

50639

N. 49. +

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA.

A BUDAPESTI
M. KIR. ÁLLAMI MÁRIA TERÉZIA-LEÁNYGIMNÁZIUM
TANÁRI KÖNYVTÁRA.
SZERKESZTI

KÖNIG GYULA

OSZTÁLYTITKÁR.

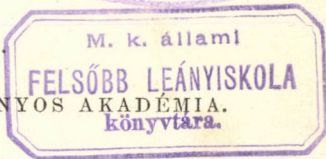
TIZENHARMADIK KÖTET.

1895.



BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.



1895.

N
X31
1895

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA.

TARTALOM.

	Lap
BAUER MIHÁLY: A négyzetes alakok elméletéhez	316
BITTÓ BÉLA: Ujabb közlemény a paprika chomiai összetételéről	210
BUGARSZKY ISTVÁN: Uj módszer a brom és chlor quantitativ elválasztására	276
FÉNYI GYULA: Menyhárh László meteorologiai megfigyelései Boromában	458
FUCHS KÁROLY: A mechanikai munka-integrál képzésének egy új módjáról	239
HALLER BÉLA: Adalék a központi idegrendszer szövettani ismeretéhez (I. tábla)	21
HEGYFOKY KABOS: Az alsó- és felső légáramlatok sebessége	181
HERZFELDER A. D.: Az α α_2 -thionaphthalin és néhány származéka	323
ISTVÁNFY GYULA: Clusius mint a magyar gombászat megalapítója	264
KHERNDL ANTAL: A függőhidak merevítő gerendáinak grafikai elméletéről	226
KLUG NÁNDOR: Adatok a pepsin-emésztéshez	56
KORDA DÉZSŐ: A több phasisú dynamo-gépek egy sajátosságáról	16
— Egy szénfogyasztó thermochemiai galvánelemről	203
— Transzformátorok hatásfokának egy új meghatározási módjáról	473
KOSUTÁNY TAMÁS: Egy új saccharomyces	311
KÖNIG GYULA: A reciprocitás tétele a négyzetes maradékok elméletében	429
KÖVESLIGETHY RADÓ: A földfelület morpometriájának egy új módszeréről	167
— A sismikus tünetmények új geometriai elmélete	363
KRENNER JÓZSEF SÁNDOR: Lorandit, új thallium-ásvány Allecharról Made- doniában (II. tábla)	258
LANDAUER ÁRMIN: Adatok a vesehám szerkezetéhez	152
MIHÁLKOVICS GÉZA: A bonczati mûszók (nomina anatomica) reformálása	439
RADOS GUSZTÁV: A semidefinit quadratikus alakok elméletéhez	191
RÉTHY MÓR: A legkisebb actio elvéről	1
— A legkisebb actio elvéhez	299
RICHTER ALADÁR: Anatómiai és rendszertani vizsgálatok az artocarpeák köréből	288
SCHMIDT SÁNDOR: Egyenlő lapszögek különböző formák között a szabályos kristályrendszerben	331
SZARVASY IMRE: Ujabb arsen, selen és arsen, selen, kéntartalmú vegyületek	418
SZÉKELY ÁGOSTON: Vizsgálatok a vér hatásáról a bacteriumokra	480
TANGL KÁROLY: Nagy kitérésű vízszintes lengések a földnehézség erőterében	125
TELLYESNICZKY KÁLMÁN: A gyíkhere szöveti szerkezetéről	86
VÁLYI GYULA: Többszörös involutio	408



A LEGKISEBB ACTIO ELVÉRŐL.

RÉTHY MÓR I. tagtól.

I. Dolgozatom A. MAYER * és HELMHOLTZ ** idevágó értekezéseinek tanulmányozása folytán abból a törekvésemből támadt, hogy a szóba jövő fogalmak általánosítása révén ugyanazt az érvényességi kört szerezzem meg az actio elvének, mely a HAMILTON elvének sajátja.

Az actio elvére nézve egészen 1887-ig általános volt a nézet, hogy érvényessége ahhoz a föltételhez van kötve, hogy a pontrendszer energiája állandó és ugyanakkora legyen a valódi mint a variált mozgásban. Az utolsó ebben a felfogásban írt dolgozat A. MAYER-é, ki előszavát azzal a kijelentéssel végzi, hogy az actio elvét a HAMILTON-elv, úgy általánosság, mint egyszerűség, világosság és természetszerűség dolgában messze fölülmulja.

Ennek ellenében HELMHOLTZ arra figyelmezteti a tudós világot, hogy az elvet LAGRANGE már turini híres értekezésében *** bővebb körben alkalmazá. Kifejtvén és alkalmazván LAGRANGE eljárását abban az esetben, a midőn a pontrendszerre ható erők potenciállal bírnak, de részben külső mozgó tömegektől erednek, a kényszeregyenletek azonban az időtől függetlenek, — arra az eredményre jön HELMHOLTZ, hogy a két elv a problémában fellépő eleven erőre és potenciálra vonatkozólag úgy a föltevésekben, mint a következményekben teljesen megegyező.

Mégis van lényeges különbség LAGRANGE és HELMHOLTZ tár-

* Sächsische Berichte 1886, Bd. 38, pag. 343—55.

** Sitzungsberichte der Akad. zu Berlin 1887, I. pag. 225—36.

*** Oeuvres de Lagrange, Tom. I. pag. 335—468. (Miscellanea Taurinensia 1760—1761).

gyalása között. LAGRANGE a szóban levő esetet sehol se tárgyalja, általánosan pedig úgy nyilatkozik *, hogy az erők időelembeli munkája nem lévén teljes differenciál, a

$$\delta T = \Sigma P \delta p$$

egyenlet nem áll fenn általánosan, «cette équation ne pourra plus servir à trouver les conditions de la maximité ou de la minimité de la formule integrale $\int \Sigma m u ds$, mais elle servira toujours également pour trouver les mouvements des corps, . . . , quelles que soient les forces, dont ils sont animés». Ezekben világos szavakkal az a tétel van kifejezve, mely a HAMILTON-tétel név alatt ismeretes. Ellenben az actio elve úgy LAGRANGE «Mécanique analytique»-jában, mint azóta az egész irodalomban maximo-minimum elv. Tényleg HELMHOLTZ is úgy szorítja meg a variáció körét, hogy az actio szélső érték legyen; megszorítja ugyanis avval a követeléssel, hogy a rendszer energiája ne szenvedjen variálást; miként továbbá levezetéséből kiolvasható **, hallgatva azt is kiköti, hogy a pontrendszerre ható külső tömegek helyei se legyenek variálásnak alávetve. Ezekből a föltételekből együttesen csakugyan következik LAGRANGE imént fölírt egyenlete. De a variálás köre úgy túlságosan szűk. Legalább egyelőre elegendő lesz a maximum-minimumra nézve a következő mellékföltételt megállapítani: A pontrendszer energiája változzék, de legyen az időnek ugyanazon függvénye a természetes és a variált mozgásban.

Igy elejtván a külső pontok mozgásának változatlanságát és az energia időbeli változásának megállapítására az időnek egy eleve ismeretlen függvényét hozván be, — a probléma tárgyalása egyszerűbb és általánosabb lesz. Hogy milyen megállapításokat kellett még tennem az actio elvének oly módon való formulázásánál, hogy a HAMILTON-elvvel általánosság és világosság dolgában teljesen æquivalens legyen, azt a részletes tárgyalás folyamán fogom előadni.

* Pag. 384, XIII.

** I. h. pag. 232 al. 1. sor; pag. 234 alulról 8. sor és 2a egyenlet.

II. E dolgozatban állandóan fogják jelenteni

T a pontrendszer eleven erejét,
 U „ potenciálját
 q_i „ független koordinátáit,
 a_i, b_i ezeknek kezdő és végső értékeit,
 t a változó időt,
 t_1 egy megadott időtartamot,
 n a pontok számát,

További jelölések :

$$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}, \quad (1)$$

$$f = T + U, \quad (2)$$

$$F = \sum_1^n q_i' \frac{\partial f}{\partial q_i'} - f, \quad (3)$$

$$H = \int_0^{t_1} (T + U) dt = \int_0^{t_1} f dt. \quad (4)$$

Az a körülmény, hogy a kényszeregyenletek az időt explicite is tartalmazzák, abban nyer kifejezést, hogy T és f nem homogén függvénye a q_i' -knek.

Az F a rendszer energiája.

A H időintegrál variációjánál az időt is változónak fogjuk venni; hozzunk be kényelmesebb számítás céljából φ sorozó változót, és jelöljük az idő és a koordináták differenciállányadosait így :

$$\begin{aligned} \dot{t} &= \frac{dt}{d\varphi}, \\ \dot{q}_i &= \frac{dq_i}{d\varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Lészen

$$\begin{aligned}
 q_i' &= \frac{\dot{q}_i}{t}, \\
 \frac{\partial q_i'}{\partial t} &= -\frac{\dot{q}_i}{t^2} = -\frac{q_i'}{t} \\
 t \frac{\partial f}{\partial t} &= t \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} \frac{\partial q_i'}{\partial t} = -\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' \\
 -\frac{\partial(f\dot{t})}{\partial t} &= \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' - f = F.
 \end{aligned} \tag{6}$$

III. A H időintegrál variációjának kiszámításánál azon egyetlen föltevést használjuk, hogy a rendszer pontjai *adott* kezdőhelyről *egyidejűleg* indulnak, és *adott* véghelyekre *nem* egyidejűleg érkeznek; az időtartamok $t_1, t_1 + \delta t_1$.

Ismeretes átalakítás folytán

$$\begin{aligned}
 \delta \int_0^{t_1} f dt &= \int_0^{q_1} \sum_1^n \left(\frac{\partial(f\dot{t})}{\partial q_i} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\partial(f\dot{t})}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i d\varphi \\
 &+ \int_0^{q_1} \left(\frac{\partial(f\dot{t})}{\partial t} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\partial(f\dot{t})}{\partial \dot{t}} \right) \delta t d\varphi. \\
 &+ \left(\frac{\partial(f\dot{t})}{\partial t} \delta t \right)_{t_1};
 \end{aligned}$$

ebből az (5) és (6) alattiak tekintetbe vételével fölírható:

$$\begin{aligned}
 \delta \int_0^{t_1} f dt &= \int_0^{t_1} \sum_1^n \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial q_i'} \right) \delta q_i dt \\
 &+ \int_0^{t_1} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{dF}{dt} \right) \delta t dt - F_{t_1} \delta t_1,
 \end{aligned} \tag{7}$$

hol F_{t_1} az F -nek t_1 időbeli értéke.

LAGRANGE mozgási egyenletei értelmében *

* Lipschitz: Untersuchung eines Problems etc. Crelle Journal Bd. 74;
E. SCHERING: Hamilton-Jacobische Theorie etc. Göttinger Abhandl. 1873.

$$\frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial q_i'} = 0; [i=1, \dots, n]. \quad (8)$$

Ez egyenletrendszer folyamányaképen fenáll

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{dF}{dt} = 0 \quad (9)$$

egyenlet is. Valóban (6) szerint

$$\frac{dF}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' - f \right),$$

tehát kifejtés után

$$\frac{dF}{dt} = \sum_1^n \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial q_i'} - \frac{\partial f}{\partial q_i} \right) - \frac{\partial f}{\partial t};$$

ez pedig a (8) alatti egyenletrendszer érvényességénél fogva át megy a (9) alatti alakba.

A (8) és (9) alatti egyenletek fennállván, a (7) alatti így írható:

$$\delta \int_0^{t_1} f dt + F_{t_1} \delta t_1 = 0. \quad (10)$$

IV. Ha a pontrendszer kezdő és végső helyzetén kívül az t_1 időtartam is változatlan, azaz $\delta t_1 = 0$, akkor a (10) folytán

$$\delta \int_0^{t_1} f dt = 0. \quad (10a)$$

Ez a tétel és megfordítása fejezik ki, miként ismeretes, a HAMILTON-elvet.

Ha ellenben $\delta t_1 \neq 0$, de a helyett a variálásnál szűkebbre vonjuk az összehasonlítás körét avval a követeléssel, hogy az F energia számára az összes összehasonlítandó mozgások a t -nek ugyanazt a függvényét adják, mint a LAGRANGE egyenletrendszere értelmében történő mozgás, akkor a (10) alatti egyenletből az actio elve ered.

Ha ugyanis a LAGRANGE-egyenletrendszer általános megoldása:

$$q_i = f_i^{(0)}; [i=1, \dots, n]$$

és e megoldás alapján kiszámítván F -et mint a kezdő helyek, a végsőhelyek és a t -nek $E_0(t)$ függvényét, a variálásnál feltételül szabom ki, hogy

$$F = E_0(t) \quad (11)$$

legyen, akkor

$$\delta \int_0^{t_1} F dt = \delta \int_0^{t_1} E_0(t) dt = E_0(t_1) \delta t_1 = F_{t_1} \delta t_1;$$

minélfogva a (10) alatti egyenletből ered:

$$\delta \int_0^{t_1} (f + F) dt = 0,$$

mely egyenlet a (3) alatti jelölés fölhasználásával így írható:

$$\delta \int_0^{t_1} \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q'_i} q'_i dt = 0. \quad (12)$$

Ha a kényszeregyenletek nem tartalmazzák az időt, a T a q'_i -knek homogén quadratikusan függvénye; ha egyuttal az U nem lévén függvénye a sebességeknek, $\frac{\partial U}{\partial q'_i} = 0$ az i minden értékénél, akkor:

$$\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q'_i} q'_i = \sum_1^n \frac{\partial T}{\partial q'_i} q'_i = 2T,$$

és

$$\int_0^{t_1} \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q'_i} q'_i dt = \int_0^{t_1} 2T dt \quad (13a)$$

miként ismeretes, nem egyéb a pontrendszer *actiojánál*. Az

$$A = \int_0^{t_1} \sum \frac{\partial f}{\partial q'_i} q'_i dt \quad (13)$$

az actio fogalmának általánosítása a szóban levő nagyobb körben. A (10b) alatt kimondott tétel pedig, mely szerint $\delta A = 0$, t_1 minden értéke esetén, ha a kezdő és véghelyek ugyanazok a variálatlan mint a variált pályán, míg δt_1 nem $= 0$, de a helyett a (11) egyen-

let mint teljesítendő föltétel van kiszabva, és e tételnek még esz-
közlendő megfordítása — az *actio elvének* általánosított fogalma-
zását tartalmazza.

Megjegyzés. Ha a potenciál csakis a koordináták és az idő
függvénye, de a kényszeregyenletek az időt is tartalmazzák, akkor
az actio

$$A = \int_0^{t_1} \sum_1^n \frac{\partial T}{\partial q_i'} q_i' dt;$$

ha tehát

$$T = T_2 + T_1 + T_0,$$

hol T_2 , T_1 , T_0 az eleven erőnek a q_i' -okban 2-od, 1-ső és 0-ad fokú
homogén függvényeit jelentik, úgy az actio

$$A = \int_0^{t_1} 2T_2 dt + \int_0^{t_1} T_1 dt. \quad (13b)$$

Az actionak ezen általánosításánál nincsen meg többé az az
egyszerű jelentése, a mely abban az esetben jellemzi, a midőn a
kényszeregyenletek az időtől függetlenek.

V. A tételt megfordítandók, a következő problémát tűzzük ki:

(A) *Kerestetik az a mozgás, melynek esetén variáló t_1 mellett*

$$\delta \int_0^{t_1} \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' dt = 0 \quad (12)$$

legyen abban a variáció körben, mely

$$\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' - f = E(t) \quad (14)$$

*föltétellel van korlátozva, hol $E(t)$ a t -nek ugyanazon függvénye
a keresett mint a variált mozgásnál. A pontrendszer kiinduló és
végső helyzete nem esvén variálás alá, megkövetelem, hogy a (12)
egyenlet érvényben maradjon, ha a pontrendszer bármelyik köz-
benső helyzete válik is végső helyzetté.*

Jelöltessék

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i + \lambda \left(\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i - f - E(t) \right) \\ &= F + f + \lambda (F - E(t)), \end{aligned} \quad (15)$$

azaz

$$\mathcal{Q} = (1 + \lambda) F + f - \lambda E(t);$$

és számíttassék ki az \mathcal{Q} időintegráljának teljes variációja, adott kiinduló és végső pontok mellett; az eredményt megadja a (7) egyenlet, ha benne f helyett \mathcal{Q} tétetik. A föladat megoldására ama

$$q_1, q_2, \dots, q_n; \lambda$$

függvényeket kell meghatároznom, melyek mellett a (14) alatti egyenlet teljesülvén,

$$\delta \int_0^{t_1} \mathcal{Q} dt = 0$$

egymástól független δt_1 és δq_i -k esetén is.

Ezek szerint a (14) egyenleten kívül állani kell a következő egyenleteknek:

$$\left(\mathcal{Q} - \sum_1^n \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial q_i} q_i \right)_{t_1} = 0, \quad (a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \dot{q}_i} = 0; \quad (i=1, \dots, n) \quad (b)$$

az első azért áll, mert a bal oldala a δt_1 szorzója; a második azért, mert a baloldala δq_i szorzója. Az (a) és (b) egyenletek fönállása elégségesek is arra, hogy az \mathcal{Q} időintegráljának variációja = 0 legyen. Ugyanis a (b) egyenletekből azon az úton, mint előbb, a következő egyenlet folyik

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} + \frac{d}{dt} \left(\sum_1^n \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - \mathcal{Q} \right) = 0; \quad (c)$$

minélfogva az integrál alatt δt szorzója is = 0.

A mi az (a) alatti egyenletet illeti, a (15a) alapján

$$\sum_1^n \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial q_i} q_i = (1 + \lambda) \sum_1^n \frac{\partial F}{\partial q_i} q_i + \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i;$$

míg a (14) és (15) folytán

$$\Omega = \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i;$$

úgy hogy

$$\sum_1^n \frac{\partial \Omega}{\partial q_i} q_i - \Omega = (1 + \lambda) \sum_1^n \frac{\partial F}{\partial q_i} q_i,$$

és ebből az F helyett a (3) alatti értékét behelyettesítvén ered:

$$\sum_1^n \frac{\partial \Omega}{\partial q_i} q_i - \Omega = (1 + \lambda) \sum_1^n \sum_1^n \frac{\partial^2 f}{\partial q_i \partial q_j} q_i q_j \quad (16)$$

Az (a) alatti egyenlet folytán a jobb oldal $=0$, ha $t=t_1$; a mi tekintettel arra, hogy a második szorzó nem lehet $=0$, csak úgy következhetik be, ha

$$1 + \lambda = 0. \quad (17)$$

Miután pedig a probléma értelmében az actio variációja $=0$ bármekkora t_1 esetén, tehát akkor is, ha a felső határ a 0 és t_1 között fekvő *bármely* értéket fölveszi, a $\lambda \equiv -1$. Ennek folytán

$$\Omega = f + E(t),$$

és úgy a (b) alatti egyenletrendszer a

$$\frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial q_i} = 0; \quad [i=1, \dots, n]$$

LAGRANGE-féle *egyenletrendszerbe megy át*. Ennek megoldása után az előre meg nem adott $E(t)$ függvény (14) ismertté válik.

Évvél a (IV.) alatt bebizonyított tétel megfordítása is megtörtént.

VI. A. MAYER tárgyalásánál és a mennyire tudom, minden régiebb szerzőnél is, a t_1 időtartam *egy meghatározott*, előre meg nem adott, értékkel bír. A helyett az $E(t)$ egy előre megadott állandó, míg a kényszer egyenletek és a potenciál csak a koordinátákat tartalmazzák. Erre való tekintetből gondoljuk a LAGRANGE-egyenletrendszer általános megoldását fölírva, és ennek alapján az $E(t)$ -t előállítva mint a kezdő és a végső helyzet koordinátáinak és a t -nek függvényét. Legyen az *általános* megoldás

$$q_i = f_i(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n; t); \quad [i=1, \dots, n]. \quad (18)$$



és

$$E(t) = E_0(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n; t),$$

hol $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ a pontrendszer 0, illetőleg t_1 időpontbeli koordinátái. Az így meghatározott $E_0(t)$ függvény alakot nevezzük az *energia* LAGRANGE-alakjának.

Ezek előrebocsátása után tűzzük ki a következő problémát:

(B) *Kerestetik az a mozgás, melynek eselén egy «meghatározott», előre meg nem adott t_1 időtartamra vonatkoztatván az achiot, $\delta A = 0$ legyen azon variáció körben, mely a*

$$\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i' - f = E_0(t) \quad (19)$$

föltétellel van korlátozva, hol $E_0(t)$ az *energia* LAGRANGE-alakja. A pontrendszer kezdő és végső helyzete meg van adva $a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n$ koordinátákkal, δt_1 pedig nem = 0.

Az előző (III.) pontbeli következtetések egészen a (17) alatti egyenletig most is ismételhetők. Mintán azonban a t_1 egy «meghatározott» speciálérték, a további következtetések itt nem alkalmazhatók. Mindamellett most is áll, hogy $\lambda = -1$.

Ugyanis $\lambda = -1$ esetén a (b) alatti differenciálegyenletek a LAGRANGE mozgási egyenletekbe menvén át, (18) alatti egyenletrendszer megoldja a (b) alattit. A (18) alatti egyenletrendszer azonkívül kielégíti a (19) alatti föltételi egyenletet is. Csak annak a bebizonyítása marad tehát hátra, hogy a

$$\lambda = -1$$

$$q_i = f_i(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n; t); \quad [i = 1, \dots, n] \quad (20)$$

egyenletrendszer az (a) feltételnek alávetett (b) és (19) alatti differenciálegyenletrendszernek *általános* megoldása. Ez pedig abból következik, hogy a differenciálegyenletrendszer λ -ban elsőrendű, a q_i -kban másodrendű lévén, az általános megoldás $2n+1$ független állandót tartalmaz; melyek közül egyet az (a) alatti hátföltétel ($\lambda = -1$) lefoglalván, marad $2n$ független állandó. Épen $2n$ független állandó van a (20) alatti egyenletrendszerben.

A (B) feladatnak megfelelő mozgás tehát szintén a LAGRANGE-egyenletrendszer értelmében történik.

VII. Az a feltétel, hogy az $E_0(t)$ függvény alakja adva legyen, egyszerűbbel pótolható. Arra nézve ugyanis, hogy a mozgás a LAGRANGE-egyenletrendszer értelmében történjék, az $E(t)$ függvénynek mindenesetre meg kell felelnie a (9) egyenletből, $l' = E(b)$ helyettesítéssel keletkező egyenletnek:

$$-\frac{\partial f}{\partial t} + E'(t) = 0; \quad (21)$$

és ez az actio elvének szempontjából, miként látni fogjuk, egyszersmind elegendő feltétel is. Foglalkozzunk ugyanis a következő problémával:

(C). *Menjen át a pontrendszer a_1, \dots, a_n adott kezdő helyzetből t_1 idő alatt adott b_1, \dots, b_n végső helyzetbe. Az $E(t)$ az időnek egy határozott, előre nem adott függvényét jelentvén, követeljük meg, hogy a (21) a (variálatlan) mozgás integrálegyenlete legyen. Kerestetik a mozgás, melynek esetén egyszersmind $\delta t_1 \geq 0$ mellett $\delta A = 0$ legyen abban a variáció körben, mely a*

$$\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' - f = E(t) \quad (14)$$

föltételi egyenlettel van korlátozva.

Ez a probléma megoldása is a LAGRANGE-egyenletrendszer értelmében történő mozgás. A bebizonyítás ugyanazokon az általános megfontolásokon alapszik, mint az előző pontban előadott. Az egyetlen különbség, hogy ottan az $E(t)$ a LAGRANGE-alakban lévén adva, a LAGRANGE-egyenletrendszer a (19) föltételi egyenletet kielégíti; itten pedig ezért lesz kielégítve a (21) egyenletrendszer, mert az $E(t)$ (14)-ből a LAGRANGE-egyenletrendszer megoldása folytán nyert q_i, q_i' értékek alapján számítandók ki.

Abban az esetben, ha a kényszeregyenletek az időtől függetlenek, — és ez MAYER és HELMHOLTZ esete — a bizonyítás egyenes számítások útján is végezhető, valamint a nevezett tudósok tényleg így is végezték. Az általános esetben azonban már nem sikerül ugyanazon a módon a következő okokból. Általánosan a (21)-ből folyólag

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = (1 + \lambda) \frac{\partial}{\partial t} \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i'.$$

A $\frac{\partial Q}{\partial t}$ ennél fogva a λ -tól függetlenül csak akkor $=0$, ha

$$\sum_1^n \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i'$$

az időt explicite nem tartalmazza. MAYER és HELMHOLTZ tárgyalásánál az idő csak a potenciálban fordulván elő explicite, mely a maga részéről a sebességtől független volt, a nevezett kifejezés az időt explicite nem tartalmazza. De általánosan igen. Azért $\frac{\partial Q}{\partial t}$ sem lévén $=0$, nem következtethető többé a (c) egyenletből, hogy

$$Q - \sum_1^n \frac{\partial Q}{\partial q_i} q_i' = \text{const.}$$

A (C) probléma és megoldása tétellel összefoglalva az *actio elvét egy harmadik alakban mondja ki.*

Megjegyzés. Az a tárgyalás, mely HELMHOLTZ értekezésének 234. lapján olvasható, igen közel áll a (C) probléma tárgyalásához. Tényleg az ott olvasható $\delta(F+L)=0$, vagy az itt használt jelölésekben írva,

$$\delta(T-U)=0$$

egyenlet (2a) úgy értendő, hogy

$$\sum_1^n \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} \delta q_i + \sum_1^n \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i'} \delta q_i' = 0. \quad (22)$$

Hogy csakugyan így áll a dolog, világosan kitűnik a későbbi tárgyalásokból, hol U úgy tekintetik, mintha belső pontok koordinátáin kívül csak a phasisjelző φ függvénye volna, a mi *magában véve* azt jelenti, hogy a külső tömegek mozgása nem esik variáció alá.

De ez a (22) egyenlet a maga részéről csak úgy fér meg az ekkor fennálló

$$T-U=E(t)$$

föltételi egyenletből folyó

$$\sum_1^n \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i'} \delta q_i + \sum_1^n \frac{\partial(T-U)}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial(T-U)}{\partial t} \delta t = E'(t) \delta t$$

egyenlettel, ha

$$\frac{\partial (T-U)}{\partial t} = E'(t);$$

mely egyenlet $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ folytán a jelen speciális esetben azonos a (21) alatti egyenlettel.

VIII. Az előző pontbeli problema a következő alakban is fogalmazható:

(D) Menjen át a pontrendszer a_1, \dots, a_n adott kezdő helyzetből t_1 idő alatt adott b_1, \dots, b_n végső helyzetbe. Kerestetik az a mozgás, melynek esetén az előre meg nem adott t_1 időtartamra vonatkoztatván az actiot $\delta A = 0$ legyen abban a variáció körben, mely

$$F = E(t) \quad (23)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -E'(t) \quad (24)$$

föltételi egyenletekkel van korlátozva, hol $E(t)$ egy «meghatározott» előre meg nem adott függvény.

E probléma variáció köre teljesen benne foglaltatik az előzőében, mely okoknál fogva a megoldása tökéletesen ugyanaz mint az előbbi. Függetlenül bebizonyítható így:

Itt is a LAGRANGE multiplicator-módszerét alkalmazandók, legyen

$$\Omega_1 = \sum \frac{\partial f}{\partial q_i'} q_i' + \lambda (F - E(t)) + \mu \left(\frac{\partial f}{\partial t} + E'(t) \right),$$

azaz

$$\Omega_1 = (1 + \lambda) F + f - \lambda E(t) + \mu \left(\frac{\partial f}{\partial t} + E'(t) \right),$$

hol λ és μ , valamint q_1, \dots, q_n úgy határozandók meg, hogy

$$\delta \int_0^{t_1} \Omega_1 dt = 0$$

legyen és a mellett a (23) és a (24) egyenletek is teljesüljenek. Hogy e variáció $= 0$ legyen, arra nézve szükséges és elegendő, hogy az (a) és (b) alatti egyenletekben \mathcal{Q} helyett Ω_1 -et írván, ezek főálljanak. Ugyanis a (c) alatti akkor foly az (a) és (b) alattiakból, ha \mathcal{Q} helyén Ω_1 áll.

Ezek szerint a λ , μ és q_i -k meghatározására rendelkezésemre áll $n + 2$ közönséges differenciálegyenlet, melyek μ -ben 0-ad, λ -an 1-ső és a q_i -kban 2-odrendűek; azonkívül egy határegyenlet, mely ugyanazon következtetések révén, mint előbb, csak úgy teljesül, ha $t=t_1$ értéknél $\lambda=-1$. Ebből következik, hogy az $n+2$ differenciálegyenletrendszer általános megoldása $2n$ független állandót tartalmaz.

Más részről $\lambda=-1$, $\mu=0$ esetében a (b) mintája szerint felirt differenciálegyenletek a LAGRANGE-egyenletrendszerbe mennek át, melynek általános megoldása szintén $2n$ állandót tartalmaz. A mellett a Lagrange-egyenletrendszer folytán önkényt teljesül a (23) és a (24) egyenlet. Ugyanis e két egyenletből eliminálván az $E(t)$ -t ered

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{dF}{dt} = 0,$$

mely azonos a (9) alatti egyenlettel.

Ha tehát a LAGRANGE egyenletrendszer általános megoldása után az $E(t)$ függvényt a (23) alapján kiszámítom, akkor a (24) önként teljesül. Minélfogva a

$$\begin{aligned} \lambda &= -1 \\ \mu &= 0 \\ q_i &= f_i(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n; t) \quad [i=1, \dots, n] \end{aligned}$$

egyenletrendszer értelmében történő mozgás a jelen (D) problémának is általános megoldása.

A (D) alatti probléma és megoldása tétellé összefoglalva e szerint az actio elvének egy negyedik általános kifejezését szolgáltatja.

IX. Az összes tárgyalásokban az f a $T+U$ összeget jelentette; tényleg jelenthette a $t; q_1, \dots, q_n; q'_1, \dots, q'_n$ változók *akármilyen* függvényét, föltéve, hogy a folytonosság és a differenciálhatóság követelményein kívül a következő két föltett egyenlőtlenségnek megfelel:

$$\begin{aligned} \sum_1^n \frac{\partial^2 f}{\partial q'_i \partial q'_j} &\geq 0, \\ \sum \pm \frac{\partial^2 f}{\partial q'_1 \partial q'_1} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial q'_2 \partial q'_2} \quad \dots \quad \frac{\partial^2 f}{\partial q'_n \partial q'_n} &\geq 0. \end{aligned}$$

Az első egyenlőtlenséget fel kellett tennünk; a második egyenlőtlenség pedig az elegendő és szükséges feltételt fejezi ki arra nézve, hogy a (8) rendszernek legyen megoldása. (Lásd MAYER A. i. ért.).

E megjegyzés alapján kimondhatjuk, hogy a nyert tételek, a véletlenül használt mechanikai nomenclaturából kivetköztetve, általános variációszámítási tételek, melyek azt a nevezetes dualitást mutatják fel, hogy alkalmas mellékfeltételek mellett ugyanaz a megoldása van a

$$\delta \int_0^{t_1} \sum \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i' dt = 0$$

mint a

$$\delta \int_0^{t_1} f dt = 0$$

egyenletnek.

Ezekben nyer kifejezést az *actio* elve és a HAMILTON elve közötti viszony, mely elvek, miként HELMHOLTZ idézett értekezésében az ott tárgyalt esetre vonatkozólag kijelenté, teljesen æquivalensek, teljesen egyenlően általánosak.

Egy nagy előnye mégis van a HAMILTON-elvnek: — az, hogy sokkal egyszerűbb.

A TÖBB-PHASISÚ DYNAMO-GÉPEK EGY SAJÁTSÁGÁRÓL.

KORDA DEZSŐ-től.

Célom a következőkben a több-phasisú áramot szolgáltató dynamogépeknek egy eddig fel nem ismert tulajdonságát kimutatni, a mely szerint *ezekben a gépekben az induktortekercsek áramai teljesen mentek a fegyverzet visszahatásából eredő változásoktól.*

Míg az egy-phasisú váltakozó áramotszolgáltató dynamogépeknél a fegyverzetben gerjesztett áramok visszahatnak az induktor tekercseire és a gerjesztő áramot módosítják, hasonló módon, mint a transzformatorokban a másodlagos tekercsben létrehozott áram befolyásolja az első áramkörben keringő áramot, addig a több-phasisú generatorokban efféle visszahatás nincsen. Ez a kedvező tulajdonság lehetővé teszi, hogy a több phasisú áramot szolgáltató gépek egészen a sodronyok túlságos felmelegedéséig terhelhessenek, a nélkül, hogy ezáltal — a vas permeabilitásának és a réz vezető-képességének változásait mellőzve — az induktor áramai befolyásoltatnának és egyszersmind az indukált áramok görbéjének alakja, melynek egyenletes forgó mágnesmező létesítése végett lehetőleg sinusvonalúnak kell lennie, módosítást szenvedne.

Egyszerűség kedvéért ezen tulajdonságot előbb a két-phasisú és csupán két sarkú gépekről akarom bebizonyítani, miután az eredménynek egyszerű értelmezéséből annak érvénye bármely pólusszámmal bíró sokphasisú gépre azonnal kiterjeszhető.

Tételezzük fel tehát, hogy az I nagyságú egyenárammal gerjesztett induktornak két pólusa között a gép tengelyére erősített, két egymásra merőleges tekercs forog. E két tekercsben, mely az

armatúrát alkotja, oly váltakozó áramok indukáltatnak, melyek egymás irányában egy negyedperiodussal el vannak tolva. Két, a tengelyre erősített gyűrűpár és azokhoz surlódó kefék közvetítik ezen hasznos áramoknak tovavezetését.

A két armaturatekeresről természetszerűleg feltételezhetjük, hogy teljesen azonos méretűek.

Legyen az induktornak és az egyik armaturatekeresnek egymásra vonatkoztatott inductió-tényezője M_1 , a másik tekeresre vonatkozólag pedig M_2 , továbbá ezen tényezőknek maximális értéke, mely azon helyzet pillanatának felel meg, midőn az illető tekeres teljesen a pólussal szemben van, úgy hogy a tekeres tengelye a mágnestengelybe esik, μ . Legyen továbbá Ω az armatúrának másodpercenkénti fordulatszám, A egy-egy tekeresnek öninductió-tényezője és ρ ellenállása.

Ha a forgásnak megfelelőleg t időpillanatban az 1. tekeresre nézve:

$$M_1 = \mu \sin 2\pi\Omega t,$$

úgy egyszersmind a 2. tekeresre nézve annak helyzete folytán

$$M_2 = \mu \cos 2\pi\Omega t.$$

A forgás folyamán az előbbi tekeresben indukált I_1 áram

$$0 = \rho I_1 + A \frac{dI_1}{dt} + I \frac{dM_1}{dt}$$

összefüggésnek megfelelőleg

$$I_1 = - \frac{I\mu \cdot 2\pi\Omega}{\sqrt{\rho^2 + 4\pi^2\Omega^2 A^2}} \cos(2\pi\Omega t - \varphi) \quad (1)$$

értékű lesz, a hol a

$$\operatorname{tg} \varphi = 2\pi\Omega \frac{A}{\rho} \quad (2)$$

kifejezés adja meg a φ szöveget.

Ugyanakkor a 2. tekeresben

$$I_2 = \frac{I\mu \cdot 2\pi\Omega}{\sqrt{\rho^2 + 4\pi^2\Omega^2 A^2}} \sin(2\pi\Omega t - \varphi) \quad (3)$$

törvény szerint változó áram indukáltatik, mely I_1 -hez képest egy negyedperiodussal el van tolva.

E két áram létesítéséhez szükséges W külső munka a

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= I \left(I_1 \frac{dM}{dt} + I_2 \frac{dM_2}{dt} \right) \\ &= - \frac{I^2 \mu^2 4\pi^2 \Omega^2}{\rho} \cos^2 \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

vonatkozásnak megfelelőleg az idővel egyszerűen arányos, holott közönséges változó áramú dynamogépeknél, vagyis midőn a szóban levő tekercsek közül csupán egyik van jelen, az abban indukált áram létesítéséhez periodikus hullámzásokat feltüntető külső energia szükségeltetik, mint az I_1 esetében a

$$\frac{dW}{dt} = - \frac{I^2 \mu^2 4\pi^2 \Omega^2}{\sqrt{\rho^2 + 4\pi^2 \Omega^2 A^2}} (\cos^2 2\pi \Omega t \cos \varphi + \sin 2\pi \Omega t \cdot \cos 2\pi \Omega t \sin \varphi)$$

I_2 esetében pedig a

$$\frac{dW}{dt} = - \frac{I^2 \mu^2 4\pi^2 \Omega^2}{\sqrt{\rho^2 + 4\pi^2 \Omega^2 A^2}} (\sin^2 2\pi \Omega t \cos \varphi - \sin 2\pi \Omega t \cdot \cos 2\pi \Omega t \cdot \sin \varphi)$$

kifejezésekből kitűnik.

Vizsgáljuk meg már most ezen áramoknak visszahatását az induktortekercsekre előbb közönséges egyphasissú, azután pedig kétphasissú gép esetében. Az előbbinél, midőn például csupán az 1. tekercs létezik, ezen visszahatásnak megfelelő indukált elektromótoros erő a következő kifejezés által van adva:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{d}{dt} (M_1 I_1) = \\ &= - \frac{I \mu^2 2\pi \Omega}{\sqrt{\rho^2 + 4\pi^2 \Omega^2 A^2}} \frac{d}{dt} (\cos 2\pi \Omega t \sin 2\pi \Omega t \cos \varphi + \sin^2 2\pi \Omega t \sin \varphi) \\ &= - \varepsilon_0 \cos (4\pi \Omega t - \varphi) \end{aligned} \quad (5)$$

vagyis az armatura-reactió kétszer annyi periodussal bíró sinus-görbe által van adva, mint a mennyi a fordulatszámnak megfelel.

Kétphasissú gépnél a 2. tekercsnek együttes jelenléte folytán emez elektromótoros erő leend:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{d}{dt} (M_1 I_1 + M_2 I_1) = \\ &= - \frac{I \mu^2 2\pi \Omega}{\sqrt{\rho^2 + 4\pi^2 \Omega^2 A^2}} \frac{d}{dt} (\sin^2 2\pi \Omega t \sin^2 \varphi + \cos^2 2\pi \Omega t \cdot \sin \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

azaz a gép megterhelésétől, a levegőköz nagyságától és a forgási sebességtől függetlenül az armatura-reactionak értéke zérus.

Ezen eredményt még másként is fogalmazhatjuk. Ha ugyanis a (6) alatti baloldali differenciálkifejezést explicite írjuk, úgy I -vel szorozva lesz:

$$\varepsilon I = I \left(I_1 \frac{dM_1}{dt} + I_2 \frac{dM_2}{dt} \right) + I \left(M_1 \frac{dI_1}{dt} + M_2 \frac{dI_2}{dt} \right)$$

A jobboldali első tag azonban nem egyéb, mint a külső munka változási mérvének kifejezése, melyről (4) alatt látszik, hogy állandó nagyságú és állandóan negatív előjelű. A második tag pedig nem egyéb, mint azon változásnak mérve, mely az armaturaáramok intenzitás-változása folytán az armatura és inductor egymás iránti helyzetenergiájában bekövetkezik és könnyű meggyőződni, hogy ezen tag szintén állandó nagyságú, még pedig a (4) alattival egyenlő, de ellenkező előjelű. Ebből az következik, hogy a bennünket foglalkoztató esetben az armaturaáramok intenzitás-változásának megfelelő reakció állandóan lerontja az azok helyváltozásának megfelelő reakciót.

Fentebbi bizonyításunknak igen egyszerű értelmezést adhatunk, mely, mint jeleztük, lehetővé teszi, hogy ugyanazon eredményt közvetlenül a három- és több phasisú gépekre is kiterjeszthessük. Ugyanis az 1. és 2. tekercsben az armatura forgása közben indukált áramok egymás iránt negyedperiodussal lévén eltolva, a két mágnes tér, mely e tekercsekhez tartozik, szintén egymás iránt 90° -kal eltolt sinusgörbék által ábrázolható és így összetételük folytán oly eredő mágnes tér jön létre, mely állandó nagyságú és az armaturához viszonyítva Ω relativ sebességgel változtatja irányát. Csakhogy, mint az 1) és 3) alatt álló kifejezések jeléből közvetlenül világos, a mágnes térnek eme relativ forgó mozgása egyenlő szögsebességű ugyan, de ellenkező irányú, mint az armaturának absolut forgó mozgása. Eredmény gyanánt tehát állandó értékű és a térben fix helyzetű eredő mágnes tér adódik ki, mely e szerint az induktor tekercsben tényleg nem indukálhat áramot.

Mivel pedig három- és többphasissú áramokat fejlesztő gépben az egyes tekercsek mágnestereiből létesülő eredő mágnes térnek szintén megvan e tulajdonsága azaz értéke állandó és az

armaturához viszonyítva oly forgási sebessége, mely egyenlő, de ellenkező irányú, mint az armaturának absolut sebessége, ennélfogva többphasisú gépnél sem létesülhet reactio az armatura részéről az induktortekercsekben.

Több mint két pólussal bíró gépeknél az eredmény szintén könnyen igazolható, csupán Ω helyett kell fentebbi képleteinkben $x\Omega$ értéket helyettesíteni, a hol Ω , mint előbb, az armaturának másodpercenkénti fordulatszáma, x pedig a póluspárok száma.

Befejezésül még fel akarom említeni, hogy a fentebbiekben feltárt viszonyoknak többek között azon gyakorlati fontosságuk is van, hogy lehetővé teszik, miként sokphasisú gépnél a gerjesztéshez szükséges egyenáramot collector és egy kefpár hozzákapcsolása segítségével szikraképződés nélkül könnyű szerrel magából a gépből lehessen venni. Ugyanis egyrészt ezen egyenáram semmiképen sem lesz befolyásolva a sokphasisú áramok által és másrészt a gerjesztéshez megkívánt egyenáram ily esetben aránylag sokkal gyengébb is, hogysem a részéről nyilvánuló armatura-reactio, mely a mágnestérat kissé elfordítani és csökkenteni igyekszik, érezhető befolyással volna. A mágnestér elforgatása különben sem alterálhatja a sokphasisú áramok görbéjének alakját.

E viszonyokat alkalmam volt gyakorlatilag is kipróbálni 8 lóerős egyenáramú dynamogépen, melyet a collectornak megtartása mellett átalakítottam háromphasisú áramokat szolgáltató autoexcitáló géppé. Szándékom néhány polyphasisú synchron motort is ily módon collectorral ellátni, hogy ezáltal öngerjesztéssel bírjanak. Ugyanis az indulásnál, azaz épen azon időszakban, midőn még a synchronismus nincs elérve és így a sokphasisú áramok befolyásolhatnák az egyenáramot, nincs szükség gerjesztő áramra, mivel az az indulást, melyet a forgó mágnesmezőnek az induktor vastömegében indukált áramai lehetővé tesznek, csak hátráltatná. Azonban mihelyt egyszer a synchron sebesség el lett érve, a sokphasisú áramoknak összes visszahatása az induktorra zérus értékű, tehát az egyenáramot nem befolyásolhatja. E pillanattól kezdve a kefék a collectorhoz szoríthatók és a gerjesztés addig növeszthető, míg a gép a teher legyőzéséhez szükséges erőnyomatékra szert tett.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1894. decz. 17.-én tartott üléséből.)

ADALÉK A KÖZPONTI IDEGRENSZER SZÖVET- TANI ISMERETÉHEZ.

Dr. HALLER BÉLA, heidelbergi egyet. m. tanártól.

(I. tábla.)

Miután több éven keresztül a központi idegrendszer tanulmányozásával foglalkoztam, s így annak szövettani alkatáról bizonyos általános áttekintést nyertem, következetesen fel kellett előttem azon kérdésnek tárulni: melyek az összes, idegrendszerrel bíró állatvilág központi idegrendszerében azonos sajátosságok, vagy melyek jelenlegi tudásunk szerint a leglényesebb szövetalakzatok a központi idegrendszerben? Tökéletesen azonos ezen kérdés a központi idegrendszer lényege utáni kérdéssel.

A fenti kérdés megoldására irányuló eljárás okvetlenül megköveteli egyrészt az általánosságot, másrészt azonban következetesen el is tér az eddig követett iránytól, t. i. hogy a központi idegrendszer tárgyalásánál kizárólag a gerinczeseket választjuk anyagul. Azon természetvizsgálók, kik az idegrendszer szövettani alkatának alapos ismeretével bírtak, szinte kizárólag a gerinczeseket s azok között is a magasabb rangúakat kezelték; míg ellenben azok, kik a gerincztelenek boncztatni ismeretében jártasak voltak, többnyire az idegtanban járatlanok valának. Előbbi vizsgálók között akadtak ugyan olyanok, kik alapos állattani ismerettel bírtak, mint például a svéd tanár NANSSEN, de sajnos, ezen irány nem hatolt a nagy többségbe, s így nem csoda, ha még ez idő szerint is a gerincztelenek idegrendszerének méltatása a legtöbb és sokszor jeles idegbúvárok által, mint péld. GOLGI által, mint lényegtelen,

tekintetbe nem vétetik. Pedig elfelejtik ezen szerzők azon igazságot, hogy az idegrendszer alantasabb fokú állatoknál következetesen egyszerűbb alkatú, s ennek folytán könnyebben megérthető. Mivel pedig az idegrendszer alapalkata kétségtelenül az összes állatvilágban azonos, világos, hogy csak akkor lehet alaposan és eredménynyel haladni az idegrendszer ismeretében, ha egyszer a gerinczsteleneknél a nevezetesebb pontok felett tisztában vagyunk.

Ezen dolgozatban célommá tűztem ki, azon fentjelzett, teljeseen helytelen iránytól eltérvén, a központi idegrendszer tárgyalásánál, a mennyiben a cél kívánja, az idegrendszerrel bíró összes állatvilágot belevonni. Ezen irányomnak már évek óta többször következetesen kifejezést is adtam. Ezen dolgozatomban tehát megpróbálom azon általános pontokat, melyek a központi idegrendszerben azonosak, kiemelni. Tervem a következő: először is a gerinczsteleneknél az idevonatkozó pontokat összeállítom, s másodszer a gerinczesek idegrendszerének ismeretéből jelzem azon adatokat, melyek a gerinczstelenekével azonosak. Ezen eljárásnál természetesen számtalan már ismert adatot fogok felsorolni, melyeket a csontos halaknál általam utóbbi időben tanulmányozott központi idegrendszer újabb adataival kibővítek.

A legegyszerűbb idegrendszert a gerinczstelenelek körében kétségtelenül a cnidariáknál találjuk. Ezeknél az idegrendszer két tipikus alakját különböztetjük meg, ú. m. az actinozoa és polypomedusæ idegrendszerét, megjegyezvén, hogy az utóbbiaknál a polypalakok, melyek törzsfajlódásilag (phylogenetice) is az actinozoákhoz közelebb állanak, mint a nemileg szaporodó medusalakok, ugyanoly idegrendszerrel rendelkeznek, mint az actinozoa. Ez állatok idegrendszerének típusaként a hydra idegrendszerét kívánom itten ismertetni és pedig részint azért, mert legbehatóbban van tanulmányozva, részint azonban azért is, mert saját tapasztalataim ezen alakra szorítkoznak. A mi célunkra nézve legnevezetesebb SCHNEIDER KÁROLY KAMILL kutatásainak eredménye.* Szerinte a hydránál az oldalfal (Mauerblatt) és epithel

* K. C. SCHNEIDER: «Histologie von Hydra fusca mit besonderer Berücksichtigung des Nervensystems der Hydropolypen». Archiv für mikrosk. Anatomie. Bd XXXV. 1890.

között egy idegháló vonja körül az egész állatot. Ezen idegháló idegsejtekből és idegfonalakból áll és úgy jön létre, hogy az előbbieknak nyujtványai egymás között összenőnek. Ezen hálózat gyérebbe a törzsi részen, mint a száj- és talpkorong közelében. Az idegsejtek részint az epithelizomsejteket, még pedig az izomrost közelében, részint a cnidoblastokat látják el ideggel. Ez úgy történik, hogy egy nyujtványuk a nevezett sejtekkel egybeforr.

SCHNEIDER eredménye annyira érdekelt, hogy elhatároztam a hydra idegrendszerét önálló vizsgálatok alapján megismerni. Eredményeim, egy pontot kivéve, azonosok SCHNEIDER-ével. Főleg izolálás által azon eredményre jutottam, hogy a hydra idegrendszere egy, az egész testet körülburkoló hálózat (lásd 1. ábra), a mely az idegsejtek hálószerű összenövése folytán képződik. Ezen ideghálózat legsűrűbb a szájkorong körül, hol az idegsejtek is a legnagyobb számban találhatók. Ellentétben SCHNEIDER észleleteivel a talpkorong körül nem találtam sűrűbb hálózatot, mint a törzs többi részein, kivéve a szájkorong környékét. Három esetben észleltem, hogy némely idegsejt egyes nyujtványai nem oszlanak fel a hálózatba, hanem egy izomepithelsejtbe hatolnak be (*b*), ottan legfinomabb fonalakra oszolván. Hogy SCHNEIDER észleletei azonban még sem merítik ki a hydra idegrendszerének ismeretét s hogy még olyan idegfonalak is lesznek feltalálhatók, melyek az oldalfalat előbb átölelvén, az entoderm epithelsejtjeibe hatolnak, az kétségtelen. Minthogy a hydrának concentrált érzéki szervei nincsenek, természetes, hogy az idegrendszerben nevezetes központosítás nem léphet fel.

A hydra idegrendszere primitív volta miatt kiindulási pont gyanánt az idegrendszer ismertetésénél igen nevezetes. Ezért még egyszer összefoglalom annak lényegét, melyet különben iparkodtam a 2. ábrán schematice még érthetőbbé tenni. *A hydra idegrendszere, melyen központi és központtávoli részt még határozottan megkülönböztetni nem lehet, idegsejtekből s azok számtalan nyujtványainak hálószerű egyesüléséből áll, mely hálóból és idegsejtekből egyes idegszálak a cnidoplastok, illetve izomsejtek beidegzésére, mint központkereső, illetve központfutó idegfonalak szolgálnak.* Ezen kezdetleges ideghálózat tudvalevőleg a HERTWIG testvérek által «nervöser Zellverband»-nak nevezetett.

A medusák idegrendszere, mely a HERTWIG testvérek remek művéből * olyannyira ismeretes lett, egy magasabb fokú fejlődést képez a hydropolypok idegrendszerével szemben. Hiszen már a medusának fejlődése a polypból egy bizonyos összegezett concentratiót fejez ki. Ehhez járul még az érzéki szervek sokszor éppenséggel magas fokú kifejlődése. Tudvalevőleg ezen fejlődés úgy történik, hogy a polyp felső, azaz szájrésze medusává fejlődén, a törzsrésztől oszlás által különválnak és szabadmozgású lényvé lesz. A részletes fejlődés okvetlen magával hozza, hogy az idegrendszer oda koncentrálódjék, hol az érzéki szervek fejlődnek, azaz, az ernyő szélébe. Ezen idegyűrű képződése azonban, mint azt SCHNEIDER észleletei folytán tudjuk, már a polypon a nevezett helyen mint sűrűbb hálózat jelentkezik. A medusák idegyűrűjét az általa idegzett érzéki szervekkel schematicen a 3. ábrán ábrázoltam.

Már évekkel ezelőtt hivatkoztam arra,** hogy a medusák idegrendszere még nincsen teljesen áttanulmányozva, s hogy még egyes pontok részletesebben megvizsgálandók. Részint még a kocsonyakorong peripheriájában levő, s mindenesetre nagyon gyér idegfonalak felkeresendők, részint pedig az idegyűrű még arra nézve tanulmányozandó, hogy az izomsejteket idegzendő idegfonalak nem egyenes nyujtványai az idegyűrű idegsejtjeinek, míg ellenben azon idegszálak, melyek sokszor hosszabb pamatokban egymás mellé sorakozva jutnak az illető érzőszervekhez, mint pl. a hallóhólyagocskák idegei a gerioniáknál, nem-e a hálózatból és nem egyenesen a sejtekből veszik eredetüket. Ezen utóbbi kérdés éppen az idegtan jelenlegi állapotában akuttá vált. A medusák idegyűrűje mindenesetre, mint ez a HERTWIGÉK munkájából kiviláglik, egy tömörült ideghálózatból áll, mely számtalan idegsejtet zár magába s részint izomsejteket, részint pedig a már nevezett érzőszerveket, t. i. az okellák és hallóhólyagocskákat látja el ide-

* O. u. R. HERTWIG: «Das Nervensystem und die Sinnesorgane der Medusen». Leipzig 1878.

** B. HALLER «Ueber die sog. Leydig'sche Punktsubstanz im Centralnervensystem». Morpholog. Jahrbuch Bd. XIII. 1887 és «Beiträge zur Kenntniss des Centralnervensystems höherer Würmer». Wien (Hölder) 1889.

gekkel. A polypokkal szemben tehát a medusák idegrendszerökben már nagyfokú tömörülést mutatnak fel. Ezt itten megállapítanunk elégséges volt.

A tövisbőrűek (echinodermata) idegrendszere, eltekintve minden a testhez alkalmazkodott alaktól, nagyfokú tömörülést mutat már fel a medusákkal szemben is, de még távol van szövettani ismeretben attól, hogy vele itten foglalkozhassunk. Csupán annyit jegyeznek itt meg saját tapasztalataim alapján, hogy legalább a tengeri csillagoknál az idegrendszer ambulacrál része szövettanilag egyenlőnek mondható az úgynevezett hasidegszinegek (Bauchstränge) szerkezetével. Ez utóbbiak a turbellariák, placophorok és a rhipidogloss csigáknál fordulnak tudvalevőleg elő. Az utóbbiaknál alkalmam volt a szövettani szerkezetet már évekkel azelőtt tanulmányozni.* Későbbben a férgek** s csontos halakra*** is kiterjesztvén ez iránybeli kutatásaimat, eredményre jutottam, melynek nevezetesebb pontjait egy régibb rajzom segítségével (4. ábra) itten még egyszer előadom.

A medusák ideggyűrűjével szemben, hol az idegsejtek rendetlenül a gyűrű bármelyik részében fekehetnek, az összes többi gerinczteleneknél azt tapasztaljuk, hogy az idegsejtek a központi idegrendszerben corticalis helyzetet foglalnak el, s hogy az idegrendszer belső részét szinte kizárólag az idegrostok halmaza tölti ki. A további előadásnál kizárólag a rhipidogloss csigák haszsinégeihez ragaszkodom, hol az általam megállapított tények a legtisztábban észlelhetők. Ezen puhányoknál következő határozott eredményre jutottam:

1. A neuroglia csak annyiban vesz részt a központi idegrendszer alkatában, a mennyiben a legbelső burka a központi idegrendszernek, a neurogliaburok, egyes nyujtványokat bocsát az idegszövetbe. Ezen nyujtványok csupán az idegsejtrétegre szoritkoznak s a belső rostrészbe nem hatolnak be. Részint mint egyenes

* B. HALLER «Untersuchungen über marine Rhipidoglossen» II. Theil. Morpholog. Jahrbuch. Bd. XI. 1885.

** l. c.

*** B. HALLER «Ueber das Centralnervensystem, insbesondere über das Rückenmark von Orthogoriscus mola». Ugyanott, Bd. XVII. 1890.

egyszerű nyujtványok az idegsejtek között helyezkednek el, részint pedig harang alakban körülburkolnak egy-egy idegsejtet. A neuroglia ezen kezdetleges magatartása nem az összes puhányok sajátsága.

2. Az idegsejtek kisebbek vagy nagyobbak, s meglehetősen egyformán vannak a rétegbe mindig úgy elhelyezve, hogy kívül és belől a legkisebb sejtek észlelhetők (4. ábra). A sejtek nyujtványai háromféleképen viselkednek.

a) Két egymás mellett vagy közel egymáshoz fekvő idegsejtet egymással összekötnek (4. ábra). Ezen nyujtványokat összekötőknek (Commissuralfortsätze) neveztem.

b) Egyenesen egy peripher idegrostba folytatódnak (4. ábra, *e*). Ezeket «Stammfortsatz», magyarul talán legjobban közvetlen nyujtványoknak nevezhetni. Ezek bár peripher idegrosttá lesznek, mindaddig, míg a központi idegrendszerben tartózkodnak, egyes legfinomabb ágakat nyujtanak a központi rostrétegbe. Utóbbiakat nemcsak leírtam, de ábrázoltam is (l. a nevezett munka 17. ábráját).

c) Elágazódnak a központi ideghálózatba, annak egyik főforrását képezvén (4. ábra). Ezeket hálónyujtványoknak (Netzfortsätze) neveztem.

Vannak olyan sejtek, melyek mindhárom nyujtványnyal bírnak, de a sejtréteg közepében vannak olyanok is, melyek csupán az *a)* pont alatt felsorolt nyujtványokkal rendelkeznek. Sok, kivált legkisebb sejtnak csupán hálónyujtványa van.

Az egész központi idegrendszer belsejét, tehát az idegréteg által körülburkolt központi részt, egy finom ideghálózat tölti ki, a mely osmiumkészítményeken minden kétséget kizárólag észlelhető. Ezen központi ideghálózat (centrales Nervennetz) részint az idegsejtek hálónyujtványai, részint a vastagabb idegrostok finom ágai teljes felbomlása s hálóvá egyesülése folytán jó létre. Ezen központi ideghálózat a tér mindhárom irányában kiterjed.

A peripher idegrostok eredetét illetőleg két különböző módot állapítottam meg.

1. Vannak peripher idegrostok, melyek mint a fenti *b)* pont alatt közöltem, egyenesen egy sejtnyujtvány meghosszabbodását

képviselik. Ezen eredetet közvetlen eredetnek (direkter Ursprung) neveztem (4. ábra, *e*).

2. Közvetített eredetűnek (Fasern indirekten Ursprunges) olyan peripher idegrostokat neveztem, melyek a központi ideghálózatból erednek (4. ábra, *i*).

Ezek leglényegesebb részei kutatásaimnak a rhipidogloss csigák központi idegrendszerének szövettani alkata felől, melyeket még 1885-ben közzétettem, s melyek annál értékesebbek, mert két év múlva RAWITZ * azokat a kagylók idegrendszerén minden pontban megerősítette. Kár volt tehát azon neurologoknak, kiknek a gerincztelen állatok vizsgálata feleslegnek tetszik, vagy a kik azt hiszik, hogy csak kizárólag a GOLGI módszere az egyedüli célhoz vezető, a fölsorolt tényeket mellőzni, mert ők ez óráig tovább nem mentek, sőt még eddig sem.

A felsorolt állapotok okvetlen magukkal hozzák, hogy az egész központi idegrendszer egy összefüggő egészet képez, s hogy elkülönített vagy legalább határolt physiologiai központok, mint a milyeneket a physiologusok és pathologusok a magasabb gerinczes állatok (az embert is természetesen beleszámítva) agykérgében stb. elfogadnak, nem létezhetnek. Ha GOLGI nevezett munkáimat tanulmányozta volna, bizonyára nem kilencz esztendő múlva jutott volna ezen igazság megállapítására a magasabb gerinczeseknél, mint ezt ezelőtt pár hónapja tette. Itten tehát azon igazság, melyet e közleményem kezdetén mondtam, teljes mértékben érvényesült!

A többi ezen tárgyra vonatkozó már idézett munkáimban a férgek, rovarok és gerinczeseknél csupán a fenti állapotokat konstatáltam s így itten azokat érintetlenül hagyhatom. Azokból csupán azt jegyzem meg, hogy sok gerincztelennél az idegsejtek közti közvetlen összeköttetes nagyon a háttérbe szorulhat, mint pl. az annelidáknál. A gerinczeseknél, mint azt már előttem többben állították, legalább a gerinczagyban számos ily összeköttetés létezik. Továbbá még megjegyezném, hogy a neuroglia, ezen ektodermalis kötszövet, a különböző állatoknál különböző fejlődési

* B. RAWITZ: «Das centrale Nervensystem der Acephalen». Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaften XX. Bd. N. F. XIII. 1887.

fokot érhet el. Az annelidák egy részénél például egy éppen olyan összefüggő neuroglia hálózatot észleltem, mint a gerinceseknél. Mindezen pontokra nézve nevezett munkámra utalok.

Miután ezen pontokat felsoroltam, áttérnék a gerinces állatok központi idegrendszerére, mit hasonlóképen lehető általánosságban szándékom tárgyalni. Abban első sorban rá kell térnem GOLGI nevezetes munkáira. GOLGI tudvalevőleg fémimpregnatio (ezüst) által az idegsejteket és azok nyujtványait a gerinceseknél feketére festette. Ezen kitünő módszer számos eredményre vezetett a gerinceseknél. GOLGI-mak főmunkája 1886-ban jelent meg; ezenkívül azonban még számos más munkában ismertette kutatásainak eredményét. Legutóbb egy német fordítású könyve jelent meg, mely összefoglalja összes munkáinak eredményeit. GOLGI tanulmányainak legnevezetesebb eredményei a következők:

1. Az idegsejtek az összes idegrendszerben kétféle nyujtvánnyal bírnak, ú. m. idegnyujtványokkal és protoplasma nyujtványokkal. Ezen kifejezések, melyek még a hatvanas években DEITERS által jöttek használatba, GOLGI-nál elég furcsán oly értelemben használtak, hogy a protoplasma nyujtványok nem állanak az idegtevékenység szolgálatában, s csupán az idegsejtek táplálkozására szorítkoznak. Ezen nyujtványok nagyon elágaznak s végtére a véredények falaihoz s a neuroglia-szövethez tapadnak. A másik neme a nyujtványoknak az idegélet szolgálatában áll, és vagy a központi idegrendszerben már teljesen elágazik, vagy pedig mint peripher idegrost hagyja el a központot; azonban ezen utóbbi esetben is bocsát legfinomabb ágacskákat a központi idegrendszer szürke állományába. Ezek a finom nyujtványok, úgyszintén azon idegnyujtványok, melyek még a központi idegrendszerben teljesen elágaznak, annak szürke állományában egy legfinomabb, a tér minden irányában terjedő *ideghálóba* vagy *idegfonatba* végződnek. Abban, hogy ezen szövet igazán hálózat-e vagy csupán fonat — mi egymástól teljesen különböző, mert míg a hálózat egy *szervileg* összefüggő szövet, a fonat természetesen nem az, — abban GOLGI soha sem volt biztos. Ennek bizonyítására idézem saját szavait. «Da tutte queste ramificazioni dei diversi prolungamenti nervosi risulta naturalmente un intreccio estremamente complicato, esteso in tutta la sostanza grigia. Che dalle innumerevoli suddi-

visioni risulti, mediante complicate anastomosi una rete nello stretto senso della parola, e non un semplice intreccio, é cosa assai probabile; si sarebbe anzi portato ad ammetterlo dopo l'esame di alcuni miei preparati; però che ciò sia veramente lo stesso fatto dell'estrema complicazione dell'intreccio non permette di assicurarlo». * Utolsó könyvében ** ugyan egy egész szakaszt szentel a «diffus ideghálózatnak», de a végszavak megint csak azonosak az imént idézettekkel. Azonban mégis inkább a hálózat, mint a fonat mellett foglal állást.

2. Idegsejt az összes központi idegrendszerben kétféle van, minden tekintet nélkül azok nagyságára vagy alakjára. Az első typushoz azon idegsejtek tartoznak, melyeknek idegnyujtványa egy peripher idegrostba folytatódik; a második typushoz pedig azok, melyeknek idegnyujtványa még a központi idegrendszerben ágazik szét.

3. Közvetlen összeköttetések két idegsejt között nincsenek, vagy csak roppant kis számban léteznek, miért számba nem vehetők.

4. A fehér állomány hosszidegrostjai is birnak legfinomabb ágakkal, melyek a fehér állományból a szürkébe hatolnak.

5. Az ideghálózatot vagy fonatot képezik: a második típusú idegsejtek idegnyujtványai, az első típusú idegsejtek idegnyujtványainak mellékágai s végre a fehér állomány hosszidegrostjainak finom ágai.

Összehasonlítva GOLGI új módszerével a magasabb gerinceknél elért eredményeket, melyekhez az egyszerű osmiumcarmin módszerrel a rhipidogloss csigáknál vele egyidejűleg én jutottam, azt találjuk, hogy az eredmények szinte azonosok. A különbség részint a kezelt anyag természetében, részint a felfogásban rejlik. A kezelt anyag természetében annyiban rejlik a különbség oka, a mennyiben két vagy több idegsejt között a közvetlen összeköttetés a rhipidogloss csigáknál nagyon gyakori, míg

* CAMILLO: GOLGI «Sulla fina anatomia degli organi nervosi». Milano, 1886. pag. 31.

** CAMILLO GOLGI: «Untersuchungen über den Nervenbau des centralen und peripherischen Nervensystems». Aus dem Italienischen übersetzt von Dr. R. TRUSCHER. Jena, 1894. pag. 248.

sok más gerinczteleknél és a gerinczeseknél ritkább.* A mi a felfogást illeti, úgy én egy idegsejtnék összes nyújtványait idegtermészetűeknek tartom, holott GOLGI mindig csupán egyet tart annak, mely állítása természetesen pusztá feltevésen alapszik, mert bizony különbséget sem az ő technikai módszere, sem más technikai módszer által feltüntetni nem lehet. Továbbá még annyiban különbözik felfogásunk egymástól, hogy míg GOLGI az ideghálózat létét egész határozottsággal nem meri állítani, én azt az összes idegrendszerű állatvilágban leghatározottabban állítottam.

Itten GOLGI utolsó munkájából még csupán azon nevezetes általános eredményt kívánom idézni, melyhez utóbbi időben jutott, de melyhez én már 1885-ben** jutottam a gerinczteleknél s 1890-ben a gerinczeseknél.*** GOLGI szerint t. i. az összes központi idegrendszer összefüggő egészet képez, s határolt, vagy elkülönített, localis physiologiai központok nem lehetnek.

Ezen tannak azonban kevés követője van, mert mindazoknak, kik a központi hálózat létét tagadják, természetszerűleg a fenti igazságot is legalább morphologice tagadniok kell. GOLGI kitünő módszere, mint minden eredményre vezető út, számos hivatott és hivatlan bűvárt terelt az idegtan terére. S csakugyan ha nem is csurog mindenkinél, legalább csepeg!

A kitünő spanyol bűvár, SANTIAGO RAMON Y CAJAL legeredményesebben foglalkozott GOLGI után az idegrendszerrel Golgi módszere szerint, egyszersmind azonban megteremtője is lett egy ma nagyon elterjedt tévtannak, melynek a tapasztalt KOELLIKER is hű követője. E nézet szerint minden egyes idegsejt magában véve egy a többitől, valamint az összes központi idegrendszertől teljesen elkülönített egységet képez. Például a gerinczagy elülső szarvaiban a sejtek egy nyújtványnyal, a GOLGI-féle idegnyújtványnyal, egy peripher idegrostba folytatódnak, a mi akár ugyanazon, akár az elülső commissura útján az ellenkező oldalon történhetik. Ugy szintén ezen fanyújtvány ágacskaí, mint az idegsejt protoplasma

* Hogy ez honnan ered, annak nézetem szerint helyes magyarázatot adtam a már idézett, a férgek idegzetéről szóló munkám 114—121. lapján.

** «Studien über marine Rhipidogl.» II. Th.

*** «Das Centralnervensystem von Orthogoriscus».

nyújtványai elágazván, nem képeznek központi ideghálót. Ilyen idegháló nem létezik s a nevezett nyújtványok egy levéltelen fa ágainak módjára minden folytatás nélkül végződnek. A gerinczagy hátsó idegeinek rostjai, miután a gerinczagyba behatoltak, mellékágakat, úgynevezett collateral ágakat nyújtanak a szürke állományba, de nem függenek össze idegsejtekkel, hanem a sejtek protoplasma nyújtványainak módjára «végfácskákba» végződnek. Az idegáram egyszerűen ezen «végfácskák» ágainak érintkezése folytán a czélnek minden egyes esetben megfelelőleg vezetetik tovább.

Ezen «végfácskák» bizonyára egyszer még az emberi tévedés illusztrálására jó például szolgálандanak, egyelőre azonban közkedveltségnek, nagy népszerűségnek örvendenek, egy szóval divatosak!

Azt gondolom, hogy a központi idegrendszer általános szövettanáról a mai nézeteket annyira, a mennyire a további tárgyalás célja itten megkivánja, kimerítettem, s így áttérhetek saját észleletemre, melyeket a mult télen a csontos halak gerinczagyán végeztem. Mielőtt azonban ezt tenném, alapul egyetmást az eddig legprimitívebbnek ismert gerinczagyról, a plectognath-halak gerinczagyáról itt ismételni okvetlen szükségesnek tartok.

Az orthagoriscus feltűnően rövid s a tetrodon egészen rendszer hosszúságú gerinczagyában egy igen nevezetes, mert kezdetleges állapot létezik. Nincs még ugyanis a többi gerinczes állat gerinczagyának módjára a szürke állomány a fehértől elkülönítve s ez által a gerinczagy szerkezete igen hasonlít a gerinczeten állatokéhoz. Ezen hasonlóság még annál nagyobb, mert tényleg a csupán a gerinczagy elő (alsó) részében előforduló idegsejtek nagy része is egészen peripherice fekszik. Ezen gerinczagyokban szintén azon tényeket állapítottam meg, mint a gerinczeten állatok központi idegrendszerében. Az idegsejtek nyújtványai részint egyenesen a központfutó, tehát elülső idegekbe, mint idegrostok folytatódni, részint pedig a központi ideghálóban ágaznak el. Találtam azonban olyan nyújtványokat is, melyek két sejtet kötöttek össze egymással. Ha ezen utolsó nyújtványok nem is voltak nagy számban, de mégis igen határozottan voltak észlelhetők.

Ily formán a gerinczagyat egy ideghálózat tölti ki, melyből a hátsó (felső) idegek közvetett módon veszik eredetüket. Ezen

hálózat nem az egyedüli ezen gerinczagyakban, mert mellette (az-az vele összenöve, de nem összekötve, tehát tőle teljesen elkülönítve) még egy neurogliás hálózat is létezik, mely számtalan sejtek összeköttetése által jó létre. Ezen neuroglia-háló a neuroglia-burokkal közvetlenül függ össze. Az ideghálózat között olyan hosszidegrostok is vannak, melyek velőhüvelylyel (Markscheide) bírnak, de úgy ezek, mint a buroktalan idegrostok szétszórva helyezkednek el a hálózatok között, minek folytán a fehér anyag elkülönítése a szürke anyagtól nem jöhetett létre.

Itt rögtön megjegyzem, hogy a plectognathák gerinczagyai legtisztábban tüntetik fel egyszerűségük folytán a gerinczagyak alkotának lényegét. Tekintettel a nagyon szűk anyagra (csupán egy-egy gerinczagy állott rendelkezésemre mindkét halból), a hosszidegrostok magatartása hosszmetseteken nem volt megállapítható.

Ezek után áttérek újabb észleleteimre a csontos halak gerinczagyán. Anyagul buvárokodásaimnak a Neckarban előforduló csontos-halak szolgáltak, u. m. cyprinoidok közül cyprinus carpis, barbuis fluvialis, lenciscus, továbbá esox, anguilla és perca. Ezek kivül néhány salmonida is szolgált anyagnak.

A mi a technikai módszert illeti, úgy a GOLGI módszerével, valamint az osmium-carmin alkalmazásával éltem. GOLGI módszerénél használtam az egyszerű módot (kali bichromicum és ezüstnitrat-oldat), valamint a gyorsított módszert is (kali bichromicum-osmium, ezüstnitrat-oldat). Sublimáttal nem dolgoztam.

Mielőtt a részletekbe bocsátkoznám, a központi ideghálózatot beszélem meg. Bár, mint már említettem, GOLGI más nézetben van, többen azon idegbuvarok közül, kik az ő módszereivel dolgoztak, a központi ideghálózat létét határozottsággal tagadják. Ennek oka abban rejlik, hogy a GOLGI-féle ezüst-impregnationál csak a legritkább esetben történik meg, hogy a szürke állomány ideghálózata, persze csak helyenként, impregnálódik; de ily esetekben is csak nagyon szórványosan történik ez, a mi okozója lehet annak, hogy sokak figyelmét elkerülte. Hogy mi a vegytani vagy esetleg physikai magyarázata ezen jelenségnek, a felől felvilágosítást nem tudok adni, de tény az, hogy az impregnatio szintén mindig csak az elágazásig hatol s a finomabb összekötő hálórészeket nem feketíti meg, ilyenformán persze oly készítmények jönnek

létre, melyek a «végfácskák» igen szépen tüntetik elő. Ha az osmiumsavas GOLGI-féle módszerrel dolgoztam, akkor a készítményeken, ha azokat fél olyan vastagra vágtam, mint azt rendszeren szokás, mi által persze csak szórványosan lehetett feketített részeket észlelni, erősebb nagyítás mellett helyenkint igen jól lehetett a feketített «végfácskák» ágai között a nem feketített ideghálózat összekötő fonalaít észlelni (6. ábra, *h.*). Minden idegbuvár előtt, ki a GOLGI-féle ezüstimpregnációval dolgozott, ismeretes, hogy helyenkint az idegfonalak csak részben feketednek meg s ilyen helyeken az egyes finomabb idegfonalak azon része, mely nincs már megfeketítve, mindazonáltal még bizonyos határozott vonásokat mutat, melyek bizonyos a tükör felületének kellő és empirice kitudandó változtatása által elérhető megvilágításnál igen jól észlelhetők. Így néznek ki ezen összekötő, de nem feketített részei is az ideghálózatnak. Ilyent gyakran észleltem s kivált az utóbbi időben több oly készítményt tanulmányoztam, melyen ilyen jelenség észlelhető. Különösen jól láthatni a hálózatot a fehér és szürke állomány határánál, a gerinczagy hasi oldal (ventrolateral) részében, mely részről az ábrázolt készítmény is származik. Így tehát a «végfácskák», mint az előre látható volt, pusztá műtermények.

Mint azt jó osmium-carmin készítményeken észleltem, az ideghálózat nem mindenütt egyforma finom a szürke állományban. Legfinomabb minden esetre a hátsó (felső) szarvakban a hátsó idegek eredeténél. Méreteim szerint a különböző helyeken az egyes hálósokrok átmérete 0·006 és 0·011 mm. között váltakozik.

Ezen központi ideghálózat nem szorítkozik kizárólag a gerinczagy szürke állományára. Olyan GOLGI-féle készítményeken, melyek hosszabb ideig (2—3 nap) feküdtek az ezüstnitrát-oldatban, a melyeknél tehát ki volt zárva azon lehetőség, miszerint a neuroglia még feketítve lehetne, gyakran észleltem, hogy a fehér állományban helyenkint a burkos hosszrostok között finom idegfonalak vannak megfeketítve. Ha az ilyen helyeket alaposan átvizsgáltam, akkor meggyőződhettem a legtöbb esetben a felől, hogy ezen hosszrostok közti idegfonalak tényleg hálószerűleg függnek össze egymással. Magától értetődik, hogy itt igen tág hálózat jó létre, mert hiszen ezen hálózat a burkos hosszidegrostokat körülfonja. A 6. ábra (*f*)

olyan helyet is mutat, hol a hálózat igen tisztán volt észlelhető. Ezen fehérállományi ideghálózat közvetlenül összefügg a szürkeállomány sokkal finomabb ideghálózatával, mint ezt a 6. ábrából tisztán kivehetjük.

Mint már említém, a fehérállomány közti ideghálózat tágsága a közötté fekvő burkos hosszidegrostok keresztmetszetének vastagságától függ. Ezért leggyérb a két hasi (central) hosszkötegben (Längsbündel), hol tudvalevőleg a legvastagabb hosszrostok fordulnak elő. Legfinomabb a fehérállomány ideghálózata természetesen a mindkét oldal háti oldali (dorsolateral) és háti hosszkötegeiben, hol a legfinomabb burkos idegrostok vannak, de számtalan buroknélküli idegrost is fordul elő.

Utóbbi helyről egy GOLGI-féle készítményt rajzoltam le a rajzkészülék segítségével a lehető leghívebben, melyen azonban (5. ábra) a hosszrostok nincsenek jelezve s csupán az ideghálózat ábrázoltatott.

Így utolsó kutatásaim eredményéhez tartozik tehát az is, hogy a központi hálózat nem kizárólag a szürke állományra szorítkozik, hanem a fehér állomány közt is elterjed, s e szerint az összes gerinczagyban (minden valószínűség szerint az összes központi idegrendszerben) létezik egy teljesen összefüggő ideghálózat. Ez olyan állapot, mely a plectognath-halak központi idegrendszerének ismerete után várható volt.

Már több esetben észlelte SALA* az amphibiáknál, de egyes helyeken (a gerinczagy végének hasi oldalán) HOCHÉ** az embernél is, hogy a gerinczagy fehérállományában idegsejtek fordulnak elő. A csontos-halaknál, mint a halaknál egyáltalában, tudtommal ilyen idegsejteket még nem észleltek, bár vizsgálataim eredményeképen mondhatom, hogy ebben számtalan legkisebb idegsejt létezik. Ezen idegsejtek bár hosszrostokkal közvetlen összefügghetnek, mégis legtöbb nyújtványukkal az ideghálózattal

* C. L. SALA: «Estructura de la Médula espinal de los Batracia». Trabajos del Laboratorio de histologia de la Facultad de Medicina de Barcelona. 1892.

** A. HOCHÉ: «Ueber die Vertheilung der Ganglienzellen im untersten Abschnitte des Wirbelkanals beim Menschen». Neurolog. Centralblatt. Bd. X. 1891.

vannak összekötve. Azt szinte felesleges említenem, hogy ezen idegsejtek is a hosszrostok között foglalnak helyet.

Ha körültekintünk az irodalomban, csupán egyetlen egy munkát találunk, melynek nevezetes adatai a fehérállomány ideghálózatára vonatkozathatók, azonban a szerző határozott ellenese az ideghálózatnak. SALA már idézett spanyol munkájában a béka gerinczagyán tett nevezetes észleleteket ír le. Ő ugyanis azt találta, hogy számtalan olyan nyújtvány létezik a fehérállományban, mely egész a gerinczagy burkáig elnyúl s itten «végfácskák»-ban (dendrit) végződik. Ez által a nevezett helyen fonat jő létre, melyet SALA plexus protoplasmaticus perimedullarisnak nevez. SALA tehát közel volt a tény megállapításához.

SCLAVUNOS* is látott számtalan sejtnyújtványt a békánál a fehérállományba behatolni, melyek ott ugyan elágaznak, de úgy véli, hogy «végfácskákban» végződnek. Ilyen nyújtványokról az emlősöknél KOELLIKER is tesz jelentést, megjegyzi azonban, hogy az elágazások között most sem tud összeköttetéseket (Anastomosen) észlelni, s hogy oly idegsejtek nyújtványain sem volt ezt képes megállapítani, melyek a GERLACH módszere szerint kezeltettek.**

Főleg azért, hogy a leírásban az olvasót hosszabb idézések által ne zavarjam, itt lehető röviden összefoglalom a már eddigelé ismerteket az elülső (alsó) és hátsó (felső) gerinczidegek eredetéről a gerinczeseknél általában.

A mi az elülső (alsó) vagy motorius idegek eredetét illeti, úgy arról a következőket tudjuk. Egyrésze az idegrostoknak egyenesen az előszarvak úgynevezett motorius idegsejtjeiből veszi eredetét, mi úgy történik, hogy egy nyújtvány a megfelelő oldalfélben közvetlen egy ideggyökérbe hatol. Az ilyen nyújtványokon fedezte volt fel még 1883-ban GOLGI*** azon kis ágacsákat, melyek a szürke állomány ideghálózatába elágaznak. Ezen ágacsákat azóta többen is észlelték e helyen. Ugyanazon oldalról még vegyül-

* G. SCLAVUNOS: «Beiträge zur feinern Anatomie des Rückenmarkes der Amphibien». Festschrift an KÖLLIKER. Leipzig, 1892.

** A. KÖLLIKER: «Handbuch der Gewebelehre». II. Bd. Erste Hälfte. Leipzig, 1893. pag. 100.

*** C. GOLGI: «Recherches sur l'histologie des centres nerveux». Archives italiennes de biologie. Tom. III., IV. 1883.

nek a gyökér rostjai közé olyan rostok is, melyek ugyanazon oldal hosszkötegeiből származnak. A hátsó szarvból is jönnek a megfelelő oldalgyökérbe olyan idegrostok, melyek a hátsó szarvban, GERLACH állítása szerint, közvetlen idegsejtekkel függenek össze. Nem annyira egyenes észleletek alapján, mint inkább feltevéleg fogadtatott el azon nézet, hogy egyik oldal közvetlen idegsejtnyújtványai az elülső commissurán át a másik oldal ideggyökérébe hatolnak. Ezen utóbbi lehetőséget többek között LENHOSSÉK MIHÁLY* is kétségbe vonta.

Az elülső (alsó) commissurát illetőleg általánosan az van elfogadva, hogy ottan egyik oldal idegsejtjéből nyújtványok hatolnak át az ellenkező oldalba, hol is az ideghálóba ágaznak el (a legtöbbek szerint «végfácskák»-ba végződnek). Ezen utolsó esetet magam is igen tisztán észleltem az orthagoricusnál.

Utóbbi időben az adatgyűjtő RETZIUS** észleleteket közölt a madár- és halébrény, valamint fiatal 32 mm. hosszú *Salmo salar* gerinczagyát illetőleg. A nevezett halnál azt találta, hogy főleg háromféle idegsejt létezik a gerinczagyban.

Az első a motorius sejt, mely idegnyújtványával az alsó ideggyökérbe hatol, többi nyújtványai pedig a fehérállományban «végfácskákkal» végződik. Az utóbbi nyújtványokról azt jegyzi meg, hogy a halébrénynél, valamint a fiatal 32 mm. hosszú halnál még nincsen elágazásában teljesen kifejlődve. A második a commissurasejt. Olyanokat nevez így RETZIUS, melyeknek egy idegnyújtványa az elülső commissurán át a gerinczagy másik felébe hatol s ottan hosszrosttá lesz. Ilyen idegsejtek, úgy a hal-, mint a madarébrénynél, sokszor igen magasan fekszenek hátilag (dorsal) a gerinczagyban, úgy annyira, hogy sokszor a hátsó (felső) gerinczideg gyökere fölé kerekednek. Ezen állapotnál azonban megjegyezném, hogy ez csupán ébrényinek tekintendő. Végteरे kötegejt (Strangzelle) alatt RETZIUS olyan sejteket ért, melyeknek egy nyújtványa ugyanazon az oldalon hosszrosttá lesz.

Itten nem mulaszthatom el még egy idegköteg-párra figyel-

* M. von LENHOSSÉK: «Der feinere Bau des Centralnervensystems im Lichte neuester Forschung». Berlin, 1893, pag. 62.

** G. RETZIUS: «Biologische Studien». Neue Folge. Bd. V. 1893.

meztetni, melyet az orthogoriscusnál észleltem¹ s mely szintén az alsó gerinczidegek rostjainak szaporítására szolgál. Ezen kötegek a középcsatorna (Centralkanal) mindkét oldalán a háti-szarvoknak megfelelő részekből függőlegesen az előcommissurát áttörvén, az elülső idegek gyökereibe hatolnak. Ezen kötegek belső részei közvetlen a középcsatorna alatt keresztezik egymást s ilyen formán az ellenoldali gyökérbe hatolnak. Ezen idegrostkötegeket commissura perpendicularisnak neveztem. Tudtommal eddigelé egy ezen commissurának megfelelő tömött köteg csupán SCHAFFER² által észleltetett a tripodnotusnál, mely buvár azonban munkámat nem ismervén, az összehasonlítást nem is tehette meg.

GERLACH szerint³ a hátsó (felső) gerinczidegek a központi idegrendszerből nem idegsejtekből, hanem az általa felfedezett ideghálózatból erednek. Ezen állítást az újabb buvárok is elfogadták, habár némelyek állítása szerint egyes idegrostok idegsejtekből is eredhetnek.

A hátsó (felső) gerinczidegek eredetét RAMON Y CAJAL⁴ részletesen ismertette, kinek adatait többen, köztök hű követője KOELLIKER⁵ is, utánkutatások alapján megerősítették. Ezen eredet következőképen történik.⁶ Mielőtt az idegrost a hátsó idegbe

¹ l. c.¹

² K. SCHAFFER: «Vergleichend-anatomische Untersuchungen über Rückenmarksfaserung». Archiv für. mikr. Anat. Bd. 38, pag. 164.

³ I. GERLACH: «Von dem Rückenmarke». In Stricker's Handbuch der Gewebelehre. Leipzig, 1874.

⁴ S. RAMON Y CAJAL: «Sur l'origine et les ramifications des fibres nerveuses de la moelle embryonnaire». Anatom. Anzeiger. Jg. 1890.

⁵ A. KÖLLIKER: «Zur feinen Anatomie des centralen Nervensystems. II. Das Rückenmark». Zeitschrift f. wiss. Zoologie. Bl. 51. 1891.

⁶ Utóbbi időben éppen RAMON Y CAJAL igen furcsa nézetet terjeszt, melynek hű követői akadnak olyan buvárokban, kik az idegrendszer keletkezését nem a törzsfajlás (phylogenia), hanem inkább élettani szempontból itélik meg. E nézet szerint a központfutó idegek helyesen a központi idegrendszer sejteiből veszik eredetüket és izmokban s mirigysejtekben végződnek. Ezzel ellentétben a központkereső hátsó (felső) idegek rostjai nem a központi idegrendszerben erednek, hanem ott végződnek és pedig «végfáciskában». Így végződik sok idegrost az agyban is. Előbbiek eredete a spiráldúcsejtekben keresendő. Ezen nézet követői közé tartozik

belépne, előbb két ágra oszlik, melyeknek egyike felfelé, másika pedig lefelé halad a hátsó (felső) idegrostkötegbe. A felső, KOELLIKER nézete szerint, az agyig hatol. Mindkét főág helyenként, de meglehetősen egyforma távolságban, finom mellékágakat bocsát a gerinczagy szürke állományába, melyek részint a gerinczagy ugyanazon a részén, részint a hátsó (felső) commissurán áthatolva, a gerinczagy másik felén «végfácskákban» végződnek. Ezen utóbbi mellékágakat RAMON Y CAJAL collateral ágaknak nevezi. Ez az általános nézet, melyen utóbbi időben GOLGI¹ annyiban változtatott, a mennyiben szerinte a collateral ágak nem oly meghatározott távolságokban hagyják el a főágot, mint azt RAMON Y CAJAL állította, hanem egész rendetlenül.

Mint már említettem, ha gyéren is, de találni olyan idegrostokat is a hátsó (felső) gerinczidegben, melyeknek eredete idegsejtekből keresendő. Mint legelső ezelőtt tizenhárom esztendővel állította ezt FREUND² a petromyzonnál. Az amphioxusnál utóbbi időben RETZIUS³ is talált és pedig nagy számmal olyan kis idegsejteket, melyeknek nyujtványai rostképen a felső gerinczidegbe hatoltak. Ennek kétféle módját írja le methylikéssel előállított készítményei után. Az első mód szerint egyes sejtek közvetlen nyujtványai egyenesen hatolnak az idegbe. A második mód szerint, mely nézetem szerint igen nevezetes, a gerinczagy egész hosszában létező, mindkét oldalon fekvő és egymástól meglehetősen távol levő

LENHOSSÉK M. is, ki a lumbricusnál azt észlelvén, hogy egy idegrost külső végével egy epithel érzősejttel, a belsővel pedig a központi idegrendszer ideghálózatával van összeköttetésben (nézete szerint ottan «végfácskában» végződik), ebből, *minden tekintet nélkül a coelenteraták állapotaira*, azt következteti, hogy az ideg az epithelsejtből ered s a központi idegrendszerben végződik! Ezen nézetüket támogatják egy pár helytelenül felfogott szövetfejlődési észlelettel. Magától értetődik, hogy phylogenetice ezen felfogás *tarthatatlan*. Minden zavar kikerülése végett én ezentúl ezen nézetet teljesen mellőzve, a nevezett írók észleleteit magam felfogása szerint adom elő s indokolom ezen eljárásomat a törzsféjlődés követelményeivel.

¹ A már idézett német fordításban.

² S. FREUND: «Ueber den Ursprung der hintern Nervenwurzeln im Rückenmark von Ammocoetes (Petromyzon Pleneri)». Sitzungsber. der Wiener Akademie der Wiss. III. Abth. Bd. LXXV. 1877.

³ l. c. pag. 40 és 43.

kis idegsejtek nyújtványaiból hatolnak a következő módon idegrostok az idegbe. Ugyanis ezen sejtek két nyújtvánnyal bírnak, melyek egymással ellenes irányban hagyják el a sejtet. Ezek közül az egyik előfelé, a másik pedig hátrafelé halad hosszirányban. Ezen nyújtvány egyikéről RETZIUS mindig megállapíthatta azt, hogy egy vagy két melléknyújtványt bocsát derékszög alatt oldalfelé. Ezen másodnyújtványok, melyek egymástól meglehetősen távolban vannak, elseje mindig egy felső idegbe hatol be, mint idegrost. A másodikról ezt RETZIUS biztosan nem állíthatja, de tekintettel arra, hogy a forgóknál (a hirudináknál) ilyen mellékágakat az idegbe behatolni látott, valószínűnek tartja.¹ LAVDOWSKY,² ki mellesleg legyen mondva, hű védője az ideghálózatnak (mert nem kizárólag a GOLGI módszerével dolgozott) és ellenese GOLGI azon felfogásának, mely szerint az idegsejtek kétféle nyújtvánnyal bírnának, a békánál és emlősöknél éppen úgy, mint RETZIUS az amphioxusnál, azt tapasztalta, hogy a hátsó szarvak idegsejtjei közvetlen olyan idegrostoknak is aduak eredetet, melyek mint peripher-rostok a felső (hátsó) gerinczidegbe hatolnak. LENHOSSÉK³ az előszarvak idegsejtjeiből látott olyan rostokat eredni, melyek a hátsó szarvon keresztül a megfelelő hátsó idegbe hatolnak. Ezen idegrostokat LENHOSSÉK reflectáló collateraloknak nevezi s azt állítja róluk, hogy a spinal duczban nem függnék össze idegsejtekkel, hanem azon minden összeköttetés nélkül csupán keresztül hatolnak.

Ezek után azt hiszem, végre nekifoghatok saját észleleteim közlésének. Eddigi ismereteink szerint a plectognath csontoshalak kivételével, a többi csontoshalaknál a gerinczagyban a kétféle állomány, a szürke és a fehér, jól van kifejlődve. Ez annál

¹ Ilyen peripher idegrosttá változó központi rostnak mellékágát nem RETZIUS, hanem én észleltem először a polychetáknál, mit azonban RETZIUS nem említ meg, mint sok más egyebet sem! (L. B. HALLER: «Beitr. zur Kenntniss der Textur des Centralnervensystems höherer Würmer». Wien (Hölder) 1889.)

² M. LAVDOWSKY: «Vom Aufbau des Rückenmarkes». Archiv für mikroskop. Anatomie. Bd. 38. 1891.

³ M. von LENHOSSÉK: «Ueber Nervenfasern in den hintern Wurzeln, welche aus dem Vorderhorn entspringen». Anat. Anzeiger, V. 1890.

nevezetesebb, mert sok amphibiumnál a kétféle állomány még nincsen egymástól annyira elkülönítve, vagy jobban mondva, a burkos hosszrostok még nem tömörödtek oly határozottan a corticalis részben fekvő kötegekké, mint a csontoshalak nagy többségénél.

A dipnoikus halak, ezen a halak és amphibiумok osztályai között átmenetet képező lények, mint az FULLIQUET*, BURCKHARDT** és KOELLIKER*** leírásaiból kiviláglik, átmenetet képeznek az amphibiумok gerinczagyához s határozottan több a hasonlat köztük és az utóbbiak között, mint köztük és a csontoshalak gerinczagya között. A porczoshalak gerinczagyáról csupán egy-két adat ismeretes s egy a czélnak megfelelő részletes tanulmány felőle még nem létezik. Az amphioxus és a cyclostomák gerinczagya nagyon sajátos fejlődést végzett, de sajátos, hogy rajtok már a plectognathák kezdetleges alkata nem látszik. A mi végtére a ganoidok gerinczagyának ismeretét illeti, csak azt lehet mondani, mit a porczoshalak gerinczagyának ismeretéről mondtam.

A csontoshalak gerinczagyát illetőleg tehát két phylogenetikus kategóriát különböztethetünk meg, úgymint: a plectognathák primitív gerinczagyát és a magasabb fejlődési fokot elért gerinczagyat a csontoshalak nagy többségénél. Ezen utóbbi gerinczagyak között megint két osztályt jeleznék, melyek természetesen nincsenek egymástól átmenet nélkül elválasztva. Az első osztálynál sok, nagyságban egymástól nem túlságosan különböző idegsejt fordul elő a szürke állományban. Így az esoxnál, melynek gerinczagya ide tartoznék, a nagyságban különbség 0.09 és 0.58 mm. között változik. A cyprinoidoknál pedig, melyeknek gerinczagya a második osztályhoz tartozik, például a *Cyprinus carpio*-nál, a legnagyobb idegsejtek 0.81-től egész 1 mm.-ig variálnak, míg ellenben a legkisebbek csupán 0.06 mm. nagyok s így kisebbek, mint az esox legkisebb idegsejtjei. A cyprinoidok gerinczagyában

* FULLIQUET: Recueil zool. suisse. Tom. III. 1886.

** B. BURCKHARDT: «Das centrale Nervensystem von Protopterus annectens». Berlin, 1882.

*** A. KOELLIKER: «Handbuch der Gewebelehre des Menschen». Bd. II. Erste Hälfte. Leipzig, 1893, pag. 173—177.

azonban a legnagyobb idegsejtek sokkal kisebb számban fordulnak elő, mint az esoxnál a legnagyobb sejtek. Ebből azt következtethetni, hogy a cyprinoidoknál egyes sejtek több sejt hasonfeladatát egyesítvén magukban, erősebben kifejlődtek, de számban következetesen meg is apadtak. Ezen felfogásomat nagy idegelemek magyarázatára már régebben kifejtettem.*

A szürke állomány keresztmetszetében különböző alakokkal bírhat nemcsak a különböző csontoshalaknál, hanem egy és ugyanazon gerinczagon is a különböző helyek szerint, ha ezen különbség nem is olyan szembetűnő, mint a magasabb gerinceseknél. Így például a csukánál a szürke állomány keresztmetszeti *H* alakja, a mint azt annak idejében STIEDA leirta és rajzolta, annyiban változik közvetlen a nyúltagy mögött, a mennyiben a felső commissurának megfelelő rész változik, és a két alsó szár nagyon megnyúlik. Jól ki van fejlődve a *H* alak a gerinczagy minden részében az angolnál, ellenben a cyprinus és perca többé nem mutatja oly határozottan.

Mint az tudvalevő dolog, az idegsejtek legnagyobb számban a szürke állomány két alsó szárában fordulnak elő, a hol a legnagyobb, úgynevezett motorius sejtek is vannak elhelyezve. Ezek rendszeren, ha a központi csatorna felső részén magunknak egy vízszintes síkot képzelünk elhelyezve, ezen sík alatt fekszenek, fordulnak azonban elő kisebb idegsejtek az elülső és hátsó szarvak között levő, a felső commissura vidékét képező részben is. Ezen sejtek, mint azt már STIEDA is észlelte, egészen a felső szarvak aljáig helyezkedhetnek. A felső szarvakban a legnagyobb neuroglia-sejtek fordulnak elő, a miért carminkészítményeken a felső szarvak igen jellemző képet mutatnak. A felső szarvakban is fordulnak elő idegsejtek, mint azt mindennemű készítményeimben találtam, de nagyon kis számban. Ezen idegsejtek a legkisebbekhez tartoznak.

Az idegsejtek nem szorítkoznak kizárólag a szürke állományra, hanem, mint azt már e munkámban megemlítém, a fehérállományban is el vannak szórva. Ezen sejtek szintén igen kicsinyek.

* B. HALLER: «Beitr. z. Kenntniss der Textur des Central-Nervensystems höherer Würmer». pag. 49.

** L. STIEDA: «Ueber das Rückenmark und einzelne Theile des Gehirns von Esox lucius L». Dorpat, 1861.

A mi az úgynevezett motorius sejteket illeti, melyek a nevezett képzett síkon alól fekszenek, úgy az orthagoricusnál (a plectognatháknál máshelyt egyáltalán nem fordulnak a gerincezagyban idegsejtek elő) fekvésük szerint kétféle idegsejteket különböztettem meg, úgymint a belső és külső sejtoszlopokat. A belső oszlop közvetlen a központi csatorna mellett, a külső pedig az alsó szarvaknak körülbelől megfelelő részben fekszik. Ezen elhelyezés, mely még a békáknál is észlelhető, a csontoshalak nagy többségénél nem mindenütt található fel s a hol némileg észlelhető is, mint például a perca-nál s a salmonidáknál, már többé nem olyan határozott, mint a plectognatháknál. A legtöbb csontoshalnál a központi csatorna közeléből az idegsejtek eltávoztak.

Az alsó szarvak sokszor annyiban öltenek határozatlan alakot, a mennyiben számtalan hosszrostköteg közbevegyülése által diffus jelleget mutatnak. Ezt észleltem például az angolna gerincezagyának hátsó felében.

A központi csatorna nemcsak a mi fekvését, de a mi helyzetét is illeti, sok változatosságnak van alávetve, még pedig nemcsak a különböző csontoshalaknál, de egy és ugyanazon halfaj gerincezagyának különböző helyein is. Így például a csukánál, angolnánál és pisztrángféléknél, a hol igen magasan fekszik a központi csatorna, mi megint a két hasi hosszrostköteg nagyságától függ, eleinte a nyúltagy mögött igen szűk, később azonban a gerincezagy további elülső felében erősen kitérül s aztán hátrább kissé megint megszűkül. A cyprinoidoknál és a perca-nál, hol a központi csatorna nagyon alant fekszik, mindenütt nagyon szűk.

Ennyit a szürke állományról egyelőre nagyobb munkám megjelenéséig elegendőnek tartok közölni, s mielőtt a további részletezésre térnék, még röviden a fehér állományt írom le. Ezt következő részekre osztom.

1. A két hasi hosszrostkötegre, melyek egymástól a függőleges közép septum által vannak elkülönítve. Mindkét oldali hasi hosszrostköteg az alsóbb vagy úgynevezett MAUTHNER-féle commissura által, mely őket haránt két részre osztja, egy felsőbb, kisebb s egy alsóbb, nagyobb alkötegre oszlik. Ezen utóbbiakat rövidség okáért mindkét oldalrészben felső és alsó hasi hosszrostkötegrésznek nevezném. A felső hasi kötegrészben nyúlik tudvalevőleg

végig mindkét oldalon az óriási átméretű hosszrost, mely felfedezőjétől MAUTHNER-félének neveztetik. Nem annyira vastagsága, mint inkább burkának óriási szélessége teszi oly feltűnővé ezen hosszrostot. Tudvalevőleg hiányzik a MAUTHNER-féle hosszrost a porcos-halaknál s a csontoshalak között a plectognatháknál, siluroidoknál (Malaptermus, Silurus, Gymnotus,*) a mormyrusnál és mint ezt nemrégiben észleltem, az angolnánál is. A dipnoikusoknál és ganoidoknál azonban előfordul, mely előbbiektől sok hulló is örökölte.

A MAUTHNER-féle hosszrost körül fekvő hosszrostok is a leg-hatalmasabbak közé sorozandók, de persze köztök kevésbé vastag, sőt egyes vékony hosszrost is foglal helyet. Az alsó hasi hossz-kötegrész minden halnál sokkal hatalmasabb, mint a felső rész és épen úgy, mint az utóbbi, vastag hosszrostok összegéből áll. A cyp-rinoidoknál és a perca-nál a felső rész az alsó résznek, keresztmet-szeten tekintve, körülbelül egy harmadát teszi ki s az összes hasi hossz-kötegrész aránylag a többi halakéhoz nem vastag. A csuká-nál az összes hasi hossz-kötegrész hatalmas terjedelmű s a felső rész az alsónak szintén körülbelül egy harmadát teszi ki. Eltérő ez állapot e tekintetben az angolnánál, mert annál bár az összes hasi hossz-köteg igen hatalmas, a felső rész az alsónak csupán egy ötöde. Ezenkívül még megemlítendő, hogy az angolnánál, a többi csontoshalakkal ellentétben, melyeknél az alsó hasi köteg-rész összes vastag rostjai meglehetősen egyforma átméretűek, a gerinczagy hátsó felében a peripher, azaz a gerinczagy burkával határos részekben található a leghatalmasabb hosszrostok, míg ellenben a felsőbbek, a MAUTHNER-féle commissura szomszéd-ságában levők mind kisebb átméretűek. Ezen vastag peripher fekvésű hosszrostok feltűnő vastag idegburokkal is bírnak.

A MAUTHNER-féle commissuráról csupán azt jegyezném meg, hogy az némely halnál, vagy helyenkint ugyanazon halnál is egészen compact harántköteggént vagy diffuse léphet fel.

* FRITSCH GUSZTÁV bizonyította, hogy a gymnotus nem tartozik a muraenidákhoz, hanem a siluroidokhoz (I. G. FRITSCH: «Gehirn und Rückenmark des Gymnotus electricus», in Dr. CARL SACHS' Untersuchungen am Zitteraal. Nach seinem Tode bearbeitet von E. du Bois-REYMOND. Leipzig, 1881). Ugy látszik ez még mindig nem eléggé ismeretes.

A fehér állománynak oldali részét egészen a hátsó szarvak tövéig oldali hosszkötegnek nevezem. Mindkét oldalon az oldali hosszköteg alul a hasi hosszköteggel, felül a háti hosszköteggel határos. A hasi és az oldali hosszköteg sok csontoshalnál, mint például a csukánál is, kisebb átméretű hosszrostokkal bír, mint a hasi hosszköteg. Bár ezen burkos hosszrostok közé vegyülnek kisebb átmérőjű hosszrostok és sok buroktalan hosszrost is, azért a nagysági különbség az oldali hosszköteg rostjainak átmérője között nem nagy. Ilyen állapotot találunk a perca-nál is.

Az angolnánál és a cyprinoidoknál az oldali hosszkötegek idegrostjai nem oly egyformák. Igen sok buroknélküli hosszrost között különböző átmérőjű burkos rostok foglalnak helyet s a köteg felső felében sok közbeszórt igen vastag burkos hosszrost is fordul elő. Ezen utóbbiak épen oly szélesek, mint a hasi köteg hosszrostjai.

A hátsó szarv mindkét oldalrészén mintegy be van ékelve a háti hosszkötegbe. Ez utóbbi, melyen a cyprinoidoknál még egy alsó részt is megkülönböztettek, arról nevezetes, hogy igen finom burkos hosszrostokból, kevés szélesebb hosszrostból és számtalan buroknélküli hosszrostból áll.

A két oldali hosszrostköteg közepén egymástól a háti közepseptum által van elválasztva, mely nagyobb részt az ependymsejtek nyújtványaiából áll.

Ezek után áttérek a részletes leírásra. Ennek czélszerű eszközlésére a leírást három részre osztom, ú. m.:

- a) az alsó vagy motorius gerinczagyidegek eredetére;
- b) a felső vagy sensitiv gerinczagi idegek eredetére és végtére
- c) a hosszrostok magatartásának leírására.

Mindenek előtt azonban ki kell jelentenem, miszerint ma sem fogadom el az idegsejtek beosztását GOLGI szerint és rajtuk nem különböztetek meg idegnyújtványt és úgynevezett protoplasmannyújtványokat. Ellenkezőleg, ma is azt vallom, mit vallottam eddigi munkáimban, t. i. hogy az idegsejtek összes nyújtványai természetesen egyformák és idegtermészetűek.

Ujabb kutatásaim nyomán is háromféle idegnyújtványt különböztetek meg; a) olyanokat, melyek két idegsejtet összekötnek, vagy összekötő nyújtványokat (commissurale Fortsätze), b) olyanokat,

melyek a központi ideghálózatban elágaznak, s végtére c) olyanokat, melyek egyenesen peripherikus idegrosttá lesznek. Ezen utóbbiak mindegyike, mint azt már tudjuk, számtalan finomabb nyújtvány által, melyek az ideghálóban elágaznak, utóbbival szervesen összefüggnek.

Különben mellesleg legyen mondva, a GOLGI által felállított kétféle nyújtvány egymástól csak azon rajzokon különböztethető meg, a melyeken külön színekkel lőnek ábrázolva!

Hogy minden sejt bir-e egy vagy több olyan nyújtványnyal, mely vagy melyek peripherikus idegsejtté lesznek, ez egy olyan kérdés, melyet az összes idegsejtekre nézve nehéz még a csontoshalaknál is megoldani. Bizonyos fajú sejtről ugyan állíthatom, hogy az a fentnevezett nyújtványnyal vagy nyújtványokkal nem bir és csupán olyan nyújtványok felett rendelkezik, melyek az ideghálózatba elágaznak. Ezek legkisebb fajú idegsejtek, melyek a hátsó szarvakban és azoknak tövében találhatóak. Hogy az ugynevezett motorius sejtek között is vannak olyanok, melyek a fenti kis sejtek módjára viselkednek, azt biztosra veszem, azonban megjegyzem, hogy minden egyes esetben nehéz azok voltát biztonsággal megállapítani.

Mindenesetre tény az, hogy minden egyes központi idegsejt bir hálónyújtványokkal. A mi az összekötő nyújtványokat illeti, úgy azokról az anyagul szolgált csontoshalaknál azt kell megjegyeznem, hogy olyan rövid ilyféle nyújtványok, melyek két egymás mellett fekvő sejtet kötnek össze s milyenek sok gerinczeleneknél és a plectognath csontos halaknál is még elég nagy számban észlelhetők, bár előfordulnak, de nem gyakoriak. Talán az előítéleten kívül még ez is egy ok arra, hogy más gerinczeseknél, melyeknél épen ilyen viszonyok léteznek, az utóbbi időben az összekötő nyújtványokat tagadják. Azonban olyan összekötő nyújtványok, melyek egymástól messze fekvő sejteket kötnek össze, elég gyakran fordulnak elő. Az összes összekötő nyújtványoknál azonban a GOLGI-féle módszerrel egy újabb tulajdonságot fedeztem fel, mely mint már röviden említém, abban áll, hogy több finomabb melléknyújtványt bocsátanak magukból az ideghálózatba. De még azon lehetőség is fenforog, hogy egy ilyen finomabb ága az összekötő nyújtványoknak vékony peripherikus.

idegrosttá lesz, mit ugyan közvetlen nem észleltem, de észleltem olyan eseteket, melyek ezen állítás lehetőségét valószínűvé teszik. Végre olyan esetet is észleltem, melyben egy idegsejt hosszabb nyújtványa kétfelé ágazván, két kisebb sejttel függött össze. Ilyen eseteket majd a hosszrostok magatartásának leírásánál fogok ismertetni.

Ezeket előre bocsátva, a motorius vagy elülső gerinczagi idegek eredetét írom le. A mint azt már említettem, nagyobb idegsejtek között sok kisebb is foglal helyet s részint ezért, de részint hasonló magatartásuk miatt is köztük csupán nagyságukban rejlik a különbség. Ugy szintén nagyon alant az előszarvakban fekvő sejtek, de olyanok is, melyek egy niveauban fekszenek a központi csatornával, egy nyújtványukat egyenesen a megfelelő oldal alsó gerinczagi idegbe bocsáthatják. A sejt nagysága szerint ezen rostok igen finomak, de igen vastagok is lehetnek. Az ilyen közvetlen idegrostnyújtványok azonban két s három ágra is oszolhatnak, melyek mind mint mindmegannyi közvetlen peripherikus idegrost a megfelelő oldali idegbe hatolnak.

Mint az már ismeretes, az idegrostnyújtványok sok finom ágat menesztenek a központi ideghálózatba és pedig ennek nemcsak szürke anyagú részébe, hanem mint bizony állíthatom, fehér anyagú részébe is. Észleltem azonban azt is, hogy egy ilyen ág átnyúlván a MAUTHNER-féle commissurán, a gerinczagy másik oldalán egy idegsejttel közvetlen összefüggött. Számtalanszor és igen határozottan tapasztaltam azt is, hogy egy idegnyújtvány a MAUTHNER-féle commissurán át a másik oldalra hatolt s ottan azon oldal alsó idegbe mint peripherikus rost folytatódott. Magától értetődik, hogy az összes felsorolt esetek csak olyan keresztmetszeten voltak észlelhetők, melyek közvetlen a két alsó gerinczagi ideget találták.

Az alsó gerinczagi idegek természetesen nagy számban vesznek fel olyan rostokat is magukba, melyek rövidebb vagy hosszabb ideig mint hosszrostok szerepeltek. Ezen utóbbi idegrostokra is az áll, a mit a keresztmetszeti esetekre mondtam s csak azt jegyezni még meg, hogy ilyen hosszrostok úgy ugyanazon oldalról, mint az ellenkező oldalról is jöhetnek.

Ezeken kívül láttam még olyan rostokat is az alsó gerincz-

agyi idegekbe hatolni, melyek határozottan közvetített eredetűek — s mint ilyenek hasonlóak a felső gerinczagi idegek rostjaihoz, — azaz a központi hálózatból eredtek, még pedig mint azt hangsúlyoznám, mindig a megfelelő hasi hosszrostok közti hálóból.

Tudvalevőleg a csontoshalaknál a MAUTHNER-féle commissura specialis képződés s legalább a fekvése szerint, a magasabb gerinczesek elülső (alsó) commissurájának egy közvetlen a központi csatorna alatt fekvő, csekély fejlődésű commissura felel meg. A plectognath csontoshalaknál még ezen commissurán át történik az összes rostoknak egyik oldalról a másikra való áthatolása s a MAUTHNER-féle commissura náluk egyáltalán nem is látszik. A többi csontoshalaknál azonban a legtöbb rost egyik oldalfélből a másikba való áthatolása egy MAUTHNER-féle commissurán át történik s a központi csatorna alatti commissurán csak kevés rost hatol keresztül. Leggyakrabban az egyik oldalról a másikra egyes sejtek nyújtványait láttam utóbbi commissurán áthatolni, mely a másik oldalon a szürke állományi ideghálózatba elágazott. Ilyen esetet a plectognath-halaknál számtalanszor észleltem.

Sokszor észleltem olyan vastagabb fajú idegnyújtványt is, mely ugyanazon oldalon még egy melléknyújtványt bocsát a hasi hosszrostköteg felső részébe, — mely ottan burkot nyer és hosszrosttá lesz —, a finomabb folytatásával azonban a commissurán át a másik oldal szürke állományú ideghálózatába ágazik. A leggyakrabban eset végre a következő. Egyik oldalról egy sejtnyújtvány elhatol egészen a központi csatorna alá, hová megérkezvén, nem folytatja útját a gerinczagy másik oldalára, hanem a két hasi hosszrostot egymástól elkülönítő függőleges septum mellett függőlegesen lefelé törekszik. Ily függőleges nyújtvány különbözőképen viselkedhetik, u. m. *a)* lehatol a MAUTHNER-féle commissuráig, esetleg azt is áttöri s ugyanazon oldalon a hasi hosszrostköteg felső vagy alsó részében burkos hosszrosttá lesz ; *b)* a MAUTHNER-féle commissurát elérvén, annak ugyanazon oldali részén közvetlen az alsó gerinczideg gyökerébe hatol mint peripherikus rost és végtére *c)* feloszlik lassankint az ugyanazon oldali fehér állomány közti ideghálóba.

Ezen három eset azonban úgy is létezik, hogy a nyújtvány

előbb a gerinczagy másik felébe hatol át s így igazi commissura-rosttá lesz.

A MAUTHNER-féle commissurán áthatoló egyes idegnyújtványoknál vízszintes hosszmetseteken még a következőket észleltem. Miután egy idegsejt (7. ábra, o) nyújtványa (*p*) az ellenkező oldalra hatolt át, ottan *T* alakúlag két hosszággra oszlik. A két ág közül egyikén némelykor észlelhettem, hogy miután az egy darabig hosszrost volt, a hálózatba ágazik el. A másik hosszág gyakran derékszög alatt egy mellékágat (*f*) bocsátott az oldali hosszkötegbe, hol az, mint sokszor tisztán észlelhettem, derékszögü hajlás után hosszrosttá lett. Az ezen mellékágat nyújtó ág mindig burkos hosszrosttá lesz.

A mindkét oldalon egyedüli MAUTHNER-féle óriási hosszrostok eredetéről nagyon homályosak az adatok. Annyi még STIEDA* óta biztosra volt vehető, hogy a nyúlt agyban keresztelkednek. Későbbi buvárok, mint GORONOWITS**, MAYSER*** s mások állításai szerint a hallideg alsó eredetének környékén óriási sejtekből erednének. A mily bizonytalan az eredet, épen oly bizonytalan ezen idegek végződése is. Csak hypothetice van az elfogadva, hogy a farkuszály izmait látják el végágakkal. Ez irányú kutatásaim még nincsenek befejezve s csupán ezen hosszrostoknak egy más nevezetes bonczatani állapotával kívánnám az olvasót itten megismertetni. Ugyanis GOLGI-féle készítmények keresztmetsetén gyakran észleltem azt, hogy egyáltalán hosszrostok bocsátanak magukból kisebb nyújtványokat a fehérállomány közti ideghálózatba, mi legkevésbé se meglepő állapot. Ezt a MAUTHNER-féle hosszrostokon is észleltem. Sokszor láttam ugyanis olyan finomabb ágakat (ugyanazon a keresztmetseten sokszor kettőt, sőt hármat is), melyek miután ezen óriási hosszrostok burkát áttörték, azonnal a hálózatba elágaztak.

Ezek után áttérnék a felső gerinczagyú idegek eredetének

* L. STIEDA: «Studien über das centrale Nervensystem der Knochenfische». Zeitschr. f. wiss. Zoologie. Bd. XVIII. 1868.

** N. GORONOWITS: «Das Gehirn und die Cranialnerven von Accipenser». Morphol. Jahrbuch. Bd. XIII. 1883.

*** P. MAYSER: «Vergleichend-anatomische Studien über das Gehirn der Knochenfische etc.» Zeitschr. f. wiss. Zoologie. Bd. XXXVI. 1881.

leírására, előre bocsátván, hogy észleleteimet a spinaldúcokra nem terjesztettem ki. A különböző hosszmetseteken észleltem, hogy a már más gerinczesekről RAMON Y CAJAL által leirt s ezen munkámban már említett állapotok kis változtatásokkal a csontos halakra is birnak érvénynyel. Miután ugyanis a peripherikus, közvetlen az idegyökérbe hatoló rost két horizontális hosszággra oszlott, ezen hosszágak mindegyike számtalan nyújtványt, u. n. collateral-ágat bocsát magából a gerinczagyba. Megjegyzem azonban, hogy ezen nyújtványok a két főágat rendetlenül hagyják el és igen különböző vastagságuk. Ezen mellékágak magatartása következő:

a) közvetlen a megfelelő hátsó szarv hálózatába, mely a legfinomabb hálózat az összes idegrendszerben (az egyes hálókötések átmérete csupán 0.006 mm.), ágaznak el;

b) elágazásuk a megfelelő oldal háti hosszrostkötegében történik;

c) áthatolnak a felső commissurán a gerinczagy másik felébe, hol részint a hátsó szarv ideghálózatába, részint pedig a

d) megfelelő háti hosszrostkötegbe ágaznak el.

e) Észleltem olyan mellékágat is, mely két ágra oszolván, azoknak egyike lehatolt a megfelelő oldal oldali hosszrostkötegébe s annak hálózatába elágazott, míg a másik ág áthatolt az ellenkező oldalra s ottan a központi csatorna közelében ágazott el.

f) Némely ilyen mellékág a hátsó commissurán át egyik oldalról áthatol a másik oldal elülső szarvába, hol annak hálózatába elágazik.

g) Végre egyes mellékágak lehatolnak ugyanazon oldalon a központi csatorna mellé s ottan a szürke állomány hálózatába elágaznak.

Hogy a két főága a peripherikus rostnak miképen viselkedik, azt mindeddig biztosan megállapítani nem tudtam, azonban annyit már most is állíthatok, hogy azon feltevés, miszerint az első ág mint hosszrost egészen az agyig hatolna, mely feltevés KOELLIKERTŐL származik, a valóságnak nem felel meg. Ellenkezőleg, a hátsó idegkötegek hosszrostjai is, ha eltekintünk az idegsejtekkel való közvetlen összefüggésnek hiányától, úgy viselkednek, mint azt az oldali és hasi hosszrostokról még megírandom.

E helyen még megemlékezném azon sejtnyújtványokról, me-



lyek a hátsó szarvak, valamint a háti hosszrostok ideghálózatába belevegyülnek, illetőleg azt képezni segítik. Mint azt már említettem, nem csak a hátsó szarvak tövében, de magában a szarvakban és a háti hosszrostokban is vannak legkisebb idegsejtek. Ezeknek összes nyújtványai a helynek megfelelőleg feloszlanak az ideghálózatba. Az első szarvak felső és középső részeiből számtalan nyújtvány hatol nem csak ugyanazon oldali rész hátsó szarvába, a hátsó szarvak tövébe és a háti hosszrostkötegekbe, hanem a felső commissurán át az ellenoldal ezen részeibe is. A nevezett helyeken mindig feloszlanak a hálózatba.

Igy tehát nekem ez alkalommal sem sikerült olyan idegsejteket észlelni, melyeknek egy nyújtványa közvetlen háti periphericus idegrosttá vált volna.

Ezek után egyes adatokat az elülső gerinczagi idegek eredetére vonatkozólag is még közölve, áttérek az oldali hosszrostköteg rostjai magatartásának leírására.

Itt előrebocsátanám, hogy ezen észleleteimet is több, mint ötszáz készítmény tanulmányozásából merítettem, mely készítmények nagy része a már nevezett halak legfiatalabb példányaiból állítottott élé.

Eddigélé általában a gerinczagy hosszrostjairól azon nézet van elfogadva, hogy azoknak egy része kisebb vagy hosszabb út megtevése után vagy peripherikus rosttá lesz, vagy pedig elhatol egészen az agyig s ott az agy egyes részeivel összeköttetésbe lép. Utóbbi hosszrostokról, azt hiszem, általánosan az a vélemény, hogy azok útjokban egészen az agyig megszakítva nincsenek, illetve más elemek közvetítése nélkül hatolnak az agyig. Ezen utóbbi nézeten GOLGI annyiban változtatott, a mennyiben kimutatta, hogy a hosszrostok sok melléknyújtvánnyal birnak (innere Collateralen),* melyek a gerinczagy szürke állományába hatolván, ott elágaznak. Ebből GOLGI azt következteti, hogy a mellékágak elágazásuk folytán több helyen idegsejtek nyújtványai-val még meg nem állapított módon összeköttetésben vannak s így egy peripherikus végződés számtalan központi részszel függ össze.

* GOLGI előtt a számtalan gerinczteleneknél tett hasonszerű megfigyelés ismeretlen.

Ezen nézete GOLGI-nak bizonyára nagy haladást jelent. Tudtommal azonban se GOLGI, se más idegbuvár azt soha sem állította, hogy azon hosszrostok, melyek az agyig hatolnak, másképen, mint a nevezett módon lennének más idegelemekkel összekötésben.

A hosszrostoknak tanulmányozása, kivált nagyobb állatoknál, azon nehézségbe ütközik, hogy több gerinczagi metamérán át hosszmetasztet készíteni nehéz, másrészt végre a GOLGI módszerével nagyobb darabokat megfesteni nem is lehet, a WEIGERT-féle módszer pedig a finomabb szerkezet tanulmányozására nem alkalmas. Az EHRLICH-féle methylenkék-módszer végre a rövid megfigyelési időn kívül még, mint azt saját tapasztalatomból biztosan tudom, azon hátránnyal is bír, hogy sok finomabb nyújtványt festetlenül hagy. Ezen okokból a RETZIUS készítményeire a férgek és rákféléknél súlyt nem is fektetek. Sokkal nevezetesebbek RETZIUS készítményei* a GOLGI-féle módszerrel a lumbricus hasizsinegén hosszirányban. Ezen férgeknél RETZIUS rajzai szerint hosszrostok két idegdűcz között megszakítás nélkül tovább hatolhatnak. Mindenesetre szükség lesz ezen idegszövetani czélokra alkalmas féregnél is több idegdűczon keresztül a hosszrostokat követni, mi bizonyára azokhoz hasonló eredményre vezetend, melyeket itt közölni fogok.

Előre megjegyzem, hogy a csontoshalak legkisebb olyan példányain is, melyeknél még a gerinczagyat ki lehet præparálni, alig sikerül a GOLGI-féle módszerrel egy darabban hosszabb, mint három metamernyi részt megfesteni. Ezen körülmény tehát itt is egyelőre nagy akadály. Ehhez járul még egy igen nevezetes hátrány, az t. i., hogy ellentétben az összes többi gerinczesek hosszrostjaival, azok itt a GOLGI-féle módszerrel nehezen festhetők meg. Tény az is, hogy míg némely csontoshal-fajoknál a motorius hosszrostok megfeketítése némileg sikerül, addig az e háti hosszrostokat illetőleg egyáltalában nem sikerül. Más csontoshalfajoknál ennek éppen ellenkezőjét észlelhetni. Az általam vizsgált halfajoknál egyet se találtam, melynél a háti hosszrostok oly jól festődtek volna, mint a nagyobb gerinczeseknél vagy csak a hül-

* G. RETZIUS: «Biolog. Untersuchungen». Neue Folge III. 1872.

lőknél is. Számtalan készítményem közül azonban egynehány jól sikerült, minek azonban minden hűséges megfigyelés daczára se tudnám okát megmondani. Ezen jól sikerült készítmények után írom le a következőket. •

A GOLGI szerint kezelt vízszintes, valamint másféle hossz-metszeteken is a halak gerinczagyánál igen gyakran azt tapasztalhatni, hogy egyes idegsejteknél egy kifelé a periphéria felé irányuló nyújtvány két egyforma vastagságú ágra oszlik, melyek a gerinczagy két irányában, azaz egyik előfelé, a másik hátrafelé, törekszenek. Ezen *T* forma oszlásnál sokszor, elég különösen, azt tapasztalhatni, hogy mindkét ág vastagabb, mint azon sejtnyújtvány, melyből keletkeztek (7. ábra, *h*). Azonban ez nincs mindig így. Hogy ezen két ág mindig hosszosttá válik-e, azt egyelőre még nem tudtam megállapítani, s azt hiszem, hogy itt különböző lehetőség is foroghat fenn. Tény azonban az, hogy ezen ágak egyike gyakran hosszosttá lesz. Mindkét ágból, nemsokára a két főnyújtvány kettéágazása után, derékszög avagy ahhoz nagyságra nézve megközelítő szög alatt, egy igen finom mellékág hatol a gerinczagy külső része felé. Ezen ágak vagy szétágaznak a fehérállomány közti hálózatban (7. ábra, *g*), vagy pedig, ha t. i. az idegsejt épen egy hasi idegyökér közelében fekszik, mint peripherikus burkos finom idegrost abba behatol (*f*). Ezen ágakat a szerint, a mint peripherikus burkos idegrosttá lesznek, vagy elágaznak a hálózatba, *peripherikus collaterálnak*, vagy pedig *hálózati ág*nak nevezem.

Egy hosszostnak nemcsak egy, de több peripherikus collateralja is lehet; hármat és négyet többször volt alkalmam észlelni (7. ábra, *k*). Ilyen collateralok sokszor elhatolnak egészen az agyburkok aljáig s itten derékszögű hajlás után hosszostokká lesznek. Ezekből lesznek a legkülsőbb finom hosszrostok az oldali hosszrostkötegekben. Ilyen hosszrostok (*y*) elhatolnak egy idegyökérig s abban mint peripherikus burkos rostok folytatódnak. Mint mondtam, sokszor nem lehet ilyen nyújtványokról azt biztosan megállapítani, hogy vajjon peripherikus collateralok-e, vagy hálózati ágak, mert hiszen számos esetben az előbbieket is bocsátanak itt-ott gyéren finom oldalnyújtványokat a fehérállományi hálózatba (*g*, *g'*). Több egymással párhuzamosan haladó hosszrostból ugyanazon helyen ágazván el peripherikus collateralok, azok egymás mellé helyezkedvén,

kis kötegeket képeznek, melyek a csontoshalak gerinczagyában igen jellemzők. Egy hosszrost peripherikus collateráljai útján bizonyára két egymásután fekvő hasi ideggel is léphet összeköttetésbe, mert hiszen egy hosszrost igen sok peripherikus burkos rostnak adhat eredetet.

Hosszidegrostokon igen sokszor észleltem a már GOLGI által is részletesen ismertetett nyújtványokat, melyek a rost belső oldalából hatolnak a szürke állomány felé. Míg azonban a peripherikus collaterálok s a kétfelé hatoló hálózati ágak egymástól meglehetősen egyforma távolban hagyják el a hosszrostot, addig ezen belső hálózati nyújtványok rendetlenül, azaz egymástól nem oly egyforma távolságban ágaznak el a hosszrosttól.

A hosszrostok további magatartását illetőleg egy általam igen gyakran észlelt esetet írhatok le. Egy idegsejt (7. ábra, a) nyújtványa (c) hosszrosttá válván, több peripherikus collaterálnak ad eredetet, miért is végre annyira megvékonyodik, hogy csak mint finom fonál folytatja útját. Ezen finom fonál egy szembejövő vastagabb hosszrost (d) kettéágazása után annak egyik ágával egybeforr, minek folytán morphologiai egyéniségét ugyan elveszti, de physiologiai felfogásban a hosszrost mint vezető elem a vastag szembejövő rost folytatásában (e) tovább létezik. A szembejövő rost további magatartását illetőleg a már fentemlített okoknál fogva annak folytatása nem volt észlelhető.

Az épen leírt esethez hasonlólt többször észleltem.

A hetedik ábra a metszet hosszközepében egynehány finomabb hosszrostot mutat (q, q') a hasi hosszrostkötegből. Ilyen finom hosszrostkötegek ott csupán a MAUTHNER-féle commissura alatt fordulnak elő mindkét oldalon. Ezen hosszrostok az egyenes irányt nem tartják be, hanem igen kigyózott pályát írnak le. Nagyon nevezetes rajtok, hogy egymással sokszor mellékágak segítségével összeköttetésben állanak és sokszor egy rost az által, hogy a másikkal összeforr, morphologiai egyéniségét elveszti. Mellékesen jegyzem meg, hogy a magasabb gerinczeseknél utóbbi időben GOLGI is finomabb hosszrostok között összekötő ágakat vélt látni.

A felsoroltak folytán tehát nézetem oda irányul, hogy a hátgerinczagyban, legalább a csontoshalagnál, olyan hosszrost, mely

két s három metameren át mint egységes rost volna észlelhető, nem létezik, hanem annak morphologiai egyénisége folyton megzavar-
tatik, mi persze a physiologiai állapoton csak annyiban változtat,
a mennyiben a régi felfogás szerint tökéletesen izolált vezető rost
nem létezik. Ellenkezőleg, minden physiologiai idegrost számta-
lan idegsejttel is közvetlen összeköttetésbe lép.

Ezen kutatásaim eredményeképen emlitem továbbá azt is,
hogy, mint azt különben az orthagoriscusról szóló munkám-
ban kifejtettem, az összes központi idegrendszer szövettanilag is egy
összefüggő egész, mely lényegében nem, s csupán alakí con-
centratiojában különbözik a hydra idegrendszerétől, mint azt e
munka bevezetésében alkalmam volt ismertetni. S ezen nevezetes
elvnek hódol az összes idegrendszerrel bíró állatok idegrend-
szere, mint azt röviden ez alkalommal is volt alkalmam kimutat-
hatni. A központi ideghálózat pedig annyiban bír phylogenetikus
értékkel, a mennyiben az a hydra ideghálózatának központosult
részét képezi, míg ellenben a hydra idegrendszerének egy része
mint peripherikus ideghálózat nemcsak az érzéki szervekben, de a
mirigyek körül, a szív és a bélsatorna falaiban stb., az összes ideg-
rendszerrel bíró állatoknál képviselve van.

AZ ÁBRÁK MAGYARÁZATA.

I. Tábla.

1. Ábra. A *Hydra fusca* idegrendszerének osmium-ecetsavas
keverékben tépés által készített része (nagyítás: HARTNACK $\frac{2}{3}$). a) ideg-
hálózat az idegducsejtekkel; b) izom-epithelsejt; c) egy rész az oldal-
falból.

2. ábra. A *Hydra* idegrendszerének schemája (fekete).

3. ábra. Egy *Medusa* idegyűrűjének schemája (fekete).

4. ábra. Sagittalhosszmetszet a *Fissurella* idegrendszeréből (os-
mium-carmin készítmény). g) idegsejtréteg; h) ideghálóstrész; e) köz-
vetlen idegrosteredet; i) az ideghálózat által közvetített idegrosteredet
(nagyítás H. $\frac{3}{5}$).

5. ábra. A *pozsár* gerinczagyából GOLGI módszere szerint előállí-
tott készítmény. f) rész a fehér, sz) pedig a szürke állományból (nagyí-
tás H. $\frac{2}{5}$).

6. ábra. A *pozsár* gerinczagyából GOLGI osmiumsavvegyítékű módszere szerinti készítmény. *f)* fehér, *sz)* szürke állomány; *h)* nem feketített hálózat; *r)* három feketített idegsejt; *p)* hosszrostok keresztmetszete (nagyítás H. $\frac{2}{3}$).

7. ábra. A *pozsár* gerinczagyából vízszintes hosszmetset. GOLGI-féle készítmény (nagyítás H. $\frac{2}{4}$).

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1894. okt. 22.-én tartott üléséből.)

ADATOK A PEPSINEMÉSZTÉSHEZ.*

KLUG NÁNDOR r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés).

A tek. Akadémiának f. évi ápril hó 23-án tartott osztály-ülésén ** volt szerencsém oly eljárásról jelentést tenni, melynek segedelmével a gyomoremésztés előhaladásáról rövid idő alatt és a kívánható legnagyobb pontossággal meg lehet győződni. Ez eljárásomban a biuretkémelés szolgál a megemésztett fehérjéknek photometrikus úton való meghatározására. E végből egyfelől a készített emésztő nedvet, másfelől az emésztett folyadékot is átszűrés után felforralom és nátronlúggal közömbösítem. Lehűlés és átszűrés után a folyadék lehetőleg syntonin és albumin mentes, csak albumosokat és esetleg peptonokat tartalmaz (КÜХНЕ), s mint ilyen szolgál a spektrophotometrikus eljárásra.

A folyadékból 4 cm.-t megfelelő mérőüvegbe, hozzá fél-tömör natronlúgból 2 cm.-t és 10%-os kénsavas rézéleg oldatából 6 cseppet adok. Az egészet jól összerázom és alkalmas szűrőpapíron átszűröm. A tiszta szüredéket a Schultze-féle teknőbe helyezem a Glan-féle spektrophotometer azon része elé, melyen keresztül a fény beesik.

A szinkép D_{75} $E-D_{100}$ E részének felhasználásával határozom meg a β szöget, valamint az üvegteknőnek párolt vízzel való megtöltése után az α szöget is.

Az α és β szög segedelmével meghatározott törlési együtthatók $[E]$ a fehérjeoldatok viszonylagos tömörségének legegyszerűsített

* A budapesti tud. egyetem élettani intézetében készült dolgozat.

** Lásd Magyar Orvosi Archivum 1894. évf. 363. l.

rűbb kifejezői lévén,* ezek jelzésére szorítkozom a következő vizsgálataimban.

*

A vizsgálataimhoz szükséges gyomornedvet kezdetben úgy készítettem, hogy a száraz gyomornyálkahártyából 5 grm-ot 200 cem. 0.3% sósavat tartalmazó vízben 24 óráig tartó emésztésnek tettem ki. Az ezután átszűrt folyadék volt az emésztésre szolgáló gyomornedv.

Ilyenkor azonban azon 24 óra alatt nem oldódik fel az egész gyomornyálkahártya és maradékából még több izben lehet az előzőhöz hasonló módon igen jól emésztő gyomornedvet nyerni.

Az ezután átszűrt tiszta gyomornedvből 100—100 cem.-t vettem s ebben 5—5 grm tojásfehérjét 24 óráig tartó emésztésnek tettem ki.

Az emésztés befejezése után határoztam meg benne az albumosok és peptonok együttes tartalmát a fent leírt módon. Ilyenkor mindig feltűnt, hogy az első nedv kevesebbet emészt meg a fehérjéből, mint a másod- vagy harmadizben, ugyanazon nyálkahártya maradékából készített gyomornedv, holott amabban van legtöbb pepsin. Szépen tűnik ez ki a következő (I.) táblázatból, melyben E^1 a nedv, E^2 az emésztet törlési együtthatóját, $E^2 - E^1$ pedig az emésztés alatt képződött albumosok és peptonok mennyiségét a törlési együtthatók különbségeként tünteti ki:

* F. i. h. 363—376. l.

I. táblázat.

Nyálkahártya, melyből az emésztő nedv készült	E^1	E^2	$E^2 - E^1$
Embergyomor			
1-ső kivonata --- ---	1·8203488	2·5330628	0·7127140
2-ik kivonata... ---	0·3939728	1·2933572	0·8993844
3-ik kivonata --- ---	0·0268378	0·7769184	0·7500806
Lógyomor			
1-ső kivonata --- ---	1·2200416	1·3864776	0·1664360
2-ik kivonata... ---	0·7206008	1·3656411	0·6450403
3-ik kivonata --- ---	0·2413704	1·3567658	1·1156954
Disznógyomor			
1-ső kivonata --- ---	0·8702322	1·1495446	0·2793124
2-ik kivonata... ---	0·6828206	1·347344	0·6645234
3-ik kivonata --- ---	0·1760696	1·0671714	0·8911018
4-ik kivonata... ---	0·0542496	0·6108378	0·5565882
5-ik kivonata --- ---	0·0254588	0·3509714	0·2155126
Kutyagyomor			
1-ső kivonata --- ---	0·8406354	1·0293628	0·1887274
2-ik kivonata --- ---	0·4527796	1·0108290	0·5580494
Marhagyomor			
1-ső kivonata --- ---	1·5499892	1·6213508	0·0713616
2-ik kivonata... ---	0·5347536	1·1749596	0·6402060

Ez I. táblázat adataiból látni való, hogy az ugyanazon nyálkahártya darabból másod- és harmadizben előállított gyomornedv mindenkor sokkal jobb emésztőnek bizonyult, mint az első alkalommal nyert kivonat. Ezen különbség oka csak az lehet, hogy vagy a pepsin, vagy a nyálkahártyából oldott fehérje sok az első kivonatban s e miatt nem képes hozzá még több fehérjét oldani, valamint oka lehet az is, hogy a nyálkahártyából oldott fehérje és enyvadó anyagok kötöttek le sok sósavat és a fennmaradt sósav amaz első nyálkahártya kivonatban e miatt elégtelen. Az e tekintetben az első kivonattal tett kísérletek szerint ítélve, mind a három tényezőnek van befolyása a gyomornedv emésztő képességére; a mint ez a következő [II.] táblázatból kitűnik.

II. táblázat.

Kísérlet	Nyálkahártya, melyből a nedv készült	A nedv törlési együtthatója			
		emésztés előtt	emésztés után	0·1% sósav hozzáadása és emésztés után	24 óráig tartó állás és az ezt követő emésztés után
1.	Kutyagyomorfundus	1·3658134	2·4774036	3·0164764	2·8031860
2.	Kutyagyomorpylorus	1·2786494	1·9739648	2·4049632	2·4049632
3.	Disznógyomorfundus	1·4092364	2·0233860	2·4573796	2·1618160

Az ezen II. táblázatban foglalt kísérletekhez az emésztőnedvet a fenn leírt módon készítettem és 100—100 kcm.-ből álló három részre osztottam. Az első 100 kcm.-ben azonnal tettem ki 5 grm főtt tojásfehérjét 24 óráig tartó emésztésnek, a másodikban csak miután előbb 0·1% sósavat adtam hozzá, a harmadik részben végre csak akkor emésztettem fehérjét, miután előzetesen 24 órán át az emésztő kemenczében önemésztésnek volt kitéve.

A II. táblázat adataiból mindenekelőtt az tűnik ki, hogy a gyomornedv emésztőképessége lényegesen fokozódott, midőn a benne volt 0·3% sósavhoz még 0·1% sósavat hozzáadtam. A nedvben jelen volt sósav tehát elégtelen a nyálkahártyából már oldott fehérjén kívül még sok fehérje oldására; kevés sósav hozzáadása fokozza ama nedv emésztő képességét. Másod sorban azonban az is világos e táblázatból, hogy, ha ama gyomornedvet előzetesen 24 órán keresztül magában emésztettem és ezután adtam hozzá a főtt tojásfehérjét, akkor többet oldott belőle, mint midőn a fehérjét azonnal emésztésnek tettem ki benne. Az utóbbi körülmény oka csak az lehet, hogy a 24 óráig tartott önemésztés alatt a gyomornedv oldott fehérjeiből mind többet alakított át albumosokká illetőleg peptonokká, s ez által képessé vált új fehérje oldására. Erre utal az a körülmény is, hogy a disznógyomor nedvének törlési együtthatója, mely készítése, főzése, s közömbösítése után azonnal 1·4092364 volt, 24 óráig tartott önemésztés után, ugyancsak főzés és közömbösítés után, 1·686652-re emelkedett. A nedv most valamivel több fehérjét is oldott, törlési együtthatója a fehérjeemésztés alatt magasabbra nőtt (2·161816), mint mikor előzőleg önemésztésnek nem volt kitéve (2·023386).

Ezen tapasztalat arra is enged következtetést, miszerint a jó

emésztéshez nemcsak a sósavnak bizonyos mennyisége szükséges, hanem hogy a pepsin mennyisége sem közönyös a gyomornedvben, sőt a következő kísérlet szerint a pepsin mennyisége bizonyos mértéken túl nemcsak nem mozdítja elé a nedv emésztőképességét, hanem határozottan korlátozza. A kísérlet czéljából egyugyanazon 7·5 grm száraz disznógyomor-nyálkahártyából két ízben készítettem 300—300 kcm. 0·3% sósavat tartalmazó vízzel, 24 óráig tartott digestio alatt, kivonatot. Az így nyert kétféle nedvet ezután a következő (III.) táblázatban feltüntetett arányban hígítottam fel 0·3% sósavas vízzel és így tettem ki belőle vett 50—50 kcm.-ben 2·5—2·5 gm főtt tojás fehérjét emésztésnek. Az emésztés foka a törlési együtthatók különbségeiből az $E^2—E^1$ rovatban ítélhető meg.

III. táblázat.

Nedv minősége	Elegyítési arány		E^1	E^2	$E^2—E^1$
	nedv	0·3% sósavas víz			
1-ső kivonat	100	0	1·5847104	2·2396412	0·6549308
„	80	20	1·2677683	2·0198176	0·7520493
„	60	40	0·9508262	1·7614080	0·8105818
„	40	60	0·6338841	1·5468592	0·9129751
„	20	80	0·3179421	1·2629512	0·9450091
„	2	98	0·0317942	0·9686904	0·9368962
2-ik kivonat	100	0	0·1376260	0·8910426	0·7534166
„	80	20	0·1150101	0·9501136	0·8351035
„	60	40	0·0825756	0·8751760	0·7926004
„	40	60	0·0550504	0·8618620	0·8068116
„	20	80	0·0275252	0·6134804	0·5859552
„	2	98	0·0027525	0·4425574	0·4398049
„	0	100	—	0·2307454	0·2307454

Ezen III. táblázat szerint az első nyálkahártya kivonat akkor emésztett legtöbb fehérjét, midőn 80—90%-ig fel lett hígítva. Sőt a nyálkahártya maradékából készült második kivonat is mintegy 50%-ra felhígítva emésztett legjobban. Ezek szerint, ha nem is

szenvet kétséget, hogy a mint BRÜCKE mondja, az 'emésztő nedv által már oldva tartott fehérje csökkenti annak emésztőképességét, mégis igen valószínűnek tetszik az is, miszerint a sósavon kívül a pepsin mennyisége is lényeges befolyással van az emésztés előhaladására. A fenti kísérlet eredményei szerint itélve igen kevés lehet az a pepsin, mely a jó emésztésre szükséges. Mind e tapasztalatok mindenek előtt arra indítottak, hogy a pepsin és sósav mennyiségének az emésztésre való befolyását behatobb vizsgálat alá vegyem, valamint tekintettel azon korlátozó befolyásra, melyet az oldott fehérjék az emésztésre gyakorolnak, megvizsgáltam az emésztés lefolyását különböző viszonyok között is.

1. A pepsin mennyiségének befolyása a gyomoremsztásra.

Az első, ki a pepsin mennyiségének befolyását a gyomor-emésztésre kutatta, BRÜCKE volt. Vizsgálatainál BRÜCKE * ismeretlen mennyiségű pepsint tartalmazó gyomornedvet vett, és ebből egyenlő mennyiséget 0.1 % sósavat tartalmazó vízzel különböző arányban hígított fel, mi által különböző mennyiségű pepsint tartalmazó gyomornedvet kapott. E gyomornedvbe rostanyag czafatokat adott, s megfigyelte az időt, mely alatt az így különböző fokban felhígított gyomornedvben a rostanyag feloldódott.

Ez eljárás nem volt kielégítő, mivel a pepsin mennyisége nem volt ismeretes, de hibásnak is mondható, mert rostanyag oldása szolgált az emésztés mértékeül, már pedig a rostanyagot maga a híg sósav is tetemesen oldja. Így egy ilyen irányú kísérletem alkalmával 100 kem. 0.3 % sósavas vízben 24 óráig digerált rostanyag, a syntonin eltávolítása után is, ama víz törlési együtthatóját 1.1275278-ra emelte; BRÜCKE pedig nem is ezt, hanem az oldást általában vette irányadónak. Főtt tojás fehérje a III. táblázat esetében 0.3 % sósavat tartalmazó víz törlési együtthatóját csak 0.2307454-re emelte és ez is nagyrészt nem a sósav behatásának volt az eredménye, a mint az a következő kísérletből ki fog tűnni. Ezt a kísérletet tudniillik úgy tettem, hogy egyfelől 300 kem.

* Sitzungsberichte d. k. Akademie d. Wissenschaften. Wien, 37. k. 140. l.

tiszta párolt vízben, másfelől ugyanannyi 0·6 % sósavat tartalmazó vízben 40—40 grm főtt tojásfehérjét digeráltam 40 C°-ú melegben; az elért eredményeket a következő (IV.) táblázat tünteti fel.

IV. táblázat.

Digerálás ideje	Víz; forralás, közömbösítés és szűrés után	0·6% sósavas víz	
		forralás, szűrés után	forralás, közömbösítés és szűrés után
1 óra	0·2110762	0·2435374	0·1977444
2 „	0·2577556	0·26324	0·2575262
3 „	0·280907	0·3619456	0·2788686
5 „	0·293024	0·4201046	0·2998182
7 „	0·308803	0·3856890	0·309290
9 „	0·3439484	0·4129602	0·3608716

Ha e táblázat adatai közül a vízkivonattal valamint a sósavas vízzel közömbösítés után nyert értékeket egymással összehasonlítjuk, akkor kitűnik, hogy a sósav befolyása alatt a kísérleti idő tartamán belül albumose alig képződött. Az albumose, melynek jelenlétét a kísérlet kimutatja, csaknem mind a vízkivonatban is jelen van s így az a tojásfehérjében eredetileg már jelen volt. Míg tehát a gyomornedv sósava sokat old a rostanyagból és ezt csakhamar albumosokká alakítja át, addig a tojásfehérjéből csak kevés syntonint készít, a benne foglalt albumosét pedig kivonja ugyan, de legalább az általam vizsgált időhatáron belül albumosokat alig készít belőle. Az olyan kísérleteknél tehát, melyeknél a pepsin emésztő hatását fel akarjuk ismerni, nem szabad egyszerűen az oldást irányadónak tartani, valamint nem tehetők azok a kísérletek rostanyaggal, hanem szükséges egyfelől az oldott anyagok mennyiségét directe meghatározni, valamint másfelől az emésztés anyagául a rostanyag helyett a főtt tojásfehérjét használni.

A főtt tojásfehérjében magában ez alkalommal albumosét vagyis olyan fehérje nemű testet találtunk, mely vízzel kivonható belőle s hevítésre, közömbösítésre nem válik ki. A tojásfehérjében előforduló fehérjék gyanánt az ovalbumin és tojás globulin iratik le, melyek forraláskor mind megalvadnak, az általam talált fehérje

tehát ezek közül egyikhez sem tartozhatik. Egyedül HALLIBURTON¹ említi, hogy peptonok és albumosok előfordulnak régi tojásokban. Az általam a főtt tojásfehérjéből digeráláskor kivont fehérje forró és hideg vízben egyaránt oldható. Oldatából ammoniumsulfattal teljesen kiülepíthető, ellenben nem válik ki konyhasóra. Épen úgy légenysavra is csak feles mennyiségű konyhasó jelenlétében ad csapadékot. A fehérjék színreakcióit adja.

E test tehát a KÜHNE által úgy nevezett deutero-albumosnak felel meg. Vajjon csak régi tojásban fordul-e elő? azt nem tudhatom; mivel a tojásokat a piacon szereztettem be, ezekben pedig úgy a tavasszal, valamint a nyáron s ősszel beszerzett tojásokban is deutero-albumose előfordult: azért a deutero-albumose valószínűleg a tojásfehérje rendes alkatrésze. Mennyisége megközelítő értékben a tojásfehérje 0·7 %-ának felelt meg. Más albumoset, valamint peptont nem találtam a főtt tojásfehérjében.

Visszatérve BRÜCKE kísérleteihez, ezek szerint a pepsinmennyiségével fokozódik a gyomornedv emésztő képessége; olyan pepsintartalom pedig, melynél a rostanyagzafat 30 percznél rövidebb idő alatt föloldódik, volna az a határ, melyen túl a pepsinmennyiség fokozódásával az oldás idejében valami lényeges különbség föl nem ismerhető.

MALY² szerint is az emésztés annál gyorsabban foly le, minél több a pepsin valamely emésztő folyadékban. Vizsgálatait MALY Grünhagen eljárása szerint tette, mely eljárásról más helyen már kimutattam,³ hogy tudományos kutatásokra teljesen alkalmatlan.

Úgy MALY valamint BRÜCKE tehát arra az eredményre jutottak, hogy a pepsinmennyiség bizonyos növekedéseig az emésztés gyorsasága lépést tart az emésztőnedv pepsintartalmával. BRÜCKE azért a pepsin mennyiségét valamely gyomornedvben, annak a fehérjére gyakorolt oldóhatásából is ítélte meg. Végre tettek újabban vizsgálatokat a pepsinmennyiségnek az emésztésre való befo-

¹ HALLIBURTON W. D. Lehrbuch d. chemischen Physiologie u. Pathologie. Heidelberg 1893. 615. l.

² Hermann's Handbuch d. Physiologie V. k. II. r. 83—84. l.

³ Magyar Orvosi Archivum III. évf. 366. l.

lyását illetőleg még ELLENBERGER és HOFMEISTER* is. E vizsgálók a gyomornyálkahártyából nyert kivonatból különböző mennyiséget adtak 20 gm 0·2—0·4 % sósavas vízhez, s úgy észlelték, hogy az emésztés csak bizonyos határig nő a pepsin mennyiségével, feles mennyiségű pepsin azonban szerintök nem válik előnyére az emésztésnek. ELLENBERGER és HOFMEISTER-nek utóbbi megjegyzése daczára ma is az a vélemény az általánosan uralkodó, hogy a gyomornedv annál jobban emészt, minél több pepsin van benne.

A III. táblázatban bemutatott vizsgálataim eredménye szerint feles mennyiségű pepsin egyenes hátrányára van az emésztésnek. Czélszerűen és biztosan a kérdés csak akkor dönthető el, ha az emésztési kísérleteket ismertmennyiségű pepsinnel teszszük. E végből a KÜHNE és CHITTENDEN által ajánlott módon a pepsint lehetőleg tiszta állapotban igyekeztem előállítani.** Gyomornyálkahártyát megfelelő mennyiségű 0·4 %-ú sósavat tartalmazó vízben, mely minden literben 1 gm thymolt tartalmazott, tettem ki emésztésnek. 10 napig tartott emésztés után a folyadékot vászonzacskón leszűrtem a visszamaradt üledékről, és újból emésztésnek tettem ki. További tíz nap múlva ismételtén átszűrtem a zavaros nedvet szűrőpapíron és megkísérlettem a pepsint ammonisulfattal való telítés útján kicsapni; mire 24 óra alatt a pepsin sűrű pelyhekben kivált; a hosszasan tartott emésztés alatt t. i., mint azt KÜHNE, ez eljárás felfedezője kimutatta, a nyálkahártyából oldott fehérjék mind kénsavas ammoniákban ki nem való peptonokká lettek. A pepsinből álló üledéket szűrő papíron gyűjtöttem, s miután száradása közben kénsavas ammoniák-jegeczek váltak ki belőle, több izben mostam le vízben; a vízben ugyanis a kénsavas ammoniák csakhamar feloldódik, míg a nehezebben oldódó pepsinből csak kevés megveszendőbe. Végre a pepsint szivattyú segedelmével kénsav felett megszáritottam és finom porrá törtem. E por kénsavas ammoniák tartalmát pontosan határoztuk meg a végből, hogy a pepsin használatakor számításba vehető legyen. Így szolgált a pepsinpor emésztőnedv készítésére. Mielőtt azonban ezen

* Archiv f. wissenschaftliche und practische Thierheilkunde. 1883-ik évf. IX. k. 185. l.

** Zeitschrift f. Biologie. 22. k. 430. l.

pepsint emésztési kísérletekre felhasználtam volna, vizsgálatokat tettem az iránt is, vajjon a kénsavas ammoniák jelenléte mennyiben zavarja meg az emésztést. A vizsgálat céljából ugyanannyi 0·3 % sósavat tartalmazó vízbe adtam egyenlő mennyiségű, egyfelől kénsavas ammoniákat tartalmazó pepsint, másfelől olyant, melyet megelőzőleg a tömlős dialysatorban a kénsavas ammoniáktól megfosztottam volt, és ezen nedvekben emésztettem a főtt tojásfehérjét. A disznó gyomrából nyert pepsinnel tett ilyen vizsgálat eredményét az V. táblázat tünteti fel.

V. táblázat.

A nedv megközelítő pepsin-tartalma	Kénsavas ammoniakos pepsin			Dialysált pepsin		
	E^1	E^2	$E^2 - E^1$	E^1	E^2	$E^2 - E^1$
0·1%	0·17717520	0·85686720	0·67969200	0·17060600	1·34540520	1·17479920
0·05%	0·12070440	0·95114520	0·83044080	0·02834080	1·62187480	1·59353400
0·01%	0·08505580	1·43806840	1·35301260	0·00303420	1·43414960	1·43111540
0·005%	0·05107680	1·25334800	1·20227120	—	0·64457760	0·64457760

Ezen V. táblázat tanúsága szerint minimális mennyiségű kénsavas ammoniak is már lényegesen zavarólag foly be az emésztésre. Ez okból minden következő vizsgálataimat dialysált pepsinnel tettem. Mielőtt azonban ezen vizsgálataimról beszámolnék, a következő táblázatban még oly dialysált pepsinnel tett kísérlet eredményét mutatom be, melyben az emésztő nedv 0·5 % pepsin és 0·3 % sósavon kívül konyhasót is tartalmazott.

VI. táblázat.

Dialysált nedv	E^1	E^2	$E^2 - E^1$
Na Cl. nélkül	0·2013728	1·7896900	1·5883172
0·5% Na Cl.	—	1·7137368	1·5123640
1·0% Na Cl.	—	1·7089752	1·5076024
2·0% Na Cl.	—	1·6464244	1·4450516
4% Na Cl.	—	1·5690600	1·3676872

Ez eredmények teljesen megegyeznek SCHMIDT A. vizsgálatai eredményével, a ki szintén már 0·5 % *NaCl*-nál csökkent emésztést észlelt. A konyhasó tehát, melylyel ételünket izletesebbé tenni szoktuk, az emésztést nemcsak nem segíti elő, hanem azt határozottan hátráltatja is. Hogy ennek daczára a konyhasóra szükségünk van, az ennek más élettani szerepén alapul; maga az emésztés körül is nagy szerepe van, mert a sósav készítésére az anyagot ő szolgáltatja, valamint a gyomornedv elválasztását is ingerlő hatása előmozdítja.

Midőn ezek után a pepsin mennyiségének befolyását az emésztésre vizsgálat alá vettem, azon lehetőséget sem tartottam kizárva, hogy nem egyforma az egyes állatok pepsinjének emésztőképessége.

Erre utaltak más helyen már ismertetett kísérleteim eredményei is.* Azért a disznógyomor fundus-nyálkahártyáján kívül, a kutya (húsevő) és marha (növényevő) gyomrának fundus-nyálkahártyáiból is készítettem pepsint és mind a hárommal tettem emésztési kísérleteket.

A pepsinporból annyit tettem ki dialysisre, a mennyi 2 % pepsint tartalmazó oldat nyerésére szükséges volt. E végből dialysis után a pepsinból 4 %-os oldatot készítettem, ehez töltöttem ugyanannyi 0·8 % sósavat tartalmazó vizet s így nyertem 0·4 % sósavat és 2 % pepsint tartalmazó emésztőnedvet. Az emésztőnedv így vegytisztának volt mondható, csupán a pepsin készítésekor használt thymolból maradt kevés vissza, miért is az alábbi VII. táblázatban foglalt oldatok a jelzettnél inkább valami csekély értékkel kevesebb, mint több pepsint tartalmaztak. A kevés thymol a rothadást előnyösen akadályozta meg. A 2 %-os oldatot mindig 24 óráig hagytam állani, mely idő alatt az aránylag lassan oldódó pepsin teljesen föloldódott, belőle készítettem, ennek 0·4 % sósavas vízzel való további hígítása útján, a hígabb pepsinoldatokat. Minden nedvnek először is meghatároztam törlési együtthatóját (E^1) ezután vettem belőle 25-25 kcm.-t, és azt külön-külön edényekbe tettem; az ezekben adott három-három gm főtt tojásfehérje 24 óráig tartó emésztésnek maradt kitéve. Az emésztés befejeztével

* Magy. Orv. Archivum 1894. évf. 386—397. 1.

fölforraltam és közömbösítés után átszűrtem az emésztetet, s a szüredék törlési együtthatóját határoztam meg (E^2).

A megfelelő törlési együtthatók különbsége ($E^2 - E^1$) itt is adja az oldott fehérjéknek megfelelő törlési együtthatóját, mint ez a VII. táblázatból kitünik.

VII. táblázat.

Pepsin %-ban	1. Disznó- pepsin $E^2 - E^1$	2. Marha- pepsin $E^2 - E^1$	3. Disznó- pepsin $E^2 - E^1$	4. Marha- pepsin $E^2 - E^1$	5. Kutya- pepsin $E^2 - E^1$	Észrevételek
2·0	0·5440918	0·1442012	2·2545068	1·1682730	2·3250076	A 3. alatti rovatban talált nagyobb érték onnan van, mert az emésztés 5-ik órájában egy negyedik gm. tojásfehérjét adtam a nedvbe.
1·5	0·7649668	0·1126472	2·2985752	1·6338572	2·4031596	
1·0	0·8507162	0·2692144	2·9169368	2·4153448	2·5552974	
0·5	1·1747992	0·5815996	2·9611704	2·7050316	2·5724676	
0·1	1·5935340	0·6922168	3·1615138	2·7245064	2·5748848	
0·05	1·4311154	0·6270208	2·8109018	2·4656944	2·5772026	
0·01	0·6445776	0·6043660	2·1051028	1·2454888	2·7483688	
0·005	0·5901414	0·4656896	2·0038080	1·1560296	1·7143328	
0·001	0·5453378	0·3279886	1·1418792	0·7421496	1·4887983	
0·0005	0·2382552	0·2301890	0·7443940	0·6753812	1·3994776	

Az 1. és 2. rovatnak megfelelő kísérletek több mint egy évvel ezelőtt készített és tökéletlenül dialysált pepsinnel történtek, innen az igen kis fokú emésztés. Mindannyi kísérlet adatai szerint a pepsin mennyiségétől lényegesen függ a gyomoremésztés előhaladása. Legjobban foly az emésztés 0·5—0·01 % pepsintartalom mellett, ezen fölül és alól terjedő pepsinmennyiség mind rosszabbul emészt. A táblázat szerint 0·0005 % pepsint tartalmazó gyomornedv is emészt még, és így a pepsinból valóban minimális mennyiség elegendő a gyomoremésztésre. Feltünik a táblázat megtekintésekor végre még az is, hogy, míg a többi pepsinoldatok emésztőképességének maximuma 0·1, addig a kutya-pepsiné 0·01 % pepsintartalomnál van; a kutya pepsinje úgy látszik erősebb hatású a disznó vagy marha pepsinjénél, mivel ezeknél hígabb oldatokban emészt legjobban.

2. A sósav mennyiségének befolyása a gyomoremésztésre.

A sósavtartalom befolyását az emésztésre eddigelé kevesen vizsgálták, s ezek is egymástól eltérő eredményekhez jutottak, az eljárás szerint, melylyel vizsgálataikat végezték.

BRÜCKE¹ 16 kémcsőbe 20-20 kcm. emésztőfolyadékot és ezekbe egy-egy rostanyagpelyhet adott. Mindannyi kémcsőnek egyenlő volt a pepsintartalma; a sósav mennyisége pedig minden következő kémcsőben 1·15 gm-mal egy literre emelkedett. Az első kémcső gyomornedvének sósavtartalma egy literre 1·15, az utolsóé pedig 17·25 gm volt. Az idő, mely alatt a rostanyagcsofatok feloldódtak, az első üvegben fél óra, a másodikban egy, a 13.-ban 120 óra volt, míg az ennél több sósavat tartalmazó üvegekben foglalt rostanyag nyolcz nap mulva sem oldódott. Az egy liter vízre 1·15 gm-nál kevesebb sósavat tartalmazó gyomornedvvel is tett BRÜCKE kísérleteket. Vizsgálatai szerint legjobban emészt az olyan gyomornedv, mely egy liter vízre 0·86 és 0·88 gm sósavat tartalmaz. BRÜCKE e vizsgálatait a szoba hőmérsékénél végezte.

BRAUN és EBSTEIN² tapasztalatai szerint oldott fehérje jelen léte csökkenti a gyomornedv emésztő képességét, sósav hozzáadása pedig növeli azt, sőt megsemmisíti a fehérje akadályozó hatását.

ELLENBERGER és HOFMEISTER³ 0·05—2 % sósavat tartalmazó 25 kcm. gyomornedvben két gm albumint 14 órai emésztésnek tettek ki. Vizsgálataik alkalmával a fehérje 0·2—0·5 % sósavas folyadékban oldódott fel teljesen, a 0·5 %-nál több sósav pedig az emésztést akadályozta. Kuttyák frissen elválasztott gyomornedvében SCHMIDT⁴ 0·25—0·42, HEIDENHAIN⁵ 0·46—0·58 % sósavat találtak, míg ELLENBERGER és HOFMEISTER⁶ juh gyomornedvében 0·12, marháéban 0·1—0·2, lóéban 0·1—0·3 % sósavat mutattak

¹ Sitzungsberichte d. k. Akademie. Wien 37. k. 133. l.

² Pflüger-féle Archiv 3. k. 573—574. l.

³ Archiv f. wissenschaftl. und practische Thierheilkunde 1883. évf. 9. k. 184. l.

⁴ BIDDER és SCHMIDT: Die Verdauungssäfte und der Stoffwechsel. 1852.

⁵ Pflüger-féle Archiv 19. k. 152. l.

⁶ ELLENBERGER W. Vergleichende Physiologie der Haussäugethiere. 1890. 1. r. 514. l.

ki; végre embernél MARTIUS és LÜTTKE* egy esetben tojásfehérje élvezete után tíz percczel 0·058, bő reggeli élvezete után két órával 0·321 % sósavat mutattak ki a gyomornedvben. Azonban ez adatok mind — HEIDENHAIN észleleti adatainak kivételével — étel vagy italok által felhígított, esetleg lenyelt nyál által részben közbősített gyomornedvre vonatkoznak.

HEIDENHAIN adatai szerint a kutyagyomor nedvében 0·46—0·58 % sósav foglaltatnék, ELLENBERGER és HOFMEISTER mesterséges emésztési kísérleteiben pedig a 0·2—0·5 % sósavas nedv emésztett a legjobban, várható tehát, hogy ezen értékek körül lesz a sósavat illetőleg a maximum.

Ennek pontos eldöntésére épen úgy jártam el, mint a pepsintartalom hasonló befolyásának megállapításánál, azon különbséggel, hogy most állandó pepsintartalom mellett a sósav mennyiségét változtattam. Dialysisnek egyszerre annyi pepsint tettem ki, a mennyi 0·1 % pepsint tartalmazó oldatok előállítására szükséges volt. A sósav mennyiségét pedig a következő, a kísérletek eredményeit feltüntető, VIII. táblázatban jelzett arányban változtattam 2 %-tól 0·05 %-ig.

VIII. táblázat.

Sósav %-ban	1. Disznó- pepsin $E^2 - E^1$	2. Marha- pepsin $E^2 - E^1$	3. Kutya- pepsin $E^2 - E^1$	4. Semmi pepsin E^2	Észrevételek
2·0	2·2486618	2·4421138	2·2866696	0·2791756	A marhapepsinnel elért magasabb érték onnan van, hogy míg a többi oldatoknál 20 kcm.-hez 3 gm. főtt fehérjét, addig a marhapepsin oldatához 4 gm.-ot adtam.
1·0	2·4983438	2·6150098	2·6817260	0·2977538	
0·8	2·5700982	2·9048594	2·7278076	0·2853112	
0·6	2·6759462	2·9537698	2·7639636	0·3179078	
0·5	2·3003450	3·3341730	2·6100060	0·293642	
0·4	1·5025794	2·6277714	2·5098036	0·4892040	
0·3	1·2082650	1·0618186	2·2835852	0·5360444	
0·2	0·5927082	0·7108086	1·6242148	0·6403970	
0·1	0·2873662	0·3577882	0·4565772	0·2611444	
0·05	0·2128338	0·2979704	0·2506686	0·2654244	

* MARTIUS és LÜTTKE: Die Magensäure des Menschen, 1892. 141—142. 1.

Ezen VIII. táblázat adatai szerint a pepsin legjobban emészt 0·5—0·6 % sósavtartalom mellett. Ezentúl és innen az emésztés annál kisebb fokú, minél inkább távozik el amaz értéktől a sósav mennyisége; 0·05 % sósavat tartalmazó pepsin már nem is emészt, csak 0·1% sósavtartalomnál vehető észre az emésztő hatás. Érdekes az eredményeknek összehasonlítása az olyan kísérlet eredményével, melynél a sósavat ugyanazon mennyiségekben használtam, pepsint azonban nem adtam a folyadékba. Ilyen kísérlet eredményét ugyanezen táblázat 4-ik rovatába vettem fel. E szerint a sósav nem 0·5—0·6 hanem csak 0·2—0·3 %-os tartalom mellett oldja a legtöbb fehérjét, azonban természetesen ilyenkor is sokkal kevesebbet, mint a pepsint tartalmazó sósavoldat.

3. A pepsinemésztés lefolyása.

A gyomornedvbe adott fehérje oldódása miképen folyik le, egyenletes arányban halad-e elő az emésztés időtartamával vagy sem: ez irányban mondhatni még nem történtek vizsgálatok. WITTICH* a Grünhagen-féle eljárás szerint tett kísérleteiből következteti, hogy a gyorsaság, melylyel az emésztés történik, első sorban a pepsintartalomtól és a hőfoktól függ. Közelebbet azonban a jelzett kérdést illetőleg ő nem ismert fel.

Az 1. és 2. szakaszban bemutatott vizsgálataim szerint, a legjobb az olyan gyomornedv, mely 0·1 % pepsint és 0·5—0·6 % sósavat tartalmaz. Kutyapepsinnel tett kísérleteim alatt, az így összeállított gyomornedvből 00 kcm. 30 gm keményre főtt tojásfehérjét volt képes 12 óra alatt oldani; az oldat ilyenkor sűrűn folyó és forralás után is felette nehezen szűrhető. Annak eldöntésére, vajjon miképen folyt le az emésztés időben, mindenekelőtt kutyapepsinből készítettem 0·1 % pepsint és 0·6 % sósavat tartalmazó nedvet és ebből 20-20 kcm.-t adtam 24 külön edénykébe. A fedéllel ellátott edénykéek közül 12-vel az első napon tettem a vizsgálatot úgy, hogy minden üvegbe 7 gm főtt tojásfehérjét adtam és azokat mind egyszerre tettem a 40 C.^o-ra felmelegített emésztőkemenczébe és ezentúl minden óra végén elemeztem egy-egy üveg-

* Pflüger-féle Archiv VIII. k.

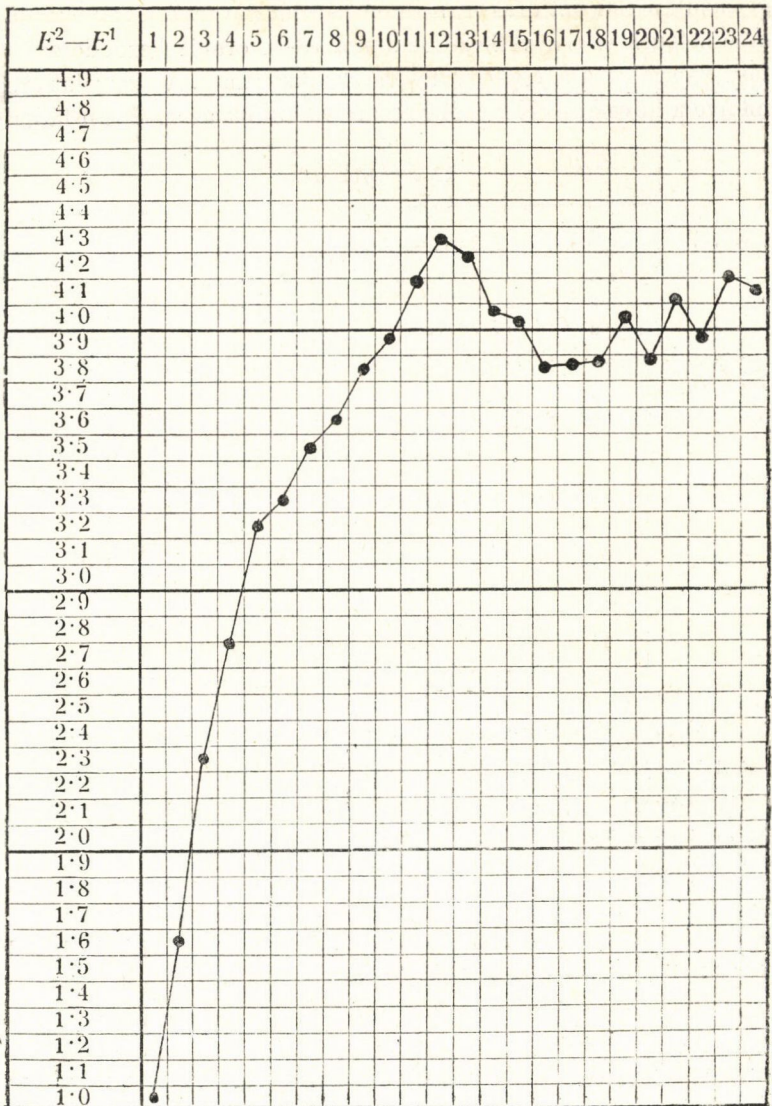
edény tartalmát. Ez volt a kísérlet első 12 órája. A többi 12 üveget azután esti hét órakor, szintén hét-hét gm fehérjével, tettem ki emésztésnek és a következő napon a 13-ik órától kezdődőleg vettem vizsgálat alá egy-egy üvegecske tartalmát. A vizsgálat eredménye a következő IX. táblázatban valamint az 1. ábrán látható.

IX. táblázat.

Kísérleti óra	$E^2 - E^1$	Kísérleti óra	$E^2 - E^1$
1	1·0589128	13	4·1837972
2	1·6671188	14	4·0813048
3	2·3326564	15	4·0110716
4	2·8047300	16	3·83880828
5	3·2752612	17	3·8427460
6	3·3710836	18	3·8638236
7	3·5959412	19	4·0589972
8	3·6595852	20	3·8928384
9	3·8758636	21	4·1149932
10	3·9818508	22	3·9528332
11	4·2052028	23	4·1150932
12	4·3829820	24	4·1604460

Úgy a IX. táblázat számadatainak, valamint az I. ábrának megtekintésekor mindenekelőtt feltűnik, hogy az emésztés az első 12 órában éri el maximumát, mely időn túl, úgy tetszik, szünetel az emésztés. Legrohamosabban halad elő a fehérje oldása az első két órában, tetemes még a következő harmadik-negyedik órában is, ezentúl azonban csak lassan emelkedik a 11. egészen 12. óráig. A 13—24. óra alatt az oldott fehérje mennyisége, csekély ingadozásokkal, egyforma marad. Az ingadozások okát azon nehézségekben vélem, melyekkel a syntonin pontos leválasztása jár. A második 12 óra értékei az első 12 óra értékeinél általában valamivel kisebbek is, ez idő alatt t. i. már peptonok is inkább képződtek, a pepton biuretkemlésének pedig, mint azt más helyen már kimutattam,* jóval kisebb az elnyelő képessége. A mint egyébiránt látni

* Orvosi Archivum, 1894. évf. 374. l.



I. ábra. Kutyaepsin emésztésének lefolyása.

fogjuk (XI. táblázat), az emésztés a 24. órán túl is, bár felette csekély mértékben, folyton tart.

Mint hogy gyomoremésztés közben syntonin, albumosok és peptonok is képződnek, kívánatosnak mutatkozott megvizsgálni azt, vajjon minő arányban képződnek ez anyagok a fehérjékből emésztés közben. Ez okból 0.1 % pepsint és 0.6 % sósavat tartalmazó emésztőnedvből 600 kcm.-t 200 gm finomra őrölt főtt tojásfehérjével tettem ki 40 C.^o-ú hőmérsékben emésztésnek; a fehérje tehát feles mennyiségben volt az emésztőfolyadékban. Emésztés közben, a következő táblázatban megjelölt időben 50-50 kcm.-t lombikba tettem, felforraltam és belőle 10 kcm.-t leszűrtem. A szüredék minden oldott fehérjét tartalmazott; ezek együttes törlési együtthatóját E^1 -el jelöltem meg. A többi 40 kcm.-t a syntonin kiválasztása végett natronlúggal közömbösítettem és átszűrtem. E szüredék csak albumosokat és peptonokat foglalt magában, egy részében azért ez anyagok együttes törlési együtthatóját (E^2) határoztam meg. Végre a folyadék visszamaradt utolsó részét melegítés közben kénsavas ammoniákkal telítettem és lehülése után átszűrtem; e szüredékben a peptonok törlési együtthatóját (E^3) állapítottam meg. A peptonok törlési együtthatójának meghatározása céljából 1 kcm. kénsavas ammoniákkal telített peptonoldathoz 5 kcm. tömör natronlúgot és 10 %-os kénsavas rézéleg oldatából három cseppet adtam, mivel különben kevesebb natronlúg hozzáadására a reactio nem sikerül biztosan. A folyadékot az első átszűrés alkalmával esetleg átment kénsavas rézélegtől ismételt átszűrés által szabadítottam meg.

Ismerve volt tehát a peptonok törlési együtthatója (E^3). Ennek levonása által az albumosok és peptonok közös együtthatójából ($E^2 - E^3$) nyertem az albumosok, végre az albumosok és peptonok közös együtthatójának E^2 -nek a levonása E^1 értékéből adta a syntoninnak megfelelő törlési együtthatóját.

Az ez eljárás szerint a disznó-, marha- és kutyapepsinnel tett kísérleteim eredményét a X. táblázatban foglalom össze, melyben a syntonin és albumosok kiszámított és a peptonok meghatározott értékei egymás mellé vannak állítva; megjegyzem még, hogy a logaritmuskok használatával nyert hét tizedes számból az első hármat veszem fel a táblázatba. A kísérleteket 24 óráig

folytattam ugyan, de mivel a 5-ik órán túl az emésztés észre-
vehetően nem haladt előre, azért a talált értékeket sem a X. táblá-
zatba, sem a megfelelő ábrákba (2., 3., 4. ábra) nem vettem fel.

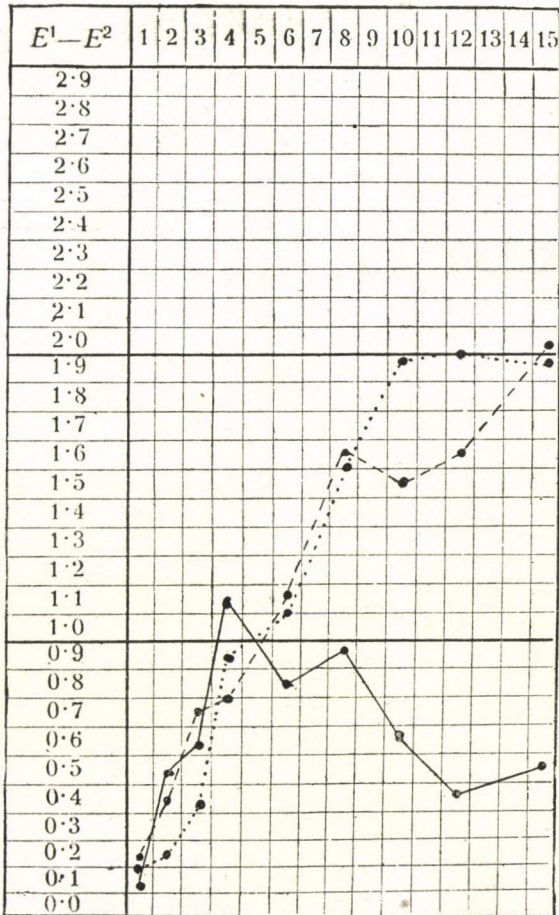
X. táblázat.

Kísér- leti óra	Disznópepsin			Marhapepsin			Kutyapepsin		
	synto- nin	albu- mose	pepton	synto- nin	albu- mose	pepton	synto- nin	albu- mose	pepton
1	0·231	0·575	0	0·201	0·482	0	0·128	0·543	0·159
2	0·411	0·908	0	0·244	0·743	0	0·534	1·338	0·176
3	0·731	1·136	0	0·426	1·000	0	0·637	2·043	0·201
4	0·804	1·147	0·049	0·943	1·147	0·029	1·140	2·319	0·353
6	1·192	1·700	0·1178	1·103	1·704	0·084	0·834	3·482	0·602
8	1·645	1·887	0·252	1·613	2·059	0·121	0·964	3·525	0·887
10	1·575	2·298	0·287	1·994	2·493	0·223	0·678	3·319	0·878
12	1·662	2·370	0·361	2·002	3·148	0·314	0·445	3·356	0·914
15	2·004	2·412	0·367	1·982	2·768	0·535	0·542	3·489	0·876

Az e táblázatban foglalt adatok könnyebb áttekintésére szolgál a 2., 3. és 4. ábra, melyeken a felső sor az órákat, az E^1 — E^2 , E^2 — E^3 és E^3 rovatok pedig a megfelelő törlési együtthatókat jelzik; a kihúzott vonal a kutya, a rövid vonalak a disznó és a pontozott vonal a marhapepsin befolyása alatt történt emésztést tüntetik fel.

A X. táblázat, valamint a 2. és 3. ábra tanúsága szerint a syntonin és az albumosok az emésztés első órája végén mind a háromféle pepsinoldatban már kimutathatók. A disznó- és marhapepsin emésztetében több a syntonin, mint a kutyaében, ellenben jóval több az utóbbiban az albumosok mennyisége. Csaknem meredek a 3. ábrán az albumosok képződését a kutyapepsin befolyása alatt jelző kihúzott vonal, míg a többi kettő, mely a disznó- és marhapepsin hatását az albumose képződése körül jelzi, sokkal lassabban emelkedik. Mindez a kutyapepsin erősebb hatóképességére vall. Még inkább megerősíti ezt a peptonok fellépését és mennyiségét illetőleg tett vizsgálataim eredménye (lásd a 4. ábrát). Míg t. i. a disznó és marha emésztőnedvében a peptonok csak az

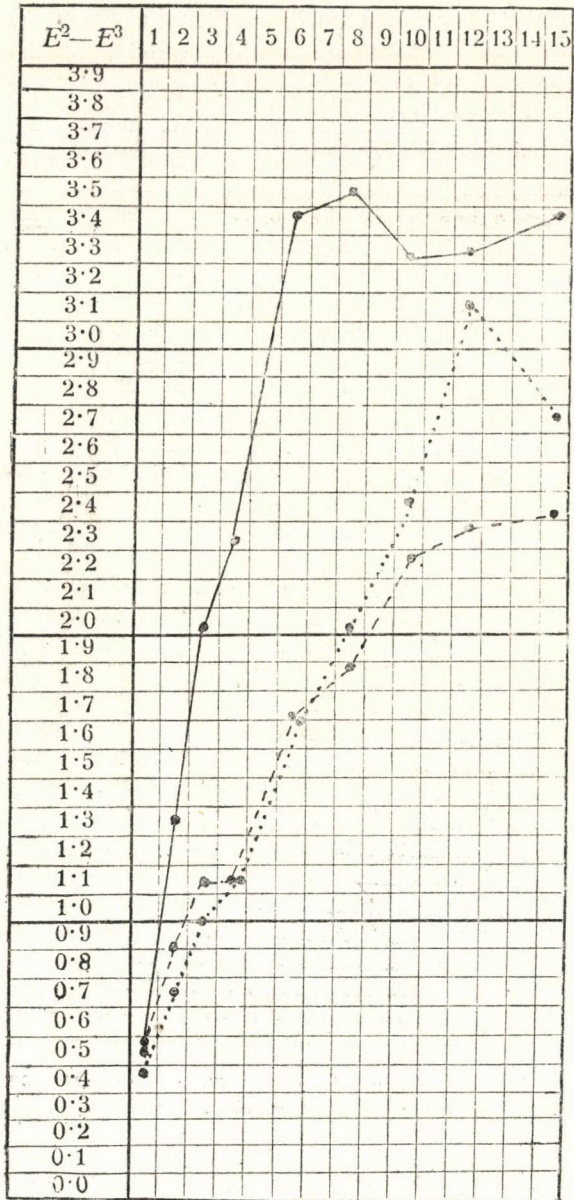
emésztés 4. órájában lépnek fel, addig a kutyaepsin oldatában az első óra végén már kimutathatók. A peptonok képződése a



2. ábra. Syntonin képződése a kutya —, disznó --- és marhepsin befolyása alatt.

kutyapepsin befolyása alatt előbb indul meg és sokkal több pepton is képződik oldatában, mint a többi pepsinoldatokban.

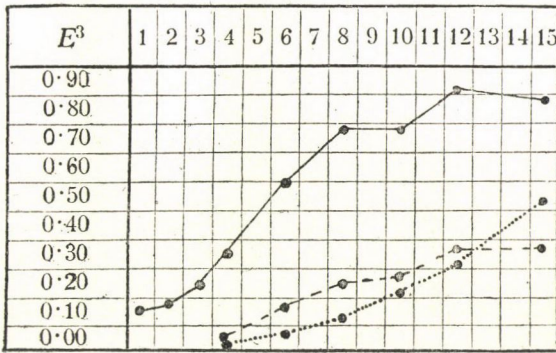
A különböző állatok pepsinje tehát nem emészt egyaránt



3. ábra. Albumosok képződése a kutya —, disznó --- és marhapepsin befolyása alatt.

jól; a kutyaepsin a többi kettőnél sokkal jobban emészt. Ha e tapasztalatból nem is akarom azt a közelfekvő következtetést vonni, hogy a húsevők pepsinje a növényevők és omnivorok pepsinjénél jóval erősebben emészt, úgy mégis tanubizonysága ez annak, hogy az állatok pepsinje nem egyforma, hogy tehát különböző pepsinek vannak.

Az emésztés előhaladása a fentebbiek tanúsága szerint az első órákban gyors, azután mind lassabb lesz és úgy látszik az



4. ábra. Peptonok képződése a kutya —, disznó - - - - és marhapepsin befolyása alatt.

első 10—15 órában tetőfokát éri el. Azonban ezentúl is, bár fölötte kis fokban, foly az emésztés; ez tűnik ki a következő XI. táblázat adataiból. E kísérleteket egyedül kutyaepsinnel tettem. A pepsinoldatból két edénybe adtam 700—700 kem.-t és ezek közül tettem az elsőbe 250 gr. főtt tojásfehérjét, tehát többet, mint a mennyit oldani képes, míg a másikba csak 105 gr.-ot, tehát kevesebbet, mint a mennyit oldani bír.

XI. táblázat.

Kisér- let napja	700 kem. pepsinoldat 250 gm. főtt tojásfehérje			700 kem. pepsinoldat 105 gm. főtt tojásfehérje		
	syntonin	albumose	pepton	syntonin	albumose	pepton
1	0·42456	2·58601	0·30433	0·02438	2·17457	0·35327
2	0·394354	2·64272	0·66592	0·04302	2·04355	0·60792
3	0·36972	2·66841	0·68877	0·05649	2·00229	0·58726
5	0·37940	2·66698	0·81079	0·06233	1·93592	0·66177
9	0·300671	2·7324252	1·169136	0·03318	1·56264	1·12724
14	0·249288	2·82676	1·249876	0·02438	1·50503	1·26468
19	0·203660	2·712799	1·429617	0·02773	1·50736	1·33486
25	0·19193	2·878527	1·598414	0·01630	1·47373	1·35168
30	0·07725	3·21729	1·690566	0·00012	1·34400	1·37348

Ezen XI. táblázatban jelzett kísérlet alkalmával 30 napig szakadatlanul tartott az emésztés s mint látjuk, a peptonképződés mindkét edényben egyaránt lassan, de folyton haladt előre. Azonban még a 30. napon is tetemes mennyiségű albumosét tartalmazott az emésztő folyadék. A syntonin különösen a második edényben, melybe sokkal kevesebb fehérjét adtam, erősen megfogyott, sőt a 24—30. napon már alig volt kimutatható. Az albumosok mennyisége az első napon túl csökkent ugyan ama második edényben, azon edényben azonban, melybe feles mennyiségű fehérjét adtam (250 gr.) az emésztőfolyadékba, a lassan előhaladó albumosképződés folytonosan tartott.

E szerint úgy a peptonok, valamint az albumosok képződése is kis mértékben állandóan fönnáll, ha csak elég fehérjét adunk a gyomornedvbe és így jogosan következtethetjük, hogy a pepsin emésztés közben nem fogy, emésztő hatását nem veszti el. A második edényben aránylag kevés fehérje volt, ebben azért az albumose képződése csakhamar befejeződött.

Kitűnik ezen táblázatból a peptonok képződésének fölötte lassú előhaladása is, melyre már KÜHNE figyelmeztetett, a mennyiben a 30 napig tartott emésztés alatt a peptonok törlési együtt-hatója a második edényben alig valamivel nagyobb az albumosok együtt-hatójánál, az első edényben pedig, melyben az emésztő nedv

fehérjét még folyvást oldott, csak felét teszi ki a peptonok törlési együtthatója az albumosok törlési együtthatójának.

4. A hőmérséklet befolyása az emésztésre.

A hőmérsék befolyását a gyomoremésztésre olyannak mondják, mely szerint általában a 35—50° C. közti hőmérsék az emésztésre a legjobb. HAMMARSTEN,¹ HALLIBURTON² és mások szerint egyenesen 40° C.-nál folyik legjobban az emésztés; ezenfölül csökken. Alacsony hőmérsékben a melegvérűek pepsinje csak lassan hat a fehérjékre, sőt +3° C.-on alul csaknem hatástalan. 60—70 C. fokra két perczig tartó fölmelegítés a pepsin még épen eltűr, míg 80° C.-ra való fölmelegítés csak kivételesen ártalmatlan az emésztésre (MALLY).³

Ujabbán M. FLAUM⁴ KRONECKER szakavatott vezetése alatt 40° C. és ezen alul való hőmérsékben tett emésztési kísérleteket, melyekből kitűnt, hogy a gyomornedv 40° C.-on alól rosszabbul emészt, mint 40 foknál, hogy azonban még 0°-on is van emésztés, de az emésztés annál rosszabb, minél alacsonyabb a hőmérsék. FLAUM egyszersmind azt mutatta ki, hogy alacsony hőmérséknél az emésztés ugyanazon terményei képződnek, mint magasabbnál, csakhogy a gyomornedvnek annál tovább kell behatnia, minél alacsonyabb hőmérsékben történik az emésztés.

Magam az előzőkben leírt eljárás szerint különböző hőmérsék mellett tettem emésztési kísérleteket úgy, hogy 50 kcm. jól emésztő nedvben (0·1% pepsin és 0·6% sósav) 15 gr. főtt tojásfehérjét 6 óráig emésztésnek tettem ki. Vizsgálataim eredményét a XII. táblázatban foglalom össze.

¹ HAMMARSTEN O.: Lehrbuch der physiol. Chemie. Wiesbaden, 1891. 151. lap.

² HALLIBURTON W. D.: Lehrbuch der chem. Physiol. u. Pathologie. Heidelberg, 1893. 665. l.

³ HERMANN L.: Handbuch d. Physiologie. V. k. II. r. 78. l.

⁴ Zeitschrift f. Biologie. XXV. k. 437—441. l.

XII. táblázat.

Hőfok	Disznópepsin			Marhapepsin			Kutyapepsin		
	syntonin	albumose	pepton	syntonin	albumose	pepton	syntonin	albumose	pepton
0	0·06807	0·51992	0	0·03744	0·51138	0	0·14131	0·58871	0
13	1·050463	0·69361	0	1·51956	0·69986	0	2·26173	0·65122	0·16414
40	1·18494	1·16142	0·03442	1·65846	1·16703	0·02674	1·39393	1·81311	0·26579
50	2·21829	2·19007	0·07894	2·19122	1·90615	0·09712	1·64456	2·24669	0·44488
60	2·12225	2·20163	0·13186	1·41753	1·54555	0·07279	1·50524	3·10634	0·38921
65	2·51295	1·66834	0·18237	0·14910	0·84642	0	1·06315	2·89591	0·36852
70	0·88006	1·09444	0	0·89254	1·07961	0	0·81177	1·77499	0
80	0·04303	0·56832	0	0·08502	0·66682	0	0·04107	0·61136	0

Ezen táblázat (XII.) adatai mindenekelőtt megerősítik FLAUM-nak azt a tapasztalatát, mely szerint a mesterséges gyomornedv még 0° C.-on is emészt; megjegyzem, miszerint a 0 fokkal megjelölt kísérletet úgy végeztem, hogy olvadó jég közé állítottam az edényeket az emésztésnek kitett anyaggal. A IV. táblázat adatai szerint a víz 7 óra alatt 0·308803 törlési együtthatónak megfelelő albumosét, a 0·6% sósav pedig 0·08476 syntonint és 0·30929 albumoset vont ki a főtt tojásfehérjéből, holott a gyomornedvek 0°-ú C. hőmérsékben 6 óráig tartott emésztés után 0·03744—0·14131 syntonint és 0·51139—0·58872 albumoset tartalmaztak, ennél fogva itt tényleg volt emésztés. Az emésztés élénksége a hőmérsék emelkedésével fokozódott és 50—60 C. fokon, nem tehát 40 fokon, érte el maximumát. Innen túl ismét csökkent az emésztés élénksége a hőfok emelkedésével és 80 C. fokon már teljesen szünetelt. Hogy 80 fokon fölül már semmi emésztés sincsen, erről meggyőződendő forró vízbe helyeztem olyan edényeket, melyek közül az egyik 50 km. vizet, a másik 50 km. 0·6% sósavas vizet, végre a harmadik ugyanannyi disznógyomornedvet tartalmazott és mindegyikbe 15 gr. főtt tojásfehérjét adtam. 6 óra múlva mind a három edényben a syntonin mennyisége 0·05074—0·11067, az albumoséké 0·80702—0·87408 közt volt. Ha ez adatokat a XII. táblázat azon értékeivel hasonlítjuk össze, melyeket 80 fokú hőmérséknél nyertünk és melyek

emezeknél kisebbek, akkor bebizonyítva fogjuk találni, hogy 80 fokon és azon fölül emésztés nincsen; a 80° C.-nál magasabb hőmérsékben talált csekély albumose-többlet nyilván a forralás következtében keletkezett.

*

Az eddigiekben ismertetett vizsgálatok még azon viszonyt is megvilágítják, mely az emésztés alkalmával képződő syntonin, albumosok és peptonok között fönnáll.

A syntonin, a MEISSNER által parapeptonnak nevezett test BRÜCKE és utána mások kimutatása szerint az emésztés tartama alatt eltűnik, peptonná változik át. Ezt megerősíti a XI. táblázatban bemutatott kísérleti eredmény is. E miatt sokan a syntonint a gyomornedv behatásának olyan első terményeül tekintik, melynek képződését a sósav egymaga végzi a pepsinnek hozzájárulása nélkül (MALY,¹ BOAS² és mások) és mely ezután az emésztés többi terményeire változik át. KÜHNE és CHITTENDEN szerint ellenben a gyomornedv közömbösítésekor nyerhető syntonin az általuk anti-albumosnak nevezett testtel azonos és úgy mint az albumosok és peptonok az emésztés terménye.² Vizsgálataik értelmében a fehérjék emésztéskor két csoportra hasadnak, melyek közül az egyiket anticsoportnak, a másodikat hemicsoportnak nevezték el. A fehérjékből e szerint mindenekelőtt anti- és hemialbumosok képződnek; a közömbösítéskor nyert üledék az antialbumose, az oldatban visszamaradó és kénsavas amoniakkal kiülepíthető anyag pedig a hemialbumose. Közelebbről NEUMEISTER⁴ vizsgálta meg az emésztésnek a rostanyag emésztése közben képződő ezen terményeit. Schemája szerint a fehérjék anti- és hemialbuminból álló testeknek tekinthetők, melyek közül emésztés közben az antialbumin protoalbumosera, heteroalbumosera és antialbumidra, a hemialbumin protoalbumosera és heteroalbumosera hasad. Az antialbumid további változásai közben az anticsoportba tartozó emész-

¹ HERMANN L.: Handbuch der Physiologie. V. k. II. r. 96—97. l.

² Zeitschrift f. klinische Medicin. XII. k. 231—260. l.

³ Zeitschrift f. Biologie. XIX. k. 171. l.

⁴ Zeitschrift für Biologie. XXIII. köt. 381—401. l. és XXIV. köt. 267—271. l.

tésterményekre, az antideuteroalbumosera, végre antipeptonra, a proto- és heteroalbumose amphodeuteroalbumosera, végre ezek amphopeptonra változnak át.

KÜHNE és tanítványai szerint tehát a syntonin az anticsoport emésztésterményeképen az emésztés folyamán a pepsin hozzászámításával képződik és nem tekintendő a gyomoremésztés olyan első terményének, melyet a sósav a pepsin minden hozzájárulása nélkül készít, mielőtt a fehérjékből az emésztés további terményei képződtek volna.

Hogy a syntonin az emésztés kezdetekor azonnal fellép, azt bizonyítják a következő XIII. számú táblázatban foglalt kísérleti eredményeim, mely kísérletek alatt az emésztésnek kitett tojásfehérje emésztésterményeit egy óra határára belül 5 perctől kezdődőleg vizsgáltam meg és melyek szerint úgy a syntonin, a közömbösítéskor kiváló fehérje, valamint az albumosok, a kénsavas ammoniákkal való telítésre kiülepedő fehérjemaradék együtt, egy időben lépnek fel az emésztő folyadékban és az emésztés megkezdése után 5 perc múlva már kimutathatók. Kísérlet előtt úgy a fehérjét, valamint az emésztő nedvet is először külön-külön melegítettem fel 40° C.-ra és csak ezután töltöttem az utóbbiakat a megfelelő fehérjékhez s így tettem azokat ki emésztésnek; e szerint az emésztés azonnal 40° C.-on kezdődött.

XIII. táblázat.

Idő	Marhapepsin-emésztés			Kutyapepsin-emésztés		
	syntonin	albumose	pepton	syntonin	albumose	pepton
5'	0·20000	0·30782	0	0·21290	0·47899	0
10'	0·24309	0·48542	0	0·38798	0·70810	0
20'	0·34043	0·60142	0	0·67786	1·03408	0·00809
40'	0·80239	0·78908	0	1·43411	1·44306	0·07075
60'	1·13360	0·80989	0	2·13038	2·03060	0·16576

Ezen táblázat adatai szerint a syntonin nem lép fel tisztán csak mint a sósav behatásának eredménye az emésztő folyadékban, mert a kutyapepsinnel készített gyomornedvben több a syn-

tonin, mint a marhapepsinében, pedig a sósav mindkét folyadékban egyenlő mennyiségben volt jelen. Ugyanezt erősíti meg azon körülmény is, mely szerint a 0·6% sósavas vízben 9 órán keresztül 40° C. hőmérsékben digerált főtt tojásfehérjéből készült syntonin mennyisége 0·052-nek felelt meg, míg a X. táblázat tanúsága szerint a pepsin jelenléte mellett 8 óra alatt már 0·964—1·645 törlési együtthatónak megfelelő syntonin mennyiség képződött. Végre kiténik a XII. táblázat adatai szerint az is, hogy a syntonin mennyisége a hőmérséktől, melynek az emésztőanyagokat kiteszszük, épen úgy függ, mint az albumosok és peptonok mennyisége.

Ezek szerint vizsgálataim kétségkívül bizonyítják, hogy a gyomoremésztés alkalmával képződő acid-albuminát épen olyan terménye az emésztésnek, mint az albumosok és a peptonok. Hogy a syntonin a gyomoremésztés tartama alatt tovább megváltozik, ezt a XI. táblázat adatai minden kétséget kizárólag bizonyítják, a mennyiben az 5. napon túl a syntonin folyvást fogyott, sőt a második kísérlet esetében, mondhatni, teljesen el is tűnt.

Végre tanúságát adják e kísérletek annak is, mennyire sieteti az emésztést a folyadék időközönként való összerázása, mozgatása. A XIII. táblázat kísérlete alkalmával a két üveget, melyben az emésztés folyt, a kísérleti óra alatt ötször kivettem a thermostathból és a folyadékot jól összeráztam; az óra végén a syntonin 1·1356—2·13038, az albumosok 0·80989—2·0306-nak feleltek meg. A X. táblázat kísérleteiben a meghatározás óráról-órára történvén meg, az anyagok egy egész órán keresztül zavartalanul voltak az emésztésnek kitéve; itt az első óra végén a syntonin csak 0·128—0·482 és az albumosok 0·482—0·575-nek feleltek meg. E lényeges különbség egyedül annak tudható be, hogy az első esetben a folyadékot többször ismételten összeráztam, míg a másodikban nyugodtan magára volt hagyva.

*

Röviden összefoglalva vizsgálataim tényleges eredményeit, a következők tűnnek ki:

1. Az ugyanazon gyomornyálkahártyából egymás után készült kivonatok közül rosszabbul emészt az első, mint a későbbi kivonatok. Az első kivonat jobban emésztő, ha vagy felhigítjuk

megfelelő mennyiségű sósavat tartalmazó vízzel, vagy 0·6^o/o-ig terjedő sósavat adunk hozzá, valamint akkor is, ha használat előtt 24 óráig tartó önmélesztésnek teszzük ki.

2. Mesterséges emésztési vizsgálatokra a főtt tojásfehérjét lehet legjobban használni; megjegyzendő azonban, hogy abban az albumin mintegy 0·7^o/o-ának megfelelő deuteroalbumose foglaltatik.

3. Kénsavas ammoniak, konyhasó jelenléte hátráltatják a gyomoremésztést; az utóbbi már 0·5^o/o-tól kezdődőleg.

4. A pepsin mennyisége lényeges befolyást gyakorol az emésztésre. Legjobban emészt a 0·5—0·01^o/o-os pepsinoldat; ezen felül és alul terjedő pepsinmennyiség annál rosszabbul emészt, minél távolabb áll amaz értékektől, azonban a 0·005^o/o pepsint tartalmazó gyomornedv is emészt még. A kutyapepsin 0·01^o/o-os, tehát higabb oldatban emészt legjobban, mint a disznó- és marhapepsin; az utóbbiak optimuma t. i. a 0·1% pepsintartalom.

5. A pepsin 0·5—0·6% sósav jelenlétében emészt legjobban. 0·1%-nál kisebb sósavtartalommal bíró gyomornedv már nem emészt a tojásfehérjét. E szerint a legjobb az a gyomornedv, mely 0·1% pepsint és 0·6% sósavat tartalmaz. Az ilyen gyomornedvből vett 20 cm. 6 gr. keményre főtt tojásfehérjét 10—15 óra alatt oldani képes.

6. Az emésztés a 10.—15. óráig, kivált pedig az első 4 órában, gyorsan halad elő, ezentúl a fehérjével telített nedvben fölötte lassan halad tovább; a peptonok és albumosok mennyisége fokozódik, a syntonin pedig lassan fogy a hosszasan tartó emésztés alatt.

7. A syntonin és albumosok minden általam vizsgált emésztő nedvben az emésztés első 5 percze után már kimutathatók.

8. A peptonok a disznó és marha emésztetében csak a 4. óra végén (X. táblázat), a kutyáéban pedig az emésztés megkezdése után már 20—40 percczel (XIII. táblázat) lépnek fel. A kutyapepsin befolyása alatt ugyanazon időben több pepton is képződik, mint a többi vizsgált állatokéban (l. a X. táblázatot).

9. A kutyapepsin emésztő hatása a többi megvizsgált állatokénál minden tekintetben erősebb lévén, igen valószínű, hogy különböző pepsinek vannak.

10. Az emésztés már 0° C.-on is foly. Ezentúl a hőmérsék emelkedésével élénksége fokozódik és mintegy 60° C.-on éri el maximumát. Innen túl ismét csökken az emésztés élénksége és 80° C.-on már teljesen szünetel.

11. Úgy a syntonin, a közömbösítéskor kiváló fehérje, valamint az albumosok, a kénsavas ammoniakra kiülepíthető fehérjék emésztés közben egyszerre lépnek fel az emésztő folyadékban.

12. A syntonin nem egyedül a sósav behatásának eredménye gyanánt képződik, hanem épen olyan terménye a sósav és pepsin együttes emésztő hatásának, mint az albumosok és peptonok is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1894. október 22.-én tartott üléséből.)

A GYÍKHERE SZÖVETI SZERKEZETÉRŐL.*

Dr. TELLYESNICZKY KÁLMÁN-tól.

A herére vonatkozó óriási irodalom áttekintése maga terjedelmes művet venne igénybe; kezdve WAGNER-nek MÜLLER Archivumában 1836-ban megjelent dolgozatával a mai napig a vizsgálók és munkájuk egész seregét sorolhatnók fel; a kiszabott hely szűke miatt azonban az irodalommal csak főbb és általánosabb vonásokban foglalkozhatunk.

Az ondószálcsafejlődés egész sorát nyújtja az érdekes, de bonyolódott folyamatoknak. Lényegében két folyamatból áll. Első sorban sejtermelésből; ma napság már kétségtelen, hogy minden egyes ondószálcsa egy-egy átalakult sejtet képvisel, így a here feladata mindenekelőtt az ondószálcák óriási mennyiségének megfelelő sejteket termelni. Ezen cél elérésére az ivarérett egyénben készletben levő ősondósejtek (spermatogonia) többszörösen oszlanak. Az osztódásoknak különben is nehéz vizsgálatát itt nemcsak a sejtek aránylag apró volta, hanem az osztódások különössége is fokozza. Az osztódások t. i. *kétféle* módon folynak le, az egyik felénél pedig még hozzá egész sajátágosan kétszer egymás után nyugalmi állapot közbeiktatása nélkül. HENKING és RATH** a rova-

* A budapesti tud. egyetem I. bonczani intézetében készült dolgozat.

** HENKING: Spermatogenese. Zeitschrift f. wiss. Zoologie I.I. 1891.
RATH: Zur Kenntniss der Spermatogenese von Gryllotalpa vulgaris, mit besonderer Berücksichtigung der Frage der Reductionstheilung. Arch. f. mikr. Anat. XL. I. Heft. 1892.

roknál, FLEMMING¹ a salamandránál vizsgálták bővebben e kérdéseket.

Felsőbb rangú gerinczeseknél, ha pontosabban nincsenek is leírva és vizsgálva, de azért a mitoticus osztódások jelenlétét, két-féle módját itt is sok oldalról megállapították, mindazonáltal még újabban is akadt azért szerző, mint BARDELEBEN,² ki azok jelenlétét kétségbe vonta, a sejtek szaporodását pedig egyszerűen direkt osztódással magyarázta.

Az ondószálesafejlődésnek második főpontja az osztódások után létrejött apró sejtek (spermatida) közvetlen átalakulása ondószálesákká. Érdekes, de finomságával a vizsgáló figyelmét próbára tevő kérdés.

Végre pedig — jóformán, hogy a feladat bonyolodottabb, a kiigazodás nehezebb legyen — mindezekhez hozzájárul egy eddig valósággal rejtélyes elem («Élément énigmatique», a mint PRENANT³ mondja), az ú. n. SERTOLI-féle sejt, mely példaképpül fog szolgálhatni az utódoknak, mily nagy félreértések és tévedésekre szolgálhat alkalmul magában csekély jelentőségű dolog félreismerése.

Harmincz éven keresztül, mióta HENLE és SERTOLI először leírták, hogy a herecsatornáknak még egy fajtájú, a jelenleg SERTOLI-féle sejt néven ismeretes sejt létezik, erről a legellentétebb nézetek, hosszadalmas viták származtak.

SERTOLI szerint ezek a sejtek (cellule ramificate) a herecsatornák állandó hámsejtjeit képviselik, ellentétben a másik fajjal, mely az ondószálesák képzésére szolgál.

MERKEL hasonlókép fogja fel és az elágazódó nyujtványaikkal a többi elemek körül hálózatot képező sejteket támasztósejteknek (Stützzellen) nevezte.

Hosszú vitára alkalmat adó nézettel lépett fel 1871-ben EBNER. Az előbbiekkal ellentétben ép a SERTOLI-féle sejtekből származtatta az ondószálesákat (Spermatoblast). Ezen nézetet azonban

¹ FLEMMING: Neue Beiträge zur Kenntniss der Zelle. Arch. f. mikr. Anat. XXIX. 1887.

² BARDELEBEN: Über Spermatogenese bei Säugethieren, besonders beim Menschen. Anat. Anzeiger 1892.

³ PRENANT: Sur la signification de la cellule accessoire du testicule stb. Journal de l'anatomie et de la physiologie, 2S. 1892.

újabb munkájában¹ a bizonyítékok súlya alatt elejteni kénytelen.

Akadtak azután szerzők, mint BIONDI és WIEDERSPERG,² kik egyszerűen tagadták a SERTOLI-féle sejtek létezését; ez azonban kétségtelenül hiányos vizsgálataik következménye. De nemcsak a SERTOLI-féle sejtek létezése, azok szerepe és jelentősége, de még kinézések felől is öles ellentétek merültek fel. NIESSING³ 1888-ban a sejtek magvaiban csak kiürült és ránczossá vált sejthártyát lát. Ugyanezen évben pedig SANFELICE,⁴ nemcsak hogy leírja az ép magvakat, hanem rajtok egy új osztódási alakot is képzel felfedezni. Még jobban kiemeli a magvak szabályos ép kinézését a következő évben HERMANN,⁵ ki a SERTOLI-féle magvak állandó és tipikus jellegeként a magvacskák kétféle, egy safraninnal festődő és egy nem festődő anyagból való állását írja le.

Ezek a sokféle nézetnek csak legfőbb képviselői. Jóformán annyi a vélemény, a hány a számottevő vizsgáló. — A gyíkerén végzett vizsgálataimból épen ezen kérdés tisztázását reményelem.

Az osztódások, az ondószálcsák kiválása és a SERTOLI-féle sejtek kérdései után az átmeneti alakok, az intercellularis anyag és az elemek sajátságos elrendeződése képezik a főkérdéseket.

A folyton szem előtt tartandó átmeneti alakokon kívül ránk nézve különös érdekű az intercellularis anyag. Már HENLE és KÖLLIKER megejnékeznek egy egynemű szivós alapananyagról a here-

¹ EBNER: «Spermatogenese bei den Säugethieren.» Arch. f. mikr. Anat. 31.

² BIONDI: Die Entwicklung der Spermatozoiden. Arch. f. mikr. Anatomie. XXV. 1885.

WIEDERSPERG: Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Samenkörper. Arch. f. mikr. Anat. XXV. 1885.

³ NIESSING: Untersuchungen über die Entwicklung und den feinsten Bau der Samenfäden einiger Säugethiere. Verhandl. der phys. med. Ges. Würzburg 1888.

⁴ SANFELICE: Spermatogenèse des vertébrés. Archives italiennes de biologie. 1888. X.

⁵ HERMANN: Beiträge zur Histologie des Hodens. Arch. f. mikr. Anat. XXXIV. 1889.

sejtek között és mint PRENANT¹ is megjegyzi, MIHALKOVICS² kísérlette meg legelőször MERKEL támasztó rendszerét intercellularis anyaggal magyarázni. Magának PRENANT-nak alapos munkájában az intercellularis anyag kitünően fel van tüntetve; ő azonban ez anyagot a SERTOLI-féle sejtektől élesen különválasztja, kettőjük között határt iparkodott felállítani. A szerzők túlnyomó része azonban az intercellularis anyaggal alig törődik. Bizonyára ennek a körülménynek tudható be, hogy ez anyagnak oly közeli viszonya a SERTOLI-féle sejtekhez mind ez ideig homályban maradt. Gyíkhere vizsgálatainkban, mint látni fogjuk, ezen viszonyokra vonatkozólag igen tanulságos képeket nyertünk, melyek az eddigi nézetektől eltérő új felfogásra vezettek.

Végre pedig a here-csatorna elemeinek elrendezési viszonyaiban is újat reménylünk nyújtani. Régóta ismeretes tény, hogy az ondószálcákat pamatokban, azaz egyes helyeken csoportokban összpontosítva találni. Ezt már a régibb szerzők is nagyon természetesen az ujonnan fejlődő elemek nyomásából származtatják, a nélkül azonban, hogy az összenyomatás körülményeit közelebbről vizsgálták volna. Pedig az ondószálcák csoportjai, a csoportok csücsán majdnem állandóan egy-egy SERTOLI-féle sejttel (EBNER-féle spermatoblast) oly sajátos jelenséget képeznek, melyen magyarázat nélkül tovasiklani csak felületes vizsgálat mellett lehetséges.

EBNER, a patkányhere szigorú és alapos vizsgálója, ezen állatnál az ondószálcáknak oly feltűnő és szabályos csoportulásait a SERTOLI-féle sejtek irányában megfejtendő, felállította 1871-ben az azóta nevezetessé vált spermatoblastokat; midőn pedig kétségtelenné vált, hogy az ondószálcák nem eredhetnek a nevezett spermatoblastokból, a tényeket nem akarván magyarázat nélkül hagyni, a BENDA³ által felállított copulatio elméletét támogatta és fogadta el; hogy azonban ezen nézetet is jobb magyarázat hiányában in-

¹ PRENANT: Recherches sur la signification des éléments du tube séminifère adulte des mammifères. Internat. Monatschrift f. Anat. u. Physiologie. 1887.

² MIHALKOVICS: Beiträge zur Anatomie und Histologie des Hodens. Verhandl. d. kön. Sächs. Ges. 1873.

³ BENDA: Untersuchungen über den Bau der functionierenden Samenkanälchen einiger Säugethiere etc. Arch. f. mikr. Anat. XXX. 1887.

kább csak kényszerítő szükségből fogadja el, kitűnik idézett munkája végszavaiból: «Ich habe die Gründe für meine Ansichten niedergelegt und ich werde an denselben so lange festhalten, bis gezeigt sein wird, dass entweder ein wesentlicher Fehler in der hier angewendeten Methode vorhanden ist, oder das sneue und bessere Beobachtungen zu einer anderen Auffassung zwingen». Bizton reményelem, hogy a gyikherén végzett vizsgálatainkból szerencsés véletlenből ez irányban is kiderült a hiba forrása, mi az EBNER-féle spermatoblastok pontos megfjtésére vezetett.

*

Vizsgálatunk főtárgya a gyikhere; az egyoldalúság kikerülése végett vizsgálatunk körébe vontuk a tengeri malacot is, melynek bővebb leírását azonban egyrészt a hely szűke miatt, másrészt miután már több szerző részéről közölve is lett, mellőzzük.

Tavaszzsal, április elején naponta frissen fogott gyikok heréi rögtön befogatásuk után vétettek vizsgálat alá. A fogás ideje és a gyors feldolgozás eredményének tulajdonítható a majdnem minden készítményen jelenlévő nagyobb mennyiségű mitotikus osztódás.

A herék első sorban frissen konyhasó oldatban, majd ecetsav hozzáadásával vizsgáltattak. Szétfosztásra, frissen való vizsgálatra a gyikhere a bontótűk alatt való gyors és könnyű szétomlása folytán igen alkalmasnak bizonyult. Ezen jó sajátságát főleg az értékesebb fosztott és fixált készítményekre használtuk ki előnyösen. Lapos edénykébe fixáló folyadékot készítve, a fedő lemezt, melyen darabka herét gyorsan szétfejtettünk, elkent oldalával hamarosan a folyadék felületére dobjuk: az anyag rögtön a fedőlemezre alvad. Könnyen belátható, hogy ezen eljárásnál az egyes elemek mily gyorsan és tökéletesen érintkezhetnek a rögzítő folyadékkal. FLEMMING vagy HERMANN-féle folyadék alkalmazása az egyes alakelemek vizsgálatára minden más eljárást fölülmuló eredményt nyújt.

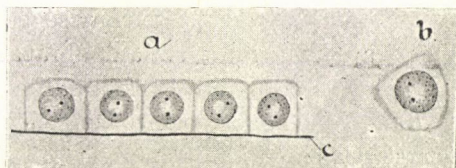
Metszetek készítésénél a rögzítésre FLEMMING, HERMANN és PERÉNYI-féle folyadékoknál állapotam meg. Az első kettőnél, mert a legjobb eredményeket nyújtották számbavehető különbség nélkül; a PERÉNYI-folyadékot pedig könnyebb festhetőség és több festőanyag alkalmazhatósága miatt vettem igénybe.

A parafinnal készült sorozatos metszeteket legszebb eredménnyel a FLEMMING által előírt módon safraninnal, valamint gentiana violával festettem. A magfestéseken kívül azonban folyton szemünk előtt voltak a heresejtekben oly gyakori plasmabeli képletek (mellékmagvak) és a tárgyalásunk fontos részét képező intercellularis anyag; úgy a mellékmagvak, mint az intercellularis anyag feltüntetését igen kielégítő módon értük el a WEIGERT-féle eljárás csekély módosításával. A 24 órára cupr. sulf. tömény oldatával kezelt készítményt másnap alkoholikus hæmatoxylin oldatba (1 : 100) tettük, harmadnap pedig cupr. sulf.-mal való újbóli rövid kezelés után kétszeresen hígított WEIGERT-féle szintelenítőben vontuk ki. Ezzel a mellékmagvak, valamint az intercellularis anyag sötét feketére, majd feketésbarnára festődve élesen kiválnak. Eredményeinkben ezen eljárásnak sokat köszönhetünk.

Eljárásunkban pedig a legnagyobb súlyt a készítmények pontos és szigorú átvizsgálására fektettük; tisztán nézéssel beérni alig lehetett, folytonosan rajzoltunk, miáltal egyrészt a figyelem a legapróbb részletekre is kiterjed, másrészt pedig a képek, melyek különben az emlékezetben a további combinatiókra már alig alkalmas módon összefolynak, a rajz által rögzítve folyton szem előtt tarthatók. Egész halom jegyzettel kísért rajz képezte végső összevetésünk alapját, melynek eredményeiről a következőkben számolunk le.

A gyíkherecsatornák fala mellett található elemekről.

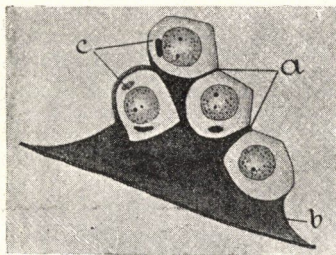
A gyíkherecsatorna hámjának legkülső részében, vagyis közvetlen az ondócsatornák fala mellett 1—2—3 réteget alkotó jellemző sejteket találunk.



1. ábra. a öt szabályos fali sejt metszett készítményből, c a herecsatorna fala, b szabályos fali sejt fosztott készítményből. (Reich. hom. imm.)

Kerek, néha gyengén ovális magvak, bennök igen állandóan két magvacskával és a chromatin szemcsés alapanyagában egy világosabb chromatinmentes folttal képezik a fal melletti réteg leggyakoribb és legfeltünőbb elemeit. Nagyságuk kis határok között, de jól észlelhetőleg ingadozást mutat; a közepes nagyságúak átlag hét μ átmérőjűek, aránylag csekély plasmaövvel bírnak. Ezen magvak a fal mellett feltűnően *csoportokban* fordulnak elő; a metszetben rendszeren 4—8 képez egy csoportot, melyek mind úgy nagyságra, mint festődési viszonyaikra is többnyire teljesen egyenlők. A kisebb magvak által alkotott csoportokban a chromatin tartalom általában csekélyebb, csak a két magvacska festődik jól; a nagyobbakban a chromatin tartalom is nagyobb, a mennyiben élesebben festődnek.

A *sejthatárok* vizsgálatánál a sejtek között levő, egymással összefüggő reczét alkotó csikok kötik le figyelmünket. Ezen a sejtek között reczét képező anyag feltűnően jól észlelhető az említett WEIGERT-féle eljárással kezelt készítményeken, a hol sötétfekete színben élesen kiválik. Igen egyenlőtlen megjelenésű, egyes helyeken nagyobb mennyiségben található, másutt pedig teljesen hiányozhat; az előbbi helyeken a sejthatárok jól elkülönítettek és jól észlelhetők, az utóbbi helyeken kevésbé feltűnők.



2. ábra. Részlet a gyíkherecsatorna fala mellől cuprum sulf. és hámatoxylinnel festett metszetből. *a* a sötétre festődött intercellularis anyag, mely *b*-nél a fal mellett levő nagyobb tömegbe folytatódik, *c* szabályos fali-sejtek plasmájokban mellékmaggal.
(Reich. hom. imm.)

Igen gyakran ezen sejtközötti csikok illetve recze közvetlen a fal szomszédságában található, nagyobb mennyiségben felhalmozódott tömegekbe folytatódnak, mint azt a 2. ábrában is láthatjuk.

Ugyancsak ezen ábrában láthatunk a fali sejtek *plasmájában* egy sötét, ovális, elmosódott határú képletet, mely a rendes kezeléseknél ezen sejtekben egyáltalában nem volt látható: a WEIGERT-féle eljárással kezelt metszetekben azonban állandóan jól feltűnik.

Az imént leirt és a két ábrában bemutatott, általunk egyelőre szabályos fali sejteknek nevezett elemek *csupán csak a fal szomszédságában találtnak*; feltűnő körülmény azonban, hogy aránylag elég gyakran teljesen hiányozhatnak a csatorna egyes részleteiben.

Az egyfajtájú sejtből álló csoportoknak megfelelőleg *fosztott* készítményeken néha sok magvú cystákat találunk, melyekben az egyes sejtek határai egyáltalán nem észlelhetők és az összes magvak egy közös anyagban látszanak elhelyezve.

A *szabálytalan fali sejtek* (SEERTOLI-féle sejtek) rendkívüli és meglepő tulajdonságaik miatt igen eltérő véleményekre, végzetes tévedésekre adtak alkalmat. Nagyon természetesen ennek megfelelőleg különös figyelmet kell rájuk fordítanunk és teszszük ezt annyival inkább, mert a gyíkherében ezeknek vizsgálatára igen háládatos anyaggal rendelkezünk. A gyíkherében ugyanis ezen elemek oly jellemzőek és számos igen feltűnő jól észlelhető tulajdonságot mutatnak, melyek eddig a szerzők figyelmét kikerülték, s a melyek által a SEERTOLI-féle sejtek lényege és az úgynevezett EBNER-féle spermatoblastok új és egyszerű értelmezést nyernek.

Az előbbi fejezetben leirt sejtek társaságában, azaz a fal melletti rétegben egymástól szabálytalan távolságokban az előbbieknél többnyire nagyobb, igen változatos rendetlen alakú, többnyire világosabb, máskor sajátságosan diffuse festődő magvakat találunk: a magvacskák jó nagyok, számuk bizonytalan, leggyakrabban azonban egy vagy két magvacska található bennök.

A sejtek plasmabeli viszonyairól azok bonyolodottsága folytán alább lesz szó.

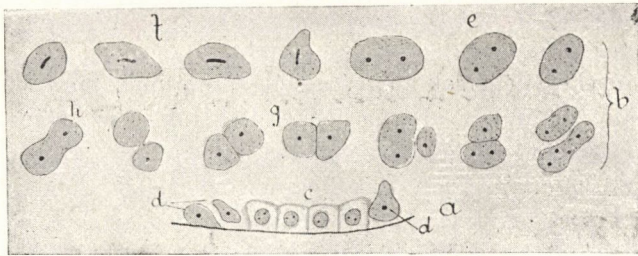
Hogy mennyire jogosult ezen sejteket illetőleg a szabálytalan elnevezés, kitűnik, ha magvaik sokféle és változatos viszonyait áttekintjük.

Nagyságra nézve ezen magvak a szomszédos szabályos fali-sejtek magvainál többnyire feltűnően nagyobbak, átlag 15—16 μ átmérőjűek, de néha lehetnek velük egyenlő nagyok, sőt náluk kisebbek is.

A nagyságnál sokkal jellemzőbb a többi sejtekkel szemben különös *alakjuk*: lekerekített háromszög, többé-kevésbé ovális alakok, legkülönbözőbb szögletes és vajúlt felülettel bírók oly

változatosakká teszik azokat, hogy jóformán két egyenlő magvat
bajos volna mutatni.

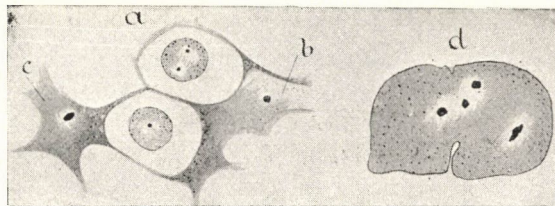
Ezen változatos alakok között, előfordulnak aztán többé-



3. ábra. *a* részlet a gyíkhere-csatorna fala mellől. *c* szabályos fali sejtek, *d* szabálytalan fali magvak, *b* a szabálytalan fali magvak direct osztódására mutató képek (Reich. oc. 3. obj. 8a).

kevésbé szabályos alakok is s mint ilyen leggyakrabban az ova-
lis alak észlelhető

Szerkezetére nézve a mag többnyire elég éles contourt és igen
chromatin-szegény finom reczés vagy szemcsés szerkezetet mutat.



4. ábra. *a* ábrában két elmosodott határú szabálytalan fali mag (*b c*) nyújtványai-
val a fali sejtek között levő intercellularis anyagba folytatódik, *d* nagy szabálytalan
fali mag, felületén befűződések, belsejében zavaros folt látszik, 4 safraninnal élesen
festődő magvacskával. (Reich. hom. imm.)

Rendkívül meglepő azonban, midőn más esetekben ezen magvak
határai teljesen elmosódnak. Ezen elmosódott magvak gyakran
jobban is színeződnek, de oly különös diffus és zavaros módon,
mely semmikép sem emlékeztet a chromatin megszokott éles festő-
désére.

A 4. ábrában *b*-nél a mag határa még gyanítható, ellenben *c*-nél határt már *egyáltalán nem látunk, hanem e helyett a mag anyaga szakadatlannal a sejtek közötti reczébe folytatódik*; itt már jóformán mi sem mutatja, hogy sejttel illetve maggal van dolgunk, csupán a még létező magvacska sejteti ezt velünk. Ha végre szemügyre vettük a 4. ábrában *d*-t, hol a mag belsejében látható nagy nem festődő zavaros képlet vonja magára figyelmünket: fogalmat nyerünk ezen magvak változatos kinézéséről. Az utóbbi esetben a mag határai még élesek ugyan, de itt megint annak belsejében lépett fel négy durva magvacska mellett folt képében jelentékeny zavarodás.

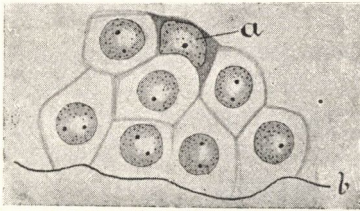
Ezekkel azonban korántsem merítettük még ki a szabálytalan fali magvakon észlelhető jelenségeket. Tekintsük meg a 3. ábrán a *b* alatti magvakat, úgy ismét egy új meglepő tüneményt látunk. Első sorban magukra vonják figyelmünket a *páros magvacskák (e)*, melyek a megnyúlt magvakban egészen szimmetrikusan fekszenek. Igen feltűnő továbbá az egyszerű magvacskáknak megnyúlt pálczika alakban való megjelenése (*f*). Mindezekhez járul pedig az a sajtós körülmény, a mi tulajdonkép a vizsgálatnál legelőbb szemünkbe ötlött gyakoriságánál fogva, hogy ezen magvak feltűnő gyakran párosával fordulnak elő (*g*), még pedig oly szoros érintkezésben, hogy a két mag között a legcsekélyebb elválasztó plasmaréteget még föltételezni sem lehet. Ilyenkor a két mag többnyire egy-egy félgömb alakban egymással síklapjával érintkezik, a mi a barázdálódásra emlékeztető képet nyújt. Ennek megfelelőleg találunk azután legkülönbözőbb mérvű *befűződések*et mutató alakokat is (*h*).

Előfordulási helyökre nézve ezen magvak a csatorna fala mentén oly módon vannak elhelyezve, hogy 4—5, máskor 10 előbb leírt szabályos fali sejtre egy vagy egy páros szabálytalan mag esik (l. a 3. ábrában *a-t*). Máskor sűrűbben, ismét máskor ritkábban is állhatnak, úgy hogy *e* tekintetben is minden szabályt nélkülöznek. A fali réteg vastagságában is — azaz a csatorna lumenjét tekintve radiális irányban, vagy közvetlen a szabályos fali sejtek felett, legtöbbször azonban közöttük — *ezek közé mintegy beszorulva*, máskor pedig ezek alatt is a falhoz lapulva jöhetnek elő.

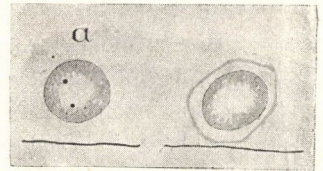
Ha a fentebb leírt szabályos fali csoportokat veszzük tekin-

tetbe, úgy körülbelől minden csoportra 1—2 ilyen szabálytalan mag esik.

Nem ritkán ezen csoportokban úgy fosztott, mint metszett készítményeken a szabálytalan fali magvak rendkívül *hasonlók a szabályosakhoz* úgy festődésre, mint anyaguknak szerkezetére és nagyságukra is. Így pl. az 5. ábrában hét tipikus szabályos fali-sejt között egy hozzájuk igen közelálló szabálytalan fali sejtet látunk (*a*); ez utóbbi ugyanis úgy anyagára, mint festődésére teljesen megegyezik a szabályos falimagvakkal, de egy nagyobb magvaskája és sajátos alakja folytán a többiek közül mégis élesen kiválik. Különösen a kisebb fajtájú fali sejt-csoportokban találunk bizonytalan alakokat, melyeknek szabályos vagy szabálytalan voltát alig dönthetjük el.



5. ábra. Hét szabályos fali sejt között egy hozzájuk közelálló szabálytalan fali sejt (*a*); *b* a herecsatorna fala. (Reich. hom. imm.)



6. ábra. Két achromaticus vacuolás mag; *a*-nál még a két magvaska is látható. (Reich. hom. imm.)

Természetes sorrendben ezek után a szabálytalan fali sejtek plasmabeli viszonyairól kellene szólnunk, de ezek sajátos viszonyai oly kitéréseket igényelnek, melyeket a herecsatorna egyéb viszonyaival együttesen kell tárgyalnunk, így most egyelőre csak a magbeli viszonyoknál állapodunk meg.

A szabályos és a szabálytalan fali sejtek társaságában elszórta előfordulnak sajátos világos nem festődő magvú sejtek, melyek habár a vizsgálat elején figyelmemet nem is kerülték el, de azoknak különösebb jelentőséget nem tulajdonítottam, s a míg csak egy-kettő akadt szemem elé, egyszerűen a közönséges falimagvak vékony szeletjeiként fogtam fel. Figyelmemet azonban teljes mértékben magokra vonták, midőn tisztelt főnököm MIHALKOVICS tanár úr, ki a béka herecsatornáiban nagy mennyiségű pusz-

tuló sejteket észlelve, gyíkhere készítményeimet megtekintette, azon véleményének adott kifejezést, hogy a most szóban forgó sejtek is pusztuló sejtek volnának.

A 6. ábra is mutatja a szóban forgó magvakat. A szabályos fali sejtek magvainál valamivel nagyobbak és legkülönösebb sajátosságuk az, hogy igen rosszul vagy egyáltalában nem festődnek; innen van az — különbeni ritkaságuk mellett, — hogy a vizsgáló figyelmét könnyen elkerülhetik. A magvak belsejében rendszeren igen kevés szintelen nem festődő vázst találunk, mely többnyire a mag különben elég éles határú felületére szorítkozik oly annyira, hogy a mag belsejének legnagyobb része teljesen *üresnek* látszik. Ezen két jellemző tulajdonság alapján gondoltam őket leghelyesebben *achromaticus vacuolás magvaknak* nevezni. Találhatunk továbbá a mag belsejében néha még magvacskákat is, mint azt a 6. ábrában *a*-nál látjuk; ilyenkor a magvak tökéletesen a szabályos fali magvakra emlékeztetnek s úgy tűnnek fel a többi festett magvakkal szemben, mintha kimosódottak volnának. Így tehát a szabályos és szabálytalan fali sejtek társaságában alakjukra nézve még egy, a szabályosakhoz közelálló, harmadik fajtáját a magvaknak találtuk elszórtan.

Közvetlen a fal mellett az előbb említett sejtek társaságában helyenkint beiktatva, egy csomóban rendszeren csak kevés, 2—3—4, de néha 8—10, a *karyomitotikus oszlás jellegét magukon viselő sejtekkel* találkozunk.

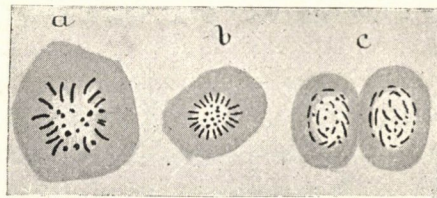
Közönséges száraz lencse nagyítással a majd éléről, majd lapjáról látható, igen élesen festődő maglemezek vonják magokra figyelmünket annyival inkább, mert ezek az ilyenkor tiszta, világos, hólyagalaku sejtesttől élesen elütnek.

Immersióval vizsgálva, a maglemezek, mint a 7. ábrán *a* és *b*-nél látjuk, lekerekített négyszög alakúak, minden oldalon 4—4, ezenfelül minden sarkon 1—1 chromosomával: így a lekerekített négyszög periferiájára épen 20 darab chromosoma jut; ezenfelül a lemez belsejére 6—8, de már nem oly szabályos alakú és abszolút pontossággal meg nem számlálható chromosoma esik; összesen tehát 26—28.

A chromosomák alakja a legtalálóbban lekerekített végű bacillusokhoz hasonlítható.

Oldalról tekintve az egész maglemez oly benyomást tesz, mintha e bacillusalakú chromosomák a lemez peripheriájába, arra merőlegesen lennének beszurkálva. A chromosomák pontosabb számlálása csak a lemezek lapjáról való nézésben lehetséges. A metszett készítményeken nyert számlálást megerősíti a fosztott készítményből (7. ábra *b*) nyert is, a melynél tehát ki van zárva az eshetőség, hogy a metszés által esetleg a chromosomák egy része máshová kerülhetett volna. A számlálás ez esetben is tökéletesen az előbbi eredményre vezetett: t. i. itt is 20 peripherikusan álló jól számlálható és 6—8 központilag fekvő szabálytalanabb chromosomát találunk.

Ha most pedig a központilag fekvő apró chromosomákat inkább chromosoma darabkáknak tekintjük, melyek nyilván nem is



7. ábra. Képek a szabályos fali sejtek osztódásaiból, *a*, *c* metszett, *b* fosztott készítményből. (Reich. hom. imm.)

lesznek egy chromosomával egyenlő értékűek, akkor csak két végét között kereshetjük a chromosomák számát: t. i. 20 felett és 26—28 alatt. Nincs okunk ezek alapján el nem fogadni a már más állatoknál is talált tipikus 24-es számot; ha pedig esetünkben teljesen lelkiismeretesen akarunk eljárni, mint tényt annyit állapíthatunk meg, hogy a gyikhere-csatorna fala melletti osztódásoknál a chromosomák száma biztosan meghaladja a 20-at, de nem több 28-nál.

A *diaster* stadium ritkábban található; ekkor két egymással szemben álló, esernyőhöz hasonló képletben látjuk a chromosomákat elhelyezve. A leánycsillagokban a chromosomák olvasása különben is bajosabb, a mit még megnehezít az a körülmény is, hogy ritkábban fordulnak elő. Körülbelül 13—15 chromosomát olvashatunk össze, de ezek közül az ernyő tetején levők többé kevésbé

apróbb daraboknak, nem pedig teljes chromosomáknak látszanak. A leánycsillagokról állíthatjuk, hogy chromosomáik száma a tizet mindenestre fölülmulja, de 14—15-nél nem több. Ha pedig itt is, mint előbb, azon inkább chromatin darabokra eső levonást megengedjük, akkor a chromosomák számát 12-re tehetjük, vagyis az anyacsillagokban talált szám felére.

Még ritkábban található az anyacsillag előtti azon állapot, midőn az összes chromosomák még szabályosan az egész mag felületén el vannak oszolva, a milyenek a 7. ábrán *c*-nél láthatók. Mig egyrészt ezen érdekes és ritka stadiumban az egyes chromosomák már mind külön és tisztán láthatók, úgy hogy közelítőleg már most is megszámlálhatók, másrészt a chromosomák elhelyeződése és hajlásai még egy kissé a gomolyos állapotra is emlékeztetnek. Ezen állapotban a chromosomák számát a számlálás alapján szintén 20-nál többre tehetjük.

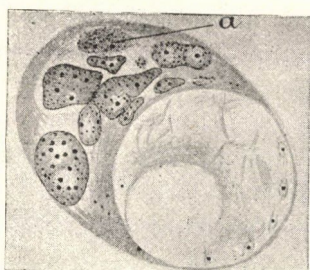
Az imént leírt s három főszakaszában jellemzett karyomitikus oszlásokról mindenekelőtt ki kell emelnünk, hogy azok ép oly tipikus alakjai a fali rétegnek, mint akár a többi, ezen rétegben már leírt elemek: ezek is kizárólag csak a fali rétegben találhatóak, a lumen felé sohasem fordulnak elő.

Ez annál fontosabb, mert ezen oszlásokon kívül még egy másik sokkal gyakoribb és feltünőbb oszlási alakkal fogunk találkozni, de ez a másik oszlási alak úgy kinézésére, mint megjelenési helyére is igen élesen elkülöníthető a most leírt oszlásoktól. Miután ezen másik fajta oszlások egészen más rétegben is találtaknak, azok leírása nem ide tartozik, itt csupán csak azért említettük fel, hogy megerősítsük annak a jogosultságát, hogy nemcsak fali sejtekről, hanem külön tipikus fali osztódásokról is kell beszélnünk.

Mіндеzen eddig leírt elemeken kívül a fal mellett közvetlenül a here-csatornában létező bármely elem is előfordulhat: gomolyos sejtek, apró heresejtek, ondószálcák, mindenféle fejlődési állapotban; röviden: *közvetlen a fal szomszédságában az ondószálcsa fejlődés összes alakjai fellelhetők.* És mégis tisztán áll előttünk a dolog, hogyha egyáltalán fal melletti rétegről beszélünk, csupán az eddig leírt elemeket tárgyalhatjuk, még pedig azért, mert 1. az eddig leírt elemek *mindig és csupán csak* a fal mellett fordulnak elő s más a lumen felé eső rétegekkel nem ele-

gyednek össze; 2. viszont a többi elemeknek szabályos és tipikus helye — bár elvéve a fal mellett is előfordulnak — nem itten, hanem a fali réteg felett, a lumen felé eső belsőbb rétegekben van.

A vizsgálati adatok leírásában végtére még egy, első pillanatra egészen különálló képződményről kell megemlékeznünk. A gyík-hercesatornáknak elszórtan valóban meglepő nagyságú — gyakran már kézi nagyítóval piczi pontnak látszó — elemekkel találkozunk. A néha majdnem 0.1 mm. nagyságú képletek, melyekből a sorozatos metszeteken 10—20 darab is fellelhető, igen változatos képet nyújtanak. Leggyakrabban sok magvúak s a magvak is, megfelelőleg az egész képletnek, nagyok, átmérőjük 15—20 μ -nál is hosz-



8. ábra. Óriási sejt (a többi rajzokhoz képest kisebbítve) egyik felében sok maggal, másik felében hólyagszerű képződménnyel, az *a*-nál látható mag határai elmosódottak.

szabb. A magvak legfeltűnőbb tulajdonsága, hogy igen szabálytalanok; majd éles határuak, majd teljesen elmosódottak. Festődésük többnyire diffus és zavaros magvacskaik számára nézve pedig egyáltalán semminemű szabályt nem mutatnak. — Az őket körülvevő plasma is rendkívül gyanus kinésű, így például mint azt a 8. ábrában láthatjuk, a plasma nagy része egy hólyagszerű képletté alakult át, mely a magvakat a képződmény egyik oldalára szorította. A hólyag-

szerű képződmény belseje a metszett készítményen kevés szintelen reczét képező anyaggal van kitöltve, periferiáján pár élesen festődött szemcsével.

Ezen *óriási elemeket* elszórtan magányosan, a többi elemek által szabály nélkül környezve vagy pedig a lumenben egészen szabadon találjuk; így tehát mind sajátosságuk, mind megjelenési módjuknál fogva a hercesatorna-rétegek egyikébe sem sorolhatók; ezek szerint az első pillanatra egész különálló elemet akár az első, akár az utolsó réteg elemeinél, vagy akár utoljára egész külön tárgyalhatnók. Mégis fontos okok a mellett szólnak, hogy tárgyalási helyök a fal melletti rétegben van. Mert 1. ha emlékezetünkbe hozzuk a többi rétegeket, gomolyos sejtek, apró heresejtek, ondó-

szálcsák rétegét, csakhamar be fogjuk látni, hogy ezen sajátságos óriási képletek ezek mindnyájától olyannyira elütnek — velök a legcsekélyebb közös vonással sem bírnak, — hogy azokkal semminemű összefüggésbe sem hozhatók; evvel ellenkezőleg 2. a mostan tárgyalt fali réteg elemei között valóban egy olyan sejtfajtaival is találkoztunk, t. i. a szabálytalan fali sejtekkel, melyek velök igen lényeges közös vonásokat mutatnak.

Ennyi legyen mondva csupán annak indokolására, hogy ezen óriási képződményeket ezen helyen tárgyaljuk; az elemek összehasonlításáról alább lesz szó.

Összefoglalás.

1. A gyíkhere-csatornák fala mellett közvetlenül feltaláljuk a csatornában általában előforduló összes elemeket: a szabályos és szabálytalan fali sejteken kívül a gomolyos sejteket, az apró heresejteket és az ondószálcsákat is.

2. A szabályos és szabálytalan fali sejtek *csupán csak* a fal mellett találhatóak: a herecsatorna tartalmának többi elemei ezen helyen csak kivételesen fordulnak elő, ezeknek rendes helye a szabályos és szabálytalan fali sejtek felett van a lumen felé.

3. A szabályos fali sejtek gömbölyű vagy igen gyengén ovális maggal bírnak, benne rendszeren két magvacskával; a festett mag szemcsés alapanyagot mutat, mely alapanyagban rendszeren a két magvacska között egy világosabb chromatin szemcse-mentes foltot találunk. A mérsékelt mennyiségű plasma 4—5 szögletes alakban veszi körül a magvat s benne a fent leírt réz és hämatoxylin kezeléssel feketére festődő mellékmag tüntethető fel.

4. A szabálytalan fali sejtek magva az előbbieknél rendszeren nagyobb, alakjuk rendkívül változatos s igen feltűnően a szomszédos elemekhez alkalmazkodó. Többnyire gyengén festődnek, azon esetekben pedig, a melyekben sötétebb színeződést mutatnak, annak a rendes chromatin festődéstől eltérő sajátságos diffus jellegge van. A magvacskák száma többnyire egy vagy kettő, de lehet nagyobb is. Feltűnő gyakran találunk majd megnyúlt, majd kettős magvacskájú, majd befűződést mutató, majd pedig szorosan egymás mellett álló páros, szabálytalan fali magvakat.

A szabálytalan fali magvak határai gyakran teljesen elmosódottak (plasmájukról alább lesz szó).

5. A szabályos és szabálytalan fali magvak társaságában elszórtan egy a szabályos sejtekhez közelálló sejt található, melynek magva igen gyengén vagy egyáltalán nem festődik, sőt belseje gyakran egész üresnek látszik, a miért is achromaticus vacuolás magvú sejteknek neveztük.

6. Ezen fejezetben említettük fel a gyikhere-csatornában található óriási, 50—60 μ átmérőjű nagy képződményeket miután a szabálytalan fali sejtekkel mutatnak legtöbb közös vonást.

Végtére 7. a fal mellett egy csomóban rendszeren csak kevés, 3—4, egy bizonyos fajtájú mitotikus osztódás különféle stádiumaival találkoztunk, a melyekben a bacillus alakú chromosomák száma, legnagyobb valószínűség szerint, az anyacsillagban 24, a leánycsillagban pedig 12; ezen fajta osztódás csupán csak a fal mellett található. Elkülönítendőek ezen osztódások a herecsatornában található, egészen más fajú osztódásoktól, melyek tárgyalása eltérő előfordulási helyök folytán nem ide tartozik.

*

Azt hiszem nem szorúl bővebb indokolásra azon körülmény, hogy az ondószálcsa képződési folyamatának első kiindulási pontját a herecsatorna tartalmát képező hámnak legkülsőbb részében kell keresnünk. Ezen részben tehát első feladatunk az ondószálcsa képződésének kiindulását keresni. Ha pedig meggondoljuk, hogy a gyikherecsatorna fala mellett közvetlenül, vagyis legkülsőbb rétegben mily sokféle és változatos elemmel találkoztunk, valóban nem kis feladat lesz ezeknek tömkelegében a rendet és rendeltetést megállapítani.

Feladatunkon mindenekelőtt egy kizárással fogunk könnyíteni, a mennyiben a gomolyos sejteket, az apró heresejteket és az ondószálcsákat ezen rétegtől egyszerű módon elkülöníthetjük, még pedig azért, mert a mint láttuk 1. ezen elemek a fal mellett csak kevés számmal és kivételesen találhatunk; 2. mert rendes helyök a fali réteg felett van. Arra nézve, hogy miként jutnak ezen elemek kivételesen az első rétegbe, két eset gondolható: vagy ott helyben képződtek s helyöket nem hagyták el, vagy pedig rendes helyükről

valami módon a fal mellé kerültek. Ezen kérdés eldöntése azonban szorosan összefügg egyrészt a spermatoblastok, másrészt az elemek fejlődésközben történt helyváltoztatásának kérdésével, így ezt szükségképen azon fejezetre kell hagynunk, melyben az összes elemek helyváltozását együttesen tárgyaljuk.

Ezen elemekkel tehát egyelőre végezve, hátramaradnak még a szabályos és szabálytalan fali sejtek, az achromatikus vacuolás magvú sejtek, valamint a leírt mitotikus osztódások. Mindezen elemek, a mint láttuk, a herecsatorna többi összes elemeivel ellentétben csupán és csakis a fal szomszédságában fordulnak elő; így a tulajdonképeni legkülsőbb vagy első réteg elemeinek csak az utóbb említetteket tarthatjuk; az ondószálcsafejlődés kiindulási pontját tehát csupán csak a szabályos és szabálytalan fali sejtek, az achromatikus vacuolás magvu sejtek és a leírt mitotikus osztódások között kell valahol keresni.

Az ondószálcса-fejződésnek mint folyamatnak bebizonyítására két tényező áll rendelkezésünkre: 1. az elemek egymáshoz helyzete, 2. az átmeneti alakok; ezekre alapíthatjuk következtetéseinket.

A szóban forgó elemek egymáshoz való helyzetét már eddig is eléggé méltattuk s abból, hogy azok oly állandóan és törvényszerűséggel egy és ugyanazon réteg sejtesoportjainak közös alkatrészeit képezik, már is következtethetjük, hogy ezen elemek szorosan összetartozók. Hátra van még ezen elemek egymáshoz való viszonyának bírálata finomabb szerkezetük, vagyis az átmeneti alakok alapján.

A tulajdonképeni fali vagy első réteg leggyakoribb és szabályossága folytán legtypikusabb eleme a szabályos fali sejt lévén, ebből kell kiindulnunk.

Találtunk vizsgálatunkban fali sejt-fészkeket, melyek kisebb, chromatinszegényebb; másokat, melyek valamivel nagyobb, egyszerűs mind chromatindúsabb magvú szabályos fali sejtekből állanak; ezek a kisebbek és nagyobbak kinézésükre különben teljesen azonosok lévén, nincs okunk kétkedni, hogy ezen különbségekben a sejtek növekedését és a mag chromatinjának szaporodását lássuk. Ennek alapján felmerül a kérdés, származhatnak-e a fali mitotikus osztódások a szabályos fali sejtekből? Miután ezen oszlások kivétel

nélkül a tulajdonképeni fali rétegben találhatók, feladatunkon anynyiban könnyítve van, hogy azok származását is csupán a tulajdonképeni fali réteg elemeiben lehet keresnünk. Kérdés tehát, ezek közül melyekből származhatnak. Az achromatikus vacuolás magvu sejtekre gondolnunk sem lehet, mert azok nemcsak, hogy chromatinban szegények vagy teljesen chromatinmentesek, hanem, a mint láttuk, a mag belseje többnyire még hiányt, anyagpusztulást is mutat. A szabálytalan fali sejtek pedig épen nem hozhatók a mitotikus oszlásokkal összefüggésbe, először mert chromatinjuk szintén fogyást mutat, másodsor mert nagyságuknak — következésképpen növekedésüknek — megfelelőleg, még inkább szabálytalanabb alakúak lesznek, a mi a mitotikus osztódásra való készülődéssel semmikép sem hozható összefüggésbe; harmadszor pedig — a mint látni fogjuk — szabálytalan fali magvak határozottan directe oszlanak.

Miután e két sejtajtából ezen módon nem származhatnak a mitotikus oszlások, kizárás útján is arra az eredményre jutunk, hogy a mitotikus fali osztódásoknak a szabályos fali sejtekben kell eredetniök.

Megfelelve arra, hogy miből származnak a mitotikus oszlások, a közelebbi kérdés, mi származik viszont ez oszlásokból? Ezen kérdéssel egyes szerzők igen könnyen bánnak el: egyszerűen kijelentve pl. vagy azt, hogy a fali sejtek fali sejtet termelnek, vagy pedig még általánosabban azt, a nélkül, hogy közelebről bizonyítanák, hogy a fali sejtek osztódása hozza létre a második réteget. Bármilyen valószínűek és természetesek is ezen kijelentések, azoknak közelebbi bizonyítása mégis nehéz, mert az osztódások utáni közvetlen stadiumokban az átmeneti képek — valószínűleg ezen stadiumok gyors lefolyása folytán — alig észlelhetők.

Vizsgálataink közben eljutottunk egészen a diaster stadiumig vagy legjobb esetben ép a plasma kettéválásáig; itt azonban a képek folytonossága megszakad.

Hogy könnyebben kiigazodhassunk, felvetjük a kérdést: mi származhatnék egyáltalán ezen oszlásokból? Két eset lehetséges: 1. hogy az oszlott fali sejtek közvetlenül a második réteg elemeivé, a gomolyos sejtekké alakulnának, megelőző nyugalomba lépés nélkül; 2. hogy belőlük előbb, mint rendszeren az oszlások után, nyu-

galmi állapotú sejtek keletkeznek és csak ezek alakulnának át a második réteg elemeivé.

Nézzük mi szól az egyik, mi a másik eshetőség mellett.

A ki valaha látott herecsatornákat, annak bizonyára feltűntek azok az éles festődésű és igen rendetlen alakú magvak, melyekben a chromatin, többnyire féloldalra tömörülve, megjelenik; ezen tömött chromatin rögökből sokszor egyes chromatin fonalak mint tüskék kiállanak, miáltal az egész buzogány fejéhez hasonlítható alakot ölt. Helyzetökre nézve ezen magvak a fali és a gomolyos magvu sejtek rétege közötti réteget alkotják: így tehát feltétlenül valamilyen átmeneti stadiumot képviselnek a fali sejtekből a gomolyos sejtekbe. Ha pedig most felemlítem, hogy az épen osztódott fali sejtek fiatal leánymagvai gyakran szintén ilyformán *oldalt fekvő* chromatinnal bírnak, könnyen azon gondolatra jöhetnek, hogy itt az imént osztódott fali sejtek ama sajátságos tüskés magvú sejtek útján nyugalmi állapot közbeiktatása nélkül alakulnának át gomolyos magvú sejtekké.

Szerencsére azonban nem kerülték ki figyelmemet a szabályos fali sejtekhez hasonló magvak, melyeknek chromatinja oly apró szemcsékben van eloszolva, hogy homogen immersióval is csak olyféle benyomást keltenek, mintha finom porszemcsékkel volnának behintve. Egyébként pedig közelebbről szemügyre véve és felvetve a kérdést, miféle magvak ezek, a falisejtekre fogunk visszaemlékezni; a magvak és a sejt nagysága, különösen pedig a két magvacska azonos megjelenése utalnak erre; ha pedig most hozzáteszem, hogy ezen sejtek is közvetlenül a fali sejtek feletti réteget alkotják, származásukra nézve akarva sem találhatnánk más elemeket, mint a szabályos fali sejteket.

Mindezekhez hozzátéve, hogy ezen finoman eloszlott chromatinnal bíró magvaktól egészen a gomolyos sejtekig átmeneti képek könnyen nyerhetők, a második lehetőséget kell elfogadnunk, mely szerint a gomolyos magvú sejtek ezen finoman eloszlott chromatinnal bíró magvak útján a nyugvó sejtekből keletkeznek. Már pedig ha a nyugvó fali sejtek átalakulásai képezik a második réteget: a fali sejtek osztódásainak más szerep nem tulajdonítható, mint hogy újból hozzájuk hasonló sejteket termelnek.

Az achromatikus vacuolálás magvú sejtek eredésével és szerepé-

vel a vizsgálati adatok alapján elég könnyen eligazodhatunk. Alakjok, kinézésük jóformán azonos lévén a fali sejtekével, nincs okunk kételkedni, hogy ők maguk sem egyebek szabályos fali sejteknél. Másrészt pedig 1. a festődés tökéletlen volta, majd teljes hiánya; 2. a magvacskának, majd a mag vázának eltünése valóban nem magyarázható máskép, mint hogy ezek pusztulófélben levő magvak. Ebből tehát az következik, hogy a szabályos fali sejtek itt-ott az achromatikus vacuolás sejtek képében elpusztulnak.

Tágabb teret nyujtanak mind a megfigyelésekre, mind a következtetésekre a szabálytalan fali sejtek. Itt is két kérdés érdekel bennünket: miből és mivé lesznek. E fejezetben megint csak a magvagról lesz szó, ezekről pedig a főbb dolgokat célunk elérésére következőkben foglaljuk össze:

I. A magvak alakja igen gyakran feltűnően szabálytalan.

II. Általában chromatin szegények illetve gyengén festődők, miáltal a magvacskák, melyek jó festődésűek, élesen kiálóknak.

Vannak egyes, sötétebben festődő szabálytalan magvak is, de ez a sötétebb festődés elüt a megszokott chromatin festődéstől; ezen nagyobb magvak safraninnal inkább csak diffus zavaros színeződést nyernek.

III. A szabálytalan fali magvak direkt osztódását a számtalan és valóban az összes átmeneti képeket feltűntető adatok alapján feltétlenül kell állítanunk. A megnyúlt pálczikaszerű magvacskájú magvak, a kettős szabályosan elhelyezett magvacskájú magvak, a befűződést mutató magvak, végtére pedig már magában azon feltűnő körülmény is, hogy igen gyakran párosan fordulnak elő, mind a direkt osztódás felvételére kényszerítenek.

IV. A szabálytalan fali sejtek magvainak határa gyakran a szomszéd sejtek között teljesen elvész egyes esetekben, olyannyira, hogy az élesen festődő magvacska nélkül nem is tudnók bennök a sejtmagvakat felismerni; ezen állapotban észlelhető a diffus zavaros festődés is.

V. Ezen magvak néha sok magvacskájúak, máskor belsejökben nem festődő alvadékszerű képletet tartalmaznak.

Nem csoda, hogy az ily változatos és az első pillanatra minden összefüggést nélkülöző képek oly sokféle feltevésre és magyarázatra

adtak alkalmat. Iparkodni fogunk mindezen jelenségeket egy közös alapra visszavezetni.

A szabálytalan fali sejtekben elejétől fogva legfeltűnőbb volt előttünk direkt osztódásuk; a gyíkherében oly mennyiségben észlelhetők ezen osztódások, hogy eleinte hajlandó voltam nekik reproductív jelentőséget tulajdonítani. Most azonban már a tényeket együtt szemlélve, valamint a pusztulási folyamat eszméjével már az achromatikus vacuolás magvú sejteknél megbarátkozva, arra a meggyőződésre jutottam, hogy tulajdonkép itt szintén degeneratív folyamattal állunk szemközt. Achromatin-szegénység, a direkt magoszlás maga is, különösen pedig a maghatárok elenyészése, mind feltétlenül a pusztulási folyamat mellett szólnak.

Valóban nem kellene egyebet tekintenünk, csak ama feltűnő rendetlen alakú direkt magosztódásokat, melyek gyakran csak a magdarabolódás nevét érdemlik meg s nem leszünk hajlandók ezeknek reproductív szerepet tulajdonítani.

Achromatin-szegénység és rendetlen magdarabolódáson kívül ott vannak a többi tünetek is, melyek mind egytől-egyig feltűnően megegyeznek a folyamat pusztulási magyarázatával; a magvak rendkívül szabálytalan volta minden valószínűség szerint a szomszédos szaporodó és növekedő sejtek befolyásának eredménye, melyek a pusztulás folytán ellenálló képességüket elvesztő szabálytalan fali sejtekbe minden oldalról benyomulnak és azokat sokféle-képen összenyomják; ott vannak továbbá a mag belsejében észlelhető nem festődő foltok, mint a mag belsejében fellépő bomlási tünetek; és ott vannak végtére a szomszéd sejtek behatása folytán rendkívül szabálytalanná vált maghatárok és azok fokozatos elenyészése, a mi már magában véve is kétségtelenné tenné, hogy a szabálytalan fali sejtek pusztuló félben levő képletek. Miután a SERROLI-féle sejtek folytonos pusztulásuk mellett is a here-csatornáknak jóformán mindig feltalálhatók, kell, hogy valami állandó forrásból származzanak. A második főkérdés tehát az, miből származnak? Ezen kérdés tisztázására az 5. ábrára hívom fel a figyelmet, melyben nyolcz fiatal fali sejt látható; de egyik közülök az első pillanatra felismerhetőleg szabálytalan. Egyéb tulajdonságaira azonban a többi sejtektől alig üt el, chromatintartalma, nagysága jóformán azonos a többi sejtekével, határainak szabálytalan volta,

nagyobb osztatlan magvacskája pedig azoktól elütővé teszik, úgy, hogy ebben a sejtben oly elemet találtunk, mely részben a szabályos, részben a szabálytalan fali sejtek tulajdonságait egyesíti magában. Ilyen, többé-kevésbé a szabályos fali sejtekre ütő, szabálytalan fali sejteket különösen fiatal apróbb sejtű fali fészkekben minduntalan találunk; ezen képek indítottak bennünket arra a feltevésre, hogy a szabálytalan fali sejtek a szabályosokból származnak.

A szabálytalan fali sejteken észlelt tüneteket egybevetve ama sajátosságos óriási képletekkel, a milyent pl. a 8. ábrában is látunk, arra az eredményre jutunk, hogy ezeket egymással kell viszonyba hoznunk. Itt is durva szabálytalan magvakkal van dolgunk számos magvacskával, milyeneket a szabálytalan fali sejtek között is találunk; itt is, míg a magvak egy része elég éles határú, más része már egészen elmosódott. Csupán a magvak nagyobb száma, más-kor pedig azoknak tekintélyes nagysága lep meg, a mi azonban a dolog lényegén nem változtathat; ezen elemeket erősen megnövekedett s többszörösen osztódott szabálytalan fali sejteknek kell tartanunk. Ha meggondoljuk, hogy a szabálytalan fali sejtek valóban mily változatos megjelenésűek és bizonytalan kinézésűek, az említett közös tulajdonságok tekintetbe vételével ezen feltevésnek semmi sem áll útjában, annyival inkább, mert ha ezt nem fogadják el, az óriási elemek a herecsatorna semmiféle más elemével nem lennének okszerű viszonyba hozhatók.

Így az óriási sejtkepződményeket a szabálytalan fali sejtek magvainak növekedéséből, illetve magdarabolódásaiból kell származtatnunk. Ezen idomtalan elemeknek jóformán már kinézésük után ítélve sem tulajdoníthatunk különös jelentőséget, nem gondolhatunk róluk egyebet, mint hogy végtére is elpusztulnak; de láthatjuk ennek époly bizonyosságait is, mint a szabálytalan fali sejteknél: a magdarabolódás, magvuk határainak elmosódása, a környezettel való teljes összefolyása stb. itt is határozottan a pusztulási folyamat felvételére kényszerítenek.

Következtetéseink a következőkben foglalhatók össze:

I. A szabályos fali sejtek egy és ugyanazon fejlődési szakaszai fészkeket alkotnak, közöttük 1—2 szabálytalan fali sejtrel, néha pedig 1—1 achromatikus vacuolás magvú sejtrel.

II. Az achromatikus vacuolás magvú, valamint a szabálytalan fali sejtek a szabályos fali sejtekből származnak.

III. A szabálytalan fali sejtek magvai direkt osztódnak.

IV. Az óriási sejtek a szabálytalanokból származnak.

V. *Mind az achromatikus vacuolás magvú, mind az óriási, mind a szabálytalan fali sejtek elpusztulnak.*

VI. A szabályos fali sejtek karyomitotikusan oszlanak és hozzájuk hasonló sejteket termelnek.

Az ezen fejezetben leirt összes tüneteket áttekintve, azokat két főcsoportra oszthatjuk: *először találunk regeneratív, másodszor pedig degeneratív folyamatokat.* A regeneratív folyamatot a szabályos fali sejtekkel, a degeneratív folyamatot pedig a szabálytalanokkal és az achromatikus vacuolás magvú sejtekkel láttuk összefüggésben. Ezek szerint tehát a herecsatorna hámjának legkülsőbb rétegében *egy a folytonos termeléssel karöltve járó pusztulási folyamat is székel.*

A mi mindenekelőtt a szabályos fali sejtek karyomitotikus oszlásait illeti, miután a herecsatorna hámjának közvetlen a fal mellett fekvő sejtjeiben ezek képviselik az egyedüli regeneratív folyamatot, ezeknek kell képezni az ondószálcsa-termelés kiindulási pontját; de láttuk továbbá, hogy ezen regeneratív folyamatnak nem csupán egy új sejttrétegképződés az eredménye, hanem ugyancsak belőle veszik eredetüket a később elpusztuló összes elemek is.

Ezek szerint tehát a szabályos fali sejtekben, azaz azok mitotikus osztódásaiban egy közös kiindulási pontot találtunk, a melyből végeredményben a herecsatorna összes alakelemei származnak.

Az eddig leirtakból az egész folyamatot röviden a következőkben jellemezhetjük: A fal tőszomszédságában karyomitotikus oszlásnak indul egy pár szabályos fali sejt, miáltal létrehozzák a fali sejtfejszkeket, melyek a szabályos fali sejtekhez hasonló fiatal sejtekből állanak; ezen fali sejtfejszkekben egyes elemek achromatikus vacuolás magvú sejtek vagy pedig szabálytalan fali sejtek képében elpusztulnak, túlnyomó részük azonban egy új réteg (gomolyos sejtek) képzésére átalakul.

Az általunk megállapított folyamatot egyes nomenclaturákkal kifejezve következőképen írhatjuk le: a spermatogonok (sza-

bályos fali sejtek, ősondósejtek, Samenkeimzellen, Samenstammzellen stb.) karyomitotikusan oszlanak, létrehoznak *sejtfészkeket* (spermatocysta). Az ezeket alkotó fiatal spermatocyták eleintén olyanok, mint az őket létrehozó spermatogonok. A fiatal spermatocyták háromféle irányban szenvednek változást, egy részük mint szabálytalan fali sejt (cellule ramificate SERTOLI, Stützzellen, Fussplatten der Spermatoblasten, sternförmige Zellen, Tragzellen, Randzellen stb.) és mint achromatikus vacuolás magvú sejt elpusztul, legnagyobb részük azonban gomolyos magvú sejtek (Mutterzellen, Samenmutterzellen, Samenknäuelzellen stb.) képzésére szolgál.

A szokásos leírások szerint az osztódásokból keletkezett fiatal spermatocytáknak még egy feladatuk volna, t. i. egynehányan visszamaradnának, hogy más generatiók kiindulási pontjául szolgáljanak. Ezen állítás azonban inkább csak a folytonos ondószálcatermelés magyarázatára felvett, mintsem tárgyilagosan bebizonyított körülmény, mert ki bizonyíthatná be, ha pl. a fal mellett két spermatogont talál, hogy azok a here őshámjából vagy pedig azok oszlásaiból származott fiatal spermatocytákból maradtak hátra.

Lehetséges volna ez is, azonban nem tartom okvetlen szükséges felvételnak, már azért sem, mert a tényekkel nem épen megegyező. Nem feltűnő-e azon körülmény, hogy spermatogont igen gyakran hosszú darabokon nem találunk egyet sem; ha mindig hátramaradnának minden generatióból, honnan van e hiány? A spermatogonokat inkább oly készletnek tarthatjuk, mely végre is elfogy s ezzel megszűnik az ondószálcatermelés; az előbbi feltevés mellett valósággal örökké működhetne egy herecsatorna, nem volna ok az ondóképződés csökkenésére, a mi pedig utóvégre is beáll. Másrészt pedig, ha egy csatornában folyton megújulhatnának a spermatogonok, minek gondoskodott volna a természet oly végzetlen mennyiségű csatornáról, ha nem azért, hogy kellő készletben legyenek a különben meg nem újulható elemek. Eddigi tapasztalatainkból ítélve, úgy képelem a dolgot, hogy a fiatal herecsatornában eleintén bőven jelenlevő és tömötten álló spermatogonok bizonyos *distantiákban felváltva* indulnak az ondóképződés megindítására osztódásnak, az osztódó sejtek között pedig a többi sejtek nyugalomban megmaradnak, míg a legközelebbi gene-

ratiók képződésekor belőlük újból bizonyos distantiákban egyesek osztódásra kiválnak; *így számuk a csatorna egy keresztmetszetében bár lassankint, de folytonosan fogy.*

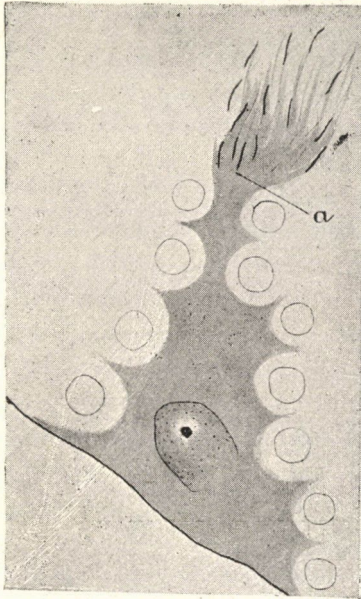
Az Ebner-féle spermatoblastokról.

Ezen rész jóformán egyedül az EBNER-féle spermatoblastok kérdésének köszöni létét; ha ezen képletek nem lettek volna pontosan és tárgyilagosan jó szerzők részéről vizsgálva: az e fejezetben tárgyalt dolgok, bár figyelmet érdemelnek, mégis csupán a többi fejezetekben eloszolva találták volna helyüket; de épen azon körülmény, hogy az EBNER-féle spermatoblastokban, noha alaposan tanulmányoztattak, még mindig oly bizonytalan képletekkel állunk szemben, kétszeresen arra serkentett, hogy rájuk legnagyobb figyelmünket fordítsuk; így a spermatoblastokat folyton szem előtt tartva, vizsgálataink közben tényleg találkoztunk a gyikoknál is olyféle képletekkel, melyeket kétségtelenül az EBNER-féle spermatoblastokkal homolog képződményeknek kell tartanunk.

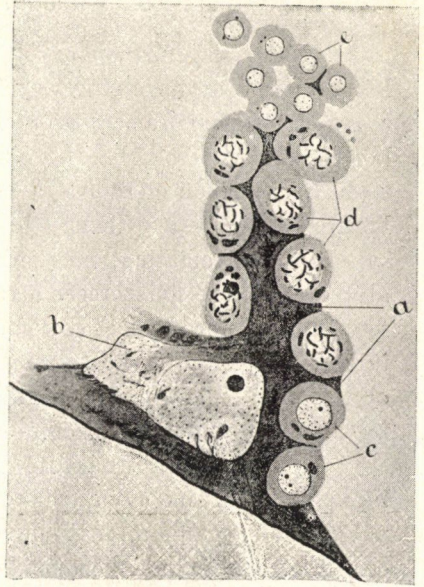
A gyíkherecsatornában *elszórtan minden rend és szabály nélkül* találkozunk egy a gyíkherecsatorna falától szélesebb alappal kiinduló, egynemű, majd durván rögzös anyagból álló és a herecsatorna többi elemei között a lumen felé megkeskenyedő képletekkel. Ezen képleteknél első sorban feltűnő a határoknak rendkívül szabálytalan és bizonytalan volta; szélesebb alapjuk a fal mellett terül el, hol a fali sejtek alatt megfogyva, határ nélkül elvész, testök pedig a többi környező elemek — gomolyos, apró here-sejtek — közé hatol nyúlványaival, melyeknek vége vagy határa sehol sem észlelhető, mert a környező sejtek között valóságos intercellularis reczét képezve tűnik el. Ezek azok a képletek, melyeknek a lumen felé néző csúcsával ondószálcsa-pamatokat is lelhetünk összefüggésben, oly annyira, hogy azokkal teljesen összefolytani látszanak; a fal mellett fekvő szélesebb alapjukban pedig rendszeren egy vagy néha több szabálytalan (SERROLI-féle) fali mag található.

Nem kételkedhetünk, hogy ezen most röviden jelzett képletekben az EBNER-féle spermatoblastokkal homolog dolgokkal állunk szemközt; ha ezen a gyíkherecsatornában különben is csak elvétve előjövő képződményeket nem fogadnók el EBNER-féle sperma-

toblastoknak, akkor a gyikherecsatornában feltétlenül tagadnunk kellene azok létezését. Azonban a felsorolt tulajdonságok alapján ezen képletekben tényleg a spermatoblastokat kell látnunk, miért is azokat bővebb vizsgálat alá vesszük.



9. ábra. Az EBNER-féle spermatoblastoknak megfelelő képződmény a gyikherében, *a*-nál az intercellularis tömeg fejlődő ondószálasákkal áll összefüggésben. (FLEMMING-féle folyadékkal fixált, gentiana violával festett készítmény; a képződményt két oldalt környező sejtekből egyszerűség okáért csak a magcontourok rajzoltattak. Reich. hom. imm.)



10. ábra. A spermatoblastokkal homolog képződmény. A cuprum sulf. és hámatoxylinnel sötétre festődött tömeg (*a*) alapján gyűrődött kinézésű szabálytalan fali maggal (*b*) bir; csúcsa tisztán kivehetőleg a spermátidák (*e*) között vész el. *c* spermatozonok, *d* gomolyos magvú sejtek (spermatocták) szintén sötétre festődött mellékmaggal.

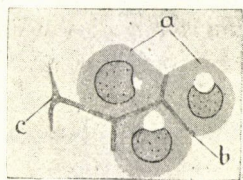
A spermatoblastok kérdésében a plasmahatárookra és a sejtek érintkezési viszonyaira kell figyelmünket fordítani, ez az oka annak, hogy a szabálytalan fali sejtek plasmabeli határait, valamint a többi elemek érintkezési viszonyait közösen ezen fejezetben tárgyaljuk.

1. *Frisen izolált készítmények.* Kiemeltük a gyikherecsatornácskák ama sajátságát, hogy fosztás által igen könnyen mintegy

szétomlanak és elemeikre szétesnek. A csatornácskákat bontótűvel párszor kellőleg érintve, egész tartalmuk mint tejfelszerű folyadék terül el, melyben az egyes elemek izoláltan úszkálnak. Míg egy-részről ilyen könnyen jutunk egészen izolált sejtekhez, úgy más-részről nagyon magukra vonják figyelmünket az ezen készítményekben található egész sejtsoportok, óriási sejtízfészek, melyek mint sokmagvú cysták tűnnek fel. Ezen sokmagvú képletek úgy konyhasó, mint eczetsav hozzáadása mellett is észlelhetők. A cystákban lehetnek gomolyos magvak vagy apró heresejtek magvai, 12—15 is egy csomóban, a szó szoros értelmében egy közös plasmatómegtől körülvéve. Úgy ezen sokmagvú képleteknek, mint az egyes különálló sejteknek ezen eljárás mellett igen finom, gyengéd, de azért jól felismerhető határuk van.

2. *Isolált és fixált készítményeken* a sejtek határai rendkívül finomak, *közöttük pedig hämatoxyllinnel jól festődő finom reczés vagy fonalas anyag látszik*, mely majd elterül a sejtek között, majd csíkok képében egyik sejtől vagy sejtsoporttól a másik felé húzódik.

3. *Metszett készítményeken* nyerjük legértékesebb adatainkat. Ezek alapján a heresatorna összes elemei között, bár nem egyenlő és állandó mennyiségben, de helyenkint igen feltűnően és jól kimutathatólag *reczét képező anyagot* találunk. Kimutatható ez úgy a fali, mint a gomolyos magvú sejtek, valamint az apró heresejtek között is.



11. ábra. Intercelluláris anyag *b*-nél az apró heresejtek (spermátidok) között, *c*-nél pedig szabadon állva látható. (Reich. hom. imm.)

A 11. ábra nemcsak a sejtek határait és a közöttük levő sötétebb csíkokat (*b*) tünteti fel jól, hanem azon csíkokat egyfelől egész szabadon állani látjuk (*c*), a környező sejtektől elválva, jelölül annak, hogy itt tényleg külön létező önálló anyaggal van dolgunk.

A sejt közötti anyag a fal felé rendszeren nagyobb tömegekben jelenik meg, melyek mintegy a sejt közötti reczék kiindulási pontját képezik. (L. a 2. ábrát.)

A here-csatorna összes elemei között előforduló ezen sejt

közötti reczél képező anyag a szabálytalan fali magvakat magában foglaló, a spermatoblastokkal homolog képletektől sehol és sohasem különíthető el, azokkal szakadatlanul összefügg, úgy, hogy a fentebb leírt spermatoblastok teste is ezen a réven valósággal intercellularis anyagnak látszik.

Míg a spermatoblastok alapja a fal mellett a fali sejtek alatt vész el megkeskenyedve, addig testökkel valósággal a szomszéd elemek fészkeül szolgálva mindenütt azok közé nyomulnak; ezáltal felületük rendkívül szabálytalan vájkált kinézést nyer, a vájulatoknak megfelelő nagyszámú nyújtványaik által pedig a szomszédos sejtek közötti intercellularis reczébe folytatódnak. (Lásd a 9. és 10. ábrát.)

Különösen felhívjuk a figyelmet a 10. ábrára, hol ezen képlet csúcsával is határozottan az apró heresejtek közötti reczébe követhető; a 11. ábrában pedig ezen képlet ugyancsak csúcsán ondószálcsa-pamattal áll összefüggésben, olyannyira, hogy határt közöttük egyáltalában nem észlelhetünk.

Míg egyrésztől megállapítható, hogy a spermatoblastokkal homolog képletek a sejtek közötti csikokkal közvetlenül összefüggenek, *úgy másrésztől azok anyagának egész kinézése, de főleg festődési viszonyai is a legnagyobb megegyezést mutatják az intercellularis anyaggal.* Hämatoxylinnel, de különösen a technikai részben leírt módosított WEIGERT-féle eljárással mindkettőjük teljesen egyenlő sötét festődést nyer.

A különböző eljárások által nyert képek első sorban arról győznek meg bennünket, hogy a herecsatorna sejtjei hártáival vagy burokkal nem rendelkeznek. Kétségtelenné teszük ezt a friss készítményekben oly feltűnő, sok magvú cystáknak imponáló képletek, melyek csupán csak sejtesoportok összefolyásából származhatnak. Ezek ilynemű eredése mellett szól először nagy mennyiségük, ellenében avval, hogy másféle készítményeken teljesen hiányzanak; másodsor rendkívül változatos nagyságuk és tartalmuk; végre harmadsor idéznünk kell EBNERT, ki az összefolyást magát is tényleg észlelte. *Ez a rendkívüli könnyed összefolyása a sejteknek legkiválóbb bizonyíték a mellett, hogy hártya nélküliek.*

A könnyen sikerülő szétfosztás, az elemek könnyű szétesése pedig első sorban azt mutatja, hogy közöttük csak igen laza össze-

függés lehet; továbbá, mert az elemek minden folyadék hozzáadása nélkül is a friss készítményekben könnyedén szabadon úszkálnak, felébresztik a gyanút, hogy közöttük valami higabb anyagnak kell lennie; ilyen közbenlévő anyagot pedig úgy a fosztott és fixált, mint a metszett készítményeken is egyaránt kinutatunk a sejtek között majd kisebb, majd nagyobb mennyiségben jelenlevő, hämatoxylinnel jól festődő sejtközötti anyag képében.

Mindezek eredményeképen kimondhatjuk:

1. A gyíkhercesatorna sejtjeinek nincs härtájuk.
2. A gyíkhercesatorna härtya nélküli sejtjei között változó mennyiségben foglaltatik sejtközötti anyag.
3. Ezen sejtközötti anyag a spermatoblastok testével — melyeknek anyagával azonos — szakadatlan összefüggésben áll.

A szabálytalan fali sejtek plasmahatárait hiába keresnök. *A szabálytalan fali magvakat közvetlenül körülvevő anyag (a spermatoblastok alapja), valamint a spermatoblastok teste mindig és mindenütt úgy jelentkezett, mint a szomszéd elemek közé hatoló és az intercellularis anyaggal számos nyújtványával szakadatlan összefüggésben álló képződmény, mely magától az intercellularis anyagtól semmiben sem különbözik.* Ezen sajátos körülmény megítélésénél csak három eset képzelhető: először plasmának tekinthetjük az elágazó anyagot, másodsor intercellularis anyagnak, harmadsor pedig valami módon mind a kettő combinatiójának.

A mi az elsőt illeti, már az első pillanatra sok gyanú fér hozzá; ha a rendkívül elágazó és gyakran valóban bizarr alakokat még csak valahogy elképzelhetnök holmi nyújtványos sejteknek, de már *a szakadattan összefüggést, különösen pedig annak teljesen azonos kinézését és festődését az intercellularis anyaggal, a plasma fogalmával össze nem egyeztethetjük.*

Így tehát elesik az első feltevés és erős bizonyítékot nyer a második, mely szerint a spermatoblast egész teste nem volna egyéb intercellularis anyagnál; de ez a magyarázat megint, dacára a mellette szóló alapos okoknak, azon egyetlen körülménynél fogva, hogy akkor a szabálytalan fali magvakat kellene plasma nélkülieknek képzelnünk, ilyen alakban el nem fogadható.

Így tehát csak a harmadik eset marad hátra, mely szerint ezen anyagban kell keresnünk a sejt plasmáját, valamint az inter-

cellularis anyagot is. Most csak az a kérdés, hogy erre együttvéve falálunk-e magyarázatot? Valóban erre van is egy igen közel tekvő természetes megfejtés. Az első részben láttuk, hogy a szabálytalan fali magvak elpusztulnak; de illetéknépen azok plasmájának is tönkre kell mennie, akkor pedig az elpusztuló és elmáló részek a sejtek között elterülve valósággal sejtközötti anyaggá válhatnak. A képek ezen felfogással meglepően egyeznek: mindenütt határozottan azt a benyomást nyerjük, hogy *első sorban a szabálytalan fali sejtek plasmája ad fel minden önállóságot*: a szomszéd szaporodó és növekvő elemek által a legnagyobb mértékben befolyásoltatik; általok legkülönféleképen összenyomatik; *a plasma tönkremenése után pedig a mag is (mely aránylag sokkal tovább tartja fenn magát) a szomszéd sejtek befolyása alá kerül és degenerálása után az is épügy összenyomatik és épügy intercellularis anyaggá válik, mint a plasma* és evvel a szabálytalan fali sejt megszűnt létezni.

Ez adja meg teljes magyarázatát, miért oly szabálytalanok ezen magvak és még szabálytalanabb azok plasmája és jogosulttá teszi ezen elnevezésüket. Következtetésünk eredménye tehát: *a szabálytalan fali sejtek egészen elpusztulnak, első sorban plasmájuk, másodsorban pedig magvaik és azután intercellularis anyaggá válnak.*

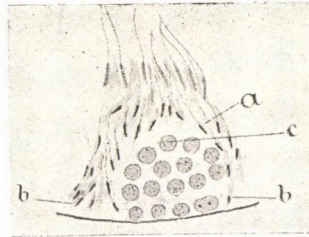
Eddig tisztáztuk volna ama sajátos képződmények viszonyát a szabálytalan fali magvak és az intercellularis anyaghoz; hátra van még az utolsó kérdés: *hogyan jöhetnek ezek még ondószálcza-pamatokkal is összefüggésbe?* Erre, mint az EBNER-féle nézet leglényegesebb pontjára kell még megfelelnünk. Megértésére pedig a herecsatorna elemeinek *elrendeződési* viszonyait kell szemügyre vennünk.

A gyikherecsatornák megtekintésénél csakhamar szemünkbe ötlük tartalmuknak rendkívül változatos elrendeződése. Míg egyes csatornáknak az elemek inkább szabályos, eléggé egyenletes hámborítékot képeznek, addig a legtöbb esetben szabálytalan összevisszaságban jelennek meg; főleg a lumen felé eső részen legkülönfélebb alakú bemélyedéseket, valamint ezeknek megfelelő boholszerű képződményeket találunk, minek következtében egy metszeten is a hámboríték igen különböző vastagságban jelenik

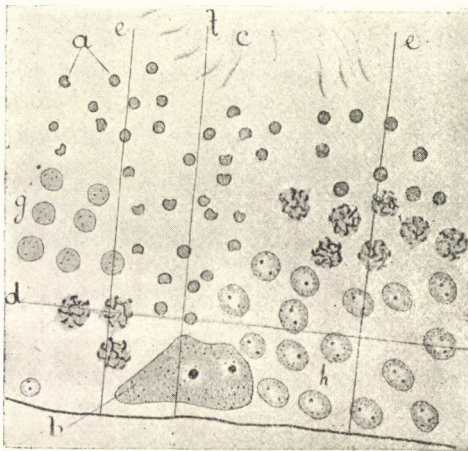
meg. Ennek megfelelőleg természetesen megszűnik az a szabály, hogy a későbbi fejlődési szakaszok egyszersmind a lumen felé közelebb esnének. Így pl. a 12. ábrán *b*-nél jól kifejlődött ondószálcák egész közvetlenül a fal mellett találhatók.

A 13. ábrában egy csoport ugyanazon stadiumbeli apró here-sejtet (*a*) találunk mintegy **Y** alakban a többi elemek közé beékelve; az ék csúcsán közvetlenül egy a környező sejtek magvainál feltűnően nagyobb kettős magvaeskájú szabálytalan fali maggal áll érintkezésben (*b*), a **Y** alakú képlet szárai között a lumen felé, a rajzban csak kevéssé feltüntetve, ondószálcák rétege következik. Ebben

az ábrában is látható, hogy pl. a faltól egy magasságban, *d*-vonal irányában, a szabálytalan fali mag felett közvetlenül három-



12. ábra. A *c*-nél fejlődő fészek a felette levő ondószálcák csoportját (*a*) ívalokban a lumen felé domborítja; a fészek szélein (*b*-nél) az ondószálcák kitolatást nem szenvedve a fal mellett maradtak. (Reich. oc 3 obj. Sa; inkább csak vázlatos rajz.)



13. ábra. Inkább csak vázlatos rajz, de az elemek helyzete pontosan rajzoló készülékkel lett visszaadva. Reich. hom. imm. *f* a falra merőleges vonal irányában a spermaticus csoportja (*a*) ép egy nagy kettős magvú szabálytalan fali sejt (*b*) egyik csúcsa felé mélyed be. *c* fejlődő ondószálcák, *g* fiatal spermaticusok, *h* szabályos fali sejtek.

féle egész különböző stadiumban lévő elem található egymás mellett: gomolyos magvú apró heresejt és közönséges fali sejt. Arról tehát, hogy általában mondva a későbbi stadiumok a lumen felé közelebb esznek, szó sem lehet: azonban *egy radius irányában* (l. pl. az ábrán *c*-vonalakat) *a lumen felé csak egy bizonyos meghatározott sorrendben következhetnek az elemek*. Más szóval a fal lapjának megfelelőleg, azaz vele párhuzamos irányban, bármely stadiumból található elem egymás mellett, de egymás felett, illetve egymás alatt egy és ugyanazon radius irányában csakis *egy bizonyos sorrendben* következhetnek, még pedig *a sorrend bármily megszakításával*.

Az elemek elhelyezésének ezen törvényét bármily bonyolódott és vastag hámrétegnél kivétel nélkül alkalmazhatjuk; csak óvatosnak kell lennünk, nehogy a csatornácskák nem tiszta lumenmetszetein a természetesen meg nem felelő leletek által magunkat félre ne vezetessük.

A most említett törvényen kívül az elemek elhelyezésében van egy másik fontos jelentőségű is: ez pedig *az egy stadium elemeinek csoport-, illetőleg fészekszerű megjelenése*. Ezen viszony a fali sejteknél még kevésbé feltűnő, bár figyelmünket már ott is felkeltette; sokkal szembeszökőbb ez a későbbi nagyobb számú elemekből álló stadiumokban.

Ezen fészkek háromféle alakban jelenhetnek meg: 1. *elég szabályosan a csatorna falával párhuzamos irányban elterülve, ez az a kép, a mely valóban a réteg benyomását kelti; de 2. képezhetnek a fészkek a lumen felé kidomborodó íveket, illetve kúpokat; (Lásd a 12. ábrán a-t.) vagy pedig 3. evvel ellenkezőleg alkothatnak domborulatukkal a fal felé néző íveket vagy kúpokat. (Lásd a 13. ábrán a-t.)*

A fali és a gomolyos magvú sejtekből álló fészkek többé-kevésbé a fallal párhuzamosan álló rétegeket vagy pedig a lumen felé domborodó csoportokat alkotnak. Az apró heresejtek is többnyire a lumen felé domborodó fészkeket képeznek, de itten már, mint azt a 13. ábrán *a*-nál láttuk, csúcsukkal a fal felé tekintő kúpokkal is találkozunk. Az ondószálcáknál pedig ellenkezőleg csúcsukkal a fal felé néző ívek vagy kúpok a gyakoribbak, bár itt is előfordulhat az ellenkező.

Az egész gyíkherecsatorna — néha jobban, máskor kevésbé kifejezve — ilyen fészkek, csoportok, illelőleg ívek vagy még helyesebben kápok egymásba illeszkedéséből áll.

Most érünk a ránk nézve legfontosabb körülményhez. *A csúcsukkal a fal felé tekintő fészkekkel szemben gyakran találunk szabálytalan (SERTOLI-féle) fali sejteket illelőleg magvakat.* A viszony azonban a szabálytalan fali sejt és a feléjük irányuló csoportok között igen változatos. 1. Lehet — mint azt a 13. ábrán látjuk — hogy ezen, a szabálytalan fali mag felé csoportosult elemek közvetlenül a magig érnek: 2. lehet, hogy a szabálytalan falisejtektől más rétegek választják el; végre pedig 3. előfordulnak azok az EBNER-féle spermatoblastokhoz legközelebb álló képződmények, midőn a szabálytalan fali mag felé irányult csoportok ama nyújtványos képződmények útján állanak vele összefüggésben. (L. a 9. ábrát.)

Mindezekhez csatolnunk kell még két eshetőséget: 1. midőn az elemek a fal felé vannak ugyan irányulva, de ott szabálytalan fali sejtet nem találunk (12. ábra *b*); 2. midőn van ugyan szabálytalan fali sejt, de felettök az elemek semmiféle irányulást sem mutatnak.

Hogy magyarázzuk ezen változatos jelenségeket?

EBNER szavaiból — mint e kérdésben a legilletékesebbekből — fogunk kiindulni; ő az «Arch. f. mikr. Anat.» 31. kötetének 244. lapján a spermatoblastokat következőképp definiálja: «Sie bestehen aus einer einheitlichen Protoplasmamasse, welche aus einer SERTOLI'schen Zelle verbunden mit einer Gruppe von in der Entwicklung begriffenen Samenfäden besteht». Ezen tárgyi meghatározást szem előtt tartva, mindenekelőtt ki kell jelentenünk, hogy ennek teljesen megfelelő képleteket a gyíkherecsatornában csak ritkaságképp találunk. A 9. ábrában látható képződmény tökéletesen megfelel a követelményeknek, a mennyiben ott tényleg egy SERTOLI-féle sejt egynemű tömeg útján fejlődésben levő ondószálcsákkal függ össze, azonban a többi fentebb leírt hasonló és sokkal gyakoribb képződmények egyike sem felel meg tökéletesen ama meghatározásnak, mindegyik csak egyes tulajdonságokat foglal magában, míg mások hiányoznak: így pl. a 13. ábrában nem ondószálcsákat, hanem apró heresejteket látunk egy csoportban bemélyedve és a SERTOLI-féle maggal direkt érintkezésben: a 12. ábrában *b*-nél

fejlődő ondószálcákat látunk a fal felé irányulva, annyira, hogy azzal közvetlenül érintkeznek, úgy, hogy SERTOLI-féle sejtnek hely sem marad, a 10. ábrában pedig a SERTOLI-féle magvaktól elinduló plasmatiskus tömeg nem is ondószálcákkal, hanem apró heresejtekkel lép érintkezésbe, melyek még hozzá semmiféle irányulást sem mutatnak. Esetünkben mindazonáltal mindezen képleteket a más állatoknál leírt EBNER-féle spermatoblastokkal homolog képleteknek kell tartanunk: 1. mert egyrészt a spermatoblastokkal igen lényeges közös tulajdonságokkal is bírnak; 2. főleg, mert ezen képződmények a gyikherecsatornáknak egymástól el nem különíthető képletek; 3. *pedig, mert mindannyian egygyugyanazon közös alapra és magyarázatra vezethetők vissza.*

Ezen képződmények magyarázatánál mindenekelőtt azt a kérdést vesszük elő, miért vannak az elemeknek egyes csoportjai a többi elemek közé bemélyedve? Az EBNER-féle felfogás szerint az elemek, illetőleg ondószálcák beékelődése a többi elemek közé és irányulása a SERTOLI-féle sejt felé határozottan *mint valami másodlagos folyamat tűnik fel, mintha az ondószálcák utólagosan, mintegy külön a SERTOLI-féle sejt részéről ható erő által csoportosíthatónak és ékeltetnének be.* Ez valóban az egyik eshetőség, melylyel az elemek beékelést voltát magyarázhatjuk, de fel kell vetnünk a második eshetőséget is, hátha azok az elemek *mindig olyan mélyen voltak* és csak a kitolatás viszonyai folytán jutnak ama sajátosságos helyzetbe? Ez utóbbi eshetőségre tényleg elég közel álló magyarázatot adhatunk, ha felveszszük, hogy *bizonyos pontokon az elemek kitolása a lumen felé egy időre abbanmarad, vagy lassabban történik, mint a szomszédos pontokon*; csak az a kérdés: találunk-e ezen felvételünkre alapot?

Annak oka, hogy valamely ponton az elemek kitolatást nem szenvednek, nagyon természetesen az lehet, hogy *alattok új generáció nem képződik.* Ha megtekintjük a 12. ábrán *b-t*, hol az ondószálcák pamata közvetlenül a fallal áll érintkezésben: úgy fogjuk értelmezni a dolgot, hogy *míg c-nél új fejlődő fészkek támadt, addig b pontokon szünet állott be; így az elemek előretolatása abbanmaradt, ellenben c-nél a fejlődő új fészkek által megfelelő ívalakban nyomattak a fellettők lévő elemek a lumen felé.*

Felállított tételünkkel nemcsak teljesen összeegyeztethetők,

hanem legkitünőbb bizonyosságul is szolgálnak a SERTOLI-féle sejtek felett található hasonlóképp bemélyedt csoportok. Vegyük pl. a 13. ábrát, mely valósággal a mechanismus schemájául szolgálhat. A többi magvakhoz képest rendkívül hatalmas SERTOLI-féle mag a tőle jobbra és balra látható fészkekhez képest a *ful azon pontján, melyet elfoglal, kétségtelenül nyugalmi pontot képvisel*; nagyon természetes tehát, hogy az elemek kitolatása a SERTOLI-féle magon át képzelendő sugár irányában (l. az ábrán az *f* vonalat) *fennakad*. Hogy a SERTOLI-féle sejtek valóban nyugalmi pontokat képviselhetnek, megfelel nemcsak amaz elterjedt nézetnek, hogy folyton nyugalmi állapotban vannak, hanem a mi nézetünknek is, mely szerint azok tönkremenő elemeket képviselnek.

A SERTOLI-féle sejt passiv magaviseletének, valamint a szomszéd elemek térfoglaló törekvésének mintegy lenyomatát kell látunk ama mindenféle szabálytalan alakú, szomszéd elemek benyomatai által eltorzított SERTOLI-féle sejtekben és magvakban.

EBNER is mondja, de értelmezését nem adja: «Die Grösse der Kerne lässt sich schwer angeben, weil sie von sehr mannigfaltiger, häufig eckiger Form sind, und im Vergleich zu anderen Präparaten nicht selten wie gedrückt und künstlich deformirt erscheinen.

Most már a spermatoblastok végleges felépítéséhez nincs egyébre szükségünk, mint hogy amaz ondószálcsa-csoportok közvetlen összeolvadását (EBNER copulatióját) ezen nyújtványos képletekkel kimagyarázzuk. Ezek után ezen körülmény jóformán kézenfekvő; a kérdés megítélésénél két dolgot kell tekintetbe vennünk: 1. hogy a fentiek szerint a *spermatoblastok teste tulajdonképp nem egyéb degenerált, elmállott plasmánál*, 2. pedig hogy — mint azt szintén tüzetesen indokoltuk — az ondószálcákat képező elemeknek semmiféle hártványuk nincs. Már maga ez a két körülmény is elég alapot szolgáltatna arra, hogy a szomszéd fejlődő szigetecskék által *egy helyben összeszorított SERTOLI-féle sejt és ondószálcscsapat közötti hirtelen észlelhetőségének hiányát egészen természetesen találjuk*, de annak sem áll útjában semmi, hogy a kétféle elem valóságos összefolyását is elismerjük. Az ondószálcák kiválásánál az apró heresejtekből minden egyes ondószálcsa képző sejtplasmája vagy annak legalább egy része a legnagyobb valószínűség

szerint szintén degenerál, elmállik, úgy, hogy tulajdonképen mind a két részről elpusztult s így csupán csak kétféle eredetű intercellularis anyag összefolyásáról van szó.

Végeredményünk tehát: az EBNER által spermatoblastoknak leírt képződmények lényegükben véve nem egyebek, mint a pusztuló SERTOLI-féle sejtek anyagának, illetőleg az intercellularis anyagnak összefolyásai ondószálcsa-fészkekkel a here-csatorna elemeinek tisztán helybeli okokra visszavezethető elrendeződése folytán.

A hely szűke nem engedte meg a SERTOLI-féle sejtek irodalmának alaposabb összehasonlítását, s így alig térhetünk ki az egész állatvilágban felfedezhető kétféle heresejtek összehasonlítására sem.

A gyíknál alsóbb rangú állatokat illetőleg PLATNER-nek* a pulmonatáknál leírt eredményeiben találkoznak megegyezéssel. Nagy basalis sejtjei a gyík SERTOLI-féle sejtjeivel megegyeznek úgy a spermatogonokból való eredésöket, mint tönkremenésöket illetőleg is.

Különösen RATH** legújabb pontos munkájában 1894-ből, mely kezeimhez csak vizsgálataim befejezése után jutott, találkoznak az összehasonlításra alkalmas szép eredményekkel. Salamandránál még az alsóbb rangú állatoknál oly általános cysták képződésével jár az ondószálcsafejlődés, a gyíknál ellenben, mint a madaraknál és emlősöknél, cystaszerű képződményeket nem találunk. Ebből azonban távolról sem következik, hogy azért itt az ondószálcsa-fejlődésnek lényegesen más alakjával van dolgunk; mi a gyíknál leírt fészkekben, illetőleg csoportokban nem látunk egyebet, mint az alsóbb rangúak cystáit, az egyes csoportok közé ékelt SERTOLI-féle sejtekben pedig az ú. n. cystasejteket (Cystenzelle). Ez összehasonlítás ugyan régi, mert könnyen kiárlkozó volt, de érvényes bizonyítékok eddig teljesen hiányoztak. Midőn RATH kimutatja a salamandra cystasejtjein az amitotikus osztódást, azok elpusztulását, végre

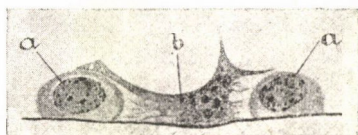
* PLATNER: Über die Spermatogenese bei den Pulmonaten. Arch. f. mikr. Anat. XXV. 1885.

** RATH: Beiträge zur Kenntniss der Spermatogenese von Salamandra maculosa. II. Theil. Die Bedeutung der Amitose in Sexualzellen und ihr Vorkommen im Genitalapparat von Salamandra maculosa.

pedig a spermatogonokkal való közös eredetüket, ezen eredmények minden pontban megegyeznek a gyík SERTOLI-féle sejtjeinél általunk kimutatott viszonyokkal. Ezek után kétség e sejtek homológiájában, valamint azok pusztulásában nem lehet.

Az alsóbb rangúaknál e viszonyt ekként tisztázva, hátra van még legalább pár szóval a felsőbb rangúak méltatása is. Itt látszólag nagy nehézségekkel találkozunk, mert a szerzőknek különösen az emlősöket illető nagyszámú és bő vizsgálataiban a SERTOLI-féle

magvak direkt osztódásairól érdemleges dolgot seholsem találtunk, azok elpusztulásáról pedig egyáltalában szó sincsen. Ezen körülmény kényszerített arra, hogy a tengeri malacot összehasonlítás czéljából újból vizsgálat alá vegyem. Bebizonyult, hogy igenis van itt is a SERTOLI-féle magvakon direkt osztódás, b r rendkívül ritkán; MIHALKOVICS



14. ábra. Részlet tengeri malacz herecsatornájának fala mellől. Két szabályos falisejt *a-a* (spermatogon) között, SERTOLI-féle sejt elmállott anyaga *b* látható. (Reich, hom. im.)

* legújabb dolgozatában ez egy ábrában fel is lett tüntetve.

Végre pedig kétségtelenül találkozunk igen gyakran oly képekkel is, melyek a pusztulás folyamatát bizonyítják. Hely szűke miatt csak a 14. ábrát közölhetem, a hol két spermatogon között a már teljesen elpusztult SERTOLI-féle sejt maradványai láthatók.

* MIHALKOVICS: A herecsővek szöveti szerkezete. Ünnepi dolgozatok Dr. Kovács József negyedszázados tanárkodásának emlékére. 1894.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1894. nov. 19.-én tartott üléséből.)



NAGY KITÉRÉSŰ VÍZSZINTES LENGÉSEK A FÖLDNEHÉZSÉG ERŐTERÉBEN.

TANGL KÁROLY-tól.

A jelen dolgozatban tárgyalt problema azon vizsgálódások folyamán merült fel, melyeket br. Eötvös Loránd a gravitációról végzett. A csavarási inga lengésidejének függése a rúd állásától oly térben, melyben a nehézség niveau felületének két főgörbülete különböző, az idézett vizsgálódások által teljes megoldását nyerte azon esetre, midőn az amplitudo végtelen kicsiny. Fennmaradt azonban ama kérdés eldöntése, miképen függ ilyen térben a lengésidő az amplitudótól. Eme kérdés megvizsgálásával körülbelül másfél évvel ezelőtt br. Eötvös Loránd engem bizott meg. Legyen szabad e helyen mély hálámnak és köszönetemnek kifejezést adnom ama támogatásért, melyben tisztelve szeretett tanárom a problema megoldásában részesített.

A szakirodalomban, a mennyiben azt átkutatni módomban állott, eme problémára vonatkozólag sem észleléseket, sem elméleti vizsgálatokat nem találtam.

A dolgozat tartalma rövid áttekintésben a következő:

I. fej. A nehézség niveau felületének alakjából következik, hogy a nehézség erőterében az inga rúdja a felfüggesztő fonál megcsavarodásából származó forgató momentumon kívül még egy, a nehézségből származó forgató momentum hat. Kifejtem, hogy az utóbbi miképen függ a rúd állásától a niveau felület főgörbületi irányaihoz képest. Ezt tekintetbe véve felállítom a csavarási inga mozgásának differenciálegyenletét.

II. fej. A mozgás differenciálegyenlete közelítő megfejtése kis amplitudokra szorítkozva.

III. fej. A mozgás differenciál egyenletéből levezethető oly közelítő képlet, mely a lengésidőt mint az amplitudo explicit függvényét adja.

Az e közben használt közelítések az észlelés határain belül teljesen jogsultak.

IV. fejr. A lengésidő képletében szereplő integrálok számbeli meghatározására alkalmas sorfejtéseket tartalmazza.

V. fejr. Magában foglalja a kísérletek berendezésének és azon eljárásoknak leírását, melyek a lengésidőnek elméleti alapon való kiszámításához szükséges állandók meghatározására vezetnek.

VI. fejr. Az észlelés számbeli eredményeinek discussiója.

I. Bevezetés.*

1. §. Ha a csavarási inga oly térben mozog, melyben a nehézség niveau felületének két főgörbülete — a mit általánosságban fel kell vennünk — különböző, akkor a fonál megcsavarásából származó forgató momentumon kívül még egy forgató momentum hat, melyről a következő módon adhatunk számot: Az inga vízszintes rideg rúdja a niveau felület érintő síkjában foroghat az érintési pont körül. Tekintsük a rúdnak egy A pontját, mely az érintő síkban körpályán mozoghat az érintési pont O körül, a körpálya sugara pedig végtelen kicsiny a niveau felület két főgörbületi sugarához képest. A körpályát vetítsük az érintősík normalisa irányában a niveau felületre; a vetület általánosságban térbeli görbe lesz. A körpálya minden A pontjához tartozik a niveau felület egy A' pontja, melynek távolsága A -tól a kör sugarához képest az elsőnél magasabb rendű végtelen kicsiny; tehát A -ban az erő irányát előállíthatom az A' -ben a niveau felületre vont normalis iránya által. Általánosságban tehát az erő A -ban nem fekszik az O és A pontokon átfektetett normal metszősíkban, lesz tehát összetevője az érintősíkban és forgató momentuma O -ra vonatkozólag, még pedig a mint a geometriai szemlélet mutatja, a kisebb görbület felé. Eme forgató momentum csak akkor zérus, ha A a főgörbületek valamelyikének irányában fekszik; akkor ugyanis a niveau felület normalisa A' -ben az OA -n át fektetett normal metszősíkba esik.

* Eme fejezetben körvonalozott megfontolásokat br. EÖTVÖS LORÁND 1891-ben a földi gravitációról tartott egyetemi előadásai nyomán közlöm, melyekben e kérdés részletesen tárgyalatott.

Ha továbbá az A pont pályája a görbületi sugarakhoz képest végtelen kis sugarú kör, akkor az előbb említett vetülete a niveau felületre a két főgörbületi irányra nézve szimmetrikus; tehát a forgató momentum csak előjelét változtatja, ha OA és valamelyik főgörbület képezte szög előjele változik.

Az inga rúdjaára tehát forgató momentum hat, mely függ a rúd méreteitől, helyzetétől s a niveau felület alakjától. Ha az inga rúdja két egymásra merőleges verticalis síkra nézve szimmetrikus — a mint ez tényleg bekövetkezik, — akkor az előbbieket alapján a forgató momentum a rúd méretein és a niveau felület alakján kívül függ a rúd iránya és pl. az első főgörbület iránya közötti szögtől ϑ -tól; a forgató momentum nulla, ha $\vartheta=0$ vagy $\vartheta=90^\circ$; csak előjelét változtatja, ha ϑ előjele változik; nem változik, ha ϑ 180° -kal nő vagy kisebbedik, mert hisz a rúd az előbb említett módon szimmetrikus lévén, a két állás minden tekintetben azonos.

A forgató momentum ϑ szerint FOURIER-féle sorba fejthető, tehát általánosságban

$$F = a_1 \sin \vartheta + a_2 \sin 2\vartheta + \dots \\ + b_0 + b_1 \cos \vartheta + b_2 \cos 2\vartheta + \dots$$

Az előbbieket értelmében $F(\vartheta) = -F(-\vartheta)$; tehát

$$b_0 = 0 \quad b_1 = 0 \quad b_2 = 0 \dots$$

Továbbá a forgató momentum nem változik, ha a rúd iránya 180° -kal változik, tehát

$$a_1 = 0 \quad a_3 = 0 \quad a_5 = 0 \dots$$

Vége tehát

$$F = a_2 \sin 2\vartheta + a_4 \sin 4\vartheta + \dots \quad 1)$$

a később leírandó kísérletek által megvalósított esetben a_6 már oly kicsiny volt, hogy a kísérletek szempontjából el lehetett hanyagolni, úgyszintén a reá következő tagokat is.

2. §. Keressük a rúdra ható forgató momentumot, ha egyensúlyi helyzetéből φ szöggel kitér. Tekintetbe veendő, hogy a rúd egyensúlyi helyzetében a felfüggesztő fonál már is meg van csavarva oly α szöggel, melyre nézve :

$$+\tau a + a_2 \sin 2\vartheta + a_4 \sin 4\vartheta = 0, \quad 2)$$

hol τ a fonál csavarási együtthatója. Ha a rúd egyensúlyi helyzetéből φ szöggel kitér, akkor a fonál megcsavarásából származó forgató momentum

$$+\tau(a - \varphi);$$

1) alapján pedig hat reá még

$$a_2 \sin 2(\varphi + \vartheta) + a_4 \sin 4(\varphi + \vartheta)$$

forgató momentum. Ez összes forgató momentum tehát

$$+\tau(a - \varphi) + a_2 \sin 2(\varphi + \vartheta) + a_4 \sin 4(\varphi + \vartheta)$$

vagy 2) alapján

$$-\tau\varphi + a_2 \{\sin 2(\varphi + \vartheta) - \sin 2\vartheta\} + a_4 \{\sin 4(\varphi + \vartheta) - \sin 4\vartheta\}.$$

A rúd mozgásának differenciálegyenlete tehát, ha K a rúd tehetetlenségi momentuma:

$$K\varphi'' + \gamma\varphi' + \tau\varphi - a_2 \{\sin 2(\varphi + \vartheta) - \sin 2\vartheta\} - \\ - a_4 \{\sin 4(\varphi + \vartheta) - \sin 4\vartheta\} = 0$$

vagy ha

$$\frac{\gamma}{K} = 2\varepsilon \quad \frac{\tau}{K} = \lambda \quad -\frac{a_2}{K} = D \quad -\frac{a_4}{K} = E \\ \varphi'' + 2\varepsilon\varphi' + \lambda\varphi + D \{\sin 2(\varphi + \vartheta) - \sin 2\vartheta\} + \\ + E \{\sin 4(\varphi + \vartheta) - \sin 4\vartheta\} = 0 \quad 3).$$

II. A mozgás jellege kis amplitudók mellett.

3. §. A 3) alatti differenciálegyenlet általános megfejtése nem sikerült; azonban bizonyos közelítéssel élve a 3) előállította mozgás jellege megállapítható. Egyszerűség kedvéért az E -vel szorzott tagtól eltekintünk, mi által csak a számítás lesz kevesebb, míg a mozgás jellege nem változik. A D -vel szorzott tagban pedig $\sin 2(\varphi + \vartheta)$ -t φ hatványai szerint sorba fejtjük; ez által 3)-ból lesz

$$\varphi'' + 2\varepsilon\varphi' + (\lambda + 2D \cos 2\vartheta)\varphi - D \left(\cos 2\vartheta \left\{ \frac{(2\varphi)^3}{3!} - \frac{(2\varphi)^5}{5!} + \dots \right\} + \right. \\ \left. + \sin 2\vartheta \left\{ \frac{(2\varphi)^2}{2!} - \frac{(2\varphi)^4}{4!} + \dots \right\} \right) = 0. \quad 4).$$

Tekintetbe véve, hogy D λ -hoz képest kicsiny (a később leírandó kísérletekben közel $1/40\lambda$), a mozgás jellegére minden esetre a 4) egyenlet első három tagja döntő. Azért oly közelítést fogunk használni, hogy az egyenlet utolsó, D -vel szorzott tagjában φ helyébe a következő értéket teszszük:

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right),$$

mely kielégíti a

$$\varphi'' + 2\varepsilon\varphi' + (\lambda + 2D \cos 2\vartheta) \varphi = 0 \quad (5)$$

differenciálegyenletet. Ez által az utolsó tag csak az idő függvénye lesz s az egyenlet integrálása nehézséget nem okoz. A részletes számítást csak azon esetben fogjuk végezni, melyben a D -vel szorzott tagban φ^3 -nál megállapodunk; ha több tagot kellene venni, ez csak a számítást szaporítaná, különben azonban semmi nehézséget nem okoz. Vizsgáljuk tehát a következő differenciálegyenletet:

$$\begin{aligned} & \varphi'' + 2\varepsilon\varphi' + (\lambda + 2D \cos 2\vartheta) \varphi - \\ & - D \left\{ \frac{2^2}{2!} \sin 2\vartheta \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right)^2 e^{-2\varepsilon t} + \right. \\ & \left. + \frac{2^3}{3!} \cos 2\vartheta \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right)^3 e^{-3\varepsilon t} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

4. §. Könnyen meggyőződhetünk, hogy:

$$\begin{aligned} & \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right)^2 = \\ & = \frac{1}{2} \left\{ (A^2 + B^2) + 2AB \sin \frac{2\pi t}{T} - (A^2 - B^2) \cos \frac{2\pi t}{T} \right\}, \\ & \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right)^3 = \frac{1}{4} \left\{ 3(A^2 + B^2) \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \left\{ A(3B^2 - A^2) \sin \frac{3\pi t}{T} + B(B^2 - 3A^2) \cos \frac{3\pi t}{T} \right\} \right\}. \end{aligned}$$

Eme értékeket 6)-ba téve, többek között a következő tag is szerepel:

$$-D(A^2 + B^2) \cos 2\vartheta \cdot e^{-3\varepsilon t} \left(A \sin \frac{\pi t}{T} + B \cos \frac{\pi t}{T} \right).$$

A már előbb is használt közelítéssel élve, ezen tag helyébe a következő érték tehető:

$$-D(A^2+B^2)\cos 2\vartheta e^{-2\epsilon t}\varphi. \quad 7)$$

Ha $\epsilon=0$, akkor eme tag oly forgató momentumot képvisel, mely arányos a kitéréssel φ -vel; ha ϵ nem null, akkor az arányossági factor az idővel változik; abszolút értéke az idővel fogy. Ha a mozgásnak $t=0$ -tól $t=t_1$ -ig terjedő szakaszát tekintjük, akkor ama arányossági szorzó $-D(A^2+B^2)\cos 2\vartheta$ -tól $-D(A^2+B^2)\cos 2\vartheta \cdot e^{-2\epsilon t_1}$ -ig folyton egy irányban változik. Most ama közelítéssel fogunk élni, hogy a 7) alatti forgató momentum helyébe φ -vel pontosan arányos forgató momentumot teszünk, melyben az arányossági szorzó az előbb említett változó faktornak középértéke; azaz a mozgásnak $t=0$ -tól $t=t_1$ -ig terjedő szakaszában

$$\text{az idővel változó } e^{-2\epsilon t} \text{ helyébe az állandó } \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} e^{-2\epsilon t} dt = \frac{1 - e^{-2\epsilon t_1}}{2\epsilon t_1}$$

értéket teszszük. Ez által a tényleges forgató momentumot a mozgás egyik részében kisebb, a második részében azonban nagyobb forgató momentummal helyettesítjük. Külömben a 7) alatti forgató momentum $\lambda\varphi$ -hez képest kicsiny; a benne szereplő változó arányossági factor az egységhez közeledik, ha ϵ a zérushoz közeledik, a később leírandó kísérletekben ϵ tényleg kicsiny, úgy, hogy az előbb tárgyalt közelítés a mozgásnak nem nagy szakaszára, pl. egy lengésre elfogadható.

Ezt tekintetbe véve, a 6) alatti differenciál egyenlet a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} \varphi'' + 2\epsilon\varphi' + \left\{ \lambda + 2D \cos 2\vartheta \left(1 - \frac{1}{2}(A^2+B^2) \frac{1 - e^{-2\epsilon t_1}}{2\epsilon t_1} \right) \right\} &= \varphi \\ = D \left\{ \frac{2^2}{2!} \cdot \frac{1}{2} \sin 2\vartheta \left(A^2+B^2 + 2AB \sin \frac{2\pi t}{T} - (A^2-B^2) \cos \frac{2\pi t}{T} \right) e^{-2\epsilon t} + \right. & 8) \\ \left. + \frac{2^3}{3!} \frac{1}{2} \cos 2\vartheta \left(A(3B^2-A^2) \sin \frac{3\pi t}{T} + B(B^2-3A^2) \cos \frac{3\pi t}{T} \right) e^{-3\epsilon t} \right\}. \end{aligned}$$

Eme differenciálegyenletet megfejtve és t helyébe t_1 -et téve, megkapjuk φ értékét a t_1 idő pillanatban. Azután t_1 helyébe $t-t$ írva, a 8) egyenlet általános megoldása a következő alakú lesz:

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} \left(A \sin \frac{\pi t}{T_1} + B \cos \frac{\pi t}{T_1} \right) + P \quad 9)$$

hol

$$T_1 = \frac{\pi}{\sqrt{\lambda + 2D \cos 2\vartheta \left[1 - \frac{1}{2} (A^2 + B^2) \left(1 - \frac{1 - e^{-2\varepsilon t}}{2\varepsilon t} \right) \right] - \varepsilon^2}} \quad 10)$$

P pedig a 8) egyenlet egy particuláris megoldása. Akár az állandók variációját, akár más módszert alkalmazva, P -re a következő alakot nyerjük:

$$P = D \left\{ \sin 2\vartheta \left(c_2^{(0)} + c_2^{(2)} \cos \frac{2\pi t}{T} + s_2^{(2)} \sin \frac{2\pi t}{T} \right) e^{-2\varepsilon t} + \right. \\ \left. + \cos 2\vartheta \left(c_3^{(3)} \cos \frac{3\pi t}{T} + s_3^{(3)} \sin \frac{3\pi t}{T} \right) e^{-3\varepsilon t} \right\}. \quad 11)$$

Ha bevezetjük a következő jelöléseket:

$$\lambda + 2D \cos 2\vartheta = k_1 \quad k_1 - \frac{4\pi^2}{T^2} = k_2 \quad k_1 - \frac{9\pi^2}{T^2} + 3\varepsilon^2 = k_3 \quad \frac{4\varepsilon\pi}{T} = m,$$

akkor:

$$c_2^{(0)} = \frac{A^2 + B^2}{k_1}, \\ c_2^{(2)} = \frac{2mAB + k_2(A^2 - B^2)}{k_2^2 + m^2}, \\ s_2^{(2)} = \frac{2k_2AB + m(A^2 - B^2)}{k_2^2 + m^2}, \\ c_3^{(3)} = -\frac{1}{3} \frac{3mA(A^2 - 3B^2) + k_3B(3A^2 - B^2)}{k_3^2 + 9m^2}, \\ s_3^{(3)} = -\frac{1}{3} \frac{k_3A(A^2 - 3B^2) - 3mB(3A^2 - B^2)}{k_3^2 + 9m^2} \quad 12)$$

és

$$\frac{\pi^2}{T^2} = k_1 - \varepsilon^2.$$

III. A csavarási inga lengésideje.

5. §. A 3. és 4. §-ban tárgyalt mozgás kísérleti megvizsgálásánál legkevesebb nehézséget a lengéside meghatározása okoz, értve az alatt az egyensúlyi helyzetben való két egymásra következő átmenet időkülömbőségét. A lengéside elméleti megvizsgálására fel lehetne használni a 9) egyenletet, csak keresni kellene t azon értékeit, melyekre nézve $\varphi=0$, úgy választva az A és B állandókat, hogy a $t=0$ esetben $\varphi=0$ legyen. Ez eljárás igen körülményes és nehézkes volna; azonfelül a 3) differenciál egyenletből levezethető oly képlet, mely a lengéside-t mint a differenciálegyenlet állandóinak s az amplitudonak explicit függvényét adja. Ezért csak az utóbbi eljárást követtem.

Ismét bizonyos közelítéssel fogunk élni, mely abban áll, hogy a 3) differenciál egyenletben φ' helyébe azon értéket tesszük, mely a 3) egyenletből φ' -re következik, ha a surlódástól és a levegő ellenállásától eltekintünk, azaz ha $\varepsilon=0$. Az észlelésnek alávetett ingánál ε tényleg igen kicsiny, úgy, hogy eme közelítés megengedhető. Ha $\varepsilon=0$, akkor 3)-ból lesz:

$$\begin{aligned} \varphi'' + \lambda\varphi + D(\sin 2(\varphi + \vartheta) - \sin 2\vartheta) + \\ + E(\sin 4(\varphi + \vartheta) - \sin 4\vartheta) = 0 \end{aligned} \quad 13)$$

$2d\varphi$ -vel szorozva és integrálva

$$\begin{aligned} (\varphi')^2 + \lambda\varphi^2 - D(2\varphi \sin 2\vartheta + \cos 2(\varphi + \vartheta)) - \\ - E(2\varphi \sin 4\vartheta + \frac{1}{2} \cos 4(\varphi + \vartheta)) = c. \end{aligned}$$

A forduló pontnál a kitérés, tehát az amplitudo legyen φ_0 ; ott akkor $\varphi'=0$ és így

$$\begin{aligned} \lambda\varphi_0^2 - D(2\varphi_0 \sin \vartheta + \cos 2(\varphi_0 + \vartheta)) - \\ - E(2\varphi_0 \sin 4\vartheta + \frac{1}{2} \cos 4(\varphi_0 + \vartheta)) = c \end{aligned}$$

tehát

$$\begin{aligned} \varphi'^2 = & \lambda (\varphi_0^2 - \varphi^2) + D (\cos 2(\varphi + \vartheta) - \cos 2(\varphi_0 + \vartheta)) - \\ & - 2D(\varphi_0 - \varphi) \sin 2\vartheta + \frac{1}{2} E (\cos 4(\varphi + \vartheta) - \cos 4(\varphi_0 + \vartheta)) - \\ & - 2E(\varphi_0 - \varphi) \sin 4\vartheta. \end{aligned}$$

Ezen egyenletből φ' -t kiszámítva és 3)-ba téve, lesz:

$$\begin{aligned} \varphi'' + 2\varepsilon (\lambda (\varphi_0^2 - \varphi^2) + D [\cos 2(\varphi + \vartheta) - \cos 2(\varphi_0 + \vartheta)] - \\ - 2(\varphi_0 - \varphi) \sin 2\vartheta)^{\frac{1}{2}} + \lambda \varphi + D (\sin 2(\varphi + \vartheta) - \sin 2\vartheta) + \\ + E (\sin 4(\varphi + \vartheta) - \sin 4\vartheta) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

ha φ' -ben az E -vel szorzott tagokat egyszerűség kedvéért elhanyagoljuk. $2d\varphi$ -vel szorozva és integrálva, az integráció állandóját pedig úgy határozva meg, hogy $(\varphi')_{\varphi=\varphi_0} = 0$ legyen, lesz 14)-ből:

$$\begin{aligned} (\varphi')^2 = & \lambda (\varphi_0^2 - \varphi^2) + D (\cos 2(\varphi + \vartheta) - \cos 2(\varphi_0 + \vartheta)) - 2(\varphi_0 - \varphi) \sin 2\vartheta + \\ & + \frac{1}{2} E (\cos 4(\varphi + \vartheta) - \cos 4(\varphi_0 + \vartheta)) - 4(\varphi_0 - \varphi) \sin 4\vartheta - \\ & - 4\varepsilon \int_{\varphi}^{\varphi_0} (\lambda (\varphi_0^2 - \varphi^2) + D [\cos 2(\varphi + \vartheta) - \cos 2(\varphi_0 + \vartheta)] - 2(\varphi_0 - \varphi) \sin 2\vartheta)^{\frac{1}{2}} d\varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

Az egyenlet jobb oldalán álló kifejezést röviden $\Phi(\varphi)$ -vel jelölve 15)-ből

$$d\varphi = \frac{d\zeta}{\sqrt{\Phi(\zeta)}}$$

és a lengésidő

$$T = 2 \int_{\varphi=0}^{\varphi_0} d\varphi = 2 \int_0^{\varphi_0} \frac{d\zeta}{\sqrt{\Phi(\zeta)}}.$$

D , E és ε kicsiny mennyiségek lévén $\frac{1}{\sqrt{\Phi(\varphi)}}$ -t D , E és ε szerint hatványsorba fejtsük s csak a D , D^2 , E , ε , ill. εD -vel szorzott tagokat tartjuk meg. Továbbá Φ -ben az összegek cosinusát az ismert módon felbontva s a következő helyettesítést végezve:

$$\varphi = \varphi_0 \psi \quad d\varphi = \varphi_0 d\psi,$$

lesz:

$$\begin{aligned}
\frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi(\varphi)}} &= \frac{d\psi}{\sqrt{\lambda} \cdot \sqrt{1-\psi^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{D}{\lambda} \left[\frac{\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0 \cos 2\vartheta -}{\varphi_0^2 (1-\psi^2)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0 (1-\psi)}{\varphi_0 (1-\psi^2)} \sin 2\vartheta \right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1.3}{2.4} \frac{D^2}{\lambda^2} \left(\frac{(\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0)^2}{\varphi_0^4 (1-\psi^2)^2} \cos^2 2\vartheta + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0 (1-\psi)}{\varphi_0^4 (1-\psi^2)^2} \sin^2 2\vartheta - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0) (\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0 (1-\psi)) \sin 4\vartheta}{\varphi_0^4 (1-\psi^2)^2} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{E}{\lambda} \left(\frac{\cos 4\varphi_0 \psi - \cos 4\varphi_0 \cos 4\vartheta -}{(2\varphi_0)^2 (1-\psi^2)} \cos 4\vartheta - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\sin 4\varphi_0 \psi - \sin 4\varphi_0 + 4\varphi_0 (1-\psi)}{(2\varphi_0)^2 (1-\psi^2)} \sin 4\vartheta \right) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{2\varepsilon}{\sqrt{\lambda}} \frac{1}{1-\psi^2} \int_0^1 \sqrt{1-\psi^2} d\psi + \frac{\varepsilon D \cos 2\vartheta}{\sqrt{\lambda^3} 1-\psi^2} \int_{\psi}^1 \frac{\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0}{\varphi_0^2 \sqrt{1-\psi^2}} d\psi - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\varepsilon D \sin 2\vartheta}{\sqrt{\lambda^3} 1-\psi^2} \int_0^1 \frac{\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0 (1-\psi)}{\varphi_0^2 \sqrt{1-\psi^2}} d\psi. \right\} \quad 16)
\end{aligned}$$

Bevezetjük még a következő jelzéseket:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\varphi_0^2} \int_0^1 \frac{\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0}{1 - \psi^2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}} &= C_1(\varphi_0) \\
 \frac{1}{\varphi_0^2} \int_0^1 \frac{\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1 - \psi)}{1 - \psi^2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}} &= S_1(\varphi_0) \\
 \frac{1}{\varphi_0^4} \int_0^1 \frac{(\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0)^2}{(1 - \psi^2)^2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}} &= C_2(\varphi_0) \\
 \frac{1}{\varphi_0^4} \int_0^1 \frac{(\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1 - \psi))^2}{(1 - \psi^2)^2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}} &= S_2(\varphi_0) \\
 \frac{1}{\varphi_0^4} \int_0^1 \frac{(\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0)(\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1 - \psi))}{(1 - \psi^2)^2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}} &= I(\varphi_0)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{\lambda}} = T_0$$

és tekintetbe véve, hogy

$$\int_0^1 \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}^3} \int_0^1 \sqrt{1 - \psi^2} d\psi = \frac{1}{2}$$

a csavarási inga lengésidjét a következő képlet szolgáltatja

$$\begin{aligned}
 T = T_0 + \frac{2\varepsilon}{\lambda} - \frac{DT_0^3}{\pi^3} \cos 2\vartheta C_1(\varphi_0) + \frac{DT_0^3}{\pi^3} \sin 2\vartheta S_1(\varphi_0) - \\
 - 2 \frac{ET_0^3}{\pi^3} \cos 4\vartheta \cdot C_1(2\varphi_0) + 2 \frac{ET_0^3}{\pi^3} \sin 4\vartheta \cdot S_1(2\varphi_0) + \\
 + 2 \cdot \frac{1.3}{2.4} \frac{D^2 T_0^5}{\pi^5} \{ \cos^2 2\vartheta \cdot C_2(\varphi_0) - \sin 4\vartheta \cdot I(\varphi_0) + \sin^2 2\vartheta \cdot S_2(\varphi_0) \} - \\
 - \frac{2\varepsilon}{\lambda} \cdot \frac{DT_0^2}{\pi^2} \int_0^1 \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \psi^2}^3} \left(\cos 2\vartheta \int_{\psi}^1 \frac{\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0}{\varphi_0^2 \sqrt{1 - \psi^2}} d\psi - \right. \\
 \left. - \sin 2\vartheta \int_{\psi}^1 \frac{\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1 - \psi)}{\varphi_0^2 \sqrt{1 - \psi^2}} d\psi \right).
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

6. §. Könnyen kimutatható, hogy ez észlelésnek alávettett ingánál a 18) egyenlet utolsó tagjában fellépő, $\frac{2\varepsilon}{\lambda} \frac{DT_0^2}{\pi^2}$ -valszorozott tag elhanyagolható; jelöljük azt röviden $\frac{2\varepsilon}{\lambda} \frac{DT_0^2}{\pi^2} \cdot I$ -vel. Egyszerű megfontolás mutatja, hogy ha $0 < \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$, akkor

$$0 < \cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0 < (2\varphi_0)^2 \frac{1-\psi^2}{2!}$$

$$0 < \sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1-\psi) < (2\varphi_0)^3 \frac{1-\psi^3}{3!}.$$

Tehát

$$0 < \int_0^1 \frac{d\psi}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} \int_{\psi}^1 \frac{\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0}{\varphi_0^2 \sqrt{1-\psi^2}} d\psi < 2 \int_0^1 \frac{d\psi}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} \int_{\psi}^1 \sqrt{1-\psi^2} d\psi = 1$$

$$\begin{aligned} 0 < \int_0^1 \frac{d\psi}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} \int_{\psi}^1 \frac{\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1-\psi)}{\varphi_0^2 \sqrt{1-\psi^2}} d\psi < \\ < \frac{4\varphi_0}{3} \int_0^1 \frac{d\psi}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} \int_{\psi}^1 \frac{1-\psi^3}{\sqrt{1-\psi^2}} d\psi = \frac{4\varphi_0}{3} \left(\frac{4}{3} - \lg 2 \right) \end{aligned}$$

és így

$$|I| < |\cos 2\vartheta| + \left| \frac{4\varphi_0}{3} \left(\frac{4}{3} - \lg 2 \right) \sin 2\vartheta \right|$$

vagy φ_0 helyébe legnagyobb értékét t. i. $\frac{\pi}{2}$ -t írva

$$|I| < |\cos 2\vartheta| + \left| \frac{\pi}{2} \sin 2\vartheta \right|.$$

Könnyen meggyőződhetünk, hogy $|\cos 2\vartheta| + \left| \frac{\pi}{2} \sin 2\vartheta \right|$

lehető legnagyobb értéke $\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4}} < 2$ és így, ha $0 < \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$, akkor

$$|I| < 2.$$

A 18)-ban szereplő utolsó tag abszolút értéke tehát kisebb mint $\frac{2\varepsilon}{\lambda} \frac{DT_0^2}{\pi^2} \cdot 2$.

A mint a kísérletekből kitűnt $\frac{2\varepsilon}{\lambda}$ körülbelül $\frac{1}{500} T_0$, továbbá $\frac{DT_0^3}{\pi^3} = 8,2$, tehát az utolsó tag értéke kisebb mint: $\frac{\pi \times 8,2 \times 2}{500}$ mp., azaz kisebb mint 0,1 mp. A lengésidő kísérleti meghatározása pedig legfeljebb 0,1 mp.-re pontos, úgy, hogy a 18)-ban szereplő utolsó tag tényleg elhanyagolható.

A 18) képletből továbbá kiviláglik, hogy ha $D=0$, akkor $T = T_0 + \frac{2\varepsilon}{\lambda} = T'_0$ ez pedig a csavarási inga lengésideje, ha a nehézség niveau felülete nem befolyásolja a csavarási ingát; mindezek alapján végre a csavarási inga lengésidejére a következő képletet nyerjük:

$$\begin{aligned}
 T = T'_0 - \frac{DT_0^3}{\pi^3} \cos 2\vartheta C_1(\varphi_0) + \frac{DT_0^3}{\pi^3} \sin 2\vartheta \cdot S_1(\varphi_0) - \\
 - 2 \frac{ET_0^3}{\pi^3} \cos 4\vartheta \cdot C_1(2\varphi_0) + 2 \frac{ET_0^3}{\pi^3} \sin 4\vartheta \cdot S_1(2\varphi_0) + \\
 + 2 \cdot \frac{1,3}{2,4} \frac{D^2 T_0^5}{\pi^5} \{ \cos^2 2\vartheta C_2(\varphi_0) - \sin 4\vartheta I(\varphi_0) + \sin^2 2\vartheta S_2(\varphi_0) \}.
 \end{aligned} \quad 19)$$

IV. Sorfejtések.

7. §. A 17) alatti integrálok kiszámítása az amplitudo φ_0 hatványai szerint haladó sorok segítségével történt. (L. az I. és II. táblázatot.) A mint könnyen meggyőződhetünk

$$\begin{aligned}
 C_1(\varphi_0) = \frac{1}{\varphi_0^2} \left(\frac{(2\varphi_0)^2}{2!} \int_0^1 \frac{1-\psi^2}{\sqrt{1-\psi^2}^3} d\psi - \frac{(2\varphi_0)^4}{4!} \int_0^1 \frac{1-\psi^4}{\sqrt{1-\psi^2}^3} d\psi + \dots + \right. \\
 \left. + (-1)^{n+1} \frac{(2\varphi_0)^{2n}}{n!} \int_0^1 \frac{1-\psi^{2n}}{\sqrt{1-\psi^2}^3} d\psi + \dots \right)
 \end{aligned}$$

és

$$S_1(\varphi_0) = \frac{1}{\varphi_0^2} \left(\frac{(2\varphi_0)^3}{3!} \int_0^1 \frac{1-\psi^3}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} d\psi - \frac{(2\varphi_0)^5}{5!} \int_0^1 \frac{1-\psi^5}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} d\psi + \dots + \right. \\ \left. + (-1)^{n+1} \frac{(2\varphi_0)^{2n+1}}{2n+1!} \int_0^1 \frac{1-\psi^{2n+1}}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} d\psi + \dots \right)$$

De

$$\int \frac{1-\psi^m}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} d\psi = \int \frac{d\psi}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} - \int \frac{\psi^m}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} d\psi \\ = \frac{\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} - \frac{\psi^{m+1}}{\sqrt{1-\psi^2}} + m \int \frac{\psi^m}{\sqrt{1-\psi^2}} d\psi^*$$

és

$$\int_0^1 \frac{1-\psi^m}{\sqrt{1-\psi^{2^3}}} d\psi = m \int_0^1 \frac{\psi^m}{\sqrt{1-\psi^2}} d\psi.$$

Továbbá

$$\int_0^1 \frac{\psi^{2n} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \cdot \frac{\pi}{2} ** \\ \int_0^1 \frac{\psi^{2n+1} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)} ***$$

és így

$$C_1(\varphi_0) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\varphi_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \cdot \frac{(2\varphi_0)^{2n}}{(2n-1)!} \\ S_1(\varphi_0) = \frac{1}{\varphi_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)} \cdot \frac{(2\varphi_0)^{2n+1}}{2n!}$$

* FRÖHLICH: Math. report. 130. l. 24. formula és 141. l. 12. form.

** FRÖHLICH: Math. report. 151. l. 119. §. 5. form.

*** FRÖHLICH: Math. report. 151. l. 119. §. 6. form.

8. §. Hasonló módon lehet a 17) alatti többi integrálra is soralakokat megállapítani. Igen egyszerű számítás mutatja, hogy

$$\begin{aligned} (\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0)^2 &= \left(\frac{1-\psi^2}{2!}\right)^2 (2\varphi_0)^4 - 2 \frac{1-\psi^2}{2!} \frac{1-\psi^4}{4!} (2\varphi_0)^6 + \\ &+ \left(\left(\frac{1-\psi^4}{4!}\right)^2 + 2 \frac{1-\psi^2}{2!} \frac{1-\psi^6}{6!}\right) (2\varphi_0)^8 - \\ &- \left(2 \frac{1-\psi^2}{2!} \frac{1-\psi^8}{8!} + 2 \frac{1-\psi^4}{4!} \frac{1-\psi^6}{6!}\right) (2\varphi_0)^{10} + \dots \end{aligned}$$

$$(\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1-\psi))^2 = \left(\frac{1-\psi^3}{3!}\right)^2 (2\varphi_0)^6 -$$

$$- 2 \frac{1-\psi^3}{3!} \frac{1-\psi^5}{5!} (2\varphi_0)^8 + \left(\left(\frac{1-\psi^5}{5!}\right)^2 + 2 \frac{1-\psi^3}{3!} \frac{1-\psi^7}{7!}\right) (2\varphi_0)^{10} - \dots$$

$$(\cos 2\varphi_0 \psi - \cos 2\varphi_0) (\sin 2\varphi_0 \psi - \sin 2\varphi_0 + 2\varphi_0(1-\psi)) =$$

$$= \frac{1-\psi^2}{2!} \frac{1-\psi^3}{3!} (2\varphi_0)^5 - \left(\frac{1-\psi^2}{2!} \frac{1-\psi^5}{5!} + \frac{1-\psi^4}{4!} \frac{1-\psi^3}{3!}\right) (2\varphi_0)^7 + \dots$$

Az integrálok kiszámításánál tehát szükség van a következő integrál értékére

$$\frac{1}{\mu! \nu!} \int_0^1 \frac{(1-\psi^\mu)(1-\psi^\nu)}{\sqrt{1-\psi^{2\delta}}} d\psi = I_{\mu, \nu}.$$

A 7. §-ban * alatt idézett redukáló képletet használva

$$\begin{aligned}
 I_{2k, 2m} &= \frac{1}{2k! 2m!} \left(-\frac{(2k-2) 2k}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2k} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} - \right. \\
 &\quad \left. -\frac{(2m-2) 2m}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2m} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} + \frac{(2m+2k-2)(2m+2k)}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2k+2m} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} \right) \\
 I_{2k+1, 2m+1} &= \frac{1}{(2k+1)! (2m+1)!} \left(-\frac{(2k-1)(2k+1)}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2k+1} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} - \right. \\
 &\quad \left. -\frac{(2m-1)(2m+1)}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2m+1} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} + \frac{(2k+2m)(2k+2m+2)}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2k+2m+2} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} \right) \\
 I_{2k, 2m+1} &= \frac{1}{2k! (2m+1)!} \left(-\frac{(2k-2) 2k}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2k} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} - \right. \\
 &\quad \left. -\frac{(2m-1)(2m+1)}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2m+1} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} + \frac{(2k+2m-1)(2k+2m+1)}{1.3} \int_0^1 \frac{\psi^{2k+2m+1} d\psi}{\sqrt{1-\psi^2}} \right).
 \end{aligned}$$

Alkalmazva a 20) alatti képleteket, megkapjuk az I -k értékét és a keresett integrálok értékei:

$$\begin{aligned}
 C_2(\varphi_0) &= \frac{1}{\varphi_0^4} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^n I_{2m, 2n-2m} \right) (2\varphi_0)^{2n} \\
 S_2(\varphi_0) &= \frac{1}{\varphi_0^4} \sum_{n=3}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{n-1} I_{2m+1, 2n-2m-1} \right) (2\varphi_0)^{2n} \\
 I(\varphi_0) &= \frac{1}{\varphi_0^4} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\sum_{m=1}^{n-1} I_{2m, 2n+1-2m} \right) (2\varphi_0)^{2n+1}
 \end{aligned} \tag{22}$$

V. A kísérletek berendezése.

9. §. A csavarási inga az intézet pinceszében egy nagy kőoszlop közelében volt felállítva, hogy a niveau felület két főgörbületében nagy különbség legyen. Az első feladat a főgörbületek

I.

φ_0^0	$C, (\varphi_0)$	$S, (\varphi_0)$
0	+3,142	+0,000
1	3,141	0,046
2	3,140	0,093
3	3,137	0,139
4	3,134	0,186
5	3,129	0,232
6	3,124	0,278
7	3,118	0,324
8	3,111	0,370
9	3,103	0,416
10	3,094	0,462
15	3,035	0,685
20	2,953	0,901
25	2,852	1,106
30	2,730	1,298
35	2,591	1,474
40	2,435	1,632
45	2,267	1,773
50	2,088	1,894
55	1,900	1,993
60	1,707	2,071
65	1,510	2,128
70	1,313	2,163
75	1,118	2,176
80	0,928	2,169
85	0,744	2,143
90	0,569	2,100
95	0,406	2,039
100	0,254	1,964
105	+0,116	1,876
110	—0,006	1,778
115	0,112	1,671
120	0,202	1,558
125	0,276	1,442
130	0,334	1,323

φ_0^0	$C, (\varphi_0)$	$S, (\varphi_0)$
135	0,376	1,204
140	0,402	1,089
145	0,415	0,977
150	0,414	0,870
155	0,401	0,770
160	0,377	0,679
165	0,345	0,597
170	0,306	0,524
175	0,261	0,462
180	0,212	0,412
185	0,160	0,374
190	—0,107	0,348

II.

φ_0^0	$C_2(\varphi_0)$	$S_2(\varphi_0)$	$J(\varphi_0)$
0	+6,283	+0,000	+0,000
10	6,094	0,138	0,909
20	5,557	0,526	1,691
30	4,790	1,088	2,245
40	3,793	1,719	2,514
50	2,810	2,305	2,491
60	1,912	2,750	2,219
70	1,182	2,989	1,779
80	0,658	3,001	1,246
90	0,335	2,809	0,764
100	0,178	2,465	0,345
110	0,131	2,039	+0,044
120	0,141	1,596	—0,134
130	0,157	1,190	0,208
140	0,168	0,854	0,210
150	0,143	0,600	0,173
160	0,122	0,415	0,13
170	0,185	0,30	0,10
180	0,090	0,21	—0,05

irányának kijelölésében állott. Ez azon eljárás szerint történt, melyet br. EÖRVÖS LORÁND kísérletei folyamán megállapított, régóta használ s mely a következőben áll:

Már említve volt, hogy a rúd egyensúlyi helyzetében el van csavarva oly α szöglettel, melyre nézve

$$\tau\alpha = a_2 \sin 2\vartheta$$

ha $a_4 \sin 4\vartheta$ -t elhanyagoljuk (2. §.), azaz

$$\alpha = C \sin 2\vartheta.$$

Az egész műszert 45° -kal, azután 90° -kal elcsavarva, a megfelelő elcsavarodások

$$\alpha' = C \sin 2(\vartheta + 45^\circ) = C \cos 2\vartheta$$

$$\alpha'' = C \sin 2(\vartheta + 90^\circ) = -C \sin 2\vartheta.$$

Az egyes elcsavarodások nem észlelhetők, mert ismeretlen a rúd egyensúlyi helyzete el nem csavart állapotban, de igen jól észlelhető az elcsavarodások különbsége, még pedig oly módon, hogy a műszer szekrényéhez fix tükör, az ingára pedig egy másik tükör van erősítve, úgy hogy a skálának a két tükörről reflectált képe együtt jelentkezik a távcsőben s a mozgó és álló tükör viszonyos állása jól észlelhető. A műszernek két állásában észlelve eme viszonyos állást, ezeknek különbsége a rúd két állásához tartozó elcsavarodások különbségét adja. Három állásban észlelve az ingát, kiszámítható a műszer azon állása, melyben a rúd pl. az első főgörbület irányában fekszik. Ugyanis

$$\alpha - \alpha'' = 2C \sin 2\vartheta$$

$$\alpha - \alpha' = C(\sin 2\vartheta - \cos 2\vartheta)$$

és

$$\frac{\alpha - \alpha'}{\alpha - \alpha''} = \frac{1}{2}(1 - \cot 2\vartheta)$$

vagyis

$$\cot 2\vartheta = 1 - 2 \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha - \alpha''} \quad (23)$$

10. §. Hogy a 19) alatti formulával a lengési idő kiszámítható legyen, szükség van azonfelül φ_0 , T'_0 , T_0 , D és E ismeretére.

A mi az amplitudót φ_0 -t illeti, az kis lengéseknél, mikor a lengés egész tartama alatt a skálának a mozgó tükörről reflectált képe a távcsőben látható, közvetlenül észlelhető. Ha az amplitudo 360° -nál nagyobb, akkor a mint közvetlenül belátható, jól észlelhető ama két időpont, melyben az inga kitérése 360° ; egyszer midőn az egyensúlyi helyzettől a fordulópont felé, másodszor mikor onnan az egyensúlyi helyzet felé mozog. Ismerve az egyensúlyi helyzeten való átmenet időpontját és a lengésidőt — mindkét adatot az észlelés közvetlenül szolgáltatja — az amplitudo kiszámítható:

Ugyanis egy lengés előállítható az ismert

$$\varphi = Ae^{-\varepsilon t} \sin \frac{\pi}{T} t \quad (24)$$

egyenlet által; az egymásra következő lengésekben A és T más és más érték. Az észlelés közvetlenül szolgáltatja ama t_1 és t_2 időpontokat, melyben a kitérés 2π , azaz

$$2\pi = Ae^{-\varepsilon t_1} \sin \frac{\pi t_1}{T} \quad (25)$$

$$2\pi = Ae^{-\varepsilon t_2} \sin \frac{\pi t_2}{T} \quad (26)$$

innen

$$e^{-\varepsilon} = \left(\frac{\sin \frac{\pi t_1}{T}}{\sin \frac{\pi t_2}{T}} \right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}}$$

ebből ε meghatározható. Akkor azonban a megfordulás időpontja is kiszámítható, a mikor az inga sebessége zérus. Könnyen igazolható, hogy ezen t_0 időpontot a

$$\operatorname{tg} \frac{\pi t_0}{T} = \frac{\pi}{\varepsilon T}$$

egyenlet szolgáltatja; t_0 értékét 24)-be téve, ugyanoda $e^{-\varepsilon}$ értékét helyettesítve és 25)-tel osztva, végre az amplitudo

$$\varphi_0 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sin \frac{\pi t_1}{T}}{\sin \frac{\pi t_2}{T}} \right)^{\frac{t_0 - t_1}{t_2 - t_1}} \frac{\sin \frac{\pi t_0}{T}}{\sin \frac{\pi t_1}{T}}. \quad 27)$$

Eme kiszámított φ_0 és az első, távcső és skálával közvetlenül észlelt amplitudóból φ'_0 -ből ε újból kiszámítható. Ismeretes ugyanis, hogy két egymásra következő lengés amplitudójának viszonya $e^{-\varepsilon T}$, tehát

$$\varphi'_0 = e^{-\varepsilon T} \varphi_0 \quad 28)$$

hol T az egyensúlyi helyzeten való azon átmenetek időpontjának különbsége, melyek közvetlenül φ_0 ill. φ'_0 -re következnek. Ismerve ε -t minden egyes lengéshez a csillapodás értéke és ezzel egymásután a φ_0 -ra következő amplitudók kiszámíthatók.

11. §. T'_0 , T_0 , D és E meghatározhatók a $\vartheta = 0, 90^\circ$ és 45° állásokban igen kicsiny amplitudók mellett észlelt T_1 , T_2 , T_3 lengésidőkből. A 3) differenciál egyenletből ugyanis közvetlenül kiolvasható, hogy

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1^2} &= \frac{\lambda - \varepsilon^2 + 2D + 4E}{\pi^2} = \frac{1}{T_0'^2} + \frac{2D}{\pi^2} + \frac{4E}{\pi^2} \\ \frac{1}{T_2^2} &= \frac{\lambda - \varepsilon^2 - 2D + 4E}{\pi^2} = \frac{1}{T_0'^2} - \frac{2D}{\pi^2} + \frac{4E}{\pi^2} \\ \frac{1}{T_3^2} &= \frac{\lambda - \varepsilon^2 - 4E}{\pi^2} = \frac{1}{T_0'^2} - \frac{4E}{\pi^2} \end{aligned} \quad 29)$$

Ezen egyenletekből D -t és E -t eliminálva

$$\frac{1}{T_0'^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} - \frac{2}{T_3^2} \right). \quad 30)$$

Továbbá 19) egyenletből

$$\begin{aligned} T_1 &= T_0' - \frac{DT_0'^3}{\pi^2} - 2 \frac{ET_0'^3}{\pi^2} + \frac{3}{2} \frac{D^2 T_0'^5}{\pi^4} \\ T_2 &= T_0' + \frac{DT_0'^3}{\pi^2} - 2 \frac{ET_0'^3}{\pi^2} + \frac{3}{2} \frac{D^2 T_0'^5}{\pi^4} \\ T_3 &= T_0' + 2 \frac{ET_0'^3}{\pi^2}. \end{aligned} \quad 31)$$

Ezekből

$$\frac{DT_0^3}{\pi^2} = \frac{1}{2}(T_2 - T_1) \quad \frac{ET_0^3}{\pi^2} = \frac{1}{2}(T_3 - T_0). \quad 32)$$

Ezzel megvan minden adat, mely a lengésidőnek az elmélet szolgáltatta értékének kiszámítására szükséges.

12. §. Az inga rúdja könnyű aluminium csőből állott, mind-egyik végén közel 30 gr.-os rézgolyóval; a rúd igen finom 1 m. 30 cm. hosszú platina szálon lógott. Az inga rúdja 3 cm. magas és 25 cm. átmérőjű kettős falú fémhengerben mozoghatott; a henger közepéből kimagasló kettősfalú függélyes fémcsőben a platinaszál foglalt helyet.

Az egész műszer függélyes tengely körül forgatható s egy fix körosztályzaton állása leolvasható. A rázkódások elkerülése végett az észlelés mindig éjjel történt.

Mint már említve volt, az inga egy nagy négyzetes hasáb alakú kőoszlop közvetlen közelében volt felállítva; a főgörbületek iránya tehát már eleve körülbelül ismeretes volt; t. i. az oszlop oldallapjára merőlegesen és vele párhuzamosan. A főgörbületek irányának pontosabb kijelölése a 9. §-ban leírt módon, az inga egyensúlyi helyzetének meghatározása pedig az ismert módon történt a fordulópontokból. A skála mindig úgy volt felállítva, hogy a távcső fonalkeresztye a skála középső, 250-nel jelölt vonásának az álló tükörről reflectált képével essék össze; a távcső objectívja a skála középső vonása felett állott. A skála leolvasásoknál szükséges tangens correctio mindenütt tekintetbe vétetett. Az észlelés a következő értékeket adta

I. állás. Index: 260°,0

Egyensúlyi helyzet: 243,4.

II. állás. Index: 305°,0

Egyensúlyi helyzet: 288,5.

III. állás. Index: 350°,0

Egyensúlyi helyzet: 242,5.

A skála távolsága a tükörtől 1000 skálarész. Az «index» utáni szám az egész műszer állását jelzi, leolvasva az előbb említett fix körön. Ezen adatokból tehát: (l. 9. §.)

$$\alpha - \alpha' = -45,1 \text{ skálarész}$$

$$\alpha - \alpha'' = + 0,9 \quad \text{«}$$

és a 10) képlet alapján

$$\vartheta = 0^\circ,3$$

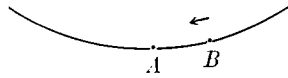
I-ből II-be a forgás az óramutató irányában történt; II-ben az inga a III. állás felé van elcsavarva, tehát II-től III-felé van a niveau felület első főgörbülete (l. 1. §.). III. állásból a műszer $0^\circ,3$ -kal forgatva az óramutatóval ellenkező irányban, a rúd iránya az első főgörbület irányával egybeesett; tényleg az «Index: $259^\circ,7$ » és «Index: $349^\circ,7$ » állásokban az inga egyensúlyi helyzete $0,1$ skálarészig egyezett.

13. §. Ez meglévén, észleltem az inga lengésidejét, először, mikor az inga egyensúlyi helyzetében a rúd az első főgörbület irányában, azután pedig mikor a második főgörbület irányában feküdt. Hogy az inga nagy lengésekbe jöjjön, észlelés előtt az egész műszert függélyes tengelye körül $3 \cdot 360^\circ$ -kal megforgattam. Az észlelés maga abban állott, hogy megfigyeltem az átmenet időpontját oly 2 skála osztályzaton, melyek között volt az egyensúlyi helyzet s hozzájuk közel feküdt. Ezen átmeneteket észleltem mindaddig, míg az amplitudo már csak egy-két fokot tett ki. Egy ily teljes észlelés körülbelül 7 óráig tartott. Kis amplitudoknál persze a forduló pontokat is feljegyeztem; ezekből az ismert módon az egyensúlyi helyzetet kiszámíthattam. Az előbb említett átmeneti időpontokból azután egyszerű interpolatioval az egyensúlyi helyzeten való átmenet időpontja volt meghatározható. Az egymásra következő ily idő különbsége adta a lengésidőt. Igen kicsiny amplitudók mellett azonban a mozgás oly lassú volt, hogy kicsiny hiba az egyensúlyi helyzet fekvésében a számított lengésidőben jelentékeny hibával jár. $1^\circ,5$ amplitudonál pl. egy skálarész befutásához közel 10 mp. kellett; $0,05$ osztályrésnyi hiba az egyensúlyi helyzetben, az egyensúlyi helyzeten való átmeneti idő értékében $0,5$ mp.-t tesz ki; az egész lengésidő pedig 1 mp.-cel hibás.

Azért ilyen kis amplitudók mellett, a hol a lengésidő változása az amplitudoval már észre nem vehető, a lengésidő számítására azon eljárást használtam, melyet br. EÖRVÖS LORÁND ily-

nemű észleléseknél követ, melynél az egyensúlyi helyzet ismerete szükségtelen s melynek lényege a következő:

Legyen A -ban az inga egyensúlyi helyzete; B egy hozzá közel fekvő állása; észlelek három egymásra következő átmenetet B -n; ez első kettő közti időtartam legyen a , az utolsó kettő közötti pedig b . Az első átmenetnél mozogjon az inga a nyíl irányában; az utolsó átmenetnél legyen azon idő, mely alatt az inga B -ből A -ba jut x , akkor az előttevaló lengésnél az AB útra



θx idő szükségeltetik — hol θ a csillapodás —, az első lengésnél pedig a BA útra kell $\theta^2 x$ idő; a mint az a 24) egyenletből igazolható, feltéve hogy B közel fekszik A -hoz. Akkor a mint könnyen belátható

$$\begin{aligned} a &= T + \theta x + \theta^2 x \\ b &= T - x - \theta x \end{aligned}$$

eliminálva x -t

$$T = b + \frac{a-b}{1+\theta}.$$

Ezen eljárás feltételezi, hogy a lengési idő az amplitudoval nem változik. Az ily módon számított lengésidők a következő táblázatban csillaggal vannak megjelölve.

VI. Eredmények.

14. §. Az ingát a főgörbületek irányába hozva s a lengésidőt az előbb leírt módon észlelve, mindenek előtt kitünt, hogy

$$T_1 = 17 \text{ m. } 4,8 \text{ s.} \quad T_2 = 17 \text{ m. } 56,4 \text{ s.} \quad T_3 = 17 \text{ m. } 32,3.$$

Ezen adatokból a 9. §. értelmében

$$T_0 = 17 \text{ m. } 31,0 \text{ s.}$$

$$\frac{DT_0^3}{\pi^3} = 8,22 \quad \frac{D^2 T_0^5}{\pi^5} = 0,15 \quad \frac{ET_0^3}{\pi^3} = 0,42.$$

Ezen értékeket 19)-be téve a $\vartheta = -0,5^\circ$ állásra a következő képletet nyerjük a lengésidőre :

$$T = 17 \text{ m. } 31,0 \text{ s.} - 8,22 C_1(\varphi_0) - 0,14 S_1(\varphi_0) - \\ - 0,43 C_1(2\varphi_0) + 0,15 C_2(\varphi_0),$$

hol φ_0 meghatározása a 10. §-ban leírt módon történt. Az integrálok értékeit a táblázatból véve, a lengésidőnek az elmélet adta értékét kiszámíthatjuk. A következő táblázatban összeállítva találhatók az egymásra következő amplitudokra a lengésidőnek ily módon számított és közvetlenül észlelt értékei.

$$\vartheta = -0^\circ,5$$

Amplitudo	Számított lengésidő	Észlelt lengésidő	Észlelt szám
197° 7	17 m. 31,2 _s	17 m. 35,0 _s	+3,8
147° 0	34,3	37,7	3,4
109° 4	31,2	33,8	2,6
81° 6	23,9	27,5	3,6
60° 9	18,0	20,8	2,8
45° 5	13,2	16,9	3,7
34° 1	10,0	13,0	3,0
25° 5	7,5	11,2	3,7
19° 1	6,5	9,2	2,7
14° 3	5,6	8,7	3,1
10° 8	5,4	7,4	2,0
8° 1	5,1	6,8	1,7
6° 0	5,0	6,6	1,6
4° 5	4,9	5,6	0,7
3° 4	4,9	5,4	0,5
2° 5	4,8	*5,0	0,2
1° 9	4,8	*4,9	0,1
1° 5	4,8	*4,8	0,0

A lengésidő számításánál a 19) képlet alapján tekintetbe veendő, hogy $S_1(\varphi_0)$ előjele az amplitudoval változik, a mint az $S_1(\varphi_0)$ értelmezéséből folyik.

A $\vartheta = -89^\circ,2$ állásban a 19) képlet alapján

$$T = 17 \text{ m. } 31,0 \text{ s.} + 8,22 C_1(\varphi_0) - 0,23 S_1(\varphi_0) - \\ - 0,42 C_1(2\varphi_0) + 0,15 C_2(\varphi_0).$$

Az ily módon számított és észlelt lengésidőket a hozzá tartozó amplitudokkal a következő táblázat tünteti elő :

$$\vartheta = -89,2$$

Amplitudo	Számított lengésidő	Észlelt lengésidő	Észlelt szám
175° ₆	17 _{m.} 28,8 _{s.}	17 _{m.} 33,2 _{s.}	+4,4
130° ₉	28,5	32,3	3,8
97° ₄	33,3	37,5	4,2
72° ₄	41,7	44,7	3,0
53° ₇	47,6	50,1	2,5
39° ₈	51,6	53,9	2,3
29° ₄	53,2	56,2	3,0
21° ₈	54,9	57,6	2,7
16° ₁	55,6	58,1	2,5
11° ₉	56,0	57,8	1,8
8° ₈	56,1	57,6	1,5
6° ₅	56,4	58,0	1,6
4° ₈	56,2	57,0	0,8
3° ₆	56,3	57,0	0,7
2° ₇	56,3	*56,7	0,4
2° ₀	56,4	*56,4	0,0
1° ₃	56,4	*56,4	0,0

A következő táblázat megfelel a $\vartheta = -44^\circ,7$ állásnak. A 19) képletből ez esetben

$$T = 17 \text{ m. } 31,0 \text{ s.} - 0,08 C_1(\varphi_0) + 8,22 S_1(\varphi_0) + 0,42 C_1(2\varphi_0) + 0,15 S_2(\varphi_0)$$

$$\vartheta = -44^\circ,7$$

Amplitudo	Számított lengésidő	Észlelt lengésidő	Észlelt szám
194° ₂	17 _{m.} 33,8 _{s.}	17 _{m.} 37,4 _{s.}	+3,6
145° ₀	23,0	26,2	3,2
107° ₆	46,3	48,7	2,4
80° ₆	13,3	17,4	4,1
59° ₈	48,2	49,6	1,4
44° ₇	16,9	22,0	5,1
33° ₂	42,9	45,1	2,2
24° ₈	22,8	26,3	3,5
18° ₅	38,7	39,9	1,2
13° ₈	26,6	30,1	3,5
10° ₃	35,8	35,9	0,1
7° ₇	29,1	31,3	2,2
5° ₇	34,1	35,2	1,1
4° ₂	30,4	31,0	0,6
3° ₁	33,1	33,9	0,8
2° ₃	31,2	31,5	0,3
1° ₇	32,6	32,9	0,3

Megjegyzendő, hogy ha azt akarjuk, hogy az inga egyensúlyi helyzetében az első főgörbületek irányával 45° -nyi szöget képezzen, az egész műszert azon állásból, melyben a rúd az első főgörbület irányában fekszik, nem 45° -kal kell elforgatni, mert maga az inga is elcsavarodik az adott esetben körülbelül $1,5^\circ$ -kal. Ezt a körülményt is tekintetbe vettem.

Végre észleltem még az ingát egy közbenfekvő állásban, még pedig a $\vartheta = -62^\circ,9$ állásban. Ez esetben a 19) képlet alapján

$$T = 17 \text{ m. } 31,0 \text{ s.} + 4,81 C_1(\varphi_0) - 6,67 S_1(\varphi_0) + 0,13 C_1(2\varphi_0) + 0,40 S_1(2\varphi_0) + 0,05 C_2(\varphi_0) - 0,14 I(\varphi_0) + 0,10 S_2(\varphi_0).$$

Az eredményeket a következő táblázat tünteti elő:

$$\vartheta = -62^\circ,9$$

Amplitudo	Számított lengésidő	Észlelt lengésidő	Észlelt szám
$206^\circ,4$	$17 \text{ m. } 23,9 \text{ s.}$	$17 \text{ m. } 27,3 \text{ s.}$	+3,4
$154^\circ,1$	41,9	44,1	2,2
$85^\circ,6$	19,8	24,8	5,0
$63^\circ,5$	52,2	54,4	2,2
$47^\circ,4$	30,2	33,7	3,5
$35^\circ,1$	52,6	54,9	2,3
$26^\circ,2$	38,2	40,4	2,2
$19^\circ,4$	51,0	51,8	0,8
$14^\circ,4$	42,2	43,5	+1,3
$10^\circ,7$	49,3	48,9	-0,4
$8^\circ,0$	43,4	44,3	+0,9
$5^\circ,9$	48,3	47,8	-0,5
$4^\circ,4$	45,5	43,9	-1,6
$3^\circ,3$	47,7	47,0	-0,7
$2^\circ,4$	46,2	44,8	-1,4
$1^\circ,8$	47,2	46,5	-0,7

A mint eme táblázatokból látható, az észlelt lengésidő minden állásban nagyobb amplitudok mellett a számítottnál nagyobb, az eltérés valamennyi állásban közel ugyanakkora. Ugyanaz mutatkozott egy másik észlelet sorozatnál is ugyanazon ingával; ott $T_2 - T_1 = 40 \text{ s.}$ volt. Ez arra enged következtetni, hogy nagy amplitudok mellett a 24) egyenlet a közönséges esetben sem állítja.

elő a csavarási inga mozgását. Lehet, hogy akkor a drótból származó forgásmomentum nem arányos már a kitéréssel; lehet, hogy a magával vitt levegő, megnagyobbítva a tehetetlenségi momentumot, megnagyobbítja a lengésidőt; lehet, hogy a levegő ellenállásából származó forgásmomentum nem arányos a sebességgel, ha az utóbbi jelentékeny. Mindezek olyan kérdések, melyekre megfelelni további vizsgálatok föladata.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. január 21.-én tartott üléséből.)

ADATOK A VESEHÁM SZERKEZETÉHEZ.*

Dr. LANDAUER ÁRMIN-tól.

(12 ábrával.)

Midőn a vizelvonás hatására vonatkozó vizsgálataim ** alkalmával a kísérleti állatok veséit vizsgáltam, a GOLGI-CAJAL-féle, főleg idegfestő módszerben oly eljárást ismertem föl, mely a vesehám szerkezetét világosan tünteti elő, s azt vélem, hogy ez eljárással elért eredményeim képesek főleg a kanyarulatatos csatornácskák és a HENLE-féle kacsok széles részét bélelő hám szerkezetére vonatkozó mai ismereteinket kibővíteni.

A vese csőrendszerének, nevezetesen a kanyarulatatos csatornácskák és a HENLE-féle kacsok széles részét bélelő hámnak szerkezetére nézve ugyanis eltérők a nézetek.

A 70-es évek elejéig főleg HENLE (1.) nézete dívott, hogy tudniillik a kanyarulatatos csatornácskák belsejét finoman szemcsés anyag borítja, melyben szabályos közökben magvak vannak, a HENLE-féle kacsok széles részét pedig homályosan határolt szemcsés hámsejtek takarják.

Ezzel szemben állott KÖLLIKER (2.) nézete, mely szerint az említett csatornácskákat nagyon finom és halvány szemcséjű, gyöngéden körvonalozott sejtek vonják be.

A régibb nézetek közül megemlítendő még LUDWIG-é (3.), mely szerint a kanyarulatatos csatornácskák kocsonyanemű anyaggal vannak bevonva, melybe csaknem egyenlő közökben magvak vannak beágyazva, a kocsonyaszerű anyagban egyenlőtlen közök-

* A budapesti tud. egyetem élettani intézetében készült dolgozat.

** L. «Magyar Orvosi Archivum» 1894. III. évf.

ben pedig rések léteznek. Az egész oly benyomást tesz, mintha a magvakat burkoló anyag, az egyes magvaknak megfelelően, nem oszlott volna fel sejttestekké.

HÖGYES (4.) 1872-ben megjelent kiterjedt vizsgálatai alapján azon meggyőződésre jutott, hogy a kifejlődött vese kanyarulatós csatornáiban pépszerű hámfedezet létezik, mely sejtek protoplasmája és magvai szétesési terményének tekintendő, nem pedig LUDWIG szerint közös protoplasmának, mely az egyes magvaknak megfelelőleg sejttestekké nem különült volna el.

Ma leginkább elfogadott HEIDENHAIN-nak (5.) 1874-ben közölt felfogása. HEIDENHAIN főképen 5%-os neutralis chromsavas ammoniakkal kezelt vesékből előállított bontott készítményeken és metszeteken azt találta, hogy a kanyarulatós csatornácskák és a HENLE-féle kacsok felszálló része sejtlejének protoplasmájában pálczikaszerű képletek vannak, miért is e hámot pálczikás hámnak (Stäbchenepithel) nevezte el.

SCHACHOWA (6.) főleg az illető állat vizeletében bontott készítményeken és neutralis chromsavas ammoniakkal kezelt vesékből készített metszeteken tett észleletek alapján azon következtetésre jutott, hogy a HEIDENHAIN-féle pálczikák nem intracellularis képletek, hanem a hámsejtek felületén levő léczszerű kiemelkedések. Azonban HEIDENHAIN (7.) SCHACHOWA e nézetét nem fogadta el.

HORTOLÈS (8.) vizsgálatai alapján azon meggyőződésre jutott, hogy az intertubularis üröknek légenysavas ezüsttel feltűntethető endothelszerű rajzolata nem, mint azt LUDWIG (3.) leírja, a vérerek s a nyirkutakat kibélelő endothelsejteknek, hanem a húgycsatornácskák hámsejtjeinek felel meg.

ROTHSTEIN (9.) azt találta, hogy a vesehámsjtek filaris állományának szálai a sejtek basisa felől azok szabad felülete felé haladnak; e szálakat kevés, haránt irányban haladó szál köti össze. A szálakba szemcsék vannak beágyazva, melyek egymás felé közeledhetnek vagy pedig egymástól eltávolodhatnak s e szerint a sejtek más-más képet nyújtanak. (Ennyit vehettem ki — az eredeti cikk, valamint kivonat hiányában — DISSE következő dolgozatából.)

DISSE (10.) a sejtek működési foka szerint, a mint tudniillik

a sejtek különböző mértékben teltek váladékkal, négyféle alakú kanyarulatot csatornácskát különböztet meg. Megemlítendő, hogy DISSE szerint a HEIDENHAIN-féle pálczikák s az újabban bővebben vizsgált úgynevezett kefeszerű szegély (Bürstenbesatz) nem állandó képletek. Sejthatárral s pálczikákkal — mely utóbbiak DISSE szerint nem önálló képletek, hanem csak szemcsesorok — csak a váladékkal telt sejtek vannak ellátva, sejtiszegély pedig csak az üres sejteken látható.

BÖHM és DAVIDOFF (11.) dolgozatomban befejezése után megjelent szövettanukban vizsgálataim egyik részével megegyező adatot közölnek, a mennyiben szerzők a GOLGI-féle chromezüst-eljárással azt találták, hogy a tengeri malacz vese kanyarulatot csatornácskáinak sejtszéljének oldalfelületük számos redővel egymásba kapaszkodnak. E viszonynál fogva a sejteken felülről tekintve mándrikus rajzolat, a csatornák harántmetszetén pedig a redők átmetszetének megfelelő vonalozottság látható. Vajjon hasonló viszonyok más állatoknál is fennállanak-e, azt szerzők még nem vizsgálták.

Az eddigiekből következik, hogy a kanyarulatot csatornácskák és a HENLE-féle kacsok széles részét bélelő hámfedezet szerkezetére nézve sokféle nézet merült fel s hogy a kérdés még ma sincsen eldöntve.

Saját vizsgálataim.

A vese kanyargó csatornácskáit és a HENLE-féle kacsok széles részét bélelő hámfedezet szerkezetének tanulmányozására, nevezetesen annak eldöntésére, vajjon a hámszéljének csikoltságát intracellularis vagy pedig pericellularis képletek idézik-e elő, az eddigi vizsgálati eljárások nem kielégítőek, s épen e kérdések eldöntésére találtam igen alkalmasnak a GOLGI-CAJAL-féle eljárást. E kezelési mód mellett ellenőrzés végett még más, eddig is alkalmazásban volt eljárásokat is használtam.

Vizsgálataim anyagát képezték kifejldött embernek a halál után mintegy 2 nap mulva kivett veséje, kutya, patkány, tengeri malacz, házi nyúl, macska, egér, disznó, újszülött kutya, tengeri malacz s macska veséje. Legalkalmasabbnak bizonyult

a tengeri malacz veséje, azért vizsgálatra ezt ajánlhatom első sorban.

A GOLGI-CAJAL-féle eljárást következő módon használom : friss vesének mintegy 2 mm. vastag, lehetőleg kis darabját elegendő mennyiségű 4 rész 3%-os ketted chromsavas kalium és 1 rész 1%-os osmiumsav frissen készített keverékébe teszem, 3 nap mulva kiveszem ebből a darabot, kimosom 0.25%-os légenysavas ezüstben s elhelyezem 24—36 órára 0.75%-os légenysavas ezüstbe. Az utóbbi oldatból kivett vesét legjobb azonnal, egyszerűen bodzabélbe vagy paraffinba fogva, metszeni. Ha a veséből nem akarunk azonnal metszeteket készíteni, akkor nem árt, ha azt tovább is 0.75%-os légenysavas ezüstoldatban hagyjuk. A metszeteket abszolút alkoholban víztelenítem, erre bergamott-olajban vagy pedig kreosotban és terpentinolajban felvilágosítom, ebből a metszeteket fedőlemezre hozom (jó a csillámlemez is) és az olaj leitatása után kanadabalzsam vékony rétegével befedem. A fedőlemezt erre körülbelül két millimeter vastag fehér kartonpapír-lemez lyukasztóvassal készített nyílása fölé gummi arabicummal (jó a kanadabalzsam is) oda ragasztom, még pedig úgy, hogy a balzsamcsöpp a nyílás belsejébe kerül. Ez eljárás által egyrészt a balzsamot oldó illó olaj lehető gyors eltávolodását érjük el, másrészt lehetővé lesz az erős nagyítással való vizsgálás.

E kezelés mellett a különböző húgycsatornácskák hámsejtjei oly módon tűnnek fel, hogy a sejtek között barnaszínű határoló réteg mutatkozik. Az e réteget alkotó barnára festődő állomány az érintkező sejtekre nézve oly közös anyag, mely a sejteket oldalt beburkolja, illetőleg melybe a sejtek protoplasmája mintegy be van helyezve.

A sejteknek a csatorna lumene, valamint a membrana propria felé tekintő felülete nem festődik. E mellett a sejtek protoplasmája sárga színű, melyben alkalmas világítás mellett sokszor az élesen határolt mag is látható.

A BOWMANN-féle tokot és tartalmát ez eljárás festetlenül hagyja.

Igen tanulságosak a kissé vastag metszetek, mert ezekben a görcső különböző beállítása mellett a feltüntetett sejtek egészben véve, illetőleg mint testek láthatók.

A festődés legtöbbször feltűnően tisztán, a különböző csatornácskákra nézve mindig olyannyira következetesen jellemző, egyforma módon szokott jelentkezni, hogy ha a festés sikerült, a nyert képekből a hám szerkezetére méltán lehet következtetni.

Ezen eljárásnak az a tulajdonsága, hogy csak elszórtan egyes csatornarészek hámja festődik meg, úgy, mint az a középponti idegrendszer elemeivel szokott megtörténni. E körülmény azonban annyiban előnyös, a mennyiben különösen az áttekintést nyújtó aránylag vastagabb metszetekben a szomszédos festetlen csatornácskák nem zavarják az épen vizsgált csatorna képét.

1. A kanyarulatos csatornácskák hámja.

A GOLGI-CAJAL-féle módszerrel kezelt vesék mindenekelőtt azt mutatják, hogy a kanyarulatos csatornácskákat bélelő hám élesen határolt sejtekből áll, a mennyiben a sejteket elválasztó, barnára festett réteg képezi a sejtek éles határát (l. 1—8. ábr.).

A barna határoló réteg szabja meg a sejtek sajátságos s nagyjában csonka kúphoz hasonló alakját is. Ez alakra nézve tudniillik nevezetes az, hogy a sejtek oldalt hosszirányban sűrűn csikoltak (l. 1., 2., 3. és 4. ábr.), a minek megfelelőleg a membrana propria felől tekintve a sejtek alapjának széle öblözetes rajzolatot (5. ábra) tüntet fel.

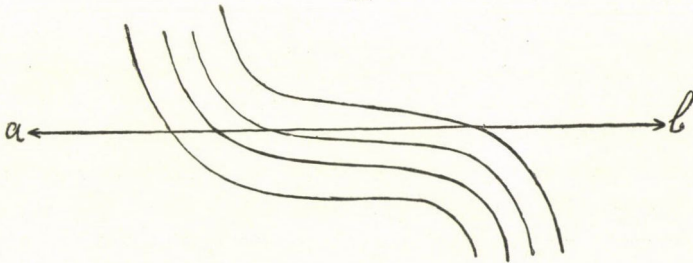
A csikoltság és az öblözetes rajzolat mibenlétét magyarázza igen tanulságosan az 1. ábrán feltüntetett kanyargós csatorna. Az ezen ábrán feltüntetett viszonyok a metszés folytán azért mutatkoztak, mert mint azt az 1. ábrán feltüntetett II. sz. vázlatos rajz mutatja, a csatorna a metszés táján közel «S»-alakú volt; középső része a metszés síkjában feküdt, eleje és vége pedig a metszés síkjától föl-, illetőleg lefelé tért el. A metszés úgy érte e csatornarészletet, hogy elől a csatorna üret közel harántul találta, s erre a középrészt a csatorna üre fölött hosszában hasította, de úgy, hogy a metszés iránya nem volt párhuzamos a csatorna hossztengeleyével, hanem a csatorna üre felől lassanként a membrana propria felső része felé haladt ($a-b$ vonal a vázlatos rajzban). Ezeket szem előtt tartva, könnyen értelmezhető a változatos kép.

Az 1-ső rajz elején (*a*-nál), mint a csatorna kissé ferde keresztmetszetében a sejtek fala oldalról látható. A sejtek oldal-felülete hosszirányban sűrűn, váltogatva sötéten s világosan csí-

I.



II.



1. ábra. I. Kanyarult csatornácska ferde metszete tengeri malaczból. Nagyítás 500-szoros. (REICHERT $\frac{1}{12}$ immersió tárgylencse és 4. sz. compens. szemlencse.)

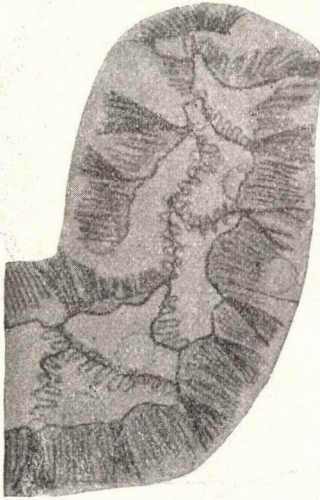
II. A metszés irányát feltüntető vázlatos rajz.

kolt. A csíkok megnyúltak, keskenyek, a sötétebbek a membrana propria felé többnyire kiszélesedők s legyezőmódra két vagy több ágra hasadnak.

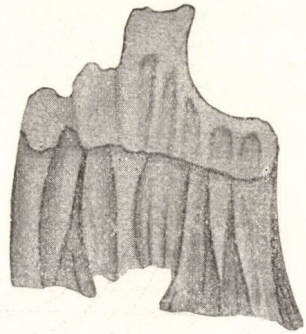
A rajz közepén (*b*-nél) és végén (*c*-nél) a sejtek keresztmetszetei tűnnek fel. Minthogy pedig, mint láttuk, a metszés

iránya nem volt párhuzamos a csatorna hossz tengelyével, hanem az ürtér felől lassanként a membrana propria felső része felé haladt, azért a metszés mentén lévő hámsejtek különböző magasságban lettek keresztül metszve. E keresztmetszeten a sejtek határát öblözetes barna vonalak jelölik. Nevezetes körülmény az, hogy e határvonalak öblösödéseinek száma és mélysége annál nagyobb, minél közelebb a membrana propriához érte a metszés a

sejteket, legnagyobb mértékben öblözetes a sejthatár a membrana propria alatt, a hol sokszor látható, hogy egy nagyobb (elsődleges) öblösödés több kisebb (másodlagos) öblösödéssel



2. ábra. Kanyarutos csatornácska hossz-
metszete a csatorna üre felől tekintve.
Tengeri malacz. Nagyítás 500-szoros.



3. ábra. Külön rajzolt sejt a tengeri malacz vese kanyarutos csatornácskájából.
Nagyítás 1500-szoros.

van ellátva. A sejtek oldalfelületének a membrana propria felé tekintő sűrűn öblözetes szélével szemben áll a csatorna üre felé tekintő gyengén öblözetes széle, mely utóbbit az 1. ábrán lerajzolt készítményen is a görcső mélyebb beállításával mellett igen jól lehet látni (az ábrán is le van rajzolva). Jól látható e belső szegély a 2. ábrán is. Ha már most egybevetjük a sejtfal oldalképeinek leírását harántmetszetének leírásával, akkor kiderül, hogy a kanyargó csatornácskák sejteinek csikoltságát a sejtek oldalfelületén lévő redők okozzák.

A sejtek keresztmetszetén látható hullámvonal ugyanis a redők keresztmetszetének felel meg. A hullámvonal az ürtér közelében azért kevésbé kanyargó, mert itt a redőknek még csak nyoma van. A membrana propria felé pedig a sejtek keresztmetszetének határvonala azért lesz mindinkább nagyobb mértékben öblözetes, mert a redők magassága a membrana propria felé folytonosan növekszik. A sejtek keresztmetszetén látható másodlagos kiemelkedések úgy jönnek létre, hogy a redők a membrana propria felé elágazódnak. Mint az ábrán lát-



4. ábra. Kanyarultos húgycsatornácska keresztmetszete. Tengeri malacz. — Nagyítás 500-szoros.

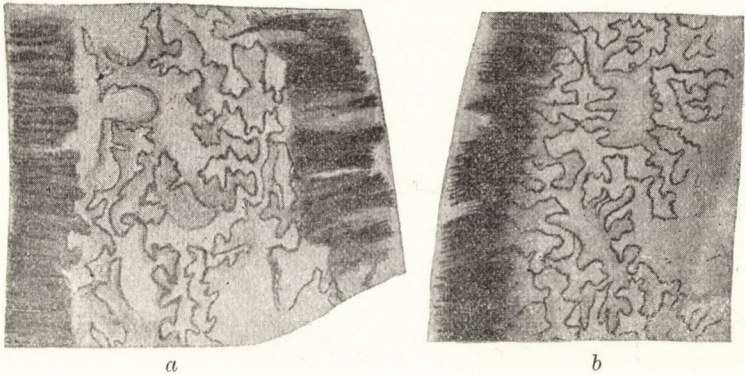


5. ábra. Kanyarultos csatornácska a membrana propria felől tekintve. Tengeri malacz. Nagyítás 500-szoros.

ható, a szomszédos sejtek redőikkel egymásba kapaszkodnak. Ezekből egyszersmint kitűnik az is, hogy a csatornácskákon a

membrana propria felől szembetűnő öblözetes rajzolatot a háms sejtek sajátságos alakja idézi elő.

A redők alakja nagyjában a szerint különbözik, a mint azok különállanak vagy pedig összefüggnek egymással. A különálló redők a sejtfal belső szegélyén kezdődnek s a sejtfal egész hosszában futnak végig (l. 3. ábra), ezek ismét vagy egyszerűek, vagy a sejt alapja felé két vagy több ágra hasadnak (l. 3. ábra *a*). Összefüggő redők azok, melyek a sejtfal ürtérbeli széle alatt ívalakban egymásba átmennek (l. 2. ábra *a*) s ez által a két redő között kis



6. ábra. Kutya kanyarulatós csatornácskái: *a* hosszmetset, a csatorna ürtere felől tekintve; *b* a membrana propria felől tekintve, ez utóbbiban a széli csikolt rész a göröső mélyebb beállítása mellett lett rajzolva.

fülke keletkezik, melynek domború boltívszerű teteje a csatorna ürtere fölé, alsó széle pedig a membrana propria felé tekint.

A leirt képhez hasonlót nyújtanak valamennyi általam megvizsgált állat veséinek kanyargó csatornácskái.

A kutyára nézve azt tapasztaltam, hogy ennek kanyarulatós csatornácskáiban a sejteknek úgy ürtérbeli, valamint a membrana propria felé tekintő széle is igen sok és igen mély öblösödéssel van ellátva (l. 6. ábra *a* és *b*). Az aránylag kicsi sejtestből ugyanis rendkívül sűrűn elágazó nyúlványok indulnak ki.

Ezen viszonynak megfelelőleg nagyon sok erősen kiemelkedő s elejétől végig csaknem egyenletesen széles redő keletkezik.

Az újszülött állatok kanyargó húgycsatornácskáinak hámsejtjei is feltüntethetők az említett módon, a mint erről újszülött kutyán, tengeri malaczon és macskán meggyőződhettem (l. a 7. és 8. ábrát).

A sejtek alakja nagyjában ugyanolyan, mint a felnőtt állatoknál, a mennyiben a sejtek szintén redőzöttek, csakhogy a redőzöttség még nem fejlődött ki oly nagy mértékben, mint a felnőtt állatokban. A hám leírt rajzolata újszülöttben még a kanyarulatos csatornácskának a BOWMANN-féle tokból való eredési helyén is megvan, mint az a 8. ábrából kitűnik.



7. ábra. Kanyarulatos húgycsatornácska újszülött kutyából. Nagyítás 500-szoros.

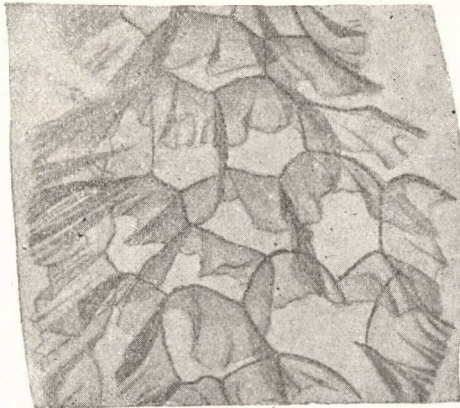


8. ábra. Kanyarulatos húgycsatornácska összefüggésben a BOWMANN-féle tokkal újszülött tengeri malaczból. Nagyítás 500-szoros.

A közbeiktatott csatornarészek hámja különben is megegyezik a kanyarulatos csatornácskát béleelő hámmal, a miért nem is szenved kétséget, hogy azok hámsejtjei is redős felületűek.

2. A Henle-féle kacsok hámja.

A HENLE-féle kacsok széles részét béleelő hámsejtek hasonlítanak a kanyarulatatos csatornácskák sejtjeihez, a mennyiben azok oldalfelülete is hosszirányban redős. Különbség e kétféle csatorna-sejtjei között csak arra nézve áll fenn, hogy míg a kanyarulatatos csatornácskák sejtjeinek redői a sejttestbe aránylag mélyen benyomulnak, továbbá többnyire az oldalfelület ürtérbeli szegélyén erednek és sokszor elágazók: addig a HENLE-féle kacsok széles

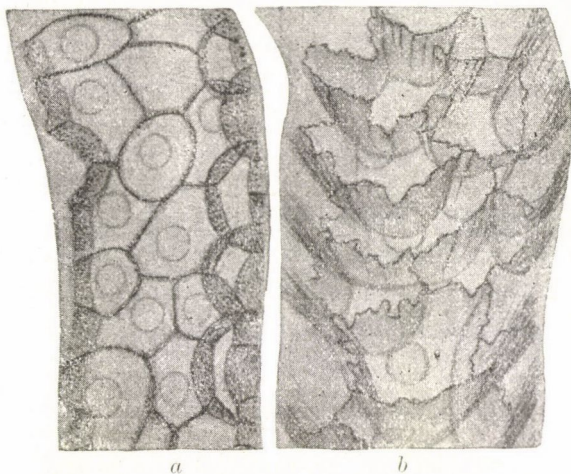


9. ábra. HENLE-féle kacs széles része kutyából. Nagyítás 500-szoros.

részének sejtjein a redők kevésbé nyomulnak a sejttestbe, többnyire csak a sejtek oldalfelületének belső szélétől kifelé bizonyos távolságban jelennek meg, sokszor ívszerűen függenek össze s többnyire egyszerűek (1. a 9., 10. és 11. ábrát).

A sejtek oldalfelületének a csatorna ürtere felé tekintő széle valamennyi vesében, még a kutyáéban is (9. ábra), csak gyengén, vagy épen nem öblözetes. A sejtek oldalfelületének a csatorna ürtere, valamint a membrana propria felé tekintő szélét többnyire egy és ugyanazon sejten is láthatjuk, ha tudniillik azt elegendő vastag metszeten a csatornácskának hosszirányban metszett középső részében a gócső különböző beállítása mellett vizsgáljuk.

Az egy esetben vizsgált embervesére nézve megjegyzendő,



10. ábra. HENLE-féle kacs keskeny (a) és széles (b) része tengeri malacz veséjének velőállományából. Nagyítás 500-szoros.

hogy ámbár azt a halál után csak mintegy két nap mulva kezelhettem, mégis sikerült a velőállományban egyes HENLE-féle kacsoknak; olyan képét találni, mely megegyezett a frissen kezelt állatvesékével (l. a 11. ábrát).

A velőállományban a többiek mellett olyan HENLE-féle kacsok is előfordulnak, melyeknek széles részében a sejtek oldalfelülete igen finoman és gyéren redőzött. Tengeri malacz veséjének velőállományában csakis ilyenfélét láttam (l. 10. ábra b). Néha a velősugarakban a kéreg határán is találtam ilyeneket. Minthogy a velősugarakban a kéreg és velő határán (kutya, tengeri malacz, nyúl) oly csatornarészleteket is találtam, melyeknek a velő felé fordított része gyér s vékony, a kéreg felé fordított része pedig sűrű redő-



11. ábra. HENLE-féle kacs széles része emberből. Nagyítás 500-szoros.

zettel ellátott sejtekkel volt bélelve, ebből következtethető, hogy azon csatornácskák, melyek a velőben gyér s vékony redőkkel bírnak, a kéregben sűrűn redős sejtekkel ellátott csatornácskába mennek át. Ez utóbbiak valószínűleg kéregbeli HENLE-féle kacs-részleteknek felelnek meg.

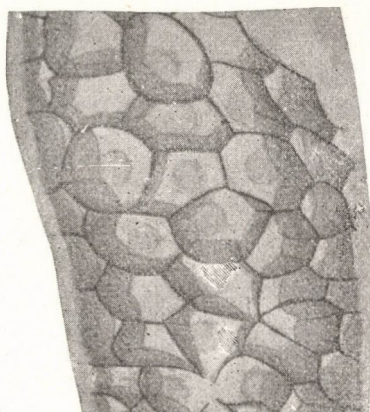
A HENLE-féle kacsok keskeny részében a többszögű sejtek oldalfelülete szintén jól festődik. A barna színű s finoman szemcsés sejtfalnak nincsenek redői (10. ábra *a*), e tekintetben tehát feltűnően különbözik a kanyarulatcsatornácskákat és a HENLE-féle kacsok széles részét bélelő hámsejtektől.

3. Az egyenes és a gyűjtőcsövek hámja.

Az egyenes és a gyűjtőcsövek többszögű, illetőleg hengerhámsejtjeinek oldalfelülete olyan, mint a HENLE-féle kacsok keskeny része hámsejtjeinek oldalfelülete, azaz sima, redőtlen (lásd 12. ábra).

*

Az eddig említett eljáráson kívül még főleg a HEIDENHAIN által ajánlott 5%-os közömbös chromsavas ammoniakkal kezelt kutya, tengeri malacz, patkány s házi nyúl vesékből bontott készítményeket, valamint metszeteket is vizsgáltam, továbbá humor



12. ábra. Egyenes húgyesatornácska házi nyúl veséjének velőállományából. Nagyítás 500-szoros.

aqueusban hevenyen bontott veserészleteket, s azt tapasztaltam, hogy az ilyenkor nyert képeket — a fent leírtakat szem előtt tartva — egytől-egyig meg lehet fejteni. Nevezetesen az izolált sejteken oldalt látható hosszant futó csikok a többé-kevésbé kiemelkedő redőknek felelnek meg; a glycerines készítmények fedőlemezésének mozgatása folytán mozgásba hozott izolált sejteken a redők a sejteknek ürtérbeli felülete, vagy pedig basisa felől radialis nyulványok alakjában mutatkoznak, melyek a basis felé gyakran két vagy több ágra oszlanak. A kanyarulatatos csatornácskák és a HENLE-féle kacsok széles része hossz-, illetőleg harántmetszetének széli részén mutatkozó csikoltságot szintén a redők idézik elő. A neutralis chromsavas ammoniakkal kezelt vesék kanyarulatatos csatornái hosszmetsetének középső részében néha jól látható fénylő görbe és a sejtmagvak által látszólag félbeszakított vonalak a GOLGI-CAJAL-féle eljárással feltüntetett sejthatároknak teljesen megfelelnek. Ama csikoltságot, melyet humor aqueusban hevenyen vizsgált kanyargó csatornácskák sejtlein láthattam, az eddigiek szerint szintén redők idézik elő.

*

Vizsgálataim főbb eredményeit a következőkben foglalhatom össze:

A vese kanyarulatatos csatornácskáit és a HENLE-féle kacsok széles részét bélelő hám élesen határolt sejtekből áll.

E csatornácskák sejtlei az érintkezési (oldal-) felületen hosszirányban lefutó redőkkel vannak ellátva. A redők kölcsönzik a sejteknek a csikolt külsőt. A sejtek ezen redőkkel egymásba kapaszkodnak.

A HENLE-féle kacsok keskeny részét, az egyenes és gyűjtőcsöveket bélelő hámsejtek oldalfelülete síma, azaz redőtlen.

Újszülött állatok kanyargó húgycsatornácskáit is redőzött sejtek bélelik, csak hogy a redőzöttség ezeknél még nem fejlődött ki oly nagy mértékben, mint a felnőtt állatban.

Azon körülmény, hogy a vese hámsejtlei csak az érintkezési felületen festődnek, arra utal, hogy e sejtek csak oldalt vannak határoló anyaggal ellátva, ellenben a sejteknek a csatorna ürtere felé, valamint a membrana propria felé tekintő felületén ez

hiányzik. E körülmény — úgy látszik — a sejtek működésével kapcsolatos, a mennyiben a sejtek ezen szerkezete mellett a sejtek által kiválasztandó váladékmal szemben a határoló anyag nem képez akadályt. Ez különösen a kanyarulatot csatornácskák és a HENLE-féle kacsok széles részére vonatkozik, mint a mely csatornákra nézve bebizonyítottnak tekinthető, hogy azoknak sejtjei húgyalkatrészek kiválasztásában szerepet játszanak.

Irodalom.

1. J. HENLE: Handbuch der system. Anatomie des Menschen. 1862.
2. A. KÖLLIKER: Handbuch der Gewebelehre des Menschen. 1867. V. kiad.
3. C. LUDWIG: Von der Niere. STRICKER: Handbuch der Lehre von den Geweben des Menschen und der Thiere. 1871.
4. HÓGYES E.: Adatok a vese élet- és kórtanához. Orvosi Hetilap. 1872. évfolyam.
5. R. HEIDENHAIN: Mikroskopische Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Nieren. Archiv für mikroskopische Anatomie. 1874. X. köt.
6. S. SCHACHOWA: Untersuchungen über die Nieren. Inaugural Dissertat. Bern. 1876.
7. R. HEIDENHAIN: Die Harnabsonderung. HERMANN: Handbuch der Physiologie. V. köt. I. rész. 1883.
8. CH. HORTOLÉS: Recherches histologiques sur le glomérule et les épithéliums du rein. — Archives de physiologie normale et pathologique. 1881. évf.
9. THOR. ROTHSTEIN: lásd DISSE köv. dolgozatát. (Eredetije: Biologiska förenings förhandlingar. Stockholm. 1891.)
10. J. DISSE: Ueber die Veränderungen der Nierenepithelien bei der Secretion. Anatomische Hefte 1892. II. köt. II. füz.
11. A. BÖHM u. M. v. DAVIDOFF: Lehrbuch der Histologie des Menschen. Wiesbaden 1895.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. január 21.-én tartott üléséből.)

A FÖLDFELÜLET MORPHOMETRIÁJÁNAK EGY ÚJ MÓDSZERÉRŐL.

KÖVESLIGETHY RADÓ, egyetemi ny. rk. tanártól.

A földalak meghatározásának egykor tisztán geometriai problémája idők folytán a geoid megállapításában mechanikai elveken alapuló megoldást nyert. Ezen eljárás nem csupán elvileg helyes, mert valamely égi test alakját részecskéinek tömegvonzása és tengelyforgásából keletkező centrifugális erő szabja meg, hanem gyakorlatilag is indokolható, a mennyiben a modern fokmérés mérési műveletei az azimuthális szögek és a bázis kitűzésétől eltekintve, tisztán physikai módszereken alapulnak. Úgy a megmért iv amplitudójának meghatározásánál, mint a szintezéseknél főműszer a libella, mely minden pontban nem a föld geometriai alakjának érintőjét, hanem szinfelületének érintőjét jelöli ki. És a szintezésnél is nem tengerfeletti magasságok különbségéhez jutunk, hanem az egymásra következő szinfelületek vertikális távolságához, mely physikai fogalom a megfelelő geometriaival csak akkor azonosítható, ha az egész szintezett vonal mentén a nehézségi gyorsulás állandónak tekinthető.

Nem új, csak újabb alakú támogatója a mondottaknak, hogy a föld alakját minden geometriai méréstől függetlenül pusztán az inganehézség megfigyeléseiből és a hold járásából is a megengedhető hibák határán belül megállapíthatjuk.

A földfelületi alakok geometriáját egynehány HUMBOLDT-féle kísérlettől eltekintve VON SONKLAR alapította meg «Allgemeine Orographie» (Wien, 1873) című munkájában, míg PENCK ALBRECHT (Morphologie der Erdoberfläche, Stuttgart, 1894. I. köt.) e törekvésnek szilárd matematikai formulázást ad. Ha ugyanis valamely

$F = \Sigma f_n$ vízszintes területen álló alakzat f_n nagyságú terület-elemén az ω_n morphologiai érték (magasság, lejtés és hasonlók) uralkodik, akkor ez alak számára e morphologiai értékek közepe $\omega = \frac{\Sigma f_n \omega_n}{\Sigma f_n}$ egyenlet által fejezhető ki, mely elvben az ω értékeknek a hozzájuk tartozó f területek súlybavételével számított középértékével azonos.

Az orometriának SONKLAR adta tiszta geometriai fogalmazása kétségkívül igen kényelmes, és rá égető szükség is volt. Ezóta azon alapuló számos monographiával rendelkezünk, a mi, ha egyebet nem is, legalább annak szükségét dokumentálja, hogy a hegyek alakulására nézve habár schematicus fogalmakat is alkot-hassunk magunknak. De vannak hátrányai is, melyek azon mértékben válnak érezhetőkké, a milyenben a fokmérési műveleteket, szintezéseket, csillagászati és geodéziai helymeghatározásokat és ingaméréseket a hegységekre is kiterjesztik: teljesen idegenül állanak szemben azon fontos ingagyorsulásokkal és függőneltérésekkel, melyeket hegyek közelében észlelnek. És ugyanazon ellenmondás, mely a föld alakjának meghatározásában cél és eszköz között észlelhető volt, itt is megvan: a magasságmérésekre leginkább aneroidokat, mélységmérésekre legalább részben a SIEMENS-féle bathometert használjuk, két műszert, mely talán nem a legjobb adatokat szolgáltatja, de elvénél fogva tisztán dynamometer lévén, inkább physikai vagy mechanikai, mint geometriai magasságmérőnek értelmezhető. Ugyanezen ellenmondás forog fenn még akkor is, ha a hegyek magasságát akár trigonometriai úton, akár szintezés útján határozzuk meg: a libella itt is főfactor s ez nem a geometriai vízszintesbe, hanem a föld és hegy vagy alak közös színterületének érintősíkjába helyezkedik.

Ezekkel szemben némileg csodálatosnak tartom, hogy az eljárás, mely a geodéziában oly nagy előnyököt tüntet fel s mely a physikai geographiához oly szorosán tartozó földmágnesség tanában szóról-szóra ismét előfordul — tényleg a geoid megállapítása és a földmágnesség GAUSS-féle elmélete matematikailag ugyanazon egy problema —, oly elszigetelt használatú. A morphometriában nyomát sem találjuk, daczára annak, hogy bevezetése a megfigyelési módszerek egyenesen ráutalnak.

A következőkben iparkodom a hegyérés tanába és általá-

ban a morphometriába is bevezetni a színfelület fogalmát, melyet ez esetben, ha ugyan új elnevezésre szükség volna, *oroid*-nak lehetne hívni.

Az oroidnak, mint színfelületnek, tetszés szerinti pontossággal megadhatjuk matematikai kifejezését; e felület mindenütt folytonos, szakadás nélküli, és sem csúcokat, sem éleket nem tartalmaz, mindazonáltal a hegység alakulásától függ és ezért ábrázolására alkalmas. Nem szenvedhet kétséget, hogy ezen ábrázolás is csak schematikus lehet, de bizonyára sokkal kevésbé az, mint azon kép, melyet magunknak valamely hegység kevés és szűkszavú orometriai elemeiből képezünk, vagy melyet a hegység hypsographikus, klinographikus és hasonló görbéi közvetítenek. Világos továbbá, hogy az oroid differenciálhányadosai bármely pontban megadják az ingagyorsulás nagyságát és a függőneltéréseket, tehát éppen azon legfontosabb elemeket, melyek a geometriai orometriából le nem vezethetők. És míg ott fölötté sok, magában véve is jellemző számadat egy közös átlagban elmosódik, itt minden egyes mérés megtartja individualitását és befolyását az eredményre, onnan könnyen kivehető, hogy jobbal vagy többel pótolható legyen.

Mielőtt azonban ezen újabb morphometriai módszert tárgyalnók, egy fontos gyakorlati kérdésre kell felelnünk. Világos ugyanis, hogy az oroid kifejezése, éppen úgy, mint a föld niveausphaeroidjának kifejezése a potenciálkifejtés bizonyos számú első tagjainak összege. A színsphaeroid esetében a sor elég gyorsan összetart, úgy, hogy első két tagja már kifejezi a CLAIRAUT-féle két egyenletet és igen csekély különbségektől eltekintve a legtöbb kérdésben a geoid már is a niveausphaeroiddal azonosítható. Kérdés, vajjon e kedvező összetartás a hegypotential esetében is feltételezhető-e? Matematikai szempontból e kérdésre csak szabályos alakú, adott tömegeloszlású hegy esetén adhatunk határozott feleletet. Szabálytalan alakú és ismeretlen tömegeloszlású hegy forogván szóban, csak utólag felelhetünk, a mennyiben a kifejtésben folytatólagosan oly magas tagokig kell haladnunk, míg a hegységnek valamely pontjában számított potenciálja az észlelttől csak a megfigyelési hibákkal egyenlő rendű mennyiségekben különbözik. Ámde a potenciál legelső tagja magában

véve azt mondja, hogy a hegy kifelé úgy hat, mintha egész tömege egy belső pontjában — tömegközéppontjában — volna egyesítve. Ha csak ezen első és legegyszerűbb tagját a potenciálnak tekintjük is, a föld sűrűsége számára egyszerűbb alkotású hegyek esetében már elfogadható értékeket kapunk, akár a hegy talpán észleljük a függőneltérést (mint MASKELYNE és JAMES a Shehallian hegynél, kik földsűrűség gyanánt 4,7 illetve 5,32-t találtak), akár a hegy tetején az ingagyorsulást (mint MENDENHALL a Fusi-yama esetén, ki a föld sűrűségét 5,77-nek határozta meg). Tekintve, hogy a sorfejtés minőségénél fogva az elhanyagolt tagok épen a hegy tövénél és csúcsán tüntetnek fel legnagyobb különbséget, remélhető, hogy az oroid általában minden esetben már kevés számú taggal ábrázolható, annál kevesebbel természetesen, minél szabályosabb alakú és tömegeloszlású a hegy, és minél önállóbban emelkedik a síkságból. És szabad lesz megállapítanunk, hogy az oroid valamely földfelületi alak potenciál kifejtésének azon első tagjait jellemezze, melyek magukban véve az alak bármely felületi pontján eszközölt megfigyelés alapján pontos értékét szolgáltatják a föld sűrűségének.

Az oroid matematikai kifejezése.

A földfelületi alaknak tömegközéppontjához lehetőleg közel eső valamely pontján át fektessünk vízszintes síkot, melyre úgy az alakot képező egyes pontoknak, mint a megfigyelési helynek fekvését z zenithávolság, a azimuth és r radiusvector három meghatározó által vonatkoztatjuk. Ha az alak egy tömegeleme dm' , helyzete z' , a' , r' , P külső pont helyzete z , a , r és a kettő közötti távolság ρ , végre f a tömegvonzás állandója, akkor az alak tömegvonzási potenciálja:

$$U = f \int \frac{dm'}{\rho^2}, \quad 1)$$

hol az integráció az alak egész tömegére terjed ki. Ha továbbá β_0 és H_0 a koordináták kezdőpontjának geographiai szélessége és tengerszint magassága, β és H ugyanaz P pont számára és R , ω az itt teljesen kielégítő pontossággal gömbnek tekinthető föld sugara és szögsebessége, akkor

$$W = \frac{1}{2} \omega^2 ((R+H)^2 \cos^2 \beta - (R_0+H_0) \cos^2 \beta_0) \quad 2)$$

adja a centrifugális erő potenciálját, melyet csekély kiterjedésű alakok számára teljességgel el lehet hanyagolni, vagy legalább tetemesen egyszerűbb alakba önteni. Az alak teljes potenciálja ezek után

$$V = U + W \quad 3)$$

és ha V -nek állandó értéket adunk, keletkezik az oroid egyenlete. Legzetszerűbb ezen állandót úgy választani, hogy a hegy vagy mélyedés legmagasabb, illetve legmélyebb pontján haladjon át az oroid, s az előjelekben sem lesz zavar, ha mélyedés esetén zenithtávolság helyett nadirtávolságról szólnunk.

Mivel

$$\rho^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' (\cos z \cos z' + \sin z \sin z' \cos (a-a')) \quad 4)$$

az 1)-ben szereplő $\frac{1}{\rho}$ mindig összetartó sorba fejthető, még pedig

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} \left(P_0 + \frac{r'}{r} P_1 + \dots + \left(\frac{r'}{r} \right)^n P_n + \dots \right), \text{ ha } r' < r \quad 5)$$

és

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r'} \left(P_0 + \frac{r}{r'} P_1 + \dots + \left(\frac{r}{r'} \right)^n P_n + \dots \right), \text{ ha } r < r'$$

alakban, melyben a P együttthatók gömbfüggvényeit jelentik a z és a változóknak. Kifejezésük 27)-ben (177. lap) adott. Vonjunk most r sugárral, azaz a megfigyelési P pontnak a koordináták kezdőpontjától mért távolságával gömböt az alak körül. Ez által tömege két részre oszlik: az egyik rész teljesen a gömbön belül fekszik, és számára $r' < r$, a másik rész teljesen kívül fekszik és számára $r' > r$. Az első résznek potenciálja U_b az 5) sorbafejtések elsejével, a másike U_k a sorfejtés másodikával számolandó, és az egész potenciál nyilván e kettő összegével egyenlő. Tekintve még, hogy s' -vel jelölve a sűrűséget

$$dm' = r'^2 dr' \sin z' dz' da' \cdot s' \quad 6)$$

mit

$$\cos z' = \mu' \quad 7)$$

helyettesítéssel az előjelre való tekintet nélkül

$$dm' = r'^2 s' dr' d\mu' da' \quad 8)$$

alakban is írhatunk, a potenciál említett két része 1), 5) és 8 szerint:

$$U_b = f \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \int_0^{R'} r'^{n+2} dr' \int_{-1}^{+1} d\mu' \int_0^{2\pi} P_n s' da' \quad 9)$$

és

$$U_n = f \sum_{n=0}^{\infty} r^n \int_0^{R'} r'^{-(n-1)} dr' \int_{-1}^{+1} d\mu' \int_0^{2\pi} P_n s' da'$$

hol R' a $(z'a')$ irányhoz tartozó radiusvector azon hossza, mely a koordináták kezdőpontja és a test felülete között fekszik. Az azimuth szerint az integráció $0-2\pi$ -ig, a zenithávolság szerint 0 -tól π -ig, vagy μ' szerint -1 és $+1$ között történik, s' pedig általában a koordináták függvénye.

Ha rövidség kedvéért

$$\begin{aligned} Y_b(n) &= f \cdot \int_0^{R'} r'^{n+2} dr' \int_{-1}^{+1} d\mu' \int_0^{2\pi} P_n s' da' \\ Y_k(n) &= f \cdot \int_0^{R'} r'^{-(n-1)} dr' \int_{-1}^{+1} d\mu' \int_0^{2\pi} P_n s' da' \end{aligned} \quad 10)$$

a LAPLACE-féle függvények definitiója, akkor egyszerűen :

$$U_b = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n(b)}{r^{n+1}} \quad \text{és} \quad U_k = \sum_{n=0}^{\infty} Y_k(n) r^n, \quad 11)$$

mely kifejezésekben az Y_n mennyiségek könnyen megadhatók. Legyen

$$\begin{aligned} f_i^{(n)}(\mu) &= \mu^{n-i} - \frac{(n-i)(n-i-1)}{2(2n-1)} \mu^{n-i-2} + \\ &+ \frac{(n-i)(n-i-1)(n-i-2)(n-i-3)}{2 \cdot 4 \cdot (2n-1)(2n-3)} \mu^{n-i-4} - \dots + \\ &+ (-1)^k \frac{(n-i)(n-i-1) \dots (n-i-2k+1)}{2 \cdot 4 \dots (2k)(2n-1) \dots (2n-2k+1)} \mu^{n-i-2k} + \end{aligned} \quad 12)$$

a LEGENDRE-féle polynom μ változóra nézve, mely 7) szerint $\cos z$, akkor

$$\begin{aligned}
 Y_n = & \frac{1}{2} \alpha_0^{(n)} f_0^{(n)}(\mu) + \sum_{i=1}^n c_i^{(n)} f_i^{(n)}(\mu) (1 - \mu^2)^{\frac{i}{2}} \cos ia + \\
 & + \sum_{i=1}^n s_i^{(n)} f_i^{(n)}(\mu) (1 - \mu^2)^{\frac{i}{2}} \sin ia
 \end{aligned} \tag{13}$$

hol a b vagy a k index hozzáfűzése csupán csak az integráció által fellépett $2n+1$ önkényes állandót, $\alpha_0^{(n)}, c_1^{(n)} \dots c_n^{(n)}, s_1^{(n)} \dots s_n^{(n)}$ változtatja meg. Az a állandó az azimuthtól független tagokra vonatkozik (és ezért alsó 0 indexe el is volna hagyható), míg c és s illetve az azimuth sokszorosait tartalmazó cosinus és sinustagokhoz tartozik. Ezen állandók kiszámíthatók, ha R' és s' mint z' és a' függvényei ismeretesek, különben pedig, és úgyszintén a mi esetünkben a potenciále több helyen való tényleges mérése által numerikusan meghatározandók. Ha a potenciálnak r hatványai szerint való kifejtésében $\frac{1}{r^{n+1}}$ és r^n tagig bezárólag haladunk, akkor összesen $2(n+1)^2$ határozatlan együtthatónk van, s természetesen ugyanannyi független megfigyelésre van szükségünk ezek meghatározására.

Az r sugarú gömbön belül és kívül fekvő tömegek egyesített tömegvonzási potenciálnak első tagjai:

$$\begin{aligned}
 U = & (\alpha_0^{(0)} r^{-1} + \alpha_0^{(0)}) + (\alpha_0^{(1)} r^{-2} + \alpha_0^{(1)} r) \cos z + (c_1^{(1)} r^{-2} + \gamma_1^{(1)} r) \sin z \cos a + \\
 & + (s_1^{(1)} r^{-2} + \sigma_1^{(1)} r) \sin z \sin a + (\alpha_0^{(2)} r^{-3} + \alpha_0^{(2)} r^2) (\cos^2 z - \frac{1}{3}) + \\
 & + (c_1^{(2)} r^{-3} + \gamma_1^{(2)} r^2) \sin z \cos z \cos a + (s_1^{(2)} r^{-3} + \sigma_1^{(2)} r^2) \sin z \cos z \sin a + \\
 & + (\alpha_2^{(2)} r^{-3} + \gamma_2^{(2)} r^2) \sin^2 z \cos 2a + (s_2^{(2)} r^{-3} + \sigma_2^{(2)} r^2) \sin^2 z \sin 2a + \\
 & + (\alpha_0^{(3)} r^{-4} + \alpha_0^{(3)} r^3) \cos z (\cos^2 z - \frac{3}{5}) + \\
 & + (c_1^{(3)} r^{-4} + \gamma_1^{(3)} r^3) \sin z (\cos^2 z - \frac{1}{5}) \cos a + (s_1^{(3)} r^{-4} + \\
 & + \sigma_1^{(3)} r^3) \sin z (\cos^2 z - \frac{1}{5}) \sin a + (c_2^{(3)} r^{-4} + \gamma_2^{(3)} r^3) \cos z \sin^2 z \cos 2a + \\
 & + (s_2^{(3)} r^{-4} + \sigma_2^{(3)} r^3) \cos z \sin^2 z \sin 2a + (c_3^{(3)} r^{-4} + \gamma_3^{(3)} r^3) \sin^3 z \cos 3a + \\
 & + (s_3^{(3)} r^{-4} + \sigma_3^{(3)} r^3) \sin^3 z \sin 3a +
 \end{aligned} \tag{14}$$

s ez egyszersmind, ha hozzáteszszük W -nek 2)-ből vett értékét és $V = \text{const.}$, az oroid egyenlete. Kényelem szempontjából itt a k és b indexek elhagyásával a külső tömegekre vonatkozó állandók görög betűkkel, a belső tömegekre vonatkozók a megfelelő latin jelekkel vannak kitüntetve.

Az állandók meghatározása.

A legközvetlenebb műszer a potenciál megméréseire a SIEMENS-féle bathometer és az aneroid, mely mindkettő tulajdonképen rúgós mérleg. A mérés alapgondolata a következő: Legyen a föld — melyet morphometriai vizsgálódásoknál bátran gömbbel azonosíthatunk — tengerszíni potenciálja

$$U_0 = G_0 R + \frac{1}{2} \omega^2 R \cos^2 \beta \quad (15)$$

hol G_0 a föld tömegvonzásának gyorsulása a tenger színén. A megfigyelt H tengerszíni magasságában ezen potenciál, ha az alak nem volna ott:

$$U_H = G_0 \frac{R^2}{(R+H)} + \frac{1}{2} \omega^2 (R+H)^2 \cos^2 \beta, \quad (16)$$

mely az igen kis $\frac{H}{R}$ tört négyzetének elhanyagolás: mellett ad:

$$U_H = U_0 - G_0 H + \omega^2 R H \cos^2 \beta. \quad (17)$$

Ha most a H magasság valamely alak felületén van mérve, akkor ennek vonzása miatt a tengerszíni gyorsulás G_0 helyett G lesz, hol G nagyobb vagy kisebb, mint G_0 a szerint, a mint az alak hegy vagy teknő. Az alak jelenléte miatt tehát a H magasságban a potenciál

$$U'_H = U_0 - G H + \omega^2 R H \cos^2 \beta \quad (18)$$

és a kettő különbsége

$$U'_H - U_H = (G_0 - G) H = U \quad (19)$$

nyilván nem más, mint maga a hegy vonzási potenciálja. G_0 a CLAIRAUT-féle ingaegyenletből kiszámítható, és $G H$ közvetlenül a bathometerről leolvasható.

Egészen hasonlóan járhatunk el az aneroiddal, feltéve természetesen, hogy a műszer kellő érzékenységtű. Kiszámítjuk valamely barometeres magassági formulával a levegő nyomását H magasságban, elhagyva természetesen az ismert $(1 + 0,002623 \cos 2\beta) (1 + 0,000000314H)$ correctio tagot, mely a hegy vonzását veszi tekintetbe; legyen e nyomás p . Az aneroiddal ugyanakkor H magasságban észlelt nyomás p' , akkor nyilván $p' - p$ nyomási

többlet a levegő nyomásváltozása az alak vonzása miatt. Mivel egy jól ismert hydrodynamikai egyenlet alapján a levegő nyomásváltozása

$$p' - p = hsg, \quad (20)$$

hol s a sűrűséget jelenti és hg az előbbieik értelmében a potenciál, világos, hogy

$$U = \frac{p' - p}{s} \quad (21)$$

ismét a hegy potenciálját adja. Természetes, hogy a levegő sűrűsége a légnyomás és hőmérséklet által a BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvény értelmében kifejezendő.

Ez eljárás — melyet különben inkább elve miatt emlitek — még sokkal pontosabbá tehető, ha az aneroid mellett közvetlenül a barometert is észleljük, a mennyiben ekkor függetlenek vagyunk a levegőoszlop nehezen számításba vehető hőmérsékletétől. A barometer ugyanis, mint a mérleg, a levegő tömegét adja, míg az aneroid, mint a rúgós mérleg, annak a hegy vonzása által befolyásolt súlyát. Innen van, hogy a barometeres magassági képlet az előbbi két javítást tartalmazza, mely a nehézségi gyorsulás változását veszi tekintetbe, míg az aneroidos formula erre nem kénytelen. Ha tehát egy időben leolvassuk H magasságban a barometert b és az aneroidot b' , akkor ezen két értéknek valamely magassági képletbe való helyettesítése két különböző magasságot ad, melyek különbsége h , a megfigyelési helyen uralkodó nehézségi gyorsulással megszorozva, megadja az alak potenciálját. A legkényelmesebb formulát szolgáltatja a BABINET-BRUHNS-féle, ha az alsó állomás nyomása helyébe b' , a felsőébe b -t írunk, s a nehézségi javításoktól eltekintünk. E szerint:

$$U = 16002 (1 + 0,0039 t) g \frac{b' - b}{b' + b} \quad (22)$$

ha t a megfigyelési helyen a levegő hőmérséklete s a páratartalom a hőmérséklet lineáris függvénye. Fokozottabb igényeknek teljesen megfelelhet a MENDELEJEFF és HANN-féle törvény felhasználásával készült formula.

Sokkal pontosabb adatokhoz jutunk természetesen, ha az aneroid helyett az ingát használjuk, mely a potenciál helyett a

$$g = \frac{\partial U}{\partial r} \cos z - \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\sin h}{r} \quad (23)$$

kifejezésnek együtthatóit szolgáltatja. Egy tekintet STERNECK ingaméréseire (R. v. STERNECK: Die Schwerkraft in den Alpen, Mitteil. d. k. u. k. militär-geograph. Inst. Wien, 1892. XI. Bd.) mutatja, hogy hegyes vidéken g -nek már harmadik tizedese is változik, a miből következik, hogy ez úton a hegy sajátos vonzási gyorsulása elég pontosan meghatározható.

De még az ingamérésnél is pontosabb módszerrel rendelkezünk. Valamennyi említettem eljárás ugyanis ama közös hibában szenved, hogy az alak sajátos gyorsulását vagy potenciálját a földé mellett adja, pedig nagy mennyiség mellett ennek egy igen kis törtrésze nagyon nehezen állapítható meg. Igen érzékeny megfigyelési módra teszünk szert oly eszköz felhasználásával, mely vízszintes irányban, tehát a nehézségi erő befolyása alól felszabadítva működik. Ilyenné alakítható át SIEMENS utasításai szerint maga a bathometer, ilyen a ZÖLLNER-féle horizontális inga, de különösen a csavarodási mérleg, melyek mindannyian az oroidnak vízszintes irányban vett differenciálhányadosait mérik.

A megfigyelési helynek, azaz r , z , a meghatározása igen nagy pontossággal graphikailag és interpolatio útján történhetik. Legyen ugyanis a koordináták kezdőpontja O , tengerszint magassága H_0 , az észlelő tengerszint magassága H . Mindkét adat isohypsa-térképről könnyen beszerezhető, és éppen így a térképbe rajzolt O és megfigyelési P pont horizontális távolsága, melyet l -vel jelölünk. l -nek az észak iránynyal kelet felé képezett szöge a , az azimuth, és az O -n át húzott vízszintes sík az OP pontokon átmenő vertikális sikkal és a benne fekvő $OP=r$ távolsággal derékszögű háromszöget képez, melyből

$$\cot z = \frac{H - H_0}{l} \quad \text{és} \quad r = \frac{l}{\sin z} \quad (24)$$

úgy, hogy most a , z és r is ismeretes.

Ha az oroid kifejtésében $2(n+1)^2$ állandót tartunk meg, mindenesetre kényelmetlen, sőt legyőzhetetlen munka volna ezen állandóknak $2(n+1)^2$ lineáris egyenletből való kiszámítása. Egyszerűbben és közvetlenül a következőképen járhatunk el. Ismerte-

tes, hogy $\varphi(z, a)$ függvény LAPLACE-féle függvények szerint haladó sorba fejthető

$$\varphi(z, a) = Y_0 + Y_1 + \dots + Y_n + \dots \quad (25)$$

és hogy mindig

$$Y_n = \frac{2n+1}{4\pi} \int_{-1}^{+1} d\mu' \int_0^{2\pi} \varphi(z', a') P_n da'. \quad (26)$$

Ha ezen egyenletet összevetjük 13), 12) és a P_n gömbfüggvény ismert

$$P_n = M_n M'_n + 2 \sum_{i=1}^n \frac{(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}} (1-\mu'^2)^{\frac{i}{2}}}{(n-i+1) \dots (n+i)} \frac{d^i M_n}{d\mu^i} \frac{d^i M'_n}{d\mu'^i} \cos i(a-a') \quad (27)$$

egyenletével, melyben, megtartva a 12)-ben adott jelölést,

$$M_n = \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \dots (2n)} f_0^{(n)}(\mu), \quad M'_n = \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \dots (2n)} f_0^{(n)}(\mu) \quad (28)$$

akkor az oroidban szereplő együttthatók számára a következő egyenleteket kapjuk:

$$a_0^{(n)} = \frac{2n+1}{2\pi} \left(\frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \dots (2n)} \right)^2 \int_{-1}^{+1} d\mu' \int_0^{2\pi} f_0^{(n)}(\mu') \varphi(z', a') da'$$

$$a_i^{(n)} = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{[1 \cdot 3 \dots (2n-1) \cdot n(n-1) \dots (n-i+1)]^2}{(n-i+1) \dots (n+i) [2 \cdot 4 \dots (2n)]^2} \cdot \int_{-1}^{+1} d\mu' (1-\mu'^2)^{\frac{i}{2}} \int_0^{2\pi} f_i^{(n)}(\mu') \varphi(z', a') \cos ia' \cdot da' \quad (29)$$

$$s_i^{(n)} = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{[1 \cdot 3 \dots (2n-1) \cdot n(n-1) \dots (n-i+1)]^2}{(n-i+1) \dots (n+1) [2 \cdot 4 \dots (2n)]^2} \cdot \int_{-1}^{+1} d\mu' (1-\mu'^2)^{\frac{i}{2}} \int_0^{2\pi} f_i^{(n)}(\mu') \varphi(z', a') \sin ia' \cdot da',$$

melyekben $\varphi(z', a')$ vagy $\varphi(\mu', a')$ a potenciálnak helyről-helyre adott értékeit jelenti. A kettős integrációk mechanikailag könnyen elvégezhetők vagy planimeter segítségével, vagy a FOURIER-féle sort használva az interpolátira.

Húzzunk ugyanis a térképbe rajzolt O ponton át p egyenlő szögtávolságban álló egyenest és $q \sin z'_1, \sin z'_2 \dots \sin z'_q$ -val arányos sugarú kört, hol $z'_1, z'_2 \dots z'_q$ számtani haladványt képezzenek, oly módon, hogy $pq = 2(n+1)^2$ a megfigyelések száma. Akkor U -nak tényleg megfigyelt értékeit interpoláljuk a körök és egyenesek metszési pontjai számára. Végezzük állandó z' mellett az integrációt a' szerint valamennyi körön, mi egyszerűen történhetik, majd az összes körök integrál értékeiből egy görbét képezve, integráljunk z' szerint is. Vagy pedig, ha az oroid egyenletében $\cos z$ és $\sin z$ hatványait z sokszorosainak trigonometriai függvényeire bontjuk, egy FOURIER-féle sor első tagjait nyerjük, melynek segítségével a fellépő együtthatók, melyek most az $\alpha_0^{(n)}, c_i^{(n)}, s_i^{(n)}, a_0^{(n)}, \gamma_i^{(n)}$ és $\sigma_i^{(n)}$ lineáris alakjai lesznek, szintén könnyen meghatározhatók.

Az oroid geometriája.

Az állandók meghatározása után vajmi egyszerű dolog a morphologiailag fontos értékeket pl. SONKLAR értelmezése szerint levezetni, és elegendő lesz, ha a legszükségesebbeket emlitem. Az oroid állandóját, V_0 -t legczélszerűbben úgy határozzuk meg (lásd 171. lap), hogy ez az alak kulmináló csúcsán haladjon át. Ekkor az $a = \text{const.}$ egyenlet az oroid hosszszelvényeit, a $H - H_0 = r \cos z$ egyenlet az isohypsákat szolgáltatja. A csúcsok, völgyek, nyergek, gerinczek vagy völgyfenékek felkeresése egyszerű maximum-minimum problema, a lejtés meghatározása tangens szerkesztési problema, közepes értékek levezetése egyszerű, mindig végrehajtható integrációkat követel.

Az alak talpvonala ott keresendő, hol az oroid a föld valamelyik niveausphæroidját szeli. Ha a földet gömbalakúnak tekintjük, tehát lapultságát s a vele egyenlő rendű centrifugális erőt is elhanyagoljuk, a niveausphæriod egyenlete

$$V_0 = gR$$

vagy vonatkoztatva az alak O pontjára, melyből a talpvonalhoz húzott radius vector a föld gömbalakú niveaufelületét érinti,

$$V_0 = gr_0 \operatorname{tang} z_0, \quad (30)$$

ha r_0, z_0 a talpvonalhoz tartozó valamely pont helyzete és V_0 a föld potenciáljának jellemző állandója. Ha az oroid egyenlete segítségével z -t elimináljuk, kapjuk a talpgörbe polár egyenletét, s ha benne a tengerszínen érvényes g -t használjuk, akkor az alak tömegéhez a SONKLAR-féle hegypárkány értelmében hozzászámítjuk azon tömeget is, mely a tengerszínen kezdődik és a hegy látható töveig terjed. Ha azonban g alatt értenők a hegy tövének magasságában észlelt nehézségi gyorsulást, akkor az oroid egyenletébe a hegynek csupán csak a síkságból kiemelkedő tömege van beleértve.

Az oroid első állandója nyilván

$$\alpha_0^{(0)} = fM \quad (31)$$

ha M az alak tömegét jelenti. Ez ismeretes összetétel mellett a hegy térfogatához vezet, és a talpvonal által bezárt területet F -fel jelölve könnyű szerrel adja azon tábla közepes magasságát, melynek az alakkal egyenlő térfogata van. És a szerint, a mint a talpvonalat a tenger színén vagy a síkságban vesszük fel, nyerjük SONKLAR értelmezése folytán az egész hegységnek vagy pusztán párkányzataira felrakott gerinceinek térfogatát.

Ezzel a SONKLAR-féle orometrikus elemek az oroid számára is megvannak, és hasonló módon fejthetők még ki azon elemek is, melyeket SONKLAR követői felveendőknak gondoltak. Kétséget nem szenved, hogy valamely alaknak színvonalakkal és szelvényekkel való ábrázolása érthetőbben szól értelmünkhez, mint a legteljesebb morphometriai egyenlet. De ha összehasonlítás kedvéért már egyáltalán szükségünk van számbeli értékekre, s ezek a dolog természeténél fogva csak schematikus képet nyújthatnak, be kell vallanunk, hogy a követett út a geometriai méretek közepes értékeinél jobb és bővebb adatokhoz vezet, eltekintve még azon számbavehető előnytől is, hogy az oroid egyenletében minden önálló mérés önálló szerepet játszik, s hogy levezetésénél fogva a morphometria most ugyanazon alapon áll, mint a geodézia vagy a földmágnesség tana.

Az itt csak vázlatosan bemutatott számítások alapján szándékom mihamarabb megállapítani a vasmegyei Sághegy oroidját, melyre vonatkozólag a Tekintetes Akadémia megbízásából br. Eötvös Loránd vezetése alatt eszközölt igen jól használható mérések állanak rendelkezésre, és számíthatni az Alpeselek oroidját, melyet STERNÉCK 48 ingaméréssel és 45 függőneltéréssel hozzáférhetővé tett.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. február 18.-án tartott üléséből.)

AZ ALSÓ ÉS FELSŐ LÉGÁRAMLATOK SEBESSÉGE.

HEGYFOKY KABOS-tól.

A szél és a különböző felhőalakok sebességét azon megfigyeléseim alapján akarom bemutatni, melyeket Turkevén, a nagy alföldi sikon, egy év alatt (1893. szept. 29—1894. szept. 30.) följegyeztem. A szél sebességének meghatározása egy erőmutatóval ellátott szélvitorlán, a felhők pedig oly drótkörön történt, melynek 8 átmérője egyenkint 0·6 métert tesz ki. A szélzászlót szabad lengésében magas tárgyak nem akadályozzák. A drótkör talaj feletti magassága 5·4 méterrel egyenlő s szálfá végére van erősítve.

A felhők vonulása egész éven át a szemhatár 16 tája szerint lett följegyezve, a szél pedig csak a nyári (ápril—szept.) félévben 16 táj, a téli hónapok (okt.—márcz.) alatt ellenben csak 8 táj szerint.

Jóllehet felhőmegfigyeléseim csak a látszólagos sebességet tüntetik fel, azt a sebességet, melylyel egy-egy felhőpont a zenith közelében a 0·6 m. átmérőjű körön átvonult, mégis több tényt képesek megvilágítani, s mint ilyenek, némi érdeklődésre tarthatnak számot mindaddig, míg tudósaink között találkoznak majd meteorológusok, kik mérő műszerekkel határozzák meg a légáramlatok valódi sebességét a felhők birodalmában. Egyébiránt hasonló észleletekkel foglalkozott LEY is Angliában s utána EKHMOLM az 1882/83. évi svéd északsarki expeditio alatt Spitzbergában.*

A megfigyelés reggel 7, délután 2 és este 9 órakor történt, azonfelül a nyári félévben (ápril—szept.) és márcziusnak $\frac{2}{3}$ -ad részében délelőtt 5, 9, 11, és délután 1, 3, 5, 7 órakor. Célom volt

* Meteor. Zeitschrift. Berlin, 1888. évf. 125. 1.

ugyanis kideríteni, vajjon mutatkozik-e különbség a felhővonulás sebességében év- és napszakok szerint.

A szél sebességét a 0—10-es fokozat, a felhőkét másodpercek szerint fejezem ki, melyek tartama alatt a 0·6 átmérőjű körön átvonultak.

1. Az évi átlagos sebesség.

Mindenek előtt meg kell jegyezmem, hogy a különböző felhőalakokat azon osztályozás szerint különböztettem meg, mely Abercromby- és Hildebrandssontól származik s a meteorologiai nemzetközi állandó bizottság 1889. évi szeptember havában tartott ülésén általános elfogadásra ajánltatott. Ezen osztályozás szerint a felső felhőkhöz számítják a cirrust és cirro-stratust, a közepesekhez a cirro-cumulust, alto-stratust és alto-cumulust, az alsókhoz a többi alakot.

Az átlagos sebességet a következő kimutatás tünteti fel úgy a felhőalakoknál, mint a szélnél, mely utóbbiról meg kell jegyezmem, hogy csak is a különböző irányú szélesetekből, nem pedig a szél és szélcsend összegéből számítottatott.

A szél és felhőalakok sebessége a következő :

A szélnél 2·21, a stratusnál 14, a nimbus-, fracto-nimbus-, fracto-cumulusnál 37, a strato-cumulusnál 50, a cumulusnál 56, az alto-cumulusnál 60, az alto-stratusnál 60, a cirro-cumulusnál 64, a cirro-stratusnál 68, a cirrusnál 89.

Látni való e kimutatásból, hogy a látszólagos sebesség a valódihoz mérve éppen megfordított arányban mutatkozik. Minél fölebb emelkedünk ugyanis a talaj felett, a felhőalakokat annál gyorsabb vonulásban találjuk; holott a látszólagos sebesség annál kisebb, minél nagyobb tengerszini magasságban járnak. A cirrus például 6·4-szerre lassabban látszik vonulni, mint a stratus s 1·6-szorta lassabban, mint a cumulus.

2. Az évi sebesség esetei részletezve.

Az átlagos sebesség mellett korántsem tudunk arra nézve eligazodni, vajjon nem jóval gyakoribb-e az esetek előfordulása

ezen, mint azon osztályban, melybe sebességüket tekintve csoportosulnak. A szélsőségekről is csak úgy tudunk fogalmat alkotni, ha a vonulás eseteit egyenkint csoportosítjuk.

Jóval túlnyomók azok az esetek, midőn a vonulás tartama egy perczet nem tesz ki s ezen viszony csak is a két legmagasabban járó alaknál: a cirro-stratusnál és cirrusnál változik meg, a mennyiben ezeknél csaknem egyaránt gyakoriak azok a vonulások, melyek 1 percnél rövidebb vagy hosszabb tartamuak.

3. Az átlagos sebesség télen és nyáron.

Az egész év alatt megfigyelt felhőalakok átlagos sebességének tanulmányozása után térjünk át annak megvizsgálására, vajjon a melegebb és hidegebb hónapokban mutatkozik-e valami különbség? E végre csoportosítsuk adatainkat a téli (okt.—márcz.) és nyári (ápril—szept.) félév szerint.

A stratus és cirro-cumulus kivételével, melyeket azonban a téli félévben csak 16—17 eset képvisel, a többi alak gyorsabban vonul télen, mint nyáron. Legfeltűnőbb a különbség a cumulusnál, mely télen bizonyára azért látszik jóval gyorsabban vonulni, mint nyáron, mert az előbbeni évszakban sokkal alantabb jár, mint az utóbbiban, mikor is a nap sugarai sokkal erőteljesebben fejlesztik a párát, mint a téli félévben.

Juniusban és szeptemberben legerősebb a szél ereje s ugyanakkor az alsó és közepes felhők is leggyorsabban vonulnak; ellenben augusztusban leggyengébb a szél s az alsó felhők sebessége is legkisebb. Ez arra enged következtetni, hogy a szél és az alsó, sőt némileg még a közepes felhők között is bizonyos kapcsolat áll fenn, mely ugyanegy hatásra vezetendő vissza. Egy és ugyanazon erő az, mely az alsó felhőktől kezdve a föld színéig gyorsítólag hat a levegő áramlására.

Ezen ok bizonyára csak a légnyomás eloszlásában keresendő, még pedig bizonyos meghatározott típusában. Ha az időkártyákat, például azokat, melyeket «Das Wetter» című folyóirat az 1894. évi ápril—szept. hónapokra nézve közöl, közelebről szemügyre vesszük, meggyőződünk, hogy azok juniusban és szeptemberben sokban megegyeznek. A legnagyobb nyomás nyugaton és észak-nyu-

gaton terült el, az Adrián valamivel kisebb volt, 762 millimetert tett; a minimum pedig 756 mm.-rel júniusban kelet-északkeleten, szeptemberben 758 mm.-rel északkeleten mutatkozott. E két hónapban úgy a szél, mint az alsó és közepes felhők sebessége legnagyobb volt. Augusztusban úgy a szél, mint az alsó felhők járása leglassúbb volt; ugyanakkor Közép-Európa felett 764, az Adrián 762 mm.-t tett a légnyomás, a minimum 754 mm.-rel északnyugaton terült el.

Ebből tehát kitűnik, hogy nagy légnyomás területén szél és alsó felhők lassabban áramlanak, mint alacsony nyomás vidékén. kiváltképen akkor, ha a minimum keleten, a maximum pedig nyugaton van, és így a légkör általános áramlása kelet felé is gyorsítólag hathat.

4. Az átlagos sebesség légnyomási minimumok és maximumok idején.

A minimumokhoz azon eseteket számítottam, midőn lehetőleg köralakú isobárok mellett légnyomásunk 760 mm.-nél alacsonyabb; a maximumokhoz pedig azokat, midőn 760 mm.-nél magasabb volt. A napi feljegyzések összegéből kiszámítván a napi átlagokat, ezeket egyforma súly mellett összeadtam s közepes értéket számítottam ki. — A nyári hónapokban (april—szept.) a szélről naponta 9, a téliekben csak 3 följegyzést tettem; szintúgy jártam el a felhőknél is, ha csak lehetőleg közel jutottak a megfigyelés órájában a tetőponthoz. Az alsó felhőknél a stratust és fracto-nimbust tekintetbe nem vettem, midőn kimutatásomat összeállítottam.

A légáramlatok minimum idején a szokottnál nagyobb, maximum idején pedig kisebb sebességet tüntetnek fel. A téli félévben élénkebb az áramlás, mint nyáron.

E tény szem előtt tartása némi utbaigazítással szolgál arra nézve, vajjon közeledik-e légnyomási depressio vagy sem, szép vagy csunya időt várhatunk-e? Mindenek előtt a cirrusra vonatkozólag áll ez, mely az idő változásakor legelőbb szokott a derült égen feltűnni. Ha vonulása a rendesnél gyorsabb, akkor időváltásra, terjedelmes borulatra, esőre számíthatunk.

5. A sebesség napi változása.

A szélnél a sebesség maximuma délután 1 órakor mutatkozik, de még 3 órakor is csaknem egyenlő az ereje. Ha a délután 2 órakor történt (márcz.—szept.) megfigyeléseket is tekintetbe vesszük, akkor a maximum — 2·36 — határozottan ezen órára esik.

A szélerőnél a másik szembetünő jelenség az, hogy gyarapodásának, erősödésének maximuma (+ 0·69) délelőtt 9, csökkenése pedig (—0·79) délután 7 órára esik a reggeli 7 és a délutáni 5 órához képest.

Az alsó felhőknél a sebesség maximuma reggel 9 órakor jelentkezik, ugyanakkor, midőn a szél ereje leginkább fokozódik. Ez arra enged következtetni, hogy a légrétegek keveredése a nap-sütés következtében már megindult s a leereszkedő légmolekulák fent birt nagyobb sebességüket már a föld színére is lehozták. Az alsó felhők délelőtt egyáltalában gyorsabban vonulnak, mint délután.

A közepes felhők délután 3 órakor látszanak leggyorsabban vonulni, a felsők pedig, ha az esteli 9 órai kevés esettől eltekin-tünk, reggel 5 órakor.

A napi szakasz, a szelet nem említve, leghatározottabban az alsó felhőknél van kifejezve, kevésbé határozottan a közepesek-nél, a felsőknél elmosódik. Az előbbiekből sebessége déltájban inkább, este kevésbé fogy; a második csoportbeliek reggel lassabban vonulnak, mint este felé, délben azonban gyorsabban haladnak; a harmadik csoportbelieknél számbavehető különbség nem mutatkozik.

A sebesség napi periodusának megállapítása végett külön akarom szemügyre venni a felhők cumulus-csoportját, úgymint: a cumulust, a strato-cumulust, az alto- és cirro-cumulust. Megjegyzem, hogy a cumulus reggel, a strato-cumulus, valamint az alto- és cirro-cumulus déltájban szokott legritkábban mutatkozni.

A cumulus leggyorsabban reggel 5, 7, a strato-cumulus 9, 11, az alto- és cirro-cumulus délután 1, 3 órakor vonul. Míg a cumulus- és strato-cumulusnál nagyobb a sebesség délelőtt, mint délután, addig az alto- és cirro-cumulusnál megfordítva áll a dolog. E szerint az alsó és közepes felhők sebességének típusa a cumu-

lus-csoportnál sem változik. Egy nevezetes sajátssággal azonban mégis találkozunk, t. i. azzal, hogy a cumulus-csoporthoz tartozó felhők délután 5—7 óra tájban egyforma sebességgel haladnak.

A cumulus sebességének napi periodusára vonatkozólag felhozom még a juniusi és augusztusi megfigyeléseket, mivel mind a szél, mind az alsó felhők sebessége júniusban legnagyobb, augusztusban pedig legkisebb volt. Ezen két teljesen ellenkező sajátosságú hónapban is egyaránt csökkent a sebesség reggeltől estig.

6. A sebesség a szemhatár tájai szerint.

A sebesség legnagyobb, ha a szél, valamint az alsó felhők a szemhatár északnyugati, s a közepes és felső felhők a horizon délnyugati negyedéből jönnek. A délkeleti negyedből jövő áramlatok a légkör minden rétegében, a föld színétől a felső cirrus határáig leggyengébbek. A sebesség maximuma és minimuma közötti különbség annál nagyobb, minél feljebb emelkedünk a levegőben s a legalsóbb felhőknél 4, a cumulus- és cumulo-stratusnál 26, az alto-cumulus és alto-stratusnál 30, a cirro-cumulus-, cirro-stratus- és cirrusnál 39 másodpercet tesz.

A különbség, mely a szemhatár nyugoti és keleti feléből jövő áramlatok sebessége között fennáll, a szélnél és a legalsóbb felhőknél csekély, de a többi felhőalakoknál már tetemesebb. Legfeltűnőbb az, hogy a közepes felhőknek, nevezetesen az alto-cumulusnak és alto-stratusnak alakja csaknem ép oly gyorsan látszik vonulni, mint a cumulus és strato-cumulus, ha nyugatról jön; ellenben jóval lassabban, ha a szemhatár keleti feléből tart felénk. Ehhez hasonló jelenséggel épen imént találkoztunk; láttuk ugyanis, hogy délután 5, 7 óra tájban egyformán gyorsan vonulnak a cumulus-, strato-cumulus-, alto-cumulus- és cirro-cumulus alakok.

7. A szél és az alsó felhők sebességének viszonya.

Légáramlati megfigyeléseimből azon tapasztalatra jutottam, hogy a szél és az alsó felhők között bizonyos kapcsolat mutatkozik, a mennyiben erősebb szél idején a felhők látszólagos sebessége

nagyobb, mint szélesendes időben vagy kisebb erejű szél alkalmazásával.

Az észlelésekből világosan kitűnik, hogy a felhők annál gyorsabban vonulnak, minél inkább fokozódik a szél ereje. A kapcsolat elvitázhatatlan, de hogy vajjon a felhők áramlatának sebességétől függ-e a szél ereje, vagy megfordítva, arra adataink felvilágosítást nem adnak. Lehetnek esetek, midőn a szél hat a legalsóbb felhőkre, de minden bizonynyal gyakoriabbnak kell lenni azoknak, midőn a gyorsabban áramló felsőbb légrétegek magukkal ragadják a talaj felett elterülő alsókat.

A szél és az alsó felhők sebessége között mutatkozó kapcsolat úgy is megtartja érvényét, ha a nap különböző szakai szerint tüntetjük fel.

Kiderül ugyanis, hogy a szél ereje és a felhők sebessége között egyenes viszony áll fenn; nagyobb erejű szélnek nagyobb sebesség, gyengébb szélnek kisebb sebesség felel meg. A megfigyelések azonban azt is tanúsítják, hogy ugyanazon erejű szél mellett a délelőtti 5, 7, 9 órákor feltűnt felhők gyorsabban vonulnak, mint a nap többi részében feltűntek. Ennek oka nem lehet más, mint az, hogy vagy az alsó felhők a reggeli órákban valóban is, és nemcsak látszólag, gyorsabban haladnak, mint déltájban és este felé, vagy pedig ezen felhőalakok reggel alantabb lebegnek, mint a nap egyéb részeiben.

8. A szél sebességének viszonya a cumulus- és alto-cumuluséhoz (ápril—szept.).

A nyári félévnek a cumulus lévén legfeltűnőbb s leggyakoribb felhőalakja, nem késtem közelebről szemügyre venni azt, vajjon a kapcsolat közte és a szél között szintén oly szembetűnő, mint az alsó felhőknél általában. Azt tapasztaltam, hogy a cumulus is gyorsabban vonul erősebb, mint gyengébb szél idején.

Szemügyre vettem továbbá azon eseteket, midőn a cumulus vonulása nem tért el 45 foknál erősebben a szélétől jobbra és balra, tehát csaknem egyezett vele, s azon eredményre jutottam, hogy akkor valamivel gyorsabban történik vonulása, mint általában véve történni szokott. Ugyanis 1 fokú szélnél 65, 2 fokúnál 63, 3 fokú-

nál 52, 4 fokúnál 39, 5 fokúnál 30, 6 fokúnál 27, 7 fokúnál 16 másodperczet tesz ki a cumulus sebessége.

Kutatásomat kiterjesztettem az alto-cumulus alakra is, vajjon e szintájon történő légáramlat sebessége és a szél között mutatkozik-e még bizonyos kapcsolat. Az eredmény a föltevés mellett látszik bizonyítani.

A kapcsolat azonban az alto-cumulusnál már nem oly határozott, mint a cumulusnál és egyéb alsó felhőknel.

Ha az alto-cumulus vonulása a szél irányával egyezik, vagy legfeljebb 45 foknyira jobbra és balra tér el, akkor sebessége a szélhez képest valamivel nagyobb, mint általában véve valamennyi iránynál.

*

Rövid értekezésem hiányos volna, ha a felhőalakok sebességének napi periodusa mellett mellőzném ezen felhőalakoknak napközötti gyérebb vagy sűrűbb előfordulásának ismertetését s az ezzel együtt járó borulat változásának mikéntjét. Említettem, hogy a sebesség feltüntetésére csak azok a felhők alkalmasak, melyek a tetőponthoz közel járnak. Ennélfogva nagyon természetes, hogy a sebesség eseteinek számából még nem következtethünk teljes biztossággal a felhőalakok tényleges előfordulására is.

A napi periodus feltüntetésénél csak a nyári félév (aprilszept.) alatt jegyzett eseteket használtam fel. Először általában mutatom be az alsó, közepes és felső felhők előfordulását, majd a cumulus-alakokat részletesen; úgy aztán a borulatot általában, majd a borulati fokokat egyenként.

A felhők előfordulása gyakoriságának maximuma az alsó felhőknel délután 3, a közepeseknel délelőtt 9, a felsőknel este 7 órakor jelentkezik. Szabályosabb járást kapunk, ha három-három órát együvé foglalunk, mikor is azon eredményre jutunk, hogy az alsó felhők leggyakoribbak déltájban (11—3 órakor), a közepesek reggel (5—9 órakor), a felsők este (5—9 órakor). A cirrus és cirro-stratus előfordulása reggeltől estig gyarapszik, úgy hogy 5, 7 órakor leggyakrabban találkozunk vele.

Mínthogy a felső felhők csoportjához csak a cirrust és cirro-stratust számítják, e két alakkal tovább nem foglalkozunk. Lás-

suk tehát a cumulus-csoportot, mely az alsó és közepes felhők jellemző alakjait tartalmazza.

A nyár tipikus alakja, a cumulus, leggyakrabban délután 1 órakor tűnik fel, a strato-cumulus este 7, s az alto- és cirro-cumulus reggel 7 órakor. A cumulus általában véve déltájban, a strato-cumulus este, az alto- és cirro-cumulus reggel szokott mutatkozni.

Hogy némely felhőalak miért tűnik fel gyakrabban a nap bizonyos részében, a másokban pedig ritkábban, erre egyelőre még adósok maradunk a felelettel. Gyakori megfigyeléseim alkalmával tapasztaltam ugyan, hogy a korán reggel feltűnt strato-cumulusból délelőtt 7—8 óra tájban alto-cumulus, majd később cirro-cumulus képződött. de azért távol vagyok attól, hogy ezen kivételes eseteknek kellőnél nagyobb súlyt tulajdonítsak. Csak azt mondom, hogy kedvező körülmények között az éjszaka tipikus felhője, a strato-cumulus, tiszta cumulussá, sőt alto- és cirro-cumulussá is alakulhat át, mint például 1894. május 16.-án, midőn egész Közép-Európa fölött igen egyenletes, 765 mm.-nél kisebb nyomás terült el, s Magyarországon csekély depressio nyomai mutatkoztak és a csendes. meleg időben délután hosszú zivatar keletkezett, tehát a fölszálló légáramnak igen élénknek kellett lenni. Hogy a cumulus a napsütés hatása alatt keletkezik, azt megfigyeléseim eléggé tanúsítják, a mennyiben igazolják, hogy csak is a nap melegebb óráiban találkozunk vele.

A mi a nyári félévben mutatkozott borulat terjedelmét illeti, arról a következő, a szemhatár századrészei szerint kifejezett számok adnak felvilágosítást. A páratlan órák mellé a délutáni 2 órát is kiteszem, mivel a borulat maximuma éppen erre esik.

Az *átlagos borulat* a szemhatár századrészei szerint ápril—szept. hónapokban a következő:

5	7	9	11	1	2	3	5	7	9	órákor
40	39	37	41	46	50	48	46	45	39.	

Legborultabb az ég a cumulus felhő élénk keletkezése miatt délután 2 órakor; legcsekélyebb a borulat reggel 9 órakor. Megjegyzem, hogy a felhőzet minimuma éppen reggeli 9 órára esik, mikor a szél ereje leginkább növekszik. Ha délután 2 órakor azért legborultabb az ég, mert élénk felszálló légáram s azzal együtt

cumulus felhők keletkeznek, akkor csaknem azt mondhatnók, hogy reggel 9 órakor azért legtisztább az ég, mert akkor leszálló légáram támad, mely a szél erejét gyorsítja s az alsó felhőket épen leszálló voltánál fogva részint feloszlatja, részint képződésüket megakadályozza.

A borulat napi periodusánál az átlagos felhőzetten kívül még a borulati fokok előfordulása is fontos tényező. Lássuk tehát azoknak gyakoriságát.

A borulati fokok gyakoriságára nézve a következőket tapasztaltam:

A délutáni 1 és 3 óra kivételével, a nap minden órájában leggyakrabban derült ég mutatkozik, úgy, hogy 100 eset között 27·9-szer 0 fokú felhőzettel találkozunk. A teljes borulás (10 fok) esetei már jóval ritkábbak, 100 megfigyelés között 19·3 fordul elő. A 10 fokú felhőzet csaknem egyaránt gyakori a nap minden szakában, a 0 fok azonban meglehetősen ingadozik; az előbbi tehát tartósabb, az utóbbi pedig kevésbé az. A kisebb borulati (2—5) fokok előfordulási valószínűsége legnagyobb délután 1 és 3 óra tájban, mikor is 100 megfigyelés alkalmával 34-szer találjuk, holott általában véve csak 19-szer szoktak előfordulni a nap 9 páratlan órájában. A 3-tól 8-ig terjedő fokok egyáltalában véve legritkábbak, úgy hogy ezen 6 osztályú felhőzettel 100 esetben mindössze 24·2-szer találkozunk, tehát kevesebbszer, mint magával az egy 0 fokkal.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1895. február 18.-án tartott üléséből.)

A SEMIDEFINIT QUADRATIKUS ALAKOK ELMÉLETÉHEZ.

RADOS GUSZTÁV I. tagtól.

A több változót tartalmazó függvények szélső értékeinek meghatározására vonatkozó vizsgálatok szorosan összefüggnek a valós quadratikus alakoknak bizonyos függvénytani alapon történő osztályozásával, a melynél ezeket az értékészletükben uralkodó előjelbeli viszonyaik szerint sorozzuk különböző osztályokba.

Mint minden függvénynek vizsgálata, úgy az

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

valós változóknak

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ik} x_i x_k$$

valós quadratikus alakjáé is, első sorban két dologra irányul: az értelmezési tartományra és az értékészletre. A quadratikus alakot ebben a két irányban elemezvén, két különböző alapon nyugvó osztályozási elvre jutunk, a melyet mindenekelőtt ki akarok fejteni.

I. *Az értelmezési tartomány elemzése.* Az n változót tartalmazó quadratikus alak értelmezési tartománya általánosságban n -dimenziós síksokaságot alkot, azaz felöleli az

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

n -elemű értékrendszerek összességét. Speciális esetekben azonban lehetséges, hogy a quadratikus alak értékét már egy n -nél alacsonyabb m -dimenziós síksokaság helye is teljesen meghatározza ($m < n$); ez akkor fog bekövetkezni, ha van oly lineár helyettesítés, a melylyel átalakítva az adott quadratikus alakot, oly quadratikus alakot nyerünk, a mely csak m változót tartalmaz.

Erre pedig — mint különben ismeretes — elegendő és egyszerűs mind szükséges, hogy az

$$A = |a_{ik}|,$$

$(i, k=1, 2, \dots, n)$

determináns összes $(m+1)$ -edfokú aldeterminánsai eltűnjenek, míg az m -edfokú aldeterminánsai között a zérustól különböző is legyen. Ebben az esetben az A determináns valamint az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ quadratikus alak is KRONECKER szerint m -ed rangú.

Az értelmezési tartomány elemzése tehát a quadratikus alakoknak rang szerinti osztályozására vezet. Ennek az osztályozásnak alapja mint ilyen jogosult, mert a rang-lineár átalakításnál változatlanul fennmaradó, tehát valóban jellemző, karakterisztikája a quadratikus alaknak.

Az n -nél alacsonyabb rangú n -változós quadratikus alakokat *singuláris* alakoknak is szokás nevezni.

II. Az értékkészlet elemzése. Mint közvetlenül meggyőződhetünk, az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ quadratikus alak az

$$x_1=0, x_2=0, \dots, x_n=0$$

helyen zérussal egyenlő. Ha e hely az egyetlen hely, a melyen a quadratikus alak eltűnik, akkor ennek értékkészletében uralkodó előjelbeli viszonyok különösen egyszerűek, mert ekkor ez az értékkészlet a 0-on kívül csakis megegyező előjelű értékekből állhat. Ennek igazolására kimutatom a következő tétel helyességét:

Ha az

$$x_1=0, x_2=0, \dots, x_n=0$$

az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ quadratikus alaknak egyetlen zérushelye és

$$y \equiv (y_1, y_2, \dots, y_n), \quad z \equiv (z_1, z_2, \dots, z_n)$$

értelmezési tartományának két tetszőleges a $(0, 0, \dots, 0)$ helytől különböző helye, akkor az

$$F(y_1, y_2, \dots, y_n), \quad F(z_1, z_2, \dots, z_n)$$

helyettesítési értékek megegyező előjelűek.

Ha a quadratikus alak előjelét az

$$x_i = y_i + \vartheta(z_i - y_i) \quad (K)$$

$$(i=1, 2, \dots, n; 0 \leq \vartheta \leq 1)$$

úton vizsgáljuk, akkor két eset lehetséges, a szerint a mint (K) tartalmazza a $(0, 0, \dots, 0) \equiv O$ helyet vagy nem.

1. (K) tartalmazza az O helyet. Ebben az esetben a ϑ -nak bizonyos ϑ_0 értéke a

$$0 = y_i + \vartheta_0(z_i - y_i)$$

egyenleteket i -nek

$$1, 2, \dots, n$$

értékei mellett elégítik ki, de akkor

$$z_i = \frac{\vartheta_0 - 1}{\vartheta_0} y_i, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

és így

$$F(z_1, z_2, \dots, z_n) = \left(\frac{\vartheta_0 - 1}{\vartheta_0} \right)^2 F(y_1, y_2, \dots, y_n),$$

tehát $F(y_1, y_2, \dots, y_n)$ és $F(z_1, z_2, \dots, z_n)$ előjele ugyanaz.

2. (K) az O -t nem tartalmazza. Ebben az esetben

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(y_1 + \vartheta(z_1 - y_1), \dots, y_n + \vartheta(y_n - z_n)) \\ = \Phi(\vartheta)$$

a ϑ -nak oly folytonos függvénye, a mely a

$$0 \leq \vartheta \leq 1$$

számköznek sem belső sem pedig határhelyén el nem tűnik, mert (K) az O helyet nem tartalmazza és F feltevésünk szerint csakis az O helyen lehet zérus. De ekkor

$$\Phi(0) = F(y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \Phi(1) = F(z_1, z_2, \dots, z_n)$$

megint megegyező előjelű. Ezzel pedig tételünk teljesen be van bizonyítva.

Azokat a quadratikus alakokat, a melyek csakis az

$$O \equiv (0, 0, \dots, 0)$$

vehetik fel a zérus értéket, *definit* alakoknak nevezzük. Minden más quadratikus alak *indefinit* alak, tehát az O helyen kívül egyéb zérushelyei is vannak.

Most már a következő kérdés merül fel: Van-e oly indefinit alak, a melynél megmarad a definit alaknak ama tulajdonsága, hogy előjele mindenütt ugyanaz. Ily indefinit alakok valóban vannak és ezek a *semidefinit* alakok. E semidefinit alakok egyik jellemző tulajdonságára vonatkoznak a következő fejtegetések. Ezt a tulajdonságot a következő tétel fejezi ki:

Ha az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ indefinit alak előjele mindenütt ugyanaz és az egymástól független zérushelyeinek egyik teljes rendszere,

$$\begin{aligned} x' &\equiv (x'_1, x'_2, \dots, x'_n) \\ x'' &\equiv (x''_1, x''_2, \dots, x''_n) \\ &\vdots \\ x^{(n-m)} &\equiv (x_1^{(n-m)}, x_2^{(n-m)}, \dots, x_n^{(n-m)}), \end{aligned}$$

*$n-m$ értékrendszert foglal magában, akkor F singuláris alak és rangja m .**

III. *A semidefinit alakokra vonatkozó tétel bebizonyítása.* A főt kimondott tétel kimutatását több részletes tétel bebizonyítására vezetem vissza. Mindenekelőtt bebizonyítom a következő tételt:

1. *Az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ semidefinit alak minden zérushelye,*

$$x_1 = x_1^{(k)}, x_2 = x_2^{(k)}, \dots, x_n = x_n^{(k)},$$

egyszersmind az

$$\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial x_i} \equiv F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n$$

$(i=1, 2, \dots, n)$

lineár függvényrendszernek is zérushelye.

Ha ugyanis az

$$F(x_1 + x_1^{(k)}, x_2 + x_2^{(k)}, \dots, x_n + x_n^{(k)})$$

kifejezést az $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}$ hatványai szerint kifejtjük, akkor az

* E tételnek egy speciális esetét ($n-m=1$) KRONECKER közölte bebizonyítás nélkül. (Monatsberichte der k. preussischen Akademie der Wiss. zu Berlin 1868. 339. l.)

$$F(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) = 0$$

egyenlőség figyelembe vételével a következő kifejtést kapjuk:

$$\begin{aligned} F(x_1 + x_1^{(k)}, x_2 + x_2^{(k)}, \dots, x_n + x_n^{(k)}) &= \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ik} x_i x_k + \sum_{i=1}^n b_i^{(k)} x_i, \end{aligned}$$

a hol

$$b_i^{(k)} = 2F'_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}).$$

Ezen a soralakon most már könnyen kimutatható, hogy a

$$b_i^{(k)} = 2F'_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}), \quad (i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, n-m)$$

értékek mindegyike zérussal egyenlő, mert az ellenkező feltevésből kiindulva — a föltevésekkel ellentétben — azt következtethetjük, hogy F előjelét nem tartja meg állandóan. Ha ugyanis az

$$F_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) = b_i^{(k)}, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

értékek közül valamelyik zérustól különböző, akkor az

$$x_1 = \rho \hat{\xi}_1, \quad x_2 = \rho \hat{\xi}_2, \quad \dots, \quad x_n = \rho \hat{\xi}_n, \quad \rho = (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)^{\frac{1}{2}}$$

egyenletek segítségével polárkoordinátákra térvén át, a ρ alkalmas választásával mindig elérhetjük azt, hogy

$$F(x_1 + x_1^{(k)}, x_2 + x_2^{(k)}, \dots, x_n + x_n^{(k)})$$

és

$$\sum b_i^{(k)} x_i = 2 \sum_{i=1}^n F'_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) x_i$$

megegyező előjelűek legyenek. Erre elégséges, hogy $\hat{\xi}_1, \hat{\xi}_2, \dots, \hat{\xi}_n$ oly értékrendszer legyen, a melyre nézve a

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ik} \hat{\xi}_i \hat{\xi}_k, \quad \sum_{i=1}^n b_i^{(k)} \hat{\xi}_i$$

kifejezések mindketten zérustól különbözők, míg továbbá ρ a

$$\rho < \frac{2 \left| \sum_{i=1}^n b_i^{(k)} \hat{\xi}_i \right|}{\left| \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ik} \hat{\xi}_i \hat{\xi}_k \right|}$$

egyenlőtlenséget kielégítse. Ha a

$$\rho, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$$

mennyiségeket e feltételeknek megfelelően választjuk, akkor

$$F(x_1 + x_1^{(k)}, x_2 + x_2^{(k)}, \dots, x_n + x_n^{(k)}), \sum b_i^{(k)} x_i$$

előjelben megegyezők, de akkor $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ az

$$x_1 = x_1 + \rho \xi_1, \quad x_2 = x_2 + \rho \xi_2, \dots, \quad x_n = x_n + \rho \xi_n$$

és

$$x_1 = x_1 - \rho \xi_1, \quad x_2 = x_2 + \rho \xi_2, \dots, \quad x_n = x_n + \rho \xi_n$$

helyeken ellenkező előjelűek.

Ha tehát F előjelét állandóan megtartja, akkor lehetetlen, hogy a $b_i^{(k)}$ értékek valamelyike a zérustól különböző legyen és így kell, hogy minden értékrendszer, a melyre nézve F zérus lesz, egyszersmind az

$$\frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial x_i} \equiv F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = 0$$

($i=1, 2, \dots, n$)

homogén lineár egyenletrendszer is kielégítse. De ezzel a tételt teljesen bizonyítottuk.

Ebből világos egyszersmind az is, hogy ha

$$x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}; \quad (k=1, 2, \dots, \alpha)$$

F -nek zérushelyei, akkor

$$X_1 = \sum_{k=1}^{\alpha} \lambda_k x_1^{(k)}, \quad X_2 = \sum_{k=1}^{\alpha} \lambda_k x_2^{(k)}, \dots, \quad X_n = \sum_{k=1}^{\alpha} \lambda_k x_n^{(k)}$$

a λ -knak minden értéke mellett szintén F -nek zérushelyei. Ugyanis

$$F_i(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{k=1}^{\alpha} \lambda_k F_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

mert az imént bebizonyított tétel értelmében

$$F_i(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) = 0; \quad (i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, \alpha)$$

de akkor

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) = 2 \sum_{i=1}^n F_i(X_1, X_2, \dots, X_n) X_i \equiv 0.$$

Ez okadatulja egyszersmind azt, hogy az F -nek csakis lineárisan független zérushelyeit veszszük tekintetbe; az egymástól lineárisan független zérushelyekből álló teljes rendszerben foglalt helyek száma ugyanis megadja az összes zérushelyek alkotta pontsokaság dimenzióját.

2. Ha

$$x_1 = x_1^{(k)}, \quad x_2 = x_2^{(k)}, \quad \dots, \quad x_n = x_n^{(k)}, \quad (k=1, 2, \dots, n-m)$$

az

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

lineár függvényrendszernek egymástól lineárisan független zérushelyeinek teljes rendszere, akkor az

$$A = (a_{ik}), \quad (i, k=1, 2, \dots, n)$$

determináns m -edrangu.

Ennek bebizonyítására ki kell mutatnunk, hogy A -nak tetszőleges $(m+1)$ -edfokú aldeterminánsa zérussal egyenlő és hogy továbbá m -edfokú aldeterminánsai között a zérustól különböző is előfordul.

Az A determinánsnak tetszőleges $(m+1)$ -edfokú aldeterminánsa

$$\begin{vmatrix} a_{rs} \\ (r=i_1, \dots, i_{m+1}; s=k_1, \dots, k_{m+1}), \end{vmatrix}$$

a hol

$$i_1, i_2, \dots, i_{m+1}, \\ k_1, k_2, \dots, k_{m+1},$$

az

$$1, 2, \dots, n$$

elemek tetszőleges $(m+1)$ -edosztályú kombinációi. Erről kell most már kimutatnunk, hogy értéke zérus.

A mint a megelőzőkből világos az

$$X_i = \lambda_1 x_i' + \lambda_2 x_i'' + \dots + \lambda_{n-m} x_i^{(n-m)}, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

értékrendszer a $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-m}$ határozatlanoknak minden értékénél kielégíti az

$$F_i \equiv a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + n = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

homogén lineár egyenletrendszer. Az $(n-m)$ számban lévő $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-m}$ határozatlanok most már úgy is meghatározhatók, hogy

$$X_{k_{m+2}} \equiv 0, X_{k_{m+3}} = 0, \dots, X_{k_n} = 0$$

legyen, a hol

$$k_{m+1}, k_{m+2}, \dots, k_n$$

az 1, 2, \dots , n sorozatnak amaz elemei, a melyek a

$$k_1, k_2, \dots, k_{m+1}$$

elemek elhagyása után hátramaradnak. E mellett ez elérhető úgy, hogy a $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-m}$ értékek között a zérustól különböző is legyen, mert e λ -k meghatározására szolgáló

$$\lambda_1 x'_\alpha + \lambda_2 x''_\alpha + \dots + \lambda_{n-m} x_\alpha^{(n-m)} = 0, \quad (\alpha = k_{m+2}, k_{m+3}, \dots, k_n)$$

homogén lineár egyenletrendszerben az ismeretlenek száma $n-m$, felülmulja az egyenletek számát $(n-m-1)$ -et. Ha a λ -k ekként meghatározott értékrendszereinek egyike

$$\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_{n-m}$$

akkor az

$$X'_\beta = \lambda'_1 x'_\beta + \lambda'_2 x''_\beta + \dots + \lambda'_{n-m} x_\beta^{(n-m)}, \quad (\beta = k_1, k_2, \dots, k_{m+1})$$

értékek mindnyájan nem lehetnek zérusok, mert különben kellene, hogy a

$$\lambda'_1 x'_i + \lambda'_2 x''_i + \dots + \lambda'_i x_i^{(n-m)} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

egyenlőségek együttesen fennálljanak, a mit azonban kizár az

$$x_1^k, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}, \quad (k=1, 2, \dots, n-m)$$

értékrendszereknek egymástól lineárisan független volta.

. Így tehát

az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ semidefinit alak lineárisan független zérushelyeinek teljes rendszere, akkor 1) alapján ez ugyanilyen rendszer az

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

lineár alakrendszerre nézve is; de akkor a 2. tételből már következik, hogy az A determináns és így az $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ quadratikussal is m -edrangu.

IV. *A semidefinit alakok ismertető jelei.* A megelőző fejtegetések alapján kritériumokat is állíthatunk fel, a melyeknek segítségével megadott quadratikussal alakra nézve eldönthető az a kérdés, hogy semidefinit alak-e vagy sem. III.-ban kimutattuk, hogy semidefinit alaknak egyszersmind singulárisnak kell lennie, hogy tehát rangszáma m kisebb n -nél, a változók számánál. Tehát az A determináns m -edfokú alldeterminánsai a legelsőek, a melyek között a zérustól különböző is előfordul, míg az összes m -nél magasabb fokú alldeterminánsai eltűnnek. A quadratikussal alak determinánsa szimmetrikus, ilyen determinánsokról FROBENIUS* a következő tételt mutatta ki:

«Ha egy szimmetrikus determináns m -edrangu, akkor már m -edfokú főminorai között is van a zérustól különböző.»

Legyen

$$A_m = |a_{i_s, i_s}|, \quad (r, s=1, 2, \dots, m)$$

az A determinánsnak ily el nem tűnő m -edfokú főminorai, akkor mindig található oly lineár helyettesítés**

$$x_k = c_{k1}X_1 + c_{k2}X_2 + \dots + c_{kn}X_n, \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (S)$$

a melynek determinánsa zérustól különböző, és a melylyel F -et transformálva, a

$$\Phi(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m}) = \sum_{\alpha=1}^m \sum_{\beta=1}^m a_{i_\alpha i_\beta} X_{i_\alpha} X_{i_\beta}.$$

* Ueber das Trägheitsgesetz der quadratischen Formen, Crelle, Journal 114. k. 192. l.

** L. GUNDELFINGER «Ueber die Transformation einer quadratischen Form in eine Summe von Quadraten» Crelle, Journal 91. k. 228. l.



alak keletkezik. Minthogy az (s) lineár helyettesítés megfordítható, F és Φ æquivalens alakok és így értékészletük ugyanaz; ha tehát F semidefinit alak, akkor Φ is előjelét állandóan megtartja. Ha most a III.-ban bebizonyított tételt alkalmazzuk, könnyen beláthatjuk, hogy Φ az

$$X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m}$$

változóknak definit alakja, mert ha indefinit lenne, akkor az értékészletében fellépő előjelek állandóságánál fogva csakis semidefinit lehetne, de ezt kizárja az a körülmény, hogy determinánsa, a mely A_m -mel egyenlő, a zérustól különbözik.

Az F m -edrangú quadratikus alaknak semidefinit voltára tehát szükséges és elegendő feltétel, hogy $\Phi(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_m})$ definit legyen

Arra pedig, hogy Φ definit alak legyen, szükséges és elegendő, hogy az

$$A_k = \begin{vmatrix} a_{i_1 i_1} & \dots & a_{i_1 i_k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i_k i_1} & \dots & a_{i_k i_k} \end{vmatrix}, \quad (k=1, 2, \dots, m)$$

főminorok sorozata vagy csak pozitív előjeleket tartalmazzon, a mikor Φ definit pozitív alak lesz; vagy pedig

$$\text{sgn.}(A_k) = (-1)^k, \quad (k=1, 2, \dots, m)$$

legyen, a mikor Φ definit negatív alakot képvisel.

Az eddigieket összefoglalva, a semidefinit alakokra vonatkozó kritériumot a következő tételben fejezhetjük ki:

Arra, hogy $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ semidefinit pozitív alak legyen, szükséges és elegendő, hogy

a) F -nek rangszáma kisebb legyen n -nél,

b) ha A_m az F determinánsának egyik el nem tűnő főminora,

akkor az

$$A_1, A_2, \dots, A_m$$

sorozat összes számai pozitív előjelűek legyenek.

Arra pedig hogy F semidefinit negatív alak legyen, szükséges és elegendő, hogy

a) F -nek rangszáma kisebb legyen n -nél,

β) ha A_m az F determinánsának egyik el nem tűnő főminorára, akkor az

$$A_1, A_2, \dots, A_m$$

sorozat elemein a

$$\operatorname{sgn.}(A_k) = (-1)^k \quad (k=1, 2, \dots, m)$$

egyenlőségekben kifejezett előjelszabály uralkodjék.*

Végül legyen szabad a talált kritériumot számbeli példán is bemutatni. Legyen az adott quadratikus alak:

$$\begin{aligned} E(x_1, x_2, x_3, x_4) = & -x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_1x_4 - \\ & -6x_2^2 + 4x_2x_3 - 4x_2x_4 - \\ & -2x_3^2 + 2x_3x_4 - \\ & -x_4^2. \end{aligned}$$

Ennél az alaknál $A=0$, továbbá az A utolsó elemének alde-terminánsa, $A_3=-2$, tehát F harmadrangú;

$$A_2=2, A_1=-1;$$

tehát e quadratikus alak főminoraira nézve

$$\operatorname{sgn.}(A_k) = (-1)^k, \quad (k=1, 2, 3)$$

és így $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ semidefinit negatív alak.

* Ebből egyszersmind a szimmetrikus determinánsokra vonatkozó tétel következik. Ha ugyanis

$$A'_1, A'_2, \dots, A'_m \geq 0$$

az A szimmetrikus determinánsra nézve a főminoroknak egy másik sorozata, akkor erre ugyanazon előjelszabály áll fenn, mint az

$$A_1, A_2, \dots, A_m$$

sorozatban.

EGY SZÉNFOGYASZTÓ THERMOCHEMIAI GALVÁN- ELEMÉRŐL.

KORDA DEZSŐ-től.

Kiindulva BECQUEREL EDMOND alapvető kísérletéből (1855), melyet JABLOCHKOFF 1877-ben sikerrel ismételt, hogy t. i. a vörös izzásig hevített szénrúd, nátronsalétromba mártva, elektromótoros erőt szül, a szén képezvén a negatív sarkot, vagyis a megtámadottat; továbbá támaszkodva azon ismeretes körülményre, hogy lehetséges oly gázelemet kombinálni, melynél a szén-oxid alkotja a negatív sarkot, éppen úgy, mint a GROVE-féle gázaccumulátor-nál a hydrogen: belefogtam annak megvizsgálásába, vajjon nem jelentkezik-e hasonlóképen elektromótoros erő akkor is, mikor fémoxidok magas hőmérséknél szén által redukáltnak.

1. Az eddig megvizsgáltam esetek közül különösen kettő határozott eredményt szolgáltatott, és pedig az egyik közvetlen, a másik közvetett úton.

A mi az előbbit illeti, sikerült ugyanis ismételt megállapítanom, hogy valahányszor bariumbioxyd (BaO_2) szénnel vörös izzóvá tétetik, a mikor szénsavképződés mellett bariumoxyddá (BaO) redukálódik, mindannyiszor fellép — és pedig a szénnel a negatív sarkon — elektromótoros erő, melynek értéke *egy* volthoz igen közel áll.

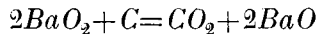
Ismeretes a bariumoxydnak (baryt) azon kiváló sajátsága, hogy már aránylag mérsékelt hőfoknál (500° Celsius) magához ragadja a levegő oxigénjét és bioxyddá alakul, de magasabb hőfoknál, körülbelül 800° Celsiusnál, ismét baryttá redukálódik. Ez a tulajdonsága teszi alkalmassá az oxygennek ipari előállítására a levegőből, BOUSSINGAULT módszere alapján. Szén társaságában a

bioxyd reductiója még könnyebben, már setétvörös izzásnál is, bekövetkezik és pedig, ha a szén poralakban kevertetik hozzá, az a szénpornak heves oxydatiója folytán hő- és fénytüneménynyel jár.

Ezzel szemben maga a baryt csak igen nehezen, csupán erős elektrolysis útján redukálható bariumpfémé, sőt eddig nem is ismerjük képződési melegét, ellenben BERTHELOT mérései alapján tudjuk, hogy a szilárd barytnak átalakulása szilárd bioxyddá 12,1 kalória melegfejlődéssel jár és így megfordítva a bioxydnak ugyanennyi meleget kell szolgáltatni, hogy baryttá visszaredukálódjék. Ezen melegmennyiség, egyéb bioxydokéval összehasonlítva, aránylag igen csekély és megmagyarázza, miért oly kevéssé állandó vegyület a bariumbioxyd.

A most említett adat alapján könnyen kiszámíthatjuk a baryt oxydatiójának megfelelő elektromótoros erőt. Ugyanis a DANIELL féle elemben végbemenő chemiai átalakulásnak 50,13 kalória melegfejlődés felel meg, mint a képződő kénsavas zink és felbontott kénsavas réz alakulási melegeknek különbsége. Ugyanekkor az elektromótoros erő 1,08 voltnek felel meg. Ennélfogva a barytnak bioxyddá változása elméletileg $\frac{12,1}{50,13} 1,08 = 0,24$ voltnyi feszültséget szolgáltatna, ha az összes chemiai energia villamosság, nem pedig részben hő alakjában jelentkeznék.

Ezzel szemben az amorph szénnek oxydatiója szénoxyddá 29,45, szénsavvá pedig 97,65 kalória melegfejlődéssel jár. Utóbbinak tehát, ha teljesen villamos energia alakjában jelentkeznék, $\frac{97,65}{50,13} 1,08 = 2,1$ voltnyi elektromótoros erő felelne meg. Miután pedig



képletnek megfelelőleg egy rész szénsav fejlődéséhez két rész bioxydnak kell felbomlania barytra és oxygenre, a mi $2 \times 12,1 = 24,2$ kalória elnyeletését igényli, ennélfogva elméletileg 97,65 — 24,2 = 73,45 kalóriához képest 1,58 voltnyi feszültséggel járna az általam megvizsgált vegyi folyamat. A kísérletileg talált körülbelül 1 voltnyi érték tehát csaknem $\frac{2}{3}$ -nyi hatásfokot jelentene, ha ezenkívül a vörös izzáshoz szükséges hőmérséknek állandó előállítására nem kerülne szintén szénfogyasztásba, hozzátevén külön-

ben, hogy utóbbi rossz hővezető burkolat alkalmazása által nagy mértékben csökkenthető.

2. A mi már most magát a kísérletet illeti, azt a lehető legegyszerűbb alakban végeztem, hogy minden mellékbefolyástól menten észlelhessem a voltmérő jelzéseit. E célból egy három centiméter hosszú és két cm. széles szénlapot egy milliméteres platina-drót közvetítésével a voltméter negatív sarkához, egy dió nagyságú bariumbioxyd-darabot pedig ugyancsak platina-drót közvetítésével a pozitív sarkhoz kapcsoltam. A használt készülék igen érzékeny RICHARD-féle voltméter, melynek tekerese 100 ohm ellenállású. 0-tól 3 voltig lehet vele mérni és pedig tized voltokba van beosztva, de oly nagy osztályrészekkel, hogy 0 és 1 volt között $\frac{1}{10}$ voltnyi kilengés még könnyen megbecsülhető.*

Egy Bunsen-láng felett sötétvörös izzásig hevítvén a szénlapot, úgy szoritottam hozzá a bioxyd-darabot, hogy a platinadrótok sem egymás közt, sem a másik testtel ne érintkezhessenek. A drótokat a lángtól elég távol kézzel fogtam. A míg a szénsav pezsgése nem jelentkezett, a voltméter tűje zéruson maradt, mihelyt azonban a bioxyd is vörös izzóvá lett, megkezdődött a vegyi folyamat és a voltméter tűje pár pillanat alatt felszökött az egyik kísérletnél 0.85, a másodiknál pedig 1 voltra és a meunyre a kéz rezgése lehetővé tette, állandóan ott maradt, a míg csak a bioxyd-darab el nem fogyott. Ekkor a szénen olajzöldes színű odatapadt barytréteg volt észlelhető, a szegélyen, azaz ott, a hol az elillanó gázzal érintkezett, fehérszínű porladozó szénsavas barium-nyomokkal.

A következő kísérletnél tűzálló tégelyben szoritottam egymáshoz egy szénlemezket és egy bariumbioxyd-darabot, és a voltméterrel való összekapcsolás után koksztüzbe helyeztem az edényt, miután még előbb a tégelyben a szén oldalára egy kis szénport, vele szemben pedig bioxydport hintettem volt. A szénpor csakhamar fényvel égett és mihelyt az egész tömeg izzásba jött, a voltméter csakhamar felszökött, előbb 0.65, azután fokozatosan 0.9 voltig. Ekkor az edényt óvatosan kihuztam csiptető segélyével a tüzből és mihelyt az hűlni kezdett, a voltméter rohamosan alá-

* Leírása megjelent a «L'électricien» című szaklap 1895 márczius 9.-i számában, a 145. lapon.

szállt, ha pedig visszahelyeztem a paráztsba, a voltméter ismét gyorsan emelkedett 0·9 voltig. Ekkor a belső ellenállás meghatározása végett 4 ohmos ellenállást kapcsoltam be párhuzamosan a voltméterrel, mire utóbbinak tüje rögtön 0·80-ról 0·20-ra süllyedt, de mihelyt elvettem az ellenállást, ismét 0·80-ra felszökött. Az egész kísérlet másfél óra hosszáig tartott és ezalatt a voltmérőn észlelt feszültség leszállt 0·9-ről 0·6 voltra.

Fentebbi adat alapján a belső ellenállás ρ , valamint a valódi elektromótoros erő e a voltmérő 100 ohmos ellenállásának megfelelőleg következő értékűnek mutatkozik. A 4 ohmos ellenállásnak párhuzamos kapcsolása előtt az áram ampère-ekben a következő volt:

$$\frac{0\cdot80}{100} = \frac{e}{\rho + 100},$$

a második esetben pedig:

$$0\cdot20 \frac{100 + 4}{400} = \frac{e}{\rho + \frac{400}{104}}.$$

E két adatról ama pillanatra nézve $e = 0\cdot9$ voltnyi értékű, a belső ellenállás pedig $\rho = 13\cdot6$ ohm értékű. Tekintettel az alkalmazott működési felületeknek csekély voltára, az utóbbi érték épen nem meglepő.

Megjegyzendő még, hogy a hatást az sem szünteti meg, hogy a szénnel közvetlenül érintkező bioxydréteg átalakult baryttá, mivel utóbbi nem képez akadályozó válaszfalat, sőt inkább a bioxydtól elvonja az oxygént, ez által maga is bioxyddá változik, hogy azután az így nyert oxygént a szénnek továbbítsa és ismét baryttá változva, új oxygén mennyiséget fogadhasson be. Ez így folytatódik mindaddig, a míg csak van jelen bioxyd. A két szélső test között tehát a barytnak valóságos elektrolyt szerepe van. A szénsav elillanása erős pezsgés mellett történik és olyanféle folytonos, sístergő hangot ad, mint mikor zsiradékot tűzbe dobunk.

Mivel pedig a baryt 500°-ra való felmelegítés útján a levegő oxygénje által ismét bioxyddá változtatható, oly test áll rendelkezésünkre, mely folytonos közvetítőül szolgálhat a szén és a levegőnek oxygénje között szénsavképzés létesítésére, még pedig

oly módon, hogy utóbbi nemesak hőfejlődéssel, hanem egyszersmind elektromos energia jelentkezésével jár.

Végül felemlítem, hogy ezen kísérleteknél, valamint azoknál, melyekről alább szó van, állandóan azt tapasztaltam, miszerint közönséges szénporból agglomerált szénlapok alkalmazásánál a kémiai energia túlnyomólag hő alakjában jelentkezett és csupán utóbbinak kísérője gyanánt jelent meg elektromos energia. Legalább erre utal a keletkező termékeknek mennyisége, mely nem áll arányban a fellépő csekély árammal. Ellenben kiemelendő, hogy igen csekély mennyiségben mutatkoztak a képződő vegyületek, noha nem csökkent az észlelt elektromótoros erő, valahányszor grafitot vagy ívlámparudat használtam negatív pólus gyanánt. Az említett arány tehát kedvezőbben alakult az utóbbi esetekben. Semmi esetre sem szabad azonban ezen arány megítélésénél a FARADAY-féle törvényt alkalmazni, miután érvénye a külső melegítésből eredő idegen energiának közbelépése folytán teljesen megszűnik.

3. A bariumbioxydon kívül ugyanoly elrendezés mellett, azaz Bunsen-lámpában még mangan-, réz- és ólombioxyddal is tettem kísérletet, de ezúttal eredménytelenül, a mennyiben semmiféle elektromótoros erő sem jelentkezett, mialatt az első test manganoxyddá, a második rézzé és a harmadik ólomoxyddá redukálódott. Okát ennek abban találom, hogy ezen testek a villamosságnak jó vezetői és így rövid zárást létesítenek a szénnel, úgy, hogy az áram lokális és így nem észlelhető. Azon gondolatra jutottam tehát, hogy közvetett úton iparkodjam elektromos energia létezését kimutatni e folyamatoknál az által, hogy a bioxyd és a szén közé elektrolytikus természetű testet iktatok, előszeretettel oly carbonát-sót, mely magas hőmérséknél folyékonyvá lesz, de egyszersmind egyedül a melegnek behatása folytán fel nem bomlik. Ilyenek az alkálíknak szénsavas sói.

Rézoxyd (CuO) esetében ezen okoskodás teljesen bevált, mivel valahányszor tűzálló tégelyben lemezzé komprimált fekete rézoxyd és szénlap közé szénsavas káliumot helyeztem és az egészet addig hevítettem, míg a só olvadni kezdett (körülbelül $900^{\circ} C.$), elektromótoros erő jelentkezett a szén és bioxyd között, még pedig a szén alkotta a negatív sarkot.

A számos positiv eredményű kísérlet közül, melyet ez irányban végeztem, kettőt akarok kiemelni. Az egyiknél nem teljesen száraz sót használtam és a kapcsolatot a voltmérő sarkaival rézsodronyokkal végeztem, a mi csakhamar hátrányosnak mutatkozott, mert a rézdrót oxydálódott és eltörött. A másiknál ellenben jól szárított sót és platinahuzalokat használtam.

Előbbi kísérletnél a hevítés PERROT-féle gázkemenczében történt és azt tapasztaltam, hogy eleinte, mialatt vízpára képződött, a voltmérő ellenkező irányban tért ki, mint vártam, még pedig feljutott egészen 1 voltig, azután pár percz mulva rohamosan alászállt zérusig és lassan átment ellenkező irányba vagyis abba, a melynél a szén a negativ sarkot alkotja. E tünetmenny annak tulajdonítható, hogy a képződő vízgőz megtámadta a bioxydhoz erősített rézdrótot. E kísérlet különben nem volt befejezhető, mert alig jutott a voltmérő a várt irányban 0·3 voltra, eltörött az egyik rézdrót.

Ezzel szemben az említett második kísérlet, melyet szénkemenczében végeztem, teljes eredményt szolgáltatott. Áttekinthetős végett ideiktatom annak lefolyását:

Hideg állapotban a voltmérő 0-t mutat,

9 percz mulva vörös izzásnál	0·1	voltot,
10 " " " "	0·3	"
12 " " " "	0·6	"
15 " " " "	0·9	"
32 " " " "	0·95	voltot, melyet 28

ohmos ellenállásnak párhuzamos kapcsolása 0·75-re sülyeszt.

34 percz mulva vörös izzásnál	1	voltot,
43 " " " "	1·05	"
45 " " " "	1·10	"
54 " " " "	1·10	"
58 " " " "	1·00	"
61 " " " "	1·00	"
64 " " " "	0·95	"
75 " " " "	0·90	"

A párhuzamosan kapcsolt ellenállás segélyével eme 6 cm² elektrod felületű galvánelemek belső ellenállása a mérés pillá-

natában 8,1 ohmnak felel meg. Egy másik pillanatban ezen ellenállás, mint megállapítottam, leszált 3,2 ohmra, ugyanis a 28 ohmos ellenállás a voltméter jelzését 1·05-ről 0·9-re súlyosztette. Utóbbi értékhez közel jutunk, ha számítás útján határozzuk meg a belső ellenállást arra támaszkodva, hogy KOHLRAUSCH F. mérései alapján, valamint BRAUN adatai szerint* a folyékony szénsavas káliumnak villamos vezetőképessége 1150° C.-nál $2150 \cdot 10^{-8}$ -szorosa a higany vezetőképességének (0° C.).

A mi a végbemenő reakciót illeti, az két részből áll. Egy részről a szén felbontja a szénsavas káliumot és szénoxid, valamint káliumgőzök képződnek, a temperatura 1000° C.-nál valamivel magasabb lévén. Más oldalról úgy a kálium, valamint részben az elillanó szénoxidgáz is redukálja a rézbioxidot. Tényleg a tégelyben a kísérlet után, főleg ha agglomerált szén alkalmaztattott, egyik oldalon elmálló szénmaradványok, másik oldalon pedig részben tiszta rézzé, részben rubinvörös színű protoxyddá redukált bioxydmaradványok találhatók, míg a só teljesen felbomlott és csupán a tégely falain és fedelén képződött fényes máz-szerű kova-savas kálium jelzi nyomait.

Később megkísérlettem szénsavas kálium helyett szénsavas nátriumot használni, de a hatás, melyet elértem, elenyésző, alig 0·1 voltnyi volt, mi bizonyára onnét ered, hogy a nátrium szabaddá tételéhez magasabb hőmérsék kell, mint az, a melylyel rendelkeztem.

Végre befejezésül felemlítem, hogy kísérletet tettem egyedül szénnel és szénsavas káliummal is, még pedig oly módon, hogy grafi lemez és agglomerált szénlemez közé helyeztem a sót és az agglomerált lemezt platinadrót közvetítésével összekapcsoltam a voltmérő negatív sarkával. Utóbbinak tüje emelkedni kezdett, mihelyt a tégely vörös izzóvá lett, de 0·25 voltnál nem jutott magasabbra. Ezen értéknél azonban órahosszat megmaradt.

* Pogg. Annalen. 154. p. 161. 1875.

UJABB KÖZLEMÉNY A PAPRIKA CHEMIAI ÖSSZETÉTELÉRŐL.

BITTO BÉLA-tól.

A mag ætherrel kivonható részeiről.

A mag ætherrel kivonható részeire vonatkozólag alig találunk irodalmi adatot. STROHMER*, a paprika chemiai összetételére vonatkozólag néhány évvel előbb közzétett értekezésében** is említett közleményében csak annyit mond, hogy a mag ætheres kivonatának főrészt egy zsíros olaj (ein fettes Oel) képezi, mely 80%-os alkoholban csak nehezen oldódik, s a melynek elszappanosításához grammonkint 201·9 milligr. KOH kivántatik. Ugyanitt említi, hogy az ætheres kivonat erősen csipős, kámforszerű vegyületet tartalmaz, a mely vízgőzzel elillan. A destillatum ætherrel való kirázásakor ezen anyag átment ugyan az ætherbe, szerinte közelebbről azonban nem volt vizsgálható, mert az æther elpárolgotatása alkalmával legnagyobb része elillan. Vizsgálatainak további eredménye, hogy a magból ætherrel kivonható olaj palmitin-, stearin- és olajsavat tartalmaz.

*

Ezen tárgyra vonatkozó vizsgálataim azt eredményezték, hogy a szabadsavak nagyobb része palmitinsav, kisebb része pedig stearin- és olajsav.

A gliceridek legnagyobb része olein, kevés palmitinnal és stearinnal keverve. Ezekon kívül az ætheres kivonat még rendkívül

* Chemisches Centralblatt 1884. 577. 1.

** Mathem. és Term. tud. Ért. XI. köt.

erős, csipős ízű anyagot tartalmaz, mely kis mennyiségénél fogva közelebbről nem volt vizsgálható, melyről azonban annyit biztosan állíthatok, hogy nem oly illó, mint a hogy azt STROHMER állítja. Találtam még festanyagot, különösen chlorophyllt kisebb mennyiségben.

A paprikamag olajának sajátságairól és összetételéről.

Nagyobb mennyiségű mag megszáritva és ætherrel teljesen extrahálva, sárgásbarna, könnyen mozgó, olajszerű, kellemes aromás szagú folyadékot adott, melyet rövidség okáért mindig a paprikamag olajának fogok nevezni.

Ezen olaj a vacuumban kénsav felett, vagy a levegőn állásnál zöld színűvé lesz. Fajsúlya $15.5^{\circ}C$ -nál $\left. \begin{matrix} 0.9110 \\ 0.9109 \end{matrix} \right\} 0.91095$; jódszáma HÜBL szerint 119.5; a Köttsdorfer-féle (elszappanosítási) értékszáma pedig 187.2. Az égetési elemzésből a következő összetételt kaptam: a) különös szárítás nélkül 0.176 gr. anyag adott 0.182 gr. H_2O -t és 0.483 gr. CO_2 -t; b) egy órán át szárítva 0.185 gr. anyagból maradt 0.170 gr., s ez adott 0.174 gr. H_2O -t és 0.476 gr. CO_2 -t. Ezen számokból a következő összetétel számítható ki:

a) eredeti	b) szárított olajra
C=74.83	76.35%
H=11.93	11.35%
O=13.24	12.30%

A paprikamagolaj szabad savairól.

A szabad savak meghatározására vagy lemért mennyiségű mag ætheres kivonatát, vagy pedig a nagyban előállított paprikamagolaj lemért mennyiségét oldottam ætheralkoholban, és azt vagy kb. félnormál alkoholos, vagy tizednormál lúggal titráltam meg. Az így nyert eredményeket általában a könnyebb áttekintés szempontjából palmitinsavra számítottam át.

I. kísérlet. 5 gr. légszáraz mag [8.34% víztartalom mellett] 1.230 gr. paprikamagolajnak megfelelőleg, a szabad savak kö-

zömbösítésére $5.7 \text{ cm}^3 \frac{1}{10}$ nor. lúgot igényelt. Ezen lúgmennyiségnek 0.032 gr. palmitinsav felelt meg. Azaz az eredeti légszáraz mag 0.64 , a száraz mag 0.69 és a paprikamagolaj 2.76% szabad savat tartalmazott palmitinsavban kifejezve.

II. kísérlet. A nagyban előállított paprikamagolaj 6.044 gr.-jának zömbösítésére 1.65 cm^3 kb. félnormál alkoholos kalit használtam fel.* Ezen lúgmennyiségnek 0.03638 gr. *KOH* felelt meg, vagyis 0.1658 gr. palmitinsav. Ezen számokból 8.34% víz és 23.16% ætheres kivonat mellett a magra ill. annak olajára a következő szabadsav-mennyiségeket kapjuk palmitinsavban kifejezve:

	a II-ik kísérlet számaiként	a két kísérlet- ből nyert átlag
az eredeti magban	0.63	0.63%
a száraz magban	0.69	0.69 "
a mag olajában... ..	2.74	2.75 "

A szabad zsírsavak minőleges vizsgálata czéljából a paprikamagolaj æther-alkoholos oldatát natronnal hidegen zömbösítettem, majd az oldószert elűztem s a változatlan glycerideket petroleumætherrel való többszöri kirázás által eltávolítottam, s a hátramaradt szappanból előállítottam az ólomsókat, melyeket utóbb az olajsavas ólom eltávolítása czéljából ætherrel kivontam. Az ætherben nem oldható részt sósavval megbontottam, s az így nyert tiszta, olajsavat már nem tartalmazó zsírsavkeveréket baryumacetattal való fractionált kicsapással négy részre osztottam. Ezen fractiókat utóbb egyenként megbontottam, olvadási pontjukat megvizsgáltam, s kristályalakjukat a górcső alatt megfigyeltem. Ezen ily módon kapott fractiók egyikének olvadási pontja a stearinsavéval, a másiké pedig a palmitinsavéval egyezett meg. A közbeeső fractiók olvadási pontjai pedig a palmitin- és stearinsav keverékeiének feleltek meg. A górcsővi vizsgálat ezen adatok helyességét igazolta.

Az ætherben oldott ólomsót az æther eltávolítása után *HCl*-ral megbontottam, egy részét elemeztem, a másik részét pedig az elaidinsav-reactióra használtam fel. Az ólomsó ill. a belőle nyert sav azon tulajdonsága, hogy az elaidin-reactiót adja, hogy æther-

* Ezen kalilúg egy cm^3 -e 0.02205 gr. *KOH*-t tartalmazott.

ben oldódik, továbbá a belőle előállítható *Ba* só összetétele (*Ba*=19·50%) eléggé bizonyítja, hogy itt olajsavval van dolgunk. A zsírsavak quantitativ elkülönítése oly nagy nehézséggel jár, hogy csakis qualitativ kimutatásukra szoritkoztam, de már itt is meggyőződhettem, hogy azok nagy része palmitin-, s csak kis része stearin- és olajsav.

A paprikamagolaj glyceridjeiről.

Meghatározásaimnál következőkép jártam el. Lemért mennyiségű olajat túlmennyiségű alkoholos kalival elszappanosítottam, az elhasznált *KOH* mennyiségéből a 100 s. részben foglalt összes zsírsavak közömbösítésére szükségelt kalit kiszámítottam, ebből levontam a 100 s. r.-ben foglalt szabad savra szükségelt kalimennyiséget s a maradékot olajsavra ill. oleinre számítottam át.

I. kísérlet. 3·657 gr. olaj elszappanosításához vettem 40·2 cm³ kb. félnorm. alkoholos kalilúgot.* A felesleges *KOH* visszatitrálására kellett 7·2 cm³ fél norm. sósav. Tehát a fentebb említett extractmennyiség elszappanosításához szükségelt kali 0·6846 gr.-ot tesz ki.

A 100 gr. olaj összes savára kell tehát 18·7202 gr. *KOH*,

“ “ szabad “ “ “ 0·5774 “ “

marad tehát a glycerid alakjában jelenlevő savra 18·1428 gr. *KOH*.

Ezen kalimennyiségnek 91·36% olajsav, vagyis 95·23% olein felel meg. A számítás azért történt oleinre, mert a glyceridek, mint később látni fogjuk, túlnyomólag abból állanak. Ama számokat a magra vonatkoztatva, 23·16% aether-extract mellett a következő értékeket kapjuk:

olajsav az eredeti magban	(8·35% víztartalom mellett)	21·159%
olajsav a száraz magban	“ “	23·09%
olein az eredeti magban	“ “	22·06%
olein a száraz magban	“ “	24·06%

* 12·7 cm³ ezen lúgból megfelelt 10 cm³ félnormál *HCl*-nek, azaz 0·280 gr. *KOH*-t tartalmazott.

A gliceridek kimutatására a szabad savak közömbösítése után fenmaradt zsiradékot petroleum-ætherrel kivontam, a petroleum-æther elüzése után nyert maradékot ólomoxyddal digeráltam, vízzel kivontam, a vizes oldatba ment ólmot H_2S -el eltávolítottam, s a szűrletet szörpsűrűségig bepárooltam. Ezen szörp egy része alkalis rézoldatba öntve, annak sötétké színt kölcsönzött, míg magában hevítve acrolein-szagot adott. A gliceridek alakjában jelenlevő zsírsavak vizsgálata czéljából ép úgy jártam el, mint az már a szabadsavaknál is említve volt s az eredmény az, hogy itt az olajsav volt a túlnyomó, igen kis mennyiségű palmitin- és stearin-sav mellett. STROHMER fentebb említett értekezésében egy zsíros olajról beszél, mint a mag olajának fő alkatrészéről, mely grammonkint 201·9 milligr. KOH -t kíván az elszappanosításhoz. Már vizsgálataim megkezdésénél is tisztában voltam azzal, hogy az általa előállított olaj nem volt egyéb tisztátalan oleinnél, nem pedig ismeretlen fajta olaj, melynek különleges tulajdonságai volnának. Ezért épen szükségesnek tartottam azt újból előállítani és megvizsgálni. E czélból a paprika magjából nyert olajat választótölcsérben 4—5-ször jól összeráztam 80%-os alkohollal, azután pedig absolut alkohollal. Ily módon az alkoholban oldható anyagok legnagyobb részét eltávolítván, a maradékot kevés ætherben oldottam, és abból túlmennyiségű absolut alkohollal leválasztottam. Az így nyert olajat a vacuumban megszáritottam, és a zsírsavak meghatározására és kimutatására használtam fel. A qualitativ vizsgálat a fentebb is említett módszerek szerint történt, s azt eredményezte, hogy a szóban forgó olajban a zsírsavak túlnyomó részét az olajsav képezi, és hogy csak nagyon kis mennyiségű kristályosítható zsírsav, valószínűleg stearin- és palmitinsav van jelen, melyek azonban csekély mennyiségüknél fogva vizsgálat tárgyát nem is képezhették. Ezen olaj két grammjának elszappanosításához 0·3752 gr. KOH , más szóval egy gramm anyagra 187·6 milligramm KOH kellett, míg az oleinnek tényleg 190 mgr. felel meg. A qualitativ vizsgálat, a kimutatott glicerin és ezen számok eléggé bizonyítják, hogy a kérdéses olaj nem egyéb, mint olein, mely az előállítás gondossága szerint több-kevesebb idegen anyagot tartalmaz. Ez indokolja azt is, hogy a glicerideket miért számítottam oleinre. Ezen olaj még azon feltűnő sajátságát is mu-

tatja, hogy a vacuumban való szárításnál, de még akkor is, midőn a levegővel huzamosb ideig érintkezik, barnás sárga színét fűzöldre változtatja.

A mag hatóanyagáról.

A paprika magolájának szabad savait a glyceridektől különválasztva, azt tapasztaltam, hogy különösen ha a glycerideket csak egy-kétszeri petroleumætherrel való kezeléssel vontam ki, az előállított szabad savaknak meglehetősen erős csipős ízük van; mely tulajdonságot a szabadsavak közömbösítésekor nyert glyceridek csak aránytalanul gyengébb mérvben mutatták. Valószínű volt tehát, hogy ezen ható anyag savanyú természetű test, mert csak úgy lehetséges, hogy az az elválasztásakor a szabad savak mellé került. Az előzetes kísérletek már azt is kétségtelenné tették, hogy ezen csipős anyag alkali sói könnyen bomlanak, valószínűleg már a levegő szénsava és a vizes oldatban való állás is elegendő ezen bomlás előidézésére. Kisebb mennyiségű olaj állván csak egyelőre rendelkezésemre, a hatóanyag előállítását a következőképen kíséreltem meg: a paprikamagolajat æther-alkoholos oldatban natronnal hidegen közömbösítettem, azután az æthert és alkoholt elűztem, a szappant vízben oldottam, és ebből a glycerideket is tartalmazó szappanoldatból a glycerideket könnyű, 55°-nál forró petroleumætherrel eltávolítottam. A visszamaradó szappanoldatot, mely a hatóanyagot is tartalmazta, ætherrel kiráztam. Az æther ezen szappanoldattal összerázva rendkívül nehezen válik külön, a miért az egész kirázási művelet is nagyon nehézkes. Az ily módon 100 gr.-nyi olajból nyert hatóanyag tisztátlan állapotban sem tett ki többet 0.2 gr.-nál. A hatóanyagot az ætherrel való kirázáskor mellette maradt kis mennyiségű szappantól olyképen szabadítottam meg, hogy chloroformmal kezeltem, mikor is az oldhatatlan maradt.

Az ily módon tisztított anyag savanyú kémhatású, zsíros tapintatú, góreső alatt kristályszerűnek látszó test, mely chloroform és ætherben nagyon könnyen, petroleumætherben elég könnyen, absolut alkoholban nehezen, vízben pedig egyáltalán nem oldódik. Alkaliban oldódik, ezen oldatból azonban szénsavval kiválaszt-

ható. Szódában nem oldódik. Íze rendkívül erősen csípős, hevítésnél igen erős, a nyákhártyákat kiválóan ingerlő párákat ad. Kellő mennyiségű anyag nem állván rendelkezésemre, a vizsgálatokat tovább nem folytathattam, fentartom magamnak azonban, hogy az ezen irányban már most is folyó kísérletekre annak idején visszatérjek.

Adatok a paprikamagolaj festőanyagainak ismeretéhez.

A szabad savak a már több ízben említett módon elválasztván a glyceridektől, rendszerint szép zöld színt mutattak. Ezen oldatok spektroskopikus vizsgálatánál a chlorophyllt jellemző elnyelési csíkokat mindig sikerült megkapnom.

Különösen karakterisztikus volt a vörösben fekvő elnyelési csík, mely 30-nál volt látható, ha $D=50$; különben teljesen megfelelt azon elnyelési csíknak, melyet az összehasonlítás céljából készült chlorophyll-oldatok adtak. Természetes, hogy ezen elnyelési csíkon kívül még más elnyelés, különösen a zöldtől az ibolyáig is volt észlelhető, ez azonban az alkalmazott oldószer és az oldatok koncentrációja szerint kisebb-nagyobb eltolást szenvedett, ép úgy mint azt a chlorophyll-oldatokon tapasztaljuk. A glyceridek szintén mutatják az elnyelést, és pedig 30-nál ($D=50$) gyenge csíkot, 90—95-től végig teljes absorptiót. Az eredeti olaj is körülbelül ezen csíkokat és elnyelést mutatja, csak hogy ennél az elnyelés határai szabatosan meg nem állapíthatók.

Az el nem szappanosítható anyagokról.

Magasabb alkoholokat, cholesterint, kéntartalmú szénvegyületeket nem sikerült kimutatnom.

A paprikamag olajának és a magnak lecithintartalmáról.

Az olaj lecithintartalmát úgy határoztam meg, hogy azt szóda és salétrommal megolvasztottam, a phosphorsavat az így nyert olvadékból a rendes módon leválasztottam, s a nyert phosphorsavcsapadékból a lecithin mennyiségét kiszámítottam.

Ily módon 17.424 gr. olajból 0.004 gr. $Mg_2P_2O_7$ -t kaptam, mely csapadékból 0.0063% organikus vegyület alakjában jelenlevő phosphor, illetve 0.17% lecithin számítható ki.

A mag összes lecithintartalmának meghatározásánál a SCHULZE és STEIGER-féle módszert alkalmaztam, azon módosítással, melyet nemrég ajánlottam;* ily módon meggyőződést kívántam szerezni arról is, vajjon egy ily módon eszközölt egyszerűbb extractio elegendő-e a magban található összes lecithin extrahálására. A kísérlet eredménye az, hogy nem; mert az alkoholos és ætheres kivonatokból nyert lecithin összege kisebb volt, mint a magból direct úton, a fentebb említett módszer szerint nyert lecithinmennyiség.

1.724 gr. alkoholos kivonat 0.012 gr. $Mg_2P_2O_7$ -et adott, minek 0.0873 gr. lecithin felel meg. Ebből számítva az alkoholos kivonat lecithintartalma 5.06%. Tekintve, hogy a magnak ætherrel való kivonása után nyert alkoholkivonat a mag 7.18%-át teszi ki, a lecithintartalom a magra vonatkozólag a következőkép alakul:

lecithintartalom légszáraz magra számítva	0.36%
lecithintartalom teljesen száraz magra számítva	...	0.39%;

összegezve most már az æther és alkohollal a magból kivonható lecithin-százalékokat, a következő összes lecithin-tartalmat kapjuk:

az eredeti légszáraz magban:	0.40%
a száraz magban:	0.44%;

ha t. i. az olajból nyert 0.16%-ot átszámítjuk a magra (a mag ætherrel kivonható részeit 23.16% és a nedvességet 8.35%-ra téve**). A mag ætherrel kivonható lecithinmennyisége a légszáraz magban 0.039, illetőleg 0.043% száraz magra számítva. Ebből lát-

* Irodalom: SCHULZE és STEIGER: Zeitschr. f. physiol. Chemie XIII. p. 365, SCHULZE u. FRANKFURT: Landw. Versuchsstat. XLIII. p. 307 és BIRRO: Math. és Term.-tud. Értesítő XII. p. 205 és Zeitschrift f. physiol. Chemie XIX. p. 488.

** Ezen számok a mag elemzéséből valók, különben az idevágó adatok fellelhetők a mag szénhydratjairól szóló fejezetben.

ható, hogy a mag lecithintartalma direkt úton meghatározva a már többször említett módszerrel négyszer akkora, mint az eddigi módszerek alkalmazása mellett.

A paprikamag szénhidratjairól.

A paprika magjának HENNEBERG módszere szerint végzett egy elemzését már más alkalommal közölt értekezésemben is bemutatam.* Minthogy azonban ezen elemzések a mag általános összetételének ismerete szempontjából fontosak, kívánatosnak tartottam, hogy mielőtt még tulajdonképeni tárgyamba kezdenék, ezekre még egyszer visszatérjek, és némely tekintetben szükségesnek mutakozó helyreigazításokat tegyek. Jelen vizsgálataimhoz más anyagot használván, az alkalmat nem akartam elszalasztani, és ezen, egy helybeli nagykereskedő czégnél «nagy vörös magyar paprika» név alatt árusított paprika magját is elemeztem HENNEBERG módszere szerint. Az ezen vizsgálatnál nyert, valamint az ezen és az első vizsgálatokból levonható átlagszámokat legyen szabad a következő táblázatban csoportosítva bemutatnom :

	Ujabb elemzés		Ujabb és régebbi elemzésből nyert közép számok	
	nedves anyag	száraz anyag	nedves anyag	száraz anyag
Nedvesség	8·35	—	8·93	—
Hamu	4·04	4·40	3·98	4·37
Aetheres kivonat	23·16	25·27	23·75	26·61
Nitrogéntartalmu anyag	17·83	19·45	17·21	18·34
N-mentes vonatanyag	27·17	29·64	28·55	31·35
Rostanyag	19·46	21·23	17·59	19·27
Nitrogén	2·85	3·11	2·75	3·02
Nitrogén protein alakjában	2·80	3·05	2·73	2·99
Nitrogén ammonsó alakjában	2·086	0·093	0·071	0·077
Nitrogén amidvegyület alakjában	0·056	0·062	0·05	0·06

százalékokban kifejezve

* L. a Math. és Term.-tud. Értesítő XI. kötetét a 15 és köv. lapokon.

A két elemzés egyes számtételeinek összehasonlításánál látni, hogy az eltérés az egyes számoknál csekély, s hogy csakis a nitrogénmentes vonatanyagnál és a rostanyagnál van lényegesebb eltérés.

Ezen utóbbinak lényegesen elterő és egyébként is csekély mennyisége arra a gyanúra adott alkalmat, hogy HENNEBERG módszerénél a rostanyag meghatározásához használt $1\frac{1}{4}\%$ -os kénsav és kalilügoldatok a növényi szövetet nagyon is erősen támadják meg, olyképen, hogy még a rostanyag egy része is elváltozik, s a meghatározásra nézve elvész. Ép ezért a rostanyag meghatározását még más módon is eszközöltem, úgy tudniillik mint azt E. SCHULZE* egy alkalommal előírta, hogy az anyagot, az $1\frac{1}{4}\%$ -os kénsavat, 2% -os eczetsavval helyettesítjük. Ezen módszerrel a következő eredményt kaptam: $27\cdot58$ és $28\cdot32\%$, középértékben tehát $27\cdot95\%$ -ot, ennek száraz anyagra vonatkoztatva megfelel $30\cdot50\%$. Következésképen, ha ezen számot vesszük a most vizsgált magnál a rostanyag értékének, akkor a N-mentes vonatanyagok száraz anyagra számított összes mennyisége nem tesz ki többet, mint $20\cdot19\%$ -ot, míg az előbbieik szerint majdnem 31% volt.

*

A *wendi* kísérleti állomás (HENNEBERG) módszere szerint nyert elemzési adatok azonban még hozzávetőleg sem nyújtanak teljesen kielégítő képet az anyag összetételéről; különösen nem a «nitrogénmentes vonatanyagok» név alatt összefoglalt anyagok és pedig először azért, mert csak a különbségből határozhatjuk meg, másodszer pedig, mert ezek értékének ingadozására még a rostanyag meghatározása is nagy befolyással van. Nem tévesztendő szem elől még az sem, hogy a HENNEBERG módszere szerint nyert «nitrogénmentes vonatanyagok» még minőségileg sem felelhetnek meg, mivel ezen gyűjtő név alatt mindazt összefoglaljuk, a mi hígított alkali és savban, alkohol és ætherben oldható és a mi nem rostanyag, protein, zsír vagy hamu. Ebből is látható, hogy ezen «nitrogénmentes vonatanyagok» gyűjtő név alatt összefoglalt ve-

* Landw. Versuchsstationen XXXIX. p. 283.

gyületek nagyon is különböző eredetűek lehetnek. Ezen körülmények indítottak tehát arra, hogy a «nitrogénmentes vonatanyagok» név alatt összefoglalt különféle anyagokat közelebb vizsgálat tárgyává tegyem.

A növényi anyagokban található szénhydratok kimutatására és meghatározására nagy számú módszerekkel és tanulmányokkal rendelkezünk; én leginkább TOLLENS és munkatársainak tapasztalataihoz és módszereihez * tartottam magamat.

Az ezen vizsgálatoknál elért eredményt röviden a következőkben foglalom össze: a rostanyag meghatározásának modificációja által 20·18%-ra csappant «nitrogénmentes vonatanyag»-nak csak egy része szénhydrat. Igazi szénhydrat jóformán csak nyomokban van jelen és az valószínűleg dextrose, vagy egy dextrose csoportot tartalmazó szénhydrat. Galactan, seminose és több eféle nem volt kimutatható. Tartalmaz a mag azonban nagyobb mennyiségben pentaglycose-kat. Keményítőre több ízben vizsgáltam a magvakat göröcsövilég, azonban azt sohasem tudtam határozottan kimutatni; ha tehát van is a magban, csak nyomokban lehet.

Vizsgálataimat az *igazi szénhydratoknak* a lævulinsav-képződés segélyével való kimutatásán kezdettem. Először 5, utóbb még 50 gr-nyi maggal is ismételvén a kísérletet, lævulinsavat csak nyomokban tudtam kimutatni. Megjegyzem, hogy itt és a következőkben is nagyjában a TOLLENS és munkatársai által ajánlott módon jártam el. A lævulinsav-reactio bár igen gyenge mérvű bekövetkezése következtében a *dextrose* kimutatását is megkísérlettem, először 10 gr-nyi magból, utóbb pedig nagyobb mennyiségűből is. Mindennek daczára sem tudtam annyi czukorsavas ezüstöt kapni, a mennyi egy elemzéshez szükséges. A czukorsavképződésből ítélve tehát nagyon is kevés dextrose vagy dextrose-tartalmú anyag lehet a magban. A *nádczukor* kimutatását E. SCHULZE módszerével ** kíséreltem meg, azonban még 500 grnyi magból sem tudtam kimutatni. Hasonlóképp nem sikerült a *galactose* csoportnak a kimutatása a nyálkasav-reactio segélyével, a *mannose (seminose)*

* Landw. Versuchsstationen XXXIX. p. 401, úgyszintén XLII. p. 381. s köv. lapokon.

** Landw. Versuchsstationen XXXIV. 408.

kimutatása sem a nehezen oldható mannose- (seminose-) phenylhydrazon segélyével.

Ezen kísérletek következtében tehát kizártnak kell tekintennünk azt, hogy a mag nádcukrot, galactose-t, mannose-t, vagy pedig ezen két utóbbi anyagot tartalmazó komplikáltabb szénhidratot tartalmazzon.

Kiemelendőnek tartom azonban, hogy a mag a SELIWANOFF-féle színreactiót* adja, s hogy tehát ennek következtében a mag valószínűleg egy lævulose-csoportot tartalmazó szénhidratot, vagy lævulose-t tartalmaz; valószínűnek mondom, mert más, mint ezen színreactióval ez idő szerint nem birunk a lævulose kimutatására. A pentaglycose-k meghatározását mindjárt mennyilegesen eszközöltem, először a régibb TOLLENS-féle módszerrel, melynél 20 gr. magból 1.062 gr. furfurolphenylhydrazont kaptam, melyből az ott (TOLLENS és munkatársainál) leirt módon 0.573 gr. furfurolt kaptam. Mivel a pentose-k általában 52.5% furfurolt adnak, azért itt, a 20 gr.-ban foglalt pentaglycose-k összege 1.0914 gr., azaz 5.46%.

A CHALMOT, FLINT és TOLLENS** által újabban modifikált módszerrel 10 gr. paprikamagból 0.726 gr. furfurolphenylhydrazont kaptam, mely mennyiségből a szerzők által leirt módon 0.8287 gr. pentose-t, azaz 8.29%-ot kapunk. Ebből a pentosanokat ($C_5H_8O_4$) megkapjuk a 0.88 factorral való szorzás által, a jelen esetben azok mennyisége 7.29%.

Ezen vizsgálatok valószínűvé teszik, hogy a nitrogénmentes vonatanyag egy része a pentose- és dextrose-csoportot is tartalmazó komplikáltabb szénhidrat.

A paprikamag egyik eddig ismeretlen szénhidratjáról.

Az ætherrel és alkohollal kivonatolt paprikamagnak 1½%-os kaliluggal való kivonása, a kivonatnak HCl-el való közömbösítése és alkohollal való lecsapása által olyan anyagot nyertem, mely

* Landw. Versuchsst. XXXIX. p. 421 és Ber. d. deutsch. Chem. Ges. XX. p. 181.

** Landw. Versuchsstat. XLII. p. 398.

vizben erősen duzzad s a szénhidratok tulajdonságait is mutatta. 3 klgr. magból ily módon 104 gr. ilyen anyagot kaptam, mely körülbelül 30% hamut tartalmazott. Ezen anyagot, mely még szabad alkali is tartalmazott, a csekély mennyiségű protein-anyagok eltávolítása céljából újbóli tisztításnak kellett alávetni, melyet úgy eszközöltem, hogy az anyagot hozzávetőleg annyi vízbe vittem, hogy az oldat 2—3% *KOH*-t tartalmazzon. Az egészet utóbb vízfürdön néhány órán át mérsékelten melegítettem, azután a kalis oldatot leöntöttem, s az oldhatatlan maradékot több ízben kimostam. Az itt nyert oldat és mosóvizek egyesítettvén, *HCl*-ral való közömbösítés és alkohollal való teljes lecsapás és kimosás által kaptam az első, barnás fractiót, mely a nitrogéntartalmu anyag zömét foglalta magában ($N=1.94\%$). Az előbb említett kimosott oldhatatlan maradékot most $1\frac{1}{2}\%$ -os *KOH*-val újból kivontam s a kivonatot az előbb említetthez hasonlóan kezelve, kaptam a középső fractiót, melynek színe különösen nedves állapotban szép fehér volt, a szárításnál azonban szürkésbe ment át. Nitrogént csak nyomokban tartalmazott, miért is ezen fractiót csak a pontosabb vizsgálatokra használtam.

A középső fractió oldhatatlan maradéka hasonló módon adta a harmadik, utolsó fractiót, mely azonban már meglehetősen barna színt mutatott. Kíváncsnak tartom még megjegyezni, hogy a kalis oldatokból a *HCl*-ral való közömbösítés alkalmával alkohollal való lecsapással nyert és különösen nedves állapotban erősen duzzadó, kocsonyaszerű anyag vizes alkohollal (25%), majd pedig mindig töményebb és töményebb alkohollal mosatott, mindaddig, míg chlorreactió nem állt be. Hogy az ily módon nyert anyagnak magasabb hőfoknál való szárítását elkerüljem, az alkoholt többszörös ætherrel való kezelés útján eltávolítottam, s az így nyert tiszta anyagot kénsav és paraffin felett a vacuumban néhány óra alatt teljesen kiszáritottam.

Az ily módon nyert anyag tulajdonságai a következők: az anyag sem hideg, sem meleg vízben nem oldódik, hanem erősen felduzzad; jóddal zöld, majd meglehetősen állandóan szép kék színt ad, chlorzinkjod-jodkalival nem reagál, *HCl*-ral kezelve a FEHLING-oldatot erősen redukálja. Ezen anyagot a különböző szénhydrogensoportokra ugyancsak a TOLLENS és munkatársainak

már fentebb is említett módszereivel megvizsgálván, azt tapasztaltam, hogy a kérdéses anyag csak a pentose és galactose csoportot tartalmazza, melyeket még mennyilegesen is meghatároztam. Egy gramm ezen szénhydratból CHALMOT, FLINT és TOLLENS szerint (l. fentebb) 0·487 gr. furfurolyphenylhydrazont adott, melyből 0·5586 gr. pentose volt kiszámítható. Ezekből számítva tehát a magból előállított új szénhydrat 55·86% pentose-t (49·15% pentosan) tartalmaz. Az előbbi fejezetben említett úton a lævulinsav itt is kimutatható volt, azonban sem czukorsavat (dextrose), sem mannose-t, sem lævulose-t (SELIWANOFF szerint) nem találtam, valószínűnek kellett tehát tartanom, hogy a galactose lesz azon jelenlevő szénhydrat, melytől a lævulinsav-reactio eredett. A következő feltevésem helyességét igazolta is, mert 1·215 gr. anyagból sikerült 0·004 gramm nyálkasavat leválasztani; ezen mennyiségnek 0·33% galactose [galactananyagok alakjában?] felel meg. Az eddigi vizsgálatokat összegezve azt mondhatjuk, hogy a paprika magja a kalival való kezelésnél egy pentose- és galactose-ból álló szénhydratot ad, s hogy ezen anyag általános tulajdonságai után ítélve a növényi nyálkaanyagok (Pflanzenschleime) csoportjába tartozik-miért is az ezélszerűen a paprikamag nyálka-anyagának (Capsicum-Samenschleim) volna nevezhető. Az anyagot nagyobb mennyiségben előállítom, vizsgálatát pedig folytatni fogom.

További adatok a paprika maghónának összetételéről.

A paprika chemiai összetételéről szóló első közleményemben* anyagihiány miatt a maghonnak csak a weendi módszer szerint nyert összetételét adhattam. Az elemzési adatok tökéletesítése czéljából kívánatosnak tartottam, hogy most, miután nagyobb mennyiségű maghon áll rendelkezésemre, az első ízben nyert számokat ellenőrizsem és részben még ki is egészítsem. Vizsgálataim eredménye a következő:

* Math. és Term.-tud. Értesítő XI. 16. s köv. lapjain.

	Ujabb elemzés		Ujabb és régiebb elemzésből nyert közép számok	
	nedves anyag	száraz anyag	nedves anyag	száraz anyag
Nedvesség	12·14	—	12·40	—
Hamu	10·42	11·86	10·03	11·45
Aetheres kivonat	7·46	8·49	6·82	7·77
Nitrogéntartalmú anyag	27·16	30·92	26·05	29·77
Rostanyag	9·82	11·18	10·80	12·33
Rostanyag eczetsavval és KOH-val				
SCHULZE szerint	9·42	10·72	—	—
Protein	13·94	15·86	13·53	15·47
N protein alakjában	2·23	2·54	2·17	2·47
N amid alakjában	0·22	0·25	0·24	0·27
N ammoniak alakjában	0·20	0·22	0·20	0·23
N-mentes vonatanyag	33·39	38·01	34·11	38·94
	százalékokban kifejezve			

A hamu összetétele.

	Az eredeti hamu tartalmaz :	Átszámítva tiszta hamura :
K_2O	54·69	66·06
Na_2O	3·68	4·44
MgO	3·28	3·97
CaO	3·89	4·70
Fe_2O_3	0·73	0·88
Al_2O_3	nyomok	nyomok
MnO	nyomok	nyomok
Co_2	17·22	—
F_2O_5	7·79	8·75
SO_3	6·89	8·32
Cl	2·39	2·89
SiO_2	3·08	3·72
A chlornak æquival. oxygen	0·54	0·65

A maghon egyéb alkatrészei :

lecithin az eredeti maghonban : 4·65%,

lecithin a száraz maghonban : 5·29%, ennek megfelel 0·18%,
illetőleg 0·20% phosphor organikus vegyület alakjában.

Cholesterin a maghonban nincsen.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. február 18.-án tartott üléséből.)

A FÜGGŐHIDAK MEREVÍTŐ GERENDÁINAK GRAFIKAI ELMÉLETÉRŐL.

KHERNDL ANTAL lev. tagtól.

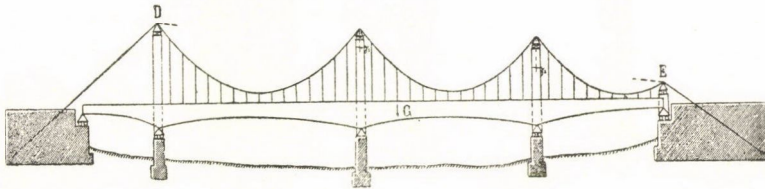
1. *A föladat körülvonalozása.* Ha a függőhidak tartói — mint pl. a lánczok vagy a drótkötelek, — magukban véve nem képesek a hajlításnak ellentállani, *merevítő gerendák*-nak nevezett külön tartókat függesztünk reájuk, hogy ez úton a hidpálya elhajlását az el nem kerülhető mértékre szállítsuk alá. E gerendák elméletéről abban az esetben, ha a hid csak egynyílású, a gerenda tehát kéttámaszú, más alkalommal szólottam.* Jelenleg a merevítő gerendák általános grafikai elméletének alapvető részeit óhajtom megismertetni, lehetőleg röviden, azon a láncz- és kábelhidakon minden esetre megengedhető föltétel alatt, hogy a függőtartó hajlító szilárdságát, a merevítő gerendáéhoz képest, elhanyagolhatjuk.

A föladat tárgyát a merevítő gerendára ható külső erők megállapítása képezi. Ezek között a függővasak felfüggesztő erői és a támaszpontokon keletkező reakciók az ismeretlenek. Általánosságban mindez erők a hid rugalmas deformálódásától függnék, tehát statikai szempontból határozatlanok. De ha kellő számú elválasztó csuklót rendezünk el kellő módon a merevítő gerendán, ez úton a reakciók statikailag határozottakká válhatnak. A többnyílású merevítő gerendáknak tehát két alakját kell megkülönböztetnünk: a statikailag határozatlan reakciójúakat, vagyis csuklótlanokat (1. ábra), és a statikailag határozott reakciójúakat,

* Math. Értek. XIV. 4. 1890, és Math. és Természettud. Értesítő IX. kötet.

vagyis csuklósakat (6. I ábra). Speciális esetet képez az utóbbiak során az, ha a merevítő gerenda minden hidnyíláson külön két-támaszú tartóból áll. Ekkor ugyanis az elválasztó csuklók egyszerűen a támaszpontokon vannak.

Ha a függővasak erőit — melyeket az alább következőkben röviden *fölfüggesztő erők*-nek fogunk nevezni — megállapítottuk, minden nehézség nélkül meghatározhatjuk, a többtámaszú gerendatartók elmélete alapján, a merevítő gerenda reakcióit is, akár határozottak ezek, statikai szempontból, akár nem. Mint-hogy pedig a fölfüggesztő erők kötélpolygonja a láncvonal, a fölfüggesztő erőket ismerteknek mondhatjuk, amint a függőtartó erejének tetszőleges irányú összetevőjét meghatároztuk.



1. ábra.

Ha D és E -vel jelöljük a függőtartó ama két szélső támaszpontját, melyen túl a híd szerkezet sulya már nem hat rája, akkor a szerkesztési műveletek egyszerűsítése szempontjából leegyszerűbb, ha a függőtartó DE irányú H' erejét határozzuk meg, még pedig mindenekelőtt arra az esetre, ha a híd csak a tetszőleges helyen fölvehető és tetszőleges nagyságú G sulylyal terheljük meg. Mert ha az e G suly okozta erőket ismerjük, könnyen megállapíthatjuk, ismert szabályok szerint, az erőket minden tetszőleges megterhelésre.

2. *A H' ismeretlen meghatározásának elve.* A H' erő pedig — akárhogy terheljük is meg a híd — úgy találhatjuk meg, ha azt fejezzük ki a szerkesztésben vagy a számításban, a minek következtében az erő keletkezik, azt t. i. hogy a híd rugalmas deformálódása következtében a függőtartó és a merevítő gerenda között mért függőleges ordináták annyit változnak, a mennyit a függővasak meghosszabbodnak; az E pont pedig annyit

mozdul el D -hez képest az ED egyenes irányában, a mennyit a horgonyzó láncz meghosszabbodása megenged.

Hogy ez úton a H' ismeretlent megállapíthassuk, két csoportra osztjuk a merevítő gerendára ható külső erőket. Az egyikbe a G súlyt, s a külön e súlytól okozott reactionokat; a másikba a felfüggesztő erőket, s a tőlük előidézett reactionokat soroljuk. Az első csoportba számított erők függetlenek a H' ismeretlentől; a második csoportba soroltak pedig arányosak H' -val.

Legyen a H' -val arányos erőktől, a függőtartó E pontján, ED irányban okozott eltolás — nagy léptékben rajzolva — abban az esetben, ha a H' erő nagyságát kísérletképen c' -nek vesszük föl, és ha beszámítjuk ez eltolatásba, az ellenkezőre megváltoztatott előjellel, azt a részt is, amelyet a horgonyzó vas meghosszabbulása okoz, c . És vegyük föl az erők léptékét akképen, hogy a $H' = c'$ erő mérőhossza az épp említett c hosszúság legyen. Könnyen átláthatjuk, hogy ekkor, — az erők és a tőlük okozott rugalmas deformálás közötti arányosság következtében —, a H' -val arányos erőktől az E ponton ED irányban okozott elmozdulás mérőhossza mindig egyenlő a H' erő mérőhosszával, bármilyen is ez erő; s hogy megfordítva, ha ismerjük az ED irányú elmozdulás mérőhosszát, ez egyszersmint annak a H' erőnek mérőhossza is, mely ez elmozdulás létrehozására szükséges.

Legyen most már a H' -tól független ED irányú eltolódás, c -vel ugyanegy léptékben megszerkesztve, h . Minthogy az egész ED irányú elmozdulás, ha azt a részt, a melyet a horgonyzó vas meghosszabbodása okoz, az ellenkezőre megváltoztatott előjellel szintén beszámítjuk, a főntebb mondottak szerint zérust tesz, világos, hogy a keresett H' erőnek szintén h nagyságú eltolást kell az E ponton ED irányban létrehozni, hogy tehát h a keresett H' erő mérőhossza abban a léptékben, melyben c a kísérleti $H' = c'$ erőé.

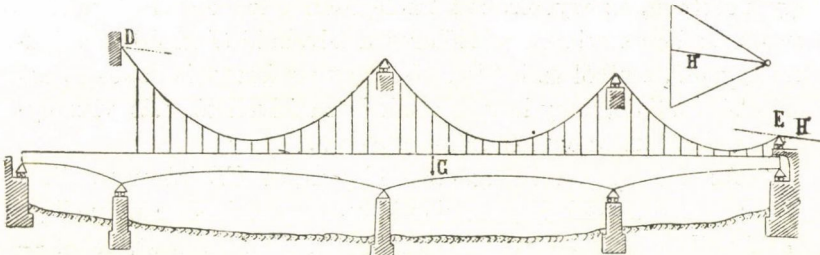
Ami pedig a szóban levő c és h eltolatások megszerkesztését illeti, a c eltolatás azt a c_2 részét, melyet a függőtartó, a függővasak és a horgonyzó vas meghosszabbodása idéz elő, $H' = c'$ esetben, egészen ugyanakképen állapítjuk meg, mint az egynyílású függőhidon.* Az alább következőkben ez okból csak azokról

* *Érték.* XIV, 4. sz. 13—18. old.

az elmozdulásokról fogunk szólni, melyek a merevítő gerenda rugalmas deformálódása folytán állanak be, a függőtartó E pontján ED irányban, egyfelől a H' -tól független, másrésztől a H' -vel arányos erők következtében.

3. Az épp megjelölt elmozdulások megszerkesztésének alapja.

Könnyen átláthatjuk azonban, hogy — akár csuklótlan, akár csuklós a merevítő gerenda, s akármily erők hatnak reája — az az eltolatás, melyet a gerenda deformálódása idéz elő a függőtartó E pontján ED irányban, ugyanakkora, mint a milyen abban az esetben lenne, ha a függőtartó csak D -től E -ig érne (2. ábra), D -nél szilárdan, E -nél vízszintes elmozdulást megengedő módon támaszthatnák meg, s az E ponton DE irányú H' nagyságú külső



2. ábra.

erőtől támaszthatnák meg. Mert ekkor keletkeznének a merevítő gerendán — bármilyen is a híd megterhelése, s bármilyen H' összetevőjű belső erő keletkezzék a függőtartón — ugyanakkora erők, a milyenek valóságban megtámasztják.

Világos ennek következtében, hogy azt a c_1 elmozdulást, melyet a H' -vel arányos erők maguk idéznek elő $H'=c'$ esetén, a merevítő gerenda deformálása útján, a függőtartó E pontján ED irányban, akképen találjuk meg, ha semmi súlyt sem veszünk föl a hidon, hanem csak azt az elmozdulást keressük meg, a mely az épp említett $H'=c'$ külső erő következtében támasztja a szóbanlevő E ponton ED irányban.

A mi pedig az E pont ED irányú elmozdulásának fentebb említett második, t. i. azt a h részét illeti, a melyet csak a G súlytól függő, s a H' -tól független külső erők okoznak, ezt viszont úgy

találjuk meg az imént mondottak következtében, ha olyannak képzeljük a merevítő gerendát, mintha csak a G súly s a tőle előidézett reakciók hatnának reája, a felfüggesztő erő pedig — tehát a H' erő is — mind zérust tenne. A mint az épp mondottakból látjuk, az itt szóban levő h elmozdulás a *Castigliano-Maxwell*-féle, az elmozdulások fölcserélhetőségét illető törvény következtében ugyanakkora, mint az az elmozdulás, melyet az E pontra ható, ED irányú, $H'=G$ nagyságú erő, a merevítő tartón, a G súlytól megtámadott pont függőlegesen idéz elő.

A H' erő meghatározására ezek folytán csak két esetben kell a rugalmas deformálódást megszerkesztenünk. Mindkét esetben egyetlen egy külső erő hat a függőtartó E pontjára, s ez erő mindkét esetben ED irányú (2. ábra). Csakhogy ez erő nagysága, az egyik esetben, az egyébiránt tetszőlegesen felvehető G súlylyal, a másik esetben a szintén tetszőlegesen felvehető C' kísérleti értékkel egyenlő, amiből az is kitetszik, hogy egyforma is lehet az erő mindkét esetben, vagy hogy tetszőlegesen felvehető más viszonyban is állhat az erőnek G értéke a c' -hez.

Az első esetben a függőtartó E pontján ED irányban létrejövő c elmozdulást kell megállapítanunk. A másodikban pedig a G súlytól megtámadott pontnak függőleges elhajlását, tehát — minthogy a G súlyt minden tetszőleges helyen fölvehetjük — a merevítő gerenda függőleges elhajlásának ábráját kell megszerkesztenünk.

Ismeretes, hogy minden rugalmas deformálódást képzelt erők nyomatóka gyanánt szerkeszthetünk meg a legegyszerűbben.* Tetszőleges tartó valamely elemének deformálódásától előidézett forgásnak képlete ugyanis, akár tömör, akár rácsos a tartó:

$$J_x = \frac{M \Delta s}{\varepsilon I},$$

és itt Δs a szóban levő elemnek (ha rácsos a tartó, akkor a szóban lévő rudnak) hosszát, M a külső erők nyomatókát, ε a rugalmasság modulusát, I a számba jövő tehetetlenségi nyomatókot jelenti.

* *Magy. Mérn. és Épít. Egyl. Közl.* 1883; 248—261. old. és *Math. és Természettud. Ért.* IX. 3—4. füzet; 58—64. old.

Highy nagy léptékben rajzolhassuk meg az elhajlásokat, meg-nagyobbítjuk mindenekelőtt az egyes elemekhez sorban tartozó forgások szögeinek mértékeit, tetszőleges állandókkal sokszorozva vagy osztva a Δx -kat. Ha y az M nyomaték mérőhossza, a tetszőlegesen fölvehető hosszúság, τ pedig az I tehetetlenségi nyomaték mérő viszonyyszáma, akkor a szóban levő forgások eltorzított mérőhosszainak képlete, a mondottak szerint, legegyszerűbb alakjában:

$$\Delta k = \frac{y}{a} \frac{\Delta s}{\tau}.$$

Ha a $\Delta s : \tau$ hosszakat sorban a nyomatéki vonal egyes pontjain az x tengelylyel párhuzamos erőknek képzeljük, akkor, a mint e képletből látjuk, ez erőknek az x tengely pontjaira s az a nyomatéki alapra nézve megszerkesztett nyomatékai, akár egyenként, akár összesen vesszük őket, a szóban levő forgások mérőhosszai. Ha pedig e Δk hosszúságokat képzeljük sorban az egyes forgások középpontjain a keresett eltolódással párhuzamos erőknek, akkor e *másodszorú* képzelt erők nyomatéki mérőhossza, az eltolódás egyenesének pontjaira nézve meghatározva, a keresett elmozdulás mérőhossza.

Úgy az első-, mint a másodszorú szóban levő erők nyomatékait kötélpolygonok rajzolása útján könnyen megszerkeszthetjük, föltéve, hogy tudjuk az egyes forgások középpontjait. De ezeket a merevítő gerendán a rugalmas deformáció tanából ismerjük. A mi pedig azt az esetet illeti, ha a merevítő gerenda deformálódása folytán a lánczon támadó eltolódásokat keressük, tudjuk, hogy ha a merevítő gerenda tetszőleges k pontján, valamely elem deformálódása következtében, Δx nagyságú forgás jó létre, ez a lánczon ugyanakkora elmozdulást okoz, mintha a rajta a k ponttal ugyanegy függőlegesen levő γ ponton ugyanakkora forgás állana be.*

Azt említjük tehát még csak meg e helyen, a már mondottakkal kapcsolatosan, hogy a G súly mérőhosszát az alább következőkben az erőpolygon c magasságával, a H' kísérleti erő mérőhosszát pedig az erőpolygon DE irányú c' sugarával egyenlőnek

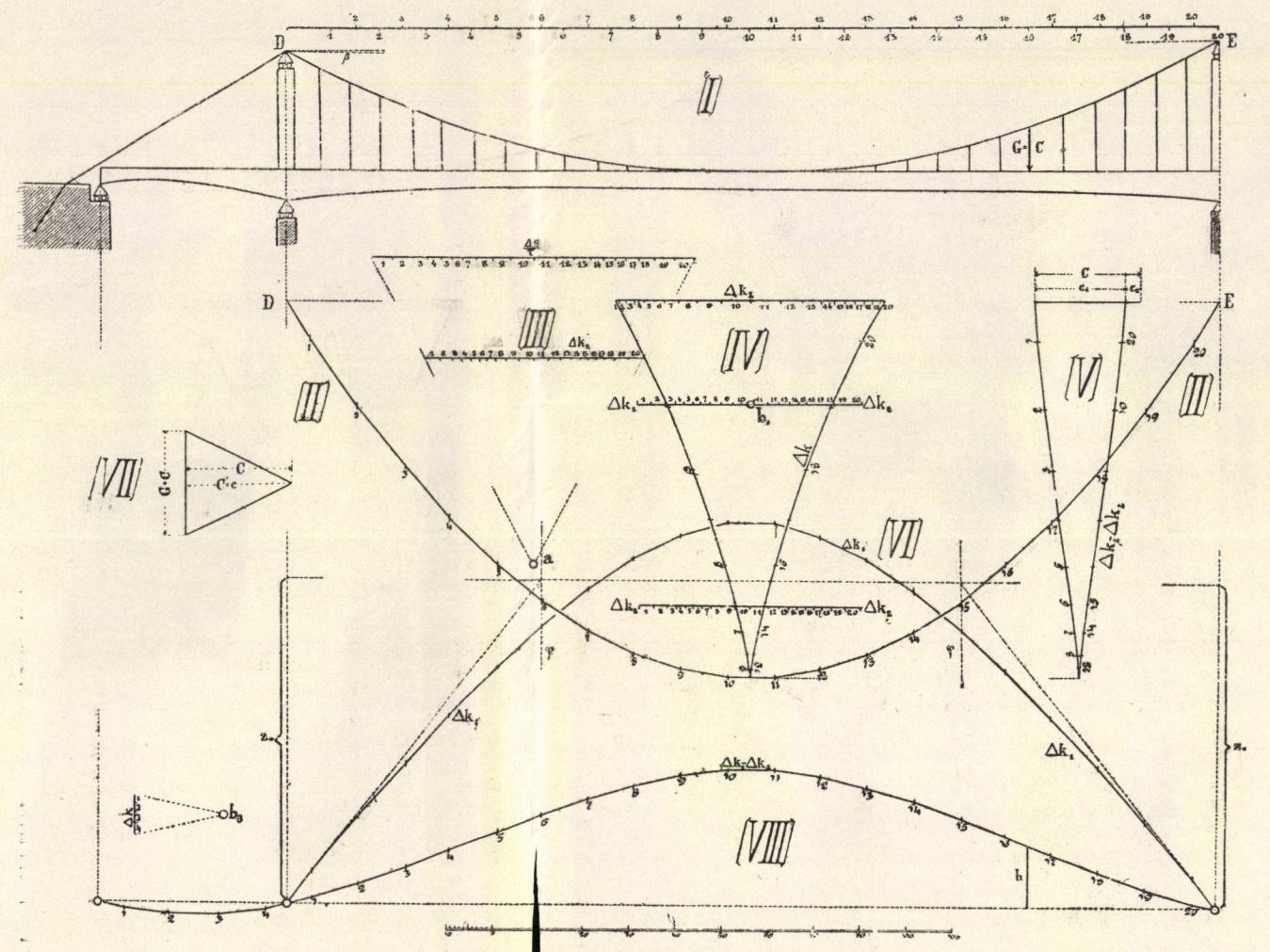
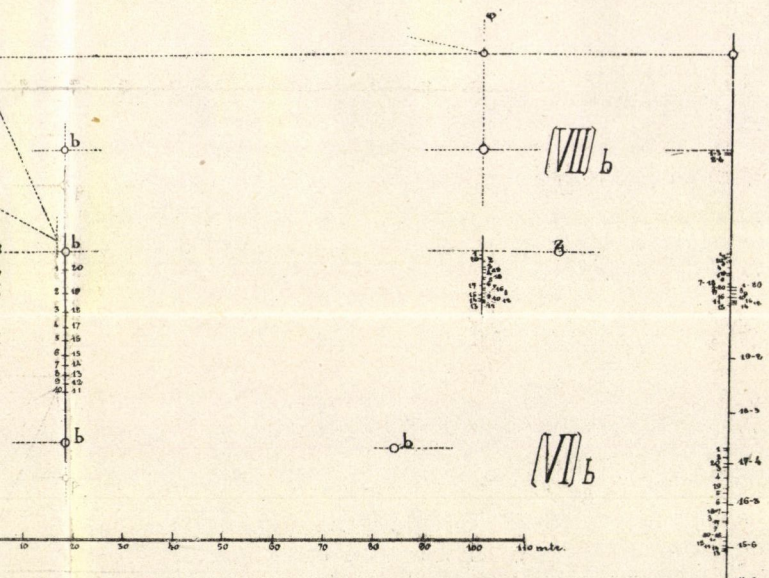
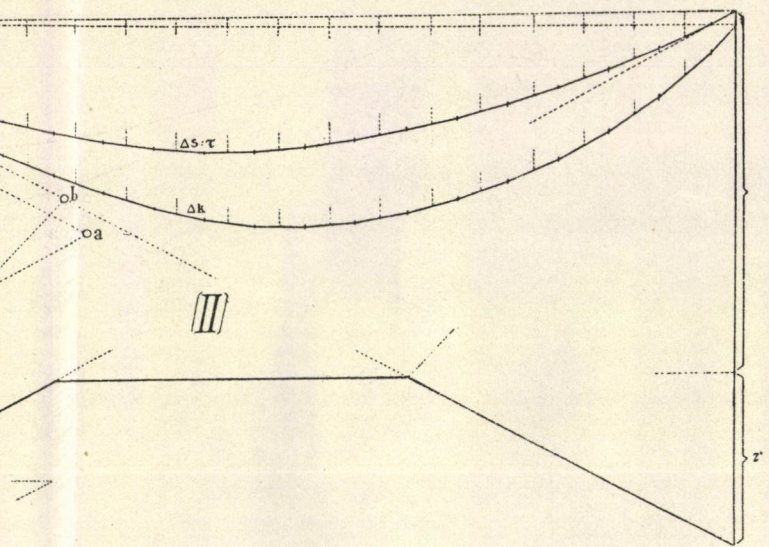
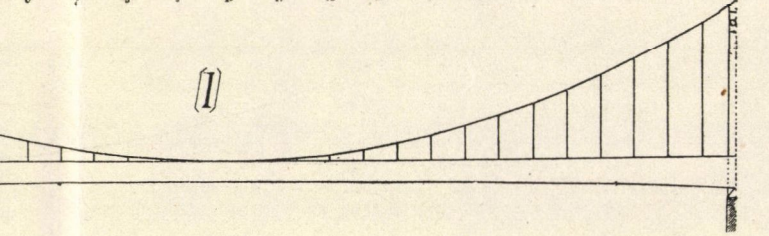
* *Érték.* XIV. 4. 1890. 8. old.

fogjuk fölvenni. Máskülönb pedig elégségesnek tartjuk, az imént mondottakra való tekintettel, a szóban levő kétféle deformálódás megállapítását illetőleg csak az alább következőket jegyezni meg, előbb a csuklótlan, s azután a csuklós merevítő gerendákra nézve.

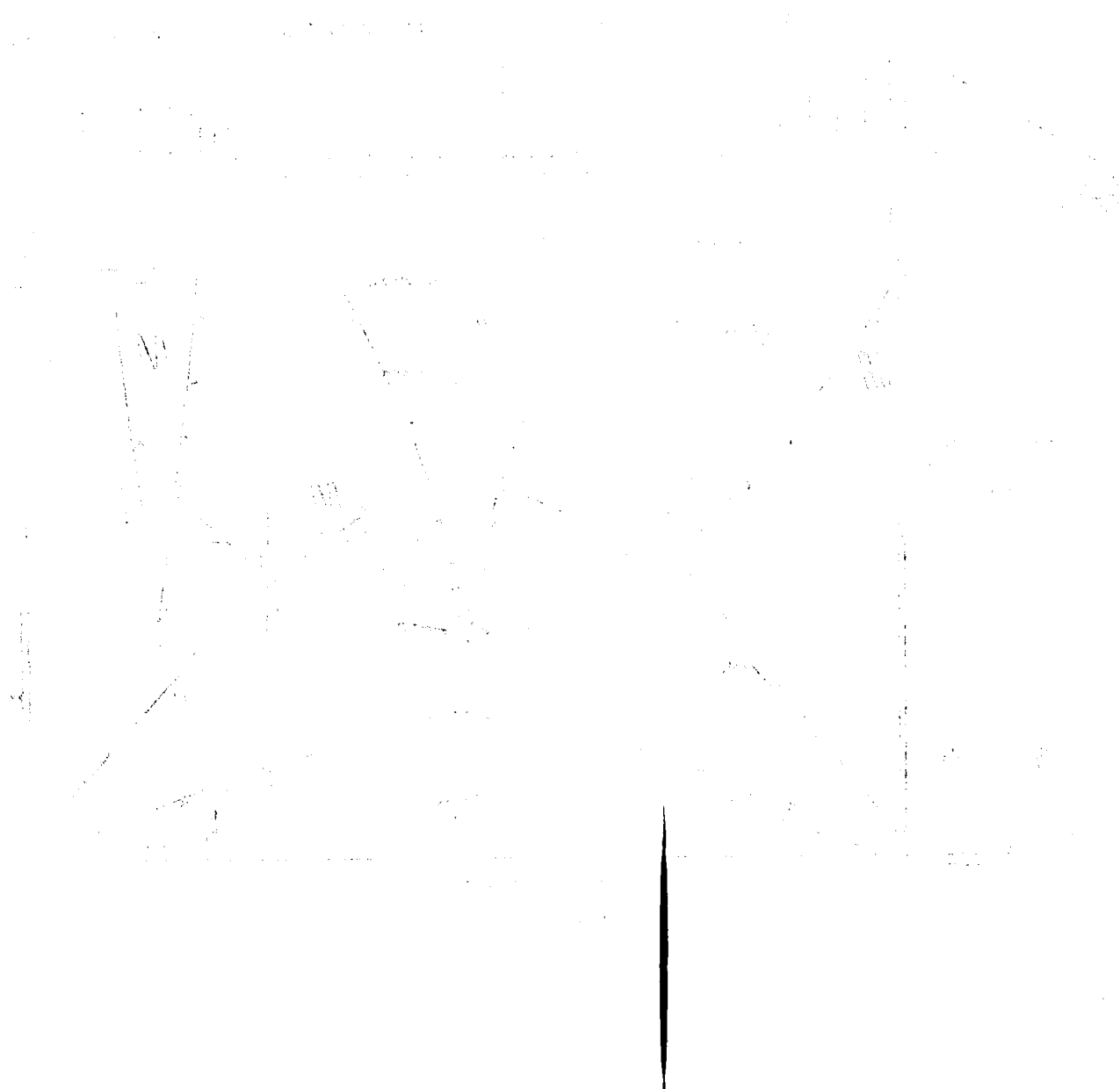
4. A c_1 és h elmozdulások megszerkesztése csuklótlan gerenda esetén. Akármily nagy az E ponton fölvevett H' külső erő, a merevítő gerendán ez erő csak felfüggesztő erőket, s ezek útján reactionokat idéz elő. Ha a kötélpolygon átfogójának meghuzása útján segmentumra és trapézre bontjuk a nyomatékok ábráját az egyes hidnyilásokon, akkor a nyomatéki segmentum, minden tetszőleges hidnyiláson, a lánczvonallal arányos ordinátájú ábra. És ha a nyomatékokkal együtt a Δk forgásokat is két-két részre osztjuk, akkor a nyomatéki segmentumhoz tartozó forgások Δk_1 mérőhosszait, a mint a mondottakból látjuk, úgy találjuk meg legegyszerűbben, ha akképen rajzoljuk meg mindenekelőtt a lánczvonalat az egyes hidnyilásokon, hogy az átfogók vízszintesek legyenek, s hogy a függőleges ordináták léptéke — nagyobb pontosság elérése végett — megfelelőleg nagyobb legyen, mint a vízszintes hosszaké (4. II ábra). Ezután vízszintes erőknek képzeljük ez ábrán — melyet rövidség végett a *lánczvonall eltorzított vetületének* nevezünk — sorban a lánczvonall egyes pontjain a föntemlitett $\Delta s : \tau$ mennyiségeket, s megszerkesztjük kötélpolygonok rajzolása útján egymásután az egyes hidnyilásokon e képzelt erők Δk_1 nyomatéki mérőhosszait az átfogónak pontjaira nézve (4. III—IV ábra).

Most függőleges erőknek képzeljük megint sorban a lánczvonall egyes pontjain a talált Δk_1 hosszakat, megrajzoljuk ezek kötélpolygonját (4. VI ábra) s meghatározzuk, ennek fölhasználásával, a többtámaszú gerendák elméletéből ismert úton, a nyomatéki trapézeken a támasztó függőlegesekre eső oldalak hosszát. Ezután megszerkesztjük a már jelzett úton a nyomatéki trapézekhez tartozó forgások Δk_2 mérőhosszait. Végre előbb függőleges s ezután DE irányú erőknek képzeljük a Δk_1 — Δk_2 hosszakat az eltorzított lánczvonall egyes pontjain, s megszerkesztjük mindkét esetben, egymásután az egyes hidnyilásokon, ez erők kötélpolygonjait, miután előbb erőpolygonjaikat legezélszerűbben két-két párhuzamoson megrajzoltuk.

Az a c_{1n} hosszúság, melyet az ED irányú Δk_1 — Δk_2 erők kötél-



4. ábra.



polygonjának szélső oldalai, a tetszőleges n hidnyíláson, az ED egyenesen levágnak, a keresett c_1 hosszúságnak erre a nyílásra jutó része.

Az egyes hidnyílásokon a függőleges $\Delta k_1—\Delta k_2$ erőkre szerkesztett kötélpolygonokon pedig, a Δs elemek függőlegesein (rácsos merevítő gerendák esetén a csomópontok függőlegesein), az átfogóig mért ordináták mindegyike a keresett h elmozdulás mérőhossza abban a pillanatban, a melyben a G súly a szóban levő h ordináta függőlegesén van. Azt, hogy a h elmozdulást ugyanabban a léptékben találjuk meg, mint c_1 -et, a $\Delta k_1—\Delta k_2$ erőpolygonok magasságának kellő megállapítása útján érjük el, a miről azonban még fogunk szólni.

Példa. A 3—4. ábra arra az esetre mutatja a föntebbieken főbb vonásaiban megismertetett szerkesztést, ha a merevítő gerenda három nyílású, de csak a középső hidnyíláson függ a lánczon. A 3. II—VII ábrákon a fix egyeneseket szerkesztettük meg, s az oszlopnyomatékokat határoztuk meg, a G súly különböző helyzeteire. A végrehajtott szerkesztést a többlettámaszú gerendatartók elméletéből ismertnek tételezzük föl.

A 4. ábrán, a középső hidnyíláson a c_1 és h elmozdulásokat illető, föntebb megismertetett azokat a szerkesztéseket látjuk, melyeket, ha többnyílású a hid, mindazokon a nyílásokon végre kell hajtánunk, a melyeken a merevítő gerenda a hidtartón függ.

A II ábrán a láncvonal eltorzított vetületét, III-on a $\Delta s : \tau$ -ok erőpolygonját; IV-en ezek kötélpolygonját és Δk_1 forgások mérőhosszainak megszerkesztését, VI-on a függőlegeseknek képzelt Δk_1 erők kötélpolygonját és ennek fölhasználását az oszlopnyomatékokkal arányos z_0 hosszak megszerkesztésére látjuk. A mi a Δk_2 forgások mérőhosszait illeti, ezek a jelen példában — mint-hogy a nyomatéki trapézból parallelogramm lesz — a $\Delta s : \tau$ -okkal arányosak; e hosszúságokat ez okból a III ábrán a $\Delta s : \tau$ -ok átvetítése útján szerkesztettük meg. Ezután megrajzoltuk a VIII ábrán a függőleges, az V ábrán pedig a vízszintes $\Delta k_1—\Delta k_2$ erők kötélpolygonját. (A DE egyenes ugyanis a jelen példában összeesik az átfogóval.) A $\Delta k_2—\Delta k_1$ erőpolygont a IV ábrán két párhuzamoson rajzoltuk meg, a vízszintes $\Delta k_2—\Delta k_1$ -ekre természetesen más magassággal, mint a függőlegesekre. Az V ábrán

meghatároztuk ezután a c eltolatásnak c_1 részét, és hozzáadtuk ama c_2 részt, melyet a függővasak, a függőtartó és a horgonyzó vasak meghosszabbodása idéz elő; e résznek megszerkesztése azonban, minthogy ismeretesnek tételezhető föl, ábráinkon nem látható.

A szélső hidnyilásokon, a jelen példában, a $H' = G$ külső erő következtében csak nyomatéki háromszögek keletkeznek. A merevítő gerenda függőleges elhajlásának ábráját ez okból, a 3. II ábrán, a szélső hidnyilásokon talált függőleges Δk erők kötélpolygonja gyanánt rajzolhattuk meg.

Ami az elmozdulások léptékét illeti, nevezzük a $\Delta s : \tau$ erőpolygon magasságát a -nak; a c_1 elmozdulás megállapítására használt $\Delta k_1 - \Delta k_2$ erőpolygon magasságát b -nek; a függőleges ordináták megnagyobbításának szorzóját a láncvonal eltorzított vetületén γ -nak; s az ED átfogónak a vízszintessel képezett szögét β -nak. A c_1 elmozdulás eltorzítása ekkor, amint könnyen átláthatjuk

$$\nu_1 = \frac{\varepsilon \gamma^2 I_0}{abC \cos \beta} \text{-szoros.}$$

A függőleges elhajlás megszerkesztésekor ez okból akképen kellett a középső hidnyiláson a $\Delta k_1 - \Delta k_2$, a szélsőkön pedig a Δk erőpolygon magasságát — b helyett — fölvennünk, hogy az elhajlás eltorzításának szorzója ezen az ábrán is ν_1 legyen.

Vége megrajzoltuk még, nagyobb világosság kedvéért a VII ábrán, a G súly erőpolygonját, a melyen, a már mondottak folytán, az ED -vel párhuzamos sugár hosszát az V ábrán talált c hosszúsággal, a G súly mérőhosszát pedig az erőháromszög magasságával egyenlőnek kell fölvennünk.

A VIII ábrán ekkor a Δs elemek beosztó függőlegesein (rácsos merevítő gerenda esetén a csomópontok függőlegesein) húzható minden egyes h ordináta, a mint a fentebb előadottakból tudjuk, a keresett H' erő mérőhossza abban a pillanatban, melyben a G súly a szóban levő h függőlegesen van, s abban a léptékben, a melyben a VII ábra a G súly erőpolygonja.

5. A c_1 és h elmozdulások megszerkesztése csuklós gerenda esetén. Minthogy a merevítő gerendára ható külső erők kötélpoly-

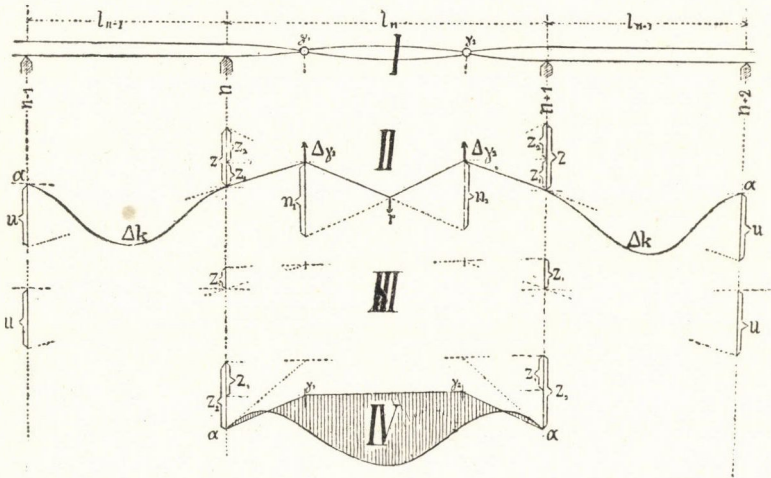
gonján ez esetben az ordináta minden egyes csukló függőlegesen zérus, könnyen meghúzzhatjuk a záró oldalt, előbb a csuklós hidnyílásokon, s ezután a többin is. A jelen esetben tehát nem kell az E ponton fölvevett H' erőből a merevítő gerendán okozott nyomatékok ábráját az egyes hidnyílásokon segmentumra és trapézra osztanunk. Ez okból a forgások szögeit sem osztjuk két-két részre, hanem egyszerre határozzuk meg Δk mérőhosszaikat, legcélszerűbben akképen, hogy úgy rajzoljuk meg az eltorzított láncvonal vetületét, nyílásról-nyílásra, hogy a záró oldal valamennyi hidnyíláson ugyanegy vízszintesre essék. Ezután vízszintes erőknek képzeljük a $\Delta s : \tau$ mennyiségeket, s megszerkesztjük egymásután az egyes hidnyílásokon, egyszerűen kötélpolygonjaik megrajzolása útján, nyomatékaikat a záró oldalak vízszintesére nézve.

A csuklótlan hidnyílásokon megrajzolhatjuk ezután már, nehézség nélkül, a függőleges elhajlások ábráját, valamint a merevítő gerenda elhajlása következtében az E ponton ED irányban beálló c_1 elmozdulásnak e nyílásra eső c_{1n} részét, $H' = C'$ esetén. E végből ugyanis előbb függőleges, azután ED irányú erőknek kell képelnünk, a mint az előadottakból tudjuk, az imént talált Δk hosszakat, sorban az eltorzított láncvonal pontjain, s meg kell rajzolnunk mindkét esetre kötélpolygonjaikat.

A csuklós hidnyílásokon ellenben meg kell szerkesztenünk, mielőtt a Δk forgások megállapítása után tovább haladhatnánk, a csuklók körül beálló forgások mértékeit, hogy az elmozdulások meghatározása céljából őket is beszámíthassuk a másodsorú erők közé.

Ezeket pedig, a mint azonnal látni fogjuk, legegyszerűbben egészen hasonló úton találjuk meg, mint az oszlopnomatékokat a csuklótlan gerendákon. Ha ugyanis eredőikkel pótoljuk, hidnyílásonként, a függőleges irányban fölvevett Δk erőket, s ha a γ_1 és γ_2 csuklók körüli forgások $\Delta \gamma_1$ és $\Delta \gamma_2$ mértékeit is e csuklókon átmenő, függőleges erőknek képzeljük, akkor ez erők kötélpolygonjának át kell menni mindazokon a pontokon, a melyeken e vonalnak előre fölvehető aa átfogója az egyes támasztó függőlegeseket átvágja (5 I—II. ábra). Legyen már most l_n egyik tetszőleges csuklós, l_{n-1} és l_{n+1} a mellette levő két csuklótlan hidnyílás; u_{n-1} és u_{n+2} e két csuklótlan hidnyílás Δk erőinek nyoma-

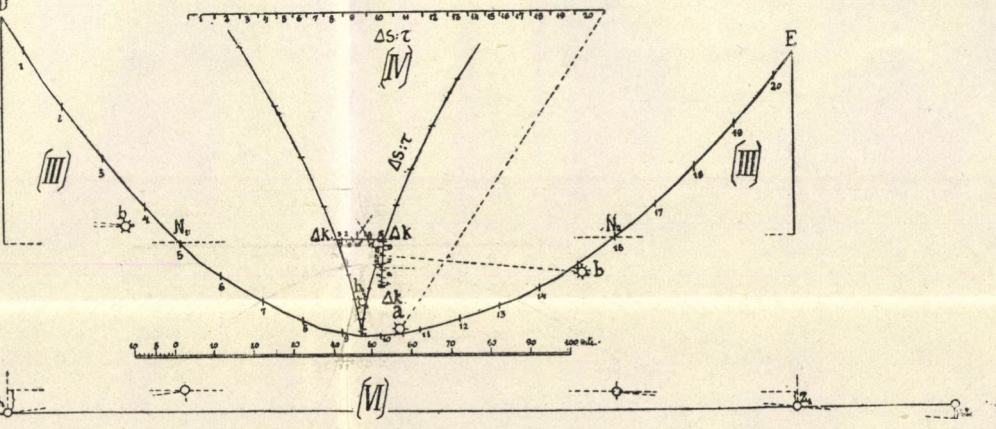
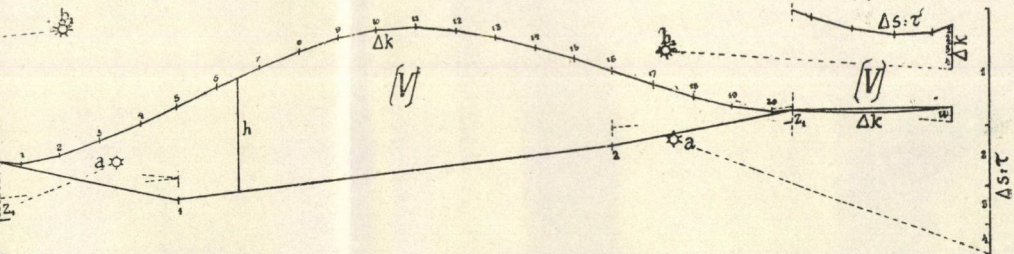
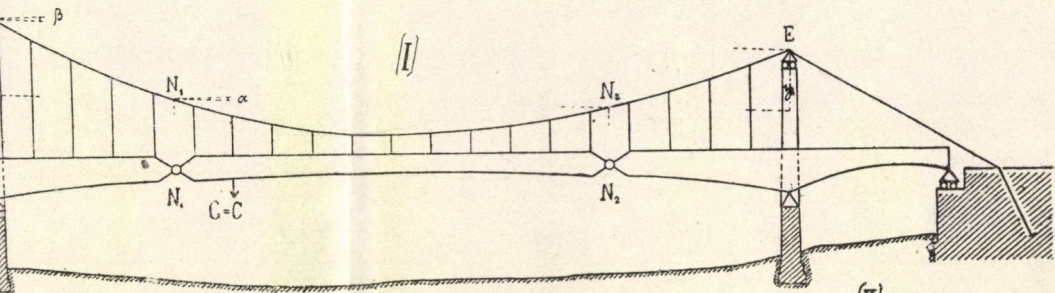
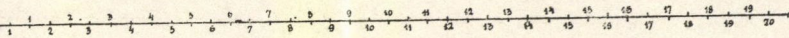
téki mérőhossza, mindegyikük arra a támasztó függőlegesre nézve, amelyen a II ábrán megjelöltük (az u betűt a II ábrán, az $n-1$ és $n+2$ jelzőt pedig az I ábrán irtuk rá a függőlegesekre); r az l_n hidnyílás Δk erőinek eredője, s n_1 és n_2 ennek nyomatéki mérőhossza, sorban a γ_1 és γ_2 függőlegesre nézve. Ha megrajzoltuk a csuklós l_n hidnyílással szomszédos l_{n-1} és l_{n+1} nyílásokon a függőleges elhajlás vonalát — a Δk erők kötélpolygonja gyanánt —, akkor ezzel az u_{n-1} és u_{n+2} hosszakat is megtaláltuk. De ha ezeket ismerjük, akkor a II ábra tanúsága szerint köny-



5. ábra.

nyen megszerkeszthetjük, a szomszédos hidnyílásokról l_n felé haladva — a fixpontok meghatározására emlékeztető úton —, a keresett $\Delta \gamma_1$ és $\Delta \gamma_2$ erők z_n és z_{n+1} nyomatéki mérőhosszát is. Legegyszerűbb, ha két részre osztjuk, a $\Delta \gamma$ sarokpontokat összekötő egyenes meghuzása útján, a szóban levő z hosszúságok mindegyikét: arra a z_1 részre, mely csak a szomszédos hidnyílásnak, s arra a z_2 részre, mely csak az l_n hidnyílásnak Δk erőitől függ. A z_1 hosszakat ekkor ugyanis a III, a z_2 hosszakat pedig a IV ábrán látható módon, könnyen meghatározhatjuk.

Az imént előadottak nyomán a függőleges elhajlás ábráját a csuklós l_n hidnyíláson úgy találjuk már most meg — a két



6. ábra.



seregben összetett Δk , $\Delta \gamma_1$ és $\Delta \gamma_2$ erők kötélpolygonja gyanánt —, hogy megrajzoljuk mindenekelőtt a Δk erők kötélpolygonját (IV ábra). Ezután meghatározzuk ennek fölhasználásával, az épp idézett ábrán látható úton, a z_2 hosszúságokat, s hozzájuk adjuk, az előjelek kellő tekintetbe vételével, a III ábrán talált z_1 hosszakat. Végre megrajzoljuk a $\Delta \gamma_1$ és $\Delta \gamma_2$ erők kötélpolygonját is, tudva, hogy a $\gamma_1 \gamma_2$ oldal, megnyujtva, a szomszédos támasztó függőlegesen imént talált pontokon megy át.

Ha megtaláltuk ekképen a függőleges elhajlás ábráját, könnyen meghatározhatjuk a $\Delta \gamma_1$ és $\Delta \gamma_2$ forgások mérőhosszait, ha egyszerűen oly erőpolygont szerkesztünk a $\Delta \gamma_1$ és $\Delta \gamma_2$ erőkre, melynek sugarai az erők kötélpolygonjának oldalaival párhuzamosak, s melynek magassága ugyanakkora, mint Δk erőpolygoné. E forgások mértékeinek megállapítása után pedig természetesen minden nehézség nélkül megszerkeszthetjük a tőlük a függőtartón okozott ED irányú elmozdulást is.

Példa. A 6. II—VIII ábrák az alapvető részeikben főntebb megismertetett szerkesztéseket háromnyilású oly függőhidra mutatják, a melyen a merevítő gerenda csak a középső nyiláson függ a hidtartón.

A szélső hidnyilásokon ebben a példában is csak nyomatéki háromszögek keletkeznek. A merevítő gerenda függőleges elhajlásának ábráját e nyilásokon ez okból tehát ugyanakképen rajzoljuk meg, mint a megelőző példában láttuk. (II és V ábra).

A középső hidnyiláson a III ábrán a lánczvonala eltorzított vetületét, a IV ábrán a Δs : τ első sorú képzelt erők erő- és kötélpolygonját, s a forgások Δk mérőhosszainak meghatározását, az V ábrán pedig a függőleges erőknek képzelt Δk hosszak kötélpolygonját látjuk. A VI ábrán megszerkesztettük — a csuklók körüli forgások mértékeinek megállapítása céljából —, a z_1 hosszakat, az V ábrán a szélső hidnyilásokon talált u hosszúságok fölhasználásával. Folytatólag megrajoltuk — az 5. II—IV ábra kapcsán imént megmagyarázott úton — a csuklók körüli forgások mértékeiből képzelt erők kötélpolygonját (V ábra), s megszerkesztettük az ép említett forgások Δn mérőhosszait (VIII ábra). A VII ábrán ezután az ED egyenessel párhuzamos irányban fölvevett Δk és Δn erők kötélpolygonját rajoltuk meg; meghatároztuk

a DE egyenesen, e kötélpolygon szélső oldalainak megnyújtása útján, a c_1 elmozdulást, s hozzáadtuk azt a c_2 részt, melyet a függőtartó, a függővasak és a horgonyzó vasak meghosszabbodása okoz, melynek megszerkesztése azonban ebben a példában sem látható ábráinkon.

Ha a DE átfogóra merőlegesen vont ordinátákat a fölfüggesztő pontok között helyes léptékben rajzolt lánczvonalon v -nek, az eltorzított vetületen v_1 -nek, a $v_1 : v$ viszonyszámot γ -nak nevezzük, s a többi itt szóba jövő mennyiséget ugyanazokkal a betűkkel jelöljük meg, mint a megelőző példában, akkor a c_1 elmozdulás léptéke, az I ábrához képest, amint könnyen átláthatjuk,

$$v_2 = \frac{\varepsilon I_0 \gamma \gamma}{abC} \text{-szeres.}$$

A függőleges elhajlás ábrájának megszerkesztése előtt meg kell tehát külön állapítanunk a középső és a szélső hidnyilásokra a Δk erőpolygon magasságát, még pedig akképen, hogy az elmozdulások eltorzítása ezen az ábrán is v_2 -szeres legyen.

Ezt föltételezve, az V ábrán a Δs elemek beosztó függőlegesein (ha rácsos a tartó, a csomópontok függőlegesein) talált minden h ordináta megint a keresett H' erő mérőhossza abban a pillanatban, midőn a G súly a szóban levő h függőlegesen van, s abban a léptékben, a melyben a VII ábrán megszerkesztett és a valódi DE irányba fordított c hosszúság vízszintes vetülete a G súly mérőhossza.

Abban az esetben, ha többnyilású a hid, a DE egyenes esetleg nem esik össze az egyes hidnyilások lánczvonalaival. Általánosságban meg kell tehát rajzolni a DE egyenest a lánczvonallal eltorzított vetületén, minden egyes hidnyiláson. Máskülönben azonban egyszerűen ugyanazt a szerkesztést hajtjuk végre minden egyes oly nyiláson, melyen a merevítő gerenda a hidtartón függ, a melyeket az imént a középső hidnyiláson magyaráztunk meg.

seregben összetett Δk , $\Delta\gamma_1$ és $\Delta\gamma_2$ erők kötélpolygonja gyanánt —, hogy megrajzoljuk mindenekelőtt a Δk erők kötélpolygonját (IV ábra). Ezután meghatározzuk ennek fölhasználásával, az épp idézett ábrán látható úton, a z_2 hosszúságokat, s hozzájuk adjuk, az előjelek kellő tekintetbe vételével, a III ábrán talált z_1 hosszakat. Végre megrajzoljuk a $\Delta\gamma_1$ és $\Delta\gamma_2$ erők kötélpolygonját is, tudva, hogy a $\gamma_1\gamma_2$ oldal, megnyujtva, a szomszédos támasztó függőlegesen imént talált pontokon megy át.

Ha megtaláltuk ekképen a függőleges elhajlás ábráját, könnyen meghatározhatjuk a $\Delta\gamma_1$ és $\Delta\gamma_2$ forgások mérőhosszait, ha egyszerűen oly erőpolygont szerkesztünk a $\Delta\gamma_1$ és $\Delta\gamma_2$ erőkre, melynek sugarai ez erők kötélpolygonjának oldalaival párhuzamosak, s melynek magassága ugyanakkora, mint Δk erőpolygoné. E forgások mértékeinek megállapítása után pedig természetesen minden nehézség nélkül megszerkeszthetjük a tőlük a függőtartón okozott ED irányú elmozdulást is.

Példa. A 6. II—VIII ábrák az alapvető részeikben föntebb megismertetett szerkesztéseket háromnyílású oly függőhídra mutatják, a melyen a merevítő gerenda csak a középső nyíláson függ a hidtartón.

A szélső hidnyílásokon ebben a példában is csak nyomatéki háromszögek keletkeznek. A merevítő gerenda függőleges elhajlásának ábráját e nyílásokon ez okból tehát ugyanakképen rajzoljuk meg, mint a megelőző példában láttuk. (II és V ábra).

A középső hidnyíláson a III ábrán a lánczvonat eltorzított vetületét, a IV ábrán a $\Delta s : \tau$ első sorú képzelt erők erő- és kötélpolygonját, s a forgások Δk mérőhosszainak meghatározását, az V ábrán pedig a függőleges erőknek képzelt Δk hosszak kötélpolygonját látjuk. A VI ábrán megszerkesztettük — a csuklók körüli forgások mértékeinek megállapítása céljából —, a z_1 hosszakat, az V ábrán a szélső hidnyílásokon talált u hosszúságok fölhasználásával. Folytatólag megrajzoltuk — az 5. II—IV ábra kapcsán imént megmagyarázott úton — a csuklók körüli forgások mértékeiből képzelt erők kötélpolygonját (V ábra), s megszerkesztettük az ép említett forgások Δn mérőhosszait (VIII ábra). A VII ábrán ezután az ED egyenessel párhuzamos irányban fölvetett Δk és Δn erők kötélpolygonját rajzoltuk meg; meghatároztuk

a DE egyenesen, e kötélpolygon szélső oldalainak megnyújtása útján, a c_1 elmozdulást, s hozzáadtuk azt a c_2 részt, melyet a függőtartó, a függővasak és a horgonyzó vasak meghosszabbodása okoz, melynek megszerkesztése azonban ebben a példában sem látható ábráinkon.

Ha a DE átfogóra merőlegesen vont ordinátákat a fölfüggesztő pontok között helyes léptékben rajzolt lánczvonalon v -nek, az eltorzított vetületen v_1 -nek, a $v_1 : v$ viszonzyszámot γ -nak nevezük, s a többi itt szóba jövő mennyiséget ugyanazokkal a betűkkel jelöljük meg, mint a megelőző példában, akkor a c_1 elmozdulás léptéke, az I ábrához képest, amint könnyen átláthatjuk,

$$v_2 = \frac{\varepsilon l_0 \gamma \gamma'}{abC} \text{-szeres.}$$

A függőleges elhajlás ábrájának megszerkesztése előtt meg kell tehát külön állapítanunk a középső és a szélső hidnyilásokra a Δk erőpolygon magasságát, még pedig akképen, hogy az elmozdulások eltorzítása ezen az ábrán is v_2 -szeres legyen.

Ezt föltételezve, az V ábrán a Δs elemek beosztó függőlegesein (ha rácsos a tartó, a csomópontok függőlegesein) talált minden h ordináta megint a keresett II' erő mérőhossza abban a pillanatban, midőn a G súly a szóban levő h függőlegesen van, s abban a léptékben, a melyben a VII ábrán megszerkesztett és a valódi DE irányba fordított c hosszúság vízszintes vetülete a G súly mérőhossza.

Abban az esetben, ha többnyilású a hid, a DE egyenes esetleg nem esik össze az egyes hidnyilások lánczvonalaival. Általánosságban meg kell tehát rajzolni a DE egyenest a lánczvonallal eltorzított vetületén, minden egyes hidnyiláson. Más-különben azonban egyszerűen ugyanazt a szerkesztést hajtjuk végre minden egyes oly nyiláson, melyen a merevítő gerenda a hidtartón függ, a melyet az imént a középső hidnyiláson magyaráztunk meg.

A MECHANIKAI MUNKA-INTEGRÁL KÉPZÉSÉNEK EGY ÚJ MÓDJÁRÓL.

FUCHS KÁROLY-tól.

A jelen dolgozatnak célja egy oly eljárást bemutatni, melynek segítségével lehetséges egyszerű integrál által kifejezni az oly munkát, melyet a szokásos eljárással csak többszörös integrál alakjában fejezhetni ki.

1. Előleges megjegyzés csak a távolságtól függő centralis erők munkaeleméről.

A térnek egy P pontjában legyen egy állandó helyzetű μ tömegpont. Adva legyen azonkívül egy tetszőleges alakú véges test, melynek sűrűsége általában véve nem egyenletes. E test a térben tetszőleges mozgást végez, és ezalatt változtathatja alakját, nagyságát, sűrűségét; csak a tömege marad változatlan.

Működjen a μ tömegpont és a test bármely m tömegpontja közt egy csak a távolságtól függő centralis erő, mely a kölcsönhatásban levő tömegekkel arányos, és melynek értéke

$$\mu m \varphi(r).$$

Az erő taszító, ha $\varphi(r)$ pozitív; ellenkező esetben vonzó.

Mekkora munkát végeznek a μ és a test tömegpontjai közt ható erők, ha a test egy 1. helyzetből egy 2. helyzetbe megy át? (1. ábra.)

E munkának matematikai kifejezését fogjuk keresni úgy az eddig szokásos, mint a bemutatandó új eljárás szerint, azon feltetéssel, hogy $\varphi(r)$ ismeretlen függvény.

A test tömegelemei legyenek

$$m' \quad m'' \quad m''' \dots$$

Ezeknek a P ponttól mért távolságai legyenek általában

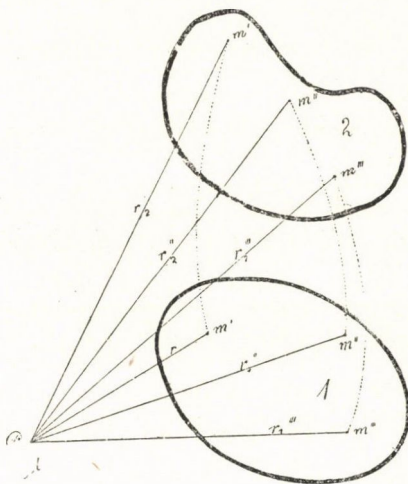
$$r' \quad r'' \quad r''' \dots$$

Mikor a test az első helyzetben van, e távolságok jelei:

$$r'_1 \quad r''_1 \quad r'''_1 \dots$$

A második helyzetben e távolságok jelei:

$$r'_2 \quad r''_2 \quad r'''_2 \dots$$



1. ábra.

A μ pontból végtelen sok gömblapot szerkesztünk, úgy, hogy az egész tér végtelen sok végtelen vékony dr vastagságú koncentrikus héjra lesz osztva. (2. ábra.) Mindegyik héjban a $\varphi(r)$ függvénynek más értéke van vagy lehet.

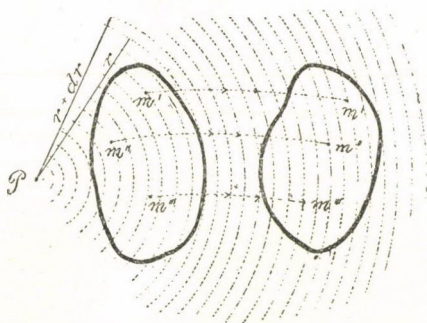
Mikor a test első helyzetéből a második helyzetbe megy át, a testnek valamely m pontja bizonyos útat tesz a térben, és ez alatt végtelen sok héjon megy keresztül. Mikor az m tömegpont egy bizonyos r sugarú dr vastagságú héjon megy át, a tömegpont a $\mu m \varphi(r)$ erőnek van kitéve, és ezen erő az átlépés alatt e munkát végzi

$$\mu m \varphi(r) dr.$$

Ez egy munkaelem. Egy munkaelem alatt tehát azon munkát értjük, melyet a $\varphi(r)$ erő végez, mikor egy m tömegpont az μ tömeg hatása alatt egy dr vastagságú héjon átlép.

Mikor a test az első helyzetből a második helyzetbe átmegy, négyszer végtelen munkaelem lesz végezve. Ugyanis mindegyik m tömegelem végtelen sok munkaelemet ad; a tömegelemek száma pedig, a test három dimenziójának megfelelően, háromszor végtelen. Mindezen munkaelemek együttvéve megadják az áthelyezési munkát. Az áthelyezési munka e szerint a $\mu m \varphi(r) dr$ munkaelemeknek fent körvonalozott négyszeresen végtelen összege.

A szokásos és az új eljárás között a különbség a munkaelemek összegezésének módjában van.



2. ábra.

2. Az áthelyezési munka képzése a szokásos eljárással.

Mikor az m' tömegpont az áthelyezés alatt a P -től mért r_1' távolságból az r_2' távolságba megy át, számtalan héjon megy át, végtelen sok $\mu m' \varphi(r) dr$ alakú munkaelem létesül.

Ezeknek összege:

$$\int_{r_1'}^{r_2'} \mu m' \varphi(r) dr = \mu m' \int_{r_1'}^{r_2'} \varphi(r) dr.$$

Hasonló integrált ad mindegyik m tömegpont. Az egész áthelyezési munka:

$$L = \mu m' \int_{r_1'}^{r_2'} \varphi(r) dr + \mu m'' \int_{r_1''}^{r_2''} \varphi(r) dr + \dots$$

$$L = \Sigma \mu m \int_{r_1}^{r_2} \varphi(r) dr.$$

A szokásos eljárás tehát az, hogy az egyes *tömegpontok által* egész útjuk befutása közben végzett munkákat összeadjuk.

3. Az áthelyezési munka képzése az új eljárással.

Mikor a test első helyzetében van, a test egy legkisebb i_1 távolság és egy legnagyobb e_1 távolság közt fekszik (3. ábra). Ennek megfelelően a test a második helyzetben az i_2 és e_2 távolságok közt van. Az egész áthelyezés tehát az $R_1 = i_1$ és $R_2 = e_2$ távolságok közt megy végbe.

Az i_1 és e_2 közt fekvő héjakat három csoportra osztjuk. Az első csoport az $i_1 - e_1$ körben fekszik, a második csoport az $e_1 - i_2$ körben, a harmadik csoport az $i_2 - e_2$ körben. E csoportok a rajzban II., III. és IV. számokkal vannak megjelölve, az I. csoport, melynek a $0 - i_1$ köz felel meg, valamint az V. csoport, melynek az $e_2 - \infty$ köz felel meg, a jelen számításban nem szerepelnek. Mindegyik csoportban egy héj ki van emelve; e héjaknak sugarai megfelelően r_2, r_3, r_4 .

1. Mikor a test az első helyzetben van, az r_2 sugarú héjon belül a testnek egy bizonyos része fekszik, mely a 3. ábrában árnyékolva van. E rész annál nagyobb, minél nagyobb az r_2 sugár. E rész tehát r -nek függvénye, és így írható

$$M_1(r).$$

Az index azt mutatja, hogy a test első helyzetére vonatkozik e tömeg.

Az áthelyezés alatt az egész $M_1(r)$ tömeg a dr vastagságú héjon át a héj belsejéből kilép. Mikor az $M_1(r)$ tömegnek egy m eleme a héjon átlép, e munka létesül

$$\mu m \varphi(r) dr.$$

Az $M_1(r)$ tömegnek valamennyi m eleme együttvéve tehát e munkát adja:

$$\mu M_1(r) \varphi(r) dr.$$

Megfelelő munka lesz végezve az első csoportnak minden egyes héjában; ugyanis mindegyik héjon átmegy az áthelyezés alatt az egész tömeg, mely az áthelyezés előtt a héj és a P pont között volt.

2. A második csoportnak minden egyes héján átment az egész test tömege M . Valamely r sugarú dr vastagságú héjban végzett munka:

$$\mu M \varphi(r) dr.$$

3. A harmadik csoportnak r_4 sugarú héján átment a testnek azon része, mely a második helyzetben árnyékolva van. Ha $M_2(r_4)$ alatt a testnek azon részét értjük, mely a második helyzetben az r_4 sugarú héjon belül fekszik, mely tehát ninesen árnyékolva, akkor a kilépett tömeget így írhatjuk:

$$M - M_2(r_4).$$

Általában a harmadik csoportnak egy r sugarú dr vastagságú héjában végzett munka:

$$\mu (M - M_2(r)) \varphi(r) dr.$$

Azon tömeget, mely az áthelyezés alatt valamely r sugarú héjon átment, az $A(r)$ symbolummal akarjuk kifejezni. Akkor valamely r sugarú héj e munkát adja:

$$\mu A(r) \varphi(r) dr.$$

A teljes áthelyezési munka lesz tehát, ha az áthelyezés az R_1 és R_2 távolságok közt ment végbe:

$$L_1^2 = \sum_{R_1}^{R_2} \mu A(r) \varphi(r) dr.$$

Az új eljárás tehát az, hogy az egyes *térhéjakban* végzett munkákat összegeljük.

Az $r=0$ és $r=R_1$ közti héjak nyilván munkát nem adnak; az $r=R_2$ és $r=\infty$ közti héjak sem. De azért e zérus-értékű mun-

kákat is bevonhatjuk a fentebbi összegbe, és az áthelyezési munkát így írhatjuk:

$$L_1^2 = \sum_0^{\infty} \mu A(r) \varphi(r) dr.$$

4. Az áthelyezési munka integrálalakban.

A II. csoportnak minden héja ily munkát ad:

$$\mu M_1(r) \varphi(r) dr$$

és így ezen csoport valamennyi héja együttvéve:

$$\mu \int_{i_1}^{e_1} M_1(r) \varphi(r) dr.$$

A III. csoport minden héja ily munkát ad:

$$\mu M \varphi(r) dr$$

és így e csoport valamennyi héja együttvéve:

$$\mu M \int_{e_1}^{i_2} \varphi(r) dr.$$

A IV. csoportnak minden héja ily munkát ad:

$$\mu (M - M_2(r)) \varphi(r) dr$$

és így ezen csoport valamennyi héja együttvéve:

$$\mu M \int_{i_2}^{e_2} \varphi(r) dr - \mu \int_{i_2}^{e_2} M_2(r) \varphi(r) dr.$$

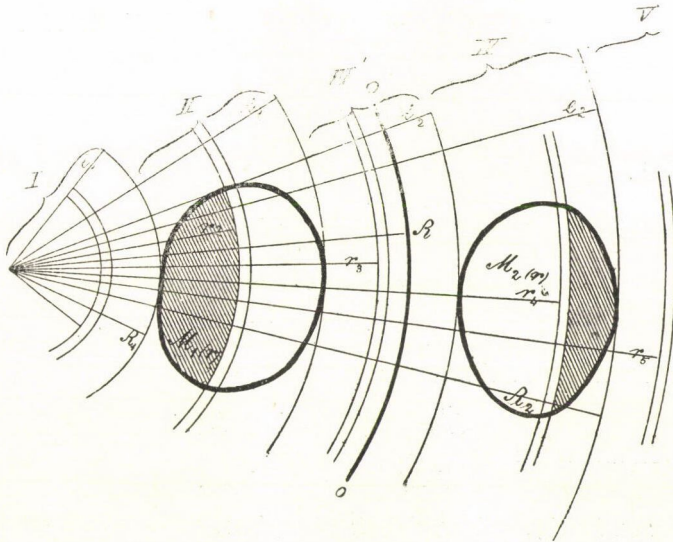
A teljes áthelyezési munka e három csoport munkáinak összege, vagyis (két tag összevonható):

$$L_1^2 = \mu \int_{i_1}^{e_1} M_1(r) \varphi(r) dr - \mu \int_{i_2}^{e_2} M_2(r) \varphi(r) dr + \mu M \int_{e_1}^{e_2} \varphi(r) dr.$$

5. Az áthelyezési munkának symmetrikus alakja.

A test 1. első és 2. második helyzete közt megkülönböztetünk egy tetszőleges R sugarú gömblapot, mely a 3. ábrában 00-

val van megjelölve. Az áthelyezés alatt a testnek minden egyes m tömegpontja első helyéből először a OO felületig, azután pedig onnan új helyébe jön. Külön fogjuk írni a munkát, melyet a tömegpontok adnak, mikor első helyükből a tetszőleges R távolságig mennek (első rész), és külön fogjuk írni a munkát, mely létesül, mikor a tömegpontok az R távolságból új helyükre mennek át (második rész). Az áthelyezési munka akkor szimmetrikus alakot fog ölteni.



3. ábra.

1. Először a szokásos eljárást követjük. Az áthelyezési munka első részére L_1^R -re nézve, miután

$$\mu m \int_{r_1}^R \varphi(r) dr$$

a munka, mely a tetszőleges m -nek az első helyzetéből az OO felületig való mozgása közben lesz végezve, áll:

$$L_1^R = \sum \mu m \int_{r_1}^R \varphi(r) dr.$$

A $\varphi(r) dr$ -nek általános integrálja legyen $\Phi(r)$. Akkor:

$$\begin{aligned} L_1^R &= \mu \Sigma m (\Phi(R) - \Phi(r_1)) \\ &= \mu \Sigma m \Phi(R) - \mu \Sigma m \Phi(r_1). \end{aligned}$$

Az első tagban a $\Phi(R)$ kiemelhető, Σm pedig nem más, mint a testnek egész tömege M . Tehát lesz:

$$L_1^R = \mu M \Phi(R) - \mu \Sigma m \Phi(r_1).$$

Az áthelyezési munka második részét L_R^2 -öt hasonló módon találjuk. Valamely m pont, ha az R távolságból új helyébe megy át, e munkát adja:

$$\mu m \int_R^{r_2} \varphi(r) dr,$$

és így:

$$\begin{aligned} L_R^2 &= \Sigma \mu m \int_R^{r_2} \varphi(r) dr \\ &= \mu \Sigma m (\Phi(r_2) - \Phi(R)) \\ &= \mu \Sigma m \Phi(r_2) - \mu M \Phi(R). \end{aligned}$$

Az egész áthelyezési munka:

$$L_1^2 = L_1^R + L_R^2 = L_R^2 - L_R^1.$$

Legyen általában

$$V = \Sigma m \Phi(r) - M \Phi(R).$$

Akkor az áthelyezési munkát így írhatjuk:

$$L_1^2 = \mu (V_2 - V_1).$$

Itt V_2 -nek indexe azt mondja, hogy $\Phi(r)$ -ben mindig a második helyzetnek megfelelő r értékek helyezendők be; hasonló értelme van V_1 -nek.

2. Ha az áthelyezési munkát az új eljárás szerint meghatározzuk, akkor a munka L_1^R első részét a héjaknak II. csoportja adja, meg a III. csoportnak azon része, mely $r = e_1$ -től $r = R$ -ig terjed (3. ábra):

$$L_1^R = \mu \int_{e_1}^{e_1} M_1(r) \varphi(r) dr + \mu M \int_{e_1}^R \varphi(r) dr.$$

A munkának L_R^2 második részét adja a III. csoportnak $r=R$ -től $r=i_2$ -ig terjedő része, meg a IV. csoport:

$$L_R^2 = \mu M \int_R^{i_2} \varphi(r) dr + \mu \int_{i_2}^{e_2} (M - M_2(r)) \varphi(r) dr,$$

$$L_R^2 = \mu M \int_R^{e_2} \varphi(r) dr - \mu \int_{i_2}^{e_2} M_2(r) \varphi(r) dr.$$

Legyen általában:

$$W = M \int_R^e \varphi(r) dr - \int_i^e M(r) \varphi(r) dr.$$

Akkor a kifejezések összehasonlításából könnyen találjuk, hogy

$$L_1^2 = \mu (W_2 - W_1).$$

Itt W_2 azon kifejezés, melyet W -ből nyerünk, ha i és e helyére azon távolságokat írjuk, melyek a test második helyzetének felelnek meg, és $M(r)$ -ben ugyanazt teszszük. Hasonló értelme van a W_1 symbolumnak.

Miután V és W nyilván tökéletesen ugyanazt a munkát jelzik, t. i. azt a munkát, mely végeztetik, ha az összes m tömegpontok az R távolságból azon helyekre lesznek hozva, melyeket a testben elfoglalnak, mikor e test tetszőleges helyzetben van és alakzattal bír, ezt is írhatjuk: $W = V$, vagy

$$\Sigma m \Phi(r) - M \Phi(R) = - \int_i^e M(r) \varphi(r) dr + M \int_R^e \varphi(r) dr.$$

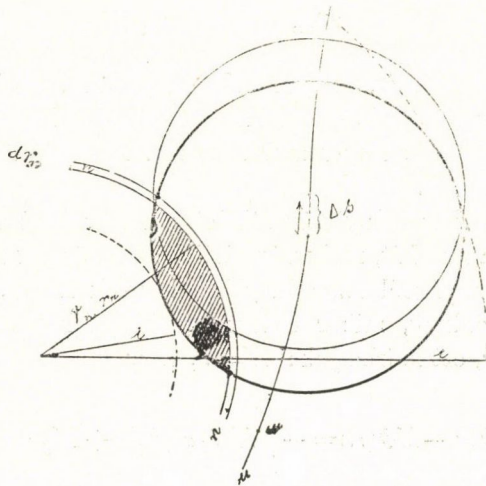
Concret esetben mindkét kifejezés ugyanazon matematikai alakzatot adja, mely ezen concret esetben a testnek potentialját képezi.

6. Differenciális eltolódások.

Ha a test merev test, mely csak magamagával párhuzamosan haladva tolódik el, akkor a tömegpontoknak elosztása a térben csak egy változónak, az útnak függvénye. Szintúgy, ha a test nem változtatja helyét, de szilárd tengely körül forog, akkor is a

tömegpontoknak elosztása a térben csak egy változónak, egy ϑ szögnek függvénye. Általában azonban a tömegpontok elhelyezése a térben több, két, három, négy változónak a függvénye. Ha az n számú tömegpont egymástól függetlenül mozog, akkor a pontok dispositiója $3n$ változónak függvénye.

Ha differenciális eltolódásokról van szó, akkor a dispositiónak teljes változása nem más, mint összege azon változásoknak, melyeket a változók egyenként okoznának. Elég tehát a tömegpontok eltolódásának munkáját azon esetre kiszámítani, mikor egyetlen egy változó, nevezzük ezt s -nek, változott ds -sel.



4. ábra.

A 4. ábrán a testnek eredeti helyzete vastag vonallal van megjelölve. A test az $r = i$ és $r = e$ határok közt fekszik. Egy r sugarú, dr vastagságú héj a testet két részre osztja; az egyik rész a héjon kívül, a másik árnyékolt rész a héjon belül fekszik. Ha csak az s változót tekintjük, akkor e résznek tömege az r -en kívül még csak az s -nek függvénye. A tömeg r -nek függvénye azért, mert minél nagyobb az r , annál nagyobb az elvágott rész; a tömeg az

s-nek függvénye, mert s-nek változtával a test tömegének dispositiója változik. A szóban levő rész tehát így írható:

$$M(r, s).$$

Ha az s változó Δs -sel nő, akkor új dispositió keletkezik, mely vékonyabb körvonallal van jelezve. Az r sugarú héj akkor a következő tömeget zárja magába:

$$M(r, s + \Delta s).$$

Tegyük fel, hogy ez nagyobb, mint $M(r, s)$. Akkor az eltolódás által a héjon át a héj belsejébe a következő tömeg jutott:

$$M(r, s + \Delta s) - M(r, s).$$

Akkor a pozitívnek, tehát taszítónak irt $\varphi(r)$ e munkát végezte:

$$-\mu [M(r, s + \Delta s) - M(r, s)] \varphi(r) dr.$$

Átmenve a határértékre, ezen elemi eltolódás munkája:

$$-\mu \frac{\partial M(r, s)}{\partial s} \varphi(r) dr ds.$$

Ekkora munkát ad egy r sugarú héj. Valamennyi $r=i$ és $r=e$ közt fekvő héj tehát e munkát adja:

$$dL = - \int_i^e \frac{\partial M(r, s)}{\partial s} \varphi(r) dr ds.$$

Hogy kimutassuk, miszerint e kifejezés nem más, mint az i_1 -től e_1 -ig vett integrál munkának s szerinti differenciálja, alkalmazzuk a véges áthelyezési munka:

$$L_1^2 = \mu \int_{i_1}^{e_1} M_1(r) dr \varphi(r) dr - \mu \int_{i_2}^{e_2} M_2(r) \varphi(r) dr + \mu M \int_{e_1}^{e_2} \varphi(r) dr$$

kifejezését arra az esetre, mikor az eltolódás végtelen kicsiny. Ekkor

$$e_2 = e_1 + de_1, \quad i_2 = i_1 + di_1,$$

hol

$$de_1 = \frac{\partial e_1}{\partial s} ds; \quad di_1 = \frac{\partial i_1}{\partial s} ds.$$

Akkor e munka

$$\begin{aligned} L_s^{s+ds} &= \frac{\partial L}{\partial s} ds = \int_{i_1}^{e_1} M_1(r) \varphi(r) dr - \mu \int_{i_1+di_1}^{e_1+de_1} M_2(r) \varphi(r) dr + \mu M \int_{e_1}^{e_1+de_1} \varphi(r) dr = \\ &= \mu \int_{i_1}^{e_1} M_1(r) \varphi(r) dr - \mu \int_{i_1}^{e_1} M_2(r) \varphi(r) dr + \mu M_2(i_1) \varphi(i_1) di_1 - \\ &\quad - \mu M_2(e_1) \varphi(e_1) de_1 + \mu M \varphi(e_1) de_1 = dL. \end{aligned}$$

Ámde $M_2(i_1)=0$, mert az $r=i_1$ sugarú héj belsejében nincsen tömeg. Azonkívül $M_2(e_1)=M_1$ mert az $r=e_1$ sugarú héjon belül az egész test tömege van. Ezen értékeket behelyezve:

$$dL = \mu \int_{i_1}^{e_1} M_1(r) \varphi(r) dr - \mu \int_{i_1}^{e_1} M_2(r) \varphi(r) dr.$$

Ámde $M_1(r)$ az r sugarú gömbfelületen belül lévő tömeg-része a testnek, mikor ez az s által meghatározott helyzetben van; és $M_2(r)$ ugyanily jelentésű az $s + ds$ meghatározta helyzetben, azaz

$$M_1(r) = M(r, s);$$

$$M_2(r) = M(r, s + ds)$$

$$dL = \mu \int_{i_1}^{e_1} \{M(r, s) - M(r, s + ds)\} \varphi(r) dr$$

és ez megegyezésben áll az elemi eltolódásnál közvetlenül talált eredménnyel, mely e szerint így írható:

$$\frac{\partial L}{\partial s} = -\mu \int_{i_1}^{e_1} \frac{\partial M(r, s)}{\partial s} \varphi(r) dr.$$

Ezen általános fejtegetések után kimondhatjuk a lényeges különbséget a szokásos és az új eljárás közt: A szokásos eljárás *legelőször* integrál r szerint; az új eljárás *legutóljára* integrál r szerint.

7. Alkalmazás homogén, telt golyóra.

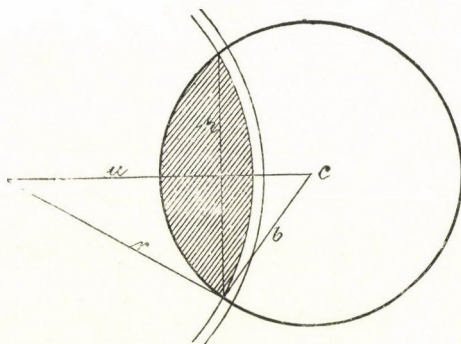
Egy b sugarú, ρ sűrűségű golyónak a középpontja u távolságban van a μ tömegponttól. Mekkora erővel taszítja a μ pont a golyót, ha a centralis erő, mint eddig, $\varphi(r)$ által van adva?

Alkalmazzuk az új módszert. Egy r sugarú, dr vastagságú héj a gömbnek egy lencsáját zárja magába. Ha az u távolság du -val nő, akkor a folyadéktömeg, mely az r sugarú gömblapon átmegy, egyenlő egy korong tömegével, mely korongnak sugara $=h$, vastagsága pedig $=du$. A h sugarat r , b és u -ból elemi úton is meghatározhatjuk:

$$h^2 = \frac{-r^4 + 2r^2(u^2 + b^2) - (u^2 - b^2)^2}{4u^2}.$$

A kilépő korongnak tömege $=\rho\pi h^2 d_1 u_1$ és a munka, mely e kilépéssel jár:

$$\pi\mu\rho h^2 \varphi(r) dr du.$$



5. ábra.

Ekkora munkát ad egy r sugarú héj, ha a golyó du -val eltolódik. A teljes eltolódási munkát megkapjuk, ha r szerint integrálunk $r=u-b$ -től $r=u+b$ -ig. Ha behelyezzük h^2 értékét, ezen eltolódási munka lesz:

$$\frac{\pi\mu\rho}{4u^2} \left(- \int_{u-b}^{u+b} r^4 \varphi(r) dr + 2(u^2 + b^2) \int_{u-b}^{u+b} r^2 \varphi(r) dr - (u^2 - b^2)^2 \int_{u-b}^{u+b} \varphi(r) dr \right) du.$$

Más úton oly röviden és oly egyszerű alakban az egész gömbre ható translatórius erőt nem találtuk volna (ugyanis ha a du tényezőt kihagyjuk, a megmaradó rész az erőt jelenti).

Keressük most a munkát, melyet a $\varphi(r)$ erő végez, ha a golyót az u_1 távolságból az u_2 távolságba hozzuk. E munkát a W függvény segítségével határozzuk meg. E függvényben előfordul az $M(r)$ tömeg, azaz azon tömeg, melyet egy r sugarú héj a gömbükből elvág, ha egy u távolságban van a μ ponttól. E $M(r)$ egy lencse, melynek tömege r , b és u -ból elemi úton határozható meg:

$$\begin{aligned} M(r) &= \pi\rho \left(\frac{1}{12} u^3 - \frac{1}{2} ub^2 + \frac{2}{3} b^3 - \frac{1}{4} \frac{b^4}{u} \right) + \\ &+ \frac{\pi}{2} \rho \left(-u + \frac{b^2}{u} \right) r^2 + \frac{2\pi}{3} \rho r^3 - \frac{\pi}{4} \rho \frac{r^4}{u} = \\ &= \rho A + \rho B r^2 + \rho C r^3 + \rho D r^4. \end{aligned}$$

Azonkívül kell még M :

$$M = \rho \frac{4\pi}{3} b^3 = \rho E b^3.$$

Ezek alapján a W függvény így írható:

$$\begin{aligned} W &= \rho E b^3 \int_R^{u+b} \varphi(r) dr - \rho \int_{u-b}^{u+b} (A + B r^2 + C r^3 + D r^4) \varphi(r) dr \\ W &= \rho E b^3 \int_R^{u+b} \varphi(r) dr - \rho A \int_{u-b}^{u+b} \varphi(r) dr - \rho B \int_{u-b}^{u+b} r^2 \varphi(r) dr - \\ &- \rho C \int_{u-b}^{u+b} r^3 \varphi(r) dr - \rho D \int_{u-b}^{u+b} r^4 \varphi(r) dr. \end{aligned}$$

Ha e függvényben először $u = u_1$ -nek, azután $u = u_2$ -nek vétetik, akkor nyerjük a W_1 és W_2 függvényeket. Az áthelyezési munka pedig lesz:

$$\mu (W_2 - W_1).$$

Tehát tisztán egyszerű integrálokat nyerünk.

Határozzuk most meg ugyanezen áthelyezési munkát a szokásos potenciál segítségével. Az r sugarú, dr vastagságú héj a gömbből egy süveget vág ki, melynek területe:

$$\frac{\pi r}{u} (b^2 - u - r^2).$$

E süvegnek tömege:

$$\frac{\pi\rho r}{u} [(b^2-u^2)+2ur-r^2] dr.$$

E süvegnek minden tömegpontja ugyanazon potenciállal bír, az egész süveg potenciálja tehát:

$$\frac{\pi\rho}{u} ((b^2-u^2)r+2ur^2-r^3) dr \int \varphi(r) dr.$$

Valamennyi héj $r=u-b$ -től $r=u-b$ -ig, tehát az egész gömb, e potenciállal bír:

$$V = \frac{\pi\rho}{u} (b^2-u^2) \int_{n-b}^{u+b} r dr \int \varphi(r) dr - \\ - 2\pi\rho \int_{u-b}^{u+b} r^2 dr \int \varphi(r) dr - \frac{\pi\rho}{u} \int_{u-b}^{u+b} r^3 dr \int \varphi(r) dr.$$

Itt is először $u=u_1$, aztán $u=u_2$ behelyezendő és a különbség veendő. Az áthelyezési munka tehát kétszeres integrálok által van adva, melyeket egyszerűsíteni csak nagy körülményességgel lehet.

8. Homogen folyadéknak belső nyomása.

Egy homogen folyadékgömbnek sugara $= b$, sűrűsége $= \rho$. Mekkora a folyadék belső nyomása a felülettől mért h mélységben?

A folyadékgömb felülete legyen OO ; ez alatt a h mélységben van egy más gömblap OO . A két gömblap között megkülönböztetünk egy dq keresztmetszetű, h hosszúságú, a sugár irányában fekvő folyadékszálat. E szálnak minden tömegpontját a környező folyadék befelé vonja, ha $\varphi(r)$ negatívnak vétetik. A gömb középpontjától mért z távolságban legyen $\psi(z)$ e vonzó erő. A szálnak egy $\mu = \rho dq dz$ tömegelemét tehát a

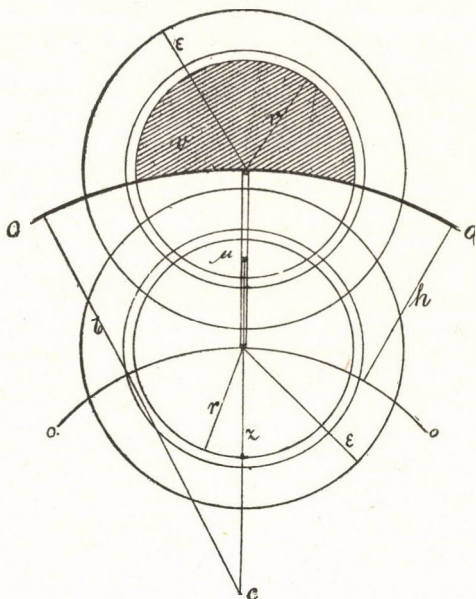
$$\mu = \rho dq dz \cdot \psi(z)$$

erő vonzza befelé, az egész h hosszúságú szálát pedig ezen erő

$$\rho dq \int_{b-h}^b \psi(z) dz.$$

Ha e kifejezésben a dq -t kihagyjuk, marad a nyomás, melyet a folyadéknál területegységenként a molekularis kölcsönhatás következtében a $z=b-h$ sugarú gömblapra gyakorol.

E nyomást értjük a folyadéknak a h mélységben uralkodó belső nyomása alatt.



6. ábra.

Ha a ρ tömeg a gömb felületéből a szál szerint a h mélységig hatol, a környező folyadék vonzó behatása alatt, akkor ezen munka létesül:

$$\rho \int_{b-h}^b \psi(z) dz.$$

Ez pedig ugyancsak azon algebrai kifejezés, mely a folyadék belső nyomását adja. A h mélységben uralkodó belső nyomást tehát szám

szerint megkapjuk, ha kiszámítjuk a munkát, mely végeztetik, ha a ρ tömeg a folyadék felületéből a h mélységbe hozatik.

Megegyezően a hajcsövesség szokásos feltevéseivel feltesz-
szük, hogy egy tömegpont csak egy bizonyos ε távolságig bír
tekintetbe veendő vonzó erővel, és hogy ε kisebb mint h .

A 6. ábrán a ρ tömegpont a felületbe van helyezve, és egy
 r sugarú erőhéj ki van tüntetve. E héjnak azon v meniscusa, mely
a folyadékon kívül fekszik és mely árnyékolva van, és melynek
térfogata, mint elemi úton könnyen találhatjuk,

$$v = \frac{2\pi r^3}{3} + \frac{\pi r^4}{4b},$$

nem tartalmaz folyadékot. Mikor a ρ tömeg a h mélységbe merült,
már e meniscus is ki van töltve folyadékkal. Az áthelyezés alatt
tehát az r sugarú dr vastagságú erőhéj annyi folyadékot vett be,
a mennyi e meniscusba fér, és következőleg e munkát végezte:

$$\rho \cdot v \left(\frac{2\pi r^3}{3} + \frac{\pi r^4}{4b} \right) \cdot \varphi(r) dr.$$

Valamennyi $r=0$ -tól $r=\varepsilon$ -ig terjedő héj tehát e munkát adta:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi\rho^2}{3} \int_0^\varepsilon r^3 \varphi(r) dr + \frac{\pi\rho^2}{4b} \int_0^\varepsilon r^4 \varphi(r) dr \\ & = K + \frac{H}{b}. \end{aligned}$$

Igy megtaláltuk a folyadék belső nyomását úgyszólván számítás
nélkül.

A belső nyomásnak e levezetése nem csak a legrövidebb,
hanem a legáltalánosabb érvényű és legszabatosabb is.

LAPLACE* a belső nyomást háromszoros integrál által fejezte
ki. A $\varphi(r)$ függvényről fel van tételezve, hogy növekedő r -nél elő-
jele megmarad. E feltételhez a mi levezetésünk nincsen kötve.
LAPLACE levezetése csak concav felületekre szól; a matematikai

* LAPLACE: «Théorie de l'action capillaire», Paris, 1806; 11—13. lap.

átmenet convex felületre kifogásolható. A mi levezetésünk concav felületre épen oly érvényes, mint a convex felületekre, mert concav felület esetén a v térfogat, mint elemi úton találjuk, lesz:

$$\frac{2}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^4}{4b}.$$

POISSON* eddig az egyedüli szerző, a ki a belső nyomást egyszerű integrálok alakjában találta; ő ugyanazt a kifejezést találta, mint mi. De az ő levezetése is ahhoz a feltételhez van kötve, hogy $\varphi(r)$ előjele állandó. A számítása azonkívül csak akkor érvényes, ha ε végtelen kicsiny, míg a mi levezetésünkben ε még a gömb sugarával b -vel is egyenlő lehet. Poisson számítása csak megközelítő, a mennyiben a folyadék felülete egy kis területen parabolikusnak van feltéve és egy folyadékmeniscusnak tömege egy a gömböt érintő síkra vetítettnek van véve. A mi számításunkban elhanyagolás nincsen. Poisson számítása nagyon hosszadalmas és bonyolódott helyettesítéseken alapszik.

GAUSS képlete is többszörös integrál alakjában jelenik meg.

Teljesség kedvéért még ide írom a p belső nyomás egyenletét azon esetre, ha a vonzó erő nincsen valamely ε határhoz kötve, hanem elméletileg végtelen távolságig hatékony. Akkor (ha $b-h$ helyett z -t írunk):

$$\begin{aligned} \frac{p}{\pi\rho^2} = & \left(\frac{1}{12} z^3 - \frac{1}{2} z b^2 + \frac{2}{3} b^3 - \frac{1}{4} \frac{b^4}{z} \right) \int_{b-z}^{b+z} \varphi(r) dr + \\ & + \frac{4}{3} \int_{b+z}^{z-b} \varphi(r) dr + \frac{1}{2} \frac{b^2 - z^2}{z} \int_{b-z}^{b+z} r^2 \varphi(r) dr + \\ & + \frac{4}{3} b^3 \int_0^{b-z} r^3 \varphi(r) dr + \frac{2}{3} \int_{b-z}^{b+z} r^3 \varphi(r) dr - \frac{2}{3} \int_0^{z-b} r^3 \varphi(r) dr - \\ & - \frac{1}{4z} \int_{b-z}^{b+z} r^4 \varphi(r) dr + \frac{1}{4b} \int_0^{zb} r^4 \varphi(r) dr. \end{aligned}$$

* Poisson: «Nouvelle théorie de l'action capillaire», Paris, 1831; 12. lap, első képlet; 14. lap, második képlet.

Tehát valamennyi integrál ezen typushoz tartozik:

$$\int r^n \varphi(r) dr.$$

Ha a hatási távolságot ε -ra redukáljuk, akkor csak azon három integrál marad meg, melynek alsó határa $=0$. Ezeknek új felső határa lesz ε , és megmarad az előbb már levezetett érték

$$p = K + \frac{H}{b}.$$

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. márczius 18-án tartott üléséből.)

LORANDIT, UJ THALLIUM-ÁSVÁNY ALLCHARRÓL MAKEDONIÁBAN.

KRENNER JÓZSEF SÁNDOR r. tagtól.

(II. Tábla.)

Az ismert makedoniai realgar-példányokon megkülönböztetünk tömör vagy finom kristályos realgartömegeket mint alapot, a melyeken sötétszínű nagyobb és világosszínű kisebb realgar-kristályok váltak ki.

Ritkaság gyanánt találni egyenként nagyobb kristályokat is, melyek színre nézve a sötétebb realgarokkal meglehetősen megegyeznek, kristályalakjuk azonban eltérő. Különben többi fizikai tulajdonságai is eltérők a nevezett arsensulfid tulajdonságaitól, mint-hogy ezen rideg ásvánnyal ellentétesen hajlíthatók, továbbá igen jól hasadnak és karczuk cseresnyevörös. A lángot szép zöldre festik, a melyen spektroskoppal a jellemző thalliumspektrumot ismerjük fel.

Igen érdekes ezen ásvány kristályalakja, vonatkoztatva annak hasadási viszonyaira. Táblás és oszlopos kristályok különböztethetők meg. Az utóbbiak egyszerűbb alkotásuak mint az előbbieik.

Kristályrendszerük az egyhajlású, és következő formák észleltettek:

Véglapok	<i>a</i>	100
	<i>c</i>	001
prizmák	<i>w</i>	120
	<i>h</i>	540

domák	<i>d</i>	101 *
	<i>t</i>	10 $\bar{1}$
	<i>r</i>	011
piramisok	<i>p</i>	111
	<i>q</i>	1 $\bar{1}\bar{1}$
	<i>x</i>	12 $\bar{1}$
	<i>s</i>	321
	<i>v</i>	52 $\bar{1}$
	<i>l</i>	54 $\bar{1}$
	<i>n</i>	545

A számításra következő értékek szolgáltak alapul :

$$\begin{aligned}
 vv & 52\bar{1} \cdot 52\bar{1} = 36^\circ 38' \\
 vt & 52\bar{1} \cdot 10\bar{1} = 41^\circ 26 \\
 tc & 10\bar{1} \cdot 00\bar{1} = 38^\circ 2
 \end{aligned}$$

a melyekből

$$\begin{aligned}
 a : b : c &= 0.853396 : 1 : 0.665004 \\
 \gamma &= 90^\circ 17
 \end{aligned}$$

elemek folynak.

A mért élszögek értékeit, összehasonlítva a számítottakkal, a következőkben állítottam össze :

		obs.	calc.
<i>ac</i>	100·001	89°34'	89°43'
<i>ac</i>	100.00 $\bar{1}$	90°22	90°17
<i>ta</i>	10 $\bar{1}$ ·100	52°21	52°15
<i>da</i> **	101·100	52° 5	51°54
<i>dc</i>	101·001	—	37°49
<i>wa</i>	120·100	59°41	59°38
<i>ha</i>	540·100	34°17	34°19 $\frac{1}{3}$
<i>rc</i>	011·001	33°33	33°37 $\frac{1}{2}$
<i>pp</i>	111·1 $\bar{1}\bar{1}$	55 $\frac{1}{2}$ cn.	55°14 $\frac{2}{3}$

* A *d* (101)-szerű irány csakis mint hasadási irány volt megállapítható, nem pedig mint kristálylap.

** itt *d* (101) mint hasadási lap méretett.

		obs.	calc.
<i>pc</i>	111·001	45°24	45°35
<i>pa</i>	111·100	56°47	56°51 $\frac{1}{3}$
<i>qq</i>	11 $\bar{1}$ ·11 $\bar{1}$	—	55°28 $\frac{1}{3}$
<i>qa</i>	11 $\bar{1}$ ·100	57°20	57°11 $\frac{1}{3}$
<i>qc</i>	11 $\bar{1}$ ·00 $\bar{1}$	45°45'	45°48'
<i>qt</i>	11 $\bar{1}$ ·10 $\bar{1}$	27°35	27°44
<i>xx</i>	12 $\bar{1}$ ·12 $\bar{1}$	92°55	92°53
<i>xa</i>	12 $\bar{1}$ ·100	65° 0	65°2 $\frac{2}{3}$
<i>xc</i>	12 $\bar{1}$ ·00 $\bar{1}$	57°13	57°7 $\frac{2}{3}$
<i>qx</i>	11 $\bar{1}$ ·12 $\bar{1}$	18°52	18°42 $\frac{1}{3}$
<i>ss</i>	321·32 $\bar{1}$	55°12'	55°8 $\frac{1}{2}$
<i>sa</i>	321·100	35°33	35°23
<i>sc</i>	321·001	69°26	69°23
<i>va</i>	52 $\bar{1}$ ·100	23°13'	23°9 $\frac{1}{2}$ '
<i>va</i>	52 $\bar{1}$ ·100	23°11	23°9 $\frac{1}{2}$ '
<i>vc</i>	52 $\bar{1}$ ·00 $\bar{1}$	76°37	76°35 $\frac{1}{2}$
<i>ll</i>	54 $\bar{1}$ ·54 $\bar{1}$	67°10	67° 1'
<i>lv</i>	54 $\bar{1}$ ·52 $\bar{1}$	15°18	15°11 $\frac{1}{2}$
<i>la</i>	54 $\bar{1}$ ·100	36°11	36°8 $\frac{1}{2}$
<i>nm</i>	545·545	45°16	45°26
<i>nc</i>	545·001	43°15	43°13 $\frac{1}{2}$
<i>np</i>	545·111	5° 0	4°54 $\frac{1}{2}$
<i>vs</i>	52 $\bar{1}$ ·321	35°37	35°36 $\frac{2}{3}$
<i>sp</i>	321·111	25°28	25°26 $\frac{2}{3}$
<i>st</i>	321·10 $\bar{1}$	77° 3	77°2
<i>cn</i>	001·545	43° 5	43°13 $\frac{1}{2}$
<i>nh</i>	545·540	46°52	46°32
<i>hl</i>	540·54 $\bar{1}$	11°34	11°59 $\frac{2}{3}$
<i>lc</i>	54 $\bar{1}$ ·00 $\bar{1}$	78°20	78°15 $\frac{1}{2}$

Az alakok lapjait illetőleg megjegyzendő, hogy azok kisebb ép kristályoknál jól megtartják irányukat, kivételt csakis a *p*(111).*n*(545) zonának lapjai képeznek, a hol gyakran egymáshoz közel álló vicinális lapok összetömörülése hullámos felületet és ennek következtében bizonytalan értékeket eredményez. A nevezett két piramist azonban biztosan lehetett megállapítani.

A kristálylapok általában síkfelületűek és fényesek, habár olykor némelyek valamely oldószer behatása következtében érdések, corrodáltak. A (100) harántlap is sokszor érdes, többnyire a vele határos $v(52\bar{1})$ hemipiramissal együtt, a mi a tájékozódásnál vezérfonalul szolgálhat. Az oldószer további behatása következtében még $q(11\bar{1})$ lap is elveszíti fényét, sőt olyan esetek is voltak, a hol az összes lapok — $c(001)$ és az $x(12\bar{1})$ lapok kivételével, a melyek fényesek maradtak — érdessé váltak.

Az $x(12\bar{1})$ hemipiramis lapjai zonatengelyük szerint finoman rostozottak, mely rostozás ritkán $q(11\bar{1})$ lapra is terjed. Ezek a rostok olykor rövid $x(12\bar{1})$ $l(54\bar{1})$ éllel párhuzamos vonalakkal képeznek négyszögletes tabletszerű rajzokat. A véglap $c(001)$ olykor a symmetria-tengelylyel párhuzamos finom csíkokat mutat.

Mindkét esetben említett rostozás a $t(10\bar{1})$ szerint hasadási képességgel látszik összefüggésben lenni.

Egészen sajátosságok ezen ásvány kristályainak cohaesióviszonyai, a mennyiben hasadási képessége által kifejezést nyernek. Hasadási irány három van, melyek mind a symmetria-tengely övében fekszenek; fokra nézve a $t(10\bar{1})$ hemidoma szerint a hasadási képesség *kitűnő*, a $d(101)$ hemidoma és a (100) harántlap szerint pedig *igen jó*.

Az első kettő meglehetősen symmetriában van elhelyezve az utóbbi lap iránt, a mi szintén egyik indoka volt az itt adoptált orientálásnak.

A mi az egyes formák relativ kifejlődését illeti, ezen ásvány kristályainál két typust lehet megkülönböztetni: a táblást és az oszlopost. Az első esetben az egyének a $c(001)$ véglap szerint vékony vagy vastag táblások. Ilyeneknél többnyire a harántlap $a(100)$ is meg szokott jelenni, mely a $v(52\bar{1})$, az $s(321)$ hemipiramisok, a $c(001)$ véglap és a $t(10\bar{1})$ hemidoma lapjai által hatszöges alakot nyer.

Az utóbbi alakhoz csatlakozik zonálisan a $q(11\bar{1})$ és $x(12\bar{1})$ forma, ezen piramis fölé emelkedik pedig a hozzátartozó prizma $w(120)$, míg emez és $s(321)$ közé helyezkedik a többnyire hegyes trapezoidalakú alappiramis $p(111)$.

Egy külön zonát képez $l(54\bar{1})$, $n(545)$ piramis a hozzájuk tartozó prizmával $h(540)$, míg oldalvást $r(011)$ klinodoma jelenik meg.

A 3. ábrából, mely a felsorolt formák combinatióit tünteti fel, egyszersmind kivehető, hogy a $t(10\bar{1})$ a fő hasadási iránynak megfelelő lapjából 3 zona indul ki, t. i. a $t(10\bar{1})$, $a(100)$, $d(101)$, * $c(001)$, továbbá a $t(10\bar{1})$, $v(52\bar{1})$, $s(321)$, $p(111)$ és a $t(10\bar{1})$, $q(11\bar{1})$, $x(12\bar{1})$.

A másik vagy oszlopos typusnál a kristályok az $x(12\bar{1})$ piramis zonatengelye szerint vannak nyújtva. Ez utóbbi alakot combinálva a $c(001)$ véglappal az 1. ábra adja. Ha lapjai egyensúlyban vannak kifejlődve, ezen combinatio valamely hegyes rhomboéderre emlékeztet, csak hogy a rostok iránya olynemű, mint a hatlapú alpesi adularoknál. Ezen combinatio ritkább.

A 4. ábra az oszlopos loranditok gyakoribb combinatióját érzékíti. Az itt elötüntetett négy apróbb piramis lap többnyire együttesen lép fel, t. i. a $v(52\bar{1})$ -vel, egyrészt a zonalis $s(321)$ és $p(111)$, másrészt a zonalis $l(54\bar{1})$ lapjai. Olykor a főalak hegyes éleit $q(11\bar{1})$ módosítja.

Ezen oszlopos typus kristályainál a hasadási irányoknak megfelelő kristálylapok közül egy sem volt észlelhető. Hogy ilyeneműeknél az utóbbiak helyzetét feltüntessem, a 2. ábrát rajzoltam, mely e typus legegyszerűbb combinatióján a hasítás által nyert három lapot adja.

Az 5. ábra az észlelt lapok és hasadási irányok stereographiai projectióit adja, a melyből azok elhelyezése és zonalis összefüggése világlik ki.

Az ásvány könnyen hajlítható, és már csekély nyomás alatt a hasadási irányok szerint lemezekké és szálakká válik szét, mely utóbbi körülmény eddig még megakadályozta a behatóbb optikai vizsgálatokat. Csakis annyit lehet mondani, hogy az orthogonál zonában a kioltási irány egyenes, ugyanitt a pleochroismus igen csekély és a fénytörési képesség igen nagy.

Fénye fémszerű-gyémántfényű, színe pedig cochenille-kermesinvörös, a külfelületen gyakran feketés-ólomszürke, olykor ockersárga porral behintve. A kisebb kristályok átlátszók-áttetszők. Karcza meglehetősen sötét-cseresnyevörös, keménysége pedig 2—2.5.

* hasadási alak.

Asbest fonalon a lángba helyezve nagyon könnyen olvad, a lángot smaragdzöldre festvén, és végre nyom nélkül elillan.

Kis lombikban hevítve csakhamar fekete fényes lencsévé olvad, és szétbomlik thallium- és arzenkénegre, nemkülömben arsenes savra, mely a próba felett fekete, narancs és fehérszínű gyűrűk alakjában szállja meg az üveget.

Salétromsavban kén kiválása mellett oldódik. LOCZKA JÓZSEF muzeumi őr szíveskedett ezen érdekes anyag elemzésére vállalkozni, melynek eredménye következő volt:

	obs.	calc.
Kén --- --- ---	19·02	18·67
Arzen --- --- ---	(21·47) *	21·87
Thallium --- --- ---	59·51	59·46

a mi $Tl As S_2$ vegyképletnek felel meg; a fajsúlyt 5·5286-nak határozta meg.

Ezen szép ásvány, melynek színe és fénye a vörösezüsté-
hez hasonló, a thallium-ásványok első kristályodott képviselője, és isomorph a miargyrittel, a mit más alkalommal fogok kimutatni.

Kristályai — mert csak olyanok ismeretesek — 5—10 mm. nagyok és szétszórva, többnyire egyenként telepednek a realgaron, olykor annak apróbb kristályait magukba zárva. A lorandit tehát az allchari realgarteléren mint utolsó, azaz legifjabb képződmény szerepel.

Vége megemlítem, hogy ezen thallium-ásvány anyaga a vegyészek előtt nem ismeretlen, a mennyiben azt egy sajátos vörös por alakjában mesterséges úton már előállították; ** annál érdekesebb hogy e vegyület most mint ásvány is észleltetett, a mi lehetővé tette kristálytani állandóinak megállapítását.

* Az arzen itt a veszteségből számított ki.

** Kraut, Handbuch d. anorganischen Chemie III. 198. l. Heidelberg 1875.

CLUSIUS MINT A MAGYAR GOMBÁSZAT MEGALAPÍTÓJA.

Dr. ISTVÁNYFY GYULÁ-tól.

Midőn szerencsém van a tekintetes Akadémia színe előtt, az összes ülés engedélyével, melyért hálás köszönettel adózom, megjelenni, megragadom az alkalmat arra, hogy a botanikai tudomány egyik legkiválóbbjának, a XVI. század legnagyobb botanikusának egy alapvető forrásművét, melyet a leideni egyetemi könyvtár mint unikumot őriz, itt bemutassam és megismertessem.

Ez pedig nem más, mint a leideni CLUSIUS-Codex néven ismeretes kézirat, mely nevét tudós szerzőjétől, CLUSIUS-tól nyéré, attól a CLUSIUS-tól, ki Magyarország tudományos növényismeretének megalapítója, mert az első, ki saját tapasztalatai után leírta *Pannonia növényeit. Clusiussal kezdődik tehát a tudományos növénytan Magyarországon.* CLUSIUS-nak Magyarországhoz viszonya, itteni utazásai, stb. mind rendkívül érdekesek, de ennél sokkal érdekesebb az, hogy mily módon nyúlt bele tudománytörténetünkbe s mily módon vetette meg Magyarországon a virágos növények ismertetésén kívül, tehát a magyarországi phanerogamok leírásán kívül még egy egészen új tudomány-ágazatnak alapját; ez az új tudományos disciplina *a tudományos gombászat vala, mely Clusiuban tiszteli megteremtőjét*, ez új tudománynak szülőhazája pedig Magyarország. S hogy mily fejlődésképes tudomány alapját rakta le CLUSIUS, mikor körülbelül 120 magyar gombafajt leírt a Magyar Gombák Könyvében, mutatja az, hogy jelenleg a mykologia mintegy 30,000 fajt ismer már.

CLUSIUS idejéig, vagyis a XVI. század utolsó tizedéig, nagyon kevés az, a mi a magyar botanikára vonatkozik. MONARDI, II. ULÁSZLÓ

udvari orvosa, BRASAVOLA, II. ESTEI HERCULES orvosa, ANGUILLARA, LUSITANUS és BUSBEQUIUS jegyezték fel egy és más növénytani vonatkozású adatot. Az első magyar nyelven készült füveskönyv: «Horhi MELIUS (IHÁSZ, JUHÁSZ) PÉTER Herbarium az faknac füveknevekről, természetekről, es hasznairól. Magyar nyelvűre, es ez rendre hozta az Doktorok Könyveiből az Horhi MELIUS PÉTER, (1578)», mint címe is mutatja, nem eredeti munka. MELIUS után még ZSÁMBOKI JÁNOSRÓL (Joannes Sambucus) emlékezik meg a botanika története, ki II. MIKSA és II. RUDOLF birodalmi historikusa volt és Dioscoridest javítgatta, de magyar munkát nem írt, hanem latinul adta ki kutatásait. BEYTHE, FRANKOVITH és PEECHI neveivel találkozunk még, ezek írtak magyar botanikai vonatkozású munkákat, mint ez általánosan ismeretes, de ezen füveskönyvek, miként címeikből is kiténik, nem eredeti növénygyűjtések alapján szerzett megfigyelések révén készültek, hanem inkább csak a «fő Doktoroknak es természetudo Orvosoknak bölts irásokból», ilyen teszem «BEYTHE ANDRÁS Fives könyve FIVEKNEC és FANAC nevékről», FRANKOVITH GERGELY «Hasznos es fölötte szükseges könyv»-e, «az Isten fiainak es ötöt félő hiveknek lelki vigasztalásokra, ... melyben sok rendbeli betegségek ellen valo orvosságok is be vannak írva», vagy végül PEECHI LUKÁCS «Keresztvén szüeknek tisztességes koszoruja: avagy lelki füveskert», mely kiváló érdekességű azért, mert ebben foglaltatnak az első növényábrák, habár csak durva fametszetekben is. Ha még hozzá adjuk ezekhez a BEYTHE ISTVÁN segítségével készült CLUSIUS-féle Stirpium Nomenclator Pannonicust, bevégeztük a magyar botanikára vonatkozó munkák sorozatát. Mint e művek címeiből is kiténik, ezek részben legalább vallás erkölcsi vonatkozásuak, és inkább kompilációk, semmint eredeti munkák. A tudományos növényleírást CLUSIUS kezdi meg Magyarországon, munkái, a melyekben saját megfigyeléseit leírta, a «Rariorum aliquot Stirpium per Pannoniam, Austriam et vicinas quosdam Provincias observatarum Historia» 1583, ehhez van kötve a «Stirpium Nomenclator Pannonicus». Az előbbit később tetemesen javítva és bővítve kiadta újból, ez a «Rariorum Plantarum Historia», melyben a «Rariorum Plantarum Historia sex libris descripta a Carolo Clusio» és a «Fungorum in Pannonia observatarum brevis historia, a Carolo Clusio»

vonatkoznak Magyarországra, ezekben a munkákban vetette meg CLUSIUS a magyar növényismeret alapjait. CLUSIUS Pannonia növényeit maga gyűjtötte, bejárta a Dunántúl egy részét, Vasmegyét BATHYÁNY BOLDIZSÁR-ral és BEYTHE ISTVÁN-nal, meglátogatta a Mura szigetét, felkereste gróf ZRINYI-t, s innen úgy látszik Horvátországba is átrándult, aztán járt Pozsony vidékén is, de tovább nem mert hatolni, mert a török akkor még Érsekujvár körül tanyázott; innen eredt az a tévedés, hogy CLUSIUS a spanyol félszigettől egész a török birodalomig mindenfelé gyűjtött volna (JESSEN: Botanik der Gegenwart und Vorzeit p. 181), mint ezt KANITZ a magyar botanika történetében kiderítette. CLUSIUS érdekes élettörténetéről itt hosszabban nem szólhatok ugyan, egész röviden azonban mégis vázolni fogom élete folyását, mert Magyarországhoz viszonya s az a szerep, melyet művelődéstörténetünkben játszik, csakis így világítható meg.

JULES-CHARLES DE L'ESCLUSE, vagy mint az akkori idők szokása szerint magát latinosan nevezé: CAROLUS CLUSIUS, született 1526. február 19.-én Arrasban,* és bevégzé sokat hányatott életét Leidenben 1609. ápril 4.-én. Előkelő és vagyonos családja kitűnő nevelésben részesíti s miután Gentben két évet töltött volna humanoriák tanulmányozásával, 1546-ban a löweni egyetemre kerül, hol philologiai tanulmányokkal foglalkozik, mígnem 22 éves korában elnyeri a jogi licentiatusi diplomát. CLUSIUS alapos klasszikus tanultsága később nagy hasznára van az életért folytatott küzdelemben, különösen ékes cicerói latinsága volt később nagy segítségére, mikor életét úgyszólván kizáróan tollával kellett fenntartania. CLUSIUS jogi tanulmányait atyja kívánságára még tovább is folytatja, így nevezetesen ellátogat Marburgba, itt azonban még a philosophiai kérdések iránt is érdeklődni kezdván, azon mozgalmas idők hatása alatt a vallási kérdések iránt is érdeklődik és hogy hitében megerősödjék, Wittenbergbe megyen és az augsburgi hitvallás szerzőjéhez, MELANCHTON-hoz csatlakozik (1549). Ezóta törhetlenül ragaszkodik a protestantizmushoz, habár javait veszti ezért és családja pár tagja hiteért halált is szenved. Fialtal hugenottánk 1550-ben Frankfurtba vonul, mely város híres

* É. MORREN: Charles de l'Escluse, sa vie et ses oeuvres. Liège 1875.

könyvvásárai folytán valóságos irodalmi központ vala. Innen hosszabb utazást tévén, végre 1551-ben a montpellier-i egyetemen találjuk, a hol RONDELET-vel, RABELAIS barátjával kerül szorosabb baráti viszonyba. RONDELET ép akkor a halakról írt egy nagy munkát s ezt CLUSIUS klasszikus tolla öltözteti ragyogó formába. Három év telik el a halak könyvének megszerkesztésével. Montpellier tartózkodásáig CLUSIUS-t csak klasszikus jogi és bölcséleti tanulmányairól és vallási kételyeiről ismerjük, a természet szeretete úgy látszik itt ezen új környezetben ébred fel újból a fiatal hugenottában és itt ölt határozottabb formát. Hogy már korábban is gyönyörűséget lelt a botanikában, arra levelei nyomán lehet csak következtetni: «animus tamen ab rei herbariæ studio (quo unice delectatum me semper novisti) feriare non potest».

CLUSIUS Montpellierben RONDELET-től orvosi tudományokat és botanikát hallgat és szorgalmasan botanizál, gyűjtő kirándulásai közül botanizálásai RONDELET-vel a grammonti erdőben (Sylva Gramuntia) mai napig klasszikusak. VORSTIUS után, ki első biografa, minden életírója azt állítja CLUSIUS-ról, hogy Montpellierben a licentiatusi diplomát is megszerezte volna, az egyetem évkönyveiben azonban nem akadni semmi erre vonatkozó adatra, s ő maga sem élt soha ezzel a címmel s orvosi gyakorlatot sem folytatott soha. CLUSIUS Montpellierben temérdek botanikai megfigyelést, adatot gyűjtött össze, de ezeket csak későbbi munkáiban dolgozza fel. Ezen idő ugyanis a botanika történetében fordulót jelez. 1530 körül kezdődik a botanika ujjászületése, a XV. századbeli naiv Hortus Sanitatis-ok s a középkor fictiói helyébe a tanultság sőt a megfigyelés lép. 1536-ban jelenik meg RUEL «Natura Stirpium»-ja, 1539-ben TRAGUS (Bock) «New Kreutterbuch»-ja és 1542-ben FUCHS «Historia Stirpium Commentarii»-je; mindezen munkák az új idők kezdeteit jelölik. 1554-ben jelenik meg MATTHIOLUS kommentárja Dioscorides növényeiről és DALECHAMPS «Histoire générale des plantes» meg «Dodonæus Cruydtboeck» című munkái. Ez az utóbbi népszerű munka volt és saját nyelvi területén nagy keletnek örvendett, de flamand nyelven iratván, tovább nem terjedhetett s már Németalföld vallon tartományai-ban sem értették. Ezen a hiányon akart segíteni CLUSIUS, mikor DODONÆUS füveskönyvét latinra átülteti. Fordítása 1557-ben jelent

meg, CLUSIUS azonban nem tisztán fordítást nyújtott, hanem egyben a hibákat is kijavította, ugyannyira, hogy DODONÆUS a könyvhöz írott előszavában második kiadásnak nevezi a fordítást, mert annyi változtatást tett CLUSIUS, meg oly sok új növényt és új fametszetet iktatott a régi szöveg közé, hogy méltán új és javított meg bővített kiadásnak tekinthette szerzője is. Ezt a kiadást ültették át aztán 1578-ban angol nyelvre. Második és pedig eredeti munkája már exotikus drogokkal foglalkozik, erre ő azonban soha sem adott sokat. 1561-ig nyoma vesz CLUSIUSNAK, a mikor is már Párisban találjuk, mint két előkelő sziléziai fiatal ember nevelőjét, kikhez JOHANN CRATO VON KRAFTHEIM révén jutott. KRAFTHEIM Boroszlóban lakott s mint a császár orvosa nagy tekintélynek és összeköttetésnek örvendett és befolyásával később is sikeresen egyengette CLUSIUS útját. Párisból azonban ismételen menekülniök kellett, előbb a pestis miatt, majd meg 1562-ben a IX. KÁROLY uralkodása elején beállott zavargások miatt. Ekkor CLUSIUS Németalföldre menekül s legelőbb Antwerpenben telepszik meg, de itt sem marad soká, mert az ottani sivár kalmárszellemet nem állhatja, «inter mercatores qui perpetuo de suis mercibus confabulantur» nem tud tovább élni és Lövenbe vonul. 1563-ban megváltik neveltjétől, THOMAS REDIGERTŐL, befejezván a rábizott feladatot. De mindjárt egy más hasonló tiszt vár reá, hatalmas barátja VON KRAFTHEIM gondos figyelme megszerzi az augsburgi híres ANTON FUGGER jóakarátát, ki fiát rábizza. CLUSIUS a két fiatal FUGGERREL beutazza Spanyolországot, s ezzel az útjával megveti dicsősége alapjait, mondja róla egyik életírója, EDOUARD MORREN. CLUSIUS Spanyol- és Portugálországban szorgalmasan botanizál, gyűjt, rajzol, észlel, s több mint 200 új növényt fedez fel és ír le ezen területről. A most következő években végtelen sok viszontagsággal kell CLUSIUSNAK megküzdenie; atyja birtokát elkobozzák, ő, hogy némileg segítsen atyján, felajánlja neki egy kis birtokát s így maga minden anyagi segélyforrás nélkül marad. Hazája szerencsétlen állapota — 1570 körül vagyunk t. i., s ALBA herceg már felépíttette az antwerpeni citadellát —, s a családját és őt magát ért csapások megérlelik benne a kivándorlás gondolatát. Sok viszontagság közben bejárja Európát, fordításaival tartván fenn magát, míg barátja s jó szelleme CRATO VON KRAFTHEIM, ki már a

REDIGER-ekkel s a FUGGER-ekkel is összehozta, mint császári udvari orvos kieszközli meghívását Bécsbe, s 1573-ban II. MIKSA császár Bécsbe rendeli. CLUSIUS ekkor már 48 éves s örömmel fogadja új állását, melyet VORSTIUS emlékezésében így jelez: «Augusto Viennam Pannoniæ honestissimis conditionibus evocatus fuit, et numero familiarum aulicorum adscriptus, commissa illi etiam Horti Cæsarei cura». CLUSIUS bécsi tartózkodása életének legfontosabb időszaka, már a mi minket magyarokat illet, mert ez adta a módot s alkalmat neki Pannonia florájával foglalkozni. CLUSIUS alkalmazása az udvarnál sokaknak igen problematikusnak tetszett, és egész kis irodalom foglalkozik e kérdéssel, de teljesen tisztába még sem hozták. JACQUIN FIL., NEILREICH, REICHARDT a bécsiek közül igyekeztek tisztába hozni e kérdést, újabban pedig alföldi FLATT KÁROLY szólott hozzá, ki az előbbiekkal szemben azt vitatja, hogy CLUSIUS mégis a császári kertek felügyelője volt. Most nem akarok bővebben hozzászólni e dologhoz, miután még lesz alkalmam reá, s itt pusztán csak egy-két adatot említek föl REICHARDT utánjárása révén,* melyekből egy biztosan kiderül, az t. i. hogy mely időre huzott fizetést CLUSIUS Bécsben. A császári «Hofzahlmeister-Amt» számadásaiban háromszor fordul elő CLUSIUS neve s ezekből az adatokból kiderül az, hogy CLUSIUS ott mint «Hofdiener» szerepel, az aulæfamiliaris tehát csak ennek fordítása, s hogy 1574., 1575. és 1576. esztendőben rendes fizetést huzott. Fizetése az akkori időkhöz képest elég tekintélyes vala, mert évi 500 rhenusi forintot tett ki, mint az az udvari számadásokból kiderül. 1576-ban meghalt II. MIKSA, s ettől az időtől kezdve nem szerepel többé CLUSIUS neve az udvari számadásokban. Lehet, hogy még megtartotta állását II. RUDOLF trónralépte után is egy darabig, de nemsoká vallásos meggyőződésének áldozata lesz s elveszti az udvar bizalmát. CLUSIUS Bécsben tartózkodásának egyes körülményeit igen pontosan kiderítették, így például tudjuk hogy dr. JOHANN AICHHOLZNÁL lakott, ez a ház 1865-ben még állott a Wollzeile-n, a 10. sz. alatt, mint REICHARDT kimutatta. AICHHOLZ a sokat hányatott s Bécsben is nemsokára sanyarú sorsra jutott

* Il fut chargé d'un emploi dans le jardin particulier de l'Empereur, quelque chose comme une intendance... (MORREN p. 24.)

tudósnek barátja, istápolója volt, jeles kertjével pedig CLUSIUS növénytenyésztési kísérleteit is elősegítette. CLUSIUS itt, a növényekért együtt lelkesülő barátja s gazdája házában fejezi be a «Rariorum aliquot stirpium per Hispanias observatarum historia» (1576) című nagy munkáját, mely spanyolországi útjának eredményeit öleli föl és illusztrálja 225 fametszetben. Ez a könyv déli Európa floráját illetőleg alapvető munka s jóformán első nagyobb műve CLUSIUS-nak, melyet ép ezért úgy említ, hogy: «primum hunc ingenii mei foetum».

S bárha mint MORREN mondja: *e könyv három századon át a tudós világ bámulatának tárgya, mégis szerzője kevéssel műve megjelenése után a nyomorral küzd.* II. RUDOLF ugyanis szigorú rendszabályokat rendelt el a protestánsok s különösen a Bécsben lakók ellen. CLUSIUS leveleiben elmondja, hogy 1576 decz. 12-én az udvartartást is kimustrálták, a protestánsok természetesen nem számíthattak többé udvari tisztségekre s így CLUSIUS is kenyér nélkül marad.

CLUSIUS-nak az új uralkodó nem volt jó embere s Pannonia s Austria átkutatója keserves szegénységre jut, melyet nagy Istenben vetett bizalommal tűr: «Meam fortunam æquo animo fero et omnem eventum Deo voluntati permitto» (Epist. XXI.). 1578-ban azonban minden segélyforrása végkép kimerül, a császártól sem kap semmit, ellenére a sok utánjárásnak és könyörgésnek. «Illud dolore me afficit, plurimum temporis mihi elabi in istorum hominum observatione», panaszkodik leveleiben.

Ebbeli nagy szegénységében már odáig jut, hogy Bécs elhagyásáról gondolkozik, de nincs lelke abba hagyni, befejezetlenül hagyni az évek óta vizsgált terület átkutatását. Most, legnagyobb szorongatásában, támogatást, buzdítást, segítséget — büszkén jelentheljük ki — magyar részről nyert Clusius. Báró Batthyány Boldizsár nádorhelyettes, a híres törökverő az, a ki pártfogásába veszi, mint ezt leveleiben hálásan felemlíti s Morren is életrajzában szükségesnek látja kiemelni: «il fut encouragé d'ailleurs par le sénéchal de Hongrie, baron de Bathyan, qui avais mis son château de Güssing et sa riche bibliothèque à la disposition du pauvre savant» (i. h. 27. l.) CLUSIUS ez időtájt fordításokkal igyekszik pénzt szerezni, exotikumokról szóló munkákat fordít, s így

szerzi meg nagy fáradsággal a módot, hogy kirándulásait folytathassa, miben aztán, mint említém, egyik leghathatósabb segítőtje BATHYÁNY BOLDIZSÁR.

A BATHYÁNY segítségével folytatott gyűjtés, kutatás meglehetősen hosszú időre terjedt s a hálás CLUSIUS később is fentartja az érintkezést, 1587-ben például értesíti a Poitoux-i csata lefolyásáról.* CLUSIUS magyarországi gyűjtéseinek s észleleteinek eredményét az 1583-ban megjelent első magyar florába foglalta össze, melynek czime: «Rariorum aliquot stirpium per Pannoniam, Austriam et vicinas quasdam provincias observatarum historia» Antwerpiae 1583. 8° 766. p. E munkát 364 fametszet ékíti, ez a munka a magyar növényismeret alapja. CLUSIUS azonban nem örülhetett nagyon sok viszontagsággal szerzett művének, mert a nyomtató hanyagsága révén sok nyomtatási hiba jutott a könyvbe: «Prodiit tandem in lucem mea Pannonicarum stirpium historia, . . . sed tot foedis maculis conspurcata, nimis supina typographicarum operarum negligentia, ut plurimum me pudeat». (Epist. XLIII.) Ellenére e hibáknak a «Rariorum stirpium historia» alapvető mű, «la Flore de Hongrie est une des bases de la botanique descriptive» mondja MORREN (i. h. 32. l.); «on y retrouve les qualités de la flore d'Espagne, l'invention, l'exactitude, la clarté, la concision, l'observation de la nature pour la science, un beau style, une érudition de bon aloi». CLUSIUS 1573-től fogva botanizált folyton a felvett területen s így sok évek munkája az itt összehordott anyag. A munkát szerzője II. RUDOLFNak és ERNEST, MATHIAS, MAXIMILIAN főherczegeknek ajánlotta, de egész életén át követett szokásának ellenére, egy hódoló vagy magyarázó sor nélkül. Rendesen ehhez a munkához van hozzákötve a «Stirpium nomenclator pannonicus» kis nyolcz leveles nyomtatvány, mely magában nagyon ritka, s mely ugyancsak CLUSIUS műve s valami 330 növénynek latin s magyar nevét foglalja magában, betűsoros rendben. Ez a kis névsor BEJTHE ISTVÁN, a német-ujvári udvari prédikátor segítségével készült, ki gyakran kísérte CLUSIUST botanizáló útjain.

* W. H. DE VRIESE Over eene verzameling eigenhandige brieven van beroemde en geleerde personen aan Carolus Clusius, voorhanden op de bibliotheek der hoogeschool te Leiden. Tijdschrift voor Natuurlijke Geschiedenis en Physiologie X. 1843, p. 351.

Bevégezvén feladatát CLUSIUS, elhagyja Bécsset 1587-ben, «fáradtan az udvartól» (aulæ tædio) s hat évet majnai Frankfurtban tölt, IV. VILMOS hesszeni gróf évdíjat rendelvén neki; de itt is szegényen, nyomorultúl él, míg barátjai Leidenbe meg nem hívják a DODONÆUS tanszékére 1593-ban; 67 éves korában jut tehát egy öt megillető álláshoz a XVII. század legnagyobb botanikusa. Szerencsére a sors hosszú élettel áldotta meg, 84 évet ért meg s 1609-ben hunyta le szemeit a legrokonszenvesebb szerencsétlen tudós.

Habár VORSTIUS, tanártársa, fényes emlékezéséddel méltatta halhatatlan érdemeit, de az igazi elismerés mégis késett. Csak a késő idők nyújták neki a megérdemelt babért. Így a híres hollandus orvos BOERHAAVE (1729.) így ír róla: «Carolo Clusio haud alius in disciplina herbaria clarior, quis vero hominem dederit virtute superiore», LINNÉ a leghasznosabb növényleírókhoz sorolja, PULTENEY szerint többel gazdagította a botanikát, mint összes kortársai. SPRENGEL növénytan történetében pedig ezt írja róla: «Mit Bewunderung und Dankbarkeit nennt die Nachwelt den unsterblichen Namen KARL CLUSIUS, dieses Märtyrers der Wissenschaft, dieses grössten und verdientesten Pflanzenforschers seiner Zeit» (Gesch. d. Bot. p. 317.); CUVIER Clusius százada legtanultabb emberének mondja, PLANCHON szerint a XVI. sz. leíró természetbúvárainak fejedelme s NEILREICH szerint a botanika megalapítója Ausztriában s hozzátehetjük, hogy a botanika megalapítója Magyarországon is. — *De nemcsak a virágos növények ismeretének vetette meg itt alapjait, hanem egyben még egy új tudományos disciplinának is, s ez a tudományos gombászat vala.* Czíme e munkának «Fungorum in Pannonia observatorum brevis historia», mely 1601-ben jelent meg a «Rariorum plantarum historia»-hoz kötve. Ebben kísérlette meg CLUSIUS mint legelső e növénycsoport monografikus leírását; de az, a mit REICHARDT mond: «für die Botaniker Oesterreich-Ungarns hat die obengenannte *Abhandlung von Clusius erhöhten Werth, weil sie die ersten Nachrichten über das Vorkommen von mehr als hundert Pilzarten in unserem Kaiserstaate enthält*» (REICHARDT: Carl Clusius, Naturgesch. d. Schwämme Pannoniens, Festschrift der Zool.-Bot. Ges. 1876. p. 147) már inkább csak Magyarországra áll, mint erre már rámutattam a «A leydeni Clusius-Codex» című dolgozatomban. (Ter-

mészettud. Pótfüzetek XXVII. f. 30. l.), mert *először is jóformán csak magyar földön gyűjtött gombafajokat írt le, és másodszer mert e munka létrejötte tisztán a Batthiány Boldizsár érdeme, ki még a nyomtatás költségét is viselte.* CLUSIUS BATTHYÁNY-nál tartózkodása alatt gyűjté gombáit, s B. ügyes festővel lefesttette azokat. Így egy képes gyűjtemény támadt, melybe CLUSIUS, meg talán BEJTHE, bejegyezték a gombák osztályozását s neveit. Ez a képes gyűjtemény az u. n. leideni Clusius-Codex, melyet szerencsém van a tekintetes Akadémiának bemutatnom. A 87 lapból álló könyv 86 lapján vízfestéssel 221 gombát ábrázol igen ügyesen. *Ez a gombászat alapja, mert a Clusius által leírt s egy pár hiányos fametszettel illusztrált fajok felderítésére ez ad egyedül alkalmat. Innen nagy fontossága s értéke.* A Clusius-Codex igen sokáig ismeretlen volt, s a CLUSIUS gombáinak magyarázói — számuk legio — mind csak az 1601-ben megjelent «Fungorum historia» alapján állottak, s ehhez az egyetlen segélyforráshoz nem nyultak, pedig általánosan tudva volt 1875 óta legalább, hogy hol van a Clusius-Codex, mert MORREN (i. h. 41—42. l.) megírta, hogy a leydeni könyvtárban őriztetik. A bécsi REICHARDT 1876-ban megjelent dolgozatában is még csak sajnálkozik azon, hogy nem láthatta a Codexet s így nem használhatta. Magyar részről a CLUSIUS-féle gombafajokkal, persze megint csak a «Historia fungorum» alapján, KALCHBRENNER KÁBOLY foglalkozott, kit a nagy FRIES ösztöngött. Ez ugyanis — ugymond KALCHBRENNER — *«egy hozzám intézett levélben kereken kimondja, hogy a Clusius-féle gombanevek tisztába hozatala a magyar fűvészekre nézve becsületbeli kötelesség».* (A magyar gombászat fejlődéséről és jelen állapotáról. Értek. a Term. Tud. Kör. 1873. IV. 1. sz. 6. l.).

A leydeni Clusius-Codex jelenleg megint itt van nálam tanulmányozás végett, N. W. DU RIEN urnak, a leydeni egyetemi könyvtár igazgatójának szivességéből, *én az egészét lehető híven lefestettem s másolatát itt őrzöm.* Nagy reményünk van, hogy e gyűjtemény a tudós világ közkincsévé tétetik, mert pontos másolatú kiadása tervbe van véve.

Igen sajtós az a szerep, melyet ez ismeretlen, kívülem más botanikustól nem tanulmányozott leydeni Clusius-Codex játszott a botanika történetében.

1675-ben jelent meg Antwerpenben STERBEECK «Theatrum fungorum oft het tooneel der Campernoelien» című gombászati műve, melyben számos rézmetszetű táblán több száz gombafajt mutat be és ír le. Erről a munkáról azt hitték, hogy közvetlen felöleli a CLUSIUS-féle fajokat s ezért első forrás volt a «Fungorum historia» fajainak magyarázására. Hogy mily értéket tulajdonítottak e műnek, mutatja az is, hogy ujabban BRITZELMAYR bajor gombász egy hosszabb értekezésben foglalkozik a STERBEECK hymenomycetjeivel, s magyarázza s meghatározza a STERBEECK könyvében lerajzolt 207 hymenomycet ábrát. (BRITZELMAYR, Die Hymenomyceten in Sterbeek's Theatrum fungorum. Botan. Centralblatt, LVIII. 1894. p. 42—57.) Én ezt az értekezést kezembe véve, azonnal láttam, hogy *Britzelmayr ép úgy, mint elődei mind, téves uton jár, mert ő azt hiszi, hogy Sterbeek képeit magyarázza, pedig a Clusius képeiről szól!*

A dolog t. i. úgy áll, hogy STERBEECKnek valamely módon a kezébe került a Clusius-Codex, ő azt lemásolta (1672 táján) s erről készítettett aztán rézmetszeteket. Egyszer-kétszer meg is mondja könyvében, hogy a CLUSIUS képes könyvében van e gomba s onnan ő lerajzoltatta. (Van dese heeft ons CLUSIUS in sijnen gheschilderden boeck ses verscheyde figuren ghesteldt, van de welcke hier dry met de letter E vertoont worden, p. 119.) Máskor meg úgy adja, mintha az ő eredeti képeiről volna szó, s ez a gyakoribb eset. Egy-szóval a 207 hymenomycet közül a hányat ábrázolt STERBEECK, majdnem felét innen vette. STERBEECK képei alatt tehát a Clusius-Codex képei lappanganak, mert alig egy-kettő kivételével az összeseket lemásolta STERBEECK. Ezt azonban nem tudták, mert nem vetették össze soha a Codex-szel, a szövegét pedig nem olvasták figyelemmel; így aztán BRITZELMAYR is abban a hiedelemben volt, hogy STERBEECK eredeti gombaképeit és leírásait magyarázza, mint ezt «Sterbeek's Theatrum Fungorum im Lichte der neueren Untersuchungen» (Bot. Centralbl. 1894. LIX.) és «FRANCISCUS VAN STERBEECK: Theatrum Fungorum oft het tooneel der Campernoelien 1657 című munkája és a Clusius-magyarázók, — megvilágítva a leydeni Clusius-Codex-szel» (Természetr. Füzetek XVII. 1894.) című dolgozataimban kimutattam, felderítvén STERBEECK eljárását s rendre véve az ő fajait, úgy a mint azokat BRITZELMAYR magya-

rázta, s kimutatva, hogy a Codex mely lapján láthatók az eredeti képek. Ezeknek a tényeknek kiderítése természetesen megszólaltatta BRITZELMAYRT s egy «Erwiderung»-ot adott ki, melyet «De rebus Sterbeeckii» (Botan. Centralbl. LXI. 1895) czimű válaszómban méltattam, kimutatván, hogy a neki megküldöttem Codexből másolt képekben bizony nem ismert rá a *Sterbeecktől is lemásolt s kiadott* képek eredetieire.

Ez röviden előadva a Clusius-Codex szereplése. Két századon át forogtak képei közkézen s nem tudták, hogy nem eredetiek a STERBEECK képei, hanem csak másolatok. Említett dolgozataimban igazságot szolgáltatam CLUSIUS-nak s rámutattam a Codex nagy fontosságára. A STERBEECK-féle képek ugyanis színezetlen rézmet-szetek s így *magyarázásuk jóformán csak képtalányfejtegetés értékével bíró játék*, s bár hű másolatok, a CLUSIUS-féle fajok megfejtésére nem igen vezethetnek, a mint ezt FRIES-től kezdve a Clusius-magyarázók hosszú sora mutatja.

A CLUSIUS-féle gombafajok megállapítása a Codex révén lehetséges csak, mert ezek színes képek, már pedig a gombáknál a szín rendkívül fontos bélyeg. Ép ez okból foglalkozom a Codex-szel és sikerült is már egy jó részét megállapítanom a fajoknak; hogy jóformán a többi magyarázókétól egészen elütő eredménnyel, felesleges is külön kiemelnem. Ezenkívül azonban még Vasmegegyében is kutatom CLUSIUS fajait, a BATHYÁNY-STRATTMANN hercegi levéltárban pedig legközelebb szintén kutatni fogom CLUSIUS nyomait, hogy így CLUSIUSnak viszonyát a magyar tudományhoz minél pontosabban megvilágíthassam, ez nekünk magyar botanikusoknak hálás kötelességünk lévén.

ÚJ MÓDSZER A BROM ÉS CHLOR QUANTITATIV ELVÁLASZTÁSÁRA.¹

BUGARSZKY ISTVÁN-tól.

Az utolsó években számos dolgozat jelent meg, mely feladatul tüzi ki a chlor és brom quantitativ elválasztását egymástól.

VORTMANN² e célból a bromid-chlorid-keveréket ólomsuper-oxiddal és eczetsavval ismételtelen bepárologtatja s ezáltal a bromot eltávolítja, míg a chlorid visszamarad.

BERGLUND³ fémangansavas kaliummal és kaliumhydrosulfattal — közönséges hőmérsékleten — a bromot redukálja s levegő-árammal nátronlúgba vezeti.

DECHAN⁴ e célra kaliumpyrochromatot és kénsavat használ, a bromot jodkaliumoldatba destillálja s jodometrikus úton meghatározza.

WEISS⁵ kaliumpermanganatot és ferrosulfatot 50—60° C-nál enged hatni azon célból, hogy csak a brom redukáltassék, míg a chlorra e hatás ki ne terjedjen.

WHITE⁶ ugyanezen célra fémangansavas kaliumot és aluminiumsulfatot használ s a bromot szénsaváramban jodkaliumba destillálja, azonban soha sem kapja meg az összes brommennyiséget.

¹ A budapesti m. kir. állatorvosi akadémia vegytani laboratóriumában készült dolgozat.

² Monatshefte f. Chemie 3, 510 (1882), továbbá Zeitschr. f. anal. Chemie 25, 172 (1886).

³ Zeitschr. f. anal. Chemie 24, 184 (1885).

⁴ Journal chem. soc. 49, 682 (1886).

⁵ Repert. anal. Chem. 5, 238.

⁶ Chem. News 57, 283 és 58, 229 (1888).

SCHIERHOLZ¹, hogy az utolsó bromnyomokat is kiszabadítsa, egy általa e célra szerkesztett, teljesen üvegből álló készülékben a reactio vége felé kevés hígított kénsavat is enged a folyadékhoz hozzá folyni, s a bromot hígított ammoniába vezeti.

A legutolsó években végül a következő analytikusok foglalkoztak a brom és chlor quantitativ elválasztásának kérdésével: JANNASCH és ASCHOFF², FRIEDHEIM és R. J. MEYER³ s ENGEL.⁴

JANNASCH és ASCHOFF e célra fémangansavas kaliumot és eczetsavat használnak, a kiváló bromot alkalikus hydrogensuper-oxydoldatba vezetik s ebben a bromot súly szerinti elemzéssel meghatározzák.

FRIEDHEIM és MEYER pyrochromsavas kaliumot és kénsavat használnak a brom redukálására, de a concentratio viszonyait, melyeket DECHAN előír, némileg módosítják.

ENGEL a bromot és chlort ammoniumpersulfattal választja el egymástól, mely melegítésre (80—90°-nál) a bromidokat — bromfejlesztés közben — elbontja, míg a chloridokra nincsen hatással. A kiváló bromot ENGEL kéndioxyd-oldatba vezeti, s ebben a bromot az SO_2 feleslegének elüzése után titrimetrikus úton vagy súly szerinti elemzéssel meghatározza.

Ezen különböző eljárások mind oly módon akarják a brom és chlor elválasztását elérni, hogy egy oxydáló anyagot használnak, mely a bromot elemállapotba redukálni képes, míg a chlorra nincsen hatással.

A vizes oldatokra vonatkozó legújabb nézeteink következtében az előbb felemlített 8-féle módszer — az oxydáló anyag természet szerint — a következő négyre redukálódik:

I. oxydáló anyag PbO_2 savanyú oldatban (VORTMANN);

II. „ „ $KMnO_4$ „ „ (BERGLUND, WEISS, WHITE, SCHIERHOLZ, JANNASCH és ASCHOFF);

III. oxydáló anyag $K_2Cr_2O_7$ savanyú oldatban (DECHAN, FRIEDHEIM és MAYER);

¹ Monathefte f. Chemie 13, 1 (1892).

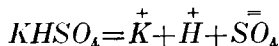
² Zeitschr. f. anorg. Chemie 1, 144 és 245 (1892), továbbá 5, 8 (1894).

³ U. o. 1, 407 (1892).

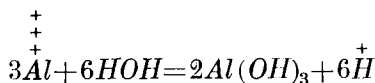
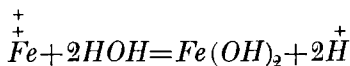
⁴ Comptes rendus 118, 1263 (1894).

IV. oxydáló anyag NH_4SO_4 közönbös oldatban (ENGEL).

A fémangansavas kalium mellé ugyan magát a savat (ecetsavat) csupán JANNASCH és ASCHOFF veszik, s más szerzők $KHSO_4$ -et (BERGLUND), $FeSO_4$ -et (WEISS), s $Al_2(SO_4)_3$ -at (WHITE és SCHIERHOLZ) használnak, ámde a $KHSO_4$ -et vízben túlnyomó részben így kell disszociálva felvennünk:



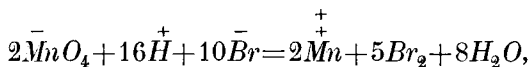
s így vizes oldatban épúgy tartalmaz hydrogen-ionokat, mint valamely sav, az $FeSO_4$ és $Al_2(SO_4)_3$ sók pedig vízben részben hydrolytikus disszociatiót szenvednek:



minek folytán mérhető, s nem éppen csekély mennyiségben hydrogen-ionok keletkeznek.

I. Az ólomsuperoxydnak mint oxydáló szernek alkalmazása a chlor és brom elválasztására nem jöhet tekintetbe, mert ezen eljárással, mint ezt már a methodus szerzője, VORTMANN is megállapította, ha brom feleslegben van, több percczel magasabb az eredmény, mint a vett brommennyiségnek megfelel.

II. Azon eljárásokat, melyeknél a fémangansavas kalium szolgál mint oxydáló anyag hydrogen-ionok jelenlétében

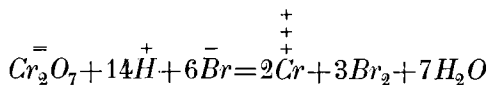


theoretikus szempontból kifogásolnunk kell, mert BANCROFT-nak a reductio- és oxydatio-lánczok elektromotoros erejére vonatkozólag végzett méréseiből* az tűnik ki, hogy a fémangansav (vagy helyesebben az MnO_4 hydrogen-ionok jelenlétében) redukáló szere nemcsak a brom-, hanem a chlor-ionoknak is, s bár míg brom-ionok is jelen vannak, a reductio a chlor-ionokra nem terjed-

* Zeitschr. f. physikalische Chemie X, 387 (1892).

het ki, de mindenesetre nehézségeket okoz annak biztos megállapítása, hogy mikor ment át ion-állapotból indifferent elem-állapotba az összes brom. A különböző analytikusok empirikusan azáltal iparkodtak a veszélyt, hogy chlor-ionok is redukáltassanak, elhárítani, hogy oly savat vettek (eczetsavat, JANNASCH és ASCHOFF), mely csak nagyon kevéssé van disszociálva s kevés hydrogen-iont nyújt, vagy csak sókat vettek, melyek hydrolytikus disszociációjuk következtében szolgáltatnak több ($FeSO_4$, WEISS), vagy kevesebb ($Al_2(SO_4)_3$, WHITE és SCHIERHOLZ), de még mindig nem jelentékeny mennyiségű hydrogen-iont. Azáltal, hogy a reactio lefolyásához szükséges hydrogen-ionok tömegét ily módon kicsinynek veszik, elérik ugyan azt, hogy a reactio sebessége főleg a chlor reductiójára vonatkozólag igen csekély, s így bizonyos empirikusan megállapított idő megtartása mellett a reductio a chlor-ionokra nem terjed ki, csakhogy ekkor meg az a veszély marad fenn, hogy az összes brom sem redukáltatott teljesen elem-állapotba.

III. A pyrochromsavvas kalium és kénsav oxydáló hatásának alkalmazása a chlor és brom elválasztására



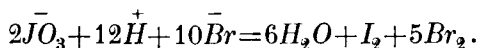
egyenlet szerint azon feltételhez lenne kötve, hogy a dichromsavmaradék ($\overset{-}{Cr}_2\overset{-}{O}_7$) oxydáló hatása révén képes legyen a brom ionképző törekvését legyőzni, de a chlorét már nem. Feltéve, hogy ez így lenne, s Friedheim és Meyer adataiból a tőlük előírt concentratio-viszonyok megtartása mellett erre kell következtetnünk, ezen módszernek kellemetlen oldala, hogy nagy mennyiségű $K_2Cr_2O_7$ alkalmazásának szükségessége folytán a chlornak a párlat maradékában titrimetrikus úton való meghatározása lehetlenné válik, s így a hosszadalmas s ezért — mikor sok ily meghatározást kell egymás után végeznünk — kényelmetlen súly szerinti eljárást kell követnünk.

IV. A mi végül a legutolsó időben a chlor és brom elválasztására vonatkozólag közölt módszert illeti, melynél NH_4SO_4 szolgál

mint oxydáló anyag, ennél az a kellemetlen, hogy a 80—90°-nyi hőmérsékletet kell megtartani.

Én azért ezen számos dolgot daczára nem tartottam feleslegesnek, hogy még egy oxydáló anyagot, t. i. a jodsavat tegyem tanulmány tárgyává azon szempontból, hogy lehetne-e és mikép ezt felhasználni a chlor és brom quantitativ meghatározására egymás mellett. Éppen a jodsavat azért választottam, mert feleslegének eltávolítása a chlor titrimetrikus meghatározása céljából (VOLHARD szerint) nagyon kényelmesen, könnyen s gyorsan történhetik, s más részről mert theoretikus szempontból — BANCROFT mérései alapján, melyekre az imént hivatkoztunk — e kísérletektől sikeres eredményt várhattam.*

A jodsavmaradék hatása a brom-ionokra hydrogen-ionok jelenlétében a következő egyenletben van feltüntetve:



Kísérleteimhez azonban nem magát a jodsavat használtam, hanem kénsavat és savanyú jodsavas kaliumot, mivel ezt kényelmesen és tisztán magunk állíthatjuk elő. Ha a hideg vízzel való decantálás által jól kimosott nyers készítményt még kétszer, vagy legfőlebb háromszor átkristályosítjuk, teljesen chlormentes készítményt nyerünk.

Közönséges hőmérsékleten azt találtam, hogy a jodsav a bromhydrogenre nagyon lassan hat, s ezért a bromot koncentráltabb oldatokból sem kapjuk meg quantitative, ha a bromhydrogent jodsavval (a kiváló brom és jod elválasztására a folyadéktól chloroformmal vagy szénkénnel való kirázást alkalmazván) közönséges hőmérsékleten oxydáljuk.

Ennek megállapítása után a következő kísérletet hajtottam végre. Vízgőzárammal való destillálásra szolgáló üvegkösörülékes lombikba 10 cm.³ 1/10-normal bromkaliumoldatot, azután 5 cm.³ circa 4%-os savanyú jodsavas kaliumoldatot folyasztottam, majd e folyadék alá 2 cm.³ conc. kénsavat rétegeztem, s azután az ilyféle meghatározásoknál szükséges összeköttetést létrehozva,

* OSTWALD, Die wissenschaftlichen Grundlagen der analytischen Chemie 51 (1894).

vízgőzárrammal (20 percz) a kiváló bromot és jodot jodkalium-oldatba vezettem. $\frac{1}{10}$ -normal alkénecssavas natrium-oldatból a titrálásnál elfogyasztottam

11·94 cm.³-t,

minek $\frac{1}{6}$ -od része a jodsav jodjától eredvén

találtatott 9·95 cm.³. $\frac{1}{10}$ -normal *KBr*
 10·00 " " helyett.

Az eltérés nem lévén nagyobb, mint a mekkora az elkerülhetlen kísérleti hibáktól eredhetett, e kísérletből azt kellett következtetnem, hogy az oxydatio ily eljárás mellett quantitative s rövid idő alatt végbemegy.

Mielőtt a chlorid-bromid-elegyre vonatkozó kísérletekre mentem volna át, előbb még kísérletileg megállapítottam azt is, hogy ugyanezen eljárást chloridra alkalmazva, *a mikor a folyadék a chlorra vonatkozólag $\frac{1}{10}$ -normal vagy ennél higitottabb, akkor a jodsav a chlornak analitikailag kimutatható mennyiségét nem redukálja, de normal oldatban a sósavnak csekély részét már képes elbontani.*

A kísérleti eredmények, melyeket a chlorid-bromid-elegyekre vonatkozólag kaptam, az alább következő táblázatban vannak összeállítva. A kísérleti eljárásra vonatkozólag fel kell említenem, hogy a brom és chlor lemérése vegytiszta készítményekből gondosan előállított $\frac{1}{10}$ -normal bromkalium- és chlornatrium-oldat segítségével történt oly módon, hogy helyességükre megvizsgált pipetták segítségével ezekből határozott térfogatok (1, 5, 10, 25 vagy 50 cm.³) pontosan a destilláló lombikba lemérettek; a chlorid-bromid-elegyhez azután 10 cm.³ 4^o/_o-os *KH(IO₃)₂*-oldat, majd 10 cm.³ 50 tf.^o/_o-os kénsav, s végül még annyi víz adatott, hogy az egész folyadék mennyisége körülbelül 100 cm.³-t tegyen ki. E folyadékon a destilláló lombik bevezető csövén nagy (3—4 literes) lombikból 20—25 perczen át (ekkorra a folyadék teljes elszintelenedése mindig bekövetkezett) élénk vízgőzárramot vezettem keresztül, s innen a víz- s a brom- és jodgőzök a lombik elvezető csövén (mely jól záró, két nyílású kaucsukdugó segítségével körülbelül 35 cm. magas, 250 cm.³-es mérőhengerbe volt illesztve, melyben

80 cm.³ $\frac{2}{10}$ -normal jodkaliumoldat állott) jodkaliumoldatba vezetettek. Ezen felfogó henger folyton hideg vízzel volt hűtve azért, hogy megfelelő szélességű s magasságú üveghengerbe helyeztetett, melyben hideg víz áramlott. A felfogó hengerből a jodoldat — gondos utánöblögetéssel — Erlenmeyer-lombikba vitetett át, s abban a jod $\frac{1}{10}$ -normal natriumthiosulfat-oldattal megtrálatott. — A desztilláló lombikban hátramaradt folyadékot szintén quantitative egy másik Erlenmeyer-lombikba vittem át, ehhez kis mérő hengerből mintegy 2%-os kéndioxidoldatból addig csepegtettem, míg a kiváló jodtól megfestett folyadék újra elszintelenedett (mihez 5—10 cm.³ volt elegendő), s azután circa 7%-os natriumnitritoldatból 2—5 cm.³-t, a szerint, a mint a kénessavból kevesebb vagy több használtatott el.

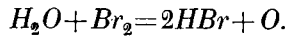
Ekkor a folyadékhoz egy késhegynyi, higitott kénsavval való kifőzés által chlormentessé tett habkőport téve, vassodronyháló felett mintegy 5—8 perczig élénk forrásban tartottam, míg teljesen el nem szintelenedett. Végül a folyadékot lehütöttem, s benne a chlort VOLHARD módszere szerint megtrálatam.

I. Táblázat.

A kísérlet száma	Vett mennyiség gr.-okban	Talált mennyiség gr.-okban	Eltérés gr.-okban	Eltérés százalékokban	Megjegyzés	
1	Cl 0·1773	0·1764	-0·0009	-0·6	Chlor feleslegben	
	Br 0·1999	0·2011	+0·0012	+0·6		
2	Cl 0·1773	0·1767	-0·0006	-0·4		
	Br 0·0400	0·0408	+0·0008	+2·0		
3	Cl 0·1773	0·1767	-0·0006	-0·4		
	Br 0·0080	0·0079	-0·0001	-1·2		
4	Cl 0·0886	0·0882	-0·0004	-0·5		
	Br 0·0400	0·0404	+0·0004	+0·5		
5	Cl 0·0886	0·0883	-0·0003	-0·4		
	Br 0·0080	0·0079	+0·0001	-1·2		
6	Cl 0·03545	0·0353	-0·0001	-0·3		
	Br 0·00800	0·0080	$\pm 0·0000$	$\pm 0·0$		
7	Cl 0·1773	0·1763	-0·0010	-0·6		Chlor és brom æquivalens mennyiségben
	Br 0·3998	0·3940	-0·0048	-1·2		
8	Cl 0·0886	0·0886	$\pm 0·0000$	$\pm 0·0$		
	Br 0·1999	0·1975	-0·0024	-1·2		
9	Cl 0·03545	0·0352	-0·0002	-0·5	Brom feleslegben	
	Br 0·07998	0·0796	-0·0004	-0·5		
10	Cl 0·0886	0·0886	$\pm 0·0000$	$\pm 0·0$		
	Br 0·3998	0·3962	-0·0036	-0·9		
11	Cl 0·01773	0·0188	+0·0006	+3·3		
	Br 0·3998	0·3938	-0·0060	-1·5		
12	Cl 0·00354	0·00372	+0·00018	+5·1		
	Br 0·3998	0·3950	-0·0048	-1·2		
13	Cl 0·01773	0·0180	+0·0003	+1·6		
	Br 0·1999	0·1969	-0·0030	-1·5		
14	Cl 0·0354	0·0354	$\pm 0·0000$	$\pm 0·0$		
	Br 0·1999	0·1967	-0·0032	-1·6		
15	Cl 0·00354	0·00376	+0·00022	+6·2		
	Br 0·0800	0·0796	-0·0004	-0·5		

E táblázatból az tűnik ki, hogy míg a chlor feleslegben van (1, 2, 3, 4, 5 és 6 számú kísérlet) s a brom mennyisége csekélyebb (9. és 15. kísérlet), addig úgy a chlorra, mint a bromra nézve a vett és talált értékek megegyeznek egymással a kísérleti hibák határain belül; a midőn azonban a brom van feleslegben (10, 11,

12, 13 és 14 számú kísérlet), s a brom mennyisége nagyobb (7. és 8. kísérlet), a talált érték mindig csekélyebb, és pedig több milligrammal csekélyebb, mint a vett brommennyiség, a mi már nem eredhet a titrálásnál, az oldatok lemérésénél stb. elkövethető hibáktól; a talált chlormennyiségek azonban ezen esetben is csak a milligramm törtrészeiben különböznek a lemért mennyiségektől, a miből következik, hogy a bromveszteség nem eredhet onnét, hogy talán a brom nem redukáltatott teljesen a jodsav által, mert ezen esetben a chlortartalomnak kellene folyton és pedig néhány milligrammal nagyobbak lennie, a mit nem tapasztalunk. Miután ezen bromveszteség okának megállapítása czéljából egy ideig hiába fáradoztam, végre sikerült ezt megtalálnom. *A midőn ugyanis a bromgőzöket vízgőzzel elvezetjük, a brom egy (bár igen csekély) része a vízre bontólag hatván, bromhydrogen és oxygen keletkezik:*



Erről könnyen meggyőződhetünk, ha bromsavas kalium és bromkalium hígított oldatából hígított kénsav hozzáadására kiváló bromot vízgőzzel tiszta vízbe vezetjük, s azután a bromot chloroformmal kirázzuk. A hátramaradt víz ugyanis határozott *savanyú* reactiót mutat, s kevés chlorviz hozzáadására *brom válik ki*. Hogy a brom milyen nagy mennyisége alakul át ily módon *HBr*-né, több különböző tényezőtől függ. Kísérleteimből azt lehet következtetni, hogy az összes brom mennyiségével közelítőleg arányos annak *HBr*-né alakult része, s hogy ez az összes bromnak körülbelül 1·5 %-át teszi ki. Az előbbi táblázatból az is kitűnik, hogy mikor a brom mennyisége csekélyebb, bromveszteség nincsen, miből következtetni lehet, hogy az előbb említett vegy bomlás főleg akkor megy végbe, ha bromgőz túlsúlyban van a vízgőz felett, s a mikor sok vízgőz van kevés bromgőz mellett, akkor bromhydrogen nem képződik olyan mennyiségben, hogy a többi kísérleti hibák mellett észrevehetővé válhatnék.

A képződő bromhydrogen folytán bromveszteségnek természetesen csak a jodometrikus meghatározásnál kell mutatkoznia, s ha a bromot p. o. alkalikus hydrogensuperoxydoldatba vezetjük, s azután a bromot titrimetrikus úton (VOLHARD módszere szerint), vagy súly szerint meghatározzuk, akkor annak összes mennyiségét

quantitative meg kell kapnunk. Tényleg ily eljárással (VOLHARD titrálási módszerét alkalmazva)

- | | | | | | | |
|----|---|------------------|-----|-----|-----|--------------------|
| 1) | { | midőn vettem | --- | --- | --- | 0·3998 gr. bromot, |
| | | találtam | --- | --- | --- | 0·3992 gr.-ot, |
| 2) | { | s midőn lemértem | --- | --- | --- | 0·1999 gr. bromot, |
| | | találtam | --- | --- | --- | 0·1994 gr.-ot; |

s így hogy a jodsav a brom és chlor elválasztására, úgy chlor, mint brom feleslege mellett használható legyen, nem marad más hátra, mint a kényelmes és gyorsan keresztül vihető jodometrikus meghatározás helyett a brom meghatározására a hosszadalmas súly szerinti eljárást alkalmazni, vagy VOLHARD módszere szerint meg-titrálni, a mi azért kényelmetlen, mert a H_2O_2 feleslegét, s ha alkalikus H_2O_2 helyett kénessavba vezetnök a bromot és jodot, úgy a kénessavnak feleslegét előbb el kell távolítanunk. Azért a módszert olyképpen igyekeztem módosítani, hogy a HBr -t le-mért mennyiségű jodsavval oxydáljam, a kiváló bromot és jodot egyszerűen forralással elűzzem, s azután a jodsav feleslegét jodo-metrikus úton meghatározom. Ennek az eljárásnak az a nagy előnye volna, hogy *semmiféle apparatusra* (az egy lombikon kívül) *sem lenne szükségünk*.

Ily irányban végzett előleges kísérletek után a következő el-járásban állapodtam meg.

A chlorid-bromid le-mért elegyét, vagy az oldatnak, mely ezeket tartalmazza, le-mért térfogatát mintegy $\frac{1}{2}$ literes Erlen-meyer-lombikba viszsziük, azután 50, vagy (ha sok a brom) 100 cm.³ $\frac{1}{10}$ -normal savanyú jodsavas kaliumoldatot (3·249 gr. $KH(JO_3)_3$ egy literben), majd 10 cm.³ 20 tf.-százalékos kénsavat adunk hozzá, s végül még annyi vizet, hogy az egész folyadék mennyi-sége közelítőleg 200 cm.³ legyen. Ekkor még egy kis késhegynyi durva habkőport teszünk a lombikba s drótszövetre Bunsen-láng fölé helyezzük. A folyadék csakhamar nyugodt forrásba jön, s a távozó vízgőzök magukkal viszik a kiválott bromot meg jodot. Miután a folyadékot 60—80 cm.³-re concentráltuk (mi $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{4}$ órai időt vesz igénybe), a lombikot a sodronyhálóról leveszsiük, lehütjük, s a benne levő folyadékot quantitative 100 cm.³-es

mérő lombikba átviszszük. Most a pontosan 100 cm.³-re felhígított oldat egyik felében — néhány jegecz jodkaliumot téve hozzá — a kiváló jodot $\frac{1}{10}$ -normal natriumthiosulfattal megtitráljuk, s a jodsavnak az oxydatiora felhasznált mennyiségéből a brom mennyiséget kiszámítjuk, a folyadék másik felében pedig, miután a jodsavat kénsavval (5—10 cm.³ 2⁰/₀-os) redukáltuk, a képződött jodhydrogent nitrittel (2—5 cm.³ 7⁰/₀-os natriumnitrit) elbontottuk, s a jódot főzéssel (5—8 percz) elűztük, kihülés után a chlort VOLHARD módszerével megtitráljuk.

Úgy a brom, mint a chlor meghatározása összesen nem vesz igénybe többet *egy óránál*.

A kísérleti adatok a következő táblázatban vannak összeállítva.

II. Táblázat.

A kísérlet száma	Vett mennyiség gr.-okban	Talált mennyiség gr.-okban	Eltérés gr.-okban	Eltérés százalékokban	Megjegyzés	
1	Cl 0·1772	0·1769	—0·0003	—0·2	Chlor feleslegben	
	Br 0·1999	0·1986	—0·0015	—0·7		
2	Cl 0·1772	0·1767	—0·0005	—0·3		
	Br 0·0800	0·0806	+0·0006	+0·8		
3	Cl 0·1772	0·1769	—0·0003	—0·2		
	Br 0·0080	0·0077	—0·0003	—3·7		
4	Cl 0·03545	0·03558	+0·00013	+0·4		
	Br 0·00800	0·0085	+0·0005	+6·2		
5	Cl 0·1772	0·1777	+0·0005	+0·3		Chlor és brom æquivalens mennyiségben
	Br 0·3998	0·3994	—0·0004	—0·1		
6	Cl 0·0354	0·0352	—0·0002	—0·6		
	Br 0·0800	0·0806	+0·0006	+0·8		
7	Cl 0·0886	0·0881	—0·0005	—0·6	Brom feleslegben	
	Br 0·3998	0·4012	+0·0016	+0·4		
8	Cl 0·0354	0·0357	+0·0003	—0·8		
	Br 0·3998	0·4010	+0·0012	+0·3		
9	Cl 0·00354	0·00335	—0·0002	—5·7		
	Br 0·3998	0·3996	—0·0002	—0·1		
10	Cl 0·00354	0·00370	+0·00016	+4·5		
	Br 0·0800	0·0803	+0·0003	+0·4		

Tehát a chlornak és bromnak úgy absolut mennyiségét, mint mennyiségének arányát egymáshoz a legszélesebb határok között változtatván, az eltérés a vett és talált értékek között még sem nagyobb a milligramm törtrészeinél, vagyis annyi, a mennyi a folyadékok vagy az anyag lemérésénél s a titrálásnál elkövethető kísérleti hibáktól eredhet.

A helyett, hogy a chlort külön meghatároznók, természetesen úgy is járhatunk el, hogy 1) a chlor és brom összes mennyiségét VOLHARD módszere szerint megtitráljuk, s 2) az én módszerem szerint a bromot meghatározzuk. Ez még egyszerűbb s gyorsabb eljárás, mint az imént követett, de nem nyújthat oly közvetlen bizonyítékokat módszerem helyessége mellett, mint az, melynél a chlort direkte határozzuk meg.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. május 20.-án tartott üléséből.)

ANATOMIAI ÉS RENDSZERTANI VIZSGÁLATOK AZ ARTOCARPEÁK KÖRÉBŐL.

Dr. RICHTER ALADÁR kir. főgymnasiunmi tanártól Aradon.

A trópusi flóra számos kiváló tagja az artocarpeák körébe tartozik, a melyeknek eredeti példányait szerencsés valék München, Páris s London-Kew botanikai múzeumaiban tanulmányozhatni. Ez alkalommal az indiai szigetvilág hirhedt upasz vagy méregfájára (*Antiaris toxicaria* LESCHEN.) és kenyérfájára (*Artocarpus communis* FORST.), valamint azok rokonaira vonatkozó, leginkább szövettani vizsgálataim eredményét bátorkodom a tek. Akadémia elé terjeszteni.

Az *Antiaris toxicaria*-ról közismeretes, hogy az általa valamennyi szervében, kiválóképen pedig a kéregben kiválasztott tejnedv kellő praeparálás után a (nyíllal) megsebzettre nézve gyilkoló hatású; különben pedig külső és belső bajok ellen gyógyszer gyanánt is használják és mint ilyennek nevezetes, de egyúttal szomorú szerep is jutott a maláji nép történetében. Hatalmas növéstű, 15—30 m. magas fája főleg Jávában otthonos s a *Strychnos tieuté* LESCHEN.*-vel együtt annak hirhedt upasz-ligeteit képezi.

BENTHAM és HOOKER «Gen. plantarum»-ja szerint az urticaeák keretén belül az «olmadiæ»-csoportba tartozik, melynek egyik törzsfaja, az *Antiaris toxicaria* LESCH.** egyszerű, váltakozó és pálhás levelekkel, közös takaróval burkolt ♂ virágzati fejecskékkel s magányosan álló ♀ virágokkal bír, gyümölcse pedig húsos és csonthéjas.

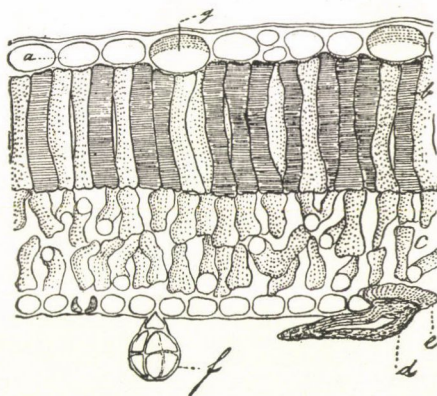
* Upasz-bekor, *loganiaceák* családjából, liánszerű.

** A benszülöttek «Tjettek» vagy «Tschettek»-je. — Mém. sur le strychnin tieuté et sur l'antiaris. — Ann. du Mus. Paris p. 470.

BENTHAM és HOOKER a fajok számát, valószínűleg — Kew herbáriumában látott példák után ítélve — az irodalom révén, 5—6-ra teszik, holott mindannyian legfeljebb két speciesre volnának redukálандók. A müncheni egyetemi, a párisi múzeum és Cosson, továbbá Kew gyűjteményeiben az *Antiaris Bennetii* SEEM. (orig.)-n kívül tényleg az *A. toxicaria*¹ s az *A. saccidora* DALZ. domináltak mint olyanok,² amelyek Jáva, illetőleg Ceylon, tehát a keleti és a nyugati indiai szigetvilág vicariáló upasz-fajait képezik.

A párisi természetrajzi múzeum megbízásából LESCHENAULT 1810-ben kutatta Jáva természetrajzi viszonyait és ez alkalommal pontosan leírta az általa megnevezett upasz-fát,³ halomra döntvén a sok mesét, melyet FÖRSCH, batáviai sebész (1776) s utána mások világgá bocsátottak. — Eredetijét⁴ ugyancsak a nevezett intézet őrzi. BUREAU párisi tanár megtisztelő bizalmából LESCHENAULT-példányait is tanulmányozhattam, Münchenben pedig az élő növényt, melyet GOEBEL professor hozott jávai útjából.

A levelek felső



1. ábra. *Antiaris toxicaria* LESCHENAULT originalis (1810) növényének leveléből keresztmetszet. Centrikus alakulású rész; a tejes csövek nincsenek feltüntetve. 190-szeres nagyítás. a — felső epidermis elnyálkásodott sejtekkel (g), epidermis mucigera. b — pallisadréteg, cseresavas rőtbarna pallisadsejtekkel. c — pallisadszerű szivacsparenchyma. d — könyökbe hajlott cystolithszőr, réteg talppal és héjjal (e). f — mirigyszőr.

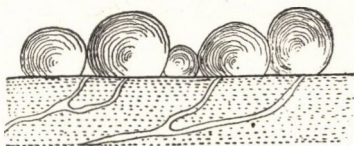
¹ Antjar a jávai neve.

² Az antiaris többi (?) fajait a nevezett helyeken, de Genf, London és Bruxelles herbariumaiban sem találtam meg.

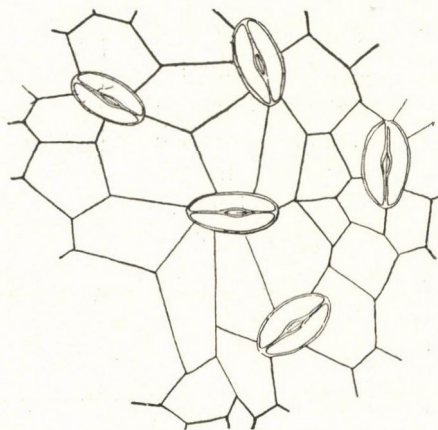
³ Ann. Mus. Paris XVI. (1810) 478, t. 22.

⁴ TRÉCUL: Annales Sc. Natur. Sér. III. Tom. VIII. (1847) p. 143. — Vide Ann. Mus. Paris I. c.

epidermisének magas sejtjei ritka kivétellel egy sejtsort képeznek. A felület *cystolith*-szerű lerakódások folytán itt-ott homályos sejtesoportokat tüntet fel, a melyek a hasonló *elnyálkásodott sejtektől* pusztá megtekintésnél nehezen különböztethetők meg (epidermis mucigera, 1. ábra a, 2. ábra.*) Szájnyílásai tojásdad-kerekdedek (3. ábra); a fonák egysejtű s a levél lapja felé *könyökbe hajlott* ú. n. *cystolith*-szőrök generikus bélyegét adják. (1. ábra d.) Az epidermis alacsony sejtrétegébe ágyazott «talpa» a fokozatos elkovásodás folytán rétegzett (1. ábra d.), jóddalban változatlan, ellenben jóddal s conc. kénsavval kezelve kékeszínűvé lesz, feltüntetvén a talp vastag «héját» is. (1. ábra e.) E fajta képletei — a SACHS-féle eljárás bizonyítja — egészen el vannak kovásodva s ez okozza a levelek érdességét. Az *artocarpeák*-ra általában jellemző mirigy-szőrök



2. ábra. *Antiaris toxicaria* levelének egy darabja. A tusreactio alkalmazása után az epidermisből kilépő nyálkagömbök a mikroszkop alatt.



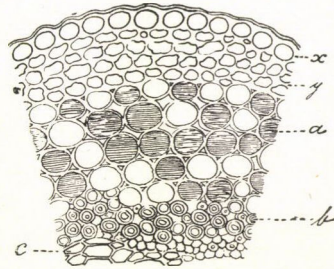
3. ábra. *Antiaris toxicaria* alsó epidermise. — 305-szörös nagyítás.

itt is egysejtű nyelecskéből és néhány sejtű gömbszerű fejecsikéből alkotvák (1. ábra f.). A bifacialis levélszöveti alkotáshoz, különben a szivacsparenchyma és a pallisdréteg megegyező vastagságú; a kettő együttvéve pedig — akárcsak a *soroceák*-nál — keskeny, tehát a kevésbé húsos levelek kategóriájába tartozik. Egysoros pallisadójában helyenként a szomszédos pallisadsejtektől nagyságuknál és cseszavban bővelkedő,

* Ú. n. «tus-reactio» alkalmazása után kilépő nyálka-gömbök.

rőt-barna sejtartalmuknál fogva elütő pallisadsejtek vannak (1. ábra b.). Hasonló színű s tartalmú sejtek vannak a levélnyaláboknak buzogányfej-kristálykáiban bővelkedő kísérő-parenchymájában is (4. ábra a.). Az erősen kiemelkedő érnyalábokat mindkét oldalon sklerenchymív erősíti meg (4. ábra b.); ellenben a kisebbek «áthatolók», t. i. vékonyfalú parenchymájuk a levél színét és fonákát egyaránt érinti (ú. n. «durchgehende Nerven»).* A fejlődésre és alkotásra nézve az artocarpeákéval megegyező tejes csövek főképp az erezet mentén a szár kérgében és bélszövetében huzódnak el az antiarisnál is; tartalmuk jóddal kezelve megsárgul, színe melegített alkoholban, benzolban s chloroformban sem változik meg.**

Az artocarpeák körén belül jellemző lehet a primär kéreg középső zónájában fellépő collenchym-gyűrű; továbbá az, hogy a szárképlet epidermisét közvetlen érintő para-kéreg erősen sklerotikus (5. ábra.). Fehérfalú s erősen fénytörő háncssejtjei lazán csoportosulnak, nyalábjait azonban bőven követik a buzogányfejű kristályok. Libriformja egyszerűen gödörkés, sklerenchymája pedig általában véve belülről leváló lamellával bír. Alárendelt jelentőségű fa-parenchymájánál említésre méltóbbak tágas faedényei, melyeknek néhány radialis sorba rendezkedik, különben ovális nyilással szájadzanak egymásba (ovale Gefässdurchbrechung), oldalfalai vermesek; ellenben gödörkések ott, a hol az 1—2-soros bélsugarakkal érintkeznek.

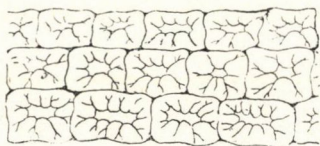


4. ábra. *Antiaris toxicaria*. Részlet egy nagyobb levélnyaláb keresztmetszetéből. 190-szeres nagyítás. x — epidermis. y — collenchyma. a — a nyaláb kísérő parenchymája cseresavtartalmú rőtbarna sejtekkel. — b — sklerenchymív; sejtjei belülről leváló lamellával. c — edények. — A buzogányfej-kristályok itt nincsenek feltüntetve.

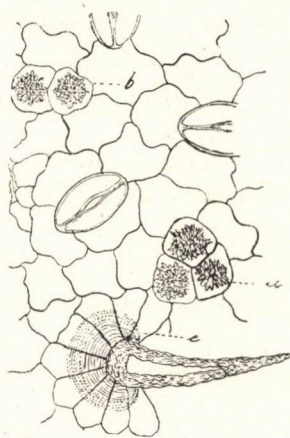
* Ellentétben a «beágyazott erekkel» (eingebettete Nerven), a hol ugyanis a levélszövet pallisadja s szivacs-parenchymája a nyalábok miatt megszakitást nem szenved.

** GOEBEL jávai növényén tett kísérletek szerint.

Az *Antiaris toxicaria*-tól az *Antiaris saccidora* DALZ. (Habit. Mont. Nilghiri et Kurg. Coll. Thomson. Herb. Ind. Or. Hook. fil. et Thomson. — Ex herbariis Monac. et Cosson, Paris.) alig különböztethető meg.¹ Anatómiai különbségük abban áll, hogy a levélfonák epidermisében buzogányfej-kristályokkal telt (2—3 sejtű) kristályfészkek találhatóak, szájnylásaik pedig oválisabbak (6. ábra). Nagyon relatív értékű különbségek ezek, akár HOLZNER² hypothesisével élünk, akár BÖHM³ fejtegetéseit fogadjuk el. A kristályok előfordulása — ha csak fejlődés-tanilag beigazolva nincs — tudvalegileg physiologiai okoknál fogva sem szerepelhet mint olyan, amely a fajokat, tehát a nyugati *A. saccidora*-t mereven elválaszthatná a keleti *A. toxicaria*-tól. Helyes le-



5. ábra. *Antiaris toxicaria*. A szár parakérgéből néhány sklerotikus sejt. 305-szörös nagyítás.



6. ábra. *Antiaris saccidora* DALZ. (Herb. Mus. Paris) levelének alsó epidermiséből. a, b — 2—3 sejtű kristályfészkek. 530-szoros nagyítás.

het KURZ⁴ felfogása, a ki a kettőt egymással phytographiailag is egyesítette.

Távolabb áll mindenesetre az *Antiaris innocua* BLUME (in Rumphia p. 172. t. 54. Trécul l. c. p. 144. Miqu. Ind. Batav. I. pars. 2. p. 292), amelyt HOOKER (in Comp. botan. Magaz. p. 11. tab. 51.) az *A. toxicaria*-val felcserél, mások pedig tévesen synonymul az

¹ Quasi forma leiophylla *A. toxicariae*.

² HABERLANDT: Physiolog. Pflanzenanatomie. — 1884. p. 339.

³ HABERLANDT l. c.

⁴ HOOKER: Flora of British-India 1890. p. 538.

A. saccidora-hoz vonják.¹ Jellemző synonymja: *A. dubia* SPANOGHE (in Linnæa XV. p. 343.), melyet még TRÉCUL² sem ismert; Ceylonról³ gyűjtött példányát én is csak COSSON párisi herbariumában láttam (Thwaites no. 2231.). Ennek levelei a fennebb ismertetett szerkezeti viszonyoknál fogva, de még azért is érdekesebbek, mert cystolith-szörképletein kívül a levélfonák főképp az erezet mentén sűrűn meg van rakva SiO₂-vel incrustált hosszú egysejtű s vastagfalú szőrökkel.

A speciesek elkeresztelésére nézve «különcznek» ismert O. KUNTZENAK⁴ nagyrészt igaza lehet, hogy az eddig leírt, de a trópusi flóra auctorjai által lépten-nyomon confundált fajok:

1. *Antiaris* (Ipo Pers. 1807) *toxicaria* LESCH. — 2. *A. macrophylla* R. BR. — 3. *A. Bennetii* SEEM. — 4. *A. rufa* MIQU. — 5. *A. innoxia* BL. — 6. *A. palembanica* MIQU. — közel rokonok, és alighanem «egy alak-kör localis érdekű tagjai».

Az előadott részletek és az anatómiai vizsgálat eddigi eredményei a tárgyalt fajokra nézve, a melyeknek életkörülményei is ugyancsak megegyezők, ezen nézet mellett szólnak.

II.

Az artocarpeáknak eddig ismert mintegy 45 faja közül legérdekesebb FORSTER *Artocarpus communis*-a, a közönséges kenyérfa, a melynek 2—3 font nehéz, fejnagyságú s gazdag keményítő-tartalmú álgyümölcsét megpörköelve a Csendes oceán szigetvilágának lakói kenyér gyanánt eszik.

A párisi «Jardin des plantes» herbariumában levő artocarpeák között egy kiadatlan kézirat a következőket jegyzi meg róla:

«Arbor ad 50 pedum altitudinem excrescens, in insulis Moluccis et Polynesia tropica indigena, per varias orbis regiones calidiores propagata.

¹ Herbarium de Cosson, Paris.

² TRÉCUL: Ann. de Sc. Natur. Vol. c. p. 144.

³ Timor s Celebesi termőhelye felette kétes. MIQU. Ind. Batav. I. 2. p. 292.

⁴ Revisio gener. plant. p. 628—29.

Varietas fructu apyreno [var. *apyrenocarpa* A. RICHT.] *ex insula Taiti orta, Anglorum cura anno 1793 in insulas Antillanas introducta, in Brasilia nunc etiam plantata, v. c. prope Bahiam etc.* (In herbar. Mus. Paris.)»

Sajátságos, hogy míg az *artocarpus* genus auctorja gyanánt már LINNÉ encyclopædiája (III. kötet, 207. l.) FORSTER-t nevezi meg: az ugyane genus első faja gyanánt ismertetett s lerajzolt *Artocarpus communis* FORST. nagy földrajzi elterjedése s a prioritas törvénye ellenére is mindenhol *Artocarpus incisa* L. fil. név alatt ismeretes. GEORG FORSTER «Vom Brodbaume» című, 1784-ben megjelent* ma már igen ritka kis könyve behatóan s egyedül a valódi kenyérfával foglalkozik, úgy, a mint azt LINNÉ-filius — nem is tekintve az alább kimutatandó korkülönbséget — egyáltalában meg nem cselekedte. A mű első lapján a kenyérfa egy levele van kisebbített alakban lerajzolva, a melynek egy-egy eredeti FORSTER-féle példányát München s Göttingen egyetemi herbariumaiban mai napon is őrzik.

O. KUNTZE hangyaszorgalommal írt munkájában [pars II. (1891) p. 628—29] a LINNÉ-kor általánosan elfogadott időpontján, 1753-on túl visszafelé számítván, az 1741-ben kelt *Saccus* (inclus *Soccus*) RUMPH (Herb. Amb. I. 104—115. t. 30—34) prioritását vitatja az *Artocarpus* FORSTER (Charact. gener. 1776) generikus jogosultságával szemben.

KUNTZE sajátságos felfogásával — a melyet a külföld szaklapjai kivétel nélkül elítéltek — ezúttal bővebben nem foglalkozom, mert látnivaló dolog, hogy in infinitum vitt s a LINNÉ-koron túl terjedő időszámításaival mindent felfogat, csak azért, hogy a régi auctorok által jól, mondhatnám gyakran mintaszerűen leírt növényeket átkeresztelhesse és legiószámra alkalmazhassa O. K. signaturáját, nevének kezdőbetűit.**

* FORSTER GEORG: Geschichte und Beschreibung des Brodbaums. Programm Cassel 1784. 4. 47. p., 2 Tab. — Hessische Beiträge. Vol. I. p. 208—232 et p. 384—400.

** Igy p. o. az *Artocarpus communis* FORSTER 1776. = *Rademachia incisa* THUNB. 1776. = *Artocarpus incisa* L. fil. 1781. O. KUNTZE szerint helyesen = *Saccus communis* O. K. és feledi, hogy így a LINNÉ fil.-féle név is jogosult volna.

Az 1776-ban közzétett három genus-név: *Artocarpus* FORSTER, *Rademachia* THUNB. és *Rima* SONNERAT közül közhasználatúvá az *Artocarpus* lett s jogosan, mert auctorja, FORSTER, több rendbeli munkájával az oceáni flóra ismertetése körül nagy érdemeket szerzett és a kenyérfa genusának,¹ majd első monographiájának² is ő volt a megírója 1775 s 1784-ben.

E tekintetben kiváló auctorok: régebben HOOKER³, utóbb ENDLICHER⁴ is, tévedtek. Ellenben BENTHAM és HOOKER megtette a kellő korrekturát a «Genera plantarum»-ban (Vol. III. p. 376.), mondván: «Genus ab auctoribus LINNAEO tribuitur, nunquam tamen a LINNAEO patre editum fuit, sed a LINNAEO-FILIO in supplemento suo (p. 61.) post FORSTERUM sub n. 1246 receptum».

LINNÉ-FILIUS adoptálta a FORSTER-féle genus-nevet és maga is RUMPH-ot citálja [Herb. Amb. I. (1741) t. 32—33], de ahhoz THUNBERG species-nevét ragasztja [*Rademachia incisa* (LINNÉ) THUNB. 1776].⁵ Így került az *Artocarpus incisa* L.-FIL. név a közforgalomba;⁶ látnivaló dolog, hogy tévedésből, mert a FORSTER-féle név rehabilitációjának jogossága a mondott okoknál fogva kétséget sem szenvedhet.

A müncheni könyvtár FORSTER könyvére s az alapul szolgáló ugyancsak FORSTER-féle originálékra RADLKOFER volt müncheni tanárom figyelmeztetett és ajánlotta, hogy azt olyan példányokkal is hasonlítsam össze, a melyek MARTIUS brazíliai útjából (Cult. in Provinc. Paraënsis), Mexicóból (l. KARWINSKI), Mauritius szigetéről (l. SIEBER, herb. Fl. Maurit. Nr. 46.) s Jamaikából (l. KARWINSKI 1827) a müncheni herbariumban megvannak. A vizsgálatok eredményét később Jáva (Herb. COSSON in Paris), Új-Kaledonia (BALANSA,

¹ JOHANN, REINHOLD et GEORG FORSTER: Characteres gener. plantarum, quas in itinere ad insulas maris australis collegerunt, descripserunt, delineaverunt annis 1772—75. London 1776.

GEORG FORSTER: De plantis esculentis insularum oceani australis commentatio botanica. Berolini, 1786. 8. p. 53.

² Vide pag. 294. sub.*

³ HOOKER: Botanic. Magaz. t. 2869.

⁴ ENDLICHER: Gener. plantar. (1836—40) p. 281. Nr. 1868.

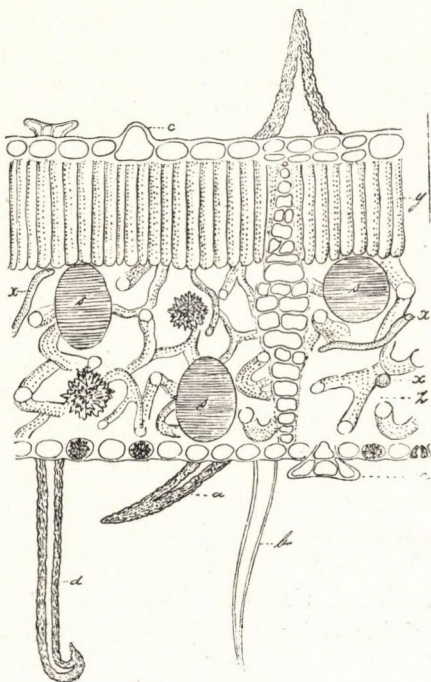
⁵ Act. HOLM. XXXVI. (1776) 252.

⁶ Illustratióknál stb. Lásd ZIPPEL-BOLLMANN: Ausländische Culturpflanzen etc. EMERY: La vie végétale etc.

Nr. 3233., Herb. Mus. Paris) és Taiti (l. LÉPINE, 1847; Herb. Mus. Paris) növényein is beigazoltam találtam.

Az *Artocarpus communis* FORST. levéllemezőnek szöveti szerkezete röviden a következő:

A felső epidermis polygonalis sejtjei egyenes falúak és a keresztmetszeten általában egy sejtréteget képeznek.



7. ábra. *Artocarpus communis* FORSTER (FORST.-nek a müncheni egyetemi herbariumban őrzött eredetijéből). 100-szoros nagyítás. *a*, *b*, *c*, *d* — szörképletek. *e* — lapított fejú s tölésérszerűleg az epidermis sejtjei közé mélyesztett pajzsképű mirigyszőr. *y* — pallisadréteg. *z* — laza szivacsparenchyma buzogányfej-kristályokkal. *s* — sárgás-zöld gyantás secret-sejtek. *x* — tejes csövek (Vasa lactifera).

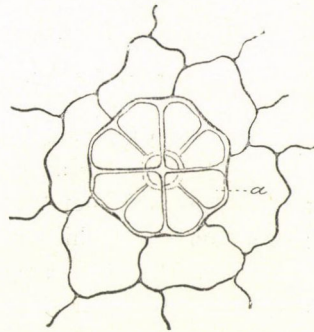
Az alsó epidermis szájnnyílásai szerkezetre s alakra nézve a többi *artocarpus* szájnnyílásaival magegyezők. Szörképletei többfélék. Vannak mindenekelőtt egyszerű, egysejtű, vastag s elmeszesedett falú szőrszálai. A főerek mentén egyszerű s hosszú szőr-

szálak szűk lumennel; továbbá rövid, vastagfalú s tompa végű, az alsó epidermisen pedig egyszerű, ugyancsak vastag s bibircses falú ú. n. kampós szörképletek találhatók. (7. ábra *a, b, c, d.*) Végül vannak pajzsképű mirigyszőrök, a melyek — és ez jellemző — tölcsészerűleg a felső epidermis sejtjei közé vannak süllyesztve és rövid egysejtű nyelecskén négysejtű lelapított fejecskékből állanak. (7. ábra *e, 8. ábra a.*) A levél szövete bifacialis. (7. ábra *y, z.*) A palisad-parenchyma egysejtrétegű, a melynél jóval szélesebb a szivacs-parenchyma, nagy intercellularis sejtközökkel. — A szivacs-parenchymában feltűnő nagy, gömbölyded, gyantás ú. n. secret-sejteket találunk, kettős vagy többes csoportokban, melyeknek sárgászöld-színű sejttartalma alkoholban oldódik (7. ábra *s.*).

Már a levelek emulsiója is elárulja, hogy a levélparenchymában a tagolatlan tejes csövek (ungegliederte Milchröhren) keresztülkasul huzódnak, olyanformán, a mint az az urticaceákra (incl. artocarpeae, moreae stb.) nézve már DE BARY, TRÉCUL, VAN TIEGHEM stb. vizsgálatai alapján ismeretes.* A nagyobb levélnyalábokat sklerenchym-gyűrű s mindkét oldalt erősen fejlődött collenchym erősíti meg.

Buzogányfej-kristálycsoportok az egész mesophylban láthatók, de az artocarpeák más fajaihoz képest az *Artocarpus communis* kristályszegénynek mondható (7. ábra *z.*).

Összehasonlítva az általam eddig megvizsgált mintegy 25 artocarpus-fajjal, épen a hasznosság miatt is kiváló *Artocarpus communis* mutat két olyan anatómiai sajátosságot, a melyek a fajra nézve különösen jellemzők és a melyek a többi artocarpeánál külön-külön is felette ritkán fordulnak elő.



8. ábra. *Artocarpus communis* epidermiséről. Pajzsképű mirigyszőr (*a*) felülről nézve. 530-szoros nagyítás. (Lásd 7e. ábrát.)

* DE BARY: Vergl. Anatomie d. Veget.-Org. p. 191.

Az egyik sajátságot a szivacs-parenchyma sárgászöld-színű s gyantatartalmú *secret-sejtjei*; a másikat pedig az alsó epidermis sejtjei közé *tölcsérszerűleg bemélyesztett pajzsképű mirigyszőrők* képezik; ezen kétféle képletnek «*együttes*» *fellépése* egyedül az *Artocarpus communis*-nál található és azért reá nézve jellegző.

A második ismert kenyérfa — az *Artocarpus integrifolia* L. — levele ugyan hasonló mirigyszőrökkel, de ú. n. cystolith-papillákkal is bír, gyantás sejtjei azonban nincsenek. Gyantás secret-sejtek vannak ugyan az *Artocarpus echinata* ROXB. [Fl. Ind. 1832. t. III. p. 525. — Cult. in Hort. botan. Calcutt.] levélszövetében is, azonban négysejtű gömböcskéből s egysesjtű nyélből álló (tehát korántsem pajzsképű) mirigyszőröcskéi az epidermis sejtjei közül kiemelkednek (pl. 1. ábra *f.*). A különbség tehát szembeszökő.

Látnivaló dolog, hogy a mikroskopi vizsgálat sok oly kérdést megold, a melyre az egyoldalú vizsgálaton alapuló leírás feleletet nem ad, különösen azon esetben, a midőn az illető növény összes alkotó részeivel nem rendelkezünk. Az anatómiai bélyegek szorgos kutatása a prähistoriai flóra ismeretére nézve nélkülözhetetlen; a jelen idők flórájának kutatásánál — legyen az bár rendszertani tekintetben másodrendű — pedig ma már követelmény, melynek szükségét a conservatív Kew is belátta.* Mert világos, hogy az ú. n. «*anatómiai módszer*» a *physiologiai momentumok* *kellő tekintetbevételével jelentékenyen hozzájárul a species értékének megállapításához* s kitünő szolgálatokat tesz — a mint azt a német szakirodalom bizonyítja — oly időben, a midőn botanikusainknak sokszor jobbjai is ijesztő módon az ú. n. subtil speciesek s bastardok túlhajtott feszegetésébe bocsájtkoznak.

* SCOTT-ot, HUXLEY volt assistant-professorát, Kew-Garden a «Jodrell-Laboratory» élére állította az intézet anatomusa gyanánt. — Hasonló nézetten van VAN TIEGHEM és VESQUE Párisban.

A LEGKISEBB ACTIÓ ELVÉHEZ.

RÉTHY MÓR I. tagtól.

«A legkisebb actió elvéről»* szóló dolgozatom II—V. pontjaiban olyan mozgásokra nézve, melyek kényszerföltételei az időtől és erőpotenciáljai az időtől és a sebességektől is függenek, a következő tételt bizonyítottam be:

Csakis a LAGRANGE differenciálegyenletei értelmében történő mozgás esetén tűnik el a pontrendszer actiójának első variációja abban a körben, mely azzal az előírással van korlátozva, hogy (1) az energia az időnek ugyanaz a függvénye legyen úgy a variálatlan, mint a variált mozgásban; hogy (2) a pontrendszer kiinduló és végső helyzete ne essék variálás alá; hogy (3) végső helyzetté a rendszer bármelyik időbeli helyzete is válhassék; és hogy végül (4) maga az időtartam is variáló legyen.

Ez a tétel mondja ki az actió elvét a legegyszerűbb alakban.

A további (VI—VIII.) pontokban azzal a kérdéssel foglalkozom, hogy a (3) alatti megszabás, mely szerint az actió variációja $=0$ legyen akkor is, ha a rendszer bármely időbeli helyzete válik végső helyzetté, lényeges-e; hogy nem elegendő-e, ha *eleve* csak annyit követelek meg, hogy $=0$ legyen akkor, a midőn úgy a kezdő, mint a végső helyzet teljesen meghatározott, *előre megadott* konfigurációt alkot.

E kérdés megoldásánál csak azt mutattam meg, hogy a LAGRANGE-egyenletrendszer általános megoldása a B , C , D variáció-problémák szabta föltételeknek is megfelel egészen általánosan;

* Math. és Term. Értesítő, 1—15. l.

de nem sikerült megmutatnom, hogy azoknak *csakis* ez a megoldás felel meg általánosan.

Ennek a hiánynak a pótlásával, a mennyiben sikerült, foglalkozik e dolgozat I. és III. alatti része.

E dolgozat II. alatti része világosan és részletesen tárgyalja azt a különbséget, a mely az actió elvének fogalmazására nézve közötttem és HELMHOLTZ között fenforog. Az előbbi dolgozatban a ténylegesnél kisebbnek véltem a különbséget. Valójában az eredmény, melyre jövök, az, hogy HELMHOLTZ fogalmazása, az általános esetre kiterjesztve, nem is vezet *mindig* a LAGRANGE egyenletekre.

Dolgozatom IV. része a (D)-hez hasonló problémával foglalkozik.

I. Ugyanazokkal a jelölésekkel élve, mint idézett dolgozatomban, az első sorban megoldandó problémát így fogalmazom:

Menjen át a pontrendszer a_1, \dots, a_n adott kezdő helyzetből t_1 idő alatt adott b_1, \dots, b_n végső helyzetbe. Az $E(t)$ az időnek egy meghatározott, előre nem adott függvényét jelentvén, korlátozzuk a variáció körét az

$$F = E(t) \tag{14}$$

föltételi egyenlettel, mely azt mondja ki, hogy az összes energia ugyanazon időbeli törvény szerint változzék úgy a variált, mint a variálatlan pályán. Az actió egy meghatározott t_1 időtartamra vonatkozáván, kerestetik az a folytonos mozgás, melynek esetén az actió első variációja $= 0$.

Az (V) pontbeli következtetések szóról-szóra ismétellhetők egészen a (17) alatti egyenletig (inclusive). Ebből következik, hogy hacsak új feltételt nem követelünk teljesítendőnek, a problémának nem csak $\lambda \equiv -1$ -gyel felelhetünk meg. Tényleg az $(n + 1)$ ismeretlen függvény

$$q_1, \dots, q_n; \lambda$$

számára *csakis* a (b) alatti n -számú egyenlet (pag. 15) teljesítése szükséges a

$$0 < t < t_1$$

időközben. Hiszen az (a) egyenlet csak határegyenlet, a (c) egyen-

let következménye a (b) egyenleteknek, és a (14) egyenletbeli $E(t)$ maga is ismeretlen függvény.

Megmutatom, hogy ha $új$ feltételül megkövetelem, hogy a 0-tól t_1 -ig terjedő időtartamban

$$H_1 = - \frac{\partial(F+f)}{\partial t}$$

mindig véges, és

$$H_0 = \sum_1^n \sum_1^n \frac{\partial^2 f}{\partial q_i' \partial q_j'} q_i' q_j'$$

folytonos és seholsem elenyésző legyen, és hogy a keresett mozgásra nézve fennálljon az eleven erő tétele, mely szerint

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{dF}{dt} = 0,$$

akkor a problémának csakis a LAGRANGE-egyenletek rendszere felel meg. Erre nézve kifejtem a (c) alatti egyenletet. A (15) egyenlet szerint

$$\Omega = F + f + \lambda(F - E(t)).$$

Ebből a (14) egyenlet tekintetbe vételével lesz

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{\partial(F+f)}{\partial t} + \lambda \left(\frac{\partial F}{\partial t} - E'(t) \right) = \frac{\partial(F+f)}{\partial t} + \lambda \left(\frac{\partial F}{\partial t} - \frac{dF}{dt} \right)$$

azaz

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = (1 + \lambda) \frac{\partial(F+f)}{\partial t} - \lambda \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{dF}{dt} \right),$$

tehát a (9) egyenlet erejénél fogva

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = (1 + \lambda) \frac{\partial(F+f)}{\partial t}.$$

Más részről (pag. 9) a (16) egyenlet értelmében

$$\sum_1^n \frac{\partial \Omega}{\partial q_i'} q_i' - \Omega = (1 + \lambda) \sum_1^n \sum_1^n \frac{\partial^2 f}{\partial q_i' \partial q_j'} q_i' q_j'.$$

Ezeknél fogva tehát a (9) föltétel fennállása esetén így írható a (c) egyenlet:

$$\frac{d}{dt} (1 + \lambda) H_0 = (1 + \lambda) H_1. \quad (c')$$

Azt állítom, hogy e (c') egyenlet az $(1+\lambda)t_1=0$ föltétel és a H_0 és H_1 -re vonatkozó megállapításoknál fogva csak úgy elégíthető ki, ha

$$1+\lambda\equiv 0.$$

Ha ugyanis $1+\lambda$ nem volna $\equiv 0$, akkor a (c') egyenlet belső ellenmondásra vezetne.

Ekkor ugyanis $(1+\lambda)H_0$ -sal oszthatnák és a (c') egyenletet így írhatnám:

$$\frac{d}{dt} \log. (1+\lambda) H_0 = \frac{H_1}{H_0}.$$

Legyenek t és τ a 0 és t_1 között fekvő időpontok és pedig $t < \tau$. Akkor tekintettel arra, hogy a λ és a H_0 folytonos függvények, az egyenletből következik, hogy

$$\log. \frac{(1+\lambda)_\tau H_{0\tau}}{(1+\lambda)_t H_0} = \int_t^\tau \frac{H_1}{H_0} dt,$$

hol $(1+\lambda)_\tau$ és $H_{0\tau}$ az $1+\lambda$ és a H függvények τ időbeli értékeit jelentik. Ez egyenlet jobboldala véges marad, ha $\lim. \tau = t_1$; ellenben a baloldalon $(1+\lambda)_\tau$ határtalanul közeledvén a 0 értékhez — míg a többi mennyiség véges marad —, az egyenlet baloldalának határértéke $= -\infty$. Ez pedig belső ellenmondás.

Megjegyzés. Az a feltétel, hogy a keresett mozgásra nézve az eleven erő elve fennálljon, pótolható avval az általánosabbal, hogy a LAGRANGE mozgási egyenleteivel összhangzásban álló

$$\Sigma \nu_i \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0 \quad (9^*)$$

egyenlet teljesüljön, hol a ν_1, \dots, ν_n szorzók csak annak a föltételnek vannak alávetve, hogy a (11*) egyenletekkel definiálandó H_0 a t_1 időtartamban seholse legyen 0, és a H_1 seholse ∞ .

Irjuk ugyanis a (6) egyenleteket így:

$$\frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i} + (1+\lambda) \frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} (1+\lambda) \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} = 0.$$

Ebből az egyenletrendszerből a (9*) egyenlet folytán következik, hogy

$$(1 + \lambda) \sum_1^n \nu_i \frac{\partial F}{\partial q_i} - \sum_1^n \nu_i \frac{d}{dt} (1 + \lambda) \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} = 0$$

azaz

$$(1 + \lambda) H'_1 - \frac{d}{dt} (1 + \lambda) H'_0 = 0, \quad (10^*)$$

hol

$$\begin{aligned} H'_0 &= \sum_1^n \nu_i \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} \\ H'_1 &= \sum_1^n \left(\nu_i \frac{\partial F}{\partial q_i} + \nu_i \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} \right). \end{aligned} \quad (11^*)$$

A (10*) egyenletből pedig ugyanazon megfontolások révén következik az $1 + \lambda \equiv 0$ identikus egyenlet, mint előbb a (c') egyenletből. A H'_0 és H'_1 -re vonatkozó követelés pedig kielégíthető például, ha

$$\nu_i = \alpha_i \frac{\partial F}{\partial q_i},$$

hol α_i pozitív reális szám; csak oly szűkre kell szabni a $0 - t_1$ időközt, hogy benne a $\frac{\partial F}{\partial q_i}$ -k sehol se váljanak 0-sá avagy ∞ -né.

II. Az I. pontban tárgyalt probléma, miként már előbbi dolgozatomban megjegyeztem volt,* közel áll a HELMHOLTZ-éhoz. A különbség abban áll, hogy HELMHOLTZnál (1) az idő csak annyiban lép be az f -be, a mennyiben az erők potenciálja ismert módon mozgó külső pontok koordinátáitól függ; és hogy (2) a variáció végzésére nézve, hallgatag bár, az a föltétel is ki van kötve, hogy nemcsak a belső, hanem a külső pontok is *ugyanazokból* a kezdő helyzetekből menjenek *ugyanazokba* a végső helyzetekbe úgy a variálatlan, mint a variált mozgásban. Ezen megszorítás ellenében feleslegessé válik az, hogy a keresett mozgásra nézve az eleven erő tételének érvényességét eleve mint külön meghatározást fogadja el.

Erre való tekintetből általánosítsuk HELMHOLTZ problémáját annyiban, hogy az f -ben ne csak külső pontok koordinátái, hanem sebességei is, és még általánosabban, hogy benne bizonyos meg-

* Pag. 12.

adott $\psi_k(t)$ függvények és ezeknek $\psi'_k(t)$ deriváltjaik is forduljanak elő. Ellenben a variálás kivételére vonatkozó föltételét tartsuk meg, úgy hogy a $\psi_k(t)$ függvények értékei az időtartam elején és végén *ugyanazok* legyenek úgy a variált, mint a variálatlan mozgásban. Ezt a föltételt úgy teljesítjük, hogy az összes változókat és a t időt úgy fogván fel mint egy variálás alá nem eső φ parameter függvényeit, megállapítjuk, hogy ugyanarra a φ -re vonatkozólag

$$\delta\psi_k=0, \quad \delta E=0$$

legyen; a mi azt jelenti, hogy a

$$\psi_k=q_k(\varphi)$$

és E függvények *nem* tartalmaznak *variálás* alá eső számokat. Ennek következménye az lesz, hogy

$$\delta\psi'_k(t) = \delta \frac{dq_k(\varphi)}{dt} = - \frac{dq_k(\varphi)}{\left(\frac{dt}{d\varphi}\right)^2} \frac{d\delta t}{d\varphi}$$

azaz $t' = \frac{dt}{d\varphi}$ jelölés mellett

$$\delta\psi'_k(t) = -\psi'_k \frac{1}{t'} \frac{d\delta t}{d\varphi}.$$

Ellenben $dq_i \geq 0$ és

$$\delta q'_i = \frac{d\delta q_i}{dt} - q'_i \frac{1}{t'} \frac{d\delta t}{d\varphi}.$$

Az actió variálására nézve tegyük

$$\Omega = F + f + \lambda(F - E(\varphi)).$$

Lészen akkor

$$\delta A = \delta \int_0^1 \Omega \frac{dt}{d\varphi} d\varphi = \int_0^1 \left(\delta \Omega \cdot \frac{dt}{d\varphi} + \Omega \frac{d\delta t}{d\varphi} \right) d\varphi = 0,$$

mely egyenlet, tekintettel az előre bocsátott megállapításokra, az ismert számítások révén a következő, *minden* t időben fennálló egyenletekre oszlik:

$$\Omega - \Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial q_i} q_i' - \Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial \psi_k'} \psi_k' = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \Omega}{\partial q_i'} = 0, \quad (b)$$

($i=1, \dots, n$)

Ámde

$$\Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial q_i} q_i' = (1 + \lambda) \Sigma \frac{\partial F}{\partial q_i} q_i' + E \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i',$$

$$\Sigma \frac{\partial \Omega}{\partial \psi_k'} \psi_k' = (1 + \lambda) \Sigma \frac{\partial F}{\partial \psi_k'} \psi_k' + \Sigma \frac{\partial f}{\partial \psi_k'} \psi_k'$$

és tekintettel az $F = E(\varphi)$ variáció-föltételre

$$\Omega = F + f.$$

Ezek felhasználásával és tekintettel arra, hogy $F = \Sigma \frac{\partial f}{\partial q_i} q_i' - f$,

az (a) egyenlet így írható :

$$(1 + \lambda) \Sigma \left(\frac{\partial F}{\partial q_i} q_i' + \frac{\partial F}{\partial \psi_k'} \psi_k' \right) + \Sigma \frac{\partial f}{\partial \psi_k'} \psi_k' = 0. \quad (a')$$

Ezt az egyenletet csak akkor elégíti ki a LAGRANGE-mozgás — mely esetben $1 + \lambda \equiv 0$ —, ha

$$\Sigma \frac{\partial f}{\partial \psi_k'} \psi_k' = 0$$

minden időben. Ha tehát például, miként HELMHOLTZNÁL, a kényszer-egyenletekben nem fordul elő az idő egyáltalában, és a potenciálban csak annyiban, a mennyiben benne az adott módon mozgó külső pontok *koordinátái* előfordulnak, — úgy, hogy

$$\frac{\partial f}{\partial \psi_k'} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \psi_k'} = 0,$$

akkor az (a') egyenlet, azaz most

$$(1 + \lambda) \Sigma \frac{\partial F}{\partial q_i} = 0,$$

maga után vonja az $1 + \lambda \equiv 0$ identitást, és evvel a LAGRANGE-

egyenleteket. Miután azonban a $\Sigma \frac{\partial f}{\partial \psi'_k} \psi'_k$ általánosan nem szükségképen 0, HELMHOLTZ fogalmazásának *általánosítása* nem vezet mindig a LAGRANGE-egyenletekre.

III. Az idézett dolgozatomban (VIII.) pontjában tárgyalt probléma megoldásánál hallgatva föltettem, hogy a $\frac{\partial f}{\partial t}$ függvény nem tartalmazza a q'_i sebességeket. Ugyanazt a föltevést használván itt is, fölirom a variáció probléma nyújtotta szükséges és elegendő föltételeket a következőkben:

$$\left(\Omega_1 - \sum_1^n \frac{\partial \Omega_1}{\partial q_i} q'_i \right)_{t_1} = 0 \quad (a')$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \Omega_1}{\partial q'_i} = 0 \quad (b')$$

$[i=1, \dots, n],$

hol

$$\Omega_1 = f + (1 + \lambda) F + \mu \frac{\partial f}{\partial t} + \mu E'(t) - \lambda E(t).$$

Miután a $\frac{\partial f}{\partial t}$, mely különben minden esetre függ a q_i -ktől, független a q'_i sebességektől, az (a') határegyenlet most is az

$$\left((1 + \lambda) \sum_1^n \frac{\partial F}{\partial q_i} q'_i \right)_{t_1} = 0$$

alakot veszi fel, minélfogva a t_1 időpontban $1 + \lambda = 0$. E határra vonatkozó megállapítás után marad a

$$q_1, \dots, q_n; \quad \lambda; \quad \mu$$

ismeretlenek meghatározására a (b') alatti n -számú egyenlet, melyekhez a probléma adataiból (pag. 13) a (23) és (24) alatti egyenlet folytán (tekintettel arra, hogy $E(t)$ nincs megadva) csak az egyetlen

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{dF}{dt} = 0 \quad (9)$$

egyenlet csatlakozik. Az ismeretlenek száma egygyel több lévén az egyenletekénél, a probléma határozatlan, ha csak még egy

adatot nem csatolunk az eddigiekhez. Álljon ezen adat abban a követelésben, hogy a keresett mozgás a

$$\sum_1^n \nu_i \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0 \quad (12^*)$$

egyenletnek is megfeleljen, hol a ν_i függvények nem valamennyien egyenlők a q'_i -kel, és egyébként a később részletezendő feltételeket teljesítik.

Azt állítom, hogy az összes követelmények csak úgy elégíthetők ki, ha

$$\begin{aligned} 1 + \lambda &\equiv 0, \\ \mu &\equiv 0. \end{aligned}$$

Az \mathcal{Q}_i behelyezése után ugyanis a következő alakot öltik fel a (b') egyenletek:

$$0 = \mu \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} + \frac{\partial f}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i} + (1 + \lambda) \frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} (1 + \lambda) \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}.$$

Ezekből a (12*) egyenlet erejénél fogva ered

$$0 = \mu \sum_1^n \nu_i \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} + (1 + \lambda) \sum_1^n \nu_i \frac{\partial F}{\partial q_i} - \sum_1^n \nu_i \frac{d}{dt} (1 + \lambda) \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i},$$

mely egyenletet a következő alakban írrom:

$$G_{10} \frac{d(1 + \lambda)}{dt} - G_{11} (1 + \lambda) - G_{12} \mu = 0,$$

hol

$$G_{10} = \sum_1^n \nu_i \frac{\partial F}{\partial q_i}; \quad G_{12} = \sum_1^n \nu_i \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i};$$

$$G_{11} = \sum_1^n \nu_i \left(\frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} \right).$$

Hasonlóképp ered a (b') egyenletekből a (9) erejénél fogva

$$G_{00} \frac{d(1 + \lambda)}{dt} - G_{01} (1 + \lambda) - G_{02} \mu = 0, \quad (14^*)$$

hol

$$G_{00} = \sum_1^n q_i' \frac{\partial F}{\partial q_i}; \quad G_{02} = \sum_1^n q_i' \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i};$$

$$G_{01} = \sum_1^n q_i' \left(\frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial q_i'} \right).$$

A mozgás folytonosságánál fogva az időtartam kellő megszorításával mindenesetre teljesíthető feltételek, melyeket a v_i szor-zók kielégítsenek, abban álljanak, hogy

$$H_0 = G_{00} G_{12} - G_{10} G_{02}$$

a 0-tól t_1 -ig terjedő időtartamban seholse legyen zérus, és hogy

$$H_1 = G_{01} G_{12} - G_{02} G_{11}$$

jelölés mellett a $\frac{H_1}{H_0}$ mindig véges érték legyen. Akkor a (13*) és (14*) egyenletekből a μ eliminálása után eredő

$$\frac{d(1+\lambda)}{dt} = \frac{H_1}{H_0}(1+\lambda)$$

egyenletből és az

$$(1+\lambda)_{t_1} = 0$$

határfeltételből úgy mint fentebb következik, hogy

$$1+\lambda \equiv 0;$$

minélfogva a (13*) révén, hol a G_{02} semmi esetre sem $= 0$, a μ is $\equiv 0$.

IV. Ha a VIII. elején kimondott problémában a t_1 jelenthet egy a 0 és egy fix időpont között fekvő bármely időtartamot, akkor a problémának megoldása *nem* egyesegyedül a LAGRANGE differenciálegyenletek értelmében történő mozgás.

Az (α') egyenlet ugyanis az általános esetben, a midőn $\frac{\partial f}{\partial t}$ a sebességeknek is függvénye, azt mondja, hogy

$$\Sigma \left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial q_i'} q_i' \right) - \Omega_1 \equiv (1+\lambda) \Sigma \frac{\partial F}{\partial q_i'} q_i' + \mu \Sigma \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i'} q_i' = 0, \quad (15^*)$$

mely egyenletnek most minden t időben fenn kell állania.

Ehhez járul a föltételi egyenletekből folyó

$$\frac{dF}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

és a (b) alatti n egyenlet. Van tehát összesen $n+2$ egymástól független differenciálegyenlet ugyanannyi ismeretlen függvény meghatározására. Ámde összesen $2n$ állandó van eleve megadva, t. i. az a_i , b_i koordináták; holott az egyenletek általános megoldásába $2n+1$ egymástól független állandó lép be.

Van azonban egy speciáleset, a midőn a probléma *általános* megoldása csakis a LAGRANGE-egyenletek szerint való mozgás. Ez épen a HELMHOLTZ tárgyalta eset, a midőn a kényszeregyenletek függetlenek az időtől, és a potenciál csak külső *koordinátáktól* függ, mely esetben

$$\begin{aligned} f &= T - U, & F &= T + U \\ \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} &= 0, \\ &(i=1, \dots, n) \\ \sum \frac{\partial F}{\partial q_i} q_i' &= 2T. \end{aligned}$$

Ekkor a (15*) egyenletből lesz:

$$(1 + \lambda) T = 0,$$

mely egyenletnek minden időben állani kell. Azért $1 + \lambda \equiv 0$, és a mozgási egyenletek a $\frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} = 0$ folytán ezt az alakot öltik:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial q_i'} - \frac{\partial f}{\partial q_i} + \mu \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} = 0, \\ (i=1, \dots, n)$$

De ez az egyenlet csak úgy nincs ellenmondásban az eleven erő tételével (9), ha

$$\mu \sum_i \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} q_i' = 0.$$

Ez az egyenlet vagy úgy teljesíthető, ha $\mu = 0$, vagy úgy, ha a μ szorzója $= 0$. Az első esetben a LAGRANGE-egyenletrendszerre jövünk, melynek általános megoldása $2n$ -számú független állan-

dót tartalmazván, a probléma általános megoldása. A második esetben épen a

$$\sum_i \frac{\partial^2 f}{\partial t \partial q_i} q'_i = 0$$

egyenlet a kezdő koordináták és sebességek között egy vonatkozást állapít meg, holott ezek egymástól függetlenül önkényszerűleg megadott számértékek. A második eset tehát nem vezet a probléma általános megoldására.

.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. május 20.-án tartott üléséből.)

EGY UJ SACCHAROMYCES.

KOSUTÁNY TAMÁS 1. tagtól.

Noha az ember a bibliai idők óta élvezi a bort, noha az egyiptomi papyrusok és hieroglyphék tanúsága szerint a sör a legeslegrégibb idők óta ismeretes, s így az erjedéssel járó tünetények sem lehettek ismeretlenek: a maig terjedő mintegy 4000 év alatt az erjedésről nem sok ismeretet szereztünk magunknak.

Ámbár az élesztőknek növényi voltát s ezek szaporodásának az erjedéssel való okozati összefüggését már régebben is sejtették: ezt csak 1835-ben CAGNIARD DE LATOUR állapította meg, s természetes is, hogy ezen parányi lényeket, mielőtt a mikroszkopok a tökéletességnek bizonyos fokára nem emelkedtek, tanulmányozni nem lehetett.

Az erjedést okozó organismusokat főleg morphologiai szempontból M. REES tanulmányozta először 1870-ben, ő adta nekik először a saccharomyces nevet; sajnos azonban, hogy osztályozását csak az élesztő külső alakjára alapította, pedig míg egyrésztől a különböző élesztők felette hasonlítanak egymáshoz, másrésztől egy és ugyanazon élesztő a különböző viszonyokhoz képest nagyon változtatja alakját; így például a szerint, a mint ugyanazon tisztán tenyésztett élesztőnek üledékét, vagy a kiejert folyadék felszínén képződött hártját vizsgáljuk, más és más képet kapunk.

Mióta HANSEN-nek 1881-ben sikerült egyetlen sejtől kiindulva a különböző élesztőket külön tisztán tenyészteni, olyan útra léptünk, mely nemcsak a tudomány tekintetében, de a praxis szempontjából is rendkívül fontosnak bizonyult.

A modern sör ma már tisztán tenyésztett élesztővel készül,

ugyancsak tisztán tenyésztett élesztőt kezdenek használni a szeszgyárak, s igen szép jövőt lehet jósolni a tisztán tenyésztett élesztőknek a borászat terén.

REES előtt jóformán csak kétféle élesztőt ismertek: a felső élesztőt és az alsó élesztőt (Oberhefe és Unterhefe). REES már *saccharomyces cerevisiæ*, *ellipsoideus*, *exiguus*, *apiculatus*, *conglomeratus*, *Pasteurianus* és *Reesii*-t különböztetett meg; HANSEN azonban a hártvaképzés, az ascosporaképzés és a különböző czukornemek iránt való viselkedés szerint már 11 különböző *saccharomyces*-t ír le s ma ugyanezen alapon mintegy 20-féle *saccharomyces*-t ismerünk s közel 40-re megy a száma a *mucor*-, *torula*-, *monilia*-, *endoblastoderma*-, *mycoderma*- és *oidium*-féléknek, melyeket egyik vagy másik tulajdonságuk a tulajdonképeni élesztőkhöz tesz hasonlókká.

Néhány hét előtt Mártonvásárra rándulván, az ottan gyéren szellőzött és hideg uradalmi pincze falán egy különös szürkés-fekete penészt találtam, melyből egy kis próbát vittem haza és sörle-gelatinra téve, a szükséges óvintézkedések mellett tenyészteni kezdettem. A gelatint rövid pár nap alatt penész vegetatio vontá be, de a gelatinás kémcső egyes részein 15—20 olyan colonia is látszott, mint a minőket az élesztők szoktak alkotni a gelatinon. Sterilizált platinatüvel egyet kiválasztva, górcső alatt megvizsgáltam s meglepett a sejteknek a *saccharomyces*ekhez hasonló alakja, miért is próbaképen sterilizált és conservált mustba oltottam.

A muston pár nap alatt ránczos hártva képződött, mely az erjesztő palaczk oldalára $1\frac{1}{2}$ cm. magasan felhuzódott; egyidejűleg elég gyér gázfejlődés mutatkozott ugyan, de a gázbuborékok nem bírták áttörni a felszínen levő élesztő hártvát, hanem azt több helyen verébtójas nagyságú buborékok alakjában felfújták.

Górcső alatt vizsgálva, nem a rendes hártvaképző sejteket, hanem a borvirághoz hasonló sejteket láttam, de hogy nem a közönséges *saccharomyces mycoderma*-val — borvirággal — volt dolgom, elárulta az, hogy a sterilizált boron 14 napon belül a beoltás után nem akart szaporodni.

Az új *saccharomyces*-t komlózott sörlebe is átoltottam, három nap alatt ezen is vékony ránczos hártva képződött, ez azon-

ban teljesen különbözött a muston képződött hártýától: gázfejlődés nem mutatkozott, a hártýa vékony maradt s helyette nagy üledék verődött, míg a mustban vastag hártýaréteg mellett alig képződött valamelyes üledék.

Górosó alatt vizsgálva, a sejtek a hártýából hosszúkásak, az üledékből gömbölyűek. Eleinte azt hittem, hogy két különböző organismussal van dolgom, azonban ezen nézetem megingott, mert úgy látszik, hogy a hosszúkás hártýaképző sejtek a folyadék felszine alatt szaporodván, mint az más élesztő féleknél is történik, gömbölyű sejtekké változnak.

Biztosan ezen állítást még nem mondhatom ki, mert függő csepp kulturám első ízben tönkre ment, a második kultura már sikerült ugyan, de még nem szaporodott el annyira, hogy vele tüzetes kísérleteket tenni lehetett volna.*

Legfeltűnőbben különbözik azonban ezen új élesztő az eddig ismert összes élesztőktől az úgynevezett óriás-telep képződésében. Sörlé-gelatinába oltva, míg az eddig ismert élesztők telepe a középén medenczét képez és miniature-krátterszerű; addig az új élesztő telepének közepe meredeken kiemelkedik egy mm.-nyire s a kinyilott székfű virághoz annál is inkább hasonlít, mert a kiemelkedő középrész valamivel sárgásabb színű a környezetnél. Ezen középrészen a fejlődés legkülönbözőbb fokán levő sejteken kívül igen nagy számmal találunk ascosporákat. A középrész kidudorodása látható a kémcsőben tenyésztett telepeken is, de nem ilyen szabályosan, s ebben az új élesztő az eddig ismert összes élesztőktől eltér.

Ezen élesztő chemiai magatartását ez ideig csak igen felületesen ismerem, mert csak 50—60 cm. kiterjedt folyadék állott rendelkezésemre, s ez nem volt elegendő arra, hogy benne mindazon alkotórészeket meghatározhassam, melyeknek meghatározását óhajtottam volna.

Két kísérlet eredménye a következő volt:

* A jelen értekezés kinyomatásáig végzett kísérletek azt mutatják, hogy valóban két új saccharomyces keverékével volt dolgom, melyek egyike valódi szeszesztő s czukorból szénsav fejlődés mellett szeszt képez, a másik ellenben — hosszúkás sejtű — borvirágszerű hatást mutat s a szeszt elégeti.

	Must erjedés			Sörlé erjedés	
	előtt	után		előtt	után
Invert cukor	18·13	— 0·38%	Maltose	7·5	— 2·61 %
Szárazanyag	19·87	— 1·60 «	Szárazanyag	11·5	— 7·60 «
Sav (borkósav)	0·68	— 0·84 «	Tejsav	0·045	— 0·072 «
Szesz	—	— 4·00 «	Szesz	—	nyomok.

Fellette meglepő, hogy élesztőnk a mustból 17·75% cukrot kierjesztvén, csak 4·0% alkoholt képezett, holott más élesztők előbbi vizsgálataim szerint ennyi cukorból legalább kétszer anynyi szeszt készítettek. A sörléből is eltűnt közel 5% maltose a nélkül, hogy szesz képződött volna; azonban valamelyes szesz, annyi a melynek kimutatására bromoform reactióra volt szükség, mégis keletkezett.

A cukor tehát eltűnt, a szesz kevés, vagy majdnem semmi, kérdés, hogy mi történt vele? Lehet, hogy ezen új saccharomyces a cukrot oxydálván, elégeti; de az is lehet, hogy szeszt képez azt égeti el a borvirág módjára. Ha az aránylag csekély szén-savfejlődést tekintem, s ezt az erjedés mértékének veszem, azt kellene hinnem, hogy csekély mérvű levén az erjedés, valószínű, hogy a cukor oxydáltatik; ellenben, ha a dús hártvaképződést veszem tekintetbe, akkor valószínűbb, hogy a keletkezett szeszt — in statu nascenti — azonnal oxydálja egészen oly módon, mint a borvirág.

További kísérleteim feladata lesz ezen kérdést tisztába hozni.

Ezen élesztő minden esetre a valódi saccharomycesek közé tartozik

- a) mert sarjadzás által szaporodik,
- b) mert ascosporákat képez,
- c) mert a cukrot szeszszé is változtatja. Az eddig ismert saccharomycesek közül a s. membranafaciens Hansen-nel lehetne összetéveszteni, de ettől különbözik, mert erjeszt és gelatinát nem folyósít, s a színe sem szürkés.

A saccharomyces apiculatussal sem azonos, mert a maltosét elpusztítja és ascosporákat képez, ezzel azonkívül már a hártva-képződés miatt sem lehet azonos.

Kétségen kívül egy egészen új, az eddig ismertektől lénye-

gesen eltérő magatartásu saccharomycessel van dolgunk. Nevet egyelőre nem adok neki, ezt csak akkor tehetem és teszem, ha tanulmányozását befejeztem.

Talán egy kissé korai is egy nem egészen kidolgozott dologgal járulni a Tekintetes Akadémia színe elé; e tekintetben mentesen a lázas tevékenységgel haladó tudomány, s míg egyrésztől konstatálni kívántam, hogy a tudományoknak ezen ága sem hever egészen parlagon hazánkban, másrésztől, noha tanulmányaimat még folytatni fogom, prioritásomat akartam ezen előleges jelentéssel biztosítani.

Ezen új élesztőnek gyakorlati jelentőségéről ez idő szerint még nem akarok véleményt kockáztatni.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1895. június 24.-én tartott üléséből.)

A NÉGYZETES ALAKOK ELMÉLETÉHEZ.

BAUER MIHALY-tól.

A négyzetes alakok elméletének kiinduló pontja az alakoknak osztályokba való sorozása, ennek alapján beszélünk æquivalens osztályokról, vagy pedig oly osztályról, mely egy másikat tartalmaz. Kérdés, hogy ha az alakoknak felosztása arithmetikai szempontból értékészletök szerint történik, vajjon összeesik-e ezen osztályozás az előbbivel?

LEGENDRE igenlőleg felelt ezen kérdésre, bizonyítás nélkül.* SCHERING** vizsgálatai azonban kimutatták, hogy ez nincs minden esetben így, hanem pl. sajátosan (proprie) primitiv alakokra szorítkozva, a dolog igaz. Ezen vizsgálatok eddigelé nem voltak beilleszthetők az elemi arithmetika rendszerébe, a hová természetszerűleg tartoznak. Elvi akadály volt a két DIRICHLET-féle törzsszámtétel, melyre SCHERING bizonyításaiban támaszkodik; azonkívül fölös módon a compositio elméletét is behozza.

Szándékom legalább azon speciálisabb problémát elemileg tárgyalni, mely szerint sajátosan primitiv alakok körében az algebrai és arithmetikai æquivalentia összeesik.*** Jelen közlemény két részre oszlik. Az első részben kimutatom, hogy az arithmetikai æquivalentiából következik a determinánsok egyenlősége. A gondolatmenetben itt lényegben SCHERINGET követtem, csak hogy a bizonyítás minden részlete elemi. A második részben egyelőre

* Théorie des nombres 3^e édition t. I. p. 237.

** Théorèmes relatifs aux formes etc. Lionville Journal 1859, pag. 253—270.

*** Die Fundamental-Classen etc. Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. XIV.

negatív determinánsú alakokra mutatom ki, hogy arithmetikailag æquivalensek lévén, egymásba is transformálhatók. Hogy az algebrai æquivalentiából viszont következik az arithmetikai, az az értelmezésből folyik.

I.

Legyen adva két arithmetikailag æquivalens, sajátosan primitív alak

$$F=(A, B, C), \quad f=(a, b, c).$$

A determinánsok legyenek D, d . Mindenekelőtt világos, hogy ezeknek előjele ugyanaz, hiszen negatív determinánsú alak értékkészlete állandó előjelű, míg pozitív determinánsú alak mind pozitív, mind negatív számokat ábrázol. Különben ez még következik azon, később is alkalmazandó tételből, hogy Dd teljes négyzet. Ha ugyanis nem volna az, léteznék egy hozzá relativ prim és páratlan m szám, a melyre

$$\left(\frac{Dd}{m}\right)=-1,$$

és így m -nek valamely q törzstényezőjére

$$\left(\frac{Dd}{q}\right)=-1, \quad \left(\frac{D}{q}\right)=-\left(\frac{d}{q}\right)$$

volna. Legyen pl.

$$\left(\frac{D}{q}\right)=-1, \quad \left(\frac{d}{q}\right)=1 \tag{1}$$

Ebből láthatjuk, hogy F nem ábrázolhat oly számot, mely q -nak csak első hatványával osztható. Evvel ellentétben az f ábrázol ily számot. Feltehetjük ugyanis, hogy a nem osztható q -val,* tehát az

$$ax^2+2bx+c\equiv 0 \pmod{q}$$

congruentiából következik az

$$a(ax^2+2bx+c)\equiv (ax+b)^2-d\equiv 0 \pmod{q} \tag{2}$$

* Disqu. arithmeticae, art. 228.

congruentia és fordítva. De (1) értelmében (2) kielégíthető, legyen egy gyök $x \equiv \xi \pmod{q}$, ekkor az f alak ábrázolja az

$a(\xi + hq)^2 + 2b(\xi + hq) + c = a\xi^2 + 2b\xi + c + 2qh(a\xi + b) + ah^2q^2$ számokat. Ha nincs kielégítve az

$$a\xi^2 + 2b\xi + c \equiv 0 \pmod{q^2}$$

congruentia, akkor $h=0$ ad egy oly számot, mely q -nak csak első hatványával osztható. Ha ki van elégítve, akkor h értékét q -hoz relativ primnek vévén, kapunk egy ily számot, mert az

$$a\xi + b \equiv 0 \pmod{q}$$

esetében (2) szerint d is osztható volna q -val, a melyhez pedig relativ prim.

Ki kell mutatnunk, hogy a determinánsok egyenlők. Ez meglesz, ha bebizonyítjuk, hogy D minden törzstényezője d -nek is törzstényezője és fordítva, valamint hogy a törzstényezők kitevői egyenlők. Két eset fordulhat elő.

1. A törzstényező kitevője páratlan, azaz

$$D = \pm p^{2\lambda+1} D', \quad d = \pm p^{2\nu+1} d',$$

ki kell mutatni, hogy $\lambda = \nu$. Tegyük fel ezzel ellentétben, hogy $\lambda > \nu$. Ekkor f ábrázolja az

$$ab^2 - 2bba + ca^2 = -a(b^2 - ac) = -ad$$

számot s ha, a mint feltehetjük, a p -vel nem osztható, $-ad$ p -nek csak $2\nu+1$ -dik hatványával osztható. Ezen számot az F alak nem ábrázolhatja. Föltehetjük ismét, hogy A nem osztható p -vel, ekkor az F ily alakra transformálható *

$$F = Ax^2 + 2B'p^{\nu+1}xy + C'p^{2\nu+2}y^2,$$

és így, ha értékészletének egy száma p -nek $2\nu+1$ -dik hatványával osztható, kell hogy erre nézve x^2 osztható legyen $p^{2\nu+1}$ -gyel, tehát $p^{2\nu+2}$ -vel is; az ábrázolt szám tehát p -nek legalább is $2\nu+2$ -

* DIRICHLET-DEDEKIND: Vorlesungen über Zahlentheorie pag. 153. (4. Aufl.)

dik hatványával osztható. Ép így nem lehet $\nu > \lambda$, tehát csakugyan $\nu = \lambda$. Külön kiemelem, hogy ezen következtetés a $p=2$ esetre is érvényes.

2. A törzstényező kitevője páros, azaz

$$D = \pm r^{2\mu} D'', \quad d = \pm r^{2\varrho} d''.$$

Tegyük fel, hogy

$$\mu > \rho, \quad \mu - \rho > 0.$$

Az eredeti alakoktól transformáció útján áttérhetünk az

$$F' = (A, r^\mu B', r^{2\mu} C'), \quad f' = (a, r^\varrho b', r^{2\varrho} c')$$

alakokhoz. Tekintsük a két értékészletnek azon számait, melyek r^ϱ -val oszthatók. Ha ezeket r^ϱ -val elosztjuk, ezek nyilván az

$$F'' = (A, r^{(\mu-\varrho)} B', r^{2(\mu-\varrho)} C'), \quad f'' = (a, b', c') \quad (3)$$

sajátosan primitív alakok értékészletét teszik, kell tehát, hogy e két értékészlet összeessék. Legyen először r páratlan. Az F'' alak determinánsa r -nek legalább négyzetével osztható, tehát az értékészletnek r -rel osztható számai legalább r^2 -tel oszthatók, továbbá az értékészlet r -re nézve állandó jellegű.* Az f'' alak determinánsa $\pm d'' = \bar{d}$ r -hez relativ prim, ezenkívül

$$\left(\frac{\bar{d}}{r} \right) = -1$$

mert máskülönben, mint már láttuk, f'' ábrázolna r -nek csak első hatványával osztható számokat. Ha már most $r \equiv 1 \pmod{4}$, akkor

$$\left(\frac{\bar{d}}{r} \right) = \left(\frac{-\bar{d}}{r} \right) = \left(\frac{-a^2 \bar{d}}{r} \right) = -1$$

azaz

$$\left(\frac{a}{r} \right) = - \left(\frac{-a\bar{d}}{r} \right),$$

de az f'' értékészletében mind a , mind $-a\bar{d}$ előfordulván, f'' értékészlete r -re nem állandó jellegű. Ha pedig $r \equiv 3 \pmod{4}$,

* DIRICHLET-DEDEKIND: Vorlesungen über Zahlentheorie pag. 313. (4. Aufl.)

térjünk át f' -ről egy parallel alakra, melynek második együtthatója osztható r -rel

$$f' = (a, b''r, c'')$$

lesz

$$\left(\frac{\bar{d}}{r}\right) = -1, \quad \left(\frac{-\bar{d}}{r}\right) = \left(\frac{-b''^2 r^2 + ac''}{r}\right) = \left(\frac{ac''}{r}\right) = 1$$

és az értékkészlet bármely számára vonatkozólag

$$af' \equiv a^2 x^2 + ac'' y^2 \equiv X^2 + Y^2 \pmod{r}$$

a hol $X, Y \pmod{r}$ a teljes maradéksor. Azonban már az $X^2 + 1 \pmod{r}$ számok nem mind maradékok r -re, mert akkor 1 maradék lévén, az összes számok \pmod{r} maradékok volnának. Ennek folytán f' értékkészlete nem állandó jellegű r -re. Tehát nem lehet $\mu > \rho$. Épen így nem lehet $\rho > \mu$, következésképp $\mu = \rho$.

Térjünk át végül az $r=2$ esetére. Ha felteszszük, hogy a kitevők nem egyenlők, két oly alakot kapunk, melyek egyikének determinánsa páratlan, míg a másik determináns legalább 4-gyel osztható. Ha a páratlan determináns $\equiv 1 \pmod{4}$, akkor ezen alak ábrázol úgy $4n+1$, mint $4n+3$ alakú számokat, míg a másikra $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ állandó. Ha pedig a páratlan determináns $\equiv 3 \pmod{4}$, akkor ezen alak ábrázol oly számot, mely 2-nek csak első hatványával osztható, míg a másik alak ily számot nem ábrázol. Kell tehát, hogy a kitevők egyenlők legyenek.

II.

Most már csak negatív determinánsú alakokra szorítkozunk.

$$\begin{aligned} F &= (A, B, C), & D &= -\Delta \\ f &= (a, b, c), & d &= -\Delta. \end{aligned}$$

Feltehetjük, hogy mindkét alak pozitív alak. Legyen A az F értékkészletének legkisebb száma, természetesen a zérustól eltekintve. Ezt mindig feltehetjük, mert az alak a legkisebb számot sajátosan ábrázolja, hiszen máskülönben sajátosan ábrázolná annak egy valódi osztóját. Épen így legyen a az f értékkészletének legkisebb száma. De az értékkészletek összeesvén

$$A = a = \bar{a}$$

és így

$$F = (\bar{a}, B, C), \quad f = (\bar{a}, b, c);$$

legfőlebb parallel alakra térve át, feltehetjük, hogy $|2B| \leq \bar{a}$; ismeretes továbbá, hogy mint az értékkészlet legkisebb száma

$$\bar{a} \leq \sqrt{\frac{4A}{3}}.$$

Tegyük fel először, hogy $\bar{a} > 1$. Az eddigiekből

$$\bar{a}F = (\bar{a}x + By)^2 + Ay^2, \quad \bar{a}f = (\bar{a}\xi + b\eta)^2 + A\eta^2.$$

Ezen két számsokaságnak össze kell esni; minden szám, mely előfordul az egyikben, előfordul a másikban is. Ha

$$x = 1, \quad y = e_1 = -\text{sgn. } B$$

akkor

$$[\bar{a}F]_{\substack{x=1 \\ y=e_1}} = (\bar{a} + e_1B)^2 + A \leq \bar{a}^2 + A < 4A. \quad (1)$$

Ezen számot

$$\bar{a}f = (\bar{a}\xi + b\eta)^2 + A\eta^2$$

is ábrázolja, erre nézve okvetetlenül $|\eta| < 2$, tehát η csak 0, +1, vagy -1 lehet. Ha $\eta = 0$, akkor $\bar{a}f$ osztható a^2 -tel és így

$$\begin{aligned} (\bar{a} + e_1B)^2 + A &= \bar{a}^2 + 2e_1\bar{a}B + B^2 + \bar{a}C - B^2 = \\ &= \bar{a}(\bar{a} + 2e_1B + C) \equiv 0 \pmod{\bar{a}^2} \end{aligned}$$

vagyis

$$2e_1B + C \equiv 0 \pmod{\bar{a}}. \quad (2)$$

Most két esetet különböztethetünk meg.

1. A (2) alatti congruentia nincs kielégítve. Ekkor nem lehet η zérus, legyen $\eta = e_2$. És így

$$(\bar{a} + e_1B)^2 + A = (\bar{a}\xi + e_2b)^2 + A$$

vagyis, ha e_3 ismét ± 1

$$\begin{aligned} \bar{a} + e_1B &= e_3(\bar{a}\xi + e_2b) \\ B - e_1e_2e_3b &\equiv 0 \pmod{\bar{a}} \end{aligned} \quad (3)$$

és hogy ha

$$B = e_1e_2e_3b + \bar{a}\delta$$

akkor az f alakot az

$$\begin{pmatrix} 1 & \delta \\ 0 & e_1 e_2 e_3 \end{pmatrix}$$

helyettesítés átviszi az F alakba. A két alak æquivalens, egyenesen vagy ferdén.

2. A (2) alatti congruentia ki van elégitve. Ekkor alkalmazzuk F -re az

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & e_1 \end{pmatrix}$$

helyettesítést. Lesz

$$\bar{a} = \bar{a}$$

$$\bar{B} = \bar{a} + e_1 B, \quad |\bar{B}| \leq \bar{a}$$

$$\bar{C} = \bar{a} + 2e_1 B + C, \quad \bar{C} \equiv 0 \pmod{\bar{a}}.$$

Ha már most

$$x = 1, \quad y = \varepsilon_1 = -\text{sgn. } \bar{B}$$

akkor ismét

$$(\bar{a} + \varepsilon_1 \bar{B})^2 + \Delta \leq \bar{a}^2 + \Delta < 4\Delta.$$

Azonban már most a megfelelő γ zérus nem lehet, mert akkor

$$\bar{C} \equiv 0 \pmod{\bar{a}}$$

lévén, volna

$$2\bar{B} \equiv 0 \pmod{\bar{a}}$$

s így az \bar{a} , $2\bar{B}$, \bar{C} számok mindegyike osztható volna \bar{a} -vel, vagyis az alak nem volna sajátosan primitív. E megjegyzés után az előbbi következtetést ismételve, látjuk, hogy a két alak æquivalens, egyenesen vagy ferdén.

Ha végre $\bar{a} = 1$, akkor mindkét alak parallel az

$$(1, 0, \Delta)$$

alakhoz és így æquivalensek is.

AZ $\alpha_1\alpha_2$ -THIONAPHTALIN ÉS NÉHÁNY SZÁRMAZÉKA.

HERZFEILDER A. D.-től.

Az alább közölt vizsgálat tárgyára RAMSAY tanár úr volt szives figyelmemet felhívni, kinek ezért e helyen köszönetet mondok. Egy alkalommal feltűnt neki, midőn α -nitronaphtalint kénnel hevített, hogy magasabb temperaturánál gázok fejlődtek és a keverék világos-zöld színűvé lett. 1893 ősze óta majdnem kizárólag ennek a reactionak vizsgálatával és az így keletkezett zöld test meghatározásával voltam elfoglalva. Annyival is inkább érdekelt engem ez a tárgy, mert csakhamar meggyőződtem arról, hogy ezen reactioban az α -nitronaphtalin minden nitrogentartalmát elveszíti, én pedig eddig egy adatot sem találtam, a hol nitrotest hasonlóan viselkedett volna.

Kénnek és α -nitronaphtalinnak minden arányban készült keveréke adja hevítésnél az új testet, de ha 80%-nál több ként használunk, akkor a keletkezett sárga, kemény anyagból azt izolálni alig lehet. Legjobbnak bizonyult, ha körülbelül 20—25% ként veszünk, ilyenkor változatlan marad ugyan a nitronaphtalin egy nagy része, de ezt könnyű eltávolítani, míg kénből csak kis mennyiség marad vissza, és ez annál is fontosabb, mert mint mindjárt látni fogjuk, a kén eltávolítása igen körülményes. Rendesen 150 gr. α -nitronaphtalint és 30 gr. ként közép nagyságú ERLÉNMEYER-féle pohárban szabad lángon hevitettem. Az anyagot, ahogy megolvadt, folytonos mozgatás mellett 270°-ig hevítjük, mikor egyszerre SO_2 fejlődik, mely távozásánál sok nitronaphtalint is visz magával. A keverék forrni kezd, zöld majd fekete színt ölt. A reactio oly heves, hogy a további melegítés felesleges. Egy asbestlapra állítva az üveget, 2—3 perc múlva a reactio be van fejezve és a sűrű még meleg folyadékot nyitott edénybe önthetjük.

Ha itt egészen kihült, fekete, könnyen porrá törhető tömeg van előttünk, mely szénből, nitronaphtalinból, kevés kénből és az új testből áll. Alkoholal vagy ætherrel kivonható belőle a nitronaphtalin, és ezután nagy mennyiségű chloroformmal vagy széndisulfiddal főzve sötétzöld, még vékony rétegben is alig átlátszó oldatot kapunk. Az oldat erős színezete annál feltűnőbb, mert az új test igen nehezen oldódik. A chloroform- vagy széndisulfidoldatból alkohol, æther vagy ligroin egy száraz állapotban sötétzöld amorph port csap le. A præcipitálás nagy mennyiségű alkoholal történik, mert az alkohol a ként is meglehetősen oldja *, mindenesetre azonban a még visszamaradt nitronaphtalint oldva fogja tartani. Ezt az eljárást többször ismétljük és végül a vacuum-exsiccatorban szárított anyagot addig főzzük új és új alkohol részletekkel, míg ez utóbbi kissé zöld lesz. Az új test ugyanis sokkal kevésbé oldódik alkoholban, mint a kén, és így sikerült eltávolítanom még azon kis mennyiségű szabad ként is, melyet az amorph por præcipitálásánál állandóan magával ránt. Az így megtisztított és 5 napig a vacuum-exsiccatorban állott anyagban 19,5% ként találtam, míg az első præcipitálásnál 27%-ot.

Ez a 19,5% kén a vegyület constitutiojához tartozik, erre vall az, hogy ezt a tartalmat csökkentenem nem sikerült, hogy különböző eljárások mellett sem sikerült kevesebb kéntartalmat elérnem, és végül, hogy vacuumban melegítve, ként belőle kidestillálni nem tudtam.

Más módon is igyekeztem a testet a kéntől megszabadítani. Így például megkísérlettem phenololdatból alkoholal vagy vízzel lecsapni, vagy nitrobenzolból, acetonból, amylacetatból ligroinnal, ætherrel, alkoholal, továbbá anilinból sósavas alkoholal való præcipitálással, végül a præcipitálással nyert pornak szintelen ammoniumsulfhydráttal való kirázása által. Mindezen eljárások ugyanazon eredményhez vezettek, az először említett mód azonban legkényelmesebbnek bizonyult.

Ezután minden törekvésem oda irányult, hogy a vegyületet kristályos alakba hozzam, azonban eredménytelenül. Minden oldószerből akár kihülésnél, akár az oldószer elpároltatásánál, hő

* Bloxam, Ch. N. 53. 181.

által vagy vacuumban, és valamennyi megkísérlett praecipitálásnál is a vegyület mindig amorph por alakban vált ki. Sőt azon lassú processusnál is, mikor phenol a levegőből vizet vonva magához hydráttá változik át, a testet kristályos alakban nem nyerhettem. Sublimálnom a vegyületet nem sikerült; még azon nagyfokú vacuumban is, melyet a SCHULLER-féle légszivattyú használata által elérhettem, melegítéskor elbomlik, de nem sublimál.

Tekintettel arra, hogy a naphtalin jól jellegzett kettős sókat ad, például pikrinsavval, megpróbáltam ezt is az új testnél, de sikertelenül.

Most már a vegyület physikai sajátságait határoztam meg. Vizgőzzel nem destillálható. Mint már említettem, legnagyobb részét csak oly anyagokban oldható, melyek a kén is oldják, ilyenek a chloroform, széndisulfid, nitrobenzol, amylacetat, anilin stb. Oldhatósága feltűnően csekély, mint ezt a következő adatok mutatják:

100 gr.		old.
chloroform	--- --- --- --- 61°-on	0,217
"	--- --- --- --- 15° "	0,201
amylacetat	--- --- --- --- 15° "	0,313
nitrobenzol	--- --- --- --- 15° "	2,150

Olvadási pontja 155°. Fajsúlya olvadt vagy nem olvadt állapotban, igen finom porral, a lebegés módszere szerint meghatározva egyaránt 1,225. A molekulasúlyt a BECKMANN forrpont módszere szerint chloroformban 152°-nek találtam. A kén meghatározása a következő eredményt adta:

0,1040 gr. anyagból nyertem 0,1480 gr. $BaSO_4$ -et, azaz 0,0203 gr.-ként, a mi 19,54%-nak felel meg.

Nitrogent a vegyületben egyáltalán nem találtam. Erről a feltűnő tényről DUMAS módszere szerint végzett igen sokszor ismételt meghatározások által győződtem meg.

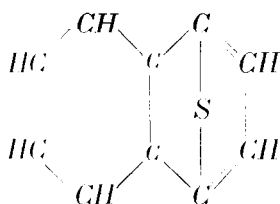
A constitutio meghatározásánál a következőből indultam ki. Úgy a vegyület keletkezése, mint brom és salétromsav iránti magatartása bizonyítja, hogy szerkezete hasonló a naphtalinéhez. A kén substitutioja az α -helyen kell hogy történt legyen, mert sima

reactionál helycserét nem tételezhetünk fel. De a kén csak egy vegyértékkel léphetett be a nitrocsoport helyére, a második vagy hydrogenhez, vagy oxygenhez lehetne kötve. A szén meghatározás ez esetben különbséget nem tüntetne fel, a direkt oxygen meghatározás sem oly bizonyító erejű, hogy ez a kérdést eldönthesse. De a zöld vegyületnek nincs szaga és nem is ad csapadékot mercurichloriddal vagy eczetsavas ólommal, a mi pedig az *SH* csoport karakteristikuma, és másrészt nem oldódik sem savakban, sem lúgokban.

Az a feltevés, hogy talán két kén két naphtalingyűrűt köt össze, nem fogadható el, mert egy ilyen az azotestekhez hasonló vegyület nem volna oly kevésbé reactióképes, és molekulársúlya is kétszer akkora volna. Csak az a lehetőség marad meg, hogy a kén második vegyértékével szintén egy szénatomhoz van kötve, még pedig a naphtalinban magában. Képlete tehát $C_{10}H_6S$ volna. Ennek meg is felel az analysis, mert 19,54% ként találtam 20,3% helyett és a molekula súly meghatározása is, melyet 152-nek találtam 158 helyett. Megfelel ennek továbbá a vegyület semleges magaviselete is.

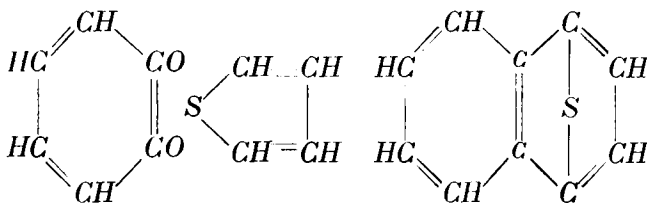
Hogy melyik szénatomokat köti össze a kén, erre a kérdésre megfelel egyrészt az oxydálás, melynél phtálsavat kaptam, másrészt a brom hatása. Ha ugyanis concentrált széndisulfidos oldathoz sok bromot csepegtetünk és azután a felesleges bromot és a széndisulfidot vacuumban eltávolítjuk, akkor más származékok mellett, melyekről alább szólok, $\alpha_1\alpha_2$ dibromnaphtalin keletkezik. Ezt identifikálhattam úgy az analysissel, mint az olvadási pont meghatározásával.

Ez eredmények alapján, azt hiszem, a kén által α -nitronaphtalinból 270° -ra való hevítésnél keletkező zöld testnek szerkezetét jogosan következő képlet fejezheti ki.



Az itt leírt vegyületet szerkezete szerint az $\alpha_1\alpha_2$ thionaphthalin, vagy más nomenclatura szerint 1,4 thionaphthalin elnevezés illeti meg. Én az első kitétel fogom használni, annyival is inkább, mert REVERDIN és NÖLTING is ezt a jelzést alkalmazták.

Feltűnő, hogy az $\alpha_1\alpha_2$ thionaphthalin physikai sajátságaiban oly annyira megegyezik bizonyos condensatio terményekkel, melyeket VICTOR MEYER a thiophenről szóló munkájában említ. Mikor thiophent kénsavban oldva összehozott diketonokkal, melyekben a CO—CO csoport* megvan, azaz a két keton orthopositiot foglal el, akkor karakteristikus színű, amorph, poralakú vegyületeket kapott, melyek ætherben, ligroinban oldhatlanok, de chloroformban oldhatók. Feltűnő másrészt az is, hogy az $\alpha_1\alpha_2$ thionaphthalin szerkezeti képlete szerint oly terménynek tekinthető, mely a hypothetikus benzolorthoquinonnak thiophennel condensatiojából állhat elő.



Itt bizonyítás nélkül hallgatagon feltételeztem azt, hogy a condensatiot az α -helyen álló szénatomok közvetítették. Erről ugyan VICTOR MEYER kutatásai nem adnak felvilágosítást, de az a tény, hogy az $\alpha_1\alpha_2$ thionaphthalinnal, a hol az α -helyek el vannak foglalva, a β -helyek pedig szabadok, a thiophennek megfelelő reactiokat diketonokkal előállítani nem tudtam, e feltevést elfogadhatónak tünteti elő.

Azt hiszem, hogy ez az igen nagy mérvű hasonlóság két annyira különböző úton előállított test között említésre méltó.

Áttérek most a származékok ismertetésére. Mindnyájukat jellemzi, hogy szilárd, amorph testek, és mindannyi színes.

* V. MEYER: Thiophengruppe 24—25.

Monobromthionaphtalin	---	---	---	---	világoszöld
A sulfosav bariumsója	---	---	---	---	szürke
A sulfosav ólomsója	---	---	---	---	fekete
Thionitro termék I.	---	---	---	---	téglavörös
" " II.	---	---	---	---	vörösbarna.

Mindezen testek előállítása nehéz, mert csak igen kis mennyiségben keletkeznek, s azonkívül tisztításuk sok fáradsággal jár.

A brom hatása.

Ha a thionaphtalinak híg chloroform vagy széndisulfid oldathoz kevés mennyiségű bromot csepegtetünk, akkor az oldószer elillanása után változatlan thionaphtalin, kevés dibromnaphtalin és egy brom jelenlétében ætherben oldható test marad vissza.

Az æther kivonatot concentrálás után alkoholba öntöttem és a kieső világoszöld port ætherrel alaposan kimostam. 48 órai vacuumban való állás után a testet analysáltam.

0,0531 gr. adott 0,0514 gr. $BaSO_4$ -et azaz 0,0070 gr. ként, a mi 13,29%-nak felel meg; számítva 13,4%.

0,0319 gr. adott 0,0252 gr. $BrAg$ -t azaz 0,0107 gr. bromot, a mi 33,54%-nak felel meg, számítva 33-75%.

Az így nyert vegyület tehát monobromthionaphtalin, de a substitutio helyét illetőleg semmit sem mondhatok. E monobromthionaphtalin mellett még magasabb brom származékokat is kaptam, melyek alkoholban oldódnak, de ezeket közelebbről nem vizsgáltam meg.

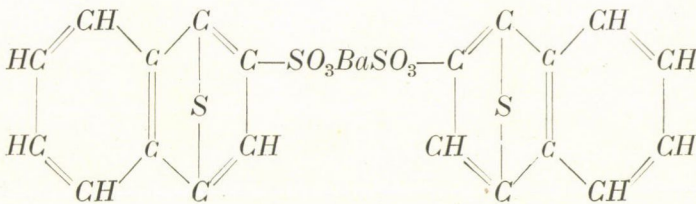
A tömény kénsav hatása.

Meleg tömény kénsav a thionaphtalinra bontó hatást gyakorol. Hideg kénsav 24 órai állás után kevés, vízben oldhatlan sulfosavat ad. A keveréket vízzel erősen hígítva filtráltam és a szűrőt addig mostam, míg $BaCl_2$ -vel csapadékot nem kaptam. Ez után híg kálilugot szűrtem rajta keresztül, vagy az egész szűrőt főztem ki káliluggal, és úgy filtráltam újra. A folyadékhoz sósavat vagy eczetsavat adtam addig, míg gyengén savanyú kémhatású lett,

s azután praecipitáltam $BaCl_2$ -vel vagy eczetsavas ólommal. Mind a két esetben igen kevés csapadék esik ki. Ezt a csapadékot összegyűjtöttem szűrőn, sok vízzel lehetőleg jól kimostam, de úgy, hogy a szűrő soha száraz nem volt. Ez esetben ugyanis az úgyis kis mennyiségű csapadékot a papirostól többé elválasztani nem lehet. Mikor a leszűrt folyadékban chlorreactiot már nem kaptam, akkor a még nedves csapadékot óraüvegre tettem.

A bariumsó analysise.

0,0327 gr. adott 0,0123 gr. $BaSO_4$ -et azaz 0,00725 gr. bariumot, a mi 22,157%-nak felel meg; számítva 22,160% felel meg a következő vegyületnek:



Az ólomsó sohasem adott oly pontos eredményeket.

Ha a híg kénsavas keverék szűrésénél visszamaradt részt nem kaliluggal, hanem alkohollal mostam ki, akkor zöld oldatot kaptam, melyből vízfürdön rövid ideig tartó melegítésnél világoszöld pelyhek hulltak ki. E pelyhek meleg vízben könnyen oldhatók és a sulfosavnak aethylesteréből állanak.

A salétromsav hatása.

Hideg salétromsav a thionaphthalinra nem hat. Melegítésnél a salétromsav vörösszínűvé lesz, és egy fekete, kís fajsúlyú, oldhatatlan anyag marad vissza. A koncentrált oldatot asbesten átszűrtem és a salétromsavból aetherrel egy vörös testet vontam ki. Ha e testet alkoholban feloldjuk és vízzel lecsapjuk, akkor egy téglavörös, amorph testet kapunk, mely 48° -nál olvad és nitro- és kéntartalmú.

A fekete, ragadós visszamaradt részt 100° -nál szárítottam, ekkor könnyen porrá törhetővé válik. Chloroformban feloldódik, színet hagyva vissza és ebből az oldatból alkohol egy vörösbarna, 95° — 105° között olvadó testet csap le, mely szintén nitro- és kéntartalmú. A chloroform-alkohol keverékből elpároltatás által egy vörös anyag nyerhető, mely az egyenesen salétromsavas oldatból nyert vegyülettel identikus, de nem oly tiszta. Kaptam még phtalsavat is ezen eljárással, de csak kis mennyiségben, sőt nitrobenzolt is sikerült kimutatnom BRUNNER reactiojával.*

A leírt két nitrothiotest analysise nem nyújtott oly biztos adatokat, hogy ezek alapján összetételükre merjek következtetni. Mindkettőnek feltűnően alacsony olvadási pontja különben is arra enged következtetni, hogy itt két-két isomer testtel állunk szemben.

Az $\alpha_1\alpha_2$ thionaphthalin keletkezését, a közte és a thiophendiketon condensatio-terméke közt fennálló hasonlóságot, végre származékai előállítását illetőleg még sok kísérletet kell tennem, hogy a tárgy teljesen meg legyen világítva. Szándékom is még néhány vizsgálatot tenni, de addig is, míg ezeket befejezhetem, az elért eredményeket előlegesen nyilvánosságra óhajtottam hozni.

* FRESSENIUS. Z. f. analyt. Chem. 1881. 390.

EGYENLŐ LAPSZÖGEK
KÜLÖNBÖZŐ FORMÁK KÖZÖTT A SZABÁLYOS
KRISTÁLYRENDSZERBEN.

SCHMIDT SÁNDOR I. tagtól.

Ismeretes, hogy ha $P = hkl$, $Q = pqr$ indexekkel megadott pólusok, akkor a szabályos kristályrendszerben áll a következő képlet:

$$\cos PQ = \frac{hp + kq + lr}{\sqrt{(h^2 + k^2 + l^2)} \cdot \sqrt{(p^2 + q^2 + r^2)}}.$$

I. A hexaéderhez mért ívek.

Legyen $P = 100$, $Q = pqr$ és $R = uvw$, ha most $u = p$, $w = \sqrt{(q^2 + r^2 - v^2)}$, akkor egyúttal:

$$PQ = PR.$$

a) *Hexaéder-oktaéder.*

$P = 100$, $Q = ppp$, tehát: $u = p$, $w = \sqrt{(2p^2 - v^2)}$. A $p = 1 \dots 20$ között ekkor:

$$\begin{aligned} 100 : 1 \quad 1 \quad 1 &= 54^\circ 44' 08'' \\ 100 : 5 \quad 7 \quad 1 &= \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''} \\ 100 : 13 \cdot 17 \cdot 7 &= \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''} \\ 100 : 17 \cdot 23 \cdot 7 &= \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''} \end{aligned}$$

b) *Hexaéder-rhombtizenkettős.*

$P = 100$, $Q = ppo$, tehát: $u = p$, $w = \sqrt{(p^2 - v^2)}$.

$$\begin{aligned}
 100 : 1 \quad 1 \quad 0 &= 45^\circ \text{ —' —''} \\
 100 : 5 \quad 4 \quad 3 &= \text{«} \quad \text{«} \quad \text{«} \\
 100 : 13 \cdot 12 \cdot 5 &= \text{«} \quad \text{«} \quad \text{«} \\
 100 : 17 \cdot 15 \cdot 8 &= \text{«} \quad \text{«} \quad \text{«}
 \end{aligned}$$

c) *Hexaëder-tetrakishexaëderek.*

$P=100$, $Q=pqo$, tehát: $u=p$, $w=\sqrt{(q^2-v^2)}$. Ha $q=1\dots 20$ határok között számolunk, akkor a következő három általános képletet kapjuk:

$$\begin{aligned}
 (100) : (pqo) &= (100) : (5p \cdot 4q \cdot 3q) = (100) : (13p \cdot 5q \cdot 12q) = \\
 &= (100) : (17p \cdot 8q \cdot 15q)
 \end{aligned}$$

100:	100:
1.10.0	= 1 8 6 = 84° 17' 22''
1 9 0	= 5.36.27 = 83° 39' 35''
1 8 0	= 5.32.24 = 82° 52' 30''
1 7 0	= 5.28.21 = 81° 52' 12''
1 6 0	= 5.24.18 = 80° 32' 16''
1 5 0	= 1 4 3 = 78° 41' 24''
2 9 0	= 10.36.27 = 77° 28' 16''
1 4 0	= 5.16.12 = 75° 57' 50''
2 7 0	= 10.28.21 = 74° 03' 16''
1 3 0	= 5.12.9 = 71° 33' 54''
2 5 0	= 2 4 3 = 68° 11' 55''
1 2 0	= 5 8 6 = 63° 26' 06''
2 3 0	= 10.12.9 = 56° 18' 36''
6 5 0	= 6 4 3 = 39° 48' 20''
5 4 0	= 25.16.12 = 38° 39' 35''
4 3 0	= 20.12.9 = 36° 52' 12''
3 2 0	= 15. 8. 6 = 33° 41' 24''
5 3 0	= 25.12.9 = 30° 57' 50''
7 4 0	= 35.16.12 = 29° 44' 42''
2 1 0	= 10. 4. 3 = 26° 33' 54''
7 3 0	= 35.12.9 = 23° 11' 55''
5 2 0	= 25. 8. 6 = 21° 48' 05''
3 1 0	= 15. 4. 3 = 18° 26' 06''

$$\begin{aligned}
 7 \ 2 \ 0 &= 35.8.6 = 15^\circ 56' 44'' \\
 4 \ 1 \ 0 &= 20.4.3 = 14^\circ 02' 11'' \\
 9 \ 2 \ 0 &= 45.8.6 = 12^\circ 31' 44'' \\
 5 \ 1 \ 0 &= 25.4.3 = 11^\circ 18' 36'' \\
 6 \ 1 \ 0 &= 30.4.3 = 9^\circ 27' 44'' \\
 7 \ 1 \ 0 &= 35.4.3 = 8^\circ 07' 48'' \\
 8 \ 1 \ 0 &= 40.4.3 = 7^\circ 07' 30'' \\
 9 \ 1 \ 0 &= 45.4.3 = 6^\circ 20' 25'' \\
 10.1.0 &= 50.4.3 = 5^\circ 42' 38''
 \end{aligned}$$

d) *Hexaëder-triakisoktaëderek.*

$P=100, Q=ppq, p>q$, vagyis: $u=p, w=\sqrt{(p^2+q^2-v^2)}$.
 Egy levezethető általános képlet a következő:

$$\begin{aligned}
 (100) : (x+y-1) \cdot (x+y-1) \cdot (x-1) &= \\
 = (100) : (5x+5y-5) \cdot (x-3y-1) \cdot (7x+4y-7)
 \end{aligned}$$

100:	100:
9 9 8 = 9 . 1 . 12 = 53° 13' 31''	
7 7 6 = 7 2 9 = 52° 47' 32''	
6 6 5 = 30 . 2 . 39 = 52° 28' 04''	
5 5 4 = 25 . 1 . 32 = 52° —' 53''	
4 4 3 = 4 0 5 = 51° 20' 25''	
3 3 2 = 15 . 1 . 18 = 50° 14' 16''	
5 5 3 = 25 . 3 . 29 = 49° 23' 14''	
7 7 4 = 7 1 8 = 49° 02' 03''	
2 2 1 = 10 . 2 . 11 = 48° 11' 23''	
7 7 3 = 35 . 9 . 37 = 47° 24' 45''	
5 5 2 = 25 . 7 . 26 = 47° 07' 26''	
3 3 1 = 15 . 9 . 13 = 46° 30' 31''	
7 7 2 = 35 . 13 . 34 = 46° 07' 25''	
4 4 1 = 20 . 8 . 19 = 45° 52' 06''	
9 9 2 = 9 6 7 = 45° 41' 25''	
5 5 1 = 25 . 17 . 19 = 45° 33' 42''	
6 6 1 = 30 . 14 . 27 = 45° 23' 33''	
7 7 1 = 7 5 5 = 45° 17' 22''	

$$\begin{aligned} 8 \ 8 \ 1 &= 8 \ 4 \ 7 = 45^\circ 13' 19'' \\ 9 \ 9 \ 1 &= 45 \cdot 23 \cdot 39 = 45^\circ 10' 33'' \\ 10 \cdot 10 \cdot 1 &= 50 \cdot 26 \cdot 43 = 45^\circ 08' 33'' \end{aligned}$$

e) *Hexaëder-deltoidhuszonnégyesek.*

$P = 100$, $Q = pqq$, $p > q$, tehát: $u = p$, $w = \sqrt{(2q^2 - v^2)}$.
A $q = 1 \dots 20$ határok között az alábbi általános egyenletek eredmények:

$$\begin{aligned} (100) : (pqq) &= (100) : (5p \cdot q \cdot 7q) = (100) : (13p \cdot 7q \cdot 17q) = \\ &= (100) : (17p \cdot 23q \cdot 7q). \end{aligned}$$

100:	100:
6 5 5 =	6 1 7 = 49° 41' 04''
5 4 4 =	25 . 4 . 28 = 48° 31' 37''
4 3 3 =	20 . 3 . 21 = 46° 41' 10''
3 2 2 =	15 . 2 . 14 = 43° 18' 50''
5 3 3 =	25 . 3 . 21 = 40° 18' 56''
7 4 4 =	35 . 4 . 28 = 38° 56' 33''
2 1 1 =	10 . 1 . 7 = 35° 15' 52''
7 3 3 =	35 . 3 . 21 = 31° 13' 11''
5 2 2 =	25 . 2 . 14 = 29° 29' 46''
3 1 1 =	15 . 1 . 7 = 25° 14' 22''
7 2 2 =	35 . 2 . 14 = 22° —' 06''
4 1 1 =	20 . 1 . 7 = 19° 28' 16''
9 2 2 =	45 . 2 . 14 = 17° 26' 47''
5 1 1 =	25 . 1 . 7 = 15° 47' 36''
6 1 1 =	30 . 1 . 7 = 13° 15' 46''
7 1 1 =	35 . 1 . 7 = 11° 25' 18''
8 1 1 =	40 . 1 . 7 = 10° 01' 30''
9 1 1 =	45 . 1 . 7 = 8° 55' 49''
10 . 1 . 1 =	50 . 1 . 7 = 8° 02' 58''

f) *Hexaëder-negyvennyolczasok.*

$P = 100$, $Q = pqr$, $p > q > r$, ebből kifolyólag: $u = p$,
 $w = \sqrt{(q^2 + r^2 - v^2)}$. A $p = 3 \dots 9$ határok között számolva a következő általános képlet írható fel:

$$(100) : (x \cdot y + z \cdot y) = (100) : (5x \cdot y - 3z \cdot 7y + 4z).$$

100:	100:
9 8 7 = 45 . 4 . 53 = 49° 44' 50''	
8 7 6 = 40 . 3 . 46 = 49° 03' 04''	
7 6 5 = 35 . 2 . 39 = 48° 07' 53''	
9 8 6 = 9 . 0 . 10 = 48° —' 46''	
8 7 5 = 40 . 1 . 43 = 47° 04' 40''	
6 5 4 = 30 . 1 . 32 = 46° 51' 42''	
9 8 5 = 45 . 4 . 47 = 46° 20' 55''	
7 6 4 = 35 . 2 . 36 = 45° 51' 04''	
9 7 6 = 45 . 3 . 46 = 45° 41' 25''	
8 7 4 = 8 1 8 = 45° 13' 19''	
5 4 3 = 1 0 1 = 45° —' —''	
9 8 4 = 45 . 8 . 44 = 44° 49' 19''	
8 6 5 = 40 . 2 . 39 = 44° 18' 45''	
6 5 3 = 30 . 3 . 29 = 44° 10' 53''	
7 6 3 = 35 . 6 . 33 = 43° 46' 50''	
9 7 5 = 45 . 1 . 43 = 43° 42' 21''	
8 7 3 = 40 . 9 . 37 = 43° 35' 26''	
9 8 3 = 45 . 12 . 41 = 43° 30' 40''	
9 8 2 = 45 . 16 . 38 = 42° 29' 50''	
7 5 4 = 35 . 1 . 32 = 42° 27' 01''	
8 7 2 = 40 . 13 . 34 = 42° 18' 09''	
10 . 9 . 1 = 50 . 23 . 39 = 42° 09' 43''	
7 6 2 = 35 . 18 . 26 = 42° 05' 53''	
4 3 2 = 20 . 1 . 18 = 42° 01' 52''	
6 5 2 = 30 . 7 . 26 = 41° 54' 32''	
9 8 1 = 45 . 16 . 37 = 41° 51' 15''	
9 7 4 = 9 1 8 = 41° 51' 15''	
5 4 2 = 25 . 4 . 22 = 41° 48' 37''	
8 7 1 = 40 . 17 . 31 = 41° 28' 23''	
7 6 1 = 35 . 14 . 27 = 40° 59' 22''	
9 6 5 = 45 . 2 . 39 = 40° 57' 06''	
6 5 1 = 30 . 11 . 23 = 40° 21' 33''	
9 7 3 = 45 . 9 . 37 = 40° 14' 16''	
8 6 3 = 40 . 6 . 33 = 39° 58' 51''	
6 4 3 = 6 0 5 = 39° 48' 20''	
7 5 3 = 35 . 3 . 29 = 39° 47' 39''	

100:	100:
541 = 25 . 8 . 19 = 39° 30' 35"	
972 = 45 . 13 . 34 = 38° 58' 10"	
964 = 45 . 2 . 36 = 38° 42' 10"	
854 = 40 . 1 . 32 = 38° 40' 24"	
431 = 20 . 9 . 13 = 38° 19' 44"	
971 = 45 . 17 . 31 = 38° 09' 21"	
752 = 35 . 7 . 26 = 37° 34' 17"	
861 = 40 . 14 . 27 = 37° 14' 51"	
321 = 15 . 2 . 11 = 36° 41' 57"	
853 = 40 . 3 . 29 = 36° 05' 14"	
751 = 35 . 11 . 23 = 36° 04' 15"	
532 = 25 . 1 . 18 = 35° 47' 45"	
743 = 7 0 5 = 35° 32' 16"	
954 = 45 . 1 . 32 = 35° 25' 49"	
962 = 45 . 18 . 26 = 35° 05' 49"	
641 = 30 . 8 . 19 = 34° 29' 46"	
961 = 45 . 14 . 27 = 34° 03' 12"	
852 = 40 . 7 . 26 = 33° 56' 47"	
953 = 45 . 3 . 29 = 32° 56' 19"	
742 = 35 . 4 . 22 = 32° 34' 25"	
851 = 40 . 11 . 23 = 32° 30' 45"	
531 = 25 . 9 . 13 = 32° 18' 42"	
843 = 8 0 5 = 32° —' 19"	
632 = 30 . 1 . 18 = 31° —' 10"	
952 = 45 . 7 . 26 = 30° 53' 39"	
741 = 35 . 8 . 19 = 30° 29' 55"	
951 = 45 . 11 . 23 = 29° 32' 03"	
421 = 20 . 2 . 11 = 29° 12' 21"	
943 = 9 0 5 = 29° 03' 17"	
631 = 30 . 9 . 13 = 27° 47' 29"	
841 = 40 . 8 . 19 = 27° 15' 58"	
732 = 35 . 1 . 18 = 27° 15' 07"	
942 = 45 . 4 . 22 = 26° 25' 23"	
941 = 45 . 8 . 19 = 24° 36' 49"	
731 = 35 . 9 . 13 = 24° 18' 41"	
832 = 40 . 1 . 18 = 24° 15' 39"	

100:	100:
521 = 25 . 2 . 11 = 24° 05' 41''	
932 = 45 . 1 . 18 = 21° 49' 55''	
831 = 40 . 9 . 13 = 21° 34' 05''	
621 = 30 . 2 . 11 = 20° 26' 22''	
931 = 45 . 9 . 13 = 19° 21' 35''	
721 = 35 . 2 . 11 = 17° 42' 56''	
821 = 40 . 2 . 11 = 15° 36' 58''	
921 = 45 . 2 . 11 = 13° 57' 10''	

II. A rhombtizenkettőshöz mért ívek.

Legyen $P=110$, $Q=pqr$ és $R=uvw$, ha most:

$$u=p+q-v, \quad w=\sqrt{(2pv+2qv+r^2-2pq-2v^2)},$$

akkor egyúttal: $PQ = PR$.

a) *Rhombtizenkettős-hexaéder.*

$$P = 110, \quad Q = p00, \quad \text{tehát: } u = p - v, \quad w = \sqrt{(2pv - 2v^2)}.$$

A $p=1 \dots 20$ között ekkor:

110: 1 0 0 = 45° —' —''
110: 2 1 2 = " " "
110: 8 1 4 = " " "
110: 9 2 6 = " " "
110: 9 . 8.12 = " " "
110: 18 . 1. 6 = " " "

b) *Rhombtizenkettős-oktaéder.*

$$P=110, \quad Q=ppp, \quad \text{vagyis: } u=2p-v, \quad w=\sqrt{(4pv-p^2-2v^2)}.$$

A $p=1 \dots 20$ között az alábbi értékek folynak:

110: 1 1 1 = 35° 15' 52''
110: 1 5 1 = " " "
110: 17 . 5 . 7 = " " "
110: 29 . 5 . 1 = " " "
110: 25 . 13 . 17 = " " "

c) *Rhombtizenkettős-tetrakishexaéderek.*

$$P=110, Q=pq0, \text{ ennél fogva: } u=p+q-v,$$

$$w = \sqrt{(2n[p+q] - 2v^2 - 2pq)}.$$

Egy levezethető általános képlet:

$$(110): (x-1 \cdot y \cdot 0) = (110): (2x+y-2 \cdot x+2y-1 \cdot 2x-2y-2).$$

110:	110:
6 5 0 = 17. 16. 2 =	5° 11' 40''
5 4 0 = 14. 13. 2 =	6° 20' 25''
4 3 0 = 11. 10. 2 =	8° 07' 48''
3 2 0 = 8 7 2 =	11° 18' 36''
5 3 0 = 13. 11. 4 =	14° 02' 11''
7 4 0 = 6 5 2 =	15° 15' 18''
2 1 0 = 5 4 2 =	18° 26' 06''
7 3 0 = 17. 13. 8 =	21° 48' 05''
5 2 0 = 4 3 2 =	23° 11' 55''
3 1 0 = 7 5 4 =	26° 33' 54''
7 2 0 = 16. 11. 10 =	29° 31' 30''
4 1 0 = 3 2 2 =	30° 57' 50''
9 2 0 = 20. 13. 14 =	32° 28' 16''
5 1 0 = 11. 7. 8 =	33° 41' 24''
6 1 0 = 13. 8. 10 =	35° 32' 16''
7 1 0 = 5 3 4 =	36° 52' 12''
8 1 0 = 17. 10. 14 =	37° 52' 30''
9 1 0 = 19. 11. 16 =	38° 39' 35''
10. 1. 0 = 21. 12. 18 =	39° 17' 22''

d) *Rhombtizenkettős-triakisoktaéderek.*

$P=110, Q=ppq, p>q$, minek következtében :

$$u=2p-v, \quad w = \sqrt{(4pv+q^2-2p^2-2v^2)}.$$

Egy levezető általános képlet ekkor:

$$\begin{aligned} (110): (3x-3+y \cdot 3x-3+y \cdot 3x-3) = \\ = (110): (5x+y-5 \cdot x+y-1 \cdot x-1). \end{aligned}$$

110:	110:
6 6 5 = 28 . 8 . 5 = 30° 30' 32"	
5 5 4 = 23 . 7 . 4 = 29° 29' 46"	
4 4 3 = 6 . 2 . 1 = 27° 56' 18"	
3 3 2 = 13 . 5 . 2 = 25° 14' 22"	
5 5 3 = 7 . 3 . 1 = 22° 59' 23"	
7 7 4 = 29 . 13 . 4 = 22° —' 06"	
2 2 1 = 8 . 4 . 1 = 19° 28' 16"	
7 7 3 = 9 . 5 . 1 = 16° 51' 33"	
5 5 2 = 19 . 11 . 2 = 15° 47' 36"	
3 3 1 = 11 . 7 . 1 = 13° 15' 46"	
7 7 2 = 25 . 17 . 2 = 11° 25' 18"	
4 4 1 = 14 . 10 . 1 = 10° 01' 30"	
9 9 2 = 31 . 23 . 2 = 8° 55' 49"	
5 5 1 = 17 . 13 . 1 = 8° 02' 58"	
6 6 1 = 20 . 16 . 1 = 6° 43' 17"	
7 7 1 = 23 . 19 . 1 = 5° 46' 06"	
8 8 1 = 26 . 22 . 1 = 5° 03' 04"	
9 9 1 = 29 . 25 . 1 = 4° 29' 32"	
10.10 . 1 = 32 . 28 . 1 = 4° 02' 41"	

e) *Rhombtizenkettős-deltoidhuszonnégyesei.*

$P=110$, $Q=pqq$, $p>q$, azaz: $u=p+q-v$,

$$w = \sqrt{[2v(p+q)+q^2-2pq-2v^2]}.$$

Ide tartozó két általános képlet a következő:

$$\begin{aligned} (110) : (3x+2y-6 . 3x+y-6 . 3x+y-6) = \\ = (110) : (5x+2y-10 . x+y-2 . x+y-2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (110) : (3x+3y-6 . 3x+2y-6 . 3x+2y-6) = \\ = (110) : (5x+4y-10 . x+y-2 . x-2). \end{aligned}$$

110:	110:
655 = 9 . 2 . 1 = 32° 59' 33"	
544 = 7 . 2 . 2 = 32° 32' 58"	
433 = 17 . 4 . 1 = 31° 54' 38"	

110:	110:
3 2 2 = 4	1 0 = 30° 57' 50''
5 3 3 = 17	7 7 = 30° 23' —''
7 4 4 = 26	7 2 = 30° 12' 14''
2 1 1 = 7	2 1 = 30° —' —''
7 3 3 = 19	11 11 = 30° 14' 47''
5 2 2 = 13	8 8 = 30° 29' 55''
3 1 1 = 7	5 5 = 31° 28' 56''
7 2 2 = 20	7 8 = 32° 32' 58''
4 1 1 = 8	7 7 = 33° 33' 26''
9 2 2 = 8	3 4 = 34° 27' 49''
5 1 1 = 13	5 7 = 35° 15' 52''
6 1 1 = 5	2 3 = 36° 35' 12''
7 1 1 = 11	13 13 = 37° 36' 58''
8 1 1 = 4	5 5 = 38° 25' 54''
9 1 1 = 13	17 17 = 39° 05' 26''
10 1 1 = 14	19 19 = 39° 37' 56''

f) *Rhomblizenkettős-negyvennyolczasok.*

$P=110$, $Q=pqr$, $p>q>r$, tehát: $u=p+q-v$,

$$w = \sqrt{(2pv+2qv+r^2-2pq-2v^2)}.$$

Két levezethető általános képlet az alábbi:

$$\begin{aligned} (110): (3x+y-3 \cdot 3x+y-z-3 \cdot 3x-z-3) = \\ = (110): (5x+y-z-5 \cdot x+y-1 \cdot x-z-1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (110): (3x+y+2z-6 \cdot 3x+y+z-6 \cdot 3x+z-6) = \\ = (110): (5x+y+2z-10 \cdot x+y+z-2 \cdot x+z-2). \end{aligned}$$

110:	110:
921 = 22	11 13 = 32° 59' 33''
821 = 20	10 11 = 31° 39' 05''
987 = 13	4 3 = 30° 20' 24''
721 = 2	1 1 = 30° —' —''
876 = 35	10 4 = 29° 39' 57''
932 = 25	11 10 = 28° 55' 57''
765 = 10	3 1 = 28° 46' 54''
976 = 37	11 2 = 28° 35' 04''

110:	110:
621 = 16 . 8 . 7	= 27° 56' 18"
865 = 32 . 10 . 1	= 27° 41' 40"
654 = 8 3 2	= 27° 34' 30"
832 = 23 . 10 . 8	= 27° 34' 30"
931 = 23 . 13 . 11	= 27° 11' 23"
965 = 34 . 11 . 1	= 27° 06' 57"
943 = 28 . 11 . 7	= 26° 46' 02"
986 = 38 . 13 . 4	= 26° 41' 01"
754 = 3 1 0	= 26° 33' 54"
954 = 31 . 11 . 4	= 26° 19' 46"
854 = 29 . 10 . 2	= 26° 13' 21"
732 = 17 . 13 . 10	= 26° 06' 01"
843 = 26 . 10 . 5	= 25° 54' 57"
543 = 20 . 7 . 1	= 25° 50' 31"
875 = 11 . 4 . 1	= 25° 27' 32"
521 = 14 . 7 . 5	= 25° 21' 06"
743 = 8 3 1	= 25° 17' 06"
831 = 7 4 3	= 25° 17' 06"
643 = 22 . 8 . 1	= 25° 07' 43"
975 = 35 . 13 . 1	= 24° 40' 06"
632 = 19 . 8 . 4	= 24° 36' 49"
764 = 9 4 2	= 23° 50' 24"
942 = 26 . 13 . 8	= 23° 50' 24"
532 = 17 . 7 . 2	= 23° 24' 48"
432 = 5 2 0	= 23° 11' 55"
964 = 32 . 13 . 2	= 23° 06' 59"
731 = 19 . 11 . 7	= 22° 59' 23"
985 = 12 . 5 . 1	= 22° 47' 11"
953 = 29 . 13 . 5	= 22° 36' 42"
421 = 10 . 8 . 5	= 22° 12' 28"
853 = 9 4 1	= 21° 47' 12"
941 = 8 5 3	= 21° 47' 12"
653 = 23 . 10 . 1	= 21° 37' —"
753 = 25 . 11 . 1	= 21° 20' 56"
874 = 10 . 5 . 2	= 20° 57' 19"
974 = 11 . 5 . 0	= 20° 33' 22"

110:	110:
7 4 2 = 22 . 11 . 4 = 20° 32' 51''	
6 3 1 = 17 . 10 . 5 = 20° 13' 46''	
8 4 1 = 22 . 14 . 7 = 19° 28' 16''	
9 5 2 = 23 . 19 . 10 = 19° 17' 11''	
3 2 1 = 10 . 5 . 1 = 19° 06' 24''	
9 8 4 = 11 . 6 . 2 = 18° 40' 15''	
7 6 3 = 26 . 13 . 1 = 18° 32' 11''	
8 6 3 = 28 . 14 . 1 = 18° 31' 21''	
5 4 2 = 2 1 0 = 18° 26' 06''	
8 5 2 = 25 . 14 . 4 = 17° 35' 49''	
5 3 1 = 13 . 11 . 5 = 17° 01' 26''	
9 5 1 = 25 . 17 . 7 = 16° 51' 33''	
7 4 1 = 20 . 13 . 5 = 16° 46' 43''	
9 7 3 = 31 . 17 . 1 = 16° 20' 19''	
8 7 3 = 29 . 16 . 1 = 16° 12' 13''	
7 5 2 = 23 . 13 . 2 = 16° 06' 08''	
9 6 2 = 28 . 17 . 4 = 15° 22' 10''	
6 5 2 = 7 4 0 = 15° 15' 18''	
9 8 3 = 32 . 19 . 1 = 14° 22' 52''	
8 5 1 = 23 . 16 . 5 = 14° 18' 44''	
4 3 1 = 13 . 8 . 1 = 13° 53' 53''	
6 4 1 = 16 . 14 . 5 = 13° 45' 49''	
7 6 2 = 8 5 0 = 12° 59' 41''	
9 6 1 = 26 . 19 . 5 = 12° 28' 05''	
9 7 2 = 29 . 19 . 2 = 12° 12' 59''	
7 5 1 = 19 . 17 . 5 = 11° 32' 13''	
8 7 2 = 3 2 0 = 11° 18' 36''	
5 4 1 = 16 . 11 . 1 = 10° 53' 36''	
9 8 2 = 10 . 7 . 0 = 10° —' 29''	
8 6 1 = 22 . 20 . 5 = 9° 55' 27''	
6 5 1 = 19 . 4 . 1 = 8° 56' 54''	
9 7 1 = 25 . 23 . 5 = 8° 42' 15''	
7 6 1 = 22 . 17 . 1 = 7° 35' 21''	
8 7 1 = 25 . 20 . 1 = 6° 35' 13''	
9 8 1 = 28 . 23 . 1 = 5° 49' 04''	
10 . 9 . 1 = 31 . 26 . 1 = 5° 12' 32''	

III. Az oktaéderhez mért ívek.

Legyen $P=111$, $Q=pqr$, $R=uvw$, ekkor ha :

$$u=p+q+r-v-w,$$

$$w = \frac{p+q+r-v \pm \sqrt{[(p-r)^2 + 2v(p+q+r) + q(q-2p-2r) - 3v^2]}}{2}$$

akkor egyúttal :

$$PQ = PR.$$

a) *Oktaéder-hexaéder.*

$P=111$, $Q=p00$, tehát:

$$u=p-v-w, \quad w = \frac{p-v \pm \sqrt{(p^2 + 2pv - 3v^2)}}{2}.$$

A $p=1 \dots 20$ határok között ekkor :

$111 : 1 \quad 0 \quad 0 = 54^\circ 44' 08''$
$111 : \bar{1} \quad 2 \quad 2 = \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''}$
$111 : \bar{2} \quad 3 \quad 6 = \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''}$
$111 : \bar{3} \quad 4.12 = \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''}$

b) *Oktaéder-rhombtizenkettős.*

$P=111$, $Q=pp0$, vagyis :

$$u=2p-v-w, \quad w = \frac{2p-v \pm \sqrt{(4pv - 3v^2)}}{2}.$$

A $p=1 \dots 20$ között :

$111 : 1 \quad 1 \quad 0 = 35^\circ 15' 52''$
$111 : 1 \quad 1 \quad 4 = \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''}$
$111 : 4 \quad 1 \quad 9 = \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''}$
$111 : 9 \quad 1.16 = \text{''} \quad \text{''} \quad \text{''}$

c) *Oktaéder-tetrakis-hexaéderek.*

$P=111$, $Q=pq0$, ennélfogva :

$$u=p+q-v-w, \quad w = \frac{p+q-v \pm \sqrt{[(p-q)^2 + 2v(p+q) - 3v^2]}}{2}.$$

Levezethető általános képlet ekkor :

$$(111) : (3x+2y-3 \cdot 3x+y-3 \cdot 0) = \\ = (111) : (x+y-1 \cdot x-1 \cdot 4x+2y-4).$$

E képlet a (210) pólushoz új adatot nem szolgáltat, de az oktaéder-negyvennyolczasok formulái ez esetre is megfelelnek.

111:	111:
6 5 0 =	7 . 4 . 22 = 35° 35' 45''
5 4 0 =	2 1 6 = 35° 45' 25''
4 3 0 =	5 . 2 . 14 = 36° 04' 15''
3 2 0 =	4 . 1 . 10 = 36° 48' 31''
5 3 0 =	7 . 1 . 16 = 37° 36' 58''
7 4 0 =	10 . 1 . 22 = 38° 01' 35''
2 1 0 =	10 . $\bar{1}$. 12 = 39° 13' 53''
7 3 0 =	11 . $\bar{1}$. 20 = 40° 42' 12''
5 2 0 =	8 . $\bar{1}$. 14 = 41° 22' 05''
3 1 0 =	5 $\bar{1}$ 8 = 43° 05' 19''
7 2 0 =	4 $\bar{1}$ 6 = 44° 27' 34''
4 1 0 =	7 . $\bar{2}$. 10 = 45° 33' 42''
9 2 0 =	16 . $\bar{5}$. 22 = 46° 27' 40''
5 1 0 =	3 $\bar{1}$ 4 = 47° 12' 21''
6 1 0 =	11 . $\bar{4}$. 14 = 48° 21' 46''
7 1 0 =	13 . $\bar{5}$. 16 = 49° 13' 01''
8 1 0 =	5 $\bar{2}$ 6 = 49° 52' 18''
9 1 0 =	17 . $\bar{7}$. 20 = 50° 23' 19''
10 . 1 . 0 =	19 . $\bar{8}$. 22 = 50° 48' 26''

d) *Oktaéder-triakisoktaéderek.*

$P=111$, $Q=ppq$, minek következtében :

$$u=2p+q-v-w,$$

$$w = \frac{2p+q-v \pm \sqrt{[2v(2p+q)+q(q-4p)-3v^2]}}{2}.$$

Egy levezethető általános képlet az alábbi:

$$(111) : (x+3y-1 \cdot x+3y-1 \cdot x-1) = \\ = (111) : (x+y-1 \cdot x+y-1 \cdot x+4y-1).$$

111:	111:
6 6 5 = 16 . 16 . 19 = 4° 45' 20"	
5 5 4 = 13 . 13 . 16 = 5° 46' 06"	
4 4 3 = 10 . 10 . 13 = 7° 19' 34"	
3 3 2 = 7 . 7 . 10 = 10° 01' 30"	
5 5 3 = 11 . 11 . 17 = 12° 16' 29"	
7 7 4 = 5 5 8 = 13° 15' 46"	
2 2 1 = 4 4 7 = 15° 47' 36"	
7 7 3 = 13 . 13 . 25 = 18° 24' 19"	
5 5 2 = 1 1 2 = 19° 28' 16"	
3 3 1 = 5 . 5 . 11 = 22° —' 06"	
7 7 2 = 11 . 11 . 26 = 23° 50' 34"	
4 4 1 = 2 2 5 = 25° 14' 22"	
9 9 2 = 13 . 13 . 34 = 26° 20' 03"	
5 5 1 = 7 . 7 . 19 = 27° 12' 54"	
6 6 1 = 8 . 8 . 23 = 28° 32' 35"	
7 7 1 = 1 1 3 = 29° 29' 46"	
8 8 1 = 10 . 10 . 31 = 30° 12' 44"	
9 9 1 = 11 . 11 . 35 = 30° 46' 20"	
10.10 . 1 = 4 . 4 . 13 = 31° 13' 11"	

e) *Oктаëder-deltoidhuszonnégyesek.*

$P=111, Q=pqq$, ennél fogva :

$$u = p + 2q - v - w,$$

$$w = \frac{p + 2q - v \pm \sqrt{p^2 + 2v(p + 2q) - 4pq - 3v^2}}{2}.$$

Egy levezethető általános képlet a következő :

$$\begin{aligned} (111) : (x + 3y - 1 . x - 1 . x - 1) = \\ = (111) : (x + 2y - 1 . x - y - 1 . x + 2y - 1). \end{aligned}$$

111:	111:
655 = 17 . 14 . 17 = 5° 03' 04"	
544 = 14 . 11 . 14 = 6° 12' 31"	
433 = 11 . 8 . 11 = 8° 02' 58"	
322 = 8 5 8 = 11° 25' 18"	

111:	111:
5 3 3 = 13 . 7 . 13 = 14° 25' 12"	
7 4 4 = 2 1 2 = 15° 47' 36"	
2 1 1 = 5 2 5 = 19° 28' 16"	
7 3 3 = 17 . 5 . 17 = 23° 30' 57"	
5 2 2 = 4 1 4 = 25° 14' 22"	
3 1 1 = 7 1 7 = 29° 29' 46"	
7 2 2 = 16 . 1 . 16 = 32° 44' 02"	
4 1 1 = 1 0 1 = 35° 15' 52"	
9 2 2 = 20 . 1 . 20 = 37° 17' 21"	
5 1 1 = 11 . 1 . 11 = 38° 56' 33"	
6 1 1 = 13 . 2 . 13 = 41° 28' 23"	
7 1 1 = 5 1 5 = 43° 18' 50"	
8 1 1 = 17 . 4 . 17 = 44° 42' 38"	
9 1 1 = 19 . 5 . 19 = 45° 48' 19"	
10 . 1 . 1 = 7 2 7 = 46° 41' 10"	

f) *Oктаëder-negyvennyolczasok.*

$P=111$, $Q=pqr$, $p>q>r$, vagyis:

$$u=p+q+r-v-w,$$

$$w = \frac{p+q+r-v \pm \sqrt{[(p-r)^2+2v(p+q+r)+q(q-2p-2r)-3v^2]}}{2}.$$

Az alább közölt értékek, melyekben az egyesekből alkotott indexü összes negyvennyolczasok bent foglaltatnak, kiindulási adatok, melyekből minden egyes indexre nézve az egység differenciájával alkotott apadó vagy növekvő számtani haladványok adják meg a további tagokat.

111:	111:	111:	111:
21 . 14 . 7 = 17 . 6 . 19		12 . 9 . 3 = 7 . 4 . 13	
⋮	⋮	⋮	⋮
111:	111:	111:	111:
12 . 6 . 3 = 8 . 2 . 11		15 . 12 . 3 = 8 . 5 . 17	
⋮	⋮	⋮	⋮

111: 35 . 21 . 7 = 27 . 5 . 31 ⋮	111: ⋮	111: 15 . 6 . 3 = 1 . 10 . 13 ⋮	111: ⋮
111: 6 5 1 = 3 2 7 ⋮	111: ⋮	111: 18 . 12 . 3 = 10 . 4 . 19 ⋮	111: ⋮
111: 42 . 21 . 7 = 33 . 3 . 34 ⋮	111: ⋮	111: 6 2 1 = 4 0 5 ⋮	111: ⋮
111: 49 . 42 . 7 = 33 . 10 . 55 ⋮	111: ⋮	111: 21 . 15 . 3 = 11 . 5 . 23 ⋮	111: ⋮
111: 49 . 28 . 7 = 37 . 4 . 43 ⋮	111: ⋮	111: 49 . 21 . 7 = 39 . 1 . 37 ⋮	111: ⋮
111: 49 . 14 . 7 = 23 . 1 . 46 ⋮	111: ⋮	111: 56 . 49 . 7 = 37 . 11 . 64 ⋮	111: ⋮
111: 8 6 1 = 4 2 9 ⋮	111: ⋮	111: 56 . 35 . 7 = 41 . 5 . 52 ⋮	111: ⋮
111: 24 . 12 . 3 = 14 . 2 . 23 ⋮	111: ⋮	111: 8 3 1 = 7 0 5 ⋮	111: ⋮
111: 104 . 26 . 13 = 38 . 4 . 101 ⋮	111: ⋮	111: 9 8 1 = 4 . 3 . 11 ⋮	111: ⋮
111: 63 . 49 . 7 = 43 . 9 . 67 ⋮	111: ⋮	111: 9 6 1 = 3 . 3 . 10 ⋮	111: ⋮
111: 63 . 35 . 7 = 47 . 3 . 55 ⋮	111: ⋮	111: 9 4 1 = 7 0 7 ⋮	111: ⋮
111: 63 . 21 . 7 = 27 . 3 . 61 ⋮	111: ⋮	111: 9 2 1 = $\bar{1}$ 6 7 ⋮	111: ⋮
111: 70 . 63 . 7 = 45 . 13 . 82 ⋮	111: ⋮	111: 10 . 7 . 1 = 5 . 2 . 11 ⋮	111: ⋮

$\begin{array}{c} 111: \\ 10. 4. 1 = 6 \ 0 \ 9 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 11. 9. 1 = 3. 5. 13 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 11. 10. 1 = 7. 2. 13 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 11. 3. 1 = \bar{1} \ 7 \ 9 \\ \vdots \end{array}$
$\begin{array}{c} 111: \\ 11. 2. 1 = \bar{1}. 5. 10 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 12. 11. 1 = 5. 4. 15 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 12. 8. 1 = 6. 2. 13 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 13. 10. 1 = 6. 3. 15 \\ \vdots \end{array}$
$\begin{array}{c} 111: \\ 13. 4. 1 = \bar{1}. 8. 11 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 14. 9. 1 = 7. 2. 15 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 14. 6. 1 = 8. 0. 13 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 18. 8. 1 = 10. 0. 17 \\ \vdots \end{array}$
$\begin{array}{c} 111: \\ 26. 12. 1 = 14. 0. 25 \\ \vdots \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \\ 30. 14. 1 = 16. 0. 29 \\ \vdots \end{array}$		

$\begin{array}{c} 111: \\ 921 = \bar{1} \ 6 \ 7 = 41^\circ 39' 41'' \\ 821 = 38. 4. 101 = 40^\circ 07' 58'' \\ 721 = 23. 1. 46 = 38^\circ 13' 01'' \\ 931 = 27. 3. 61 = 38^\circ 06' 47'' \\ 831 = 7 \ 0 \ 5 = 36^\circ 21' 08'' \\ 621 = 4 \ 0 \ 5 = 35^\circ 45' 25'' \\ 941 = 1 \ 0 \ 1 = 35^\circ 15' 52'' \\ 731 = 39. 1. 37 = 34^\circ 13' 39'' \\ 932 = 51. 17. 114 = 33^\circ 31' 14'' \\ 841 = 14. 2. 23 = 33^\circ 29' 36'' \\ 951 = 47. 3. 55 = 33^\circ 09' 09'' \\ 521 = 1. 10. 13 = 32^\circ 30' 45'' \\ 961 = 3. 3. 10 = 31^\circ 44' 45'' \\ 631 = 33. 3. 34 = 31^\circ 39' 05'' \\ 851 = 41. 5. 52 = 31^\circ 34' 08'' \end{array}$	$\begin{array}{c} 111: \end{array}$
--	-------------------------------------

111:	111:
7 4 1 = 37 . 4 . 43 = 31° 28' 56''	
8 3 2 = 30 . 8 . 53 = 31° 12' 11''	
10 . 9 . 1 = 45 . 13 . 82 = 31° 08' 18''	
9 7 1 = 43 . 9 . 67 = 30° 57' 32''	
9 8 1 = 4 . 3 . 11 = 30° 40' 31''	
8 6 1 = 4 2 9 = 30° 29' 20''	
9 4 2 = 8 1 6 = 30° 29' 20''	
8 7 1 = 37 . 11 . 64 = 30° 05' 48''	
7 5 1 = 11 . 5 . 23 = 29° 55' 35''	
7 6 1 = 33 . 10 . 55 = 29° 21' 17''	
6 4 1 = 10 . 4 . 19 = 29° 15' 59''	
5 3 1 = 27 . 5 . 31 = 28° 33' 39''	
6 5 1 = 3 2 7 = 28° 22' 19''	
7 3 2 = 5 1 6 = 28° 22' 19''	
9 5 2 = 17 . 5 . 26 = 28° 15' 52''	
4 2 1 = 8 . 2 . 11 = 28° 07' 32''	
5 4 1 = 8 . 5 . 17 = 27° 01' 02''	
9 6 2 = 48 . 12 . 59 = 26° 50' 25''	
9 4 3 = 37 . 15 . 60 = 26° 12' 11''	
9 7 2 = 5 . 3 . 10 = 26° 08' 06''	
8 5 2 = 44 . 11 . 50 = 26° 06' 01''	
9 8 2 = 44 . 18 . 71 = 26° —' 59''	
7 4 2 = 40 . 10 . 41 = 25° 22' 11''	
4 3 1 = 7 . 4 . 13 = 25° 03' 57''	
6 3 2 = 4 . 13 . 16 = 24° 52' 12''	
8 7 2 = 40 . 17 . 62 = 24° 51' 09''	
7 5 2 = 13 . 7 . 22 = 23° 45' 53''	
9 5 3 = 53 . 15 . 51 = 23° 45' 32''	
7 6 2 = 4 3 8 = 23° 22' —''	
8 4 3 = 6 2 7 = 23° 22' —''	
3 2 1 = 17 . 6 . 19 = 22° 12' 28''	
9 7 3 = 17 . 11 . 29 = 21° 29' 51''	
9 8 3 = 47 . 24 . 69 = 21° 29' 23''	
6 5 2 = 11 . 8 . 20 = 21° 25' —''	
8 5 3 = 47 . 17 . 48 = 21° 04' 14''	
5 3 2 = 11 . 5 . 14 = 20° 30' 51''	

111:	111:
743 = 7 . 16 . 19 = 20° —' 45''	
863 = 16 . 10 . 25 = 19° 55' 53''	
873 = 5 4 9 = 19° 48' 04''	
954 = 7 3 8 = 19° 48' 04''	
542 = 10 . 7 . 16 = 18° 47' 09''	
753 = 41 . 19 . 45 = 18° 05' 13''	
964 = 54 . 24 . 55 = 17° 58' 31''	
763 = 14 . 11 . 23 = 17° 40' 36''	
984 = 6 . 5 . 10 = 17° 09' 02''	
974 = 19 . 13 . 28 = 17° 07' 50''	
854 = 10 . 19 . 22 = 16° 41' 47''	
643 = 14 . 8 . 17 = 16° 03' 25''	
432 = 24 . 13 . 26 = 15° 13' 31''	
874 = 17 . 14 . 26 = 15° 01' 21''	
653 = 13 . 10 . 19 = 14° 57' 48''	
965 = 13 . 22 . 25 = 14° 18' 11''	
754 = 17 . 11 . 20 = 13° 09' 44''	
975 = 55 . 33 . 59 = 13° 07' 53''	
985 = 20 . 17 . 29 = 13° 02' 58''	
764 = 16 . 13 . 22 = 12° 24' 46''	
543 = 31 . 20 . 33 = 11° 32' 13''	
865 = 20 . 14 . 23 = 11° 08' 27''	
875 = 19 . 16 . 25 = 10° 35' 48''	
976 = 23 . 17 . 26 = 9° 39' 08''	
654 = 38 . 27 . 40 = 9° 16' 28''	
986 = 22 . 19 . 28 = 9° 14' 24''	
765 = 45 . 34 . 47 = 7° 44' 58''	
876 = 52 . 41 . 54 = 6° 39' 12''	
987 = 59 . 48 . 61 = 5° 49' 40''	

A szögértékek és egyenlőségek egybeállításai.

110:10.10. 1 } = 4° 02' 41''	111: 6 6 5 } = 4° 45' 20''
110:32.28. 1 }	111:16.16.19 }
110: 9 9 1 } = 4° 29' 32''	111: 6 5 5 } = 5° 03' 04''
110:29.25. 1 }	111:17.14.17 }

110: 8 8 1 } = 5° 03' 04"	100:50. 1. 7 }
110:26.22. 1 }	110: 5 5 1 }
110: 6 5 0 } = 5° 11' 40"	110:17.13. 1 }
110:17.16. 2 }	111: 4 3 3 }
110:10. 9. 1 } = 5° 12' 32"	111:11. 8.11 }
110:31.26. 1 }	100: 7 1 0 }
100:10. 1. 0 }	100:35. 4. 3 }
100:50. 4. 3 } = 5° 42' 38"	110: 4 3 0 }
110: 7 7 1 }	110:11.10. 2 }
110:23.19. 1 }	110: 9 7 1 }
111: 5 5 4 } = 5° 46' 06"	110:25.23. 5 }
111:13.13.16 }	100: 9 1 1 }
110: 9 8 1 }	100:45. 1. 7 }
110:28.23. 1 } = 5° 49' 04"	110: 9 9 2 }
111: 9 8 7 } = 5° 49' 40"	110:31.23. 2 }
111:59.48.61 }	110: 6 5 1 }
111: 5 4 4 } = 6° 12' 31"	110:19. 4. 1 }
111:14.11.14 }	111: 9 8 6 }
100:45. 4. 3 }	111:22.19.28 }
100: 9 1 0 } = 6° 20' 25"	111: 6 5 4 }
110: 5 4 0 }	111:38.27.40 }
110:14.13. 2 }	100: 6 1 0 }
110: 8 7 1 } = 6° 35' 13"	100:30. 4. 3 }
110:25.20. 1 }	111: 9 7 6 }
111: 8 7 6 } = 6° 39' 12"	111:23.17.26 }
111:52.41.54 }	110: 8 6 1 }
110: 6 6 1 } = 6° 43' 17"	110:22:20. 5 }
110:20.16. 1 }	110: 9 8 2 }
100: 8 1 0 } = 7° 07' 30"	110:10. 7. 0 }
100:40. 4. 3 }	100: 8 1 1 }
111: 4 4 3 } = 7° 19' 34"	100:40. 1. 7 }
111:10.10.13 }	110: 4 4 1 }
110: 7 6 1 } = 7° 35' 21"	110:14.10. 1 }
110:22.17. 1 }	111: 3 3 2 }
111: 7 6 5 } = 7° 44' 58"	111: 7. 7.10 }
111:45.34.47 }	111: 8 7 5 }
100:10. 4. 1 = 8° 02' 58"	111:19.16.25 }

110: 5 4 1 } = 10° 53' 36"	100:30. 1 7 }
110:16.11. 1 }	110: 3 3 1 }
111: 8 6 5 } = 11° 08' 27"	110:11. 7. 1 } = 13° 15' 46"
111:20.14.23 }	111: 7 7 4 }
100: 5 1 0 }	111: 5 5 8 }
100:25. 4. 3 } = 11° 18' 36"	110: 6 4 1 }
110: 3 2 0 }	110:16.14. 5 } = 13° 45' 49"
110: 8 7 2 }	110: 4 3 1 }
100: 7 1 1 }	110:13. 8. 1 } = 13° 53' 53"
100:35. 1. 7 }	100: 9 2 1 }
110: 7 7 2 } = 11° 25' 18"	100:45. 2.11 } = 13° 57' 10"
110:25.17. 2 }	100: 4 1 0 }
111: 3 2 2 }	100:20. 4. 3 }
111: 8 5 8 }	110: 5 3 0 }
110: 7 5 1 }	110:13.11. 4 }
110:19.17. 5 } = 11° 32' 13"	111: 9 6 5 }
111: 5 4 3 }	111:13.22.25 } = 14° 18' 11"
111:31.20.33 }	110: 8 5 1 }
110: 9 7 2 } = 12° 12' 59"	110:23.16. 5 } = 14° 18' 44"
110:29.19. 2 }	110: 9 8 3 }
111: 5 5 3 } = 12° 16' 29"	110:32.19. 1 } = 14° 22' 52"
111:11.11.17 }	111: 5 3 3 }
111: 7 6 4 } = 12° 24' 46"	111:13. 7.13 } = 14° 25' 12"
111:16.13.22 }	111: 6 5 3 }
110: 9 6 1 } = 12° 28' 05"	111:13.10.19 } = 14° 57' 48"
110:26.19 5 }	111: 8 7 4 }
100: 9 2 0 } = 12° 31' 44"	111:17.14.26 } = 15° 01' 21"
100:45. 8. 6 }	111: 4 3 2 }
110: 7 6 2 } = 12° 59' 41"	111:24.13.26 } = 15° 13' 31"
110: 8 5 0 }	110: 6 5 2 }
111: 9 8 5 } = 13° 02' 58"	110: 7 4 0 } = 15° 15' 18"
111:20.17.29 }	110: 9 6 2 }
111: 9 7 5 } = 13° 07' 53"	110:28.17. 4 } = 15° 22' 10"
111:55.33.59 }	100: 8 2 1 }
111: 7 5 4 } = 13° 09' 44"	100:40. 2.11 } = 15° 36' 58"
111:17.11.20 }	100: 5 1 1 }
100: 6 1 1 } = 13° 15' 46"	100:25. 1. 7 } = 15° 47' 36"

110: 5 5 2 } 110: 19. 11. 2 } 111: 2 2 1 } 111: 7 4 4 }	= 15° 47' 36''	111: 7 5 3 } 111: 41. 19. 45 } 111: 7 7 3 } 111: 13. 13. 25 }	= 18° 05' 13'' = 18° 24' 19''
100: 7 2 0 } 100: 35. 8. 6 } 111: 6 4 3 } 111: 14. 8. 17 }	= 15° 56' 44'' = 16° 03' 25''	100: 3 1 0 } 100: 15. 4. 3 } 110: 5 4 2 } 110: 2 1 0 }	= 18° 26' 06''
110: 7 5 2 } 110: 23. 13. 2 } 110: 8 7 3 } 110: 29. 16. 1 }	= 16° 06' 08'' = 16° 12' 13''	110: 8 6 3 } 110: 28. 14. 1 } 110: 7 6 3 } 110: 26. 13. 1 }	= 18° 31' 21'' = 18° 32' 11''
110: 9 7 3 } 110: 31. 17. 1 } 111: 8 5 4 } 111: 10. 19. 22 }	= 16° 20' 19'' = 16° 41' 47''	110: 9 8 4 } 110: 11. 6. 2 } 111: 5 4 2 } 111: 10. 7. 16 }	= 18° 40' 15'' = 18° 47' 09''
110: 7 4 1 } 110: 20. 13. 5 } 110: 7 7 3 } 110: 9 5 1 }	= 16° 46' 43'' = 16° 51' 33''	110: 3 2 1 } 110: 10. 5. 1 } 110: 9 5 2 } 110: 23. 19. 10 }	= 19° 06' 24'' = 19° 17' 11''
110: 25. 17. 7 } 110: 5 3 1 } 110: 13. 11. 5 } 111: 9 7 4 }	= 17° 01' 26'' = 17° 07' 50''	100: 9 3 1 } 100: 45. 9. 13 } 100: 4 1 1 } 100: 20. 1. 7 }	= 19° 21' 35''
111: 19. 13. 28 } 111: 9 8 4 } 111: 6. 5. 10 } 100: 9 2 2 }	= 17° 09' 02'' = 17° 26' 47''	110: 8 4 1 } 110: 22. 14. 7 } 110: 2 2 1 } 111: 2 1 1 }	= 19° 28' 16''
100: 45. 2. 14 } 110: 8 5 2 } 110: 25. 14. 4 } 111: 7 6 3 }	= 17° 35' 49'' = 17° 40' 36''	111: 5 5 2 } 111: 8 7 3 } 111: 9 5 4 } 111: 8 6 3 }	= 19° 48' 04'' = 19° 55' 53''
111: 14. 11. 23 } 100: 7 2 1 } 100: 35. 2. 11 }	= 17° 42' 56''	111: 16. 10. 25 } 111: 7 4 3 } 111: 7. 16. 19 }	= 20° —' 45''
111: 9 6 4 } 111: 54. 24. 55 }	= 17° 58' 31''	110: 6 3 1 } 110: 17. 10. 5 }	= 20° 13' 46''

100: 6 2 1	} = 20° 26' 22"	111: 5. 5. 11	= 22° —' 06"
100: 30. 2. 11		110: 4 2 1	} = 22° 12' 28"
111: 5 3 2	} = 20° 30' 51"	110: 10. 8. 5	
111: 11. 5. 14		111: 3 2 1	
110: 7 4 2	} = 20° 32' 51"	111: 17. 6. 19	} = 22° 47' 11"
110: 22. 11. 4		110: 9 5 3	
110: 9 7 4	} = 20° 33' 22"	110: 29. 13. 5	} = 22° 59' 23"
110: 11. 5. 0		110: 9 8 5	
110: 8 7 4	} = 20° 57' 19"	110: 12. 5. 1	} = 23° 06' 59"
110: 10. 5. 2		110: 7 3 1	
111: 8 5 3	} = 21° 04' 14"	110: 5 5 3	} = 23° 11' 55"
111: 47. 17. 48		110: 19. 11. 7	
110: 7 5 3	} = 21° 20' 56"	110: 9 6 4	} = 23° 22' —"
110: 25. 11. 1		110: 32. 13. 2	
111: 6 5 2	} = 21° 25' —"	100: 7 3 0	} = 23° 24' 48"
111: 11. 8. 20		100: 35. 12. 9	
111: 9 8 3	} = 21° 29' 23"	110: 5 2 0	} = 23° 30' 57"
111: 47. 24. 69		110: 4 3 2	
111: 9 7 3	} = 21° 29' 51"	111: 8 4 3	} = 23° 45' 32"
111: 17. 11. 29		111: 7 6 2	
100: 8 3 1	} = 21° 34' 05"	110: 5 3 2	} = 23° 45' 53"
100: 40. 9. 13		110: 17. 7. 2	
110: 6 5 3	} = 21° 37' —"	111: 7 3 3	} = 23° 50' 24"
110: 23. 10. 1		111: 17. 5. 17	
110: 9 4 1	} = 21° 47' 12"	111: 9 5 3	} = 23° 50' 34"
110: 8 5 3		111: 53. 15. 51	
100: 5 2 0	} = 21° 48' 05"	111: 7 5 2	} = 24° 05' 41"
100: 25. 8. 6		111: 13. 7. 22	
110: 7 3 0	} = 21° 49' 55"	110: 7 6 4	} = 24° 15' 39"
110: 17. 13. 8		110: 9 4 2	
100: 9 3 2	} = 22° —' 06"	110: 26. 13. 8	} = 24° 15' 39"
100: 45. 1. 18		111: 7 7 2	
100: 7 2 2	} = 22° —' 06"	111: 11. 11. 26	} = 24° 15' 39"
100: 35. 2. 14		100: 5 2 1	
110: 7 7 4	} = 22° —' 06"	100: 25. 2. 11	} = 24° 15' 39"
110: 29. 13. 4		100: 8 3 2	
111: 3 3 1	} = 22° —' 06"	100: 40. 1. 18	} = 24° 15' 39"

100: 7 3 1 } = 24° 18' 41"	110: 17. 13. 10 }
100: 35. 9. 13 }	111: 8 5 2 } = 26° 06' 01"
100: 9 4 1 }	111: 44. 11. 50 }
100: 45. 8. 19 }	111: 9 7 2 } = 26° 08' 06"
110: 6 3 2 }	111: 5. 3. 10 }
110: 19. 8. 4 }	111: 9 4 3 }
110: 9 7 5 }	111: 37. 15. 60 }
110: 35. 13. 1 }	110: 8 5 4 }
111: 8 7 2 }	110: 29. 10. 2 }
111: 40. 17. 62 }	110: 9 5 4 }
111: 6 3 2 }	110: 31. 11. 4 }
111: 4. 13. 16 }	111: 9 9 2 }
111: 4 3 1 }	111: 13. 13. 34 }
111: 7. 4. 13 }	100: 9 4 2 }
110: 6 4 3 }	100: 45. 4. 22 }
110: 22. 8. 1 }	100: 2 1 0 }
100: 3 1 1 }	100: 10. 4. 3 }
100: 15. 1. 7 }	110: 7 5 4 }
110: 3 3 2 }	110: 3 1 0 }
110: 13. 5. 2 }	110: 9 8 6 }
111: 4 4 1 }	110: 38. 13. 4 }
111: 5 2 2 }	110: 9 4 3 }
110: 7 4 3 }	110: 28. 11. 7 }
110: 8 3 1 }	111: 9 6 2 }
110: 5 2 1 }	111: 48. 12. 59 }
110: 14. 7. 5 }	111: 5 4 1 }
111: 7 4 2 }	111: 8. 5. 17 }
111: 40. 10. 41 }	110: 9 6 5 }
110: 8 7 5 }	110: 34. 11. 1 }
110: 11. 4. 1 }	110: 9 3 1 }
110: 5 4 3 }	110: 23. 13. 11 }
110: 20. 7. 1 }	111: 5 5 1 }
110: 8 4 3 }	111: 7. 7. 19 }
110: 26. 10. 5 }	100: 7 3 2 }
111: 9 8 2 }	100: 35. 1. 18 }
111: 44. 18. 71 }	100: 8 4 1 }
110: 7 3 2 } = 26° 06' 01"	100: 40. 8. 19 }

110: 6 5 4	} = 27° 34' 30"	110: 23. 7. 4	} = 29° 29' 46"
110: 8 3 2		111: 7 7 1	
110: 23. 10. 8		111: 3 1 1	
110: 8 6 5	} = 27° 41' 40"	110: 7 2 0	} = 29° 31' 30"
110: 32. 10. 1		110: 16. 11. 10	
100: 6 3 1		100: 9 5 1	
100: 30. 9. 13	} = 27° 47' 29"	100: 45. 11. 23	} = 29° 32' 03"
110: 4 4 3		110: 8 7 6	
110: 6 2 1		110: 35. 10. 4	
110: 16. 8. 7	} = 27° 56' 18"	100: 7 4 0	} = 29° 44' 42"
111: 4 2 1		100: 35. 16. 12	
111: 8. 2. 11		111: 7 5 1	
111: 9 5 2	} = 28° 07' 32"	111: 11. 5. 23	} = 29° 55' 35"
111: 17. 5. 26		110: 2 1 1	
111: 6 5 1		110: 7 2 1	
111: 7 3 2	} = 28° 22' 19"	111: 8 7 1	} = 30° 05' 48"
111: 6 6 1		111: 37. 11. 64	
111: 8. 8. 23		110: 7 4 4	
111: 5 3 1	} = 28° 32' 35"	110: 26. 7. 2	} = 30° 12' 14"
111: 27. 5. 31		111: 8 8 1	
110: 9 7 6		111: 10. 10. 31	
110: 37. 11. 2	} = 28° 35' 04"	110: 7 3 3	} = 30° 14' 47"
110: 7 6 5		110: 19. 11. 11	
110: 10. 3. 1		110: 9 8 7	
110: 9 3 2	} = 28° 46' 54"	110: 13. 4. 3	} = 30° 20' 24"
110: 25. 11. 10		110: 5 3 3	
100: 9 4 3		110: 17. 7. 7	
100: 9 0 5	} = 29° 03' 17"	111: 8 6 1	} = 30° 29' 20"
100: 4 2 1		111: 9 4 2	
100: 20. 2. 11		100: 7 4 1	
111: 6 4 1	} = 29° 12' 21"	100: 35. 8. 19	} = 30° 29' 55"
111: 10. 4. 19		110: 5 2 2	
111: 7 6 1		110: 13. 8. 8	
111: 33. 10. 55	} = 29° 21' 17"	110: 6 6 5	} = 30° 30' 32"
100: 5 2 2		110: 28. 8. 5	
100: 25. 2. 14		111: 9 8 1	
110: 5 5 4	} = 29° 29' 46"	111: 4. 3 11	} = 30° 40' 31"

111: 9 9 1 } = 30° 46' 20"	100:25. 9. 13 = 32° 18' 42"
111:11. 11. 35 } = 30° 46' 20"	110: 9 2 0 } = 32° 28' 16"
100: 9 5 2 } = 30° 53' 39"	110:20. 13. 14 } = 32° 28' 16"
100:45. 7. 26 } = 30° 53' 39"	100: 8 5 1 } = 32° 30' 45"
111: 9 7 1 } = 30° 57' 32"	100:40. 11. 23 } = 32° 30' 45"
111:43. 9. 67 } = 30° 57' 32"	111: 5 2 1 } = 32° 30' 45"
100: 5 3 0 } = 30° 57' 50"	111: 1. 10. 13 } = 32° 32' 58"
100:25. 12. 9 } = 30° 57' 50"	110: 5 4 4 } = 32° 32' 58"
110: 3 2 2 } = 30° 57' 50"	110: 7 2 2 } = 32° 32' 58"
110: 4 1 0 } = 30° 57' 50"	110:20. 7. 8 } = 32° 34' 25"
100: 6 3 2 } = 31° —' 10"	100: 7 4 2 } = 32° 34' 25"
100:30. 1. 18 } = 31° —' 10"	100:35. 4. 22 } = 32° 34' 25"
111:10. 9. 1 } = 31° 08' 18"	111: 7 2 2 } = 32° 44' 02"
111:45. 13. 82 } = 31° 08' 18"	111:16. 1. 16 } = 32° 44' 02"
111: 8 3 2 } = 31° 12' 11"	100: 9 5 3 } = 32° 56' 19"
111:30. 8. 53 } = 31° 12' 11"	100:45. 3. 29 } = 32° 56' 19"
100: 7 3 3 } = 31° 13' 11"	110: 6 5 5 } = 32° 59' 33"
100:35. 3. 21 } = 31° 13' 11"	110: 9 2 1 } = 32° 59' 33"
111:10. 10. 1 } = 31° 13' 11"	110:22. 11. 13 } = 32° 59' 33"
111: 4. 4. 13 } = 31° 28' 56"	111: 9 5 1 } = 33° 09' 09"
110: 3 1 1 } = 31° 28' 56"	111:47. 3. 55 } = 33° 09' 09"
110: 7 5 5 } = 31° 28' 56"	111: 8 4 1 } = 33° 29' 36"
111: 7 4 1 } = 31° 28' 56"	111:14. 2. 23 } = 33° 29' 36"
111:37. 4. 43 } = 31° 34' 08"	111: 9 3 2 } = 33° 31' 14"
111: 8 5 1 } = 31° 34' 08"	111:51. 17. 114 } = 33° 31' 14"
111:41. 5. 52 } = 31° 34' 08"	110: 4 1 1 } = 33° 33' 26"
110: 8 2 1 } = 31° 39' 05"	110: 8 7 7 } = 33° 33' 26"
110:20. 10. 11 } = 31° 39' 05"	100: 3 2 0 } = 33° 41' 24"
111: 6 3 1 } = 31° 39' 05"	100:15. 8. 6 } = 33° 41' 24"
111:33. 3. 34 } = 31° 44' 45"	110: 5 1 0 } = 33° 41' 24"
111: 9 6 1 } = 31° 44' 45"	110:11. 7. 8 } = 33° 56' 47"
111: 3. 3. 10 } = 31° 44' 45"	100: 8 5 2 } = 33° 56' 47"
110: 4 3 3 } = 31° 54' 38"	100:40. 7. 26 } = 33° 56' 47"
110:17. 4. 1 } = 31° 54' 38"	100: 9 6 1 } = 34° 03' 12"
100: 8 4 3 } = 32° —' 19"	100 45. 14. 27 } = 34° 03' 12"
100: 8 0 5 } = 32° —' 19"	111: 7 3 1 } = 34° 13' 39"
100: 5 3 1 = 32° 18' 42"	111:39. 1. 37 } = 34° 13' 39"

110: 9 2 2 } = 34° 27' 49"	110: 6 1 1 } = 36° 35' 12"
110: 8 3 4 } = 34° 29' 46"	110: 5 2 3 } = 36° 41' 57"
100: 6 4 1 } = 34° 29' 46"	100: 3 2 1 } = 36° 41' 57"
100: 30. 8. 19 } = 35° 05' 49"	100: 15. 2. 11 } = 36° 48' 31"
100: 9 6 2 } = 35° 05' 49"	111: 3 2 0 } = 36° 48' 31"
100: 45. 18. 26 } = 35° 15' 52"	111: 4. 1. 10 } = 36° 52' 12"
100: 2 1 1 } = 35° 15' 52"	100: 4 3 0 } = 36° 52' 12"
100: 10. 1. 7 } = 35° 15' 52"	100: 20. 12. 9 } = 36° 52' 12"
110: 5 1 1 } = 35° 15' 52"	110: 7 1 0 } = 37° 14' 51"
110: 13. 5. 7 } = 35° 15' 52"	110: 5 3 4 } = 37° 14' 51"
110: 1 1 1 } = 35° 15' 52"	100: 8 6 1 } = 37° 14' 51"
110: 25. 13. 17 } = 35° 15' 52"	100: 40. 14. 27 } = 37° 17' 21"
110: 29. 5. 1 } = 35° 15' 52"	111: 9 2 2 } = 37° 17' 21"
110: 17. 5. 7 } = 35° 15' 52"	111: 20. 1. 20 } = 37° 17' 21"
111: 1 1 4 } = 35° 25' 49"	100: 7 5 2 } = 37° 34' 17"
111: 4 1 9 } = 35° 25' 49"	100: 35. 7. 26 } = 37° 34' 17"
111: 9. 1. 16 } = 35° 25' 49"	110: 7 1 1 } = 37° 36' 58"
100: 9 5 4 } = 35° 25' 49"	110: 11. 13. 13 } = 37° 36' 58"
100: 45. 1. 32 } = 35° 32' 16"	111: 5 3 0 } = 37° 36' 58"
100: 7 4 3 } = 35° 32' 16"	111: 7. 1. 16 } = 37° 52' 30"
100: 7 0 5 } = 35° 32' 16"	110: 8 1 0 } = 37° 52' 30"
110: 6 1 0 } = 35° 32' 16"	110: 17. 10. 14 } = 37° 52' 30"
110: 13. 8. 10 } = 35° 35' 45"	111: 7 4 0 } = 38° 01' 35"
111: 6 5 0 } = 35° 35' 45"	111: 10. 1. 22 } = 38° 01' 35"
111: 7. 4. 22 } = 35° 35' 45"	111: 9 3 1 } = 38° 06' 47"
111: 6 2 1 } = 35° 45' 25"	111: 27. 3. 61 } = 38° 06' 47"
111: 5 4 0 } = 35° 45' 25"	100: 9 7 1 } = 38° 09' 21"
100: 5 3 2 } = 35° 47' 45"	100: 45. 17. 31 } = 38° 09' 21"
100: 25. 1. 18 } = 35° 47' 45"	111: 7 2 1 } = 38° 13' 01"
100: 7 5 1 } = 35° 47' 45"	111: 23. 1. 46 } = 38° 13' 01"
100: 35. 11. 23 } = 36° 04' 15"	100: 4 3 1 } = 38° 19' 44"
111: 4 3 0 } = 36° 04' 15"	100: 20. 9. 13 } = 38° 19' 44"
111: 5. 2. 14 } = 36° 05' 14"	110: 8 1 1 } = 38° 25' 54"
100: 8 5 3 } = 36° 05' 14"	110: 4 5 5 } = 38° 25' 54"
100: 40. 3. 29 } = 36° 05' 14"	100: 5 4 0 } = 38° 39' 35"
111: 8 3 1 } = 36° 21' 08"	100: 25. 16. 12 } = 38° 39' 35"
111: 7 0 5 } = 36° 21' 08"	110: 9 1 0 } = 38° 39' 35"

110: 19. 11. 16	= 38° 39' 35"	100: 9 6 5	} = 40° 57' 06"
110: 8 5 4	} = 38° 40' 24"	100: 45. 2. 39	
100: 40. 1. 32		} = 38° 42' 10"	100: 7 6 1
100: 9 6 4	100: 35. 14. 27		
100: 45. 2. 36	} = 38° 56' 33"	111: 5 2 0	} = 41° 22' 05"
100: 7 4 4		111: 8. 1. 14	
100: 35. 4. 28	} = 38° 58' 10"	100: 8 7 1	} = 41° 28' 23"
111: 5 1 1		100: 40. 17. 31	
111: 11. 1. 11	} = 39° 05' 26"	111: 6 1 1	} = 41° 39' 41"
100: 9 7 2		111: 13. 2. 13	
100: 45. 13. 34	} = 39° 13' 53"	111: 9 2 1	} = 41° 48' 37"
110: 9 1 1		111: 1. 6 7	
110: 13. 17. 17	} = 39° 17' 22"	100: 5 4 2	} = 41° 51' 15"
111: 2 1 0		100: 25. 4. 22	
111: 10. 1. 12	} = 39° 30' 35"	100: 9 7 4	} = 41° 54' 32"
110: 10. 1. 0		100: 9 8 1	
110: 21. 12. 18	} = 39° 37' 56"	100 45. 16. 37	} = 42° 01' 52"
100: 5 4 1		100: 6 5 2	
100: 25. 8. 19	} = 39° 47' 39"	100: 30. 7. 26	} = 42° 05' 53"
110: 10. 1. 1		100: 4 3 2	
110: 14. 19. 19	} = 39° 48' 20"	100: 20. 1. 18	} = 42° 09' 43"
100: 7 5 3		100: 7 6 2	
100: 35. 3. 29	} = 39° 58' 51"	100: 35. 18. 26	} = 42° 18' 09"
100: 6 5 0		100: 10. 9. 1	
100: 6 4 3	} = 40° 07' 58"	100: 50. 23. 39	} = 42° 27' 01"
100: 8 6 3		100: 8 7 2	
100: 40. 6. 33	} = 40° 14' 16"	100: 40. 13. 34	} = 42° 29' 50"
111: 8 2 1		100: 7 5 4	
111: 38. 4. 101	} = 40° 18' 56"	100: 35. 1. 32	} = 43° 05' 19"
100: 9 7 3		100: 9 8 2	
100: 45. 9. 37	} = 40° 21' 33"	100: 45. 16. 38	} = 43° 18' 50"
100: 5 3 3		111: 3 1 0	
100: 25. 3. 21	} = 40° 42' 12"	111: 5 1 8	} = 43° 18' 50"
100: 6 5 1		100: 3 2 2	
100: 30. 11. 23	} = 40° 42' 12"	100: 15. 2. 14	} = 43° 18' 50"
111: 7 3 0		111: 7 1 1	
111: 11. 1. 20	} = 40° 42' 12"	111: 5 1 5	} = 43° 18' 50"

100: 9 8 3 } = 43° 30' 40"	100: 5 5 1 } = 45° 33' 42"
100: 45. 12. 41 } = 43° 35' 26"	100: 25. 17. 19 } = 45° 33' 42"
100: 8 7 3 } = 43° 35' 26"	111: 4 1 0 } = 45° 33' 42"
100: 40. 9. 37 } = 43° 35' 26"	111: 7. 2. 10 } = 45° 33' 42"
100: 9 7 5 } = 43° 42' 21"	100: 9 7 6 } = 45° 41' 25"
100: 45. 1. 43 } = 43° 42' 21"	100: 45. 3. 46 } = 45° 41' 25"
100: 7 6 3 } = 43° 46' 50"	100: 9 9 2 } = 45° 41' 25"
100: 35. 6. 33 } = 43° 46' 50"	111: 9 1 1 } = 45° 48' 19"
100: 6 5 3 } = 44° 10' 53"	111: 19. 5. 19 } = 45° 48' 19"
100: 30. 3. 29 } = 44° 10' 53"	100: 7 6 4 } = 45° 51' 04"
100: 8 6 5 } = 44° 18' 45"	100: 35. 2. 36 } = 45° 51' 04"
100: 40. 2. 39 } = 44° 18' 45"	100: 4 4 1 } = 45° 52' 06"
111: 7 2 0 } = 44° 27' 34"	100: 20. 8. 19 } = 45° 52' 06"
111: 4 1 6 } = 44° 27' 34"	100: 7 7 2 } = 46° 07' 25"
111: 8 1 1 } = 44° 42' 38"	100: 35. 13. 34 } = 46° 07' 25"
111: 17. 4. 17 } = 44° 42' 38"	100: 9 8 5 } = 46° 20' 55"
100: 9 8 4 } = 44° 49' 19"	100: 45. 4. 47 } = 46° 20' 55"
100: 45. 8. 44 } = 44° 49' 19"	111: 9 2 0 } = 46° 27' 40"
100: 1 1 0 } = 45° —' —"	111: 16. 5. 22 } = 46° 27' 40"
100: 17. 15. 8 } = 45° —' —"	100: 3 3 1 } = 46° 30' 31"
100: 5 4 3 } = 45° —' —"	100: 15. 9. 13 } = 46° 30' 31"
100: 13. 12. 5 } = 45° —' —"	100: 4 3 3 } = 46° 30' 31"
110: 2 1 2 } = 45° —' —"	100: 20. 3. 21 } = 46° 41' 10"
110: 8 1 4 } = 45° —' —"	111: 10. 1. 1 } = 46° 41' 10"
110: 18. 1. 6 } = 45° —' —"	111: 7 2 7 } = 46° 41' 10"
110: 9. 8. 12 } = 45° —' —"	100: 6 5 4 } = 46° 51' 42"
110: 9 2 6 } = 45° —' —"	100: 30. 1. 32 } = 46° 51' 42"
100: 10. 10. 1 } = 45° 08' 33"	100: 8 7 5 } = 47° 04' 40"
100: 50. 26. 43 } = 45° 08' 33"	100: 40. 1. 43 } = 47° 04' 40"
100: 9 9 1 } = 45° 10' 33"	100: 5 5 2 } = 47° 07' 26"
100: 45. 23. 39 } = 45° 10' 33"	100: 25. 7. 26 } = 47° 07' 26"
100: 8 8 1 } = 45° 13' 19"	111: 5 1 0 } = 47° 12' 21"
100: 8 7 4 } = 45° 13' 19"	111: 3 1 4 } = 47° 12' 21"
100: 7 7 1 } = 45° 17' 22"	100: 12. 13. 0 } = 47° 17' 26"
100: 7 5 5 } = 45° 17' 22"	100: 12. 5. 12 } = 47° 17' 26"
100: 6 6 1 } = 45° 23' 33"	100: 7 7 3 } = 47° 24' 45"
100: 30. 14. 27 } = 45° 23' 33"	100: 35. 9. 37 } = 47° 24' 45"

100: 9 8 6 } = 48° —' 46''	100: 25. 1. 32 = 52° —' 53''
100: 9. 0. 10 } = 48° 07' 53''	100: 6 6 5 } = 52° 28' 04''
100: 7 6 5 } = 48° 07' 53''	100: 30. 2. 39 } = 52° 28' 04''
100: 35. 2. 39 } = 48° 11' 23''	100: 7 7 6 } = 52° 47' 32''
100: 2 2 1 } = 48° 11' 23''	100: 7 2 9 } = 52° 47' 32''
100: 10. 2. 11 } = 48° 21' 46''	100: 9 9 8 } = 53° 13' 31''
111: 6 1 0 } = 48° 21' 46''	100: 9. 1. 12 } = 53° 13' 31''
111: 11. 4. 14 } = 48° 31' 37''	100: 1 1 1 } = 54° 44' 08''
100: 5 4 4 } = 48° 31' 37''	100: 5 7 1 } = 54° 44' 08''
100: 25. 4. 28 } = 48° 34' 35''	100: 13. 17. 7 } = 54° 44' 08''
100: 15. 17. 0 } = 48° 34' 35''	100: 17. 23. 7 } = 54° 44' 08''
100: 15. 8. 15 } = 49° 02' 03''	111: 1̄ 2 2 } = 56° 18' 36''
100: 7 7 4 } = 49° 02' 03''	111: 2̄ 3 6 } = 56° 18' 36''
100: 7 1 8 } = 49° 03' 04''	111: 3̄ 4. 12 } = 56° 18' 36''
100: 8 7 6 } = 49° 03' 04''	100: 2 3 0 } = 59° 02' 10''
100: 40. 3. 46 } = 49° 13' 01''	100: 10. 12. 9 } = 59° 02' 10''
111: 7 1 0 } = 49° 13' 01''	100: 3 5 0 } = 59° 02' 10''
111: 13. 5. 16 } = 49° 23' 14''	100: 3 4 3 } = 59° 02' 10''
100: 5 5 3 } = 49° 23' 14''	100: 1 2 0 } = 63° 26' 06''
100: 25. 3. 29 } = 49° 41' 04''	100: 5 8 6 } = 63° 26' 06''
100: 6 5 5 } = 49° 41' 04''	100: 8. 17. 0 } = 64° 47' 56''
100: 6 1 7 } = 49° 44' 50''	100: 8. 8. 15 } = 64° 47' 56''
100: 9 8 7 } = 49° 44' 50''	100: 2 5 0 } = 68° 11' 55''
100: 45. 4. 53 } = 49° 52' 18''	100: 2 4 3 } = 68° 11' 55''
111: 8 1 0 } = 49° 52' 18''	100: 5. 13. 0 } = 68° 57' 45''
111: 5 2̄ 6 } = 49° 52' 18''	100: 5. 5. 12 } = 68° 57' 45''
100: 3 3 2 } = 50° 14' 16''	100: 1 3 0 } = 71° 33' 54''
100: 15. 1. 18 } = 50° 14' 16''	100: 5. 12. 9 } = 71° 33' 54''
111: 9 1 0 } = 50° 23' 19''	100: 2 7 0 } = 74° 03' 16''
111: 17. 7. 20 } = 50° 23' 19''	100: 10. 28. 21 } = 74° 03' 16''
111: 10. 1. 0 } = 50° 48' 26''	100: 1 4 0 } = 75° 57' 50''
111: 19. 8. 22 } = 50° 48' 26''	100: 5. 16. 12 } = 75° 57' 50''
100: 4 4 3 } = 51° 20' 25''	100: 2 9 0 } = 77° 28' 16''
100: 4 5 0 } = 51° 20' 25''	100: 10. 36. 27 } = 77° 28' 16''
100: 9 9 7 } = 51° 42' 51''	100: 1 4 3 } = 78° 41' 24''
100: 9. 3. 11 } = 51° 42' 51''	100: 1 5 0 } = 78° 41' 24''
100: 5 5 4 = 52° —' 53''	100: 1 6 0 = 80° 32' 16''

$$\begin{array}{rcl}
 110: 5.24.18 & = & 80^{\circ} 32' 16'' \\
 100: 1 \ 7 \ 0 & \} & = 81^{\circ} 52' 12'' \\
 100: 5.28.21 & \} & \\
 100: 1 \ 1 \ 7 & \} & = 81^{\circ} 57' 02'' \\
 100: 1 \ 5 \ 5 & \} & \\
 100: 1 \ 8 \ 0 & = & 82^{\circ} 52' 30''
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 100: 5.32.24 & = & 82^{\circ} 52' 30'' \\
 100: 1 \ 9 \ 0 & \} & = 83^{\circ} 39' 35'' \\
 100: 5.36.27 & \} & \\
 100: 1.10.0 & \} & = 84^{\circ} 17' 22'' \\
 100: 1 \ 8 \ 6 & \} &
 \end{array}$$

*

A számolt adatok 1''-re pontosak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. október 21.-én tartott üléséből.)

A SISMIKUS TŰNEMÉNYEK ÚJ GEOMETRIAI ELMÉLETE.

KÖVESLIGETHY RADÓ lev. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

BEVEZETÉS.

Az angol geophysikai iskola, felbuzdúlva HOPKINS-nek a 40-es évek legelején közzétett tanulmányain, hosszú ideig foglalkozott a Föld belső szerkezetének megismerése czéljából a præcessio és nutatio elméletével. Valóban közel fekvő gondolat, hogy a Föld tetszőlegesen feltételezett belső tömegeloszlásából számított præcessio-állandó összehasonlítása a csillagászatilag észlelttel, a számítás alapját tevő feltevés nagyobb vagy kisebb valószínűségére, tehát utóbb a hypothesisnek fokenkénti javítására is fog vezetni. HOPKINS, HENESSEY, PLANA, DELAUNAY, THOMSON, DARWIN és BARNARD számos ide vonatkozó kísérlete után THOMSON a British Association glasgowi megnyitóján 1876-ban kimondhatta, hogy a præcessio és nutatio tanulmányozása a földkéreg szerkezetére nézve lényeges okulást nem adhat, s hasonló értelemben nyilatkozott mintegy 8 évvel előbb már DELAUNAY is. E vélemény helyesége még jobban kitűnt, midőn G. H. DARWIN 1879-ben a viscosus, S. OPPENHEIM pedig 1885-ben a folyós sphæroid tengelyforgásával foglalkozott. Akár folyós, akár rideg Földet tételezzünk is fel, első közelítésben a számított præcessio-állandó azonosnak mondható a megfigyelttel, a miből következik, hogy ez állandó kevésbé a Föld tömegeloszlásának minőségét, mint inkább alakját, forgását s a ráható külső erők hatásmodorát jellemzi, minél fogva a Föld belsejének tanulmányozására alkalmatlanná válik. THOMSON véleménye szerint mindössze csak az tartható fönn, hogy merev, vékony kéreg esetében a nutatio rövid periodusú tagjai — külö-

nösen 6 hónapos és 14 napos tagjai — teljesen megmásulnának s ugyanezt találja más úton DARWIN is, ki a kontinensek nyomásából azt következteti, hogy a földkéreg még 1600 km. mélységben is a granit merevségével bír.

Mindenesetre nagy veszteség, hogy az analitikailag aránylag szigorúan ellenőrizhető és csillagászatilag nagy pontossággal észlelhető præssio jelensége a Föld belsejének tanulmányozása számára elesik, s hogy ezzel is egy módszert veszítünk azon kevesekből, melyek e czélt szolgálhatnák. A Föld középsűrűsége, lapultsága és az ingamérésekből következtetett főtételenségi momentumok viszonyai szintén elég szegényes adatok. Annál buzgóbb tanulmányozás tárgyává tették ezután a tengerjárás jelenségeit, a melyekből megbízhatóbb eredményeket várhatunk, a mire ugyancsak már THOMSON és DARWIN utalt. Ha ugyanis a Föld nem absolut rideg test, akkor a tengerjárás módjára testét egy a Holdat és Napot követő deformatiohullám futja végig, melynek befolyása abban lesz mérlegelhető, hogy az absolut rideg Földet jellemző vizemelkedés helyett ennek és a Föld kérgének hullámozási különbségét érezzük. Fájdalom, a Földnek matematikailag egykönnyen nem jellemezhető felületi alakzata, és a tengereknek ismeretlen mélységi törvénye a tengerjárás tisztán elméleti kiszámítását lehetetlenné teszi; be kell érünk azzal, hogy az elméletből levezessük a tünemény lefolyásának alakját, periodusait, míg a benne fellépő állandókat, a különböző periodusokhoz tartozó amplitudokat helyről helyre alkalmasan felállított limnographokon vezetjük le. Az eddig e téren elért eredmények a megfigyelés nehézségei folytán még nem nagyon megbízhatók, de annyit már mégis mondhatunk, hogy a földkéreg tetemes rugalmas utóhatása miatt a víz fél napi periodusa majdnem zavartalanul mutatkozik, ép úgy, mintha a Föld rideg volna. A fél évi periodust nagyon befolyásolják az ugyane periodushoz kötött összes meteorológiai tényezők, s így csupán a félhavi periodus marad, melyre különös ügyet kell vetni. A legmegbízhatóbb megfigyelések szerint e periodus teljesen elmosódik, mi éppen az angol rigidisták elméletével ellentétben azt bizonyítja, hogy e periodusban a földkéreg hullámozása közel akkora, mint a vízé, jeléül a kéreg még észrevehető rugalmasságának.

Mivel tehát a praecessió nem sok új adatot szolgáltat a Föld belsejének megismerésére s a tengerjárásai jelenségek módszere, mely természetesen föld és víz érintési vonalára vonatkozik, szintén elég gyakorlati nehézségekbe ütközik, iparkodtam az elveszett területből más irányban visszahódítani lehetőleg sokat, s azon véleményre jutottam, hogy a földrengések tanulmányozása talán előbbre vezethetne. A földrengések mechanikailag szintén elég könnyen tárgyalhatók, s majdnem naponkénti előfordulásuk folytán elég gyakori alkalmazást ígérnek, azonkívül külön-külön tengerre és szárazra is kihatók. Teljesen találkozott e nézetem MALLETT nézetével: «seismology is chiefly to be viewed and valued, as the instrument by which a knowledge of the deep interior of our planet will be attained» és midőn a nmgú vallás- és közoktatásügyi minister úr segélyezése lehetségessé tette e nyári olaszországi tanulmányútamot, előzetes tanulmányaim egy gyümölcse a sismikus jelenségek egy teljesen új és részben meglepő geometriai elmélete lett. Már régebben gyanakodással tekintetem azon aránylag sekély mélységeket, melyekben az eddigi számítási módszerek szerint a rengés eredete keresendő — MALLETT szerint ez sohasem nagyobb 60 km.-nél —, az okok gyengeségét, melyek ezen sekély mélységeket támogatni volnának hivatva, a földfelületi terjedési sebességnek az eddigi elmélet szerint levezetett rendkívül nagy és ingadozó értékeit, és meggyőződván róla, hogy a terjedési sebesség állandóságát s ezzel együtt az egyenes irányú terjedést elhagyva tetemesen nagyobb mélységekre bukkanunk, a rengések új geometriáját dolgoztam ki. Az eredmény különösen azért lepott meg engem is, mert a rengési kezdőpont nagyobb mélysége ellen szóló egyetlen argumentum, a rengés földfelületi csekély terjedelme igen váratlan módon nyer magyarázatot, mely a rengési jelenségeket még azonfelül a geophysika egyéb részeivel, különösen a sarkmagassági változásokkal és mikrosismikus mozgásokkal látszik kapcsolatba hozni. Az elmélet további kidolgozására az olasz geodynamikai observatoriumokban tett tapasztalataim buzdítottak, különösen pedig GRABLOWITZ GYULA, a casamicciolai állomás igazgatójával folytatott eszmecsere, mely nagyobbbrészt a rengési hullámfelület alakmeghatározására vonatkozott és az idevágó irodalmat bejáró panasz a még mindig hiányzó kielégítő elmélet

miatt. Ez elmélet közzétételétől várom, hogy a hullámfelület nehézkes gyakorlati meghatározásában némileg könnyítésül szolgáljon, a terjedési sebességnek és ezzel együtt a földkéreg rugalmas magaviseletének pontosabb értékeihez vezessen, hogy a rengési középpontnak tetemesen tágitott játszóttere ez érdekes tünetmények physikai magyarázatában is nyomot hagyjon s hogy nehézségi mérésekkel együtt érdekes felvilágosításokat adjon a kéreg szerkezetére vonatkozólag.

A földrengési sugár alakja.

A rengés forrását egyelőre — mert ugyancsak MALLETT szavaival élve: «it is of the nature of all science, to be but the portal to greater and higher truth beyond» — egyszerűség kedvéért egyetlen pontnak tekintem, melyből v pontonként változó terjedési sebességgel minden irányban sugarak indulnak ki. Ezek egy további megszorítás értelmében úgy a földforgás, mint a geoidalak, a Hold vonzása sőt egyelőre még a földfelületi alakzatok befolyása alól menteknek tekintessenek. Ekkor az idő, mely alatt a rengés valamely állandó A pontból ugyancsak állandó B pontig jut

$$t = \int_A^B \frac{ds}{v} \quad 1)$$

által adott, ha ds a sugár útjának egy elemét jelenti. A rezgési elmélet értelmében ez integrál határértéket képvisel, tehát variációja nulla. Ha a terjedési sebesség reciprok értékével arányos n mennyiséget most is törési mutatónak nevezzük, akkor ugyancsak kell hogy álljon

$$\partial \int_A^B n ds = 0; \quad 2)$$

n általában a helyzet függvénye. Ha tehát derékszögű, a Föld középpontjában eredő koordinátarendszert vezetünk be s megmondjuk, hogy d és ∂ karakteristikák jelen esetben felcserélhetők, akkor 2)-ből lesz:

$$\int_A^B \left(\frac{\partial n}{\partial x} \partial x + \frac{\partial n}{\partial y} \partial y + \frac{\partial n}{\partial z} \partial z \right) ds + \\ + \int_A^B n \left(\frac{dx}{ds} d\partial x + \frac{dy}{ds} d\partial y + \frac{dz}{ds} d\partial z \right) = 0.$$

A második integrál minden tagja partiális integratio útján átalakítható; ugyanis

$$\int n \frac{dx}{ds} d\partial x = n \frac{dx}{ds} \partial x - \int \frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) ds \partial x$$

és hasonlóképpen y, z betűknek x helyébe való helyettesítése által a többi integrál is. Ennélfogva a jelzett variatie:

$$\int_A^B \left(\frac{\partial n}{\partial x} \partial x + \frac{\partial n}{\partial y} \partial y + \frac{\partial n}{\partial z} \partial z \right) ds - \\ - \int_A^B \left(\frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) \partial x + \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) \partial y + \frac{d}{ds} \left(n \frac{dz}{ds} \right) \partial z \right) ds + \\ + \left[n \frac{dx}{ds} \partial x + n \frac{dy}{ds} \partial y + n \frac{dz}{ds} \partial z \right]_A^B = 0$$

alakban is írható. A és B pont állandósága folytán az utolsó tag elesik, és $\partial x, \partial y, \partial z$ variatiók egész tetszőleges volta mellett a feltétel csak így állhat meg, ha

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial x}; \quad \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial y}; \quad \frac{d}{ds} \left(n \frac{dz}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial z}. \quad 3)$$

Mivel ez egyenletekben, melyek a rengési sugár alakját határozzák meg, s , az ív maga a független változó, világos, hogy nem mindhárom független egymástól, mint arról különben könnyű számítás által is meggyőződhetünk.

A Földnek úgy csillagászati, mint nehézségi magaviselete elég jól magyarázható, ha sűrűségét koncentrikus gömbretegekben egyenlőnek tételezzük fel. Gondoljuk, hogy egyelőre ugyanaz legyen érvényes a törésmutatóra is. Ekkor n csupán a radius vector függvénye, és természetes, hogy a sugár síkjából nem tér ki. Ennél-

fogva $z=0$, és a 3) egyenletek kettejéből az előbbi okoskodással egyenlő alapon bizonyítható, hogy most már egyetlen egyenlet is elegendő a sugár jellemzésére. Mivel ez egyszerűbb esetben

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{dn}{d\rho} \frac{x}{\rho}; \quad \frac{\partial n}{\partial y} = \frac{dn}{d\rho} \frac{y}{\rho}; \quad \rho^2 = x^2 + y^2, \quad 4)$$

egyenleteink a következő igen egyszerű alakot öltik :

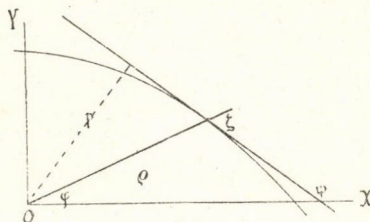
$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) = \frac{dn}{d\rho} \frac{x}{\rho}; \quad \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) = \frac{dn}{d\rho} \frac{y}{\rho}. \quad 5)$$

Ha az elsőt y -nal, a másodikat $-x$ -el szorozzuk és összeadjuk, lesz :

$$y \frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) - x \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) = 0,$$

vagy valóban differenciálva és alkalmasan összevonva :

$$\frac{d}{ds} \left(n \left(y \frac{dx}{ds} - x \frac{dy}{ds} \right) \right) = 0$$



i. ábra.

és integrálva :

$$n \left(y \frac{dx}{ds} - x \frac{dy}{ds} \right) = C. \quad 6)$$

Ha polár-koordinátákat vezetünk be :

$$x = \rho \cos \varphi; \quad y = \rho \sin \varphi, \quad 7)$$

és φ -vel jelöljük a görbének xy pontjában húzott érintő szögét a pozitív poláros tengely irányával, akkor (1. ábra)

$$n\rho \sin(\psi - \varphi) = C$$

vagy

$$n\rho \sin \zeta = C, \quad (8)$$

ha ζ a sugár érintőjének szöge a zenithiránynyal. A képlet elegáns volta miatt felemlitem még, hogy $\rho \sin \zeta = p$ az O pontból a sugár érintőjére bocsátott merőleges, és ezért 8) $p n = C$ egyszerű alakban is írható. Ha a 7) egyenleteket 6)-ba visszük, lesz

$$n\rho^2 d\varphi = C \sqrt{d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2}$$

vagy quadratura alakjában:

$$\varphi = \gamma + \int \frac{C d\rho}{\rho \sqrt{n^2 \rho^2 - C^2}} \quad (9)$$

hol a C állandó 8) segítségével könnyen meghatározható. Fekteszünk ugyanis (2. ábra) a Föld középpontja körül gömböt, melynek felülete a rengési középponton C -n, $OC = \rho_0$ sugárral áthalad. E gömb felületén legyen a törési mutató n_0 , a sugár emersio-szöglete, vagy magassága ε . Polár tengelyűl, mely egyszersmind az összes itt előforduló forgási felületeknek forgási tengelye, válasszunk a ρ_0 sugár meghosszabbítását OE , a rengési tengelyt, mely a Föld felületén a rengés E epicentrumában metsz be. Ekkor 8) szerint írhatjuk:

$$C = n_0 \rho_0 \cos \varepsilon \quad (10)$$

a mivel a 9) integrálban szereplő állandó meg van határozva.

Hogy most n -nek ρ -tól való függését kifejtessük, fel kell tennünk, hogy ezen rezgő mozgásra is áll NEWTON törési tétele. Ha ugyanis s a Föld sűrűsége ρ távolságban a Föld középpontjától — a távolság egységeül ezentúl mindig a Föld sugarát választjuk —, s_1 a földfelület sűrűsége és n_1 ugyanannak törésmutatója, akkor e feltevés szerint és tekintet nélkül a Földet alkotó anyag esetlegesen nem homogen mineműségére áll:

$$\frac{n^2 - 1}{s} = \frac{n_1^2 - 1}{s_1}, \quad (11)$$

mely minden eddigi tapasztalatunk szerint elég közel is talál. A Föld sűrűségét itt legkényelmesebben a ROCHE-féle törvény által (Mé-

Ez egyenletek felhasználásával lesz már most:

$$n^2 = 1 + (n_1^2 - 1) \cdot \frac{S}{s_1} - a \frac{S}{s_1} (n_1^2 - 1) \rho^2, \quad (13)$$

vagy a következő czélszerű rövidítések

$$n_1^2 - 1 = \mu, \quad \frac{S}{s_1} = \sigma, \quad (14)$$

$$1 + (n_1^2 - 1) \frac{S}{s_1} = 1 + \mu\sigma = N; \quad a(n_1^2 - 1) \frac{S}{s_1} = a\sigma\mu = p \quad (15)$$

bevezetésével:

$$n^2 = N - p\rho^2. \quad (16)$$

Ezekben μ a földfelületi töröképesség, N pedig a törésmutató a Föld középpontjában. Mivel s_1 a 2·5 és 2·8 értékek között áll, de továbbá 12) szerint

$$\sigma = \frac{1}{1-a} \quad (17)$$

alakban is írható, és a közel $\frac{3}{4}$, itt teljesen kielégítő pontossággal

$$\sigma = 4, \quad a\sigma = 3; \quad N = 1 + 4\mu, \quad p = 3\mu$$

tehető, ha áttekintés kedvéért numerikus számolásokat eszközölünk.

Most a 9) integrál a következő alakba megy át:

$$\varphi = \gamma + \sqrt{N - p\rho_0^2} \rho_0 \cos \varepsilon \int \frac{d\rho}{\rho \sqrt{N\rho^2 - p\rho^4 - (N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon}}, \quad (18)$$

mely $\rho^2 = \frac{1}{x}$ helyettesítés után véges alakban:

$$\varphi = \gamma + \frac{1}{2} \arccos \frac{2(N - p\rho_0^2) \rho_0^2 x \cos^2 \varepsilon - N}{\sqrt{N^2 - 4p(N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon}} \quad (19)$$

vagy $x = \frac{1}{\rho^2}$ visszahelyettesítése után:

$$\rho^2 = \frac{2(N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon}{N + \sqrt{N^2 - 4p(N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon} \cdot \cos 2(\varphi - \gamma)} \quad (20)$$

s ez általában véve egyenlete oly ellipsisnek, melynek középpontja a Földével azonos, és melynek kis tengelye az óramutató irányában növekedő szögek mentén olvasva, az OE tengelylyel γ szöveget zár be. Mivel ezen ellipsis egyenlete

$$\rho^2 = \frac{2a^2b^2}{(a^2+b^2) + (a^2-b^2)\cos 2(\varphi-\gamma)}$$

alakban is írható, világos, hogy az ellipsis tengelyei

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{2(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}{N-\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}}; \\ b^2 &= \frac{2(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}{N+\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}} \end{aligned} \quad 21)$$

vagy racionális nevezővel:

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{N+\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}}{2p}; \\ b^2 &= \frac{N-\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}}{2p}. \end{aligned} \quad 22)$$

A γ szög is könnyen meghatározható azon megfontolásból, hogy a rengés forrása az OE tengelyben fekszik. Ugyanis $\rho = \rho_0$ számára, kell hogy legyen $\varphi = 0$. Ez ad 20) segítségével

$$\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon} \cos 2\gamma = 2(N-p\rho_0^2)\cos^2\varepsilon - N,$$

a miből továbbá:

$$\begin{aligned} \cos 2\gamma &= \frac{2(N-p\rho_0^2)\cos^2\varepsilon - N}{\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}}; \\ \sin 2\gamma &= \frac{-(N-p\rho_0^2)\sin 2\varepsilon}{\sqrt{N^2-4p(N-p\rho_0^2)\rho_0^2\cos^2\varepsilon}}; \\ \text{tang } 2\gamma &= \frac{-(N-p\rho_0^2)\sin 2\varepsilon}{2(N-p\rho_0^2)\cos^2\varepsilon - N} \end{aligned} \quad 23)$$

kiszámítható. Megjegyzem, hogy a $\sin 2\gamma$ -t adó gyökkifejezés a szögek olvasásának értelmében a negatív előjelt kapja.

A (vonalos) excentricitásnak

$$e^2 = \frac{\sqrt{N^2 - 4p(N - p\sigma_0^2)\sigma_0^2 \cos^2 \varepsilon}}{p}$$

megtekintése tüstént mutatja, hogy a sugárnak 20) egyenlete általában véve csakugyan ellipsishoz tartozik. Hyperbola az $e^2 > a^2$ feltételnek értelmében csak akkor lehet, ha p , tehát μ is negatív, azaz, ha $n_1 < 1$, vagyis ha a terjedési sebesség általában véve — geológiai különös körülmények helyenként eltéréseket természetesen létre hozhatnak — nagyobbodó mélységgel nagyobbodik. Parabola csak azon esetben, ha véges számláló mellett $p=0$, azaz maga $\mu=0$, vagy $n_1=1$. Ekkor a terjedési sebesség az egész Föld belsejében mindig ugyanaz, és a parabolikus sugárnak a Föld testében fekvő része egyenessel azonosítandó. A sugár végül teljes köralakot is vehet fel, ha $e=0$, azaz, ha a törési mutató bizonyos nagyságánál fogva a sugár a rengési tengelynek meghatározott pontjából meghatározott szög alatt indul ki.

Lényegesen egyenes földrengési sugarak feltételezése képezi a MALLETT-féle elmélet alapját, mely e szerint a mi általánosabb elméletünk egy, még pedig parabolikus alosete. A hyperbolikus alosethez közel áll ellenben SCHMIDT A. elmélete, mely szerint a rengési sugarak a rengési tengely felé concav oldalukat fordítják, a mit a 20) egyenlet alapul vétele mellett csak a hyperbolikus sugár tehet. Azonban könnyű belátni, hogy mindkét esetben a Föld belsejében bárhol kiváltott rengés a Föld egész felületén lesz észrevehető; gyöngülés csak a földanyag absorptiója és a távolság növekedése folytán jöhetne létre. Elliptikus sugarak ellenben, mint csakhamar látni fogjuk, a rengés terjedelme számára aránylag igen szűk határokat vonnak.

A 22) és 23) egyenletek teljesen meghatározzák az elliptikus sugár alakját és helyzetét. Ha tehát $\varepsilon=90^\circ$, azaz a lökés egyenesen az epicentrumnak tart, akkor $a^2 = \frac{N}{p}$, $b^2=0$, és $\tan 2\gamma=0$, ez értéket negatív értékeken át érve el. Ennélfogva a sugár OE

irányba esik és $\sqrt{\frac{N}{p}}$ hosszúságú egyenest ad. Ha ellenben $\varepsilon=0$, akkor $\gamma=0$, $a=\sqrt{\frac{N}{p}-\rho_0^2}$, $b=\rho_0$, azaz, az ellipsis körül van írva a ρ_0 sugarú gömbnek, és nagy tengelye merőlegesen áll az OE földrengési tengelyre. Mivel végül a mondott egyenletekben csak $\cos^2\varepsilon$ fordul elő, világos, hogy a radius vector $+\varepsilon$ és $-\varepsilon$ számára ugyanaz, és ugyancsak $90^\circ+\varepsilon$ és $90^\circ-\varepsilon$ számára is azonos, azaz úgy a földrengési tengely maga, mint a rengés fészkeében reá emelt merőleges a földrengési sugarak egy-egy symmetriatengelye.

A következőkben szükségünk van ez ellipsisok apexvonalára is, azaz ama felületre vagy annak meridiángörbéjére, mely az egymásra következő ε -okhoz tartozó ellipsisok csúcspontjait burkolja. Ha ismét az OE tengelyt választjuk polártengelyül, a Föld középpontját koordinátakezdőpont gyanánt, akkor a csúcspont anomáliája egyszerűen:

$$\varphi = 90^\circ + \gamma \quad \text{vagy} \quad \cos 2\varphi = -\cos 2\gamma, \quad (24)$$

mely egyenlet 22) és 23)-mal együtt ε eliminációja után adja a kívánt burkolót (l. 3. ábra, $AA'BB'$ 377. oldalon):

$$2 \frac{a^2}{\rho_0^2} (N - pa^2) = N + (N - 2pa^2) \cos 2\varphi \quad (25)$$

alakban. Ha ellenben OE -t positiv X -tengelyül választjuk, megfelelőleg:

$$x = a \cos \varphi; \quad y = a \sin \varphi \quad (26)$$

írunk, akkor derékszögű koordinátákban kifejezve e burkoló felület meridiángörbéje:

$$p(x^4 - y^4) - Nx^2 + \frac{1}{\rho_0^2}(x^2 + y^2)^2(N - p(x^2 + y^2)) = 0, \quad (27)$$

melynek szintén úgy az X , mint az Y tengelye symmetriavonala, s melynek könnyen beláthatólag maximuma $\varphi=0$ esetén $a^2 = \frac{N}{p}$,

minimuma $\varphi=90^\circ$ esetén $a^2 = \frac{N}{p} - \rho_0^2$ által van adva.

A rengési sugár mérethatárai.

Világos, hogy a rengési sugár elliptikus alakja a sugár-útnak csak azon darabjára vonatkozhatik, mely teljesen a Föld belsejében fekszik, és ezért a rengési sugár alakja még behatóbb megvitátás tárgya lehet. Ha ugyanis a Föld, vagy általában valamely égi test oly szerkezetű, hogy benne mindig $n^2\rho^2 > n_0^2\rho_0^2 \cos^2\varepsilon$, akkor a 9) egyenlet értelmében φ mindig valós, és ρ növekedésének φ növekedése felel meg. Ekkor bármily emersioszög alatt kiemelkedő sugár a ρ_0 sugarú gömb felületéről nemcsak a Föld felületéig jut, hanem annak légkörébe is behatol, sőt a végtelenségig is folytathatja útját, ha a levegő számára is áll a mondott $n^2\rho^2 > n_0^2\rho_0^2 \cos^2\varepsilon$ feltétel. Ha n^2 a távolság folytonos függvénye, akkor a sugár útja úgy a Föld belsejében, mint annak légkörében folytonos görbe, mely csak a légkörbe való belépés alkalmával mutat ugrásos törést. Ha ellenben a Föld belsejének valamely pontjában $n^2\rho^2 < n_0^2\rho_0^2 \cos^2\varepsilon$ is lehet, akkor léteznek emersioszögek, melyek számára a φ integráljában szereplő gyök képzetessé válhatik.

Ekkor valamely $\frac{\cos^2\varepsilon}{\rho^2} > \frac{n^2}{n_0^2\rho_0^2}$ feltételt kielégítő sugár ε szög alatt

emelkedik a ρ_0 sugarú gömbből, és eléri a ρ magasságot. Ekkor a 9) radikánusa zérus lesz és a φ folytatása csak úgy van megadva, hogy a radikáns ellentett jelűvé válik és φ fogyni kezd. A sugár tehát, mint ezt különben már felismert elliptikus alakjánál fogva tudjuk, ρ magasságban megfordul, és felszálló ágával symmetrikus pályán ismét a kiindulási gömb felületére bocsát-

kozik. Ha ellenben $\cos^2\varepsilon_0 = \frac{n^2\rho^2}{n_0^2\rho_0^2}$, akkor ezen ε_0 szög alatt kilépő

sugár körös törést szenved, és végtelen sok keringésben futja körül a ρ_0 sugarú gömböt. Ezen utóbbi ε_0 alatt kilövelt sugarak képezik a határt azon sugarak között, melyek $\varepsilon = 90^\circ$ és $\varepsilon = \varepsilon_0$ között feküdvén a Föld felületéig eljutnak, és azon $\varepsilon = \varepsilon_0$ és $\varepsilon = 0^\circ$ emersiojú sugarak között, melyek a Föld felületét soha el nem erhetik. Ez utóbbiak energiája a végnélkül megnövekedő belső absorptio által a Föld belsejében tűnik el.

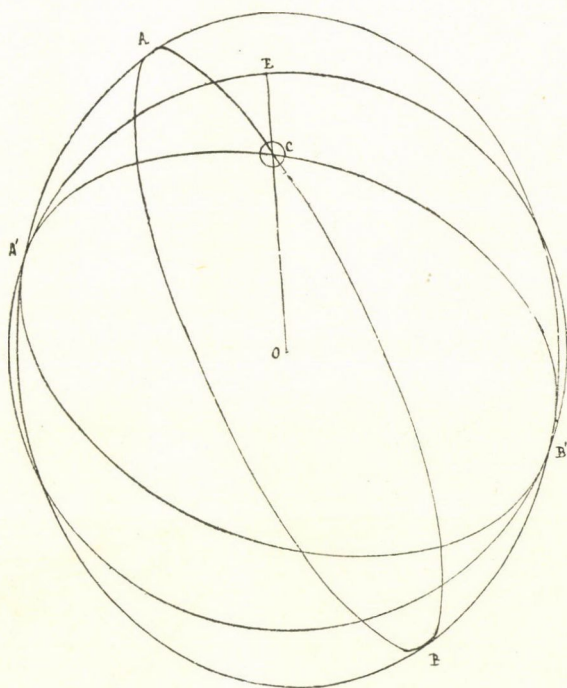
Eleve tehát nincs kizárva azon lehetőség, hogy a Föld bel-

sejében keletkező rengéseknek csak igen keskeny sugárkúpja jusson hatályosan a Föld felületére, hogy tehát a rengéseknek igen mélyen fekvő eredete ellenére is csak kis területre szorítkozzanak.

A 9) integrált a levegő sugártörésének tanulmányozásánál már KUMMER fektette alapúl (Monatsber. d. Ak. d. Wiss. Berlin, Sitzg. 12. Juli 1860); a Napnak egészen új, meglepő elméletét adja AUGUST SCHMIDT (Die Strahlenbrechung auf der Sonne, ein geometrischer Beitrag zur Sonnenphysik, Stuttgart, 1891) a 8) egyenlet alapján, és ugyancsak a KUMMER-féle integrálra támaszkodik OTTO KNOPF (Die SCHMIDT'sche Sonnentheorie und ihre Anwendung . . . , Jena, 1893). Míg Földünk légköre olyan természetű, hogy benne az idézett radikáns bizonyíthatólag mindig valós marad, addig a Nap és talán a Jupiter légköre is minden valószínűség szerint a második lehetőségnek is helyet enged. Ha tehát a Nap gáznemű égi test, melynek sűrűsége minden fizikai határolás nélkül egészen a végtelenig fogy, s melynek törésmutatója végtelen kis sűrűség mellett az egység felé konvergál, akkor az ϵ_0 határ-emissiószög alatt kilépő sugarak a világűrbe még jutó és a Nap testébe visszatérő sugarak között asymptotikus fény-gömbhéjt hoznak létre, mely némi távolságból nézve okvetlenül a fizikai határolás, a korong látszatát fogja kelteni.

Vizsgáljuk meg most közelebbről az elliptikus sugár nagy tengelyét, mert ettől függ, vajjon valamely rengési sugár a Föld felületén sismikusan érezhető-e? Mert ha $a > 1$, mint a 3. ábrában az AB , akkor a rengési hullám eléri a földfelületet és annak légkörébe lép át. Bárminő szög alatt történjék is az, a Föld légkörének előbb említettem tulajdonsága folytán (hogy t. i. benne mindig $n^2 \rho^2 > n_0^2 \rho_0^2 \cos^2 \epsilon$) a hullám a csillagászati sugártörés törvényei szerint a levegőn át a világűrbe hatol, a nélkül, hogy az ellipszinek ismét a Földre leszálló ágában sismikusan hatályossá válhatnék. De ebből egyszersmind az is következne, hogy az $a > 1$ feltételnek minden ϵ számára való érvényességét véve, bárhol a Föld belsejében kiváltott rengési hullám a Föld felületének minden pontján kisebb-nagyobb intenzitásban észlelhetővé válnék, mi a sismikus, de úgy látszik még a mikrosismikus megfigyeléseknek is ellentmond. Ha ellenben legalább bizonyos körülmények között az $a < 1$ volna, akkor a rengési sugarak jó része teljesen a Föld

belsejében végzi elliptikus keringését a nélkül, hogy hatása a felületén legkevésbé is megnyilatkoznék. Ez esetben meg lehet, hogy igen intenzív rengés is csak nagyon korlátozott területen észlelhető, és fölötte valószínű, hogy — míg maguk a rengések a Föld tengelyforgását nem befolyásolják — ezen endogen rengések absorbeált energiája hozza létre vagy készíti elő ama tömegáttételeket, melyek a sarkmagasság változásainak magyarázatául álta-



3. ábra

lánosan elfogadtatnak. Ez alapon legalább nem volna eleve tagadható, hogy a két jelenség periodusa között bizonyos, bár távoli rokonság mutatkoznék.

Lássuk most azon körülményeket, melyek mellett $a < 1$ lehet; erre elegendő az $a=1$ határeset meghatározása (l. 3. ábra,

$A'B'$), mert ez választja el azon rengéseket, melyek a földfelületen érezhetők ($a > 1$), azoktól, melyek teljesen endogen természetűek ($a < 1$). A 22) egyenlet elsejéből következik $a = 1$ számára :

$$2p - N = \sqrt{N^2 - 4p(N - p\rho_0^2)\rho_0^2 \cos^2 \varepsilon}, \quad (28)$$

a miből továbbá

$$\cos^2 \varepsilon = \frac{N - p}{(N - p\rho_0^2)\rho_0^2} \quad (29)$$

adja azon emersiószöveget, a mely alatt kilövelt sugár a felületet még épen érinti. Ha most futólagosan

$$z = \rho_0^2(N - p\rho_0^2), \quad (30)$$

akkor először is látnivaló, hogy a természetszerű $1 > \rho_0 > 0$ feltétel mellett $\cos^2 \varepsilon$ nem lehet negatív, mert 15) szerint a dolog lényege által követelt pozitív μ mellett $N > p$. A $z = 0$ egyenlet gyökei továbbá :

$$\rho_0'^2 = 0, \text{ és } \rho_0''^2 = \frac{N}{p} = \frac{1 + \sigma\mu}{a\sigma\mu}. \quad (31)$$

Ez utóbbi érték növekedő μ mellett állandóan fogy, minimuma tehát $\mu = \infty$ esetén következik be és értéke $\frac{1}{a} = \frac{4}{3}$. A rengési sugarak egyenes irányú terjedése mellett ellenben $\mu = 0$, mi ρ_0'' maximumát szabja meg. Ezért

$$\rho_0' = 0, \text{ és } \infty > \rho_0'' > \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.1547, \quad (32)$$

úgy hogy $z = 0$ két gyöke (a negatív előjelűek itt nem jelentősek) közül az egyik állandóan a Föld középpontjába esik, a másik ellenben állandóan a Földön kívül keresendő. Mindkét gyök számára $\cos^2 \varepsilon = \infty$, ε tehát képzetes. E két gyök között z azonban

$$[\rho_0^2] = \frac{N}{2p} = \frac{1 + \sigma\mu}{2a\sigma\mu} \quad (33)$$

magasságban fekvő,

$$Z = \frac{N^2}{4p} = \frac{(1 + \sigma\mu)^2}{4a\sigma\mu} \quad (34)$$

értékű maximummal bír. [ρ_0^2] már a Föld belsejébe is kerülhet (mi $\mu = \frac{1}{(2a-1)\sigma} = \frac{1-a}{2a-1}$ esetében áll be; μ ekkor $\frac{1}{2}$ és $n_1 = 1.2247$); ugyanis $\mu=0$ és $\mu=\infty$ számára áll

$$\infty > [\rho_0] > \frac{1}{\sqrt{2a}} = 0.8165. \quad (35)$$

És ennél fogva az eddig feltételezettekhez képest igen nagy mélységekben lehet a földrengés fészke, a nélkül, hogy ez által a Föld felületének nagy része szenvedne rázkódtatást. A föld sugarat 6370 km.-nyinek véve, ezen mélység 1169 km. vagy a pontosabb $a=0.764$ mellett épenséggel 1217 km. Különben valószínű, hogy az eddigi tapasztalatainkkal (a Föld középsűrűsége, lapultsága és a főtételenségi momentumok viszonyai) szintén összeférő, a ROCHE-étől eltérő sűrűségi törvény még nagyobb mélységekbe is vezetne. $\cos^2 \varepsilon$ -nak 29)-ből következő abszolút minimuma tehát $\rho_0 = [\rho_0]$ esetben

$$\cos^2 \varepsilon_0 = \frac{4p}{N^2} (N-p) \quad (36)$$

és itt egyszersmind $\zeta_0 = 90^\circ - \varepsilon_0$ azon OE tengelyvel bír, csúcsával a ρ_0 magasságban fekvő kúp maximumnyílása, a melyen belül fekvő sugarak a Föld felületét még általában érhetik. Mivel

$$\frac{d}{d\mu} (\sin^2 \zeta_0) = \frac{4a\sigma^2 \mu}{(1+\sigma\mu)^3} (1-2a)$$

a értéke mellett pozitív μ számára lényegesen negatív, növekedő μ mellett a kúp nyílása folyton fogy. Ennél fogva $\sin^2 \zeta_0$ mindenestre nagyobb, mint 36)-nak értéke $\mu = \infty$ esetén, azaz

$$\sin^2 \zeta_0 > 4a(1-a) = \frac{3}{4}, \quad \zeta_0 > 60^\circ \quad (37)$$

és a ROCHE-féle hypothesis-tól eltérő sűrűségi törvény természetesen itt is más értékekhez vezetne.

Mivel $\cos^2 \varepsilon$ lényegesen a $\cos^2 \varepsilon < 1$ feltételhez van kötve, nyerjük végre a Föld belsejében fekvő rengési fészkek helyét, mely-

nek hullámai a felületre csak részben érnek, ha ρ_0 -t úgy választjuk, hogy az 29)-nek megfelelőleg

$$(N - p\rho_0^2)\rho_0^2 = N - p$$

egyenlet gyökei között feküdjék. Kell tehát, hogy legyen:

$$1 > \rho_0^2 > \frac{N}{p} - 1 \quad (38)$$

vagy $\frac{N}{p} - 1$ helyébe $\mu = \infty$ számára következő lehetőleg nagy értékét téve:

$$1 > \rho_0 > \sqrt{\frac{1}{a} - 1} = 0.5773, \quad (39)$$

a mivel a rengés fészke a minimális területnél természetesen nagyobb területre terjeszkedve éppenséggel 2693 km. mélységre szállhat le. Minden rengés, melynek fészke tehát $\sqrt{\frac{1}{a} - 1} = 0.5773$ föld sugárnál nem fekszik mélyebben, nem rázkódthatja meg az egész földfelületet.

Végül pedig a 22) egyenlet megtekintéséből következik, hogy általán:

$$\frac{N}{p} > a^2 > \frac{N}{2p}$$

és az abszolút szélsőségek beállanak, ha μ helyébe 0 és ∞ lép, úgy hogy specziálisabban minden esetben

$$\infty > a > 0.8165. \quad (40)$$

Gyakorlatilag természetesen μ sokkal kisebb játszótérrel bírván, határai is sokkal szűkebbre vonhatók.

A rengés földfelületi kiterjedése és jellemző vonalrendszere.

A rengés terjedelme.

A földrengés felületi kiterjedése nagyon egyszerűen levezethető a 20) egyenletből, ha benne γ -t 23) segítségével elimináljuk és a földfelületnek megfelelőleg $\rho = 1$ teszünk. Ekkor nyerjük a

sugárellipsis felszálló ágának metszését a földfelülettel, azaz ama pontnak az epicentrumtól való φ gömbi távolságát, melyben az ε emersioszög alatt emelkedő sugár a földfelületet éri. A jelzett helyettesítés ad elsőben is a radius vector számára:

$$\rho^2 = \frac{(N - p\rho_0^2)\rho_0^2 \cos^2 \varepsilon}{N \sin^2 \varphi + (N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon \cos (2\varphi + \varepsilon)} \quad 41)$$

és $\rho = 1$ tétele után:

$$N \sin^2 \varphi + (N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon (\cos (2\varphi + \varepsilon) - \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon) = 0, \quad 42)$$

mely egyenletben φ az ε emersioszögnek megfelelő terjedelmet adja. Numerikus számításra alkalmasabb egyenletet nyerünk, ha $\sin^2 \varphi = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\varphi)$ téve, meghatározzuk M és m mennyiségeket $M \sin m = (N - p\rho_0^2) \cos^2 \varepsilon - \frac{N}{2}$; $M \cos m = (N - p\rho_0^2) \sin \varepsilon \cos \varepsilon$ 43) egyenletekből, mire φ

$$M \sin (2\varphi - m) = \frac{N}{2} - (N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon \quad 44)$$

egyenletből könnyen adódik.

Ugyanezen két egyenlet bármelyike adja egyszersmind a megrázkódtatott terület határvonalát is, ha t. i. ε helyébe azon, a 29) egyenletből veendő emersioszöget tesszük, melyen innen sugár többé a Föld felületét nem éri. Ha tehát 29)-et 42)-be helyettesítjük, némi transzformáció után és a minimális terület gömbi sugarát φ_0 -al jelölve lesz:

$$\begin{aligned} (2(N-p) - N\rho_0^2) \cos 2\varphi_0 - 2 \sqrt{1 - \rho_0^2} \sqrt{N-p} \sqrt{p(1 + \rho_0^2) - N} \\ \sin 2\varphi_0 = (N - 2p) \rho_0^2, \end{aligned} \quad 45)$$

mely alkalmas segédszög bevezetése által szintén közvetlenül megoldható. De az absolut minimális terület is számítható, mely a Föld adott sűrűségi törvénye alapján lehetőleg mélyen fekvő renegési fészkek mellett észlelhető, ha 33) és 36)-ból $\rho_0 = [\rho_0]$ és $\varepsilon = \varepsilon_0$ teszünk. E minimális terület sugarát Φ -nek téve, leend:

$$2\sqrt{p(N-p)} \sin 2\Phi + (2p - N) \cos 2\Phi = N. \quad 46)$$

Nem fogunk itt ez egyenletek taglalásával foglalkozni, mert kényelmesebb alakban tüstént ismét megtaláljuk.

A kosista egyenlete.

Fontos sismikus elem azon e szög, mely alatt a lökés a földfelületet elhagyja, a (földfelületi) emersioszög. Mindazon pontok összessége, melyeken az emersioszög ugyanaz, a kosistán fekszik. Ha a földanyag sűrűsége és törési mutatója — mint itt feltettük — csupán a sugár függvénye, akkor a kosista a rengési sugaraknak OE tengely körül való symmetrikus elhelyezése miatt kör lesz. Az emersioszög szabja meg továbbá, hogy a rengés intenzitásának mily nagy componense esik a horizontális síkba és a vertikálisba.

Igy az emersioszög, másképp mondva a rengési sugárra a Föld felületén áthúzott érintő magassági szöge, könnyen meghatározható. Ha ugyanis az érintőnek OE tengely befelé irányított ágával képezett szögét τ -val jelöljük (2. ábra), áll:

$$\operatorname{tang} \tau = \frac{\frac{d\rho}{d\varphi} \sin \varphi + \rho \cos \varphi}{\sin \varphi - \frac{d\rho}{d\varphi} \cos \varphi} \quad 47)$$

és továbbá 41) szerint:

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{(N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon \sin (2\varphi + \varepsilon) - N \sin \varphi \cos \varphi}{N \sin^2 \varphi + (N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon \cos (2\varphi + \varepsilon)} \rho \quad 48)$$

hol még a földfelület számára $\rho = 1$ teendő. Mivel továbbá az OPC' háromszögből:

$$e = \tau + \varphi - 90^\circ, \quad 49)$$

áll egyszerűbben:

$$\operatorname{tang} e = \frac{d\rho}{d\varphi} \frac{1}{\rho}, \quad \rho = 1,$$

vagy kiszámítva:

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} e &= \frac{(N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon \sin (2\varphi + \varepsilon) - N \sin \varphi \cos \varphi}{N \sin^2 \varphi + (N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon \cos (2\varphi + \varepsilon)} = \\ &= \frac{(N - p\rho_0^2) \cos \varepsilon \sin (2\varphi + \varepsilon) - N \sin \varphi \cos \varphi}{(N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon}. \end{aligned} \quad 50)$$

A két egyenletalak azonossága a 41) egyenletben $\rho = 1$ számára indokolt; a második alak az előnyösebb, mert nevezője egyszerűbb alkotású, és nevezetesen φ -t nem tartalmazza. Ha meg akarjuk állapítani az emersioszöget, mely az epicentrumtól φ távolságra fekvő pontban várható, ε -t kell eliminálni. E célra szolgálhatna a 42) egyenlet, de gyorsabban is érünk célra a 10) egyenlet felhasználása által. E szerint ugyanis tekintettel 16)-ra

$$C^2 = (N - p\rho_0^2)\rho_0^2 \cos^2 \varepsilon$$

és ugyanazon állandó C -t kapjuk akkor is, ha a megfelelő mennyiségeket a Föld felülete számára képezzük. Ez esetben $\rho_0 = 1$, $\varepsilon = e$, tehát:

$$(N - p) \cos^2 e = (N - p\rho_0^2) \rho_0^2 \cos^2 \varepsilon, \quad 51)$$

mely egyenlet minden a ρ_0 sugarú gömböt bizonyos magasság alatt elhagyó sugárhoz megadja ennek földfelületi emersioját. Ez egyenletnek felhasználásával 50)-ből a következő elegáns képlet vezethető le:

$$N(\cos^2 e - \rho_0^2 \cos^2(\varphi - e)) = p(\cos e - \rho_0^2 \cos(2\varphi - e)) \cos e, \quad 52)$$

mely a kosista egyenletétül tekinthető, ha benne e -nek tetszőleges, de állandó értéket adunk.

Ha az emersioszög egyenletének bármelyikében $e = 0$, nyilván a rengés legnagyobb terjedelmét kapjuk, a mennyiben csak azon sugarak haladnak párhuzamosan a földfelülettel, melyek apexe a felületet éppen érinti. A rákövetkező kisebb ε -nal bíró ellipszisek már a Föld belsejében maradnak. Az 50) egyenlet második alakja ad e legnagyobb terjedelem számára:

$$\operatorname{tang} 2\varphi = \frac{(N - p\rho_0^2) \sin 2\varepsilon}{N - 2(N - p\rho_0^2) \cos^2 \varepsilon}, \quad 53)$$

mi 23) szerint egyszerűen $\operatorname{tang} 2\gamma$ -val azonos. Ebből

$$\varphi = \gamma + 90^\circ, \quad 54)$$

mert az apex mindig 90° -ra fekszik a kistengelytől, ez ellenben γ szögletet képez az OE tengelylyel.

Ha ellenben 52)-ben $e=0$, akkor egyszerű számítások után

$$\sin^2\varphi = \frac{(N-p)(1-\rho_0^2)}{(2p-N)\rho_0^2}; \quad \cos^2\varphi = \frac{p\rho_0^2 - (N-p)}{(2p-N)\rho_0^2} \quad 55)$$

adják a nullkosista és ezzel a rengési határcör egyenletét. Könnyen kimutathatólag 55) és 45) egyenletek teljesen azonosak, de ez utóbbiak egyszerűbb szerkezetűek és számolásra is kényelmesebbek. Ha ez egyenletekben végül $\rho_0=[\rho_0]$ -ban állapítjuk meg a rengés eredetét, nyerjük a lehetőleg legkisebb rengési terjedelmet annak lehetőleg mélyen fekvő kezdőpontja mellett. Tekintettel 33)-ra, azonnal lesz:

$$\sin^2\varphi_0 = 1 - \frac{p}{N}; \quad \cos^2\varphi_0 = \frac{p}{N}, \quad 56)$$

vagy másképen írva:

$$\text{tang } \varphi_0 = \sqrt{\frac{1+\sigma\mu}{\alpha\sigma\mu}} - 1. \quad 57)$$

A lehetőleg legkisebb terjedelem előáll, ha $\mu=\infty$; ekkor $\alpha=\frac{3}{4}$ érték mellett $\varphi_0=30^\circ$, míg a szigorúbb $\alpha=0.764$ már csak $\varphi_0=29^\circ 4'$ -et ad. Látnivaló, hogy a rengés kiterjedése nagyon érzékeny α állandó kis változásai iránt is, és könnyen érthető, hogy már a földfelületi sűrűségnek csekély változásai is a kosisták különben körös alakját sok kilométernyi mély öblökkel torzíthatják. Az előbb mondott terjedelem különben a Földfelület $\frac{1}{14,93}$ illetve

$\frac{1}{15,88}$ -ad részét teszi, tehát tetemesebben kevesebbet, mint a lissaboni nagy rengés terjedelme, mely a Földfelület $\frac{1}{13}$ -át tette. μ másik extrém értéke $\mu=0$, mely érték mellett a Földfelület minden részén érezhető a bárhol kiváltott hullám.

A sugár érintőjének az OE tengelylyel való C' metszési pontja különben azon pont, melybe — a rengési sugarak egyenesirányú terjedését téve fel — az emersioszögből következtetve a rengés eredetét tesszük. Mivel $OP=1$, úgy e pont távolsága a Föld középpontjától egyszerűen:

$$\rho' = \frac{\cos e}{\cos(\varphi - e)},$$

a mi, ha az epicentrumhoz közel fekvő helyeken figyelünk, mindig oly értékhez vezet, mely 1-nél csak lényegtelenül kisebb. Innen magyarázható az eddigi MALLET-féle elmélet tévedése, hogy a föld-rengések csak nagyon sekély intracrustális jelenségek.

A rengési hullámfelület és a homoszták egyenlete.

A rengési hullámfelület mindazon pontok összesége, melyekig valamely lökés a rengés fészkeből adott idő alatt eljut. Ha tehát v_1 a rengés földfelületi terjedési sebessége és $n_1 = \sqrt{N-p}$ 16) szerint ugyanott törésmutatója, akkor

$$t = \frac{1}{v_1 n_1} \int_{\varphi_0}^{\varphi} n ds = \frac{1}{v_1 n_1} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{n^2 \rho d\rho}{\sqrt{n^2 \rho^2 - C^2}},$$

vagy n^2 értékének 16)-ból való vétele után:

$$t = \frac{1}{v_1 n_1} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{(N - p\rho^2) \rho d\rho}{\sqrt{N\rho^2 - p\rho^4 - C^2}}, \quad 58)$$

mely $\rho^2 = x$ helyettesítés után tüstént ismert alakba megy át. A határozatlan integrál:

$$t = \frac{1}{2v_1 n_1} \sqrt{N\rho^2 - p\rho^4 - C^2} + \frac{N}{4\sqrt{p}v_1 n_1} \arcsin \frac{2p\rho^2 - N}{\sqrt{N^2 - 4pC^2}} + \text{const.} \quad 59)$$

és ebből a hullámfelület egyenlete, ha t -nek tetszőleges, állandó értéket adunk. A különben is szereplő állandók összefoglalása után egyenlete

$$2\sqrt{p} \sqrt{N\rho^2 - p\rho^4 - C^2} + N \arcsin \frac{2p\rho^2 - N}{\sqrt{N^2 - 4pC^2}} = k \quad 60)$$

alakban áll elő, melyben k a felület jellemzője. Mivel C^2 10) szerint csak $\cos^2 \varepsilon$ -t tartalmazza, a hullámfelület forgási felület, OE

egyenes a tengelye, s symmetrikus azonkívül egy OE -re merőleges tengely körül is.

Az egyenlet egyszerűsítése kedvéért írjuk először trigonometrikus alakban, és tegyünk:

$$4pC^2 = x^2, \quad N\rho^2 - p\rho^4 - C^2 = \frac{N^2}{4p}y^2, \quad (61)$$

a miből először is

$$\rho^2 = \frac{N}{2p} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - y^2 - \frac{x^2}{N^2}} \right\} \quad (62)$$

következik. Az egyenlet továbbá

$$\pm \sqrt{\frac{N^2(1-y^2) - 4pC^2}{N^2 - 4pC^2}} = \sin\left(\frac{k}{N} - y\right)$$

alakban jelenik meg. Ha ezt négyzetre emeljük és mindkét oldalt az egységből levonjuk, marad végre:

$$\frac{\cos\left(\frac{k}{N} - y\right)}{y} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{N^2}}}. \quad (63)$$

Ezen egyenletből állapítható meg minden ε -hoz tartozó x segítségével y , majd ebből (62) alapján ρ . Lehetne utóbb (41) segítségével ε helyett φ -t is behozni, de ez lényeges előny nélkül beláthatlanul bonyolódottá tenné a hullámfelület egyenletét.

Az állandót legegyszerűbben úgy határozzuk meg, hogy a hullámfelület az epicentrumban a Föld felületét érintse; ekkor $\varepsilon = 90^\circ$ és $\rho = 1$ lévén, áll:

$$k = 2\sqrt{p}\sqrt{N-p} + N \arcsin \frac{2p-N}{N}. \quad (64)$$

Egyenesen terjedő sugarak esetén $\mu = 0$ és $\frac{k}{N} = -\frac{\pi}{2}$; $\mu = \infty$ esetében pedig: $\frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin \frac{1}{2} = 79^\circ 37' 2$; ha $\mu = \frac{1}{2}$, akkor $\frac{k}{N} = 1 = 57^\circ 17' 7$. Általában véve $\frac{k}{N}$ kezdő értéke -90° , innen növekedő μ -vel eleinte rohamosan nő, és végértéke $79^\circ 37' 2$; $\mu = 3$, azaz

$n_1=2$ mellett már $75^\circ 31' 8''$, és $\mu=0,0695$, azaz $n_1=1,0342$ mellett $\frac{k}{N}=0$. Tehát $n_1=2$ -től fogva a növekedés már igen lassú.

A hullámfelület mindenesetre zárt, ha minden tetszőleges ε -hoz reális és véges ρ tartozik. Ámde ρ reális, ha 62) szerint $y^2 < 1 - \frac{x^2}{N^2}$ s ez egyenlőtlenség csakugyan áll, t. i. ismételten 63)-ból is következik, mert hiszen $\cos\left(\frac{k}{N} - y\right) < 1$. Ugyanezen okoskodás mindjárt arról is felvilágosítást ad, hogy a 62) egyenletnek megfelelő két felületnek nincsen valós érintkezési pontja.

Ha most röviden :

$$z = \frac{\cos\left(\frac{k}{N} - y\right)}{y}, \quad (65)$$

akkor először is $y = 0$ számára $z = \infty$; ha $y = 2n \cdot \frac{\pi}{2}$, akkor

$$z = (-1)^n \frac{2 \cos \frac{k}{N}}{2n\pi}, \text{ és ha } y = (2n+1) \frac{\pi}{2}, \text{ akkor } z = (-1)^n \frac{2 \sin \frac{k}{N}}{(2n+1)\pi}.$$

A 65) egyenlet által ábrázolt görbe tehát igen gyorsan csillapodó sinusvonal, melynek első nullértéke $\frac{\pi}{2}$ és π közé esik. Ámde 63)

szerint $z > 1$, holott már $y = \frac{\pi}{2}$ feltevés $z < 1$ értékhez vezet. Ebből következik, hogy a 63) egyenlet bennünket érdeklő megoldásai $\frac{\pi}{2} > y > 0$ értéksorozatban keresendők. Megjegyzendő még, hogy

$\frac{x^2}{N^2}$ maximális értéke is 34) szerint csak $\cos^2 \varepsilon$ lévén, a 63) egyenlet jobboldala legfőlegb cosec ε lehet, tehát mindig reális. Tisztán képzetes értékek y számára eredményezhetik ugyan, hogy a 62) hullámfelület két héja közül az egyiket képzetessé tehetik.

A ρ és ε együttvége ugyan meghatározzák teljesen a hullámfelületet, de nem oly alakban, hogy ez könnyen rajzolható volna.

A rengés eredetéből ugyanis ε szög alatt a 22) egyenletek adta méretekkel elliptikus sugarakat kellene húznunk, egészen addig, míg a Föld középpontjából húzott 62) sugarú körrel talál-

koznak. Tényleges számításoknál tehát kényelmesebben járunk el, ha a 62) egyenletből már ismert ρ értékével megállapítjuk 20) segítségével $\varphi - \gamma$ szögletet. A 61)-ben elfogadott jelzésekkel ez utóbbi egyenlet

$$\cos 2(\varphi - \gamma) = \frac{N \cdot \sigma^2 - 1}{2\rho \cdot N^2 \cdot \rho^2 - 1} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma^2}{N^2}} \quad (66)$$

alakban írható, és φ -ben is ρ kétértékűsége folytán, két különböző értékhez vezet.

Mint említők, különben úgy is járhatunk el, hogy a 41) egyenletből közvetlenül kivesszük ρ értékével $\cos^2 \varepsilon$ -t, mely a hullámfelület egyenletében egyedül szerepel. A hosszadalmas, de könnyű számítás eredménye következő:

$$\cos^2 \varepsilon = \frac{\rho^2 \sin^2 \varphi}{(N - p\rho_0^2)(\rho^4 + \rho_0^4 - 2\rho^2 \rho_0^2 \cos 2\varphi) \cdot (N(\rho^2 + \rho_0^2) - 2p\rho^2 \rho_0^2 \cos^2 \varphi \pm 2\rho\rho_0 \cos \varphi \sqrt{N^2 - pN(\rho^2 + \rho_0^2) + p^2 \rho^2 \rho_0^2 \cos^2 \varphi})} \quad (67)$$

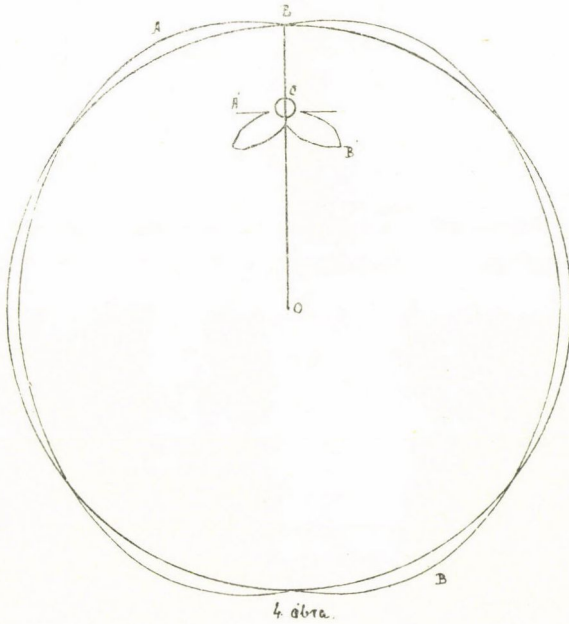
Ez érték bevitele a hullámfelület egyenletébe létrehozza ugyan a szokásos polár koordinátarendszert, de analytikailag felesleges bonyodalmat is okoz.

A hullámfelület, megfelelőleg a 62)-ben szereplő kettős előjelnek, kéthéjú felület AB és $A'B'$; a C kis kör a rengés fészket ábrázolja (4. ábra). A pozitív előjelhez tartozó felület a k állandóra vonatkozó megállapodás értelmében érinti a Földet az epicentrumban és annak antipodus pontjában. Azután emelkedik a Föld fölé, de a rengési tengelyhez tartozó æquatorzónában a Föld belsejében halad. Az egész Föld felületét tehát két, a rengési tengelyre merőleges parallelkörben metszi. A negatív előjelű felületi héjnak csak geometriai jelentősége van, és a rengés fészke körül sajátos, nyílt felületet képez, mint ezt a 4. ábra feltünteti; benne a 63) egyenletnek képzetes y értékei is szerepelnek.

Ha a hullámfelület egyenletében $\rho = 1$ teszünk, akkor kapjuk a felületnek a Föld felületével való metszési vonalát, azaz mindazon pontok összességét, melyek a földrengést ugyanazon pillanatban érzik. E görbe a homosista nevét viseli, és a mi egy-

szerű esetünkben kör. Ha az idő kezdőpontjául, mint ez általában véve szokás is, azon időpontot választjuk, melyben a lökés az epicentrumba ér, az 59) egyenlet értelmében a rengés eredő pontjából az epicentrumba

$$t_0 = \frac{1}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \left(2\sqrt{p} (\sqrt{N-p} - \sqrt{(N-p\rho_0^2)\rho_0^2}) + N \left(\arcsin \frac{2p-N}{N} - \arcsin \frac{2p\rho_0^2-N}{N} \right) \right) \quad (68)$$



idő alatt ér. E kifejezés az 58) integrállal azonos, ha benne a felső határ $\rho=1$, és $\varepsilon=90^\circ$ vagy $C=0$, a rengési tengelynek megfelelőleg. Az ε hajlású elliptikus sugáron ellenben a rengés a kezdőponttól a felületig

$$t' = \frac{1}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \left(2\sqrt{p}(\sqrt{N-p-C^2} - \sqrt{N\rho_0^2 - p\rho_0^4 - C^2}) + \right. \\ \left. + N \left(\arcsin \frac{2p-N}{\sqrt{N^2-4pC^2}} - \arcsin \frac{2p\rho_0^2-N}{\sqrt{N^2-4pC^2}} \right) \right) \quad (69)$$

idő alatt érkezik; $t' - t_0 = t$ nyilván azon idő, melylyel valamely ε hajlású sugáron fekvő földfelületi hely későbbben érzi a lökést, mint az epicentrum, s ezen időnek, mely egyszersmind a homoszistának is egyenlete:

$$t = \frac{1}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \left\{ 2\sqrt{p}(\sqrt{N-p-C^2} - \sqrt{N-p}) + \right. \\ \left. + N \arcsin \left(\frac{2\sqrt{p}(2p-N)}{N\sqrt{N^2-4pC^2}} (\sqrt{N-p} - \sqrt{N-p-C^2}) \right) - \right. \\ \left. - 2\sqrt{p}(\sqrt{N\rho_0^2 - p\rho_0^4 - C^2} - \sqrt{N-p\rho_0^2 \cdot \rho_0}) - \right. \\ \left. N \arcsin \left(\frac{2\sqrt{p}(2p\rho_0^2 - N)}{N\sqrt{N^2-4pC^2}} (\rho_0\sqrt{N-p\rho_0^2} - \sqrt{N\rho_0^2 - p\rho_0^4 - C^2}) \right) \right\}$$

melyben ismét a C^2 -ben szereplő ε a 42) egyenlet segítségével φ által fejezhető ki; φ ekkor a homosista gömbi sugara. E helyettesítés ismét nagyon bonyolódott képlethez vezet. Ha tehát ε helyébe könnyű szerrel más, sismikusan megfigyelhető elemet akarunk behozni, legjobb leendő az 51) egyenlet alapján ε -t e által, az emersioszög által helyettesíteni.

Már a hullámfelület esetén is láttuk, s itt természetesen ismétlődik e jelenség, hogy úgy ε -hoz, mint $180^\circ + \varepsilon$ -hoz ugyanazon terjedési idő tartozik. A rengés fészkeből tehát nemcsak a Föld felületének közelebbi pontjaihoz vonulnak rengési sugarak, hanem befelé is terjednek, még pedig ugyanazon ellipsisen fölfelé is, lefelé is ugyanazon sebességgel. Ez az oka, hogy a hullámfelület úgy az epicentrum, mint annak antipodja körül azonos. Látni fogjuk azonban, hogy a rengés az antipod-pontban csak geometriailag van jelen, physikailag absolute nem érezhető. Mindenesetre azonban feltűnő jelenség, hogy egy aránylag sekély mélységben keletkező rengésből kiinduló hullámok a Föld két antipod-pontját ugyanazon idő alatt érik el. Ez összefügg a ter-

jedésnek még egy hasonló más jelenségével is: bármilyen a rengési ellipsis alakja és mérete, a két tengely között fekvő ellipsis-quadrantst a rengés mindig ugyanazon idő alatt futja be; vagy más szóval mondva: a lökés teljes keringésideje bármely méretű és alakú sugár ellipsisben függetlenül a rengési kezdőpont fekvésétől állandóan ugyanaz. Az idő ugyanis, mely alatt a rengés C kezdőpontjából a nagy illetve kis tengely végpontjáiig jut, 58)-ból számítható, ha a felső határ helyébe a 22) egyenletből a illetve b tétetik. Az eredmény

$$t = \pm \frac{N}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2v_1 n_1} \sqrt{N\rho_0^2 - p\rho_0^4 - C^2} - \frac{N}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \arcsin \frac{2p\rho_0^2 - N}{\sqrt{N^2 - 4pC^2}}, \quad 71)$$

hol a felső jel a nagy tengely, az alsó jel a kis tengelyre vonatkozik. A két idő különbségének kétszerese:

$$T = \frac{2N\pi}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \quad 72)$$

a sugár keringési ideje, melyben már ρ_0 sem szerepel. Egyenes vonalú terjedés esetén ez idő természetesen ∞ ; két lehetséges minimuma ellenben előáll, ha $\mu = \frac{1}{2}$, tehát $n_1 = 1.2247$, vagy ha $\mu = \infty$, s e minimum ekkor

$$T' = \frac{\pi}{v_1} \quad \text{és} \quad T'' = \frac{\pi}{2v_1 \sqrt{a(1-a)}}. \quad 73)$$

Ha pl. a terjedési sebesség 637 m. másodpercenként, azaz a föld-sugár 10,000-ed része, akkor $T' = 8^h 43^m 36^s$ és $T'' = 10^h 4^m 30^s$. A teljes keringés után bekövetkező második vagy éppenséggel ismételt lökés természetesen csak a nullkosista pontjaiban érezhető, ha ugyan a nagy absorptio után még egyáltalán bír kellő energiával, mert a többi ellipsisek vagy teljesen a Föld belsejében fekszenek, vagy részben a légkörbe nyúlnak be, a midőn is ennek több ízben említett törési viszonyai mellett már visszatérésről nem lehet szó.

Az utolsó homosista természetesen az, mely számára ε a 29) egyenletből számíttatik, ez tehát egyszerűen a cosistával azonos. A befutására szükséges időt szolgáltatja a 70) képlet, ha benne $C^2 = N - p$. Ez idő tehát a leghosszabb, mely földrengésnél általában érezhető:

$$t = \frac{1}{4\sqrt{p} v_1 n_1} \left\{ -2\sqrt{p} \sqrt{N-p} + N \arcsin \frac{2\sqrt{p} \sqrt{N-p}}{N} - \right. \\ \left. - 2\sqrt{p} (\sqrt{p(1+\rho_0^2)} - N \sqrt{1-\rho_0^2} - \rho_0 \sqrt{N-p\rho_0^2}) - N \arcsin \right. \\ \left. \left(\frac{2\sqrt{p} (2p\rho_0^2 - N)}{N(2p-N)} (\rho_0 \sqrt{N-p\rho_0^2} - \sqrt{p(1+\rho_0^2)} - N \sqrt{1-\rho_0^2}) \right) \right\}. \quad 74)$$

A homosista taglalásának legsajátságosabb eredménye azonban az — s ez minden egyes földrengésnél tényleg észlelhető —, hogy az egyenletes mozgás sebességi képletét használva, pontonként más-más, még pedig minden esetben túlságos nagy sebességet nyerünk. Ha ugyanis φ valamely homosista gömbi sugara, V a megfigyelésekből levezetendő állandó földfelületi terjedési sebesség, akkor nyilván:

$$V = \frac{\pi}{180} \frac{\varphi}{t}, \quad 75)$$

mely azonban a 70) egyenletnek puszta megtekintése után sem mondható azonosnak v_1 -gyel. Könnyű megfontolásból kitünik, hogy az ilyen módon számított terjedési sebesség az epicentrum közelében túlságos nagy, a rengés határvonala felé ugyan fogy, de még ott is mindig nagyobb, mint a tulajdonképeni v_1 felületi érték. Ugyanez eredményt találja gyakorlati úton MILNE is (JOHN MILNE, Earthquakes and other earth movements. London 1886, pag. 93). Ennélfogva javításra szorúlnak mindazon következtetések, melyek a rengési terjedési sebesség alapján a földkéreg rugalmassági modulusára vonatkozólag eszközöltettek.

A 71) egyenlet megtekintése végül arról is meggyőz, hogy hullámfelület és az apexburkoló felület között közelebbi szembeötlőbb rokonság nincs.

A földrengés intenzitása ; isosista.

E gyakorlatilag is fontos sismikus elem számbeli meghatározására eddig majdnem kizárólag csak a ROSSI-FOVEL-féle önkényes skála áll rendelkezésünkre ; pontos és megbízható intenzitásmérő műszerünk nincs, s bizonyára e körülmény késleltette az intenzitás elméleti kifejezésének megállapítását is. HOLDEN és MILNE szerint az intenzitás, mint a rengés romboló hatásának mértéke, egyszerűen arányos azon gyorsulással, melyet a rengési lökés egy földfelületi ponttal közöl. A rengéseket harmonikus jellegűeknek tételezve fel — s e feltevessel kénytelen eddig beérni a sismologia —, ez intenzitás egyszerűen

$$I = \frac{4\pi^2 a}{u^2}, \quad (76)$$

ha a a földfelületi pont amplitudóját, u pedig rezgési periodusát jelenti. Mindkét adat, különösen pedig a rezgés maximális sebessége aránylag még elég könnyen megadható ; utóbbinak megállapítására elhajított vagy feldöntött testek segítségével MALLETT számos utasítást adott. Kissé másképen jár el MENDENHALL (Proc. of the Americ. Assoc. for Adv. of Sciences. 37. 1888), ki RAYLEIGH-nek a hang intenzitására adott formulájából indul ki. Ha ugyanis a hullámfelülettel párhuzamos felületegységen át másodpercenként kilépő energiát a sugárzás mechanikai mértékének tekintjük, akkor ez $\frac{2\pi^2 a^2}{u^2} sv$, ha az előbbi jelzések megtartása mellett s az anyag sűrűsége, melyen át a rezgés v sebességgel terjed. Legyen most f a hullámfelület egy része, h egy erre merőleges hosszúság, akkor az f -en $t = \frac{h}{v}$ idő alatt átömlött energia : $\frac{2\pi^2 a^2}{u^2} sv \frac{hf}{v}$. Tegyük hfs helyébe a tömeget, m -et, melyen át a terjedés történt, $\frac{2\pi^2 a^2}{u^2}$ helyébe a fél maximalis sebességet, akkor nyilván az eleven erő képletét nyerjük, s ezt nevezhetjük intenzitásnak. Áll tehát :

$$I = \frac{1}{2} m V^2 \quad (77)$$

és látni való, hogy a munka, melynek árán adott tömegben harmonikus rengések keletkeznek, épp akkora, mint a munka, melylyel az egész tömeget a rengés maximális sebességével mozgathatnók. Ismételve kiemelem, hogy itt azon új feltevés szerepel, hogy a rengés harmonikus rengések sorozatára bontható, tehát másképpen mondva, FOURIER-féle sor által kifejezhető. E munka megbecsülésére szolgál azon elliptikus palástfelületű és gömbi alappal bíró kúp tömege, mely a megrázkódtatott területen áll és csúcsát a rengés kezdőpontjában bírja. E kúpon belül fekszenek mindazon rengési sugarak, melyek egyáltalán a Föld felszínére juthatnak.

Ha (2. ábra) f az ε emersioszöggel bíró sugarak között foglalt gömbhéjrész, mely ρ sugárhoz tartozik, ennek felülete tudvalevőleg

$$f = 2\pi\rho^2(1 - \cos\varphi),$$

és mivel a sűrűség ρ távolságban a középponttól 12) által van adva, a kúp tömege:

$$m = 2\pi S \int_{\varphi_0}^1 \rho^3 (1 - a\rho^2) (1 - \cos\varphi) d\rho, \quad 78)$$

hol φ a ρ sugárhoz tartozó polárszög. Ha ezt a kis tengelytől számítva ψ -vel jelöljük, lesz $\psi = \varphi - \gamma$; legyen továbbá rövidség kedvéért

$$q = \sqrt{N^2 - 4pC^2}, \quad 79)$$

akkor a 20) egyenlet a következő alakban is írható:

$$x = N - q + 2q \cos^2\psi = \frac{2C^2}{\rho^2},$$

a melyből

$$\rho^2 = \frac{2C^2}{x}, \quad \cos^2\psi = \frac{x - N + q}{2q}, \quad \sin^2\psi = \frac{N + q - x}{2q}$$

$$d\rho = \frac{4C}{\sqrt{2}} q \frac{\sin\psi \cos\psi}{x^{\frac{3}{2}}} d\psi = -\frac{C}{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^{\frac{3}{2}}}$$

következik. Ha tehát:

$$I_n = \int_{\varphi_0}^1 \rho^{2n} \cos\varphi d\rho = \cos\gamma \int_{\varphi_0}^1 \rho^{2n} \cos\psi d\rho - \sin\gamma \int_{\varphi_0}^1 \rho^{2n} \sin\psi d\rho,$$

akkor a kúp tömege:

$$m = 2\pi S \left[\frac{1}{3} (1 - \rho_0^3) - \frac{a}{5} (1 - \rho_0^5) - I_1 + aI_2 \right]$$

alakban adott. A kellő behelyettesítések után

$$I_n = \frac{2^{n-1} C^{2n+1}}{\sqrt{q}} \sin \gamma \int \frac{\sqrt{N+q-x}}{x^{n+\frac{1}{2}}} dx - \\ - \frac{2^{n-1} C^{2n+1}}{\sqrt{q}} \cos \gamma \int \frac{\sqrt{x-N+q}}{x^{n+\frac{1}{2}}} dx,$$

melyben $x = \frac{2C^2}{\rho_0^2}$ az alsó, $x = 2C^2$ a felső határ értéke. Kiszámítás és kellő összevonás után az ε hajlású sugarak által befoglalt kúp tömege:

$$\frac{m}{2\pi S} = \frac{1}{3} (1 - \rho_0^3) - \frac{a}{5} (1 - \rho_0^5) + \frac{\sin \gamma}{3 \sqrt{2q} (N+q)^2} \cdot \\ \left\{ (N+q - 2C^2)^{\frac{3}{2}} \left((N+q) - \frac{3a}{5} (N+q + \frac{4}{3} C^2) \right) \right. \\ \left. - (N+q - \frac{2C^2}{\rho_0^2})^{\frac{3}{2}} \rho_0^3 \left((N+q) - \frac{3a}{5} (N+q + \frac{4C^2}{3\rho_0^2}) \rho_0^2 \right) \right\} + \\ + \frac{\cos \gamma}{3 \sqrt{2q} (N-q)^2} \left\{ (2C^2 - N+q)^{\frac{3}{2}} \left((N-q) - \frac{3a}{5} (N-q + \frac{4}{3} C^2) \right) - \right. \\ \left. - \left(\frac{2C^2}{\rho_0^2} - N+q \right)^{\frac{3}{2}} \rho_0^3 \left((N-q) - \frac{3a}{5} (N-q + \frac{4C^2}{3\rho_0^2}) \rho_0^2 \right) \right\}. \quad (80)$$

Ha azonban ε helyébe 29)-ből következő határértékét tesszük, azaz C^2 helyébe $N-p$ -t írunk, nyerjük az egész tömeget, melyen belül sugarak egyáltalán a földfelületre juthatnak; e helyettesítés által $q = 2p - N$ értékbe megy át. E tömeg kifejezése:

$$\frac{m_0}{2\pi S} = \frac{1}{3} (1 - \rho_0^3) - \frac{a}{5} (1 - \rho_0^5) + \frac{\sin \gamma}{3p^2 \sqrt{2p-N}} \cdot \\ \left\{ (2p-N)^{\frac{3}{2}} \left(p - \frac{a}{5} (p+2N) \right) - \left(p - \frac{N-p}{\rho_0^2} \right)^{\frac{3}{2}} \rho_0^3 \right\}.$$

$$\left(p - \frac{a}{5} \left(3p + 2 \frac{N-p}{\rho_0^2} \right) \rho_0^2 \right) - \frac{\cos \gamma}{3(N-p)^2 \sqrt{2p-N}} \cdot \left(\frac{N-p}{\rho_0^2} + p - N \right) \rho_0^3 \left(N-p - \frac{a}{5} \left(3N - 3p + 2 \frac{N-p}{\rho_0^2} \right) \rho_0 \right) \quad 81)$$

míg az alapul fektetett sűrűségi törvény mellett a Földnek egész tömegét

$$M = 4\pi S \int_0^1 \rho^2 (1 - a\rho^2) d\rho = \frac{4}{15} \pi S (5 - 3a) \quad 82)$$

egyenlet adja.

Ha e kúp tömegét, melynek fél keresztmetszete a 3. ábrában $EC A'$ -val van jelölve, megszorozzuk a benne előforduló közepes sebesség fél négyzetével, megkapjuk azon mozgási energiát, mely az egész megrázkódtatott területen érezhetővé válik. E rezgési középsebesség a föld anyagának ellenállása miatt természetesen nem azonos a Föld felületén észlelt sebességgel, a miért is az energia pontosabb kiszámítása nehézségeket okoz. Mivel továbbá az energia még az f felületen sem ugyanaz, annak a rengési kezdőponttól való különböző távolsága miatt, következésképen kell eljárjunk:

A 80) alatt álló kifejezés differenciál-hányadosa ε szerint megszorozva $d\varepsilon$ -nal adja azon kúphéj tömegét, mely ε és $\varepsilon + d\varepsilon$ végtelenül közel eső sugarak közé esik. Az f gömbhéjjal való metszése egy $d\rho$ vastag gyűrűt ad, melynek minden pontja $d\rho$ és $d\varepsilon$ végtelen kicsinyisége miatt egyenlő távolságra áll a rengés eredetétől, melyben tehát az energia ugyanaz. Ha e kifejezést megszorozzuk az illető helyeken uralkodó energiával és az integrációt ρ_0 -tól 1-ig, és valamennyi lehetséges ε -on át, azaz $\varepsilon = 90^\circ$ -tól $\varepsilon = \arccos \sqrt{\frac{N-p}{C^2}}$ -ig kiterjesztjük, nyerjük az egész, a Föld felületén megnyilatkozó energiát. Tényleges kiszámítására az eddigi rengési elemek ismeretén kívül csupán csak a rengés földfelületi amplitudójára és periodusára, továbbá a föld absorptio-együtthatójára van szükségünk. Az amplitudonak egyetlen egy pontban való megmérése elegendő.

Ezen integrál már nem fejthető meg véges alakban, de aránylag könnyen mechanikai quadratura által. Bonyolódott szer-

kezeténél fogva különben csak gyakorlati czélokát szolgálhat, s ezért ideigatását mellőzhetem, annál is inkább, mert egyszerűbb úton is czélt érünk.

Mivel az energia szenvedett absorptioja tisztán a rengési sugár mentén fekvő anyagi részecskék számától, tehát az átfutott rétegek sűrűségétől függ, a rengési fészektől s utat bejárt rengés

egységi intenzitása az absorptio törvényénél fogva $e^{-\frac{c}{v_0} \int ds (1-a\rho^2)}$ mennyiségre apadt le. Ekkor tudvalevőleg

$$\alpha = 1 - e^{-c} \quad (83)$$

az anyag hosszegységre redukált absorptio-együtthatója. Mivel továbbá az intenzitás a távolság négyzetével visszasan arányos, és e távolság a rengési sugár húrja, mely — a földfelületi pont távolsága az epicentrumtól ismét a 42) által adott φ lévén — (lásd 2. ábra)

$$l^2 = 1 + \rho_0^2 - 2\rho_0 \cos \varphi, \quad (84)$$

úgy e ponton valamely sugár kezdeti I intenzitása

$$i = \frac{I}{1 + \rho_0^2 - 2\rho_0 \cos \varphi} e^{-\frac{c}{v_0} \int ds (1-a\rho^2)} \quad (85)$$

értéket vesz fel. Az epicentrum i_0 intenzitása ugyane kifejezés, ha benne $\varepsilon = 90^\circ$, $\varphi = 0$, tehát:

$$i_0 = \frac{I}{(1-\rho_0^2)^2} e^{-\frac{c}{v_0} \int ds (1-a\rho^2)} = \frac{I}{(1-\rho_0^2)^2} e^{-c \left((1-\rho_0^2) - \frac{a}{3} (1-\rho_0^3) \right)} \quad (86)$$

úgy hogy minden intenzitás relativ mértékben is kifejezhető e két utolsó egyenlet elosztása által.

Az exponensben szereplő integrál komplikált elliptikus integrál, mely a következőképen számítható:

$$u = \int_{\rho_0}^1 ds (1-a\rho^2) = \int_{\rho_0}^1 \frac{\sqrt{N^2 - p\rho^2}}{\sqrt{N\rho^2 - p\rho^4 - C^2}} \rho (1-a\rho^2) d\rho. \quad (87)$$

Legyen a 79)-i rövidítéssel tovább is élve:

$$\rho^2 = \frac{N - q \cos 2\chi}{2p},$$

mely helyettesítés a 20) egyenlettel könnyen beláthatólag összefér. Ebből:

$$N\rho^2 - p\rho^4 - C^2 = \frac{q^2}{4p} \sin^2 2\chi; \quad N - p\rho^2 = \frac{N + q \cos 2\chi}{2}$$

és az adott integrál:

$$u = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int \sqrt{N + q \cos 2\chi} \left\{ 1 - \frac{aN}{2p} + \frac{aq}{2p} \cos 2\chi \right\} d\chi,$$

$$\chi_2 = \frac{1}{2} \arccos \frac{N-2p}{q} \quad \text{és} \quad \chi_1 = \frac{1}{2} \arccos \frac{N-2p\rho_0^2}{q}$$

felső és alsó határok között. Ha most $\cos 2\chi = 1 - 2 \sin^2 \chi$, és számlálót és nevezőt $\left(1 - \frac{2q}{N+q} \sin^2 \chi\right)$ kifejezéssel szorzunk, leszén:

$$u = \sqrt{\frac{N+q}{2p}} \int \frac{\left(1 - \frac{a(N-q)}{2p} - \frac{aq}{p} \sin^2 \chi\right) \left(1 - \frac{2q}{N+q} \sin^2 \chi\right)}{\sqrt{1 - \frac{2q}{N+q} \sin^2 \chi}}$$

vagy rövideg kedvéért:

$$\frac{2q}{N+q} = x^2; \quad a = 1 - \frac{a(N-q)}{2p}; \quad b = \frac{aq}{p} \quad (88)$$

téve és az elliptikus integrálék megszokott jelzéseit megtartva:

$$u = \frac{1}{3k^3} \sqrt{\frac{q}{p}} \left\{ (b + (3a - 2b)k^2)(E(\chi_2, k) - E(\chi_1, k)) - \right.$$

$$\left. - b(1 - k^2)(F(\chi_2, k) - F(\chi_1, k)) + \frac{1}{2}bk^2(\sin 2\chi_2 \Delta(\chi_2, k) - \right.$$

$$\left. - \sin 2\chi_1 \Delta(\chi_1, k)) \right\}. \quad (89)$$

Az integrálok modulusa egyszerűen a sugárellipsisek numerikus excentricitásával azonos. S most az epicentruméhoz viszonyított intenzitás:

$$i = i_0 \frac{(1 - \rho_0^2)^2}{1 + \rho_0^2 - 2\rho_0 \cos \varphi} e^{-c(u - (1 - \rho_0^2) + \frac{a}{3}(1 - \rho_0^2))} \quad (90)$$

és mindazon helyek, melyekben a rengés ugyanezen állandó intenzitásban érezhető, egy isosistán fekszenek. A felírt egyenlet tehát egyszersmind az isosista egyenlete, mely az i jellegű görbének φ sugarát adja.

A felírt intenzitás természetesen a tömegegységre vonatkozó mozgási energia kifejezése. Ha azonban tekintettel vagyunk arra, hogy a sugárút mentén az egységnyi tömeg a sűrűség mértékében más-más hosszúságra oszlik el, szigorúbban a következőképpen kell eljárunk.

Ha valamely sugár (itt állandónak vett) keresztmetszete Q , akkor ennek mentén $QS \int_0^{\varphi} d\zeta (1 - a\rho^2)$ tömeg oszlik el, mi az egész sugár hosszúsága számára 87) értelmében SQu -val azonos. Ha minden tömegelemet hozzátartozó intenzitásával szorzunk, végül pedig SQu -val osztván, ismét a tömegegységre redukálunk, lesz az intenzitás képletének teljesebb alakja:

$$i = \frac{I_0}{u} \int_0^{\varphi} \frac{d\zeta (1 - a\rho^2)}{\rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos \varphi} e^{-\frac{c}{a_0} \zeta (1 - a\rho^2)}, \quad (91)$$

melyben természetesen ρ és φ a 20) vagy 41) egyenlet segítségével kapcsolatosak. Ez egyenlet szintén könnyen redukálható az epicentrum intenzitására, mely számára most u egyszerűbben $(1 - \rho_0) - \frac{a}{3} (1 - \rho_0^3)$, de kiszámítása leginkább mechanikai quadratura segítségével történhetnék, bár az integrál sajátos szerkezete folytán tetemes egyszerűsítések könnyen létesíthetők. Előre látható azonban, hogy a két módon kiszámított intenzitás között lényeges különbség nincs, s mivel az intenzitás fogalma még mindig definitiora vár, bátran elfogadhatjuk ennek kifejezéseül a 90) egyenletet.

A sismometerek természetesen nem ezen intenzitásokat adják, hanem általában véve oly adatokat, melyek az intenzitás horizontális és vertikális componensével valamelyes (talán nem is mindig egyszerű) függésben állanak. Ha valamely helyen, mely az epicentrumtól φ gömbi távolságra fekszik, az emersioszög e , akkor az intenzitás vertikális és horizontális összetevője:

$$i_r = i \sin e; \quad i_h = i \cos e \quad (92)$$

utóbbit természetesen az epicentrumon átmenő legnagyobb kör mentén olvasva. Ez szétbontható végre egy észak és kelet irányú összetevőre, s e két utóbbi, valamint a vertikális összetevő az, melyet a modern sismometerek megmérni engednek. Ha az epicentrum geographiai hosszúsága és szélessége λ_0, β_0 , az M megfigyelési hely fekvése ellenben λ, β , akkor jól ismert gömbháromszög-tani tételek értelmében

$$\sin a = \sin(\lambda - \lambda_0) \frac{\cos \beta_0}{\sin \varphi}; \quad \cos a = \frac{\cos \varphi \sin \beta - \sin \beta_0}{\sin \varphi \cos \beta} \quad (93)$$

adja a lökésnek északról keletfelé olvasott azimuthját, és így

$$i_n = i \cos e \sin a; \quad i_e = i \cos e \cos a \quad (94)$$

a rengésnek észak- és keletirányú componensei.

Ha ismernők azon kapcsolatot, mely a sismometerek adatai és a rengés intenzitása között fennáll, könnyű volna e három componensből úgy az emersioszöget, mint azimutlját meghatározni. Az utóbbi adat biztosan adódik, mert a két horizontális összetevőt ugyanazon egy készülék szokta adni, míg a vertikális componenst szolgáltató sismometer más elvek szerint működik. Legtöbb esetben most is a rengésnek nem épen mérő műszerekre való hatásából leszünk kénytelenek következtetni úgy az emersioszögre, mint a rezgési maximális sebességre.

A 76) egyenlet által adott gyorsulás vertikális componense. azaz

$$\gamma = \frac{4\pi^2 a}{u^2} \sin e \quad (95)$$

egyszersmind azon változás, mely a földrengés folytán a nehézségi gyorsuláshoz járulhat. HOLDEN számításai szerint pl. a ROSS-FOVEL-fele skála első fokozata másodpercenkénti 20, 9-ik foka 1200 mm-nyi gyorsulásnak felel meg, oly mennyiségeknek, melyek nehézségmérő műszerekkel már nagyon biztosan megfigyelhetők. REBEUR-PASCHWITZ már huzamosabb időn át eszközöl horizontális ingával megfigyeléseket, melyek kitűnően beválnak.

A mi végül a Föld belsejében eltűnt energiát illeti, annak



némileg mértékül szolgálhat az egész, a rengés által sollicitált tömeg, azaz a Földnek egész, az apexburkoló felületén belül fekvő anyagmennyisége. Az egész Föld testéből csupán egy az epicentrumra mint pólusra vonatkoztatott æquatoriális gyűrű marad ki, melyen belül a rengés absolute is érezhetlen. Az epicentrum antipod-pontján azonban a földrengés legalább elméletileg érezhető — némely esetben, pl. a krakatoai nagy katastropha alkalomával érezhető is volt — és REBEUR-PASCHWITZ megfigyelései a rengéseknek hasonlóképen ily nagy terjedelmet biztosítanak. Az 1894 okt. 27-iki nyugot-argentínai rengés 13600 km-nyire volt érezhető; az 1877. május 10-iki Iquiquei rengést Nyrén a pulkowai csillagda első vertikális átmeneti csövén észlelhette 12560 km-nyi távolságon át, mindkét esetben tehát már közel az antipod-ponthoz. A terjedés, mint ezt a távolság és idő által kiszámított, túlságos nagy felületi terjedési sebesség mutatja, okvetlenül a Föld belsején át történt. E tudós is átérzi a rengési sugarak egyenes irányú terjedésének tarthatlanságát, és jobb elmélet híján a matematikailag teljesen ki sem dolgozott SCHMIDT-féle elmélet felé fordul. (Beiträge zur Geophysik, herausgegeben von Dr. GEORG GERLAND; Stuttgart 1895. II. köt. pag. 495), tőle várván gyakran meglepő nagy sebességi adatainak magyarázatát.

Ha az intensitás az epicentrum antipod-pontjában i' , akkor ennek értéke a 86) egyenlethez hasonló képlet alapján

$$i' = \frac{I}{(1 + \rho_0)^2} e^{-c(1 + \rho_0) - \frac{a}{3}(1 + \rho_0^3)}$$

vagy az epicentruméhoz viszonyítva:

$$i' = i_0 \left(\frac{1 - \rho_0}{1 + \rho_0} \right)^2 e^{-2c\rho_0} \left(1 - \frac{a}{3} \rho_0^3 \right). \quad 96)$$

Ha a Föld 1 m. vastag rétege csak annyit olt ki a rengési energiából, mint ugyanily vastag földfelületi légréteg a fényből, akkor már

$$e^{-c} = 1 \cdot 12 \cdot 10^{-100}$$

és érthető, hogy az epicentrumban romboló rengés annak antipod-pontjában csak a libella vagy más érzékeny műszer megzavartatásában érezhető.

A rengési elemek levezetése.

Az epicentrum a rengési görbék bármelyikéből vezethető le; ha helyzete ismeretes, meghatározhatók több pontban eszközölt megfigyelés alapján úgy a rengés fészke, mint a test tömegeloszlását jellemző állandók, nemkülönben a földfelületi terjedési sebessége és a Föld anyagának bármily pontban elasticitási modulusa.

Kiindulási pontúl legkényelmesebben a cosista 52) egyenlete szolgálhat, mely két pont számára felírva, szolgáltatja ρ_0 -t és

$\frac{\rho}{N} = \frac{\sigma a \mu}{1 + \sigma \mu}$ viszonyt. Némi átalakítás után, és

$$\frac{\rho}{N - \rho} = \frac{a \sigma \mu}{1 + \sigma \mu - a \sigma \mu} = w \quad (97)$$

téve, nyerjük 52) helyett a következő, kényelmesebb alakot:

$$\rho_0^2 (\cos^2(\varphi - e) + w \sin^2 \varphi) = \cos^2 e, \quad (98)$$

melynek megoldása, ha e_1, e_2 jelentik az epicentrumtól φ_1, φ_2 gömbi távolságokban megfigyelt emersioszögeket:

$$w = \frac{\cos^2 e_2 \cos^2(\varphi_1 - e_1) - \cos^2 e_1 \cos^2(\varphi_2 - e_2)}{\cos^2 e_1 \sin^2 \varphi_2 - \cos^2 e_2 \sin^2 \varphi_1};$$

$$\rho_0^2 = \frac{\cos^2 e_1 \sin^2 \varphi_2 - \cos^2 e_2 \sin^2 \varphi_1}{\sin^2 \varphi_2 \cos^2(\varphi_1 - e_1) - \sin^2 \varphi_1 \cos^2(\varphi_2 - e_2)}. \quad (99)$$

A homosista 70) egyenlete szintén csak a $\frac{\rho}{N}$ viszonyt tartalmazza; ha benne ε -t akár 42), akár 67) által — mely utóbbiban azonban még $\rho = 1$ teendő —, φ segítségével fejezzük ki, megállapítható az ismeretes időmeghatározásokból v_1 , a földfelületi terjedési sebesség, és ezzel együtt a földfelületi törésmutató:

$$n_1^2 = N - \rho = \frac{K}{v_1^2} \quad (100)$$

ha t. i. a K állandót, mely a földfelületi anyagot épúgy jellemzi, mint annak sűrűsége, alkalmas kísérletből meghatároztuk. Legcélszerűbben történhetik K meghatározása azon sebességváltozás-

ból, mely a rengésnek vízből szárazföldre való átmenetele alkalmazásával, vagy fordítva, észlelhető.

Ha a cosisták nagyon megbízhatlanok volnának, akkor ezek egyike vagy másika, esetleg a 0 kosistával kombinálva, legalább hasznavehető közelítő értéket adhat ρ_0 és w vagy $\frac{p}{N}$ számára, melyet a rendesen megbízhatóbb időadatból javíthatunk. Erre szükséges három homosista egyenlete, melyek hányadosa menten v_1 -től, már csak két egyenletet ad ρ_0 és $\frac{p}{N}$ ismeretlenekkel. Ezek transcendens voltaknál fogva, bár csak kísérletezve, megoldhatók, mire a három egyenlet bármelyike v_1 meghatározására szolgálhat.

A földfelületi törésmutató közvetlenül μ ismeretéhez vezet és 100) alapján $\frac{p}{N}$ viszonynyal együtt 15) szerint külön p -t és N -t adva, a és σ jellemző állandókat is megismerteti, melyek között különben a 17) feltételi egyenlet is fennáll. A földfelületi sűrűség megállapítása azután 14) segítségével még a Föld központi sűrűségét is adhatja.

A terjedési sebességnek NEWTON-féle ismert

$$v^2 = \frac{gE}{s} \quad 101)$$

törvénye adja az ismert nehézségi gyorsulással nemcsak a földfelületi rugalmassági modulust, hanem annak értékét bármilyen mélységben. Mivel ugyanis a sűrűségi törvény ismeretes, úgy s , mint g megadható bármily távolságban a Föld középpontjától, lévén

$$g = \frac{4\pi f S}{\rho^2} \int_0^{\rho} \rho^2 (1 - a\rho^2) d\rho.$$

Ha a földfelületi mennyiségeket indexxel látjuk el, lesz e szerint:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{(1 - a\rho^2)(5 - 3a)(N - p)}{(1 - a)(5 - 3a\rho^2)(N - p\rho^2)} \cdot \frac{1}{\rho}, \quad 102)$$

mely egyenlet adott esetben felvilágosítást adhat a Föld belsejének állapotáról. Minden esetben azonban ki fog tűnni, hogy az

eddigyi módszerek szerint számított terjedési sebességek túlságos nagyok, mint ezt REBEUR-PASCHWITZ is tapasztalja.

Az isosista egyenletét a rengési elemek levezetésében szándékosan mellőztem, mert kikerülhető bizonytalanságot vezet be. Mindazonáltal a 90) egyenlet szolgálhat a c absorptio-együttható meghatározására és a 95) egyenlet a nehézségi változás megállapítására, vagy a rengési gyorsulás ismeretére, ha netán amaz megfigyelés tárgyát képezte volna. Ezen gyorsulás ismeretével és a rázkódást szenvedett kúp 80)-ban adott tömegével megbecsülhetjük az erőt is, mely a rengésben tevékeny volt, nemkülönben azon energiát, mely a Földben absorptio folytán eltűnt.

Az elemek meghatározásánál azonban minden esetre úgy fogunk eljárni, hogy csak oly állomások adataira támaszkodunk, melyek lehetőleg az epicentrumban átmenő vertikális síkban fekszenek. Ha ugyanis felteszszük, hogy az összes eddig meghatározott állandók a rengési tengelyen átmenő vertikális sík azimuthjának függvényei — feltevés, melyet a sismikus görberendszer parallelismusa a legtöbb esetben igazol —, elméletünknek tetemes általánosítást adhatunk. A hány különböző vertikális síkban történt az elemeknek levezetése, amnyi állandót szerepeltetünk ezen jellemzőket ábrázoló függvény — természetesen önkényesen választott — kifejezésében. Csak ρ_0 -nak, a fészek geocentrikus távolságának kell minden vertikális síkban ugyanannak maradnia. Az esetleges eltérések egyrészt a megfigyelések pontosságának kriteriumát adják, másrészt pedig módot szolgáltatnak, hogy a nem pontalakú fészkek legalább vertikális méretét becsülhesük. A fészkek alakmeghatározása természetesen nem lehetséges a rendelkezésünkre álló formulák segélyével, ha t. i. a sismikus görbék köri eltérését az azimuthtal változó állandókra vetjük. De igenis lehetséges volna, ha ez állandókat valóban azoknak tekintenők. A fészkek alakmeghatározását és a parameterek azimuthtbeli változását együttesen csak akkor határozhatjuk meg, ha a teljes 3) egyenletrendszerből indulunk ki, a rengési sugarat térbeli görbének tekintjük, és a Föld sűrűségét nem csak a távolság, hanem a geographiai összes koordináták függvényéül írjuk fel.

Ha — a földrengési fészkek még mindig pont maradván — a földfelülettel concentrikus geologiai rétegeket tételezünk fel,

melyekben a sokszor említett physikai állandók ugrásszerű változásokat mutatnak, melyek azonban a teljes rengési kúpot metszik, akkor az epicentrum jelentősége még módosulatlanul megmarad. Az isosisták, cosisták és homosisták továbbra is gömbi körök maradnak, melyek radiusa a normális értéknél nagyobb vagy kisebb, a szerint, a mint ezen rétegek törésmutatója a környezeténél kisebb vagy nagyobb. E befolyás tekintetbe vétele teljesen a gömb-féle törő mediumok geometriája szerint történhetik. Ha azonban e réteg nem metszi teljesen, egész kiterjedésében a rengési sugárkúpot, akkor a rengési görberendszer nem csak torzul, de benne egyszersmind a TALCOT-féle vonalokhoz hasonló interferentia-jelenségek is keletkezhetnek. Ezen interferentia-jelenségek részben a környezetnél intensivebb, részben gyengébb rázkódást hozhatnak létre, és így keletkeznek a rengés normális lefolyásában különben ismeretlen plistosisták és asisták, vagy rengési hidak. Még nagyobb mértékben áll ez, ha a háborgó rétegek a fődugsárra nem állnak merőlegesen, a mi még az epicentrum helyzetét is megmászhatják.

Ha végül a földrengés fészke nem pont, hanem kiterjedt térség, akkor a földfelületen szenvedett visszaverődésektől eltekintve is — melyek magukban nem zavarnák a rengés felületi megnyilatkozását — komplikált interferentia-jelenségek fognak keletkezni, melyek azonban érezhető módon csak az isosistákat befolyásolhatják.

Az elemek levezetésére szükséges számítások ugyan nem nagyon terhesek, de azért talán jó lesz megjegyezni, hogy a sismikus hodograph bevezetése által az egész számítás ugyanoly módon graphikus meghatározásba mehet át, mint ezt az egyenes irányú terjedés feltételezése mellett a von SEEBACH-féle módszer előírja.

Szám példa.

Valamely földrengésnek az adott elmélet szerinti illustratioja gyanánt álljon itt táblázat alakjában egy teljes szám példa, melynek adatai az egyes ábrákban is fel vannak használva.

Legyen, mint eddig is, $\sigma=4$, $a=\frac{3}{4}$, és képzeljünk pontalakú rengési fészket $\rho_0=0.7071$ távolságban a Föld középpontjától. Legyen a földfelületi törésmutató $n_1=2$, tehát $\mu=3$ és $N=13$.

$p = 9$; legyen továbbá a renges felületi terjedési sebessége $637 \text{ m.} = \frac{1}{10,000} = v_1$. Ekkor a következő táblázatot nyerjük, mely a sugarak ε hajlásai szerint van elrendezve:

ε	a	b	γ	φ	e	t
0°	0.9718	0.7071	$0^\circ 0'0$	imag.	imag.	imag.
10	9871	6855	$-19 54.8$	imag.	imag.	imag.
$14^\circ 2'2$	1.0000	6667	$-26 33.8$	$63^\circ 26'2$	$0^\circ 0'$	2456.41^s
20	0226	6315	$-34 53.6$	$45 26.9$	$14 22$	$1 31 39$
30	0637	5595	$-45 57.6$	$31 5.0$	$26 47$	$52 29$
40	1030	4772	$-54 55.9$	$22 9.6$	$37 50$	$30 32$
50	1374	3884	$-62 45.4$	$15 53.5$	$48 30$	$17 32$
60	1651	2949	$-69 57.7$	$11 2.3$	$58 58$	$8 50$
70	1854	1983	$-76 48.2$	$6 59.8$	$69 21$	$3 41.5$
80	1977	0996	$-83 26.8$	$3 23.8$	$79 41$	53.44
90	1.2019	0.0000	$-90 0.0$	$0 0.0$	$90 0$	0.00

ε	φ_1	ρ_1	φ_2	ρ_2	V	η	i
0°	$14^\circ 7'1$	0.7172	$82^\circ 25'4$	0.9644	—	0.10893	imag.
10	$4 16.4$	6988	$62 24.6$	9778	—	13074	imag.
$14^\circ 2'2$	$9 28.3$	6833	$55 39.4$	9888	665	15128	$4.1 \cdot 10^{-8}$
20	$14 42.8$	6561	$47 7.8$	1.0070	919	19333	$1.2 \cdot 10^{-5}$
30	$17 49.9$	6107	$35 37.5$	0351	1097	29528	$1.13 \cdot 10^{-3}$
40	$15 20.1$	5831	$26 16.0$	0509	1345	43441	0.014
50	$10 0.1$	5854	$18 31.5$	0497	1680	59138	0.079
60	$5 10.1$	6099	$12 17.2$	0356	2316	73379	0.400
70	$2 8.9$	6398	$7 22.3$	0174	3512	83945	0.614
80	$0 43.1$	6593	$3 27.2$	0048	7065	90235	0.778
90	$0 0.0$	6667	$0 0.0$	1.0000	—	92306	1.000

E táblázatban a , b , γ rovatok adják a sugárellipsis méretét és fekvését, φ és e az egyes sugarak metszési pontjainak gömb-távolságát az epicentrumtól és a földfelületi emersioszöget, mely mindig kisebb, mint ε . Továbbá t adja az időt, mely alatt a rengés az epicentrumból a φ sugarú kör kerületéhez jut és V a meterekben kifejezett sebességet, melyet kapunk, ha a távolságot egyszerűen az idővel elosztjuk. Látnivaló, hogy e sebesség az epicentrumtól való távolsággal rohamosan fogy, de mindig nagyobb marad, mint az igazi $v_1 = 637 \text{ m.}$ értéke. φ_1 , ρ_1 és φ_2 , ρ_2 adják a hullámfelület meridiángörbéjét e felület mindkét héja számára, azon feltevés alatt, hogy az egyik héj az epicentrumban érinti a Föld felületét.

y a 63) egyenletnek ívben kifejezett megoldása; az egyenletben szereplő N^k állandó ez esetben $75^\circ 30' 5$.

Azon sugár hajlása, mely még éppen a földfelületet érinti, $14^\circ 2' 2$, tehát a hozzá tartozó gömb-távolság $63^\circ 26' 2$ a rengési kör sugara, egyszersmind a nullkosista sugara. Azon innen a rengési elemek természetesen képzetesek. Az epicentrum æquatora körül egy $73^\circ 7' 6$ -nyi szélességű öv rázkódást egyáltalán nem szenved; az apexburkoló e tájon még mindig 179.6 km.-nyire marad a Föld színe alatt. A rengés egyszersmind (68. egyenlet) $30^\circ 39'$ -val korábban kezdődött, mint hogy az első lökés az epicentrumba jutott, és a sugárellipsisek bármelyik (teljesen a Föld belsejében fekvő) képviselőjét $9^h 27^m 14^s$ alatt futja be. Említésre méltónak tartom, hogy a feltételezett $v_1 = 637$ m. sebesség közel ugyanaz, melyet a geológiai kísérletek adnak, és hogy a V értékek is nagyon megközelítik azon adatokat, melyeket földrengéseknek az eddig divatos módon való számításából vezetnek le.

A kúp tömege, melynek sugarai az $\varepsilon = 14^\circ 2' 2$ alatt emelkedő sugarakon belül fekszenek, mely tehát a rázkódást szenvedett kúpot adja, a földtömeg 0.0392 része, és valamivel nagyobb, mint $0.8824 = 1 - 3 \times 0.0392$ azon tömeg, mely a Földre nem jutó energiát elnyelte. Pontosabb szám adatok kedvéért az apex-burkoló felületben fekvő tömeget kellene meghatározni és belőle a rengési kúp tömegét levonni.

Végül a táblázat utolsó rovata az intenzitást adja, azon feltevés alatt, hogy a földszugárra, mint egységre vonatkozó absorptio-együttható $c = 50$, mely érték közelítésben levezethető azon megfigyelésekből, melyeket MALLETT az 1858.-i nagy nápolyi földrengés alkalmával eszközölt. Szemmel látható a rengés gyors csillapodása a rengési felület határai felé — az epicentrum antipod-pontjában az intenzitás amannak már csak 40.10^{-30} -ad része —, a mi legalább egy számpéldában eléggé mutatja, hogy a rengési területnek a gyakorlati ember előtt kissé gyanús nagy terjedelme, melyet elméletünk ad, nem az érzés s a közvetlen tapasztalat, hanem csak érzékeny sismometerek számára van meg.

TÖBBSZÖRÖS INVOLUTIO.

VÁLYI GYULA I. tagtól.

Második közlemény.*

Az első közlemény az egy dimenziós geometria többszörös involutioival foglalkozott. Ebben a közleményben a sík véges számú pontból álló pontrendszerének többszörös involutioit keressük fel.

I.

A síkban *involutio* alatt két collinearis pontrendszernek azt az esetét értjük, mikor a sík bármely pontjának, számították az akár az egyik, akár a másik pontrendszerhez, ugyanazon pont a collinearis társa.

Ha $X(x_1, x_2, x_3)$ és $Y(y_1, y_2, y_3)$ egymásnak ilyen módon kétszeresen megfelelő pontok, akkor egyszerre állanak a következő egyenletek:

$$\begin{aligned} 1. \quad & \varrho y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 \\ & \sigma x_i = a_{i1}y_1 + a_{i2}y_2 + a_{i3}y_3 \end{aligned} \quad (i=1, 2, 3)$$

a hol az involutio determinansa

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ nem } = 0.$$

Ezekből az egyenletekből A aldeterminansaira (A_{ik}) nézve az következik, hogy

$$2. \quad A_{ik} = \lambda a_{ki} \quad (i, k=1, 2, 3)$$

* Az első közlemény az Értésítő XII. kötetének 394—407 lapjain.

a hol

$$\lambda = \frac{A}{\rho\sigma},$$

ezekből pedig az adjungált determinánsra vonatkozó tantétel szerint

$$3. \quad A = \lambda^3$$

A 2. egyenletek

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} + \lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} + \lambda & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} + \lambda \end{vmatrix}$$

determináns aldeterminánsaira (J_{ik}) nézve azt mondják ki, hogy

$$4. \quad \begin{aligned} J_{ik} &= 0 & (ha \ i \geq k) \\ J_{ii} &= \lambda(\lambda + a_{11} + a_{22} + a_{33}) & (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

Az elemek és aldeterminánsok között fennálló egyenletek szerint ezekből következnek:

$$5. \quad \begin{aligned} J_{ii} \cdot a_{ik} &= 0 & (ha \ i \geq k) \\ J_{ii} (a_{ii} + \lambda) &= A & (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

Megjegyzendő, hogy a 2. 3. egyenletek alapján A így is kifejezhető:

$$6. \quad A = 2\lambda^2(\lambda + a_{11} + a_{22} + a_{33}).$$

A 4. 5. 6. egyenletekből az involucionak következő két fajtát lehet felismerni:

a) ha

$$\lambda + a_{11} + a_{22} + a_{33} \text{ nem} = 0,$$

akkor az 5. 6. egyenletekből látható, hogy

$$\begin{aligned} a_{ik} &= 0 & (i \geq k) \\ a_{ii} &= \lambda & (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

tehát az involutio egyenletei

$$\rho\eta_i = \lambda x_i \quad (i=1, 2, 3)$$

azaz a sík minden pontja maga-magának involutiós társa.

Az involutio többszörösségének megszámlálásánál az involutionnak ezt a fajtát nem számítjuk.

b) Ha

$$7. \quad \lambda + a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0,$$

akkor \mathcal{J} összes aldeterminánisaival együtt elenyésszik, és így van hat olyan szám, $c_i d_i$ ($i=1, 2, 3$), a melyekkel \mathcal{J} elemei így fejezhetők ki:

$$\begin{aligned} a_{ik} &= c_i d_k & (\text{ha } i \geq k) \\ a_{ii} + \lambda &= c_i d_i & (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

és 7. egyenlet szerint

$$8. \quad 2\lambda = c_1 d_1 + c_2 d_2 + c_3 d_3.$$

Az involutio egyenletei ebben az esetben

$$9. \quad \varrho y_i = -\lambda x_i + c_i (d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3) \quad (i=1, 2, 3)$$

és ezekből az egyenletekből 8. felhasználásával

$$10. \quad \varrho (d_1 y_1 + d_2 y_2 + d_3 y_3) = \lambda (d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3)$$

A 9. 10. egyenletekből látszik, hogy az a pont, a melynek koordinátái

$$\varrho y_i + \lambda x_i \quad (i=1, 2, 3)$$

összeesik a $(c_1 c_2 c_3)$ -ponttal, az a pont pedig, a melynek koordinátái

$$\varrho y_i - \lambda x_i \quad (i=1, 2, 3)$$

rajta van a $(d_1 d_2 d_3)$ -egyenesen.

Tehát az involutiós pontpárokat a $(c_1 c_2 c_3)$ -pont (*involutio-centrum*) és a $(d_1 d_2 d_3)$ -egyenes (*involutio-tengely*) harmonikusan választják el. Ebből az következik, hogy a centrum és a tengely minden egyes pontja maga-magának involutiós társa (*kettős pont*). E szerint az involutionnak ez a fajta a perspektiv-collinearviszonyhoz tartozik.

Ezt az involutiót teljesen meghatározza centruma és tengelye, vagy két involutiós pontpárja, ha egyikük sem kettős pont.

Az involutio egyenletei legegyszerűbbek, ha a centrumot a

coordinata-rendszer egyik alappontjának, a tengelyt szemben fekvő alapegyenesnek választjuk.

Ha a centrum (0 0 1)-pont, a tengely (0 0 1)-egyenes, akkor a 8. egyenlet szerint

$$2\lambda = 1$$

és az involutio egyenletei

$$2\varrho\eta_1 = -x_1$$

$$2\varrho\eta_2 = -x_2$$

$$2\varrho\eta_3 = x_3$$

Hasonlóképen egyszerűek az involutio egyenletei akkor is, ha két alappont (pl. az első és második) involutiós pontpár, a harmadik alappont pedig a tengelyen fekszik.

Ha a centrum koordinátái $c_1 c_2 0$, akkor feltevéseink szerint a tengely koordinátái $c_2 c_1 0$. A 8. egyenlet szerint

$$\lambda = c_1 c_2$$

és az involutio egyenletei:

$$11. \quad \begin{aligned} \varrho\eta_1 &= c_1^2 x_2 \\ \varrho\eta_2 &= c_2^2 x_1 \\ \varrho\eta_3 &= -c_1 c_2 x_3 \end{aligned}$$

A többszörös involutio tárgyalásához épen ezekre az egyenletekre van szükségünk.

II.

Keressünk fel a síkban olyan pontrendszereket

$$A_h B_h \quad (h=0, 1, \dots, r-1; r > 2)$$

a melyek egyszerre az

$$\begin{pmatrix} A_h \\ B_h \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A_{h-1} \\ B_{h-1} \end{pmatrix}$$

symbolumokkal feltüntetett kétféle involutióban vannak, a hol az indexek mod. r redukálандók.

Tegyük fel, hogy a két involutio centrumai (G, G') és ten-

gelyei (t, t') különbözök és egyik centrum sem fekszik a másik involutio tengelyén. Tegyük fel továbbá, hogy CC' egyenes nem megy át tt' ponton.

Ilyen feltevések mellett a CC' egyenesen létező két pontinvolutio közös pontpárja nem kettős pont. Válasszuk ezt a két pontot a koordináta-rendszer első és második alappontjának, tt' pontot harmadik alappontnak. Ilyen koordináta-rendszer mellett mind a két involutio egyenletei a 11. egyenletek szerint alakúlnak.

$$\begin{array}{l} \text{Legyenek } A_h \text{ koordinátái } a_{h_1} \ a_{h_2} \ a_{h_3} \\ B_h \quad \text{''} \quad \text{''} \quad b_{h_1} \ b_{h_2} \ b_{h_3} \\ C \quad \text{''} \quad \text{''} \quad c_1 \ c_2 \ 0 \\ C' \quad \text{''} \quad \text{''} \quad c'_1 \ c'_2 \ 0 \end{array}$$

Akkor a két involutiot kifejezik

$$\begin{array}{l} 12. \quad \dots \quad \varrho_h b_{h_1} = c_1^2 a_{h_2}, \quad \varrho'_{h+1} b_{h+1,1} = c_1'^2 a^{h_2} \\ \quad \quad \quad \varrho_h b_{h_2} = c_2^2 a_{h_1}, \quad \varrho'_{h+1} b_{h+1,2} = c_2'^2 a_{h_1} \\ \quad \quad \quad \varrho_h b_{h_3} = -c_1 c_2 a_{h_3}, \quad \varrho'_{h+1} b_{h+1,3} = -c'_1 c'_2 a_{h_3} \\ \quad \quad \quad (h=0, 1, \dots, r-1) \end{array}$$

Három esetet kell megkülönböztetnünk.

1. Ha az $a_{h_3} b_{h_3}$ ($h=0, 1, \dots, r-1$) számok egyike 0, akkor mindegyikük 0, a mint a 12. egyenletekből könnyen látható.

Ekkor az $A_h B_h$ ($h=0, 1, \dots, r-1$) pontok a CC' lineáris pontsorhoz tartoznak és a feltett két involutio szerint ugyanazon rendszerhez tartozó két r -ászt alkotunk.*

2. Tegyük fel, hogy az $a_{h_3} b_{h_3}$ ($h=0, 1, \dots, r-1$) számok egyike sem 0.

Ha az a_{h_1} ($h=0, 1, \dots, r-1$) számok egyike 0, akkor a 12. egyenletek szerint a $b_{h_2} a_{h_1}$ ($h=0, 1, \dots, r-1$) számok mindennek 0, Nem homogén koordinátákra térve át, legyenek

$$\begin{array}{l} A_h \text{ coordinatái } 0 \ a_h \ 1 \\ B_h \quad \text{''} \quad \text{''} \quad 1 \ 0 \ \beta_h \\ C \quad \text{''} \quad \text{''} \quad \gamma \ 1 \ 0 \\ C' \quad \text{''} \quad \text{''} \quad \gamma' \ 1 \ 0 \end{array}$$

* Első közlemény I.

A 12. egyenleteknek mind a két oszlopában az első egyenletet a harmadikkal osztva :

$$\begin{aligned} a_h \beta_h \gamma + 1 &= 0 \\ a_h \beta_{h+1} \gamma' + 1 &= 0 \end{aligned} \quad (h=0, 1, \dots, r-1)$$

Ezekből az egyenletekből épen úgy, mint az első közlemény I. fejezetében, az következik, hogy az $A_h B_h$ pontrendszerek között az

$$\begin{pmatrix} A_h \\ B_{h+k} \end{pmatrix} \quad (k=0, 1, \dots, r-1)$$

involutiók mindenike fennáll. Legyenek a centrumok

$$C_k \quad (k=0, 1, \dots, r-1).$$

A formulák legszimmétrikusabbak, ha a koordináta-rendszer egység-pontját úgy választjuk, hogy $\alpha_0 = \beta_0 = -1$ legyen. Ha még a B_h pontok megszámozásának sorrendjét B_0 -tól indulva ellenkezőre változtatjuk, lesznek

$$\begin{array}{lcl} A_h \text{ koordinátái} & 0 & -\varepsilon^h & 1 \\ B_i & \text{''} & \text{''} & 1 & 0 & -\varepsilon^i \\ C_k & \text{''} & \text{''} & -\varepsilon^k & 1 & 0 \end{array}$$

a hol ε primitív r -ik egységgyök.

$A_h B_i C_k$ egy egyenesben vannak, ha

$$h + i + k \equiv 0 \pmod{r}$$

Ebből látható, hogy a három pontrendszer három r -ászt alkot, a melyek közül akármelyik kettő r -szeresen involutiós a harmadik r -ász pontjaival, mint centrumokkal.

Az r -ászok alappontjai az egyeneseiktől alkotott háromszög szögpontjaiba esnek. Épen azért a három r -ász közül legfeljebb egy lehet reális, mert reális r -ásznak alappontjai conjugált komplexek.*

Három r -ász ilyen kapcsolatának legegyszerűbb esete ($r=3$) a síkbeli harmadrendű görbénél fordul elő. A kilencz inflexió-pont ilyen rendszert alkot.

* Első közlemény II.

3. Tegyük fel, hogy $A_h B_h$ pontok koordinátái közül egy sem 0.

A 12. egyenletekből következik, hogy

$$\frac{a_{h_1} a_{h_2}}{a_{h_3}^2} = \frac{b_{h_1} b_{h_2}}{b_{h_3}^2} = \frac{b_{h+1,1} b_{h+1,2}}{b_{h+1,3}^2}$$

$$(h=0, 1, \dots, r-1).$$

Tehát ezen törték értéke h -tól független. Jelöljük c -vel. E szerint az $A_h B_h$ pontok mindegyike rajta van azon a kúpszeleten, melynek egyenlete

$$x_1 x_2 - c x_3^2 = 0.$$

A feltett két involutioból pedig az következik, hogy a kúpszeleten ugyanazon rendszerhez tartozó két r -ászt alkotnak.*

III.

Az $\begin{pmatrix} A_h \\ B_h \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} A_h \\ B_{h+1} \end{pmatrix}$ involutiokkal összekötött pontrendszerek-

nél az elébb tárgyalt eseten kívül még a következő esetek jöhetnek elő :

1. a két involutio centruma közös, tengelye különböző ;
2. a két involutio tengelye közös, centruma különböző ;
3. a két involutio centruma és tengelye különböző, de a centrumokat összekötő egyenes átmegy a tengelyek metszéspontján ;
4. az egyik involutio centruma a másik involutio tengelyén fekszik ;
5. mind a két involutio centruma a másik involutio tengelyén fekszik.

Akármelyikét ezen eseteknek feltéve, legyen P a két tengely közös pontja. (A 2. esetben P bármely pontja lehet a közös tengelynek, de mégis válaszszuk úgy, hogy ne legyen a centrumokkal egy egyenesben).

P' pont mind a két involutioban maga-magának involutiós

* Első közlemény VI.

társa. Azért a két feltett involutio azt kíváná, hogy az $A_h B_h$ ($h=0, 1, \dots, r-1$) pontok mindegyike vele összeessék, mihelyt csak egy is közülök P -be esnek.

Tegyük fel azért, hogy egyikük sem esik össze P -vel.

Projiciáljuk a két pontrendszert P -ből. Olyan sugarakat kapunk $(a_h b_h)$, a melyek között egyszerre állanak az

$$\begin{pmatrix} a_h \\ b_h \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_h \\ b_{h+1} \end{pmatrix}$$

involutiok.

Azonban a 4 első esetben a két sugár-involutionak egyik kettős sugara közös. De akkor az összes sugarak ezzel a kettős sugárral összeesnek,* és így $A_h B_h$ pontok mind ezen az egyenesen vannak. Minthogy azonban P közös kettős eleme az ezen egyenesen fellépő két involutionak, azért vagy az összes pontoknak, vagy az A_h és B_h pontoknak külön-külön egy-egy pontban kellene összeesniök a két feltett involutio miatt. Igazi pontrendszerekről tehát ezekben az esetekben nem lehetne szó.

Az 5. esetben a P centrumu két sugár-involutionak mind a két kettős sugara közös, így a két involutio azonos. A feltett két involutio így most csak azt kívánja, hogy az a_h és b_h sugarak külön-külön egybe essenek és így az A_h, B_h pontok külön-külön egy-egy egyenesen vannak.

A pontok eloszlását részletesebben kell megvizsgálnunk.

Legyenek a centrumok CC' , a tengelyek tl' és tegyük fel, hogy C centrum t' tengelyen, C' centrum t tengelyen fekszik.

Válasszunk C, C' és tl' pontot a koordináta-rendszer alap-pontjainak.

Azt az esetet előre kizárhatjuk, mikor $A_h B_h$ pontok egyikének harmadik koordinátája 0, mert akkor mindegyiké 0 volna s a két feltett involutio azt kíváná, hogy az A_h és B_h pontok egy-egy pontban harmoniásan a centrumokhoz egyesüljenek.

$$\begin{array}{l} \text{Legyenek } A_h \text{ koordinátái } a_{h_1} \ a_{h_2} \ 1 \\ B_h \quad \quad \quad \quad b_{h_1} \ b_{h_2} \ 1. \end{array}$$

* Első közlemény IV.

Az I. fejezetnek ilyen koordináta-rendszerre vonatkozó egyenletei szerint (az arányossági szorzókat osztással eliminálva)

$$\begin{aligned} b_{h_1} &= -a_{h_1}, & b_{h+1,1} &= a_{h_1} \\ b_{h_2} &= a_{h_2}, & b_{h+1,2} &= -a_{h_2} \end{aligned} \quad (h=0, 1, \dots, r-1)$$

Ezekből pedig az következik, hogy

az A_{2n} pontok koordinátái	a_{01}	a_{02}	1
az A_{2n+1} " " " "	$-a_{01}$	$-a_{02}$	1
a B_{2n} " " " "	$-a_{01}$	a_{02}	1
a B_{2n+1} " " " "	a_{01}	$-a_{02}$	1.

Tehát az A_h és B_h pontok két-két pontban egyesülnek. A négy pont együtt olyan teljes négyszöget alkot, melynek átlói pontjai a centrumok és a tengelyek metszéspontja.

A pontok többszörösségét mellőzve kimondhatjuk tehát, hogy csak két pár pont kettős involutiojánál fordul elő az az eset, hogy mind a két involutio centruma a másik involutio tengelyén fekszik.

Mínt hogy azonban két pár pont az involutiot épen csak meghatározza, a többszörös involutio igazi esetei csak azok, mikor $r > 2$.

A monocyclikus többszörös involutio igazi eseteit tehát a II. fejezet teljesen kimeríti.

IV.

A polycyclikus többszörös involutio esete az, mikor

$$A_h^k B_h^k \quad \left(\begin{matrix} k=1, 2, \dots, s \\ h=0, 1, \dots, r_k-1 \end{matrix} \right)^*$$

pontrendszerek között egyszerre fennállanak az

$$\left(\begin{matrix} A_h^k \\ B_h^k \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} A_{h+1}^k \\ B_{h+1}^k \end{matrix} \right)$$

involutiók.

A két involutio centrumait összekötő egyenesen fellépő két involutio közös pontpárját és a két involutio tengelyeinek metszéspontját választjuk megint alappontoknak.

Feleslegesnek tartom a kérdés részletes tárgyalását, mert az

az első közlemény V. és ezen közlemény II. fejezeteinek menetétől nem különbözik.

Elég lesz a főbb eredményeket felsorolni.

1. Ha a két pontrendszer pontjai különbözők, akkor

$$r_1 = r_2 = \dots = r_s.$$

Jelöljük közös értéküket r -rel.

2. Ha $A_h^k B_h^k$ ($h = 0, 1, \dots, r-1$) pontok egyikének valamelyik koordinátája 0, akkor A_h^k és B_h^k lineáris pontsorbelti r -ászkok.

3. Ha $A_h^k B_h^k$ ($h = 0, 1, \dots, r-1$) pontok koordinátái 0-tól különbözők, akkor ezen pontok kúpszeleten vannak, melynek egyenlete

$$x_1 x_2 - c_k x_3^2 = 0$$

s azon ugyanazon rendszerhez tartozó r -ászkokat alkotnak.

c_k a különböző cyclusokra különböző lehet.

Tehát a kúpszeletek, a melyeken az ilyen cyclusok pontjai fekszenek, kettős érintkezésben vannak. Az érintési pontok az r -ászkok közös alappontjai. Reális r -ászkoknál tehát a kúpszeletek kettős érintkezése képzetes.

4. Az involutio-centrumok lineáris pontsorbelti, az involutio-tengelyek lineáris sugársorbelti r -ászt alkotnak.

Végeredményképen pedig kimondhatjuk, hogy *a sík többszörösen involutiós véges pontrendszerei lineáris és quadrátikus pontsorbelti r -ászkokra bonthatók szét.*

UJABB ARSEN, SELEN ÉS ARSEN, SELEN, KÉNTARTALMÚ VEGYÜLETEK.*

SZARVASY IMRE tanársegédétől.

A Magy. Chem. Folyóirat¹ júliusi füzetében e tárgyról előzetes jelentést tettem. A Zeitschrift f. anorg. Chem.² szeptemberi füzetében CLEVER és MUTHMANN-nak egy közleménye jelent meg, mely hasonló tárgygyal foglalkozik. Ez késztet arra, hogy munkámat még annak teljes befejezése előtt ismertessem.

Az arsennek selennel képzett vegyületei közül ezideig három volt ismeretes: As_2Se_3 , As_2Se_2 és $AsSe_6$. Az arsentriselenidet alkotórészeinek összeolvasztása által előbb BERZELIUS,³ később hasonló módon LITTLE⁴ állította elő; ÜLSMANN⁵ e vegyülethez úgy jutott, hogy arsenessav sósavval savanyított oldatán hidrogenselenidet hajtott keresztül; ugyanő állította elő az arsendiselenidet is és az $AsSe_6$ képletnek megfelelő vegyületet, mely akkor keletkezik, ha arsendiselenidre alkalihydrat hat.

A kén és selen kémiai sajátságaiban nagy a hasonlatosság; feltehető volt, hogy az arsennek még azon selenidjei is előállíthatók, melyekhez hasonló alkotású sulfidok már ismeretesek. E feltevésből kiindulva előállítottam a következő vegyületeket:

arsenpentaselenid (As_2Se_5), *natriummonoselenarseniat* ($Na_3AsO_3Se + 12H_2O$), *natriumselenoarseniat* ($Na_3AsSe_4 + 9H_2O$), *arsentriselenidisulfid* ($As_2Se_3S_2$), *arsendiselentrisulfid* ($As_2Se_2S_3$).

* Közlemény a kir. József műegyetem ált. chem. labororiumából.

¹ Magy. Chem. Folyóirat I. 7. 101.

² Zeitschr. f. anorg. Chem. II. X. 1. 117.

³ Berzelius, Lehrb. d. Chemie II. 275.

⁴ On Selenium etc. Dissertation, Göttingen 1859.

⁵ Annal. d. Chem. u. Pharm. 116, 123.

Arsenpentaselenid.

Ezt a vegyületet úgy állítottam elő, hogy az alkatrészeket $As_2 : Se_5$ súlyviszony szerint, azonban mindig némi selen fölösleggel, nitrogennel töltött és beforrasztott káliscsőben olvasztottam össze. Az egyesülés kb. 400 fokon megy végbe és aránylag könnyen mozgó fekete olvadék képződik. Az olvadék kihülve fekete, élénk fényű, kagylós törésű, igen merev test, mely főtömegében As_2Se_5 , a selen fölöslege szerint több-kevesebb selennel fertőzve. A két testet levegőtől mentes térben destillálással választottam el; többszöri destillálás által egészen tiszta termék nyerhető. A fölös selenet szénbisulfiddal is el lehet távolítani. Kristályosan előállítani még nem sikerült. Az elemzés adatai a következők:

	Talált %			Számított %
	I.	II.	III.	
As	27·87	27·72	27·69	27·53
Se	71·92	72·01	71·83	72·47
	99·79	99·73	99·52	100·00

A talált százalékos alkat As_2Se_5 képletet ad.

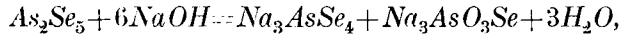
Forráspontja közönséges nyomáson kb. 550° C, vacuumban kb. 350° C; gőze barna.

A közönségesen használt anorganikus és organikus oldószerekben nem oldódik. Tömény sósav, kénsav igen lassan támadja meg; tömény salétromsav selenessavvá és arsensavvá oxydálja.

Alkali-hydratok és sulfhydratok vizoldatában könnyen oldódik sárgásbarna színnel, az oldat levegőn gyorsan bomlik, selen válik ki s a folyadékban arsenes sav ismerhető fel. Az arsenpentaselenid natriumhydroxydos oldatából savak barnás-vörös pelyhes csapadék alakjában As_2Se_5 -t választanak ki.

Igy eljárva csak akkor volt a vegyület tiszta, ha az összes műveleteket hydrogen-atmosphaerában végeztem s az oldatok oxygentől mentesek voltak.

Az arsenpentaselenid natriumhydroxydiban következő egyenlet értelmében oldódik:

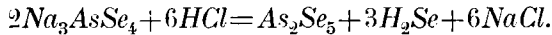


sav hatására pedig a kémhatást következő egyenlet fejezi ki:



E a viselkedése hasonló az arsenpentasulfidéhoz.

Az arsenpentaselenid *nedves* úton is előállítható, ha a natriumselenoarseniatot savval megbontjuk. Ugyanis:



Az ily módon előállított termékben a selen százalékát a számítotttnál 1·5%-al magasabbnak találtam. A magasabb érték okát abban lelem, hogy a hydrogenselenid bomlása folytán levált selen az arsenpentaselenidhez keverődik.

Ezt a módszert csak egy ízben alkalmaztam, mert a natriumselenoarseniatot nagyon nehéz előállítani.

Az arsenpentaselenid molekula-súlyát megállapítandó, meghatároztam VICTOR MEYER * eljárása szerint gőzsűrűségét. Azt a módszert alkalmaztam, melyet magas hőmérséken végzett kísérleteinél ő is használt. Az anyag elpárologtatására szolgáló porcellán edényt Perrot-féle kemenczében hevitettem; az egész készülék száraz nitrogennel volt megtöltve, mely a GIBBS-BÖRTGER-féle ** eljárás szerint készült, s az esetleg jelenlevő nitrogén-oxidok és oxygen eltávolítása végett izzó rézzel töltött esővön volt áthajtva. A kemence hőmérsékét calorimeteres eljárás szerint határoztam meg.

A gőzsűrűségi adatok:

$$\text{I. kísérlet } D_t = 9\cdot652 \quad t = 750 - 800^\circ$$

$$\text{II. kísérlet } D_t = 9\cdot531 \quad t = 750 - 800^\circ$$

As_2Se_5 molekulára számított sűrűség $D_t = 18\cdot84$, mely számérték a kísérletileg talált értéknek csaknem kétszerese; ebből következik, hogy az arsenpentaselenid ezen a hőmérséken két molekulára bomlik. Egyetlen valószínű feltevés az, hogy a gőzelegyenben

* Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft 1879. 1112.

** Jahresb. d. phys. Vereins zu Frankfurt 1876/77. 24.

As_2Se_3 és Se_2 van; ezen elegy számított sűrűsége $D_t=9.424$, mely számérték a fenti kísérleti adatokkal elég jól összevág.

Az arsenpentaselenid eme viselkedésben hasonlít az arsen azon vegyületeihez, melyekben az arsen öt vegyértékkel szerepel s melyekből az állandóbb három vegyértékű arsen vegyületei képződnek. Ismeretes pl., hogy az arsenpentoxyd gyenge vörös izzásnál arsentrioxydra és oxygenre, az arsenpentasulfid * pedig arsentrisulfidra és kénre bomlik.

Szükségesnek látszott még eldönteni, hogyan viselkedik az arsenpentaselenid még magasabb hőfokon. Két meghatározást 1050—1100 fokon végeztem, a sűrűséget

$$\text{I. } D_t=6.161$$

$$\text{II. } D_t=6.27-$$

nek találtam; ez a számérték igen közel harmadrésze ($18.84:3=6.28$) a számított gőzsűrűségnek.

Ilyen magas hőmérséken tehát az arsenpentaselenid három molekulára disszociál. Itt két eset lehetséges: vagy teljesen alkotóelemeire szakad szét és akkor arsen- és selen-molekulák képezik a gőzelegyet, vagy pedig egy eddig le nem írt vegyület létezését tételezve fel: As_2Se , Se_2 , Se_2 (számított $D_t=6.28$) molekulák vannak a gőzelegyben.

Folyamatban levő kísérleteim fogják eldönteni, hogy e két föltevés közül melyik igaz.

Natriummonoselenarseniat.

Az arsenpentaselenid $NaOH$ és KOH vizoldatában igen jól oldódik; érdemes munkának kínálkozott megvizsgálni, hogy az oldáskor miféle testek képződnek. Kísérleteimhez natriumhydroxydot használtam, mert előzetes kísérletek alapján meggyőződttem, hogy a natriumhydroxyddal létesített termékek könnyebben állíthatók elő.

Az arsenpentaselenid natriumhydroxydos oldata levegőn

* Gelis. Compt. rend. 76. 2. 1205.

felette gyorsan bomlik, ennél fogva az összes műveleteket hydrogen atmoszfærában és elnyelt oxygéntól lehetőleg mentes folyadékokkal kellett végezni. A képződő sók vízben könnyen oldódnak és nagyon bomlékonyak. E körülmények rendkívül megnehezítették vizsgálataimat s csak hosszas meddő kísérletezés után találtam oly eljárást, melylyel a keletkező sókból annyit tudtam előállítani, a mennyi az elemzéshez és néhány kémhatás megejtéséhez elégséges volt.

Legelőnyösebb a következő eljárás: kb. 100 cm^3 20—25%-os natriumhydroxydban melegítés közben 5—8 gr. arsenpentasele-
nidet oldunk s az oldatot annyi methyllalkohollal elegyítjük, hogy a keletkezett zavarodás épen eltűnjék; ezen oldatot hydrogen atmoszfærában állni hagyjuk; rendszeren már 12 óra múlva kristályok válnak ki. Ha az oldatban levő sók levegő hatására bomlani kezdenek vagy a feloldott As_2Se_5 nem volt egészen tiszta, kristályok nem keletkeznek.

Az oldatból két test kristályai válnak le: egyik szintelen, másik élénk rubin vörös; ezeket részleges kristályosítással sikerült elválasztani. A vörös kristályok könnyebben oldhatók s így későbbben válnak ki.

A szintelen kristályok oszloposak, gyakrabban túalakúak, egy ízben 4 cm. hosszú kristály képződött. A physikai és kristallografiai vizsgálatoknak útját állja a só rendkívüli bomlékonysága.

Levegőn pár perc alatt fényüket veszítik, átlátszatlanok lesznek, kristályvizet veszítenek s selen kiválása folytán megvörösödnének. Vízben igen könnyen oldódnak, az oldat szintelen, azonban a kiváló selentől csakhamar megzavarodik.

Ha e só vizoldatát savval elegyítjük, az összes selen mint vörös csapadék kiválik s az oldatban arsenessav mutatható ki. E só tartalmaz: arsen, selent, natriumot, oxygent és kristályvizet. Kristályvizét levegőtől mentes térben tömény kénsav fölött teljesen elveszíti.

E sót következőleg elemeztem: 0·4—0·6 gr.-ot óvatosan oxydáltam tömény salétromsavval; ezt elűzve, a sósavval megsavanyított oldatból kénbioxyddal leválasztottam a selent s Gooch-tégelyben szárítva mértem. A szüredékből a kénbioxyd elűzése után kénhydrogennel leválasztottam az arsen s ezt az általam

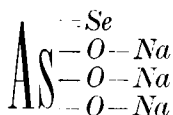
közölt módszer¹ szerint, — az arsentrisulfidról leszűrt oldatból pedig a natriumot mint sulfatot határoztam meg.

Az eredmény a következő:

	Talált		Számított	
	Kristályviz mentes	Kristályviz tartalmú	Kristályviz mentes	Kristályviz tartalmú
Na	25·59	14·18	25·49	14·19
As	27·88	15·72	27·68	15·41
Se	28·62	15·86	29·14	16·22
O különbségből	17·91	10·23	17·69	9·85
H ₂ O	—	44·01	—	44·33
	100·00	100·00	100·00	100·00

Ezekből az elemzési adatokból a vegyület molekulaképlete: $Na_3AsO_3Se + 12H_2O$ és *natriummonoselenarseniat*nak nevezhető. Hasonló összetételű test a kaliumsulfoxyarseniat, melyet BOUQUER és CLOEZ² állított elő és ezen sónak savhydratja, melyet LE ROY McCAY³ tanulmányozott.

A natriummonoselenarseniat valószínű kémiai szerkezetére következtethetünk a következő kémhatások alapján. Vizoldatából oldható ezüst- vagy ólomsók hatására rögtön ezüst-, illetőleg ólomselenid válik ki; miből arra következtethetünk, hogy a selen a molekulában nincsen oxygennel kapcsolva; a vizoldatból sav hatására az összes selen kiválik és arsenessav marad az oldatban, tehát a selen csak lazán lehet megkötve. Ha fölteszszük, hogy az arsen e vegyületben öt vegyértékű, a szerkezeti képlet:



lesz, azaz olyan arsensavasnatriumnak tekinthetjük, melyben egy oxygen-atom helyét egy selen-atom foglalja el. Minthogy az öt

¹ Magy. Chem. Folyóirat I. 2. 24.

² Annales de Chimie et de Physique XIII. 44.

³ Fres. Z. f. anal. Chem. 27. 632.

vegyértékű arsen-vegyületei általában kevésbé állandók, mint a három vegyértékűei s minthogy a selen nagyon lazán van az arsenhez kötve, érthető a selen leválása s az állandóbb három vegyértékű arsen-tartalmazó arsenessavnak keletkezése.

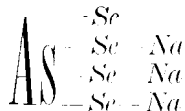
Natriumselenoarseniát.

A natriummonoselenarseniattal együtt vérvörös túalakú kristályok is válnak ki az arsenpentaselenid natriumhydroxydos oldatából. E kristályok levegőn csakhamar meghomályosodnak s kristályvíz elvesztése közben elbomlanak; vízben sárgás-barna színnel igen könnyen oldódnak; rövid idő múlva az oldatból selen válik ki; sav hatására ezen só vizoldatából H_2Se fejlődéssel vöröses-barna túrós csapadék alakjában As_2Se_3 válik ki. Ez a só is levegőtől mentes térben tömény kénsav fölött kristályvizét teljesen elveszíti. Elemzési adatai a következők:

	Talált %		Számított %
	I.	II.	
Na	11·23	11·30	11·11
As	12·32	12·21	12·06
Se	50·11	50·26	50·80
H_2O	25·40	25·62	26·03
	99·06	99·39	100·00

Ezen adatokból a vegyület tapasztalati képlete: $Na_3AsSe_4 + 9H_2O$, azaz *natriumselenoarseniát*. Hasonló összetételű sók: Na_3AsS_4 , $Na_3SbS_4 + 9H_2O$, $Na_3SbSe_4 + 9H_2O$.

Szerkezeti képlete analógia szerint:



Figyelemre méltó tulajdonsága, hogy kristályviztől mentes állapotban, levegőn 95—100 C fokon oxygent köt meg, még pedig fokozatosan többet-többet, míg állandó súlyú lesz. Az így keletke-

zett test sötétvörös a kivált selentől, azonban a kristályok körvonalai megmaradnak; vízben selen hátrahagyásával oldódik s az oldatban arsensav van. 0·1359 gr. víztől mentes natriumselenoarseniát súlya 0·019 gr.-mal szaporodott. A felvett oxygen súlya csaknem egyenlő azzal (0·0188), mely szükséges, hogy a natriumselenoarseniátban a selent teljesen oxygen helyettesítse.

Arsentriselendisulfid.

Arsendisulfidot és selent $As_2S_2 : 3Se$ súlyviszonyban, nitrogennel töltött üvegcsőben összeolvasztottam, s a terméket vacuumban öbbször destillálva tisztítottam.

Ily módon fekete, élénk fényű, kagylós törésű, vékony rétegben biborvörös színben áttetsző testet kaptam. Elemzési adatok:

	Talált %		III.	Számított %
	I.	II.		
As	33·0	33·45	—	33·26
Se	52·03	52·16	—	52·54
S	14·37	14·29	14·11	14·20
	99·40	99·90		100·00

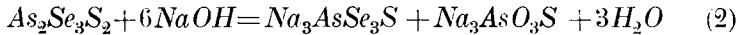
A százalékos összetételből képlete: $As_2Se_3S_2$.

Ugy physikai, mint chemiai tulajdonságaiban nagyon hasonlít az arsenpentaselenidhez. A közönségesen használt anorganikus és organikus oldószerekben oldhatlan. Alkalihydratok és sulfhydratokban igen könnyen oldódik sárga színnel. Natriumhydroxydos oldatából sav hatására vörös túrós csapadék válik ki. E csapadék tömény kénsav fölött vacuumban szárítva vörös porrá hull szét, mely 100 fok körül megfeketedik, 240 fokon megolvad, kihülés után megmeredve a kiindulási anyaghoz hasonló külsőt ölt s mint elemzéséből kitűnt, vele azonos is.

Vörös por elemzése:

As	33·51 %
Se	52·13 «
S	14·01 «
	99·65

Az arsentriselendisulfid natriumhydroxydos oldata levegőn elbomlik, selen válik ki, de bomlása nem oly gyors, mint az arsenpentaselenid oldatáé. A natriumhydroxydos oldatból narancsszínű és fehér kristályok keveréke válik ki. Valószínű, hogy az átalakulást a következő két egyenlet fejezi ki:



Későbbi vizsgálatok fogják eldönteni, hogy melyik egyenlet helyes.

Az arsentriselendisulfid gőzsűrűségét is az arsenpentaselenidnél leírt eljárás szerint határoztam meg.

A kemence hőfoka: 550—600° C; talált $D_t = 11.35$; $\text{As}_2\text{Se}_3\text{S}_2$ molekulára számított $D_t = 15.59$; világos tehát, hogy a molekula felbomlott; analogia alapján legvalószínűbb, hogy As_2Se_3 és S_2 -re disszociál, midőn a magasabb atomsúlyú selen marad az arsennel egyesülve. Ezt a feltevést PORNITZIN-nak¹ vizsgálatai igen valószínűvé teszik, ki a selennek hatását fémsulfidokra magas hőmérsékleten tanulmányozván azt tapasztalta, hogy a selen a ként kiszorítja.

As_2Se_3 és S_2 gőzelegy számított sűrűsége $D_t = 7.79$; azonban a kísérleti adat magasabb számérték, ez azt jelzi, hogy a gőzelegyben nagyobb sűrűségű alkatrészek voltak. DUMAS², MITSCHERLICH³ és VICTOR MEYER⁴ vizsgálataiból tudjuk, hogy a kén molekulájában 550° körül hat atom kén van; ha már most a gőzsűrűséget 3 (As_2Se_3) és S_6 molekula csoportra számítjuk ki, $D_t = 11.697$ és ez a számérték a kísérleti adattal elég jól összevág.

Valószínű tehát, hogy a gőzelegyben arsentriselenid és olyan kén molekulák voltak, melyek hat atom ként tartalmaznak.

Ezen kísérleti adatok alapján jogosult az *arsentriselenisulfid* elnevezés, bár előállítás alapján inkább arsenisulfotriselenidnek nevezhetnők.

¹ Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft XII. 697.

² Annal. chim. phys. [2] 1832, 50, 172.

³ Annal. d. Phys. u. Chemie 1833, 29, 193. Anal. d. Chem. u. Pharm. 1834. 12. 137.

⁴ Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. XI. 2256.

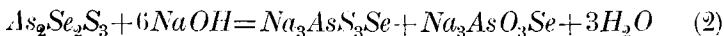
Arsendiselentrisulfid.

Arsentrisulfidot és selenet $As_2S_3 : 2Se$ súlyviszonyban nitrogennel töltött csőben összeolvasztottam s a terméket vacuumban többször destillálva tisztítottam. Ez a vegyület az előbbtől külsőleg annyiban különbözik, hogy vastagabb rétegben is rubinvörös színben áttetsző.

Elemzése :

	Talált %		Számított %	
As	37·34	—	—	37·13
Se	38·63	38·71	38·75	39·09
S	23·61	23·85	23·88	23·78
	99·58		100·00	

Ezen adatokból tapasztalati képlete : $As_2Se_2S_3$. Oldószerekkel szemben úgy viselkedik, mint az arsentriselenendisulfid. Alkali-hydratok és sulfhydratok vizoldatában világossárga színnel oldódik. Natriumhydroxydos oldatából a sósav mint narancsvörös csapadékot választja ki. Natriumhydroxydos oldatából citromsárga és fehér kristályokat állítottam elő. Az arsendiselentrisulfid natriumhydroxydban szintén kétféleképen alakulhat át :



A kristályok vizsgálata fogja eldönteni, hogy melyik egyenlet helyes.

Az arsendiselentrisulfidot *nedves* úton is előállítottam. Arsentrisulfidot feloldottam natriumhydroxydban és azután még annyi selenet, a mennyi az As_2S_3 -ot $As_2Se_2S_3$ -ra kiegészítené. Az oldatból sav hatására narancsvörös csapadék válik ki, mely százalékos összetétele szerint : $As_2Se_2S_3$. Érdekes, hogy a selenet, mely natriumhydroxydban csak huzamos forralás után oldódik, az arsentrisulfid natriumhydroxydos oldata nagy könnyűséggel oldja.

Ezen vegyület gőzsűrűségét 750—800 fok körül határoztam meg ; $D_t = 6·402$; számított gőzsűrűsége $D_t = 13·964$, a mely szám-

érték igen közel kétszerese a talált sűrűségnek; bizonyos tehát, hogy a molekula két részre szakadt és a gőz vagy As_2Se_2S és S_2 vagy As_2S_3 és Se_2 keverékéből áll.

Tekintve, hogy a selen magas hőmérséken a ként vegyületeiből kiüzi, igen valószínű, hogy a gőzben $As_2Se_2S^*$ és S_2 molekulák elegye van. (számított $D_t=6.982$).

E vegyület elnevezése az arsentriselendisulfidnál felhozott indokok alapján történt.

Kedves kötelességemnek tartom ILOSVAY tanár úrnak nagybecsű tanácsaiért e helyen is hálás köszönetemet kifejezni.

* As_2Se_2S -t Gerichten állított elő. Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft. 1874. I. 26.

A RECIPROCITÁS TÉTELE A NÉGYZETES MARADÉKOK ELMÉLETÉBEN.

KÖNIG GYULA r. tagtól.

A következőkben a reciprocitás tételének oly bizonyítását kívánom bemutatni, mely — minden más segédeszköz kizárásával — csakis a LEGENDRE-, illetőleg JACOBI-féle jelnek közvetlenül értelmezéséből folyó tulajdonságait használja föl. Evvel az új bizonyításnak az ismert bizonyítások hosszú sorával szemben nemcsak egész külön szerepe jut, de formai menete is megvan állapítva. Mert a hol valamely műveleti jel értelmezéséből e jel általános tulajdonságait fejtjük ki, ez lényegében máskép, mint teljes inductióval nem történhetik. A közlendő bizonyítás csakugyan a teljes inductión alapszik, ép úgy mint GAUSS első bizonyítása, melyet a «Disquisitiones arithmeticae» IV. sectiojában közölt; de *nem használja Gauss ama híres lemmáját*, mely szerint ha p egy $8n+1$ alakú törzsszám, mindig található egy másik $2\sqrt{p+1}$ -nél kisebb törzsszámot, q -t, melyre nézve p nem maradék.

E tétel forrása valójában a quadratikus alakok elméletének mélyeiben keresendő; elemi bizonyítása még GAUSS-nak is igen nagy nehézségeket okozott, «demonstratio satis diu operam nostram elusit» — mondja ő maga az említett helyen; míg KRONECKER* a következő szavakkal jellemzi: «Jene merkwürdige und scharfsinnige Deduction, welche ganz direct mit Überwindung aller Schwierigkeiten auf das Ziel losgehend fast wie eine Art Kraftprobe GAUSS'schen Geistes erscheint.»

A matematikus közvélemény, — a mennyire tudom — ezen erőpróbát a reciprocitási tétel inductiv bebizonyításánál elkerülhetetlennek tartotta; és már ezért is figyelemre méltók a következő

* Mon. Ber. d. K. p. Akad. der Wiss. zu Berlin, 1876, pag. 341.

tárgyalások. De ettől el is tekintve, fontos az aritmetika rendszerére nézve azon eredmény, hogy a reciprocitás tétele kizárólag a LEGENDRE-féle jel értelmezésének következménye és a felsőbb fokú congruenciák elméletének semmiféle legegyszerűbb eredményét sem tételezi föl, ide értve a FERMAT-féle congruenciát és az EULER-féle kriteriumot is.

Hogy ez teljes világosságra jusson, mindenekelőtt összeállítom a kizárólag alkalmazandó tételek sorozatát.

*

A tárgyalás előzményei. Ha p páratlan törzsszám és a a p -vel nem osztható, az $\left(\frac{a}{p}\right)$ jel jelentsen $+1$ vagy -1 -et, a mint az $x^2 \equiv a \pmod{p}$ congruenciának van gyöke, vagy nincsen; ha pedig a osztható p -vel, $\left(\frac{a}{p}\right)$ legyen 0 . Az így értelmezett LEGENDRE-féle jel szorzási szabálya

$$\left(\frac{a}{p}\right) \left(\frac{b}{p}\right) = \left(\frac{ab}{p}\right)$$

mely a definitio közvetlen következménye, ha a és b maradékok; míg a többi esetben még fölhasználendő azon eredmény, hogy x -szel együtt az ax is a teljes maradékrendszert futja át.

E megfontolások mellesleg azt is kiadják, hogy a 0 kizárása után a maradékok és nem maradékok száma egyenlőképen $\frac{p-1}{2}$. A JACOBI-féle jel ennek csak formális általánosítása; ha ugyanis P páratlan, pozitív egész szám — tovább itt nem megyünk —, és törzstényezőkre bontott alakja $P = p_1 p_2 \dots p_r$ akkor

$$\left(\frac{a}{P}\right) = \left(\frac{a}{p_1}\right) \left(\frac{a}{p_2}\right) \dots \left(\frac{a}{p_r}\right)$$

melyre nézve tehát a szorzási szabály ugyanaz mint előbb.

Az előzményekhez sorolom végre a -1 maradékjellegére vonatkozó tételt, mely szerint:

$$\left(\frac{-1}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}} = \varepsilon_p;$$

a következőkben ugyanis rövidség kedvéért $(-1)^{\frac{p-1}{2}}$ helyet ε_p -t írunk. E tételnek egyik EULER-től származó, és a «Disquisitiones» 109. cikkében előadott bizonyítása csakugyan kizárólag a most jellemzett elemi gondolatkörben marad. Hogy az olvasó erről magának egész kényelmesen tiszta képet szerezhessen, e bizonyítást, röviden és a mi czélunkhoz képest szövegezve, itt fölveszem.

A p páratlan törzsszám maradékait:

$$a_1, a_2, \dots, a_{\frac{p-1}{2}}$$

két osztályba sorozzuk.

Az első osztályba tartozzanak azok, melyekre nézve

$$a^2 \equiv 1 \pmod{p}$$

De $a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1)$ csak úgy osztható p -vel, ha vagy $a - 1$ vagy $a + 1$ osztható, vagyis csak akkor, ha $a \equiv 1$, vagy $a \equiv -1 \pmod{p}$. Ezen első osztályba tehát egy vagy két maradék tartozik, a mint -1 maradék vagy sem; mert hisz $+1$ mindig maradék.

A második osztályba tartozzanak az összes többi maradékok. Ezen osztályban minden a maradékhoz egy és csak egy társát b -t lehet úgy meghatározni, hogy $ab \equiv 1 \pmod{p}$; b ekkor különbözik az a -tól, mert különben a az első osztályba tartoznék, és b -nek társa ismét a . A másodosztályú maradékok tehát párokba sorakoznak, és számuk mindig páros.

Ha most már $p = 4n + 1$, és így $\frac{p-1}{2}$, az összes maradékok száma páros, kell hogy az első osztályú maradékok száma is ilyen legyen, azaz -1 maradék.

Ha pedig $p = 4n + 3$, és így $\frac{p-1}{2}$ páratlan, kell hogy az első osztályú maradékok száma is páratlan legyen, tehát -1 nem maradék. Ez pedig, mint ismeretes, a $\left(\frac{-1}{p}\right) = \varepsilon_p$ tétel tartalma.

E bevezetés után áttérek most már a tulajdonképeni tárgyra. A GAUSS első bizonyításától és DIRICHLET átdolgozásától (Crelle, Journal, 47. köt.) utunk lényegesen eltér, mert az előforduló törzsszámok jellege szerint egyáltalában nem kell különböző eseteket megkülönböztetni, hanem a reciprocitás tételét alkalmas módon egymástól független részlettételekre bontjuk, melyek vagy a teljes inductio segítségével igen könnyen bebizonyíthatók, vagy pedig a már nyert tételekből bizonyos megfordítások által keletkeznek.

1. tétel. Ha q és r két pozitív, páratlan törzsszám, és $q < r$, akkor, ha $\left(\frac{\varepsilon_q q}{r}\right) = 1$, egyszersmind $\left(\frac{r}{q}\right) = 1$.

Minthogy a tétel helyes a legkisebb törzsszámoknál, pl. azoknál, melyek 11-nél kisebbek, az általános bizonyítás úgy haladhat, hogy a tételt helyesnek véve az r -nél kisebb törzsszámok összeállítására, kimutatjuk, hogy akkor is helyes marad, ha valamely az r -nél kisebb törzsszámot magával az r -rel állítjuk össze.

A föltétel értelmében az

$$x^2 - \varepsilon_q q \equiv 0 \pmod{r}.$$

congruentia megoldható; van tehát egy pozitív és r -nél kisebb megoldása a és evvel együtt $r - a$ szintolyan; ezek közül az egyik páros, a másik páratlan. A páros neve legyen ξ , és így

$$\xi^2 - \varepsilon_q q = r\varphi \tag{1}$$

hol φ mindenesetre páratlan, mert ξ páros; pozitív, mert még akkor is, midőn $\varepsilon_q = 1$, és a baloldaton különbség áll, e különbség negatív értékéből az következne, hogy $q - \xi^2$ pozitív, tehát a q -nál kisebb, és mégis a q -nál nagyobb r -rel osztható volna. Továbbá

$$r\varphi \leq \xi^2 + q < (r-1)^2 + r$$

és ebből, mint rögtön látni

$$\varphi < r.$$

a) Ha már most φ nem osztható q -val, akkor φ minden π törzstényezőjére nézve

$$\left(\frac{\varepsilon_q q}{\pi_i}\right) = 1$$

és minthogy $\pi_i \leq \varphi < r$ a föltevés értelmében

$$\left(\frac{\pi_i}{q}\right) = 1,$$

vége még szorozva $\left(\frac{\varphi}{q}\right) = 1$. Másrészt azonban az (1) alapidentitásból $\left(\frac{r\varphi}{q}\right) = 1$ és így csakugyan

$$\left(\frac{r}{q}\right) = \left(\frac{\varphi}{q}\right) = 1$$

b) Ha pedig φ osztható q -val, legyen $\varphi = q\psi$; akkor (1) szerint ξ is osztható, legyen $\xi = q\eta$, akkor (1)-ből lesz

$$q^2\eta^2 - \varepsilon_q q = r q \psi$$

vagy $\varepsilon_q q$ -val osztva

$$\varepsilon_q q \eta^2 - 1 = \varepsilon_q r \psi \tag{2}$$

hol ψ ismét r -nél kisebb pozitív és páratlan, de q -val többé nem osztható, a mint azt a baloldal közvetlenül mutatja. Ezen identitás ismét mutatja, hogy $\varepsilon_q q$ maradék a ψ minden π_i osztójára; tehát $\left(\frac{\varepsilon_q q}{\pi_i}\right) = 1$, és ebből föltevéseink szerint $\left(\frac{\pi_i}{q}\right) = 1$, vagy végre szorozva $\left(\frac{\psi}{q}\right) = 1$.

Másrészt pedig a (2)-ből

$$r\psi \equiv -\varepsilon_q \pmod{q}$$

tehát $\left(\frac{r\psi}{q}\right) = 1$, és ebből $\left(\frac{r}{q}\right) = \left(\frac{\psi}{q}\right) = 1$, a mivel tételünket a második esetben is bebizonyítottuk.

2. tétel. Ha q és r két pozitív törzsszám, és $q < r$, akkor ha $\left(\frac{q}{r}\right) = 1$, egyszersmind $\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = 1$.

Teljesen ugyanazon gondolatmenetet használva, mint az első tételnél, legyen a most megoldhatónak állított

$$x^2 - q \equiv 0 \pmod{r}$$

congruentia pozitív, páros és r -nél kisebb gyöke ξ , akkor

$$\xi^2 - q = r\varphi \quad (3)$$

és φ ismét pozitív, páratlan és r -nél kisebb.

a) Ha most már φ nem osztható q -val, akkor φ minden π_i törzstényezőjére nézve $\left(\frac{q}{\pi_i}\right) = 1$, és minthogy ismét a tételt érvényesnek vesszük már az r -nél kisebb törzsszámokra $\left(\frac{\varepsilon_{\pi_i} \pi_i}{q}\right) = 1$; és végre összeszorozva $\left(\frac{\varepsilon_{\varphi} \varphi}{q}\right) = 1$; mert hiszen ismeretes, hogy

$$\varepsilon_a \varepsilon_b = \varepsilon_{ab}.$$

Másrészt azonban a (3) alapidentitásból

$$\left(\frac{r\varphi}{q}\right) = 1,$$

és így

$$\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = \left(\frac{\varepsilon_{\varphi} \varphi}{q}\right)$$

Ha $q \equiv 1 \pmod{4}$, akkor $\pm \varphi$ egyszerre maradék vagy nem maradék, tehát ekkor csakugyan $\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = 1$, mert $\left(\frac{\varepsilon_{\varphi} \varphi}{q}\right) = 1$.

Ha pedig $q \equiv 3 \pmod{4}$, akkor $r\varphi = \xi^2 - q \equiv 1 \pmod{4}$ és így $\varepsilon_{r\varphi} = 1$, tehát $\varepsilon_r = \varepsilon_{\varphi}$, és így

$$\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = \left(\frac{\varepsilon_{\varphi} \varphi}{q}\right) = 1,$$

a mi bebizonyítandó volt.

b) Ha pedig φ osztható q -val, akkor — ép úgy, mint az első tétel alkalmából — átmegyünk a

$$q\eta^2 - 1 = r\psi \quad (4)$$

identitáshoz. Ez is mutatja, hogy q maradék a ψ minden π_i törzstényezőjére nézve, vagyis $\left(\frac{q}{\pi_i}\right) = 1$, és ebből $\left(\frac{\varepsilon_{\pi_i} \pi_i}{q}\right) = 1$, vagy összeszorozva $\left(\frac{\varepsilon_{\psi} \psi}{q}\right) = 1$. Másrészt pedig

$$r\psi \equiv -1 \pmod{q}$$

azaz $\left(\frac{r\phi'}{q}\right) = \varepsilon_q$. Ebből ismét

$$\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = \varepsilon_q \left(\frac{\varepsilon_r \phi'}{q}\right) = \left(\frac{\varepsilon_r \phi'}{q}\right)$$

a mi könnyen 1-nek bizonyul. Minthogy r páros most $r\phi' \equiv 3 \pmod{4}$ és $\varepsilon_{r\phi'} = -1$, tehát $\varepsilon_{\phi'} = -\varepsilon_r$, és így

$$\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = \left(\frac{\varepsilon_r \phi'}{q}\right) = 1,$$

a mint állítottuk.

3. tétel. Ha q és r két pozitív törzsszám és $q < r$, akkor, ha

$$\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = 1, \text{ egyszersmind } \left(\frac{q}{r}\right) = 1.$$

Föltételünk ismét azt jelenti, hogy az

$$x^2 - \varepsilon_r r \equiv 0 \pmod{q}$$

congruentia megoldható. Legyen a valamely páros gyöke, akkor $a + 2qu$ is olyan és

$$(a + 2qu)^2 - \varepsilon_r r = q\varphi,$$

hol φ páratlan, és ha csak u -t elég nagynak vesszük, pozitív.

Az u értékét most még úgy akarjuk megszabni, hogy a mindenesetre páratlan φ csupán az r -nél nagyobb törzstényezőket tartalmazzon.

Hogy először is

$$\varphi = \frac{a^2 - \varepsilon_r r}{q} + 4au + 4qu^2$$

a q -val ne legyen osztható, elég lesz u -t úgy választani, hogy az

$$\frac{a^2 - \varepsilon_r r}{q} + 4au \equiv 1 \pmod{q} \tag{a}$$

congruentiának megfeleljen, a mi mindenesetre lehetséges, mert hisz a nem osztható q -val.

Legyenek q kivételével q_1, q_2, \dots az r -nél nem nagyobb törzsszámok teljes sorozata; ezek közül q'_1, q'_2, \dots, r azok, me-

lyek $1 - \varepsilon_r r$ -ben nem fordulnak elő mint tényezők; ha ekkor u -t az

$$a + 2qu \equiv 1 \pmod{q_i} \quad (b)$$

($i=1, 2, \dots$)

congruentiáknak megfelelőleg választjuk, akkor

$$q\varphi \equiv 1 - \varepsilon_r r \pmod{q_i},$$

és minthogy $1 - \varepsilon_r r$ nem osztható q_i' -vel, $q\varphi$ sem az.

Legyen továbbá a q_i törzsszámok sorából q_1'', q_2'', \dots azon törzsszámok sorozata, melyek $1 - \varepsilon_r r$ -et osztják, de $4 - \varepsilon_r r$ -et nem osztják. Esetleg nincsenek ilyenek, és akkor a fölállítandó föltételek kimaradnak egészen. Ha vannak, akkor az u -t még tovább alávétjük az

$$a + 2qu \equiv 4 \pmod{q_i''} \quad (c)$$

($i=1, 2, \dots$)

congruentiáknak, és ekkor

$$q\varphi \equiv 4 - \varepsilon_r r \pmod{q_i''}$$

ismét mutatja, hogy φ nem lehet a q_i'' -vel osztható.

Ezek után r nél kisebb törzsszám már csak olyan maradhatott fenn, mely $1 - \varepsilon_r r$ -et és $4 - \varepsilon_r r$ -et is osztja, azaz a 3. Ha tehát a 3-ra vonatkozó föltétel nincs meg (a) vagy (b) vagy (c)-ben, akkor u választását újból megszorítjuk az

$$a + 2qu \equiv 0 \pmod{3} \quad (d)$$

congruentiával, és ekkor

$$q\varphi \equiv -r \pmod{3}$$

bizonyosan nem osztható 3-mal.

Hogy az (a), (b), (c) alatt foglalt elsőfokú congruentiák mind együttesen megoldhatók, igen egyszerűen belátható. Hisz a modulusok mind különböző törzsszámok, és az ismeretlen együtthatója mindig relatív törzsszám a modulushoz. E mellett u bármily nagy pozitív szám is lehet; tehát φ pozitív. Legyen most már az u így választott értéke mellett $\xi = a + 2qu$, a mi természetesen a -val együtt páros, erre nézve végre

$$\xi^2 - \varepsilon_r r = q\varphi, \quad (5)$$

hol tehát a φ -ben foglalt törzstényezők π_1, π_2, \dots mindannyian r -nél nagyobbak,

Most ismét a φ minden törzstényezőjére nézve $\left(\frac{\varepsilon_r r}{\pi_i}\right) = 1$, és mint hogy itt $\pi_i > r$, az első tétel értelmében $\left(\frac{\pi_i}{r}\right)$, vagy összeszorozva $\left(\frac{\varphi}{r}\right) = 1$. De másrészt az (5) szerint $\left(\frac{q\varphi}{r}\right) = 1$ és így végre

$$\left(\frac{q}{r}\right) = \left(\frac{\varphi}{r}\right) = 1,$$

a mi bizonyítandó volt.

*

A *reciprocitás tétele* most már a II. és III. tétel egyszerű összeállításából ered. A II. szerint ugyanis, ha ismét $r > q$, abból, hogy $\left(\frac{q}{r}\right) = 1$ következik, hogy $\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = 1$; a III. szerint pedig abból, hogy $\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = 1$ ismét hogy $\left(\frac{q}{r}\right) = 1$; e kifejezések tehát vagy mindketten $+1$ -gyel, vagy mindketten -1 -gyel egyenlők; tehát

$$\left(\frac{\varepsilon_r r}{q}\right) = \frac{q}{r}$$

a mit még így is írhatunk

$$\left(\frac{r}{q}\right) \left(\frac{q}{r}\right) = \left(\frac{\varepsilon_r}{q}\right) = \left(\frac{\varepsilon_q}{r}\right) = (1)^{\frac{q-1}{2} \frac{r-1}{2}}$$

a mi a reciprocitás tételének ismeretes alakja, és melyből mint-hogy q és r főcserélhetők, az $r > q$ megszorító föltétel is kiesett.

Hogy e tárgyalás végre teljes legyen, megjegyzem, hogy a 2 négyzetes jellegére vonatkozó tétel a reciprocitás tétele után — a mint ezt KRONÉCKER előadásában tette — két sorban elintézhető, ha a JACOBI-féle jelt is használjuk. Lesz ugyanis,

minthogy, ha P páratlan, a P és $P-2$ számok közül az egyik mindig $4n+1$ alakú:

$$\left(\frac{2}{P}\right) = \left(\frac{-1}{P}\right) \left(\frac{P-2}{P}\right) = \left(\frac{-1}{P}\right) \left(\frac{P}{P-2}\right) = (-1)^{\frac{P-1}{2}} \left(\frac{2}{P-2}\right)$$

És ebből a reductiót folytatva:

$$\left(\frac{2}{P}\right) = (-1)^{\frac{P-1}{2} + \frac{P-3}{2} + \dots + 1} = (-1)^{\frac{P^2-1}{8}}.$$

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. nov. 18.-án tartott üléséből.)

A BONCZTANI MŰSZÓK (NOMINA ANATOMICA) REFORMÁLÁSA.

MIHALKOVICS GÉZA r. tagtól.

Átlapozva valamely csak közepes terjedelmű emberboncztant, a benne foglalt műszók sokasága kétséget támaszt bennünk azok valamennyijének szükségessége iránt. E nézet még jobban megerősödik, ha figyelembe vesszük, hogy ugyanazon tárgy megjelölésére gyakran két, sőt néha több műkifejezés, úgynevezett *synonyma* van használatban, amelyek között itt-ott 2—3 szerzőnek megörökített neveit találjuk, mintha azok az illető tárgyat egyidőben vagy legalább is egymástól függetlenül fedezték volna fel, holott néha évszázadokra menő idő van munkáik megjelenése között. Végre kell, hogy még a laikust is mosolygásra készítse azon tarkaság, melylyel az orvosi tudományok közül talán a legridegebbikben a növénytanból, állattanból, mythológiából, sőt a bibliából átvett nevek is szerepelnek. Szolgáljon a felsorolt tételek mindegyikére néhány példa.

1. Az egyértékűek (*synonyma*) száma a boncztanban igen sok, pl.

Musculus cucullaris sive trapezius.

Platysma myoeideus s. latissimus colli s. calanticae.

M. peronæus longus s. primus s. anticus s. fibulæus.

M. obturator internus s. bursalis s. marsupialis.

M. petrosalpingostaphylinus s. levator veli palatini s. compressor tubæ.

M. sphenosalpingostaphylinus s. tensor veli palatini s. circumflexus palati s. dilatator tubæ.

M. mallei internus s. tensor tympani.

Diaphragma s. m. phrenicus.

M. mylohyoideus s. diaphragma oris.

Ligamentum Poupartii s. Falloppiaë s. inguinale.

Nervus vagus s. pneumogastricus.

Valvula coli s. iliocæcalis s. Bauhini s. Tulpii s. Falloppiaë.

Az egyértékűek között itt-ott trágár kifejezésekre is találunk, pl.

M. latissimus dorsi s. tensor ani.

Glandula pinealis s. conarium s. penis cerebri.

s így megy ez az egész boncztanon végig, úgyhogy a sok sive még a szakember emlékező tehetségére is teher, még inkább a kezdőre, a ki nem tudja, hogy mind meg kell-e tanulnia, avagy szabad-e egyik vagy másikat elhagynia, vajjon nem keletkezik-e ebből majd a rigorózumon baj, ha épen az illető professzor úr szája ize szerinti kifejezést nem tudja. Így hát bevág annyit, amennyit tud, a mi a szakmának nem csekély kárára van, mert az emlékező tehetséget lényegtelen dolgokra veszi igénybe, a lényegestől pedig a figyelmet elvonja.

2. Az *állattanból* bizonyos állati részekhez való hasonlóságuk miatt, a mely azonban néha igen távoli, származott át a boncztanba sok műszó, pl. musculus, pes anserinus, plexus anserinus, calcar avis, processus coracoideus, cauda equina, os tincæ, ala vespertilionis, caput gallinaginis, crista galli, vermis cerebelli.

3. A *növénytanból* vétettek os pisiforme, oliva, arbor vitæ, lens, glandula, ossiculum sesamoideum.

Az állat- és növénytani nevek átszármazása abból magyarázható, hogy a mult századokban az anatomia professzora adta elő mint melléktárgyat a két nevezett tudományt is, az egyiket télen, a másikat nyáron, így hát mintegy utalva volt amaz ismereteit a boncztanban meghonosítani.

4. A *mythológiából* származtak: tendo Achilles s. chorda magna Hippocratis, mons Veneris, os Priapi, cornu Ammonis, Iris; ezeknek nagy része még az ókorból származott át a görög és római írók munkáiból.

5. A *bibliából* valók: ossiculum judæorum, pomum Adami, morsus diaboli, lyra s. psalterium Davidis.

Ezeket nagyobbára szerzetesek hozták be a boncztanba, a kik a középkorban egyideig egymaguk foglalkoztak orvosi tudományokkal.

6. A *szerzők* szerint való elnevezés az anatómiában igen el van terjedve, pl. antrum Highmori, glandula Meibomii, foramen Monroi et Magendie, torcular Herophili, nodulus Morgagni, tuba et valvula Eustachii, tuba et canalis Falloppiae, glandula Luschka. Néha épen azon szerző szerint történik a megnevezés, a kinek kisebb volt az érdeme az illető szerv megismertetésében, vagy a ki később írta azt le, de a kinek iratai hozzáférhetőbbek voltak. Néha két vagy három szerző szerint van elnevezve ugyanazon tárgy, pl. valvula Bauhini s. Tulpii s. Falloppiae, ligamentum Poupartii s. Falloppiae.

7. Találunk végül az anatómiában, a közélet különféle tárgyaihoz való hasonlatosság miatt, igen tarka neveket, gyakran a működés szerintieket, a mely azonban téves nézetben alapult vagy az alaknak meg nem felelt, pl. bronchus, arteria, foramen quadrilaterum, m. supinator longus.

Mindezen műkifejezések keletkezésének megvan a maga történelmi multja. A görögök az alexandriai orvosi iskola megalapításáig nem bonczoltak, csak Herophilus tanította három századdal Krisztus előtt mint első a bőr lefejtését (darsis), tehát csak ezen időtől kezdve ismerhették a felületesen fekvő testrészeket, nevezetesen az izmokat, ellenben az orvosgyakorlatilag fontos belső testrészekre állatokról vett ismeretek alapján már megvolt a műkifejezéseknek egy bizonyos összege. Később Hippokrates és Aristoteles megvetették az anatómiai műnyelv alapját, ezt Herophilus és Erasistratus kibővítették, a kiktől a történelem azt állítja, hogy Seleucus syriai király engedelmével élő gonosztevőket bonczoltak.

A rómaiaknál az anatómia művelése meg volt nehezítve, mert halottaikat tudvalevőleg elégették. Galenusnak Alexandriába kellett utaznia, hogy az ottani museionban felállított emberi csontvázon tanulmányokat tehessen; az izmok és egyéb szervek megismerésére majmokat bonczolt s ezekről következtetett az emberre; ő volt az, a ki tanítványait a római légiókkal Germániába küldötte, hogy a harczmezőn elhullott ellenség tetemein tanulmányokat tehessenek. Galenuson kívül Celsus, Plinius s mások irataiból származtak át műszók az anatómiába. Ezek közül a görögöket a középkorban nagybárára a szerzetesek latinra fordították vagy

híres arab orvosoktól vették át és kifejezéseiket átfordították latinra, néha egészen hibás értelmezéssel.*

A középkorban az anatomia művelésének székhelye főleg Olaszország volt, a melynek számos egyetemén a tanárok már hullákon tették vizsgálataikat. Ennek meg voltak kezdetben a maga nehézségei, mert VIII. Bonifác pápa 1300-ban egyházi átkot mondott azokra, kik embert mernek felboncsolni s később egyes fejedelmek kivégzett gonosztevők tetemeit szolgáltatták ki az anatómiának. Pisában I. Cosmus rendeletére évenként egy gonosztevő az anatomia céljaira megfojtatott, Falloppia és Rolfinkról, — sőt egészen alaptalanul Michel Angelóról is, — azt állítják, hogy élő gonosztevőket boncsoltak «a tudomány érdekében». Meglévén az anyag és vágy az ismeretlennek a megismerésére, a felfedezések egymást követték, a tanítványok ezeket az illető mesterek szerint nevezték el, azért találjuk az anatómiában főleg olasz anatomusok neveit megörökítve (Falloppia, Eustachio, Morgagni, Santorini, Ingrassias). Ezeket gyarapították később híres gyakorló orvosok nevei, a kik az anatómiának valamelyik fejezete iránt érdeklődtek (Douglas, GIMBERNAT, HUNTER, PETT). Néha ugyanazon szerző dicsőségét két különféle tárgy hirdeti (canalis et tuba Falloppiae, tuba et valvula Eustachii), a mi eléggé igazságtalan más nagy férfiak érdemeivel szemben, a kiknek neve egyáltalán nincs megörökítve (VESALIUS, HARVEY, BICHAT, HENLE, MÜLLER JÁNOS, stb.), tekintve különösen azt, hogy néha kisebb jelentőségű nevek megmaradtak az utókornak (Schneider, Jacob, Lower, Thebesius). Különösen sok lett a szerző szerinti megnevezés a legújabb korban, a mióta a finomabb anatomia műveltetett (Corti-, Deiters-, Claudius-féle sejtek a hallószervben; Vicq' d'Azyr-féle köteg, Luys-féle mag, Guden- és Meynert-féle eresztékek az agyvelőben, stb.).

A múlt és jelen század nagy anatomusai, SÖMMERRING, MECKEL, HUNTER, MÜLLER JÁNOS, LUSCHKA, HENLE, az emberi testet egészen átkutatták és gyarapították a műszók számát, úgy hogy most már annyira jutottunk, hogy körülbelül 30,000-rel rendelkezünk, a mit még könyvbé iktatni is sok, emlékezetben tartása pedig már-már elviselhetetlen teher kezd lenni. Az újabb és újabb

* HYRTL: Onomatologia anatomica. Wien, 1880.

műszók miatt a megértés még a szakemberek között is nehézkes, az anatomusok és gyakorló orvosok között zavaros, az anatomia művelésére és tanítására pedig káros.

Így állottak már évtizedek óta a dolgok, a midőn a göttingeni híres anatomus, HENLE JAKAB, a kinek érdemeit 7 évvel ez előtt e diszes helyen tartott nekrologban volt alkalmam ismertetni, 1871-ben megjelent 3 kötetű nagy boncztanában a műszókat egyszerűsítette.* Eljárása abban állt, hogy az egyértékűek közül csak egyet, a legmegfelelőbbet választotta, a többit lenn jegyzetben sorolta fel, továbbá a szerzők szerinti megnevezéseket egészen elhagyta, azon nézetből indulva ki, hogy azok gyakran történelmi igazságtalanságon alapulnak (pl. az ú. n. Poupart-szalagot már Falloppia leírta, ugyanez ismerte már a Bauhin szerint megnevezett billentyűt, a Highmor-barlangot már Galenus megemlíti, stb.); továbbá a nemzeti hiúság is szereti saját fiai számára igénybe venni a felfedezéseket, a mi az elnevezéseket felesleg szaporítja (pl. a németek Lieberkühn-féle mirigyeit az olaszok Galeati szerint nevezik, ugyancsak amazoknak Vater-féle testecskéit Pacini-féléknek, a Poupart-szalagot a francziák Falloppia-félének mondják, holott mindkettő helytelen, mert már Vesalius megemlíti). Néhol a szerzők szerinti megnevezés helytelen, mert egészen más tárgyat jelent, pl. pancreas Aselli, ovula Nabothi. Ennél még lényegesebb volt HENLE-nek azon újítása, melylyel a térre vonatkozó pontos kifejezéseket megállapította, mert az addig használtak sok zavarra adtak okot. Kívül és belül (externus, internus) vonatkozott a test felszínéhez vagy belsejéhez közelebbi fekvés megjelölésére, épen úgy, mint a test középsíkjához közelebbi vagy távolabbi viszonyra. Elül és hátul (anterior, posterior), hol az egyenesen álló élő egyénre, hol a fekvő tetemre, hol a négykézlábon állásnál megfelelőleg a fej- vagy farki végre vonatkoztak; ugyanaz áll a felső és alsó (superior, inferior) kifejezésekről. HENLE az externus és internus szót egyedül a test felszínéhez közelebb vagy mélyebben eső viszony kifejezésének tartotta fenn, a középsíkhöz való viszonyt ellenben medial és lateral szóval jelezte; az anterior és

* Handbuch der systematischen Anatomie des Menschen. Bd I—III. Braunschweig.

posterior helyett ventral és dorsal szókat vette igénybe, a végtagokon pedig a superior és inferior helyett a proximal és distal szókat honosította meg, a mit utóbb mások OWEN példájára a gerincoszlophoz közelebbi vagy távolabbi fekvés meghatározására használtak.

Az a remény, hogy HENLE-nek nagy gonddal összeállított újítása az anatómiai műszók ügyét jobbra fogja fordítani, nem teljesedett. A szerzők egy része tartózkodó volt az újítás ellenében, vagy megmaradtak a régibb nevek mellett, vagy csak egy részét fogadták el, az anatómiai berendezés szerintieket pedig azért nem, mert a kezdő emlékezetére terhesebbnek találták, mint a köznapi hasonlításokon alapuló egyszerűbb neveket, részben méltánytalanul is tartották a tudomány bajnokai szerint való nevek közül a megérdemletteknek elejtését. Ha ezen eljárás itt-ott igazságtalanságon alapszik, úgy az orvosi történelem dolga a helyeset kikutatni és ki-kinek a maga érdemét odaitélni; ha azokat egészen elejtenők és csupa tárgyilagos neveket hoznánk be, úgy egyszerre megszakadna a kapocs még az újabb irodalommal is, a hol ama nevek minduntalan előfordulnak, e miatt a tanulók végre is csak arra volnának utalva, hogy az újabb tárgyi neveken kívül valahol a szerzők szerintiek ismeretét is elsajátítsák, ez tehát kettős terhet róna rájuk.

Szerencsésebb eredményű volt HENLE-nek a térbeli viszonyok meghatározására vonatkozó újítása, ezt a legtöbb szerző elfogadta, a mi által a leírás pontossága a régi eljáráshoz képest nem keveset javult. Csakhogy ez magában véve az anatómiai műnyelv ügyét nem zökkengette ki régi döcögős kerékvágásából, ahhoz egy ember működése, habár oly kitünő is, mint HENLE, nem volt elegendő, ahhoz számos anatomusnak egyesülése és összetartása volt szükséges, a mire, mint kezdeményező, a 6 év előtt keletkezett anatómiai társulat vállalkozott. Ennek keletkezését és viszonyát a bonczani műnyelv reformálására a következőkben van szerencsém egybefoglalni.

Az anatómia működési tere a szövet- és fejlődéstan, valamint az összehasonlító boncztan hozzácsatolása által annyira kibővült, hogy a német természettudósok és orvosok vándorgyűlésein előadandó tárgyakat nem tudták befejezni; e miatt már az 1875/6-iki

vándorgyűléseken egy külön anatómiai társulat megalapításának eszméje merült fel s ez oly kedvező fogadtatásra talált, hogy 1877-ben, husvétkor, április hó 14- és 15-én, az első összejövetel meg volt tartható* s ez azóta így folytatódott évenként váltakozva más-más helyen, úgy mint Berlin, Heidelberg, München, Bécs, Göttingen, Strassburg s az idén Baselben. Hivatalos közlönyül a társulat az *Anatomischer Anzeiger* című folyóiratot választotta. Ámbár eddig csak németajkú városokban folyt a tanácskozás s német tudósok alapították meg a társulatot, mindamelett csakhamar nemzetközi jellegűvé vált, a mennyiben angol, olasz, belga, németalföldi, orosz, osztrák s magyar tagokat fogadott be, úgy hogy jelenleg 145 németországi és 129 külföldi tagot számít, ezek között egy francziát is.

Mindjárt az első összejövetel alkalmával Lipszében, 1877-ben, felmerült és élénk helyeslésre talált a boncztani műnyelv reformálásának terve, mint egyike a legsürgösebb teendőknék; akkor a gyűlés a tisztikarra bizta az ügyet a legközelebbi ülésen való véleményes jelentésre. A tisztikar csakhamar meggyőződött arról, hogy a megoldás sokkal nehezebb, hogysen úgy mellékesen elvégezhetette volna, azért arra külön referáló bizottság alkotását ajánlotta s ennek megfelelőleg 1889-ben, Berlinben tartott gyűlés alkalmával a társulat egy 9 tagból álló bizottságot küldött ki KÖLLIKER ALBERT, a jelenleg élő anatómusok nesterának elnöksége alatt, melynek tagjai HERTWIG OSZKÁR, HIS, KOLLMANN, MERKEL, SCHWALBE, TOLDT, WALDEYER, BARDELEBEN voltak; ezek később állandó szerkesztőnek KRAUSE VILMOS-t választották meg.** A későbbi gyűléseken a bizottság kibővített külföldi tagokkal is, így a berlini gyűlésen TURNER és CUNNINGHAM kérték fel a részvételre, Münchenben KRAUSE V., HENLE, KUPFFER, LBOUG, ROMITI, RÜDINGER, MIHALKOVICS; Bécsben THANE és ZUCKERKANDL tanárok vonattak be. Csak a francziákat nem sikerült az értekezletnek

* Bericht über die Verhandlungen der ersten Versammlung der anat. Gesellschaft. *Anatomischer Anzeiger*. Bd. II., S. 403.

** Verhandlungen der anatomischen Gesellschaft auf der 3. Versammlung in Berlin, 1889. Ergänzungsheft zum anat. *Anzeiger* Bd. IV., S. 131.

megnyerni. Onnan a társulatnak eddig csak egy tagja van: TESTUT, lyoni boncztanár, a ki jelenleg egyike Franciaország legkitünőbb anatomusainak, mint azt szakirodalmi tevékenysége és remek kiállítású nagy anatómiája bizonyítja.* TESTUT a társulatnak levélbeli felhívására azt válaszolta, hogy a tárgyalásoktól csak úgy vár sikert és csak abban az esetben vehet bennök részt, ha arra a francia kormánytól megbízást kap, s ha ugyanígy cselekszenek a többi államok kiküldöttök által. Bár megnyerőnek látszott az eszme, a társulat nem határozhatta el tisztán tudományos dolgokban az állam fenhatóságának magát alárendelni, eltekintve attól, hogy az ilyen eljárás a tárgyalásokat nehézkessé és hosszadalmassá tette volna, de megkérdéses is volt, hogy az államok az ügyet a saját szempontjukból elég fontosnak tartották-e volna hathatós felkarolásra. A felmerült nézetnyilvánítások oda irányultak, hogy mindez alig remélhető, de ha úgy is volna, a tudomány nem szakaszthatja meg vagy korlátozhatja hosszabb időre haladását államilag megállapított kifejezésekkel, a tudománynak szabadnak kell lenni működésében és eszközeiben szintűgy, mint nyelvezetében; ha ennek reformálása szükséges, arra az állami tekintély befolyása nem kívánatos, elegendő a tudományt művelő tudósoknak egyesülése és összetartása. Volt ugyan eset tudományos műnevek szabályozására 1881-ben Párisban, az elektrikus áramegységek tárgyában (Volt, Ohm, Ampère), a mire a kezdeményezés a francia köztársaság elnökétől indult ki, az értekezleten 28 állam vett részt 250 kiküldöttel. De közel látható okoknál fogva ezen esethez az anatómiai társulat a nomenclatura ügyét nem hasonlíthatta, mert itt mintegy 30,000 műszónak rendbehozásáról, történelmi adatoknak kikutatásáról volt szó s hosszas tárgyalásokra kilátás, ilyesmit hivatalos kiküldetésben elvégezni nem lehet, azért TESTUT ajánlatát az anatómiai társulat elejtette s a francziák részvétele nélkül dolgozott a feladatán. Midőn kitűnt, hogy az évi gyűlések alkalmával összejött nagy bizottságban a tárgyalások hosszúra nyúlnak, szűkebb bizottságok küldettek ki egyes fejezeteknek átdolgozására, így 1892-ben Bécsben MERKEL, THANE, TOLDT az erek, MERKEL, RÜDINGER, TOLDT a tájékok, TOLDT a szalagtan

* *Traité d'Anatomie humaine*, I—III. Paris, 1889.

átnézésével lettek megbízva, azon kívül a különféle kézből ki-került munkálatoknak egységes elvek szerinti összeállítására szerkesztő-bizottság kiküldetése mutatkozott kívánatosnak, melynek tagjaivá HIS, KRAUSE V. és WALDEYER lettek megválasztva, a kik a végső eredményt az anatómiai társulat elé terjesztették.

A bizottságok és társulat a kitűzött feladatot 6 évi szorgalmas munkálkodás után befejezték és tevékenységük eredményét az idén husvétkor Baselen tartott gyűlés elé terjesztették, mely azt csekély módosítással elfogadta és használatát tagjainak figyelmébe ajánlotta.*

Tekintetes Akadémia! Midőn ezen szorosán szakszerű tárgyról e díszes helyen jelentést teszek, ez nem pusztán azon okból történik, hogy a tudományok egyik ágában lefolyt szellemi mozgalomra a tek. Akadémia figyelmét felhívjam, hanem egyrészt hazai szükségletek indítanak arra, másrészt a hála, melylyel az anatómiai nomenclatura jobbrafordulásáért az anatómiai társulat és mint a bizottság egyik tagja, csekély személyem a tek. Akadémiának tartozunk. A mikor ugyanis ezelőtt 5 esztendővel a bizottság munkálkodását megkezdette és a követendő eljárást megállapította, a vállalathoz szükséges költségeket 10,000 márkára számította ki. Ily jelentékeny összeg fedezése a társulat erején túlment, miért tudományos társulatokhoz folyamodott segélyért, és pedig nem sikertelenül. A berlini tud. akadémia 3000, a müncheni 1500, a bécsi 1568·97, a lipcei 1500, *a m. tud. akadémia pedig 520·30 márkával járultak a kiadásokhoz*, 3843·95 márkát maga a társulat fedezett. A m. tud. akadémia adománya kisebb ugyan a többiekénél, de én azt erkölcsileg azokéval legalább is egyenértékűnek tartom, mert ez az egyedüli nem német nyelvű tud. társulattól származó adomány, holott más gazdagabb és nagyobb államokat ott képviselve nem látunk. Most a feladat tisztességes befejezése után rajtam áll a sor a tek. Akadémiának az ügyről jelentést** és

* Hrs W.: Die anatomische Nomenclatur. (Nomina anatomica.) Verzeichniss der von der Commission der anatomischen Gesellschaft festgestellten Namen. Arch. f. Anat. u. Physiologie. Suppl. Anat. Abth. 1895.

** Hasonló ismertetést bocsátott közre TOLDT a bécsi orvosegyletben június 14.-én: Die Reform der anatomischen Nomenclatur, Wiener klin. Wochenschrift, 1895. Nr. 26. u. 27.

bőkezúségeért köszönetet mondani, s teszem ezt azon meggyőződésben, hogy az anatómiai műnyelv reformálása ezen tudomány művelésére és tanítására hazánkban is hasznot hajtó lesz, s így a magyar tud. akadémia adománya számunkra jól fog gyümölcsözni.

Ezeknek előrebocsátása után szabadjon a reformálás közben követett eljárásról röviden jelentést tennem. A főszerkesztő, KRAUSE V., a jelesebb újabb boncztanok, különösen GEGENBAUER-é nyomán összeállította egyes nagyobb fejezetek, pl. csonttan, izomtan, stb. latin műszóit hasábokban szokatlan füzetekben kinyomatva a társulat minden tagjának megküldötte, hogy azok nézetük szerint a helyteleneket kitöröljék, azután a füzetet a szerkesztőnek visszaküldjék. Utóbb ezen eljárás oda módosított, hogy a tagok előre felkértek a szerkesztendő fejezetek műszói iránt kívánságaiknak beküldésére, hogy azok már az első kinyomatásnál figyelembe vehetők legyenek. Háromszori kiváltása által a füzeteknek a felesleges vagy elavult neveknek egy jelentékeny része kiselejteződött; azután a megmaradtak újra kinyomattak, azok felett a bizottságok maguk között levélileg tanácskoztak, azután az évi gyűléseken a szerkesztőségek. Munkálatuk eredménye az idén a baseli gyűlés alkalmával végső megvitatásra érett volt, s befejezettnek nyilvánítva azon kívánsággal bocsátott tagjainak rendelkezésére, hogy a reformnak hatáskörükben lehetőleg érvényt szerezni iparkodjanak. Ez nem úgy értendő, hogy más szavakat használni ne szabadjon, hisz a társulat csak az ajánló álláspontjára helyezkedhetik, hanem igenis kívánatos az, hogy a mindennap előforduló és a tanításban is minduntalan használt kifejezések egységesek legyenek, ne beszélje minden iskola a maga nyelvét, mert az ily bábéli zavar a tudomány tekintélyére nagyon lealacsonyító, a művelésére pedig káros. A társulatnak sikerült a 30,000 műszót mintegy 4500-ra redukálni, ennyi a mai szükségletnek bőven megfelel, a tudomány fejlődésével időnkénti revisió úgy is szükséges lesz, akkor az újabb mozgalmaknak a szükség szerint eleget lehet tenni. Valószínű, hogy az eredmény nem fog minden tag kívánságainak megfelelni, ez nem is várható, de a célba vett szándék elérése megkívánja, hogy a tagok egyéni nézeteiket a többségnek alárendeljék.

Az irányelvek, a melyek szerint a szerkesztőség a műnevek reformálásában eljárta, a következők voltak: *

1. Egyelőre az anatómiának csak megállapodott szakmája: a leíró boncztan műneveibe hozandó rend, ellenben a folyton átalakuló szövet- és fejlődéstan későbbi feladatnak teendik tárgyait.

2. A bizottság csak a latin műnevek megállapítására terjesztette ki feladatát, a melyet mint nemzetközi nyelvet minden művelt állam elfogadott. Az átfordítást a saját nyelvére minden nemzet a saját szükségeinek megfelelőleg lássa pl. A rendezendő műszók összege csak annyi, mennyi egy kézikönyvbe való, egyedül az orvogyakorlatilag fontos szakmákba vágó fejezetek részesültek ezen terjedelmen túl is nagyobb figyelemben.

3. A helyesnek ígérkező műnevek a már meglévő anyagból lettek megválasztva, új műneveknek behozatala, ha csak igen nyomós okok nem készítették reá, egészen elmaradtak. Szükség volt ezen conservativismus azért, mert az anatómia a megértési kapcsolat a többi orvosi tudományokkal, nevezetesen a törvényszéki orvostannal és kórboncztannal, nem adhatja fel; új műnyelvnek behozatala pedig chinai falt állítana fel a múlt és a jövő irodalom közé, s már csak ajánlása is azonos lett volna az ügy eredményének koczkaztatásával. A gyakorlati orvostanra való tekintetből az összehasonlító boncztanon alapuló újításokat el kellett ejteni.

4. Minden tárgynak csak egy műneve legyen, az egyértékűek elhagyandók, vagy csak oly ritka kivételes esetekben forduljanak elő, a hol azok megtartását a begyökeresedett használat vagy orvosi gyakorlat megkivánják (pl. valvula bicuspidalis s. mitralis, vola s. palma manus, nates s. clunes, pyramis s. pars petrosa ossis temporalis, stb.).

5. A szerzők szerinti megnevezések elejtésébe a társulat bele nem nyugodhatott. Bár kétségtelen, hogy ezen eljárás itt-ott történelmi igazságtalanságon alapszik, a tagok tulnyomó részének nézete megegyezett abban, hogy az igaziaknak megtartása a tudomány nagy bajnokai iránt való kegyeletből kívánatos, a minők Falloppia, Eustachio, Morgagni, stb. voltak, sőt hasznos is, mert

* W. KRAUSE: Die anatomische Nomenclatur. Internationale Monatschrift f. Anat. u. Physiol. Bd. XI. 1893. S. 313.

egyres hivatottakban felkölti az érdeket a tudomány történelmi fejlődésének a megismerésére. Nem is remélhető, hogy szerzők szerinti megnevezések közül az igen begyökeresedetteket a használatból ki lehetne szorítani (pl. tendo Achillis, fossa Sylvii, zonula Zinnii, tuba Eustachii), még az igaztalanokat sem (pl. lig. Poupertii, valvula Bauhini, stb.). Hogy azonban azok kívánságának is elég tétessék, a kik tisztán tárgyilagossá nevektől várnak sikert, hosszabb eszmecsere után megegyezés történt abban, hogy a tárgyi név is felvétessék, s utána zárjelben genitivusban álljon a felfedező neve; így remélhető, hogy idővel az egyik vagy másik eljárás fog több követőre találni s akkor a ritkábban használt nevet ki lehet küszöbölni, úgy a hogy már eddig is megtörtént némelyikével (membrana pituitaria Schneideri, membrana Jacobi stb.-vel.)

A szerzők szerinti megnevezésekből a társulat a következőket tartotta meg, a melyeket azért sorolunk fel, hogy a némelyiknél igénybe vett tárgyilagossá új nevet megismertessük.

Articulatio tarsi transversa (Choparti).	Ductus submaxillaris (Whartoni).
Ligamentum inguinale (Poupartii).	Foramen cæcum linguæ (Morgagnii).
Lig. inguinale reflexum (Collesi).	Recessus pharyngeus (Rosenmülleri).
Ligamentum lacunare (Gimbernati).	Plicæ circulares (Kerkringi).
Tendo calcaneus (Achillis).	Gl. intestinales (Lieberkuehni).
Lig. ductus venosi (Arantii).	Noduli lymphatici aggregati (Peyeri).
Foramen interventiculare (Monroi).	Papilla duodeni (Santorini).
Sulcus hypothalamicus (Monroi).	Gl. duodenales (Brunneri).
Foramen cæcum (Sæmerringi).	Columnæ rectales (Morgagnii).
Ductus parotideus (Stenonis).	Processus uncinatus (Pancreas Winslowii).
Tuberculum scaleni (Lisfranci).	Ductus pancreaticus accessorius (Santorini).
Canalis pterygoideus (Vidii).	Lobus caudatus (Spigeli).
Processus pterygospinosus (Civinini).	Valvula spiralis (Heisteri).
Canalis facialis (Falloppia).	Noduli lymphatici lienales (Malpighii).
Fissura petrotympanica (Glaseri).	Concha nasalis suprema (Santorini).
Foveolæ glandulares (Pacchioni).	Sinus maxillaris (Highmori).
Linea semicircularis (Douglasii).	Organum vomeronarale (Jacobsoni).
Linea semilunaris (Spigeli).	Cartilago et tuberculum cuneiforme (Weisbergii).
Lig. interfoveolare (Hesselbachii).	
Trigonum lumbale (Petiti).	
Glandula lingualis anterior (Bladini, Nuhnii).	

- Tuberculum corniculatum
 (Santorini).
 Ventriculus laryngis (Morgagnii).
 Pyramides renales (Malpighii).
 Columnae renales (Bertini).
 Pars radiata renis (processus
 Ferreini).
 Corpuscula renis (Malpighii).
 Mediastinum testis (Corpus
 Highmori).
 Rete testis (Halleri).
 Appendix testis (Morgagnii).
 Fascia cremasterica (Cooperi).
 Gubernaculum testes (Hunteri).
 Glandula bulbourethralis (Cooperi).
 Fossa navicularis urethrae
 (Morgagnii).
 Lacunæ urethrales (Morgagnii).
 Gl. urethrales (Littrii).
 Folliculi oophori vesiculosi (Graafii).
 Tuba uterina (Falloppiae).
 Ductus epoophori longitudinalis
 (Gartneri).
 Appendices vesiculosi (Morgagnii).
 Gland. vestibularis major
 (Bartholini).
 Foramen epiploicum (Winslowi).
 Plica rectouterina (Douglasi).
 Excavatio rectouterina (Cavum
 Douglasi).
 Limbus fossae ovalis (Vieusseni).
 Tuberculum intervenosum (Loweri).
 Valvulae venae cavae (Eustachii).
 Valvula sinus coronarii (Thebesii).
 Foramina venarum minimarum
 (Thebesii).
 Sinus aortae (Valsalvae).
 A. canalis pterygoidei (Vidii).
 Circulus arteriosus (Willisi).
 Vena cerebri magna (Galenii).
 Ductus venosus (Arantii).
 Substantia gelatinosa (Rolandi).
 Nucleus dorsalis (Stillingi, Clarkii).
 Fasciculus anterolateralis (Gowersi).
 Fasciculus lateralis proprius
 (Flechsigi).
 Fasciculus gracilis (Golli).
 Fasciculus cuneatus (Burdachi).
 Apertura medialis ventriculi quarti.
 (foramen Magendii).
 Fossa interpeduncularis (Tarini).
 Aquæductus cerebri (Sylvii).
 Commissura superior (Meynerti).
 Commissura inf. (Guddeni).
 Furciculus thalami mammillaris
 (Vicq d'Azyri).
 Fasciculus retroflexus (Meynerti).
 Fossa cerebri lateralis (Sylvii).
 Fissura cerebri lateralis (Sylvii).
 Sulcus circularis (Reilii).
 Sulcus centralis (Rolandi).
 Substantia reticularis alba (Arnoldi).
 Area parolfactoria (Brocæ).
 Radiatio occipitohthalmica
 (Gratioleti).
 Granulationis arachnoideales
 (Pacchioni).
 Ganglion semilunare (Gasseri).
 N. canalis pterygoidei (Vidii).
 N. nasopalatinus (Scapæ).
 Ansa subdavia (Vieusseni).
 Sinus venosus sclerae (canalis
 Schlemmi, Lauthi).
 Lamina elastica ant. (Bowmanni).
 Lamina elastica post. (Demoursi,
 Descemeti).
 M. ciliaris fibræ meridionales
 (Brueckii).
 — — fibræ circulares (Muelleri).
 Spatia anguli iridis (Fontanæ).
 Circulus vasculosus n. optici
 (Halleri).
 Annulus tendineus communis
 (Zinnii).
 Fascia bulbi (Tenoni).
 Spatium interfasciale (Tenoni).
 Glandulae tarsales (Meibomii).
 Gl. mucosae (Krausii).

Plica lacrimalis (Hasneri).	Ligg. auricularia (Valsalvæ).
Ductus reuniens (Henseni).	M. pyramidalis auriculæ (Jungi),
Membrana vestibularis (Reissneri).	M. incisuræ helicis (Santorini).
Organum spirale (Corti).	Corpuscula bulboidea (Krausii).
Processus anterior mallei (Folii).	Corpuscula lamellosa (Vateri,
Tuba auditiva (Eustachii).	Pacini).
Incisuræ cartilaginis meatus acustici	Corpuscula tactus (Meissneri).
externi (Santorini).	Gland. ciliares (Molli).
Tuberculum auriculæ (Darwini).	Gland. areolaris (Montgomeri).
Apex auriculæ (Darwini).	

6. A megválasztott műszó nyelvíleg és szerkezetileg szabályos, egyszerű és lehetőleg kurta legyen, ne foglalja magában az illető tárgy leírását, hanem csak mint mnemotechnikai jel szolgáljon. Hybrid nevek (latin- és görögből összetéve) kerültessenek. A hol a végződés eddig ides- és ideus-szal egyaránt használtatott, ott ezentúl az utóbbi választassék (coronideus, mastoideus). Szóba került az értekezletek idején, vajjon nem volna-e helyén ékezeteknek a használata, pl. trigōnum, radīcis, coccygeus, deltoideus, perforans, rhomboidēus, solēus, stb. A határozat ellene volt, mert bajos a határokat megszabni, mennyire lehessen az ékezetekkel kiterjeszteni, azon kívül sok esetben nincs is tisztába hozva, hova kerüljön az; végül ismeretes, hogy mai nap különféle ajkú tudósok másképp ejtik ki ugyanazt a latin szót, úgy hogy az olaszt az angol vagy viszont alig érti meg. Mindezek miatt az ékezetek alkalmazása elmaradt.

A hol eddig megfelelő tárgyak megnevezésére különféle nevek voltak használatban, azokra ezután egységes jelző alkalmaztassék (pl. nervus, arteria et vena femoralis canalis femoralis [cruralis helyett]; nervus et canalis facialis, stb.). Ugyanez vonatkozik likakra és a rajtok áthaladó idegek- vagy erekre. Szalagok leírása és megnevezése ugyanazon elbánásban részesüljön, mint az izmok, azaz eredő pontjuknak a törzsökhöz közelebb eső részük tartassék pl. lig. sacrotuberosum [nem tuberososacrum], lig. sacroiliaca [nem iliosacralia]). Ugyanazon műszó ne használtassék két különféle tárgy megjelölésére. A változatok (varietates) közül csak a nevezetesebbek vétettek fel vagy az orvosi gyakorlatra jelentőségesek.

S. A térbeli viszonyok pontos meghatározására a HENLE-féle műszók közül megtartattak a medial, lateral, proximal és distal kifejezések; ezekhez mint új rostral csatoltatott a fej elülső végéhez (orrsövény végéhez) való viszony megjelölésére. Anterior és posterior az álló egyénre vonatkozik, helyette, a hol lehet, ventral és dorsal vétessék igénybe (pl. gerinczvelői idegek gyökereinél); lehet anticus és posticus-t is használni, de a társulat az ior végződés mellett marad. Transversus az illető szerv haránt irányát, transversalis az egész testét fejezi ki. Intermedius a medialis és lateralis között fekvő viszonyra vonatkozik, medius az in- és externus közöttinek megjelölésére használandó. Az előkaron a medial és lateral szélek helyett ulnar és radial, a lábszáron tibial és fibular vétessenek igénybe.

*

Ezekkel a boncztani műnyelv reformálásáról szóló jelentésemet befejezettnek tekinthetném, ha nem volna hátra bennünket a latin kifejezéseknél még jobban érdeklő magyar műszók kérdése.

Eddigelé ezek nagyobbára a latin műszóknak egyszerű lefordításából állottak s nagy részük BUGÁT PÁL-tól származik, a ki 1843-ban kiadott Természettudományi Szóhalmozásában mintegy 40,000 régi műszót gyűjtött össze és a maga izlése szerint csinált is. Nagyrészt ezeket használták elődeim az előadásaikban: CSAUSZ MÁRTON és LENHOSSÉK JÓZSEF, s azokat találjuk HYRTL és Bock tankönyvének régi fordításaiban. Hogy mily egyveleg van ott felhalmozva, arra szolgáljon néhány példa:

Glandula thymus, kedeszmirigy, mert a kedélyre hat.

Membrana mucosa, takhártya, a takonytól.

Glandula hypophysis, turhamirigy, a turhától.

Prostata, dűlmirigy, mert dűlősen (ferdén) áll.

Bronchus, hörg, mert nyálkamegyülemlésnél hörög az ember.

Pupilla, láta, mert rajta lát az ember.

Musculus soleus, gázizom, azaz gázoló izom.

Corpus cavernosum, merevences test, azaz merevedő test.

Pylorus, gyomoresuk, mert elzárja.

Embryo, ébrény, azaz ébredező lény.

Epistropheus, forgolya, mert forog.

Musc. obturatorius, dugizom.

Hydatis, rivóka.

Ezen és más furcsa kifejezések ellen először dr. CSAPÓDI ISTVÁN kelt ki 1885-ben, e czim alattirt kis értekezésben: A magyar orvosi műnyelv ügye. Budapest, 1885. Erre támaszkodva és a helyesebb kifejezések megválasztását szem előtt tartva, 1888-ban és 1892-ben megjelent boncztanomban * számos régi furcsaság helyett helyesebbet iparkodtam választani s megnyugvásomra tapasztaltam, hogy azok egy részét az újabb orvosi irodalom is elfogadta, pl.:

Glandula thymus — csecsemőmirigy.

Membrana mucosa — nyálkahártya.

Prostata — monytvői mirigy.

Trachea — gégecső.

Bronchus — tüdőcső.

Pupilla — szembogár.

Parenchyma — mirigytest.

Thenar és hypothenar, hüvelykujji és kisujji párna stb.

Boncztanom első kiadása elfogyott s most a második kiadás átdolgozására vagyok felszólítva, ebben természetesen az anatómiai társulat által elfogadott latin műszókat fogom igénybe venni, de mi történjék a magyarokkal, nevezetesen azon kifejezésekkel, a melyekre eddig nem sikerült helyes fordítást vagy egyéb alkalmazást találni, a melyek eddig egyáltalán nem voltak lefordítva vagy oly különösen hangzottak, hogy helyettök inkább a latint használtuk? Íme néhány példa:

A német «Anlage» (francziául ébauche embryonnaire) kifejezésre nem ismerek helyes magyar szót, mert az eddig szükségből használt «fejlődési helyzék v. alap v. talaj v. anyag» és egyebek a dolog lényegének meg nem felelnek. Nincs helyes anatómiai szónk parenchyma, ampulla, cisterna, recessus, torus, philtrum, adminiculum, carina, epiphisis, apophisis, blastema, antitimer, metamer, retinaculum és egyebek számára. Még rosszabbul állunk a térre vo-

* I. rész. A leiró emberboncztan és tájboncztan tankönyve. Budapest, Franklin-Társulat, 1888. 1087 l. — II. rész. A központi idegrendszer és az érzékszervek morphológiája. Budapest, Franklin-Társulat, 1892. 532 l.

natkozó kifejezésekkel. A proximal, distal, medial és median kifejezéseket boncztanom első kiadásában egyszerűen megtartottam, azon nézetből indulva ki, hogy nyelvünk tisztasága kevésbé szenved a latin kifejezések átvételével, mint újaknak a behozatalával. Tettem ezt akkor szükségből, de most jobb szeretnék helyettök magyarokat használni. Így állunk a rostral, cranial és caudal kifejezésekkel is, melyeket nem lehet egyszerűen szó szerint lefordítani, mert elvégre ugyancsak furcsán hangzanék, ha pl. a májról azt mondanák: ez s ez a része fejileg vagy csőrileg, amaz pedig farkilag fekszik.

Az előadottak elegendők annak a bizonyítására, hogy egész halmaza van a magyar anatómiai kifejezéseknek, a melyek helyesbítendők vagy újra szerkesztendők. Ezeket nyelvi és æsthetikai oldalról helyesen kell megválasztani vagy szerkeszteni, ha azt akarjuk elérni, hogy közhasználatnak örvendjenek, s oly tréfa tárgyává ne tétessenek, mint a hogy egyik színdarabjában CSIKY GERGELY az orvosok tanácskozásával elbánt. Alig 10—15 éve, hogy orvosi irodalmunk csecsemőkorát élte, manap másképp állunk; egész serege a haladottabb és fiatalabb szerzőknek dolgozik az orvosi műnyelvvél, melynek jelentékeny részét éppen az anatómiai kifejezések teszik, — azért nemcsak anatómiai, de általános érdekű a feladat a magyar boncztani kifejezések rendbehozatalára. Hogy ezen irányban valami történjék, már csak azért is kívánatos, nehogy elmaradjunk más kulturnemzeteknek hasonló törekvései mögött. Nagy-Britannia anatómusai 1893-ban bizottságot választottak meg az angol műszók szabályozására,* ugyanezt tették már 1890-ben az amerikaiak. Eddig csak az utóbbiaknak tevékenységéről van értesülésünk, a társulat titkárának, B. WILDER-nek néhány jelentéséből.** Ezekből tudjuk, hogy az amerikai anatómusok eddig csak az agyvelő műszóit állapították meg, de oly gyökeres újítással, a mely kevés helyes nyelvi érzékre utal, azért a német anatómiai társulat határozott állást foglalt el ellene. WILDER és

* Journal of Anatomy and Physiology. 1894. Vol. XXVII.

** The fundamental principles of anatomical nomenclature. Medical News. 19. Decbr. 1891. — Macroscopical Vocabulary of the brain. Mass. 29. Dec. 1890. — American Reports upon anatomical Nomenclature 1889—90. 5. Febr. 1892.

társai csupa «mononymákat» fogadtak el, azaz főneveket minden járulék nélkül, részint a meglevők összevonásából, részint újaknak alkotásával, például:

Substantia innominata helyett — innominatum.

Columa fornicis — fornicolumna.

Art. cerebri media — mediocerebralis.

Cornu anterius et posterius — præ- et postcornu.

Ramus ant. et posterior — præ- et postramus.

Pedunculus medius cerebelli — medipedunculus.

Dura mater — dura.

Corpus callosum — callosum.

Plexus chorioideus ventriculi quarti — metaplexus,

Suleus Monroi — aulix.

Ventriculus cerebri — cœlia.

Tractus peduncularis transversus — cimbria.

Ezekből látható, hogy hasonló eljárás a boncztan minden fejezetére alkalmazva egészen új műnyelvet alkotna, mely a kapcsolatot a régiebb orvosi irodalommal megszakitáná, s minthogy nyelvezetileg is hibás, nem utánzandó.

A mi helyzetünk még kedvezőtlenebb, mint az amerikaiaké, mert mi nem vehetjük s nem alakíthatjuk át saját ízlésünk szerint a latin műszókat, nekünk saját nyelvünkéből valókat kell használnunk. Ezek közül sok megkívánja a reformálást, mások egészen újra szerkesztendők. Erre egy szakembernek a tevékenysége nem elégséges, azt többeknek kell a kezökbe venni és fáradságos munkát végezni. Mi nem állunk oly kedvezően, mint a németek, a hol az anatómiai társulatnak mintegy már 300-ra növekedett tagja vallja a dolgot magáénak, azon kívül nekünk nemcsak a meglevőt kell selejteznünk, hanem újat is teremteni. Azután megkevesen is vagyunk szakemberek és kétséges, hogy ezen kevésben a helyes nyelvi érzék és pontos nyelvismeret ki van-e annyira fejlődve, mennyire azt a helyes reformálás megkívánná. Ha ezen ügyet szorosán orvosi társulatban hozom szóba, nem érek célzt, mert szakember fog ugyan találkozni, a ki a fáradságot nem sajnálja, de nyelvészt nem kapunk, olyan nélkül pedig meddő munkára vállalkozunk. Én azon szerény nézetem vagyok, hogy az anatómiai magyar műnyelv ügye elég fontos arra, hogy a tek. Akadémia

részéről figyelemben részesüljön, ennek megkeresése a nyelvészeti osztálynak valamelyik szakemberéhez oly erkölcsi befolyás volna, a mely az ügynek eredményt biztosítana. Magánember megkeresése fáradságos munkára kétséges eredményű, azért a tek. Akadémia 3-ik osztályához fordulok azon kéréssel, kegyeskedjék tagjai közül néhány szakemberből álló bizottságot kiküldeni a magyar anatómiai műszók reformálására, egyszersmind a nyelvészeti osztályt megkeresni, hogy az valamelyik önként vállalkozó tagját ezen bizottság munkálataiban való részvételre felkérjen és megbizzon. Kérésemet Phædrusnak azon mondásával ajánlom a tek. Akadémiának: «Utilius homini nihil est, quam recte loqui».

MENYHÁRTH LÁSZLÓ

METEOROLOGIAI MEGFIGYELÉSEI BOROMÁBAN.

FÉNYI GYULÁ-tól.

P. Menyháarth László, magyar jezsuita és missionárius, 1891-ben boldogult HAYNALD LAJOS bibornok bőkezősége folytán Boromában, déli Afrikában, meteorologiai állomást rendezett be és az észleléseket a legnagyobb gonddal személyesen végezte.

Boroma még egészen új telepítési hely, Teté-től 16 klm.-nyire fekszik északnyugat felé, a déli szélesség 16. foka s a keleti hosszúság $33^{1,2}$ foka alatt Greenwich-től számítva, 187 méternyire a tenger színe fölött.

A beszerzett eszközök a következők voltak :

Egy *önjelző hőmérő* (thermograph) Richard-tól Párisban.

Egy *légnymási önjelző* (barograph) ugyancsak Richard-tól.

Két *hypsometer hőmérő* az absolut légnymás mérésére, mert higanyos légsúlymérőt nem lehetett átszállítani.

Egy *psychrometer két hőmérővel*, azaz August-féle nedvességmérő; ugyanoly alakú, mint a mely állomásainkon használatban van. — Azonfölül még néhány egyszerű hőmérő.

Az observatorium maga, a viszonyoknak megfelelően, sodronyval bekerített szalma-viskó volt; benne középen állt a psychrometer, mellette kétfelül a barograph és a thermograph.

A megfigyelések, a mennyire lehetséges volt, reggel 7, délután 2 és este 9 órakor történtek.

E megfigyelések első sorozatát, mely 1891 február havától 1892 május haváig terjed, a Haynald-observatoriumnak küldte P. Menyháarth, hogy innen kellő alakban a tudományos világ elé terjesztessenek; feldolgozásuk eredményei képezik jelen tudósításunk tárgyát.

Boroma éghajlatának legfontosabb és legszembetűnőbb tu-

lajdonsága a két évszak, a száraz és az esős évszak közt való éles ellentét. Az előttem levő megfigyelések szerint a következő szakok állíthatók föl: száraz idő 1891 április 10-től 1891 nov. 16-ig; esős időszak 1891 nov. 16-tól 1892 április 13-ig.

Az esős időszakot szemlátomást a szélsend-öv hozza magával, mely a nappal északról délre vándorol. November 6.-án megy át a nap először a zenithen, majd a déli térítő-körnél visszafordul és február 5.-én másodsor lép át a zenithet. Az esős évszak csak akkor kezdődik, midőn a nap már merőleges állást foglal el. A szélsend-öv tehát ép úgy marad el a nap mögött, a mint nálunk az évszakok látszólagos elkésést mutatnak. Az esős idő közeledését, melyet ott örömmel üdvözlnek, eleinte távoli villámok hirdetik, még októberben. 1891-ben az első eső nov 5.-én esett. Ezután feltűnő nyugalom áll be a légkörben, közbe-közbe megszakítva viharos szelek által, melyeket a közelgő eső hirnökeinek tekintenek. Márczius hava, vagyis a megelőző esős időszak óta az egész száraz időn át délben soha sem lehetett szélsendet észlelni; csak november 20.-án vették először észre. A szélsend-öv főrésze azonban csak december, január és február hónapokban terjed el Boroma felett, hol ekkor a levegő teljes nyugalma nagyon gyakori, sőt néha hetekig is eltart; így volt az például február 12-től 19-ig. Akkor az olykor támadó szelek is igen gyöngék. Nyilvánvaló, hogy a szélsend-öv Boromán túl nem megy, hanem még fölötte megfordul és visszatér észak felé; így tehát Boromában csak egy esős évszak van, mely mintegy 5 hónapra terjed. Azonban ezen idő alatt az eső épen nem ömlik csatorna-módra, mint azt az ide csatolt tábla is mutatja, hanem néha hetekig is megszakad. Ha ily megszakadások már az esős időszak kezdetén hetekig tartanak, akkor a vetés tönkre van téve; ha a másodsorzi vetés is ezen sorsra jut, éhnyomor következik be.

Az egész esős idő, amint azt P. Menyhárh naplójában terjedelmesen leírja, nagyban hasonlít valamely magyar alföldi, esőben dús nyári hónaphoz. Egyáltalában nem valami erősek Zambesi táján a tropikus esők s nem is nagyon tartósak. Legtöbb eső egyszerre decz. 23. és 24.-én esett, 47 mm. magasságu csapadékot adva. A viharok sem épen erősek; nagy csapadékok zivatar-tünetmények nélkül szintén előfordulnak, épügy mint nálunk az orszá-

gos esők. Így az 1891. év decemberében 20 esős nap volt, ezek közt csak 6-on volt zivatar is. Jégeső nem fordult elő ezen évszakban; s különben is igen ritkán esik jég, legfeljebb borsónyi nagyságban. Legállandóbban hoznak esőt a délkeleti irányból jövő felhők; a többi irányok közül csak a déli, délnyugati és nyugati nincs képviselve. Nappal csak valamivel gyakrabban esik, mint éjjel.

A négerék különbséget tesznek az esők közt idejök és az irány szerint, melyből jönnek; de az előttünk fekvő feljegyzések nem tüntetnek fel semmi szabályszerűséget.

A csapadék viszonyait Boromában a következő táblázat jellemzi:

	Esős időszak 1891 nov. 9-től 1892 apr. 6-ig		Esős időszak 1890 okt. 8-tól 1891 apr. 10-ig	
	napok	mennyiség mm.	napok	mennyiség mm.
Október..	0	0	6	62
November..	3	29	7	85
Deczember	18	201	8	135·5
Január	13	180·6	11	279·5
Február	4	78·7	10	122·4
Márczius	7	43·8	8	65·5
Április	3	17·5	1	0·5
Összesen	48	550·6	51	752·4

Az 1891/2.-i esős időszak csapadéka, 550.6 mm., elégtelennek tekintetett.

A száraz időszak tehát áprilissal kezdődik, mikor minden megmérhető eső elmarad egész az új esős idő kezdetéig, azaz októberig vagy novemberig. Többször támad ugyan a száraz idő alatt is borús időjárás, mintha csak esőre készülne, sőt néha neki is indul, de csakhamar meg is áll az eső, úgy hogy a csapadékot meg sem lehet mérni.

E közben a nagyobb növények mégis tenyésznek; némely

fa a száraz időben virágzik is és gyümölcsöt hoz még az esős idő érkezete előtt. Kétségen kívül különös, hogy a tenyészet a tropikus nap heve alatt 7 hónapig tartó, teljesen esőtlen időben nemcsak nem hal ki, hanem nem is nyugszik. A harmatról nem szólhatunk, mert ez a száraz időben közönségesen nincs is. Az észlelő április 22.-én azt jegyzi meg: mostantól fogva már nincs harmat. Csak nagyon ritkán mutatkozott és ekkor is igen gyengén, csak annyiban, hogy a levelek nyirkos tapintatúak. Mégis P. Menyháorth határozottan állítja, hogy a föld mintegy 1 dm.-nyi mélységben állandóan bizonyos fokú nedvességet mutat még a száraz időben is.

A Zambesi folyó vizállásáról tett följegyzések szerint ez az 1890-ről 1891-re terjedő esős idő alatt körülbelül 7 méterrel emelkedett; de már 1891 márczius 27-től folyton sülyedt a vizállás az esős időszak kezdetéig november havában. Az esős évszak tehát, úgy látszik, a Zambesi egész partvidékén ugyanazon időszakokat tölti be.

A hőmérséki viszonyokról a thermograph jegyzései, a melyek az 1891. év februárjától 1892 júniusáig terjednek, tökéletesen felvilágosítanak. A 37 dekádról, vagyis 370 napról a hőmérséknek órák szerint következő középértékeit nyertem:

Óra	Szárász idő			Eszős időszak			Egész év		
	1891 ápr. 10-tól nov. 15-ig			nov. 16-tól ápr. 13-ig 1892					
	észl.	szám.	észl.-sz.	észl.	szám.	észl.-sz.	észl.	szám.	észl.-sz.
1	22·78	22·98	—0·20	25·81	25·92	—0·11	24·01	24·16	—0·15
2	22·19	22·16	+0·03	25·43	25·48	—0·05	23·52	23·48	+0·04
3	21·62	21·35	+0·27	25·03	25·02	+0·01	23·00	22·81	+0·19
4	21·07	20·69	+0·38	24·69	24·61	+0·08	22·57	22·25	+0·32
5	20·51	20·33	+0·18	24·39	24·34	+0·05	22·08	21·95	+0·13
6	20·17	20·42	—0·25	24·14	24·35	—0·21	21·78	22·03	—0·25
7	20·57	21·05	—0·48	24·68	24·74	—0·06	22·24	22·59	—0·35
8	22·06	22·25	—0·19	25·66	25·55	+0·11	23·52	23·65	—0·13
9	24·10	23·90	+0·20	26·96	26·75	+0·21	25·27	25·13	+0·14
10	24·10	23·90	+0·20	28·35	28·22	+0·13	27·38	26·88	+0·50
11	27·91	27·80	+0·11	29·66	29·78	—0·12	28·62	28·68	—0·06
12	29·47	29·54	—0·07	31·04	31·22	—0·18	30·11	30·28	—0·18
1	30·79	30·84	—0·05	32·11	32·34	—0·23	31·33	31·49	—0·16
2	31·54	31·55	—0·01	32·98	32·99	—0·01	32·12	32·15	—0·03
3	31·71	31·64	+0·07	33·22	33·11	+0·11	32·32	32·24	+0·08
4	31·10	31·18	+0·08	33·06	32·72	+0·34	31·89	31·80	+0·09
5	30·15	30·31	—0·16	32·14	31·93	+0·21	30·96	30·95	+0·01
6	29·03	29·21	—0·18	30·65	30·90	—0·25	29·68	29·89	—0·21
7	28·10	28·05	+0·05	29·45	29·80	—0·34	28·65	28·76	—0·11
8	27·30	26·97	+0·33	28·71	28·77	—0·06	27·87	27·71	+0·16
9	26·32	26·03	+0·29	28·05	27·91	+0·14	27·02	26·81	+0·21
10	25·20	25·23	—0·03	27·38	27·25	+0·13	26·08	26·07	+0·01
11	24·35	24·50	—0·15	26·87	26·74	+0·13	25·37	25·42	—0·05
12	23·43	23·77	—0·34	26·28	26·32	—0·04	24·58	24·80	—0·22
Közép	25·73	Összeg	4·41	28·20	Összeg	3·31	26·75	Összeg	3·78

A megfigyeléseket a következő számtani képlet tünteti elé:

$$\text{Szárász idő } T = 25^{\circ} \cdot 733 + 5 \cdot 257 \sin(213 \cdot 3 + 15x) + \\ + 1 \cdot 196 \sin(50 \cdot 2 + 30x) \text{ órai középnek valószínű hibája } \pm 0 \cdot 184^{\circ}$$

Esős idő $T=26\cdot20 + 4\cdot086 \sin (216\cdot8 + 15x) +$
 $+1\cdot039 \sin (33\cdot4 + 30x)$ órai középnek valószínű hibája $\pm 0\cdot138^\circ$

Az egész év $T=26\cdot75 + 4\cdot778 \sin (214\cdot9 + 15x) +$
 $+1\cdot111 \sin (45\cdot6 + 30x)$ órai középnek valószínű hibája $\pm 0\cdot157^\circ$

mely képletben x az órák számát éjfél után jelenti.

E szerint számítva a következő szélső értékeket kapjuk:

	Maximum	Ideje	Minimum	Ideje
Száraz idő	31·68°	2h 40m p. m.	20·30	5h 18ma. m.
Esős idő	33·13°	2h 43m p. m.	24·31	5h 28ma. m.
Egész év	32·27°	2h 40m p. m.	21·93	5h 20ma. m.

A pontos napi középértékeket a thermogrammok méréseiből Amsler-féle planimeter segélyével közvetlenül határoztuk meg.

Az eképen meghatározott középértékek azt mutatják, hogy:

A legmelegebb dekád novemberben volt, 6.-ától 15.-éig 32·62°
 A leghidegebb július 29.-étől augusztus 7.-éig terjedt ... 21·26°
 A száraz idő közepe volt 26·19°
 Az esős idő közepe volt 28·53°
 Az egész év közepe 27·14°

Ha a planimeterrel tett meghatározásokat, mint legmegbízhatóbbakat alapnak vesszük és az ezek segélyével meghatározott évi középértéket összevetjük a thermogrammból leolvasás által nyert órai középértékekkel, azt találjuk, hogy a háromszori észlelés középértéke, azaz a $(7 + 2 + 9) : 3$ viszony, igen pontosan adja meg a napi középértéket.

A napi hőmérsék maximumait, valamint minimumait is, a thermogrammról olvastuk le közvetlenül. A következő táblázat átnézetet nyújt az előforduló szélsőségekről az által, hogy megmutatja, hányszor figyelték meg az év folytán a jelzett közökbé eső szélső értékeket.

Maximum	Jan.	Febr.	Márcz.	Ápr.	Máj.	Jun.	Jul.	Aug.	Szept.	Okt.	Nov.	Dez.	Év
40—45	—	—	—	—	—	—	—	—	1	6	12	2	21
35—40	10	9	4	5	1	—	3	4	13	10	11	11	83
30—35	20	17	23	24	21	10	25	13	14	12	6	11	196
25—30	1	3	2	—	4	19	3	10	2	3	1	7	55
20—25	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	4
Minimum													
25—30	6	6	—	—	—	—	—	—	2	10	16	8	48
20—25	25	23	29	22	11	4	3	5	21	17	14	22	193
15—20	—	—	—	7	15	14	22	22	5	4	—	1	90
10—15	—	—	—	—	—	12	6	4	1	—	—	—	23
A napi szélsőségek középértékei.													
Maximum	33·7	33·7	32·6	32·9	32·3	29·8	27·7	30·5	34·8	35·2	38·0	34·2	33·1
Minimum	24·2	23·4	23·1	20·9	19·4	16·6	17·3	17·4	21·2	23·0	25·2	25·1	21·4
Napi ingadozások.													
Maximum	14·4	16·6	12·5	14·6	16·5	20·0	18·3	20·1	21·5	18·1	18·0	17·6	21·5
Minimum	3·3	5·4	6·4	8·2	8·0	6·4	5·6	4·0	6·8	6·2	6·3	4·3	3·3
Közép	9·5	10·4	9·9	12·0	12·9	13·1	10·4	13·1	13·3	12·2	12·8	10·4	11·6

A legnagyobb érdekléssel bírnak Boromában a légnyomás viszonyai. Az észlelésre egy Richard-féle barograph szolgált, melynek skála-értékét hypsometerrel hetenkint meghatározták. Higanylégmérőt ily messze földre nem lehetett elhozni. Egyébiránt az észlelések azt mutatják, hogy a hypsometer nagyon jó volt, míg a barograph folyton változtatta 0-pontját, vagyis skálaértékét az év lefolyása alatt. De nem lehet e fölött csodálkozni, ha meggondoljuk, hogy a barograph készülék és a thermograph együtt lön felállítva és hogy ki volt téve a hőmérséklet minden változásának. Ez okból a barographhoz egy hőmérsékleti javítást kellett kiszámítani, a mely a leolvasásnál számításba vétetett. A hőmérséklet egy foknyi sülyedésének a barographon +0·12 mm.-nyi emelkedés felelt meg.

A barogramoknak már rövid áttekintéséből is következtetni

lehet a légsúly viszonyainak rendkívüli szabályosságára s napi járásának egyformaságára. A napi periodus, mely nálunk alig tesz egy és néhány tized millimetert és csakis a havi közép értékekben tűnik elé, Boromában még 4 mm.-nél is nagyobb. Ellenben az aperiodikus ingadozások csak ritkán fordulnak elő és akkor is csekély mértékben; sőt a napi hullám mellett annyira háttérbe szorulnak, hogy a napi periodus már az egyes napok barogrammjában nemcsak előtérbe lép, hanem ebből megközelítőleg meg is határozható.

Mindazonáltal itt is meg kell különböztetni a két évszakot. A száraz időben a barogrammok napról-napra annyira megegyeznek, hogy egymásra téve, egymást majdnem fődik. Az egyedüli tekintetbe vehető eltérést az olykor közeledő kis légnyomási maximumok idézik elő, melyek feltűnő gyorsasággal érkeznek és pár nap múlva megszűnnek. Ezáltal a napi periodus nem lesz elnyomva, hanem csak a menete jut emelkedettebb helyzetbe.

Légnyomási minimumok, mint különös jelenségek nem fordulnak elő; depressiók, aminők nálunk időnkint előfordulnak, az egész éven át, még esős időben sem találhatók. Rendetlen behorpadások a barogrammon, 16 hónap lefolyása alatt, csak kétszer fordultak elő; azok természetéről a többi meteorologiai feljegyzésekben semmi magyarázatot sem találunk.

Az esőzés ideje a légnyomás járásában határozottan különbözik a száraz időtől, a mennyiben az némiképp szabálytalanná válik az által, hogy a barogrammok az évi görbét nem másolják le naponta, mint a száraz időben, hanem csak hasonló menetet követnek gyakori kis eltéréssel. De a mellett mégis a napi periodus feltűnően előtérbe lép.

A részletes időjárás semmi összefüggésben sincs e szabálytalanságokkal, a mennyiben az esőzések és a zivatarok minden depressio nélkül folynak le, sőt még nyomot sem hagynak a barogrammon.

A légnyomás napi járását két-két órai leolvasás alapján számítottam ki; következő képlet a napi periodust nagy pontossággal fejezi ki.

$$B=744 \cdot 94 + 1 \cdot 373 \sin (339 \cdot 2 + 15x) + 0 \cdot 969 \sin (137 \cdot 2 + 30x).$$

Száraz és esős időről külön képletet nem számítottam ki s azért a következő táblázat csak az észlelési adatokat tartalmazza.

Óra	Észlelt közép	Észlelt periodus	Számított periodus	Különbség	Száraz idő	Esős idő
2 a. m.	44·94	0·00	—0·069	+0·069	—0·10	+0·15
4	44·93	—0·01	—0·074	+0·064	—0·12	+0·13
6	45·52	+0·58	+0·628	—0·048	+0·46	+0·75
8	46·55	+1·61	+1·645	—0·035	+1·57	+1·67
10	46·92	+1·98	+2·006	—0·026	+2·05	+1·87
12 dél	46·13	+1·19	+1·137	+0·053	+1·33	+0·97
2 p. m.	44·36	—0·58	—0·510	—0·070	—0·57	—0·61
4	43·03	—1·91	—1·812	—0·098	—1·87	—1·97
6	43·09	—1·85	—1·940	+0·090	—1·65	—2·15
8	43·91	—1·03	—1·066	+0·036	—0·96	—1·15
10	44·81	—0·13	—0·120	—0·010	—0·25	—0·07
12 éjjel	45·11	+0·17	+0·176	—0·006	+0·01	+0·39
közép	44·94	—	—	—	64·57	42·56
Átlagos hiba = 0·0550			Valószínű hiba = $\pm 0·0465$			

Megjegyzendő, hogy mind a két hullám, az egész napi és a félnapi, ugyanazon időben délután 1 óra 24 perczkor és ugyanazon phásisban halad át egyensúlya helyzetén, ami azon időben a légnyomásnak rögtöni esését eredményezi. A légsúlymérő ilyenképen délután egy órától két óráig a számítás szerint 0·86 mm.-el esik.

A *főmaximum* 9 óra 32 p.-kor áll be és 2·03 mm.-t tesz ki a közép fölött.

A *főminimum* 5 óra 12 p.-kor d. u. áll be s 2·04 mm.-t tesz ki a közép alatt.

A száraz és nedves évszak, ha külön vétetnek is, a görbének ugyanazon alakját adják, azon csekély különbséggel, hogy a száraz időszakban a maximumok valamivel későbbben, a minimumok pedig valamivel korábban állanak be, mint az esős időszakban, a mint azt máshol is észlelték.

A napi periodusnak igen nevezetes tulajdonsága a tökéletesen

szimmetrikus alak, oly annyira, hogy az azt ábrázoló görbe és annak megfordított alakja, egymásra fektetve, egymást teljesen fődik. Ebből az következik, hogy *a napi maximum és minimum közepe teljesen a légnyomás napi közepét adja*. Ennek alapján a hiányos órajárás által bizonytalanná vált barogramm-leolvasások mellőzésével a maximumok és minimumokból számíthattam ki biztos napi közepeket; ezekből kaptam azután a havi közepeket, melyek az évi áttekintés első sorában láthatók.

Nagy jelentőségű eredményt szolgáltatott a napi ingadozások pontos meghatározása a barogrammokon külön végzett leolvasások által. A fent említett hőmérséki javítást itt is megtettem.

Megjegyzendő, hogy e meghatározások az óra hiányos járásától teljesen függetlenek, mert a szélsőségek a kellő időben külön-külön fölismerhetők.

Az így nyert biztos adatok arról tanúskodnak, hogy Dél-Afrika belsejében a barometer ingadozásainak napi periodusa rendkívül nagy. Évi középértéke 4·40 mm.-t ér el, a minőt másutt eddig nem találtak. Ha ezen napi közép-ingadozást a számításból nyert középnyomások ingadozásával összevetjük, azaz a max.-min=4·07-dal, az így előtűnő különbség némileg mértékül szolgálhat annak megítélésére, hogy a szélsőségek minő szabályszerűséggel esnek bizonyos órára.

Következő táblázat adja az év lefolytában előforduló tüne-
mény menetét.

A légsúly napi ingadozásai Boromában.

	Közép	Maximum	Minimum	Menet
1891 Márczius... ..	4·23	5·7	2·0	—0·17
« Aprilis... ..	3·99	6·3	2·6	—0·41
« Május... ..	4·29	5·7	1·7	—0·11
« Junius... ..	4·08	5·1	2·3	—0·32
« Julius... ..	3·30	4·1	1·8	—0·10
« Augusztus... ..	4·01	5·2	2·1	—0·39
« Szeptember... ..	5·03	7·7	3·8	+0·63
« Október... ..	5·09	7·6	3·1	+0·69
« November... ..	5·41	7·1	3·3	+0·01
« Deczember... ..	4·98	7·2	2·6	+0·58
1892 Január... ..	4·38	6·1	2·4	—0·02
« Február... ..	4·00	5·3	2·0	—0·40
Év... ..	4·40	7·7	1·7	

Az évi középnek és az évi menetnek meghatározására célszerűnek látszott közvetlenül feldolgozni a hypsometerrel tett megfigyeléseket. 16 hónap lefolyása alatt 84 észlelés eszközöltetett a hypsometerrel, a melyek közül 54 az 1891 márczius havától a következő év márczius haváig terjedő évszakba esik; ez utóbbiak adják a következő táblázatban levő adatokat. A hypsometer közvetlen adatait az észlelés ideje szerint a barogrammokból meghatározott átlagos napi periodus segítségével vezettem vissza a napi középére.

A légnomásnak évi járása Boromában 54 hyspometer észlelésből.

	Az észl. száma	Boroma közép	Évi járás	Salisbury	Tamatave
1891 Április... ..	6	44·75	+0·17	45·1	63·17
« Május	5	45·74	+1·16	46·2	65·00
« Junius... ..	3	48·20	+3·62	46·1	65·89
« Julius	5	49·46	+4·88	47·2	67·81
« Augusztus... ..	4	47·50	+2·92	47·0	68·28
« Szeptember... ..	3	45·00	+0·42	46·0	67·15
« Október... ..	4	43·50	-1·08	44·9	63·91
« November... ..	3	44·50	-0·08	44·7	63·90
« Deczember... ..	2	41·00	-3·58	43·7	63·00
1892 Január... ..	9	41·66	-2·92		59·66
« Február... ..	5	41·06	-3·52		56·30
« Márczius... ..	5	42·64	-1·94		59·46
Összesen... ..	54		Közép 44·58,	ingad. 8·46	

A tropikus időjárás szabályszerűségének köszönhető, hogy biztos évi menetet határozhattam meg, jóllehet egyes hónapokban nagyon kevés észlelés történt. Észleléseink eredménye megegyezik azon észlelésekkel, melyek a Maschona-földi Salisbury-ban, nemkülönben a madagascari Tamatave-ben ugyanazon időben történtek. Salisbury-ban az ingadozás valamivel kisebb, mert ezen hely 1100 méterrel magasabban fekszik, mint Boroma.

Különösen említésre méltó a légnomásnak rohamos emelkedése a téli solstitium után, julius havában. Ezen tüneményt abból lehet magyarázni, hogy a 30 foku szélesség fölött tartózkodó nagy légnomás a nappal együtt délről északra vándorol, s így Boroma fölé is eljut.

A közép barometerállás Boromában a következő:

Száraz időszakban 1890 ápr. 1-től 1891 november 1-ig 746·31 mm.
 Esős időszakban 1891 novemb. 1-től 1892 április 1-ig 742·17 »

Az időszakunkon kívül eső hónapok még a következő adatokat szolgáltatták:

	Az észlelés száma	Közép légnyomás
Márczius 1891	10	742·22
Április 1892	5	744·34
Május 1892	6	745·87

Ha még az időszakunkon kívül eső hónapokat is kellőképen számításba vesszük, évi középbarometerállásnak Boromában kapunk 744·55 mm.-t. Ebből következik, hogy Boroma 187 méterrel fekszik a tenger fölött, ha alkalmas összehasonlítási állomás hiányában, a légnyomási közepet a —16 fokú óv légnyomásával, Sprung szerint 760·5-el a tenger színén, összevetjük.

(Az 1891. és 1892. év márczius, április és május havainak észlelt légnyomási közepeinek egész a tized millimeterig terjedő összhangzása és még hozzá oly nagy évi járás mellett, a pusztá véletlennek nem tulajdonítható; ez pedig jogosít bennünket következő következtetésekre: hogy a hypsometer állandója az egész év alatt nem változott; hogy az eredetileg meghatározott értéke még most is használható; továbbá, hogy az észlelések a kellő szakértéssel lettek végezve; de bizonyítja egyszersmind a tropikus időjárásnak rendkívüli szabályosságát is, mert még a nagy évi periodus mellett is, megvan minden hónapnak a meghatározott légnyomása néhány tized millimeterig.)

A talaj hőmérsékére nézve a kútviz adott némi felvilágosítást. A megfigyelésre egy Narton-féle kút szolgált, melynek csöve 10 méternyire volt leverve a homokos talajba. A friss kútviz hőmérsékét 1891 május havától december haváig 38-szor mérték meg a nap különféle óraiban, kellő elővigyázattal. A víz hőmérséke majdnem mindannyiszor 29 fokúnak találtatott. A kút csak 60 m. távolságban volt a Zambesi folyótól, vize tehát átszivárgott folyóvíz volt; hőmérsékét azonban nem befolyásolta a folyó hőmérséke, ami kitűnik a hőmérséki különbségekből. Következő középtértékeket kaptunk (l. 472. lap):

Évi áttekintés 1891 márczius 1-től 1892 márczius 1-ig.

	Márcz.	Április	Május	Junius	Julius	Augst.	Szept.	Október	Novemb.	Decz.	Jannár	Febrnár	Év	
Bar. 700 + mm	42.7-45.4	45.8-46.4	44.9-84.7	3-45.5	45.2-44.5	42.9	41.4-41.0	44.8					44.8	
Hőmérsék	7 a. m.	24.6-23.3	20.8-17.6	18.1-19.1	23.8-25.1	27.2	26.1	26.4-25.7	23.2				23.2	
	2 p. m.	31.8-31.6	31.3-23.6	26.8-29.6	33.9-34.4	36.6	33.0	32.6-32.3	31.9				31.9	
	9 p. m.	26.5-26.4	25.3-22.8	22.6-24.9	29.7-30.3	32.5	27.9	27.7-27.7	27.0				27.0	
	Közép	27.6-27.1	25.8-23.0	22.2-24.5	29.1-30.0	32.1	29.0	28.9-28.5	27.3				27.3	
	max.	35.2-34.7	34.7-35.5	30.0-35.2	42.2-42.8	43.3	39.7	38.1-36.9	43.3				43.3	
	napja	3	1	15	28	30	19	28	2	24	4			20, XI
	min.	22.5-20.2	16.8-14.2	13.3-12.5	20.0-20.7	23.0	22.0	23.2-22.7	12.5					5, VIII
	napja	11	22	27	5	14	5	2	17	29	13	12	11	
	7 a. m.	18.9-16.1	13.1-11.6	12.1-12.1	12.1-13.5	13.8-15.1	19.6	21.1-19.6	15.6					14.3
	2 p. m.	18.4-14.4	12.8-11.4	10.8-10.1	11.1-11.1	9.1-2.3	18.6	21.1-18.1	14.3					14.3
9 p. m.	18.6-15.1	12.5-11.3	11.0-10.3	10.0-11.6	12.1	19.2	20.6-18.9	14.3					14.3	
Közép	18.6-15.2	13.1-11.4	11.3-10.8	11.9-13.5	13.2	19.1	20.9-18.9	14.7					14.7	
Pára-nyomás	7 a. m.	81	76	76	78	78	73	62	58	57	79	82	80	
	2 p. m.	53	42	38	38	42	34	29	29	52	58	52	52	
	9 p. m.	71	60	53	55	54	44	36	34	35	69	75	69	
Közép	68	59	55	57	58	51	42	42	40	67	72	67	56.5	
Nedvesség	7 a. m.	4.9	4.3	1.2	2.3	4.7	2.8	2.9	3.2	4.1	7.6	7.1	6.7	
	2 a. m.	4.3	4.2	2.7	2.8	4.5	2.5	2.7	3.7	4.4	7.1	6.7	6.9	
	9 a. m.	3.4	1.5	0.7	0.9	2.6	1.1	1.3	1.6	2.2	7.2	6.3	3.7	
Közép	4.2	3.4	1.6	2.0	3.9	2.1	2.4	2.9	3.6	7.2	6.7	5.6	3.8	
Felhőzet	Össz.	65.5	0.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	28.0	25.0	12.1	7.7	
	max.	28.0	0.5	0	0	0	0	0	0	14.0	47.0	44.0	48.3	
	napja	17	10	—	—	—	—	—	—	22	24	11	10	
Csapadék	esővel	7	1	0	0	0	0	0	0	3	20	13	4	
	nyom.	0	2	1	0	4	2	0	2	1	0	0	0	
	zivatar	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	4	0	
vihar	1	2	2	0	1	0	0	2	1	0	0	0	9	
A szél	7 a. m.	12	1.3	1.5	1.5	1.5	1.4	1.4	2.1	1.4	0.8	0.3	0.3	
	2 p. m.	1.8	1.6	2.9	3.1	3.5	2.4	1.6	2.3	1.9	0.7	0.3	0.6	
	9 p. m.	1.8	1.6	1.2	1.6	2.0	1.9	1.7	2.3	1.3	0.7	0.4	0.4	
	N	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
	NE	2	1	5	5	3	1	1	0	0	11	7	0	
	E	7	21	27	24	34	32	27	26	26	6	0	4	
	SE	14	20	12	8	12	26	20	40	50	32	15	17	
	S	6	15	22	20	26	22	31	18	7	5	2	0	
	SW	46	14	2	8	10	4	6	4	0	0	0	0	
	W	0	11	11	8	4	1	0	2	0	1	0	0	
NW	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	8		
szélcsend	9	8	4	2	4	7	5	3	3	35	64	55	206	
Harmat	22	3	0	0	9	0	0	0	0	6	19	13	72	

	Kutviz		Folyóvíz	
	Az észlelések száma	Közép hőmérsék	Az észlelés száma	Közép hőmérsék
Száraz idő máj. 1-től nov. 1-ig	31	29 ^o ·26	32	24 ^o ·53
Esős idő nov. 1-től 1891 máj. 1-ig	24	29·77	30	28·47
Evi közép	55	29·48	62	26·60
Minimum máj. 27. és jun. 7.-én 1891	—	28·0	jul. 7 1891	21·0
Maximum szept. 27.-én	—	30·1	decz. 9 1891	30·5
Évi ingadozás	—	2·1		9·5

Tekintettel újabb tudományos vita-kérdésekre, kiváló gond fordítottatott a cirrus felhők észlelésére. Az észlelő 1891 máj. 29-től a következő év május 17-ig ezekről külön naplót vezetett, az észlelési időnek és a felhők huzamának feljegyzésével. A mondott időszakban 118-szor észlelt cirrus felhőket és pedig 111 napon.

Ha számításba vesszük, hogy a száraz idő 7 hónapig tartott, az esős idő pedig csak 5 hónapig, a cirrus felhők mindkét időszakban egyenlőképen fordultak elő; de észre vesszük, hogy száraz időszakban a nyugati huzam gyakoribb, esős időben pedig a keleti. Állandó nyugati áramlat ennél fogva a cirrusok magasságában Boroma fölött nem észlelhető.

Boroma időjárását minden tekintetben jellemzi az előző lapon található évi áttekintés, mely a klimatikus tényezőket, főpontjaikban az évi észlelések alapján tünteti elő. Főlegesen tartjuk e helyen sajátságos mozzanatait külön kiemelni.

Megemlítendő azonban, hogy Zambesi vidékének klímája általában fölötte veszélyes. A Zambesi-missio területén az 1879. év óta már több mint 50 kath. missionárius halt el, mind válogatott férfiak, a legjobb korban. Rendesen már az első pár év alatt elragadta őket a Zambesi láza. Ezen halálveszélynek kielégítő magyarázatát a meteorológiai viszonyokban nem találjuk.

TRANSFORMÁTOROK HATÁSFOKÁNAK EGY ÚJ MEGHATÁROZÁSI MÓDJÁRÓL.

KORDA DEZSŐ-től.

1. Ismeretes elv, hogy mechanikai és elektromos készülékek hatásfokának megállapításánál helyesebb csupán a veszteségeket mérni, mintsem egyrésztől magát a közlött energiát és másrésztől a hasznosítható átváltoztatott energiát. Ugyanis mérési hibák sokkal kevésbé befolyásolhatják a hatásfoknak így talált értékét.

Transformátoroknál ezen elv részben eddig is széles elterjedésnek örvend, a mennyiben a váltakozó mágnesezés folytán a vasmagokban fellépő veszteségek egyszerű módon külön megmérhetők a primár áramkörbe helyezett wattmérő segítségével, feltéve, hogy a másodlagos áramkört nyitva hagyjuk. A mi azonban a készülék különféle megterhelésénél fellépő összes veszteségeket, tehát úgy a vasban, mint a réztekeresekben nyilvánulókat illeti, azoknak direkt megméréseire wattmérővel egyetlenegy transformátor esetében eddig nincs eljárás módja.

Más oldalról a transformátorok működésének megítélésénél a hatásfok, habár igen fontos, de nem egyetlen tényező. Ép oly fontos adat a készülék felmelegedési foka teljes működés közben. Főleg nagy transformátoroknál, még ha hideg állapotban kitűnő hatásfokkal bírnak is, ellenőrizendő a külső felület, a mely az összenergiához viszonyítva bár kicsiny, de egyébként tetemes veszteségi meleg mennyiségnek kisugárzásához szükséges. Például egy 97 százaléknyi hatásfokú háromszáz lóerős transformátornak másodpercenként kilencz lóerőnek megfelelő melegmennyiséget kell kisugároznia és ha a külvegővel érintkező felület erre nem elégséges, akkor a jó hatásfok daczára 300 lóerős megterhelésnél tönkremenne e készülék.

A ma divó próbálási eljárás az, hogy a transformátort

a megfelelő terhelésnek tényleg alávetjük (legtöbnyire izzólámpák segélyével) és pedig mindaddig, a míg csak stationär hőmérsékét el nem érte, a mi nagysága szerint órákat, sőt napokat vesz igénybe. Ekkor a felmelegedett tekereseknek villamos ellenállását megmérjük és segélyükkel a rézben fellépő veszteségeket kiszámítjuk. Nagy transzformátor esetében ez bajos eljárás, sőt lehetetlen, mihelyt nem rendelkezünk a kipróbálás helyén a transzformátor terhelésének megfelelő munkaerővel, sem az átváltoztatott energia absorbeálásához szükséges eszközökkel. Kívánatos lenne tehát, hogy a transzformátorral csupán annyi munkaerőt közölhessünk, a mennyi a benne fellépő veszteségeknek bizonyos, például maximális teljes terhelésnél, éppen megfelel.

Azon esetre, midőn egyidejűleg két, teljesen azonos transzformátorral és egy harmadik segédtranszformátorral is rendelkezünk, létezik ugyan egy KAPP-tól eredő eljárás, * mely ily módon a két transzformátor hatásfokának szorzatát (négyzetét) méri adatokból kiszámíthatóvá teszi. Azonban eltekintve azon hátránytól, hogy az itt alkalmazott segédtranszformátor hatásfoka is befolyással bír és így az minden terhelésre külön meghatározandó, igen körülményes e módszer alkalmazása éppen nagy transzformátoroknál, azaz midőn legnélkülözhetlenebb volna. Ugyanis ritkán áll egyszerre rendelkezésünkre két azonos transzformátor. Élénken érezve ezt egy közlő érintő esetben, midőn egy általam tervezett és épített 120 kilowattos és egy 160 kilowattos háromfázisú transzformátor kipróbálását kellett végeznem: egy eljárást gondoltam ki, mely egyetlenegy transzformátor esetében is sikerrel alkalmazható és csupán a veszteségeknek megfelelő nagyságú energiát igényel.

2. A feladatnak egyedüli előleges adatai azon áram i_2 , melyet a terhelésnek megfelelőleg a másodlagos burkolatban létesíteni akarunk és azon feszültség e_2 , melylyel ugyane terhelésnél a másodlagos burkolat sarkain rendelkezünk. Utóbbira vonatkozólag még megjegyezzük, hogy az üres járásnak megfelelő e_2' feszültségtől némileg különbözik és pedig két okból: egy részről a másodlagos burkolat r_2 ohmikus ellenállásának megfelelő $r_2 i_2$ po-

* GIBBERT KAPP. Transformatoren für Wechselstrom. 140. 1.

tentialcsökkenés folytán, más részről pedig az i_2 áramnak megfelelő magnetikus erővonalaszóródás folytán. Mindkét csökkenés ismeretes módon előre megmérhető és figyelembe vehető.

Legyen e_1 a primáráramkörben működő váltakozó áramú energiaforrásnak (dynamo- vagy kábelhálózat) sarkain létező azon elektromotoros erő, melynek a secundär sarkokon e_2 felel meg; legyen továbbá n_1 a primár- és n_2 a secundärburkolat csavarulatainak száma: akkor az utóbbi csavarulatok mindegyikében $\frac{e_2}{n_2}$ nagyságú elektromotoros erő indukáltatik.

Képzeljük már most, hogy a másodlagos burkolat rövidre záratik és pedig akként, hogy két egyenlő sorozatos része, tehát kétszer $\frac{n_2}{2}$ számú csavarulat egymás ellen kapcsolatik, akkor mind-egyikben külön-külön $\frac{1}{2}e_2$ nagyságú elektromotoros erő indukáltatván, ezek egymást lerontják és így az ily módon rövidre zárt másodlagos burkolatban nem léphet fel indukált áram. E paralizált burkolat a primártekercsre semmi visszahatással sem lehet és így utóbbi csak annyi áramot vehet fel, a mennyi a vas mágnesesítésének és az üres járás veszteségeinek megfelel, épen úgy, mintha a másodlagos áramkör nyitva lenne.

Ha ekkor e_1 -et úgy szabályozzuk, hogy a másodlagos burkolat fele részének sarkai közé iktatott voltmérő az abban foglalt $\frac{1}{2}n_2$ csavarulatnak megfelelőleg $\frac{1}{2}e_2$ voltnyi feszültséget jelezzon, akkor a vas az

$$\frac{1}{2}e_2 = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{2}} B \cdot s \cdot \frac{n_2}{2} \cdot 10^{-8} \quad (1)$$

összefüggésből számítható B nagyságú maximális mágneses inductionnak lesz alávetve, a hol τ a másodpercenkénti periodusok száma és s a vasmag keresztmetszete négyzet cm.-ben.

Ha azonban a másodlagos burkolatnak egymás ellen kapcsolt két része nem egyenlő, akkor a viszonyok annyiban megváltoznak, hogy az egyik résznek túlsúlyban lévő csavarulatai indukált áramot hoznak létre a másodlagos áramkörben. Legyen ezen nagyobbik részben a csavarulatok száma

$$n_2'' = \frac{n_2}{2} + \nu$$

és a kisebbikben

$$n_2' = \frac{n_2}{2} - \nu,$$

a hol természetesen

$$n_2'' + n_2' = n_2, \quad (3)$$

akkor 2ν számú csavarulatnak megfelelőleg $2\nu \frac{e_2}{n_2}$ nagyságú indukált elektromotoros erő marad neutralizálatlan a rövidre zárt másodlagos burkolatban és ott $\frac{2\nu}{r_2} \cdot \frac{e_2}{n_2}$ nagyságú áramot létesít.

Ha tehát adott nagyságú i_2 áramot akarunk létrehozni a másodlagos burkolatban, akkor csak ν értékét kell úgy meghatározunk, hogy az

$$i_2 = \frac{2\nu}{r_2} \cdot \frac{e_2}{n_2} \quad (4)$$

feltételnek megfeleljen. Utóbbi a (2) és (1) összefüggés folytán így is írható:

$$\begin{aligned} r_2 i_2 &= (n_2'' - n_2') \frac{e_2}{n_2} \\ &= (n_2'' - n_2') \frac{2\pi\tau}{\sqrt{2}} B \cdot s \cdot 10^{-8}, \end{aligned} \quad (5)$$

ebből pedig (3) segélyével a keresett csavarulatszám:

$$n_2'' = \frac{n_2}{2} + \frac{r_2 i_2 \cdot 10^8}{8,88 \tau \cdot B \cdot s} \quad (6)$$

vagy végre (2) folytán ν

$$\nu = \frac{r_2 i_2 \cdot 10^8}{8,88 \cdot \tau \cdot B \cdot s} \quad (7)$$

nagyságúnak találhatik.

Kapcsoljunk tehát a rövidre zárt másodlagos áramkörbe sorozatosan egy ampèremérőt, továbbá az n_2'' részben (6) foglalt $\frac{n_2}{2}$ csavarulat sarkai közé egy voltmérőt. Szabályozzuk a primár-áramkörben az áramot az elektromos forrás feszültségének változta-

tásával akként, hogy e voltmérő a terhelésnek megfelelőleg állandóan $\frac{e_2}{2}$ voltot jelezzon, továbbá egyidejűleg toldjunk a másodlagos nagyobbik tekercshez (n_2'') a vele ellenkezésbe kapcsolt kisebb tekercs (n_2') rovására (7)-nek megfelelő ν számú csavarulatot, vagyis anynyit, hogy az ampèremérő a kívánt i_2 áramot jelezze. Ha ezt elértük, akkor két dologról lehetünk biztosak. Először, hogy a vasmag ugyanakkora inductionnak B van alávetve, mint terheléskor, mint azt (1)-ből következtethetjük; ennél fogva a vasban létező hysteresis- és Foucaultáram veszteségek, melyek tudvalevőleg csupán az inductiontól és periodusszámtól függenek, ugyanakkorák, mint terheléskor. Másodszor a másodlagos burkolatban ugyanakkora áram kering, mint terhelésnél és így eme burkolatban a fellépő $r_2 i_2^2$ nagyságú rézvesztés is ugyanakkora, mint terhelésnél.

Csupán annak vizsgálata marad még hátra, hogy evvel szemben miképen alakulnak a viszonyok a primárburkolatban.

3. Ha n_1 a primárburkolat csavarulatainak száma és ha e burkolaton azalatt, míg a másodlagosban a jelzett módon i_2 áramot létesítünk, mitsém változtatnánk, akkor benne oly i_1' áram keletkeznék, mely sokkal kisebb, mint a transformátor i_2 terhelésének megfelelő i_1 primáráram. Ez rögtön kitűnik abból, hogy az activ csavarulatok közötti viszonyt megváltoztattuk. Míg ugyanis e viszony a transformátornál eredetileg $\frac{n_1}{n_2}$, addig a módosítás után az $\frac{n_1}{2\nu}$ lenne. Már pedig a primár- és a secundár ampèrecsavarulatok azon ampèrecsavarulatokkal, melyek az üres járásnak felelnek meg és amelyek egyrészt a mágnesező áraméiból, más részről a vasvesztéseknek megfelelő áraméiból tevődnek össze, grafikai feltüntetésben egy háromszög oldalait képezik. E szerint az eredeti transformátor esetében ezen oldalak hosszát az $n_1 i_1$, $n_1 i_0$ és $n_2 i_2$ (8) értékek képviselik, míg a módosított esetben az $n_1 i_1'$, $n_1 i_0$ és $2\nu i_2$ (9) értékek. Hogy tehát elérjük, miszerint $i_1' = i_1$ legyen, vagyis, hogy a módosítás után nemcsak a vasban és másodlagos burkolatban, hanem a primárburkolatban is ugyanazon veszteség lépjen fel, mint rendes terhelésnél, ahhoz szükséges,

hogy a primärtekercsben is bizonyos n_1' számú csavarulat paralyzáltassék és pedig oly módon, hogy a következő viszony:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{n_2'' - n_2'}{n_1'' - n_1'} \quad (10)$$

fennálljon. Másrészt természetesen

$$n_1 = n_1'' + n_1' \quad (11)$$

és így e két összefüggésből (2) tekintetbe vételével:

$$\begin{aligned} n_1'' &= \frac{n_1}{2} + \frac{n_1}{n_2} \cdot \nu \\ n_1' &= \frac{n_1}{2} - \frac{n_1}{n_2} \cdot \nu \end{aligned} \quad (12)$$

Ezen újabb módosítás után az activ csavarulatoknak értéke a másodlagos tekercsben ismét $2\nu i_2$, az üres járásainak megfelelő ellenben $2\nu \frac{n_1}{n_2} i_0$ leend és a primärtekercsének értéke a háromszög harmadik oldalának felel meg. Tudvalevőleg azonban zárt vasmaggal bíró transzformátoroknál a fáziseltolódási viszonyok olyanok, hogy i_0 i_2 -vel oly tompaszöveget zár be, mely még csekély terhelésnél is igen keveset különbözik a 180° -tól. Ennélfogva elhanyagolható hibát követünk el, ha feltételezzük, hogy az így alkotott háromszög a (8) alatti értékekből képezetthez egy szög egyenlősége és két oldal arányossága folytán hasonló. És így következtethetjük, hogy a harmadik oldal is arányos, azaz, hogy a keresett primärampère csavarulatoknak értéke $2\nu \frac{n_1}{n_2} i_1$.

E szerint egy ampère- és egy voltmérő, valamint a jelzett kapcsolások segélyével módot találunk transzformátorunkat úgy módosítani, hogy a benne egyedül fogyasztott energia azonos legyen az eredeti transzformátorban valamely terhelésnél veszteségek alakjában fogyasztott energiával. Tényleg a vasmag mindkét esetben ugyanazon magnetikus inductióval dolgozik és a tekercsekben mindkét esetben ugyanazon áramok keringenek.

A primáráramkörbe iktatott wattmérő e szerint direkt leolvasás útján megadja a kipróbálandó transformátornak összveszteségeit úgy hideg, mint meleg állapotban és bármely terhelésre nézve. Ily módon daczára annak, hogy csupán a veszteségeknek megfelelő nagyságú erőforrással rendelkezünk, teljesen kipróbálhatjuk a transformátort és megállapíthatjuk hatásfok görbéjét.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. november 18.-án tartott üléséből.)

VIZSGÁLATOK A VÉR HATÁSÁRÓL A BACTERIUMOKRA.

Dr. SZÉKELY ÁGOSTON-tól.*

Az állati szervezetnek védekezésében a fertőző betegségek ellen állítólag nagy szerepet játszik a vér úgynevezett bacteriumölő képessége. Főleg Fodor tanárnak közleményei alapján indult meg e kérdés behatóbb tanulmányozása s ma már az idetartozó vizsgálatoknak oly nagy számával állunk szemben, hogy e helyen azoknak még rövid ismertetésébe sem bocsátkozhatom és meg kell elégednem azzal, hogy röviden összefoglaljam a bűvárok többségének véleményét, mely szerint a vér a bacteriumokra ölü hatást gyakorol, mely ölü hatását sejtmentes részében levő anyagok — BUCHNER szerint alexinek — jelenlétének köszöni.

Emelkedtek ugyan hangok ezen nézet ellenében, főleg METSCHNIKOFF és tanítványai részéről, kik szerint nem a vérplasma, hanem a fehér vérsejtek pusztítják el a bacteriumokat. És noha METSCHNIKOFF elmélete mellett, mely szerint a fehér vérsejtekben keresendő a vér bacteriumölő képességének oka, sok kísérleti adat szól: annak tagadására, hogy a sejtmentes vérben is vannak bacteriumölő anyagok, nem volt meg a biztos alap.

A sejtmentes vérnek bacteriumölő hatására azon számtalanszor ismételt kísérleteknek eredményeiből következtettek, melyek szerint a szervezetből kibocsátott vérből készült savóban a beléttet bacteriumok száma tetemesen fogy, sőt egyes esetekben mind elpusztulnak. Az eseteknek túlnyomó többségében azonban ez utóbbi nem következik be, hanem az életben maradt bacteriumok néhány óra múlva szaporodásnak indulnak.

* A budapesti kir. m. tudomány-egyetem általános kór- és gyógytani intézetében készült dolgozat.

Nem akarok e helyen azon kérdéssel behatóbban foglalkozni, vajjon a szervezetből kibocsátott vérnek úgynevezett bacteriumölő hatásából megengedhető-e a következtetés a szervezetben keringő vérnek hasonló hatására. Csak melleleg jegyzem meg, hogy kísérleteim alapján az említett következtetés megengedhető. Az a kérdés is felmerül azonban, vajjon azon kísérleti eredmény, hogy a vérbe tett bacteriumok egy része — néha mindannyi — elpusztul, a vér bacteriumölő képességén kívül nem magyarázható-e meg valami más módon is? Ezen kérdés megfejtése céljából végzett kísérleteimről számolok be a következőkben.

1. Összefüggés a vérbe tett és a tönkrement bacteriumok száma között.

Említettem már, hogy a vérbe tett bacteriumok, ha nem pusztulnak el mind, egy idő múlva szaporodásnak indulnak. Kísérleteim végzése közben azonban feltűnt, hogy a bacteriumoknak ezen utólagos elszaporodása nem csupán akkor következett be, a mikor nagyon sok bacterium volt a vérben, hanem akkor is, a mikor aránylag sokkal kevesebb bacterium jutott belé, úgy hogy ezeknek teljes elpusztulását várhattuk volna azon szám-beli csökkenés alapján, melyet akkor észleltünk, a mikor sok bacteriumot tettünk a vérbe.

Az idetartozó kísérletek közül néhányat ideiktatok. A kísérleti eljárás az volt, hogy egészséges házinyúl vérének defibrinálva, vagy savót készítve belőle, 2—3 egyenlő részre osztottam és mind-egyik részbe ugyanazon tenyészetből különböző számú bacteriumot tettem. Ezután időről-időre egyforma mennyiségeket véve ki mind-egyik részből, ezeket felolvasztott gelatinával kevertem és lemezekké öntöttem; 1—2 nap múlva, a mikor minden egyes bacteriumból egy-egy telep fejlődött már ki, a telepeket megszámláltam.

	I d ő	0 perc	1 óra	2 óra	3 óra	4 óra	24 óra	Tönkrement bacteriumok száma
A	Fejlődött staphylococcus-telepek száma	66	35	17	6	9	61	60
B		271	148	49	25	37	381	246

A *B* részben tehát 246 staphylococcus pusztult el, míg a vele egyforma nagy *A* részben összesen volt 66 staphylococcus nem ment mind tönkre.

	I d ő	0 perc	1 óra	2 ¹ / ₂ óra	3 ¹ / ₂ óra	5 óra	6 óra	24 óra	Tönkrement bacteriumok száma
A	Fejlődött cholera-telepek száma	134	8	11	16	36	92	∞	126
B		200	19	21	27	66	156	∞	181
C		397	46	36	76	322	643	∞	361

A *C* részben tehát 361 cholera bacillus pusztult el, míg a vele egyenlő nagyságú *A* és *B* részekben összesen volt kevesebb cholera bacillus nem ment mind tönkre.

	I d ő	0 perc	1 óra	2 ¹ / ₂ óra	3 ¹ / ₂ óra	5 ¹ / ₂ óra	6 ¹ / ₂ óra	24 óra	Tönkrement bacteriumok száma
A	Fejlődött cholera-telepek száma	9154	2440	2065	2160	2592	3734	∞	7089
B		24800	15466	11481	15390	26480	31280	∞	13319
C		46096	19840	19203	35640	48516	∞	∞	26893

Itt is a *C* részben 26893 cholera bacillus ment tönkre, míg a vele egyenlő nagy *A* és *B* részekben eredetileg volt 9154, illetve 24800 bacillus nem mind pusztult el.

Alig szükséges említeni, hogy ezen kísérleti eredmények épenséggel nem egyezhetők össze azzal a föltevással, hogy a vérben bacteriumölő anyagok vannak jelen.

2. Vér, melyben a bacteriumok már elszaporodtak, megsűrös után újból mutat úgynevezett bacteriumölő hatást.

Idetartozó kísérleteimnél a következőkből indultam ki: a vérben a belétezt bacteriumok egy része elpusztul; egy idő múlva azonban, a mikor a vér bacteriumölő képességének tana szerint a bacteriumölő anyag elfogyott, az életben maradt bacteriumok elszaporodnak. Az olyan vérnek tehát, melyben a bacteriumok már elszaporodtak, nem szabadna többé bacteriumölő hatást mutatni.

A kísérleteket következő módon végeztem: egészséges házi-

nyúl véreből savót készítettem és ezt bacteriumokkal fertőzve, testhőmérséknél tartottam. 24 óra múlva, a mikor a bacteriumok már elszaporodtak a vérben — a mint errőllemezen tenyésztéssel meggyőződtem — MUENCKE-féle agyagszűrőn megszürttem a savót a bacteriumoktól és újból fertőztem bacteriumokkal. Ezután időről-időre a szokott módon lemezeket öntöttem. Az eredményeket a következő táblázatok mutatják:

Staphylococcusoktól megszürt vérsavó + staphylococcus :

I d ő	0 percz	1 óra	2 óra	3 óra	24 óra
Fejlődött telepek száma	1521	501	538	405	∞

Staphylococcusoktól megszürt vérsavó + cholera bacillus :

I d ő	0 percz	1 óra	2 óra	3 óra	24 óra
Fejlődött telepek száma	460	328	282	85	∞

Staphylococcusoktól megszürt vérsavó + staphylococcus :

I d ő	0 percz	1 óra	2 óra	4 óra	5 óra	24 óra
Fejlődött telepek száma...	240	196	127	108	185	9400

Staphylococcusoktól megszürt vérsavó + b. coli commune :

I d ő	0 percz	1 óra	2 óra	4 óra	5 óra	24 óra
Fejlődött telepek száma...	804	587	549	249	347	∞

Typhusbacillusoktól megszürt vérsavó + typhusbacillus :

I d ő	0 percz	1 óra	2 óra	3 óra	4 óra	24 óra
Fejlődött telepek száma...	671	213	68	35	43	∞

Ezen eredmények világosan feltűntetik, hogy az olyan vérben, melyben a bacteriumok már elszaporodtak, a melyben tehát a supponált bacteriumölő anyagnak már el kellett fogynia: megszűrés után ismét elég tetemesen csökken az újólag belé tett bacteriumok száma. Az ebből levonható következtetés nem szorul bővebb magyarázatra.

3. A vérbe tett bacteriumok számának csökkenése talajváltozáson alapszik.

Már METSCHNIKOFF, HAFKINE, továbbá CHRISTMAS is végeztek kísérleteket annak bizonyítására, hogy a vérbe tett bacteriumok számának csökkenését a talajváltozás okozza. Kísérleteik azonban nem egészen kifogástalanok és más szerzők (KIONKA, DENYS és KAISIN) vizsgálataiban czáfolást is nyertek. Az ilyenfajta kísérletek végzését tehát a kérdés tisztázása okáért szükségesnek tartva: a főszólyt arra fektettem, a mire az említett szerzők nem nagy gondot fordítottak, hogy t. i. a talajváltozást teljesen elkerüljem. Ezen czélból a következő módon jártam el: az egészséges házinyúlból bocsátott vért defibrináltam vagy savót készítettem belőle és azután több steril kémcsőbe elosztottam. Az egyik részletet már most valami bacteriummal fertőztem és másnap vagy harmadnap, a mikor ezen részletben a bacteriumok már elszaporodtak, ugyanazon vérnek egy második részletét azon bacteriumokkal fertőztem, melyek az első részletben már elszaporodtak és időről-időre a szokásos módon lemezeket öntöttem. Ezzel egyidejűleg összehasonlítás czéljából ugyanazon vérnek egy harmadik részletét agar-agar-tenyészetből vett bacteriumokkal fertőztem és szintén öntöttem lemezeket. Ugy a már fertőzött, mint a még tiszta vérpróbákat 37° C. hőmérsék mellett tartottam. Minthogy némely esetben 24 vagy 48 óra alatt a bacteriumok még nem szoktak volt a vérhez, a kísérletet folytattam oly módon, hogy egy negyedik részlet vért a hozzá szoktatandó bacteriumokkal, vagyis a második részlet bacteriumaival fertőztem, egy ötödik részletet pedig agar-agar-tenyészetből vett bacteriumokkal.

És most áttérek néhány ily irányban végzett kísérletemnek ismertetésére.

I d ő	0 percz	1 óra	2 óra	3 óra	4 óra	5 óra	6 óra	24 óra
Vérben nőtt staphylococcus	46	134	138	154	208	196	216	∞
Agar-agaron nőtt staphylococcus	2961	1774	1654	1216	1087	819	1091	∞

I d ő	0 percz	1 1/2 óra	3 óra	24 óra
Vérben nőtt anthraxbacillus	446	531	748	∞
Agar-agaron nőtt anthraxbacillus	296	23	15	0

I d ő	0 percz	1 1/2 óra	3 óra	24 óra
Vérben nőtt cholera bacillus	3847	3260	6473	∞
Agar-agaron nőtt cholera bacillus	4116	1864	1498	∞

Idő	0 percz	1 1/2 óra	3 óra	24 óra
Vérben nőtt typhusbacillus	657	478	877	∞
Agar-agaron nőtt typhusbacillus	605	143	17	0

Az imént felsorolt kísérletek tehát azt mutatják, hogy az olyan bacteriumok, melyek a vérhez már hozzászórtak, ugyanazon vérnek egy másik részletébe átvive, itt számukban nem csökkennek (az itt-ott mutatkozó kislekű számbeli csökkenés a kísérletezési módszernek el nem kerülhető hiányosságában találja okát). Ez világosan utal arra, hogy a vérben tulajdonképen bacteriumölő anyag nem lehet jelen, és hogy a vérbe tett bacteriumok számának csökkenése a talajváltozáson alapszik. Ugyanazon bacteriumtenyészetnek individuumaik ugyanis nagyon különböző ellentálló képességgel bírnak; a gyengébbek a bizonyos fokú ellentálló erőt megkívánó más talajra — esetünkben a vérre — átültetést nem bírják el és tönkremennek.

*

A talajváltozást véve fel a vérbe tett bacteriumok számbeli csökkenésének oka gyanánt, könnyen megfejtendő azon körülmény is, a melynek magyarázata a vér bacteriumölő képessége védőinek

nagy nehézséget okoz, hogy tudniillik a vérben a bacteriumok azon esetben, ha nem pusztulnak el teljesen, egy ideig tartó számbeli csökkenés után szaporodásnak indulnak.

Ezen körülményt eleinte nagyon könnyen úgy vélték magyarázhatónak, hogy a vérnek supponált bacteriumölő anyaga egy bizonyos idő alatt elfogy. Ezen magyarázat ellen szólnak azonban azon kísérleti eredményeim, melyek szerint az olyan vérben, melyben a bacteriumok már elszaporodtak, a melyben tehát a supponált bacteriumölő anyagnak már el kellett fogyni, megszürés után ismét fogy az újólág belétett bacteriumok száma. Hasonlóképen nem állhat meg azon magyarázat sem, mely szerint a szervezetből kibocsátott vér lassanként oly változásokon megy keresztül, melyek következtében bacteriumölő képessége elvész. Igaz ugyan, hogy ezen elváltozások bekövetkeznek, de nem oly rövid idő alatt, hogy ez a kísérletekre befolyással lehetne. Másrészt pedig ezen magyarázat ellenében is felhozhatók a megszürt vérrel végzett, imént említett kísérleteim eredményei. Hasonló mondható azon magyarázatról, mely szerint a vér lassanként oly változásokon megy keresztül, melyek nagyon kedvező tenyésztő-talajjá teszik a bacteriumok számára.

A talajváltozás felvételével nagyon könnyen megfejtethők azon kísérleti eredményeim is, melyek szerint bizonyos párhuzamosság mutatható ki a vérbe tett és a tönkrement bacteriumok száma között.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1895. november 18.-án tartott üléséből.)

A M. T. Akadémia III. (mathematikai és természettudományi) osztályának ülésein az 1894. év folyamán előterjesztett munkálatok betűrendes jegyzéke, a megjelenés módjának megjelölésével.

- BITTÓ BÉLA: A növényrészek lecithin tartalmának meghatározásáról. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- DADAY JENŐ: Ujabb adatok a Balaton mikrofaunájának ismeretéhez. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- Az *anuræidæ rotatoria*-család revisiója. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- DADAY JENŐ ÉS BARROIS T.: Adatok az ægyptomi, palæstinai és syriai rotatoriák ismeretéhez. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- DONOGÁNY ZAKARIÁS ÉS TIBÁLD MIKLÓS: Az alkohol befolyása a fehérynye szétesésére. Magyar Orvosi Archivum, III. kötet.
- ÉNTZ GÉZA: A Quarnero két véglényéről. (Még nem jelent meg.)
- FARKAS GYULA: A Fourier-féle mechanikai elv alkalmazásai. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- GYÓRY ISTVÁN: A methylandinitrodiamin és vegyületei. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- HALLER BÉLA: Adalék a központi idegrendszer szövettani ismeretéhez. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XIII. kötet.
- HANKÓ VILMOS: Adatok a fény chemiai hatásához. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- HEGYFOKY KABOS: A levegő felső és alsó áramlásainak viszonyáról. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- HELLER ÁGOST: Az energia-tan alapjairól. Értekezések a mathematikai tudományok köréből. XV. kötet, 5. szám.
- HORVÁTH GÉZA: A gabonaneműeken élőködő gyökértetvekről. (Még nem jelent meg.)
- ILOSVAY LAJOS: Adalék a levegő összetételéhez. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- Az ozon és ammonia egymásra hatásakor keletkező termékekről. Mathematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.

- LOSVAJ LAJOS: Lavoisier emléke. Akadémiai Értesítő, V. kötet.
- KISS KÁROLY: A Schuller-féle higanyos légszivattyú működési képességének meghatározása. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- KLEIN GYULA: A keresztes virág alkatáról bonctani alapon. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- KLUG NÁNDOR: Vizsgálatok a gyomoremésztés köréből. Magyar Orvosi Archivum, III. kötet.
- Adatok a pepsinémésztéshez. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XIII. kötet.
- KOCH ANTAL: A Fruskagora hegység geológiája. Matematikai és Természettudományi Közlemények, XXVI. kötet. 5. szám.
- KONT GYULA: Manometrikus tükrök. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- KORÁNYI SÁNDOR: Új vizsgálati módszer a kóros szív alkalmazkodási képességének meghatározására. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet. — Orvosi Hetilap, 1895.
- KORDA DEZSŐ: Zárt magú transzformátorok áramgörbéinek megszerkesztése. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- A több phasisú dynamogépek egy sajátosságáról. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XIII. kötet.
- KOSUTÁNY TAMÁS: Adatok a növényi fehérje képződéséhez. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- KRENNER JÓZSEF: Lorandit, új thallium-ásvány Allcharról Makedóniában. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XIII. kötet.
- A Schuller-féle arsensulfid morfológiai és optikai viszonyairól. (Még nem jelent meg.)
- LANDAUER ÁRMIN: Adatok a víz szerepéhez a szervezetben. Magyar Orvosi Archivum, III. kötet.
- LENGYEL BÉLA: A tricarbonsulfid szerkezetéről. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- LIEBERMANN LEO és BITTÓ BÉLA: Adalék az élesztősejt ismeretéhez. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- MARGÓ TIVADAR: Adatok az ausztráliai Ceratodus pontosabb ismeretéhez. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- MÉHELY LAJOS: Lacerta praticola Eversm, a magyar fauna új gyíkja. Természettudományi Füzetek, 1895.
- A magyarországi farkos kétéltűek álcái. Természettudományi Füzetek, 1895.
- NAGY BÉLA: Az idegsejtek elváltozásairól vesztegnél. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.

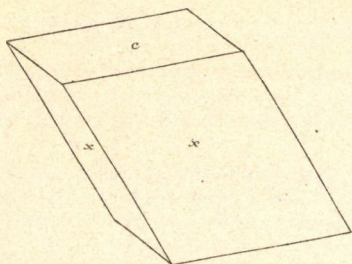
- ÓSODI ADOLF: Adatok a gége beidegzésének boncztanához, élettanához és kórtanához. Matematikai és Természettudományi Közlemények. XXVI. kötet, 2. szám.
- Az agyvelő hangképző középpontja. Archiv für Laryngologie und Rhinologie, 1894.
- RADOS GUSZTÁV: A szakaszos orthogonális helyettesítések elméletéről. (Még nem jelent meg.)
- RÉTHY MÓR: A végszerű egyenlőség főtételének bebizonyításához. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- A legkisebb actio elvéről. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XIII. kötet.
- SCHULEK VILMOS: Az erythrophia élettani meghatározása. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- Hályog-kicsúsztatás horpadtan csontkírtott lebenynyel és kerek szem-bogárral. Orvosi Hetilap «Szemészet» melléklete, 1895.
- SCHULLER ALAJOS: Adalék az arsen kénvegyületeinek ismeretéhez. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- A hangvillák némely alkalmazásáról. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- SCHWICKER ÁLFRÉD: A kaliumhypo-jodit átalakulásának sebessége. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- TANGL FERENCZ: A bélüterek lekötésének hatása a lélekzésre és a has-üri emésztő-szervek gázcseréjének nagysága. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- TANGL FERENCZ és HARLEY VAUGHAN: Vizsgálatok a máj ezukorképző működéséről. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- TELLYESNICZKY KÁLMÁN: A gyíkhere szöveti szerkezetéről. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XIII. kötet.
- VAS FRIGYES: A járulékos és bolygó ideg viszonya a szívmozgáshoz. Magyar Orvosi Archivum, III. kötet.
- VÁLYI GYULA: Többszörös involutio. Matematikai és Természettudományi Értesítő, XII. kötet.
- ZIPEKNOVSZKY KÁROLY: Elektromos üzem alkalmazása távforgalmi vas-utaknál. Akadémiai Értesítő, V. kötet.

Sajtóhibák.

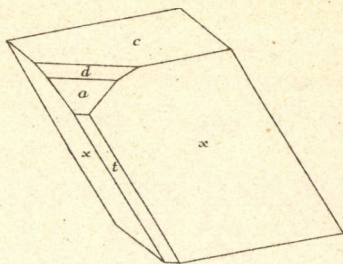
- A 18. lapon a 2. sorban « $I_1 \frac{dM}{dt}$ » helyett « $I_1 \frac{dM_1}{dt}$ »;
- a 18. lapon a 25. sorban « $M_1 I_1 + M_2 I_1$ » helyett « $M_1 I_1 + M_2 I_2$ »;
- a 18. « a 26. « « $\sin^2 \varphi$ » helyett « $\sin \varphi$ »;
- a 19. « a 2. « «reactionak» helyett «perturbatióknak»;
- a 19. « a 16. « «reactió» helyett «perturbatió»;
- a 19. « a 17. « «reactiót» helyett «perturbatiót»;
- a 228. « a 11. « c' -nek helyett C' -nek;
- a 228. « a 15. « $H'=c'$ helyett $H'=C'$;
- a 228. « a 30. « $H'=c'$ helyett $H'=C'$;
- a 228. « a 33. « $H'=c'$ helyett $H'=C'$;
- a 229. « a 22. « $H'=c'$ helyett $H'=C'$;
- a 229. « a 18. « $H'=c'$ helyett $H'=C'$;
- a 230. « a 18. « c' -hez helyett C' -hez;
- a 230. « a 20. « c helyett c' ;
- a 231. « a 25. « Δx helyett Δk ;
- a 231. « a 31. « c helyett C ;
- a 231. « a 32. « c' helyett C' olvasandó.



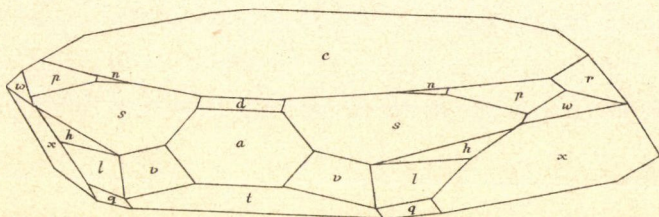
1.



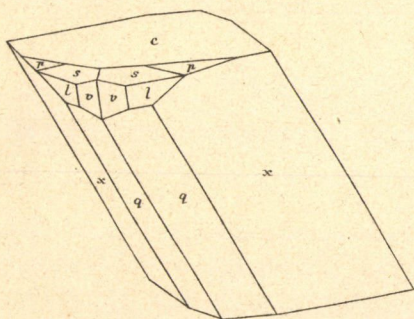
2.



3.



4.



5.

