

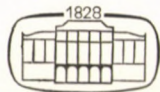
ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

REDIGIT: M. MAJOR

TOMUS 64

FASCICULI 1—2



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1969

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

SZERKESZTŐ BIZOTTSÁG

BARTA ISTVÁN, BÖLCSKEI ELEMÉR, GESZTI P. OTTÓ,
LÉVAI ANDRÁS

Az *Acta Technica* német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az *Acta Technica* változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, négy füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők:

Acta Technica

Budapest V., Münnich Ferenc u. 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az *Acta Technica* előfizetési ára kötetenként belföldre 120 forint, külföldre 165 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó”-nál (Budapest V., Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-46), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest I., Fő utca 32. Bankszámla: 43-790-057-181) vagy annak külföldi képviselőinél és bizományosainál.

Die *Acta Technica* veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, französischer, englischer und russischer Sprache.

Die *Acta Technica* erscheinen in Heften wechselnden Umfangs. Vier Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica

Münnich Ferenc u. 7.

Budapest V.

Ungarn

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

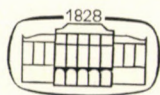
Abonnementspreis pro Band: 165 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Außenhandels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest I., Fő utca 32. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

REDIGIT: M. MAJOR

TOMUS 64



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1969

OPEN PUMPING IN SHEETED TRENCHES

L. MOLNÁR

BUILDING RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST, HUNGARY

The determination of flow conditions prevailing during the drainage of a sheeted partially penetrating trench by exact mathematical methods involves great difficulties. By means of the electric model providing results the accuracy of which is close to the theoretical solution, the effect of the variation of the parameters of the boundary conditions exerted on the amount of water, etc. can be determined. It can be proved that the thickness of the permeable layer under the bottom of the trench influences the discharge considerably only as long as its thickness is not greater than three times the width of the trench. On the other hand, the increase of the length of the sheet wall has a great effect on the maximum outlet gradient. The length of the sheet wall greatly influences also the distribution of the amount of water entering at the bottom of the trench.

1. Introduction

Open pumping is one of the most economical dewatering method, however, its application is difficult, due to the fact that properties of flow have not been properly clarified. While, for example, if in case of well-point drainage any difficulty arises in connection with the lowering of water level, the trouble can be eliminated during operation, in case of open pumping, as soon as the soil failure occurs, the trouble can be eliminated only by the application of another, sometimes very expensive method in case any irreparable damage does not occur.

For this reason, if open pumping is used, it is necessary to know both the soil conditions and the circumstances of flow with greater accuracy than in the case of any other method of dewatering.

Soil failure theories which are available at present, presume the knowledge of flow net, or at least that of the magnitude of exit velocities and gradient, respectively. The determination of these data is highly important from a practical point of view, but it involves great difficulties for many boundary conditions which are encountered in a practice. The analytical solution of even the simplest case of boundary conditions leads to complicated elliptical integrals, the solution of which, while requiring a sophisticated mathematical apparatus, are extremely time-consuming. For many boundary conditions an exact mathematical solution is not even obtainable.

This paper is concerned with a boundary condition which is very frequently encountered in practice, but rather neglected in theory, namely, the question of the sheeted and partially penetrating trench, in case of lateral water supply.

The solution of flow problems was obtained by using an electric analogon. The investigation covered the effect of the thickness of the water bearing stratum under the bottom of the trench and that of the depth of the sheet wall.

2. Description of the equipment and method of investigation

Hungarian and foreign literature deals extensively with the theoretical and practical problems of the electrical analogical method [1—12]. Here only a brief review is presented concerning the problems of modelling, evaluation and establishment of the boundary conditions.

In the investigations, it was assumed that the flow was homogeneous and isotropic, surface of the impervious lower layer and the original groundwater level were horizontal before starting the dewatering. In this case, the vertical plane passing through the axis of the trench is a symmetry plane from the point of view of flow. Therefore, it was sufficient to use one half of trench only as a model.

Fig. 1 shows a sketch of the electric model of the part of the trench of $2b$ width on one side of its symmetry plane. The inlet and outlet surfaces of the flow are made of copper plates, the other interfaces influencing the flow of insulating plates. The investigation was difficult because the phreatic line was not known in advance, and it had to be determined by means of successive approximation. Using the known method, it was possible to determine with high accuracy the real shape of the phreatic line.

The investigations were divided into two major parts. In the first part we investigated how the variation of values t and c (as indicated in Fig. 1)

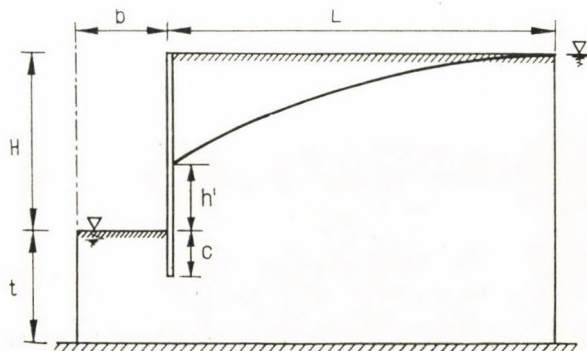


Fig. 1. The sketch of the electric model

influence the amount of water flowing into the trench, the form of the depression curve (its h value), as well as the value of the maximum outlet gradient developing in the line of intersection of the sheet wall and the plane at the bottom of the trench (I_{\max}). In the second part it was studied how the value of t and c influences the distribution of the amount of water flowing in along the bottom of the trench.

For this latter investigation, we divided the copper plate serving for the modelling of the bottom of the trench into five equal parts, and we measured separately the electric current flowing through each surface section which is proportional to the amount of water flowing in at that surface.

3. The effect of the thickness of the water bearing stratum under the bottom of the trench on the discharge

The effect of the variation of values t and c , water discharge q , and on values h' and I_{\max} was investigated in 35 model versions. The results are shown in Table I. Here in the third column there is indicated the non-dimensional value q/kH instead of water discharge q' which is a so-called model form factor proportional to the discharge. It depends only on the boundary conditions.

For the investigation of the effect of the thickness of water supplying layer, from Table I random values q/kH were selected arising in case of a sheet wall reaching to the bottom plane of the trench ($c/b = 0$), and plotting values $t/b = 2t/H$ on the abscissa and q/kH on the ordinate, so the curve to be seen in Fig. 2 was obtained. It can be clearly seen that in case of small t values, the water discharge increases first rapidly with the increase of t , and with greater values of t it increases at a lower rate. When $t \approx b$, a further increase no longer influences the water discharge.

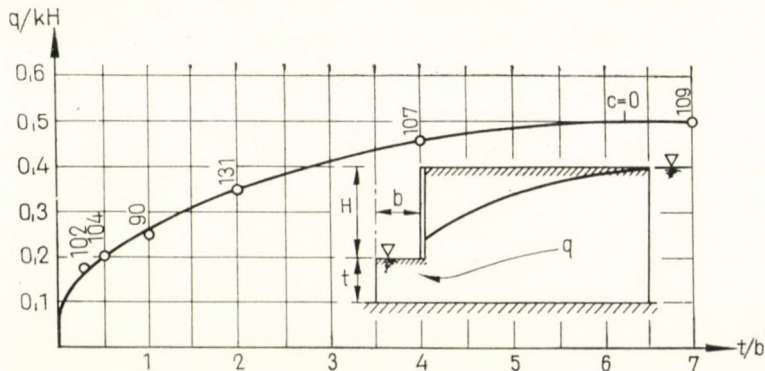


Fig. 2. The effect of the thickness of the water bearing layer under the bottom of the trench (t) on the water discharge when there is a lateral water supply

Table I

Results of the investigations of electric models for the boundary conditions given in Fig. 1

$\frac{t}{H}$	$\frac{c}{b}$	$\frac{q}{kH}$	$\frac{h'}{H}$	I_{\max}
1	2	3	4	5
0,125	0	0,14	0,17	—
	0,2	0,12	0,50	1,38
0,25	0	0,20	0,13	—
	0,2	0,17	0,34	0,87
	0,4	0,14	0,50	0,55
0,5	0	0,25	0,15	—
	0,1	0,24	0,27	1,14
	0,2	0,22	0,30	0,90
	0,4	0,21	0,36	0,66
	0,6	0,19	0,55	0,44
	0,9	0,13	0,64	0,35
	0,95	0,13	0,71	0,27
0,75	1,00	0,20	0,57	0,42
1,0	0	0,35	0,23	—
	0,2	0,33	0,32	1,38
	0,4	0,30	0,41	—
	1,0	0,25	0,55	0,46
	1,5	0,21	0,64	0,40
	1,75	0,15	0,75	0,32
	1,85	0,15	0,75	0,32
1,95	0,11	0,79	0,22	
2,0	0	0,46	0,22	—
	0,2	0,42	0,40	1,58
	0,4	0,38	0,48	1,00
	0,6	0,38	0,56	0,74
3,5	0	0,51	0,27	—
	0,2	0,46	0,44	1,66
	0,4	0,39	0,54	1,19
	0,6	0,38	0,63	1,01
	0,8	0,36	0,68	0,83
	1,0	0,31	0,70	0,77
	1,5	0,27	0,77	0,63
2,0	0,25	0,80	0,54	

Fig. 2 indicates the character of the process, however, the numerical values are correct only for boundary conditions where ratios $l/H = 3,82$ and $H/b = 2$, corresponding to the model constants.

4. The effect of the length of the sheet wall

Fig. 3 shows the relationships of the effect of the length of the sheet wall on the amount of water flowing into the trench, q' on the maximum outlet gradient and on the shape of the depression curve (h'), constructed on the basis of the data given in Table I. Another restriction in the investigations was that the thickness of the water bearing layer was fixed at $t/b = 1$, the only variable being c .

The water discharge — as it is to be seen from curve q/kH of Fig. 3 decreases linearly with the increase of c , until the free surface under the tip of the sheet wall is reduced to 20% of the original opening. Beyond 80% closing, the water discharge decreases more rapidly.

It can be seen from the figure that in order to decrease the water discharge, the partial closing has a rather slight effect.

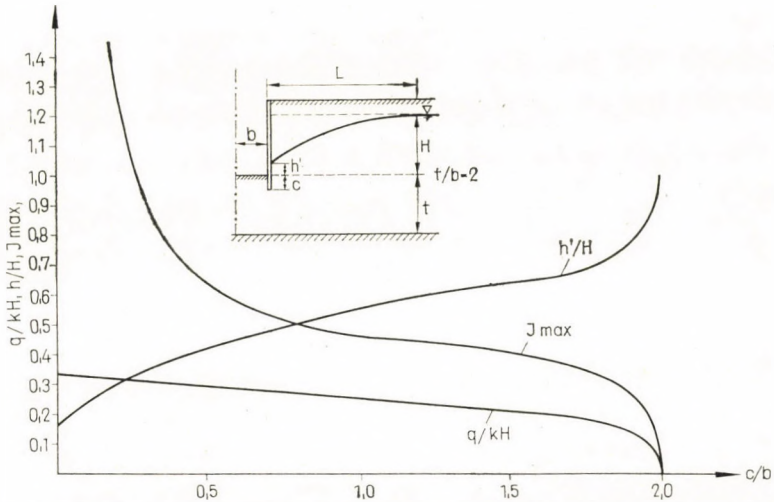
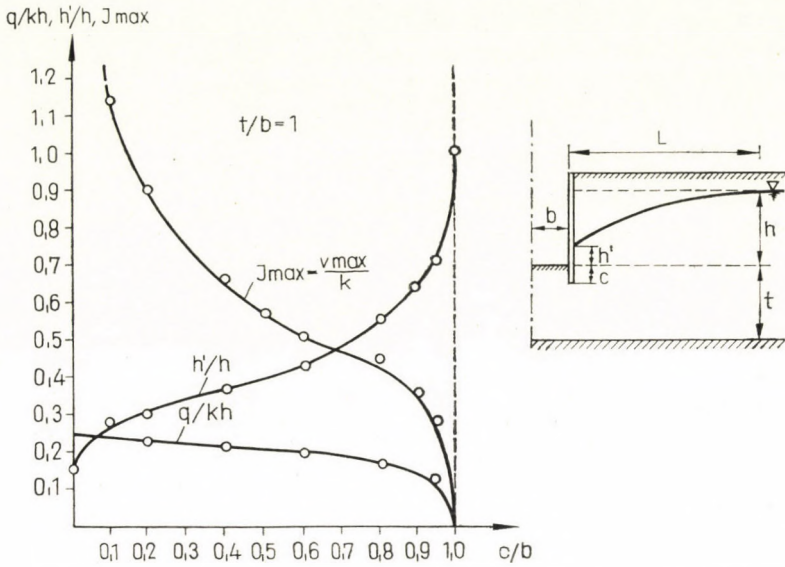
On the other hand, the value of the maximum outlet gradient occurring in the line of intersection of the bottom and the sheet wall reaching down to the plane of the bottom of the trench ($c = 0$), the value of I_{\max} is theoretically infinite. With the increase of c , I_{\max} decreases rapidly, so that at $c/b = 0,2$ its value already falls below unity. Consequently, from the point of view of soil failure the sheet wall is of the utmost importance, but it also makes clear that from the point of view of the prevention of soil failure there is no need for an excessive sheet wall length.

Fig. 4 represents relationships similar to those of Fig. 3, for a greater thickness of the water bearing layer ($t/b = 2$).

5. The distribution of the inflowing amount of water along the bottom of the trench

In order to determine the distribution of the inflowing amount of water, the bottom plate of the trench was divided into five equal parts, and the quantity of electric current flowing through on each surface element, was measured. This value determines the q/kH value for each surface element. In the course of the investigations, the following ratios were fixed: $L/H = 1,90$, $H/b = 2$, $t/b = 1$.

The depth of the sheet wall (c) was varied. The investigation resulted in the q/kH values which are proportional to the amounts of water flowing



Figs 3 and 4. The effect of the length of the sheet wall on water discharge into the trench (q/kH), on the values of the maximum hydraulic gradient (J_{max}) and on the height of the free surface (h'/H)

through the surface elements 1—5. The results of the investigations are given in Table II.

The variation of q/kH plotted as a function of c/t is shown in Fig. 5, based on the data in Table II.

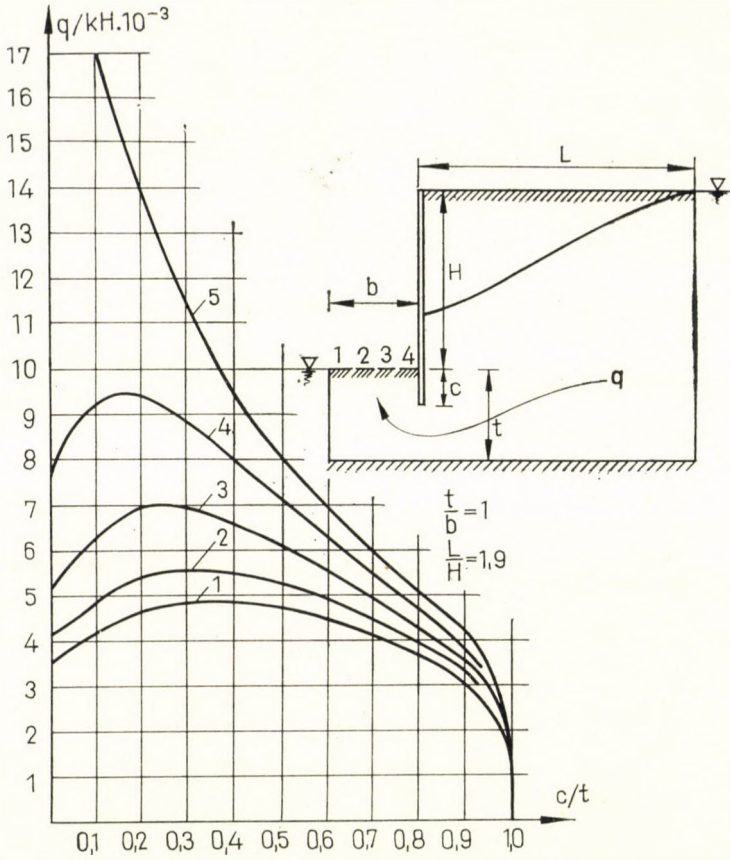


Fig. 5. The variation of q/kH which is proportional to the water discharge on surface section 1-5 of the bottom, plotted as function at c/t

Table II

Distribution of q/kH which is proportional to the water discharge along the bottom of the trench

$\frac{c}{t}$	q/kH					6.
	1.	2.	3.	4.	5.	
0	0,036	0,041	0,052	0,076	0,263	0,47
0,1	0,042	0,048	0,059	0,093	0,173	0,42
0,2	0,047	0,054	0,070	0,094	0,143	0,41
0,5	0,047	0,050	0,062	0,072	0,081	0,31
0,9	0,031	0,033	0,036	0,042	0,044	0,19

On surface element No. 5 nearest to the sheet wall an extremely great amount of water flows through if the depth of the sheet wall is small. This is conform with the previous result of the investigations showing that in this case the outlet gradient in the vicinity of the sheet wall is extremely great (Figs 3 and 4). Increasing the depth of the sheet wall, the amount of

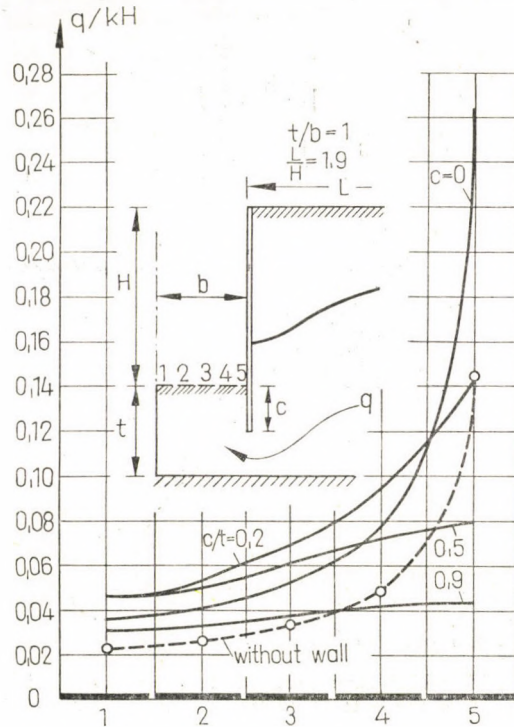


Fig. 6. The distribution of water discharge for surface sections 1—5 of the bottom of the trench plotted as function of the length of the sheet wall (c/t ratio)

water flowing in on surface element no. 5 decreases rapidly. The character of variation is similar to the variation of I_{\max} to be seen in Figs 3 and 4, respectively. On the other hand, the variation of the amount of water flowing through the elements 4—1 shows a quite different character. If the sheet wall gets deeper, the amount of water increases first, then starts to decrease at a well defined sheet wall depth.

This phenomenon, which seems to be unusual, can be explained by the fact that the initial lowering of the sheet wall diverts the inflowing water quantity towards the centre of the trench, and in case of lowering the sheet wall to a greater depth, the closing effect of the sheet wall acts in the centre of the trench, too.

In Fig. 6 the distribution of the amount of water along the bottom of the trench can be seen for different driving depths of the sheet wall. On the abscissa the individual surface elements are represented, the ordinates are proportional to the amount of water flowing through the individual surface elements. By connecting the obtained points a continuous curve, the characteristic of the distribution of water quantity, was obtained. The dashed line gives the amount of water, when there is no sheet wall. In this case, a part of the water discharge enters from the sides, thus, the total amount of water coming from the bottom is less than that in the case of the use of a sheet wall.

REFERENCES

1. HOLLOWAY, G.—BURTON, R. E.: Rapid Technique for Estimating Seepage Discharge. *Civil Engineering and Publ. Works Rev.*, (1964)
2. ISAKOFF, S. E.: Analysis of Unsteady Fluid Flow Using Direct Electrical Analogs. *Industrial and Engineering Chemistry*, (1955)
3. JOHNSON, H. A.: Seepage Forces in a Gravity Dam by Electrical Analogy. *Proc. ASCE*, (1955) Oct.
4. CHONG-HUNG-ZEE: Flow into a Well by Electric and Membrane Analogy. *Proc. ASCE*, (1955), Oct. no. 817.
5. KÉZDI, A.—MARKÓ, I.: The Protection and Drainage of Earthworks. Technical Publishing Company, Budapest 1964
6. LIEBMAN, G.: Electrical Analogues. *British Journal of Applied Physics*, (1953) July.
7. MOLNÁR, L.: Open pumping. The Distribution of Water Quantity at the Bottom of the Trench in Case of Water Supply from above. The Questions of Seepage and Well Hydraulics. *Conference*, Budapest 1966.
8. MOLNÁR, L.: The flow of Air to Vacuum Wells. *Hydrological Journal* (1966), 165—171.
9. PEATTIE, K. R.: A Conducting Paper Technique for the Construction of Flow Nets. *Civil Engineering Public Works Review*, (1965)
10. RELTOV, B. F.: Electrical Analogy Applied to Three-Dimensional Study of Percolation under Dams Built on Pervious Heterogeneous Foundations, *Trans. 2nd Congr. on Large Dams*, 5 (1936), 73
11. VAIDHIANATHAN, V. S.: The Application of Electrical Analogy to the Design of Hydraulic Structures. New Delhi 1954
12. WYCKOFF, R. D.—REED, D. W.: Electrical Conduction Models for the Solution of Water Seepage Problems. *Physics*, Volume 6, Dec. 1935.

Осушение канавой в ограниченном с шпунтовым рядом котловане

Л. Мольнар

Определение гидродинамических условий вокруг ограниченного шпунтовым рядом котлована путем строгого математического анализа очень трудно. При помощи электрической модели, дающей результаты, стоящие близко к теоретическому решению, можно быстро определить действие изменения параметров предельных условий. Толщина водоносного слоя под дном котлована сильно воздействует на количество втекающей воды только в том случае, если ее толщина не превышает тройной ширины котлована. Углубление шпунтового ряда снижает количество втекающей воды только в незначительной мере, пока шпунтовый ряд не перекроет водоносный слой под котлованом до 80%. В процессе дальнейшего перекрытия количество втекающей воды сильно уменьшается. Углубление шпунтового ряда сильно воздействует на величину максимального выходного гидравли-

ческого градиента. Шпунтовая стена, забитая на глубину, соответствующую к 10% общей ширины котлована, снижает гидравлический градиент, соответствующий шпунтовой стене с глубиной равной нулю (теоретически бесконечный) до величины меньше единицы. В случае шпунтовой стены, забитой на глубину равную нулю (глубина забивки во всех случаях следует считать от дна котлована), наибольшая часть втекающей в котлован воды концентрируется вблизи стены котлована. С опусканием шпунтовой стены, общее количество втекающей воды уменьшается только в небольшой мере, но распределение ее становится более уравненным.

OBSERVATIONS AND EXPERIENCES DURING THE DEWATERING OF A FOUNDATION PIT

GY. SZABÓ

BUREAU FOR SURVEYING AND SOIL EXPLORATION, BUDAPEST, HUNGARY

During the dewatering of a large foundation pit an initial discharge of 200 litres/min was observed at each pumping station, which, however, dropped to 20 litres/min after 5 months. Visual and instrumental observations made in the course of the dewatering operations in the fine sand revealed that the drawdown range did not increase beyond 875 m and no additional lowering of the groundwater table towards the row of pumping wells was 1%. The permeability of the soil was 3,84 m/day.

1. Introduction

During the construction of a large industrial project large-scale dewatering operations became necessary in order to keep water out of the foundation pit. Observations during the extended dewatering operations offered opportunity to check the theoretical predictions against measured values.

2. Main characteristics of the site

The foundation pit to be dewatered was 270 m long, of 50 m average width and of 7 m average depth. In some places the depth of excavation attained 8 to 10 m. The suction line of the vacuum wells surrounding the simultaneously excavated pit was divided into 6 sections, each of which was served by a pumping station equipped with vacuum pumps. Two additional pumping stations with the appertenant well points became necessary as parts of the pit were excavated deeper. The required lowering of the groundwater table could thus be accomplished in two stages.

In the foundation pit a complicated basement system including ventilation machine halls, service tunnels, machine foundations, cable ducts will be constructed.

The slope of the groundwater table under the construction site was 1‰; at the highest point the groundwater was 1,8 m below the terrain at the beginning of pumping. The soil varied from silty fine sand to fine sand underlain by an impervious silt or sandy clay layer at a depth of 10 m.

3. Observations, initial conditions

Site observations and the evaluation of results were carried out for a single pumping station only. The row of well points served by the pumping station was 100 m long in the projection perpendicular to the direction of groundwater flow. The steady groundwater level measured at the center of the row, in the vicinity of the pumping station was 2,5 m below datum before pumping was started.

Calculations were based on the following assumptions:

- a) Darcy's law was considered valid;
- b) the slope of the groundwater table is constant ($i = 0,01$) and the groundwater table extends to infinity in all directions;
- c) the water bearing layer is a uniform fine sand;
- d) the depression caused by the pumps is effective down to the impervious substratum;
- e) the dewatering of the large construction pit causes two-dimensional seepage over the section investigated.

4. Soil permeability

a) Pumping test

In the course of preliminary design the permeability of the soil was determined by pumping tests, from the results of which the permeability coefficient was obtained as $k = 5,8 \times 10^{-5}$ cm/sec = 5,01 m/day.

b) Checking calculations

The discharge from the row of vacuum wells served by the pumping station investigated, became steady after 5 months of pumping. No further lowering of the groundwater level was thereafter observed in the wells (Fig. 1). Neither did the drawdown range R show any further change.

The discharge consisted initially of two parts, one part resulting from the gradual depletion of the space above the drawdown surface which itself became continuously deeper as pumping proceeded, the second part being due to water filtering into the depression zone. Once steady conditions were established, the discharge pumped by the station was exclusively due to water that flowed from the outside into the depression zone.

Assuming the validity of Darcy's law and seepage to occur in two dimensions, we have

$$q_0 = F k i, \quad (1)$$

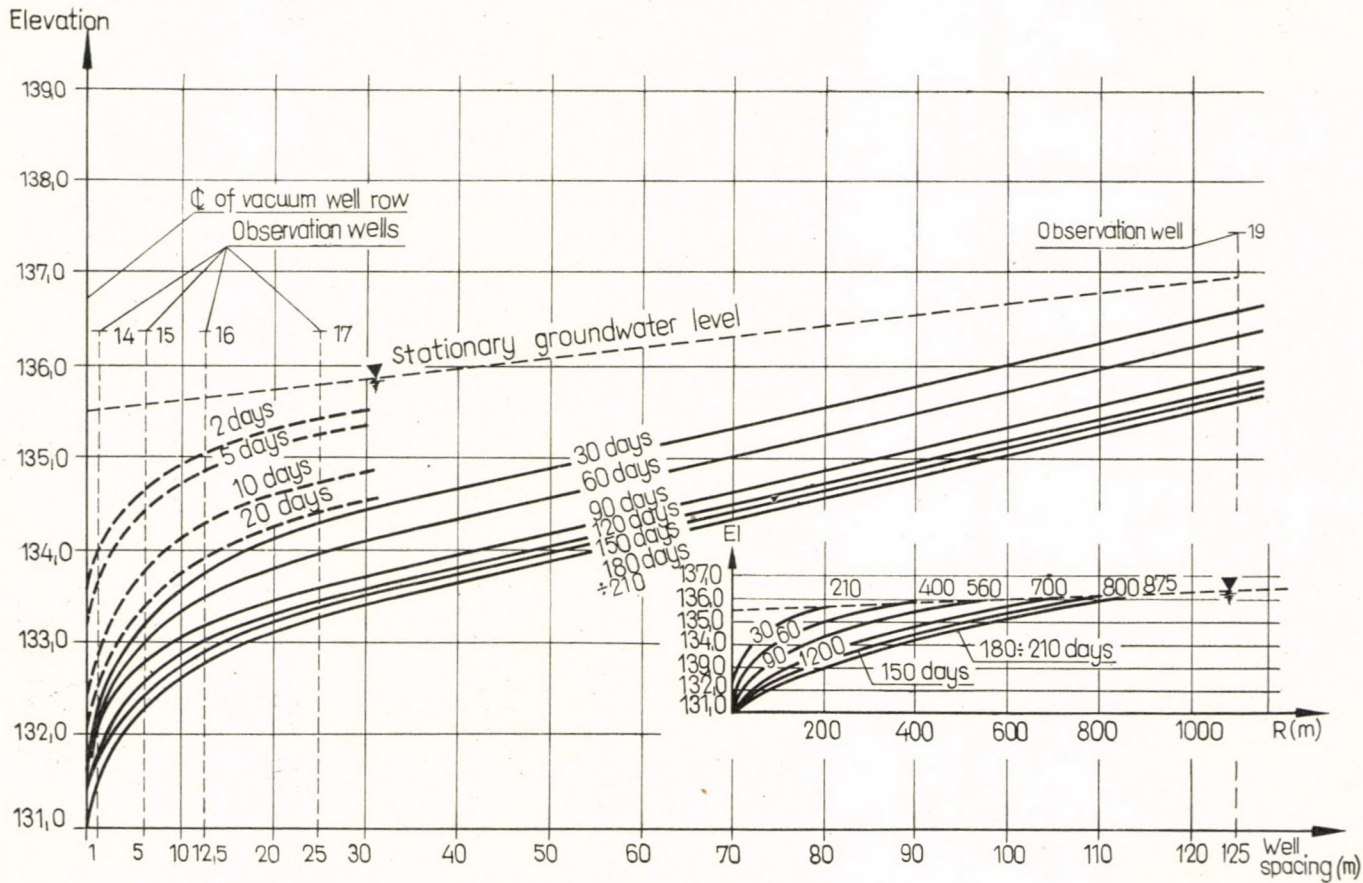


Fig. 1. Test load curves of piles in sandy soils

where

$F = 100 H$ = the seepage cross section area (100 m is the length of the seepage line
 H is the height of the water column).

With the observed values

$$q_0 = 20 \text{ litres/min} = 28,8 \text{ m}^3/\text{day}$$

$$i = 0,01,$$

$$F = 100 \text{ m} \times 2,7 \text{ m} = 750 \text{ m}^2$$

we have, since

$$q_0 = Fki,$$

$$k = \frac{q_0}{iF} = \frac{28 \cdot 8}{0,01 \cdot 750} = 3,83 \text{ m/day, or}$$

$$k = 4,5 \times 10^{-5} \text{ m/sec.} \quad (2)$$

This value has been used hereafter for calculations.

5. Relationship between water volume, length of pumping period and influence range of the depression curve

Assuming seepage from one side only, the discharge flowing to the well row can be readily calculated from the familiar relationship (Fig. 2)

$$q = 100 zki = 100 kz \frac{dz}{di},$$

where

q = the water volume produced during unit time per 100 m length of the well row
 $i = dz/dx =$ the relative slope.

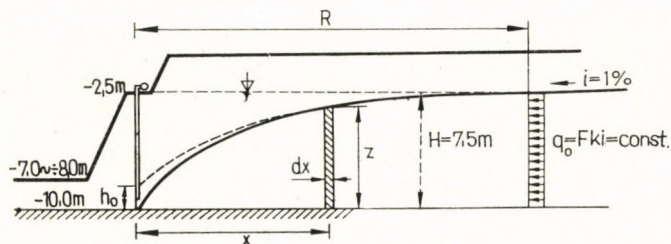


Fig. 2. Test load curves of piles in loose sand

Upon the separation of the variables and integration the above expression becomes:

$$q = \frac{100 k}{2 x} (z^2 - h_0^2).$$

Owing to vacuum effects and to the presence of the impervious layer below, and close to the bottom, the value of h_0 can be neglected, so that

$$q = \frac{100 k}{2 x} z^2. \quad (3)$$

The volume of the space enclosed by the original groundwater surface and the depression cone becomes

$$V = RH 100 - V'$$

where

$$V' = 100 \int_0^R z dx,$$

and the magnitude of z is computed from Eq. (3), i.e.,

$$z = \sqrt{\frac{2q}{100k}} \cdot \sqrt{x}.$$

Consequently

$$V' = 100 \sqrt{\frac{2q}{100k}} \int_0^R \sqrt{x} dx = \frac{200}{3} \sqrt{\frac{2q}{100k}} R^{3/2},$$

$$V = 100 RH - \frac{200}{3} \sqrt{\frac{2q}{100k}} R^{3/2}.$$

The total discharge produced is composed of the volume withdrawn from the depression cone and the outside inflow, thus

$$Q = n \left(100 RH - \frac{200}{3} \sqrt{\frac{2q}{100k}} R^{3/2} \right) + Q_0 \quad (4)$$

wherein

- Q = the total volume (m^3) withdrawn per 100 length of construction pit
- n = the pore volume of the water-yielding aquifer ($n = 0.4$ in this particular instance)
- Q_0 = the total inflow volume (m^3) through the boundary defined by the depression range into the depression zone.

The depression range is expressed from Eq. (4) as

$$R = \frac{Q - Q_0}{n \left(100H - \frac{200}{3} \sqrt{\frac{2q}{100k}} \sqrt{R} \right)} \quad (5)$$

A direct computation of R from Eq. (5) is impossible, as R figures under the square root sign on the right-hand side of the equation. By successive approximation, on the basis of actually observed discharges, the value of R was computed and it was found that the shape of the depression curve remained essentially constant after 5 months. Having attained the value of $R = 875$ m,

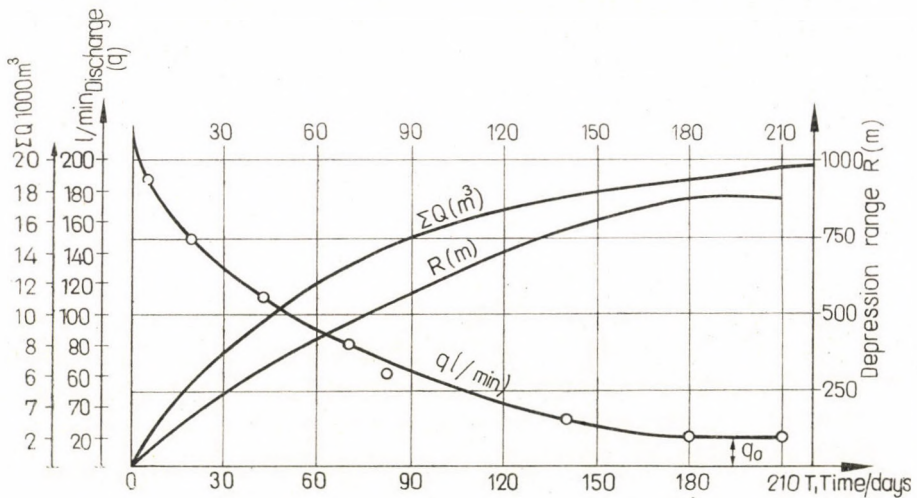


Fig. 3. Test load curves of piles in medium compact and compact sands

no more than the external inflow due to the natural slope of the groundwater table remained to be removed by pumping. The relationship between time, discharge and R is shown with theoretical and observed values in Fig. 3.

Information on variations of the depression curve is also obtained from water levels observed in a row of wells arranged perpendicular to the row of vacuum wells. Lowering of the groundwater table was started on the 20th July, 1967 and no level fluctuation occurred in the observation wells after January, 1968 (Fig. 1).

In these calculations flow towards the well row was assumed to occur from one side only. The well points penetrating the full depth of the pervious layer formed a complete enclosure around the construction pit. From the interior space the water volume contained in the construction pit had to be removed once only, which necessitated in the initial phase of pumping the re-

moval of about 3000 m³ of water on the average by each of the pumping stations.

The enclosure of the construction pit was completely successful and work therein was carried out under perfectly dry conditions.

In spite of the fact, that the depression curve on the external side of the construction pit may be regarded as rather steep, the vacuum-pump installation was capable of removing on the internal side every "drop" of water from the soil, down to the impervious sublayer.

A comparison of the small yield (which was 200 litres/min initially and dropped to no more than 20 litres/min in the final stages of dewatering) with the pumping capacity installed will reveal that the construction firms are ingeneral, not equipped with the suitable range of pumps. Instead of the high-capacity pumping sets, the purchase of a larger number of up-to-date, small-capacity pumps should be emphasized. Disregarding coarse gravel soils, low discharges were commonly encountered during unwatering operations.

The operational and safety standby capacity of pumping stations should be selected in a manner permitting in the initial stage of pumping the removal of water by the simultaneous operation of main and standby pumping units, whereas the standing pumps assume their original reserve function at subsequent stages only. In these stages discharges are very low, on the one hand, while on the other, any operational trouble would involve grave consequences.

Наблюдения в процессе обезвоживания котлована и оценка данных

Д. Сабо

В процессе обезвоживания крупного котлована начальный расход в 200 л/мин по каждому насосному агрегату, через пять месяцев снизился уже до одной десятой начального. Проведенные в процессе обезвоживания в мелкозернистом песке измерения и наблюдения показали, что эффективное расстояние депрессии дальше 875 м уже больше не возрастает, снижение уровня грунтовых вод завершилось через 5 месяцев. Наклонение уровня грунтовых вод в направлении всасываемых колодцев было 1%. Коэффициент фильтрации грунта был $k = 3,84$ м/сутки. В отечественной практике — за исключением территорий с гравийным основанием — вообще наблюдаются низкие расходы, а в то же время наши строительные предприятия располагают мощными насосными агрегатами.

L'INFLUENCE DE L'EMPLOI DE BERMES SUR LA STABILITÉ DES TALUS

A. TIMÁR

UNIVERSITÉ TECHNIQUE, BUDAPEST, HONGRIE

A method is developed for estimating the stability of slopes constructed with a berm. Investigations have been extended to nine fundamental cases (three different slope inclinations and three different berm heights). The stability coefficient was plotted graphically in terms of the angle of internal friction of the soil or the ratio berm width to slope height. Directives are given for the selection of the most economical location, design and dimensions of the berm. The use of the results obtained is illustrated by two practical examples.

Les talus des fouilles de construction comportent souvent des bermes utilisées pour des raisons de sécurité, des raisons techniques (emplacement de puits filtrants) ou autres. Une bonne partie des terrils des mines de charbon et de minerais à ciel ouvert, ainsi que des digues emploient, de même, des talus à bermes. Aussi voit-on se manifester un intérêt légitime pour le calcul de la stabilité des talus construits avec des bermes, calcul qui tient également compte de l'effet résultant de l'emploi de ces dernières. Dans la présente étude, nous exposons une méthode permettant d'effectuer ce calcul et de chiffrer aussi l'effet positif (augmentant la sécurité) que l'emploi de bermes peut avoir du point de vue de la stabilité des talus.

I. Notations, données fondamentales

On a examiné neuf cas fondamentaux selon les notations du talus de la figure 1, pour les valeurs $\mu = 1/2, 2/3, 3/4$, et $\cot \beta = 1,0, 1,73, 2,0$.

Le poids volumétrique du sol a été pris $\gamma = 2,0 \text{ Mp/m}^3$.

Les résultats sont donnés en fonction du rapport p/h entre la largeur de la berme et la hauteur du talus.

La place dont nous disposons ne permettant point la publication de tous les résultats, abaques et figures, nous nous bornerons à en présenter les plus importants. Soulignons ici que les résultats obtenus ont été analogues dans tous les cas examinés.

Dans nos calculs, les surfaces de glissement dangereuses ont été supposées traversant le pied; l'angle d'inclinaison formé par la corde du cercle et l'horizontale a été désigné par α ; enfin l'angle central 2θ a été considéré avec

les valeurs publiées par TAYLOR [1] (cf. figure 1). Ajoutons que, dans les cas de $\Phi = 0$ et $\Phi = 5^\circ$, nous avons toujours supposé un glissement de talus par le pied, bien que dans ces cas, il existe aussi une rupture profonde plus dangereuse au-dessous du pied du talus.

Le facteur de sécurité caractérisant la stabilité des talus a été calculé selon [2], comme sécurité composée (cf. figure 5).

En cas de Φ donné, la valeur de la cohésion nécessaire correspondant à la valeur $\nu = 1$ (β -constante) a été de même calculée en utilisant les données, les abaques de Taylor.

2. Hypothèses fondamentales

Sous les conditions résumées au point 1, l'emploi de bermes augmente le facteur de sécurité, donc si $p > 0$, on aura pour le même talus (β -constante, h -constante)

$$\nu_p > \nu$$

où ν_p signifie le facteur de sécurité valable en cas d'emploi de bermes.

Si on suppose la valeur de Φ constante, cette supposition peut aussi s'écrire sous la forme

$$N_{cp} < N_c,$$

où l'indice p indique encore la présence de la berme et $N_c = c/(h \gamma)$.

Suivant notre méthode, nous prendrons pour le calcul de N_{cp} un talus d'inclinaison fictive β' , pour lequel il est vrai (la surface de glissement étant considérée comme constante) que la somme des forces (poids) verticales provoquant le glissement est invariable:

$$\Sigma G \cdot f(\beta) = \Sigma G \cdot f(\beta'). \quad (1)$$

Cette condition se trouve satisfaite si les aires hachurées de la figure 1 sont égales. Sur cette base, on peut déduire la relation suivante:

$$\cot \beta' = \cot \beta + (1 - \mu) \frac{2p}{h}. \quad (2)$$

En utilisant cette relation on peut, pour une largeur de berme p quelconque, calculer l'inclinaison fictive β' du talus, et en connaissance de celle-ci, la sécurité de ce dernier.

La question peut se poser de savoir jusqu'à quelle valeur limite \bar{p} l'augmentation de p accroît la sécurité. Cet état limite ($\Delta \nu = 0$) est atteint, quand la sécurité calculée du talus d'inclinaison fictive β' et de hauteur h est identique

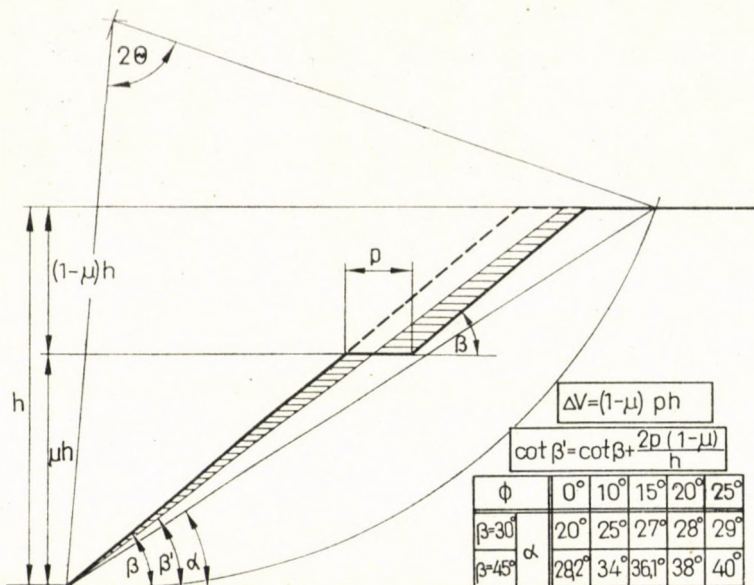


Fig. 1

à celle du talus moins élevé, de hauteur μh , mais d'inclinaison (β) originals.

Les valeurs de \bar{p} calculées à l'aide de l'équation (2) pour les neuf cas fondamentaux sont contenues dans le Tableau I.

Tableau I

ϕ	Valeurs de $10 \bar{p}/h$ (m)								
	$\mu = 1/2$			$\mu = 2/3$			$\mu = 3/4$		
	$\beta=26,5^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta=45^\circ$	$\beta=26,5^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta=45^\circ$	$\beta=26,5^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta=45^\circ$
$\phi = 25^\circ$	1,0	1,6	3,8	1,0	1,5	3,5	1,0	1,5	3,4
$\phi = 20^\circ$	3,8	4,8	6,0	3,7	4,4	5,5	3,6	4,3	5,1
$\phi = 15^\circ$	7,5	9,3	9,0	7,1	8,0	8,1	6,7	7,1	7,5
$\phi = 10^\circ$	12,7	13,1	13,6	11,0	11,2	12,0	9,5	9,7	10,8
$\phi = 5^\circ$	24,4	26,0	26,1	24,1	24,7	23,1	22,3	23,4	19,3
$\phi = 0^\circ$	34,0	34,1	34,4	16,2	17,6	20,3	7,1	10,3	16,1

Au delà de \bar{p} , l'accroissement de la largeur de la berme n'influe plus sur la sécurité.

Nous avons encore examiné l'effet de l'emploi de bermes par une méthode différente. Dans celle-ci, l'influence de la berme a été considérée d'une part en calculant la sécurité d'un talus de hauteur fictive (h') au lieu de la hauteur réelle, et d'autre part à travers la valeur de la cohésion nécessaire satisfaisant

a condition de sécurité $\nu = 1$. Sans entrer dans le détail, nous donnons ci-dessous les relations déduites ayant servi de base au calcul:

$$h' = h - \frac{(1 - \mu)p}{\mu(\cot \alpha - \cot \beta)}, \quad (3)$$

et

$$c'_{\text{nécessaire}} = c_{\text{nécessaire}} \left[1 - \frac{(1 - \mu)ph\gamma}{G} \right]. \quad (4)$$

Dans l'état limite ci-dessus, les valeurs de \bar{p} peuvent être aussi calculées au moyen des équations (3) et (4). Dans les cas comparables, les valeurs de \bar{p} calculées sur cette base ont été inférieures à celles présentées au Tableau I, calculées d'après l'équation (2). Ce sont donc ces dernières qui sont critiques. Les résultats qui vont être exposés sont également basés sur l'hypothèse définie dans l'équation (2).

3. Détermination de l'accroissement de sécurité réalisable par l'emploi de bermes

3.1. Détermination de la fonction $N_c = f(\Phi)$

Pour un talus de hauteur h et d'inclinaison β données (construit de sols ayant un poids volumétrique γ), on peut déterminer la courbe correspondant à la sécurité composée $\nu = 1$ (cf. figure 5). On peut, de même, tracer la courbe

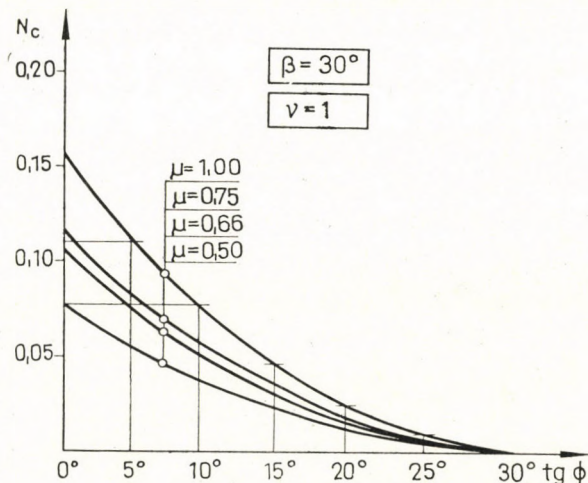


Fig. 2

correspondant à la valeur $\nu = 1$ du talus de hauteur μh , à l'aide des abaques de Taylor (surface horizontale non chargée).

Des courbes $N_c = f(\Phi)$ calculées pour trois cas fondamentaux ($\beta = 30^\circ$, $\mu = 1/2, 2/3, 3/4$) sont représentées sur la figure 2.

3.2. Détermination de la fonction $N_c = f(p/h)$

D'après ce qui a été dit au point 2:

en cas de $p/h = 0$

$$N_c = \frac{c}{h\gamma} = f(\beta, \Phi)$$

et en cas de $p/h = \bar{p}/h$

$$N'_c = \frac{c'}{\mu h \gamma} = f(\beta', \Phi).$$

Entre ces deux valeurs, la fonction $N_c = f(p/h)$ peut être supposée linéaire avec une bonne approximation, étant donné que la valeur de $(\beta - \beta')$ varie entre des limites relativement étroites, de sorte que les parties correspondantes des courbes $N_c = f(\beta, \Phi)$ de l'abaque peuvent être remplacées par des droites.

Nos calculs de contrôle ont démontré la possibilité d'un tel remplacement.

3.3 Détermination de $N_c = f(\mu)$

En construisant une berme de largeur $p = \text{constante}$, nous avons divisé le talus original en deux talus moins élevés (de hauteur $\mu \cdot h$, et $h - \mu \cdot h$). Des deux «petits» talus, c'est toujours le plus haut qu'il faut considérer comme

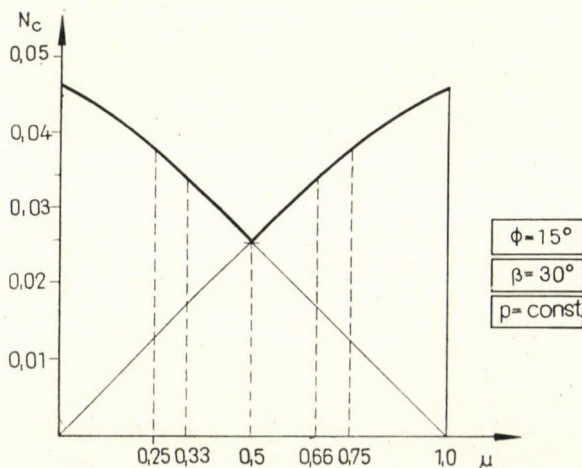


Fig. 3

critique, et dont la sécurité calculée doit être comparée à celle calculable pour le talus de hauteur originale (h) et d'inclinaison β' . (On a vu qu'en cas de $p = \bar{p}$, les deux facteurs de sécurité ont la même valeur.)

Il ressort de la figure 3 qu'au-delà de la valeur $\mu = 1/2$, l'accroissement de μ n'influe plus sur la sécurité, car des deux «petits» talus, c'est celui de hauteur $(1 - \mu)h$ qu'il faut considérer comme critique, de sorte que la figure sera symétrique.

3.4. Détermination du facteur de stabilité en fonction de Φ et de p/h

Vu les difficultés d'exprimer la fonction sous une forme explicite et la complication qu'elle introduirait ainsi dans les calculs, nous avons préféré adopter la représentation graphique.

La figure 4 résume les résultats obtenus en cas de $\mu = 1/2$ et $\beta = 30^\circ$. Les surfaces correspondant à la valeur = 1 sont bien visibles.

Il apparaît également sur la figure que l'application de bermes a pour effet d'augmenter sensiblement la sécurité. Cet effet d'accroissement de la sécurité est déterminé en général par la position en hauteur (μ) et la largeur (p/h) de la berme, et par l'angle de frottement interne (Φ) du sol. On voit

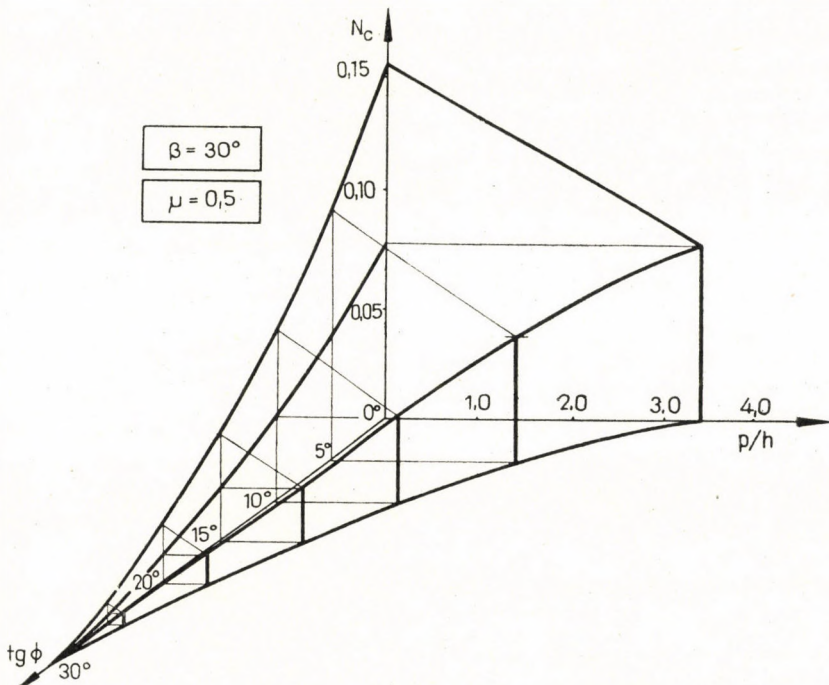


Fig. 4

sur la figure 5 qu'en cas de $\Phi = 0$, l'accroissement maximum de la sécurité est

$$\Delta v_{\max} = \frac{v - v_p}{v} = 100 \%,$$

c'est-à-dire que la sécurité est doublée.

Si $\Phi \neq 0$, Δv_{\max} aura toujours une valeur inférieure à celle ci-dessus, et en cas de $\Phi = \beta$ enfin, $\Delta v_{\max} = 0$.

4. Choix de l'emplacement et des dimensions les plus économiques de la berme

L'emplacement et les dimensions de la berme doivent être choisis d'une façon telle que l'augmentation de sécurité ainsi réalisable, projetée sur les frais d'extraction par unité de longueur (K), soit la plus grande possible. Par la suite, ces frais seront considérés comme proportionnels au volume de terre extraite pour construire la berme, c'est-à-dire que

$$k^{(Ft/m)} = a^{(Ft/m^3)} \cdot \Delta V^{(m^3/m)}.$$

Vu que

$$\Delta V = (1 - \mu) ph$$

cf. figure 1) on peut écrire

$$K = a(1 - \mu) ph$$

où a est le facteur de proportionnalité.

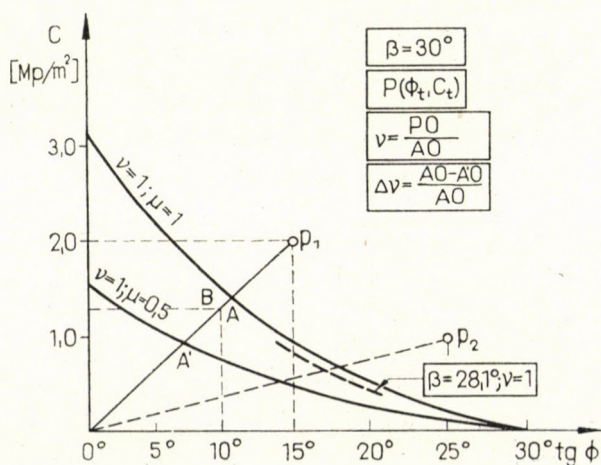


Fig. 5

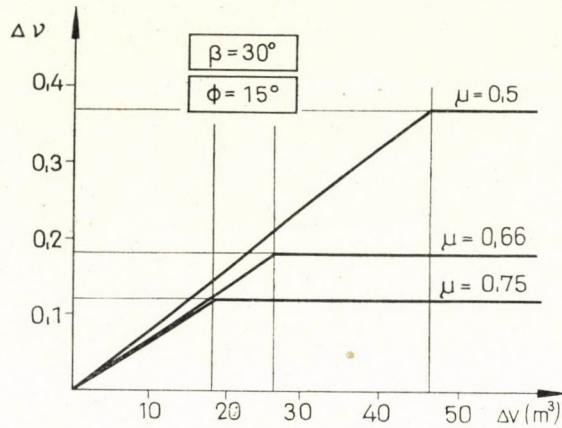


Fig. 6

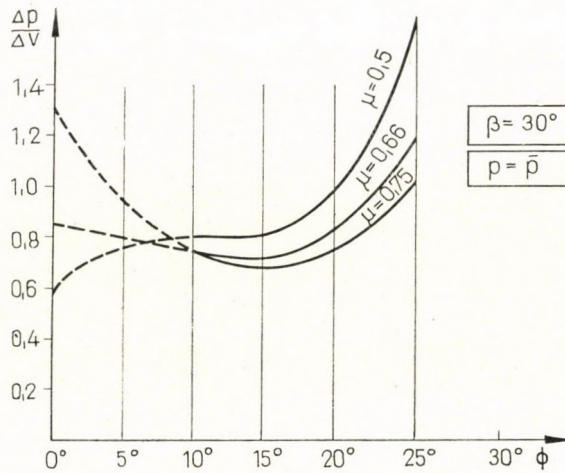


Fig. 7

Dans le cas de $\Phi = \text{constante}$, la valeur de l'accroissement de la sécurité peut se calculer d'après la figure 5:

$$\Delta v = \frac{\overline{AO} - \overline{A'O}}{\overline{AO}} .$$

En calculant les valeurs de fonction $\Delta v = f(\Delta V)$ pour n'importe lequel des cas fondamentaux mentionnés, on obtient toujours un résultat analogue à celui de la figure 6. On procède donc de la façon la plus économique ($\Delta v/\Delta V = \text{maximum}$) en attribuant à μ une valeur de $1/2$.

Si quelque circonstance empêche de prendre $\mu = 1/2$, on peut toujours examiner, en comparant des frais, s'il est plus économique d'élargir la berme de position $\mu = 1/2$ (et par là $\Delta V > \Delta V_{\min}$) ou d'éliminer l'obstacle en question.

On a examiné, à quelles valeurs de l'angle de frottement interne (Φ) correspond l'accroissement le plus efficace de la sécurité par l'emploi de bermes. Les résultats de nos calculs sont mis en vue sur la figure 7 ($\beta = 30^\circ$).

D'après cette figure, l'accroissement de la sécurité par l'emploi de bermes est le plus petit au cas de $\Phi = 10^\circ$ à 20° .

Les courbes de la figure 7 ont été marquées sur la partie $\Phi < 10^\circ$ en traits discontinus, car dans les cas $\Phi = 0$ et $\Phi = 5^\circ$, nos calculs se rapportent, comme nous l'avons déjà dit, non pas aux surfaces de glissement les plus dangereuses (au-dessous du pied du talus), mais à des glissements par la base.

5. Applications pratiques

Les applications pratiques de la méthode présentée peuvent être illustrées le plus simplement par quelques exemples.

1° — Une berme large de 2m, formée à $2/3$ de la hauteur h d'un talus haut de 10 m et ayant une inclinaison $\beta = 30^\circ$ a été construite dans du limon sableux, dont voici les caractéristiques: $\Phi = 25^\circ$ (calculé sur la base de la contrainte totale) et $c' = 1,0$ Mp/m²; $\gamma = 2,0$ Mp/m³ (cf. point P_2 de la figure 5). Dans quelle mesure se trouve augmentée ainsi la sécurité du talus?

La sécurité du talus sans berme était de $\nu = 1,4$.

Après l'application de bermes on peut, en calculant la sécurité, considérer l'inclinaison fictive du talus

$$\cot \beta' = \cot \beta + (1 - \mu) \frac{2P}{h} = 1,865$$

$$\beta' = 28,1^\circ.$$

En représentant la courbe de sécurité correspondant à $\nu = 1$ du talus de 10 m de haut et d'inclinaison $\beta' = 28,1^\circ$ dans le système de coordonnées ($c, \tan \Phi$), on peut calculer la sécurité: $\nu = 1,52$ (cf. figure 5). L'accroissement de la sécurité:

$$\Delta \nu = \frac{1,52 - 1,40}{1,40} \cdot 100 = 8,5\%,$$

2° — Soit le fond de fouille d'une profondeur ($h = 10$ m) et l'inclinaison souhaitable du talus ($\beta = 30^\circ$). Sur place, on trouve de l'argile jusqu'à une

assez grande profondeur. Ses caractéristiques sont: $\Phi = 15^\circ$ (calculé sur la base de la contrainte totale) et $c = 1,6 \text{ Mp/m}^2$; $\gamma = 2,0 \text{ Mp/m}^3$.

La sécurité prescrite du talus est $\nu = 1,5$.

La sécurité du talus sans berme est selon la figure 5 (où le point P représente les paramètres de la résistance au cisaillement de l'argile): $\nu = 1,42 < 1,5$.

On choisit la position en hauteur $\mu = 1/2$ comme étant la plus économique selon la figure 6.

Sur la figure 5, on cherche le point B sur la droite \overline{OP} :

$$\overline{OB} = \frac{\overline{OP}}{1,5} \longrightarrow B (\Phi = 10^\circ, c = 1,25 \text{ Mp/m}^2).$$

C'est par ce point que devra passer la courbe correspondant à la sécurité $\nu = 1$, calculée pour le talus de hauteur h et d'inclinaison β' .

Selon l'abaque de Taylor:

$$\beta' = 25,5^\circ.$$

En utilisant l'équation (2), on peut calculer alors la largeur de berme nécessaire:

$$p_{sz} = \frac{\cot \beta' - \cot \beta}{2(1 - \mu)} h = 2,7 \text{ m}.$$

BIBLIOGRAPHIE

1. TAYLOR, D. W.: Stability of Earth Slopes. *J. Boston Soc. C. E.*, **24** (1937), 197—246
2. KÉZDI, Á.: Talajmechanika (Mécanique du sol). Tankönyvkiadó, Budapest 1960

Влияние банкета на устойчивость откосов

А. Тимар

Автор предлагает методику расчета устойчивости откосов, строящихся с банкетом, учитывающую и влияние банкета. Автор распространил свои исследования на девять основных случаев (а именно: для трех различных расположений банкета по высоте при трех различных углах уклона откоса). Коэффициент устойчивости дается в графической форме в функции угла внутреннего трения грунта, из которого изготовлен откос, и отношения ширины банкета к высоте откоса. Автор занимается также вопросом выбора наиболее экономичного расположения банкета и размеров его. Работа дополняется двумя примерами, демонстрирующими практическое применение полученных результатов.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОСУШЕНИЯ КОТЛОВАНОВ ПОД ФУНДАМЕНТЫ СООРУЖЕНИЙ

Н. Н. ВЕРИГИН—В. С. САРКИСЯН

When dewatering the foundation pits it is necessary to determine the water level drop in their centre as well as in the wells with the given layouts, dimensions and yields. The present report shows the technique to determine the hydraulic resistance and stripping coefficient for rectangular- and circular-shaped foundation pits in an unconfined water-bearing formation. It is assumed that the wells are located along the contour of the foundation pit with uniform spacing and that they have the same yields at the same time. The consideration of some alternatives, differing in the number and yields of wells, results in the selection of the alternative which is the most efficient from the technical and economic point of view.

1. Общие вопросы

Для осушения котлованов, в зависимости от гидрогеологических условий района и размеров котлована, может применяться открытый (поверхностный) водоотлив или глубинное водопонижение.

Глубинное водопонижение создает наилучшие условия для производства земляных и бетонных работ в котлованах, а также обеспечивает сохранность грунтов основания. Поэтому оно получило весьма широкое распространение в СССР. Для проектирования и осуществления водопонижения необходимо выполнить фильтрационные расчеты, определяющие производительность водопонизительных установок и эффективность водопонижения.

Осушение строительных котлованов разделяется на две стадии:

а) период осушения длительностью t , в течение которого в котловане достигается заданное понижение уровня грунтовых вод (например, на $1 \div 1,5$ м ниже наиболее низких отметок дна котлована);

б) период поддержания ранее достигнутого водопонижения в котловане на более или менее постоянном уровне.

В первый период при одновременном вводе в эксплуатацию скважин общий приток воды к водопонизительной системе постоянен, а уровни воды в скважинах все время понижаются. В этот период происходит осушение котлована и скважины принимают, главным образом, приток воды из зоны осушения в пределах воронки депрессии вокруг котлована (Q_c), а также расход естественного грунтового потока (Q_e) и приток воды из ближайших рек и водоемов с горизонтом воды более высоким, чем уровни в скважинах

(Q_p). В течение первого периода расход Q_e непрерывно уменьшается, а расходы Q_e и Q_p возрастают. В первый период движение подземных вод к водопонижительным скважинам имеет ярко выраженный неустановившийся характер и поэтому расчет водопонижения производится по уравнениям нестационарной фильтрации.

Во втором периоде приток воды к водопонижительной системе обычно уменьшается со временем, а уровни воды в скважинах и в котловане остаются стабильными или незначительно снижаются. Ввиду уменьшения общего притока воды к системе в этот период часть водопонижительных скважин выключается или уменьшаются их дебиты. Скважины принимают в это время, главным образом, естественный расход грунтового потока Q_e и приток воды из ближайших рек и водоемов Q_p . Поступление же воды из воронки осушения вокруг котлована Q_c невелико и с течением времени продолжает уменьшаться. Движение подземных вод к скважинам имеет относительно стабильный характер, и поэтому расчет водопонижения может производиться по уравнениям квазиустановившейся фильтрации. Если котлован располагается вблизи водоемов, то в периоды паводков и усиленной инфильтрации атмосферных осадков приток воды к котловану возрастает. Для поддержания достигнутого осушения в это время может возникнуть необходимость включения дополнительных скважин или повышение производительности действующих скважин.

Так как в первый период приток воды к котловану больше, чем во втором, то для обеспечения требуемого понижения в этот период обычно требуется большее число скважин, чем во втором периоде.

Найденное для первого периода необходимое количество скважин уточняется проверкой для периода паводка.

При выборе расчетных схем следует различать: 1. котлованы, расположенные далеко от поверхностных водных источников (рек, озер, водохранилищ); 2. котлованы, размещающиеся вблизи водоемов (береговые и русловые).

По форме в плане котлованы могут быть приведены к одной из следующих расчетных схем:

а) круговые — при отношении меньшей стороны к большей от 1 : 3 до 1 : 1;

б) полосообразные — при отношении сторон менее 1 : 3.

Ниже излагается методика фильтрационных расчетов для котлованов, удаленных от водоемов, когда влияние последних за время эксплуатации водопонижительных скважин не сказывается (неограниченный пласт).

Требуемое заглубление депрессионной кривой ниже проектных отметок дна котлована (норма осушения) обычно задается в месте наивысшего положения депрессионной кривой в центре котлована или в наиболее пониженной части котлована и принимается в пределах 0,5 ÷ 1,5 м. Понижение в этой расчетной точке всегда меньше, чем в скважинах.

На период строительных работ понижение уровня S в расчетной точке котлована должно быть

$$S = h_1 + h_2, \quad (1)$$

где h_1 — глубина котлована ниже естественного уровня грунтовых вод,
 h_2 — норма осушения.

Понижение S достигается в течение заданного начального периода осушения t_n .

Водопонизительные скважины обычно размещаются по внешнему контуру котлована. В зоне наивысшего положения поверхности депрессии также выгодно размещать несколько скважин.

Понижение динамического уровня от действия водопонизительных скважин S определяется по формуле [1]:

$$S = h_e - \sqrt{h_e^2 - \frac{Q}{2\pi k} (R + \zeta)}, \quad (2)$$

где

$$\zeta = 2 \left(\frac{h_0 - l_0}{l_0 - 0,5 S} \right) \left(\ln 1,47 \frac{l_0 - 0,5 S}{r_0} - 2,65 \frac{l_0 - 0,5 S}{h_0 - 0,5 S} \right),$$

h_0 — средняя естественная глубина потока, l_0 — глубина погружения рабочей части скважины в водоносный пласт,
 Q — дебит одной скважины, k — коэффициент фильтрации,
 h_e — первоначальная мощность безнапорного потока, ζ — коэффициент, учитывающий степень и характер вскрытия пласта,
 R — гидравлическое сопротивление грунта, которое преодолевает поток при движении к скважинам.

Значения коэффициента ζ , обусловленного степенью вскрытия пласта, определены Н. Н. Веригиным и его значение приводится в работе [1].

С целью учета естественного потока подземных вод понижения уровня S (в скважине или в любой другой точке пласта) отсчитываются от естественного уровня подземных вод до начала откачки.

Естественные глубины h_e определяются по карте гидроизогипс или по формуле

$$h_e^2 = H_0^2 + \frac{2q_0}{k} y - \frac{\varepsilon}{k} y^2, \quad (3)$$

где H_0 — глубина грунтовых вод от их уровня до водоупора в сечении потока $y = 0$;
 q_0 — естественный расход грунтовых вод в том же сечении;
 y — координата, где определяется h_e ;
 ε — модуль питания потока.

Величины q_0/k и ε/k находятся из (3) по глубинам потока H_0, H_1 и H_2 в разведочных скважинах, пробуренных в точках $y = 0, y_1$ и y_2 (все три скважины размещаются вдоль потока грунтовых вод).

2. Полосообразный котлован

Задача о притоке подземных вод к прямолинейному ряду скважин при конечной длине ряда рассмотрена Н. Н. Веригиным [1], а при бесконечной его длине С. Н. Нумеровым [5].

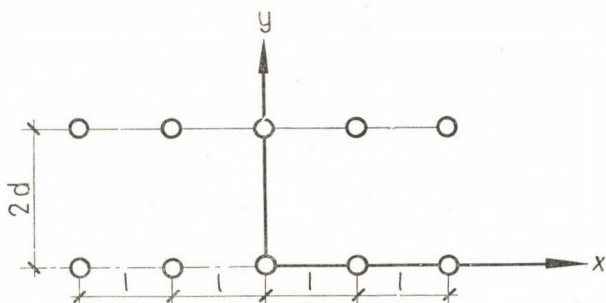


Рис. 1

Для расчета осушения полосообразного котлована рассмотрим действие двух рядов скважин бесконечно большой длины. Положим, что дебиты всех скважин одинаковы и постоянны во времени. Скважины находятся друг от друга на расстоянии l . Расстояние между рядами принято $2d$ (рис. 1).

Гидравлическое сопротивление для центра котлована от действия обоих рядов скважин на основании принципа суперпозиции можно выразить следующим образом:

$$R = 2 \int_0^t \left\{ \exp\left(-\frac{d^2}{4a\tau}\right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{d^2 + (kl)^2}{4a\tau}\right] \right\} \frac{d\tau}{\tau}, \quad (4)$$

или

$$R = 2 \int_0^t (1 + 2\psi + 2\psi^4 + 2\psi^9 + \dots) \exp\left(-\frac{d^2}{4a\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau}. \quad (5)$$

Здесь

$$\psi = \exp(-\pi\alpha), \quad \alpha = \frac{l^2}{4a\tau\pi}, \quad (6)$$

где a — коэффициент пьезопроводности, t — время действия скважин ряда.

Бесконечная сумма в круглых скобках под интегралом в (5) представляет собою эту функцию, а потому

$$R = 2 \int_0^t \exp\left(-\frac{d^2}{4a\tau}\right) v_3\left(0, \frac{l^2}{4\pi a\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau}. \quad (7)$$

Для больших значений $\alpha > 1$ (малых t) функцию $v_3(0, \alpha)$ можно определить по формуле [2]:

$$v_3(0, \alpha) = 1 + 2 \exp(-\pi\alpha). \quad (8)$$

При малых значениях $\alpha \leq 1$ (больших t) функцию $v_3(0, \alpha)$ можно вычислить по формуле:

$$v_3(0, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left[1 + 2 \exp\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right]. \quad (9)$$

Погрешность для (8) имеет порядок $2 \exp(-4\pi\alpha)$, а для (9) —

$$2 \exp(-4\pi/\alpha).$$

Подставляя значение $v_3(0, \alpha)$ по (8)–(9) в формулу (7) и интегрируя, находим:

а) для малых времен ($B \geq 1$)

$$R = -2 \{ Ei(-B\bar{d}^2) + 2 Ei[-B(1 - \bar{d}^2)] \}, \quad (10)$$

где

$$B = \frac{l^2}{4at}, \quad \bar{d} = \frac{d}{l}; \quad (11)$$

б) для больших времен ($B \leq 1$), будет:

$$R = -2 \left\{ -Ei(-\bar{d}^2) - 2 Ei[-(1 + \bar{d}^2)] + 2\sqrt{\pi} \left[\frac{\exp(\pi\bar{d}^2)}{B} - \exp(-\bar{d}^2) + \bar{d} \sqrt{\pi} (\operatorname{erf} \bar{d} \sqrt{B} - \operatorname{erf} \bar{d}) \right] \right\}. \quad (12)$$

Здесь $\operatorname{erf} x$ — интеграл вероятности, равный

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du. \quad (13)$$

Аналогичным образом определяется величина гидравлического сопротивления для нахождения понижения в самих скважинах рядов. Имеем:

а) для малых времен ($B \geq 1$) имеем:

$$R = -[2 Ei(-B) + Ei(-B\bar{r}_0^2)] - \{Ei(-4B\bar{d}^2) + 2 Ei[-B(1 + 4\bar{d}^2)]\}; \bar{r}_0 = \frac{r_0}{l}, \quad (14)$$

где r_0 — радиус скважины. В случае $d > l$, который чаще всего имеет место при осушении котлованов, можно принять:

$$-Ei(-4B\bar{d}^2) - 2 Ei[-B(1 + 4\bar{d}^2)] \approx 0. \quad (15)$$

Тогда гидравлическое сопротивление при $B \geq 1$ будет определяться по формуле

$$R = -Ei(-B\bar{r}_0^2) - 2 Ei(-B). \quad (16)$$

При этом ошибка, обусловленная допущением (15) при $B = 1$, \bar{d} и \bar{r}_0 0,1 составляет 0,1%. Если пренебречь и вторым членом в (16), то ошибка для тех же условий будет примерно 10%.

б) Для больших времен ($B \leq 1$) гидравлическое сопротивление определяется по формуле:

$$R = 2 \left[\sqrt{\frac{\pi}{B}} + \ln \frac{l}{2\pi r_0} \right] + \left\{ Ei(-4\bar{d}^2) - 2 Ei[-(1 + 4\bar{d}^2)] + 4\sqrt{\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{B}} \exp(-4B\bar{d}^2) + d\sqrt{\pi} (erf 2\bar{d}\sqrt{\pi} - erf 2\bar{d}) \right] \right\}. \quad (17)$$

Если считать, что ряды скважин имеют конечную длину, что на практике обычно имеет место, то сопротивление для центра котлована может быть выражено следующим образом:

$$R = 2\Theta; \Theta = -2 \sum_{k=1}^n Ei[-B(\bar{d}^2 + k^2)] - Ei(-B\bar{d}^2), \quad (18)$$

где

$n = (p-1)/2p$ — число скважин в одном ряду (число скважин в ряду нечетное).

Значения функции Θ приводятся в таблице I.

Таблица I
Значение Θ по формуле 18

\bar{d}	B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,001	17,6	27,1	35,1	42,2	48,4	53,9	58,8	63,2	67,34	70,9
	0,002	15,5	23,6	30,3	36,0	40,9	45,1	48,7	51,9	54,7	57,1
	0,005	12,8	19,1	24,0	27,9	31,1	33,7	35,8	37,5	38,9	40,0
	0,01	10,7	15,7	19,3	22,0	24,1	25,6	26,7	27,5	28,1	28,6
	0,02	8,72	12,4	14,8	16,4	17,5	18,2	18,6	18,9	19,1	19,2
	0,05	6,11	8,20	9,32	9,89	10,2	10,3	10,3	10,3	10,3	10,4
3	0,001	12,2	19,8	26,7	33,0	38,6	43,8	48,4	52,7	56,5	60,0
	0,002	10,2	16,4	22,0	26,9	31,2	35,1	38,4	41,4	44,0	46,3
	0,005	7,50	11,9	15,8	19,0	21,7	24,0	25,9	27,4	28,6	29,7
	0,01	5,56	8,74	11,4	13,5	15,1	16,3	17,3	18,0	18,5	18,9
	0,02	3,76	5,78	7,33	8,45	9,23	9,75	10,1	10,3	10,4	10,5
	0,05	1,75	2,57	3,09	3,38	3,53	3,60	3,63	3,64	3,65	3,65
10	0,001	5,45	9,02	12,5	15,9	19,1	22,2	25,2	27,9	30,6	33,1
	0,002	3,65	6,03	8,34	10,5	12,6	14,6	16,4	18,1	19,6	21,0
	0,005	1,67	2,74	3,76	4,70	5,57	6,34	7,03	7,63	8,15	8,59
	0,01	0,14	0,23	0,31	0,37	0,42	0,46	0,49	0,50	0,52	0,52
	0,02	0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
	0,05	0	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Таблица II
Значение $F(B, n)$ по формуле 22

0,001	6,33	11,3	15,4	19,0	22,1	24,9	27,4	29,6	31,7	33,5
0,002	5,64	9,90	13,4	16,3	18,7	20,9	22,7	24,3	25,7	26,9
0,005	4,73	8,08	10,7	12,7	14,3	15,6	16,7	17,5	18,2	18,8
0,01	4,04	6,72	8,64	10,1	11,1	11,9	12,4	12,9	13,2	13,4
0,02	3,35	5,38	6,69	7,55	8,11	8,47	8,70	8,80	8,92	8,97
0,05	2,47	3,69	4,32	4,63	4,77	4,83	4,86	4,87	4,88	4,88

При

$$B \leq \frac{0,1}{\bar{d}^2 + k^2} \quad (19)$$

Функцию Θ можно определить по формуле:

$$\Phi = p \ln \frac{2,25 at}{\varrho^2}; \quad \varrho = l \bar{d}^{1/p} \prod_{k=1}^n (\bar{d}^2 + k^2)^{1/p}. \quad (20)$$

Гидравлическое сопротивление для центральной скважины ряда будет:

$$R = 2F(B, n) - Ei(-B\bar{r}_0^2) - \Theta_1, \quad (21)$$

где

$$F(B, n) = - \sum_{k=1}^n Ei(-Bk^2),$$

$$\Theta_1 = -2 \sum_{k=1}^n Ei[-B(\bar{d}_1^2 + k^2)] - Ei(-B\bar{d}_1^2); \quad \bar{d}_1 = 2\bar{d}. \quad (22)$$

Значения Θ_1 также определяются по таблице I при $\bar{d} = 0,5\bar{d}_1$, а $F(B, n)$ — по таблице II.

В случае

$$B \ll \frac{0,1}{\bar{d}_1^2 + k^2} \quad (23)$$

вместо (21), будем иметь:

$$R = \ln \frac{2,25 at}{\varrho_1^2} + p \ln \frac{2,25 at}{\varrho^2}, \quad (24)$$

где

$$\varrho_1 = l \left(\frac{r_0}{l} \right)^{1/p} (n!)^{2/p}, \quad (25)$$

а ϱ — определяется по (20), где вместо \bar{d} принимается \bar{d}_1 .

3. Котлованы в виде круга

Задача о притоке подземных вод к кольцевым батареям скважин в неограниченном пласте рассматривалась в работах В. Н. Щелкачева [6] и Н. Н. Веригина [3, 4].

Для вывода расчетных зависимостей принимается, что скважины расположены по вершинам правильного многоугольника (рис. 2).

Гидравлическое сопротивление для центра кольца определяется по формуле:

$$R = -pEi(-B_1), \quad B_1 = \frac{R_0^2}{4 at}, \quad (26)$$

где p — число скважин в кольце, R_0 — радиус кольца, a — коэффициент пьезопроводности, t — время действия водопонизительных скважин.

При $B_1 \leq 0,1$ интегральный экспоненциал в (26) можно заменить логарифмом, принимая

$$-E_i(-x) = \gamma - \ln x = \ln \frac{0,562}{x} \quad (27)$$

где $\gamma = 0,5772$ постоянная Эйлера.

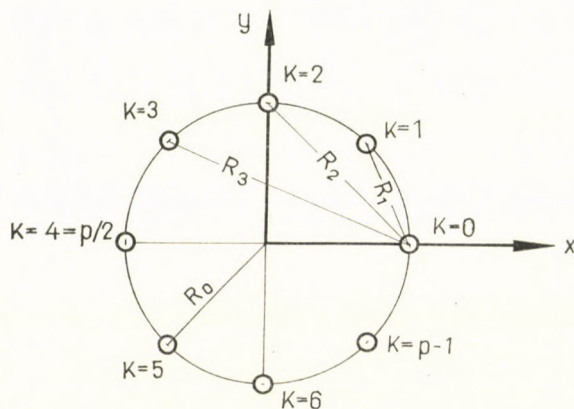


Рис. 2

При определении понижения в скважинах сопротивление будет:

$$R = -Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at}\right) - \sum_{k=1}^{p-1} Ei\left(-\frac{R_k^2}{4at}\right), \quad (28)$$

где r_0 — радиус скважины, $R_k = R_1, R_2, \dots, R_{p-1}$ — расстояния от скважины, где определяется понижение, до остальных скважин кольца. Так как расстояния между скважинами одинаковы, то величины R_1, R_2, \dots, R_{p-1} определяются следующим образом:

$$R_k = 2 R_0 \sin \frac{\pi k}{p}. \quad (29)$$

Подставляя значение R_k по (29) в (28), учитывая разложение интегральной показательной функции в ряд и ограничиваясь первыми пятью членами ряда, находим:

$$R = 2 \ln \frac{\bar{R}_0}{p} + T_0 p, \quad (30)$$

где

$$T_0 = \ln 2 - Ei(-2 B_1) - B_1^2 \left(1 - 1,5 B_1 + \frac{17}{16} B_1^2 - \frac{19}{30} B_1^3 \right); \quad (31)$$

$$\bar{R}_0 = \frac{R_0}{r_0}, \quad B_1 = \frac{R_0^2}{4 at}. \quad (32)$$

Значение T_0 приводится в таблице III.

Таблица III

B_1	T_0	B_1	T_0	B_1	T_0	B	T_0
0,85	0,591	0,55	0,733	0,25	1,21	0,05	2,51
0,8	0,595	0,5	0,783	0,20	1,36	0,025	3,16
0,75	0,607	0,45	0,840	0,15	1,58	0,005	4,72
0,7	0,628	0,4	0,908	0,125	1,72	0,0025	5,41
0,65	0,656	0,35	0,989	0,10	1,91		
0,6	0,691	0,30	1,09	0,075	2,15		

При $B \leq 0,1$ функцию T_0 можно определить по формуле:

$$T_0 = 2 B_1 - \ln B_1 - 1,5 B_1^2 - 0,577. \quad (33)$$

Для окончательного выбора системы водопонижения составляются несколько вариантов, различающихся друг от друга числом и дебитами скважин. Из этих вариантов принимается оптимальный в технико-экономическом отношении. Последний должен соответствовать минимуму капитальных и эксплуатационных затрат на водопонижение за весь период эксплуатации водопонижительной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бочеввер, Ф. М.—Веригин, Н. Н.: Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для целей водоснабжения. Госстройиздат, 1961.
2. Бузинов, С. Н.—Умрихин, И. Д.: Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. «Недра», 1964.
3. Веригин Н. Н.: Взаимодействие скважин при законтурном заводнении нефтяных месторождений. ДАН СССР, 91, № 4, 1953.
4. Веригин, Н. Н.: Расчет водопонижения в котлованах сооружений. «Гидротехническое строительство» № 6, 1957.
5. Нумеров, С. Н.: О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямой цепочке скважин. Изд. АН СССР, ОТН № 1, 1958.
6. Щелкачев, В. Н.: Исследование неустановившегося фильтрационного потока упругой жидкости к круговой батарее стоков. ДАН СССР, т. 89, вып. 4, 1951.

Резюме

При осушении котлованов требуется определить понижение уровня грунтовых вод в центре их, а также в водопонизительных скважинах при заданных схемах размещения, размерах и дебитах скважин.

В докладе приводится методика определения гидравлического сопротивления и коэффициента несовершенства для полосообразного и круглого котлованов в неограниченном водоносном пласте. При этом считается, что водопонизительные скважины размещены по контуру котлованов на равном расстоянии друг от друга и имеют одинаковые постоянные во времени дебиты.

Из расчета ряда вариантов, различающихся числом и дебитами скважин, выбирается вариант, оптимальный в технико-экономическом отношении. Последний должен соответствовать минимуму капитальных и эксплуатационных затрат на водопонижение за весь период эксплуатации водопонизительной системы (включая стоимость электроэнергии).

CONSIDERATIONS ON THE BEARING CAPACITY OF VERTICAL AND BATTER PILES SUBJECTED TO FORCES ACTING IN DIFFERENT DIRECTIONS*

AMIN AWAD—G. PETRASOVITS

POLYTECHNICAL UNIVERSITY, BUDAPEST

The bearing capacity of vertical and batter piles driven into cohesionless soils is studied. During the experimental investigations the following cases were studied: the bearing capacity of batter piles subjected to lateral loads; the bearing capacity of vertical piles subjected to lateral loads; the bearing capacity of batter piles subjected to vertical loads; the resistance of vertical in- and out batter piles to lateral loads. The optimum values obtained in individual cases are presented. Relying on the experimental results and using the coefficient of subgrade reaction a computation method is described for illustrating the variations in the magnitude of the coefficient of subgrade reaction as well as of the trend of these variations.

1. Introduction

The pile foundations are frequently subjected to considerable inclined, or horizontal forces. As long as the horizontal component of these forces remains relatively small, the design of the foundation remains unaffected, however, great lateral forces may require radical changes in the design.

Great lateral forces arise commonly on retaining walls, piers and bulkheads in harbours, bridge abutments and tower structures. Earth pressure, dynamic forces (impact of ships), or wind pressure may be named as typical causes for these forces.

Whenever horizontal or inclined forces of considerable magnitude are transmitted by the structure to the foundation, piles are commonly resorted to in practice, and batter piles are relied upon for resistance against horizontal loads. The frequency with which considerable inclined forces, and in turn, batter piles are encountered in practice, prompted the attempt for a more detailed theoretical and experimental investigation of problems associated with the bearing capacity of vertical and batter piles subjected to forces acting in different (inclined, horizontal, vertical) directions.

* The experiments described in the present paper have been carried out by Mr. AMIN AWAD, Civ. Engr. for his thesis for the title of Candidate of Sciences, under the guidance of Dr. G. PETRASOVITS.

2. Experimental equipment; the purpose of the experiments

The primary purpose of these experiments was to provide added information for the calculation of the bearing capacity of vertical and batter piles acted upon by forces acting in different directions. In evaluating the experimental results, the factors affecting the magnitude of the coefficient of subgrade reaction, the influence of the driving depth, the pile diameter, the horizontal displacement of the pile head and the magnitude of the acting force have been considered.

The lateral displacement of a foundation must not exceed the limiting value, at which the structure cannot fulfill its purpose. In the case of pile foundation, the value of the allowable displacement is controlled by the rigidity or flexibility of the pile. Where rigid piles are used, the safety of the structure will be governed by the lateral ultimate strength of the soil, as it is then assumed that the bending moment arising within the pile is being resisted by the material of the pile itself. In the case of flexible piles the safety of the structure depends on the ultimate strength of the pile cross section carrying the ultimate load.

The model piles used in these experiments belonged to the rigid and semi-rigid piles and could be loaded up to the soil failure.

The diameters and the driving depths of the model piles were as follows:

$$D = 35 \text{ mm}, L = 50 \text{ to } 35 \text{ cm},$$

$$D = 20 \text{ mm}, L = 50-30-20 \text{ cm},$$

$$D = 13 \text{ mm}, L = 50 \text{ cm}.$$

The material of the model piles was "fredal" (an aluminium alloy).

The piles had the following flexural rigidities:

$$EI = 3,6 \times 10^6 \text{ kp}\cdot\text{sq.cm}, D = 35 \text{ mm},$$

$$EI = 4,8 \times 10^5 \text{ kp}\cdot\text{sq.cm}, D = 20 \text{ mm},$$

$$EI = 2,8 \times 10^5 \text{ kp}\cdot\text{sq.cm}, D = 13 \text{ mm}.$$

The model soil used in these experiments was synthetic emery, which does not invoke the danger of silicosis.

The effective unit weight of this cohesionless soil was $\gamma = 3,95 \text{ kp}\cdot\text{cu.cm}$; its angle of internal friction $\varphi = 37,2^\circ$.

The model soil was graded as follows:

passing 0,08 mm	4,0	per cent by weight
0,08 to 0,1 mm	14,0	" "
0,1 to 0,3 mm	76,0	" "
retained on 0,3 mm	6,0	" "

The relative density of the model soil was

$$\frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} = \frac{1,45 - 0,95}{1,45 - 0,86} = 0,84.$$

All tests were conducted in a steel testing tank with a total height of 80 cm. The soil was compacted in 5 cm thick layers to obtain uniform density throughout.

Driving was accomplished in every case by a dropping weight using the same method, whereas hydraulic jacks were used for loading.

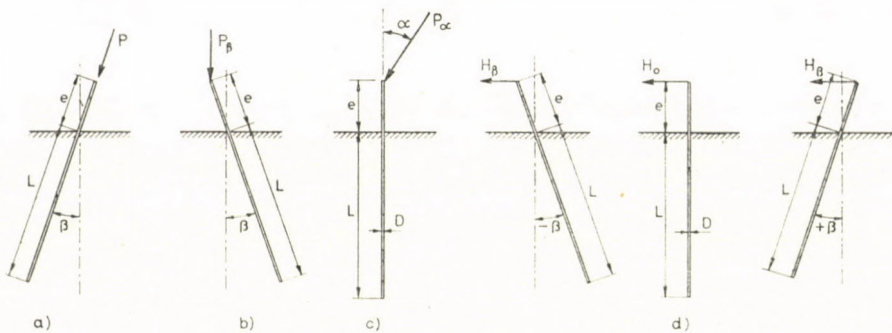


Fig. 1. Cases of loading studied experimentally

Relying on the results of extensive laboratory tests, an overall picture was obtained from the principles, at which the pile position resulting the highest bearing capacity for different load directions could be predicted with a fair degree of reliability.

The tests were run for the following 4 arrangements, which were considered to be typical in practical engineering.

a) *The direction of the force acts in the pile axis*, the angles between the pile axis and the vertical amounted to $\beta = 0, 7,5, 15$ and $22,5$ degs.

b) *The force acting on the pile was invariably vertical*, the *pile axis* made the angles $\beta = 7,5, 15, 22,5$ and 30 degs with the vertical.

c) *The force acting on the pile made with the vertical angles $\alpha = 7,5, 15, 22,5$ and 30 degs with the vertical*, while the *pile axis* was kept invariably vertical.

d) *The force acting on the pile was invariably horizontal*, while the *pile axis* was either vertical, or inclined towards, or away from the force, including angles $\beta = 7,5, 15, 22,5$ and $37,5$ degs with the vertical (Fig. 1).

3. Bearing-capacity tests

3.1 The bearing capacity of battered piles subjected to axial loads

The basic purpose of the present tests was to determine the variation of the load bearing capacity of an individual pile in cohesionless soils, when the relative directions of the pile axis and the acting load were varied. An exact analytical formulation of the relationship between the above two factors is very difficult due to the complex soil mechanical problems associated with the phenomenon.

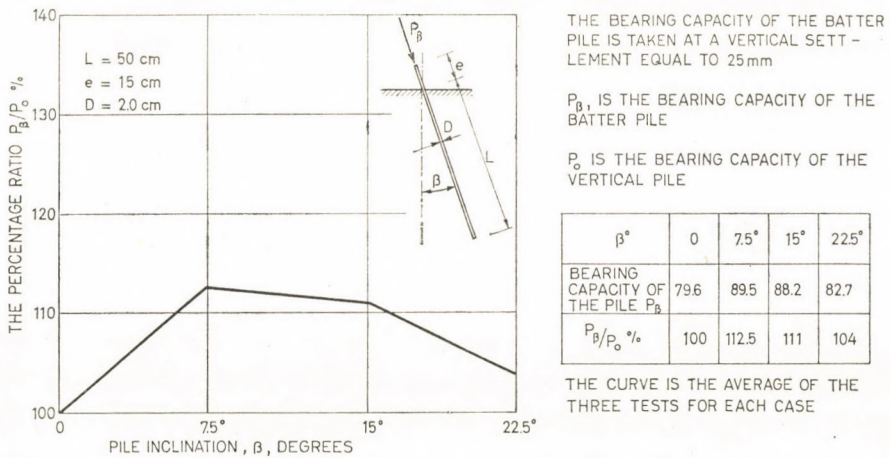


Fig. 2. Batter piles subjected to axial loads

The proper application of the laws of soil mechanics and their correlation with experimental data greatly contributes to the solution of the numerous unclaried problems in this field.

Studies into the fundamental cases of different load directions and pile positions were started with the case of axially loaded piles.

In these tests the bearing capacity of batter piles of 7.5 and 15 degs relative to the vertical was found to exceed by 10 to 12% that of the vertical pile (Fig. 2).

At a pile inclination of $\beta = 22.5$ degs. the bearing capacity closely approximated that of the vertical pile. The higher load bearing capacity of batter piles axially loaded is attributed to the *direct* influence of geostatic pressure, and it is felt that the reduction in bearing capacity observed at $\beta = 22.5$ degs is related primarily to the dimensions of the model pile. In the case of prototype piles no similar reduction is likely to occur.

3.2 The bearing capacity of vertical piles subjected to oblique loads

The results of tests on vertical piles with inclined forces are illustrated in Fig. 3. The tests were carried out on piles of 3 different diameters driven to the constant depth of 50 cm. In these tests the acting force was inclined at $\alpha = 7,5, 15, 22,5$ and 30 degs. relative to the pile axis. The results obtained at all pile diameters revealed the *bearing capacity of the piles to be highest when the load was inclined at $\alpha = 22,5$ degs.* During these tests both the vertical and horizontal displacements of the pile head were observed. The force pertaining to a vertical, or horizontal displacement of 25 mm was regarded as the measure of bearing, whichever of the two first attained this arbitrary magnitude. During the tests the vertical displacement of the pile was invariably dominant, except for the case $\alpha = 90$ degs.

As it will be perceived from Fig. 4, the horizontal displacement of piles under the ultimate oblique loads is unaffected by the magnitude of the acting force, as well as by the diameter of the pile itself. The magnitude of horizontal displacement at the permissible vertical displacement of $S = 25$ mm — at the limit load — is controlled essentially by the inclination of the acting force only.

The lateral bearing capacity of vertical piles subjected to lateral loads ($\alpha = 90$ degs.) is illustrated in Fig. 5. The piles used in these tests may be regarded as rigid, or semi-rigid, according to the following relationship for cohesionless soil:

$$\begin{aligned} \text{at } Z_{\max} &= \frac{L}{T} \leq 2 && \text{the pile is } \textit{rigid}, \\ \text{at } Z_{\max} &= \frac{L}{T} = 2 \text{ to } 4 && \text{the pile is } \textit{semi-rigid}, \\ \text{at } Z_{\max} &= \frac{L}{T} \geq 4 && \text{the pile is } \textit{flexible}, \end{aligned}$$

where

$$T = [(EI \cdot L)/(C_L \cdot D)]^{1/5}$$

L = the length of pile driven into the soil

C_L = the coefficient of subgrade reaction at the pile tip

D = the diameter of the pile.

At a horizontal displacement $Y_0 = 25$ mm of the pile top and at

$$L = 50 \text{ cm} \quad D = 35 \text{ mm} \quad Z = 1,93,$$

$$L = 50 \text{ cm} \quad D = 20 \text{ mm} \quad Z = 2,56,$$

$$L = 50 \text{ cm} \quad D = 13 \text{ mm} \quad Z = 2,74.$$

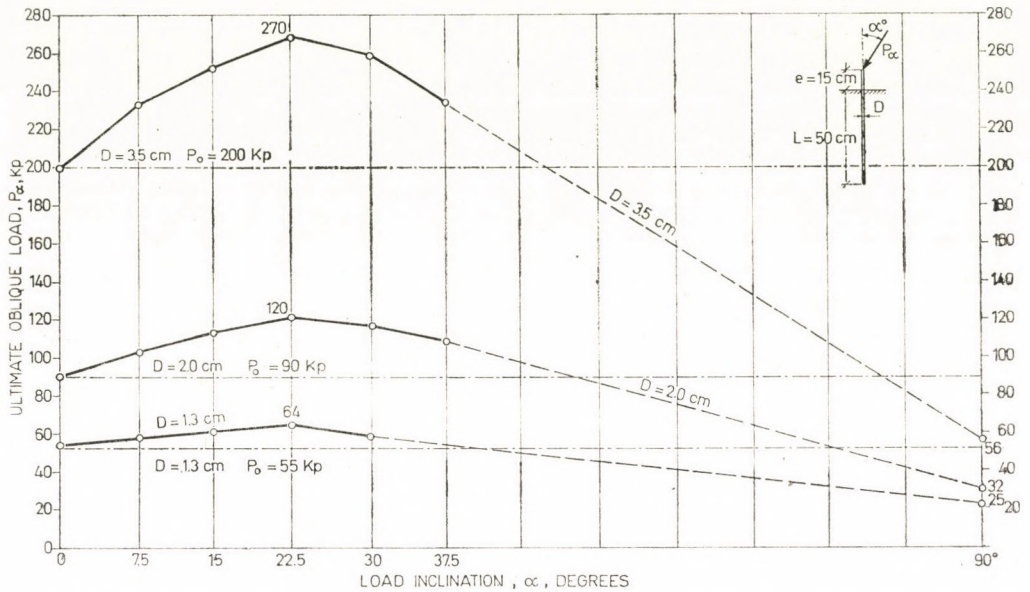


Fig. 3. Variation of the bearing capacity of piles having different diameters, plotted against the direction of the acting force

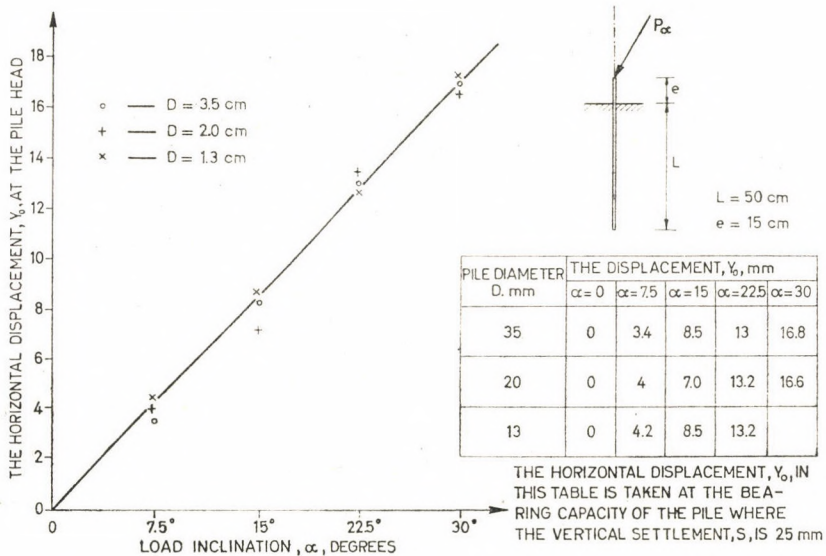


Fig. 4. Horizontal displacement of vertical piles having different diameters, subjected to oblique forces

The bearing capacity of rigid, and semi-rigid piles is controlled by the bearing capacity of the soil. Loads which are not coinciding with the pile axis may in practice give rise to considerable bending moments, thus these tensile stresses in the pile lead to its lateral failure.

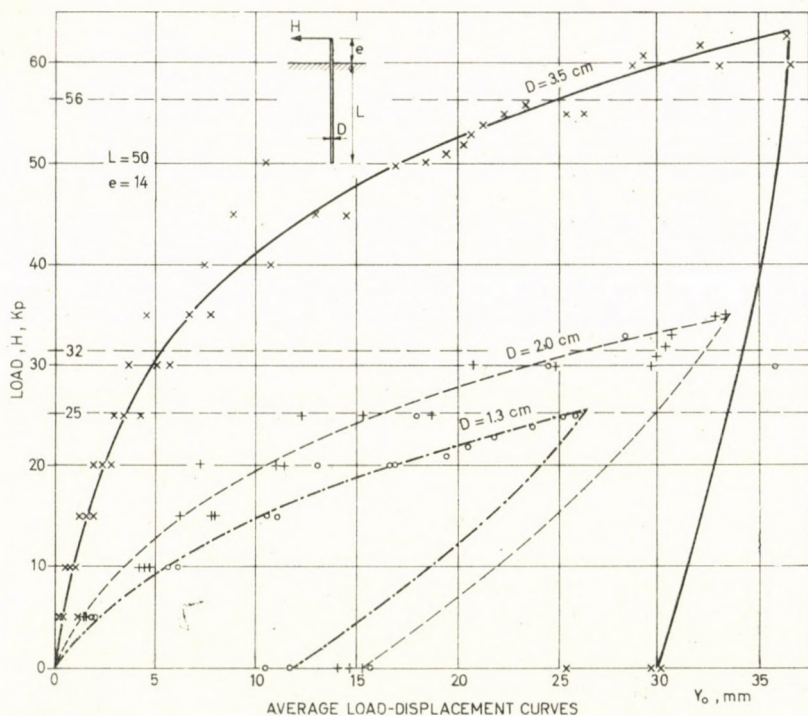


Fig. 5. Resistance of vertical piles having different diameters to horizontal forces

3.3 The bearing capacity of batter piles under vertical loads

The bearing capacity of piles inclined at 7,5, 15, 22,5 and 30 degs relative to the vertical follows in character, a trend which is essentially identical with that outlined before, and even the absolute magnitude of bearing capacity differs by no more than a few per cents (not exceeding 10) in favour of the batter piles. As it can be seen from the average curves in Fig. 6 there is a notable reduction in the pile bearing capacity at pile inclination, $\beta = 30$ degs. inclination relative to the less inclined piles. Highest bearing capacity was observed at inclination of $\beta = 22,5$ degs.

From a comparison of results obtained for batter piles under vertical loads and vertical piles under oblique loads (Fig. 7) it was concluded that

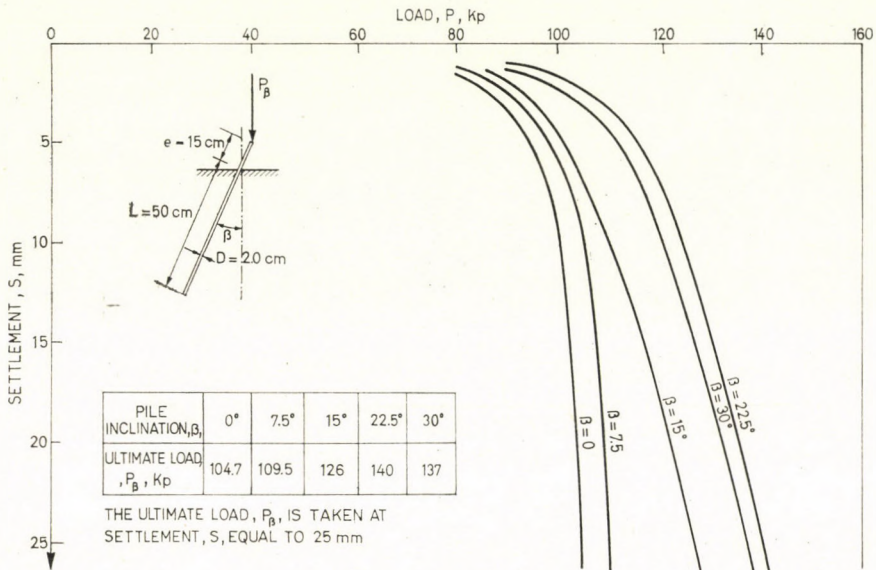


Fig. 6. Bearing capacity of piles of different inclination under vertical forces

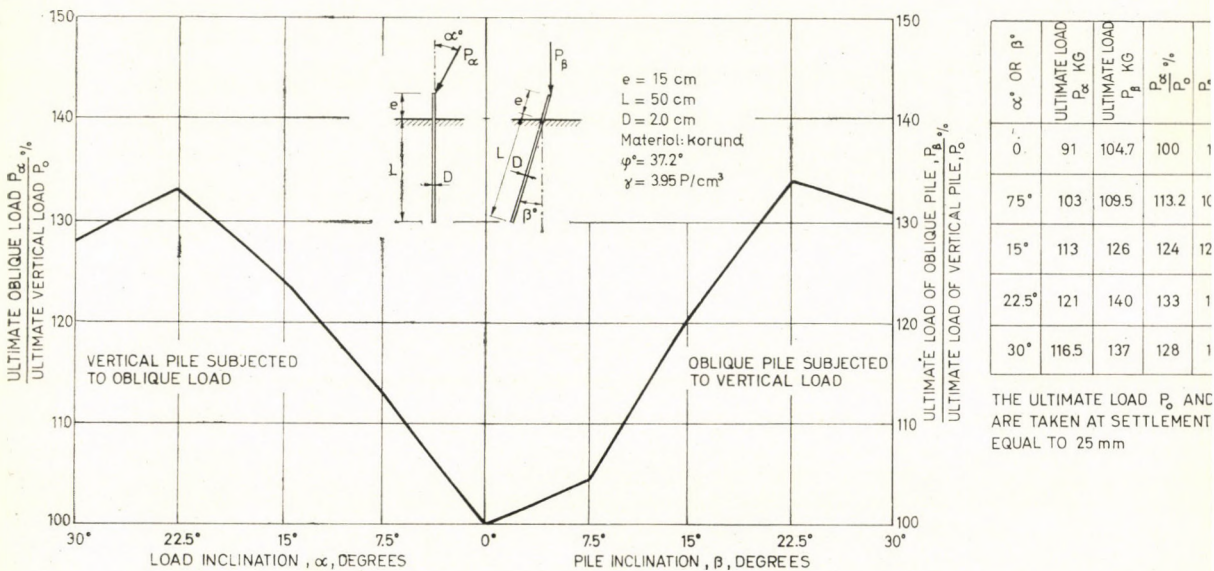


Fig. 7. Bearing capacity at the same inclination of pile and acting force

for identical pile dimensions and pile inclinations, respectively for the same force orientation the trends in bearing-strength variation are identical.

In these tests the behaviour of batter piles under vertical loads was in general superior, however, from practical aspects, no special significance can be attributed to this fact, since the driving of batter piles is associated with considerable difficulties at the site, which are not encountered with vertical piles.

3.4 The bearing capacity of "in" and "out" batter piles subjected to lateral loads

Experiments of similar nature have been conducted earlier by several investigators (MATSUKO, 1948, YOSHIMI [4], KUBO [5]) and theoretical analyses of high interest have been published (TCHEBOTARIOFF [1]), but it is felt that no satisfactory solution has been attained so far. Experimental results and conclusions based on them are frequently contradictory.

Both vertical and batter piles subjected to lateral loads play an important role in practice. As demonstrated by the present experiments

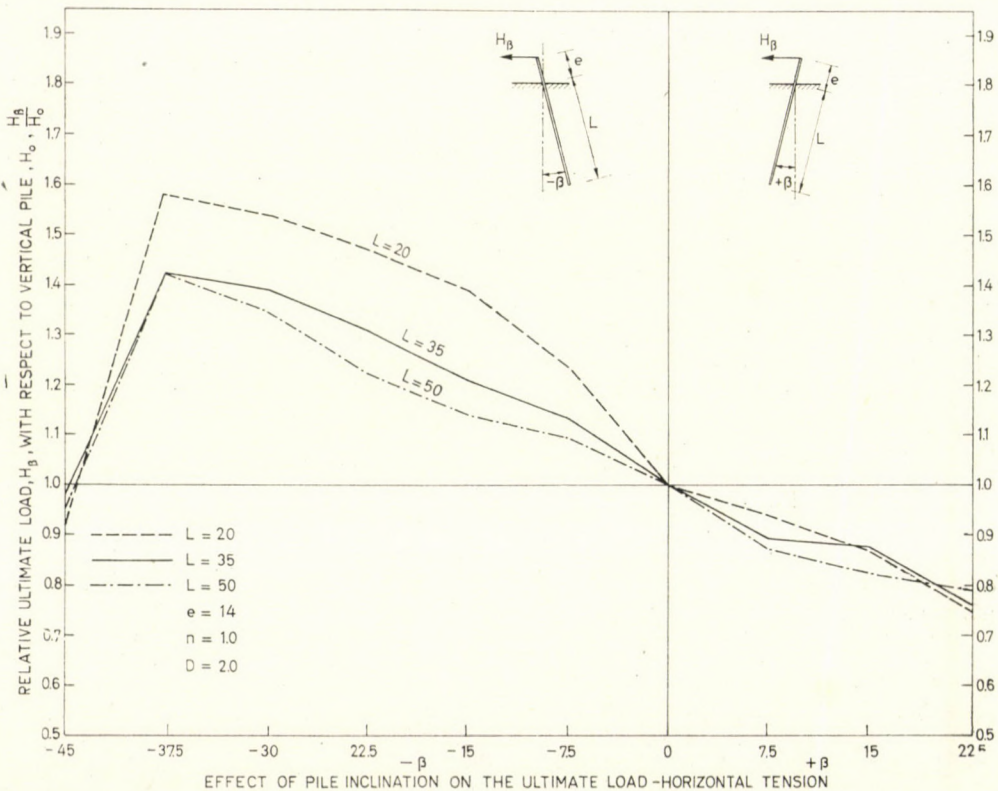


Fig. 8. Bearing capacity of piles of different inclination under lateral load

(Fig. 8) the bearing capacity of a pile depends greatly on the depth of driving ($L/D = 10, 17,5$ and 25), on the inclination of the pile and on the direction of the horizontal force. For the cases of in-batter piles (negative values of β), a considerable increase in bearing capacity over that of the vertical pile was observed, and it was not only beyond a pile inclination never occurring in engineering practice ($\beta = 37,5$ degs) that the bearing capacity

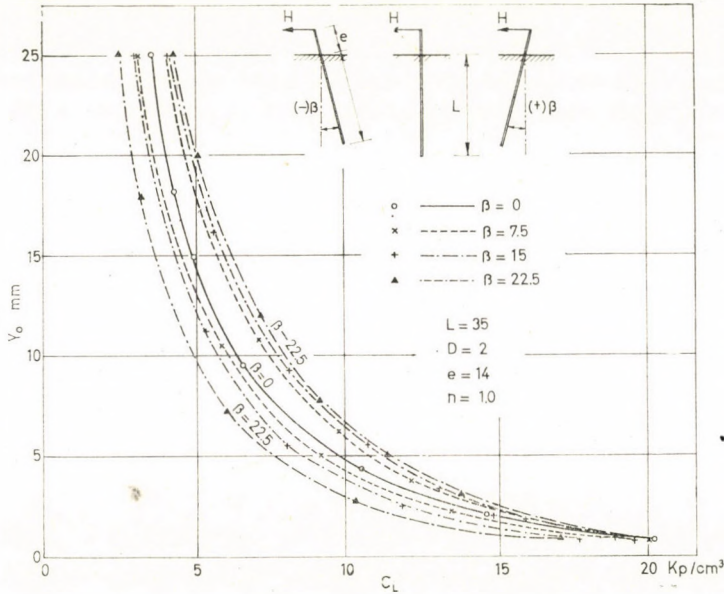


Fig. 9. Variation of the coefficient of subgrade reaction of piles of different inclination, in terms of displacement

started to drop sharply. Nevertheless, it reduced at $\beta = -45$ degs slightly below the lateral bearing capacity of the vertical pile. At $\beta = -37,5$ degs the lateral bearing capacity of the pile was almost 1,6 times as high as that of a vertical pile. In this case, again, the force pertaining to a horizontal displacement $Y_0 = 25$ mm of the pile top was considered as the measure for bearing capacity. In the case of piles inclined against the direction of the horizontal force, the reduction of bearing capacity was found to follow an approximately linear relationship and at $\beta = +22,5$ degs. the bearing capacity of the inclined pile was no more than 75 to 80% of the lateral bearing capacity of the vertical pile.

In analyzing the bearing capacity of laterally loaded rigid piles, a linear distribution of the coefficient of subgrade reaction was assumed; the variations in the magnitude thereof were studied in terms of the horizontal displacement (Fig. 9) and of the horizontal load (Fig. 10).

The magnitude of the coefficient of subgrade reaction was determined according to the diagram illustrated in Fig. 11, in the following way:

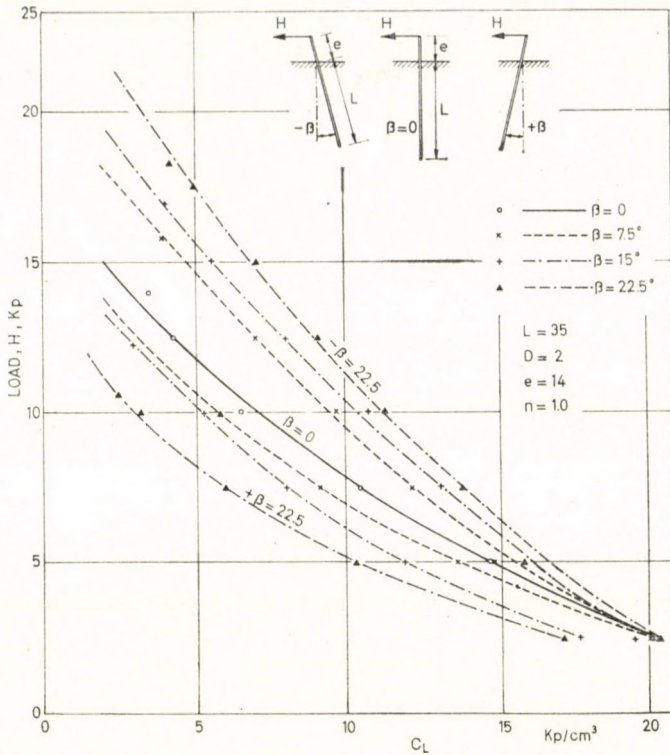


Fig. 10. Variation of the coefficient of subgrade reaction of piles of different inclination, in terms of the lateral load

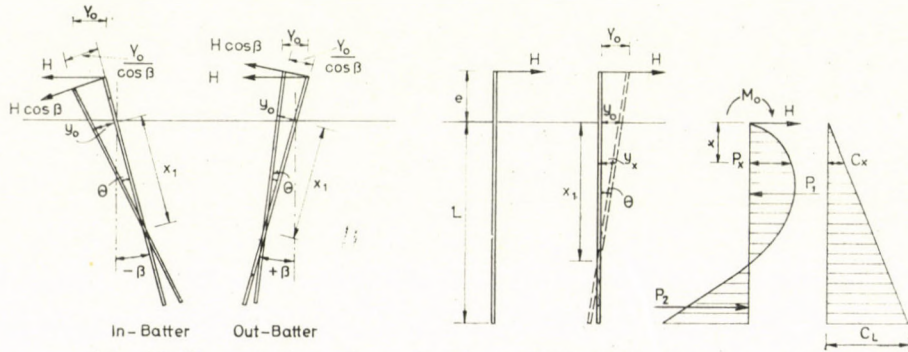


Fig. 11. Computation scheme for the coefficient of subgrade reaction

where

$$P_x = C_x y, \tag{1}$$

$$C_x = C_L \frac{x}{L}, \tag{2}$$

$$U = \frac{x_1}{L} \tag{3}$$

x = the coefficient of subgrade reaction at any depth x .

The acting horizontal forces are

$$P_1 = \frac{1}{6} DC_L y_0 LU^2, \quad (4a)$$

$$P_2 = \frac{1}{6} DC_L y_0 L (U^3 + 2 - 3)/U, \quad (4b)$$

$$H - P_1 + P_2 = 0; \quad H = \frac{1}{6} DC_L y_0 L (3U - 2) U, \quad (5)$$

$$M_0 + M_1 - M_2 = 0; \quad M_0 = He = -1/12 DC_L y_0 L^2 (4U - 3)/U, \quad (6)$$

$$U = (4e + 3L)/(6e + 4L), \quad (7)$$

$$H = 1/6 DC_L y_0 L^2 / (4e + 3L). \quad (8)$$

The horizontal displacement of the pile at the soil surface is

$$y_0 = 6 \frac{H}{DC_L L^2} (4e + 3L), \quad (9)$$

$$\tan \theta = \frac{y_0}{x_1} = 6 \frac{H}{DC_L L^3} (6e + 4L). \quad (10)$$

The horizontal displacement of the pile top is

$$Y_0 = y_0 + 14 \tan \theta = 6 \frac{H}{DC_L L^2} (4e + 3L) + e \frac{6H}{DC_L L^3} (6e + 4L). \quad (11)$$

The magnitude of the coefficient of a vertical pile at the point of the pile is

$$C_L = \frac{H}{Y_0} \left[\frac{6}{DL^2} (4e + 3L) + \frac{6e}{DL^3} (6e + 4L) \right]. \quad (12)$$

The value of the coefficient for an batter pile is

$$C_L = \frac{H}{Y_0} \cos^2 \beta \left[\frac{6}{DL^2} (4e + 3L) + \frac{6e}{DL^3} (4L + 6e) \right], \quad (13)$$

where H and Y_0 are values measured in the experiment, β is the angle of inclination of the pile.

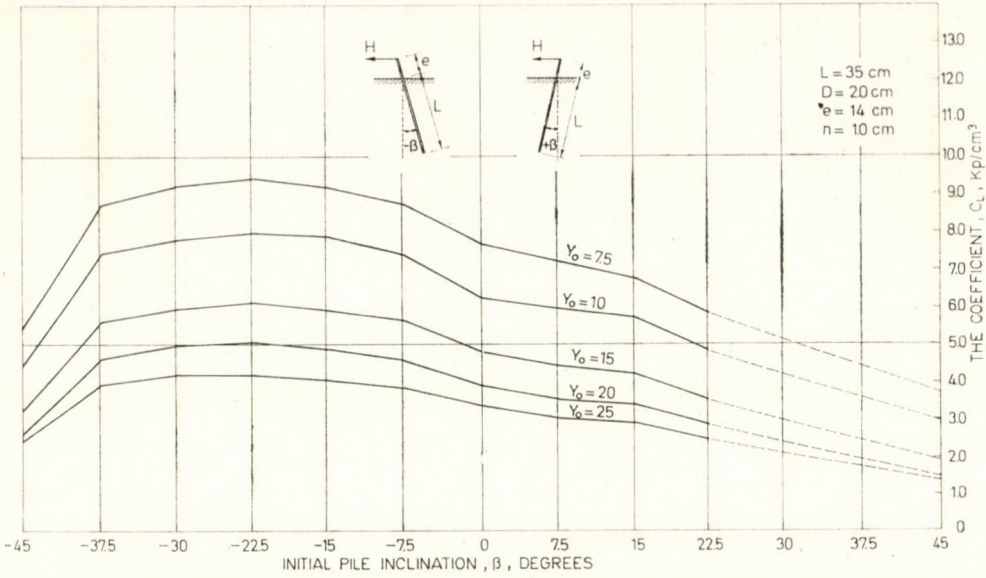


Fig. 12. The coefficient of subgrade reaction vs. pile inclination

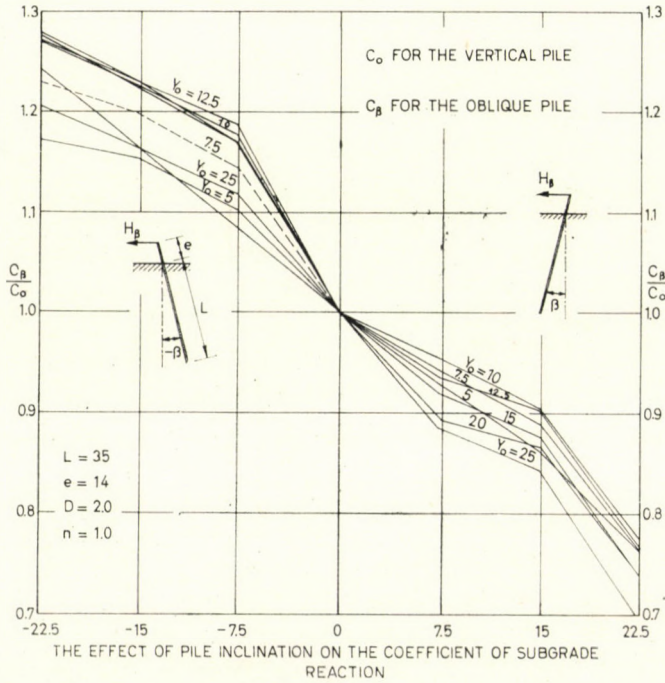


Fig. 13. Ratio of coefficients of subgrade reaction for batter and vertical piles at different lateral displacements

The variation of the coefficient of subgrade reaction is illustrated for different pile inclinations and different horizontal displacements Y in Fig. 12. For in-batter piles the coefficient was found to increase up to $\beta = -22,5$ degs, whereafter it decreased gradually. The value of the coefficient decreased uniformly when the pile was inclined against the direction of the force.

Variations of the coefficient of subgrade reaction of inclined piles is related to the coefficient of vertical piles in Fig. 13, showing that this value varies with the magnitude of the inclination. It may be stated with fair approximation that, depending on the direction of inclination, if the pile is inclined in the direction of the force, the increase of the coefficient of subgrade reaction over that of the vertical piles is, expressed in percentages, the same as the angle of inclination in the opposite direction and the decrease of the coefficient is the same — in percentages — as the angle of inclination in degrees.

4. Conclusions

Tests have been performed in cohesionless soil with the following main results:

α) The bearing capacity of axially loaded batter piles is greater than that of vertical piles of the same length;

β) The bearing capacity of vertical piles is greater under inclined loads than under vertical ones. Highest resistance occurred under a force inclined at $\alpha = 22,5$ degs. The bearing capacity was then greater by about 35% than that of the vertical piles ($\alpha = 0$);

γ) The resistance of batter piles against vertical loads increased with increasing the angle of pile inclination and attained peak values at $\beta = 22,5$ degs pile inclination. The variation of the resistance of batter piles is similar in character to that of the resistance of vertical piles to inclined loads. The absolute magnitude of resistance was found to be higher by about 10% for batter piles.

δ) The resistance of piles to horizontal loads varied between wide limits depending on the position of the pile axis. — Maximum resistance of laterally loaded piles developed when the pile was in-batter at $\beta = -37,5$ degs in a sense identical with that of the acting force. This resistance was 1,6 times as high as that of a vertical pile. At greater inclinations resistance decreased at a rapid rate. — For out-batter piles the resistance was lower than that of vertical piles and decreased in proportion with the angle of inclination. At $\beta = +22,5$ degs. the resistance was no more than 75 to 80% of that of a laterally loaded vertical pile.

ε) The coefficient of subgrade reaction of laterally loaded piles increased up to pile inclinations of $\beta = -22,5$ degs., whereafter it decreased gradually. — For pile inclinations commonly used in practice (to 22 degs) it was concluded that with fair approximation the coefficient of subgrade reaction of in-batter piles increases over that of vertical piles by as many per cents, as the angle of inclination expressed in degrees. In the case of out batter piles the decrease of the coefficient is the same — in percentages — as the angle of inclination in degrees.

REFERENCES

1. ТЧЕВОТАРИОФФ, G.: The Resistance to Lateral Forces of Single Piles and Pile Groups. *Symp. on Lateral Load Tests on Piles*. 1953, ASTM Special Technical Publication No. 154.
2. TERZAGHI, K.: Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction. *Geotechn. Inst. of Civil Eng.*, Vol. V, London, 1955.
3. YOSHIAKI YOSHIMI: Piles in Cohesionless Soil Subjected to Oblique Pull. *Proc. ASCE, Jour. of Soil Mech. and Foundations Div.* Vol. 90, No. SM 6, Nov. 1964, p. 11
4. BROMS, BENGT: Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soil. *Proc. ASCE, Jour. of Soil Mech. and Foundations Div.* Vol., 90, No. SM 3, May 1964, p. 123
5. KUBO, K.: Experimental Study of the Behaviour of Laterally Loaded Piles. *Vth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg.*, Paris, 1965.
6. BRAMLETTE, M.—FOCHT, J.: Discussion of "Piles Subjected to Lateral Thrust". *Symp. on Lateral Load Tests on Piles* 1954.
7. Снитко, Н. К. и Снитко, А. Н.: Деформационный расчет гибких опор в грунтовой среде с учетом влияния продольной силы. (Calculation of Deformation of Elastic Piles in Soil, under the Effect of Vertical Force.) "Основания, фундаменты и механика грунтов" (1967), № 3.
8. Снитко, Н. К. и Снитко, А. Н.: Расчет жестких и гибких опор, защемленных в грунтовую среду, при одновременном действии горизонтальных и вертикальных сил. (Calculation of Hard and Elastic Piles in Soil under Horizontal and Vertical Force.) "Основания, фундаменты и механика грунтов" (1967), № 6.

К вопросу несущей способности наклонных и вертикальных свай, нагруженных силами действующими в различных направлениях

А. Авад, Г. Петрашович

Работа занимается исследованием несущей способности вертикальных и наклонных свай, забитых в зернистую среду. На основе исследований авторами рассматриваются следующие:

- несущая способность вертикальных и наклонных свай, нагруженных вдоль их оси
- несущая способность свай при приложении наклонно действующей нагрузки
- несущая способность наклонных свай при вертикально действующей нагрузке
- несущая способность наклонных и вертикальных свай при вертикально действующей нагрузке

В работе даются оптимальные значения, получающиеся при отдельных случаях нагрузки, после чего, исходя из экспериментальных данных, с использованием коэффициента постели, сообщается расчет для демонстрации значения коэффициента постели и закономерности его изменения.

НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ УПЛОТНЕНИЯ ГЛИНИСТОГО ГРУНТА

Л. Д. АПТЕКАРЬ—С. С. БУШКАНЕЦ
ВНИИГ им. Б. Е. ВЕДЕНЕЕВА, ЛЕНИНГРАД, СССР

The paper contains new results of experimental investigation relating to the process of consolidation of clayey soil at different initial moisture content and at different rates of loading of samples by vertical pressure up to 60 kg/cm² (diameters of samples are 30, 45 and 90 cm).

Вопросы определения осадок глинистых ядер высоких плотин каменно-набросного типа и их напряженного состояния в процессе уплотнения имеют важное практическое значение.

Существующие теории уплотнения земляных масс, рассматривающие грунт как двухкомпонентную среду, исходят из предпосылки, что в начальный момент времени внешняя нагрузка полностью передается на воду, заполняющую поры грунта, и процесс консолидации сопровождается перераспределением напряжений между поровой водой и скелетом грунта по мере её выдавливания из пор грунта. При этом, если грунт не обладает свойствами ползучести, его уплотнение заканчивается после того, как нагрузка воспринята скелетом грунта. В общем же случае механизм консолидации глинистых грунтов определяется как поровым давлением, так и вязкими свойствами скелета грунта, причем роли каждого из этих факторов различные в зависимости от скорости деформаций ползучести.

Экспериментальные исследования показывают, что уплотнение полностью водонасыщенного грунта протекает в соответствии с указанным механизмом консолидации.

При возведении ядер и экранов плотин способом укатки начальное состояние грунта характеризуется обычно коэффициентом водонасыщения, равным 0,7÷0,8. Как будет показано ниже, процесс консолидации неполностью водонасыщенных глинистых грунтов отличается от такового для полностью водонасыщенных грунтов.

В работе изложены результаты экспериментальных исследований процесса уплотнения глинистого грунта при различной степени его водонасыщения, проведенных для обоснования расчётной модели консолидации ядер высоких плотин.

Экспериментальные исследования выполнялись применительно к глинистому ядру строящейся каменно-набросной плотины Нурекской ГЭС

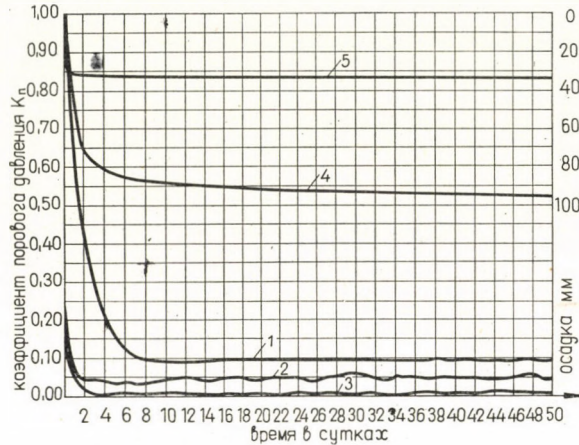


Рис. 1. Графики изменения коэффициента порового давления и осадок образца суглинка во времени при мгновенном приложении давления 30 кг/см^2 . 1 — график $\kappa_n = f(t)$ при $w = 20,3\%$; 2 — график $\kappa_n = f(t)$ при $w = 16,5\%$; 3 — график $\kappa_n = f(t)$ при $w = 15\%$; 4, 5 — графики осадок для опытов при $w_0 = 20,3\%$ и $\gamma_{ck} = 15\%$

высотой 300 м. Исследования проводились в специально созданной компрессионно-консолидационной лаборатории, в которой имеются восемь установок — три больших для опытов с образцами диаметром 90 см и пять малых для проведения опытов с образцами диаметром 45 см. Каждая из установок представляет собой консолидационный стакан, установленный на рабочем столе гидравлического пресса, снабженного автоматической аппаратурой, позволяющей поддерживать постоянное давление на испытуемый образец грунта до 60 кг/см^2 . Опыты проводились также с образцами диаметром 30 см на установках, которые на схеме не показаны.

Экспериментальные исследования процессов консолидации проводились в условиях одномерной задачи при одностороннем оттоке воды вверх.

Специальными опытами было установлено, что при соотношении диаметра образца к его высоте, равном 1 : 1 и принятии мер для уменьшения трения грунта по стенкам стакана, вертикальные напряжения в образце не изменяются по высоте.

Опыты проводились с лессовидным суглинком, для которого число пластичности $W = 8\%$ ($W_T = 28\%$; $W_P = 20\%$). Оптимальные значения объемного веса скелета и влажности по Проктору равны: $\gamma_{ck} = 1,80 \text{ г/см}^3$, $W = 16,7\%$. Коэффициент фильтрации суглинка при $W = 17 \div 20\%$ и $\gamma_{ck} = 1,77 \div 1,85 \text{ г/см}^3$ равен $K_{cp} = A \cdot 10^{-7} - A \cdot 10^{-8} \text{ см/сек}$.

Образцы приготавливались способом послойного уплотнения грунта с заданной влажностью до нужного объемного веса. Уплотнение каждого

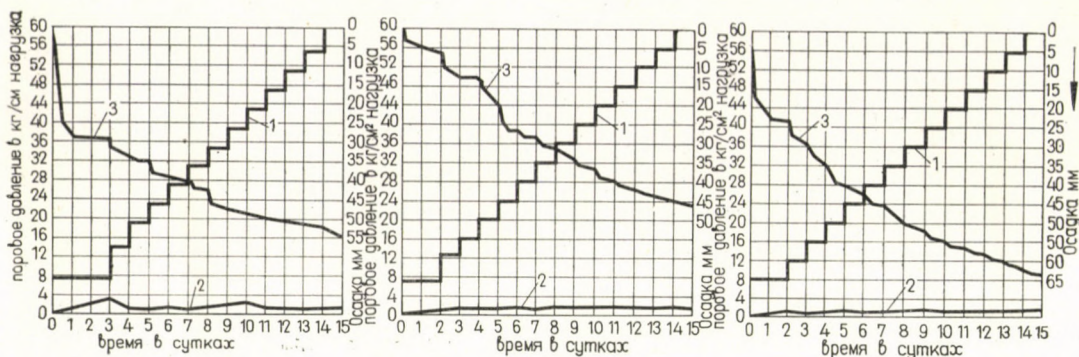


Рис. 2. Результаты опытов на консолидацию образцов суглинка при возрастающей нагрузке. 1 — график роста нагрузки во времени; 2 — график изменения порового давления во времени; 3 — график осадки образца во времени

слоя производилось прессованием, режим которого устанавливался методическими опытами. Например, для получения $\gamma_{ск} = 1,70 \text{ г/см}^3$ при $W = 16,5\%$ и начальной толщине слоя 10 см требовалось производить уплотнение в течение 15 минут давлением 15 кг/см². Каждый последующий слой грунта укладывался на взрыхленную поверхность ранее уложенного. Поровое давление измерялось гидроэнергетическими приборами в шести-девяти точках, а осадки образца — с помощью индикаторов часового типа.

Изучение процессов уплотнения суглинка проводилось при различных значениях начальной влажности и в условиях различных режимов нагружения, а именно: постоянная нагрузка, приложенная к образцу «мгновенно» и та же нагрузка, но возрастающая ступенями. Вторая схема нагружения соответствует условиям возведения ядер каменно-набросных плотин.

Механизм развития порового давления по данным опытов на консолидацию при действии «мгновенно» приложенной уплотняющей нагрузки, равной 30 кг/см², иллюстрируется типичными графиками $K_n = f(t)$ (рис. 1) для трех различных значений начальной влажности грунта: оптимальной по Проктору, равной $W = 16 \div 17\%$, меньшей оптимальной $W = 14\%$ и большей оптимальной $W = 20\%$, при начальном объемном весе скелета грунта $\gamma_{ск} = 1,70 \text{ г/см}^3$.

Полученные результаты экспериментов указывают на следующие особенности развития порового давления в процессе консолидации.

1. Максимальное значение коэффициента порового давления возрастает с увеличением начального коэффициента водонасыщения грунта и достигает единицы при полном водонасыщении грунта, т. е. в последнем случае в начальный момент нагрузка полностью передается на водную фазу грунта.

2. Максимальное значение коэффициента порового давления, зафиксированное в опытах с суглинком при начальной влажности, соответствующей оптимальной ($W = 16 \div 17\%$; $g = 0,74$), равно $K_{n \max} = 0,05 \div 0,15$.

После кратковременного периода интенсивного рассеивания порового давления наступает длительный период стабильного порового давления, в течение которого уплотнение грунта происходит за счёт вязких свойств скелета грунта, что иллюстрируется графиками $K_n = f(t)$ и $S = f(t)$ на рис. 1.

Экспериментальное изучение процесса консолидации при ступенчатом нагружении проводилось при начальном коэффициенте водонасыщения грунта, равном $g_0 = 0,74$ ($W = 16,5\%$, $\gamma_{ck} = 1,70$ г/см³) и $g_0 = 0,92$ ($W = 20,4\%$; $\gamma_{ck} = 1,70$ г/см³). Нагружение образцов производилось равномерно в течение 15 суток ступенями по 4 кг/см² в сутки до давления 60 кг/см². В опытах при $g_0 = 0,74$, несмотря на интенсивный рост нагрузки, по сравнению с условиями возведения плотин, максимальное поровое давление, регистрировавшееся после приложения каждой ступени нагрузки, не превышало значения $\sigma_n = 3$ кг/см² в течение всего опыта. На рис. 2 приведены графики роста нагрузки $\sigma = f_1(t)$, графики изменения порового давления во времени $\sigma_n = f_2(t)$, а также графики осадок $S = f_3(t)$ для трех опытов. Как видно из приведенных графиков, поровое давление в этих опытах незначительно.

Таким образом указанными опытами подтверждается положение о незначительной величине порового давления, возникающего в процессе консолидации глинистого грунта с начальной влажностью и плотностью, близкими к оптимальным значениям.

В опытах с грунтом, начальный коэффициент водонасыщения которого $g_0 = 0,92$, процесс развития порового давления был совершенно иным.

Первая ступень нагрузки полностью воспринималась водной фазой грунта, что согласуется с основной предпосылкой фильтрационной теории консолидации т. е. коэффициент порового давления $K_n = 1$. Последующие две ступени уплотняющей нагрузки вызывали повышение порового давления, равное по величине 80 и 70 процентам от приложенных соответственно второй и третьей ступеней нагрузки. Дальнейшее повышение уплотняющей нагрузки, производившееся с той же скоростью, что предыдущие ступени нагружения, хотя и сопровождалось повышением порового давления, но не большим достигнутого на третьей ступени нагрузки ($\sigma_{yn} = 24$ кг/см²; $\sigma_n = 18$ кг/см²). При этом необходимо подчеркнуть, что при каждом увеличении нагрузки приборы порового давления регистрировали всплески порового давления, однако по величине они не превосходили $\sigma_n = 18$ кг/см², зафиксированного при приложении третьей ступени нагрузки.

На рис. 3 приведены графики изменения порового давления и коэффициента порового давления по одному из приборов, установленных в образце диаметром 90 см, а также графики роста нагрузки и осадки. После ступенчатого приложения нагрузки до 60 кг/см² опыт продолжался при этой нагрузке 47 суток. При этом отмечалось обычное для исследуемого суглинка

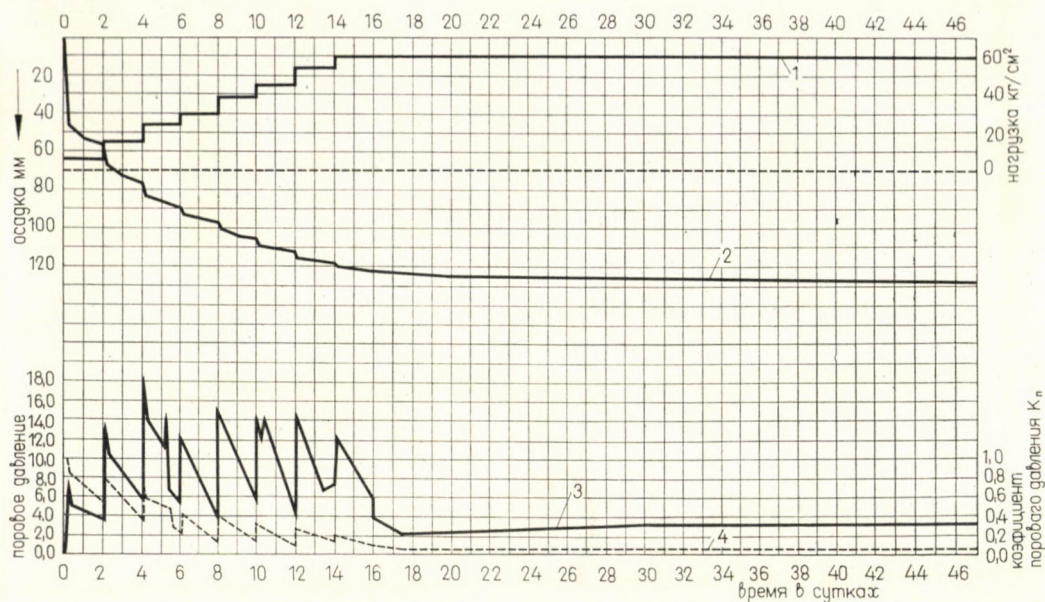


Рис. 3. Результаты опыта на консолидацию $w_0 = 20,3\%$; $\gamma_{ск} = 1,70 \text{ т/м}^3$. 1 — график возрастающей нагрузки; 2 — график осадки; 3 — изменение порового давления во времени; 4 — изменение коэффициента порового давления во времени

явление, когда уплотнение грунта протекает при небольшом постоянном поровом давлении вследствие вязких свойств скелета грунта.

Таким образом, результаты опытов показывают, что при уплотнении водонасыщенного грунта под действием возрастающей нагрузки, положение фильтрационной теории консолидации о полной передаче нагрузки в начальный момент на водную фазу находит своё подтверждение при приложении первой ступени нагрузки. При дальнейшем возрастании нагрузки имеет место частичная передача нагрузки на водную фазу, уменьшающаяся с ростом нагрузки. Это явление обуславливается, по-видимому, тем, что по мере уплотнения грунта часть внешней нагрузки сразу после её приложения воспринимается скелетом грунта.

Результаты экспериментального изучения порового давления, возникающего в процессе уплотнения глинистого грунта, проведенного на образцах диаметром 90, 45 и 30 см при разной начальной влажности, разных режимах нагружения до давлений 60 кг/см^2 , позволяют сделать следующие выводы.

1. При начальном коэффициенте водонасыщения грунта, не превышающем $g = 0,8$ (что отвечает условиям возведения ядер каменно-набросных плотин), поровое давление мало и не имеет практического значения, и уплотнение грунта происходит за счет компрессионных и вязких свойств грунта.

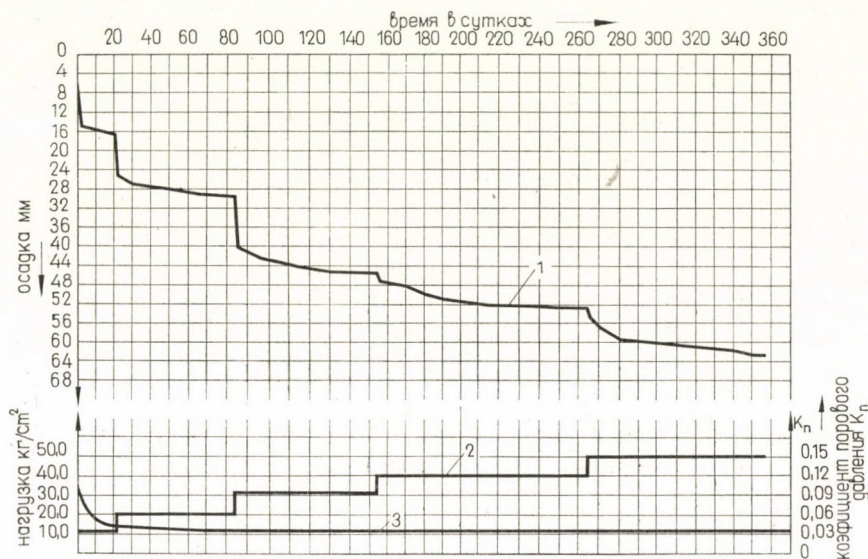


Рис. 4. График изменения осадки во времени при ступеньчатой нагрузке $w_0 = 16,5\%$; $\gamma_{ск} = 1,70 \text{ г/см}^3$. 1 — График осадки во времени; 2 — график роста нагрузки во времени; 3 — график изменения коэффициента порового давления во времени

В таких случаях вопросы уплотнения могут рассматриваться на основе расчётной модели грунта как однокомпонентной ползучей среды.

2. Расчётная модель консолидации двухфазной среды в её общей постановке как смешанной задачи фильтрационной теории консолидации и теории ползучести, с начальным условием, определяющим полную передачу нагрузки в момент её приложения на водную фазу, применима к глинистым водонасыщенным грунтам ($g \approx 1,0$) при уплотнении их постоянной нагрузкой и начальной плотности грунта, обеспечивающей полную передачу приложенной нагрузки на водную фазу.

3. Развитие порового давления в водонасыщенном глинистом грунте при уплотнении его возрастающей нагрузкой требует дальнейшего экспериментального и теоретического изучения.

Приведем некоторые данные, характеризующие осадки грунта при разных значениях начальной влажности его. Выше отмечалось, что в выполненных экспериментах процесс длительной осадки грунта протекал при наличии остаточного порового давления, незначительного по величине.

Продолжительность опытов, проводившихся для определения величин стабилизированной осадки образцов грунта диаметром 90 см и высотой 85 см при начальном состоянии грунта, характеризуемом влажностью $W = 16,5\%$ и объёмным весом скелета грунта $\gamma_{ск} = 1,70 \text{ г/см}^3$, и уплотняющих давлениях до $50 \div 60 \text{ кг/см}^2$, составила около 150 суток. Для проверки полученной величины стабилизированной осадки испытуемых образцов грунта был про-

ведён контрольный опыт, в котором длительность испытания составила 356 суток. Этот опыт показал величину относительной осадки 7,4%, против 7,1%, зафиксированной в опытах с продолжительностью испытания 150 суток. Развитие осадки во времени иллюстрируется типичным графиком $S = f(t)$, приведенным на рис. 4, на котором дан и график зависимости $K_n = f(t)$. Этот график подтверждает ранее высказанное положение о том, что при начальном коэффициенте водонасыщения $0,75 \div 0,80$ осадки грунта протекают, главным образом, за счет вязких свойств скелета грунта.

Идентичные опыты с грунтом, начальная влажность которого составляла $W = 14,2\%$, т. е. меньше оптимальной влажности, дали величину относительной осадки 7,1% при сроке испытания 352 суток.

На основании полученных данных опытов можно заключить, что уменьшение начальной влажности грунта, против оптимального значения в указанных пределах, не оказывает существенного влияния на величину относительной осадки грунта, обладающего свойствами ползучести.

Однако такой вывод не может распространяться на грунт с влажностью больше оптимальной, что подтверждается результатами опытов, поставленными при начальной влажности грунта $W = 20,3\%$. При прочих равных условиях экспериментирования и длительности испытания $200 \div 220$ суток, относительная осадка оказалась равной 13,6%, т. е. почти в два раза больше, чем при начальной влажности грунта $W = 16,5\%$.

На основании полученных результатов опытов следует указать на существенное влияние начальной влажности грунта на величину осадки, что не может быть учтено по теории фильтрационной консолидации. Рассмотрение этого вопроса может быть произведено при решении смешанной задачи теории фильтрационного уплотнения и теории ползучести с использованием расчетных параметров ползучести, устанавливаемых из опытов на ползучесть для каждого состояния грунта.

Резюме

Работа содержит новые результаты экспериментального изучения процесса консолидации глинистого грунта при разной начальной влажности его и разных режимах нагружения образцов вертикальным давлением до 60 кг/см^2 (диаметр образцов грунта 30, 45 и 90 см).

FOUNDATION OF THE TRADE UNION CENTER (SZOT) HOTEL IN BUDAPEST

B. BALÁZSY

UNDERTAKING FOR SURVEYS AND SOIL EXPLORATION, BUDAPEST, HUNGARY

An alternative of deep spread foundations realized under difficult terrain and geological conditions, is described. Special care was indicated in the foundation design. A deep spread foundation was accepted to meet various requirements, involving no more than 6 construction pits and foundations. Each of these supports 9 columns, the load of which is transmitted by a cantilevered reinforced concrete structure. The high load bearing capacity of the hard marl could be used to the full in this manner, up to an effective bearing pressure of 20 kp/sq. cm, without transferring loads to the unreliable upper clay layers. The completed structure verified the data of preliminary explorations and tests, and justified the correctness of the foundation design adopted by the designer.

1. Introduction

As a consequence of progress in urban development increasing use is being made of lands, considered so far unsuited for one reason or another for construction (e.g. man made fill terrain with unfavourable topographic conditions, areas where swelling or shrinking soils occur, etc.).

With progress in town development, these areas are becoming increasingly attractive primarily for the realization of housing projects, and also for the settlement of industry. Advance in the technology of foundation engineering allowing at the same time the design and construction of the foundations required for similar areas. The combination of achievements in scientific and theoretical research and the growing use of mechanization contributed to the development of solutions which proved satisfactory from the engineering and economic aspects alike.

In the present paper a successful foundation will be described in an area, where construction was considered risk yowing to unfavourable topographical and subsoil conditions and to a slight danger of landslides. This reservation supported by the surface movement in the vicinity of the construction site, which, however, was rather soil creep than landslide in character.

2. Geological and soil conditions

The construction site is located in Budapest, on the steep eastern slope of Rózsadomb (Fig. 1).

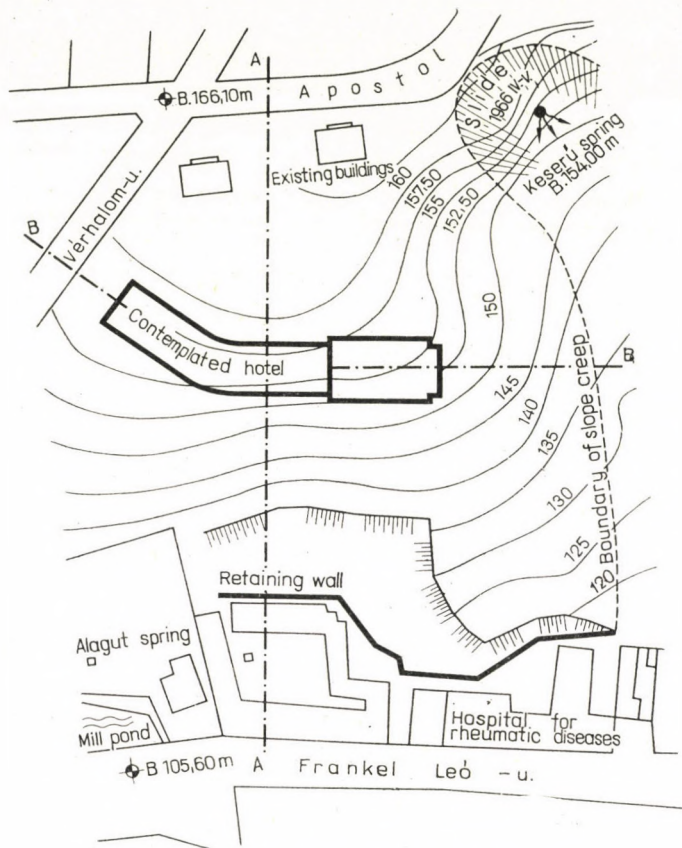


Fig. 1. Plan of building site and environment

It can be seen from the map and the representative E—N profile of the area (Fig. 2) that particular conditions had to be taken into consideration. The original slope varied from 10 to 15 m within the building area, while the total difference in elevations attained 50 to 60 m. Part of this takes the form of an about 60° , in some places even 75° slope which resulted from movement along a NW—SE tectonic failure. In the face of the slide Upper Eocene Buda marl is visible, which is an outcrop of the oldest geological formation. This is overlaid by a 5 to 6 m thick layer of extremely jointed, hard, cross bedded clay, which does not appear to be a weathering product of the Buda marl, but has moved by sliding along the slope to its present position. In the highest parts of the area fragmented blocks of 2 to 3 cu. m volume of Pleistocene freshwater limestone-shale are visible.

Although no signs indicating the danger of local landslide, or other slope movement were detected at the proposed site of the hotel and the condition of the slope appeared to be sufficiently stable, creeping having grave

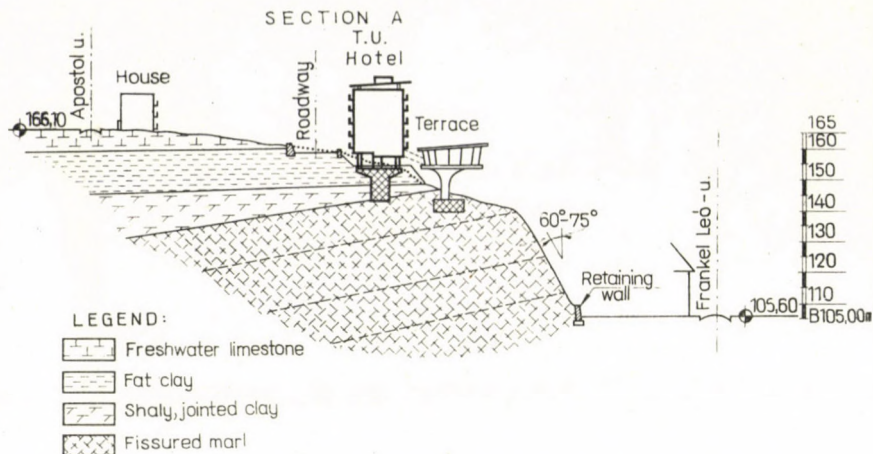


Fig. 2. E-W profile and geological structure of the building site

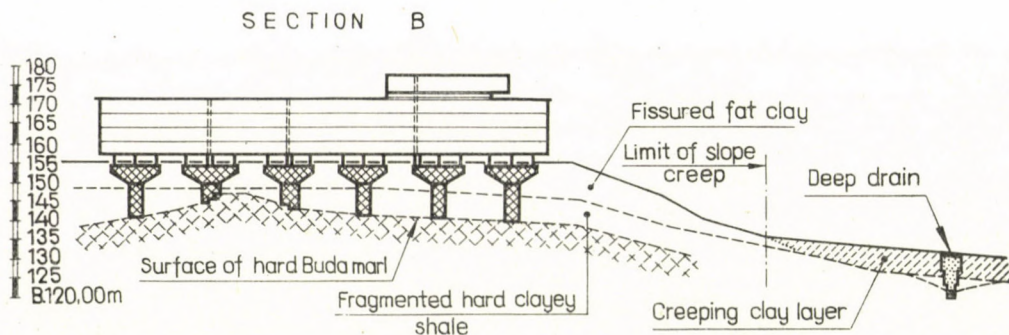


Fig. 3. N-S profile with section through the Hotel building and foundations of different depths

consequence in adjacent areas required a very careful foundation design. Therefore, in the preliminary stage of the projects soil explorations were more detailed than usual, the bedding and depth, the strength properties of the Buda marl, as well as the location and condition of overlying, jointed clays and clay marls were determined making 20 m deep boreholes.

The information gained from these boreholes was compiled in the profiles shown in Figs 2 and 3. The hard clay at the surface had the following properties: $I_c = 1,2$; $\sigma_t = 6,0$ kp/sq. cm, void ratio $e = 0,7$. The condition of this clay, or clay-marl improved with depth, its water content decreased from $w = 19\%$ to $w = 13\%$ and its compressive strength attained $\sigma_t = 12$ kp/sq. cm. The clay changed gradually to a layered, jointed marl (Fig. 4), which under the influence of air and rainwater disintegrated into tablets and scales (Fig. 5). This mass is characterized by a high degree of fragmentation and fissuring, so that owing to the planes of separation and lithoclasts no



Fig. 4. Fissured clay marl blocks after excavation



Fig. 5. Weathering of the clay marl under atmospheric influence, 1 month after excavation

undisturbed core samples could be taken from the highly heterogeneous rock. Consequently no positive judgment as to the quality of this layer could be arrived at. Its load bearing capacity could not be described in the conventional manner, nor by the design value $\sigma_H = \sigma_t/6$ (wherein σ_H = limit design stress).

In view of these conditions it was concluded that the behaviour of these materials was controlled by the extent and pattern of fissuring rather than by the strength of the rock-parts proper. This is due to the fact that the residual strength of the heterogeneous rock mass is influenced by shear between the rock fragments and friction along the contacting more or less rough surfaces. At the same time it was anticipated that deformations (compression) of this rock mass would result from internal displacements of fragments

relative to each other, rather than from the compression of individual fragments.

The load bearing capacity of this rock mass was adversely influenced by the 2 to 20 mm thick calcite crystal deposits encountered in the fissures, indicating ancient action of thermal water. However, seepage water was not observed neither in the boreholes, nor during excavation work.



Fig. 6. Stepped foundation plane in the hard, bedded Buda marl at depth from 8 to 10 m below terrain surface

The calcite crystals are water-soluble, veins of greater thickness already crushed under loads of 2 to 3 kp/sq. cm. During the excavation of the construction pit the occurrence of these was therefore observed with special care and the foundation plane was always carried below the layer zone interwoven with these calcite veins.

Below this fissured clay marl the Buda marl could be sharply distinguished by its hardness and form of appearance. This consisted of beds dipping mildly to the south (Fig. 6) and had crushing strengths ranging from $\sigma_t = 175$ to 400 kp/sq. cm — as determined by tests on core samples. This rock of high strength could be regarded as fix regardless of the nearby creeping slope and had a decisive influence on the selection of the foundation design. On the basis of test results a limit design stress

$$\sigma_H = \frac{\sigma_t}{6} = 30 \text{ to } 60 \text{ kp/sq. cm}$$

would have appeared as a safe value, yet with regard to fissuring, to the dipping, jointed formation and the considerable scatter of crushing strength values, the conservative value of $\sigma_H = 20$ kp/sq. cm was fixed.

The impervious clay layer that was deposited over the Buda marl played an important role in the freshwater limestone. The high sulphate content of the "keserűforrás" (bitter spring) shown on the plan may be attributed to this clay. The spring rises from the impervious calcium-sulphatic clay underlying the freshwater limestone and the SO_4 concentration in the water attained the 4000 mg/l order. The spring-headworks and the drainage pipeline were destroyed in 1945 and the water flowed freely in the surroundings. The layers covering the marl became saturated and the ensuing slope creep north of the proposed hotel building affected a large area, endangering even some of the buildings in Frankel Leo Street (see the outlines of slope creep on the general layout).

In order to restore the stability of the slope a system of deep drains was constructed, after the completion of which no further ground movement could be observed in the area. The large volumes of water intercepted and removed by various drainage lines may be regarded as indications of the effectiveness of this measure.

3. Structural design and loading

The described topographical and subsoil conditions played a decisive role in the selection of the general outline — and to a certain extent of the structural design — of the proposed building. The site occupies a very advan-

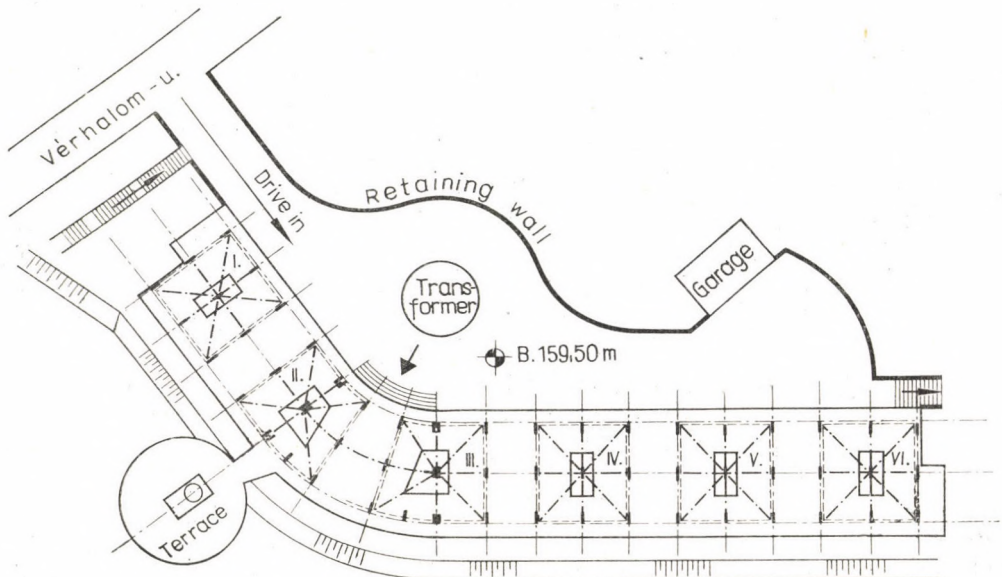


Fig. 7. Plan of the hotel building showing the arrangement of columns and foundations

tageous position dominating the surroundings and aesthetical considerations called for a relatively low (4 to 5 floors) and long building fitting into the slope. This effect was enhanced by the arrangement parallel to the contourlines and thus a pronounced harmony could be created between the architectural solution and the surroundings (see the contourline map).

The superstructure itself is divided by three expansion joints into four blocks, having a total area of about 110 by 16 m. The framework consists of monolithic reinforced concrete with column loads ranging from 300 to 420 Mp. The arrangement in plan of the three rows of columns and the principal dimensions of the building are shown in Fig. 7.

Vertically the building is elevated above the terrain, the area thus created permitting the accommodation of a parking lot.

4. Foundation design

From the evidence gained by soil and rock tests it was positively concluded that any of the layers explored would be capable to carry safely the loads of the structure, both as regards load bearing capacity and settlements.

Nevertheless, considerable care had to be devoted to the selection of the method and depth of foundation, to the stability conditions of clay layers overlying the basement rock. Allowance had to be made for the circumstance that although in the period preceding construction work no signs indicating movement could be observed on the surface and no signs of recent, or continuing movement were revealed during exploration, the cuts and excavation associated with foundation work may still disturb this equilibrium and result in soil creep of unpredictable area and extent.

With these considerations in mind preference was given to a method of foundation involving an as small as possible number of excavations and construction pits, thus disturbing the equilibrium of the jointed clay masses on the minimum of locations. An additional consideration in favour of this solution was that no foundation structures running parallel to the contourlines (wall footings, reinforced concrete foundation walls) seemed permissible in the path of surface runoff resulting from precipitation, or of seepage flow appearing periodically and occasionally immediately below the ground surface.

It became similarly evident that in the interest of slope stability no load should be transmitted to the clay layers overlying the irregular surface of the marl, so that the shale clay and Buda marl encountered at greater depths appeared suitable to carry the foundation loads. The average depth of from 8 to 10 m would have resulted, however, in a very expensive and for the stability of the slope adverse solution if each column would have been founded separately. This would in fact have involved the excavation of altogether 54

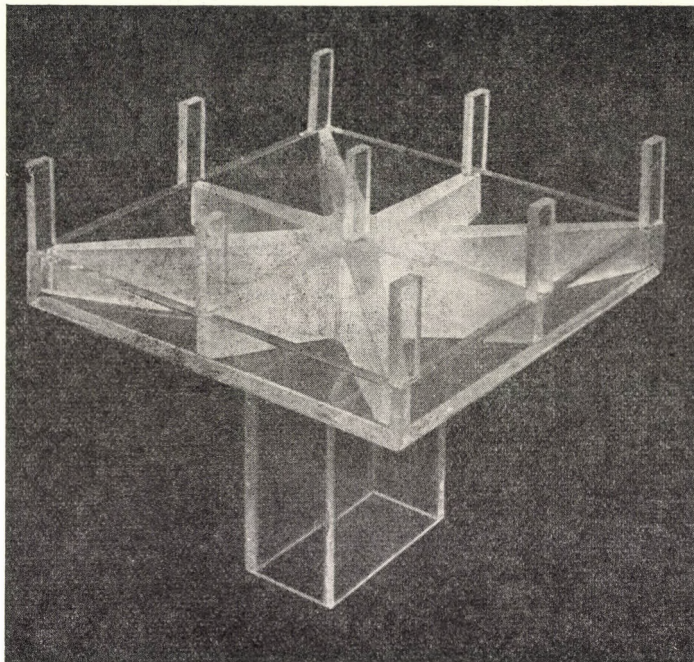


Fig. 8. Model of a foundation unit

construction pits arranged in three rows resulting besides in other drawbacks in an prohibitively long construction period.

As a final argument in support of the above considerations the favourably high strength and load bearing capacity of the Buda marl formation was introduced. However, it was found impossible to use, for individual column foundations — each carrying a load of 300 to 420 Mp as mentioned above — the high load bearing capacity. The only potential mechanized method for constructing deep foundations, that involving the construction of cast-in-situ piles by the Benoto method, had to be discarded in view of the presence of limestone blocks referred to earlier.

In order to reduce the number of construction pits to the minimum possible, and to use to the full the high strength and load bearing capacity of the basement rock, to avoid underground structures arranged parallel to the contourlines, etc., contributed to accept the final design illustrated in Fig. 8. This consists essentially of providing a common foundation for each group of 9 columns rather than separate column footings. In this manner the number of construction pits required for the entire building was reduced to six, which was estimated safe for the stability of the slope. Under the columns carrying the heaviest loads the force transmitted to a foundation body was $9 \times 420 = 3780$ Mp, calling for a bearing area of 6,20 by 3,10 m = 19,0 sq. m

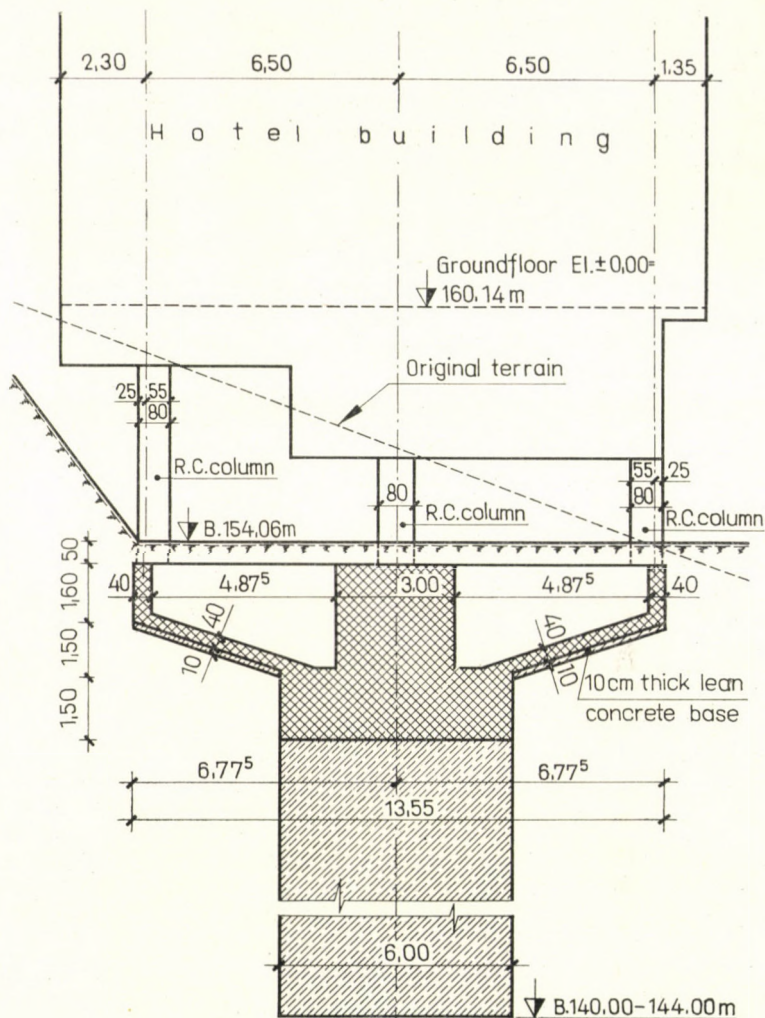


Fig. 9. Section through the building and foundations

at the limit design stress of $\sigma_H = 200 \text{ Mp/sq. m}$, permitting the full use of the load bearing capacity of the marl.

Each group of nine columns is supported by a cantilevered reinforced concrete structure of 13,50 by 13,20 m area, resting in turn on a central block transmitting loads to the foundation proper (Fig. 9). The foundation body was elongated transversally to take care of the slight (about 40 cm) eccentricity due to wind pressure. The cantilever structure was designed so as to transfer the entire column load to the deep foundation block. Although the lower reinforced concrete slab connecting the cantilever arms is cast directly on the soil, i.e., on the plain concrete pavement spread thereon, it is designed

to deflect $1 \div 2$ cm — compressing the underlying clay layer by the same amount — after which the full load will be carried by the structure just described. The differences between the deflections of cantilever ends were no greater than 8 to 10 mm, which could readily be accommodated in the design of the superstructure.

Изготовление фундамента будапештской гостиницы Совета профсоюзов Венгрии

Б. Балажи

В работе описывается один из вариантов углубленного плоского фундамента, который применен на необычно трудной местности при особо трудных геологических условиях.

Геологическая структура территории, происшедший в непосредственной близости обвал склона и общие гидрогеологические условия при выборе способа устройства фундамента играли решающую роль.

На до сих пор еще незастроенной территории со склоном и местами охваченного $60-75^\circ$ обвалом над будайским твердым мергелем, находящегося на глубине 8—12 м, залегает трещиноватый кусковатый слой глинистого мергеля.

Под воздействием слива воды в течение продолжительного времени на соседней территории эти породы стали текучими и привели к скольжению.

Вследствие сказанных выше, необходимо было принять особые меры защиты при заложении фундамента гостиницы.

Для удовлетворения поставленных требований был изготовлен углубленный плоский фундамент, для которого необходимо было изготовить только шесть котлованов, соотв. фундаментов. На каждый из них опирается по 9 колонн посредством консольной железобетонной конструкции, таким образом высокую несущую способность твердого мергеля удалось использовать до подошвенной нагрузки порядка 20 кгс/см^2 без использованием верхний слой глины, являющейся критической с точки зрения устойчивости. Изготовленный со временем фундамент подтвердил правильность предварительных исследований и установлений, а также выбранного метода основания.

A NEW METHOD OF SOIL STABILIZATION: SUPERSILIC

GY. CZERNY—Z. REGELE—MRS. B. SCHWOY

BUREAU FOR SURVEYING AND SOIL EXPLORATION, BUDAPEST, HUNGARY

The problems associated with the stabilization of soils with a high water-content and low cohesion is dealt with. A brief review of soil stabilization methods used so far is presented together with their relative merits and drawbacks. Difficulties in grouting can be overcome by the so-called gaseous processes, where a gas, rather than a fluid is used as the reagent substance. In the *Supersilic* method the soil is saturated with sodium silicate and then treated with a fluoride gas compound. An actual application of the method is described where a loess soil was stabilized by the new method. The *Supersilic*-method is expected to play an important role in future soil stabilization operations.

1. Introduction

The most important fields for the application of soil stabilization methods are in civil- and especially in foundation engineering, where the load-bearing or stability properties of the soil must be improved, and where natural conditions, as well as engineering and economical requirements are favourable for such applications. These methods are particularly suited for the reinforcement of foundations, to enable them thereby to carry additional loads due to the addition of floors, or other reconstruction work resulting in increased loading. The stability of foundations can in this manner be guaranteed in the case of construction in the vicinity of existing buildings, or when repairing damaged structures. In the majority of cases soil stabilization can be carried out without causing major disturbance in the regular use of the affected building, or structure and without endangering its stability.

2. Two- and single-fluid soil stabilization methods

Soil stabilization methods can be classified into two broad groups, namely two- and single fluid processes. In the first case sodium silicate and the reacting solution are grouted separately, in successive operations into the soil, whereas in the second the two solutions are pre-mixed in predetermined ratios or by the addition of retarder substances, so that only the grouting of a single fluid is necessary. Both methods have inherent advantages and drawbacks. Two-fluid processes in general, ensure high strength, but their application is restrict-

ed to certain soil types. No success can be anticipated unless the soil is granular and of a coarse gradation, having an effective particle size $D_m = 0,1$ mm, a combined silt-clay fraction of $S_{t+a} = 10\%$ by weight and a permeability coefficient $k = 10^{-3}$ cm/sec. Beyond these limits the method tends to become very slow and consequently — especially with greater grouting volumes — uneconomical. In the single-fluid methods the chemical is more readily grouted, but owing to the high degree of dilution of the sodium silicate and to the inevitable retardance of the time of setting, limited strength figures can only be attained. Since the resulting gel is soft, of a loose structure and low bonding strength, the single-fluid methods are mostly employed for improving the permeability properties of the soil. In recent years successful experiments were conducted in which plastic resins were employed for soil stabilization purposes. These substances are suitable for eliminating the drawbacks mentioned above, the resulting solutions are of sufficiently low viscosity to be readily grouted and considerable strength is imparted to the soil treated by the hardened resin. For the time being any wider application of the method is prevented, however, by the high cost of the special plastic resin product and manufacturing difficulties.

3. Soil stabilization using sodium silicate and gas reagent

Gaseous methods, in which gas rather than a fluid is used for the precipitation of SiO_2 , occupy an intermediate position between the sodium-silicate based two- and single fluid methods. The idea was conceived by JOOSTEN (1931) and JORGENSEN (1935) who suggested in their patented methods [1] the use of carbon dioxide gas (CO_2) for this purpose. A patent granted in Hungary was based on the same principle [2]. The process is still realized in two stages. Diluted sodium silicate is grouted into the soil first, followed by the gas after the zone to be treated is saturated. As in the case of the two-fluid methods reaction occurs immediately once the two substances come into contact, while the gas expands by diffusion through the loose, aqueous gel formed in the capillaries of the soil. Grouting of the reagent was thus successfully solved by the application of gas. However, for the effective stabilization of fine grained, semi-cohesive soils (fine sand, silty fine sand, loess) by the gaseous method, high strength must be attained even when using the sodium silicate in a highly diluted solution. For this purpose carbon dioxide as the reactive substance is no longer suitable, since the resulting gel is of low bonding strength, the treated soil is unstable in water, and stabilization remains practically ineffective, if the proportion of particles finer than 0,06 mm is equal, or higher than 20% by weight of the soil [3]. This drawback is eliminated by the *Supersilic* method, in which grouting of the diluted sodium silicate solution is followed by the injection of the gas compound containing fluorine as the reacting agent.

4. The Supersilic-method*

This method consists of a highly effective silicate treatment, based on grouting two substances (fluid + gas) subsequently, which was used initially for repairing damaged sewers from the inside. During these repair works it was observed that not only the damaged spots of the sewer were sealed completely, but the soil surrounding the sewer also became stabilized by the fluid sealant and gaseous reactive agent leaking into the soil. These favourable practical experiences lead to the application of this method to actual soil stabilization problems.

Owing to the gaseous phase of the reacting agent the method offers considerable advantages in realization and at the same time the properties of the product, the stabilized soil, are also excellent. These will be demonstrated by quoting the strength and permeability figures obtained by high-intensity steam leaching tests (atmospheric steam curing) on specimens made by different methods. For these tests the cylindrical specimens (40 mm diameter) were moulded with the same soil: sodium silicate ratio of 1 : 0,6. Stabilization was effected under pressures corresponding to normal construction technology using a 30% by weight CaCl_2 solution, CO_2 -gas and a gas compound containing fluorine, respectively. At the age of 5 days some of the specimens were steamed-cured for 32 hours under atmospheric pressure. Compressive strength and permeability coefficient k were determined at the age of 5 days on both steamed-cured and uncured specimens. Tests on the former were performed under 8 and 32 hours of steam curing.

As revealed by the results of the strength tests (Fig. 1), the compressive strength of the specimens (66,0, 98,5 and 77,5 kp/cm^2) considerably exceeded in every phase of the investigation the figures obtained with specimens treated according to the Joosten (31,5, 27,0 and 18,5 kp/cm^2) and carbon dioxide (20,0, 10,0 and 4,5 kp/cm^2) methods. It is interesting to note that by the end of the treatment the strength of specimens made by the Joosten- and carbon dioxide methods dropped by 37,5 and 76,7%, respectively, whereas in the case of specimens stabilized by the gas used in the *Supersilic* method a gain in strength of 17% over the initial condition was observed. By comparing the results of the permeability tests (Fig. 2) it will be seen that the permeability of specimens treated according to the latter method is appreciably (about 100 times) lower than that attained by the other two methods.

The permeability of specimens made by the new method will be observed to have decreased during the period of treatment, whereas the specimens made by the Joosten process became considerably more permeable.

The unexpectedly good strength and permeability properties as well as their stability attainable by the new method may be attributed to the action

* Hungarian patent granted to CSANDA—CZERNY—DEZSÉNYI—NOVÁK.

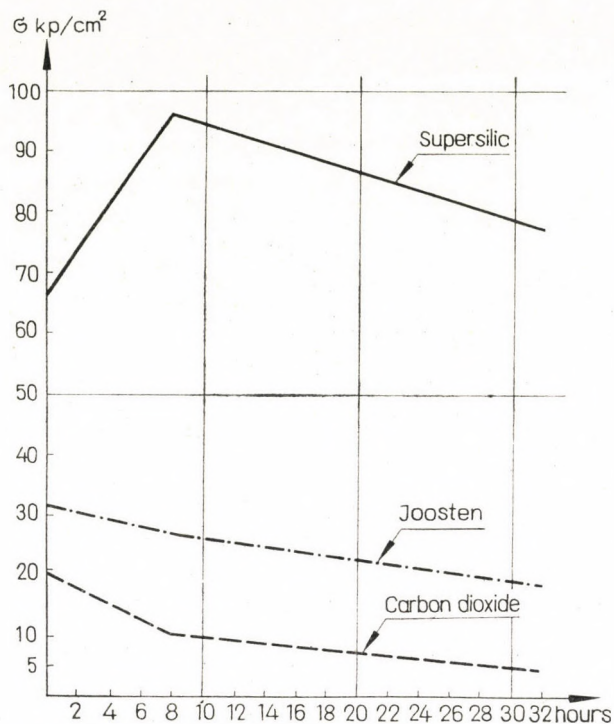


Fig. 1. The compressive strength of test specimens stabilized by different methods plotted against duration of steam curing under atmospheric pressure

of the gas compound containing fluorine (fluoride gas) used in the process. In fact, the fluoride gas reacting with the sodium silicate plays a twofold role in the hardening process. In the first phase the acid character of the gas is effective, when the silicic acid gel is precipitated from the sodium silicate according to the familiar reaction. The alkali-fluorine compounds formed as by-products of the neutralization reaction are poorly water-soluble and are of a catalytic influence in the course of time, inasmuch as they promote the precipitation of the silicic acid from the sodium silicate. These by-products combine eventually with the precipitated silicic acid gel to form practically water-insoluble silicates. The permeability of the stabilized soil is greatly reduced further by the special influence resulting from the silicic acid gel precipitated from the reacting gas itself.

In the Joosten- and carbon dioxide processes, on the other hand, the silicic acid gel and silicates precipitated from the sodium silicate solution are accompanied by readily water-soluble products, such as sodium chloride, sodium carbonate, etc. These are subsequently leached readily from the soil, with adverse consequences for strength and imperviousness of the soil. By-

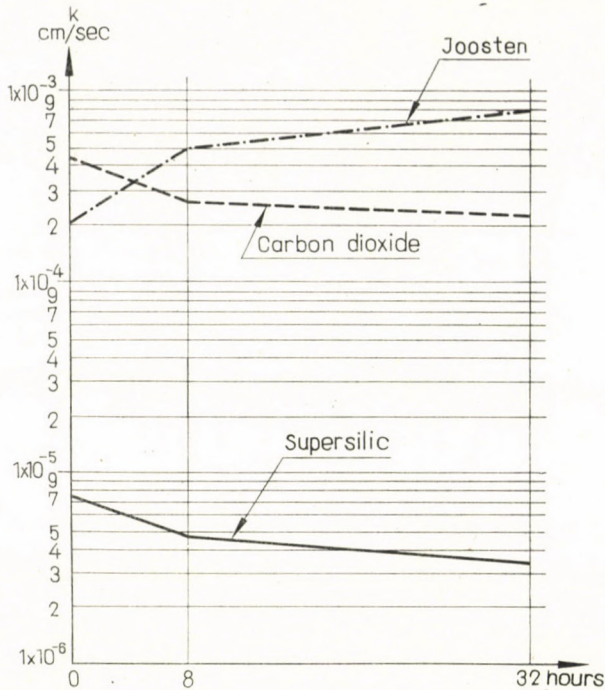


Fig. 2. Changes in the coefficient of permeability of test specimens steam cured under atmospheric pressure

products with a basic hydrolysis are especially detrimental (e.g. sodium carbonate formed in the CO_2 process), since they tend to loosen the structure of the stabilized soil by dissolving to a certain extent the silicic-acid skeleton itself. Chemical, X-ray diffraction, derivatograph and microbiological analyses of soils stabilized by the *Supersilic* method both in the laboratory and in the field provided conclusive evidence of the fact that these systems are inherently stable, offering extended resistance — without any alteration — to salts, acids, weak bases, organic matter, as well as to microbiological influences (fungi, bacteria). The stability and durability of these compounds may therefore be regarded as unlimited under normal operating conditions.

5. Practical applications

The first field tests aiming at the practical application of the new method were started in November 1961, when the repair of sewers was attempted. Complete success was attained in repairing a 81 m long and 35 cm diameter sewer in Dunaújváros. Full scale application started in autumn, 1966 and round 14 000 linear metres of sewer were so far repaired by the new method.

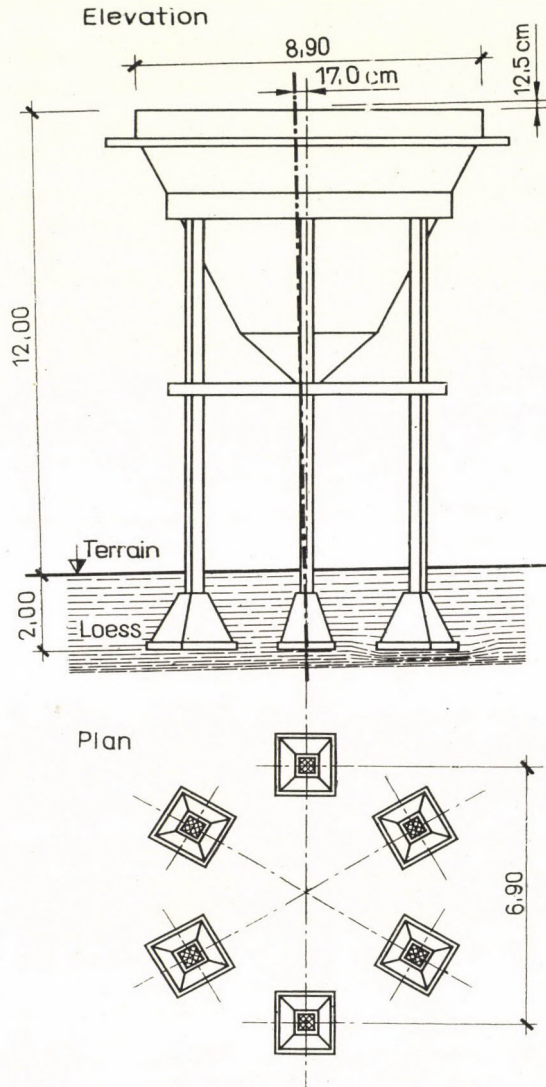


Fig. 3. Foundation and differential settlement of settling tank

The first practical attempt at soil stabilization was undertaken at the 100 cu.m capacity settling tank of the Lábatlan Paper Mill, where differential settlement occurred during operation. The full load represented by the operating settling tank is about 300 Mp. The tank (12 m high) is of monolithic reinforced concrete, supported by six reinforced concrete columns spaced evenly around the perimeter of a 6,8 m diameter circle and founded on separate footings, which transmitted the load at a depth of 2,0 m to a water-sensitive, macroporous loess soil. After settlement, the axis of the structure was out of plumb

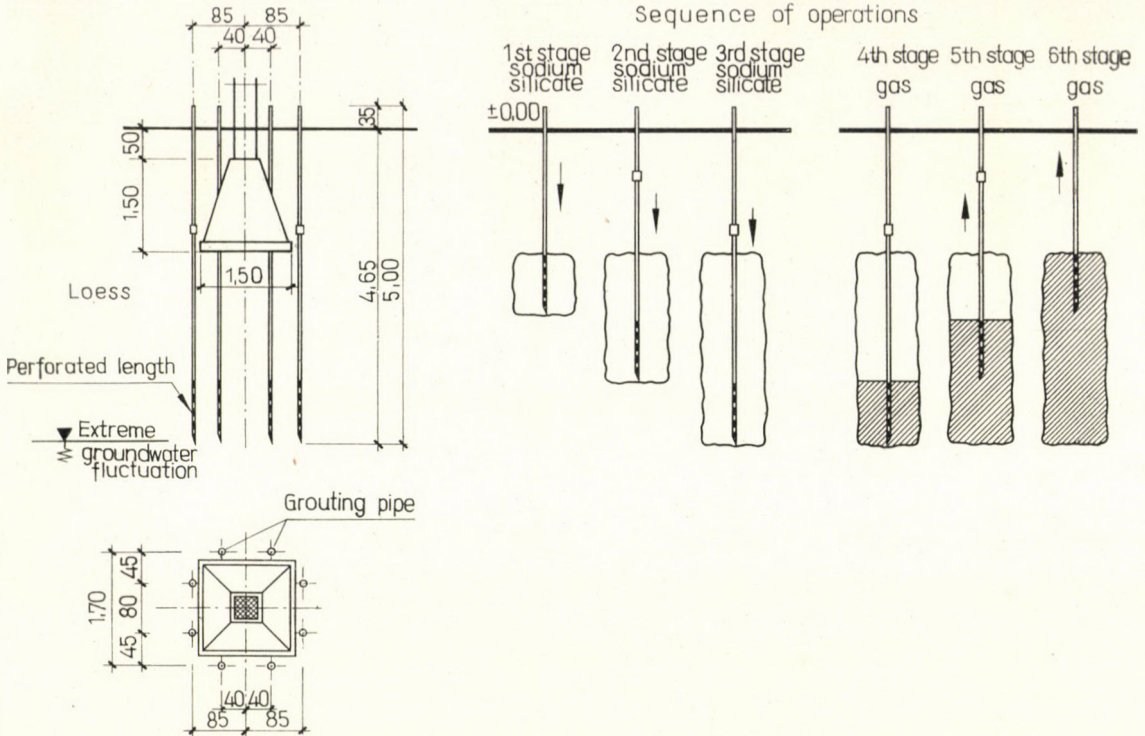


Fig. 4. Arrangement of grouting pipes around a column footing and diagram of the stabilization process

by about 17 cm, while in the horizontal plane the maximum differential settlement observed was 12,5 cm (Fig. 3). From tests at the site and in the laboratory it was concluded that settlement of the settling tank was due to slumping of the loess soil under the footings as a result of local saturation. In order to prevent any further differential settlement and consequent structural damage, stabilization of the foundation soil became necessary. Since the loess soil under the footings was found to be susceptible to structural collapse down to the range of groundwater fluctuations (5,0 m below datum), it was found desirable to transfer the foundation load to a plane at this depth. It was required further to carry out reinforcement operations without interference with the normal operation of the tank, which excluded any other method but soil stabilization. Laboratory tests were run on samples taken from the original soil using several methods and the results obtained proved the method to be superior to the others. The contractor for the stabilization works was Hídépítő Vállalat (Bridge Construction), for which Mr. K. PÖRTL, acted as resident engineer. Work was completed in a single month.

The objective of soil stabilization was to create, under the separate footings of 1,5 by 1,5 m² area, arranged around the perimeter of a circle, a

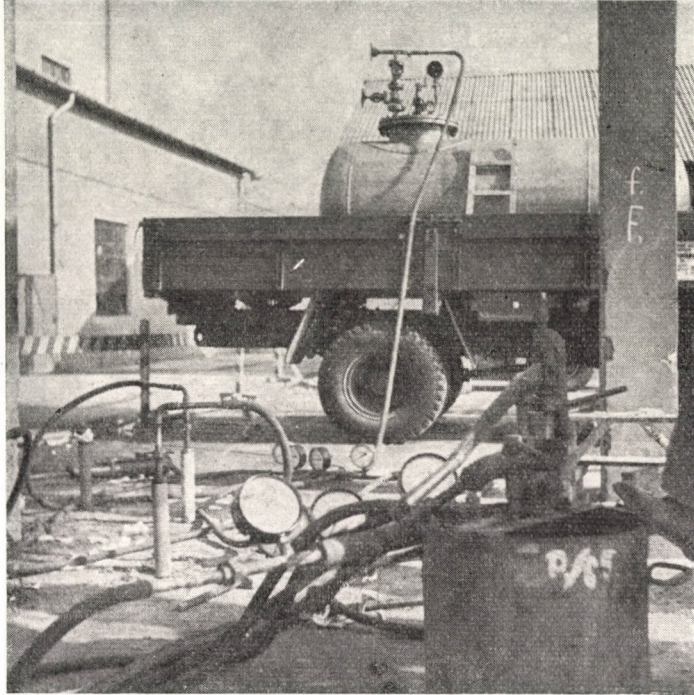


Fig. 5. Injection of the fluoride gas compound. In the foreground the manual pump used for grouting the sodium silicate

silicate-treated cylinder of adequate load-bearing capacity, resistant to structural collapse of the soil when exposed to the influence of water, by which the load of the settling tank could be carried down to the non-sensitive soil layer. Grouting at each of the column footings was accomplished through 8 pipes of 2 inches diameter, perforated over 1 m length at their lower end. The chemicals were grouted into the soil at three depths between the $-2,0$ and $-5,0$ m levels (Fig. 4). A soil mass of about 16 to 18 cu.m volume was stabilized under each footing, proceeding downward in grouting the sodium silicate. Gas treatment was carried out similarly in three stages but the direction of progress was reversed while the grouting pipes were gradually withdrawn. Fluoride gas was transported in truck-mounted containers to the site. The equipment permitted continuous recording of gas pressure in both the container and the grouting pipes (Fig. 5.).

In order to check the effectiveness of the stabilization process, pipes were driven into the soil in the vicinity of the settling tank, through which stabilized soil blocks were produced under identical conditions. These were subsequently excavated and the samples retrieved were tested at the labora-

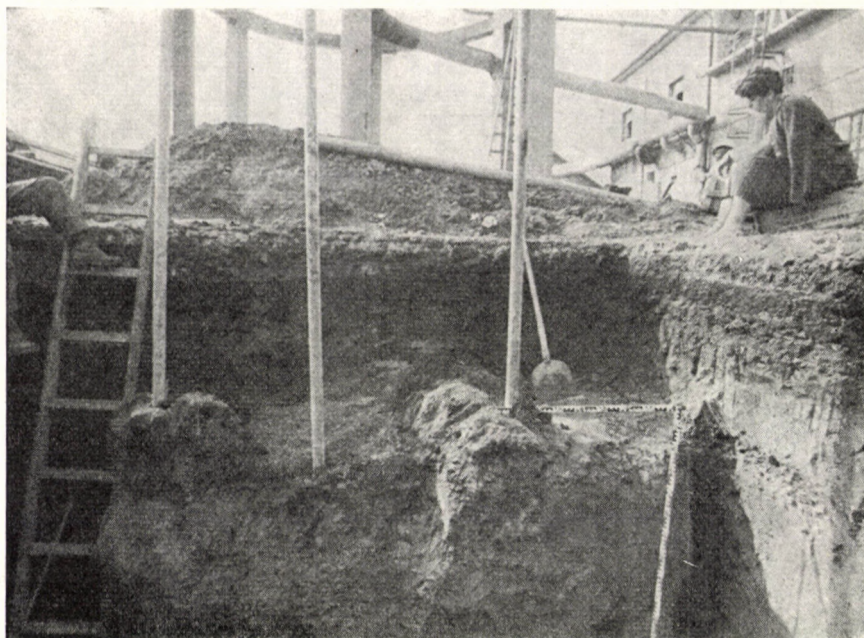


Fig. 6. Stabilized soil mass excavated at the site of the stabilization trials

tory (Fig. 6). The influence range of stabilization was found to attain in the loose soil under the footings 75 to 80 cm and was not less than 45 to 50 cm even at greater depths (Fig. 7.). The unconfined compressive strength of stabilized soil ranged from $\sigma_u = 6,3$ to $12,5$ kp/cm² (which contrasted favourably with the original value of 1,8 to 2,3 kp/cm²). No structural collapse of the samples occurred after immersion in water. The modulus of compressibility was $M = 28$ to 50 kp/cm² for the original soil and increased to $M = 67$ to 112 kp/cm² after stabilization.

The described method of soil stabilization was applied also for the reinforcement of the foundation of the Mindszent pumping station. The structure, which has a major significance for flood control, was constructed over a 10 m thick saturated silty fine-sand layer. Under the foundation slab cavities developed during operation. In order to fill these cavities a mixture of fly ash and sodium silicate was first grouted through holes drilled in the foundation slab, whereas in the second stage the fine-sand layer was saturated with sodium silicate down to a depth of 1,5 m. The fluoride gas compound was introduced subsequently. Planning of the works described above was executed by the Office for Civil Engineering Planning, in cooperation with the Bureau for Surveying and Soil Exploration.

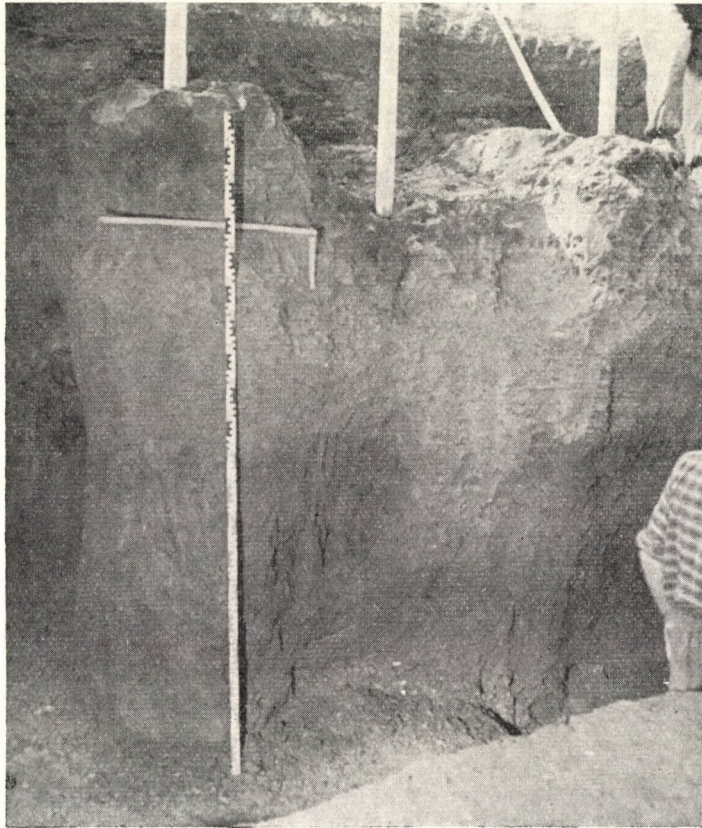


Fig. 7. Stabilized soil columns around the grouting pipes in the excavated pit

6. Conclusions

The described method proved successful for stabilizing fine-sand, silt and loess soils. The results attainable thereby are considerably superior as regards both strength and permeability to those obtained by the methods used so far. In some instances, such as in the case of soils having a high silt content, the method assumes special significance, since the stabilization of similar semi-cohesive soils was possible by costly and cumbersome electro-grouting only. The *Supersilic* method may, therefore, be expected to gain added importance as a method for soil stabilization.

REFERENCES

1. Chemical Grouting. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE* **83**, No. SM4, (1957)
2. CZIGLINA—KESZEY—SZEPESI: A New Method of Soil Stabilization Using Sodium Silicate. *Mélyépítéstudományi Szemle* (1958) (in Hungarian)
3. DONEL: Zur Bestimmung der Grenzen bei Poreninjektionen mit Zement und Chemikalien bei Verfestigungs- und Abdichtungsarbeiten im Bergbau und Baugewerbe. *Freiberger Forschungshefte A 105, Bergbau* (1958)

СУПЕРСИЛИК — новый метод закрепления грунтов

Д-р. Черни—З. Регеле—Б. Швой

Работа занимается проблемой закрепления плывунов и полусвязных грунтов. Излагаются применившиеся до сих пор метода закрепления грунтов, их недостатки и ограничения их применимости. Проблема нагнетания может быть решена при помощи т. н. газовых методов, при которых в качестве реагента используется не жидкости, а газ. В случае применения метода СУПЕРСИЛИК насыщенный жидким стеклом, грунт обрабатывается фтористой газовой смесью. На основе предварительных лабораторных испытаний, полученные при помощи этого метода величины, прочности и водонепроницаемости значительно превышают опытные данные методов «JOOSTEN» или «CO₂»; закрепленный таким образом грунт сопротивляется продолжительно всякого рода коррозионным воздействиям. В работе излагается проведение работ закрепления лёссового грунта с новым методом. Нагнетание производилось в три ступени по глубине, фтористый газ поставлялся к месту в специальных автоцистернах. В другом случае закрепление грунта производилось под опорной плитой, где образовался подмыв для обеспечения устойчивости сооружения. По всей вероятности, метод СУПЕРСИЛИК будет играть большую роль в работах закрепления грунтов в будущем.

APPROXIMATE DETERMINATION OF THE ULTIMATE LOAD OF REINFORCED CONCRETE PILES IN SANDS

GY. DETRE—L. RÓZSA
UVATERV, BUDAPEST, HUNGARY

Based on test loadings, the present paper points out primarily, the influence of the original density and compaction by ramming on the load bearing capacity of driven piles and on the internal friction angle of the sand, in the case for fine and medium fine sandy soils. An empirical relation is given serving to determine the ultimate load on piles. The natural soil density (number of blows of the sounding device) and the compactibility (uniformity coefficient) of the soil were considered.

In one of our previous publications [1], the effect of the density and compactibility of sands on the load bearing capacity of driven piles was analyzed. It was pointed out that, partly, soil density is of great importance and, on the other hand, the load bearing capacity of driven piles increases with the compactibility of the soil, even at almost identical density values. The compactibility can be characterized by the uniformity coefficient. It was similarly emphasized that, in case of calculations with static formulae, the assumed angle of friction should take density and compactibility into account.

The paper referred to did not discuss in detail pile test load results, nor was any recommendation submitted on how to reckon with the degree of compactibility in a numerical manner. This topic was further developed on the basis of investigations conducted since that time and by making use of the test load results.

The test load results with precast reinforced concrete piles driven into fine and medium fine sands are presented in Table I. The length of the piles varies between 6 to 8 m, their cross section is a 30×30 cm square. The majority of the piles was driven into the soil by means of a mechanical winched drop ram of 1,6 to 2,4 Mp weight. With the pile test loads recorded, the pile point was always located in fine or medium fine sand. The upper part of the mantle surface was generally surrounded by silt or clay soil, while the longer lower section by fine or medium fine sand, with a silt content of a 10 per cent maximum.

The test load curves (Fig. 1) scatter considerably. However, if the curves are divided into two groups depending on density, that is, piles driven into loose and dense or medium dense sands, the test loads curves reveal a nearly identical character within each category (Fig. 2 and 3). The ultimate failure

Table

Number of test loading	Location of test loading	Serial number of test piles	Soil grain distribution below the pile point				
			gravel %	sand %	Mo %	Silt %	U
2/a	Highway No. 21 bridge km. No. 63+287	20	—	—	—	—	—
2/b	Highway No. 21, bridge km. No. 63+287	15	—	—	—	—	—
10	Highway Nagyatád—Kutas, bridge km. No. 7+950	1	—	91	9	—	1,4
12	Highway Nagydobos—Fehérgyarmat, Kraszna river bridge	12	—	85	12	3	3,9
13/a	Olesvaapáti bridge of the Tur canal	5	—	95	5	—	2,2
13/b	Olesvaapáti bridge of the Tur canal	21	—	89	5	6	4,1
13/c	Olesvaapáti bridge of the Tur canal	10	—	95	5	—	2,2
16	Bridge of the Fenyősziget—Kengyel Main canal	1	—	62	30	8	6,4
19	Furta bridge of the Ölyvös canal	8	—	93	7	—	2,3
21	Ajka bridge, of the Tarna creek	16	7	51	32	10	6,5
22	Kálló road bridge, Kaposvár	4	—	56	40	4	2,5
28/a	Balassagyarmat bridge of the Ipoly river	4	7	87	6	—	3,4
29/a	Olesvaapáti interconnecting road, Kraszna river bridge	10	—	86	14	—	2,9
29/b	Olesvaapáti interconnecting road, Kraszna river bridge	12	—	81	19	—	4,0
36	Highway No. 3, km No. 107+850, Malomárok bridge	1	21	76	3	—	3,9

load of the piles varied between 28 and 105 Mp, that is, within a relatively wide range; after grouping, the same figure for piles in loose sand was 28 to 55 Mp, whereas that for the piles in medium compact sands varied from 55 to 105 Mp. While in loose sands the ultimate failure load was always achieved, for medium dense or dense sands this was generally not so. It will be noted here that, in loose sand, the ultimate failure load variation between 28 and 55 MP is in correlation with the 1 to 10 increase of the uniformity coefficient (*U*) value. A similar character can be discovered in case of medium dense or dense sands as well.

Number of test loading	Description of the soil below the pile point	Number of blows below the pile point plane	Pile penetration within the last impact series, cm	Pile length	Ultimate breaking load (Mp)		
					actual	extrapolated	calculated according to the method suggested above
2/a	Compact silty sand with small-size gravels	120	—	—	—	~80	89
2/b	Medium compact gravel-sand	104	—	—	—	~70	82
10	Loose fine running sand	39	—	—	28	—	34
12	Compact fine sand	191	2,0	7,0	—	~105	112
13/a	Loose fine running sand	29	6,0	7,0	45	—	33
13/b	Loose fine somewhat silty sand	30	5,0	7,0	45	—	41
13/c	Loose fine running sand	45	18,0	6,0	45	—	40
16	Loose fine somewhat silty sand	37	2,0	7,0	60	—	54
19	Medium compact, medium fine running sand	54	3,0	8,0	—	~50	45
21	Medium compact fine silty sand	55	—	6,0	—	~75	62
22	Medium compact fine running sand	83	—	—	—	~55	58
28/a	Compact medium fine sand	150	2,0	8,0	—	~95	96
29/a	Compact fine sand	118	4,0	9,0	—	~85	77
29/b	Compact fine sand	146	4,0	9,0	—	~90	93
36	Loose coarse sand	41	—	5,0	37	—	45

Parallel to the pile test load experiments, heavy sounding test was also performed in order to determine the density of fine and medium fine sands, by measuring the penetration resistance of a sounding device. The diameter of the Hungarian standardized heavy sounding apparatus is 55 mm, and their apex angle is 60 deg. In the tests, the number of drops required for a 25 cm penetration of the rod was counted with a 50 kp ram weight and a 0,5 m drop height. The density of sands was determined on the basis of the number of blows required for a 25 cm of penetration, according to Table II.

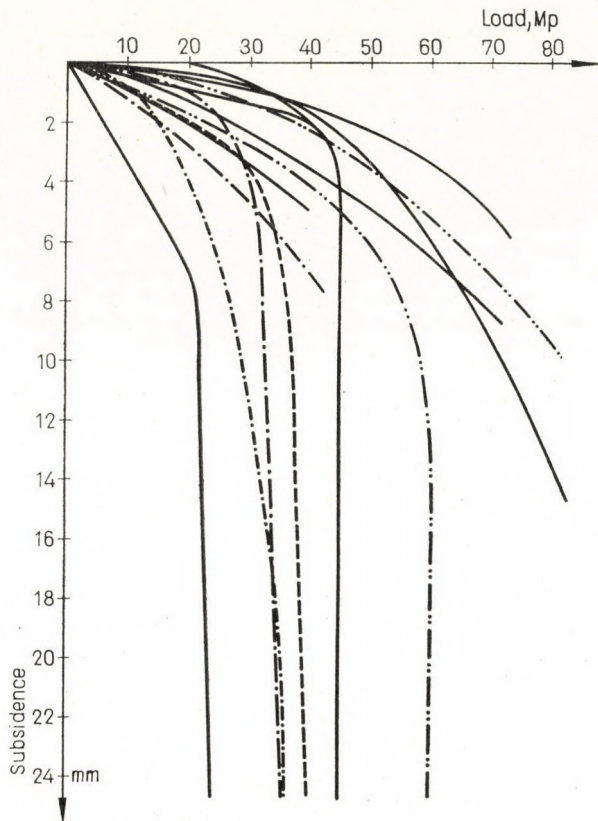


Fig. 1

Table II

Soil compactness condition	The number of blows required for 25 cm penetration
Very loose	—20
Loose	21 ÷ 50
Medium compact	51 ÷ 110
Compact	111 ÷ 200
Very compact	201—

This number varied between 20 and 200. There is an approximative relation (Table III) between the number of blows (n) required for the 25 cm penetration of Hungarian heavy sounding apparatus conforming to the specifications of the respective Hungarian Standard (MSz), the American standard penetration resistance (N-Standard Penetration Test), and the penetration

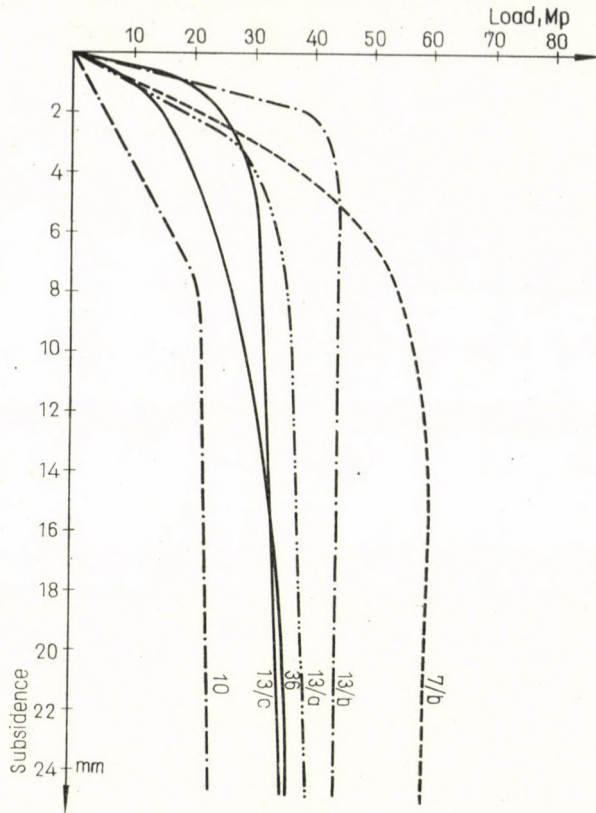


Fig. 2

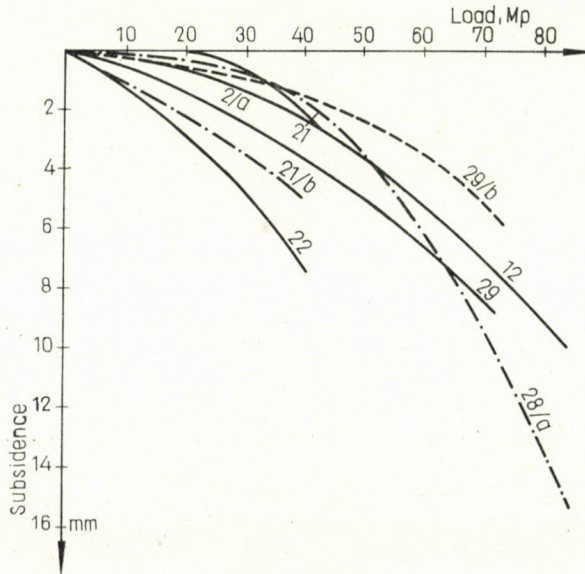


Fig. 3

Table III

Soil compactness condition	Impact number of blows for 25 cm penetration according to Hungarian Standard 2635-65 n	Number of blows for a Standard Penetration Resistance per 30 cm N	Penetration resistance of standard probing, kp/cm^2 q_c
Very loose	$\div 20$	$\div 4$	$\div 20$
Loose	$21 \div 50$	$4 \div 10$	$20 \div 45$
Medium compact	$51 \div 110$	$10 \div 30$	$45 \div 130$
Compact	$111 \div 200$	$30 \div 50$	$130 \div 220$
Very compact	$\div 200$	$\div 50$	$\div 220$

resistance q_c of static sounding, respectively:

$$n = 4N = q_c.$$

According to our experiences, compactibility can be taken into account by using the uniformity coefficient (U). The greater the value U , the better its compaction will be, thus compactibility will greatly contribute to the increase of the density of sand both below the pile point plane and around the pile shaft, upon the effect of pile ramming.

According to the pile tests on the basis of the natural soil density (number of blows of the sounding device: n), and the compactibility observed in course of ramming (uniformity coefficient: U), the estimated value of the ultimate failure load of a pile in sand, expressed in Mp, may be calculated by the following empirical formula:

$$P_t = 15 + 0,45n + 4(U-1)$$

where

$$U_{\max} = 10.$$

The first term of the formula (15 Mp), as a constant, means the lowest ultimate failure load value. The second term of the formula ($0,45n$) takes the original in situ density of the sand into account. The third term of the equation, $4(U-1)$, characterizes compactibility; in practice, the value of U varied between 1,4 and 10.

The formula includes point resistance and average mantle friction. The actual ultimate failure load values are well approximated by the ultimate failure load values calculated with the above empirical formula. Table I presents the actual and extrapolated ultimate failure load figures determined by load test, as well as those calculated by the given formula.

Table IV
Informative values of the internal friction angle of sandy soils (ϕ)

Compactibility Uniformity coefficient, U	Compactness				
	Very loose $n=1 \div 20$	Loose $n=20 \div 50$	Medium compact $n=50 \div 100$	Compact $n=100 \div 200$	Very compact $n=200 \div 400$
Poorly graduated U = 1,5 ÷ 3,0	25 ÷ 28	28 ÷ 31	31 ÷ 34	34 ÷ 38	38 ÷ 41
Medium graduated U = 3 ÷ 7	26 ÷ 29	29 ÷ 32	32 ÷ 35	35 ÷ 39	39 ÷ 42
Well graduated U = 7 ÷ 10	27 ÷ 30	30 ÷ 33	33 ÷ 36	36 ÷ 40	40 ÷ 43

The angle of internal friction of sand is not a constant, it depends, in case of rammed piles, on the compaction effect of pile ramming, and is a function of the grain size distribution. The reduction of the void ratio taking place in the course of ramming around rammed piles and below the pile point, leads to an increased internal friction angle of the sand; the increment will be greater, with greater compactibility, i.e. with a higher uniformity coefficient.

On the basis of test loads, authors suggest for the angle of internal friction the use of the informative values presented in Table IV, with the number of blows of the Hungarian standardized sounding rod required for 25 cm penetration (compactness), and the uniformity coefficient (compactibility) taken into consideration. These informative values can be best approximated by using the following equation:

$$\varphi^\circ = 23^\circ + \sqrt{n} + \sqrt{U-1}.$$

The first term of the formula represents the minimum angle of internal friction practically encountered in the case of sands, usually observed with extremely loose, uniform, fine sands. The second term of the formula takes into account the original density of the sand concerned on the basis of the number of blows required for 25 cm penetration, while the third term reflects compaction during pile ramming in function of the uniformity coefficient. Using the pile load bearing capacity calculation techniques involving static formulae, particularly the up-to-date and most accepted relations (CAQUOT—KÉRISEL, BEREZANTSEV, etc.) reveals that, if the static formulae have the informative internal friction angle values suggested above substituted, then ultimate failure load values agree well with the results of test loads.

REFERENCES

1. DETRE, GY.—RÓZSA, L.: Die Rolle der Dichte und Verdichtungsmöglichkeit des Feinsandes in bezug auf die Tragfähigkeit gerammter Pfähle. Donau-Europäische Konferenz, 1968 Vienna
2. SZÉCHY, K.: The Load-Bearing Capacity of Piles. *Mélyéptéstudományi Szemle* 12 (1962) (in Hungarian)
3. MEYERHOF, G. G.: Compaction of Sands and Bearing Capacity of Piles. *Proc. Am. Soc. Civ. Eng. Soil Mech. Div.*, Dec. 1959
4. BRINCH-HANSEN, J.—LUNDGREN, H.: Hauptprobleme der Bodenmechanik. Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1960

Приближительное определение несущей способности забитых
железобетонных свай в песчаных грунтах

Д. Детре—Л. Розса

В работе (на основе пробных нагрузок свай) авторы показывают значительное влияние, оказывающее оригинальной плотностью залегания и уплотнением, происходящим при забивке, на величину угла внутреннего трения и на несущую способность свай в мелкозернистых и средних песках. Приводится приближительная зависимость для определения несущей способности свай в песчаных грунтах с учетом оригинальной плотности залегания (числа ударов пенетрометра), а также уплотняемости и уплотнения, происходящего при забивке свай (коэффициент неоднородности).

DYNAMIC TESTS OF PILES AND THE VERIFICATION OF RESULTS BY STATIC LOADING TESTS

A. DVORÁK

INSTITUTE OF ENGINEERING GEOLOGY, PRAHA, ČSSR

At a dynamic test a pile is set into vibrations by a blow on its upper end. The continuity of the pile and the quality of its embedment into the soil can be judged by the character of the forced vibrations. The dynamic method enables a quick examination of the quality of piles and gives a reliable indication of any rough defects. Therefore, it is particularly suitable for the investigation of a great number of piles for which no other data are available, as is the case with cast-in-place concrete piles. Dynamic tests give relative data and, as a rule, static loading tests give a basis for the reliable evaluation of results.

I. Introduction

Static loading test of a pile is expensive and time-consuming especially when the bearing capacity of a greater number of piles should be examined. For this reason we try to introduce simplified methods which would give the possibility to give an approximate value for the bearing capacity and to control the quality of cast-in-place piles. In such cases examination of some scores of piles is necessary and a few loading tests are not sufficient. Nowadays, in addition, large diameter piles are more and more used at cast-in place production and for the static test of such a pile a load of several hundred Mp is necessary, which increases the cost. For piles driven by hammers it is possible to estimate the bearing capacity according to pile driving records. But with cast-in-place piles, only some data concerning geology and the required depth — and/or the penetration into a stratum of higher bearing value can be obtained. Even for piles driven by vibrators or vibration hammers are no reliable criteria allowing the quest of the bearing capacity, especially if the pile cannot be driven into the required depth. In some cases, piles driven by a hammer or vibrator were severely damaged without being noticed. A simple method which provides for a quick and economic examination of piles is the dynamic test. In spite of its approximation the dynamic method gives reliable indications of serious defects which could be dangerous for the safety of a construction.

2. Description of the dynamic method

At the test the pile is set into vibrations by a stroke of a light hammer, in horizontal or vertical direction, on the upper end of the pile. Vibrations generated by the blow are recorded by a vibrograph fixed also at the upper end of the pile. For point-bearing piles a vertical blow in the axis of the pile is suitable. On the other hand if friction piles are to be examined and if defects at a small depth are expected, a horizontal stroke can be applied. Two different kinds of vibrations can be distinguished in the vibrograms: First, vibrations of the pile as of a slender rod, embedded into elasto-plastic medium, appear in the record. Further, vibrations in the pile as a confined body are also generated. The former vibrations have — as a rule — a lower frequency, a greater displacement amplitude, and appear in the record as fundamental oscillations. Vibrations in the pile usually appear as secondary oscillations with a higher frequency and a lower displacement amplitude. From the first kind of vibrations the stiffness of the pile embedment in the soil and the continuity of the pile can be judged. Vibrations in the pile indicate the quality of the pile material (concrete) and the length of the pile. A small displacement amplitude as well as a high frequency of the first vibrations prove that no interruption or necking of the pile exist and that the pile is firmly fixed. Low frequencies and large displacement amplitudes are signs of a soft embedment or of defects e.g., necking or interruption of the concrete.

At vibrations within the pile a high frequency and small displacement amplitude prove a good quality of concrete but high frequencies are also indicative of shorter piles.

On the other hand, if the load-settlement relation is known, the frequency and displacement amplitude of the pile, generated by an impact, can be approximately calculated. From the length of the pile and the elasticity modulus of the concrete the frequency and displacement amplitude of vibrations within the pile can be determined.

3. Examples of dynamic tests

If it was necessary to examine a large number of piles and since no time was left for a sufficient number of static loading tests, it was decided to dig out some piles after the dynamic test to the whole depth. Fig. 1 shows a faultless pile on which a static loading was accomplished after the dynamic test. The vibrogram of the dynamic test shows a high frequency and small displacement amplitude. A pile which was finished below the surface is shown in Fig. 2. The head of this pile was made later, and in the meantime, fill material from the vicinity fall into the borehole and formed a 30 cm thick layer. The result of a dynamic test was extremely unfavourable but when the

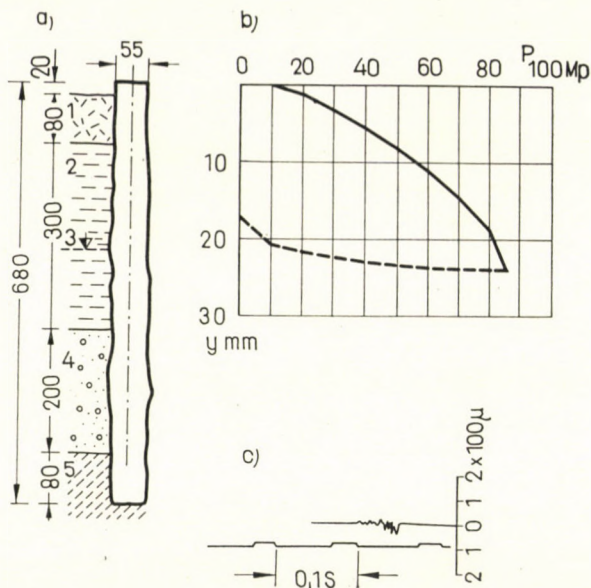


Fig. 1. Cast-in-place pile into a borehole. a) Uncovered pile and geological section: 1 — filling — soft clayey soil, 3 — ground-water table, 4 — sandy gravel, 5 — Ordovician clayey shales b) load-settlement graph from static loading test; c) vibrogram from dynamic test

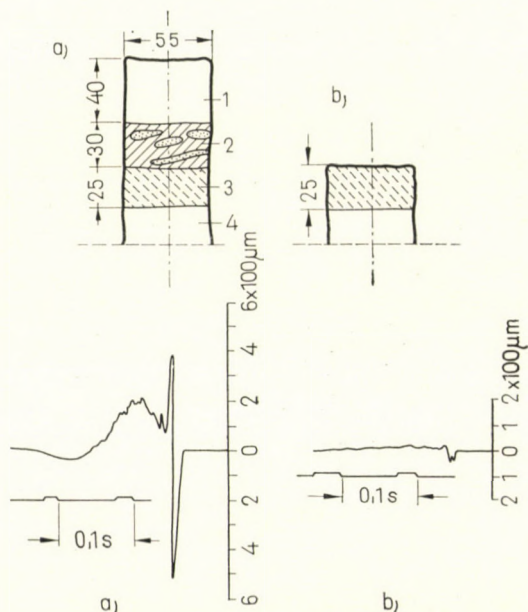


Fig. 2. Cast-in-place pile into borehole with a layer of fill below the post-concreted head. a) upper end of the pile: 1 — post-concreted head, 2 — filling; fallen from the surrounding surface, 3 — concrete with a smaller content of mortar, 4 — normal concrete; b) upper end after removal of the filling. Corresponding vibrograms of dynamic tests are given in the lower part of the figure

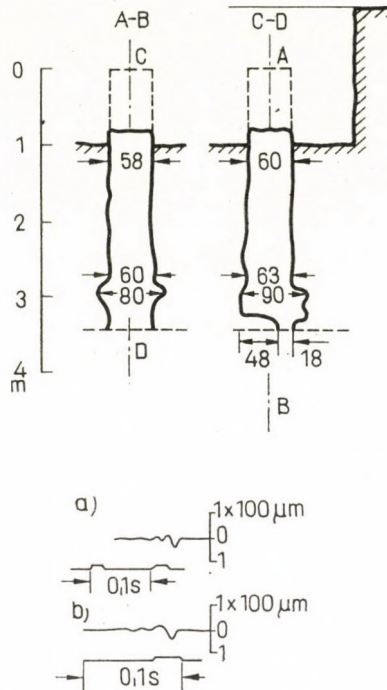


Fig. 3. Cast-in-place pile in a borehole with a defective head and a necking at the lower end. The removed part is marked by dotted line. Vibrograms: a) before, b) after cutting-off the upper part with filling. Bad indication persisted

head of the pile and the fill were removed, the result of a new dynamic test was quite satisfactory. At another pile with a similar defect the unfavourable result of the dynamic test persisted even after the removal of the upper part, Fig. 3. The pile was uncovered and a substantial necking could be observed in depth. The sensibility of the dynamic test is obviously greater for defects which are at a small depth below the upper end of a pile (Fig. 2), whereas a fault at a greater depth is not so distinct in the record.

More precise data can be obtained by calculation of the length of the vibrating pile from the known frequency of vibrations inside the pile, if these vibrations can be distinguished in the record.

It was also possible to detect, by dynamic test, a soft support of the point of a prefabricated concrete pile which had a protective insulation and a special tip with bituminous layer (Fig. 4). After the static loading test, at which the bitumen was sufficiently compressed, the record of a repeated dynamic test showed no difference compared with a pile without insulation and protective tip. In this case piles were driven by a comparatively light hammer with a higher frequency, and the point of the pile was not sufficiently pressed into the tip at hammering.

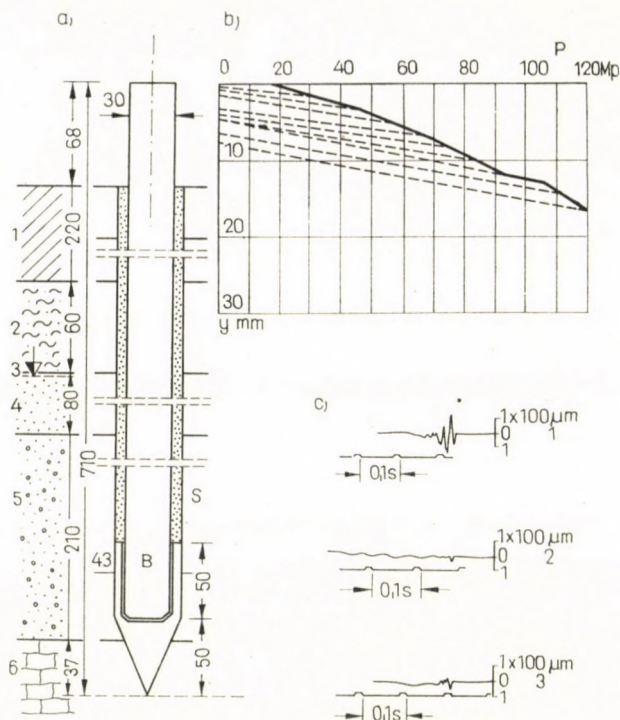


Fig. 4. Precast reinforced concrete pile with insulation against corrosive water and with a protective tip lined with bitumen -B. a) pile and geological section: 1 - fill, 2 - soft organic clay, 3 - corrosive ground water, 4 - sand, 5 - sandy gravel, 6 - calcareous clays (Cretaceous), 7 - sandy filling; b) load-settlement graph of static loading test; c) vibrograms from dynamic test: 1 - before static loading, 2 - after loading, 3 - similar pile without insulation

4. Comparison of static and dynamic tests

A good control of a dynamic test is a static loading test. The dynamic test must be performed before the static loading; otherwise, the results of dynamic measurement would be misinterpreted. It was possible to perform several series of parallel dynamic and static tests. The example given in Fig. 5 shows a satisfactory agreement between the results of both tests. The quality of piles determined by dynamic tests can be better recognized from a spectrum of frequencies with corresponding displacement amplitudes (Fig. 5d) than from vibrograms. Fig. 5 gives also results of a dynamic test on pile no. C-3 which, unfortunately, was not tested by static load. This pile was concreted by grouting of gravel and the unfavourable result of the dynamic test led to a discussion with the contractor as - according to his view - pile C-3, manufactured by grouting, should have been better than all other piles. But the unfavourable indication persisted even at repeated dynamic tests (Fig. 5c).

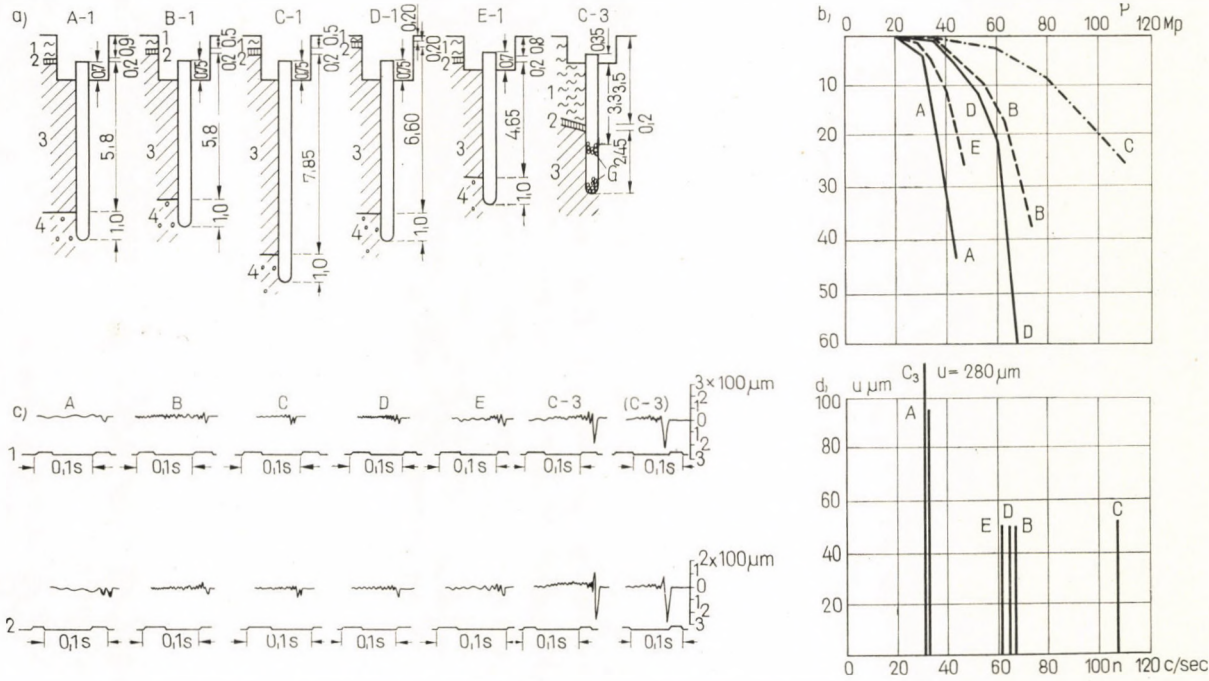


Fig. 5. Parallel static and dynamic tests of cast-in-place concrete piles. a) piles and geological section: 1 — fill, 2 — organic loam, 3 — loess-loam, 4 — loamy gravel, 5 — gravel without mortar inside pile C-3; b) load-settlement graphs from static tests; c) vibrograms from dynamic tests: 1 — before, 2 — after static loading (except pile C-3 which was repeatedly examined by dynamic method only); d) spectrum of frequencies with corresponding displacement amplitudes u

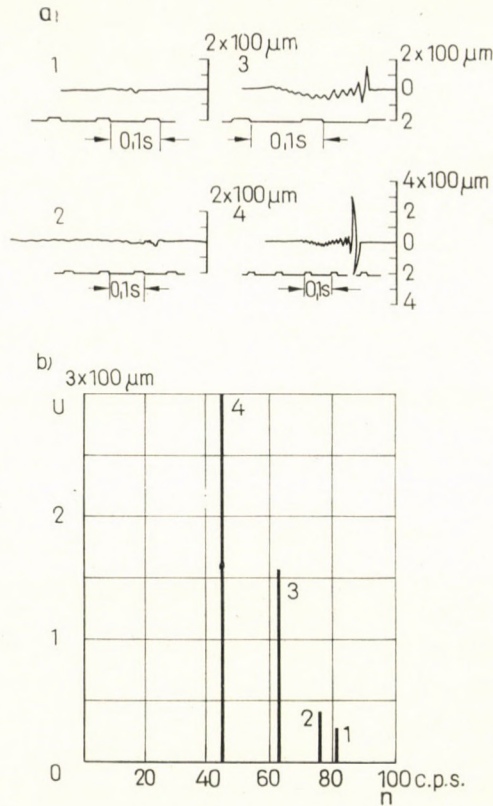


Fig. 6. Dynamic tests of piles Benoto \varnothing 98 cm. a) vibrograms, b) spectrum of frequencies with corresponding displacement amplitudes u . Piles: 1 — faultless point-bearing pile resting in Ordovician clayey shales. Settlement of a pile group was approx. 1 mm for 210 Mp load. Further are vibrograms of dynamic tests of three cast-in-place friction piles embedded into stiff Neogene clayey shales. Settlement of a group of 4 piles was 8 to 36 mm for 140 Mp load. Pile: 2 — good, 3 — middle, 4 — defective which had to be reconstructed

Finally the pile was uncovered and two layers of ungrouted gravel, approx. 30 cm thick were found: at the point and in the mid-length.

Piles of large diameter, e.g. Benoto system, provide a wide field for dynamic testing. As an example can serve tests of Benoto piles with a diameter of 98 cm and a length of 8 to 14 m. It was necessary to use a heavier hammer in order to obtain distinct records of vibrations. Some characteristic vibrograms and a spectrum of frequencies with displacement amplitudes are given in Fig. 6 for two different sites. As the calculated loads were considerable (210 Mp and 140 M), no static loading test could be made. From the results of dynamic tests it could be inferred that with the exception of two piles from the second site — no serious defect exists. Since a repeated dynamic test after the reparation of the defective piles furnished just admissible results, it was possible to continue the construction work. Results of dynamic tests

and the quality of piles were verified later by systematic measurement of settlement which has proved that the piles are really good and that the results of dynamic tests are reliable.

5. Conclusion

The dynamic method makes the testing of a large number of piles possible and is, particularly suitable for cast-in-place piles. For large diameter piles the dynamic method can save high costs connected with static loading. A comparison of parallel static and dynamic tests proves that there is a reliable correlation for piles made under similar geological conditions. In some cases it is difficult to conclude whether the reason of an unfavourable result lies in a soft subsoil, a necking of the pile or a poor quality concrete, since the particular factors are covered one by another in the records. However, in all cases we obtain indications of serious defects by the dynamic method. This point is very important when doubts, concerning the quality of piles, emerge on a work under construction.

REFERENCES

1. DVOŘÁK, A.: Testing of Piles by Dynamic Method. *Proceedings of the 2nd Asian Reg. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, Tokyo 1963
2. DVOŘÁK, A.: Dynamic Tests of Piles. *Proceedings of the Conf. on Experim. Methods of Invest. Stress and Strain in Structures*, Praha 1965

Динамические испытания свай и подтверждение полученных результатов данными статических пробных нагрузок

А. Дворжак

При динамических испытаниях наносимые на голову свай удары вызывают колебания свай. Качество связности и постелки в грунт свай можно определить по характеру возбуждающих колебаний. Динамический метод позволяет производить быстрое определение качества испытываемых свай, и надежно показывает всякого рода их грубые погрешности. Поэтому предлагаемый метод особенно хорошо подходит для испытаний большого числа свай, у которых не имеется в распоряжении другой возможности, например, в случае набивных свай. Динамические испытания дают относительные данные, а данные дополнительных пробных нагрузок дают возможность надежно оценить полученные результаты.

EFFET DES SURCHARGES SUR LES PAROIS VERTICALES

JEAN-PIERRE GIROUD*

LABORATOIRE DE MÉCANIQUE DES SOLS, UNIVERSITÉ DE GRENOBLE, FRANCE

Experimental measurements warrant the use of elasticity theory for the calculation of the stresses applied on vertical retaining walls due to loads resting on the horizontal ground surface. A method is proposed for the quick determination of these stresses in the case of a load of great length parallel to the wall.

1. Introduction

La pression exercée sur un mur de soutènement est augmentée lorsque l'on dépose une surcharge à la surface des terres qu'il retient. Les ingénieurs rencontrent souvent ce problème et nous présentons une méthode pour le traiter rapidement. Cette communication comprend trois parties:

1. étude théorique des contraintes exercées sur le mur,
2. compte rendu d'expériences permettant de justifier la théorie utilisée,
3. méthode pratique pour le calcul des contraintes exercées sur le mur.

2. Calcul de la contrainte sur le mur par la théorie de l'élasticité

Les contraintes dans un massif semi-infini élastique dues à une force normale, N , appliquée à sa surface, ont été calculées par BOUSSINESQ [1]. En particulier:

$$\sigma_x = \frac{N}{2\pi} \left[\frac{3x^2 z}{l^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{z}{l^3} - \frac{l^2(z+l) - x^2(z+2l)}{l^3(z+l)^2} \right) \right], \quad (1)$$

avec

$$l = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Si deux forces égales, N , sont appliquées respectivement aux points O $(0, 0, 0)$ et O' $(2d, 0, 0)$ (Fig. 1), les contraintes normales sur le plan $x = d$ sont:

$$\sigma_x = \frac{N}{\pi} \left[\frac{3d^2 z}{l^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{z}{l^3} - \frac{l^2(z+l) - d^2(z+2l)}{l^3(z+l)^2} \right) \right], \quad (2)$$

avec

$$l = \sqrt{d^2 + y^2 + z^2}.$$

Or, par symétrie, le plan $x = d$ ne se déplace pas. La distribution des contraintes sous l'effet d'une force N appliquée sur le sol situé d'un seul côté d'un plan rigide et fixe est donc également donnée par la formule (2).

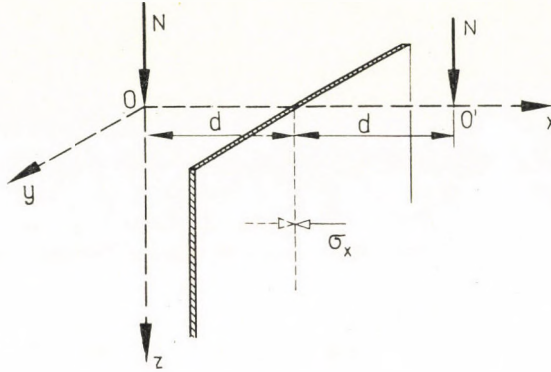


Fig. 1

Le principe de cette «méthode des images» a été donné en 1924 par CAROTHERS [2] et repris par de nombreux auteurs: MINDLIN [4], WEISKOPF [11], TCHEBOTARIOFF [10] et TERZAGHI [9]. La formule (2) se simplifie pour $\nu = 0,5$:

$$\sigma_x = \frac{3N}{\pi} \cdot \frac{d^2 z}{(d^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}. \quad (3)$$

Les valeurs pour $\nu = 0,3$ et $0,5$ diffèrent peu (Fig. 2a) et l'on utilise en pratique la formule (3).

Pour calculer σ_x due à une force q uniformément répartie sur une droite infinie parallèle au mur à la distance d , il faut intégrer la formule (2), en vertu du principe de superposition:

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{3x^2 z}{l^5} - (1 - 2\nu) \left(\frac{z}{l^3} - \frac{l^2(z+l) - x^2(z+2l)}{l^3(z+l)^2} \right) \right] dy. \quad (4)$$

Le résultat est indépendant de ν (on peut également le retrouver par la «méthode des images» en déformation plane):

$$\sigma_x = \frac{4q}{\pi} \cdot \frac{d^2 z}{(d^2 + z^2)^2}. \quad (5)$$

Enfin, par intégration de (5), on obtient σ_x sur le mur dans le cas d'une charge normale, p , uniformément répartie sur une longueur infinie et une

largeur a au bord du mur (Fig. 2b):

$$\sigma_x = \frac{2p}{\pi} \left[\arctan \frac{a}{z} - \frac{az}{a^2 + z^2} \right]. \quad (6)$$

Cette dernière relation nous permettra d'établir une méthode pour calculer rapidement σ_x .

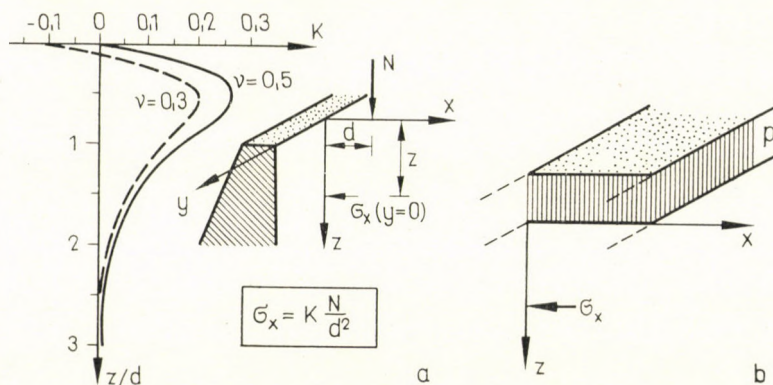


Fig. 2

3. Rappel de quelques résultats expérimentaux

Il existe dans la littérature très peu de résultats concernant la mesure des contraintes provoquées, sur les murs de soutènement, par des charges déposées à la surface du sol. Les plus importants, à notre connaissance, sont ceux de GERBER [3], SPANGLER [6, 7, 8] et RICHARD et LINGER [5]. Ces

Tableau I

Comparaison des diverses expériences

Auteur	Matériau	Rigidité et hauteur du mur
GERBER	Sable propre de rivière à granulométrie uniforme (0,2 ÷ 1,5 mm).	Mur rigide. Hauteur: 0,80 m
SPANGLER	Granulométrie étendue (100% < 35 mm, 60% < 2 mm, 13% < 74 μ).	Mur cantilever libre de tourner autour du bord de sa base. Hauteur: 2,10 m.
RICHARD et LINGER	1) Sable propre à granulométrie uniforme (0,1 ÷ 4 mm, U = 2,39). 2) Tout-venant à granulométrie étendue (100% < 25 mm, 57% < 2 mm, 2% < 74 μ, U = 13,9).	a) Mur cantilever flexible. Hauteur: 2,50 m (avec le matériau 1). b) Mur rigide. Hauteur: 2,50 m (avec les matériaux 1 et 2).

expériences ont été faites dans des conditions différentes indiquées sur le Tableau 1. Les résultats obtenus ont été interprétés différemment par leurs auteurs, mais on peut estimer qu'ils concordent de façon assez satisfaisante avec les formules (3) et (5) comme l'ont fait remarquer MINDLIN [4] et TERZAGHI [9], et comme le montre la Fig. 3.

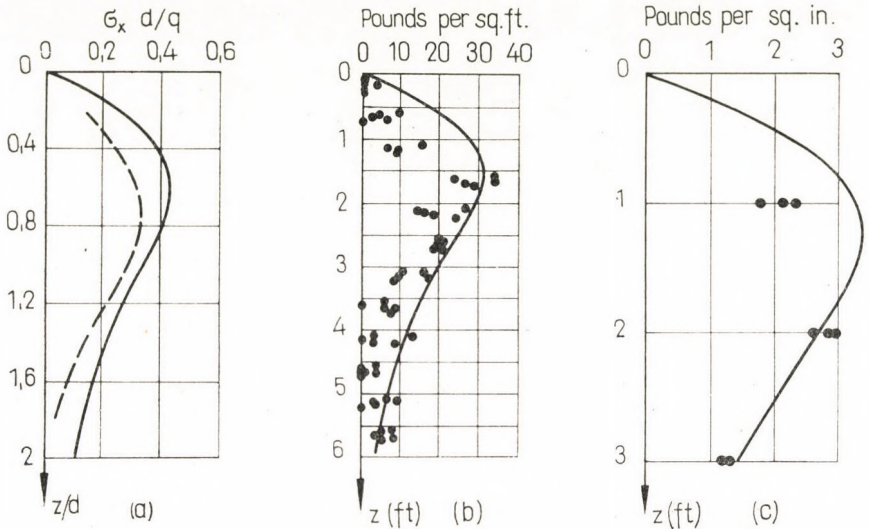


Fig. 3

4. Calcul rapide des contraintes sur le mur dues à une surcharge quelconque

a) Principe de la méthode

A l'aide de la formule (6) on peut dresser le Tableau II.

Tableau II

Valeurs numériques de la formule (6)

σ_x/p	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	...
α/z	0	0,565	0,750	0,900	1,065	1,205	1,400	1,580	1,780	2,050	...
$\Delta \left(\frac{a}{z} \right)$		0,565	0,185	0,150	0,165	0,140	0,195	0,180	0,200	0,270	...

- Ce tableau montre, par exemple, que:
- une charge p uniformément répartie sur une largeur $a = 1,065$ m produit à la profondeur $z = 1$ m une contrainte $\sigma_x = 0,2 p$.
 - pour $a' = 1,205$ et $z = 1$ m: $\sigma_x = 0,25 p$.
 - par différence, une charge p uniformément répartie entre $a = 1,065$ m et $a' = 1,205$ m produit à $z = 1$ m sur le mur: $\sigma_x = 0,05 p$.

Ainsi, chaque intervalle $\Delta(a/z)$ produit sur le mur à la profondeur z la même contrainte, $\sigma_x = 0,05 p$. Considérons alors une charge prismatique quelconque, parallèle au mur et de longueur infinie: pour calculer σ_x à une profondeur z donnée, on peut la diviser en intervalles inégaux Δa d'après le Tableau II. Dans chacun d'entre eux, la charge a une valeur moyenne

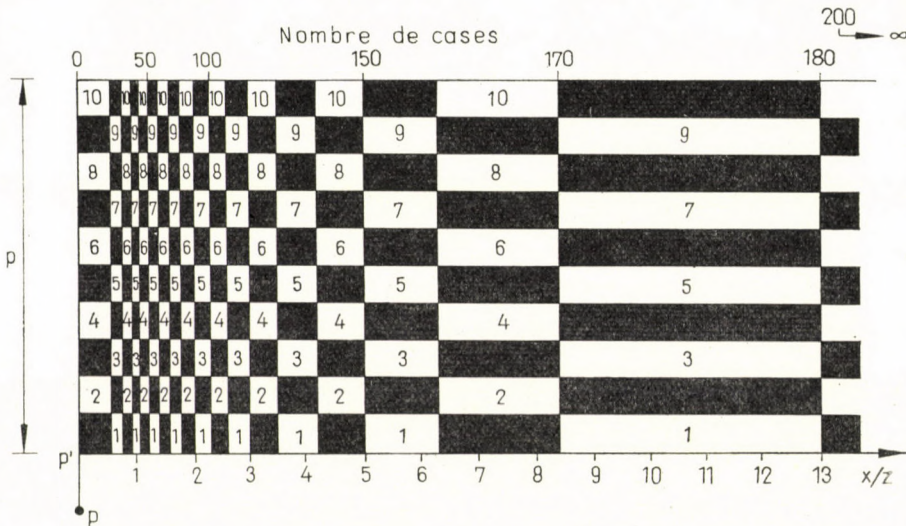


Fig. 4

différente p_i et la contrainte σ_x sur le mur à la profondeur z s'écrit:

$$\sigma_x = 0,05 \Sigma p_i .$$

Le principe du calcul rapide est alors évident et nous a conduit à tracer le «damier» (Fig. 4).

b) Utilisation pratique du «damier»

Considérons un tas de minerai parallèle au mur de soutènement et calculons la contrainte σ_x qu'il provoque à la profondeur $z = 2$ m sur le mur. Les contraintes exercées sur le sol par le tas sont approximativement normales et égales à γh (Fig. 5). Il faut alors:

1. Dessiner sur papier calque le profil de la charge avec une échelle de longueurs telle que $\overline{P'P} = z = 3$ m, et une échelle de contraintes telle que $\gamma H = p$ (Fig. 4).

2. Placer le calque sur le damier et compter les cases (blanches et noires) comprises dans le profil. On trouve ici: $m = 64$ cases, d'où:

$$\sigma_x = 0,005 m\gamma H = 1,6 \text{ kg/cm}^2$$

avec

$$\gamma = 2,5 \text{ g/cm}^3 \text{ et } H = 2 \text{ m}$$

c) Remarques

1. Pour faire varier la distance de la charge au mur, il suffit de déplacer latéralement le calque sur le damier.

2. Pour calculer σ_x à une profondeur différente, il faut refaire le dessin sur calque avec une échelle différente pour les longueurs mais en gardant la même échelle de contraintes.

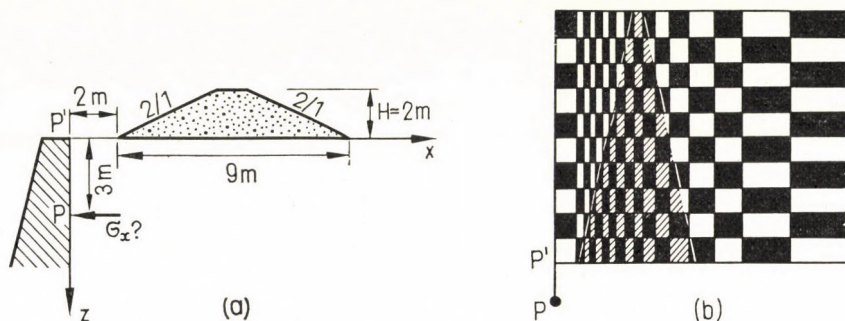


Fig. 5

3. Dans certains cas simples, un calcul exact nous a permis de voir que l'erreur commise en utilisant les damiers n'excédait jamais 2%.

4. En pratique, les charges ne sont jamais de longueur infinie et la méthode s'applique aux charges de grande longueur pour lesquelles elle donne un résultat approché par excès.

5. Cette méthode permet également de calculer σ_z , τ_{zx} et σ_x dans les fondations: nous publierons très prochainement les damiers correspondants.

5. Conclusion

Les résultats expérimentaux semblent montrer que la théorie de l'élasticité permet de calculer sans erreur excessive les contraintes exercées sur une paroi verticale par une surcharge déposée à la surface du sol. Nous en avons déduit une méthode pour le calcul rapide de ces contraintes dans le cas d'une surcharge de longueur infinie parallèle au mur: elle s'applique au cas des tas de terre (comme le montre l'exemple), aux semelles filantes, et, avec une bonne approximation, aux surcharges de longueur non infinie.

*

Ce travail fait partie d'une thèse de Doctorat ès Sciences qui doit être soutenue à la Faculté des Sciences de Grenoble. Nous remercions Monsieur le Professeur J. BIAREZ de ses conseils, ainsi que Messieurs A. RABATEL et M. REY de leur aide pour les calculs et les dessins.

Notations

- a : largeur de la charge de longueur infinie (Fig. 2b).
 d : distance de la charge au mur (Fig. 1 et 2a).
 h : hauteur de remblai au-dessus d'un point de la surface du sol.
 H : hauteur maximale du remblai (Fig. 5).
 N : force normale concentrée (Fig. 1 et 2a).
 q : force normale uniformément répartie sur une droite infinie.
 U : coefficient d'uniformité de Hazen (Tableau I).
 z : profondeur à laquelle est calculée la contrainte sur le mur.
 γ : poids volumique de matériau en remblai.
 ν : coefficient de Poisson du sol.
 σ_x : contrainte normale sur le mur à la profondeur z .

BIBLIOGRAPHIE

1. BOUSSINESQ, J.: *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*, Gauthier-Villars. Paris, 1885
2. CAROTHERS, S. D.: Stresses due to a Loaded Surface when Earth is Treated as an Elastic Solid. *Engineering*, **118** (1924), 1-2, 156-159
3. GERBER, E.: Untersuchungen über die Druckverteilung im örtlich belasteten Sand. Zürich 1929
4. MINDLIN, R. D.; Discussion Pressure Distributions on Retaining Walls. *Proc. 1st I. C. S. M. F. E.*, **3**, Cambridge, Mass. 1936, 155-156
5. RICHARD, O. D.—LINGER, D. A.; An Experimental Study of Lateral Pressures on Abutment Retaining Walls. *Highway Research Record*, **74** (1965), 19-43
6. SPANGLER, M. G.: The Distribution of Normal Pressure on a Retaining Wall due to a Concentrated Surface Load, *Proc. 1st I. C. S. M. F. E.*, **1**, Cambridge, Mass. 1936, 200-207
7. SPANGLER, M. G.: Horizontal Pressures on Retaining Walls due to Concentrated Surface Loads, Iowa State College. *Eng. Exp. Sta. Bull* **140**, Ames, Iowa, 1938
8. SPANGLER, M. G.: Lateral Pressures on Retaining Walls Caused by Superimposed Loads. *Proc. H. R. B.*, **18** (1938), 57-65
9. TERZAGHI, K.: Anchored Bulkheads. *Trans. A. S. C. E.*, **119** (1954), 1243-1280
10. ТЧЕБОТАРИОФФ, Г. В.: *Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures*. Mc Graw Hill, New York, 1951, p. 291
11. WEISKOPF, W. H.: Stresses in Soil under a Foundation. *J. Franklin Inst.*, **239** (1945), 446-465

Действие внешней нагрузки на вертикальные подпорные стены

Ж. П. Журу

Экспериментальные измерения подтверждают применимость теории упругости для вычисления напряжений, образующихся в вертикальных подпорных стенах, возникших под действием нагрузки, приложенной по горизонтальной поверхности засыпки. Автор предлагает простой метод определения этих напряжений для случая, когда нагрузка прикладывается длинно, параллельно с подпорной стеной.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЗАБИВНОЙ ВИСЯЧЕЙ СВАИ В ГРУНТОВЫХ УСЛОВИЯХ I-го ТИПА ПО ПРОСАДОЧНОСТИ

А. А. ГРИГОРЯН—В. М. МАМОНОВ

The paper presents a method how to estimate the bearing capacity of a driven, friction, short (till 7 m length) pile, that doesn't penetrate all the layers of loess soil of first type, using the laboratory characteristics of loess soil. The bearing capacity of a pile is estimating as sum of point resistance and skin friction. The point resistance is estimating with using as well nature dry density, as incipient deformation pressure of saturated loess soil. The skin friction is estimating with using shear characteristics, when the friction between the compacted loess soil and the material of a pile takes place, and the coefficient of lateral pressure of loess soil. The theoretical schemes are assumed according to an experimental data of tests with piles in situ, that were carried out in Dushanbe and Kcherson.

В настоящее время несущая способность забивной висячей сваи, работающей на осевую сжимающую нагрузку, определяется как сумма сопротивлений грунтов основания под нижним концом сваи и по ее боковой поверхности [1]. Значения нормативных сопротивлений R^H и f^H , входящих в формулу для расчета несущей способности сваи, определяются по данным испытаний свай статической нагрузкой. В настоящей статье сделана попытка определить несущую способность одиночной сваи, частично прорезающей просадочную толщу, путем расчета, с использованием результатов лабораторных определений простейших физико-механических характеристик грунта.

Основные положения по расчету были установлены в результате проведения полевых экспериментальных исследований. Исследование несущей способности забивных висячих свай было проведено в условиях, когда по всей длине и под нижними концами свай залегали одноводные сильнопросадочные грунты. Опыты проводились на площадках в городах Душанбе и Херсон в сходных грунтовых условиях. Грунты опытных площадок представлены довольно однородными переслаивающимися лессами и лессовидными суглинками на глубину до 20 м. До глубины 10 м грунты имеют низкую природную влажность (5—10%), малую плотность в природном залегании (вес скелета грунта в единице объема $\gamma_{ск} = 1,33 \div 1,40$ г/см³) и обладают значительной просадочностью (коэффициент относительной просадочности $\delta_{пр} = 7 \div 11\%$ при $P = 3$ кг/см²).

На опытных площадках были испытаны статической нагрузкой 12 свай длиной от 4 до 9 м, сечением от 20×20 см, до 50×50 см. В том числе были

испытаны сваи-штампы, позволяющие определить отдельно сопротивление грунта под нижним концом и по боковой поверхности.

Сваи забивались в грунты природной структуры и влажности; далее грунты в основании свай подвергались замачиванию до состояния полного водонасыщения. Нагружение свай производилось ступенями до наступления предельного состояния (срыва свай) (рис. 1).

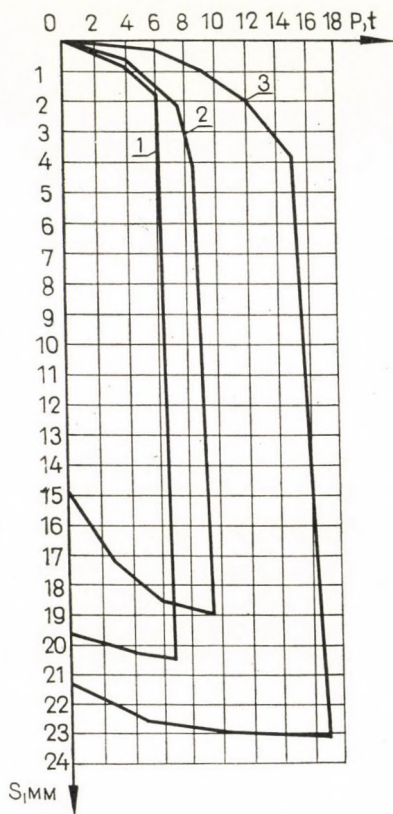


Рис. 1. Зависимость осадки свай сечением 30×30 см, длиной 6 м от нагрузки, при действии ее: 1) по нижнему концу; 2) по боковой поверхности; 3) по нижнему концу и по боковой поверхности

Во всех проведенных опытах наблюдалась малая величина осадки свай, порядка $3 \div 5$ мм, на всем участке нагружения до предельной нагрузки. В водонасыщенном грунте упругий подъем свай при разгрузке близок по величине к осадке свай под предельной нагрузкой (рис. 1).

Испытания свай с раздельным определением предельных сопротивлений грунта под нижним концом P_0 и по боковой поверхности P_b свай показали, что их сумма во всех опытах хорошо совпадает со значением пре-

дельной нагрузки на всю сваю $P_{св}$. В опыте, представленном на рис. 1, сумма предельных нагрузок составляет 14,5 т, а нагрузка на всю сваю — 15,0 т. Ввиду этого в основу расчета положено условие:

$$P_{св} = P_0 + P_6 . \quad (1)$$

Кроме того, в опытах производилось исследование размеров уплотненной зоны от действия забивки, а также зоны деформации грунта от действия статического нагружения сваи. Исследование уплотненной зоны производилось путем отбора образцов грунта на плотность на различных расстояниях от сваи. Для этой цели сваю откапывали с помощью шурфа. Исследование деформируемой зоны производилось путем измерения с помощью фиксаторов деформаций перемещений горизонтальных слоев грунта вблизи сваи. Фиксаторы деформаций помещались в горизонтальные шпурсы, расположенные в вертикальной плоскости, проходящей через ось ранее забитой сваи. После испытания свая вскрывалась шурфом и нити фиксаторов деформации обнажались.

Вдоль боковой поверхности сваи перемещений грунта относительно первоначального состояния на всех горизонтах почти не наблюдалось. Несмотря на то, что общая осадка сваи составила 30 см, наибольшее перемещение грунта на контакте со сваем достигло ~ 1 см (рис. 2). После срыва происходило проскальзывание сваи по замоченному грунту. Соппротивление грунта по боковой поверхности определяется величиной сопротивления сдвигу замоченного просадочного грунта по материалу сваи.

Под нижним концом сваи деформации грунта наблюдались на глубину, равную 2,6 диаметров сваи. Линии перемещения фиксаторов деформаций в результате осадки сваи, характеризующие траектории движения грунтовых частиц под ее нижним концом, показаны на рис. 2.

Сопоставление относительных вертикальных и горизонтальных деформаций показало, что деформации в грунте непосредственно под нижним концом сваи в пределах ~ 7 см происходят без изменения объема (коэффициент Пуассона $\mu = 0,5$), с медленным выдавливанием грунта в стороны. Выпор грунта вверх при этом не наблюдается. Ниже расположенный грунт уплотняется, а также частично расширяется в стороны. На границе зоны деформации по оси сваи имеет место только уплотнение грунта в вертикальном направлении. Соппротивление грунта под нижним концом сваи определяется, в основном, сопротивлением сжатию замоченного грунта.

При возрастании нагрузки на сваю вплоть до предельной величины в пределах уплотненной зоны остаточные деформации грунта почти не происходят. При этом напряжения в грунте на границе уплотненной зоны по оси сваи под ее нижним концом не превосходят некоторой величины. Эта величина условно может быть названа начальным давлением деформации

замоченного просадочного грунта. За начальное давление деформации, по аналогии с начальным просадочным давлением (2), может быть принято такое давление, которому в условиях компрессионного сжатия соответствует относительная деформация замоченного просадочного грунта, равная 0,02. Это давление характеризует прочность структуры грунтового скелета (3).

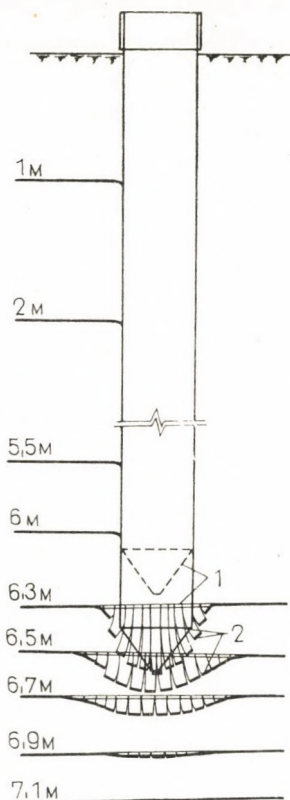


Рис. 2. Деформации грунта вдоль боковой поверхности и под нижним концом сваи при нагружении. 1) положение сваи и фиксаторов деформаций до нагружения; 2) то же после нагружения

После достижения предельной нагрузки напряжения на границе уплотненной зоны начинают превышать начальное давление деформации. Грунт за пределами уплотненной зоны начинает интенсивно уплотняться, что характеризует наступление срыва сваи. С ростом осадки сваи напряженная зона захватывает все новые области неуплотненного грунта, вследствие чего осадка принимает незатухающий характер.

Размеры уплотненной зоны от действия забивки сваи определим исходя из условия равенства весов минеральной части грунта до забивки сваи и

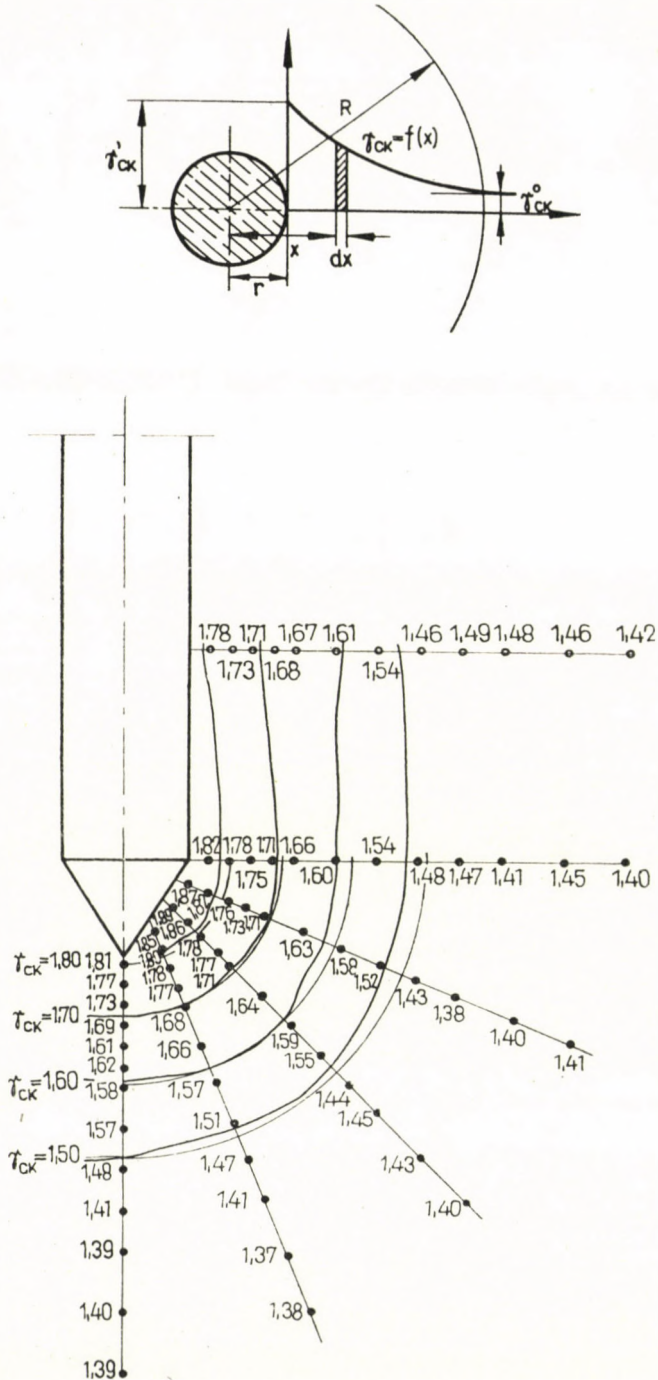


Рис. 3. Зона уплотнения грунта вокруг сваи. а) схема к определению радиуса уплотненной зоны, б) распределение плотности грунта по опытным данным

после ее забивки и кривой изменения плотности грунта с удалением от сваи (рис. 3), описываемой уравнением:

$$\gamma_{ckz} = B e^{-a(x-r)} + \gamma_{ck}^{\circ}, \quad (2)$$

где:

γ_{ck}° — вес скелета грунта в единице объема в природном залегании, г/см³,
 r — радиус цилиндрической сваи, равновеликой по площади поперечного сечения с призматической, см.

Выражение для радиуса зоны уплотнения R вдоль боковой поверхности сваи получено в виде:

$$R = r \left(1 + \frac{1}{k} \ln \frac{\gamma'_{ck} - \gamma_{ck}^{\circ}}{0,01} \right), \quad (3)$$

где:

$k = (\gamma'_{ck} - \gamma_{ck}^{\circ}) + \sqrt{(\gamma'_{ck})^2 - (\gamma_{ck}^{\circ})^2} / \gamma'_{ck}$,
 γ'_{ck} — вес скелета грунта в единице объема на контакте со свайей, г/см³,
 0,01 г/см³ — точность определения величины плотности грунта методом режущего кольца в лабораторных условиях.

Величина γ'_{ck} определяется в зависимости от начальной плотности грунта γ_{ck}° . На основе экспериментальных данных по определению γ'_{ck} непосредственно возле боковой поверхности и нижнего конца свай для лессовых грунтов с различной начальной плотностью (г. г. Душанбе, Херсон) была получена зависимость между γ'_{ck} и γ_{ck}° в следующем виде:

$$\gamma'_{ck} = 1,70 + 0,774 (\gamma_{ck}^{\circ} - 1,25). \quad (4)$$

Пределы применимости формулы (4)

$$1,25 \text{ г/см}^3 \leq \gamma_{ck}^{\circ} \leq 1,55 \text{ г/см}^3$$

при степени влажности грунта в природном залегании $G < 0,6$. Коэффициент корреляции для этой зависимости получен равным $r = 0,92$, что указывает на тесную связь между величинами γ'_{ck} и γ_{ck}° .

Таким образом, радиус уплотненной зоны вдоль боковой поверхности сваи определяется по формуле (3) в зависимости от γ_{ck}° , получаемого в лаборатории.

По данным определений плотности образцов грунта под нижним концом свай в натуральных условиях было получено, что линии равных плотностей близки к концентрическим полуокружностям (рис. 3б). Поэтому считаем, что уплотненная зона грунта под нижним концом сваи имеет форму полушария радиусом R .

Определим предельную нагрузку P_0 , действующую в плоскости нижнего конца сваи.

Величины вертикальных сжимающих напряжений по оси сваи под ее нижним концом определим из решений теории упругости.

За основу принимаем решение Кезди [4], полученное для расчета напряжений по оси круглого, горизонтально расположенного диска, находящегося внутри полупространства и нагруженного равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q . Задача решалась им путем интегрирования выражения Р. Миндлина по площади диска. Формула для определения вертикальных сжимающих напряжений без учета собственного веса грунта получена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_z = & -\frac{1}{1-\mu} \cdot \frac{3q}{2} \left\{ \frac{1-2\mu}{6} z_1 \left(\frac{1}{R_{02}} - \frac{1}{R_{01}} - \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} \right) + \right. \\ & + \frac{1}{6} - \frac{z_1^3}{6R_{01}^3} + \left[\frac{3-4\mu}{2} \cdot z_2 - t(1-2\mu) \right] \cdot \\ & \cdot \left. \left(\frac{1}{3z_2} - \frac{z_2^2}{3R_{02}^3} \right) - tz(z-t) \left[\frac{z_2^2}{R_{02}^5} - \frac{1}{R_{02}^3} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где:

- μ — коэффициент Пуассона,
- t — заглубление диска от поверхности земли, м,
- z — расстояние от поверхности земли до точки, в которой определяются напряжения, м,
- $z_1 = z - t$;
- $z_2 = z + t$;
- $R_{01} = \sqrt{r_0^2 + z_1^2}$,
- $R_{02} = \sqrt{r_0^2 + z_2^2}$
- r_0 = радиус диска, м.

Формула (5) очень громоздка и ее использование связано с вычислительными трудностями. Поэтому, приняв величину $\mu = 0,35$, аппроксимируем формулу (5) простой функцией вида:

$$\sigma_z = \frac{q}{c + m \cdot z^2}, \quad (6)$$

где:

- c и m = коэффициенты, зависящие от относительного заглубления диска. Применительно к сваям сечением 30×30 см ($r_0 = 16,95$ см), забитым на глубину от 4 до 7 м, величина c изменяется в пределах от 1,9987 до 1,9996; m — от 0,005416 до 0,005443.

Сравнение величин σ_z/q , вычисленных по формулам (5) и (6) для случая заглубления нижнего конца сваи на 6 м ($c = 1,9995$; $m = 0,005438$) дано в таблице I; все вычисления выполнены с помощью электронно-счетной машины.

Таблица I

z (см)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
по формуле (5)	0,391	0,241	0,146	0,094	0,064	0,046	0,035	0,027	0,022	0,018
по формуле (6)	0,393	0,239	0,145	0,093	0,064	0,046	0,035	0,027	0,022	0,018

Как видно из этой таблицы, результаты вычислений по формулам (5) и (6) очень близки. При предельной нагрузке на сваю, как было выше принято, напряжения σ_z на границе уплотненной зоны радиусом R равны начальному давлению деформации замоченного просадочного грунта p'_H (рис. 4а).

Тогда

$$p'_H = \frac{q}{c + m \cdot R^2}. \quad (7)$$

Величина начального давления деформации p'_H определяется по данным компрессионных испытаний замоченного грунта.

Подставив значение R из формулы (3) в выражение (7), найдем величину предельной равномерно распределенной нагрузки, действующей в плоскости нижнего конца сваи:

$$q = p'_H \left\{ c + m \left[r \left(1 + \frac{1}{k} \ln \frac{\gamma'_{ck} - \gamma'_{ck0}}{0,01} \right) \right]^2 \right\}. \quad (8)$$

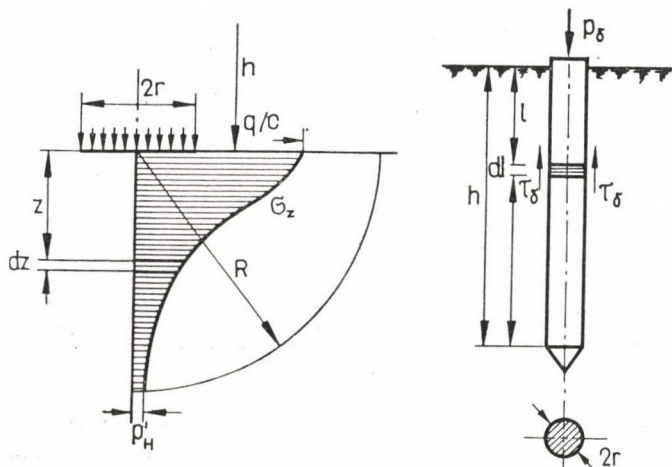


Рис. 4. Схема к расчету предельной нагрузки на сваю в замоченном просадочном грунте а) под нижним концом, б) по боковой поверхности

Предельная нагрузка в плоскости нижнего конца сваи будет равна

$$P_0 = \pi r^2 q.$$

Определим передельную нагрузку по боковой поверхности сваи.

На глубине l от поверхности грунта (рис. 4б) выделим отрезок сваи высотой dl . Условие равновесия выделенного элемента выражается в следующем виде:

$$dP_\delta = 2 \pi r \tau_{\delta l} \cdot dl, \quad (9)$$

где:

$\tau_{\delta l}$ — силы сопротивления сдвигу, действующие по боковой поверхности сваи на глубине l , т/м².

В состоянии предельного равновесия между нормальными и касательными напряжениям существует известная зависимость:

$$\tau_{\delta l} = \sigma_{\delta l} \cdot \tan \varphi' + c', \quad (10)$$

где:

$\sigma_{\delta l}$ — нормальное давление на боковую поверхность сваи от собственного веса замоченного грунта, т/м²,
 $\tan \pi'$ и c' — коэффициент трения и сцепление при поверхностном трении уплотненного замоченного просадочного грунта по боковой поверхности сваи.

Нормальное давление грунта на боковую поверхность сваи принимаем как давление в покое замоченного просадочного грунта природного сложения, практически не обладающего сцеплением, т. е.

$$\sigma_{\delta l} = \gamma_0 l \xi, \quad (11)$$

где:

γ_0 — объемный вес замоченного просадочного грунта, т/м³.

Величина коэффициента бокового давления для замоченного просадочного грунта ξ была ранее исследована (5). Подставив (11) в выражение (10), получим:

$$\tau_{\delta l} = \gamma_0 l \xi \tan \varphi' + c'. \quad (12)$$

Подставив выражение (12) в уравнение (9) и интегрируя от 0 до h , получим величину предельной нагрузки, действующей по боковой поверхности сваи:

$$P_\delta = \pi \cdot r \cdot h [\gamma_0 \cdot \xi \cdot \tan \varphi' \cdot h + 2 c']. \quad (13)$$

Подсчеты, проведенные по формулам для определения предельной нагрузки под нижним концом сваи [формула (8)] и по боковой поверхности [формула (13)] хорошо согласуются с данными полевых опытов, проведенных в городах Душанбе и Херсон.

ЛИТЕРАТУРА

1. Строительные нормы и правила СССР, глава П—Б. 5—67.
2. Пособие по проектированию оснований и фундаментов зданий и сооружений на просадочных грунтах. Москва 1964.
3. Лалетин, Н. В.: Расчет свайного куста на вертикальные нагрузки по деформациям грунтов основания. В кн.: Теория конструкций и сооружений, вып. 1. Воронеж 1967.
4. Kézdi, A.: Beiträge zur Berechnung der Spannungsverteilung im Boden. *Der Bauingenieur*, (1958)
5. Григорян, А. А.: О боковом давлении в просадочных грунтах. Основания, фундаменты и механика грунтов, № 4, Москва 1960.

Резюме

В статье предлагается расчетный метод определения несущей способности забивной висячей короткой (длиной до 7 м) свай, неполностью прорезающей просадочную толщу грунта I типа, с использованием физико-механических характеристик грунта, определяемых в лабораторных испытаниях. Несущая способность свай определяется как сумма сопротивлений грунта под нижним концом свай и по ее боковой поверхности. Сопротивление грунта под нижним концом определяется с использованием величины природного объемного веса скелета, а также величины начального давления деформации замоченного просадочного грунта, получаемой при компрессионных испытаниях. Сопротивление грунта по боковой поверхности определяется с использованием характеристик сдвига при поверхностном трении уплотненного грунта по материалу свай (бетону, металлу) к коэффициента бокового давления грунта. Расчетные схемы приняты на основе выполненных полевых испытаний свай в г. г. Душанбе и Херсон.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ИСПЫТАНИЙ СВАЙ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

Х. Р. ХАКИМОВ

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ОСНОВАНИЙ И ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ
ГОСТРОЯ СССР

The results of a large number of a loading tests on concrete single piles carried out by the scientific and design institutes of the U.S.S.R. have been collected and investigated by statistical methods. The results of this investigation are presented in present paper. The data given here in some cases allow to determine the settlement of piles without loading tests.

В настоящее время вполне установлено, что основания зданий и сооружений целесообразно рассчитывать по деформациям. В нормативных документах на проектирование свайных фундаментов для определения осадки куста свай указан достаточно удовлетворяющий запросам практики метод.

Что же касается свай, отнесенных по своим расположениям в плане к одиночным, то методы их расчета по деформациям разработаны слабо и в связи с этим нормативные документы рекомендуют осадку одиночной сваи принимать такую, какая получается при испытании статической нагрузкой. Это приводит к необходимости производить в каждом случае довольно трудоемкое испытание свай статической нагрузкой.

Как показал опыт, в массовом жилищном строительстве и в ряде случаев промышленного строительства сваи работают как одиночные. Учитывая это, несколько лет назад автором было высказано мнение о целесообразности сбора и обработки результатов испытаний свай и оценки величин осадок свай при расчетной нагрузке на них.

В связи со сказанным в НИИ оснований под руководством автора выполнялась тема по сбору и обработке результатов испытаний свай статической нагрузкой в различных грунтовых условиях. Некоторые предварительные данные были доложены в работе (1). При выполнении указанной темы были собраны результаты 420 испытаний свай статической нагрузкой, произведенных различными организациями: ГПИ Фундаментпроект и его Ленинградским филиалом, Ваш НИИ строй, Рязаньжилстрой, НИИ оснований, институтом строительства и архитектуры в г. Минске и др.

Собранные материалы имели недостатки — часто отсутствовала физико-механическая характеристика грунтов.

В ряде случаев испытаний величины нагрузок не доводились до предельных. В отдельных случаях отсутствовали данные, показывающие, что

наблюдения при одной и той же ступени нагрузки производились до полного затухания осадки.

В связи с указанными недостатками материалов из общего количества собранных результатов испытаний к обработке было принято лишь 95 испытаний.

Обработка результатов испытаний производилась методами математической статистики.

Принятые к обработке результаты испытаний разбиты на группы свай. Группировка произведена с учетом грунтовых условий, в которых находилось острие свай, материала и конструкции свай, их глубины погружения в грунт и поперечных размеров.

При разбивке испытанных свай на отдельные группы выявилось, что несущая способность свай, погруженных в грунт не более чем на $6 \div 7$ м, зависит, главным образом, от того, на какой грунт они опираются своим нижним концом. В этих случаях удалось собрать в одну группу свай, опирающиеся на песок средней крупности и средней плотности и пренебречь влиянием изменения напластования грунтов на боковое сопротивление. Были обработаны также результаты испытания более длинных свай ($8 \div 17$ м), но в этом случае пренебречь влиянием изменения напластования грунтов, прорезаемых сваями, оказалось невозможно.

В связи с этим было признано, что результаты испытаний длинных свай нуждаются в пополнении с учетом влияния изменений напластований грунтов на боковое сопротивление свай.

В связи со сказанным в настоящем докладе приводятся результаты обработки экспериментальных данных лишь по вышеуказанной группе свай.

Результаты обработки экспериментальных данных показали, что между осадкой сваи и нагрузкой на нее существует вполне удовлетворительная корреляционная зависимость. В частности, значение коэффициента корреляции колеблется в пределах $0,7 \div 0,9$; значение средних квадратических отклонений в осадках колеблется в пределах $0,2 \div 2,5$ мм.

Предварительная обработка данных по линейной зависимости между нагрузкой и осадкой свай показала, что она имеет место лишь при весьма малой величине нагрузки.

В связи с этим, в попытке найти наиболее подходящий способ обработки, были проведены способы аппроксимации экспериментальных данных по следующим формулам:

$$S = AP^n; \quad S = AP^3 + BP^2 + CP; \quad S = AP^2 + BP,$$

где S — осадка в мм; P — нагрузка в тоннах; A, B, C — коэффициенты, имеющие соответствующие размерности.

Оказалось, что при небольших нагрузках на сваю экспериментальные данные удовлетворительно аппроксимируются любой из указанных формул.

Но к средним значениям экспериментальных данных по осадкам для любых значений нагрузок наиболее близко подходит кривая, построенная по результатам обработки способом наименьших квадратов на основе теории корреляции. Поэтому этот способ и был принят для дальнейшей обработки данных.

На рисунке указаны результаты испытаний свай с глубиной погружения в грунт $5 \div 7$ м, сечением 30×30 см, опирающихся на пески средней плотности и средней крупности.

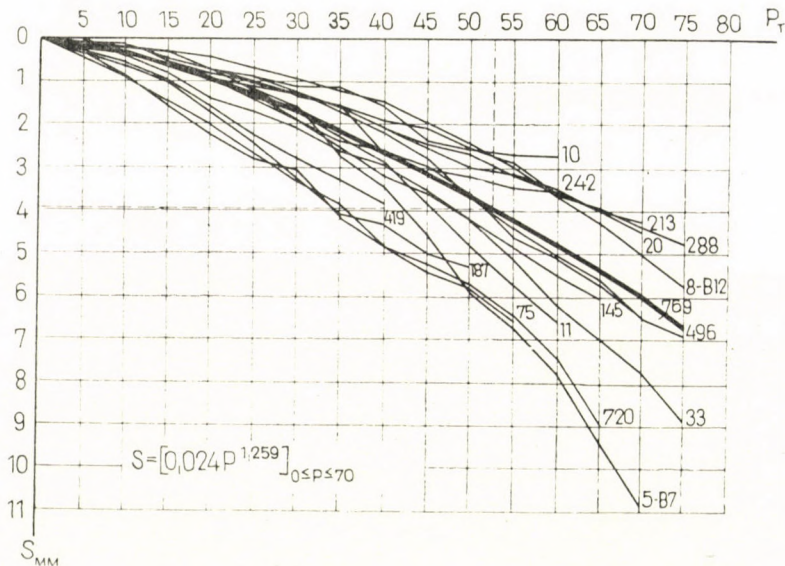


Рис. 1. Сваи ж. б. сечением 30×30 см, погруженные в грунт на $5-7$ м и опирающиеся на слой песчаного грунта

По абсциссе рисунка отложены величины нагрузок в тоннах, по ординате — соответствующие величины осадок в мм. Жирной линией показаны средние значения осадок (S) при соответствующих значениях нагрузок (P). Эмпирическая формула, указанная на рисунке, отображает связь между S и P .

Пунктирными линиями показан пример расчета при расчетной нагрузке, определяемой по известной формуле советских строительных норм и правил.

Из данных рисунков видно, что осадки свай при расчетных нагрузках весьма малы и не превышают $5 \div 7$ мм. Однако в отношении свай, опирающихся, в частности, в слой глинистого грунта пластичной консистенции, можно предполагать, что фактическая осадка сваи под сооружением будет несколько больше.

По некоторым исследованиям эта разница может достигать до $2 \div 3$ раз [2]. По-видимому, это объясняется тем, что при испытании одиночной

свай статической нагрузкой в глинистых грунтах не допускается полное затухание осадки.

Опыт показывает, однако, что если даже осадка свай под сооружением будет превышать осадку, определенную при испытании, то все же она не будет превышать допустимую осадку на сооружения.

В заключение автор считает своим приятным долгом отметить большую и хорошую помощь, оказанную ему при сборе материалов и обработке их сотрудниками лаборатории свай: Удачиной В. И., Андреевой Т. А., Каравашкиной Н. П. и Буровой Р. А.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хакимов, Х. Р.: Состояние и перспективы развития научно-исследовательских работ в области свайных фундаментов. Сборник докладов и сообщений на совещании—семинаре. Уфа — 1964 г.
2. Хамов, А. П.: Автореферат диссертации на тему «Исследование осадки и несущей способности группы свай с учетом фактора времени». 1967 г.

Резюме

В докладе излагаются результаты обработки данных многочисленных испытаний одиночных железобетонных свай, проведенных рядом проектных и научно-исследовательских организаций СССР. Материалы, изложенные в докладе, в ряде случаев позволяют определять осадки свай, не прибегая к предварительным испытаниям статической нагрузкой.

A COMPARATIVE STUDY OF MULTI-UNDERREAMED PILE WITH LARGE DIAMETER PILE IN SANDY SOIL

G. S. JAIN—S. P. GUPTA

CENTRAL BUILDING RESEARCH INSTITUTE, ROORKEE, INDIA

This paper presents the results of a pair of load tests on piles of uniform large diameter and multi-underreamed cast in sandy soil. The latter was found to develop much higher resistance with less material consumption as compared to the uniform large diameter pile. Guiding principles for the design of such piles based on soil characteristics are also given.

1. Introduction

During recent years the technique of using underreamed piles has been further advanced by underreaming at more than one point along the pile stem. A series of tests conducted on single and double underreamed piles, both in clayey and sandy soils have shown that the bearing capacity could be considerably improved by providing more than one bulb. Tests have shown that in clayey soils [1], the improvement is due to a substantial increase in the frictional resistance component. By providing an additional bulb, the bearing capacity is increased by about 50 per cent. Thus very high capacity piles can be obtained by providing a number of bulbs at suitable intervals [2] (Fig. 1) and can easily replace groups of smaller diameter piles. Some recent research in Russia [3] has also indicated that in a multi-bulb pile, all the enlargements would be operative thus considerably increasing the bearing capacity.

The present investigation is confined to the study of the results of load tests of a pair of piles cast in sandy soil. One pile had a uniform bore diameter of 64 cms, and the other was multi-underreamed with shaft and bulb diameters of 30 and 64 cms, respectively. Both the piles were $5\frac{1}{2}$ metres long. The multi-underreamed pile was cast with four bulbs spaced at 95 cm apart (Fig. 2).

2. The site and soil properties

The piece of land selected was supposed to be a fairly virgin ground with water table at a depth of about 10 metres. Undisturbed soil samples were taken from a bore hole, and also from a pit that was made in between the two test piles soon after the tests were over. Standard (Dynamic) penetration tests were also conducted. The soil at the site was sandy with fines of about 8 per



Fig. 1. Triple underreamed pile

cent (less than 60 microns) and $\Phi = 33^\circ$. The N values from the standard penetration tests varied from 4 to 8 upto 2 m depth and 13 to 14 thereafter upto 6 m depth. The dry density was fairly constant at 1.5 g/cm^3 and moisture content varied with depth from 3 to 6 per cent.

3. Test piles

Details of piles are given in Fig. 2. For constructing the uniform diameter pile, a manually operated earth auger with a boring guide (covered by Ind. Pat. Nos 97496 and 82303)* was used [4]. The auger had adjustable blades so that their inclination as also the opening could be changed depending on the type of soil and the cutting required. It also helped in cleaning the base of bore holes. For the multi-underreamed pile a spiral auger was used with a manually operated underreaming tool [5] (covered by Ind. Pat. No. 54907).*

* M/s M. S. J. (Engineers) & CO., Khanjarpur, Roorkee (U.P.) INDIA.

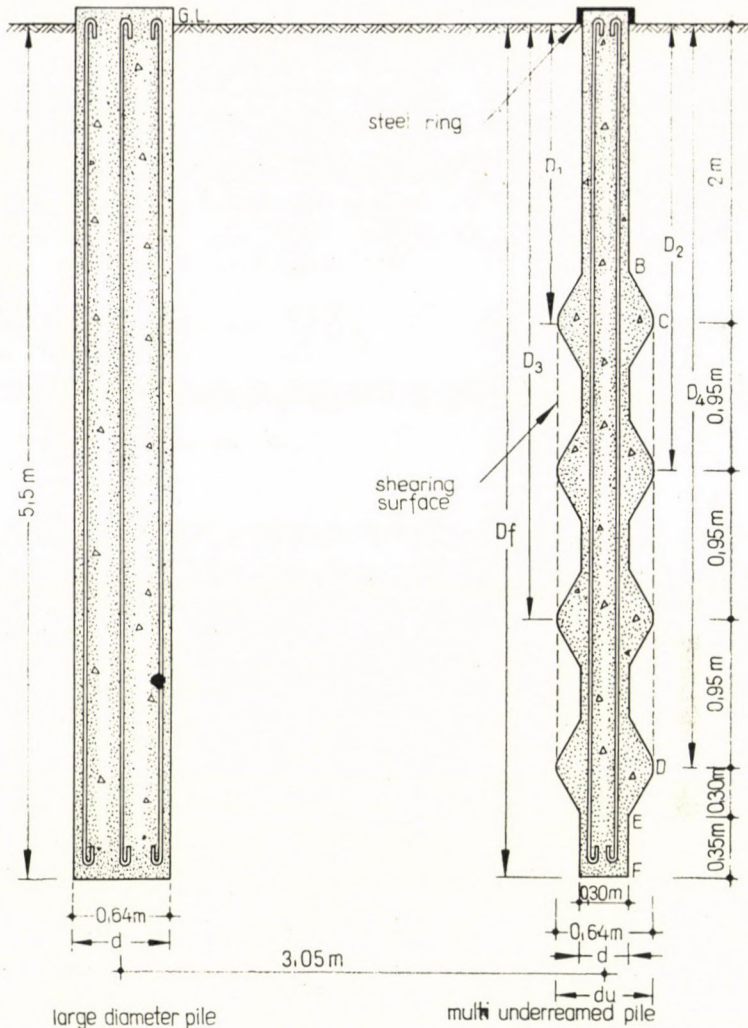


Fig. 2. Details of test piles

Load tests were carried out by the Method of Equilibrium [6]. It eliminates the need of a load maintainer or constant pumping of the jacks to maintain the load at a particular value. The method involves the application of load and its partial automatic release due to the constant settlement of the ground. A state of equilibrium is achieved between the load and subsequent settlement and the ultimate load is obtained with fair accuracy from the load settlement curve.

4. Discussion

Load/total settlement curves for both the uniform diameter and multi-underreamed piles are shown in Fig. 3. The curves almost overlap indicating similar load bearing characteristics. Ultimate loads based on settlements equal to 10 per cent of the base diameter, work out to 93 tonnes for both. In this

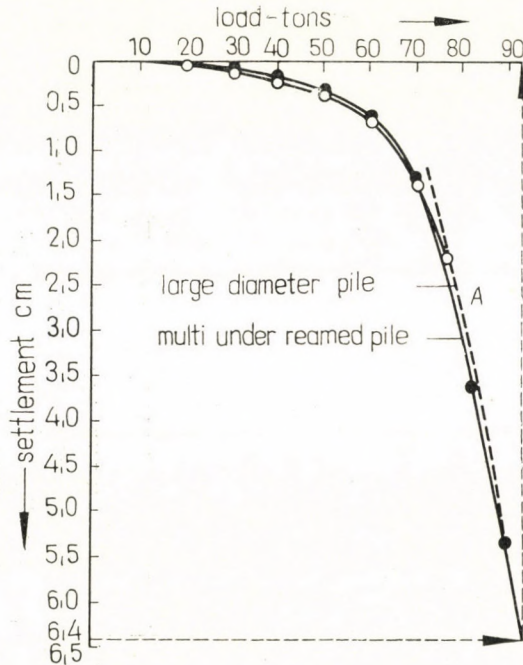


Fig. 3. Load settlement curves

particular case the curve beyond point *A* becomes a straight line. If the abscissa of point *A* is taken as the ultimate load, it works out to 77 tonnes.

For estimating the bearing capacity of these piles from soil characteristics, certain assumptions have to be made. For uniform diameter pile, the ultimate bearing capacity (Q_u) can be calculated from the expression:

$$Q_u = Q_p + Q_s = A_p \left(\frac{1}{2} \gamma d N_\gamma + \gamma D f N_q \right) + \frac{1}{2} K \gamma D_f A_s \tan \delta. \quad (1)$$

The symbols used in the above expression are explained at the end. For $\Phi = 33^\circ$, the bearing capacity factors N_γ and N_q are 20 and 14, respectively. The latter value is based on Fig. 4. (After VESIC [7]). Terzaghi's value for N_q has been found to give high bearing capacity for Φ -values greater than 30° . The point resistance (Q_p) on the basis of the above values, is equal to 40 tonnes.

For estimating the frictional resistance, the earth pressure constant K is to be ascertained. JÁKY [8] recommends the value of K equal to the coefficient of earth pressure at rest. MEYERHOF [9] has suggested still lower values. However, DINESH MOHAN [10] and JAIN [11] have found values considerably larger than 1. Some workers have also attempted to express the coefficient of lateral earth pressure in terms of the coefficient of passive earth pressure. In a pull out test on 5,9 metres pile in a loess soil, MILOVIĆ [12] has reported a value of 0,9 times of the coefficient of passive earth pressure. Based on pull-out tests on Raymond step-taper piles, IRELAND [13] has observed

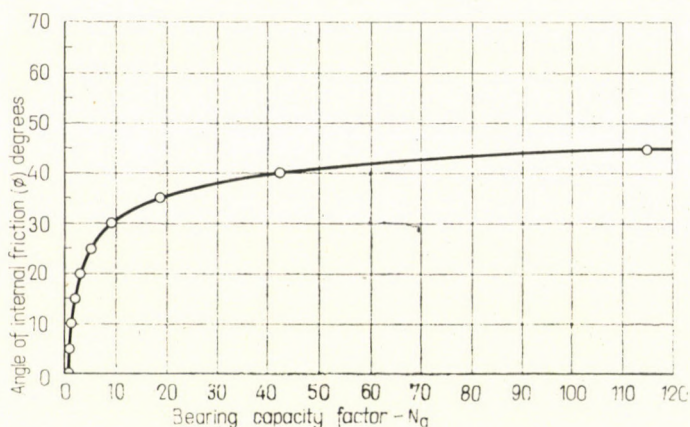


Fig. 4. Determination of factor N_q

that frictional resistance developed in single piles in sand may approach that of a passive state of stress. In pull out tests on short bored piles in a sandy stratum [14] the coefficient of earth pressure has been found to be 2,25. In this study the angle of friction between the pile and soil (δ) was taken equal to the angle of internal friction (Φ) for the soil which was 30° . Such an assumption was based on the fact that the pile stem had a rough finish and the soil was sticking to its surfaces.

In the present case also, δ is taken equal to Φ and the coefficient of earth pressure is assumed equal to half of the passive earth pressure coefficient, i.e. 1,7. This is based on the assumption that there might be some soil drag along the pile stem thereby compressing the surrounding soil. On the basis of this assumption, the value of skin friction is equal to 50 tonnes. The ultimate bearing capacity due to both point and frictional resistance therefore amounts to 90 tonnes.

The ultimate bearing capacity of multi-underreamed piles may be examined by any one of the following methods —

1. Complete mobilization of frictional resistances along the shaft surfaces AB and GH (Fig. 2) and bearing resistances of the four bulbs.

2. The point resistance at the base of the shaft and the complete mobilization of frictional resistance along the surface $ABCDEF$ (Fig. 2).

According to method (1), the bearing capacity equation can be written as:

$$Q_u = \frac{\pi}{4} (d_u^2 - d^2) \left[\frac{1}{2} (d_u - d) n \gamma N_\gamma + \gamma (D_1 + D_2 + D_3 + D_4) N_q \right] + \frac{\pi}{4} d^2 \left(\frac{1}{2} d \gamma N_\gamma + \gamma D_f N_q \right) + \frac{1}{2} \pi K \gamma d \tan \delta (D_1^2 + D_f^2 - D_4^2). \quad (2)$$

On the basis of the equation (2), the ultimate bearing capacity works out to $76 + 9 + 8 = 93$ tonnes.

The second method of failure may be considered similar to that in clayey soils [1] where instead of considering each bulb acting separately in bearing, it is assumed that the failure takes place by shearing along the surface of the cylinder circumscribing the underreams. In this case, as the shearing takes place between soil and soil, it is also presumed that the value of friction developed in this portion would be equal to the shearing strength of the soil. In sandy soils this would possibly result in a higher earth pressure constant equal to the passive state of stress. This mode of failure was also confirmed when, on excavating around the multi-underreamed pile, a crack was found going down circumscribing the bulbs. Taking this into consideration the failure may be assumed taking place along $ABCDEF$ (Fig. 2) due to shearing and on the lowermost bulb in bearing. The ultimate bearing capacity can be found from the expression

$$Q_u = \frac{\pi}{4} d_u^2 \left(\frac{1}{2} d_u \gamma N_\gamma + \gamma D_4 N_q \right) + \frac{1}{2} \pi \gamma \tan \delta [K d D_1^2 + K' d_u (D_4^2 - D_1^2) + K d (D_f^2 - D_4^2)]. \quad (3)$$

On the basis of the equation (3), the ultimate bearing capacity works out to $33 + 74 = 107$ tonnes.

It is felt that both the criteria given above for working out the ultimate load of a multi-underreamed pile in sandy soils can be applicable. The first is likely to give lower values as it does not take into account any friction that might also develop due to increased spacing of underreams, whereas the second is likely to provide higher value if the spacing is kept larger than the specified value of $1\frac{1}{2}$ times the underreamed diameter [15]. With the present state

of knowledge on this subject, the lower of the two values may be taken for design purposes.

It would be of interest to note that the amount of cement concrete required for the 30 cm diameter multi-underreamed pile is only 0,64 m³ against 1,68 m³ required for the 64 cm uniform diameter pile, the ultimate load remaining the same for both. Thus by using multi-underreamed piles an economy of over 60% in cement concrete alone is obtained.

5. Conclusions

The following conclusions can be drawn as a result of this investigation —

a) By using multi-underreamed piles, there is saving in operational cost. The equipment used is lighter and easier to handle than that required for large uniform diameter piles.

b) There is considerable saving in cement concrete.

c) The ultimate bearing capacity of a multi-underreamed pile can be assessed by assuming that at each of the bulbs the resistance would be in a bearing capacity mode and frictional resistance along the top and bottom portions of the shaft.

*

The authors are grateful to Prof. Dinesh MOHAN & Dr. V. N. S. MURTHY for their keen interest and guidance in the studies and to their colleague SHRI RAJ KUMAR for his help. The study formed a part of the normal programme of research at the Central Building Research Institute and the paper is published with the permission of the Director.

Symbols

Q_u	— ultimate bearing capacity of pile
Q_p	— point resistance
Q_s	— frictional resistance
A_p	— area of the pile base
A_s	— surface area of the pile shaft
γ	— average field density
d	— diameter of pile shaft
d_u	— underreamed diameter
$N\gamma, N_q$	— bearing capacity factors
n	— number of bulbs
K	— earth pressure constant
K'	— passive earth pressure constant = $\tan^2(45^\circ + \phi/2)$
D_f	— total length of pile
D_1	— depth to the center of first bulb
D_2	— depth to the center of second bulb
D_3	— depth to the centre of third bulb
D_4	— depth to the center of fourth bulb
ϕ	— angle of internal friction
δ	— angle of wall friction

REFERENCES

1. MOHAN, D.—JAIN, G. S.—SHARMA, D.: Bearing capacity of Multiple-Underreamed Bored Piles, *Proc. III, Asian Reg. Conf. SM&FE.* (1967), 103
2. JAIN, G. S.: Discussion on paper by WHITAKER and COOKE, *Proc. Sym. on Large Bored Piles*, Instn. of Civil Engrs. and Reinforced Conc. Association (1966), 97
3. MINTSKOVSKII, M. SH.: Experience of Installing Bored Piles with a Spread Foot. *Jr. Soil Mech. Foundation Engineering* (1964), 220
4. JAIN, G. S.—GUPTA, S. P.: Construction of Large Diameter Bored Piles by Manually Operated Earth Augers. Under publication in *Ind. Con. Jr.*
5. JAIN, G. S.—SHARMA, D.: Underreamed Piles for Foundations. Central Building Research Institute, Roorkee, India, Digest No. 56 (1968)
6. MOHAN, D.—JAIN, G. S.—JAIN, M. P.: A New Approach to Load Tests. *Geotechnique* (1967), 274
7. VESIC, A. S.: A Study of Bearing Capacity of Deep Foundations. Final report, Georgia Institute of Technology (1967)
8. JÁKY, J.: On Bearing Capacity of Piles. *Proc. II Int. Conf. SM&FE.* 1 (1948), 100
9. MEYERHOF, G. G.: Recherches sur la force portante des pieux'. *Annales de l'Inst. Techn. du Bâtiment et des Travaux Publics* (1953), 371
10. MOHAN, D.—JAIN, G. S.—KUMAR, V.: Load Bearing Capacity of Piles. *Geotechnique*, (1963), 76
11. JAIN, G. S.—KUMAR, V.: Separating Skin Friction and Point Bearing in a Short Bored Pile, *Sym. Load Bearing Capacity of Soils. Jr. National Buildings Organisation*, 6 (1961), 217
12. MILOVIĆ, D.: Pulling out Resistance of Foundations in Loess Soil. *Proc. Int. Conf. of SM&FE., Budapest* (1963)
13. IRELAND, H. O.: Pulling Tests of Piles in Sands. *Proc. IV Int. Conf. on SM&FE.,* 2 (1957) 43
14. JAIN, G. S.—SHARMA, D.—SONEJA, M. R.: A New Method for Increased Anchorage from Piles. (under publication)
15. IS: 2911 (Part I) — 1964, Indian Standard Code of Practice for Design and Construction of Pile Foundations, Part I, Load-Bearing Concrete Piles.

**Сопоставление использованных в песчаных грунтах свай,
утолщенных на нескольких участках, и свай большого диаметра**

Г. С. Яин—С. П. Гупта

Излагаются экспериментальные данные пробных нагрузок в песчаном грунте свай большого диаметра и свай переменного диаметра, утолщенного на нескольких участках. Последняя, несмотря на меньший расход материала, оказалась пригодной для значительной большей предельной нагрузки, чем одинаковая, большая по диаметру свая. Авторы излагают принципы проектирования таких свай, на основе характерных свойствах грунта.

PROBEBELASTUNGEN AN PFÄHLEN FÜR FREILEITUNGSMASTE

K. KLEIN

FORSCHUNGSANSTALT FÜR BAUWESEN, BRATISLAVA, ČSSR

Results of loading test of in situ made piles as well as of precast piles with a smooth and rough surface. The piles were constructed in saturated sands and stressed by vertical pulling as well as by oblique compressive and pulling force. Evaluation of tensometric measurements for ascertainment of shear stress in vertical direction is given.

1. Einleitung

Das Fundament eines Mastes für Starkstrom-Freileitungen kann man als Einzelblock oder als geteiltes Fundament für jeden einzelnen Mastfuß gesondert errichten. Das geteilte Fundament kann aus vorgefertigten Elementen oder aus Ortbeton ausgeführt werden. Beim Vorhandensein von Grundwasser ist die Errichtung des Gründungsfußes sehr schwierig, es ist daher aus technisch-ökonomischen Gründen vorteilhafter, Pfahlgründung anzuwenden. In diesem Aufsatz werden die Ergebnisse von Probelastungen an vorgefertigten Pfahlgründungen und Ortbeton-Pfahlgründungen für Freileitungsmaste beschrieben.

2. Einwirkende Kräfte

Das Fundament des Starkstrom-Freileitungsmastes überträgt in den Untergrund

a) vertikale Kräfte — Gewicht des Mastes, der Leitungskörper mit Zubehör;

b) horizontale Kräfte — Druck des Windes, Zug der Leitungskörper je nach der Mastenart.

Die Kraftgrößen sind durch die konstruktive Gestaltung des Mastes, durch den Abstand der einzelnen Stützpunkte gegeben. Das Fundament des Mastes ist durch veränderliche Belastung beansprucht, wobei insbesondere der Wind auf die Konstruktion mit wiederholten Belastungen einwirkt. Das Fundament des verteilten Mastes wird also je nach den wirkenden Kräften in der gegebenen Zeit abwechselnd durch vertikale Kräfte, durch schräge Zugkräfte oder schräge Druckkräfte belastet. Für den Entwurf des Fundamentes ist oft die Größe der schrägen Zugkraft ausschlaggebend.

3. Geologische Verhältnisse

Die Versuchspfähle wurden in wassergesättigtem Sand eingebaut. Der Sand ist feinkörnig bis mittelkörnig, der Ungleichförmigkeitsgrad ist kleiner als 5, die umhüllenden Linien der Kornverteilungskurve sind in Bild 1 dargestellt. Unter der Sandschicht in der Tiefe $6,9 \div 7,5$ m befinden sich Neogentone. Der Grundwasserspiegel lag $0,9$ bis $1,1$ m tief. Die Drucksondierung mit der Spitzendrucksonde der Type Degebo-Maihak hat ergeben, daß die Lagerungsdichte des Sandes auf dem Versuchsfeld mit Grundriß 30×25 m

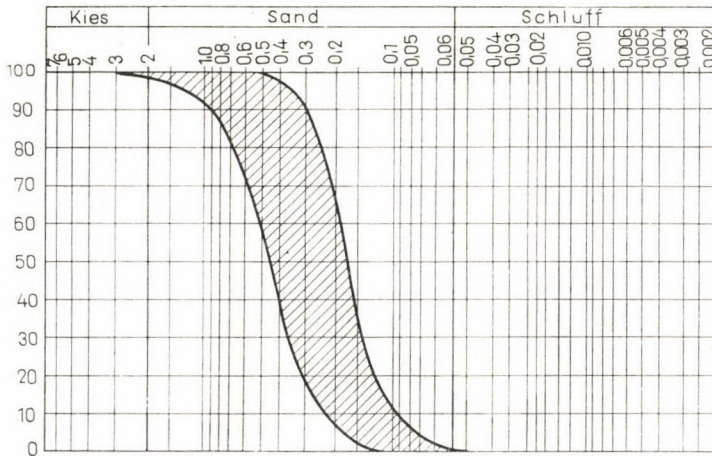


Bild 1. Umhüllende Linien der Kornverteilungskurven von Sanden

in horizontalen Schichten der ganzen Baustelle praktisch die gleiche ist. Die relative Dichte des Sandes laut Auswertung der Eintragungen bewegt sich im Bereich $D = 0,25 \div 0,50$ (Bild 2).

Die in diesem Versuchsfeld errichteten Pfähle befanden sich also unter relativ gleichen geologischen Bedingungen und die Ergebnisse der Belastungsprüfungen kann man untereinander vergleichen.

4. Arten der Pfähle

Zweck der Prüfungen war die Wahl von geeigneten Pfahldimensionen und der Beweis der Tragfähigkeit der Pfähle in gegebenen geologischen Bedingungen. Für die Probelastungen wurden vorgefertigte Stahlbetonpfähle und Ortbetonpfähle bereitgestellt, 9 Stück Einzelpfähle und ein Pfahlpaar.

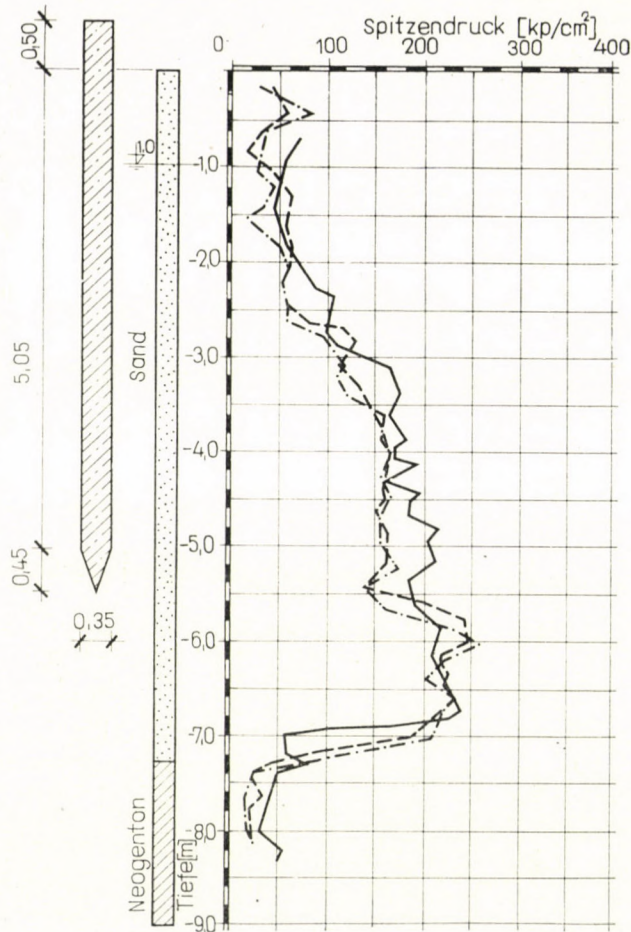


Bild 2. Sondierungsergebnisse mit Spitzendrucksonde, Degebo – Maihak

4.1 Vorgefertigte Pfähle

- 2 Stück 35 × 35 × 600 cm
- 2 Stück 30 × 30 × 600 cm
- 1 Stück 30 × 30 × 600 cm mit Rillen
- 2 Stück 30 × 30 × 450 cm mit verbreitetem Pfahlfuß auf 35 × 35 cm, Verbreitung in der Länge 70 cm im unterem Teil des Pfahles.

Die Pfähle mit Abmessungen 35 × 35 × 600 wurden in alten rauen Stahlformen hergestellt, in denen bereits etwa tausend Pfähle fertiggestellt wurden; die übrigen Pfähle wurden in neuen glatten Blechformen hergestellt, so daß die Pfähle verschiedene Rauigkeit haben. Am mit Rillen versehenen

Pfahl $30 \times 30 \times 600$ cm verliefen die Rillen senkrecht zur Pfahllänge in 12-cm Abständen, die Tiefe der Rille betrug 1 cm und die Breite 2–3 cm (Bild 3). Die Pfähle mit 6,0 m Länge wurden vor dem Einbetonieren mit Saitendehnungsmessern des Typs Metra versehen.

Die vorgefertigten Pfähle wurden mit der Vibrorammanlage VVPS 20/11 sowjetischer Herkunft eingerammt, diese auf dem Traktor S-100 montierte Ramme mit verlängertem Fahrgestell und eigener Elektrozentrale ist



Bild 3. Vorgefertigter Pfahl $30 \times 30 \times 600$ cm mit Rillen an dem Betonmantel

fahrbar. Die Vibroramme besitzt einen Elektromotor mit 40 kW, die Zentripetalkraft der Unwuchtkörper beträgt 20 Mp, die Frequenz 710 Dr./Min. Das Rammgerät kann einen statischen Druck von 11 Mp auf den Pfahl ausüben. Zum Rammen der Pfähle mit Abmessungen $35 \times 35 \times 600$ cm war es nötig, bis in die Tiefe von 5,0 m mit einem Bohrgerät $\varnothing 22$ cm vorzubohren, praktisch ohne Bodenertrag. Die übrigen Pfähle wurden ohne Vorbohrung eingerammt.

4.2. Ortbetonpfähle

2 Pfähle Rundquerschnitt $\varnothing 37$ cm, Pfahllänge im Gelände 5,20 m, 1 Pfahlpaar mit denselben Parametern, Pfähle im Grundriß mit Axenabstand 1,1 m.

Die Pfähle wurden mit dem Vibroramngerät VVPS 20/11 im vollen Durchmesser mit verlorenem Pfahlfuß vorgerammt, mit Bewehrung versehen und im Druckbetonierungsverfahren mit Vortriebrohr unter Luftdruckeinwirkung $4,0 \text{ kp/cm}^2$ ausgeführt. Der Betonmantel des Pfahles ist griffig, die Ungleichmäßigkeit der Oberfläche kann man teilweise durch den Unterschied des Pfahldurchmessers von 36 bis 39 cm ausdrücken.

5. Probelastungen

Von jeder vorgefertigten Pfahlart wurde je eine mit vertikaler Zugkraft und je eine abwechselnd mit schräger Druck- und schräger Zugkraft in Neigung 7 : 1 beansprucht. Die Neigung der Krafteinwirkung 7 : 1 (vertikal zur Horizontalen) entsprach einer Kraftneigung, die auf den Pfahl bei zulässiger Beanspruchung der angewandten Konstruktionsart des Mastes einwirkt. Der vorgefertigte Pfahl $30 \times 30 \times 600 \text{ cm}$ mit Rillen wurde durch vertikale Zugkraft belastet. Die Ortbetonpfähle, und zwar Einzelpfähle und Paarpfähle wurden mit schräger Zugkraft auch in Neigung 7 : 1 belastet.

Die auf den Versuchspfahl wirkende Kraft wurde durch eine hydraulische Vorrichtung mit elektrischer Pumpe ausgeübt. Die Vorrichtung ermöglichte ein Ansteigen der Belastung vom 0-Punkt auf den erforderlichen Wert in 5 Sekunden und eine Aufrechterhaltung eines stabilen Wertes der Kräfte. Die Stützkonstruktion je nach Art der Belastungsprüfung bestand aus einer geneigten und auf Pfählen in einer Entfernung von 3,0 m vom Versuchspfahl verankerten Stützbrücke (Bild 4), oder aus einem Dreifuß dessen Fußabstand von der Mitte des Versuchspfahles 3,5 m betrug. Das Stützsystem für die Versuche an den Pfahlpaaen bestand aus zwei I-Trägern 1000 von 10 m Länge, deren Stützen von dem Versuchspaar 4,5 m entfernt waren. Die vertikale und horizontale Verschiebung wurde mit einer Meßuhr von 1/100 mm Genauigkeit gemessen. Diese Meßuhr war auf einem unabhängigen Meßträger befestigt. Die Stützen der Meßbrücke waren 3,5 m von der Mitte des Versuchspfahles entfernt, die Konstruktion wurde während des Versuches, um den Wärmeeinfluß zu beschränken, mit einer Schutzbedeckung geschützt.

Die Tragfähigkeit der Pfahlfundamente (Größe der Kraft und der Deformation) ist verschieden, je nach dem, ob statische Kräfte oder wiederholte Belastung einwirken. In der UdSSR wurde eine große Serie von Bohrpfählen mit Schraubenfuß (Screw-piles) in von TROFIMENKOW, MARIUPOLSKIJ [1] erstellten Versuchen geprüft.

Die Pfähle wurden mit stufenweise ansteigender, pulsierender, wechselnder (Zug-Druck) und allmählich ansteigender Belastung beansprucht. Die Grenztragfähigkeit in lockeren Sanden war je nach Art der Belastung gänzlich unterschiedlich. Die Grenztragfähigkeit unter denselben Bedingungen war verschieden von 30% bis 100%, je nach der Art der Belastung.

Bei unseren Probelastungen wurde bei jeder Belastungsstufe abgewartet, bis sich die Deformation festlegte (senkrechte oder horizontale Verschiebung) bei andauernder Kraft im Ruhezustand mit dem Kriterium 0,05 mm in 10 Min. der Dauerbelastung (zweimal hintereinander wiederholt). Nachher wurde auf der gegebenen Belastungsstufe die Pfahlgründung in Minutenintervallen mit Entlastungen bis auf 0 bzw. 2,5 Mp belastet, wobei die Belastung vom Nullpunkt auf den erforderlichen Wert in 5 Sekunden erfolgte. Die Deformation infolge der wiederholten Belastungen betrachteten

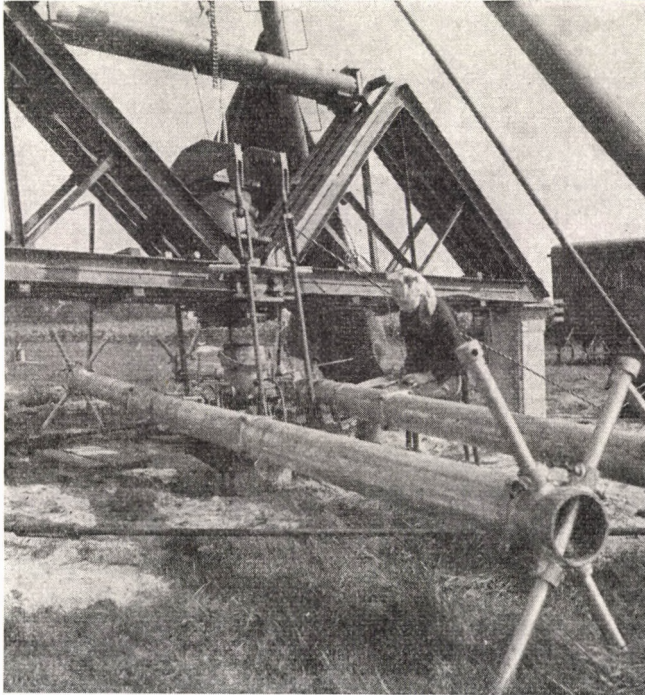


Bild 4. Probelastung des Pfahles auf schrägen Zug und Druck

wir als stabil, falls zweimal hintereinander in einer Zeitspanne von 10 Minuten die Verschiebung nicht mehr als 0,10 mm betrug. Der Wert 0,10 mm/10 Minuten stellt das Herausziehen des Pfahles um 0,6 mm, in einer Stunde des Anhaltens eines maximalen Sturmes senkrecht zu den Starkstrom-Freileitungsmasten dar. Bei den Probelastungen, mit abwechselndem Zug und Druck nach jedem Druckbelastungsgrad und nach der Festlegung der Deformation, wurde der Belastungsgrad mit schräger Zugkraft durchgeführt.

Die Ergebnisse der Probelastungen sind in Tafel I angeführt. Vom Gesichtspunkt der Grenztragfähigkeit kann man feststellen, daß unter den gegebenen geologischen Bedingungen die besten Ergebnisse Ortbetonpfähle

Tafel I

Ergebnisse der Probelastungen

Nummer des Pfahles	Abmessungen des Pfahles	Tiefe der Pfahlspitze unter dem Gelände	Aktive Fläche des Pfahlmantels	Tiefe der Vorbohrung	Art der Belastung	Grenz-Zugkraft	Art der Pfahlmantelfläche
No.	cm	m	m ²	m	—	Mp	
1	35 × 35	5,5	7,2	5,0	c	15,0	Rüttelbeton in alten rauhen Stahlformen
5	35 × 35	5,5	7,2	5,0	a	20,0	
4	30 × 30	5,5	6,1	—	c	5,0	Rüttelbeton in neuen glatten Stahlformen
2	30 × 30	5,5	6,1	—	a	7,5	
3	30 × 30	5,5	6,1	—	a	25,0	Rüttelbeton in neuen glatten Stahlformen, mit Querrillen à 12 cm
7	30 × 30 Verbreitung	4,0	—	—	c	7,5	Rüttelbeton in neuen glatten Stahlformen
6	30 × 30 Verbreitung	4,0	—	—	a	5,0	
9	Ø37	5,2	5,6	—	b	30,0	Griffiger Betonmantel des Ortbeton Pfahles
10	Ø37	5,2	5,6	—	b	25,0	
11	2 Stücke Ø37	5,2	11,2	—	b	55,0	

Erläuterungen: 1. a — Vertikaler Zug
 b — Schräger Zug mit Neigung 7 : 1
 c — Abwechselnd schräger Zug und Druck mit Neigung 7 : 1
 2. Achsenabstand der Pfähle No. 11 war 1,1 m

(30 und 25 Mp) und der vorgefertigte Pfahl 30 × 30 × 600 cm mit Rillen ergaben (25 Mp). Die Pfähle 30 × 30 × 600 cm ergaben eine Grenztragfähigkeit von 15 und 20 Mp. Eine sehr kleine Grenztragfähigkeit ergaben vorgefertigte Pfähle 30 × 30 × 600 cm, die in glatten Stahlformen fertiggestellt wurden (5 und 7,5 Mp).

Auf die Größe der Grenztragfähigkeit der Pfähle hatte die unterschiedliche Griffigkeit des Betonmantels einen bedeutenden Einfluß. POTYONDY [2] führt Versuchsergebnisse bei Schubkraftprüfungen unter Anwendung

unterschiedlicher Baustoffe (Beton, Holz, Stahl) an. Für wassergesättigte Sande gibt er das Verhältnis zwischen dem Mantelreibungswinkel und dem Reibungswinkel $f_{\varphi} = \delta/\varphi$ im Bereich von 0,64 für Stahl mit glatter Oberfläche und bis 0,90 für Beton mit griffiger Oberfläche an; den Wert des in Stahlformen hergestellten Betons mit glatter Oberfläche drückt er mit $f_{\varphi} = 0,80$ aus. In unserem Fall schätzen wir infolge einer erheblich ungleichmäßigen Oberfläche des Ortbetonpfahlmantels diesen Wert auf $f_{\varphi} = 0,98$, d. h., die Verschiebung erfolgte im Sand und nicht auf der Berührungsfläche zwischen Betonmantel und Sand. Auf der Oberfläche des Ortbetonversuchspfahles blieb nach dem Herausziehen eine sehr anhaftende Sandschicht. Auch nach dem Herausziehen des Pfahles $30 \times 30 \times 60$ cm mit gerillter Oberfläche blieb auf der unteren Hälfte des Pfahlmantels eine unregelmäßig verteilt anhaftende dichte Sandschicht von $0,5 \div 1,5$ cm.

Zur Erläuterung des erheblichen Unterschiedes der Grenztragfähigkeit der Pfähle genügt es nicht, die mit direktem Scherversuch gewonnenen Ergebnisse der Scherfestigkeiten zwischen Beton und Sand anzuwenden.

Den beachtlichen Unterschied in der Tragfähigkeit der Pfähle kann man folgendermaßen erklären:

Bei Pfählen $30 \times 30 \times 600$ cm mit glattem Pfahlmantel entstand der Schub zwischen Beton und Boden. Infolgedessen wurde in diesem Falle die Dilatanz nicht oder nur in ganz geringem Maße mobilisiert, die doch einen bedeutenden Teil der Festigkeit nichtbindiger Böden bildet.

Bei den Pfählen mit rauhem Pfahlmantel, d. h. bei Ortbetonpfählen und vorgefertigten Pfählen mit Rillen, erfolgte die Verschiebung im Boden selbst und nicht auf dem Pfahlmantel. Dabei kam die Dilatanz zur Geltung, die jedoch durch den umliegenden Boden beschränkt wird, was nun eine Erhöhung des Schubwiderstandes also auch des Widerstandes gegen das Herausziehen des Pfahles hervorgerufen hat (JOHN [3], FEDA [4]).

6. Dehnungsmeßverfahren

Zwecks Verteilung der Mantelreibung längs des Pfahles, wurden an manche Pfähle Saitendehnungsmesser des Typs Metra eingebaut. Solche Pfähle wurden vor dem Rammen durch die Zugkraft geeicht. Im weiteren werden die am Pfahl No. 5 erreichten Ergebnisse beschrieben. Vor der eigentlichen Eichung wurde der Pfahl 25mal mit einer Kraft von 30 Mp belastet, um im Beton im vorhinein Ribbildungen hervorzurufen.

Der Pfahl wurde nach der Probelastung herausgezogen und umgeeicht. Es zeigte sich, daß an manchen Dehnungsmessern dieses Pfahles infolge der Vibrationsrammung kleinere Änderungen in den Ausgangswerten entstanden, die in der Auswertung in Betracht gezogen wurden. Das Belastungsdiagramm des Pfahles No. 5 ist in Bild 5 dargestellt.

Zu den Auswertungen der Dehnungsmeßergebnisse (Bild 6) kann man folgendes bemerken.

a) Bei Belastungen der Pfähle durch Zugkräfte kommt es zum Verschub des Pfahles und die Reibung wirkt unmittelbar längs des Pfahles.

b) Auf den Verteilungskurven der Zugkraft, entlang der Pfahllänge (voller Strich), ist im unteren Teil eine Anomalie zu vermerken. Unter der Annahme, daß die Kurve die tatsächliche Verteilung der Zugkraft bei einer Zugkraft 5,0 Mp darstellt, übernimmt der Pfahl in einer Tiefe von 3,1 bis

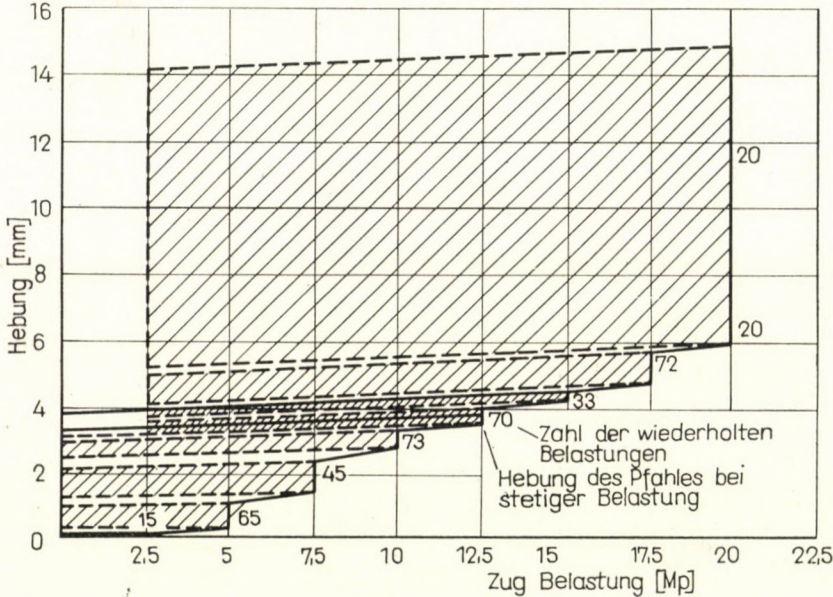


Bild 5. Belastungsdiagramm des Pfahles No 5

4,75 keine Kraft, ähnlich wie bei einer Kraft von 10 bis 15 Mp in einer Tiefe von 3,1 bis 4,2 m. Dieser Zustand ist unter den gegebenen geologischen Bedingungen praktisch nicht möglich. Die Werte der Kurven (voller Strich) sind aus den Dehnungsmessungen errechnet, vom Ruhezustand des Pfahles nach der Rammung bis zum entsprechenden Belastungsgrad.

Nach der Einrammung des Pfahles (Vibrationsrammung mit zusätzlichem Druck von 11,0 Mp), nach sukzessivem Ausschalten des Vibrationsgerätes und nach Entlastung des zusätzlichen Druckes, kommt es infolge des elastischen Zusammendrückens des Pfahles und des Bodens unter der Pfahlspitze zum Verschub des Pfahles in Richtung nach oben, ähnlich wie bei Druck-Probebelastungen des Pfahles nach der Entlastung. Infolge des Verschubes des Pfahles in Richtung nach oben entsteht auf dem Pfahlmantel Reibung,

die in der entgegengesetzten Richtung des Vershubes wirkt. Es kann vermutet werden, daß sich der Pfahl, der sich nach dem Einrammen im Ruhezustand befindet, in Wirklichkeit auf der Pfahlspitze durch die Druckkraft des elastischen Zusammendrückens des Untergrundes und durch die Reibung auf dem Pfahlmantel belastet wird.

Die Tatsache, daß der Pfahl nach der Belastung und nach der darauffolgenden Entlastung des Pfahlkopfes auf dem 0-Punkt im Spannungszustand der Druckeinwirkung verharret, folgt aus den von KÉRISEL und ADAM (Abb. 52 S. 1075 [5]) erstellten Messungen.

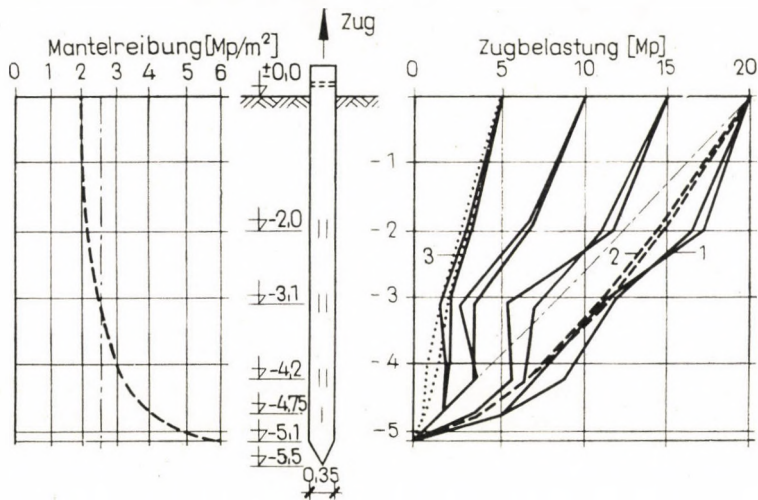


Bild 6. Verteilung der Zugbelastung entlang des Pfahls. 1) Aus der Belastung ausgewertete Kurve; 2) Aus der Entlastung ausgewertete Kurve; 3) Aus der Belastung nach der Entlastung von der Zugbelastung $7,5 M_p$ ausgewertete Kurve

Es wurden auch Modellmessungen mit Meßpfahlspitzen ausgestatteten Pfählen durchgeführt; der Durchmesser betrug 36 mm, der Mantel war rau gestaltet. Nach der Belastung des Pfahles und nach der Entlastung des Pfahlkopfes auf den 0-Punkt bestand auf der Pfahlspitze eine Vorspannung, die Pfahlspitze blieb mit einer Kraft von 30 kp belastet.

Auf Grund der angeführten Betrachtung kann vorausgesetzt werden, daß die Verteilungskurve der Zugkraft (voller Strich) nicht die richtige Kraftverteilung aufweist, da auch der Wert der Vorspannung infolge des Druckes (größer in dem unteren Teil) miteinberechnet ist, den man von den aufgetragenen Werten abrechnen sollte.

Eine ähnliche Erfahrung bezüglich der Kraftverteilung entlang der Pfahllänge ergab sich bei dem Zugversuch an Pfählen von MANSUR und KAUFMAN [6]. Bei diesen Versuchen des Pfahles No. 2 und No. 6 wurden jedoch die Pfähle zuerst druck- und dann zugbelastet.

e) Das Absinken der Zugkraft entlang des Pfahles ist nicht gleichmäßig, woraus hervorgeht, daß die Mantelreibung entlang des Pfahles nicht gleichmäßig verteilt ist. Die Größe des Grenzwertes der Mantelreibung bei Einwirkung wächst mit der Tiefe (Bild 6 rechts), was im Einklang mit der Lagerungsdichte des Sandes ist, die durch Spitzendrucksonde ermittelt wurde.

SCHRIFTTUM

1. TROFIMENKOV, J. G., MARIUPOESKIJ, L. G.: Screw Piles Used for Mast and Tower Foundations. *Proceedings of the Sixth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. II—4/22, Montreal 1965
2. POTYONDY, J. G.: Skin Friction between Various Soils and Construction Materials. *Geotechnique*, II (1961)
3. JOHN, K.: Gebohrte Ortbetonpfähle im südlichen Kalifornien. *Die Bautechnik*, (1960)
4. FEDA, J.: Skin Friction of Piles due to Dilatancy. *Proceeding of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Budapest (1963)
5. KÉRISEL, J.—ADAM, M.: Fondations profondes. *Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics*, N° 179 (1962)
6. MANSUR, C. I.—KAUFMAN, R. I.: Pile Tests, Low-Sill Structure, Old River, La. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division ASCE*, 82 (1956)

Пробная нагрузка опор столбов воздушных электропроводов

К. Клейн

В работе приводятся результаты пробной нагрузки опор столбов воздушных электропроводов, изготовленных на месте из бетона с гладкой и грубой поверхностями, а также сборных опор. Опоры при испытаниях были помещены в насыщенный водой песок и подвергнуты действию вертикальной растягивающей, а также действующей наклонно растягивающей и сжимающей нагрузкам. Дается оценка результатов тензометрического прибора при измерении вдоль опоры, с целью определения распределения сдвигающих напряжений.

KOMBINIERTE BRUCHFIGUR FÜR FANGDÄMME MIT DOPPELTEN SPUNDWÄNDEN

B. MAZURKIEWICZ

TECHNISCHE HOCHSCHULE, GDAŃSK, POLEN

The paper presents the analysis of combined rupture figure for a cofferdam with two parallel driven sheet pile walls with an anchoring on the top of the walls in the state of equilibrium. The geometrical parameters are considered for the solution of the stability of cofferdam based on Brinch Hansen's earth pressure theory.

1. Einleitung

Die Kinematik einer flachen, vertikalen Spundwand beansprucht mit einer einzelnen, waagerechten Kraft setzt einen Drehpunkt, in der Tiefe z unter der Oberfläche voraus.

Die bisherigen Versuche und Lösungen haben diese Drehung nicht nur für freistehende Wände, sondern auch für Stützwände bestätigt. Im Lichte dieser Ergebnisse geführte Untersuchungen mit Fangdämmen — zwei parallelen, oben verankerten Spundwänden — haben bewiesen, daß auch die Wände eines Fangdammes Drehungen erleiden, wobei die Drehungen der beiden Wände nicht einander gleich sein müssen. In den bisherigen Lösungen, der angewandten Methode gemäß, wurde entweder eine Verschiebung oder eine Drehung des ganzen Fangdammes angenommen (Bild 1).

2. Modellversuche

Es wurden zur Untersuchung der genannten Behauptung Modellversuche mit einem Taylor-Schneebeli Modell durchgeführt. ($\varphi \neq 0$, $c = 0$; Erdoberfläche in gleicher Höhe auf beiden Seiten.) Die äußere Belastung war eine horizontale Kraft, die in verschiedenen Höhen auf die obere (belastete) Wand des Fangdammes wirkte. Diese Höhen entsprechen den Angriffspunkten der Resultanten vom Erddruck, Wellenschlag, Wasserdruck und Anprall von Wasserfahrzeugen. Bei der Analyse der in den bisher ausgeführten Fangdämmen angewandten Abmessungen hat man erhalten, daß das Verhältnis zwischen der Rammtiefe der Spundwände (D) und der Fangdammhöhe (H) gewöhnlich zwischen 0,6 und 1,0 liegt. Aus diesen Gründen hat man alle Versuche und theoretischen Erwägungen auf diesen Bereich begrenzt, mit der zusätzlichen Annahme, daß die Wände vollkommen starr sind und keine Durchbiegung entsteht.

Die durchgeführten Modellversuche (Bilder 2-4) erbringen die Feststellung, daß sich die obere Spundwand des Fangdammes (belastet mit

einer horizontalen Kraft) im Verhältnis zu dem unbeweglichen Boden und im Verhältnis zu der unteren Wand (unbelastet mit äußeren Kräften) dreht, wobei sich eine kombinierte Bruchfigur bildet. Diese Bruchfigur enthält eine fast vertikale Gleitlinie, die das Füllmaterial in zwei Körper teilt.

Die Analyse der erhaltenen Bruchfiguren und der gemessenen und berechneten Lagetiefen der Drehpunkte erlauben, folgende Schlüsse zu ziehen:

a) Die Tiefe des Drehpunktes der oberen Spundwand nimmt bei größeren q -Werten zu, und nimmt bei größeren H/D -Werten und bei größeren h/H -

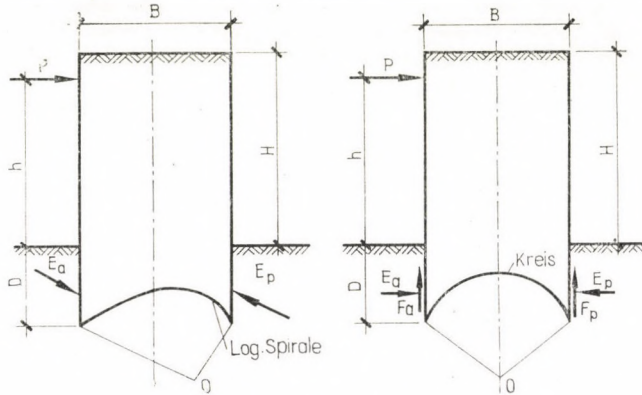


Fig. 1

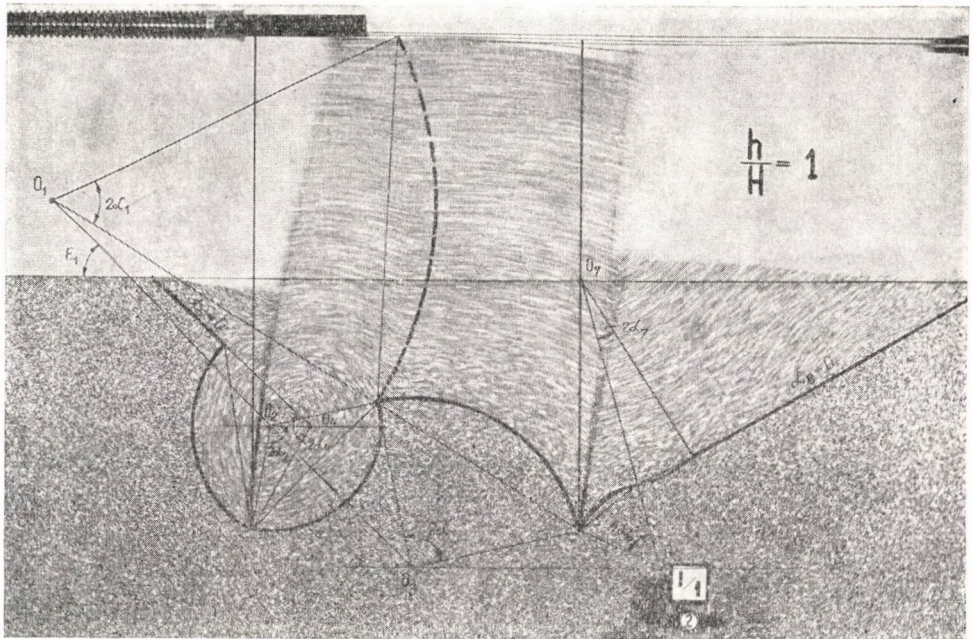


Fig. 2

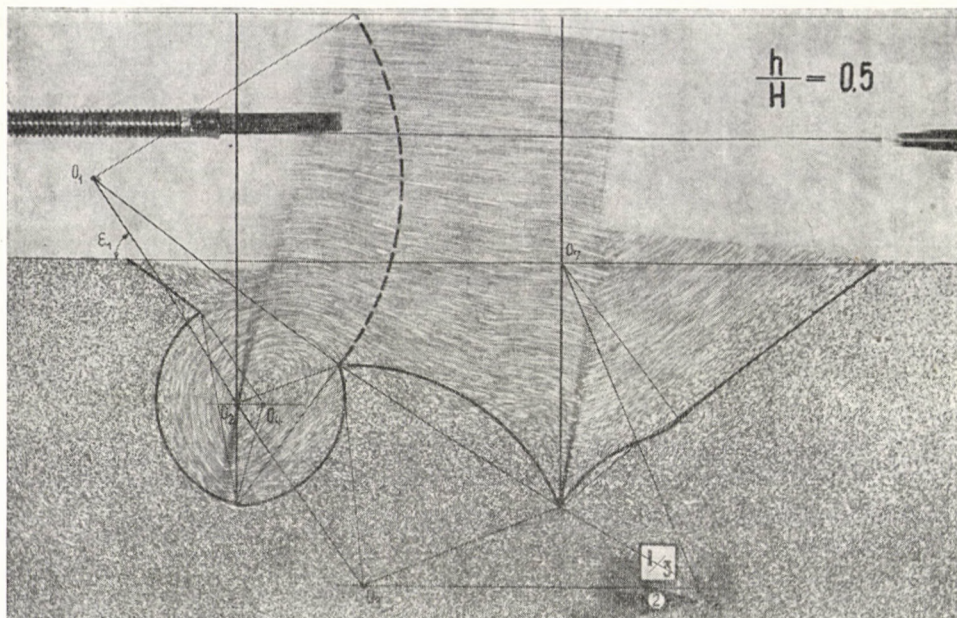


Fig. 3

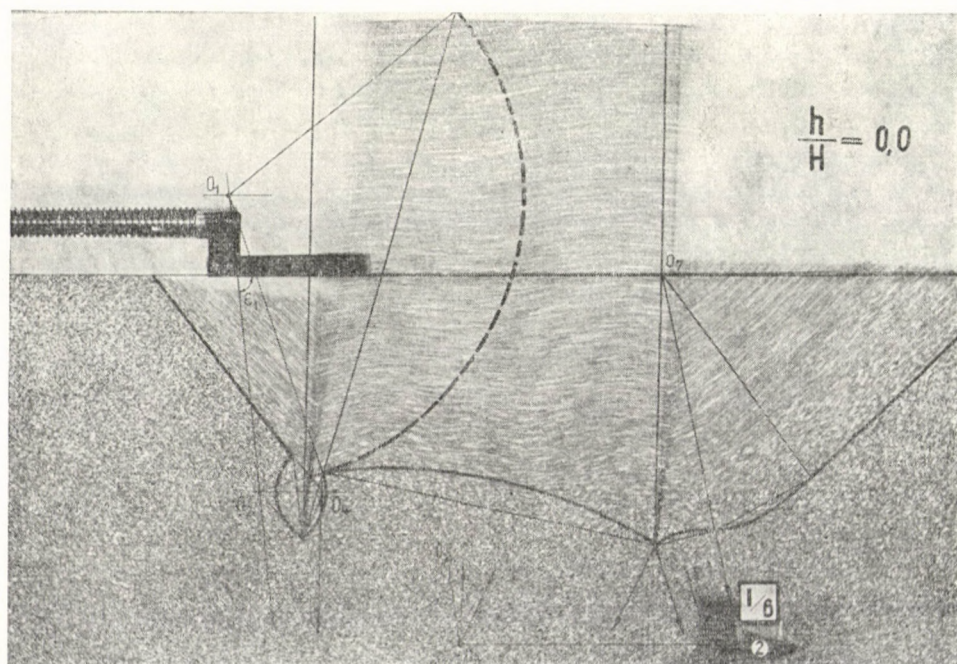


Fig. 4

Werten ab. Die Tiefe des Drehpunktes läßt sich mit folgender empirischen Gleichung berechnen:

$$\frac{Z}{D} = 0,9 \exp \left(0,104 \varphi - 0,345 \frac{H}{D} - 0,110 \frac{h}{H} \right). \quad (1)$$

b) Die geometrischen Parameter und die Werte der inneren Kräfte der totalen kombinierten Bruchfigur eines Fangdammes mit zwei parallelen eingerammten Spundwänden sind von den folgenden Faktoren abhängig:

1. Winkel der inneren Reibung des Bodens und des Füllmaterials;
2. Verhältnisse b/H und H/D ;
3. der Dreh- oder Verschiebungsrichtung der Spundwand im Verhältnis zu der mit der Wand abgestützten Einfüllung des Fangdammes.

c) Die obigen Faktoren entsprechen im allgemeinen den Faktoren, welche die Standsicherheit einzelner Wände bestimmen. Die Spundwände eines Fangdammes stehen also unter denselben Belastungsbedingungen wie die einzelnen Wände.

3. Geometrische Parameter der kombinierten Bruchfigur

Eine weitere Analyse der einzelnen Spundwände mit verschiedenen Berechnungsmethoden zeigte, daß sämtliche genannten Faktoren nur mit der Gleichgewichtstheorie von Brinch Hansen berücksichtigt werden können. Aus diesen Gründen wurden die geometrischen Parameter der festgestellten Bruchfigur so dargestellt, daß sie zur Einführung in diese Theorie geeignet seien.

Die kombinierte Bruchfigur wurde mit einzelnen Bruchfiguren angenähert, die den in verschiedenen Teilen der Bruchfigur auftretenden Bewegungsarten entsprechen. Die totale Bruchfigur, geteilt in eine Reihe von elastischen Zonen, zeigt, daß diese mit plastischen Zonen als Übergängen verbunden sind, wobei die Pseudogleitlinien in diesen Zonen als zu Null strebenden angenommen sein dürfen. Daher wurde der Bereich zwischen den Spundwänden in zwei elastische Zonen geteilt, die mit drei kreisförmigen Gleitlinien verbunden sind, wobei die Kreismittelpunkte auf einer Geraden liegen (Bild 5). Die Annahme der Kreismittelpunkte wurde aus kinematischen Gründen gewählt, die eine gegenseitige Übereinstimmung von Formänderungen und Bewegungen der einzelnen Bruchfiguren und der als steif angenommenen Spundwände erfordern.

Betreffs der äußeren Bruchfiguren kann man folgende Annahmen treffen:

- a) Für die obere Spundwand (belastet mit äußeren Kräften):
— glatte Wand — kombinierte Bruchfigur AaR (konkaver und Rankine-Bruch);

— raue Wand — kombinierte Bruchfigur AaP (konkaver und Prandtl-Bruch).

b) Für die untere Spundwand (unbelastet mit äußeren Kräften):

— glatte und raue Wand — kombinierte Bruchfigur XfP (konvexer und Prandtl-Bruch).

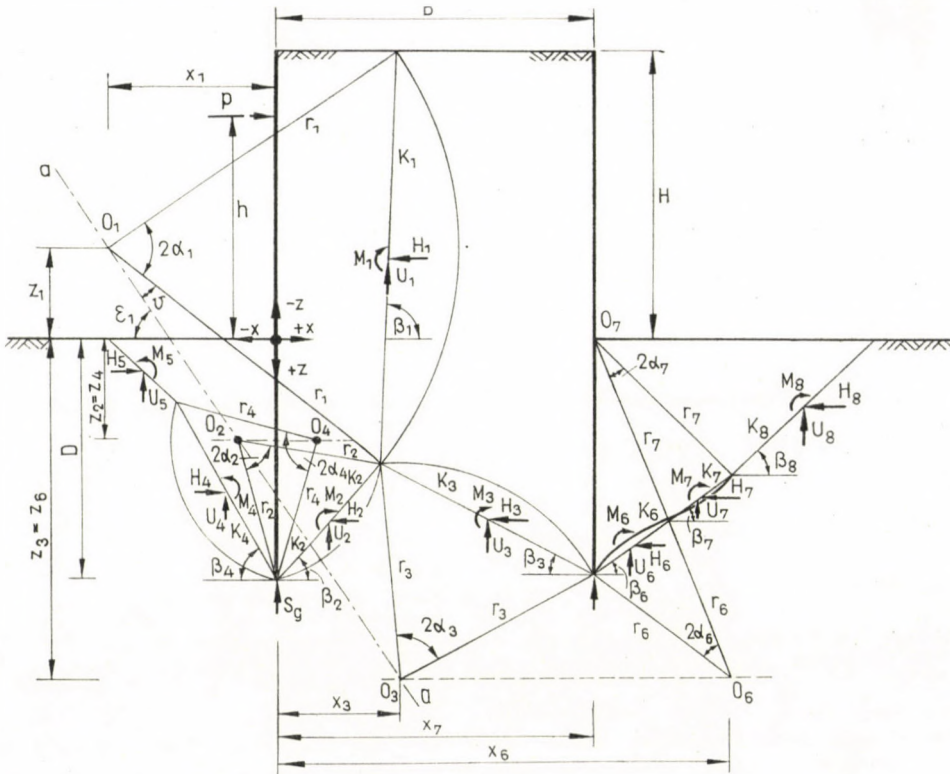


Fig. 5

Wenn wir annehmen, daß die Drehpunkte der niedrigsten inneren und äußeren Bruchfiguren in derselben Tiefe liegen, dann können wir die äußeren Bruchfiguren als Funktionen dieser Tiefen bestimmen. Das bedeutet, daß die geometrischen Parameter der Bruchfiguren IV, V, VI, VII, VIII nur von der Lage der Drehpunkte der Bruchfiguren II und III abhängig sind, d. h. die Grenzspannungen längs der Leitlinie als auch des äußeren Erddruckes können grundsätzlich unabhängig von den Berechnungen der totalen Bruchfigur berechnet werden. Daraus folgt, daß die Darstellung des Erddruckes als eine Funktion der Drehpunktlage die Bestimmung der kritischen Gleitlinie ermöglicht, wobei diese Linie die geometrischen, kinematischen und statischen Bedingungen als auch die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen für alle Bruchfiguren erfüllen wird.

Aus der Annahme der Lage der Drehpunkte der Bruchfiguren I, II und III auf einer Geraden geht hervor, daß nur fünf geometrische Parameter als unbekannt betrachtet werden sollen. Die Bestimmung dieser fünf Parameter wird die Berechnung der anderen und von denen auch die Berechnung aller inneren Kräfte der totalen Bruchfigur des Fangdammes ermöglichen.

Die allgemeine Lösung des Problems des Fangdammes wird daher auf der Annahme von gewissen Werten der fünf unbekannt geometrischen Parameter und auf der Berechnung nach dieser Annahme der bleibenden Parameter und des Gleichgewichtes der inneren Bruchfigur und des ganzen Fangdammes beruhen.

Испытание условий предельного равновесия перемычек,
изготовленных с двумя шпунтовыми стенами

Б. Мазуркиевич

В работе излагаются результаты исследования эпюры предельного равновесия перемычки, изготовленной между двумя параллельными, анкерованными, сверху шпунтовыми стенами. Приводятся геометрические параметры для выяснения вопросов по устойчивости перемычки на основе теории давления грунта по Brinch Hansen.

FORCES IN PILES SUPPORTING PIERS

E. MISTÉTH

VIZITERY, BUDAPEST, HUNGARY

The study deals with the calculation of internal forces and moments in a piled foundation with two symmetry axes, caused by an arbitrary three-dimensional load system. The subgrade modulus is assumed to increase in proportion to the depth; the foundation as infinitely rigid. After having established the four characteristics of the deformation of the pile in the ground, the internal forces of the pile foundation as of an indeterminate structure can be determined in the direction of the symmetry axis. Tables are presented for the evaluation of these four values. The study discusses special cases as well, such as constant deformation modulus and infinitely rigid piles. Finally, limit driving depths are determined for friction piles. For vertical piles, internal forces and moments can thus be calculated by using a single method.

1. Description of the problem

With the development of the possibilities of constructing large diameter piles, caisson foundation techniques are increasingly replaced by large diameter piles as supporting columns when constructing piers in stream bed sites. Their structural outline is designed as follows. The reinforced concrete piles with diameter d and pile spacing are connected with a robust reinforced concrete bedplate beam above the permanent low water level. In order to make the piles invisible even under low water conditions, the bedplate beam sides are surrounded by a skirting made of prefabricated units resembling pile planks, the lower end of which projects below the low water level. Pier construction above the bedplate beam can be made in the conventional manner.

Of the forces acting on the pier shaft, the dead weight of the bridge structure, the useful load, the dead weight of the pier and that of the piles represent the vertical ones, while among the horizontal forces, the braking force and the moving force produced by shoe resistance and acting against the bottom side of the shoes exert their effects in the direction of the longitudinal axis of the bridge, within the plane of the deck, whereof always the greater must be taken into account. Of the forces perpendicular to the longitudinal axis of the bridge, that is, wind force and downstream dynamic water or ice pressure, similarly the greater one must be reckoned with. The inclination of the latter may include an angle of as much as 12 degs in the downstream direction [1]. All the loading forces are represented by six components: forces R_x , R_y and R_z and moments M_x , M_y and M_z .

2. Starting point and assumptions

a) The principle of superposition is accepted, thus the loading forces may be discussed in form of their components, and the stresses produced by the sectional forces affecting the individual piles can be summed up.

b) The moment of inertia and cross-sectional area of the beam connecting the piles may be considered infinite as compared to the piles proper.

c) The soil is regarded as homogeneous, and the reaction is assumed to be $p = Cy$, on the basis of the subgrade reaction concept. The value of the coefficient of the horizontal subgrade reaction, C , will increase proportionally to the depth: $C = c_0 + c_1x$ (2). Where the soil is inhomogeneous, it should be resolved to homogeneous strata wherein the above assumptions would prevail.

d) The spacing of piles is: $D_{\min} = 2,5 d$. In case of piles designed as one beyond the other, the passive soil resistance is independent of that of the next one. In the horizontal section of the pile arrangement the axes y and z are symmetry axes.

e) The theoretical fixation to the bedplate beam is assumed to be at 0,5 m above the bottom plane of the beam. The top level of the soil must be assumed as being located 1 m below the minimum bed bottom level observed so far.

f) The torsional moment of the force twist is distributed among all piles corresponding to the polar moment of inertia of the piles

$$I_p = I_y + I_z$$

or, per pile:

$$R_y^{(x)} = \frac{M_x s_z}{I_p}, \quad R_z^{(x)} = \frac{M_x s_y}{I_p}$$

where s_y , s_z represent the distance of the pile tested from the centre of gravity of the entire pile pattern.

3. Calculation of unit factors

With the generalization maintained, Fig. 1 presents the static frame of a foundation and its main support T . In addition to the part of the support above the area level, the piles of t -length embedded into the soil in a flexible manner are, naturally, also parts of the entire load bearing structure, just like the soil which is considered to be elastic, is similarly inseparable therefrom. Thus the soil is reckoned with as an elastic half-space, the points of which in infinity are immovably fixed, and $X_1, X_2 \dots X_n$ can be calculated by using the well-known system of equations

$$\begin{aligned} \delta'_{11} = \delta'_{22} = \delta'_{44} &= \frac{h}{EJ}, \\ \delta'_{12} = \delta'_{21} &= 0, \\ \delta'_{13} = \delta'_{31} = \delta'_{23} = \delta'_{32} &= \frac{h^2}{2EJ}, \\ \delta'_{33} = \delta'_{66} &= \frac{2h^3}{3EJ}, \\ &\dots \end{aligned} \tag{3}$$

The δ''_{ik} values can be calculated if, upon the effect of the load conforming to Fig. 2, the terrain-side displacement of the column parts indicated is φ_M and e_M , respectively, when $M = 1$, or φ_P and e_P when $P = 1$. Since the column part and its support are assumed to form an elastic structure, the law of interchangeability still prevails, $\varphi_M = e_M$.

Let us assume, furthermore, a $\frac{\rho^m}{M_P}$ elastic settlement of the pile tip, and an $\varepsilon = \alpha(h + t)/(EF)$ pile compression where the value of α varies between 0,6 and 1, depending on how much of the load is transmitted by point resistance and how much by mantle friction:

$$\begin{aligned} \delta''_{11} = \delta''_{22} = \delta''_{44} &= \varphi_M + \frac{\rho + \varepsilon}{8D^2}, \\ \delta''_{12} = \delta''_{21} &= -\frac{\rho + \varepsilon}{8D^2}, \\ \delta''_{13} = \delta''_{31} = \delta''_{23} = \delta''_{32} &= -e_M + \varphi_M h, \\ \delta''_{33} = \delta''_{66} &= 2(e_P - \varphi_P h - h e_M + \varphi_M h^2), \\ &\dots \end{aligned} \tag{4}$$

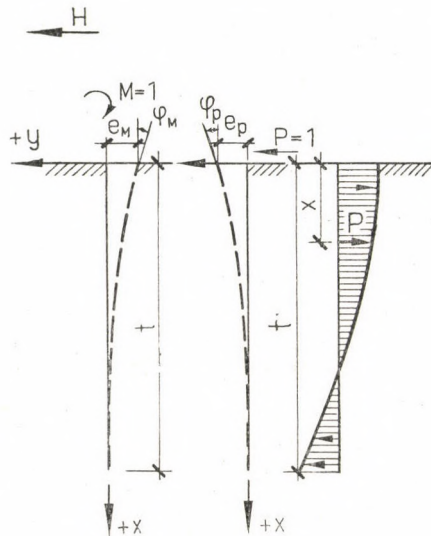


Fig. 2

4. Calculation of the load factors

The load factor δ_{i0} of equation system (1) presented in chapter 4 consists of two parts, just as δ_{ik} did before. The δ'_{i0} values are also contained in every engineering manual. These are:

$$\begin{aligned}\delta'_{10} &= H\delta'_{31} = \frac{Hh^2}{2EJ}, \\ \delta'_{20} &= \delta'_{40} = \delta'_{50} = 0, \\ \delta'_{30} &= \delta'_{60} = \frac{Hh^3}{3EJ}. \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}\tag{5}$$

With φ_M , e_M , φ_P , and e_P , as known, the δ''_{i0} values are determined in a manner similar to the calculation of δ'_{ik} :

$$\begin{aligned}\delta''_{10} &= \frac{M}{8D^2}(\varrho + \varepsilon) + (\varphi_P - \varphi_M h)H, \\ \delta''_{20} &= -\frac{M}{8D^2}(\varrho + \varepsilon), \\ \delta''_{30} &= \delta''_{60} = (e_P - \varphi_P h - e_M h + \varphi_M h^2)H, \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}\tag{6}$$

The foregoing statements reveal that the determination of both the load factors and unit factors require the definition of quantities e_P , φ_P , e_M , and φ_M . The sectional forces can of course be determined, by the Cross method.

The differential equation of a curved bar is generally given by

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{P}{EJ}.\tag{7}$$

With respect to Paragraph (c) of the assumptions, in case of a rod driven into the soil the following differential equation will be obtained:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} + (c_0 + c_1 x) dy = 0.\tag{8}$$

5. Solution of the differential equation

It seems reasonable to introduce dimensionless variables. For this reason, the following symbols will be introduced:

$$\xi = \frac{x}{T_1}, \quad T_1 = \sqrt[5]{\frac{EJ}{dc_1}}, \quad r = \frac{c_0}{c_1 T_1}, \quad (9)$$

$$\eta_P = \frac{y_P EJ}{PT_1^3}, \quad \eta_n = \frac{y_M EJ}{MT_1^2}.$$

By using the symbols of expression (9), the differential equation (8) assumes the following form [5, 6]:

$$\frac{d^4 \eta}{d\xi^4} + (\xi + r) \eta = 0. \quad (10)$$

The general solution of differential equation (10) is

$$\eta = \sum_{k=0}^{\infty} a^{(k)} \frac{\xi^k}{k!} \quad (11)$$

where the coefficients are readily reviewed in a tabulated form.

The radical sequences in Table I converge as they have variable signs, and the limit value of their members' absolute value is zero. The above radical sequence has the advantage of making the derivatives of function obtained by writing the coefficients tabulated above always one column to the left [5]. The general solution can be expressed in the following form as well:

$$\begin{aligned} \eta &= a_0 A_0(\xi) + a_1 A_1(\xi) + a_2 A_2(\xi) + a_3 A_3(\xi), \\ \eta' &= a_0 A_0'(\xi) + a_1 A_1(\xi) + a_2 A_2(\xi) + a_3 A_3(\xi), \\ \eta'' &= a_0 A_0''(\xi) + a_1 A_1''(\xi) + a_2 A_2''(\xi) + a_3 A_3''(\xi), \\ \eta''' &= a_0 A_0'''(\xi) + a_1 A_1'''(\xi) + a_2 A_2'''(\xi) + a_3 A_0'''(\xi), \\ \eta^{IV} &= a_0 A_0^{IV}(\xi) + a_1 A_1^{IV}(\xi) + a_2 A_2^{IV}(\xi) + a_3 A_3^{IV}(\xi). \end{aligned} \quad (12)$$

In expression (12), the function $A_i(\xi)$ $i = 0, 1, 2, 3$ represents the individual particular solutions of the differential equation, that is, the sum of the individual rows of the above Table.

6. Determination of the deformation quantities

With the peripheral conditions taken into consideration at points $\xi = 0$ and $\xi = t/T_1$, and with the symbol $A_i^{(k)} t/T_1 = \bar{A}_i^{(k)}$ introduced, and furthermore, with

$$E_1 = A_0'' \left(\frac{t}{T_1} \right) \cdot A_1''' \left(\frac{t}{T_1} \right) - A_0''' \left(\frac{t}{T_1} \right) \cdot A_1'' \left(\frac{t}{T_1} \right) = \bar{A}_0'' \bar{A}_1''' - \bar{A}_0''' \bar{A}_1''$$

Table I

	$\frac{\xi^0}{0!}$	$\frac{\xi^1}{1!}$	$\frac{\xi^2}{2!}$	$\frac{\xi^3}{3!}$	$\frac{\xi^4}{4!}$	$\frac{\xi^5}{5!}$	$\frac{\xi^6}{6!}$	$\frac{\xi^7}{7!}$	$\frac{\xi^8}{8!}$	$\frac{\xi^9}{9!}$	$\frac{\xi^{10}}{10!}$	$\frac{\xi^{11}}{11!}$	$\frac{\xi^{12}}{12!}$	$\frac{\xi^{13}}{13!}$	$\frac{\xi^{14}}{14!}$	Σ
a_0	$\boxed{+1}$				$-r$	$\boxed{-1}$			$+r^2$	$+6r$	$\boxed{+6}$		$-r^3$	$-15r^2$	$-66r$	A_0
a_1		$\boxed{+1}$				$-r$	$\boxed{-2}$			$+r^2$	$+8r$	$\boxed{+14}$		$-r^3$	$-18r^2$	A_1
a_2			$\boxed{+1}$				$-r$	$\boxed{-3}$			$+r^2$	$+10r$	$\boxed{+24}$		$-r^3$	A_2
a_3				$\boxed{+1}$				$-r$	$\boxed{-4}$			$+r^2$	$+12r$	$\boxed{+36}$		A_3
a_0	$-r$	$\boxed{-1}$			$+r^2$	$+6r$	$\boxed{+6}$		$-r^3$	$-15r^2$	$-66r$	$\boxed{-66}$	$+r^4$	$+28r^3$	$-276r^2$	A_0
a_1		$-r$	$\boxed{-2}$			$+r^2$	$+8r$	$\boxed{+14}$		$-r^3$	$-18r^2$	$-102r$	$\boxed{-168}$	$+r^4$	$+32r^3$	A_1
a_2			$-r$	$\boxed{-3}$			$+r^2$	$+10r$	$\boxed{+24}$		$-r^3$	$-21r^2$	$-144r$	$\boxed{-312}$	$+r^4$	A_2
a_3				$-r$	$\boxed{-4}$			$+r^2$	$+12r$	$\boxed{+36}$		$-r^3$	$-24r^2$	$-192r$	$\boxed{-504}$	A_3

then the general solution of (12) for a force of $P = 1$ and a moment of $M = 1$ will have the following form:

$$\begin{aligned}\eta_P &= \bar{e}_P A_0(\xi) + \bar{\varphi}_P A_1(\xi) + A_3(\xi) \\ \eta_M &= \bar{e}_M A_0(\xi) + \bar{\varphi}_M A_1(\xi) - A_2(\xi)\end{aligned}\quad (13)$$

The constants in expression (13) are:

$$\begin{aligned}\bar{e}_P &= [\eta_P]_{\xi=0} = -\frac{\bar{A}_3'' \bar{A}_1''' - \bar{A}_3''' \bar{A}_1''}{F_1}, \\ \bar{\varphi}_P &= [\eta'_P]_{\xi=0} = -\frac{\bar{A}_3''' \bar{A}_0'' - \bar{A}_3'' \bar{A}_0'''}{F_1}, \\ \bar{e}_M &= [\eta_M]_{\xi=0} = -\frac{\bar{A}_2'' \bar{A}_1''' - \bar{A}_2''' \bar{A}_1''}{F_1}, \\ \bar{\varphi}_M &= [\eta'_M]_{\xi=0} = -\frac{\bar{A}_2''' \bar{A}_0'' - \bar{A}_2'' \bar{A}_0'''}{F_1}.\end{aligned}\quad (14)$$

The four deformation quantities will be as follows:

$$\begin{aligned}e_P &= \frac{PT_1^3}{EJ} \bar{e}_P, \\ \varphi_P &= \frac{PT_1^2}{EJ} \bar{\varphi}_P, \\ e_M &= \frac{MT_1^2}{EJ} \bar{e}_M, \\ \varphi_M &= \frac{MT_1}{EJ} \bar{\varphi}_M.\end{aligned}\quad (15)$$

It follows from the $\bar{e}_M = \bar{\varphi}_P$ (law of interchangeability) that

$$A_3''(\xi) \cdot A_0'''(\xi) - A_3'''(\xi) \cdot A_0''(\xi) = A_2''(\xi) \cdot A_1'''(\xi) - A_2'''(\xi) \cdot A_1''(\xi).$$

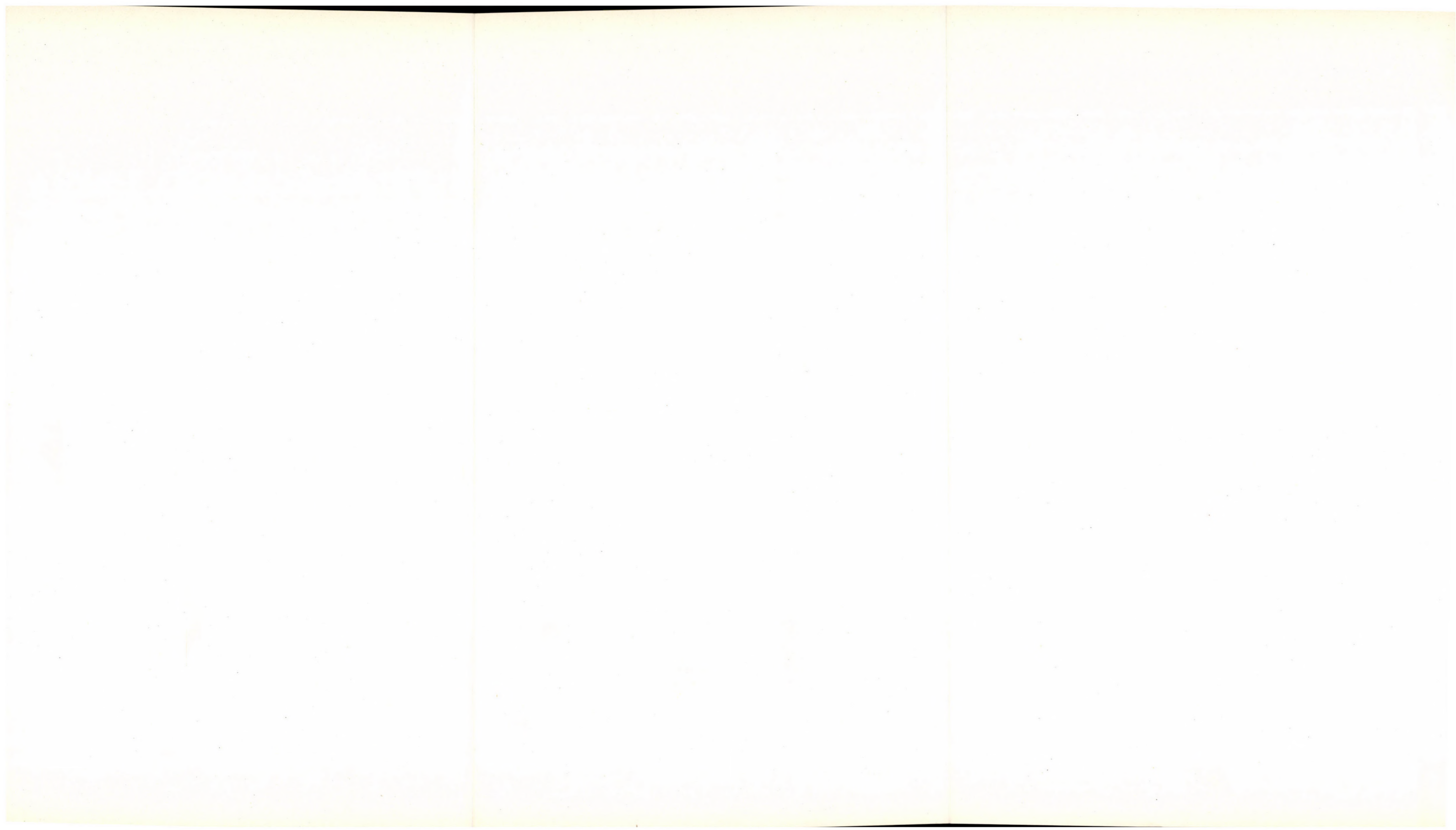
With the four deformation quantities known, the δ_{ik} and δ_{i0} values can be determined, and the equation system under (1) can be solved. With the equation system solved, in turn, the sectional forces can be determined. Finally, with these forces obtained, the deformation of the pile part of t length, and its sectional forces will be:

deflection:

$$y(x) = \frac{PT_1^3}{EJ} \eta_P + \frac{MT_1^2}{EJ} \eta_M;$$

Table II

ξ	$A_0(\xi)$	$A_1(\xi)$	$A_2(\xi)$	$A_3(\xi)$	$A_0^I(\xi)$	$A_1^I(\xi)$	$A_2^I(\xi)$	$A_3^I(\xi)$	$A_0^{II}(\xi)$	$A_1^{II}(\xi)$	$A_2^{II}(\xi)$	$A_3^{II}(\xi)$	$A_0^{III}(\xi)$	$A_1^{III}(\xi)$	$A_2^{III}(\xi)$	$A_3^{III}(\xi)$	$A_0^{IV}(\xi)$	$A_1^{IV}(\xi)$	$A_2^{IV}(\xi)$	$A_3^{IV}(\xi)$
0	1,00000	0,0	0,00	0,00	0,0	1,00000	0,00	0,00	0,0	0,0	1,00000	0,00	0,0	0,0	0,00	1,00000	0,0	0,00	0,00	0,00
0,1	1,00000	0,10000	0,00500	0,00017	-0,00000	1,00000	0,10000	0,00500	-0,00017	-0,00001	1,00000	0,10000	-0,00500	-0,00033	-0,00001	1,00000	-0,10000	-0,01000	-0,00050	-0,00002
0,2	1,00000	0,20000	0,02000	0,00133	-0,00007	1,00000	0,20000	0,02000	-0,00133	-0,00013	0,99999	0,20000	-0,02000	-0,00267	-0,00020	0,99999	-0,20000	-0,04000	-0,00400	-0,00027
0,3	0,99998	0,30000	0,04500	0,00450	-0,00034	0,99996	0,30000	0,04500	-0,00450	-0,00068	0,99994	0,30000	-0,04500	-0,00900	-0,00101	0,99992	-0,29999	-0,09000	-0,01350	-0,00135
0,4	0,99992	0,39999	0,08000	0,01067	-0,00107	0,99983	0,39998	0,08000	-0,01067	-0,00213	0,99974	0,39998	-0,08000	-0,02133	-0,00320	0,99966	-0,39997	-0,16000	-0,03200	-0,00427
0,5	0,99974	0,49996	0,12500	0,02083	-0,00260	0,99948	0,49994	0,12499	-0,02083	-0,00521	0,99922	0,49991	-0,12499	-0,04167	-0,00781	0,99896	-0,49987	-0,24998	-0,06250	-0,01062
0,6	0,99935	0,59987	0,17984	0,03600	-0,00540	0,99870	0,59981	0,17998	-0,03600	-0,01080	0,99806	0,59974	-0,17997	-0,07199	-0,01620	0,99742	-0,59961	-0,35992	-0,10799	-0,02160
0,7	0,99840	0,69967	0,24495	0,05716	-0,01000	0,99720	0,69951	0,24493	-0,05716	-0,02001	0,99580	0,69935	-0,24490	-0,11431	-0,03001	0,99440	-0,69902	-0,48977	-0,17147	-0,04001
0,8	0,99727	0,79927	0,31988	0,08503	-0,01706	0,99454	0,79891	0,31983	-0,08531	-0,03413	0,99181	0,79854	-0,31975	-0,17061	-0,05119	0,98908	-0,79782	-0,63942	-0,25590	-0,06825
0,9	0,99508	0,89852	0,40472	0,12146	-0,02733	0,99016	0,89779	0,40462	-0,12144	-0,05466	0,98527	0,89705	-0,40443	-0,24285	-0,08199	0,98032	-0,89557	-0,80867	-0,36424	-0,10946
1,0	0,99166	0,99722	0,49930	0,16657	-0,04165	0,98333	0,99583	0,49921	-0,16652	-0,08330	0,97501	0,99501	-0,49881	-0,33299	-0,12493	0,96661	-0,99167	-0,99722	-0,49940	-0,16657
1,1	0,98658	1,09508	0,60384	0,22162	-0,06096	0,97317	1,09262	0,60345	-0,22151	-0,12192	0,96025	1,09016	-0,60268	-0,44292	-0,18286	0,94634	-1,08523	-1,20459	-0,66422	-0,24378
1,2	0,97927	1,19171	0,71787	0,28756	-0,08632	0,95855	1,18756	0,71716	-0,28736	-0,17260	0,93783	1,18342	-0,71574	-0,57451	-0,25886	0,91712	-1,17513	-1,43005	-0,86144	-0,34509
1,3	0,96908	1,23660	0,84127	0,36536	-0,11883	0,93817	1,27990	0,84002	-0,36495	-0,23760	0,90727	1,27320	-0,83753	-0,72950	-0,35631	0,87637	-1,25981	-1,67258	-1,09365	-0,47496
1,4	0,95523	1,37910	0,97373	0,45587	-0,15972	0,91047	1,36865	0,97164	-0,45509	-0,33680	0,86574	1,35837	-0,96746	-0,90954	-0,47884	0,82101	-1,33732	-1,93074	-1,36322	-0,63822
1,5	0,93681	1,46839	1,11484	0,55996	-0,21030	0,87366	1,45259	1,11145	-0,55869	-0,42039	0,81054	1,43680	-1,10468	-1,11611	-0,63027	0,74745	-1,40522	-2,20258	-1,67226	-0,83994
1,6	0,91280	1,55346	1,26404	0,67842	-0,27193	0,82566	1,53020	1,25872	-0,67628	-0,54348	0,73858	1,50695	-1,24808	-1,35043	-0,81466	0,65167	-1,46049	-2,48553	-2,02246	-1,08547
1,7	0,88201	1,63307	1,42060	0,81192	-0,34604	0,76414	1,63599	1,41248	-0,80896	-0,69144	0,64637	1,56621	-1,39622	-1,61347	-1,03618	0,52871	-1,49942	-2,77622	-2,41503	-1,38026
1,8	0,84312	1,70575	1,58362	0,96108	-0,43412	0,68645	1,65867	1,57150	-0,95563	-0,86715	0,52997	1,62829	-1,54728	-1,90579	-1,29909	0,37368	-1,51762	-3,07034	-2,85051	-1,72994
1,9	0,79467	1,76972	1,76047	1,12634	-0,53767	0,58968	1,70468	1,74508	-1,11794	-1,07357	0,38503	1,63968	-1,71518	-2,22748	-1,60770	0,18054	-1,50987	-3,36248	-3,34489	-2,14005
2,0	0,73502	1,82294	1,92402	1,30798	-0,65821	0,47061	1,73456	1,89872	-1,29532	-1,31361	0,20676	1,64662	-1,84818	-2,57800	-1,96620	-0,05652	-1,47005	-3,64588	-3,84803	-2,61597
2,1	0,66241	1,86299	2,11533	1,50607	-0,79723	0,32494	1,74474	2,06261	-1,48838	-1,59010	-0,01001	1,62668	-1,99160	-2,95609	-2,37860	-0,34485	-1,39107	-3,91227	-4,44261	-3,16274
2,2	0,57492	1,88710	2,27217	1,72039	-0,95615	0,15129	1,73109	2,22300	-1,69331	-1,90568	-0,27874	1,57537	-2,12482	-3,35956	-2,84858	-0,69125	-1,26482	-4,15163	-4,99878	-3,78486
2,3	0,47048	1,89213	2,44343	1,95043	-1,13631	-0,06130	1,18890	2,37642	-1,91183	-2,26274	-0,58119	1,48616	-2,24268	-3,78511	-3,37930	-1,10448	-1,08209	-4,35189	-5,61989	-4,48600
2,4	0,34690	1,87448	2,60882	2,19530	-1,33886	-0,30271	1,61287	2,51857	-2,14113	-2,66328	-0,94884	1,35201	-2,33902	-4,22816	-3,97323	-1,59150	-0,83257	-4,49876	-6,26118	-5,26873
2,5	0,20192	1,83018	2,76468	2,45365	-1,62158	-0,59093	1,49705	2,64506	-2,37868	-3,11521	-1,37856	1,16511	-2,40658	-4,68253	-4,63185	-2,16096	-0,50480	-4,57544	-6,91169	-6,13412
2,6	0,03314	1,75474	2,90669	2,72360	-1,81478	-0,92598	1,33485	2,74971	-2,62120	-3,59990	-1,87738	0,91680	-2,43695	-5,14025	-5,35541	-2,82106	-0,08617	-4,56232	-7,55739	-7,08135
2,7	-0,16185	1,64326	3,02986	3,00265	-2,08908	-1,31243	1,11905	2,82606	-2,86450	-4,13658	-2,45176	0,59761	-2,42034	-5,59125	-6,14258	-3,57985	+0,43699	-4,43682	-8,18062	-8,10716
2,8	-0,38548	1,49039	3,12845	3,28761	-2,38753	-1,75477	0,84178	2,86653	-3,10334	-4,71752	-3,10795	0,19728	-2,34558	-6,02301	-6,99007	-4,44490	+1,07934	-4,17309	-8,75966	-9,20532
2,9	-0,64014	1,29030	3,19589	3,57447	-2,70938	-2,25732	0,49455	2,86245	-3,33126	-5,34004	-3,36018	-0,29514	-2,19998	-6,42029	-7,89217	-5,42300	+1,85639	-3,74188	-9,26807	-10,36597
3,0	-0,92809	1,03679	3,22473	3,85829	-3,05316	-2,82403	0,06837	2,80405	-3,54050	-5,99982	-4,68788	-0,89127	-1,96928	-6,76472	-8,84028	-6,51971	+2,78427	-3,11036	-9,67419	-11,57488



angular displacement:

$$\varphi(x) = \frac{PT_1^2}{EJ} \eta'_P + \frac{MT_1}{EJ} \eta'_M;$$

bending moment:

$$M(x) = -PT_1 \eta''_P - M\eta''_M; \quad (16)$$

shear force:

$$Q(x) = P\eta'''_P + \frac{M}{T_1} \eta'''_M;$$

soil reaction:

$$p(x) = \frac{P}{T_1} \eta^{IV}_P + \frac{M}{T_1^2} \eta^{IV}_M.$$

The sectional forces must be determined in both y and z directions, and should be summed up vectorially. This may then be followed by pile dimensioning.

If the soil is heterogeneous, the differential equation must be solved for every stratum, with the boundary conditions strictly adhered to.

It is not necessary to determine the subgrade coefficient by means of a special soil mechanics test; using an approximative table is quite sufficient (10). In solving the equation system, the values of both δ''_{ik} and δ''_{i0} involve the figure of the assumed coefficient.

A vector element of the unknown induction forces is given by a fraction, the numerator of which consists of the determinant formed by the load factors, whereas its denominator is represented by the determinant consisting of the unit factors.

c_0 values (M_p/m^3) (cohesive soils, 1 m width)

If the unconfined compression strength, kp/cm^2 , is				
0,1	0,5	1	2	4
100	300	500	1000	2000

c_1 values, M_p/m^3 (granular soils, 1 m width)

	Loose $\gamma=1,3$ Mp/m^3	Medium $\gamma=1,6$ Mp/m^3	Compact $\gamma=1,9$ Mp/m^3
Extreme values (range)	15 ÷ 40	40 ÷ 140	140 ÷ 280
Above ground water level	25	90	230
Under ground water level	15	60	140

If the pile diameter is less than 1 m, perhaps the multiple of the above figures should be reckoned with. Just for the sake of information, if the friction angle of the soil, $\varphi > 25^\circ$, and $K < 2,0 \text{ kp/cm}^2$, then, the coefficient of subgrade reaction increases linearly with depth, whereas if $\varphi < 15^\circ$ and $K > 4,0 \text{ kp/cm}^2$, then it may be considered as a constant. With intermediate values, the coefficient will show a trapezoidal distribution.

7. Special cases

1. In the variations of the $C = (c_0 + c_1 x)d$ coefficient of the horizontal subgrade reaction, a special case is given when $c_0 = 0$, that is, $r = 0$. These are the granular soils when, in solving the differential equation, only the encircled values must be calculated with (6), (8). In the engineering practice, this is the most common case. The upper level of the bed hardly gives horizontal resistance (cohesion). For the values of $A_i^{(k)}(\xi)$, the attached Table II was elaborated ($\xi_{\max} = 3$, $\Delta\xi = 0,1$).

2. The *second special* case is that of the high cohesion hard clay soils when $c_1 = 0$. $C = c_0 d$ is constant, and the coefficient of the horizontal subgrade reaction is independent of depth. For the introduction of dimensionless variables, Eq. (9) may be used, however, with $T_0 = (EJ/dc_0)^{1/4}$ instead of T_1 , and $r = 0$. The differential equation will be written as:

$$\frac{d^4 \eta}{d\xi^4} + \eta = 0. \quad (17)$$

Eq. (17) can be solved, however, in a closed form as well [3, 4, 7]:

$$\eta = b_0 e^{\sqrt{1/2} \xi} \cos \sqrt{\frac{1}{2}} \xi + b_1 e^{\sqrt{1/2} \xi} \sin \sqrt{\frac{1}{2}} \xi + b_2 e^{-\sqrt{1/2} \xi} \cos \sqrt{\frac{1}{2}} \xi + b_3 e^{-\sqrt{1/2} \xi} \sin \sqrt{\frac{1}{2}} \xi. \quad (18)$$

With the value $T'_0 = (4EJ/dc_0)^{1/4}$ selected, $(1/2)^{1/2}$ will be 1, but T_0 is much more suitable for the infinite sequence according to (19). The disadvantage of this solution is, that it is given by the product sum of four different exponential and trigonometrical functions, respectively. The general solution in the form of an infinite series is

$$\eta = a_0 A''''(\xi) + a_1 A'''(\xi) + a_2 A''(\xi) + a_3 A'(\xi) + a_4 A(\xi) \quad (19a)$$

where

$$A(\xi) = \frac{\xi^3}{3!} - \frac{\xi^7}{7!} + \frac{\xi^{11}}{11!} - \frac{\xi^{15}}{15!} + \dots \quad (19b)$$

The deformation quantities can be calculated, similarly to (14), from the following formulae:

$$\begin{aligned}\bar{e}_P &= [\eta_P]_{\xi=0} = \frac{\bar{A}'' \bar{A}' - \bar{A} \bar{A}'''}{F_0}, \\ \bar{\varphi}_P &= [\eta'_P]_{\xi=0} = \frac{\bar{A}' \bar{A}''' - \bar{A}''^2}{F_0}, \\ \bar{e}_M &= [\eta_M]_{\xi=0} = \frac{-\bar{A}'' \bar{A}' - \bar{A}^2}{F_0}, \\ \bar{\varphi}_M &= [\eta'_M]_{\xi=0} = \frac{\bar{A} \bar{A}' + \bar{A}'' \bar{A}'''}{F_0}.\end{aligned}\quad (20)$$

In Eq. (20)

$$F_0 = \left[A' \left(\frac{t}{T_0} \right) \right]^2 - A'' \left(\frac{t}{T_0} \right) \cdot A \left(\frac{t}{T_0} \right) \quad \text{and} \quad \bar{A}^{(i)} = A^i \left(\frac{t}{T_0} \right).$$

The e_P , φ_P , e_M and φ_M figures may be calculated according to (15) with T_0 instead of T_1 . Function η may be expressed according to (13):

$$\begin{aligned}\eta_P &= \bar{e}_P A'''(\xi) + \bar{\varphi}_P A''(\xi) + A(\xi) \\ \eta_M &= \bar{e}_M A'''(\xi) + \bar{\varphi}_M A''(\xi) - A'(\xi)\end{aligned}\quad (21)$$

The sectional forces will have to be determined corresponding to Eq. (16).

3. The *third special case* is when the part of t length is excessively rigid, $\xi_{\max} = t/T - 1,5$ in which situation the function of deflection would only slightly differ from a straight line. This is encountered if the pile diameter is great, while the horizontal embedding coefficient of the soil and the ramming depth are small. In such cases the flexible line may be well approximated by the $y = e + \varphi x$ straight line. The horizontal embedding coefficient is, naturally, described by $C = (c_0 + c_1 x)d$ again [9, 11].

If the loading force is represented by horizontal force P , then

$$\begin{aligned}e_P &= \frac{6(3c_1 t + 4c_0)P}{t(c_1^2 t^2 + 6c_1 c_0 t + 6c_0^2)}, \\ \varphi_P &= \frac{12(2c_1 t + 3c_0)P}{t^2(c_1^2 t^2 + 6c_1 c_0 t + 6c_0^2)};\end{aligned}$$

the bending moment:

$$M(x) = Px - \varphi_P \left(c_1 \frac{x^4}{12} + c_0 \frac{x^3}{6} \right) d - e_P \left(c_1 \frac{x^3}{6} + c_0 \frac{x^2}{2} \right) d; \quad (22)$$

the shear force:

$$Q(x) = P - \varphi_P \left(c_1 \frac{x^3}{3} + c_0 \frac{x^2}{2} \right) d - e_P \left(c_1 \frac{x^2}{2} + c_0 x \right) d;$$

and the soil reaction:

$$p(x) = - \varphi_P (c_1 x^2 + c_0 x) d - e_P (c_1 x + c_0) d.$$

If the loading force is moment M , then $e_M = \varphi_P$

$$\varphi_M = \frac{36(c_1 t + 2 c_0) M^-}{t^3(c_1^2 t^2 + 6 c_1 c_0 t + 6 c_0^2)};$$

the bending moment:

$$M(x) = M + \varphi_n \left(c_1 \frac{x^4}{12} + c_0 \frac{x^3}{6} \right) d + e_M \left(c_1 \frac{x^3}{6} + c_0 \frac{x^2}{2} \right) d; \quad (23)$$

the shear force:

$$Q(x) = - \varphi_M \left(c_1 \frac{x^3}{3} + c_0 \frac{x^2}{2} \right) d - e_n \left(c_1 \frac{x^2}{2} + c_0 x \right) d,$$

and the soil reaction:

$$p(x) = - \varphi_M (c_1 x^2 + c_0 x) d - e_M (c_1 x + c_0) d.$$

8. Pile ramming depth

Two conditions may be set up for the determination of the ramming depth. One is governed by the vertical load bearing capacity, while the other may be calculated from the horizontal loading of the pile. On the basis of the first condition, the vertical load bearing capacity of a pile may be expressed as follows:

$$V_H = \sigma_{(t)} F + \tau_{(t)} K_{er} \cdot t. \quad (24)$$

According to Eq. (24), the load bearing capacity of the pile depends on the point resistance depending, in turn, on depth $\sigma_{(t)}$, and on the shell friction $\tau_{(t)}$ expressed similarly by the depth concerning (3). From Eq. (24), depth t_{\min} may be calculated by trial-and-error.

The second condition is satisfied, if the standard horizontal soil reaction does not exceed the permissible passive earth pressure varying with the depth, under the most unfavourable circumstances and in a least advantageous depth,

$$P \begin{vmatrix} \bar{A}_0^{IV}(\xi) & \bar{A}_1^{IV}(\xi) & \bar{A}_3^{IV}(\xi) \\ \bar{A}_0'' & \bar{A}_1'' & \bar{A}_3'' \\ \bar{A}_0''' & \bar{A}_1''' & \bar{A}_3''' \end{vmatrix} - \frac{M}{T_1} \begin{vmatrix} \bar{A}_0^{IV}(\xi) & \bar{A}_1^{IV}(\xi) & \bar{A}_2^{IV}(\xi) \\ \bar{A}_0'' & \bar{A}_1'' & \bar{A}_2'' \\ \bar{A}_0''' & \bar{A}_1''' & \bar{A}_2''' \end{vmatrix} \leq \\ \leq F_1 T_1 \left[\gamma \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\psi}{2} \right) x + 2K \tan \left(45^\circ - \frac{\psi}{2} \right) \right] d. \quad (25)$$

In Eq. (25), γ indicates the bulk density of the soil receiving the pile, ψ is its friction angle, and K represents soil cohesion. The meaning of the other symbols is explained by expressions (13) and (14) in Paragraph 6. If the deformation of the underground part of the pile is negligible ($\xi_{\max} = 1,5$), then Eq. (25) will assume the form

$$- \left[\gamma \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\psi}{2} \right) + (e_P + e_M) c_1 + (\varphi_P + \varphi_M) c_0 \right] x - (\varphi_P + \varphi_M) c_1 x^2 \leq \\ \leq (e_P + e_M) c_0 + 2K \tan \left(45^\circ - \frac{\psi}{2} \right). \quad (26)$$

The deformation quantities e_P , φ_P , e_M , and φ_M of Eq. (26) must be obtained from formulae (22) and (23).

If a granular soil is being dealt with, then $c_0 = 0$, $C = c_1 dx$. In this case, Eq. (25) will be simplified as follows:

$$- \begin{vmatrix} 0 & P & M/T_1 \\ \bar{A}_1'' & \bar{A}_2'' & \bar{A}_3'' \\ \bar{A}_1''' & \bar{A}_2''' & \bar{A}_3''' \end{vmatrix} \leq F_1 T_1^2 \gamma \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\psi}{2} \right) d. \quad (27)$$

Eq. (27) has been derived from

$$\left(\frac{dp}{dx} \right)_{x=0} \leq \gamma \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\psi}{2} \right)$$

valid at ground level. When dealing with a cohesion type soil, $c_1 = 0$ and $C = cd$. In this case, maximum soil reaction will be observed at $X = 0$. Expanded:

$$P \begin{vmatrix} \bar{A}' & \bar{A}''' \\ \bar{A} & \bar{A}'' \end{vmatrix} - \frac{M}{T_0} \begin{vmatrix} \bar{A}' - A \\ \bar{A} & \bar{A}''' \end{vmatrix} \leq 2 F_0 T_0 K \tan \left(45^\circ - \frac{\psi}{2} \right) d. \quad (28)$$

Expressions (25) – (28) do not determine depth t , only the assumed t -depth can be checked thereby, since the t ramming depth is involved in each relation in one form or other, such as

$$\left[\bar{A}_0'' = A_0'' \left(\frac{t}{T_1} \right), e_P = e_P(t) \right].$$

The load bearing capacity of piles will increase with ramming depth t in both vertical and horizontal directions. Thus the question may arise, how far down the piles should be driven. From vertical load bearing capacity aspects, the required depth is directly given by Eq. (24), in case of compaction or friction piles, the maximum of which might be characterized by the load bearing capacity limit of compressed reinforced concrete columns.

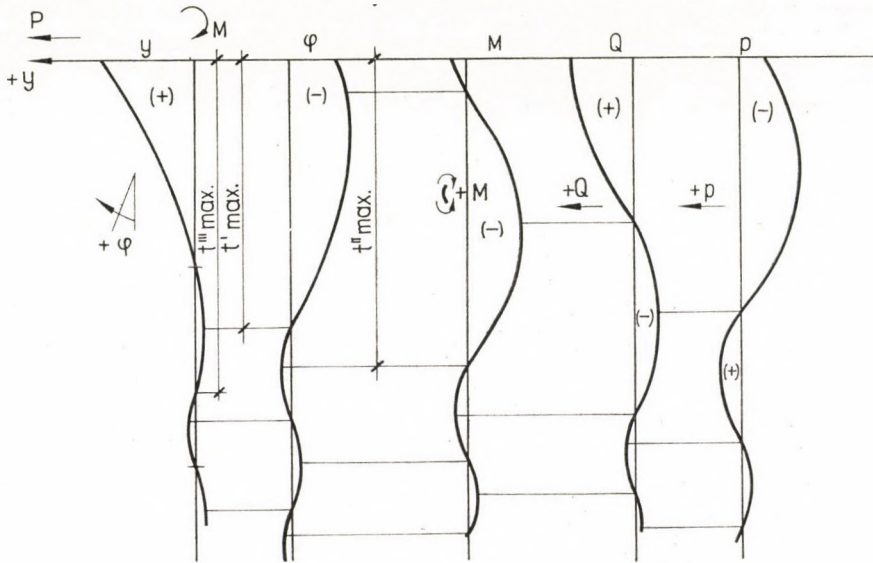


Fig. 3

Undoubtedly, horizontal load bearing capacity can also be increased with the ramming depth. Fig. 3 presents the y , φ , M , Q , and p figures of a pile driven to depth $t = \infty$. This illustration clearly reveals that in case of $t'_{\max} \varphi = 0$, with $t''_{\max} M = 0$, t'_{\max} is at $y = 0$, etc.

With all the figures taken into account, t'_{\max} may be considered as the most suitable maximum from a horizontal loading viewpoint:

$$P \begin{vmatrix} \bar{A}'_9 & \bar{A}''_0 & \bar{A}'''_0 \\ \bar{A}'_1 & \bar{A}''_1 & \bar{A}'''_1 \\ \bar{A}'_3 & \bar{A}''_3 & \bar{A}'''_3 \end{vmatrix} - \frac{M}{T_1} \begin{vmatrix} \bar{A}'_0 & \bar{A}''_0 & \bar{A}'''_0 \\ \bar{A}'_1 & \bar{A}''_1 & \bar{A}'''_1 \\ \bar{A}'_2 & \bar{A}''_2 & \bar{A}'''_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (29)$$

In Eq. (29) the $\bar{A}_i^{(k)}$ values can only be determined with the t'_{\max} value assumed in advance; thus the problem can be solved only through gradual approximation. Since pile ramming is never infinite, the t'_{\max} value obtained will be higher than expected from Fig. 3.

If the embedding coefficient is constant, Eq. (29) will assume the following form

$$P \begin{vmatrix} \bar{A} & \bar{A}' & \bar{A}'' \\ -\bar{A}''' & \bar{A} & \bar{A}' \\ \bar{A}' & \bar{A}'' & \bar{A}''' \end{vmatrix} - \frac{M}{T_0} \begin{vmatrix} A & \bar{A}' & \bar{A}'' \\ -\bar{A}''' & \bar{A} & \bar{A}' \\ \bar{A}'' & \bar{A}''' & -\bar{A} \end{vmatrix} = 0. \quad (30)$$

In the above solutions the piles are assumed to be vertical although this assumption has not been emphasized. Using battered piles in a given case may favourably influence the play of forces in the uptake of horizontal forces although a battered pile system will make it possible to employ bend-free piles is quite impossible to construct. The foregoing statements apply to both battered and vertical piles.

9. Numerical example

Let us assume a river pier of the bridge layout according to Fig. 4, as given. Loading force resultants:

$$R_x = 1480 \text{ Mp}, R_y = 30,6 \text{ Mp}, R_z = 106 \text{ Mp},$$

$$M_x = -90,7 \text{ Mpm}, M_y = -556 \text{ Mpm}, M_z = -195 \text{ Mpm}.$$

The subsoil is a dense sand: $\psi = 32^\circ$, $\gamma = 1,9 \text{ Mp/m}^3$, $c_0 = 0$. The horizontal embedding coefficient is, at a depth of 10 m, $1,3 \text{ kp/cm}^2$. The $n = 8$ piles of 1,10 m diameter was manufactured of B-200 concrete, with B-50 · 35 grade steel reinforcements of $14 \text{ } \varnothing 36 = 142,44 \text{ cm}^2$.

$$E = 2,75 \cdot 10^6 \text{ Mp/m}^2, I = 0,100 \text{ m}^4, J = 1,164 \text{ m}^2.$$

Pile point resistance: $\sigma_{(l)} = 20 \text{ kp/cm}^2$.

Pile spring rate: $\varrho = 0,0052 \text{ cm/Mp}$.

The problem can be solved in a very simple manner as the piles are vertical whereby the bedplate beam would be displaced and turned off in both y and z directions. Hence, the only unknown factor will be the moment X_1 transmitted to the pile head. The horizontal force is uniformly distributed among the piles, $X_2 = H/n$. The moment of inertia of the pile pattern is J_ϱ ; from the X_1 unit the rotation will be β_{11} , and the displacement β_{12} ; rotation β_{10} from the external load is

$$\begin{aligned} \beta_{11} X_1 + \beta_{12} X_2 + \beta_{10} &= 0, \\ \beta_{11} &= \frac{h}{EJ} + \varphi_M, \\ \beta_{12} &= -\frac{h_\varrho}{2EJ} - \varphi_M h + e_M, \\ X_2 &= \frac{H}{n}, \\ -n x_1 + \beta'_{10} \frac{\varrho c}{\varrho + \varepsilon} + M &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Eq. (31) as solved for X_1 will assume the following form:

$$X_1 = \frac{\frac{M(\varrho + \varepsilon)}{J_\varrho} + \frac{H}{n} \left(\frac{h^2}{2EJ} + \varphi_M h - e_M \right)}{\frac{h}{EJ} + \varphi_M + \frac{n(\varrho + \varepsilon)}{J_\varrho}}. \quad (32)$$

In Eq. (32) M is the external moment (M_y or M_z), and H indicates the horizontal loading force R_y , R_z or $R_y^{(x)}$, $R_z^{(x)}$.

The load per pile is

$$V = \frac{R_x}{n} + \frac{-M \left(\frac{h}{EJ} + \varphi_M \right) + H \left(\frac{h^2}{2EJ} + \varphi_M h - e_M \right)}{\frac{h}{EJ} + \varphi_M + \frac{n(\varrho + \varepsilon)}{J_e}} \frac{s}{J_e} \quad (33)$$

In expressions (32) and (33), J_e is the moment of inertia of the pile pattern on the axis of the moment vector, and s is the distance of the pile tested from this axis.

In case of vertical piles, there is no need for symmetry axes but the principal directions of the pile pattern must be determined, and the moment vectors of the loading forces should coincide with these principal directions.

The quantities to be calculated in our examples are:

$$c_1 = \frac{1300}{10} = 130; \quad T_1 = \sqrt[5]{\frac{2,75 \cdot 10^6 \cdot 0,100}{1,1 \cdot 130}} = 4,54;$$

$$\xi_{\max} = \frac{10,00}{4,54} = 2,20; \quad F_1 = 1,63955$$

$$\bar{e}_P = +4,03148; \quad \bar{e}_M = \bar{\varphi}_P = -2,79868 \cdot 10^{-6}; \quad \bar{\varphi}_M = +2,58073,$$

$$e_P = 1397,335 \cdot 10^{-6}; \quad e_M = \varphi_P = -209,771 \cdot 10^{-6}; \quad \varphi_M = +43,398 \cdot 10^{-6}.$$

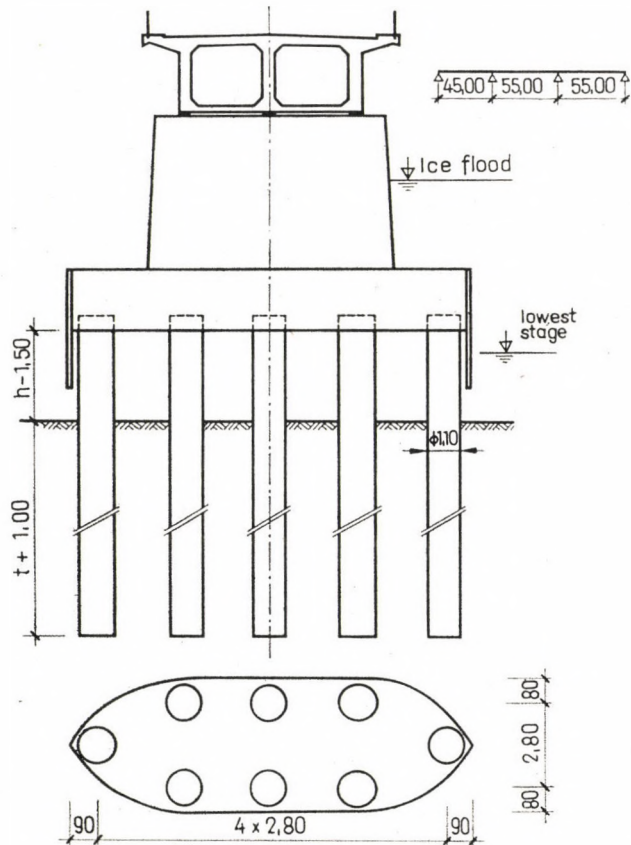


Fig. 4

The two extreme piles are considered:

Upon the effect of R_z

$$X_1^{(z)} = \frac{-\frac{195 \cdot 54,7 \cdot 10^{-6}}{11,76} - \frac{30,6}{8} \left[\frac{4,5^2}{2 \cdot 27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,5 + 209,8 \cdot 10^{-6} \right]}{\frac{4,5}{27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} + \frac{8 \cdot 54,7}{11,76}},$$

$$X_1^{(z)} = + 8,08 \text{ Mpm.}$$

Upon the effect of $M_x = 90,7 \text{ Mpm}$

$$X_1^{(x)} = \frac{\frac{90,7 \cdot 5,6}{105,84} \left[\frac{4,5^2}{2 \cdot 27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,5 + 209,8 \cdot 10^{-6} \right]}{\frac{4,5}{27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6}},$$

$$X_1^{(x)} = + 35,36 \text{ Mpm.}$$

In the direction of z :

$$M_1 = 8,08 + 35,36 = 43,44 \text{ Mpm}$$

$$M_2 = 43,44 - 8,62 \cdot 4,50 = + 4,63 \text{ Mpm}$$

$$H = \frac{30,6}{8} + \frac{90,7 \cdot 5,6}{105,84} = 8,62 \text{ Mp}$$

$$V = 0$$

Upon the effect of R_y :

$$X_1^{(y)} = \frac{\frac{556 \cdot 54,7 \cdot 10^{-6}}{94,08} + \frac{106}{8} \left[\frac{4,5^2}{2 \cdot 27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,5 + 209,8 \cdot 10^{-6} \right]}{\frac{4,5}{27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} + \frac{8 \cdot 54,7}{94,08}},$$

$$M_1 = X_1^{(y)} = 85,61 \text{ Mp},$$

$$M_2 = 85,61 - 13,25 \cdot 4,50 = 25,99 \text{ Mpm},$$

$$H = \frac{106}{8} = 13,25 \text{ Mp},$$

$$V = \frac{556 \cdot \left[\frac{4,5}{27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} \right] + 106 \left[\frac{4,5^2}{2 \cdot 27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} \cdot 4,5 \right]}{\frac{4,5}{27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} + \frac{8 \cdot 54,7}{94,08}} +$$

$$+ \left[\frac{106 \left[+ 209,8 \cdot 10^{-6} \right]}{\frac{4,5}{27,5 \cdot 10^4} + 43,4 \cdot 10^{-6} + \frac{8 \cdot 54,7}{94,08}} \right] \cdot \frac{5,6}{94,08}.$$

$$V = 73,86 \text{ Mp.}$$

The sectional forces are given as the resultant of the two directions:

$$M_1 = \sqrt{85,61^2 + 43,44^2} = 96,00 \text{ Mpm},$$

$$M_2 = \sqrt{4,63^2 + 25,99^2} = 26,40 \text{ Mpm},$$

$$H = \sqrt{8,62^2 + 13,25^2} = 15,81 \text{ Mp},$$

$$V = \frac{1480}{8} \pm 73,86 = \begin{cases} 258,86 \text{ Mp}, \\ 111,14 \text{ Mp}. \end{cases}$$

The angle included by H and M_2 is $\sim 23^\circ$, $\bar{M}_2 = M_2 \cos 23^\circ = 24,3 \text{ Mpm}$.
Along the section in the soil: $M_{(0)} = +24,3 \text{ Mpm}$.

By using Table II:

$$M(0,5) = M(2,27) = -7,67 \text{ Mpm},$$

$$M(1,1) = M(5,0) = -22,02 \text{ Mpm},$$

$$M(1,6) = M(7,26) = -12,78 \text{ Mpm},$$

$$M(2,2) = M(10,0) = +0,74 \text{ Mpm} \sim 0$$

Soil reaction $p(o) = 0$

$$p(0,5) = p(2,27) = -3,652 \text{ Mp/m},$$

$$p(1,1) = p(5,00) = -3,756 \text{ Mp/m},$$

$$p(0,8) = p(3,63) = -4,379 \text{ Mp/m},$$

$$p(1,6) = p(7,26) = -0,724 \text{ Mp/m},$$

$$p(2,2) = p(10,0) = +6,344 \text{ Mp/m}.$$

The moment and soil reaction illustrations are presented in Fig. 5.

Reinforced concrete pile check-up by a flexible calculation:

$$V' = 111,14 \text{ Mp}, M = 88,27 \text{ Mpm}, \sigma_B = 79 \text{ kp/cm}^2, \sigma_v = 1390 \text{ kp/cm}^2,$$

$$V'' = 258,86 \text{ Mp}, M = 88,27 \text{ Mpm}, \sigma_B = 79 \text{ kp/cm}^2, \sigma_v = 590 \text{ kp/cm}^2.$$

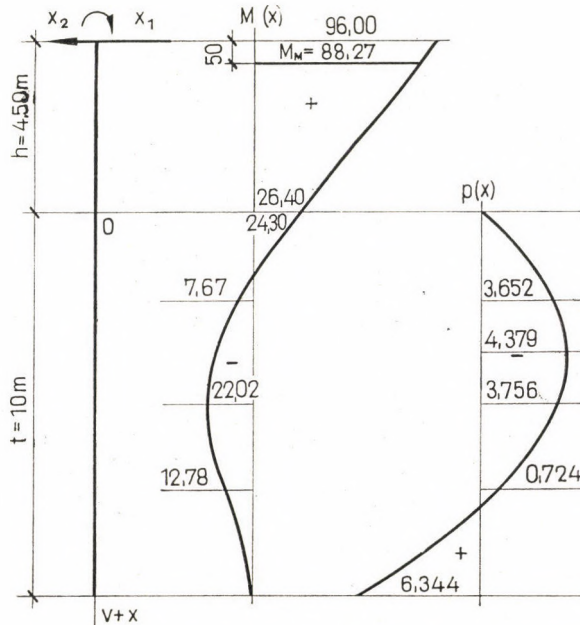


Fig. 5

Load bearing capacity according to (24):

$$V_H = \frac{110^2 \pi}{4} \cdot 20 + \frac{1}{2} 110 \cdot \pi \cdot \tan 32^\circ \cdot \tan^2(45-16) \cdot 1,9 \cdot 100 =$$

$$= 190 + 63 = 253 t \sim V''$$

or 2 per cent more than the standard, that is, acceptable.

The acceptability of the horizontal soil reaction is checked on the basis of Eq. (27):

$$- \begin{vmatrix} 0 & 15,81 & 5,35 \\ -1,906 & -0,279 & 1,575 \\ -3,360 & -2,849 & -0,691 \end{vmatrix} \leq 1,64 \cdot 4,54^2 \cdot 1,9 \tan^2(45+16) \cdot 1,1$$

104,3—24,0 — 216; this means a 2,58-times safety.

REFERENCES

1. *Highway Bridge Regulations*, 1967 (in Hungarian)
2. HETÉNYI, M.: *Beam on Elastic Foundation*. London 1946
3. KÉZDI, Á.: *Soil Mechanics*, I—II. Budapest 1968
4. SZÉCHY, K.: *Foundation*, I—II. Budapest 1963
5. BALLA, Á.: *Dimensioning of Fixed Foundations*. 1955 (In Hungarian)
6. MATLOCK—HUDSON—REESE—LYMON: *Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles*. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division Proceedings*, 1960
7. VARGA, L.: *Embedding Factor and the Dimensioning Methods Based thereon*. *Mélyépítéstudományi Szemle* (1959) (In Hungarian)
8. VARGA, L.: *Up-to-date Pile Plank Dimensioning*. *National Conference on Structural Engineering*, Budapest 1961
9. SZIDAROWSZKY, J.: *Die Bemessung von Pfeilen*. *Acta Techn. Acad. Sci. Hung.* (1960)
10. TERZAGHI: *Evolution of Coefficients of Subgrade Reaction*. *Geotechnique* 1955
11. MISTÉTH, E.: *Dimensioning of Flexibly Fixed Frames*. Doctor's Thesis, 1962, Manuscript (In Hungarian)

Определение внутренних сил свай, подпирающих опоры колонн

Э. Миштем

Работа занимается определением внутренних сил свайного основания с двумя осями симметрии, нагруженного грузом с произвольным пространственным размещением. Предположим, что коэффициент постели возрастает пропорционально глубине и основная балка является бесконечно жесткой. После определения четырех факторов деформации e_p , φ_p , e_m , φ_m погруженной в грунт свай можно решить проблему свайного основания в качестве неопределенной балки в направлении двух осей симметрии. По четырем факторам деформации приводятся соответствующие таблицы. Кроме перечисленных, рассматриваются также специальные случаи при постоянном коэффициенте постели и бесконечно жестких сваях. Наконец, для висячих свай можно определить предельные глубины забивки. В случае вертикальных свай внутренние силы вычислены при помощи простого метода.

LATERAL STABILITY ANALYSIS OF CAISSON FOUNDATIONS

V. N. S. MURTHY—R. KAPUR

CENTRAL BUILDING INSTITUTE, ROORKEE, INDIA

A simple method for checking the lateral stability of caisson foundations in sandy soils is presented. The solution is based on classical theoretical assumption. In order to simplify the analysis approximations were used. Caisson foundations calculated by the proposed method are suitable for practice, the results are on the safe side. A comparison of grip lengths computed by the author's method with those actually provided for some of the major bridges in India is included.

I. Introduction

Caisson foundations, commonly known as well foundations in India, are being widely used for bridge piers, abutments and other massive structures. These foundations have to resist heavy vertical loads as well as large horizontal thrusts and moments. The external forces are resisted by the passive earth pressures, frictional forces on the vertical faces and the base moment due to eccentricity of the base reaction.

Apart from designing the individual members of the foundation to resist stresses induced both during sinking and service, the caissons have to be taken to a sufficient depth below the scour level to ensure its stability against the external forces. The problem of lateral stability analysis of caisson foundations is a very complex one. However, it could be solved by any of the following methods:

- a) limit analysis;
- b) dimensional analysis;
- c) elastic or subgrade modulus theory.

PENDER [1] and ROSCOE [2] have used the limit theory to analyse the problem of piers founded in sand. MORI and TAJIMA [3] have analysed the problem with the help of subgrade modulus theory. They recommend the use of pressiometer, developed by MÉNARD for the determination of subgrade modulus.

2. Suggested method

The method suggested here is applicable for sand only. The external as well as the resisting forces acting on a single rectangular caisson are shown in Fig. 1. In this analysis we have not considered the frictional forces F_1 and F_2 acting on vertical faces parallel to the direction of horizontal load as their effect on the behaviour of the well might not be significant.

Since the foundation is a rigid body, under the action of external forces, it rotates about a certain horizontal axis passing through O . Once the position of this axis, the magnitude and the point of application of the various resisting forces are known, the principle of static equilibrium can be used to solve the problem. In this analysis, the point of rotation O is assumed to lie anywhere along the vertical axis of the caisson.

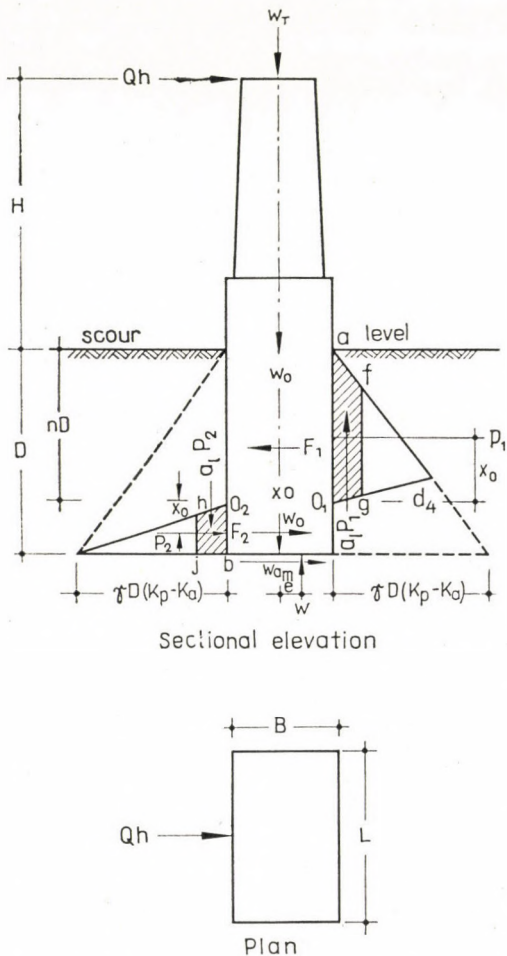


Fig. 1. Forces acting on the well foundation

Fig. 2 shows the probable variation in distribution of earth pressure as the soil surrounding the caisson passes from elastic state to the limit case. Since a caisson is generally quite massive with a heavy vertical load imposed on it, the point of rotation might lie at the base at small lateral loads and the

distribution of pressure may be parabolic as shown by curve afb in Fig. 2. As the lateral load increases, the point of rotation may move up and the pressure distribution for a particular load may be as shown by the curve ad_1oc_1 (Fig. 2). As the lateral load is increased further, the slope of the parabola at 'a' becomes flatter and the distribution may be as shown by curve ad_1oc_1 , tending to ad_2oc_2 in the limit. The lower part of this curve can be approximated by a straight line d_4oc_4 and the simplified pressure distribution in the limit is given by ad_4oc_4 (Fig. 2).

The pressure distribution assumed in this analysis for a working lateral load is as shown by the parabola ad_1oc_1 in Fig. 3. The slope of this parabola

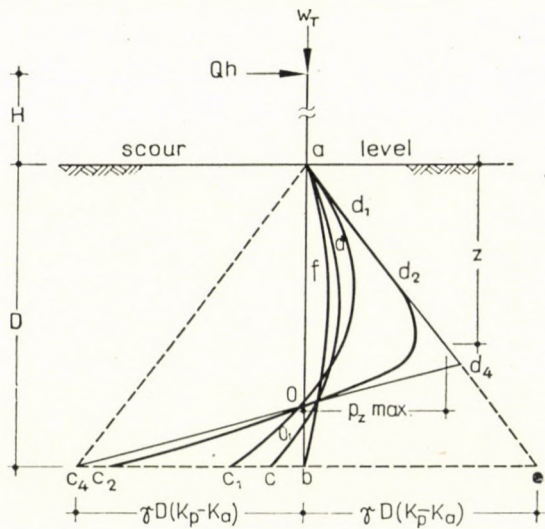


Fig. 2. Distribution of net horizontal pressure as soil condition changes from elastic to plastic state

at 'a' is just the same as the slope of the line ae . The maximum lateral load Q_h for non-flow condition is the load at which the slope of the parabola is equal to the slope of the line ae . In the present analysis, the parabolic distribution has been simplified by drawing two trapeziums $afgo$ and $ohjb$ as shown in Fig. 3. This can be obtained by applying a suitable factor of safety to the limit earth pressures given by triangles ad_1o and oc_1b . A factor of safety of 3 is assumed in the analysis, which is just the one required for a non-flow condition.

Fig. 1 shows the sectional elevation and plan of a single cell rectangular caisson. For circular caissons an equivalent square section may be considered. The pressure distribution for a working load is assumed as shown by trapeziums $afgo_1$ and o_2bjh for a factor of safety of 3. The other notations are as given below:

- O — point of rotation,
 D — grip length of the caisson,
 nD — depth of point of rotation below the scour level,
 L, B — length and width of the caisson respectively,
 H — height of the point of application of resultant lateral load Q_h above scour level,
 e — eccentricity of the base reaction,
 Q_h — lateral load,
 W_T — vertical load at the top of the pier,
 W_0 — weight of the pier and caisson,
 W — total vertical load = $W_T + W_0$ = Base reaction (Side friction has been neglected for the calculation of base reaction.),
 P_1, P_2 — the resultants of passive and active earth pressures due to the hatched portions as shown in Fig. 1,
 x_0, \bar{x}_0 — distances of P_1 and P_2 from O respectively,
 $a_1 P_1, a_1 P_2$ — frictional forces,
 a_m — mobilized coefficient of wall friction which is equal to a_1 in the limit,
 φ — angle of internal friction of soil.

As per the principles of static equilibrium, we have.

a) sum of horizontal forces = 0, i.e.

$$Q_h + P_2 - W a_m - P_1 = 0; \quad (1)$$

b) sum of moments about any point, say about $O = 0$, i.e.

$$Q_h(H + nD) - P_1 x_0 - P_2 \bar{x}_0 - W e - W a_m D(1-n) - (P_1 + P_2) a_1 B/2 = 0; \quad (2)$$

c) Sum of vertical forces = 0

where

$$\begin{aligned}
 P_1 &= C_1 D^2 LA \\
 P_2 &= C_2 D^2 LA \\
 x_0 &= C_3 D \\
 \bar{x}_0 &= C_4 D
 \end{aligned}$$

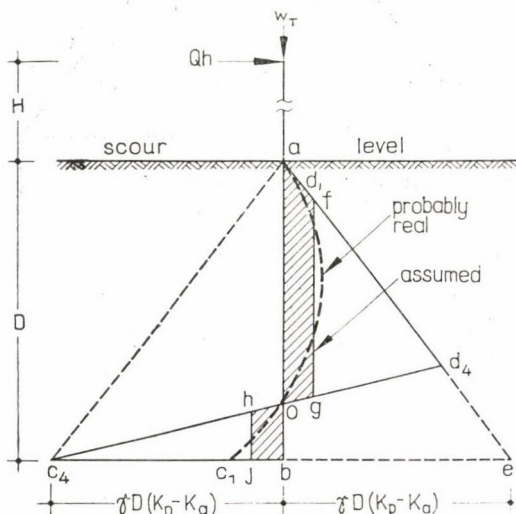


Fig. 3. Assumed pressure distribution

In the calculation of base reaction, R , the relief afforded by the frictional resistance on the vertical faces of the caisson has been neglected (a practice followed by Indian design engineers). This results in larger cross-sectional area for the caisson and is an error on the safe side.

$$C_1 = 1/6 \left(\frac{n^2}{2-n} \right)$$

$$C_2 = \frac{(1-n)}{6}$$

$$C_3 = \frac{(11 - 11.4n + 3n^2)n}{5.5(2-n)^2}$$

$$C_4 = 0.54(1-n)$$

$$A = \gamma K_p' = \gamma (K_p - K_a)$$

γ — Effective unit weight of soil,

K_p, K_a — The coefficients of passive and active earth pressures respectively.

Substituting the value of $W \cdot a_m$ from equation (1) into equation (2) and rearranging, we get

$$D^2 = \frac{Q_h(H+D) - We}{ALB(R_1 D/B + a_1 R_2)} \quad (3)$$

where,

$$R_1 = C_1 C_3 + C_2 C_4 + C_1(1-n) - C_2(1-n)$$

$$R_2 = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

The coefficients C_1, C_2, C_3, C_4, R_1 and R_2 are functions of n only. Equation (3) is for a general case and is valid for any value of n .

3. Procedure for calculating the grip length D

Data: given $L, B, H, W, Q_h, \gamma, \Phi$.

1. Assume angle of wall friction, $\delta = \Phi/2$, or any other suitable value.
 $am = al = \tan \delta$,
2. Determine K_p, K_a and A for the given values of Φ and δ ,
3. Assume $e = B/6$.
4. Assume $n = 1.0$. Determine values of R_1 and R_2 from Fig. 5.
5. Substitute the values in equation (3) and balance the right and left hand sides as explained in example.
6. Calculate forces P_1 and P_2 . Take C_1 and C_2 from Fig. 4.
7. Check $a_m = (P_1 - Q_h - P_2)/W \leq a_1$
8. If $a_m \leq a_1$, D is adequate. If $a_m > a_1$, assume a lower value for n .
9. Find the new values of R_1 and R_2 from Fig. (6) and repeat the steps from (5) onwards.

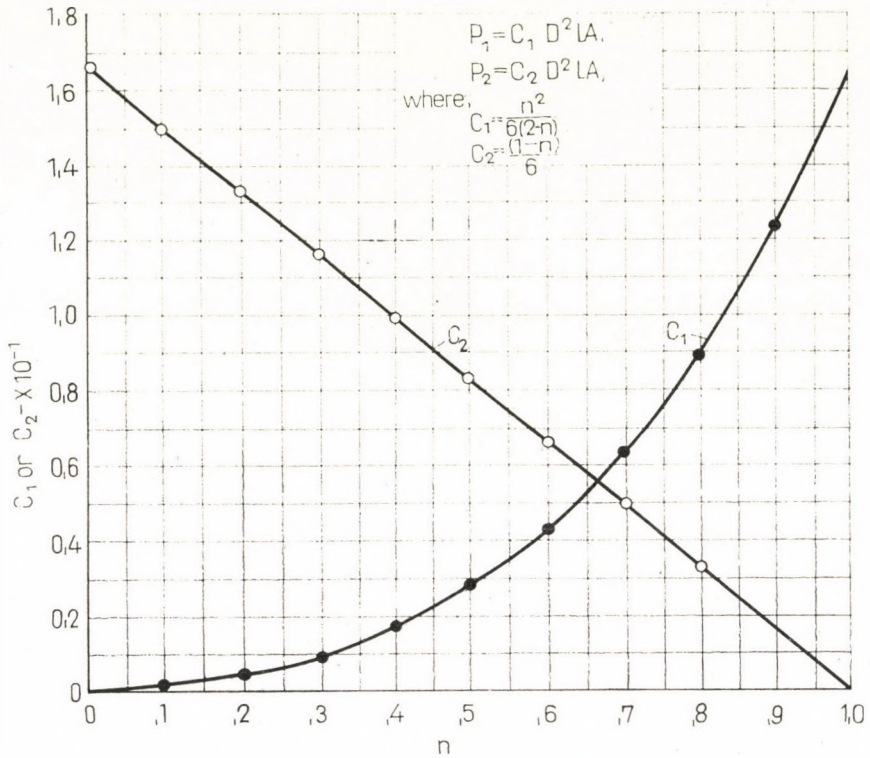


Fig. 4. Coefficients C_1 & C_2

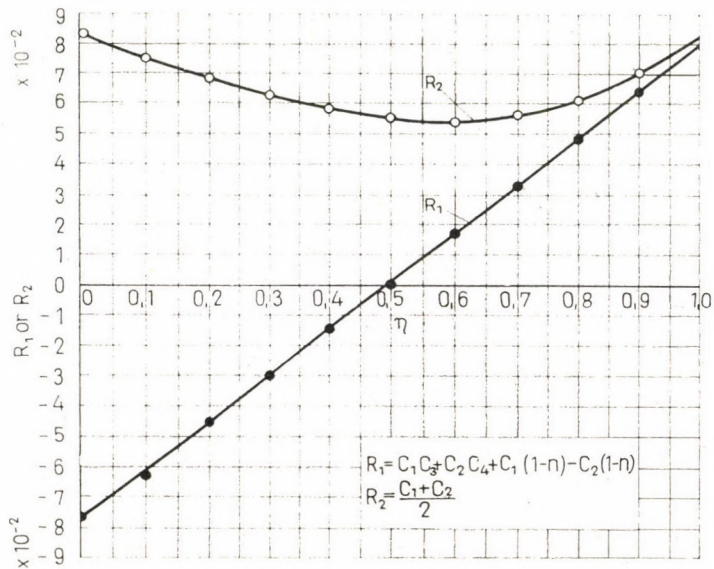


Fig. 5. Coefficients R_1 & R_2

The above procedure allows the point of rotation to occupy a position compatible with the external forces and the dimensions of the caisson. An assumption of $e = B/6$ implies that the maximum pressure σ_1 is twice the normal base pressure $\sigma_n = W/(LB)$ and the minimum base pressure σ_2 is zero. If a factor of safety of 3 is used in the calculation of allowable bearing capacity, then this will get reduced to 1,5 when full seismic load acts. This is quite adequate for seismic conditions. If a higher factor of safety is needed, a smaller value for e may be assumed.

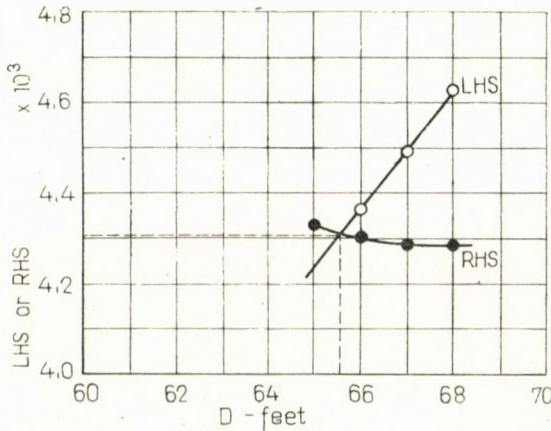


Fig. 6. Graphical procedure for determining grip length, D

4. Examples

The method presented above was adopted for computing the grip lengths of caisson foundations for some of the major bridges in India. Table I includes the seismic design loads, soil data provided and computed values of grip lengths for these caissons. The step by step procedure for computing the grip length is explained below for two of the caissons:

Example 1: Brahmaputra bridge at Amingaon

Data given:

$$\begin{aligned}
 L &= 53,5' & B &= 32' \\
 Q_h &= 1479,5 \text{ tons} & Q_h H &= 1, 29 870 \text{ Tft (For seismic condition)} \\
 W &= 12,810 \text{ T} \\
 \gamma &= 0,0268 \text{ T/Cft}, & \phi &= 30^\circ \\
 (1) \text{ Assume } \delta &= \phi/2 = 30^\circ/2 = 15^\circ \\
 a_m &= a_1 = \tan \delta = 0,268 \\
 (2) \left. \begin{aligned} K_p &= 4,80 \\ K_a &= 0,42 \\ K_p &= K_p - K_a \\ &= 4,38 \end{aligned} \right\} \text{ for curved surfaces of failure.} \\
 A &= \gamma K_p' l = 0,0268 \times 4,38 = 0,118
 \end{aligned}$$

(3) Assume $e = B/6 = 32'/6 = 5,30'$

(4) Assume $n = 1,00$

From Fig. 5

$$R_1 = 7,9 \cdot 10^{-2}, R_2 = 8,35 \cdot 10^{-2}$$

(5) D can be computed by using equation (3), i.e.

$$\begin{aligned} D^2 &= \frac{Q_h(H + D) - W e}{ALB(R_1 D/B + a_1 R_2)} = \\ &= \frac{(12\,987 + 0,1480 D - 1,2810 \cdot 5,33) \cdot 10^4}{0,118 \cdot 43,5 \cdot 32 \cdot 10^{-2} \left(\frac{7,9}{32} D + 0,268 \cdot 8,35 \right)} = \\ &= \frac{6,2 + 0,1480 D}{0,494 D + 44} \cdot 10^4. \end{aligned}$$

The above equation can be solved for D such that LHS = RHS.

For different values of D assumed, the computed values of LHS and RHS are given below:

D (feet)	LHS	RHS
68	4624	4285
67	4480	4290
66	4356	4300
65	4225	4330

Plotting LHS and RHS against D (Fig. 6) we find that at $D = 65,6'$, LHS = RHS = 4305.

(6) Earth pressures P_1 and P_2 are computed as below.

From Fig. 4

$$C_1 = 0,167, C_2 = 0$$

$$P_1 = C_1 D^2 LA = 0,167 \cdot 4356 \cdot 53,5 \cdot 0,118 = 4640 \text{ tons.}$$

$$P_2 = C_2 D^2 LA = 0 \text{ tons}$$

$$(7) a_m = \frac{P_1 - Q_h - P_2}{W} = \frac{4640 - 1480 - 0}{12\,810} = 0,236 < 268$$

(8) Since $a_m < a_1$ a value of $66'$ for D is adequate. This is against a provided grip length of $65'$

The above example clearly shows that for the loading conditions and dimensions of the caisson as in bridge 2 (Table I), the point of rotation would lie at the base.

Example 2: Yamuna bridge at Kairana

Data given: Diameter of the caisson = $20'$.

Side of an equivalent square

$$= \sqrt{\frac{\pi}{4} \cdot (20)^2} = 17,7'.$$

$$Q_h = 104 \text{ T, } Q_h H = 4910 \text{ Tft (For seismic conditions),}$$

$$W = 475 \text{ T, } \gamma = 0,0268 \text{ T/cft,}$$

$$\Phi = 30^\circ.$$

Working out step by step, as in Example 1, it is found that if the point of rotation lies at the base ($n = 1,0$), the mobilized coefficient of base friction, a_m , is equal to $0,57$ which is greater than a_1 . Assuming a lower value for n and repeating the procedure, it is found that when $n = 0,85$, all the equations of static equilibrium are satisfied. The grip length computed is $38'$.

The above example clearly shows that the point of rotation need not necessarily be at the base but its position depends upon the loading conditions and the caisson dimension.

5. Discussions

The lateral earth pressure distribution assumed in this analysis is such that no flow condition at the scour level is assured. The pressure distribution assumed for a working load is parabolic, which as per the published literature seems to be probably the real one, and not triangular as generally assumed in limit analysis.

This earth pressure distribution has been obtained by applying a factor safety 3 on the limit resultant earth pressure distribution. A comparison of the grip lengths computed by this method and the actual values provided in the field, shows more less good agreement between the two. This only indicates that the method proposed is safe. Whether it gives maximum economy or not has to be checked with the help of field tests, which are at present in progress at this Institute.

6. Conclusions

The method proposed here is very simple and can be made use of by field engineers without any difficulty. A comparison of the computed values for grip length with the ones actually provided in the case of some major bridges in India shows that the values computed by this method are safe.

*

The authors are grateful to Prof. Dinesh MOHAN, Director, C.B.R.I., for his encouragement in the preparation of this paper. This forms a part of the normal research programme of the Central Building Research Institute, Roorkee and is published with the permission of the Director.

REFERENCES

1. PENDER, E. B.: The lateral Support Afforded to Piers Founded in Sands. *Jnl. Institution of Engineers, Australia*, **19** (1947)
2. ROSCOE, H.: A Comparison of Tied and Free Pier Foundations. *Proceedings of the fourth International Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, **1** (1957)
3. MORI, H.—TAJIMA, S.: The Application of Pressiometre Method to the Design of Deep Foundations. *Soil and Foundation*, **4** (1964)

Исследование боковой устойчивости кессонов

В. Н. С. Мурту—Р. Канур

Излагается простой метод, разработанный для проверки боковой устойчивости кессонов, создаваемых в песчаных грунтах. Основы решения классические теоретические предположения. Для упрощения проверки принимаются положения. Кессоны, рассчитанные при помощи предложенного метода, подходят для практики; результаты служат в пользу устойчивости. В работе дается сравнение длин захвата, рассчитанных методом авторов, а также примененных в действительности на построенных в Индии крупных мостах.

EFFECT OF ADJACENT FOUNDATIONS ON BEARING CAPACITY

A. MYSLIVEC—Z. KYSELÁ

INSTITUTE OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, PRAGUE, ČSSR

Bearing capacity of adjacent foundations is measured experimentally with the aid of models. Two different kinds of sands and test pieces with uniform size are used. The influence of the spacing and depth of the test piece is studied. The results have shown that these parameters influence the bearing capacity up to about 20 per cent either in a negative or in a positive sense. This fact can be explained by the slip zones in the sand.

The paper reports on tests undertaken to determine the spacings of foundations at which interferences occur, i.e. at which the bearing capacity increases or decreases with the foundations at different depths.

Two foundations of identical size were tested, each with a cross section of $1 \times 10 = 10 \text{ cm}^2$. Two sand types were used in the tests: a coarse standard sand NII, and a fine standard sand EJF. The symbols refer to brand designation under which the sands are supplied.

Table I

Characteristics of the sands used

Sand	Range of grain sizes dia. mm	Porosity n %		Specific gravity ρ/cm^3
		max.	min.	
NII	0,5 to 1,0	46,1	37,0	2,66
EJF	0,1 to 0,2	50,4	36,0	2,66

The test were made in a $50 \times 50 \times 50 \text{ cm}$ sheet metal box. The model of the foundation was always placed at the centre of the box.

The sand was placed in the box in 1,5 cm thick layers, and uniformly compacted by hand. Compacting was performed so well that porosity was $n = 37,6\%$ for both sand types. At this porosity, density was $1,66 \text{ p/cm}^3$. Compacting uniformity was checked in each layer with a penetrometer. After each test, the box was emptied and refilled with fresh sand in the manner just described. The foundation models were hinge suspended on a dynamometer; this instrument measured the magnitude of the force acting on the base of the foundation. Even in the most favourable cases, i.e. at great foundation

depths and large spacings, the shear zones extended to the surface at a distance of at least 4 cm from the box edge.

To photograph the shape of the failure zone below the foundations, the tests were arranged in a somewhat different way. The box was $30 \times 30 \times 30$ cm, and one of its walls was made of heavy glass. It was next to this wall where the model was placed and the movement of grains below the foundation was photographed.

The shear strength of the two sand types was determined in shear box tests. The measured values are summarized in Table II.

Table II
Physical properties of the sands used

Measured value	Sand type in the box	
	NII	EJF
Coefficient of friction $\operatorname{tg} \varphi$	0,80	0,89
Internal friction angle φ	$38^{\circ}40'$	$41^{\circ}40'$
Residual coefficient of internal friction $\tan \varphi_r$	0,61	0,70
Residual internal friction angle φ_r	$31^{\circ}20'$	$35^{\circ}00'$
Critical displacement Δl	1,4 mm	1,3 mm
Initial porosity in the box n_0	37,4%	39,8%
Rate of displacement in the shear strength test	0,4 mm/min	0,4 mm/min
Porosity in bearing capacity tests n	37,6%	37,6%

The tests of ultimate bearing capacity were performed as follows: the foundations were driven in the soil at a rate of 0,4 mm/min. The force acting there on during driving in was measured with a dynamometer, while the settlement of the foundations was followed as indicated in Fig. 1. After the ultimate bearing capacity has been reached — on the average at about 2 mm — the load applied decreased by 30 to 40% while the foundation continued to penetrate the soil to a depth of approximately 5 to 8 mm.

Afterwards higher loads were needed to drive the foundation still further. Fig. 2 shows the results of one of the bearing capacity tests of two foundations spaced $S = 0,5$ cm apart, at a foundation depth of $t = 1$ cm in sand EJF.

During the tests, the depth of foundation varied from $t = 0$ to $t = 6$ cm, and the spacing of the foundations from $S = 0$ to 20 cm, to find which t and S values the interference between the foundations would be brought about at.

The total number of tests run with the sand type NII and with the movement of grains photographed in the subsoil was 181. The bearing capacity tests in which no photographs were taken numbered 85 for sand NII, and 42 for sand EJF. Some of the tests were repeated several times to allow a rough estimate of the variability of results which ranged between 6 and 8%. The values obtained in the tests are reviewed in Table III. In case of repeated tests, the entries give the mean values.

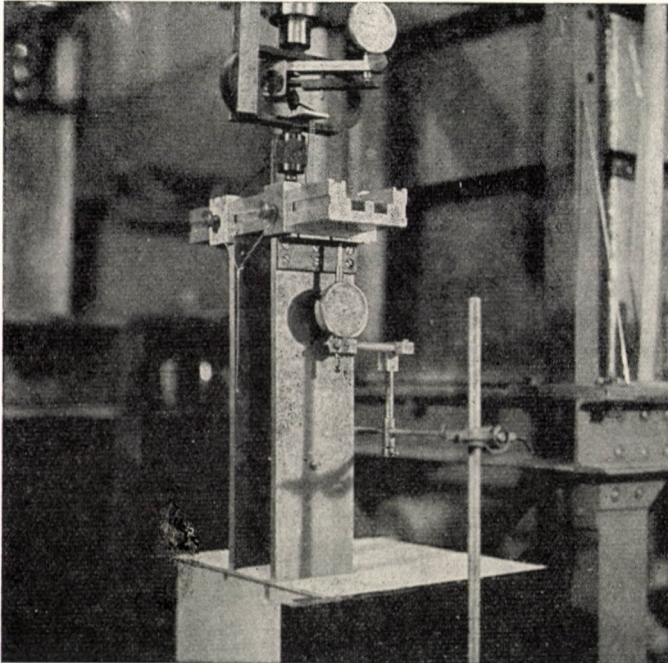


Fig. 1. Arrangement of the test for measuring the bearing capacity of two foundations

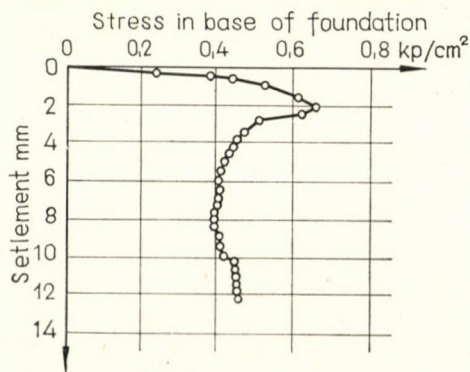


Fig. 2. Bearing capacity determined experimentally

The results of tests run with sand NII are graphically represented in Fig. 3. As the Figure clearly shows, the increase of ultimate bearing capacity was up to 100% for reduced spacing $S/B = 0,5$ to 1,2. There was no interference at spacings $S/B = 4$ to 5 and depths t/B over 2,3. At larger spacings, there was a decrease of foundation bearing capacity to as much as 20% at $S/B = 10$. As spacing S was increased still further, the decrease of bearing capacity started to grow less, and at $S/B = 15$ and t/B more than 3, there was no interference whatsoever. The interference was the greater, the more the

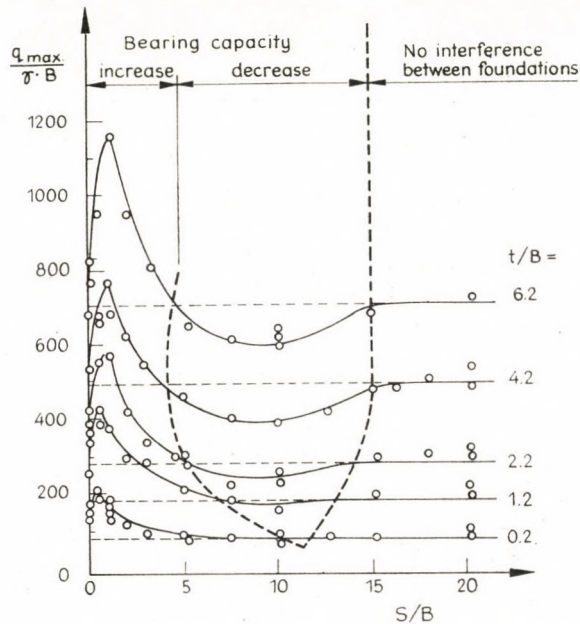


Fig. 3. Effect of the adjacent foundation on the increase or decrease of bearing capacity

depth of foundation increased. Considering for example, a foundation 1 m wide at a depth of 1 m, i.e. $t/B = 1$, the decrease in ultimate bearing capacity was found to be no more than 8% at $S/B = 10$. On the other hand, the ultimate bearing capacity increased by 115% at $S/B = 0,8$. For the foundation dimensions considered, this increase would take place at spacing $S = 0,8 \times 1 = 0,8$ m, and disappear at $S = 7,6 \times 1 = 7,6$ m. At still larger spacings, the ultimate bearing capacity would diminish until at spacing $S = 13 \times 1 = 13$ m, it would again equal the value of at no interference.

The per cent increase and decrease in the ultimate bearing capacity of the foundations are shown in Fig. 4. Curves are fitted through having equal percentual variations of ultimate bearing capacity. The curve connecting the points with no interference between foundations is drawn in full line. Two

such curves were obtained, one on the transition from increased to decreased ultimate strength, the other at the spacing at which the slip surfaces do not touch.

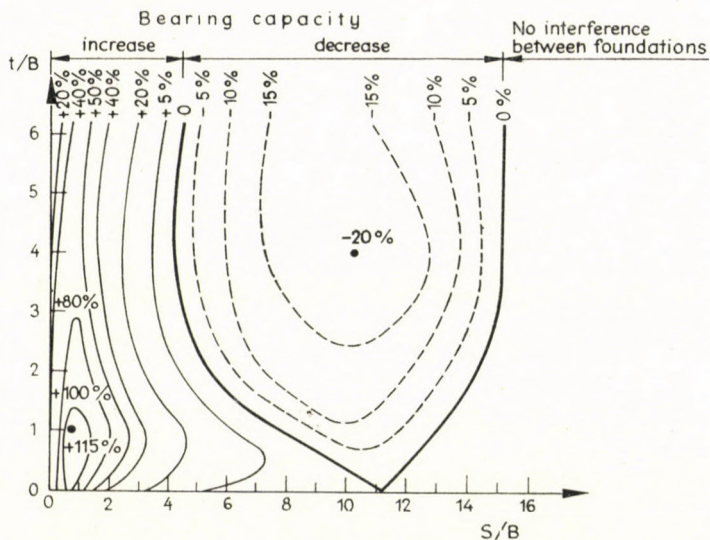


Fig. 4. Effect of the adjacent foundation on the increase or decrease of bearing capacity in % of the ultimate load of the unaffected foundation

Table III

Measured ultimate bearing capacity of foundations

		Ultimate bearing capacity k_p							
Spacing S		0,0	0,5	1,0	2,0	3,0	5,0	10,0	20,0
Depth of foundation t		cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Sand NII									
0,0	cm	4,46	5,64	4,68	3,44	3,14	2,76	2,29	2,71
1,0	cm	7,45	11,55	10,52	8,25	7,99	6,14	4,95	5,79
2,0	cm	10,73	15,61	16,08	11,73	9,61	8,71	6,88	8,39
4,0	cm	13,61	21,54	21,45	17,16	15,38	12,82	11,08	14,00
6,0	cm	20,45	26,50	32,40	26,60	22,40	17,80	17,41	19,75
Sand EJJ									
0,0	cm	5,52	5,85	5,02	5,38	2,98	2,98	—	5,18
1,0	cm	10,05	11,42	13,50	9,68	8,46	—	9,65	7,92
2,0	cm	14,70	18,25	—	12,80	12,12	—	10,20	11,70
4,0	cm	18,63	21,44	20,01	19,30	18,60	—	16,79	17,80
6,0	cm	—	42,40	25,72	20,75	20,01	—	28,75	27,50

Once the ultimate load has been reached, slip surfaces in the soil arise, the shape of which was determined by TERZAGHI, MEYERHOF and other authors.

The bearing capacity is calculated from the formula

$$q_{\max} = \gamma t N_q s_q d_q i_q + 1/2 \gamma B N_\gamma s_\gamma i_\gamma + c N_c s_c d_c i_c$$

where

N_q, N_γ, N_c	— bearing capacity factors (functions)
t	— depth of foundation
B	— width of foundation
γ	— unit weight of soil
c	— cohesion of soil
s	— shape factor for foundation
d	— depth factor for foundation $f(t/B)$
i	— inclination factor for load

If the spacing of the foundations is sufficiently large, their slip surfaces do not touch at all, as shown in (Fig. 5a).

If the foundations are very close to one another (Fig. 5b), they act as though they were one with width $2B + S$ and, as a result, the ultimate bearing capacity is higher than the bearing capacity of the two foundations.

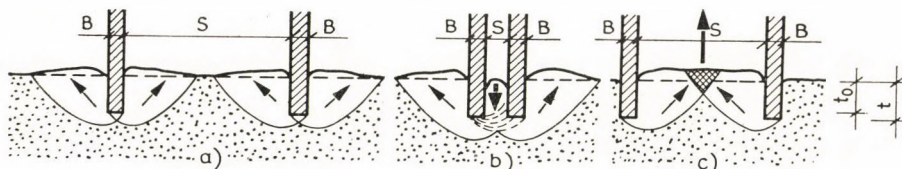


Fig. 5. Slip surfaces under two foundations at various distances S of one from the other

As spacing S is increased, the effect of friction on the inner side of both foundations diminishes until, at a certain value, the increase in ultimate load manifests itself no longer. At a still larger S , slip surfaces form between the foundations only. The two foundations co-operate in squeezing out soil from the space between them (Fig. 5c). The ultimate bearing capacity of the foundations is then lower. If spacing S is equal to or larger than the distance between the points at which the slip surfaces come up to the top of the soil, interference between foundations takes place no longer.

The movement of soil in the neighbourhood of the foundations may be followed on the photographs shown in Figs 6 and 7. In the first photograph the foundation spacing is small, the slip surfaces run out only on the outside of the foundations, and the soil between the foundations co-operates with them in increasing the ultimate bearing capacity. The slip surfaces in Fig. 7 form for the most part between the foundations. The foundations join in

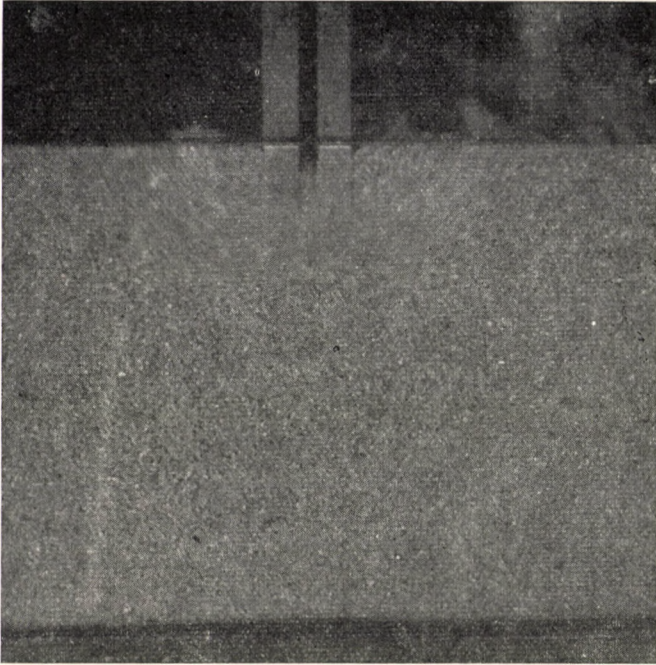


Fig. 6. Movement of sand grains when the foundations are close together. Slip surfaces are outside the two foundations only



Fig. 7. Slip surfaces are inside and outside of the two foundations

squeezing out the soil from the space between them and, as a result, the ultimate bearing capacity lessens.

The diagrams in Figs 3 and 4 can be used for loose soils with an angle of internal friction $\varphi = 38^{\circ}40'$. To determine spacing S at which there is no interference, for various depths of foundations in loose soils with the angle of internal friction differing from that of the sand used, a separate examination of slip surfaces touching one another was made. The study involved only those spacings at which the decrease of ultimate load was no longer observed, and at an increase of which no interference took place.

The solution started from the formation of failure zones according to MEYERHOF, to which the secondary active zone of SOBOTKA was attached.

Fig. 8a shows the slip zones of surface-laid foundations at ultimate load. There are active zone I, transition zone II, and passive zone III formed in the subsoil. The foundation spacing at which the slip surfaces touch the top of the soil is

$$S = 2Be^{\pi/2 \tan \varphi} \cdot \tan(\pi/4 + \varphi/2).$$

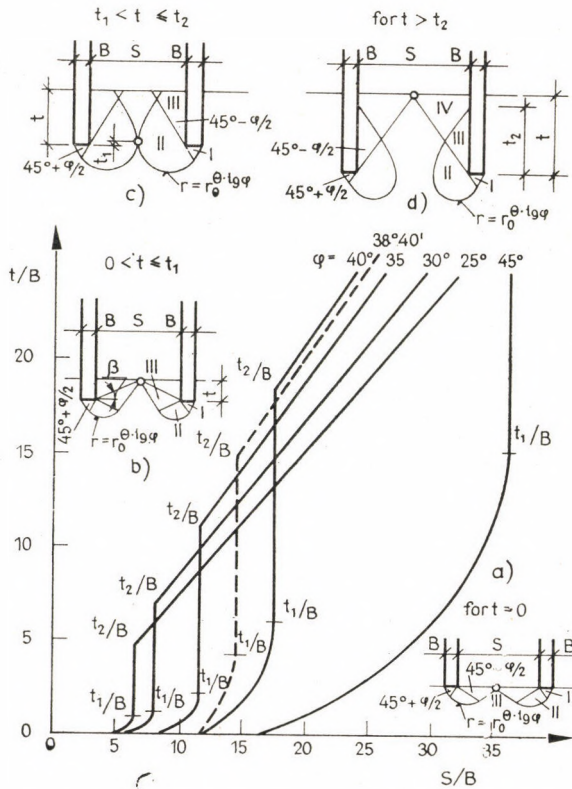


Fig. 8. The distance between the two foundations S when the foundations do not affect one another

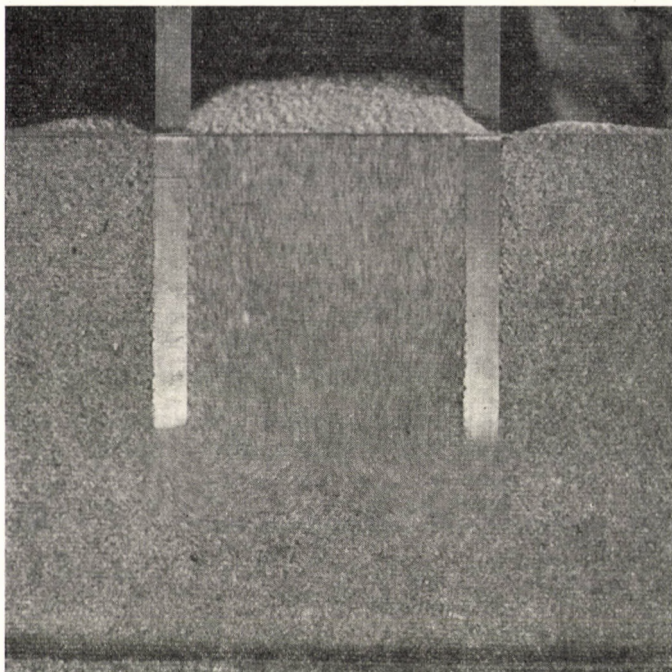


Fig. 9. Slip surfaces are between the two foundations

At shallow foundation depths, the shear surfaces also touch one another on the top of soil, Fig. 8b. As compared to the preceding case, the transition zone is larger and the point of shear surface emergence lies farther away from the foundation. The distance between foundation and shear surface emergence was determined with the aid of MEYERHOF's diagrams which yielded angle β from the horizontal, Fig. 8b. Spacing S at which no interference takes place, is double the distance between shear surface emergence and foundation. This procedure can be used up to a foundation depth $t_1 = r_1 \sin \varphi$, when

$$r_1 = r_0 e^{(3/4\pi + \varphi/2)} \tan \varphi,$$

and

$$r_0 = \frac{B}{2 \cos(\pi/4 + \varphi/2)}.$$

At foundation depths between t_1 and t_2 , the slip surfaces touch in the lower rounded part II at height t_1 above the base of the foundation level, Fig. 8c. The contact point of the shear surfaces does not change up to the foundation depth of

$$t_2 = B e^{\pi/2 \tan \varphi} \tan(\pi/4 + \varphi/2).$$

Spacing S at which there is no interference is

$$S = 2 B r_1 \cos \varphi .$$

Foundations situated at a depth of $t > t_2$ give rise to secondary shear surfaces touching one another on the top of the soil, as indicated in Fig. 8d. The plane bounding the secondary active zone IV passes through the foundation edge at depth t and subtends angle $(45^\circ - \varphi/2)$ with the vertical. In this case no interference takes place whenever the foundation spacing is

$$S = 2 t \tan (\pi/4 - \varphi/2) .$$

Spacings S with no interference between foundations, calculated in the above manner are plotted in Fig. 8 for angles of internal friction $\varphi = 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 38^\circ 40', 40^\circ$ and 45° . It is to see that the values obtained in sand tests with $\varphi = 38^\circ 40'$, and marked with a dotted line in the diagram, are in good agreement with the calculated values. The curves can, therefore, be used in determinations concerning the effect of a foundation on the ultimate bearing capacity of adjacent foundations laid at equal depth.

The diagram reveals for example that, at a reduced depth $t/B = 4,5$, foundations in soil with $\varphi = 40^\circ$ interfere up to spacings of $17,4 B$. On the other hand, with foundations laid at the same depth in the soil, whose $\varphi = 25^\circ$, interference takes place to spacings of up to $6,3 B$ only.

The 20% decrease in ultimate bearing capacity of foundations is not too large. In contrast, the 115% increase is very remarkable and should be taken into account.

Влияние присоединяемых оснований на несущую способность

A. Мисливец—З. Кисела

Определение экспериментальными измерениями (используя модели) несущей способности расположенных в непосредственной близости друг к другу фундаментов. Было испытано два вида песка (используя идентичные по размерам образцы), далее изучено влияние расстояния между моделями и их глубина. Результаты показали, что факторы до 20%-ов воздействуют на предельную нагрузку в положительном или отрицательном смысле. Объяснение этого явления следует искать в полосах скольжения песка.

EINBRINGEN UND ZIEHEN VERSCHIEDENER BAUELEMENTE DURCH RÜTTELN

M. PĂUNESCU

TECHNISCHE HOCHSCHULE, TIMIȘOARA, RUMÄNIEN

The paper presents several aspects of vibration used for sinking and pulling out different units of the soil. For this purpose a series of vibratory or vibro-percussion devices were designed, made and investigated; they were used to sink and pull out piles, sheet-piles and pipes, as well as to sink reinforced concrete columns. The experimental work was carried out in different soils (sand and clay) as well as with various parameters of vibratory devices. On the basis of the experimental work, a series of values were established for the soil resistance and for the parameters of the vibratory devices as well. The conclusions permitted to apply the method on a series of building sites leading thus to some final conclusions for the engineering practice.

1. Einleitung

An der Hochschule für Bauwesen Timișoara (Rumänien) wurden, vom Jahre 1958 an, verschiedene Möglichkeiten der Anwendung des Rüttelns im Grundbau untersucht. So wurde das Einbringen und Ziehen der Pfähle und Spundbohlen, die Flächen- und Tiefenverdichtung des Bodens, das Einbringen von unterirdischen Rohren quer zu Straßen, die Durchführung von Bohrungen zwecks bodenmechanischer Untersuchungen, das Einbringen von Säulen usw. erprobt und praktisch durchgeführt [1].

Die vorliegende Arbeit zeigt in dieser Beziehung einige mit Geräten einfacher Konstruktion gewonnene Ergebnisse. Da diese Geräte unter sehr verschiedenen Bedingungen eingesetzt wurden, können einige Schlüsse gezogen werden, die bei der weiteren Verwendung dieser Arbeitsmethoden beachtenswert erscheinen. Alle Geräte arbeiten nach dem gleichen Prinzip: Die Schwingungskräfte werden durch zwei, in entgegengesetztem Sinn rotierende exzentrische Massen erzeugt, wobei die waagerechten Komponenten der Fliehkräfte sich ausgleichen und die lotrechten sich addieren. Die Versuche wurden in Sand und in Ton durchgeführt, wobei Rüttelgeräte und Rüttel-Schlaggeräte Verwendung fanden.

2. Versuche mit Rüttelgeräten

Die im folgenden beschriebenen Versuchsrüttler wurden vom Verfasser und von seinem Mitarbeiter entworfen, ausgeführt und erprobt.

Der Versuchsrüttler VE1. (Technische Daten s. in Tafel I.) Er besteht aus zwei Hauptteilen: das Gehäuse des Rüttlers und der Elektromotor (Bild 1). Im Gehäuse befinden sich auf zwei Kugellagern gestützten Achsen je zwei

Wuchtmassen. Die beiden Achsen mit den Wuchtmassen sind an einem Ende mit zwei Zahnrädern verbunden, so daß bei Drehung der einen in einem Sinn, die andere eine entgegengesetzte Drehung erfährt. Zur Einleitung der Drehbewegung wurde das freie Ende einer Achse mit einer Rolle für zwei Treibriemen mit Trapezquerschnitt versehen, die den Elektromotorantrieb übertragen.

Der *Versuchsrüttler VE2* (Bild 2) hat dasselbe Funktionsprinzip und Konstruktionschema wie der Rüttler VE1, abgesehen von einigen konstruk-

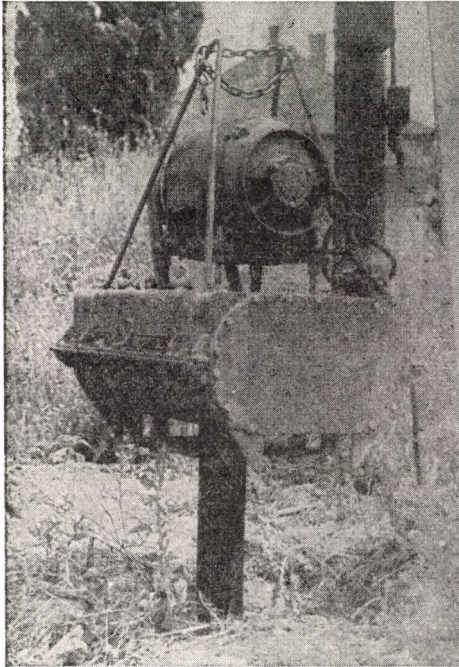


Bild 1. Der Rüttler VE1 beim Einbringen eines Stahlrohres

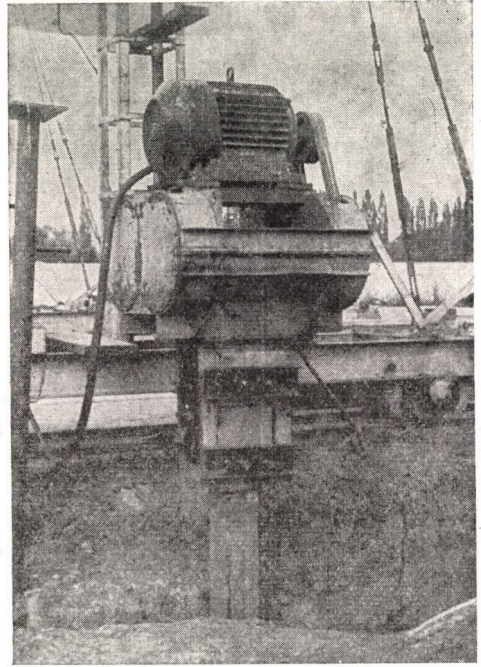


Bild 2. Der Rüttler VE2 beim Einbringen eines Holzfahles

tiven Änderungen. Das Gerät ist von robuster Konstruktion. Wie aus Tafel I zu ersehen ist, stellt der Rüttler VE2 einen kräftigen Schwingungserzeuger dar, der eine Rüttelkraft bis zu 31 Mp entwickeln kann.

Der *Versuchsrüttler VE3* (Bild 3) stützt sich auf dasselbe Prinzip und Konstruktionschema wie die Rüttler VE1 und VE2; seine Kennzeichen sind in Tafel I eingetragen. Bei dem mit einem Kurzschlußelektromotor kleiner Leistung (1,7 KW) ausgestatteten Rüttler VE3 kann die Umdrehungszahl der Wuchtmassen in einem oder in anderem Sinn kontinuierlich geändert werden. Dies wurde durch die Verwendung eines Wechselstromgenerators mit veränderlicher Frequenz ermöglicht, der geeignet ist, diesen Rüttler in Bewegung zu setzen. So konnten die Versuche mit größtmöglicher Wirksamkeit und genügender Genauigkeit durchgeführt werden.

Tafel I

Die technischen Kennzeichen der Rüttler VE1, VE2, VE3

Kennzeichen	Rütteltyp		
	VE1	VE2	VE3
Statisches Moment der Wuchtmasse, kpcm	180	2700	35
Umdrehungszahl der Wuchtmassen, Umdr./Min	1000 ÷ 1800	1000	1500 ÷ 3200
Maximale Schwingungskraft, Mp	2 ÷ 6,5	31	0,87 ÷ 3,92
Größe der Zusatzgewichte, Mp	—	—	—
Gesamtgewicht, Kp	700	1500	90
Leistung des Elektromotors, KW	5,8	28	1,7 ÷ 3,2

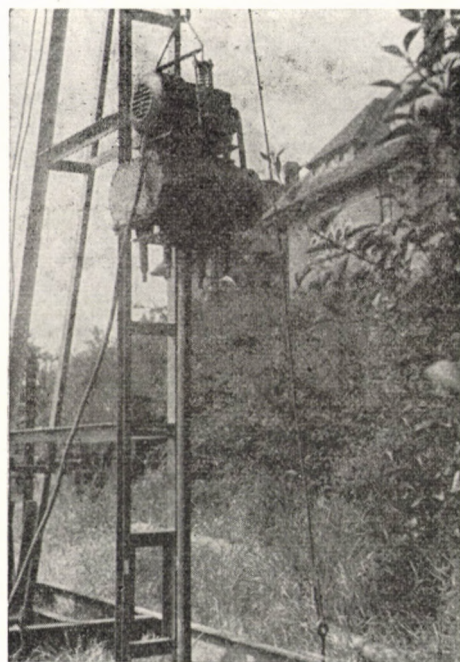


Bild 3. Der Rüttler VE3 beim Eintreiben eines Stahlrohres

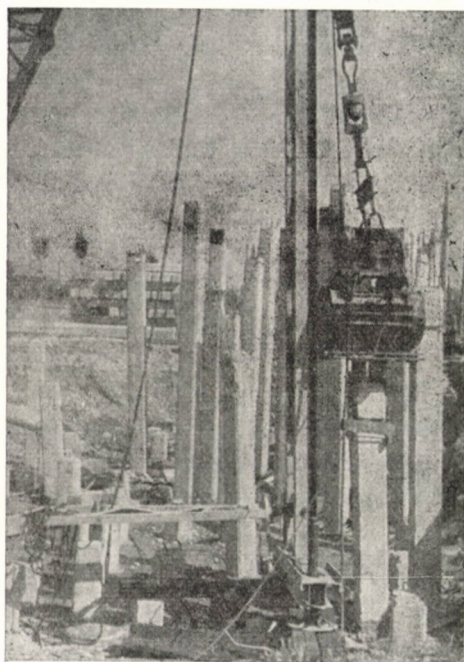


Bild 4. Ziehen der Stahlbetonpfähle am Bauplatz eines Getreidesilo

Der Rüttler *M.T.Tc.* ist für das Einführen von Stahlbetonröhren mit einem Außendurchmesser von mindestens 1 m und einer Länge von 25 ÷ 30 m bestimmt. Die technischen Kennzahlen dieses Rüttlers sind in Tafel II zusammengestellt.

Tafel II

Technische Kennzeichen des Rüttlers M.T.Tc

Die Umdrehungszahl der Wuchtmassen, n Umdr./min.	Schwingungskraft P_0 , in kp, für:			
	M = 26 123 kpcm	M = 21 400 kpcm	M = 15 290 kpcm	M = 7 207 kpcm
382	41 932	34 250	24 464	11 531
476	65 530	53 516	38 226	18 017
573	94 364	77 064	55 045	25 945
669	128 442	104 892	74 923	35 314
766	167 758	137 002	97 859	46 124

Bemerkung: Das Gesamtgewicht des Rüttlers ist 8,6 Mp und die Motorstärke ist 190 KW.

Mit diesen Geräten wurden zahlreiche Versuche durchgeführt. Eine Reihe von Arbeiten wurde unmittelbar unter Baustellenbedingungen ausgeführt. Davon seien folgende erwähnt.

a) *Einbringen und Ziehen von Stahlbetonpfählen*

Für das Einbringen von Stahlbetonpfählen wurde zuerst der fest mit dem Pfahl verbundene Rüttler VE2 eingesetzt. So wurden am Bauplatz einer Pumpstation 6 m lange Pfähle mit einem Querschnitt von 30×30 cm durch einen sandigen Boden getrieben und ungefähr 1 m tief in eine feste Tonschicht eingerammt. Pfähle mit denselben Abmessungen wurden auch bei einer Baustelle der Schiffswerft Galati in den Baugrund eingebracht.

Eine bis vor kurzem als undurchführbar betrachtete Aufgabe ist das Ziehen der Stahlbetonpfähle und -Spundbohlen. Bei den Gründungsarbeiten für ein Getreidesilo bot sich die Gelegenheit, Rüttler dafür einzusetzen.

Der Baugrund bestand aus $1,0 \div 1,5$ m Humusschicht, $1,5 \div 2,0$ m weichplastischem Ton, $2,5 \div 3$ m Kiessand und einer festen Tonschicht. Unter jeder Silozelle waren 8 und 10 m lange Stahlbetonpfähle mit einem Querschnitt von 30×30 cm vorgesehen, die mit einem gegenseitigen Abstand von 60–80 cm in konzentrischen Kreisen versetzt werden sollten.

Ungefähr 120 Pfähle haben während des Rammens mit einem 3 Mp Rammbaren Schäden erlitten (Zerstörung des Pfahlkopfes, Bruch des Pfahles usw.), da einerseits die Qualität einer Gruppe von Pfählen nicht den Forderungen entsprach und andererseits infolge der Verfestigung des Bodens durch das Rammen der benachbarten Pfähle die Arbeit erschwert wurde. Diese Pfähle

konnten nur $5 \div 6$ m tief, also nicht bis zur vorgesehenen Tiefe, eingetrieben werden (Bild 4); sie mußten also gezogen werden. Die herkömmlichen Methoden des Ziehens (mit Winden und starken Kränen) versagten. Es wurde daher vorgeschlagen, die Reibung zwischen Pfahl und Boden durch Rütteln herabzusetzen.

Das Gerät für das Ziehen der Pfähle besteht aus einem Bagger, ausgerüstet mit einer Hebevorrichtung, Führungskerzen, einem Flaschenzug für die Herabsetzung der Last und der Hubgeschwindigkeit, einem mit dem Pfahlkopf fest verbundenen Rüttler VE2, dessen Befestigungsvorrichtung und einem Schwingungsdämpfer.

Zuerst wird der befestigte Rüttler in Betrieb gesetzt, und dadurch die Reibung zwischen Pfahl und Baugrund herabgesetzt. Sodann wird mit dem Ziehen begonnen. So konnten die erwähnten Pfähle herausgezogen werden.

Die mit einer Meßbrücke ausgeführten Vergleichsmessungen der Ziehkraft ergaben hohe statische Werte (bis zu $40 \div 50$ Mp) und bedeutend kleinere (etwa 30% der statischen) Werte der dynamischen Ziehkraft.

b) Einbringen und Ziehen stählerner Spundbohlen

Beim Bau eines Aluminiumkombinates mußte auch ein Staudamm errichtet werden. Um die Ausführung der Arbeiten der ersten Etappe zu ermöglichen, wurde ein mit Stahlspundwänden vom Typ Larsen IV abgegrenzter Raum gebildet; später wurden die Spundbohlen herausgezogen [2].

Auf Vorschlag des Verfassers wurden Rüttler eingesetzt, um die Reibung zwischen den Spundbohlen und zwischen den Spundbohlen und dem Baugrund herabzumindern.

Der Baugrund bestand aus einer $4 \div 8$ m starken Schicht Flußkies, die auf festem Ton gelagert war. Die Spundbohlen wurden $1 \div 1,5$ m tief in die untere Schicht eingespannt.

Für das Ziehen der Bohlen wurde die schon weiter oben beschriebene Einrichtung verwendet, nur wurde die Verbindung Rüttler Bohle-VE2 mit Hilfe von konischen Keilen hergestellt.

Mit diesem Verfahren konnten große Einsparungen erzielt werden, so daß auch in der zweiten Etappe dieses Rüttelverfahren verwendet werden konnte.

In gleicher Weise wurde beim Bau einer Wasserfassung für ein chemisches Kombinat der Rüttler VE2 beim Ziehen von Spundbohlen eingesetzt. Die zum Ziehen erforderliche Zeit war 1,5 Minuten für die 5 m langen und 2 Minuten für die 7 m langen Bohlen. Es muß hervorgehoben werden, daß die gezogenen Spundbohlen keine Schäden aufwiesen. Die statische Ziehkraft von ungefähr 40 Mp wurde durch das Rütteln um 90% herabgesetzt.

c) Tiefenverdichtung mit Hilfe von Erdfpählen

Beim Bau der Nationalstrasse DN 6 wurde das Rüttelverfahren zur Ausführung von Sandfpählen verwendet.

Das Arbeitsgerät zur Ausführung der Sandfpähle besteht aus einer mit einer Hubvorrichtung, Führungskerze und einem mit dem Stahlrohr fest verbundenen Schwingungserzeuger ausgerüsteten Kran.

Mit schlaffem Hubseil dringt das vom Rüttler bewegte Stahlrohr bis zur vorgesehenen Tiefe ein. Sodann wird der Rüttler abgestellt, und die nasse Mischung aus Sand und Kies in das Rohr eingebracht. Unter erneutem Rütteln wird das Rohr herausgezogen. Die aus vier zusammenklappbaren Teilen bestehende Spitze des Rohres öffnet sich dabei und hinterläßt einen gut verdichteten Sandfpahl.

Ebenfalls für Tiefenverdichtung, aber bei einem Löß, wurde beim Bau eines Hüttenkombinates das Rüttelverfahren beim Bohren wie auch beim Verdichten eingesetzt [1]. Mit Hilfe des Rüttlers VE1 wurden 12÷14 m tiefe Löcher mit einem Durchmesser von 80 mm gebohrt. Dabei konnte die Bohrzeit von 75 Minuten im Falle eines Bohrgerätes vom Type Uralez auf 5 Minuten herabgesetzt werden, was natürlich beträchtliche Einsparungen zur Folge hatte.

d) Einbringen und Ziehen der bei Elektrosilikatisierung verwendeten Injektionsrohre

Ungleichmäßige Setzungen von Löß unter dem Fundament eines Wasserturmes führten zu einer Neigung desselben.

Um den Wasserturm wieder senkrecht zu stellen, wurde folgendes Verfahren gewählt. Die höher gelegene Seite des Fundamentes wurde durchnäßt. Nachdem die senkrechte Lage des Turmes erreicht wurde, mußte der Baugrund durch Elektrosilikatisierung verfestigt werden [1].

Während der Elektrosilikatisierungsarbeiten mußte eine Reihe von teils senkrechten, teils 2 : 1 bzw. 1 : 1 geneigten Bohrlöchern ausgeführt werden, die die Elektroden aufnahmen. Die senkrechten Bohrungen mußten 5,00 m und die schiefen 5,50 m beziehungsweise 7,00 m tief sein. Sie wurden mit Hilfe des Rüttlers VE3 durchgeführt. Durch die Anwendung des Rüttelverfahrens wurde der Zeitbedarf um 50% herabgesetzt.

Beim Bau einer Zuckerfabrik mußte für das Fundament eines Aggregates eine 5 m tiefe Baugrube mit einer Fläche von 50 m² bereitgestellt werden. Der Baugrund war ein feiner, wassergesättigter Sand.

Infolge des hohen Grundwasserspiegels mußte das Wasser aus der Baugrube entfernt werden. Dabei bestand die Gefahr, daß das gepumpte Wasser den feinen Sand mitspült und so die Fundamente der Hallenstützen und -wände gefährdet werden.

Deshalb wurde bei den Erdarbeiten das Verfahren der Elektrosilikatisierung mit Elektroden von $4,50 \div 5,00$ m Länge angewendet. Das Einbringen erfolgte durch Rütteln, mit dem Rüttler VE3, wobei der Zeitbedarf von 30 Minuten beim Rammen der Rohre auf 3 Minuten herabgesetzt wurde. Beim Eintreiben mittels Rammhären werden ungefähr 40% der Elektroden zerstört. Durch Rütteln wurde keine einzige Elektrode beschädigt.

e) Einbringen von Stahlbetonsäulen

Bei dem Bau einer Donaubrücke mußten Stahlbetonsäulen mit einem Durchmesser von 1,20 m und einer Länge von 30 m in den Baugrund eingetrieben werden. Deshalb wurde zusammen mit dem Forschungsinstitut für Transportwesen (I.C.T.) und der Generaldirektion für Bauwesen im Ministerium für Verkehrswesen und Nachrichtenübermittlung (M.T.Tc.) ein dazu geeigneter Rüttler entworfen, gebaut und erprobt.

Bei den Versuchen am Donauufer wurden kurze Einbringungszeiten erreicht: 1,5 Minuten für die ersten 6 m, 3 Minuten für die nächsten 6 m und 5 Minuten für noch 6 m. (Für die restlichen Teile der Säule sind die Einführungszeiten nicht bekannt.)

Die Ergebnisse der Versuche führten zur Wahl der Gründung auf Säulen. Die erwähnte Brücke wird gegenwärtig ausgeführt.

3. Einbringen von Pfählen mittels Schlagrüttler

Die mit Rüttlern ausgeführten Versuche zeigten, daß beim Einbringen der Stahlbetonpfähle in lehmigen, verhältnismäßig festen Baugrund oft Schwierigkeiten auftreten.

Das Schlag-Rüttelverfahren, das aus dem gleichzeitigen Einwirken von Schwingungen und Schlägen in der Einbringrichtung der Pfähle besteht, sichert eine größere Wirkung bei der Durchdringung dieser verfestigten Schichten [1], [3].

Zu diesem Zwecke hat man einen Schlagrüttler (Bild 5) konstruiert. Der dazu gehörige elektrische Antriebsmotor wurde an einer Platte befestigt, die mit dem oberen Teil des Rüttlers durch 4 Federn verbunden war, um die Übertragung der Schwingungen auf den Motor zu vermeiden.

Die Betriebsparameter dieses Schlagrüttlers sind: Umwuchtmoment, 500 kpcm; Gewicht des Schlaghammers, 500 kp; Gesamtgewicht des Schlagrüttlers, 700 kp; Antriebsmotor, 14 KW; Tourenzahl der Umwuchtmassen, 850 Umdrehungen/Minuten.

Der Schlagrüttler wurde durch Einpressen des an der Kopfplatte des Pfahles befestigten konischen Bolzens in eine entsprechende Vertiefung am unteren Teil des Ambosses mit dem Pfahl verbunden (Bild 6).

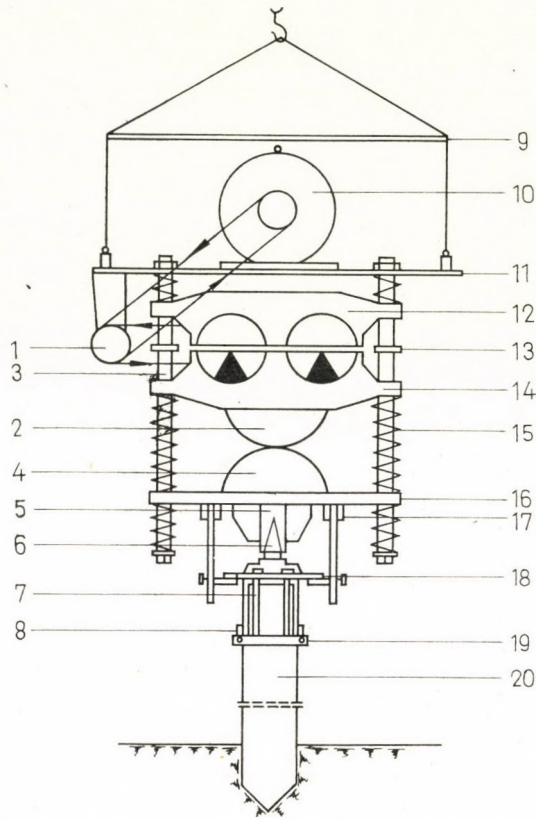


Bild 5. Prinzipschema des verwendeten Schlagrüttlers. 1 — Zwischenachse; 2 — Hammer; 3 — Führungsstab; 4 — Amboß; 5 — Haube; 6 — kegelförmiger Bolzen; 7 — Schraube; 8 — Plättchen; 9 — Rahmen; 10 — Motor; 11 — Stützplatte; 12 — Rüttler; 13 — Schraubennutter; 14 — Führungsring; 15 — Feder; 16 — Grundplatte; 17 — Befestigungseinrichtung mit Achse; 18 — Platte des Kegels; 19 — Schraube; 20 — Pfahl

Die verhältnismäßig guten Versuchsergebnisse ermöglichten, die Gründung eines Wohnblockes durchzuführen.

Da der Baugrund aus einem lehmigen Schüttboden mit einer Dicke von 3,50 bis 4,80 m und einer Schichte Kiessand bestand und der Grundwasserspiegel bei $-2,00$ m lag, wurden die vorgesehenen Einzelfundamente in 4,5 m Tiefe durch 5 m lange Stahlbetonpfähle mit einem vollen 30×30 cm Querschnitt ersetzt (Bild 7).

Die Einbringungszeit eines Pfahles schwankte zwischen 6 und 25 Minuten, in Abhängigkeit von der Eindringtiefe in die Kiesschicht ($0,7 \div 1,2$ m).

Die Beanspruchung der Pfähle war unbedeutend [4]. Obwohl die Längsbewehrung aus nur 4 $\varnothing 12$ mm bestand und Bügel mit $\varnothing \leq 6$ mm in Abständen von 15 cm verwendet wurden, traten keine Risse auf.

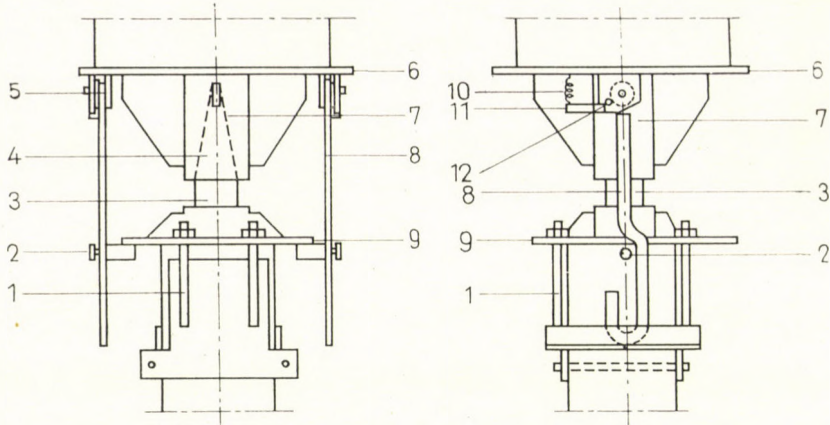


Bild 6. Vorrichtung zum gleichzeitigen Heben des Pfahles und des Schlagrüttlers. 1 — Schrauben; 2 — Gleitmutter; 3 — Bolzen des Kegels; 4 — Kegel; 5 — Befestigungsvorrichtung; 6 — Grundplatte; 7 — Haube; 8 — Haken; 9 — Platte des Kegels; 10 — Feder; 11 — Hebel; 12 — Sperrvorrichtung

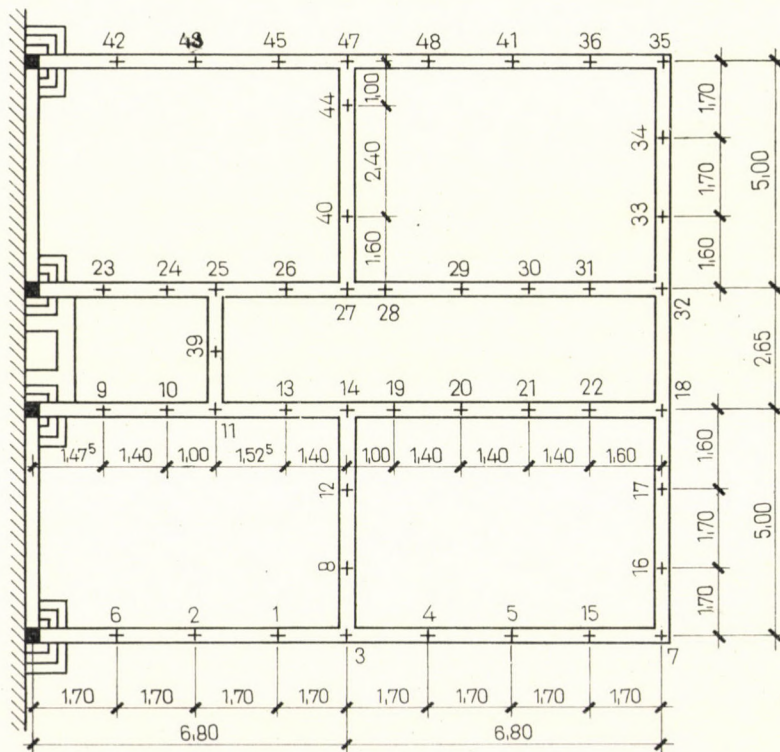


Bild 7. Lageplan der Pfähle für das Wohnhaus in Arad, Filimon Sirbu Straße

Die Ergebnisse einer Kostenvergleichsrechnung für drei Gründungsarten sind in der Tafel III zusammengestellt.

Tafel III

Kosten der Gründungsarbeiten in drei verschiedenen Ausführungen, in Lei

Arbeitskategorien	Wohnblock P+4, Arad		
	Gewöhnliche Fundamente (bei -1,2 m)	Tatsächliche Fundamente (bei -4,5 m)	Fundamente auf vorgefertigte Pfähle
Erdarbeiten	1 431	6 699	967
Transporte	1 900	2 640	2 367
Einfacher Beton	15 178	1 791	300
Stahlbeton	—	5 107	1 232
Betonstahl	—	14 515	3 120
Zement	18 900	10 000	9 700
Schalung und Spreizung	1 798	10 873	1 589
Vorgefertigte Pfähle	Beton	—	3000
	Schalung	—	680
	Betonstahl OL	—	7100
	Manuell hergestellt	—	1650
			12 430
Einführungslänge der Pfähle	—	—	6,472
Arbeitsleistung	5 060 100%	14 583 287%	5 302 105%
Maschinen	2 374 100%	5 003 211%	12 099 510%
Gesamtkosten	25 421 100%	35 153 208%	49 811 123%
Auf die entfaltete Fläche bezogene Kosten	31,3	65,2	59,2
Kosten je Wohnung	1 524	2 757	2 495

Im Vergleich zur Gründung in 4,5 m Tiefe, mit einer Sohlpressung von 4,2 kp/cm², erzielt man bei vorgefertigten, durch Schlagrüttler eingebrachten Pfählen Einsparungen von 14 ÷ 20%.

4. Schlußfolgerungen

Aus den angeführten Beispielen ist es ersichtlich, daß das Rüttelverfahren mit Erfolg beim Einbringen verschiedener Elemente (Pfähle, Spundbohlen, usw.) in den Baugrund sowie beim Herausziehen derselben eingesetzt werden kann. Es muß jedoch darauf geachtet werden, daß die verwendeten Rüttel- und Schlagrüttelgeräte entsprechende Parameter aufweisen. Diese

Parameter hängen, wie es in der Arbeit [1] ausführlich gezeigt ist, von der Art und den Abmessungen der einzutreibenden Elemente wie auch von den Eigenschaften des Baugrundes ab.

Tafel IV gibt einige Orientierungswerte, die auf Grund der beschriebenen Versuche ermittelt wurden.

Tafel IV

Für den Entwurf von Rüttlern empfohlene Werte (auf Grund von Versuchsergebnissen)

Tiefe m	Leichte Elemente			Schwere Elemente		
	ω Sek ⁻¹	a cm	η	ω Sek ⁻¹	A cm	η
5—7	180 ÷ 120	0,2 ÷ 0,5	10 ÷ 6	100 ÷ 60	0,8 ÷ 1,1	8 ÷ 4
	(150)	(0,35)	(8)	(80)	(0,95)	(6)
8—12	120 ÷ 80	0,5 ÷ 0,7	5 ÷ 3	60 ÷ 40	1,3 ÷ 1,9	5 ÷ 3
	(100)	(0,6)	(6)	(50)	(1,6)	(4)

Bemerkung: Für Lehmböden werden die unteren Grenzen der Frequenz beziehungsweise die oberen Grenzen der Amplitude empfohlen.

Es wurden folgende Bezeichnungen verwendet: ω — Winkelgeschwindigkeit der Wuchtmassen; a — Amplitude der Schwingungen des als frei angenommenen Elementes; Für $\omega = 40—100$ sek⁻¹ kann man $a \approx M/G$ setzen, wobei M das statische Moment der Wuchtmassen und G das Gesamtgewicht des einzutreibenden Elementes und des Rüttlers sind (wenn ihre Verbindung starr ist); $\eta = a\omega^2/g$ stellt das Verhältnis zwischen der Beschleunigung der Schwingungen ($a\omega^2$) und der Erdbeschleunigung (g) dar.

Das letzte der angeführten Beispiele zeigt, daß das Verfahren der Einbringung von Stahlbetonpfählen mittels Schlagrüttlern für Tonböden gut geeignet ist. Es ist wirksamer als das einfache Rütteln, mit dem bei kohäsionslosen Böden gute Ergebnisse erreicht werden können.

Die schwache Beanspruchung während der Einbringung der Stahlbetonpfähle ermöglicht bedeutende Stahleinsparungen, da die Größe der Bewehrung nur von den Transport- und Montagebedingungen abhängig ist. Durch die richtige Wahl der Parameter des Schlagrüttlers und des Verhältnisses zwischen dem Gewicht des Schlagrüttlers und des einzubringenden Elementes, kann eine hohe Produktivität erreicht werden.

Es ist zu empfehlen, Schlagrüttler zu bauen, die leicht in einfache Rüttler verwandelt werden können und so bei Arbeiten in verschiedenen Baugrundarten eingesetzt werden können [1].

SCHRIFTTUM

1. PĂUNESCU, M.: Folosirea vibrațiilor la executarea unor lucrări de geotehnică și fundații (Die Anwendung des Rüttelns bei der Ausführung von bodenmechanischen Untersuchungen und Gründungsarbeiten). Editura Tehnică. București 1966
2. BERCEANU, I.: Baraj pentru captarea apei din Crișul Repede la C. E. T.-Uzina de alumina Oradea. (Staudamm zur Wasserfassung aus dem Crișul Repede-Fluß beim C. E. T.-Aluminium Werke, Oradea). *Noutăți pe șantierele de construcții M. C. I. C. R.* 2 (1967)
3. SILAȘ, GH.—PĂUNESCU, M.—GROȘANU, I.—BRÎNDEU, L.—GLIGOR, T.: Vibropercutor pentru înfigerea elementelor în pământ (Schlagrüttler zur Einbringung der Elemente in den Baugrund). *Buletinul științific și tehnic al Institutului Politehnic Timișoara*, 9 (1964)
4. GROȘANU, I.—PĂUNESCU, M.—VIRĂC, I.: Calculul solicitării unui pilot din beton armat înfipt în pământuri prin vibropercuzii (Die Berechnung der Beanspruchungen eines Stahlbetonpfahles der durch Rütteln in den Boden eingerammt wird). *Buletinul științific și tehnic al Institutului Politehnic Timișoara*, 9 (1964)

Опускание и выдёргивание строительных элементов вибрационным методом

M. Паунеску

Автор описывает ряд вибрационных методов, служащих для опускания в грунт строительных элементов, а также для выдёргивания их из грунта. Для этой цели конструировано, изготовлено и испытано ряд вибрационных и вибро-ударных устройств, которые применены для опускания и выдёргивания свай, шпунтов и труб, а также для опускания железобетонных свай. Исследования проводились в различных типах грунта (песок и глина), используя вибрационные устройства с разными техническими характеристиками. На основе проведенных испытаний определены сопротивление грунта и технические показатели виброустройств. Полученные результаты позволили использовать данный метод во многих рабочих площадках, так приводились полевые данные для инженерной практики.

PROBLEMS IN THE DIMENSIONING OF SCREEN-WALL FOUNDATIONS

Z. REGELE

BUREAU FOR SURVEYING AND SOIL EXPLORATION, BUDAPEST, HUNGARY

Two of the dimensioning problems associated with screen-wall foundations are discussed, namely, the stability analysis of the open slot and the estimation of the load bearing capacity of screen-wall foundations for vertical loads. The wall of the open slot is subjected to active earth pressure, but as a result of arching effect the ensuing stresses do not increase in a linear proportion with depth, they rather show a decreasing trend towards the bottom of the slot. Methods are given for estimating the magnitude of earth pressure for slots of rectangular and circular cross section and of finite length.

1. Introduction

It is generally recognized that mechanization in foundation works has been lagging behind the technological development in other branches of building construction. Therefore, the significance of new foundation methods attempting to do away with this discrepancy, cannot be overemphasized. In recent years increasing attention has been devoted to the application of screen-walls as foundation structures, and together with the increase of suitable equipment in Hungary, considerable practical experiences has been gained in this field. It should be appreciated, however, that in the course of this rapid development construction techniques obtained increased emphasis over more fundamental problems, i.e., the practical problems of construction dominated those related to the theory of design and analysis. Design and construction on purely empirical basis bear the risk of adversely affecting the introduction and more widespread application of new methods, inasmuch as success may assume the appearance of randomness, further more, over-conservative practices resulting in uneconomical structures may be promoted.

2. Screen-walls as foundation structures

According to their layout, shallow foundations of the screen-wall type may be classified broadly into three groups, namely

a) pier-type foundations symmetrically or nearly symmetrically arranged into rectangular-, circular-, or other (I. H., + etc.) layout;

- b) solitary, panel-type foundations of oblong rectangular layout; and
- c) continuous wall-type footings in open, or closed arrangement.

The types of foundations given in groups a) and b) are designed to carry vertical loads only, whereas those in group c) may serve a variety of purposes at a time, under particular conditions. These latter may be required to resist horizontal loads as retaining walls or to hold water pressure as water-proof tankings or cut-offs.

Requirements and conditions may be diverse even within the confines of the same building or structure, and the efficiency of screen-wall foundations may greatly depend on the degree to which the diversity of the method can be exploited under the particular site conditions. Designs of underground spaces in urban areas (deep basements, garages, etc.) may be quoted as typical examples, where under suitable conditions and with proper design the same screen-wall may be relied upon for not less than five different functions, such as enclosure and support of the construction pit, means for solving the problem of dewatering, support ensuring the stability of adjacent buildings, final structural boundary wall and load-bearing foundation.

It will readily be perceived that sound engineering and economic design of screen-wall foundations and enclosures calls for the solution of a number of structural and other engineering problems, in which — owing to the great diversity of requirements and site conditions — little positive guidance can be gained from earlier examples of successfully executed structures. The development of a suitable theoretical approach to dimensioning problems is therefore highly desirable. From among these problems two will be considered in more detail in the present paper:

- a) the stability analysis of the slot walls, and
- b) the behaviour of screen-wall foundations under vertical loads.

3. Stability of the slot walls

In the stability analysis of the slot wall the hydrostatic pressure of the slurry is compared with the earth pressure acting on the vertical faces of the slot. The slot is excavated by mechanical equipment and filled for support by a suspension of bentonite. Since the soil along the faces of the slot is loosened by excavation in a manner similar to the yield of the soil around bored piles, and the face has an opportunity for differential displacement towards the slot, active earth pressure is likely to develop. In uniform granular soils and for a depth z the magnitude of the active earth pressure is

$$E_a = \frac{z^2 \gamma}{2} \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{z^2 \gamma}{2} K_a,$$

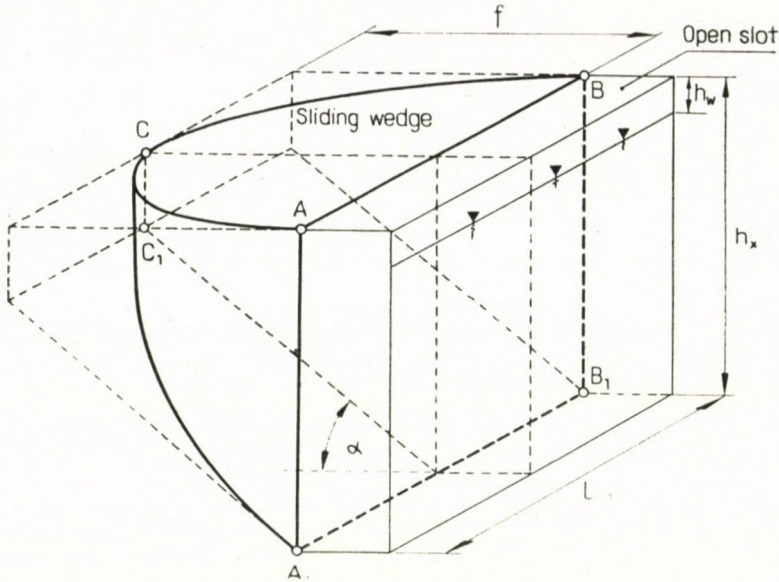


Fig. 1. Shape of the sliding wedge according to KOWALEWSKY

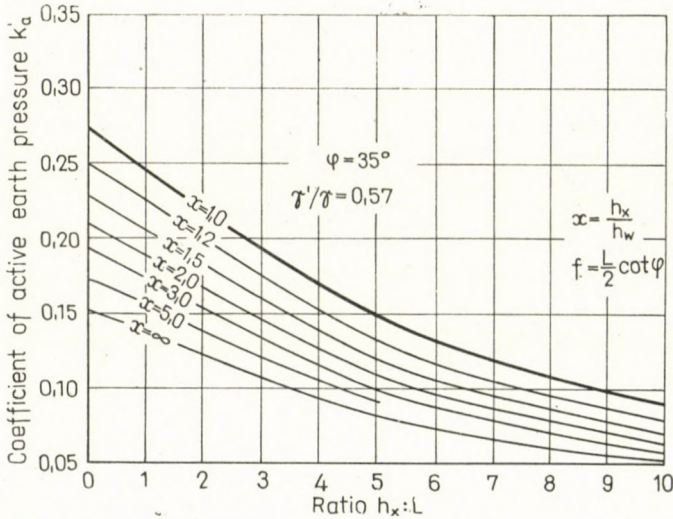


Fig. 2. Graph for determining the modified coefficient (K'_a) of active earth pressure

if the slot is assumed to be of infinite length. In practice, however, slots are excavated in sections of finite length (usually under 6 m). Consequently resistance to sliding is not confined to the curved surface of sliding but shearing stresses are mobilized also on the lateral boundary planes perpendicular to

the slot axis of the sliding wedge. For this reason in estimating the magnitude of the earth thrust acting on the slot faces, the reduction of the earth pressure coefficient K_a is fully justified. In KOWALEWSKY's theory [1] which is based on Coulomb's method, the sliding wedge is assumed to be bounded by a parabolical cylinder (Fig. 1). The modified earth pressure coefficient K'_a is a rather involved function of the coefficient of internal soil friction φ , the ratio of slot depth to slot length h_x/L , the vertical position of the groundwater table h_w and

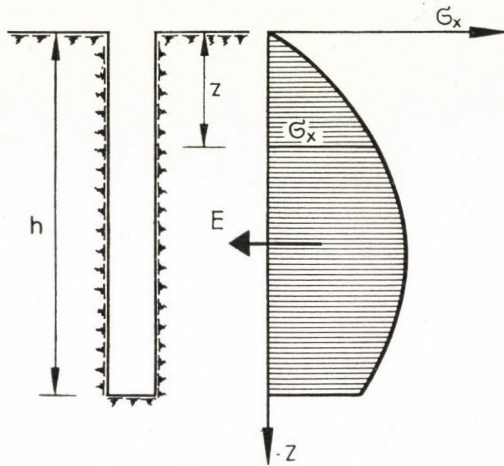


Fig. 3. Distribution of stresses resulting from active earth pressure

the bulk density of the soil γ . The value of the modified earth pressure coefficient may be obtained from graphs (Fig. 2).

In estimating the earth pressure acting on the vertical faces of the open slot consideration should be further given to the circumstance that the concept of a vertical wall rotating about its lower cornerpoint would not hold good in the present case. A closer approximation to actual conditions appears to result from the assumption that the slot face is displaced over its full height parallel to its original position. Under this assumption the hydrostatic distribution of stresses is modified by the ensuing arching effect as a consequence of which the stresses tend to decrease towards the lower part of the wall (Fig. 3). According to RENDULIČ [2] the distribution of stresses may be approximated by the following expression:

$$\sigma_x = Kz\gamma - \frac{3}{2h}(K - K_a)\gamma z^2,$$

where K is an undefined constant with values ranging from $(1,8 \div 2,4) K_a$. A workable approximation has been suggested by Terzaghi, according to which

the parabolic type distribution curve of pressures may be replaced by a trapezoidal envelope.

It is common practice that circular construction pits are enclosed by screen walls. This axially symmetrical earth pressure problem, the three-dimensional equivalent to Rankine's two-dimensional approach, has been solved by BERESANTSEV [3]. The radial stress of the active earth pressure acting upon a cylindrical surface is given by the following expression:

$$\sigma_x = a\gamma \frac{\tan(45^\circ - \varphi/2)}{\lambda - 1} \left[1 - \left(\frac{a}{r_b} \right)^{\lambda-1} \right] + q \left(\frac{a}{r_b} \right)^\lambda + c \cot \varphi \left[\left(\frac{a}{r_b} \right)^\lambda \tan^2(45^\circ - \varphi/2) - 1 \right].$$

herein

$$r_b = a + z \tan(45^\circ - \varphi/2)$$

$$\lambda = 2 \tan \varphi \tan(45^\circ + \varphi/2)$$

The pressure acting on the wall of a circular cavity of radius a in granular soil ($c = 0$) and with no external surface load ($q = 0$) is readily obtained from the graph constructed by KÉZDI [2] (Fig. 4).

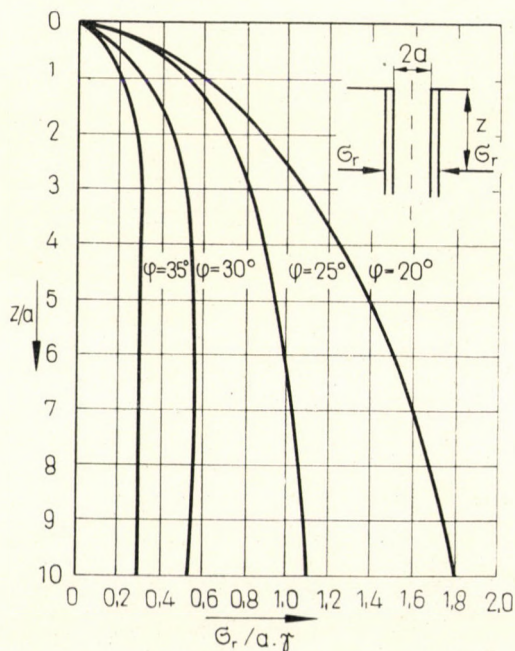


Fig. 4. Determination of radial stresses according to KÉZDI

Another, two-dimensional solution for the same problem is given by the theory of MACKEY [4] who considered the critical equilibrium condition of a circular segment sliding wedge shaped. The lower surface of the sliding wedge was assumed to be a plane, the lateral faces divergent planes. For a radius r and depth h the earth thrust acting on the convex surface is

$$E_a = \pi \gamma h^2 r \left[\left(\tan \beta + \frac{h}{3r} \tan^2 \beta \right) \cot (\beta + \varphi) - \frac{h}{3r} K_0 \tan \beta \right],$$

where

β is the angle of the sliding surface to the vertical,
 K_0 is the coefficient of pressure at rest

4. The load-bearing capacity of screen-wall foundations

The vertical load acting on the screen-wall foundation is transmitted partly through its bottom surface, partly by friction on the lateral faces to the surrounding soil. The two components of load bearing, namely point bearing and wall friction are closely interrelated and both their order of magnitude and respective contributions to total resistance depend on the acting load. The screen-wall foundation will settle under load in a vertical direction. This displacement in turn will give rise to shearing stresses on the wall faces. As long as the relative displacement of the screen wall and the soil remains small, the major part of the load is carried by wall friction. Settlement increases under increasing loads and accordingly a greater share of load is transmitted to the

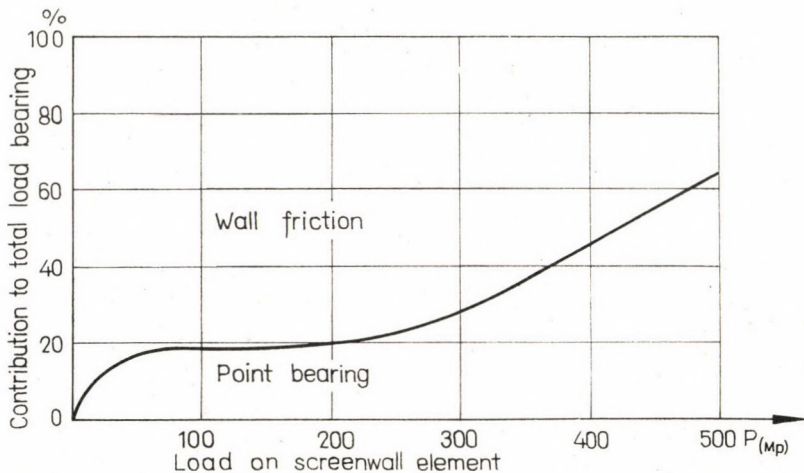


Fig. 5. The distribution of total load bearing among point bearing and wall friction in terms of load

base surface. This process continues until the shearing stresses along the mantle surface are completely mobilized. Beyond this limiting value the relationship between resistance on the base and settlement will remain linear (Fig. 5).

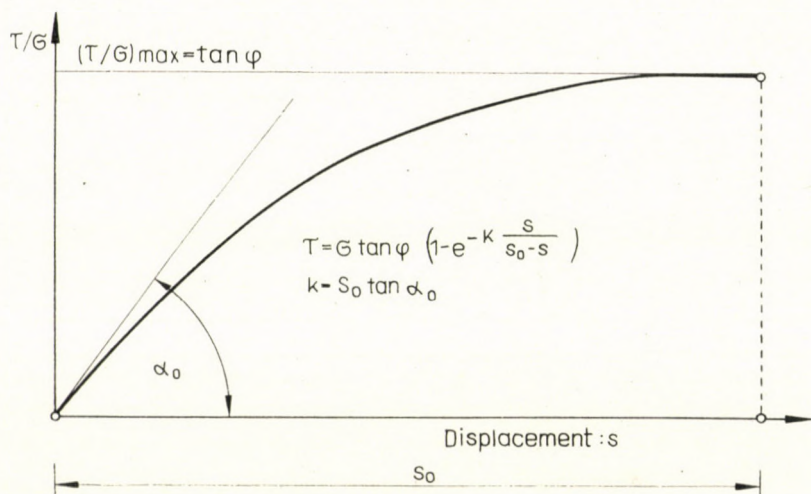


Fig. 6. Relationship between shear and normal force, as well as settlement, according to KÉZDI

where

An analytical expression for the relationship between point bearing, wall friction and vertical displacement has been given by KÉZDI [6] in the following form:

$$\tau = \sigma \tan \varphi [1 - e^{-k s / (s_0 - s)}]$$

- $\tau = \sigma \tan \varphi$ = the equation of Coulomb's envelope pertaining to failure,
- s = relative displacement between the screen wall and the soil,
- s_0 = maximum displacement required for mobilizing the total shearing stress, and
- $k = s_0 \tan \alpha = \text{constant}$ (Fig. 6).

Wall friction is the sum of shearing stresses acting upon the faces of a screen-wall element, i.e.,

$$P_s = \int_0^l \tau U \cdot dz,$$

and since the normal force is $\sigma = \lambda_0 z \gamma$,

hence

$$P_s = \int_0^l U \lambda_0 \gamma z \tan \varphi [1 - e^{-k s / (s_0 - s)}] dz.$$

Upon integration, wall friction is obtained as:

$$P_s = U\lambda_0 \gamma \tan \varphi \frac{l^2}{2} [1 - e^{-k s/(s_0-s)}].$$

In the above formulae U is the perimeter of the screen wall element, l is its depth and λ_0 is the coefficient of earth pressure at rest.

The determination of the point bearing is based on the following assumption. The resistance on the base is balanced partly by the geostatic pressure

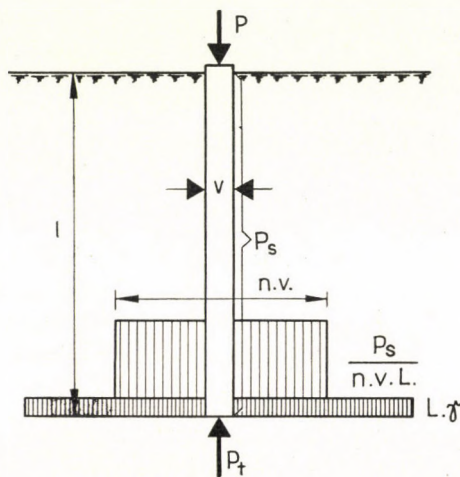


Fig. 7. Method for the determination of point bearing according to KÉZDI

acting on the base plane of the screen-wall foundation and partly by the vertical stress due to wall friction distributed over a section of $n.v$ width (Fig. 7). Its magnitude is thus

$$P_t = asv \left(l\gamma + \frac{P_s}{nvL} \right)$$

wherein

a = a constant expressing the direct proportionality between base resistance and settlement,

v = the width of the screen-wall,

L = the length of the screen-wall element,

l = the depth of the base below the ground surface, and

n = a constant ranging from 5 to 6.

Since the foundation is capable of carrying a certain load even when resting on the surface, i.e., when $l = 0$, the design formula must necessarily include an additional term:

$$P_0 = \frac{v^2 L \gamma}{2} N_\gamma$$

where N_γ is Meyerhof's bearing coefficient.

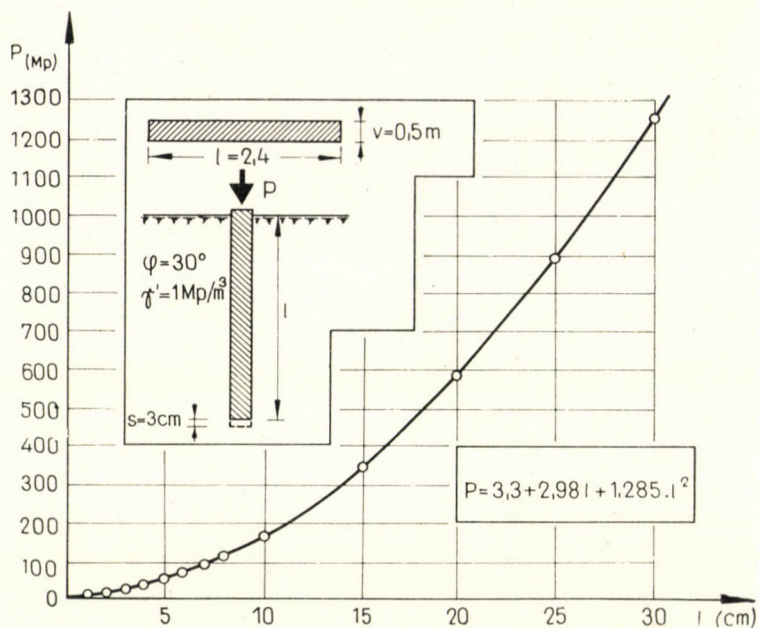


Fig. 8. The load bearing capacity of a screen-wall element plotted against depth

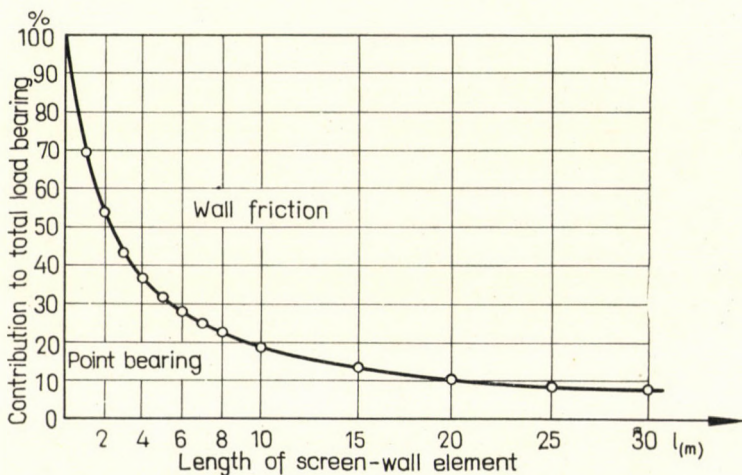


Fig. 9. Contributions of point bearing and wall friction to total load bearing capacity, in terms of screen-wall depth

The load bearing capacity P of the screen-wall foundation pertaining to any particular settlement can be determined as the sum of the three aforementioned components:

$$P = P_s + P_t + P_0.$$

In Fig. 8 the load bearing capacity of a screen-wall foundation is shown in terms of the panel length with reference to a practical example. The contribution of point bearing and wall friction to the total load-bearing capacity is materially affected by the depth of the screen-wall (Fig. 9).

5. Closing remarks

In Hungary about 30 000 m² of screen-walls have so far been constructed, and a rapid increase of this number is expected in the near future. According to a recent estimate [8] the demand for screen wall will attain 100 000 m² by 1970 and 210 000 m² by 1980. Although practical experience gained abroad on similar constructions [9], [10] was of considerable help in the introduction of this up-to-date foundation method in this country, the further development of basic theory, the verification and improvement of design and proportioning procedures are deemed necessary for meeting successfully the future requirements.

REFERENCES

1. PIASKOWSKY—KOWALEWSKY: Application of Thixotropic Clay Suspensions for Stability of Vertical Sides of Deep Trenches without Strutting. Proceedings of the Sixth Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. II, Montreal 1965, (in English)
2. KÉZDI, Á.: Soil Mechanics, Vol. I, Budapest 1960, (in Hungarian)
3. BERESANTSEV: Earth Pressure on Cylindrical Retaining Walls. Proceedings of the Brussels Conf. 58 on Earth Pressure Problems, Vol. II, Brussels 1958, (in English)
4. MACKEY: Active and Passive Pressures on Curved Surfaces. *Sols-Soils*, 17 1966, (in English)
5. KARAFIÁTH: Earth Pressure on Walls of Cylindrical Section. *Bauplanung-Bautechnik* (1953) (in German)
6. KÉZDI, Á.: Soil Mechanics, Vol. 2, Budapest, 1964 (in German)
7. JUHÁSZ—REGELE: The First Screen-Wall Foundation in Hungary. *Műszaki Tervezés* 7 (1968) (in Hungarian)
8. Potential Fields for the Application of Screen Walls. Survey by the National Committee for Technical Development, 1967, Budapest, (in Hungarian)
9. VEDER: Load-Bearing Screen-Wall Elements in the Solution of Foundation Problems. *Geotecnica* 5 (1963) (in Italian)
10. VEDER: Construction of Up-to-Date Foundations. *Der Bauingenieur* 6 (1966) (in German)

Некоторые проблемы проектирования заложения фундаментов при помощи шлицевых стен

3. Регеле

Из числа вопросов проектирования шлицевых стен, служащих для целей заложения фундамента, работа занимается двумя вопросами: исследованием устойчивости открытого паза, а также определением несущей способности основания шлицевой стены нагруженной вертикально действующей силой. На боковой стене открытого паза возникает активное давление грунта, но из-за образования свода разгрузки это не возрастает

линейно с глубиной, и снижается на нижнем участке паза. В работе излагаются методы определения давления грунта для случая бесконечных по длине, четырехугольных и круглых по сечению пазов. Зависимость между двумя факторами несущей способности основания шлицевой стены — сопротивлением подошвы и трением по оболочке, а также осадкой, происходящей под действием нагрузки — выражается экспоненциальной функцией д-р Кэзди. При помощи этой можно вычислить соответствующую некоторой данной осадки, или данной нагрузки — несущую способность и отношение сопротивления подошвы и трения по оболочке. Глубина элемента шлицевой стены в значительной мере воздействует на эти факторы.

DRIVING STRESSES IN OPEN-END STEEL PIPE PILES

I. SOVINC

UNIVERSITY OF LJUBLJANA, YUGOSLAVIA

In this paper results of laboratory tests on steel pipe piles are discussed. The values of friction obtained from these tests are compared with the results on full-scale test piles, and, finally, theoretically determined stresses in piles are compared with the stresses measured in piles during driving.

1. Introduction

Wharves are often situated aside from the central dock and are joined to the coast with light bridge constructions only. To avoid damage to both the ship and the structure, ships generally approach waterfront of such structures at a slow speed. Since the structure must absorb the kinetic energy of the moving ship, it is advisable to design such a structure that will be neither rigid to damage the ship nor too weak to yield and be damaged by excessive movement.

In the harbour of Koper, the subsoil consists of thick compressible layers, therefore, the wharf for unloading fuel- and oil tankers is founded on a number of both vertical and battered steel pipe piles, connected by a reinforced-concrete cap platform.

2. Soil data

At the site of the wharf of Koper the subsoil consists of normally consolidated recent littoral clay to a depth of nearly 30 m. This is underlain by sand and gravel, which are woven inter by thin layers of silt and silty-clay. The solid flysh stratum appears in a depth of about 50 m under sea level.

The natural water content of the clay decreases from about 60% at the surface to 35% at a depth of 30 m; the average value of liquid limit being 68%, the plastic limit 24%. The shear strength increases with the depth z according to equation $\tau_f = 0,164 z$ (after vane test).

For some samples of sand and gravel deposits the water content and the unit weight were measured in the laboratory; standard penetration tests

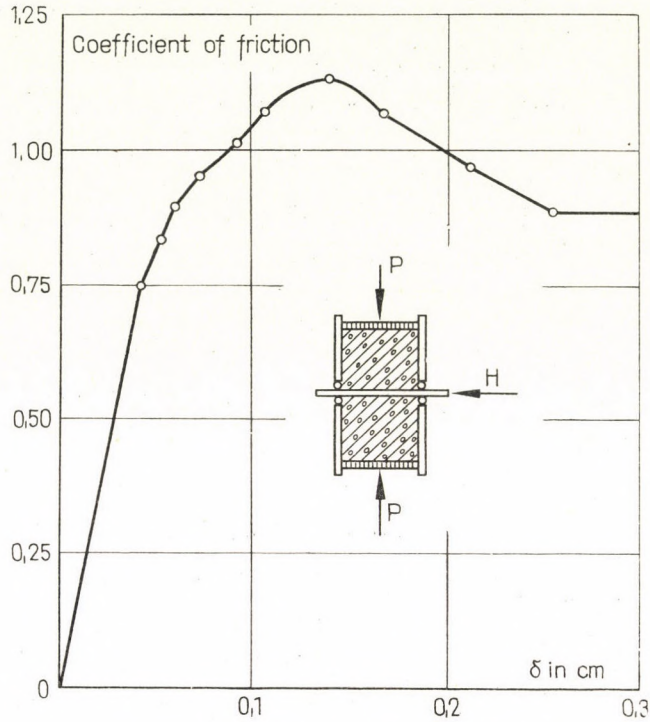


Fig. 1. Coefficient of friction between the steel plate and sandy-gravel

were performed "in situ". Some results of these tests are presented in the following table.

Depth m	Water content %	Bulk density Mp/m ³	"N" value (SPT)
28,9	—	—	21
29,9	—	—	39
30,8	18,7	2,19	—
31,5	9,7	2,05	—
31,7	21,0	2,03	—
31,8	—	2,04	70
32,4	—	—	56
32,7	—	—	26
33,2	7,0	2,38	75
33,9	10,5	2,14	55
34,3	20,8	2,03	—

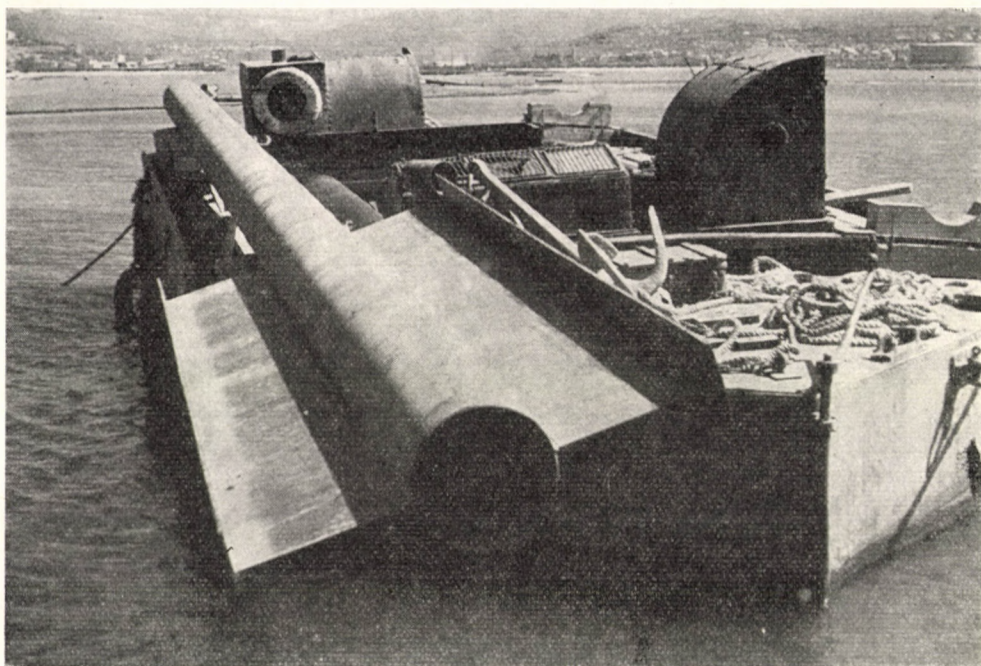


Fig. 2. Photograph of T-sections attached to the pipe pile to increase bearing capacity in the bearing layer

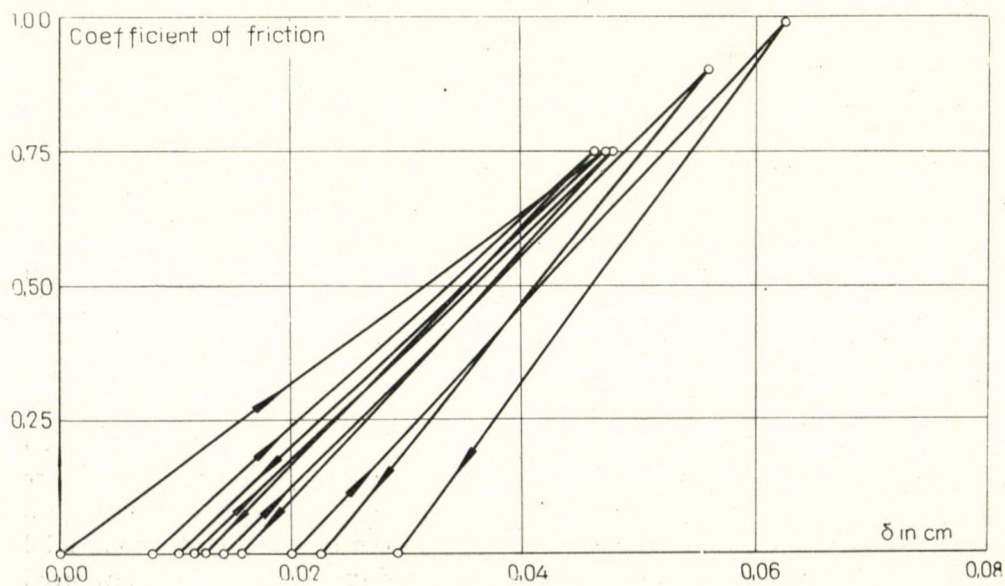


Fig. 3. Dynamic coefficient of friction

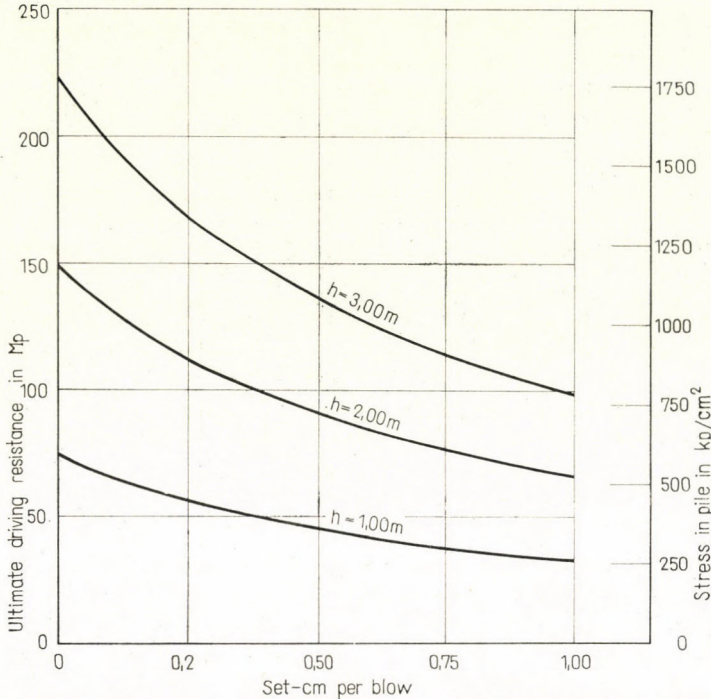


Fig. 4. Ultimate driving resistance as function of penetration

3. Bearing capacity of the steel pipe pile

Owing to the very low bearing capacity of the clayey sediments, the structure had to be founded on steel piles embedded in load-bearing granular layers at a depth of at least 29 m.

In order to determine the values of friction between steel pile and the surrounding sand and gravel, a simple laboratory test was performed. Two moulds opened on both ends were filled with the material from the depth of -29 to -34 m. (Water content 10,4%; bulk density 2,17 Mp/m³.) Between the open sides of the moulds a steel plate was inserted; in the open-end side pistons were laid enabling the sample to be loaded in the normal direction. The applied normal stress 1,4 kp/cm² represented the mean value of the horizontal pressures in the middle of the bearing sandy and gravelly layer (assuming a K-value of 0,38). Then the steel plate was pushed in horizontal direction and the pushing force as well as horizontal displacements of the plate were measured. In order to avoid the friction between the ram of the moulds and the steel plate, ball-bearings were inserted between them. The tested material contained 18% of silt, 33% of sand and 49% of gravel. The steel plate used was 11,2 mm thick.

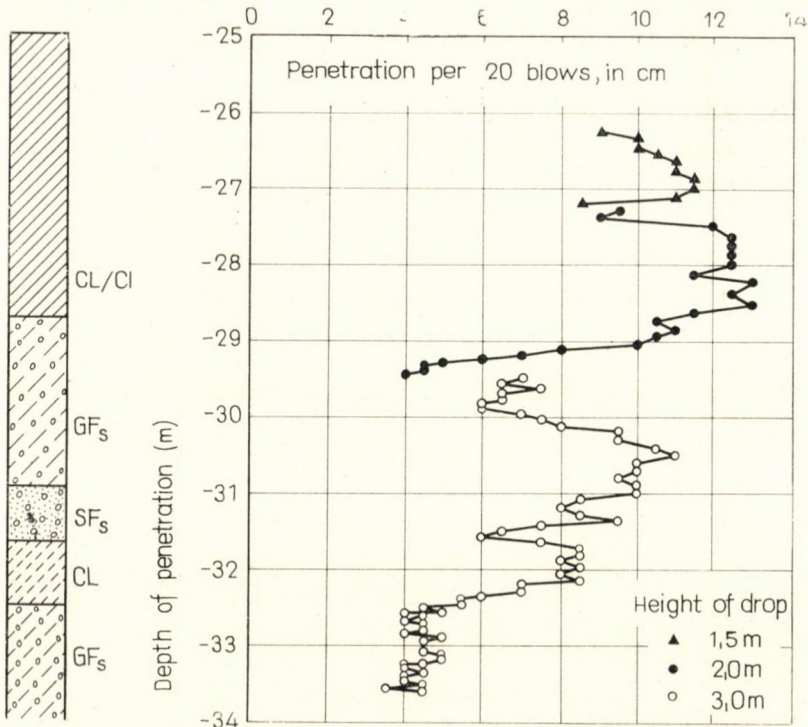


Fig. 5. Measured penetrations for the lower end of the pile in the depth of -26 to -33.5 m

Test results are given in Fig. 1 where skin friction as the function of the displacements of the plate is represented. It can be seen that after a peak value the coefficient of friction is indicating a considerable decrease with greater displacements of the plate, the remaining "dynamic" friction being nearly 22% less than "static" friction.

The open-end steel pipe piles, used in building the wharf of Koper, have a diameter of 508 mm and a shell thickness of 8 mm. They are 36 m long and spirally welded. To provide larger bearing area in the sand and gravel layer, two 60 cm wide and 5 m long steel T-sections were fastened diametrically to the bottom of the pile (Fig. 2).

The bearing capacity of piles was approximately calculated by multiplying the mantle surface of the pile (T-sections, outer and inner side of the pile) embedded in coarse-grained layer by the "dynamic" coefficient of friction as given in Fig. 3. The friction on the part of the piles driven through soft clayey sediments and through thinner layers of silty clay was not included in the calculations. The assumption was made that the soil in the lower part in the inner side of the pile does not work as a pile shoe and thus the piles are pure friction piles. While driving the piles through bearing strata, the earth

core in the pile was at about the same level as the original ground surface, therefore, the above-mentioned assumption seems to be correct.

Lest a safe working value of skin friction should not be exceeded and to avoid overdriving, the pile stresses during driving were calculated.

Fig. 5 represents an example of measured set values for various heights of drop of the hammer plotted against the depth. For $h = 3$ m, the set of piles in the final series of 20 blows was 4,25 cms (i.e. 0,21 cm per blow).

4. Measurement of stresses during driving in the pile

During driving, the stresses were measured with strain-gauges near the head as well as on several heights of the pile. In each measuring point two measuring units were diametrically to the pile. The measurements were made at 5 points, yet at two points simultaneously only, because of the apparatus used. The deformations were measured in the longitudinal direction only, and

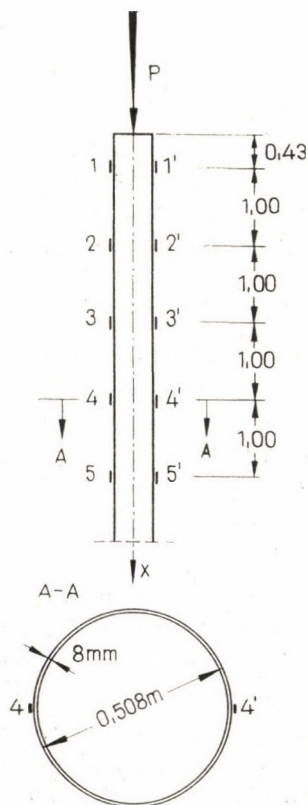


Fig. 6. Measuring points of driving stresses at the upper end of the pile

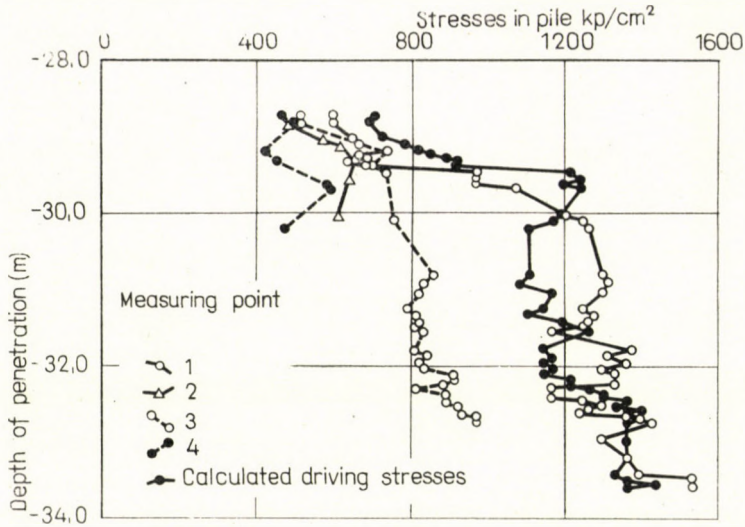


Fig. 7. Measured and calculated driving stresses for the lower end of the pile in the depth of — 29 to 33,5 m

the stresses were calculated, assuming that the stresses in the circumference directions to be zero. The measuring points are given in Fig. 6.

In Fig. 7 the mean values of the measured stresses in all points are plotted as the function of penetration depth. For every series of 20 blows the measurements for 4 to 5 blows have been taken. The measured values are compared with those computed by means of Hiley's formula.

*

The laboratory tests, the results of which are reviewed in this paper, were carried out in the Soil Mechanics Laboratory at the University of Ljubljana. The author wishes to thank the Port of Koper for their kind permission to the publication of this paper.

Напряжения, возникающие при забивке стальных трубных свай с открытым заострием

И. Шовиц

В данной работе рассматриваются лабораторные исследования, проведенные со стальными трубными сваями. Величины трения, определенные при указанных испытаниях, сравниваются с величинами, определенными на опытных сваях с масштабom 1 : 1, после чего полученные теоретическим путем напряжения сравниваются с напряжениями, измеренными в процессе забивки свай.

TRAGFÄHIGKEIT VON BOHRPFÄHLEN — EIN BEITRAG ZUR STANDARDISIERUNG

H. J. SCHÄFFNER

FORSCHUNGSANSTALT FÜR SCHIFFFAHRT, WASSER- UND GRUNDBAU, BERLIN, DDR

The paper presents test load results on bored piles, obtained between 1965-67. The loading diagrams were evaluated on the basis of the same method making use of rheological principles, in order to determine the parts of the load due to point resistance and mantle friction as well, regarding also their interaction which is a function of the pile settlement. It could be stated that the part carried by mantle friction, is, in granular soils, essentially greater than assumed so far. The paper discusses particularly the effects of the new findings on standards regarding pile bearing capacity.

1. Einleitung

Vergleicht man die bestehenden Standards über Bohrpfähle hinsichtlich ihrer Annahmen über die Abhängigkeit der Tragkraft von der Pfahlänge, so ergeben sich auffallende Diskrepanzen, deren Ursachen in unterschiedlichen theoretischen Konzeptionen über die Verteilung von Mantelreibung und Spitzendruck zu suchen sind.

Die Gegenüberstellung der entsprechenden Angaben der DIN 4014 [11] und der Entwurfsdaten JOHNS für Südkalifornien [2] liefert hierfür ein charakteristisches Beispiel.

Nach DIN 4014 Abschnitt 11 wird die in Tab. 2 in Abhängigkeit vom Pfahldurchmesser angegebene Tragfähigkeit dann gewährleistet, wenn der Pfahl bei einer Mindestlänge von 5 m mindestens 3 m in den tragfähigen Baugrund einbindet. Über das Wachstum der Tragfähigkeit mit der Einbindelänge werden keine quantitativen Angaben gemacht. Grundgedanke ist offenbar das Modell des mit der Spitze in der tragfähigen Schicht stehenden Pfahles.

Demgegenüber geht JOHN [2] bei der Zusammenstellung der Entwurfsdaten für Bohrpfähle in sandigem Baugrund mittlerer Lagerungsdichte für den Raum Los Angeles von der Annahme reiner Mantelreibungspfähle aus. Diese Annahme steht im Einklang mit seinen Versuchsergebnissen und entspricht den örtlichen Bauvorschriften, die die gleichzeitige Annahme von Mantelreibung und Spitzendruck für die Bestimmung der Entwurftragfähigkeit von Bohrpfählen verbieten.

Unsere Aufgabe wird es im folgenden sein, aus der Analyse der setzungsabhängigen Verteilung von Mantelreibung und Spitzendruck Schlußfolgerungen über die Abhängigkeit der Tragkraft von der Pfahlänge zu ziehen, die eine Grundlage für die weitere Standardisierungsarbeit abgeben können. Wir benutzen hierzu ein rheologisches Analogie-Modell, mit dessen Hilfe aus den Ergebnissen von Probelastungen charakteristische Parameter abgeleitet werden können, die die Theorie KÉZDI [3] über das Verhalten eines starren Pfahles in einem nachgiebigen Baugrund befriedigen.

2. Theoretische Grundlagen

Ausgangspunkt unserer Betrachtungen ist das in [7] entwickelte rheologische Modell, dessen Brauchbarkeit in [5] durch Vergleiche zwischen kontinuierlichen und stufenweisen Belastungen bestätigt wird. Unsere Zusammenfassung basiert auf dem in [8] dargestellten Stand des Verfahrens.

Danach läßt sich die Lastruhekurve $T(s)$ eines Bohrpfahles durch

$$T = a + bs + c \left[1 - \exp \left(\frac{-ks}{s_0 - s} \right) \right] \quad (1)$$

und die Momentanlastkurve $P(s)$ mittels

$$p = T + p' \quad (2)$$

$$p' = g \left[1 - \exp \left(- \frac{C_M}{g} s' \right) \right] \quad (3)$$

analytisch ausdrücken.

(a, b, c, k, s_0, g, C_M — Konstanten, $s' = s - s(T = P)$).

Aus theoretischen Betrachtungen über das Verhalten eines starren Pfahles im zusammendrückbaren Erdreich findet KÉZDI [3] die der Gleichung (1) äquivalente Relation

$$T = P_0 + P_{sp} + P_M \quad (4)$$

mit

$$P_0 = \alpha d_F^3, \quad (5)$$

$$P_{SP} = \beta l d_F s + P_{zs}, \quad (6)$$

$$P_M = \gamma l^2 d_M \left[1 - \exp \left(\frac{-ks}{s_0 - s} \right) \right]. \quad (7)$$

Hier bedeuten:

- P_0 — Traglastanteil für ein Flachfundament mit dem Durchmesser d_F
 P_{SP} — Spitzenlastanteil
 P_M — Mantellastanteil
 P_{zs} — Zusatzkraft, die als Folge der Mantelreibung in der Ebene des Pfahlfußes entsteht
 d_F — Pfahlfußdurchmesser
 s_M — Pfahlschaftdurchmesser
 l — Pfahllänge
 — Setzung des Pfahlkopfes.

Die Konstanten α , β , γ , k , s_0 sind spezifische Kenngrößen, die von den Abmessungen des Pfahles unabhängig sind. Der Vergleich der Gleichung (1) mit den Formeln (4) bis (7) liefert die unter Vernachlässigung der Größe P_{zs} gültigen Analogiebeziehungen

$$\alpha \triangleq \frac{\alpha}{d_F^3} = \frac{P_0}{d_F^3}, \quad (8)$$

$$\beta \triangleq \frac{b}{ld_F}, \quad (9)$$

$$\gamma \triangleq \frac{c}{l^2 d_M}. \quad (10)$$

Die Zulässigkeit der Annahme $P_{zs} \ll P_{sp}$ wird durch Versuche von ZWECK [9] bestätigt. Als weitere Voraussetzung fordern wir entsprechend den theoretischen Vorgaben KÉZDIS, daß die Zusammendrückbarkeit des Pfahles sehr klein gegenüber der Eindringung des Pfahles bzw. der Setzung des Pfahlkopfes ist. Diese Voraussetzung ist bei Bohrpfählen, bei denen größere Verschiebungen des Pfahlfußes zur Mobilisierung des Spitzendruckes notwendig sind, meist erfüllt. Gleichung (7) und (10) werden in [8] für den Fall erweitert, daß das Bodenprofil aus zwei Schichten mit unterschiedlichem Wandreibungswinkel Pfahl-Erdreich zusammengesetzt ist.

3. Auswertemethodik

Die Bestimmung der Konstanten a , b , c , k , g , s_0 , C_0 und C_m .

Die gemessenen Lastsetzungskurven wurden in [8] ausführlich dargestellt. Wir beschränken uns deshalb hier auf eine kurze Erklärung des in Bild 1 gezeigten Auswerteschemas.

Ziel ist es, die theoretische Lastruhekurve gemäß (1) zu konstruieren und analytisch auszudrücken.

Dazu dienen charakteristische Punkte ($s' = 0$, $P' = 0$) auf den Zwischenentlastungszweigen der Lastsetzungskurve, die zugleich Punkte der Last-

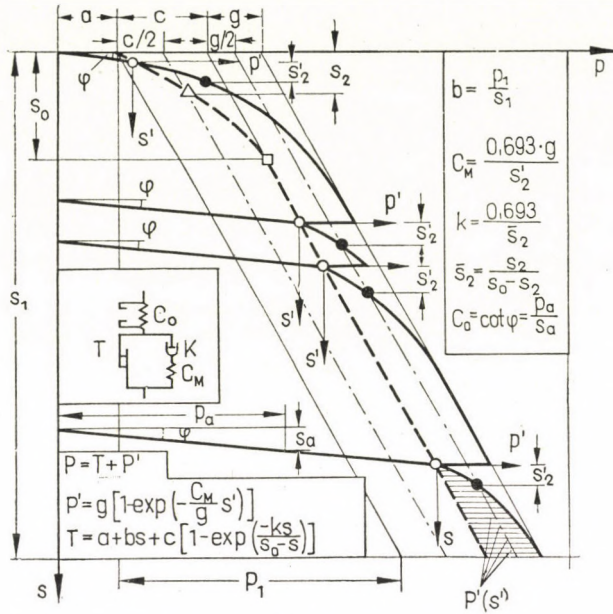


Bild 1

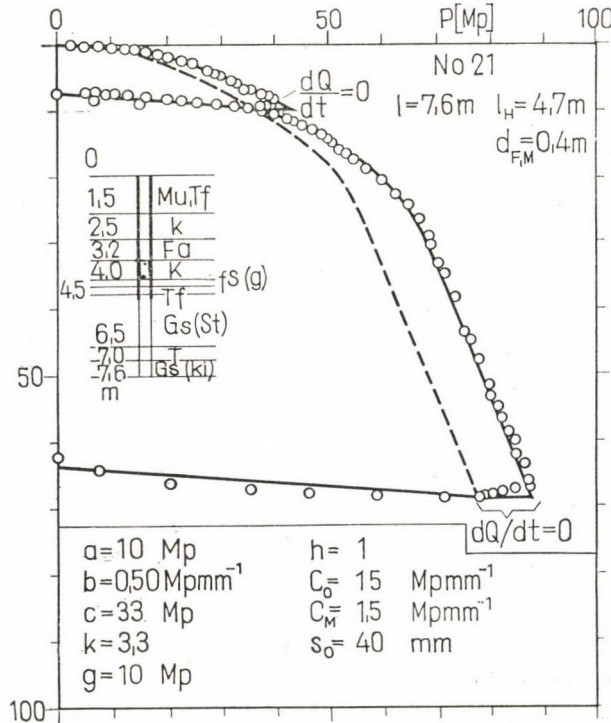
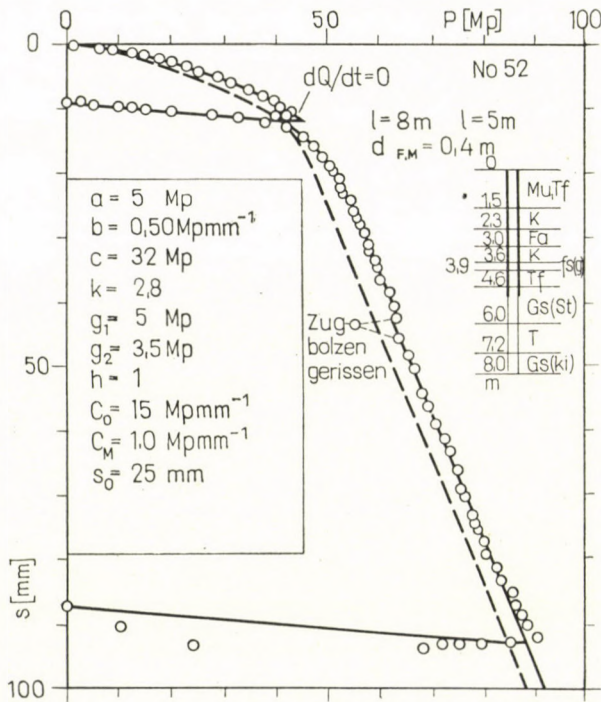


Bild 2

ruhekurve sind, sowie charakteristische Abschnitte auf den Koordinatenachsen (a, c, g, s_0, s_1, P_1) und die Halbwertsbreiten (s_2, s_2') der nach exp. Funktionen verlaufenden Kurvenabschnitte.

Alle zur Berechnung von b, k, C_0 und C_M notwendigen Beziehungen enthält Bild 1.

Voraussetzungen für die Anwendbarkeit des skizzierten Verfahrens sind:



1. Lastsetzungsverlauf muß hinreichend dicht durch Meßpunkte belegt sein, so daß die in Bild 1 schematisch dargestellten Merkmale sichtbar werden.

2. Die maximale Setzung des Probepfahles muß mindestens das 1,5 bis 2-fache der zur völligen Aktivierung des Mantelreibungsteiles erforderlichen Setzung s_0 betragen.

3. Die Größe s_0 muß ein Vielfaches (mindestens das 5-fache) der reversiblen Kompression des Pfahles und des Baugrundes unter dem Pfahlfuß betragen.

Die Voraussetzung 1 kann am besten erfüllt werden, wenn die Probelastung bei kontinuierlicher Registrierung als C. R. P.-Test erfolgt (C. R. P. — constant rate of penetration; d. h. konstante Setzungsgeschwindigkeit des

Pfahlkopfes). Durch Voraussetzung 3 wird die Anwendbarkeit des Verfahrens auf Bohrpfähle eingeschränkt, für die im Durchschnitt $20 < s_0 < 50$ mm gilt, während bei Ramppfählen meist $s_0 < 5$ mm gefunden wird [8].

4. Ergebnisse

Als Ergebnis der Probelastungen sind in den Bildern 2 bis 5 gemessene und nach (1) berechnete Lastsetzungsdiagramme gegenübergestellt, die bei allen Pfählen eine gute Übereinstimmung zeigen. Die aus (8) bis (10) abge-

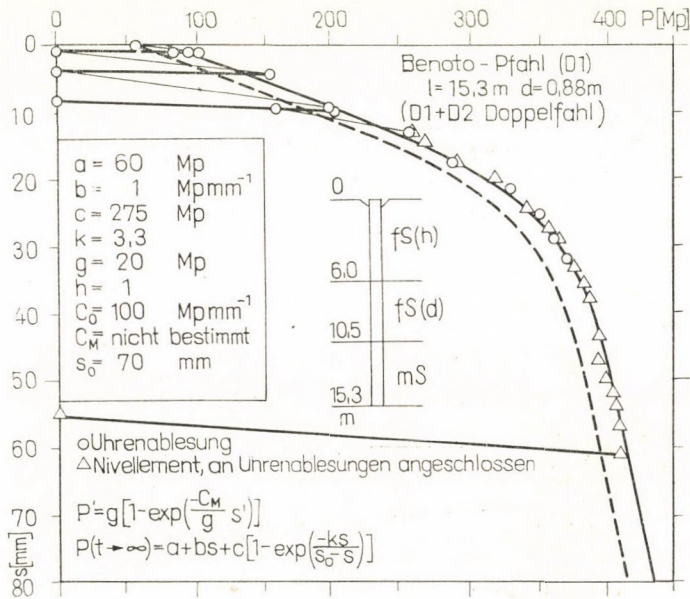


Bild 4

leiteten spezifischen Pfahlparameter enthält Tabelle I, die durch Kenndaten des Pfahles und Angaben über den Baugrund ergänzt wird.

Ziel der tabellarischen Zusammenstellung, die in [8] durch eine Reihe weiterer Beispiele ergänzt wird, ist es, die Grundlage für eine sinnvolle Voreinschätzung der Tragfähigkeit von Bohrpfählen sowie für die Standardisierung zu liefern. Im Einzelnen bestätigen die bisher durchgeführten Probelastungen von Bohrpfählen stark unterschiedlicher Länge und verschiedener Herstellungsart folgende Erkenntnisse aus [8]:

1. Alle Lastsetzungskurven lassen sich analytisch in einheitlicher Form mit Hilfe eines aus rheologischen Modellvorstellungen ([5], [7]) entwickelten Auswerteverfahrens [8] ausdrücken.

2. Die ermittelten Lastsetzungsfunktionen sind mit den Ergebnissen der Theorie KÉZDIS [3] für einen starren Pfahl im zusammendrückbaren Erdreich verträglich und ermöglichen die Trennung von Mantelreibung und Spitzendruck.

3. Mit Hilfe »spezifischer Parameter« gelingt es, die Ergebnisse der Probelastungen in normierter Form unabhängig von den Pfahlabmessungen darzustellen und somit eine Vergleichsbasis für die Qualität verschiedener Pfahltypen sowie für die Beurteilung der Tragfähigkeit zu schaffen.

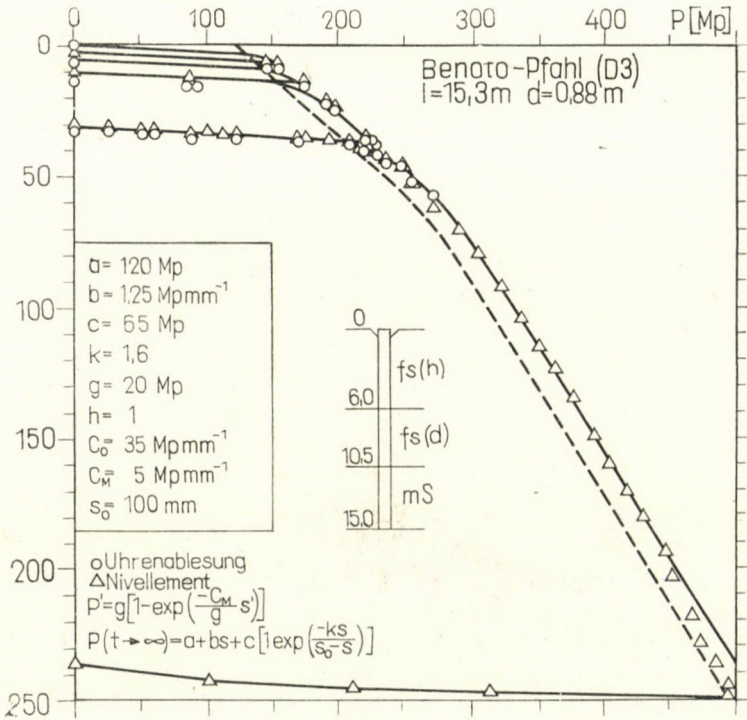


Bild 5

5. Schlußfolgerungen

Eine detaillierte Auswertung des bereits vorliegenden Tabellenmaterials der »spezifischen Pfahlparameter« führt zu einer Reihe von Schlußfolgerungen, die für die Praxis der Bohrpfahlgründungen bedeutsam sind und bei der Bearbeitung neuer Standards berücksichtigt werden sollten. Die in folgendem genannten sechs Punkte liefern einen Extrakt:

1. Bestimmend für die Tragfähigkeit eines Bohrpfahles in locker bis mitteldicht gelagertem Sand ist der Traglastanteil des Pfahlmantels, da zur

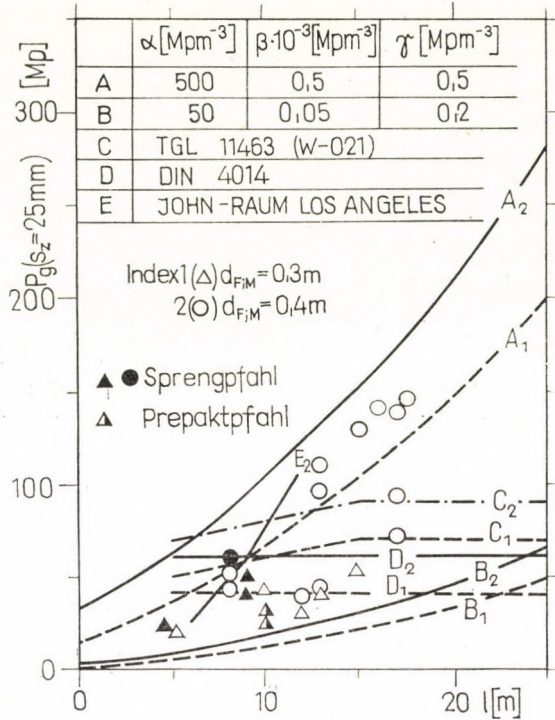


Bild 6

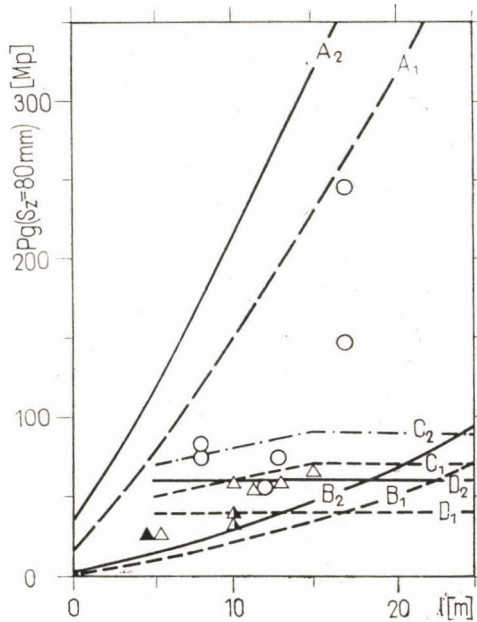


Bild 7

Mobilisierung des Spitzendruckes unzulässig große Setzungen erforderlich sind.

2. Die Mantelreibung pro Flächeneinheit ist keine Konstante, sondern wächst linear mit der Mächtigkeit des hangenden Schichtpaketes.*

3. Kennzeichnend für die Qualität des Pfahles ist der spezifische Mantelreibungskoeffizient γ , dessen Größe im wesentlichen von der Technologie der Herstellung bestimmt wird. Speziell bei Gründungen in nichtbindigem Baugrund ergibt sich für

Rammpfähle	2	$< \gamma < 3$	Mp m^{-3}
Benoto-Pfähle	1	$< \gamma < 1,5$	Mp m^{-3}
gewöhnl. Bohrpfähle	0,1	$< \gamma < 0,5$	Mp m^{-3}

(Vergleichsdaten für γ aus [8]).

4. Der Vergleich von Zug- und Druckversuchen zeigt, daß bei erstmals belasteten Pfählen sowohl die Zunahme des Mantelanteils der Tragkraft mit der Setzung als auch der volle Gleitreibungswiderstand am Mantel übereinstimmen.

5. Der Spitzendruck wächst auch bei sehr großen Setzungsbeträgen ($s > 200$ mm!) noch linear mit der Setzung an.

6. Die Bruchlast gewöhnlicher Bohrpfähle wird allein durch die Qualität des Pfahles bestimmt. Grundbrucherscheinungen treten selbst bei kurzen Pfählen und extrem hohen Setzungen (260 mm!) nicht auf.

Definiert man auf Grund der Punkte 5 und 6 die Grenztragfähigkeit P_g entsprechend [14] durch die Relation

$$P_g = P(s_{zul}) = \eta P_{max} \quad (11)$$

(η — Sicherheitsbeiwert, P_{max} — maximal zulässige Last, s_{zul} — zulässige Setzung), dann ist nach Einsetzen in Gleichung (1) eine Angabe der Abhängigkeit der Grenztragfähigkeit von der Pfahlänge möglich, die in Bild 6 und 7 für zwei verschiedene zulässige Setzungen unter Vorgabe zweier Parameterkombinationen für dicht (A) und locker (B) gelagerten Baugrund dargestellt wird.

Der Vergleich mit Probelastungsergebnissen beweist, daß die Anstiegstendenz der Traglast mit wachsender Pfahlänge richtig erfaßt wird, während die bestehenden Normen die Längenabhängigkeit über- bzw. stark unterschätzen.

* Man beachte, daß wegen (10) für die Mantelreibung pro Flächeneinheit $q_m = c/(\pi d_M l) = (l/\pi)\gamma$ gilt.

Die Mantelreibung pro Flächeneinheit stellt somit keine von der Pfahlänge unabhängige Konstante dar, wie häufig aus Versuchen mit gering variierender Pfahlänge vereinfachend geschlossen wird (z. B. [6]). Einen interessanten experimentellen Beweis für die theoretisch geforderte lineare Abhängigkeit der Gleitreibung längs einer vertikalen Fläche im Sand von der Mächtigkeit der überlagernden Schicht liefert [1] durch Versuche im Rotationsviskosimeter.

Die dargestellten Beispiele können zukünftig noch an wirtschaftlicher Bedeutung gewinnen, wenn Probelastungen künftig unter Berücksichtigung unserer Forderungen durchgeführt und einheitlich mit dem Ziel ausgewertet werden, die tabellarische Sammlung der »spezifischen Pfahlparameter« zu erweitern.

LITERATUR

1. BENARIE, M. M.: Rheology of Granular Material II — A Method for the Determination of the Inter-Granular Cohesion. *British Journ. of Applied Physics*, **12** (1961), 514—518
2. JOHN, K.: Gebohrte Orthbetonpfähle im südlichen Kalifornien. *Bautechnik*, **37** (1960), 174—180
3. KÉZDI, A.: Bodenmechanik, Band 2. Verlag Bauwesen, Berlin 1964
4. MUHS, H.: Versuche mit Bohrpfählen, Teil 1. Bauverlag Wiesbaden, Berlin 1959
5. MÜLLER, J.—WALENSKY, G.—SCHÄFFNER, H.-J.: Durch Probelastung zu wirtschaftlichen Pfahlgründungen — Anwendung eines rheologischen Modells. *Bauplanung — Bautechnik*, **21** (1967), 126—131
6. PETERMANN, H.—LACKNER, E.—SCHENCK, W.: Tragfähigkeit von Pfählen. Großversuche und ihre Auswertung. Berichte aus der Bauforschung H. 49. W. Ernst, Berlin 1967
7. SCHÄFFNER, H.-J.: Ein rheologisches Modell zur Auswertung von Pfahlprobelastungen. *Bautechnik*, **43** (1966), 135—140
8. SCHÄFFNER, H.-J.: Mantelreibung und Spitzendruck bei Bohrpfählen — ein neues Auswerteverfahren für Probelastungen. Deutsche Bauinformation Schriftenreihe Bauforschung, Reihe Ing.- u. Tiefbau H. **3** (1967)
9. ZWECK, H.: Zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Pfählen. *Mitt. Bundesanstalt Wasserbau Karlsruhe*, H. 2 (1953), 41—48; H. 3 (1954), 35—43; H. 4 (1954), 38—47
10. TGL 11463 Blatt 2, Entwurf Jan. 1966 Bauwerksgründungen, Grundsätze für die Projektierung. Brücken im Verkehrsbau. *Das Straßenwesen*, (1966), 37—72
11. DIN 4014 Bohrpfähle, Herstellung und zulässige Belastung, Richtlinien und Erläuterungen. Beuth-Vertrieb, Berlin, Köln 1960
12. DIN 1054 — zulässige Belastung des Baugrundes — Richtlinien. Entwurf 1966. *Bautechnik*, **44** (1967), 280—288

Несущая способность набивных свай. — К вопросу стандартизации

X. Й. Шефнер

Автор излагает опытные данные пробных нагрузок набивных свай, проведенных в 1965—1967 гг. Оценка всех кривых производилась при помощи идентичного метода, с использованием принципов реологии, к определению сопротивления заострения и трения по оболочке, учитывая их взаимодействие, что является функцией осадки сваи. Было установлено, что часть нагрузки, поглощаемая трением по оболочке в зернистом грунте, была значительно выше предполагавшейся до сих пор. В работе подробно рассматривается действие новых результатов исследований на стандарты, касающиеся несущей способности свай.

MODEL TESTS ON THE INFLUENCE OF THE SKIN FRICTION ON THE POINT RESISTANCE OF FOUNDATION PILES

A. TEJCHMAN

TECHNICAL UNIVERSITY OF GDAŃSK, POLAND

Based on model tests the paper discusses the effect of the skin friction on the point resistance of foundation piles. Tests were performed using cohesionless soil media and applying two special-type pile models. It was found the point resistance being increased on the average by about 10 per cent — as a result of the skin friction reaction.

1. Introduction

The problem of the influence of skin friction acting along the lateral pile surface on its point resistance has not yet been solved exactly.

These stresses cause additional stresses around the pile tip, and, in turn, increase the soil resistance under it. The vertical component of additional stresses is usually calculated basing on the integration of Mindlin's formula, valid for vertical concentrated force acting in an elastic semispace (Fig. 1.). According to the solution given by MINDLIN [5],

$$d\sigma_z = \frac{\tau R d\theta dl}{8\pi(1-\eta)} \left[-\frac{(1-2\eta)(z-l)}{R_1^3} + \frac{(1-2\eta)(z-l)}{R_2^3} + \frac{3(z-l)^3}{R_1^5} + \frac{3(3-4\eta)z(z+l)^2}{R_2^5} + \frac{3l(z+l)(5z+l)}{R_2^5} + \frac{30lz(z+l)^3}{R_2^7} \right],$$

where

$$R_1 = [r^2 + R^2 - 2rR \cos \theta + (z-l)^2]^{1/2},$$

$$R_2 = [r^2 + R^2 - 2rR \cos \theta + (z+l)^2]^{1/2}.$$

Practical application of this formula to calculate the point resistance is given by BEREZANTSEV [1].

Besides, a very interesting solution, based on Mindlin's theory was given by PÁTI [6] assuming a uniform and non-uniform distribution of the friction forces along the lateral surface of the pile as well.

From this analysis he concludes that the pile point resistance, due to additional stresses due to friction forces, may increase by 10 to 15 per cent.

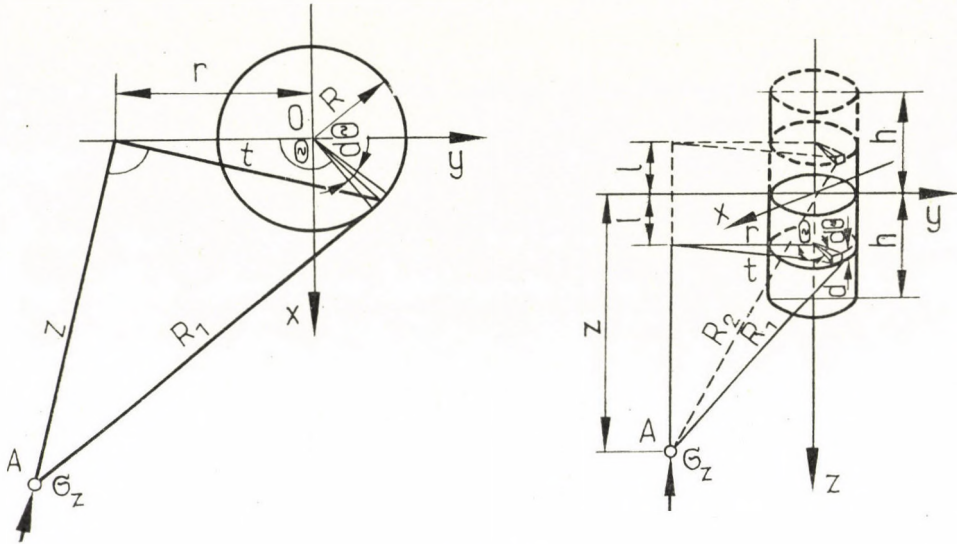


Fig. 1

Generally, one can assume (see also [2] and [4] for medium-dense cohesionless soil) angle of internal friction $\Phi = 30^\circ \div 35^\circ$ that the effect of stresses due to the friction forces along the pile skin on the soil resistance under the tip of the pile may increase the average point resistance by about 15%.

It is worth to add that not all of the so-called static formulas of the pile bearing capacity take the influence of the skin friction on the point resistance into consideration (for example the Terzaghi formula for calculating the unit ultimate point resistance disregards this influence).

Since in this matter there is a lack of empirical confirmation of these data (some research work in this direction was conducted by KÉRISEL [3]), it was decided to examine the influence of the skin friction on the point resistance basing on model tests.

2. Method and procedure of tests

To determine the effect of the friction forces acting along the pile skin on the point resistance, two types of precast reinforced pile models were made (Type I and II). Piles of the first type enabled direct measurement of the forces in the tip under the total load, as well as by the point and skin of the pile. The fundamental part of these piles consisted of a tip made of plexiglass, acting as an extensometric dynamometer. A Wheatstone bridge served to record the point resistance as the result of its deformation.

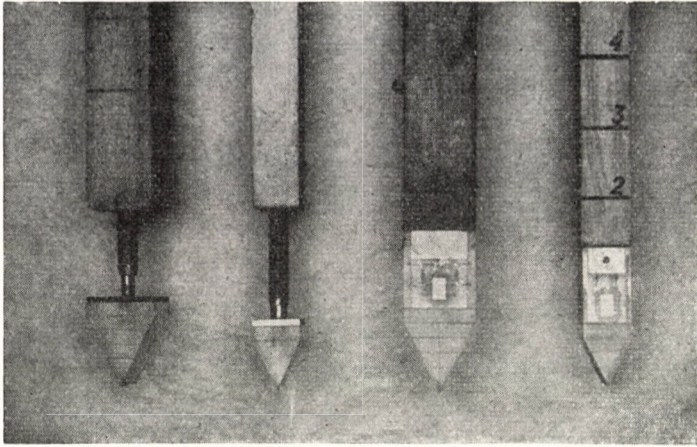


Fig. 2

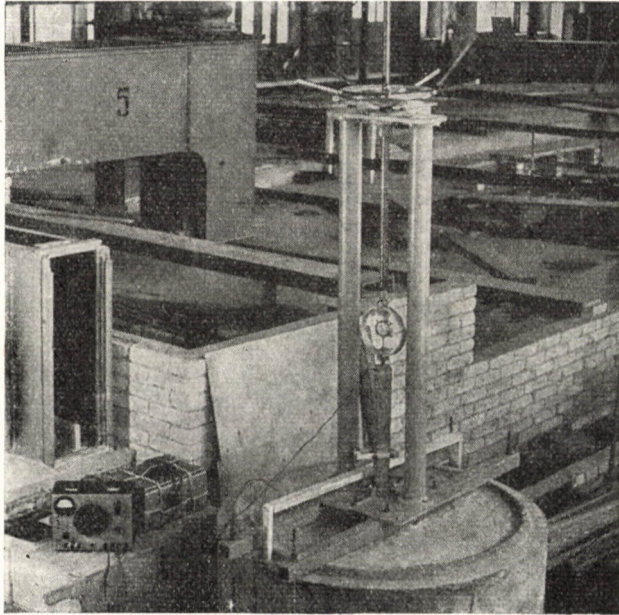


Fig. 3

Piles of the second type were made as bipartite ones, to carry out measurements of the point resistance without the influence of the skin friction. The tip of these piles (made of plexiglass) was loaded independent from the pile skin by means of a shank inside it. Both models I and II were 100 cm long and has a cross section of 5×5 cm and $3,5 \cdot 3,5$ cm.

Fig. 2. shows the pile models applied in the tests. The model tests were carried out in medium-dense dry sand ($D_r = 0,50$), characterized by average

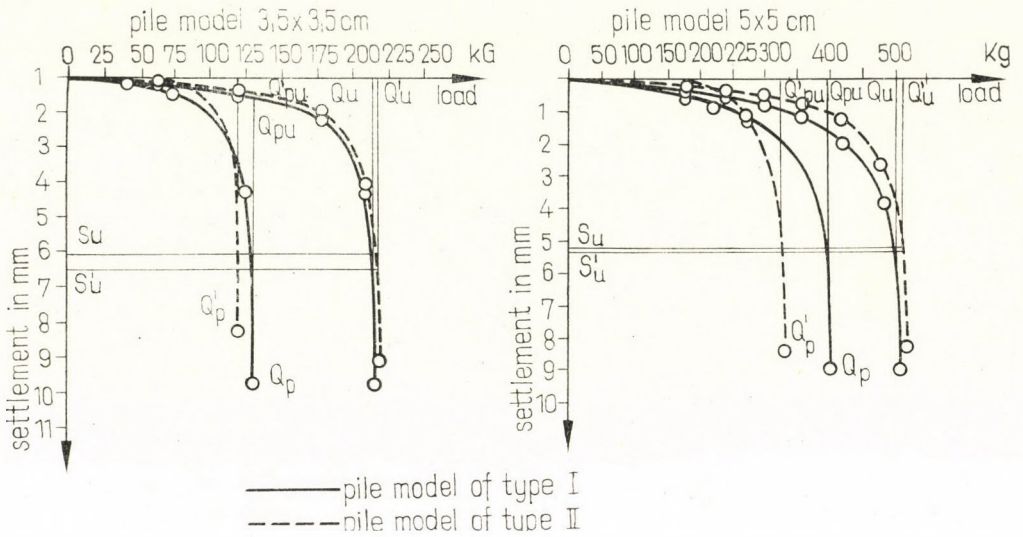


Fig. 4

dry unit weight, $\gamma_0 = 1,59 \text{ G/cm}^3$ (or the state during tests) and angle of internal friction, $\Phi = 35^\circ$. Sand was placed in layers and vibrated within a concrete cylindrical container (150 cm high, 100 cm dia) for each test. The pile models were pressed into the soil by a screw device and the total load was measured by means of a dynamometer ring (Fig. 3).

The first experiments were performed with models of type I, later with models of type II.

The testing procedure was the following. The piles of type I were loaded at their penetration depth of 50, 75 and 100 cm, until their ultimate bearing capacity. In this way the actual point resistance, together with the influence of skin friction was obtained.

The piles of type II were loaded at the same depths, but after the pile load test only their tip was loaded, also until the ultimate bearing capacity. The point load test was carried out after a time interval. Based on these tests, the distribution of the pile load into the point resistance and skin friction, without the influence of the friction forces, was obtained.

By comparing the ratio of the point resistance to the total pile load for both pile types, one can define the effect of the friction forces acting along the pile skin, on the point resistance.

3. Test results

A comparison of percentage ratios of the point resistance to the total pile load for both pile models, I and II, was made for the most characteristic load — ultimate pile bearing capacity.

One can determine exactly the failure load because the load-displacement curve gave a definite failure point in each test. In Fig 4 are shown, as an example, the typical load test diagrams of piles type I and II.

Table I contains all test results.

Table I

Depth h(cm)	Pile of type I					Pile of type II				
	Test no	Q_u kg	S mm	Q_{p_u} kg	$\frac{Q_{p_u}}{Q_u}$ %	Test no	Q^u kg	S' mm	Q'_{p_u} kg	$\frac{Q'_{p_u}}{Q^u}$ %

Pile model — 5×5 cm.

50	1	293	6,46	256	87	I	364	5,10	282	77
	2	237	7,63	200	85	II	309	5,00	232	75
	3	297	8,80	255	86	III	314	4,90	244	77
	4	233	6,25	196	84	IV	318	5,00	232	73
75	1	337	7,71	275	82	I	438	5,25	308	70
	2	463	7,29	380	82	II	439	4,90	293	67
	3	421	7,30	346	82	III	450	5,85	330	73
	4	330	6,25	268	81	IV	454	5,22	320	70
100	1	421	7,54	334	79	I	530	5,33	358	68
	2	474	7,82	382	80	II	444	5,19	284	64
	3	503	5,28	396	79	III	565	5,14	396	70
	4	494	6,25	394	80	IV	509	5,32	326	64

Pile model — $3,5 \times 3,5$ cm

50	5	133	5,10	92	69	V	133	5,07	78	64
	6	152	6,25	113	74	VI	154	5,19	100	65
	7	147	5,10	106	72	VII	182	5,49	114	65
						VIII	220	5,42	150	68
75	5	165	5,12	103	63	V	177	5,15	98	56
	6	211	5,03	135	64	VI	233	5,00	133	57
	7	256	6,90	177	69	VII	196	5,02	114	58
						VIII	290	5,22	175	60
100	5	215	5,50	131	61	V	217	5,06	120	55
	6	240	5,22	150	61	VI	300	5,50	162	54
	7	256	7,00	164	64	VII	300	5,18	165	55
						VIII	310	5,54	161	52

In the Table:

Q_u	— ultimate pile bearing capacity
Q_{p_u}	— ultimate point resistance
S	— settlement
h	— penetration depth of pile in soil
B	— pile diameter.

Note: index refers to results obtained for models of bipartite piles (without the influence of the skin friction on the point resistance)

The scatter of test results was rather small in all experiments, an analysis of the investigations was made for average values. These are given in Table II.

Table II

Depth h(cm)	Pile model 5 × 5 cm			Pile model 3,5 × 3,5 cm		
	$Q_{p_u} : Q_u$ %	$Q_u : Q_u$ %	difference %	$Q_{p_u} : Q_u$ %	$Q'_{p_u} : Q_u$ %	difference %
50	85	75	10	72	66	6
75	82	70	12	65	58	7
100	80	67	13	62	54	8

The average ratios of ultimate point resistance to ultimate pile load (in per cent) for piles of both type are plotted in Fig. 5. From this figure it can be seen that a notable increase of the point resistance occurred; due to the friction forces acting on the pile mantle.

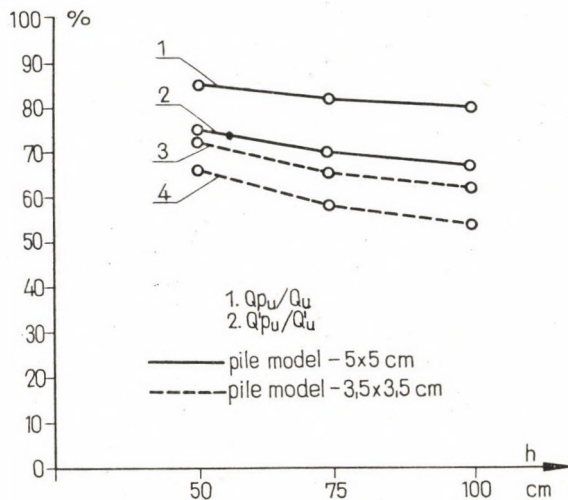


Fig. 5

As a result of the skin friction reaction, the point resistance increases at different depths from 10% to 13% for the pile model of 5×5 cm and from 6% to 8% for the pile model of $3,5 \times 3,5$ cm.

Additionally, the effect of the pile diameter was also observed as well. The increase is proportional to the pile diameter.

In the performed tests the influence of stresses due to the skin friction and acting on the place of the pile tip on the increment of the point resistance was somewhat less than it would follow from the calculation. It may be due partly to the discrepancies between the effective pile behavior and the theoretical assumptions, and partly to the tests procedure and model scale. It is also difficult to extrapolate the test results to field conditions.

However, it is very important, that differences could be detected in the point resistance depending on whether the mantle was loaded or not.

It is, therefore, necessary, in calculating the pile bearing capacity, to take the mentioned increase in the point resistance into consideration. This method will reflect better the actual pile behaviour.

REFERENCES

1. BEREZANTSEV, V. G.: Raschet prochnosti osnovanii sooruzhenii, Moskva 1960
2. CAQUOT, A.—KÉRISEL, I.: General Theory on the Bearing Capacity of Piles. *Proc. II ICSMFE*, Rotterdam 1948
3. KÉRISEL, I.—ADAM, M.: Fondation profondes. *Ann. de l'Inst. Techn. du Bâtiment et des Trav. Publ. N° 11* (1962), 179
4. KÉZDI, A.: Contributions to the Bearing Capacity of Piles. *Acta Techn. Hung.*, 29
5. MINDLIN, R. D.: Forces at a Point in the Interior of a Semiinfinite Solid. *Physics*, (1936)
6. PÁTI, D.: Raspredelenie napryazhenii v grunte voznikayushchikh ot deistviya sil treniya grunta po bokovoi poverkhnosti svoego bolshogo diametra *Proc. ICSMFE*, Budapest 1963
7. TEJCHMAN, A.: Badanie rozdziału nośności pala pogrążonego w sypkim ośrodku gruntowym na jego ostrze i pobocznicę. (Investigation of Distribution of the Pile Bearing Capacity into Point Resistance and Skin Friction, Embedded in Granular Soil.) *Arch. Hydrot.*, 13 (1966), 1

К вопросу влияния сил трения боковой поверхности сваи на сопротивление, оказываемое его острием, по данным исследований

А. Теїхман

Ввиду недостатка подтверждения результатами модельных испытаний, теоретические решения (на основе которых предполагается, что добавочные напряжения, вызванные передачей нагрузки боковой поверхностью сваи на окружающий грунт, увеличивает сопротивление острия) решено определить в предлагаемой работе сопротивление, оказываемого боковой поверхностью на сопротивление острия, эмпирическим путем.

Исследования велись в рыхлой грунтовой среде при применении двух специальных типов моделей железобетонных свай из сборных элементов.

Сопоставление процентных соотношений сопротивления острия к полной нагрузке для обоих типов свай, т. е. с учетом и без учета влияния сопротивления боковой поверхности сваи на сопротивление ее острия, производилось при предельной нагрузке сваи.

В условиях произведенных испытаний обнаружено, что вследствие влияния боковой поверхности сопротивление острия увеличилось в нескольких различных исследованных случаях от 6 до 13 процентов.

APPLICATION OF STATIC CONE PENETROMETERS IN THE DESIGN OF DEEP FOUNDATIONS

S. VISWANATHAN

RESEARCH AND DEVELOPMENT CELL AIMIL, NEW DELHI, INDIA

The author's firm has recently developed a Static Cone Penetrometer suitable for sub-soil exploration similar to the Dutch "GOUDA" design. From practical experience author concludes that the Static Cone Penetrometer is an indispensable tool for the design of deep foundations and where foundations for heavy columns resting on a sub-soil having complicated geological history are to be designed, the result of Standard Penetrometer Tests are unreliable and would result in considerable delay in arriving at a suitable foundation design.

1. Introduction

The Standard Penetration Test and the Dutch Cone Penetration Tests are the two Standard field tests to estimate the allowable bearing capacity of soils for the design of deep foundations. Since 1956, many attempts have been made to correlate these two tests with the object of substituting the Dutch Cone Penetrometer by the SPT [1-3]. A perusal of the publications clearly indicate that no such universal correlation is possible, except, perhaps, for individual geological terrains because of the inherent differences in the mechanism of the two methods. The experiences gained in the deep foundation design of the Foundry Forge Project, Ranchi (Bihar) and the deep sounding tests carried out recently in Delhi by *Aimil* and Dutch Static Cone Penetrometers clearly demonstrate this point.

2. Standard penetration tests

The tests were made in two of the major shops (03 and 04) of the Foundry Forge Project, Ranchi (Bihar). The main shop columns were subjected to vertical loads of the order of 100 tons to 1700 tons and moments of 200 ton metres to 750 ton-metres. Based on preliminary subsoil exploration it was decided to go in for deep bored piling work. T_{41} , T_{42} etc. indicate the bore holes for test piles of 19'' and 26'' dia. The results of the pile loading tests are discussed elsewhere [5] and by means of Fig. 1 only the SPT results will be briefly discussed here.

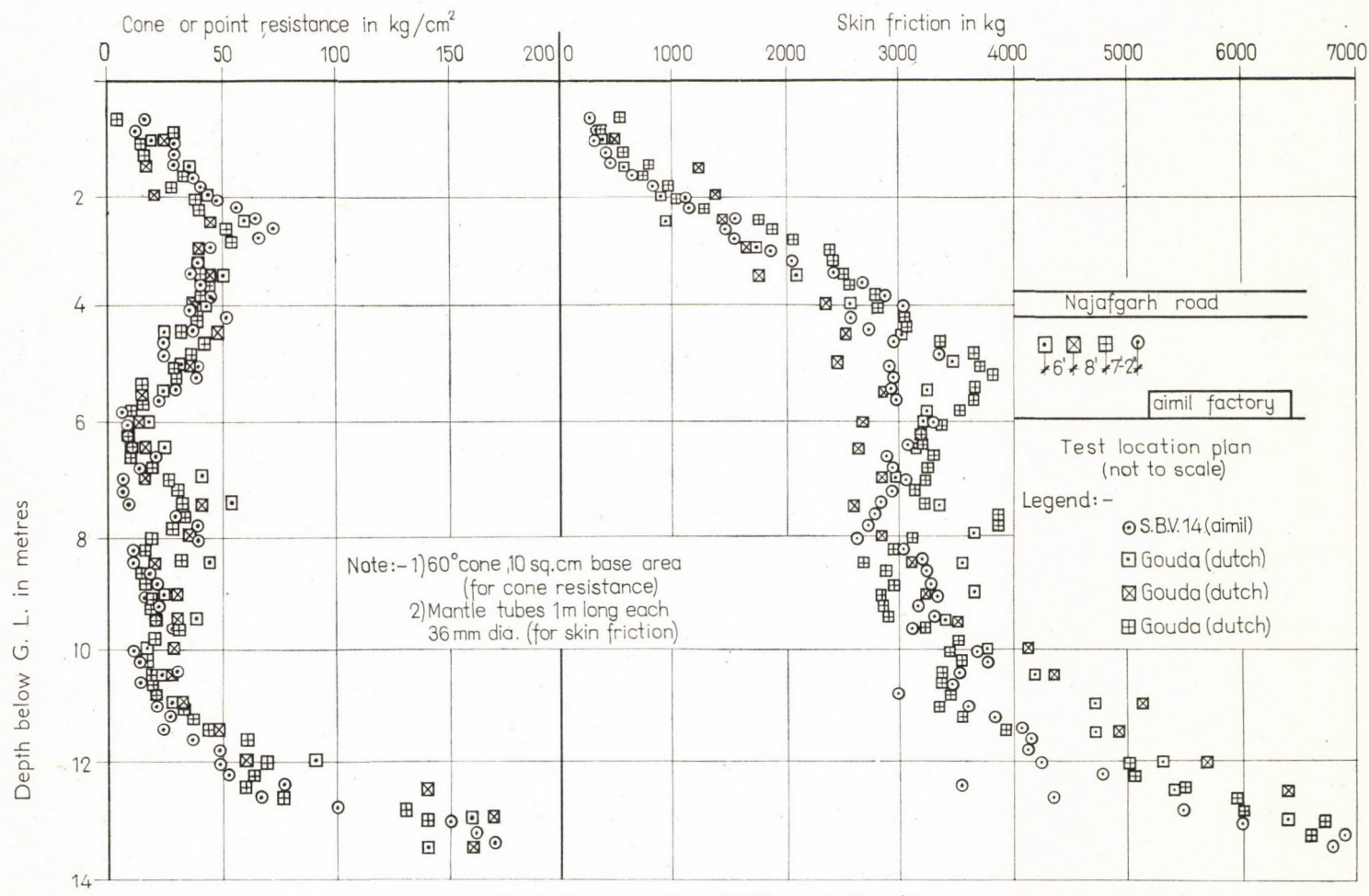


Fig. 1. Typical results of SPT tests in Ranchi

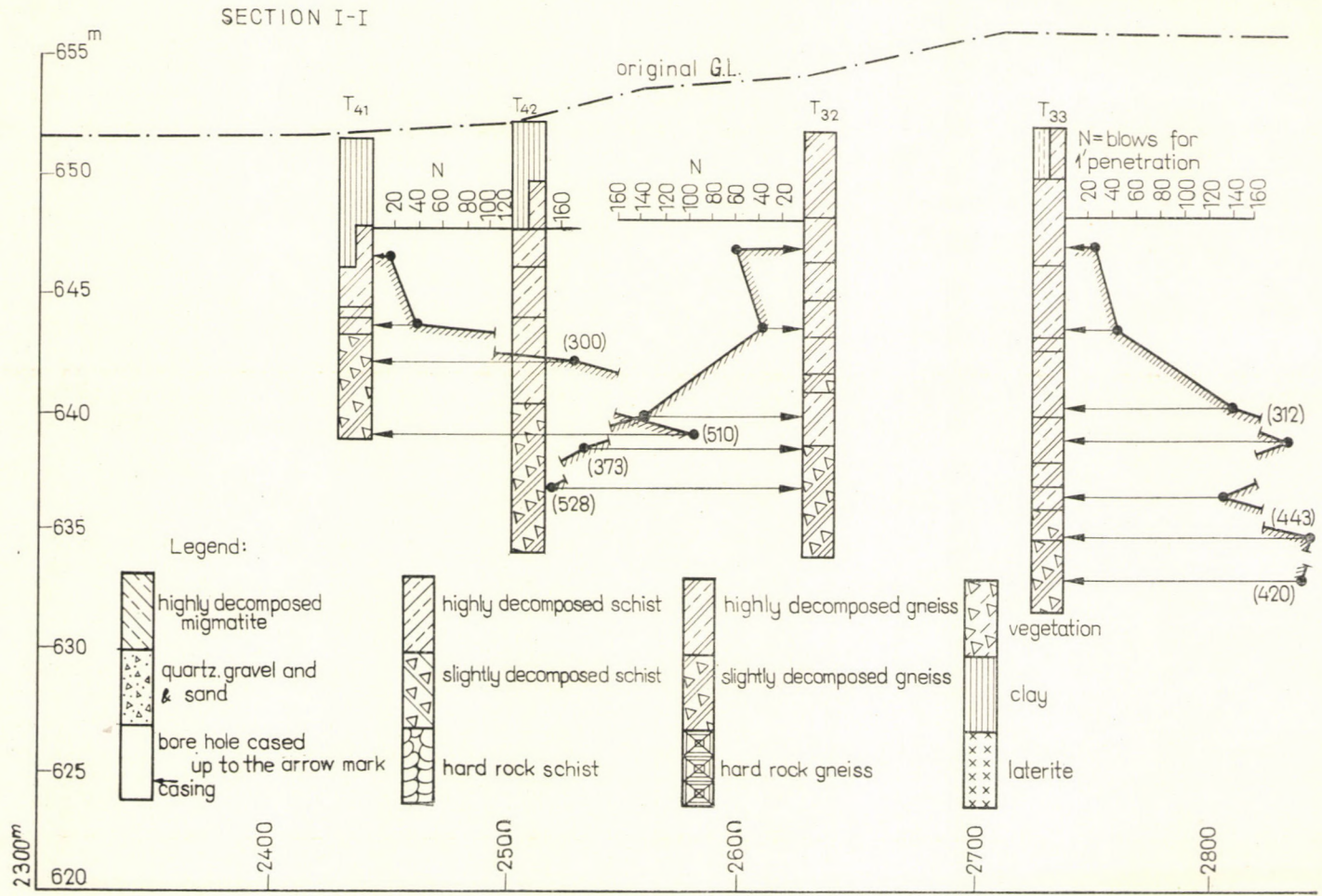


Fig. 2. Typical results of SCP tests in Delhi

The SPT consists of driving a sampling spoon with an outside dia of 2 in by means of a 140 lbs drop hammer falling from a height of 30''. The number of blows for 1' penetration (N) is correlated with the relative density of sandy soils by means of charts and the bearing capacity for different footing widths could also be estimated [4]. The test is difficult to perform below the water table and at this particular site the water table was quite high, and the fluctuation during the year was also considerable. Secondly, as the subsoil strata was very complicated, the N -value as seen from Fig. 2. from even two adjacent bore holes were quite different and no uniform design criteria could be arrived at. The results of the pile loading tests carried out at the bore holes T_{41} , T_{42} etc. were the main criteria for the design of pile foundations and the method of bored piling.

No definite correlations are given in standard charts for N -relative density correlation and even those that are available are ambiguous and there is much controversy about the correctness of these charts for overburden correction.

3. Static cone penetration tests

The author's firm has recently developed Static Cone Penetrometers, both of 3 ton (hand operated) capacity and 10 ton (engine driven) capacity.

In this test a truncated 60° cone of 10 sq. cm base area is pushed vertically into the ground at a slow and fairly constant rate by static thrust required to cause a bearing capacity failure of the soil immediately surrounding the point where measurements are required to be made. Such measurements made at suitable desired intervals provide a continuous bearing capacity profile and hence, the shear strength profile of the soils at the sounding location. The cone point is advanced with a 2 — rod system. The outer casing provides structural strength and protects the inner rod from soil friction and buckling; the protected inner rod advances the point during the thrust measurement which is achieved by pressure gauges.

The mantle tube with a uniform diameter of 36 mm enables the determination of total cumulative skin friction of the soil in addition to the cone or point resistance, which are of great practical value in predetermining the length and estimating the load carrying capacity of piles passing through soft compressible strata and resting upon hard clays, sands or gravels. If cone resistance is the main requirement and cumulative skin friction is not to be measured, then the mantle tube of smaller and non-uniform diameter could be used, increasing the depth to which the cone resistance could be measured. The cone assembly with friction jacket when used, enables the determination of local skin friction of different subsoil strata and the friction ratio so obtained enables the identification of various soil types penetrated by the cone.

A perusal of Fig. 2 clearly shows the determination of cone resistance and skin friction at different depths of the subsoil strata achieved both by the Dutch and *Aimil* Static Cone Penetrometers at a site near the *Aimil* factory in Delhi.

4. Correlation of SPT and SCP tests

If q is the cone penetration value in kg/cm^2 and N is the number of SPT values for different types of soils, the following correlations are usually used: —

$$q = 2 N \text{ (for clays)}$$

$$q = 4 N \text{ (for sands)}$$

But the investigations carried out in different parts of the world clearly demonstrate the futility of such an attempt as the correlation factors vary widely from 2 to 13. This is because of the inherent difference in the mechanism of the two tests; whereas SCP test is a static test the SPT is a dynamic test.

5. Conclusions

1. No universal correlation could be established between Static Cone Penetrometer and Standard Penetration Test results for different types of Soils.

2. Experience with SPT in a large project clearly shows that the Static Cone Penetrometer tests are mandatory for all projects involving difficult deep foundation problems.

3. SPT could still be a useful tool for the preliminary subsoil exploration of ordinary light structures, provided the results are interpreted with caution with regard to overburden and subsoil water effects on the N -values.

*

The author is grateful to Doc. Dr. Jaroslav FEDA, C.Sc. of *U-tam*, Prague with whom the author collaborated when he was acting as a consultant to the Foundry Forge Project, Ranchi and to the Managing Director and the Works Director of *Aimil* for the development of *Aimil* Static Cone Penetrometer and for carrying out field tests to determine its suitability for subsoil exploration.

REFERENCES

1. SCHMERTMANN, J. H.: Static Cone Penetrometers for Soil Exploration. *Civil Engineering* — ASCE, (1967), 71—73
2. SUTHERLAND, H. B.: The Use of in-situ Tests to Estimate the Allowable Bearing Pressure of Cohesionless Soils. *The Structural Engineer*, 41 (1963), 85—90
3. MOHAN, D.: Presidential Address. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering* Indian National Society of Soil Mechanics and Foundation Engg., 6 (1967), 265—270

4. TERZAGHI, K.—PECK, R. B.: *Soil Mechanics in Engineering Practice*. John Wiley, New York 1948
5. VISWANATHAN, S.: Discussion on "Some experiences with bored piling". *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division* — ASCE, **94**, SM. 3 (1968)

**Применение свай со статическим грунтоиспытательным конусом
при проектировании глубоких оснований**

С. Висванатан

На Предприятии автора в последнее время проектировалось конусообразного грунтоиспытательного устройства, аналогично голландскому прибору GOUDA, для испытаний грунтов. На основе своего практического опыта автор сделал вывод, что статический грунтоиспытательный конус является необходимым вспомогательным приспособлением при проектировании глубоких фундаментов; в тех местах, где на грунты со сложной геологической формацией необходимо подводить фундамент колонн с высоким нагружением; обычно используемые грунтоиспытательные сваи являются ненадежными и дают сведения к применению соответствующего способа возведения фундамента только при значительной потере времени.

ПОЛЗУЧЕСТЬ КРУПНООБЛОМОЧНЫХ ГРУНТОВ И СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ КОМПРЕССИИ

Я. ЖУРЕК

In the last 10 ÷ 15 years of the development of soil mechanics a number of research workers began to pay increasing attention to the problems of slow-rate soil deformation. Several hundred papers report on experimental results; many dealt with the theoretical problems of soil rheology, and the first monographies have been published. The majority of the papers referred to discuss the slow deformation of heavy soils or describe the test results obtained therewith. On the other hand, the number of papers dealing with the slow-rate deformation of non-heavy soils is insignificant although these soils, particularly the non-trundled particles, exhibit a definite slow deformation in case of static force effects. This I paper presents the results of studies on the slow deformation of detrital soils under compression, and of certain theoretical summaries.

1. Ползучесть при постоянном напряжении

Проведенные ранее компрессионные исследования [1] показали, что под воздействием быстро приложенной постоянной нагрузки в крупнообломочных грунтах возникают: условно-мгновенные упругие (обратимые) деформации, условно-мгновенные пластические (необратимые) деформации и длительные деформации ползучести. Для схемы нагружения была установлена следующая эмпирическая зависимость, описывающая эти деформации:

$$e = a\sigma^k + u\sigma^m \ln(At + 1), \quad (1)$$

где

e — деформация; σ — напряжение; t — время; a, k — эмпирические параметры условно-мгновенных деформаций (обратимых и необратимых); u, m — эмпирические параметры деформаций ползучести; A — коэффициент, служащий для пересчета принятого масштаба времени.

Характерные кривые ползучести для одного из опытов показаны на рис. 1. В табл. I даны некоторые параметры проведенных экспериментов и величины полученных эмпирических коэффициентов u и m (при $A = 1$ 1/мин).

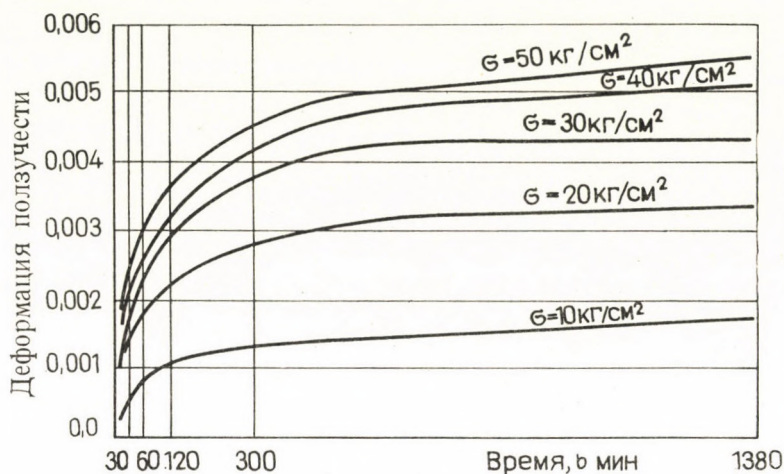


Рис. 1. Характерные кривые ползучести для щебня (1)

Таблица I

Вид грунта	Начальный коэф. пористости ε_0	Изученный диапазон напряжений кг/см ²	Продолжительность опыта, суток	Эмпирические параметры ползучести	
				u	m
Щебень из песчаника, крупность 1 ÷ 20 мм	0,52	10 ÷ 50	1	$3,9 \cdot 10^{-5}$	0,840
то же	0,52	5 ÷ 40	340	$4,1 \cdot 10^{-5}$	0,825
Щебень из песчаника (другая разновидность), крупность 5 ÷ 20 мм	0,87	2 ÷ 8	160	$2,9 \cdot 10^{-5}$	0,935
Галечник с песчаным заполнителем (20%) и максимальной крупностью 200 мм	0,23	20 ÷ 50	100	$4,5 \cdot 10^{-6}$	0,523

2. Ползучесть при переменном напряжении в свете некоторых теорий ползучести

Приведенное выше эмпирическое уравнение указывает на то, что как деформации условно-мгновенные, так и деформации ползучести в крупно-обломочных грунтах являются нелинейными ($k \neq 1$, $m \neq 1$). Следовательно, для такого типа грунтов необходимо применять нелинейные теории ползучести. Из ряда существующих нелинейных теорий и их разновидностей выберем три: теорию течения, теорию старения и нелинейную теорию наслед-

ственной ползучести, и покажем, что уравнение (1) может быть частным случаем каждой из них.

В теории течения реологическое уравнение состояния записывается чаще всего [2] в следующем виде:

$$\dot{e} = \frac{1}{E} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \sigma^m \kappa(t), \quad (2)$$

где

первый член описывает скорость упругой деформации, второй — скорость деформации ползучести.

Применив это уравнение для условий компрессионного сжатия и проинтегрировав его при $\sigma = \text{const}$, получим

$$e = \frac{\sigma}{E} + \sigma^m \int_0^t \kappa(t) \cdot dt. \quad (3)$$

Нетрудно заметить, что уравнение (3) будет тождественно эмпирической формуле (1) в случае, если линейный член σ/E заменим нелинейным членом $a\sigma^k$, а функцию времени $\kappa(t)$ примем в виде

$$\kappa(t) = \frac{u}{At + 1}. \quad (4)$$

Тогда уравнение состояния для крупнообломочного грунта, построенное на базе теории течения, будет иметь вид

$$\dot{e} = ak\sigma^{k-1} + \frac{u\sigma^m}{At + 1}. \quad (5)$$

Для постоянного напряжения $\sigma = \text{const}$ это уравнение будет иметь решение в форме (1). Для переменного напряжения

$$\sigma(t) = \beta \cdot t^n \quad (6)$$

нетрудно путем интегрирования получить следующее решение

$$e = a\beta^k t^{nk} + u\beta^m f_1(t), \quad (7)$$

где

$$f_1(t) = \int_0^t \frac{t^{mn}}{At + 1} dt. \quad (7a)$$

В теории старения реологическое уравнение состояния записывается чаще всего [2] в следующем виде:

$$e(t) = \frac{\sigma}{E} + \sigma^m \Omega(t), \quad (8)$$

где первый член описывает линейные упругие деформации, второй — нелинейные деформации ползучести.

Сравнивая это уравнение с (1) видим, что они будут тождественны, если линейный член σ/E заменим нелинейным $a\sigma^k$, а функцию времени $\Omega(t)$ примем в виде

$$\Omega(t) = u \ln (At + 1). \quad (9)$$

Таким образом реологическое уравнение состояния для крупнообломочного грунта, построенное на базе теории старения, будет в точности иметь вид уравнения (1), справедливого, согласно этой теории, как для постоянного так и любого переменного напряжения. Следовательно, согласно теории старения величина деформации ползучести не зависит от истории нагружения и определяется лишь величиной действующего в данный момент напряжения.

Для переменного напряжения $\sigma = \beta t^n$ будем иметь

$$e = a\beta^k t^{nk} + u\beta^m f_2(t), \quad (10)$$

где

$$f_2(t) = t^{nm} \ln (At + 1). \quad (10a)$$

В нелинейной теории наследственной ползучести Работнова—Розовского [2] может быть записано в виде следующего интегрального соотношения:

$$e(t) = f_0[\sigma(t)] + \int_0^t Q(t-v) \cdot f[\sigma(v)] \cdot dv, \quad (11)$$

где

$f_0[\sigma(t)]$ — мгновенная деформация, выраженная как нелинейная функция напряжения
 $f[\sigma(v)]$ — нелинейная функция, связывающая e и σ при $t > 0$;
 $Q(t-v)$ — ядро ползучести.

Для $\sigma = \text{const}$ уравнение (11) имеет следующее решение:

$$e(t) = f_0(\sigma) + f(\sigma) \int_0^t Q(t) \cdot dt. \quad (12)$$

Сравнивая (12) с (1) видим, что если нелинейные функции напряжения и ядро ползучести примем в следующем виде

$$f_0(\sigma) = a\sigma^k; \quad f(\sigma) = u\sigma^m; \quad Q(t) = \frac{1}{At + 1}, \quad (13)$$

то уравнения эти будут тождественны. При этих конкретных значениях произвольных функций реологическое уравнение состояния для крупнообломочного грунта, построенное на базе нелинейной теории наследственной ползучести примет вид

$$e(t) = a\sigma(t)^k + \int_0^t \frac{u\sigma(v)^m}{At + 1 - Av} dv. \quad (14)$$

Решение этого уравнения для переменного напряжения $\sigma = \beta t^n$ будет иметь вид

$$e(t) = a\beta^k t^{nk} + u\beta^m f_3(t), \quad (15)$$

где

$$f_3(t) = \int_0^t \frac{v^{nm}}{At + 1 - Av} dv. \quad (15a)$$

Подводя итог всему проделанному анализу можно сделать вывод, что при переменном напряжении $\sigma = \beta t^n$ величина деформации независимо от принятой теории ползучести (в рамках трех рассмотренных) будет определяться одним и тем же уравнением

$$e(t) = a\beta^k t^{nk} + u\beta^m \cdot f(t), \quad (16)$$

где только функция времени $f(t)$ будет разной для каждой из теорий (см. формулы 7а, 10а 15а).

3. Возможность проверки применимости отдельных теорий ползучести к определению сжимаемости сыпучих материалов при переменных напряжениях

Если проведем 4 компрессионных опыта, из которых 3 будут представлять собой обычное испытание на ползучесть при постоянном напряжении, а последний — испытание при переменном напряжении (при $n = 1$), то представляется возможным проверить, какая из теорий ползучести (в рамках трех рассмотренных) применима к испытываемым грунтам. С этой целью надо по первым трем опытам определить параметры сжимаемости a, k, u, m , а затем по результатам четвертого опыта определить вид функции $f(t)$, пользуясь зависимостью (16). Сравнивая функцию $f(t)$, определенную в эксперименте с функциями $f(t)$, подсчитанными на основе формул (7а), (10а) и (15а), можем оценить применимость той или иной нелинейной теории к испытанным грунтам. Попытка провести такую оценку была нами проведена, однако не привела к положительным результатам из-за большого разброса экспериментальных данных (опыты проводились только при 5 повторностях).

4. Сравнение различных теорий ползучести для линейно-деформируемого материала

Как видно из формулы (16), величина деформации ползучести пропорциональна функции $f(t)$, что позволяет провести сравнение рассмотренных теорий не по величине деформации, а по величине этой функции. Для упро-

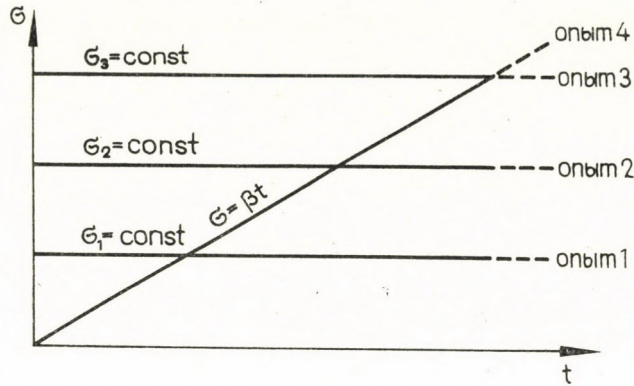


Рис. 2. Схема опыта для сравнения различных теорий ползучести

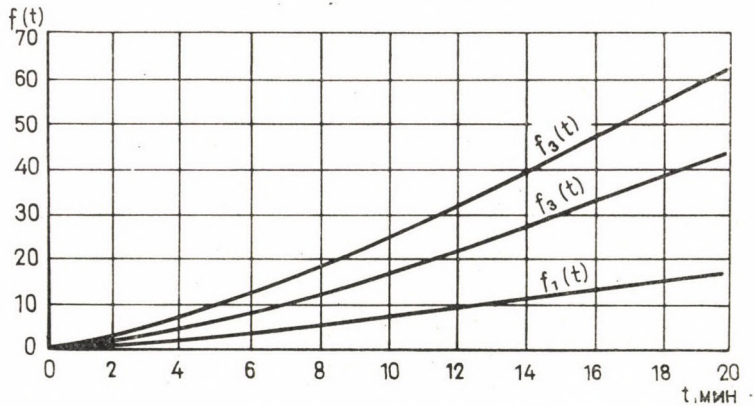


Рис. 3 Сравнение функций времени $f(t)$

щения проведем такое сравнение для линейно-деформируемого материала ($m = 1$) и для линейно нарастающего напряжения ($n = 1$). Согласно (7а), (10а) и (15а) будем иметь

$$f_1(t) = \frac{t}{A} - \frac{1}{A^2} \ln(At + 1); \quad f_2(t) = t \ln(At + 1);$$

$$f_3(t) = \frac{At + 1}{A^2} \ln(At + 1) - \frac{t}{A}.$$
(17)

На рис. 3 показаны графики этих функций, подсчитанные при $A = 1$ 1/мин. для диапазона времени $0 < t < 20$ мин. Как вытекает из подсчетов, расхождение между $f_1(t)$ и остальными функциями $f_2(t)$ и $f_3(t)$ растет со временем, относительная же разница между $f_2(t)$ и $f_3(t)$ уменьшается со вре-

менем. Разница эта может быть определена следующим образом (при $A = 1$ 1/мин.):

$$\Delta f = \frac{f_2(t) - f_3(t)}{f_2(t)} = \frac{1}{\ln(t+1)} - \frac{1}{t} \quad (18)$$

Нетрудно подсчитать, что при $t = 0,5$ месяца разница Δf достигнет 0,10 (10%), а при $t = 860$ лет — 0,05 (5%). Учитывая, что $f_2(t)$ пропорциональна величине деформаций ползучести, подсчитанных по теории старения, которая не учитывает истории нагружения, а $f_3(t)$ пропорциональна величине деформаций ползучести, подсчитанных по нелинейной теории наследственной ползучести, которая историю нагружения учитывает при помощи интегральных соотношений типа (11), можно сделать вывод, что для крупнообломочных грунтов и сыпучих материалов в некоторых практических задачах учет истории нагружения по теории наследственной ползучести не является обязательным, если продолжительность роста нагрузки превысит некоторое время. В этом случае можно пользоваться теорией старения вместо теории наследственной ползучести. Этот вывод уточняет распространенное мнение [2], что при переменных напряжениях нельзя пользоваться теорией старения, но целесообразно использовать математический аппарат теории наследственной ползучести.

В свете всего сказанного остается, однако, открытым вопрос, может ли теория наследственной ползучести быть применена для крупнообломочных грунтов, так как разница между величинами деформаций ползучести при переменных напряжениях, подсчитанными по этой теории и величинами, подсчитанными по другим теориям (нп. по теории течения), весьма большая.

ЛИТЕРАТУРА

1. Журек, Я.: Вопросы деформируемости крупнообломочных грунтов при больших нагрузках. Труды Института «Водгео», вып. 11, Москва, 1965.
2. Вялов, С. С.: Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений. Изд. АН СССР, Москва, 1962.

Резюме

В течение последних 10 — 15 лет развития механики грунтов многие исследователи уделяют все большее внимание вопросам ползучести грунтов. Появились сотни статей, излагающих результаты экспериментальных исследований, многие десятки статей, посвященных теоретическим вопросам реологии грунтов, вышли из печати первые монографии. Подавляющее большинство этих работ посвящено ползучести связных грунтов или базируется на результатах экспериментов со связными грунтами. Работы, посвященные ползучести несвязных грунтов весьма немногочисленны. Тем временем такие грунты, особенно состоящие из неокатанных частиц, отличаются ярко выраженными деформациями ползучести при воздействии на них статических усилий. В работе приведены результаты изучения ползучести крупнообломочных грунтов в условиях компрессии, а также результаты некоторых теоретических обобщений.

INDEX

<i>Molnár, L.</i> : Open Pumping in Sheeted Trenches	3
<i>Szabó, Gy.</i> : Observations and Experiences during the Dewatering of a Foundation Pit	13
<i>Timár, A.</i> : L'influence de l'emploi de bermes sur la stabilité des talus	21
<i>Веригин, Н. Н.—Саркисян, В. С.</i> : Методика расчета осушения котлованов под фундаменты сооружений	31
<i>Awad, A.—Petrasovits, G.</i> : Considerations on the Bearing Capacity of Vertical and Batter Piles Subjected to Forces Acting in Different Directions	43
<i>Аптекарь, Л. Д.—Бушканец, С. С.</i> : Некоторые новые результаты экспериментального исследования уплотнения глинистого грунта	59
<i>Balázsy, B.</i> : Foundation of the Trade Union Center (SZOT) Hotel in Budapest	67
<i>Czerny, Gy.—Regele, Z.—Mrs. B. Schwoy</i> : A New Method for Soil Stabilization: Supersilic	77
<i>Detre, Gy.—Rózsa, L.</i> : Approximate Determination of the Ultimate Load of Reinforced Concrete Piles in Sands	89
<i>Dvořák, A.</i> : Dynamic Tests of Piles and the Verification of Results by Static Loading Tests	97
<i>Giroud, J.-P.</i> : Effet des surcharges sur les parois verticales	105
<i>Григорян, А. А.—Мамонов, В. М.</i> : Определение несущей способности забивной висячей сваи в грунтовых условиях I-го типа по просадочности	113
<i>Хакимов, Х. Р.</i> : Некоторые результаты обработки данных испытаний свай стати- ческой нагрузкой	123
<i>Jain, G. S.—Gupta, S. P.</i> : A Comparative Study of Multi-Underreamed Pile with Large Di- ameter Pile in Sandy Soil	127
<i>Klein, K.</i> : Probelastungen an Pfählen für Freileitungsmaste	135
<i>Mazurkiewicz, B.</i> : Kombinierte Bruchfigur für Fangdämme mit doppelten Spundwänden	147
<i>Mistéth, E.</i> : Forces in Piles Supporting Piers	153
<i>Murthy, V. N. S.—Kapur, R.</i> : Lateral Stability Analysis of Caisson Foundations	173
<i>Myslivec, A.—Kyselá, Z.</i> : Effect of Adjacent Foundations on Bearing Capacity	183
<i>Păunescu, M.</i> : Einbringen und Ziehen verschiedener Bauelemente durch Rütteln	193
<i>Regele, Z.</i> : Problems in the Dimensioning of Screen-Wall Foundations	205
<i>Sovinc, I.</i> : Driving Stresses in Open-End Steel Pipe Piles	217
<i>Schöffner, H. J.</i> : Tragfähigkeit von Bohrpfählen — ein Beitrag zur Standardisierung ...	225
<i>Tejchman, A.</i> : Model Tests on the Influence of the Skin Friction on the Point Resistance of Foundation Piles	235
<i>Viswanathan, S.</i> : Application of Static Cone Penetrometers in the Design of Deep Foundations	243
<i>Журек, Я.</i> : Ползучесть крупнообломочных грунтов и сыпучих материалов при компрессии	249

KRAUSSKOPF- FACHZEITSCHRIFTEN

Krausskopf-Fachzeitschriften bieten Ihnen die spezielle und unverwechselbare Kombination: Qualifizierte Fachaufsätze anerkannter Autoren und aktuelle Kurzberichte über Maschinen, Geräte, Anlagen und Verfahren.

Zur Ergänzung und Vertiefung des Krausskopf-Fachbuch-Programms.

Bitte fordern Sie kostenloses Informationsmaterial.

fh »fördern und heben«

Deutschlands älteste und führende Fachzeitschrift für Fördertechnik und Lagerwesen. Sie hat in allen Bereichen der Wirtschaft, im Klein-, Mittel- und Großbetrieb, ihren angestammten Platz. Organ der VDI/AWF-Fachgruppe Förderwesen. 1968 im 18. Jahrgang. 18 Ausgaben jährlich, einschließlich vier Schwerpunktausgaben Baubetriebstechnik und einer viersprachigen Exportausgabe.

vt »verfahrenstechnik«

Die vielfältigen physikalischen und chemischen Prozesse der Stoffbehandlung und Stoffumwandlung, die in der verarbeitenden Industrie, ebenso in der Grundstoff-Industrie, das Produktionsbild bestimmen, finden in »verfahrenstechnik« eine zusammenfassende anspruchsvolle Darstellung. 1968 im 2. Jahrgang. 12 Ausgaben jährlich.

st »steuerungstechnik«

Die neue Fachzeitschrift für Maschinensteuerung, Produktionssteuerung und Anwendung numerisch gesteuerter Maschinen. Sie berichtet über Bauelemente, Schalt- und Regelgeräte, komplette Steuerungen, über neue Anwendungsmöglichkeiten der maschinellen Datenverarbeitung, über Steuerung technischer Systeme und numerisch gesteuerte Produktionsanlagen. Redigiert in ständiger Zusammenarbeit mit dem Institut für Steuerungstechnik der Werkzeugmaschinen und Fertigungseinrichtungen der Universität Stuttgart (TH). 1968 im 1. Jahrgang. 6 Ausgaben jährlich.

ant »antriebstechnik«

Deutschlands maßgebende Fachzeitschrift für den gesamten Bereich Antriebstechnik berichtet für Ingenieure und Konstrukteure der Investitionsgüterindustrie über mechanische, elektrisch/elektronische, hydraulische und pneumatische Antriebe sowie über Getriebekupplungen und einzelne Elemente und deren Herstellung. Ferner werden Präzisions- und Werkstoff-Fragen, vor allem Kunststoffe in der Technik, Gußkonstruktionen, Schmierstoffe usw. behandelt. 1968 im 7. Jahrgang. 12 Ausgaben jährlich.

o+p »ölhydraulik und pneumatik«

Hydraulische und pneumatische Systeme und Bauelemente sind aus der Technik nicht mehr wegzudenken. »o+p« ist die älteste deutsche Fachzeitschrift dieser expandierenden technischen Disziplin. »o+p« vermittelt die fundierten Kenntnisse für Konstruktion und Anwendung. 1968 im 12. Jahrgang. 12 Ausgaben jährlich.

k+g »kunststoff und gummi«

»k+g« ist spezialisiert auf die Verarbeitung von Kunststoff und Gummi sowie auf die hierzu erforderlichen Maschinen und Verfahren. Im »Jahrhundert der Kunststoffe« eine höchst aktuelle Technologie mit einer Vielfalt von Einsatzmöglichkeiten in der Investitions- und Konsumgüterindustrie. 1968 im 7. Jahrgang. 12 Ausgaben jährlich.

wlb »wasser, luft und betrieb«

Die führende Fachzeitschrift für industrielle Wasserwirtschaft, Luftreinhaltung (einschl. Klimatechnik) und Abfallverwertung. Technische, wirtschaftliche und rechtliche Abhandlungen, verbunden mit laufender Marktorientierung über den gesamten Herstellungsbereich, gewährleisten eine umfassende Information. Herausgegeben in Zusammenarbeit mit dem Institut für gewerbliche Wasserwirtschaft und Luftreinhaltung e. V. Köln. 1968 im 12. Jahrgang. 12 Ausgaben jährlich.

KRAUSSKOPF-VERLAG · D-65 MAINZ · Lessingstraße 12-14

Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1968. VI. 10 — Terjedelem: 22,75 (A/5) ív, 116 ábra, 1 melléklet

69.66238 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

MOLNÁR, L.: *Open Pumping in Sheeted Trenches*

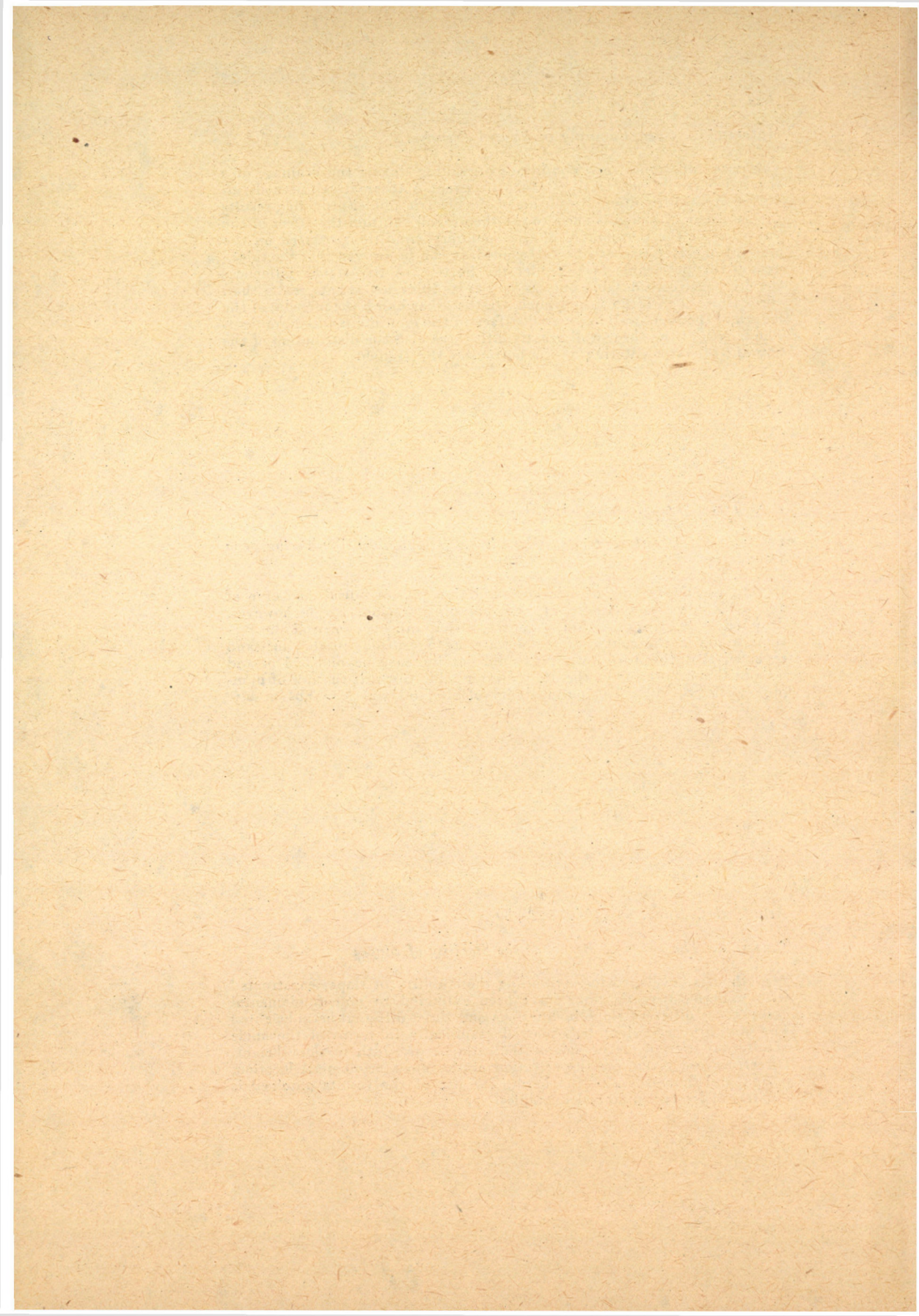
The determination of low conditions prevailing during the drainage of a sheeted partially penetrating trench by exact mathematical methods involves great difficulties. By means of the electric model providing results the accuracy of which is close to the theoretical solution the effect of the variation of the parameters of the boundary conditions exerted on the amount of water etc., can be determined. It can be proved that the thickness of the permeable layer under the bottom of the trench influences the discharge considerably only as long as its thickness is not greater than three times the width of the trench. On the other hand, the increase of the length of the sheet wall has a great effect on the maximum outlet gradient. The length of the sheet wall greatly influences also the distribution of the amount of water entering at the bottom of the trench.

SZABÓ, GY.: *Observations and Experiences During the Dewatering of a Foundation Pit*

During the dewatering of a large foundation pit an initial discharge of 200 litres/min was observed at each pumping station, which, however, dropped to 20 litres/min after 5 months. Visual and instrumental observations made in the course of the dewatering operations in the fine-sand revealed that the drawdown range did not increase beyond 875 m and no additional lowering of the groundwater table towards the row of pumping wells was 1%. The permeability of the soil was $k = 3,84$ m/day.

TIMÁR, A.: *The Effect of Berms on the Stability of Slopes*

A method is developed for estimating the stability of slopes constructed with a berm. Investigations have been extended to nine fundamental cases (three different slope inclinations and three different berm heights.) The stability coefficient was plotted graphically in terms of the angle of internal friction of the soil or the ratio berm width to slope height. Directives are given for the selection of the most economical location, design and dimensions of the berm. The use of the results obtained is illustrated by two practical examples.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 31—41

VERIGIN, N. N.—SARKISJAN, V. S.: *Calculation Method of Dewatering the Foundation Pits under Structures*

When dewatering the foundation pits it is necessary to determine the water level drop in their centre as well as in the wells with the given layouts, dimensions and yields. The present report shows the technique to determine the hydraulic resistance and stripping coefficient for rectangular- and circular-shaped foundation pits in an unconfined water-bearing formation. It is assumed that the wells are located along the contour of the foundation pit with uniform spacing and that they have the same yields at the same time. The consideration of some alternatives, differing in the number and yields of wells, results in the selection of the alternative which is the most efficient from the technical and economic point of view.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 43—57

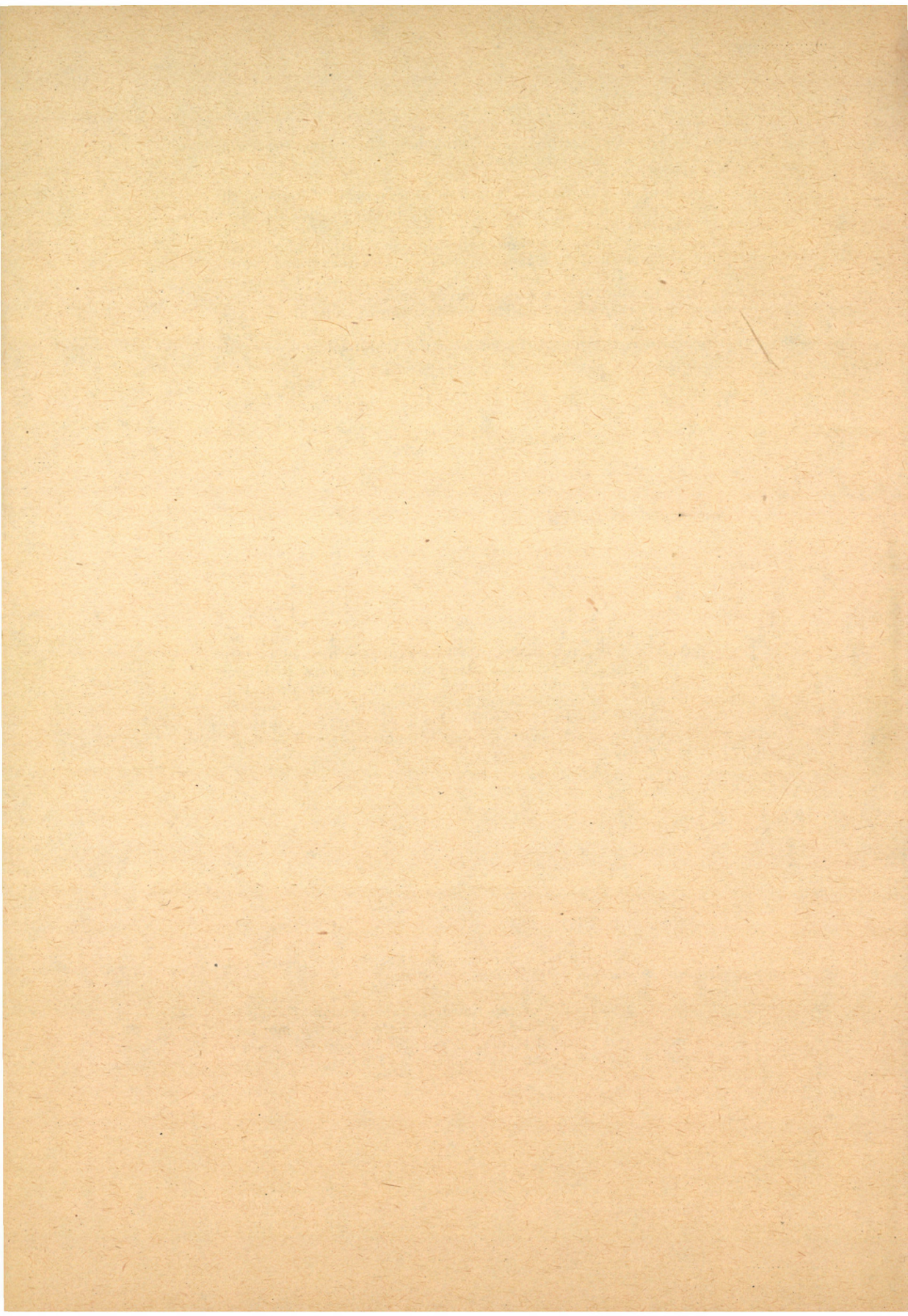
AWAD, A.—PETRASOVITS, G.: *Considerations on the Bearing Capacity of Vertical and Batter Piles Subjected to Forces Acting in Different Directions*

The bearing capacity of vertical and batter piles driven into cohesionless soils is studied. During the experimental investigations the following cases were studied; the bearing capacity of batter piles subjected to lateral loads; the bearing capacity of batter piles subjected to vertical loads; the resistance vertical in- and out-batter piles to lateral loads. The optimum values obtained in individual cases are presented. Relying on the experimental results and using the coefficient of subgrade reaction a computation method is described for illustrating the variations in the magnitude of the coefficient of subgrade reaction as well as of the trend of these variations.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 59—65

APTEKAR, L. D.—BUSHKANETS, S. S.: *Some New Results of Experimental Investigation of Compaction of Clayey Soil*

The paper contains new results of experimental investigation relating to the process of consolidation of clayey soil at different initial moisture content and at different rates of loading of samples by vertical pressure up to 60 kg/cm² (diameters of samples are 30,45 and 90 cm).



BALÁZSY, B.: *Foundation of the Trade Union Center (SZOT) Hotel in Budapest*

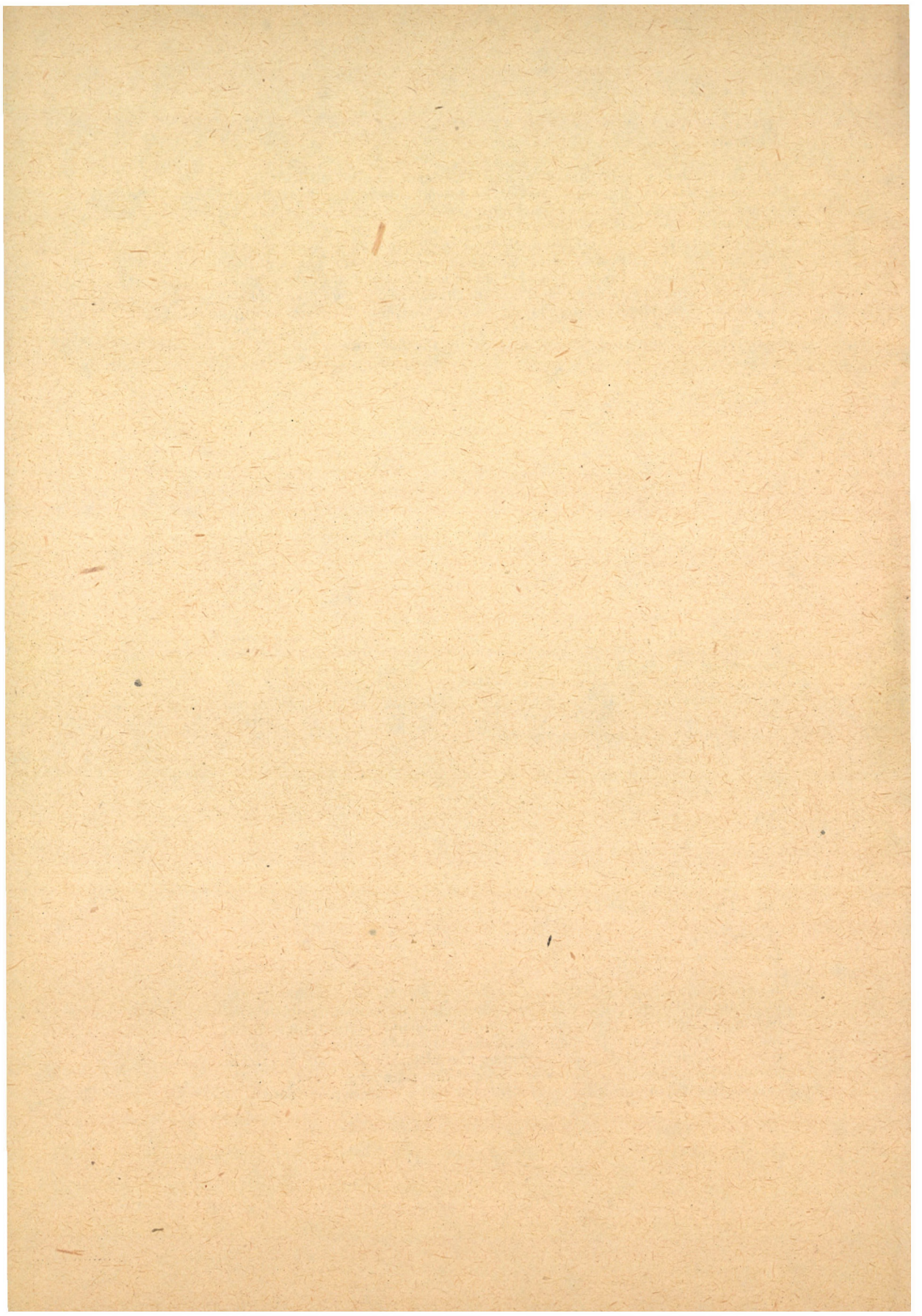
An alternative of deep spread foundations realized under difficult terrain and geological conditions, is described. Special care was indicated in the foundation design. A deep spread foundation was accepted to meet various requirements, involving no more than 6 construction pits and foundations. Each of these supports 9 columns, the load of which is transmitted by a cantilevered reinforced concrete structure. The high load bearing capacity of the hard marl could be used to the full in this manner, up to an effective bearing pressure of 20 kp/cm², without transferring loads to the unreliable upper clay layers. The completed structure verified the data of preliminary explorations and tests, and justified the correctness of the foundation design adopted by the designer.

CSERNY, GY.—RECELE, Z.—Mrs. SCHWOY: *A New Method for Soil Stabilization—Supersilic*

The problems associated with the stabilization of soils with a high water-content and low cohesion is dealt with. A brief review of soil stabilization method: used so far is presented together with their relative merits and drawbacks. Difficulties in grouting can be overcome by the so-called gaseous process, where a gas, rather than a fluid is used as the reagent substance. In the *Supersilic* method the soil is saturated with sodium silicate and then treated with a fluoride gas compound. An actual application of the method is described where a loess soil was stabilized by the new method. The *Supersilic* method is expected to play an important role in future soil stabilization operations.

DETRE, GY.—RÓZSA, L.: *Approximate Determination of the Ultimate Load of Reinforced Concrete Piles in Sands*

Based on test loadings, the present paper points out, primarily, the influence of the original density and compaction by ramming on the load bearing capacity of driven piles and on the internal friction angle of the sand, in the case for fine and medium fine sandy soils. An empirical relation is given serving to determine the ultimate load on piles. The natural soil density (number of blows of the sounding device) and the compactibility (uniformity coefficient) of the soil were considered.



DVOŘÁK, A.: *Dynamic Tests of Piles and the Verification of Results by Static Loading Tests*

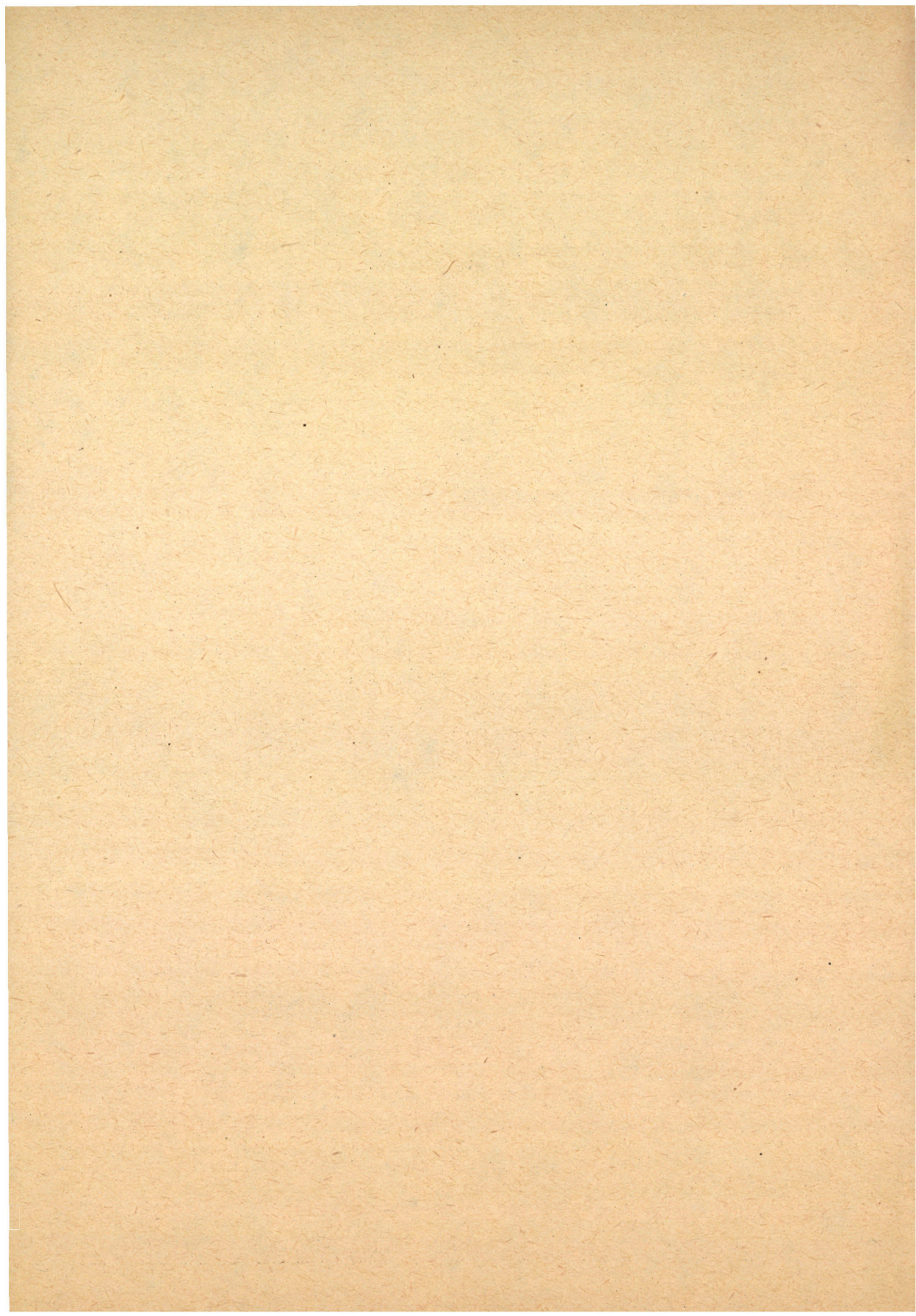
At a dynamic test a pile is set into vibration by a blow on its upper end. The continuity of the pile and the quality of its embedment into the soil can be judged by the character of the forced vibrations. The dynamic method enables a quick examination of the quality of piles and gives a reliable indication of any rough defects. Therefore, it is particularly suitable for the investigation of a great number of piles for which no other data are available, as is the case with cast-in-place concrete piles. Dynamic tests give relative data and, as a rule, static loading tests give a basis for the reliable evaluation of results.

GIROUD, J.-P.: *Effect of the External Load on Vertical Surfaces*

Experimental measurements warrant the use of elasticity theory for the calculation of the stresses applied on vertical surface. A method is proposed for the quick determination of these stresses in the case of a load of great length parallel to the wall.

GRIGORJAN, A. A.—MAMONOV, V. M.: *Determination of the Load Bearing Capacity of Friction Piles Driven in Soils of First Type of Slump*

This paper presents a method how to estimate the bearing capacity of a driven, friction, short (till 7 m length) pile, that doesn't penetrate all the layers of loess soil of first type, using the laboratory characteristics of loess soil. The bearing capacity of a pile is estimating as sum of point resistance and skin friction. The point resistance is estimating with using as well nature dry density, as incipient deformation pressure of saturated loess soil. The skin friction is estimating with using shear characteristics, when the friction between the compacted loess soil and the material of a pile takes place, and the coefficient of lateral pressure of loess soil. The theoretical schemes are assumed according to an experimental data of tests with piles in situ, that were carried out in Dushanbe an Kcherson.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 123—126

HAKIMOV, H. R.: *Some Issues of the Analysis of the Results of Static Loading Tests of Piles*

The results of a large number of a loading test on concrete single piles carried out by the scientific and design institutes of the U.S.S.R. have been collected and investigated by statistical methods. The results of this investigation are presented in present paper. The data given here in some cases allow to determine the settlement of piles without loading tests.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 127—134

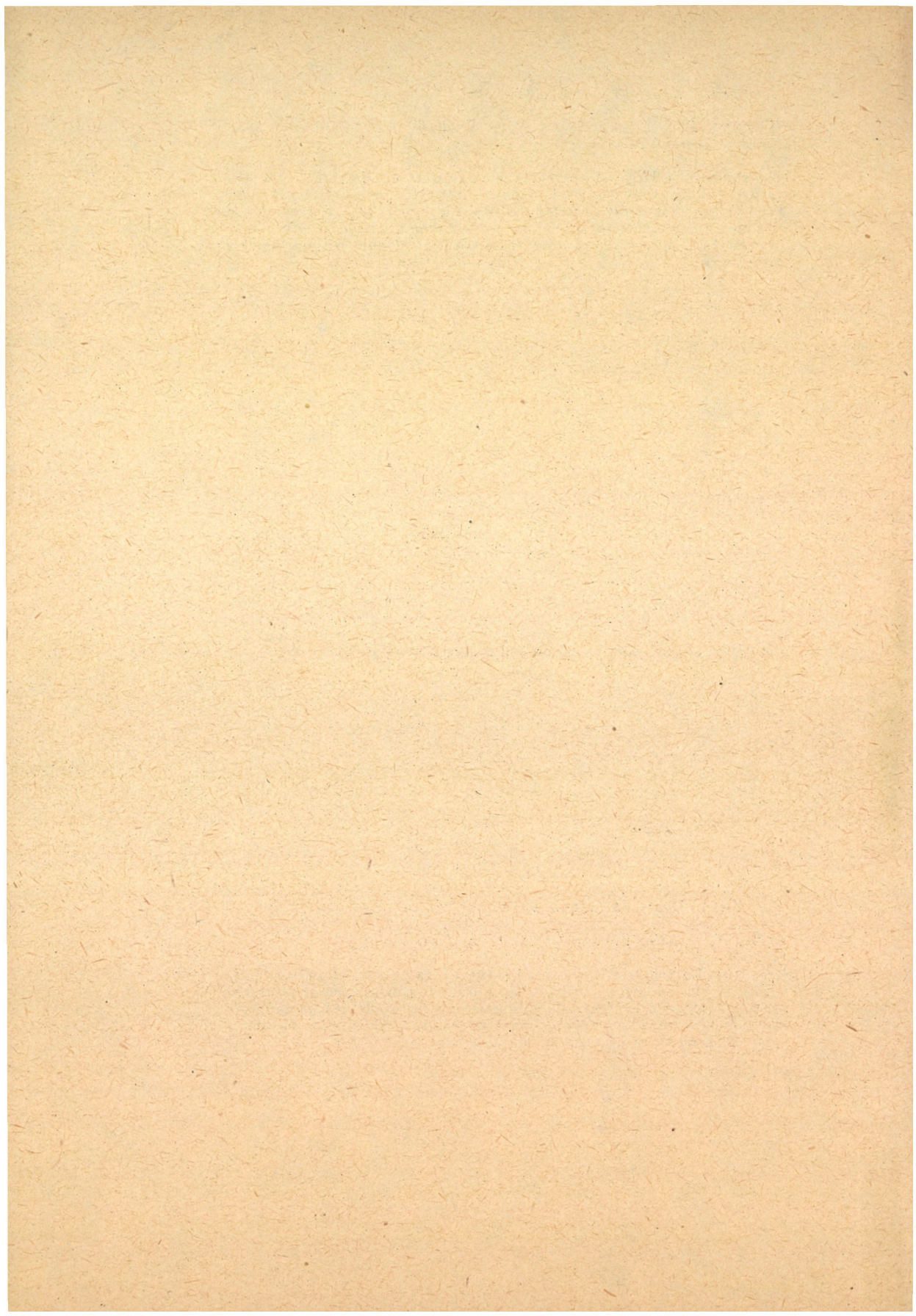
JAIN, G. S.—GUPTA, S. P.: *A Comparative Study of Multi-Underreamed Pile with Large Diameter Pile in Sandy Soil*

This paper presents the results of a pair of load tests on piles of uniform large diameter and multi-underreamed cast in sandy soil. The latter was found to develop much higher resistance with less material consumption as compared to the uniform large diameter pile. Guiding principles for the design of such piles based on soil characteristics are also given.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 135—145

KLEIN, K.: *Loading Tests on Piles for Air Lines*

Results of loading test of in situ made piles as well as of precast piles with a smooth and rough surface. The piles were constructed in saturated sands and stressed by vertical pulling as well as by oblique compressive and pulling force. Evaluation of tensometric measurements for ascertainment of shear stress in vertical direction is given.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 147—152

MAZURKIEWICZ, B.: *Combined Figure of Destruction of Cofferdams with Two-sheet Pile Walls*

The paper presents the analysis of combined rupture figure for a cofferdam with two parallel driven sheet pile walls with an anchoring on the top of the walls in the state of equilibrium is given. The geometrical parameters are considered for the solution of the stability of cofferdam based on Brinch Hansen's earth pressure theory.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 153—171

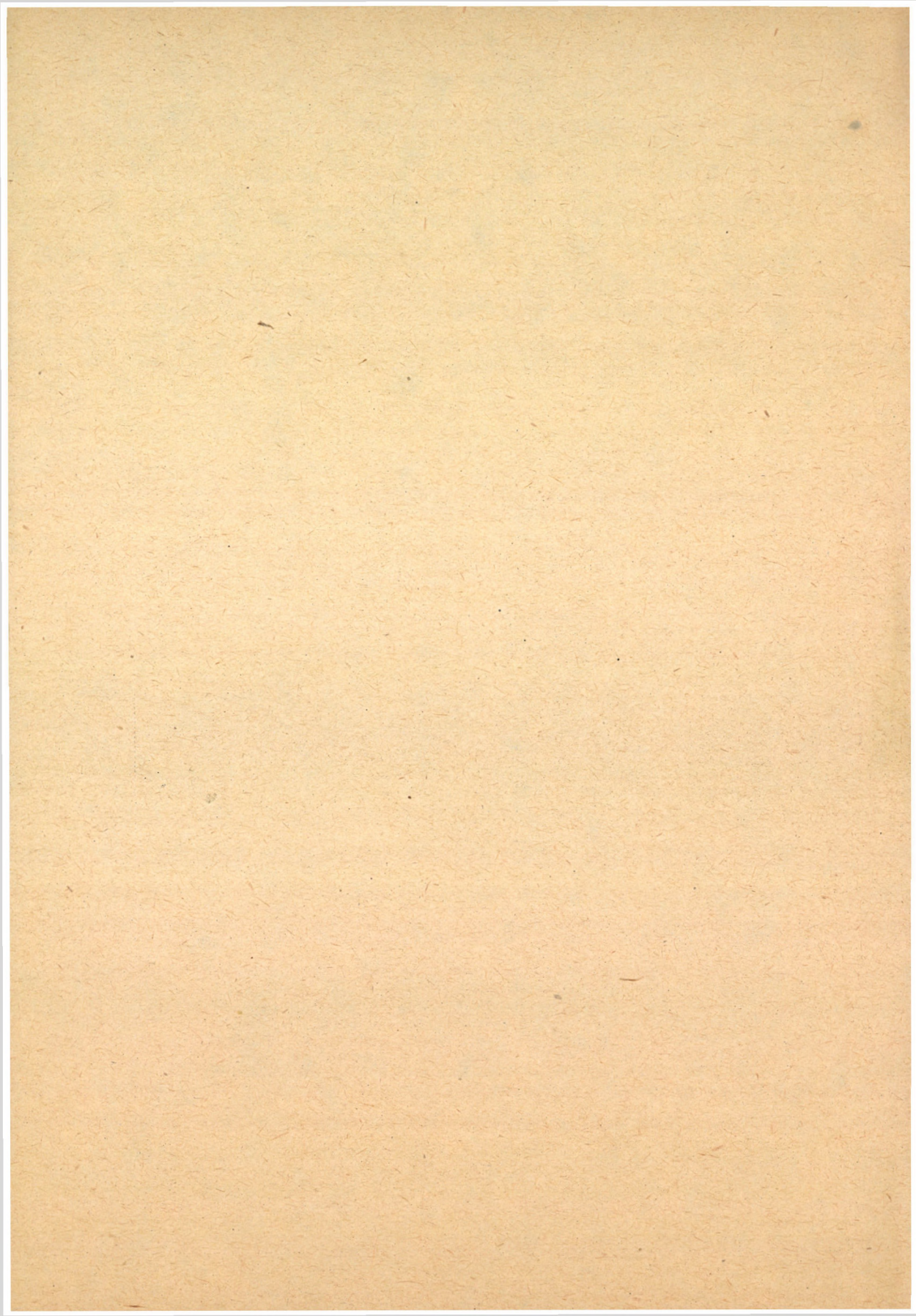
MISTÉTH, E.: *Forces in Piles Supporting Piers*

The study deals with the calculation of internal forces and moments in a piled foundation with two symmetry axes, caused by an arbitrary three-dimensional load system. The subgrade modulus is assumed to increase in proportion to the depth; the foundation as infinitely rigid. After having established the four deformation values of the pile in the ground the internal forces of the pile foundation as of an indeterminate structure can be determined in the direction of the symmetry axis.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 173—181

MURTHY, V. N. S.—KAPUR, R.: *Lateral Stability Analysis of Caisson Foundations*

A simple method for checking the lateral stability of caisson foundations in sandy soils is presented. The solution is based on classical theoretical assumption. In order to simplify the analysis approximations were used. Caisson foundations calculated by the proposed method are suitable for practice, the results are on the safe side. A comparison of grip lengths computed by the author's method with those actually provided for some of the major bridges in India is included.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 183—192

MYSLIVEC, A.—KYSELA, Z.: *Effect of Adjacent Foundations on Bearing Capacity*

Bearing capacity of adjacent foundations is measured experimentally with the aid of models. Two different kinds of sands and test pieces with uniform size are used. The influence of the spacing and depth of the test piece is studied. The results have shown that these parameters influence the bearing capacity up to about 20 per cent either in a negative or in a positive sense. This fact can be explained by the slip zones in the sand.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 193—204

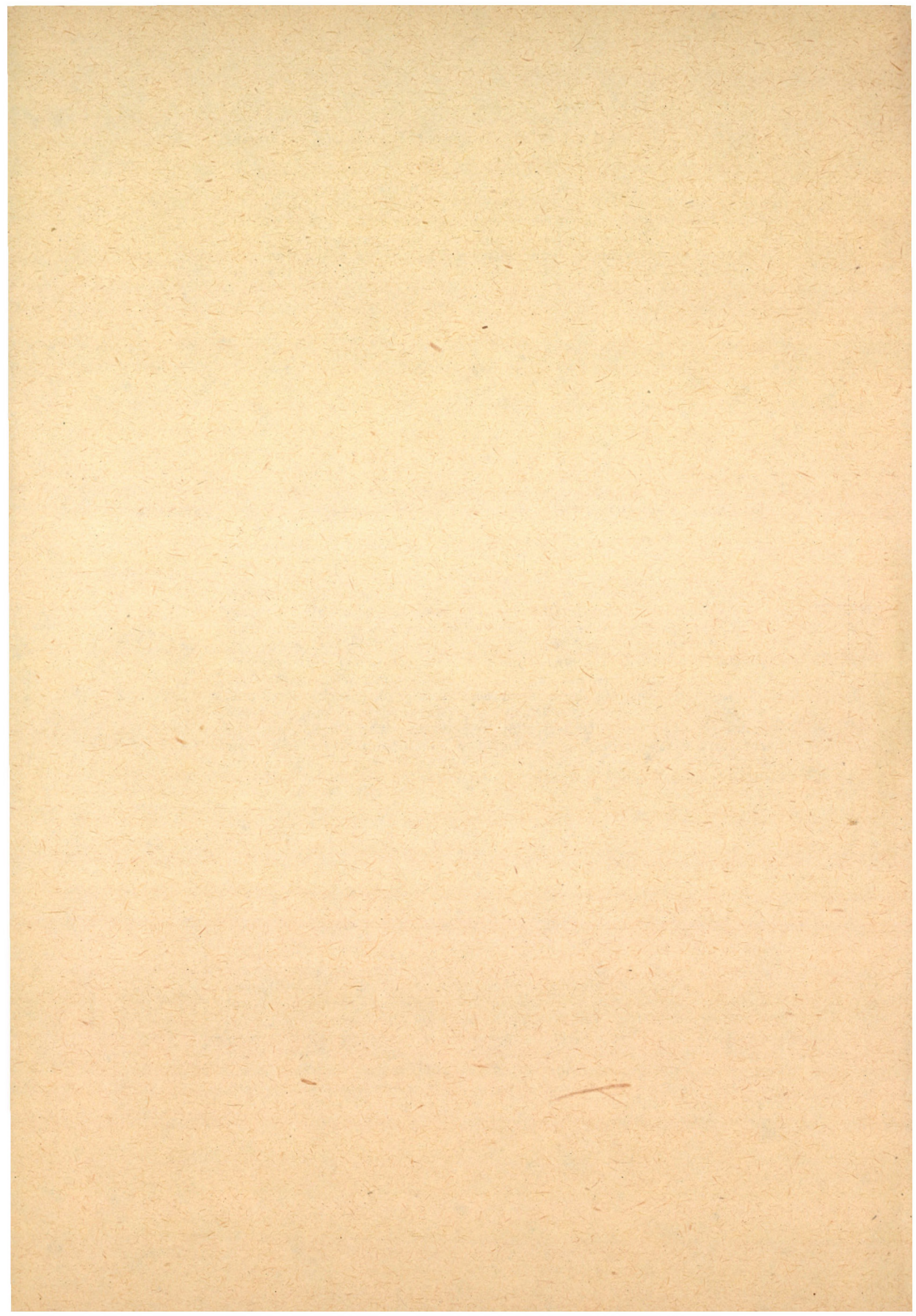
PĂUNESCU, M.: *On Sinking and Tearing out of Different Members by Means of Vibration*

The paper presents several aspects of vibration used for sinking and tearing out different members of the soil. For this purpose a series of vibratory or vibro-percussion devices were designed, made and experimented; they were used to sink and tear out piles, sheet-piles and pipes, as well as to sink reinforced concrete columns. The experimental work was carried out in different soils (sand and clay) as well as for various parameters of vibratory devices. On the basis of the experimental work carried out, a series of values were established both as regards the soil resistance encountered by the members while penetrating into the soil and the parameters of the vibratory devices. The conclusions which had been reached permitted the method to be applied on a series of building sites leading thus to some final conclusions useful in engineering practice.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 205—215

REGELE, Z.: *Problems in the Dimensioning of Screen-Wall Foundations*

Two of the dimensioning problems associated with screen-wall foundations are discussed, namely, the stability analysis of the open slot and the estimation of the load bearing capacity of screen-wall foundations for vertical loads. The wall of the open slot is subjected to active earth pressure, but as a result of arching effect the ensuing stresses do not increase in a linear proportion with depth, they rather show a decreasing trend towards the bottom of the slot. Methods are given for estimating the magnitude of earth pressure for slots of rectangular and circular section and of finite length.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 217—223

SOVINC, I.: *Driving Stresses in Open-End Steel Pipe Piles*

In this paper results of laboratory tests on steel pipe piles are discussed. The values of friction obtained from these tests are compared with the results on full-scale test piles, and, finally, theoretically determined stresses in piles are compared with the stresses measured in piles during driving.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 225—234

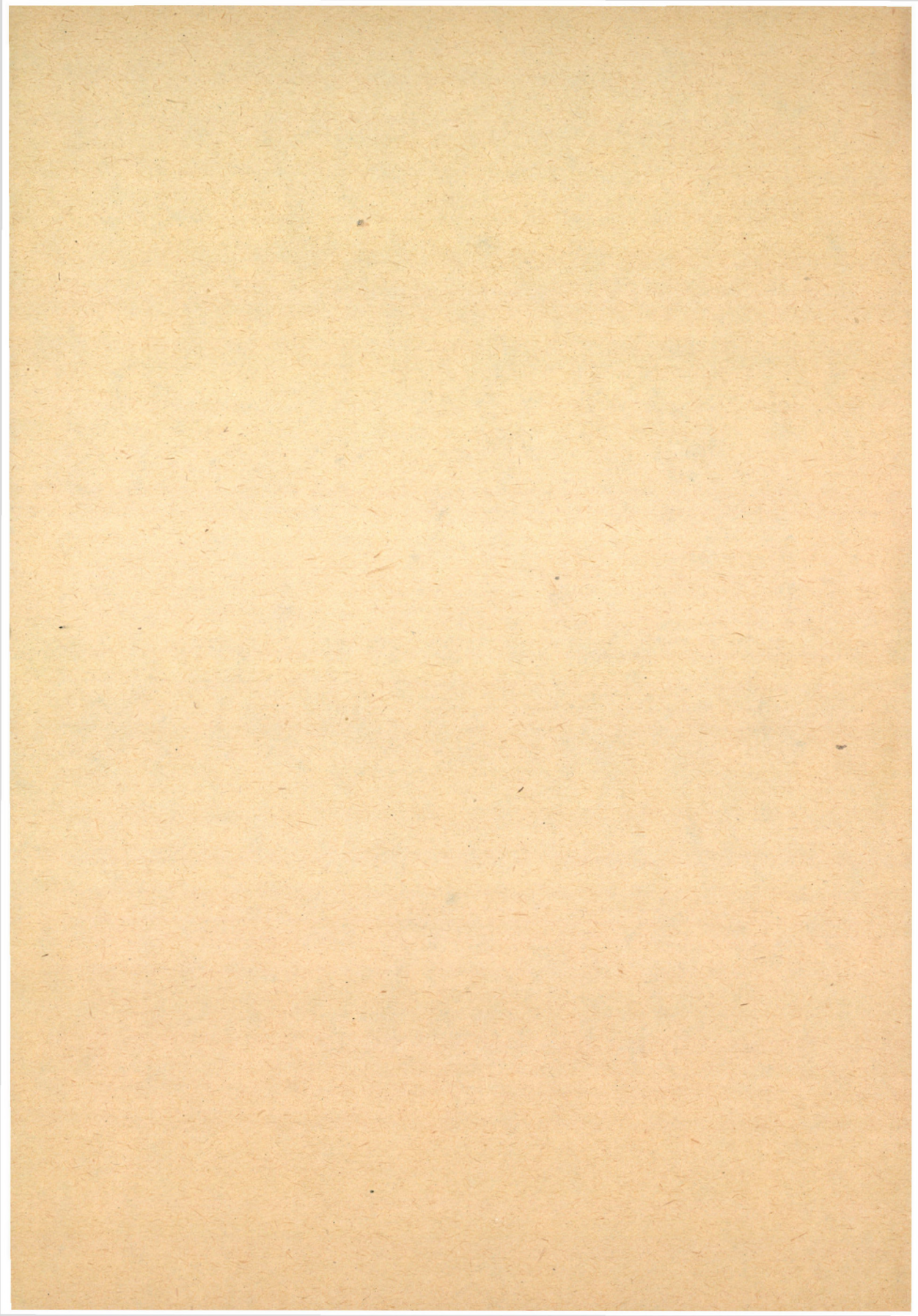
SCHÄFFNER, H. J.: *Load Bearing Capacity of Bored Piles — A Contribution to Standardization*

The paper presents test load results on bored piles, obtained between 1965—67. The loading diagrams were evaluated on the basis of the same method making use of rheological principles, in order to determine the parts of the load due to point resistance and mantle friction as well, regarding also their interaction which is a function of the pile settlement. It could be stated, that the part carried by mantle friction, is, in granular soils, essentially greater than assumed so far. The paper discusses particularly the effects of the new findings on standards regarding pile bearing capacity.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 235—241

TEJCHMAN, A.: *Model Tests of the Influence of the Skin Friction on the Point Resistance of Foundation Piles*

Based on model tests the paper discusses the effect of the skin friction on the point resistance of foundation piles. Tests were performed using cohesionless soil media and applying two specialtype pile models. It was found the point resistance being increased on the average by about 10 per cent — as a result of the skin friction reaction.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 243–248

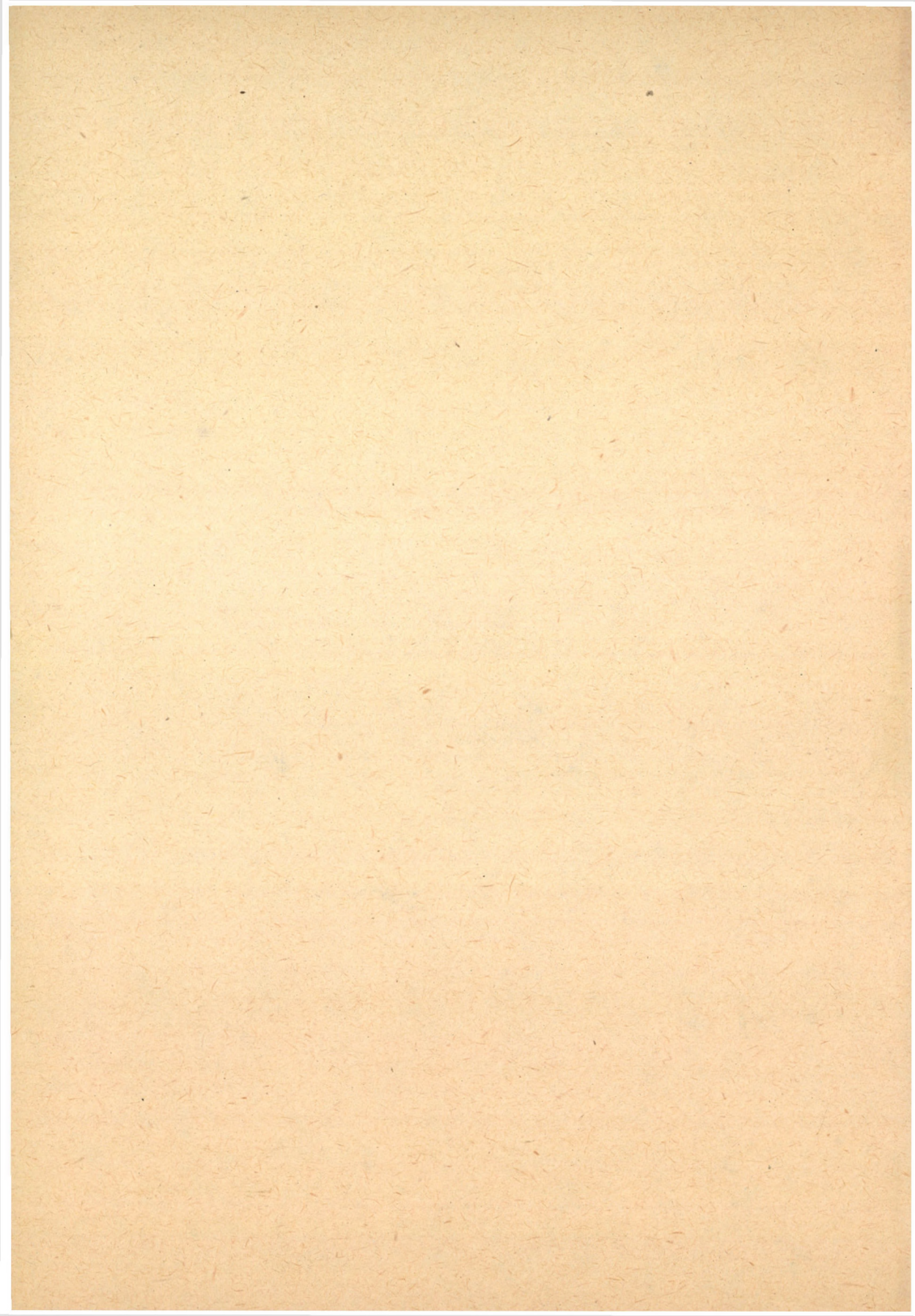
VISWANATHAN, S.: *Application of Static Cone Penetrometers in the Design of Deep Foundations*

The author's firm has recently developed a Static Cone Penetrometer suitable for subsoil exploration similar to the Dutch „GOUDA” design. From practical experience author concludes that the Static Cone Penetrometer is an indispensable tool for the design of deep foundations and where foundations for heavy columns resting on a sub-soil having complicated geological history are to be designed, the result of Standard Penetrometer Tests are unreliable and would result in considerable delay in arriving at a suitable foundation design.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 249–255

ZSUREK, J.: *Slow Deformation of Gravel Soils and Granular Materials under Compression*

In the last 10 ÷ 15 years of the development of soil mechanics a number of research workers began to pay increasing attention to the problems of slow-rate soil deformation. Several hundred papers report on experimental results; many dealt with the theoretical problems of soil rheology, and the first monographies have been published. The majority of the papers referred to discuss the slow deformation of heavy soils or describe the test results obtained therewith. On the other hand, the number of papers dealing with the slow-rate deformation of non-heavy soils is insignificant although these soils, particularly the non-trundled particles, exhibit a definite slow deformation in case of static force effects. This paper presents the results of studies on the slow deformation of detrital soils under compression, and of certain theoretical summaries.



The *Acta Technica* publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The *Acta Technica* appear in parts of varying size, making up volumes. Manuscripts should be addressed to

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Hungary

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the *Acta Technica* is 165 forints a volume. Orders may be placed with "Kultúra" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest I., Fő utca 32. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les *Acta Technica* paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les *Acta Technica* sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes. On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante:

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Hongrie

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 165 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultúra» (Budapest I., Fő utca 32. Compte courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«*Acta Technica*» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«*Acta Technica*» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу:

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Венгрия

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «*Acta Technica*» — 165 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultúra» (Budapest I., Fő utca 32. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

Reviews of the Hungarian Academy of Sciences are obtainable
at the following addresses:

ALBANIA

Ndermarja Shtetnore e Botimeve
Tirana

AUSTRALIA

A. Keesing
Box 4886, GPO
Sydney

AUSTRIA

Globus Buchvertrieb
Salzgries 16
Wien I

BELGIUM

Office International de Librairie
30, Avenue Marnix
Bruxelles 5
Du Monde Entier
5, Place St. Jean
Bruxelles

BULGARIA

Raznoiznos
1, Tzar Assen
Sofia

CANADA

Pannonia Books
2, Spadina Road
Toronto 4, Ont.

CHINA

Waiwen Shudian
Peking
P. O. B. 88

CZECHOSLOVAKIA

Arlia
Ve Směčkách 30
Praha 2
Poštovní novinová služba
Dovoz tisku
Vínohradská 46
Praha 2
Mad'arská Kultura
Václavské nám. 2
Praha I
Poštovní novinová služba
Dovoz tlače
Leningradská 14
Bratislava

DENMARK

Ejnar Munksgaard
Nørregade 6
Copenhagen

FINLAND

Akateeminen Kirjakauppa
Keskuskatu 2
Helsinki

FRANCE

Office International de Documentation
et Librairie
48, rue Gay Lussac
Paris 5

GERMAN DEMOCRATIC REPUBLIC

Deutscher Buch-Export und Import
Leninstraße 16
Leipzig 701
Zeitungsvertriebsamt
Fruchtstrasse 3—4
1004 Berlin

GERMAN FEDERAL REPUBLIC

Kunst und Wissen
Erich Bieber
Postfach 46
7 Stuttgart S.

GREAT BRITAIN

Collet's Holdings Ltd.
Dennington Estate
London Rd.
Wellingborough, Northants.
Robert Maxwell and Co. Ltd.
Waynflete Bldg. The Plain
Oxford

HOLLAND

Swetz and Zeitlinger
Keizersgracht 471—487
Amsterdam C
Martinus Nijhof
Lange Voorhout 9
The Hague

INDIA

Current Technical Literature
Co. Private Ltd.
India House OPP
GPO Post Box 1374
Bombay I

ITALY

Santo Vanasia
Via M. Macchi 71
Milano
Libreria Commissionaria Sansoni
Via La Marmora 45
Firenze

JAPAN

Nauka Ltd.
92, Ikebukuro O-Higashi 1-chome
Toshima-ku
Tokyo
Maruzen and Co. Ltd.
P. O. Box 605
Tokyo-Central
Far Eastern Booksellers
Kanda P. O. Eox 72
Tokyo

KOREA

Chulpanmul
Phenjan

NORWAY

Johan Grundt Tanum
Karl Johansgatan 43
Oslo

POLAND

RUCH
ul. Wronia 23
Warszawa

ROUMANIA

Cartimex
Str. Aristide Briand 14—18
București

SOVIET UNION

Mezhdunarodnaya Kniga
Moscow G—200

SWEDEN

Almqvist and Wiksell
Gamla Brogatan 26
Stockholm

USA

Stechert Hafner Inc.
31, East 10th Street
New York, N. Y. 10003
Walter J. Johnson
111, Fifth Avenue
New York, N. Y. 10003

VIETNAM

Xunhasaba
19, Tran Quoc Toan
Hanoi

YUGOSLAVIA

Forum
Vojvode Mišića broj 1
Novi Sad
Jugoslovenska Knjiga
Terazije 27
Beograd

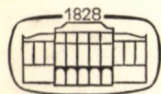
ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

REDIGIT: M. MAJOR

TOMUS 64

FASCICULI 3—4



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1969

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

SZERKESZTŐ BIZOTTSÁG

BARTA ISTVÁN, BÖLCSKEI ELEMÉR, GESZTI P. OTTÓ,
LÉVAI ANDRÁS

Az *Acta Technica* angol, francia, német és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az *Acta Technica* változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, négy füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest V., Münnich Ferenc u. 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az *Acta Technica* előfizetési ára kötetenként belföldre 120 forint, külföldre 165 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó”-nál (Budapest V., Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-46), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest I., Fő utca 32. Bankszámla: 43-790-057-181) vagy annak külföldi képviselőinél és bizományosainál.

Die *Acta Technica* veröffentlicht Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, englischer, französischer und russischer Sprache.

Die *Acta Technica* erscheint in Heften wechselnden Umfangs. Vier Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Ungarn

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 165 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Außenhandels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest I., Fő utca 32. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

ENDRE REUSS

1900—1968

Die ungarische technische Wissenschaft wurde von einem schweren Verlust betroffen: Endre REUSS, Universitätsprofessor, der weltweit bekannte, hervorragende Pfleger des Gebietes der Plastizitätstheorie, verschied unerwartet am 10. Mai vergangenen Jahres.

ENDRE REUSS wurde in Budapest, den 1. Juli 1900 geboren. Das Diplom eines Maschineningenieurs erwarb er mit Auszeichnung im Jahr 1922 an der Technischen Hochschule in Budapest. An derselben Hochschule promovierte er i. J. 1932, und wurde Privatdozent in 1942.

In 1953 bekam er die Berufung als Professor an die Technische Universität in Budapest. Neben seiner Tätigkeit als Professor versah er in den Unterrichtsjahren 1955/56 und 1956/57 auch das Amt des Dekans der Fakultät für Maschinenbau.

Seine Vorliebe für wissenschaftliche Fragen und seine besondere mathematische Begabung fiel bereits während seiner Schulzeit in der Mittelschule auf. Seine erste Arbeit aus dem Gebiet der Mechanik veröffentlichte er mit 25 Jahren.

Den bedeutendsten Teil seines Schaffens bildete die Reihe von Veröffentlichungen, die in der ZAMM, in den Jahren 1929—38 erschien.

Gleichzeitig mit MISES wies er 1929 nach, daß die Arbeit der elastischen Formänderung auch von Kristallen in die Summe aus zwei Teilen zerlegt werden kann, von denen der eine Teil lediglich von der Volumenänderung, der andere von der reinen Formänderung abhängig ist. Ferner bewies er, daß man bei der Berechnung des Elastizitätsmoduls von elastischen kristallinen Stoffen hinsichtlich der Elastizitätskonstanten der einzelnen Kristalle von zwei extremen Annahmen ausgehen kann, d. h. daß entweder die Formänderung oder die Spannung in allen Kristallen die gleiche ist.

Im Jahr 1930 erkannte er, daß die Plastizitätstheorien von HAAR—KÁRMÁN und von HENCKY nicht haltbar sind; ausgehend von der Misesschen Elastizitätstheorie, entwickelt für große Formänderungen, hat er für den elastisch-plastischen Körper die einfachste Materialgleichung aufgestellt. In 1932 hat REUSS seine Theorie für plastische Bedingungen, die von den

Huber—Misesschen Bedingungen abweichen, verallgemeinert, u.a. auch für die Mohrschen Voraussetzungen. In 1933 drückte er die sich aus der Tresca—Mohr—Guestschen Gleittheorie ergebenden plastischen Bedingungen durch Invarianten des Spannungstensors aus. In 1936 stellte er eine Theorie für die Entstehung der Tschernow-, bzw. Lüders—Hartmannschen Linien auf.

Mit der angeführten Serie dieser bedeutenden Untersuchungen endete die erste, außerordentlich produktive Periode der wissenschaftlichen Tätigkeit von Endre REUSS. Seine Tätigkeit stieß seinerzeit in den einheimischen wissenschaftlichen Kreisen auf Unverständnis; dieser Umstand, ferner die durch den Krieg verursachten Aufregungen, sein dienstliches Arbeitsfeld, das immer größere Verantwortung mit sich brachte, die Sorgen um das tägliche Leben haben die Kette seiner glänzenden wissenschaftlichen Arbeiten für lange Zeit unterbrochen.

Nur nach einer Pause von anderthalb Jahrzehnten, im Jahr 1953, kehrte er zum ursprünglichen Gebiet seiner Tätigkeit, zur Festigkeitslehre zurück. In der einen oder anderen Arbeit schimmerte noch seine hervorragende mathematische Begabung und seine Genialität auf, aber die schweren Umstände, das immer schwerer werdende Leiden seiner Frau, und zuletzt ihr eingetretener Tod haben seine Nerven völlig zerrüttet und seine Arbeitskraft lahmgelegt. Auch er wurde durch ein heimtückisches Leiden befallen, und es zwang ihn zum Aufgeben der schaffenden, produktiven Arbeit. Es gelang ihm zwar, den ersten Angriff der Krankheit zu überwinden, aber in diesem erbitterten Kampf erwies sich die Krankheit als stärker, und entfernte aus unserem Kreise für immer Dr. Endre REUSS, den hervorragenden Wissenschaftler und den warmherzigen Kollegen.

Die Erinnerung an seine liebenswürdige Persönlichkeit wird im Kreise seiner Freunde und Schüler ungeschwächt weiterleben, die Erinnerung an seine wissenschaftliche Tätigkeit bewahren dagegen unvermindert seine glänzenden Veröffentlichungen, die als anspornendes Beispiel dienen werden.

Die Redaktion

HIGH-SPEED IMPACT DESIGN

L. GILLEMOT

MEMBER OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

J. MORZÁL and L. GILLEMOT, JR.

Research Institute for Non-ferrous Metals, Budapest

[Manuscript received March 13, 1968]

The moving velocity of the tool in high-speed impact ranges between $14 \div 70$ m/s. As compared to machines of the older type, high-speed impacts can be built as types of smaller weight. For the designer the main problem is to find the adequate speed. With a view to practicability, the upper limit equals abt. 30 m/s. For drop forging of die-formed parts of steel the velocity limits are practically between 14 and 25 m/s. Again, when parts of aluminium and aluminium alloys are formed by cold working, and for the purposes of powder-metallurgy, the recommended speed is $30 \div 40$ m/s. By means of high-speed impacts it is possible to produce parts having more intricate shape by one single blow. In making bars and tubes, lower speeds are recommended. By means of pulvermetallurgic technology, larger parts of a greater density can be manufactured than the parts made by the method of static pressing operation.

I. A brief review of the development of high-speed forming

In technology of plastic deformation and cutting, the velocity of tool movement varies within a wide range. Ever since the beginning of this century, cutting technology has followed the trend of increasing speed. Apart from the slow-rate operation press and extrusion units, the velocity of forging tool movement amounted — in the field of plastic deformation — to about 1–10 m/sec, with the majority of the various equipment types operating at a rate of 3 to 4 m/sec. The kinetic energy of a hammer is

$$E = \frac{mu^2}{2} \quad (1)$$

where m is the moving mass, and u the speed at the beginning of the impact. Obviously, a rate increase would be associated with a reduction of the moving mass, under otherwise identical conditions.

Publications on the first high-speed equipment types were issued around the end of the 'fifties. Since this time, the development of high-speed impact machines assumed a rapid rate, and now an extensive literature is dealing with both the description of the individual machine types, and the technological processes feasible by using high-speed impact machines.

The very first high-speed machine was developed by the *General Dynamic Corporation* under the trade name "Dynapac". Afterwards, partly with an

American licence, but partly on the basis of independent construction, the development of high-speed forming machines was begun in the United Kingdom, the German Federal Republic, the Soviet Union, Japan and, recently, in Italy.

High-speed forming machines operate, in general, on a pneumatic principle. Such pneumatic forging installations are described by a number of British, German, French, and Russian publications [1–13]. Thus there have been about 300 pneumatic impact machines produced, up till now, all over the world. In the development of high-speed impact machines, a new idea is represented by S. A. TOBIÁS' design [14] which intends to carry out high-speed impact by the combustion of a liquid fuel. Thus experiments to apply liquid nitrogen as a fuel have also been conducted [15]. Such installations are, however, only in the stage of laboratory experiments, as yet. Although the pneumatic machine was developed originally for the purpose of forging, attempts have been made to use high-speed pneumatic installations for extrusion as well [16–20].

The speed of high-speed pneumatic impact machines, in the moment of impact, is generally within the range of 14 to 30 m/sec nowadays, although machines operating in the 50 to 100 m/sec speed range have also been constructed already [21, 22]. Recently BRONIN G. K. [23] published a review on the development of high-speed impact machines. Taking the types constructed so far into consideration, Bronin attempted to find empirical relations between the output and other engineering parameters of the machine. Naturally these formulae express only a more or less close correlation between the various characteristic machine indices, respectively. The machine parameters: output, speed, stroke length, dead weight, engine performance, and cycle period greatly depend on what a technological process the impact machine is supposed to carry out.

The objective of the present paper is to describe the calculation methods of these machines, with the remark that the formulae and derivations published here represent a significant simplification of the problem. Investigations on actual conditions would lead to an extremely complex equation system, the solution of which could only be feasible by using a computer. For this reason, every derivation and formula of this paper are only of an approximative character intended, above all, to facilitate the selection of the machine type required for the given technological process, by making use of the considerations explained. It will be noted in advance that it is impossible to design a universal machine suitable for all possible purposes, and fundamentally different high-speed impact machines are required for die forging, or, for example, extrusion.

II. Fundamental principles in designing high-speed pneumatic impact machines

The operational principle of one of the most commonly known high-speed impact machine types is illustrated in Fig. 1. The working cylinder of the machine is divided in two where one part contains a p_0 , the other a p_2 pressure gas, the former being much higher than the latter. In the starting position (Fig. 1a), the high-pressure (p_0) gas acts upon the surface of the

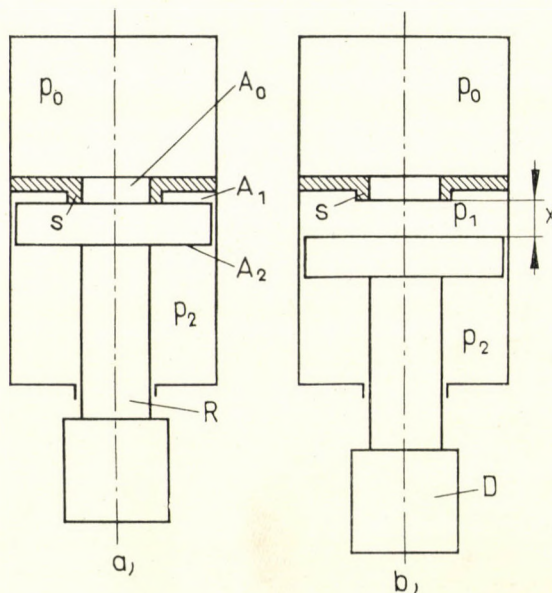


Fig. 1. Schematic diagram of the operation of a twin-chamber high-speed impact machine

piston through bore A_0 . In this position where low-pressure gas p_2 acts upon surface A_2 , the piston is pressed by compression force $-Q$ to sealing ring S where

$$-Q = A_0 p_0 - A_2 p_2. \quad (2)$$

In this equation A_2 is the piston surface minus the surface of the piston rod. If, due to a pneumatic or mechanical force effect, the piston leaves its home position, then pressure p_0 will affect the entire A_1 surface of the piston. With the flow losses neglected, and taking into consideration that the p_0 pressure gas expands whereas p_2 is compressed adiabatically, force F acting upon the piston will be

$$F = \frac{p_0 A_1}{\left(1 + \frac{A_1 x}{V_1}\right)^\kappa} - \frac{A_2 p_2}{\left(1 - \frac{A_2 x}{V_2}\right)^\kappa}. \quad (3)$$

In the above equation x means the piston displacement, V_1 the volume of the high-pressure chamber, and V_2 that of the low-pressure one. The equation reveals that, after a certain x_0 travel, this force will be zero. Since

$$E = \int_0^x F(x) dx \quad (4)$$

the energy will be maximum, if

$$\frac{\partial E}{\partial x} = F(x) = 0. \quad (5)$$

If there were no flow losses existing, Equ. (3) could be integrated in a simple manner, and the impact energy of the machine would be

$$E_i = \frac{mu^2}{2} = \frac{p_0 V_1}{\kappa - 1} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{A_1 x}{V_1}\right)^{\kappa - 1}} \right] - \frac{p_2 V_2}{\kappa - 1} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{A_2 x}{V_2}\right)^{\kappa - 1}} - 1 \right]. \quad (6)$$

Equation (6) is only of a symbolic significance as actually no pure adiabatic expansion will be produced but, behind the piston, instead of the values calculated from the adiabatic expansion of the originally p_0 pressure gas only a p_1 pressure always less than p_0 will originate. The actual output (E) of the machine, therefore, is less than the one calculated from ideal adiabatic expansion. The actual output which can be calculated from pressure p_1 is described by an equation system consisting of 6 differential equations that cannot be integrated in an enclosed form. The problem can only be solved by using a computer, with the initial condition that the gas flow through bore A_0 will become supersonic at the beginning of the piston displacement. The calculation method thus developed is extremely accurate, and the measurements made with actual machines revealed that the difference between the calculated and actually measured energy and speed figures did not exceed 1 per cent.

SALOV and BOTCHEROV [24] suggested to select factor κ in the adiabatic expansion and compression equations as a value other than 1,41 but this calculation method would seem suitable only for machines of similar dimension and less adaptable for the actual description of the phenomena in question, if compared to the computer technique outlined above.

Instead of selecting factor κ in the equations as a value other than 1,41, rather the introduction of the definition of pneumatic efficiency appears reasonable. Pneumatic efficiency is

$$\eta_p = \frac{E}{E_i} \quad (7)$$

where E is the actual operational capacity of the machine, and E_i means the work calculated on the basis of the ideal adiabatic expansion given by Equ. (6). Pneumatic efficiency depends to a great extent on impact speed. According to Equ. (6), if the adiabatic expansion or compression in the right-hand side of the equation is constant, that is, pressures p_0 and p_2 are always identical when starting, then the speed of the machine will depend only on the magnitude of the moving masses. The larger the moving mass m , the lower the speed of the machine. Decreasing speed has, in turn, decreasing adherent flow losses. Accordingly, in case of given piston surfaces and cylinder volumes, the pneumatic efficiency will increase with a decreasing speed. This phenomenon is illustrated in Fig. 2. Although the data of this Figure are those of an actual

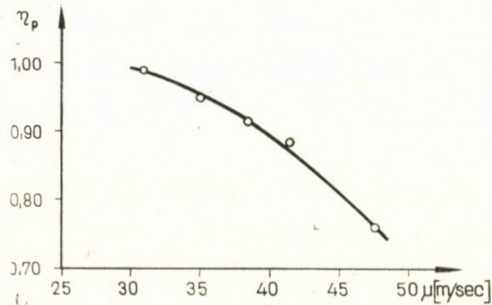


Fig. 2. Variation of the pneumatic efficiency in function of speed

machine type to be described later ($P\dot{U}F-8$), the character of the curve is more or less similar to other machine types as well. As can be seen in this Figure, the pneumatic efficiency approximates the unit value at about 30 m/sec. With higher output machines, this limit is also somewhat higher. While emphasizing that the correlation between pneumatic efficiency and speed depends somewhat on the machine output as well, it may be stated as a general rule that, by the application of less than 25 to 30 m/sec velocities, the output reduction due to flow losses can be made negligible. These considerations justify the recent construction of high-speed impact machines within the range of 14 to 30 m/sec, all over the world.

The output of the double-chamber machines presented in Fig. 1 can be further increased somewhat by supplementing the p_2 low-pressure cylinder area with auxiliary containers, through pipes of a suitable dimension. In this case, the compression work of the gas will decrease, while speed increases to a slight extent. Variation of the pressure conditions of high-speed machine $P\dot{U}F-8$, and the variation of speed in function of stroke length is illustrated in Fig. 3. Here p_0 means the curve corresponding to the adiabatic expansion of the high-pressure gas area, and p_1 the pressure actually produced in front of the piston. The area included by curves p_0 and p_1 is proportional to the flow

losses encountered. Pressure p_2 will increase from the initial 24 atm only to 32 atm, because of the auxiliary volumes connected with the low-pressure chamber. The actual power output of the machine is proportional to the area included by curves p_1 and p_2 . As revealed by Fig. 3, the travelling speed of both piston and tool will rapidly increase within the first two-third of the stroke, whereas the variation of the speed in the third one-third is insignificant. The kinetic energy is proportional to the square of speed u [Equ. (6)], and it follows that, in the second part of the stroke length, kinetic energy will not vary to

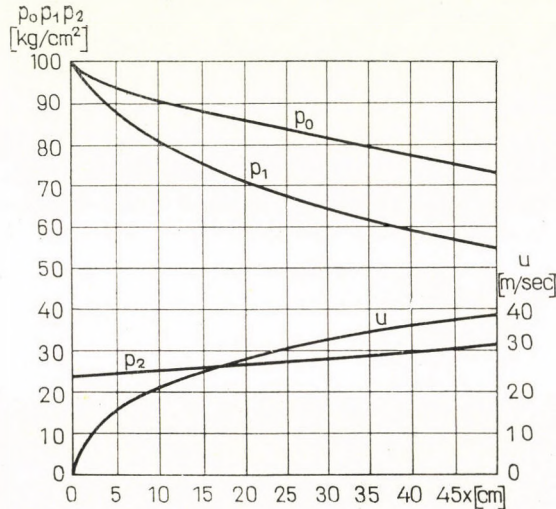


Fig. 3. Movement rate of the PUF-8 high-speed impact machine tool and the variation of pressures in function of stroke length

a considerable degree, either. Thus the stroke length need not be increased excessively in order to increase output. Stroke length is governed, above all, by the height of the work to be formed.

At the low-pressure side, inclusion of auxiliary gas spaces does not only increase machine output but it also offers the advantage of preventing the production of detrimental oscillations after the impact; were these auxiliary containers omitted then, as it would follow from the $x = f(t)$ solution of Equ. (6), the moving mass could perform a vibration after impact, leading in the impact rod to a tensile stress in addition to the compression stress produced in the moment of impact which might lead, in turn, to the fatigue fracture of the rod proper.

In addition to the twin-chamber system described above, high-speed machines may have a number of other versions, such as the solution illustrated by Fig. 4 which differs from the type shown in Fig. 1 in that bores A_0 are here in the piston itself. The machine has, therefore, only a single p_0 -pressure gas space. In the initial position, pressure p_0 acts upon surface A_2 . If the

piston surface minus bore A_0 is A_1 , then $A_2 = A_1 - A_d$ where A_d is the cross section of the rod. In the initial position, pressure p_0 acts upon surface A_2 against which another p_0 pressure, that affecting the piston surface outside of ring S will similarly act. With the piston displaced from its firing position, pressure p_0 will act upon the entire A_1 surface of the piston which, in turn,

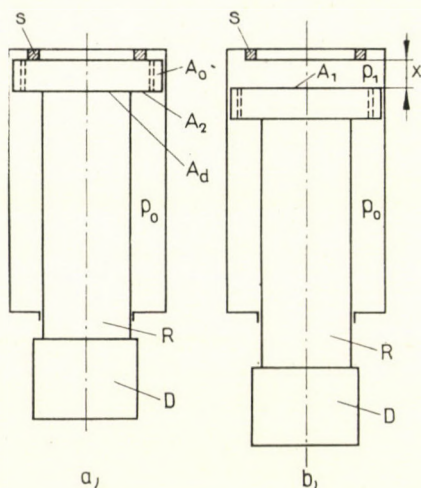


Fig. 4. Schematic diagram of the single-chamber high-speed impact machine

will be accelerated by force F , where

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{p_0 V_0^\alpha A_d}{(V_0 + A_d x)^\alpha} \quad (8)$$

Neglecting again the flow losses, Equ. (8) can be integrated in a simple manner, thus the energy of the machine will be

$$E_i = \frac{mu^2}{2} = \frac{p_0 V_0}{\alpha - 1} \left[1 - \left(1 + \frac{A_d x}{V_0} \right)^{1-\alpha} \right] \quad (9)$$

If the full stroke of the machine is indicated by s then, taking into consideration that $A_d = A_1 - A_2$ and $V_0 = (A_2 - A_0)s$, the energy at the end of the stroke is expressed thus:

$$E_i = \frac{mu^2}{2} = \frac{p_0 V_0}{\alpha - 1} \left[1 - \left(\frac{A_1 + A_0}{A_2 + A_0} \right)^{1-\alpha} \right] \quad (10)$$

It is easy to realize that, if the value of stroke s is fixed, the kinetic energy will depend on the ratio of surfaces A_1 and A_2 . With Equ. (10) differentiated

according to A_2 , the machine output will have a maximum in function of surface A_2 , if

$$\frac{\partial E_i}{\partial A_2} = \frac{p_0 V_0}{\kappa - 1} \left[\left(1 - \kappa \right) \left(\frac{A_2 + A_0}{A_1 + A_0} \right)^{\kappa - 1} \right] \quad (11)$$

and therefrom,

$$\left(\frac{A_2 + A_0}{A_1 + A_0} \right)^{\kappa - 1} = \frac{1}{\kappa} . \quad (12)$$

Since the value of κ is 1,41, with a given stroke and piston diameter the machine will render a maximum output when

$$A_2 + A_0 = \frac{A_1 + A_0}{2 \cdot 3} .$$

Resubstituting this into Equ. (11), the optimum output will be

$$E_{i \text{ opt}} = \frac{p_0 V_0}{\kappa} = 0,309 \cdot p_0 V_h \quad (13)$$

where $V_h = (A_1 + A_0)s$, that is, the cylinder volume.

Gas pressure p_0 is usually selected between 100 and 150 atm, for sealing reasons. Thus, with a predetermined gas pressure, machine output will depend only on the cylinder volume. The *NEK-8* type machine which will be described in detail later is of the single-chamber arrangement corresponding to Fig. 4. With the given machine, output control is by the adjustment of pressure p_0 , and by means of the moving masses. The weight of the moving masses varies within a range depending on the construction of the machine. The moving mass (m) consists of three parts:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 \quad (14)$$

where m_1 is the mass of the piston, m_2 is that of the piston rod, and m_3 corresponds to the mass of the tool mounted to the rod. Here m_1 and m_2 are masses determined by strength conditions, and only the m_3 mass of the tool can be varied. Its minimum value is offered by a simple upsetting tool, whereas its maximum is determined by the machine dimensions. In case of a *NEK-8* machine, the minimum total weight of the moving masses amounts to 150, their maximum to 265 kg.

Fig. 5 illustrates the output and speed variation in function of pressure p_0 . This Figure reveals that the greater the moving weight, the lower the speed. In this Figure, furthermore, the energy of the machine is given for a maximum tool weight. The Figure also shows that, with a gas pressure of $p_0 = 150$ atm,

the maximum machine output is 8700 mkp. Since the weight variation of the tool affects the machine output, the average output of the machine may be estimated, at full charge, to 8000 mkp. By the variation of pressure p_0 , machine output and speed can also be varied within a wide range. With the minimum weight tool used, the maximum speed of the machine is about 32 m/sec, whereas under normal operational conditions and with a full charge it would be 25 m/sec. And since the speed is about 25 to 30 m/sec even in extreme cases, the pneumatic efficiency of the machine is about 0,99 or so.

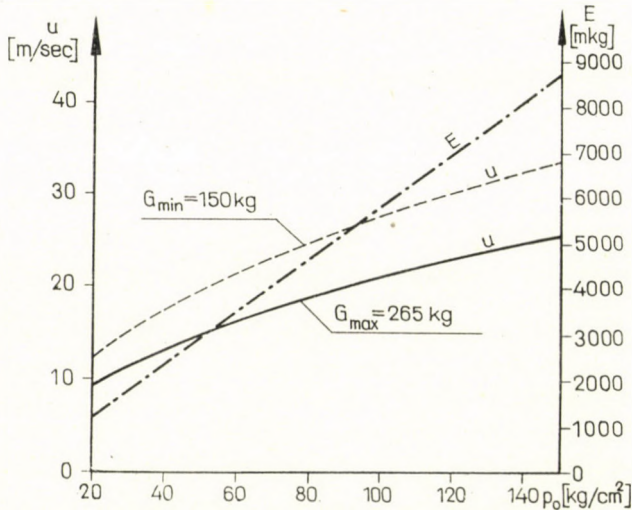


Fig. 5. Movement rate of the NEK-8 impact machine tool, and the output of the same machine, in function of gas pressure

III. The effect of forming speed on the flow stress

In case of cold formed materials, flow stress (k_f) depends on specific deformation (ϵ) and specific strain rate ($\dot{\epsilon}$) where the logarithmic strain is

$$\epsilon = \ln \frac{A}{A_0} \quad (15)$$

where, again, A_0 is the initial cross-section of the work formed, and A indicates the post-deformation cross-section.

To design high-speed impact machines, it is fundamentally important to know the formation strength of the individual materials, in function of temperature, deformation, and deformation rate. Although a wide-spread literature is dealing with the determination of this function, the problem has not been as yet solved unequivocally. Formulae by PRANDTL [25], then ALDER

and PHILLIPS [26] have been most widely accepted. According to PRANDTL,

$$k_f = k_{f_0} + a \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \quad (16)$$

where k_{f_0} is flow stress measured by means of an $\dot{\varepsilon}_0$ deformation rate, while k_f is that measured by deformation rate $\dot{\varepsilon}$. PRANDTL derived this formula from atomic structure considerations whereby it might be regarded as more or less theoretically well-established.

The formula suggested by ALDER and PHILLIPS

$$k_f = k_{f_0} \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^n \quad (17)$$

is entirely empirical while showing, nevertheless, somewhat more accurate agreement with the experimental results than the Prandtl formula. The constant a in the Prandtl formula, and the constant n in Equ. (17) are material dependent factors. Measurements revealed, however, that both a and n depend on temperature and on the extent of true strain (ε) as well. The numerical difference between the values calculated by using the two different formulae is not significant. Neither describes the actual situation accurately but in engineering calculations both can be used for approximation within a wide range. For calculating technical convenience, the value of constant a is frequently given in such a manner as if Equ. (16) would involve a common logarithm. Thus, for example, according to NÁDAI and MANJOINE [27] as well as according to our own measurements [28], the constant a of 99,5 per cent purity metal aluminum is between 0,8 and 1 kp/mm². Generally, constant a (just as n) varies considerably in function of the temperature. Fig. 6 illustrates the a -constant variation of an aluminum alloy in function of temperature and specific elongation, according to the measurements by HEINEMANN [29].

The constants in the equation describing the speed effect initially increase, in general, with an increasing temperature, but later on decrease again. It follows that high-speed forming technology cannot always consider those temperature ranges as most advantageous which have been developed for the technologies operating with lower rates. Former [27] and recent [30] measurements show that, in general, flow stress will increase with an increasing speed. There are a few exceptions, however, as far as this rule is concerned. Thus some earlier measurements by NÁDAI and MANJOINE [27] reveal that the value of constant a may be negative between 200 and 500 °C. Thus some materials exhibit such a temperature range where the flow stress measured with a high speed is lower than the static value proper. This is confirmed by the latest measurements as well.

In solving the different technological problems, it must be taken into consideration that, during deformation, a greater part of the mechanical work invested will be transformed to heat. On the effect of this heat, the temperature of the work formed is usually increasing which, in turn, is associated again with the reduction of the forming strength. This phenomenon is of particular importance when excessive deformations must be produced.

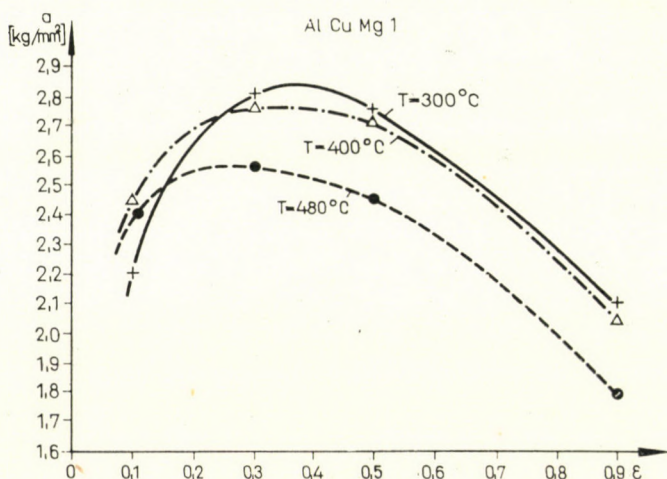


Fig. 6. Rate constant of an aluminum magnesium copper alloy in function of temperature

The specific mechanical work (W) spent on deformation consists of two parts:

$$W = Q + \Delta E \quad (18)$$

where Q is the work equivalent of the heat quantity produced, and ΔE is the internal energy variation of the metal. In case of minor deformations when, for example, $\epsilon = 1$ to 5 per cent, the internal energy variation amounts to about 50 to 90 per cent of the total work invested. Inversely, if the deformation is excessive, then the internal energy variation as compared to the total external work is only about 1 to 5 per cent [32], and about 95 to 99 per cent of the work exerted by external forces will be converted to heat. In case of an excessive deformation, therefore, the work required by deformation will not increase, due to the temperature rise of the work piece, to such an extent as is expected from the increase of the flow stress [Equs (16) and (17)]. MAC-GREGOR and FISCHER [33] as well as others suggested the adoption of equations taking into consideration the variations of the flow stress in function of both temperature and speed.

The present paper does not intend to study the speed effect thoroughly; our intention was to emphasize the factors exerting an influence on the se-

lection of the speed range when designing such a machine. Thus experiments were conducted with aluminum by compressing cylindrical pieces of 40 mm height with a single impact to the predetermined deformation. With the total work input (E_d) measured, aluminum cylinders of the same diameter and height were then compressed statically. The ratio of dynamically required work quantity to that needed statically was studied. According to our measurements, the ratio E_d/E_s increased around 20 m/sec to 1,6 then, at about 32 m/sec, decreased to 1,2 again. It follows that in course of large deformation of certain structural materials, although the flow stress will increase continuously, the work required by deformation will not necessarily vary according to identical regularities, if compared to the flow stress. The work required by deformation can be characterized only by a complex function taking flow-stress variations in function of deformation proper and temperature into account, as well as the effect of the mechanical work converted to heat during deformation. Accordingly, it seems that in hot forming operations the excessive speed increase is, generally, not quite reasonable, whereas in the cold forming of certain metals such as aluminum, machine speed should be selected to represent a relatively high value.

With respect to the machine design considerations described above, a speed exceeding 30 m/sec is generally not desirable from the aspects of pneumatic efficiency. For machines designed specially to form aluminum, however, the impact speed of the machine should be selected preferably around 34 m/sec, according to the features enumerated.

IV. The effect of speed on formability

When selecting the impact speed of high-speed forming machines, the effect of the speed exerted on the material must also be taken into consideration. As early as in connection with explosion type formation, several authors observed that the strength and plasticity properties pertaining to the same deformation will often be much more favourable in case of high-speed formation processes. In order to explain this phenomenon, wire drawing experiments were carried out with aluminum, copper, mild steel, and sorbitic steels. Drawing rate varied in the two different test sequences according to a 1 : 7000 ratio. These experiments were conducted under such cooling conditions as to prevent recovery or annealing due to temperature rise in the course of the deformation [34]. Variations of the yield point exhibited by copper, in function of the extent of deformation and drawing speed are presented in Fig. 7.

Similar results were obtained by YOSHIDA and NAGATA [30] during aluminum deformation. An example of their experiments is illustrated in Fig. 8. In the course of their measurements, these authors continued the deformation

of a material, compressed dynamically to a certain limit, in a static manner. As illustrated by Fig. 8, the yield point of a material formed in advance dynamically will be higher after an identical deformation than that of the mate-

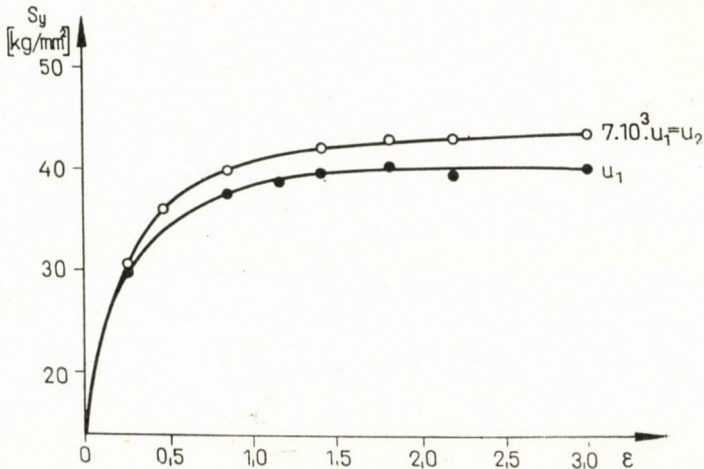


Fig. 7. Variation of the yield point of an electrolyte copper in function of the extent of forming and formation speed

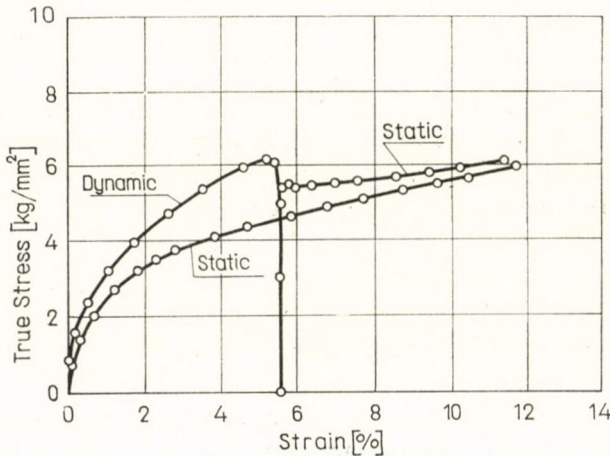


Fig. 8. Variation of the yield point of aluminum after static and dynamic formation, respectively

rial preformed in a purely static way. This phenomenon confirms that, in case of certain materials such as aluminum and aluminum alloys, the application of a high speed exerts a favourable effect on the characteristics of the finished product. Experiments conducted so far reveal, in general, that the fracture strain will increase to a certain limit with an increasing speed [34]. Investigations on this topic were published by SOGRISHIN et al., partly while cold forming aluminum, and partly while hot forging tool steels [22].

The effect of speed is very interesting in powder metal compaction. On the basis of iron and iron-copper experiments, the favourable effect of speed can be established almost unequivocally [35]. If γ_0 indicates the specific gravity of the metal, and γ represents that of a body compressed from powder, then the γ_0/γ ratio obviously will always exceed 1. The experiments showed that, in case of identical specific energy consumption, the γ_0/γ ratio would decrease with an increasing speed (Fig. 9). It follows from this Figure that,

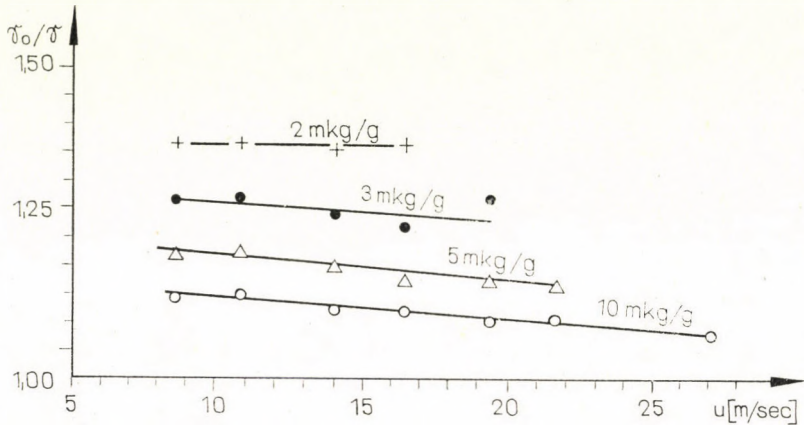


Fig. 9. Variation of the specific gravity of a compressed body made of iron powder, as compared to that of a solid body, in function of the specific impact energy and rate

when compacting powder bodies, the minimum specific work requirement is within the speed range of 30 to 40 m/sec, depending on powder size and material. In iron powder compaction, a 10 mkg/g work input at this speed range has led to about 95 to 96 per cent of the specific gravity of the solid metal.

V. The influence of technology on machine design

The various technological processes govern the principal characteristics of high-speed impact machines to a great extent. The equations and simplified considerations described here serve nothing but illustration purposes, and render correct values only as far as order of magnitude is concerned. They are definitely suitable, however, to offer an adequate basis for conclusions to some fundamental design principles. As evidenced above, speed increase in hot forming steels will lead only to an increased formation strength, and neither from machine efficiency nor other aspects might it be considered as reasonable to adopt a rate over 30 m/sec. According to the experiences gathered so far, the most suitable speed range for hot forming steels is from 14 to 25 m/sec. The only advantage speed increase offers is to have the material flow

in the die with an extremely high speed whereby the friction coefficient would decrease. Here, however, strength considerations represent certain limitations as illustrated by the simple example as follows:

The mass in Equ. (1) consists, according to Equ. (14), of three parts. In case of a machine of a predetermined stroke, the mass of piston rod m_2 is directly proportional to the P_m value of the maximum force permissible for the rod. Thus

$$P_m = cm_2. \quad (19)$$

Substituting this relation and Equ. (14) into Equ. (1), and putting it to a standard form gives

$$U = \sqrt{\frac{2E}{m_1 + \frac{P_m}{c} + m_3}}. \quad (20)$$

This equation points out that, in case of a machine of given output and stroke, a speed increase would mean a lower value of the force permissible for the piston rod. It is easy to realize that if the force* required for work of deformation is $P = P(x)$, then the force permissible for the piston rod, and the force due to forming resistance will have the following relation there between, since

$$P = (m_1 + m_2 + m_3) \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{and} \quad P_m = (m_1 + m_2) \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (21a)$$

thus

$$P_m = P \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (21b)$$

It follows from Equ. (21b) that the mass m_3 of the tool should be preferably selected to be sufficiently large as compared to mass m_2 of the rod, and mass m_1 of the piston. It is, therefore, generally advisable to produce a hollow piston rod.

As evidenced by the considerations outlined above, there is a close correlation existing between the impact speed and the maximum force permissible for the piston rod.

Simple upsetting is illustrated by Fig. 10. If the tool impacts the work to be upset after covering an x_0 distance, then the equation of motion for the x is less than x_0 , distance is represented by Eqs (3) and (8), respectively. Let us assume that hence $F = F(x)$ is the force exerted by gas pressure on the piston rod, and $P = P(x)$ the force required for deformation. Then, after the impact, the equation of motion for the tool may be written as

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x) - P(x). \quad (22)$$

* Note: The forces due to gas pressure are neglected for simplification's sake.

When upsetting or die forging, $P = P(x)$ will increase monotonously. Since the relation of $P = P(x)$ to the force permissible along the piston rod is according to Equ. (21b), the solution of this equation will reveal that, in function of the path of deformation, forces amounting to or exceeding the P_m value

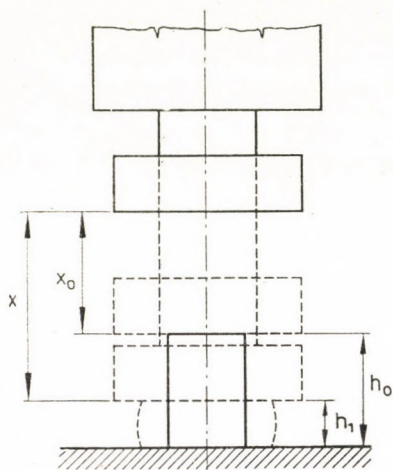


Fig. 10. Schematic diagram of upsetting

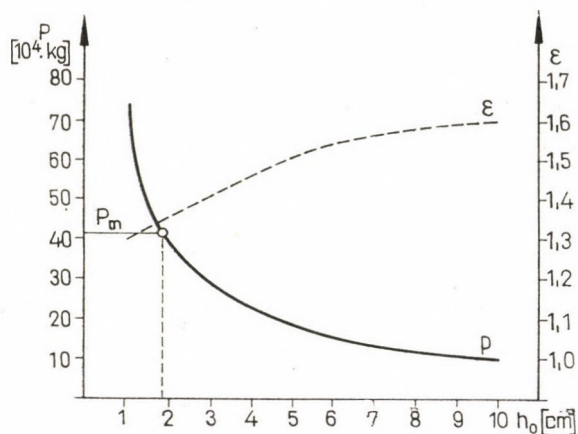


Fig. 11. An Al-Mg-Si alloy under hot upsetting: variation of the force produced in the piston rod, in function of the height of the work to be formed

may also occur in the rod. Fig. 11 illustrates the conditions existing in upsetting an aluminum-magnesium-silicon alloy. If the volume of the material to be formed is always 500 cm^3 , and only its height varies, then the Figure reveals that, with the reduction of the height of the body to be formed, the force produced along the piston rod will increase in a rapid rate and, in the given case of forming an about 1,8 cm height of work piece, this force will reach the 420 t

value permissible for the rod. The Figure illustrates, furthermore, the logarithmic deformation available by forming the 500 cm³ volume aluminum-magnesium-silicon alloy with an energy of 7500 mkp. Both the Figure and the theoretical equations lead to the general rule that, at low height but large surface bodies, minor deformations are realized by great forces produced along the piston rod and, consequently, low-speed machines are required in correspondence with Equ. (20). High-speed machines, on the other hand, can be advantageously used for an increased formation of excessive height but smaller cross-section work pieces.

Thus an increased speed represents two disadvantages in die forging. If the machine output E is constant then, for the formation of flat pieces, a low-speed machine is required, the piston rod and other components stressed from strength aspects which permit the application of great forces. Here speed increase leads to an increased flow stress.

Speed increase, on the other hand, has two advantages as well. At a high speed, the greater part of the mechanical work will be converted to heat, the die forged work will thus be heated and, owing to the extremely short period of forming, it is not necessary to reckon with the possibility of having the work cool off during formation. The other significant advantage is the fact that the friction coefficient will decrease with an increasing speed. These two advantages together permit a good die fill-up and, consequently, high-speed machines are capable of producing pieces impossible to form by means of older type machines.

These considerations and the course of formation determine, at the same time, the length of stroke. With the precise calculations omitted, it may be accepted as a general rule that work pieces of a small dimension in the direction of deformation can be advantageously formed, in general, with a low speed of — say — 14 to 18 m/sec, whereas samples requiring an extended formation travel or extremely thin ribs can be formed advantageously by means of a higher forming rate.

Extrusion technology exerts a similarly great influence on speed selection during machine design. In addition to the aspects referred to above, it must be taken into account here that, during extrusion, speed will greatly vary from the very beginning of the operation up to its completion and, due to the repeated slow-down, the rod moving with a high speed will be affected by excessive mass forces.

Let us assume according to Fig. 12 that h indicates at an optional moment the length of the rod leaving the die, and σ represents the stress due to the mass force in the cross-section of the rod immediately after the die; then

$$R_1^2 \pi \sigma = R_1^2 \pi h \rho \frac{d^2 h}{dt^2} \quad (23)$$

where ρ is the density of the material compressed. A precondition of continuity as expressed by using the symbols of Fig. 12:

$$R_0^2 \pi(x - x_0) = R_1^2 \pi h \quad (24)$$

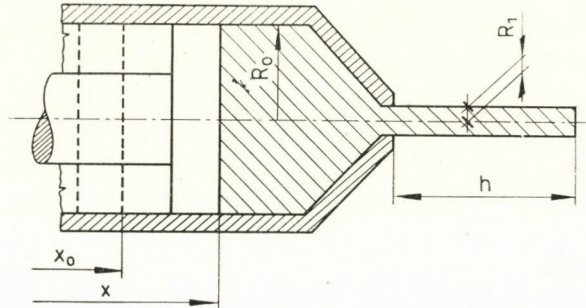


Fig. 12. Schematic diagram of dynamic extrusion

which double differentiating gives

$$R_0^2 \frac{d^2 x}{dt^2} = R_1^2 \frac{d^2 h}{dt^2} \quad (25)$$

Combining Eqs (23), (25) and (22):

$$\sigma = h\rho \frac{R_0^2}{R_1^2} \left[\frac{F(x) - P(x)}{m} \right] \quad (26)$$

$F(x)$ in Equ. (26) is, according to Equ. (8), the function of course x of the piston. Force $P(x)$ required for the formation may be regarded as constant, apart from the friction produced on the wall of the recipient. Even with the numerical solution of the equation omitted, it can be realized that different stress peaks may occur along the length of the extruded bar. The value of stress calculated from Equ. (26) this can obviously not exceed the yield point of the material. Equ. (26) reveals, furthermore, that if compression force $F(x)$ is equal to the force brought about by the resistance of formation, which would correspond to static extrusion, then the stress in the extruded bar should amount to zero. The longer the bar to be extruded, and the greater the reduction, the higher stress would exist if the difference $F(x) - P(x)$ was other than zero. The stress taking place is inversely proportional to the moving masses (m) of the machine, wherefrom it follows that extrusion should have large moving masses applied which, at the given energy of the machine, would lead in turn to decreasing velocities* according to Equ. (1).

* Note: The technology of extrusion will be discussed in a separate paper.

Although, for simplification purposes, our derivation has neglected a number of factors such as the forces required for the acceleration of the material to be pressed, Equ. (26) is nevertheless suitable to make the conditions existing on extrusion appreciated. It can thus be ascertained from this equation that, for the pressing of long bars, large moving masses and increased stroke length machines are needed. For this reason, the machine type most suitable for extrusion differs fundamentally from that used in forging, and the two technologies can be realized by using the same machine only in case of a moderate length required for the extruded bar.

VI. Machine design

On basis of the considerations referred to above, and of the experiments partly described herein, three different machine types have been constructed specially for laboratory test purposes. Of the three machine types, *EXP 1/2* produced as the very first one was a low-output unit suitable only for expressively laboratory scale experiments. This machine was constructed on the principles explained by Fig. 1. Its output is about 600 mkp and, with respect to its relatively small output, returning the machine to its original position after impact is performed by discharging the air from the high-pressure chamber. If, according to Fig. 1, the high-pressure chamber is connected to the ambient air by means of a valve, the compressed air in the low-pressure chamber will return the piston to its original position. Maximum pressure in the high-pressure area is $p_0 = 20$ atm, which can be readily achieved by using compressed air containers. For this reason, the machine is not equipped with a compressor system. Discharging the gas from the high-pressure chamber, however, is associated with a considerable efficiency impairment. This principle should be employed, therefore, only for low-output machines in order to reduce investment costs.

The other two machine types feature industrial dimensions although design took into account, above all, laboratory research requirements. The readjustment of both machines is by an oil hydraulic equipment outlined in Fig. 13. As explained in the foregoing statements, the piston rod is best produced, from the aspects of strength, in a hollow form. This permits the location of pull bar marked R_1 within piston rod R^* . After impact, the moving masses can be returned to their original position by means of the piston operating within the oil pressure cylinder located above the pneumatic cylinder. The period required between two successive impacts is governed by the delivery output of the oil pump. Since laboratory measurements did not require a high-

* Hungarian patent.

speed machine, the two further large-size equipment types were completed with a relatively low-output oil pump. The average output of the two industrial size machines is about 8 tm, with a built-in engine output of 20 kW. Thereby the period between the two impacts, that is, the return of the moving masses to their initial position roughly takes 35 seconds.

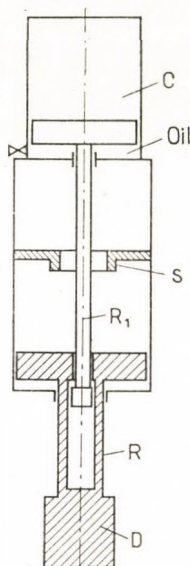


Fig. 13. Schematic diagram of an oil hydraulic return device

As a comparison, it will here be noted that, in industrial installations of a similar output, an increase of the pump performance has led to the achievement of much shorter cycle times as well. Increasing the impact number per min, however, is economic only to a certain limit and, particularly, if feeding and work removal are automated. For machines where extremely short cycles are to be realized, sometimes oil hydraulics are replaced by a flywheel solution [36]. Recently, a machine type was constructed, which could be used as either a high-speed forming unit or an equipment suitable for the earlier low-speed technique [37]. With these machine types, forming-process is not necessarily by a single impact. Our constructions are, however, designed exclusively for a single-impact forming.

In conformity with the considerations discussed above, the *PÜF-8* machine operated by the *Research Institute for Non-ferrous Metal* was designed mainly for aluminum and aluminum alloy forging and extrusion. The schematic diagram of this machine is presented in Fig. 14; this machine operates according to Fig. 1. In the actual construction, however, the high-pressure area (p_0) surrounds the low-pressure chamber (p_2) in order to reduce structural height. The weight of the machine frame is excessive as compared to that of

the moving masses; a slight displacement of the frame can be, therefore, compensated for by glycerine brakes G_1 and G_2 . Since, when die forging aluminum or performing powder metallurgy operations, the range of 30 to 35 m/sec seemed to represent the most favourable speed range, the speed of the machine at full charge ($p_0 = 100$ atm) was selected to equal 38,4 m/sec. By using very light

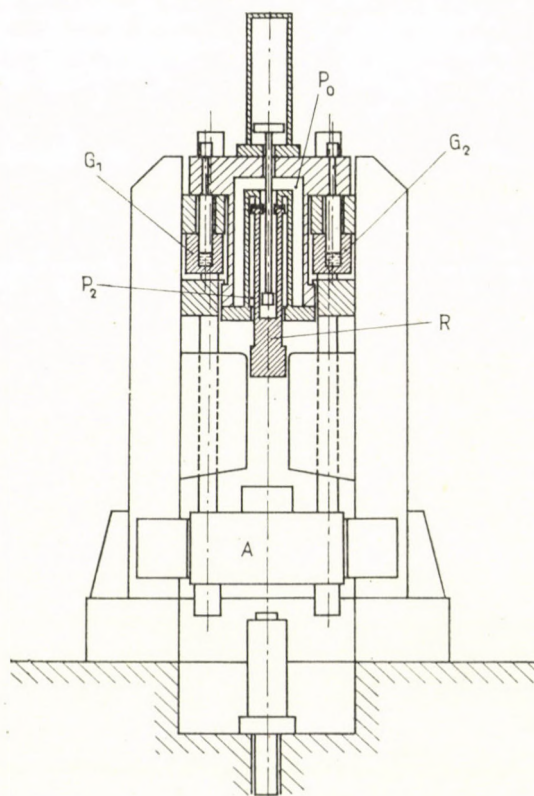


Fig. 14. Schematic diagram of the layout of a PUF-8 machine

dies, machine speed may be increased to 47,5 m/sec. This speed is higher than the critical propagation velocity of the plastic deformation wave in aluminum. Realization of the latter was of some importance and interest rather from theoretical research aspects only.

The machine is suitable for extrusion as well but, because of the reasons explained above, not longer than about 2 m bars and pipes can be extruded therewith. The machine is mounted onto a concrete foundation. Below workshop level, there is a concrete chamber located of about 2 m depth. The anvil (A) has a bore which receives the extrusion tool. The bar extruded is delivered to the concrete chamber. The PUF-8 machine was designed expressly for the purpose of conducting experiments, in a wide speed range, on the cold

and hot forming of aluminum alloys as well as on bar and pipe extrusion, or powder metallurgy. Fig. 15 is the photograph of the *PÜF-8* machine, whereas Fig. 16 shows the layout of the switchboard and pump.

The *NEK-8* type machine designed for the *Institute of Mechanical Technology, Technical University Budapest*, is a single-purpose machine of expressly industrial use, equipped only for die forging. And since this machine

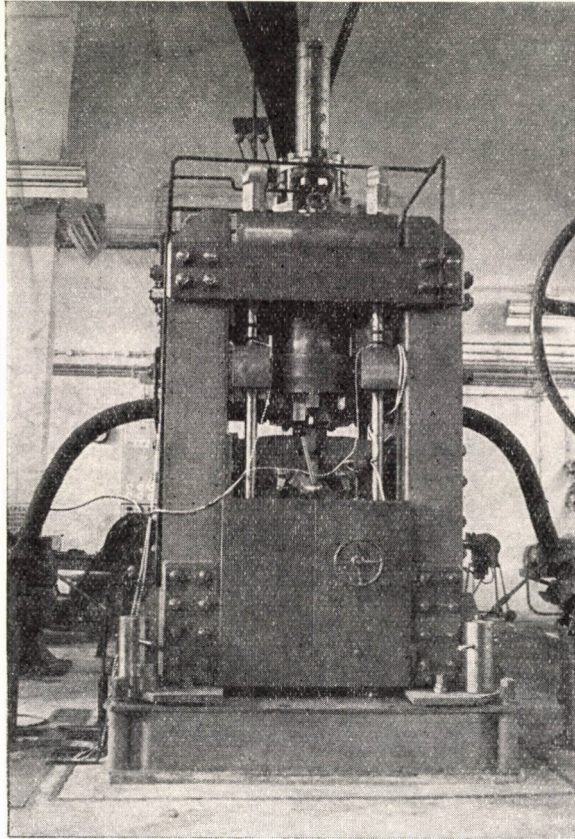


Fig. 15. Photograph of the *PÜF-8* machine

was designed exclusively for steel die forging, its operational speed at full charge ($p_0 = 120$ atm) is 25 m/sec which, as was explained above, may be considered as a favourable steel forming upper speed limit. The schematic diagram of this equipment is shown in Fig. 17. Return, as illustrated by this Figure, is with an oil hydraulic arrangement identical to that of the *PÜF-8* machine type. Frame movement is absorbed by rubber springs built into the machine. The operation of the machine may be regarded as being noiseless, and there is no foundation necessary for this equipment. Although *NEK-8* is an industrial

machine type from every aspect, it still serves laboratory purposes and, therefore, has a relatively small-size pump built into it. Another essential difference as compared to the industrial prototype is that, due to the experimental character of the machine, it was equipped with a manual control instead of the automatic control system required for production. The photograph of the *NEK-8* machine type is presented in Fig. 18.

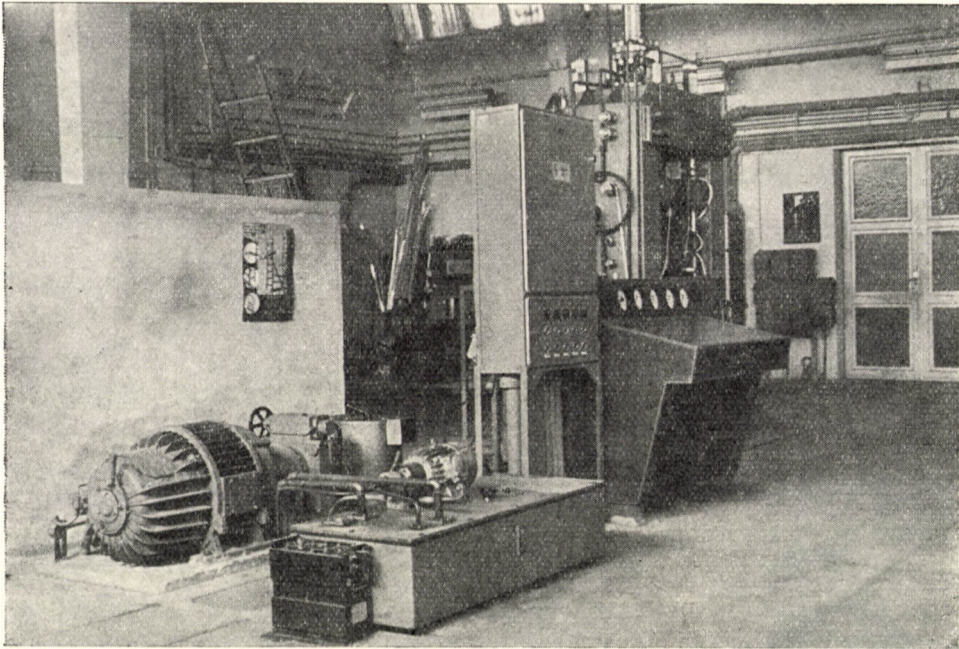


Fig. 16. Switchboard and oil pump of the *PÜF-8* machine

The principal data of the Hungarian machine types are summarized and illustrated in Table I. As revealed by this Table, quotient R is satisfactory in case of each of the tested machines, and it is particularly favourable with the *NEK-8* type. *PÜF-8* has a relatively low E/G ratio which can be explained by its serving several different purposes, and, consequently, its rather complex build-up, unlike that required for an industrial type. The R -ratio of the machine *NEK-8* is one of the most favourable data ever observed in the machine types constructed so far. The Table illustrates, by the way, that the force permissible along the piston rod of high-speed machines such as *PÜF-8* is, according to Equis (20) and (21), much less than in the *NEK-8* machine operating with a lower speed.

On grounds of the machine design experiences and the experiments conducted so far, the fundamental principles of machine design may be summarized as follows:

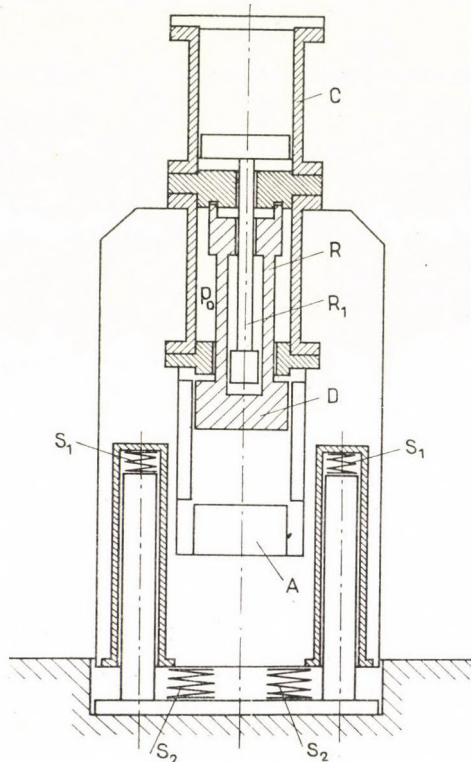


Fig. 17. Schematic diagram of the layout of a NEK-8 machine

a) One of the most important advantages of high-speed forming machines is the extremely favourable ratio of output to machine weight reducing, partly, investment costs and permitting, on the other hand, the design of high output equipment types;

b) high-speed impact machines require, generally, small-size foundations, and the smaller size units can be used without any foundation at all;

Table I

Principal engineering data of the machine types employed in Hungarian research institutes

Type	Weight of moving masses [kg]	Die speed, u [m/sec]	Energy, E [mkg]	Weight of equipment [kg]	$R = \frac{E}{G}$	Max. perm. load [10^3 kg]
EXP-1/2	min. 25	32	570	600	1	200
	max. 40	20	600			
PÜF-8	min. 65	47,5	7 500	12 000	0,75	410
	max. 120	38,4	9 000			
NEK-8	min. 150	34	8 700	6 000	1,45	1 200
	max. 265	25	8 700			

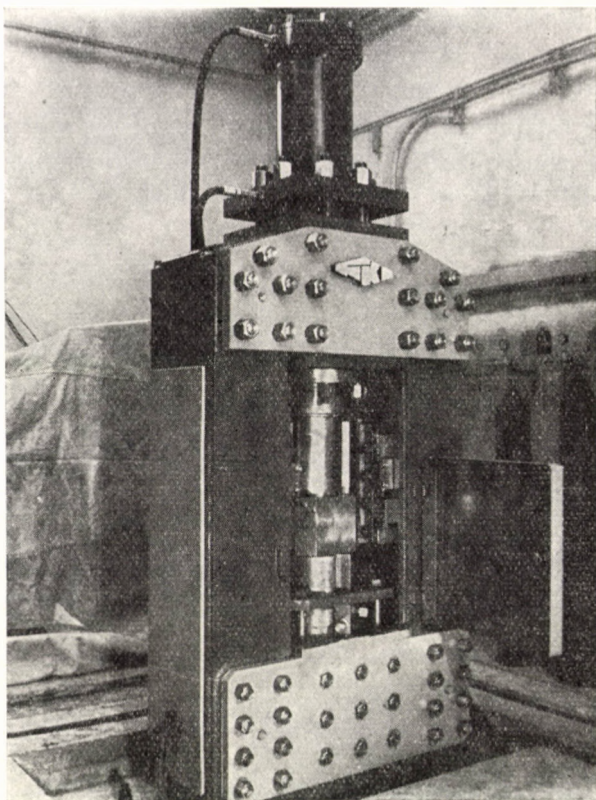


Fig. 18. Photograph of the NEK-8 type machine

- c) work forming is, in most cases, by a single impact;
- d) the production of complex shape and variable cross-section work pieces can also be realized;
- e) in addition to die forging, the application of high-speed machines seems particularly advantageous in the field of powder metallurgy.

As against the advantages listed above, the disadvantages of these machines ought to be pointed out as well:

Tools must be dimensioned most accurately or else frequent tool fractures may be encountered;

in addition to die design, the energy required for the formation of the work must also be determined with the utmost accuracy;

the problem of tool life is not yet quite clarified at present. Publications in this field are rather contradictory which may be attributed to the fact that, in case of properly selected tool material, and proper tool dimensioning, tool life will also be satisfactory, whereas in an opposite case tool life may be very short, due to fracture or wear.

Finally, as a summary it may be stated that high-speed machines offer a number of new possibilities for powder metallurgy, forging, extrusion, and cold forming, although they cannot make the employment of several old type units superfluous for many technological processes. Thus, for example, the ideas published show that the operational costs of simple upsetting are much higher than with the slower operating old type machines.

REFERENCES

1. Anon.: *Machinery* **95** (1959), 705.
2. Anon.: *Machinery* **103** (1963), 155–157.
3. Anon.: *The Engineer* **216** (1963), 58.
4. Anon.: *The Engineer* **213** (1962), 390.
5. Anon.: *Product Engineering* (1962), 68.
6. Anon.: *Iron Age* (1962), 5.
7. RUPERT LE GRAND: *Metalworking Production* (1962), 85.
8. BÜHLER, H. — MÜLLER, F.: *Werkstattechnik* **54** (1964), 384.
9. MÜLLER, H.: *Werkstattechnik* **55** (1965), 197.
10. Anon.: *American Machinist* **110** (1966), 115.
11. MARLAUD, I. — ORGAN, A. J. — TOBIAS, S. A.: *Proc. Inst. of Mech. Eng.* **180** (1965–1966), 777.
12. SOGRICHIN, J. P. — KHOBAYAKHOVSKY: *Bulletany Techniko Ekonometckhy Informatzi* **17** (1964), 25.
13. SOLDATOV, N. M. et al.: *Kuznetchno Stampovotchno Proizvodstvo* (1967); No 5, 28.
14. CHAN, L. T. — BAKHTAR, F. — TOBIAS, S. A.: *Proc. Inst. of Mech. Eng.* **180** (1965–1966), 689.
15. Anon.: *La Métallurgie et la Construction Mécanique* (1962), 905.
16. GREEN, D. J.: *J. Inst. of Metals* **93** (1964–1965), 65.
17. COLE, B. N. et al.: *Proc. Inst. of Mech. Eng.* **180** (1965).
18. KEMPINEN, A.: *Metal Treatment* **32** (1965), 245.
19. ISHII, M. M.: *Trans. I. S. I. Jap.* **7** (1967), 217.
20. LINDNER, E. — MÜLLER, P.: *Neue Hütte* **10** (1965), 665.
21. MÜLLER, P.: *Neue Hütte* **10** (1965), 405.
22. SOGRISHIN, J. P. — ORLOVA: *MITOM* (1967), 30.
23. BRONIN, G. K.: *Kuznetchno Stampovotchno Proizvodstvo* **9** (1967); No 12, 22.
24. SALOV, V. P. — BOTCHEROV: *Kuznetchno Stampovotchno Proizvodstvo* **9** (1967); No 6, 34.
25. PRANDTL, L.: *Zeitschrift f. angewandte Mathematik und Mechanik* **3** (1928), 85 (in German).
26. ALDER, J. F. — PHILLIPS, V. A.: *J. Inst. of Metals* **83** (1954–1955), 80.
27. NÁDAI, A. — MANJOINE, M.: *J. Appl. Mech.* **8** (1941), A-77.
28. GILLEMOT, L. — MIHÁLYI, E.: *Proceedings of the III. Congress on Material Testing. Gépipari Tudományos Egyesület, Budapest 1964*; 269 (in Hungarian).
29. HEINEMANN, H.: Dr. Ing. Diss., Düsseldorf 1962.
30. SUSUMU YOSHIDA — NORIO NAGATA: *Trans. Jap. Inst. of Metals* **7** (1966), 273.
31. KICHINOSHUKE TANAKA — MOTOHIRO KINOSHITA: *Bull. of Jap. Soc. of Mech. Eng.* **10** (1967), 429.
32. TITCHENER, A. L. — BEVER, M. B.: *Progress in Metal Physics* **7** (1965), 247 (Editor: B. Chalmers).
33. MACGREGOR — FISCHER: *J. of Appl. Mech.* **13** (1946), 11.
34. GILLEMOT, L.: *Periodica Polytechnica, Eng.* **10** (1966), 427.
35. GILLEMOT, L., JR.: *Gép* (1968), under press — in Hungarian.
36. MÜLLER — AXT: *Metallwissenschaft u. Technik.* **21** (1967), 1255.
37. Anon.: *Metal Forming* **35** (1968); No 1, 1.

Konstruktion von Schlagwerken großer Geschwindigkeit. Die Grenzen dieser Werkzeuggeschwindigkeiten sind 14 bis 70 m/s. Gegenüber Maschinen älterer Bauart können die für solche Geschwindigkeiten gebauten Schlagwerke in bedeutend leichter Ausführung errichtet werden. Das Hauptproblem ist die richtige Wahl der Geschwindigkeit. Aus Gründen der leichteren Durchführbarkeit ist die obere Grenze 30 m/s. Für stählerne Gesenkschmie-

destücke wird der Bereich zu 14 bis 25 m/s empfohlen. Die Kaltverformung von Aluminium und dessen Legierungen, weiter die Arbeiten der Pulvermetallurgie erreichen Geschwindigkeiten von 30 bis 40 m/s. Durch Anwendung der größeren Geschwindigkeiten beim Gesenkschmieden kann man mittels derartiger Schlagwerke mit nur einem Schlag die kompliziertesten Formen erzeugen. Beim Pressen von Stangen und Rohren muß man sich mit den niedrigeren Geschwindigkeiten begnügen. Im Gebiete der Pulvermetallurgie kann man auf diesem Wege Stücke größeren Umfanges und zu einer höheren Verdichtung herstellen als mit dem statischen Preßverfahren.

Конструирование высокоскоростных ударных механизмов (Л. Жильмо, Й. Морзал и Л. Жильмо мл.). Скорость движения инструмента высокоскоростных ударных механизмов изменяется в пределах 14÷70 м/сек. Такая высокая скорость позволяет значительно снизить вес ударных механизмов по сравнению с их весом у машин старой конструкции. Основной проблемой конструирования машин является правильный выбор скорости. С точки зрения конструирования машин верхним пределом можно считать скорость ок. 30 м/сек, которая достигается без значительных затруднений. В случаековки сталей в штампах целесообразные пределы скоростей находятся между 14÷25 м/сек, в то же время для холодной обработки алюминия и его сплавов, а также для целей порошковой металлургии целесообразной кажется скорость в 30÷40 м/сек. В областиковки в штампах, высокоскоростные ударные механизмы позволяют изготовлять в один прием изделия сложной формы. В области прессования стержней и труб целесообразно применять скорости ниже упомянутых. В области порошковой металлургии можно изготовлять тела со значительно большими размерами и более плотные, чем при помощи статического прессования.

SOME CONSIDERATIONS REGARDING THE APPLICATION OF THE WARREN—AVERBACH-ANALYSIS

I. NEUBAUER

RESEARCH INSTITUTE FOR FERROUS METALLURGY, BUDAPEST

and

L. VARGA

RESEARCH INSTITUTE FOR TECHNICAL PHYSICS OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received December 15, 1966]

The authors present some simple considerations, the application of which may help to reduce the uncertainty in the values of the Fourier-transforms providing the fundamental informations in Warren—Averbach's method of line-profile analysis. The treated problems are as follows: the exact delineation of the axis of the transformation; the determination of the background level; and the direct calculation of the transform of the α_1 distribution from the intensity distribution of the observed doublet.

I. Introduction

In technical practice there appears an ever increasing demand to determine as fully and precisely as possible the so-called real structure of metals and alloys. Among the metal physical investigations performed the X-ray diffraction measurements have great significance.

The radiations provided by the X-ray sources are not strictly monochromatic, but their energy is spread over a range of wavelengths, forming several maxima. The investigations are carried out by using the very part of the radiation designated $K\alpha$, which is of relatively high intensity and can be looked upon as being the superposition of two wavelength distributions: λ_{α_1} and λ_{α_2} . This is referred to as the λ_x doublet.

The wavelengths corresponding to the centers of gravity of the individual distributions are designated as λ_{x_1} , $\bar{\lambda}_{x_2}$ and $\bar{\lambda}_x$, respectively.

The intensity reflected from the specimen attains important values only at restricted angular intervals. The $I(\theta)$ intensity distribution is detected in a (θ_a, θ_z) angular interval of the reflexion characterized by the hkl Miller indices. The abbreviated name for $I(\theta)$ distributions of this sort is usually: line-profile. The angular location of the line-profile may be set up by the $\bar{\theta}_{hkl}$ abscissa of its centre of gravity (of its centroid).

The $\bar{\theta}_{hkl}$ centroid of the $I(\theta)$ intensity distribution and the $\bar{\lambda}_x$ centroid of the λ_x wavelength distribution, as well as the \bar{d}_{hkl} mean lattice spacings are related by the well known Bragg-equation. This gives exclusive information concerning the *location* of the distribution function. In what follows we propose to utilize the informations involved in the *shape* of the line.

Each reflexion is thus characterized by an observable $I(\theta)$ intensity distribution (line-profile), (Fig. 1). For the purposes of calculation the line profile will be presented in the form of a *point-range*: the origin $x = 0$ is placed at the $\bar{\theta}_{hkl}$ centre of gravity and the respective $I(\theta)$ values are indicated cor-

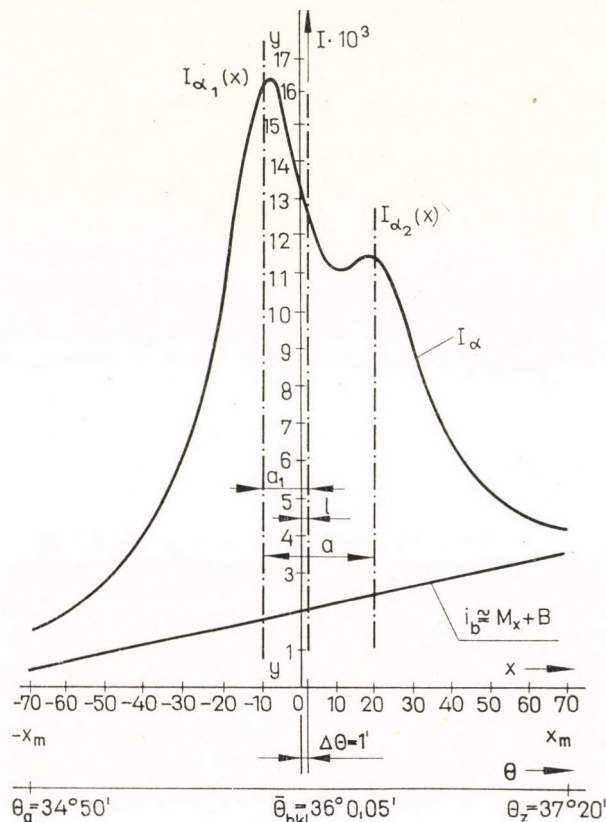


Fig. 1. The model of an I_x observed line-profile; the unlabelled dot-dash line represents the common central line, while the central lines of each component are labelled by $I_{\alpha_1}(x)$ and $I_{\alpha_2}(x)$ symbols, referring to the particular intensity distribution to which they belong ($y-y$ represents the axis of the transform of the α_1 distribution, for the meaning of the other symbols see the text)

responding to the appropriately chosen $\Delta\theta$ angular steps. Each step is labelled by an x serial number, so that $I(\theta)$ may also be referred to as $I(x) \equiv I(\theta)$.

Several factors influence the shape of the line. These can be classified into two groups:

- a) Factors depending on *the conditions of measurement*;
- b) those depending on *the properties of the reflecting crystals*.

As a first step in elucidating the real structure it is necessary to remove the effects belonging to group *a*), and only after this can we turn towards our proper object of analysing the features determined by the nature of the crystals.

Regarding the complexity of the task, one can understand the fact that numerous methods were published for the revealing of particular properties of the investigated polycrystalline materials by means of one particular characteristic of the distribution function of the diffracted X-ray intensity (observed line-profile). One of the widely used procedures is the method of WARREN and AVERBACH [1] developed about 15 years ago. This gives the possibility of determining the *size* of the coherently diffracting domains and the lattice *deformations* corresponding to these lengths of coherency, by means of the Fourier-transform of the intensity function. It can be seen that for the determination of the physical parameters the calculation of the Fourier-transform is a prerequisite. This makes it imperative to pay due attention to considerations pointing to possible simplifications or augmentations of precision, even when applying computers.

Below we would like to present some considerations of this kind, which were used in practical applications of Warren and Averbach's method and were found to be suitable:

The delineation of the reference *axis* of the Fourier transformation within the (θ_a, θ_z) angular range of the profile;

the choice of the *background level* of the intensity distribution (see Fig. 1);

the calculation of the *transform corresponding to the λ_{z_1} distribution* from the transform of λ_x which is composed by superposition of the λ_{z_1} and λ_{z_2} distributions.

The former ones out of the above listed factors are practically independent of the latter ones, hence it is advantageous to stick to the given sequence in the course of the discussion.

II. Delineation of the axis of transformation

The centre line of the α_1 distribution was chosen as the axis of transformation. The location of this can be determined very precisely when the $\bar{\theta}_{hkl}$ centroid of the line-doublet is already known, one should hardly allow for the ratio of integral intensities of the α_1 and α_2 distributions, respectively. PIKE and WILSON [2] reported that the determination of the centroid of the α_1 distribution can be rendered independent from the choice of background level in great extent, and to a certain degree from the inevitable truncations of the (θ_a, θ_z) and $(-x_m, x_m)$ intervals, respectively.

The centroid's coordinates in the (I, x) coordinate system are according to SZÁNTÓ [3] (see Fig. 1):

$$l = \frac{\int_{-x_m}^{+x_m} x [I(x) - M_x - B_0] dx}{\int_{-x_m}^{+x_m} [I(x) - M_x - B_0] dx}; \quad (1)$$

by adequate approximations this becomes

$$l = \left\{ \frac{M_T}{T_T} + \frac{r}{1-r} \left[\frac{M_T}{T_T} - \frac{M(2m+1)^2}{12B_0} \right] \right\} \Delta\theta \quad (2)$$

where

$$M_T = \sum_{x=-x_m}^{+x_m} I(x) \cdot x; \quad (2a)$$

$$T_T = \sum_{x=-x_m}^{x_m} I(x); \quad (2b)$$

$$B_0 = \frac{I_{-m} + I_{-m+1} + I_{-m+2} + I_{m-2} + I_{m-1} + I_m}{6}; \quad (2c)$$

$$T_B = (2m+1) B_0; \quad (2d)$$

$$r = \frac{T_B}{T_T}; \quad (2e)$$

M the slope of the background level in the coordinate system (I, x) , the linear variation of the background being assumed;
 $\Delta\theta$ the width of the steps;
 $I(x)$ the observed intensity at point x ;
 $(2m+1)$ number of points of measurement.

The value of l is sufficiently precise if the condition

$$l \leq \frac{\Delta\theta}{4} \quad (3)$$

is fulfilled [3]. This can be warranted by making use of coordinate transformation.

In order to be able to evaluate the figure l indicated in relation (2), the slope M must be known, which in turn can easily be calculated with the aid of relation

$$M = \frac{I(x_m) - I(-x_m)}{2m}, \quad (4)$$

provided that the distribution in question does not interfere in the investigated point with another reflection.

x_m being sufficiently high (see Fig. 1), it can be assumed that the differences of the small deviations from the background level can be neglected. It is from the nature of the background distribution that in many cases $M = 0$.

In case of interfering distributions — e.g. lines too close to each other — merely an estimate can be obtained for M based on relation (4). As a consequence the value of M must be checked with the help of the method of outlining the background level to be described in the next section. As a result of this

the centroid must then be corrected. This iteration, however, implies surplus labour. The centroid's coordinate may thus be regarded as being generally independent of the background level and beyond a certain limit: $|x| \geq |x_1|$, also independent of the variation of the length of the symmetric interval.

The distance a between the centroids of the I_{α_1} and I_{α_2} distributions is given by the derivation of the Bragg-equation

$$a \cong \Delta\lambda \frac{\tan \bar{\Theta}_{hkl}}{\bar{\lambda}_z} \quad (5)$$

where

$$\Delta\lambda = \bar{\lambda}_{\alpha_1} - \bar{\lambda}_{\alpha_2}, \quad (5a)$$

and the used symbols are defined in the Introduction. Using the value a in connection with the equation of moments, one can also determine the a_1 distance found between the centers of gravity of I_{α_1} and the resultant I_α distributions, respectively (see Fig. 1)

$$a_1 = \frac{c}{1+c} a \quad (6)$$

where the quotient

$$c \cong \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} i_{\alpha_2}(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} i_{\alpha_1}(x) dx} \quad (7)$$

is known. Practically, $c = 0,5$ so that

$$a_1 = \frac{a}{3} \quad (6a)$$

$i_{\alpha_1}(x)$ and $i_{\alpha_2}(x)$ are defined as the intensity distributions free from background scattering of the reflections corresponding to the λ_{α_1} and λ_{α_2} wavelength distributions.

The measured range of $I_\alpha(x)$ values must be displaced by

$$a_1 - l' \quad (8)$$

in order to accomplish the FOURIER transformation in respect to the central axis of the I_{α_1} distribution (see Fig. 1). If the origin of the coordinate system is located so as to coincide with the centroid of the doublet within the error l' , then according to the displacement theorem there appears a value equal to $\exp(j\omega l')$ -times the correct transform, which first of all means a phase distortion.

III. Determination of the background level

It is usual to consider the measured $I(x)$ intensity as composed from the $i_b(x)$ background and the $i(x)$ background-free profile. If x becomes large on either side of the peak $I(x)$ approaches infinitely to the $i_b(x)$ background level. Thus

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} I(x) = \lim_{|x| \rightarrow \infty} i_b(x), \quad (9)$$

i.e. $i_b(x)$ is the asymptote of $I(x)$.

Since the background intensity can be well approached by the equation

$$i_b(x) = M_x + B, \quad (10)$$

supposedly $I(x)$ may be approximated effectively by rational improper fraction functions, where $i(x)$ would be the proper fraction function, and the asymptote would form the power function. The latter is in the present case the equation of a straight line. It occurs very frequently that in the vicinity of the background, or more exactly in the case of $|x| \geq |x_1|$, the $i(x)$ distribution has the form A/x^2 outside the $(-x_1, +x_1)$ interval, as stated in the papers of WILKENS and HARTMAN [5], and LANGFORD and WILSON [4]. Hence here

$$I(x) = \frac{A}{x^2} + Mx + B. \quad (11)$$

From the three values of the given $I(x)$ function the A , M and B values can be obtained as the solutions of simultaneous linear equations. The scattering of the measured intensities, however, calls for more exact calculations.

In order to determine A , B and M , first the squares of the differences between the values I_i (measured in discrete x_i points) and those of the intensities approximated analytically, have to be minimized, next the derivatives according to A , B , and M made equal to zero. This procedure yields A , B and M since equation (11) is valid for all x_i points, the number of which is t :

$$\sum_{i=1}^t \left[I_i - \left(\frac{A}{x_i^2} + Mx_i + B \right) \right]^2 \rightarrow \min. \quad (12)$$

Let M be given from relation (4), then A and B can be calculated more simply based on the remaining two equations of the simultaneous linear equations. In this way the value of B will become

$$B = \frac{\sum_{i=1}^t \frac{1}{x_i^4} \left(\sum_{i=1}^t I_i - M \sum_{i=1}^t x_i \right) - \sum_{i=1}^t \frac{1}{x_i^2} \left(\sum_{i=1}^t \frac{I_i}{x_i^2} - M \sum_{i=1}^t \frac{1}{x_i} \right)}{t \sum_{i=1}^t \frac{1}{x_i^4} - \left(\sum_{i=1}^t \frac{1}{x_i^2} \right)^2}. \quad (13)$$

The abscissa of the t pairs of data taken in the vicinity of the background must, of course, satisfy the condition $|x| \geq |x_1|$. Fig. 2 shows the final results of a calculation of this kind.

The third order approximation, as accomplished according to condition (12) does not lead in some cases to satisfactory results (MITRA [6]). In place of relation (11) it is then necessary to utilize higher order approximations

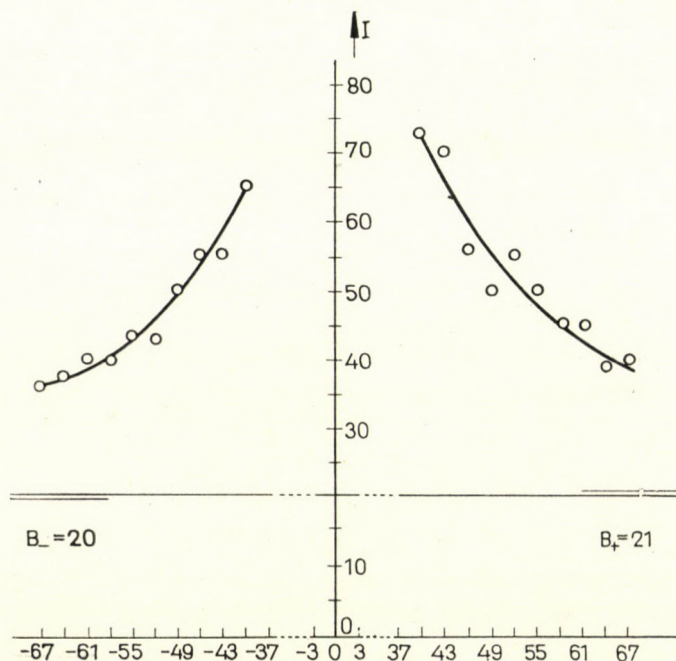


Fig. 2. Approximation of the tails of observed (211) tungsten reflection, which decays towards the background. The open circles indicate measured values, while the full line shows the approximation used; the maximal intensity of the profile was 730 divisions on the utilized scale (the slope of the background was found to be $M = 0$, the average background level $B = 20,5$ divisions)

which are in agreement with the distribution function. However, the solution of the higher order simultaneous equations depending on more variables, seems to be more complicated.

IV. Calculation of the transform of the α_1 distribution

Let the $F(\omega)$ Fourier transform of the $i(x)$ intensity distribution be

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) \exp(j\omega x) dx = \mathcal{F}\{i(x)\} \quad (14)$$

FINGERLAND pointed out [7] that the $i(x)$ intensity, given as the sum of i_{α_1} and i_{α_2} distributions, can be calculated by means of the following convolution:

$$i_{\alpha}(x) = g(x) \cdot i_{\alpha_1}(x), \quad (15)$$

where $i_{\alpha_1}(x)$ is the intensity distribution belonging to the λ_{α_1} wavelength.

Making use of the $\delta(x)$ Dirac delta function, the $g(x)$ shape-function will be given as

$$g(x) = \frac{1}{c+1} \delta(x) + \frac{c}{c+1} \delta(x-a) \quad (15a)$$

where the symbols c and a bear the same significance as in Section II.

The coefficients in equation (15a) serve to assure the fulfilment of the normalization condition:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = 1. \quad (16)$$

The Fourier-transform of equation (15) can be expressed as:

$$\mathcal{F}\{i_{\alpha}(x)\} = \mathcal{F}\{g(x)\} \cdot \mathcal{F}\{i_{\alpha_1}(x)\}, \quad (17)$$

which permits the calculation of the transform of $i_{\alpha_1}(x)$ in a straightforward manner:

$$\mathcal{F}\{i_{\alpha_1}(x)\} = \frac{\mathcal{F}\{i_{\alpha}(x)\}}{\mathcal{F}\{g(x)\}}. \quad (18)$$

The Fourier-transform of $g(x)$ is given by:

$$\mathcal{F}\{g(x)\} = \frac{1 + ce^{j\omega a}}{c+1}. \quad (19)$$

$F(\omega)$ is, in general, a complex number:

$$\mathcal{F}\{i(x)\} = F(\omega) = A(\omega) + jB(\omega), \quad (20)$$

which must be divided according to equation (18) by the complex number indicated in equation (19), so that we should obtain the formula:

$$\mathcal{F}\{i_{\alpha_1}(x)\} = F_{\alpha_1}(\omega) = A_1(\omega) + jB_1(\omega), \quad (21)$$

where

$$A_1(\omega) = \frac{[1+c][A(\omega) \cdot (1 + \cos \omega a) + cB(\omega) \cdot (\sin \omega a)]}{1 + c^2 + 2c \cos \omega a} \quad (21a)$$

and

$$B_1(\omega) = \frac{[1 + c] [B(\omega) (1 + c \cos \omega a) + cA(\omega) (\sin \omega a)]}{1 + c^2 + 2c \cos \omega a} \quad (21b)$$

V. Application

The application of the above outlined ideas is demonstrated on the example of the (111) reflection of a Ge single crystal characterized by low concentration of lattice defects. In Fig. 3 is shown the intensity distribution of

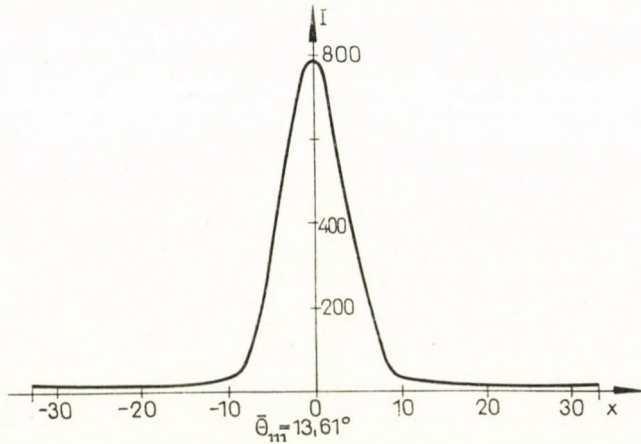


Fig. 3. (111) reflection of a Ge single crystal; experimental conditions: CuK_α radiation (Ni filter, 46 kV, 2 mA, Hilger microfocus X-ray unit and diffractometer); scanning speed: $1/32$ $2\theta^\circ/\text{min}$, time constant: 16 sec

a doublet line detected by means of a Hilger diffractometer equipped with monitor counter. Due to the low angle of reflection the I_{α_1} and I_{α_2} distributions overlap, however, the calculation is not disturbed by this fact.

Following the treatment of Section II, the position of the doublet's centroid is given as:

$$\bar{\theta}_{111} = 13,61^\circ,$$

and that of the I_{α_1} line:

$$\bar{\theta}_{111,\alpha_1} = 13,60^\circ.$$

As indicated by relations (4) and (6a)

$$M = -0,1$$

and

$$a_1 = 0,01^\circ.$$

From relation (13) it follows that

$$B = 12,5.$$

After substitution equation (10) gives

$$i_b = -0,1x + 12,5.$$

First $i(x)$ had been produced at each point, then the $A(\omega)$ real part and the $B(\omega)$ imaginary part of the doublet's transform was calculated by means of an electronic computer [see equation (20)]. $A(\omega)$ and $B(\omega)$ are plotted in Fig. 4.

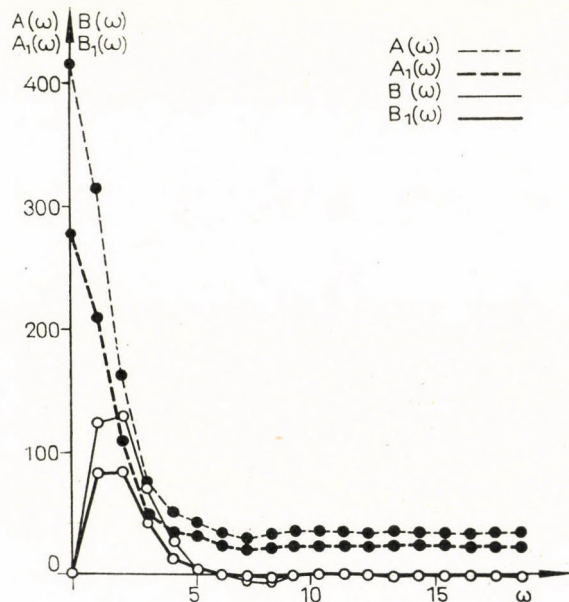


Fig. 4. The transform of the peak profile shown in Fig. 3: $A(\omega)$ designates the real part and $B(\omega)$ the imaginary part of the transform of the doublet, $A_1(\omega)$ represents the real part and $B_1(\omega)$ the imaginary part of the transform of the α_1 distribution

$A_1(\omega)$ and $B_1(\omega)$ deduced according to equations (21a) and (21b), respectively, are illustrated as well in Fig. 4. It is apparent that $B_1 \neq 0$. When the intensity distribution is even, the $B_1(\omega) \equiv 0$ condition must be satisfied for all values of ω .

The complex character of $F_1(\omega)$ cannot be explained based on crystallographic reasoning, but it arises from the special features of the correction functions. In this manner it is possible to evaluate the final corrections too. This method was, in general, proposed by SZÁNTÓ [8].

REFERENCES

1. WARREN, B. W.—AVERBACH, B. L.: *J. Appl. Phys.* **21** (1950), 595—599.
2. PIKE, E. R.—WILSON, A. J. C.: *Brit. J. Appl. Phys.* **10** (1959), 57.
3. SZÁNTÓ, I. S.: *Acta Techn. Hung.* **51** (1965), 251—269.
4. LANGFORD, I. J.—WILSON, A. J. C.: *Crystallography and Crystal Perfection*. Acad. Press, London 1963; 207—222.
5. WILKENS, M.—HARTMANN, R. J.: *Z. Metallkunde* **54** (1963), 676—682.
6. MITRA, G. A.: *Brit. J. Appl. Phys.* **15** (1964), 917.
7. FINGERLAND, A.: *Czech. J. Phys.* **B10** (1960), 233—238.
8. SZÁNTÓ, I. S.: Some new proposals in order to minimize the systematic errors met in the evaluation of peak profiles (in Hungarian). *III. Hungarian Conference for X-Ray Diffraction*, Balatonszékplak 1966.

Betrachtungen zur Anwendung der Warren—Averbach-Analyse. Die Verfasser publizieren einige einfache Maßnahmen, die es ermöglichen, die Unsicherheit des Wertes der Fourier-Transformierten, welche die Grundlage der Warren—Averbach Analyse der Diffraktions-Linienprofile ist, zu verringern. Diese sind: Die genaue Festlegung der Transformationsachse, die Bestimmung der Hintergrundintensität und die direkte Berechnung der Transformierten der Verteilung α_1 aus der Intensitätsverteilung des gemessenen Linienpaars.

Соображения относительно применения анализа Варрена и Авербаха (И. Нейбауэр и Л. Варга). Авторы демонстрируют несколько простых соображений, применением которых можно уменьшить необределенность значения трансформант Фурье, представляющих собою основу анализа по Варрену и Авербаху диффракционных линейных профилей. Этими соображениями являются: точной выбор оси преобразования; определение интенсивности фона и непосредственное вычисление трансформанты распределения α_1 на основе распределения интенсивности измеренной пары линий.

BESTIMMUNG DER VERFORMUNGSKRAFT UND DER FORMÄNDERUNGSARBEIT BEIM GESENKSMIEDEN

L. TÓTH

TECHNISCHE UNIVERSITÄT FÜR SCHWERINDUSTRIE, MISKOLC (UNGARN)

[Eingegangen am 15. Juni 1967]

Es wird die Bestimmung der beim Gesenkschmieden auftretenden Verformungskraft und der geleisteten Verformungsarbeit behandelt. Die Gleichungen zur Berechnung der Spannungen sind von einer früheren Abhandlung übernommen worden. Hierzu wird das Stauchen des Werkstoffs in den Gratspalt bzw. in den Gesenakraum in nur einer Richtung vorausgesetzt, unabhängig davon, ob die Gesenke voll oder nur teilweise ausgefüllt werden. Auf diese Weise lassen sich der Mittelwert der Verformungsfestigkeit, die Verformungskraft und Verformungsarbeit annäherungsweise berechnen.

I. Einleitung

Diese Abhandlung schließt sich an die frühere Arbeit des Verfassers: »Bestimmung der beim Gesenkschmieden auftretenden Höchstkraft« [1]. Dort wird die in dem Werkstoff, der die Gesenke mit Gratspalt voll ausfüllt, entstehende plastische Zone untersucht. Für Zwecke einer annähernden Berechnung erwies sich das Bruchliniensystem — laut Bild 1 — als geeignet. Die numerischen Werte der Spannungen konnte man mit Hilfe einer elementaren Arithmetik unter Voraussetzung eines annähernd zweidimensionalen Spannungszustandes bestimmen, bei gleichzeitiger Aufstellung der Bedingung des Höchstwertminimums der ersten Hauptspannung, die in der vorangegangenen Arbeit [1] irrtümlicherweise als das Prinzip der minimalen Arbeit bezeichnet worden war.

Die folgende Formel des mittleren Verformungswiderstandes läßt sich unter Voraussetzung eines zweidimensionalen Spannungszustandes aus dem Spannungsdiagramm laut Bild 1 ableiten:

$$k_{ks} = k_{fk} \left\{ 1 + \frac{\left(R - \frac{m - h_s}{2} \right)^2}{2 m R} + 2,3 \left[-\frac{m - h_s}{2 R} + \left(1 + \frac{h_s}{2 R} \right) \ln \frac{m}{h_s} \right] \right\} \quad (1)$$

und die Höhe m :

$$m = \frac{1}{2} \left(R + \frac{h_s}{2} \right). \quad (2)$$

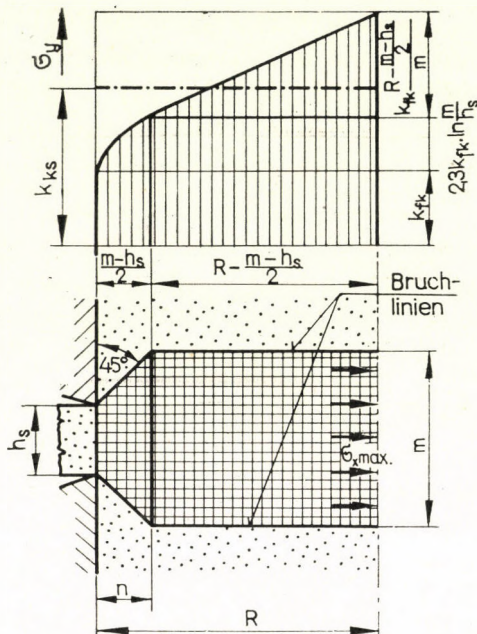


Bild 1

Durch Einsetzen der Gleichung (2) in die Gleichung (1) unter Voraussetzung eines voll ausgefüllten Gesenkes für den Fall $h > m$, erhält man:

$$\frac{k_{ks}}{k_{fk}} = 1 + \frac{9}{16} \left(1 + \frac{h_s}{2R} \right) + 2,3 \left[\frac{3}{4} \left(\frac{h_s}{2R} - 1 \right) + \left(1 + \frac{h_s}{2R} \right) \ln \left(\frac{1}{4} + \frac{R}{2h_s} \right) \right]. \quad (3)$$

Der Verformungswiderstand in einem axial-symmetrischen Gesenk kann annäherungsweise folgendermaßen bestimmt werden:

$$k_{kh} \approx k_{fk} + \frac{2}{3} (k_{kh} - k_{fk}). \quad (4)$$

Die Gleichungen (1), (2), (3) und (4) gelten als Zusammenfassung der in der Abhandlung [1] abgeleiteten Zusammenhänge. — Dort galt es, aus diesen Gleichungen die zur annäherungswisen Berechnung der Verformungskraft und der Formänderungsarbeit geeigneten Gleichungen abzuleiten.

II. Die Verformungsfestigkeit

Vom Standpunkte der Plastizitätstheorie gesehen, ist der Verformungswiderstand die wichtigste Kennzahl des Materials. Im Falle von großen plastischen Deformationen nimmt die Verformungsfestigkeit verschiedene Werte zwischen weiten Grenzen an. Gerade deshalb ist es wichtig, zum Zwecke der Bestimmung der Formänderungsarbeit die Verformungsfestigkeit genau zu erfassen.

Die Verformungsfestigkeit hängt noch von einer Reihe von Einflußgrößen ab. Diese Einflußgrößen, die während des Schmiedens sich ändern, sind die Temperatur des Materials (t), die Größe der Formänderung (ε), und der Verlauf der Verformung während der Zeit. Nach Versuchen des Autors kann man diesen letzteren Parameter mit dem Mittelwert ($\dot{\varepsilon}_k$) der Formänderungsgeschwindigkeit ersetzen [2]. Dazu ist es notwendig, die folgende, für das Material charakteristische Gleichung zu kennen:

$$k_f = k_f(t; \varepsilon; \dot{\varepsilon}_k). \quad (5)$$

Dieser Zusammenhang (5) kann experimentell festgestellt werden. In Kenntnis der Temperatur, der Verformung und der mittleren Formänderungsgeschwindigkeit läßt sich die Verformungsfestigkeit errechnen.

Infolge der ungleichmäßigen Abkühlung und der ungleichmäßigen Formänderung des Schmiedestückes nehmen die Größen t , ε und $\dot{\varepsilon}_k$ in jedem Punkte andere Werte an und hierdurch ergibt sich in jedem Punkte ein anderer Wert der Verformungsfestigkeit. In den Gleichungen (1), (2), (3) und (4) wird die Berechnung durch Annahme einer mittleren Verformungsfestigkeit erleichtert. Zur Bestimmung der mittleren Verformungsfestigkeit kann man die Methode als annehmbar erachten, daß man in der Gleichung (5) Mittelwerte der Größen t , ε und $\dot{\varepsilon}_k$ einsetzt und das erhaltene Resultat als den wahrscheinlichen Mittelwert der Verformungsfestigkeit akzeptiert. Die Genauigkeit dieses Resultates hängt natürlicherweise davon ab, in welcher Weise die Mittelwerte t , ε und $\dot{\varepsilon}_k$ angenommen wurden. Zur weiteren Vereinfachung der Berechnung werden zweierlei Bestimmungen vorgenommen: für den Werkstoff zum Ausfüllen des Gesenkraumes und für den Werkstoff in dem Gratspalt. Für beide Fälle bestehen je zwei Mittelwerte der Verformungsfestigkeit: der mittlere und der Mittelwert für den vollen Arbeitszyklus (den Hammerschlag). Um aber den Schwierigkeiten auszuweichen, die daraus entstehen, daß der Ablauf des Materialflusses im Gesenk unbekannt ist, nehmen wir bei der Berechnung an, daß der Werkstofffluß immer nur in einer Richtung, entweder in der Richtung des Gesenkraumes oder in der des Gratspaltaltes vor sich geht.

Zur Bestimmung der momentanen mittleren Formänderung ($\varepsilon_{\dot{u}}$) des in dem Gesenkraum befindlichen Materials sollen die Verhältnisse untersucht

werden, die zwischen zwei parallelen Ebenen entstehen. Hierzu wenden wir die Bezeichnungen auf Bild 2 an. Definitionsgemäß ist die spezifische Formänderung gleich $\Delta h/h_1$. Im Gesenk ist h bekannt, und h_1 soll als $(m + \Delta h)$ angenommen werden. Es gilt also

$$\varepsilon_{\bar{u}} = \frac{\Delta h}{m + \Delta h} \quad (6)$$

Die mittlere Formänderung für die gesamte Verformungsperiode (Hammerschlag) ist:

$$\varepsilon_{\bar{u}k} = \frac{\frac{\Delta h}{2}}{m + \frac{\Delta h}{2}} \quad (7)$$

Die mittlere momentane Formänderung des in dem Gratspalt befindlichen Materials kann mit der Annahme bestimmt werden, daß das Eindringen in den Gratspalt des Materials das bereits eine Formänderung $\varepsilon_{\bar{u}}$ erfahren hat, nur durch Auftreten einer weiteren Formänderung $\varepsilon = m - h_s/m$ ermöglicht wird. Wie bekannt, gilt die Gleichung

$$\varepsilon_c = 1 - (1 - \varepsilon_1) \cdot (1 - \varepsilon_2).$$

Als Ausdruck der resultierenden Formänderung im gegebenen Fall gilt nun:

$$\varepsilon_s = 1 - \frac{h_s}{m} (1 - \varepsilon_{\bar{u}}). \quad (8)$$

Wenn wir in die Gleichung (8) an Stelle von $\varepsilon_{\bar{u}}$ die Größe $\varepsilon_{\bar{u}k}$ (7) einsetzen, so ergibt sich die mittlere Formänderung des in dem Gratspalt befindlichen Materials während eines Hammerschlages.

Die mittlere Formänderungsgeschwindigkeit ist

$$\dot{\varepsilon}_k = \frac{\varepsilon}{i}, \quad (9)$$

wobei ε die Formänderung und i die vom Beginn der Formänderung bis zum untersuchten Zeitpunkt abgelaufene Zeitdauer bedeuten. Beim Feststellen der Werte der Formänderungsgeschwindigkeit an den einzelnen konkreten Stellen gelten die Formänderungswerte, die aus den Gleichungen (6), (7) und (8) errechnet werden.

Aus der mittleren Geschwindigkeit erhält man die Schmiedezeit:

$$i = \frac{\Delta h}{v_{k,\Delta h}}, \quad (10)$$

wo $v_{k,\Delta h}$ den Mittelwert der während der Höhenabnahme Δh auftretenden Verformungsgeschwindigkeiten bedeutet.

Aus der durch Gleichung (10) berechneten Verformungszeit kann man die momentan geltende mittlere Formänderungsgeschwindigkeit bestimmen. Um die für die gesamte Verformungsperiode geltende mittlere Formänderungsgeschwindigkeit zu erhalten, soll aus den bis zur halben Höhenabnahme $\Delta h/2$ auftretenden Geschwindigkeiten die sich ergebende Mittelgeschwindigkeit bestimmt werden:

$$i = \frac{\frac{\Delta h}{2}}{v_{k,\Delta h/2}}. \quad (11)$$

Aus Gleichung (9) kann man mit Hilfe der Gleichungen (6), (7), (8), (10), und (11) für den vollen Gesenk und für den Gratspalt sowohl die momentanen wie auch die für die volle Verformungsperiode geltenden Werte der mittleren Formänderungsgeschwindigkeit berechnen.

Die Untersuchung der Temperaturverhältnisse des im Gesenkraum befindlichen Schmiedestückes ist eine äußerst komplizierte Aufgabe. Die Gestaltung des in Zeit und Raum veränderlichen Temperaturfeldes hängt von vielen Parametern ab, so z. B. von der Anfangstemperatur des Gesenkraums, dem Wärmeaustausch zwischen Werkstück und Gesenk, der durch Reibung an den Berührungsflächen erzeugten Wärme, ferner von den durch plastische Verformung aus der Verformungsleistung entstehenden Wärmemengen.

Wenn wir uns nur auf eine annähernde Analyse der Temperaturverhältnisse beschränken, so setzen wir einen Materialfluß in einer Richtung, nämlich das Eindringen des Materials in den Gratspalt voraus. Die Annäherung besteht darin, daß wir die interne Wärmeströmung außer acht lassen und nur zwei Faktoren in Rechnung ziehen: dies sind die Wärmeabfuhr durch das Werkzeug und das Wärmeäquivalent der Verformungswärme.

Zur Aufstellung der Gleichung sollen folgende Bezeichnungen verwendet werden: Gewicht des Werkstückes G_d ; spezifische Wärme des Werkstückes c_d ; Temperatur des Werkstückes t_{d1} ; Temperatur des Werkzeuges t_f ; mittlere Berührungsfläche zwischen Werkstück und Werkzeug F_e ; Zeitdauer dieser Berührung i ; Wärmeaustauschkoeffizient an der Berührungsfläche α_d . Die durch das Werkzeug abgeführte Wärmemenge und die vom Werkstück abgegebene Wärmemenge sind einander gleich:

$$\alpha_d \cdot F_e \left(\frac{t_{d1} + t_d}{2} - t_f \right) i = c_d \cdot G_d \cdot (t_{d1} - t_d). \quad (12)$$

Aus obiger Gleichung kann auch die mittlere Temperatur des Werkstückes berechnet werden:

$$t_d = \frac{c_d G_d t_{d_1} - \alpha_d F_e \left(\frac{t_{d_1}}{2} - t_f \right) i}{\alpha_d F_e \frac{i}{2} + c_d G_d} \quad (13)$$

Nach Bild 2, wird in der Raumeinheit die Verformungsarbeit $k_f \varepsilon_{\dot{u}h}$ in die Wärmemenge $k_f \varepsilon_{\dot{u}k}/427$ umgewandelt. Dadurch läßt sich die Temperatur des Materials um die Temperaturdifferenz $k_f \varepsilon_{\dot{u}k}/427 \cdot c_d \cdot \gamma_d$ erhöhen (wo γ_d das spezifische Gewicht des Materials bezeichnet). Es ist also die mittlere Temperatur des im Gesenkraum zur Verformung herangezogenen Materials

$$t_{da} = \frac{c_d G_d t_{d_1} - \alpha_d F_e \left(\frac{t_{d_1}}{2} - t_f \right) i}{\alpha_d F_e \frac{i}{2} + c_d G_d} + \frac{k_f \varepsilon_{\dot{u}k}}{427 c_d \gamma_d} \quad (14)$$

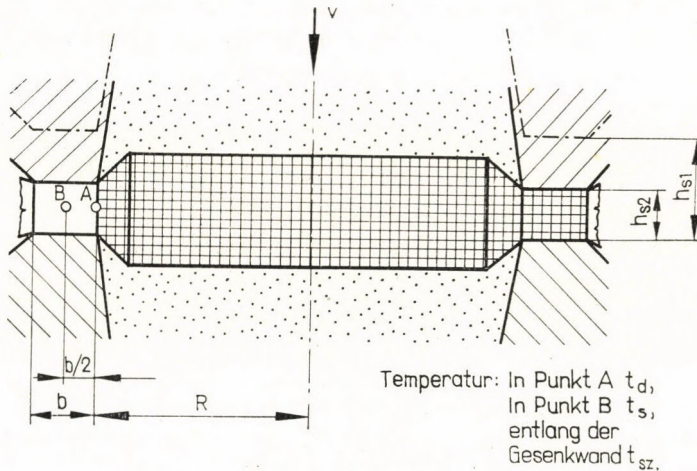


Bild 2

Wenn wir nun nach der mittleren Temperatur des Materials, das sich in dem Gratspalt befindet, fragen, muß die Wirkung der an den Gesenkswänden durch Reibung entstehenden Wärmemenge mit in Betracht gezogen werden. Entlang des Gratspalt (am Werkzeug) erfolgt eine Reibungsleistung ($p \cdot \mu \cdot v_r$), die in die Wärmeleistung $q_s = (p \cdot \mu \cdot v_r/427)$ umgewandelt wird. Hiervon wird der Teil $\xi \cdot q_s$ von dem Werkzeug, und der Rest zu $(1 - \xi) \cdot q_s$ vom Grat aufgenommen. Durch diese frei werdenden Wärmemengen werden während des Schmiedens dünne Oberflächenschichten am Werkzeug und am Grat erwärmt, wie dies aus Bild 3 ersichtlich ist. Die Erhöhung der Gratbrücke im Werkzeug bis in eine Tiefe f_{sz} während einer Zeitperiode i , hervorgerufen durch

die mittlere Wärmeleistung ($\xi \cdot q_s$) ist

$$\xi \bar{q}_s i = c_{sz} \gamma_{sz} \frac{f_{sz} \Delta t_{sz}}{2}. \quad (15)$$

Am Anfang der Erwärmungsperiode ist der Temperaturgradient Null, am Ende derselben Periode ist dieser Gradient gleich $\Delta t_{sz}/f_{sz}$.

Daraus läßt sich der mittlere Gradient während der gesamten Erwärmungsperiode als $\Delta t_{sz}/2f_{sz}$ anschreiben. Laut des Newtonschen Gesetzes besteht die Gleichung:

$$\xi \bar{q}_s = \lambda_{sz} \frac{\Delta t_{sz}}{2f_{sz}}, \quad (16)$$

in welcher λ_{sz} die Wärmeleitungszahl des Werkzeuges bezeichnet. Aus Gleichungen (15) und (16) können wir Δt_{sz} errechnen, und somit haben wir den Ausdruck für die an der Oberfläche des Gratspalt (am Werkzeug) entstandene Temperatur:

$$t_{\max} = t_{sz} + 2 \xi \bar{q}_s \sqrt{\frac{i}{\lambda_{sz} c_{sz} \gamma_{sz}}}. \quad (17)$$

Mit Hilfe einer der obigen Ableitung ähnlich durchgeführten Rechnung erhalten wir die von der Wärmemenge $(1 - \xi) \cdot q_s$ an der Oberfläche des Grates erzeugte Temperatur:

$$t_{\max} = t_s + 2(1 - \xi) \bar{q}_s \sqrt{\frac{i}{\lambda_s c_s \gamma_s}}. \quad (18)$$

Aus der Annahme, daß die maximale Temperatur t_{\max} an beiden Flächen (nämlich an den einander berührenden Flächen des Werkzeuges und des Werkstückes) gleich ist, läßt sich aus (17) und (18) der Koeffizient berechnen:

$$\xi = \frac{1 + \frac{t_s - t_{sz}}{2 \bar{q}_s} \sqrt{\frac{\lambda_s c_s \gamma_s}{i}}}{1 + \sqrt{\frac{\lambda_s c_s \gamma_s}{\lambda_{sz} c_{sz} \gamma_{sz}}}}. \quad (19)$$

Wie dies aus Bild 3 ersichtlich ist, liegt die Temperatur der Gratbrücke höher als die Temperatur des Werkzeuges und als jene des Werkstoffes im Grat. Also kann aus dem Werkstoff im Grat Wärme in das Werkzeug durch Wärmeleitung nicht mehr übertragen werden. Die mittlere Temperatur im Grat ist nun annähernd dieselbe wie die mittlere Temperatur des Werkstoffes im Gesenkraum ($t_s = t_d$). Dieser Zustand tritt nur dann ein, wenn sich die Wärmeleistung der Reibung zwischen Werkzeug und Werkstück teilen läßt, d. h. falls $0 < \xi < 1$. Ist $\xi \geq 1$, so geht die gesamte Reibungswärme in das kühlere

Werkzeug über, da eine gemeinsame Höchsttemperatur t_{\max} an der Berührungsfläche sich nicht bilden kann. Also, aus der Bedingung $\xi \leq 1$ ausgehend, läßt sich aus Gl. (19) folgende Formel ableiten:

$$t_s - t_{sz} \leq 2 \bar{q}_s \sqrt{\frac{i}{\lambda_{sz} c_{sz} \gamma_{sz}}} \quad (20)$$

Die Erfüllung der Ungleichung (20) ist die Vorbedingung des Zustandes, bei dem entlang der Berührungsfläche keine Wärme aus dem Werkstoff durch Leitung in das Werkzeug überführt werden kann. Wie bereits angedeutet,

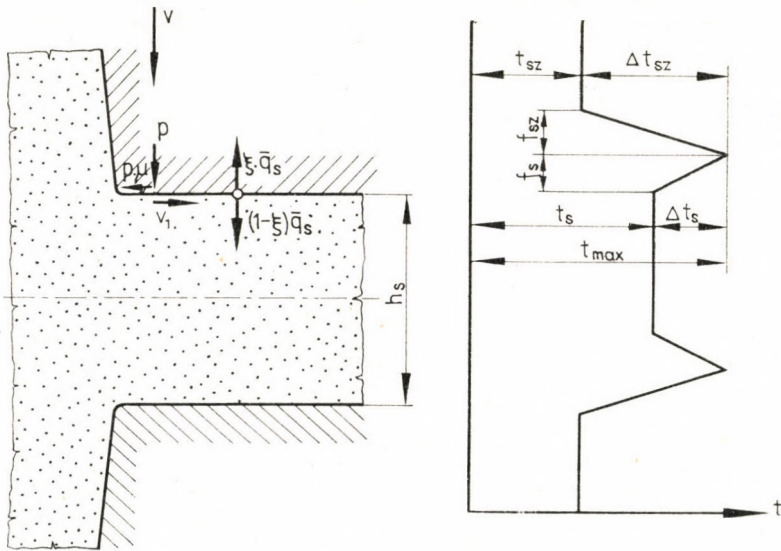


Bild 3

sind nun die mittleren Temperaturen der Werkstoffteile im Grat und im Gesenkraum einander gleich.

Wird aber die Ungleichung nicht erfüllt, so wird durch Leitung durch die Gratbahn von dem im Grat befindlichen Werkstoff Wärme in das Werkzeug überführt, und es sinkt die Temperatur des Werkstoffes im Grat. Nach den Bezeichnungen im Bild 2 soll die Temperatur im Punkte B, d. h. in der Mitte der Gratbrücke, als die mittlere Temperatur des Werkstoffes im Grat betrachtet werden. Während der Werkstoff vom Punkte A durch Stauchen in den Punkt B ankommt, sinkt die Stofftemperatur infolge des angedeuteten Wärmeabganges von t_d auf t_s .

Während eines Abkühlungsvorganges in einer Zeitperiode i wird aus dem Stoff von der räumlichen Ausdehnung $h_r \cdot 2 R \cdot b/2$ bei einem Wärme-

übertragungskoeffizienten α_s durch die Ringfläche $2 \cdot 2 R \pi \cdot b/4$ die folgende Wärmemenge an das Werkzeug abgegeben:

$$\alpha_s b R \pi (t_s - t_{sz}) i = c_s h_r b R \pi (t_d - t_s) \gamma_s. \quad (21)$$

Unter der Annahme, daß sich der Stoff nur vom Hohlraum in die Grat-
rille stauchen läßt, kann man die Zeitspanne i — laut Bezeichnungen des Bil-
des 2 — nach dem Prinzip der konstanten Stoffmasse in folgender Weise
bestimmen:

$$i = \frac{h_r \frac{h}{2} 2 R \pi}{R^2 \pi v_k}, \quad (22)$$

wo wir mit v_k die mittlere Geschwindigkeit des Schmiedevorganges während
der Zeitspanne i bezeichnen. Nun kann man mit Hilfe der Gleichungen (21) und
(22) die mittlere Temperatur t_s des Stoffes im Grat bestimmen:

$$t_s = \frac{\alpha_s b t_{sz} + 2 R v_k c_s \gamma_s t_d}{\alpha_s b + 2 R v_k c_s \gamma_s}. \quad (23)$$

In ähnlicher Weise wie in Gl. (14) kann man die Temperaturerhöhung,
die von der durch die Verformungsarbeit erzeugten Wärmemenge hervorgeru-
fen wird, berechnen:

$$t_s = \frac{\alpha_s b t_{sz} + 2 R v_k c_s \gamma_s t_d}{\alpha_s b + 2 R v_k c_s \gamma_s} + \frac{k_f \varepsilon_{sk}}{427 c_s \gamma_s}. \quad (24)$$

Mit Hilfe der durch die oben abgeleiteten Gleichungen bestimmten Werte
von ε , $\dot{\varepsilon}_k$ und t kann man im Sinne der Formel (5) die mittlere Verformungs-
festigkeit des Werkstoffes bestimmen.

III. Der Reibungskoeffizient

Die beim Gesenkschmieden, insbesondere bei einer Warmverformung
entstehenden Spannungen lassen sich in verhältnismäßig leichter Weise ana-
lysieren. Dies folgt nämlich aus der Tatsache, daß die Spannungen — wenn,
wie hier der Fall ist, der Reibungskoeffizient den Wert 0,25 übertrifft — von
der Reibung beinahe unabhängig sind [3]. Ein treffendes Beispiel finden wir,
wenn wir die Spannung σ_1 betrachten, die in einer, von parallelen Ebenen ein-
geschlossenen, zusammengedrückten Stoffschicht entsteht; sie ist, wenn

$\mu > 0,25$:

$$\sigma_1 = k_{fk} \left(1 + \frac{x}{h} \right). \quad (25)$$

Laut Gl. (25) ist also die Spannung σ_1 vom Reibungskoeffizienten unabhängig. Ist aber der Reibungskoeffizient $\mu < 0,25$, so übt er bereits einen Einfluß auf die Spannungsverhältnisse aus. Unter der Annahme, daß $x/h < 4$, und $\mu < 0,25$ ist, gilt die Annäherungsformel:

$$\sigma_1 = k_{fk} \left[1 + (1,7\mu + 8\mu^2) \frac{x}{h} \right]. \quad (26)$$

Die Gl. (26) beschreibt also die Abhängigkeit der Spannung σ_1 vom Reibungskoeffizienten, wenn $\mu < 0,25$ ist.

IV. Die Verformungskraft

Infolge der komplizierten Spannungsverhältnisse bei einer dreidimensionalen Formänderung stößt man auf kaum lösbare Schwierigkeiten, wenn man die Verformungskraft auf Grund des Bruchliniensystems genau bestimmen will. Zum Zwecke einer guten Annäherung soll angenommen werden, daß der Werkstofffluß durch Stauchen immer nur in einer einzigen Richtung: gegen den Gesenkraum bzw. gegen den Gratraum stattfindet. Dies entspricht dem Prinzip der rationalen Vereinfachung und der höheren Rechnungssicherheit.

Mit den im Bild 4 verwendeten Bezeichnungen läßt sich die beim Gesenkschmieden wirkende Verformungskraft wie folgt berechnen: [1]

$$P = (F_s + F_{\bar{u}}) k_{fs} + \left(\frac{F_s}{2} + F_{\bar{u}} \right) \xi_s k_{fs} + F_{\bar{u}} k_{f\bar{u}}. \quad (27)$$

Hier ist ξ_s der Spannungskoeffizient für den Gratspalt und $\xi_{\bar{u}}$ der Spannungskoeffizient für den Gesenkraum; k_{fs} und $k_{f\bar{u}}$ bezeichnen die Verformungsfestigkeit des Werkstoffes im Grat bzw. im Gesenkraum.

Der Koeffizient $\xi_{\bar{u}}$ soll auf Grund der Bezeichnungen des Bildes 5 berechnet werden. Die bildsame Zone im Gesenk ist von der Größe h_s abhängig. Das Höhenmaß m der bildsamen Zone ist durch Gleichung (2) bestimmt. Wenn vorspringende Teile des Gesenkes in die durch das Höhenmaß m gekennzeichnete bildsame Zone eindringen — eine ziemlich oft vorkommende Erscheinung — so wollen wir für unsere Berechnungen eine mittlere Höhe der bildsamen Zone annehmen (Bild 5b). In einem solchen Falle kann also das in dieser Abbildung mit strichpunktieren Linien bezeichnete Bruchliniensystem als gültig angesehen werden. Zurückkommend auf Gl. (1), laut welcher

$$\xi_{\bar{u}s} = \frac{k_{ks}}{k_{fk}} - 1$$

ist, gilt hierfür mit den im Bild 5b verwendeten Bezeichnungen die Formel:

$$\xi_{\dot{u}s}^{\xi} = \frac{\left(1 - \frac{m_k - h_s}{2R}\right)^2}{2 \frac{m_k}{R}} + 2,3 \left[-\frac{m_k - h_s}{2R} + \left(1 + \frac{h_s}{2R}\right) \ln \frac{m_k}{h_s} \right]. \quad (28)$$

Die durch Gl. (28) beschriebenen Zusammenhänge sind im Bild 6 dargestellt. Die Kurven zeigen den Wert des Koeffizienten $\xi_{\dot{u}s}$ als Funktion der unabhängigen veränderlichen R/h_s und des Parameters R/m_k .

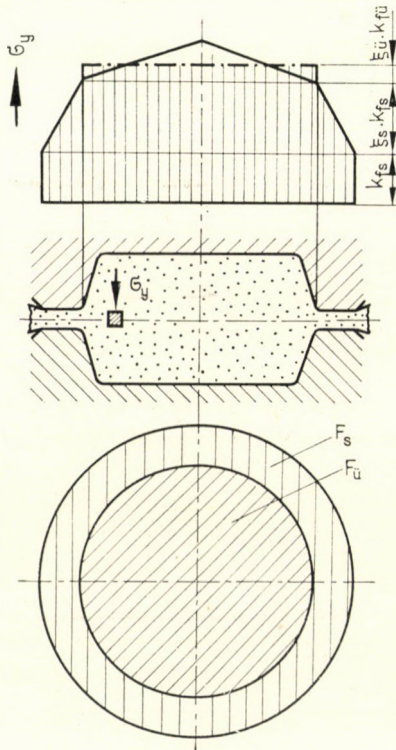


Bild 4

Wir kennen noch die folgende Annäherungsformel:

$$\xi_{\dot{u}s} \approx 1,25 \sqrt{\frac{R}{h_s}}. \quad (29)$$

Die dieser Formel entsprechende Kurve ist als dünn gezogene Linie eingezeichnet.

Wie dies aus Bild 6 gefolgert werden kann, ist der Koeffizient — bei dem meistens üblichen Maßverhältnis $R/m_k < 7,5$ — praktisch von diesem Ver-

hältnis unabhängig. Mit anderen Worten ist auch die Schmiedekraft im Bereiche $R/m_k < 7,5$ nur von der Verhältniszahl R/h_s , nicht aber von der inneren Ausbildung des Gesenkraumes abhängig.

Ferner kann der Verlauf von $\xi_{üs}$ im anderen Bereiche ($R/m_k > 7,5$) annähernd mit je einer Geraden dargestellt werden. Diese Gerade, durch

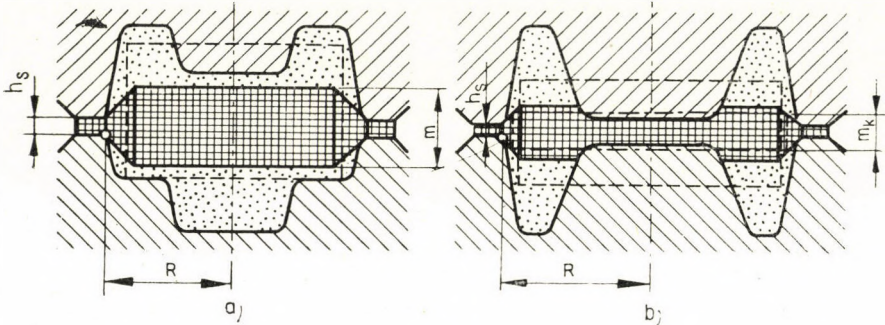


Bild 5

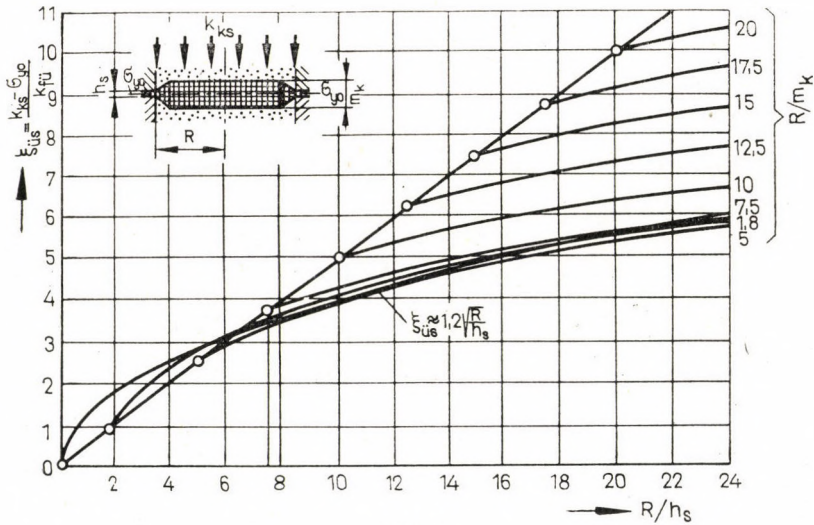


Bild 6

die Gleichung

$$\xi_{üs} \approx 0,1 \frac{R}{h_s} + 0,4 \frac{R}{m_k} \tag{30}$$

beschrieben, läßt sich von dem entsprechenden Punkt der Hauptgeraden $\xi_{üs} = 0,5 R/h_s$ ausgehend, als eine abzweigende Gerade mit der Richtungstangente 0,4 einzeichnen.

Der für die Spannungen in der Gratrille maßgebliche Koeffizient ξ_s läßt sich mit den Bezeichnungen im Bild 4 auf Grund der Gleichungen (25)

und (26) folgenderweise bestimmen:

$$\xi_s = \frac{b}{h_s} (1,7 \mu + 8 \mu^2); \quad (31)$$

ist aber

$$\mu > 0,25,$$

so gilt

$$1,7 \mu + 8 \mu^2 \equiv 1.$$

Also läßt sich die beim Schmieden in plansymmetrischen, mit Gratspalt ausgebildeten Gesenken geleistete Arbeit mittels der Gleichung (27) bestimmen. Der Einfluß des Grates wird durch Gl. (28), der Einfluß der Gesenkform — wenn $R/m_k < 7,5$ — durch Gl. (29), und bei $R/m_k > 7,5$ durch Gl. (30) bestimmt. Im Falle eines axialsymmetrischen Schmiedestückes wird mit Gl. (4) gerechnet.

V. Die Verformungsarbeit

Für die Verformungsarbeit gilt die Funktion: $P(h_s) dh$

$$A = \int_{h_{s_1}}^{\eta_{s_1}} P dh_s. \quad (32)$$

Dazu werden die Ausdrücke laut (29), (30), und (31) in Gl. (27) eingesetzt. An Stelle der Größen k_{fs} und $k_{f\ddot{u}}$, welche während des Schmiedens veränderlich sind, werden die Mittelwerte k_{fks} und $k_{fk\ddot{u}}$ in Rechnung gezogen, und so erhalten wir nach erfolgtem Integrieren (im Intervall von h_{s_2} bis h_{s_1}), aus Gl. (32):

$$A \approx (F_s + F_{\ddot{u}}) (h_{s_1} - h_{s_2}) k_{fks} + \left(\frac{F_s}{2} + F_{\ddot{u}} \right) \eta_s k_{fks} + F_{\ddot{u}} \eta_{\ddot{u}} k_{fk\ddot{u}}, \quad (33)$$

wofür die betreffenden Koeffizienten die folgenden sind:

bei $\mu > 0,25$, ist

$$\eta_s = b (1,7 \mu + 8 \mu^2) \ln \frac{h_{s_1}}{h_{s_2}};$$

wenn aber

$$\mu < 0,25,$$

so ist

$$1,7 \mu + 8 \mu^2 \equiv 1.$$

Ferner, falls

$$\frac{R}{m_k} < 7,5,$$

so ist

$$\eta_{\ddot{u}s} = 2,5 \sqrt{R} (\sqrt{h_{s_1}} - \sqrt{h_{s_2}})$$

und wenn

$$\frac{R}{m_k} > 7,5,$$

so ist

$$\eta_{\ddot{u}s} = 0,1 R \ln \frac{h_{s1}}{h_{s2}} + 0,4 R \ln \frac{m_{k_1}}{m_{k_2}}.$$

Die Formel (33) gilt für ein plansymmetrisches Werkstück. Im Falle eines axialsymmetrischen Werkstückes ist Gleichung (4) maßgebend.

VI. Angenäherte Bestimmung der Verformungskraft und der Formänderungsarbeit

In der Praxis ist die Ungleichung $R/m_k < 7,5$ ausnahmslos gültig. Dies geht aus den die minimalen Wandstärken betreffenden Bestimmungen der ungarischen Norm-Vorschrift MSZ 5745 hervor.

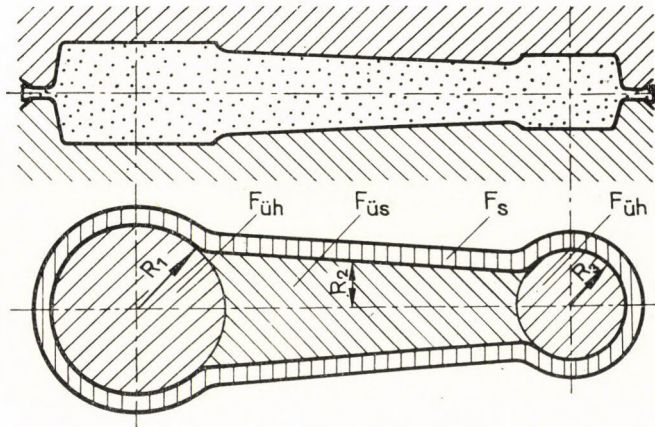


Bild 7

Wir können den Rechnungsgang vereinfachen, falls wir die Gleichungen für plansymmetrische und für axialsymmetrische Stücke kombinieren. Zu diesem Zweck ist die Gleichung (4) der richtige Ausgangspunkt.

Wir verwenden nämlich hierzu Koeffizienten an, indem wir das Verhältnis in Betracht ziehen, in welchem die diagrammatischen Flächen der plansymmetrischen und jene der axialsymmetrischen Teile zueinander stehen: Formel der Kraft:

$$P \cong (F_s + F_{\ddot{u}}) k_{fs} + \left(\frac{F_s}{2} + F_{\ddot{u}} \right) \frac{b}{h_s} (1,7 \mu + 8 \mu^2) k_{fs} + \left(1,25 F_{\ddot{u}s} \sqrt{\frac{R_s}{h_s}} + 0,835 F_{\ddot{u}h} \sqrt{\frac{R_h}{h_s}} \right) k_{f\ddot{u}}. \quad (34)$$

Wenn nämlich $\mu > 0,25$, so ist $1,7\mu + 8\mu^2 \equiv 1$. Die Formel der Arbeit ist:

$$A \cong (F_s + F_{\bar{u}})(h_{s_1} - h_{s_2})k_{fks} + \left(\frac{F_s}{2} + F_{\bar{u}}\right)b(1,7\mu + 8\mu^2)b\frac{h_{s_1}}{h_{s_2}}k_{fks} + \\ + (2,5F_{\bar{u}s}\sqrt{R_s} + 1,67F_{\bar{u}k}\sqrt{R_h})(\sqrt{h_{s_1}} - \sqrt{h_{s_2}})k_{fk\bar{u}}. \quad (35)$$

Auch hier gilt $1,7\mu + 8\mu^2 \equiv 1$, falls $\mu > 0,25$ ist.

In den Gleichungen (34) und (35) gelten die folgenden Bezeichnungen laut Bild 5 und Bild 7:

R_s	mittlere Werkstückbreite, plansymmetrisch;
R_h	mittlere Werkstückbreite, axialsymmetrisch;
h_{s_1}	Gratdicke bei Vorgangsbeginn;
h_{s_2}	Gratdicke bei Vorgangsende;
b	Gratbreite;
F_s	Fläche des Grates;
$F_{\bar{u}s}$	Fläche eines plansymmetrischen Werkstückteiles;
$F_{\bar{u}h}$	Fläche eines zylindersymmetrischen Werkstückteiles;
k_{fs}	Verformungsfestigkeit des Werkstoffes im Grat;
$k_{f\bar{u}}$	Verformungsfestigkeit des Werkstoffes im Gesenkraum;
k_{fks}	mittlere Verformungsfestigkeit des Werkstoffes im Grat;
$k_{fk\bar{u}}$	mittlere Verformungsfestigkeit des Werkstoffes im Gesenkraum.

Aus den Gleichungen erhält man die Werte der Kraft und der Arbeit, die nur als eine grobe Annäherung zu betrachten sind: dies genügt aber vollauf zur Ausarbeitung des schmiedetechnischen Arbeitsprogramms.

SCHRIFTTUM

1. TÓTH, L.: Bestimmung der beim Gesenkschmieden auftretenden Höchstkraft. *Acta Techn. Hung.* (1966).
2. TÓTH, L.: Doktor-Dissertation, Technische Universität für Schwerindustrie, Miskolc (Ungarn); 1964.
3. STÖTER, H. J.: Untersuchung des Schmiedevorganges in Hammer und Presse, insbesondere hinsichtlich des Steigens; Köln und Opladen 1960.

Determination of the Forming Force and the Work of Deformation Necessary for the Forming. The author describes the method for the determination of the force and work necessary for die-forging operations. The basic equations are taken from a former study. According to the author's basic idea the forged material is always pressed into one direction only, namely, into the die hole or else into the burr-channels. In this manner the average values of the forging force and the forging work are calculated.

Определение усилия деформации и работы деформации при ковке в штампах (Л. Том). Автор в своей статье занимается определением усилия и работы деформации, возникающих при ковке в штампах с заусенцами. Уравнения, представляющие основу расчета напряжений, взяты из опубликованной ранее работы автора. Автор при деформации как в незаполненном, так и в заполненном штампе исходит из предположения деформации в одном направлении, т. е. в местах образования заусенцев, или в какой-либо полой части полости. Таким образом, можно приближенно определить среднее сопротивление деформации, а также усилие деформации и работу деформации.

ERMITTLUNG DES ROLLWIDERSTANDES FÜR DIE DYNAMISCHE UNTERSUCHUNG DES ABLAUFBERGES

J. GAJÁRI und M. EL-HAWARY

BUDAPEST - EL-QUAHIRA (KAIRO)

[Eingegangen am 4. Juli 1967]

Die Verfasser geben zuerst eine kurze Übersicht über die vorherigen Untersuchungen, die zur Bestimmung der Rollwiderstände von Eisenbahngüterwagen durchgeführt worden sind. Sie beweisen, daß die von diesen Messungen gegebenen Widerstandswerte für den heutigen Wagenpark nicht mehr verwendbar sind. Aus diesem Grunde war es notwendig, die Rollwiderstände und deren Häufigkeitsverteilung von Wagen zu messen, die von den Ablaufbergen in Ungarn abrollen. Der Aufsatz macht die Durchführung und die Auswertung der Messungen bekannt, zeigt einige Lücken der bisherigen Verfahren an, die bei der Auswahl der für die Untersuchung des Ablaufberges maßgebenden Widerstände vorkommen und gibt für diese Auswahl ein ganz neues Verfahren an, das von der Wichtigkeit der Rangierbahnhöfe beziehungsweise von der bei diesen noch erträglichen Störungen ausgeht, und unter Verwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung entwickelt worden ist.

Bezeichnungen

l	[m]	Länge;
h	[m]	Höhe;
F	[m ²]	Stirnfläche eines Wagenkastens;
G	[Mp]	Gewicht eines Wagens;
m	[ts ² /m]	Masse;
Q	[kp]	Radlast;
$2Q$	[kp]	Achslast;
t	[s]	Zeit;
v	[m/s]	Geschwindigkeit;
g	[m/s ²]	Fallbeschleunigung;
g'	[m/s ²]	reduzierte Fallbeschleunigung zur Berücksichtigung der Rotationsenergie von Radsätzen;
w_r	[kp/Mp]	Rollwiderstand;
w_a	[kp/Mp]	Achslagerreibungswiderstand;
w_o	[kp/Mp]	Laufwiderstand;
w_l	[kp/Mp]	Luftwiderstand;
s	[%]	Neigung (+ Gefälle, - Steigung) maximaler wahrscheinlicher Fehler;
b	[m/s ²]	Beschleunigung (+) bzw. Verzögerung (-);
D	[mm]	Durchmesser;
μ		Reibungskoeffizient.

I. Einführung

Unter Rollwiderstand werden die Widerstände verstanden, die beim Rollen eines Wagens zwischen dem Rad und der Schiene sowie in Achsbuchsen zwischen dem Achsschenkel und dem Achszapfen entstehen.

Die erste Gruppe der Widerstände zwischen Rad und Schiene ist hauptsächlich von der Form der Rad- bzw. Schienenoberfläche abhängig. Die Haftreibung, durch die das Rollen des Rades auf der Schiene ermöglicht wird, macht den bedeutendsten Teil dieser Gruppe aus [1]. Diese Haftreibung wird durch von Schienen- und Radfläche abhängige Pressung der Berührungsflächen verursacht. Das Rollen des Radsatzes ist manchmal von einer Gleitbewegung begleitet, da der Laufkreisumfang nicht immer für beide Räder einer Achse derselbe ist. Auch die Widerstände infolge von Bauform und Verhalten des Gleises während der Fahrt gehören zur ersten Gruppe; z. B. die Widerstände

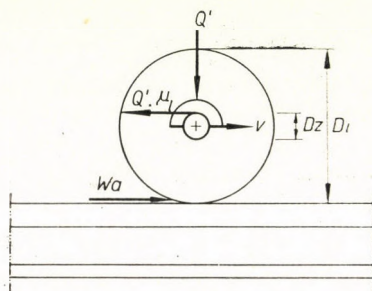


Bild 1. Zusammenhang zwischen w_a und $\mu_l(w_a = \mu_l \cdot D_z/D_l)$

durch elastische Schienenbiegung, die von Schienenform, Schwellenabstand, Schotterbettdicke und Unterbettung des Gleises abhängig sind. Schienenstöße und Unebenheiten der Fahrbahn, Wagenfedern- und Wagenkastenschwingungen verursachen ebenfalls Widerstände, die zur ersten Gruppe gehören.

Die Widerstände der zweiten Gruppe, u. zw. jene, die in Achsbuchsen entstehen, sind vom Reibungskoeffizienten zwischen Achszapfen und Achsschenkel abhängig (Bild 1). Werden der Haftreibungswiderstand am Achszapfen mit w_a [kp/Mp], der Lagerdruck mit Q' [kp], der Achszapfendurchmesser mit D_z [cm], der Laufkreisdurchmesser mit D_l [cm] bezeichnet, so gelten:

$$Q' w_a \frac{D_l}{2} = \mu_l \frac{D_z}{2} Q',$$

$$w_a = \frac{D_z}{D_l} \mu_l.$$

Der Lagerreibungskoeffizient ist von zahlreichen Faktoren abhängig: von der Bauart des Achslagers, dem zurückgelegten Weg und der Dauer des vorhergehenden Stillstandes, von der Außentemperatur, der Art der Schmierung, der Zapfenumfangsgeschwindigkeit und dem Raddruck. GOTTSCHALK [2] nimmt 1936 an (Bild 2), daß der Rollwiderstand w_r mit dem Laufweg in solchem Maße fällt, daß er sowohl bei normalen als auch bei tiefen Temperatu-

ren nach 4000 m Laufweg auf etwa 2 kp/Mp sinkt und damit den Beharrungszustand erreicht.

Zur selben Zeit wurden von MÜLLER [3] Versuche zur Bestimmung des Rollwiderstandanteils w_a durchgeführt, u. zw. für Gleitachslager mit Regelpolsterschmierung, bei geringen Geschwindigkeiten in Abhängigkeit vom Lagerdruck Q' , dem Weg l und der Geschwindigkeit v . Die Ergebnisse seiner Versuche sind in Bild 3 angegeben. Auf Grund der Ergebnisse der Laboratoriumversuche läßt sich folgendes feststellen:

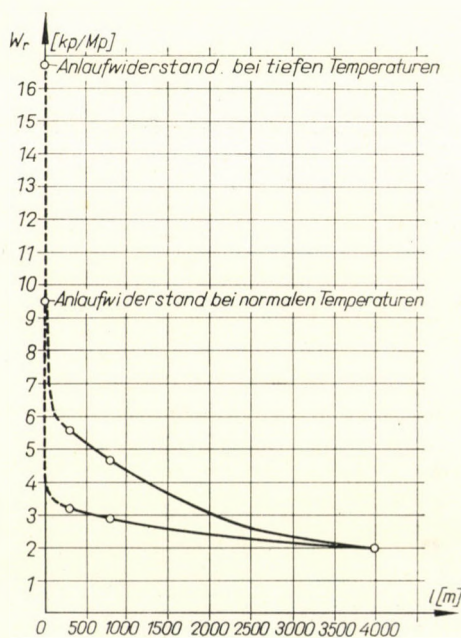


Bild 2. Abnahme des Rollwiderstandes mit dem zurückgelegten Weg (Annahme von GOTTSCHALK)

Die Achslagerhaftreibung der mit Gleitachslager ausgerüsteten Wagen nimmt nach kurzer Stehzeit der Wagen stark zu, weil der Ölfilm in den Lagern reißt, und ein Zustand der trockenen Reibung eintritt (nach diesen Versuchen betragen die Lagerreibungswiderstände 13 bis 24 kp/Mp, der hohe Widerstandswert hält jedoch nur auf einem kurzen Weg an, fällt dann plötzlich ab und geht nach Zurücklegen eines Weges von ungefähr 10 m langsam in die bekannten Werte für den Reibungswiderstand über);

der Widerstand ändert sich mit dem Raddruck;

für kleinere Geschwindigkeiten ändert sich der Lagerreibungswiderstand stark mit der Geschwindigkeit.

Zur Bestimmung des Lagerreibungskoeffizienten μ_1 in Abhängigkeit von Fahrgeschwindigkeit und Lagerbauart wurden von GARBERS [4] Versuche durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in Bild 4 dargestellt.

Daraus lassen sich folgende Feststellungen machen:

der Lagerreibungswiderstand ist von der Lagerbauart stark abhängig;
 der Lagerreibungswiderstand nimmt mit zunehmender Wagengeschwindigkeit ab;

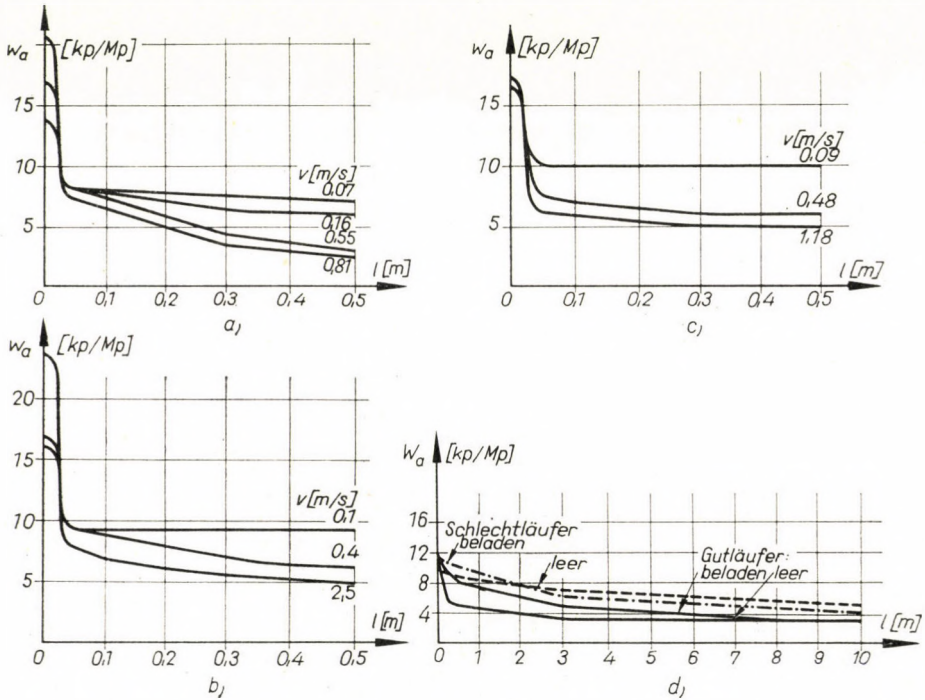


Bild 3. Ergebnisse der Müllerschen Versuche zur Bestimmung des Anteiles des Rollwiderstandes w_a , bei 2,5 Mp (a), 5 Mp (b) und 7,5 Mp (c) Raddruck; Lagerreibungswiderstände (d)

bei höheren Geschwindigkeiten ändert sich der Lagerreibungswiderstand in geringerem Maße mit der Geschwindigkeit.

Die Versuche von MÜLLER und GARBERS zeigen, wie der Lagerreibungswiderstand, der einen bedeutenden Teil des Rollwiderstandes ausmacht, durch die verschiedenen Faktoren beeinflusst wird, geben jedoch keinen Aufschluß über den Rollwiderstand w_r für dynamische Untersuchungen von Ablaufbergen. Im Anhang zum Bericht des Sonderausschusses der deutschen Studiengesellschaft für Rangiertechnik sind brauchbare Rollwiderstandswerte angegeben [5], die auf Grund von Messungen des Reichsbahnzentralamtes Berlin in den Jahren 1928 und 1929 sowie unter Berücksichtigung früherer amtlicher Werte

ausgewertet wurden. Diese Werte entsprechen dem deutschen Wagenpark zu dieser Zeit und sind in Bild 5 angegeben.

GOTTSCHALK [2] hat diese Werte in einem Aufsatz anhand von neuen Messungen bestätigt. Er stellte jedoch fest, daß die tatsächlichen Werte sowohl nach oben als auch nach unten erheblich schwanken. Er wies auch nach, daß

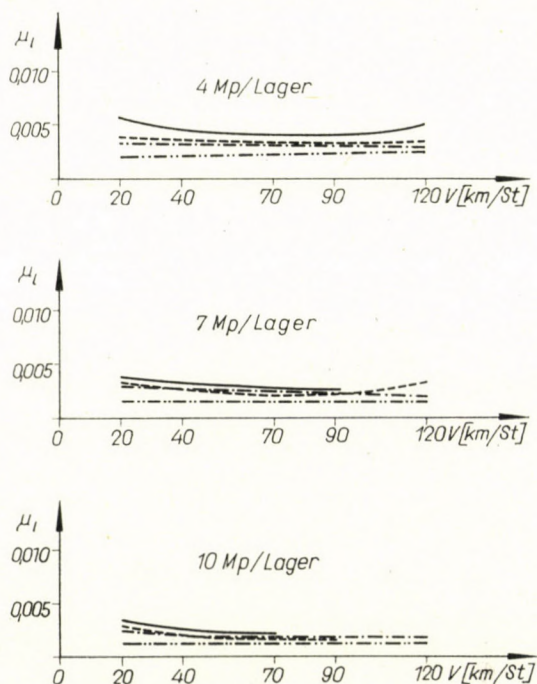


Bild 4. Lagerreibungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit nach Versuchen von GARBERS ($w_a = D_2/D_1 \cdot \mu_t$)

Bezeichnungen: — Gleitachlager mit Regelpolster-Schmierung, - - - Gleitachlager mit mechanischer Schmier-
 vorrichtung; - · - · - Sondergleitachlager mit mechanischer Schmierölförderung; · · · · · Zylinderwellenlager mit
 Fettschmierung

das von ihm bei den Messungen benutzte Elsner Meßgerät nicht ganz frei von Meßfehlern war. Eine eingehende Prüfung ergab, daß mit Ungenauigkeiten bis zu 10% gerechnet werden muß.

Im Winter 1936/1937 wurden im Sowjetischen Wissenschaftlichen Forschungsinstitut für Eisenbahnverkehr [6] Versuche durchgeführt, nach denen der Wagenpark der Sowjetunion aus Wagen mit Widerständen gemäß Bild 6 besteht. Diese Widerstandswerte wurden bei Temperaturen über Null festgelegt.

Anhand dieser Messungen wurde auch festgestellt, daß für Wagen derselben Bauart der Rollwiderstand um so geringer ist, je größer das Wagenbruttogewicht. Hierbei sind die Schwankungen bei Temperaturen unter Null größer als bei solchen über Null, wie es aus Bild 7 ersichtlich ist.

Man hält heute diese Werte der Widerstände für ablaufdynamische Untersuchungen und für Dimensionierung der Ablaufberge nicht mehr verwendbar. Die oben erwähnten Versuche wurden nur mit Gleitachslagerwagen durchgeführt, und heute stellen die Eisenbahnen immer mehr Rollachslagerwagen

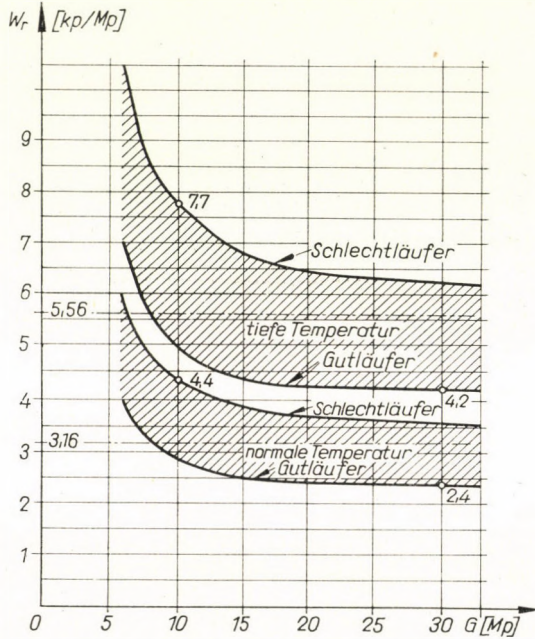


Bild 5. Rollwiderstände in der Ablaufzone nach früheren deutschen Messungen

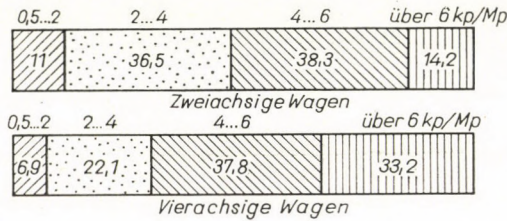


Bild 6. Zusammensetzung der Rollwiderstände des sowjetischen Wagenparks bei Temperaturen über 0 °C

in Dienst. So verändern sich die Zusammensetzung des Wagenparks, und damit die Grenzwerte sowie die Häufigkeitsverteilung der Widerstände.

Einige Erfahrungen haben diese Betrachtungen unterstützt. GRASSMANN [7] schrieb, daß im Winter 1956 bei einer Temperatur von -20 °C nur 0,2% der ablaufenden Wagen früh stehen geblieben waren. Ein gutes Beispiel zeigt dafür auch der Westberg des Rangierbahnhofs Budapest-Ferencváros, welcher bereits in der Bauphase um 0,8 m niedriger aufgebaut wurde, als gerechnet und

geplant war. Der provisorische Berg hat sich aber so gut bewährt, daß er endgültig beibehalten wurde.

Die neuere Versuche haben bewiesen, daß die Grenzwerte der Widerstände heute wirklich niedriger sind. STRAKOVSKY [8] hat im Winter 1950 4598 Wagenläufe in einem Temperaturbereich von -7 bis -38 °C beobachtet. Die Auswertung dieser Versuche wurde in 2 Temperaturbereichen durchgeführt. Der erste erstreckte sich von -8 bis -25 °C, der zweite von -25 bis

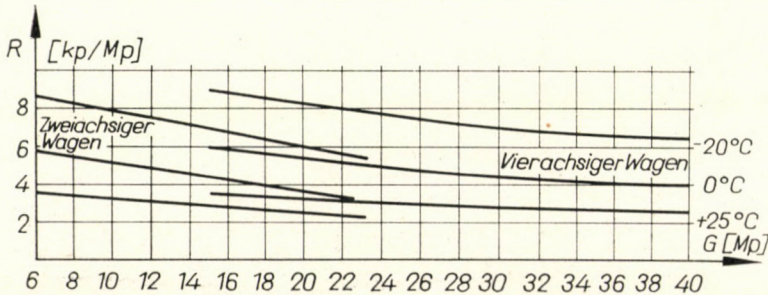


Bild 7. Abhängigkeit zwischen Rollwiderstand und Wagengewicht nach sowjetischen Messungen

-38 °C. Die zwei- und vierachsigen Wagen wurden abgetrennt ausgewertet.

Die Ergebnisse haben gezeigt, daß die Widerstandswerte der vierachsigen Wagen immer größer sind als die der zweiachsigen. In Tafel I sind die

Tafel I

Gewicht-Kategorie	Vierachsige Wagen		Zweiachsige Wagen	
	Zahl der Beobachtungen	Rollwiderstand [kp/Mp]	Zahl der Beobachtungen	Rollwiderstand [kp/Mp]
Normale Wintertemperatur (-7 bis -25 °C)				
Leer	263	8,11	138	5,75
Nicht vollbeladen	253	6,22	427	5,11
Beladen	453	4,83	1245	4,50
Niedrige Wintertemperatur (-25 bis -38 °C)				
Leer	206	10,8	96	7,54
Nicht vollbeladen	204	8,05	253	6,04
Beladen	276	6,30	774	5,12

Durchschnittsergebnisse der Messungen gezeigt. Daraus ist ersichtlich, daß die Rollwiderstände der zweiachsigen leeren Wagen in dem Temperaturbereich von -25 bis -38 °C nur einen Durchschnittswert von 7,54 kp/Mp, und auch die Teilwerte nur bei -34 °C 7,7 kp/Mp, den maßgebenden Wert der Stugera er-

reicht haben. So niedrige Temperaturen kommen aber in Mitteleuropa und besonders in Ungarn gar nicht vor.

Aus diesen Gründen wies GRASSMANN [7] im Jahre 1956 anlässlich der neuen Bearbeitung der deutschen Richtlinien für die bauliche Ausbildung der Rangierbahnhöfe auf die Notwendigkeit von neuen Messungen der Rollwiderstände hin und schuf die Grundlagen für genauere Messungen, durchgeführt mittels elektronischer Zeitmeßgeräte. Die Messungen wurden im Zentralamt *Minden*

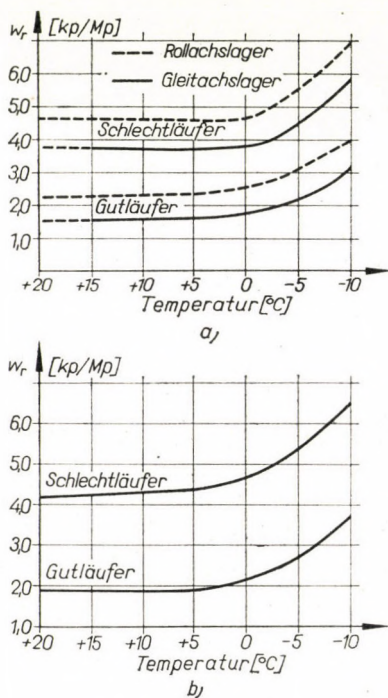


Bild 8. Rollwiderstände nach neuen deutschen Messungen: w_r getrennt für Gleit- und Rollachslager (a), und für gemischten Wagenpark mit Gleit- und Rollachslager (b) der DB

von DELVENDAHL [9] ausgeführt und ausgewertet. Die Meßergebnisse sind aus Bild 8 ersichtlich.

DELVENDAHL wandte dem Vorschlag GOTTSCHALKS [2] gemäß den Begriff des Rollwiderstandes eines Gut- bzw. eines Schlechtläufers für die Auswertung der Meßergebnisse an. GOTTSCHALK hatte vorgeschlagen, die Widerstände in fünf Gruppen zu unterteilen, u. zw. mit folgenden Prozentanteilen und Gütebezeichnungen:

- 1 10% sehr gut laufende Wagen,
- 2 20% gut laufende Wagen,
- 3 40% mittelmäßig laufende Wagen,

- 4 20% schlecht laufende Wagen,
- 5 10% sehr schlecht laufende Wagen.

Um zur Durchführung von ablaufdynamischen Untersuchungen die beiden Grenzwerte des Rollwiderstandes zu erhalten, empfiehlt GOTTSCHALK den Rollwiderstandswert am Schwerpunkt der Gruppe der gutlaufenden Wagen, bei der Rollwiderstandssummenlinie als »Widerstand des Gutläufers« bzw. den Rollwiderstand am Schwerpunkt der Gruppe der schlecht laufenden Wagen als den »Widerstand des Schlechtläufers« zu bezeichnen.

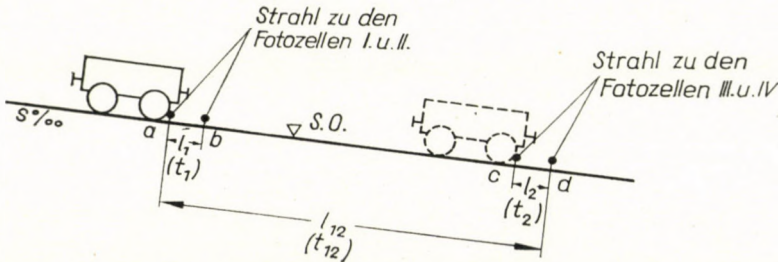


Bild 9. Skizze der Meßstrecke

Durch frühere Forschungen wurde bereits festgestellt, daß der Rollwiderstand für ablaufdynamische Untersuchungen von zahlreichen Faktoren abhängig ist, z. B. von Bauart der Achslager, Wagenparkzusammensetzung, Unterhaltungs- und Erneuerungsbestimmungen für Wagen und Gleis, von klimatischen Verhältnissen, Achslasten und Ausnutzungsgrad der laufenden Wagen. Diese Faktoren sind bei den verschiedenen Eisenbahnen meistens unterschiedlich.

Daher faßte der Lehrstuhl für Eisenbahnbau an der Technischen Universität in Budapest den Entschluß, mit Unterstützung der *Ungarischen Akademie der Wissenschaften* Messungen zur Bestimmung des Rollwiderstandes durchzuführen. Die Messungen wurden in enger Zusammenarbeit mit den *Ungarischen Staatseisenbahnen* durchgeführt. Im folgenden soll über diese berichtet werden.

II. Grundlagen der Ermittlung des Rollwiderstandes

Der Rollwiderstand wird nach Vorschlag von GRASSMANN [7] auf einer kurzen Strecke anhand von Zeit-, Längen-, Windrichtungs-, Windgeschwindigkeits-, trockene und feuchte Lufttemperatur-, Barometerdruck- und Wagengewichtsmessungen ermittelt. Die Lage der Meßstrecke wird am Fuße des Ablaufberges ungefähr 100 m hinter der letzten Verteilungsweiche gewählt, damit die Geschwindigkeit in der Mitte der Meßstrecke der durchschnittlichen Wagengeschwindigkeit beim Abrollen vom Ablaufberg entspricht. Die Meßstrecke hat ein Gefälle von ungefähr 3‰, damit die ermittelten Laufwider-

stände durch Zeitmessungsfehler womöglich wenig beeinträchtigt werden. Beim Durchfahren der Meßstrecke werden die Zeiten t_1 , t_2 und t_{12} , in denen der Wagen die Wege l_1 , l_2 bzw. l_{12} zurückgelegt hat, gemessen (Bild 9). Die Zeiten werden mittels elektronischer Zeitmeßgeräte ermittelt, die einen elektrischen Impuls erhalten, wenn der Lichtstrahl aus einer Lampe zu den Fotozellen in den Punkten a , b , c und d unterbrochen wird. Die kleinsten Unterteilungen der Zeitmessungen werden für t_1 und t_2 zu 4 Stellen, für t_{12} zu 3 Stellen hinter dem Komma abgelesen.

Wird eine lineare Zu- bzw. Abnahme der Geschwindigkeit vorausgesetzt, so beträgt die Beschleunigung bzw. Verzögerung des Wagens

$$b = \frac{\frac{l_2}{t_2} - \frac{l_1}{t_1}}{t_{12} \frac{t_1 + t_2}{2}} \quad (1)$$

Wird der Höhenunterschied h zwischen den beiden Enden a und d gemessen, so ergibt sich das Gefälle der Strecke zu

$$s = \frac{h}{l_{12}} \cdot 1000. \quad (2)$$

Der Laufwiderstand wird dann

$$w_0 = s \frac{1000 \cdot b}{g'} \quad (3)$$

Hier ist g' die reduzierte Erdbeschleunigung:

$$g' = \frac{g}{\varrho}, \quad (4)$$

wobei ϱ den Massenfaktor zur Berücksichtigung der kinetischen Rotationsenergie der Radsätze bedeutet. Die Erdbeschleunigung beträgt nach der Formel

$$g = 9780490(1 + 0,0052884 \sin^2 \Theta - 0,000059 \sin^2 2 \Theta), \quad (5)$$

wobei Θ den Breitewinkel der Meßstelle bedeutet.

In Budapest, wo die Messungen am *Rangierbahnhof Ferencváros* durchgeführt wurden, ist der Breitenwinkel $47^\circ 31'$. Der Massenfaktor ϱ wird aus dem Trägheitsmoment des Rades I genau ermittelt:

$$I = \int_0^{D_{\max}/2} \left(\frac{D_{\max}}{2} \right)^2 dm$$

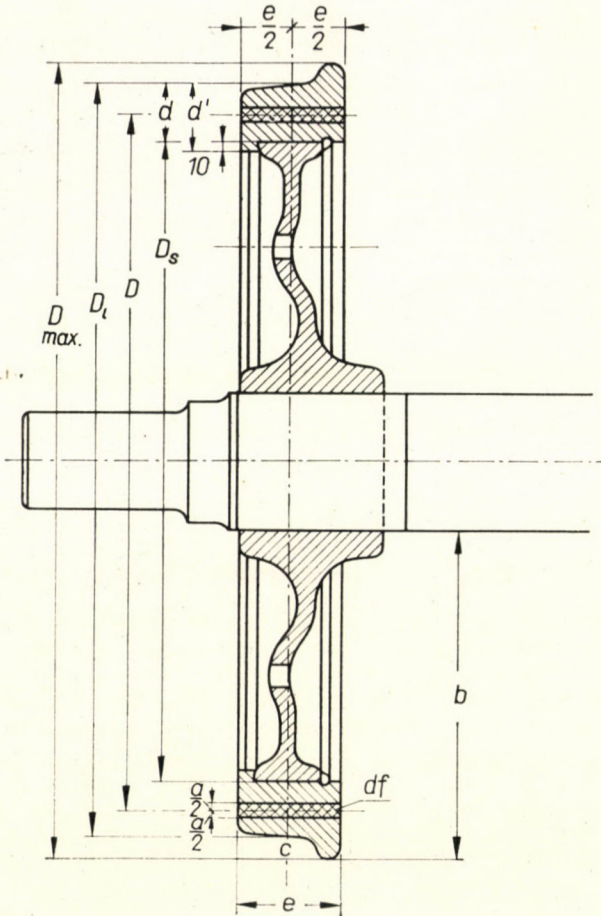


Bild 10. Die wesentlichen Radsatz-Abmessungen

und

$$dm = \frac{df \cdot D \pi \gamma_s}{g}$$

folglich ist

$$I = \frac{2 \pi \gamma_s}{g} \int_0^{D_{max}/2} \left(\frac{D_{max}}{2} \right)^3 df$$

Hier bedeuten laut Bild 10:

- D_{max} Durchmesser, gemessen zwischen den äußersten Punkten des Spurkranzes;
- f Teilfläche des Radscheibenkörpers oder des Radreifens;
- D Durchmesser der Ringmasse mit infinitesimaler Ringteilfläche df ;
- γ_s spezifisches Gewicht des Stahls.

Wenn nun E die Gesamtenergie, E_1 die lineare Energie und E_2 die Rotationsenergie eines rollenden Rades bedeuten, so gelten:

$$E = E_1 + E_2,$$

$$E = m \cdot \frac{v^2}{2} + I \cdot \frac{\omega^2}{2};$$

$$E = \frac{v^2}{2} \left[m + \frac{I}{(D/2)^2} \right] = m \frac{v^2}{2} \left[1 + \frac{I}{m (D/2)^2} \right] = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \left[1 + \frac{I}{m (D/2)^2} \right].$$

Hier bedeuten:

ω die Drehgeschwindigkeit des Rades, $\omega = v/(D/2)$;
 D den Laufkreisdurchmesser;
 Q die Radlast [kp].

Wird der Begriff des Massenfaktors eingeführt, dann ist

$$E = \frac{Q}{g'} \frac{v^2}{2} = \frac{Q}{g} \frac{v^2}{2} \varrho,$$

$$\varrho = 1 + \frac{4I}{mD^2}.$$

Es ist also

$$\varrho = 1 + \frac{8\pi\gamma_s}{QD^2} \int_0^{D_{\max}/2} \left(\frac{D}{2} \right)^3 df,$$

aber

$$\int_0^{D_{\max}/2} \left(\frac{D}{2} \right)^3 df = \sum_0^{D_{\max}/2} e \int_{D/2-a/2}^{D/2+a/2} \left(\frac{D}{2} \right)^3 d \frac{D}{2},$$

$$e \int_{D/2-a/2}^{D/2+a/2} \left(\frac{D}{2} \right)^3 d \frac{D}{2} = e \int_{D/2-a/2}^{D/2+a/2} \frac{(D/2)^4}{4} + C = \Delta x.$$

Da für $a/2 = 0$ der Wert des Integrals verschwinden muß, ist die Integrationskonstante $C = 0$:

$$\Delta x = e \left[\frac{(D/2 + a/2)^4}{4} - \frac{(D/2 - a/2)^4}{4} \right] =$$

$$= \frac{e}{8} [D^3 a + Da^3] = \frac{1}{8} \Delta f D (D^2 + a^2);$$

$$\varrho = 1 + \frac{\pi\gamma_s}{QD_i^2} \sum_0^{D_{\max}/2} \Delta f D (D^2 + a^2),$$

$$\varrho = 1 + \frac{1}{Q} \left(\frac{\pi\gamma_s}{D_i^2} \right) \sum_0^{D_{\max}/2} \Delta f D (D^2 + a^2) \quad \varrho = 1 + \frac{1}{Q} K;$$

$$K = \frac{\pi\gamma_s}{D_i^2} \sum_0^{D_{\max}/2} \Delta f D (D^2 + a^2).$$

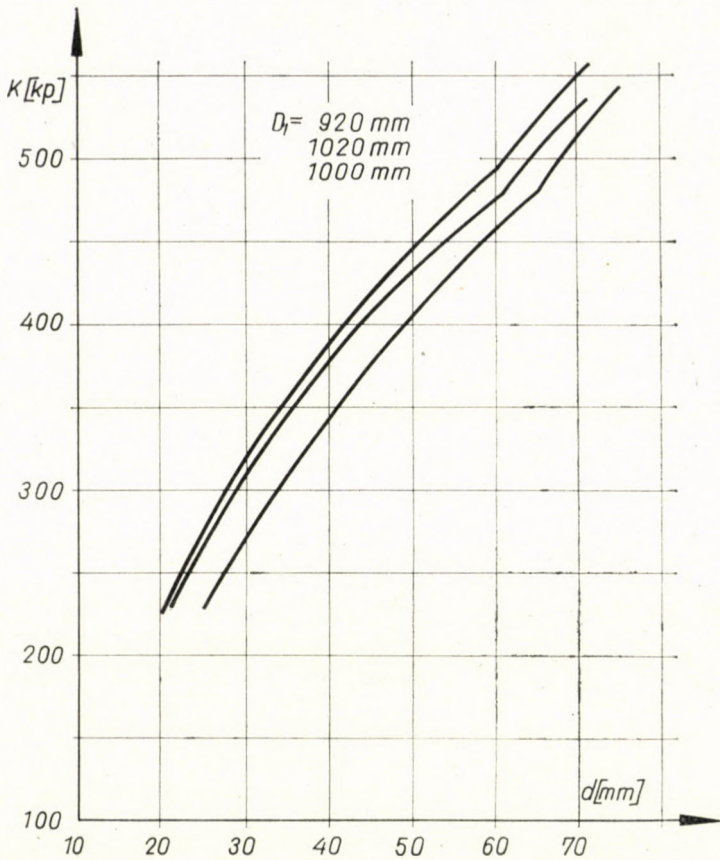


Bild 11. Abhängigkeit zwischen den K-Werten und der Laufkreisumfangdicke, d ;
 $q = 1 + K/Q$, wo Q [kp] die Radlast bedeutet

Die Hauptdimensionen der verschiedenen Radsätze von Güterwagen bei den Ungarischen Eisenbahnen können in drei Gruppen geordnet werden. Die Dimensionen für diese drei Gruppen sind aus Tafel II ersichtlich.

Tafel II

Hauptdimensionen der verschiedenen Radsätze der Güterwagen bei den Ungarischen Eisenbahnen

Laufkreisdurchmesser, D_2 , neuer Radsätze [mm]	1020	1000	920
Scheibenradkörperdurchmesser, D_s [mm]	878	850	778
Radreifendicke (neue), $D = (D_2 - D_3)/2$	71	75	74
Radbreite, e [mm]	135	135	132

Die Abnutzung der Scheibenradkörper durch Verrostung ist so unbedeutend, daß angenommen werden kann, daß ihr Trägheitsmoment mit der Zeit

nicht abnimmt. Der Laufkreisdurchmesser D_2 ist von der Abnutzung der Radreifendicke d abhängig. Der Wert K ist also lediglich die Funktion der Radreifendicke d . Der Wert K wurde für die drei vorgenannten Räder und verschiedene d -Werte berechnet und ist in Bild 11 dargestellt. Dabei ist das Trägheitsmoment von halben Achszapfen mitberücksichtigt.

Für die Bestimmung von ϱ werden der Zapfenumfang u und die vier Dimensionen b , c , d und e gemessen.

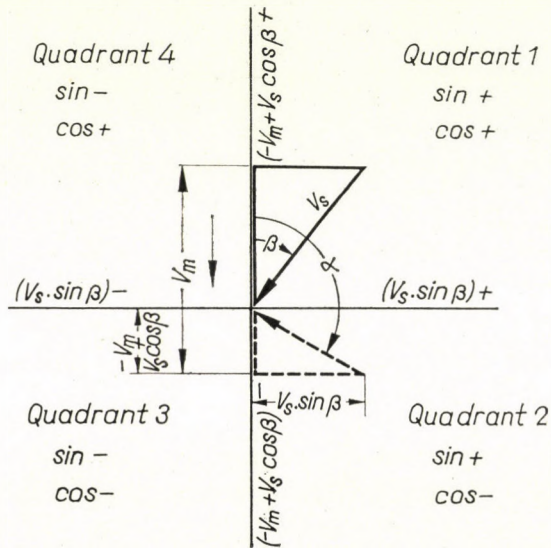


Bild 12. Rechnerische Ermittlung von v_r [m/s] und α

Die Kimme, auf die sich der Radscheibenkörper stützt, hat in fast sämtlichen Fällen eine Tiefe von 10 mm. Die Radreifendicke beträgt dann

$$d = d' - 10.$$

Aus den Werten a , b , c und d läßt sich D_s errechnen:

$$D_s = \frac{U}{2\pi} + b - (c + d).$$

In Kenntnis von D_s läßt sich der Laufkreisdurchmesser des neuen Radsatzes aus Tafel II bestimmen. Aus Bild 11 wird für den entsprechenden neuen Radsatzdurchmesser und die Radreifendicke d der Wert K abgelesen.

Der Laufwiderstand enthält den Roll- und den Luftwiderstand. Der Luftwiderstand wird nach der Formel von PIRATH berechnet:

$$w_l = \frac{F}{2cG} \gamma_l v_r^2,$$

wobei

- w_l den spezifischen Luftwiderstand [kp/Mp],
- F die Stirnfläche des Wagenkastens [m²],
- γ_l das spezifische Luftgewicht [kp/m³],
- G das Wagengewicht [Mp],
- v_r die relative Windgeschwindigkeit zwischen Luft und Wagen [m/s],
- c den Luftwiderstandbeiwert

bedeuten.

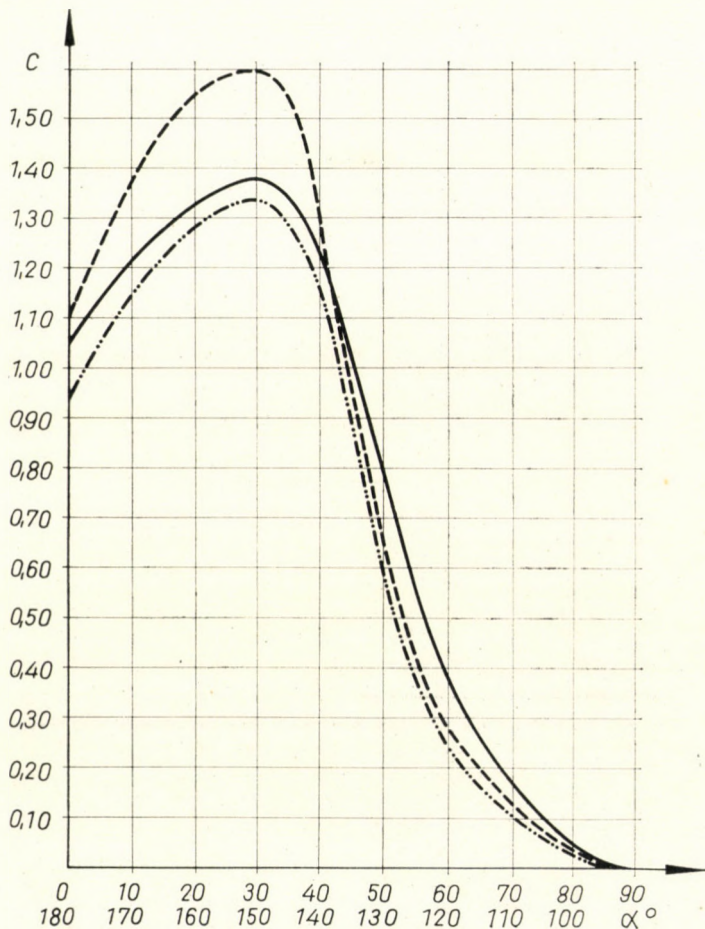


Bild 13. Abhängigkeit zwischen den C-Werten und dem Winkel α

Bezeichnungen: — ein offener beladener Wagen; - - - ein offener leerer Wagen;
 - · - · - ein gedeckter Wagen

Bei jedem Wagen wird die Wagenkasten-Stirnfläche gemessen. Das spezifische Luftgewicht γ_l wird aus dem Barometerdruck, dem relativen Feuchtigkeitsgrad, und den trockenen und feuchten Lufttemperaturen berechnet [7]. Das Wagengewicht wird von den Beschreibungen am Wagenkasten und Wagenzettel abgelesen.

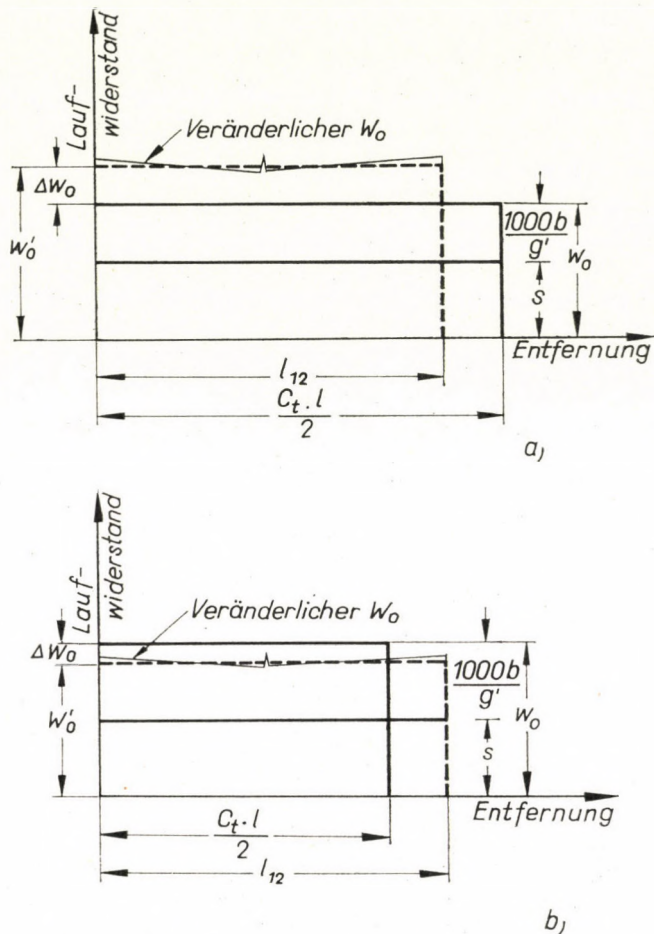


Bild 14. Zusammenhang zwischen w_0 und w_0' für Wagenverzögerung, wenn $C_t \cdot l/2 > l_{12}$, Δb (-), Δw_0 (+) und $\Delta w_0 = +100\Delta b$ (Fall a); $C_t \cdot l/2 < l_{12}$, Δb (+), Δw_0 (-) und $\Delta w_0 = -100\Delta b$ (Fall b)

Die relative Windgeschwindigkeit wird aus der gemessenen Windgeschwindigkeit v_s [m/s] und dem Winkel β zwischen der Windrichtung und der Laufrichtung errechnet, wie es in Bild 12 dargestellt ist. Der Winkel β wird von 0 bis 360° im Uhrzeigersinn gemessen:

$$v_r = \sqrt{(-v_m + v_s \cos \beta)^2 + (v_s \sin \beta)^2}.$$

Der Luftwiderstandsbeiwert c wird nach PIRATH in Abhängigkeit vom relativen Winkel α zwischen v_r und der Wagenlaufrichtung für drei verschiedene Fälle angenommen (s. Bild 13):

Offener beladener Wagen,
 offener leerer Wagen,
 gedeckter Wagen.

Der relative Winkel α wird nach der Gleichung

$$\alpha = \arctan \frac{v_s \sin \beta}{(-v_m + v_s \cos \beta)}$$

berechnet und ist von 0° bis 360° angegeben (Bild 14). Eine segelrelative Windgeschwindigkeit kommt vor, wenn der Wert von α zwischen 0° und 90° bzw. zwischen 270° und 360° liegt. Eine gegenrelative Windgeschwindigkeit ist vorhanden, wenn die Größe von α zwischen 90° und 270° ist. Der Luftwiderstand wird bei Segelwind mit $+$, bei Gegenwind mit $-$ bezeichnet. Danach ist der Rollwiderstand:

$$w_r = w_0 - w_l.$$

III. Maximaler wahrscheinlicher Fehler bei den berechneten Laufwiderständen

Der Laufwiderstand wird nicht direkt gemessen, sondern über andere Meßgrößen nach Gleichungen (1)–(5) berechnet. Soll der maximale wahrscheinliche Fehler für den Laufwiderstand Δw_0 berechnet werden, so wird die Grundgleichung [3]:

$$\Delta w_0 = \left(\frac{\partial w_r}{\partial s} \right)^2 \Delta s^2 + \left(\frac{\partial w_r}{\partial b} \right)^2 \cdot \Delta b^2 + \left(\frac{\partial w_0}{\partial \varrho} \right)^2 \cdot \Delta \varrho^2 \quad (6)$$

angewandt, wobei

$$\frac{\partial w_0}{\partial \varrho} = 1, \quad (7)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial b} = - \frac{1000 \varrho}{g}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial \varrho} = - \frac{1000 b}{g}. \quad (9)$$

Die Neigung s ist jedoch wieder eine Funktion des Höhenunterschiedes der beiden Enden der Meßstrecke h und der Länge l_{12} :

$$s = \frac{h}{l_{12}} \cdot 1000,$$

$$\Delta s^2 = \left(\frac{\partial s}{\partial h} \right)^2 \Delta h^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial l_{12}} \right)^2 \Delta l_{12}^2; \quad (10)$$

wobei

$$\frac{\partial s}{\partial h} = \frac{1}{l_{12}} 1000, \quad (11)$$

$$\frac{\partial s}{\partial l_{12}} = -\frac{h}{l_{12}} 1000. \quad (12)$$

Für die Messung des Höhenunterschiedes h werden Nivellier-Meßgeräte mit einer Genauigkeit von 1 mm benützt. Das Gleis bewegt sich aber unter dem rollenden Rad. Aus diesem Grund wird beim Höhenunterschied ein maximaler wahrscheinlicher Fehler Δh von 5 mm angenommen. Die Längen l_{12} bzw. l_2 werden mit einem kalibrierten Stahlband mit kleinsten Unterteilungen von 1 mm gemessen. Das Stahlband wird auf die gerade Schiene aufgelegt. Der maximale wahrscheinliche Fehler von l_1 bzw. l_2 wird mit 0,002 angesetzt, ein Wert, der den Fehler bei der Projektion des ersten und des letzten Lichtstrahls zu den Fotozellen auf der Schiene sowie den Fehler bei langen Messungen berücksichtigt.

Die Beschleunigung bzw. Verzögerung wird nach Gleichung (1) berechnet. Der wahrscheinliche Fehler ist dann

$$\Delta b^2 = \left(\frac{\partial b}{\partial l}\right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial t_{12}}\right)^2 \Delta t_{12}^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial t_1}\right)^2 \Delta t_1^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial t_2}\right)^2 \Delta t_2^2, \quad (13)$$

wobei

$$\frac{\partial b}{\partial l} = \frac{(1/t_2) - (1/t_1)}{t_{12} - (t_1 + t_2)/2}, \quad \Delta l = \pm 0,002 \text{ m}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t_{12}} = \frac{(1/t_2) - (1/t_1)}{(t_{12} - (t_1 + t_2)/2)^2}, \quad \Delta t_{12} = \pm 0,001 \text{ s}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t_1} = \frac{\frac{1}{t_1^2}}{t_{12} - (t_1 - t_2)/2} + \frac{1/(2t_2) - 1/(2t_1)}{(t_{12} - (t_1 + t_2)/2)^2}, \quad \Delta t_1 = \pm 0,0002 \text{ s}; \quad (16)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t_2} = -\frac{\frac{1}{t_2^2}}{t_{12} - (t_1 + t_2)/2} + \frac{1/(2t_2) - 1/(2t_1)}{(t_{12} - (t_1 + t_2)/2)^2}, \quad \Delta t_2 = \pm 0,0002 \text{ s}. \quad (17)$$

Der Koeffizient zur Berücksichtigung der Rotationsenergie des Radsatzes Q wird nach Gleichung (5) berechnet. Der Maximale wahrscheinliche Fehler ΔQ ist dann:

$$\Delta Q = \left(\frac{\partial Q}{\partial K}\right)^2 \Delta K^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial Q}\right)^2 \Delta Q^2, \quad (18)$$

wo

$$\frac{\partial \varrho}{\partial K} = \frac{1}{Q}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial Q} = -\frac{K}{2Q^2}. \quad (20)$$

Der Wert ΔK wird von Bild 11 für die entsprechenden K -Werte abgelesen, u. zw. für $\Delta d = \pm 2,5$ mm. Der maximale wahrscheinliche Fehler ΔQ wird mit 5% der Radlast angenommen.

Der wahrscheinliche Fehler Δw_r ist also nicht nur von den wahrscheinlichen Fehlern der Meßwerte abhängig, sondern auch von ihrer Größe, die bei jeder Meßfahrt verschieden ist. Um sich vorstellen zu können, wie groß der wahrscheinliche Fehler Δw_r ist, und wie die Genauigkeit des Laufwiderstandes durch die Größe der Meßwerte und ihre wahrscheinlichen Fehler beeinflusst wird, werden die Berechnungen für 8 verschiedene ausgewählte Meßfahrten durchgeführt. Von den 8 Meßfahrten wurden 4 im Winter und 4 im Sommer unternommen, u. zw. in beiden Fällen je zwei mit offenen und zwei mit gedeckten Wagen, wobei von den zwei Wagen der eine immer leer, der andere beladen war.

In Tafel III Spalten 3, 4, 5 und 6 sind die Meßwerte zur Berechnung von b angegeben. Die vier Glieder von Δb nach Gleichungen (14)–(18) wurden berechnet und sind in die Spalten 7, 8, 9 und 10 eingetragen. Aus Spalte 11 ist Δb^2 ersichtlich. Man beachte, daß Δt_1 und Δt_2 den größten Einfluß auf die Genauigkeit der Beschleunigung bzw. Verzögerung haben.

In Tafel IV Spalten 3, 4, 5 und 6 sind die Meßgrößen zur Bestimmung von ϱ angegeben. Die zwei Glieder von $\Delta \varrho^2$ sind nach Gleichungen (19) und (20) errechnet und in die Spalten 7 und 8 eingezeichnet. Aus Spalte 9 sind die $\Delta \varrho^2$ -Werte ersichtlich. Werden Spalte 12 in Tafel IV und Spalte 14 in Tafel III verglichen, so geht hervor, daß die Genauigkeit der ϱ -Werte weniger als die der b -Werte ist.

In Tafel V Spalte 3 sind die Achslagerarten, Spalte 4 die Temperaturen, Spalte 5 die Gefälle, Spalte 6 die Längen der Meßstrecken bei den verschiedenen Meßfahrten angegeben. Der Laufwiderstand wurde nach Gleichungen (1)–(4) berechnet und ist in Spalte 7 eingetragen. Die nach Gleichungen (7)–(9) berechneten verschiedenen Glieder von Δw_0^2 sind in den Spalten 8, 9 und 10 angegeben. Wie aus Spalte 12 ersichtlich ist, schwankt der maximale wahrscheinliche Fehler Δw_0 für die 8 Meßfahrten zwischen $\pm 0,11$ und $\pm 0,13$ kp/Mp, obwohl sich die Größen der Laufwiderstände zwischen 0,6 und 4,3 bewegen. Mit anderen Worten: der wahrscheinliche Fehler Δw_0 ist annähernd konstant. Wird der wahrscheinliche Fehler Δw_0 in Prozenten des Laufwiderstandes ausgedrückt, so ergibt sich — natürlich je nach der Größe des Laufwiderstandes — ein bedeutender Unterschied, wie aus Spalte 13 zu ent-

Tafel III

Maximaler wahrscheinlicher Fehler Δb

Meß- fahrt Nr.	Wagengattung	t_{12}	t_1	t_2	l	$\left(\frac{\partial b}{\partial l}\right)^2 \Delta l^2$	$\left(\frac{\partial b}{\partial t_{12}}\right)^2 \Delta t_{12}^2$	$\left(\frac{\partial b}{\partial t_1}\right)^2 \Delta t_1^2$	$\left(\frac{\partial b}{\partial t_2}\right)^2 \Delta t_2^2$	Δb^*	$\pm \Delta b$	b	$\frac{\Delta b}{b}$
		[s]	[s]	[s]		[m]	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-12}$				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Izkn 335 428	14,111	0,4768	0,4416	1,4	600	2	8 161	11 038	19 801	0,00014	+0,01715	0,8
2	I 320 630	10,850	0,3824	0,3664	1,5	471	2	38 416	54 372	93 261	0,00031	+0,01635	1,9
3	Gr 150 919	13,207	0,4718	0,4425	1,5	484	2	11 198	14 410	26 094	0,00016	+0,01651	1,0
4	Gzh 157 344	13,578	0,4356	0,4457	1,4	63	0	12 607	11 521	24 191	0,00016	-0,00555	2,9
5	Kz 203 386	10,185	0,3633	0,3388	1,5	1640	10	53 564	70 469	125 683	0,00036	+0,03036	1,2
6	Sun 473 105	10,773	0,3828	0,3632	1,5	735	4	38 833	47 734	87 306	0,00030	+0,02034	1,5
7	Gr 162 697	9,242	0,3245	0,3120	1,5	765	5	102 067	119 094	221 931	0,00047	+0,02075	2,3
8	M 117 649	9,658	0,3401	0,3258	1,5	762	5	77 484	91 736	169 987	0,00041	+0,02076	2,0

Tafel IV

Maximaler wahrscheinlicher Fehler Δq

Meß- fahrt Nr.	Wagengattung	Laufkreis- durchmesser [mm]	Lauf- kreis- dicke [mm]	K [kp]	2 Q [kp]	$\left(\frac{\partial q}{\partial K}\right)^2 \Delta K^2$ $\times 10^{-12}$	$\left(\frac{\partial q}{\partial Q}\right)^2 \Delta Q^2$ $\times 10^{-12}$	Δq^2	Δq	e [%]	$\frac{\Delta q}{(e-1)}$ [%]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Izkn 335 428	1 020	50	432	17 605	3 730 000	8 677 152	12 407 000	0,0035	1,0491	7,1
2	I 320 630	1 020	60	476	3 675	85 595 000	830	85 596 000	0,0092	1,2590	3,6
3	Gr 150 919	1 000	60	457	12 065	3 730 000	100 871 624	104 602 000	0,0102	1,0758	13,4
4	Gzh 157 344	1 000	60	458	6 500	30 674 000	25 004	30 699 000	0,0056	1,1409	4,0
5	Kz 203 386	1 020	60	458	15 050	5 104 000	1 999 396	7 103 000	0,0027	1,0609	4,4
6	Sun 473 105	1 020	60	476	4 075	69 616 000	1 632	69 618 000	0,0084	1,2336	3,6
7	Gr 162 697	1 000	60	458	12 115	8 829 000	1 026 912	9 856 000	0,0030	1,0757	4,0
8	M 117 649	1 020	45	407	3 675	58 050 000	67 712	58 118 000	0,0076	1,2215	3,4

nehmen ist. Es kann auch festgestellt werden, daß die Genauigkeit des Laufwiderstandes am stärksten durch den Δs -Wert beeinflusst wird. Um genauere Werte für w_0 zu errechnen, soll die Meßstrecke während der Meßfahrt stabil sein, also immer gestopft werden; die Neigung ist so am genauesten zu messen.

IV. Berücksichtigung der Unregelmäßigkeiten beim Wagenlauf

Werden bei der Berechnung von l nur die Meßgrößen $t_1, t_2; l_1, l_2$ und t_{12} berücksichtigt, und wird angenommen, daß l konstant ist, dann ergibt sich der zurückgelegte Weg zu:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{(l_1/t_1) + (l_2/t_2)}{2};$$

für sämtliche Messungen gelten jedoch

$$l_1 = l_2 = l,$$

$$v_m = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2} \right).$$

Der errechnete zurückgelegte Weg ist:

$$l'_{12} = t_{12} \frac{1}{2} \left(\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2} \right).$$

Stimmt dieser Wert mit der Meßgröße l_{12} nicht überein, dann bedeutet das, daß die Bedingung, die als Ergebnis der Annahme eines linearen konstanten b -Wertes zu

$$v_m = \frac{(l/t_1) + (l/t_2)}{2} = \frac{l_{12}}{t_{12}},$$

also zu

$$\frac{2 l_{12}}{l} = t_{12} [(l/t_1) + (l/t_2)]$$

führen sollte, nicht erfüllt ist. Werden die Bezeichnungen

$$C_l = \frac{2 l_{12}}{l},$$

$$C_t = t_{12} [(l/t_1) + (l/t_2)]$$

Tafel V

Maximaler wahrscheinlicher Fehler Δw_0

Meß- fahrt Nr.	Wagengattung		Achs- lagerart	Tempe- ratur [°C]	s [%]	l_{12} [m]	w_0 [kp/MP]	$\left(\frac{\partial w_0}{\partial s}\right)^2 \Delta s^2$ $\times 10^{-8}$	$\left(\frac{\partial w_0}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2$ $\times 10^{-8}$	$\left(\frac{\partial w_0}{\partial \varrho}\right)^2 \Delta \varrho^2$ $\times 10^{-8}$	Δw_0^2 $\times 10^{-8}$	$\pm \Delta w_0$ [kp/MP]	$\frac{\Delta w_0}{w_0}$ [%]
1	2		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Izkn	335 428	Gleitachslager	- 1	3,64	43,28	1,804	1 322 500	22 648	3 792	1 348 940	0,116	6,4
2	I	320 630		- 2	3,51	43,40	1,411	1 322 500	153 638	251 580	1 499 925	0,122	8,6
3	Gr	150 919		- 2	3,51	43,40	1,699	1 322 500	31 386	23 787	1 383 518	0,117	6,9
4	Gzh	157 344		- 3	3,64	43,28	4,282	1 322 500	32 726	983	1 356 209	0,117	2,7
5	Kz	203 386		+30	3,92	43,50	0,636	1 320 200	147 037	6 806	1 474 043	0,121	19,0
6	Sun	473 105		+30	3,92	43,50	1,363	1 320 200	138 083	29 926	1 488 209	0,122	9,0
7	Gr	162 697		+30	3,92	43,50	1,644	1 320 200	266 872	4 412	1 591 484	0,126	7,7
8	M	117 649		+27	3,92	43,50	1,335	1 320 200	263 616	26 032	1 609 848	0,127	9,5

Tafel VI

Berechnung der verbesserten Laufwiderstände w'_0

Meßfahrt Nr.	Wagen- gattung	Wagenart	Temperatur [°C]	Achslager	v_d [m/s]	β°	t_1 [s]	t_2 [s]	t_{12} [s]	l [m]	l_{12} [m]	s [‰]	C_l
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Izkn 335 428	Ob	- 1	Gleitachslager	0	0	0,4768	0,4416	14,111	1,40	43,28	3,64	61,83
2	I 320 630	OL	- 2		8	0	0,3824	0,3664	10,850	1,50	43,40	3,51	57,87
3	Gr 150 919	Gb	- 2		8	0	0,4718	0,4425	13,207	1,50	43,40	3,51	57,87
4	Gzh 157 344	GL	- 3		0	0	0,4356	0,4457	13,578	1,40	43,28	3,64	61,83
5	Kz 203 386	Ob	+30		1	300	0,3633	0,3388	10,185	1,50	43,50	3,92	58,00
6	Sun 473 105	OL	+30		1	300	0,3828	0,3632	10,773	1,50	43,50	3,92	58,00
7	Gr 162 697	Gb	+30		1	300	0,3245	0,3120	9,242	1,50	43,50	3,92	58,00
8	M 117 649	GL	+27		5	330	0,3401	0,3258	9,658	1,50	43,50	3,92	58,00
9	Gr 119 062	Gb	- 3		0	0	0,3289	0,3731	16,059	1,40	43,28	3,64	61,83

Bemerkungen: Ob offener beladener Wagen; OL offener leerer Wagen; Gb gedeckter

eingeführt, so ist in diesem Fall

$$\frac{2l_{12}}{l} - t_{12} \left(\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2} \right) = C_l - C_t = \Delta C. \quad (21)$$

Die Ursache dieses Unterschieds zwischen den Werten C_l und C_t , also ΔC , kann in Fehlern liegen. Bei Messungen verschiedener Art kommen zweierlei Fehler vor: grobe und unregelmäßige Fehler. Werden die groben Fehler, die schnell zu entdecken sind, von der Diskussion ausgeschlossen, und berechnet man den maximalen wahrscheinlichen Fehler Δ_{AC} nach den Gaußschen Formeln, dann soll $\Delta C \leq \Delta_{AC}$ sein, wenn

und des maximalen wahrscheinlichen Fehlers $\Delta_{\Delta C}$

C_i	ΔC	$b \times 10^{-2}$ [m/s ²]	i [%]	κ_0 [kp/Mp]	κ'_0 [kp/Mp]	$\left(\frac{\partial \Delta C}{\partial t_{12}}\right)^2 \Delta t_{12}^2$	$\left(\frac{\partial \Delta C}{\partial t_1}\right)^2 \Delta t_1^2$	$\left(\frac{\partial \Delta C}{\partial t_2}\right)^2 \Delta t_2^2$	$\left(\frac{\partial \Delta C}{\partial l_{12}}\right)^2 \Delta l_{12}^2$	$\left(\frac{\partial \Delta C}{\partial l}\right)^2 \Delta l^2$	ΔC	$\Delta_{\Delta C}$
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
61,55	+0,28	+1,715	+0,42	1,804	1,811	19	154	209	816	7800	8998	±0,09
57,98	-0,12	+1,635	-0,19	1,411	1,409	29	735	261	711	5954	7690	±0,09
57,84	+0,03	+1,651	+0,05	1,699	1,700	19	141	182	711	5954	7007	±0,08
61,64	+0,19	-0,555	-0,04	4,282	4,281	21	205	187	816	7800	9029	±0,09
58,10	-0,10	+3,036	-0,61	0,636	0,633	33	238	315	711	5981	7278	±0,09
57,80	+0,20	+2,034	+0,39	1,363	1,368	29	216	267	711	5981	7204	±0,08
58,10	-0,10	+2,075	-0,17	1,644	1,640	40	308	361	711	5981	7401	±0,09
58,04	-0,04	+2,076	-0,08	1,335	1,334	36	279	331	711	5981	7338	±0,09
91,87	-30,04	-3,211	+23,54	7,181	8,872	33	881	532	816	7800	10062	±0,10

beladener Wagen; GL gedeckter offener Wagen.

$$\Delta_{\Delta C}^2 = \left(\frac{\partial \Delta C}{\partial t_{12}}\right)^2 \Delta t_{12}^2 + \left(\frac{\partial \Delta C}{\partial t_1}\right)^2 \Delta t_1^2 + \left(\frac{\partial \Delta C}{\partial t_2}\right)^2 \Delta t_2^2 + \left(\frac{\partial \Delta C}{\partial l_{12}}\right)^2 \Delta l_{12}^2 + \left(\frac{\partial \Delta C}{\partial l}\right)^2 \Delta l^2; \tag{22}$$

$$\frac{\partial \Delta C}{\partial t_{12}} = - \left(\frac{l}{t_1} + \frac{l}{t_2} \right), \quad \Delta t_{12} = \pm 0,001 \text{ s}; \tag{23}$$

$$\frac{\partial \Delta C}{\partial t_1} = - \frac{t_{12}}{t_1^2}, \quad \Delta t_1 = \pm 0,0002 \text{ s}; \tag{24}$$

$$\frac{\partial \Delta C}{\partial t_2} = - \frac{t_{12}}{t_2^2}, \quad \Delta t_2 = \pm 0,0002 \text{ s}; \quad (25)$$

$$\frac{\partial \Delta C}{\partial l_{12}} = \frac{2}{l}, \quad \Delta l_{12} = \pm 0,02 \text{ m}; \quad (26)$$

$$\frac{\partial \Delta C}{\partial l} = - \frac{2 l_{12}}{l^2}, \quad \Delta l = \pm 0,002 \text{ m}. \quad (27)$$

Die Berechnungen zur Ermittlung von ΔC für 9 verschiedene ausgewählte Meßfahrten werden nach Gleichung (9) durchgeführt und die Ergebnisse in Spalte 15 der Tafel VI eingetragen. Von den ersten 8 Meßfahrten wurden 4 im Winter und 4 im Sommer mit je zwei offenen und zwei gedeckten Wagen unternommen. Von den zwei Wagen war der eine immer leer, der andere beladen. Die neunte Meßfahrt wurde gewählt, weil sie einen groben Fehler aufweist. Die fünf Glieder des maximalen wahrscheinlichen Fehlers ΔC werden nach den Gleichungen (11) bis (15) berechnet und in die Spalten 20 bis 24 eingetragen. Werden die ΔC -Werte mit $\Delta_{\Delta C}$ verglichen, so findet man, daß in der Mehrheit der Fälle $\Delta C > \Delta_{\Delta C}$ ist. Der Grund dafür liegt offenbar nicht in Fehlern bei den Messungen, sondern in der falschen Annahme einer linearen konstanten Beschleunigung oder Verzögerung. Mit anderen Worten, der Luftwiderstand ist auf dem Wege l_{12} nicht konstant. Durch Wagenschwingungen quer zur Gleisachse, durch veränderliche relative Luftgeschwindigkeit zwischen Wagen und Luft und auch durch Schienenstöße werden Änderungen des Laufwiderstandes hervorgerufen. Wird angenommen, daß die Beschleunigung oder Verzögerung während der Zeit t_{12} konstant ist, wird aber l_{12} in die Berechnungen mit einbezogen, dann erhält man einen konstanten Laufwiderstand w'_0 , der den tatsächlichen mittleren Laufwiderstand besser annähert als w_0 . Man erhält den verbesserten Laufwiderstand w_0 durch folgende Überlegungen:

Wird innerhalb der Meßstrecke l_{12} eine lineare Geschwindigkeitszunahme oder -abnahme vorausgesetzt, so ergibt sich die Beschleunigung oder Verzögerung eines Wagens während der Zeit t_{12} zu

$$b = \frac{\frac{l}{t_2} - \frac{l}{t_1}}{t_{12} - \frac{t_1 + t_2}{2}} = \frac{l \left(\frac{1}{t_2^2} - \frac{1}{t_1^2} \right)}{C_1 - \frac{(t_1 + t_2)^2}{2 t_1 t_2}}.$$

Wenn sich C_l um den geringen Wert ΔC ändert, so ändert sich b um den Wert Δb .

$$\Delta b = \frac{\partial b}{\partial C_l} \Delta C.$$

Da

$$\frac{\partial b}{\partial C_l} = - \frac{l \left(\frac{l}{t_2^2} - \frac{l}{t_1^2} \right)}{\left[C_l - \frac{(t_1 + t_2)^2}{2 t_1 t_2} \right]^2}$$

ist, wird

$$\Delta b = - \frac{l \left(\frac{l}{t_2^2} - \frac{l}{t_1^2} \right)}{\left[C_l - \frac{(t_1 + t_2)^2}{2 t_1 t_2} \right]^2} (C_l - C_l)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\Delta w_0}{w_0} &= \frac{-100 \cdot \Delta b}{s - 100 b} = - \frac{100 b \frac{\Delta b}{b}}{s - 100 b} = \\ &= \frac{(C_l - C_l) 100 b}{\left[C_l - \frac{(t_1 + t_2)^2}{2 t_1 t_2} \right] (s - 100 b)} = i, \end{aligned} \tag{28}$$

d. h.

$$\Delta w_0 = i w_0$$

oder

$$w'_0 = w_0 + \Delta w_0 = w_0 (1 + i). \tag{29}$$

Die Vorzeichen der Zahlenwerte b , ΔC , Δb , Δw_0 und i sind in Tafel VII zusammengestellt. Im Bild 14 sind die zwei Fälle für Wagenbeschleunigung graphisch dargestellt.

Tafel VII

Vorzeichen der Zahlenwerte von b , ΔC , Δb , Δw_0 und i

Fall Nr.	Angaben		Ergebnisse		
	b	ΔC	Δb	Δw_0	i
1	—	—	—	+	+
2	—	+	+	—	—
3	+	—	+	—	—
4	+	+	—	+	+

Wie später dargelegt wird, haben Meßfahrten, die mit elf verschiedenen Wagen auf verschiedenen Meßstrecken durchgeführt worden waren, gezeigt, daß ΔC und damit der Wert i mit der Zunahme der Länge l_{12} und der Verschlechterung der Laufruhe durch Schienenstöße und dergleichen zunimmt.

Die i -Werte für die neun Meßfahrten wurden nach Gleichung (28) berechnet und sind in Spalte 17 der Tafel VI angegeben. In die Spalten (18) und (19) der Tafel VI sind die berechneten Laufwiderstände nach Gleichung (3) bzw. die verbesserten Laufwiderstände nach Gleichung (29) eingetragen.

V. Die Durchführung der Messungen

Die Messungen wurden im *Rangierbahnhof Budapest-Ferencváros* durchgeführt. Die Lage der Meßstrecke wurde etwa 100 m hinter der letzten Verteilungsweiche gewählt. Damit die ermittelten Laufwiderstände durch Meßfehler möglichst wenig beeinträchtigt werden, wurde für die Meßstrecke ein Gefälle von etwa 3% gewählt. Um den Wert ΔC niedrig zu halten, d. h. um einer konstanten geradlinigen Beschleunigung oder Verzögerung nahezu kommen, wurde die Länge der Meßstrecke l_{12} zu etwa 45 m gewählt.

Die Zeiten t_1, t_2 wurden mittels elektronischer Zeitmeßgeräte *Rochar 770* ermittelt, die einen elektronischen Impuls erhalten, wenn der Lichtstrahl einer Lampe zu den Fotozellen in den Punkten a, b, c und d unterbrochen wird (Bild 9). Die kleinsten Unterteilungen der Zeitmessungen wurden für t_1 und t_2 auf vier Stellen, für t_{12} auf drei Stellen hinter dem Komma abgelesen. Die Meßfahrten wurden nach den nachstehenden Daten durchgeführt:

1964

Juli	6, 7, 8, 9, 10;
September	28, 29, 30;
Oktober	9;
December	7, 8, 9, 10.

1965

Februar	1, 2, 3, 15;
März	1, 2;
April	6, 7;
Mai	10, 11, 12, 13;
Juli	5, 6, 7, 12, 13, 14;
September	20, 21.

Die Gruppierung der Versuche dient dem Zweck, die Laufwiderstände bei verschiedenen Witterungsverhältnissen zu beobachten. Es wurden 670 Meßfahrten bei verschiedenen Temperaturen und unter der Bedingung einer Luftgeschwindigkeit unter 10 m/s durchgeführt. Es wurden die Größe der Räder und Räderteile, die Zeiträume t_1, t_2 und t_{12} , die Richtung und Geschwindigkeit des Windes, der Druck, die Temperatur und relative Feuchtigkeit der Luft sowie die Länge und Gefälle der Meßstrecken (l_1, l_2, l_3) gemessen.

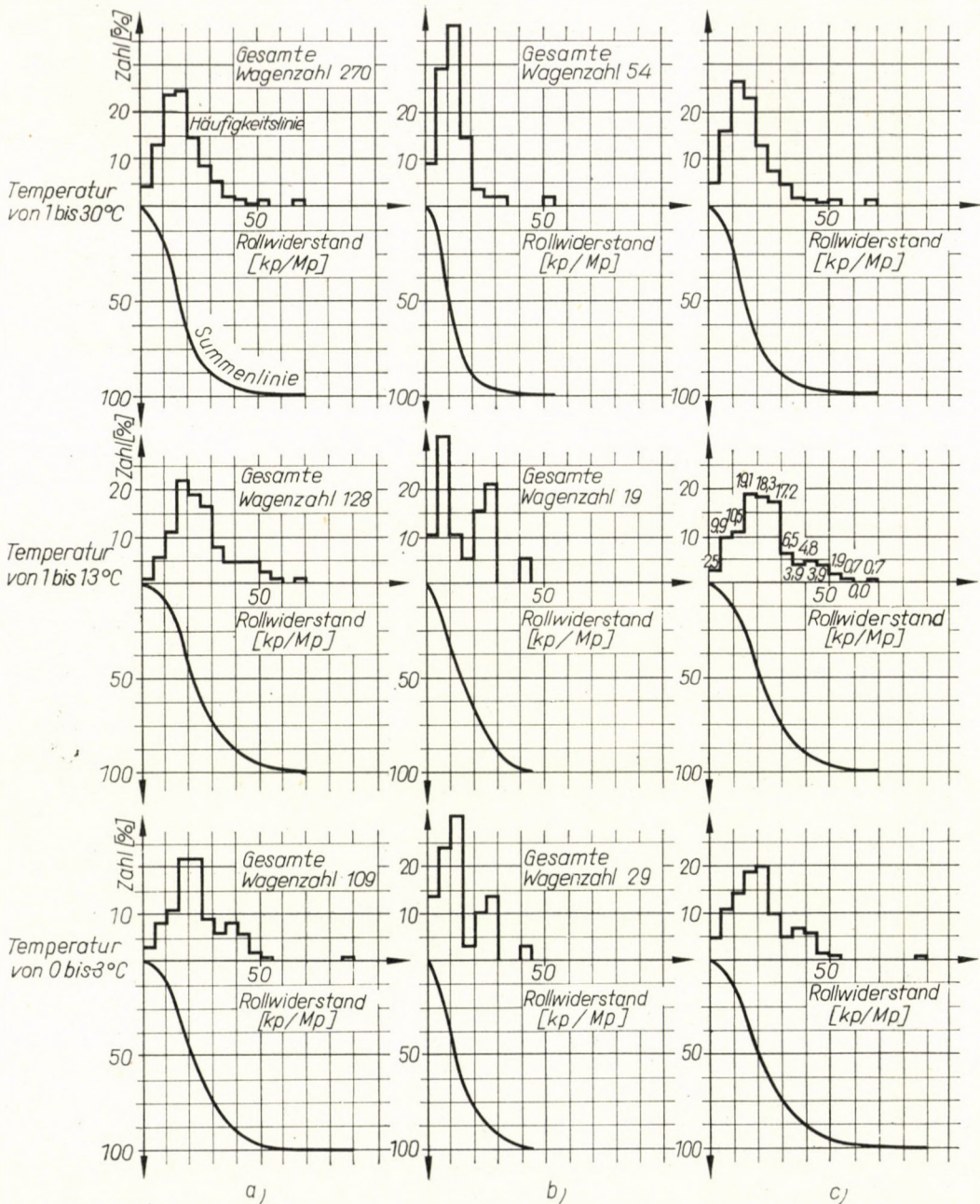


Bild 15. Summenlinien und Zahl der Rollwiderstände in Prozenten, ausgewertet nach Temperaturen und Achslagerart: Gleitachslager (a), Rollachslager (b), Gleit- und Rollachslager (c) (Gleitachslager 0,8311, Rollachslager 0,1689)

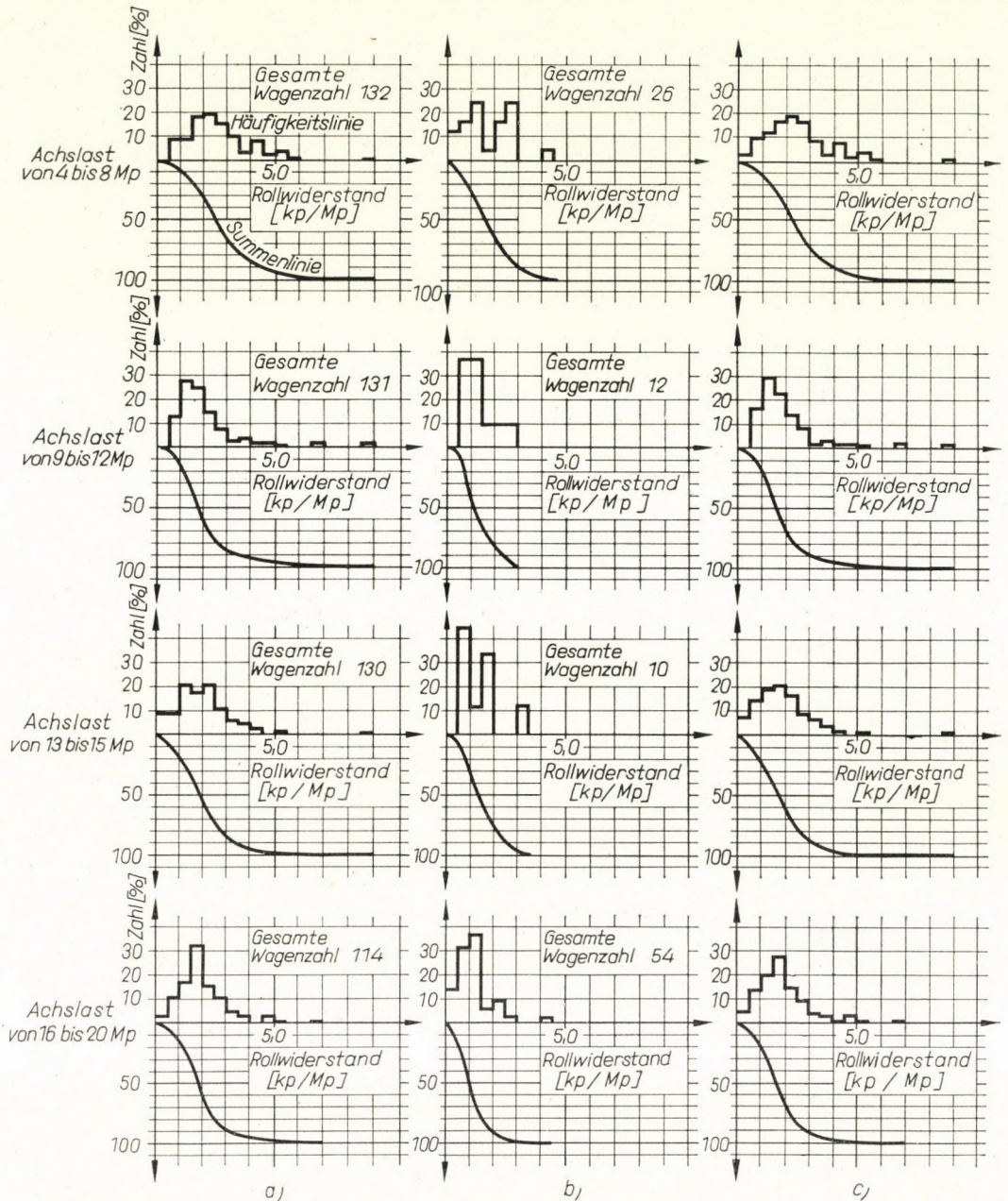


Bild 16. Summenlinie und Zahl der Rollwiderstände ausgewertet nach Achslasten und Achs-lager art: Gleitachslager (a), Rollachslager (b), Gleit- und Rollachslager (c) (Gleitachslager 0,8311, Rollachslager 0,1689)

VI. Auswertung der Meßergebnisse

Die Berechnung der Rollwiderstände erfolgte im *Rechenzentrum der Ungarischen Akademie der Wissenschaften*. Nur bei 15% der Meßfahrten waren relative Luftgeschwindigkeiten v_r über 6 m/s vorhanden. Von diesen 15% liegt nur bei 0,02% ein relativer Segelwind vor, bei den übrigen 14,98% handelte es sich um einen relativen Gegenwind. Von den 670 Meßfahrten entsprechen 61 nicht der Bedingung von $\Delta C \leq 6,0$, was in Abschnitt IV erwähnt wurde; diese werden bei der Auswertung nicht berücksichtigt. Von den 609 Meßfahrten haben 1,5% einen ΔC -Wert über vier, 7,4% einen Wert über zwei und 10,5% einen solchen über eins. Von den 609 Meßfahrten weisen 11% einen i -Wert über 1% auf. Der höchste errechnete Wert von i betrug 13%.

Die 609 endgültigen errechneten Rollwiderstände wurden nach zwei Gesichtspunkten, nach Temperaturen und Achslasten ausgewertet, u. zw. getrennt für Gleit- und Rollachslager. Zur Auswertung nach Temperaturen wurden die erhaltenen Rollwiderstandswerte in drei Gruppen unterteilt, u. zw. für Temperaturbereiche von -3 bis 0 °C, von 1 bis 13 °C und von 14 bis 30 °C. In Bild 15a sind die Häufigkeitslinien der einzelnen Rollwiderstände für Gleitachslager, in Bild 15b jene für Rollachslager dargestellt. Unter den Häufigkeitslinien sind jeweils die Summenlinien angegeben.

Die Gesamtzahl der Wagen mit Gleitachslagern beträgt 507, die der Wagen mit Rollachslagern 102. Das Verhältnis von Gleit- zu Rollachslagern ist also bei den Ungarischen Eisenbahnen $83,11 : 16,89$. Die Rollwiderstände des gemischten Wagenparks mit diesem Verhältnis für die verschiedenen Temperaturbereiche sind in Bild 15c als Häufigkeits- und Summenlinie aufgestellt.

In Bild 16 sind dieselben Ausgangswerte nach Achslasten, u. zw. für vier Bereiche ausgewertet. Diese Bereiche umfassen Achslasten von $3,5$ bis 8 t, von 9 bis 12 t, von 13 bis 15 t und von 16 bis 20 t. Auch hier sind die Rollwiderstände getrennt für Gleitachslager unter *a*), für Rollachslager unter *b*) und für gemischten Wagenpark mit Gleit- und Rollachslagern im Verhältnis von $83,11 : 16,89$ unter *c*) angegeben. Aus Bild 16 ist auch ersichtlich, daß die Anzahl der Wagen mit Gleitachslagern in den vier Achslastbereichen etwa gleich war.

VII. Auswahl der geeigneten Rollwiderstände für ablaufdynamische Untersuchungen

Der Rollwiderstandswert wird bei dynamischen Untersuchungen des Ablaufberges zur Ermittlung von zwei Größen benutzt: geeignete Berghöhe; Abdrückgeschwindigkeit.

Wie jedoch aus dem VI. Abschnitt hervorgeht, sind die Streuungsbereiche der Rollwiderstände zu groß. Es erhebt sich also die Frage, welche Rollwiderstände für die erwähnten Berechnungen angenommen werden sollen. Bei der hier behandelten Auswertung wurde hierfür nicht der Vorschlag GOTTSCHALKS angewandt, sondern es wurde von den durch ungeeignete Auswahl der Rollwiderstände herbeigeführten betrieblichen Schwierigkeiten ausgegangen. Dazu wird von der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Ablaufbetrieb Gebrauch gemacht.

Zuerst soll die Auswahl des geeigneten Rollwiderstandes zur Bestimmung der Berghöhe erläutert werden.

Sollen bei Ablaufanlagen keine Behinderungen dadurch entstehen, daß Wagen in der Verteilzone stehen bleiben, dann muß man die Berghöhe so bemessen, daß der Wagen mit dem höchsten Rollwiderstand zum mindesten bis hinter das Grenzzeichen der letzten Verteilungsweiche läuft. Eine derartige Bemessung nach dem höchsten Rollwiderstandswert in der Summenlinie hat zur Folge, daß alle anderen Wagen, die notwendigerweise geringere Rollwiderstände aufweisen als der für die Bemessung maßgebende, mit Überschußenergie ablaufen. Der nötige Energieentzug durch Bremsung ist kostspielig und kann auch problematisch werden, wenn die Geschwindigkeiten mit Hemmschuhen nicht mehr beherrscht werden können und wenn nur kurze Gleisabschnitte in den Richtungsgleisen frei sind.

Eine derartige Bemessung ist daher nur für Hochleistungsanlagen am Platze. In anderen Fällen ist es vielfach wirtschaftlicher, in Kauf zu nehmen, daß ein kleiner Prozentsatz η der ablaufenden Wagen in der Verteilzone stehen bleibt und begedrückt werden muß.

Heute wird die Berghöhe so gewählt, daß die Wagen mit maßgebenden Rollwiderständen noch eine Entfernung von 100 m hinter den letzten Grenzzeichen erreichen sollen.

Ist der so gewählte maßgebende Rollwiderstand w_{rm} und der Rollwiderstand jener Wagen, welche das letzte Grenzzeichen noch eben überfahren können $w_{r\max}$, dann ist nach Bild 17

$$w_{r\max}(1 + 5) = w_{rm}(1 + 105) - 0,15,$$

und davon

$$w_{r\max} = \frac{1 + 105 - 0,15}{1 + 5} w_{rm};$$

wenn

$$\frac{1 + 105 - 0,15}{1 + 5} = \beta,$$

dann ist $w_{r\max} = \beta w_{rm}$. Der Wert des Sicherheitsfaktors β mindert sich mit der Zunahme der Länge der Verteilzone.

Beispielsweise ist die Verteilzone von 16 Richtungsgleisen etwa 150 m lang, und die von 48 Gleisen etwa 300 m. Dann ist

$$\beta_{150} = \frac{150 + 105 - 0,15}{155} = 1,64;$$

und

$$\beta_{300} = \frac{300 + 105 - 0,15}{305} = 1,33.$$

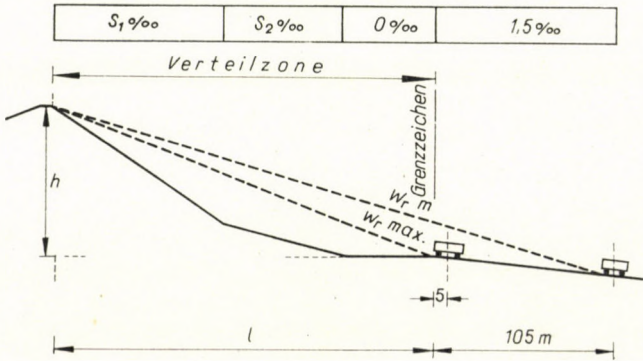


Bild 17. Ablaufprofil

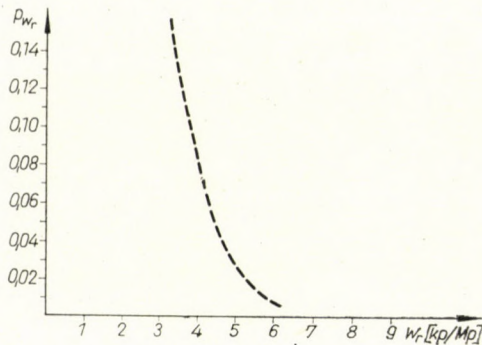


Bild 18. Die Jahresdurchschnittswahrscheinlichkeit p_{w_r} , daß w_r oder größere Rollwiderstände auftreten

Also das heute übliche Verfahren gibt bei dem Rangierbahnhof mit 16 Richtungsgleisen eine 64%ige und bei dem mit 48 Richtungsgleisen nur eine 33%ige Sicherheit über den maßgebenden Wagen. Das Verfahren gibt also für den größeren und wichtigeren Rangierbahnhof eine kleinere Sicherheit, was unrichtig ist.

Im Bild 18 ist die Wahrscheinlichkeit des Jahresvorkommens der verschiedenen und der größeren Widerstände vorgeführt, welche nach den Summenlinien der Widerstandsverteilung sowie nach den Temperaturwerten von 50

Jahren der einzelnen Temperaturzonen mit 90% wahrscheinlicher Häufigkeit gerechnet wurde.

Nach dem Vorschlag GOTTSCHALKS ist der in der Wintertemperaturzone mit 80 %iger Wahrscheinlichkeit vorkommende Widerstand maßgebend. Er ist nach unseren Messungen 3,5 kp/Mp.

Nach dem oben Erwähnten, bei einem mit $w_{rm} = 3,5$ kp/Mp maßgebenden Rollwiderstand dimensionierten Ablaufberg in einem Rangierbahnhof mit 16 Richtungsgleisen überfahren noch die letzten Grenzzeichen jene Wagen, die $w_{r\max} = 1,64 \cdot 3,5 = 5,75$ kp/Mp Rollwiderstand haben, und bei 48 Richtungsgleisen nur solche mit

$$w_{r\max} = 1,33 \cdot 3,5 = 4,65 \text{ kp/Mp}$$

Rollwiderstand.

Nach Bild 18 ist die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens 0,012 bei Wagen mit einem Rollwiderstand von $w_{r\max} \geq 5,75$ kp/Mp und 0,04 bei denen mit $w_{r\max} \geq 4,65$ kp/Mp. Also ist die Wahrscheinlichkeit einer Störung bei den dreimal größeren und wichtigeren Rangierbahnhöfen dreimal so groß.

Nach diesem Resultat wird das heute übliche Verfahren nicht berücksichtigt. Es wird von Bild 18 ausgegangen.

Nach den Erfahrungen verursachen die bei dem heute üblichen Verfahren vorkommenden Störungen auch bei den großen Rangierbahnhöfen keine unerträglichen Schwierigkeiten, was soviel bedeutet, daß die im Jahresdurchschnitt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,04 vorkommenden Störungen noch annehmbar sind. Demzufolge wird mit Sicherheit eine Wahrscheinlichkeit von 0,03 angenommen, und zwar dieselbe für alle Rangierbahnhöfe, von deren Größe unabhängig. Nach Bild 18 gehört zu dieser Wahrscheinlichkeit ein Rollwiderstand von 5 kp/Mp, was bedeutet, daß das Vorkommen von Wagen mit $w_r \geq 5$ kp/Mp eine Jahresdurchschnittswahrscheinlichkeit von 0,03 hat.

Nach den oben Erwähnten wird diese Wahrscheinlichkeit für Wagen mit $w_{r\max} = 5$ kp/Mp erfordert, folglich müssen diese in allen Rangierbahnhöfen — von der Größe unabhängig — das Grenzzeichen der letzten Weichen nur eben überholen. Nach diesem Verfahren wird für alle Rangierbahnhöfe dieselbe Sicherheit erreicht.

Für die Ermittlung der Abdrückgeschwindigkeit gilt als Grundlage der Berechnungen die Sicherheit der Trennung von zwei aufeinander folgenden Wagen, die in zwei nebeneinander liegende Gleise einlaufen. Wird die Neigung der Steilrampe zu $50^{\circ}/_{00}$ und die Entfernung der Spitze der ersten Weiche von der Ausrundung am Berggipfel zu 4 m gewählt, dann erfolgt die Trennung, auch wenn ein Gutläufer einem Schlechtläufer (nach dem Begriff von GOTTSCHALK)

folgt, mit einer Abdrückgeschwindigkeit bis 2 m/s [12]. Eine solche Abdrückgeschwindigkeit ist jedoch für die Sicherung der Trennungen an den folgenden Weichen zu hoch. Wenn ein Gutläufer einem Schlechtläufer folgt, wird der Zeitabstand am Fuße der Rampe bei den ersten Weichenstaffeln ausreichend, die zur Trennung erforderliche Zeit vorhanden sein. Dieser Zeitabstand nimmt mit der Entfernung ab und wird bei den letzten Weichenstaffeln den kleinsten Wert erreichen. Maßgebend für die Bestimmung der Abdrückgeschwindigkeit ist also die Sicherung der Trennung an der letzten Weichenstaffel.

Ermittelt man die Abdrückgeschwindigkeit unter der Annahme, daß alle ablaufenden Wagen sicher an der letzten Weichenstaffel getrennt werden sollen, dann sind als Rollwiderstände des Schlechtläufers bzw. des Gutläufers der größte und der kleinste Rollwiderstand von der Summenlinie abzulesen. Die Abdrückgeschwindigkeit und damit auch die Leistung des Ablaufberges wird jedoch stark fallen. Wenn keine besonderen Verhältnisse vorliegen, ist es ein ziemlich seltener Zufall, daß zwei unmittelbar aufeinander folgende Wagen, die auf zwei unmittelbar nebeneinander liegende Gleise geleitet werden sollen, auch gerade den größten Unterschied im Rollwiderstand aufweisen.

Wird hier wieder eine gewisse Zahl n von Falschläufnern an der letzten Weichenstaffel pro 1000 ablaufende Wagen angenommen, dann kann der entsprechende Prozentsatz η' der Verminderung bzw. Erhöhung des höchsten bzw. des kleinsten Rollwiderstandes nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Ablaufbetrieb berechnet werden. Es wird hier von dem bekannten Satz der zusammengesetzten Wahrscheinlichkeit Gebrauch gemacht. Ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E_1 gleich p_1 , die eines zweiten, davon unabhängigen Ereignisses E_2 gleich p_2 , eines dritten von den ersten zwei unabhängigen Ereignisses E_3 gleich p_3 , . . . usw., dann ist die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Zusammentreffens aller Ereignisse

$$p_{1+2+3 \dots} = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \text{ usw.}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß nur eines von allen Ereignissen eintritt, ist:

$$p_{1,2,3 \dots} = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

Die Berechnung von η aus n nach diesen beiden Sätzen wird für eine büschelförmige Weichenentwicklung der Verteilzone in Bild 19 erläutert, da diese Gleisentwicklungsart die kleinste Verteilzonenlänge und damit auch die höchste Abdrückgeschwindigkeit ergibt. Ist die Anzahl der Richtungsgleise Z , und wird angenommen, daß die ablaufenden Wagen auf sämtliche Richtungsgleise gleichmäßig verteilt sind, dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Wagen in eines von bestimmten zwei nebeneinander liegen-

den Gleisen einläuft [10, 11]:

$$p_1 = \frac{2}{Z}.$$

Die Wahrscheinlichkeit des Einlaufens des Nachläufers in das zweite dieser bestimmten zwei nebeneinander liegenden Gleise ist:

$$p_2 = \frac{1}{Z}.$$

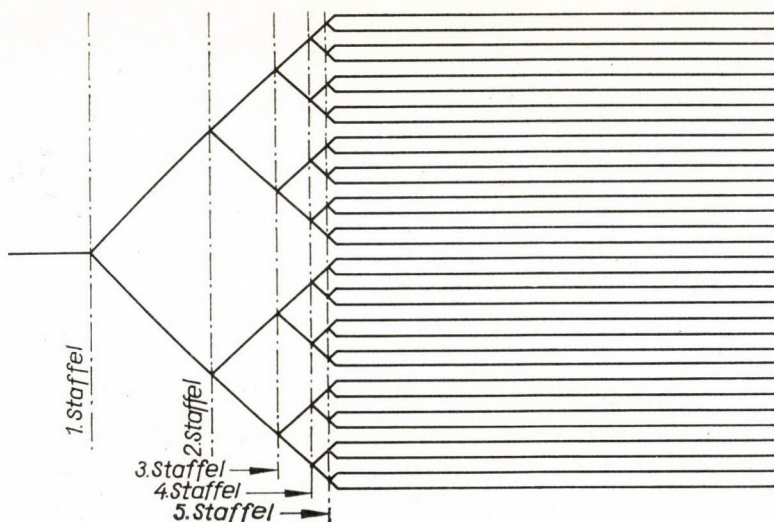


Bild 19. Skizze einer büschelförmigen Gleisentwicklung für 32 Richtungsgleise

Die Wahrscheinlichkeit einer Trennung bei einer Weiche der letzten Weichenstaffel ist

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{2}{Z} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{2}{Z^2}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein ablaufender Wagen einen bestimmten Rollwiderstand hat, läßt sich unmittelbar an der Häufigkeitslinie ablesen. Bezeichnet man den der Häufigkeitslinie entnommenen Prozentsatz für den Rollwiderstand eines Gutläufers mit H' und den eines Schlechtläufers mit H'' (nach GOTTSCHALK), dann betragen die Wahrscheinlichkeiten:

$$\frac{H'}{100} \quad \text{und} \quad \frac{H''}{100}.$$

Soll die Wahrscheinlichkeit für den Fall errechnet werden, daß der Vorläufer mindestens einen um Δw_r größeren Rollwiderstand aufweist als der

Nachläufer, dann sind anhand der Häufigkeitslinie sämtliche Fälle, in denen dies vorkommt, zu summieren. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gutläufer auf einen Schlechtläufer mit dem Rollwiderstandsunterschied $\geq \Delta w_r$ folgt, ist also:

$$\sum_{w_r=0}^{w_r=\max} \frac{\Sigma H'}{100} \cdot \frac{H''}{100} = p_{\Delta w_r}$$

Wie man aus den Bildern 15 und 16 entnehmen kann, ist der Verlauf der Häufigkeitslinie in den drei Temperaturbereichen unterschiedlich. Der Kurvenverlauf ist steil und kurz bei hohen, flach und lang bei niedrigen Temperaturen. Bei konstantem Δw_r -Wert ergibt eine steile und kurze Kurve einen kleinen, eine flache und lange Kurve einen größeren Wert für $p_{\Delta w_r}$.

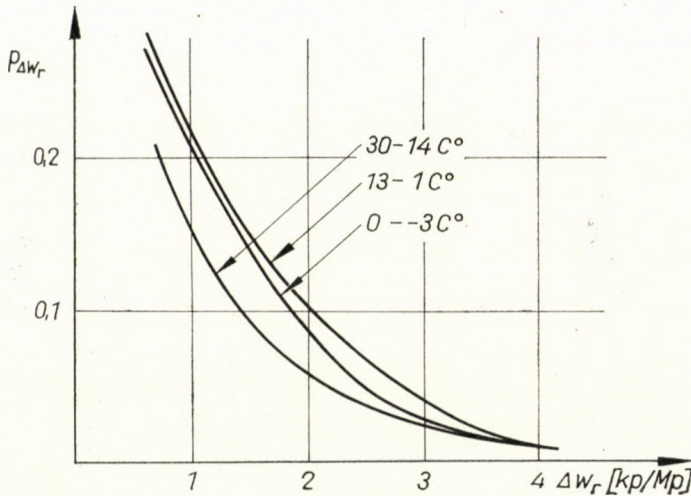


Bild 20. Die Wahrscheinlichkeit $p_{\Delta w_r}$, daß Rollwiderstandsunterschiede von Δw_r auftreten

Als Zahlenbeispiel soll jetzt, anhand der Häufigkeitslinie des mittleren Temperaturbereiches von 1 bis 13°C die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, daß zwei Wagen, von denen der erste ein Schlechtläufer und der zweite ein Gutläufer ist, mit der Rollwiderstandsdifferenz $\Delta w_r \geq 1 \text{ kp/Mp}$ einander folgen:

$$\begin{aligned} p_{\Delta w_r} = & 0,025(0,191 + 0,183 + 0,172 + 0,065 + 0,039 + 0,048 + 0,039 + 0,019 + \\ & + 0,007 + 0,007) + \\ & + 0,099(0,183 + 0,172 + 0,065 + 0,039 + 0,048 + 0,039 + 0,019 + 0,007 + 0,007) + \\ & + 0,109(0,172 + 0,065 + 0,039 + 0,048 + 0,039 + 0,019 + 0,007 + 0,007) + \\ & + 0,191(0,065 + 0,039 + 0,048 + 0,039 + 0,019 + 0,07 + 0,07) + \\ & + 0,183(0,039 + 0,048 + 0,039 + 0,019 + 0,007 + 0,007) + \\ & + 0,172(0,048 + 0,039 + 0,019 + 0,007 + 0,007) + \\ & + 0,065(0,039 + 0,019 + 0,007 + 0,007) + \\ & + 0,039(0,019 + 0,007 + 0,007) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 0,048(0,007 + 0,007) + \\
 &\quad + 0,039(0,007) + \\
 &+ 0,019(0,007) = 0,219\ 299 \approx 0,22.
 \end{aligned}$$

Unter Anwendung desselben Rechenverfahrens gelten:

$$\text{für } \Delta w_r \geq 1,5 \text{ kp/Mp, } p_{\Delta w_r} = 0,146;$$

$$\text{für } \Delta w_r \geq 2,5 \text{ kp/Mp, } p_{\Delta w_r} = 0,055;$$

$$\text{für } \Delta w_r \geq 3,5 \text{ kp/Mp, } p_{\Delta w_r} = 0,016.$$

Im Bild 20 ist die Wahrscheinlichkeit $p_{\Delta w_r}$ für verschiedene Δw_r und sämtliche Temperaturbereiche der Messung dargestellt.

Nach Bild 20 ist der Temperaturbereich von 1 bis 13 °C für Abdrückgeschwindigkeit maßgebend, denn zu einem gewählten $p_{\Delta w_r}$ -Wert in diesem Bereich gehört der größte Δw_r -Wert. Die Abdrückgeschwindigkeit soll demzufolge in diesem Temperaturbereich untersucht werden.

Wir haben noch die Aufgabe zu lösen, wie man in einem gegebenen Falle den Wert Δw_r wählen soll, und danach zu dem schon gegebenen Δw_r die zu ihm gehörigen w_{r_v} - und w_{r_n} -Werte, also die Rollwiderstände des Vor- und Nachläufers finden soll.

Die Auswahl von Δw_r soll auf Grund der oben erwähnten Erwägungen nach der Bedeutung des Rangierbahnhofes, nach dem noch ertragbaren Maße der Störungen stattfinden.

Es soll $p_{\Delta w_r}$ die Wahrscheinlichkeit dafür sein, daß 2 Wagen mit einer gewählten Rollwiderstandsdifferenz Δw_r einander folgen, und $p'_{\Delta w_r}$ die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse, daß die Trennung dieser 2 Wagen bei einer Weiche der letzten Weichenstaffel stattfinden wird. Nach obigem ist:

$$p'_{\Delta w_r} = p_{\Delta w_r} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{p_{\Delta w_r}}{Z}.$$

Der Projektant entscheidet nach der Bedeutung des Rangierbahnhofes, beziehungsweise nach dem noch zulässigen Maße der Störungen den Wert $p'_{\Delta w_r}$ im voraus. Ebenso ist die Zahl der Richtungsgleise Z vorher bekannt; in diesem Falle wird $p_{\Delta w_r}$ schon berechenbar sein, denn

$$p_{\Delta w_r} = p'_{\Delta w_r} \cdot Z.$$

Zu diesem $p_{\Delta w_r}$ gehört nach Bild 20 im Temperaturbereich von 1 bis 13 °C ein Δw_r -Wert.

Als Zahlenbeispiel soll $p'_{\Delta w_r} = 0,001$, $Z = 32$ sein, dann ist:

$$p_{\Delta w_r} = 0,001 \cdot 32 = 0,032.$$

Zu diesem Wert gehört nach Bild 20 $\Delta w_r = 3,2 \text{ kp/Mp}$ Rollwiderstands-
differenz.

Diese Differenz kann man auf mehrerlei Weise bilden. Wir wollen aber
die Rollwiderstände des Vor- und Nachläufers so wählen, daß zwischen diesen

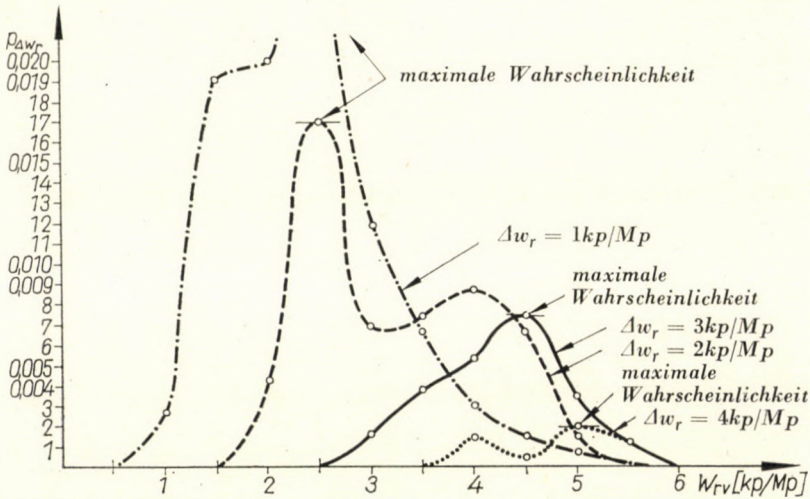


Bild 21. Die Wahrscheinlichkeit $p_{\Delta w_r}$, daß ein gegebener Rollwiderstandsunterschied Δw_r bei dem Rollwiderstand w_{rv} eines Vorläufers auftritt

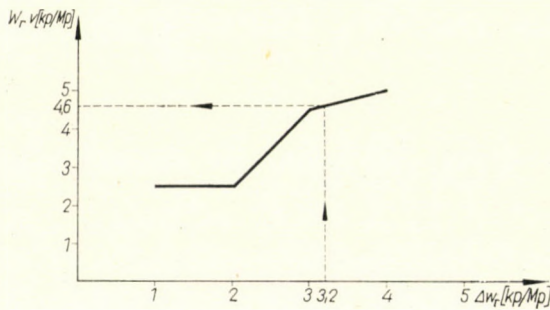


Bild 22. Die Bestimmung von w_{rv} , bei dem eine gewählte Δw_r mit maximaler Wahrscheinlichkeit auftritt

die Δw_r Rollwiderstandsdifferenz mit maximaler Wahrscheinlichkeit vorkom-
men soll. Für diesen Zweck wird im Temperaturbereich von 1 bis 13 °C für
verschiedene Rollwiderstandswerte eines Vorläufers ausgerechnet, mit welcher
Wahrscheinlichkeit er von einem Nachläufer mit einer Rollwiderstandsdiffe-
ferenz Δw_r gefolgt wird. Im Bild 21 wurden diese $p_{\Delta w_r}$ -Werte bei den zu ihnen
gehörigen w_r -Werten des Vorläufers gezeichnet.

Diese Funktion zwischen Δw_r und w_r wurde für verschiedene Δw_r -Werte
berechnet und im Bild 21 dargestellt.

Aus Bild 21 ist zu ersehen, daß zum Beispiel eine Rollwiderstandsdifferenz von $\Delta w_r = 3 \text{ kp/Mp}$ mit maximaler Wahrscheinlichkeit bei einem Vorläufer mit $w_r = 4,5 \text{ kp/Mp}$ Rollwiderstand vorkommt. Ebenso eine Rollwiderstandsdifferenz von $\Delta w_r = 4 \text{ kp/Mp}$ bei einem Vorläufer mit $w_r = 5 \text{ kp/Mp}$.

Im Bild 22 wurden diese Stellen der maximalen Wahrscheinlichkeit als Funktion von Δw_r gezeichnet. Mit Hilfe dieses Bildes können wir zu jeder gegebenen oder gewählten Δw_r -Rollwiderstandsdifferenz den dazu gehörigen

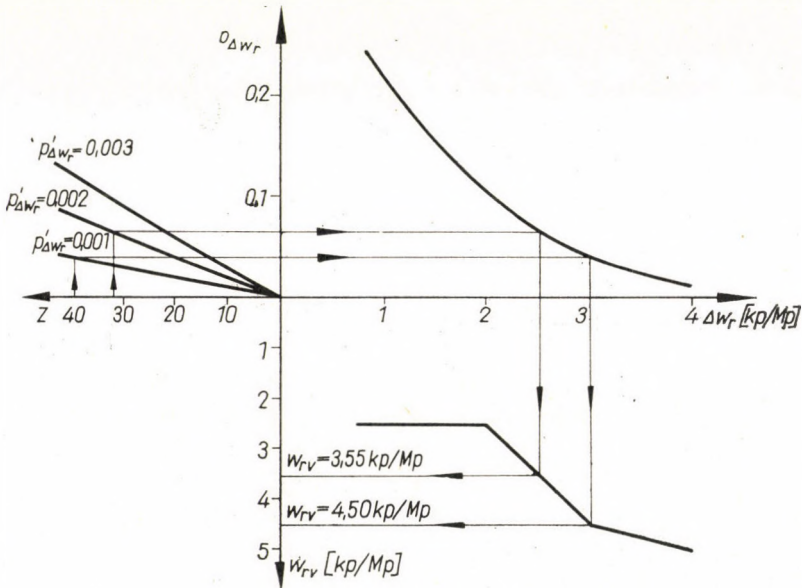


Bild 23. Nomogramm für die Bestimmung von Δw_r und w_{rv} , bei gegebener Zahl der Richtungsgleise und der gewählten Wahrscheinlichkeit der Störungen

Rollwiderstand des Vorläufers finden, bei dem die gegebene oder gewählte Rollwiderstandsdifferenz Δw_r mit maximaler Wahrscheinlichkeit vorkommt.

Als Zahlenbeispiel wurde am Bild 22 abgelesen, daß die oben gerechnete Rollwiderstandsdifferenz $\Delta w_r = 3,2 \text{ kp/Mp}$ mit maximaler Wahrscheinlichkeit bei einem Vorläufer mit $w_{rv} = 4,6 \text{ kp/Mp}$ vorkommt. Nach diesem Resultat soll man bei der Ermittlung der Abdruckgeschwindigkeit — mit der gewählten Wahrscheinlichkeit der Störungen — für den Vorläufer $w_{rv} = 4,6 \text{ kp/Mp}$ und für den Nachläufer $w_{rn} = 4,6 \div 3,2 = 1,4 \text{ kp/Mp}$ Rollwiderstand in Betracht ziehen.

Im Bild 23 wurde ein Nomogramm dargestellt, in dem ein Zusammenhang gebildet ist zwischen der Zahl der Richtungsgleise Z , der zulässigen Wahrscheinlichkeit der Störungen $p'_{\Delta w_r}$, dem Rollwiderstand des Vorläufers w_{rv} ,

bei dem die zur erforderlichen Sicherheit gehörige Rollwiderstandsdifferenz Δw_r mit maximaler Wahrscheinlichkeit vorkommt. Der Gebrauch des Nomogramms soll mit der Zahl der Richtungsgleise Z und mit der gewählten Wahrscheinlichkeit der Störungen anfangen, und im Uhrzeigersinn weitergehen, wie es im Bild 23 gezeigt ist.

Mit Hilfe des Nomogramms werden die für ablaufdynamische Berechnungen maßgebenden Rollwiderstände des Vor- und Nachläufers einfach gewählt. Bei den konkreten Untersuchungen soll nur die noch erlaubte Wahrscheinlichkeit der Störungen nach der Wichtigkeit des Rangierbahnhofs entscheiden. Die Zahl der Richtungsgleise ist schon bekannt, und davon ausgegangen werden an dem Nomogramm die bei der Berechnung maßgebende Δw_r und die Rollwiderstände w_{rv} und w_{rn} abgelesen.

SCHRIFTTUM

1. MÜLLER, W.: Eisenbahnanlagen und Fahrdynamik. Springer Verlag, 1953; 17.
2. GOTTSCHALK: Laufwiderstände der Güterwagen. *Verkehrstechnische Woche* 30 (1936); April, 27—37.
3. MÜLLER, W.: Der Anlaufwiderstand der Güterwagen und die Gestaltung der Anlauframpe eines Verschiebebahnhofs. *Bahningenieur* (1936), Nr. 35.
4. GARBERS: Die Fahrzeuglager der Deutschen Reichsbahn. *Eisenbahnwesen* (1936), 293.
5. Studiengesellschaft für Rangiertechnik, Anhang, Widerstandswerte (Sonderauschuß II). *Verkehrstechnische Woche* (1935), März.
6. ROGINSKI, N. O.—RODIMOW, B. A.—SUBRILIN, G. I.: Mechanisierung der Ablaufberganlagen. Fachverlag G. m. b. H., Leipzig; 10—13.
7. E. GRASSMANN: Neuermittlung der Rollwiderstände frei ablaufender Güterwagen; I. Teil »Die Ermittlungsverfahren«. *ETR-Rangiertechnik* (1956), H. 16.
8. Страковский, И. И.: Сопротивление вагонов прискатыванию с горки. Гостранселдориздат, Москва 1952.
9. DELVENDAHL, H.: Neuermittlung der Rollwiderstände frei ablaufender Güterwagen; II. Teil »Die Durchführung des Verfahrens und die Ermittlungsergebnisse.« *ETR-Rangiertechnik* (1961), H. 21.
10. BLOCH, A.: Wahrscheinlichkeit im Ablaufbetrieb. *Zeitung des Vereins deutscher Eisenbahnverwaltungen* (1930), 811—817.
11. AMMANN, O.: Über die Häufigkeit der Weichenstellungen in der Verteilungszone einer Ordnungsgruppe. *Verkehrstechnische Woche—Rangiertechnik* (1930); 3. Sonderheft, 36—41.
12. HOCHSTEIN, O. — POTHOFF, G.: Die Lage der Spitzenweiche auf dem Ablaufberg. *WZ HfV* (1954); H. 2, 5.
13. Grundzüge für die Ermittlung der günstigsten Neigungsverhältnisse auf Flachbahnhöfen (Anhang zum 6. Sonderheft der Studiengesellschaft für Rangiertechnik). *Verkehrstechnische Woche* (1933); April, 13.
14. RAAB, F.: Bewegungsgleichung und nomographische Rechentafeln als Hilfsmittel für ablaufdynamische Untersuchungen. *ETR-Rangiertechnik* (1956), H. 16.
15. AMMANN, O.: Graphische Bestimmung der größtmöglichen Abdrückgeschwindigkeit und der dabei erforderlichen Abbremsung eines Gutläufers. *Verkehrstechnische Woche* (1928); H. 10, 163.

Determination of the Rolling Resistance for the Dynamic Examination of the Train Sorting Hump. In the introduction the authors give a brief review of the more important previous methods for the determination of the rolling resistance of rolling stock. They show that the resistance values obtained as a result of these investigations do not correspond any longer with the modern railway rolling stock and that consequently it became necessary to determine the basic resistance of the rolling stock handled on the Hungarian humps, and its distribution.

The authors deal with the measurements and the evaluation of the results and point out some defects of the methods used hitherto for selecting the characteristic resistances for the dynamic examinations and after that, taking into account the importance of the shunting yards and of the disturbances permissible there, they elaborate on the basis of the probability calculus a completely new method for the selection of the characteristic resistances to be used for the dynamic examination of the railway humps.

Определение сопротивления качению к динамическому исследованию железнодорожных горок (Й. Гаяри и М. Ел-Хавари). Авторы в введении дают краткий обзор проводившихся ранее важнейших исследований, касающихся определения сопротивления железнодорожных товарных вагонов. Показано, что значения сопротивления, полученные в результате проведенных выше исследований, сегодня уже не соответствуют современному железнодорожному вагонному парку, вследствие чего стало необходимым определить основное сопротивление, соотв. распределения сопротивления вагонного парка, поступающего на венгерские железнодорожные горки. В работе излагается выполнение измерений и оценка полученных результатов; указываются отдельные недостатки методов, примененных до сих пор при выборе размерностей при динамических исследованиях сопротивлений, после чего с учетом значения сортировочной станции, соотв. еще допустимых на них масштабов помех с использованием методов исчисления вероятности, разработан совершенно новый метод выбора размерных сопротивлений, применимых при динамическом исследовании горок.

BEITRAG ZUR BERECHNUNG DER GESCHWINDIGKEITSVERHÄLTNISS IN PLANETENRÄDERSYSTEMEN

A. BALOGH

KANDIDAT DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 24. August 1967]

Die Arbeit zeigt die Anwendung der vom Verfasser ausgearbeiteten Methode für die Berechnung der Geschwindigkeitsverhältnisse von Planetenrädern auf weitere Konstruktionen. Zur Bestimmung der Geschwindigkeitsverhältnisse in Planetenrädern wurde vom Verfasser [1] eine Rechenmethode veröffentlicht. Es wird hier gezeigt, daß dieselbe Methode auch bei anderen Konstruktionen, z. B. bei Doppelplanetenrädern bzw. bei Hilfsplanetenrädern zweckmäßig angewendet werden kann.

Bild 1 ist eine Wiederholung der im Anhang des Aufsatzes [1] mitgeteilten Abbildung. Die dort angeführten Geschwindigkeiten können zu den komplizierteren Anordnungen gemäß Bild 2 ebenfalls angewendet werden. Es wurden zu den Hauptpunkten der Eingriffslinien der Zahnräder im Planetenrädernsystem gemäß Bild 2 die entsprechenden Umfangsgeschwindigkeiten eingesetzt. Die Einzeichnung dieser Geschwindigkeiten in dem richtigen Sinn läßt das Anschreiben entsprechender Gleichgewichts-Gleichungen zu, aus wel-

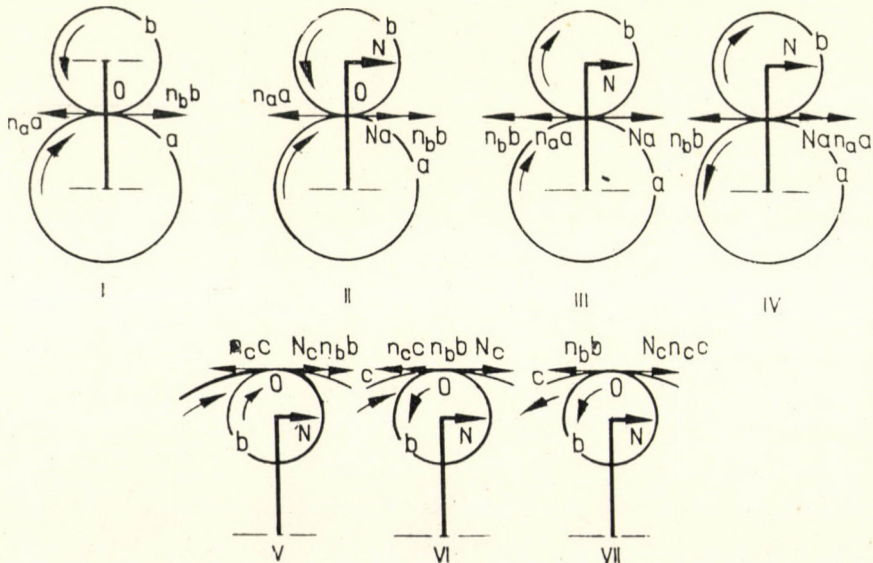


Bild 1

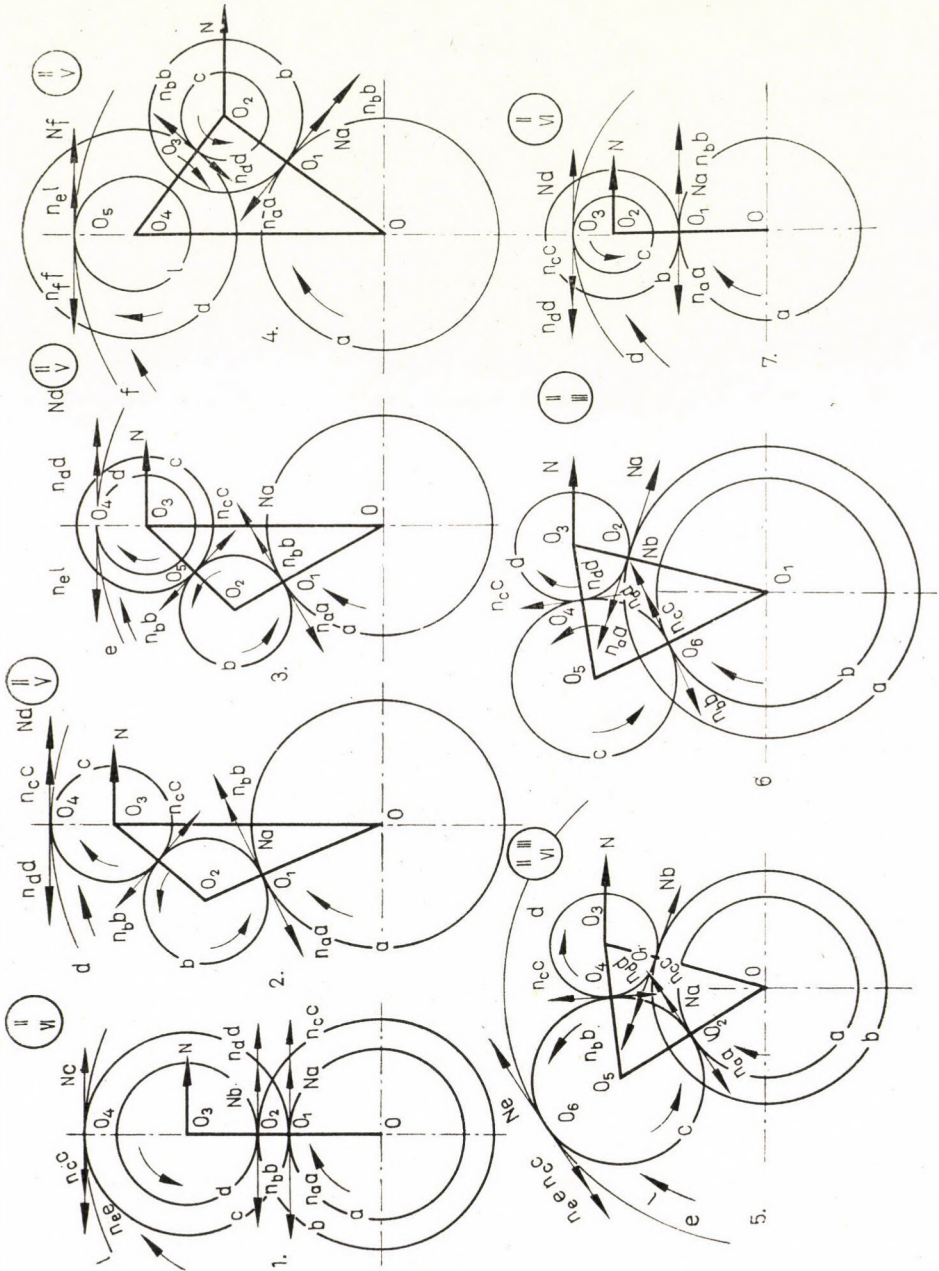


Bild 2

chen, in Kenntnis der geometrischen Angaben, die gesuchte Umdrehungszahl für ein Funktionieren mit 1 oder 2 Freiheitsgraden leicht errechnet werden kann.

So z. B. für den Fall 1 laut Bild 2 erhält man aus dem Gleichgewicht der Umfangsgeschwindigkeiten im Hauptpunkt O_2

$$n_b b = N(b + d) + n_d d,$$

und man kann beispielsweise die gesuchte Planetenradarm-Umdrehungszahl N berechnen. Allenfalls soll darauf geachtet werden, daß man hierzu die Umfangsgeschwindigkeit des Armes an die geprüfte Stelle verschiebt und nicht den Geschwindigkeitswert an der geprüften Stelle heranzieht. Bei den in dem früheren Artikel besprochenen Konstruktionen war so eine Verschiebung nicht notwendig.

Der Gang der Berechnung für die anderen Fälle laut Bild 2 ist dem hier als Beispiel zitierten gleich.

SCHRIFTTUM

1. BALOGH, A.: Die Berechnung der Geschwindigkeiten von Planetenrädern. *Acta Techn. Hung.* **49** (1964), H. 3-4; *Antriebstechnik* **6** (1967), No. 2.

Contribution to the Calculation of the Speeds of Planetary Gear Systems. In the paper the author shows the application of his method for calculating the speeds of planetary gear systems to further planetary gear arrangements.

К расчету отношений скоростей систем планетарных колес (А. Балог). В работе показана возможность применения разработанного автором метода расчета отношений скоростей систем планетарных колес для дополнительных механизмов.

BEITRAG ZUR FRAGE DES ZUR ANALYSE BENÖTIGTEN PROBEGEWICHTES VON METALLEN UND ASCHE

SZ. PETHŐ

KANDIDAT DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
UNIVERSITÄT FÜR SCHWERINDUSTRIE, MISKOLC (UNGARN)

[Eingegangen am 31. Juli 1967]

Es werden hier brauchbare Zusammenhänge aufgezeigt, die zur Bestimmung des Probegewichtes geeignet sind, wenn an gewissen Massengütern (z. B. an Metall, an Asche) eine Analyse durchzuführen ist. Verfasser stützt sich auf die Methoden der mathematischen Statistik: für bereits aufgeschlossene oder aufzuschließende Gesteine gelten als Ausgangsformeln die Gleichungen der Proportionenberechnung, und für nicht aufschließbare Gesteine geht der Verfasser von den Gleichungen der Durchschnittsberechnung aus. Die praktische Verwendung der erhaltenen Zusammenhänge wird an der Probenahme der Flotationsaufgabe und des Blei- bzw. Zinkkonzentrates in der Erzaufbereitung in *Gyöngyösoroszi*, und an der Handelsklassierung des Kohlensortierwerkes zu *Várpalota* gezeigt.

I. Einleitung

In Bild 1 sehen wir die Darstellung der verschiedenen Typen der Proben nach O. SOMMER [1]. Man nimmt aus dem zur Analyse bestimmten Gut Einzelproben bzw. Stichproben. Einzelproben, als einmalige Probenahme, sind

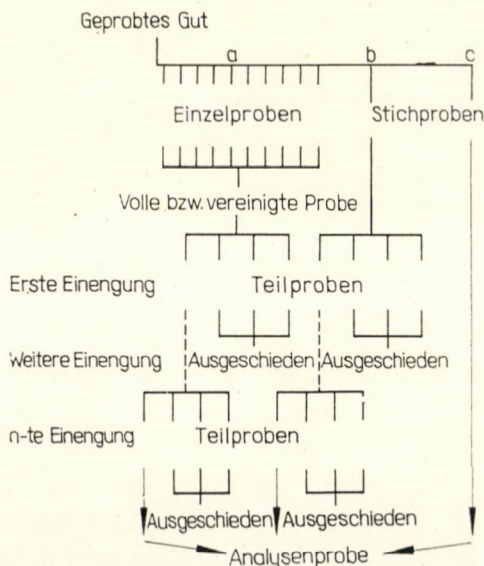


Bild 1. Stammbaum der Probenahme nach O. SOMMER

bei Gütern mit schwankender Qualität üblich, und diese können an und für sich nicht als repräsentative Proben akzeptiert werden. Stichproben sind ebenfalls Einzelproben, doch unterliegt die Stichprobe oder ein Teil derselben der Analyse, da man Stichproben aus Gütern nimmt, die eine in gewisser Hinsicht vorgeschriebene Qualität aufweisen. Gewöhnlich ist die Stichprobe allzu voluminös, deshalb entzieht man davon durch einmalige oder wiederholte Einengung Teilproben. Diese Teilproben repräsentieren, im Hinblick auf die zu untersuchenden Eigenschaften, das Originalgut, also wird die Teilprobe nach der letzten Einengungsstufe die effektive Analysenprobe.

Zur Bestimmung der Anzahl und des Gewichtes der einzelnen Proben ist die Methode von WARTMANN [2] bekannt. Im folgenden soll die Methode der Gewichtsbestimmung der zum Zwecke einer Analyse (von Metallmengen, Mineralien, Aschenmengen) benötigten Teilprobe besprochen werden. Wir suchen die Antwort auf die Frage, wie groß die Analysenprobe sein soll, die man bei festgesetzter Urteilssicherheit und vorausbestimmtem Vertrauensbereich aus der vereinigten Probe oder aus dem Gut nicht schwankender Qualität entnimmt. Die abgeleiteten Zusammenhänge behalten ihre Gültigkeit auch im Falle, wenn man im Laufe der Probeneinengung eine Zerkleinerung bzw. eine Zermahlung vornimmt, und die Teilprobe oder die Analysenprobe aus dem zerkleinerten (zermahlenden) Gut entnimmt.

Zur Gewichtsbestimmung soll erst die notwendige Anzahl n der Mineralkörner in der Probe bestimmt werden; hierauf folgt die Berechnung eines Produktes, welches gewonnen wird, wenn man diese Zahl mit der dritten Potenz der Durchschnittskorngröße \bar{d} und dem durchschnittlichen spezifischen Gewicht $\bar{\delta}$ multipliziert. Die Bestimmung der notwendigen Anzahl der Körner in der Probe erfolgt nach verschiedenen Methoden erstens für aufgeschlossene oder aufschließbare Mineralienkörner, und zweitens für nicht aufschließbare Mineralienkörner. Zur Analyse von Erzen sind die Bestandteile des Erzes allgemein aufschließbar. In dieser Analysenprobe sind die Mineralkörner bereits aufgeschlossen, d. h., es sind keine konglomerierten Körner vorhanden. Hingegen enthalten die Proben von Kohle und Bauxit gewöhnlich Körner verschiedener Qualität, deshalb gelten solche Gesteine in Hinblick auf die Bestimmung des notwendigen Probegewichtes als nicht aufschließbar.

II. Probenahme der aufschließbaren Mineralien

1. Probenahme aus einem Gestein von zweierlei Mineralien

Wenn wir die Berechnung des Probegewichtes zur Analyse von aufschließbaren Gütern, z. B. der Teilproben und Analysenproben von Metallen mit den Methoden der mathematischen Statistik durchführen wollen, so wollen wir — zumindest bis auf weiteres — annehmen, daß die Probe aufgeschlos-

sene Körner gleicher Größe enthält, und zwar zweierlei Sorten, die mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vorkommen; ein Teil der Körner sind diejenigen, in denen das gesuchte Metall enthalten ist; die zweite Körnermenge enthält tauben Gang und Erzkörner mit fremden (aber brauchbaren) Metallen. Nun ist für unser Verfahren die hypergeometrische Beschreibung maßgebend, da die Probenahme ohne Zurücklegung erfolgt. Man kann zwar die Teilproben zurücklegen, doch wird die Analysenprobe vernichtet. Wir können aber im Falle von vielerlei Elementen in der Probe die Berechnung gemäß einer hypergeometrischen Verteilung nicht anwenden; naturgemäß sind nämlich in der geprobten körnigen Menge und auch in dem körnigen Probenmaterial immer vielerlei Mineralienkörner vorhanden; die Anwendung einer hypergeometrischen Verteilung ist aber gar nicht notwendig, da gerade im Falle eines mannigfaltigen Körnervorkommens in der Probe die hypergeometrische Verteilung sehr gut durch die binomiale Verteilung als Beschreibung einer Probenahme mit Zurücklegung ersetzt werden kann. Wir nehmen den Fall, wo wir zufallsweise aus einer Gesamtmenge von binomialer Verteilung vielerlei Elemente entnehmen; hier ist die Anzahl der Probeelemente, d. h. bei der Probenahme für Metallanalyse die Anzahl n der notwendigen Körner in der Probe:

$$n = \lambda^2 \frac{Pq}{\Delta^2}, \quad (1)$$

wobei λ den Vertrauenskoeffizienten bedeutet; nach WARTMANN [2] ist dieser Koeffizient gleich 2, und betrifft eine Urteilswahrscheinlichkeit zu 95,4%. Der Gehaltsanteil der zweierlei Körnersorten in dem geprobten Produkt ist p und q (wobei $q = 1 - p$), mit p für die zu analysierenden Mineralienkörner und q für die anderen; sind die Körnervolumina beider Sorten einander gleich, oder ist zumindest die Körnerverteilung für beide Sorten dieselbe, so sind p und q zugleich mit dem Rauminhaltsanteil identisch; Δ ist der Vertrauensbereich, in diesem Falle ausgedrückt mittels des Volumenverhältnisses der zu analysierenden Mineralienkörner. Zur Berechnung von p , q und Δ müssen wir das Volumen V_0 der zu analysierenden, und das der anderen Körnermenge V kennen:

$$V_0 = \frac{s_0}{\delta_0} = \frac{100 a}{\delta_0 A_0}, \quad (2)$$

$$V = \frac{100 - s_0}{\delta} = \frac{100(A_0 - a)}{\delta A_0}, \quad (3)$$

wobei wir den ungefähren Metallinhalt (a) des geprobten Produktes als bekannt voraussetzen. Wir wollen die folgenden Bezeichnungen anwenden: A_0 ist der Metallgehalt in dem reinen Erz (z.B. Bleigehalt im Galenit); δ_0 ist das spezifi-

sche Gewicht des reinen Erzes; s_0 ist der Erzgehalt in Gewichtsprozenten im geprobten Gestein (z.B. Galenit im rohen Bergbauprodukt). Es soll noch angenommen werden, daß die geprobte Menge tatsächlich nur zweierlei Mineralien enthält (so z.B. Galenit-Quarz, oder Sphalerit-Quarz usw. als je ein Mineralienpaar), und daher bedeutet δ das spezifische Gewicht des toten Ganges (Quarz), in welchem das gewünschte Metall nicht enthalten ist. Die Verhältniszahl (Raumquotient) p der das nutzbare Metall enthaltenden Körner ist:

$$p = \frac{V_0}{V_0 + V} = \frac{\frac{s_0}{\delta_0}}{\frac{s_0}{\delta_0} + \frac{100 - s_0}{\delta}} = \frac{a\delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0\delta_0} \quad (4)$$

und der Raumquotient q der Körner des tauben Ganges ist:

$$q = 1 - p = \frac{V}{V_0 + V} = \frac{\frac{s_\varepsilon}{\delta_0}}{\frac{s_0}{\delta_0} + \frac{100 - s_0}{\delta}} = \frac{\delta_0(A_0 - a)}{a(\delta - \delta_0) + A_0\delta_0} \quad (5)$$

Man kann den Vertrauensbereich Δ als ein Raumverhältnis ausdrücken, nämlich:

$$\Delta = \frac{V_\varepsilon}{V_0 + V} = \frac{\frac{s_\varepsilon}{\delta_0}}{\frac{s_0}{\delta_0} + \frac{100 - s_0}{\delta}} = \frac{\frac{100\varepsilon}{\delta_0 A_0}}{\frac{100a}{\delta_0 A_0} + \frac{100(A_0 - a)}{\delta A_0}} = \frac{\varepsilon\delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0\delta_0} \quad (6)$$

ε bezeichnet das im voraus geschätzte Intervall des Metallgehaltes, z. B. 0,1%. Demgemäß sind s_ε und V_ε jene Gewichts- bzw. Raumprocente der in der Probe zur Analyse bestimmten Mineralkörner, um wieviel diese von dem entsprechenden Prozentsatz in der Gesamtmenge abweichen. Wenn wir die Ausdrücke laut (4) (5) und (6) in die Gleichung (1) einsetzen, so gilt für die erwünschte Körnerzahl in der Probe:

$$n = 4 \frac{\frac{a\delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0\delta_0} \cdot \frac{\delta_0(A_0 - a)}{a(\delta - \delta_0) + A_0\delta_0}}{\left[\frac{\varepsilon\delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0\delta_0} \right]^2} = \frac{4a}{\varepsilon^2} \frac{\delta_0}{\delta} (A_0 - a) \quad (7)$$

So ist also die gewünschte Körnerzahl dem Metallgehalt und dem spezifischen Gewicht des gewünschten Metallerzes direkt proportional, und sie ist umge-

kehrt proportional dem spezifischen Gewicht des zweiten Minerals, und zugleich umgekehrt proportional dem Quadrat der zur Analyse gewünschten Genauigkeit. Die Körnerzahl hängt noch von dem durchschnittlichen Metallgehalt ab, wobei die Änderung der Körnerzahl durch eine Parabel zweiten Grades gekennzeichnet wird, deren Parameter gleich $(-\varepsilon^2\delta/8\delta_0)$ ist.

In Kenntnis der notwendigen Körnerzahl erhalten wir das notwendige Gewicht als ein Produkt aus dem Formfaktor k , dem durchschnittlichen spezifischen Gewicht $\bar{\delta}$ und der Durchschnittskorngröße \bar{d} an der dritten Potenz. Also beträgt das Gewicht der Probe:

$$M = k \cdot n \cdot \bar{\delta} \cdot \bar{d}^3. \quad (8)$$

Der Formfaktor dient als Kompensierung der Abweichungen in der Länge, Breite und Höhe der Mineralkörner von der genauen Würfelform. Also ist $k = 1$, wenn die Körner die Würfelform annehmen; sind diese kugelförmig, so ist $k = \pi/6$; für Körner, deren Kantenlänge im Verhältnis 1 : 1,4 : 2 zueinander stehen, ist k gleichfalls = 1, nämlich falls wir als Korngröße die Durchschnittsdimension akzeptieren, und eine quadratische Form der Siebmasche annehmen. Nun ist $k = 1,14$, falls die Kantenlängen im Verhältnis 1 : 1,7 : 3,3 zueinander stehen [3]. Das durchschnittliche spezifische Gewicht kann man mittels der Zahlen des spezifischen Gewichtes und des Metallinhaltes der das geprobte Gut bildenden Mineralien ausdrücken. Im Falle von nur zwei erzbildenden Mineralien ist das durchschnittliche spezifische Gewicht:

$$\bar{\delta} = \frac{100}{V_0 + V} = \frac{100}{\frac{s_0}{\delta_0} + \frac{100 - s_0}{\delta}} = \frac{A_0 \delta_0 \delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0}. \quad (9)$$

Nun ist die Korngröße in der Probe nicht konstant; so soll die gewogene durchschnittliche Korngröße aus der statistischen Korngrößenverteilung errechnet werden:

$$\bar{d} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^L s_i d_i \quad (10)$$

mit den folgenden Bedeutungen:

- L Anzahl der Größenfraktionen nach Korngröße;
 d_i Durchschnitts-Korngröße der Fraktion von dem Gewichtsprozent s_i ;
 s_i Gewichtsprozent der i -ten Fraktion.

Im Falle einer eng sortierten Masse ist s_1 gleich dem Durchschnittswert der Maschengrößen beider Grenzsiebe. Ist aber die Größenverteilung des geprobten Gutes nicht bekannt, so wollen wir die Kumulationskurve der Kör-

nerverteilung als eine Gerade annehmen. So erhalten wir in diesem ungünstigen Verteilungsfall für die durchschnittliche Korngröße:

$$\bar{d} = \frac{1}{2} d_{\max}, \quad (11)$$

d.h., sie ist gleich der Hälfte der maximalen Korngröße.

Bemerkung: Die Korngrößenverteilungsfunktion nach SCHUMANN-GAUDIN ist

$$D = \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^m.$$

Die erste Ableitung nach der Korngröße

$$D' = \frac{m}{d_{\max}} d^{m-1}$$

ist zugleich die Häufigkeitsfunktion.

Die gewichtsmäßige durchschnittliche Korngröße als Erwartungswert ist

$$M(d) = \frac{m}{d_{\max}} \int_0^{d_{\max}} d d^{m-1} d(d) = \frac{m}{m+1} d_{\max}.$$

Der Wert von m ist gewöhnlich eine Zahl zwischen 0,5 und 1 [4], meistens nicht größer als 1; eben deshalb ist $0,33 < [m/(m+1)] < 0,5$. Wenn aber $m = 1$, so ist die kumulative Kornverteilungskurve eine Gerade, und in diesem Fall erreicht das Probegewicht den Maximalwert.

Wenn wir zur weiteren Entwicklung der Gleichung (8) die Ausdrücke (7), (9) und (11) mitanwenden, so ergibt sich als Gewicht einer Probe

$$M = 0,5k \left(\frac{\delta_0}{\varepsilon} \right) \frac{A_0 a}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0} (A_0 - a) d_{\max}^3. \quad (12)$$

Also ist es notwendig, zur Berechnung des Probegewichtes auch den Metallgehalt zu kennen, wobei das Probegewicht nicht als monotone Funktion des Metallgehaltes erscheint. Bei den Grenzwerten $a = 0$ und $a = A_0$ ist das Probegewicht ebenfalls Null (für solche Qualitäten ist eine Probenahme überflüssig!). Bei einem gewissen Metallgehalt erreicht das Probegewicht den Maximalwert, das aber nicht mit dem Metallgehalt bei der größten Körnerzahl identisch ist. Es fragt sich, bei welchem Wert des Metallgehaltes die Körnerzahl bzw. das Probegewicht das Maximum aufweist?

Wenn wir die Parabelgleichung (7) in der neuen Form

$$\left(a - \frac{A_0}{2} \right) = - \frac{\varepsilon^2 \delta}{4 \delta_0} \left[n - \frac{\delta_0}{\delta} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 \right] \quad (13)$$

anschreiben, so sind die Koordinaten des Scheitelpunktes bestimmend für die

maximale Körnerzahl bzw. für den hierzu zugeordneten Metallgehalt. Die Probe soll also die maximale Körnerzahl bei einem durchschnittlichen Metallgehalt von $A_0/2$ enthalten, u. zw. ist diese Körnerzahl

$$n_{\max} = \frac{\delta_0}{\delta} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2. \quad (14)$$

Mit anderen Worten ist das Körnerzahlmaximum außer dem gewünschten Genauigkeitsgrad ε hauptsächlich noch vom Metallgehalt des Erzminerals abhängig. Bei einem Metallgehalt $A_0/2$ ist das durchschnittliche spezifische Gewicht

$$\bar{\delta}_n = 2 \frac{\delta_0 \delta}{\delta_0 + \delta} \quad (15)$$

und das Probegewicht

$$M_n = 0,25 k \frac{\delta_0^2}{\delta_0 + \delta} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 d_{\max}^3. \quad (16)$$

Das Gewichtmaximum ergibt sich als Extremwert von (12) bei $\delta M/\delta a = 0$, d. h. beim Metallgehalt

$$a_M = \frac{\delta_0 - \sqrt{\delta_0 \delta}}{\delta_0 - \delta} A_0, \quad (17)$$

wobei die Körnerzahl

$$n_M = 4 \frac{\delta_0}{\delta} \frac{(\delta_0 - \sqrt{\delta_0 \delta})(\sqrt{\delta_0 \delta} - \delta)}{(\delta_0 - \delta)^2} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 \quad (18)$$

beträgt, und das durchschnittliche spezifische Gewicht ist

$$\bar{\delta}_M = \sqrt{\delta_0 \delta}. \quad (19)$$

Abschließend ist bei festgesetztem ε -Wert und bekannter maximaler Körnerzahl das Gewichtmaximum der Probe:

$$M_{\max} = 0,5 k \frac{(\delta_0 - \sqrt{\delta_0 \delta})(\sqrt{\delta_0 \delta} - \delta)}{(\delta_0 - \delta)^2 \sqrt{\delta_0 \delta}} \left(\frac{A_0 \delta_0}{\varepsilon} \right)^2 d_{\max}^3. \quad (20)$$

In Tafel I sind die analytischen Angaben für 10 verschiedene Erze (als Zweimineraliengestein jeweils mit Quarz gepaart) angegeben.

Die maximalen Werte der Körneranzahl, und erst recht die des Probegewichtes schwanken innerhalb weiter Grenzen; dies geht aus dem Zusammenhang hervor, wonach beide Maximalwerte dem Quadrat des Metallgehaltes (d. h. A_0^2) im reinen Erz proportional sind, und weil das Probegewicht nicht

Tafel I

Metallgehalt und spezifisches Gewicht (für max. Körneranzahl in

Benennung des Minerals	Chemische Formel	Werte im reinen Erz		Werte bei maximaler		
		A_0	δ_0	$\frac{A_0}{2}$	$\bar{\delta}_n =$ $= 2 \frac{\delta_0 \delta}{\delta_0 + \delta}$	$n_{\max}^* =$ $= \frac{\delta_0}{\delta} A_0^2$
1	2	3	4	5	6	7
Galenit	PbS	86,6	7,5	43,3	3,92	21 244
Sphalerit	ZnS	67,1	4,0	33,6	3,19	6 794
Enargit	Cu ₃ AsS ₄	48,4	4,45	24,2	3,32	3 934
Kalkopyrit	CuFeS ₂	34,6	4,2	17,3	3,25	1 898
Kalkosin	Cu ₂ S	79,9	5,65	40,0	3,61	13 610
Molybdenit	MoS ₂	60,0	4,8	30,0	3,42	6 520
Siderit	FeCO ₃	48,2	3,85	24,1	3,14	3 376
Pyrolusit	MnO ₂	63,2	5,0	31,6	3,46	7 537
Magnetit	Fe ₃ O ₄	72,3	5,17	36,2	3,50	10 198
Kassiterit	SnO ₂	78,8	7,0	39,4	3,85	16 402

Bemerkung: Die mit einem Ästerisk bezeichneten Zahlenwerte betreffs Körneranzahl und Probegewicht

Kolonne 3: Spezifisches Gewicht δ_0 des reinen Erzes;

Kolonne 4: Metallgehalt A_0 des reinen Erzes;

Kolonnen 5, 6, 7 u. 8: Werte bei größter Körneranzahl (Metallgehalt $A_0/2$, durchschnittliches spezifisches Gewicht $\bar{\delta}_n$, Körneranzahl n_{\max}^* , Probegewicht M_n^*);

Kolonnen 9, 10, 11 u. 12: Werte bei maximalem Probegewicht (Metallgehalt a_M , durchschn. spezif. Gewicht $\bar{\delta}_M$; Körneranzahl n_M^* ; Probegewicht M_{\max}^*).

NB. Werte in den Kolonnen 7, 8, 11 u. 12 gelten bei Annahme eines max. Korndurchmessers d zu 1 cm, eines Vertrauensbereiches ε gleich 1, und eines Formfaktors k gleich 1. Mit anderen Worten, die Probegewichtszahlen sind in Einheiten von p zu verstehen.

dem spezifischen Gewicht proportional ist. Folglich sind bei derselben Analysegenauigkeit die Größen der Proben für die einzelnen Mineralien äußerst verschieden. Unter Bedingung der größten Körneranzahl soll z. B. in der Probe aus einem galenitischen Erz mit einem Bleigehalt von 43,3% die notwendige Körneranzahl

$$\frac{7,5}{4,2}, \frac{86,6^2}{34,6^2} \approx 11\text{-mal}$$

so groß sein als in der Probe aus einem Kalkopyrit zu 17,3% Metallgehalt (Cu). Wenn wir aber den Fall des maximalen Probegewichtes behandeln, so ist die Verhältniszahl für dieselben Erzsorten ungefähr das

$$\left(\frac{11063}{781} = \right) 14\text{-fache}$$

bei Einberechnung der Gewichtsprozentē zu 54,3% im Galenit, und 19,3%

Kolonnen 5 und 6; für max. Probegewicht in Kolonnen 9 und 10)

Körneranzahl	Werte bei höchstem Probegewicht			
	$M_n^* = 0,25 \frac{(A_0 \delta_0)^2}{\delta_0 + \delta}$	$a_M = \frac{\delta_0 - \sqrt{\delta_0 \delta}}{\delta_0 - \delta} A_0$	$\bar{\delta}_M = \sqrt{\delta_0 \delta}$	$n_M^* = 4 \frac{\delta_0}{\delta} \frac{(\delta_0 - \sqrt{\delta_0 \delta})(\sqrt{\delta_0 \delta} - \delta)}{(\delta_0 - \delta)^2} A_0^2$
8	9	10	11	12
10 390	54,3	4,46	19 851	11 063
2 708	37,0	3,26	6 721	2 737
1 633	27,3	3,43	3 868	1 661
770,5	19 3	3,34	1 873	781
6 137	47,4	3,87	13 132	6 352
2 783	34,4	3,57	6 379	2 844
1 325	26,4	3,19	3 347	1 336
3 263	36,6	3,64	7 350	3 344
4 467	42,2	3,70	9 918	4 589
7 882	48,8	4,31	15 472	8 330

in den Kolonnen 7, 8 bzw. 11 und 12 gelten mit der Annahme, daß $k = 1$, $\varepsilon = 1$ und $d_{max} = 1$ cm.

Cu im Kalkopyrit. Diese größere Verhältniszahl ist die Konsequenz der entsprechenden spezifischen Gewichte.

In den Formeln (14) und (16) für Fälle der größten Körneranzahl bzw. (18) and (20) für das größte Probegewicht kommt der Wert a des Metallgehaltes nirgends vor, also sind diese Gleichungen prinzipiell auch beim gänzlich unbekanntem Metallgehalt verwendbar. Der Rechnungsgang ist nach den Formeln (14) und (16) einfacher; aus diesem Grunde haben wir prozentuelle Verhältniszahlen in Tafel II zusammengestellt. Es wurden in Kolonne 13 die prozentuelle Verhältniszahl (n_M/n_{max}) und in Kolonne 14 die prozentuelle Verhältniszahl (M_n/M_{max}) angeführt (siehe die Kolonnen 11 und 7 bzw. 8 und 12 der Tafel I). Die besagten prozentuellen Verhältniszahlen sind nahezu gleich 100. Insbesondere sind in Kolonne 14 (bezüglich des Probegewichtes) in der ersten und der letzten Reihe (Galenit und Kassiterit) Werte nahe 94%, und in den übrigen Reihen Werte zwischen 97 und 99% (abgerundet) zu finden. Demzufolge ist die Gleichung (16) praktisch anwendbar, falls die Probenahme irgendein Erz aus nur zwei Mineralien mit unbekanntem Metallgehalt betrifft; unsere Sicherheit wird noch erhöht, falls das derart berechnete Probegewicht noch mit 1,05 multipliziert wird. Mit einem Formkoeffizienten $k = 1,14$ ergibt sich für das maximale Probegewicht für ein Erz aus zwei Mineralien:

$$M_{max} = 1,05 M_n = 0,3 \frac{\delta_0^2}{\delta_0 + \delta} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 d_{max}^3 \quad (21)$$

Tafel II

Verhältniszahlen (in %) der Körneranzahlwerte (n_M/n_{\max}), der Probegewichtswerte (M_n/M_{\max}) nach Angaben der Tafel I, ferner nach Metallgehalt, durchschnittlichem spezifischem Gewicht und Körneranzahl nach Gleichungen (22), (24) und (23)

Benennung des Minerals	100(n_M/n_{\max})	100(M_n/M_{\max})	$a_z = \frac{\delta_0}{\delta_0 + \delta} A_0$	$\bar{\delta} = \frac{\delta_0 + \delta}{2}$	$n = 4 \left(\frac{\delta_0}{\delta_0 + \delta} \right)^2 A_0^2$
1	13	14	15	16	17
Galenit	93,5	93,9	63,9	5,08	16 333
Sphalerit	98,9	98,9	40,3	3,33	6 496
Enargit	98,3	98,3	30,3	3,55	3 672
Kalkopyrit	98,7	98,7	21,3	3,43	1 815
Kalkosin	96,5	96,6	54,3	4,15	11 794
Molybdenit	97,8	97,9	38,7	3,73	5 991
Siderit	99,1	99,2	34,5	3,25	4 761
Pyrolusit	97,5	97,6	41,3	3,83	6 823
Hämatit	97,4	97,4	45,9	3,88	8 427
Magnetit	97,3	97,3	47,8	3,91	9 139
Kassiterit	94,3	94,6	57,1	4,83	13 042

Nun haben wir in Bild 2 für 11 verschiedene Erze aus je zwei Mineralien (jeweils eine Erzsorte und ein Quarz mit dem spezifischen Gewicht zu 2,65 gepaart) die folgenden Kurven immer als Funktion des Metallgehaltes a eingezeichnet:

Kurve 1: Verlauf des spezifischen Gewichtes;

Kurve 2: Verlauf der Körneranzahl n (Maximum jeweils bei Abszisse $A_0/2$);

Kurve 3: Verlauf des Probegewichtes M (Maximum bei Abszisse a_M).

Abszissenendpunkt jeweils gleich A_0 , und daher ist die Abszisse in der Mitte gleich $A_0/2$. Die mittlere Ordinate bei der Abszisse $A_0/2$ zeigt auf der Kurve 2 die maximale Körneranzahl n_{\max} an. Die nächst nach rechts bei der Abszisse a_M eingezeichnete Ordinate zeigt auf der Kurve 3 das maximale Probegewicht M_{\max} an.

Die nach rechts als dritte eingezeichnete Ordinate steht bei der Abszisse a_2 , d. h. jenem Metallgehalt entsprechend, bei welchem das Probegewicht genauso groß ist wie beim Metallgehalt $A_0/2$. Der Wert a_2 ergibt sich aus der Gleichsetzung der Gleichungen (12) und (16):

$$0,5 k \left(\frac{\delta_0}{\varepsilon} \right)^2 \frac{A_0 a}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0} (A_0 - a) d_{\max}^3 = 0,25 k \frac{\delta_0^2}{\delta_0 + \delta} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 d_{\max}^3$$

und in expliziter Form:

$$a^2 = \frac{1,5 \delta_0 + 0,5 \delta}{\delta_0 + \delta} A_0 a + \frac{0,5 \delta_0}{\delta_0 + \delta} A_0^2 = 0.$$

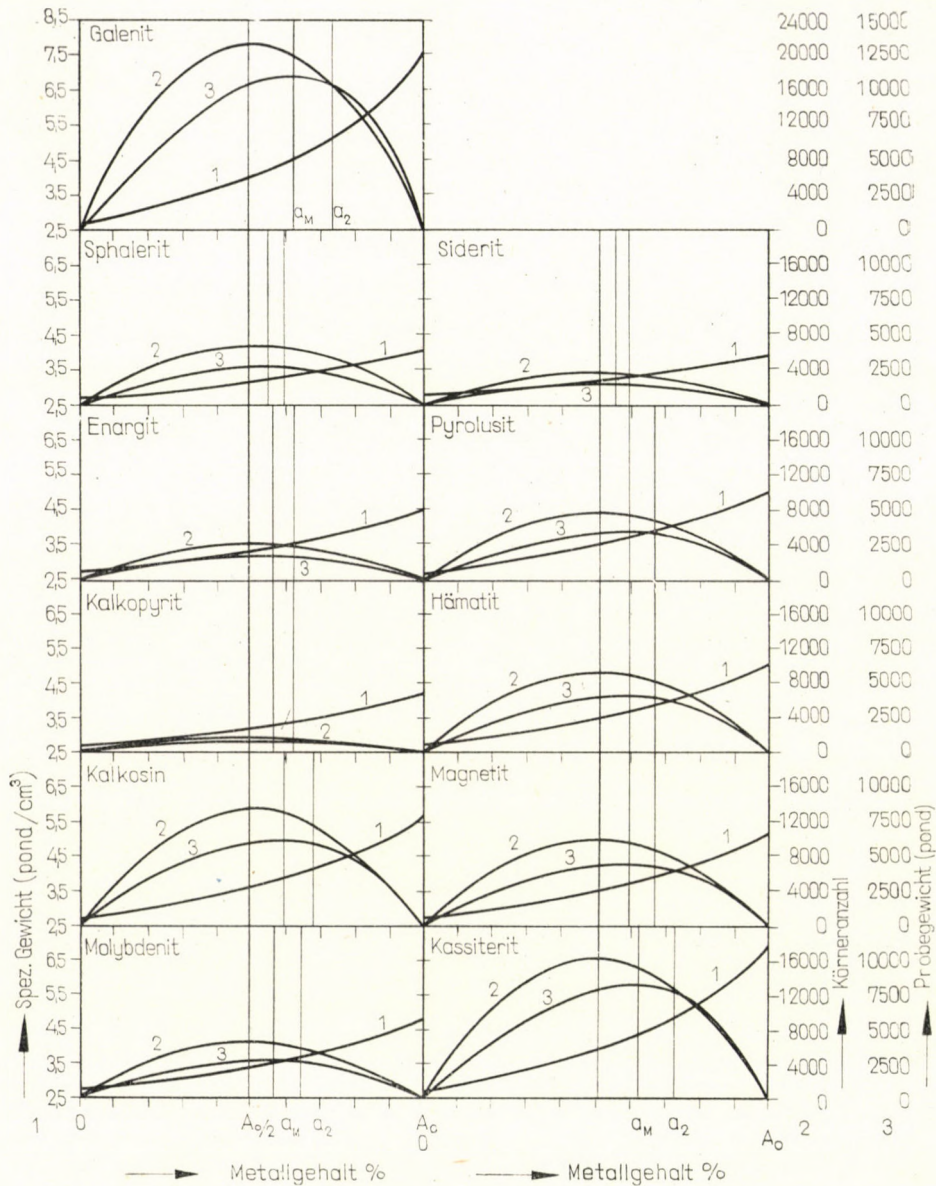


Bild 2. Erze aus zweierlei Mineralien: Kurven des spezifischen Gewichtes, der Körneranzahl und des Probegewichtes

Offenbar ist $A_0/2$ eine der zwei Wurzeln dieser Gleichung 2-ten Grades.
Die andere Wurzel ist

$$a_2 = \frac{\delta_0}{\delta_0 + \delta} A_0. \tag{22}$$

Die hierzugeordnete Körneranzahl ist

$$n_2 = 4 \left(\frac{\delta_0}{\delta_0 + \delta} \right)^2 \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 \quad (23)$$

und das durchschnittliche spezifische Gewicht

$$\bar{\delta}_2 = \frac{\delta_0 + \delta}{2}, \quad (24)$$

d.h. für eine Erzprobe aus zweierlei Mineralien das arithmetische Mittel der zwei spezifischen Gewichtswerte. Und folgerichtig ist in diesem Falle das Gewicht der Probe identisch mit dem Gewicht M_n nach Gl. (16). Alle diese errechneten Resultate sind in Tafel I enthalten.

Wie wir dies aus den Diagrammen ersehen, ist die Änderung des Probegewichtes zwischen den Metallgehaltsgrenzen von $A_0/2$ und $a_2 = \delta_0 A_0 / (\delta_0 + \delta)$ nur minimal; nun fallen die Konzentrate, die Feinpulver der Erzvorbereitungswerke sehr oft gerade in dieses Intervall, so können wir uns auf die Gleichungen (16) bzw. (21) verlassen, nicht nur bei der Probenahme von Erzen, deren Metallgehalt unbekannt ist, sondern auch bei der Verwertung der Konzentrate und bei der Probenahme der angereicherten Produkte der Mineralienvorbereitungsversuche.

3. Probenahme aus einem Gestein von mehreren Mineralien

Alle die bisher zur Berechnung des Probegewichtes abgeleiteten Formeln sind nur für ein Erz aus 2 Mineralien anwendbar. Sind aber mehrere Mineralien neben dem geprobten Mineral vorhanden, so ist das durchschnittliche spezifische Gewicht δ dieser Mineralien zwar nicht bekannt, doch können wir das durchschnittliche spezifische Gewicht $\bar{\delta}$ des geprobten Produktes bestimmen. Wenn wir auch für solche Erze verwendbare Formeln haben wollen, so soll aus den bereits abgeleiteten Formeln die Größe δ eliminiert werden.

Aus Gl. (9) haben wir

$$\delta = \frac{\delta_0 \bar{\delta} (A_0 - a)}{A_0 \delta_0 - a \bar{\delta}}. \quad (25)$$

Diesen Ausdruck in (7) eingesetzt, erhalten wir:

$$n = \frac{4 a}{\varepsilon^2 \bar{\delta}} (A_0 \delta_0 - a \bar{\delta}) \quad (26)$$

und für das Probegewicht ergibt sich:

$$M = 0,5 k \frac{a}{\varepsilon^2} (A_0 \delta_0 - a \bar{\delta}) d_{\max}^3. \quad (27)$$

Nun ist Gl. (27) zur Bestimmung des Probegewichtes allgemein geeignet. Hierzu ist es notwendig, den Metallgehalt und das durchschnittliche spezifische Gewicht zu kennen, und den Vertrauensbereich ε im voraus festzusetzen. Mit einer Probe deren Gewicht dem aus der Formel errechneten entspricht, können wir uns darauf verlassen, daß die Abweichung des Metallgehaltes im geprobten Gut und in der Probe nicht größer sein kann als ε . Wenn man die maximale Korngröße in 1 cm festsetzt, so erhält man das Probegewicht in p Einheiten.

Ist das geprobte Erz von geringem Metallgehalt, so ist das Produkt $a\bar{\delta}$ in Gl. (27) bedeutend kleiner als $A_0 \delta_0$. Also kann dieses sehr kleine Glied fortfallen, und wir erhalten für den Fall eines geringen Metallgehaltes die folgende Gewichtsformel:

$$M = 0,5 k \frac{A_0 \delta_0}{\varepsilon^2} a d_{\max}^3. \quad (28)$$

Es soll in beiden Formeln (27) und (28) der Wert von k als 1,14 angenommen werden. An Stelle von 0,5 k , soll 0,6 geschrieben werden. Die Formel setzt die Kenntnis des Metallgehaltes, zumindest aber die des höchstmöglichen Gehaltes voraus. Die Formelgenauigkeit ist durch die Verhältniszahl

$$r = \frac{a\bar{\delta}}{A_0 \delta_0 - a\bar{\delta}} \quad (29)$$

gegeben. Für ein Gestein aus zwei Mineralien gibt die Gleichung

$$a = \frac{A_0 \delta_0}{\delta + r\delta_0} r \quad (30)$$

den Metallgehalt an, welcher der vorausbestimmten Genauigkeit r entspricht.

Zur Probenahme aus Erzen, Konzentraten und Aufbereitungsprodukten, deren Metallgehalt unbekannt ist, läßt sich eine brauchbare Gewichtsformel derart ableiten, daß wir vorerst aus (15) den Wert δ ausdrücken:

$$\delta = \frac{\delta_0 \bar{\delta}}{2 \delta_0 - \bar{\delta}} \quad (31)$$

(wobei hier δ ohne Index n figuriert). Durch Einsetzen dieses Ausdruckes in (14) erhalten wir die Formel der benötigten Körneranzahl:

$$n_{\max} = \frac{2 \delta_0 - \bar{\delta}}{\bar{\delta}} \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 \quad (32)$$

und für das Gewicht:

$$M = 0,125 k (2 \delta_0 - \bar{\delta}) \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 d_{\max}^3 \approx 0,125 k \delta_0 \left(\frac{A_0}{\varepsilon} \right)^2 d_{\max}^3. \quad (33)$$

Da der durchschnittliche Metallgehalt hier nicht figuriert, genügt die Kenntnis des durchschnittlichen spezifischen Gewichtes. Da diese Formel das Gewicht der Probe mit maximaler Körneranzahl angibt, so soll das Resultat noch mit 1,05 multipliziert werden. Also ist die Formelkonstante 0,13 (anstatt 0,125). Wenn aber $k = 1,14$ angenommen wird, so ist die Formelkonstante gleich 0,15.

Tafel III

Werte der Konstanten, Formel der Genauigkeit zur Bestimmung des Probegewichtes mittels der Annäherungsgleichungen (28) und (33)*

Benennung des Minerals	$A_0 \delta_0$	$a = \frac{A_0 \delta_0}{\delta + r \delta_0} r$			$2 \delta_0$	A_0^2
		$r = 0,01$	$r = 0,02$	$r = 0,05$		
1	2	3	4	5	6	7
Galenit	650	2,38	4,64	10,74	15,0	7500
Sphalerit	268	1,0	1,97	4,71	8,0	4502
Enargit	215	0,80	1,57	3,75	8,9	2343
Kalkopyrit	145	0,54	1,06	2,54	8,4	1197
Kalkosin	451	1,67	3,27	7,70	11,3	6384
Molybdenit	288	1,07	2,10	4,98	9,6	3600
Siderit	186	0,69	1,36	3,26	7,7	2323
Pyrolusit	316	1,17	2,30	5,45	10,0	3994
Hämatit	357	1,32	2,59	6,14	10,2	4886
Magnetit	374	1,38	2,72	6,43	10,3	5227
Kassiterit	552	2,03	3,95	9,19	14,0	6209

In Tafel III sind für die Mineralien der Tafeln I und II die Werte $A_0 \cdot \delta_0$ [zu Formel (28)], $2 \delta_0$ und A_0^2 [zu Formel (33)] angegeben. Auch sind hier laut Gleichung (30) die Werte von a den üblichen Genauigkeitsziffern [s. Formel (29)] entsprechend angegeben. Die in den Kolonnen 3, 4 und 5 angegebenen Werte des Metallgehalts sind so zu verstehen, daß die Berechnung gemäß Gl. (28) [an Stelle der Gl. (27)] Abweichungen in der Probe von 1%, 2% bzw. 5% zuläßt, immer für ein Mineralienpaar Galenit + Quarz, Sphalerit + Quarz usw.

Aus den Tabellenwerten und auch aus dem Aufbau der Formeln (29), (30) läßt sich feststellen, daß die Gleichung (28) als Annäherungsformel auch bei einem relativ hohen Metallgehalt der Erzminerale von höherem Metallgehalt und größerem spezifischem Gewicht gut anwendbar ist.

Wenn die Analyse der Probe nicht den Metallgehalt, sondern den Mineralgehalt zu bestimmen hat, so sind unsere Formeln mit der Änderung verwendbar, daß man an Stelle von A_0 die Nummer 100 und an Stelle von a die Größe s_0 (Mineralgehalt) einsetzt.

Tafel IV

Analysenangaben und Gehaltsziffern bei der Flotationsaufgabe, und bei Frischbleipulver bzw. Feinzinkpulver

Metall- u. Erzgehalt	Flotationsaufgabe		Frischbleipulver		Feinzinkpulver		
	1	2	3	4	5	6	7
Pb %		1,12		58,43		1,96	
PbS %			1,29		67,47		2,26
Zn %		3,13		7,40		52,95	
ZnS %			4,66		11,03		78,91
Cu %		0,20		2,74		0,43	
CuFeS ₂ %			0,58		7,92		1,24
Fe %		3,69		6,16		5,64	
FeS ₂ %			7,92		13,22		12,10
Durchschnittliches spez. Gewicht		3,07		5,63		3,86	

In den Tafeln IV und V geben wir die numerischen Werte an, die man zur Analyse der Flotationsaufgabe, des Frischbleipulvers, des Feinzinkpulvers in *Gyöngyösoroszi* benötigt, wenn die Formeln (27), (28) und (33) verwendet werden. Tafel IV enthält die Werte des Metallgehaltes, die daraus errechenbaren Werte des Mineralgehaltes und das spezifische Gewicht der Produkte. In Tafel V

Tafel V

Körnerzahl in der Analysenprobe, und Probegewicht, bei $\varepsilon = 0,1$

Das analysierte Metall	Flotationsaufgabe			Frischbleipulver			Feinzinkpulver		
	Körnerzahl, Stück	Probegewicht, pond	Probegewicht annähernd, pond	Körnerzahl, Stück	Probegewicht, pond	Probegewicht annähernd, pond	Körnerzahl, Stück	Probegewicht, pond	Probegewicht annähernd, pond
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pb	94 266	0,565	0,569	1 330 492	14,609	13,726	130 370	0,982	0,895
Zn	105 539	0,632	0,655	119 199	1,309	1,549	351 168	2,644	3,640
Cu	3 777	0,023	0,023	25 292	0,278	0,310	6 405	0,048	0,050
Fe	106 616	0,639	0,672	86 796	0,954	1,121	123 446	0,931	1,027

sind die Ziffern der benötigten Probemenge enthalten. Die genauen Werte der Körnerzahl und des Probegewichtes wurden aus Gl. (26) und (27) berechnet. Außerdem wurden die Annäherungswerte des Probegewichtes berechnet, u. zw. bei einem minderen Metallgehalt aus Formel (28) und bei hohem Metallgehalt

(Feinmetallpulver) aus Formel (33). Die letzte Zeile der Tafel enthält die zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes benötigte Probemenge. Für die Tafel gilt die Annahme: $\varepsilon = 0,1$ und $d_{\max} = 0,25$ mm.

Auch diese Tafelwerte zeugen dafür, daß die zur Metallanalyse benötigten Probemengen selbst bei identischem Vertrauensbereich und unveränderlicher Urteilswahrscheinlichkeit sehr verschieden sein können, wenn der aktuelle Metallgehalt (a) bzw. der Metallgehalt (A_0) des reinen Erzminerals nicht derselbe bleibt. Sollte aber der Vertrauensbereich 0,01 sein, so müßte man die tabellarischen Werte der Probemenge verzehnfachen. Ferner, wenn man an Stelle von 0,25 mm die maximale Korngröße zu 2,5 bzw. zu 25 mm festsetzt, so gelten die tabellarischen Probegewichte in kg bzw. in Tonnen. Wenn ferner der Faktor $\lambda = 3$ beträgt, so ist die zugeordnete Urteilswahrscheinlichkeit 0,997, und die Werte der Korngröße bzw. des Probegewichtes sollen mit dem Multiplikator $3^{2/2} = 2,25$ multipliziert werden.

Es ist nicht ratsam, den Wert ε niedriger zu bestimmen als die Standardabweichung in der Analyse. Diese Abweichung kann gefunden werden, indem wir aus demselben feingemahlten Probematerial einige Analysenproben entnehmen, jede Probe analysieren und aus den erhaltenen Resultaten die Abweichung berechnen. Das notwendige Probegewicht ist der dritten Potenz der linearen Korngröße proportional. (Man begegnet manchmal aus der praktischen Erfahrung aufgestellten Faustregeln, in denen dieser Exponent kleiner ist als drei; dies ist natürlich ein Irrtum.) Sollten wir die Probenahme an einem aus dem Bergwerk gewonnenen Roherz vornehmen, so wären wir gezwungen, im Interesse der Genauigkeit gegebenenfalls einige 100 Tonnen schwere Proben zu analysieren. Aus diesem Grunde ist es angezeigt, wenn wir nach dem durchschnittlichen Metallgehalt des Bergwerksproduktes fragen, womöglich eine zerkleinerte Analysenprobe zu entnehmen.

Sind in dem geprobten Erz mehrere Metalle enthalten, so nimmt man eine Probe mit dem maximalen Gewicht (M_{\max}), falls dies größer ist als die Summe der in Tafel V für die einzelnen Metalle angegebenen Analysenproben.

Wenn wir z. B. das Bleikonzentrat analysieren wollen, so ist es richtig (nach Kolonne b in Tafel V) eine Probe von rund 15 p zu entnehmen, auf analytische Feinheit (unter 30μ) zu mahlen und hiervon die notwendigen Analysenproben zu nehmen. Wenn nun, wie dies bei der Flotationsaufgabe der Fall ist, die Probemenge mit dem maximalen Probegewicht kleiner ist als die Summe der einzelnen Analysenproben (Tafel V), so ist eben dieser summierte Gewichtswert maßgebend. Wenn z. B. je eine Analysenprobe mit dem Werte von 1 p angegeben ist und es stehen 4 Metalle zur Analyse vorgeschrieben, so soll die aktuelle Analysenprobe 4 p betragen. In solchen Fällen kann für jede einzelne Analyse der Wert ε aus den entsprechenden Formeln berechnet werden. Selbstredend ist die Entnahme der Analysenprobe nicht fehlerfrei, doch kann der

Fehler berechnet werden. Wenn aber die Korngröße in der Analysenprobe sehr klein ist (im gegebenen Fall unter 30μ), so ist der aktuelle Fehler bedeutungslos und hat keinen Einfluß auf die Genauigkeit der Probenahme.

III. Probenahme aus nicht aufschließbaren Gesteinen

Das wichtigste Glied in der Gruppe der nicht aufschließbaren Gesteine ist die Kohle, deren Aschegehalt als Hauptmerkmal erachtet wird. Jedes einzelne Kohlenkörnchen enthält Asche, also kann man gar nicht daran denken, durch Schätzung der Proportionen die Körneranzahl der Probe zu bestimmen (wie dies bei der Erzanalyse der Fall war, wo man das metallhaltige Erz vom tauben Gang sehr gut trennen konnte).

Wenn wir nun daran gehen, aus nicht aufgeschlossenem oder nicht aufschließbarem Gestein Proben zu nehmen, so gilt die Formel für die notwendige Körneranzahl in der Probe

$$n = \lambda^2 \frac{s^2}{\Delta^2} . \quad (34)$$

Hier bedeutet λ , wie bekannt, den Vertrauenskoeffizienten, dessen Wert wir, der Urteilssicherheit zu 95,4% entsprechend, auch diesmal als 2 wählen wollen. Δ ist ebenfalls der Vertrauensbereich, den wir der Analysengenauigkeit entsprechend annehmen werden, und s ist die Standardabweichung der Qualität.

Zur Berechnung der Varianz soll vorausgesetzt werden, daß wir die Körner derselben Größe dem Ausmaß der untersuchten Qualität, z. B. dem Aschegehalt gemäß sortieren und aus diesen Klassen kornweise, aufs Geratewohl, ohne Zurücklegen, n -Proben entnehmen. Es wird die Qualität a jedes einzelnen Kornes festgesetzt, der Durchschnittswert und die Varianz berechnet:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n - 1} . \quad (35)$$

Das Einsortieren nach der betreffenden Qualität ist bei den meisten Gesteinsarten durch die Grundangaben, die zur Aufzeichnung der Mineralaufbereitungskurven dienen, entsprechend repräsentiert; diese Angaben enthalten die Gewichtsfractionen — für Kohlenaufbereitung die Fractionen der spezifischen Gewichte — und die dazugehörigen Werte der Durchschnittsqualität. Hierzu kann man die Varianz mit großer Genauigkeit schätzungsweise festsetzen, wenn wir die Qualität jeder einzelnen Fraction gemäß der Körneranzahl, also nach dem Raumquotient in Rechnung ziehen. Also lautet die hierzu

abgeleitete Formel der Varianz:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{s_i}{v_i} (a_i - \bar{a})^2}{\sum_{i=1}^L \frac{s_i}{\delta_i}}, \quad (36)$$

wo wir mit L die Anzahl der Fraktionen und mit δ_i das durchschnittliche spezifische Gewicht der i -ten Fraktion s_i bezeichnen.

Aus der Varianz läßt sich die Körneranzahl und ferner das Probegewicht — mittels Gl. (8) — wie folgt berechnen:

$$M = 4k \frac{\sum_{i=1}^L \frac{s_i}{\delta_i} (a_i - \bar{a})^2}{\Delta^2 \sum_{i=1}^L \frac{s_i}{\delta_i}}. \quad (37)$$

Das durchschnittliche spezifische Gewicht kann gewogen oder aus festgesetzten Angaben berechnet werden. Alles, was zur Bestimmung der durchschnittlichen Korngröße früher ausgelegt wurde, ist auch für diesen Fall gültig.

Die Anwendung obiger Prinzipien läßt sich an einem numerischen Beispiel als Berechnung der notwendigen Größe der Analysenprobe zur Bestimmung des Aschegehaltes der in *Várpalota* sortierten Kohle darstellen. In Tafel VI sind die bezüglichen numerischen Werte zusammengefaßt. Interimistisch wollen wir die Gleichung (36) mit abgekürzten Symbolen folgenderweise zitieren:

$$s^2 = \frac{A}{B},$$

Tafel VI

Spezifische Gewichtsangaben der Handelsklassen in der Kohlsortieranlage zu *Várpalota*

Grenzwerte des spez. Gewichts	Siebklassen, mm							
	1—10		10—30		30—60		60—120	
	Gewicht, %	Asche, %	Gewicht, %	Asche, %	Gewicht, %	Asche, %	Gewicht, %	Asche, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
>1,25	15,36	10,01	33,54	12,78	62,22	10,74	68,94	10,23
1,25—1,30	52,50	13,55	39,39	13,89	22,10	15,05	19,50	14,14
1,30—1,45	10,50	23,21	14,95	28,35	5,71	32,28	2,88	30,75
1,45—1,60	10,88	51,93	4,04	61,08	2,58	61,07	2,33	61,47
1,60<	10,76	65,63	8,08	73,85	7,39	79,72	6,35	77,20
	100,0	23,80	100,0	22,65	100,0	19,32	100,0	17,03

und für die Fraktion $10 \div 30$ mm lassen sich aus Tafel VI folgende numerischen Werte erstellen:

$$A = \frac{0,3354}{1,23} (12,78 - 22,65)^2 + \frac{0,3939}{1,275} (13,89 - 22,65)^2 + \dots + \frac{0,0808}{1,85} (73,85 - 22,65)^2$$

$$B = \frac{0,3354}{1,23} + \frac{0,3939}{1,275} + \frac{0,1495}{1,375} + \frac{0,0404}{1,525} + \frac{0,0808}{1,85},$$

woraus also

$$s^2 = 282,22$$

ist.

In den obigen numerischen Gleichungen figurieren die spezifischen Gewichtswerte:

$$1,275; 1,375; 1,525$$

die nämlich als Mittelwerte der in Kolonne 1 (Zeile 2, 3, und 4) angegebenen Klassengrenzen gelten. 1,23 und 1,85 sind ebenfalls Klassenmittelwerte; $1,23 = (1,21 + 1,25)/2$ (1,21 ist der aktuelle niedrigste Wert, 1,25 ist der obere Grenzwert der tabellarisch niedrigsten Klasse); und $1,85 = (1,6 + 2,1)/2$ (nämlich 1,6 als unterer Grenzwert der tabellarisch obersten Klasse und 2,1 der aktuelle Höchstwert). Die aktuellen Grenzwerte können aus dem Diagramm der spezifischen Gewichte der verschiedenen Korngrößen entnommen werden. Diese Mittelwertschätzungen sind um so genauer, je enger die Klassengrenzen sind. Es gibt auch ein graphisches Verfahren, mit dessen Hilfe diese Genauigkeit gesteigert werden kann. Man zeichnet die Kurve der spezifischen Gewichte als eine Reziprofunktion der Gewichtsklassengrenzen. Unter Beobachtung des Prinzips des Flächenausgleichs wird diese Kurve in eine Treppenlinie umgezeichnet. Die Schnittpunkte der vertikalen Züge geben die gesuchten Mittelwerte genau an.

Tafel VII

Berechnung der notwendigen Probemenge zur Analyse der Asche in den Kohlsorten nach Siebklassen der Kohlsortieranlage zu (*Várpalota* $\Delta = 0,1$; $k = 1,14$)

Siebklassen, mm	Varianz, s^2	Streuung, s	Relative Streuung, %	Durchschnittliches Gewicht	Körneranzahl, n	Probegewicht, kp
1	2	3	4	5	6	7
1— 10	303,39	17,42	73,2	1,35	121 356	31,1
10— 30	282,22	16,90	74,6	1,32	112 888	1 360,0
30— 60	286,66	16,93	87,6	1,29	114 664	15 400,0
60—120	236,67	15,38	90,3	1,28	94 668	100 700,0

In Tafel VII finden wir die Werte der Varianz, der Streuung, der relativen Streuung des durchschnittlichen spezifischen Gewichtes, ferner die Körneranzahl und das Probegewicht für jede einzelne Siebmaschenklasse zusammengestellt. Die Körneranzahl wurde mit dem angenommenen Wert 0,1 des Vertrauensbereichs berechnet, indem wir voraussetzen, daß dieser Wert nicht kleiner ist als die Standardabweichung der Analysenresultate. Über vorkommende Fehler bei Kohlenanalysen gibt es Angaben in der Fachliteratur. (Siehe in unserem literarischen Verzeichnis die Arbeit von M. PAUL [5].)

Bekannterweise konnte man aus den Ergebnissen der an Kohlen mit verschiedenem Aschegehalt durchgeführten Versuche einen stochastischen Zusammenhang zwischen der Größe der Analysenprobe und dem Wert des Aschegehaltes feststellen, wobei dieser stochastische Zusammenhang mittels einer Gleichung ersten Grades ziemlich gut beschrieben werden kann (siehe diesbezüglich Bild 5 und Tafel 5 in der oben zitierten Arbeit von M. PAUL). Zur Berechnung der Tabellenwerte galt die arithmetisch-mittlere Körneranzahl aus den Grenzwerten jeder Handelsklasse; das Probegewicht ist gleich dem Produkt aus Körneranzahl mal mittleres spezifisches Gewicht mal dritte Potenz der mittleren Körneranzahl. Das mittlere spez. Gewicht stammt aus den Werten der Tafel VI.

Wie dies aus den Tafelwerten ersichtlich, besteht zwischen den Werten der erwünschten Körneranzahl in den einzelnen Siebmaschenklassen kein bedeutender Unterschied. Doch ist das notwendige Probegewicht für die zwei größeren Handelsklassen derart groß, daß eine Aufarbeitung solcher voluminöser Kohlenproben für die tägliche Feststellung des Aschegehaltes einfach undenkbar ist. So gibt es nur einen Ausweg: unter Zulassung eines weit größeren Vertrauensbereiches Δ läßt sich das notwendige Probegewicht entsprechend herabsetzen.

In der Praxis werden die Tafelwerte in folgender Weise verwendet: um jede Art von Fehlern zu vermeiden, soll als Grundlage der Höchstwert der Varianz angenommen werden. Bei der Wahl des Vertrauensbereichs soll man sorgfältig die möglichen Kosten erwägen, insbesondere bei den Handelsklassen der größeren Siebmaschen; bei den Klassen der kleineren Siebmaschen ist der mutmaßliche Fehler bei der Analyse maßgebend. In Kenntnis des durchschnittlichen spezifischen Gewichtes und der durchschnittlichen Korngröße in den einzelnen geprobten Klassen sind wir in der Lage, einen konstanten Wert des Probegewichtes zum Zwecke der systematischen Analyse des Aschegehaltes festzusetzen.

Im Falle der Kohlenarten aus *Várpalota* wählten wir die Zahl 300 als Varianz s_2 . Den Vertrauensbereich Δ setzten wir als 0,1 für die Siebmaschenklassen $1 \div 10$ und $10 \div 30$ fest. Für die Klasse $30 \div 60$ gilt ein Δ -Wert von 0,2 und für die Klasse $60 \div 120$ gilt 0,5. Auf diese Art erhält man für die vier Handelsklassen als das notwendige Probegewicht 31, 1360, 3800 und 4000 kg.

Diese Quantitäten werden aus der vereinigten Probe entnommen, um zu erreichen, daß die Abweichung zwischen den Werten des Aschegehaltes in der vereinigten und in der Teilprobe die Grenze Δ nicht überschreiten soll. Diese Teilproben werden dann zerkleinert. Eine weitere Einengung der zerkleinerten Teilprobe und deren Gewichtsbestimmung erfolgt nach den bereits bekannten Prinzipien. Die durchschnittliche Korngröße wird aus der Siebanalyse des zerkleinerten Gutes bestimmt. In Ermangelung von Siebanalyseangaben dient als Ausgangswert die Hälfte der maximalen Korngröße.

Nun gehören die ungarischen Bauxitsorten zu den nicht aufschließbaren Gesteinen. Wenn man also angeht irgendwelche Bauxitsorten zu analysieren, z. B. in Bezug auf Al_2O_3 , SiO_3 oder auf den Quotienten aus diesen beiden, auf den Modul auf Fe_2O_3 — und man neigt dazu, die mathematische Statistik als Methode zur Bestimmung der Probemenge anzuwenden, so sind fürs erste die Sortierungskurven beim Waschen betreffs der analysierten Qualität aufzunehmen, um die Grundlage zur Berechnung der Varianz zu schaffen.

Ohne die Kenntnis des durchschnittlichen spezifischen Gewichtes kann man das notwendige Gewicht der Analysenprobe nicht bestimmen. Um dies zu kennen, ist es aber ratsam, zur Schätzung der Mittelwerte die bekannte Formel anzuwenden. Im Zähler dieser Formel erscheint wieder die Varianz:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^L \frac{s_i}{\delta_i} (\delta_i - \bar{\delta})^2}{\sum_{i=1}^L \frac{s_i}{\delta_i}} \quad (38)$$

Für ein aufbereitetes Gestein bedeutet L die Anzahl der im Gestein vorkommenden Mineralien; s_i ist die Gewichtsquote eines i -ten Minerals, und δ_i bedeutet dessen spezifisches Gewicht. In Kenntnis der einzelnen Sätze des Metallgehaltes kann der Mineralgehalt s_i berechnet werden.

Wenn die spezifischen Gewichtsangaben bekannt sind, können wir diesen Zusammenhang auch im Falle nicht aufbereiteter Gesteine anwenden. Hierzu haben L , s_i und δ_i dieselbe Bedeutung wie in Gleichung (36). Und das durchschnittliche spezifische Gewicht ist

$$\bar{\delta} = \frac{100}{\sum_{i=1}^L \frac{s_i}{\delta_i}} \quad (39)$$

Für die Körneranzahl und das Gewicht sind Gln (34) bzw. (37) maßgebend.

Für die in *Gyöngyösoroszi* und in *Várpalota* behandelten Produkte sind die zur Berechnung des durchschnittlichen spezifischen Gewichtes notwendigen Angaben in Tafel VIII enthalten.

Tafel VIII

Die zur Bestimmung des durchschnittlichen

Benennung des Produktes		Durchschnittliches spez. Gewicht	Varianz	Abweichung
1		2	3	4
Gyön- gyös- oroszi	Flotationsaufgabe	3,07	0,3465	0,589
	Konzentrat aus Galenit	5,63	4,9073	2,215
	Konzentrat aus Sphalerit	3,86	0,8390	0,916
Vár- palota	1— 10 mm	1,35	0,0353	0,188
	10— 30 mm	1,32	0,0246	0,157
	30— 60 mm	1,29	0,0250	0,158
	60—120 mm	1,28	0,0216	0,147

Der Vertrauensbereich Δ ist 0,1 bzw. 0,01, einerseits für den Metallgehalt, andererseits für den Aschegehalt eine Vergleichsbasis zwischen den Analyseaufgaben zu schaffen. Der Wert 0,01 ist dadurch begründet, daß an den laboratoriumsmäßigen Schnellwagen eine genauere Ablesung als 0,01 g nicht möglich ist. Ist aber hierzu eine analytische Waage zur Hand, so kann man einen noch kleineren Δ -Bereich wählen, woraus dann eine größere Probemenge resultiert.

IV. Schlußfolgerungen

Aus den abgeleiteten Formeln und tabellarischen Wertangaben geht die Feststellung hervor, daß mit ein und demselben Vertrauensbereich die Analyseprobe für Zwecke der Metallanalyse bedeutend größer sein muß als z. B. für die Analyse des Aschegehaltes oder für die Bestimmung des spezifischen Gewichtes. Das ist aber vollauf richtig: bei einer Schätzung der Proportion (z.B. bei einer Metallanalyse) ist die jeweils notwendige Probemenge größer als für Zwecke einer Mittelwertschätzung. Die Probemenge für Metallanalyse ist allenfalls durch den effektiven Metallgehalt des geprobten Gesteins und durch den absoluten Metallgehalt des reinen Metallminerals bestimmt. Bei Bestimmung des Mittelwertes hängt die benötigte Anzahl der Körner in der Probe vor allem von der Varianz ab. Deshalb benötigt man zur Aschebestimmung einer Kohlensorte eine bedeutend größere Probemenge als zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes derselben Sorte.

In Erzsorten aus größeren Körnern gibt es viele Konglomeratkörner. In solchen Fällen der Probenahme ergibt sich durch Anwendung der für eine Metallanalyse abgeleiteten Formeln ein größeres Probegewicht, als es auf Grund der Genauigkeitsvorschriften erforderlich wäre. Eine genauere Schätzung von konglomerierten Erzen wäre nur möglich, wenn man vorher die Sortier-

spezifischen Gewichts benötigte Probemenge

Relative Streuung	Körneranzahl bei $\Delta = 0,1$	Probegewicht, pond	Körneranzahl bei $\Delta = 0,01$	Probegewicht, pond
5	6	7	8	9
19,2	139	0,0008	13 860	0,083
39,3	1963	0,022	196 300	2,16
23,7	336	0,0025	33 560	0,25
13,9	15	3,4	1 412	317,0
11,9	10	106,0	984	10 400,0
12,2	10	1 180,0	1 000	117 600,0
11,5	9	8 400,0	864	806 200,0

kurven der Erzaufbereitung aufnehmen könnte. Da aber eine solche Aufnahme oft nicht durchführbar ist, so ist es angezeigt, die hier für die Metallanalyse bekanntgegebenen Formeln anzuwenden; daraus ergibt sich noch der Vorteil einer zusätzlichen Sicherheit in der Bestimmung der Probemenge.

Wenn wir nun die Fehler kennen, die uns bei der Entnahme der Einzelproben, bei der Bildung der Teilproben und bei der Analyse unterlaufen können, dann sind wir in der Lage, den Gesamtfehler bei der Entnahme der Analysenprobe zu berechnen, d.h. die Abweichung zu bestimmen, die zwischen der effektiven Qualität des geprobten Produktes und dem durch Analyse gewonnenen Schätzwert besteht. So wird also der totale Fehler der Probenahme durch die Varianzformel bestimmt:

$$s_2^2 = \frac{s_e^2}{n} + \sum_{i=1}^k s_i^2 + s_a^2, \quad (40)$$

wo s_e den Fehler bei der Entnahme der Einzelproben, s_i den Fehler der einzelnen Teilproben bedeutet; (die Kenntnis dieses Fehlers verhalf uns in unseren oben entwickelten Ableitungen zur Bestimmung der Probemenge); k ist die Anzahl der Einengungen, und s_a ist die Standardabweichung der Analysen; n bedeutet die Zahl der Einzelproben in der vereinigten Probe; somit ist s_e^2/n die Varianz der vereinigten Probe.

Wenn wir nun den Gesamtfehler der Probenahme im voraus limitieren, und dann noch mittels eines repräsentativen Meßverfahrens oder aus literarischen Quellen uns die Kenntnis der Standardabweichungen der Einzelproben und der Analyse verschaffen, so sind wir in der Lage, den Gesamtfehler auf die einzelnen Etappen derart aufzuteilen, daß die Kosten am niedrigsten gehalten und die Genauigkeitsvorschriften allenfalls befolgt werden.

SCHRIFTTUM

1. SOMMER, O.: Probenahme, Probemenge, Probenverarbeitung. *Staub* (1955), 644—677.
2. *Chemikerausschuß der GDMB*: Analyse der Metalle (Probenahme; III. Band, 155). Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1956.
3. TARJÁN, G.: Javaslatok széndúsíthatósági kataszter felvételi metodikájára és a szénmosási görbék gyakorlati alkalmazására (Vorschläge zu der Methodik einer Markscheideraufnahme für Zwecke der Kohlenaufbereitung, und zur praktischen Verwendung der Kohlenwäscherkurven). *Bányászati Lapok* (1963), No. 4.
4. BEKE, B.: Aprításelmélet (Theorie der Zerkleinerungstechnologie); Szilikátipari Monográfiák IV. Akadémiai Kiadó, Budapest 1963.
5. PAUL, M.: Zusammenhänge zwischen der Probenahme von Steinkohle und der Genauigkeit des ermittelten Aschegehaltes. *Glückauf* (1958), 907—918.
6. GY, P.: L'échantillonnage des minerais en vrac. Mémoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières No. 56. Éditions B. R. G. M. Paris.
7. HUTSCHENREITER, W.: Fehlerfortpflanzung bei der Probenahme. Manuskript zur Information der Mitglieder der Standardisierungsgruppe "Probenahme".

Study on the Determination of the Sample-Weight Necessary for the Analysis of Metal-Contents and Ash-Contents. Relationship which is suitable for certain analytical operations (relating to metal- and ash-contents) is dealt with here. The respective formulae are developed on the basis of mathematical-statistical principles. The estimation of proportions is the basic idea when the analytical problem refers to processed ores. Again, for ores which cannot be processed, the basic principle is the estimation of average values. In order to show some examples of the practical application of these mathematical formulae, examples that refer to flotation input, lead-concentration and zinc-concentration at the ore-processing works in *Gyöngyösorszi*, and other examples, referring to the coal-classifying works in *Várpalota* are quoted.

Об определении веса навески пробы, требующегося при анализах металлов и зол (С. Петэ). В данной работе приведены зависимости, пригодные для определения веса навески пробы, требующегося при различных анализах (напр. металлы, зола). В работе зависимости выводятся методами математической статистики: в случае разложенных или разлагаемых пород автор исходит из формул, известных для оценки пропорций, а в случае неразлагаемых — из формул, используемых при оценке средних значений. Практическое применение выведенных формул демонстрируется на примере подготовки флотации на рудообогатительной фабрике в Дьендешороси, отбора пробы концентратов свинца и цинка, далее отбора пробы на товарной углемойке в Варпалота.

CAVITATION SCALE FORMULAE FOR WATER TURBINES

Á. FÁY

DEPARTMENT OF HYDRAULIC MACHINERY, TECHNICAL UNIVERSITY BUDAPEST

[Manuscript received October 10, 1967]

The present paper attempts to develop cavitation scale formulae for reaction type water turbines. The definition and classification of scale effects are based on the theory of Holl and Wislicenus and supplemented, for practical purposes, with the definitions of corresponding operating conditions and similar cavitation states. A cavitation scale effect associated with the efficiency scale effect due, mainly, to Reynolds number and relative roughness variations is discussed in detail, with other cavitation scale effects neglected. Thus the Nechleba formula and one of its modifications can be derived from simple assumptions. This is followed by taking the other cavitation scale effects into consideration as well, such as the effect of air content, whereby a general cavitation scale formula believed to be suitable for further development may be arrived at.

List of symbols

I. Notations

A, B, a, b, d, e, f	pressure head differences [m] (Fig. 4);
a_0	guide vane opening [mm];
C	pressure head coefficient, Eqs (16), (24) and (34);
c	absolute velocity [m/s];
D	runner tip diameter [m];
E, F	coefficients, Equ. (31);
g	acceleration due to gravity [m/s ²];
H	net head across the turbine [m];
H_s	geometric suction head above tailwater [m];
h	pressure head [m];
K	coefficient in the Hutton formula;
k	Cavitation parameter, Equ. (33);
M	hydraulic torque [mkp]; for the model: torque measured by the double bearing brake; for the prototype: sum of the shaft torque and bearing friction;
N	exponent, Equ. (31);
n	runner speed [rpm];
n_{11}	unit speed, $n \cdot D \cdot H^{-1/2}$;
P	point (see the figures);
p	absolute pressure [kp/m ²];
p_b	absolute pressure at tail water [kp/m ²] (atmospheric pressure for the full-scale machine, and reduced pressure for the model);
p_v	saturated vapour pressure at the given temperature [kp/m ²];
Q	volumetric flow [m ³ /s];
Q_{11}	unit volumetric flow, $Q \cdot D^{-2} \cdot H^{-1/2}$;
Re	turbine Reynolds number $\sqrt{2gH} \cdot D/\nu$;
v_r	representative velocity [m/s];
y	vertical distance above a given level [m] (Fig. 3);
α	total volumetric air content of water;
β	runner blade angle [degree];

γ	specific weight of water [kp/m ³];
ν	kinematic viscosity [m ² /s];
ρ	water density [kp s ² /m ⁴].
η	hydraulic efficiency, kMn/QH , $k = 2\pi/60$;
ω	angular velocity [rad/s];
σ	Thoma's cavitation coefficient, Equ. (3).

2. Subscripts

0, 1, 2, 3	Subscripts of P, p, y (see Fig. 3);
M, R, r	Subscripts of P, p, y refer to the minimum pressure point, runner and point of reference, respectively.

3. Superscripts

'	superscript refers to the model;
"	superscript refers to the full-scale machine.

I. Introduction

In designing reaction type water turbines, particularly very large size Kaplan turbines, the scale formulae are of significant importance; the expected values of full-scale machine efficiency, and the minimum permissible σ values of the plant can be determined by converting the model results to the full-scale machine, using the scale effect formulae for this purpose.

Efficiency conversion formulae are based on well-established theory and practice, as evidenced by the widely accepted Hutton formula:

$$\frac{1 - \eta''}{1 - \eta'} = 1 - K \left[1 - \left(\frac{Re'}{Re''} \right)^{1/5} \right]^* \quad (1)$$

This has been verified theoretically [1], and gives reliable practical results [2]. With the efficiency of the full-scale machine determined by means of such an efficiency conversion formula, determination of the "corresponding points" in the model and full-scale efficiency diagrams, respectively, can be performed by using some other "scale effect" formulae:

$$\frac{Q''_{11}}{Q'_{11}} = \left(\frac{\eta''}{\eta'} \right)^{1/2}, \quad \frac{n''_{11}}{n'_{11}} = \left(\frac{\eta''}{\eta'} \right)^{1/2} \quad (2)$$

These formulae have been suggested by several authors [3, 4, 5, 14].

Although in certain cases reliable cavitation scaling-up is much more important than efficiency conversion, the former has as yet not been developed

* In the Hutton formula, the symbol of the model (superscript ') and that of the full-scale machine (superscript ") are not interchangeable dissimilar to any other formula of this paper.

to such an extent. This may be attributed to the complexity of the cavitation "scale effects", and to the unfortunate fact that there is still relatively not much known about these scale effects.

The conventional approach in practice is to employ the Thoma parameter

$$\sigma = \frac{p_b/\gamma - H_s - p_v/\gamma}{H} \quad (3)$$

and Thoma's law of similarity, according to which in two similar turbines running under "corresponding operating conditions" the "state" of cavitation is "similar" (that is, certain cavitation phenomena are similar), if the Thoma parameter is of the same value for both turbines.

$$\sigma'' = \sigma'. \quad (4)$$

On these grounds "standard" and "initial" σ values, or any other characteristic σ value determined by model measurements are frequently related to the full-scale machine without correction. The Thoma law does not take cavitation scale effects into consideration. Thus, generally a $\Delta\sigma$ safety margin is employed in order to avoid excessive cavitation conditions in the full-scale machine, the value of which depends on how far the reliability of the Thoma law is questioned, as well as on the actual machine and model experiment data [5]. Often economic considerations influence the value of this safety margin as the investment cost of the full-scale machine and the σ value of the plant are in close correlation. The cavitation scale formulae providing for much more reliable cavitation data than Equ. (4) were developed precisely for the purpose of permitting thereby the selection of lower safety margin values.

One of the first cavitation scale formulae (1952) was the Nechleba equation:

$$\frac{\sigma''}{\sigma'} = \frac{\eta''}{\eta'}. \quad (5)$$

With the efficiency of the full-scale machine determined by using one of the efficiency conversion formulae, say, with Equ. (1) for the corresponding points which satisfy Equ. (2), this formula can be used to calculate the full-scale sigma pertaining to a given model sigma value.

It seems logical that, if an efficiency variation mainly due to Reynolds number and relative roughness variations is assumed, then certain variations of the hydraulic losses, pressure values and, consequently, of the cavitation number must also be reckoned with. This scale effect called "*Nechleba effect*" hereafter is estimated by Equ. (5). The justification presented by NECHLEBA is

quite convincing [3], though some of the main assumptions used for the derivation of this formula can be refined as it will be shown in the present paper.

SHMUGLYAKOV suggested another cavitation scale formula (1956):

$$\sigma'' = \sigma' + 8,48 \left(\frac{\sqrt{\alpha''}}{H''} - \frac{\sqrt{\alpha'}}{H'} \right). \quad (6)$$

This formula calculates an air content effect on a semi-empirical basis. Apparently, with a reduced air content in the model, experiments seem to confirm this formula [6].

Since the efficiency of the full-scale machine is always higher than that of the model, the Nechleba formula leads to the conclusion that the full-scale sigma is similarly always higher than the corresponding model value, that is, $\sigma'' > \sigma'$. On the other hand, in the more actual cases such as $\alpha'' = \alpha'$ and $H'' \geq H'$, the values given by Shmuglyakov's equation satisfy $\sigma'' \leq \sigma'$. This contradiction may be due to the fact that, in general, the air content effect expressed by Equ. (6) is "opposite" to the Nechleba effect. In practice, both scale effects may occur simultaneously in the turbine, and a "resultant" scale effect is to be expected. This is why none of the above formulae is entirely adequate for the full description of the changes in cavitation conditions.

The present paper was written in the belief that industrial research requires a cavitation conversion formula suitable to express both scale effects referred to above and, perhaps, other scale effects as well.

It is readily realized that the development of such a formula requires, above all, the accurate definition of cavitation "scale effect" itself, and that the different scale effects must be clearly distinguished. In a paper on this topic, HOLL and WISLICENUS [7] have earlier defined both the cavitation scale effects and the fundamental principles of conversion, in a general manner, for machines and structures alike, and characterized the different scale effect types. The present paper applies their theory to water turbines, completing it for practical purposes. This leads to the definition of the Nechleba effect, and to its detailed discussion by making use of certain ideas offered by NECHLEBA himself [3] and TENOT [8].* Finally, a general cavitation scale effect formula is arrived at expressing the Nechleba effect and involving variables whereby the air content and other scale effects can be taken into account.

* Author had an opportunity to discuss this topic with Mr. S. P. HUTTON, Mr. J. CHEVALIER, Mr. M. NECHLEBA and Mr. J. VARGA at the *Second Conference on Hydraulic Machinery* in Budapest (1966). Their ideas are also utilized in this paper wherefore author wishes to express his full acknowledgement.

II. Definition of the cavitation scale effect

According to the definition suggested by HOLL and WISLICENUS [7], cavitation scale effects are the departures from the classical similarity law of cavitation. The characteristic features and the justification of this definition will be reviewed briefly in the following paragraphs.

The expression cavitation scale effects means not only the effects due to the changes in the linear scale of the flow, but also the effects originated by the variations of flow velocity, pressure, and the material or state of the fluid, such as temperature, while the form of the flow and its boundaries, that is, the design of the machine or structure remains geometrically and kinematically similar.

The classical law of similarity is based on certain assumptions such as a frictionless incompressible fluid, without any gravity effects; the geometric similarity applies to the clearances and the surface roughness of the flow boundaries as well; cavitation takes place immediately after the saturated vapour pressure has been reached in the fluid; the saturated vapour pressure of the flow field is constant, and depends only on temperature; there is no tension giving rise in the fluid, and there are no time effects.

Actual flow and cavitation differ from these ideal conditions and, consequently, scale effects occur. Accordingly, even at identical σ values, certain cavitation phenomena are dissimilar in similar machines or structures with similar flows, or cavitations of similar form (observed, for example, optically) are associated with different σ values when the full length, velocity, the material or state of the fluid were changed.

A *cavitation scale formula* represents the numerical expression of a cavitation scale effect, usually in the latter form, that is, correlating the different σ values of the similar cavitation states.

In order to apply the above concepts to water turbines, the terms "similar machines", "similar flows", and "similar cavitation states" must be determined in a much more precise and practical manner.

III. Geometric similarity

Two turbines are considered as similar machines if their flow boundaries have been designed as geometrically similar. Geometric similarity does not include surface roughnesses and clearances. From geometrical accuracy aspects, the flow boundaries of the runner and its surrounding area are of critical importance. Minor deviations of the flow boundaries as compared to the designed shape are permissible as far as the spiral casing or draft tube are concerned, but rather far away from the runner than therein. In case of adjustable

runner blade turbines, geometric similarity applies also to the uniformity of runner blade adjustment:

$$\beta'' = \beta' . \quad (7)$$

IV. Corresponding points

Since the flow boundary surfaces do not exhibit accurate geometric similarity, a kinematic flow similarity cannot exist, either. Thus, certain considerations are required for the determination of those operating conditions of the turbine under which the flow conditions are "the least different". These are called "corresponding" operating conditions, and the respective points of the diagrams are known as "corresponding points".

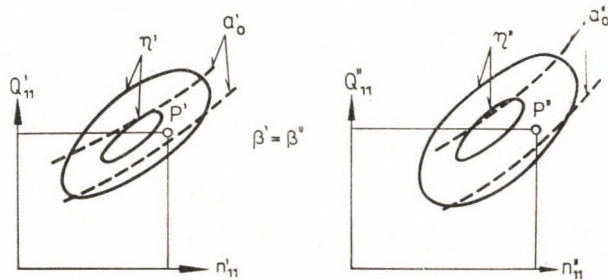


Fig. 1. The problem of corresponding points: in the diagrams of two geometrically similar turbines, how could those points be found which represent the least difference in operating conditions, as far as the kinematic similarity of the flows involved is concerned

The problem of how to define and determine numerically these corresponding points is widely encountered and of a multiple character [9, 12]. Only one type will be described here for water turbines.

Let us assume that the efficiency diagrams of two similar turbines are available (Fig. 1). Such diagrams are widely used in practice. On Fig. 1 the efficiency pertaining to the given head of a turbine of given dimensions is illustrated in the field of unit speed and volumetric flow. In case of adjustable runner blades, the setting is naturally constant and identical for both diagrams. It is irrelevant whether the diagrams represent the results of separate tests for the two turbines or if one was calculated from the other. The diagrams may relate to non-cavitation flow conditions or to such flows where cavitation has developed to only a certain extent making its effect on variables η , Q_{11} , and n_{11} negligible. On the other hand, the diagrams may illustrate the test results obtained by means of the same turbine when, for example, the effects of different water temperatures or air contents are studied by using the same model turbine.

Considering point P' on the diagram of the turbine marked by $'$, the problem is to find point P'' on the diagram of turbine $''$, that would correspond to P' .

Various suggestions can be made for the calculation of these corresponding points, and the corresponding operating conditions thus determined will be similar from certain aspects. According to one of the suggestions [3], the relations proposed for efficiency conversion could be used for cavitation scaling-up too:

$$\frac{Q''_{11}}{Q'_{11}} = \left(\frac{\eta''}{\eta'} \right)^{1/2}, \quad \frac{n''_{11}}{n'_{11}} = \left(\frac{\eta''}{\eta'} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

In order to illustrate the hydraulic background of these relations, let us consider two similar turbines. For convenience's sake let identical diameter and speed be assumed for both turbines with, however, different surface roughness, clearance, and viscosity figures permitted. Thus, the relations available for the determination of corresponding operating conditions are:

$$\begin{aligned} \text{Assumptions: } D'' &= D' \quad \text{and} \quad n'' = n', \\ \text{according to Equ. (7):} \quad \beta'' &= \beta'. \end{aligned}$$

The requirements equivalent to Equis (8), obtained by substituting the relations defining Q_{11} , n_{11} , and η into Equ. (8), are

$$Q'' = Q', \quad M'' = M'.$$

Due to the assumptions, the runner speed is identical for identical diameters and, consequently, the $Q'' = Q'$ requirement is evident as this ensures identical mean values for the axial velocity components of both turbines.

Since the torque can be calculated from the pressure differences at the blades, the $M'' = M'$ requirement provides for certain identical mean values exhibited by this pressure difference. Thus, the operating conditions determined by Equ. (8) are the "least different" inasmuch as the volumetric flow, torque, and the mean values mentioned above do not differ. The other methods used to determine corresponding points do not ensure the validity of all these conditions unless they are equivalent to Equ. (8).

It should be noted here that, if under the conditions referred to above $\eta'' \neq \eta'$, then $H'' \neq H'$ and $a''_0 \neq a'_0$. Although the latter inequality means a deviation from strict geometrical similarity, the employment of the relations in question may be suggested for cavitation conversions for several reasons. Primarily, provisions of similar flow conditions at the runner seem much more important for cavitation conversion than the adherence to geometrical similarity at the guide vanes. Secondly, the differences of the a_0 values will probably be insignificant, anyway [12].

Returning to the general case when $D'' \neq D'$ and $n'' \neq n'$, it is easy to demonstrate that Equs (8) are equivalent to the following relations:

$$\frac{Q'}{(D')^2} : n' D' : \left[\frac{M'}{(D')^3} \right]^{1/2} = \frac{Q''}{(D'')^2} : n'' D'' : \left[\frac{M''}{(D'')^3} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

Thus, the operating conditions determined by Equ. (8) are the "least different" in the sense that these ratios are identical for both turbines. Here the M/D^3 quantities are of the pressure dimension type and represent certain mean values of the pressure difference produced on the blades being, therefore, closely associated with the relative velocities around the blades proper. If a one-dimensional approximation is accepted for the description of the flow in the turbines, then Equ. (9) may be interpreted as representing the similarity conditions of the inlet velocity triangle.

V. Similar cavitation states

According to Ref. [11] the cavitation can affect the operation of water turbines in several ways: It may cause noise, vibration, pitting, or performance variations which, in turn, may concern efficiency, output, or other characteristics. The prediction of noise, instability phenomena or pitting from model tests is not as yet sufficiently established. The main objective of cavitation model tests is the effect of cavitation on output and, above all, on efficiency, associated with visual observation. Fig. 2 presents a typical test curve. As examples, the following characteristic σ values were used:

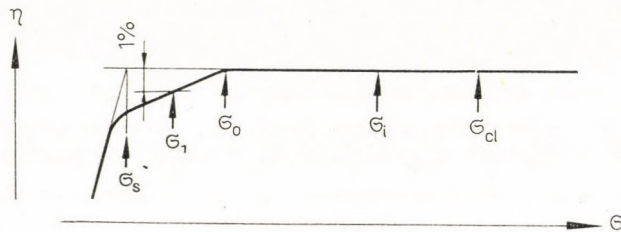


Fig. 2. Typical cavitation curve

σ_0 the minimum value of σ for which the efficiency remains unchanged as compared to non-cavitating conditions. Sometimes it is called "minimum sigma".

σ_1 the lowest value of sigma at which the reduction of efficiency amounts to 1 per cent as compared to the non-cavitating level;

σ_s "standard sigma", that is, the sigma value at the intersection of the constant (non-cavitating) σ line with the strongly dropping straight line. Along the latter, all measuring points represent significant cavitation.

σ_{cl} in case of decreasing pressure, the σ value related to the appearance of visible cavitation bubbles at the tip clearance of the runner blades.

σ_i "incipient cavitation number"; in case of decreasing pressure, the σ value related to the appearance of the visible cavitation voids on the runner blades.

Two cavitation states are considered as *similar*, in similar machines under corresponding operating conditions, if their sigma values are equal to the same type characteristic sigma values of the compared machines. Thus, the use of a cavitation scale formula is restricted to the conversion of some characteristic sigma values, such as σ_0 or σ_i . The similarity of cavitation states was defined here only for discrete sigma values and, although not widely accepted, this definition is very useful in practice.

VI. Cavitation scale effect groups

HOLL and WISLICENUS have characterized the scale effects by using non-dimensional variables [7] (and, consequently, call the effect of viscosity Reynolds number effect, the effect of surface roughness as the relative roughness effects) and discuss cavitation scale effects in two parts:

a) Scale effects exerted on the flow outside the cavitation voids affecting, therefore, the minimum pressure within the liquid flow, and independent of the existence of cavitation;

b) Scale effects exerted on the cavitation or evaporation process causing a pressure in the cavitation voids other than that of the saturated vapour, or tension and time delay.

In some cases it is useful if, when discussing the scale effects on minimum pressure, the global and local effects are distinguished. Thus group a) may be divided into two parts:

aa) Scale effects on the pressure in a certain part of the machine or structure, causing an identical pressure variation at each point of this part and adaptable, therefore, at an optionally given point of reference;

ab) Scale effects on the local pressure differences in a certain part of the machine or structure, affecting the pressure difference between the reference pressure determined according to aa), and the minimum.

Let us examine, for example, the Reynolds number effects on cavitation in case of water turbines. The turbine is divided into three main parts: spiral casing with the guide vanes, runner and its environment, and draft tube. From cavitation aspects, the runner and its environment are most important. Variations in the losses across the draft tube and spiral casing due to Reynolds number variations can be considered as global scale effects on the pressures at the runner, causing an identical pressure variation at the runner. The point of reference may be given, for example, in the neighbourhood of the expected minimum pressure point at the runner blades. Then the variation in the minimum pressure at the runner can be accounted for in two steps: Variation due to the above mentioned scale effect of Group aa), taken into account at the point of reference, and variation in the pressure difference between the

reference pressure and minimum pressure. The latter is the local scale effect of Group *ab*); when considering the Reynolds number effects it is due mainly to the variations of the characteristics of the boundary-layer on the runner blades. Even at identical minimum pressure, the increase and collapse of the cavitation voids also depend on viscosity, which may cause time effects, undoubtedly indicating a Reynolds number effect of group *b*).

In accordance with this terminology, the Nechleba effect may be characterized as a global scale effect exerted on the pressure prevailing at the runner, due to the same physical reasons which bring about efficiency variations, such as Reynolds number, relative roughness, and variations of relative clearance dimensions. Since nothing but the global scale effect is included, the Nechleba effect belongs to Group *aa*).

VII. The Nechleba formula

Here the Nechleba effect will be discussed on the basis of a one-dimensional approximation and the classical cavitation criterion, with all other cavitation scale effects excluded. Particular attention is paid to the assumptions as they will be modified later on.

Let us consider two similar turbine operations under corresponding operating conditions in conformity with Equ. (8). Let the minimum pressure (p_M) prevailing on the blades be equal to the equilibrium pressure of the vapour pertaining to the given water temperature (p_v), for both turbines:

$$p_M = p_v. \quad (10)$$

According to the classical theory, the sigma values of the machines corresponding to this condition represent the initial cavitation numbers; these are indicated by σ'_i and σ''_i . Since all other scale effects have been excluded, the Nechleba effect will be manifested by the possibility of σ''_i being different as compared to σ'_i . Thus, our objective is to find a relationship between σ'_i and σ''_i .

Now a one-dimensional approximation is employed for the determination of the pressures in the turbine. Fig. 3 presents a line of reference marked *0123*, for any of the turbines, together with the main points of reference including the minimum pressure point P_M . Pressure head h is related to the same horizontal plane given, at any of the points of reference concerned, below the turbine:

$$h = \frac{p}{\gamma} + y \quad (11)$$

where p is the representative pressure at point P (that is, representing the weighted mean value [9]), and y is the vertical distance of P from the op-

tionally given level. Fig. 4 illustrates the variations of h along the line of reference.

Using Fig. 3, Equ. (11), and the definition of the cavitation number given

$$\begin{aligned}
 h_3 &= \frac{p_3}{\gamma} + y_3 = \frac{p_b}{\gamma} + (y_R - y_3 - H_s) + y_3 = \frac{p_b}{\gamma} - \\
 &- H_s - \frac{pv}{\gamma} + \frac{pv}{\gamma} + y_R = \sigma_i H + \frac{pv}{\gamma} + y_R.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

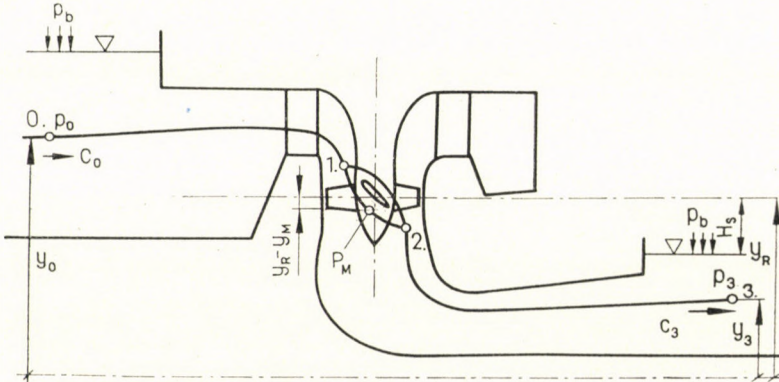


Fig. 3. Schematic diagram of a Kaplan turbine, with the principal points of reference

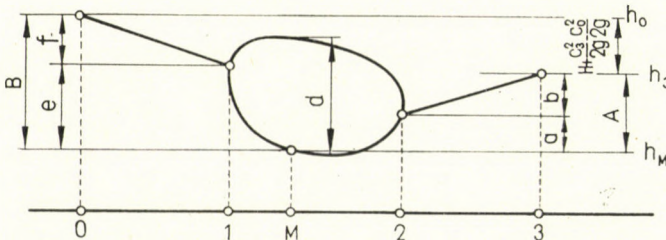


Fig. 4. Variations of pressure head h along the line of reference

For the sake of simplification, let us assume that $y_R - y_M$ is negligible as compared to the head (see Fig. 3). Thus, taking into consideration Equ. (10), the sum of the last two members on the right-hand side of Equ. (12) will amount exactly to h_M whereby, using the symbols of Fig. 4,

$$A = h_3 - h_M = \sigma_i H.
 \tag{13}$$

Section A may be divided into two parts (Fig. 4):

$$A = a + b
 \tag{14}$$

which will be compared separately for the two turbines.

It is well known that, in case of kinematically similar flows of a frictionless fluid in a homogeneous field of gravity, the difference of pressures prevailing at two optionally given points, and related to the same equipotential level, will be proportional to the square of velocity. Thus, neglecting the effect of internal friction on pressure between the blades, and taking into account that, according to the original assumption, the two turbines are running under corresponding operating conditions which represent the best possible approximation of the kinematically similar flows between the runner blades, the law referred to above may be applied as an approximation to the pressure distribution prevailing on the blades of both turbines. Using, for example, the sections presented in Fig. 4, and a characteristic velocity, it is easy to calculate:

$$a'' : d'' : e'' : \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2 = a' : d' : e' : \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2. \quad (15)$$

This equation can be verified on the basis of the airfoil theory as well, since the mean inlet velocity triangle of the runner is similar in the two turbines as was mentioned earlier.

The validity of Equ. (15) can be supported by using Equ. (9) for torque, and by taking into account that, in Fig. 4, the area between the pressure and suction side lines is proportional to the torque. As a consequence, at least the mean pressure difference between the two sides of the blade accounted from the area mentioned above will surely be proportional to the square of the characteristic velocity.

The last assumption given for the comparison of the pressure differences in the two machines claims that the pressure head rise coefficient

$$C_{23} = \frac{h_3 - h_2}{c_0^2 / 2g} \quad (16)$$

is identical for both turbines. An equivalent assumption used by NECHLEBA [3] is that the draft tube efficiency is constant. In the first approximation this appears justified. On the basis of Fig. 4, this assumption shows that

$$b'' : \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2 = b' : \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2. \quad (17)$$

Using Equ. (14) for both turbines, Eqs (15) and (17) yield

$$A'' : \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2 = A' : \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2. \quad (18)$$

Substituting the values of A'' and A' from Equ. (13) into Equ. (18):

$$\sigma_i'' H'' : \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2 = \sigma_i' H' : \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2. \quad (19)$$

Thus, from the definition of Q_{11} and from Eqs (19) and (8) the Nechleba formula follows:

$$\frac{\sigma_i''}{\sigma_i'} = \left(\frac{Q_{11}''}{Q_{11}'} \right)^2 = \frac{\eta''}{\eta'}. \quad (20)$$

VIII. The modified scale formula

The validity of the last assumption in the foregoing analysis is doubtful. To give a reason for this statement an analysis is given here based on the same assumptions as the Nechleba equation, except the last one. It is replaced by another assumption which seems to be as natural as the original one at least. The modified analysis based on the new assumption leads to a scale formula quite different from the Nechleba one indicating that the validity of the assumptions in question is to be carefully analyzed.

TENOT has elaborated two methods for the calculation of the minimum pressure in turbines [8]. According to the first one, pressure p_3 is calculated at the tailwater from the atmospheric pressure, and the minimum pressure is determined by estimating the $p_3 - p_M$ difference. Essentially, this method was followed above. The starting point of the second method is pressure p_0 at the inlet of the turbine and, accordingly, the $p_0 - p_M$ difference is estimated. It is, therefore, quite natural to carry out an approximation on the basis of the latter method as well, with the discussion and the assumptions fitted thereto.

According to the definition of the net head

$$H = h_0 - h_3 + \frac{c_0^2}{2g} - \frac{c_3^2}{2g} \quad (21)$$

and, by making use of Fig. 4 as well as Equ (13), it follows that

$$B = h_0 - h_M = h_0 - h_3 + h_3 - h_M = H - \frac{c_0^2}{2g} + \frac{c_3^2}{2g} + \sigma_i H. \quad (22)$$

Finally, according to Fig. 4

$$B = e + f. \quad (23)$$

The e values have been related for the two turbines in Equ. (15), thus now a relationship between the f values must be found. For this purpose, the

last assumption of the foregoing discussion will be replaced by the following one:

The inlet pressure head drop coefficient

$$C_{01} = \frac{h_0 - h_1}{c_0^2/2g} \quad (24)$$

is identical for both turbines. An equivalent expression of this assumption is:

$$f'' : \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2 = f' : \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2. \quad (25)$$

The analogy of this and the replaced assumptions is revealed by Eqs (16) and (24) as well as by Eqs (17) and (25). This analogy shows that there is no theoretical reason for preferring either of these assumptions in question to the other.

In this analysis Eqs (17), (18), (19) and (20) cannot be used, as they are consequences of the replaced assumption. However, the main line of analysis derived from the new assumption is analogous to the derivation of these equations. Now it follows from Eqs (25), (23) and (15) that

$$B'' : \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2 = B' : \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2 \quad (26)$$

then, substituting the values of B from Equ. (22) into Equ. (26):

$$\frac{(\sigma_i'' + 1) H''}{\left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2} - \frac{(c_0'')^2 - (c_3'')^2}{2g \left(\frac{Q''}{D''^2} \right)^2} = \frac{(\sigma_i' + 1) H'}{\left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2} - \frac{(c_0')^2 - (c_3')^2}{2g \left(\frac{Q'}{D'^2} \right)^2}. \quad (27)$$

The two turbines have been assumed to be similar and, therefore, the second members of the two sides of Equ. (27) are equal. Thus using the definition of Q_{11} as well as Equ. (8), it follows from Equ. (27) that

$$\frac{\sigma_i'' + 1}{\sigma_i' + 1} = \left(\frac{Q_{11}''}{Q_{11}'} \right)^2 = \frac{\eta''}{\eta'}. \quad (28)$$

This is the *modified scale formula*, based on the same assumptions as the Nechleba equation, except the last one.

It is interesting to see how this modification of the Nechleba formula compares numerically with it. The following values are selected as examples:

$\eta' = 0,88$, $\eta'' = 0,92$, $\sigma' = 0,80$. The Nechleba formula gives $\sigma'' = 0,836$, while the modified formula is $\sigma'' = 0,882$.

Generally, such significant derivations in sigma cannot be neglected in practice. This is why the use of the last assumption in the derivation of the Nechleba formula is doubtful. The new assumption according to which C_{01} does not vary in spite of the variations of the Reynolds number and other turbine parameters, might prove to be a much better approximation than the similar assumption for C_{23} , as the velocity increases along the 01 line while a diffusor effect takes place in the draft tube. Intake losses are, therefore, much lower than the draft tube losses and, presumably, the Reynolds number effect is similarly much lower on the C_{01} than on the C_{23} value. If this condition is satisfied, a simple calculation shows that the modified formula leads to a smaller error in the sigma value than that obtained, when using the original one. A careful analysis of Reynolds number effects on the intake losses and draft tube losses would be necessary to see which of the formulae gives a better approximation. Unfortunately, the information available on such Reynolds number effects is as yet relatively scarce. Thus, the calculations made for this purpose are only of informative nature, however, they show that for low-head turbines the modified formula is better, while for high-head turbines the original one.

An advantage of the modified formula as against the original one is that, in case of a partially developed cavitation, the bubbles and cavitation voids may influence the draft tube losses and C_{23} values, while C_{01} is equal to the non-cavitating value. Thus, the validity range of the modified formula may be extended to other cavitation conditions beyond the incipient one, until the efficiency does not vary. For example it can be used for the conversion of σ_{cl} , σ_i , and σ_0 as well. In other words, the Nechleba effect can be estimated by means of the modified formula

$$\frac{\sigma'' + 1}{\sigma' + 1} = \frac{\eta''}{\eta'} \quad (29)$$

for every characteristic cavitation number σ' , for which

$$\sigma' \geq \sigma'_0. \quad (30)$$

The above numerical values show that the modification of the last assumption in the derivation of the Nechleba formula leads roughly to the same deviation in sigma as was obtained by estimating the Nechleba effect according to the original formula. This means that the Nechleba effect is sensitive to the variations of hydraulic losses, and therefore its estimation is somewhat more accurate than that represented by any of the above derived

formulae, if a scale effect calculation of the inlet losses is carried out in function of the Reynolds number. The inlet losses can be "scaled up" similarly to the conversion in the Hutton formula:

$$\frac{B''}{(Q''/D''^2)^2} : \frac{B'}{(Q'/D'^2)^2} = 1 + E + F \left(\frac{Re'}{Re''} \right)^N \quad (31)$$

where E , F , N are constants. Using this assumption the modified formula is represented by the following expression:

$$\sigma'' + 1 = \frac{\eta''}{\eta'} (\sigma' + 1) \left[1 + E + F \left(\frac{Re'}{Re''} \right)^N \right]. \quad (32)$$

Since there are no experiences available as yet on the E , F , and N values, it is suggested to neglect this Reynolds number effect for low-head turbines at least, that is, to accept $E = 0$ and $F = 0$. In this special case Equ. (32) is reduced to the modified formula as used above.

IX. General cavitation scale formula

CHEVALIER published some test results obtained by cavitation tests involving a Kaplan turbine model and a full-scale machine [6]. Some of these data:

Diameter:	$D' = 0,500,$	$D'' = 7,00$ m;
net head:	$H' = 1,40,$	$H'' = 11,10$ m;
air content:	$\alpha' = 0,5,$	$\alpha'' = 2,5$ %;
minimum sigma:	$\sigma'_0 = 1,27,$	$\sigma''_0 = 1,1.$

Assuming that $\eta' = 0,90$ and $\eta'' = 0,93$ then, for a $\sigma'_0 = 1,27$ value, the modified formula would give $\sigma''_0 = 1,34$, that is, a difference of $\Delta\sigma''_0 = 0,24$ will be observed between the estimated and measured values of σ'' showing that, in addition to the Nechleba effect, there may be other scale effects affecting the minimum sigma value, as well, in practice especially the effect of the air content. The following discussion takes these scale effects into consideration at least theoretically, leading to the derivation of a general cavitation scale effect formula from the modified Nechleba equation. Furthermore, the principal assumptions of the previous paragraphs will be reviewed and weakened if possible.

Let us consider two similar turbines running under corresponding operating conditions. Rejecting the classical cavitation criterion, it will be assumed that the turbines are operating with characteristic cavitation numbers of the same type. Since any type of the characteristic cavitation numbers may be

involved, these will be indicated by σ'' and σ' without subscripts. In order to find a relationship between the cavitation states and the pressures existing in the turbines, the cavitation parameter k will have to be introduced as an analogy of the cavitation parameter, widely accepted in cavitation modelling:

$$k = \frac{P_r - P_v}{\rho/2 v_r^2} \quad (33)$$

where p_r is the representative pressure at an optional P_r point of reference, in the neighbourhood of the runner blades, and v_r is the characteristic velocity. The location of reference point P_r is not fixed unequivocally. It may be upstream or between the runner blades, and may coincide with point P_1 or P_M . It is advisable, however, to select it in the vicinity of the minimum pressure

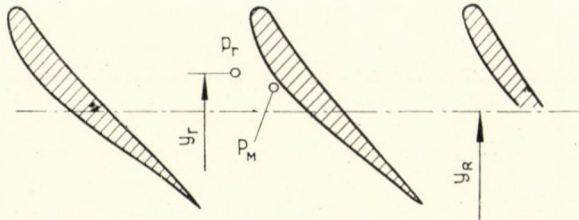


Fig. 5. Rectified airfoil with the P_r points of reference

point, in order to make the k parameter characterize the local conditions of cavitation. At the same time, taking special aspects into account may lead to an opposite result if, for example, airfoil measurements or calculations are available which can supplement the cavitation scaling-up only with the point of reference being in a geometrically similar position. The position of point P_r as compared to the runner is best determined in a frame of reference rotating together with the runner itself. Thus P_r will rotate along a circular orbit in the steady frame of reference. In case of a horizontal shaft type machine, the representative pressure P_r relates to the top point of this orbit, and so does height y_r (Fig. 5).

The characteristic velocity is not related to the point of reference. It may be, for example, the relative velocity at a given point upstream to the runner blades, or it may be the u peripheral velocity of the runner. The former is usual in the airfoil theory, and the latter was used by STRIPLING and ACOSTA [10] for pumps. Any of these velocities is proportional to the others since, running under corresponding operating conditions, the turbines will approximately have developed kinematically similar flow types.

Comparing the definitions of k and sigma, it is easy to realize that k describes the local conditions of cavitation at the runner, whereas sigma the

external conditions. Thus k and sigma may be called "internal" and "external" cavitation numbers, respectively.

The Nechleba effect was defined as a global cavitation scale effect which, therefore, would not affect the k cavitation number. Were the other cavitation scale effects ignored, the internal cavitation number k would have to be identical in both turbines. Due to the other scale effects, $k' \neq k''$ but to find a relationship there which could differentiate between these scale effects lies outside the scope of this paper. Thus assuming a known $k'' - k'$ variation, the derivation of an equation for σ'' and σ' is aimed at.

In discussing the Nechleba effect, a one-dimensional approximation was used to determine the pressure head relations in the turbine. Here, instead of this rough approximation there are only three reference points used, namely P_r as referred to above, P_0 at the inlet, and P_3 at the outlet (Fig. 3).

It is assumed here moreover that the pressure head drop coefficient

$$C_{0r} = \frac{h_0 - h_r}{c_0^2/2g} \quad (34)$$

is identical for both turbines. This assumption seems reasonable for low-head turbines on the same basis as the one used for the corresponding assumptions earlier. And this assumption is quite sufficient for the derivation of the general formula. The $h_0 - h_r$ difference may be written in this form:

$$h_0 - h_r = (h_0 - h_3) + h_3 - h_r. \quad (35)$$

Substituting the value of $h_0 - h_3$ from Equ. (21), that of h_3 from Equ. (12) (omitting the subscript of sigma, as the characteristic sigma has no subscript here), and that of h_r from equation

$$h_r = \frac{P_r}{\gamma} + y_r = \frac{P_v}{\gamma} + k \frac{v_r^2}{2g} + y_r \quad (36)$$

into Equ. (35), the following relation is obtained:

$$h_0 - h_r = H + \frac{c_3^2}{2g} - \frac{c_0^2}{2g} + \sigma H + \frac{P_v}{\gamma} + y_R - \frac{P_v}{\gamma} - k \frac{v_r^2}{2g} - y_r. \quad (37)$$

By making use of the above assumption,

$$\begin{aligned} \frac{H'' + \frac{c_3'^2}{2g} - \frac{c_0''^2}{2g} + \sigma'' H'' + y_R'' - y_r'' - k'' \frac{v_r''^2}{2g}}{c_0''^2/2g} &= \\ = \frac{H' + \frac{c_3'^2}{2g} - \frac{c_0'^2}{2g} + \sigma' H' + y_R' - y_r' - k' \frac{v_r'^2}{2g}}{c_0'^2/2g} &. \end{aligned} \quad (38)$$

Since the turbines are similar, the ratios of the outlet and inlet velocity head values cancel each other and Equ. (38) may be written thus:

$$\begin{aligned} \frac{H''}{c_0''^2} \left[1 + \sigma'' + \frac{y_R'' - y_r''}{H''} - k'' \frac{v_r''^2}{2gH''} \right] &= \\ &= \frac{H'}{c_0'^2} \left[1 + \sigma' + \frac{y_R' - y_r'}{H'} - k' \frac{v_r'^2}{2gH'} \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

For corresponding operating conditions:

$$\frac{\frac{c_0''^2}{H''}}{\frac{c_0'^2}{H'}} = \frac{\frac{v_r''^2}{H''}}{\frac{v_r'^2}{H'}} = \frac{\frac{(Q''/D''^2)^2}{H''}}{\frac{(Q'/D'^2)^2}{H'}} = \frac{Q_{11}''^2}{Q_{11}'^2} = \frac{\eta''}{\eta'}. \quad (40)$$

Thus, from Equ. (39),

$$1 + \sigma'' + \frac{y_R'' - y_r''}{H''} - k'' \frac{v_r''^2}{2gH''} = \frac{\eta''}{\eta'} \left[1 + \sigma' + \frac{y_R' - y_r'}{H'} - k' \frac{v_r'^2}{2gH'} \frac{\eta'}{\eta''} \right] \quad (41)$$

and, due to the geometric similarity,

$$y_R' - y_r' = (y_R'' - y_r'') \frac{D'}{D''}. \quad (42)$$

Substituting this into Equ. (41), and after rearrangement:

$$1 + \sigma'' = \frac{\eta''}{\eta'} (1 + \sigma') + \frac{y_R'' - y_r''}{H''} \left[1 - \frac{\eta'' H'' D'}{\eta' H' D''} \right] - (k' - k'') \frac{v_r''^2}{2gH''}. \quad (43)$$

Equ. (43) represents the *general cavitation scale formula*, where the meaning of the individual members is as follows:

The first member of the right-hand side of Equ. (43) reflects the estimation of the Nechleba effect. True, if $y_r'' - y_R''$ can be neglected as compared to the value of H'' , and $k' = k''$, that is, if the other scale effects are ignored, then Equ. (43) is reduced to the modified formula. For high-head turbines this member in Equ. (43) can be replaced by Equ. (32).

The second member of the right-hand side of Equ. (43) expresses the Froude number effect exerted on the pressure existing at the point of reference. It deserves attention that the similarity condition by Froude in the usual form

$$\frac{H''}{D''} = \frac{H'}{D'} \quad (44)$$

[5] is not sufficient to make this member zero unless the efficiencies are equal. Accordingly, the accurate form of the Froude similarity condition taking the efficiency variations also into account, is:

$$\frac{\eta'' H''}{D''} = \frac{\eta' H'}{D'}. \quad (45)$$

This equation can also be derived from the other well-known forms of the Froude similarity law.

The last member of the right-hand side of Equ. (43) is to express the other scale effects. Let us consider, for example, the air content effect. A critical review of the publications on the air content effect on cavitation in axial turbomachines is given in Ref. [15] stating that the diversity in the conclusions of the authors cited are due to the different test rigs, instruments, and test method used by them. Nevertheless, as a first approximation, estimating on the basis of the Shmuglyakov formula, and using the characteristic velocity $v_r = \omega D/2$ the following expression has been obtained

$$k' - k'' = \frac{6}{\left(\frac{n_{11}}{100}\right)^2} \left[\frac{\sqrt{\alpha'}}{H'} - \frac{\sqrt{\alpha''}}{H''} \right]. \quad (46)$$

The air content effect is a local scale effect at the runner. Further research could be, therefore, concentrated to such a scale formula where the air content effect would be expressed by the local variables of the flow around the runner, instead of by those figuring in Equ. (46). It is expected that the air content effect will be much more regular if expressed by the local variables than has been experienced so far.

X. A summary of the characteristic features of the general formula

The general cavitation scale formula (43) was derived theoretically. In this derivation, neither the classical cavitation criterion of Equ. (10) nor the one-dimensional approximation employed for pressure calculations was made use of. The most essential assumption is that, under corresponding operating conditions, the C_{0r} coefficient of Equ. (34) is the same for both turbines. With more accurate information on the values of the inlet losses available, this condition may also be weakened, for example, in the manner described for the modified formula [Equs (31) and (32)]. In case of high-head turbines this correction is significant.

The general cavitation scale formula can be used, under corresponding operating conditions, for the conversion of any type of the characteristic sigma numbers. For practical calculation purposes, the $k' - k''$ value must be estimated. For different characteristic sigma types, $k' - k''$ may naturally be also different. In most practical cases, $k' - k''$ is probably larger than or equal to 0. Thus, omitting the last member of the formula, the sum of the first two members represents an estimation of the maximum (that is, the most unfavourable) σ'' value.

The members of the right-hand side of Equ. (43) express the Nechleba effect, the Froude number effect on the pressure prevailing at the point of reference, and the other scale effects, in this sequence.

In studying these other scale effects, it would be reasonable to use the internal cavitation parameter k , according to Equ. (33). In this case, the Nechleba effect and the Froude number effect mentioned above could be neglected in course of the investigation.

If the testing of other scale effects leads to numerical estimations on the $k' - k''$ value, then the resultant scale effect brought about by the scale effect studied, the Nechleba effect, and the Froude number effect referred to earlier will be expressed by the general cavitation scale formula.

REFERENCES

1. HUTTON, S. P.: Component Losses in Kaplan Turbines and the Prediction of Efficiency from Model Tests. *Proc. Inst. Mech. Eng.* **168** (1954), No. 28.
2. CHEVALIER, J.: Contribution à l'Étude de l'Effet d'Echelle dans les Turbines Kaplan. *La Houille Blanche* (1965), No. 7.
3. NECHLEBA, M.: Hydraulic Turbines, Prague 1957.
4. VAZELLE, R.: Transposition des rendements. *V^{es} Journées de l'Hydraulique, Société Hydro-technique de France, Aix-en-Provence* 1958.
5. HUTTON, S. P.: Über die Voraussage des Verhaltens von Wasserturbinen auf Grund von Modellversuchen. *Schweizerische Bauzeitung* **77** (1959), 24.
6. CHEVALIER, J.: Gegenüberstellung der Kavitationsversuche an Kaplan-turbinenmodellen und an einem Prototyp. Vorträge der *II. Konferenz für Strömungsmaschinen*, Budapest 1966.
7. HOLL, J. W.—WISLICENUS, G. F.: Scale Effects on Cavitation. *Trans. ASME (Series D, Journal of Basic Engineering)* **83** (1961), 385—400.
8. TENOT, A.: Turbines Hydrauliques. Dunod, Paris 1936.
9. CSANÁDY, G. T.: Theory of Turbomachines. McGraw-Hill, New York 1964.
10. STRIPLING, L. B.—ACOSTA, A. J.: Cavitation in Turbopumps. *Trans. ASME (Series D, Journal of Basic Engineering)* **84** (1962), 326—368.
11. "International Test Code for Cavitation Acceptance Tests". Draft of I.E.C. Recommendation, 1965.
12. FÁY, Á.: On the Problem of Corresponding Points on the Diagrams of Hydromachines (Draft of a subsequent paper).
13. ANTON, I.: Die Kavitationskennlinien der Wasserkraftmaschinen. Mitteilungen der *Konferenz Wassermaschinen*, Timisoara 1964.
14. SZABÓ B.: Evaluating Problems of Model Tests on Hydraulic Machines. *Ganz-MÁVAG Publications* (1959), No. 29.
15. ANTON, I., BARGLAZAN, A., MIHAILOVICI: Der Einfluss des Wasserluftgehaltes auf die energetischen und kavitationellen Kennlinien der hydraulischen Axialmaschinen. Mitteilungen der *Konferenz Hydroturbo 67*, Marianske Lazne 1967.

Formeln des Kavitations-Maßstabeffekts zur Berechnung von Wasserturbinen. Wir versuchen hier die Formeln des Kavitations-Maßstabeffektes zur Berechnung von Reaktions-Wasserturbinen abzuleiten. Bezüglich der Definition und der Klassifizierung der Maßstabeffekte gehen wir von der von HOLL und WISLICENUS aufgestellten Theorie aus. Unsere Ergänzung in der Aufstellung der Definition von koordinierten Betriebszuständen und den ähnlichen Kavitationszuständen gilt als Beitrag zur praktischen Anwendung. Unsere ausführliche Untersuchung betrifft einen besonderen Maßstabeffekt, der mit den Veränderungen des Nutzeffektes zusammenhängt, die hauptsächlich durch Änderung der Reynoldsschen Zahl und der relativen Rauheit hervorgerufen werden. Hierbei haben wir andere Arten des Kavitations-Maßstabeffektes außer acht gelassen. So gelangen wir zur Ableitung der NECHLEBA-Formel und zu einer Modifikation derselben auf Grund einfacher Voraussetzungen. Es folgt die Besprechung anderer Arten des Kavitations-Maßstabeffektes, wie z. B. die Beobachtung der Wirkung des Luftgehalts, und die Ableitung einer allgemeinen Formel des Kavitations-Maßstabeffektes, die, wie es scheint, der Ausgangspunkt einer weiteren Entwicklung sein dürfte.

Формулы кавитационного масштабного эффекта для гидротурбин (А. Фай). В данной статье сделана попытка вывести для реакционных турбин формулы кавитационного масштабного эффекта. Определение и классификацию масштабного эффекта предполагается обосновать на теории Holl и Wislicenus, и для практического применения они дополняются определением сопряженных рабочих режимов и аналогичных кавитационных состояний. Здесь рассматривается подробно такой кавитационный масштабный эффект, эффективность которого зависит от масштабного эффекта, возникающего в основном от изменения числа Рейнольдса и относительной шероховатости. При данном анализе не принимаются во внимание прочие кавитационные масштабные эффекты. Формула Nechleba и ее модификация выводятся таким образом из простых условий. После чего учитываются и остальные кавитационные масштабные эффекты, как, например, воздействие содержания воздуха, и выводится одна общая формула кавитационного масштабного эффекта, которая кажется подходящей для прочих случаев.

SLAB MILLING WITHOUT CUTTING FORCE FLUCTUATION

A. HORNUNG

DOCTOR OF TECHN. SCI.

[Manuscript received October 10, 1967]

In the workshops the driving power of milling machines is not fully utilized. Milling is a complicated machining operation and under practical operating conditions very large force fluctuations occur, which prevent the utilization of the available power. But, as is shown by the author with the aid of examples, by correct use of helical cutters conditions can be created which permit the full use of the power available in the machine and in the tool. Finally a method is described for determining the optimum standard cutter for a given milling width, so that the making of a special cutter is avoided.

The utilization of the driving power of milling machines is very small, e.g. according to the investigations of Prof. OPITZ it is only 16% in West-German factories in single and mass-production [1]. The reason why is the fact, that the process of the complex phenomena during milling is not yet known well enough in the practice. The occurring disagreeabilities make it impossible to esteem advantage the power of the milling machines and tools. If the parameters of the milling process are not chosen correctly, very large force fluctuations may occur, which decrease the utilization of potentialities of milling machine and tool.

The variation of tangential force on a tooth may be determined according to Fig. 1. (To simplify the calculation the tooth path i may be assumed as a circular arc. The tooth path i is actually a curtate cycloid and with the approximation of a circular arc the fault is 1,5-2% in the calculation under the usual milling conditions. On up milling (Fig. 1) the tooth path will be 1,5-2% longer than the circular arc [2].)

The momentary tooth path angle or chip angle φ_x gives the momentary undeformed chip thickness: $t_x = f_1 \sin \varphi_x$, where f_1 is the feed per tooth in inches. The momentary area of chip cross-section is:

$$a_x = t_x w$$

in sq. in, where w is the width of milling in inches. The momentary tangential force is:

$$F_x = k_x a_x = k_x f_1 \sin \varphi_x w \quad [1b]. \quad (1)$$

k_x is the momentary specific cutting resistance (specific cutting force) in lb per sq. in., which is a function of current chip thickness t_x [3].

The force fluctuation may be enlightened by the following example, when the variation of the cutting force resp. of the tangential force will be determined under the following conditions at straight toothed milling cutter: cutter diameter $D = 3''$; number of teeth $z = 10$; width of milling $w = 2''$; depth of cut $d = 0,2''$; feed per tooth $f_1 = 0,008''$; material to be cut: carbon-steel with tensile strength 53 ton per sq. in.

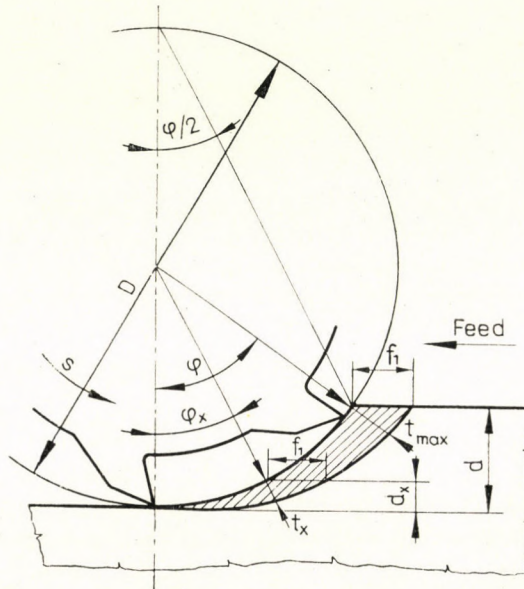


Fig. 1. Chip formation at peripheral milling

Fig. 2 shows the variation of tangential force in the function of cutter turn in degrees. The values of the momentary tangential force may be determined by formula (1) and the specific cutting resistance is in function of the current chip thickness for the work material to be cut given according to the author's investigations [4].

$$k_x = \frac{176\,200}{t_x^{0,212}} \text{ [lb per sq. in.]}. \quad (2)$$

For this calculation the chip arc angle or tooth engagement angle φ , during one tooth is cutting in the work material, is in Fig. 1. by the half angle

$$\sin \varphi/2 = \sqrt{\frac{d}{D}}; \quad (3)$$

$$\sin \varphi/2 = \sqrt{\frac{0,2}{3}} = 0,2578,$$

$$\varphi/2 = 14^\circ 56', \quad \varphi = 29^\circ 52'.$$

Here we calculate two values of the tangential force, which belong to the average and the maximum chip thickness t_a and t_{\max} .

The average chip thickness is:

$$t_a = f_1 \sqrt{\frac{d}{D} - \frac{d^2}{D^2}} \quad (4)$$

and

$$t_{\max} = 2 t_a$$

$$t_a = 0,008 \sqrt{\frac{0,2}{3} - \frac{0,2^2}{3^2}} = 0,00198''.$$

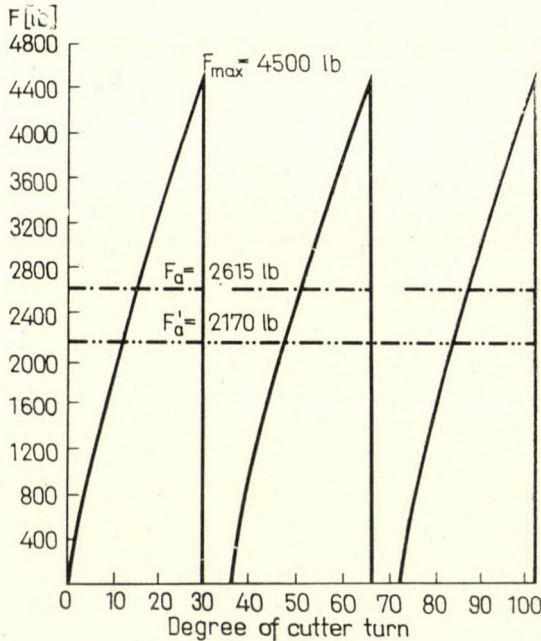


Fig. 2. Variation of the tangential force in function of cutter turning when straight toothed cutter is used

The values of specific cutting resistances belong to t_a and t_{\max} according to formula (2): $k_a = 660\,000$ and $k_{\max} = 580\,000$ lb per sq. in. F_a and F_{\max} are by formula (1): $F_a = 2615$ and $F_{\max} = 4500$ lb. To draw the variation of tangential cutting force it is correct to calculate some values of this force in function of the cutter turning angle.

But the F_a cutting force refers to $29^{\circ}52'$ tooth engagement angle, and because the angle of tooth pitch is $\delta = 360/z = 360/10 = 36$ degrees, during $6^{\circ}8'$ of cutter turning no tooth is working and, therefore, the tangential force is zero. After 36 degrees of cutter turning the next tooth begins to cut again, as can be seen in Fig. 2.

We can calculate such an average tangential force, which substitutes the interrupted variable tangential force by means of the contact factor:

$$\psi = \frac{\varphi}{\delta} \quad (5)$$

In the example given $\psi = 29,866/36 = 0,829$ and the continuous average tangential force is:

$$F'_a = \psi F_a = 0,828,2615 = 2170 \text{ lb} \quad (6)$$

The average required power at a cutting speed s of 65 ft per min

$$P_a = \frac{2170 \cdot 65}{33\,000} = 4,17 \text{ hp},$$

and

$$P_a = \frac{F'_a s}{33\,000} [\text{hp}] \quad (7)$$

The momentary maximum power:

$$P_{\max} = \frac{F_{\max} s}{33\,000} = \frac{4500 \cdot 65}{33\,000} = 8,86 \text{ hp}.$$

As is to be seen in Fig. 2 the tangential force increases from zero to 4500 lb during $29^\circ 52'$ of cutter turning and suddenly falls down to zero. This causes such a force fluctuation or chatter which is very disadvantageous, equally for machine, tool and workpiece. Under these conditions it is not possible to continue the milling work.

We must tend to hold such conditions or milling parameters, by which the cutting force is about the same fastness continuously and the force fluctuation is nearly zero. In that case we can utilize almost the whole driving power of the milling machine, which was impossible in the earlier case and we can increase the productivity of milling process many times.

The example shows two *conclusions*:

First, the milling cutter with straight teeth is not suitable for heavy duty milling. Therefore it is not standardized in any country. If the number of teeth is higher and therefore the contact factor $\psi > 1$, the teeth leave the workpiece also, with the largest tangential force, but the tangential force will not be zero, because the next tooth already in cut and the force fluctuation remain the same.

Second, it must be found such a way, by which the milling process will have no force fluctuation. In that case it is possible to cut with the largest tangential

force, allowable by the driving power and by the rigidity of the machine and of workpiece or of clamping of workpiece.

If the milling cutter has inclined teeth according to conditions in Fig. 3, then in the moment when one tooth leaves the workpiece at one side, another tooth begins to cut at another side. Under these conditions it is possible to

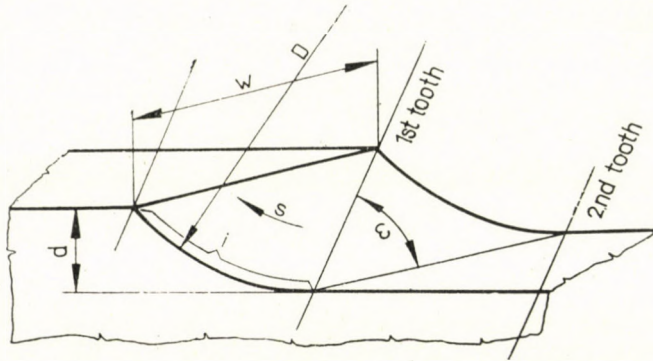


Fig. 3. The conditions of cutting at milling cutter with a small inclination angle

cut without force fluctuation with a constant tangential force. In this case

$$\tan \omega = \frac{i}{w} \quad (8)$$

where ω is the inclination angle of the cutter teeth, and

$$i = \frac{\pi D \varphi}{360} \quad (9)$$

If this condition is applied to the earlier example $\varphi = \delta$, the number of teeth will be $z = 12$. The number of teeth must be a whole number. The chip arc will be:

$$i = \frac{\pi D \varphi}{360} = \frac{\pi \cdot 3 \cdot 29,87}{360} = 0,787'';$$

and

$$\tan \omega = \frac{0,787}{2} = 0,391, \quad \omega = 21,3^\circ.$$

The feed per tooth remains $f_1 = 0,008''$; the average chip thickness for 29,87 deg. tooth engagement angle remains also unchanged $t_a = 0,00198''$, but the effective average chip thickness is a consequence of inclination angle

of cutter teeth:

$$\begin{aligned} t'_a &= 0,00198 \cdot 0,945 = 0,00188''; \\ t'_a &= t_a \cos \omega \end{aligned} \quad (10)$$

therefore, the specific cutting resistance for the effective average chip thickness according to formula (2) $k = 664\,000$ lb per sq. in:

$$F_a = kwt_a = 664\,000 \cdot 2 \cdot 0,00198 = 2630 \text{ lb};$$

the contact factor

$$\psi = \frac{29,87}{30} = 0,986; F'_a = 0,996 \cdot 2630 = 2620 \text{ lb}.$$

The difference between F_a and F'_a is negligible and also the force fluctuation, which is about 20 lb, 0,76% of F'_a .

The required power

$$P = \frac{2620 \cdot 65}{33\,000} = 5,15 \text{ hp}$$

is by 23,5% larger than the earlier 4,17 hp. But the metal removal is by 20% larger according to the higher feed rate per min as a consequence of the higher number of teeth and the unchanged speed.

For this example there is no reason to draw the diagram of the variation of tangential force, because there is almost none.

This example shows that with milling cutter having a small inclination angle we may obtain very good results. But the further investigations show some drawback of this milling cutter type. For every milling job a special cutter must be produced and for many values of width or depth of cut it is not possible to obtain as advantageous conditions as in the earlier example. The problem is overdetermined at the milling cutters having small inclination angles, because the number of teeth must always be a whole number and i must be equal to p , which is very rarely possible.

The general investigations include milling cutters with large inclination angle, as can be seen in Fig. 4. The turn of the milling cutter is stretched out in this figure. Figs 4a and 4b show milling cutters having a small inclination angle. The latter shows a milling cutter with close teeth, $i = 2p$ where p is the pitch of cutter teeth. In this case we may work with small feed per tooth, therefore, average chip thickness will also be small and the specific cutting resistance large. This increases the tangential force and the required power.

The cutting conditions are quite different at milling cutters with large inclination angle, as seen in Fig. 4c. In this case the continual work without

force fluctuation is assured, when the cutter teeth are not working in the whole width of milling, only the following condition must be accomplished: When one tooth begins to leave the workpiece at one side, in that moment another tooth must begin to cut at the other side. There is no longer the overdetermination, besides, because it is always possible to find an angle, which satisfies the following condition:

$$\tan \omega = \frac{P}{w} \quad (11)$$

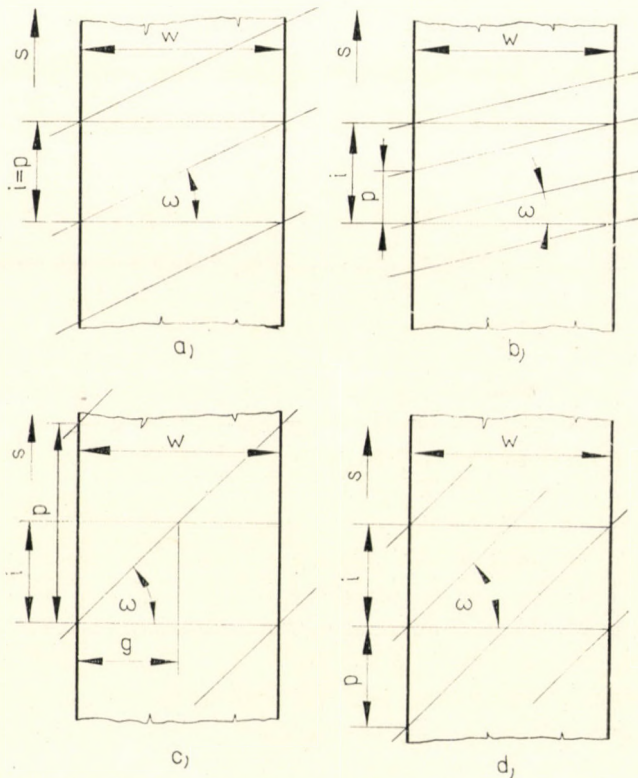


Fig. 4. The interpretation of contact factor at peripheral milling cutters with small and large inclination angles

when on the width of milling not only one but more teeth can work at once:

$$\tan \omega = \frac{np}{w};$$

in Fig. 4d

$$\tan \omega = \frac{2p}{w}.$$

The calculation of the tangential force for one tooth at milling cutters having a large inclination angle may be as follows (in this case one tooth generally cuts on a part of width of milling):

$$g = i \cos \omega. \quad (12)$$

To this part of width belongs an average chip thickness, according to feed per tooth, depth of cut and cutter diameter [formula (4)]. For the calculation of specific cutting resistance we should use the effective average chip thickness [formula (10)]

The average area of chip cross-section:

$$a_a = g t_a \text{ [sq. in.]}. \quad (13)$$

A tooth begins the cutting with tangential force zero and by some degree of cutter turn the value of the g width part is obtained. After further cutter turning receiving the tangential force which belonged to g , the tangential force remains constant till that moment, when the cutter tooth begins to leave the other side of the workpiece.

When at the same time one tooth works only, in other words, at the same moment, when one tooth begins to cut at one side of the workpiece and the preceding tooth begins to leave the workpiece at the other side, the condition is fulfilled according to Fig. 4c, which is always possible:

$$p = w \tan \omega. \quad (14)$$

In this case, the contact factor is:

$$\psi = 1 = \frac{w \tan \omega}{p} = \frac{w}{p \cot \omega}.$$

In all other cases the contact factor [4] is:

$$\psi = \frac{w}{p \cot \omega} \neq 1. \quad (15)$$

Under these conditions the interpretation of contact factor means how many cutter teeth are working in the width of milling at the same time.

The average and the continual tangential force for one tooth at milling cutter having a large inclination angle:

$$F_a = k i \cot \omega t_a \text{ [lb]}. \quad (16)$$

When at the same time not one but more teeth are working in the width of milling, then the average tangential force for the whole cutter will be

$$F'_a = \psi F_a = \psi k i \cot \omega t_z = \frac{k w i t_a}{p} [\text{lb}]. \quad (17)$$

The required power for cutting

$$P = \frac{F'_a s}{33000} = \frac{k w i t_a s}{33000 p} [\text{hp}]. \quad (18)$$

The following example enlightens the variations of tangential forces at milling cutters having a large inclination angle, when $\psi \neq 1$. Namely, when $\psi = 1$ (or another whole number) then the tangential force is constant.

The cutting conditions are: width of milling $w = 2''$; depth of cut $d = 0,2''$; feed per tooth $f_1 = 0,008''$; cutter diameter $D = 3''$; number of teeth $z = 7$; inclination angle $\omega = 45^\circ$; material to be cut and cutting speed are the same as in the earlier example.

The average chip thickness remains as before, according to formula (4), $t_a = 0,00198''$. Also the chip arc angle: $\varphi = 29,87^\circ$, the chip arc: $i = 0,787''$. The effective average chip thickness: $t'_a = \cos \omega t_a = 0,707,0,00198 = 0,0014''$ and according to formula (2) $k = 707\,500$ lb per sq.in:

$$F_a = 707\,500 \cdot 0,787 \cdot 1 \cdot 0,00198 = 1100 \text{ lb},$$

$$F = \frac{707\,500 \cdot 2 \cdot 0,787 \cdot 0,00198 \cdot 65}{33\,000 \cdot 1,35} = 3,22 \text{ hp}.$$

With calculation of the variation of tangential force between $\varphi = 0$ and $\varphi = 29,87^\circ$ we can draw the diagram of the variation of tangential force in function of cutter turning as can be seen in Fig. 5. After cutter turning of $29,87^\circ$ the tangential force remains constant during further cutter turning of degrees 49,83. After this the tooth begins to leave the workpiece and the tangential force decreases during further 29,87 degrees of cutter turning till zero. The passing through of one cutter tooth over the full width of milling belongs to 79,7 degrees of cutter turning.

But after the first 51,7 degrees of cutter turning the next tooth begins to cut with the same variation of tangential force as the preceding tooth. Thus, the diagram has the same tangential force variation for all the teeth with tooth pitch angle delay of 51,7 degrees according to Fig. 5.

To obtain the variation of tangential forces for all the teeth of cutter the tangential forces of all the teeth must be summarized. The resultant of the tangential forces shows in Fig. 5 that the maximum force $\Sigma F_{\max} = 2160$ lb

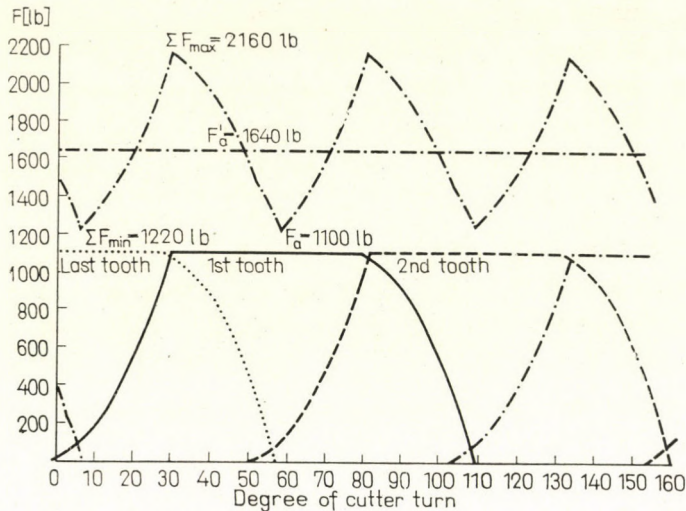


Fig. 5. Variation of the tangential force in function of cutter turning at milling cutter with a large inclination angle, when the contact factor $\psi \approx 1,5$

and the minimum one is $\Sigma F_{\min} = 1220$ lb, therefore the force fluctuation is 940 lb.

The pitch of tooth of the milling cutter with 7 teeth is

$$p = \frac{\pi D}{z} = \frac{\pi 3}{7} = 1,35''$$

and the contact factor

$$\psi = \frac{w}{\cot \omega p} = \frac{2}{1,35} = 1,486.$$

The average tangential force for all the teeth is

$$F'_a = \psi F_a = 1,476 \cdot 1100 = 1640 \text{ lb.}$$

From this result it is obvious that under conditions with $\psi = 1$ no force fluctuation occurs and in the last example with $\psi = 1,486$ the force fluctuation is 925 lb.

The conclusion is the following: the greatest force fluctuation occurs, when the contact factor is standing near to a whole number and a half and as the contact factor comes nearer to a whole number, the force fluctuation is decreasing.

This conclusion may be used very advantageously in choosing the standard milling cutter with the smallest force fluctuation at the width of milling

given in that case, when the lot is small and it is not economical to produce an extra milling cutter.

For the standard diameters of milling cutters and number of teeth it is possible to determine the values of contact factor in function of width of milling

$$\psi = \frac{1}{\cos \omega p} w = Cw.$$

For the plain milling cutters of standard diameter with large inclination angle $\omega = 45$ degrees, Table I may be constructed.

Table I

Cutter diameter D [inch]*	1 1/2	2	2 1/2	3 1/8	4
Number of teeth, z	6	8	8	8	8
Length of cutter, L [inch]	1, 1 1/2, 2 1/2	1 1/4, 2, 3 1/8	1 1/2, 2 1/2, 4	2, 3 1/8, 5	2 1/2, 4, 5
Pitch of teeth, p [inch]	0,786	0,786	0,982	1,25	1,572
$\frac{1}{\cot \omega p} = C$	1,273	1,273	1,018	0,80	0,636

* Draft ISO Recommendation, No. 669.

By means of the values above it was possible to draw the diagram in Fig. 6. This diagram enables one to choose the most advantageous milling cutter working with the smallest force fluctuation. E.g. to mill a workpiece with 3" width, the milling cutter of diameters 2 1/2", 3 1/8" and 4" give contact factors according to the diagram of Fig. 6 ($\psi = 3,05, 2,4$ and $1,91$). The most suitable cutter diameter is: $D = 2 1/2"$, the unsuitable: $3 1/8"$. The cutter diameter 4" has $\psi = 1,91$, which also gives a small force fluctuation.

But when feed per tooth is $f_1 = 0,008"$ and the cutting speed is $s = 65$ ft per min, according to these values the cutter revolution per min will be $n = 100$ and 62 for cutter diameters $D = 2 1/2"$ and $4"$. The metal removal will be at the $2 1/2"$ diameter cutter by $61,5\%$ more than at the $4"$ one, because the feed rate per min $f_m = f_1 n z$ at the $2 1/2"$ $f_m = 0,008 \cdot 100 \cdot 7 = 5,6"$ and at the $4"$ one $3,45"$.

Under the condition when the force fluctuation is very small, it is possible to utilize the full driving power of milling machine by increasing the feed per tooth, provided the surface roughness does not exceed the prescription.

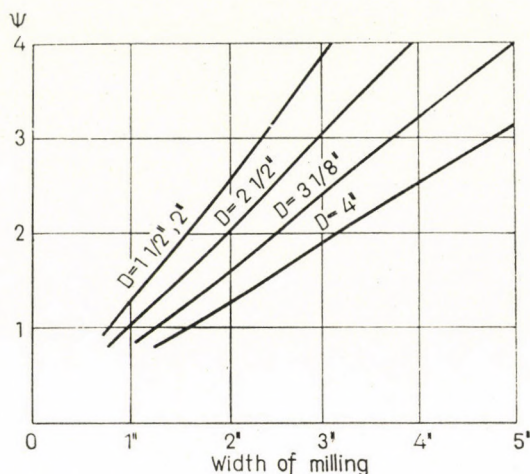


Fig. 6. The values of contact factor ψ in function of width of milling, at milling cutters with $\varphi = 45$ degrees inclination angle for different diameters and different number of teeth

The method shown above enables one to utilize the full driving power of the milling machine, which was hindered by large force fluctuations occurring. This method helps to decrease cost of production at the milling operations.

REFERENCES

1. OPITZ, H.—ROHS, H. G.—STUTE, G.: Statistische Untersuchungen über die Ausnutzung von Werkzeugmaschinen in der Einzel- und Massenfertigung. *Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen*, Nr. 831; Westdeutscher Verlag, Köln—Opladen 1960.
2. *The Cincinnati Milling Machine Co: A Treatise on Milling and Milling Machines*, 1946.
3. HORNING, A.: *Forgácsolás elmélet és forgácsoló szerszámok (Theory of Metal Cutting and Cutting Tools; text book)*. Tankönyvkiadó, Budapest 1953.
4. HORNING, A.: *A gazdaságos marás (The Economic Milling)*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1965.

Walzenfräsen ohne Kräfteschwankungen. In den Betrieben wird die Leistung der Fräsmaschinen nicht ausgenützt. Das Fräsen ist nämlich eine komplizierte Zerspanungsoperation, und gewöhnlich tritt unter praktischen Bedingungen eine so große Kräfteschwankung auf, die die Ausnützung der verfügbaren Leistung verhindert. Wie jedoch der Verfasser im Rahmen von Beispielen nachweist, können durch richtige Verwendung von schrägverzahnten Fräsern Verhältnisse geschaffen werden, welche die Ausnützung der an der Fräsmaschine und am Werkzeug verfügbaren Leistung ermöglichen. Schließlich wird eine Methode beschrieben, mit der aus den Normfräsern für eine gegebene Fräsbreite der am günstigsten arbeitende Fräser ausgewählt werden kann, und sich die Anfertigung eines Spezialfräasers erübrigt.

Фрезерование цилиндрических поверхностей без колебания усилия (А. Хорnung). На заводах мощность фрезерных станков полностью не используется. Как известно, фрезерование является сложным процессом резания по металлу и обычно при практически встречающихся условиях возникает такое сильное колебание усилия, которое препятствует использованию имеющейся в наличии мощности. Однако, как это показывает автор в рамках примеров, в случае правильного использования косозубых фрез можно создать такие условия, при которых можно использовать всю мощность, предоставляемую фрезерным станком и инструментом. Наконец, демонстрируется такой метод, при помощи которого для стандартных фрез заданной ширины фрезерования можно определить наиболее выгодно работающую фрезу и нет необходимости изготовлять специальную фрезу.

NEWER RELATIONS FOR THE CALCULATION OF SCALE EFFECT IN CASE OF CENTRIFUGAL AND AXIAL FLOW PUMPS

B. RÁKOSY

[Manuscript received December 27, 1967]

The results of our measurements make it probable that the scale effect formulae of pumps which take only the friction losses (Reynolds number) into consideration for estimating the efficiency factor, can give a real value if only the affine points of geometrically similar pumps are compared to each other by the same characteristic: delivery head/impeller diameter.

Symbols

D impeller diameter;
 $D_q = D \cdot H^{1/4} \cdot Q^{-1/2}$ specific diameter;
 H delivery head [m];
 $H^* = H^{5/4} \cdot Q^{-1/2}$;
 Q capacity [m³/sec];
 $Q_{11} = D_q^{-2}$;
 R Reynolds number;
 g gravitational acceleration [m/sec²];
 n rotational speed of impeller [rev/min];
 $n_q = n \cdot Q^{1/2} H^{-3/4}$ specific speed;
 ν kinematic viscosity [m²/sec];
 K subscript referring to the critical state.

I. Introduction

Evaluation of measurements carried out on model pumps and full scale pumps during work seems to prove that if the efficiency factors of pumps are compared to each other one must not neglect the H/D relation [1] beside the Reynolds number.

If the effect of the Reynolds number and the H/D on the efficiency is to be considered separately it would be useful to operate the geometrically similar pumps to be compared under conditions which satisfy

$$\frac{H}{D} = \text{const.} \quad (1)$$

Then the difference in the efficiencies of the geometrically similar pumps will certainly be the consequence of the difference in Reynolds numbers (consequently in friction losses) only.

II. The characteristic H^*

If a pump of special dimensions the impeller diameter of which is

$$D_q = D \frac{H^{1/4}}{Q^{1/2}} \quad (2)$$

is chosen out of a series of geometrically similar pumps then, as is known, this pump by the specific speed

$$n_q = n \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (3)$$

against the head $H = 1$ m will have a capacity of $1 \text{ m}^3/\text{sec}$.

It may be prescribed for that pump having special dimensions, too, that the condition (1) has to be satisfied at a certain rotational speed n^* , i.e. to be

$$\frac{H^*}{D_q} = \text{const.} = \frac{H}{D} \quad (4)$$

After rearranging Equ. (4) and substituting Equ. (2) for D_q we obtain

$$H^* = \frac{H}{D} D_q = \frac{H^{5/4}}{Q^{1/2}} \quad (5)$$

Taking into consideration that for geometrically similar pumps

$$D_q = Q_{11}^{-1/2} = \text{const.} \quad (6)$$

the relation H/D can be kept constant with the condition

$$H^* = \text{const.}$$

as it follows from Equs (5) and (6).

Consequently the points characterized by constant H/D in the case of geometrically similar pumps will be arranged on a parabola described by the equation

$$H = (H^*)^{4/5} Q^{2/5} \quad (7)$$

on the plane $Q-H$.

In the case of a given impeller diameter D the characteristic of the affine parabola pointing out the favourable efficiency, as known, is

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}}, \quad (8)$$

rearranged

$$H = \frac{Q^2}{D^4 Q_{11}^2}. \quad (9)$$

The coordinates of the intersection of the parabolae (7) and (9) will be:

$$H = H^* D Q_{11}^{1/2}, \quad (10)$$

$$Q = (H^*)^{1/2} D^{5/2} Q_{11}^{5/4}. \quad (11)$$

For further examinations a relation between the H^* and the Reynolds number has to be introduced.

It is known that in case of flow pumps the Reynolds number can be given in the form

$$R = \frac{D \sqrt{2gH}}{\nu} \quad (12)$$

and substituting Equ. (8) for D it can be written as

$$R = \frac{H^{1/4} Q^{1/2}}{Q_{11}^{1/2}} \cdot \frac{\sqrt{2g}}{\nu}. \quad (13)$$

The Reynolds number can be related even to H^* if Eqs (10) and (11) will be substituted for H and Q , respectively, in the preceding formula. Then, after rearranging and reducing it we obtain

$$R = Q_{11}^{1/4} D^{3/2} (H^*)^{1/2} \frac{\sqrt{2g}}{\nu}. \quad (14)$$

It is shown that the Q_{11} constant of the affine parabola pointing out the most favourable efficiency and the impeller diameter D arrives at a relation between the Reynolds number and H^* .

III. Calculation of the scale effect

Let us start from a series of geometrically similar flow pumps, the most favourable working conditions of each being achieved by the condition

$$Q_{11} = \text{const.} \quad (15)$$

This condition indicates the assembly of the points of the plane $Q-H$ which points give favourable efficiency conditions in the case of a pump with a given impeller diameter D .

If the pumps to be compared are required to satisfy the condition

$$H^* = \text{const.} \quad (16)$$

in addition to the condition of similitude (15), then the assembly of the points of the $Q-H$ plane having the same rate H/D will be indicated.

Then we examined whether the relation

$$\frac{1 - \eta}{1 - \eta_m} = \left(\frac{R_m}{R} \right)^{1/4} \quad (17)$$

given by STAUFER (1925) for turbines [2] was valid for the flow pumps.

Substituting Equ. (14) for R and reducing, Equ. (17) assumes the form

$$\frac{1 - \eta}{1 - \eta_m} = \left[\frac{(Q_{11})_m^{1/4} D_m^{3/2} (H_m^*)^{1/2}}{Q_{11}^{1/4} D^{3/2} H^{*1/2}} \right]^{1/4} \quad (18)$$

Since, according to the condition of similitude (15)

$$Q_{11} = (Q_{11})_m$$

and according to the condition of similitude (16)

$$H^* = H_m^*,$$

the formula

$$\frac{1 - \eta}{1 - \eta_m} = \left(\frac{D_m}{D} \right)^{3/8} \quad (19)$$

can be obtained instead of Equ. (18).

It may be of interest to note that a formula of the same form as that of formula (19) can be obtained from the following consideration in connection with model-tests of ships. In case of towing tests in order to separate the drags due to friction and other effects (waving, eddying), respectively, the values of the Froude number

$$F_r = \frac{c}{\sqrt{l \cdot g}}$$

are kept the same for the model and the full-scale ship, and the coefficient of drag due to friction is calculated for the full-scale ship on the basis of the Reynolds number

$$R = \frac{c \cdot l}{\nu}$$

From the expressions above it follows that

$$R = \frac{l^{3/2} \sqrt{F_r \cdot g}}{\nu}$$

Consequently, according to the Blasius-formula the rate of the coefficients of friction-losses [if $F_r = (F_r)_m$] is

$$\frac{\xi}{\xi_m} = \left| \frac{R_m}{R} \right|^{1/4} = \left| \frac{l_m}{l} \right|^{3/8}.$$

From the deduction of this formula it follows that a reliable result can be achieved if only the conditions of similitude (15) and (16) were satisfied.

IV. The numerical control of the scale effect

On the basis of numerous measurements carried out on models and full scale pumps we controlled the reliability of the scale-formula (19) shown above. In the following we shall show our experiences in connection with the new scale-formula on the basis of only two numerical examples because of the limited space.

The efficiency iso-lines* of the model pump are shown in a logarithmic coordinate system on the left side of the Fig. 1. The impeller diameter of this pump is $D_m = 0,336$ m.

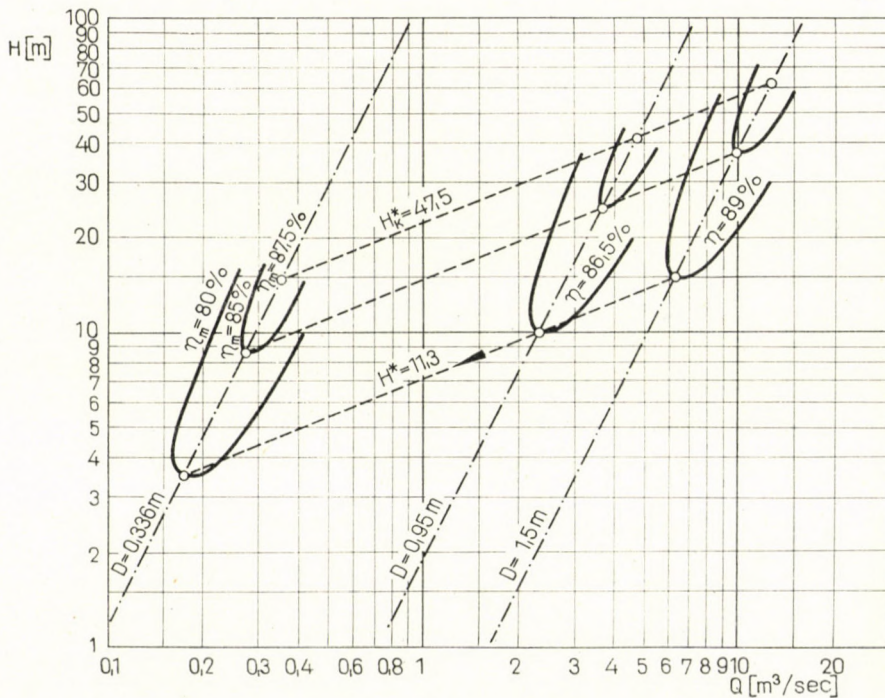


Fig. 1

* Curves being the locus of the $Q-H$ points of the same efficiency.

a) *The data of a full-scale pump geometrically similar to the model:*

$$\begin{aligned} Q &= 6,2 \text{ m}^3/\text{sec}, \\ H &= 14,5 \text{ m}, \\ D &= 1,5 \text{ m}. \end{aligned}$$

According to Equ. (5) for the full-scale pump

$$H^* = \frac{14,5^{5/4}}{6,2^{1/2}} = 11,3$$

which is interrelated by Fig. 1 with the value of $\eta_m = 80\%$ for the efficiency of the model. Consequently Equ. (19) will result in an efficiency

$$\eta = 1 - (1 - 0,8) \left(\frac{0,336}{1,5} \right)^{3/8} = 0,890.$$

This result seems to agree well with the measured value of efficiency which is 90%.

Here we note that the scale-formulae reported in the literature — recently reviewed by COMOLET [2] — regard the optimal efficiency point of the model pump (in Fig. 1 87,5%) as the basis of comparison.

This method of calculation will yield a more favourable efficiency for the full-scale pump having the larger dimensions than the best efficiency of the model pump in every case. But in practice it may occur that the efficiency of the full-scale pump — in spite of the greater Reynolds number — will be worse than the optimal efficiency of the model.

The results of the following numerical example seem to prove this statement, too, showing a good agreement with the result of the actual measurement.

b) *The pump is geometrically similar to the example (a) and has the following data:*

$$\begin{aligned} Q &= 2,5 \text{ m}^3/\text{sec}, \\ H &= 10 \text{ m}, \\ D &= 0,950 \text{ m}. \end{aligned}$$

Hence from Equ. (5)

$$H^* = \frac{10^{5/4}}{2,5^{1/2}} = 11,3.$$

So the basis of the scale is again $\eta_m = 0,8$.

The scale formula will result in

$$\eta = 1 - (1 - 0,8) \left(\frac{0,336}{0,950} \right)^{3/8} = 0,865$$

being worse indeed than the optimal efficiency (87,5%) of the model. The measurements gave a value of 87% for the efficiency of the full-scale pump.

V. The limit of efficiency growth

As is known, the efficiency does not grow monotonously with the increase of the delivery head along the affine parabola characterized by the Q_{11} and giving the most favourable conditions at the inlet to the impeller.

At a certain value H^*_K the efficiency will reach its optimal value and then, after a slight decrease it will become steady. This can also be seen on curve I shown in Fig. 2 representing the efficiency as a function of H^* by a constant Q_{11} .

It must be noted that in some cases the decrease in the efficiency above, the best efficiency point can be hardly observed (curve II). In the latter case

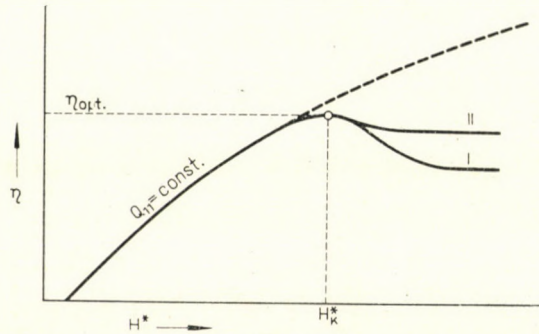


Fig. 2

the upper (egg-curve like) intersections of the efficiency iso-lines disappear, consequently they intersect (theoretically) in the infinity. The limit of efficiency growth belongs to a certain value of H^*_K in these cases as well.

REFERENCES

1. RÁKOSY, B.: Energy Gradient Characteristics of Flow Pumps. *Acta Techn. Hung.* **58** (1967).
2. COMOLET, R.: L'effet d'échelle dans les turbomachines. *Pumps — Pompes — Pumpen* (1965), Jul.

Neue Zusammenhänge für die Berechnung des Maßstabeffekts bei Kreiselpumpen. Die Meßergebnisse des Verfassers lassen es wahrscheinlich erscheinen, daß bei Kreiselpumpen jene Formeln für den Maßstabeffekt, die bei der Umrechnung des Wirkungsgrads nur die Reibungsverluste (Reynolds-Verluste) zugrundelegen, nur in dem Fall wirklichkeitsnahe Ergebnisse geben können, wenn die affinen Punkte der geometrisch ähnlichen Pumpen bei gleichem Parameter H/D verglichen werden.

Новые зависимости центробежных насосов для расчета влияния масштаба (Б. Ракоши). На основе результатов проведенных измерений становится вероятным, что в случае центробежных насосов те формулы масштабного действия, которые берут за основу единственно только потери от трения (Рейнольдса) при пересчете коэффициента полезного действия, могут давать реальный результат только в том случае, если аффинные точки геометрически подобных насосов сравнивать при идентичных показателях H/D .

THE APPLICATION OF HIGH ENERGY RATE DENSIFICATION IN POWDER METALLURGY

L. GILLEMOT jr.

RESEARCH INSTITUTE FOR NON-FERROUS METALS, BUDAPEST

[Manuscript received January 22, 1968]

Sintered pieces made by slow pressing from iron powder basic material attain 95–97% of the density of the compact body only under the action of approx. 40–50 t/cm² pressure. Using high energy rate densification the optimum speed was found to be 30–35 m/sec. When pressing iron powder approx. 10 mkg work per gramme is needed for producing powder pieces of 97% relative density. The height–diameter ratio attainable is also more favourable than with slow pressing.

I. Introduction

It is a well-known fact that powder metallurgy is capable for the solution of problems impossible or hardly feasible to solve in any other way, such as the production of high melting point (2000 to 3400 °C) metals (like W, Mo, Ta, etc.), tough carbides, pseudo-alloys, metals of porous structure with a uniformly distributed continuous pore system (self-lubricated bearings, metal filters), high-purity metals, alloys of precise composition, etc., usually in a sufficiently high quality to make any machine tool post-finishing superfluous. Disadvantages are, on the other hand, for example the limitations of the producible height–diameter ratio and work-piece dimensions or those of the available specific gravity [1–3].

In the 'sixties, a new trend: the high energy rate forming started to develop. Its characteristic feature is that the speed of formation exceeds that of the earlier technologies by one or more orders of magnitude. This high speed can be realized in several ways such as by explosion, electrically, or by using a pneumatic impact machine. In many fields of mechanical engineering this method has a number of advantages as compared to the conventional technique; thus it was successfully employed, among others, in pipe or bar extrusion, die-forging, punching, etc. [4, 5]. In these fields, high energy rate formings are employed under large-scale conditions although neither the theory of formation nor the causes of the speed effect are fully understood, even yet.

The application of this method in powder metallurgy was begun in recent years. The objective of the experiments was, naturally, to eliminate the disadvantages of powder compression. Due to the novelty of this method, high-

speed powder compression has been dealt with so far only by a few papers some of which having deliberately omitted even the publication of the test results, as against the considerable number of papers on compression proper, forging, or plastic deformation in general.

The very first publication on high-speed technologies we know anything about, that by PACKNER (1960), says in connection with powder metallurgy that high speed can be successfully employed for the manufacture of highly specific gravity powder metallurgy products [6].

The paper published by DE GROAT in 1966 offers a comprehensive picture by dealing with the problems of high velocity and isostatic powder compaction, respectively. The author claims that the post-sinterization strength of identical specific gravity powder metallurgy products made of powders compacted either statically or by high-velocity adaptation is similarly identical, but the latter permit the achievement of higher compactness values. By using a pneumatic impact machine of 17 000 mkg, but impact energy of only 20 000 kg dead weight, this author could solve powder compaction problems which, in any other case, would have required the application of a 7000 tons hydraulic press [7].

A paper published by STEIN and VAN ORSDEL in 1964 listed actual measurement data. Accordingly, a relative specific gravity of 98 to 99 per cent could be achieved with powder metals and, as far as the velocity effect was concerned, the same compactness required at a speed of 70 m/sec a 3 times less compacting energy amount than with a 5 m/sec speed. Authors, however, did not explain what this phenomenon could be attributed to [8].

The 1966 report of our Institute disclosed that BaFe magnets of a height 3 to 4 times their diameter and, after sintering, of uniform dimensions as well as magnetic properties, longitudinally, could be produced by making use of powders compacted with a velocity of 12 to 17 m/sec [9].

Having thoroughly studied the available literary references, and with a few preliminary experiments completed, it seemed reasonable to investigate the problems of high energy rate powder compaction in detail.

II. Experimental objectives

The objectives of the experiments performed were as follows:

1. Determination of the maximum specific gravity available by means of the given high velocity impact machine and powder types.
2. Comparison of static and dynamic compacting from the aspect of
 - a) the friction produced at the wall of the die; and
 - b) the energy required for compaction.
3. Comparison of the statically and dynamically compressed samples, on the basis of

- a) mechanical strength;
- b) dimensional changes under sintering; and
- c) porosity.

4. Determination of the height — diameter ratio governed by the permissible specific gravity tolerance.

III. Experimental material and equipment

Our experiments involved commercial quality powdered iron (RZ-300) and powdered iron—copper mixture (FeCu/1), generally accepted for powder metallurgy purposes. The chemical composition and grain size distribution of the powder types used are presented in Tables I and II.

Table I

	Cu %	O ₂ %	C %	Si %	Fe
RZ-300	—	0,48	0,13	0,06	the rest
FeCu/1	21,3	0,80	0,06	—	the rest

Table II

Powder fraction	Powder grain size [mm]	Percentage distribution	
		RZ-300	FeCu
I.	0,450—0,315	6,0	3,0
II.	0,315—0,160	22,5	44,0
III.	0,160—0,060	32,0	33,0
IV.	below 0,060	39,5	20,0

High compaction speed was provided for by a 600 mkp energy pneumatic impact machine. Description of the machine will be omitted here as a number of similar equipment types have already been described earlier in literature [9—15]. The energy and speed values of the impact machine were obtained by solving the respective differential equation system, non-integrable in an enclosed form, with a computer. Control was made by high-speed photography.

Since there was no possibility of varying the mass of the impact head (moving components), the connection between the energy applied and the velocity of the die could be expressed by the following equation:

$$E = \frac{mu^2}{2} . \quad (1)$$

The energy of the individual impacts was varied between 62,5 and 580 mkp and, accordingly, the speed between 8,8 and 27,2 m/sec, in 7 steps. The respective figures are presented in Table III.

Table III

	Energy [mkp]	Speed [m/sec]
E_1	62,5	8,8
E_2	110	10,7
E_3	155	14,0
E_4	220	16,5
E_5	300	19,5
E_6	370	21,5
E_7	580	27,2

The impact machine used for the experimental purposes offered no possibility for the location of a specimen ejector device. Consequently, to facilitate the removal of the compressed pieces, the tool body was produced in a 3-part sectional construction. Its schematic drawing is shown in Fig. 1. This tool type

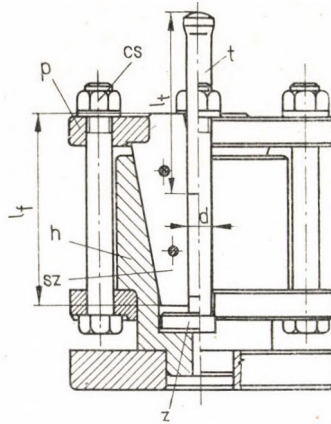


Fig. 1. Schematic illustration of the powder press die used for the experiments

is suitable only for single-side pressing. Two different die dimensions were made use of for the experiments. These dimensions and the surface roughness of the bores are summarized in Table IV.

Die B was made with hard surfaces (50–54 HR_c) whereas the other die — due partly to experimental, and partly to production technological reasons, — with a normalized body (260–275 HB) and a hard chromium plated bore.

Table IV

Die symbol	Bore diameter, d [mm]	Bore length, l_f [mm]	Mandrel length, l_r [mm]	Surface roughness, R_a [μ]
<i>A</i>	18,5	155	130	0,224—0,364
<i>B</i>	19,5	175	150	0,182—0,238

IV. Measurement methods and results

In course of the experiments, cylindrical samples were produced both statically and dynamically, then tested. The photographs of high-speed compacted but non-sintered samples are presented in Fig. 2.

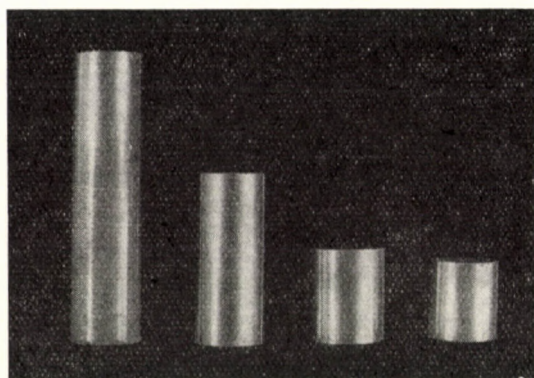


Fig. 2. Photograph of the iron powder samples compacted in die *B* without sintering

There is a difference of principle between high energy rate and conventional pressing. In the former case, pressing is done by means of a predetermined energy amount, and the completion of the process is governed by the absorption of this energy during compression. The end of static compaction is reached by covering a certain distance or the achievement of a given force (mechanical or hydraulic press).

The period of dynamic compaction is of a 10^{-3} sec order of magnitude whereby no measurements could be performed during impact under the given conditions. Thus, for example, the values of force run-off during compression or the value of the maximum force produced are not known on the basis of measurements either.

The specific gravity (γ), porosity (π), and relative density (τ) of the samples compacted with different energies are shown for both material types in Figs 3 and 4, in function of the specimen weight. The specific gravity of the

pressed products was determined from their weight data and geometrical dimensions. The maximum measurement error of the values thus determined did not exceed 1 per cent, even in the most unfavourable cases. The scatter of the measurement points seen in Figs 3 and 4 were studied. This was due to the

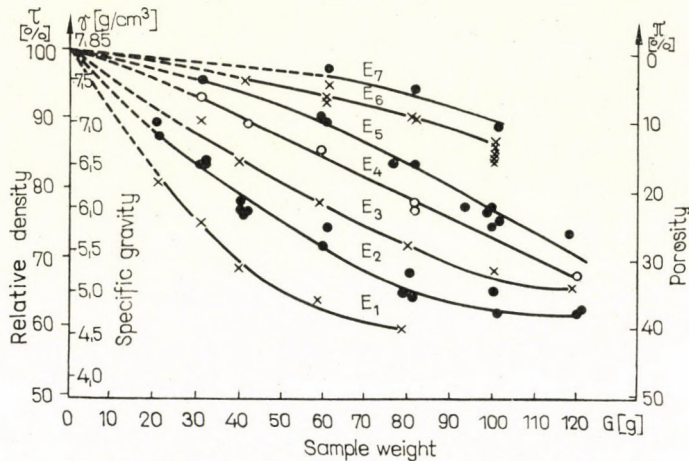


Fig. 3. Results of the iron powder experiments performed in die B

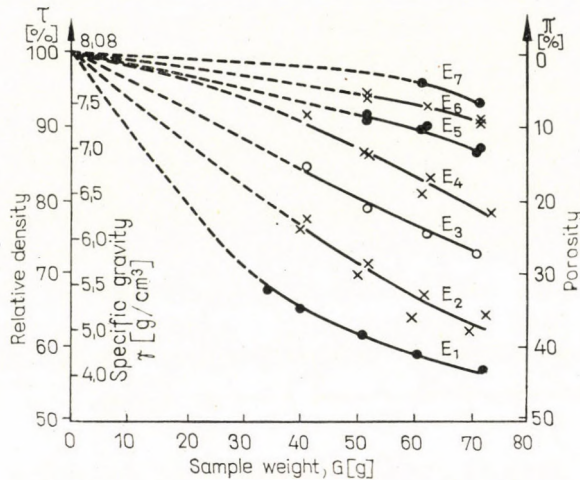


Fig. 4. Results of the iron-copper powder compaction experiments performed in die A

variation of the machine energy level as well as of the quantity and properties of the powder fed, to specific gravity measurement errors, etc. It was found that the value pertaining to the 95 per cent safety range was less than ± 2.5 per cent, that is, less than ± 0.2 g/cm³.

This scatter value decreases in the direction of increased compactness. Each measurement point was determined as the average of a number of

measurements, and the scatter of these averages represents only a fraction of the former value; the curves of Figures 3 and 4 can be, therefore, plotted with sufficient reliability. The width of the scatter range can be reduced, by reducing the energy scatter of the experimental impact machine (that is, by some modifications in the construction of the machine), to such an extent whereby the requirements of industrial mass production can be satisfied. In the moment of impact, the head part has a kinetic energy E (speed) of a certain specified magnitude which will be transmitted, during compaction, along a Δh travel. This, in turn, depends on the die geometry, and on the properties as well as on the quantity of the material fed in. As expressed in a mathematical form:

$$E = \int_0^{\Delta h} F d(\Delta h) \quad (2)$$

where $\Delta h = f$ (material, geometry, powder charge weight). In case of a cylindrical die, the weight of the powder quantity fed in is:

$$G = A \cdot h_0 \cdot \gamma_0 = A \cdot h \cdot \gamma = A \cdot h_t \cdot \gamma_t \quad (3)$$

where A is the cross-section of the specimen;
 γ_0 is the specific gravity of the powder charge;
 h is the height of the specimen, with subscript 0 indicating the initial condition, and t the solid metal.

Expressing Δh from Equ. (3):

$$\Delta h = h_0 - h = \frac{G}{A} \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) \quad (4)$$

On the basis of Equ. (4), it may be realized that, to obtain the same γ , the path Δh will decrease with a decreased powder weight (G) and, accordingly, force (F) will increase on grounds of Equ. (2). The level of the maximum permissible force is limited by machine or die fracture. The previous findings lead to the determination of the minimum powder quantity to be charged in. The dashed line on the left-hand side of Figs 3 and 4 is the result of an extrapolation starting from the assumption that, if $F \rightarrow \infty$, then $\gamma \rightarrow \gamma_t$.

Substituting Equ. (2) into Equ. (4):

$$\frac{E}{G} = \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{F}{A} \cdot d \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) = \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{P}{\gamma^2} d\gamma \quad (5)$$

In case of static samples of a low height—diameter ratio, when the effect of friction may be neglected, several authors [2, 16, 17] claim that the pressure of the compression—compactness relation is independent of the pressed material quantity. Assuming that this statement also applies to dynamic pressing,

the right-hand side of Equ. (5) will be similarly independent of the powder quantity to be compressed. Consequently, the energy per unit weight will represent an appropriate index for the description of the phenomenon of pressing. In powder metallurgy, it is more reasonable to employ weight as a reference unit, instead of volume as is usually done in case of solid metals, since

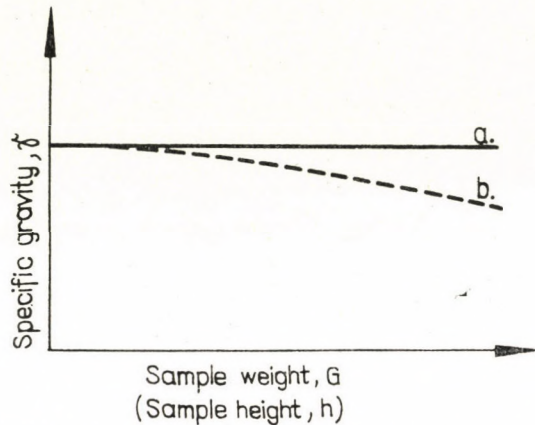


Fig. 5. Theoretical correlation between the height and specific gravity of samples pressed by using identical specific energies

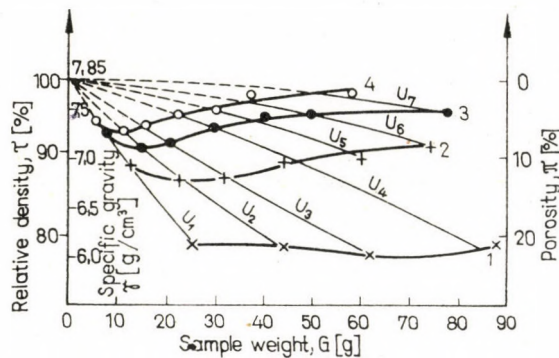


Fig. 6. Specific gravity of bodies compacted with identical specific energy, in function of the sample weight (powder RZ-300)

the former is constant during compression, whereas the latter will vary from one moment to the other.

Accordingly, the constant specific energy lines are, in the specific gravity-specimen weight co-ordinate system, straight lines as illustrated by line *a* in Fig. 5. If, however, the effect of friction is also taken into consideration, these lines will not be straight any longer. The pressing energy input may be divided in two: work spent on compacting, and that utilized to overcome the

friction produced at the wall of the die. Expressed in mathematical form:

$$q = q_t + q_s(G) \quad (6)$$

where q is the energy of the impact machine divided by the weight of the specimen. The specific work of friction depends on the specimen weight (height), that is, it will increase with the increase of the latter, thus the energy available for compaction will decrease. For this reason, curve b of Fig. 5 will decrease in the direction of increasing G weights.

Since, due to the reasons referred to above, the powder quantity cannot be reduced optionally, the effect of friction could not be eliminated from the experiments during dynamic compression, by producing sufficiently low

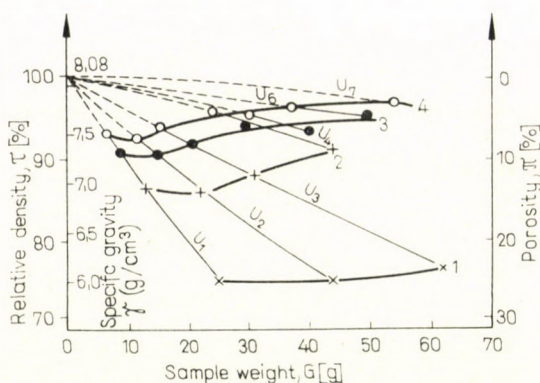


Fig. 7. Specific gravity of bodies compacted with identical specific energy, in function of the sample weight (powder FeCu)

Denotations: Curve 1 2,5 mkp/g, curve 2 5 mkp/g, curve 3 7,5 mkp/g, curve 4 10 mkp/g

samples whereby the influence of friction could have been made negligible. In this respect the other usual method, that is, the extrapolation of the specimen height to zero, does not lead to any acceptable result, either, because — as verified by the left-hand side of Figures 3 and 4 — the result thus obtained would represent the specific gravity of the solid metal.

Plotting the results of high energy rate pressing experiments in a manner similar to that of the preceding figures (Figs 6 and 7), the increasing specimen weight will have an initially decreasing then significantly increasing specific gravity value associated. In these figures, the measurement points of samples compacted with an identical speed are connected with dash-lines. The specific gravity increase can be explained by the effect of the increased speed, whereas the moderate initial decrease may be interpreted by taking the friction and

speed conditions also into consideration. The specific gravity values are illustrated accordingly, in function of the velocity of compaction, in Figs 8 and 9 where the individual curves have constant specific energies pertaining to it. On the basis of these figures, it may be stated that by increasing the speed in the range tested has led to favourable results.

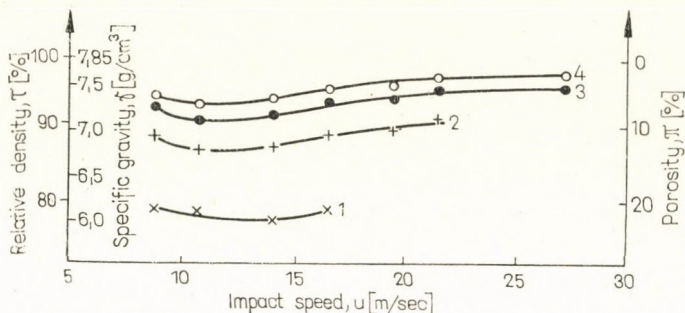


Fig. 8. Variation of the specific gravity of samples compacted with identical specific energy in function of the velocity of compaction (powder RZ-300)

Denotations: Curve 1 2,5 mkp/g, curve 2 5 mkp/g, curve 3 7,5 mkp/g, curve 4 10 mkp/g

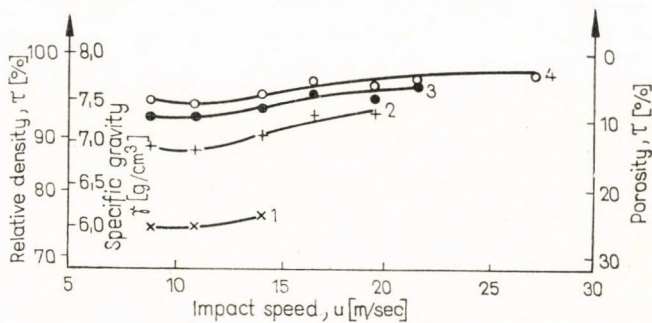


Fig. 9

In the course of the experiments, the wall of the die was lubricated with MoS_2 in order to prevent dust adhesion. For comparison's sake, the static tests were also performed with lubrication. With high energy rate compaction, the use of stearic acid dissolved in trichloroethylene as a lubricant gave results similar to those obtained with MoS_2 . As shown by Fig. 10, the available specific gravity was identical in both cases. For low-energy impacts lubrication is not necessary, and the compactness of the pieces thus produced is identical to that of the lubricated samples, as illustrated in Fig. 11. It follows that, in dynamic pressing, the main duty of the lubricant is to prevent dust adhesion to the wall of the die, and not to reduce friction.

Table V presents the data of iron and iron-copper samples of maximum density produced in our Institute.

Statically, products of such compactness can be pressed only in a very complex manner, with intermediate annealing operations and in several steps. The low-porosity samples of Table V can be produced, according to the calculations based on [16], by using a pressure of 45,5 Mp/cm². This figure is in good agreement with other literary data [1]. The fact that more compact pieces

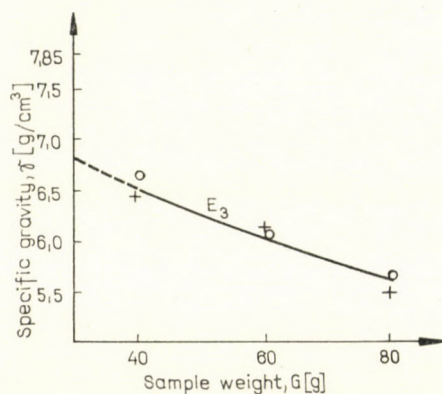


Fig. 10

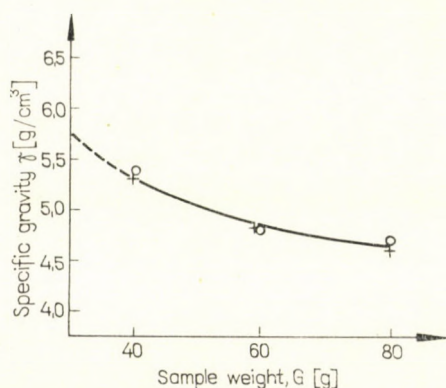
Denotations: + MoS₂; o stearic acid

Fig. 11

Denotations: + MoS₂; o without lubrication

Table V

	Measured data			Calculated data							
	G [g]	D [mm]	h [mm]	V [cm ³]	γ [g/cm ³]	$\frac{h}{D}$	τ [%]	π [%]	E [mkp]	u [m/sec]	E/G [mkp/g]
RZ-300	61,1	19,94	25,7	8,02	7,62	1,29	97,1	2,9	580	27,2	9,5
FeCu	60,8	18,83	28,2	7,85	7,75	1,50	95,9	4,1	580	27,2	9,5

can be produced dynamically, that is, in a single step without annealing, than statically, may be explained by the observation made in several cases (for example [5], etc.), according to which metals exhibit many more plastic properties upon the effect of a high energy rate forming.

High energy rate compaction is rather insensitive to powder grain size and its distribution, within a wide range. This is verified by Fig. 12 where the powder fractions are identical to those of Table II. With the exception of the very coarse grain fraction, all the other powder types are located within the scatter zone, and their differences are not significant.

The objective of pressing experiments conducted with a tensile test machine was to produce samples of a specific gravity identical to that of the dynamic ones. This, of course, could not be carried out with full success which had to be taken into account when comparing the samples without, however, representing a reliability impairment. The specific gravity of samples produced

by static compression did not exceed $7,2 \text{ g/cm}^3$ and, therefore, they could be compared only to the dynamic pieces of lower compactness.

The intersintering dimensional changes, pre- and post-sintering hardness, and compression strength of the samples of identical specific gravity but produced with the two different methods appeared to be identical. The higher specific gravity dynamic samples were used for the production of tensile test specimens as well, the tensile strength of which exhibited good agreement with the corresponding data found in literature, if the different type of the

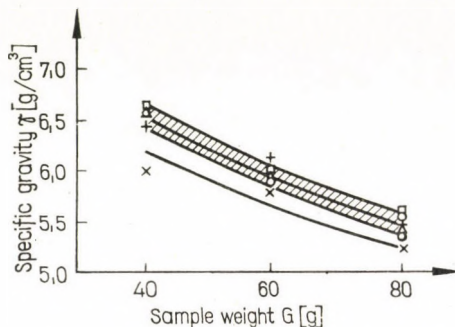


Fig. 12

Denotations: × I; o II; Δ III; □ IV

samples proper and of their location with respect to the direction of pressing was also taken into consideration. On the basis of the results thus obtained, it may be stated that the contraction and mechanical characteristics of identical density samples produced, however, by using the two different methods are identical. This is supported by the identical character of the texture and porosity test results rendered by microsections.

The specific gravity distribution along the height was also studied. For this purpose, the samples were cut into 7 or 8 slices. Fig. 13 presents the results of individual specific gravity measurements and their plotting in function of height. Here Curve *a* illustrates the specific gravity distribution of a statically pressed sample, and Curve *b* that of a dynamically pressed one, both in function of the respective height. Data obtained in this way permit calculations of the value of the friction coefficient existing at the wall [2]. In case of dynamically pressed samples this figure was found to be 1,5 to 2,5 times less than with the usual technology. The more favourable specific gravity distribution of dynamic compression was confirmed by longitudinally performed hardness measurements. The more uniform porosity distribution (lower friction coefficient) makes the production of samples of an increased height-diameter ratio possible. If the permissible tolerance during production is, for example, $0,3 \text{ g/cm}^3$ then samples of about 25 to 28 mm height can be produced statically, and of a 40 to 45 mm height dynamically, in the given die.

The two powder compacting methods were compared from energy requirement aspects as well. According to the Prandtl law, the flow-stress of metals is speed dependent: an increasing speed has an increasing flow-stress associated. Energy requirement depends, therefore, on a number of factors;

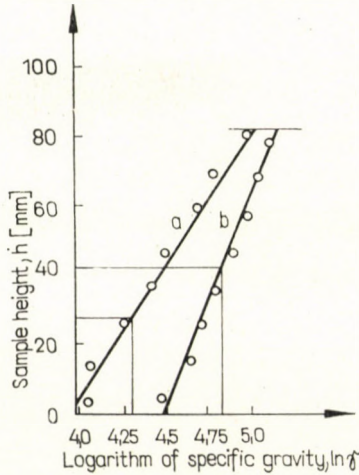


Fig. 13

the quotient of the energies required for the two different methods is, for example, the function of the following parameters:

$$\frac{E_d}{E_{st}} = f \left(G; \gamma; \varepsilon; \frac{d\varepsilon}{dt}; \mu; \frac{h}{D}; u \right) \quad (7)$$

where ε is the logarithmic deformation;
 $\frac{d\varepsilon}{dt}$ is the strain rate; and
 μ is the friction coefficient.

The experimental determination of this correlation is further complicated by function connections like

$$\mu = f(u), \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = f(u), \quad h/D = f(\gamma; G),$$

etc. Without, however, the precise determination of any function connection, it can be realized that where the work of friction is considerable but the work spent on the plastic deformation of grains is insignificant (low-density slender samples), much less energy is needed for dynamic compaction, whereas in the case of high-compactness samples where the work of plastic deformation will increase under high-speed formation conditions, according to the Prandtl law, a smaller amount of energy is required for static compression.

Experiments involving the addition of a further powder charge onto the samples dynamically compressed, and its compaction by an additional impact, were also performed. The sample thus obtained did not disintegrate after removal from the die. In the iron-copper sample tested as an example, the location of the "bond" was revealed on the microsection only by a porosity above the

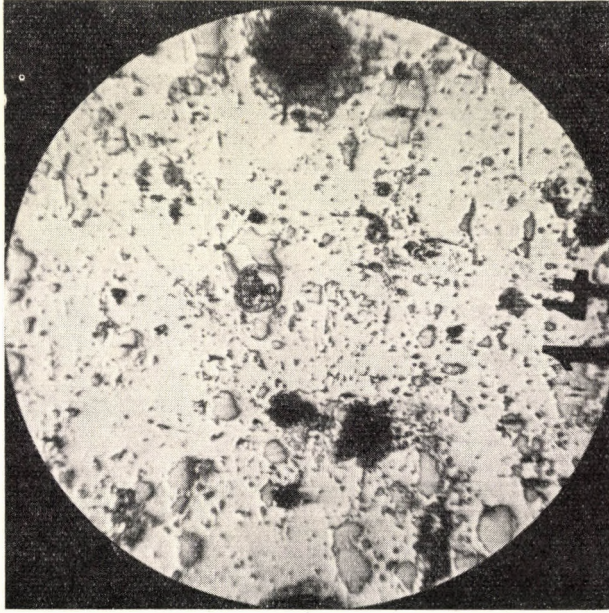


Fig. 14

average. Fig. 14 presents the highest porosity point of this "bond", in a 150 times magnification. This "healing" makes possible the production of complex shape samples by using dies of relatively simpler geometries.

V. Conclusions

a) High energy rate powder compression permits the production of higher specific gravity work pieces than those offered by the static method. Under the given conditions, samples of 97,1 (Fe) and 95,9 (FeCu) per cent relative compactness could also be produced.

b) Dynamic powder compression is less sensitive to powder grain size and powder grain size distribution.

c) Due to the lower friction coefficient brought about by the high speed, the specific gravity distribution of dynamically compacted samples is much more uniform than that of the statically pressed products.

d) Corresponding to the lower friction coefficient, much more slender products can be produced dynamically than statically.

e) Feeding an additional powder charge onto finished (but not sintered) pieces, and compacting it by the application of an additional impact, the product made of the second charge would "heal" to the original one.

f) With an identical specific energy amount applied, the increased speed led to the production of more compact samples although the increased speed had an increased powder quantity and specimen height associated increasing, in turn, the effect of friction.

g) The approximately 600 kp dead weight pneumatic impact machine is capable of producing pieces which could be manufactured according to the conventional technology only by using a minimum 140 Mp press of excessive dead weight. Even this machine could accomplish the same results only through a multi-stage pressing process completed with intermediate annealing.

h) The mechanical properties and dimensional changes under sintering conditions of the statically and dynamically produced samples of identical specific gravity are similarly identical, and their textures do not exhibit any differences, either.

i) The application of high speed made the strength characteristics of the die much more favourable in conformity with the Prandtl law.

j) The application of a larger energy amount made the powder adhere to the wall of the die. This could be prevented by lubricating the die bore. With the metal-to-metal contact eliminated, the main duty of lubricants was to prevent powder adhesion as they did not reduce the friction coefficient to a significant degree.

Acknowledgement

Appreciation is due to Mr. G. SINAY and Mr. R. K. VASSEL, Mech. Eng., leaders of the Laboratory in the *Research Institute for Non-Ferrous Metals*, for their assistance in the work.

REFERENCES

1. NAGY, E.—BARNA, GY.: Introduction to Powder Metallurgy (in Hungarian). Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1965.
2. BALSIN, M. J.: Powder Metallurgy (in Hungarian). Nehézipari Könyv- és Folyóiratkiadó Vállalat, Budapest 1951.
3. GOETZEL, C. G.: Treatise on Powder Metallurgy. Interscience, London 1950.
4. GILLEMOT, L.: Metal Formation by Means of the Pneumo-Mechanical Method (paper presented in Hungarian). Second Cold Formation Symposium, Budapest 1967.
5. RUPERT LE GRAND: *Metalworking Production (London)* **106** (1962), 85—86.
6. PECKNER, D.: *Materials in Design Engineering and Future* **52** (1960), 89—96.
7. DE GROAT, G.: *American Machinist* **110** (1966), 135—154.
8. STEIN, E. M.—VAN ORSDEL, J. R.—SNEIDER, P. V.: *Metal Progress* **85** (1964), 83—87.
9. Periodical Report of the Research Institute for Non-Ferrous Metals (in Hungarian), Budapest 1966.

10. *The Engineer* **216** (1963), 50—59.
11. *Machinery* **103** (1963), 155—157.
12. *The Engineer* **213** (1962), 390.
13. *The Engineer* **216** (1963), 58—59.
14. *Iron Age* **107** (1962), 100.
15. *La Machine Moderne* **56** (1962), 60—61.
16. KAWAKITA, K.—TSUTSUMI, Y.: *Japanese Journal of Applied Physics* **4** (1965), 56—62.

Die Anwendung der sehr schnellen Zusammenpressung des Pulvers in der Pulvermetallurgie. Pulvermetallurgische Körper auf Eisenpulvergrundlage erreichen bei langsamem Zusammenpressen erst bei ca. $40 \div 50 \text{ t/cm}^2$ Druck $95 \div 97\%$ der Dichte des dichten Körpers. Bei Anwendung des Pulverpressens mit hoher Geschwindigkeit ergab sich der optimale Wert der Geschwindigkeit zu $30 \div 35 \text{ m/sec}$. Beim Pressen von Eisenpulver ist pro Gramm ca. 10 mkg Arbeit nötig um Pulverkörper von $97,5\%$ relativer Dichte herzustellen. Das erzielbare Verhältnis Höhe—Durchmesser ist ebenfalls viel günstiger als bei langsamem Pressen.

Применение скоростного уплотнения порошка в порошковой металлургии (Л. Жильмо мл.). При уплотнении тел порошковой металлургии, изготовленных на основе железного порошка, с медленным приложением усилий, $95 \div 97\%$ плотности сплошного тела достигается только под воздействием сжатия в прибл. $40 \div 50 \text{ кгс/см}^2$. Применяя для этой цели скоростное прессование порошка, наиболее выгодное значение скорости получается равным $30 \div 35 \text{ м/сек}$. При прессовании железного порошка требуется приложение работы ок. 10 кГм/г для получения железных тел с относительной плотностью в $97,5\%$. Достижимое отношение высоты к диаметру также получается более выгодным, чем при медленном прессовании.

BRITTLE FRACTURE IN ALNICO-TYPE CAST HARD MAGNETS HAVING BODY CENTRED CUBIC CRYSTAL STRUCTURE

J. PROHÁSZKA

DOCTOR OF TECHN. SC.

and

I. TÓTH

TECHNICAL UNIVERSITY, BUDAPEST

[Manuscript received 25 July, 1968]

In the fracture surfaces of alnico-type cast hard magnets the same cleavage steps and river-like patterns were observed at low magnification under optical microscope as at high magnification under electron microscope. The cleavage steps were found to be perpendicular to the cleavage plane and their heights were found to be the same as the dimensions of the cleavage planes perpendicular to the surface of the steps. It was found that the cleavage planes are parallel to the {100} crystallographical planes. The mechanism of the formation of cleavage planes was interpreted in terms of the following dislocation reaction

$$\frac{a}{2} \langle 111 \rangle + \frac{a}{2} \langle \bar{1}\bar{1}\bar{1} \rangle \rightarrow a \langle 100 \rangle$$

proceeding in metals having body centred cubic lattice.

I. Introduction

The mechanism of fracture is a common and yet unsolved problem of metallurgists, involved in the preparation of alloys and also of engineers interested in design and production. Although quite a large number of experimental data and theoretical arguments have been published about the factors which result in fracture, the conditions for creation and propagation of cracks, i.e. the mechanism of fracture is not yet satisfactorily known.

Recently electron microscopic study of the fracture surfaces has supplied us with new informations [1-6] about the mechanism of fracture. This method made it possible to classify fracture unanimously on the basis of the characteristics of fracture surfaces. According to BURGHARD and DAVIDSON [1] fracture can be classified into the following groups

- a) cleavage fracture,
- b) ductile fracture,
- c) fatigue fracture.

In the present paper some details of the cleavage characteristics of the fracture surfaces formed by brittle fracture of alnico-type cast hard magnets are discussed on the basis of optical and electron microscopic observations.

It is known that cleavage surfaces consist of parallel crystallographical planes connected by cleavage steps. In the present paper such factors resulting in the formation of cleavage steps are studied which are closely connected with the origin of the fracture and also with the surface pattern characteristics observed by optical and electron microscopy.

II. Experimental

Samples of dimensions of $20 \times 20 \times 26$ mm of the following composition were used: 24,0% Co, 14,0% Ni, 8,5% Al, 3,0% Cu and 50,5% Fe. The samples were supplied by the *Iron and Steel Foundry, Budapest (KÖVAC)*. The samples were homogenized at 1250 °C for 30 minutes and were cooled in air in a permanent magnetic field of 3000 Oersteds. After that the samples were annealed at 560 °C for 6 hrs and subsequently at 520 °C for 12 hrs. The material prepared in such a way consisted of cubic body-centred α' and α'' phases having only slightly different lattice constants [7]. Phase α' was rich in Fe and Co, while phase α'' was rich in Al and Ni.

The samples prepared in this way were exhibited to static pressure and bending until they broke. Dynamic fracture was achieved by impact with a hammer along the longest axis of the samples. All fractures were made at room temperature. The fracture surfaces were investigated by means of an optical metallurgical microscope and also by using an electron microscope. The fracture surface patterns were found to be identical for static and dynamic fractures.

III. Results

A typical, metallurgically untreated fracture surface is shown in Fig. 1. The picture was taken through an optical microscope under a magnification of $320 \times$. The picture is very similar to those observed by BEACHEM [3] by electron microscopy under 20 times larger magnification. A similar fracture surface is shown in Fig. 2 under a magnification of $40 \times$. Both pictures show characteristic patterns with cleavage steps resembling the picture of rivers on a map; this is why they are called river-like patterns.

Figs 3 and 4 show electron microscope pictures of the same samples as on Figs 1 and 2; the magnification is $4000 \times$. As can be seen from Figs 1—4 the fracture surface patterns are similar within two orders of magnitude magnification range.

Fig. 5 shows an optical microscope picture of a fracture surface which has been metallographically prepared perpendicularly to the plane of the fracture in order to demonstrate cleavage steps. It is interesting to note that the

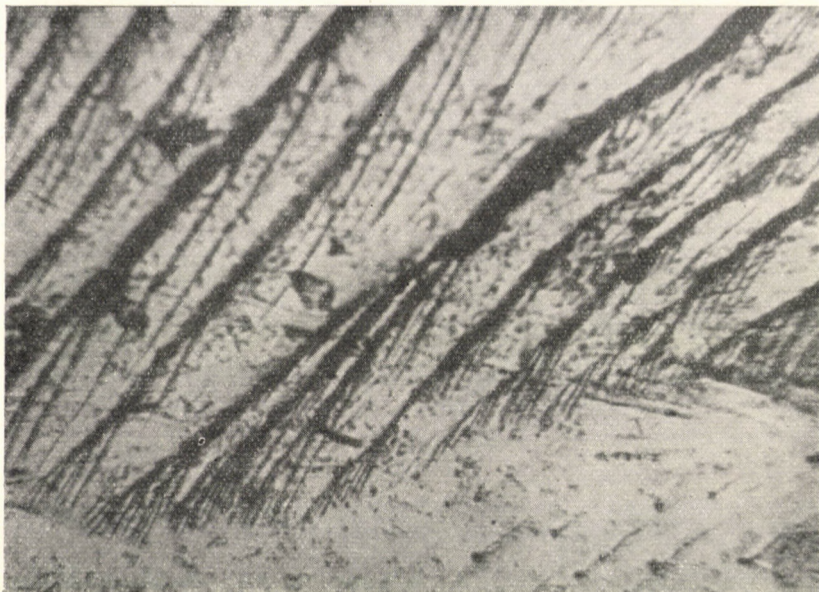


Fig. 1

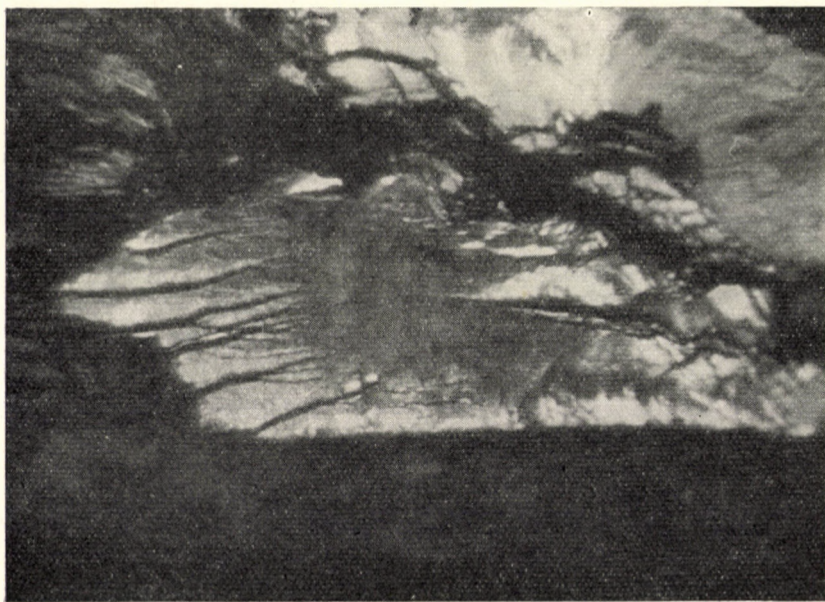
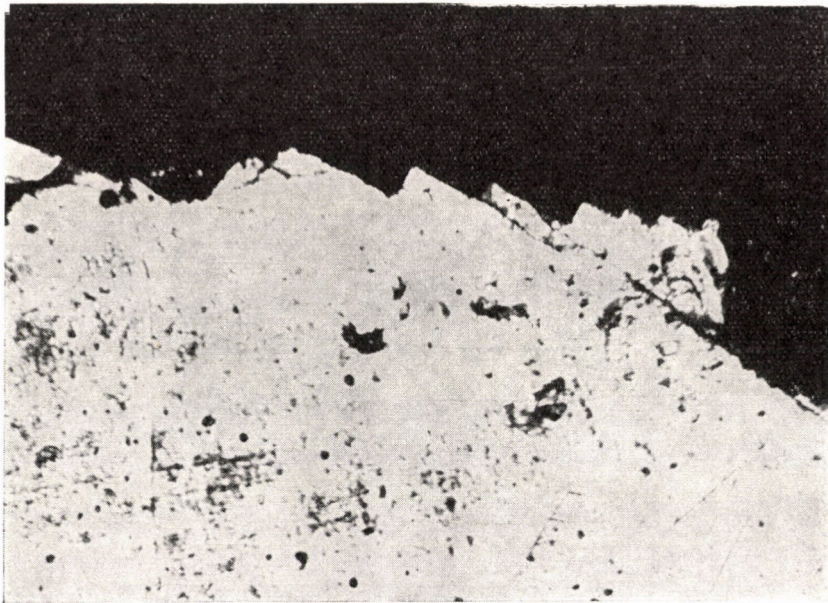


Fig. 2

*Fig. 3**Fig. 4**Fig. 5*

heights of the cleavage steps are only slightly smaller than the widths of the cleavage planes between two steps. The surfaces of the cleavage steps in this picture are nearly perpendicular to the cleavage planes. In Fig. 6 the wide cleavage plane is shown between the cleavage steps. In Fig. 7 such a crack is shown in which quite a number of cleavage planes can be seen together with the cleavage steps separating them. It is to be noted that each cleavage plane



Fig. 6

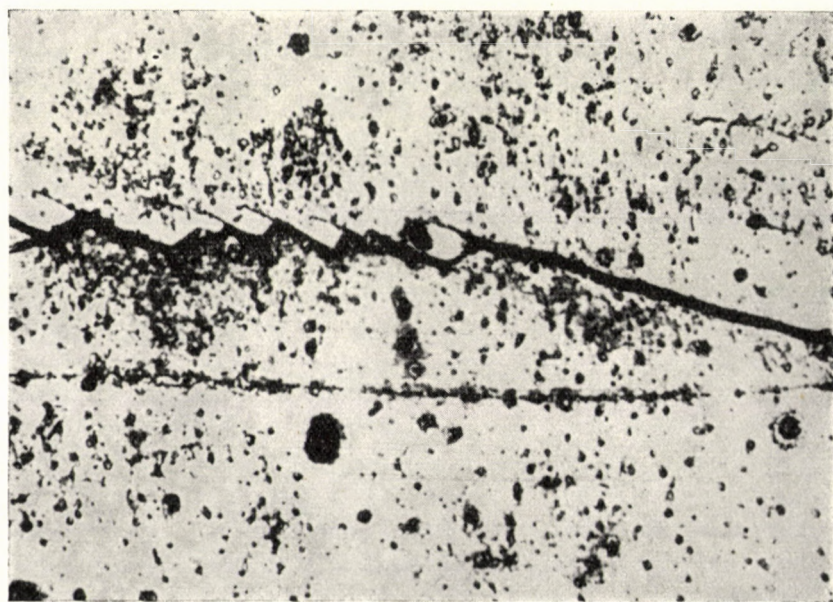


Fig. 7

is continued after the intersection of the cleavage step with the cleavage plane. In this picture it can also be seen that the plane of the cleavage step is perpendicular to the cleavage plane.

In Fig. 8 a surface after spark-machining is shown. A typical order of the cracks similar to those shown previously can be observed in this figure. This has been reported earlier [8—10].

Some cleavage planes prepared from the fracture surfaces were investigated by X-ray with Laue's back reflection method. These measurements showed

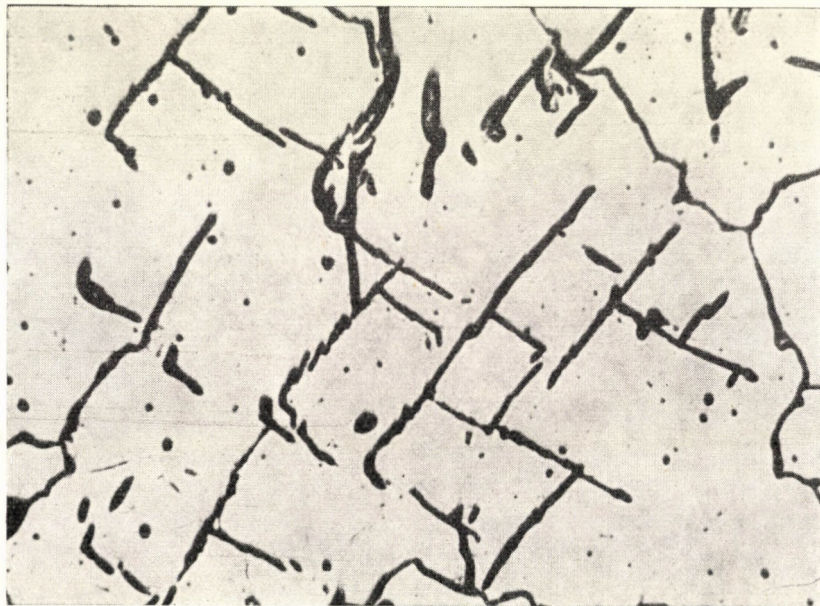


Fig. 8

that the cleavage planes were perpendicular to the $\{100\}$ crystallographical planes, similarly to most of the body centred cubic metals and alloys.

The results are summarized as follows:

- a) the fractures surfaces exhibit similar patterns between a magnification interval of $40-4000\times$ (cleavage steps, river-like patterns);
- b) the cracks consist of two mutually perpendicular cleavage plane systems;
- c) the cleavage planes in the alnico-type hard magnets are perpendicular to the $\{100\}$ crystallographical planes.

IV. Discussion

The most remarkable feature of the pictures presented here is that the cleavage steps bridge large level differences and that their planes seem to be perpendicular to the fracture surface. The formation of cleavage steps has been considered by GILMAN [11] as resulting from secondary cleavage; ductile contraction, and ductile shear. The last factor has been considered as being the most likely. This is practically the process when the cleavage plane intersects a screw dislocation having a Burgers vector perpendicular to it. This process is considered to be the cause of formation of cleavage steps by LOW [12] too. GILMAN discussed this problem in another paper, too [13]. According to OROWAN [2], however, this explanation cannot be true, because the step formed in this way can only have a height of $|\bar{b}|$ which is the absolute value of the Burgers vector of the screw dislocation. Otherwise one could assume that there are many screw dislocations having Burgers vectors of the same sign in a very small area, which is very unlikely.

We think that cleavage steps are formed along those cracks which have been formed in the crystal before the propagation of the crack, and which have measures below a critical one. Such cracks are shown in Figs 7 and 8. Besides that there are many examples published [8–10, 14] about mutually perpendicular cracks formed in metals having body centred cubic lattices.

The formation of these cracks, and correspondingly the formation of cleavage steps, can be simply and clearly interpreted by assuming formation of Cottrell's cleavage dislocations. According to COTTRELL [15] in metals having body centred cubic lattices, if the deformation proceeds (110) and $(\bar{1}\bar{1}0)$ along glide planes by the motion of dislocations having Burgers vectors of $a/2 [111]$ or $a/2 [1\bar{1}\bar{1}]$, the following new cleavage dislocation is formed

$$\frac{a}{2} [111] + \frac{a}{2} [1\bar{1}\bar{1}] \rightarrow a [010]. \quad (1)$$

According to Fig. 9a, however, not only reaction (1) can proceed, because in the (110) glide-plane two dislocations having Burgers vectors $a/2 [111]$ and $a/2 [1\bar{1}\bar{1}]$ respectively can move. At the conditions shown in Fig. 9a in the glide plane $(\bar{1}\bar{1}0)$ also two dislocations can move the Burgers vectors of which are $a/2 [111]$ and $a/2 [1\bar{1}\bar{1}]$, respectively.

Besides equation (1) therefore, for the dislocations moving in two intersecting glide planes the following equation is also valid

$$\frac{a}{2} [1\bar{1}\bar{1}] + \frac{a}{2} [111] \rightarrow a [100]. \quad (2)$$

For the sake of completeness it is to be mentioned that equations (1) and (2) should be doubled by taking the negative values of the Burgers vectors. These equations, evidently, should produce negative residual vectors, which

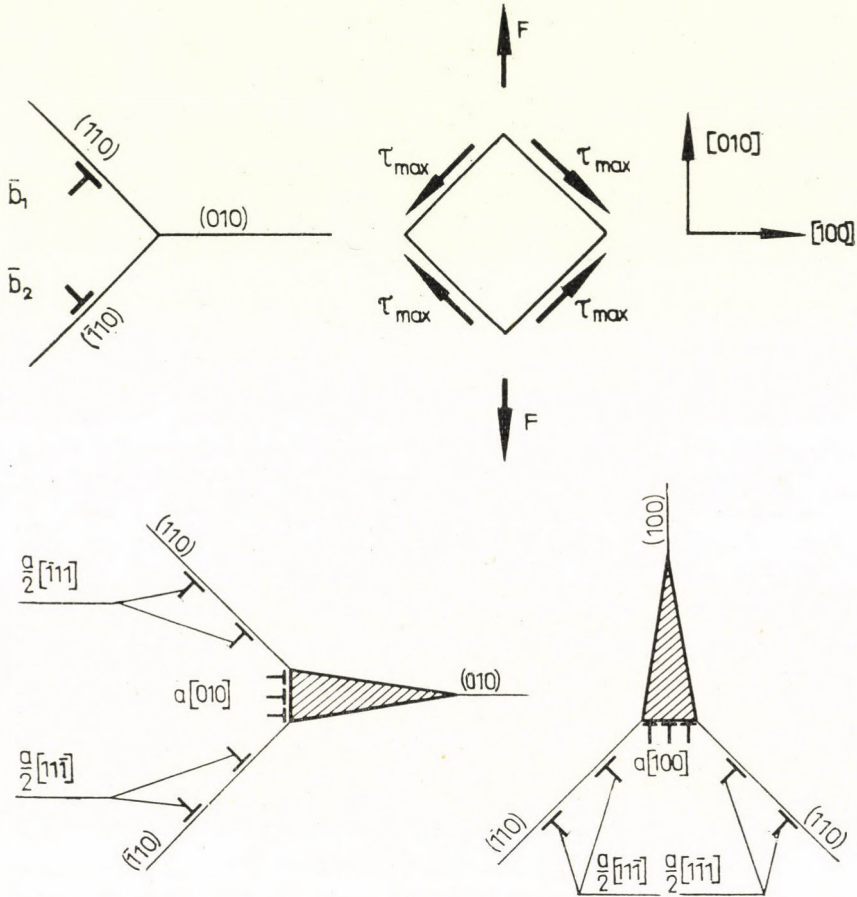


Fig. 9

means that the "head" of the corresponding crack is oriented in the opposite direction.

The cleavage dislocations formed according to equations (1) and (2) produce mutually perpendicular cracks, as shown in Fig. 9b. It is emphasized that the formation of cleavage dislocations $[010]$ and $[100]$ is equally probable under identical stress.

Before the propagation of the cracks has begun the mutually perpendicular cracks are practically equally sized. If, however, the cracks begin to grow those cracks which have Burgers vectors parallel to the tension stress would grow much faster than those having Burgers vectors perpendicular to it.

Further if a crack meets another which is perpendicular to its cleavage plane, a cleavage step is formed.

The transition of the cleavage planes from one level to another is the more probable the larger the angle between the normal of the cleavage plane and the σ -stress which produces the propagation of the crack. The heights of the cleavage steps are the higher the larger the before mentioned angle is.

Correspondingly the fracture plane is formed by the formation of a network of nearly equally sized mutually perpendicular cracks, as shown in Fig. 10. If the local stress reaches a critical value, at an end of a crack a propagation

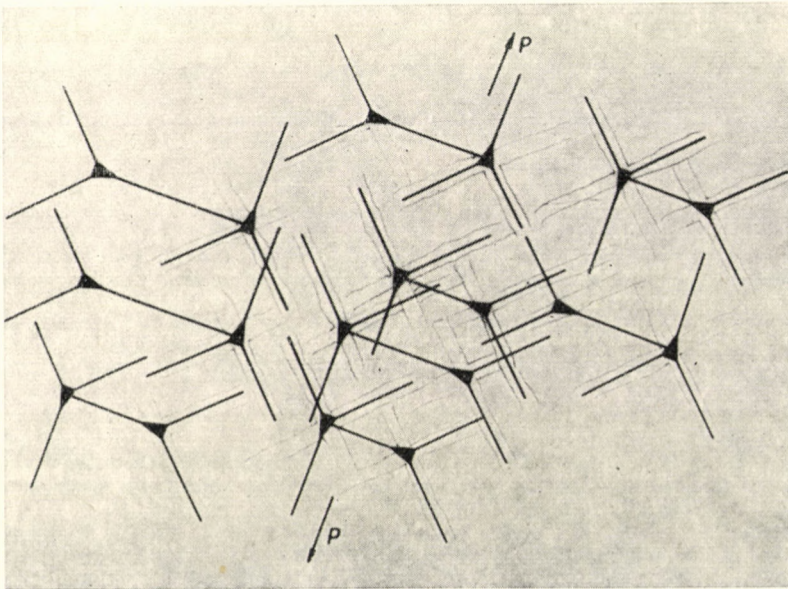


Fig. 10

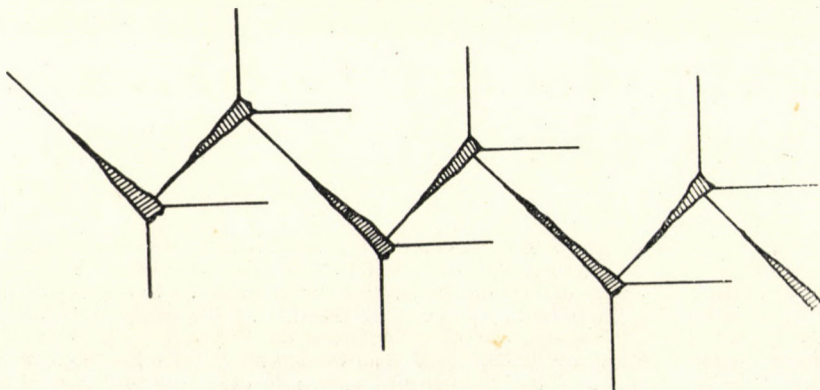


Fig. 11

starts along the cleavage plane. If this crack meets another which is perpendicular to its cleavage plane, the plane of propagation will shift another which is parallel to the original. This process leads to the formation of a fracture surface shown in Fig. 11. The patterns of this figure are very similar to the observed ones (Fig. 7).

Acknowledgments

The authors are indebted to colleagues Sz. SZILÁGYI, L. SZELESS and J. MÁRKUS of the *Iron and Steel Foundry Company* for the preparation of the samples, and to P. TARDI of *Research Institute for Ferrous Metallurgy*, for the pictures of electron microscopy.

REFERENCES

- BURGHARD, H. C.—DAVIDSON, D. L.: Fracture Mechanism and Fracture Surface Topography. Preprint of International Conference on Fracture. *The Japan Society for the Promotion of Science* (1965); No. 2, 97.
- PELLOUX, R. M. N.—J. C. McMILLAN: The Analysis of Fracture Surfaces by Electron Microscopy. Preprint of International Conference on Fracture. *The Japan Society for the Promotion of Science* (1965); No. 2, 97.
- BEACHEM, C. D.—PELLOUX, R. M. N.: Electron Fractography, a Tool for the Study of Micromechanisms of Fracturing Processes. Symposium on Fracture Toughness Testing and its Applications; *ASTM* (1965).
- BEACHEM, C. D.: An Electron Fractographic Study of the Influence of Plastic Stain Conditions Upon Ductile Rupture Processes in Metals. *Trans. ASM* **56** (1963), 318.
- BEACHEM, C. D.: The Interpretation of Electron Microscope Fractographs. *NRL Report* 6360.
- STOLOFF, N. S.—DAVIES, R. G.: The Mechanical Properties of Ordered Alloys. *Progress in Metal Physics* **13** (1966).
- KOCH, A. J. J.—STEEG, M. G. U. D.—DE VOS, K. J.: A Contribution to the Study of Permanent Magnet Alloys of the Fe—Co—Al—Ni Type. *Proc. Conf. on Magnetism and Magnetic Materials, Boston* (1956).
- BEARDMORE, P.—HULL, D.: Nucleation of Cleavage Cracks in Tungsten and Molybdenum by Spark Machining. *Journal of the Institute of Metals* **94** (1966), 14.
- ANDERSON, J. N.—STEWART, A. D.: Observations of Cleavage Cracks on the Surface of Chromium Crystals Due to Spark Machining. *Journal of the Institute of Metals* **96** (1968), 96.
- PROHÁSZKA, J.—KOVÁCS, Á.—WELESZ, R.: Cleavage Cracks on the Surfaces of Fe₃Al Crystals and that of the Alnico Polycrystals Due to Spark Machining.
- GILMAN, J. J.: Propagation of Cleavage Cracks in Crystals. *Journal of Applied Phys.* **27** (1956), 1262.
- LOW, J. R.: Fracture. J. Wiley 1959, 68.
- GILMAN, J. J.: *Trans. AIME* **212** (1958), 310.
- BRIGGS, W. D.—PRATT, P. L.: *Acta Met.* **6** (1958), 694.
- COTTRELL, A. H.: Theory of Brittle Fracture in Steel and Similar Metals. *Trans. AIME* (1958), 192.

Sprödbbruch in gegossenen Hartmagneten, Typ Alnico, mit raumzentriert kubischem Kristallgefüge. Die Studie behandelt den Sprödbbruch von gegossenen Hartmagneten, Typ Alnico, und die Eigenart der an der Bruchfläche erscheinenden Spalte. Auf Grund der mit Elektronenmikroskop, Metallmikroskop und mit Röntgen durchgeführten Strukturuntersuchungen kann festgestellt werden, daß die Oberflächen der Spaltbrüche im Vergrößerungsintervall 400...6000 die gleichen Charakteristiken aufweisen; die Spalten bilden ein zueinander senkrechtes Ebenensystem, und die Spaltebenen sind mit den {100} kristallographischen Ebenen parallel. Die Studie erklärt den Entstehungsmechanismus der Spaltebenen auf Grund

der in raumzentriert kubischen Metallen vor sich gehenden Dislokationsreaktionen

$$\frac{a}{2} \langle 111 \rangle + \frac{a}{2} \langle 111 \rangle \rightarrow \langle 100 \rangle.$$

Хрупкий излом в магнитно жестких литых магнитах типа альнико с объемно-центральной кубической кристаллической структурой (И. Прохаска и И. Том). Работа занимается вопросом хрупкости магнитно жестких литых магнитов типа альнико, а также характерной особенностью трещин, наблюдаемой на изломе. На основе исследования структуры при помощи электронного и оптического микроскопов, а также рентгеновского исследования можно установить, что поверхности илдома трещин имеют одни и те же характерные особенности в интервале увеличения от 40 х — до 6000 х, трещины располагаются в плоскостях, перпендикулярных друг к другу, далее плоскости трещин являются параллельными кристаллографическими плоскостями {100}. В работе дается траекторка механизма возникновения плоскостей образования трещин на основе реакций дислокаций

$$\frac{a}{2} \langle 111 \rangle + \frac{a}{2} \langle 111 \rangle \rightarrow a \langle 100 \rangle,$$

происходящих в объемно центральных кубических металлах

APPROXIMATIVE PROCESS FOR DIMENSIONING OF HYDRODYNAMIC TORQUE CONVERTERS

J. GRUBER and Z. VAJNA
DOCTOR OF TECHN. SC. CAND. OF TECHN. SC.

TECHNICAL UNIVERSITY, BUDAPEST

[Manuscript received 27 May, 1968]

Authors report on a numerical procedure for the dimensioning of hydrodynamic torque converters in which the curves bounding the meridional sections differ only slightly from eccentric circles. They transform the meridional section of the torque converter conformally, in three steps. The differential equation of the flow function can easily be resolved on the image plane by relaxation. Dividing the blade systems into part-wheels along the surfaces of revolution passing across the so determined flow lines of the meridional section, and determining the basic design data according to some approximative method, they evolve a modern procedure for the dimensioning of bladings.

Due to their complexity, hydrodynamic torque converters are among the most intricate hydraulic machinery. As is known, they consist of an involved system of hydrodynamic wheels, turbine wheels, pump wheels, and guide vane systems. In the course of their development, widely varying layouts have come about, frequently due to the demands of the production technique. Since the techniques now available enable the production of guide vanes of practically any configuration, the hydraulic aspects are predominant in the considerations of the design. The available space and torque permitting, the so-called Föttinger type seems the choice of preference, in which the meridional section of the surfaces of revolution bounding the vanes is encompassed by two curves not very different from eccentric circles. These torque converters have proved particularly suitable for applications in motor vehicles, therefore, we have decided to concentrate on them in our investigations.

As in all hydraulic machines, the problem of designing torque converters lies in the optimum dimensioning of the system of blades. The precondition for dimensioning is, naturally, the proper selection of the system, i.e. the determination of the accurate shape of the meridional section, and the main dimensions, number and sequence of the blade systems for their respective jobs. From the technical literature we know of several approximative methods for similar global calculations (for instance [1]). Their common characteristic is that they disregard the variations of velocity in the meridional section normal to the flow and rely in their calculations on the mean velocity over the entire cross-section. On the other hand, they take the losses into account due to the highly complicated flow pattern.

The assumptions require a considerable amount of practice and to choose the best suited type a series of calculations must be performed, but the method yields the likely characteristics of the torque converter required, at a fair degree of approximation.

In the approximative methods the following data must be assumed: entrance and exit blade angles, the main dimensions, and a factor related to the friction loss.

To achieve a uniform high efficiency in a wide range of rotation speeds, the speed reduction ratio at which shock losses do not take place any longer must be assumed to vary with the different vane systems. While the peak efficiency thus obtained will be lower, the efficiency curve will be more flat.

Accordingly, when dimensioning the vane systems of the torque converter, the speed ratio should preferably be such at which one of the vane systems has a shockless entrance while in all others a shock takes place.

From among the modern methods developed for calculating the shape of the blade systems, only those are applicable in practice which reduce the highly complex three-dimensional problem to a two-dimensional one.

Although a three-dimensional calculation method exists [2], it is too complicated and time consuming for practical purposes. For the application of any one of the known two-dimensional methods, however, the individual blade systems must be divisible by surfaces of revolution passing across the flow patterns in the meridional plane, to form such narrow wheels in which the meridional velocity normal to the flow lines may be regarded as constant. These narrow wheels will hereinafter be called part-wheels.

The blading of the part-wheels, after a simple transformation, can be regarded to be two-dimensional cascades and should be dimensioned as such.

In torque converters, the cascades are mostly arched. For their calculation a two-dimensional system best suited for the purpose should be chosen from literature (for instance [3]). In the spatial blading of torque converters, the suitable division into part-wheels, respectively, their appropriate juxtaposition, constitutes an essential part of the optimum dimensioning.

According to what has been mentioned above, the dimensioning of torque converters should be based on the following considerations:

a) From the results yielded by the approximative calculations we can accept the main dimensions, the general layout, the quantity of fluid in circulation and the $c_\varphi \cdot r$ values calculated for the middle flow line over the leading and trailing edges of the blade systems (c_φ in this case designates the circumferential component of the absolute velocity, in the point of radius r);

b) under certain criteria, to be dealt with later, the velocity distribution and flow lines of the meridional section are to be determined [4];

c) the spatial position of the leading and trailing edges of the blade systems, corresponding to the above criteria are to be determined;

d) in breaking up the individual blade systems to a sufficient number of cascades along the meridional flow lines, the blade systems along the middle flow line of the part-wheels are to be dimensioned, according to one of the known two-dimensional methods;

e) by the juxtaposition in space of the cascades in the manner described under point c), the dimensioning is accomplished.

According to the above, the combination of the facilities afforded by global calculations based on thoroughgoing and comprehensive examinations and featuring significant approximations, and the modern blade dimensioning methods, hold out good promise. As a matter of course, even the most up-to-date dimensioning procedures comprise certain neglects. For instance, in the dimensioning of cascades, the medium is assumed to be frictionless. Neither has it been so far possible to apply the results of the boundary layer theory referring to a plane cascade to circular cascades in rotation, although attempts are known from the technical literature (for instance [5]). However, such idealization of the medium — as has been proved in numerous examinations — may, under certain conditions, fairly approximate the actual situation.

Before going into more details in reference to the division to cascades, let us examine the velocity distribution of a torque converter in the meridional section, and look into one of the methods of the spatial juxtaposition of the blade sections of the part-wheels, assuming that the division into part-wheels is feasible.

As has been stated, on the basis of an assumed shape of the meridional section, the distribution of the meridional velocity of the circulating liquid can be determined. Assuming no blading in the space bounded by the surfaces of revolution in a given torque converter, the velocity distribution after Fig. 1 will be obtained. It is characterized by a higher meridional velocity along the inner boundary surface (mostly proportional to the length of the bounding lines). This is, of course, unfavourable partly from the hydrodynamic point of view and partly because in such a case the results obtained by approximative calculations will still be farther from the actual situation — calculating as they do with the average velocity in the cross-section. The blading should, therefore, be so constructed that, due to the effect of the vortices along the blade surfaces, a more uniform distribution of the meridional velocity should come about. It stands to reason that to achieve this, the flow pattern in the meridional section must be correspondingly eddying.

While, if we do not claim completeness, the assumption of a suitable degree of constant vorticity might yield satisfactory results for the practice, there is no difficulty whatsoever in assuming a varying degree of vorticity either. The degree of vorticity which ensures uniformity of the meridional flow pattern is in close correlation with the spatial location of the blade sections.

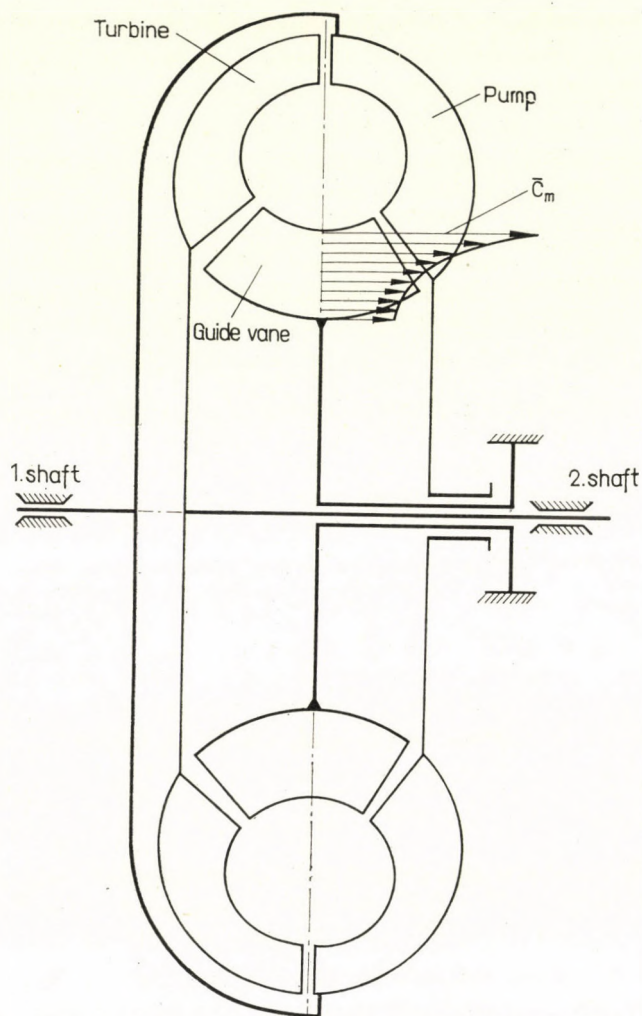


Fig. 1

Designating the projection of the rotation vector of the absolute velocity which falls into the meridional plane with $(\text{rot } \mathbf{c})_{mp}$, on the basis of the Stokes theorem it will be obvious that

$$(\text{rot } \mathbf{c})_{mp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial l} (c_\varphi \cdot r), \quad (1)$$

where l denotes the direction normal to the $c_\varphi \cdot r = \text{constant}$ lines in the point being studied. The direction of the vector $(\text{rot } \mathbf{c})_{mp}$ constitutes a right-handed system with the vectors $\text{grad } (|c_\varphi| \cdot r)$ and c_φ . Axonometrically illus-

trating the intersection of a surface of revolution with the line generating $c_\varphi \cdot r = \text{constant}$ and the blade as a vortex surface, we may write down the

$$(\text{rot } \mathbf{c})_\varphi = (\text{rot } \mathbf{c})_{mp} \cdot \tan \mu \quad (2)$$

relation between the components of the vector $\text{rot } \mathbf{c}$ of Fig. 2, where, accordingly, the angle μ may be regarded as the angle of the blade setting. The component $(\text{rot } \mathbf{c})_\varphi$ is the vortex vector of the meridional pattern which, according to what has been said before, is assumed to be constant.

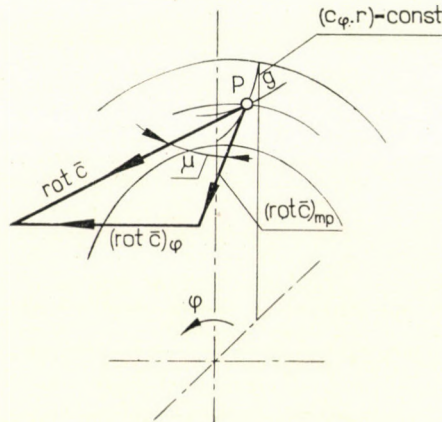


Fig. 2

Assuming suitable projections of the leading and trailing edges of the blades in the meridional plane, the value of $c_\varphi \cdot r$ (obtained from the preliminary calculations for the corresponding points of the middle flow line) is constant. This means that for the calculation of the value $(\text{rot } \mathbf{c})_{mp}$, and dl lines must be assumed to be perpendicular to the meridional projections of the edges, viz. in the direction of the meridional flow lines. In possession of the variations of dl with relation to the value $c_\varphi \cdot r$, we can determine the setting angle μ of the blade edges in the space. The variation of $c_\varphi \cdot r$ can obviously be calculated from the distribution of circulation along the blade.

Introducing the curvilinear coordinate σ along the middle flow line of a part wheel, viz. along a meridional flow line of the blade and designating the number of blades with N , blade circulation may be calculated from the relation

$$2\pi(c_\varphi \cdot r)\sigma_L - 2\pi(c_\varphi \cdot r)_0 = N\Gamma \quad (3)$$

where σ_L refers to the point at the trailing and the zero index to the point of the leading edge.

The blade circulation along the σ arc length of a flow line can generally be obtained as the sum of two circulations: a basic circulation and one termed "shocked" circulation. This latter with shockless entrance is equal to zero.

As has already been mentioned, to obtain a flat efficiency curve, the blade system must be so dimensioned as to ensure shockless entrance in the individual cascades at different speed reduction ratios. The blades should be

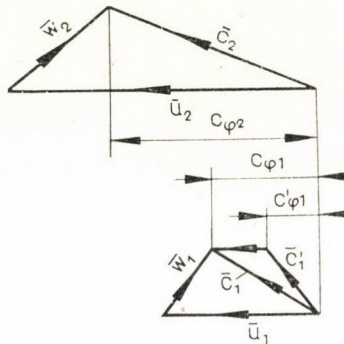


Fig. 3

dimensioned for certain working conditions, preferably such as would be shockfree at one point.

The conditions of "shocked" entrance, from the point of view of circulation, are shown in Fig. 3. Since the circumferential component of the vector c_1 with shockless entrance would be $c_{\varphi 1}$, the basic circulation is:

$$\Gamma_a = \frac{2\pi}{N} (c_{\varphi 2} \cdot r_2 - c_{\varphi 1} \cdot r_1). \quad (4)$$

With "shocked" entrance, on the other hand, the oncoming medium reaches the impeller at a speed of $c'_{\varphi 1}$ instead of $c_{\varphi 1}$ and the blades produce the following circulation:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{N} (c_{\varphi 2} \cdot r_2 - c'_{\varphi 1} \cdot r_1). \quad (5)$$

Accordingly, shocked circulation will be:

$$\Gamma_i = \Gamma - \Gamma_a = \frac{2\pi}{N} (c_{\varphi 1} - c'_{\varphi 1}) r_1. \quad (6)$$

Since from the preliminary calculations already referred to the c_{φ} values along the middle flow line of all blade systems are known, the values of circu-

lation can be determined without any difficulty whatsoever. When dimensioning, we may safely assume that the blade circulation of all part-wheels in a blade system represent the same value.

Like in similar cases, the circulation so determined is obtained as the integral of the distribution of circulation assumed along the mid-line of the part-wheel. The velocity and pressure distribution around the blade section can be varied through the suitable selection of the shape of circulation distribution. In possession of the latter, the value of $(\text{rot } \mathbf{c})_{mp}$ at either end of the blade can be numerically determined. The distribution functions should preferably be produced in dimensionless form with its mean at unity, because in such a case the functions of total circulation can be written in the following form:

$$\gamma^* \Gamma = \gamma_a^* \Gamma_a + \gamma_i^* \Gamma_i \quad (7)$$

where the γ^* functions have their means at unity. Since, according to what has been mentioned earlier $dl = d\sigma$, with these denotations:

$$\begin{aligned} (\text{rot } \mathbf{c})_{mp} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \sigma} (c_\varphi \cdot r) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial}{\partial \frac{\sigma}{\sigma_L}} \left[\frac{1}{\sigma_L} (2\pi c_\varphi \cdot r) \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial}{\partial \frac{\sigma}{\sigma_L}} \left\{ \frac{1}{\sigma_L} \left[N \int_0^{\sigma/\sigma_L} \gamma^* \Gamma d \left(\frac{\sigma}{\sigma_L} \right) \right] \right\} = \frac{N \Gamma}{2\pi r} \left(\frac{\gamma^*}{\sigma_L} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

In practice, the blade setting should not be fixed along the actual edges but somewhat farther in (by 5 per cent of the length of the mid-line arc), partly because γ^* on the edge is equal to zero and partly because the methods of calculating the blades do not yield accurate values at the edges. The deviation is negligible for the purposes of practice, since at the necessary degree of vorticity, a suitable setting can be achieved close to the edge.

According to our experience, it is sufficient to fix the relative position of the part wheels in space along the edges, although the arbitrarily assumed function of the distribution of circulation may slightly affect the original meridional vorticity in the intermediate portions of the blade.

If necessary, the procedure can be further refined. While it was found sufficient to assume constant vorticity when making meridional velocity more uniform, it is quite practicable to consider a varying degree of vorticity.

In solving the problem of the division to part-wheels in the given type of torque converter, the property that the boundary lines of the meridional section yield curves like eccentric circles can be used to advantage, since it permits the use of coordinate systems and conform transformations which enable the reproduction of the range between the inner and outer bounding

curves in a relatively simple manner, as a rectangular area. This simplifies the numerical solution of the differential equation determining very considerably the flow pattern. The blade systems can be divided into part-wheels by such surfaces of revolution whose meridional sections coincide with the meridional flow lines assumed to have an infinitely densely spaced blading. Although with a finite number of blades even such a division will be approximate only, due to the generally densely spaced blades of the torque converter, the error will be negligibly small.

Let us introduce the orthogonal curvilinear coordinate system of (u, v, w) on the meridional section of the torque converter after Fig. 4 in such

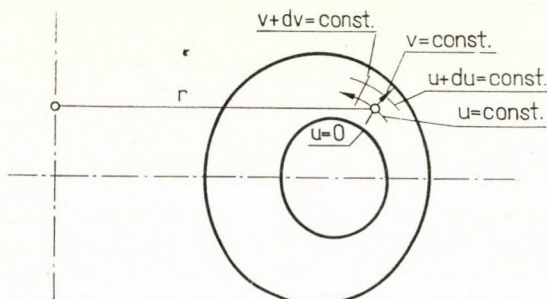


Fig. 4

a way that u should be equal to 0 along the inner and constant along the outer bounding line [4]. The coordinate w consists of circles lying in the planes perpendicular to the axis of rotation and concentric with the axis, and yields a right-hand system with the coordinates u and v . In such a system, according to the Stokes theorem, we may write down the component of the rotation of the absolute velocity in w direction:

$$(\text{rot } \mathbf{c})_w = \frac{1}{g_u g_v} \left[\frac{\partial}{\partial u} (c_v g_v) - \frac{\partial}{\partial v} (c_u g_u) \right]. \quad (9)$$

The g_u and g_v curvilinear coordinate increments can be calculated from the associated arc length elements, and the relationships

$$g_u = \frac{\partial s}{\partial u}; \quad g_v = \frac{\partial s}{\partial v}; \quad g_w = \frac{\partial s}{\partial w} = r \quad (10)$$

including the increment also in the third direction, denoting the distance of the point examined from the rotation axis with r .

Similarly, the divergence of the velocity \mathbf{c} is shown by the relation (11):

$$\text{div } \mathbf{c} = \frac{1}{g_u g_v g_w} \left[\frac{\partial}{\partial u} (c_u g_v g_w) + \frac{\partial}{\partial v} (c_v g_u g_w) \right] \quad (11)$$

in which — if an incompressible medium is concerned — $\text{div } \mathbf{c}$ is, obviously, equal to 0.

Denoting the 2π parts of the fluid circulating in the torque converter per unit of time by ψ , the correlation between this flow function according to Stokes and the velocity components, are expressed by the relations

$$c_u \cdot g_v \cdot r = -\frac{\partial \psi}{\partial v}; \quad c_v \cdot g_u \cdot r = \frac{\partial \psi}{\partial u}. \tag{12}$$

Assuming a suitable coordinate network u, v , we may obtain $g_u = g_v = g$. Substituting the so defined ψ flow function into equation (9), we arrive at the equation:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial v^2} \right) - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial \psi}{\partial u} + \frac{\partial r}{\partial v} \frac{\partial \psi}{\partial v} \right) = \\ = g^2(\text{rot } \mathbf{c})_w = F(u, v). \end{aligned} \tag{13}$$

To eliminate the first derivative of the unknown function from the last differential equation, in order to simplify the result, let us introduce the relationship

$$\psi = f(r) \cdot \Phi(u, v). \tag{14}$$

Whilst the new unknown functions Φ and $f(r)$ are still unknown, they can be readily determined from the condition which calls for the elimination of the first derivatives of Φ . Substituting, $f(r) = \sqrt{r}$.

Substituting the expression of ψ into equation (13), we obtain:

$$\Delta \Phi + \Phi \left[-\frac{1}{2r} \Delta r - \frac{3}{4r^2} (r_u^2 + r_v^2) \right] = \sqrt{r} \cdot F. \tag{15}$$

Obviously,

$$\Delta r = 0; \quad r_u^2 + r_v^2 = g^2 \tag{16}$$

and our differential equation assumes the following form:

$$\Delta \Phi - \frac{3}{4r^2} g^2 \Phi = \sqrt{r} \cdot F, \tag{17}$$

in which the first derivatives of the function do not exist any longer. This is exceedingly essential for the numerical resolution.

The boundary conditions are as follows: ψ on the inner bounding line of the meridional section being equal to 0, $\Phi = 0$; ψ on the outer bounding line being equal to 1, $\Phi = 1/\sqrt{r}$.

To resolve the differential equation, naturally the function

$$F = g^2(\text{rot } \mathbf{c})_w \tag{18}$$

must be known. Should $(\text{rot } \mathbf{c})_w$ here be equal to 0, we would obtain the potential flow function, respectively, the potential velocity distribution — which, however, would be mostly far from uniform. Should $(\text{rot } \mathbf{c})_w$ be a suitably chosen constant, we would obtain a distribution which, as already mentioned, would satisfy practical requirements. Finally, should it be a function of suitable values, then the velocity distribution would, by all intents and purposes, be made uniform.

In order to make an appropriate assumption for the coordinate network u, v , and numerically to resolve the differential equation, let us conformally transform the meridional plane of the torque converter to such plane at which the images of the contours are parallel straight lines.

Transformation may take place in three steps. Before the first transformation, the inner and outer bounding lines of the meridional section are approximated by one circle each, which will in most cases be eccentric in relation to each other. Subsequently, the meridional plane denoted with ζ is transformed to the plane z' by means of the linear fractional function with complex variable, defined by the formula:

$$z' = \frac{b + \zeta}{b - \zeta}. \quad (19)$$

As is known, this transformation converts the eccentric circles into concentric ones and the bounding lines into curves approximating these circles. The value of b in the transformation function, as well as the values of e_2, r_1, e , and r_2 of Fig. 5 can be determined by the notations of the figure, and the relations:

$$\left(\frac{e}{R_1}\right) \left(\frac{R_2}{R_1}\right) r_2^2 + \left[\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - 1 + \left(\frac{e}{R_1}\right)^2\right] r_1 + \left(\frac{e}{R_1}\right) \left(\frac{R_1}{R_2}\right) = 0; \quad (20)$$

$$r_1 = \left(\frac{e}{R_1}\right) + r_2 \left(\frac{R_2}{R_1}\right); \quad (21)$$

$$\frac{b}{R_1} = \frac{1 - r_2^2}{2 r_1}, \quad e_2 = \frac{2 b r_2^2}{1 - r_2^2}. \quad (22)$$

The x', y' points corresponding to any ξ, η of the meridional plane, and thus also the points in the contours, are determined by the equations:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{b^2 - (\xi^2 + \eta^2)}{(b - \xi)^2 + \eta^2}; \\ y' &= \frac{2 b \eta}{(b - \xi)^2 + \eta^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

In the second step, we apply the transformation function determined by the equation:

$$\ln \frac{z'}{z} = \sum_1^{\infty} A_n \frac{R_b^n}{z^n} + \sum_1^{\infty} C_n \frac{z^n}{R_k^n} \tag{24}$$

which transforms the circle-like contour images appearing on the plane z' into concentric circles. Writing down the equation of transformation for both the outer and inner bounding curves in a polar form and equating the real and

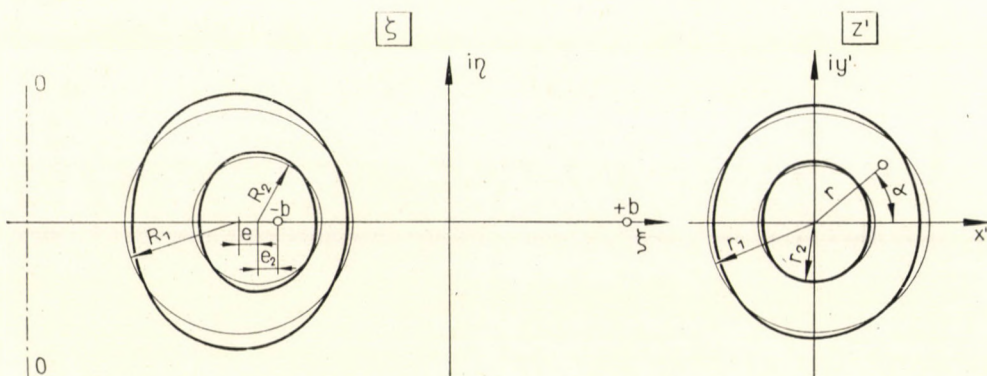


Fig. 5

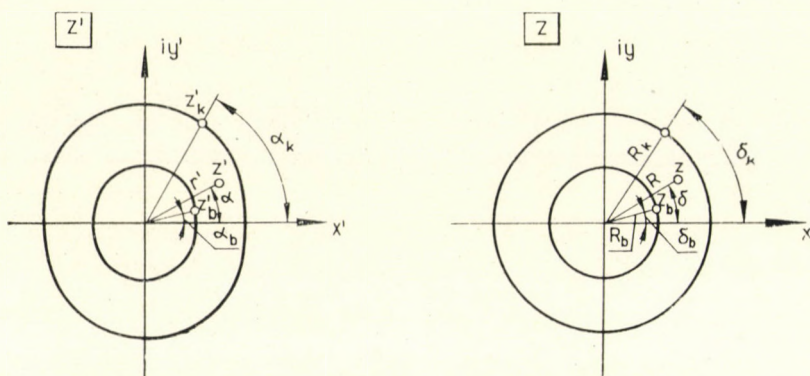


Fig. 6

imaginary parts at the two sides of the equations, with the denotations of Fig. 6 we may write down the equations:

$$\begin{aligned} z'_k &= e^{m_k} e^{i\alpha_k}, & z'_b &= e^{m_b} e^{i\alpha_b}, \\ z_k &= e^{M_k} e^{i\delta_k} = R_k e^{i\delta_k}; & z_b &= e^{M_b} e^{i\delta_b} = R_b e^{i\delta_b} \end{aligned} \tag{25}$$

where, according to what has been said earlier:

$$m_k - M_k = \sum_1^{\infty} \underbrace{\left[A_n \left(\frac{R_b}{R_k} \right)^n + C_n \right]}_{a_n} \cos n\delta_k, \quad (26)$$

$$m_b - M_b = \sum_1^{\infty} \underbrace{\left[A_n + C_n \left(\frac{R_b}{R_k} \right)^n \right]}_{b_n} \cos n\delta_b; \quad (27)$$

$$\varepsilon_k = \alpha_k - \delta_k = \sum_1^{\infty} \left[-A_n \left(\frac{R_b}{R_k} \right)^n + C_n \right] \sin n\delta_k, \quad (28)$$

$$\varepsilon_b = \alpha_b - \delta_b = \sum_1^{\infty} \left[-A_n + C_n \left(\frac{R_b}{R_k} \right)^n \right] \sin n\delta_b. \quad (29)$$

The quantities m are obviously the functions of the α -s. However, since — according to experience — ε_k and ε_b are mostly small, in the first approximation they may be taken as zero and in equations (26) and (27) α may stand in place of δ .

Applying the Fourier method and using equations

$$M_{k0} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} m_k(\alpha_k) \cdot d\alpha_k, \quad (30)$$

$$M_{b0} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} m_b(\alpha_b) \cdot d\alpha_b \quad (31)$$

we may determine first the M_0 approximative values of the quantities of M , subsequently, with the relations

$$a_{n0} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (m_k - M_{k0}) \cos n\alpha_k d\alpha_k, \quad (32)$$

$$b_{n0} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (m_b - M_{b0}) \cos n\alpha_b d\alpha_b \quad (33)$$

the first approximate values of a_n and b_n of equations (26) and (27). It is generally sufficient to determine four a and four b coefficients then, with equations with two unknown quantities, the coefficients of equations (28) and (29), and finally the approximate values of ε_k and ε_b . This will give us the approximate value of the associated values of δ and α . This procedure, from equation (26), must be cyclically repeated until all unknown coefficients become available with the necessary accuracy. The values converge fast and experience has shown that two steps are mostly sufficient.

In possession of the so determined coefficients, the z image of any z' point can be established, on the basis of the relations:

$$m - M = \sum_1^{\infty} \left[A_n \left(\frac{R_b}{R} \right)^n + C_n \left(\frac{R}{R_k} \right)^n \right] \cos n\delta, \tag{34}$$

$$\varepsilon = \alpha - \delta = \sum_1^{\infty} \left[-A_n \left(\frac{R_b}{R} \right)^n + C_n \left(\frac{R}{R_k} \right)^n \right] \sin n\delta. \tag{35}$$

The third — and last — step is a simple logarithmic transformation which converts the concentric circles into parallel straight lines and carries the area

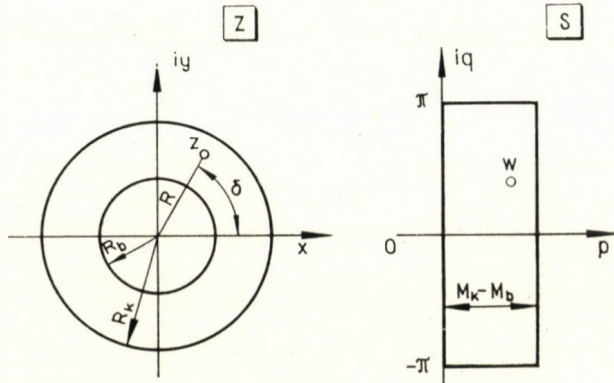


Fig. 7

between circles into the space between the straight lines. The conditions are shown in Fig. 7. Transformation, accordingly, is

$$S = \ln \frac{z}{R_b} \tag{36}$$

where $S = p + iq$, and using the previous notations:

$$p = M - M_b \quad \text{and} \quad q = \delta. \tag{37}$$

Apparently, the product of the local longitudinal ratio of the three conform transformations, viz. the product of the absolute values of the differential quotients of the functions, will yield the value of the distortion g which, accordingly, can be determined by the relation:

$$g = \left| \frac{d\zeta}{dS} \right| = \left| \frac{d\zeta}{dz'} \right| \cdot \left| \frac{dz'}{dz} \right| \cdot \left| \frac{dz}{dS} \right| = \frac{2b}{r^2 + 2r \cos \alpha + 1} \cdot r' \left\{ \left[1 + \sum_1^{\infty} n \left[-A_n \left(\frac{R_b}{R} \right)^n + C_n \left(\frac{R}{R_k} \right)^n \right] \cos n\delta \right]^2 + \left[\sum_1^{\infty} n \left[A_n \left(\frac{R_b}{R} \right)^n + C_n \left(\frac{R}{R_k} \right)^n \right] \sin n\delta \right]^2 \right\}^{1/2}. \tag{38}$$

The transformations concerned being conform transformations, obviously $g_u = g_r = g$.

The images of the points of the meridional plane on the plane S can be established according to the above. A plant manufacturing torque converters seldom modifies the form it had evolved for its meridional section, and to satisfy different demands it will resort rather to modifications on the blading and — less frequently — to the enlargement or diminution of the geometry. This, in our case, means that transformations are performed only once with each type and the new shape will be available throughout the duration of development work.

With a prescribed $(\text{rot } \mathbf{c})_w$ distribution of vorticity in the plane S , our differential equation (17) can be resolved along a suitable chosen numerical method. Under these circumstances the method of relaxation seems the most practicable since in its equation no first-degree derivatives figure, the rim lines are straight and also the boundary conditions are simple.

Assuming a rectangular mesh of h_p respectively h_q pitch on the plane S and expanding the function Φ in the vicinity of a point P into a Taylor series then neglecting the members which contain the third and higher powers of the values h , the value of the function Φ for the point may be determined on the basis of the following relation:

$$\Phi_0 = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{h_p^2} + \frac{1}{h_q^2} + A \right)} \left[\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{h_p^2} + \frac{\Phi_3 + \Phi_4}{h_q^2} - B \right] \quad (39)$$

where the quantities A and B can be established point by point from the expressions

$$A = \frac{3g^2}{8r^2}$$

and

$$B = \sqrt{r} F + \sqrt{r} g^2 (\text{rot } \mathbf{c})_w \quad (40)$$

before beginning the relaxation procedure.

Setting out from a suitable assumption and taking into account the obvious periodicity according to 2π in the direction of q , and passing through the pitch points repeatedly, the numerical distribution of the unknown function Φ can be determined at the required accuracy. Such suitable assumption may be the linear distribution along the $q = \text{constant}$ lines.

For the practice, it is far more preferable to determine the constant value or the distribution of the $(\text{rot } \mathbf{c})_w$ by trial and error, observing the momentary trend of the velocity.

Problems may also arise with the correlation between the value $(\text{rot } \mathbf{e})_p$ taken into consideration in the setting of the blade edges and $(\text{rot } \mathbf{e})_w$ determined according to the above.

Apparently, this correlation is simple. It takes the following form:

$$(\text{rot } \mathbf{e})_p = - (\text{rot } \mathbf{e})_w \frac{Q}{2 \pi R_1^3} \quad (41)$$

where

Q denotes the volume of the medium circulated in the torque converter in the dimensioning point during unity of time, and

R_1 denotes the radius of the circle approximating the outer contour line of the meridional section (seen in Fig. 5) which latter was used to render the lengths in the transformation functions dimensionless.

Accordingly, to design a torque converter for a certain job, the division into part-wheels is a favourable method. It is not only realizable but helps in determining all data needed for the dimensioning of the part-wheels and the spatial setting of the individual sections. In addition, it lends itself readily for programming to an electronic computer.

Experience has also shown that the convergence of relaxation is very good.

REFERENCES

1. SPANNHAKE, E. W.: Hydrodynamics of the Hydraulic Torque Converter. *SAE Quarterly Transactions* **3** (1949), No. 4.
2. WU, CHUNG-HUA: A General Theory of Three-Dimensional Subsonic and Supersonic Flow in Turbomachines. *ASME* (1950), Preprint 50—A 79.
3. CZIBERE, T.: Über die Berechnung der Schaufelprofile von Strömungsmaschinen mit halbaxialer Durchströmung. *Acta Techn. Hung.* **44** (1963).
4. GRUBER, J.—VAJNA, Z.: Die Bestimmung der Meridianströmung in hydrodynamischen Drehmomentwandlern. *GAMM Sonderheft (GAMM Tagung)* **45** (1965).
5. JUNGCLAUS, G.: Grenzschichtuntersuchungen in rotierenden Kanälen und bei scherenden Strömungen. *Mitteilungen aus dem Max-Planck Institut für Strömungsforschung* (1955), II.

Annäherungsverfahren zur Dimensionierung von hydrodynamischen Drehmomentwandlern. Das hier vorgelegte Rechenverfahren betrifft die Dimensionierung von hydrodynamischen Drehmomentwandlern, deren Profilkurven in Meridianschnitten nur äußerst wenig von exzentrischen Kreislinien abweichen. Der Meridianschnitt wird in drei Schritten auf durch parallele Geraden umgrenzte ebene Streifen konform abgebildet. Die Differentialgleichung der Stromfunktion kann in der Bildebene mittels Relaxation einfach gelöst werden. Indem man entlang der durch die derart bestimmten Stromlinien durchlaufenden Rotationsflächen des Meridianschnittes die Schaufelssysteme auf Teilräder aufteilt und mittels eines Annäherungsverfahrens die Grundwerte des Entwerfens bestimmt, kann man die Schaufelungen mit Hilfe einer zeitgemäßen Methode dimensionieren.

Приближенный метод расчета гидродинамических передач (Й. Грубер и З. Вайна). Авторы в своей работе излагают методику расчета таких гидродинамических передач, органичивающие кривые меридианных разрезов которых не сильно отличаются от эксцентрических кругов. Меридианный разрез гидродинамической передачи в три перехода

отображается конформно на плоское поле, ограниченное параллельными прямыми. Дифференциальное уравнение функции тока может быть решено на плоскости эпюры с помощью релаксации очень просто. Разбивая вдоль поверхностей вращения, проходящих через определенные таким образом линии тока меридианного разреза, системы лопатей на частные колеса и определяя при помощи какого-нибудь приближенного метода основные данные конструирования, представляется возможным осуществить расчет облопачивания при помощи современного метода. Облопачивание частных колес может быть размещено в пространстве рядом друг с другом способом, изложенным в работе. Излагаемый метод можно удовлетворительно программировать для электронной вычислительной машины и, исходя из подходящего принятия релаксации, имеет отличную сходимость.

Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1968. X. 29. — Terjedelem: 18,75 (A/5) ív, 103 ábra

69.66553 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

INDEX

Endre Reuss 1900—1968	257
<i>Gillemot, L.—Morzál, J.—Gillemot, L. jr.</i> : High-Speed Impact Design — Konstruktion von Schlagwerken großer Geschwindigkeit — Жильмо, Л.—Морзал, Й.—Жильмо Л. (мл.): Конструирование высокоскоростных ударных механизмов	259
<i>Mrs. Neubauer, I.—Varga, L.</i> : Some Considerations Regarding the Application of the Warren-Averbach Analysis — Betrachtungen zur Anwendung der Warren-Averbach-Analyse — Нейбауэр, И.—Варга, Л.: Соображения относительно применения анализа Варрена и Авербаха	287
<i>Tóth, L.</i> : Bestimmung der Verformungskraft und der Formänderungsarbeit beim Gensekschmieden — Determination of the Forming Force and the Work of Deformation Necessary for the Forming — Том, Л.: Определение усилия деформации и работы деформации при ковке в штампах	299
<i>Gajári, J.—M. El-Hawary</i> : Ermittlung des Rollwiderstandes für dynamische Untersuchung des Ablaufberges — Determination of the Rolling Resistance for the Dynamic Examination of the Train Sorting Hump — Й. Гайари — М. Ел-Хавари: Определение сопротивления качению к динамическому исследованию железнодорожных горок	315
<i>Balogh, A.</i> : Beitrag zur Berechnung der Geschwindigkeitsverhältnisse in Planetenrädernsystemen — Contribution to the Calculation of the Speeds of Planetary Gear Systems — Балог, А.: К расчету отношений скоростей систем планетарных колес	357
<i>Pethő, Sz.</i> : Beitrag zur Frage des zur Analyse benötigten Probegewichtes von Metallen and Asche — Study on the Determination of the Sample-Weight Necessary for the Analysis of Metal-Contents and Ash-Contents — Петэ, С.: Об определении веса навески пробы, требующегося при анализах металлов и зол	361
<i>Fáy, Á.</i> : Cavitation Scale Formulae for Water Turbines — Formeln des Kavitationsmaßstabeffektes zur Berechnung von Wasserturbinen — Фай, А.: Формулы кавитационного масштабного эффекта для гидротурбин	385
<i>Hornung, A.</i> : Slab Milling without Cutting Force Fluctuation — Walzfräsen ohne Kräfteschwankungen — Хорнунг, А.: Фрезерование цилиндрических поверхностей без колебания усилия	407
<i>Rákósy, B.</i> : Newer Relations for the Calculation of Scale Effect in Case of Centrifugal and Axial Flow Pumps — Neue Zusammenhänge für die Berechnung des Maßstabeffektes bei Kreiselpumpen — Ракоши, Б.: Новые зависимости центробежных насосов для расчета влияния масштаба	419
<i>Gillemot, L. jr.</i> : The Application of High Energy Rate Densification in Powder Metallurgy — Die Anwendung der sehr schnellen Zusammenpressung des Pulvers in der Pulvermetallurgie — Жильмо, А. (мл.): Применение скоростного уплотнения порошка в порошковой металлургии	427
<i>Prohászka, J.—Tóth, I.</i> : Brittle Fracture in Alnico-Type Cast Hard Magnets Having Body Centred Cubic Crystal Structure — Spröddbruch in gegossenen Hartmagneten, Typ Alnico, mit raumzentriert kubischem Kristallgefüge — Прохаска, Й.—Том, Й.: Хрупкий излом в магнитно жестких литых магнитах типа альнико с пространственно центральной кубической кристаллической структурой	443
<i>Gruber, J.—Vajna, Z.</i> : Approximative Process for Dimensioning of Hydrodynamic Torque Converters — Annäherungsverfahren zur Dimensionierung von Hydrodynamischen Momentenwechslern — Грубер, Й.—Вайна, З.: Приближенный метод расчета гидродинамических передач	455

ACTA IMEKO 1967

Ed. by E. Nika and J. Solt

Lectures in English, German, Russian and some in French with summaries in two languages
. Together 1996 pages . 970 figures . 55 tables . 17×25 cm . Cloth

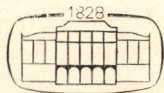
The volumes offer a collection of all papers presented at the fourth IMEKO Congress organized by the International Measurement Confederation in Warsaw, 1967, attended by over 1200 scientists and specialists, coming from 26 different countries. ACTA IMEKO is published in four volumes. The first volume includes the survey lectures which give a comprehensive report on the state of the art of some specialized fields. Lectures presented at technical sessions are included in the second part of the first volume, as well as in the second and third volumes, grouped according to their topics in various sections.

Proceedings of the Third Conference on Dimensioning and Strength Calculation

Ed. by E. Czoboly

In preparation in English . Approx. 720 pages . 17×25 cm . Cloth

This conference organized in October 1968 dealt with problems of fatigue and brittle fracture, though topical interest was extended to other questions of dimensioning as well. The papers submitted to the conference, texts and figures alike, will be issued in a book. The volume will comprise also the material of discussions at the conference. It may be taken for certain that the contents of the book will raise a vivid international debate from the most diverse corners of the scientific world.



AKADÉMIAI KIADÓ

Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences
Budapest

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 259—286

GILLEMOT, L.—MORZÁL, J. and GILLEMOT, L. JR.: *High-Speed Impact Design*

The moving velocity of the tool in high-speed impact ranges between $14 \div 70$ m/s. As compared to machines of the older type, high-speed impacts can be built as types of smaller weight. For the designer the main problem is to find the adequate speed. With a view to practicability, the upper limit equals abt. 30 m/s. For drop forging of die-formed parts of steel the velocity limits are practically between 14 and 25 m/s. Again, when parts of aluminium and aluminium alloys are formed by cold working, and for the purposes of powder metallurgy, the recommended speed is $30 \div 40$ m/s. By means of high speed impacts it is possible to produce parts having more intricate shape by one single blow. In making bars and tubes, lower speeds are recommended. By means of pulver metallurgic technology, larger parts of a greater density can be manufactured than the parts made by the method of static pressing operation.

Acta Techn. Hung. 64 (1969). 287—297

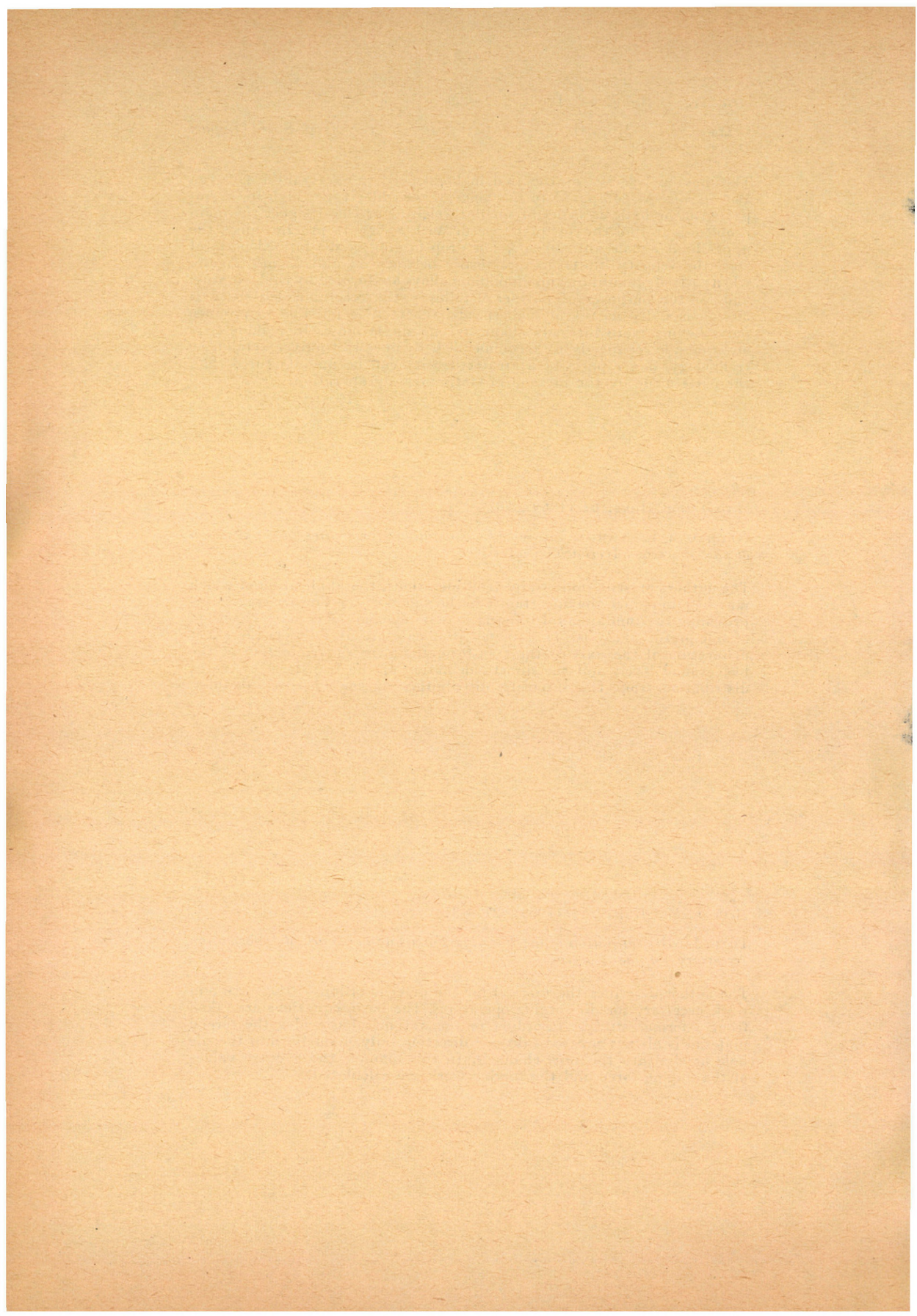
NEUBAUER, I.—VARGA, L.: *Some Considerations Regarding the Application of the Warren—Averbach Analysis*

The authors present some simple considerations, the application of which may help to reduce the uncertainty in the values of the Fourier-transforms providing the fundamental informations in Warren—Averbach's method of line-profile analysis. The treated problems are as follows: the exact delineation of the axis of the transformation; the determination of the background level; and the direct calculation of the transform of the α_1 distribution from the intensity distribution of the observed doublet.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 299—314

TÓTH, L.: *Determination of the Forming Force and the Work of Deformation Necessary for the Forging*

The author describes the method for the determination of the force and work necessary for die-forging operations. The basic equations are taken from a former study. According to the author's basic idea the forged material is always pressed into one direction only, namely, into the die hole or else into the burr-channels. In this manner the average values of the forging force and the forging work are calculated.



Acta Techn. Hung. 61 (1969), 315—356

GAJÁRI, J.—EL-HAWARY, M.: *Determination of the Rolling Resistance for the Dynamic Examination of the Train Sorting Hump*

In the introduction the authors give a brief review of the more important previous methods for the determination of the rolling resistance of rolling stock. They show that the resistance values obtained as a result of these investigations do not correspond any longer with the modern railway rolling stock and that consequently it became necessary to determine the basic resistance of the rolling stock handled on the Hungarian humps and its distribution. The authors deal with the measurements and the evaluation of the results and point out some defects of the methods used hitherto for selecting the characteristic resistance for the dynamic examinations and after that, taking into account the importance of the shunting yards and the importance of the disturbances permissible there, they elaborate on the basis of the probability calculus a completely new method for the selection of the characteristic resistances to be used for the dynamic examination of the railway humps.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 357—360

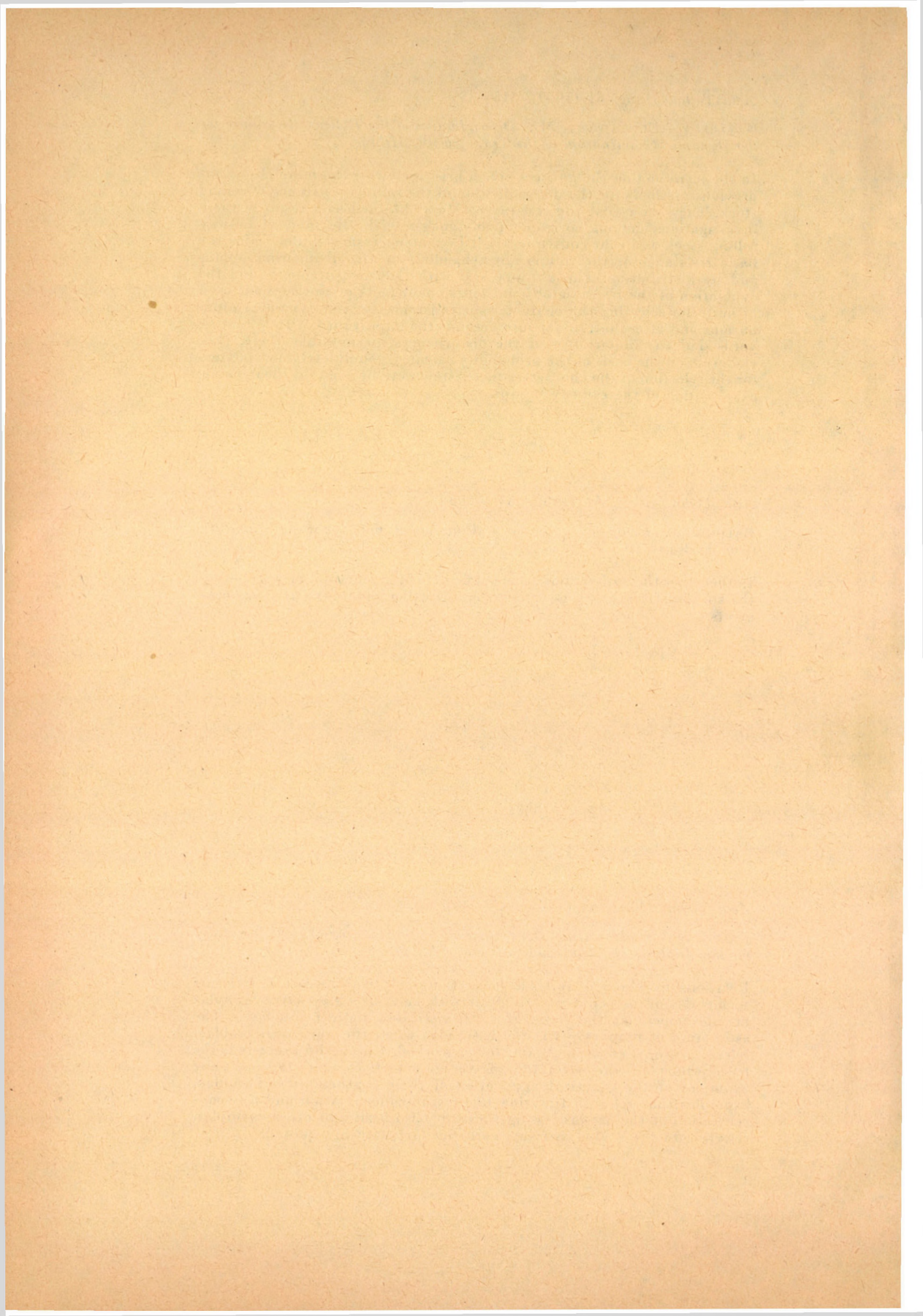
BALOGH, A.: *Contribution to the Calculation of the Speeds of Planetary Gear Systems*

In the paper the author shows the application of his method for calculating the speeds of planetary gear systems to further planetary gear arrangements.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 361—384

PETHŐ, SZ.: *Study on the Determination of the Sample-Weight Necessary for the Analysis of Metal-Contents and Ash-Contents*

Relationship which is suitable for certain analytical operations (relating to metal- and ash-contents) is dealt with here. The respective formulae are developed on the basis of mathematical-statistical principles. The estimation of proportions is the basic idea when the analytical problem refers to processed ores. Again, for ores which cannot be processed, the basic principle is the estimation of average values. In order to show some examples of the practical application of these mathematical formulae, examples that refer to flotation input, lead-concentration and zinc-concentration at the ore-processing works in Kisoroszi, and other examples, referring to the coal-classifying works in Várpalota are quoted.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 385—406

FÁY, Á.: *Cavitation Scale Formulae for Water Turbines*

The present paper attempts to develop cavitation scale formulae for reaction type water turbines. The definition and classification of scale effects are based on the theory of Holl and Wislicenus and supplemented, for practical purposes, with the definitions of corresponding operating conditions and similar cavitation states. A cavitation scale effect associated with the efficiency scale effect due, mainly, to Reynolds number and relative roughness variations is discussed in detail, with other cavitation scale effects neglected. Thus the Nechleba formula and one of its modifications can be derived from simple assumptions. This is followed by taking the other cavitation scale effects into consideration as well, such as the effect of air content whereby a general cavitation scale formula believed to be suitable for further development may be arrived at.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 407—418

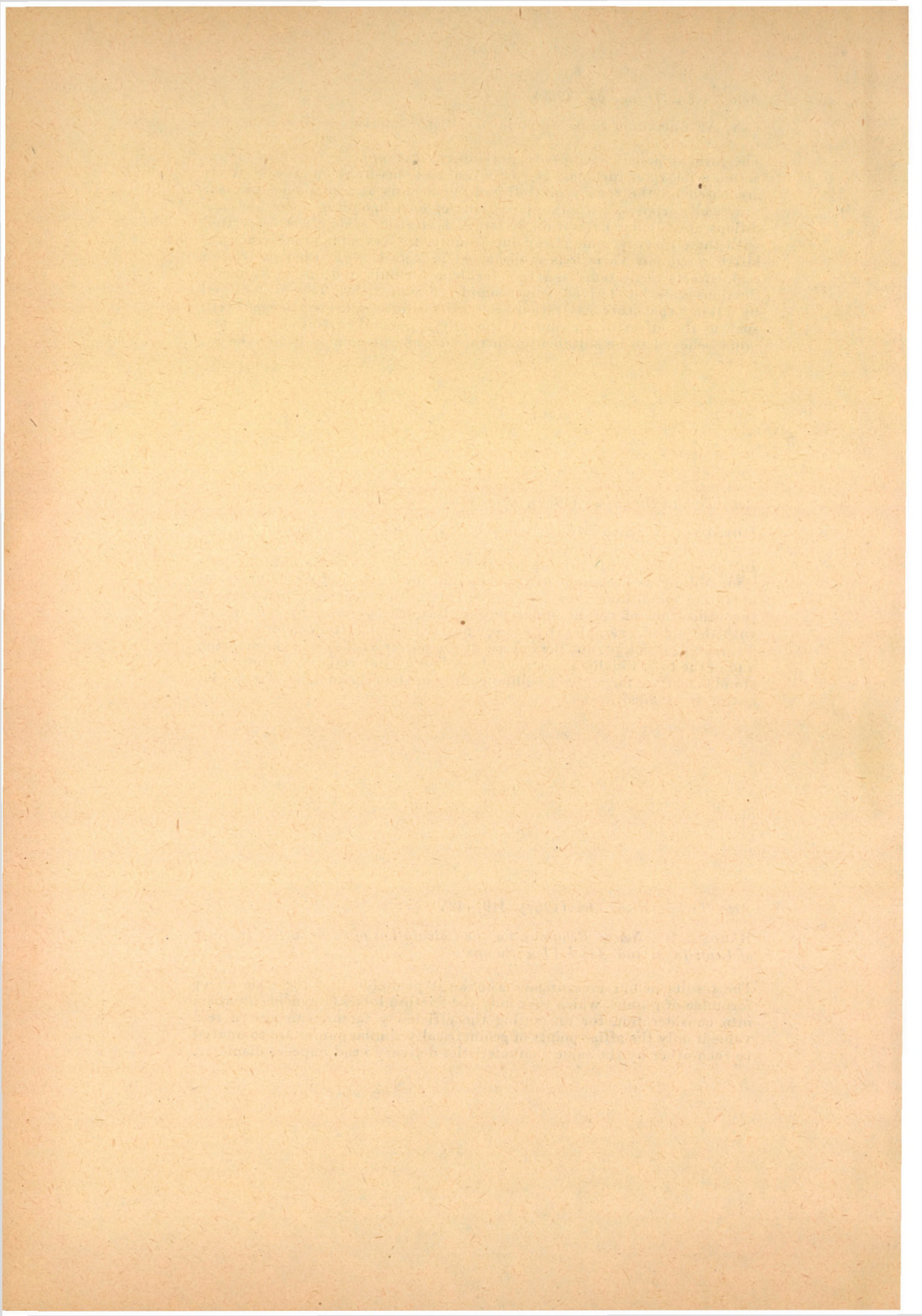
HORNUNG, A.: *Slab Milling without Cutting Force Fluctuation*

In the workshops the driving power of milling machines is not fully utilized. Milling is a complicated machining operation and under practical operating conditions very large force fluctuations occur, which prevent the utilization of the available power. But, as is shown by the author with the aid of examples, by correct use of helical cutters conditions can be created, which permit the full use of the power available in the machine and in the tool. Finally a method is described for determining the optimum standard cutter for a given milling width, so that the making of a special cutter is avoided.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 419—425

RÁKOSY, B.: *Newer Relations for the Calculation of Scale Effect in Case of Centrifugal and Axial Flow Pumps*

The results of our measurements make it probable that the scale effect formulae of pumps, which take only the friction losses (Reynolds number) into consideration for estimating the efficiency factor, can give a real value if only the affine points of geometrically similar pumps are compared to each other by the same characteristic: delivery head/impeller diameter.



Acta Techn. Hung. 64 (1969), 427—442

GILLEMOT, L. JR.: *The Application of High Energy Rate Densification in Powder Metallurgy*

Sintered pieces made by slow pressing from iron powder basic material attain 95—97% of the density of the compact body only under the action of approx. 40—50 t/cm² pressure. Using high-speed pressing the optimum speed was found to be 30—35 m/sec. When pressing iron powder approx. 10 mkg work per gramme is needed for producing powder pieces of 97% relative density. The height—diameter ratio attainable is also more favourable than with slow pressing.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), 443—453

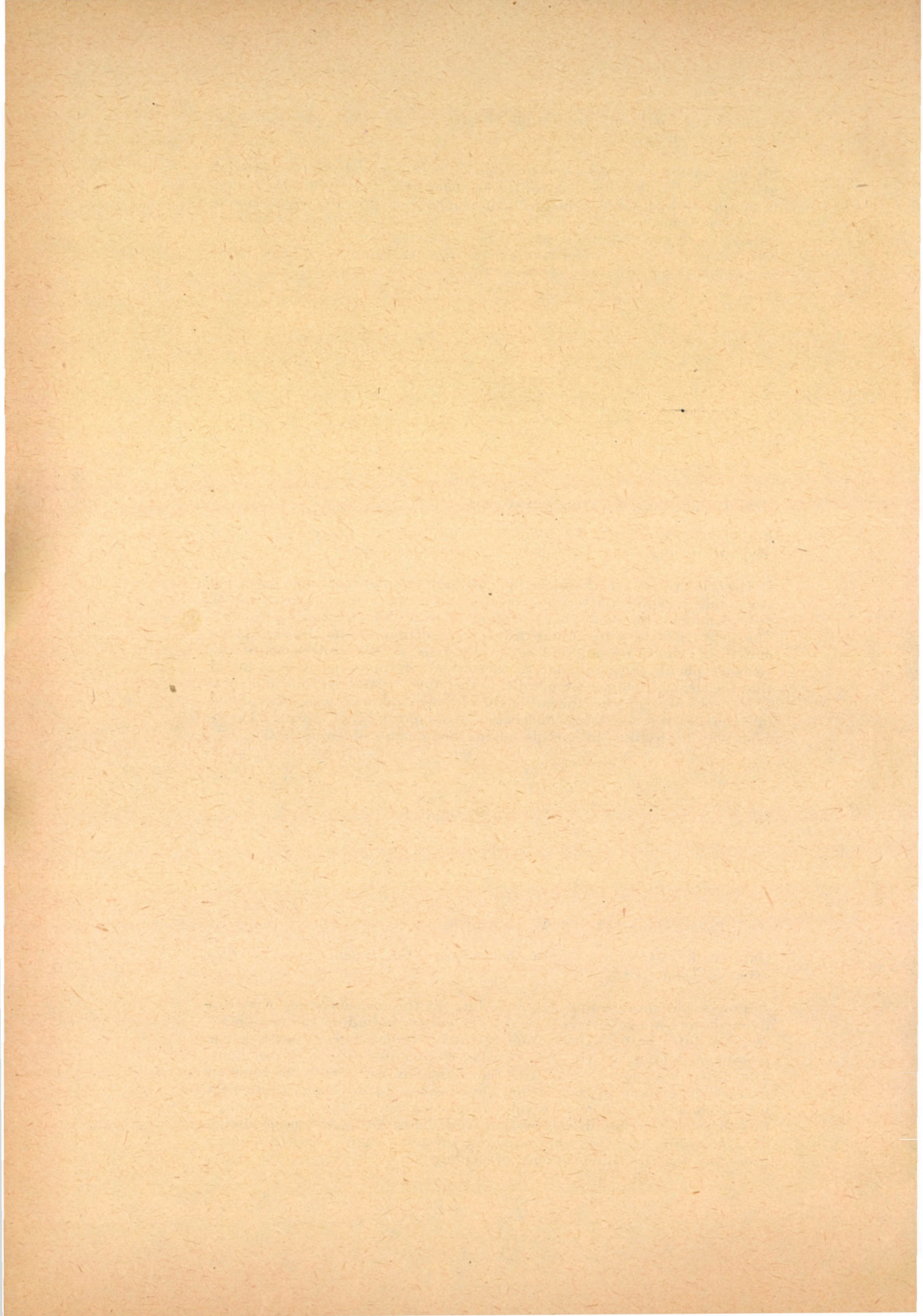
PROHÁSZKA, J.—TÓTH, I.: *Brittle Fracture in Alnico-type Cast Hard Magnets Having Body Centred Cubic Crystal Structure*

In the fracture surface of alnico-type cast hard magnets the same cleavage steps and river-like patterns were observed at low magnification under optical microscope as at high magnification under electron microscope. The cleavage steps were found to be perpendicular to the cleavage plane and their heights were found to be the same as the dimensions of the cleavage planes perpendicular to the surface of the steps. It was found that the cleavage planes are parallel to the {100} crystallographical planes. The mechanism of the formation of cleavage planes was interpreted in terms of the following dislocation reaction: $a/2\langle 111 \rangle + a/2\langle 111 \rangle \rightarrow a\langle 100 \rangle$ proceeding in metals having body centred cubic lattice.

Acta Techn. Hung. 64 (1969), (455—470)

GRUBER, J.—VAJNA, Z.: *Approximative Process for Dimensioning of Hydrodynamic Torque Converters*

Authors report on a numerical procedure for the dimensioning of hydrodynamic torque converters in which the curves bounding the meridional sections differ only slightly from eccentric circles. They transform the meridional section of the torque converter conformly, in three steps. The differential equation of the flow function can easily be resolved on the image plane by relaxation. Dividing the blade systems into part wheels along the surface of revolution passing across the so determined flow lines of the meridional section, and determining the basic design data according to some approximative method, they evolve a modern procedure for the dimensioning of bladings.



The *Acta Technica* publish papers on technical subjects in English, French, German and Russian.

The *Acta Technica* appear in parts of varying size, making up volumes.

Manuscripts should be addressed to

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Hungary

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the *Acta Technica* is 165 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest I., Fő utca 32. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les *Acta Technica* paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les *Acta Technica* sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante:

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Hongrie

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 165 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest I., Fő utca 32. Compte courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«*Acta Technica*» публикуют трактаты из области технических наук на русском, английском, французском и немецком языках.

«*Acta Technica*» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу:

Acta Technica
Münnich Ferenc u. 7.
Budapest V.
Венгрия

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «*Acta Technica*» — 165 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest I., Fő utca 32. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

Reviews of the Hungarian Academy of Sciences are obtainable
at the following addresses:

ALBANIA

Ndermarja Shtetnore e Botimeve
Tirana

AUSTRALIA

A. Keesing
Box 4886, GPO
Sydney

AUSTRIA

Globus Buchvertrieb
Salzgries 16
Wien I

BELGIUM

Office International de Librairie
30, Avenue Marnix
Bruxelles 5
Du Monde Entier
5, Place St. Jean
Bruxelles

BULGARIA

Raznoiznos
1, Tzar Assen
Sofia

CANADA

Pannonia Books
2, Spadina Road
Toronto 4, Ont.

CHINA

Waiwen Shudian
Peking
P. O. B. 88

CZECHOSLOVAKIA

Artia
Ve Směčkách 30
Praha 2
Poštovní novinová služba
Dovoz tisku
Vinohradská 46
Praha 2
Maďarská Kultura
Václavské nám. 2
Praha I
Poštovní novinová služba
Dovoz tlače
Leningradská 14
Bratislava

DENMARK

Ejnar Munksgaard
Nørregade 6
Copenhagen

FINLAND

Akateeminen Kirjakauppa
Keskuskatu 2
Helsinki

FRANCE

Office International de Documentation
et Librairie
48, rue Gay Lussac
Paris 5

GERMAN DEMOCRATIC REPUBLIC

Deutscher Buch-Export und Import
Leninstraße 16
Leipzig 701
Zeitungsvertriebsamt
Fruchtstrasse 3-4
1004 Berlin

GERMAN FEDERAL REPUBLIC

Kunst und Wissen
Erich Bieber
Postfach 46
7 Stuttgart 5.

GREAT BRITAIN

Collet's Holdings Ltd.
Dennington Estate
London Rd.
Wellingborough, Northants.
Robert Maxwell and Co. Ltd.
Waynflete Bldg. The Plain
Oxford

HOLLAND

Swetz and Zeitlinger
Keizersgracht 471-487
Amsterdam C
Martinus Nijhof
Lange Voorhout 9
The Hague

INDIA

Current Technical Literature
Co. Private Ltd.
India House OPP
GPO Post Box 1374
Bombay I

ITALY

Santo Vanasia
Via M. Macchi 71
Milano
Libreria Commissionaria Sansoni
Via La Marmora 45
Firenze

JAPAN

Nauka Ltd.
92, Ikebukuro O-Higashi 1-chome
Toshima-ku
Tokyo
Maruzen and Co. Ltd.
P. O. Box 605
Tokyo-Central
Far Eastern Booksellers
Kanda P. O. Box 72
Tokyo

KOREA

Chulpanmul
Phenjan

NORWAY

Johan Grundt Tanum
Karl Johansgatan 43
Oslo

POLAND

RUCH
ul. Wronia 23
Warszawa

ROUMANIA

Cartimex
Str. Aristida Briand 14-18
București

SOVIET UNION

Mezhdunarodnaya Kniga
Moscow G-200

SWEDEN

Almqvist and Wiksell
Gamla Brogatan 26
Stockholm

USA

Stechert Hafner Inc.
31, East 10th Street
New York, N. Y. 10003
Walter J. Johnson
111, Fifth Avenue
New York, N. Y. 10003

VIETNAM

Xunhasaba
19, Tran Quoc Toan
Hanoi

YUGOSLAVIA

Forum
Vojvode Mišića broj 1
Novi Sad
Jugoslovenska Knjiga
Terazije 27
Beograd