykamra legmellsőbb része (*vl*) látható a metseten.

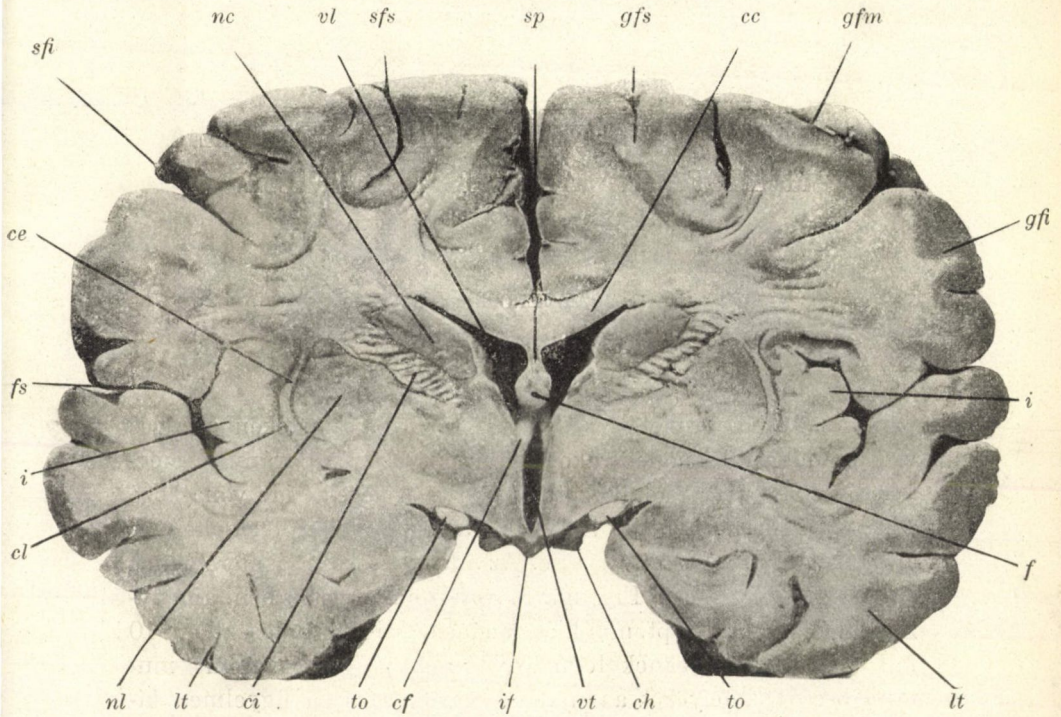
A 23. ábra készítményt érzékít, melyen az agyvelőn át a homlokmetset 5 cm-nyire a polus frontalistól lett vezetve. A homlokmetset átmetszetben mutatja a homloklebény felső domború és alsó felszínén az agybarázdákat és az agytekervényeket, a megnyitott oldalsó agykamra (*vl*) legmellsőbb részletét, a nucleus caudatus (*nc*) fejét, a capsula internát (*ci*), a



24. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *sfs* sulcus frontalis superior, *gfs* gyrus frontalis superior, *sfi* sulcus frontalis inferior, *gfm* gyrus frontalis medius, *gfi* gyrus frontalis inferior, *fS* fossa Sylvii, *i* insula Reilii, *cc* corpus callosum, *sp* septum pellucidum, *nc* nucleus caudatus, *vl* ventriculus lateralis, *ci* capsula interna, *nl* nucleus lenticularis, *ce* capsula externa, *cl* claustrum, *lt* lobus temporalis, *ch* chiasma.

nucleus lenticularist (*nl*), a capsula externát (*ce*), a claustrumot (*cl*), a szigetet (*i*), a Sylvius-féle árkot (*fS*), a homloklebény alsó felszínét a szaglóideg (*o*) és a látóideg (*to*) köteggével.

A 24. ábra készítményt érzékít, melyen a homlokmetset az agyvelőn át 6 cm-nyire a polus frontalistól lett vezetve. A homlokmetseten átmetszetben láthatók a homloklebény domború felső és alsó felszínén az agybarázdák és agytekervények, a fossa Sylvii (*fS*), a halántéklebény legmellsőbb része (*lt*), az agyduczok (*nc*, *nl*) az oldalsó agykamrával (*vl*) a chiasma (*ch*) területében.



25. ábra. Homlokmetset. Természetes nagyság. *gfs* gyrus frontalis superior, *sfs* sulcus frontalis medius, *sfi* sulcus frontalis inferior, *fs* fossa Sylvii, *i* insula Reilii, *lt* lobus temporalis, *cc* corpus callosum, *vl* ventriculus lateralis, *sp* septum pellucidum, *f* fornix, *nc* nucleus caudatus, *ci* capsula interna, *nl* nucleus lenticularis, *ce* capsula externa, *cl* claustrum, *cf* crus anterior fornix, *vt* ventriculus tertius, *if* infundibulum, *to* tractus opticus, *ch* chiasma.

A 25. ábra készítményt érzékít, melyen a homlokmetset az agyvelőn át 7 cm-nyire a polus frontalistól vezetve és egy cm-rel hátrább mutatja az egyes agyvelőrészeket, mint az előbbi, 18. ábra.

ADATOK NÉMET-KELET-AFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

(Ötödik közlemény.)

DADAY JENŐ 1. tagtól.

Ostracoda Ctenocyprina.

Az Afrika területén s a hozzá tartozó szigeteken az édes vizeket népesítő kagylós rákok tanulmányozásával aránylag meglehetősen sok bűvár foglalkozott ez ideig. A legelső ide vonatkozó adatot LUCAS H. nyújtja 1849-ben, amikor algieri termőhelyről a *Cypris bispinosa*-fajt írja le. Az ide vonatkozó ismereteknek alapját tulajdonképpen FISCHER S. vetette meg 1855-ben, amennyiben ő ekkor Egyiptomból és Madeira szigetéről összesen 10 fajt ismertet, melyeknek legnagyobb részét újjak gyanánt mutatja be, de amelyeket az újabb bűvárok egészen figyelmen kívül hagytak.

Az újabb keletű bűvárlatok sorozatát GUERNE I. DE kezdi meg 1888-ban, amikor az Azorokról leírja a *Cypris-Eucypris Moniezi* új fajt. Majdnem egyidejűleg az előbb említett adat megjelenésével, illetőleg 1888-ban, MONIEZ R. az Azorok területéről összesen 11 fajt jegyez fel a különböző genusokból.

Az ide vonatkozó adatok gyarapodásának nagy lendületet adott VÁVRA W. 1895-ben és 1896-ban megjelent két dolgozata, amelyek részint Sansibarból, részint Német-Keletafrikából 22 pontosan leírt új fajt és pár új genust tartalmaznak. VÁVRA W.-vel egyidőben (1895) kezd foglalkozni afrikai fajok ismertetésével SARS G. O. is és 1898-ig megjelent 3 dolgozatában összesen 15, legnagyobb részben új fajnak leírását adja.

BARROIS TH.-nak 1896. évi dolgozata, valamint RICHARD I. ugyanazon évben megjelent közleménye, az Azorok faunájából összesen 15 fajról tesz említést, melyeknek mindannyia,

egy-két kivételtől eltekintve, európai területekről már korábban ismert és itt közönséges.

Számos új, behatóan ismertetett fajjal gyarapítja az afrikai ostracodákra vonatkozó ismereteket MÜLLER G. W. 1899-ben és 1900-ban megjelent két dolgozata, amelyekben madagaskári, aldobrai és massai termőhelyekről összesen 21 új faj kimerítő leírása foglaltatik igen különböző nemekből.

A sorozatot berekeszti BRADY ST. G. 1904-ben megjelent közleménye, melyben natáli termőhelyekről 4 új fajnak leírását találjuk.

Magának Német-Keletafrika területének édesvízi mikrofaunájából még eddig csupán VÁVRA W. ismertetett *Ostracoda*-fajokat 1896. évi dolgozatában, a melyben összes 15, részben új, részben már keletafrikai területről (Sansibar) korábban leírt fajt találunk.

A fajok jegyzéke.

- | | |
|---|---|
| Cypris inflata n. sp. 19. | Stenocypris stagnalis n. sp. 10. |
| Cypris Neumanhi G. O. M. 17. | 22. 24. |
| Eucypris inermis BRADY. 22. 17. 16 | Pseudocypris Bouvieri n. sp. 3. 11. |
| Eucypris Kraepelini n. sp. 17. | Mesocypris pubescens n. sp. 18. |
| 5 Eucypris laticauda n. sp. 22. | 25 Centrocypis horrida VÁOR. 17. |
| Eucypris Kilimensis n. sp. 16. 18. | Cypridella devexa n. sp. 17. |
| Eucypris Halyi (BRADY) 18. | Cypridella fossulata n. sp. 17. 19. 22. |
| Eucypris strandesioides G. W. M. | Cypretta oxyuris n. sp. 16. |
| 17. | Cypridopsis costata VÁOR. 10. 13. |
| Eucypris punctulata n. sp. 16. 17. | 9. 12. 17. 5. |
| 10 Eucypris devexa n. sp. 17. | 30 Potamocypris aldabrae G. W. M. |
| Cyprinotus congener VÁVR. 19. | 3. 16. |
| Cyprinotus fossulatus VÁVR. 3. | Potamocypris Fülleborni n. sp. 1. |
| Cyprinotus Giesbrechti G.W.M. 17. | Potamocypris Koenikei n. sp. 19. |
| Cyprinotus symmetricus G. V. M. | Potamocypris viduella Sars. 5. 22. |
| 18. | Oncocypris costata G. W. M. 5. |
| 15 Cyprinotus Fülleborni n. sp. 3. | 35 Oncocypris Mülleri n. sp. 5. |
| Stenocypris Fülleborni n. sp. 12. | Cycloocypris denticulata n. sp. 17. |
| Stenocypris angulosa n. sp. 17. | Cypria Koenikei n. sp. 13. |
| Stenocypris marginata n. sp. 12. | Cypria lenticularis G. W. M. 23. |
| 22. 10. | Cypria castanea BRADY. 1. |
| Stenocypris elongata n. sp. 17. | 40 Candonopsis navicula n. sp. 17. 16. |
| 20 Stenocypris fasciculata n. sp. 10. 12. | Limnocythere Michaelseni n. sp. |
| Stenocypris sinuata G. W. M. 12. | 3. 8. 1. |

Ezek szerint vizsgálataim során a rendelkezésemre állott német-keletafrikai planktonanyagban összesen 41 fajt sikerült megfigyelnem, a melyek közül 13 már korábban is ismeretes volt, míg 28 új, ezenkívül pedig a genusok között is találkozik 3 új, névszerint a *Pseudocypris*, *Mesocypris* és *Oncocypris*.

AZ ÚJ FAJOK LEÍRÁSA.

Cypris inflata n. sp.

A kagylók oldalról nézve némileg veseformát mutatnak. kismértékben hasonlítanak egymáshoz, nem egészen kétszer oly hosszúk, mint aminő magosak.

A jobb kagyló mellső csúcshegyélye magosabb a hátulsónál, egyenletesen és meglehetősen tompán kerekített, egyformán megy át a hát- és hasoldali szegélybe, szegélyén a belső oldalról nézve egy hullámos szegélyű kutikulaperem emelkedik, mely kétszer oly széles, mint a balkagylóé; valódi likacsatornás öv nincs, hanem a csatornácskák helyett kis pontszerű megvastagodások mutatkoznak s a sörték ezekről látszanak eredni. A hátoldali szegély közepe előtt, illetőleg a szemek táján halomszerűen kiemelkedett, innen a mellső szegély felé gyengébben, a hátulsó felé erősebben lejtősödve ereszkedik le s a hátulsóval alig észrevehető tompa zúgot alkot, ami különösen a külső fölülete felől nézett kagylón tűnik fel jobban. A hátulsó szegély hegyesen kerekített, a mellsőnek félmagasságát csak kevéssel haladja meg, igen keskeny kutikula pereme van. A hasoldali szegély közepe táján gyengén mélyedt, kívülről nézve a hasoldali szegély nem tűnik fel azonnal, mert a kagyló oldal-fala kissé a hasoldalra hajlik és eltakarja.

A balkagyló oldalról és kívülről nézve majdnem mindenben hasonlít a jobbhöz, de hátoldali szegélye a szem fölött, illetőleg előtt, nem emelkedett ki oly mértékben, mint a jobbé, máskülönben mellső-, hátsó- és hasoldali szegélye ugyanolyan lefutású, azzal a különbséggel, hogy a mellső szegély átlátszó kutikulapereme keskenyebb, nem hullámos, a szegélyesörték nem

megvastagodásról indulnak ki, s az oldalfalazat nem terjed le a hasoldalra oly mértékben, mint a jobb kagylón.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók széles, rövid tojás-hoz hasonlítanak, mely elől hosszabb, vékonyabb, hátul rövidebb, vastagabb csücsöt alkot, két oldala hátulsó felében erősen kerekített, legnagyobb szélessége hátulsó harmadában fekszik s a hosszúságnak $\frac{4}{5}$ -ét teszi ki.

A kagylók falazatán igen apró és sekély mélyedések vannak, de itt-ott apró kúpforma kiemelkedések is mutatkoznak, a melyekről egy-egy sörte ered, máskülönben a kagylók falazatának egész fölülete tömötten szőrös, a szőrök rövidek és finomak. A kagylók színe sárgásbarna.

A kagylók hossza 1.6 mm, magassága 0.9--0.92 mm, legnagyobb szélessége 1.22 mm.

Termőhelye Firvano (19), ahonnan csupán egyetlen példánynak teljesen ép két kagylója került birtokomba az állat teste nélkül. Ez az oka annak, hogy a szervezeti viszonyok ismeretetését mellőztem. Megjegyzem különben azt, hogy vizsgálataim során minden óvatosságom dacára is a jobb kagyló öszszetört s csak a bal maradt meg épen.

E faj kagylóinak alakjával, akár oldalról, akár fölülről tekintve, nagy mértékben emlékeztet a *Cypris* (*Eurycypris*) *latis-sima* (G. W. M.) és *Cypris* (*Eurycypris*) *Neumanni* (G. W. M.) fajra, de különbözik ezektől úgy a jobb, valamint a bal kagyló mellső szegélyének szerkezetében. Ezenkívül a kagylók oldalról nézve emlékeztetnek még kissé a *Cypris exerta* FISCH fajéira is.

Eucypris Kræpelini n. sp.

A kagylók oldalról nézve majdnem teljesen egyformák, némileg tojásformát mutatnak, nem egészen kétszer oly hosszúak, mint aminő magosak, mellső és hátulsó szegélyük csaknem egyforma magas, mellső szegélyük majdnem egyezően kerekített.

A jobb kagyló mellső szegélyének keskeny kutikulapereme van csupán, likacs-csatornás öve nem fejlődött ki és szerkezet tekintetében hasonlít a hátulsohoz. A hátoldali kagylósze-

gély egyenletesen és tompán íves, a hátulsó szegély felé lejtősebb, mint a mellső felé. A hátulsó szegély alacsonyabb és hegyesebben kerekített, mint a mellső, egyformán megy át a hát- és hasoldaliba. A hasoldali szegély közepe előtt észrevehetően mélyedt s így egy mellső kisebb és egy hátulsó nagyobb karélyra tagolódott, melyek közül az előbbi kiállóbb.

A bal kagyló oldalról nézve általánosságban hasonlít a jobbhoz, de a részletekben többrendbeli eltérést mutat. A mellső szegély nem oly magas, mint a jobb kagylón és hegyesebben kerekített kutikulapereme igen keskeny, de ezen belül meglehetősen széles likacs-csatornás öv fejlődött ki, amelynek külső szegélye csipkézett, belső határán pedig egyenlő távolságban némileg tojásforma tuberkulumok emelkednek, ezek a fajnak egyik feltünő jellemét alkotják. A hátoldali szegély magasabban íves a jobb kagylóénál, de halmot nem alkot és egyformán lejtősödve ereszkedik le a mellső- és hátulsó szegély felé. A hátulsó szegély majdnem olyan magas, mint a mellső, ugyanúgy kerekített és szerkezete is nagy mértékben hasonlít amazéhoz, de nincs kutikulapereme és likacs-csatornás öve is egyszerűbb, tuberkulumai pedig valamivel kisebbeknek látszanak. A hasoldali szegély mellső harmada előtt erősebben mélyedt és mellső karélya kiemelkedettebb, mint a jobb kagylóé.

Föülről nézve a kagylók némileg széles csónakra emlékeztetnek, melynek átmérője legnagyobb a közepe táján, két vége csaknem egyformán hegyes.

A kagylók falazata síma, fénylő, rövid sörtékkal gyéren borított; színét megállapítani nem tudtam biztosan, de némileg sárgásbarnának mondható.

A villa-függelékek meglehetősen szélesek, egyformák, csaknem egészen egyenesek, a hátulsó szegélyen a finom sörték sora öt pamatra tagolódott, a legalsó pamat elején a rövid szegélysorte, a többi ellenben egy-egy kis tüske emelkedik. Az oldalkarom hosszú, erős, egyenes, a csúcskarom félhosszánál hosszabb, distalis felében erősen fogazott. A csúcskarom egyenes, a villa-függelék félhosszánál csak kevéssel rövidebb, distalis fele erősen fogazott. A csúcssorte csak kevéssel rövidebb a csúcskaromnál.

A kagylók hossza 1·9 mm; legnagyobb magassága 1·1 mm, legnagyobb szélessége 1 mm. Termőhelye: Kilima-Ndjaró (17) s innen 39 példány állott rendelkezésemre.

E faj, melyet KRAEPELIN K. tiszteletére neveztem el, kagylóinak alakjával és villa-függelékeinek szerkezetével nagy mértékben emlékeztet az *Eucypris laticauda* n. sp. fajra, de lényegesen különbözik ettől a két kagyló, főleg pedig a bal kagyló mellső és hátulsó szegélyének finomabb szerkezetében.

Eucypris laticauda n. sp.

Kagylói oldalról nézve majdnem teljesen egyformák, némileg tojásformát mutatnak, nem egészen kétszer oly hosszúk, mint aminő magasak, mellső és hátulsó szegélyük csaknem egyforma magas, mellső szegélyük egyezően kerekített és azonos szerkezetű. A mellső kagylószegély észrevehető kutikula peremet visel, mely azonban a balkagylón szélesebb, de likacs-szatornás öv nincs, hanem a sörték kis kiemelkedésről erednek.

A jobb kagyló hátoldali szegélye tompán íves, nem olyan magas, mint a baloldali kagylóé, majdnem egyformán lejtősödve megy át a mellső és hátulsó szegélybe. A hátulsó szegély kevéssel hegyesebben kerekítettnek látszik a mellsőnél, de ugyanolyan szerkezetű. A hasoldali szegély közepe előtt mélyedt, a mélyedés előtt karélyformán kiemelkedett s itt tömötten szőrös, a mélyedés mögött gyengén íves.

A bal kagyló hátoldali szegélye kevéssel magasabb és éleesebben íves a jobbénál s a mellső szegélybe jobban lejtősödve megy át, mint a hátulsóba. A hátulsó szegély hegyesebben kerekített a mellsőnél és meglehetősen széles, könnyen felismerhető kutikulaperemet visel. A hasoldali szegély közepe előtt megtörtnek látszik, amennyiben itt kissé karélyformán kiemelkedett, de nem oly nagy mértékben, mint a jobb kagylóé.

Fölülről vagy alúlól nézve, a kagylók tojásformát mutatnak, mely elülről hátrafelé fokozatosan szélesedik, átmérője azonban legnagyobb hátulsó harmadában, mindkét vége kerekített, de a mellső sokkal hegyesebben, mint a hátulsó s itt a bal kagyló kutikulapereme meghaladja a jobbat.

A kagylók falazata síma, gyéren sörtézett, a sörték aprók s csupán a szegélyek mentén emelkedők hosszabbak. A kagylók általános színe sötétsárgásbarna.

A villafüggelék mindkét oldalon egyforma hosszú, egyforma alakú, csaknem egyenes és mindenütt egyenlő széles. A csúcskarom csaknem egyenes, nem egészen fél oly hosszú, mint a villafüggelék, erősen fogazott. A mellékarom szintén egyenes, fél oly hosszú, mint a csúcskarom, szintén erősen fogazott. A csúcssörte csak $\frac{1}{5}$ -del rövidebb, mint a csúcskarom. Az oldalsörte a mellékarom alapjához közeledett, alig félakkora, mint a mellékarom. A villafüggelékek hátulsó szegélyén szabályos elrendezésben túskepamatok emelkednek, még pedig a jobb villafüggeléken hat, ellenben a balon négy-öt. Mindenik túskepamat egy sokkal hosszabb, erősebb, csúcsa közelében két-, esetleg három ágra tagolódott tuskével kezdődik s az utána következők fölfelé fokozatosan kisebbednek mindaddig, míg egy erősebb, nagyobb túske meg nem kezdi az új pamatot.

A kagylók hossza 1·7—2 mm, legnagyobb magassága 1 mm, legnagyobb átmérője 0·9 mm.

Termőhelye: tócsák Langenburg mellett (22), ahonnan összesen négy nősténypéldány állott rendelkezésemre.

E faj kagylóinak oldalról tekintett formájával emlékeztet az *Eucypris Kraepelini* n. sp., a Sars G. O.-féle *Neocypris variegata* és *Neocypris ovata* délamerikai fajokra, de a két utóbbtól különbözik a két kagyló hasoldali szegélyének szerkezetében. A bal kagyló hátulsó szegélyének szerkezetével e faj átmenetet alkot az említett két délamerikai faj között. A villafüggelékek szerkezete tekintetében e faj egyezik az *Eucypris Kraepelini* n. sp., a Sars G. O.-féle *Neocypris*-genus fajjaival s a Vávra V.-féle *Cypris flabella*-val.

Eucypris Kilimensis n. sp.

A kagylók oldalról nézve némileg tojásformát mutatnak, nem egészen kétszer oly hosszúk, mint amilyen magosak; egymástól kis mértékben különböznek.

A jobb kagyló mellső szegélye magasabb és tompábban kerekített, mint a hátulsó, széles pereme van, de likacsatornái nincsenek, a hát- és hasoldali szegélybe egyformán lejtősödve megy át. A hátoldali szegély közepe táján észrevehetően kiemelkedett, illetőleg a kagyló fala itt meghaladja a tulajdonképeni szegélyt és mintegy tarajnak látszik. A hátulsó szegély hegyesebben kerekített a mellsőnél és kutikulapereme van likacsatornák nélkül. A hasoldali szegély közepe táján gyengén mélyedt s a mélyedés előtt észrevehető karélykát alkot.

A bal kagyló mellső szegélye nem látszik oly magosnak, mint a jobbé, kevéssel hegyesebben kerekített, széles kutikulapereme van likacsatornák nélkül, de egy szabályos övben apró pontcskák sora fejlődött ki, amelyek mindenikéről egy-egy sörte ered s e tekintetben a bal kagyló különbözik a jobbótól. A hátoldali szegély közepén kissé kipúposodott, de a kagyló fala itt nem emelkedik tarajformán, mint a jobb kagylón. A hátulsó szegély olyan magas, mint a mellső s csaknem ugyanúgy kerekített; kutikulapereme keskenyebb a jobb kagylóénál. A hasoldali szegély közepe előtt alig észrevehetően mélyedt, csaknem egyenes.

Főlről nézve a kagylók tojásformát mutatnak, amelynek legnagyobb átmérője közepén van, hátulsó csúcsa kerekített, a mellső ellenben hegyes, a jobb kagyló a mellső csúcs közelében kissé mélyedt, míg a bal egyenletesen íves és így szélesebbnek látszik, de nem hosszabb a jobbnál.

A villafüggelékek egyformák, distalis végükön kissé íveltek, meglehetősen keskenyek, hátulsó szegélyük finoman sörtés, de a sörték 5—6 csoportba sorakoztak és minden egyes csoport distalis végén egy-egy kis tüske ül, kivéve a legvégső csoportot, melynek végső határán az oldalsörte ül. A csúcskarom alig észrevehetően íves, csaknem egyenes, a villafüggelék félhosszát megközelíti, finoman fogazott. A mellékarom egyenes, a csúcskarom $\frac{2}{3}$ -ánál hosszabb. A csúcsörte csaknem oly hosszú, mint a mellékarom, míg az oldalsörte igen rövid, alig teszi ki a mellékarom hosszának $\frac{1}{4}$ részét.

A kagylók hossza 1·2—1·4 mm; legnagyobb magossága 0·7—0·8 mm; legnagyobb átmérője 0·65—0·8 mm.

Termőhelye: Kilima-Ndjaro (18) és Bura-mocsár a (16), honnan több példány állott rendelkezésemre.

E faj kagylóinak szerkezetével mintegy átmenetet alkot a *Cyprinotus*-subgenushoz, de a palpus maxillaris utolsó ízének szerkezetével ettől lényegesen különbözik. Máskülönben a kagylók szerkezete tekintetében e faj emlékeztet a Sars G. O.-féle délamerikai *Cypris variegata* fajra is. Nem tartom kizártnak különben azt, hogy a Müller G. W.-féle *Cypris Vavrai*-faj s az épen leírt új faj igen közeli rokonságban áll s ez utóbbi esetleg csak helyi varietás.

Eucypris puncticulata n. sp.

Mindkét kagyló oldalról nézve többé-kevésbé veseforma, nem egészen kétszer oly hosszú, mint amilyen magas, egymástól kismértékben elütő.

A jobb kagyló mellső szegélye kevéssel látszik magasabbnak a hátulsónál, egyenletesen íves, de a kagyló fala magát a szegélyt kis területen, jóformán közepén meghaladja és előre álló karélyt alkot, melyen belül átlátszó kutikulaperem mutatkozik, de likacscsatornás öv nincs. A hátoldali kagylószegély tompán, egyenletesen kerekített és egyformán lejtősövedve megy át a mellső és hátulsó szegélybe.

A hátulsó kagylószegély meglehetősen hegyesen kerekített, egyformán megy át a hát- és hasoldali szegélybe, észrevehető zúgot egyikkel sem alkot. A hasoldali szegély közepén szélesen és sekélyen mélyedt, a mélyedés előtt kissé kiemelkedett.

A bal kagyló mellső és hátulsó szegélye csak kis mértékben különbözik egymástól, az előbbi valamivel tompábban, az utóbbi ellenben hegyesebben kerekített. A mellső kagylószegélyen a kagylófalazat nem alkot kiálló karélyt, a kutikulaperem meglehetősen széles s a likacscsatornás öv jól fejlett, a likacscsatornák egyenesek, ágatlanok. A hátoldali szegély tompán, egyenletesen íves, a hátsó szegély felé kevéssel lejtősebb. A hasoldali kagylószegély közepén mélyedt, de itt a kagylófalazat kissé meghaladja, mintegy keskeny tarajt látszik alkotni, minek következtében a kagyló hasoldala tompán ívesnek mutatkozik.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók tojásformát mutatnak, mely legszélesebb a közepe táján, elől meglehetősen hegyes, míg hátul tompábban kerekített.

A kagylók falazata meglehetősen tömötten álló szemecskéekkel és gyéren elszórt sörtékkal borított.

A villafüggelékek aránylag keskenyek, csak igen kis mértékben ívesek, hátulsó szegélyök finoman sörtés. A csúcskarom csaknem egyenes, rövidebb a villafüggelék fél hosszánál, a szegély fogacskái erősek. A mellékarom egyenes, inkább erős tuskéhoz hasonlít, a csúcskarom $\frac{3}{4}$ hosszát eléri. A csúcssörte olyan hosszú, mint a mellékarom, míg az oldalsörte feltűnő rövid, a mellékarom $\frac{1}{4}$ -énél nem hosszabb.

A kagylók hossza 1 mm; legnagyobb magassága 0·57 mm; legnagyobb átmérője 0·55 mm.

Termőhelye: Klima-Ndjaro (17) és Bura-mocsár (16), a honnan néhány nőtény állott rendelkezésemre.

E faj a genus többi fajától jobb kagylója mellső szegélyének szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető.

Eucypris devexa n. sp.

A kagylók oldalról nézve némileg veseformát mutatnak, egymáshoz mindenben hasonlítanak, nem egészen kétszer oly hosszúk, mint a minő magasak. A mellső kagylószegély magasabb a hátulsónál, tompán és egyenletesen kerekített, kutikulaperem nincs, de likacscsatornás öve jól fejlett, a likacscsatornák elágazottak, a belső kagylószegély mentén kis pontokról szegély-sörték emelkednek. A hátoldali kagylószegély a szemek fölött mintegy halmocskát látszik alkotni, a mennyiben a szemek előtt kissé mélyedten ereszkedik le a mellső szegély felé, a szemektől kezdve egyenes, de lejtős vonalban halad a hátulsó szegély felé, a melylyel alig észrevehető, tompán kerekített zügot alkot. A hátulsó kagylószegély kevésse alacsonyabb a mellsőnél, lejtősen kerekített, hegyesebb a mellsőnél, kutikulaperem nincs, de likacscsatornás öve jól fejlett, a mellső szegélyénél azonban keskenyebb. A hasoldali kagylószegély majnem egyenes,

közepe táján szélesen, alig észrevehetően mélyedt, likacscsatornás öve jól fejlett. Valamennyi kagylószegély, a csupasz hátoldalinak kivételével, hosszú sörtéket visel és tüskétlen.

Fölről vagy alulról nézve a kagylók csónakformát mutatnak, melynek átmérője legnagyobb a hátulsó harmada előtt, mellső csúcsa hegyesebb a hátulsónál.

A kagylók fölülete finoman szemecskés és gyéren sörtézett; a színét megállapítanom nem sikerült.

A kagylók hossza 4·6 mm; legnagyobb magassága 2·5 mm; legnagyobb átmérője 1·6 mm.

A két villafüggelék jól fejlett, általában meglehetősen keskenyek, egymástól kis mértékben különböznek. A jobb villafüggelék némileg S-formán görbült, míg a bal egyenes, mindkettőnek hátulsó szegélye finoman sörtés s a sörték sora néha pamatokra tagoltnak mutatkozik. A csúcskarom majdnem egyenes, aránylag vékony, a villafüggelékek félhosszát rendszeren alig éri el. A mellékarom erős sörtéhez hasonlít, csaknem oly hosszú mint a csúcskarom. A csúcs- és az oldalsörte csaknem egyforma hosszú és megközelíti a csúcskarom félhosszát.

Him. A kagylók oldalról nézve teljesen egyezni látszanak a nőstényével s a különbség közöttük alárendelt. A mellső és hátulsó szegély lefutás és szerkezet tekintetében egyezik a nőstényekével, de a mellső szegély likacscsatornás öve keskenyebb. A hasoldali kagylószegély közepén észrevehetően mélyedt s e tekintetben különbözik a nőstényétől, továbbá a hátoldali kagylószegély észrevétlenül megy át a hátulsóba, nem mint a nőstényé.

Az állkapcsi lábak tapogatói kétizűek, majdnem egészen egyformák. A jobb tapogató basalis izének belső oldalán közepe táján vastag ujjforma nyujtvány emelkedik, mely az iznek egyenes folytatása és csúcsán erősebb tüskeszerű és gyengébb sörteszerű érző függelék visel; a distalis iz sarlóforma, vége felé fokozatosan vékonyodik. A bal tapogató basalis izének oldali nyujtványa már önálló, illetőleg izületi összeköttetésben állónak látszik, máskülönben egyezik a jobboldalival, a distalis iz sarlóforma, vége felé vékonyodik, de alapja szélesebb a jobb oldaliénál. A kopolyülemez hat erős tollas sörtét visel, épen mint a nőstényé.

A villafüggelékek általában hasonlítanak a nőstényekéhez, de a jobb erősebben görbült s a hátulsó szegély finom sörte sora pamatokra tagoltnak látszik. A csúcskarom hosszabb a villafüggelék félhosszánál, gyengén ives. A mellékkarom a csúcskarom hosszának $\frac{3}{4}$ -ét teszi ki. A csúcs- és oldalsörte egyforma hosszú, a csúcskarom $\frac{1}{3}$ hosszát nem haladja meg.

A ductus ejaculatorius központi csatornáján harmincznyolcz tüskecoszorú emelkedik a két apicalison kívül, máskülönb en egyezik a genus többi fajaiéval.

A kopulálószerzerv törzsrészlete sonkaforma, distalis vége felé szélesedik, benne az ondóvezeték többszörösen hurkolt; a mellékrészlet meglehetősen rövid, széles, némileg háromszöghöz hasonlít.

A kagylók hossza 4 mm; legnagyobb magassága 2·2 mm; legnagyobb szélessége 1·8 mm.

Az előzőkben leírt ivarérett hímek és nőstények társaságában több fiatal is találtam a fejlődés különböző szakain, a melyeknek közös ismertető bélyege az volt, hogy kagylóiknak mellső, hasoldali és hátulsó szegélyén sajátos szerkezetű erős tüskenyujtványok emelkednek.

Termőhelye: Kilima-Ndjaró (17), a honnan több ivarérett hím és nőstény, valamint fiatal példány is állott rendelkezésemre.

E faj legközelebbi rokona a VÁVRA W.-től *Cypris venusta* név alatt leírt, az Ugogo területéről származó iszapból Berlinben felnevelt faj, de különbözik ettől a kagylók alakjában, s a fiatalok kagylószegélyein emelkedő tüskenyujtványok szerkezetében. A hím állkapcsi lábainak szerkezete tekintetében e faj emlékeztet még a SARS G. O.-féle *Megalocypris princeps*-s az ugyancsak keletafrikai, MÜLLER G. W.-féle *Cypris Voeltzkowii*-fajra, a melyektől azonban minden más tekintetben különbözik. A VÁVRA V.-féle *Cypris venusta*-fajtól ez az új faj még mekkoraságában is különbözik, mert majdnem egy mm-rel nagyobb.

Cyprinotus Fülleborni n. sp.

Kagylói oldalról nézve egyformán veseformák, nem egészen kétszer oly hosszúak, mint a milyen magasak, mellső szegélyük magasabb, szélesebben és tompábban íves mint a hátulsó, hátoldali szegélyük kiemelkedett, íves, hasoldali szegélyük közepén szélesen, de sekélyen öblös.

A jobb kagyló mellső szegélyén meglehetősen széles kutikulaperem emelkedik, a melyben oszlopocskákhoz hasonló megvastagodások vannak egymástól egyenlő távolságban s ezek mintegy fogacskáknak látszanak. A peremen belül észrevehető likacsatornás öv nincs, hanem a sörték egy keskeny, szemecskés öv kiemelkedéseiről erednek. A hátoldali kagylószegély hátulsó felében kissé mélyedt, úgy, hogy a hátulsó szegélylyel tompán kerekített zúgot látszik alkotni s e tekintetben különbözik a bal kagylótól. A hátulsó kagylószegély közepén kissé kiemelkedett s így hegyesebben íves, alsó felében ugyanolyan szerkezetet mutat, mint a mellső szegély, de a felső felében az oszlopocskaszerű megvastagodások hiányzanak.

A bal kagyló mellső szegélyén a kutikulaperem fölött erős túskeforma fogacskák emelkednek s ugyanilyen a hátulsó szegély is, a mely alakjával egyezik a jobb kagylóéval. A hátoldali szegély szabályosan íves, de hátulsó felében lehajlik, hogy a jobbal ízesüljön.

A kagylók fölülről vagy alulról nézve tojásformát mutatnak, mely elül hegyes, hátul meglehetősen tompán kerekített; teljesen hasonlít a *Cyprinotus congener* VÁVR. fajához. A jobb kagyló elől is, hátul is kevéssel hosszabb a balnál, illetőleg szélesebb kutikulaperemével ezt meghaladja.

A kagylók falazatán szabálytalan alakú apró bemélyedések vannak, a melyek annak szemecskés külsőt kölcsönöznek s mintegy hálózatossá teszik, ezenkívül rajta gyéren sörtécskék is emelkednek.

A két villafüggelék egyező, kardformán görbült; csúcskarma erős, majdnem fél oly hosszú, mint maga a villafüggelék; a mellékkarom csak egy negyedrészszel rövidebb a csúcskarom-

nál; az oldalsörte oly hosszú, mint a mellékkarom. A villa-függelékek hátulsó szegélye sima, sörtétlen.

A kagylók hossza 0·9 mm; magassága 0·5 mm; legnagyobb átmérője 0·46 mm.

Termőhelye: Rikwa-tó (3), de innen csupán pár nőstény példány állott rendelkezésemre, melyek közül egyet mikroszkopi præparatumban állandósítottam.

E faj, melyet dr. FÜLLEBORN F. tiszteletére neveztem el, közel rokonságban állónak látszik a G. W. MÜLLER-féle *Cyprinotus symmetricus*-fajjal, de azért ettől kagylóinak alakja és szerkezete alapján könnyen megkülönböztethető. Ezen kívül fontos különbség a két faj között az, hogy a *Cyprinotus symmetricus* G. W. M. alsó állkapcsának első rágó nyujtványán a két erős tüskefog fogazott, míg a *Cyprinotus Fülleborni*-fajé, mint láttuk, sima, illetőleg fogazatlan s az előbbi faj villalemezének hátulsó szegélye finoman sörtés, míg az utóbbié sima. A kagylók alakja tekintetében különben nagy hasonlatosságot találunk a *Cyprinotus Fülleborni* és *Cyprinotus Giesbrechti* G. W. M. között is, de a kagylók mellső és hátulsó szegélyének s a kagylók falazatának szerkezete annyira különbözik, hogy a kettő könnyen megkülönböztethető.

Stenocypris Fülleborni n. sp.

A kagylók oldalról nézve teljesen egyezők, megnyult veseformák, de a hasoldali szegélyen bemélyedés nélkül, kétszer-nél többel hosszabbak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk.

A mellső és hátulsó kagylószegély egyformán kerekített s csaknem egyforma magas, mindkét kagylón egyforma szerkezetű. A mellső kagylószegélyen meglehetősen keskeny kutikulaperem van. A likacscsatornás öv csak kevéssel szélesebb a kutikulaperemnél, a likacscsatornák egyenesek, ágazatlanok. A hátoldali kagylószegély tompán és egyenletesen íves, majdnem egyformán ereszkedik le a mellső és hátulsó szegélybe, legmagasabb a közepén.

A hasoldali kagylószegély egészen egyenes, likacscsatornás öve kevéssel keskenyebb a mellső szegélyénél.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók keskeny orsóformát mutatnak, mely mindkét végén csaknem egyforma hegyes, leg-szélesebb a közepe táján.

A kagylók falazata finoman szemecskés és meglehetősen tömötten sörtés, a sörték aránylag hosszúk.

A jobb villafüggelék kissé kardformán görbült, szélesebb a balnál, csúcskaroma erősen fogazott, fél oly hosszú, mint a villa; a mellékkarom csaknem egyenes, erősen fogazott és kevéssel hosszabb a csúcskarom felénél; a csúcssörte valamivel hosszabb a csúcskarom felénél; az oldalsörte hiányzik; a hátsó szegélyen a közepén túl terjedőleg tüskék sora emelkedik, a melyek fölfelé fokozatosan kisebbednek.

A bal villafüggelék egyenes, a jobbnál keskenyebb, karmai és csúcssörtéje olyanok, mint a jobbái, hátsó szegélyén a tüskék helyett apró sörték vannak, és számuk kevés.

A kagylók hossza 1.3 mm; legnagyobb magassága 0.62 mm; legnagyobb szélessége 0.42 mm.

Termőhelye: Kota-Kota (12), s innen öt nőstény példány állott rendelkezésemre.

E faj, melyet dr. FÜLLEBORN F. tiszteletére neveztem el, kagylóinak alakjával emlékeztet a *Stenocypris Malcolmsoni* (BRADY) fajra, de különbözik ettől első sorban azzal, hogy kagylóinak mellső és hátsó szegélye csaknem egyforma magas, nem mint az említett fajé, melynél a mellső szegély magasabb; különbözik továbbá abban, hogy mellső kagylószegélyén nincs széles likacsatornás öv, mint a *Stenocypris Malcolmsoni*-nál, továbbá hasoldali kagylószegélye egyenes és nem öblös.

Stenocypris angulosa n. sp.

A két kagyló oldalról nézve általánosságban hasonlít egymáshoz, de a részletekben meglehetősen különbözik, mindkettő kétszernél többel hosszabb, mint a milyen magas.

A jobb kagyló mellső szegélye csak kevéssel magasabb a hátsónál, a kagyló középvonala alá húzódott le, sokkal közelebb van a hasoldali, mint a hátoldali szegélyhez, hegyesen kerekített s a hátoldali szegély felé lejtősen emelkedik fel, ezzel

kerekített zúgot alkot a szemek fölött. Likacscsatornás öve nincs. A hátoldali kagylószegély csaknem egyenes és vízszintes lefutású, aránylag rövid, nem hosszabb a kagyló legnagyobb magasságánál, a hátulsó szegélylyel tompán kerekített zúgot alkot. A hátulsó kagylószegély olyan lefutású, mint a mellső, de kevéssel hegyesebben kerekített s a hátoldali kagylószegély felé meredekebb lejtőben emelkedik föl, kutikulapereme és likacscsatornás öve nincs. A hasoldali kagylószegély közepén alig észrevehetően mélyedt, a mélyedés előtt valamivel jobban ívelt, mint e mögött.

A bal kagyló mellső szegélye ugyanolyan fekvésű és lefutású, mint a jobbé, de a hátoldalival a szemek fölött tompább zúgot alkot, keskeny likacscsatornás öve van. A hátoldali kagylószegély csak olyan hosszú, mint a kagyló legnagyobb magassága, vízszintes, csaknem egyenes, de közepén igen gyengén mélyedt. A hátulsó kagylószegély fekvése olyan, mint a jobb kagylóé, de már hegyes csúcsba megy ki, a melyet igen keskeny kutikulaperem szegélyez s ezen belül széles likacscsatornás öv van, minek következtében lényegesen különbözik a jobb kagylóétól. A hasoldali kagylószegély közepén észrevehetőbben mélyedt a jobb kagylóénál, egyebekben azonban azéval egyezik.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók némileg csónak formát mutatnak, a mely közepén túl legszélesebb, előfelé jobban keskenyedek, mindkét csúcsa hegyes, de a bal kagyló hátul meghaladja csúcsával a jobbat.

A kagylók falazata finoman szemecskésnek és gyéren sörtesnek látszik.

A kagylók hossza 1.35—1.5 mm; legnagyobb magassága 0.57 mm; legnagyobb átmérője 0.5 mm.

A jobb villafüggelék szélesebb a balnál, kardformán gyengén görbült, hátulsó szegélyén pamatokba tagolódott vékony tüskék sora emelkedik. A csúcskarom gyengén íves, a villafüggelék félhosszát meghaladja, fogacskái meglehetősen erősek. A mellékarom gyengén íves, meghaladja a csúcskarom félhosszát. A csúcssörte igen rövid, a csúcskarom hosszának $\frac{1}{4}$ -ét nem haladja meg.

A bal villafüggelék alig észrevehetően keskenyebb a jobbnál, egyenes, distalis vége felé kissé keskenyedik, hátulsó szegélyének finom tüskesora pamatokra tagolódott. A csücs- és mellékkarom, valamint a csücssörte ugyanolyan, mint a jobb villafüggeléké.

Termőhelye: Kilima-Ndjaro s innen csupán egyetlen nőstény példány került birtokomba.

E faj kagylónak alakjával kis mértékben emlékeztet a *Stenocypris acuta* VÁVR., *Stenoc. cultrata* G. W. M. és *Stenoc. aldabrae* G. W. M. fajokra, de sok minden egyéb mellett villafüggelékeinek alakja és szerkezete alapján ezektől mégis könnyen megkülönböztethető.

Stenocypris marginata n. sp.

A kagylók oldalról nézve megnyult veseformát mutatnak, hátulsó szegélyük a középvonal alatt fekszik a hasoldali szegélyhez közeledetten, nem egészen háromszor olyan hosszúak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk. Közös jellemvonásuk még az is, hogy a mellső, hasoldali és hátulsó szegély egész hosszában likacscsatornás öv van, mely a balkagylón azonban szélesebb s ezenkívül még kutikulaperem is különült el. A likacscsatornák egyenesek, ágazatlanok. Az egyes szegélyek lefutásában némi különbség mutatkozik a két kagyló között.

A jobb kagyló mellső szegélye magasabb a hátulsónál, meglehetősen hegyesen és egyenletesen íves, legkiállóbb része csaknem a kagyló középvonalába esik, kutikulapereme és likacscsatornás öve keskeny, a hát- és hasoldali szegélybe csaknem egyformán megy át. A hátoldali kagylószegély egyenletesen és igen tompán íves, a mellső szegély felé csak igen kis mértékben, a hátulsó felé ellenben erősebben ívelten és lejtősödötten ereszkedik le, de mélyedésnek semmi nyomát sem mutatja. A hátulsó szegély meglehetősen hegyesen kerekített, kutikulapereme alig észrevehető és likacscsatornás öve is igen keskeny. A hasoldali kagylószegély közepén szélesen, alig észrevehetően mélyedt, a mélyedés előtt csaknem egyenes, a mélyedés mögött igen tompán íves, likacscsatornás öve keskeny.

A bal kagyló mellső szegélyének legkiállóbb része a közép-vonal alatt fekszik s így a hátoldali szegély felé lejtősebben íves, mint a hasoldali felé, a hátulsó szegélynél magasabb, kutikulapereme és likacscsatornás öve $1\frac{1}{2}$ -szer szélesebb a jobbénál. A hátoldoldali kagylószegély alig észrevehetően íves, csaknem egyenes, a hátulsó szegély felé csaknem egyenesen lejtősödve ereszkedik le. A hátulsó szegély hegyesebb a jobb kagylóénál. Kutikulapereme és likacscsatornás öve szélesebb, mint amazé. A hasoldali kagylószegély közepe előtt észrevehetően, a jobb kagylóénál erősebben mélyedt, a mélyedés előtt egyenes, mögötte alig észrevehetően íves, likacscsatornás öve a jobb kagylóénál szélesebb.

Fölülről, vagy alulról nézve a kagylók csónakformát mutatnak, a mely mindkét végén kihegyesedett, oldalai a mellső harmadig s a hátulsó negyedig egyenesek, előfelé gyengébben, hátrafelé erősebben lejtősödnek, legszélesebb a közepén. A bal kagyló elől és hátul kissé meghaladja a jobbat.

A kagylók felülete fénylő, igen finoman pontozott és gyéren sörtés; a szint nem tudtam megállapítani.

A kagylók hossza 2—2.2 mm.; legnagyobb magassága 0.53—0.6 mm.; legnagyobb átmérője 0.4—0.43 mm.

A jobb villafüggelék szélesebb a balnál, kardformán görbült, egész hosszában egyforma széles, hátulsó szegélyének distalis harmadában 8—10 erős tüske emelkedik, melyek mellé még néhány finomabb is sorakozik. A csúcskarom gyengén íves, nem éri el teljesen a villafüggelék félhosszát, erősen fogazott. A mellékarom csaknem egyenes, fél oly hosszú, mint a csúcskarom, erősen fogazott. A csúcssörte igen hosszú, meghaladja a csúcskarom $\frac{3}{4}$ -hosszát.

A bal villafüggelék csaknem egyenes, distalis vége felé erősen keskenyedik, alig félolyan széles, mint a jobb, hátulsó szegélyének distalis negyedében 6—8 igen rövid és finom tüske emelkedik. A csúcs-, mellékarom és csúcssörte ugyanazokat a viszonyokat mutatja, mint a jobb villafüggeléké.

Termőhelye: tócsa Langenburg mellett (22); Kota-kota (12); Mbasi-folyó (10); e helyekről több nőstény példány állott rendelkezésemre.

E fajnak legközelebbi rokona a *Stenocypris fontinalis* VÁVR. és *Stenocypris stagnalis* n. sp.; de az elsőtől különbözik a kagylók szegélyeinek lefutásában s a villafüggelék szerkezetében, az utóbbitól pedig a kagylók alakján kívül a szegélyek s a villafüggelékek szerkezetében, a *Stenoc. stagnalis*-nak ugyanis nincs likacsatornás öve.

Stenocypris elongata n. sp.

A kagylók oldalról nézve kismértékben veseformát mutatnak, nem egészen háromszor oly hosszúk, mint a milyen magasak, egymástól kis mértékben különböznek, közös jellemvonásuk az, hogy csupán mellső szegélyükön van likacsatornás övük s ez is feltűnő keskeny, kutikulaperemük ellenben nincsen; a hátulsó kagylószegély mindig alacsonyabb a mellsőnél.

A jobb kagyló mellső szegélyének legkiállóbb része épen a középvonalba esik, egyenletesen és meglehetősen hegyesen kerekített, egyformán megy át a hát- és hasoldali kagylószegélybe. A hátoldali kagylószegély tompán, egyenletesen íves, a hátulsó szegélybe lejtősen megy át, zúgot nem alkot. A hátulsó kagylószegély legkiállóbb része kevéssel a középvonal alatt fekszik, hegyesen kerekített, a hasoldali kagylószegélybe lejtősödötten megy át. A hasoldali kagylószegély csaknem egyenes, közepén alig észrevehetően mélyedt.

A bal kagyló mellső szegélye hasonlít a jobb kagylóéhoz. A hátoldali kagylószegély igen tompán, alig észrevehetően íves, hátulsó harmadában észrevehető zúgot alkot s aztán meglehetősen meredeken lejtősödve ereszkedik le a hátulsó szegélyhez. A hátulsó szegély mélyen a test középvonala alatt fekszik, igen hegyesen kerekített, tulajdonképen a hát- és hasoldaltól alkotott kerekített zúgnak látszik. A hasoldali kagylószegély közepén gyengén kiemelkedett, a kiemelkedés előtt kissé mélyedtnak látszik, egyebütt egyenes.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók csónakformát mutatnak, a melynek oldalai tompán ívesek, átmérője legnagyobb a közepe mögött, mellső csúcsa hegyesen kerekített, a hátulsónál szélesebb és ez a hegyes. A két kagyló egyforma hosszú.

A kagylók falazata meglehetősen finoman szemecskés, aránylag tömötten sörtés, fénylő, színét nem bírtam megállapítani.

A kagylók hossza 5 mm.; magassága 2 mm.; legnagyobb átmérője 1.8 mm.

A két villafüggelék alig észrevehetően különbözik egymástól, csaknem egyforma széles. A jobb villafüggelék distalis vége felé kis mértékben keskenyedik, csaknem egyenes, hátulsó szegélyének distális felében négy pamatba rendeződött finom sörték emelkednek, az egyes pamatok distalis végén egy-egy rövid tüske ül, melytől kezdve a sörték fölfelé fokozatosan rövidülnek. A csúcskarom csaknem fél oly hosszú, mint a villafüggelék, gyengén íves, proximalis felében erős, distalis felében gyengébb fogakkal fegyverzett (22). A mellékkarom gyengén S-formán görbült, csaknem egyenes, a csúcskarom fél hosszát nem haladja meg, proximalis felében a tüskefogak sokkal erősebbek, mint a distalisban. A csúcssörte igen rövid, alig éri el a csúcskarom hosszának $\frac{1}{3}$ -át.

A bal villafüggelék distalis vége felé csak kis mértékben keskenyedik, némileg kardformán görbült, hátulsó szegélye, csúcs- és mellékkarma, valamint csúcssörtéje is olyan, mint a jobb villafüggeléké.

Termőhelye: Kilima-Ndjaró (17), innen pár nöstény példány állott rendelkezésemre.

E faj kagylóinak külső alakjával több rokonfajra emlékeztet némileg, így a *Stenocypris fontinalis* VÁVR., *Stenoc. marginata* n. sp. és *Stenoc. stagnalis* n. sp., nemkülönben a *Stenoc. fasciculata* n. sp. fajokra, de valamennyitől eltér az alsó állkapocs első rágó nyujtványának s a villafüggelékeknek szerkezetében. A villafüggelékek szerkezetével különben e faj bizonyos *Eucypris*-fajokkal mutat rokonságot, névszerint pedig a következő keletafrikai fajokkal: *Eucypris Kraepelini* n. sp. *Eucypris laticauda* DAD., *Eucypris kilimensis* n. sp., *Eucypris flabella* (VÁVR). De a villafüggelék szerkezete tekintetében van némi hasonlatosság e faj és a MÜLLER G.W.-féle *Cypris-Stenocypris madagascariensis* között is. A kagylók külső alakja tekintetében nem csekély fokú hasonlatosság mutatkozik végre a MÜLLER G. W. féle *Stenocypris alabracae* s a *Stenocypris elongata* DAD.

között is, de aztán lényeges a különbség a kagylók falazatának s a villafüggeléknek szerkezetében.

Stenocypris fasciculata n. sp.

Kagylói oldalról nézve veseformák, egymáshoz hasonlók, csaknem kétszer oly hosszúk, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk.

A mellső kagylószegély mindkét kagylón egyforma magas és egyformán íves, a hátulsónál magasabb és tompább, de szerkezet tekintetében különbség van közöttük. A jobb kagyló mellső szegélyén igen keskeny kutikulaperem van, melyen belül majdnem háromszorta szélesebb likacscsatornás öv következik hullámos külső szegélylyel. Az egyes likacscsatornák egyenesek, ágazatlanok. Ugyanílyen szerkezetű a hátulsó szegély is belülről nézve.

A bal kagyló mellső szegélyének kutikulapereme majdnem háromszorta szélesebb a jobbénál, tulajdonképpen likacscsatornás öve nincsen, hanem a kutikulaperem belső határán hullámos vonal húzódik végig, melynek hullámhegyeiről egy-egy sörté indul ki. A hátulsó szegély kutikulapereme szintén széles, de két lemezre tagolódott, nevezetesen egy külső egyneműre, s egy belső vonalozottra. A likacscsatornás öv már felismerhető külső szegélye hullámos s a sörték a hullámvölgyekben erednek, maguk a likacscsatornák egyszerűek.

A kagylók hátoldali szegélye tompán és egyenletesen íves, a mellső szegélybe észrevétlenül megy át, míg a hátulsó szegélylyel erősen kerekített, illetőleg elmosódott tompa zúgot alkot.

A hasoldali szegély közepe előtt szélesen és sekélyen mélyedt, máskülönben majdnem egyenes.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók orsóformát mutatnak, a mely mindkét vége felé egyformán hegyesedik, legszélesebb közepe táján s itt hosszának $\frac{1}{4}$ -ét teszi ki.

A kagylók falazata hátulsó felében függélyes, többé-kevésbé íves sorokban elhelyezett pálczikaforma rövid kiemelkedésekkel díszített, a melyek mentén apró, finom sörték emelkednek. A kagyló falazatának mellső feléről e kiemelkedések hiányzanak, minek következtében egészen simának látszik.

A jobb villafüggelék kevésbé szélesebb a balnál, egész hosszában egyforma széles és egyenes. A csúcskarom egyenes, a villafüggelék fél hosszánál rövidebb, a mellékkarom és a csúcssörte hosszabb a csúcskarom fél hosszánál. A villafüggelék hátsó szegélyén pamatokba rendeződött sörtécskék emelkednek; a pamatok száma 8—9. Minden pamatban a legelső sörte a legnagyobb, az utána következők pedig fölfelé fokozatosan kisebbednek; az oldal- vagy mellékkarom melletti pamatban csupán négy sörtécske van, míg a többiekben szaporodik a sörtécskék száma.

A bal villafüggelék keskenyebb a jobbnál, közepén kissé görbült, karmai és csúcssörtéje olyanok mint a jobbéi, hátsó szegélyén szintén vannak sörtécskepamatok, de számuk 5—6 és a sörtécskék sokkal rövidebbek, mint a jobb villafüggeléken.

A kagylók hossza 2 mm; legnagyobb magassága 0.95 mm.; legnagyobb szélessége 0.5 mm.:

Termőhelye: a Mbasi-folyó csendes öble (10) és Kota-Kota (12). Mindkét helyről csupán egy-egy nőstény példány állott rendelkezésemre.

E faj kagylóinak alakjával némileg emlékeztet a *Stenocypris Malcomsoni* (BRADY), *Stenocypris Fülleberni* n. sp. és a *Stenocypris sinuata* G. W. M. fajokra, de mindeniktől különbözik a kagylók mellső és hátsó szegélyének, a villafüggelékek hátsó szegélyének s a kagylók falzatának szerkezete tekintetében.

Stenocypris stagnalis n. sp.

A kagylók oldalról nézve megnyult, keskeny veseformák, egymáshoz mindenben hasonlóak, kétszernél valamivel hosszabbak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk, hosszúságuk átlagosan a legnagyobb magasság 2¹/₃-át teszi ki.

A mellső kagylószegély magasabb a hátsónál, egyenletesen és meglehetősen hegyesen kerekített, egyformán megy át a hát- és a hasoldali szegélybe; szegélyén keskeny kutikulaperem van, de likacsatornás öve nincs, hanem a sörték apró hal-mocskákról erednek, melyek előtt a kutikulaperem belső szegélye hullámos.

A hátoldali kagylószegély középső harmadában alig észrevehetően íves, majdnem egyenes, a szemektől előfelé gyengén lejtősödik, a hátulsó szegély felé tompán kerekített, széles zúg alkotása után ereszkedik le az ép szélü, hátulsó szegélyhez.

A hátulsó kagylószegély a mellsőnél alacsonyabb, hegyesen kerekített, legkiemelkedőbb pontja a középvonal alatt fekszik, olyan szerkezetű, mint a mellső kagylószegély.

A hasoldali kagylószegély kevéssel közepe előtt gyengén öblösödött, máskülönben igen kis mértékben íves, majdnem egyenes.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók csónakformát mutatnak, melynek mindkét vége hegyes, de a mellső hegyesebb a hátulsónál, a két oldal majdnem egyenes.

A kagylók falazatának fölülete sima és meglehetősen tömötten sörtézett; néha azonban apró szemecskék is mutatkoznak a kagylók falazatán.

A jobb villafüggelék kardformán görbült, kevéssel szélesebb a balnál, csúcskarma erősen fogazott, gyengén íves, a villafüggelék $\frac{1}{3}$ -ánál nem sokkal hosszabb. A mellékkarom kevéssel hosszabb a csúcskarom félhosszánál; a csúcssörte csaknem olyan hosszú, mint a csúcskarom; az oldalsörte hiányzik. A villafüggelék hátulsó szegélyén szakadatlan sorban fölfelé fokozatosan kisebbedő tüskék emelkednek, melyeknek száma 12—18 és soruk nem terjed túl a villafüggelék distalis $\frac{1}{3}$ -án.

A bal villafüggelék csaknem egyenes, a jobbnál valamivel keskenyebb, karmai és csúcssörtéje ugyanazt a viszonyt mutatják, a mit a jobb villafüggelékéi, hátulsó szegélye distalis negyedében tüskézett, de a tüskék sokkal kisebbek és számuk is sokkal kevesebb, mint a jobb villafüggeléken.

A kagylók hossza 1·8—2 mm; legnagyobb magassága 0·67 mm; legnagyobb szélessége 0·5 mm.

Termőhelyei: a Mbasi-folyó csendes öble (10); tócsa Langenburg mellett (22) és a Nyassató mellett (24). Mintegy 38 példány állott rendelkezésemre, de közöttük egyetlen hím sem találtam.

E faj legközelebb áll a *Stenocypris fontinalis* VÁVR. fajhoz, de különbözik ettől mégis hátoldali és hasoldali kagyló-

szegélyének, továbbá villafüggelékeinek szerkezetével, e mellett kagylói csupán $2\frac{1}{3}$ oly hosszúak, mint a milyen magasak, míg a *Stenocypris fontinalis*-éi 3-szor oly hosszúak.

Gen. *Pseudocypris* n. gen.

A kagylók részarányosak, a hímen és nőstényen egyformák. A második csáppár evező sörtepatata a csúcskarmok distalis végéig ér. Az alsó álkapocs tapogatójának distalis íze hosszabb, mint széles, hengeres, az első rágónyujtványon két erős tüske van.

Az állkapcsi lábak kopoltyúlemeze hat sörtét visel, a tapogató a hímnél mindkét oldalon egyforma. Az első lábpár két utolsó előtti íze egybeolvadt. A második lábpár utolsó előtti két íze egybeolvadt. A villafüggelékek egyformák, csúcs- és mellékkarommal, valamint csúcs- és oldalsörtével. A herék a kagylók falazatában elől is, hátul is felhurkoltak. A hepatopankreas - mirigy mélyen benyúlik a kagylók falazatának állományába.

Ez az új genus második csáppárjának, alsó állkapcsának, állkapcsi lábának, valamint első és második lábpárjának, nemkülönben villafüggelékeinek szerkezetével a *Cypris* (M. O. F.) (*Eurycypris*) genus-szal egyezik, míg heréinek elhelyezése olyan, mint a *Cypricercus* Sars G. O. s még inkább a *Potamocypris* genus-é. Az utolsó körülmény indított engemet arra, hogy a *Cypris*-től (O. F. M.) független, önálló genusnak tekintsem. Még eddig csupán az alább következő egyetlen faja ismeretes.

Pseudocypris *Bouvieri* n. sp.

Nőstény. Kagylói oldalról nézve némileg veseformák, egymástól csak igen kis mértékben különböznek, nem egészen kétszer oly hosszúak, mint a milyen magasak, hasoldaluk lapos, de hasoldali szegélyük kiemelkedettebb, mint az oldalszegélyük.

A jobb kagyló mellső szegélye egyenletesen és meglehetősen hegyesen kerekített, észrevétlenül megy át a hát- és hasoldaliba, keskeny, egyszerű kutikulapereme van, melyen belül

fogacskás öv következik; a likacscsatornás öv keskeny, nem egészen olyan széles, mint a két említett öv együtt, a likacscsatornák egyszerűek, ágazatlanok. A hátoldali kagylószegély közepén kissé kiemelkedett, egészben véve íves, a hátulsó szegély felé valamivel lejtősebb, mint a mellső felé s az előbbivel tompán kerekített, alig feltűnő zúgot alkot. A hátulsó szegély ferdén egyenesre metszett, majdnem oly magas, mint a mellső, a hasoldali szegélyvel meglehetősen hegyes, kerekített zúgot alkot, kutikulapereme nincs, de van likacscsatornás öve. A hasoldali kagylószegély közepe táján kissé öblös, az öböl előtt kis karély különült el, az öböl mögött gyengén íves és kissé föl-felé emelkedve halad a hátulsó szegélyhez. A kagyló hasoldali szegélyével csaknem párhuzamosan s ettől nem nagy távolságban éles kiálló taraj emelkedik, mely nem egyéb, mint a kagyló oldalszegélye.

A baloldali kagyló hátoldali és hátulsó szegélye mindenképpen egyezik a jobboldaliéval; a mellső kutikulapereme csaknem kétszerre szélesebb a jobboldaliénál, egy külső egynemű, nagyon keskeny, s egy belső szélesebb, hullámos szegélyű lemezre tagolódott, mely vonalasnak látszik.

A kutikulaperemen belül sötét, keskeny öv következik s ezt követi a likacscsatornás öv, melyben a likacscsatornák egyenes lefutásúak, ágazatlanok. A hasoldali szegély közepe előtt alig észrevehetően öblös, egész hosszában majdnem egyenes, csupán elől látszik kissé kiemelkedettnék. A hasoldali szegély fölött itt is látható a kagyló oldali szegélye tarajforma kiemelkedés alakjában.

A kagylók fölülről nézve majdnem harangformát mutatnak, elől kis, meglehetősen csúcsot alkotnak, hátul ellenben tompán, illetőleg csaknem szabályosan kerekítettek, meglehetősen széles, átlátszó szegélyövet mutatnak, a mi nem egyéb, mint az oldalak peremkiemelkedése vagy taraja. A bal kagyló elől kevéssel, illetőleg széles kutikulaperemével meghaladja a jobb kagylót.

A mellső csúcsnál tekintve a kagylókat, sajátos képet mutatnak. Egészben véve kúpforma, kerekített csúcsu sisakhoz hasonlitanak, melynek középvonalában kissé kiemelkedő taraj

van s ez a hasoldalon kicsúcsosodik. A taraj nem egyéb, mint a két kagyló mellső szegélye, mely a hasoldalon a vízszintes kagylófölvületen kiemelkedésbe megy át, a tulajdonképeni hasoldali kagylószegélybe. A sisakforma kagylórészlet alsó szegélyén kétoldalt karima emelkedik, mely nem egyéb, mint a kagylók oldalpereme s ez a mellső és hátulsó szegélyek felé fokozatosan keskenyedik s azokra kissé fölemelkedik. Ezek szerint a kagylók törzs- és peremrészletre tagolódtak, mely utóbbi, a mennyire azt megállapítanom sikerült, semmiféle belső szervet sem, csupán hypodermis állományt tartalmaz s a törzsrészlet körül átlátszó övet alkot, a mely különösen és legfőképen akkor tűnik szembe, ha a kagylókat fölülről nézzük.

A kagylók falazatán tömötten és szabálytalanul elszórtan apró és sekély bemélyedések vannak, minék következtében első tekintetre szemecskésnek látszik. A bemélyedés közötti kis kiemelkedéseken gyéren elszórtan rövid sörték ülnek. A bemélyedések különösen a kagylók oldali övrészletén vagy oldalperemén tűnnek szembe könnyen és élesebben. A rendelkezésemre állott példányok között találtak olyanok, a melyeknek kagylói sötét sárgásbarna színt mutattak, de igen sok olyan is talált, a melynek kagylói egészen szintelenek és átlátszók voltak.

A kagylók hossza 1·35—1·8 mm; legnagyobb magassága 0·72—1·02 mm; legnagyobb szélessége 1·12—1·39 mm; az oldalperem legnagyobb szélessége 0·12—0·2 mm.

A villafüggelék aránylag rövidek, keskenyek, gyengén fejlettek, de egymástól kissé elütnek; a csúcskarmok nélkül átlag 0·46 mm hosszuk. A jobb villafüggelék egyenes, széles alapjának kivételével mindenütt egyforma keskeny, csúcskarma csaknem egyenes, finoman fogazott, csak $\frac{1}{4}$ -del rövidebb, mint a villafüggelék; a mellékkarom csak igen kis mértékben íves, finoman fogas, kevéssel hosszabb a csúcskarom felénél, csaknem fél oly hosszú, mint a villafüggelék; a csúcssörte igen rövid, a csúcskarom $\frac{1}{6}$ -ánál nem hosszabb, ugyanilyen hosszú az oldalsörte is. A villafüggelék külső oldallapján szabálytalan hossz-sorokban igen finom apró sörték emelkednek, a melyek azonban csak erősebb nagyításnál (Reich. Oe. 6. Obj. 7.) vehetők észre.

A bal villafüggelék nem szélesebb a jobbnál, S-formán gyengén görbült, distalis vége felé kissé keskenyedik, egyebekben teljesen egyezik a jobb villafüggelékkal.

Him. A jobb kagyló általánosságban egyezik a nőstényével s ettől csak abban különbözik, hogy hátoldali szegélye majdnem észrevétlenül megy át a hátulsóba, amelynek ferdesége sokkal kisebb.

A balkagyló mellső és hasoldali szegélye hasonlít a nőstényéhez; a hátoldali szegély közepe táján jobban kiemelkedett s a hátulsóval észrevehető, tompán kerekített zúgot alkot; a hátulsó szegély meglehetősen mértékben közeledett a függélyeshez s a hasoldali szegélylyel szélesebben kerekített zúgot alkot.

A hasoldali szegély mentén és közelében mindkét kagylón felismerhető az oldali peremtől alkotott taraj.

Fölről vagy alulról nézve a kagylók széles tojásformát mutatnak, mely elől hegyes, hátra felé fokozatosan szélesedik, hátul tompán kerekített, legszélesebb a hátulsó harmadában, legnagyobb szélessége hosszának $\frac{3}{4}$ -ét teszi ki; oldalpereme jól elkülönült, elő felé fokozatosan keskenyedik.

Elülről nézve a kagylók ugyanazt a képet adják, a mit a nőstény kagylói és falazatuknak szerkezete is ugyanolyan.

A kagylók hossza 1.42—1.73 mm; legnagyobb magassága 0.89—0.91 mm; legnagyobb szélessége 1.19—1.3 mm; az oldali perem legnagyobb szélessége 0.22—0.26 mm.

A két állkapcsi láb tapogatója majdnem teljesen egyező szerkezetű, mindenik áll egy oszlopforma basalis részletből, a melynek belső csúcsán hegyes, erős tüskenyujtvány emelkedik; az apicalis részlet többé-kevésbé sarlóformán görbült, distalis vége felé vékonyodik, hosszú tüskenyujtvánnyal végződik, a jobboldali azonban valamivel vastagabb a baloldalinal. A kopolyulemez hat erős, tollas sörtét visel.

A villafüggelékek közül a bal szélesebb a jobbnál, kardformán előre görbült; a jobb keskenyebb, szintén görbült, de nem oly feltűnően, mint a bal, distalis vége felé vékonyodik. A karmok és sörték ugyanazt a viszonyt mutatják, mint a nőstényéi s az oldallapok is finoman sörtések.

A herék mindkét oldalon a kagylók falazatában fekszenek

és jellemző lefutásúak, a mennyiben a kagylók mellső és hátulsó felében egyaránt hurkoltak, egy részük a kagylók hasoldalán helyezkedik el, minnek következtében egész lefutásuk nem követhető.

A ductus ejaculatorius aránylag kicsiny, hossza 0.4 mm, szélessége 0.19 mm, a belső csatorna átmérője 0.05 mm; a túskekoszorúk száma igen nagy.

A kopuláló szerv törzsrészlete sonkaforma, benne a vas deferens két nagy öblöt és számos hurkot alkot; a mellékreszlet széles, tompán kerekített csúcsú sarlóhoz hasonlít.

A fiatal példányok általában emlékeztetnek az ivarérettekre, de kagylóik felülről nézve inkább tojásformák, hátul hegyesen kerekítettek, hosszúságuk 0.65–0.78 mm, szélességük 0.5–0.65 mm, peremszélességük 0.08–0.12 mm között ingadozik.

Termőhelyei: Rikwa-tó (3); Chumbul folyó a Rikwa-tó mellett (11). Több példány állott rendelkezésemre.

Az új genusnak eddig ismert egyetlen faja, melyet BOUVIER E. L., a parisi Muséum de Hist. Natur. entomologiai osztálya főnökének tiszteletére neveztem el.

A LAPLACE-FÉLE SOROKRÓL.

FEJÉR LIPÓT-tól.

BEVEZETÉS.

E dolgozatban a FOURIER-féle sorra vonatkozó vizsgálataimat a LAPLACE-féle és LEGENDRE-féle sorfejtésekre terjesztem ki.

A FOURIER-féle sorra nézve a részletösszegeknek elsőrendű arithmetikai középértékeit tanulmányoztam és alkalmaztam több kérdés megoldására.

A LAPLACE-féle és LEGENDRE-féle sorfejtéseknél a másodrendű arithmetikai középértékek játszanak analog szerepet, mint az elsőrendűek a FOURIER-féle sornál. Ez a jelen dolgozat *első részéből* tűnik ki.

A dolgozat *második részében* úgy a FOURIER-, mint a LAPLACE-féle sor arithmetikai középértékeinek egy új alkalmazását tárgyalom.

E dolgozat néhány eredményét már a Comptes-Rendus 1908 február 3-iki számában tettem közzé.

ELSŐ RÉSZ.

I. §. A Cesaro-féle arithmetikai középértékekről általánosságban.

Legyen

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots \quad (1)$$

egy tetszőleges vegtelen sor.

Legyen

$$s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n,$$

$$s'_n = \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_n}{n+1},$$

$$s''_n = \frac{s'_0 + s'_1 + \dots + s'_n}{n+1},$$

.

Az

$$\left. \begin{array}{l} s_0, s_1, s_2, \dots, s_n, \dots \\ s'_0, s'_1, s'_2, \dots, s'_n, \dots \\ s''_0, s''_1, s''_2, \dots, s''_n, \dots \\ \dots \end{array} \right\} \quad (I)$$

számsorozatokat rendre az (1) alatti végtelen sorhoz tartozó zérusrendű, elsőrendű, másodrendű stb. középértékek sorozatának nevezzük. A zérusrendű középértékek sorozata azonos az (1) alatti sor részletösszegeinek sorozatával.

Ezen HÖLDER-CESARO-féle sorozatokon kívül, átmenetileg, a következőképen értelmezett rokon sorozatokat is fogjuk alkalmazni:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n, \dots \\ \frac{\sigma'_0}{1}, \frac{\sigma'_1}{2}, \frac{\sigma'_2}{3}, \dots, \frac{\sigma'_n}{n+1}, \dots \\ \frac{\sigma''_0}{1}, \frac{\sigma''_1}{3}, \frac{\sigma''_2}{6}, \dots, \frac{\sigma''_n}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n+1)}, \dots \end{array} \right\} \quad (I')$$

hol

$$\begin{aligned} \sigma_n &= u_0 + u_1 + \dots + u_n, \\ \sigma'_n &= \sigma_0 + \sigma_1 + \dots + \sigma_n, \\ \sigma''_n &= \sigma'_0 + \sigma'_1 + \dots + \sigma'_n, \\ &\dots \end{aligned}$$

A (I') alatti sorozatokat röviden az (1) alatti végtelen sorhoz tartozó σ -sorozatoknak fogom nevezni. Például KNOPP* teszi vizsgálatainak tárgyává ezeket a sorozatokat és főképen ezeknek és a HÖLDER-CESARO-féle sorozatoknak összefüggését elemzi részletesebben.

A definícióból világos, hogy (I) alatt az első két sorban rendre ugyanazon számok állanak, mint a (I') alatt az első két sorban. De már a harmadik sorozatok általában egymástól különbözök. Például

* Sitzungsberichte der Berliner Math. Ges. 1907, és Rendiconti di Palermo, 1908.

$$s_1'' = \frac{4u_0 + u_1}{4},$$

mig

$$\frac{\sigma_1''}{3} = \frac{3u_0 + u_1}{3} \text{ stb.}$$

Legyen a

$$\varphi(z) = u_0 + u_1 z + u_2 z^2 + \dots + u_n z^n + \dots$$

hatványsor összetartási körének sugara zérustól különböző. Akkor $\varphi(z)$ -t *nevezzük az*

$$u_0, u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$$

számok jellemző függvényének. Könnyű egy DIRICHLET-féle észrevétel szerint a $\varphi(z)$ függvényből a $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ sorhoz tartozó σ -sorozatoknak jellemző függvényeit előállítani.

Ugyanis egyszerűen

$$\frac{\varphi(z)}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n z^n,$$

$$\frac{\varphi(z)}{(1-z)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n' z^n,$$

$$\frac{\varphi(z)}{(1-z)^3} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n'' z^n,$$

.

Még csak egy megjegyzést akarok tenni a σ -összegekre vonatkozólag.

Legyen

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots \tag{2}$$

egy végtelen sor és jelöljék

$$U_0, U_1, U_2, \dots, U_n, \dots$$

e sor *zérusrendű* σ -összegeit.

Legyen továbbá

$$v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n + \dots \tag{3}$$

egy másik végtelen sor és jelöljék

$$V'_0, V'_1, V'_2, \dots, V'_n, \dots$$

e sornak elsőrendű σ -összegeit.

Most képezem a (2) és (3) alatti soroknak CAUCHY-féle szorzatát

$$\sum_{n=0}^{\infty} w_n = u_0 v_0 + (u_0 v_1 + u_1 v_0) + \dots + (u_0 v_n + \dots + u_n v_0) + \dots, \quad (4)$$

és jelöljék

$$W''_0, W''_1, \dots, W''_n, \dots$$

ezen szorzatsor másodrendű σ -összegeit.

Akkor érvényes a következő identitás:

$$W''_n = U_0 V'_n + U_1 V'_{n-1} + \dots + U_n V'_0. \quad (A)$$

Ugyanis

$$\sum_{n=0}^{\infty} w_n z^n = \left(\sum_{n=0}^{\infty} u_n z^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} v_n z^n \right),$$

tehát

$$\frac{1}{(1-z)^3} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} w_n z^n = \frac{1}{1-z} \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} u_n z^n \right) \cdot \frac{1}{(1-z)^2} \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} v_n z^n \right),$$

vagy

$$\sum_{n=0}^{\infty} W''_n z^n = \left(\sum_{n=0}^{\infty} U_n z^n \right) \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} V'_n z^n \right),$$

a miből állításom következik.

Az (A) alatti identitást CESARO-féle identitásnak fogom nevezni.

II. §. Egy speciális Legendre-féle sor vizsgálata.

Vizsgálataimra nézve főjelentősége van a

$$P_0(\cos \gamma) + 3P_1(\cos \gamma) + \dots + (2n+1)P_n(\cos \gamma) + \dots \quad (5)$$

végtelen sornak. Itt $P_n(x)$ jelenti az n indexhez tartozó LEGENDRE-féle polynomot. Ezt az

$$\frac{1}{\sqrt{1-2xz+z^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) z^n$$

jellemző függvény értelmezi, hol a gyökfüggvény azon ága veendő, mely $z=0$ -nál 1-gyel egyenlő. A $P_n(\cos \gamma)$ függvényt is röviden LEGENDRE-féle polynomnak fogom nevezni, bár ez valójában nem γ -nak, hanem $\cos \gamma$ -nak racionális egész függvénye. A γ alatt valós számot értek, melyre nézve egyszersmindenkorra föltehetem, hogy

$$0 \leq \gamma \leq \pi.$$

Előleges tájékoztatásul már most jegyzem meg, hogy egy tetszőleges (két változós) függvénynek LAPLACE-féle sorára nézve, vagy egy tetszőleges (egy változós) függvénynek LEGENDRE-féle sorára nézve az (5) alatti sornak ugyanazon szerepe van, mint egy tetszőleges (egy változós) függvénynek FOURIER-féle sorára nézve az

$$\frac{1}{2} + \cos \gamma + \cos 2\gamma + \dots + \cos n\gamma + \dots \quad (6)$$

sornak.

A (6) alatti sorra nézve 1900-ban kimutattam a következő két tulajdonságot:

1. A (6) alatti sorra vonatkozó elsőrendű, $s'_n(\gamma)$ arithmetikai középértékek *nem negatívak*, bármilyen valós értéke van is a γ -nak és az n indexnek.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} s'_n(\gamma) = 0$, ha γ a $(0, \pi)$ intervallum akármelyik számát jelenti, csak az intervallum kezdőpontját, a $\gamma=0$ értéket véve ki. Ha továbbá ε jelent egy tetszőleges, a $(0, \pi)$ intervallum *belsejébe* eső számot, akkor az $s'_n(\gamma)$ függvények az (ε, π) intervallumban, a határhelyek beleértésével, *egyenletesen* konvergálnak a zérushoz, mint határfüggvényhez.

Teljesen analog az (5) alatti sorra nézve a következő két tétel érvényes:

1. Az (5) alatti sorra vonatkozó $s''_n(\gamma)$ másodrendű arithmetikai középértékek *nem negatívak*, bármilyen valós értéke is van a γ -nak és az n indexnek.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} s''_n(\gamma) = 0$, ha γ a $(0, \pi)$ intervallum akármelyik számát jelenti, csak az intervallum kezdőpontját, a $\gamma=0$ értéket véve ki. Ha továbbá ε jelent egy tetszőleges, a $(0, \pi)$ intervallum *belsejébe* eső számot, akkor az $s''_n(\gamma)$ függvények az

(ε, π) intervallumban, a határhelyek beleértésével, egyenletesen konvergálnak a zérushoz mint határfüggvényhez.

Mielőtt azonban e tételeket bebizonyítanám, indokolni akarom azt, hogy miért térek át az (5) alatti sor esetében a *másodrendű középértékek* sorozatára. *Ki fogom előbb mutatni, hogy az (5) alatti sorra nézve úgy az $s_n(\gamma)$ részletösszegek, mint az $s'_n(\gamma)$ elsőrendű arithmetikai középértékek a $(0, \pi)$ intervallumban előjelüket változtatják és hogy az előjelváltások száma az n indexszel úgy nő minden határon túl, akár csak a $\cos n\gamma$ függvények sorozatánál.* [Az $s''_n(\gamma)$ másodrendű arithmetikai középértékek sorozatánál ez megszűnik, mint azt előbb már kimondottuk.]

Az $s_n(\gamma)$, $s'_n(\gamma)$ sorozatok helyett vizsgálhatjuk a megfelelő $\sigma_n(\gamma)$, $\sigma'_n(\gamma)$ sorozatokat, tekintve, hogy egyszerűen

$$s_n(\gamma) = \sigma_n(\gamma)$$

és

$$s'_n(\gamma) = \frac{\sigma'_n(\gamma)}{n+1}.$$

Midőn most a $\sigma_n(\gamma)$, $\sigma'_n(\gamma)$ sorozatokat az említett szempontból vizsgálni akarjuk, szükségünk van a $\sigma_n(\gamma)$ és $\sigma'_n(\gamma)$ *asymptotikus alakjára*. A milyen szolgálatokat tesz magának a $P_n(\cos \gamma)$ LEGENDRE-féle függvénynek a vizsgálatára nézve a

$$P_n(\cos \gamma) = \sqrt{\frac{2}{\pi n \sin \gamma}} \left\{ \cos \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \gamma - \frac{\pi}{4} \right] + \varepsilon_n(\gamma) \right\},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_n(\gamma) = 0, \quad 0 < \gamma < \pi,$$

LAPLACE-féle asymptotikus formula, ugyanolyan szolgálatot tesz nekem azon asymptotikus formulák, melyeket a $\sigma_n(\gamma)$ és $\sigma'_n(\gamma)$ számára fogok fölállítani és melyeknek formája egyébként hasonlít a LAPLACE-féle formulának az alakjához.

Mint már említettem, a $P_n(\cos \gamma)$ LEGENDRE-féle polynomok jellemző függvénye

$$\frac{1}{(1 - 2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{1}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \gamma) z^n.$$

Ebből, ismeretes módon, nyerem a $(2n+1)P_n(\cos \gamma)$ sorozat jellemző függvényét:

$$\frac{1-z^3}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \gamma) z^n. \quad (7)$$

Most már az I. §. alapján ezen jellemző függvényből a $\sigma_n(\gamma)$ és $\sigma'_n(\gamma)$ sorozatok jellemző függvényét egyszerűen úgy kapom, hogy a (7) alatti egyenlet baloldalát rendre $\frac{1}{1-z}$ és $\frac{1}{(1-z)^2}$ -tel megszorozom. Tehát

$$\frac{1}{1-z} \cdot \frac{1-z^2}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1+z}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n(\gamma) z^n,$$

$$\frac{1}{(1-z)^2} \cdot \frac{1-z^2}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1+z}{(1-z)(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma'_n(\gamma) z^n.$$

Előbb a $\sigma_n(\gamma)$ asymptotikus formuláját fogom meghatározni. Ez a $\sigma_n(\gamma)$ -nak

$$\frac{1+z}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

jellemző függvénye segítségével ugyanúgy képezhető, mint a hogy DARBOUX * a $P_n(\cos \gamma)$

$$\frac{1}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$

jellemző függvénye segítségével dedukálta a $P_n(\cos \gamma)$ számára a LAPLACE-féle formulát.

DARBOUX módszerét akarván alkalmazni a $\sigma_n(\gamma)$ asymptotikus formulájának a levezetésére, tekintsük a megfelelő

$$\psi(z) = \frac{1+z}{(1-e^{i\gamma}z)^{\frac{3}{2}} \cdot (1-e^{-i\gamma}z)^{\frac{3}{2}}}$$

* DARBOUX: «Mémoire sur l'approximation des fonctions de très-grands nombre, et sur une classe étendue de développements en série». Journal de Mathématiques pures et appliquées, 3-ième série, Tome IV, 1878.

jellemző függvényt mint a z komplex változó függvényét. Tekintve, hogy most a valós γ -ra nézve

$$0 < \gamma < \pi,$$

tehát a jellemző függvénynek az egységnyi sugarú körön (melyen belül mindenütt holomorph) két, egymástól különböző algebrai singuláris helye van; és pedig

$$z_1 = e^{-iy}, \quad z_2 = e^{iy}.$$

Most már DARBOUX tétele szerint a $\sigma_n(\gamma)$ koeficiens «fő-részt» a következőképen kapom meg.

Képezem a

$$\Psi(z) = \frac{1+e^{-iy}}{(1-e^{-2iy})^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{(1-e^{iy}z)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1+e^{iy}}{(1-e^{2iy})^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{(1-e^{-iy}z)^{\frac{3}{2}}}$$

függvényt, ezt sorba fejtem a z pozitív egészszámú hatványai szerint. Az így nyert hatványsorban a z^n együtthatója adja meg a $\sigma_n(\gamma)$ fő-részt.

Ámde a binomiális tétel szerint

$$\frac{1}{(1-e^{iy}z)^{\frac{3}{2}}} = 1 + \dots + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot e^{niy} z^n + \dots,$$

és

$$\frac{1}{(1-e^{-iy}z)^{\frac{3}{2}}} = 1 + \dots + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot e^{-niy} z^n + \dots,$$

tehát

$$\Psi(z) = \dots + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot \left\{ \frac{1+e^{-iy}}{(1-e^{-2iy})^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{niy} + \frac{1+e^{iy}}{(1-e^{2iy})^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{-niy} \right\} z^n + \dots$$

E szerint

$$\sigma_n(\gamma) = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot \left\{ \frac{1+e^{-iy}}{(1-e^{-2iy})^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{niy} + \frac{1+e^{iy}}{(1-e^{2iy})^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{-niy} + \eta_n(\gamma) \right\},$$

hol

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \eta_n(\gamma) = 0, \\ \varepsilon \leq \gamma \leq \pi - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0.$$

A zárójelben foglalt összeget kissé átalakítva és trigonometrikus függvényeket vezetve be, nyerjük

$$\sigma_n(\gamma) = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot \left\{ \frac{4 \cos \frac{\gamma}{2}}{(2 \sin \gamma)^{\frac{3}{2}}} \cdot \cos \left[(n+1) \gamma - \frac{3\pi}{4} \right] + \eta_n(\gamma) \right\}.$$

De a WALLIS-féle tétel szerint

$$\frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} (1 + \eta'_n),$$

hol

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \eta'_n = 0.$$

Tehát végre

$$s_n(\gamma) = \sigma_n(\gamma) = \sqrt{n} \left\{ \frac{8 \cos \frac{\gamma}{2}}{\sqrt{\pi} (2 \sin \gamma)^{\frac{3}{2}}} \cdot \cos \left[(n+1) \gamma - \frac{3\pi}{4} \right] + \eta''_n(\gamma) \right\}, \quad (8)$$

a hol $\eta''_n(\gamma)$ a $\lim_{n \rightarrow \infty}$ határátmenetnél egyenletesen konvergál a zérushoz minden $(\varepsilon, \pi - \varepsilon)$ intervallumban, bármilyen kicsiny pozitív szám is az ε .

Ez (t. i. a (8) alatti) az $s_n(\gamma)$ keresett asymptotikus formulája.

Az $s_n(\gamma)$ ezen alakjából tüstént következik az, a mit annak jelváltozásaira nézve állítottam. Az (5) alatti sor részletösszegei tehát minden γ -ra nézve $(0 < \gamma < \pi)$ a $-\infty$ és $+\infty$ határok között ingadoznak, ha n minden határon túl nő. A $\gamma = 0$ helyen ez nem érvényes. Ugyanis a $\gamma = 0$ értékre nézve az (5) alatti sor az

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) + \dots$$

sorba megy át.

A $\gamma = \pi$ helyre nézve azonban szintén $-\infty$ és $+\infty$ az ingadozási határok. Ugyanis $\gamma = \pi$ -re nézve az (5) alatti sor az

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots$$

sorba megy át.

Most áttérek a $\sigma'_n(\gamma)$ sorozat vizsgálatára. Erre nézve a jellemző függvény

$$\omega(z) = \frac{1+z}{(1-z)(1-e^{i\gamma}z)^{\frac{3}{2}}(1-e^{-i\gamma}z)^{\frac{3}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma'_n(\gamma) z^n.$$

Az $\omega(z)$ függvénynek a $|z|=1$ körön három egymástól különböző algebrai singuláris helye van. U. m.:

$$z_1 = e^{-i\gamma}, \quad z_2 = e^{i\gamma}, \quad z_3 = 1.$$

A $z_3=1$ polus azonban DARBOUX szerint nem jön tekintetbe, mert a $z=1$ helyen az $\omega(z)$ függvény alacsonyabbrendűleg válik végtelenné, mint a z_1, z_2 algebrai singuláris helyeken. E szerint a $\sigma'_n(\gamma)$ főrésének a meghatározása végett most az

$$\begin{aligned} \Omega(z) = & \frac{1+e^{-i\gamma}}{(1-e^{-i\gamma})(1-e^{-2i\gamma})^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{(1-e^{i\gamma}z)^{\frac{3}{2}}} + \\ & + \frac{1+e^{i\gamma}}{(1-e^{i\gamma})(1-e^{2i\gamma})^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{(1-e^{-i\gamma}z)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

függvényt kell z pozitív egészszámú hatványai szerint sorba fejtenem. Ha ezt az előbbihez hasonló módon elvégzem és azután egyszerűsíték, nyerem

$$\begin{aligned} s'_n(\gamma) = & \frac{\sigma'_n(\gamma)}{n+1} = \\ = & \frac{1}{\sqrt{n}} \left\{ \frac{4 \cos \frac{\gamma}{2}}{\sqrt{\pi \sin \frac{\gamma}{2}} (2 \sin \gamma)^{\frac{3}{2}}} \cdot \cos \left[\left(n + \frac{3}{2} \right) \gamma - \frac{5\pi}{4} \right] + \eta'''_n(\gamma) \right\}, \end{aligned}$$

hol

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \eta'''_n(\gamma) &= 0, \\ \varepsilon \leq \gamma \leq \pi - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0. \end{aligned}$$

Ez az $s'_n(\gamma)$ számára keresett asymptotikus formula. A (9) alatti formula mutatja, hogy az (5) alatti sornak $s'_n(\gamma)$ elsőrendű arithmetikai középértékei sem tartják meg előjelüket a $(0, \pi)$ intervallumban. Ellenkezőleg. Előjelüket megváltoztatják a $(0, \pi)$ intervallumban és az előjelváltoztatások száma az n indexxel minden határon túl nő.

Legyen $0 < \gamma < \pi$. Akkor (9)-ből

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s'_n(\gamma) = 0.$$

E szerint az (5) alatti sorra nézve már az elsőrendű arithmetikai középértékek sorozata konvergens és zérust ad határérték gyanánt. Ebben a pontban tehát megvan az analogia az

$$\frac{1}{2} + \cos \gamma + \cos 2\gamma + \dots + \cos n\gamma + \dots$$

sorral.

Ámde az analogia ebben a pontban sem teljes. Mig ugyanis az

$$\frac{1}{2} + \cos \gamma + \cos 2\gamma + \dots + \cos n\gamma + \dots$$

sor a $(0, \pi)$ intervallumnak π végpontjában is elsőrendűleg summabilis, addig a

$$P_0(\cos \gamma) + 3P_1(\cos \gamma) + \dots + (2n+1)P_n(\cos \gamma) + \dots$$

sor ugyanazon helyen már nem summabilis. Az első sor ugyanis $\gamma = \pi$ -re az

$$\frac{1}{2} - 1 + 1 - 1 + \dots$$

sorba megy át, melyről ismeretes, hogy elsőrendűleg summabilis. A második sor azonban ugyanazon helyen az

$$1 - 3 + 5 - 7 + \dots$$

sorba megy át. Ez utóbbi nem lehet elsőrendűleg summabilis.

A $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ sor elsőrendű summabilitására nézve ugyanis szükséges föltétel az, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|u_n|}{n} = 0$$

legyen. Ez a föltétel a szóban forgó sornál nincs kielégítve, lévén jelen esetben

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|u_n|}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n} = 2.$$

Azt hiszem, hogy a fenti megjegyzéseim már eléggé indokolják azt, hogy miért térek az (5) alatti sor esetében át az $s_n''(\gamma)$ másodrendű arithmetikai középértékekre.

Alkalmazzuk most a DARBOUX-féle módszert a $\sigma_n''(\gamma)$ aszimptotikus formulájának a meghatározására.

A $\sigma_n''(\gamma)$ függvénysorozat jellemző függvénye

$$\begin{aligned}\varphi(z) &= \frac{1}{(1-z)^3} \cdot \frac{1-z^2}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{1+z}{(1-z)^2 (1-e^{i\gamma}z)^{\frac{3}{2}} (1-e^{-i\gamma}z)^{\frac{3}{2}}}.\end{aligned}$$

A $\varphi(z)$ függvénynek a $|z|=1$ körön három singuláris helye van. U. m.:

$$z_1 = e^{-i\gamma}, \quad z_2 = e^{i\gamma}, \quad z_3 = 1.$$

Most azonban a z_1, z_2 singuláris helyek a z_3 mellett nem jönnek számításba, tekintve, hogy a z_1, z_2 helyeken a $\varphi(z)$ függvény $\frac{3}{2}$ -rendű végtelen, míg a $z_3 = 1$ helyen 2-odrendű (tehát magasabbrendű) végtelen. DARBOUX módszere szerint most a

$$\Phi(z) = \frac{2}{(1-e^{i\gamma})^{\frac{3}{2}} (1-e^{-i\gamma})^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{(1-z)^2} = \frac{1}{4 \left(\sin \frac{\gamma}{2}\right)^3} \frac{1}{(1-z)^2}$$

függvény fejtendő sorba a z hatványai szerint. Ámde

$$\Phi(z) = \frac{1}{4 \left(\sin \frac{\gamma}{2}\right)^3} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) z^n,$$

tehát

$$\sigma_n''(\gamma) = n \left\{ \frac{1}{4 \left(\sin \frac{\gamma}{2}\right)^3} + \delta_n(\gamma) \right\}, \quad (10)$$

hol egyenletesen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n(\gamma) = 0,$$

$$\varepsilon \leq \gamma \leq \pi - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0.$$

Ez a $\sigma_n''(\gamma)$ számára keresett aszimptotikus formula.

A (10) alatti aszimptotikus formula mutatja, hogy a

$\sigma_n''(\gamma)$ függvényeknek már lényegesen más a viselkedése, mint a $\sigma_n(\gamma)$, $\sigma_n'(\gamma)$ függvényeknek. A (10)-ből nevezetesen következik:

Legyen ε egy tetszőleges kicsiny pozitív szám és tekintsük az

$$(\varepsilon, (\pi - \varepsilon))$$

intervallumot. Akkor, ha csak $n > N_\varepsilon$, hol N_ε egy az ε -tól függő pozitív egész szám, a $\sigma_n''(\gamma)$ az egész $(\varepsilon, (\pi - \varepsilon))$ intervallumban pozitív.

Ennyit szolgáltat a DARBOUX-féle módszer a $\sigma_n''(\gamma)$ -ra vonatkozólag. [Ráutal mindenesetre arra, hogy az (5) alatti sor esetében egészen a másodrendű arithmetikai középértékekig kell menni.]

Nekem azonban többre van szükségem. Nevezetesen arra, hogy $\sigma_n''(\gamma)$, minden γ -ra, melyre nézve $0 \leq \gamma \leq \pi$ és minden n -re nézve nem negatív. Továbbá arra, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_n''(\gamma)}{(n+1)(n+2)} = 0,$$

1. 2

és pedig egyenletesen minden (ε, π) intervallumra nézve, mely utóbbi tulajdonság szintén nem olvasható ki — legalább nem közvetlenül — a (10) alatti formulából.

$$A \frac{\sigma_n''(\gamma)}{(n+1)(n+2)} \text{ ezen két tulajdonságát (melyekből azután,} \\ \text{1. 2}$$

mint ki fogom mutatni, az $s_n''(\gamma)$ -ra nézve ugyanazon két tulajdonság tüstént következik) a következő fejezetben fogom egy direkt módszerrel kimutatni.

III. §. Folytatás.

Tekintsük ismét a

$$P_0(\cos \gamma) + 3P_1(\cos \gamma) + \dots + (2n+1)P_n(\cos \gamma) + \dots \quad (5)$$

sort.

Ezt a sort mint két sor CAUCHY-féle szorzatát fogom előállítani.

Láttuk, hogy

$$\frac{1-z^2}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \gamma) z^n.$$

Ámde

$$\frac{1-z^2}{(1-2z \cos \gamma + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-2z \cos \gamma + z^2}} \cdot \frac{1-z^2}{1-2z \cos \gamma + z^2},$$

tehát ha tekintetbe vesszük, hogy az értelmezésnél fogva

$$\frac{1}{\sqrt{1-2z \cos \gamma + z^2}} = P_0(\cos \gamma) + P_1(\cos \gamma) z + \dots + P_n(\cos \gamma) z^n + \dots,$$

és hogy

$$\frac{1-z^2}{1-2z \cos \gamma + z^2} = 2 \left(\frac{1}{2} + z \cos \gamma + \dots + z^n \cos n\gamma + \dots \right),$$

rögtön nyerjük, hogy az (5) alatti sor a következő két sornak CAUCHY-féle szorzata

$$P_0(\cos \gamma) + P_1(\cos \gamma) + \dots + P_n(\cos \gamma) + \dots, \quad (11)$$

$$2 \left(\frac{1}{2} + \cos \gamma + \dots + \cos n\gamma + \dots \right). \quad (12)$$

Jelöljük most $U_n(\gamma)$ -val (l. az I. §. végét) a (11) alatti sor *z*éru rendű σ -összegeit és $V'_n(\gamma)$ -val a (12) alatti sor *első* rendű σ -összegeit. Akkor a CESARO-féle identitás alapján

$$\sigma''_n(\gamma) = U_0(\gamma) V'_n(\gamma) + U_1(\gamma) V'_{n-1}(\gamma) + \dots + U_n(\gamma) V'_0(\gamma), \quad (13)$$

hol $\sigma''_n(\gamma)$ megint az (5) alatti sor *másod*rendű σ -összegeit jelenti.

Most azt állítom, hogy az összes

$$U_n(\gamma), \quad (n=0, 1, 2, \dots, \infty)$$

és az összes

$$V'_n(\gamma), \quad (n=0, 1, 2, \dots, \infty)$$

függvények nem negatívak, bármilyen valós értéke is van a γ -nak.

Bizonyítás. Előbb a $V'_n(\gamma)$ -val foglalkozom. Erre nézve már az 1900. évi december 10-iki Comptes-Rendus cikkemben kimutattam, hogy minden valós γ -ra nézve nem negatív.

Ugyanis

$$V_n(\gamma) = 2\left(\frac{1}{2} + \cos \gamma + \dots + \cos n\gamma\right) = \frac{\cos n\gamma - \cos(n+1)\gamma}{1 - \cos \gamma},$$

tehát

$$V'_n(\gamma) = V_0(\gamma) + \dots + V_n(\gamma) = \frac{1 - \cos(n+1)\gamma}{1 - \cos \gamma} = \left(\frac{\sin(n+1)\frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}\right)^2.$$

Ezzel a $V'_n(\gamma)$ nem negatív voltát kimutattam.

Most áttérek az $U_n(\gamma)$ vizsgálatára. Ki akarom mutatni, hogy az első $(n+1)$ LEGENDRE-féle polynom összege, vagyis:

$$U_n(\gamma) = P_0(\cos \gamma) + P_1(\cos \gamma) + \dots + P_n(\cos \gamma)$$

nem negatív, bármilyen értéke is legyen a valós γ -nak és az n indexnek.

Ismeretes $P_n(\cos \gamma)$ számára a

$$P_n(\cos \gamma) = \frac{2}{\pi} \int_{\gamma}^{\pi} \frac{\sin(2n+1)\frac{t}{2}}{\sqrt{2(\cos \gamma - \cos t)}} dt$$

MEHLER-féle formula. Ez

$$n = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

értékekre nézve érvényes, bármilyen értéket is jelent a γ a $(0, \pi)$ intervallum belsejében.

Jelentsen most γ egy tetszőleges ilyen értéket. Akkor

$$\begin{aligned} P_0(\cos \gamma) + P_1(\cos \gamma) + \dots + P_n(\cos \gamma) &= \\ &= \frac{2}{\pi} \int_{\gamma}^{\pi} \frac{\sin \frac{t}{2} + \sin 3 \frac{t}{2} + \dots + \sin(2n+1) \frac{t}{2}}{\sqrt{2(\cos \gamma - \cos t)}} dt. \end{aligned}$$

Ámde

$$\begin{aligned} \sin \frac{t}{2} + \sin 3 \frac{t}{2} + \dots + \sin(2n+1) \frac{t}{2} &= \\ &= \frac{1 - \cos(n+1)t}{2 \sin \frac{t}{2}} = \frac{\left[\sin(n+1) \frac{t}{2}\right]^2}{\sin \frac{t}{2}}, \end{aligned}$$

tehát

$$U_n(\gamma) = \sum_{k=0}^n P_k(\cos \gamma) = \frac{2}{\pi} \int_{\gamma}^{\pi} \frac{\left(\sin(n+1)\frac{t}{2}\right)^2 dt}{\sin \frac{t}{2} \sqrt{2(\cos \gamma - \cos t)}}.$$

Ámde itt az integrandus az integráció intervallumában mindenütt nem negatív. Tehát $U_n(\gamma)$ nem negatív a $(0, \pi)$ intervallum belsejében. De tekintve, hogy $U_n(\gamma)$ mindenütt folytonos függvény (ugyanis racionális egész függvénye a $\cos \gamma$ -nak), tehát a $(0, \pi)$ intervallum végpontjaiban is nem negatív. [Erről egyébként közvetlenül is meggyőződhetünk. A $(0, \pi)$ intervallum kezdő, illetve végpontjára nézve ugyanis a szóban forgó sor az

$$1 + 1 + 1 + \dots,$$

illetőleg

$$1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

sorba megy át. Mindkettőnek összes részletösszegei nem negatív számok.]

Tekintettel most már a (13) alatti identitásra, *bebizonyítottam, hogy a $\sigma_n''(\gamma)$ összegek minél nem negatívak, bármilyen valós érték is a γ .*

Ezután be akarom bizonyítani, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_n''(\gamma)}{\frac{(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2}} = 0,$$

és pedig egyenletesen az (ε, π) intervallumban, *a határok beleértésével*. Itt ε jelenti a $(0, \pi)$ intervallum egy tetszőleges belső helyét.

E végből a $\sigma_n''(\gamma)$ összegben, illetve a $V_n'(\gamma)$ és $U_n(\gamma)$ összegekben egy, magában is érdekes, becslést ejtek meg.

Legyen ε a $(0, \pi)$ intervallum belsejének egy tetszőleges, de most már rögzített helye.

A $V_n''(\gamma)$ becslésével röviden végezhetek. Ugyanis

$$V_n''(\gamma) = \frac{\left(\sin(n+1)\frac{\gamma}{2}\right)^2}{\left(\sin \frac{\gamma}{2}\right)^2}.$$

Tehát, ha

$$\varepsilon \leq \gamma \leq \pi,$$

akkor

$$|V'_n(\gamma)| = V'_n(\gamma) \leq \frac{1}{\sin^2 \frac{\varepsilon}{2}}. \quad (14)$$

Térjünk most át az $U_n(\gamma)$ becslésére. Legyen egyelőre γ egy rögzített hely és

$$0 < \gamma < \pi.$$

Akkor, mint láttuk,

$$U_n(\gamma) = \frac{2}{\pi} \int_{\gamma}^{\pi} \frac{\left(\sin(n+1) \frac{t}{2}\right)^2 dt}{\sin \frac{t}{2} \sqrt{2(\cos \gamma - \cos t)}},$$

és így

$$|U_n(\gamma)| = U_n(\gamma) \leq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \cdot \int_{\gamma}^{\pi} \frac{dt}{\sqrt{2(\cos \gamma - \cos t)}},$$

vagy

$$U_n(\gamma) \leq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \cdot \int_{\gamma}^{\pi} \frac{dt}{\sqrt{4 \sin \frac{t-\gamma}{2} \sin \frac{t+\gamma}{2}}}. \quad (15)$$

Ismeretes, hogy

$$\sin \xi \geq \frac{2}{\pi} \xi,$$

ha

$$0 \leq \xi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Ámde

$$0 \leq t - \gamma < \pi,$$

tehát

$$0 \leq \frac{t-\gamma}{2} < \frac{\pi}{2},$$

és így

$$\sin \frac{t-\gamma}{2} \geq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{t-\gamma}{2} = \frac{t-\gamma}{\pi}. \quad (16)$$

Keressünk most alkalmas alsó határt a másik, $\sin \frac{t+\gamma}{2}$ tényező számára is.

Tekintsük e végből γ -t állandónak és határozzuk meg a

$$\sin \frac{t+\gamma}{2}$$

függvénynek, mint t függvényének a minimumát a

$$\gamma \leq t \leq \pi$$

intervallumban.

Az intervallum kezdőpontjában, a $t = \gamma$ helyen, a függvény értéke $\sin \gamma$. Az intervallum végén, a $t = \pi$ helyen az értéke $\cos \frac{\gamma}{2}$. Mindkét érték, t. i. $\sin \gamma$ és $\cos \frac{\gamma}{2}$, pozitív és kisebb mint 1. Azt állítom, hogy e két érték egyike a

$$\sin \frac{t+\gamma}{2}$$

minimuma a $\gamma \leq t \leq \pi$ intervallumban. Ugyanis, ha az intervallum egy *belső* t_1 helyén venné fel minimumát, akkor ott

$$\frac{1}{2} \cos \frac{t_1+\gamma}{2} = 0,$$

tehát

$$\sin \frac{t_1+\gamma}{2} = 1$$

volna és így a $t = t_1$ helyen nem veheti fel abszolút minimumát. E szerint

$$\sin \frac{t+\gamma}{2} \geq \sin \gamma \quad \text{vagy} \quad \cos \frac{\gamma}{2},$$

ha

$$\gamma \leq t \leq \pi.$$

Ámde, ha

$$0 < \gamma < \pi,$$

akkor

$$\sin \gamma \quad \text{és} \quad \cos \frac{\gamma}{2} > \frac{\sin \gamma}{2}.$$

Tehát végre

$$\sin \frac{t+\gamma}{2} > \frac{\sin \gamma}{2}, \quad (17)$$

ha

$$\gamma \leq t \leq \pi.$$

Most már a (16) és (17) alatti egyenlőtlenségek tekintetbe vételével a (15) alatti egyenlőtlenség a következőt szolgáltatja:

$$\begin{aligned} U_n(\gamma) &\leq \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \cdot \int_0^\pi \sqrt{\frac{dt}{4 \cdot \frac{t-\gamma}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{2}}} = \\ &= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin \gamma}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \int_0^\pi \frac{dt}{\sqrt{t-\gamma}} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin \gamma}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi-\gamma}, \end{aligned}$$

és így

$$U_n(\gamma) \leq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\pi-\gamma}{\cos \frac{\gamma}{2}}}.$$

Ámde, ha

$$0 < \gamma < \pi,$$

akkor

$$\cos \frac{\gamma}{2} > \frac{\pi-\gamma}{\pi},$$

tehát végre az

$$U_n(\gamma) \leq \frac{2}{\left(\sin \frac{\gamma}{2} \right)^{\frac{3}{2}}},$$

$$0 < \gamma \leq \pi$$

figyelemre méltó egyenlőtlenséghez jutunk. Ez, mint már ki-tüntetjük, a π hely beleértésével érvényes.

Legyen most már

$$\varepsilon \leq \gamma \leq \pi.$$

Akkor

$$U_n(\gamma) \leq \frac{2}{\left(\sin \frac{\varepsilon}{2} \right)^{\frac{3}{2}}}, \quad (18)$$

és ez

$$n=0, 1, 2, \dots, \infty,$$

$$\varepsilon \leq \gamma \leq \pi$$

mellett érvényes.

Ezek után térjünk vissza a $\sigma_n''(\gamma)$ -ra. A (13) alatti identitás és a (14), (18) alatti egyenlőtlenségek alapján

$$|\sigma_n''(\gamma)| = \sigma_n''(\gamma) \leq (n+1) \cdot \frac{2}{\left(\sin \frac{\varepsilon}{2}\right)^{\frac{1}{2}}},$$

és így

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_n''(\gamma)}{(n+1)(n+2)} = 0,$$

1 . 2

és pedig egyenletesen az (ε, π) intervallumban, a határokat is belcérve. ε jelenti a $(0, \pi)$ intervallum egy tetszőleges belső helyét.

*

Most még csak annak a kimutatásával tartozom, hogy az (5) alatti sorra vonatkozó HÖLDER-CESARO-féle másodrendű arithmetikai középértékek — t. i. az $s_n''(\gamma)$ -val jelölt középértékek — ugyanazon tulajdonságokkal bírnak, mint a

$$\frac{\sigma_n''(\gamma)}{(n+1)(n+2)}$$

1 . 2

összegek. Ez éppen nem magától értetődő, de mégis egyszerűen kimutatható.

Ugyanis bármely $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ sorra nézve

$$s_n'' = \frac{\frac{\sigma_0'}{1} + \frac{\sigma_1'}{2} + \frac{\sigma_2'}{3} + \dots + \frac{\sigma_n'}{n+1}}{n+1}.$$

Ebből az ismeretes ABEL-féle transformációval

$$s_n'' = \frac{\frac{\sigma_0''}{1} + \frac{\sigma_1'' - \sigma_0''}{2} + \frac{\sigma_2'' - \sigma_1''}{3} + \dots + \frac{\sigma_n'' - \sigma_{n-1}''}{n+1}}{n+1},$$

vagy még

$$s_n'' = \frac{\sigma_0'' \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \sigma_1'' \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)}{n+1} + \dots +$$

$$+ \frac{\sigma_{n-1}'' \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + \frac{\sigma_n''}{n+1}}{n+1},$$

és végre

$$s_n'' = \frac{\frac{\sigma_0''}{1 \cdot 2} + \frac{\sigma_1''}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{\sigma_{n-1}''}{n(n+1)} + \frac{\sigma_n''}{n+1}}{n+1}.$$

Alkalmazzuk ezt az identitást az (5) alatti sorra. Tekintve, hogy ezen sorra nézve kimutattuk, hogy a

$$\sigma_0'', \sigma_1'', \dots, \sigma_n''$$

összegek nem negatívak, tehát $s_n''(\gamma)$ is nem negatív.

Továbbá

$$s_n'' = \frac{\frac{\sigma_0''}{1 \cdot 2} + \frac{\sigma_1''}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{\sigma_{n-1}''}{n(n+1)} + \frac{\sigma_n''}{(n+1)^2}}{(n+1)}.$$

Amde $\varepsilon \leq \gamma \leq \pi$ -re nézve egyenletesen:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_{n-1}''(\gamma)}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_n''(\gamma)}{(n+1)^2} = 0.$$

Tehát

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n''(\gamma) = 0$$

és pedig megint egyenletesen az (ε, π) intervallumban, a határhelyek beleértésével.

Ezzel végre bebizonyítottam az (5) alatti sorra nézve azon tételeket, melyeket az I. §-ban e sorra nézve 1. és 2. alatt kimondottam.

IV. §. Az általános Laplace-féle sor.

Vegyük fel a térben egy derékszögű, DESCARTES-féle koordináta-rendszert és jelöljük x, y, z -vel a tér tetszőleges pontjának e rendszerre vonatkozó koordinátáit. Tekintsük azt

a gömbfelületet, F -et, melynek középpontja a koordináta-rendszer kezdőpontja és sugara egyenlő az egységgel.

A gömb tetszőleges pontját a szokásos módon földrajzi koordinátákkal fogjuk jellemezni. θ jelölje a gömbi pont *sark-távolságát*, φ annak *hosszúságát*.

A (θ, φ) pont «sugarának» nevezzük azt a félsugárt, mely a derékszögű koordináta-rendszer kezdőpontjából indul ki és a szóban forgó, θ, φ geographiai koordinátákkal bíró ponton halad keresztül.

Legyen most már $f(\theta, \varphi)$ egy a gömbfelület minden pontjára nézve egyértékűleg értelmezett függvény, mely a következő két tulajdonsággal bír:

a) Absolut értékére nézve egy M felső határ alatt marad.

b) Az egész F gömbfelületre nézve (a közönséges, RIEMANN-féle értelemben) integrálható, azaz

$$\iint_F f(\theta, \varphi) d\sigma$$

létezik, hol $d\sigma$ az egységnyi sugarú gömb felületi eleme.

Az $f(\theta, \varphi)$ függvényhez egy egész határozott végtelen sor tartozik, az ú. n. LAPLACE-féle sor. Ez a következő:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \iint_F f(\theta', \varphi') P_n(\cos \gamma) d\sigma'. \quad (19)$$

Itt (θ', φ') jelenti a gömbfelület tetszőleges pontját, $d\sigma'$ a hozzá-tartozó felületi elemet. A γ jelenti azt a (π -nél nem nagyobb) szöveget, melyet a (θ', φ') -hoz tartozó sugár a (θ, φ) -hez tartozó sugárral képez.

E szerint

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi' - \varphi) = \\ &= \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \cos \varphi \sin \theta' \cos \varphi' + \sin \theta \sin \varphi \sin \theta' \sin \varphi'. \end{aligned}$$

A $P_n(\cos \gamma)$ jelenti, mint előbb, az n indexhez tartozó LEGENDRE-féle polynomot.

Legyen most már (θ, φ) a gömbnek olyan pontja, melyen az $f(\theta, \varphi)$ függvény folytonos.

Akkor áll a következő tétel:

Az $f(\theta, \varphi)$ függvényhez tartozó LAPLACE-féle sor $u(\theta, \varphi)$ folytonossági helyen a HÖLDER-CESARO-féle értelemben másodrendűleg summabilis és summája egyenlő $f(\theta, \varphi)$ -vel. Jelben:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n''(\theta, \varphi) = f(\theta, \varphi),$$

ha $s_n''(\theta, \varphi)$ jelöli az $f(\theta, \varphi)$ -hez tartozó LAPLACE-féle sor másodrendű arithmetikai középértékeit.

Bizonyítás. Világos, hogy

$$s_n''(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \iint_F f(\theta', \varphi') s_n''(\gamma) d\omega',$$

hol $s_n''(\gamma)$, mint előbb is, a

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \gamma)$$

sornak az n indexhez tartozó másodrendű arithmetikai középértékét jelöli.

Írjunk az F gömbfelületen a (θ, φ) pont körül, mint középpont körül, ε sphärikus sugárral egy kört. Ez a gömbfelületet két részre osztja. Azt a részt, melyhez a (θ, φ) pont is tartozik, jelöljük F_1 -gyel, a másik részt F_2 -vel.

Most már

$$s_n''(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \iint_{F_1} f(\theta', \varphi') s_n''(\gamma) d\omega' + \frac{1}{4\pi} \iint_{F_2} f(\theta', \varphi') s_n''(\gamma) d\omega' = I_n' + I_n''.$$

Az I_n'' integrál $n \rightarrow \infty$ -re zérushoz konvergál. Ez abból következik, hogy, mint kimutattuk, az $s_n''(\gamma)$ az $n \rightarrow \infty$ határátmenetnél egyenletesen konvergál a zérushoz az $\varepsilon \leq \gamma \leq \pi$ intervallumban.

A mi az

$$I_n' = \frac{1}{4\pi} \iint_{F_1} f(\theta', \varphi') s_n''(\gamma) d\omega'$$

integrált illeti, erre nézve a következők érvényesek. Legyen δ egy tetszőleges kicsiny pozitív szám. Akkor, tekintve, hogy az f függvény a (θ, φ) helyen folytonos, én az előbb említett ε -t választhatom oly kicsinynek, hogy

$$|f(\theta', \varphi') - f(\theta, \varphi)| \leq \delta,$$

bármelyik (θ', φ') helyét is veszem az F_1 tartománynak. Ha tehát alkalmazom az ú. n. első integrálközéppérték-tételt — és ezt alkalmazhatom, mert $s_n''(\gamma)$ minden γ mellett nem negatív — akkor nyerem, hogy

$$I'_n = (f(\theta, \varphi) + \gamma_n) \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_{F_1} s_n''(\gamma) d\sigma',$$

hol

$$|\gamma_n| \leq \delta.$$

Sőt, tekintve, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi} \iint_{F_2} s_n''(\gamma) = 0,$$

írhatom, hogy

$$s_n''(\theta, \varphi) = (f(\theta, \varphi) + \gamma'_n) \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_F s_n''(\gamma) d\sigma',$$

hol

$$|\gamma'_n| \leq 2\delta,$$

ha csak $n > N$.

Ámde

$$\frac{1}{4\pi} \iint_F s_n''(\gamma) d\sigma' = 1.$$

Ugyanis

$$s_n''(\gamma) = 1 + c_1 P_1(\cos \gamma) + \dots + c_n P_n(\cos \gamma),$$

hol c_1, c_2, \dots, c_n (egyébként pozitív és racionális) állandók. Tehát, tekintetbe véve a gömbfüggvényeknek egy ismeretes tulajdonságát, mely szerint

$$\iint_F P_k(\cos \gamma) d\sigma' = 0, \\ k=1, 2, 3, \dots, \infty$$

nyerjük, hogy

$$\frac{1}{4\pi} \iint_F s_n''(\gamma) d\sigma' = \frac{1}{4\pi} \iint_F d\sigma' = 1.$$

E szerint végre

$$|s_n''(\theta, \varphi) - f(\theta, \varphi)| < 2\delta,$$

ha csak $n > N$. Itt δ egy tetszőleges kicsiny pozitív szám. *Tehát tételemet bebizonyítottam.*

Vegyünk fel az F gömbön egy egyszerű, zárt görbét C -t és egy másikat C_1 -et, mely teljesen a C által határolt két gömbi tartomány egyikének a *belsejébe* esik. Ha most $f(\theta, \varphi)$ a C tartomány belsejében mindenütt folytonos, akkor $s_n''(\theta, \varphi)$ a C_1 tartomány *minden* helyén a folytonos $f(\theta, \varphi)$ -hez konvergál és pedig, mint az előzők alapján könnyen beláthatjuk, *egyenletesen* konvergál az $f(\theta, \varphi)$ határfüggvényhez.

WEIERSTRASS az egy, két stb. változós *folytonos* függvényekre nézve egy jól ismert tételt állított fel, mely szerint ezek egyenletesen és tetszőleges nagy pontossággal approximálhatók a változóknak alkalmas *raczionális egész függvényével*.

Könnyen belátható, hogy épen közölt megjegyzésünk e tételnek egy *új bizonyítását* adja a kétváltozós folytonos függvényekre vonatkozólag. E bizonyítás teljes analogonja annak, melyet az egyváltozós folytonos függvényre nézve a FOURIER-féle sor első arithmetikai középértékeinek a fölhasználásával adtam. [L. előbb idézett Comptes-Rendus cikkemet.]

A LAPLACE-féle sor második arithmetikai középértékeinek, az $s_n''(\theta, \varphi)$ összegeknek, egy fontos tulajdonságuk van. Jelöljük M -mel az $f(\theta, \varphi)$ függvénynek *felső* határát a gömbön és m -mel annak *alsó* határát. Akkor *minden n értékre és minden θ, φ -re* nézve

$$m \leq s_n''(\theta, \varphi) \leq M.$$

Ez teljes analogonja egy tételnek, melyet a FOURIER-féle sor elsőrendű arithmetikai középértékeire nézve állítottam fel. A FOURIER-féle elsőrendű arithmetikai középértékeket nagyon becselessé teszi ezen tulajdonságuk. Ezt, többek között, az ú. n. «GIBBS-féle jelenség»-re vonatkozó megjegyzésem, továbbá e dolgozat második része is igazolja.

Bizonyítsuk be a kimondott tételt az $s_n''(\theta, \varphi)$ -re vonatkozólag. Ez néhány szóval történhetik.

Minthogy

$$s_n''(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \int_{\Sigma} f(\theta', \varphi') s_n''(\gamma) d\omega',$$

tehát tekintve, hogy $s_n''(\gamma)$ minden γ -ra és n -re nézve nem negatív,

$$m \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_F s_n''(\gamma) d\sigma' \leq s_n''(\theta, \varphi) \leq M \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_F s_n''(\gamma) d\sigma'.$$

Ámde láttuk, hogy

$$\frac{1}{4\pi} \iint_F s_n''(\gamma) d\sigma' = 1.$$

Tehát

$$m \leq s_n''(\theta, \varphi) \leq M,$$

a mit bizonyítani akartunk.

Egy FOURIER-féle sor divergenciáját, röviden kifejezve, két egymástól egészen különböző körülmény okozhatja.

Először okozhatja a FOURIER-féle sor divergenciáját az a körülmény, hogy a vizsgált x helyen az $y = f(x)$ görbe folytonos ugyan, de az x hely környezetében végtelen sok maximuma és minimuma van, mely maximális és minimális értékek bizonyos *lassúsággal* konvergálnak az $f(x)$ értékhez, midőn a független változó az x értékhez konvergál. DU BOIS-REYMOND és utána mások, adtak példát olyan függvényre, mely mindenütt véges és folytonos és melynek FOURIER-féle sora bizonyos helyeken divergens.

Másodszor okozhatja a FOURIER-féle sor divergenciáját egy másik, az említett elsőhöz képest egészen heterogen körülmény. Az a körülmény nevezetesen, hogy a különben folytonos, sőt analitikai függvény a $(0, 2\pi)$ intervallum valamely helyén *tetszőlegesen*, de természetesen integrálhatólag, *végtelessé* válik. [Vége lehetséges egy *harmadik* eset, mely az első és második eset kombinációja. Ez azonban az első és második esetre könnyen redukálható.]

RIEMANN konstruált először egy olyan függvényt, melynek FOURIER-féle sora mindenütt divergens és mely függvénynél a FOURIER-féle sornak minden helyen való divergenciáját épen az okozza, hogy a különben minden x helyen analitikai függvény a $(0, 2\pi)$ intervallum kezdőpontjában (integrálhatólag) végtelessé válik.

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left(x^\nu \cos \frac{1}{x} \right),$$

$$0 < x \leq 2\pi, \quad 0 < \nu < \frac{1}{2}$$

a RIEMANN-féle példa.

Most már ezen alkalommal arra a meglepő körülményre szeretnék utalni, hogy *ugyanazon* aritmetikai-közép képezési eljárás, mely a FOURIER-féle részletösszegeket az előbb jellemzett *első* (véges, folytonos, de bizonyos módon oscilláló függvény) esetben teszi összetartóvá, ugyanazon processus a *második*, az elsőhöz képest teljesen heterogen, esetben (analytikai, de egy vagy több helyen általánosan integrálhatólag végtelenné váló függvény) is összetartóvá teszi a FOURIER-féle részletösszegeket. Ezt doktori dolgozatomban mutattam ki.

Térjünk most át a LAPLACE-féle sorra.

Az *első* esetet, midőn $f(\theta, \varphi)$ «általánosan folytonos» a (θ, φ) helyen (s különben véges, már elintéztem. Kétszer egymásutáni aritmetikai-közép képezés összetartóvá teszi a LAPLACE-féle sor részletösszegeit.

Foglalkozunk most már a *második* esettel.

Tegyük föl tehát, hogy $f(\theta, \varphi)$ a gömb valamely (θ_0, φ_0) pontjában végtelenné válik, de úgy, hogy

$$\iint f(\theta, \varphi) d\sigma$$

létezik, ha az integrációt egy a (θ_0, φ_0) pontot magában foglaló kétméretű gömbi tartományra terjesztjük ki. [Kétméretű improprius integrál!] Az elektrosztatika szolgáltat ilyen, a gömbön végtelenné váló sűrűségi függvényeket.

Milyen viselkedést tanúsít a konvergencia tekintetében a LAPLACE-féle sor ilyen $f(\theta, \varphi)$ függvény esetében?

Röviden kifejezve: még kedvezőtlenebb viselkedést mutat, mint a FOURIER-féle sor.

A FOURIER-féle sor lehet ugyanis divergens, ha a különben analytikai $f(x)$ függvény az $x=a$ helyen *általánosan* válik integrálhatólag végtelenné (l. a RIEMANN-féle példát), de mindenesetre *konvergens* akkor, ha nemcsak

hanem $\int_a^a f(x) dx,$

$$\int_a^a |f(x)| dx$$

is létezik. Vagyis röviden: az *abszolút* integrálabilis függvény FOURIER-féle sora konvergens.

Ez a LAPLACE-féle sorra nézve nem áll. DARBOUTX mutatott rá erre az érdekes körülményre az előbb idézett értekezésében. Kimutatta, hogy az

$$f(\theta, \varphi) \equiv \frac{1}{(1 - \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}$$

függvény LAPLACE-féle sora mindenütt divergens. Ez a függvény a $\theta = 0$ északi poluson végtelenné válik. A gömbön abszolút integrálabilis, de LAPLACE-féle sora, mely, tekintve, hogy jelen esetben $f(\theta, \varphi)$ a φ -től független, egy

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\cos \theta)$$

alakú LEGENDRE-féle sor, mégis mindenütt divergens.

E DARBOUTX-féle példára még visszatérek.

Most kimutatom, hogy az $s_n''(\theta, \varphi)$ másodrendű arithmetikai középértékek akkor is konvergens sorozatot alkotnak és $f(\theta, \varphi)$ -t szolgáltatják határérték gyanánt, ha az $f(\theta, \varphi)$ függvény az egységnyi sugarú gömbnek véges számú pontjában, a

$$(\theta_1, \varphi_1), (\theta_2, \varphi_2), \dots, (\theta_k, \varphi_k)$$

pontokban végtelenné válik, de abszolút integrálhatólag.

Legyen ugyanis (θ, φ) a gömbnek tetszőleges (a (θ_i, φ_i) pontoktól különböző) pontja, melyben $f(\theta, \varphi)$ folytonos. Vonzunk ismét a (θ, φ) körül, mint középpont körül, ε sphaerikus sugárral egy kört. Ez az I' gömbfelületet két gömbsüvegre osztja, melyek közül azt, mely a (θ, φ) pontot tartalmazza, megint I'_1 -gyel, a másikat I'_2 -vel jelöljük. Legyen ε olyan kicsiny, hogy a

$$(\theta_1, \varphi_1), \dots, (\theta_k, \varphi_k)$$

pontok mind az F'_2 gömbsüveg belsejébe esnek. Akkor

$$s''_n(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_{F'_1} \int f(\theta', \varphi') s''_n(\gamma) d\omega' + \\ + \frac{1}{4\pi} \int_{F'_2} \int f(\theta', \varphi') s''_n(\gamma) d\omega' = I'_n + I''_n.$$

A

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I'_n = f(\theta, \varphi)$$

egyenlőség most is ugyanazon módon kimutatható mint előbb. Azonkívül most is áll, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I''_n = 0.$$

Ugyanis, ha csak $n > N$,

$$s''_n(\gamma) \leq \delta,$$

hol

$$\varepsilon \leq \gamma \leq \pi,$$

és δ egy tetszőleges kicsiny pozitív szám.

Tehát, ha csak $n > N$,

$$|I''_n| \leq \frac{1}{4\pi} \int_{F'_2} \int |f(\theta', \varphi')| s''_n(\gamma) d\omega' \leq \frac{\delta}{4\pi} \int_{F'} \int |f(\theta', \varphi')| d\omega'.$$

Ha tehát az

$$\frac{1}{4\pi} \int_{F'} \int |f(\theta', \varphi')| d\omega'$$

értéket, mely a föltevés szerint véges és meghatározott, G -vel jelöljük, akkor

$$|I''_n| \leq \frac{\delta \cdot G}{4\pi}.$$

Tehát valóban

$$\lim_{n \rightarrow \infty} I''_n = 0.$$

Mélyebb megfontolásokat igényelne azon általános eset tárgyalása, midőn $f(\theta, \varphi)$ a (θ_i, φ_i) pontokban *tetszőlegesen* válik integrálhatólag végtelenné, vagyis a nélkül, hogy a függvény abszolút értéke is integrálható volna. Erre a vizsgálatra azonban itt nem terjeszkedem ki.

V. §. A Legendre-féle sor.

Legyen ismét $f(\theta, \varphi)$ egy az F gömbfelületen véges és integrálható függvény. Akkor a hozzátartozó LAPLACE-féle sor

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} P_n(\cos \gamma) f(\theta', \varphi') \cdot \sin \theta' d\theta' d\varphi'.$$

Ezen alak az előbb fölirtból egyszerűen a

$$do' = \sin \theta' d\theta' d\varphi'$$

egyenlet tekintetbevételével nyerhető.

Legyen most már $f(\theta, \varphi)$ független a φ -től. Azaz legyen

$$f(\theta, \varphi) \equiv \psi(\cos \theta),$$

mely $\psi(\cos \theta)$ függvényről fölteszszük, hogy a $0 \leq \theta \leq \pi$ intervallumban véges és a RIEMANN-féle értelemben integrálható.

A kettős integrálokra vonatkozó ismeretes tételek alapján írhatjuk:

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} P_n(\cos \gamma) \psi(\cos \theta') \sin \theta' d\theta' d\varphi' &= \\ &= \frac{2n+1}{4\pi} \int_0^{\pi} \psi(\cos \theta') \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} P_n(\cos \gamma) d\varphi'. \end{aligned}$$

Ámde

$$\int_0^{2\pi} P_n(\cos \gamma) d\varphi' = 2\pi P_n(\cos \theta) P_n(\cos \theta'),$$

tehát az $f(\theta, \varphi) \equiv \psi(\cos \theta)$ esetben a LAPLACE-féle sor alakja

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \left(\int_0^{\pi} P_n(\cos \theta') \psi(\cos \theta') \sin \theta' d\theta' \right) \cdot P_n(\cos \theta).$$

Ezt a speciális LAPLACE-féle sort, mely a tetszőleges $\psi(\cos \theta)$ függvényhez tartozik és a mely egy, a LEGENDRE-féle $P_n(\cos \theta)$ függvények szerint haladó, állandó együtthatókkal bíró sor, LEGENDRE-féle sornak fogom nevezni. Czélszerű ugyanis ezen

«egy-változós LAPLACE-féle sor» számára külön elnevezést bevezetni.

Ha a

$$\cos \theta - x$$

helyettesítéssel a θ változóról áttérek az x változóra és ezáltal a

$$(0, \pi)$$

intervallumról a

$$(-1, +1)$$

intervallumra, akkor a tetszőleges $\phi(x)$ függvényhez tartozó LEGENDRE-féle sor következő alakját nyerjük:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n P_n(x),$$

hol

$$c_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} \phi(x) P_n(x) dx.$$

E LEGENDRE-féle sorra, mint speciális LAPLACE-féle sorra, természetesen érvényesek mindazon tételek, melyeket előbb az általános LAPLACE-féle sor másodrendű arithmetikai középértékeire nézve kimondottam.

Az így nyert tételek egyike egy figyelemre méltó bizonyítását adja az előbb már említett WEIERSTRASS-féle tételnek.

Legyen $\phi(x)$ egy tetszőleges, a -1 -től $+1$ -ig terjedő intervallumban mindenütt *folytonos* függvény. A folytonosság még a határon se szűnjék meg, más szóval az $f(-1+0)$ és $f(1-0)$ határértékek létezzenek. De *nem* tételezem fel, hogy ezen határértékek egymással egyenlők legyenek.

Czélom egy olyan

$$\phi_0(x), \phi_1(x), \dots, \phi_n(x), \dots$$

polynomsorozatot előállítani, mely a $(-1, +1)$ intervallumban, a határhelyek beleértésével, egyenletesen konvergál $\phi(x)$ -hez mint határfüggvényhez.

A feladat megoldására nézve elég természetes kiindulási pont először is azt az n -edfokú racionális egész függvényt, $\phi_n(x)$ -et meghatározni, melyre nézve a

$$\int_{-1}^{+1} (\psi(x) - \phi_n(x))^2 dx$$

minimum. Ismeretes, hogy egy és csak egy ilyen n -edfokú polynom létezik, melyre nézve a fenti integrál az ő abszolút minimumát fölveszi és ez a $\psi(x)$ függvénynek LEGENDRE-féle polynomok szerinti sorfejtésének az «eleje» által adódik. Pontosan

$$\phi_n(x) = c_0 + c_1 P_1(x) + \dots + c_n P_n(x),$$

a hol

$$c_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^{+1} \psi(x) P_k(x) dx.$$

$k=0, 1, 2, \dots, n$

Most már tekintsük az ilyen módon teljesen meghatározott

$$\phi_0(x), \phi_1(x), \dots, \phi_n(x), \dots$$

polynomsorozatot.

Ezekre nézve a

$$\int_{-1}^{+1} (\psi(x) - \phi_n(x))^2 dx$$

integrál értékével mért «eltérés» az n index növekedésével minden határon túl kisebbedik. Ebből azonban nyilvánvalóan nem következik, hogy $\lim. \phi_n(x) = \psi(x)$ és hogy továbbá a $(-1, +1)$ intervallumban a konvergencia egyenletes. Ez a legnagyobb valószínűség szerint nincs is így egész általánosságban. [Sajnos, nem rendelkezünk még olyan $\psi(x)$ mindenütt folytonos függvény példájával, melyhez tartozó LEGENDRE-féle sor divergens volna. A DU BOIS-REYMOND, LEBESGUE-féle vizsgálatoknak megvan itt az analogonja a LEGENDRE-féle sor elméletében. Ezen analog vizsgálatok még nincsenek megejtve.]

Előbbi vizsgálataim szerint azonban, ha a

$$\phi_0(x), \phi_1(x), \dots, \phi_n(x), \dots$$

sorozatról áttérek a

$$\phi'_0(x), \phi'_1(x), \dots, \phi'_n(x), \dots$$

sorozatra, hol

$$\psi'_n(x) = \frac{\psi'_0(x) + \psi'_1(x) + \dots + \psi'_n(x)}{n+1},$$

és erről a

$$\psi''_0(x), \psi''_1(x), \dots, \psi''_n(x), \dots$$

sorozatra, hol

$$\psi''_n(x) = \frac{\psi''_0(x) + \psi''_1(x) + \dots + \psi''_n(x)}{n+1},$$

akkor ez utóbbival egy olyan polynomsorozathoz jutok, mely a $(-1, +1)$ intervallumban (a határhelyek beleértésével) egyenletesen konvergál $\psi(x)$ -hez mint határfüggvényhez. Itt $\psi''_n(x)$ egy n -edfokú racionális egész függvény, mely a $\psi(x)$ függvény n -edik LEGENDRE-féle részletösszegéből egyszerű, úgyszólván szemléletes módon származtatható. De áll e függvényt sorozatra nézve az is, hogy

$$m \leq \psi''_n(x) \leq M, \\ n=0, 1, 2, \dots, \infty, \quad -1 \leq x \leq 1,$$

hol M, m a $\psi(x)$ függvény maximuma, illetőleg minimuma a $(-1, +1)$ intervallumban.

Tudtommal ez az első *polynom*-sorozat, melyet eddig fölállítottak és a mely a postulált közelítő tulajdonságon kívül még az utóbbi egyenlőtlenségnek is eleget tesz.

A WEIERSTRASS-féle tétel legtöbb bizonyítása olyan, hogy előbb egy analitikai függvény existenciáját mutatja ki, mely a kívánt közelítő tulajdonsággal bír és ebből azután hatványsorfejtéssel nyeri a keresett közelítő polynomot. Én *direkte* egy racionális egész függvény existenciáját mutatom ki és teljesen határozott eljárást adok meg e polynom megalkotására. [LANDAU legutóbb a «Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo»-ban (1908) közölt egy bizonyítást a WEIERSTRASS-féle tételre. LANDAU is *direkte* racionális egész függvényeket talál.] *

Bizonyításom fölcsonyít abban látom, hogy a folytonos $\psi(x)$ függvény LEGENDRE-féle sorából vezetem le, egyszerűen és szemléletesen, a kívánt polynomsorozatot.

* V. ö. RIESZ FRIGYES idevágó dolgozatával: Jahresbericht der D. Mathematikervereinigung, 1908. RIESZ itt kimutatja, hogy a LANDAU-féle polynomiok is eleget tesznek a fenti egyenlőtlenségnek.

Röviden végzek azzal az esettel, midőn $\phi(x)$ a $(-1, +1)$ intervallum egy helyén *absolut integrálhatólag végtelenné* válik. Mint már említettem, DARBOUX az ő előbb idézett értekezésében utalt először arra, hogy szemben a FOURIER-féle sorral, a LEGENDRE-féle sor minden x helyen divergálhat még akkor is, ha a $\phi(x)$ függvény a $(-1, +1)$ intervallum valamelyik végpontjában *absolut integrálhatólag* válik végtelenné. Például az

$$\frac{1}{(1-x)^{\frac{3}{2}}}$$

egyszerű gyökfüggvény LEGENDRE-féle sora divergens. [DARBOUX: l. c. 8. oldal.]

Előbbi vizsgálataim azonban azt mutatják, hogy a másodrendű arithmetikai közepeket képezve, a LEGENDRE-féle divergens részletösszegekből ebben az esetben is konvergens polynomsorozathoz jutunk.

A FOURIER-féle sornál az elsőrendű arithmetikai középértékek konvergensek, ha a szóban forgó függvény bizonyos, igen általános föltevéseknek tesz eleget. Azonkívül e közepek, még egyszerű, reguláris függvények esetében is, bizonyos tulajdonságokkal vannak kitüntetve. Ezen eredményeket több kérdés megoldására alkalmaztam. Ezek a kérdések részint a konvergens FOURIER-féle sorok elméletére, részint néhány linearis parciális differenciálegyenlet «Randwert» problémájára és egyéb tárgyakra vonatkoznak. *Mindenek között egy analog kérdés felel meg a LAPLACE-féle, illetőleg LEGENDRE-féle sorfejtésre nézve. E kérdések mind megoldhatók e dolgozatban foglalt eredmények segítségével.* Ezt itt csak megemlítem és talán más alkalommal fogom közölni a részleteket. *Egy alkalmazást, t. i. a WEIERSTRASS-féle tételre vonatkozót, az előbbieken részletesen tárgyaltam. A FOURIER- és LAPLACE-féle sorokhoz tartozó első-, illetőleg másodrendű arithmetikai középértékeknek egy új alkalmazását e dolgozat második részében fogom tárgyalni.*

Nem is terjeszkedtem ki e dolgozatomban az *elsőfajú diszkontinuitás* esetére, bár ennek vizsgálata semmi nehézséggel sem jár. A FOURIER-féle sorok elméletében jártas olvasó maga

fogja könnyen összeállítani az idevágó bizonyításokat, melyekhez szükséges elemek mind e dolgozatban foglaltatnak.

Mielőtt e fejezetet berekeszteném, még néhány kérdést akarok szabatosan megfogalmazni, mely kérdések mind önkénytelenül támadnak a LAPLACE-féle sor $s_n''(\theta, \varphi)$ középértékeire föllállított tételnek a nyomában. E kérdések a következők.

1. Létezik-e olyan $f(\theta, \varphi)$ függvény, mely a gömbön mindenütt véges és *folytonos* és melyhez tartozó LAPLACE-féle sornak *zérusrendű* arithmetikai középértékei (azaz közönséges részlet-összegei):

$$s_0(\theta, \varphi), s_1(\theta, \varphi), \dots, s_n(\theta, \varphi), \dots$$

egy *divergens* sorozatot alkotnak bizonyos (θ, φ) gömbi pontokban?

2. Létezik-e olyan $f(\theta, \varphi)$ függvény, mely a gömbön mindenütt véges és *folytonos* és melyhez tartozó LAPLACE-féle sornak *elsőrendű* arithmetikai középértékei:

$$s'_0(\theta, \varphi), s'_1(\theta, \varphi), \dots, s'_n(\theta, \varphi), \dots$$

egy *divergens* sorozatot alkotnak bizonyos (θ, φ) gömbi pontokban? Egyáltalában: állapíttassék meg a LAPLACE-féle sorra nézve az elsőrendű arithmetikai középértékek elmélete.

3. Létezik-e olyan, a gömbön mindenütt analitikai $f(\theta, \varphi)$ függvény, a mely azonban a gömbnek egy (θ_0, φ_0) pontjában integrálhatólag *végtelessé* válik és melyre nézve az $s'_n(\theta, \varphi)$ sorozat *divergens*? Továbbá: lehet-e ilyen $f(\theta, \varphi)$ -re nézve az $s''_n(\theta, \varphi)$ sorozat is *divergens*, ha (θ, φ) mindig a gömbnek egy tetszőleges, a (θ_0, φ_0) -tól különböző pontját jelenti.

E kérdések megoldása, vagyis alkalmas példák föllállítása nem lehet könnyű. Azt hiszem, hogy e kérdések némelyikének megoldása végett czélszerű lesz az $f(\theta, \varphi)$ függvényt kezdettől fogva úgy specializálni, hogy az a φ -től függetlennek vétetik fel. Röviden: czélszerű lesz a kívánt tulajdonságú LEGENDRE-féle sorok után kutatni.

Hogy miképen lehet bizonyos *specziális* függvények LEGENDRE-féle sorának koëfficienseit kiszámítani, illetőleg szempontunkból diskutálni, erre nézve DIRICHLET következő értekezésére utalok: «Über einen neuen Ausdruck zur Bestimmung

der Dichtigkeit einer unendlich dünnen Kugelschale, wenn der Werth des Potentials derselben in jedem Punkte ihrer Oberfläche gegeben ist.» [Abhandlungen der k. Pr. Akad. d. W., 1850; vagy G. Lejeune Dirichlet's Werke, Bd. 2, p. 69—88. L. különösen a 4. és 5. pontot.]

MÁSODIK RÉSZ.

Az elmélet egy újabb alkalmazása.

Dolgozatom e második részében, mint már említettem, a FOURIER- és LAPLACE-féle sorok elsőrendű, illetőleg másodrendű arithmetikai középértékeinek egy alkalmazását fogom bemutatni.

Először a FOURIER-féle sor elsőrendű arithmetikai középértékeit fogom felhasználni egy, a komplex változó függvénytanához tartozó kérdés megoldására.

E második részben közölt igénytelen megjegyzésekre engem az ú. n. PICARD-féle tételre vonatkozó újabb vizsgálatok tanulmányozása vezetett. Főkép LANDAU,* CARATHEODORY, továbbá HADAMARD és BOREL idevágó dolgozataikat idézem e helyen.

A tárgyalást egészen elemi megfontolásokkal kezdem.

Jelöljön $f(x)$ egy a $(0, 2\pi)$ intervallumban véges és integrálható függvényt.

Mindjárt megjegyzem, hogy a következőkben $f(x)$ egy minden valós x -re nézve reguláris, 2π szerint periodikus analitikai függvényt fog jelenteni, úgy hogy az olvasó kezdettől fogva ilyen függvényeket tarthat szeme előtt.

Legyen most már az ismeretlen $f(x)$ függvényre nézve az egyetlen adatunk annak a $(0, 2\pi)$ intervallumra vonatkozó integrál középértéke; vagyis legyen adva az a_0 valós érték, melyre nézve

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) d\alpha.$$

Jelöljük M -mel az $f(x)$ függvénynek a $(0, 2\pi)$ intervallumra

* LANDAU: «Über den Picard'schen Satz», Vierteljahrsschrift d. N. G. in Zürich, 1906.

vonatkozó WEIERSTRASS-féle *felső* határát és *m*-mel annak *alsó* határát. *Érre a két értékre fogjuk figyelmeinket a következőkben irányítani.*

Ha $f(x)$ -re nézve az a_0 érték adva van, akkor M és m már nem lehetnek tetszőleges valós értékek. Nevezetesen, mint ismeretes,

$$m \leq a_0 \leq M. \quad (1)$$

Szóval a függvény felső határa nem lehet kisebb a_0 -nál, az alsó határa pedig nem lehet nagyobb a_0 -nál. Ezen a_0 érték egyszersmint a «pontos» alsó határ az M számára, a mi alatt azt értjük, hogy van olyan $f(x)$ függvény, melyre nézve

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a) da = a_0,$$

és melynek felső határa M tetszőleges keveset különbözik az a_0 -tól. [Sőt jelen esetben egyenlő is lehet vele.] Ugyanilyen értelemben az a_0 pontos felső határa az $f(x)$ függvény m alsó határának.

Tegyük fel most már, hogy $f(x)$ számára adva van a_0 , a_1 , b_1 , hol

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a) da,$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(a) \cos a da,$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(a) \sin a da,$$

és kérdezzük ismét, hogy minő egyenlőtlenségek következnek M -re és m -re az a_0 , a_1 , b_1 «FOURIER-féle állandók» (HURWITZ elnevezése) ismerete alapján.

Az adott a_0 , a_1 , b_1 állandókkal tüstént képezhetjük az ismeretlen $f(x)$ függvény

$$s_1(x) = a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x$$

FOURIER-féle részletösszegét. Ennek a $(0, 2\pi)$ intervallumban van maximuma és minimuma.

A maximum

$$a_0 + \sqrt{a_1^2 + b_1^2},$$

a minimum

$$a_0 - \sqrt{a_1^2 + b_1^2}.$$

De sajnos, a FOURIER-féle $s_1(x)$ részletösszeg maximuma, illetőleg minimuma és az $f(x)$ függvény maximuma és minimuma között nem léteznek általánosan érvényes egyenlőtlenségek és így a fenti értékeket nem tudjuk célunkra felhasználni.

Másképen állanak a viszonyok a FOURIER-féle sor elsőrendű arithmetikai középértékeinél. Ezekre nézve kimutattam — ezt már dolgozatom első részében is idéztem — hogy

$$\begin{aligned} m &\leq s'_n(x) \leq M, \\ n &= 0, 1, 2, \dots, \infty, \\ 0 &\leq x \leq 2\pi, \end{aligned}$$

hol

$$s'_n(x) = \frac{s_0(x) + s_1(x) + \dots + s_n(x)}{n+1}.$$

Ha tehát M_n , illetőleg m_n -nel jelöljük az $s'_n(x)$ arithmetikai középértéknek a $(0, 2\pi)$ intervallumra vonatkozó maximumát, illetőleg minimumát, akkor

$$m \leq m_n \leq M_n \leq M.$$

$n=0, 1, 2, \dots, \infty$

Ezt $n=1$ -re alkalmazva:

$$s'_1(x) = \frac{2a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x}{2} = a_0 + \frac{a_1}{2} \cos x + \frac{b_1}{2} \sin x.$$

Tehát

$$\begin{aligned} M_1 &= a_0 + \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{2}, \\ m_1 &= a_0 - \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{2}, \end{aligned}$$

és így a keresett egyenlőtlenségek

$$m \leq a_0 - \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{2} \leq a_0 + \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{2} \leq M. \quad (2)$$

Ezen ismeretes egyenlőtlenségek már jobb alsó, illetőleg felső határt szabnak a M , illetőleg m számára, mint az (1) alatti egyenlőtlenségek, feltéve, hogy nem áll: $a_1 = b_1 = 0$.

Megjegyzem, hogy a (2) által a M , illetőleg m számára adott alsó, illetőleg felső határok megint pontosak, a pontos szónak előbb definiált értelmében. Ezt CARATHEODORY ÉS LANDAU mutatták ki.

Eljárásom azonban általánosítható tetszőleges n -re. Legyenek adva $f(x)$ -re nézve az

$$\begin{aligned} & a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \\ & b_1, b_2, \dots, b_n, \end{aligned}$$

FOURIER-féle állandók. Akkor — mint előbb — M_n , illetőleg m_n -nel jelölve az

$$s'_n(x) = \frac{(n+1)a_0 + n(a_1 \cos x + b_1 \sin x) + \dots + (a_n \cos nx + b_n \sin nx)}{n+1}$$

trigonometrikus polynom maximumát, illetőleg minimumát a $(0, 2\pi)$ intervallumban, érvényes a következő egyenlőtlenség:

$$m \leq m_n \leq M_n \leq M.$$

Sajnos, ezen egyenlőtlenségek, mint meggyőződtem róla, általában nem «pontos»-ak, ha $n \geq 2$. Nagyon nehéznek tartom a következő, új és érdekes probléma megoldását:

Adva vannak egy $f(x)$ függvényre nézve az

$$\begin{aligned} & a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \\ & b_1, b_2, \dots, b_n. \end{aligned}$$

FOURIER-féle állandók. Határozzunk meg ezek segítségével (vagy csak interpretáljuk őket egyszerűen) két számot M_n és μ_n -t úgy, hogy egész általánosan

$$m \leq \mu_n \leq M_n \leq M$$

legyen; de legyenek ezen M_n , μ_n számok olyanok, hogy lehessen találni egy olyan $f(x)$ függvényt, melynek első $(2n+1)$ FOURIER-féle állandói a fenti adott a , b számok és melynek felső határa a $(0, 2\pi)$ intervallumban $M_n + \varepsilon$ (vagy melynek alsó határa $\mu_n - \varepsilon$), bármilyen kicsiny pozitív szám is az ε .

De ha az $s'_n(x)$ maximuma és minimuma, t. i. M_n és m_n , nem is pontos értékek a kívánt határok számára, mégis,

mint egyszerűen jellemzett értékek bizonyos érdekekkel és haszonnal bírnak. Erről a következő sorok fognak bennünket meggyőzni.

Ezeknek előrebocsátása után tekintsünk egy

$$f(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n + \dots$$

hatványsort, mely egy bizonyos, zérustól különböző sugarú körben konvergens.

Legyen

$$\begin{aligned} z &= r e^{i\theta}, \\ f(z) &= u(r, \theta) + i v(r, \theta), \\ c_n &= \alpha_n + i \beta_n. \end{aligned}$$

A LANDAU-féle vizsgálatoknál, melyek a PICARD-féle tételre és ennek általánosítására vonatkoznak, a következő kérdés megoldása bír fontossággal:

Adva lévén $f(z)$ re nézve a

$$c_0, c_1, \dots, c_n$$

első $(n+1)$ «TAYLOR-féle állandó», határozzunk meg ezen adatok segítségével egy olyan ρ sugarú (és zérus középpontú) kört, melynek belsejében az $f(z)$ képzetes komponense $v(r, \theta)$ (vagy annak valós része $u(r, \theta)$) nem negatív, de úgy, hogy minden $\rho + \varepsilon$ sugarú kör belsejében szükségképen fölvesz negatív értékeket, bármilyen kicsiny pozitív szám is az ε . Természetesen föltételezzük azt, hogy az adott c_0 képzetes komponense, t. i. a β_0 pozitív, mert máskülönben az a trivialis eset áll előttünk, midőn $v(r, \varphi)$ már a $z=0$ tetszőleges kicsiny környezetében vesz fel negatív értékeket. [Ha β_0 negatív, akkor ez evidens. Ha $\beta_0=0$, akkor abból a tételből következik, mely szerint egy harmonikus függvény, mely egy helyen eltűnik, e hely tetszőleges kicsiny környezetében fölvesz pozitív és negatív értékeket, föltéve, hogy a harmonikus függvény a szóban forgó eltűnési helyen reguláris.]

E feladat «pontos» megoldására az előzők alapján nem vállalkozhatunk. De igenis megadhatunk egy olyan R sugarú kört, hogy az $R + \varepsilon$ sugarú kör belsejében a $v(r, \theta)$ biztosan negatívvá válik, bármilyen kicsiny pozitív szám is az ε . [Itt

hallgatagon föltételezzük, hogy $v(r, \theta)$ az $R + \varepsilon$ sugarú kör bel-sejében mindenütt reguláris.]

Ugyanis

$$v(r, \theta) = \beta_0 + \beta_1 r \cos \theta + a_1 r \sin \theta + \dots + \\ + \beta_n r^n \cos n\theta + a_n r^n \sin n\theta + \dots$$

Legyen

$$s'_n(r, \theta) = \\ = \frac{(n+1)\beta_0 + n(\beta_1 r \cos \theta + a_1 r \sin \theta) + \dots + \beta_n r^n \cos n\theta + a_n r^n \sin n\theta}{n+1}$$

akkor $m(r)$ -rel jelölve a $v(r, \theta)$ minimumát az r -sugarú körön és $m_n(r)$ -rel jelölve az $s'_n(r, \theta)$ minimumát ugyanazon körön, áll, hogy

$$m(r) \leq m_n(r).$$

Ha tehát sikerül egy olyan R sugarú kört találni, melyen $s'_n(r, \theta)$ és ergo $m_n(r)$ is negatív, akkor ugyanezen körön $v(r, \theta)$ is negatív. *Ezzel feladatunk egy első megoldását nyertük.*

Legyen például $n=1$. Akkor

$$s'_1(r, \theta) = \beta_0 + \frac{\beta_1 \cos \theta + a_1 \sin \theta}{2} r,$$

tehát

$$m_1(r) = \beta_0 - \frac{\sqrt{a_1^2 + \beta_1^2}}{2} r,$$

és így

$$R = \frac{2\beta_0}{\sqrt{a_1^2 + \beta_1^2}} = \frac{2I(c_0)}{|c_1|}, \quad (3)$$

hol $I(c_0)$ jelenti a c_0 imaginarius koordinátáját és $|c_1|$ a c_1 absolut értékét. Ezen R érték, mint CARATHEODORY és LANDAU kimutatták, egyszersmint a pontos ρ radius értékét is képviseli.

Most a tárgyalt, R meghatározására szolgáló eljárásból egy másikat vezetek le, mely az előbbinél egyszerűbb.

Az előbb jellemzett R érték nem más, mint az $s'_n(r, \theta)$ harmonikus függvény azon zérushelyének a 0 kezdőponttól való távolsága, mely e kezdőponthoz legközelebb van. [Az $s'_n(r, \theta)$ harmonikus függvény zérushelyei természetesen vonalakat képeznek az (r, θ) polárkoordináták síkjában.]

Gondoljuk meg, hogy $s'_n(r, \theta)$ nem más, mint az

$$s'_n(z) = \frac{(n+1)c_0 + nc_1z + \dots + c_nz^n}{n+1}$$

polynom képzetes komponense. Tekintsük most már a z komplex változónak ezen polynomját. Ez a

$$c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots + c_nz^n + \dots$$

hatványnak n indexsel bíró elsőrendű arithmetikai középértéke. Jelölje R ezen polynom legkisebb gyökének abszolút értékét. [Valamely polynom legkisebb gyöke alatt azon gyököt értjük, melynek abszolút értéke nem nagyobb a többi gyöknek abszolút értékénél.] Akkor az R sugarú körön $s'_n(z)$ eltűnik. Tehát eltűnik képzetes komponense is, sőt, mint harmonikus függvény, negatív értékeket is vesz fel ezen zérushely tetszőleges kicsiny környezetében. Áll tehát a következő tétel:

A

$$c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots + c_nz^n + \dots$$

tetszőleges hatványsornak úgy valós, mint képzetes komponense szükségképen fölvesz úgy pozitív, mint negatív értékeket az

$$R + \varepsilon$$

sugarú kör belsejében, hol R az

$$(n+1)c_0 + nc_1z + \dots + c_nz^n = 0$$

algebrai egyenlet legkisebb gyökének abszolút értékét jelenti, feltéve, hogy a hatványsor az $R + \varepsilon$ sugarú kör belsejében konvergens. Itt n jelent egy tetszőleges egész számot és ε egy tetszőleges kicsiny pozitív számot.

Érdekes kiemelni, hogy az előbbieket szerint bizonyos kérdések eldöntésére a hatványsornak közönséges részletösszegei

$$c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots + c_nz^n$$

nem alkalmasak, míg az

$$\frac{(n+1)c_0 + nc_1z + \dots + c_nz^n}{n+1}$$

arithmetikai középértékek *alkalmasak*. Itt az arithmetikai középértékek nem általánosabb konvergencia tulajdonságuknál fogva bírnak haszonnal (hiszen a hatványsor összetartási körének belsejében összes differenciálhányadosaival együtt konvergencia és így ebben a tekintetben fölösleges volna áttérni az elsőrendű arithmetikai középértékekre), hanem más tulajdonságuknál fogva.

Lássunk egy egészen elemi példát:

$$f(z) = e^z = e^{x+yi},$$

és legyen

$$n = 1.$$

Jelen esetben

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2} + \dots = e^x \cos y + ie^x \sin y.$$

Az e^z valós komponense $z=0$ -nál egyenlő 1-gyel és nem negatív értékű a zérus középpontú és $\frac{\pi}{2}$ sugarú körben. De a $\frac{\pi}{2} + \varepsilon$ sugarú körben már fölvesz negatív értékeket.

Erről a körülményről az $n=1$ -nek megfelelő közönséges részletösszeg

$$s_1(z) = 1 + z$$

nem ad számot, mert ennek zérushelye -1 és így e részletösszeg már negatívvá válik minden $1 + \varepsilon$ sugarú körben, hol ε tetszőlegesen kicsiny pozitív szám, tehát oly körökben is, melyekben az e^z valós komponense még pozitív.

Ellenben:

$$s'_1(z) = \frac{2+z}{2},$$

melynek legkisebb gyöke (jelen esetben egyetlen gyöke) -2 . A $2 + \varepsilon$ sugarú kör belsejében pedig az e^z valós része, mint láttuk, tényleg fölvesz negatív értékeket.

★

Alkalmazzuk most már a fenti tételt a PICARD-LANDAU-féle problémára.

Legyen

$$y(z) = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n + \dots \quad (4)$$

• egy hatványsor, melyre nézve az

$$a_0, a_1, \dots, a_n$$

első $(n+1)$ együttható adva van. Legyen $a_0 \neq 0, 1$ és az a_1, a_2, \dots, a_n számok között legyen legalább az egyik zérustól különböző. A feladat ezen adatok segítségével egy olyan R radiust meghatározni, hogy az $R+\varepsilon$ sugarú és 0 középpontú körben az $y(z)$ függvény a 0 és 1 értékek egyikét szükségképpen fölvegye, feltéve, hogy az $y(z)$ hatványsor e kör belsejében összetartó.

Legyen e végből, LANDAU jelöléseit követve, $\nu(y)$ az elliptikus függvények elméletéből jól ismert speciális, végtelen sok értékű, transcendens függvény, melynek singuláris helyei $0, 1, \infty$ és melynek képzetes komponense minden $0, 1, \infty$ -tól különböző y értékre nézve pozitív. Jelöljük ugyancsak $\nu(y)$ -nal e függvénynek valamely határozott (de egyébként tetszőleges) ágát; ez, tekintve, hogy $a_0 \neq 0, 1$, mindenesetre holomorph az a_0 helyen. Tekintsük most PICARD szerint a

$$\nu(y(z)) \equiv \nu(a_0 + a_1 z + \dots)$$

függvényt. Ez a függvény a $z=0$ helyen holomorph és z hatványai szerint haladó sora:

$$\begin{aligned} \nu(a_0) + \nu'(a_0) a_1 z + \left(\nu'(a_0) a_2 + \frac{\nu''(a_0)}{2} a_1^2 \right) z^2 + \dots + \\ + (\nu'(a_0) a_n + \dots) z^n + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Legyen R az

$$\begin{aligned} (n+1)\nu(a_0) + n\nu'(a_0) a_1 z + (n-1) \left(\nu'(a_0) a_2 + \frac{\nu''(a_0)}{2} a_1^2 \right) z^2 + \dots + \\ + (\nu'(a_0) a_n + \dots) z^n = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

egészen határozott algebrai egyenlet legkisebb gyökének abszolút értéke. Akkor R a keresett radius, vagyis az $R+\varepsilon$ sugarú kör belsejében a (4) alatti hatványsor a 0 és 1 értékek egyikét mindenesetre fölveszi, ha ugyanazon kör belsejében konvergens.

Ha ugyanis nem venné fel ezen értékek egyikét sem, akkor az (5) alatti sor ugyanazon $R + \varepsilon$ sugarú kör belsejében konvergens volna és így képzetes komponense szükségképen fölvenne negatív értékeket e kör belsejében. Ez a $\nu(y)$ alap tulajdonságánál fogva lehetetlen.

Legyen például $n=1$.

Ekkor a (4) alatti hatványsorra nézve adva van a_0, a_1 , hol $a_0 \neq 0, 1$ és $a_1 \neq 0$.

A (6) alatti egyenlet $n=1$ -re

$$2\nu(a_0) + \nu'(a_0) a_1 z = 0.$$

Tehát

$$R = \frac{2|\nu(a_0)|}{\nu'(a_0)| |a_1|}. \quad (7)$$

Ha az $n=1$ esetre levezetett (3) alatti formulát alkalmazzuk a (4) alatti sorra, akkor nyerjük

$$R = \frac{2I(\nu(a_0))}{\nu'(a_0)| |a_1|}. \quad (8)$$

Ez utóbbi a CARATHEODORY-féle «pontos» érték az R számára. Látjuk, hogy a (6) alatti algebrai egyenletünk legkisebb gyökének abszolút értéke általában nagyobb értéket szolgáltat az R számára, mint a CARATHEODORY-féle R . Valóban a $\nu(a_0)$ komplex szám abszolút értéke $|\nu(a_0)|$ általában nagyobb mint $I(\nu(a_0))$ (ez pozitív a jelen esetben!) képzetes komponense. *De a (6) alatti egyenletemnek előnye az, hogy tetszőleges n -re alkalmazható.*

Legyen például

$$a_1 = a_2 = \dots = a_{n-1} = 0, \\ a_0 \neq 0, 1, \quad a_n \neq 0.$$

Akkor a (6) egyenlet

$$(n+1)\nu(a_0) + \nu'(a_0) a_n z^n = 0,$$

és így

$$R = \sqrt[n]{\frac{(n+1)|\nu(a_0)|}{\nu'(a_0)| |a_n|}},$$

a mi elég jól használható és egyszerű alak az R számára.

Vége fölirom a (6) alatti algebrai egyenletet $n=2$ -re.

$$3 \cdot \nu(a_0) + 2 \cdot \nu'(a_0) a_1 z + \left(\nu''(a_0) a_2 + \frac{\nu''(a_0)}{2} a_1^2 \right) z^2 = 0. \quad (9)$$

Tegyük fel, hogy az

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots$$

hatványsorra nézve adva van

$$a_0 \quad \text{és} \quad a_2,$$

hol $a_0 \neq 0, 1$ és $a_2 \neq 0$, míg

$$a_1, a_3, a_4, a_5 \dots a_n, \dots$$

letszölegesek. Akkor létezik egy kör, melynek sugara pusztán a_0 és a_2 -től függ és melyben a $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ hatványsor, ha abban összetartó, fölveszi a 0 és 1 értékek egyikét.

E tételt LANDAU egy SCHOTTKY-féle tételből vezeti le.

A következőkben ezt az érdekes tételt a (9) alatti négyzetes egyenlet kisebb abszolút értékű gyöke segítségével bizonyítom be.

A föltevés szerint

$$a_0 \neq 0, 1.$$

Tehát

$$\nu(a_0) \neq 0, \quad \nu'(a_0) \neq 0,$$

a mely egyenlőtlenségekhez még a föltett $a_2 \neq 0$ járul.

E szerint a (9) alatti négyzetes egyenlet alakja

$$a + b a_1 z + (c + d a_1^2) z^2 = 0,$$

hol a, b, c, d adott állandók és

$$a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0.$$

Ha a határozatlan a_1 helyett u -t írunk, nyerjük

$$a + b u z + (c + d u^2) z^2 = 0. \quad (10)$$

A SCHOTTKY-LANDAU-féle tétel bebizonyítása végett elegendő kimutatnunk, hogy a (10) alatti algebrai egyenletnek kisebb abszolút értékű gyöke egy bizonyos véges felső határ alatt marad

abszolút értékre nézve, a midőn az u minden lehető komplex értéket fölvesz.

Térjünk át a reciprok egyenletre:

$$az^2 + buz + (c + du^2) = 0. \quad (11)$$

Erre nézve most azt kell kimutatnunk, hogy az

$$a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad c \neq 0$$

föltétel mellett annak nagyobb abszolút értékű gyöke egy bizonyos (pozitív) alsó határ fölött marad abszolút értékére nézve.

Ha $u=0$, akkor a (11) alatti egyenlet

$$az^2 + c = 0$$

és a két gyöknek abszolút értéke

$$\sqrt{\frac{|c|}{|a|}},$$

mely a föltevés szerint egy véges, pozitív szám.

E szerint, a gyökök folytonosságánál fogva, találhatunk egy pozitív λ számot (melynek értéke természetesen a, b, c, d -től függ), úgy hogy valahányszor $|u| \leq \lambda$, a (11) alatti egyenletnek akár mind a két gyöke abszolút értékre nézve nagyobb mint

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{|c|}{|a|}}.$$

Legyen most $|u| > \lambda$. Legyen z_1 és z_2 a (11) alatti egyenlet két gyöke.

Mínt hogy

$$z_1 + z_2 = -\frac{bu}{a},$$

tehát

$$|z_1| + |z_2| \geq \frac{|b| |u|}{|a|} > \frac{|b| \cdot \lambda}{|a|}.$$

Ha tehát z_1 jelöli a (11) alatti egyenlet azon gyökét, mely abszolút értékre nézve nem kisebb a másiknál, akkor

$$2|z_1| > \lambda \frac{|b|}{|a|},$$

és

$$|z_1| > \frac{\lambda \cdot |b|}{2|a|}.$$

E szerint bármilyen értéke is van az u komplex számnak, a (11) alatti egyenletnek mindenesetre van egy gyöke a ρ sugarú körön kívül, hol ρ az

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{|c|}{|a|}} \quad \text{és} \quad \frac{\lambda \cdot |b|}{2|a|}$$

számok közül a nem nagyobb.

Végre mondhatjuk, hogy a (10) alatti egyenletnek mindenesetre van egy gyöke az $\frac{1}{\rho}$ sugarú kör belsejében, bármilyen komplex értéke is van az u -nak.

Ezzel a SCHOTTKY-LANDAU-féle tétel $n=2$ -re nézve ki van mutatva.

*

Az előzőkben az arithmetikai középértékeket a kétváltozós harmonikus függvények elméletére alkalmaztam.

Ugyanezen módszer, a dolgozatom első részében kifejtett eredmények ismerete után, a három változós harmonikus függvény elméletére is alkalmazható.

Ismeretes, hogy egy az egész (x, y) síkban mindenütt reguláris $v(x, y)$ függvény, mely a

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

LAPLACE-féle differenciálegyenletnek tesz eleget, szükségképen fölvesz tetszőleges nagy pozitív és tetszőleges nagy abszolút értékű negatív értéket. [Röviden: fölvesz minden valós értéket.]

A következőkben ki fogom mutatni, hogy egy, az egész x, y, z térben mindenütt reguláris $v(x, y, z)$ függvény, mely a

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0$$

LAPLACE-féle egyenletnek tesz eleget, szintén fölvesz tetszőleges nagy pozitív és tetszőleges nagy abszolút értékű negatív értékeket.

Jellemezzék a (θ, φ) geographiai koordináták az egységnyi sugarú és $(0, 0, 0)$ középpontú gömbfelület pontjait. Jelölje továbbá $V(\theta, \varphi)$ a $v(x, y, z)$ függvény értékét az

$$x = \sin \theta \cos \varphi,$$

$$y = \sin \theta \sin \varphi,$$

$$z = \cos \theta$$

gömbi pontban.

Legyen

$$X_0(\theta, \varphi) + X_1(\theta, \varphi) + \dots + X_n(\theta, \varphi) + \dots$$

a $V(\theta, \varphi)$ függvény LAPLACE-féle sora. Akkor, föltevésem szerint,

$$v(x, y, z) = X_0(\theta, \varphi) + r X_1(\theta, \varphi) + \dots + r^n X_n(\theta, \varphi) + \dots,$$

hol az egyenlet jobb oldalán álló sor minden r, θ, φ érték mellett konvergens.

Ez a jól ismert előállítás a három változós harmonikus függvénynek.

Most már általánosságban lehet, hogy

$$X_1(\theta, \varphi) = X_2(\theta, \varphi) = \dots = X_{n-1}(\theta, \varphi) \equiv 0.$$

Legyen azonban n úgy választva, hogy már

$$X_n(\theta, \varphi) \not\equiv 0.$$

Akkor

$$v(x, y, z) = X_0(\theta, \varphi) + r^n X_n(\theta, \varphi) + \dots, \quad (12)$$

a hol speciális esetben lehet hogy $X_0 \equiv 0$, de mindenesetre, mint fölítettük,

$$X_n(\theta, \varphi) \not\equiv 0.$$

A (12) alatti egyenlet jobb oldalán álló sor elsőrendű arithmetikai középértékei

$$X_0, X_0, \dots, X_0, X_0 + \frac{r^n X_n}{n+1}, \dots$$

Másodrendű arithmetikai középértékei:

$$X_0, X_0, \dots, X_0; \frac{(n+1)X_0 + \frac{r^n X_n}{n+1}}{n+1}, \dots$$

Most már a LAPLACE-féle sor másodrendű arithmetikai középértékeire vonatkozó tétel alapján

$$m(r) \leq X_0(\theta, \varphi) + \frac{X_n(\theta, \varphi)}{(n+1)^2} r^n \leq M(r),$$

hol $M(r)$ jelenti a $v(x, y, z)$ függvény maximumát az r sugarú gömbön és $m(r)$ annak minimumát ugyanazon gömbön, θ, φ tetszőlegesek.

Ezen egyenlőtlenségből már következik tételünk.

Ugyanis egyrészt

$$X_n(\theta, \varphi) \neq 0,$$

másrészt, minthogy $X_n(\theta, \varphi)$ gömbfüggvény,

$$\int \int_{\sigma} X_n(\theta, \varphi) d\sigma = 0,$$

hol az integráció a teljes, egységnyi sugarú gömbfelületre terjesztendő ki. $d\sigma$ jelenti a (θ, φ) ponthoz tartozó felületi elemet.

E szerint $X_n(\theta, \varphi)$ fölvesz pozitív és negatív értékeket. Legyen (θ', φ') olyan pont, a hol X_n pozitív. Akkor, minthogy

$$M(r) \geq X_0(\theta', \varphi') + \frac{X_n(\theta', \varphi')}{(n+1)^2} r^n,$$

következik, hogy $v(x, y, z)$ tetszőleges nagy pozitív értékeket vesz fel.

Legyen (θ'', φ'') pontban az X_n negatív. Akkor az

$$m(r) \leq X_0(\theta'', \varphi'') + \frac{X_n(\theta'', \varphi'')}{(n+1)^2} r^n$$

egyenlőtlenségből következik, hogy $v(x, y, z)$ tetszőleges nagy abszolút értékű negatív értékeket is fölvesz.

Látjuk az előzőkből azt is, hogy a $V(\theta, \varphi)$ függvény LAPLACE-féle sorának első tagjai segítségével explicit lehet

meghatározni egy olyan R sugarat, a melylyel leírt gömb bel-
sejében valahol szükségképen

$$v(x, y, z) > \Omega,$$

vagy

$$v(x, y, z) < -\Omega,$$

hol Ω egy előre megadott tetszőleges nagy pozitív szám.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 április 6.-án tartott üléséből.)

ADATOK NÉMET-KELET-AFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

(Hatodik közlemény.)

DADAY JENŐ 1. tagtól.

Ostracoda Cypridiformia.

Az *Ostracoda Cypridiformia* csoportba ez alkalommal első sorban azokat a kagylós rákokat foglalom össze, a melyeknek második lábpárján az utolsóelőtti iz vagy csupán csenevész fésűt visel, vagy pedig arról a fésű teljesen hiányzik. További feltűnő jellemvonása az e csoportba foglalt kagylós rákoknak még az is, hogy a hepatopankreas-mirigy nem nyomul be a kagyló falazatának matrix-állományába s az állkapcsi lábak kopolytű-függeléke rendszeren elcsenevészedett, két-három sörtéből áll csupán.

Tekintettel arra, hogy a *Cytheridae*-családnak csupán egy faját sikerült tanulmányaim során megfigyelni, ennek ismeretetését az előbb említett csoportéhoz csatolom. Különben éppen így jártam el a *Decapoda*-rendnek egyetlen tőlem megfigyelt képviselőjével, a *Caridina Wyckii* (Hicks) fajjal is.

Gen. *Mesocypris* nov. gen.

A kagylók részarányosak, csaknem teljesen egyformák. A második csáppár evezősörtéinek pamata csenevész, alig nyúlik az utolsóelőtti iz közepéig; az utolsóelőtti két iz egybeolvadt. A felső állkapocs tapogatójának utolsó ize oly hosszú, mint az utolsóelőtti, háromszor hosszabb, mint a milyen vastag. Az

alsó állkapocs tapogatójának distalis ize majdnem olyan széles, mint a milyen hosszú. Az állkapcsi lábak kopolyúlemeze három tollas sörtét visel. Az első lábpár két utolsóelőtti ize egybeolvadt. A két villafüggelék alak és szerkezet tekintetében különbözik, az oldalsörte mindkettőről hiányzik.

Ez az új genus mintegy átmenetet alkot a *Cypris* és *Pseudocypris*-, valamint a *Herpetocypris*-genus között, a meny nyiben a második csáppár csenevész evezősörte-pamatával, az utóbbi első lábpárjának egybeolvadt utolsóelőtti két ízével a két előbbi genusra emlékeztet. A villafüggelékek elütő szerkezete emlékeztet a *Stenocypris*-subgenusra, míg az alsó állkapocs tapogatójának utolsó ize némileg a *Cyprinotus*-subgenust juttatja eszünkbe. Az állkapcsi lábak kopolyúlemezenek szerkezete már lényegesen különbözik a *Cyprinae*-alcsalád genusaitól s inkább a *Candoninae*-alcsalád egyik-másik genusára emlékeztet (*Candonopsis*). Még eddig csupán az alább következő egyetlen fajja ismeretes.

Mesocypris pubescens n. sp.

A kagylók oldalról nézve némileg veseformát mutatnak, egymáshoz kis mértékben hasonlítanak, legnagyobb magasságuk meglehetősen meghaladja hosszúságuknak felét.

A jobb kagyló mellső szegélye sokkal magasabb a hátulsónál, egyenletesen kerekített, legkiállóbb része épen a kagyló középvonalában fekszik, a hát- és hasoldali kagylószegélybe egyformán lejtősödve megy át, sem kutikulapereme, sem likacs-csatornás öve nincs, a belső lemez határán egy újjforma, be- és fölfelé irányuló nyújtvány emelkedik. A hátoldali kagylószegély meglehetősen magasan íves, közepe előtt a legmagasabb, azontúl lejtősödve ereszkedik le a hátulsó kagylószegély felé, a kagyló oldalfala kissé meghaladja a tulajdonképeni szegélyt. A hátulsó kagylószegély hegyesen kerekített, de legkiállóbb része mélyen fekszik a kagyló középvonala alatt s így inkább a hasoldali kagylószegélylyel alkotott zúgnak látszik, sem likaacs-csatornás öve, sem kutikulapereme nincs, de a belső lemez belső szegélyéről egyenesen befelé irányuló, végén ketté ágazó nyújtvány emelkedik.

A hasoldali kagylószegély közepén gyengén bemélyedt, a mélyedés előtt kissé íves, a mögött majdnem egyenes.

A bal kagyló mellső szegélye szintén magasabb a hátulsónál, lefutásában emlékeztet a jobb kagylóra, de kevésbé íves, sem kutikulapereme, sem likacscsatornás öve nincs, belső lemezének belső határától közepén egy ostorforma nyújtvány indul ki. A hátoldali kagylószegély meglehetősen meredeken íves, közepe táján mintegy kipúposodottnak látszik, a mellső szegély felé magasabban, a hátulsó felé alacsonyabban lejtődik, a kagyló oldalfala itt is túlemelkedik a tulajdonképeni szegélyen, de nem annyira, mint a jobb kagylón. A hátulsó kagylószegély ugyanolyan lefutású, mint a jobb kagylóé, belső lemezének belső szegélyéről ferdén föl és befelé irányuló, hegyesen végződő nyújtvány emelkedik. A hasoldali kagylószegély közepén észrevehetően mélyedt, a mélyedés előtt és mögött gyengén íves.

A kagylók fölülről vagy alulról nézve némileg tojásformát mutatnak, melynek mindkét vége egyformán kerekített s egyforma széles, oldalai csak gyengén ívesek, átmérője legnagyobb a közepén s ez hosszának csaknem felét teszi ki.

A kagylók falazata igen finoman szemecskés, egész fölülete tömötten szőrös, a szőrök meglehetősen rövidek, mindenütt egyformák; a színt nem birtam megállapítani.

A második csáppár exopoditjának megfelelő pikkely kicsiny, a róla kiinduló három sörte közül a felső oly hosszú, mint az endopodit első íze, tollas, míg a más kettő rövid, síma. Az endopodit első íze feltűnő erős, átmérője nagyobb a félhosszánál, felső szegélyén három pamatban igen finom sörték emelkednek. Az evezősörték pamata halomszerű kiemelkedésen ül, a sörték közül a fölülről számított 3—4. a többinél hosszabb, megközelíti a következő iz félhosszát, míg a másik három igen rövid. Az utolsóelőtti két iz egybenőtt, az egybenövés vonalában fölül és alul egy-egy erős tollas s egy-egy vékony síma sörte emelkedik, a felső szegély proximális felében három, az alsóéban ellenben egy pamatban finom, meglehetősen hosszú szőrök emelkednek; a distalis felső csúcson két különböző hosszúságú, de az iz $\frac{3}{4}$ -énél nem hosszabb, erős símakarom, egy törforma, a karmok félhosszát meg nem haladó,

síma, erős túskenyűjtvány és pár finom sörte emelkedik. Az utolsó íz distalis végén egy erős, széles, síma, az iznél csaknem kétszerre hosszabb s egy az iznél nem hosszabb, törforma, síma csúcskarom, továbbá egy sajátságos érző és egy kis egyszerű sörte ered.

Az állkapcsi lábak kopolyúfüggelékét tulajdonképen három hosszú, erős, tollas sörte képviseli, a melyek kis halmon ülnek, a tapogató síma, csúcsán a középső sörte hosszabb a más kettőnél.

A villafüggelékek aránylag erősek, szélesek, egymástól különböznek. A jobb villa szélesebb a balnál, kissé kardformán görbült, hátulsó szegélye hullámos, finom, rövid sörték sorával borított, a mely azonban hat pamatra tagolódott, a distalis két pamat végén egy-egy erős, rövid fogképlet, a többi ellenben egy-egy kis tüske ül. A csúcskarom egyenes, törforma, feltűnő rövid, a villafüggelék $\frac{1}{4}$ -énél nem hosszabb, hátulsó szegélyén tömötten és finoman szőrös. A mellékkarom némileg S-formán görbült, igen széles, csaknem oly erős és hosszú, mint a csúcskarom, hátulsó szegélye szintén finoman és tömötten szőrös. A csúcssörte igen rövid, kevéssel hosszabb a csúcskarom $\frac{1}{3}$ -ánál. Oldalsörte nincs. A bal villafüggelék kevéssel keskenyebb a jobbnál, distalis $\frac{2}{3}$ -ában egyenes, hátulsó szegélye finom hosszú szőrökkel borított, csúcs- és mellékkarma, valamint csúcssörtéje is olyan, mint a jobb villafüggeléké, oldalsörtéje szintén nincs, de a mellékkarom alapján van egy kis erős fogacska.

A homlok közepén és felső negyedében félkörforma haránt-sorban igen finom és hosszú szőrök emelkednek.

A kagylók hossza 0.75—0.88 mm; legnagyobb magassága 0.54—0.57 mm; átmérője 0.42—0.5 mm.

Termőhelye: Kilima-Ndjaró (18) s innen pár nőstény példánya állott rendelkezésemre.

Cypridella devexa n. sp.

A kagylók oldalról nézve rövid, magas veseformát mutatnak, egymáshoz alakban hasonlítanak, legnagyobb magasságuk

hosszúságuknak mintegy $\frac{4}{5}$ -ét teszi ki, míg legnagyobb átmérőjük magasságukkal csaknem azonos.

A bal mellső kagylószegély sokkal magasabb a hátulsónál, egyenletesen és meglehetősen tompán kerekített, a hát- és hasoldali szegélybe egyformán lejtősödve megy át, közepe a test középvonalába esik, meglehetősen széles átlátszó kutikulapereme van, mely föl- és lefelé keskenyedik; a likacscsatornás öv jól fejlett s a likacscsatornák egyenesek.

A jobb kagylónak sem elől, sem hátul nincs kutikulapereme és likacscsatornás öve.

A hátoldali kagylószegély közepe előtt szembetűnően kiemelkedett, jóformán kipúposodott, előre íves rövidebb, hátrafelé csaknem egyenes lejtőben ereszkedik lefelé, a hátulsó szegélybe észrevétlenül megy át.

A hátulsó kagylószegély meglehetősen hegyesen kerekített, közepe a test középvonala alatt fekszik, finomabb szerkezete tekintetében egyezik a mellső szegélylyel.

A hasoldali kagylószegély közepe táján mélyedt, a mélyedés előtt és mögött gyengén íves.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók széles tojásformát mutatnak, melynek két oldala szabályosan és meglehetősen erősen íves, mellső csúcsa hegyes, a hátulsó tompán kerekített, legnagyobb átmérője a közepén fekszik.

A kagylók falazata síma, de sok apró sörtével borított, melyek közül a szegélyeken fekvők hosszabbak.

A két villafüggelék egyforma, igen vékony, kardformán gyengén görbült, hátulsó szegélye síma; a csúcskarom csaknem egyenes, síma, a villafüggelék félhosszánál hosszabb; a mellékkarom egyenes, síma, a csúcskarom $\frac{3}{4}$ -énél hosszabb; a csücssörte hiányzik; az oldalsörte a mellékkaromhoz közeledett, ennek felénél hosszabb.

A kagylók hossza 0.78 mm, legnagyobb magassága 0.57 mm, legnagyobb átmérője 0.57 mm.

Termőhelye: Kilima-Ndjaró (17) s innen csupán egy nőstény példány állott rendelkezésemre.

E faj, melyet hátoldali kagylószegélyének lefutása miatt neveztem el, a genus többi fajától kagylóinak alakján és szer-

kezetén kívül legfőképen villafüggelékeinek szerkezetével, nevezetesen pedig a csúcssörte hiányával különbözik.

Cypridella fossulata n. sp.

A kagylók oldaltól nézve általában rövid veseformát mutatnak, alak- és szerkezet tekintetében eltérnek egymástól, legnagyobb magasságuk nem haladja meg hosszúságuknak $\frac{2}{3}$ -át, legnagyobb átmérőjük kevéssel kisebb, mint a legnagyobb magasságuk.

A jobb kagyló mellső és hátulsó szegélye majdnem egyforma magas és egyforma szerkezetű, egyenletesen íves, peremén belül íves sorban kis halmocskák emelkednek, likacscsatornás öv nincs. A kis szegélyhalmocskák elől is, hátul is átterjednek a hasoldali szegélyre is kis területen. A hátoldali kagylószegély közepén meredeken íves, csaknem kipúposodottnak látszik, majdnem egyformán lejtősödve megy át a mellső- és hátulsó szegélybe, úgy látszik, hogy a kagyló oldalfala kissé meghaladja a tulajdonképeni szegélyt. A hasoldali kagylószegély közepén sekélyen és szélesen öblös, az öböl előtt és mögött gyengén íves s ezen részein megvannak a belső kis halmocskák.

A bal kagyló mellső szegélye magasabb a hátulsónál, meglehetősen tompán kerekített, meglehetősen széles kutikulapereme és likacscsatornás öve van, a melyek a hasoldalon végig vonulva átterjednek a hátulsó szegélyre is, de a szegélyhalmocskák egészen hiányoznak; a likacscsatornák valamennyien ágazatlanok. A hátoldali kagylószegély közepe előtt észrevehetően kiemelkedett, csaknem kipúposodottnak mondható, a kiemelkedéstől előre rövidebb, hátra hosszabb lejtőt alkot, a hátulsó és a mellső kagylószegélybe észrevétlenül megy át; a kipúposodott részletnél a kagyló oldalfala kissé meghaladja a tulajdonképeni szegélyt. A hátulsó kagylószegély hegyesebben íves a mellsőnél, finomabb szerkezete ugyanolyan, közepe a kagyló középvonala alatt fekszik. A hasoldali kagylószegély egész hosszában tompán íves, csaknem egyenes, likacscsatornás öve valamivel szélesebb a mellső és hátulsó szegélyénél.

A kagylók fölülről vagy alulról nézve széles csolnakformát

mutatnak, melynek két vége csaknem egyforma hegyes, oldalai tompán és egyenletesen kerekítettek, átmérője a közepén legnagyobb s innen kezdve előre és hátrafelé egyformán keskenyedik. A bal kagyló mindkét csúcson kissé meghaladja a jobbat.

A kagylók falazatában kör- és tojásforma apró mélyedések vannak, a melyek a faj elnevezésére alkalmúl szolgáltak. A kagylók egész fölülete meglehetősen tömötten sörtés; színe sárgásbarna.

A két villafüggelék igen keskeny, de azért jól fejlett. A jobb villafüggelék csaknem egyenes, míg a bal kissé kardformán görbült, vége felé fokozatosan keskenyedik, a hátulsó szegélyen igen rövid, finom, alig észrevehető tüskék emelkednek. A csúcskarom csak kis mértékben ívelt, a villafüggelék fél hosszát meghaladja. A mellékkarom egyenes, a csúcskarom $\frac{2}{3}$ -ánál rövidebb. A csúcssörte mindkét villafüggeléken megvan, de igen rövid, alig teszi ki a csúcskarom hosszának $\frac{1}{7}$ -ét. A melléksörte a mellékkarom közelében ül s ennek fél hosszát kevéssel meghaladja.

A kagylók hossza 0·9—0·95 mm; legnagyobb magassága 0·7 mm; legnagyobb átmérője 0·6—0·65 mm.

Termőhelye: Langenburg (22), Firvano (19) ismeretlen termőhely (25), Kilima-Ndjaró (17); e helyekről számos nőstény állott rendelkezésemre.

E faj a genus eddig ismert fajai közül legközelebb áll a *Cypridella lemurensis* Váv. fajhoz, de eltér ettől kagylóinak alakján kívül legfőképen a kagylók mellső-hátulsó szegélyének szerkezetében; de van különbség a második csáppár s a villafüggelékek szerkezetében is.

Cypretta oxyuris n. sp.

Kagylói oldalról nézve némileg rövid, magas veseformát mutatnak, alak tekintetében egymáshoz hasonlítanak, legnagyobb magasságuk hosszúságuknak csaknem $\frac{4}{5}$ -ét teszi ki.

A mellső kagylószegély mindkét kagylón kevéssel alacsonyabb a hátulsónál, de hegyesebben kerekített és közepe a test középvonala alá húzódott. A jobb kagylószegélynek meglehetősen

széles kutikulapereme van, a melyen belül két likacscsatornás öv fekszik. A külső likacscsatornás öv kevésbé keskenyebb, likacscsatornáit igen vékonyak, tömötten állók, egyenesek; a belső likacscsatornás öv ellenben valamivel szélesebb, benne a likacscsatornák sokkal szélesebbek, de egyenesek. A peremsörték igen finomak. A bal kagyló mellső szegélyén az átlátszó kutikulaperem, valamint a két likacscsatornás öv is keskenyebb a jobbénál.

A hátoldali kagylószegély feltűnő erősen kerekített, legmagasabb a közepén, a mellső szegély felé erőbben lejtősödött, mint a hátsó felé, mindkettőbe észrevétlenül megy át.

A hátsó kagylószegély magasabb a mellsőnél, meglehetősen tompán és egyenletesen íves, közepe a test középvonalába esik, szerkezete hasonlít a mellső szegélyéhez, de kutikulapereme és két likacscsatornás öve sokkal keskenyebb.

A hasoldali kagylószegély közepe táján alig észrevehetően mélyedt, csaknem egyenes, egész hosszában finom likacscsatornás öve van.

Fölről vagy alulról nézve a kagylók széles tojásformát mutatnak. két oldala közepén túl erősen íves s itt átmérője legnagyobb, mellső csúcsa hegyes, míg a hátsó tompán kerekített. A jobb kagyló elől kevésbé hosszabbnak látszik.

A kagylók falazatán kör- és tojásforma apró, átlátszó bemélyedések vannak tömötten elszórtan s így pontozottnak látszik. A kagylók falazatán elszórtan és gyéren apró sörték emelkednek, a melyek a szegélyek közelében hosszabbak és tömöttebbek.

A kagylók hossza 0.73 mm; legnagyobb magassága 0.6 mm; legnagyobb átmérője 0.6 mm; színét nem tudtam megállapítani.

A villafüggelékek egyforma szerkezetűek, distalis végük felé fokozatosan vékonyodó pálczikához hasonlítanak, csúcukon egy kis túska ül a csúcskarom és csúcssörte helyén, az oldalkarom és oldalsörte hiányzik. A jobb villafüggelék kevésbé hosszabb a balnál.

Termőhelye: Bura-mocsár (16), a honnan csupán nőstény példány került birtokomba.

E faj kagylóinak alakjával kis mértékben a *Cypretta tenuicauda* Vávr., kagyló falazatának és mellső szegélyének szerkezetével a *Cypretta costata* G. W. Müll. fajra emlékeztet, mindkettőtől lényegesen eltér azonban a villafüggelékek szerkezetében.

Potamocypris Fülleborni n. sp

♀. Kagylói oldalról nézve megnyúlt veseformák, egymással egyezők, csaknem kétszerte oly hosszúak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk. A két kagyló mellső szegélye kevéssel magasabb a hátulsónál, meglehetősen élesen kerekített; a jobb kagyló mellső szegélyén kevéssel keskenyebb a kutikulaperem, mint a balon, tulajdonképeni likacsatornás öv élesen egyik kagylószegélyén sem különült el; a szegélysorték sajátos tojcsérforma csatornán át jutnak a külvilágba.

A hátoldali szegély mindkét kagylón alig észrevehetően íves, csaknem egyenes. A hátulsó szegély szabályosan kerekített s egyformán megy át mind a hát-, mind a hasoldali szegélybe. A hasoldali szegély közepe táján gyengén öblös.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók hosszú, keskeny tojásformát mutatnak, melynek mellső csúcsa hegyes, a hátulsó kerekített, két oldala középső felében egyenes, az egész hosszágnak $\frac{1}{3}$ -ánál nem sokkal szélesebb.

A kagylók falazata alig észrevehetően szemecskés, gyéren sörtés, a sörték finomak.

A villafüggelékek keskeny, distalis végük felé vékonyodó, hengeres nyújtványoknak látszanak, csúcsukon hosszú ostort viselnek, melynek alapja előtt egy söрте emelkedik. A kagylók hossza 0.78—0.8 mm; legnagyobb magassága 0.45 mm; legnagyobb szélessége 0.3 mm.

♂. Kagylói oldalról nézve veseformák, mellső szegélyük meglehetősen hegyesen kerekített, a hátulsónál alacsonyabb. A hátoldali kagylószegély alig észrevehetően íves, a mellső szegélybe észrevétlenül megy át, míg a hátulsó szegélylyel észrevehető, tompán kerekített zúgot alkot. A hátulsó szegélylyel ferdén egyenesre metszett, a mellső szegélynél sokkal magasabb, a hasoldali szegélylyel meglehetősen hegyesen kerekített zúgot alkot.

A hasoldali kagylószegély közepén szélesen, de sekélyen mélyedt, hátulsó felében jobban ívelt és kiemelkedett.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók ugyanolyan formát mutatnak, mint a nőstényei, de kevésbé keskenyebbek.

Az állkapcsi lábak baloldali tapogatójának basalis íze meg lehetős rövid és széles, belső szegélyén két hosszú érző túske, distalis szegélye közelében kis halomszerű dudor emelkedik; apicalis íze sarlóformán görbült, a jobboldaliénál szélesebb, alapja közelében túskeforma kiemelkedés van. A jobboldali tapogató basalis íze keskenyebb a baloldaliénál, distalis harmadában bemetszett s itt két érző túske emelkedik; az apicalis íz sarlóformán görbült, általában hasonlít a baloldalihoz, de keskenyebb. A kopolyülemeztt itt is két sörte képviseli.

A ductus ejaculatorius belső csatornáján csupán 10 túskegyűrű van.

A kopulálószerző általánosságban emlékeztet a *Potamocypris alabrae* (G. W. M.) fajéra, de a részletekben, különösen pedig a külső függelék alakja és szerkezete tekintetében lényegesen különbözik, a mennyiben például széles, distalis végén egyenesre metszett, vagy kissé mélyedt lemezt alkot.

A kagylók hossza 0·8 mm; legnagyobb magassága 0·42 mm; legnagyobb szélessége 0·25 mm.

Termőhelye: Nyassa-tó (1); csupán pár példány állott rendelkezésemre.

E faj, melyet Dr. FÜLLEBORN F. tiszteletére neveztem el, kis mértékben a *Potamocypris* (Candonella) *albida* (Vávr.) fajra emlékeztet kagylóinak oldali alakjával; de különbözik ettől első sorban ductus ejaculatoriusának, másodsorban kopuláló szervének szerkezetében. VÁVRA W. szerint ugyanis a *Potamocypris* (Candonella) *albida* ductus ejaculatoriusának központi csatornája 14 túskekoszorút visel, a mi bizonyára fontos különbség a *Potamocypris Fülleborni* 10 túskekoszorújával szemben.

Potamocypris Koenikei, n. sp.

Kagylói oldalról nézve rövid veseformát mutatnak, legnagyobb magasságuk hosszúságuknak csaknem $\frac{2}{3}$ -át teszi ki, egészben véve hasonlítanak egymáshoz.

A jobb kagyló mellső szegélye alacsonyabb a hátulsónál, meglehetősen hegyesen kerekített, kutikulapereme észrevehetően fejlett, a hasoldal felé fokozatosan szélesedik, likacscsatornás öve valamivel szélesebb a kutikulaperemnél, a likacscsatornák gyengén fejlettek, egyszerűek. A hátoldali szegély meglehetősen kiemelkedett a szemek táján, észrevehetően íves, a mellső szegély felé lejtősebb, mint a hátulsó felé, mindkettőbe észrevétlenül megy át. A hátulsó szegély magasabb a mellsőnél és tompábban, egyenletesen kerekített, alsó felében kutikulapereme van, likacscsatornás öve fejletlen. A hasoldali szegély közepe táján sekélyen öblös, hátulsó fele kerekítettebb, mint a mellső.

A bal kagyló mellső szegélye ugyanolyan lefutású, mint a jobbé, kutikulapereme valamivel szélesebb és leterjed a hasoldali szegély mellső felére is. A kutikulaperem belső határán apró fogacskák emelkednek, a melyek majd csak a mellső szegély alsó s a hasoldalnak mellső felét borítják, majd pedig az egész mellső szegélyt. A likacscsatornás öv nem fejlődött ki észrevehetően. A hátoldali szegély tompábban íves, mint a jobboldali kagylóé. A hátulsó szegély szélesen kerekített, épen úgy fogacskás, mint a mellső szegély. A hasoldali szegély közepén kevés jobban mélyedt, mint a jobb kagylóé, mellső felének széles kutikulapereme és fogacskasora van.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók tojásformát mutatnak, melynek mellső vége hegyes, hátalsó vége meglehetősen hegyesen kerekített, oldalai tompán ívesek.

A kagylók falazata síma, gyéren sörtézett. Az állatkák sárgás színűek.

A villafüggelék distalis vége felé keskenyedő hengeres nyújtvány, mely hosszú ostorral végződik s az ostor alapjának közelében kis sörtét visel.

A kagylók hossza 0·54—0·55 mm, legnagyobb magassága 0·34 mm, legnagyobb szélessége 0·31 mm.

Termőhelye: Firvano (19) s innen 50-nél több nőstény került birtokomba, míg hímeket egyetlenegy sem találtam.

E faj, melyet a jeles hydrachnologus, KOENIKE F. tiszteletére neveztem el, a genus többi fajától kagylóinak alakján kívül legfőképen a bal kagyló mellső és hátulsó szegélyének szer-

kezete s illetőleg fogacskaí alapján könnyen megkülönböztethető, a mennyiben a genus eddig ismert egyetlen faján sem található meg a szegélyfogacskaí.

Oncocypris costata n. sp.

Kagylói oldalról nézve rövid, meglehetősen magas veseformát mutatnak, melynek legnagyobb magassága hosszának $\frac{2}{3}$ -át teszi ki. A két kagyló különben kis mértékben különbözik egymástól.

A jobb kagyló mellső és hátulsó szegélye csaknem egyforma magas. A mellső szegély tompán kerekített, meglehetősen széles kutikulapereme van, melyen belül ugyanolyan szélességű, kívül hullámos szegélyű likacscsatornás öv következik s ebben egyenes, ágazatlan, finom likacscsatornák futnak. A likacscsatornás öven belül éles vonaltól határolt sajátságos halmoknak a körvonalai látszanak. A hátoldali szegély közepén meglehetősen kiemelkedett és észrevehetően íves, a hátulsó szegély felé lejtősebb, mint a mellső felé. A hátulsó szegély tompán, de szabályosan íves, meglehetősen széles kutikulaperemet visel, a melynek belső határán, éles vonallal elválasztva, sajátságos halmoknak körvonalai látszanak, épen úgy, mint a mellső szegélyen. A hasoldali szegély közepén gyengén mélyedt és befelé tűródött, betürődése kerekített tarajt alkot, melyen körforma csoportban sörtéket viselő kis halmocskák vannak. Ugyanilyen halmocskák sorakoznak egymás végtében a hasoldali kagylószegély hátulsó felében is, de úgy helyezkednek el, hogy az oldalt fekvő kagylószegély külső fölületén nem, csupán a belsőn vehető észre.

A bal kagyló mellső szegélye magasabb a hátulsónál, valamivel szélesebben kerekített, kutikulapereme és likacscsatornás öve csaknem egyetlen övet alkot, mégis az utóbbit egy éles hullámos vonal jelzi. Tulajdonképeni likacscsatornás öv nincs, mert a likacscsatornák hiányzani látszanak. Az egyesült kutikulaperemen és likacscsatornás övön belül éles vonal húzódik, mely a sajátságos halmocskák körvonalaikat határolja. A hátoldali szegély tompán és egyenletesen, alig észre-

vehetően íves, a hátulsó szegély felé sokkal lejtősebb, mint a mellső felé. A hátulsó kagylószegély hegyesebben kerekített, mint a mellső, belülről nézve a kagyló falazatának hátulsó vége kissé meghaladja, kutikulapereme ennek következtében nem emelkedik ki észrevehetően, de azért jól fejlett; a sajátságos halmok körvonalai itt is megvannak. A hasoldali szegély közepén gyengén mélyedt, betűrődött és körben fekvő sörtét viselő halmocskákat hordoz, míg hátulsó feléről a sörtés halmocskákat sora hiányzik.

A kagylók fölülről vagy alulról nézve rövid, széles tojásformát mutatnak, a mely elől hegyes, hátul szélesen és tompán kerekített; a tojásforma alakja különben egyéenként kis mértékben változik, majd keskenyebb, majd pedig szélesebb. Legnagyobb szélessége hosszúságának legalább is $\frac{4}{5}$ -ét teszi ki.

A kagylók falazatának fölületén a szegélyekkel párhuzamos és koncentrikus öveget alkotó keskeny tarajok emelkednek, a melyek alkalmúl szolgáltak a faj elnevezésére. Az egyes tarajöveget, különösen a mellső-, hátulsó- és hasoldali szegélyek közelében keskeny oszlopocskák, eresztékek kötik össze, a melyek megnyúlt négyszögletű terecskéket zárnak körül. Máskülönben a kagylók falazata szemecskétlen, egyneműnek látszik, sárgásbarna színű.

A villafüggelékek hengeres, végük felé keskenyedő, ujjforma nyújtványok, distalis végükön ostorforma hosszú sörtében folytatódnak és oldalsó kis sörtét viselnek.

A kagylók hossza 0·43 mm; legnagyobb magassága 0·35—0·37 mm; legnagyobb szélessége 0·32—0·35 mm.

Termőhelye: Ikapi-tó (5); innen 12 nőstény példány került birtokomba.

E faj kagylófalazatának sculpturájával első tekintetre emlékeztet némileg a *Cypridopsis costata* Váv. fajra, de kiemelkedő tarajaival és generikus jellemeivel ettől lényegesen különbözik.

Gen. *Oncocypria* nov. gen.

A második csáppár utolsóelőtti két ize a nőstényen elmosódottan, a himen élesen elkülönült, a csúcscarmok száma

mindkét ivaregyénezen azonos; az evezősörték pamata jól fejlett, a csücskarmokat meghaladja. Az állkapcsi lábak kopoltyúfüggelékét két tollas sörte helyettesíti, a melyek kis halmocskán ülnek. Az első lábpár utolsó előtti két íze egymástól elkülönült. A második lábpár utolsó ízéről a kis karomnyújtvány hiányzik. A villafüggelékek csenevész, ostorformák.

A két szem egymástól eltávolodott. A hepatopankreas mirigy igen rövid. A herék a kagylóknak csupán hátulsó harmadában hurkoltak.

E genus több tekintetben nagy mértékben egyezik a MÜLLER G. W.-féle *Oncocypris*-nemmél; így teljesen azonos a kagylók finomabb szerkezete, nincs különbség a második csáppár, az alsó állkapcsok, a hím állkapcsi lábainak tapogatói, a második lábpár, a villafüggelékek, a szemek, a ductus ejaculatorius és a kopuláló szerv szerkezetében s a herék elhelyezése is azonos. A két genus csupán az állkapcsi lábak kopoltyúfüggelékével s az első lábpár szerkezetével különbözik egymástól, a mennyiben az *Oncocypris*-genusnak állkapcsi lábairól a kopoltyúfüggelék teljesen hiányzik s az első lábpár utolsóelőtti két íze egybeolvadt. Máskülönben ez az új genus, valamint az *Oncocypris* G. W. Müll. is különböző genusok, nevezetesen pedig a *Cypridopsis* (Brady), *Potamocypris* (Brady), *Cyclocypris* (Brady) és *Cypria* (Brady) jellemeinek oly keverékét mutatja, hogy bátran lehet őket oly átmeneteknek tekinteni, a melyek a két első genust összekapcsolják a két utolsóval.

Oncocypris Mülleri n. sp.

♀. A kagylók oldalról nézve némileg veseformát mutatnak, egymáshoz kis mértékben hasonlítanak, legnagyobb magasságuk nem haladja meg hosszúságuknak $\frac{2}{3}$ -át, kívülről és belülről nézve más-más képet mutatnak.

A jobb kagyló kívülről nézve hátul kevésbé magasabbnak látszik, mint elől. A mellső kagylószegélynek széles kútkulapereme van, mely tompán íves, egy keskeny külső s egy szélesebb, a likacscsatornáknak megfelelő belső övre tagolódott, a melyben azonban likacscsatornákat még belülről nézve sem

tudtam felismerni s a szegélysorték csupán pontszerű megvastagodásokról erednek. Az egész kutikulaperem belső határán meglehetősen széles, kerekített halmocskák sora emelkedik, a melyek nem egyebek, mint a kagyló tulajdonképeni falazatának bemélyedései útján keletkezett kiemelkedések s a melyekről a kagyló falazatának tárgyalásánál is szó lesz. Belülről, azaz a belső oldalon a halmocskáknak csak éles körvonalai látszanak, külső végükön a tulajdonképeni kagylószegély éles körvonala húzódik el s ez alsó harmadában kissé mélyedt, míg azon túl fölfelé meglehetősen szabályosan íves.

A jobb kagyló hátoldali szegélye kívülről és belülről nézve egyaránt gyengén ívesnek látszik, de két kiemelkedő halmot alkot, melyek közül az egyik a szemek fölött van s ezt maga a tulajdonképeni hátoldali kagylószegély formálja, míg a másik a kagylófalazat gyenge kiemelkedése folytán keletkezett, a mi főleg a belső oldalról tekintett kagylón tűnik szembe észrevehetően. Maga a tulajdonképeni hátoldali kagylószegély a szemek fölötti halom mögött észrevehetően lejtősödve megy át a hátulsó szegélybe.

A jobb kagyló hátulsó szegélye a külső oldalról tekintve olyan magasnak látszik, mint a mellső, és tompán kerekített, felső felét a kagylófalazata eltakarja, míg alsó felének kutikulapereme kiáll a kagyló fala alól. A belső oldalról nézve a tulajdonképeni hátulsó szegély alacsonyabb a mellsőnél, hegyesen kerekített, tőle kifelé a likacscsatornás övnek és kutikulaperemnek megfelelő öv következik, alatta halomszerű kiemelkedések éles körvonalai látszanak, épen úgy, mint a mellső szegélyen.

A jobb kagyló hasoldali szegélye a külső oldalról nézve csaknem egyenesnek látszik, illetőleg középrészén gyengén íves, ez azonban csupán annak a következménye, hogy a kagyló falazata a hasoldalán kissé a szegély alá ereszkedett. A belső oldalról nézve a tulajdonképeni kagylószegély közepe mögött mélyedt, a mélyedés előtt erősebben, mögötte gyengébben íves és utóbbi részlete ugyanolyan szerkezetű, mint a hátulsó szegély. A bemélyedés alatt bizonyos beállításkor (a mikroszkop tubusának kifokú mélyítésekor) a kagyló falazatának a hasoldalra nyomuló része látható.

A bal kagyló mellső szegélye magasabb a hátulsónál, tompán íves, kívülről nézve széles kutikulapereme mutatkozik, a mely még a hátoldali szegélyre is átterjed. A kutikulaperem belső határán a kagylófalazat halmocskái láthatók. A kutikulaperem a belső oldalról nézve övekre tagoltnak látszik, még pedig legkívül egy igen keskeny, teljesen szerkezetnélküli öv mutatkozik; ezen belül kétszerte szélesebb likacsatornás öv következik, a melyet a tulajdonképeni mellső kagylószegélytől széles, sima, szerkezetnélküli öv választ el s ezen áttűnnek a kagylófalazat halomszerű kiemelkedéseinek éles körvonalai. Maga a tulajdonképeni mellső kagylószegély csaknem függélyes, a hátoldalon kerekített zúgot alkot, közepén kissé kiemelkedett, a kiemelkedés alatt és fölött gyengén mélyedt, a hasoldali szegélylyel tompán kerekített zúgot alkot.

A bal kagyló hátoldali szegélye kívülről nézve alig észrevehetően íves, rajta halmok elmosódottan mutatkoznak csupán; belülről nézve a tulajdonképeni hátoldali kagylószegély a szem fölött kissé ívesen kiemelkedett, innen kezdve a hátulsó szegély felé erősen lejtősödött és itt körvonalaít meghaladja a kagyló tulajdonképeni falazata.

A bal kagyló hátulsó szegélye sokkal alacsonyabb a mellsőnél, hegyesen kerekített, szerkezet tekintetében hasonlít a jobb kagylóéhoz, de kutikulapereme keskenyebb s a kagylófalazata kevéssel meghaladja.

A bal kagyló hasoldali szegélye közepe táján mélyedt, a mélyedés előtt és mögött egyformán íves, alatta a kagyló falazata épen úgy kilátszik, mint a jobb kagylón. Kívülről nézve azonban a hasoldali szegély egyenesnek látszik, mert a kagylófalazata aláfelé nyomul és elfödi a tulajdonképeni hasoldali kagylószegélyt.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók rövid, széles tojásformát mutatnak, mely elől hegyes, hátul tompán kerekített, legszélesebb a hátulsó harmadában s itt épen olyan az átmérője, mint a mekkora a hosszúsága.

A kagylók falazata sajátos szerkezetű. A szemek mögött mind a két kagylón széles és meglehetősen mély bemélyedés van, minnek következtében a kagylók felső felében s a hát-

oldali szegély közelében egy mellső kisebb és egy hátulsó nagyobb halom formálódik. A mellső kisebb halom alapján a kagylók falazata egészen síma és átlátszó, valódi cornea-lencsét alkot a szem lencséje előtt és fölött. A mélyedés, a két halom és a cornea-lencse különösen az egészen üres és oldalt fekvő kagylókon vehető észre nagyon könnyen. A kagyló falazatában némi szabályossággal elrendeződött mélyedések vannak s ezek között halomszerű kiemelkedések. A mélyedésekből egy-egy sörte ered, a halmokon pedig körforma testecskék ülnek, a melyek a kagylók falazatát szemecskéssé teszik, de mint említettem, a két nagy halom közötti területről hiányzanak. A kagylók merevek, törékenyek.

A kagylók színe sötét sárgásbarna.

A villafüggelékek distalis végük felé fokozatosan keskenyedő hengeres nyújtványok, melyek ostorforma függelékkel végződnek és egy kis oldalsörtét viselnek.

A kagylók hossza 0.75—0.85 mm; legnagyobb magassága 0.52—0.55 mm; legnagyobb szélessége 0.75—0.85 mm.

♂. A kagylók oldalról nézve általánosságban hasonlítanak a nőstényekéihez, a szegélyek ugyanolyan lefutásúak, s a mellső és hátulsó szegélyek is ugyanazon szerkezetűek, csupán a két kagyló hátoldali szegélyének lefutása mutat csekélyfokú eltérést.

A jobb kagyló hátoldali szegélye a szem fölött erősebben kiemelkedő halmot alkot, mint a nőstényen vagy mint a bal kagylón s a hátulsó szegély felé észrevehetően lejtősödött.

A bal kagylónak hátoldali szegélye a szem fölött nem alkot észrevehetően elkülönült halmot, hanem általában meg lehetős meredeken íveltnek látszik.

A kagylók fölülről vagy alulról nézve általában a nőstényekére emlékeztető tojásformát mutatnak, de méreti viszonyaikban kisebbek és elől aránylag keskenyebbek.

A kagylók falazatának szerkezete és színe teljesen egyezik a nőstényekével.

Az állkapcsi lábakon a tapogatók két izre tagolódtak. A jobb állkapcsi láb tapogatójának alapize meg lehetős hosszú, hengeres oszlopforma, distalis csúcsai közül a belső túskeforma kiemelkedésen érző sörtét visel, a külső csúcs sajátságos alakú

nyújtványba megy ki; az apicalis iz némileg sarlóformán görbült, egész hosszában egyforma széles lemezt alkot, distalis vége kerekített és érző sörtével végződik. A bal állkapcsi lábnak basalis ize rövidebb és szélesebb a jobbnál, distalis vége felé belső oldala ferdén metszett s itt két túskeforma függeléssel fegyverzett, melyek közül egyik az apicalis iz alapján ül. Az apicalis iz keskeny, sarlóformán görbült, alapja kissé duzzadt, de további lefutásában csaknem egyforma széles, érző sörtével végződik. A kopoltyúfüggelék karélyforma kis lemez két sörtével.

A herék lefutása emlékeztet a *Cypria*- és más genusokéra, de különbözik a *Cypricerrus*-, *Pseudocypris*- és *Potamocypris*-genusokétól, azaz csupán a kagylók hátulsó felében hurkolt. A ductus ejaculatorius központi csatornáját 16 túskekoszorú fogja körül, nem számítva a két csúcson ülőket.

A kopuláló szerv egészben véve sonkaforma, külső függeléke némileg csizmára emlékeztet, belsejében a vas deferens többszörösen hurkolt és öblöket formál.

A kagylók hossza 0.6—0.64 mm; legnagyobb magassága 0.42—0.44 mm; legnagyobb szélessége 0.55 mm.

A fiatalok fölülről vagy alulról nézve nagy mértékben emlékeztetnek a kifejlettekre, de kagylófalazatuk szerkezete tekintetében meglehetősen eltérnek. A szemek fölötti bemélyedés meglehetősen mélyen lehúzódik a hasoldalra s ennek következtében a hasi fekvésben lévő példányokon könnyen felismerhető, a kagylókat mintegy két részre, mellső kisebbre és hátsó nagyobbra osztja. A kagylók falazatából hiányzanak a bemélyedések és fölületén csupán a korongforma szemecskék látszanak. Ehhez járul még az is, hogy a fiatalok kékes színt mutatnak.

A kagylók hossza 0.18—0.52 mm között ingadozik, legnagyobb szélességük 0.16—0.46 mm.

Termőhelye: Firvano (19); innen nagy tömegben állott rendelkezésemre.

Az előzőekben leírt faj, melyet Prof. G. W. MÜLLER tiszteletére neveztem el, kagylóinak alakjában és általános szerkezetében, a második csáppár, az alsó állkapcsok, a második lábpár, a villafüggelékek, a ductus ejaculatorius és a kopuláló szerv constructiójában majdnem teljesen egyezik a MÜLLER G.

W.-tól leírt *Oncocypris Voeltzkowi*-faj madagaskari példányaival, de az első lábpár szerkezete s az állkapcsi lábak kopolytű-függelékének jelenléte feltűnő eltérést mutat. Ehhez járul az is, hogy a hím állkapcsi lábainak tapogatói közül a jobb oldalinak apicalis íze másforma, mint a MÜLLER G. W. példányain, továbbá úgy a hímek, valamint a nőstények nagyobbak, a meny nyiben a MÜLLER G. W. példányai között a nőstények csupán 0·5—0·63 mm, a hímek 0·5—0·62 mm hosszúak.

Cyclocypris denticulata n. sp.

♀. A kagylók oldalról nézve némileg rövid, magas veseformát mutatnak, a melynek legnagyobb magassága eléri a hosszúság $\frac{2}{3}$ -át; egymástól több tekintetben különböznek.

A jobb kagyló mellső szegélye kevéssel alacsonyabb a hátulsónál, közepe kevéssel a kagyló középvonala alatt fekszik, szabályosan és meglehetősen hegyesen kerekített, a hát- és hasoldali szegélybe észrevétlenül megy át, egész hosszában csaknem egyforma mekkoraságú, egymástól egyenlő távolságban álló fogacskával fegyverzett, átlátszó kutikulapereme és likacscsatornás öve nincs. A hátoldali kagylószegély erősen ívesnek látszik, közepe mögött legmagasabb, előfelé lejtősebb, mint hátrafelé s a hátulsó szegélybe meredekebben ereszkedik le, mint a mellsőbe. Maga a tulajdonképeni hátoldali szegély csak gyengén íves s a kagyló oldalfala fölötte kiemelkedve teszi magasan ívessé. A hátulsó kagylószegély magasabb a mellsőnél, tompábban íves, a hasoldali szegélylyel észrevehető, kerekített zúgot alkot, a mely ugyanolyan formán fogazott, mint a mellső szegély. Likacscsatornás öve és kutikulapereme nincs. A hasoldali kagylószegély közepén szélesen, alig észrevehetően öblös, csaknem egyenes.

A bal kagyló mellső szegélye alacsonyabb a hátulsónál, a jobb kagylóénál hegyesebben kerekített, széles átlátszó kutikulapereme és likacscsatornás öve van, a likacscsatornák egyenesek, a kutikulaperem a hátoldali kagylószegélylyel elmosódott öblöt alkot. A hátoldali kagylószegély tompán és egyenletesen íves, előfelé lejtősebb mint hátrafelé, a kagyló oldalfala itt

nem emelkedik ki úgy, mint a jobb kagylón, a hátulsó szegély felé ívesen ereszkedik le s abba észrevétlenül megy át. A hátulsó kagylószegély szélesen és egyenletesen kerekített, keskeny átlátszó kutikulapereme van, de fogacskái és likacsatornái nincsenek. A tulajdonképeni hasoldali kagylószegély közepén szélesen, alig észrevehetően mélyedt, de a kagyló oldalfala itt kissé meghaladja s így általánosságban gyengén ívesnek látszik.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók tojásformát mutatnak, melynek oldalai tompán kerekítettek, mellő csúcsa hegyesebben, a hátulsó tompábban kerekített, átmérője legnagyobb a közepe mögött, hosszának felét meghaladja; a bal kagyló elől is, hátul meghaladja kutikulaperemével a jobbat.

A kagylók fölülete simának és gyéren sörtézettnek látszik; színe sárgásbarna, fénylő.

A kagylók hossza 0.70 mm; legnagyobb magassága 0.45 mm; legnagyobb átmérője 0.41 mm.

A villafüggelékek egyformák, kardformán görbültek, végük felé kissé keskenyednek, hátulsó szegélyük sima, oldalsörtéjük csaknem közepükön emelkedik, a mellékkaromnál hosszabb; a csúcskarom gyengén íves, fél oly hosszú, mint a villafüggelékek, a mellékkarom meghaladja a csúcskarom félhosszát; a csúcssörte nagyon rövid, a csúcskarom $\frac{1}{5}$ hosszát nem haladja meg.

♂. A kagylók oldalról tekintve teljesen egyeznek alak és szerkezet tekintetében a nőstényekével s csak a bal kagyló mutat csekélyfokú eltérést, a mennyiben hasoldalán a falazat kevésbé jobban meghaladja a szegélyt, mint a jobbon. A kagylószegélyek lefutása és szerkezete sem mutat eltérést a nőstényekéitől.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók meglehetősen keskeny, majdnem szabályos tojásformát mutatnak, épen úgy, mint a nőstényekéi.

A kagylók falazatának szerkezete teljesen egyezik a nőstényekével.

A kagylók hossza 0.6 mm; legnagyobb magassága 0.37 mm; legnagyobb átmérője 0.32 mm.

Az állkapcsi lábak tapogatói nagy mértékben hasonlita-

nak egymáshoz, de a jobbnak basalis ize rövidebb, szélesebb és apicalis ize is szélesebb a balénál.

A villafüggelékek kardformán erősen görbültek, a nőstényekénél kevésbé keskenyebbek, egyebekben azonban ezekével egyezők.

A ductus ejaculatorius központi csatornájának mellső vége gömbformán duzzadt, a két végsőt is beleszámítva, csupán hat tüskeskoszorúja van.

A kopuláló szerv mellékrészlete megnyúlt, némileg kardforma, széles lemezhez hasonlít, a főrészlet distalis vége egy rövidebb és egy hosszabb lemezkére tagolódott, mely utóbbi sajátságos alakú és hegyesen végződik.

Termőhelye: Kilima—Ndjaro (17); innen három nőstény és öt hím példány állott rendelkezésemre.

E faj a genus többi fajától több tekintetben különbözik. Fontos jellemvonás a jobb kagyló hátoldali-, mellső- és hátulsó szegélyének szerkezete, illetőleg az utóbbiak fogazottsága. Jellemző a hím második csáppárjának és kopuláló szervének szerkezete is.

Cypria Kœnikei n. sp.

♀. A kagylók oldalról nézve általában rövid magas veseformát mutatnak, sőt némileg félkörhöz is hasonlíthatók, legnagyobb magasságuk megközelíti hosszúságuk $\frac{2}{3}$ -át, egymástól kissé különböznek.

A jobb kagyló mellső szegélye kevésbé alacsonyabb a hátulsónál, legkiállóbb része a középvonal alatt fekszik, széles átlátszó kutikulapereme van és likacscsatornái igen rövidek, nagyon keskeny övet alkotnak. A hátoldali kagylószegély erősen íves, közepén legkiemelkedettebb, a mellső szegély felé sokkal lejtősebb, mint a hátulsó felé, a kagyló oldalfalazata kis mértékben meghaladja a tulajdonképeni szegélyt. A hátulsó kagylószegély magasabb a mellsőnél, szélesen kerékített, legkiállóbb része a középvonal alatt fekszik, átlátszó kutikulapereme van és csaknem egész hosszában egymástól egyenlő távolságban álló fogszerű kis tüskék emelkednek egy sorban. A hasoldali kagylószegély egyenes, észrevétlenül megy át a mellső- és hátulsó szegélybe.

A bal kagyló mellső szegélye sokkal alacsonyabb és hegyesebben kerekített, mint a hátulsó, kutikulapereme keskenyebb a jobbnál és likacsatornai szélesebb övet alkotnak. A hátoldali kagylószegély tompábban kerekített a jobb kagylóénál, a mellső szegély felé sokkal lejtősebb, a kagyló oldalfala nem emelkedik a szegély fölibe, a hátulsó szegélybe ívelten ereszkedik le. A hátulsó szegély egyenletesen íves, legkiállóbb részlete a középvonalban fekszik, átlátszó kutikulapereme meglehetősen széles, de róla a szegélyfogacskák hiányzanak. Maga a tulajdonképeni hasoldali kagylószegély egyenes, de a kagyló fala kissé meghaladja s így tompán ívesnek látszik.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók tojásformát mutatnak, melynek átmérője legnagyobb a közepe táján, mellső csúcsa meglehetősen hegyes, míg a hátulsó tompán kerekített.

A kagylók falazata rendkívül finoman pontozott, a pontok sugarasak, a gyéren elszórt sörték rövidek és finomak; a szín halvány sárgásbarna.

A kagylók hossza 0·7 mm; legnagyobb magassága 0·55 mm; legnagyobb átmérője 0·47 mm.

A villafüggelékek végük felé kissé keskenyednek, S-formán gyengén görbültek, oldalsörtéjük hiányzik; a csúcskarom sarlóforma, kevéssel hosszabb a villafüggelék félhosszánál; az oldalkarom meghaladja a csúcskarom félhosszát, csaknem $\frac{2}{3}$ -át teszi ki; a csúcscörte nem hosszabb a csúcskarom egy negyedénél.

♂. A kagylók fölülről vagy alulról és oldalról nézve mindenben hasonlítanak a nőstényekéhez, de kisebbek, hosszúságuk 0·68 mm, legnagyobb magasságuk 0·48 mm. A bal kagyló hátoldali szegélyét is meghaladja kis mértékben a kagyló oldalfala s így hasonlít a jobb kagylóhoz.

A jobb állkapcsi láb tapogatójának distalis íze széles sarlóhoz hasonlít, vége felé keskenyedik. A bal állkapcsi láb tapogatójának utolsó íze sarlóformán erősen görbült, keskeny, vége felé erősen vékonyodik.

A ductus ejaculatorius mellső végén a központi csatorna gömbformán duzzadt, hosszában, bele számítva a két végsőt is; 13—14 tüskeszerű van.

A kopuláló szerv mellékészlete egyenesen lefüggő, hegye-

sen végződő keskeny lemezt alkot, mely közepe fölött gyengén duzzadt, illetőleg kiszélesedett; a főrészet némileg tömlőhöz hasonló, kerekített végű nyújtványban folytatódik.

A villafüggelékek mindenben hasonlítanak a nőstényekéhez, de valamivel keskenyebbek és erősebben görbültek. Nincs különbség a hímek és nőstények első-második lábpárjának szerkezetében sem.

Termőhelye: Jippe-tó (113), a honnan néhány hím és nőstény példány állott rendelkezésemre.

E faj, melyet a Hydrachnologia egyik legérdemesebb bűvára, KOENIKE F. tiszteletére neveztem el, igen közeli rokonságban állónak látszik a *Cypria (Physocypria) bullata* Vávr. fajjal. Nagy mértékben növeli a hasonlatosságot az, hogy mindkettőnek jobb kagylóján a kagylófalazat meghaladja a tulajdonképeni hátoldali szegélyt, az utóbbin azonban feltünőbbben. Szembeszökő a különbség a két faj között a mellső és hátulsó jobboldali kagylószegély szerkezetében, mert a *Cypria (Physocypria) bullata* Vávr. faj mindkét szegélyén apró, halomszerű fogacskák sora emelkedik, míg a *Cypria Koenikei* fajnak csupán hátulsó szegélyén vannak ilyenek. A végtagfüggelékek általában mindkét fajon nagy hasonlatosságot látszanak mutatni, de a második lábpár utolsó ízének csúcscsarnokai a *Cypria Koenikei* nem azt a viszonyt mutatják, a mit a *Cypria (Physocypria) bullata* Vávr. fajon, a melynél egyik kétszer oly hosszú, mint a másik s illetőleg csaknem kétszer oly hosszú, mint maga az íz. A villafüggelékek szintén mutatnak különbséget, a mennyiben a *Cypria (Physocypria) bullata*-én feltünő hosszú oldal-sörte van, míg a *Cypria Koenikei*-ről ez hiányzik. A két faj önállóságának vagy összetartozásának további megállapításában igen fontos szerep jutna a hím ductus ejaculatoriusának és kopuláló szervének szerkezetében mutatkozó hasonlatosságnak vagy eltérésnek, de ezek összehasonlítása ez idő szerint nem áll módomban, mert VÁVRA V. a *Cypria (Physocypria) bullata*-fajnak csupán nőstényeit találta meg és írta le. A fentebb jelzett különbségek azonban, véleményem szerint, már magukban is elegendők arra, hogy a *Cypria Koenikei* és *Cypria (Physocypria) bullata* Vávr. fajt tényleg különállónak tekintsük.

Candonopsis navicula n. sp.

A nőstény kagylói oldalról nézve megnyúlt veseformát mutatnak, egymáshoz hasonlítanak, kétszernél kevésbé hosszabbak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk.

A mellső kagylószegély alacsonyabb a hátulsónál, hegyesebben kerekített, a hát- és hasoldali kagylószegélybe észrevétlenül megy át, sem átlátszó kutikulapereme, sem likacscsatornás öve nincs. A hátoldali kagylószegély a szemekig lejtősen emelkedik, azontúl egyenes, hátulsó harmadában tompán kerekítve megy át a hátulsó szegélybe.

A hátulsó kagylószegély tompábban ives, mint a mellső, magasabb annál, legkiállóbb része a középvonal alatt fekszik, szerkezet tekintetében egyezik a mellsővel. A hasoldali kagylószegély közepe táján gyengén mélyedt, a mélyedés előtt és mögött kissé ives.

Fölülről vagy alulról nézve a kagylók keskeny csolnakformát mutatnak, mely szélesebb a közepe táján, két oldala mellső és hátulsó negyedében befelé lejtősödött, középső felében egyenes, mellső csúcsa hegyesebb a hátulsónál.

A kagylók falazata semmi szerkezetet sem mutat, sima, fénylő, gyéren szőrös.

A kagylók hossza 1 mm; legnagyobb magassága 0.5 mm; legnagyobb átmérője 0.3 mm.

A villafüggelék csaknem egyenesek, distalis végük felé kissé keskenyednek, hátulsó szegélyük finoman tüskés, a tüskék igen rövidek; oldal- és csúcssörte nincs; a csúcskarom csak kis mértékben ives, majdnem eléri a villafüggelék $\frac{2}{3}$ -át, közepén túl belső szegélyén kis tüske ül, azontúl finoman sörtes; a mellékarom gyengén ives, csaknem fél oly hosszú, mint a villafüggelék, ugyanolyan szerkezetű, mint a csúcskarom.

A fiatal hím kagylói oldalról nézve veseformát mutatnak, egyforma szerkezetűek, legnagyobb magasságuk nem éri el hosszáságuknak felét; hosszáságuk 0.8 mm; legnagyobb magasságuk 8.36 mm.

A mellső és hátulsó szegély egyforma magas, egyforma lefutású és azonos szerkezetű, a nőstényekével szerkezet tekintetében

tetében egyezik. A hátoldali kagylószegély középső felében egyenes, a mellső és hátulsó szegély felé egyformán lejtősödik. A hasoldali kagylószegély közepén meglehetősen erősen öblös, az öblől előtt és mögött tompán és egyformán ives.

A kagylók fölülről vagy alulról nézve csónak formát mutatnak, mely legszélesebb a közepén, oldalai igen tompán ivesek, mellső csúcsa hegyesebb a hátulsónál.

A villafüggelékek egész hosszukban egyforma szélesek, gyengén kardformán görbültek, hátulsó szegélyük síma, más-külömben a csúcskarmok egyeznek a nőstényekével.

A herék a kagylók falazatában jól felismerhetők voltak, de a ductus ejaculatorius s a kopuláló szervek oly fiatal fejlődési fokon voltak, hogy szerkezetüket felismerni egyáltalán nem tudtam.

Termőhelye: Bura-mocsár (16) és Kilima-Ndjaró (17), az első termőhelyről csupán nőstények, az utolsóról ellenben egyetlen fiatal hím állott rendelkezésemre.

E faj kagylóinak alakjával és második csáppárjának szerkezetével különbözik a genus többi fajától.

Limnocythere Michaelseni n. sp.

A nőstény kagylói oldalról nézve kis mértékben veseformát mutatnak, majdnem kétszer oly hosszúak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk, mindkét oldalon egyformák. A mellső kagylószegély nem oly magas, mint a hátulsó, meglehetősen hegyesen és szabályosan kerekített, igen széles kutikulaperemet visel, a mely a hát- és hasoldali szegélyig terjed. A hátoldali kagylószegély úgy a mellső-, valamint a hátulsó szegélylyel is észrevehető zugot alkot, s a kettő között vízszintes, egyenes lefutású. A hátulsó kagylószegély kevésbé magasabb a mellsőnél, kissé tompán, de szabályosan kerekített, kutikulapereme a hátoldali határán kezdődik, aláfelé haladva fokozatosan szélesedik és átmegegyezik a hasoldali szegélyre is, a melynek közepén végződik. A hasoldali szegély tulajdonképpen egyenes, de hátulsó fele a kutikulaperem miatt karélyosnak látszik.

A hím két kagylója oldalról nézve általában veseforma,

de részleteikben egymástól némileg különböznek, kétszerte hosszabbak, mint a mekkora a legnagyobb magasságuk.

A jobb kagyló mellső szegélye magasabb és tompábban íves, mint a hátulsó, kutikulapereme is szélesebb s ez a szem előtt kezdődve a hasoldali kagylószegély elejéig terjed, legszélesebb a közepén, két vége felé fokozatosan keskenyedik. A hátoldali kagylószegély a mellső és hátulsó szegélylyel észrevehető zugot alkot, vízszintes lefutású, de hátulsó felében kissé mélyedt. A hátulsó kagylószegély nem oly magas, mint a mellső, hegyesen kerekített, kutikulapereme keskenyebb, a hátoldali szegély végénél kezdődik és leterjed a hasoldali szegély hátulsó felére, két vége felé fokozatosan keskenyedik. A hasoldali kagylószegély mellső felében alig észrevehetően íves, közepe táján gyengén mélyedt, azontúl karélyformán kissé kiemelkedett, majd pedig kiegyenesedve észrevétlenül megy át a hátulsó szegélybe.

A bal kagyló mellső szegélye kevésbé magasabb a hátulsónál, hegyesen és egyenletesen kerekített; kutikulapereme széles, de a hát- és hasoldali szegély felé fokozatosan keskenyedik, legnagyobb átmérője közepén 0.06 mm. A hátoldali szegély a szem fölött észrevétlenül megy át a mellső szegélybe, míg a hátulsóval észrevehető halmocskát alkot, csaknem egyenes és vízszintes lefutású. A hátulsó kagylószegély csúcsosan kerekített; kutikulapereme a hátoldal határán ered s a hasoldal felé haladtában fokozatosan szélesedik, leterjed a hasoldalra s itt annak mellső harmadában végződik, csaknem érintkezik a mellső kagylószegély kutikulaperemével, legnagyobb szélessége átlag 0.065—0.075 mm. A baloldali kagylószegély tulajdonképen csaknem egyenes, csupán hátulsó harmadában emelkedik ki kissé, a kutikulaperemek azonban közepe előtt mélyedtnek mutatják.

Fölülről vagy alulról nézve úgy a nőstény valamint a hím kagylói is meglehetősen változatos képet mutatnak, általánosan keskeny tojás formához hasonlítanak, mellső csúcsuk hegyes, a hátulsó kerekített. Találkoznak úgy a nőstény, valamint a hím példányok között is olyanok, a melyeknek kagylóin csupán oldali bemélyedések és tompán kerekített nagy halmok mutatkoznak, de igen gyakoriak az olyanok, a melyeknek kagy-

lőin oldalt kiálló három pár keskenyebb, hegyesen kerekített halmocska emelkedik, még pedig egy pár a kagylók mellső felének határán, két pár ellenben a kagylók hátulsó felének közepén.

A kagylók falazata finoman szemecskés, a szemecskék szabálytalan alakú nagyobb foltokat alkotnak. A kagylók színe halványbarnás.

A potroh az alfelynyílás fölött sörtesorokkal ékitett és ostorforma nyujtványba folytatódik. A villafüggelékek rövidek, egy kis oldali s egy hosszabb csúcscsörtét viselnek.

A hím kopuláló szerve erőteljesen fejlett, némileg sonka forma, izomzatának támogatására különböző irányú és különböző alakú kutikulaléczek szolgálnak.

Nőstény kagylóinak hossza 0·54—0·55 mm; legnagyobb magassága 0·3 mm; legnagyobb szélessége 0·2 mm; hím kagylóinak hossza 0·63—0·65 mm; legnagyobb magassága 0·4 mm; legnagyobb szélessége 0·27 mm.

Termőhelyei: Rikwa-tó, Malomba-tó (8). Ezenkívül a Nyassa plankton-anyagában is találtam a kagylók darabkáit, de hogy csakugyan e fajhoz tartoznak-e, véglegesen eldönteni nem tudtam.

E faj, melyet dr. MICHAELSEN W. tiszteletére neveztem el, kagylóinak és kopuláló szervének szerkezete alapján a genus többi fajától könnyen megkülönböztethető. Különböztethető legközelebbi rokonának a kisázsiai *Limnocythere dubiosa* DAD. tekinthető, a mennyiben a hímek kagylói oldalról nézve külső formájukban meglehetősen hasonlóak, de szerkezetük más s a kopuláló szerv is elütő.

*

Ha az előzőekben ismertetett *Ostracoda*-fajok afrikai elterjedését szemügyre vesszük, azt találjuk, hogy azok két csoportba oszthatók, nevezetesen 1. olyanokra, a melyek Német-Kelet-Afrikán kívül Afrika más területeiről is ismeretesek és 2. olyanokra, a melyeket még e dig csupán Német-Kelet-Afrikából jegyezték fel. Ha aztán a fajokat ezen csoportokon belül tekintjük, a következő eredményre jutunk.

1. *Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területekről is ismert fajok.*

- Cypris Neumanni G. W. M. Massai Nycke.
 Centrocypris horrida VÁVRA. Zanzibar.
 Eucypris strandesioides G. W. M. Madagaskar.
 Eucypris inermis (BRADY) Natal.
 5 Cyprinotus symmetricus G. W. M. Aldabra.
 " Giesbrechti G. W. M. Aldabra.
 Stenocypris sinuata G. W. M. Madagaskar.
 Potamocypris aldabrae G. W. M. Aldabra.
 " viduella Sars. Fokföld.
 10 Cypria castanea BRADY. Natal.
 " lenticularis G. W. M. Madagaskar.

Ezek szerint tehát a Német-Kelet-Afrika területéről ismert *kaagylósrák*-fajoknak csupán $\frac{1}{4}$ része olyan, a mely Afrika más területein is tenyészik.

2. *Még eddig csupán Német-Kelet-Afrikából ismert fajok.*

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| Cypris inflata nsp. | Stenocypris fasciculata nsp. |
| Pseudocypris Bouvieri nsp. | " stagnalis nsp. |
| Eucypris Halyi (BRADY) | Mesocypris pubescens nsp. |
| " devexa nsp. | Cypridella devexa nsp. |
| 5 " laticauda nsp. | 20 " fossulata nsp. |
| " kilimensis nsp. | Cypretta oxyuris nsp. |
| " Kraepelini nsp. | Cypridopsis costata VÁVR. |
| " puncticulata nsp. | Potamocypris Fülleborni nsp. |
| Cyprinotus congener VÁVR. | " koenikei nsp. |
| 10 " fossulatus VÁVR. | 25 Cyclocypris denticulata nsp. |
| " Fülleborni nsp. | Cypria koenikei nsp. |
| Stenocypris angulosa nsp. | Oncocypris costata nsp. |
| " marginata nsp. | Candonopsis navicula nsp. |
| " elongata nsp. | Oncocypris Mülleri nsp. |
| 15 " Fülleborni nsp. | 30 Limnocythere Michaelsoni nsp. |

E jegyzék adatai szerint tehát a tőlem Német-Kelet-Afrikából megfigyelt fajoknak $\frac{3}{4}$ -ét még eddig Afrika más területeiről nem jegyezték fel.

Ha már most végigtekintünk az Afrika területéről eddig ismert Ostracoda-fajokon, mindenekeelőtt megállapíthatjuk azt, hogy számuk ez idő szerint 114, a mi mindenesetre igen tekin-

télyes szám, sőt még akkor is ilyen marad, ha a következősen keresztülvitt synonymálás folytán némileg redukálódni fog.

Az afrikai fajok elterjedését illetőleg négy csoportot különböztethetünk meg, nevezetesen 1. olyanokat, a melyek csupán Német-Kelet-Afrikából ismeretesek; 2. olyanokat, a melyek Német-Kelet-Afrikán kívül más afrikai területen is otthonosak, 3. olyanokat, a melyeket csupán egy-egy afrikai területről jegyeztek fel és 4. olyanokat, a melyek Afrika területén kívül más világrészekből is ismeretesek.

A csupán Német-Kelet-Afrikából feljegyzett fajok száma 39, tehát az egész összegnek $\frac{1}{4}$ -énél több. A Német-Kelet-Afrika területén kívül Afrika más vidékeiről is ismert fajok száma 15, s így az egésznek $\frac{1}{7}$ -énél valamivel több. Az egy-egy afrikai területről följegyzett fajok száma, hozzá nem számítva a Német-Kelet-Afrika területéről megfigyelteteket, 39, tehát épen annyi, mint a csupán Német-Kelet-Afrikában tenyészőké. Végre az Afrika területén kívül más világrészekből is ismeretes fajok száma 22, illetőleg az egész összegnek majdnem $\frac{1}{5}$ -e, a mi a mellett látszik tanuskodni, hogy Afrikának önálló édesvízi Ostracoda-faunája van, a melynek általános jellemeit a következőkben körvonalozhatjuk.

Mindenekelőtt jellemző Afrika édesvízi Ostracoda-faunájára az, hogy fajai között túlnyomó többségben a *Cyprinae*-alcsalád képviselői vannak s hogy a *Darwinulidae*-családnak még eddig egyetlen képviselője sem ismeretes, a *Cytheridae*-családot is csupán egy faj reprezentálja.

A *Cypridae*-családból számos olyan genust találunk, a melynek fajai más világrészekben is tenyésznek, de viszont találunk olyanokat is, a melyeknek fajai teljesen hiányzanak, vagy csupán egy-egy faj képviseli, és végre találunk jellemző, csupán Afrika területéről ismert genusokat.

A más világrészekben is képviselt genusok közül fajsámmukkal feltűnnek a következők: *Eucypris*, *Cyprinotus*, *Stenocypris* algenusok, továbbá *Cyprina*, *Potamocypris* és *Cypridopsis*, de az utóbbi fajainak felénél több csupán az Azori szigetekről ismeretes.

A csupán egyetlen fajjal képviselt, vagy teljesen hiányzó genosok sorában a következőket találjuk: *Herpetocypris*, *Hungarocypris*, *Cypricercus*, *Notodromas*, *Eucandona*, *Paracandona*, *Candona*, *Chlamidotheca* subg.; ezeknek hiánya, vagy korlátozott megjelenése felfogásom szerint feltűnően jellemző Afrika édesvízi Ostracoda-faunájára, mintegy éles határvonalat alkot Európa és Ázsia hasonló faunája között.

Igen jellemzők végre a még eddig csupán Afrika területéről ismeretes következő genosok: *Centrocypris*, *Megalocypris*, *Pseudocypris*, *Cypridella*, *Cyprretta*, *Mesocypris*, *Oncocypris* és *Oncocyprina* genosok, a melyek félreismerhetetlen tanúságot tesznek az afrikai édesvízi Ostracoda-fauna önállóságáról.

Annak okát, hogy Afrika édesvízi mikrofaunájának miért van oly sok sajátlagos neme és faja, a természeti körülmények sajátosságai mellett, felfogásom szerint, legfőképpen abban kell keresnünk és találhatjuk meg, hogy az Ostracodák szaporodása folyamában hiányzanak a Cladocerák ehippiumaihoz hasonló vastagbarkú, úgynevezett állandó peték, a melyek tudvalevőleg a faj fenmaradásának biztosítása mellett legfőképpen nagyfokú elterjedésének lehetővé tételére szolgálnak.

Ord. Decapoda.

Fam. Atyidae Kingsley.

Gen. *Carolina* Miln-Edw.

A genusnak Afrika területéről s a hozzá tartozó szigetekről ez idő szerint hat faja ismeretes, névszerint a következők:

- Caridina typus Miln. Edw. Seychelles, Mauritius.
- Richtersi Thallw. Mauritius.
- africana Kingst. Zulu-land.
- Wyckii (Hicks), Kelet-Afrika.
- nilotica (Roux) Nilus. Algier, Oran.
- spathulirostris Richt. Mauritius.

Én vizsgálataim során az alább következő egyetlen fajnak különböző fejlődési fokon lévő lárváit találtam meg csupán.

Caridinia Wcykii (Hicks).

Termőhelyei: Myawaya-folyó (9), ismeretlen termőhely (25), Mbasi-folyó öble (10), mocsár a Nyassa-tó mellett (24).

E termőhelyekről a zoëa-stadiumtól kezdve a fejlődés igen különböző szakain lévő fiatal példányok kerültek birtokomba, a melyeknek a Victoria Nyanza planktonjából származó példányai segélyével a faj teljes fejlődési sorozatát sikerült egybeállítanom. Teljesen ivarérett példány azonban egy sem került birtokomba. HILGENDORF F. e fajt Victoria Nyanza-ból Bussisi termőhelyről, továbbá Victoria-Nyanza-Creck és keleti Victoria Nyanza termőhelyekről jegyezte fel teljesen ivarérett példányokban.

ADATOK NÉMET-KELET-AFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

(Hetedik közlemény.)

Tardigrada, Hydrachnidæ.

DADAY JENŐ I. tagtól.

A Német-Kelet-Afrika területéről a különböző termőhelyekről rendelkezésemre állott plankton-anyagban az *Arachnoidea*-osztálynak két rendjéből, névszerint a *Tardigrada* és *Acarina* rendből is sikerült képviselőket találnom s mint az az alábbiakból ki fog tűnni, az utóbbi rendnek nem csupán a *Hydrachnidæ*-, hanem a *Tyroglyphidæ* családjából valókat is. Könnyebb áttekinthetés kedvéért a két rendnek képviselőit külön csoportban ismertetem s a fajok közül, mint azt megelőző közleményeimben is tettem, csupán az újak leírására szorítkozom, míg a már régebben ismerteket csak névszerint említem meg.

1. Tardigrada.

Az irodalomban ez ideig csupán egy olyan dolgozat található, a mely az Afrika területén tenyésző *Tardigradákra* vonatkozó adatokat tartalmaz s ez BARROIS TH. 1896. évi azon összefoglaló tanulmánya, a mely az Acores-szigetek édesvízi faunáját ismerteti. BARROIS TH. tanulmányai folyamán többször talált *Tardigradákat*, a melyeket azonban csupán *Macrobotus* névvel jelölt.

Én vizsgálataim során szintén találtam *Tardigradákat*, de a példányok valamennyien az alábbi fajhoz tartoztak.

Macrobiotus tetronyx n. sp.

A test külső habitus tekintetében emlékeztet némileg a *Macrobiotus ornatus* Richter fajéra, a leghátulsó lábpár csúcsáig mértén 0.36 mm hosszú.

A testet takaró kutikula vékony, hajlékony, szerkezet nélküli és sima fölületű.

Valamennyi lábon négy karom van, illetőleg két pár. A karompárok az egyes karmok önállóak, illetőleg csupán alapjukkal érintkeznek, úgy, mint a *Macrobiotus Oberhauseréi*.

Az első és második lábpár karmai valamennyien egyforma nagyok és egyforma szerkezetűek, sarló formák, alapjuk felé csak kevéssé vastagodnak. A harmadik lábpár karmai kétfélék, kisebbek és nagyobbak, általában horog formák, alapjuk meglehetősen széles. A negyedik láb karmai szintén kétfélék, kisebbek és nagyobbak; a kisebb karmok sarlóformák. alapi és csúcsrésztelre tagolódottak, alapi részük széles, csúcsrésztük vékony, sima; a nagyobb karmok csak csúcsuk közelében görbültek, csúcsuk közelében külső oldalukon egy sörteszerű kis mellékarom van.

A garat fogkészülékének pálczikái háromszöget alkotnak; a két oldali pálczika egyenes lefutású; közepén alig észrevehetően befelé mélyedt; az alappálczika hullámosnak látszik s az oldali pálczikákkal való érintkezés pontján mindkét oldalon egy-egy kis, ferdén lefelé álló fogacska van. A központi lécz, illetőleg a pharynx elejének belső kutikula megvastagodása nem éri el a pharyngealis bulbus közepét.

A pharyngealis bulbus, illetőleg a garatfő egészen szabályos gömbforma és e tekintetben, valamint a miatt is, hogy középpontján egymás végtében három pár kis gömbölyű kutikula testecske van, nagy mértékben emlékeztet a *Macrobiotus ornatus* Richter, *Macr. papillifer* Murray és *Macr. asperus* Murray fajokra.

A peték szerkezetét nem sikerült megfigyelnem, mert a vizsgált példányban érett petét nem találtam.

Termőhelye: Nyassa-tó Langenburg mellett (1), Mbasi-folyó (10), Kota-Kota (12).

E faj a lábak karmainak elhelyezése tekintetében egyezik a *Macrobotus Oberhauseri* DOY és a MURRAY S.-től rajzolt és röviden leírt, de meg nem nevezett egyik fajjal; míg a pharyngealis bulbos s a fogkészülék szerkezete alapján a *Macrobotus ornatus* RICHTER, *Macr. papillifer* MURRAY is *Macr. asperus* Murray fajokhoz hasonlít. Az összes említett fajoktól lényegesen eltér azonban életmódja tekintetében, mert az előbbiek mindannyian nedves mohák alatt élnek, míg ez vízi szervezet. Más-különbén nem tartom kizártnak annak lehetőségét, hogy ezen új faj s a MURRAY S.-től röviden leírt és rajzolt névtelen példány összetartozik. E kérdés érdemleges eldöntéséhez azonban szükséges a MURRAY S.-féle példány pharyngealis készülékének s úgy e példány, valamint a leírt faj érett petéje szerkezetének ismerete.

2. Hydrachnidæ.

Az Afrika területén tenyésző édesvízi *Hydrachnidák* tanulmányozásával ez ideig aránylag igen kevés búvár foglalkozott, a kiknek sorát LUCAS K. kezdi meg 1846-ban, ki Algier területéről négy genusból négy fajt ír le. BARROIS TH. az Açores-szigetek édesvízi faunájának ismertetését tartalmazó 1887. és 1896. évi két rendbeli dolgozatában két-két, illetőleg a synonymekre tekintettel három fajt találunk.

Az afrikai *Hydrachnidákra* vonatkozó tudományos ismeretek alapját KOENIKE F. vetette meg több rendbeli dolgozatával, melyek közül az 1893. évi elsőben STUHLMANN F.-től keletafrikában gyűjtött 14, legnagyobb részben új fajnak leírását adja. Ezt követő 1895. évi dolgozatában a BARROIS TH.-tól Egyiptomban gyűjtött pár fajnak leírását találjuk. A Német-Kelet-Afrika Hydrachnidáira vonatkozó dolgozat, mely 1896-ban jelent meg, már nagyobb számú, nevezetesen 22 fajról emlékezik meg, melyeknek legnagyobb része új. Egy évvel későbben megjelent dolgozatában négy keletafrikai új fajnak leírását találjuk. Legutolsó s egyuttal legterjedelmesebb dolgozata 1898-ban látott napvilágot s ebben a Madagaskár és Nosszi-Bé területén VOELTZKOW-tól gyűjtött 39 faj ismertetését találjuk.

Újabb időben THOR SIG és NORDENSKIÖLD E. is foglalko-

zott afrikai *Hydrachmidák* ismertetésével. THOR SIG 1898. évben a Caplandból származó *Capobates Sarsi* új nemnek és ajnak leírását nyújtja, míg 1902-ben a Capland különböző termőhelyeiről 15 fajt ismertet, melyeknek legnagyobb része új. NORDENSKIÖLD E. 1905. évi dolgozata a svéd egyiptomi zoologiai expedíciótól Egyiptomban és Sudánban gyűjtött 14 fajnak leírását tartalmazza, melyek között új genusoknak képviselői is vannak.

Én vizsgálataim során több genusba tartozó, több fajt figyeltem meg, a melyeknek legnagyobb részét már KOENIKE F. ismertette említett dolgozataiban, de talákozott közöttük néhány új is, miként az az alábbiakból is kitűnik.

Vizsgálataim során a következő fajokat sikerült megfigyelnem :

Eulais megalostoma KOEN 3. 11.	Atax digitatus KOEN. 1.
« degenerata KOEN 3. 11.	« Borgerti DAD. 2.
Georgella incerta (KOEN) 23.	« falcifer DAD. 2.
Arrhenurus plenipalpis KOEN 3.	15 Encentridophorus Borgerti
25. 24. 10.	DAD. 2.
5 Arrhenurus Voeltzkowi KOEN. 3.	Atax figuralis C. K. 2.
10 11. 17. 15.	Encentridophorus Koenikei
Arrhenurus sarcinatus KOEN. 10.	nsp. 22.
« vigorans KOEN. 10.	Encentridophorus sp. ? 2.
« gibbus KOEN. 3.	Neumania paucipora (KOEN). 9.
« tæniatus nsp. 10.	20 « simulans (KOEN) 22.
10 Koenikea tessellata nsp. 10.	25. 23.
Anisitsiella africana nsp. 23.	21 Piona caligifera (KOEN). 5. 10. 19.

A megfigyelt 21 faj között néhány új is talákozik, a melyeknek leírását az alábbiakban adom.

Meg kell itt még jegyeznem azt, hogy a Ngozi-tó plankton-anyagában a *Tyroglyphus siro* L. fajt is megtaláltam, a mi annál érdekesebb, mert ez a faj tudvalevőleg rendes körülmények között a régi sajtot lakja s ennek rovására táplálkozik.

Arrhenurus tæniatus n. sp.

A test fölülről vagy alulról nézve tojásforma, elől kevésbé hegyesebben kerekített, mint hátul. A homlokszegély kerekített, a két oldali szegély mellső kétharmadában síma, íves, hátulsó

harmadában hullámos; a hátulsó szegély közepén, a test középvonalában kis csúcsocskák emelkedik.

A háti tojásforma, de hátulsó vége nyitottnak látszik, területén a porusok sokkal apróbbak, mint a hátpánczélon egyebütt, a melyen halmocskák nincsenek.

A hasoldali páncél porusai szintén nagyok, de meglehetősen gyéren elszórtak, a mennyiben az epimerák közötti területen csupán egy sor porus van.

Az epimerák négy különálló csoportba rendeződtek, mert a két első epimerát a test középvonalában meglehetősen széles szabad terület választja el. A 3. és 4. epimerapár csaknem egyforma alakú, egyformán ferdén föl és kifelé irányul, de a 3. pár keskenyebb; a két első pár föllete csupán finoman porózus, míg a két hátulsó páron a finom porusokon kívül cserépszerű kiemelkedések is vannak.

A palpus maxillaris ízei közül a 2. csaknem kétakkora, mint a harmadik, a 4. íz csak kevéssel rövidebb, mint a megelőző kettő együtt, distalis belső csúcsa szélesen kerekített, ki- és előfelé kiemelkedett; a csúcskarom erős, egyszerű, egész hossza 0.28 mm.

A lábpárak meglehetősen erőteljesek; a két első lábpár egyforma hosszú, 0.48 mm; a 3. lábpár 0.53 mm; a 4. lábpár 0.66 mm; máskülönben szerkezet tekintetében feltűnőbb eltérést nem mutatnak.

Az ivarnyílás egészen a test hátulsó szegélye mellé húzódtott, majdnem körforma, de mellső csúcsa kissé kihegyesedett, középvonala hátul kis csúcsocskába megy ki. Igen jellemző az *ivarnyílást kísérő porusok* elhelyezése, mert ezek az ivarnyílás mellső csúcsa fölött a törzs egész szélességében harántul futó keskeny szalagot alkotnak.

A test egész hossza 0.85 mm; legnagyobb átmérője 0.7 mm. Színe zöldes.

Csupán egyetlen nőstény példánya állott rendelkezésemre a következő termőhelyről: Mbasi-folyó (10).

Az eddig ismert *Arrhenurus*-fajoktól e faj testének alakján kívül legfőképen ivarnyílásának helyzete s a poruslemezek (Napfplatten) lefutása alapján könnyen megkülönböztethető.

Koenikea tessellata n. sp.

Nőstény. A test egészben véve tojásforma, elől hegyesebb, keskenyebb, mint hátul. A homlokszegély egyenes, határán kétoldalt egy-egy kis szemölcs emelkedik, csúcán egy-egy sörtével. A test kétoldali szegélye tompán íves, a mellső szegélybe lejtősen, a hátulsóba kerekítetten megy át. A hátulsó szegély alig észrevehetően íves, csaknem egyenes, a két oldalszegélylyel tompán kerekített zúgot alkot.

A testtakaró kemény pánczél alkot. A hátoldali pánczél a főlhajlott hasoldalától egy hátív választja el, a melynek lefutása megegyezik a test alakjával, azaz széles tojásforma, elől hegyesen, hátul szélesen kerekített, mellső csúcsa sokkal közelebb fekszik a homlokszegélyhez, mint a hátulsó a test hátsó szegélyéhez. A hátívtől körülzárt hátpánczél négy kisebb és egy nagyobb lemezre tagolódott. A négy kisebb lemez a test hossz tengelyéhez részarányosan helyezkedett el, alakjuk, mekkoraságuk és helyzetük szerint két párt alkotnak; az egyik pár nagyobb, a másik kisebb. A nagyobb lemezpár a hátpánczél mellső csúcán fekszik egymással átellenben, illetőleg egymás mellett, némileg szabálytalan, kerekített csúcsú négyszöghöz hasonlít. A másik lemezpár kisebb, némileg kerekített csúcsú háromszöghöz hasonlít, az egyes lemezek a hátpánczél két oldalán ellentétesen a páratlan lemeztől elválasztottan fekszenek és csatlakoznak a fölötte ülő nagyobb páros lemezhez. A nagyobb és kisebb páros lemezek érintkezési vonala irányában kívül és belül egy-egy nagyobb porus van sörtével, s ezenkívül minden lemez közepén kis halmocska emelkedik. A páratlan lemez a hátpánczélnek majdnem $\frac{2}{3}$ -át teszi ki, mellső felének szegélye szabálytalan, hullámos, majd kicsúcsosodott, majd bemélyedt, hátulsó felének szegélye azonban épszerű és kerekített; hátulsó szegélye közelében rajta és mögötte két-két porus van sörtével, területén a fentebb már jelzett kettővel együtt összesen négy porus fejlődött ki. Az egész hátpánczél, valamint a felhajlott hasipánczél is meglehetősen finom porusokkal borított.

Az epimerák négy csoportra tagolódtak, de valamennyi tökéletesen körülzárt. A két első epimera kúpforma, önálló,

közöttük meglehetősen széles szabad terület van, ferdén ki- és előfelé tekintenek, hátulsó végük meglehetősen hegyesen kerekített és egy-egy porust visel. A két második epimera ékforma, ferdén ki- és előfelé tekint, köztük és a harmadik epimera-pár között meglehetősen széles szabad terület van. A két 3. epimera szabálytalan ötszöghöz hasonlít, kifelé szélesedik, kissé ferdén ki- és fölfelé fut, belső felső zúga tompán kerekített, az alsó csaknem derékszögű. A két negyedik epimera valamennyi többenél szélesebb, némileg négyszöghöz hasonlítható, egyenesen kifelé irányul, hátulsó szegélye és belső alsó zúga gyengén kerekített, hátulsó szegélyének közepén ferdén befelé álló kis nyújtvány van. Valamennyi epimera fölülte nagy porusokkal fedett s ezek nagyobbak a haspánczélénál. A pánczél alatt az első két epimera hátulsó csúcsáról, valamint a két másodiknak felső külső csúcsáról is egy-egy kutikula-lécz indul ki, a melyek a negyedik epimera pár alatt s ennek alsó belső zuga közelében érintkeznek.

A palpus maxillaris második ize valamennyi többenél vastagabb és olyan hosszú, mint a 4.; a 4. iz belső szegélyén a distalis csúcshoztól nem nagy távolságban egy sörtét viselő kis kiemelkedés van, melyen túl egy s a szegély közepén 2 sörte ül. Az utolsó, 5. iz alapja duzzadt, vastagabb, mint distalis vége, a melyen csak igen apró 3 kis fogacska emelkedik. A palpus maxillaris egész hossza 0.44 mm.

A lábak közül a két első pár csaknem egyforma hosszú és egyforma szerkezetű, az első lábak 0.82 mm, a második lábak 0.83 mm hosszúak, evezősörte csupán a 2. lábpár ötödik ízén van. A 3. lábpár rövidebb a többenél, 0.77 mm hosszú, 4. és 5. ize evezősörtét visel, ezenkívül belső szegélyén 3 kis tüske emelkedik egymástól egyenlő távolságban. A negyedik lábpár valamennyi többenél hosszabb, 0.93 mm hosszú, 3—5 izének belső, illetőleg hasi szegélyén különböző számú rövid tollas tüske sorakozik egymástól egyenlő távolságban s ezenkívül mindhárom iz 1—2 evezősörtét is visel; az izek közül leghosszabb az 5. Valamennyi lábpár csúcskarma egyszerű.

Az ivaranyílás körül két, majdnem félkörforma lemez fek-

szik s ezektől jobbra és balra apró genitális porusok helyezkednek el némileg kúpforma területen. Az ivarnyílás közelebb fekszik az epimerákhoz, mint a test hátulsó szegélyéhez.

A test hossza 0·8 mm; legnagyobb átmérője 0·7 mm. Színe zöldesbarna.

♂. A test fölülről nézve némileg tojásformát mutat. A homlokszegély egyenletesen kerekített; a két oldalszegély mellső harmadában szabályosan íves, azon túl kissé bemélyedt, minek következtében a hátulsó szegély kezdetén egy-egy kis kerekített zúg mutatkozik. A hátulsó szegély középvonalában csúcsosan kiemelkedett, így két oldala lejtős, csúcsa kerekített. A hátoldal középvonalában, a hátulsó szegély közelében, egyenesen hátra-irányuló, tompított csúcú kúphoz hasonló nyújtvány ered, a mely különösen oldalhelyzetben tűnik szembe.

A hátpánczél egészben véve ugyanolyan szerkezetű, mint a nőstényé s csak abban különbözik észrevehetőbben, hogy a központi páratlan nagy lemez hátulsó fele elkeskenyedett, némileg egyenesre metszett csúcú háromszöghöz hasonló, illetőleg a hátív körte forma.

A páros kisebb lemezek s általában az egész hátpánczél finomabb szerkezete egyezik a nőstényével.

Oldalról nézve a test zömöknek mondható, majdnem olyan magas, mint a milyen hosszú. A homlokszegély kerekített és meglehetősen előre áll. A hátoldali szegélyen a szemek mögött sekély bemélyedés van, mely után tompán kerekített, gyengén kiemelkedő halom következik. A hátoldali szegély hátul a kúpforma nyújtványba megy át. A hátulsó szegély tompán kerekített, a nyújtvány alatt kissé mélyedt és észrevétlenül megy át a hasoldali szegélybe. A hasoldali szegély csaknem egyenes, míg a hátoldali szegély hátulsó felében magasabb, mint a mellsőben.

Az epimerák ugyanolyan elrendeződésűek s ugyanolyan szerkezetűek, mint a nőstényei, de a negyedik párnak hátulsó szegélye egyenes s ezenkívül rajta pikkelyszerű kiemelkedések is mutatkoznak.

A palpus maxillaris s a lábpárak egészben ugyanolyan szerkezetűek, mint a nőstényei, de valamennyien rövidebbek, a második lábpár izein a tüskék száma kisebb s ezek rövidebbek

is; a harmadik lábpáron több az evezősörte; a negyedik lábpár utolsóelőtti ötödik íze a hasoldal felé sajátságosan görbült s az utolsó hatodik iz az előtte valónál sokkal rövidebb.

Az ivarnyilást körülfogó két lemez együttesen tojásformát mutat, a genitális porusok két-két haránt sorban rendeződöttek s ezek alatt két oldalt a test hátulsó szegélyének közelében 3—3 sörte emelkedik egymás közelében.

A test hossza 0.78 mm, legnagyobb átmérője 0.65 mm.

E fajnak két nőstány és egy hím példánya állott rendelkezésemre a következő termőhelyről: Mbasi-folyó (10).

A genus eddig ismert fajaitól a hátpánczél, a külső ivarkészülék szerkezete s a hím testének sajátságos formálódása alapján könnyen megkülönböztethető; nevét a hátpánczél szerkezetétől nyerte.

Anisitsiella africana n. sp.

A test tojásforma, elől és hátul egyformán kerekített és oldalai is egyformán ívesek. A homlokszegély kerekített, közepén nem mélyedt.

A hát- és haspánczél nem különült el egymástól, illetőleg hátoldali iv nincs. Az egész testtakaró hajlékony chitincuticulából állónak látszik, csak bizonyos pontokon mutatkoznak rajta porusok s e helyeken jobban megkeményedett. A hátoldalon a test hátsó harmadának középvonalában egy ellipszis forma, porusos, megkeményedett terület különült el s ezenkívül 8 pár mirigynyílás is van halmocskákon, részarányos elhelyezésben. A hasoldalon a negyedik epimerapár hátulsó szegélyén és a külső ivarkészülék hátulsó végén lépnek fel porusok, melyek közül az utóbbiak körforma pánczélrészletet alkotnak.

A maxillaris készülék közepén halomszerűen kiemelkedett; a léghólyagok feltűnő hosszúak, visszás kardformák; a maxillaris lemez porusos.

A palpus maxillaris második íze a többinél vastagabb, a 4.-nek $\frac{2}{3}$ hosszát éri el; a 3. iz alig fél oly hosszú, mint az előtte való, míg a 4. egymaga csaknem oly hosszú, mint az előtte való kettő együtt, de ezeknél vékonyabb, belső szegélyének distalis harmadában három finom sörte emelkedik; az

5. csücsíz rövid, három íves karomra tagolódott. Az egész palpus hossza 0·3 mm.

Az epimerák a test mellső felére koncentráálódtak és mindkét oldalán egymással szorosan érintkeznek. A két első epimera a test középvonalában egymással teljesen egybeolvadt, egységes lemezt alkot, mely hátrafelé erősen kihegyesedett. A két második epimera némileg oszlopforma, ferdén ki és előre irányul, hátulsó szegélye külső harmadában a nagy mirigynyílás befogadására bemélyedt. A két harmadik epimera némileg megnyúlt négyszöghöz hasonlít, felső szegélye kissé mélyedt, míg a hátulsó gyengén íves. A két negyedik epimera valamennyi többinél nagyobb, némileg félholdhoz hasonlít, mellső szegélye mélyedt, a hátulsó erősen kerekített, mellső csúcsa előre tekint. Valamennyi epimera burka pánczéllá keményedett és finoman porusos.

Az első lábpár 0·8 mm hosszú, egyes izein csupán kevés egyszerű, hosszú s néhány egyszerű rövid sörte van, míg az evezősörték hiányzanak. A második lábpár 0·88 mm hosszú, 3. ízének alsó distalis csücsán egy pamatban három hosszú, erős sörte van s a következő két iz megfelelő csücsán is több sörte van, mint az első lábén; evezősörtéket nem tudtam megkülönböztetni. A 3. lábpár 0·95 mm hosszú, utolsó előtti ízének distalis alsó csücsán négy erős sörte ül, a 4—5. izen két-két evezősörtét ismertem fel. A 4. lábpár 1·2 mm hosszú, 3—6. ízének alsó szegélyén nagyobb számú apró tüske sorakozik, a melyek a 4—5. izen tollasok s ugyanezen izeken több evezősörte is emelkedik; az utolsó iz csücsán a karmok helyett egy kis egyenes tüske van. A három első lábpár csücskarmain kis mellékkarom van.

A külső ivarkészülék a 3. és 4. epimerapártól körülzárt öbölbe nyomult be. A két ivarlemez együtt ellipszisformát mutat, finoman szemecskések, de körülöttük világos, szemecskétlen udvar van, hátulsó szélesebb végükön a haspánczél körben porusos.

A test hossza 1 mm, átmérője 0·75 mm. Színe barnás-zöld.

Egyetlen hím példány állott rendelkezésemre, melyet a következő termőhelyről származó anyagban találtam: Wiedhofen (23).

Atax Borgerti. DAD.

Atax Borgerti DADAY: Zool. Jahrb. 25. köt. 1907. p. 257. Fig. D. a—d.

Testének alakja tekintetében az *Atax figuralis*-szal egyezik és epimerái is majdnem ugyanazt az elhelyezést mutatják, de a negyedik epimerapárnak hátulsó szegélye egyenes s a belsővel derékszöget alkot. Az első epimerapár hátulsó vége meghosszabbodott s a harmadik alá nyomul. A test hossza 0.65 mm, legnagyobb átmérője 0.54 mm.

A palpus maxillaris három proximalis íze sokkal vastagabb az első láb ízeinél; első íze 0.03 mm hosszú, sokkal vékonyabb az utána következőnél; második íze 0.09 mm hosszú és 0.07 mm átmérőjű, az összes ízek között a legvastagabb, külső szegélyén és distalis külső csúcsán egy kis sörtét visel; harmadik íze 0.04 mm hosszú és 0.05 mm vastag, külső szegélyének közepén sima kis sörté emelkedik; negyedik íze 0.08 mm hosszú, de csupán 0.03 mm vastag, belső szegélyén a distalis csúcs közelében ujjforma nyújtvány emelkedik, csúcsán kis sörtével; ötödik íze végre 0.08 mm hosszú, distalis vége felé fokozatosan vékonyodik, gyengén sarlóformán befelé görbölt, csúcsa kerekített, fogszerű nyújtványokat nem visel.

A lábak hossza csak kis mértékben különbözik, a mennyiben az első láb 0.8 mm, a második 0.76 mm, a harmadik 0.78 mm s a negyedik 0.85 mm hosszú. Az első lábpár ízein nincsenek meg a genus fajaira jellemző kiemelkedések a sörték alapján. Az első lábpár csúcskarmának két ága egyforma erősen fejlett, lapos, kerekített csúcsú, míg a többi lábon a külső ág elcsenevészett s a belső fejlődött a tulajdonképeni csúcskarommá.

Az ivarudvar majdnem egészen körforma és négy részletre tagolódott; a két felső, illetőleg mellső lemezen két-két, a két hátulsó, szintén egyforma lemezen 3—3 ivari korong van, melyek közül az előbbiek tojásformák, míg az utóbbiak körformák. Az egész ivarudvar átmérője és hossza 0.1 mm.

Egyetlen példánya állott rendelkezésemre, a melyet a Victoria Nyanza-ból, *Entebbe* termőhelyről gyűjtött anyagban találtam meg.

E faj legfontosabb ismertető bélyege a palpus maxillaris utolsó ízének mekkorasága és szerkezete, valamint az első láb-pár szerkezete.

Atax falcifer DAD.

Atax falcifer DADAY. L. c. p. 258. Fig. E. a—b.

Általános testalakja, epimeráinak és lábainak szerkezete tekintetében hasonlít az *Atax figuralis*-hoz. Testének hossza 0·67 mm, legnagyobb átmérője 0·52 mm.

A palpus maxillaris ízei vastagabbak az első lábénál; első íze csupán 0·06 mm hosszú; második íze 0·2 mm hosszú, legnagyobb átmérője 0·13 mm, distalis vége felé fokozatosan vastagodik; harmadik íze 0·08 mm hosszú és 0·12 mm vastag, külső oldalán erős és hosszú sörtét visel; negyedik íze 0·17 mm hosszú, distalis vége felé fokozatosan vékonyodik, legnagyobb átmérője 0·09 mm, a legkisebb 0·05 mm, belső szegélyén finom sörtét viselő, kerekített csúcsú halom emelkedik, közepe táján s e fölött a külső oldalon erősebb, szintén kerekített csúcsú, de egyszerű halom ül, distalis belső csúcsa kissé kiemelkedett; ötödik íze a csúcsfogakkal együtt csupán 0·05 mm hosszú, alapján 0·04 mm vastag, külső szegélyének közepén hatalmas, sarlóforma tüskenyújtvány emelkedik, alapja közelében két finom sörtével, distalis csúcsán három sarlóforma karom ül.

A lábak közül csak az első (0·87 mm) és a harmadik (0·88 mm) egyforma hosszú, a második ellenben ezeknél hosszabb (0·98 mm) és leghosszabb a negyedik (1·5 mm).

Az ivarudvar némileg tojásforma, hátul kissé bemetszett, két egyforma, félholdszerű lemezre tagolódottnak látszik; mindenik lemezén a külső szegély mentén egy sorban 5—5 ivar-korong sorakozik s ezek majdnem teljesen körformák. Az ivarudvar hossza 0·12 mm; átmérője 0·11 mm.

Egyetlen teljesen fejlett példánya állott rendelkezésemre a Victoria Nyanza-ból, *Entebbe* termőhelyről gyűjtött anyagból.

E faj legfeltűnőbb jelleme a palpus maxillarisnak, különösen pedig utolsó ízének szerkezete.

Encentridophorus Borgerti DAD.

Encentridophorus Borgerti. DADAY: L. c. p. 260. Fig. F. a—b.

Teste tojásforma, elöl hegyesebben, hátul szélesebben ke-rekített, de a középvonalan, az alfelnyílás mögött kissé kicsú-csosodott; hossza 0·8—0·9 mm, legnagyobb átmérője 0·6—0·7 mm.

A testen kutikula-kiemelkedések nincsenek s a bőr fino-man redőzöttnek látszik.

A palpus maxillaris kevésel hosszabb a test félhosszánál és ízei kevésel vastagabbak az első láb ízeinél. Az első íz 0·05 mm hosszú, majdnem egész hosszában egyenlő vastag; a második íz hossza 0·2 mm, distalis vége felé erősen vastago-dik, itt 0·14 mm átmérőjű; a harmadik íz 0·12 mm hosszú, vastagsága 0·13 mm, külső oldalán a distalis szegély közelében egy erős tüske emelkedik; a negyedik íz hossza 0·39 mm, egész hosszában csaknem egyforma vastag (0·08 mm), végső harmada közelében ujjforma nyújtvány emelkedik, mely előtt három finom sörté sorakozik; az ötödik íz 0·12 mm hosszú, külső sze-gélyének közepén tüskeforma nyújtvány emelkedik, ezenkívül négy sörtét is visel.

A lábak hátrafelé fokozatosan hosszabbodnak. Az első láb ízein a sörték tövén kiemelkedések nincsenek. A három első lábpárnak jól fejlett egyszerű csúcskarmai vannak, míg ellen-ben a negyedik lábpár utolsó íze distalis csúcsának közepén egy tüskét visel a csúcskarmok helyett. A második lábpár 4—5. ízén, míg a harmadiknak és negyediknek 3—5. ízén evező-sörték vannak.

Az epimerák elhelyezésükkel egyeznek az *Encentridopho-rus spinifer* (Koen.) fajjal, de az első epimerapár hátulsó vége meghosszabbodott s a harmadik alá nyomult; a negyedik epi-merapár pedig hátulsó szegélyén kicsúcsosodott.

Az ivarnyílás orsóforma hosszú rés (0·25 mm), körülötte az ivarkorongok a haspánczélától elkülönült lemezen ülnek, a melyen sörték is emelkednek. Az ivarkorongok száma mindkét oldalon 12—14 és különböző nagyságúak.

A teljesen kifejlett példányokon kívül nymphákat is találtam, a melyek nagyon egyeznek az *Eucentridophorus spinifer* (Koen.) nympháival; testük tojásforma, hátul szélesen kerekített, 0.4 mm hosszú; ivarlemezük csupán egy-egy ivarkorongot visel.

A rendelkezésemre állott példányok valamennyien a Victoria Nyanza-ból *Entebbe* termőhelyről származó anyagból valók.

E faj, melyet gyűjtőjének, dr. A. BORGERT-nek tiszteletére neveztem el, az *Eucentridophorus spinifer* (Koen.) fajtól epimeráinak szerkezete, főleg pedig elkülönült genitális udvari lemezeinek jelenléte alapján különbözik.

Eucentridophorus Koenikei n. sp.

A test fölülről vagy alulról nézve pajzsforma, a homlokon szabályosan kerekített, két oldalszegélye egyenes, alig észrevehetően íves, a hátulsó szegélylyel majdnem derékszögű zugot alkot. A hátulsó szegély egyenesre metszett, közepén egyenesen bemetszett s így két részarányos lebenyre tagolódott, a bemetszés két csúcsán két-két kis sörte emelkedik.

A testet borító kutikula mindenütt hajlékony, szerkezet nélküli; a hátoldalon a hátulsó szegély két lebenyének közepe táján egy-egy harántsorban 4—4 erős sörte emelkedik, míg a két oldali zugon porusnyílásból egy-egy finom, hosszú sörte indul ki. A homlokon megvan a két antenniform sörte. A háton csupán két pár kis mirigyvezetéki pórust különböztethettem meg.

A szemek a homlokszegély kétoldalán, a szegély közelében és egymástól mintegy 0.25 mm távolságra ülnek.

Az epimerák tulajdonképen csupán három csoportba rendeződtek, mert a két első epimera egymással a középvonalban teljesen egybeolvadt, némileg 1' forma lemezt alkotnak, melynek hátulsó páratlan csücsáról kétoldalt ferdén ki- és hátrafelé, a 3. epimerapár alá nyomuló hegyes nyujtvány ered. A 2. epimerapár némileg ékforma, az elsőhöz szorosan hozzásimul, míg a 3. pártól nagyobb hézag választja el s ebben kétoldalt egy-egy nagy porus ül. A 3. és 4. epimerapár részarányosan két csoportot alkot; a 3. pár megnyult négyszög-

bőz hasonlít, választófala a 4. pár felé nem egész. A 4. epimerapár valamennyi többinél szélesebb, hátulso szegélye gyengén íves, de közepén hátra- és lefelé irányuló hegyes nyujtvány indul ki róla. Valamennyi epimera sima felületű.

A palpus maxillaris ízei közül a proximalis 2. a többinél vastagabb, csaknem oly hosszú, mint a 4., a mely az öt megelőző kettőnél sokkal vékonyabb, csaknem oly hosszú, mint ezek együttvéve, alsó szegélyének distalis negyedében ujiforma nyujtvány és ez alatt egy finom hosszú sörte emelkedik.

Az utolsó 5. iz csúcsán egy felső gyengébb s egy alsó erősebb karomra tagolódott, alsó oldalán 9 finom sörte van. Az egész palpus hossza 0.45 mm.

A lábak közül a 3. pár a legrövidebb, 1.5 mm. hosszú, utána következik az 1. pár, mely 1.55 mm. hosszú; a 2. lábpár a két megelőzőnél már jóval hosszabb, 1.75 mm. hosszú s végre a 4. valamennyinél hosszabb, 1.9 mm. hosszú. Az első lábpár 2. íze közepén egy, a 3. és 4. iz ellenben 3 hosszú erős sörtét visel s ezen ízek az 5—6.-nál vastagabbak. A 2. lábpár ízei némileg hasonlítanak az elsőihez, de a 2. és 4. ízén egygyel több sörte van, az evezősörték különben róla is hiányzanak, éppen mint az elsőről. A 3. lábpár egyik feltűnő jellemvonása az, hogy 3., 4. és 5. ízén feltűnő sok evezősörte van, ízei mind egyforma vastagok s az utolsó iz aránylag rövid és vastag. A 4. lábpár 3. ízén több apró sörte emelkedik, de evezősörték nincsenek; a 4. és 5. iz a hosszú, merev sörtéken kívül több evezősörtét is visel; az utolsó iz oly hosszú mint az előtte való, distalis vége felé fokozatosan vékonyodik, csúcsán egy hosszabb és egy rövidebb túske ül a karmok helyén, belső, illetőleg alsó szegélyén 8 igen hosszú sörte emelkedik, a melyek evezősörték szerepét játsszák.

A hím ivarnyílás a hasoldal középvonalában a 4. epimera pártól nem nagy távolságban fekszik, körülötte ivarlemezek nincsenek; a genitalis porusok csaknem mindannyian egyforma alakúak és nagyok, az ivarnyílás kétoldalán, szétszórtan ugyan, de mégis harántirányban, mintegy 2—2 csoportba sorakozottan fekszenek. A hím kopuláló szerv igen bonyolódott összetételű.

A test hossza 0.78 mm., legnagyobb átmérője 0.5 mm.

Termőhelye Langenburg (22), innen egyetlen him példány állott rendelkezésemre.

E faj, melyet a Hydrachnologia érdemekben gazdag bűvára, KOENIKE tiszteletére neveztem el, a genus eddig ismert képviselőitől sörtéinek külső alakja alapján könnyen megkülönböztethető.

Ha a tőlem Német-Kelet-Afrika területéről megfigyelt *Hydrachnida*-fajokat Afrikában való előfordulásuk tekintetéből figyelembe vesszük, azt találjuk, hogy két csoportra oszthatók, nevezetesen 1. olyanokra, a melyek Afrikából már korábban ismeretesek voltak és 2. olyanokra, a melyek Afrikából még eddig ismeretlenek voltak. Ily nézőpontok szerint a tőlem megfigyelt fajok a következőleg oszlanak meg:

1. *Afrikából már korábban ismert fajok.*

Eulais megalostoma (KOEN.)	Arrhenurus vigorans (KOEN.)
“ degenerata (KOEN.)	“ gibbus (KOEN.)
Georgella incerta (KOEN.)	Neumania simulans (KOEN.)
Arrhenurus plenipalpis (KOEN.)	10 Atax digitatus (KOEN.)
5’ “ Voeltzkowi (KOEN.)	“ crassipes (O. F. M.)
“ sarcinatus (KOEN.)	Piona caligifera (KOEN.)
	18 Neumania paucipora (KOEN.)

Ezek szerint a tőlem megfigyelt fajoknak felénél többje már más afrikai területekről is ismeretes volt.

2. *Afrika területéről még eddig ismeretlen fajok.*

Arrhenurus taeniatus nsp.	5 Atax falcifer DAD.
Koenikea tessellata nsp.	“ figuralis (C. K.)
Anisitsiella africana nsp.	Encentridophorus Koenikei nsp.
Atax Borgerti DAD.	8 “ Borgerti DAD.

E jegyzék szerint a tőlem megfigyelt *Hydrachnida*-fajoknak felénél kevesebbje Afrika területéről még eddig ismeretlen volt.

Az Afrika területéről ez ideig ismert *Hydrachnida*-fajok (94) legnagyobb része még eddig kizárólag afrikainak tekinthető s csak elenyészően csekély számúak azok, a melyek egy vagy több más világrészről is ismeretesek. Az utóbbi csoportba a következő fajok tartoznak:

- Albia statoinis* THON. Europa, Afrika.
Atax crassipes (O.F.M.) Europa, Ázsia, É.-Amerika, Afrika.
 « *figuralis* C.K. Europa D.-Amerika, Afrika.
Diplodontus despiciens (O. F. M.) Europa, Ázsia, D.-Amerika, Afrika.
 5 *Georgella incerta* (KOEN) Europa, Afrika.
Hydrachna dilatata DAD. Asia, Afrika.
Limnesia maculata (O. F. M.) Europa, Afrika.
 « *nudulata* (O. F. M.) Europa, É.-Amerika, Afrika.
Neumania spinipes (O. F. M.) Europa, Afrika.
 10 *Piona coccinea* (C. K.) Europa, Afrika.
 « *rotunda* (KRAM.) Europa, D.-Amerika, Afrika.

Az Afrika területéről eddig feljegyzett fajok közül tehát csupán 11 olyan, a mely Afrikán kívül más világrészekből is ismeretes, míg a többi 83 faj speciális afrikai fajnak tekinthető. Az eddig Afrikából ismert nemek közül az *Arrhenurus*, *Atax*, *Eutais*, *Hydrachna* és *Limnesia* fajokban leggazdagabb, míg ellenben az Európából sok fajjal ismert *Piona* genusnak Afrikából aránylag kevés faja ismeretes. A többi nem közül kiválóbban érdekesek a jellemzően afrikai alábbiak:

<i>Bargena</i> (KOEN.)	5 <i>Eupatra</i> KOEN.
<i>Capobates</i> THOR.	<i>Mamersa</i> KOEN.
<i>Epolus</i> KOEN.	<i>Mamersopsis</i> NORDENS.
<i>Encentridophorus</i> PIER.	<i>Oxopsis</i> NORDENS.
	6 <i>Sigthoria</i> (KOEN.)

Ezekhez csatlakozik az *Albia* THON, *Anisitsiella* DAD. és *Koenekia* WOLL, a mennyiben ezeknek fajai eddig még csupán Európából (*Albia*), É. és D.-Amerikából (*Koenekia*) és D.-Amerikából (*Anisitsiella*) ismeretesek.

Hogy az Afrika faunájából eddig feljegyzett *Hydrachnida*-fajok Afrika területén milyen elterjedésnek örvendenek, az adatok elégtelensége miatt végérvényesen nem állapítható meg. Tény gyanánt azonban annyi megállapítható, hogy az eddig ismert 32 afrikai faj közül 10 Német-Kelet-Afrikában és Madagaskárban egyaránt tenyészik s így az említett két terület hasonlít egymáshoz a *Hydrachnida*-fajok tenyészése tekintetében.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 márczius 16.-án tartott üléséből.)

AZ ORR MELLÉKÜREGEINEK VISZONYA AZ AGYVELŐHÖZ.

ÓNODI ADOLF I. tagtól.

(Második közlemény.)

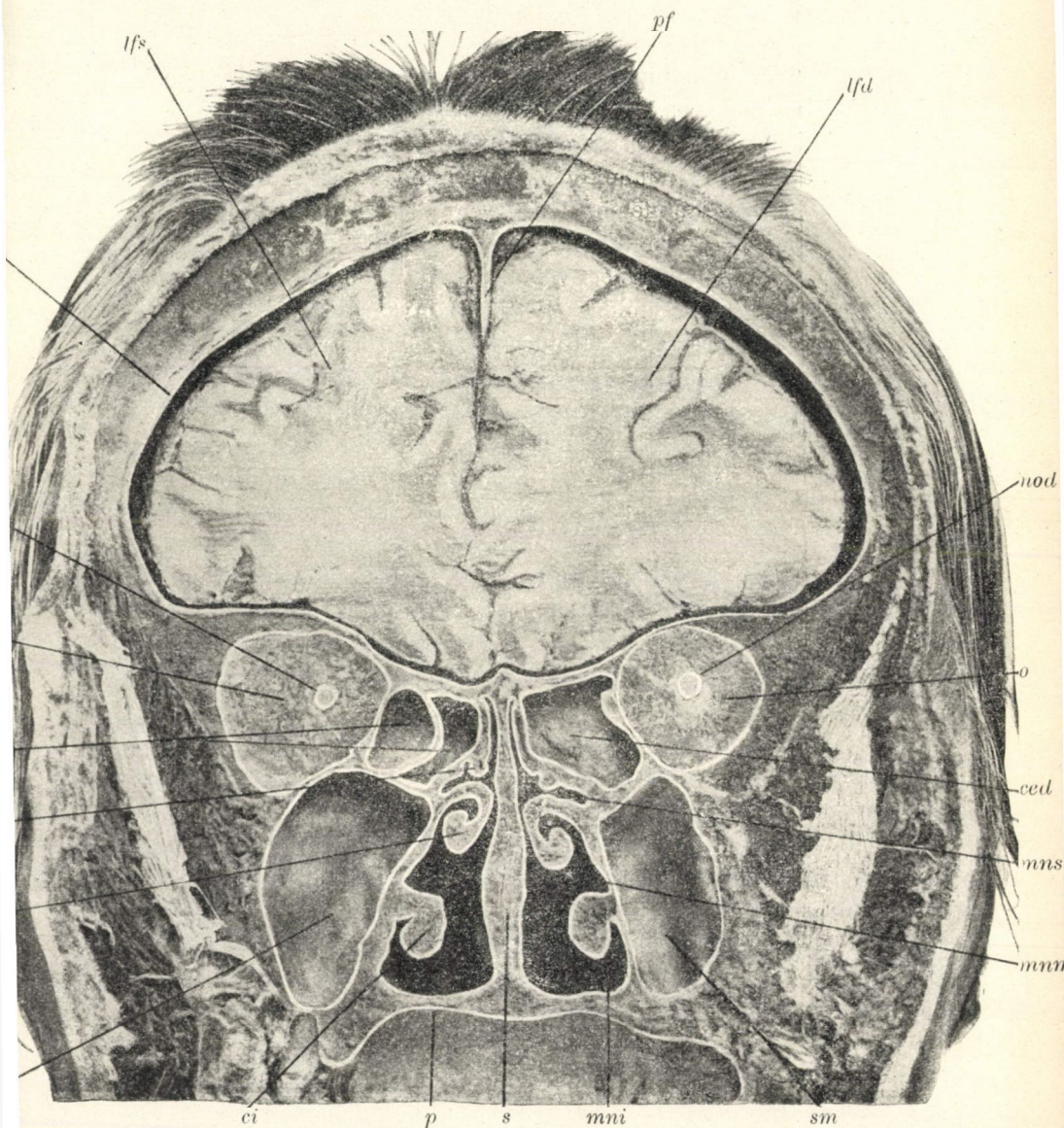
10 táblával.

A készítmények fényképfelvételei természetes nagyságban mutatják sagittalis metszeteken a homloküreg, a rostasejtek és az iköböl helyzeti és szomszédsági viszonyát a koponyaüreghez, az agyvelő homloklebenyének domborulatához és alapjához és a látóideghez. Ugyanezen képek egyszersmind megengedik sebészeti beavatkozások eseteiben a tájékoztató méretek igénybevételét. Az ábrák olyan sagittalis metszeteket mutatnak, a melyeken az orr melléküregei megvannak.

A 26. ábra homlokmetszeten tanulságosan mutatja a rostasejtek (*ces, ced*) viszonyát a koponyaüreghez és a homloklebeny alsó felszínéhez. A koponyaüreghez és a homloklebeny alsó felszínéhez nagyobb kiterjedésben áll közeli viszonyban a jobboldali rostasejt (*ced*), a rostasejtet a koponyaüregtől elválasztó csontfal kiterjedése 12 mm. Ezen csontfal felette vékony is lehet és a kóros folyamat tovaterjedésekor könnyen koponyaüri és agyvelői szövödményekhez vezethet. Továbbá áttekinthető a szomszédos viszony a rostasejt és szemüreg, valamint a szemüreg, koponyaüreg és agyvelő között.

A 27. ábra hasonlóképen homlokmetszeten mutatja a mellső koponyaárkot határoló rostasejtek (*ced, ces*) viszonyát a homloklebeny alsó felszínéhez.

A 28. ábra homlokmetszeten mutatja az iköböl (*ssd, sss*) területén a homloklebenyt (*lfd, lfs*) és a halántéklebeny legmellsőbb részét (*ltd, lts*), továbbá a megnyitott oldalsó agykamara (*vld, vls*) legmellsőbb részét. Az iköblök rendkívüli



26. ábra. Természetes nagyság. *pf* processus falciformis, *d* dura mater, *lfd* lobus frontalis dexter, *lfs* lobus frontalis sinister, *nod* nervus opticus dexter, *nos* nervus opticus sinister, *o* orbita, *ced* cellula ethmoidalis dextra, *ces* cellula ethmoidalis sinistra, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *cm* concha media, *mmn* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *smd* sinus maxillaris dexter, *sms* sinus maxillaris sinister, *s* septum, *p* palatum.

asymmetriát mutatnak; az iköböl szomszédos viszonya a belső fejüthöz (*cül, cis*), valamint a vastag csontfal az iköblök és a látóidegek (*nod, nos*) között áttekinthető.

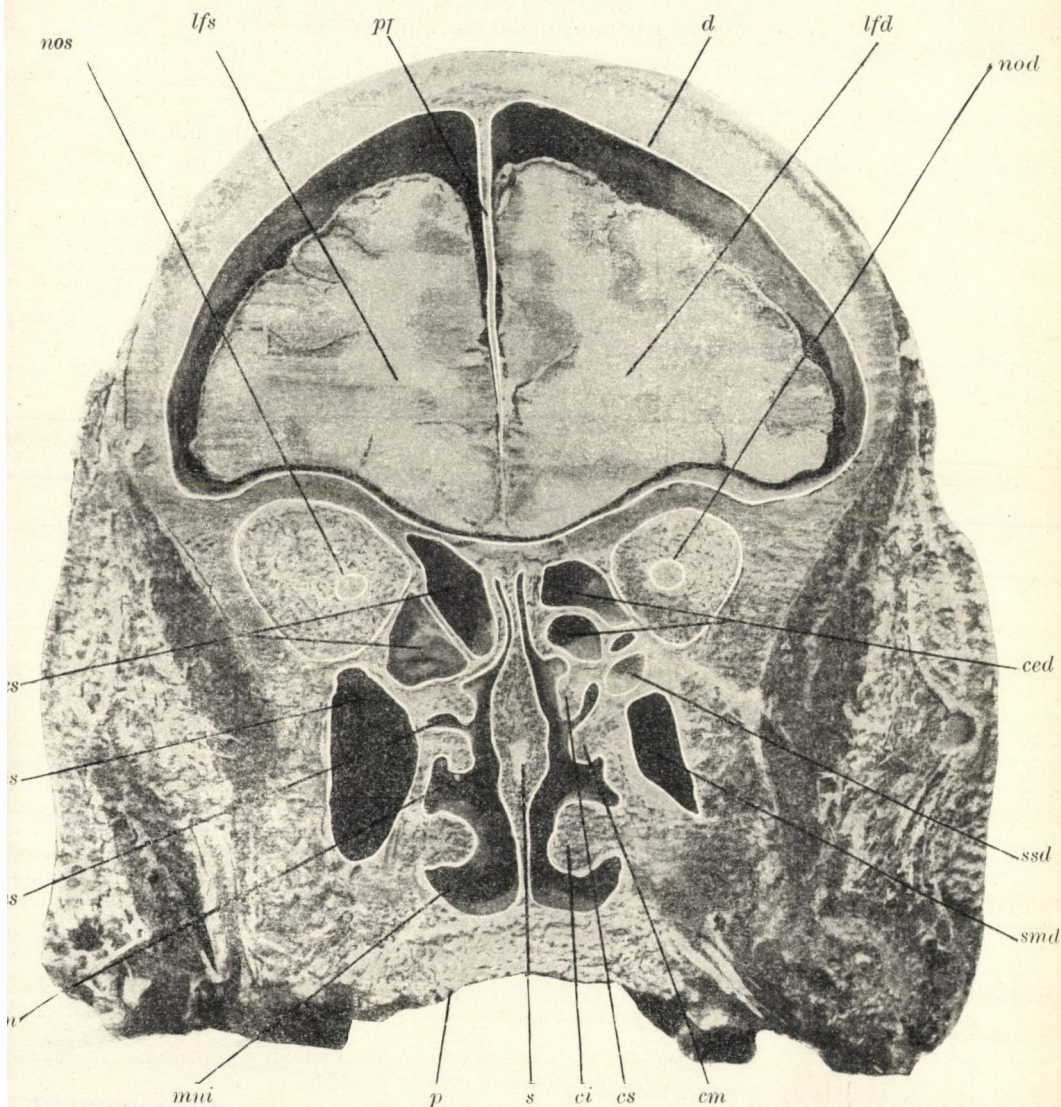
A 29. ábra homlokmetszeten mutatja az iköböl legmellsőbb részének területén az agyvelő homloklebenyeit (*lf/d, l/s*), az oldalsó agykamara (*vl/d, v/s*) legmellsőbb részét, továbbá az agyvelő halántéklebenyének legmellsőbb részét (*ll/d, ll/s*). Azonkívül a jobb látóideg (*nod*) viszonya a jobb hátulsó rosta-sejthez (*cepd*) és a bal látóideg (*nos*) viszonya a bal iköblökhöz (*sss*) áttekinthető.

A 30. ábra homlokmetszeten a látóidegek kereszteződésének (*ch*) és az iköblöknek (*ssd, sss*) területén mutatja az agyvelő homloklebenyét (*lf*) az agyvelő dúczaival: csikolt test (*nc*) és lencsemag (*nl*), és az oldalsó agykamarát (*vl*), valamint az agyvelő halántéklebenyét (*ll*). Az iköblök (*ssd, sss*) feltűnő asymmetriát mutatnak.

A 31. ábra homlokmetszeten mutatja a homloklebeny (*lf*) és a halántéklebeny (*ll*) alsó felületének viszonyát az iköblökhöz (*ssd, sss*), továbbá a látóidegek (*nod, nos*) szoros vonatkozásait az iköblökhöz (*ssd, sss*).

Nyolcz táblán sagittalis metszeteket mutatunk be, melyek egyrészt az orr melléküregeinek helyzetét és viszonyát a koponyaüreghez és az agyvelőhöz, másrészt a megnyitott homloküregnek viszonyát a koponyaüreghez és az agyvelőhöz tüntetik fel. Ezen helyzeti és szomszédos viszonyok természetes nagyságban különösen fontosak a homloküreg megnyitásával kapcsolatosan történő exploratív agypunctio szempontjából.

A VI. táblán olyan sagittalis metszet van érzékitve, melyen a homloküreg (*sf*) meg lett nyitva, mellső és hátulsó csontfala (*pf*) el lett távolítva. Látható a homloküreget (*sf*) az intraduralis üregtől és a homloklebenytől (*lf*) elválasztó dura mater (*d*), valamint ama terület, a hol a homloküregen keresztül a koponyaüreg megnyitása és az exploratív agypunctio, valamint a megfelelő beavatkozások véghez vitetnek. A készítmény mutatja az agyvelő homloklebenyének (*lf*), az oldalsó agykamarának (*vl*), az agydúcoknak (*cs, lh*), a capsula internának (*ci*) helyzetét és távolságát a homloküregtől (*sf*).



27. ábra. Homlokmetset, természetes nagyság. *pf* processus falciformis, *d* dura mater, *lfd* lobus frontalis dexter, *lfs* lobus frontalis sinister, *nod* nervus opticus dexter, *nos* nervus opticus sinister, *ced* cellula ethmoidalis dextra, *ces* cellula ethmoidalis sinistra, *sms* sinus maxillaris sinister, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *cs* concha superior, *cm* concha media, *ci* concha inferior, *mms* meatus narium superior, *mmi* meatus narium inferior, *s* septum, *p* palatum.

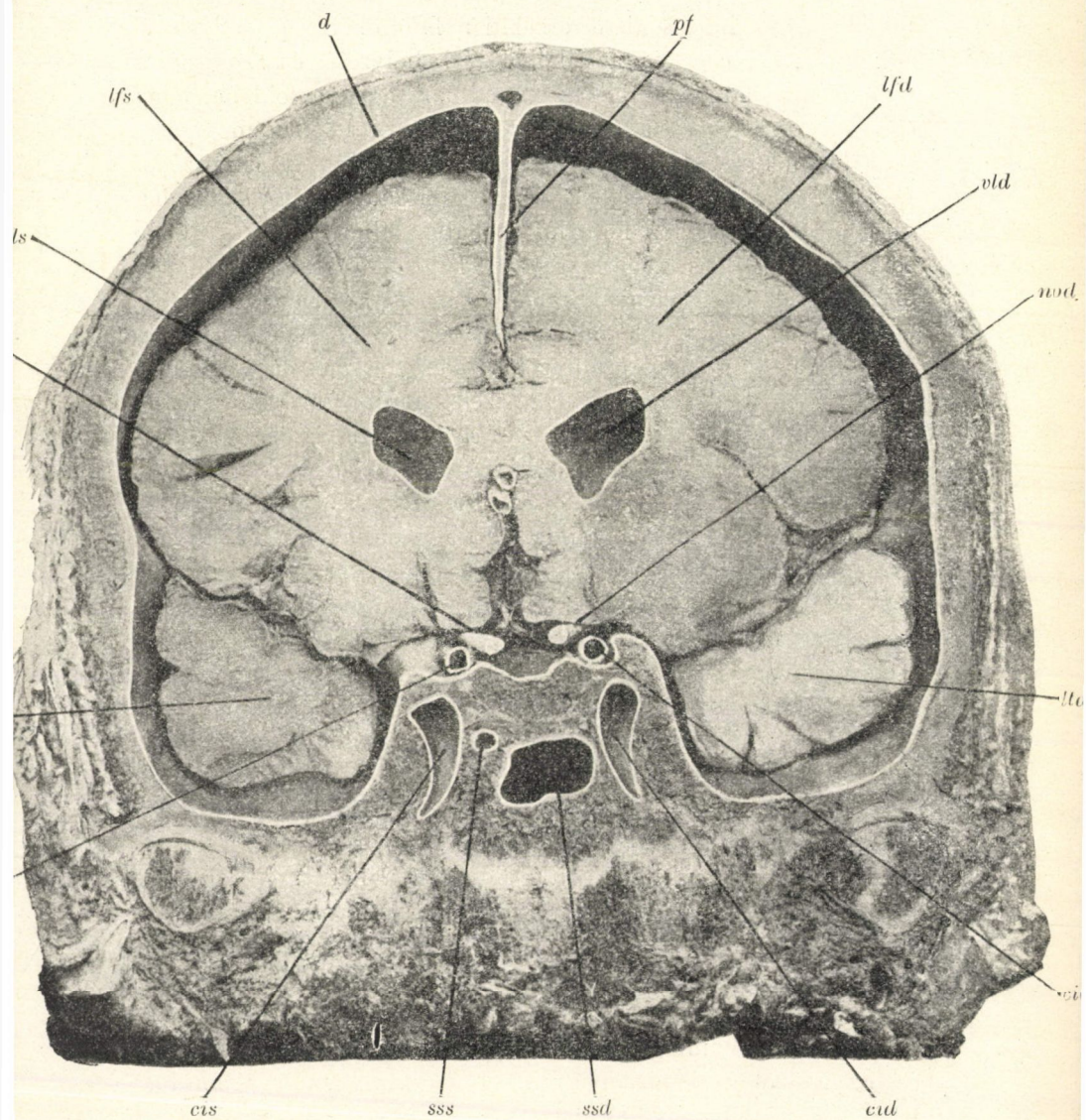
A VII. tábla sagittalis metszetet mutat, melyen a homloküreg (*sf*) meg lett nyitva és mellső (*sf/a*) és hátulsó (*sf/p*) csontfala el lett távolítva. Látható a homloküreget (*sf*) az intraduralis üregtől és a homloklebenytől (*lf*) elválasztó dura mater (*d*), tehát azon terület, a hol a homloküregen keresztül a koponyaüreg megnyitása és az exploratív agypunctio és a megfelelő beavatkozások végeztetnek. A készítmény az agyműtéteknél szükséges áttekintést nyújtja, mutatja a homloklebeny (*lf*), az oldalsó agykamara (*vl*), az agydüczok, csikolt test, látótelep (*cs*, *lh*), a capsula interna (*ci*), a fasciculus pyramidalis (*fp*) helyzetét és távolságát az orr melléküregeitől.

A VIII. tábla sagittalis metszeten a melléküregek helyzetét és szomszédos viszonyait mutatja a koponyaüreghez és az agyvelőhöz. A homloküreg (*sf*) meg lett nyitva, mellső fala (*sf/a*) és hátulsó falának (*sf/p*) egy része el lett távolítva, ezzel érzéktíve van azon szabaddá tett terület, a hol a koponyaüreg megnyitása és az exploratív agypunctio extra- és intraduralis, valamint cerebralis tályogoknál végeztetik. A hátulsó homloküregfal 42 mm távolságban van az oldalsó agykamarától (*vl*). A készítmény az oldalsó agykamara (*vl*), a corpus striatum (*cs*), a thalamus opticus (*lh*) és a capsula interna (*ci*) helyzetét és távolságát érzékíti.

A IX. tábla sagittalis metszetet mutat, melyen a homloküreg (*sf*) meg lett nyitva, a homloküreg egy része hátrafelé a homlokcsont vízszintes részébe terjed (*ps*), a homloküreg mellső fala (*sf/a*) el lett távolítva. A készítmény a homloklebeny (*lf*), a corpus callosum (*gc*, *sp*), az oldalsó agykamara (*vl*), az agydüczok (*cs*, *lh*) és a capsula interna (*ci*) helyzetét és távolságát mutatja a homloküregtől. A sagittalis metszet a homloküreg oldalsó részletén lett vezetve.

A X. tábla sagittalis metszetet mutat, mely a homloküreg (*sf*) és az orrüreg oldalsó részletén át lett vezetve. Látható a homloküreg (*sf*) viszonya a homloklebenyhez, továbbá a ductus nasolacrymalis (*dnl*) egy fejlődési rendellenessége, mely 10 mm tág és egy hosszú kiemelkedő redő által határolva az alsó orrjáratba (*mmi*) nyílik.

A XI. tábla sagittalis metszetet mutat, mely az agyfél-



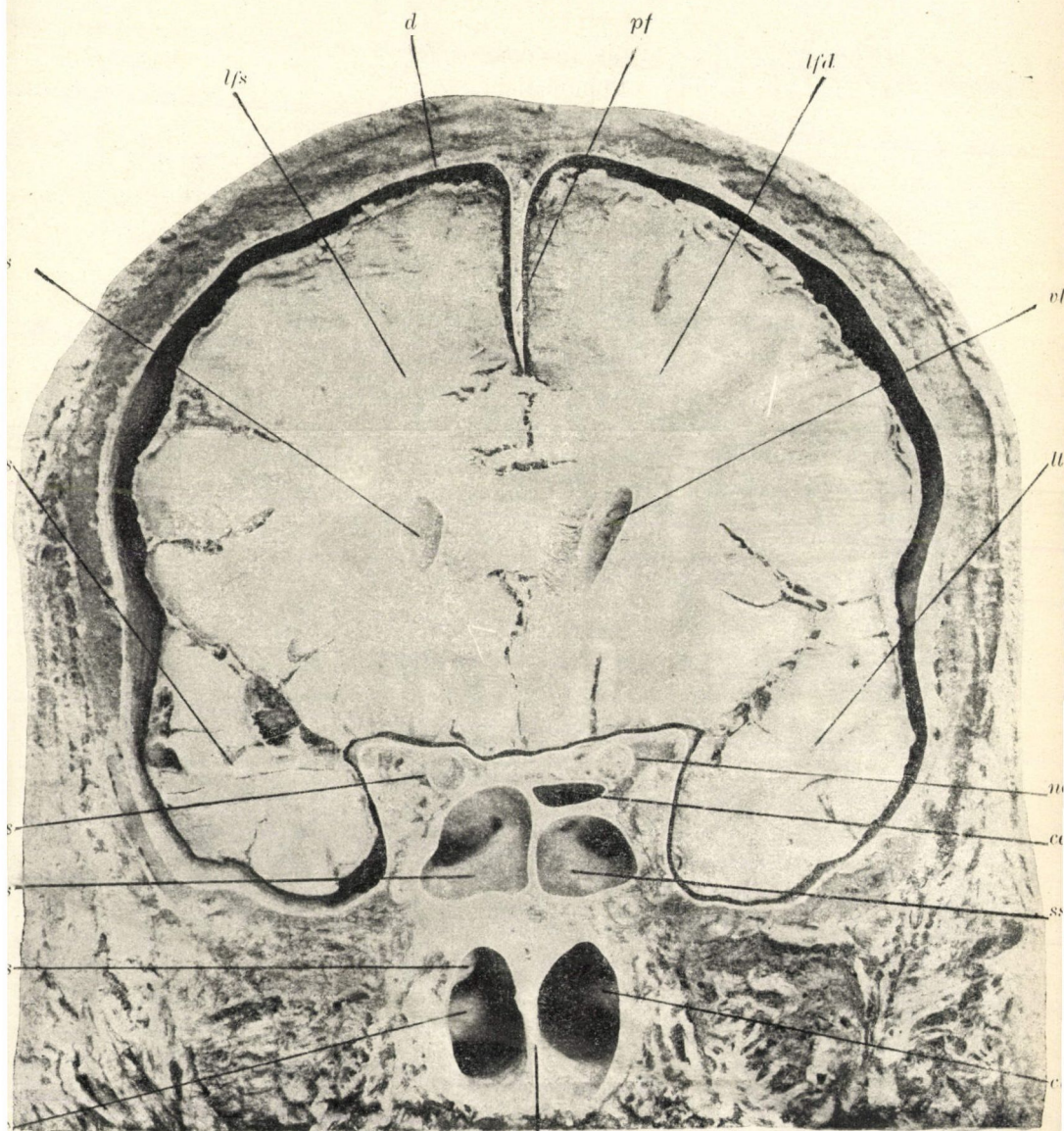
28. ábra. Homlokmetset, természetes nagyság. *d* dura mater, *pf* processus falciformis, *lfd* lobus frontalis dexter, *lfs* lobus frontalis sinister, *vld* ventriculus lateralis dexter, *vls* ventriculus lateralis sinister, *nos* nervus opticus sinister, *llc* lobus temporalis sinister, *llc* lobus temporalis dexter, *cid* carotis interna dextra, *cis* carotis interna sinistra, *sss* sinus sphenoidalis sinister, *sss* sinus sphenoidalis dexter.

teke középső harmadában érzékíti a homloküreg (*sf*), a rostasejtek (*bf*, *be*, *cep*) és az iköböl (*ss*) helyzetét és szomszédos viszonyát a koponyaüreghez és az agyvelő homloklebenyéhez (*lf*). Az orrüreg és a melléküregek kívülről lettek megnyitva és a homloküreg (*sf*) és a bulla ethmoidalis (*be*) szomszédos viszonya a koponyaüreghez és a homloklebeny (*lf*) alsó felszínéhez áttekinthető. Feltűnő a bulla ethmoidalis (*be*) helyzete, nagysága és vonatkozása a koponyaüreghez és a homloklebenyhez. A koponyaüregbeli és az agyvelői szövödmények keletkezése a kóros folyamat tovaterjedésekor és a homloküreg és a bulla ethmoidalis áttörésekor könnyen megmagyarázható.

A XII. tábla sagittalis metszetet mutat, melyen a homloküreg (*sf*) és a rostasejtek (*be*, *cep*) közeli viszonya az agyvelő homloklebenyéhez (*lf*), továbbá az oldalsó agykamara (*vl*) és az agydúcok helyzete és távolsága az orr melléküregeitől áttekinthető. Érdekes a rendkívül nagy bulla ethmoidalis (*be*) és szomszédos viszonya a homloklebenyhez (*lf*).

A XIII. tábla sagittalis metszetet mutat, melyen a homloküreg (*sf*), a rostasejtek (*cea*, *cep*) és az iköböl (*ss*) helyzete és szomszédos viszonya a koponyaüreghez és az agyvelőhöz látható. A homloküreg hátsó fala a genu corporis callositól (*gc*) 35 mm-nyi távolságban fekszik. Az oldalsó agykamara (*vl*) és az agydúcok (*cs*, *lh*) helyzete és távolsága áttekinthető. A készítmény tájékoztatást nyújt agytályogoknál az exploratív agypunctiót illetőleg. Az ábra azonkívül a Highmor-üreg rendellenes, rendkívül ritka helyzetű nyílását (*om*) mutatja.

A XIV. tábla sagittalis metszetet mutat, melyen a processus falciformis (*pf*) nagy részében meg van tartva, elül és hátul a megnyitott sinus longitudinalis (*sl*) látható. A metszet tanulságosan mutatja a jobb homloküreg (*sf/d*) szomszédos viszonyát a bal homloklebenyhez (*l/s*), továbbá a rostasejtek (*cea*) és az iköböl (*ss*) viszonyát a koponyaüreghez és a homloklebeny alsó részéhez, azonkívül a genu corporis callosi (*gc*), a ventriculus lateralis (*vl*), a nucleus caudatus (*nc*) helyzetét és távolságát az orr melléküregeitől. Jól látható a canalis opticus (*co*) szabad lefutása az iköbölben (*ss*), a látóidegnek a (*no*) csatornájába való belépése, továbbá az iköböl (*ss*) szomsz-



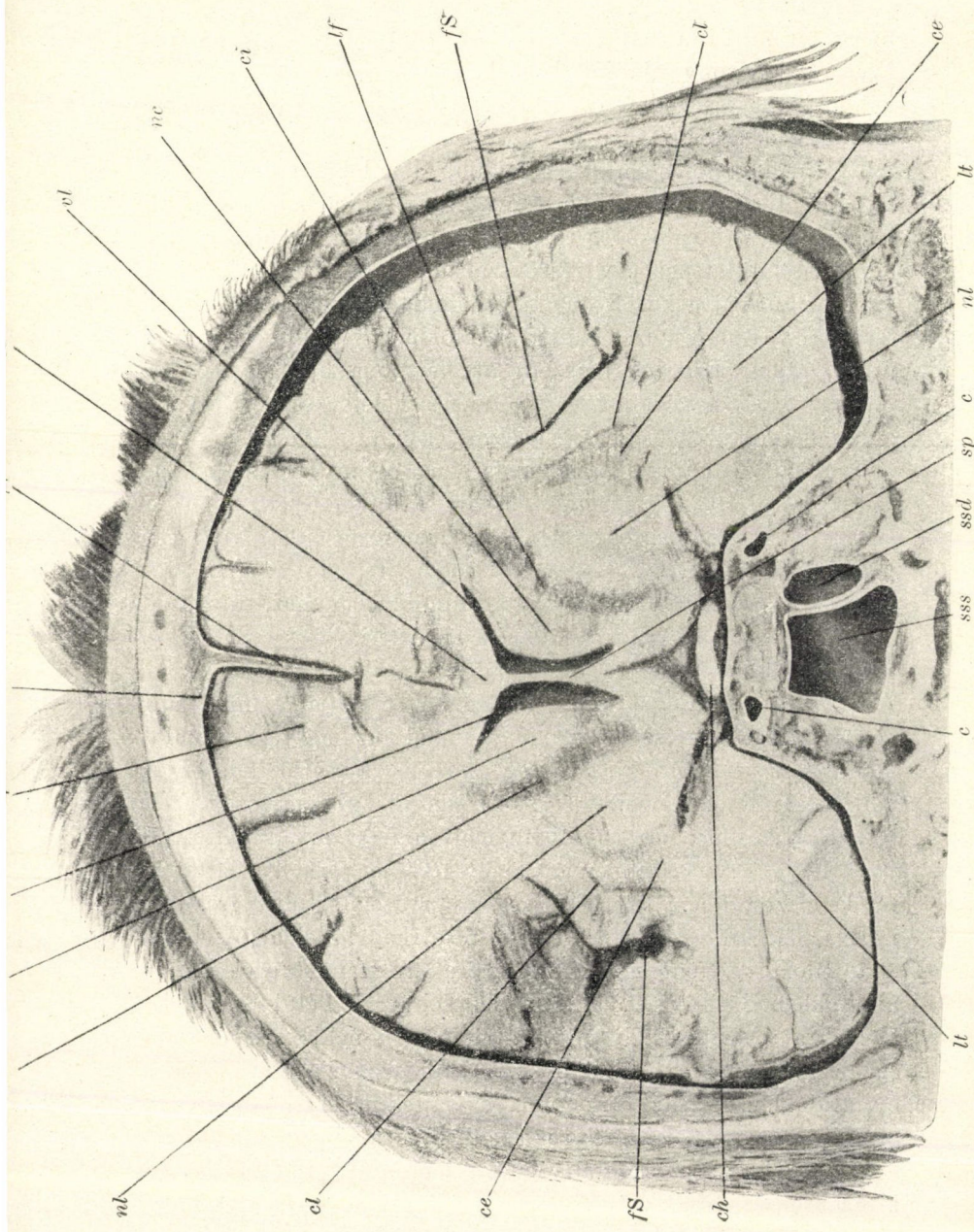
29. ábra. Homlokmetset, természetes nagyság. *lfd* lobus frontalis dexter, *lfs* lobus frontalis sinister, *vld* ventriculus lateralis dexter, *vls* lobus temporalis dexter, *lts* lobus temporalis sinister, *d* dura mater, *pf* processus falceiformis, *nod* nervus opticus dexter, *nos* nervus opticus sinister, *cepd* cellula ethmoidalis dextra, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *sss* sinus sphenoidalis sinister, *cid* concha inferior dextra, *cis* concha inferior sinistra, *cms* concha media sinistra, *s* septum.

szédos viszonya a carotis internához (*ci*), a mellső rostasejtekhez (*cea*) és a bulla ethmoidalishoz (*be*).

A XV. tábla olyan készítményt mutat sagittalis metszeten, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve. Az orr melléküregeinek csontos falai el lettek távolítva, nyálkahártyája hólyagszerű alakban lett megtartva. A készítmény mellülről hátra követő sorrendben mutatja a melléküregek helyzetét, a homloküreget (*sf*), a mellső (*cca*), a hátulsó rostasejteket (*ccp*), az iköblöt (*ss*), szomszédos viszonyukat a koponyaüreghez és a homloklebeny (*lf*) alsó felszínéhez, a nucleus lenticularis (*nl*), a capsula interna (*ci*), a thalamus opticus (*th*) helyzetét és távolságát az orr melléküregeitől. Jól áttekinthetők a mellső rostaideg (*nea*), a hátulsó rostaideg (*nep*), a nervus oculomotorius (*no*), a nervus trochlearis (*nl*) és a nervus abducens (*na*) helyzetviszonyai, továbbá a szomszédos viszony a belső fejüthöz (*ca*).

Egy készítményen, mely 10%-es formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve, a szemüreg tartalma és csontos falai el lettek távolítva. A melléküregek hártás alakban láthatók, a homloklebeny egy részlete szabaddá van téve. A homloküreg, a rostasejtek és az iköböl közvetlen viszonya a homloklebenyhez, továbbá a látóideg viszonya az iköbölhöz jól áttekinthető. A szemüreg mellső felső részén látható a homloküreg recessus orbitalisával, a szemüreg fenekén a Highmor-üreg felső falának egy része. előtte az orr nyálkahártyájának kis része, a szemüreg belső-hátsó részében az iköböl, felette az átmetszett látóideg, hátul az ívalakban lefutó carotis interna. A homloküreg, az iköböl és a Highmor-üreg között a belső szemüregfalán a rostasejtek helyzetükben áttekinthetők. A melléküregek helyzete és szomszédos viszonya a koponyaüreghez és a homloklebenyhez megmagyarázza az intracranialis és cerebralis szövödmények könnyü létrejöttét.

Egy készítmény mutatja a homloküregek viszonyát az agyvelő homloklebenyéhez; a homloküregek meg vannak nyitva, a homloklebenyek domború felszínének egy része szabaddá van téve. A jobb homloküreg nagy asymmetriát mutat, túlterjed a középvonalon, oldalt a jobb homloklebeny területébe 30 mm-



30. ábra. Homlokmetset, természetes nagyság. *pf* processus falciiformis, *d* dura mater, *lf* lobus frontalis, *cc* corpus callosum, *cl* ventriculus lateralis, *sp* septum pellucidum, *nc* nucleus caudatus, *cl* capsula interna, *nl* nucleus lenticularis, *ce* capsula externa, *cl* claustrum, *fs* fossa Sylvii.

nyire terjed és a bal homloklebeny területébe 15 mm-nyire. Ezen alakviszony alapját képezheti egy contralateralis vagy kétoldali agyszövődmény keletkezésének a jobb homloküreg megbetegedésekor.

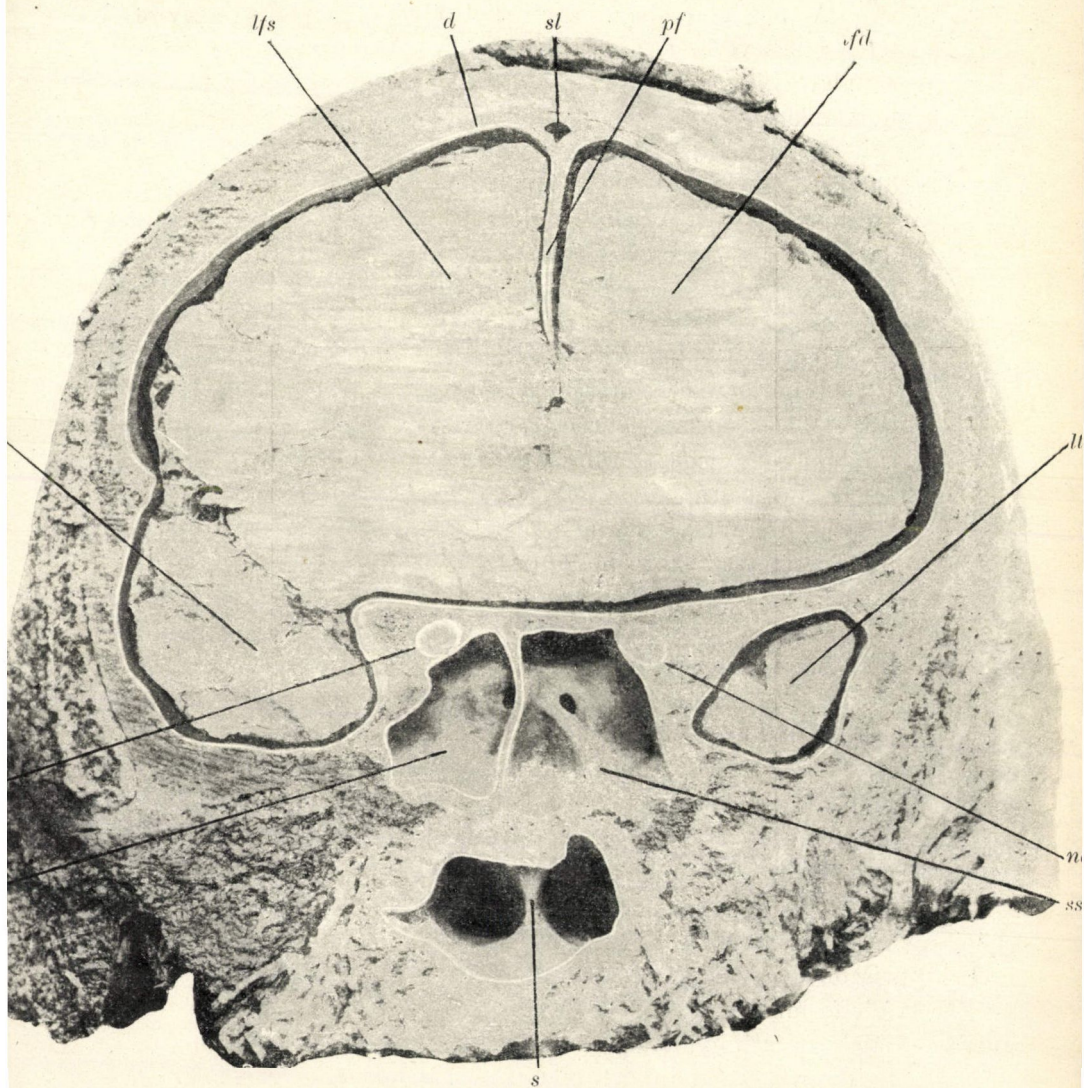
Egy készítményen, mely a jobb homloküreg hiánya mellett mutatja a bal homloküreg viszonyát mind a két homloklebenyhez, a homloküreg meg van nyitva, a homloklebenyek domború felületének egy része szabaddá van téve. A bal homloküreg túllépi a középvonalat és oldalt a jobb homloklebeny területébe 15 mm-nyire és a bal homloklebeny területébe 25 mm-nyire terjed. Ezen alakviszony alapját képezheti egy contralateralis vagy kétoldali agyszövődmény keletkezésének egy baloldali homloküreg megbetegedésekor.

A 32. ábra sagittalis metszeten olyan készítményt érzékit, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve. A homloküreg (*sf*), a mellső rostasejtek (*cca*) és a Highmor-üreg (*sm*) oldalt lettek megnyitva. Jól látni a homloküreg szomszédos viszonyát a homloklebenyhez, továbbá a fossa Sylvii (*fS*), az insula (*i*) és az arteria fossæ Sylvii (*af*) helyzetét és távolságát a homloküregtől (*sf*).

A 33. ábra sagittalis metszeten mutatja a melléküregek helyzetét és szomszédos viszonyát az agyvelő homloklebenyéhez, továbbá a látóideg (*no*) és a belső fejűtér (*cs*) vonatkozásait az iköbölhöz (*ss*). Azonkívül egy kagylósejt (*ccm*) látható a középső orrkagylóban, mely a felső orrjáratba nyílik.

Egy olyan készítményen, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve, az orrüreg kívülről lett megnyitva, látható a középső és alsó orrkagyló oldalsó felszíne. A homloküreg fent meg van nyitva. A melléküregek hártás alakjukban láthatók, mellül a homloküreg, hátul az iköböl, köztük a rostasejtek. Ezen készítményen a melléküregek szomszédos viszonya a homloklebeny alsó felszínéhez, továbbá az orrjáratokhoz és az orrkagylókhoz áttekinthető. Azonkívül a látóideg viszonya a hátsó rostasejthez és az iköbölhöz látható.

A 34. ábra sagittalis metszeten mutatja a 35. ábrához hasonlóan az orr melléküregeinek helyzetét és szomszédos viszonyait az agyvelő homloklebenyéhez.



31. ábra. Homlokmetset, természetes nagyság, *d* dura mater, *pf* processus falci-formis, *fld* lobus frontalis dexter, *lfs* lobus frontalis sinister, *lts* lobus temporalis sinister, *ltd* lobus temporalis dexter, *nod* nervus opticus dexter, *nos* nervus opticus sinister, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *sss* sinus sphenoidalis sinister, *s* septum.

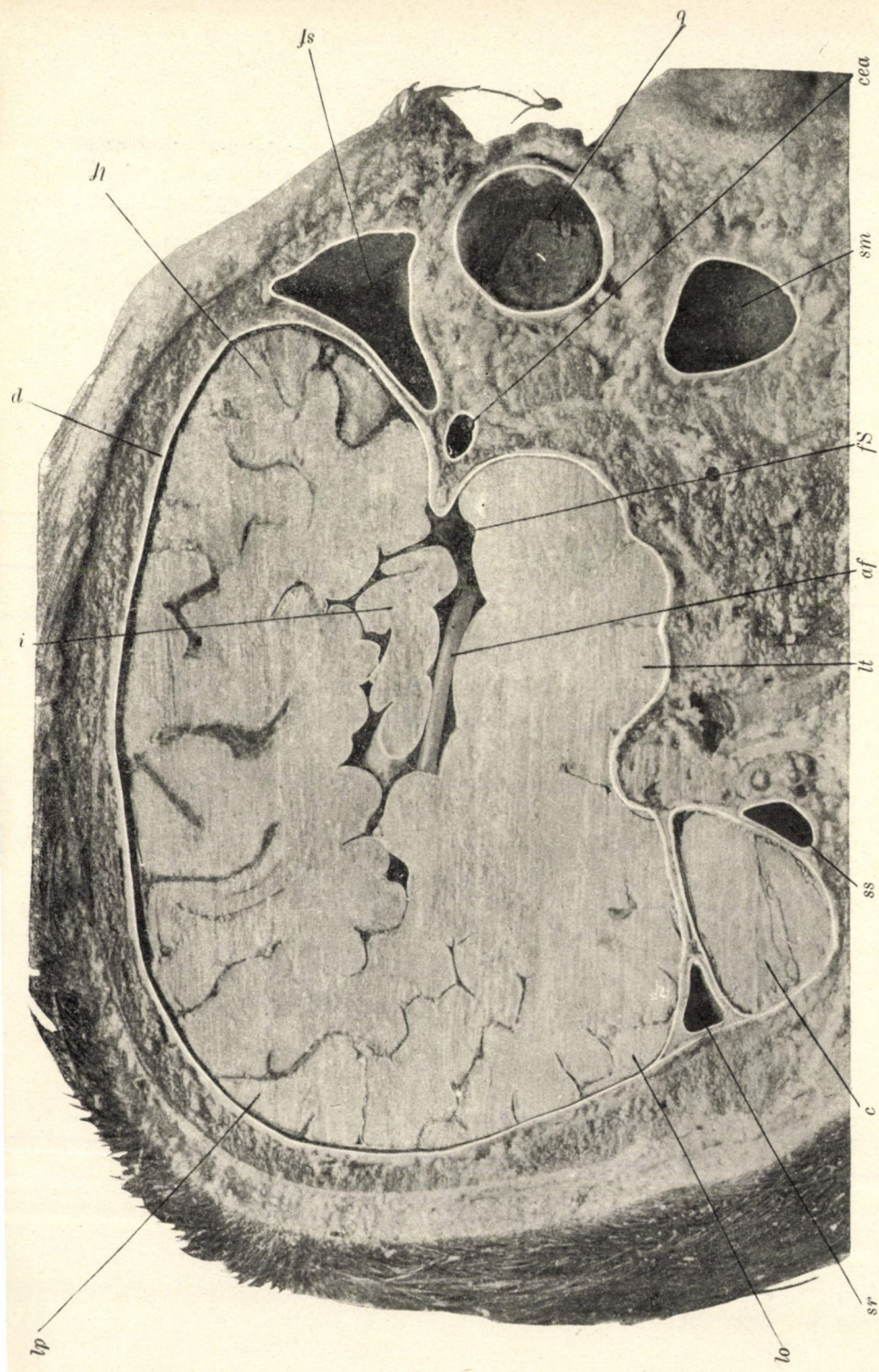
A 35. ábra harántmetszetet érzékit, mely a szemüreg tetején lett vezetve, a mellső koponyának (*sa*) egy kis részlete is találva lett. Jól áttekinthető a homloküreg (*sf*) viszonya a homloklebeny (*lf*) polus frontalisához.

A 36. ábra harántmetszeten mutatja a megnyitott ik-öblöket (*sss*, *ssd*), a bal iköböl (*sss*), mellfelé a látóideg (*cos*) területébe terjed és hátul a dorsum sellætől 10 mm-nyire még 30 mm-nyire terjed a clivus területébe. Az iköböl nagy kiterjedése kóros folyamatokban gyakorlati fontossággal bír, a mennyiben a clivus területe, az ott lefutó idegtörzsek, a híd és a nyúltvelő belevonatnak. Azonkívül a canalis opticus (*cos*) 10 cm-nyi szabad lefutása az iköbölben (*sss*) különös jelentőséggel bír a nasalis látózavar és vakság keletkezésében, továbbá a látóideg esetleges sérülésekor az iköböl endonasalis kikaparásának esetében.

A 37. ábra harántmetszeten ugyanazon viszonyokat tünteti fel, mint az előző 36. ábra, a jobb oldalon, azzal a különbséggel, hogy a jobb iköböl (*ssd*) kisebb kiterjedéssel bír. Az iköböl itt is érinti a clivust (*cl*) és mellső részletében hasonlóan szabadon halad az üregben a canalis opticus. Ezen alakviszonyok jelentősége az előbbi ábrával kapcsolatosan már érintve lett.

A 38. ábra olyan készítményt érzékit, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve, a homloküregek csontos falai el lettek távolítva, épen úgy a homlokcsont egy részlete a homloküregek (*sf/d*, *sf/s*) felett. A homloküregek (*sf/d*, *sf/s*) nyálkahártyája mindkét oldalon hólyagszerű alakban van megtartva. A készítmény mutatja a homloküregek (*sf/s*, *sf/s*) viszonyát a dura materhez (*d*), a középvonalban a processus falciformis és a sinus longitudinalis (*sl*) látható. A készítmény tájékoztatást nyújt az extraduralis és intraduralis tályogok megnyitásakor, valamint az explorativ agypunctio végzésénél.

A 39. ábra készítményt érzékit, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve. A homloküregek csontos fala el lett távolítva, épen úgy a homlokcsont (*of*) egy részlete a homloküregek (*sf/d*, *sf/s*) felett. A homloküregek (*sf/d*, *sf/s*) nyálkahártyája mindkét oldalon hólyagszerű



32. ábra. Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *lf* lobus frontalis, *d* dura mater, *i* insula Reilii, *lp* lobus parietalis, *lo* lobus occipitalis, *sr* sinus rectus, *c* cerebellum, *ss* sinus sigmoideus, *lt* lobus temporalis, *af* arteria fossæ Sylvii, *fS* fossa Sylvii, *sm* sinus maxillaris, *ceu* cellula ethmoidalis anterior, *b* bulbus.

alakban van megtartva. A készítmény a homloküregek (*sfd*, *sf/s*) viszonyát mutatja a dura materhez (*dl*), a középvonalban látható a *processus falciformis* helye a *sinus longitudinalissal*. A készítmény tájékozást ad az *extraduralis* és *intraduralis* tályogok megnyitásakor, továbbá az *explorativ agypunctiókor*.

A 40. ábra készítményt érzékít, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve. A bal homloküreg (*sf/s*) csontos fala el lett távolítva. Jobboldalt hiányzik a homloküreg és a homlokcsont *tabula internája (ti)* van megtartva.

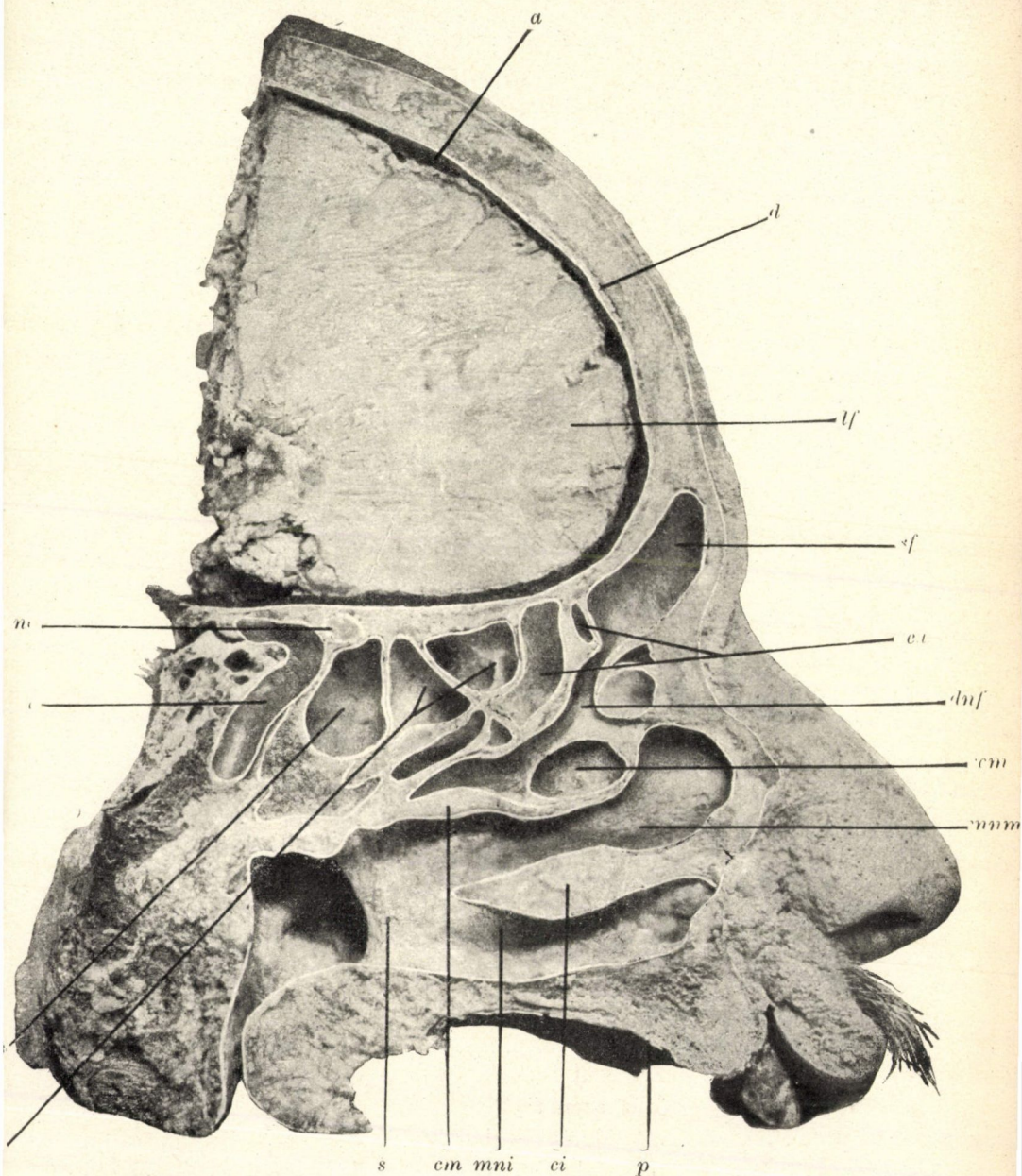
A vastag *tabula externa (te)* és a homlokcsont *diploëja* áttekinthető. A bal homloküreg *nyálkahártyája* hólyagszerű alakban van megtartva; az általa fedett hátsó üregfal lesz eltávolítva *extraduralis* tályog eseteiben, továbbá a *koponyaüreg* megnyitásakor és az *explorativ agypunctió* végzésekor.

A 41. ábra olyan készítményt érzékít, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve. A homloküreg (*sf*), a mellső és hátsó *rostasejtek (cea, ××)* csontos falai el lettek távolítva, a *koponyaüreg* megnyitva, a *homloklebeny (lf, lfi)* domború és alsó felszíne *szabaddá* téve. A készítmény mutatja a *melléküregek* helyzetét, a *homloküreg (sf)* szomszédos viszonyát a *homloklebeny (lf, lfi)* mellső domború és alsó felszínéhez, továbbá a *rostasejtek (cea, ××)* viszonyát az *orrüreghez (cm)*. A szemteke az *egyenes szemizmok* tapadásával (*ri, rs, rif, re*) meg van tartva.

A 42. ábra olyan készítményt érzékít, mely 10%-os formol-oldattal befecskendezett fejen lett készítve; a *szemüreg* meg van nyitva, az *izmok* és az *idegek* kikészítve, a *melléküregek* csontos falai a mellső *koponyaárokban* eltávolítva, a *melléküregek* *nyálkahártyája* hólyagszerű alakban megtartva.

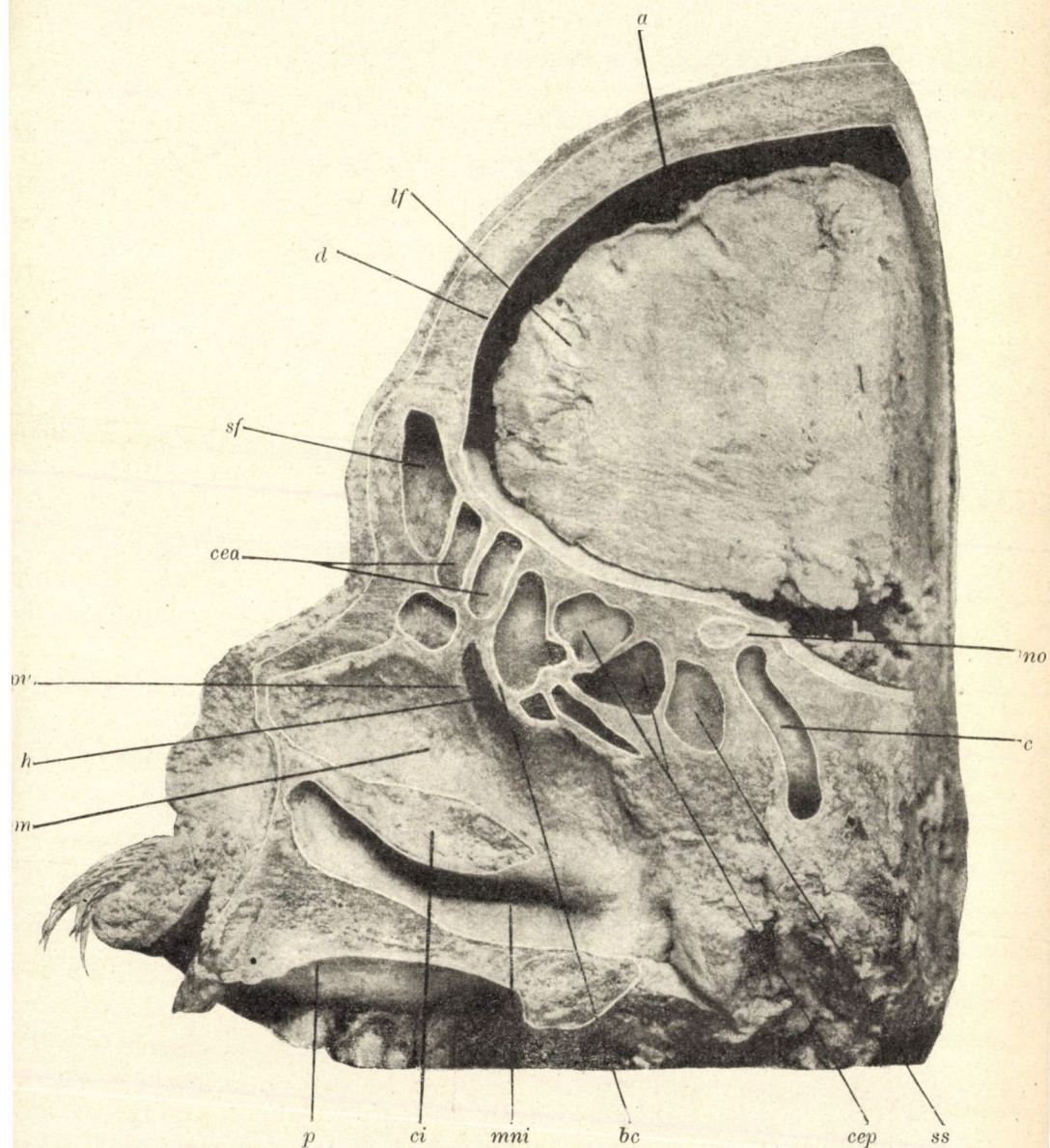
A készítmény mutatja a *homloküreg*, a mellső és hátsó *rostasejtek*, valamint az *iköblök* helyzetét, *vonatkozásait* a mellső, a hátsó *rostaidegekhez* és a *látóideghez*. Jól áttekinthető a *nervus trochlearis*, a *nervus trigeminus* három ága, a *nervus oculomotorius*, a *nervus abducens*, a *látóideg* és a *carotis interna* helyzete és lefutása.

A *rhinogen agyszövödmények* kóroktanában mint fő-



33. ábra. Sagittalis metszet, természetes nagyság. *d* dura mater, *a* arachnoidea, *lf* lobus frontalis, *sf* sinus frontalis, *dnt* ductus nasofrontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *no* nervus opticus, *c* carotis interna, *cm* cellula conchæ mediæ, *mm* meatus narium mediûs, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *s* septum.

tényező a fertőzés és a kóros folyamat tovaterjedése szerepel. Az agyszövödmények keletkezésénél nagy fontossággal bírnak azon közelségi viszonyok, vékony, csontos válaszfalak, melyek az orr üregét, az orr melléküregeit elválasztják a koponyaüregtől, az agyhártyáktól és az agyvelőtől, továbbá a véredényhálózatok és a csonthiányok. A fertőzés útja úgy a szövetek, mint a véredények útján történik. Az orrüregben és az orr melléküregeiben található streptococcus és staphylococcus stb. virulentiájának fokától függ a fertőzés tovaterjedésének gyorsasága és nagysága. Négy kórszövettani észlelet ismeretes eddig, a melyek megállapítják a fertőzés útját a szövetek folytonosságában és a véredények útján. Úgy a nyálkahártyák, a csontok és az agyhártyák folytonosságában, valamint a véredényekben és erek körül voltak a baktériumok kimutathatók. Meg lett állapítva, hogy a homloküreg nyálkahártyájában haladó visszerek thrombosisa a csonton át a dura materbe és innen a nagy visszeres öbölbe folytatódott. A thrombophlebitis a thrombus szétesésével, a véredényekbe jutott baktériumok, a folyamat tovaterjedésével helyi és általános jelenségekhez vezet. A melléküregeket a koponyaüregtől elválasztó vékony csontos falak gyakori megbetegedése, a cariesben és nekrosisban talált baktériumok nagyobb virulentiája, továbbá az összenövések az agyvelővel és újabb edényösszeköttetések keletkezése megmagyarázza úgy az agyhártyák, mint az agyvelőnek fertőzését. Vetített képeken bemutattuk azon szomszéd viszonyokat, melyek a melléküregek és a koponyaüreg között fennállanak, a papírvékonyaságú elválasztó csontfalakat; ehhez járul azon tény, hogy a melléküregek visszerei egymással összefolynak és azonkívül a csonton át az agyhártyákkal, a nagy visszéröblökkel összefüggenek. A meningealis visszérhálózattal fennálló egyenes összeköttetések, valamint a diploë visszerei által közvetített összefüggések a duralis visszérhálózattal megadják a fertőzés ezen útjának lehetőségét és a meningealis és a cerebralis szövödmények keletkezhetését. Néhány statisztikai adatot kívánok felemlíteni. Lichtwitz 12,000 beteg közül 243 esetben talált melléküreggyenedést, Gerber 63,633 beteg közül 493 esetben talált homloküreggyenedést, ezek közül 142 esetben más melléküregek is megbetegedtek. Wertheim 360 hullán

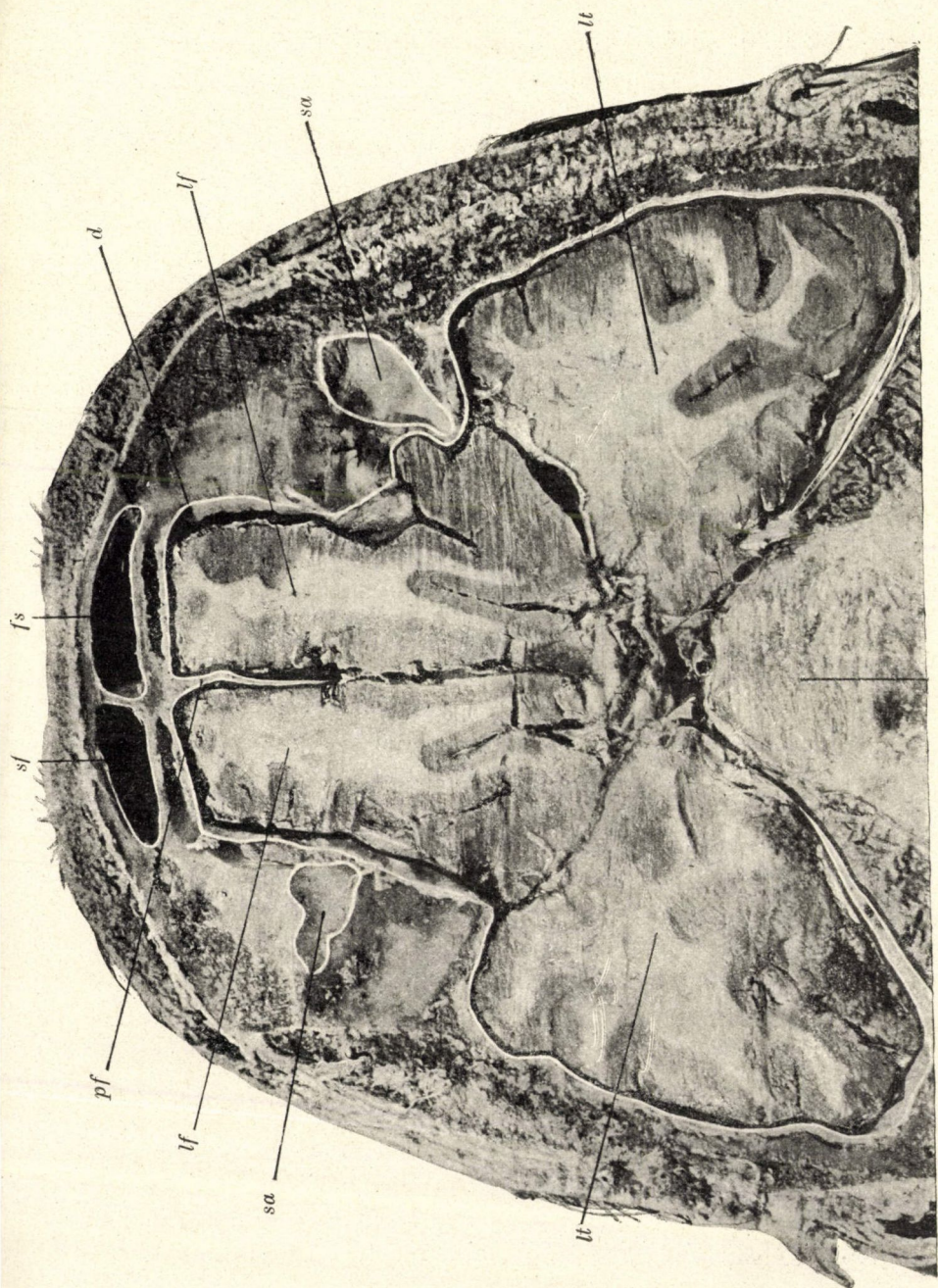


34. ábra. Sagittalis metszet, természetes nagyság. *d* dura mater, *a* arachnoidea, *lf* lobus frontalis, *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *be* bulla ethmoidalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *no* nervus opticus, *c* carotis interna, *pu* processus uncinatus, *h* hiatus semilunarius, *mm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *p* palatum.

95 esetben talált melléküreggyenedést, Fränkel 40%, Lapalle 32·5%, Martin 50%-ban.

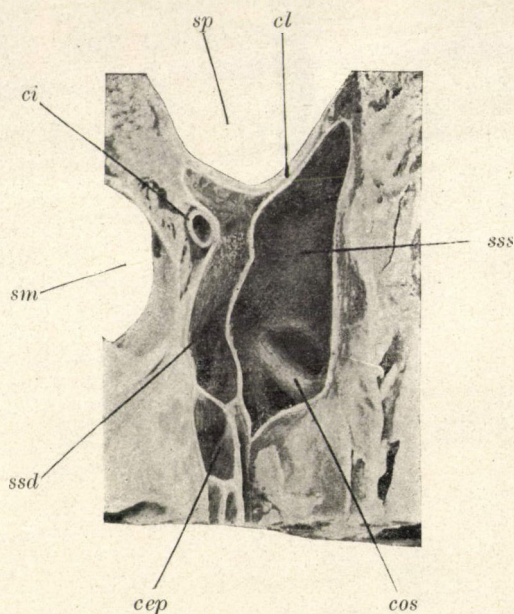
A mi az agyszövődményeket illeti, tehát a meningitist és agytályogot, meg kell különböztetni a műtét előtt már megvolt és a postoperatív szövődményeket; ide tartoznak az extraduralis, az intraduralis tályogok, a meningitis és az agytályog. Gerber a homloküreggyenedéssel járt szövődmények 473 esetéből 140 agyszövődményt állított össze, ezek közül kizárva a postoperatív szövődményeket, 28 esetben műtét nélkül exitus, 26 esetben vagy már a műtét előtt állottak fenn az agytünetek, vagy a műtét alatt találtattak agyszövődmények, 11 műtett esetben gyógyulás, 50 esetben a homloküreg hátsó falán necrosis volt jelen. Wertheim 10,394 sectionál 127 intracranialis gyenedést talált, ezek közül csupán 14 volt rhinogen gyenedés. Engelman 120 homloküreg empyemára 5 agytályogot vesz fel.

DREYFUSS összeállításában a szövődmények száma a Highmor-üreg empyemánál 6, a homloküreg empyemánál 91, a rosta-sejt empyemánál 24 és az iköböl empyemánál 60 eset. Dreyfuss csak nemrégén megjelent összeállításában 30 agytályogot és ezek közül három műtéttel gyógyult agytályog-esetet említ fel. Ezzel szemben mi az irodalomból 76 agytályog esetét tudtuk összeállítani és ezek közül 7 műtéttel gyógyult esetet. Azonfelül felemlítjük a következő kórbonczotani adatokat: Teitel 6000 bonczolatnál 2, Pitt 9000 bonczolatnál 2 és Genersich és Pertik 13,400 bonczolatnál négy rhinogen agytályogot talált; ezen négy rhinogen agytályog mellett 45 esetben volt otogen agyszövődmény jelen. A magunk részéről egy heveny homloküreggyenedéssel járó és simán lefolyt meningitis serosa esetét észleltük és egy traumás eredetű homloklebeny-tályogot kórisméztünk, melyet a műtét is igazolt. A mi az agyszövődmények tüneteit illeti, azokat a heveny empyemákat kísérő jelenségek részben fedhetik is, másrészt pedig agytályogok rejtve, minden különösebb tünet nélkül is fennállhatnak. A nyílt agyszövődményekben lázak, halványság, lehangoltság, étvágytalanság, kedvetlenség, fokozódó fejfájások, körülírt fájdalomosság kopogtatáskor a fejen, hányás, szédülés, pangástünet a szemfenéken, lassú érlökés, gócztünetek, apathia, álmoság, sopor, convulsiók



35. ábra. Harántmetszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *d* dura mater, *pf* processus faliformis, *sa* scala anterior, *lt* lobus temporalis, *p* pons.

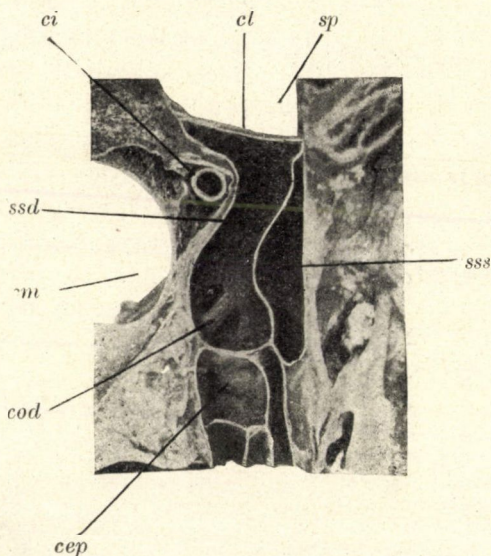
szoktak jelen lenni. A sinus longitudinalis superior thrombophlebitisében az említett agytünetek mellett sajátos fájdalom a parietalis tájon és a pyämikus lázak jellegzők, a sinus cavernosus thrombophlebitisének jellegző tünetei pedig a papillavizenyő, a chemosis és az exophthalmus. Természetes, hogy egy vagy több tünet jelenléte intracranialis és cerebralis szö-



36. ábra. Harántmetszet, természetes nagyság. *sss* sinus sphenoidalis sinister, *cos* canalis opticus sinister, *cl* clivus, *sp* scala posterior, *ci* carotis interna, *sm* scala media, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *cep* cellula ethmoidalis posterior dextra.

vődmény gyanuját vagy bizonyosságát kelti fel és gyors gyökeres sebészi beavatkozást tesz szükségessé, feltéve, hogy súlyos meningitikus vagy pyämikus terminalis tünetek nincsenek jelen. Hogy egyik vagy másik tünet a koponyaüreg megnyitásának javulatára biztos alapot nem nyújthat, azt a tapasztalat igazolta. Így a pangásos pupilla és általában a szemtünetek kiterjedt agydaganat és agytályog eseteiben, valamint a lassu érőkés hiányozhatnak, vagy ez utóbbi más okból mint reflexjelenség is előfordul-

hat, góczytünetek a homloklebenyben fészkelő agytályog eseteiben szintén hiányozhatnak. Másrészt jelenlétük mint agytünet többször előfordult és a helyes kórisme megerősítéséhez és a sikeres sebészi beavatkozáshoz hozzájárult. Ha az agytályog a közelébe jut vagy eléri a mozgató központok területét, a központi tekervényeket, a capsula internát, az insula Reiliit és így tovább, akkor beszédzavarok, contracturák, ellenoldali facialis- és végtaghűdések stb. támadhatnak.



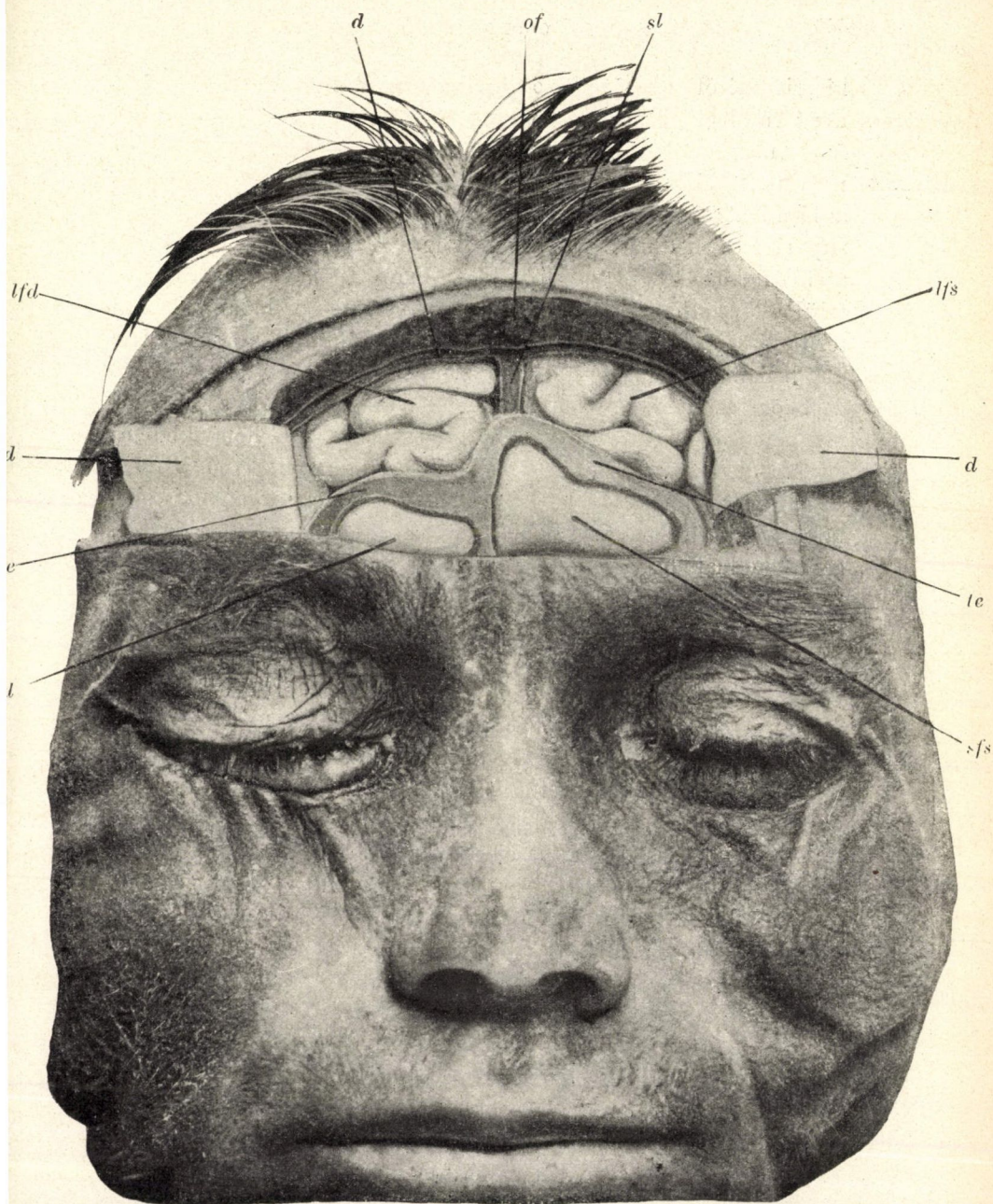
37. ábra. Harántmetszet, természetes nagyság. *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *cod* canalis opticus dexter, *sm* scala media, *sp* scala posterior, *cl* clivus, *ci* carotis interna, *cep* cellula ethmoidalis posterior dextra, *sss* sinus sphenoidalis sinister.

A mi a javalatok megállapítását illeti, egy vagy több tünet, melyek az agyszövődmények kórisméje vagy annak valószínűsége mellett szólnak, a koponyaüreg megnyitását teszi szükségessé. Megesett, hogy a megnyitott homloküreg hátulsó, azaz cerebralis fala épnek látszott és a sectionál derült ki az agyszövődmény, az extraduralis tályog vagy az agytályog; megesett az is, hogy meg lett nyitva a koponyaüreg és az extraduralis tályog ki lett ürítve, az agytályog pedig érintetlen

maradt. Azon esetekben, a melyekben a homloküreg hátsó fala elváltozásokat mutat, annak eltávolításával a koponyaüreg is habozás nélkül megnyitandó, sőt olyan esetekben, a melyekben a hátsó homloküregfal elváltozást nem mutat, az agyszövődmények lehetőségének kóriszméje vagy gyanuja javálja a koponyaüreg megnyitását, így a többi között Herzfeld és Denker gyógyult eseteiben az üregfal ép volt, valamint Hansberg esetében is, de a tályogot csak a sectio mutatta ki. Killian gyógyult esetében az üregfal nem volt perforálva. Kiemelendő Denker esete mint fényes példa, ugyanis Denkert egy előzetesen végzett gyökeres homloküregműtét után a beállott megkönnyebbülést követő rosszabbodás, heves főfájások, lassu érlökés és elmosódott pupilla arra birták, hogy egy második műtéttel, a hátsó homloküregfal eltávolításával, megnyissa a koponyaüreget és megkeresse az agytályogot. A beteg meggyógyult. Viszont ismerünk eseteket, a melyekben az agypunctio negativ volt, vagy mint Treitel esetében, az első műtétnél végzett agypunctio eredménytelensége mellett a második műtétkor újabb agypunctiót végezni nem mertek s a sectio azután igen nagy agytályogot mutatott a homloklebenyben.

A megnyitott koponyaüregben lehetnek összenövések, sarjadzások, perforatiók a duramateren, subduralis körülírt vagy kiterjedt tályogok, sőt sipolymenetek is, melyek a homloklebenytályogba vezetnek. A dura mater felhasításakor rendszerint tekintetbe jön az agypulsatio; ha ez hiányzik és feszül a dura mater, a kemény agykéreg felhasítandó; ha pulsatio van jelen és a dura mater rendes képet nyújt, a fennálló tünetek szabják meg a további beavatkozást, illetve az óvatos explorativ agypunctiót, mert már megesett, hogy a pulsatio mellett tályog is volt jelen. Egyszerű a dolog, a mikor sipolymenet van jelen, mely a homloklebenytályogba vezet vagy a mikor encephalitikus ellágyulások és összenövések vannak. Intraduralis elváltozások fenforgásakor végezni kell az agypunctiót, épen úgy olyan esetekben, a melyekben a tünetek agytályogra engednek következtetni; góczytünetek hiánya esetén is végezhető az explorativ agypunctio.

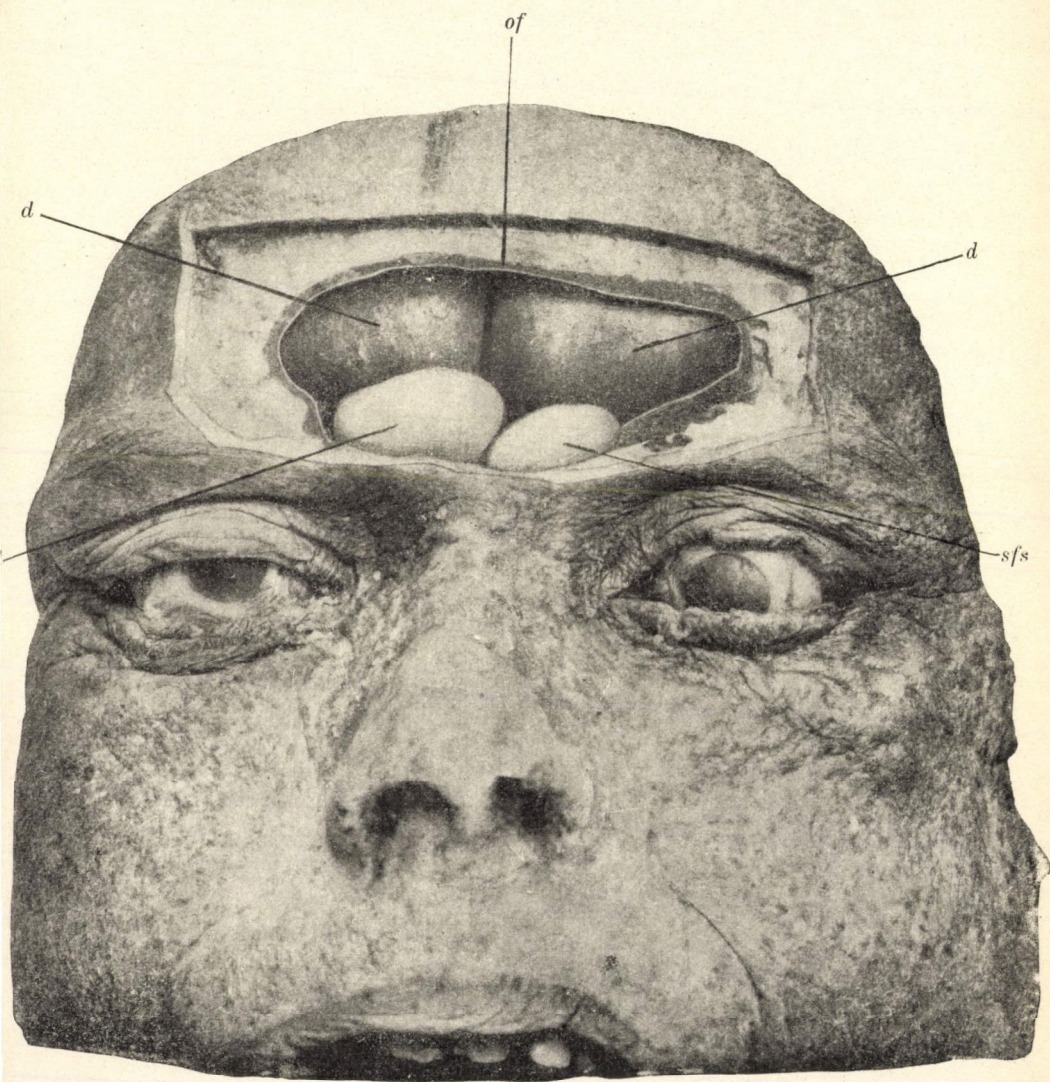
Vizsgálataim a melléküregek viszonyáról az agyvelőhöz és



38. ábra. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *of* os frontale, *d* dura mater, *sl* sinus longitudinalis, *lfd* lobus frontalis dexter, *lfs* lobus frontalis sinister, *te* tabula externa ossis frontis.

kiterjedéséről a következő eredményeket adták. A homloküreg a legtöbbször a gyrus frontalis superior területének felel meg. A homloküreg kiterjeszkedhetik a gyrus frontalis medius, továbbá a gyrus frontalis inferior területére is. Felfelé a homloküreg 4—6—8 ctm.-nyire terjedhet a gyrus frontalis superior és medius területében. Egyes esetekben a homloküreg a homloklebeny alsó felületének nagyobb részét vagy egész felületét érintheti, valamint kiterjeszkedhetik a halántéklebeny területére is. Több esetben az egyik oldali homloküreg az ellenoldali homloklebeny területét is érinti. A homloküreg megbetegedések az említett kóroktani tényezőkön kívül az üregfal megbetegedése és áttörése folytán nemcsak a homloklebeny elülső domború része és alapja betegedhetik meg és a fehér agyállományban agytályog keletkezhetik, hanem támadhat agytályog az érintkező területeken is, így a halántéklebenyben és az ellenoldali homloklebenyben is.

A rostasejtek legtöbbször a homloklebeny alsó felületén a gyrus rectus és a gyrus orbitalis megfelelő részletével érintkeznek. Előfordulhat, hogy a rostasejt bizonyos kiterjedésben a homloklebeny egész alsó felszínével érintkezik. A hátsó rostasejt a középben a tuber cinereum területének felelhet meg, oldalt pedig a halántéklebeny területét érintheti. Egyes esetekben a hátsó rostasejt áttérjedhet az ellenoldalra, és az ellenoldali homloklebeny alsó felszínének területét érintheti. A rostasejtek megbetegedések az említett kóroktani tényezőkön kívül az üregfal megbetegedése és áttörése folytán az ugyanazon oldali homloklebeny és halántéklebeny betegedhetik meg és bennük agytályogok keletkezhetnek, ép úgy az ellenoldali homloklebenyben is, továbbá a chiasma, valamint az azonoldali és az ellenoldali látóideg is megbetegedhetik. Az ikéből rendszeren a tuber cinereummal és a halántéklebenynyel érintkezik. Érintheti az azonoldali és az ellenoldali homloklebeny alsó felszínét is, valamint az ellenoldali halántéklebenyt és a hidat is. Az ikéből megbetegedések az említett kóroktani tényezőkön kívül az üregfal megbetegedése és áttörése folytán az ugyanazon oldali és ellenoldali halántéklebeny és homloklebeny, továbbá az agykocmány és a hid betegedhetik meg és bennük tályogok

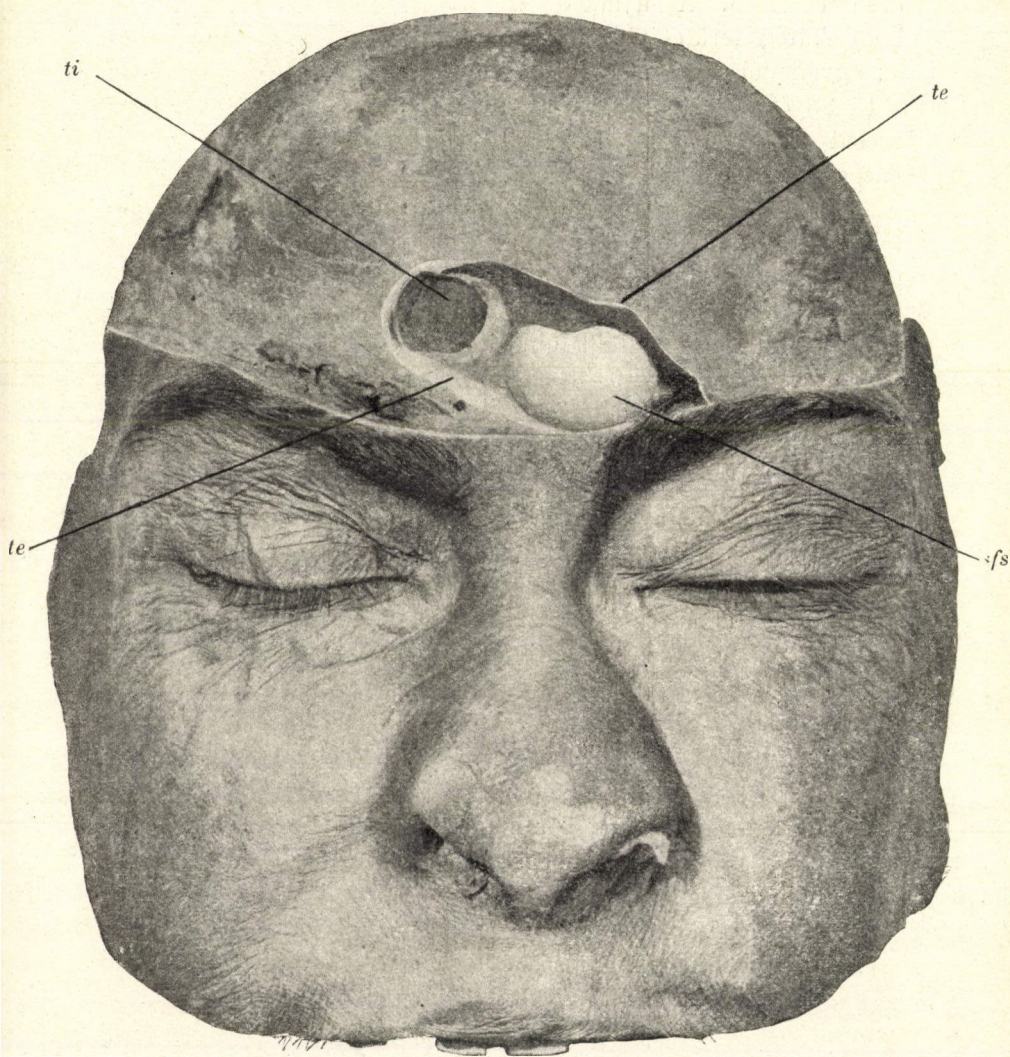


39. ábra. Természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *d* dura mater, *of* os frontale.

keletkezhetnek, azonkívül az azonoldali és az ellenoldali látóideg is megbetegedhetik.

A felsorolt leletek magyarázatát adhatják a contralaterális agytályogok keletkezésének, valamint az egyes melléküregek területébe nem eső agyrészletek megbetegedésének.

Az exploratív agypunctiót illetőleg számos vizsgálatot végeztem fejeken és agyvelőkön, melyek egyrészt teljesen tájékoztatnak azon távolságot illetőleg, mely a homloküreg és az agyvelő legmellsőbb pontja, továbbá az agydúcok, az agykamara a mozgató kéregközpontokat tartalmazó tekervények és a fossa Silviiben elhelyezett insula Reilii között fennállanak, másrészt áttekintő képet adnak homlok- és sagittalmetszeteken az említett agyrészek helyzetét és kiterjedését illetőleg. Vizsgálataim azt mutatták, hogy homlokmetseteken az oldalsó agykamara legmellsőbb része a polus frontalistól 4 cm.-nyi távolságban van. Sagittális agymetszeteken az oldalsó kamara legmellsőbb része a polus frontalistól 38, 40, 41, 46 és 47 mm.-nyi távolságban, az agyalaptól pedig verticalis irányban 18 és 20 mm.-nyi távolságban fekszik. A hátsó homloküregfaltól az oldalsó agykamara legmellsőbb részlete 45, 46, 48, 51, 52 és 55 mm.-nyi és a mellső homloküregfaltól 54, 57, 58, 59, 60 és 62 mm. távolságban van. Az oldalsó agykamara legmellsőbb részlete a gyrus rectustól 20 mm.-nyire fekszik verticalis irányban a hátulsó rostasejt és az iköböl területében. Az oldalsó agykamara körül vannak elhelyezve az agydúcok, a nucleus caudatus (ennek feje határolja az oldalsó agykamara legmellsőbb és oldalsó részét), a nucleus lenticularis, a thalamus opticus, a claustrum és ezek között a capsula interna és externa. Az insula Reilii homlokmetseten a polus frontalistól 6 cm.-nyire található. Nagyobb távolságra esik sagittális síkban a polus frontalistól a gyrus centralis anterior, 8—9—10 cm.-nyire. Az exploratív punctiót tehát a homloklebeny alsó felszíne felett legfeljebb 18 mm.-rel kell végezni, különben a tű az oldalsó agykamarát és az agydúcokat éri, ezen magasság alatt 4—5 ctm.-nyire haladhatunk hátra és oldalt egyrészt a fennálló beszédzavarok miatt, másrészt pedig azon tény folytán, hogy a homloklebeny alapján többször fordulhat elő agytályog a



40. ábra. Természetes nagyság. *te* tabula externa ossis frontalis, *ti* tabula interna ossis frontalis, *sfs* sinus frontalis sinister.

homloklebeny alsó felszínével határos melléküregek megbetegedése esetében. A homloklebeny konvex mellső felületén a homloküreg területének megfelelően végzendő agypunctióknál az agyalaptól 20 mm.-nyire felfelé és sagittalis síkban hátrafelé a tü 38 és 40 mm.-nyi távolságban eléri az oldalsó agygyomrocot és agydúcokat, ez okból csupán 2—3 ctm.-nyire hatolhat a tü.

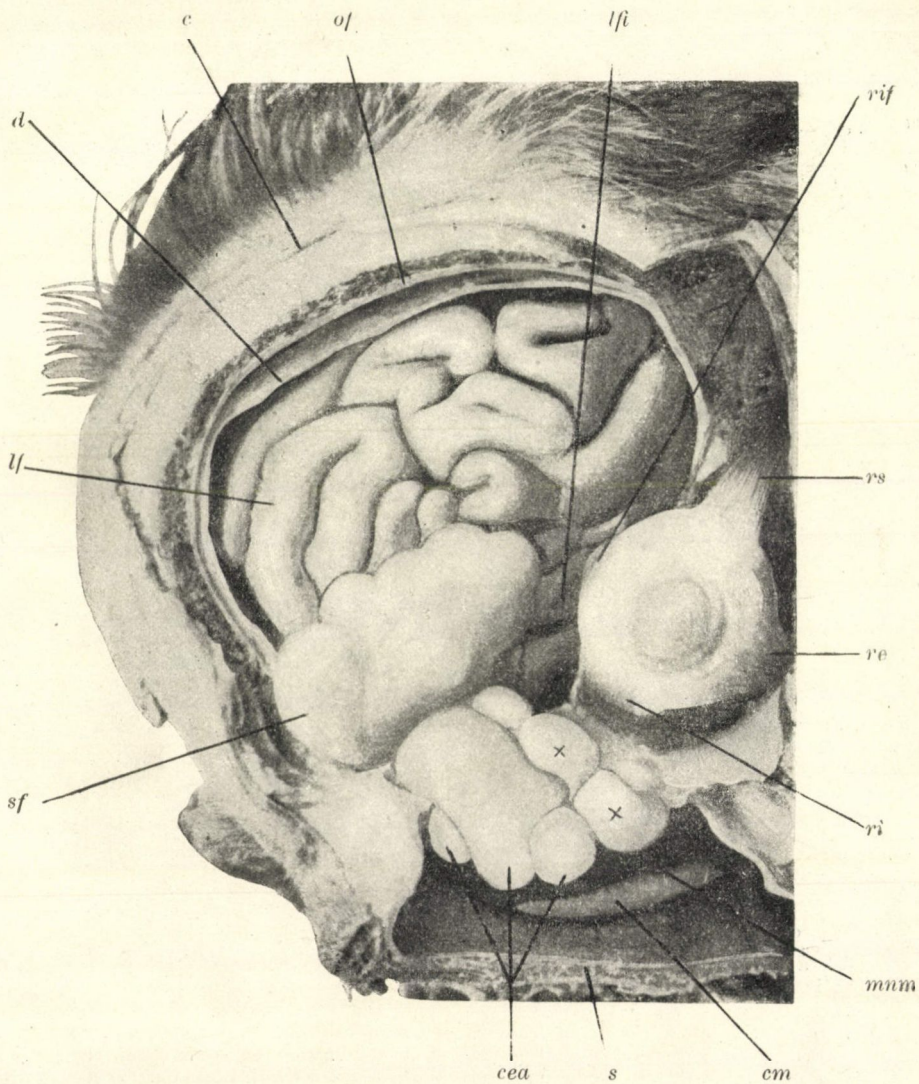
Ha azonban a mozgó kéregközpontok közelébe kell hatolnunk, izgalmi tünetek vagy a végtagok hűdéseinek esetében a gyrus centralis anteriorra és területére, vagy a capsula internára történt direkt vagy távolhatás folytán, akkor az agyalaptól felfelé 4 ctm.-nyire hatolhatunk a tüvel hátrafelé és felfelé, a polus frontalistól 8—9—10 ctm.-nyi távolságban fekvő gyrus centralis anterior területe felé.

Poirier, Kocher, Post, Horsley, Froriep, Kroenlein, Krause, Neisser és Pollak, Pfeifer megállapították azon tájboncztoni viszonyokat, melyek az agy lebenyei, barázdái, tekervényei és a koponya között fennállanak és megjelölték azon pontokat, melyek az agysebészetben az erek sértése nélkül igénybe vehetők az agyban székelő kóros elváltozások, daganatok, tömlők és tályogok felderítésére. Az exploratív agypunctio számára kijelölt alsó homlokpont a szemgödör feletti szél közepétől felfelé 4 ctm.-nyire fekszik.

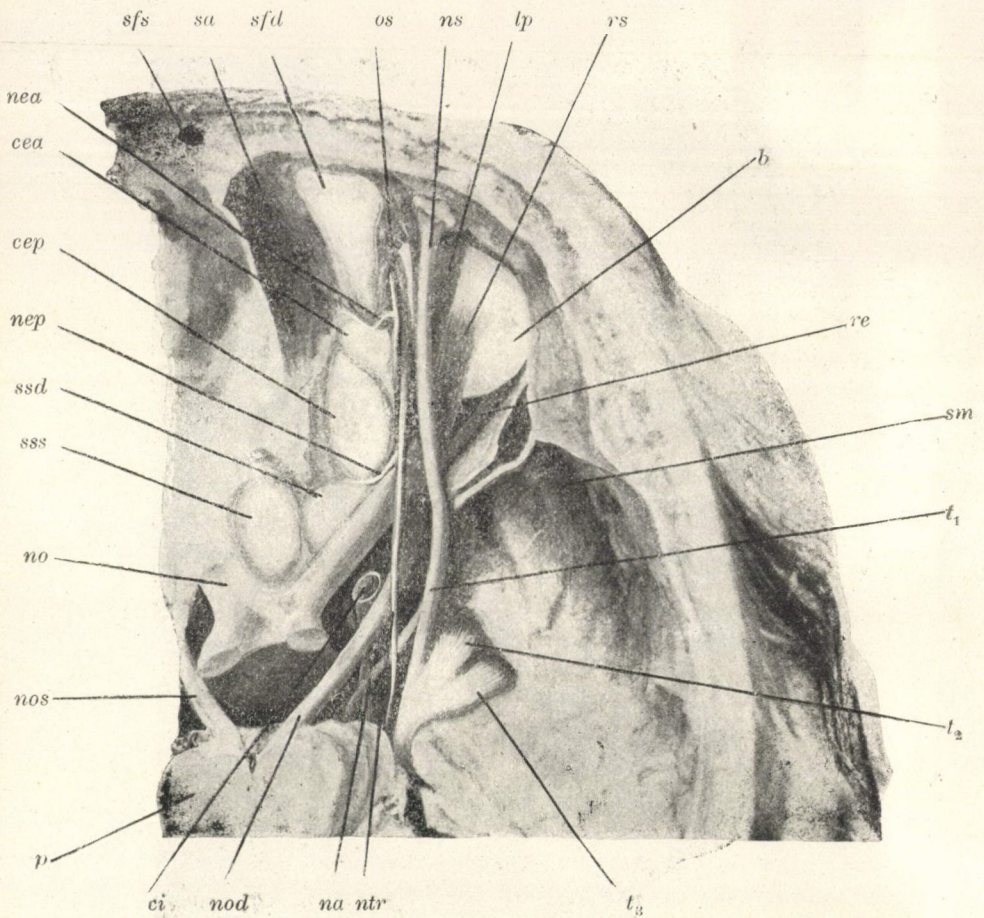
Ezen alsó homlokpont a legritkább esetben esik a homloküreg területébe; 1200 koponyán csupán négy esetben észleltem ezen területen a homloküreg jelenlétét. Az exploratív agypunctio, az agytályog megnyitása és kiürítése kevés kivétellel a homloküregen át történt.

A 71 eset közül csupán 7 esetben állott be teljes gyógyulás, az esetek nagyobb részében csupán a sectio mutatta ki az agytályog jelenlétét és általában úgy az exploratív agypunctio, mint az agysebészeti eljárás igénybe nem vétetett; egy kis részében az eseteknek pedig az agysebészeti beavatkozások eredménytelenek voltak.

A mi az agysebészetet általánosságában és részleteiben illeti, a részletes sebészi kézikönyvekre és monographiákra utalunk.



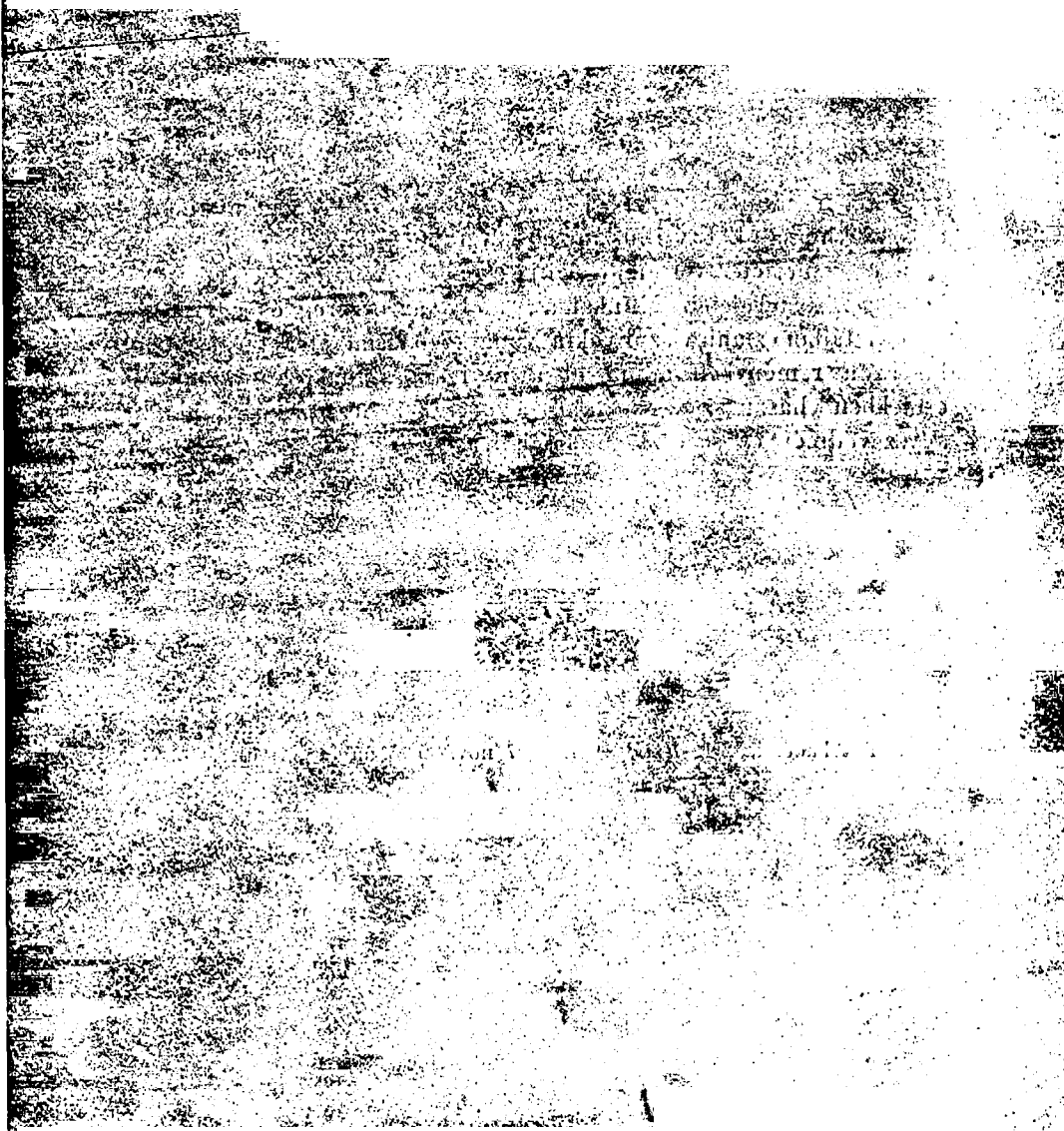
41. ábra. Természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, $\times\times$ cellula ethmoidalis posterior, *lf* lobus frontalis, gyrus frontalis, *d* dura mater, *of* os frontale, *c* cutis, *lfi* lobus frontalis inferior, gyrus orbitalis, *ri* rectus internus, *rs* rectus superior, *re* rectus externus, *rif* rectus inferior, *mm* meatus narium medius, *cm* concha media, *s* septum.



42. ábra. Természetes nagyság, *sfs* sinus frontalis sinister, *sfd* sinus frontalis dexter, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *nea* nervus ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ssd* sinus sphenoidalis dexter, *nep* nervus ethmoidalis posterior, *sss* sinus sphenoidalis sinister, *no* nervus opticus dexter, sinister, chiasma, *nos* nervus oculomotorius sinister, *p* pons, *nod* nervus oculomotorius dexter, *ci* carotis interna, *na* nervus abducens, *ntr* nervus trochlearis, *t₁t₂t₃* nervus trigeminus, *sm* scala media, *re* rectus externus, *rs* rectus superior, *lp* levator palpebræ superioris, *ns* nervus supraorbitalis, *os* obliquus superior, *sa* scala anterior.

Jelen munkám ezen kérdésre vonatkozó vizsgálataimat természetű ábrákkal illusztrálja és a topographikus sebészi viszonyok ismertetésével megvilágítja az agyszövődmények sebészi kezelésének területét. Munkámat, mely az orrüreg és agyvelő közötti tájbontani viszonyokra vonatkozó ismereteket egészíti ki, azon reményben adom át a nyilvánosságnak, hogy adott esetekben hasznos tájékoztató segédeszköz lesz a rhinogen agyszövődmények sebészi kezelésekor.

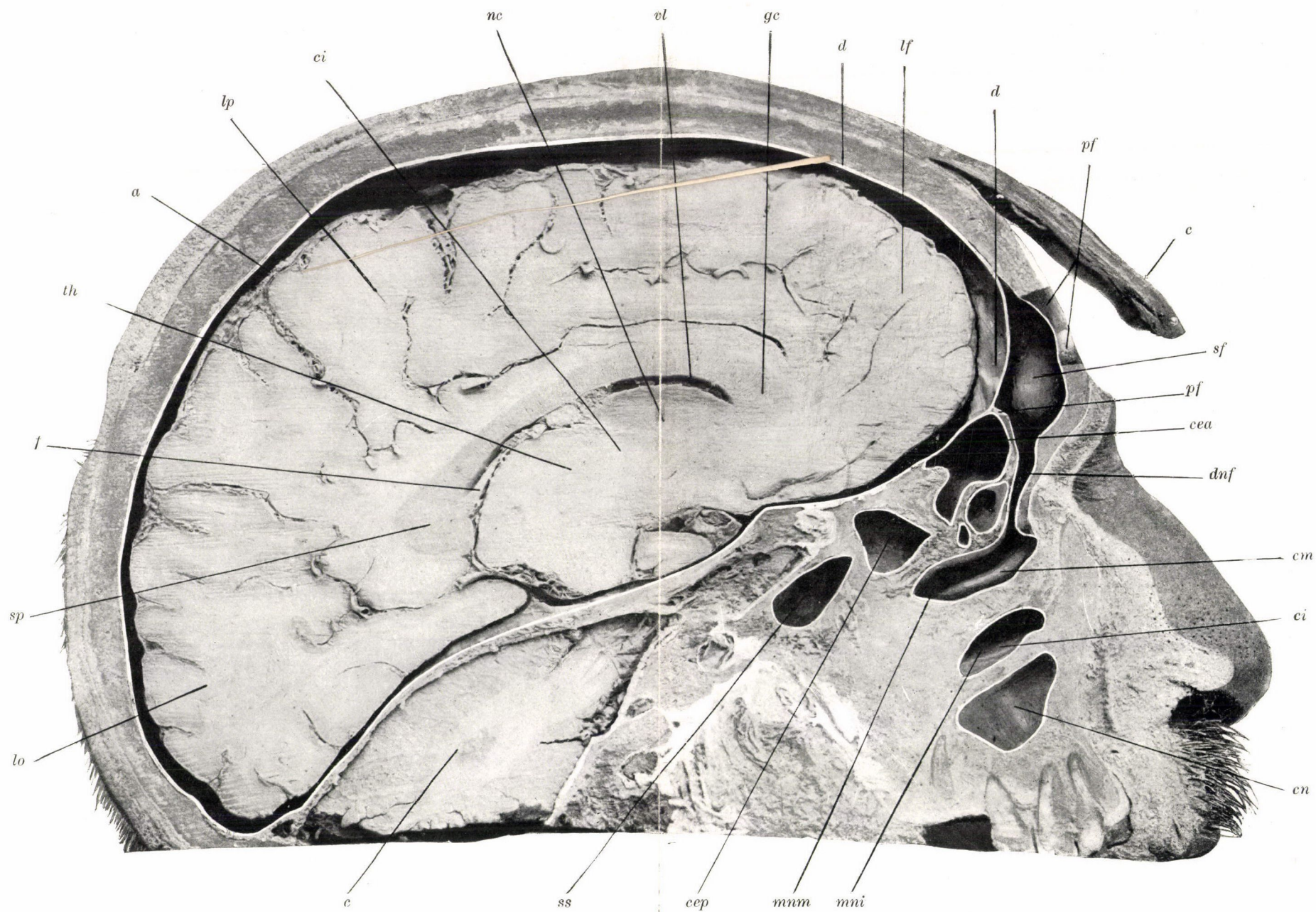
(A M. T. Akadémia III. osztályának 1907 nov. hó 18.-án tartott üléséből.)



1944



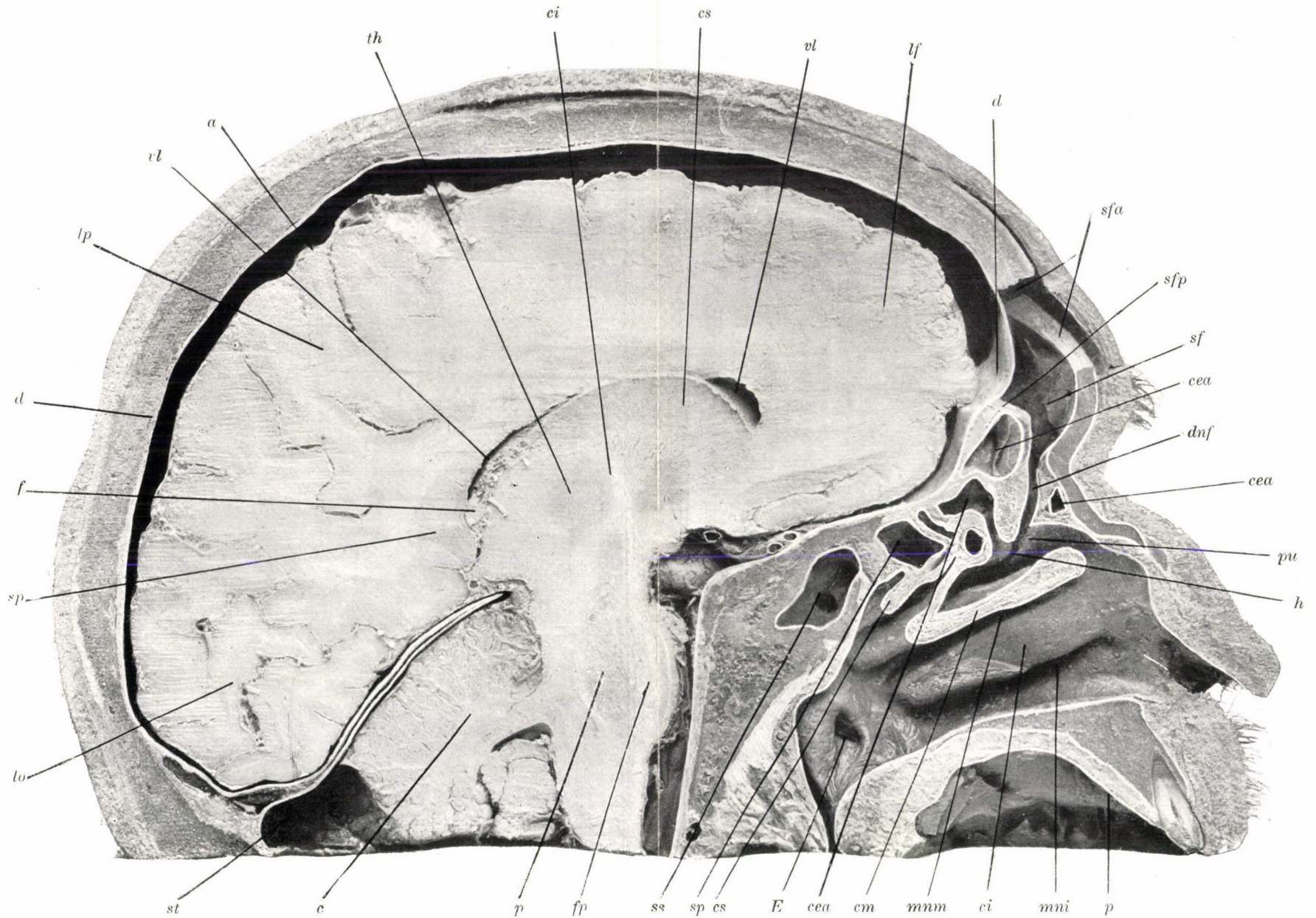
1944
1944
1944



Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *pf* paries anterior sinus frontalis, *c* cutis, *d* dura mater, *dnf* ductus nasofrontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *cm* concha media, *mnm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *cn* cavum narii, *lf* lobus frontalis, *gc* genu corporis callosi, *vl* ventriculus lateralis, *nc* nucleus caudatus, *ci* capsula interna, *lp* lobus parietalis, *a* arachnoidea, *th* thalamus opticus, *f* fornix, *sp* splenium corporis callosi, *lo* lobus occipitalis, *c* cerebellum.

10

11

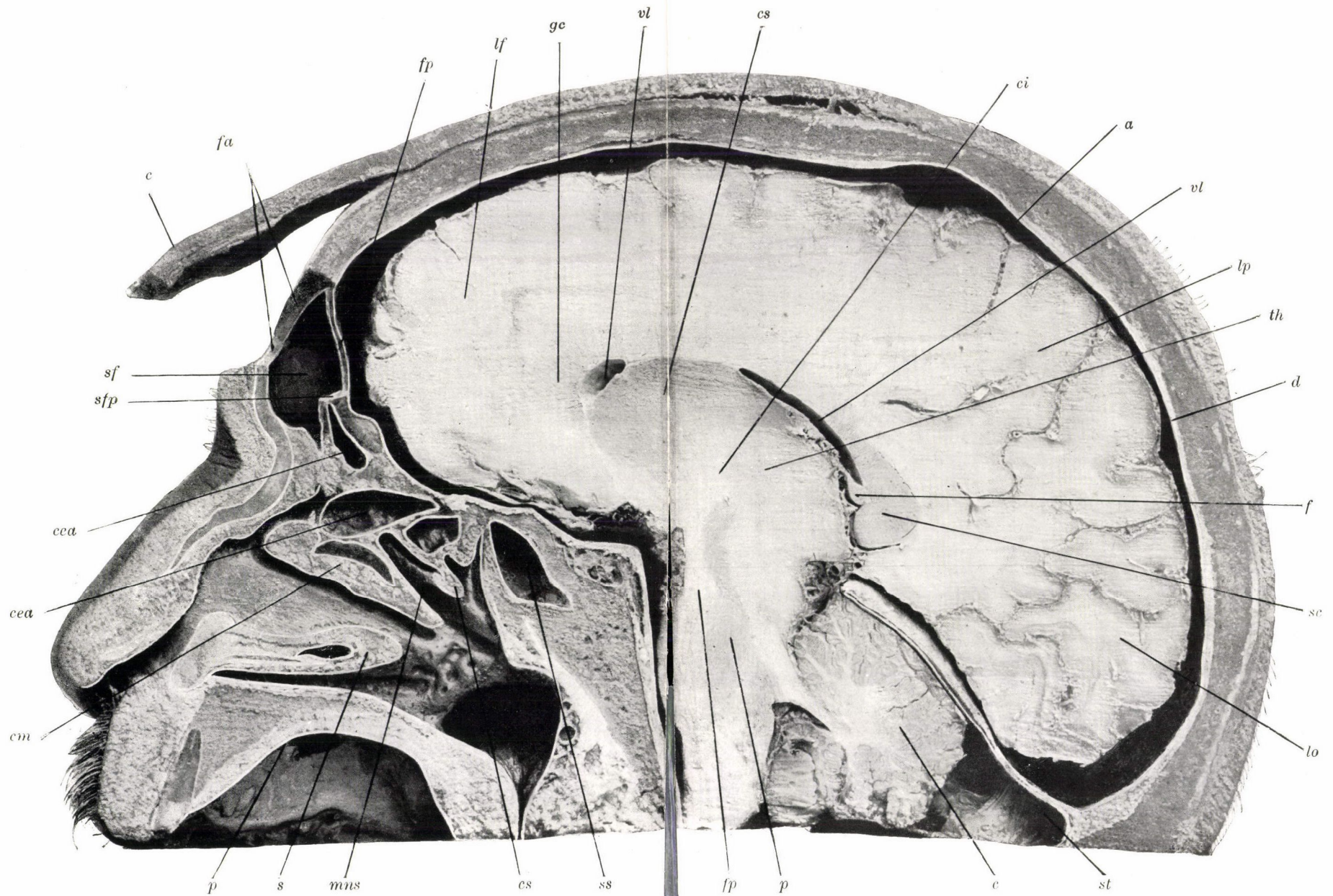


Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *sfa* paries anterior sinus frontalis, *sfp* paries posterior sinus frontalis, *d* dura mater, *dnf* ductus nasofrontalis, *lf* lobus frontalis, *vl* ventriculus lateralis, *cs* corpus striatum, *ci* capsula interna, *th* thalamus opticus, *a* arachnoidea, *lp* lobus parietalis, *f* crus posterior fornicis, *sp* splenium corporis callosi, *lo* lobus occipitalis, *st* sinus transversus, *c* cerebellum, *p* pons, *fp* fasciculus pyramidalis, *ss* sinus sphenoidalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *pu* processus uncinatus, *h* hiatus seminularis, *cs* concha superior, *cm* concha media, *mmm* meatus narium medius, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *E* tuba Eustachii, *p* palatum.

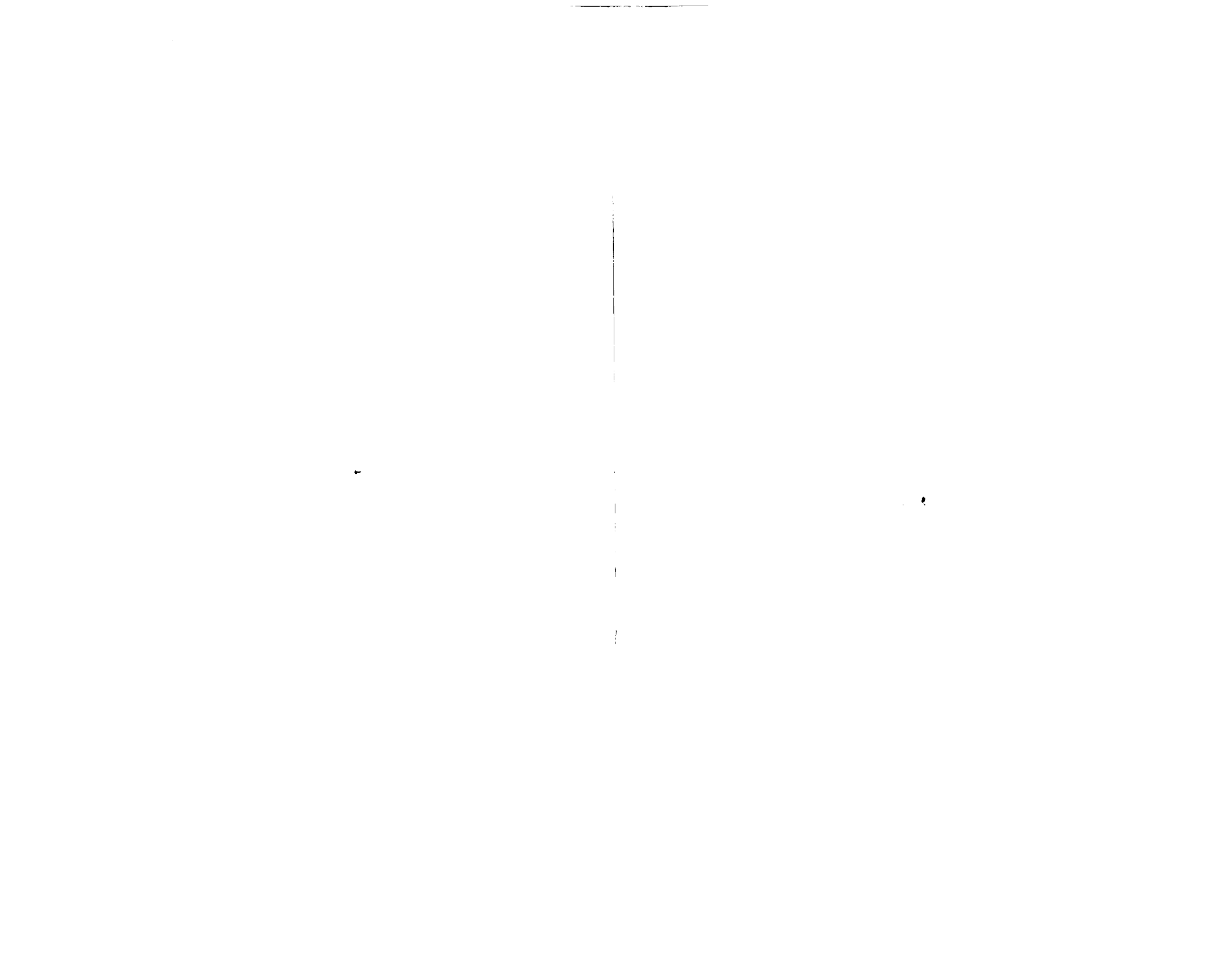


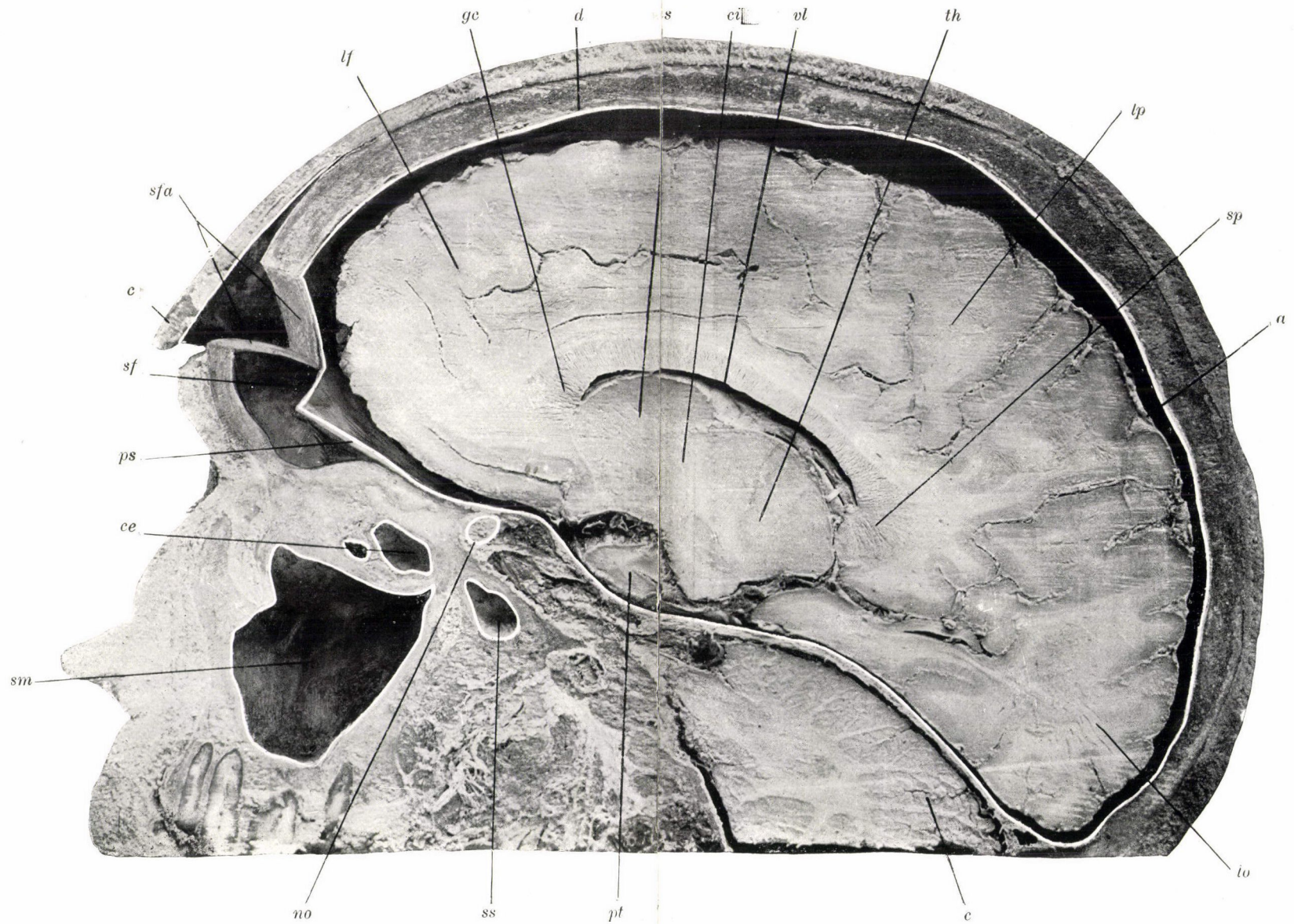
... ..





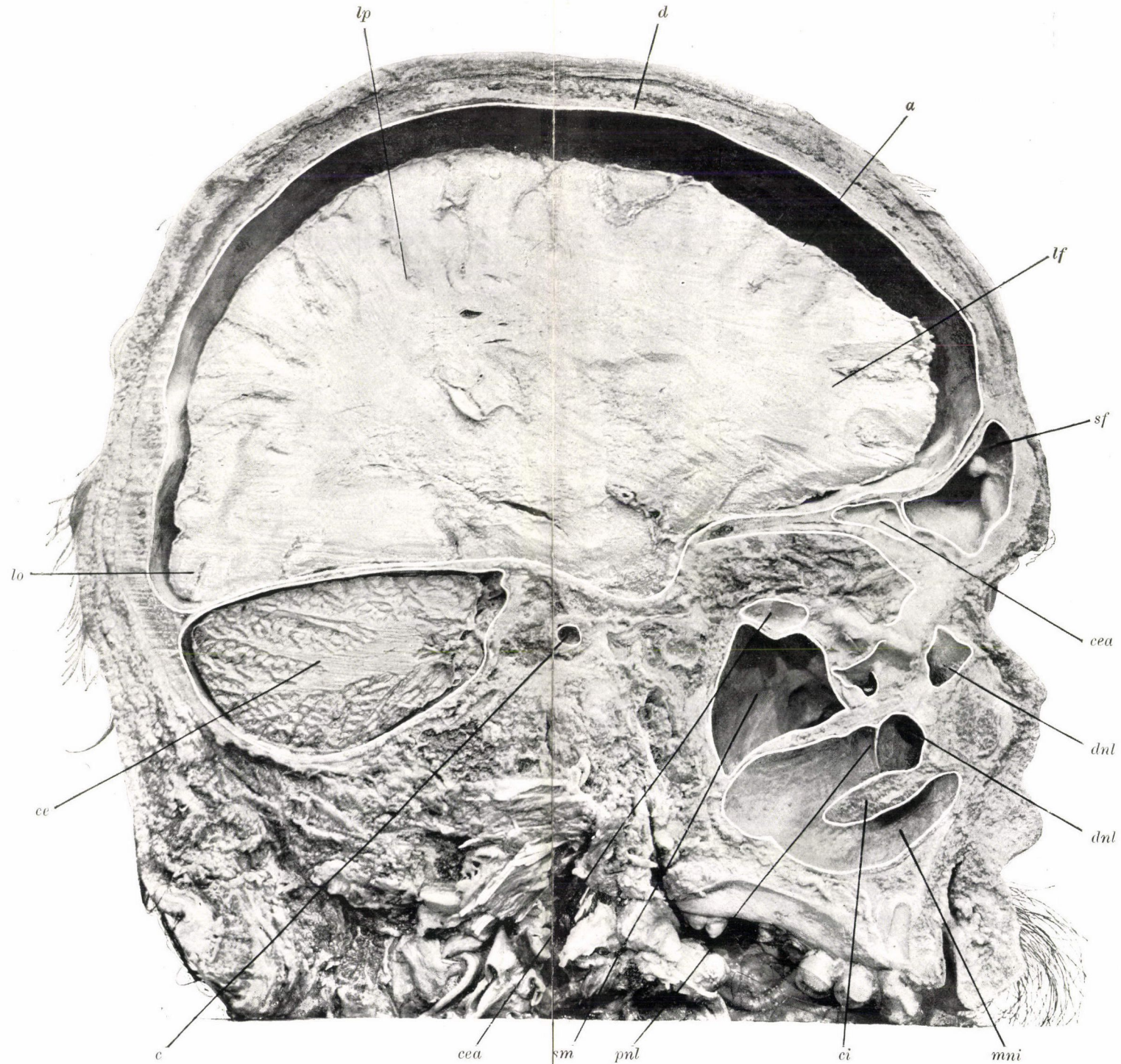
Sagittalis metszet, természetes nagyság. *lf* lobus frontalis, *sf* sinus frontalis, *fa* foramen anterior sinus frontalis, *sfp* paries posterior sinus frontalis, *c* cutis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *ss* sinus sphenoidalis, *gc* genu corporis callosi, *vl* ventriculus lateralis, *cs* corpus striatum, *ci* capsula interna, *lp* lobus parietalis, *lo* lobus occipitalis, *se* splenium corporis callosi, *f* fusus posterior fornicis, *th* thalamus opticus, *d* dura mater, *a* arachnoidea, *c* cerebellum, *st* sinus transversus, *p* pons, *fp* fasciculus pyramidalis, *cs* concha superior, *mns* meatus narium superior, *em* concha media, *s* septum, *p* palatum.





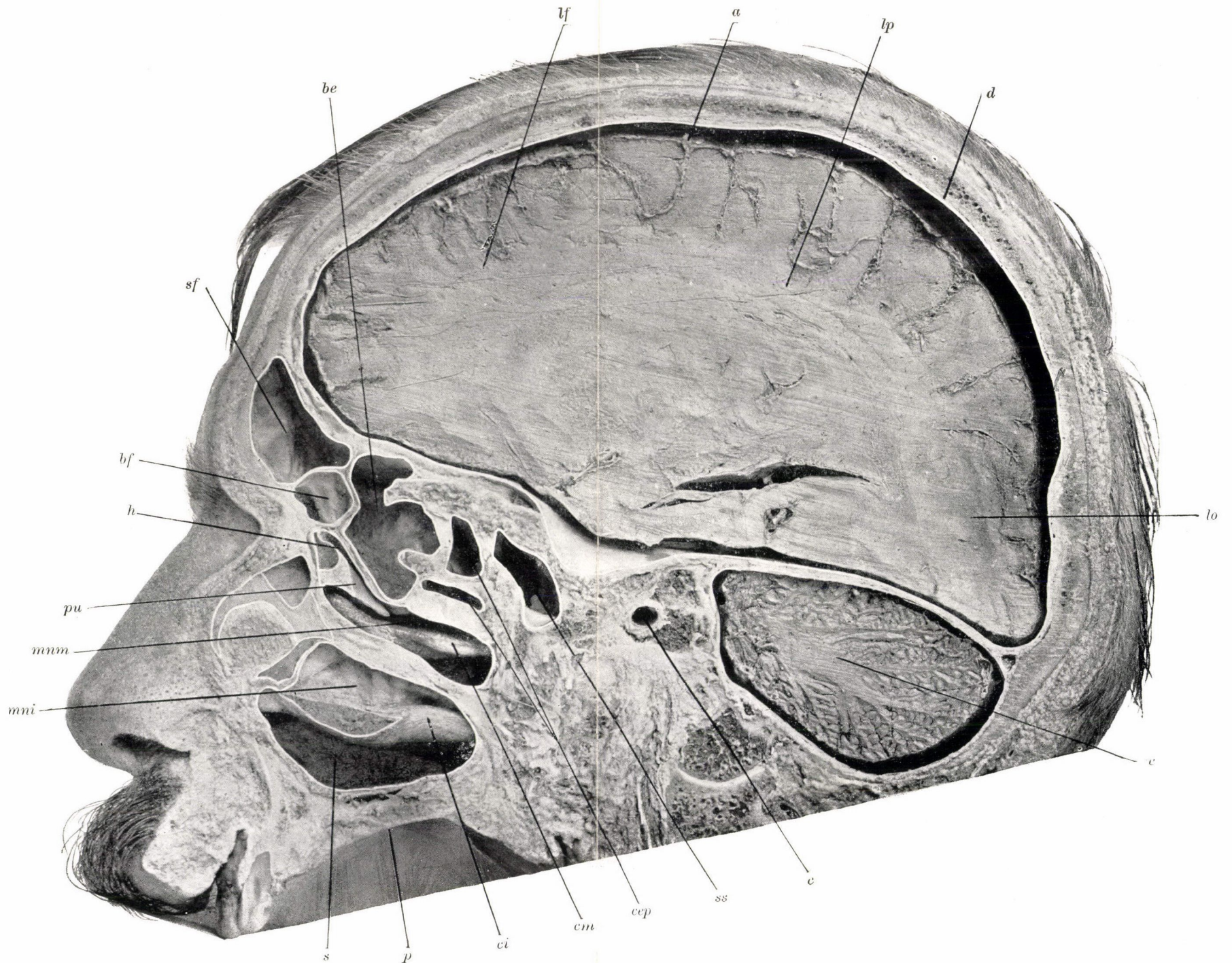
Sagittalis metszet, természetes nagyság. *c* cutis, *sf* sinus frontalis, *sfa* paries anterior sinus frontalis, *ps* paries superior sinus frontalis, *lf* lobus frontalis, *ge* genu corporis callosi, *d* dura mater, *a* arachnoidea, *cs* corpus striatum, *ci* capsula interna, *vl* ventriculus lateralis, *th* thalamus opticus, *lp* lobus parietalis, *sp* splenium corporis callosi, *to* lobus occipitalis, *c* cerebellum, *pt* polus temporalis, *ss* sinus sphenoidalis, *no* nervus opticus, *sm* sinus maxillaris, *ce* cellula ethmoidalis.





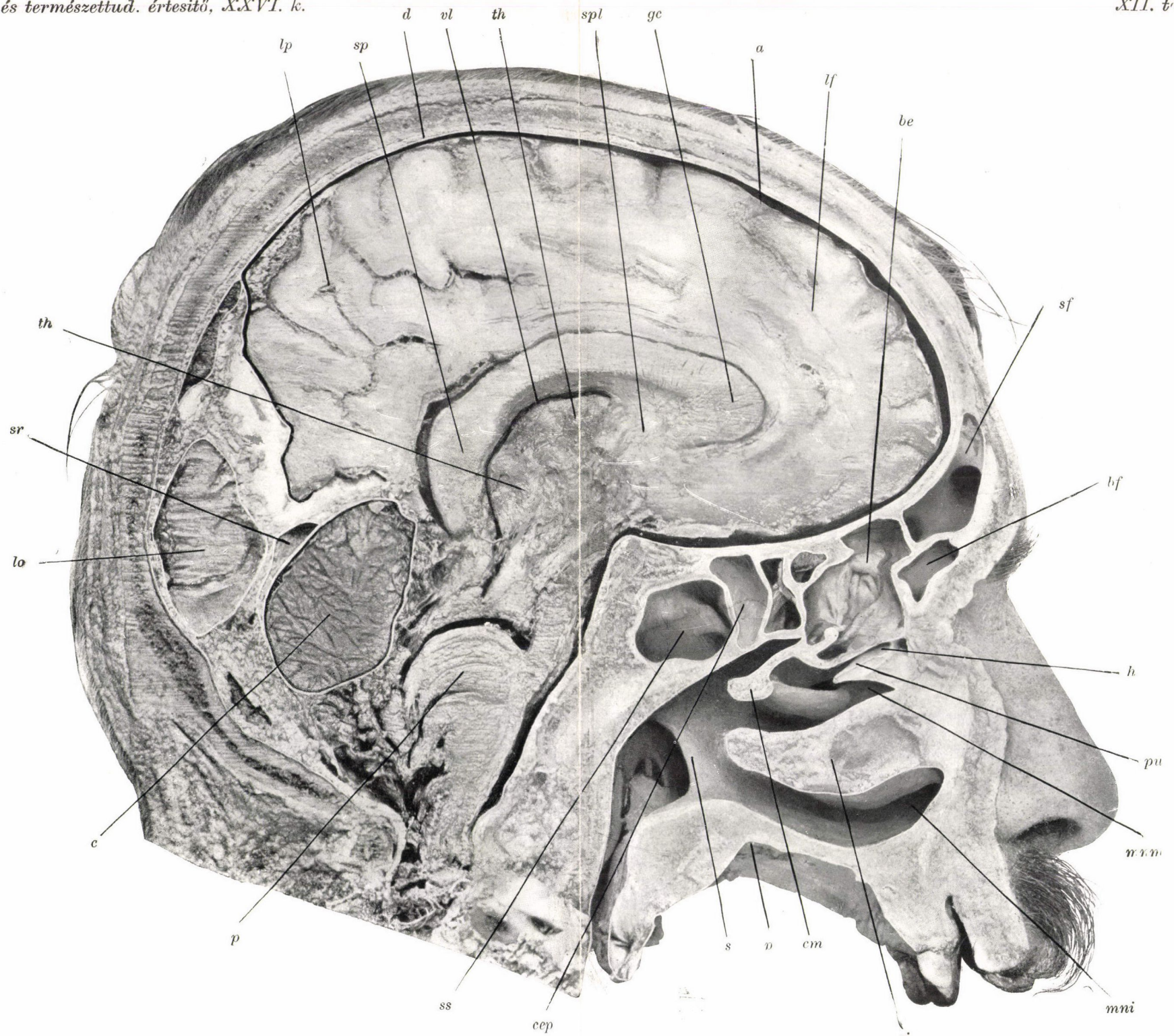
Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *lf* lobus frontalis, *d* dura mater, *a* arachnoidea, *lp* lobus parietalis, *lo* lobus occipitalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *sm* sinus maxillaris, *dnl* ductus nasolacrimalis, *pnl* plica nasolacrimalis, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *c* carotis interna, *ce* cerebellum.





Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *bf* bulla frontalis, *be* bulla ethmoidalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *lf* lobus frontalis, *lp* lobus parietalis, *lo* lobus occipitalis, *d* dura mater, *a* arachnoidea, *ce* cerebellum, *c* carotis interna, *h* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *mmm* meatus narium medius, *cm* concha media, *mni* meatus narium inferior, *ci* concha inferior, *s* septum, *p* palatum.





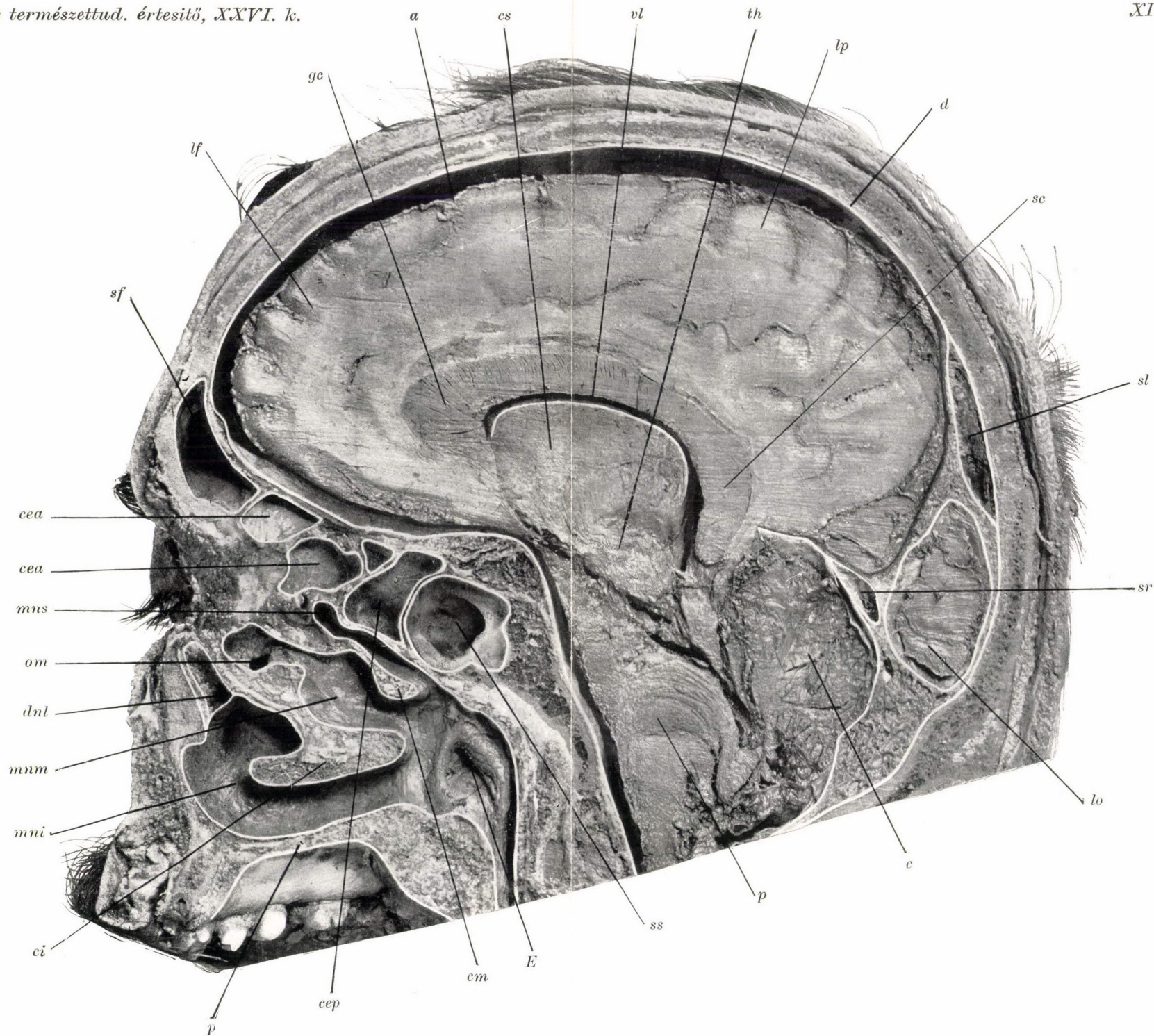
Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *be* bulla ethmoidalis, *bf* bulla frontalis, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *h* hiatus semilunaris, *pu* processus uncinatus, *mm* meatus narium medius, *cm* concha media, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *p* palatum, *s* septum, *lf* lobus frontalis, *d* dura mater, *a* arachnoidea, *spl* septum pellucidum, *gc* genu corporis callosi, *vl* ventriculus lateralis, *sp* splenium corporis callosi, *lp* lobus parietalis, *th* thalamus opticus, *lo* lobus occipitalis, *sr* sinus rectus, *c* cerebellum, *p* pons.

10/1/55

10/1/55

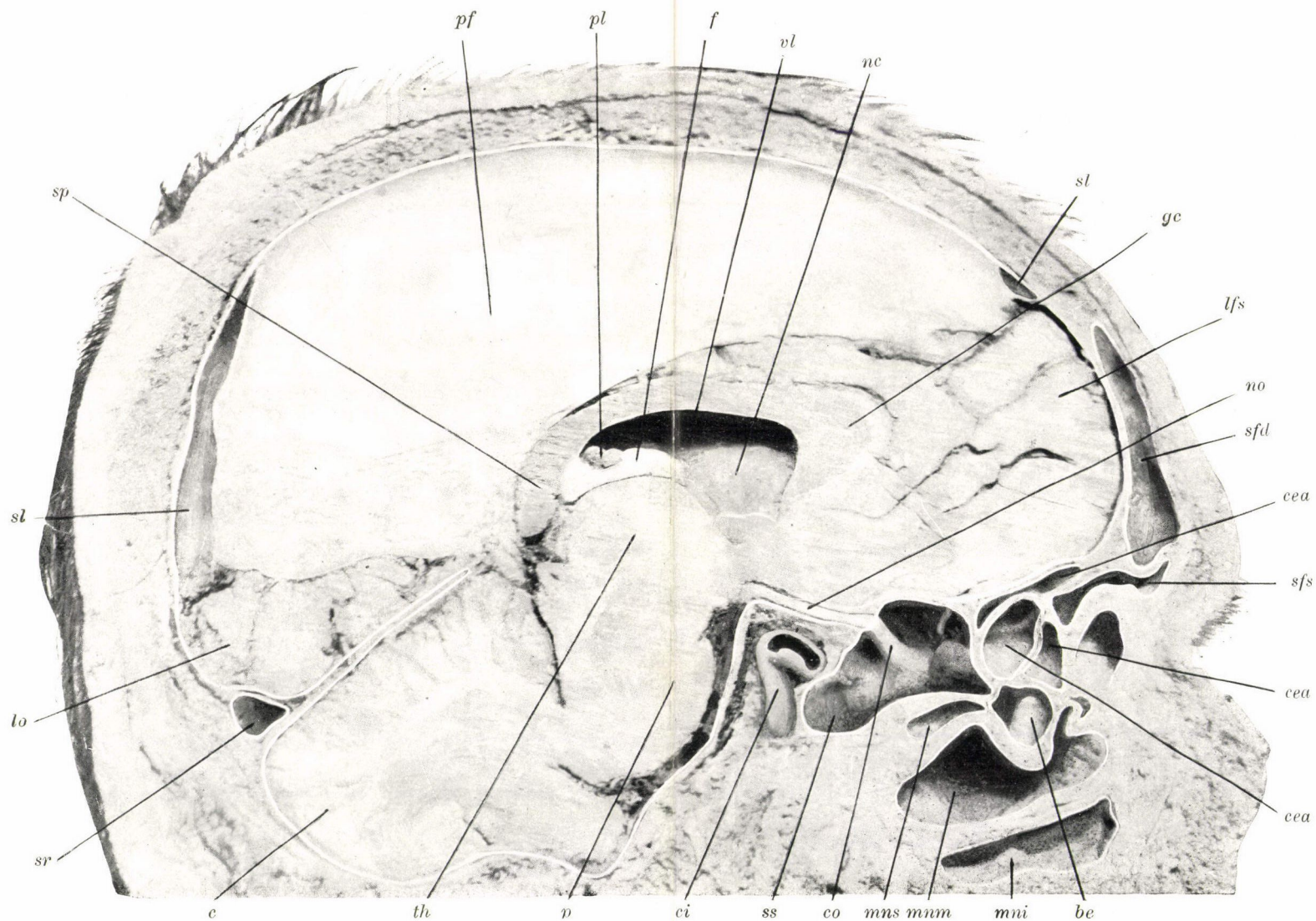
10/1/55

10/1/55



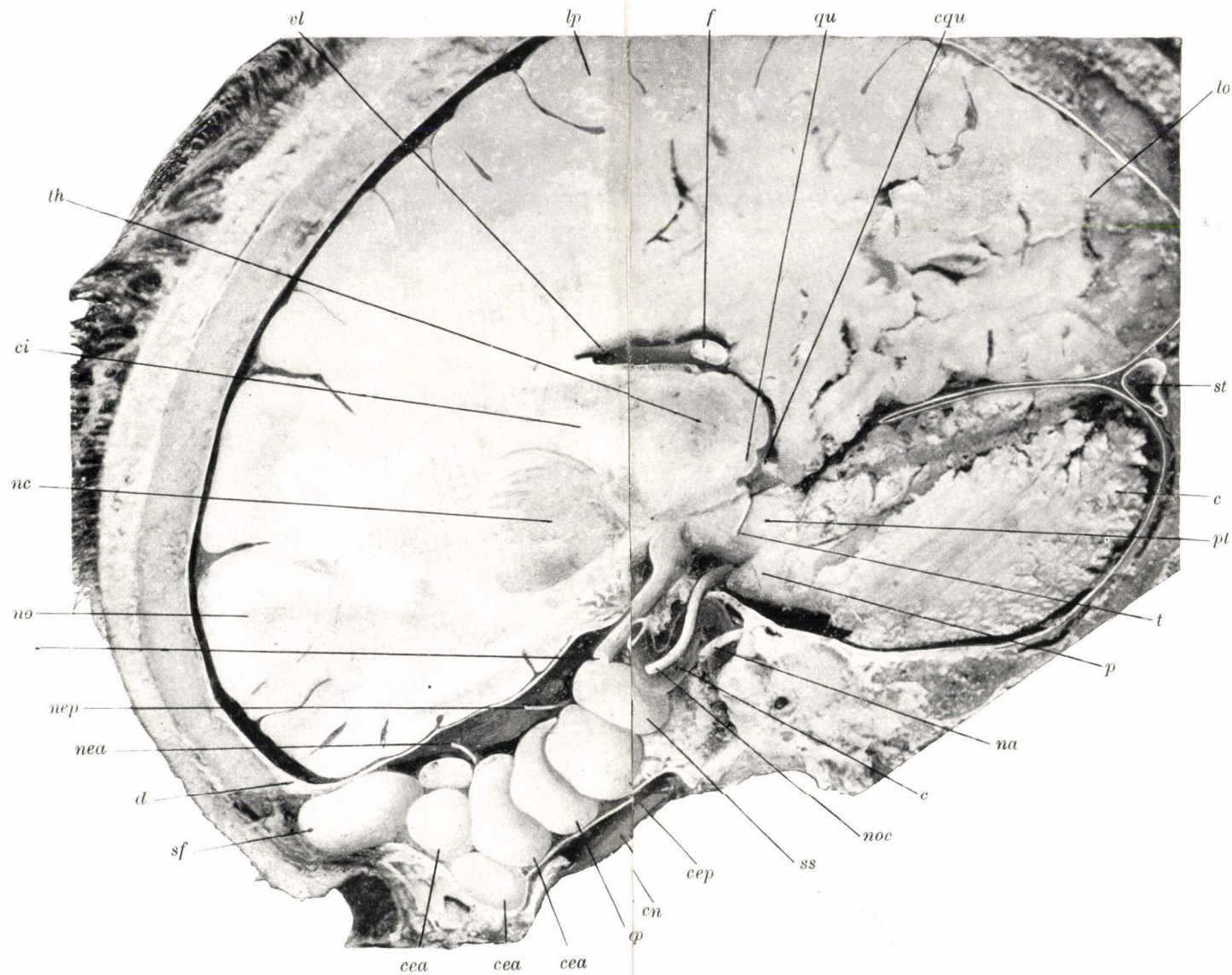
Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *ss* sinus sphenoidalis, *lf* lobus frontalis, *gc* genu corporis callosi, *d* dura mater, *a* arachnoidea, *sl* sinus longitudinalis, *sr* sinus rectus, *lp* lobus parietalis, *lo* lobus occipitalis, *c* cerebellum, *p* pons, *mns* meatus narium superior, *cm* concha media, *mm* meatus narium medius, *om* ostium maxillare, *ci* concha inferior, *mni* meatus narium inferior, *dni* ductus nasolacrimalis, *p* palatum, *E* tuba Eustachii.





Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sfd* sinus frontalis dexter, *sfs* sinus frontalis sinister, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *be* bulla ethmoidalis, *ss* sinus sphenoidalis, *co* canalis opticus, *no* nervus opticus, *ci* carotis interna, *mns* meatus narium superior, *mmm* meatus narium medius, *mmi* meatus narium inferior, *lfs* lobus frontalis sinister, *sl* sinus longitudinalis, *pf* processus falciformis, *nc* nucleus caudatus, *vl* ventriculus lateralis, *f* fornix, *pl* plexus chorioideus lateralis, *sp* splenium corporis callosi, *lo* lobus occipitalis, *sr* sinus rectus, *c* cerebellum, *p* pons, *th* thalamus opticus.





Sagittalis metszet, természetes nagyság. *sf* sinus frontalis, *cea* cellula ethmoidalis anterior, *cep* cellula ethmoidalis posterior, *cm* concha media, *ss* sinus sphenoidalis, *d* dura mater, *lf* lobus frontalis, *nea* nervus ethmoidalis anterior, *nep* nervus ethmoidalis posterior, *no* nervus opticus, *noc* nervus oculomotorius, *ca* carotis interna, *na* nervus abducens, *p* pons, *pc* pedunculus cerebri, *nt* nervus trochlearis, *c* cerebellum, *sr* sinus rectus, *lo* lobus callosus, *cqu* crus cerebelli ad quadrigeminum, *qu* corpora quadrigemina, *f* fornix, *lp* lobus parialis, *vl* ventriculus lateralis, *th* thalamus opticus, *ci* capsula interna, *nn* nucleus lenticularis.

ADATOK NÉMET-KELETAFRIKA ÉDESVÍZI MIKROFAUNÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

(Nyolczadik közlemény.)

A megfigyelt fajok phaenologiai viszonyai.

DADAY JENŐ I. tagtól.

Bizonyára nem lenne érdektelen, ha az előző közleményeimben feljegyzett és részben ismertetett fajoknak s az irodalom idevonatkozó adatainak alapján messzebbmenő következtetésekbe bocsátkoznám. Megragadhatnám az alkalmat annak a viszonynak fejtegetésére, a mely Német-Keletafrika és Afrika más területeinek mikrofaunája között mutatkozik. Összehasonlítást tehetnék egész Afrika és más világrészek mikrofaunája között. A mindkét irányú összehasonlítás talán útmutatást nyújthatna első sorban arról a kapcsolatról, a mely bizonyára megvan az említett területek mikrofaunája között, másodsorban talán arról, hogy mily úton keletkezhetett Afrika mikrofaunája. Vajjon a kizárólagosan afrikai fajok a hypothetikus Archhelenis (lásd H. v. IHERING. Archhelenis und Archinotis. 1907.) faunájának életben maradt képviselői-e, vagy pedig a különböző geologiai korszakokban önállóan fellépett, esetleg más világrészekből bevándorolt s a változott életkörülményekhez alkalmazkodott fajoknak utódai-e?

Mielőtt azonban az előzőekben érintett és felvetett kérdésekkel szemben elfoglalt álláspontomat körvonaloznám, illetőleg mielőtt a felvetett kérdésekre a feleletet keresni és megadni megkísérleném, idevonatkozó néhány igen lényeges körülményt kell felemlítenem. Reá kell mutatnom a különböző világrészek s köztük természetesen Afrika mikrofaunájára vonatkozó jelenlegi ismereteinkre.

A mi Afrikát illeti, az irodalom adatai alapján konstatálnom kell és konstatálhatom, hogy különböző területei közül még eddig Algir, Egyptom, Sudán, Dongola, Német-Kelet-Afrika, Zanzibar, Natal, Capföld. Rhodesia, Madagaskár, Aldabra s az azori-szigetek azok, a melyeknek mikrofaunájából egyik-másik állatesoportnak fajait, vagy esetleg néhány fajtát feljegyezték, míg Marocco, Tunis, Tripolis, az egész Nyugat-Afrika és Közép-Afrikának nagy része is a mikrofauna tekintetéből terra incognita, sőt az északi, keleti és déli Afrika mikrofaunájára vonatkozó adatok is tulajdonképen csak töredékek.

A többi világrész közül legjobban átkutatott Európa, de azért ennek sem ismerjük mikrofaunáját a maga teljességében; így egyebek között csak töredékes adatok állanak rendelkezésünkre az egész Balkán- és a Pyrenei-félszigetről, sőt a nagy európai Oroszország mikrofaunája is még további kutatásokra szorul.

Észak-Amerika területén az Egyesült-Államok azok, a melyeknek bűvárai a mikrofaunát beható tanulmány tárgyává tették, de Észak-Amerika északi, nyugati és déli része csaknem érintetlen terület.

Közép-Amerikának csak legdélibb részéből találunk néhány feljegyzett adatot egyik-másik állatesoportból.

Dél-Amerika területén Argentina, Paraguay, Patagonia, a Tűzföld és a Magelhæn-terület az, a melynek mikrofaunáját többé-kevésbé részletesen, vagy töredékesen ismerjük, míg Braziliából, az északi- és nyugati partok területéről vagy egyetlen adatum sincs, vagy csupán töredékes feljegyzéseink vannak.

Ázsia területén Turkestán, Sibiériának nyugati fele, Mongoliának egyes darabjai, Ceylon, Elő-India azok, a melyekről számbavehető adatot találunk, míg Sumatra, Java, Celebes-szigetek, China és Japan mikrofaunájából csupán egyik-másik csoport néhány fajtát jegyezték fel.

Australia területén jóformán Uj-Dél-Wales és a Van-Diemens-föld az, a melynek mikrofaunájából több-kevesebb fajt ismertettek, tehát legnagyobb része terra incognita e tekintetből.

Végül felemlíthetem még Uj-Guinea és Uj-Zeeland szigeteket, a melyeknek néhány pontjáról szintén jegyezték fel a

mikrofaunához tartozó állatfajokat, de a melyek egyáltalán nem elégségesek arra, hogy még csak megközelítőleg is tájékoztathassanak az egész mikrofauna általános jellemeiről.

Az előzőekben röviden összefoglalt adatok, véleményem szerint, félreismerhetetlenül megjelölik azt az álláspontot, a melyet egyfelől Német-Kelet-Afrika és Afrika más területei, valamint Afrika és a többi világrész mikrofaunájának összehasonlításánál, nemkülönbén Afrika mikrofaunájának kialakulása fejtegetésénél elfoglalnom lehet és kell. És nem habozom őszintén bevallani azt, hogy még nem látom idején valónak a felvetett kérdésekben véleményt nyilvánítani, nincs elegendő pozitív adat határozott tételek felállítására. Én tehát a biztos alapot nélkülöző, csupán elmefuttatásokon nyugvó hypothesisek felállításának mellőzésével, tanulmányaim befejezéséül csupán a Német-Kelet-Afrikában tőlem megfigyelt fajok ökológiai viszonyainak rövid ismertetésére fogok szorítkozni.

Első sorban általános vonásokban jellemezni fogom Német-Kelet-Afrika mikrofaunáját a fajok kvalitatív és kvantitatív megjelenése tekintetéből. Majd összehasonlítást teszek Német-Kelet-Afrika három legnagyobb tavának, a Victoria-Nyanzának, a Nyassának és a Rikvának mikrofaunája között.* Végül beszámolok azokról az adatokról, a melyeket vizsgálataim során, a rendelkezésemre állott planktonanyag alapján, a Nyassa-tó mikrofaunáját népesítő állatfajok verticalis elterjedése és periodikus megjelenése tekintetéből megállapítanom sikerült.

*

Ha a termőhelyeknek az előzőekben közölt planktonállatkáit a mennyiség és a változatosság tekintetéből összehasonlítjuk, nézetem szerint első sorban is arra az eredményre kell jutnunk, hogy miként a mérsékelt égöv alatt mindenütt,

* Megjegyzem, hogy a m. kir. földrajzi intézettől Schwalm Amadé dr. úr szivességéből nyert adatok szerint a Victoria Nyanza 83 ezer, a Nyassa 30 ezer, a Rikwa-tó mintegy ezer négyzet kilométer területű, továbbá a Victoria Nyanza tengerszin feletti magassága 1148 m., a Nyassáé 520 m. s a Rikwa-tóé 780 m.

úgy Német-Kelet-Afrika területén is az ideiglenes tócsák, a pocsolyák, a mocsarak és a kisebb terjedelmű tavak faunája fajokban gazdagabb és változatosabb, mint a nagy tavaké s az előbbieken számos olyan állatka tenyészik, a melynek gyakran még rokonai is hiányzanak az utóbbiakból, mint például egyebek között különösen az Ostracodák. De ehhez mindjárt hozzátehetjük azt, hogy, miként a mérsékeltövi nagy tavak faunájában, úgy a német-kelet-afrikaiakéban is a fajok nagy számát és változatosságát helyettesíti a kevesebb faj egyéneinek nagyobb, néha rengeteg száma.

*

Nem volna ugyan érdektelen a különböző termőhelyek mikrofaunájának összehasonlítása, de ezt egyfelől a természeti viszonyok ismerete hiányában, másfelől pedig hosszadalmassága és a pozitív végeredmények csekélyfokú kilátása miatt mellőzöm s csupán a három nagy tónak, a Nyassának, Rikvának és Victoria-Nyanzának állatfajait helyezem egymással szembe, hogy ilyen formán megállapíthassuk a közöttük lévő hasonlatosságot és különbséget. Hogy e célzattal könnyebben elérhessem, első sorban azokat a fajokat csoportosítom együvé, a melyek mind a három tó planktonjában egyaránt otthonosak, ezt követőleg összeállítom a két-két tóban és végre csak az egyes tavakban tenyésző fajoknak a jegyzékét külön-külön. És hogy az összehasonlítás annál teljesebb legyen, tekintetbe vettem a korábbi búvároktól a Victoria-Nyanzából ismertetett fajokat is. Az említett irányelvek szem előtt tartásával a fajok aztán a következőleg oszlanak meg:

1. A Nyassa-, Rikwa- és Victoria Nyanza-tóból egyaránt ismert fajok.

Arcella vulgaris EHRB.	Brachionus pala EHRB.
" discoides EHRB.	" Bakeri EHRB.
Centropyxis aculeata (EHRB.)	10 Cyclops prasinus FISCH.
Diffugia globulosa EHRB.	Chydorus sphaericus (O. F. M.)
5 " pyriformis PERTY.	Moina dubia GR. RICH.
Euglena viridis EHRB.	Diaphanosoma excisum SARS.
Noteus militaris (EHRB.)	

E jegyzék szerint tehát a három tóból ismert összes fajoknak csak elenyészően csekély része a közös.

2. *A Nyassa- és Rikwa-tóból egyaránt ismert fajok.*

Arcella vulgaris EHRB.	10 Brachionus Bakeri latissimus
" discoides EHRB.	Cyclops macrurus Sars.
Centropyxis aculeata (EHRB.)	" prasinus FISCH.
Diffugia globulosa EHRB.	Diaptomus africanus n. sp.
5 " pyriformis PERTY.	" Kraepelini Mr.
Euglena viridis EHRB.	15 Chydorus sphaericus (O. F. M.)
Monostyla bulla GOSSE.	Moina dubia GR. RICH.
Noteus militaris (EHRB.)	17 Diaphanosoma excisum Sars.
Brachionus pala EHRB.	

Az épen feljegyzett fajok legnagyobb része különben a három tónak közös alakja és csupán 5 az olyan, a mely csakis a fentemlített két tóból ismeretes. Különös figyelemre méltó, különben a *Diaptomus africanus* n. sp. és a *Diaptomus Kraepelini* P. MR., mert míg a Nyassa-tóban az utóbbi tömegesen, az előbbi pedig csak szórványosan mutatkozik, addig a Rikwa-tóban a *Diaptomus africanus* n. sp. az uralkodó s a *Diaptomus Kraepelini* csak alárendelt szerepet játszik.

3. *A Nyassa- és a Victoria Nyanza-tóból egyaránt ismert fajok.*

Arcella vulgaris EHRB.	Anuraea aculeata EHRB.
" discoides EHRB.	Noteus militaris (EHRB.)
Centropyxis aculeata (EHRB.)	15 Brachionus Bakeri EHRB.
Diffugia corona LEID.	Brachionus falcatus ZACH.
5 " globulosa EHRB.	" pala EHRB.
" pyriformis PERTY.	Pedalion mirum FLUDS.
Euglena viridis EHRB.	Cyclops prasinus FISCH.
Vorticella microstoma EHR.	20 " emini PR. MR.
Asplanchna Brightwelli GOSSE.	Chydorus sphaericus (O. F. M.)
10 Notops macrurus BARR. DAD.	Bosmina longirostris (O. F. M.)
Tetramastix opoliensis ZACH.	Moina dubia GR. RICH.
Monostyla bulla GOSSE.	23 Diaphanosoma excisum Sars.

Ha a jegyzék adatait mérlegeljük, első sorban is azt állapíthatjuk meg, hogy sokkal nagyobb a Nyassa- és Victoria-Nyanza-tavakban egyaránt élő fajok száma, mint a Nyassa- és

a Rikwa-tóban közösen tenyészőké, másodsorban pedig megállapíthatjuk azt, hogy a Nyassa- és Victoria-Nyanza-tó mikrofaunája sokkal jobban hasonlít egymáshoz, mint a Nyassa- és Rikwa-tóé és e tekintetben a Rotatoria-fajok játsszák a főszerepet.

4. *A Rikwa- és a Victoria Nyanza-tóból egyaránt ismert fajok.*

Arcella vulgaris EHRB.	Triarthra longiseta EHRB.
" discoides EHRB.	15 Cyclops prasinus FISCH.
Centropxyxis aculeata (EHRB.)	Cyclops Leuckarti CLS.;
Diffugia globulosa EHRB.	" oithonoides SARS.
5 Diffugia pyriformis PERTY.	Chydorus sphaericus (O. F. M.)
Euglena viridis EHRB.	Alonella punctata (DAD.)
Rotier vulgaris EHRB.	20 Alona rectangula bukobensis.
Monostyla bulla GOSSE.	Macrothrix Chevreuxi GR. R.
Noteus quadricornis EHRB.	Moina dubia GR. RICH.
10 " militaris (EHRB.)	Ceriodaphnia cornuta SARS.
Brachionus pala EHRB.	Hyalodaphnia barbata (WETT.)
" Bakeri EHRB.	29 Diaphanosoma excisum SARS.
" rubens EHRB.	

A felsorolt állatfajok közül a *Protozoák*: és a *Rotatoriák*: egy-két kivételtől eltekintve mind olyanok, a melyek a Nyassa-tóból is ismeretesek, míg ellenben a *Copepodák* és főképen a *Cladocerák* csoportjából valók már a Rikwa- és Victoria-Nyanza közös fajainak tekinthetők, de közülük különösebben érdekes a *Hyalodaphnia barbata* (WETT), a mennyiben mindkét tóban meglehetősen gyakori és mindkét tóra jellemző. E mellett érdekes jelenség az is, hogy a Rikwa- és Victoria-Nyanza-tó mikrofaunája sokkal egyezőbb, mint a Nyassa- és a Rikwa-tóé együtt.

Lássuk már most azokat a fajokat csoportonként, a melyek ez ideig még csak egy-egy tóból ismeretesek.

1. *A Nyassa-tóból ismert fajok.*

Peridinium tabulatum EHRB.	Trachelius ovum (O. F. M.)
" quadridens STEIN.	Loxophyllum meleagris EHRB.
Ceratium macrocerus SCHR.	10 Dileptus anser (O. F. M.)
Eudorina elegans EHRB.	Encheliedon farctus CL. L.
5 Pandorina morum EHRB.	Tintinnopsis ovalis DAD.
Colatium calvum SETIN.	Epistylis brevipes CL. L.
Botriomonas natans SCHMIDLE.	Acineta symbiotica n. sp.

- | | | |
|----|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 15 | <i>Monhystera</i> Fülleborni n. sp. | <i>Salpina</i> brevispina EHRB. |
| | <i>Mononchus</i> tenuis n. sp. | <i>Polyarthra</i> platyptera EHRB. |
| | <i>Floscularia</i> ornata EHRB. | 25 <i>Dactylopus</i> Jugurtha GR. R. |
| | <i>Synhæta</i> pectinata EHRB. | <i>Bosminella</i> Anisitsi DAD. |
| | <i>Rattulus</i> bicornis (EHRB.) | <i>Potamocypris</i> Fülleborni n. sp. |
| 20 | “ rattus (EHRB.) | <i>Cypria</i> castanea BRADY. |
| | <i>Distyla</i> gissensis ECKST. | <i>Macrobiotus</i> tetronyx n. sp. |
| | <i>Metopidia</i> solida GOSSE. | 30 <i>Atax</i> digitatus KOEN. |

Mint e névjegyzék is mutatja, csupán a Nyassa-tóból ismert fajok számának fele a *Protozoákra* esik. Máskülönbén a felsorolt fajok közül figyelemre méltó és jellemző az ujakon kívül különösen a *Botriomonas natans* SCHMIDLE, az *Acineta symbiotica* n. sp. és a *Bosminella Anisitsi* DAD., melyek közül a két első a Nyassa-tó planktonjában tömegesen tenyészik, az utóbbi pedig még eddig csupán Dél-Amerikából volt ismeretes.

2. Csupán a Rikwa-tóból ismert fajok.

- | | | |
|----|--|---|
| | <i>Englena</i> acus EHRB. | <i>Brachionus</i> Bakeri obesus |
| | <i>Vorticella</i> nebulifera EHRB. | “ Fülleborni |
| | <i>Cercocystis</i> dendrocercus n. larv. | <i>Metopidia</i> acuminata EHRB. |
| | <i>Plerocercus</i> africanus n. larv. | <i>Alonella</i> karua (KING.) |
| 5 | <i>Dorylaimus</i> macrolaimus d. M. | 20 <i>Alonopsis</i> singalensis DAD. |
| | <i>Copeus</i> centrurus (EHRB.) | <i>Alona</i> pulchella (KING.) |
| | <i>Proales</i> tigridia (GASSE.) | <i>Leydigia</i> acanthocercoides (FISCH.) |
| | <i>Fureularia</i> forficula EHRB. | <i>Cyprinotus</i> fossulatus VÁV. |
| | <i>Notops</i> lotus THORPE. | “ Fülleborni n. sp. |
| 10 | <i>Cathypna</i> leontina TURN. | 25 <i>Pseudocypris</i> Bouvieri n. sp. |
| | “ ungulata GOSSE. | <i>Potamocypris</i> aldabrae G. O. M. |
| | “ luna EHRB. | <i>Limnocythere</i> Michaelisini n. sp. |
| | <i>Euchlanis</i> dilatata EHRB. | <i>Eulais</i> megalostoma KOEN. |
| | <i>Pterodina</i> patina EHRB. | 24 <i>Eulais</i> degenerata KOEN. |
| 15 | <i>Brachionus</i> urceolaris EHRB. | |

Az előzőkben összefoglalt névjegyzékből felfogásom szerint az tűnik ki, hogy a Rikwa-tó faunája inkább a mocsarakéra, mint a nagyterületű és terjedelmes nyílt víztükrű tavakéra emlékeztet. E feltevést támogatja a *Gladocerák* közül a *Chydoridae* családba tartozó több faj jelenléte s az *Ostracodák* tömegesebb tenyészése.

3. Csupán a Victoria-Nyanza-tóból ismert fajok.

Amœba proteus PALL.	Cyclops serrulatus FISCH.
Arcella mitrata LEID.	" phaleratus C. K.
" apicata SCHAU.	90 Diaptomus Galebi BARR.
Hyalosphœnia papilio LEID.	" Stuhlmanni MR.
5 Quadrula symmetrica WALL.	Alona affinis LEYD.
Nebela collaris EHRB.	Moina micrura KURZ.
" lageniformis PAN.	" brachiata (O. F. M.)
Lequereusia spiralis (EHRB.)	35 Ceriodaphnia dubia GR. R.
Euglypha alveolata DUJ.	Ceriodaphnia Rigaudi RICH.
10 Clathrulina Stuhlmanni SCHAU.	Simocephalus vetulus (O. F. M.)
Spirostomum ambiguuum EHRB.	Daphina longispina LEYD.
Stantor Rœselii EHRB.	" Lumholtzi SARR.
Cothurnia lobata DAD.	40 Caridina Wickii (HKS.)
" incisa DAD.	Stenocypris Malcomsoni BRADY.
15 Ceratium brachyceros DAD.	Cypris flabella VÁVR.
Opercularia nutans EHRB.	Atax crassipes (O. F. M.)
Epystilis anastatica EHRB.	" Borgerti DAD.
Epystilis umbellaria (O. F. M.)	45 " falcifer DAD.
Philodina Emini COLL.	" figuralis (C. K.)
20 Copeus copeus (EHRB.)	" spinipes (O. F. X.)
Anuraea cochlearis GOSSE.	" pauciporus KOEN.
Euchlanis longicauda COLL.	Encentridophorus Borgerti DAD.
Brachionus angularis GOSSE.	50 Frontipoda Stuhlmanni KOEN.
" forficula WIERZ.	Limnesia armata KOEN.
25 Schizocerca diversicornis DAD.	Curvipes rotundus (KOEN.)
Ichthyidium macrourum COLL.	53 Brachionus caudatus BARR. DAD.
Cyclops Stuhlmanni MR.	

Az előzőkben összeállított névjegyzék mérlegelése arra az eredményre vezet, hogy a Victoria-Nyanza mikrofaunájában az *Entomostracák* és *Hydrachnidák* uralkodóan tenyésznek, a mennyiben a fajok összes számának csaknem felét teszik ki. A jellemző fajok főként a *Protozoák*, *Copepodák* és a *Hydrachnidák* csoportjából kerülnek ki és nagy számukkal különösen az utóbbiak ötlenek szembe.

Ha már most végre egybe vetjük a mind a három tóból, a két-két tóból egyaránt s csupán csak az egy-egy tóból ismert és az előző csoportokban felsorolt állatok jegyzékét, arra az eredményre jutunk, hogy legkevesebb az általánosan közös,

több a két-két tóban egyaránt tenyésző és legtöbb a csupán egy-egy tóban tenyésző faj s a három nagy tó közül a Victoria-Nyanza az, a mely a fajok száma tekintetében a más kettőt feltűnően túlhaladja, míg a Nyassa- és Rikwa-tóban az állatfajok csaknem egyenlő számmal mutatkoznak.

Minthogy FÜLLEBORN F. A Nyassa-tóból tervszerűen és csaknem az év egész folyamában sorozatosan gyűjtötte a plankton-anyagot, nem mulaszthatom el a gyűjtés eredményei alapján az egyes állatfajok horizontális és vertikális elterjedésére, valamint phænologiai jelenségeire vonatkozó adatoknak az alábbiakban összefoglalását és ismertetését. Hogy e célokat annál könnyebben elérhessem, első sorban is egy táblázatban úgy állítom össze a megfigyelt állatfajokat, hogy azoknak horizontális előfordulása és megjelenésük ideje egyaránt szemlélhető legyen, míg egy másik táblázatban a fajok vertikális előfordulására vonatkozó adatokat összegezem és végre a fajok havonkinti megjelenésének milyenségét, illetőleg az egyes fajok egyénei számának mekkoraságát az említett táblázatok után sorakoztatom. Itt azonban meg kell jegyeznem azt, hogy én a fajok egyéneinek számát nem számjegyekkel fejezem ki, hanem csupán körülírással jelzem, mert nem fektetek súlyt az állategyének számjegyekben való feltüntetésére, de meg nem is töltöm időmet azok egyenként vagy hozzávetőleges megszámlálásával, annyival is inkább, mert nem hagyhatom és nem hagyom figyelmen kívül mind azokat az eshetőségeket, a melyek befolyásolják és befolyásolhatják a gyűjtés alkalmával kézrekerült különböző fajú állategyének számának mekkoraságát.

De lássuk most már a fentebb jelzett irányelvek szempontjából a rendelkezésre álló adatokat.

1. *A Nyassa-tó plankton-állatkáinak időbeli megjelenése.*

A faj neve	Január	Február	Márczius	Április	Május	Junius	Julius	Auguszt.	Szept.	Október	Novemb.	Deczemb.
<i>Arcella vulgaris</i> EHRG.	+	.	.	+	.	.	+
" <i>discoides</i> EHRBG.	+	+
<i>Centropyxis aculeata</i> (EHRBG.)	+
<i>Diffugia corona</i> EHRB.	+	.	.	+
5 " <i>globulosa</i> EHRB.	+	.	.	+	+
" <i>pyriformis</i> PERTY.	+	+
<i>Peridinium tabulatum</i> EHRB.	+	+	.	+	+
" <i>quadridens</i> STEIN.	+	+
<i>Ceratium macroceros</i> SCHR.	+
10 <i>Eudorina elegans</i> EHRB.	+	+	+
<i>Pandorina morum</i> EHRB.	+	.	+	+	+	+	+
<i>Euglena viridis</i> EHRB.	+	.
<i>Colatium calvum</i> STEIN.	+	.
<i>Acineta symbiotica</i> n. sp.	+	.	+	+	.	.	.	+	+	.	+	+
15 <i>Botriomonas natans</i> SCHMIDLE ...	+	.	+	+	.	.	.	+	+	.	+	+
<i>Trachelius ovum</i> EHRB.	+	.
<i>Loxophyllum meleagris</i> EHRB.	+	.
<i>Dileptus anser</i> (O. F. M.)	+	.
<i>Encheliodon faretus</i> CL. L.	+	.
20 <i>Tintinnopsis ovalis</i> DAD.	+	.	.	+
<i>Epistylis brevipes</i> CL. L.	+
<i>Vorticella microstoma</i> EHRB.	+	.
<i>Monhystera Fülleborni</i> n. sp.	+
<i>Mononchus tenuis</i> n. sp.	+
25 <i>Asplanchna Brightwelli</i> GOSSE.	+	.	.	.	+
<i>Floscularia ornata</i> EHRB.	+	.	+	+	.	.	.	+	.	.	.	+
<i>Synchæta pectinata</i> EHRB.	+
<i>Notops macrourus</i> BARR. DAD.	+	+
<i>Rattulus bicornis</i> (EHRB.) ...	+	.	+	+	.	.	.	+	+	.	+	.
30 " <i>rattus</i> (EHRB.)	+	.
<i>Tetramastix opoliensis</i> ZACH.	+
<i>Distyla gissensis</i> ECKST.	+
<i>Monostyla bulla</i> GOSSE.	+	.	+
<i>Anuræa aculeata</i> EHRB.	+	.	+	+	.	.	.	+	.	.	.	+
35 <i>Metopidia solida</i> GOSSE.	+
<i>Salpina brevispina</i> EHRB.	+
Átvitel ...	14	0	8	13	0	0	5	11	4	2	15	10

A faj neve	Január	Február	Márczius	Április	Május	Junius	Julius	Auguszt.	Szept.	Október	Novemb.	Deczemb.
Áthozat ---	14	0	8	13	0	0	5	11	4	2	15	10
<i>Noteus militaris</i> (EHRB.)	.	.	.	+
<i>Brachionus Bakeri latissimus</i>	+	+	.	.
" <i>falcatus</i> ZACH.	.	.	.	+	.	.	.	+
40 " <i>pala</i> EHRB.	+	.	.	+	.	.	.	+	.	.	+	+
<i>Polyarthra platyptera</i> EHRB.	+	+	.
<i>Pedalion mirum</i> HUDS.	.	.	.	+	+	.
Nauplius lárva	+	+	+	+	+	.	+	+
<i>Cyclops Emini</i> P. MR.	+	+	.	.	+
45 " <i>macrurus</i> SARS.	+	.	.	+	.	.	.	+	+	+	.	.
<i>Dactylopus Jugurtha</i> GR. R.	+	+	.	.	+	.
<i>Diaptomus africanus</i> n. sp.	.	.	.	+
" <i>Kræpelini</i> P. MR.	+	.	+	+	.	.	.	+	.	.	.	+
<i>Chydorus sphaericus</i> (O. F. M.)	+
50 <i>Bosmina longirostris</i> (O. F. M.)	+	+	+	.	.	.
<i>Bosminella Anisitsi</i> DAD.	+	.	+	+	.	.	.	+	.	.	+	+
<i>Moina dubia</i> GR. R.	.	.	.	+	.	.	.	+
<i>Diaphanosoma excisum</i> SARS.	+	.	.	+	.	.	.	+	+	.	.	+
<i>Potamocypis Fülleborni</i> n. sp.	+
55 <i>Cypria castanea</i> BRADY.	+
<i>Macrobiotus tetronyx</i> n. sp.	+
57 <i>Atax digitatus</i> KOKN.	+
Összesen ---	24	0	11	24	0	0	7	28	7	4	21	16

Mielőtt e táblázat adatainak mérlegelésére áttérnénk, a következő megjegyzéseket kell előre bocsátanom:

1. A táblázatban felsorolt állatok közül az *Arcella discoidea* EHRB., *Centropyxis aculeata* (EHRB.), *Diffugia corona* LEID., *Diffugia globulosa* EHRB., továbbá a *Mononchus tenuis* n. sp. nem tartoznak a tulajdonképeni plankton-szervezetek közé, mert ezek nagyobb mélységből gyűjtött anyagból kerültek elő, tehát *benthonikus* állatok, a melyeket csak a teljesség kedvéért vettem fel a táblázatba.

2. Az év 12 hónapja közül február, május és június hónapokból a táblázat adatokat azért nem tartalmaz, mert FÜLLEBORN F. ezekben nem gyűjtött, legalább én ilyen keletű anyagot nem láttam.

Ha már most az előbbeni táblázat összes pozitív adatait figyelembe vesszük s azokat csoportonként egybevetjük, a következő eredményekhez jutunk:

1. A planktont népesítő állatfajok száma az év különböző hónapjaiban kisebb-nagyobb, egyes esetekben feltűnő ingadozást mutat, úgy, hogy nincs két oly hónap, a melyben számuk egyező volna. E mellett azonban a fajok havonkénti számának egybevetésénél bizonyosfokú hullámzás mutatkozik, melynek folyamán mintegy delelő pontokat állapíthatunk meg. Ilyen delelő pontok január, április, augusztus és november hónapok, a melyek közül legkiemelkedőbb augusztus 28 állatfajával a Nauplius-lárva beleszámításával, utána következik január 23 állatfajával, a mely mellett április és november csak egy-kettőnek hiányával áll hátrább. És az állatfajok számának havonkénti eme ingadozása első tekintetre bizonyos fokú törvényszerűsége, periodicitásra engedne következtetést, ha ennek útjába nem gördítene lényeges akadályt az a körülmény, hogy FÜLLEBORN F. nem egyenlő mértékben gyűjtötte a Nyassa-tó planktonját az év mindenik hónapjában. A legtöbb fajt felmutató hónapokban ugyanis FÜLLEBORN F. a következő napokon gyűjtött:

Január: 24., 28., 31., az utóbbi napon több üvegbe 180—333 m. mélységből.

Április 4., 7., 14., 15., 16., 20., 23., 24., 28., még pedig 23—24.-én több üvegbe.

Augusztus: 17., 19., 22., 23., 27., még pedig 19.-én és 22.-én több üvegbe.

A többi hónapban a gyűjtés napjai a következők voltak:
Márczius: 26.

Julius: 15. s ekkor 160 m. mélységből.

Szeptember: 9.

Október: 21. s ekkor 60 m. mélységből.

November: 19., 20.

Deczember: 3., 11., 19., 23., 26., 27., 28., még pedig 23.-án 20 m., 26.-án 90 m., 28.-án 200 m. mélységből.

Én a magam részéről nemcsak valószínűnek, de csaknem bizonyosnak tartom azt, hogy a kevés állatfajt felmutató

hónapokból is több állatfaj került volna ki a több napi planktongyűjtés alapján s ennek következtében a feltűnőnek látszó különbség lényegesen csökkent, esetleg elenyészett volna. Egyedül december hónap kivétel, a melyből FÜLLEBORN F. hét napon, tehát sokkal többet gyűjtött mint novemberben s ennek daczára kevesebb állatfajt mutat fel, mint az utóbbi.

2. A planktont népesítő állatfajok egész évi előfordulását illetőleg azt találjuk, hogy vannak olyanok, a melyek csak egyik-másik hónapban mutatkoznak, mint például a typosos pelagicusok közül a *Ceratium macroceros* SCHR., *Synchaeta pectinata* EHRB., *Tetramastix opoliensis* ZACH. s még pár más; míg a fajok túlnyomó része rendszeren kettőnél több hónapban jelentkezett, de mégis a leggyakrabban a *Pandorina morum* EHRB., *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Floscularia ornata* EHRB., *Anuraea aculeata* EHRB., *Brachionus pala* EHRB., a *Nauplius*-lárvák, továbbá a *Cyclops macrurus* SARS., *Bosminella Anisitsi* DAD. és *Diaphanosoma excisum* SARS.

3. A különböző állatcsoportoknak az egyes hónapokban mutatkozó fajszerelmét illetőleg megállapíthatjuk azt, hogy január és április hóban csaknem egyenlően léptek fel a különböző csoportok, főleg a *Rotatoriák* és *Entomostracák* fajtái, míg augusztus havában az *Entomostracák*, novemberben ellenben a *Protozoák* fajtái mutatkoztak uralkodóan. Az utóbbi jelenség okát különben hajlandó vagyok a gyűjtött anyag természetének, illetőleg annak tudni be, hogy november havában FÜLLEBORN F. algákat tartalmazó területéről gyűjtött.

A planktont népesítő állatfajok egyéneinek az év és hónapok különböző napjain mennyiségbeli megjelenése felől az alábbiakban foglalom össze a vizsgálataim során feljegyzett adatokat:

1. *Január 24.* *Nauplius*-lárva, *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp. *Anuraea aculeata* EHRB., *Brachionus pala* EHRB. *Pandorina morum* EHRB. kevés, míg a *Bosminella Anisitsi* DAD. fajnak csupán töredékei.

2. *Január 24.* *Nauplius*-lárva és *Rattulus bicornis* (EHRB.) sok; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Pandorina morum* EHRB.

Tintinnopsis ovalis DAD., *Acineta symbiotica* n. sp., *Anuraea aculeata* EHRB., *Notops macrurus* BARR. DAD., *Brachionus pala* EHRB., *Polyarthra platyptera* EHRB., *Cyclops macrurus* SARS. kevé, *Monhystera Fülleborni* nsp. és *Dactylopus Jugurtha* Bl. R. egy-egy példány.

3. Január 28. *Nauplius*-lárva rengeteg; *Anuraea aculeata* EHRB. sok. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Tintinnopsis ovalis* DAD. *Diaptomus* juv. kevé, *Dactylopus Jugurtha* Bl. R. több fiatalnak levedlett bőre.

4. Január 31. *Nauplius*-lárva, *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Floscularia ornata* EHRB., *Monostyla bulla* GOSSE, *Brachionus Bakeri latissimus*, *Diaphanosoma excisum* SARS. kevé, *Diaptomus* juv. csupán 1—2.

5. Márczius 26. *Nauplius*-lárva, *Pandorina morum* EHRB., *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Anuraea aculeata* EHRB. sok, *Bosminella Anisitsi* DAD. több; *Peridinium tabulatum* EHRB., *Floscularia ornata* EHRB., *Rattulus bicornis* (EHRB.), *Monostyla bulla* GOSSE és *Diaptomus Kraepelini* P. Mr. kevé.

6. Április 4. *Nauplius*-lárva, *Pandorina morum* EHRB., *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Tintinnopsis ovalis* DAD., *Acineta symbiotica* nsp., *Anuraea aculeata* EHRB. kevé.

7. Április 7. *Nauplius*-lárva, *Brachionus falcatus* ZACH. sok; *Brachionus pala* EHRB., *Diaphanosoma excisum* SARS. több; *Asplanchna Brightwelli* GOSSE, *Bosminella Anisitsi* DAD., *Diaptomus africanus* n. sp., *Moina dubia* Gr. R. kevé.

8. Április 14. *Floscularia ornata* EHRB. sok; *Nauplius*-lárva kevé, *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

9. Április 15. *Rattulus bicornis* (EHRB.) kevé; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

10. Április 16. *Nauplius*-lárva kevé; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Anuraea aculeata* EHRB., *Floscularia ornata* EHRB. *Cyclops Emini* Mr. kevé.

11. Április 20. *Nauplius*-lárva; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Brachionus falcatus* ZACH. sok; *Diaptomus* juv. *Rattulus bicornis* (EHRB.) kevé; *Floscu-*

laria ornata EHRB., *Anuraea aculeata* EHRB., *Pedalion mirum* HUDS. *Bosminella Anisitsi* DAD. *Moina dubia* Gr. R. csupán 1—2.

12. Április 24. *Nauplius*-lárva rengeteg; *Floscularia ornata* EHRB., *Anuraea aculeata* EHRB., *Noteus militaris* (EHRB.) kevés, *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

13. Április 24. *Nauplius*-lárva. *Anuraea aculeata* EHRB. csupán 1—2; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Floscularia ornata* EHRB. kevés; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

14. Április 24. *Nauplius*-lárva, *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp. rengeteg; *Floscularia ornata* EHRB. sok; *Anuraea aculeata* EHRB. *Cyclops Emini* Mr., *Diaptomus* juv., *Diaphanosoma excisum* SARS. kevés; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

15. Augusztus 17. *Nauplius*-lárva rengeteg; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Floscularia ornata* EHRB., *Anuraea aculeata* EHRB., *Cyclops* juv., *Diaptomus* juv. kevés.

16. Augusztus 19. *Nauplius*-lárva, *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Floscularia ornata* EHRB. sok; *Anuraea aculeata* EHRB., *Brachionus falcatus* ZACH., *Cyclops Emini* Mr., *Diaptomus Kraepelini* P. Mr. több; *Diaphanosoma excisum* SARS., *Potamocypriis Fülleborni* n. sp., *Cypriá castanea* BRADY kevés.

17. Augusztus 19. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp. rengeteg; *Cyclops* juv., *Diaptomus* juv. sok; *Floscularia ornata* EHRB., *Rattulus bicornis* (EHRB.), *Brachionus pala* EHRB., *Anuraea aculeata* EHRB., *Diaphanosoma excisum* SARS. több; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

18. Augusztus 22. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp. *Asplanchna Brightwelli* GOSSE, *Tetramastix opolienis* ZACH., *Anuraea aculeata* EHRB., *Brachionus falcatus* ZACH., *Brachionus pala* EHRB. *Cyclops* juv., *Diaptomus Kraepelini* P. Mr., *Diaphanosoma excisum* SARS. sok; *Synchaeta pectinata* EHRB., *Chydorus sphaericus* (O. F. M.), *Moina dubia* Gr. R. kevés.

19. Augusztus 27. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta*

symbiotica n. sp., *Nauplius*-lárva több; *Dactylopus Jugurtha* Bl. R., *Potamocypris Fülleborni* n. sp. kevés; *Macrobrotus tetronyx* n. sp., *Atax digitatus* Koen egy-egy darab.

20. Szeptember 9. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Nauplius*-lárva, *Peridinium tabulatum* EHRB. sok; *Rattulus bicornis* (EHRB.), *Cyclops* juv., *Diaptomus* juv. kevés.

21. November 19. *Peridinium tabulatum* EHRB. nagyon sok; *Brachionus pala* EHRB. sok; *Loxophyllum meleagris* EHRB., *Vorticella microstoma* EHRB. *Peridinium quadridens* STEIN., *Rattulus bicornis* (EHRB); *Polyarthra plahyptera* EHRB., *Pedalion mirum* HUDS, *Dactylopus Jugurtha* Bl. R. kevés.

22. November 20. *Rattulus rattus* (EHRB.) egy-kettő; *Nauplius*-lárva kevés; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

23. November. *Euglena viridis* EHRB., *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Peridinium tabulatum* EHRB. nagyon sok; *Peridinium quadridens* STEIN., *Colatium calvum* STEIN, *Encheliodon farctus* Cl. L., *Loxophyllum meleagris* EHRB., *Trachelius ovum* EHRB., *Dactylopus Jugurtha* Bl. R. kevés.

24. Deczember 3. *Peridinium tabulatum* EHRB. sok; *Brachionus pala* EHRB., *Nauplius*-lárva kevés.

25. Deczember 11. *Nauplius*-lárva nagyon sok; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Floscularia ornata* EHRB., *Brachionus pala* EHRB. sok; *Bosminella Anisitsi* DAD. egy-kettő.

26. Deczember 19. *Peridinium tabulatum* EHRB., *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Diaphanosoma excisum* SARS. kevés; *Cyclops Emini* Mr. juv. rengeteg sok; *Diaptomus Kraepelini* P. Mr. kevés, legtöbb fiatal; *Bosminella Anisitsi* DAD. egy példány.

27. Deczember 27. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Floscularia ornata* EHRB., *Nauplius*-lárva, *Cyclops* juv., *Diaptomus* juv. sok.

Áttérek most már a fajok vertikális elterjedésének körvonalozására és e czélból a következő táblázatot bocsátom előre :

A faj neve	M é l y s é g															
	2-3	4-5	10	20	23-25	50	60	80-90	95-130	150-160	170	180	185	200	300	333
	m é t e r															
Arcella vulgaris EHRB.	+	+
« discoides EHRB.	+
Centropyxis aculeata (EHRB.)...	+	+
Diffugia corona EHRB.	+
5 « globulosa EHRB.	+	.	.	.	+	.
« pyriformis PERTY	+
Ceratium macroceros SCHR.	+
Pandorina morum EHRB.	+	.	+
Botryomonas natans SCHM.	+	+	+	+	+	+	+	+	+
10 Tintinnopsis ovalis DAD.	+	.	.	.	+
Acineta symbiotica DAD.	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Mononchus tenuis n. sp.	+	.
Floscularia ornata EHRB.	+	+
Rattulus bicornis (EHRB.) ...	+
15 Anuræa aculeata EHRB.	+	.	+	+	+
Metopidia solida GOSSE	+
Salpina brevispina EHRB.	+	.
Brachionus Bakeri latissimus	+	.	.	.	+
Nauplius lárva ...	+	+	+	+	+	+	.	+	+	+	+	+	+	+	+	.
20 Cyclops Emini MR.	+	.	+	.	+	+
« macrurus SARS.	+	+	+
Diaptomus africanus n. sp.	+	.
« Kræpelini P. MR.	+	.	+	.	+	+	.	+	.	.	.	+	.
Bosmina longirostris (O. F. M.)	+	.	.	+	+
25 Bosminella Anisitsi DAD.	+	.	+	+	+	+	.	+
Diaphanosoma excisum SARS.	.	.	.	+	.	+	.	+	.	+	.	+
Összesen ...	10	3	6	7	5	11	2	7	6	7	4	4	3	2	2	1

IHa az előző táblázat adatait egybevetjük, a következő eredményekre jutunk:

1. A Nyassa-tó planktonjából feljegyzett összes fajok közül, beleszámítva a *Nauplius*-lárvét is, csupán 26 az olyan, a mely a 2 m.-től kezdődő és fokozatosan nagyobbodó mélységekbe is lebocsátkozik.

2. A fajok száma a 2 méter mélységtől kezdve a 150—160 méter mélységig szabálytalanul ingadozik s az ingadozás bizonyára csupán a gyűjtés körülményeivel áll kapcsolat-

ban, míg a 170 m. mélységtől kezdve a 333 m.-ig haladóig a fajok száma jóformán törvényszerű apadást mutat, illetőleg a mélységben már megszűnni látszik a plankton szervezetek tenyészése, minthogy innen csupán a *Bosmina longirostris* (O. F. M.) töredékeit jegyeztem fel.

3. A fajok között aránylag kevés az olyan, a melynek vertikális elterjedése majdnem sorozatosnak mondható; ilyen a *Botriomonas natans* SCHMIDLE és *Acineta symbiotica* n. sp., melyeket a 2—3 m. mélységtől a 95—130 m. mélységig csaknem minden ponton megtaláltam. De ilyen az *Anuraea aculeata* EHRB. és *Bosminella Anisitsi* DAD. is, a melyek közül az első 2—3 méter mélységtől 23—25 m. mélységig, az utóbbi ellenben 80—90 m.-ig mutatkozott, de leggyakrabban csupán töredékekben. A legnagyobb sorozatot a *Nauplius*-lárva mutatja, a mennyiben a 2—3 méter mélységtől a 300 m. mélységig is leereszkedett.

4. Mind a mellett is, hogy a 180—333 mtr. mélységben pár *Rotatoria*- és *Entomostraca*-faj is jelentkezik, ezek nem tekinthetők és nem tekintendők valódi benthonikus szervezeteknek, annyival is inkább, mert egy részük csak mint tetem és töredék van itt meg. Tulajdonképeni benthonikus állatok csupán a *Sarcodinák* s az egyetlen *Nematoda*, a *Mononchus tenuis* n. sp. 200 méter mélységből.

A fentebbi táblázatban feltüntetett fajoknak a különböző mélységekben való megjelenése, illetőleg mennyisége felől vizsgálataim során az alább következő adatokat jegyeztem fel:

1. 2—3 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp. *Nauplius*-lárva nagyon sok; *Floscularia ornata* EHRB., *Anuraea aculeata* EHRB., *Pandorina morum* EHRB. több; *Tintinnopsis ovalis* DAD., *Rattulus bicornis* (EHRB.), *Cyclops macrurus* SARS. kevés; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

2. 4—5 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Nauplius*-lárva kevés.

3. 10 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Anuraea aculeata* EHRB., *Nauplius*-lárva kevés; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

4. 10 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Ac-*

netu symbiotica nsp., *Anuraea aculeata* EHRB., *Nauplius*-lárva sok; *Tintinnopsis ovalis* DAD. kevés.

5. 20 méter mélység. *Anuraea aculeata* EHRB., *Cyclops Emini* juv., *Diaptomus Kraepelini* juv., *Diaphanosoma excisum* SARS. igen sok; *Bosminella Anisitsi* DAD. több; *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp. sok.

6. 23—25 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Tintinnopsis ovalis* DAD., *Anuraea aculeata* EHRB. *Nauplius*-lárva kevés.

7. 50 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* nsp., *Nauplius*-lárva, *Cyclops* juv., *Diaptomus* juv., *Bosmina longirostris* (O. F. M.), *Diaphanosoma excisum* SARS. kevés; *Ceratium macroceros* SCHR. egy példány; *Bosminella Anisitsi* DAD. töredék.

8. 60 méter mélység. *Brachionus Bakeri latissimus*, *Cyclops macrurus* SARS. nagyon sok.

9. 80—90 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp. kevés; *Cyclops* juv. kevés; *Cyclops Emini* P. Mr. sok; *Diaptomus Kraepelini* P. Mr. rengeteg; *Diaphanosoma excisum* SARS. több; *Metopidia solida* GOSSE, *Bosminella Anisitsi* DAD. egy-két példány.

10. 95—130 méter mélység. *Botriomonas natans* SCHMIDLE, *Acineta symbiotica* n. sp., *Floscularia ornata* EHRB. kevés; *Nauplius*-lárva, *Cyclops* juv., *Cyclops Emini* P. Mr., *Diaptomus Kraepelini* P. Mr., *Diaphanosoma excisum* SARS. sok; *Arcella discoides* EHRB. egy-két üres lakás.

11. 150—160 méter *Arcella vulgaris* EHRB., *Centropyxis aculeata* (EHRB.), *Diffugia pyriformis* PERTY kevés, *Nauplius*-lárva és *Diaptomus* juv. néhány példány, továbbá a pelagikus *Entomostracák* feloszlásban levő darabjai.

12. 170 méter mélység. *Arcella vulgaris* EHRB., *Centropyxis aculeata* (EHRB.), *Diffugia corona* EHRB., *Diffugia globulosa* EHRB. lakásai meglehetősen gyakran.

13. 180 méter mélység. *Brachionus Bakeri latissimus*, *Diaphanosoma excisum* SARS. kevés, legnagyobb részt feloszlásban; *Nauplius*-lárva, *Cyclops* juv., *Diaptomus* juv. sok, a legtöbb példány meglehetősen maczerált.

14. 155 méter mélység. *Salpina brevispina* EHRB. pár példány; *Diatomus africanus* nsp. három, kissé maczerált példány; *Nauplius*-lárva sok, de nagy része felozlásban.

15. 200 méter mélység. *Diffugia globulosa* EHRB. néhány példány; *Mononchus tenuis* nsp. egyetlen him példány.

16. 303 méter mélység. *Nauplius*-lárva és *Diatomus Kraepelini* P. Mr. sok, legnagyobbbrészt felozlásban levő példány.

17. 333 méter mélység. *Bosmina longirostris* (M. O. F.) töredék.

A felsorolt tételek figyelmes áttekintése alapján végeredményként megállapíthatjuk azt, hogy a pelagikus állatfajok 80—90 méter mélységig még meglehetősen gyakoriak, ezen alúl legnagyobb részük jóformán csak az elpusztulás után kerül és csak felozlásban mutatkozik.

Itt végezetül megjegyzem azt, hogy a Rikwa-tóból is meglehetősen sok, illetőleg 17 különböző helyről és időben (április, június, július) gyűjtött plankton-anyag állott rendelkezésemre, de a belőle nyert adatokból még annyi törvényszerűséget sem lehetne megállapítani, mint a Nyassa-tóból összeállítottakból s így összefoglalásukat mellőzhetőnek, illetőleg fölöslegesnek tartom. Ugyanez az eset, sőt még kedvezőtlenebb a Victoria-Nyanza-ra vonatkozólag, a melyből négy termőhelyről egyetlen hónapnak, novembernek négy egymásután következő napján (20—23.) gyűjtött anyag állott rendelkezésemre.

ADATOK

A $z = f(x, y)$ FÖLÜLET QUADRATURÁJÁHOZ.

GEÖCZE ZOÁRD-tól.

A felületek területének kérdésénél az alapvető problémák egyike a következő: «mikép irandó be az adott felületbe egy, bizonyos megszorításoknak alávetett, polyeder-sorozat, úgy, hogy a polyederek területének határértéke a lehető legkisebb legyen?»

A $z = f(x, y)$ felületnél e polyederek beírását csakis a felület $z = \text{const.}$ metszeteinek vizsgálatával sikerült elérnem.

A véges területű $z = f(x, y)$ felület $z = \text{const.}$ metszeteinek vizsgálata képezi jelen értekezés tárgyát.*

Előzmények.

A felületet mindig a $(0, a; 0, b)$ parallelogramm felett definiálom, hol $a > 0, b > 0$. Azaz x és y a $(0, a)$, illetve $(0, b)$ intervallumban változnak, f pedig az x és y egyértékű, határolt és folytonos függvénye.

Ezen irányú vizsgálatoknál jó szolgálatokat tesz egy jelzés; áttérek ennek magyarázatára.

Legyenek

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_i < x_{i+1} < \dots < x_{l_r} = a,$$

az x tengely $(0, a)$ intervallumában fekvő pontok.

* V. ö. szerzőnek e tárgyra vonatkozó következő című dolgozatait:

1. Folytonos rendszert képező síkgörbék ívhosszáról. Az ungvári állami reáliskola Értesítője az 1904—05. tarévre, p. 1—34.

2. A forgásfelület quadraturája. Ugyanott 1905—06, p. 1—13.

3. $z = f(x, y)$ felület quadraturája; első rész, autograph. füzet. Ungvár, 1906.

4. Quadrature des surfaces courbes. Comptes Rendus 4. février 1907.

Az ezen pontok által képezett beosztás jele X_{l_r} legyen.

A $\sum_0^{l_r-1} i$ jel helyett az X_{l_r} jelet használom. Hasonlóképp, ha

$$0 = y_0 < y_1 < \dots < y_j < y_{j+1} < \dots < y_{m_r} = b$$

az y tengely $(0, b)$ intervallumának egy beosztása, e beosztás jele Y_{m_r} lesz és a $\sum_0^{m_r-1} j$ jel helyett az Y_{m_r} jelt használom.

A $(0, a; 0, b)$ az

$$x = x_0, x_1, \dots, x_{l_r}, \quad y = y_0, y_1, \dots, y_{m_r}$$

egyenesek által $l_r \cdot m_r$ számú paralelogrammra bontatván, e derékszögű beosztás jele legyen $X_{l_r} Y_{m_r}$. $\sum_0^{l_r-1} i \quad \sum_0^{m_r-1} j$ helyett $X_{l_r} Y_{m_r}$ iratik.

Ha X_{l_r} , ($r = 1, 2, \dots$) egy beosztási sorozat, felteszem, hogy X_{l_r} pontjai az $X_{l_{r+1}}$ pontjai is. Az ily sorozatot elsőfajúnak nevezem, de ha kétértelműség nem lehet, csak sorozatról szólok.

Ha X_{l_r} , ($r = 1, 2, \dots$) bármilyen, akár nem elsőfajú sorozat is, felteszem, hogy $x_{i+1} - x_i$, ($i = 0, \dots, l_r - 1$), az $\frac{1}{r}$ -rel zérus felé tart.

Hasonlót teszek fel egy Y_{m_r} sorozatról. Ha $[i]$ az i -től függő valamely érték és $\lim_{r=\infty} X_{l_r} [i]$ mindig ugyanazon érték, akármily (elsőfajú vagy nem elsőfajú) beosztási sorozat is az X_{l_r} : e ténynek s a limesnek a jele legyen $X [i]$.

Hasonlót jelentenek $Y [j]$ és $XY [i, j]$ is.

Felhozom még a következő jelzéseket, illetve tételeket:

$$(x_{i+1} - x_i)(y_{j+1} - y_j) = a_{i,j},$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x, y_{j+1}) - f(x, y_j) \cdot dx = \beta_{i,j},$$

$$\int_{y_j}^{y_{j+1}} |f(x_{i+1}, y) - f(x_i, y)| dy = \gamma_{i,j},$$

$$Y [f(x, y_{j+1}) - f(x, y_j)] = I_y(x),$$

$$X [f(x_{i+1}, y) - f(x_i, y)] = I_x(y).$$

Ismeretes, hogy

$$NY \beta_{i,j} = \int_0^a I_y(x) dx,$$

$$NY \gamma_{i,j} = \int_0^b I_x(y) dy,$$

$$NY (a_{i,j}^2 + \beta_{i,j}^2 + \gamma_{i,j}^2)^{\frac{1}{2}} = t.$$

Továbbá a felület területe, a t -vel jelölt érték és a két alsó integrál összege egyszerre véges vagy végtelen.

Első fejezet.

I. Definitio. Ha A és B két pont és $C_1, C_2, \dots, C_h, C_{h+1}, \dots, C_n$ akármily más pontok, akkor az

$$\overline{AC_1}, \overline{C_1C_2}, \dots, \overline{C_hC_{h+1}}, \dots, \overline{C_{n-1}B},$$

távolságokból álló idom az A és B pontokat összekötő láncznak neveztetik.

$A \equiv C_0, B \equiv C_n$ a láncnak végei, C_h ($h = 0, 1, n$) a csúcsai, $\overline{C_hC_{h+1}}$ ($h = 0, 1, \dots, n-1$) a szemei.

A lánc hossza:

$$\sum_0^{n-1} \overline{C_hC_{h+1}}.$$

Ha a lánc szemei mind kisebbek egy pozitív δ -nál, azt mondjuk, hogy a lánc δ -hoz való.

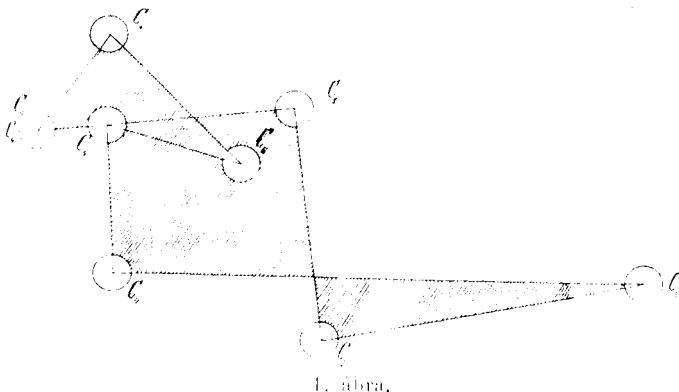
Kifejezések:

1. A láncot A -tól B -ig befutjuk.
2. A lánc egyszerű, ha önmagát nem metszi.
3. A lánc nyílt, ha $A \not\equiv B$; zárt, ha $A \equiv B$.
4. A láncnak C_h -tól B felé menő első szeme $\overline{C_hC_{h+1}}$, második szeme $\overline{C_{h+1}C_{h+2}}$, C_h -tól A felé menő szeme $\overline{C_{h-1}C_h}$.
5. Zárt lánc által bezárt idom. (1. ábra.)
6. A lánc csúcsaival egy Q idomba esik, ha csúcsai a Q pontjai.

II. Definitio. Egy idomról akkor mondjuk, hogy *lánczatlós*, ha akármely két A és B pontjához és akármely $\delta > 0$ -hoz

is tartozik olyan A és B végű, a δ -hoz való láncz, mely csúcsaival az idomba esik.

Ha az idom még perfect is, neveztessek *összefüggőknek*.



1. ábra.

I. Tétel. Legyen Q egy a $(0, a; 0, b)$ -be eső idom. Legyen $X_l Y_m$ egy elsőfajú beosztási sorozat. Legyen S_r az $X_l Y_m$ beosztás azon paralelogrammjaiból álló idom, a melyek belsőjében vagy kerületein van Q -nak pontja.

S_r végesszámú paralelogrammból állván, nyilván perfect. Ha egy S_r összefüggő és paralelogrammjai p_1, \dots, p_n , akkor nyilván van bármily két p_h, p_k paralelogrammjához az S_r -nek oly p'_1, p'_2, \dots, p'_s paralelogrammcsoportja a p_1, \dots, p_n paralelogrammok közül, hogy p_h és p'_1 -nek, p'_1 és p'_2 -nek, \dots, p'_s és p_k -nak közös csúcsa van (szomszédosok), és fordítva, ha S_r bármily két p_h, p_k paralelogrammjához van ily p'_1, \dots, p'_s az S_r paralelogrammjai közül, akkor S_r összefüggő.

Arra, hogy Q lánczolatossá legyen, szükséges és elégséges, hogy S_r ($r=1, 2, \dots$) összefüggő legyen.

Bizonyítás. Legyen Q lánczolatossá. Legyen S_r két tetszőleges paralelogrammja p_h és p_k . Vétessék fel p_h -ban a Q -nak A , p_k -ban a Q -nak B pontja.

Vonassék — Q lánczolatossá lévén A -tól B -ig — egy olyan, csúcsaival a Q -ba eső láncz, hogy minden szeme kisebb legyen az $X_l Y_m$ beosztás minden $(x_{i+1} - x_i)$, $(y_{j+1} - y_j)$ intervallumánál.

Ekként a láncz két egyfolytában következő csúcsa vagy egy paralelogrammba esik, vagy egy-egy szomszédosba. S_r ekként összefüggő. A feltétel tehát szükséges.

Legyen $\delta > 0$ és előre megadott. Legyen Q két pontja A és B . Vétessék fel oly nagy r , hogy az X_l, Y_{m_r} bármely két szomszédos paralelogrammja egy $< \frac{\delta}{2}$ sugarú körbe legyen zárható.

A legyen S_r -nek p_h , B p_k paralelogrammjában. Vétessék fel — S_r összefüggő lévén — a leirt p'_1, \dots, p'_s .

Vétessék fel minden p'_1, \dots, p'_s -ben a Q -nak egy-egy C_1, \dots, C_s pontja. Az $A, C_1, C_2, \dots, C_s, B$ csúcsokkal bíró láncz a δ -hoz való és csúcsaival a Q -ba esik. A feltétel tehát elégséges.

II. Tétel. Legyen Q egy a $(0, a; 0, b)$ -be eső lánczolatoss idom. Legyen Q -nak A és B két pontja. Legyen $\delta > 0$ és előre adott.

Ekkor van olyan az A -tól B -ig menő, a δ -hoz való csúcsaival Q -ba eső láncz, hogy a Q akármely pontja is a D , a láncznak van D -hez δ -nál közelebb eső csúcsa.

Bizonyítás. Vétessék fel egy X_l, Y_{m_r} sorozat és vétessék r oly nagynak, hogy az X_l, Y_{m_r} beosztás bármely paralelogrammja egy $< \frac{\delta}{2}$ sugarú körbe legyen zárható.

Legyenek az S_r -nek az A , illetve B pontot tartalmazó paralelogrammjai p_1, p_2 . Legyenek p_3, p_4, \dots, p_s az S_r többi paralelogrammjai.

A definitio szerint van olyan a δ -hoz való láncz, a mely A -tól p_3 -nak egy Q -féle pontjához megy és a mely csúcsaival a Q -ba esik. Ezen Q féle ponttól a p_4 egy Q -féle pontjáig megy egy a δ -hoz való csúcsaival a Q -ba eső láncz. Az eljárást folytatva végre egy A -tól B -ig menő, csúcsaival a Q -ba eső, δ -hoz való lánczot nyerünk, a melynek p_1, \dots, p_s mindenkében lévén csúcsa s a paralelogrammok mindenké egy $< \frac{\delta}{2}$ sugarú körbe lévén zárható, bármi is a D , van hozzá δ -nál közelebbi csúcsa a láncznak.

III. Definitio. Az ily lánczot A -tól B -ig menő, a Q idomot δ -ig befedő láncznak nevezzük.

III. Tétel. Legyen P és Q két relativ perfect idom. Legyen P egy pontja P_1 , Q egy pontja Q_1 . Az összes $\overline{P_1 Q_1}$ -féle távolságok alsó határát jelölje w .

Van a P -nek oly P' , a Q -nak oly Q' pontja, hogy $\overline{P' Q'} = w$.

E tétel különben érvényes a $\overline{P_1 Q_1}$ értékek akármily határértékére is.

IV. Definitio. Ha $w > 0$ azt mondjuk, hogy P és Q egymástól elválasztott idomok és távolságuk w .

IV. Tétel. Ha P és Q két relativ perfect idom, a közös pontjaikból álló idom is relativ perfect.

V. Tétel. Legyen a $(0, a; 0, b)$ végtelen sok, egyenként relativ perfect és kettőnként elválasztott idomra felbontva.

Ezen idomok közül azok, a melyeknek külső terjedelme nem zérus, csak megszámlálható sokaságot alkothatnak.

VI. Tétel. Legyen a $z = f(x, y)$ maximuma M , minimuma m . Legyen $M \geq z \geq m$.

A $z = f(x, y)$, $z = \text{const.}$ metszetének az xy síkra való merőleges projectiója legyen z' .

A z' relativ perfect. Ha $z \neq z_1$, z' és z'_1 egymástól elválasztottak.

Akkor az V. tétel alkalmazható.

Legyen $\varepsilon_{i,j} = 1$, illetve $\varepsilon_{i,j} = 0$, a szerint, a mint az $X_i Y_j$ beosztás $(x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1})$ parallelogrammja a z' valamely pontját tartalmazza vagy nem tartalmazza. Legyen a felület véges területű. Akkor

$$XY \varepsilon_{i,j} \cdot a_{i,j}, \quad XY \varepsilon_{i,j} \cdot \beta_{i,j}, \quad XY \varepsilon_{i,j} \cdot \gamma_{i,j}$$

léteznek. Jelöljék őket sorban $\alpha_{z'}$, $\beta_{z'}$, $\gamma_{z'}$.

Ha a felület véges területű, akkor csak legfeljebb megszámlálható sok z -re lehet

$$\alpha_{z'} + \beta_{z'} + \gamma_{z'} > 0.$$

A bizonyítás hasonló az V. tételéhez; czélunkhoz nem szükséges.

VII. Tétel. Legyen a $(0, a; 0, b)$ a continuummal egyenlő hatványú sokaságot képező idomokra felbontva. Ez idomok bármelyikét jelölje \bar{P} . Legyen \bar{P} összefüggő és két különböző \bar{P} egymástól elválasztva. Legyen továbbá minden \bar{P} -nek úgy az $x=0$, mint az $x=a$ oldalon legalább egy pontja.

Ekkor a \bar{P} -nek úgy az $x=0$, mint az $x=a$ oldalon vagy egy pontja, vagy egy intervalluma van.

Azon \bar{P} idomok, a melyeknek az $x=0$, $x=a$ oldalak legalább egyikén intervallumuk van, legfeljebb egy megszámlálható sokaságot képeznek.

A $(0, a; 0, b)$ parallelogramm $y=0$ oldala egy \bar{P} -hez való. Épp úgy az $y=b$ oldala is.

Ha $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ három ily idom és az $x=0$ oldalon fekvő egy-egy pontjuk sorban A, B, C , ha például B, A és C közé esik, akkor minden oly láncz, a mely \bar{P}_1 egy pontjától \bar{P}_3 egy pontjáig megy, metszi a \bar{P}_2 -t.

Bizonyítások. A IV. tétel alapján \bar{P}_1 -nek az $x=0$ oldalon fekvő pontjai egy relativ perfect idomot képeznek.

Legyen ezen idomnak az $y=0$ -hoz legközelebbi pontja A , legtávolabbi B . (III. tétel.)

Legyen, ha lehet, $\bar{A}B$ egy C pontja egy \bar{P}_2 pontja. Legyen δ kisebb mint \bar{P}_1 és \bar{P}_2 távolsága. (IV. def.)

Vonassék A -tól B -ig a \bar{P}_1 -et $\frac{\delta}{2}$ -ig befedő láncz. (III. def.) És vonassék C -től a \bar{P}_2 -nek az $x=a$ oldalon fekvő pontjáiig a \bar{P}_2 -t $\frac{\delta}{2}$ -ig befedő láncz.

E lánczok egymást nyilván metszik, a metszőszemek különböző lánczhoz való csúcsainak távolsága — azaz \bar{P}_1 és \bar{P}_2 távolsága — kisebb volna δ -nál, de ez lehetetlen.

Mivel pedig C -nek egy \bar{P} idomhoz kell tartoznia: e \bar{P} nem lehet más, mint \bar{P}_1 . Tehát $\bar{A}B$ \bar{P}_1 része.

Egy intervallum csak megszámlálható sok egymástól elválasztott intervallumra lévén bontható, világos, hogy csak megszámlálható sok \bar{P} -nek lehet az $x=0$, vagy az $x=a$ oldalon intervalluma.

Tartozzék, ha lehet, az $y=0$ oldal egy A pontja \bar{P}_1 -hez,

B pontja \bar{P}_2 -höz. És essék $x=0$ -hoz A közelebb, mint B . Legyen \bar{P}_1, \bar{P}_2 távolsága $>\delta$. A -ból a \bar{P}_1 -nek az $x=a$ oldalon fekvő pontjáig a \bar{P}_1 -et $\frac{\delta}{2}$ -ig befedő lánczot vonva és B -ből a \bar{P}_2 -nek az $x=0$ oldalon fekvő pontjáig a \bar{P}_2 -öt $\frac{\delta}{2}$ -ig befedő lánczot vonva, e lánczok egymást metszik, de így \bar{P}_1, \bar{P}_2 távolsága $<\delta$ volna, a mi lehetetlen.

A, B, C , a $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ -nak az $x=0$ oldalon fekvő egyegy pontját jelentvén, essék B, A és C közé.

Legyen \bar{P}_1 egy pontja A_1, \bar{P}_3 -é C_1 . Legyen δ kisebb mint \bar{P}_1 és \bar{P}_2, \bar{P}_2 és \bar{P}_3 távolságai közül a kisebbik.

Legyen K egy A_1 -től C_1 -ig menő láncz. Vonassék A_1 -től A -ig a \bar{P}_1 -et $\frac{\delta}{2}$ -ig befedő K' láncz. C_1 -től C -ig a \bar{P}_3 -at $\frac{\delta}{2}$ -ig befedő K'' láncz. És vonassanak B -től a P -nek $x=a$ oldalán fekvő pontjáig a \bar{P}_2 -öt δ_r -ig, $\lim_{r \rightarrow \infty} \delta_r = 0$ befedő K_r lánczok.

Minden K_r metszi a \bar{K}', K, K'' három lánczból álló, A_1 -től A_1, C_1 -en át C -ig menő lánczot. De ha r elég nagy, azaz δ_r elég kicsi, e metszésponatok se K' , se K'' -en nem felehetnek, mert akkor \bar{P}_1 és \bar{P}_2 vagy \bar{P}_2 és \bar{P}_3 távolsága $<\delta$ volna.

Tehát K_r metszi a K -t. Az $r=1, 2, \dots$ -re képezett metszésponatok határponcja nyilván a K -n fekszik és \bar{P}_2 pontja. Tehát K metszi a \bar{P}_2 -t.

VIII. Tétel. Sem \bar{P} maga, sem valamely része ne legyen sem $y=0$, sem $y=b$.

$A(0, a; 0, b)$ pontjai a \bar{P} kivételével kétfélék.

1. A \bar{P} metszése nélkül $y=0$ -val köti össze őket láncz.

2. A \bar{P} metszése nélkül $y=b$ -vel köti össze őket láncz.

E kétféle pontok léteznek.

Az 1. alattiak egymással, a 2. alattiak egymással a \bar{P} metszése nélkül összeköthetők.

Az 1. alattiak a 2. alattiakkal a \bar{P} metszése nélkül össze nem köthetők.

Bizonyítás. Mindezek világosak a VII. alapján.

Ha \bar{P} -nek az $x=0$ oldalon fekvő intervalluma \overline{AB} ($A \equiv B$ is lehet), és például $y=0$ -hoz A közelebbi mint B , azon \bar{P} idomok pontjai, a melyeknek az $x=0$ oldal A -tól $y=0$ -hoz

menő részén van, pontjuk az $y=0$ -val köthetők össze a \bar{P} metszése nélkül, a többiek $y=b$ -vel.

IX. Tétel. P legyen oly \bar{P} -nek a jele, a mely 0 terjedelmű és a melynek az $x=0$, $x=a$ oldalon csak egy-egy pontja van és ne legyen e P -nek se az $y=0$, se az az $y=b$ oldalon pontja.

A P -nek vannak oly pontjai, a melyeknek akármily kis közelébe is esik a VIII. tételben leírt 1-féle és 2-féle pont.

Még pedig akármily az $y=0$ -tól $y=b$ -ig menő láncz is a K , a K tartalmaz legalább egy ily pontot.

A P -nek lehetnek oly pontjai is, a melyek elég kis közelébe csak 1- vagy 2-féle pont esik.

Hagyjuk el a P -ből ezen pontokat és legyen a fennmaradt része a P -nek P' .

P' perfect és összefüggő. Nyilván csak egy-egy pontja lehet az $x=0$, illetve $x=a$ oldalon.

Bizonyítások. Vonassék $y=0$ -tól $y=b$ -ig menő K láncz. Feltehető, hogy egyszerű.

A láncz metszi a P -t. (VIII.) Legyen a P -vel közös pontok sokasága w .

Minden w -féle pont nem lehet olyan, hogy csak 1- vagy 2-féle pont essék minden közelébe.

Mert ha például mindeniknek minden közelébe csak 1-féle pont esnék, jelöljük az ily pontokat w_1 -el, akkor a lánczot $y=0$ -tól $y=b$ -ig befutva, az utolsó w_1 -féle pont* az utolsó P pont is a lánczon, de a láncz további része 2-féle pontokból áll, s így ezen utolsó pont minden közelébe esik úgy 1-, mint 2-féle pont.

Legyenek tehát oly w pontok is, hogy minden közelükbe csak 2-féle pontok esnek, w_2 -féle pontok. A lánczon $y=0$ -tól $y=b$ felé végigmenve, legyen W azon pont, a melyen túl nincsenek w_1 -féle pontok, de a melyen innen — még oly kis darabján is a láncznak — vannak. (Esetleg csak maga W .) Ezen W a felső határ analogiájánál fogva létező W , tehát vagy w_1 -féle pont, vagy ily pontok határa. A láncznak W -tól $y=b$ -

* Létező, mert P és K metszésidoma, az w_1 -féle pontok idoma és relativ perfect.

hez menő része csak 2- vagy u_2 -féle pontokból állhat. Így W elég kis közelébe az 1-féle pontokon kívül 2-félék is esnek. W pedig nyilván a P pontja.

P' relativ perfect. Mert ha A egy határpontja, akkor A a P pontja és minden közelébe esvén 1- és 2-féle pont, a P' pontja is.

De P' perfect is. Mert ha egy B pontja izolált pont volna, akkor a B elég kis környezetébe más pontja nem esnék, de mivel B P' -nek a pontja, e környezetbe esik 1- és 2-féle pont, ezek egymással e környezetben P' metszése nélkül összeköthetők volnának, azaz $y=0$, $y=b$ -vel a P' metszése nélkül összeköthető volna, a mi lehetetlen.

Segéttétel.

Legyen Q egy a $(0, a; 0, b)$ -be eső perfect idom, a melynek a következő sajátosságai vannak:

1. Minden az $y=0$ -tól $y=b$ -ig menő lánczon van pontja.
 2. A $(0, a; 0, b)$ pontjai a Q kivételével kétfélék, vagy $y=0$, vagy $y=b$ -vel köti össze őket a Q -t nem metsző lánc s mindkét fajta pontok léteznek.

3. Egy a Q -t nem metsző zárt láncz által bezárt idom a Q pontját nem tartalmazza.

4. Ha a $(0, a; 0, b)$ kerületén két, nem a Q -hoz való pont vétetik fel és ha e két pont egy oly egyszerű lánczsal köthető össze, a mely a Q -t nem metszi, akkor Q a $(0, a; 0, b)$ -nek a láncz által elválasztott két darabja közül az egyikben van.

Az ilyen Q összefüggő.

Legyen az X_r, Y_m beosztás Q -t tartalmazó parallelogrammjaiból álló idom S_r .

S_r -nek az 1. miatt tartalmaznia kell oly p_1, p_2, \dots, p_s parallelogrammokat, a melyek kettenként szomszédosok és p_1 az $x=0$, p_s az $x=a$ oldalhoz illeszkedik.

Mert másképp az 1. ellenére $y=0$ -tól $y=b$ -ig az S_r s annál inkább a Q metszése nélkül láncz menne.

Legyen U az S_r azon parallelogrammjaiból álló idom, a melyek $p_1 \dots p_s$ -el összefüggnek. Állítom, hogy U és S_r azonosak.

Legyen I. azon idom, a melynek pontjai U metszése nélkül $y=0$ -val, II. azon idom, a melynek pontjai U metszése

nélkül $y = b$ -vel köthetők össze. III. legyen a fenmaradó U -t tartalmazó idom. A 3. és 4. feltétel miatt S_r -nek egy V magában összefüggő, de $p_1 \dots p_s$ -sel össze nem függő része se lehet az I. vagy II-ben.

Tehát az S_r -nek egy ily V része csakis a III-ba eshetik.

V kerületének mentén az U -t nem metsző lánczba zárható, de e láncz, ha V kerületéhez elég közel esik, az S_r pontját nem tartalmazza, így a 3. feltét miatt ily V nem létezhetik.

Azaz U és S_r azonosak s így S_r összefüggő lévén, Q is összefüggő.

P' a Q -nak minden sajátságát mutatja (következő tétel) s így P összefüggő.

X. Tétel. *P' -re vonatkozólag a $(0, a; 0, b)$ nem a P' -hez való pontjai kétfélék.*

I. $y = 0$ -val. II. $y = b$ -vel köthetők össze a P' metszése nélkül.

Az I-félék a II-félékkel a P' metszése nélkül össze nem köthetők.

Úgy az I-, mint a II-féle pontokból álló idom területtel bír. Területeik összege a . b.

Könnyű belátni, hogy a P' -re vonatkozólag I-féle pontok állanak a P' -re nézve I-féle s azon I-féle pontokból, a melyek elég kis közelébe csak I-féle pontok esnek.

Az I-, illetve II-féle pontokból álló idomok úgynevezett belső pontokból álló idomok. Azaz ezen idomok minden pontjának egy elegendő kis közelsége az idomhoz való. A határ terjedelme pedig 0. S e határ közös.

XI. Tétel. *P' akármily D pontjának akármily közelében is van oly R pontja a P' -nek, hogy belőle $y = 0$ -hoz oly láncz vezet, a melynek P' -vel csak az R vége az egyetlen közös pontja.*

Vétessék fel a D tetszőleges közelében egy a P' -re nézve I-féle (X) pont E .

\overline{DE} és P' metszésidoma relativ perfect. A metszésidomnak E -hez legközelebbi pontja legyen R . Ezen pont megfelel a tételnek. Mert \overline{RE} -nek a P' -el csak az R pontja közös és E -ből $y = 0$ -hoz a P' -et nem metsző láncz vonható.

XII. Tétel. *Ha valamilyen R -féle pontot az $y=0$ -val két oly láncz köt össze, a mely lánczoknak a P' -el csak az R pont a közös pontja, akkor e lánczok s az $y=0$ által bezárt idom pontjai az R kivételével I -féle pontok.*

Ha a lánczokon belül P' -nek pontja volna, akkor II -nek is volna. De II -féle pont a lánczokon belül nem lehet. Mert belőle a lánczok (vagy az R) találása nélkül $y=b$ -hez láncz nem mehet, már pedig mint II -féle pontból $y=b$ -hez oly láncz vonható, a melyen se I -féle, se P' -féle pont nincs, a lánczokkal való metszései vagy R pedig ilyenféle pontok volnának.

XIII. Tétel. *Ha R_1 és R_2 két R -féle pont, akkor, ha R_1 -ből az $y=0$ -hoz egy az $y=0$ -t $x=x_1$ -ben találó oly K_1 láncz vonatik, a melynek P' -el csakis az R_1 vége közös, úgy az R_2 -ből a K_1 metszése nélkül az $y=0$ -nak, vagy $(0, x_1)$ vagy (x_1, a) intervallumához vonható oly K_2 láncz, a melynek a P' -el csakis az R_2 pontja közös.*

Ez az előbbi tétel folyománya.

XIV. Tétel. Lehesse például (x_1, a) -hoz vonni az R_2 K_2 lánczát. Találja e láncz (x_1, a) -t x_2 -ben. $(0 < x_1 < x_2 < a)$.

Ekkor azt mondjuk, hogy R_1, R_2 sorrendje R_1, R_2, R_1 megelőzi R_2 -t, R_2 követi R_1 -et.

Legyen R_3 egy új R -féle pont.

Az R_3 -ból oly lánczot vonva az $y=0$ -hoz, a melynek P' -el csakis R_3 az egyetlen közös pontja és a mely se K_1 , se K_2 -t nem metszi, akkor e láncz csakis a $(0, x_1), (x_1, x_2), (x_2, a)$ intervallumok egyikén végződhetik.

Végződjék például $(0, x_1)$ -en. Ekkor azt mondjuk, hogy R_1, R_3 és R_2 közé esik. A sorrend pedig R_3, R_1, R_2 .

Nyilvánvaló, hogy két R -féle pont sorrendje csakis e pontoktól függ.

Legyen R' a P' -nek az $x=0$, R'' az $x=a$ oldalon levő pontja.

Világos, hogyha végezzük az R -féle pont és közöttük az R' és R'' adatik, ezek sorrendjében R' az első, R'' az utolsó és R , illetve R'' láncza (a melynek P' -el csak az R' , illetve R'' vége közös s a mely $y=0$ -ig megy) az $x=0$, illetve $x=a$ oldal darabja lehet.

Két R -féle pont között mindig felvehető egy harmadik.

Bizonyítás. Vonassék R_1 és R_2 , K_1 és K_2 lánczai között egy az $y=0$ kellően választott pontjából kiinduló $y=b$ -ig menő láncz. Ez metszi a P' -et. (IX.) A metszéspontok közül $y=0$ -tól $y=b$ felé menve az első pont nyilván egy R_1 és R_2 közé eső R -féle pont.

XV. Tétel. Az R -féle pontoknak felvehető egy \mathfrak{R} megszámlálható sokasága úgy, hogy:

1. Az \mathfrak{R} derivált idoma a P' .
2. \mathfrak{R} bármily két pontja közé is végtelen sok \mathfrak{R} -hez való pont esik.

3. \mathfrak{R} -nek R' és R'' is tagjai. (XIV.)

Legyen X_l, Y_m egy elsőfajú beosztási sorozat. Vétessék fel az X_l, Y_m beosztás minden oly parallelogrammjában, a mely a P' pontját tartalmazza, egy D pontja a P' -nek, és a D -nek $< \frac{a}{r}$ közelében vétessék fel egy oly R -féle pont, a mely nem való az 1, 2, ..., $r-1$ -re máris nyert pontok közé.

Továbbá az 1, 2, ..., $r-1$ -re és r -re eddig nyert R -féle pontok irassanak sorrendbe és minden két egymásután következő pont között vétessék fel egy R -féle pont.

Ismételtessék ezen eljárás és $r=1$ -re a pontok közé R' és R'' is vétessék.

Nyilvánvaló, hogy az így nyert pontok összesége \mathfrak{R} a kívánt sajátságot mutatja.

Legyen t a $(0, a)$ intervallumba eső pontoknak egy oly megszámlálható és mindenütt sűrű sokasága, a melynek a 0 és a pontok is tagjai.

\mathfrak{R} és t egymásra kölcsönösen egyértelműen úgy vonatkoztathatók, hogy az R' -nek a 0 , R'' -nek az a felel meg és ha R_1 és R_2 megfelelői t_1 és t_2 , ha R_1 megelőzi R_2 -t, $t_1 < t_2$ és fordítva, ha $t_1 < t_2$, R_1 megelőzi R_2 -t.

XVI. Tétel. Legyen az \mathfrak{R} sokaság sorba írva $R', R'', R_{(0)}, R_{(1)}, \dots$

Rendeztessék az első $n+1$ tag a XIV. tétel alapján

$$R' \equiv R_0, R_1, \dots, R_h, R_{h+1}, \dots, R_n \equiv R''.$$

$$U_{\mathfrak{R}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_0^{n-1} \overline{R_h R_{h+1}}$$

meghatározott érték, mert nyilván

$$\sum_0^{n-1} \overline{R_h R_{h+1}} \leq \sum_0^n \overline{R_h R_{h+1}}.$$

XVII. Tétel. Legyen $n+1$ R -féle pont

$$R' \equiv R_0, R_1, \dots, R_h, R_{h+1}, \dots, R_n \equiv R''$$

és legyen sorrendjük a felírás sorrendje.

Van az R_h -hoz oly egyszerű K_h láncz, a mely az $y=0$ -tól az $y=b$ -ig megy az R_h ponton át. A láncznak $y=0$ -tól az R_h -ig menő része a P' -et nem metszi.

A láncz metszheti a P' -et és a P -t is.

De a P' -el való metszéspontok csakis az R_h -ból $y=b$ -hez menő első szemén lehetnek. A P -vel való metszéspontok pedig ugyanezen szemén s az R_h -ból $y=0$ felé menő két első szemén lehetnek.

E szemek hossza tetszőleges kicsi.

A K_h lánczok egymást se metszik.

Bizonyítás. Vétessék fel az elég kis pozitív szám ε . Vonassék minden R_1, \dots, R_{n-1} pont körül oly $< \varepsilon$ sugarú kör, hogy e körök egymáson kívül essenek.

Vonassék R_1 -ből $y=0$ -hoz a P' -et csakis P_1 -ben találó láncz.

Vétessék fel az R_1 -ből kiinduló szemén egy D_1 úgy, hogy $\overline{R_1 D_1} < \frac{\varepsilon}{2}$ legyen.

D_1 a P' -re nézve I-féle pont. Elég kis közelébe tehát csakis I-féle pont esik. Vétessék fel egy $< \frac{\varepsilon}{2}$ közelében egy E_1 olyan I-féle pont, a mely a P -re nézve I-féle.

És vonassék E_1 -ből $y=0$ -hoz a P -t nem metsző láncz. $\overline{R_1 D_1}$, $\overline{D_1 E_1}$ s e láncz nyilván egy olyan az R_1 -ből $y=0$ -hoz menő $K_{1,0}$ láncz, a melynek P' -el csakis az R_1 vége közös, P -vel közös pontjai pedig csakis $\overline{R_1 D_1}$, $\overline{D_1 E_1}$ -en lehetnek.

Ezen láncz ekként R_2 -től egy bizonyos nem 0 távolságnál nagyobb távolban van.

Ha tehát R_2 -ből $y=0$ -hoz egy a P' -et csakis R_2 -ben találó láncz vonatik, e láncznak első R_2 -ből kiinduló szemén felvehető egy D_2 s a D_2 elég kis közelében (nem a szemén) egy E_2 , a mely I- és I-féle, úgy hogy $R_2\bar{D}_2 < \frac{\varepsilon}{2}$, $\bar{D}_2E_2 < \frac{\varepsilon}{2}$ és $K'_{1,0}$ -nek nem lehet $R_2\bar{D}_2$, \bar{D}_2E_2 -n pontja.

E_2 -ből $y=0$ -hoz a P' -t nem metsző láncz vonható. $R_2\bar{D}_2$, \bar{D}_2E_2 s e láncz egy oly $K_{2,0}$ lánczot képeznek, a mely R_2 -ből P' metszése nélkül $y=0$ -hoz megy, s a melynek $K'_{1,0}$ -val való metszéspontjai $R_2\bar{D}_2$ -n \bar{D}_2E_2 nem lehetnek, P' -vel való metszéspontjai pedig csakis $R_2\bar{D}_2$, \bar{D}_2E_2 -n lehetnek.

Haladjunk végig $K_{2,0}$ -on R_2 -ből $y=0$ -ig. Ha $K'_{1,0}$ nem metszetik, akkor átmegyünk $K_{3,0}$ szerkesztésére, de $K'_{1,0}$, $K_{2,0}$ helyett $K''_{1,0}$, $K'_{2,0}$ irandó.

De $K_{2,0}$ metszheti a $K'_{1,0}$ -et. Legyen G az első metszéspont. G a P' -re nézve az előbbieket szerint I-féle pont. A $K'_{1,0}$ -en G -ből R_1 felé menve egy darabig, tehát P' -féle pont nem lehet.

A $K_{2,0}$ G -ből $y=0$ felé menő részének pedig egy elég kis környezete (síksokszög) I-féle pontokból áll. $K'_{1,0}$ tehát kellő változtatással a $K_{2,0}$ mentén a $K_{2,0}$ metszése nélkül $y=0$ -hoz elvezethető. Iratik $K''_{1,0}$, $K'_{2,0}$ a lánczok jeléül.

Könnyű látni, mikép folytatandó ezen eljárás. R_3 -ből $y=0$ -hoz a P' -et csak R_3 -ban érő lánczot vonunk. E láncz első R_3 -ből kiinduló szemén felvesszünk egy D_3 pontot s e D_3 -nak egy elég kis I-be eső környezetében egy I-féle pontot E_3 -t, úgy hogy $R_3\bar{D}_3 < \frac{\varepsilon}{2}$, $\bar{D}_3E_3 < \frac{\varepsilon}{2}$ és $K''_{1,0}$, $K'_{2,0}$ ne messék $R_3\bar{D}_3$, \bar{D}_3E_3 -t.

E_3 -ből $y=0$ -hoz a P' -t nem metsző lánczot vonunk.

$R_3\bar{D}_3$, \bar{D}_3E_3 és e láncz egy olyan $K_{3,0}$ láncz, a mely a tételnek megfelelne, ha $K'_{2,0}$ -et és $K''_{1,0}$ -et nem metszené. De e metszés nem lehet $R_3\bar{D}_3$, \bar{D}_3E_3 -on és $K'_{2,0}$, $K''_{1,0}$ kellő módosításával nyeretnek

$$K''_{1,0}, K'_{2,0}, K'_{3,0}.$$

Az eljárást folytatva végre nyeretnek

$$K_{1,0}^{(n-1)}, K_{2,0}^{(n-2)}, \dots, K_{n-1}'$$

és ezek lesznek a K_1, \dots, K_h -nak R_h -ból $y=0$ felé menő darabjai.

A lánczok első R_h -ból kiinduló szemeit elhagyva, legyen bármily R_h távolsága a maradékok bármelyikétől $< \delta$. Legyen $0 < \eta < \varepsilon$, $0 < \gamma < \delta$.

Vétessék fel R_1 -nek $< \gamma$ közelében egy B_1 a P -re nézve 2-féle pont. Még pedig $B_1 \bar{R}_1$ ne legyen $R_1 \bar{D}_1$ -gyel egy egyenesben. Ez elérhető, mert B_1 elég kis közelsége 2-féle pontokból áll. Vonassék, a mint vonható, B_1 -ből az $y=b$ -hez a P -t nem metsző láncz. Ezen láncz és az $R_1 \bar{B}_1$ -ből álló láncz jele legyen $K_{1,b}'$.

R_2 a $K_{1,b}'$ -től bizonyos távolban van.

Vétessék fel R_2 -nek ezen távolságnál és η -nál kisebb közelében B_2 , úgy mint B_1 az R_1 -hez.

Nyeretik egy $K_{2,b}$ láncz, a mely R_2 -ből $y=b$ -hez megy és csakis első $R_2 B_2$ szemén lehetnek P -nek pontjai.

És $K_{1,b}'$, $K_{2,b}$ metszéspontjai $\bar{R}_2 \bar{B}_2$ -n nem lehetnek.

Tehát kellő módosítással $K_{1,b}'$, $K_{2,b}$ egymást nem metszik, szóval nyeretnek

$$K_{1,b}^{(n-1)}, K_{2,b}^{(n-2)}, \dots, K_{n-1}', b$$

és ezek a K_1, K_2, \dots , másik részei.

R_0 láncza az $x=0$, R_n láncza az $x=a$ oldal darabja. (P -re magára a tétel s a bizonyítás is egyszerűbb lehetne, de P belevonása szükséges a harmadik fejezetet illetőleg.)

XVIII. Tétel. Legyen $\bar{A}\bar{B}$ egy távolság és vonassék A -tól B -ig egy K' egyszerű láncz.

Vonassék A -tól B -ig egyszerű és a K' -et nem metsző láncz K'' .

K' és K'' azonban $\bar{A}\bar{B}$ -t metszhetik. K' és K'' egyesítése nyilván egy egyszerűen zárt sokszög kerülete.

Legyen $d < \bar{A}\bar{B}$.

Az A pontból d sugárral leírt körnek a sokszög belső pontjaival van legalább egy oly közös íve, a melynek egyik vége a K' , másik vége a K'' pontja.

Hasonló tétel áll — ív helyett intervallumot véve — egy az \overline{AB} távolságot metsző egyenesre is.

Bizonyítás. K' és K'' a kört, illetve az egyenest 1, 3, 5, 7, ... pontban metszik s egy ív, illetve intervallum két pontot igényel.

XIX. Tétel. Ha R_1 és R_2 két R -féle pont, akkor, ha $d < \overline{R_1 R_2}$, van olyan az R_1 és R_2 közé eső R_3 , R -féle pont úgy, hogy

$$|\overline{R_1 R_3} - d|$$

tetszőleges kicsi.

Legyen $\varepsilon < \frac{d}{100}$ és vonassanak az R_1, R_2 -n át a XVII. tételnek eleget tevő K_1, K_2 egyszerű lánczok.

A K_1, K_2 , továbbá az $y=0$ s az $y=b$ egy-egy darabja (a mely K_1 végét K_2 végével köti össze) egy egyszerűen zárt sokszög. A sokszögnek R_1 és R_2 a csúcsai. E két csúcs a sokszög területét két részre, K', K'' -re bontja. K' legyen az, a melyben $y=0$ -nak, K'' pedig az, a melyen $y=b$ -nek van pontja. Hagyassanak el K', K'' -ből az R_1 és R_2 körül ε sugárral leírt körökbe eső részek.

Nyilvánvaló, hogy K_1 felmaradó részei P' -re nézve I-féle, K'' felmaradó részei II-féle pontok.

Ámde az R_1 -ből d sugárral leírt körnek van egy oly íve, a mely az említett zárt sokszög belsején K' egy pontjából K'' egy pontjáig megy.

Ezen ív két végét összekötő bármely láncz nyilván metszi a P' -et. Ha tehát a láncz úgy vétetik fel, hogy csúcsai az íven fekszenek és szemei elég kicsik legyenek, a láncznak P' -vel első közös pontja R_3 , ha K' -től K'' -ig megyünk a lánczon, nyilván R -féle pont és

$$|\overline{R_1 R_3} - d|$$

tetszőleges kicsi.

XX. Tétel. Ha a XV. tétel minden \mathfrak{R} sokaságára képezett $U_{\mathfrak{R}}$ értékek felső határa U véges, van oly \mathfrak{R}° , \mathfrak{R} -féle sokaság, hogy

$$U_{\mathfrak{R}^\circ} = U.$$

Mert vagy van oly \mathfrak{R}° , hogy

$$U_{\mathfrak{R}^0} = U,$$

vagy nincs.

Ha nincs, akkor, mint ismeretes, van az $U_{\mathfrak{R}}$ értékeknek oly

$$U_{\mathfrak{R}^1}, U_{\mathfrak{R}^2}, \dots, U_{\mathfrak{R}^s}$$

sora, hogy

$$\lim_{s \rightarrow \infty} U_{\mathfrak{R}^s} = U.$$

Ekkor azon \mathfrak{R}^0 sokaságra, a mely áll az

$$\mathfrak{R}^1, \mathfrak{R}^2, \dots, \mathfrak{R}^s, \dots,$$

sokaságok elemeiből,

$$U_{\mathfrak{R}^0} = U.$$

XXI. Tétel. Ha a XX. tétel véges U értéke létező, akkor, ha R_1 és R_2 két \mathfrak{R} -féle pont és $\delta > 0$, csak véges számú eleme $R_1, R_{(1)}, \dots, R_{(j)}, R_2$ van az \mathfrak{R} sokaságnak, úgy hogy sorrendjük

$$R_1, R_{(1)}, R_{(2)}, \dots, R_{(j)}, R_2,$$

és hogy

$$R_1 R_{(1)} > \delta, \overline{R_{(1)} R_{(2)}} > \delta, \dots, \overline{R_{(j)} R_2} > \delta.$$

Nyilván

$$j+1 \leq \frac{U}{\delta},$$

mert máskép

$$R_1 R_{(1)} + \overline{R_{(1)} R_{(2)}} + \dots + \overline{R_{(j)} R_2} > U$$

volna, a mi lehetetlen U definiíciója és a XVI. tétel folytán.

XXII. Tétel. Ha a XX. tétel véges U értéke létező, akkor a P' egy magát nem metsző görbe, a melynek ívhossza U .

Azaz, ha U véges, van egy bizonyos t változónak, a mely például a $(0, a)$ intervallumban változhat, két $\varphi(t)$ és $\psi(t)$ folytonos függvénye, úgy hogy

$$1. \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(a) = a,$$

$$2. \quad 0 < \psi(t) < b,$$

$$3. \quad \text{ha} \quad t' - t'' \neq 0,$$

$$(\varphi(t') - \varphi(t''))^2 + (\psi(t') - \psi(t''))^2 > 0,$$

4. az $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$, $0 \leq t \leq a$

coordinátákkal bíró pontok által képezett görbe a I'' .

5. A görbe ívhossza U .

Bizonyítás. Vétessék fel oly \mathfrak{R} sokaság, hogy

$$U_{\mathfrak{R}} = U$$

legyen.

Ezen \mathfrak{R} még olyan is lehet, hogy ha sorba iratik, van a tetszőleges $\delta > 0$ -hoz egy oly n , hogy ha az első $n+1$ tagot a pontok sorrendjében

$$R' \equiv R_0, R_1, \dots, R_n, R_{n+1}, \dots, R_n \equiv R''$$

által jelöljük,

$$\overline{R_n R_{n+1}} < \delta, \quad h=0, 1, \dots, n-1.$$

A XIX. tétel alapján felvehetők oly $R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R$ -féle pontok, hogy sorrendjük a felírt és

$$\overline{R^{(1)} R^{(2)}}, \dots$$

hosszai $\frac{\delta}{2}$ és $\frac{3}{4} \delta$ közé esnek.

Egy véges k -ra pedig U véges volta miatt $\overline{R^{(k)} R''}$ is $\frac{\delta}{2}$ és $\frac{3}{4} \delta$ közé kell, hogy essék.

Ezen pontok pedig nyilván bevehetők az \mathfrak{R} sokaságba.

Legyen t a XV. tétel sokasága.

Irassék \mathfrak{R} és t sorba,

$$R', R'', R_{(1)}, R_{(2)}, \dots, R_{(j)}, \dots$$

$$0, a, t_{(1)}, t_{(2)}, \dots, t_{(j)}, \dots$$

úgy, hogy $R_{(j)}$ és $t_{(j)}$ megfelelők legyenek.

Legyen az első $n+1$ tag sorrendben

$$R' \equiv R_0, R_1, \dots, R_n, R_{n+1}, \dots, R_n \equiv R'',$$

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1} < \dots < t_n = a.$$

Legyen $\varphi'(t)$ egy a t pontjaira értelmezett függvény, úgy hogy $\varphi'(t_{(i)})$ az $R_{(i)}$ x coordinátája legyen.

Ismeretes, hogy ha a tetszőleges pozitív δ -hoz van oly $\varepsilon > 0$, hogy

$$|\varphi'(t_{(i)}) - \varphi'(t_{(j)})| < \delta,$$

ha csak

$$|t_{(i)} - t_{(j)}| < \varepsilon,$$

akkor van oly $\varphi(t)$ az egész $(0, a)$ -ban értelmezett folytonos függvény, hogy

$$\varphi'(t_{(i)}) = \varphi'(t_{(j)}).$$

Legyen n oly nagy, hogy

$$\overline{R_h R_{h+1}} < \frac{\delta}{8}$$

és

$$U - \sum_0^{n-1} \overline{R_h R_{h+1}} < \frac{\delta}{8}$$

legyen.

Ekkor minden az $\overline{R_h, R_{h+2}}$ közé eső \mathfrak{R} pont belül van az R_h és R_{h+2} -ből, mint középpontból leírt $\frac{\delta}{4}$ sugarú körön. Tehát két R_h és R_{h+2} közé eső R pont távolsága $< \delta$. x koordinátáik különbsége is $< \delta$.

Ha tehát ε kisebbre vétetik (n állandó) a legkisebb $t_{h+1} - t_h$ -nál

$$|\varphi'(t_{(i)}) - \varphi'(t_{(j)})| < \delta,$$

ha csak

$$|t_{(i)} - t_{(j)}| < \varepsilon.$$

Ép így, ha $\varphi'(t_{(i)})$ az $R_{(i)}$ y koordinátája, $\psi'(t_{(i)})$ is folytonos függvénynek egészíthető ki.

$$x = \varphi(t). \quad y = \psi(t)$$

tehát egy görbe egyenletei.

Az $x = \varphi(t_{(i)})$, $y = \psi(t_{(i)})$ pontok sokaságának deriváltja pedig a görbe, de a P' is, tehát a görbe és P' azonosak.

Még ki kell mutatni, hogy ha $t' < t''$

$$(\varphi(t') - \varphi(t''))^2 + (\psi(t') - \psi(t''))^2 > 0.$$

Tegyük fel az ellenkezőt. Jelenlegi P' idomunk olyan, hogy akármely két \mathfrak{R} -féle pont is az R_1 , R_3 , az \mathfrak{R} , R_1 és R_3 közé eső pontjainak derivált idoma perfect és összefüggő, mert az

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t)$$

idom, ha t akármily intervallumban is változik, perfect és összefüggő.

Legyen R_2 , R_1 és R_3 közé eső R -féle pont. A XVII. tételből könnyen következtethető, hogy R_1 -ből R_3 -ba nem mehet csúcsaival a P' -be eső és elég kis szemű láncz a nélkül, hogy R_3 egy előre adott környezetébe csúcsa ne essék.

(t', t'') -ben állandóan nem lehet

$$(\varphi(t) - \varphi(t'))^2 + (\psi(t) - \psi(t'))^2 = 0,$$

mert (t', t'') -be végtelen sok $t_{(i)}$ esik és ezeknek más és más $R_{(i)}$ felel meg.

Legyen tehát $t_{(i)}$ olyan a (t', t'') -be eső és a t -hez való érték, hogy

$$(\varphi(t_{(i)}) - \varphi(t'))^2 + (\psi(t_{(i)}) - \psi(t'))^2 > 0.$$

Vétessék fel oly $t_{(j)}$, $t_{(k)}$ a t -ből, hogy

$$t_{(j)} < t' < t'' < t_{(k)}$$

és $t_{(j)}$ a t' , $t_{(k)}$ a t'' oly közelébe essék, hogy $(t_{(j)}, t')$, $(t'', t_{(k)})$ -ban és szélein

$$(\varphi(t) - \varphi(t_{(j)}))^2 + (\psi(t) - \psi(t_{(j)}))^2 > 0.$$

Ez mind lehetséges, mert φ és ψ folytonos. $R_{(j)}$, $R_{(i)}$, $R_{(k)}$ sorrendje a felirt.

Ámde, ha $(t_{(j)}, t')$ -ben

$$\varphi^{(1)}(t) = \varphi(t), \quad \psi^{(1)}(t) = \psi(t),$$

(t', t'') -ben

$$\varphi^{(1)}(t) = \varphi(t'), \quad \psi^{(1)}(t) = \psi(t'),$$

$(t'', t_{(k)})$ -ban

$$\varphi^{(1)}(t) = \varphi(t), \quad \psi^{(1)}(t) = \psi(t)$$

vétetik, az

$$x = \varphi^{(1)}(t), \quad y = \psi^{(1)}(t)$$

görbe a P' -nek pontjaiból áll, de $R_{(i)}$ nem pontja.

Az $R_{(i)}$, $R_{(j)}$ ekként a görbébe irt bárminő kis δ -hoz való lánczczal volna összeköthető, s minél kisebb δ , a láncz csúcsai az $R_{(i)}$ -től egy bizonyos értéknél annál inkább távolabb vannak; de ez lehetetlen.

Tehát, ha $t' < t''$

$$(\varphi(t') - \varphi(t''))^2 + (\psi(t') - \psi(t''))^2 > 0.$$

Az ívhosszra vonatkozó állítás pedig magától világos.

Kérdés. Mikép függ az U_n az \mathfrak{R} -től, ha \mathfrak{R} az R pontoknak egy oly megszámlálható sokasága, hogy deriváltja a l'' ?

Második fejezet.

I. Tétel. Legyen $X_l Y_{m_r}$ egy elsőfajú beosztási sorozat. Az xz síkban az $x = x$, $z = f(x, y_j)$ koordinátákkal bíró pont köttessék össze az $x = x$, $z = f(x, y_{j+1})$ ponttal. Téve ezt az (x_i, x_{i+1}) minden pontjával, a jellemzett távolságokból álló idom nyilván bir területtel, mely épen a $\beta_{i,j}$. (L. előzmények.) Legyen még $\beta_{i,j}$ az idom jele is.

Legyen m , illetve M a $z = f(x, y)$ értékeinek alsó, illetve felső határa.

Nyilvánvaló, hogy (az xz síkban) a $z = \text{const.}$ egyenes csak úgy metszheti a $\beta_{i,j}$ idomot, ha

$$m \leq z \leq M.$$

A metszésidom, mint ismeretes, relativ perfect. Legyen jele $z_{\beta_{i,j}}$.

$z_{\beta_{i,j}}$ a $z = \text{const.}$ vonalon feküdvén, legyen külső (és lineáris) JORDAN-féle terjedelme $(z_{\beta_{i,j}})_k$, belső terjedelme $(z_{\beta_{i,j}})_b$.

Ha a $z = \text{const.}$ nem metszi a $\beta_{i,j}$ -t, legyen

$$(z_{\beta_{i,j}})_k = (z_{\beta_{i,j}})_b = 0.$$

Tehát $(z_{\beta_{i,j}})_k$ és $(z_{\beta_{i,j}})_b$ a z -nek (m, M) -ben értelmezett egyértékű függvényei, továbbá, mint ismeretes, mindkettő integrálható és

$$\int_m^M (z_{\beta_{i,j}})_k \cdot dz = \int_m^M (z_{\beta_{i,j}})_b \cdot dz = \beta_{i,j}.$$

Ismeretes az is, hogy egy megszámlálható sokaság kivételével — legyen az értékek e sokasága $I_{i,j}^{(r)}$ —

$$(z_{\beta_{i,j}})_k = (z_{\beta_{i,j}})_b,$$

és e két egymással egyenlő függvény az $(m, M)-I_{i,j}^{(r)}$ sokaság pontjaira tekintve értelmezettnek, folytonos.

Legyen a két függvény közös jele $(z_{\beta_{i,j}})$ és jelentse Z az $(m, M)-I_{i,j}^{(r)}$ sokaságot és e sokaság általános pontját.

$$\beta_{i,j} = \int_m^M (Z_{\beta_{i,j}}) dz. *$$

Mellesleg megjegyezzük, hogy $I_{i,j}^{(r)}$ áll ama z értékekből, a melyekre a $z=\text{const.}$ vonalnak, a $z=f(x, y_j)$ és a $z=f(x, y_{j+1})$ görbékkel, az (x_i, x_{i+1}) fölé eső közös pontjai egy > 0 külső terjedelmű sokaságot képeznek.

A mi az xz síkra vonatkozólag a $\beta_{i,j}$ segélyével $(z_{\beta_{i,j}})$, $I_{i,j}^{(r)}$, ugyanaz legyen az yz síkra vonatkozólag $(z_{\gamma_{i,j}})$, $I_{\gamma_{i,j}}^{(r)}$.

Van l, m_r számú $I_{i,j}^{(r)}$ és ugyanennyi $I_{\gamma_{i,j}}^{(r)}$.

Egyesítésük egy megszámlálható $I^{(r)}$ sokaság.

$$I^{(1)}, I^{(2)}, \dots, I^{(r)}, \dots$$

egyesítése is megszámlálható, legyen jele I .

Jelentse ezentúl Z azon sokaságot, a mely megmarad, ha az (m, M) -ből az I sokaságot elveszszük s a maradékból még egy megszámlálható sokaságot elveszünk.

II. Tétel. $X_l Y_{m_r}$, egy elsőfajú beosztási sorozat lévén, a Z sokaságon

$$(Z_{\beta_{i,j}}), (Z_{\gamma_{i,j}}),$$

$$(i=0, 1, \dots, l_r-1; j=0, 1, \dots, m_r-1; r=1, 2, \dots)$$

folytonosak és

$$\beta_{i,j} = \int_m^M (Z_{\beta_{i,j}}) dz, \quad \gamma_{i,j} = \int_m^M (Z_{\gamma_{i,j}}) dz.$$

III. Tétel. Legyenek $\phi_r^{(1)}(Z)$ és $\phi_r^{(2)}(Z)$ a következő függvények — a Z sokaságra tekintve őket értelmezettnek —

$$\phi_r^{(1)}(Z) = X_l Y_{m_r}(Z_{\beta_{i,j}}), \quad \phi_r^{(2)}(Z) = X_l Y_{m_r}(Z_{\gamma_{i,j}}).$$

$\phi_r^{(1)}$ és $\phi_r^{(2)}$ (a Z sokaságon) folytonosak.

* Az integrál úgy képeztetik, mintha $(z_{\beta_{i,j}})$ az egész $(0, a)$ -ban volna definiálva. Hasonlóképp képezendők az előforduló alsó integrálok.

IV. Tétel.

$$\begin{aligned}\phi_{r+1}^{(1)}(Z) &\geq \phi_r^{(1)}(Z), \\ \phi_{r+1}^{(2)}(Z) &\geq \phi_r^{(2)}(Z),\end{aligned}$$

V. Tétel. Legyenek

$$\begin{aligned}\Psi^{(1)}(Z) &= \lim_{r=\infty} \phi_r^{(1)}(Z), \\ \Psi^{(2)}(Z) &= \lim_{r=\infty} \phi_r^{(2)}(Z).\end{aligned}$$

Nyilvánvaló, hogy $\Psi^{(1)}$ és $\Psi^{(2)}$ a Z sokaságon értelmezett egyértékű (és nem negatív) függvények.

Mivel $\phi_r^{(1)}$ folytonos a Z sokaságon és $\phi_{r+1}^{(1)} \geq \phi_r^{(1)}$, $\Psi^{(1)}(Z)$ és hasonlóképp $\Psi^{(2)}(Z)$ a Z sokaságon alulról folytonosak.

VI. Tétel.

$$\begin{aligned}\int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \Psi^{(1)}(Z) dz &= \lim_{r=\infty} \int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \phi_r^{(1)}(Z) dz, \\ \int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \Psi^{(2)}(Z) dz &= \lim_{r=\infty} \int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \phi_r^{(2)}(Z) dz.\end{aligned}$$

A bizonyítás LEBESGUE vizsgálatai alapján igen egyszerű, ha a függvényeket kellő módon az (m, M) minden pontjára definiáljuk.

VII. Tétel. Ha $z = f(x, y)$ véges területű, akkor

$$\int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \Psi^{(1)}(Z) dz, \quad \int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \Psi^{(2)}(Z) dz$$

végesegek.

Bizonyítás.

$$\begin{aligned}\int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \phi_r^{(1)}(Z) dz &= \int_{\underline{m}}^{\underline{M}} (X_{l_r} Y_{m_r}(Z_{\beta_{i,j}})) dz \\ &= X_{l_r} Y_{m_r} \left[\int_{\underline{m}}^{\underline{M}} (Z_{\beta_{i,j}}) dz \right] = X_{l_r} Y_{m_r} \beta_{i,j}.\end{aligned}$$

$r = \infty$ -re

$$X_{l_\infty} Y_{m_\infty} \beta_{i,j} = \int_0^a I_y(x) dx \quad (1. \text{ előzmények}).$$

Tehát

$$\int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \Psi^{(1)}(Z) dz = \lim_{r=\infty} \int_{\underline{m}}^{\underline{M}} \phi_r^{(1)}(Z) dz = \int_0^a I_y(x) dx.$$

De az előzményekben foglaltak alapján, ha a terület véges,

$$\int_0^a I_y(x) dx \text{ véges.}$$

VIII. Tétel. Legyenek j' és j'' olyan egész számok, hogy

$$0 \leq j' < j'' \leq m_r.$$

Legyen $(x_i, x_{i+1}; y_{j'}, y_{j''})$ az $X_{l_r} Y_{m_r}$ beosztás

$$x = x_i, x = x_{i+1}, y = y_{j'}, y = y_{j''}$$

osztóvonalai által alkotott paralelogramm.

Legyen bármi is az x az (x_i, x_{i+1}) -ben, K és H oly két állandó, hogy

$$f(x, y_{j'}) < K < H < f(x, y_{j''}).$$

Ekkor a (K, H) intervallumba eső Z értékekre

$$(Z_{\beta_{i,j'}}) + (Z_{\beta_{i,j'+1}}) + (Z_{\beta_{i,j'+2}}) + \dots + (Z_{\beta_{i,j''-2}}) + (Z_{\beta_{i,j''-1}}) \geq (x_{i+1} - x_i).$$

Harmadik fejezet.

Leírás. Legyen a $z=f(x, y)$ felület olyan, hogy a z értékeinek alsó határa zérus, felső határa egy positiv c legyen.

Továbbá:

1. A felület $z=0$ metszete az x tengely $(0, a)$ intervalluma, de csakis ezen intervallum legyen.

2. A felület $z=c$ metszete az $y=b, z=c$ egyenes $(0, a)$ intervalluma és csakis ezen intervallum legyen.

3. A felület minden $z=\text{const.}$ metszete összefüggő legyen.

Ha tehát a $z=\text{const.}$ metszet xy síkra való merőleges projectiójának a jele z' , a z' idomok a \bar{P} idomok sajátosságát mutatják (I. első fejezet).

Csak megszámlálható sok z' nem tartalmaz P' -et.

Tehát a második fejezet Z sokasága olyan lehet, hogy minden $Z=\text{const.}$ metszet Z' -je P' -féle idomot tartalmaz.

Legyen a $Z=\text{const.}$ metszet Z' projectiójának P , illetve P' idoma P'_z, P'_z . És a $P'_z U_{\mathfrak{R}}$ értéke $U_{\mathfrak{R}}(Z)$ legyen. (L. első fejezet XVI.)

I. Tétel. *Bármilyen is az első fejezet XV. tételének megfelelő sokaság, az \mathfrak{R} a P'_Z -hez*

$$U_{\mathfrak{R}}(Z) \leq \psi^{(1)}(Z) + \psi^{(2)}(Z).$$

Bizonyítás.

Vétessék fel az \mathfrak{R} -nek annyi pontja, hogy a nem negatív különbség

$$U_{\mathfrak{R}}(Z) - \sum_0^{n-1} R_h \bar{R}_{h+1}$$

(1. első fejezet XVI.) tetszőleges kicsi legyen.*

Legyen r oly nagy, hogy a szintén nem negatív különbségek

$$\psi^{(1)}(Z) - \phi_r^{(1)}(Z), \quad \psi^{(2)}(Z) - \phi_r^{(2)}(Z)$$

tetszőleges kicsik legyenek.

Mint az első fejezet XVII. tételéből ismeretes, van az R_h -hoz ($h=0, 1, \dots, n$) oly \bar{K}_h láncz, a mely magát és a többi ily lánczot nem metszi, a mely $y=0$ -tól az R_h ponton át $y=b$ -ig megy.

E láncz a P'_z idomot csakis az R_h -ből kiinduló, $y=0$ felé menő két első s az R_h -ből kiinduló, $y=b$ felé menő első szemén metszheti. E szemek hossza tetszőleges pozitív ε -nál kisebb lehet.

Legyenek R_h, R_{h+1} coordinátái $x^{(h)}, y^{(h)}$, illetve $x^{(h+1)}, y^{(h+1)}$.

Vétessék ε oly kicsinynek, hogy ha csak $|x^{(h+1)} - x^{(h)}|$ vagy $|y^{(h+1)} - y^{(h)}|$ nem zérus, akkor

$$|x^{(h+1)} - x^{(h)}| - 6\varepsilon > 0, \quad |y^{(h+1)} - y^{(h)}| - 6\varepsilon > 0,$$

($h=0, 1, \dots, n-1$)

legyen.

Legyen például $x^{(h+1)} < x^{(h)}$.

A \bar{K}_h és \bar{K}_{h+1} által a $(0, a; 0, b)$ három közönséges sokszögre bomlik, ezek közül azt, a melynek kerületét K_h, \bar{K}_{h+1} is képezik, nevezzük A_h -nak.

Hagyjuk el A_h kerületéből az R_h és R_{h+1} -ből kiinduló két-két az $y=0$ felé menő oldalt, s az egy-egy $y=b$ felé menőt.

Megmarad a kerület két V_0, V_b darabja. V_0 legyen azon

* $+\infty - w = \frac{1}{w}$.

darab, a melynek az $y=0$, V_b az, a melynek az $y=b$ oldalon vannak pontjai.

Nyilvánvaló, hogy V_0 , illetve V_b egy-egy oly sokszögbe W'_0 , W'_b -be zárható, a melyen belül P_Z -nek nincs pontja.

Felületünk különös voltából következik, hogy

$$V_0 \text{ és } W'_0 \text{ pontjaira } f(x, y) < Z,$$

$$V_b \text{ és } W'_b \text{ pontjaira } f(x, y) > Z.$$

Legyenek a W'_0 , W'_b -nek az

$$x = x^{(h+1)} + 2\varepsilon, \quad x = x^{(h)} - 2\varepsilon$$

egyenesek által képezett síksávba eső részei W_0 , W_b .

Az első fejezet XVIII. tétele alapján, ha x az $(x^{(h+1)} + 2\varepsilon, x^{(h)} - 2\varepsilon)$ intervallumba esik, az $x = \text{const.}$ egyenes az A_h -val legalább egy oly intervallumot bír közösen, a melynek egyik vége V_0 -ra, másik vége V_b -re esik.

Azaz, ha r elég nagy, akármilyen az $(x^{(h+1)} + 2\varepsilon, x^{(h)} - 2\varepsilon)$ -ba eső intervalluma is (x_i, x_{i+1}) az X_{l_r} -nek, van oly j' és j'' , hogy az $(x_i, x_{i+1}, y_{j'}, y_{j''})$ egészen az A_h -ba esik és e paralelogrammnak egyik, az x tengelyvel parallel oldala W_0 -ba, a másik W_b -be esik.

Ekként a második fejezet VIII. tétele alapján az X_{l_r}, Y_{m_r} beosztás $(x_i, x_{i+1}; y_{j'}, y_{j''})$ -be eső paralelogrammjaiból a $\phi_r^{(1)}$ -nek egy $\cong x_{i+1} - x_i$ része származik.

És, ha h állandó, de (x_i, x_{i+1}) változik, $(x_i, x_{i+1}; y_{j'}, y_{j''})$ egészen más paralelogramm lesz.

r még oly nagyra is vehető, hogy

$$x_{i+1} - x_i < \varepsilon, \quad y_{j+1} - y_j < \varepsilon, \\ (i=0, \dots, l_r-1; j=0, \dots, m_r-1)$$

legyen.

Vagyis az X_{l_r}, Y_{m_r} beosztásnak az A_h -ba eső paralelogrammjaiból a $\phi_r^{(1)}$ -nek legalább is

$$x^{(h)} - x^{(h+1)} - 6\varepsilon = |x^{(h+1)} - x^{(h)}| - 6\varepsilon$$

nagyságú része származik.

Ha $x^{(h)} = x^{(h+1)}$ volna, e rész $\cong 0$ volna.

Ép így a $\phi_r^{(2)}$ -nek az A_h -ba eső beosztási paralelogramokból egy oly része származik, mely nem kisebb, mint

$$|y^{(h+1)} - y^{(h)}| - 6\varepsilon.$$

Ámde

$$\overline{R_h R_{h+1}} \leq |x^{(h+1)} - x^{(h)}| + |y^{(h+1)} - y^{(h)}|.$$

Azaz

$$\sum_0^{n-1} \overline{R_h R_{h+1}} \leq \phi_r^{(1)}(Z) + \phi_r^{(2)}(Z) + 12n \cdot \varepsilon.$$

Ámde ε az n -től függetlenül tetszőlegesen kicsire vehető fel, tehát a határon

$$U_{\mathfrak{R}}(Z) \leq \Psi^{(1)}(Z) + \Psi^{(2)}(Z).$$

II. Tétel. *Ha felületünk véges területű, úgy egy másodfajú sokaságra Z -re a $\bar{Z} = \text{const.}$ metszet P'_Z -je egy magát nem metsző véges ívhosszú görbe, mely az $x=0$ oldal egy pontjától az $x=a$ oldal egy pontjáig megy.*

Ekkor ugyanis a Z sokaságon alulról folytonos $\Psi^{(1)}(Z)$ és $\Psi^{(2)}(Z)$ alsó integráljaik végesek, Z egy másodfajú sokaság, ekként $\Psi^1(Z)$ és $\Psi^2(Z)$ csak egy-egy elsőfajú sokaságra lehetnek nem végesek.

Elvéve a Z -ből ezen két elsőfajú sokaságot, a megmaradó másodfajú sokaságra Z -re $\Psi^{(1)}$ és $\Psi^{(2)}$ végesek (bár az összes értékek felső határa végtelen is lehet).

Ekként a \bar{Z} minden pontjára, bármilyen is az \mathfrak{R} , $U_{\mathfrak{R}}(\bar{Z})$ véges és így P'_Z véges ívhosszú görbe. (L. első fejezet XXII.)

III. Tétel. *Legyen $U_{\mathfrak{R}}(\bar{Z})$ jele $U(\bar{Z})$, ez a görbe ívhossza.*
Akkor

$$\int_0^c U(\bar{Z}) dz$$

véges.

IV. Tétel. $U(\bar{Z})$ a \bar{Z} sokaságon alulról folytonos.

Ez a P' idomok tulajdonságaiból következtethető.

Negyedik fejezet.

Leírás. Legyen a $z=f(x, y)$ felület olyan, hogy a z értékeinek alsó határa zérus, felső határa egy pozitív c legyen, Legyen továbbá a $z=0$ metszete az x tengely, de csakis az x

tengely, a $z=c$ metszete pedig az $y=b$, $z=c$ egyenes, de csakis ezen egyenes.

Legyen a $z=\text{const.}$ metszetnek az xy síkra való merőleges projectiója z' . Ismeretes, hogy z' relativ perfect és két különböző z -hez való z' egymástól elválasztott. És csak legfeljebb megszámlálható sokaságot képező z -re lehet z' külső terjedelme zérusnál nagyobb.

Ha $0 < z < c$, az $y=0$ -tól $y=b$ -ig menő bármilyen törtvonalon (lánczon) van a z' -nek legalább egy pontja.

Legyen még z' külső terjedelme zérus.

Legyen I' azon pontokból álló idom, a melyek a z' metszése nélkül $y=0$ -val összeköthetők.

Legyenek ezen idom határpontjai z'' .

A z'' idom a z' része és így terjedelme zérus.

I. Tétel. A $(0, a; 0, b)$ pontjai a z'' kivételével háromfélék.

I'. $y=0$ -val. II. $y=b$ -vel köti össze őket láncz, a mely a z'' -et nem metszi. III'. se $y=0$, se $y=b$ -vel nem köti össze őket a z'' -et nem metsző láncz.

Az I' - és II' -féle pontok szükségkép léteznek.

A III' . alattiak nem léteznek szükségkép.

Egy I' -, II' -, III' -féle pont elég kis környezete I' -, illetve II' -, illetve III' -féle pontokból áll.

II. Tétel. Az I' . alattiak egymással, a II' . alattiak egymással a z'' metszése nélkül összeköthetők. A III' . alattiak nem mindig.

Két különböző fajtájú pont egymással a z'' metszése nélkül össze nem köthető.

III. Tétel. Az I' -, II' -, III' -féle pontokból álló idomok mindenike területtel bír, területeik összege $a \cdot b$.

IV. Tétel. Legyen H egy oly idom jele, a melynek bármily két pontja oly lánczszal köthető össze, mely maga is az idomba esik. Az I' . és II' . H -féle idomok. A III' . legfeljebb megszámlálható sok H -féle idomból áll.

V. Tétel. Ha a II' . vagy a III' . idomban egy az idomba eső zárt lánczot vonunk, a láncz belsejébe eső pontok II' -, illetve III' -féle pontok. I' -re ez nem áll, egy ily láncz III' -féle pontokat tartalmazhat.

VI. Tétel. Csatoljuk az I' -hez mindama pontokat, a melyek az I' pontjaiból álló zárt lánczokon belül lehetnek.

Legyen az $x=0$ oldalnak A egy oly pontja, hogy A elég kis közelébe csakis I' -féle pontok essenek.

Kössük össze ezen pontot az I' belsejébe eső K lánczczal az $y=0$ oldallal.

A K , továbbá az y tengely $x=0$ -tól A -ig menő darabja és az x tengelynek $y=0$ -tól K -ig menő darabja által bezárt sokszög legyen L .

Minden lehetséges L pontjai csatoltassanak I' hez és ugyanígy járjunk el az $x=a$ oldaltól az $y=0$ -ig hasonlókép vont lánczok segítségével.

Ekként az I' meggyarapszik, a II változatlan, a III' megfogy.

Legyenek az új idomok I , II , III . határuk a z'' része s így zérus terjedelmű.

Legyen V_0 az I , II , III . közös határából és a III -ból álló idom. Határ alatt azon pontokat értve, a melyek minden közelébe kétféle pontok esnek.

V_0 *perfect és összefüggő, de területe általában nem 0.* (L. második ábra.)

I , II , III . területtel bírnak területeik összege $a \cdot b$, III . területe a szintén területtel bíró V_0 területével egyenlő.

A V képzéséről.

Vétessék fel egy a $(0, c)$ -ben mindenütt sűrű és megszámlálható sokaság, legyen sorba írva

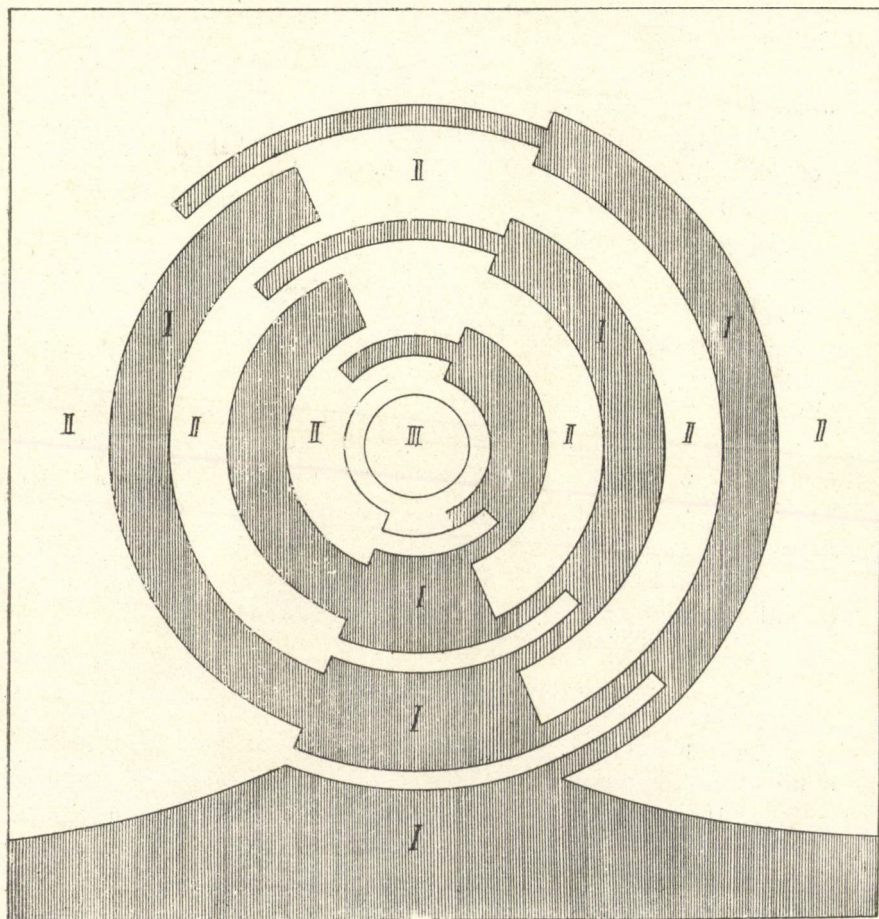
$$z_1, z_2, \dots, z_i,$$

úgy hogy minden z_i terjedelme zérus legyen.

Képeztessék a z_i -hez a V_0 , legyen jele V_1 . Legyen például $z_2 < z_1$. Ekkor képeztessék a z_2 V_0 -je, legyen jele V_2 .

Legyen például $z_3 > z_1$. Nyilvánvaló, hogy a V_1 -hez elég közel eső és a V_1 -re nézve II -féle pontok nem lehetnek z_3 pontjai.

E pontokra ugyanis $f(x, y)$ értéke közel z_1 és $z_1 \neq z_3$. Ép



2. ábra.

úgy, mint az $y=0, y=b$ s a z'_1 segélyével a V_1 , ép úgy képez-
tessék a V_1 említett elég kis közelsége, az $y=b$ s a z'_3 -nak a
 V_1 -re nézve *II*-féle idomba eső részének segélyével egy V_3 .

Essék például z_4, z_3 és z_1 közé.

Amint az $y=0, y=b$ s a z'_1 segélyével képeztetett a V_1 ,
ép úgy képeztessek a V_1, V_3 s a z'_4 azon részének, a mely a
 V_1 -re *II*-, a V_3 -ra *I*-féle pontokból áll, segélyével egy V_4 .

Ezen eljárást folytatva, adódik a V_1, V_2, \dots , idomok egy sorozata.

Minden V_i összefüggő és minden az $y=0$ -tól $y=b$ -ig menő láncz minden V_i -t metsz.

Ha V_i és V_h két ily idom (és $z_i \neq z_h$), a $(0, a; 0, b)$ pontjai a V_i és V_h kivételével háromfélék:

1. V_i, V_h metszése nélkül $y=0$ -val köti össze őket a láncz;
2. $y=b$ -vel köti össze őket láncz;
3. se $y=0$, se $y=b$ -vel nem köti össze őket láncz a V_i vagy V_h metszése nélkül.

E három idom mindenike lánczolatossá, minden pontjának elég kis közelsége az idomhoz való, az idom belsején vont zárt láncz által bezárt idom is az idomhoz való.

E három idom s a V_i, V_h területtel bírnak, területeik összege $a \cdot b$. Zérus csakis V_i és V_h területe lehet. V_i, V_h -nak az $x=0, x=a$ oldalon vagy egy pontja, vagy egy intervalluma van.

Legyen V a V_1, V_2, V_3, \dots idomokból és határpontjaikból álló idom.

$A z = f(x, y)$ és a hozzá való $z = \phi(x, y)$.

Legyen egy $z = \phi(x, y)$ függvény a $(0, a; 0, b)$ pontjaira a következőkép definiálva.

1. Ha x, y a V -nek és V_i -nek pontja, akkor legyen

$$\phi(x, y) = z_i.$$

2. Ha x, y a V -nek, de egy V_i -nek se pontja, akkor legyen

$$\phi(x, y) = f(x, y).$$

3. Egy $x = \text{const.}$ vonalon minden V_i -nek van pontja. Az $x = \text{const.}$ és a V közös pontjai tehát egy relativ perfect sokaságot képeznek. Mint ismeretes, van az $x = \text{const.}$ vonalon bizonyos (esetleg nem létező) egymástól elválasztott vagy csak a szélekkel érintkező intervallumoknak egy oly megszámlálható vagy véges sokasága, hogy ezen intervallumok belső pontjai nem pontjai a sokaságnak.

Legyen egy ily intervallum (y_1, y_2) .

x, y_1 és x, y_2 a V pontjai. $\phi(x, y_1)$ és $\phi(x, y_2)$ tehát az 1. vagy 2. alapján definiálva vannak.

Legyen, ha y az (y_1, y_2) belsejében van,

$$\phi(x, y) = \frac{\phi(x, y_2) - \phi(x, y_1)}{y_2 - y_1} (y - y_1) + \phi(x, y_1),$$

azaz legyen $\phi(x, y)$ az $x = \text{const.}$ vonal (y_1, y_2) intervallumában lineáris.

Tétel.

1. A már véges és egyértékű $\phi(x, y)$ folytonos is. Azaz

$$z = \phi(x, y)$$

egy felület.

2. Minden $z = \text{const.}$ metszete összefüggő.

3. Ha a $\phi, z = \text{const.}$ metszetének z' -je zérus terjedelmű, akkor e metszet az f felületen fekszik.

4. Az említett (y_1, y_2) -ben $\phi(x, y), x = x$ -re constans.

Hasonlóképp, ha az $y = \text{const.}$ metszeten x_1 és x_2 oly pontok, hogy

$$\phi(x_1, y) = f(x_1, y), \quad \phi(x_2, y) = f(x_2, y),$$

de (x_1, x_2) belsején

$$\phi(x, y) \neq f(x, y),$$

akkor $\phi(x, y)$ az $y = \text{const.}$ metszeten (x_1, x_2) pontjaira constans.

5. A $(0, a; 0, b)$ akármely paralelogrammjára is a ϕ -re képezett t -féle érték (l. előzmények) nem nagyobb az f -re képezettnél.

Tétel. Ha tehát az ezen fejezetben említett $z = f(x, y)$ véges területű, akkor van egy másodfajú Z sokasága a $(0, c)$ -nek, úgy hogy:

1. A felület $Z = \text{const.}$ metszete egy véges ívhosszú, magát nem metsző görbét tartalmaz, mely az $x=0$ sík egy pontjától az $x=a$ sík egy pontjáig megy.

2. Egy ily görbe része a többiek derivált idomának.*

* Ha $Z_1 < Z_2$, a Z_1 görbéjének az xz síkhoz közelebb eső pontjai vannak, mint a Z_2 görbéjének. Z_1 görbéje határa úgy a Z_1 -nél nagyobb Z értékekhez való, mint a Z_1 -nél kisebb Z értékekhez való görbéknek.

De e derivált idom a görbéken kívül más pontokat is tartalmaz.

3. Legyen a görbe ívhossza $U(Z)$, akkor $U(\bar{Z})$ alulról folytonos függvény és

$$\int_0^c U(Z) dz$$

véges.

Függelék.

Legyenek A, B, C, D a felület azon pontjai, a melyeknek x, y coordinátái

$$x_i, y_j, x_i, y_{j+1}, x_{i+1}, y_{j+1}, x_{i+1}, y_j.$$

B' legyen azon pont, a mely az ACD pontokkal oly parallelogrammot képez, hogy A és C , B' és D átellenes csúcsok.

Legyen az $x_i = \text{const.}$ metszetben az \widehat{AB} ív és az \overline{AB} húr által «bezárt» terület $\theta_{i,j}^y$ és a $\widehat{BC}, \overline{BC}; \widehat{CD}, \overline{CD}; \widehat{DA}, \overline{DA}$ által hasonlóképp bezárt területek legyenek $\theta_{i,j+1}^x, \theta_{i+1,j}^y, \theta_{i,j}^x$.

Legyen $t_{i,j}$ azon érték, a mely az $(x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1})$ parallelogrammra vonatkozólag az, a mi t a $(0, a; 0, b)$ -ra vonatkozólag.

Egy munkámban kimutattam, hogy ha a $z=f(x, y)$ eleget tesz a LIPSCHITZ-féle feltételnek, lehet oly X_l, Y_m beosztási sorozatot találni, hogy ha csak r elég nagy:

$$X_l Y_m (\theta_{i,j}^y + \theta_{i,j+1}^x + \theta_{i+1,j}^y + \theta_{i,j}^x),$$

$$X_l Y_m |t_{i,j} - (ABC + ADC)|,$$

$$X_l Y_m |t_{i,j} - AB'CD|,$$

$$X_l Y_m (ABB' + BB'C)$$

tetszőleges kicsinyek.

Innen következtethető, hogy a felület területe t (mert a terület t -nél kisebb nem lehet), továbbá a területnek a PEANO-féle definitio alapján meghatározott értéke is t és még az invariants értéke is t .

A LIPSCHITZ-féle feltételnek eleget tevő felületnél követett eljárás kellő módosítással az általános $z=f(x, y)$ felületre is alkalmazható, azzal a különbséggel, hogy a fenti négy összegből bizonyos összeadandókat el kell hagyni, ha azt akarjuk, hogy az összegek tetszőleges kicsik legyenek.

Ezen elhagyandó részek azonban oly beosztási parallelogrammokra vonatkoznak, a melyek területének összege a beosztás kellő választásával kisebbé tehető, mint egy előre megadott szám.

Tehát a polyeder, a mely az idézett három probléma megoldására alkalmas, az xy sík legnagyobb része felett meg van szerkesztve.

Jelentse p_1 azon parallelogrammokat és e parallelogrammok területeinek összegét, a melyek felett a polyeder részei nem alkalmasak a három probléma megoldására.

Minden ily parallelogrammba egy vele parallel oldalú és öt majdnem betöltő parallelogrammot írunk.

A két-két parallelogramm közt fenmaradó öv felett levő felületi darabokba a polyeder beírása aránylag könnyű — s legvégül történhetik —, s a polyeder ezen lapjainak a területi összege tetszőleges kicsi lehet.

Ez okból még az öveket is elejtem.

A p_1 parallelogrammokat beosztásoknak vetjük alá s így a polyedernek újabb alkalmas részeit szerkesztjük. De megint fenmaradnak (a p_1 -ek belsejébe eső) p_2 parallelogrammok, a melyek felett levő részei a polyedernek a czélnak meg nem felelnek.

Általában akármeddig is folytatjuk ezen eljárást, akárhányadik «albeosztás» után is maradnak meg oly parallelogrammok, a melyek felett a polyeder részei a czélnak meg nem felelnek.

De p_1 tetszőleges kicsi lehet p_2 is, azaz, ha a $(k-1)$ -ik albeosztás «kivételes» parallelogrammjai p_k s területeik összege is p_k :

$$\lim_{k=\infty} p_k = 0,$$

p_{k-1} a p_k -t bezárja.

Tehát azon pontok összessége, a melyekhez bármi is a k , van oly p_k -féle parallelogramm, a mely őket bezárja, egy zérus terjedelmű, relativ perfect Q sokaságot képez.

Q -nak azon a sajátságán kívül, hogy zérus terjedelmű relativ perfect, semmi más ismertető jele nincs.

A $z=f(x, y)$ felület quadrálásánál követendő eljárás tehát attól függ, hogy mikép viselkedik az f egy zérus terjedelmű relativ perfect Q sokaságra vonatkozólag.

Legyen $\varepsilon_{i,j}=1$, ha Q -nak az $(x_i, x_{i+1}; y_j, y_{j+1})$ -be vagy szélére pontja esik; ha nem esik, akkor $\varepsilon_{i,j}$ zérus legyen.

$$XY^{\varepsilon_{i,j}}\beta_{i,j}, \quad XY^{\varepsilon_{i,j}}\cdot\gamma_{i,j}$$

ha a terület véges létezők és végesek. Legyen jelük β_Q, γ_Q .*
 β_Q és γ_Q általában nem zérusok. Ez a $z=f(x, y)$ quadraturájának a főnehézsége.

Ha bármily Q -ra is

$$\beta_Q = \gamma_Q = 0,$$

a felület egy utolsó albeosztással quadrálható és a beírt polyeder segélyével a három probléma megoldható.

Ha $\beta_Q = 0$, de $\gamma_Q > 0$, a felület egy utolsó albeosztással quadrálható, de a három probléma közül csakis a két első oldatik meg az így beírt polyeder segélyével.

Közlöm a $z=f(x, y)$ egy osztályát, a melyre $\beta_Q = 0$, bármi is a Q .

Legyen $z = \varphi(y)$ egy görbe vonal, azaz y a $(0, b)$ -ben változván, legyen φ egyértékű, határolt és folytonos. Legyen l' egy a $(0, b)$ -ben fekvő és zérus terjedelmű sokaság. Zárassék véges számú intervallumokba, ezek hosszainak összege legyen d . Legyen s az ezen intervallumokra vonatkozó ívhosszak összege.

$$\lim_{d=0} s$$

meghatározott és általában $+\infty$.

* Ha Ω a CANTOR-féle transfinit szám és Q -nak Ω -rendű deriváltja, Q^{Ω}, Q^{Ω} vagy nem létező vagy perfect.

$$\beta_Q = \beta_{Q^{\Omega}}, \quad \gamma_Q = \gamma_{Q^{\Omega}}.$$

Ha van legalább egy P úgy, hogy $\lim_{a \rightarrow 0} s > 0$, azt mondom, hogy $\varphi(y)$ egy közönséges görbe.

Ha a $z = f(x, y)$ véges területű, vagy ha csak

$$\int_0^a I_y(x) dx$$

véges és azon x értékek, a melyekre az $x = \text{const.}$ metszet egy közönséges görbe, csak egy oly sokaságot képeznek, a mely BAIRE elnevezése szerint elsőfajú, akkor

$$\beta_Q = 0$$

bármilyen is a Q .

Ily felület például az, a melynél minden $x = \text{const.}$ metszet y szerint való négy deriváltja határolt függvény, bár a deriváltak összessége nem szükségkép határolt.

Ha még a deriváltak összessége is határolt, a felület quadrálására albeosztások nem szükségesek. Egy oly felület, a melynél

$$\beta_Q = \gamma_Q = 0$$

nyilván a következő: van egy Q' zérus terjedelmű relativ perfect sokaság, úgy hogy ha e sokaság parallelogrammokba záratik (a melyek területének összege tetszőleges kicsi lehet), a $z = f(x, y)$ minden oly pontra, a mely a parallelogrammokon kívül esik, eleget tesz a LIPSCHITZ-féle feltételnek és még

$$\beta_{Q'} = \gamma_{Q'} = 0.$$

E felület egy különös esete az, midőn az x , illetve y szerint való négy-négy derivált integrálható — az integrált JORDAN általánosítása szerint véve — s ekkor

$$T = \int_0^a \int_0^b (1 + \lambda_y^2 + \lambda_x^2)^{\frac{1}{2}} dx dy,$$

λ_y alatt az y , λ_x alatt az x szerint való négy derivált bármelyikét értve, úgy hogy a területet 16 függvény integrálja fejezi ki.

Félreértés elkerülése végett kiemelem, hogy ha Q' azon

sokaság, a melyre $|\lambda_x| + |\lambda_y|$ felső határa $+\infty$, ez a Q' a fentebbi sokaság.

Vannak oly $z = f(x, y)$ felületek, hogy

$$\int_0^a \int_0^b (1 + \lambda_y^2 + \lambda_x^2)^{\frac{1}{2}} dx dy$$

létező, de értéke kisebb T -nél.

Az általános $z = f(x, y)$ felületnél

$$\beta_Q > 0, \quad \gamma_Q > 0,$$

a felület nem quadrálható az xy sík derékszögű beosztásainak segélyével. Ekkor és a $\beta_Q = 0, \gamma_Q > 0$ esetben az invariánsról szóló tétel kimutatására a felület egyes (ρ_k felett fekvő) darabjaiba a polyeder beírása a $z = \text{const.}$ metszetek segélyével történik.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 június 15.-én tartott üléséből.)

ERDEI FÁK LEVELEINEK NITROGÉNTARTALMÁRÓL.

ZEMPLEN GÉZÁ-661.

A növények nitrogénfelvételére vonatkozó, legújabban felmerült kérdéseknek¹ az erdei fáknál való tanulmányozását ROTH Gyulával együtt végeztem és vizsgálatainkról más helyen számoltunk be.² Közös kutatásaink eredménye szintén JAMIESON álláspontját erősíti meg, a mennyiben arra lehet belőlük következtetni, hogy az erdei fák is nitrogénszükségletüket valószínűleg a levegőből fedezik: a mi pedig az eddig elfogadott nézettel ellenkezésben áll.

Ezen kérdés tanulmányozása közben szükségünk volt arra, hogy különféle fák lombleveleinek lehetőleg pontosan meghatározzuk a nitrogéntartalmát. Ezen meghatározásokról és a belőlük levonható eredményekről akarok jelen dolgozatban beszámolni.

Mivel az irodalomban erre vonatkozólag csak kevés és hiányos adatot találhatunk, a meghatározásokra különös gondot fordítottam és rendszeren két- vagy háromszor állapítottam meg egy-egy faj nitrogénszázalékát. A meghatározások átlagos maximális hibája 0.04% volt.

Vizsgálati anyagul csakis a levéllemezek szolgáltak, a melyek mind a selmeczbányai botanikus kertből valók; a levél-nyelek nem, mert ez utóbbiak nitrogéntartalomban inkább a fiatal ágakat közelítik meg. A próbákat 105°-nál szárítottam meg s bennök KJELDHAHL módszere szerint állapítottam meg a

¹ I. JAMIESON: Agricultural Research Association, Research Station Glasterberry, Miltimber, Aberdeen 1905. és 1906; lásd továbbá: Annales de la science agronomique française et étrangère 1906. I. 61—132. 1. és 1907. I. 1—47. 1.

² Erdészeti kísérletek 1908. évf. 1. füzet.

nitrogén százalékát. A képződött ammoniát $\frac{1}{10}$ normál kén-savba fogtam fel és a fölös savat $\frac{1}{10}$ normál nátronlúggal titráltam vissza, methyloranget használva indikátorul.

Az adatok felsorolásakor külön tárgyalom az Angiospermákat, külön a Gymnospermákat, még pedig egyszerűség kedvéért betűrendben.

Ezen adatok alapján a nitrogéntartalom nagysága szerint a következő sorozatot állítottam össze: (lásd a táblázatokat a 515—517. oldalakon.)

Angiospermæ.

<i>Sophora japonica</i>	4·84 %
<i>Robinia Pseudacacia</i>	4·41 "
<i>Morus alba</i>	3·95 "
<i>Juglans regia</i>	3·60 "
<i>Tilia grandifolia</i>	3·51 "
<i>Viburnum Opulus</i>	3·51 "
<i>Juglans nigra</i>	3·48 "
<i>Celtis australis</i>	3·34 "
<i>Carya alba</i>	3·31 "
<i>Alnus glutinosa</i>	3·29 "
<i>Corylus Avellana</i>	3·14 "
<i>Acer platanoides</i>	3·13 "
<i>Sorbus Aucuparia</i>	3·12 "
<i>Quercus pedunculata</i>	3·09 "
<i>Quercus conferta</i>	3·05 "
<i>Corylus tubulosa</i> var. <i>atropurpurea</i> ..	2·96 "
<i>Carpinus Betulus</i>	2·93 "
<i>Ribes rubrum</i>	2·92 "
<i>Aesculus Hippocastanum</i>	2·86 "
<i>Fraxinus excelsior</i>	2·84 "
<i>Rosa canina</i>	2·83 "
<i>Robinia hispida</i>	2·78 "
<i>Castanea vesca</i>	2·70 "
<i>Ribes Grossularia</i>	2·69 "
<i>Tilia tomentosa</i>	2·59 "

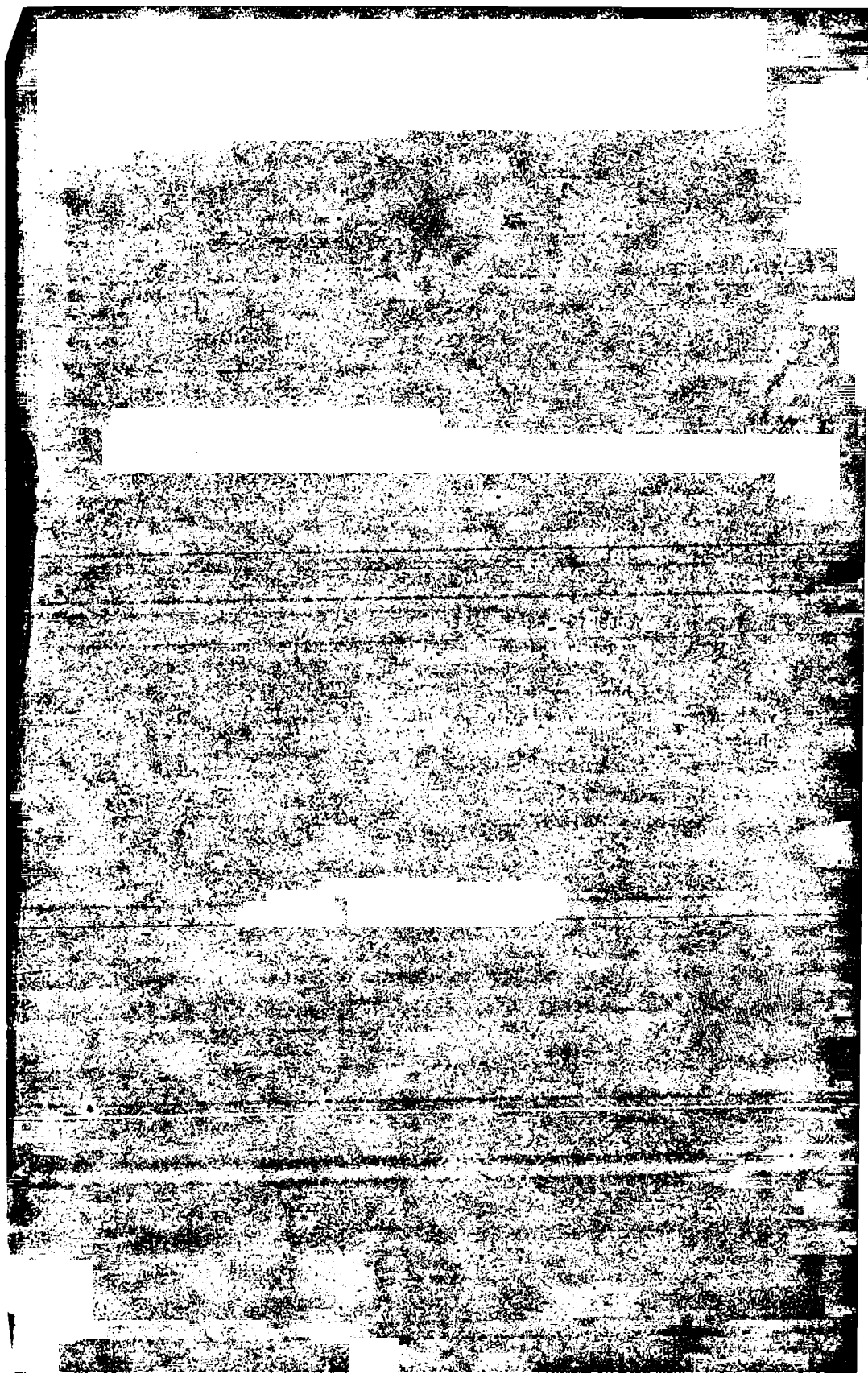
N é v	Próbavétel napja	Meghatározásra szolgáló anyag gr.-ban	A képződött ammonia felvétele az útszélesség 1/10 n. kéneav cm ² -ben	Enek megfelelő nitrogén-tartalom gr.-ban	Nitrogén		Maximális hiba
					‰	Nitrogén % közepértéke	
Angiospermae							
Acer platanoides	junius 22.	0.5890	3.13	0.01838	3.12	3.13	0.03
		0.8077	18.17	0.02544	3.15		
Acer pseudoplatanus	junius 12.	0.5779	9.84	0.01378	2.40	2.44	0.09
		0.6278	11.35	0.01589	2.53		
Aesculus hyppocastanum	junius 12.	0.8057	13.81	0.01933	2.40	2.86	0.13
		0.9971	19.63	0.02748	2.76		
Alnus glutinosa	junius 23.	0.7254	14.67	0.02054	2.83	3.29	0.06
		0.7658	16.38	0.02293	2.99		
Betula carpatica	junius 12.	0.8640	19.95	0.02793	3.24	2.25	0.05
		0.6664	15.95	0.02233	3.35		
Carpinus betulus	junius 12.	0.4935	7.71	0.01079	2.20	2.93	0.02
		0.6188	10.17	0.01424	2.30		
Carya alba	junius 12.	0.5045	10.43	0.01460	2.91	3.31	0.01
		0.8680	18.32	0.02565	2.95		
Castanea vesca	junius 12.	0.4515	10.66	0.01492	3.31	2.70	0.00
		0.5994	14.21	0.01989	3.32		
Celtis australis	junius 12.	0.7603	10.34	0.02052	2.70	3.34	0.03
		0.8483	8.63	0.02292	2.70		
Corylus Avellana	junius 12.	0.9016	21.52	0.03013	3.34	3.14	0.09
		0.9833	23.32	0.03265	3.32		
Corylus tubulosa v. atropurpurea	junius 17.	0.7373	17.73	0.02482	3.37	2.96	0.02
		0.7118	16.42	0.02299	3.23		
Corylus tubulosa v. atropurpurea	junius 17.	0.6475	14.27	0.01998	3.09	2.46	0.03
		0.8847	19.58	0.02731	3.09		
Fagus sylvatica	junius 17.	0.6130	12.98	0.01817	2.96	2.84	0.05
		0.8539	17.93	0.02509	2.94		
Fraxinus excelsior	junius 17.	0.7625	16.25	0.02275	2.98	2.80	0.03
		0.5951	10.51	0.01471	2.47		
Ilex aquifolium	junius 26.	0.8775	15.21	0.02129	2.43	2.03	0.04
		0.5662	10.04	0.01406	2.48		
Ilex aquifolium	junius 26.	0.5706	11.85	0.01659	2.89	2.00	0.04
		0.8812	17.61	0.02465	2.80		

N é v	Próbavétel napja	Megtartó-zásra szolgáló anyag gr.-ban	A képződött ammónia-telíté-sére azútképes 1,0 n. kénsv cm ³ -ben	Ennek megfelelő nitrogén-tar-talom gr.-ban	Nitrogén		Maximalis liha
					‰	Nitrogén % középértéke	
Angiosperma							
Juglans nigra	junius 10.	0-8414 0-6065	20-58 15-41	0-02881 0-02157	3-42 3-56	3-48	0-06
Juglans regia	junius 10.	0-9320 0-5440	23-89 14-01	0-03345 0-01961	3-60 3-60	3-60	0-00
Morus alba	junius 23.	0-5691 0-7203	16-26 20-13	0-02276 0-02818	4-00 3-91	3-95	0-05
Quercus conferta	junius 10.	0-8926 0-9952 0-8095	19-76 22-17 16-98	0-02766 0-03104 0-02377	3-10 3-12 2-94	3-05	0 11
Quercus pedunculata	junius 23.	0-4489 0-5451	9-93 11-99	0-01390 0-01679	3-10 3-08	3 09	0-01
Quercus sessiliflora	junius 23.	0-8174 0-8948	14-30 16-22	0-02002 0-02271	2-45 2-55	2-50	0-05
Ribes grossularia	junius 17.	0-5119 0-6252	9-81 12-11	0-01373 0-01695	2-68 2-71	2-69	0-02
Ribes rubrum	junius 17.	0-4253 0-5724 0-7498	8-59 12-04 16-02	0-01203 0-01686 0-02243	2-83 2-94 2-99	2-92	0-07
Robinia hispida L.	jul. 1.	1-1461	22-73	0-03182	—	2-78	—
Robinia Pseudacacia	junius 17.	0-7693 0-7492 0-5125	23-84 23-84 16-25	0-03376 0-03376 0-02275	4-34 4-45 4-44	4-41	0-07
Rosa canina	junius 23.	0-4683 0-5772	9-39 11-77	0-01315 0-01648	2-81 2-85	2-83	0-02
Sophora japonica	junius 23.	0-7923 0-7509	26-52 25-63	0-03693 0-03588	4-91 4-78	4-84	00-7
Sorbus Aucuparia	junius 23.	0-3712 0-2601	8-44 5-69	0-01182 0-00797	3-18 3-06	3-12	0-06
Tilia grandifolia	junius 12.	0-5960 0-6351	12-98 13-53	0-01817 0-01894	3-05 2-98	3-51	0-04
Tilia tomentosa	junius 22.	0-4229 0-5077	8-11 9-01	0-01135 0-01261	2-68 2-50	2-59	0-09
Viburnum Opulus flore pleno	junius 17.	0-7798 0-7895	19-41 19-88	0-02717 0-02783	3-49 3-53	3-51	0-02

Vadász: Ásványkiválások a tatabányai eocén barnakőszénképződésben.

IV. Alumíniumhidroxidos ásványkiválások elemzési táblázata (GÉDEON TIHAMÉR elemzése alapján).

Sorszám	A minta származási helye	Ásvány — közetminősítés	Elemzési adatok														Elemzésből számított ásványos értékek						Sorszám	
			Al ₂ O ₃	SiO ₂	Fe ₂ O ₃	Fe	TiO ₂	CaO	MgO	S	SO ₃	CO ₂	H ₂ O	C	Izzítási veszteség	Összesen	CaCO ₃	MgCO ₃	FeS ₂	Al ₂ O ₃ H ₂ O	Al ₂ O ₃ H ₂ O	Kaolin		Kvarc
1.	Tatabánya, VI. akna 4. em összefüggő felső réteg- beagyazás	alumíniumhidrátos agyagmárga	40.50	21.90	0.40	—	0.60	2.70	—	0	—	2.12	18.23	—	18.35	100.30	4.82	—	—	33.55	—	47.08	—	1.
2.	Tatabánya, VI. akna 1 cm összefüggő alsó réteg- beagyazás	alumíniumhidrátos agyagmárga	40.60	21.00	1.55	—	1.25	1.50	—	0	—	1.18	18.45	—	14.37	99.90	2.68	—	—	34.90	—	45.15	—	2.
3.	Tatabánya, VII. akna pirites réteg az ásványos kiválás helyén	pirit, kevés agyagos barnakőszénnel	2.10	0.18	—	38.99	0	ny.	—	44.56	—	—	—	14.00	—	99.83	—	—	83.55	—	—	—	—	3.
4.	Tatabánya, VIII. akna ásványos lenese	meszes alumíniumhidroxid	39.06	0.56	0.90	—	0	19.50	3.80	ny.	—	17.30	20.60	—	—	101.72	34.80	7.95	—	59.74	—	—	—	4.
5.	Tatabánya, IX. akna felső ásványos zsinór pirit- oidos lenese	meszes alumíniumhidroxidos pirit	14.90	0	—	28.37	0	13.10	ny.	27.28	—	10.48	9.72	—	—	97.55	23.58	—	51.15	22.82	—	—	—	5.
6.	Tatabánya, IX. akna felső ásványzsinór piritoidos, gömbügrkristályos anyag	pirites meszes alumínium- hidroxid	17.20	0	—	19.25	0	9.80	—	22.00	ny.	7.84	9.14	6.56	—	91.79	17.64	—	41.25	26.34	—	—	—	6.
7.	Tatabánya, IX. akna alsó ásványos zsinór kemény, tömött pirites anyag	pirites alumíniumhidroxidos mészke	10.60	0	—	21.77	0	19.28	—	24.88	—	15.42	6.00	—	—	97.95	34.70	—	46.65	16.22	—	—	—	7.
8.	Tatabánya, IX. akna alsó ásványos zsinór szürke gömbügras, cseppkőszzerű és piritoidos	pirites meszes alumínium- hidroxid	18.90	0.10	—	20.86	0	12.96	—	23.84	—	10.36	10.06	—	—	97.08	23.32	—	44.70	28.96	—	—	—	8.
9.	Tatabánya, IX. akna alsó ásványos zsinór, zöldes gömbügras anyag	alumíniumhidroxidos pirit	10.20	0	—	35.91	ny.	2.10	—	41.04	—	1.68	5.42	—	—	96.35	3.78	—	76.95	15.62	—	—	—	9.
10.	Tatabánya, X. akna, felső ásványos zsinór fehér, lágú, tömött egynemű anyag	pirites meszes alumínium- hidroxid	28.25	0.10	—	22.40	0	8.60	—	26.29	—	6.75	10.02	—	—	102.41	15.35	—	48.96	43.27	—	—	—	10.
11.	Tatabánya, X. akna, felső ásványos zsinór fölötti összefüggő, egynemű réteg	meszes alumíniumhidroxid	48.60	16.62	1.00	—	0.60	—	1.90	0	—	1.49	23.31	7.46	32.26	—	3.39	—	1.50	52.85	—	35.73	—	11.
12.	Tatabánya, X. akna, felső ásványos zsinór fölötti összefüggő, egynemű réteg	meszes alumíniumhidroxid	43.60	19.85	0.50	—	0.50	4.25	—	—	—	3.33	20.25	—	6.17	98.45	7.58	—	—	41.00	—	42.70	—	12.
13.	X. akna, felső ásványos zsinór kemény, sárgásbarna, egynemű lenese	meszes alumíniumhidroxid	32.30	0.04	7.60	—	0	26.00	ny.	—	—	19.28	16.15	—	—	101.22	46.28	—	—	48.45	—	—	—	13.
14.	Tatabánya, X. akna felső ásványos zsinór lágú, tömött anyaga, 55% közetanyaga 100%-ra átszámítva	meszes alumíniumhidroxid	62.75	0.22	2.89	—	—	14.71	1.91	—	3.48	1.88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14.
15.	Tatabánya, X. akna alsó ásványos zsinór összefüggő hamuszürke kiékelődő rétege	mész márga	12.92	13.48	1.60	—	0	25.50	4.00	—	—	24.50	4.85	7.19	—	94.04	45.90	8.10	—	2.25	—	29.00	—	15.
16.	Tatabánya, X. akna felső ásványos kiválás fölötti össze- függő rétegbeagyazás	alumíniumhidroxidos mész márga	16.42	6.36	4.40	—	0	27.00	2.50	—	—	27.20	7.78	8.72	—	100.38	48.60	5.10	—	16.88	—	13.68	—	16.
17.	Tatabánya, X. akna, ásványos zsinór fölötti, összefüggő kőszén- eres réteg	meszes alumíniumhidroxid	41.40	15.10	1.20	—	0.60	5.40	ny.	—	—	4.32	19.77	10.47	—	98.26	9.72	—	—	43.80	—	32.47	—	17.
18.	Tatabánya, XI. akna, ásványos zsinór lágú, sárgásfehér egynemű anyaga	agyagmárga	12.50	53.92	2.50	—	0	9.50	2.20	—	—	9.85	9.87	—	—	100.34	16.95	4.60	—	—	—	31.62	39.18	18.
19.	Tatabánya, XI. akna, ásványos zsinór kemény, sárgásbarna, tömött, egynemű anyag	meszes alumíniumhidroxid	44.28	0.38	0.42	—	0	18.50	0.22	—	—	14.51	19.93	—	—	98.24	33.01	0.46	—	67.70	—	—	—	19.
20.	Tatabánya, XI. akna ásványos zsinór cukorszemeses kemény anyag	dolomitos mészke	5.92	0.24	0.52	—	0	31.20	17.02	—	—	43.06	1.03	—	—	99.00	55.60	35.60	—	—	6.95	—	—	20.
21.	Tatabánya, XI. akna ásványos zsinór, kristályos-gömbügras oolitos anyag	meszes alumíniumhidroxid	35.35	0	1.25	—	0	16.20	0.58	—	ny.	12.71	18.69	—	15.37	100.15	28.91	1.21	—	54.15	—	—	—	21.
22.	Tatabánya, XI. akna, ásványos zsinór fehér pontokból álló, pirit- foltos alapanyaga	pirites szenes agyag	39.40	29.18	—	2.52	0.70	ny.	—	2.88	—	—	16.55	8.54	—	99.77	—	—	5.40	22.40	—	62.73	—	22.
23.	Tatabánya, XI. akna, ásványos zsinór fehérpontos szenes agyag piritesomói	alumíniumhidroxidos pirit	7.61	0	—	38.74	0.50	ny.	0	44.51	—	—	4.02	5.02	—	100.40	—	—	83.25	11.63	—	—	—	23.
24.	Tatabánya, XIV. akna, ásványos zsinór, fehér, lágú, egynemű anyag	pirites meszes alumínium- hidroxid	48.40	0.04	—	8.40	0	5.00	—	9.63	—	3.90	25.74	—	—	101.11	8.90	—	18.03	74.14	—	—	—	24.
25.	Tatabánya, X. akna, sötétszürke agyagrétegének oidjai a fekvő rétegekből	tömött hidrargillit	58.05	3.06	4.05	—	2.40	—	—	2.05	—	—	—	—	—	31.37	—	—	3.88	84.98	—	6.67	—	25.
26.	Tatabánya, IX. akna, oidos agyag a fekvő rétegekből	hidrargillit	51.91	7.32	10.30	—	2.60	—	—	1.05	—	—	—	—	—	26.94	—	—	1.97	70.31	—	15.03	—	26.



N é v	Probavétel napja	Meghatározásra szolgáló anyag gr.-ban	A képződött ammónia téli-nyári sűrűsége 1/10 n. kénsav cm ³ -ben	Emnek megfelelő nitrogén-tartalom gr.-ban	Nitrogén		Maximalis hiba
					‰	Nitrogén ‰ középértéke	
Gymnospermæ.							
Abies alba	junius 10.	1·0750	9·34	0·01307	1·22	1·16	0·06
		0·7567	5·94	0·00816	1·10		
		1·2215	10·12	0·01468	1·16		
Cedrus Libani	junius 12.	1·2165	12·14	0·01697	1·40	1·42	0·02
		1·7318	17·64	0·02469	1·43		
Ginkgo biloba	junius 17.	1·2160	23·59	0·03303	2·72	2·68	0·04
		1·1115	20·98	0·02937	2·64		
Larix europea	junius 17.	0·5556	11·41	0·01597	2·87	2·83	0·04
		0·6767	13·59	0·01903	2·81		
		0·5229	10·59	0·01483	2·83		
Picea excelsa	junius 10.	0·8613	8·41	0·01177	1·37	1·38	0·02
		1·2958	12·56	0·01758	1·36		
		1·1573	11·54	0·01616	1·40		
Pinus excelsa idei levelek	junius 17.	0·6800	9·18	0·01285	1·89	1·92	0·03
		1·0041	13·70	0·01918	1·91		
		1·1884	16·56	0·02318	1·95		
Pinus excelsa mult évi levelek	junius 17.	0·9824	12·04	0·01686	1·71	1·70	0·01
		0·8100	9·75	0·01365	1·70		
Pinus silvestris	junius 23.	1·3098	15·77	0·02208	1·68	1·70	0·02
		1·4388	17·65	0·02471	1·72		
Pinus Strobus	junius 10.	1·3013	16·69	0·02337	1·80	1·85	0·08
		0·9509	12·37	0·01732	1·82		
		0·6128	8·47	0·01186	1·93		
Thuja gigantea	junius 23.	1·4913	15·79	0·02198	1·48	1·45	0·03
		1·4634	14·86	0·02080	1·42		

<i>Quercus sessiliflora</i>	2.50 %
<i>Fagus sylvatica</i>	2.46 "
<i>Acer pseudoplatanus</i>	2.44 "
<i>Betula carpathica</i>	2.25 "
<i>Ilex aquifolium</i>	2.03 "

Gymnospermæ.

<i>Larix Europea</i>	2.83 %
<i>Ginkgo biloba</i>	2.68 "
<i>Pinus excelsa</i> (idei levelek).....	1.92 "
<i>Pinus Strobus</i>	1.85 "
<i>Pinus excelsa</i> (régí levelek).....	1.70 "
<i>Pinus silvestris</i>	1.70 "
<i>Thuja gigantea</i>	1.45 "
<i>Cedrus Libani</i>	1.42 "
<i>Picea excelsa</i>	1.38 "
<i>Abies alba</i>	1.16 "

Az Angiospermák leveleinek átlagos nitrogéntartalma ezen adatokból kiszámítva 3.09%, a Gymnospermáké ellenben csak 1.80%, tehát jóval csekélyebb.

Egy pillantást vetve a sorozatra, látjuk, hogy az Angiospermák között az *Ilex aquifolium*, a mely pedig lombját télen át is megtartja, csak olyan kevés nitrogéntartalmat mutat, mint a mekkora a Gymnospermákra jellemző. Viszont a Gymnospermák közül a két első tag: a *Larix Europea* és a *Ginkgo biloba*, melyet lombot hullatók, majdnem oly sok nitrogént tartalmaznak leveleikben, mint átlagosan a lombfák.

JAMIESON feltevése ha nem is egész világosan mutatja, de sejteti legalább ezen összefüggés magyarázatát. Ő szerinte a növények külön e célra kialakult szórképletek segítségével alakítanak át a levegő nitrogénjét fehérjékké. A fehérje képződését e szórképletekben kémlőszerekkel (jód, biuret, Millon) nyomról-nyomra követni lehet. Rotmál együtt végzett kutatásaink alkalmával szintén sikerült minden fánál, melyet közelebről megvizsgáltunk, ily szerveget találni, melyeknek egy része

már régebben ismeretes volt «mirigyszőr» néven. Ezen, hogy úgy mondjuk «nitrogént asszimiláló» képletek az Angiospermáknál sokkal szembeötlőbb módon lépnek fel s működésük is élénkebb, mint a Gymnospermáknál, mely utóbbiak azonban úgy látszik sokkal hosszabb időn keresztül teljesíthetik feladatukat, bár nem oly nagy mértékben. Talán így értelmezhető, hogy a Gymnospermáknál a kimutatható nitrogéntartalom jóval alacsonyabb. Az *Ilex aquifolium*-nál ily szerveket találni eddig nem sikerült, a mi meg is felel csekély nitrogéntartalmának.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908 okt. 19.-én tartott üléséből.)

A FÉMEK ERŐLTETÉSI VONALAIRÓL.

RÉTHY MÓR r. tagtól.

(Első közlemény.)

1. Ha sima felszínű fémek a rugalmassági határon túl vétetnek igénybe, akkor a felszínen sajátságos és szabályszerűségükkel meglepő vonalseregek mutatkoznak. A tüneményt W. LÜDERS figyelte meg legelőször,¹ részletesen és rendszeresen azonban L. HARTMANN, francia tüzérségi kapitány csak napjainkban írta le² és vizsgálatait a következő törvényben foglalta össze:

1. Nagy erőltetés folytán a testek belső deformációja felületseregeket hoz létre, melyek egymástól közönséges elastikus deformációban levő régiók által vannak elválasztva; a felületek száma és intervallumaik nagysága pedig a kifejtett erők intenzitásától függ.

2. E felületseregek a szabad felszíneket oly vonalak szerint metszik, melyek minden pontban állandó nagyságú szöget zárnak be az ottani erő irányával. E szög értéke a különböző vonalseregek szerint 0° , 90° , α° vagy $90^\circ - \alpha^\circ$, hol α a szóban levő test anyagának jellemző állandója.

DUGUET, MOHR és MESNAGER a tüneményt statikai úton belső surlódással magyarázzák, mely a rugalmas erők hatását

¹ DINGLER: Polyt. Journal, 1860, 155. kötet, 18—22. oldal.

² Distribution des deformations dans les métaux soumis à des efforts, 1896. pag. 3—197. Communications du Congrès international 1901; Phénomènes, qui accompagnant la déformation permanente des métaux, pag. 95—141.

módosítja. REJTŐ SÁNDOR kollegám a belső surlódáson kívül a molekulák súlypontjainak elrendezésében bizonyos szabályszerűséget tételez fel; kiemelem, hogy e feltevéseket nem ad hoc gondolta ki, sőt inkább a későbbi időben tett HARTMANN-féle észleletek némiképen az ő feltevéseinek igazolására szolgálhatnak. RICOUR¹ szerint az volna a tünemény oka, hogy a molekulák alakja polyedrikus.

Voltaképen azonban csak a REJTŐTől úgy nevezett hatásszög (az α) fellépése lel ily módon magyarázatot, míg a vonalak egyenlő távolúságát ez elméletek nem is érintik; többet mondok: a magyarázatok szerint bizonyos irányok kitérnek ugyan minden más irányokkal szemben, de hogy egyáltalán «distinct» vonalrendszerek keletkezzenek, arra semmi okot se szolgáltatnak. Tényleg úgy látom, hogy a tünemény oka nem is statikai, miként ez elméletek feltételezik, hanem dinamikai természetű: mint már OSMOND² jelzé, itt lényegileg mozgások interferenciájával, és (a mit magam teszek hozzá) az anyagnak a nagy erők behatása alatt létesülő sajátos részleges polározásával van dolgunk.

Vizsgálataimat ezúttal csak alapvonásaiban mutatom be és felhasználom az alkalmat, hogy nyilvánosan köszönetet mondjak REJTŐ SÁNDOR kollégámnak, ki engem a jelenséggel megismertetni szives volt.

2. A mozgás alapegyenleteit levezetendő, síkbeli mozgást fogok feltételezni. De egészen általános mozgás esetén is két új fogalmat hozok be; az egyik az anyag bizonyos fajta polározásának, a másik a nyomó erőpároknak a fogalma. Felteszem ugyanis, hogy az anyag nagy erők behatása alatt részekre oszlik egész kiterjedésében és homogén módon, mely részek «relativ» mozgásban vannak és egymásra nemcsak fajlagos nyomásokat, hanem fajlagos erőpárokat is gyakorolnak. Kicsiny erők esetén csakis az «alapanyag» mozgása mérvadó; nagy

¹ Lásd ugyanott Comm. . . . 1901; pag. 1—94.

² Felfogását csak HARTMANN-tól idézett ama szavaiból ismerem, melyek fentebb megnevezett 1901-beli közleményének 140—141. oldalán olvashatók.

erők esetén az anyag egyes részei fokozatosan polározódnak és e részek rezgő mozgása és a mozgási energiának lazítási munkává átalakulása idézi elő a HARTMANNTÓL észlelt erőltetési felületeket.

Hogy ilyen fokozatos polározódás megy végbe az erőkkel igénybe vett anyagban, azt bizonyítják újabb kísérletek, melyek szerint az igénybevétel folyamán mágneses tulajdonságai fokozatosan változnak.¹ Az a feltevés pedig, hogy ugyanabban a térben látszólag homogén anyag egyes részei önálló mozgásokat végezve egymásra hatnak, nem új: elegendő az anomál dispersio és az endosmosis elméleteire emlékeztetnem. Magam e feltevéseket tényleg csak azért tettem, mert a tüneményt nélkülük megmagyarázni hiába próbáltam.

E dolgozatomban síkbeli erőket és síkbeli mozgást feltevélezve kétféle hypothesis alapján két különböző egyenletrendszerre jutok. A nyújtott szalagon észlelt vonalrendszerek leírására formálisan mindkettő alkalmasnak látszik, de az első egyszerűbb. (Lásd 3. és 6. alatti alkalmazásukat.)

Az egyik egyenletrendszer a következő hypothesisen alapszik: Létezik két irány, melyekre merőleges lapokra eső nyomások, felbontva normális σ_i és tangenciális τ_i komponensekre, ezek között a

$$\tau_1 = f\sigma_1, \quad \tau_2 = -f\sigma_2 \quad (1)$$

egyenletek állanak fenn, hol f az anyag minőségétől függő állandó, melynek előjele az egyik polározott anyagrészt mozgását tekintve pozitív, a másikat tekintve negatív.

Ha x, y bármilyen irányú kartézisi koordináták e síkon, akkor ebből a hypothesisből használatos módszer útján következtetve, az x illetve y tengelyekre merőleges síkokra eső nyomások komponenseit a következő egyenletek adják meg:

$$\begin{aligned} X_x &= \sigma_1 \cos^2(x, 1) + \sigma_2 \cos^2(x, 2) + f(\sigma_1 - \sigma_2) \cos(x, 1) \cos(x, 2), \\ Y_x &= (\sigma_2 - \sigma_1) \cos(x, 1) \cos(x, 2) + f(\sigma_1 \cos^2(x, 1) + \sigma_2 \cos^2(x, 2)), \\ X_y &= (\sigma_2 - \sigma_1) \cos(x, 1) \cos(x, 2) - f(\sigma_1 \sin^2(x, 1) + \sigma_2 \sin^2(x, 2)), \\ Y_y &= \sigma_1 \sin^2(x, 1) + \sigma_2 \sin^2(x, 2) - f(\sigma_1 - \sigma_2) \cos(x, 1) \cos(x, 2). \end{aligned} \quad (2)$$

¹ GRAICHET, KISFALUDY PUHA ISTVÁN. M. Mérn. és Ép. E. Közlönye, 1907, 1908.

A (2) egyenletek levezetése ez:

Az 1 és 2 főirányokba felbontva az x normálisú lapra eső nyomást, legyenek a komponensek 1_x , 2_x . Akkor

$$\begin{aligned} 1_x &= \sigma_1 \cos(x, 1) + \tau_2 \cos(x, 2), \\ 2_x &= \tau_1 \cos(x, 1) + \sigma_2 \cos(x, 2). \end{aligned}$$

Jelölve már mostan eme 1_x , 2_x nyomás komponenseit az x -re magára N -nel, az x -re merőleges egyenesre T -vel, leszén

$$\begin{aligned} N &= 1_x \cos(x, 1) + 2_x \cos(x, 2), \\ T &= -1_x \cos(x, 2) + 2_x \cos(x, 1); \end{aligned}$$

tehát

$$\begin{aligned} N &= \sigma_1 \cos^2(x, 1) + \sigma_2 \cos^2(x, 2) + (\tau_1 - \tau_2) \cos(x, 1) \cos(x, 2), \\ T &= \tau_1 \cos^2(x, 1) + \tau_2 \cos^2(x, 2) + (\sigma_2 - \sigma_1) \cos(x, 1) \cos(x, 2). \end{aligned}$$

Ámde N és T más jelölésben N_x , N_y ; ha tehát ez egyenletekben τ_1 és τ_2 helyébe beteszem az (1) alatti értékeket, akkor megvan a (2) egyenletek közül az első kettő; a második kettő pedig per analogiam felírható.

Ez egyenletekből látható, hogy

$$N_x - N_y = f(\sigma_1 + \sigma_2). \quad (2')$$

Ha tehát $\sigma_1 + \sigma_2 \neq 0$, akkor a térlemben levő egyik polározott anyagrészeire bizonyos értelmű, a másakra ellenkező értelmű erőpár hat, melyek ennél fogva az *effés* test forgását nem befolyásolják.¹

A nyomás-komponenseknek f -fel nem szorzott additív részeiről felteszem, hogy a deformációtól függő potenciáljuk van. A rezgő mozgást meghatározó nyomáshullámzásoknál elegendő a potenciál F quadratikusan tagjait figyelembe venni.²
A KIRCHHOFF-féle

$$x_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad y_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad x_y = y_x = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

¹ V. ö. VOIGT: Theor. Phys. Bd. I, § 2. Legyen szabad megemlítenem, hogy VOIGT e vizsgálatait nem ismerve, a mechanika eme általánosításáról előadást tartottam volt a Math. és Phys. Társulat ülésén.

² Értetődik, hogy az F együtthatói csak akkor lesznek függetlenek a pontkoordinátáktól, ha az anyag minden pontban egyenlően van erőltetve.

jelölésekkel élve, írhatom ezek szerint a (2) alattiakat így:

$$\begin{aligned} -X_x &= \frac{\partial F}{\partial x_x} - f \frac{\partial F}{\partial x_y}, & -X_y &= \frac{\partial F}{\partial x_y} - f \frac{\partial F}{\partial y_y}, \\ -Y_x &= \frac{\partial F}{\partial y_x} + f \frac{\partial F}{\partial x_x}, & -Y_y &= \frac{\partial F}{\partial y_y} + f \frac{\partial F}{\partial y_x}. \end{aligned} \quad (3)$$

A mozgási egyenletek pedig

$$\ddot{\xi} = \frac{u+fv}{1+f^2}, \quad \ddot{\eta} = \frac{-fu+v}{1+f^2}$$

jelölésekkel élve a következők:

$$\begin{aligned} \mu \frac{d^2 \xi}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x_x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial x_y}, \\ \mu \frac{d^2 \eta}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial y_x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y_y}. \end{aligned} \quad (4)$$

A ξ , η rezgés az u , v rezgéshez képest $\arctg f$ szöggel el van forgatva és nagyítva is van $1 : \sqrt{1+f^2}$ léptékben; minélfogva a (4)-gyel kimondott tétel a REYRÖ-féle erőközlés-törvényhez hasonlót állít. Megjegyzem, hogy, ha az f -et surlódási együtthatónak tekintem, a (3) alatti X_y és Y_x a DUGUET-MESNAGER-féle törvényt mondják ki, miszerint az összes tangentiális nyomás = a rugalmas tangentiális nyomás + a surlódási nyomás, mely utóbbi = $f \cdot N$, hol N a szóban levő felületelem normálisa irányában ható rugalmas nyomás. Az alapul szolgáló hypothesisem tényleg a DUGUET törvényéből fejlődött.

A másik egyenletrendszeremet a következőkben mutatom be: Az

$$\begin{matrix} X_x & X_y \\ Y_x & Y_y \end{matrix}$$

nyomás-komponenseket felbontván e kettőre:

$$(1) \quad \begin{matrix} X_x & \frac{X_y + Y_x}{2} & 0 & \frac{X_y - Y_x}{2} \\ \frac{X_y + Y_x}{2} & Y_y & -\frac{X_y - Y_x}{2} & 0 \end{matrix}; \quad (2) \quad \begin{matrix} X_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_y \end{matrix};$$

az (1) alatti részről felteszem, hogy az imént részletezett F a potenciálja, a (2) alatti részről pedig felteszem, hogy miként (2') mondja, itt is

$$X_y - Y_x = -f'(X_x + Y_y).$$

Szóval a (3) helyébe lépnek

$$\begin{aligned} -X_x &= \frac{\partial F}{\partial x_x}; & -X_y &= \frac{\partial F}{\partial x_y} - \frac{f}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial x_x} + \frac{\partial F}{\partial y_y} \right), \\ -Y_y &= \frac{\partial F}{\partial y_y}; & -Y_x &= \frac{\partial F}{\partial x_y} + \frac{f}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial x_x} + \frac{\partial F}{\partial y_y} \right). \end{aligned} \quad (3')$$

A mozgási egyenletek pedig ezek:

$$\begin{aligned} \mu \frac{d^2 u}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x_x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial x_y} - \frac{f}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial x_x} + \frac{\partial F}{\partial y_y} \right), \\ \mu \frac{d^2 v}{dt^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x_y} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y_y} + \frac{f}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial x_x} + \frac{\partial F}{\partial y_y} \right). \end{aligned} \quad (4')$$

3. *Húzott szalagra alkalmazom* ez egyenleteket. A szalag hossz tengelyét választom x tengelyül, ez egyúttal a húzás iránya és értelme; a húzó erő eredőjének támadó pontja a kezdőpont; a szalag hossza l , a szalag végén támad az ellentett értelemben húzó erő; a szalag két szélén ($y = \pm b$) levegőnyomás uralkodik, mely a húzó erőkhöz képest elenyésző lévén, a határfeltételek e helyeken

$$X_y = Y_x = 0. \quad (5)$$

A mozgási egyenletek partikuláris megoldását ilyen alakban írom

$$u = ATK, \quad v = BTK,$$

hol A és B állandók, a T időfüggvény, a K pedig helyfüggvény. Nagy lévén a húzás, az anyag anisotroppá válik, tehát a_{11} , a_{12} , a_{22} , a_{33} ... a homogén erőltetésnek megfelelőleg állandókat jelentvén

$$2F = a_{11}x_x^2 + 2a_{12}x_x y_y + a_{22}y_y^2 + 2a_{13}x_x x_y + 2a_{23}y_y x_y + a_{33}x_y^2,$$

és megállapítom, hogy a_{11} , a_{12} , a_{22} általánosan szólva egymástól különbözők, míg a rájuk következő két együttható az

$$a_{13} : a_{23} = a_{13} : a_{23} \quad (5')$$

aránynak feleljen meg; *egyelőre felteszem, hogy az a_{11}, \dots, a_{33} együttthatók között egyen kívül más vonatkozás nem áll fenn.*

A partikuláris megoldást úgy választom, hogy az (5) egyenletek ncsak a szalag szélein, hanem bent is teljesüljenek. A (3) egyenletek értelmében tehát

$$\frac{\partial F}{\partial x_y} = \frac{\partial F}{\partial y_y} = 0 \quad (6)$$

lesz mindenütt, úgy hogy a (4) mozgási egyenletek ezekbe mennek át:

$$-fA + B = 0, \quad (7)$$

$$\mu AKT'' = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x_x}. \quad (8)$$

A (6) egyenletek részletesen írva és a (7) felhasználva írható

$$\begin{aligned} (a_{12} + fa_{22}) \frac{\partial K}{\partial x} + (a_{23} + fa_{23}) \frac{\partial K}{\partial y} &= 0, \\ (a_{13} + fa_{33}) \frac{\partial K}{\partial x} + (a_{23} + fa_{23}) \frac{\partial K}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

honnan az (5') arány révén a determináns eltűnéséből következik, hogy

$$f^2 = \frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{a_{13}}{a_{23}}. \quad (9')$$

Ennek folytán

$$\frac{\partial K}{\partial y} : \frac{\partial K}{\partial x} = -f,$$

tehát a K függvénye az

$$x - fy = z \quad (10)$$

argumentumnak.

Ez okból a (8) így írandó:

$$\mu \frac{T''}{T} = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{a_{22}} \cdot \frac{1}{K} \frac{d^2 K}{dz^2}. \quad (11)$$

Az egyenletből kiolvasni, hogy úgy bal, mint jobb oldala állandó és hogy a mig $(a_{21}a_{22} - a_{12}^2) : a_{22}$, azaz $a_{11} - f^2 a_{12}$ nem

változtatja, pozitív előjelét a T és K egyidejűleg a t , illetve a z harmonikus avagy exponentiális függvényei. Ha tehát a mozgás rezgő mozgás, akkor

$$K = \sin 2\pi \left(\frac{x - ft}{\lambda} + \text{const.} \right), \quad (12)$$

hol λ az x tengely irányában mért hullámhossz, míg

$$\frac{1}{f} = \text{tg } a \quad (13)$$

jelölés mellett a valódi hullámhossz

$$\lambda_1 = \lambda \sin a. \quad (14)$$

A rezgési idő τ és a hullámhossz λ_1 között fennáll

$$\frac{\mu}{\tau^2} = \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{(1+f^2)a_{22}} = \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{a_{12} + a_{22}}. \quad (14')$$

A hullámvonal iránya az x tengelylyel, a húzó erő irányával

$$a = \text{arctg } \frac{1}{f}$$

szöget zár be; miután a rezgés iránya az x tengelylyel

$$\beta = \text{arctg } f = \frac{\pi}{2} - a$$

szöget zár be, tehát a kettő közötti szög

$$a - \beta = 2a - \frac{\pi}{2},$$

és így csak akkor $= 0$ vagy π , ha $|f| = 1$. A rezgésnek $f \neq 1$ esetén van *longitúdinalis komponense*. A sűrűsödés fokát méri:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2\pi}{\lambda} A \frac{1-f^2}{f} TK; \quad (16)$$

a polározott anyag tehát ott változtatja legerősebben sűrűségét, a hol K legnagyobb, szóval az ő hullámhegyei és hullámvölgyei közös helyén.

4. Az előző pontban olyan partikuláris megoldást kerestünk és találtunk, a mely a szalagban álló hullámoknak felel meg. A dolog megvilágítására és a fizikai következtetések biztossá tétele céljából intézzük a következő kérdést: *A szalag legyen egy oldalon a kezdőpontot tartalmazó görbétől határolva, más oldalon terjedjen az x hosszirányban a végtelenbe. A görbén levő M pontokból kiindulván valamely harmonikus rezgés, milyen törvény szerint terjed a szalagon végig?*

A számítások egyszerűsítése céljából az (5') egyenlet helyére $a_{13} = a_{23} = 0$ -t irok, megjegyzem azonban, hogy a következtetések általánosan is ugyanazok maradnak.

Nyilvánvaló, hogy elegendően nagy távolságban az M centrumtól a hullámok sík hullámoknak lesznek tekintetők. A kérdés tehát az, hogy A , β , λ , τ , δ -vel állandókat jelölvé, az

$$\begin{aligned} u &= A \sin 2\pi \left(\frac{x \cos \beta + y \sin \beta}{\lambda_1} - \frac{t}{\tau} + \delta \right), \\ v &= B \sin 2\pi \left(\frac{x \cos \beta + y \sin \beta}{\lambda_1} - \frac{t}{\tau} + \delta \right) \end{aligned} \quad (17)$$

mikor lesz a (4) differenciálegyenleteknek olyan megoldása, a mely a szalag $y = \pm b$ szegélyein a (3) egyenletekkel meghatározott X_y és Y_y nyomások számára zérus értéket szolgáltat.

Ez utóbbi követelés egyenértékű azzal, hogy az $y = \pm b$ szegélyeken a (6) egyenletek álljanak, vagyis ugyanott érvényes legyen e két egyenlet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_y} &= a_{33} x_y = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial y_n} &= a_{13} x_x + a_{32} y_y = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

vagyis e kettő:

$$\begin{aligned} A \sin \beta + B \cos \beta &= 0, \\ A a_{12} \cos \beta + B a_{22} \sin \beta &= 0. \end{aligned}$$

Így hát

$$\frac{B}{A} = -\operatorname{tg} \beta = -\frac{a_{12}}{a_{22}} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}, \quad (19)$$

úgy hogy

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \frac{a_{12}}{a_{22}}.$$

Ámde mihelyt egyszer a (19) egyenletek teljeseznek, a (18) alattiak nemcsak az $y = \pm b$ szegélyeken, hanem *mindenütt* is állanak. Ennek folytán a (4) egyenletek másodikika csak azt állítja, hogy

$$-\frac{d^2\eta}{dt^2} = 0,$$

honnan az η értelmezése révén következik, hogy

$$v = fu,$$

vagyis

$$B = fA,$$

és így a (19) egyenletekből folyólag a (7) és (10) egyenletek a jelen problémában is érvényeseknek bizonyultak.

Végül teljesítendő még a (4) alatti első egyenlet, mely követelés a (14') egyenletre vezetvén azt írja elő, hogy a síkhullám terjedési sebessége a hullám normálisa irányában

$$s = \frac{\lambda_1}{\tau} = \sqrt{\frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{\mu(a_{12} + a_{22})}} \quad (20)$$

legyen.

A feltett kérdést elintézvén, térjünk át egy véges szalagra, a melyet egy oldalról az előbbi G görbe, más oldalról egy ehhez szimmetrikus G' görbe határol, mely az x tengelyt O' -ben metszvé, $OO' = l$, hol l a G görbe méreteihez képest igen nagy. A G görbe M pontjából és a G' görbe M' pontjából induljon ki egyidejűleg egyenlő intenzitású harmonikus rezgés.

Akkor a síkhullámok tartományában fekvő x, y pontban az M pontból kiinduló rezgés u, v komponenseit így írva:

$$\begin{aligned} u &= A \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{\tau} + \delta \right), \\ v &= fu, \end{aligned} \quad (21)$$

hol z a (10) egyenlettel értelmezett $x - fy$ különbség, az M' -ből egyidejűleg kiinduló rezgés u', v' komponensei ugyanott

$$\begin{aligned} u' &= A \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} + \frac{t}{\tau} + \delta' \right) \\ v' &= fu'. \end{aligned} \quad (21')$$

A két hullám között ugyanis csakis két dologban van különbség: először terjedési értelemben, másodsor fázisban; és pedig írható

$$\delta + \delta' = -\frac{l}{\lambda}.$$

A (21) és (21')-ből folyólag e két egyidejű rezgésből eredő rezgés

$$U_1 = u + u' = 2A \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta' - \delta}{2} \right) \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{2\lambda} \right), \quad (22)$$

$$V_1 = v + v' = fU_1.$$

E szerint az M és M' -ből kiinduló egyenlő intenzitású rezgések interferenciájából az M és M' -től elegendő távolságban olyan álló hullámok keletkeznek, a melyekre a 3. pontban jöttünk. Még csak az a kérdés, hogy az összes M és M' párokból eredő álló hullámok megint álló hullámot adnak-e? A válasz könnyű. Ugyanis a G görbe összes elemeiből kiinduló rezgések magukban véve az x, y pontban legfőlebb egy álló és egy haladó hullámot eredményeznek, tehát az eredő rezgés x menti komponense

$$= \sum_{i=1}^2 A_i \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{\tau} + \delta_i \right) + A_1 \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} + \frac{t}{\tau} + \delta_3 \right).$$

Ez összetéve a szimmetrikus G' görbe összes elemeiből kiinduló

$$\sum_{i=1}^2 A_i \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} + \frac{t}{\tau} + \delta'_i \right) + A_1 \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{\lambda} + \delta'_3 \right)$$

rezgéssel, a

$$\delta_i + \delta'_i = -\frac{l}{\lambda}$$

($i=1, 2, 3$)

vonatkozás és a (22) egyenlettel kimondott tétel folytán, az összetévéis végeredménye az, hogy

$$U = 2 \sin 2\pi \left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{2\lambda} \right) \sum_{i=1}^3 A_i \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} \pm \frac{\delta'_i - \delta_i}{2} \right),$$

melyhez nyilvánvaló $V=fL$ y -menti komponens tartozik. A felvetett kérdésre e szerint igen a válasz: *az eredő hullám megint álló hullám.*

Jegyezzük még meg, hogy nem a szalag fejeinek szimmetrikus volta a lényeges e következtetésekre nézve, valamint az sem lényeges, hogy a kerületi pontjaikból induljon ki a rezgés, hanem inkább az a lényeges, hogy *az impulsusok a két oldalról egyenlő intenzitással érkezzenek meg a fejekhez képest aránylag hosszú szalag ama részébe, a hol a hullámok már nagy közelítéssel síkhullámok.* Nem lényeges az sem, hogy a rezgés harmonikus rezgés legyen, miután más rezgések szétbonthatók harmonikusokra, melyek rezgési időtartamai a legkisebbnek egész számú többszörösei. Ilyen általánosabb fajta rezgések esetén az egyes alkotó részekre külön-külön vonván a következtetéseket, az eredmény lényegében ugyanez marad.

5. Hogy a végső következtetéseket megvonhassuk, még egy dolgot fontoljunk meg. Felfogásom szerint, a mikor egy fémszalagot vagy bármely testet nyújtunk, az anyagi pontjai a haladó mozgás mellett rezgő mozgásba is jönnek; és a rezgés a nyújtó erők támadópontjaiból indulván ki, végighullámszik a szalagon, ismét visszaverődik és így tovább. A mikor pedig a nyújtás megszűnik, akkor, ha a szalag elég hosszú, a középső részén az iméntiek értelmében a rezgés hullámai álló hullámokká változnak: a rezgés és a hullámvonalak irányát az f -fel jelölt együttható, ez utóbbiak egymástól való távolságának a rezgés tartalmához való viszonyát a

$$1 \sqrt{\frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}{a_{11} + a_{22}}}$$

mennyiség értéke, a haladó hullámok terjedési sebessége adja meg. E sebesség a húzó erő növekedésével természetesen fogy.

A rezgések intenzitása, mely a rezgésekbe fektetett eleven erő időszerinti átlagos értékéből vont négyzetgyökkel arányos, a nyert formulákban az idő folyamán állandónak mutatkozik. Ez azonban csak onnét van, hogy a számítások könnyítése céljából az alakváltozási potenciált, az F -et quadratikusan vetjük fel. Tényleg, mihelyt a húzó erő állandóvá lesz és a nyuj-

tás megszűnik, a rezgés intenzitása annál gyorsabban fogy, minél távolabb vagyunk a terheletlen állapottól és minél közelebb a szakítás határához: a rezgésbeli energia más energiaformákat vesz fel, és a mi bennünket leginkább érdekel, attól a pillanattól fogva, a mint elhagytuk az úgynevezett rugalmassági határt, a rezgésbeli energia leginkább lazítási munkába megy át. Ha ez így van, akkor bizonyára azokon a helyeken kell a lazítási munkának a legnagyobbnak lenni, a melyek a legnagyobb rezgési energia jelentkezési helyei, t. i. a rezgési hullámhegyek és hullámvölgyek közös vonalain, a hol, miként láttuk, az anyag ritkulása és sűrűsödése gyorsan váltakozik. Szerintem ezek a *Hartmann-féle erőltetési vonalak*.

E vonalak iránya a huzás irányával 45° -nál nagyobb α szöget zár, az értéke HARTMANN szerint pl. 65° a ferro-nickel és zinknél, átlagosan 60° az aczélnál és 53° az ólomnál; így hát az f -fel jelölt együtt-hatónk a (15) egyenlet szerint

$$= \cotg \alpha$$

lévén, kisebb 1-nél. Nevezetes, hogy az α szög állandó marad a vonalak jelentkezésétől fogva a szakításig és hogy a csuszamlás e vonalak mentén, a szakadás pedig vagy ezek mentén, vagy a hosszirányra merőlegesen megy végbe. Ez a rezgési elmélet mellett szól.

Az erőltetési ferde vonalak két rendszere ezek szerint, a mi képünkben a ketté oszlott külön-külön mozgó, egymásra ellenkező értelmű erőpárt gyakorló polározott anyagrész rezgésének hullámvonalalaiban áll. A hosszmenti és a transversális vonalak rendszerei természetesen az alapanyag rezgő mozgásában lelik magyarázatukat.

A kép megegyez a valósággal abban is, hogy HARTMANN szerint a mint elhagyjuk a rugalmassági határt, kezdetben egykét csoport vonal jelentkezik, elválasztva régiók által, a melyeken vonal nincs, de az erőltetés növekedésével új csoportok iktatódnak a régiók közé, a nélkül, hogy a régiók helyüket megváltoztatnák. Az anyag ugyanis nem teljesen homogén és azért egyes helyeken tovább áll ellent, de valamennyi hullám vonala (ha nem is látható) már ott van mindegyik a maga

helyén és így a mikor a lazítási munka folyamán a látható vonalak száma nő, az újak megjelenése nem zavarja a régieket.

6. A 3. pontban a $2F$ együtthatói között az (5') alatti arányosságot vettem fel; ez azonban *szulag* nélkül nem szükségszerű specializálás; hagyjuk el. Minden ugyanaz marad a 3. pontban a (9) egyenletekig, melyekből következik, hogy

$$\begin{vmatrix} a_{12} + fa_{23} & a_{23} + fa_{22} \\ a_{13} + fa_{33} & a_{33} + fa_{23} \end{vmatrix} = 0.$$

Írjuk itt a_{13} és a_{23} helyébe $\frac{b_{13}}{f}$, illetve $\frac{b_{23}}{f}$ -et; kifejtve így írható:

$$(a_{12} + b_{23})(a_{33} + b_{23}) - \left(fa_{22} + \frac{b_{23}}{f} \right) \left(fa_{33} + \frac{b_{13}}{f} \right) = 0. \quad (23)$$

Ez egyenlet, ha az a_{ik} és b_{ik} együtthatókat adottaknak tekintjük, f^2 -ban általánosan szólva másodfokú; jelöljük gyökeit f_1^2 és f_2^2 -tal, legyenek ezek valósak és pozitívok és írjuk a (9) egyenleteket így

$$\frac{\partial K}{\partial y} : \frac{\partial K}{\partial x} = -g, \quad g = -\frac{a_{12} + b_{23}}{fa_{22} + \frac{b_{23}}{f}}. \quad (24)$$

Jelölvén az f_1 illetve f_2 -nek megfelelő g értékeket g_1 , g_2 -vel, állapítsuk meg már mostan, hogy az F együtthatói között olyan egyenlet áll fenn, melynél fogva $g_1^2 g_2^2 = 1$; ez egyenlet:

$$(a_{12} + b_{23})^4 = \left(fa_{22} + \frac{b_{23}}{f_1} \right)^2 \left(fa_{22} + \frac{b_{23}}{f_2} \right)^2. \quad (23')$$

Kapok megoldás-rendszereket

$$\begin{aligned} u &= ATK(x \pm g_i y), & (i=1, 2) \\ v &= \pm f_i u, \end{aligned} \quad (25)$$

melyek közül a kisebbik abszolút értékű g_i -hez tartozó a húzott, a nagyobbikhoz az ugyanazon anyagú nyomott testre vonatkozó HARTMANN-féle törvénynek felelne meg.

Minden a 3. alatti megoldáshoz fűződő következtetés ter-

mészetesen *mutatis mutandis* változatlanul érvényben maradna így is.

A mondottakhoz három megjegyzést fűzök.

1. *Megjegyzés.* Ha a és β azok a szögek, a melyeket a rezgés, illetőleg hullámvonal egyenesei az erő irányával bezárnak, akkor

$$f = \operatorname{tg} a, \quad g = \operatorname{ctg} \beta,$$

úgy hogy annak a feltételét, hogy $a = \beta$, szóval a rezgés tisztán longitudinális legyen, az

$$fg = 1$$

egyenlet mondja ki. Miként a második (24) alatti egyenletből látható, ehhez szükséges és elegendő, hogy

$$f^2(a_{12} + b_{23}) = f^2 a_{22} + b_{23},$$

vagyis hogy

$$f^2 = \frac{b_{23}}{a_{12} + b_{23} - a_{22}}$$

legyen.

2. *Megjegyzés.* Ha b_{13} és b_{23} nem egyenlő zérussal, akkor a (2') egyenlet értelmében kiszámított $Y_x - X_y$ erőpár egyik additív tagja

$$(b_{13} + b_{23})x_y = (b_{13} + b_{23})AT(f - g) \frac{\partial u}{\partial x}$$

a (25) megoldásrendszerénél fogva. Minthogy f és g a (24) alatti második egyenletnél fogva együtt változtatnak előjelt, tehát az erőpártag az egyik polározott anyagrésznél ellenkező előjelű, mint a másikonál. Ugyanaz mondható az $Y_x - X_y$ többi additív tagjáról. Ennélfogva a két polározott anyagrészre ható erőpárok egyensúlyi rendszert alkotván, az alapanyagra ez általánosabb (23), (23') egyenletekkel adott megszabás esetén sem gyakorlódió erőpár; és így a polározott anyagrész rezgő mozgása a különleges HARTMANN-féle, az alapanyagé a régóta ismeretes hossz- és harántirányú vonalrendszerek leírására szolgálnak.

3. *Megjegyzés.* Ha a 3. pont (5') arányosságát egygyel megtoldva, felteszem, hogy

$$a_{12} : a_{22} = a_{13} : a_{23} = a_{23} : a_{33},$$

akkor a (9) alatti egyenletek egymás következményei, és így a (23) egyenlet identitássá lesz, minélfogva az f teljesen független az a_{ik} együtthatóktól. A (24) egyenletek természetesen érvényben maradnak, valamint az előző «1. és 2. megjegyzés» ez esetre is kiterjed.

E speciálesnt nagy fontossága a lemezek vágása és lyuk-tágítása problémáinál fog nyilvánvalóvá lenni, melyekről második közleményemben lesz szó.

7. Alkalmazzuk a huzott szalagra már mostan a (3') és (4') egyenleteket és vegyük fel az F számára ugyanazt az alakot mint a 3. pontban, csakhogy az (5') arányosságot ne tétel-
lezzük fel.

Az (5) alatti egyenletek kimondotta követelményt most a

$$\frac{\partial F}{\partial y_y} = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_x} = \frac{f}{2} \frac{\partial F}{\partial x_x} \quad (27)$$

egyenletek mondják ki. Teljesítsük e követelményt a szalag minden pontjában. Akkor a (4') egyenletekből tüstént következik, hogy ép úgy mint a 3. pontban, itt is

$$v = fa, \quad B = fA. \quad (28)$$

Ezt felhasználva a (26) explicit alakja így íródik

$$(a_{12} + fa_{23}) \frac{\partial K}{\partial x} + (a_{23} + fa_{22}) \frac{\partial K}{\partial y} = 0. \quad (29)$$

Ha felveszem, hogy itt is álljon (lásd (9) egyenletet)

$$f^2 = \frac{a_{12}}{a_{22}},$$

akkor adódik a (29)-ből

$$\frac{\partial K}{\partial y} : \frac{\partial K}{\partial x} = -f,$$

honnan mint a 9. pontban

$$K = K(x - fy).$$

Miután ennek folytán $x_y=0$, tehát

$$\frac{\partial F}{\partial x_x} = (a_{11} - f^2 a_{12}) AT \frac{\partial K}{\partial x},$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_y} = (a_{13} - f^2 a_{23}) AT \frac{\partial K}{\partial x},$$

és a (24) egyenlet révén

$$f(a_{11} - f^2 a_{12}) - 2a_{13} + 2f^2 a_{23} = 0$$

vonatkozásnak kell fennállani az F együtthatói között. Ez lép az előbbi módszernek egyszerűbb (5') vonatkozása helyére. Minden más ép úgy megy, mint a 3. pontban.

8. Értetődik, hogy huzás és nyomás esetén formailag ugyanazok az egyenletrendszerek állván fenn, arithmetice a következtetések is ugyanazok. Ámde a szalag nagy nyomásra kihajolván, a számítás eredményei nyomott *hasábokon* végzett kísérletekkel hasonlíthatók össze. Azért elébb a hasáb esetére kell az elméletet általánosítanunk, a mi annál szükségesebb, mert ez esetben úgy látszik, hogy sem a hullámok terjedési főiránya, sem az anyagi pontok rezgésének egyenesese nem parallel a felszínhez és így az egésznek, a mit itt előadtam, bizonyosan csak heuristikus és formális az értéke. Igaz, meglehet, hogy a más alkalommal előadandóim értéke is csak az lesz. De megelégszem, ha kísérlettemmel a szerintem és mások szerint is nagyfontosságú HARTMANN-féle észlelések magyarázásába új eszméket behozva, a kérdés tisztázásához csak egy mákszemnyivel is hozzájárulok.

A KÖZÉPPONTI TIEN-SÁN ÉSZAKI RÉSZÉNEK PLEISTOCÉN KÉPZŐDMÉNYEI.

PRINZ GYULÁ-TÓL.

A Tiensánban modern glaciologiai kutatással az 1902. és 1903. évben egyszerre három jól felkészült tudományos expedíció foglalkozott: az orosz Szaposnikov-expedíció, melyhez FRIEDERICHSEN mint önkéntes csatlakozott, a német MERZBACHER és az amerikai DAVIS és HUNTINGTON-expedíció. Valamennyi értékes eredményekkel tért haza, glaciologiai nézőpontból különösen az utolsó. 1906-ban nekem nyílt alkalmam bejárni az egész középponti Tiensán majdnem minden vidékét. Utazásom alatt nagy gondot fordítottam a pleistocén eljegesedés jelenségeire is. Jelen kis értekezés a glaciologiai eredményeket tárgyaló nagyobb munkáról szóló előzetes jelentés.

Ma, a mikor a klimaváltozások kérdése a legérdekesebb geográfiai problémák közé tartozik, kétszeresen érdeklődésre tarthat számot az 1902-ig majdnem teljesen ismeretlen tiensáni pleistocén-képződmények bemutatása. A Merzbacher-expedíció glaciologiai eredményei még nem láttak napvilágot; annál becseesebbek azonban DAVIS, FRIEDERICHSEN és HUNTINGTON közlései.

Az én megfigyeléseimnek itt röviden közlendő eredményei majdnem kizárólag olyan területekre vonatkoznak, a melyeket egyik említett expedíció sem érintett. A pleistocénben teljesen víztől borított Iszikkul-Tekesz depressió és a középponti Tiensán északi pereme klasszikus területnek bizonyult glaciologiai vizsgálódásaimhoz.

A pleistocén képződmények vizsgálatához kötött legfőbb problémák a Tiensán pleistocén eljegesedésének mértékére és a

most annyira szóbanforgó interglaciális korszakaira vonatkoznak. Ebből a czélból csak a középponti Tien-sán északi lejtőin 37 völgy pleistocén eljegesedésének nyomait kutattam ki. A főszűrt a morénákra, fluvioglaciális terrassokra, valamint, s nem utolsó helyen, a völgyek arczatára fordítottam. Természetesen a fenti 37 völgy csak alig egy negyede az egész átvizsgált területnek. A Magyar Tudományos Akadémia bőkezűségéből újból a Tiensánba indulóban, a többi völgy kutatásának eredményeit egyelőre még nem közölhetem, mert azok területét ismét keresztülszelni óhajtom.

A Terszkei-Alatau keleti részének északi oldalvölgyei általában a következő fiziografiai képet mutatják:

A jégárak nem nagyon jelentékeny homlokmorénái alatt széles, U alakú glaciális teknővölgy húzódik. A teknővölgyet erdő nem borítja s ha az le is nyúlik a fenyvesek felső határa alá, fák legfeljebb a hegyoldalakon található, a völgy fenekén soha. Ezt a fiatal glaciális völgyszakaszt alul nagy homlokmoréna zárja be. Az eddig gyenge esésű völgy itt hirtelen meredekké válik. A hosszú ideig itt nyugodtan fekvő jégár nemcsak nagy törmelékhalommal jelölte meg hosszú időn át pihenőhelyét, hanem nyomot hagyott olvadék-vizeinek eróziós hatásával a völgyfenék kimélyítésével is.

A homlokmoréna alatt kezdődik a most már erdővel borított V alakú völgyfenék. Majd ismét régi, már félig elmosott homlokmoréna következik a völgyfenék egy újabb lépcsőjével.

A hol a mellékvölgy a fővölgybe torkollik, a mellékvölgy vizei zúgókat alkotva buknak alá, ha a főfolyóhoz arányítva mennyiségük csekély, de mindig hiányzik a fővölgy túlmélyítése, ha a mellékvölgy folyója vele közel egyenrangú.

A Bayumkol és Kakpak folyók vizgyűjtő területén, a déli határon emelkedő Kántengri-masszivumon kívül két orogenetikailag is elkülönült hegycsoportot állapítottunk meg, ú. m. a *narinkoli granithegység* és a *dsaszilköli mészkőhegység*. Mind a két hegycsoportban a gerincek formái vertikális tagoltság és változatosság tekintetében vetekednek bármely európai alpezzel, úgy, hogy a DAVIS-féle «*penepplain*»-hez *támogató fiziografiai adatokat itt hiába keresünk.*

Az első kézen fekvő kérdés a Bayumkol-Kakpak vidék völgyeinek tanulmányozásánál a jégkorszak tüneményei és diluviális jegének munkája. Csak nemrégiben FRIEDERICHSEN és HUNTINGTON igen érdekes adatokat közöltek a tiensáni pleistocén eljegesedés kiperéről. DAVIS és HUNTINGTON az interglaciális koroknak egész sorozatát vélik megállapíthatónak. HUNTINGTON igen figyelemre méltó végkövetkeztetése értelmében két jégkorszak biztosan megállapítható, s még további öt valószínűnek fogadandó el.

Az én megfigyeléseim nem igazolják HUNTINGTON utolsó feltevését, mert a feltevés támaszául szolgáló jelenségek, a nagyobb számú morénák és terrassok más okokra vezetendők vissza.

A Bayumkol-vidéken a völgyek legfontosabb glaciológiai adatai a következők:

Völgy	Erdő-határ	Hőmezők alsó határa	Jégár vége	U és V alakú völgyek határa	Pleistocén homlokmorénák
Narynkol	3150	3200	3380	2700	I. 2400. II. 2800
Névtelen az E. Szaikol szomszéds.	0	3250	—	0	I. 2980. II. 3120. III. 3230
E. Szaikol	3000	3350	—	3100	I. 3100. II. 3290. III. 3380
W. Szaikol	3000	U	—	3000	I. 3090
Ala-ajgir	3110	3450	3520	3000	I. 3030. II. 3300
Asutör-Tujukasutör	2800 ¹	3450	3320	2800	?
S. Asuszai	0	3490	3520	0	I. 3000. II. 3500
N. Asuszai	0	3590	—	0	I. 3050. II. (?) 3470
Akköl-szai	?	3350	3380	?	I. (?) 3050
Kicsineköl	0	3450	3500	0	?
Karaköl-szai	?	3450	3380	0	I. (?) 3100. II. 3200. III. 3350
Asutör-hágó ²	0	?	3672	0	?

Jegyzet. Magasságok méterekben a t. sz. f., U = a völgy a határ alatt befejeződik, 0 = a völgy a határ felett kezdődik.

¹ Friederichsen 2860 m.

² Friederichsen megfigyelése.

A dült számok a valószínűleg ugyanazon kora homlokmorénákat jelölik meg.

Az U és V alakú völgyek konfigurációja és magassági viszonyai arra vallanak, hogy a *két völgytípus határán elhelyezkedett homlokmorénák azonos korúak*. Erre vall az a körülmény is, hogy a nevezett homlokmorénák mögött tovább már nem foglalják el a völgyek fenekét a fenyvesek, hanem csak a hegyoldalakra szorítkoznak, vagy egészen kipusztulnak. Az alatt nehezen járható ősfenyvesek helyét úgyszólván átmenet nélkül hirtelen tágas, alpesi rétek foglalják el. A völgyek arczata, a homlokmorénáknak sok esetben úgyszólván teljes, érintetlen épisége azt bizonyítja, hogy ezek a képződmények viszonylag egészen fiatal korúak, s talán a pleistocén végét jelentik.

A felettük talált morénák már csak a *lassan visszahúzódó jégárok lerakódásai*, legfeljebb a hosszabb-rövidebb pihenési állapot maradványai. A V alakú völgyekben még sok pleistocén korú glaciális lerakódást találunk, de azok már nagyon elmosottak, s csak apró foszlányokban fedik a hegyoldalakat. Éles ellentétben áll velük az első nagy homlokmoréna, mely mögött szinte várjuk a jégár felcsillanó zöld jegét.

Érdekes jelenség az is, hogy a «kar»-ok, glaciális fülke-völgyek fellépése is körülbelül az U és V alakú völgyek határán történik.

Kizárólag megfigyeléseimből következtetve, *abban az időben, mikor az U és V völgyek határán található homlokmorénák lerakódtak*, a következő pleistocén jégárat állapíthatjuk meg:

J é g á r	Hossza a pleistocénban	Hossza jelenleg
1. Narynkol	6–7 km.	2–3 km.
2. E. Szaikol	3·5 "	—
3. W. Szaikol	4 "	—
4. Ala ajgir	8 "	Kar-jégár
5. Tujuk Asutör	20–22 "	10–12 km.
6. S. Asuszai	4 "	Kar-jégár
7. N. Asuszai	5·5 "	—
8. Akköl-szai	8 "	2–2·5 km.
9. Kicsineköl	4–5 "	Kar-jégár
10. Karaköl-szai	11 "	1–1·5 km.

A táblázatból kitünő jégár-visszahúzódás az ó-alluvium idő rovására esik.

A középponti Tiensán északi lába körül talált pleistocén terrassok összes száma az én megfigyeléseim szerint a következőleg alakul:

1. Isszik-kul és a beléje délről ömlő folyók torkolatvidéke	4
2. Isszik-kul keleti partvidék	2
3. Dsergalán-sík keleti pereme	2
4. Kegen-medencze	4
5. Karkara-medencze déli pereme	3
6. Tekesz forrásvidék. Tiek-völgy	2
7. Tekesz-Akbeit vidék	6
8. Tekesz-medencze déli pereme	2
9. Tekesz-medencze belseje	1
10. Tekesz-medencze északi pereme	3
11. Tavi terrassok a Bayumkol körül	4

Az egyes hasonló korú terrassok kikutatása elé természetesen sok akadály gördül. Mindenesetre az első, a mi feltűnik a mellékelt táblázatban, hogy *mind a három nagy medenczében hova-tovább bizonyossággal négy tavi terraszt állapítottunk meg.* Ez arra vall, hogy a medenczék vizének a sorsa körülbelül közös volt és ugyanaz.

A legmagasabb «fedélterrass»-ok szintjei a három medenczében a következők:

1. Isszikkul	1850 m.
2. Kegen-Karkara	2300—2400 m.
3. Tekesz	2300 m.

Az egymás mellett fekvő Kegen-Karkara és Tekesz-medenczék körülbelül azonos legmagasabb szinttája annak a feltevésnek látszik alapot adni, hogy a két medencze vize a pleistocénben összeköttetésben állott egymással.

Talán feltűnik, hogy az Isszikkul keleti partján a terrassok száma a déli parttól eltérőleg csak kettő. Ennek az a magyarázata, hogy a Dsergalán-síkság keleti részén torkolló folyók

két terrassát is ide kell számítanunk. Az 1850 m. szinttájú Isszikkul ugyanis feltétlenül eljutott a Türgen-Aksu torkolatáig, s az ma is csakugyan körülbelül ugyanazon magasságban van.

A mi a fluviális terrassokat illeti, azok képe és száma még ugyanazon vízgyűjtő területbe tartozó völgyekben is esetről-esetre változik. Általános szabály az, hogy *a terrassok száma és méretei a legnagyobbak a folyók középső szakaszában, mielőtt a hegységet elhagynák.* A felső szakaszok terrassokban szegények, ugyanígy a szárazzá lett medenczék centrális részei is.

A most közölt jelenségnek magyarázata az, hogy a folyó hordalékjának minősége a különböző folyószakaszokban különböző. A tömörebb, tartósabb, ellentállóbb terrassok anyaga mindig az öregszerű kavics. A tágas medenczék belsejébe a folyók csak könnyen szállítható finom anyagot hordhatnak be. Az ilyen könnyen mozgatható anyagból épült terrassok gyorsan elpusztulnak, a síksággal összeolvadnak, s nyomuk is alig marad meg.

A Tekesz-medenczében több helyen láttam gyenge lejtésű földhullámokat, a melyek, meglehet, behatóbb vizsgálatok után terrassképződményeknek fognak bizonyulni.

Változások a terrassok számában előállanak továbbá a *lokális körülmények* következtében. Így jött létre pld. a Tekesz hat terrassa is. Ott, a hol a Tekesz északi irányát keletire változtatja, a folyó környékével szemben alig 130 m. magasságú törmelékes dombsor mögött a kis Akbeit-völgy található. Ebben négy szép kimosott terrasst találunk. A kimosáshoz szükséges erodáló vízmennyiség nem származhatott a különben is jelentéktelen Akbeit-völgyből, hanem csak a Tekesz-völgyből. *A Tekesz mederváltozása változást okozott természetesen a terrassok számában is.* Az Akbeitnél tehát hat terrass található. Az Ulabasz-hegység keleti lábánál a Tekesz ismét északra fordul. Ennél az áttörésnél ismét érdekes megfigyeléseket tehetünk a terrassokon. A terrassok képe és elhelyezkedése teljesen különböző az áttörés alatt és felett. A jobb parton a folyóval együtt a négy alsó terrass is párhuzamosan észak felé kanyarodik, s az áttört szirtvonulathoz támaszkodik. Ezeket tehát a már mai vonalán futó Tekesz építette. Túl a kapun, a Tekesz-síkon azon-

ban rögtön kimaradnak a terrassok, s a helyüket csak egyetlen egy terrass foglalja el.

A Tekesz az akbeiti két legidősebb terrass építése idején még nem volt ehhez az áttöréshez kötve, mert az áttörés fiatalabb keletű, s átvágásának ideje fokozatosan a négy fiatalabb terrass építése idejével esik össze. De a négy utóbbi terrassa el-sejének idejében, mikor a Tekesz keresztül jutott a szirtvonulaton, folyása okvetlenül elvesztette a senilis, nyugodtan haladó vizek alapfeltételét a terrassok építéséhez. Nyugodt lassúsága, a mely egyenletes lerakódásokat eredményezhetett volna, eltűnt. A víz sodra erősebb lett s az áthordott törmelékből már nem terraszt, hanem törmelékűpot épített.

Az Ágiász terrassainak nagyobb száma is hasonló körülményekből ered. Az ilyen lokális körülményeknek sokkal nagyobb a fontossága, mintsem az első pillanatban gondolnók. Majdnem minden völgyben van valami zavaró körülmény, mely kihatással van a terrassok számára, s annak félreismerése vagy elhanyagolása teljesen helytelen és jogosulatlan következtetéseknek ad gyakran alapot.

Mind a 37 völgy terrassait átvizsgálva, a következő eredményekhez jutunk:

1. Azon völgyekben, a melyekben ma glaciális teknőket találunk, kivétel nélkül két terrass állapítható meg határozottan. Míg azokban a völgyekben, a melyek a pleistocénben sem voltak jégár hordozói, mindig csak egy terraszt találunk.

2. Kettőnél nagyobb számú terrass csak a medenczék peremlein van, s a tószint közreműködésének eredménye; valószínűleg csak a víztükör hosszabb ideig megmaradt állandóságát jelentik.

3. A terrassok számában ezen szabályokhoz nem alkalmazkodó rendellenességek lokális körülményekre vezetendők vissza.

Távol áll tőlem, hogy a megfigyeléseimből kiolvasott eredményeimet egész Középpászsiára vagy csak a Tiensán más meszszebb fekvő területeire is kiterjeszteni akarnám. Utazásom alatt gyűjtött és e tárgyhoz tartozó megfigyeléseimnek is csak alig egy negyedét bocsátottam az ezen ismertetés alapjául szolgáló

munkában közre. Meg kell azonban jegyezni, hogy a terrassok és az egyéb pleistocén glaciális jelenségek eddigi vizsgálatainak eredményei most is meglehetősen harmóniában vannak egymással.

A Középponti Tien-sán északi részének itt bemutatott pleistocén képződményei alkalmasak arra, hogy új világosságot vessenek arra a nagy geográfiai problémára, a mely bennünket magyarokat is egészen közelről érdekel. Ez pedig a klímaváltozás fontos kérdése az aralo-kaspi medenczében.

Kétségtelenül igazolják e tanulmányok azt, hogy Középszia nyugati és északi peremén ma nedvesebb időszak köszöntött be, mert a jégárok előrenyomulnak, az Isszikkul vízének szinttája pedig emelkedik.

A mai nedvesebb időszakot egy száraz előzte meg, a mikor a mai U alakú völgyek jégárai visszahúzódtak, s az Isszikkul-Tekesz depresszióban a folyók kevés törmelékot raktak le, a korábbi tavi, most szárazzá lett sedimentumokba pedig mély kányont véstek. Az Isszikkul szinttája intenzív módon süllyedt.

A mai glaciális teknő-völgyek jégárai visszahúzóadásának kezdete olyan időpontot jelent, a melyet élesen és maradandóan jegyzett meg a természet a Tien-sánban. Fiziográfiai nézőpontból, ha korhatárt akarunk megállapítani, a glaciális teknők alsó homlokmorénáinak jelentős szerepet kell adnunk. Itt kell ugyanis keresnünk a pleistocén és alluvium határát.

A glaciális teknővölgyek jégárainak visszahúzódlása az ó-alluviumban, a mai újra előrenyomulásuk a recens korban, alsó homlokmorénáiknak lerakása pedig már a pleistocénben történt.

A legrégebb pleistocén-képződményeknek az első és legmagasabb tavi terraszt kell vennünk az Isszikkul-Tekesz depresszióban. Ez alatt ugyanis az ismét szárazon s a pliocén felső szintjéig képződött *hanhai* található.

A pleistocén a maga egészében jég- és tó-korszakot jelent Középszia északi és nyugati peremén.

Az eddigi kutatásaim alapján, ha nem is olyan biztossággal, mint a felső-pleistocén és jelenkor között, két jégár és tó-

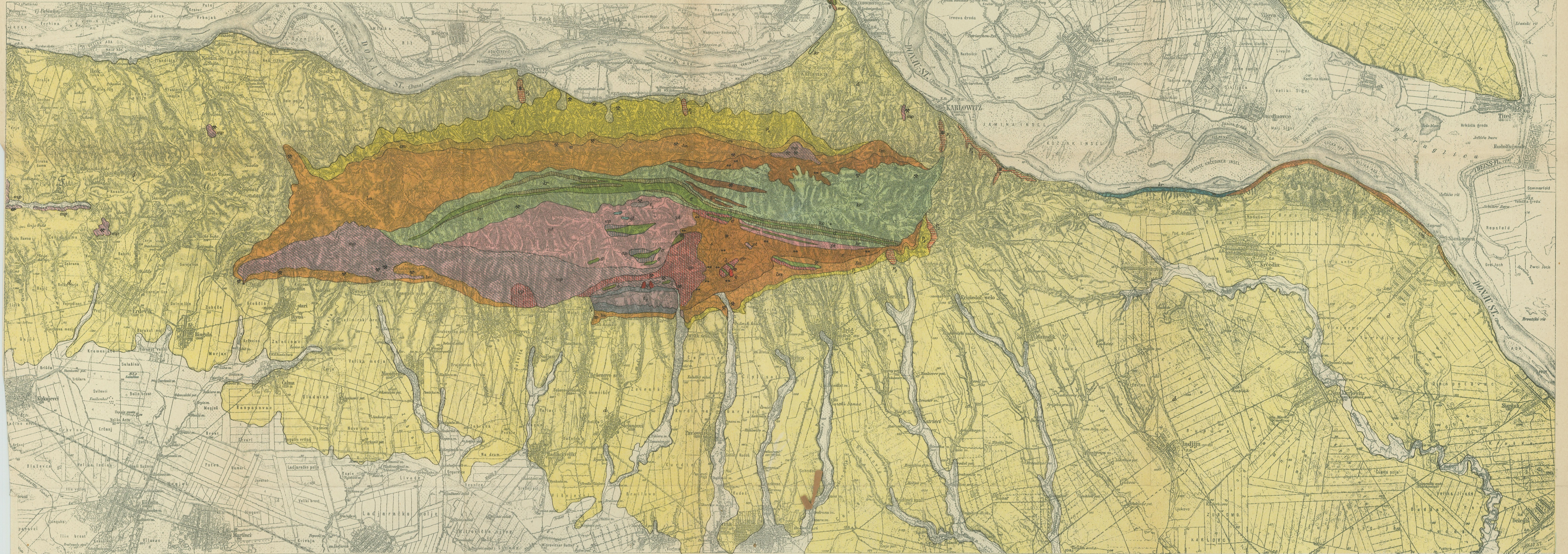
viz gyarapodást és egy közöttük elhelyezkedett szárazabb időszakot állapíthattam meg.

Evvel nagy vonásokban megismerkedtünk a középponti Tiensán északi részének legfőbb fizikai jellemvonásaival a pleistocénben. A Tiensán pleistocén-képződményeiről szóló munkám második része a Nagy-Narin vidék medenczés területére fog vonatkozni. Az óriás Khán-tengri hegytömeg szürt-platói is glaciális eredetűek, azoktól nyugatra pedig tévesen szintén «szürt»-öknek nevezett medenczék következnek. A pleistocénben e medenczék is tó töltötte ki. E terület még ismeretlen problémáinak megoldásához mostani második utazásom alkalmával óhajtok tapasztalatokat gyűjteni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1908. november 16.-án tartott üléséből.)

A
FRUSKA GÓRA
hegység átnézetes földtani térképe
saját kutatásai és az irodalom alapján összeállította:
D^r KOCH ANTAL
kolozsvári egyetemi tanár 1894.

Mérték 1:100.000.



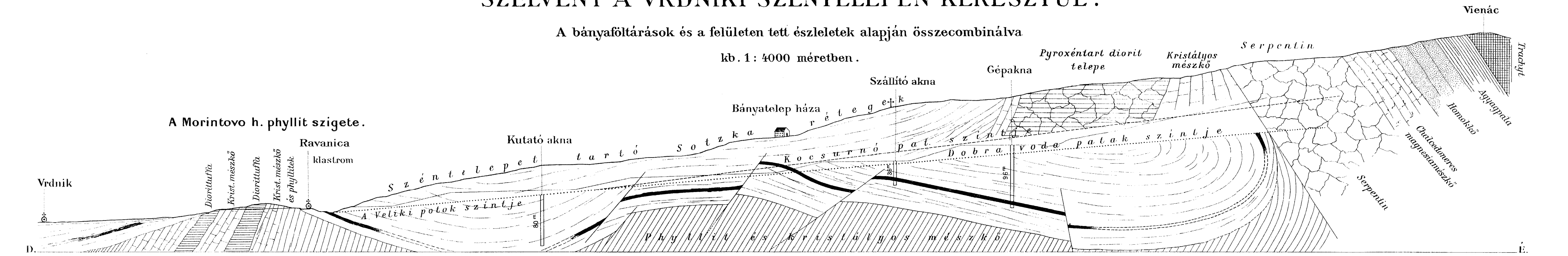
SZÍN- ÉS JEL-KULCS.

<p>a Jelenkori képződmények (Alluvium).</p> <p>a Negyedkori képződm. (Diluvium): lösz, homok és kavics.</p> <p>P₁ Alsó-Paludina rétegek (Levantei emelet).</p> <p>p₁ Valenciennesia (v. cement) és Cardium-márga (Pontusi emelet).</p> <p>cm Cerithiummész, márga és homokkő (Szármát emelet).</p> <p>zm Lajtamész és márga (Felső- v. II. mediterráni emelet).</p>	<p>s Széntartalmú Sotzka-rétegek (Felső oligocén emelet).</p> <p>ch Chalcedoneres magnesiamentő.</p> <p>kr Csillámos agyagmárga, mézsmárga, mézskő, agyagpala, homokkő, conglomerat, breccsia } Felső Kréta.</p> <p>t₂ Vörhenyes v. szürke, calciteres, tömör mézskő</p> <p>t₁ Vörhenyes szürke homokkő és hom. csillámos pala (Werfeni pala) } Alsó Trias.</p> <p>up Uralkodó mészcillámpala és kristályos mézskő, alárendelt agyagcsillámpalával (phyllit) váltakozva.</p>	<p>gp Ugyane kőzetek kovassalval és vasléggel erősen átjárva.</p> <p>pt Uralkodó phyllit, alárendelt agyag-, csillám- és chloritpala.</p> <p>ap Amphibolith, a phyllit közé települve.</p> <p>gl Glaukophanit, a phyllit közé települve.</p> <p>co Felső mediterr. rhyolithes quarcztracht telérek.</p> <p>c Felső krétakeri dolerites tracht telérek.</p>	<p>σ Felső krétakeri Serpentin-telések.</p> <p>d Diorit és törmelék képződményei (zöld palák).</p> <p>.. Barnaszén kibúvások és kutató tárnák.</p> <p># Szénbánya.</p> <p>✱ Nagyobb kőbányák.</p>
---	--	--	--

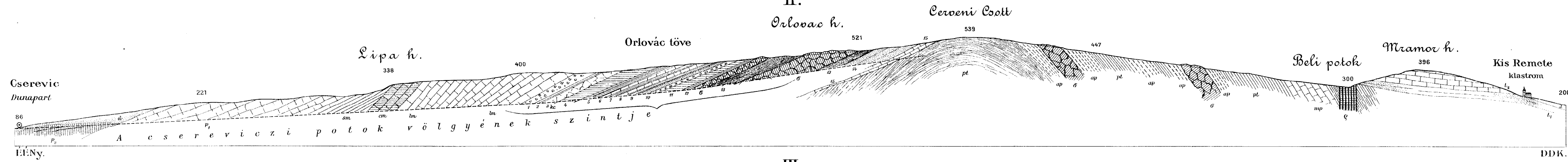
SZELVÉNY A VRDNIKI SZÉNTELEPEN KERESZTÜL.

A bányafeltárások és a felületen tett észleletek alapján összecombinálva

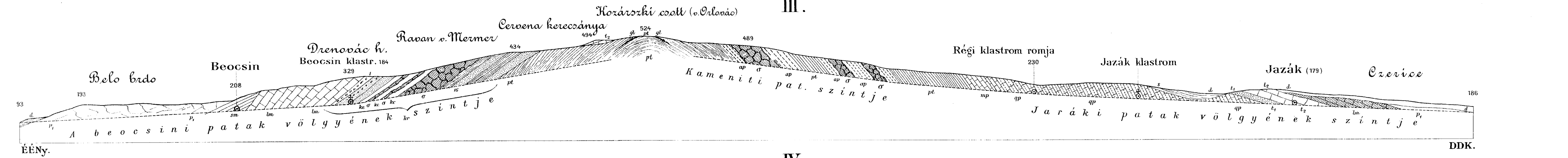
kb. 1:4000 méretben.



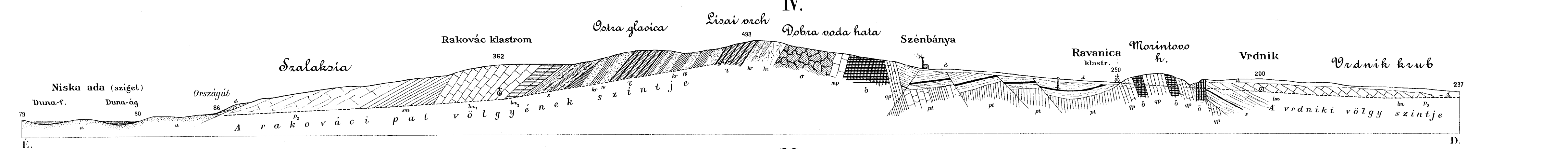
II.



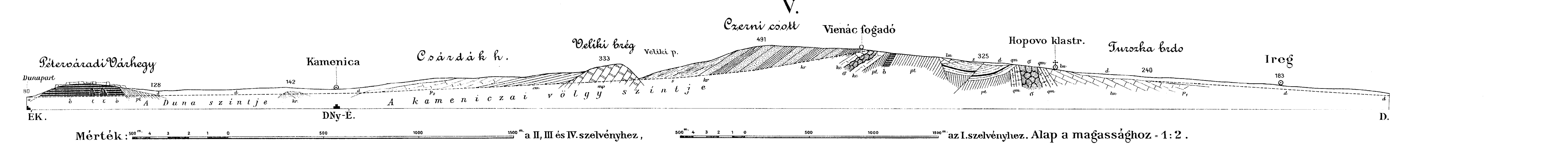
III.



IV.



V.



Mérték: 0-1000 m a II, III és IV. szelvényhez, 0-1000 m az I. szelvényhez. Alap a magassághoz - 1:2.

FÖLDTANI SZELVÉNYEK A FRUSKA GÓRA HEGYSÉGBŐL.

saját kutatásai és az irodalom alapján szerkesztette: Dr. KOCH ANTAL kolozsvári egyetemi tanár 1894.

A betű- és számjelzések magyarázata.

a = Jelenkori (alluvial) üledékek (homok, iszap, patakgyörlekek).
 d = Negyedkori (diluvialis) üledékek (löss, homok, görlekek).
 p₁ = Paludina rétegek (Levantei emelet).
 p₂ = Valencienmesia (cement) és cardium-márgák (Pontusi emel).
 sm = Szármát emel. táblás márga.
 cm = " cerithiummész } szármát emel.
 lm = Lajtamész és márga (lm₂) Felső-mediterráni emel.
 s = Széntelegeket tartó Sotzka-rétegek (Felső-oligocén emel).
 q = Rhyolitikus quarctrachyt telérek.
 Egyszerű számok az illető hely t. sz. feletti magasságát jelölik méterekben.

kr. = Felső-kretákor rétegek általában; részleteiben:
 „ 1. = Conglomerát és brecciapadok.
 „ 2. = Zöldpetyes vörös agyagpala.
 „ 3. kc. = Chalcedones magnesiámész.
 „ 4. = Zöldpetyes, vörös csillámos agyagpala.
 „ 5. = Kövületű fekete csillámos márgapala.
 „ 6. = Hippuritmész pad.
 „ 7. = Sphaerulites agyagmárga serpentin-lörmelékkel.
 „ 8. = Orbitulit- és radiolit-mész.

kr. 9. = Mészőszertü serpentinhomok és vörös palás agyag.
 „ 10. = Homok, conglomerát és sötétszürke palás agyag.
 „ 11. = Kékesszürke agyagmárga és brachyopodás serpentinbreccia.
 „ 12. = Szürke kemény táblás mész márga.
 „ σ. = Serpentin-telep.
 „ 13. = Szürke palás agyagmárga egyes mészkőpaddal.
 „ 14. = Szürke homok és conglomerát váltakozó rétegei, vörös palás agyag közelekekkel.
 „ 15. = Barna táblás mészkő hagyóhéj töredékekkel.
 „ 16. = Homok és sötétszürke agyagpala vált. rétegei.

τ = Felső-kretákor dolerites trachyt telepek.
 t₂ = Alsó-triász mész.
 t₁ = Vörhenyes werfeni pala.
 pt = Uralkodó agyagcsillámpala (phyllit), alárendelt agyag-csillám- és chloritpala.
 ap = Amphibolit-telepek (Kispatics szer).
 gl = Glaukophanit phyllit közé telepűve.
 mp = Uralkodó mészcsillámpala (mészphyllit) és krist. mész, alárendelten phyllit.
 qp = Ugyanezek a közetek b₂ SiO₂-val és Fe₂O₃-dal áthatva.
 δ = Diorit és lörmelékzetei phyllit közé telepűve.