ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
L. GILLEMOT, GY. HEVESI, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT
A. GELEJI

TOMUS 42 FASCICULI 1—3

2-ой КОЛЛОКВИУМ ПО МИКРОВОЛНОВЫМ ЛИНИЯМ СВЯЗИ

Будапешт, 12—15 июня, 1962 г.

2nd COLLOQUIUM ON MICROWAVE COMMUNICATION

Budapest, 12—15 June, 1962

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST
1963

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY U. 21.

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest V., Nádor u. 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó"-nál (Budapest V., Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-46), a külföld számára pedig a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest I., Fő utca 32. Bankszámla: 43-790-057-181) vagy annak külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, französischer, englischer oder russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Ungarn.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Außenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest I., Fő utca 32. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

ACTA TECHNICA

TOMUS 42

INDEX

Ач, Э.: Прибор для измерения мощности СВЧ — *Ács, E.:* Leistungsmesser für Mikrowellen — A Microwave Power Meter — Un équipement pour la mesure des puissances hyperfréquences 263

Ash, E. A.: Millimeter Wave Generation Research at Standard Telecommunication Laboratories Ltd. — Forschungen bezüglich Erregung von Millimeterwellen in S. T. L. — Le développement des tubes électroniques aux S. T. L. —*Аш, Е. А.:* Разработка ламп СВЧ в Стендерд Телекомюникейшн лаборатори 51

Bacsák, Gy.: Die Ursache des bevorzugten Quadranten und ihr Zusammenhang mit den quartären Eiszeiten — On the Causes of the Preferred Quadrant and on its Connections with the Quaternary Glaciations — Le quadrant favorisé et sa relations avec les glaciations quaternaires — *Бачак, Д.:* Обоснование предпочтительного квадранта и зависимость его от четвертичных оледенений 43

Баранн, А.: Измерение коэффициента отражения в полосе ПЧ систем СВЧ — *Baranyi, A.:* Die Messung des Reflexionsfaktors im ZF-Bereich von Richtfunksystemen — Measurement of Mismatch in the IF Band of Microwave Relay Systems — La mesure du coefficient de réflexion dans la bande de fréquence (M. F.) des systèmes de faisceaux hertziens 273

Берцели, Т.—Гонда, Й.: Исследование линейности и стабильности клистронных модуляторов — *Berceli, T.—Gonda, J.:* Untersuchung der Linearität und Stabilität von Klystronmodulatoren — Investigations on Linearity and Stability of Klystron Modulators — Examen de la linéarité et de la stabilité des modulateurs klystrons 123

Bláha, V.: Problems of Videodiscriminator Linearization — Die Linearisation von Videodiskriminaten — Linéarisation de discriminateurs vidéo — *Блаха, В.:* Линеализация видеодискриминаторов 253

Богнар, Г.: Введение — *Bognár, G.:* Opening Address 3

Бородич, С. В.: О необходимй ширине пропускания В.Ч. тракта многоканальных радиорелейных систем — *Borodich, S. V.:* Über die notwendige Durchlassbandbreite des HF-Teiles von Mehrkanal-Richtfunksystemen — The Needed Bandwidth of FM Broadband Radio Channels — Sur la largeur de la bande passante nécessaire des composants HF des liaisons hertziennes à voies multiples 49

Чиби, Ш.: Непосредственная интерференция между расположенными близко друг к другу радиорелейными каналами с частотным уплотнением и частотной модуляцией — *Csibi, S.:* Direktes Nebensprechen zwischen dicht nebeneinander liegenden FDM-FM Höchstfrequenzkanälen — Direct Interference between Closely Spaced FDM-FM Radio Channels — Interférence directe entre radiocanaux FDM-FM très rapprochés 7

Чургаи, А.—Сенаши, Ш.: Анализ шумящих смесителей СВЧ — *Csurgay, A.—Szénási, S.:* Untersuchung rauschgestörter Mikrowellenmischer — Analyse of Microwave Noisy Mixers — Examen des mélangeurs hyperfréquences 171

Easter, B.: A Technique for the Rapid Determination of Small Reflection — Verfahren zur schnellen Bestimmung kleiner Reflexionen — Une méthode pour la détermination rapide de petites réflexions — *Истер, Б.:* Метод быстрого определения малых коэффициентов отражения 225

Фридьеш, И.: Измерение шумфактора приемников системы фазоимпульсной модуляции — ***Frigyes, I.:*** Messung des Geräuschkoeffizienten von PPM-Empfängern — Measurement of the Noise Factor of PPM-Receivers — Mesure du facteur de bruit des récepteurs à modulation d'impulsion en position 301

Гал, Я.—Комяти, Й.: Широкополосный микроволновый генератор шумов — ***Gál, J.— Komjáthy, J.:*** Breitbandrauschgenerator — A Broadband Noise Generator — Un générateur de bruit à large bande..... 293

Гехер, К.: Исследование характеристики группового времени запаздывания линейных систем — ***Géher, K.:*** Untersuchung der Gruppenlaufzeitcharakteristik linearer Systeme — Analysis of Group Delay Time Characteristics of Linear Systems — Étude de la caractéristique du temps de transit de groupe des systèmes linéaires 31

Green, P. E. Jr.: Time Varying Channels with Delay Spread — Kanäle mit zeitlich veränderlichen Kenngrößen und Laufzeitdispersion — Canaux à paramètres variables dans le temps avec dispersion du temps de propagation — *Грин, П. Э.:* Каналы с меняющимися со временем параметрами с илучайными колебаниями распространения 85

Hansel, G.: Eine Einrichtung zur Messung von Häufigkeitsverteilungen — An Equipment for the Measurement of Probability Distributions — Équipment pour la mesure des distributions de probabilités — *Ганзель, Г.:* Устройство для измерения функции распределения к измерениям распространения волн 243

Heidborn, W.: Frequency Conversion by Means of Travelling-Wave Tubes — Frequenzumkehrung mit Hilfe von Wanderfeldröhren — Conversion de fréquence au moyen de tubes à ondes progressives — *Хеидборн, В.:* Преобразование частоты с помощью ламп бегущей волны 209

Иштванфи, Э.: Проблемы проектирования параметрических усилителей — ***Istvánffy, E.:*** Entwurfsprobleme parametrischer Verstärker — Design Problems of Parametric Amplifiers — Problèmes de calcul des amplificateurs paramétriques 191

Кацорек, Т.: Применение метода функции от матрицы к анализу цепей с переменными параметрами — ***Kaczorek, T.:*** Die Anwendung des Matrixfunktionverfahrens zur Analyse von Netzwerken mit veränderlichen Kenngrößen — The Application of the Matrix Function Method to the Analysis of Variable Parametric Network — Application de la méthode des fonctions de matrices à l'analyse des réseaux à paramètres variables 201

Киш-Тот, Ш.—Нойманер, Б.: Энергия в спиральной линии замедления — ***Kis-Tóth, S.—Neumayer, B.:*** Die Energie in der Wendel-Verzögerungsleitung — Energy Stored in Helical Delay Line — L'énergie de la ligne de retard à système hélice 217

Kummer, M.: Frequenzgangfehler bei Mehrsondenmethoden zur direkten Anzeige des Reflexionsfaktors auf Leitungen — Frequency Response Errors at Multisonde-Methods for Direct Indication of Reflexion Coefficient of Lines — Erreurs dépendant de la fréquence, dans l'indication directe du coefficient de réflexion des lignes par la méthode à plusieurs sondes — *Куммер, М.:* Погрешности частотных характеристик при непосредственной индикации коэффициента отражения методом нескольких зондов 233

S. K. Lakshmana Rao: Solution of the Torsion of Beams in Terms of Tchebycheff Polynomials — Die Lösung des Torsionsproblems mit Hilfe von Tschebitscheff-Polynomen — Solution du problème de torsion à l'aide de polynomes de Tchebitchev — *Ш. К. Лакшмана Рао:* Решение проблемы кручения с помощью многочленов Чебыщева 429

Likes, J.: On the Problem of Particle Number and Size Determination in Opaque Bodies — Über das Problem der Bestimmung der Anzahl und der Größe von Teilchen in lichtundurchlässigen Körpern—La détermination du nombre et de la grandeur des particules dans les corps opaques — *Ликеш, Й.:* О проблеме определения количества и величины частиц в телах, не пропускающих свет 325

Mansfeld, W.: Maßnahmen zur Verringerung der Geräuschbeiträge in Richtfunksystemen hoher Bandbreite — Noise Reduction in Broadband Microwave Systems Especially in the Intermediate Frequency Band — Réduction du bruit des faisceaux hertziens à large bande, particulièrement dans la gamme des fréquences intermédiaires — *Мансфельд, В.:* Снижение шумов в широкополосных радиорелейных линиях, особенно на ПЧ 65

Марко, С.—Хадушфалви, И.—Энжёл, Дь.: О некоторых проблемах ферритовых вентилей — *Markó, S.—Hadusfalvi, I.—Enzsöl, Gy.:* Über einige Probleme von Mikrowellen — Ferritgeräten — Some Problems of Microwave Ferrite Devices — Quelques problèmes des composants hyperfréquences à ferrites 163

Nowak, W.: Neuartige Breitband-Ferritrichtungsleitungen in Streifenleitertechnik — New Broadband Ferrite Isolators in Strip Lines — Isolateurs à ferrite de large bande, en ligne à bandes parallèles — *Новак, В.:* Новые широкополосные ферритовые вентили на ленточных волноводах 153

Прибельски, Дь.: Анализ искажений ЧМ радиоствола при общих условиях — *Pribelszky, Gy.:* Untersuchung der Verzerrung von FM-Funkkanälen unter allgemeinen Bedingungen — Distortion Analysis of FM Radio Channels under General Conditions — Étude de la distorsion des radiocanaux modulés en fréquence à des conditions générales 21

Priese, J.: Radioastronomische Untersuchungen der Antenneneigenschaften des Adlershofer 36-m-Radioteleskopes bei einer Wellenlänge von 53,67 cm — Radioastronomical Investigations of Antenna Properties of the 36 m. Adlershof Radiotelescope on the 53,67 cm Wavelength — Recherches radioastronomiques sur les propriétés d'antenne du radiotélescope d'Adlershof à la longueur d'onde de 53,67 cm — *Призе, Й.:* Радиоастрономические исследования антенных свойств 36 м-го адлерговского радио телескопа на длине волны 53,67 см..... 99

Prinzler, H.: Einige Untersuchungen an Rauschgeneratoren im Mikrowellengebiet — Investigations on Noise Generators in the Microwave Range — Étude des générateurs de bruit hyperfréquences — *Принцлер, Г.:* Исследования генераторов шума СВЧ 283

Рейтер, Дь.: Расчет симметричного фильтра СВЧ с помощью рекурсивных формул — *Reiter, Gy.:* Die Berechnung von symmetrischen Mikrowellenfiltern mit Hilfe von Rekursionsformeln — Design of Symmetrical Microwave Filters by Means of Recursion Formulae — Calcul de filters symétriques en hyperfréquence à l'aide des formules de récursion 133

Rempt, E.: Automatik-Einrichtungen für Richtfunksysteme großer Bandbreite — Automatic Control of Broadband Radio Links — Équipements de télécommande de faisceaux hertziens à large bande — *Ремпт, Э.:* Автоматика широкополосных систем 261

Рона, П.: О проектировании волновода с переменным поперечным сечением — *Róna, P.:* Über den Entwurf von Hohlleitern mit veränderlichem Querschnitt — Design of Varying Cross Section Waveguides — Le calcul des guides d'ondes au profil variable 147

Salzmann, G.: Neuartige Frequenzweichen auf der Basis elektromagnetisch gekoppelter Leitungen — New Separation Filters Based on the Electromagnetic Coupling of Transmission Lines — Étages de séparation sur la base du couplage électromagnétique des lignes de transmission — *Сальцманн, Г.:* Новые разделительные фильтры на основе линий передачи с электромагнитной связью 109

Шаркань, Т.: Переход изображение-звук в системах СВЧ — *Sárkány, T.:* Bild-zu-Ton Nebensprechen in Richtfunksystemen—Picture—to-Sound Crosstalk in Microwave Systems — La diaphonie image-son dans les systèmes de faisceaux hertziens 41

Simon, J. C.: Physical Principles and Description of a New Family of Endfire Antennas — Physikalische Grundsätze und Beschreibung einer neuen Familie von Längsstrahlern — Principes physiques et description d'une nouvelle famille d'antennes à rayonnement axial — *Симон, Ж. С.:* Физические принципы и описание нового семейства продольно-направленных антенн 309

Такач, Ш.—Том, Т.: Объемный резонатор СВЧ квантового усилителя фототрона — *Takács, S.—Tóth, T.:* Der Mikrowellen-Hohlraumresonator des Phototron-Molekularverstärkers — The Microwave Cavity Resonator of the Phototron Maser — Le cavité résonnante hyperfréquences du phototron „Maser" 181

Tankó, J.: A Characteristic of Stationary Processes Used in the Textile Industry — Über eine in der Textilindustrie übliche Kennzahl von stationären Vorgängen — Une caractéristique des processus stationnaires utilisée dans l'industrie textile — *Танко, Й.:* Показатель стационарных процессов, используемый в текстильной промышленности 361

Tihanyi, L.: The Dimensioning of Shielding Walls against Gamma Radiation — Die Dimensionierung von Schutzwänden gegen Gammastrahlung — Le calcul des murs de protection contre les rayons gamma — *Тихани, Л.:* Расчет защитных стен против действия гамма-излучений 391

Ужоки, М.—Шмидег, И.: Переходный разговор в системах фазоимпульсной модуляции — *Uzsoky, M.—Schmideg, I.:* Nebensprechen in PPM-Systemen — Crosstalk in PPM-Systems — Diaphonie dans les systèmes MIP 79

Veres, I.: The Enrichment of Alumina Factory Vanadium Muds with Particular Attention to the so—Called Cold Enrichment—Über die Aufbereitung der Vanadiumschlamme von Tonerdefabriken, mit besonderer Rücksicht auf die sog. kalte Aufbereitung — L'enrichissement et particulièrement l'enrichissement à froid des boues de vanadium des usines d'alumine — *Вереш, И.:* Обогащение содержащих ванадий глиноземистых шламов алюминиевых заводов с применением так называемого холодного обогащения 311

Zilahi, M.: The Correct Determination of the Irregularity of Random Products — Die richtige Ermittlung der Grenzungleichmässigkeit von Spinnereiprodukten — La détermination correcte de la limite d'irrégularité des produits de filature — *Зилахи, М.:* Правильное определение граничной неравномерности продукта прядильного производства 415

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
L. GILLEMOT, GY. HEVESI, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT
A. GELEJI

TOMUS 42

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST
1963

ВВЕДЕНИЕ

Г. БОГНАР
ЧЛЕН АКАДЕМИИ НАУК ВЕНГРИИ

Со времени разработки первой радиосвязи для передачи телефонии [1], радиосвязи, обеспечивающие передачу телефонии и программы телевидения, прошли большой путь развития. Показателем развития, является увеличение емкости радиорелейных стволов, что сопровождается развитием систем с высокой поднесущей частотой. В настоящее время в мире работают радиорелейные системы в несколько сотен телефонных каналов, с передачей программы телевидения, на СВ частотах в 2000 мггц, 4000 мггц, 6000 мггц, 10 000 мггц.

Международные магистральные системы ставят все бóльшие требования к радиочастотным стволам СВЧ. При выполнении этих требований возникает ряд научных и технических вопросов. Разработкой этих вопросов занимаются везде с большой интенсивностью. Этой темой, около десяти лет, занимаются и венгерские специалисты по технике связи.

Отдел технических наук при Академии наук Венгрии организовал международный коллоквиум в 1959 году в Будапеште, с целью обмена мнениями специалистов по микроволновой технике связи. На коллоквиуме 1959 года, присутствовали специалисты восьми стран: Австрии, Англии, Германии, СССР, США, Франции, Чехословакии и Венгрии, и был зачитан 31 доклад [2—4], после которых проводились дискуссии.

Несколько докладов, зачитанных на коллоквиуме были опубликованы в органе Академии наук Венгрии — „*Acta Technica*“ и в органе Будапештского втуза „*Periodica Polytechnica*“ [5—11].

В июне 1962 года был организован II Коллоквиум по микроволновым диниям связи. На этом коллоквиуме присутствовали специалисты девяти стран: Австрии, Англии, ГДР, ГФР, СССР, США, Франции, Чехословакии и Венгрии. Было зачитано 32 доклада на следующие темы:

Анализ систем,
микроволновые линии и антенны,
электроника СВЧ,
электронные цепи,
измерение систем.

Acta Techn. Hung. 42 (1963)

В то время, как из докладов I Микроволнового коллоквиума в международной литературе было опубликовано только несколько, материалы II. Микроволнового коллоквиума полностью публикуются в органе Академии наук Венгрии „*Acta Technica*“. Для этого, редакция „*Acta Technica*“ посвещает отдельный номер журнала, содержание которого, собрано в порядке зачитанных докладов. Уместно здесь выразить признательность редакции журнала „*Acta Technica*“ за проведенную работу, которой обеспечили выход в свет этого номера.

Отдел технических наук при Академии наук Венгрии и Научное общество техники связи и в дальнейшем желают способствовать развитию СВЧ радиосвязи, имеющей большое значение в международной связи. С этой целью в июне 1965 года будет организован III Международный коллоквиум по СВЧ радиосвязи. Есть надежда на то, что и эта встреча будет способствовать обмену научным опытом, и углубит дружбу между присутствующими делегатами.

OPENING ADDRESS

G. BOGNÁR
MEMBER OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

Since the realization of the first radiolink transmitting telephone channels [1], the radiolinks for the transmission of telephone channels and television broadcasting have passed through an intensive development. This development is shown by the rapid growth of the systems' channel capacity followed up by the development of carrier-frequency systems which include more and more channels. Actually, throughout the world are working radiorelay systems, translating hundreds of telephone channels and television broadcast into microwave frequency ranges of 2000, 4000, 6000 and 10 000 Mc.

The international trunk-line systems are continuously putting forward growing demands for microwave radio channels. The satisfaction of these demands raises several scientific and engineering problems, waiting for solution. Throughout the world, workers are very intensely engaged in the solution of these problems. Since nearly a decade Hungarian communication specialists are also participating in this work.

Joining in this work, the Department of Technical Sciences at the Hungarian Academy of Sciences and the Scientific Society of Telecommunication arranged in Budapest 1959 a *Colloquium on Microwave Communication* with the aim to set up an international discussion forum for specialists engaged in the problems of microwave radio relay systems. At the colloquium of 1959 the specialists of eight countries, of Austria, Czecho-Slovakia, France, Germany, the United Kingdom, US, USSR and Hungary had discussions on 31 papers [2—4]. Some of the papers read at the Colloquium were published in the journal *Acta Technica* of the Hungarian Academy of Sciences, and in the *Periodica Polytechnica*, a journal of the Technical University of Budapest which is edited in foreign languages [5—11].

In June 1962 the *Second Colloquium on Microwave Communication* was held in Budapest. At this international meeting 150 research workers of nine countries, of Czecho-Slovakia, France, German Democratic Republic, German Federal Republic, Poland, United Kingdom, US, USSR and Hungary had a discussion on 32 papers. The papers dealt with subjects concerning microwave communication in the following fields:

Analysis of systems,
Microwave circuits and antennas,
Microwave electronics,
Electronic circuits,
Systems measurements.

Whereas only a few of the papers read at the *First Colloquium on Microwave Communication* are available in the international literature, the journal *Acta Technica* of the Hungarian Academy of Sciences has undertaken to publish the whole material of the *Second Colloquium on Microwave Communication*. For this purpose the Editorial Board of the *Acta Technica* has provided this special issue in which the papers are published in the same sequence as they were read at the Colloquium. Making use of this opportunity, we should like to give thanks to the Editorial Board of the *Acta Technica* for ensuring the work of this publication.

The Department of Technical Sciences at the Hungarian Academy of Sciences and the Scientific Society of Telecommunication wish to continue the contribution to the development of microwave radio relay systems, playing an important role in the international communications, by arrangement of scientific meetings. Thus, in June 1965 the *Third Colloquium on Microwave Communication* is to be held. It is hoped that this will also contribute to the pooling of experiences of the participants and to the deepening of their friendship.

REFERENCES

1. Perrine, J. O.: *Bell Tel. Quarterly* **5** (1926), 219—237.
2. Bognár, G.: Colloquium on Microwave Communication. *Acta Techn. Hung.* **32** (1960), 3—4.
3. Colloque sur les faisceaux hertziens. *L'Onde Électrique* (1959), Dec.
4. Das internationale Kolloquium über Mikrowellen-Richtsstrahlverbindungen in Budapest vom 10—13 Nov. 1959. *Nachrichtentechnik* **10** (1960), 4.
5. *Сифоров, В. И.:* К теории каналов радиосвязи со случайно изменяющимися параметрами. *Acta Techn. Hung.* **39** (1962), 1—2.
6. Lewin, L.: Diversity Reception and Automatic Phase Correction. *Acta Techn. Hung.* **32** (1960), 3—4.
7. Berceli, T.: A Travelling-Wave Output Amplifier for the 4000 Mc/s Band. *Acta Techn. Hung.* **34** (1961), 1—2.
8. Berceli, T.: Wanderfeldverstärker. *Periodica Polytechnica* **5** (1961), 1.
9. Géher, K.—Enzsöl, Gy.: Nach dem Resonanz-Prinzip arbeitende Ferritisolatoren in Mikrowellen-Richtfunkverbindungen. *Periodica Polytechnica* **5** (1961), 3.
10. *Просин, А. В.:* Дальние связи на ультракоротких волнах. *Acta Techn. Hung.* **39** (1962), 1—2.
11. DuCastel, F.: Le rôle du processus de réflexion partielle dans la propagation des ondes. *Acta Techn. Hung.* **34** (1961), 1—2.

НЕПОСРЕДСТВЕННАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ МЕЖДУ РАСПОЛОЖЕННЫМИ БЛИЗКО ДРУГ К ДРУГУ РАДИОРЕЛЕЙНЫМИ КАНАЛАМИ С ЧАСТОТНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ И ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Ш. ЧИБИ
КАНДИДАТ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

В статье рассматривается особый вид помехи между расположенными близко друг к другу радиоканалами большой пропускной способности, т. н. непосредственная интерференция.

Исследуется связь непосредственной интерференции с основными параметрами системы, в первую очередь уровня интерференции с селективностью приемника.

Дается краткий обзор условий снижения непосредственной интерференции ниже уровня т. н. интерференции ограничения, возникающей через линейный приемник и идеальный ограничитель. На основании экспериментальных результатов показывается на типичном примере устранение непосредственной интерференции с помощью селективности приемника.

1. Введение

В последнее время увеличились требования относительно емкости систем связи и экономного использования радиочастотного спектра. Данное обстоятельство, требует дальнейшего исследования радиорелейных каналов с большой емкостью, расположенных близко друг к другу.

Ниже будет рассмотрен специальный вопрос, связанный с этой темой.

Для постановки задачи, рассмотрим радиоканалы A и B на рис. 1. Пусть оба канала частотно-модулированы. Пусть модуляция в обоих случаях — многоканальный телефонный сигнал с частотным уплотнением.

Исследуемая интерференция на рис. 1 изображена пунктиром. В канал B, в цепочечной связи, видны усилитель G, ограничитель L и дискриминатор D.[1]

Основные свойства возникающей интерференции, в случае линейного усилителя, идеального ограничителя и дискриминатора, подробно рассматриваются в литературе [2—11]. В дальнейшем, возникшую таким образом интерференцию, будем называть интерференцией ограничения.[2]

[1] В этой работе, в случае исследования гетеродинных систем, частотное преобразование принимается во внимание соответствующим сдвигом входной поднесущей.

[2] Следуя ссылке [8].

В действительных условиях, однако, интерференцией ограничителя учитывается только мешающее действие, вызываемое составляющими поступающих на ограничитель мешающего и полезного спектров путем биения.

В случае радиоканалов с равными частотами интерференция ограничения является продуктом составляющих, находящихся в близости пика спектра. В этом случае интерференция и в условиях действительности практически равна интерференции ограничения.

При соседних же радиоканалах — например при расстоянии между каналами, равном трехкратной ширине полосы модуляции — по крайней мере одна из составляющих комбинационных продуктов, вызывающих интерференцию ограничения происходит от места небольшой относительной амплитуды мешающего или полезного спектра. В этом случае интерференция

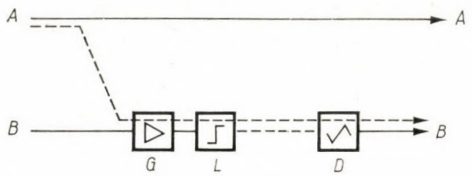


Рис. 1. Исследуемая система

в действительном канале B уже не всегда определяется интерференцией ограничения.

Положение является критичным, если каналы A и B расположены близко друг к другу и пик мешающего спектра проникает в канал B со значительной амплитудой. В этом случае интерференция ограничителя может быть превзойдена интерференцией, вызываемой в действительном канале B происходящими от пика мешающего спектра интермодуляционными продуктами.

В случае соседних радиоканалов кроме интерференции ограничения является важным в первую очередь исследование интерференции, создающейся в некоторых нелинейных элементах действительного канала B путем комбинации биения между мешающими составляющими спектра с полезным сигналом. Это является комбинацией, при которой происходящие от пика мешающего спектра интермодуляционные продукты — независимо от выбора расстояния между каналами — падают в близость полезной несущей волны. Эта интерференция включает в себя, кроме других продуктов, непосредственную репродукцию отдельных составляющих основного диапазона канала A. Поэтому возникшую таким образом интерференцию называем непосредственной интерференцией.[3]

[3] Следуя работе [8]. Нужно заметить, в случае [8] обозначение «непосредственная интерференция между каналами расположенными рядом» по определению относится к понятным переходным помехам, возникающим между каналами A и B.

Одним из возможных источников непосредственной интерференции является например нелинейно нагруженная входная цепь ограничителей.

Исследование непосредственной интерференции на практике является существенным в случае каналов, расположенных плотно рядом друг с другом. Нормами по непосредственной интерференции определяются требования, предъявляемые к селективности приемников в непосредственной близости полосы пропускания.

Основные опыты, в связи с непосредственной интерференцией, в случае каналов с большой емкостью, расположенных рядом, рассматривает *Кёртис*, *Коллинс* и *Джеминсон* [5], *Кинзер* и *Ледиг* [8].

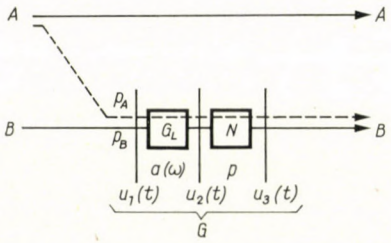


Рис. 2. Более точное определение усилителя G

Цели настоящего очерка — теоретическое исследование непосредственной интерференции, в первую очередь связи уровня интерференции с селективностью приемников, и обзор возможностей устранения непосредственной интерференции.

2. Анализ

Исследуем непосредственную интерференцию, вызываемую нелинейным элементом N (см. рис. 2).

Пусть будет элемент N-например нелинейно нагруженная входная цепь действительного ограничителя.

Селективность участка от входа приемника до элемента N учитывается линейным усилителем G_L.

Для дальнейшего рассмотрения указанный на рис. 1 усилитель G может быть просто замещен включенными в цепочку элементами G_L и N.

Ограничителем L учитывается ближайшее сильное ограничение за элементом N. (При исследовании вызываемой элементом N непосредственной интерференции можно предполагать, что ограничитель L и дискриминатор D являются идеальными. В этом случае с точки зрения выходного сигнала канала B имеет значение только мгновенная частота выходного сигнала.)

В этой работе, как полезный, так и мешающий сигнал, на входе усилителя G_L, примем за неискаженный ЧМ сигнал. Полезный сигнал:

$$U_{B1}(t) = \sqrt{2p_B}\cos[\Omega_B t + \Phi_B(t) + \Psi_B].$$

Мешающий сигнал:

$$U_{A1}(t) = \sqrt{2p_A}\cos[\Omega_A t + \Phi_A(t) + \Psi_A].$$

Ω_B и Ω_A две поднесущих; $\Phi_B(t)$ и $\Phi_A(t)$ полезная фазовая модуляция в канале B и канале A. (Предположим, что обе модуляции являются эргодическим стационарным процессом.) Ψ с различными индексами означает случайную фазу с равномерным распределением вероятности в интервале $(-\pi, +\pi)$. p_B и p_A — входные мощности.

При дальнейшем исследовании, достаточно принимать во внимание только медленно изменяющиеся характеристики распространения. В этом пункте исследуем заданное состояние входной мощности, соответственно этому величины p_A и p_B примем за постоянные.

Величина мешающего сигнала действительная и стационарная. В соответствии с этим можно получить его в следующем виде [1]:

$$U_{A1}(t) = \sqrt{2p_A}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t}\, dx(\omega),$$

где $x(\omega)$ — случайная переменная от ω с ортогональным приростом и $dx(\omega) = dx(-\omega)^*$. (Звездочка — знак сопряженности.)

В дальнейшем собственного интермодуляционного шума и линейного искажения канала B исследовать не будем. Будем предполагать, что полезный сигнал пропускается элементами G_L и N без искажения и временем распространения усилителя G при исследовании модуляции Φ_B можно пренебречь. Пусть передаточная функция усилителя G_L (комплексная величина) — $a(\omega)$, где $a(\omega) = a(-\omega)^*$.

Тогда на входе N полезный и мешающий сигнал примет вид

$$U_{B2}(t) = V_B\cos[\Omega_B t + \Phi_B(t) + \Psi_2],$$

$$U_{A2}(t) = \nu V_B\int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega)\, e^{j\omega t}\, dx(\omega),$$

где V_B — амплитуда полезного сигнала и $\nu = \sqrt{p_A/p_B}$. Выразим сигнал, возникающий под действием входного сигнала $U_2(t) = U_{B2}(t) + U_{A2}(t)$. На выходе N в следующем виде:

$$U_3(t) = V_0[1 + m(t)]\cos[\Omega_B t + \Phi_B(t) + \eta(t) + \Psi_3],$$

где V_0 — амплитуда полезного сигнала при выключенном канале A; $m(t)$ и $\eta(t)$ — шум АМ и ФМ, исходящий из канала A.

Ограничим исследования на случай, когда интерференция ограничителя и другими продуктами интерференции можно пренебречь относительно непосредственной интерференции; т. е. предположим, что $\eta(t)$ практически равно непосредственной интерференции.[4]

Предположим вначале что элемент N-безинерционен:

$$U_3(t) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k [U_{B2}(t) + U_{A2}(t)]^k,$$

где b_k — величина действительная и постоянная.

Легко можно показать, что в этом случае полезный сигнал и низкочастотные продукты мешающих спектральных составляющих, путем интермодуляции дают только шум АМ. Непосредственную интерференцию дает только динамическая нелинейность N.

Характеризуем элемент N, принимая во внимание опыты типичных случаев.

Из практики следует, что мощность непосредственной интерференции, исключая крайние случаи, пропорциональна квадрату отношения p_A/p_B, таким образом напряжение пропорционально квадратному значению v (см. например случай «а» рис. 4). В соответствии с этим, ограничимся исследованием тех интермодуляционных продуктов третей степени, которые исходят из низкочастотной комбинации полезного сигнала и двух мешающих спектральных составляющих. Для простоты, рассмотрим интермодуляционные продукты, которые исходят от составляющих мешающего спектра частотой $\omega > 0$ и $\lambda < 0$, заметив, что значительное дополнение дают комбинации составляющих около $+\Omega_A$ и $-\Omega_A$.

Приближенно предположим, что при продуктах, исходящих от значительных составляющих мешающего спектра, интермодуляция возникает при идентичных условиях. В соответствии с этим характеризуем элемент $-N$ единственной комплексной интермодуляционной постоянной $-p$. А исследуемые интермодуляционные продукты на выходе элемента выразим в следующем виде:[5]

$$U_{30}(t) = \frac{v^2 V_B^3}{2} \left\{ p e^{j[\Omega_B t + \Phi_B(t) + \Psi_0]} + p^* e^{-j[\Omega_B t + \Phi_B(t) + \Psi_0]} \right\} \cdot \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{0} e^{j(\omega+\lambda)t} a(\omega)\, a(\lambda)\, dx(\omega)\, dx(\lambda). \tag{1}$$

[4] В крайних случаях может быть и то, что продукты интерференции, возникшие на многократном расстоянии каналов, нельзя поддерживать на соответствующем расстоянии от несущей Ω_B. Но здесь предполагаем, что интерференция, исходящая из этих продуктов, вследствие соответствующего выбора отношения $\Omega_B/|\Omega_B - \Omega_A|$ находится вне основного диапазона.

[5] Все исследуемые комбинации мешающих спектральных составляющих можно выразить интегралом [1]. Интеграл — действительная величина, т. к. спектральные составляющие, относящиеся к паре частот (ω, λ) и $(-\lambda, -\omega)$, сопряженные величины.

Рассмотрим фазу суммы $U_{30}(t)$ и полезного сигнала. Заметим, что исследуются каналы только с хорошими передаточными свойствами, т. е. принимаются во внимание только мешающие сигналы малого уровня, соответствующие предписаниям интерференции. Тогда шум ФМ, исходящий из непосредственной интерференции, на выходе элемента N приближенно:

$$\eta_i(t) = \nu^2 \sqrt{C} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{0} e^{j(\omega+\lambda)t}\, a(\omega)\, a(\lambda)\, dx(\omega)\, dx(\lambda)\,, \tag{2}$$

где $\sqrt{C} = (V_B^3 \operatorname{Im} p)/V_0$, C — эмпирическая постоянная, $\operatorname{Im} p$ — мнимая часть.[6]

С точки зрения дальнейшего исследования, имеет значение шум ЧМ $\eta(t)$. Его определяют просто, путем умножения на $j\omega$ составляющих с частотой ω процесса $\eta(t)$.

Остановимся на исследовании спектральной плотности шума ЧМ $\eta'(t)$.

Заметим, что если $\zeta(t)$ — стационарный процесс

$$\zeta(t) - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t}\, dz(\omega) \tag{3}$$

рассмотрим спектральную плотность, $S_\zeta(\omega)$ данную следующим тождеством:

$$S_\zeta(\omega)\, d\omega = E dz(\omega)\, dz(\omega)^* \tag{4}$$

(E — обозначение ожидаемой величины[7]).

На основе (3) и (4):

$$E\, \zeta(t+\tau)\, \zeta(t)^* = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega\tau}\, S_\zeta(\omega)\, d\omega\,. \tag{5}$$

(Если $\zeta(t)$ — величина действительная обозначение сопряженности можно упустить.)

Задачей является определение спектральной плотности $S_{\eta'}$ на основе входного сигнала $U_{A1}(t)$.

[6] В случае, если нелинейность N, вызывающая непосредственную интерференцию, возникает на участке канала B, обеспеченного идеальной автоматической регулировкой усиления (например на входе схемы ограничителя), полезные постоянные амплитуды V_B, V_0 и уровень интерференции зависят только от ν и отношения p_A/p_B. Но если на входе N, автоматическая регулировка уровня только частична, уровень интерференции зависит не только от отношения p_A/p_B, но и от величины мощности p_B; в зависимости от погрешности регулировки уровня. (Приближенно в действительности имеет место первый случай, при условиях, соответствующих случаю «а» рис. 4).

[7] При общем распределении вероятностей $F(\zeta_1, \zeta_2)$, двух вероятностных переменных ζ_1, и ζ_2:

$$E\zeta_1\, \zeta_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_1\, \zeta_2\, dF(\zeta_1\, \zeta_2)\,.$$

Поскольку зависимость шума ЧМ $\eta'(t)$ и входного сигнала $U_{A1}(t)$ нелинейна, для определения S'_{η}, в общих случаях величина S_{UA1} недостаточна. Для решения общей задачи, требуется более подробное исследование, опираясь на спектральное выражение модуляции $\Phi_A(t)$.

Нужно принять во внимание, что в случае исследования вещательных каналов при принятых данных селективности на частоте в несколько мггц, один из когерентных спектральных составляющих, расположенных симметрично на двух сторонах мешающей поднесущей, относительно другого имеет большое затухание, в следствии этого с точки зрения интерференции им можно пренебречь. Можно пренебречь также и той частью интерференции, которую дают когерентные составляющие, расположенные внутри боковой полосы, в случае если исследуемый предмет обычные частотно-модулированные данные, при равномерно нагруженном основном диапазоне и при системах большой емкости.

Приняв это во внимание, спектральные составляющие мешающего сигнала $U_{A1}(t)$ примем за независимые величины.

Учтем, что в выражении (2) нет составляющих постоянного тока.

На основе вышесказанного и равенства (2)

$$E\,\eta'(t+\tau)\,\eta'(t) = \nu^4 C \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{0} e^{j(\omega+\lambda)\tau}(\omega+\lambda)^2 g(\omega)\,g(\lambda)\cdot \cdot \{E\,dx(\omega)\,dx(\omega)^*\}\cdot\{E\,dx(\lambda)\,dx(\lambda)^*\}, \tag{6}$$

где $g(\omega) = |a(\omega)|^2$ — усиление мощности усилителя G_L.

Пусть будет:

$$\sigma\left(\frac{\omega}{B_A}\right) = \begin{cases} \dfrac{B_A\,S_{U_{A1}}(\omega)}{P_A}\cdot g(\omega), & \omega \geq 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases}, \tag{7}$$

где B_A ширина основного диапазона в канале А и пусть будет:

$$w(\mu) = 2\int_0^{\infty} \sigma\left(y - \frac{\mu}{B_A}\right)\sigma(y)\,dy. \tag{8}$$

Тогда по (4) и (6) ... (8):

$$E\eta'(t+\tau)\eta'(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega\tau}\left[\frac{\nu^4 C\mu^2}{2B_A}w(\mu)\right]d\mu. \tag{9}$$

Спектральная плотность шума ЧМ, происходящего от непосредственной

интерференции, на основе (5) и (9):

$$S_{\eta'}(\omega) = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \cdot \frac{C\omega^2}{2B_A} w(\omega) \tag{10}$$

приняв во внимание, что $\nu = \sqrt{p_A/p_B}$.[8]

На практике требуются данные относительно уровня интерференции. Примем за основной уровень стандартный контрольный шум (12).

Спектральная плотность полезной модуляции в канале: B, при передаче стандартного контрольного сигнала:

$$S_{\Phi' B}(\omega) = \frac{\vartheta(\omega)\,\Omega_{0B}^2}{2B_B}\ , \tag{11}$$

где Ω_{0B} — эффективное значение девиации частоты, B_B — ширина основного диапазона, $\vartheta_B(\omega)$ — относительное усиление мощности преемфазы в канале B.

Будем называть отношением шум — контрольный шум отношение спектральной плотности мешающей и полезной частотной модуляции.

Обозначим её $\varrho(\omega)$[9].

На основе (10) и (11), отношение шум — контрольный шум, происходящее от непосредственной интерференции

$$\varrho(\omega) = \frac{S_{\eta'}(\omega)}{S_{\Phi' B}(\omega)} = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \frac{B_B}{B_A} \varkappa_B(\omega) \left(\frac{\omega}{\Omega_{0B}}\right)^2 C\, w\,(\omega)\,, \tag{12}$$

где $\varkappa_B(\omega) = \vartheta_B(\omega)^{-1}$ относительное усиление мощности деемфазы в канале B.

Понятную часть интерференции на частоте ω, дает комбинация мешающей поднесущей и мешающей спектральной составляющей, которая пропорциональна спектральным составляющим $\Phi_A(t)$, частотой ω.

Пусть канал A нагружен, со включением преемфазы, равномерным спектром внутри основного диапазона, пусть мощность мешающей поднесущей на входе усилителя G_L: $2\chi_A p_A$.

В таком случае несущая, при спектральной составляющей, пропорциональной спектральным составляющим с частотами $\Omega_A + \omega$ и ω от $\Phi_A(t)$, на основе уравнения (2) ссылки [7] и выражения (7):

$$\sigma\left(\frac{\Omega_A}{B_A}\right) = \chi_A\, g(\Omega_A)\, \delta\left(\frac{\omega - \Omega_A}{B_A}\right), \tag{13}$$

$$\sigma\left(\frac{\Omega_A + \omega}{B_A}\right) = \chi_A\ g(\Omega_A + \omega)\ \frac{\vartheta_A(\omega)\,\Omega_{0A}^2}{2\omega^2}\ , \tag{14}$$

[8] Из равенства [8] следует, что $w(\omega) = w(-\omega)$ соответственно общим условиям $S_{\eta'}(w) = S_{\eta'}(-\omega)$.

[9] Обратную величину ϱ принято называть отношением шумовой мощности.

где $|\omega| \leqslant B_A$, $\delta(\omega)$ — импульсная функция (функция Дирака), Ω_{0A} — эффективное значение девиации частоты B_A — ширина основного диапазона, $\vartheta_A(\omega)$ — относительное усиление преемфазы в канале A.

Примем во внимание то, что одна из боковых полос мешающего спектра имеет большое затухание относительно другой. Тогда для понятной части интерференции по (8), (13) и (14) приближенно получим:

$$w_0(\omega) = \chi_A^2 \; g(\Omega_A) \; g(\Omega_A \pm |\omega|) \; \vartheta_A(\omega) \; \left(\frac{\Omega_{0A}}{\omega}\right)^2, \tag{15}$$

где $|\omega| \leq B_A$. Две возможности соответствуют случаям

$$\Omega_B > \Omega_A \quad \text{и} \quad \Omega_B < \Omega_A.$$

На основе (12) и (15), понятная часть отношения шум — контрольный шум, исходящей от непосредственной интерференции:

$$\varrho_0(\omega) = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \left(\frac{\Omega_{0A}}{\Omega_{0B}}\right)^2 \frac{B_B}{B_A} \; \frac{\vartheta_A(\omega)}{\vartheta_B(\omega)} \; \chi_A^2 \; g(\Omega_A) \; g(\Omega_A \pm |\omega|) \; C, \tag{16}$$

в случае $|\omega| \leqslant B_A$.

Непонятная часть отношения шум-контрольный шум выражается формулой

$$\varrho_1(\omega) = \varrho(\omega) - \varrho_0(\omega).$$

На основании (12) и (16) можно получить простую картину влияния селективности усилителя G_L на непосредственную интерференцию.

Рассмотрим например понятный переходный разговор. Пусть будут расстояние между каналами 30 Мгц, ширина основной полосы в обоих каналах 10 Мгц и селективность усилителя G_L соответствующей сперва случаю «а», затем случаю «б» рис. 5.

Исследуем понятный переходный разговор в верхнем телефонном канале. Тогда, на основе (16), понятный переходный разговор определяется селективностью при частотных сдвигах в 20 и 30 Мгц.

При переходе от случая «а» на случай «б» уровень понятного переходного разговора согласно уравнению (16) и данным рис. 5. снижается на 30 дб.

3. Возможности исключения

Кратко рассмотрим возможности исключения непосредственной интерференции.

Ограничитель и непосредственная интерференция по разному зависят от отношения входной мощности (и от затухания между радиоканалами).

Непосредственная интерференция обычно следует закону 2 дб/дб, а интерференция ограничителя 1 дб/дб (см. рис. 3).

В обоих случаях рассмотрим источник интерференции при определенном значении отношения входной мощности. Которой из двух источников интерференций является основным, зависит от того, как расположена рабочая точка, на рис. 3, относительно точки пересечения. В случае X преобладает непосредственная интерференция, в случае Y — интерференция ограничения.

Непосредственную интерференцию и интерференцию ограничения можно сравнить по рис. 3, в случае, если интерференция исследуется, на-

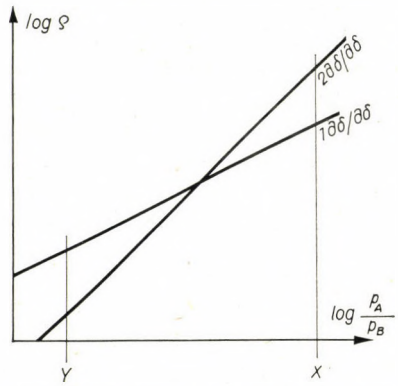


Рис. 3. Непосредственная интерференция и интерференция ограничения в зависимости от логарифма отношения входной мощности

пример, на единственном радиоучастке, при определенном значении сильного относительного фединга каналов A и B. Заметим, что при исследованиях систем, в первую очередь значение имеют те величины отношения входной мощности, которые относятся к тем же вероятностям на функциях распределения шума. Приняв это во внимание, по рис. 3 абсциссы критических рабочих точек, в случае двух интерференций, различны, соответственно тому, что непосредственная интерференция и интерференция ограничения по-разному зависят от отношения p_A/p_B.

В действительности нужно различать критерии оценки двух видов интерференций. А именно, для понятной части непосредственной интерференции действительны требования, относящиеся к понятному переходному разговору.

Исключение непосредственной интерференции при помощи селективности приемника изображено на рис. 4.

На рис. 4. изображен логарифм отношения шум — контрольный шум в зависимости от входного уровня помехи. Параметром кривых, является полезный входный уровень. Сплошная кривая и кривая пунктиром отно-

сится к характеристикам селективности на рис. 5 (случай «a» и «b»). Устройства в случае «a» и «b» идентичны.

Межканальное расстояние было 30 мггц. Как в канале A, так и в канале B, применялся спектр контрольного шума в диапазоне 0,01 ... 8,5 мггц, эффективное значение девиации частоты 1 мггц и преемфазу МККР (12). — Измерения уровня шума проводились на частоте 8 мггц. Во время измерения шумов, канал B не был модулирован.

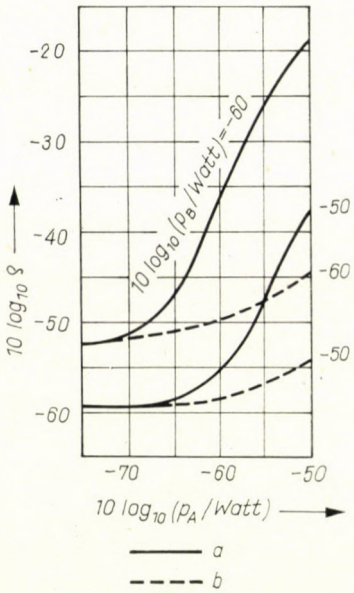


Рис. 4. Измеренный уровень интерференции в зависимости от входного мешающего уровня. (Параметр — полезный входный уровень.)

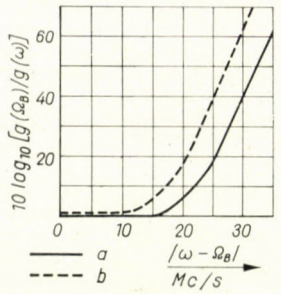


Рис. 5. Селективность приемника

В случае «a», шум исходящий от канала A[10], приближенно следует закону 2 дб/дб. (Проводилась непосредственная передача частоты синусного модулирующего сигнала с канала A, в случае меняющихся межканальных расстояний.) В случае «b», шум исходящий из канала A, практически равен интерференции ограничения. В случае «b» уровень непосредственной интерференции, принятый на основе значения *C*, относящегося к случаю «a» в пределе параметров приведенных на рис. 4, гораздо меньше интерференции ограничения.

Рис. 4 является примером на то, что уровень непосредственной интерференции может быть действительно уменьшен ниже уровня интерференции

[10] Т. е. разность значений отношения шум — контрольный шум, при включенном и выключенном состоянии канала A.

ограничения, если имеется возможность на соответствующее увеличение селективности приемника.

Но селективность нельзя увеличивать в неограниченной мере, поскольку требованиям интерференции нужно удовлетворить без ухудшения качества передачи.

В случае расположенных рядом радиоканалов необходимая для подавления непосредственной интерференции селективность не всегда может быть осуществлена. Примерами являются случаи «b» рис. 4 и 5. (При ширине полосы 8,5 Мгц и частотной девиации 1 Мгц кривая «b» рис. 6 дает на селективность приемника норму, слишком жесткую с точки зрения осуществления полосы пропускания.)

ЛИТЕРАТУРА

1. Doob, J. L.: Stochastic Processes. New York 1952, Secs. XI—4 and II—10.
2. Medhurst, R. G.—Hicks, E. M.—Grossett, W.: Distortion in Frequency Division Multiplex FM System Due to an Interfering Carrier. *Proc. I. E. E.* Pt. B. **105** (1958), 282.
3. Jacobsen, B. B.: Frequency Patterns for Multiple-Radio Channel Routes. *Proc. I. E. E.* Pt. B., **107** (1960), 241.
4. Curtis, H. E.: Radio Frequency Interference Considerations in the TD—2 Radio Relay System. *B. S. T. J.* **39** (1960), 369.
5. Curtis, H. E.—Collins, R. D.—Jamison, B. C.: Interstitial Channels for Doubling TD—2 Radio System Capacity. *B. S. T. J.* **39** (1960), 1505.
6. Hamer, R.: Radio Frequency Interference in Multi-Channel Telephony F. M. Radio Systems. *Proc. I. E. E.* Pt. B. **108** (1961), 75.
7. Medhurst, R. G.: RF Spectra and Interfering Carrier Distortion in FM Trunk Radio Systems With Low Modulation Ratios. *IRE Trans.* CS—9 (1961), 107.
8. Kinzer, J. P.—Laidig, J. F.: Engineering Aspects of the TH Microwave Radio Relay System. *B. S. T. J.* **40** (1961), 1459.
9. *Бородич, С. В.:* Расчет допустимой величины радиопомех в многоканальных радиорелейных системах. *Электросвязь* (1962), № 1, 13—24.
10. Carassa, F.: Research on Radio Relay Systems Having a Very High Transmission Capacity. (2700 Telephone Channels or the Equivalent.) *Alta Frequenza* **31** (1962), No. 2.
11. *Чиби, Ш.:* Среднее значение величины квадрата на шумового напряжения имеющее место из-за радио-помех в Ч. М. радиорелейных системах, Диссертация. Венгерская Академия Наук 1960. (На венгерском языке.) Частично зачитана на коллоквиуме по технике связи на сантиметровых волнах. Будапешт 1959.
12. C. C. I. R. IXth Plenary Assembly Los Angeles, 1959. Vol. I., Rec. Nos. 294, 275.

DIRECT INTERFERENCE BETWEEN CLOSELY SPACED FDM—FM RADIO CHANNELS

S. CSIBI

SUMMARY

The paper deals with a specific kind of disturbance between closely spaced high-capacity radio channels called direct interference.

The effect of system parameters on direct interference — particularly the relation between interference level and receiver selectivity — is treated.

It is briefly surveyed under what conditions decreases direct interference below the level of the interference, arising through linear receiver and perfect limiter (i.e. limiter interference). Suppression of direct interference by receiver selectivity is demonstrated in a typical situation by experimental results.

DIREKTES NEBENSPRECHEN ZWISCHEN DICHT NEBENEINANDER LIEGENDEN FDM—FM HÖCHSTFREQUENZKANÄLEN

S. CSIBI

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird eine spezielle Art von Störungen zwischen dicht nebeneinander liegenden Höchstfrequenzkanälen hoher Kapazität, das sog. direkte Nebensprechen behandelt.

Der Zusammenhang des direkten Nebensprechens mit den wichtigsten Systemgrössen — vor allem der Zusammenhang des Nebensprechpegels mit der Selektivität des Empfängers — wird untersucht.

Eine kurze Übersicht wird darüber gegeben, unter welchen Bedingungen das direkte Nebensprechen unter den Pegel des im Falle eines linearen Empfängers und eines idealen Begrenzers auftretenden sog. Begrenzer-Nebensprechen sinkt. Die Beseitigung des direkten Nebensprechens mit Hilfe der Empfängerselektivität wird an einem typischen Beispiel an Hand von Versuchsergebnissen gezeigt.

INTERFÉRENCE DIRECTE ENTRE RADIOCANAUX FDM—FM TRÈS RAPPROCHÉS

S. CSIBI

RÉSUMÉ

L'étude traite d'une espèce particulière de perturbation entre radiocanaux de haute capacité très rapprochés, dite interférence directe.

L'auteur examine les rapports entre les paramètres fondamentaux du système et l'interférence directe, et particulièrement la relation du niveau de l'interférence et de la sélectivité du récepteur.

Il offre ensuite un bref aperçu des conditions de la diminution de l'interférence directe au-dessous du niveau de l'interférence se produisant à travers le récepteur linéaire et le limiteur parfait. Le mode de suppression de l'interférence directe au moyen de la sélectivité du récepteur est montré enfin par un exemple typique basé sur des résultats d'essais.

АНАЛИЗ ИСКАЖЕНИЙ ЧМ РАДИОСТВОЛОВ ПРИ ОБЩИХ УСЛОВИЯХ

Д. ПРИБЕЛЬСКИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Одной из основных проблем проектирования широкополосных радиорелейных систем ЧМ, объединяющих телефонные каналы по принципу частотного уплотнения, является удерживание переходных шумов на минимальном значении. Между источниками переходных шумов особое значение имеют неидеальные амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики линейных цепей (цепей ПЧ и СВЧ), несущих модулированный сигнал, и искажения, вызванные ограниченной шириной полосы.

Излагается метод анализа вышеупомянутых искажений, в случае несущей, модулированной по частоте эквивалентным белым шумом, замещающим спектр многоканального телефонного сигнала, и общих передаточных характеристик, или сетевой взвешивающей функции. Проведенные исследования действительны и для частотной модуляции с предыскажением и для ЧМ без предыскажения.

Метод анализа остается в силе также и для модулирующих сигналов, спектр которых состоит из линейных комбинаций ограниченных в полосе «белых шумов» (напр. для телевизионного сигнала и многоканального сигнала телефонии, сигнала вещания с частотным уплотнением и т. п.).

Численные результаты, которые могут быть получены при этом методе, находятся в хорошем согласии с численными результатами рассмотренных в литературе до сих пор случаев (параллельный фильтр RLC, специальные передаточные характеристики сетей, частотная модуляция без предыскажения).

1. Введение

Известно, что важнейшим показателем качества передачи системы с групповым спектром, нагруженной многоканальным сигналом, в конечном итоге является средняя величина результативных шумов, измеряемая в «самом шумном» ТФ канале, на конечной точке всей радиорелейной линии. В ЧМ широкополосных радиорелейных линиях, результативный шум по своему характеру может быть разделен на три основных шумовых составляющих, происходящих из независимых источников. А именно: на термический шум, на переходный шум и шум интерференции.

В частотно-модулированных радиорелейных системах, соединяющих ТФ каналы на принципе распределения по частоте, одной из основных проблем проектирования, является снижение переходных искажений на минимальную величину.

В дальнейшем наши исследования будут ограничены только переходными шумами. Точнее, будем ограничиваться только определением переход-

ных шумов, появляющихся из-за неидеальных амплитудно-частотных характеристик и частотных характеристик группового времени запаздывания, а также из-за предельной ширины полосы линейных сетей (цепей ПЧ и СВЧ), передающих модулированный сигнал. В соответствии с этим, в настоящем докладе излагаются общие методы анализа переходных шумов, появляющихся из-за линейных искажений и полосового ограничения линейных цепей, передающих ЧМ сигнал.

Производится анализ несущей волны, частотно-модулированной нормальным случайным процессом, другими словами: эквивалентным белым шумом, замещающим спектр многоканального ТФ сигнала.

В широкополосных ЧМ системах СВЧ способ модуляции применяемый для установления термических и переходных шумов на оптимальную величину — частотная модуляция с предыскажением, находящаяся между частотной и фазовой модуляцией. Поэтому, в настоящем докладе, производятся исследования как для частотной модуляции без предыскажения так и для частотной модуляции с предыскажением.

Анализом переходных шумов, вызванных линейным искажением линейных цепей, передающих частотно модулированную несущую волну, занимается ряд литературных публикаций. В том числе статьи *Р. Г. Медхорста* [1], *С. В. Бородича* [2] и *Г. Боссе* [3]. Характерным для этих статей является то, что исследования производятся или на случай несущей волны, модулированной единственным синусотдальным сигналом, или на несущую волну модулированную белым шумом, но исключительно для специальных характеристик передачи. Кроме того, во всех, до сих пор известных статьях, обсуждается случай без предыскажения.[1]

Исследование переходных шумов, возникающих из-за ограничения полосы, является преобладающим фактором с точки зрения увеличения емкости передачи в ЧМ широкополосных системах СВЧ, передающих многоканальный ТФ сигнал. В связи с тем, что ширина высокочастотных стволов, используемых для дальней связи, регулируется международными соглашениями, для увеличения емкости передачи широкополосных радиорелейных линий, дается возможность одновременного применения следующих двух нижеуказанных исходных методов проектирования. С одной стороны увеличением количества ТФ каналов, передаваемых в одном широкополосном радиостволе, с другой стороны, дальнейшим увеличением количества широкополосных радиостволов, помещаемых в имеющейся радиочастотной полосе; другими словами — максимальным использованием широкочастотной полосы. При таких условиях проектирования, существенно знать изменение ширины полосы каждого радиоствола, в зависимости от желательного

[1] В статье R. I. MAGNUSSON: Intermodulation Noise in Linear FM Systems (Proc. IEE Part C, March 1962) рассматривается случай с предыскажением, но исследования относятся к характеристикам цепей, которые можно апроксимировать полиномами.

количества ТФ каналов, в которой линейные искажения линейных цепей, передающих модулированный сигнал, нужно снизить на минимальное значение. Критерий определения ширины передачи этого радиоствола несомненно тот, что величина переходных шумов, исходящих от предельной ширины полосы цепей, передающих модулированный сигнал, должна быть ничтожна, по сравнению с переходными шумами из других источников. В настоящее время в литературе на эту тему известна статья *Р. Г. Медхорста* [4]. В статье *Медхорста* исследования переходных шумов, из-за полосового ограничения, производятся с одной стороны на случай специальной характеристики передачи, с другой стороны на частотно-модулированную волну без предыскажения.[2]

В противоположность вышеупомянутым публикациям в настоящем докладе изложен анализ переходных шумов, происходящих из линейных искажений и из ограничения полосы линейных цепей, переносящих несущую волну, частотно модулированную нормальным случайным процессом, на случаи выбора общих амплитудно-частотных и фазно-частотных характеристик, или взвешивающей функции, с применением предыскажения и без предыскажения.

После формулировки поставленной задачи в статье изложено определение автокорреляционной функции и плотности спектра мощности дополнительной частотной модуляции, появляющейся в качестве шума искажения.

2. Постановка задачи

Пусть функция передачи исследуемой линейной сети, показанной на рис. 1 будет:

$$F(j\omega) = a(\omega)\ \exp\ [j\beta(\omega)]\,, \tag{1}$$

где $a(\omega)$ является амплитудно-частотной характеристикой, а $\beta(\omega)$ фазочастотной характеристикой. Взвешивающая функция сети, является обратным переобразованием Фурье функции передачи:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega)\ \exp\ [j\omega t + j\beta(\omega)]\, dw. \tag{2}$$

Так как $h(t)$ взвешивающая функция, $h(t) = 0$, если $t < 0$ и $h^*(t) = h(t)$, т. е. взвешивающая функция является реальной.

[2] В докладе *С. В. Бородича*: О необходимой ширине полосы пропускания ВЧ тракта многоканальных радиорелейных систем, зачитанном на II. Микроволновом коллоквиуме, рассматриваются переходные шумы частотно-модулированных систем без предыскажения в случае идеальных полосовых фильтров.

Входным сигналом линейной сети, в исследуемом нами случае, является частотно-модулированная несущая волна без искажений:

$$M_1(t) = A_0 \exp\left[j\omega_0 t + j\varphi(t)\right], \tag{3}$$

где A_0 — амплитуда несущей волны, ω_0 — постоянная круговая частота и $\varphi(t)$ — мгновенная фаза.

$S(t)$ является нормальным случайным процессом, применяющимся в качестве модулирующего сигнала;

$$S(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = [\omega_0 - \Omega(t)], \tag{4}$$

где $\Omega(t)$ мгновенная частота. Линейняя средная величина $s(t)$ равна нулю

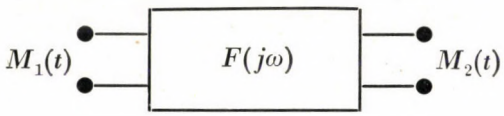


Рис. 1

$\{E[S(t)] = 0\}$. Спектральная плотность мощности модулирующего сигнала равна:

$$W_s(\omega) = P(\omega)\, W_N, \tag{5}$$

где $P(\omega)$ является характеристикой предыскажения и W_N означает постоянную спектральную плотность мощности белого шума с ограниченной полосой.

Выходной сигнал исследуемой линейной сети является конволюцией взвешивающей функции и входного сигнала:

$$M_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h\,(t - t')\, M_1(t')\, dt'. \tag{6}$$

Поскольку выходной сигнал, кроме исходного входного сигнала, вследствие неидеальных передаточных характеристик линейной сети и предельной ширины полосы, содержит и искажения. $M_2(t)$ может быть выражено в виде:

$$M_2(t) = A(t) \exp\left(j\omega_0 t + j\varphi(t) + j\varphi_0(t)\right], \tag{7}$$

где $A(t)$ — означает искажение амплитуды, а $\varphi_D(t)$ — искажение фазы.

Принимая во внимание вышесказанное, на основании выражений (3), (6) и (7), искажения, вызыванные неидеальными амплитудно-частотными

и фазно-частотными характеристиками и предельной шириной линейной сети, выражаются:

$$z(t) = \frac{M_2(t)}{M_1(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M_1(t')}{M_1(t)} h(t-t')\,dt' = A_0^{-1} A(t) \exp\,[j\varphi_0(t)]\,. \tag{8}$$

В дальнейшем ограничимся исследованием фазового искажения, точнее исследованием первой производной искажения по времени — т. е. дополнительной частотной модуляцией. Предположим, что ограничитель в приемниках идеален, а дискриминатор, точно настроен на несущую частоту. Это предположение означает, что искажения, происходящие от дополнительной амплитудной модуляции, не трансформируются в групповой спектр.

Предположим, что передаточные характеристики исследуемой линейной сети, только в незачительной мере отклоняются от идеальных $[Z(t) \simeq 1]$, тогда основное соотношение по исследуемому фазовому искажению получим из уравнения (8):

$$\varphi_D(t) \simeq I_m Z(t) = I_m \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t') \exp\,[j\omega_0(t'-t) + \\ + j\varphi(t') - j\varphi(t)]\,dt'. \tag{9}$$

В дальнейшем определим автокорреляционную и спектральную плотность мощности этого выражения от $\varphi_D(t)$.

3. Автокорреляционная функция

Статистическая средняя величина произведения $\varphi_D(t)$ и $\varphi_D(t+\tau)$ дает автокорелляционную функцию фазового искажения (9):

$$R_{\varphi D}(\tau) = E\,[\varphi_D(t)\,\varphi_D(t+\tau)] = E\,[I_m Z(t)\, I_m Z(t+\tau)]. \tag{10}$$

В дальнейшем, для более ясного представления выражений, введем следующее обозначения:

$$\left.\begin{array}{lll} \xi = t - t', & \varphi_1 = \varphi(t'), & \varphi_3 = \varphi(t). \\ \eta = t + \tau - t'', & \varphi_2 = \varphi(t''), & \varphi_4 = \varphi(t+\tau) \end{array}\right\}. \tag{11}$$

Приняв во внимание обозначения (11) и элементарное соотношение произведения мнимой части комплексных величин, подставим значение фазового искажения (9) в равенство автокорреляционной функции (10).

Тогда, если учтем, что частичные средние величины выражения автокорреляционной функции, полученной таким образом, можем определить из характеристической функции нормального случайного процесса, соотношение между автокорреляционной функцией модулирующего сигнала и автокорреляционной функцией фазового искажения будет:

$$R_{\varphi D}(\tau) = \frac{1}{2} e^{-2R_\varphi(0)} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\xi)\, h(\eta)\ \exp\ [R_\varphi(\xi) + R_\varphi(\eta)] \cdot \left(e^{+j\omega_0(\xi+\eta)}\, e^{Rv} - e^{-j\omega_0(\xi+\eta)}\, e^{-Rv}\right) d\xi\, d\eta\,, \tag{12}$$

где

$$R_v = R_\varphi(\tau + \xi - \eta) - R_\varphi(\tau + \xi) - R_\varphi(\tau - \eta) + R_\varphi(\tau)\,. \tag{13}$$

Прежде чем определить спектральную плотность мощности фазового искажения, нужно учесть следующее. Выражение автокорреляционной функции фазового искажения (12), вместе с нелинейными искажениями, содержит и линейные искажения и составляющую постоянного тока. Ввиду того, что нас интересуют только искажения, нелинейно трансформирующиеся в групповой спектр, линейные искажения и составляющую постоянного тока исключим из дальнейших исследований.

Величина постоянного тока дается линейной средней величиной фазового искажения:

$$E\left\{\varphi_D(t)\right\}^2 = \lim_{\tau \to \infty} R_{\varphi D}(\tau). \tag{14}$$

Линейные искажения даются выражением:

$$R_v \left\{ \frac{d}{dR_v} \left[(e^{Rv} - 1)\, e^{-j\omega_0(\xi-\eta)} - (e^{Rv} - 1)\, e^{-j\omega_0(\xi+\eta)} \right] \right\}_{Rv=0}. \tag{15}$$

Вычтем выражение линейных искажений (15) из разности выражения фазового искажения (12) и выражения составляющей постоянного тока (14), получим соотношение автокорреляционной функции фазового искажения, содержащее только нелинейные искажения:

$$R_D(\tau) = \frac{1}{2} e^{-2R_\varphi(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\xi)\, h(\eta)\ \exp\ [R_\varphi(\xi) + R_\varphi(\eta)]\, G(\xi, \eta, \tau)\, d\xi\, d\eta\,, \tag{16}$$

где

$$G(\xi, \eta, \tau) = \left(e^{Rv} - e^{-Rv} - 2\,Rv\right) \cos \omega_0 \xi \cos \omega_0 \eta + \left(e^{Rv} + e^{-Rv} - 2\right) \sin \omega_0 \xi \sin \omega_0 \eta\,. \tag{17}$$

4. Спектральная плотность мощности

После этого определим спектральную плотность мощности автокорреляционной функции выражения (16) фазового искажения. На выходе дискриминатора, искажения, вызванные исследуемой линейной сетью, даются первой производной по времени фазового искажения:

$$S_D(t) = \frac{d\varphi_D(t)}{dt}. \tag{18}$$

На основании теоремы Винер—Хинчина, выражение спектральной плотности мощности дается уравнением:

$$W_{S_D}(\omega) = \frac{1}{2} e^{-2R_\varphi(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\xi)\, h(\eta)\ \exp\ [R_\varphi(\xi) + R_\varphi(\eta)]\, W_G(\xi, \eta, \omega)\, d\xi\, d\eta\,, \tag{19}$$

где

$$W_G(\xi, \eta, \omega) = \frac{\omega^2}{2\pi P(\omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi, \eta, \tau)\, e^{-j\omega\tau}\, d\tau\,, \tag{20}$$

$P(\omega)$ является характеристикой предыскажения.

Следовательно, как конечный результат, нами получена спектральная плотность мощности переходных шумов, появляющаяся на выходе идеального дискриминатора — ограничителя, трансформирующихся в групповой спектр в качестве нелинейного искажения, происходящих из неидеальной амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик и предельной ширины линейной сети, передающей несущую волну, частотно-модулированную нормальным случайным процессом, в зависимости спектральной мощности модулирующего сигнала, с применением предыскажения. В случаях без предыскажения величина $P(\omega)$ в выражениях (5) и (20) равна 1.

Из вышесказанного видно, что автокорреляционная функция фазового искажения весьма сложная и в аналитически закрытой форме находится в сложной зависимости от автокорреляционной функции модулирующего сигнала.

Для того, чтобы получить выражения, с которыми аналитически легче обращаться, факторы выражения (17), зависимые от R_v, разлагаются в степенный ряд:

$$(e^{Rv} - e^{-Rv} - 2\,R_v) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_v^{2n+1}}{(2n+1)!}\,, \tag{21}$$

$$(e^{Rv} + e^{-Rv} - 2) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_v^{2n}}{(2n)!}. \tag{22}$$

Если значение R_v малое, нужно конечно учесть только несколько членов степенного ряда, в зависимости от того, что преобладают-ли в генерировании искажений — выраженные в степени R_v — продукты второго или высшего порядка.

5. Заключение и заключительные примечания

Обобщим полученные результаты. Была определена спектральная плотность переходных шумов, вызванных линейными искажениями и предельной шириной линейных цепей, передающих частотно-модулированную волну, в зависимости от спектральной плотности модулирующего сигнала, при нижеследующих условиях:

а) Модулирующий сигнал является нормальным случайным процессом, другими словами белым шумом, ограниченным в полосе.

б) Амплитудно-частотные и фазно-частотные характеристики линейной сети, передающей модулированный сигнал, имеют общую форму.

в) Характеристики передачи сети, передающей модулированный сигнал отличаются в полосе пропускания только в малой мере от идеальных.

г) Ограничитель и дискриминатор являются идеальными, значит искажения, появляющиеся в качестве амплитудной модуляции, не переносятся в групповой спектр.

д) Полученные результаты справедливы и для частотной модуляции с предыскажением и для ЧМ без предыскажения.

В случае вышеуказанных условий, метод анализа справедлив и для линейных комбинаций спектров, состоящих из белых шумов, ограниченных в полосе. Иначе говоря, соотношение, полученное для спектра переходных шумов, справедливо не только для многоканального ТФ сигнала с частотным уплотнением, но например, для сигнала телевидения и многоканального ТФ сигнала или на случай модулирующего сигнала, состоящего из сигналов радиопрограммы с частотным уплотнением.

Численные результаты, полученные изложенным методом, для параллельных колебательных контуров или для цепей со специальной характеристикой передачи, хорошо совпадают с численными результатами упомянутыми в введении публикаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Medhurst, R. G.: Explicit form of FM distortion products with white-noise modulation. *Proc. IEE* Part C, (1960), March.
2. *Бородич, С. В.:* Расчет шумов в каналах радиорелейной линии с частотным уплотнением и частотной модуляцией. *Электросвязь* (1956), No. 1.
3. Bosse, G.: Die Verzerrung frequenzmodulierter Schwingungen beim Durchgang durch lineare Netzwerke. *Frequenz* (1958), Oktober.
4. Medhurst, R. G.: RF Bandwidth of Frequency-Division Multiplex Systems using Frequency Modulation. *Proc. IRE* (1956), February.

DISTORTION ANALYSIS OF FM RADIO CHANNELS UNDER GENERAL CONDITIONS

G. PRIBELSZKY

SUMMARY

One of the basic problems in designing FM microwave radio-relay systems transmitting FDM telephone signals consists of maintaining the intermodulation noise at the lowest possible level. Among the sources of intermodulation noise, the distortions caused by the non-ideal amplitude-frequency and phase frequency characteristics are of particular significance as well as those by the limited bandwidth of the linear networks (intermediate-frequency and microwave circuit) transmitting modulated signals.

In this paper a method of analysis of the above mentioned distortions is described, for the case of a carrier frequency modulated by "white noise" equivalent to and replacing the spectrum of multichannel signal in the case of general network transfer characteristics, resp. network weighting function. Examinations which were carried out hold in cases of FM wave with and without preemphasis.

The method of the analysis is also valid for modulating signals consisting of the linear combinations of band-limited "white noise" spectra (such as e. g. TV signals and FSM telephone signals, FSM broadcast signals, etc.).

The numerical results, obtainable by means of this method, are in good agreement with the numerical results of the relevant cases already discussed in the literature (parallel LRC filter, special network transfer characteristics, FM without preemphasis).

UNTERSUCHUNG DER VERZERRUNG VON FM-FUNKKANÄLEN UNTER ALLGEMEINEN BEDINGUNGEN

G. PRIBELSZKY

ZUSAMMENFASSUNG

Zu den grundlegenden Problemen beim Entwurf von frequenzmodulierten, die Gesprächkanäle auf dem Frequenzmultiplex-Prinzip zusammenfassenden Richtfunksystemen hoher Bandbreite gehört die Erhaltung der Intermodulationsverzerrungen auf einem Minimalwert. Unter den Quellen von Intermodulationsverzerrungen kommt eine besondere Bedeutung den Verzerrungen zu, die von den nicht idealen Amplituden-Frequenzcharakteristiken, Phasen-Frequenzcharakteristiken und von der endlichen Bandbreite der das modulierte Signal übertragenden linearen Netzwerke (ZF- und SHF-Netzwerke) verursacht werden.

Es wird ein Verfahren zur Analysis der erwähnten Verzerrungen erörtert, für den Fall allgemeiner Übertragungskenndaten bzw. Systemfunktion und einer Trägerwelle, die von dem das Spektrum des Mehrkanal-Gesprächsignals ersetzenden äquivalenten „weißen Rausch" frequenzmoduliert ist. Die Untersuchungen sind sowohl für den Fall der Frequenzmodulation mit Vorverzerrung wie auch für den Fall ohne Vorverzerrung gegeben.

Das Verfahren ist auch für modulierende Signale gültig, deren Spektrum aus linearen Kombinationen von bandbegrenzten „weißen Rauschen" besteht (z. B. FS-Signal und Mehrkanal-TF-Signal, Frequenzmultiplex-Funkprogrammsignal usw.).

Die durch dieses Verfahren erhältlichen numerischen Ergebnisse befinden sich in guter Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen der diesbezüglichen, in der Literatur erörterten bekannten Fälle (Parallelschwingungskreis, speziale Übertragungscharakteristiken, Frequenzmodulation ohne Vorverzerrung).

ÉTUDE DE LA DISTORSION DES RADIOCANAUX MODULÉS EN FRÉQUENCE A DES CONDITIONS GÉNÉRALES

G. PRIBELSZKY

RÉSUMÉ

Un des problèmes fondamentaux qui se posent lors des projets des systèmes FM de liaison hertzienne à large bande, à multiplexage en fréquence des voies téléphoniques, est le maintien des bruits d'intermodulation à une valeur minimum. Au nombre des sources de bruits d'intermodulation, les distorsions produites par les caractéristiques non-idéales d'amplitude et de phase, et la largeur de bande limitée des réseaux linéaires transmettant le signal modulé (circuits moyenne fréquence et micro-ondes) présentent une importance spéciale.

L'article fait connaître la méthode d'analyse de ces distorsions pour le cas d'une onde porteuse modulée en fréquence par un «bruit blanc» équivalent substitué au spectre du signal téléphonique à plusieurs voies, ainsi que pour le cas de caractéristiques de transfert générales et de fonctions de poids du réseau. Les résultats sont également valables pour les cas de modulation de fréquence avec et sans préaccentuation.

La méthode d'analyse demeure valable pour les signaux modulateurs, dont le spectre est composé de combinaisons linéaires des «bruit blancs» à largeur de bande limitée (signal de télévision et signal téléphonique multiplex, signal de radiodiffusion multiplex en fréquence, etc.).

Les résultats numériques pouvant être obtenus par cette méthode concordent bien avec ceux des cas étudiés jusqu'à présent dans la littérature (filtre RLC parallèle, caractéristiques de transfert spéciales du réseau, modulation de fréquence sans préaccentuation).

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУППОВОГО ВРЕМЕНИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

К. ГЕХЕР
КАНДИДАТ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
БУДАПЕШТСКИЙ ВТУЗ И НАУЧНО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ,
БУДАПЕШТ

Время пробега (групповое время запаздывания) $\tau = d\psi/d\omega = db/d\omega$ определяется, как показатель системы. Показывается применение, формулированной таким образом функции, в установившемся и неустановившемся режимах. Данное понятие хорошо может применяться при волноводах круглого сечения без потерь, при всепропускающих схемах при линейных искажениях ЧМ систем и при определении потерь фильтров. Даются примеры с отрицательным групповым временем пробега, и с групповой скоростью, превосходящей скорость распространения света. В неустановившемся режиме групповое время соответствует времени распространения, в случае, если входной сигнал ограничен в полосе, $A(\omega)$=постоянная и $\psi(\omega) \approx \psi(\omega_0) + (d\psi/d\omega)_{\omega_0}(\omega - \omega_0)$. В виде интегральной трансформации выразим связь между производной характеристики группового времени и характеристикой затухания. В случае линейной инвариантной сети с сосредоточенными параметрами, характеристику времени пробега можно сложить из элементарных характеристик времени пробега, относящихся к полюсам и нулям передаточной функции. На этом основании выводятся теоремы времени пробега. Рассматривается вопрос суммирования характеристик времени пробега цепочных четырехполюсников. Результаты применялись для расчетов схем с предыскажением, усилителей ПЧ, времени пробега фильтров с рабочими параметрами, корректора характеристики группового времени, работающего в диапазоне СВЧ, кроме того, для исследования пятиучастковой системы связи СВЧ.

1. Введение

Под характеристикой группового времени запаздывания линейных систем, подразумевается производная фазовой характеристики по частоте. Характеристику $\tau = d\psi/d\omega = db/d\omega$ времени запаздывания считаем показателем системы. Характеристика времени запаздывания является весьма важным показателем радиорелейной системы, так как колебание времени запаздывания, при телевизионной передаче, вызывает искажение формы волны, а в случае телефонной связи — значительные переходные шумы. Можно определить, что при частотно-модулированной радиорелейной связи шум, возникающий вследствие колебания времени запаздывания, составляет примерно 30% шума, допускаемого на весь микроволновой тракт.

Возникает вопрос о том, что какие общие определения можно вывести относительно характеристики времени запаздывания линейной системы. Проблемой понятия времени запаздывания занимаются в новейших статьях *Клеен*, *Пешл* и *Дебарт*. Общее определение характеристики времени запаздывания указано в работах *Гурие*, *Добеш* и *Вунш*.

В статье рассматривается исследование характеристики группового времени линейных систем, и несколько применений результатов исследований в микроволновой радиорелейной связи.

2. Общие вопросы

Можно сделать следующие выводы:

1. Под временем запаздывания линейной системы, подразумевается производная фазовой характеристики по частоте, она и является показателем системы, величиной расчетов. Введение понятия времени запаздывания, целесообразно произвести отдельно на установившийся и на неустановившийся режимы.

2. В случае установившегося процесса, можно ввести следующие величины:

τ_f фазовое время пробега,
τ_{cs} (групповое) время запаздывания,
v_f фазовая скорость,
v_{cs} групповая скорость,
v_e скорость распространения энергии.

На табл. 1, видно, где встречается понятие времени запаздывания в установившемся режиме.

Видно, что в случае волновода без потерь, скорость распространения энергии совпадает с групповой скоростью. А произведение фазовой скорости на групповую, дает квадрат скорости распространения света. В общем случае, это не является справедливым. При воздушной линии с потерями групповая скорость может быть и больше скорости распространения света, произведение их также не является постоянным (рис. 1). Для всепропускающей цепи, на основании теоремы Фостера можно показать, что время запаздывания является всегда положительным. В общем случае это не является справедливым. Примером отрицательного группового времени может служить обычная схема предыскажения в телевизионной связи (рис. 1). К вычислению этой характеристики еще вернемся. Характеристику группового времени можно хорошо применять при расчетах потерь фильтров. Зная характеристику времени запаздывания, можно определить линейное искажение передаточной системы частотномодулированных сигналов. В случае многочленных характеристик получим хорошо известное простое уравнение.

3. Проблема распространения сигнала возникает в неустановившемся режиме.

О времени распространения T можно говорить только в том случае, если нет искажений. Если амплитудная и фазовая характеристики, как функции от частоты, изменяются не соответственно требованиям передачи без искажений, то в выходном сигнале будет искажение формы волны.

Таблица 1

Области применения понятия группового времени запаздывания в установившемся режиме

Волновод круглого сечения без потерь	Всепропускающий фильтр	Потери фильтров	ЧМ линейное искажение
	$g = j\,2 \arctan X$	$\frac{R}{L} = \frac{\omega}{Q_L}$	$\tau = \tau_0 + \tau_1 \omega + \tau_2 \omega^2$
$V_e = \frac{P}{W}$		$\frac{G}{C} = \frac{\omega}{Q_C}$	
$V_e = V_{cs}$	$\tau = \frac{2}{1+X^2} \frac{dX}{d\omega} > 0$	$a_v = \tau\omega \frac{Q_L + Q_C}{2Q_L\, Q_C}$	$u_2 = u_1 + \frac{\tau_1}{2} \Delta\omega_m (u_2^1)' +$
$V_f V_{cs} = C^2$			$+ \frac{\tau_2}{3} \omega_m^2 (u_1^3)'$

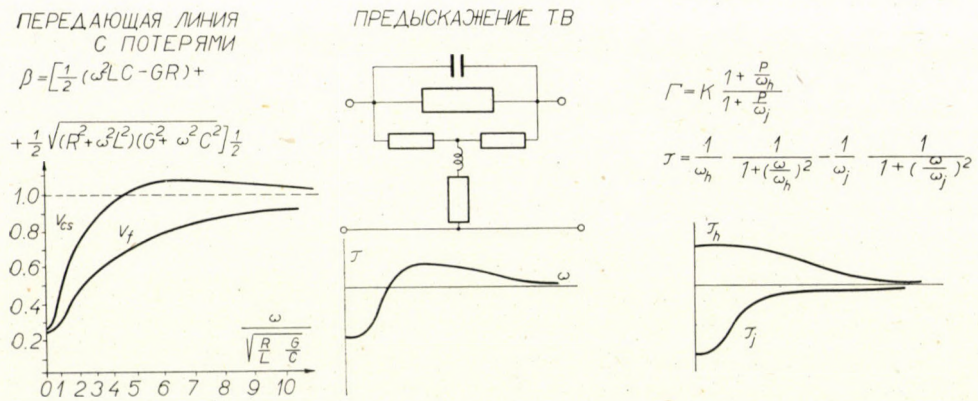
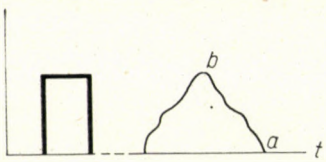


Рис. 1. Примеры групповой скорости превышающей скорость распространения света и отрицательного группового времени запаздывания



Распространение сигнала

$$u_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega)\, A\,(\omega) e^{j\omega} \left[t - \frac{\varphi(\omega)}{\omega} \right] d\omega$$

метод седельной точки или цифровое интегрирование

Рис. 2. К определению понятия группового времени неустановившегося режима. При искажении формы волны время распространения может быть отнесено либо к точке »а«, либо к точке »б«

О времени распространения теперь можно говорить только при помощи самовольного определения (рис. 2). В общем случае, сложный интеграл дает выходной сигнал, полученный путем метода седельной точки, или машинным методом. Такой расчет недавно сообщил *Карбовиак* для волноводной связи.

На основе приближенного расчета можно определить, что время распространения совпадает с временем пробега, если

ширина полосы входного сигнала ограничена;

$A(\omega)$ постоянная;

ряд Тэйлора $\psi(\omega)$ может быть апроксимирован первыми двумя членами.

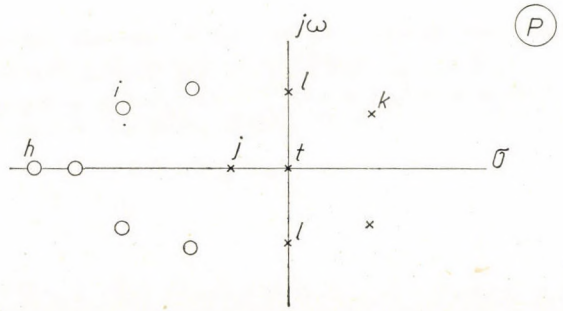


Рис. 3. Полюсы и нули рабочей передаточной функции Г в комплексном частотном диапазоне

Этот приближенный расчет может применяться в случае нагруженного провода (нагруженной линии), искуственных линий задержки и при распространении в ионосфере.

Анализ и синтез линейных систем в значительной мере можем облегчить введением комплексной частоты $p = \sigma + j\omega$. Известно, что рабочий коэффициент передачи Γ в случае линейных, инвариантных цепей с сосредоточенными параметрами является рациональной функцией и, следовательно, может быть характеризован полюсами и нулями. Это показывает рис. 3.

Два полинома (многочлена) можно выразить в следующей форме:

$$\Gamma = \frac{H(p)}{N(p)} = K \frac{\prod_{h=1}^{m}\left(1+\frac{p}{\omega_h}\right)\prod_{i=1}^{n}\left[1+2\zeta_i\frac{p}{\omega_i}+\left(\frac{p}{\omega_i}\right)^2\right]}{\prod_{j=1}^{q}\left(1+\frac{p}{\omega_j}\right)\cdot\prod_{k=1}^{r}\left[1+2\zeta_k\frac{p}{\omega_k}+\left(\frac{p}{\omega_k}\right)^2\right]\prod_{l=1}^{s}\left[1+\left(\frac{p}{\omega_l}\right)^2\right]p^t}.$$

Нули и полюсы в уравнении и на рисунке обозначены теми же буквами. Следовательно h соответствует h; j — j и т. д. Если на правой полуплоскости нет полюсов, то сеть называется минимально-фазовой.

4. Время пробега можно получить также как производную по p рабочего коэффициента передачи. Относящиеся к этому соотношения нижеследующие:

$$\frac{d}{dp} \ln \Gamma \Big|_{p=j\omega} = \tau - j \frac{da}{d\omega} = \frac{\Gamma'}{\Gamma} \Big|_{p=j\omega} = \frac{H'}{H} - \frac{N'}{N} \Big|_{p=j\omega}.$$

Следовательно производные характеристики времени пробега и характеристики затухания по ω представляет собой мнимую и вещественную часть комплексной функции. Связь между вещественной и мнимой частями комплексной функции может быть выражена в виде интегральной трансформации. В этом случае получаем нижеследующий результат:

$$\tau(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{y \frac{da(y)}{dy} - \omega \frac{da(\omega)}{d\omega}}{y^2 - \omega^2} dy.$$

Уравнения, связывающие характеристику времени пробега с производной характеристики затухания, справедливы в том случае, если полюсы и нулевые точки Γ располагаются на левой полуплоскости. Следовательно полюс не может находиться на оси j. Это подчеркиваем потому, что формулы Боде, связывающие характеристики затухания и фазы, являлись справедливыми для минимально-фазных цепей, следовательно и на полюсы, находящиеся на оси j.

5. В случае линейной, инвариантной системы с сосредоточенными параметрами, характеристика времени пробега складывается из характеристик элементарного времени пробега, относящихся к полюсам и нулевым точкам. Из полюсов и нулевых точек, на основании блочной системы *Боде*, можно получить не только характеристику амплитуды и фазы, но и характеристику времени пробега.

Современный расчет цепей, синтез сетей исходит из полюсов и нулевых точек. Поэтому целесообразно, если и характеристика времени пробега определяется таким же способом. Общее выражение характеристики времени пробега следующее:

$$\tau = \sum_{h=1}^{m} \frac{1}{\omega_h} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h}\right)^2} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \frac{2\zeta_i}{\omega_i} \frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2}{1 + (4\zeta_i^2 - 2)\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^4} -$$

$$-\sum_{j=1}^{q}{}' \frac{1}{\omega_j} \frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2} -$$

$$-\sum_{k=1}^{r}{}' \frac{2\zeta_k}{\omega_k} \frac{1+\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}{1+(4\zeta_k^2-2)\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^4} -$$

$$-\sum_{l=1}^{s} \pi\delta_{\omega_l}(\omega).$$

К постоянной K и к показателю корня p^t не относится время пробега. Вид характеристики времени пробега относящейся к месту корня типа h,

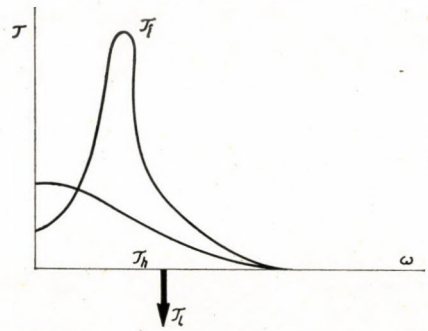


Рис. 4. Элементарные характеристики группового времени, относящиеся к корням типа h, i и l

или i виден на рисунке 4. Характеристику времени пробега дает полюс затухания, находящийся на оси j, выраженный функцией Дирака δ.

Принцип блочной системы дает объяснение не только времени пробега, относящегося к отдельным сингулярным точкам и дает возможность простейшего вычисления характеристики времени пробега линейных систем, но и позволяет определить несколько общих зависимостей:

а) характеристика времени пробега, является четной функцией от ω;

б) характеристика времени пробега в бесконечности стремится к нулю как $1/\omega^2$;

в) создаваемая нулем, или полюсом «площадь» со знаком, будет $\int_0^\infty \tau\, d\omega = \pi/2$. Соответственно, сопряженные комплексные корни образуют площадь под характеристикой времени пробега, величиной π. После интегрирования Дирак δ получаем скачек фазы $-\pi$.

6) Очень важной проблемой, является вопрос суммирования характеристик времени пробега: дана характеристика времени пробега схем включенных в цепочку и нужно определить характеристику времени про-

бега результирующей системы. Простой ответ на заданный вопрос получим в нижеследующих двух идеализированных случаях: отдельные сети соединяются друг с другом волновым согласованием; отдельные сети не нагружают друг друга. В обеих случаях $\tau = \sum_{i=1}^{n} \tau_i$. В первом экстремном случае предположим, что характеристики времени пробега совпадают. Это, с точки зрения переходных шумов, приводит к значительному суммированию колебаний времени пробега. Это, в неблагоприятном случае, приводит к накоплению систематических погрешностей. Во втором случае предположим, что характеристики времени пробега статически независимы. Это допускает квадратичное суммирование колебаний времени пробега и приводит к аддитивности мощностей шумов.

3. Некоторые применения

Вышеизложенное помогает нам лучше ознакомиться с характеристикой времени пробега линейных систем. Элементарное время пробега, относящееся к полюсам и нулевым точкам, программировали на счетной машине ***MESzI***. Вследствие этого, можем просто анализировать характеристики времени пробега фильтров и усилителей промежуточной частоты, проектированных по рабочим параметрам. На основе вышесказанного, вернемся к схеме предыскажения телевизионных сигналов (рис. 1).

Рабочий коэффициент передачи схемы имеет следующую форму

$$\Gamma = K \frac{1 + \frac{p}{\omega_h}}{1 + \frac{p}{\omega_j}} .$$

Следовательно время пробега будет

$$\tau = \frac{1}{\omega_h} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h}\right)^2} - \frac{1}{\omega_j} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2} .$$

Первый член является положительным, а второй отрицательным. Результирующая принимает как отрицательные, так и положительные значения. Площадь, находящаяся под характеристикой времени пробега, равна 0.

Из задачи синтеза, необходимо упомянуть расчет корректора времени пробега второй степени работающего в диапазоне СВЧ. Здесь схему распре-

деленных параметров сводим к исследованию схемы со средоточенными параметрами. Корректор работает в диапазоне 3601 $\pm$ 12 мгц и дает выброс 20 наносек. Расчетные (теоретические) данные и данные измерений совпадают.

Что касается вопроса суммирования, производились предварительные исследования на системе типа ГТТ/4000/А с пятиучастковой связью. Аддитивизация характеристик определяет характер кривых времени пробега. Вследствие статического усреднения, предполагается квадратическое суммирование колебаний времени пробега.

Дальнейшее направление исследований видим в обобщении на сети с распределительными параметрами, с учетом нелинейных эффектов; в программировании расчета корректора сложных характеристик на электронную вычислительную машину, а главным образом в решении синтеза сетей с заданными амплитудой и временем пробега.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гехер, К.:* Проблемы группового времени в микроволновой радиосвязи, Диссертация. Рукопись, Библиотека В. А. Н.
2. Kleen, W.—Pöschl, K.: Gruppengeschwindigkeit und Energiegeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen in dämpfungsfreien Leitungen. *AEÜ* (1958), December.
3. Debart, H.: Vitesse de groupe ou temps de propagation de groupe. *Cables & Transmission* (1959), No 4.
4. Gouriet, G. G.: Two theorems concerning group delay with practical application to delay correction. *The Proceeding of the IEE*, Part C. (1958), March.
5. Dobesch, H.: Über gewisse asymptotische Beziehungen zwischen Frequenz- und Zeitfunktionen. *Nachrichtentechnik* (1959), Heft 1.
6. Wunsch, G.: Laufzeitentzerrer und Verzögerungsschaltungen. VEB Verlag Technik, Berlin 1960.
7. Karbowiak, A. E.: Propagation of transients in waveguides. *The Proceeding of the IEE* Part C. (1957), September.
8. Bode, H. W.: Network analysis and feedback amplifier design. D. Van Nostrand 1945.
9. *Рейтер, Д.:* Измерение группового времени обратных СВЧ четырехполюсников. *Хирадаштехника* (1962), Февраль.
10. Géher, K.—Reiter, G.: Group delay equalizers in the microwave frequency band. *Periodica Polytechnica* (Electrical Engineering), to be published.

ANALYSIS OF GROUP DELAY TIME CHARACTERISTICS OF LINEAR SYSTEMS

K. GÉHER

SUMMARY

The group delay time $\tau = \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\omega = \mathrm{d}b/\mathrm{d}\omega$ is defined as the characteristic of a system. Range of use of this defined computation quantity is separately presented for steady state and for transient condition. For lossless waveguides, all-pass networks, linear distorsions of FM systems as well as for the determination of filter losses, this concept can be well applied. However, an example is also presented for cases where negative group delay time occurs and a group velocity exceeding the velocity of light results. In a transient condition the group delay time coincides with the signal propagation time, if the input signal is limited in bandwidth, $A(\omega) = \text{const}$ and $\psi(\omega) \approx \psi(\omega_0) + (\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\omega)_{\omega_0}(\omega - \omega_0)$. Relation of the delay time characteristic and the differentialquotient (with respect to ω) of the attenuation characteristic is presented in the form of an integral transformation. For the case of a linear, invariant and lumped parameter network, it can be demonstrated that the group delay time characteristic may be put together of the elementary delay time characteristics pertaining to the poles and zeros of transfer function. On basis of these building blocks the theorems concerning group delay time are deduced. Summing-up of the delay time characteristics of four-terminal networks connected in chain is also dealt with. The results are applied to the delay time estimations of the preemphasis network, of the IF amplifier, of filters with insertion loss parameters and of the delay time corrector operating in the microwave frequency range, as well as to the examination of a microwave link involving five repeater sections.

UNTERSUCHUNG DER GRUPPENLAUFZEITCHARAKTERISTIK LINEARER SYSTEME

K. GÉHER

ZUSAMMENFASSUNG

Die Gruppenlaufzeit $\tau = d\psi/\mathrm{d}\omega = \mathrm{d}b/\mathrm{d}\omega$ wird als Systemkenngröße definiert. Die Anwendungsgebiete dieser definierten Rechnungsgröße werden für den stationären und transienten Zustand getrennt gezeigt. Für einen verlustfreien Hohlleiter, für Allpass-Schaltungen, bei linearer Verzerrung von FM Systemen und bei der Bestimmung des Verlustes von Filtern ist dieser Begriff gut anwendbar. Es wird jedoch ein Beispiel für solche Fälle gezeigt, wo eine negative Gruppenlaufzeit auftritt, ferner sich eine die Lichtgeschwindigkeit übertreffende Gruppengeschwindigkeit ergibt. Im Übergangszustand stimmt die Gruppenlaufzeit mit der Ausbreitungszeit des Signals dann überein, wenn das Eingangssignal in Bandbreite begrenzt, $A(\omega) = \text{konst}$ und $\psi(\omega) \approx \psi(\omega_0) + (\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\omega)_{\omega_0}(\omega - \omega_0)$ ist. Die Beziehung zwischen den Ableitungen der Gruppenlaufzeitcharakteristik und der Dämpfungscharakteristik in ω wird in der Gestalt einer Integraltransformation aufgeschrieben. Für den Fall eines linearen invarianten Netzwerkes mit konzentrierten Kenngrößen wird gezeigt, daß die Gruppenlaufzeitcharakteristik aus zu den Polen und Nullen der Übertragungsfunktion gehörenden elementaren Laufzeitcharakteristiken zusammengestellt werden kann. Anhand dieser Bausteine werden die Sätze bezüglich der Gruppenlaufzeit abgeleitet. Die Frage der Addierung der Gruppenlaufzeitcharakteristiken von Vierpolen in Kettenschaltung wird ebenfalls berührt. Die Ergebnisse werden zur Berechnung der Gruppenlaufzeit der Vorverzerrungsschaltung, des ZF-Verstärkers und der Filter mit Betriebskenngrößen, ferner zur Berechnung des im Mikrowellen-Frequenzbereich arbeitenden Gruppenlaufzeitentzerrers und zur Untersuchung einer aus fünf Strecken bestehenden Richtfunkverbindung angewendet.

ÉTUDE DE LA CARACTÉRISTIQUE DU TEMPS DE TRANSIT DE GROUPE DES SYSTÈMES LINÉAIRES

K. GÉHER

RÉSUMÉ

L'auteur définit le temps de transit de groupe $\tau = d\psi/d\omega = db/d\omega$ comme une caractéristique du système. Les domaines d'utilisation de cette quantité définie de calcul sont indiqués séparément pour les régimes stationnaire et transitoire. Cette notion peut bien servir dans les cas de guides d'ondes sans pertes, de circuits tout-passants, de distorsion linéaire des systèmes FM, et de détermination des pertes des filtres. L'auteur présente aussi des exemples pour les cas où l'on se trouve en présence d'un temps de transit négatif et d'une vitesse de groupe dépassant la vitesse de la lumière. Au régime transitoire, le temps de transit s'accorde avec le temps de propagation du signal, quand le signal d'entrée est limité en largeur de bande, $A(\omega) = \text{const}$ et $\psi(\omega) \approx \psi(\omega_0) + (d\psi/d\omega)_{\omega_0}(\omega - \omega_0)$. L'auteur présente la relation entre les dérivées (en ω) de la caractéristique du temps de transit et de celle de l'atténuation, sous la forme d'une transformation d'intégrales. Pour le cas d'un réseau linéaire invariant à paramètres concentrés, il démontre que la caractéristique du temps de transit peut être composée des caractéristiques de temps de transit élémentaires, appartenant aux pôles et zéros de la fonction de transfert. Au moyen de ce «jeu de cubes», il développe les théorèmes concernant le temps de transit, et s'étend aussi sur l'addition des caractéristiques du temps de transit des quadripôles connectés en chaîne. Les résultats ont été utilisés pour le calcul du temps de transit du circuit de préaccentuation, de l'amplificateur MF, des filtres à paramètres effectifs et du correcteur de temps de transit à micro-ondes, ainsi que pour l'étude d'une liaison hertzienne à cinq sections.

ПЕРЕХОД ИЗОБРАЖЕНИЕ-ЗВУК В СИСТЕМАХ СВЧ

Т. ШАРКАНЬ
КАНДИДАТ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

В системах СВЧ возникает взаимодействие между телевизионными каналами изображения и звука, что приводит к переходам изображение-звук и звук-изображение. В докладе рассматривается переход изображение-звук, имеющий на практике бóльшее значение. Сначала исследуются источники перехода изображение-звук, затем, на основании анализа, определяется, как нужно корректировать групповое время запаздывания цепи СВЧ, чтобы достичь минимального перехода. Наконец даются значения переходов для типичной кривой группового времени запаздывания.

В системах СВЧ, для одновременной передачи телевизионных сигналов изображения и звука, в общих случаях, применяется двойная ЧМ. Это означает, что звуковым сигналом модулируется поднесущая частоты, находящаяся над диапазоном канала изображения, поднесущая добавляется к сигналу изображения, и этим, суммированным сигналом, модулируется несущая волна. Однако, по некоторым причинам, между двумя каналами возникает взаимодействие: сигнал изображения попадает в канал звука, а сигнал звука — в канал изображения. Практика показала, что сигнал изображения, проникающий в звуковой канал, т. е. переход изображение-звук, мешает сильнее, так как на отношение сигнал/шум звукового канала имеются очень строгие требования МККР. Несмотря на то, что переход изображение-звук в микроволновых системах телевидения можно рассматривать, как основные параметры со строгими требованиями, о причинах этого в литературе имеются только некоторые ссылки [1], [2].

В статье систематизируются источники переходов изображение-звук и говорится о том, что как можно опознавать наличие отдельных источников переходов и уменьшить их влияние. Новым результатом является определение того, как нужно корректировать характеристику группового времени запаздывания цепи СВЧ для достижения минимального перехода и как нужно рассчитывать переход, в случае заданной характеристики группового времени.

Простейшими источниками перехода является связь, дающая переход между схемами основного диапазона канала изображения и звукового канала. Можно говорить о двух видах связи, а именно: о емкостной связи между неэкранированными проводами, что большей частью приводит к

высокочастотным составляющим, и гальванической связи, возникшей вследствие общих заземлений или недостаточной фильтрации общих блоков питания, что главным образом приводит к низкочастотным составляющим. На практике обе связи, могут быть тщательно устранены правильным заземлением экранированных проводов, применением отдельно экранированных субблоков и отдельно экранированных блоков питания. Этот источник легко опознается тем, что переход наблюдается на выходе цепей низкой частоты даже при выключении цепи поднесущей частоты.

В качестве второго источника перехода изображение-звук, упомянем явление, при котором в демодуляторе поднесущей создается поднесущая и под влиянием сигнала изображения. Причиной этого является то, что крутые фронты нарастания и падения сигнала изображения, возбуждают коле-

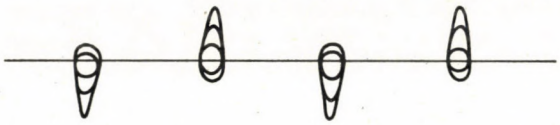


Рис. 1. Осциллограмма перехода, в случае нагрузки канала изображения прямоугольной волной, при соответствующем уменьшении импульса поднесущей

бательные контуры демодулятора поднесущей, которые вследствие этого дают затухающие колебания на собственных частотах. Так как под влиянием сигнала изображения и генератора поднесущей, создающиеся два синусоидальных сигнала не являются синфазными, этот источник хорошо опознается по образовавшемуся характерному интерференционному изображению, которое наблюдается на выходе демодулятора поднесущей при достаточном уменьшении девиации поднесущей. Такое влияние видим на рис. 1.

На показанной осциллограмме, канал изображения нагружен прямоугольной волной, и интерферренция, находящаяся в местах фронтов нарастания и падения, показывает появление двух несинфазных сигналов-поднесущей. Облегчает опознавание еще и то, что полученный переход зависит от крутизны времени подъема и спада сигнала канала изображения, кроме того переход имеется и в случае выключения генератора поднесущей.

Этот второй источник, по характеру явления, создает главным образом высокочастотные составляющие. Влияние его может быть в значительной мере уменьшено тем, что на вход демодулятора поднесущей, подключаемся через фильтр верних частот, имеющий в диапазоне частот канала изображения, значительное затухание. Целесообразно еще убедиться в том, что максимальная крутизна, поступающего на вход СВЧ сигнала изображения, не превышает допускаемую, его спектр не превышает верхнюю граничную

частоту и спектр, в случае необходимости, ограничивается соответствующим фильтром нижних частот.

Третим источником перехода изображения-звук, на практике наиболее мешающим, является явление, при котором поднесущая модулируется синхронно сигналу изображения. Данная модуляция может возникать в двух местах, а именно: в цепях основной полосы (видеоусилитель, модулятор и демодулятор), нелинейное искажения которых вызывает модуляцию; и в цепях несущей частоты (т. е. промежуточной и радиочастоты), линейное искажение которых, (т. е. колебание характеристик амплитуд — и группового времени запаздывания) вызывает модуляцию.



Рис. 2. Интермодуляционное влияние нелинейных искажений схем основного диапазона

Интермодуляционный эффект нелинейного искажения схем основного диапазона изображен на рис. 2. Поднесущая, наложенная на треугольный сигнал изображения, имеющая на входе постоянную амплитуду, проходит вдоль нелинейной характеристики, и поэтому на выходе имеется амплитудная модуляция синхронная сигналу изображения.

Интермодуляционный эффект линейного искажения схем несущей частоты можно объяснить следующим образом. ЧМ индекс поднесущей модуляции, согласно рекомендации МККР, меньше чем 0,1; следовательно спектр несущей волны, модулированный поднесущей, приближенно имеет только по одной боковой полосе. Эффект синхронной частотной модуляции видим на рис. 3. На нем, видна осциллограмма, построенная при помощи анализатора спектра промежуточной частоты с усилителем шириной полосы пропускания примерно 100 кгц: спектр, состоящий из несущей в 70 Мгц и двух полос, находящихся от несущей на ± 8 Мгц, смещается вперед-назад вдоль оси частоты. Модуляция изображения, в момент построения осциллограммы, соответствовала прямоугольной волне 1 кгц.

Легко показать, что если характеристика амплитуды или группового времени запаздывания не является постоянной, то поданный на вход им-

пульс частотномодулированного сигнала, при прохождении через цепь, изменится. Однако, это изменение девиации, в процессе показанного смещения, очевидно колеблется в зависимости от содержания изображения, и так полученная, после дискриминатора промежуточной частоты, поднесущая, будет обладать модуляцией сигнала изображения. Подробный анализ показывает, что вследствие колебания амплитудной характеристики, поднесущая получает только амплитудную модуляцию; а из-за колебания характеристики группового времени запаздывания — как амплитудную, так и фазовую модуляцию.

На основании анализа, провели оценку источников, дающих амплитудную модуляцию и, согласно нашим исследованиям, в действительных

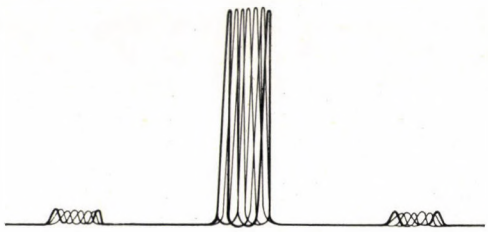


Рис. 3. Осциллограмма снятая при помощи анализатора спектра ПЧ, которая показывает спектр, возникший под действием двойной частотной модуляции

системах СВЧ, нелинейность вызывает амплитудную модуляцию 1—2%, а колебание характеристики амплитуд и группового времени запаздывания — 5—10%. Однако, очевидно, что амплитудная модуляция может быть существенно уменьшена в схеме ограничителя демодулятора поднесущей. Таким образом, если ограничитель поднесущей имеет достаточно большое динамическое сжатие АМ и незначительное динамическое преобразование АМ—ФМ, таким способом переход заданный амплитудной модуляцией может быть приведен к ничтожным значениям. Амплитудно-модуляционный переход может легко опознаваться тем, что он зависит от установки рабочей точки ограничителя поднесущей, и при снижении уровня входа поднесущей, когда ограничение прекращается, быстро возрастает.

Прежде чем исследовать влияние характеристики группового времени, на основе вышесказанного, в интересах снижения перехода изображение-звук, необходимо сделать следующее:

1. Тщательной конструкцией, нужно избегать непосредной связи между цепями основной полосы;

2. соответствующим фильтром, предотвратить прохождение сигнала изображения на вход демодулятора поднесущей;

3. соответствующим ограничителем-поднесущей, нужно снизить амплитудную модуляцию поднесущей.

Согласно этому можно сделать важный вывод, что в правильно расчитанной системе СВЧ, переход изображения-звук, возникает вследствие колебания характеристики группового времени запаздывания. Это колебание возбуждает не только амплитудную, но и фазовую модуляцию поднесущей, влияние которой в поднесущей демодулятора уже не можем уменьшить.

Известно, что корректоры группового времени настраиваются на минимальное колебание кривой, не принимая во внимание форму кривой. По нашим исследованиям переход изображение-звук в значительной мере зависит от характера кривой, поэтому мы произвели подробный анализ вели-

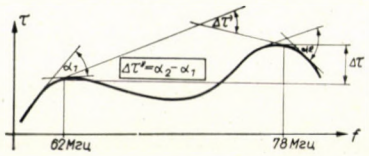


Рис. 4. Объяснение параметров характеристики группового времени, входящих в уравнение переходов

чины перехода, вызванного заданной характеристикой группового времени. Результаты анализа обобщим в равенстве (1)

$$\Delta S(t) = \frac{\Delta\tau}{2}\Delta f(t) + \frac{\Delta\tau'}{2}\Delta f(t)\,\Delta\dot{f}(t) + \frac{\Delta\tau''}{4}\Delta f^2(t)\,\Delta\dot{f}(t)\,, \qquad (1)$$

где $\Delta S(t)$ — временная функция колебания поднесущей 8 Мгц, что соответствует переходу, вызванному характеристикой группового времени;

$\Delta f(t)$ — временная функция частотного колебания ПЧ в 70 Мгц, что соответствует сигналу изображения вызывающего переход;

$\Delta\dot{f}(t)$ — производная по времени, вышеуказанной функции;

$\Delta\tau$ — разность значений функции;

$\Delta\tau'$ — разность первых производных функций;

$\Delta\tau''$ — разность вторых производных функций.

Последние три величины, означают разность функции группового времени точек 62 и 78 Мгц, по рис. 4.

Практические результаты равенства (1), можно видеть на рис. 5. На рис. 5a, виден спектр несущей модулированной поднесущей, который под действием модуляции сдвигается, а на рис. 5b, видна характеристика группового времени.

Уравнение (1) указывает на то, что значение перехода вызванного характеристикой группового времени зависит от формы кривой лишь в тех диапазонах, в которых боковые частоты поднесущей, под действием модуляции изображения, сдвинутся с первоначального положения. Два диапазона расположены, по данным МККР, от 61—63 Мгц и от 77 до 79 Мгц, здесь кривая начерчена жирно.

Остальная часть кривой, выведенной тонкой линией, с точки зрения перехода, безразлична, т. е. на рис. 5b видно, что четыре характеристики дают тот же переход.

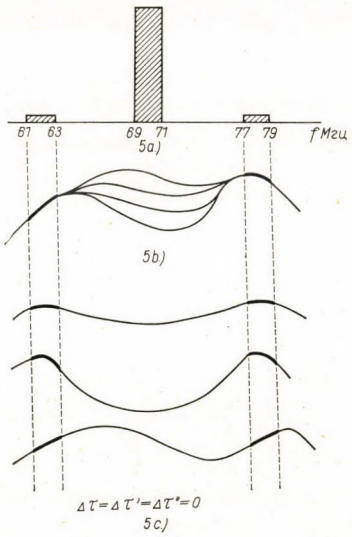


Рис. 5. Объяснение практических результатов уравнения переходов: а) спектр, возникший под действием двойной частотной модуляции; б) характеристики группового времени, дающие одинаковые переходы; в) характеристики группового времени дающие нулевой переход

Предположим, что, в упомянутых диапазонах, форма кривых одна и та же, этому требованию удовлетворяют три кривых рис. 5c,

В этом случае коэффициенты $\Delta\tau$, $\Delta\tau'$ и $\Delta\tau''$ равны нулю, т. е. переход тоже равен нулю, независимо от величины колебания. Таким образом, с точки зрения минимального перехода, коррекцию кривой группового времени нужно произвести так, чтобы формы кривых около частот 62 и 78 Мгц приближенно были бы одинаковы, как на рис. 5c.

Уравнение, действительное в общих случаях, мы рассмотрели в двух конкретных случаях сигналов канала изображения, численные значения которых даются на рис. 6.

На рис. 6a видна характеристика группового времени, вызывающая переход, на рис. 6b, видеосигналы и, возникающий под их действием, переход.

Слева на рис. 6b, изображен синусообразный видеосигнал переход в этом случае не синусный, с большой второй гармоникой. Как показал подробный анализ, можно придти к форме кривой группового времени селективным измерением гармоник, кроме того, переход пропорционален частоте синусного сигнала. Таким образом, если переход не увеличивается прямопропорционально частоте, при изменении частоты видеосигнала, то переход возникает не только под действием кривой группового времени, но и под действием уже перечисленных других факторов.

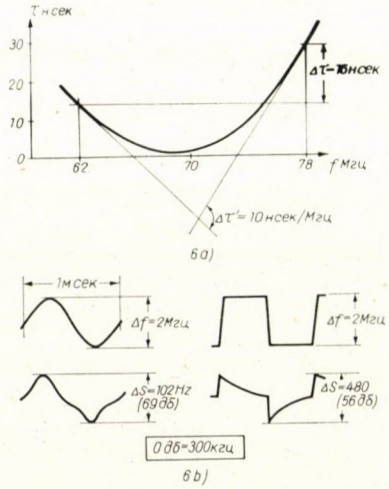


Рис. 6. Значения переходов в случае форм волн двух каналов изображения: a) характеристика группового времени, вызывающая переход; b) видеосигналы (сверху), вызванные ими сигналы переходов (снизу)

На рис. 6b слева, изображен прямоугольный видеосигнал, в этом случае форма перехода такая, как-будто бы прямоугольный сигнал, прошел через цепь CR, постоянная, времени которой приближенно соответствует верхней граничной частоте звукового канала. По анализу переход не зависит от крутизны прямоугольного сигнала. Таким образом, если при изменении крутизны, изменяется переход, то видно, что переход возникает не только под действием кривой группового времени, но под действием других факторов.

В заключение сообщим о том, что в настоящее время проводятся исследования относительно сигнала канала изображения, применяющегося при измерении перехода изображения-звук. По нашим исследованиям, сложный генератор моноскопа, предложенный МККР, может быть заменен простым импульсным генератором без значительного изменения спектра перехода. Эти исследования будут описаны позднее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pham-Van-Cang: Contribution à l'étude de l'amplification moyenne fréquence dans les relais hertziens à modulation de fréquence et à grand capacité. *Annales de Radioélectricité* (1958), 304.
2. Polonsky, J.: Microwave Television Mobile Relay for Outside Broadcasting. *Journal Brit. I. R. E.* (1960), 91.

PICTURE-TO-SOUND CROSSTALK IN MICROWAVE SYSTEMS

T. SÁRKÁNY

SUMMARY

In microwave systems, interference between the television picture and sound channels causes picture-to-sound and sound-to-picture crosstalk. From these, the paper deals with the picture-to-sound crosstalk which gives rise to more difficulties. The sources of picture-to-sound crosstalk are surveyed, and a method based on an analysis is given according to which the group-delay time of a microwave link can be equalized for minimum crosstalk Finally, crosstalk-values for a typical group-delay time characteristic are presented.

BILD-ZU-TON NEBENSPRECHEN IN RICHTFUNKSYSTEMEN

T. SÁRKÁNY

ZUSAMMENFASSUNG

In Richtfunksystemen verursacht die Interferenz zwischen den Fernseh-Bild- und Tonkanal Bild-zu-Ton und Ton-zu-Bild Nebensprechen. Im Aufsatz wird das praktisch größere Problem bedeutende Bild-zu-Ton Nebensprechen untersucht. Eine Übersicht der Quellen des Bild-zu-Ton Nebensprechens ist angegeben, und es wird auf Grund einer Analyse festgestellt, wie die Gruppenlaufzeit einer Richtfunkverbindung zwecks Erreichung des minimalen Nebensprechens zu entzerren ist. Schließlich werden Nebensprechen-Werte im Falle einer typischen Gruppenlaufzeit-Kennlinie angegeben.

LA DIAPHONIE IMAGE-SON DANS LES SYSTÈMES DE FAISCEAUX HERTZIENS

T. SÁRKÁNY

RÉSUMÉ

Dans les systèmes de faisceaux hertziens, il se produit entre les voies image et son de télévision une interférence causant la diaphonie image-son et son-image. L'auteur traite de la diaphonie image-son, qui constitue un problème plus important du point de vue pratique. Il offre d'abord un aperçu des sources de la diaphonie image-son, puis établit, par analyse, une méthode permettant d'égaliser le temps de propagation de groupe d'une liaison hertzienne, en vue d'avoir une diaphonie minimum, Enfin, des valeurs de diaphonie sont présentées pour le cas d'une caractéristique typique du temps de propagation de groupe.

О НЕОБХОДИМОЙ ШИРИНЕ ПРОПУСКАНИЯ ВЧ ТРАКТА МНОГОКАНАЛЬНЫХ РАДИОРЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ*

С. В. БОРОДИЧ

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ РАДИО МИНИСТЕРСТВА СВЯЗИ, МОСКВА

В многоканальных радиорелейных системах с частотным уплотнением и частотной модуляцией нелинейные переходы в каналах, как известно, вызываются неравномерностью частотной и нелинейностью фазовой характеристик высокочастотного тракта. Для уравновешивания этих переходов, приходится корректировать характеристики тракта так, чтобы отклонение реальных характеристик от идеальных, находились в пределах заданных допусков, определяемых величиной нелинейных переходов.

В данной статье, определена ширина полосы частот, в которой характеристики высокочастотного тракта должны удовлетворять допускам, определяемой величиной шумов от нелинейных переходов в телефонном канале.

THE NEEDED BANDWIDTH OF FM BROADBAND RADIO CHANNELS*

S. V. BORODICH

SUMMARY

In frequency-multiplex FM broadband radio relay systems, the nonlinear crosstalk is due to the fluctuations of the frequency characteristic and to nonlinearity of the phase characteristic of the radio-frequency part. In order to compensate this crosstalk, the characteristics of the radio-frequency part must be corrected, so that the deviation of the real characteristics from those of the ideal ones remain within the limits of given tolerances determined by the magnitude of nonlinear crosstalk.

In the article the bandwidth is determined within the limits of which the characteristics of the radio-frequency part must satisfy the tolerances given by the magnitude of the noise caused by nonlinear crosstalk in the telephone channel.

ÜBER DIE NOTWENDIGE DURCHLASSBANDBREITE DES HF-TEILES VON MEHRKANAL-RICHTFUNKSYSTEMEN*

S. V. BORODITSCH

ZUSAMMENFASSUNG

In FM Mehrkanal-Richtfunksystemen mit Frequenzmultiplex sind die nichtlinearen Nebensprechstörungen, wie bekannt, von der Unstetigkeit der Frequenzkennlinie und von der Nichtlinearität der Phasenkennlinie des HF-Teiles verursacht. Um diese Nebensprechstörungen auszugleichen, müssen die Kennlinien des HF-Teiles soweit entzerrt werden, dass die Abweichung der realen Kennlinien von den idealen innerhalb der Grenzen der gegebenen Toleranzen seien, die von der Grösse des nichtlinearen Nebensprechens bestimmt sind.

Im Artikel wird die Bandbreite bestimmt, innerhalb deren die Kennlinien des HF-Teiles den Toleranzen genügen müssen, die sich aus der Grösse des vom nichtlinearen Nebensprechen im Fernsprechkanal hervorgerufenen Rausches ergeben.

* Статья была опубликована в журнале *Электросвязь* (1962), No. 7, 3—10.
* Der vollständige Text des Artikels wurde in *Электросвязь* (1962), Nr. 7, 3—10. veröffentlicht.
* The whole article was published in *Электросвязь* (1962), No. 7, 3—10.

SUR LA LARGEUR DE LA BANDE PASSANTE NÉCESSAIRE DES COMPOSANTS HF DES LIAISONS HERTZIENNES A VOIES MULTIPLES*

S. V. BORODITCH

RÉSUMÉ

Dans les liaisons hertziennes à plusieurs voies, à multiplexage et modulation de fréquence, la diaphonie non-linéaire dans les canaux est causée, comme on sait, par la discontinuité de la caractéristique de fréquence et la non-linéarité de la caractéristique de phase des composants HF. Si l'on veut faire disparaître cette diaphonie, les caractéristiques des composants HF doivent être corrigées jusqu'à ce que la déviation des caractéristiques réelles par rapport à celles idéales soit dans les limites de tolérance données, déterminées par la grandeur de la diaphonie non-linéaire.

L'article détermine la largeur de bande dans laquelle les caractéristiques des composants HF doivent satisfaire aux tolérances déterminées par la grandeur du bruit dû à la diaphonie non-linéaire dans le canal téléphonique.

* Le texte intégral de cet article a été publié dans la revue Электросвязь (1962), № 7, 3—10.

MILLIMETER WAVE GENERATION RESEARCH AT STANDARD TELECOMMUNICATION LABORATORIES LTD

E. A. ASH

In connection with waveguide communications a series of high power reflex klystrons have been designed.The power outputs which have been achieved are around 1 watt at 8 mm wavelength and $^1/_3$ watt at 4 mm wavelength. The tube uses a high compression Pierce gun, in which the effect of thermal velocities is very important. Experiments on the electron optical system have been carried out and are correlated with existing theory. A number of novel techniques involved in the construction are described. The existing tube design has worked satisfactorily below 3 mm wavelength. The possibilities of making reliable long life tubes at even shorter wavelengths are discussed.

In order to attain the shortest wavelengths, there appear to be advantages in the use of electron beam frequency multipliers, rather than in attempting to construct self oscillators. Under certain conditions the electron beam serves as a highly nonlinear medium. A rigorous theory of this non-linear behaviour has been developed, and predicts that it should be possible to attain powers of the order of hundreds of milliwatts in the 1 to 2 mm range. Preliminary experiments were conducted in multiplying from 8 mm to 4 mm and are encouraging.

For a number of purposes, particulary basic and measurement laboratory work, it is desirable to have generators which can be swept over a large frequency band. Existing backward wave oscillators using all metal slow wave circuits are limited in the available bandwidth. A number of new possibilities have been examined, and in particular, as slow wave circuit, having an octave bandwidth between cut-off frequencies was developed. This circuit has been used in a backward wave oscillator and covered a 1,7 : 1 frequency band. It is now being used in an oscillator centered on 6 mm, wavelength. No experimental results on a complete tube have been obtained yet.

One direction in which higher powers may be attained is by the use of multiple slow wave circuits. This possibility has been examined in some detail both theoretically and experimentally, and leads to the conclusion that a considerable gain should be attainable by this procedure.

Most millimeter generating devices are limited, in the last resort, by the current and power densities, which can be achieved in the electron beam. The limiting conditions in the absence of a magnetic field are well known, but those applicable in the presence of a strong field are not. This question has been examined from a fundamental point of view, and certain limiting conditions are derived. A conclusion is that much larger current densities than used in present day microwave tubes should be attainable.

1. Introduction

The use of the millimeter band for communications has so far proceeded very slowly, for at least two reasons: firstly, the requirements for channel capacity could be satisfied by lower frequency links, and secondly, the necessary millimetric generators and amplifiers simply did not exist in the reliable and fully engineered form which is essential if large scale use is envisaged.

At this moment, however, the number of channels required is rising very rapidly, not only for ordinary communication purposes and television, but also very rapidly for the transmission of data. At the same time, millimeter tubes which are capable of achieving the reliability which we expect at centimetric wavelengths can now be made.

In our work we have been concerned both with methods of advancing the frontier of the possible, — to higher powers, higher frequencies and to broader bandwidths — and also with the question of how moderate performance tubes can be made with a reasonable expenditure of effort, and with high reliability. In this paper some examples of both types of endeavour will be given.

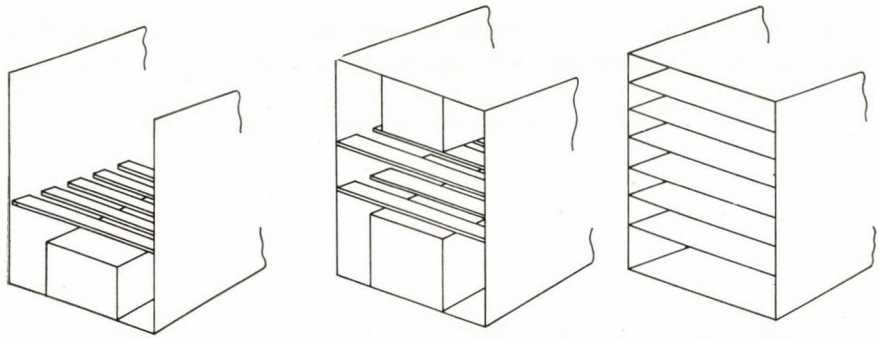


Fig. 1. *a)* Single Karp circuit,
b) double Karp circuit,
c) multiple structure consisting of a number of planar propagating circuits

2. Backward wave oscillators

The backward wave oscillator is one of the most attractive tubes for millimeter wave generation, both on account of its ability to tune electronically over very large bandwidths, as for its unrivalled performance at the highest frequencies. The backward wave oscillator is based on a slow wave structure which can support a backward wave, that is one having phase and group velocities in opposite directions. Any periodic waveguide has such wave components, but in order to be attractive for backward wave oscillator application the interaction impedance associated with this wave must be high. At millimeter wavelengths we are faced with a number of additional, stringent requirements. The circuit must be thermally robust, so that the heat produced by the inevitable partial interception of the electron beam is easily conducted away. Above all, in view of the extremely small size of circuits for millimeter wavelengths, it must be easy to construct. Of course, what is "hard" and what

is "easy" to make depends on the technology which is available. We have interpreted this requirement as indicating that the circuit should consist of a plane sheet of metal with suitable periodic perforations. A very successful example of such a circuit is the well known Karp-circuit, Fig. 1a, which consists of a simple array of bars, often described as a "ladder", supported between two conducting planes. There is a ridge on one side of the circuit. Without this ridge, the structure has no pass-bands, — only a series of singular frequencies at which propagation becomes possible. The reason is that although coupling does exist between adjacent bar resonators, this coupling has both an electric as well as a magnetic component, and these happen to be equal and opposite. The ridge upsets this delicate balance, and a propagation band

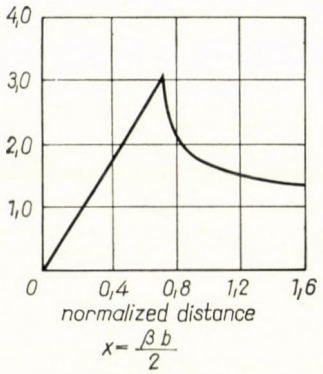


Fig 2. (Output per circuit)/(output from single circuit) as function of normalized distance

results. From this we see at once how a great variety of other circuits, closely related to the ladder, can be derived; we must simply destroy the balance between electric and magnetic coupling.

Even with the best conceivable slow wave circuit, the power available at the highest frequencies will always be severely limited. This suggests that one might use a large number of such circuits, and let the whole multiple array interact with a single extended beam. As can be seen in Fig. 1b, one can combine two Karp-circuits, but the ridge prevents the assembly of a larger array. What is therefore required is a ladder circuit which propagates without needing the presence of adjacent conductors. Such circuits could then be stacked in the manner shown in Fig. 1c. Such a procedure is in principle much better than simply parallelling a number of separate tubes. On the basis of a simple model, we have made some attempts to calculate the improvement which results [1], as shown in Fig. 2. The ordinate is the output power per circuit in a multiple array compared with the output power from a single isolated circuit. The abscissa is proportional to the spacing between circuits. The curve is believed to represent a typical situation for millimeter wavelengths.

It is seen that at the optimum spacing between circuits the curve rises to three. This means that with an array of only four circuits, the output power should increase by over ten times. We have done a few, rather rough experiments on these lines, at 3 cm wavelength in a demountable vacuum system, and the results were very encouraging. We are therefore intending to try multiple circuits at millimeter wavelengths.

Fig. 3 shows one circuit which we have studied [2], and which is well adapted for assembly into a multiple array. Here we have two ladders; in each, the individual bars are inclined at an angle, but the direction of inclination is opposite in adjacent ladders. This circuit was analyzed, using an approximate variational method, and the computed dispersion curves are shown in Fig. 4.

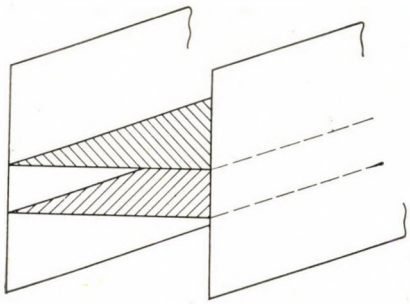


Fig. 3. Propagating structure consisting of two adjacent planar, non-identical arrays

Here the ordinate is proportional to frequency, and the abscissa to the propagation constant. The three curves shown refer to slightly different geometries. It is seen that two quite distinct modes exist on this circuit. The lower frequency one is a forward mode, but the upper branch represents a backward mode. The dividing line corresponds to the frequency when the width of the ladder is equal to one free space half walvelength. The upper mode can be used for backward wave oscillator operation, and in experiments at 3 cm wavelength, oscillations over a 10 per cent band were observed. The fact that we are here able to use a fundamental wave — rather than a space harmonic — means that the interaction impedance is very high. Furthermore the structure consists entirely of planar sheets which are readily fabricated. For a relatively narrow band application we therefore feel that this structure is very suitable for millimeter wavelength operation.

In many cases, however, a much wider band is desirable. One example arises in connection with research work on the use of TE_{01} waveguide for long distance communication, where a bandwidth of a complete octave is likely to be involved. We have therefore devoted some efforts towards devising broader band circuits. One example [3] is shown in Fig. 5. Here again we are

dealing with a variant of the ladder, but in this case, the modification which we have introduced is to include links between adjacent bars. This structure has been analyzed using a method first suggested by FLETCHER[4]. All components of the field in the direction of the bars are neglected, so that the field can be analyzed in terms of TEM modes travelling in the direction of the bars. Although this method implies that the Poynting vector in the true directions of propagation is zero, it nevertheless is capable of giving surprisingly reliable results both for the dispersion curve as for the interaction impedances. Some typical

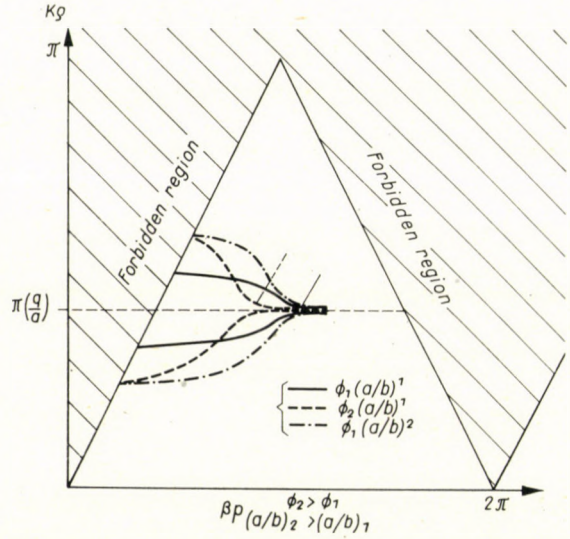


Fig. 4. Diagram showing general features of the dispersion characteristic. The dotted line refers to a higher value of Φ than the solid one. The arrows indicate the practical limit on the propagating characteristic

results are shown in Fig. 6. The dispersion equation takes the simple form indicated, where $K(\Theta)$ is an impedance function derived by FLETCHER [4], Θ is a normalized distance measured in the direction of the bars, and Θ is proportional to the propagation constant. Here we see that we have obtained a pass band, which under certain conditions extends over a complete octave. Once again we find a backward mode at higher frequencies, but in this case, we have preferred to use a backward space harmonic of the forward fundamental, wave in the backward wave oscillator. An experimental result, obtained at centimetric wavelengths, is shown in Fig. 7. This result was again obtained in a demountable vacuum system, and with rather a weak electron beam; but even so, a bandwidth of 1,7 : 1 was obtained. It is believed that eventually a bandwith of up to one octave should be possible, a performance readily obtained with structures involving dielectric materials (such as the helix), or in a structure with free fingers (such as the interdigital line), but which to

our knowledge has not so far been obtained using an all metal structure. We are at present attempting to incorporate this structure in a backward wave oscillator, to cover as much as possible of the 4—8 mm wavelength band.

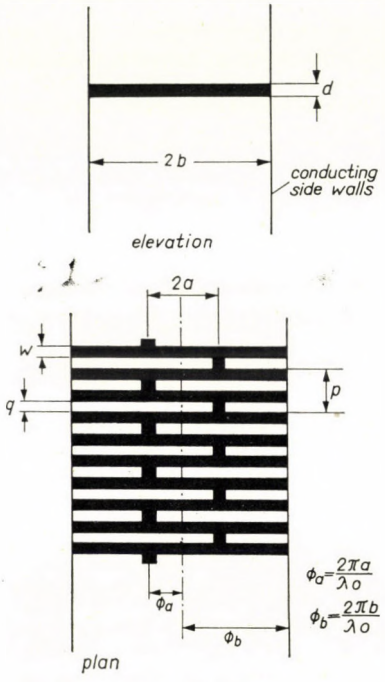


Fig. 5

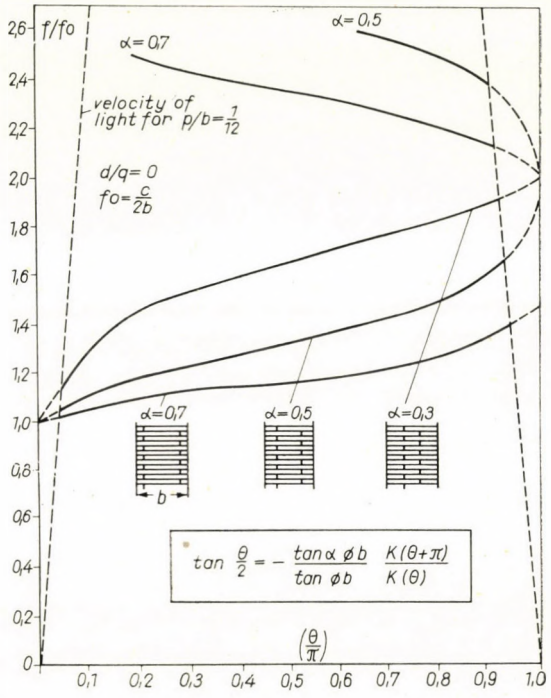


Fig. 6

3. Reflex klystrons

We have also been concerned with the design of a series of reflex klystrons which were specifically intended for use with a TE_{01} waveguide long distance communication system. In such a system of, say, 200 km length, one might think in terms of 30 channels, each 1 kmc wide. This means, that counting one tube for a transmitter, and one for a local oscillator, there might be as many as 400 millimeter wavelength tubes in operation on the link. In this kind of application, very great importance is attached to the achievement of long lives — preferably in excess of 5000 hours.

In order to achieve this, and at the same time a very low cost, we have developed the very simple basic structure which is shown in Fig. 8. This particular cross-section is of an 8 mm wavelength tube. The cavity can be seen clearly. Much of our effort was devoted towards the realization of a very high compression gun, so that the current density at the cathode, which is the primary factor affecting life, could be kept to a moderate value. The

technology used in this construction allows the attainment of the very close tolerances required — within 2 microns in many cases — without the need for any subsequent adjustment during assembly. The design was greatly aided by the availability of the spark machining techniques, which were used extensively.

With this design, we are able to obtain more than 1W of output power at 8 mm wavelength and over 300 milliwatt at 4 mm wavelength. We have

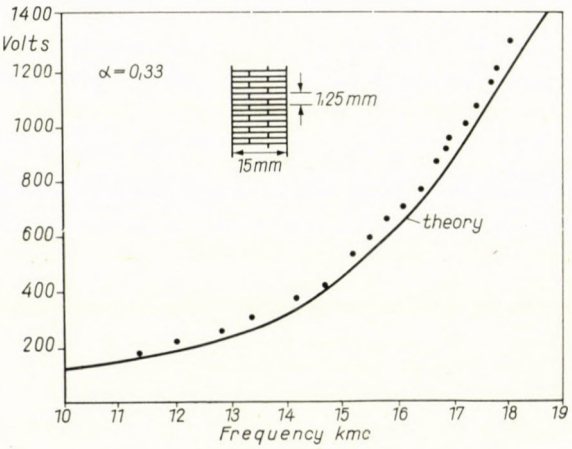


Fig. 7. Experimental tuning curve

also carried out some preliminary experiments at 2,7 mm wavelength and obtained 10 mw, even though the window used was very lossy at this wavelength.

For the particular application in mind, very little tuning is required. This tuning is obtained by means of an external coupled cavity which is accommodated in the output waveguide. In this way, 2 per cent tuning is readily obtained.

Although the development is not yet complete, we are now confident that such tubes will have lives approaching 5000 hours, and that they can be made with very little more effort than centimetric tubes, once the new techniques involved have been mastered in production.

4. Millimeter frequency multiplier

The basic reason for attempting to generate millimeter waves in this way is that an electron beam, which has been velocity modulated, produces a current wave form which is very rich in harmonics. At the start of our work, the only theory which effectively took the non-linear properties of the electron

beam into account was the so-called "ballistic" theory in which the mutual repulsion of the electrons is totally ignored. It was clear that the effect of the mutual repulsion — the "space charge effect" — would be to decrease the harmonic contant, but we had very little idea of the magnitude of this effect. Analysis of the non-linear equations of motion involved has led to a far better

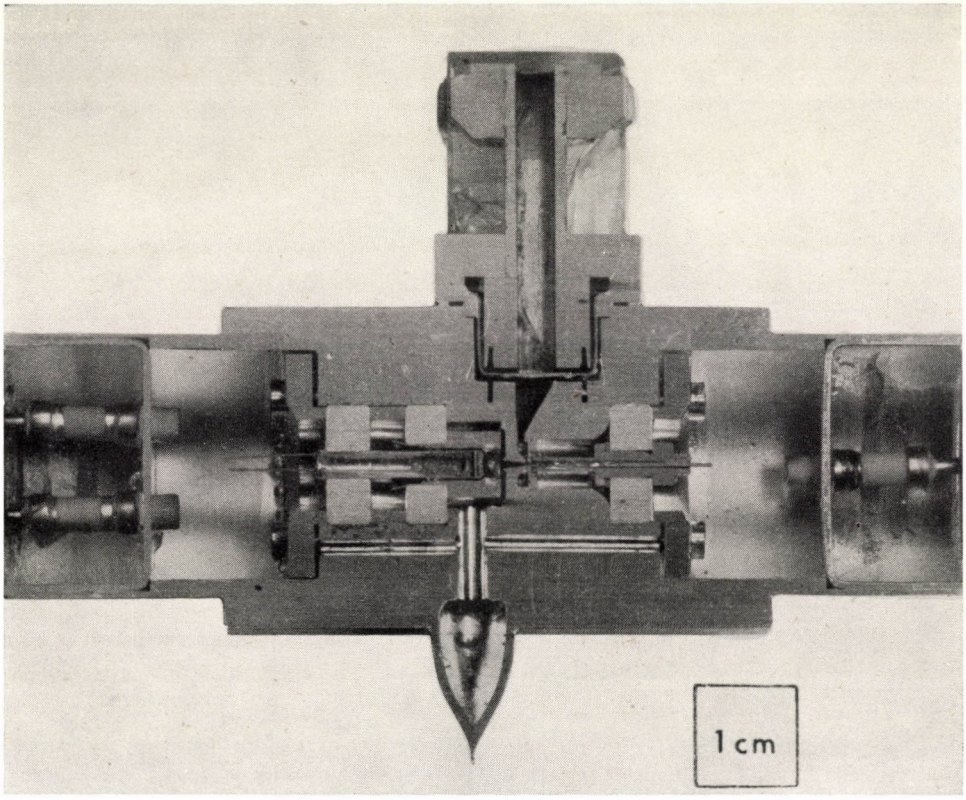


Fig. 8

solution [5, 6], which while based on a simplified one-dimensional model, does take the space charge rigorously into account. A typical result, computed from this theory is shown in Fig. 9. The ordinate is the amplitude of the nth harmonic of the current, the abscissa is a quantity which measures the space charge, and is proportional to the square root of the beam current. The most important feature to notice is that up to a rather critical value, the harmonic amplitudes are very little affected. It turns out that this critical value corresponds to quite large beam currents. We concluded therefore that a harmonic multiplier, based on this effect, should be a very practical proposition.

In this project, we are primarily interested in the wavelength region below 2 mm. Calculations indicate that such a multiplier should produce several

hundred milliwatts of power down to 1 mm wavelength. There is, however, one more serious technical problem to which we must refer. We find that we are able to construct 1 mm wavelength cavities; however the maximum size of the hole through which the beam must be transmitted is around 70 microns. We are therefore faced with the task of getting a powerful electron beam through such an aperture. The method which we are investigating involves

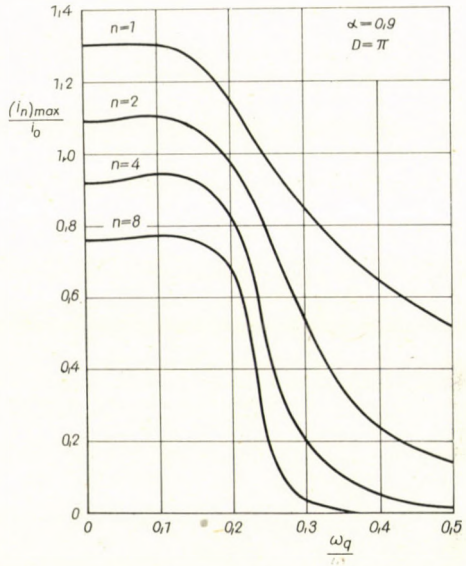


Fig. 9

the adiabatic compression of the beam by means of an increasing magnetic field. The fundamental cavity, tuned to 8 mm wavelength, is followed, in this case, by this 4 mm cavity, designed to abstract the second harmonic. The electron gun lies inside an iron pole piece, and the opposing pole piece is located beyond the 4 mm cavity. The beam emerges into the magnetic field which then rises to about ten times this value by the time the beam reaches the 4 mm cavity. In this case we are concerned with a beam of 2 kilovolts and 40 milliampers, having on entry into the magnetic field a radius of 125 microns. In order to see what happens in such a compression field, we have computed the trajectories on a digital computer. It turns out that it is very important that the shape of the compression field takes a particular form. Fig. 10 shows what happens when we use a linearly increasing magnetic field, — the beam diameter is seen to oscillate violently. Fig. 11 shows the trajectories for the particular magnetic field distribution corresponding to the pole pieces just shown — it is approximately a cubic law with distance. The compression here

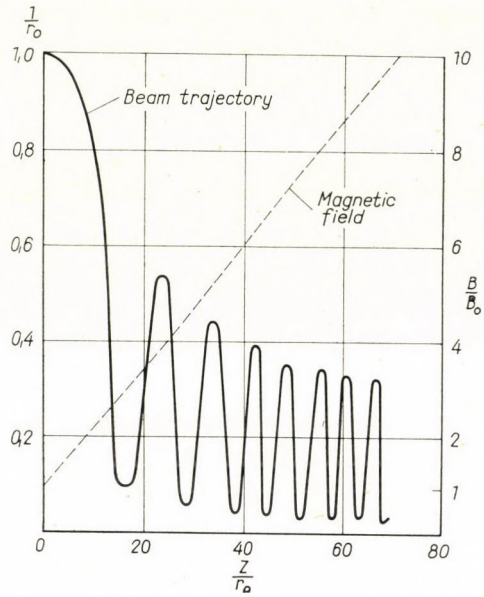


Fig. 10. Beam compression
$B_{\text{cathode}} = 0$, $B_0 = 2000$ gauss,
$V = 2$ kV, $r_0 = 0{,}005''$,
$I = 40$ ma

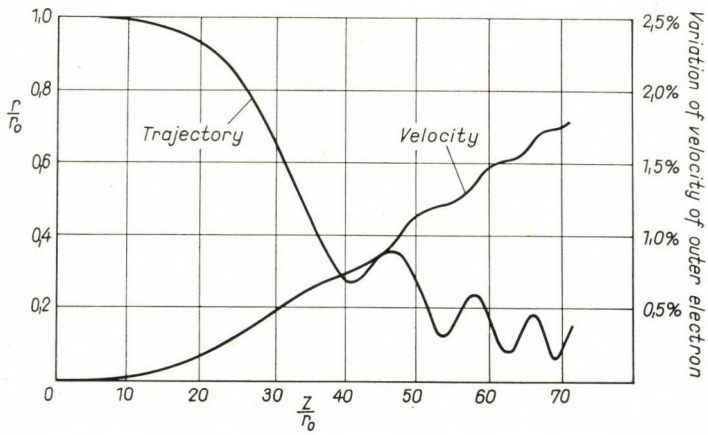


Fig. 11. Beam compression

$B_0 = 2000$ gauss, $B_f = 20\,000$ gauss,

$$B = B_0\left[1 + c\left(\frac{Z}{r_0}\right)^3\right],$$

$V = 2$ kV, $r_0 = 0{,}005''$,
$I = 40$ ma

is much smoother, and the final beam diameter is reduced by a factor of almost 10, that is to a radius of around 15 microns.

In this calculation, we have left out one very vital factor, — the thermal velocities of the electrons. At the cathode, the electron temperature is 1000° K, but after compression the transverse temperature, in the case which we have just considered, is almost 10^6 °K. The wellknown work of LANGMUIR [7] and PIERCE [8], of over 25 years ago tells us that in the absence of a magnetic field there is a definite upper limit to the current density which can be achieved. We were therefore faced with the question of whether such a limit also exists

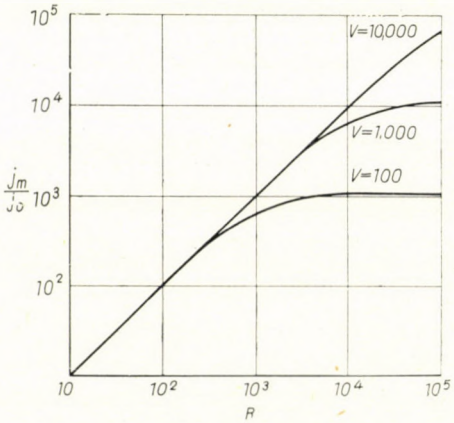


Fig. 12. Thermodynamic limit on maximum current density $T = 1000°$ K

$$\frac{J_m}{J_{\text{cathode}}} = R\left[1 - \frac{R-1}{R}\exp - \left(\frac{\text{eV}}{kT\,(R-1)}\right)\right]$$

R magnetic field relative to cathode magnetic field

in the presence of a magnetic field. That is, given a magnetic field of unlimited strength, is there any limit to the current density which can be achieved? We have tackled this question, as Pierce did in the magnetic field free case, by starting with Liouville's theorem. From this one can derive the result [9] shown in Fig. 12. Here R is the magnetic field relative to the magnetic field at the cathode, e is the electronic charge, k the Boltzmann constant. It is seen that if the compression factor R is moderate, the limiting current density increases linearly with R, as one would expect even in the absence of thermal velocities. However, for sufficiently large values of R, a maximum limit is attained. It is of some interest to look at the actual figures involved. At voltages as low as 1 kilovolt, current densities of up to 10^4 times that at the cathode can be reached. Since cathode current densities of 1 amp/cm^2 can readily be obtained, this means that the limiting values are of the order of 10^4 amps/cm^2.

In our present work we are of course not attempting even to approach these figures. However, in preliminary experiments we have reached 300 amps/cm^2, and have hopes of reaching over 1000 amps/cm^2 shortly. The beam power density would then reach several megawatts per cm^2.

Our actual achievements on this project are so far only modest, — we have obtained a power of 250 mw at 4 mm wavelength, a power which could more easily be reached by other means. A power output of 2 watts has now been attained at 4 mm wavelength. Nevertheless, we do have hopes that by these techniques we will eventually be able to make very simple reliable tubes giving hundreds of milliwatts in the 1—2 mm range and possibly appreciable powers even below this wavelength.

REFERENCES

1. Ash, E. A.: *J. Electronics* **10** (1961), 39—43.
2. Ash, E. A.: *Proc. I. E. E.* **105** (1958), b. Suppl., 737—745.
3. Ash, E. A. and Studd, A. C.: *Trans. I. R. E.* ED—8 (1961), No. 4., 294—302.
4. Fletcher, R. C.: *Proc. I. R. E.* **40** (1952), 951—958.
5. Solymar, L.: *J. Electronics* (1961), 361—383.
6. Solymar, L.: *J. Electronics* (1961), 165—180.
7. Langmuir, D. B.: *Proc. I. R. E.* **25**, 977—991.
8. Pierce, J. R.: *J. Appl. Phys.* **10**, 715—724.
9. Ash, E. A.: (to be published).

FORSCHUNGEN BEZÜGLICH ERREGUNG VON MILLIMETERWELLEN IN S. T. L.

E. A. ASH

ZUSAMMENFASSUNG

Im Zusammenhang mit der Übertragung durch Hohlleiter wurde eine Reihe von Hochleistungs-Reflexklystronen entwickelt. Die erreichten Ausgangsleistungen waren ungefähr 1 W bei einer Wellenlänge von 8 mm und $^1/_3$ W bei 4 mm. Die Röhre ist mit einer Pierce-Kanone von hohem Druck versehen, in der die Wirkung der thermischen Geschwindigkeiten von hoher Bedeutung ist. Es wurden Versuche über das elektronoptische System ausgeführt und mit der bestehenden Theorie in Zusammenhang gebracht. Neuheiten im Konstruktionsverfahren werden beschrieben. Die gegenwärtige Röhrenkonstruktion arbeitet unter der Wellenlänge von 3 mm einwandfrei. Die Möglichkeiten der Herstellung zuverlässiger Röhren von langer Lebensdauer bei noch kürzeren Wellen werden erörtert.

Zwecks Erreichung der kürzesten Wellenlängen scheint es günstiger, elektronische Frequenzvervielfacher zu benützen als die Konstruierung von selbsterregten Oszillatoren zu versuchen. Unter gewissen Bedingungen dient der Elektronenstrahl als in hohem Grade nichtlineares Mittel. Eine genaue Theorie dieses nichtlinearen Verhaltens wurde ausgearbeitet. Sie zeigt, daß es möglich sein soll, Leistungen in der Größenordnung von 100 mv im Wellenbereich von 1...2 mm zu erreichen. Vorversuche bezüglich des Vervielfachens von 8 mm zu 4 mm zeigen gute Aussichten.

Zu vielen Zwecken, besonders für Grundforschungen und Laboratoriums-Messungen sind Generatoren erwünscht, die ein breites Frequenzband umfangen können. Die gegenwärtigen Rückwellenoszillatoren, die mit völlig metallischen Verzögerungsleitungen arbeiten sind hinsichtlich der erreichbaren Bandbreite beschränkt. Eine Anzahl von neuen Möglichkeiten wurden untersucht, und eine Verzögerungsleitung wurde entwickelt, die zwischen den Grenzfrequenzen die Bandbreite einer Oktave hat. Diese Verzögerungsleitung wurde in einem Rückwellenoszillator benutzt und hat ein Frequenzband von 1,7 : 1 umfangen. Sie wird derzeitig in einem Oszillator mit der mittleren Wellenlänge von 6 mm verwendet. Für eine vollständige Röhre stehen zur Zeit noch keine Versuchsergebnisse zur Verfügung.

Eine Richtung zur Erzielung höherer Leistungen ist die Anwendung von mehrfachen Verzögerungsleitungen. Diese Möglichkeit wurde sowohl theoretisch wie auch versuchsmäßig

etwas ausführlicher untersucht, und dies führte zur Folgerung, daß durch dieses Verfahren die Erzielung einer bedeutenden Verstärkung möglich sein soll. Die meisten zur Erregung von Millimeterwellen dienenden Geräte sind letzten Endes von den Strom- und Leistungsdichten begrenzt, die im Elektronenstrahl zu erreichen sind. Die beschränkenden Bedingungen in Abwesenheit eines Magnetfeldes sind zwar wohlbekannt, diejenigen aber, die bei Vorhandensein eines starken Magnetfeldes besteht, sind es nicht. Diese Frage wird von grundlegendem Gesichtspunkt aus untersucht und gewisse beschränkende Bedingungen werden abgeleitet. Die Folgerung wird gezogen, daß weit größere Stromdichten erreichbar sein sollen, als in den derzeitigen Mikrowellenröhren gebraucht werden.

LE DÉVELOPPEMENT DES TUBES ÉLECTRONIQUES AUX S. T. L.

E. A. ASH

RÉSUMÉ

En rapport avec les télécommunications sur guides d'ondes, on a développé une série de klystrons-reflex à grande puissance. La puissance de sortie obtenue est égale à 1 W environ à la longueur d'onde de 4 mm. Le tube travaille avec un canon de Pierce à haute compression, dans lequel l'effet des vélocités thermiques est très important. On a fait des expériences avec le canon à électrons, et coordonné celles-ci avec la théorie existante. L'auteur décrit aussi de nouvelles méthodes de construction. Le type de tube actuel fonctionne sans défaut au-dessous de la longueur d'onde de 3 mm. L'auteur envisage les diverses possibilités de mise au point de tubes de longue durée et d'un fonctionnement sûr, à des longueurs d'ondes encore plus courtes.

Pour obtenir des longueurs d'ondes plus courtes, il semble plus avantageux d'appliquer des multiplicateurs de fréquence à rayons cathodiques que de chercher à construire des oscillateurs à auto-excitation. Dans certaines conditions, le rayon électronique est un milieu nonlinéaire dans une très grande mesure. L'auteur développe une théorie exacte de ce comportement non-linéaire, qui montre la possibilité d'obtenir des puissances de l'ordre de 100 mW dans la gamme d'ondes de 1 à 2 mm. Des essais préalables concernant la multiplication de 8 mm à 4 mm ont conduit à des résultats encourageants.

De nombreux points de vue, et en particulier de celui des recherches fondamentales et des mesures de laboratoire, il est utile d'avoir des générateurs recouvrant une large gamme de fréquences. Les oscillateurs actuels à carcinotrons, qui utilisent des lignes à retard entièrement métalliques, ont une largeur de bande limitée. Plusieurs possibilités nouvelles ont été examinées. On a développé en particulier une ligne à retard ayant la largeur de bande d'une octave entre les fréquences de coupure. Elle a été employée dans un oscillateur à carcinotron, et a recouvert une gamme de fréquences de 1,7 : 1. On l'utilise actuellement dans un oscillateur à la longueur d'onde de 6 mm. On ne dispose pas encore de résultats expérimentaux sur un tube complet.

L'une des voies vers l'obtention de plus grandes puissances est celle de l'emploi de lignes à retard multiples. Cette possibilité a été examinée en détail du double point de vue théorique et expérimental, et on a été amené à la conclusion qu'il doit être possible d'obtenir, par cette méthode, un gain considérable.

Les générateurs des oscillations millimétriques sont, pour la plupart, limités en dernier ressort par les densités de courant et de puissance pouvant être obtenues dans le faisceau électronique. Si les conditions limitantes en l'absence d'un champ magnétique sont bien connues, elles ne le sont plus en présence d'un champ magnétique de grande intensité. Cette question a été examinée du point de vue fondamental, et certaines conditions limitantes ont été déduites. L'auteur conclut qu'il doit être possible d'obtenir des densités de courant bien supérieures à celles employées dans les tubes hyperfréquences actuels.

РАЗРАБОТКА ЛАМП СВЧ В СТЕНДЕРД ТЕЛЕКОМЮНИКЕЙШН ЛАБОРАТОРИ

Е. А. АШ

РЕЗЮМЕ

Для целей связи посредством волноводов была разработана серия отражательных клистронов большой мощности. Достигнутые выходные мощности равны примерно 1 вт при длине волны 8 мм и 1/3 вт при длине волны 4 мм. В лампе применяется специальная электронная пушка Пирса с высоким давлением, в которой большое значение имеет влияние тепловых скоростей. Проводились эксперименьты по электронно-оптической системе,

которые были согласованы с существующей теорией. Автор дает описание ряда новых конструкций. Существующий тип лампы работает удовлетворительно на длине волны 3 мм. Автором рассматривается возможность изготовления надежных долговечных ламп, работающих на более коротких волнах.

К достижению самой короткой длины волны, более целесообразно применять электронно-лучевые умножители, чем попробовать построить автогенераторы. При определенных условиях электронный луч — в значительной мере нелинейная среда. Разработана точная теория этой нелинейности, по которой видно, что принципиально можно достичь мощность несколько сотен мвт, на длине волн 1... 2 мм. Проводились предварительные опыты с положительными результатами по умножению с 8 мм до 4 мм. Для различных целей, особенно для исследовательских работ и для лабораторных измерений требуются генераторы с широким частотным диапазоном. Ширина частотного диапазона существующих генераторов с обратной волной и металлическими линиями замедления, ограничена. Исследован ряд новых возможностей: спроэктировали линию замедления, имеющую ширину полосы, между предельными частотами, в одну октаву. Эта линия замедления применялась в генераторе с обратной волной и охватывала частотный диапазон 1,7 : 1. В настоящее время она применяется в генераторе со средней длиной волны 6 мм. На всю лампу еще нет экспериментальных результатов.

Одним из направлений достижения большей мощности, является применение многократных линий замедления. Эти возможности были исследованы более подробно как теоретически, так и экспериментально, и пришли к тому выводу, что при помощи этого метода можно достичь значительного усиления.

Большинство генераторов для возбуждения миллиметровых волн ограничены плотностями тока и мощности, достигаемыми в электронном луче. Ограничивающие условия, действительные для случая без магнитного поля, хорошо известны, но неизвестны для случая с сильным магнитным полем. Автор рассматривает этот вопрос принципиально, и выводит некоторые ограничивающие условия и приходит к заключению, что можно достичь большей плотности тока, нежели плотности, применяемые в настоящих лампах СВЧ.

MASSNAHMEN ZUR VERRINGERUNG DER GERÄUSCHBEITRÄGE IN RICHTFUNKSYSTEMEN HOHER BANDBREITE

Dr. Ing. W. MANSFELD
VEB RAFENA WERKE, RADEBERG

Festlegung eines Schemas der errechneten Geräuschbeiträge in Richtfunksystemen für 600, 960, 1920 und 2700 Fernsprechkanäle. Gemessene Werte der Geräuschbeiträge in einem Richtfunksystem für 600 Fernsprechkanäle. Auf Grund der bisher erreichten Zahlenwerte werden Maßnahmen erläutert, in welcher Weise die Geräuschbeiträge verringert werden können: Verringerung des thermischen Rauschens in der Eingangsstufe, Verbesserung der Linearität des Modulators, insbesondere durch Erhöhung der thermischen Stabilität, Linearisierung der Gruppenlaufzeit-Charakteristik der ZF-Verstärker durch Dimensionierungsvorschrift und Ausgleichsglieder.

1. Das Schema der Geräuschverteilung

Richtfunksysteme zur Übertragung eines großen Bündels von geträgerten Fernsprechkanälen besitzen eine Reichweite, die von der im einzelnen Fernsprechkanal auftretenden Geräuschleistung abhängt. Für die prozentuale Aufteilung der Geräuschleistung auf die verschiedenen Beiträge sind keine internationalen Empfehlungen vorhanden. Die Geräuschbeiträge haben sehr unterschiedliche Ursachen und es treten somit bei Richtfunksystemen verschiedener Hersteller ungleiche prozentuale Verteilungen der Geräuschleistungen auf.

Für die in den Rafena-Werken entwickelten Richtfunksysteme ist ein Schema der Geräuschverteilung aufgestellt worden, das theoretisch begründet ist und sich auch praktisch als vorteilhaft erwiesen hat. Dieses Schema geht davon aus, daß für den Modulationsabschnitt mit maximal 5 Funkfeldern und einer Länge von 280 km bei auftretendem Schwund eine Erhöhung der Geräuschleistung von 550 pW auf 840 pW nach CCIR zulässig ist. Dieser Betrag wird ausschließlich für die Erhöhung des Grundgeräusches, das durch die Schwankungserscheinungen des Empfängers gegeben ist, vorgesehen. Damit ist zugleich die Grund-Geräuschleistung des Empfängers für den Betriebsfall ohne Schwund festgelegt. Das Bild 1 zeigt dieses Schema für ein Richtfunksystem für 1920 Fernsprechkanäle. Es kann aber grundsätzlich auch für Systeme für 600, 960 und 2700 Fernsprechkanäle Verwendung finden. Die an dem Richtfunkgerät für 600 Fernsprechkanäle Typ RVG 958 durchgeführten Messungen zeigten die grundsätzliche Übereinstimmung der ermittelten Werte

mit dem errechneten Schema. Die einzelnen Beträge der Geräuschleistungen wurden dabei mit Hilfe einer erprobten Schaltungstechnik und mit handelsüblichen Bauelementen erreicht. Eine Erhöhung der Anzahl der Fernsprechkanäle führt bei gleicher Schaltung zu einem Ansteigen der Geräuschleistungen, so daß die Notwendigkeit besteht, Mittel anzuwenden, die zu einer Reduzierung der Geräuschleistungen führen. In der Entwicklungsarbeit der Rafena-Werke

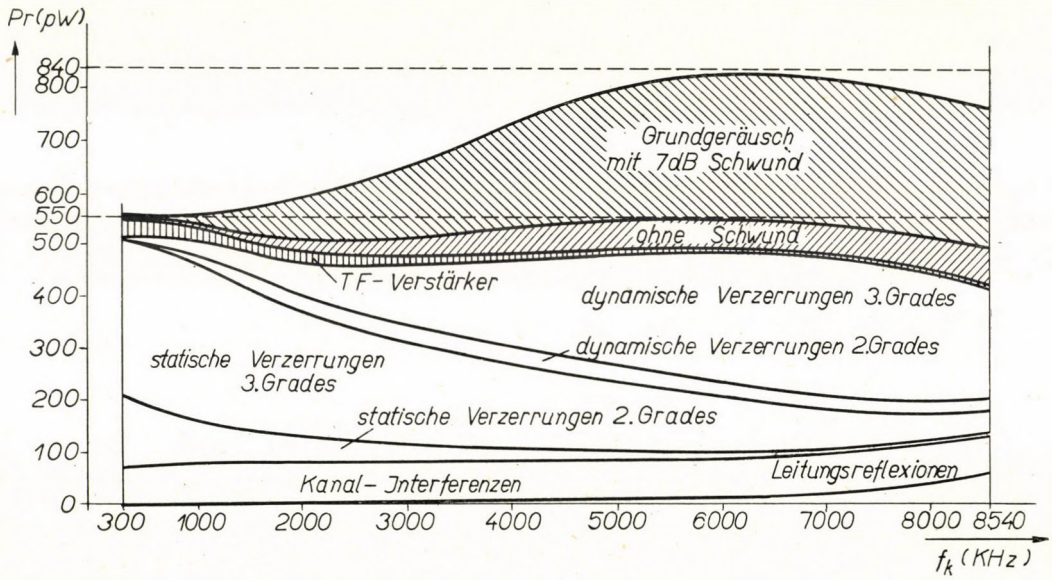


Bild 1. Schema der Geräuschverteilung

soll unter anderem mit der Lösung von drei Einzelproblemen eine ausreichende Reduzierung erreicht werden: Erhöhung der Empfänger-Empfindlichkeit; Verbesserung der Linearität des Modulators in Abhängigkeit von der Zeit, und der Raumtemperatur; die Verminderung der Gruppenlaufzeitdifferenzen im Übertragungsbereich.

2. Erhöhung der Empfänger-Empfindlichkeit

Das Grundgeräusch in einem Multiplexsystem ist vom Modulationsgewinn und damit von der Frequenz des geträgerten Fernsprechkanals abhängig. Frequenzhub, Sendeleistung, Antennenabmessungen, Filter- und Hohlleiterdämpfung weisen im wesentlichen vorgegebene Daten auf. Eine Verringerung des Grundgeräusches ist daher nur durch eine Erhöhung der Empfänger-Empfindlichkeit zu erreichen.

Die Empfängereingangsschaltung kann nach verschiedenen Prinzipien aufgebaut werden:

a) Abwärtsmischung in den ZF-Bereich mit Halbleiterdioden und anschließende Verstärkung;

b) Verstärkung im Hochfrequenzbereich mittels rauscharmer Wanderfeldröhre;

c) Verstärkung im Hochfrequenzbereich mit parametrischem Verstärker;

d) Abwärtsmischung in den ZF-Bereich mit Tunneldiode und anschliessende Verstärkung;

e) Verstärkung im Hochfrequenzbereich mit Maser.

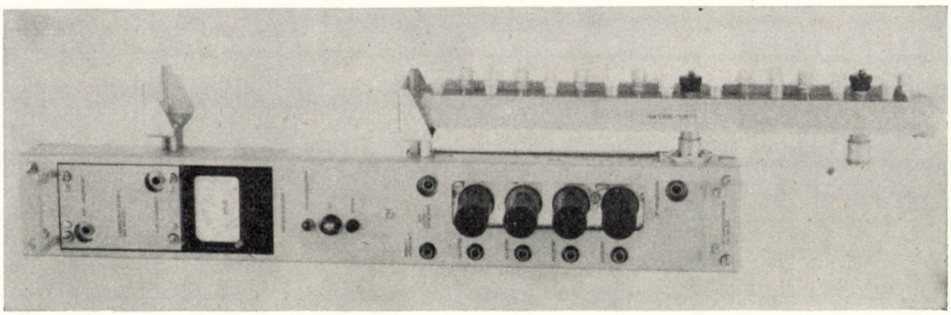


Bild 2. Empfängereingangsteil von RVG 958

Bisher wurde in Richtfunkgeräten fast ausschließlich die Abwärtsmischung in den ZF-Bereich mit Halbleiterdioden angewandt. Rauschzahlen von 13 bis 15 dB sind übliche Werte, mit ausgesuchten Dioden können 10 dB erreicht werden. Das Bild 2 zeigt die Empfängereingangsschaltung des Richtfunkgerätes Typ RVG 958 für 600 Fernsprechkanäle, bei dem mit Halbleiterdioden-Mischung gearbeitet wird und mit dem Rauschfaktoren besser als 13 dB erreicht werden.

In Einzelfällen sind Richtfunkgeräte mit serienmäßig hergestellten rauscharmen Wanderfeldröhren betrieben worden, wobei Rauschfaktoren von etwa 10 dB erreicht wurden. Trotz des größeren Aufwandes gegenüber der Halbleiterdiode ist also kein Fortschritt vorhanden. Es ist die Frage zu stellen, welcher Weg gegangen werden soll, um die Empfänger-Empfindlichkeit wirksam zu erhöhen. In der Beantwortung muß berücksichtigt werden, daß die betreffenden Richtfunksysteme im Frequenzbereich zwischen 3,5 und 7,0 GHz arbeiten und Bandbreiten im Übertragungsbereich von 30 MHz besitzen. Unter dieser Voraussetzung ergeben sich folgende Gesichtspunkte:

Zu *a)* Nur mit Germanium- und Siliziumdioden einer speziellen Fertigung wurden in den letzten Jahren bei experimentellen Untersuchungen Rausch-

faktoren von 7 dB gemessen. Diese Werte sind in der Serienfertigung noch nicht erreichbar. Es ist beim jetzigen Erkenntnisstand der Halbleitertechnik kaum zu erwarten, daß mit Halbleiterdioden aus Germanium oder Silizium wesentliche Fortschritte zu erzielen sind.

Zu *b)* Die Hochfrequenz-Verstärkung mit rauscharmen Wanderfeldröhren scheint zunächst die günstigste Lösung darzustellen. Die bisher in verschiedenen Ländern durchgeführten Untersuchungen zeigen, daß es in absehbarer Zeit möglich sein wird, Verstärker mit Rauschfaktoren bis zu 6 dB herab zu bauen. Das bedeutet gegenüber der Mischung mit guten Halbleiterdioden eine Verbesserung um 4 bis 6 dB und einen Fortschritt. Allerdings sind derartige Wanderfeldröhren noch nicht serienmäßig lieferbar und — was besonders zu beachten ist — im Preis sehr hoch.

Zu *c)* Der parametrische Verstärker kann als erste Stufe eines Geradeaus-Verstärkers eingesetzt werden, wobei die erforderliche Bandbreite durch eine besondere Schaltungstechnik erreichbar ist. In diesem Falle müssen dem parametrischen Verstärker weitere Hochfrequenz-Verstärkerstufen, z. B. mit Wanderfeldröhren, folgen. Günstiger dürfte es sein, den parametrischen Verstärker nur als Hochfrequenz-Vorverstärker zu benutzen und anschließend eine Abwärtsmischung in den Zwischenfrequenzbereich vorzunehmen. Diese Lösung ist auch insofern vorteilhaft, weil in Richtfunkrelaisstationen ohnehin eine Frequenzumsetzung zwischen Empfangs- und Sendefrequenz notwendig ist.

Bei dem Einsatz des parametrischen Verstärkers in Richtfunkgeräten ist nur die sogenannte Geradeaus-Schaltung sinnvoll, wobei die Pumpfrequenz etwa gleich der doppelten Empfangsfrequenz ist. Bei einer Bandbreite von 30 MHz lassen sich Rauschfaktoren von etwa 4 dB erzielen. Dagegen würde ein parametrischer Verstärker mit Aufwärts- und Abwärtskonversion zur Erzielung einer ausreichenden Verstärkung eine mindestens 10-fache Pumpfrequenz erfordern, die bei Signalfrequenzen von 3,5 bis 7,0 GHz zur Zeit kaum realisierbar ist.

Der erforderliche Aufwand ist bei parametrischen Verstärkern natürlich wesentlich größer als bei der Mischung mit Halbleiterdioden in der konventionellen Schaltung. Die erzielbare Verbesserung liegt jedoch etwa zwischen 6 bis 8 dB.

Wie aus Veröffentlichungen bekannt wurde, ergeben sich mit Gallium-Arsenid-Dioden besonders günstige Werte bezüglich Rauschtemperatur und Mischverlust, so daß damit Rauschfaktoren unter 2 dB erreichbar sind. Eine weitere Verkleinerung des Rauschfaktors kann erzielt werden, wenn die Diode tiefgekühlt wird. Bei einer Kühlung mittels flüssigem Stickstoffs (77°K) wurden Rauschtemperaturen von nur 12°K bei der Frequenz von 6 GHz ermittelt. Damit erreicht der parametrische Verstärker die Werte, die bisher nur vom Maser bekannt waren.

Zu *d)* Bekannterweise läßt sich die Tunneldiode in einer Schaltung zur Abwärtsmischung in den Zwischenfrequenzbereich verwenden und es scheint, daß diese Lösung besonders günstig ist. Messungen mit Tunneldioden haben gezeigt, daß niedrige Rauschfaktoren und hohe Stabilität durch die Benutzung einer relativ großen Pumpspannung erreicht werden können. Die höhere Spannung verursacht einen größeren effektiven Diodenleitwert, welcher die Stabilität verbessert. Außerdem tritt eine Zunahme des Unlinearitätsterms ein, der zu einer Verringerung der Rauschverteilung führt.

Es zeigt sich, daß auf Grund der Korrelation zwischen hochfrequentem Rauschen und zwischenfrequentem Rauschen eine teilweise Kompensation stattfindet. Die notwendigen Bedingungen sind erfüllt, wenn die Tunneldiode so weit vorgespannt ist, daß sie im Kennlinienbereich oberhalb des Höckers arbeitet. Es gibt zwei Rauschquellen in der Schaltung. Die erste beruht auf den thermischen Effekten der Schaltung und ergibt unkorrelierte Ströme im Hochfrequenz- und Zwischenfrequenzbereich. Die zweite Quelle des Rauschens beruht auf dem Schroteffekt der Diode, der korrelierte Ströme im Hochfrequenz- und Zwischenfrequenzbereich erzeugt. Die Rauschkorrelation kann additiv oder subtraktiv wirken was von der Form der Strom-Spannungs-Kennlinie der Tunneldiode und dem Arbeitspunkt abhängt.

Der Leistungsgewinn bei einfachen Halbleitermischstufen ist wesentlich kleiner als 1. In der Schaltung der Tunneldiode wird jedoch der Leistungsgewinn größer als 1, wenn durch eine genügend große Pumpspannung die Aussteuerung tief in den Bereich des negativen Astes der Kennlinie hinein erfolgt. Dadurch tritt eine Reduzierung des gesamten Rauschfaktors ein. Besitzt zum Beispiel der an die Mischstufe angeschlossene ZF-Verstärker einen Rauschfaktor von 4 dB, die Halbleiterdiode einen solchen von 3,2 dB und beträgt der Mischverlust 6 dB, dann ergibt sich bei einfachen Halbleitermischstufen insgesamt ein Rauschfaktor von 8 dB. In der Schaltung mit der Tunneldiode ist ein Leistungsgewinn von 5 dB erzielbar, so daß sich damit ein Rauschfaktor von 2,6 dB ergibt.

Es tritt somit ein Unterschied von 5,4 dB auf. Die Verbesserung ist um so größer, je größer der Rauschfaktor des angeschlossenen ZF-Verstärkers und je kleiner der Rauschfaktor der Halbleiterdiode ist.

Diese Schaltung erreicht somit in Annäherung Rauschfaktoren wie der parametrische Verstärker, jedoch bei kleinerem Aufwand. Eine weitere Verringerung des Rauschfaktors ist durch Verwendung von Gallium-Arsenid-Dioden zu erreichen.

Zu *e)* Die Verwendung des Masers scheidet für Richtfunkgeräte zunächst aus, da die erzielbaren Bandbreiten bei ausreichender Verstärkung unzureichend sind. Außerdem erfordert der Maser einen großen Geräteaufwand, der den Preis eines Richtfunkgerätes zu sehr erhöhen würde. Auch

benötigt der Maser eine Wartung, so daß die bereits eingeführte Automatisierung auf den Richtfunkstationen wieder eingeschränkt werden müßte.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Abwärtsmischung mit Tunneldioden, insbesondere mit Gallium-Arsenid-Dioden, unter Berücksichtigung des technischen Aufwandes für das Richtfunkgerät am günstigsten ist. Zur Zeit stehen uns aber noch keine geeigneten Dioden für das Frequenzgebiet von 3,5 bis 7 GHz zur Verfügung.

3. Die Verbesserung der Linearität des Modulators

Das Verzerrungsgeräusch hat seine Ursachen in erster Linie in statischen und dynamischen Verzerrungen. Für die statischen Verzerrungen ist insbesondere die Linearität der Modulations- und Demodulationskennlinie maßgebend. Während der im Zwischenfrequenzbereich arbeitende Demodulator auch über längere Zeitabschnitte und bei unterschiedlichen Betriebstemperaturen eine ausreichende Linearität zeigt, erfordert die Erzielung einer ausreichenden Linearität des Modulators einige Aufwendungen.

Auf Grund der vorhandenen Erfahrungen, die an verschiedenen Richtfunkgeräten in den Rafena-Werken gewonnen worden sind, wurde zunächst für das Gerät für 600 Fernsprechkanäle ein Zwischenfrequenz-Modulator vorgesehen, der innerhalb des Bereiches von ± 5 MHz eine Unlinearität von insgesamt 4 bis 6 pro Mille besitzt. Diese Werte entsprechen den nach dem Geräuschverteilungsschema errechneten Werten; sie werden innerhalb eines Intervalls der Raumtemperatur von $+5°$ C bis $+40°$ C und auch über längere Zeit eingehalten. Bei einer Erhöhung der Fernsprechkanalzahl treten jedoch erhebliche Schwierigkeiten in der Dimensionierung des Zwischenfrequenz-Modulators auf. Aus diesem Grunde wurde ein Klystron-Modulator entwickelt, der für Unlinearität und langzeitliche Konstanz die gleichen Werte ergibt wie der Zwischenfrequenz-Modulator. Dagegen ist der Klystron-Modulator wesentlich empfindlicher gegenüber Temperaturschwankungen. Da in den Richtfunkstationen im Laufe der Tages- und Jahreszeit sehr unterschiedliche Temperaturen auftreten, hängt die wirksame Linearität und damit der entsprechende Anteil am Verzerrungsgeräusch von der Temperaturkonstanz ab. Die Entwicklungsarbeit mußte sich daher auf die Erzielung der Konstanz konzentrieren.

Es bestehen drei Lösungsmöglichkeiten zur Erzielung einer ausreichenden Temperaturkonstanz: Einbau des Modulatorblockes in einen Thermostaten; Zuführung von geregelter Kühlluft; Anwendung der Siedekühlung.

Die Lösung mit Hilfe eines Thermostaten erfordert eine hohe Temperatur, so daß die Röhren und die Halbleiter-Mischdiode in ihrer Lebensdauer beeinträchtigt werden. Diese Lösung wurde daher verworfen. Bei der zweiten Lösung

befindet sich der Klystronblock in einem Gehäuse, um eine thermische Isolierung zu erreichen. Außerdem sind an der Fassung des Klystrons Kühlrippen angebracht. Über ein Kontaktthermometer erfolgt eine intermittierende Regelung der Kühlluftzufuhr. Die zugeführte Luft wird außerdem aufgeheizt. Es wurden zwei Varianten untersucht. Einmal erfolgte eine konstante Heizung

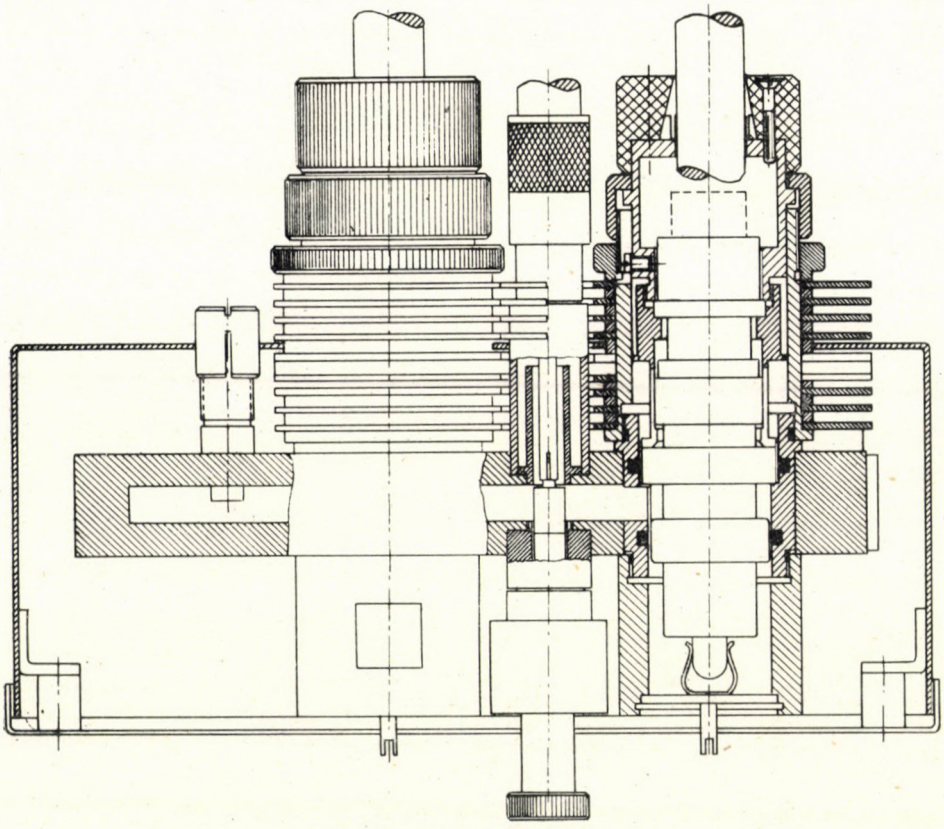


Bild 3. Klystronmodulator-Block

und eine Regelung des Luftstromes, zum anderen wurde der Luftstrom konstant gehalten und die Heizung geregelt. Das System mit geregeltem Luftstrom hat sich als das bessere erwiesen.

Am besten sind jedoch die Ergebnisse mit der Siedekühlung. Der Modulatorblock wird dabei auf konstanter Temperatur gehalten, indem die von den Klystrons erzeugte Energie in Form von Verdampfungswärme abgeführt wird. Zur Vermeidung von Kühlmittelverlust ist das System hermetisch verschlossen und über einen Druckaustauscher unter Atmosphärendruck gehalten.

4. Verminderung der Gruppenlaufzeitdifferenzen

Eine weitere Ursache des Verzerrungsgeräusches liegt in den dynamischen Unlinearitäten der Hochfrequenz- und Zwischenfrequenz-Einrichtungen und zwar vor allem in den Gruppenlaufzeitdifferenzen innerhalb des Übertragungsfrequenzbandes. Zur Linearisierung der Gruppenlaufzeit-Charakteristik werden Allpässe eingesetzt.

Die Konzeption der in den Rafena-Werken entwickelten Richtfunkgeräte sieht vor, daß innerhalb jedes einzelnen Funkfeldes die Linearisierung der Gruppenlaufzeit so weit getrieben wird, daß über den gesamten Modula-

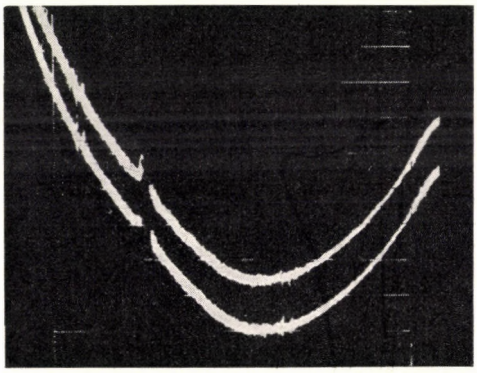


Bild 4. Gruppenlaufzeit bei kurzgeschlossenen Allpässen

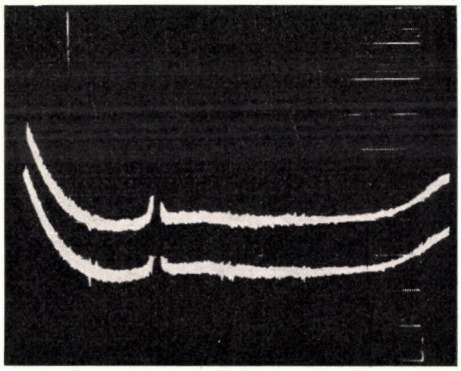


Bild 5. Gruppenlaufzeit mit Allpässen

tionsabschnitt mit maximal 5 Funkfeldern das auftretende Verzerrungsgeräusch innerhalb der vorgegebenen Grenzen bleibt.

Bei dem Richtfunksystem für 600 Fernsprechkanäle Typ RVG 958 ist dazu zwischen ZF-Vorverstärker und ZF-Hauptverstärker ein zweifacher, fest abgestimmter Allpaß eingesetzt. Ein weiterer einfacher Allpaß liegt vor dem Demodulator.

Das Bild 4 zeigt den Verlauf der Gruppenlaufzeit eines Funkfeldes bei kurzgeschlossenen Allpässen. Der Abstand der beiden Kurven beträgt 5 ns. Die Geräuschleistung bei dieser Einstellung beträgt 590 pW und ist somit unzulässig hoch. Nach Einschalten der Allpässe ergibt sich der in Bild 5 gezeigte Verlauf mit einer Gruppenlaufzeitdifferenz von ± 1 ns, wobei die Meßanordnung selbst eine Welligkeit von $\pm 0{,}5$ ns besitzt. Die gemessene Geräuschleistung beträgt 67 pW und liegt unterhalb des zugelassenen Wertes von 155 pW.

Der Empfänger besitzt eine automatische Amplitudenregelung von 51 dB, wovon +10 dB bis —25 dB für Schwund und —18 dB für Röhrenalterungen vorgesehen sind.

Durch eine günstige Dimensionierung wird erreicht, daß auch bei extremer Amplituden-Regelung die Gruppenlaufzeitdifferenz in den zulässigen

Grenzen bleibt. Das geht aus Bild 6 hervor, das den Zustand bei einer Amplituden-Regelung für den maximalen Schwund von 23 dB in einem Funkfeld zeigt. Obwohl diese Art der Entzerrung die gestellten Forderungen erfüllt, hat sie

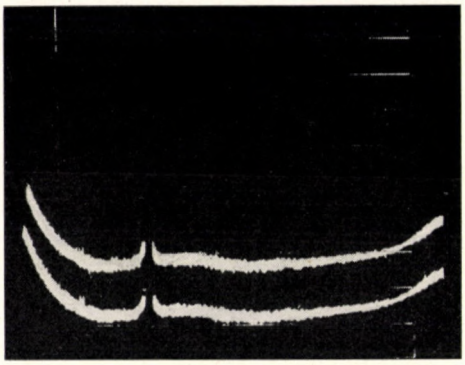


Bild 6. Gruppenlaufzeit bei Regelung

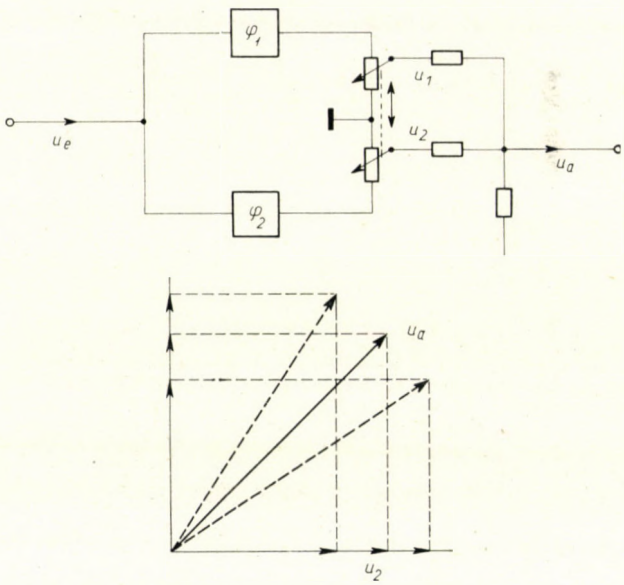


Bild 7. Zwei-Kanal-Gruppenlaufzeitentzerrer

Nachteile. Jeder Allpaß besitzt nur einen beschränkten Variationsbereich, und zur Einstellung eines Allpasses sind 5 Trimmschrauben zu betätigen. Bei Richtfunksystemen mit höherer Kanalzahl muß zur Einhaltung des vorgegebenen Verzerrungsgeräusches die Gruppenlaufzeit noch mehr und über einen größeren Bereich linearisiert werden.

Es wurde deshalb eine Zwei-Kanal-Gruppenlaufzeitentzerrung mit vektorieller Signaladdition erprobt, mit der sich die genannten Nachteile

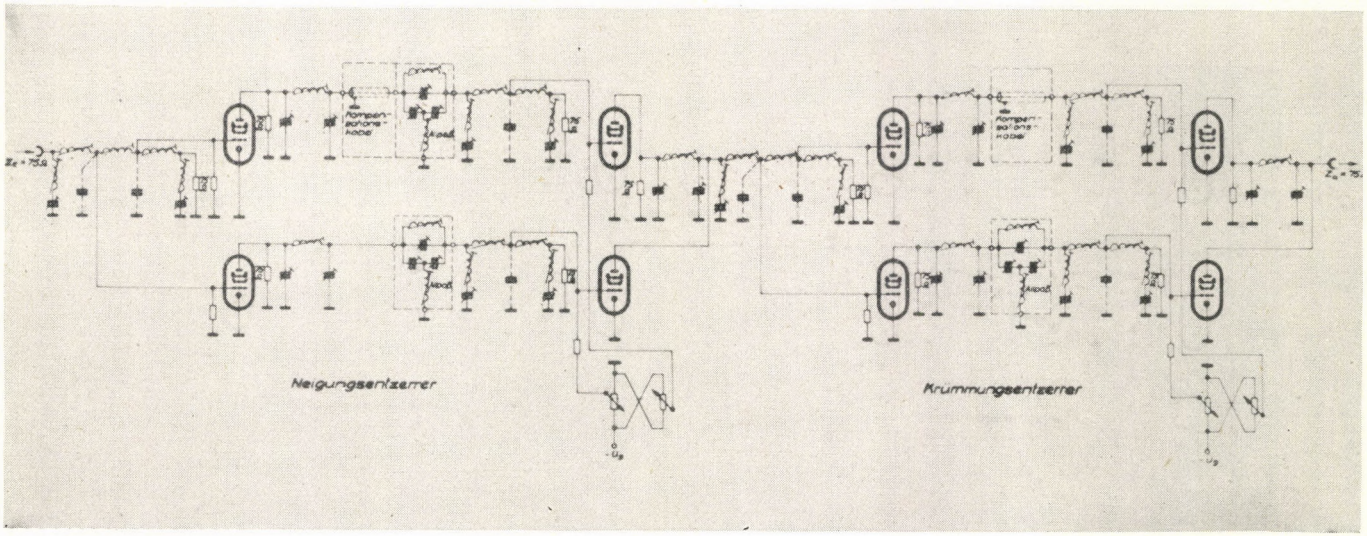


Bild 8. Schaltung eines Gruppenlaufzeitentzerrers

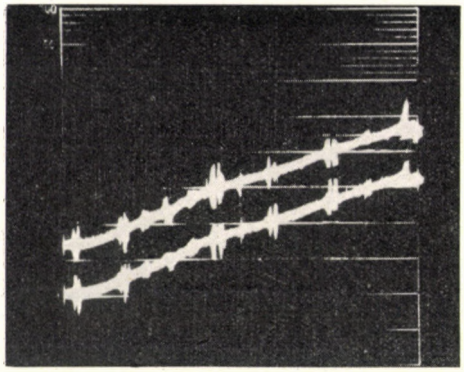


Bild 9. Neigungsentzerrer

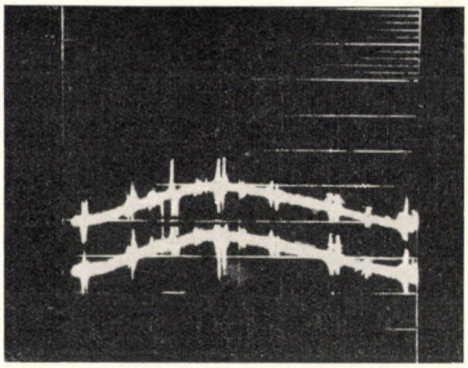


Bild. 10. Krümmungsentzerrer

vermeiden lassen. Das zu entzerrende Zwischenfrequenz Signal wird über zwei getrennte, parallele Kanäle mit unterschiedlicher Gruppenlaufzeit geführt und die Dämpfung in den beiden Kanälen gegensinnig geändert und dann addiert. Das Grundprinzip geht aus Bild 7 hervor. Es können Neigungen der Gruppenlaufzeitcharakteristik und gekrümmte Kurven mit je einem Extremum ausgeglichen werden. Das Bild 8 zeigt die Schaltung für eine kombinierte Neigungs- und Krümmungsentzerrung. Die Dämpfungsregelung erfolgt durch Veränderung der Steilheit der Verstärkerröhren, die jeweils hinter dem Allpaß liegen, indem die Gittervorspannungen der Röhrenpaare gegenläufig variiert werden. Die Schaltung ist so dimensioniert, daß die Gruppenlaufzeiten zwischen dem Verzweigungs- und dem Additionspunkt in den beiden Kanälen bei der Bandmittenfrequenz annähernd betragsgleich und die Vektoren der Spannungen in den beiden Kanälen im Additionspunkt bei der Bandmittenfrequenz phasengleich sind. Ferner ist die Phasenwinkeldifferenz der Vektoren im Additionspunkt bei allen Frequenzen des Übertragungsbandes klein. Das Bild 9 zeigt beispielsweise die Einstellung des Neigungsentzerrers mit maxi-

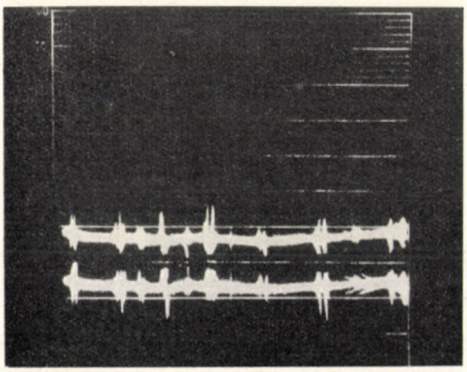


Bild. 11. Optimale Einstellung des Entzerrers

maler Gruppenlaufzeit an der oberen Bandgrenze, während Bild 10 die Einstellung des Krümmungsentzerrers mit größtem Betrag wiedergibt. Das Bild 11 zeigt die Gruppenlaufzeit über einen Bereich von 60 bis 80 MHz bei günstigster Einstellung. Zu dieser Einstellung sind lediglich zwei Widerstandregler zu variieren, die sich an beliebiger, leicht zugängiger Stelle des Gerätes befinden können. Bei einer Schaltung mit Allpässen, die in einem Kanal in Reihe liegen, müßten insgesamt 10 Trimmschrauben bedient werden.

Für die weitere Verbesserung ist vorgesehen, den Abgleich des Zwei-Kanal-Entzerrers zu automatisieren. Dazu wird die Gittervorspannung der Röhrenpaare nicht manuell eingestellt, sondern mit einer sinusförmigen Spannung niedriger Frequenz periodisch verändert. Nach der Demodulation ergibt sich eine sinusförmig schwankende Geräuschleistung. Die Amplitude der Umhüllenden der sich periodisch ändernden Geräuschleistung dient als Kriterium der richtigen Einstellung. Diese automatische Entzerrung hat den Vorteil, daß stets die günstigste Einstellung vorhanden ist und jedes manuelle Nachstellen, auch nach längerer Betriebszeit, entfällt.

NOISE REDUCTION IN BROADBAND MICROWAVE SYSTEMS ESPECIALLY IN THE INTERMEDIATE FREQUENCY BAND

W. MANSFELD

SUMMARY

Definition of a scheme of various calculated noises in microwave systems with 600, 960, 1920 and 2700 telephone channels. Measured values of noises in a microwave system with 600 telephone channels. On the basis of the obtained numerical values, measures for noise reducing are explained: reduction of thermal noise in the input stage, improvement of modulator linearity, above all by increasing the thermal stability, linearisation of the IF amplifier group delay time characteristic by design specifications and compensation networks.

RÉDUCTION DU BRUIT DES FAISCEAUX HERTZIENS A LARGE BANDE, PARTICULIÈREMENT DANS LA GAMME DES FRÉQUENCES INTERMÉDIAIRES

W. MANSFELD

RÉSUMÉ

L'auteur établit un schéma des bruits calculés des faisceaux hertziens à 600, 960, 1920 et 2700 voies téléphoniques. Il donne les valeurs mesurées des bruits d'une liaison hertzienne à 600 voies téléphoniques. A la base des valeurs numériques obtenues, il fait connaître des procédés permettant la réduction du bruit: la diminution du bruit thermique à l'étage d'entrée, l'amélioration de la linéarité du modulateur, en particulier par augmentation de la stabilité thermique, et la linéarisation de la caractéristique du temps de transit de groupe de l'amplificateur MF, au moyen des spécifications et des circuits de compensation.

СНИЖЕНИЕ ШУМОВ В ШИРОКОПОЛОСНЫХ РАДИОРЕЛЕЙНЫХ ЛИНИЯХ ОСОБЕННО НА ПЧ

В. МАНСФЕЛЬД

РЕЗЮМЕ

Составлена система расчетных шумов с 600, 960, 1920, 2700 телефонными каналами. Даны величины шумов, измеренных в радиорелейных системах с 600 телефонными каналами.

На основе полученных численных величин излагаются способы снижения шумов: снижение теплового шума входного каскада, улучшение линейности модулятора, особенно путем увеличения тепловой стабильности, линеаризация характеристики группового времени запаздыьания усилителей ПЧ, на основе расчетных требований и корректоров.

ПЕРЕХОДНЫЙ РАЗГОВОР В СИСТЕМАХ ФАЗОИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ

М. УЖОКИ и И. ШМИДЕГ
БУДАПЕШТСКИЙ ЗАВОД ТЕХНИКИ СВЯЗИ

Известные из литературы методы расчета переходного разговора несправедливы для расчета внятного переходного разговора и в общем не учитывают факт, что как мешающий, так и подверженный помехам каналы модулированы. Описанный расчет является методом для определения внятного переходного разговора, вызванного обычным четырехполюсником, при условии, что распределение полюсов в передаточной функции четырехполюсника является известным.

У систем связи с небольшим количеством каналов, если приходится решать разнообразные проблемы ответвления, применяются системы фазо-импульсной модуляции. Вследствие примененного принципа уплотнения по времени, импульсы, следующие во времени один за другим, относятся к разным каналам. Есть опасение, что между соседними каналами возникнет помехи в результате переходного разговора. Эта проблема особенно появляется в общих цепях, через которые проходит вся видеочастотная серия импульсов с фазо-импульсной модуляцией.

Помеха, возникающая между соседними каналами проявляется в внятном или невнятном переходном разговоре. Их допустимая максимальная величина установлена международными нормами. Внятный разговорный переход ставит под угрозу даже и секретность сообщений, тогда, как невнятный переходный разговор только увеличивает фон канала. Поэтому в технике измерения, как правило, различают эти два рода переходных разговоров.

Переходный разговор, появляющийся в видеоцепях систем фазо-импульсной модуляции, возникает из-за конечного времени нарастания импульсов и из-за конечной ширины полосы пропускания цепей. Любой сигнал, наложенный на импульс в системе фазо-импульсной модуляции, так и помеха предыдущего канала $af(t)$, меняет положение фронта нарастания импульса фазо-импульсной модуляции, измеренное на данном уровне среза (см. рис. 1).

В литературе сообщено большое количество расчетов о переходных шумах. Были определены переходные шумы, вызванные цепочкой RC, идеализированным фильтром нижних частот и фильтром с косинусоидальной частотной характеристикой. Однако эти расчеты не дают общий метод. К общности

стремился *Флюд* [1], который рассчитывал не в плоскости времени, а в плоскости частот. Измененный спектр им записан как сумма спектров основного сигнала и сигнала, представляющего помеху. Мешающий спектр может быть определен со знанием четырехполюсника, вызывающего переходный разговор. Полученные результаты являются слишком сложными. Предположения упрощения, как это показал *Литтл* [2], не являются справедливыми. Расчеты, произведенные в пространстве времени: работы *Московица, Дивена* и *Фейта* [3] составлены только на случай самых простейших четырехполюсников. Ни одной из упомянутых работ не дается отдельно внятный и невнятный переходный разговор, а только результирующая помеха, т. е. внятный и невнятный переходный разговор совместно. Единственно в статье *Литтл* учтено, что канал с помехой также модулирован.

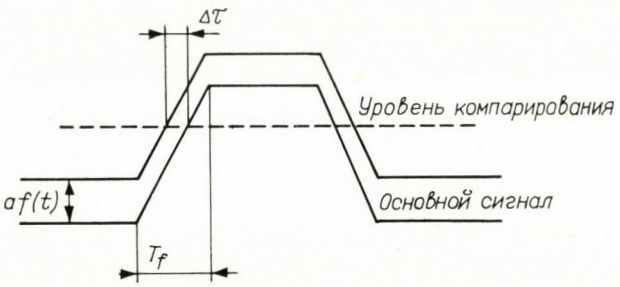


Рис. 1

Цель статьи — дать общий метод для определения внятного переходного разговора, возникающего в видеокаскадах, в том случае когда и канал с помехой, и мешающий канал являются модулированными. Исследуемое устройство состоит из четырехполюсника, вызывающего переходный шум и компаратора. Компаратор может быть представлен и электронной лампой.

Пусть передаточная функция мешающего четырехполюсника определена своими полюсами и нулями. Обратная трансформация передаточной функции может быть получена при помощи разложения на простейшие дроби. В случае простых корней могут быть получены экспоненциальные, в случае комплексных корней — тригонометрические выражения. В случае кратных корней вышеуказанные величины являются умноженными на соответствующую степень времени. Определив величину переходного разговора на случай элементарного расположения полюсов, результирующий переходный разговор может быть получен как сумма этих переходных разговоров. Расчет при элементарном расположении полюсов производится по нижеследующим условиям: модуляция и на канале с помехой и на мешающем канале должна быть чисто гармонической. Количество каналов и таким образом порядковый номер модулируемых импульсов в серии импульсов

пусть будут обозначены через l. Порядковый номер взятия образца пусть будет i (см. рис. 2).

Требуется определить переходный разговор, переходящий с импульса $l=0$ на l-й импульс при i-ым взятии образца. Время повторения серии немодулированных импульсов — T. Мгновенная девиация l-го импульса при i-ым взятии пробы пусть будет обозначено через $\tau_{l,i}$. Время, истекшее между мешающим и нарушенным импульсом — ϑ_i. Ее величина:

$$\vartheta_i = lT + \tau_{0,i} - \tau_{l,i}.$$

Через $\Delta\tau$ пусть будет обозначена дополнительная девиация, возникающая из переходного разговора. Девиация переходного разговора на основании геометрических соображений может быть вычислена при знании амплитуды наложенного сигнала и времени нарастания. Предполагая треуголь-

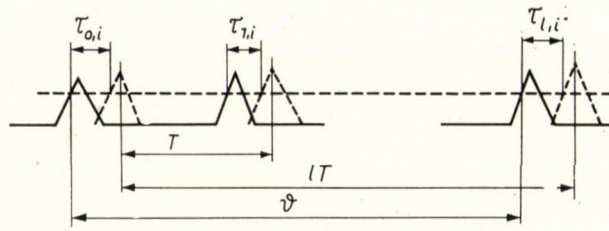


Рис. 2

ный сигнал (см. рис. 1), при амплитуде наложенного сигнала $af(t)$ и времени нарастания сигнала T_f:

$$\Delta\tau = af(t)\, T_f.$$

$f(t)$ пусть будет функция времени, которая дает мгновенную амплитуду фронта спадания C-го мешающего импульса, а a является показательным для того уровня, с которого исходит сигнал, вызывающий переходный разговор. Вид мгновенных девиаций

$$\tau_{0,i} = \tau_M \cos(\omega_0 iT + \varphi_0),$$

$$\tau_{l,i} = \tau_M \cos(\omega_l iT + \varphi_l),$$

где τ_M — максимальная девиация; ω_0 и ω_l — круговая частота C-го, т. е. l-го передаваемого сигнала; φ_0 и φ_l — фазовые углы. Мгновенная девиация переходного разговора на l-ом канале

$$\Delta\tau_i = a\, T_f f[lT + \tau_M \cos(\omega_0 iT + \varphi_0) - \tau_M \cos(\omega_l iT + \varphi_l)].$$

Мгновенная девиация переходного разговора $\Delta\tau_i$, по ω_0 и ω_l может быть разложена в ряд Фурье. Переходный разговор представляется членом разложения с частотой ω_0. Функция $f(t)$, характеризирующая вызывающий переходный разговор четырехполюсника, является ответной функцией четырехполюсника, данной на импульс Дирака. Исследование стоит произвести на случаи следующих элементарных расположений полюсов: простой полюс на отрицательной вещественной оси, сопряженная комплексная пара полюсов на левой полуплоскости, двойной полюс на отрицательной вещественной оси (см. рис. 3).

Расчет может быть произведен при помощи известного разложения функции вида $e^{A\cos u}$. Переходное затухание определяется отношением мгновенной девиации к девиации переходного разговора. Результат расчета в случае, если передающий четырехполюсник имеет единый полюс на рас-

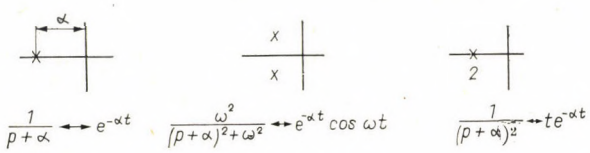


Рис. 3

стоянии a от оси, учитывая и то, что ищем только внятный переход разговора

$$e^{a_{0,l}} = -\frac{\tau_M}{T_f a} e^{alT} [2I_0(a\tau_M) I_1(a\tau_M)]^{-1},$$

где τ_M — максимальная девиация, T_f — время нарастания импульса, T — время повторения импульса в немодулированной серии сигналов, I_0 и I_1 измененная функция Бесселя первого рода. Полностью аналогичным способом может быть определена также и девиация переходного разговора на случай сопряженной комплексной пары полюсов. Переходное затухание определяется из

$$e^{a_{0,l}} = \frac{\tau_M}{T_f a} e^{alT} [e^{j\omega lT} I_1(\omega\tau_M + ja\tau_M) I_0(\omega\tau_M + ja\tau_M) +$$

$$+ e^{-j\omega lT} I_1(\omega\tau_M - ja\tau_M)\ I_0(\omega\tau_M - ja\tau_M)]^{-1},$$

где I_0 и I_l означают функции Бесселя первого рода, величины которых для комплексных аргументов имеются в таблицах. В случае двойного или многократного полюса девиация переходного разговора может быть определена при помощи дифференцирования по a. В случае двойного корня —

переходное затухание:

$$e^{a_{0,l}} = \frac{\tau_M}{T_f\, alT}\, e^{alT}\left[I_0^2(\alpha\tau_M) + I_1^2(\alpha\tau_M) - \frac{\alpha}{\tau_M + lT} I_0(\alpha\tau_M)\, I_1(\alpha\tau_M)\right]^{-1}.$$

К практическому определению размеров величину a надо выбрать так, чтобы величина переходного затухания была соответствующей. Предполагая простой четырехполюсник RC связи и импульс с шириной T_j, величина пере-

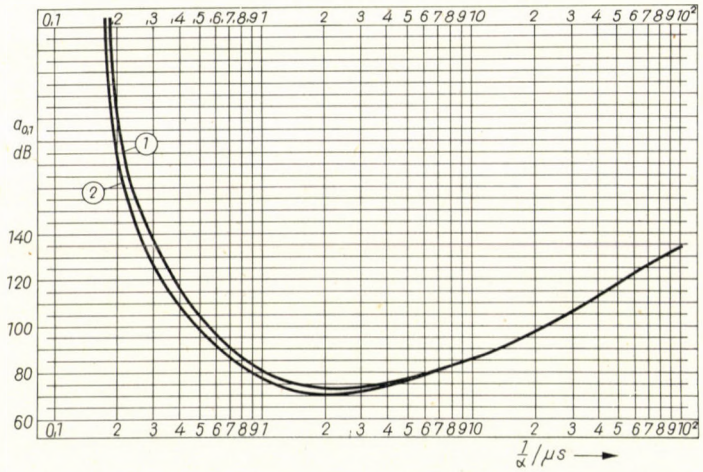


Рис. 4

ходного затухания на следующий канал ($l = 1$)

$$e^{a_{0,l}} = -\frac{\tau_M}{\tau_f}\,\frac{e^{\alpha T}}{-e^{-\alpha T_j}+1}\cdot\frac{1}{2I_0(\alpha\tau_M)\, I_1(\alpha\tau_M)}. \tag{1}$$

Для сравнения приводится сообщенный в литературе результат на случай, если канал с помехой немодулирован и рассчитывается суммарный переходный шум:

$$e^{\alpha_{0,1}} = -\frac{\tau_M}{T_f}\,\frac{e^{\alpha T}}{e^{\alpha T_j}-1}\,\frac{1}{\sinh\alpha\tau_M}. \tag{2}$$

Оба результата, рассчитанные с данными разработанного на заводе БХГ устройства ПМ—28, показаны на рис. 4, где $1/\alpha$ — постоянная времени в микросек, $e^{\alpha\,0,1}$ — переходное затухание в дб.

В случае более сложных передающих четырехполюсников к цели приводит упомянутое разложение на простейшие дроби и суммирование пере-

ходных девиаций, вызванных отдельными членами. Однако в большинстве практических случаев достаточно учесть один член, так как переходной девиацией, вызванной остальными членами по сравнению с ним можно пренебречь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Flood, J. E.: Crosstalk in Time-Division-Multiplex Communication Systems using Pulse-Position and Pulse-Length Modulation. *Proc. Inst. Elect. Engrs.* **99** (1952), Pt IV 64.
2. Little, J. G.: Low Frequency Crosstalk in Pulse-Phase Modulation. *Wireless Eng.* **32** (1955), No. 8.
3. Moskowitz, S.—Diven, L.—Feit, L.: Crosstalk Considerations in Time-Division-Multiplex Systems. *Proc. Inst. Radio Engrs.* **38** (1950), 1330.

CROSSTALK IN PPM-SYSTEMS

M. UZSOKY and I. SCHMIDEG

SUMMARY

The calculating methods of crosstalk, known from current literature, are not valid for the calculation of intelligible crosstalk, and, in general, these methods appear to ignore the fact that both the disturbing and the disturbed channel are modulated. The calculation set forth here provide a method for determining the intelligible crosstalk due to an entirely general four-wire network, on the understanding, however, that the pole distribution of the transmission function of the four-pole network is a known quantity.

NEBENSPRECHEN IN PPM-SYSTEMEN

M. UZSOKY und I. SCHMIDEG

ZUSAMMENFASSUNG

Die aus dem Schrifttum bekannten Berechnungsmethoden des Nebensprechens geben nicht die Größe des verständlichen Nebensprechens an und nehmen gewöhnlich auch den Umstand nicht in Betracht, daß sowohl der störende wie auch der gestörte Kanal moduliert sind. Die hier mitgeteilte Berechnung bietet eine Methode zur Bestimmung eines durch einen ganz allgemeinen Vierpol verursachten Nebensprechens, vorausgesetzt jedoch, daß die Polverteilung der Übertragungsfunktion des Vierpols bekannt ist.

DIAPHONIE DANS LES SYSTÈMES MIP

M. UZSOKY—I. SCHMIDEG

RÉSUMÉ

Les méthodes de calcul de la diaphonie, connues de la littérature, ne sont pas valables pour le calcul de la diaphonie intelligible, et ne tiennent pas compte de ce que le canal perturbateur aussi bien que le canal perturbé sont modulés. Le calcul présenté donne une méthode pour la détermination de la diaphonie intelligible causée par un quadripôle tout à fait général, pour le cas où la distribution des pôles de la fonction de transfert du quadripôle est connue.

TIME VARYING CHANNELS WITH DELAY SPREAD

Dr. P. E. GREEN, Jr.
LINCOLN LABORATORY, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

The paper treats in a few pages a point of view about time varying communication channels and radar targets that the author and his colleagues have been using, and certain selected theoretical and experimental results obtained by them and others. Characterization of real-life channels, principles of optimal detection and estimation procedures for spread targets are briefly discussed.

In this talk I would like to survey briefly certain recent results obtained at our Laboratory in the study of certain real-life communication channels and radar targets.

As is well known, practical communication channels often present the difficulty that in addition to the usual additive noise there is also present in the channel a random cascaded element. Or to consider the equivalent radar situation, not only is noise present in the system, but the target itself has random characteristics. In this paper we shall focus our attention on this cascaded element.

In this discussion I shall use radar language with the hope that the interpretation in a communication situation is obvious. In the radar situation one usually wants to decide whether a transmitted signal $x(t)$ is or is not present in the received signal $y(t)$. In a communication system, the problem is to design a receiver that will make reliable decisions on which of several signals $x_j(t)$ was sent. Almost always the only difference in optimum receivers for various radar and communication situations lies in the decision device that compares various output voltages. Therefore we shall confine our discussion here to that part of the receiver that preceedes the threshold decision operation.

We are interested in a situation in which the cascaded element or target exhibits either or both of two forms of *spreading* (1) a spreading in range so that a succession of echoes is obtained from the same target (i.e. multipath) and (2) a spreading in frequency of the incident signal (i.e. channel fluctuations). A target having neither of these properties is the classical non-fluctuating point target.

Fig. 1 shows a convenient mathematical model of such targets (under the usual assumption of linearity). The hypothetical delay line has a length L equal to the total multipath spread. This delay line has output taps spaced

at intervals given by the bandwidth W within which the signal has nonzero energy. Each tap output suffers a random variation in gain and phase shift indicated by the complex $s_i(t)$. The variables $s_i(t)$ are assumed independent and each has a power density spectrum $\sigma(\tau_i, f)$. The function $\sigma(\tau_i, f)$ which characterizes the random target completely is called the *scattering function*. It expresses echo power as a function of delay τ and doppler shift f. The total spreads in delay and doppler shift are L and B respectively.

Fig. 2 shows the appearance of the scattering function for various situations.

We have a stationary classical point target (A), a moving point target (B), a fluctuating point target (C), a deep non-fluctuating point target (D) (such as an extremely slowly varying ionosphere) in (E) a deep fluctuating target, and finally at (F) a uniform rotating sphere, such as a planet. I shall discuss this last case further in a moment.

Fig. 3 is a table showing B and L for several practical cases. Notice that in certain cases of recent interest the spread factor (product BL) can be

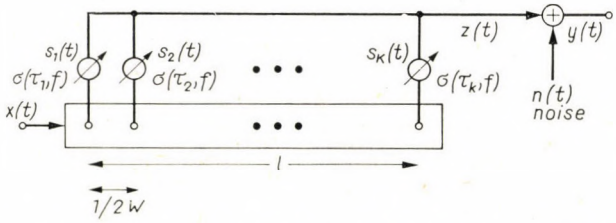


Fig. 1. Tapped delay line model of time-varying channel with delay spread

unity or larger. The spread factor is of course zero for the classical target.

Fig. 4 schematizes a typical scattering function for HF propagation, and indicates the somewhat higher fluctuation rate of F-layer reflections.

Fig. 5 idealizes the behavior of the echoes obtained from incoherent scatter at 440 mc. from ionospheric free electrons. The range and power scales are logarithmic for convenience in presentation.

Fig. 6 indicates the sort of behavior that might be exhibited by an orbital scatter passive communication satellite scheme. Several different idealized density distributions of scatterers in the cross-section of the belt are indicated and the dotted lines show the antenna beamwidth.

At present the theory of communication and signal detection for the general class of spread targets is not completely understood. However some progress can be reported.

Price has found the class of receivers that minimizes the probability of an erroneous decision between several transmitted signals $x_j(t)$, $j = 1, 2, \ldots M \geq 2$ under conditions of low ratio of receiver input signal power to white

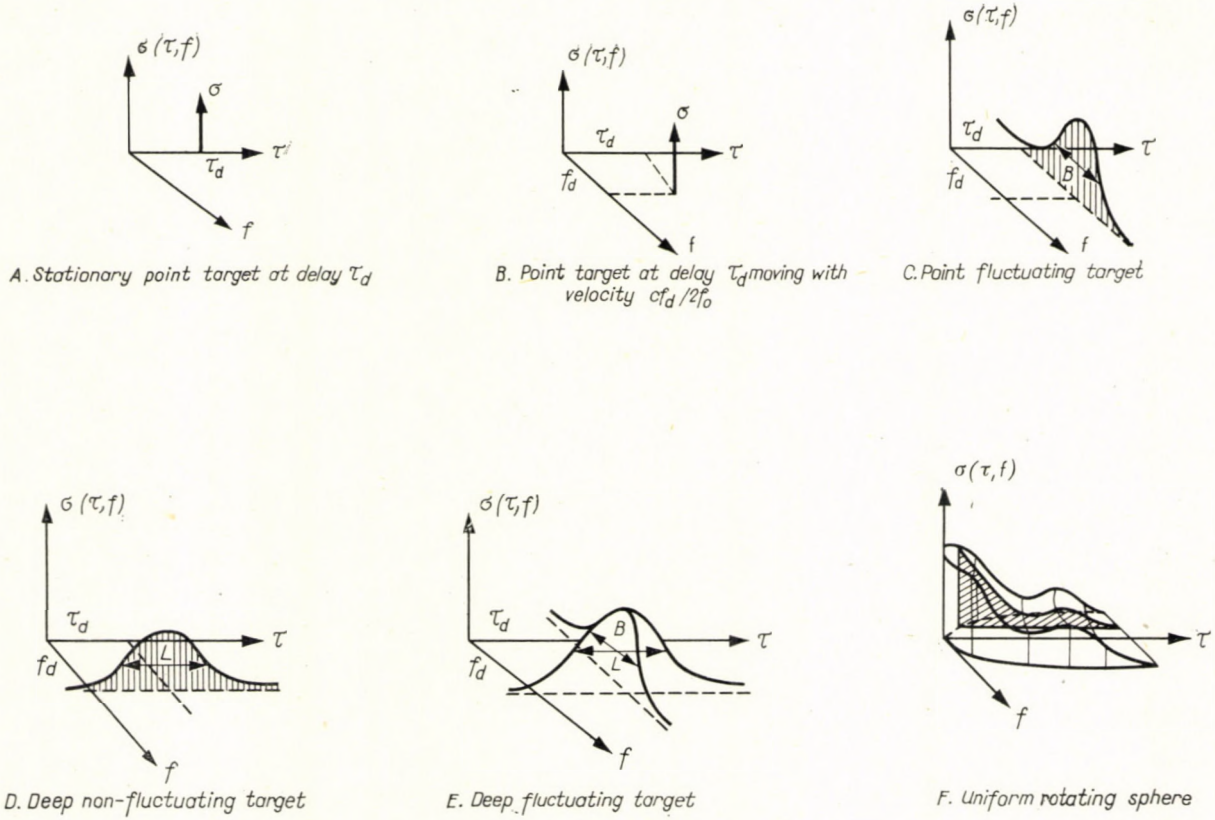


Fig. 2. Scattering functions of various forms of media

		B	L	BL
Normal Ionosphere	(HF)	1	10^{-3}	10^{-3}
Ionospheric Scatter	(VHF)	10	10^{-4}	10^{-3}
Tropospheric Scatter	(UHF)	10	10^{-6}	10^{-5}
Orbital Scatter	(SHF)	10^{3}	10^{-4}	10^{-1}
Free-Electron Scatter	(UHF)	10^{4}	10^{-4}	1
Moon	(UHF)	10	10^{-3}	10^{-2}
Venus	(UHF)	1	10^{-3}	10^{-2}
Mars	(UHF)	10^{3}	10^{-3}	1

Fig. 3. Table of doppler spread B and multipath spread L

noise power. These are indicated in Fig. 7, 10 and 11. As mentioned at the beginning, only that part of the receiver preceding the threshold device is shown.

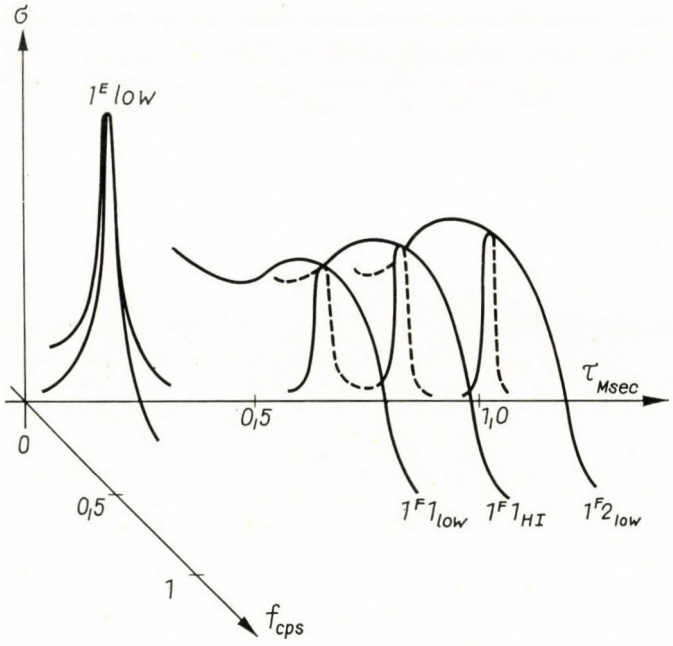


Fig. 4. Typical scattering function for h. f. propagation

When the target is an ideal nonfluctuating point target, the optimum receiver is of course a set of matched filters corresponding to the different possible transmitted signals $x_j(t)$. The appropriate delay and doppler offsets, indicated here by τ_d and f_d, are required. The figure shows only that part of the receiver corresponding to one of the $x_j(t)$. We assume that carrier phase is not known exactly, so the receiver makes a decision on the basis of an envelope.

Before we leave the classical matched filter case, it is necessary to recall that if one plots the output voltage of such a receiver as a function of delay

and doppler misalignments τ and f, he obtains, $\psi^2(\tau, f)$ the well-known ambiguity function (or correlation function of the modulation), defined as follows

$$\psi(\tau,f) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)\, u^*(t+\tau)\, e^{j2\pi f\tau}\, dt \right|, \tag{1}$$

the transmitted signal being

$$x(t) = E(t)\cos\left(2\pi f_0 + \Phi(t)\right) = \mathrm{Re}\left\{u(t)\, e^{j2\pi f_0 t}\right\}.$$

Ambiguity functions for simple pulses of sinusoid are shown in Fig. 8, and Fig. 9 shows ambiguity functions for two more complicated situations,

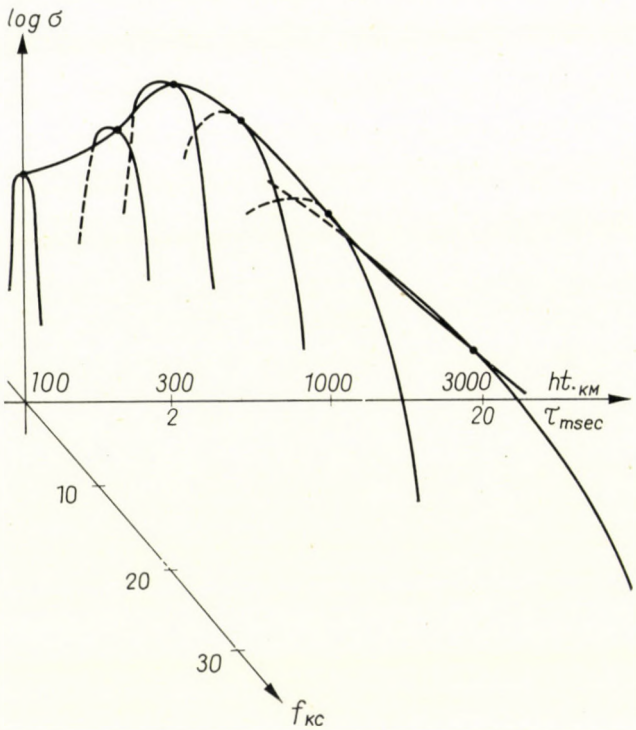


Fig. 5. Typical scattering function for free electron ionospheric scatter at 440 mc

the frequencymodulated pulse, and a train of pulses. Notice the general property that the range resolution is given by the reciprocal of W the total signal bandwidth and the doppler resolution by the reciprocal of T the total duration. Thus in the case at the bottom of Fig. 9, good range and doppler resolution are present simultaneously.

We have now introduced two functions of τ and f. The scattering function $\sigma(\tau, f)$ characterizes the target independently of the transmitted signal and the ambiguity function $\psi^2(\tau, f)$ characterizes the transmitted signal independently of the target. The effect of the receiver will be given later.

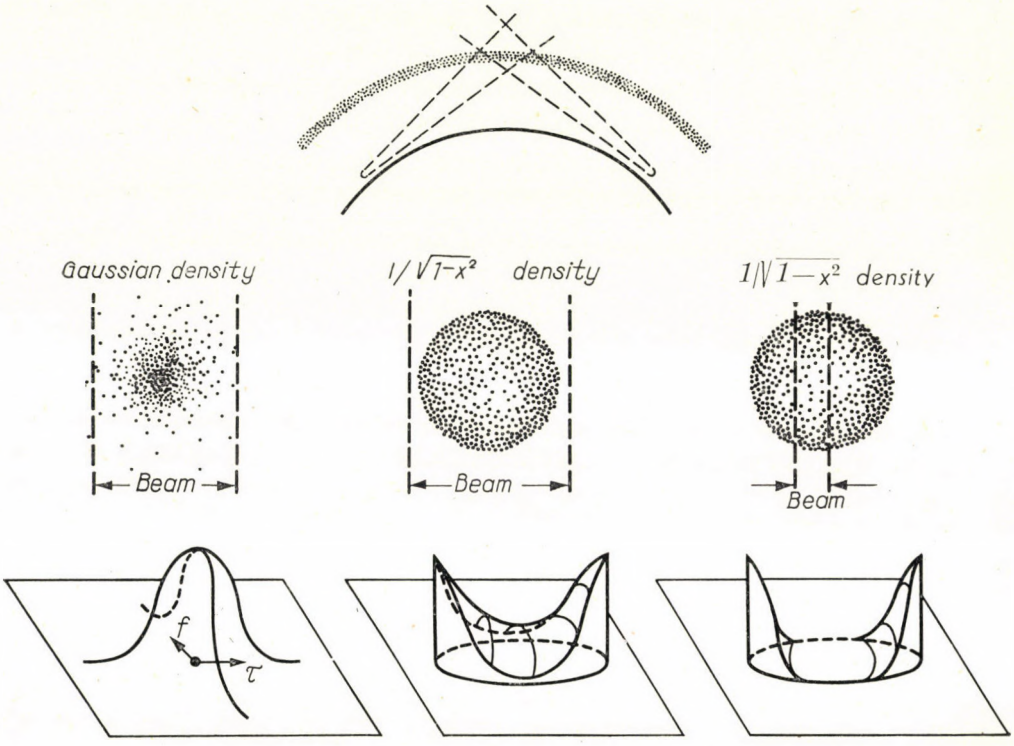


Fig. 6. Some hypothetical scattering functions for orbital scatter propagation

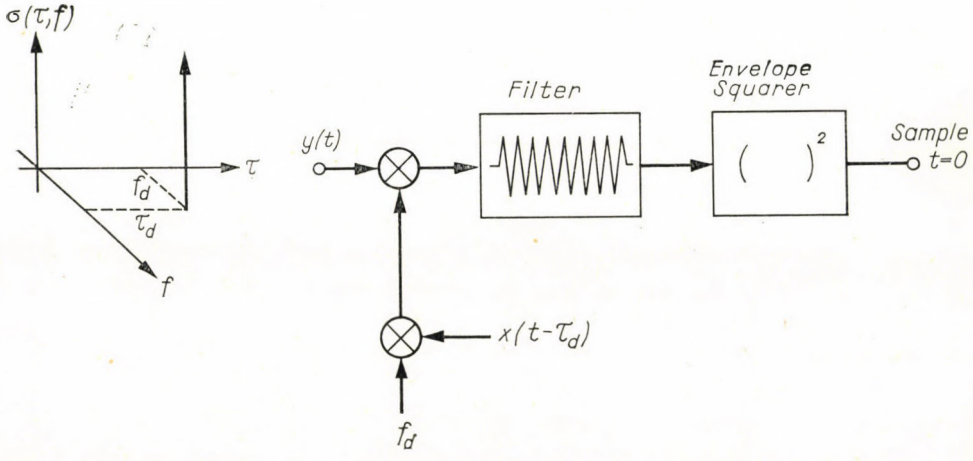


Fig. 7. Matched filter

Fig. 10 shows the optimum receiver for a fluctuating point target. The first operation is to premultiply or "weight" the received signal $y(t)$ by the known transmitted signal $x(t)$. This has the effect of undoing the delay and frequency shifts τ_d and f_d. It also removes all received signal phase fluctuations that are present in the original transmitted signal. Moreover the portions of the arriving signal $y(t)$ that are expected to be of high amplitude are accen-

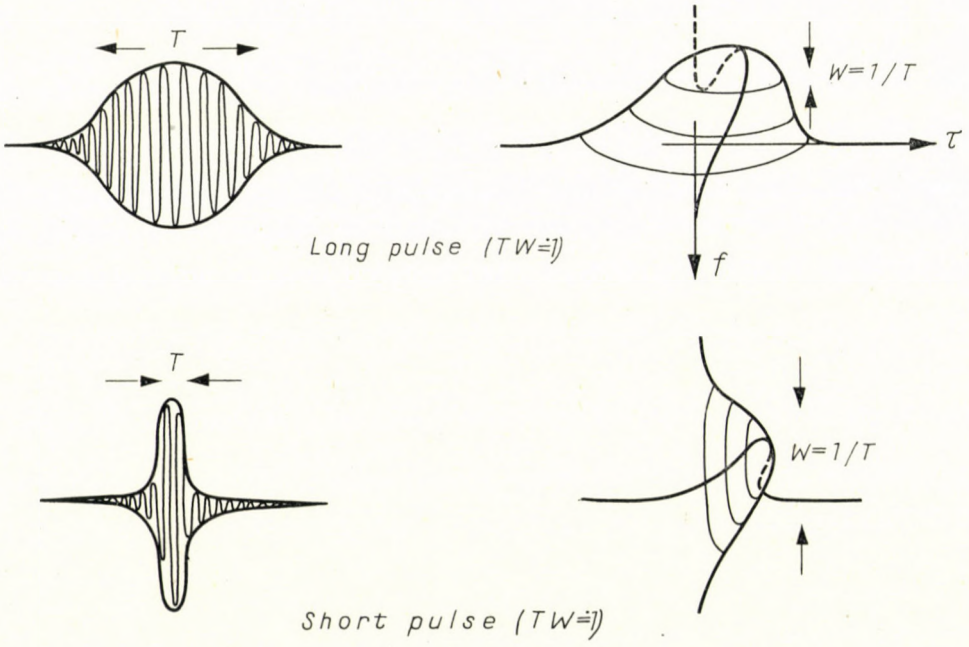


Fig. 8. Waveforms (left) and ambiguity functions (right) for $TW \approx 1$

tuated by this weighting process. Following this, the signal goes into a predetection filter whose frequency function is adjusted to match in power the frequency profile of the scattering function. Squaring and then postdetection integration follows. The entire receiver has been called a *weighted radiometer* because the elements to the right of the weighting are identical to the microwave radiometer used to detect for example the 1420 mc. hydrogen line. It is easily seen that as B goes to zero, the receiver degenerates into the matched filter of Fig. 7.

The optimum receiver for targets spread in both τ and f is shown in Fig. 11. It is simply an iteration along the delay variable of the weighted radiometer and hence is called a *rake radiometer* (The word "rake" is intended to express the operation of detection at equally spaced delays.)

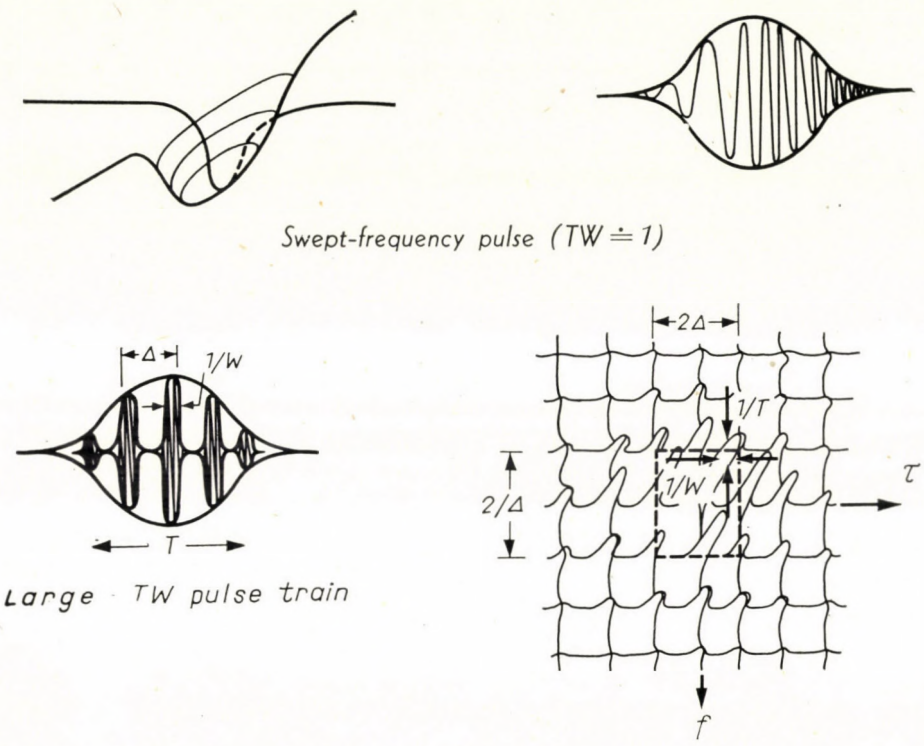


Fig. 9. Some waveforms (left) and ambiguity functions (right) for $TW \gg 1$

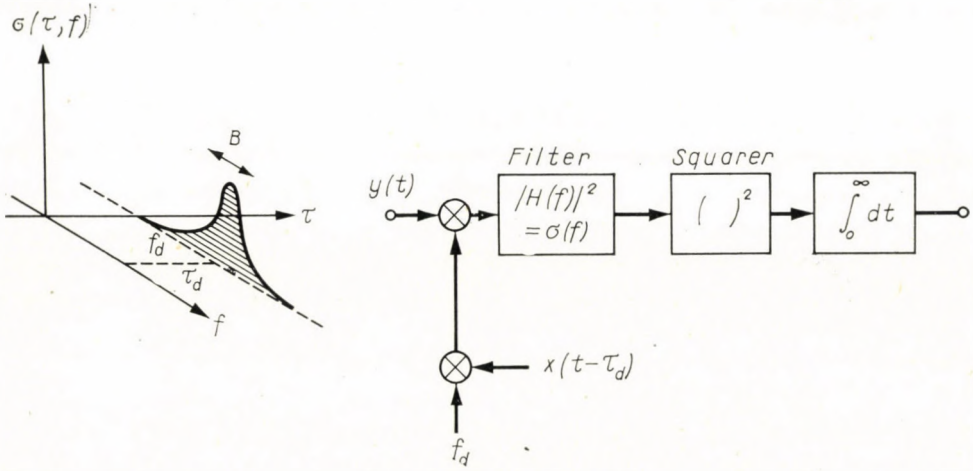


Fig. 10. Weighted radiometer

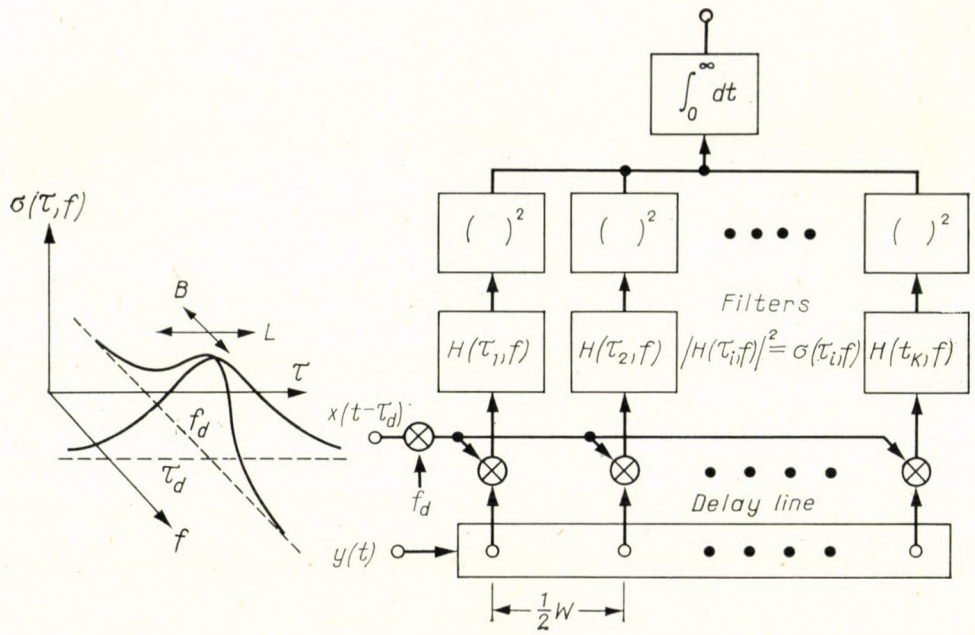


Fig. 11. Rake radiometer

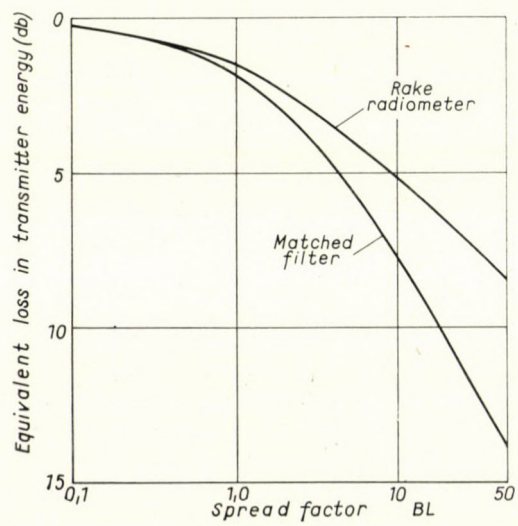


Fig. 12. Relative performance of best matched filter and best rake radiometer as a function of spread factor *BL*

Note the interesting fact that for optimality this receiver must be matched to the target scattering function in the sense that the successive filter power characteristics, when read off in delay and frequency, reproduce the scattering function.

The rake radiometer is obviously a complicated device and one would therefore like to know if a simpler receiver would work as well. Price has found that if the scattering function has the doubly gaussian shape shown in Fig. 11 the optimum transmitted signal is the same for the simple matched filter as for the rake radiometer. When this signal is used, the behavior shown

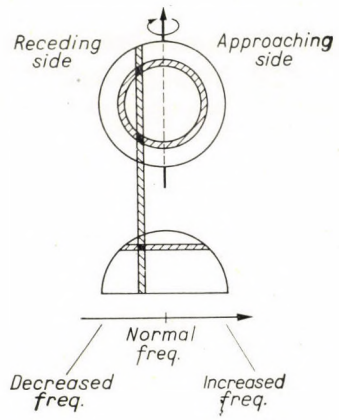


Fig. 13. Loci of constant range and constant doppler shift on a rotating sphere

in Fig. 12 results. Only when the spread factor BL exceeds unity is there a relative loss in performance by using the simpler receiver.

We conclude the discussion of optimum receivers by indicating the expressions for output signal-to-noise ratio for all three forms of receiver as follows:

$$\varrho_{MF}(\tau,f) = K_1 \left\{\int\int \psi^2(\tau' - \tau, f - f')\, \sigma(\tau' f')\, d\tau'\, df'\right\}^2, \tag{2}$$

$$\varrho_{WR}(\tau,f) = K_2 \left\{\int |H(f' - f)|^2\, df' \int\int \psi^2(\tau' - \tau, f' - f'')\, \sigma(\tau', f'')\, d\tau'\, df''\right\}^2, \tag{3}$$

$$\varrho_{RR}(\tau,f) = K_3 \left\{\int\int |H(\tau' - \tau, f' - f)|^2\, d\tau'\, df' \int\int \psi^2(\tau'' - \tau', f' - f'')\, \sigma(\tau'', f'')\, d\tau''\, df''\right\}^2. \tag{4}$$

Arbitrary filter functions $H(f)$ are allowed, and arbitrary τ and f offsets are also allowed. Note that all of these expressions involve a convolution of the scattering function $\sigma(\tau, f)$ with the ambiguity function $\psi^2(\tau, f)$. For the weighted

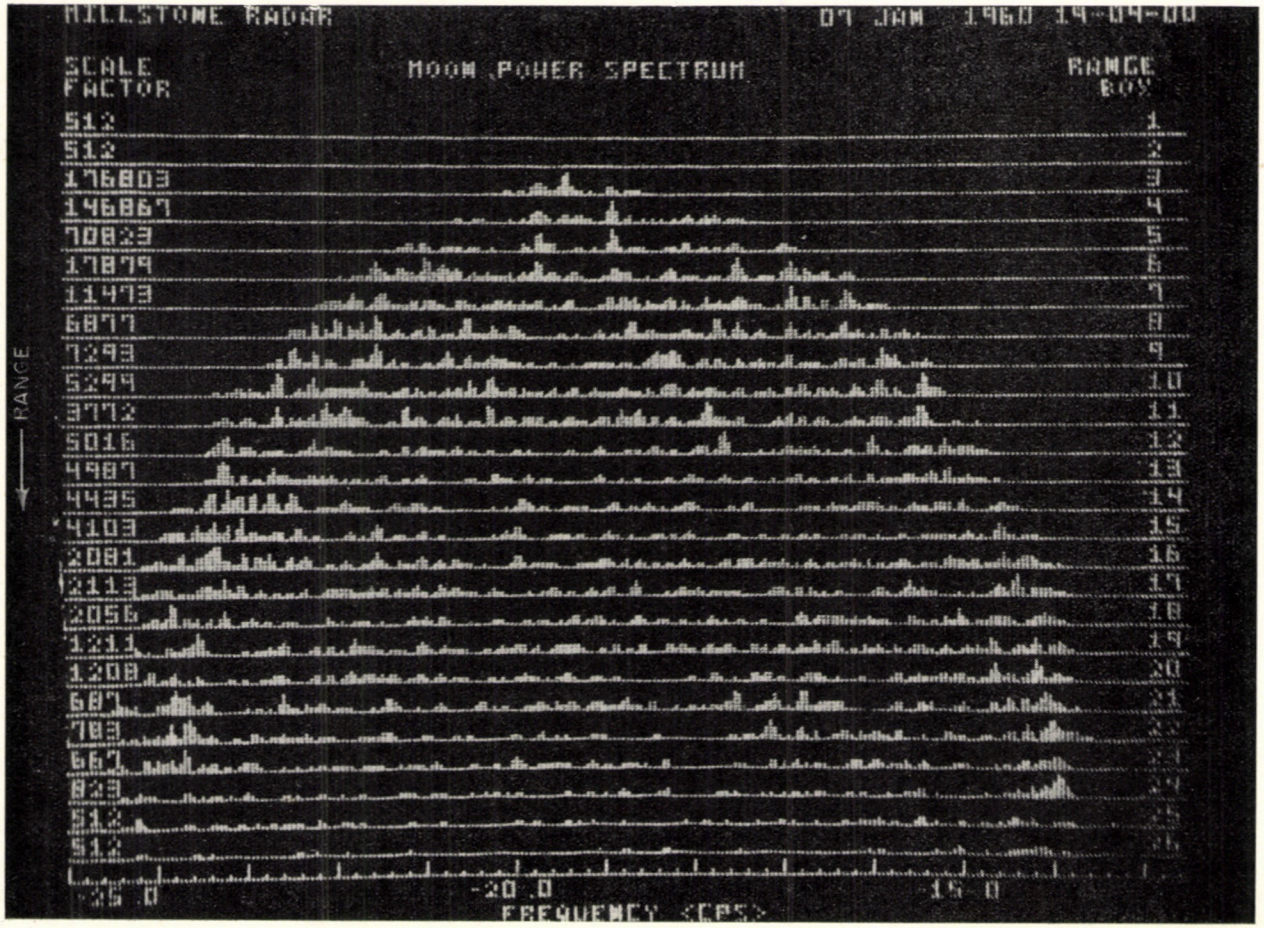


Fig. 14. Radar moon map (G. H. PETTENGILL)

radiometer, this is in turn convolved with the filter characteristic "power versus frequency". For the rake radiometer it is convolved with the filter characteristic "power versus frequency and delay".

In addition to studies of optimum detectors, the question of estimation procedures for such spread targets is being pursued by R. PRICE and M. J. LEVIN at our Laboratory. To indicate the importance of measurement or estimation of the scattering function, let me return to the case of a rough rotating sphere, for example, the moon (see Fig. 13). Such a huge body will return echoes that are spread in range. Also because of a rotation component, portions of the moon will impose an upward doppler shift and others a downward doppler shift on the signal. In the top of the figure we see that the locus of all points having the same range is a circle formed on a view of the moon from the earth. Let us lay off this range as a variable reading vertically downward in the bottom part of the figure. It turns out that loci of equal doppler shift f are straight lines parallel to the rotation axis as shown at the top of the figure. Moreover, the displacement of these straight loci is proportional to frequency. At the bottom of the figure this linear frequency scale is reproduced. The fact that both range and doppler scales are linear means that there occplace a distortionless mapping of points on the target (such as the two black cures onto the range versus doppler plane. That is, the scattering function of a rotating rigid body provides a map of that body.

This fact is of great significance in radar astronomy since it may largely eliminate the necessity of building antennas with beamwidths narrow enough to resolve the body in angle. The mapping technique is being used by G. H. PETTENGILL to study the moon. Fig. 14 shows a moon map made several years ago by this technique.

Each "range box" is 500 μsec. deep. The numbers at the left are scale factors on amplitude which were automatically controlled in the computer so that the largest reading of power in a given range box was displayed with unit height.

In this talk I have attempted to summarize a few of the results of our study of media that are spread in both range and doppler. Progress is slowly being made in the application of statistical decision theory to derive optimum system forms for the detection of such objects or communication by means of them. Radar estimation of target properties is of great interest to astronomers, and the properties of rigid rotating bodies have given radar an unexpected degree of promise for future scientifically useful observations.

KANÄLE MIT ZEITLICH VERÄNDERLICHEN KENNGRÖSSEN UND LAUFZEITDISPERSION

P. E. GREEN, JR.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird ein Gesichtspunkt von Nachrichtenkanälen mit zeitlich veränderlichen Kenngrößen und Radarzielen kurz erörtert, die vom Verfasser und von seinen Kollegen verwendet wurde. Einige ausgewählte theoretische und experimentelle Ergebnisse werden behandelt, die sie und andere Forscher erhalten haben. Eine kurze Übersicht der Charakteristik von wirklichen Kanälen, der Grundsätze des günstigsten Empfanges und der Verfahren zur Auswertung schwankendèr Ziele wird gegeben.

CANAUX À PARAMÈTRES VARIABLES DANS LE TEMPS AVEC DISPERSION DU TEMPS DE PROPAGATION

P. E. GREEN, JR.

RÉSUMÉ

L'auteur expose brièvement une point de vue des canaux de communication à paramètres variables dans le temps et des cibles de radar. Il traite de quelques résultats théoriques et expérimentaux obtenus par lui et par d'autres chercheurs, et donne un bref aperçu de la caractéristique des canaux réels, des principes de la réception optimale et des méthodes d'évaluation des cibles fluctuantes.

КАНАЛЫ С МЕНЯЮЩИМИСЯ СО ВРЕМЕНЕМ ПАРАМЕТРАМИ И РАЗБРОСОМ ВРЕМЕНИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

П. Э. ГРИН

РЕЗЮМЕ

Излагаются вкратце соображения относящиеся к каналам связи и радиолокационным целям с меняющимися со временем параметрами, использованные автором и его коллегами. Рассматриваются некоторые избранные теоретические и экспериментальные результаты, полученные ими и другими авторами. Дается краткий обзор характеристики действительных каналов, принципов оптимального приема и методов оценки целей со случайными изменениями.

RADIOASTRONOMISCHE UNTERSUCHUNGEN DER ANTENNENEIGENSCHAFTEN DES ADLERSHOFER 36-m-RADIOTELESKOPES BEI EINER WELLENLÄNGE VON 53,67 cm

J. PRIESE

HEINRICH-HERTZ-INSTITUT FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG
DER DEUTSCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN

Es werden Antennenmessungen beschrieben, die sich auf die Bestimmung des Gewinnes sowie die Ermittelung der Form der Haupt- und Nebenkeulen erstrecken. Die Messungen werden mit radioastronomischen Hilfsmitteln durchgeführt.

Die Form der Hauptkeule ergibt sich aus Durchlaufregistrierungen der nahezu punktförmigen Radioquelle Cassiopeia *A*, aus deren spektralen Strahlungsfluß gleichfalls der Gewinn abgeleitet wird. Die Gestalt der Nebenkeulen wird anhand von Durchlaufregistrierungen der Sonne ermittelt, die ebenfalls eine starke Radiostrahlung aussendet. Da die Sonne jedoch nicht punktförmig ist, sondern eine Ausdehnung besitzt, die mit der Breite der Nebenkeulen vergleichbar ist, so muß eine Entfaltung der Registrierkurven vorgenommen werden. Die Entfaltung geschieht numerisch durch Behandlung der zugehörigen Integralgleichung.

1. Einleitung

Vom Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin wurde in den vergangenen Jahren ein Radioteleskop errichtet, dessen Antennenanlage aus einem allseitigen Parabolspiegel besteht. Dieses Teleskop ist augenblicklich mit einer radioastronomischen Empfangsanlage versehen, die für die Wellenlänge von 53,67 cm eingerichtet ist. Die Objekte der Radioastronomie, es soll hier nur an die Sonne und an die Radiosterne erinnert werden, induzieren in der Antenne Rauschleistungen, die bis herab zu einer Größe gemessen werden können, der eine Antennenrauschtemperatur von ca. 2° K äquivalent ist; nach großen Rauschleistungen hin sind den Messungen praktisch keine Grenzen gesetzt. Das derartig ausgerüstete Teleskop dient zur radioastronomischen Durchmusterung der von seinem Standort aus sichtbaren Teile des Himmels.

Das Bild 1 soll kurz über einige konstruktive Einzelheiten des Teleskopes informieren. Die Spiegelschale ruht auf einer Drehachse, die horizontal und genau in ost-westlicher Richtung gelagert ist. Demzufolge kann nur die Neigung des Spiegels zum Horizont verändert werden, während im Azimut keine Bewegung möglich ist. Ein solches Instrument wird in der Astronomie »Meridiankreis« genannt; denn die Spiegelachse beteiligt sich — unabhängig von der gerade eingestellten Neigung — starr an der Erdrotation, wodurch jedes überhaupt anpeilbare Objekt an einem Tage ein- bzw. zweimal den Spiegelmeridian passiert.

Das Erregersystem des Spiegels besteht aus einem Stabdipol, dessen Länge etwas weniger als $\lambda/2$ beträgt und dessen Achse in Richtung des Ortsmeridianes, also nord-südlich, orientiert ist. Im Abstand von $\approx \lambda/4$ befindet sich hinter dem Dipol in Blickrichtung zum Himmel eine kreisförmige Reflektorplatte mit einem Durchmesser von $\approx \lambda/2$. Das Erregersystem ist an eine Koaxialleitung angepaßt, die die Empfangsleistung zum Empfänger transportiert; das Anpassungsmaß m ist besser als 0,97.



Bild 1. Ansicht des Adlershofer Radioteleskopes
Durchmesser der Spiegelschale $D = 36$ m,
Ti fe $T = 6{,}55$ m, Brennweite $F = 12{,}37$ m

Zur meßtechnischen Erfassung von Antenneneigenschaften sind von Seiten der Hochfrequenztechnik sehr viele Verfahren entwickelt worden, die in der Literatur ausführlich beschrieben und die als hinreichend bekannt anzusehen sind. Alle diese Meßmethoden setzen jedoch ein Antennenmeßfeld mit einer so großen räumlichen Ausdehnung voraus, daß einmal die unerläßliche Fernfeldbedingung erfüllt ist, und daß zum anderen keine störenden Reflexionen an benachbarten baulichen Objekten auftreten können. Da uns ein derartiges Meßfeld nicht zur Verfügung steht, mußte zu anderen Methoden gegriffen werden.

Es liegt nahe, vom Verwendungszweck des Teleskopes auszugehen und die radioastronomischen Objekte selbst zur Ausmessung der Antenneneigen-

schaften zu benutzen, wodurch automatisch ein fast ideales Fernfeld gegeben ist. Mit radioastronomischen Mitteln sind schon an anderer Stelle [1] große Antennen untersucht worden. Die in der Literatur beschriebenen Methoden erfordern jedoch Kipp- und Schwenkbewegungen des Spiegels, die mit dem Adlershofer Teleskop nicht ausgeführt werden können. Es mußten daher die bekannten Verfahren modifiziert werden, worüber im folgenden berichtet wird.

2. Die Antenne als Aufnahmeorgan kosmischen Rauschens

Zunächst ist es erforderlich, die wichtigsten Beziehungen zu nennen, die über die Aufnahme kosmischen Rauschens durch eine Antenne Aufschluß geben. Die Diskussion dieser Grundbeziehungen läßt sofort die Überlegungen erkennen, die den folgenden Messungen zugrunde liegen.

Es sollen gegeben sein die Leistungscharakteristik der Gesamtantenne $r(\vartheta, \varphi)$ bezogen auf ein System von Kugelkoordinaten (ϑ, φ) mit dem Scheitel des Paraboloides als Zentrum, normiert zu $r(0, \varphi) = 1$, sowie die Verteilung der äquivalenten Strahlungstemperatur an der Sphäre $T_s(\vartheta, \varphi)$ bezüglich des vom Spiegel mitgeführten $\vartheta - \varphi$-Koordinatensystemes. Unter Verwendung dieser Größen erhält man [2] für die induzierte Antennentemperatur die Beziehung

$$T_A = \frac{G_k}{4\pi} \oint T_s(\vartheta, \varphi) \cdot r(\vartheta, \varphi) \cdot d\Omega , \tag{1}$$

wobei G_k den Gewinn der Antenne in Hauptstrahlrichtung und $d\Omega$ das Raumwinkelelement bedeutet.

Die Integration in (1) über die Kugel kann aufgeteilt werden in die Teilintegrationen über das — mehr oder weniger ausgedehnte — interessierende Objekt, über den Erdboden und über den verbleibenden Teil des Himmels, den »Hintergrund«, so daß sich ergibt:

$$T_A = \frac{G_k}{4\pi} \int_{\text{Objekt}} T_s \cdot r \cdot d\Omega + \frac{G_k}{4\pi} \int_{\text{Erdboden}} T_s \cdot r \cdot d\Omega + \\ + \frac{G_k}{4\pi} \int_{\text{Hintergrund}} T_s \cdot r \cdot d\Omega . \tag{2}$$

Führt man die Registrierung der Antennentemperatur nun so durch, daß während der Dauer der Messungen die Erdboden- und Hintergrundstrahlung konstant bleiben — bei den Antennenmessungen war das immer der Fall, siehe [3] — so kann in (2) zu Differenzen der Antennentemperatur übergegangen werden:

$$\Delta T_A = \frac{G_k}{4\pi} \int_{\text{Objekt}} T_s \cdot r \cdot d\Omega . \tag{3}$$

Diese Relation wird bei Quellen hinreichend kleiner Winkelausdehnungen (»Punktquellen«) besonders einfach; denn dann ist die Leistungscharakteristik r über den Ausdehnungsbereich der Quelle praktisch konstant und kann daher vor das Integral gezogen werden. Führt man noch die Absorptionsfläche A_0 der Antenne [4] sowie den Strahlungsfluß S_ν der Quelle ein [5], so wird mit

$$A_0 = G_k \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad \text{und} \quad S_\nu = \frac{2k}{\lambda^2} \int T_s(\nu)\, d\Omega$$

(k ist die Boltzmannsche Konstante) aus der Gleichung (3) die Beziehung

$$\Delta T_A = \frac{A_0}{2k} \cdot r \cdot S_\nu. \tag{4}$$

Aus der Formel (4) ist sofort zu ersehen, daß der Durchlauf eines punktförmigen Radiosternes durch die Charakteristik des Spiegels einen Verlauf von ΔT_A ergibt, der der Antennencharakteristik selbst proportional ist, so daß aus derartigen Durchlaufregistrierungen die Strahlungscharakteristik — wenigstens in einem gewissen Bereich — ermittelt werden kann. Ist außerdem der Strahlungsfluß S_ν der Radioquelle bekannt, so kann durch Messung von ΔT_A die Absorptionsfläche A_0 ermittelt werden [1]. Man benutzt dazu den Moment der Kulmination, für den mit $r = 1$ gilt:

$$\Delta T_{A\,\max} = \frac{A_0}{2k} S_\nu. \tag{5}$$

Praktische Messungen, die der Beziehung (3) entsprechen, werden so durchgeführt, daß Differenzen der Antennentemperatur mit einem Rauschgenerator verglichen werden. Für die Antennenmessungen wurde die Schaltung nach Bild 2 verwendet. Nach beendetem Durchlauf eines Radiosternes wird die Erhöhung des Antennenrauschens, die durch die Radioquelle hervorgerufen wurde, mit Hilfe des Rauschgenerators nachgeahmt und gemessen.

3. Die Ausmessung der Form der Hauptkeule

Die Ausmessung der Form der Hauptkeule geschah mit Hilfe von Durchlaufregistrierungen des Radiosternes Cassiopeia A, dessen Standort am Himmel sehr genau bekannt ist [6]; die geringen Verfälschungen des Ortes durch die Refraktion in der Erdatmosphäre können rechnerisch berücksichtigt werden [7]. Cassiopeia A wird »Punktquelle« genannt; denn sie besitzt nur eine Winkelausdehnung von ca. $4' \times 4'$.

Der Spiegel wird zur Messung der Hauptkeule so eingeschwenkt, daß seine Neigung der Höhe des Sternes zum Zeitpunkt der Kulmination entspricht. Der Stern, der von Osten nach Westen das Teleskop passiert, liefert dann einen Verlauf von ΔT_A, der einem nahezu exakten Schnitt durch die Hauptkeule in ost-westlicher Richtung entspricht. Da der Empfangsdipol nord-südlich orientiert ist, erhält man auf diese Weise die Antennencharakteristik in der magnetischen Ebene. Bei der Auswertung derartiger Durchlaufregistrierungen wird die Zeitachse des Registrierstreifens entsprechend der bekannten Durchlaufgeschwindigkeit der Sterne in Winkelwerte umgerechnet. Der Winkelwert $\vartheta = 0$ entspricht der Mittellinie der Durchlauffigur; der

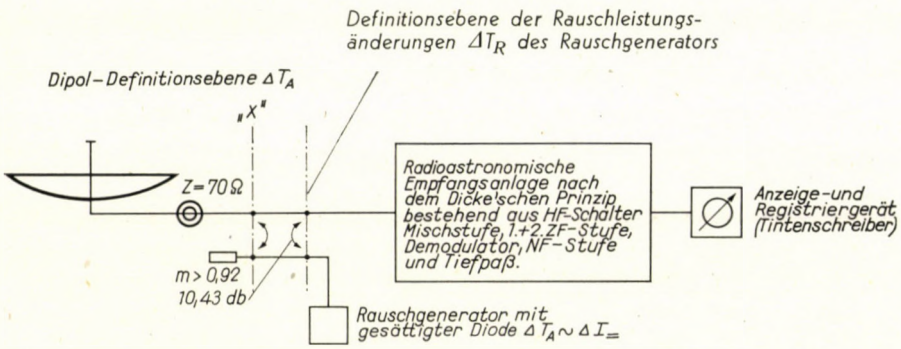


Bild 2. Prinzipschaltbild des radioastronomischen Empfängers, der für die Antennenmessungen verwendet wurde

Winkel ϑ wird von der elektrischen Achse des Spiegels aus gezählt. Die Werte der Leistungscharakteristik selbst sind aus den registrierten Meßwerten zu errechnen, indem man die Formeln (4) und (5) anwendet und die unbekannten Größen eliminiert. Es ergibt sich:

$$r(\vartheta) = \Delta T_A(\vartheta)/\Delta T_{A\max}. \tag{6}$$

Die graphische Darstellung der Hauptkeulenschnitte ist im Bild 3 gegeben, das auch die Definition des benutzten Koordinatensystemes enthält. Im Bild 3 sind neben dem Schnitt durch die magnetische Ebene auch die Schnitte durch die E-Ebene und durch eine 45°-Zwischenebene eingetragen.

Die Form der Antennencharakteristik in der E-Ebene, also in der Richtung des Meridianes, ist nicht in so einfacher Weise zu bestimmen, wie es soeben für die H-Ebene geschildert worden ist. Da nämlich das Adlershofer Teleskop im Azimut nicht bewegt werden kann, so ist es auch nicht möglich, diejenigen Bahnpunkte der Cassiopeia anzupeilen, deren Bahntangenten in der elektrischen Ebene liegen. Es muß vielmehr daher unter Benutzung normaler Kulminationen ein Durch lauf in der E-Ebene nachgeahmt werden.

Die den Messungen vorausgegangenen umfangreichen Justierungen des Erregersystemes ließen den Schluß gerechtfertigt erscheinen, daß die elektrische Achse des Spiegels wirklich getroffen worden ist. Da außerdem beim Bau des Spiegels die Parabolform sehr gut eingehalten werden konnte, so darf gefolgert werden, daß die feineren Details der Charakteristik nicht mehr vom Paraboloid, sondern vom Erregersystem bestimmt werden. Insbesondere müßte dann bei einer Drehung des Erregersystemes die Charakteristik dieser Drehung folgen, also »mitgenommen« werden. Aus dieser Überlegung ergibt

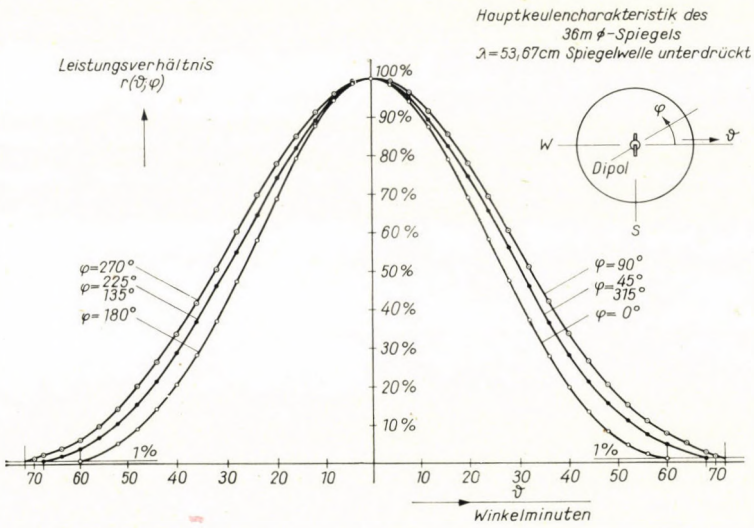


Bild 3. Die Hauptkeulencharakteristik des Adlershofer 36-m-Spiegels bei $\lambda = 53{,}67$ cm. Die Spiegelwelle ist durch ein Filter vollständig unterdrückt

sich sofort das benutzte Meßverfahren: Um Durchläufe in der E-Ebene und in weiteren Zwischenebenen nachzuahmen, wird das Erregersystem jeweils so zur Ost-West-Durchlaufrichtung von Cas A orientiert, daß sich ein fiktiver Durchlauf in der gewünschten Ebene ergibt. Beispielsweise mußte zur Registrierung der Charakteristik in der E-Ebene der Dipol genau ost-westlich eingerichtet werden.

Außer der Form der Hauptkeule wurden die Leistungshalbwertsbreiten ermittelt. Es wurden gemessen

$$2\Theta_H = (54{,}4 \pm 0{,}2)' \quad \text{und} \quad 2\Theta_E = (64{,}6 \pm 0{,}5)'.$$

Diese Meßwerte wurden mit Ergebnissen von ZUHRT [4], S. 345, verglichen. Die dort angeführten Formeln ergeben die Werte $2\Theta_H \approx 53{,}5'$ und $2\Theta_E \approx 62{,}5'$, die ersichtlicherweise nicht sehr stark von den von uns gemessenen abweichen.

4. Die Messung des Antennengewinnes

Die Messung des Gewinnes geschah, wie schon angedeutet wurde, durch Anlehnung an das als bekannt vorausgesetzte Spektrum von Cas A. Aus einer Zusammenstellung von KUZMIN [8] entnimmt man bei $\lambda = 53{,}67$ cm für den Strahlungsfluß den Wert

$$S_\nu = (50{,}7 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-24} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Hz} \cdot \mathrm{m}^2},$$

der jedoch durch die atmosphärische Extinktion etwas herabgesetzt wird. Da die Extinktion aber hinreichend genau bekannt ist [9], so kann dieser Einfluß rechnerisch berücksichtigt werden. Es wurde sodann die von Cas A im Teleskop bei Kulmination maximal induzierte Erhöhung der Antennentemperatur $\Delta T_{A\,\max}$ gemessen; man erhielt $\Delta T_{A\,\max} = (997 \pm 43)^\circ$ K. Die Messungen wurden bei verschiedenen Stellungen der Dipolachse durchgeführt, um eine etwaige Polarisation von Cas A feststellen zu können. Cas A erwies sich jedoch innerhalb der Meßgenauigkeit als unpolarisiert. Demzufolge konnte aus der Formel (5) die Absorptionsfläche A_0 berechnet werden, für die sich $A_0 = (550 \pm 40)$ m^2 ergab, was einem Flächenwirkungsgrad von $\eta = (54{,}1 \pm 3{,}9)$ % entspricht. Für den Gewinn in Hauptstrahlrichtung bezogen auf den Kugelstrahler ergibt sich rechnerisch aus A_0 der Wert

$$G_k = (24{,}00 \pm 1{,}73) \cdot 10^3.$$

5. Die Ausmessung der Form der Nebenkeulen

Aus den Cassiopeia-Durchläufen kann die Strahlungscharakteristik nur bis zu ca. —20 db ermittelt werden. Mit Hilfe von Durchläufen der sehr viel strahlungsstärkeren Sonne ist es dagegen möglich, Werte der Charakteristik bis herab zu $r = 2 \cdot 10^{-5}$ zu bestimmen. Es ist allerdings einiger Rechenaufwand nötig; denn infolge der großen Winkelausdehnung der Sonne muß eine Entfaltung der registrierten Kurven vorgenommen werden.

Zur mathematischen Formulierung des Entfaltungsproblemes wird von Formel (3) ausgegangen, die man zweckmäßigerweise in kartesische Winkelkoordinaten ξ, η (gerechnet vom Scheitel des Paraboloides aus) [1] transformiert ($d\Omega \approx d\xi d\eta$). Da sich die Sonne weiterhin relativ zum Ursprungspunkt des ξ — η-Systemes bewegt, so wird aus (3) ein Faltungsintegral. Betrachtet man nun gemäß der gewählten Meßmethodik einen Sonnendurchlauf, bei dem die Sonnenmitte entlang der η-Achse wandert, so ist $\xi = 0$, und es wird ein Schnitt durch die H-Ebene registriert. Schreibt man außerdem noch für die Temperatur-

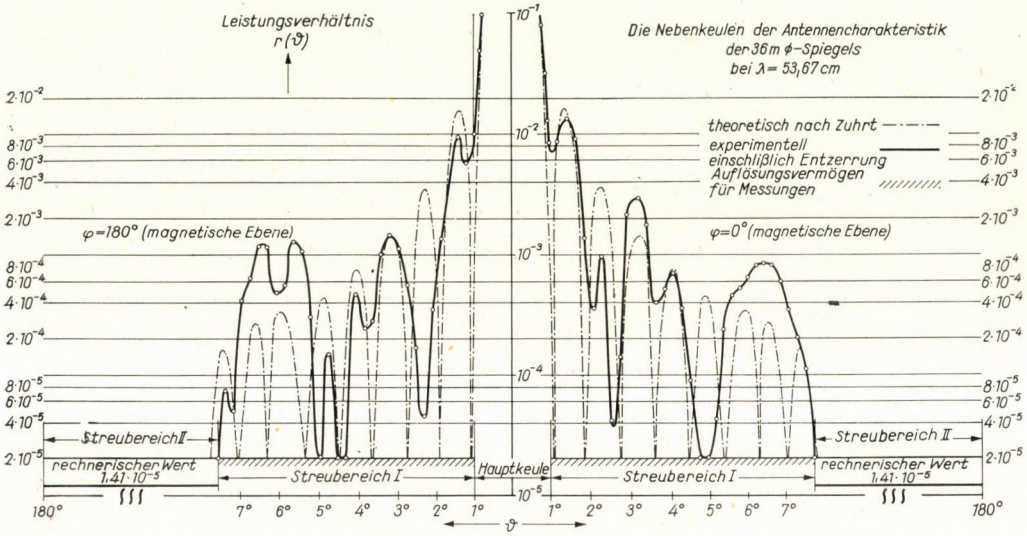


Bild 4. Die Nebenkeulen der Antennencharakteristik des Adlershofer 36-m-Spiegels bei $\lambda = 53{,}67$ cm in der magnetischen Ebene

verteilung auf der Sonne $T_s = T_0 \cdot \psi$, wobei T_0 die fiktive Temperatur der Sonnenmitte und ψ eine flächenmäßige Verteilungsfunktion bedeuten soll, so erhält man für ΔT_A die Beziehung

$$\Delta T_A(0;\eta) = \frac{G_k}{4\pi} \cdot T_0 \iint_{\text{Sonne}} \psi(\xi', \eta - \eta') \cdot r(\xi', \eta') \cdot d\xi'\, d\eta'. \tag{7}$$

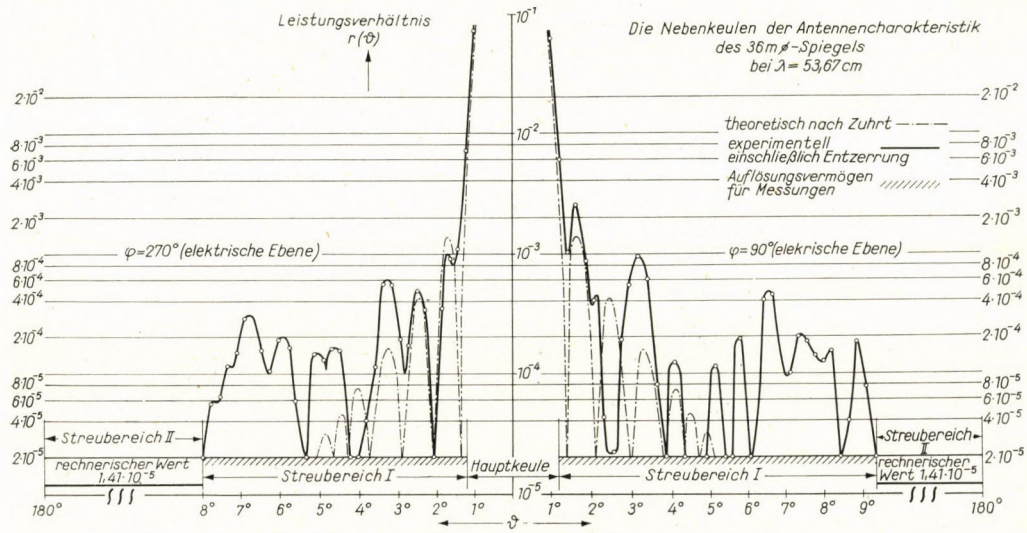


Bild 5. Die Nebenkeulen der Antennencharakteristik des Adlershofer 36-m-Spiegels bei $\lambda = 53{,}67$ cm in der elektrischen Ebene

Diese Gleichung kann stark vereinfacht werden, wenn man annimmt, daß die gesuchte Charakteristik r außerhalb der Hauptkeule nicht mehr allzustark vom Winkel φ bzw. vom Winkel ξ abhängt. Infolge dieser Vereinfachung braucht r nur noch über η' integriert zu werden, wodurch das Entzerrungsproblem um eine Variable erniedrigt wird.

Da zur Lösung von (7) die Konstanten $G_k T_0$ zahlenmäßig bekannt sein müssen, wendet man weiterhin (7) auf den Moment der Kulmination der Sonne an ($\eta = 0$; $\Delta T_A \to \Delta T_{A\max}$). Da ψ (siehe Messungen von PANOWKIN [10]) hinreichend genau bekannt ist, und da die Sonne zum Moment der Kulmination in die Hauptkeule einstrahlt, deren Charakteristik ebenfalls gegeben ist, so kann aus (7) $G_k T_0$ numerisch berechnet werden. Benutzt man das derartig gewonnene Ergebnis, so erhält man folgende Integralgleichung 1. Art für die unbekannte Antennencharakteristik:

$$\frac{\Delta T_A(0, \eta)}{\Delta T_{A\max}} = \frac{\int_{\text{Sonne}} d\xi' \int d\eta' \cdot \psi(\xi', \eta - \eta') \cdot r(\eta')}{\iint_{\text{Sonne}} \psi(\xi', \eta') \cdot r(\xi', \eta') \, d\xi' \, d\eta'} . \tag{8}$$

Diese Beziehung ist von uns numerisch durch Anwendung bekannter Verfahren [11] gelöst worden.

Die Bilder 4 und 5 zeigen die Ergebnisse der Nebenkeulenmessungen. Zum Vergleich sind die Verläufe der Nebenkeulen nach Näherungsformeln von ZUHRT [4] mit eingetragen. In der magnetischen Ebene stimmen Theorie und entzerrte Meßwerte recht gut überein. Insbesondere ist augenscheinlich, daß die Entzerrung eine Periodizität der Nebenkeulen erbracht hat, die sehr gut der theoretischen entspricht.

Ein Vergleich der entzerrten Kurven mit den nichtentzerrten hat weiterhin ergeben, daß ohne die umfangreiche Entzerrungsarbeit ca. die halbe Anzahl der Nebenkeulen unterschlagen worden wäre.

SCHRIFTTUM

1. MEZGER, P. G.: Die Ausmessung großer Parabolspiegel im Mikrowellenbereich mit radioastronomischen Mitteln. *Telefunken-Zeitung* **32** (1959), 99—108.
2. MANN, P. A.—MEZGER, P. G.: Das Auflösungsvermögen der Hochfrequenzempfangsanlage des Radioteleskopes. *Telefunken-Zeitung* **29** (1956), 182—191.
3. PRIESE, J.: Die Antenneneigenschaften des 36-m-Radioteleskopes bei $\lambda = 53{,}67$ cm. *Institutsbericht Heinrich-Hertz-Institut*, 1962.
4. ZUHRT, H.: Elektromagnetische Strahlungsfelder. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1953.
5. UNSÖLD, A.: Physik der Sternatmosphären, 2. Auflage. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955.
6. PAWSEY, J. L.: A catalogue of reliably known discrete sources of cosmic radio waves. *The Astrophysical Journal* **121** Nr. 1, 1—5.
7. MEZGER, P. G.: Technische und astronomische Messungen mit dem Bonner 25-m-Radioteleskop, Teil II. *Telefunken-Zeitung* **32** (1959), 38—46.
8. KUZMIN, A. D.: Spectra of discrete sources of radio emission observed with the 22 meter radio telescope. *Zeitschrift für Astronomie* (russisch) **39** (1962), 22—28.

9. Fürstenberg, F.: Bestimmung der Extinktion in der Erdatmosphäre bei 20 und 3,2 cm Wellenlänge. *Zeitschrift für Astrophysik* **49** (1960), 42—60.
10. Panowkin: *Zeitschrift für Astronomie* (russisch) **34** (1957), 505—515.
11. Kantorowitsch, L. W.—Krylow, W. I.: Näherungsmethoden der höheren Analysis. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1956.

RADIOASTRONOMICAL INVESTIGATIONS OF ANTENNA PROPERTIES OF THE 36 m ADLERSHOF RADIOTELESCOPE ON THE 53,67 cm WAVELENGTH

J. PRIESE

SUMMARY

Antenna measurements are described concerning the determination of gain, the main and side lobes shape and the so-called stray factor. The measuremets were made by means of radioastronomy.

The shape of the main lobe is obtained from transit registrations of the nearly punctual radio source Cassiopeia *A*, from the spectrum of which also the gain is derived. The shape of the side lobes is determined on the basis of sun transit records. The sun, however, is not punctual but has an extension comparable to the side lobes width and, therefore, the registration curves must be developed. The development can be made numerically by means of the treatment of relative integral equation.

The results of the measurements are compared with the theoretical investigations of other authors.

RECHERCHES RADIOASTRONOMIQUES SUR LES PROPRIÉTÉS D'ANTENNE DU RADIOTÉLESCOPE D'ADLERSHOF A LA LONGUEUR D'ONDE DE 53,67 cm

J. PRIESE

RÉSUMÉ

L'auteur donne des mesures d'antennes pour la détermination du gain, de la forme des lobes principaux et latéraux et du facteur de dispersion. Les mesures sont effectuées par voie radioastronomique,

La forme du lobe principal est obtenue par des enregistrements de transit de la source quasi ponctuelle Cassiopeïa A, dont le flux spectral de rayonnement est également utilisé pour la détermination du gain. La forme des lobes latéraux est déterminée à la base des enregistrements de transit du soleil émettant aussi une forte radiation. Mais le soleil n'est pas ponctuel, il a une extension comparable à la largeur des lobes latéraux, de sorte qu'on doit développer les courbes d'enregistrement. Le développement se fait numériquement par l'équation intégrale correspondante. Les résultats des mesures sont confrontés avec ceux obtenus par les études théoriques d'autres auteurs.

РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АНТЕННЫХ СВОЙСТВ 36 М-ГО АДЛЕРГОФСКОГО РАДИОТЕЛЕСКОПА НА ДЛИНЕ ВОЛНЫ 53,67 СМ

Й. ПРИЗЕ

РЕЗЮМЕ

Рассматриваются антенные измерения с целью определения усиления, формы основного и боковых лепестков и коэффициента рассеивания. Измерения производятся радиоастрономическим методом. Форму основного лепестка дают регистрации пробега радиоисточника CasA, из спектра которого дается вывод усиления. Определение боковых лепестков производится на основе солнечных пробегов. Поскольку солнце имеет угловые размеры сравнимые с боковыми лепестками, требуется разложить регистрирующие кривые. Численно это проводится при помощи соответствующего интегрального уравнения.

Результаты измерений сравниваются с теоретическими исследованиями других авторов.

NEUARTIGE FREQUENZWEICHEN AUF DER BASIS ELEKTROMAGNETISCH GEKOPPELTER LEITUNGEN

G. SALZMANN
INSTITUT FÜR HOCHFREQUENZTECHNIK UND ELEKTRONENRÖHREN
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT, DRESDEN

Es werden einige neuartige vierarmige Frequenzweichen auf der Basis von Mehrleitersystemen vorgeschlagen. Wenn auch das erste Funktionsmuster einer solchen Weiche noch einige Mängel aufweist, wurde experimentell die Funktionstüchtigkeit der Weichen nach den dargelegten Prinzipien bestätigt. Solche Frequenzweichen gewährleisten theoretisch eine vollständige und frequenzunabhängige Anpassung und Entkopplung der Kanäle bei geringem technischen Aufwand.

1. Einleitung

An Frequenzweichen werden nicht nur bestimmte Selektionsforderungen gestellt, sondern darüber hinaus sind weitere, oft sehr scharfe Bedingungen hinsichtlich Anpassung und Entkopplung der Kanäle zu erfüllen. Es soll gezeigt werden, daß sich diese Anforderungen durch Verwendung elektromagnetisch gekoppelter Lecherleitungen in nahezu idealer Weise befriedigen lassen.

Grundsätzlich hat man bei Zweikanalweichen zwischen sechspoligen und achtpoligen Schaltungen zu unterscheiden. Entsprechend kann man in der wellenmäßigen Betrachtungsweise diese Schaltungen ganz allgemein zu den drei- bzw. vierarmigen Verbindungen zählen. Davon ausgehend, gestattet die Theorie der mehrarmigen Verbindungen schon einige Aussagen allgemeiner Art über solche Weichen zu machen.

So ist es prinzipiell unmöglich, dreiarmige verlustlose Frequenzweichen vollständig anzupassen und eine vollständige Entkopplung der Kanäle zu erzielen. Aus der Theorie der Richtkoppler ist hingegen bekannt, daß bei vierarmigen Verbindungen eine vollständige Anpassung und eine vollständige Entkopplung zweier Anschlußpaare erreicht werden kann. Es ist also grundsätzlich möglich, vierarmigen Frequenzweichen die Eigenschaften von idealen Richtkopplern zu verleihen, wobei die Koppelfaktoren bestimmten Selektionsforderungen genügen müssen. Solche Weichen mit vollständiger Anpassung und vollständiger Entkopplung der Kanäle werden im folgenden als „strenge" vierarmige Frequenzweichen bezeichnet.

Für die anschließende Betrachtung vierarmiger Weichen soll zunächst eine zweckmäßige Ersatzschaltung bereitgestellt werden.

2. Die vierarmige Verbindung als Frequenzweiche

Es liege eine lineare, passive und reziproke vierarmige Verbindung vor, die außerdem gewisse Symmetrieeigenschaften besitzen möge (Bild 1A). Es sei

$$S_{13} = S_{24} = \varepsilon\,,$$
$$S_{14} = S_{23} = \eta$$

und außerdem seien die Reflexionsfaktoren paarweise untereinander gleich:

$$S_{11} = S_{22} = \alpha\,,$$
$$S_{33} = S_{44} = \gamma\,.$$

Die Verbindung sei also zu ihrer Längsachse übertragungssymmetrisch. Die zugehörige Streumatrix hat dann die Gestalt

$$(S) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \varepsilon & \eta \\ \beta & \alpha & \eta & \varepsilon \\ \varepsilon & \eta & \gamma & \delta \\ \eta & \varepsilon & \delta & \gamma \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften der Matrix (S) und einiger Tatsachen aus der Theorie der Eigenwertprobleme lassen sich einige Vektortransformationen durchführen, deren Endergebnis schließlich in Form der Ersatzschaltung des Bildes 1B dargestellt werden kann. Sie enthält zwei Magische T's; die möglichen Koppelrichtungen sowie die 180°-Phasendrehung sind eingezeichnet. Beide Magischen T's sind über zwei Ersatzvierpole S^+ und S^- zusammengeschaltet. Mit den Streumatrizen der Ersatzvierpole

$$(S^+) = \begin{pmatrix} S_{11}^+ & S_{12}^+ \\ S_{12}^+ & S_{22}^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + \beta & \varepsilon + \eta \\ \varepsilon + \eta & \gamma + \delta \end{pmatrix}, \tag{2}$$

$$(S^-) = \begin{pmatrix} S_{11}^- & S_{12}^- \\ S_{12}^- & S_{22}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - \beta & \varepsilon - \eta \\ \varepsilon - \eta & \gamma - \delta \end{pmatrix} \tag{3}$$

geht dann die Streumatrix der vierarmigen Verbindung in folgende für die weitere Auswertung zweckmäßige Form über:

$$(S) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_{11}^+ + S_{11}^- & S_{11}^+ - S_{11}^- & S_{12}^+ + S_{12}^- & S_{12}^+ - S_{12}^- \\ S_{11}^+ - S_{11}^- & S_{11}^+ + S_{11}^- & S_{12}^+ - S_{12}^- & S_{12}^+ + S_{12}^- \\ S_{12}^+ + S_{12}^- & S_{12}^+ - S_{12}^- & S_{22}^+ + S_{22}^- & S_{22}^+ - S_{22}^- \\ S_{12}^+ - S_{12}^- & S_{12}^+ + S_{12}^- & S_{22}^+ - S_{22}^- & S_{22}^+ + S_{22}^- \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Daraus lassen sich leicht die Bedingungen ableiten, die an die Ersatzvierpole S^+ und S^- zu stellen sind, um strenge Frequenzweichen zu realisieren. Grundsätzlich bestehen zwei Möglichkeiten, die in Analogie zum Richtkoppler als Vorwärts- und Rückwärtskopplung bezeichnet werden sollen.

Der erste Fall ist charakterisiert durch das Verschwinden der Übertragungsfaktoren S_{12} und S_{34}, also

$$\beta = \delta = 0. \tag{5}$$

Wie man aus der Streumatrix entnimmt, ist diese Forderung nur erfüllbar für

$$S_{11}^+ = S_{11}^- = 0 \quad \text{und} \quad S_{22}^+ = S_{22}^- = 0, \tag{6}$$

da gleichzeitig die Bedingung der vollständigen Anpassung zu befriedigen ist, also

$$\alpha = \gamma = 0. \tag{7}$$

Bei Verlustfreiheit gilt weiter auf Grund der Unitarität für den Betrag der Transmissionsfaktoren

$$|S_{12}^+| = |S_{12}^-| = 1, \tag{8}$$

d. h. die Ersatzvierpole S^+ und S^- sind als Allpässe auszubilden. Weichen dieser Art sind als Interferenzweichen bekannt.

Der wichtigere Fall der Rückwärtskopplung erfordert entweder

$$\eta = S_{14} = S_{23} = 0 \quad \text{oder} \quad \varepsilon = S_{13} = S_{24} = 0. \tag{9}$$

Die Streumatrix Gl. (4) liefert dafür die Bedingungen

$$S_{12}^+ = S_{12}^- \quad \text{oder} \quad S_{12}^+ = -S_{12}^-. \tag{10}$$

Weiterhin ist für Reflexionsfreiheit erforderlich, daß

$$\begin{aligned} S_{11}^+ &= -S_{11}^-, \\ S_{22}^+ &= -S_{22}^-. \end{aligned} \tag{11}$$

Das folgt aus den Diagonalelementen der Streumatrix. Eine strenge, rückwärtskoppelnde Frequenzweiche verlangt also zwischen den Matrizen der Ersatzvierpole die Relation

$$\begin{pmatrix} S_{11}^+ & S_{12}^+ \\ S_{12}^+ & S_{22}^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -S_{11}^- & \pm S_{12}^- \\ \pm S_{12}^- & -S_{22}^- \end{pmatrix}, \tag{12}$$

d. h. die Ersatzvierpole müssen zueinander dual sein. Daneben haben die Vierpole natürlich noch bestimmten Selektionsforderungen zu genügen.

Dieser Kategorie ist u. a. der bekannte notch-diplexer zuzurechnen. Allerdings wird bei dieser Schaltung die Dualitätsbedingung nur näherungsweise eingehalten, indem zwei gleiche Filter mit vorgeschalteten $\lambda/4$-Leitungen Verwendung finden. Die Funktion einer strengen Weiche ist also theoretisch nur für eine Frequenz gegeben. Von Nachteil ist außerdem, daß die Magischen T's der Ersatzschaltung (Bild 1B) als konkrete Schaltelemente realisiert

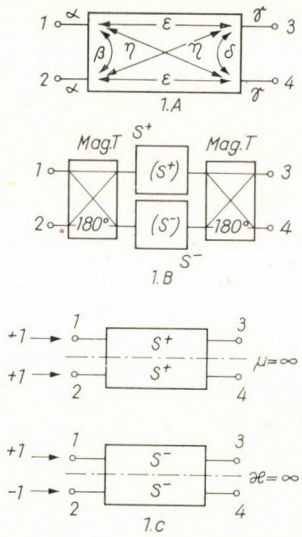


Bild 1. Vierarmige Verbindung und deren Ersatzschaltung

werden müssen. Gerade diese Brückenanordnungen bereiten in der Praxis oft Schwierigkeiten, insbesondere wenn Durchstimmbarkeit gefordert wird. Dabei läßt sich leicht zeigen, daß es Realisierungsmöglichkeiten gibt, die diese zusätzlichen Schaltungsteile völlig vermeiden.

Denkt man sich an den Klemmen 1 und 2 der Ersatzschaltung je eine Welle der Amplitude 1 gleichphasig eingespeist, dann erfolgt auf Grund der 180°-Phasendrehung lediglich eine Energieübertragung über den Ersatzvierpol S^+. Bei gegenphasiger Einspeisung hingegen wird den Ausgängen nur über den Vierpol S^- Energie zugeführt. Wenn eine vierarmige Verbindung mit geometrischer Symmetrie vorliegt, stellen demzufolge die Vierpole S^+ und S^- nichts anderes als die fiktiven Teilvierpole dar, die sich durch eine unendlich dünne Schicht idealer magnetischer bzw. elektrischer Leitfähigkeit in der Symmetrieebene ergeben würden. Dieser Sachverhalt ist in Bild 1C noch einmal dargestellt.

3. Reaktanzschaltungen zur Realisierung strenger vierarmiger Frequenzweichen

Zur Realisierung von strengen Frequenzweichen nach diesem Prinzip haben sich Reaktanzschaltungen auf der Basis von Mehrleitersystemen als sehr geeignet erwiesen.

Einige für diesen Zweck verwendbare Reaktanzschaltungen sind in schematischer Form im Bild 2 dargestellt. Bei den Schaltungen 1 bis 3 handelt

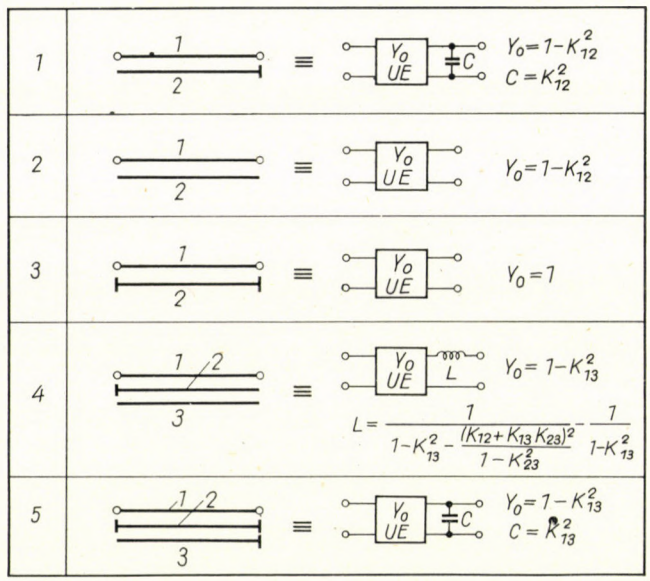


Bild 2. Reaktanzschaltungen

es sich um Abschnitte eines homogenen Dreileitersystems in Lecherwellenerregung, wobei die Enden des Leiters 2 jeweils reaktiv belastet sind. Die äußere Hülle als dritter Leiter ist in der Darstellung fortgelassen. Der Leitungsquerschnitt hat also etwa die im Bild 3 gezeigte Gestalt. C_{10}, C_{20}, C_{12} sind die entsprechenden Leitungskapazitäten pro Länge. Bei der ersten Schaltung wird beispielsweise das linke Ende des Leiters 2 im Leerlauf betrieben, während das rechte Ende zur äußeren Hülle kurzgeschlossen ist.

Für solche Anordnungen lassen sich sehr einfache Ersatzschaltungen angeben. Sie bestehen aus einem sog. Einheitselement UE und einem selektiven Schaltelement, das symbolisch durch eine Kapazität bzw. Induktivität dargestellt wird. Dabei verkörpert das Einheitselement ein homogenes Leitungsstück mit dem normierten Wellenleitwert y_0 und einer Länge l die gleich der des Mehrleiterabschnittes ist. Unter den Symbolen »Kapazität« und »Induktivität« sind keine konzentrierten Schaltelemente zu verstehen, sondern diese

Symbole stehen für ein leerlaufendes bzw. kurzgeschlossenes homogenes Leitungsstück. Diese Darstellungsart hat sich bei neueren Methoden der Synthese von Mikrowellenfiltern eingebürgert und zwar auf Grund der Analogie zur Reaktanz einer konzentrierten Kapazität oder Induktivität, wenn man eine neue Frequenzvariable

$$s = j \tan \beta l \tag{13}$$

einführt. Eine solche »Kapazität« besitzt folglich die Suszeptanz $Y = sC = jC \tan \beta l$ und eine »Induktivität« hat die Reaktanz $Z = sL = jL \tan \beta l$. β ist die Phasenkonstante der Leitung.

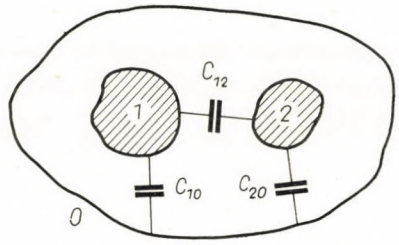


Bild 3. Dreileitersystem

Der Wert der normierten Schaltelemente wird durch den Koppelfaktor k_{12} bestimmt. Dieser ist aus den Leitungskapazitäten zu

$$k_{12} = \frac{C_{12}}{\sqrt{C_{11} C_{22}}} \tag{14}$$

definiert, wobei $C_{11} = C_{10} + C_{12}$ und $C_{22} = C_{20} + C_{12}$. Für den Koppelfaktor zwischen den Leiter i und k eines n-Leitersystems gilt allgemein

$$k_{ik} = \frac{C_{ik}}{\sqrt{C_{ii} C_{kk}}} \tag{15}$$

mit

$$C_{ii} = C_{i0} + \sum_{k=1}^{n} C_{ik}, \quad k \neq i. \tag{16}$$

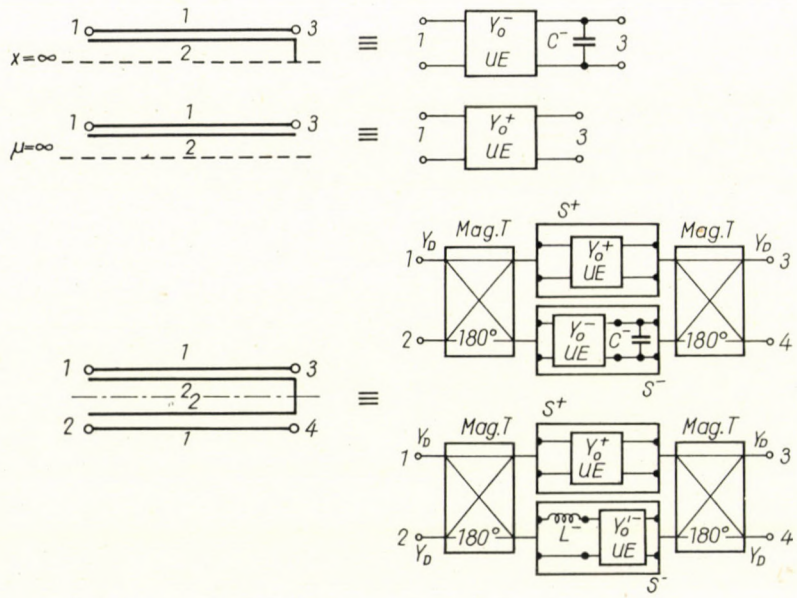
Die Ersatzschaltungen sind außerdem auf den Leitwert $Y_N = v_0 C_{11}$ normiert mit $v_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}$ als Phasengeschwindigkeit im verlustfreien Medium des Mehrleiterabschnittes.

Von Interesse sind ferner die Schaltungen 2 und 3. Sie zeigen, daß bei Kurzschluß bzw. Leerlauf beider Enden des Leiters 2 kein Resonanzverhalten auftritt.

Auch auf der Basis eines Vierleitersystems lassen sich entsprechende Ersatzschaltungen angeben, die ebenfalls völlig exakt die Übertragungseigenschaften beschreiben, wenn Randeffekte und Verluste vernachlässigt werden und höhere Moden nicht auftreten. Die Schaltungen gelten für homogene Leitungskopplung zwischen beliebigen Leitern.

4. Vierarmige Frequenzweichen auf der Basis von Mehrleitersystemen

Die angegebenen Reaktanzschaltungen können zur Realisierung strenger Frequenzweichen eingesetzt werden, wenn man diese Anordnungen als fiktive Teilvierpole einer symmetrischen vierarmigen Verbindung auffaßt.



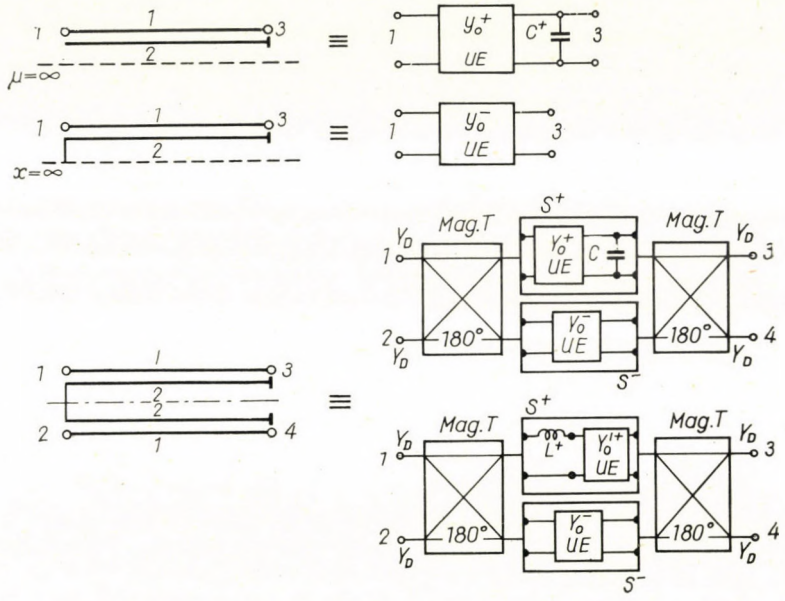
$$y_0^+ = y_0^- = (1 - k_{12}^2)\,\frac{v_0\,C_{11}}{Y_D}\,; \qquad y_0'^- = \frac{v_0\,C_{11}}{Y_D}\,;$$

$$C^- = k_{12}^2\,\frac{v_0\,C_{11}}{Y_D}\,; \qquad L^- = \frac{k_{12}^2}{1 - k_{12}^2}\,\frac{Y_D}{v_0\,C_{11}}\,.$$

Bild 4. Auf Y_D normierte Ersatzschaltung einer vierarmigen Verbindung mit endseitig leerlaufendem Resonator

Beispielsweise kann man sich den Kurzschluß des Leiters 2 bei der Reaktanzschaltung 1 (Bild 2) durch die in der Symmetrieebene der vierarmigen Verbindung bei Gegentaktbetrieb zu denkende Schicht unendlicher Leitfähigkeit entstanden vorstellen (Bild 4). So erhält man für den fiktiven Teilvierpol S^- die im Bild rechts stehende Ersatzschaltung. Bei Gleichtaktbetrieb

($\mu = \infty$) erscheint anstelle des Kurzschlusses ein Leerlauf. Infolgedessen besteht die zugehörige Ersatzschaltung lediglich aus einem Einheitselement. Für die gesamte vierarmige Verbindung, die man durch Ergänzen der zweiten symmetrischen Hälfte erhält, läßt sich damit die in Bild 4 dargestellte Ersatzschaltung angeben. Die zweite, völlig gleichwertige Ersatzschaltung



$$y_0^+ = (1 - k_{12}^2)\,\frac{v_0\,C_{11}}{Y_D}\,; \qquad y_0^- = \frac{v_0\,C_{11}}{Y_D} = y_0'^+\,;$$

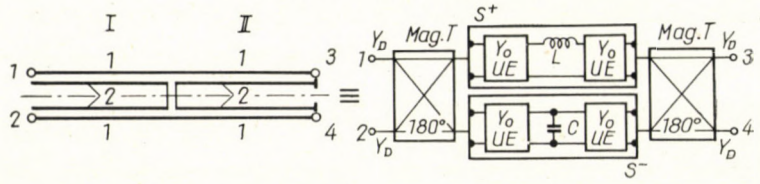
$$C^+ = k_{12}^2\,\frac{v_0\,C_{11}}{Y_D}\,; \qquad L^+ = \frac{k_{12}^2}{1 - k_{12}^2}\,\frac{Y_D}{v_0\,C_{11}}\,.$$

Bild 5. Auf Y_D normierte Ersatzschaltung einer vierarmigen Verbindung mit endseitig kurzgeschlossenem Resonator

gewinnt man durch Umrechnung des Vierpoles S^- mit Hilfe der Äquivalenz von KURODA. Die Kapazität bzw. Induktivität zeigt an, daß die vierarmige Verbindung ein Resonanzelement enthält. Es handelt sich dabei um einen an den Enden leerlaufenden $\lambda/2$-Resonator.

Da der Ersatzvierpol S^+ lediglich aus einem Einheitselement, also aus einem homogenen Leitungsstück besteht, muß die notwendige Dualität der Ersatzvierpole in einer strengen Weiche durch einen zweiten Schaltungskomplex erzielt werden.

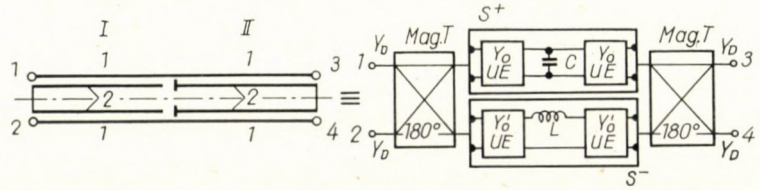
Dieser zweite Schaltungsteil muß so beschaffen sein, daß jetzt das selektive Element im Vierpol S^+ erscheint. Die entsprechende Schaltung zeigt Bild 5. Sie läßt sich wiederum aus der Reaktanzschaltung 1, Bild 2 ableiten. Es handelt sich dabei um einen an den Enden kurzgeschlossenen Resonator.



$$k_{12I} = k_{12II} = k_{12}\,; \qquad y_0 = 1\,; \quad L = C = \frac{k_{12}^2}{1-k_{12}^2} = K\,;$$

$$C_{11I} = \frac{C_{11II}}{1-k_{12}^2}\,; \qquad S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{14} = S_{23} = 0\,;$$

$$Y_D = v_0\, C_{11II}\,; \qquad S_{12} = S_{34} = \frac{1}{1+\dfrac{2}{sK}}\, e^{-j2\beta l};\; S_{13} = S_{24} = \frac{1}{1+\dfrac{sK}{2}}\, e^{-j2\beta l}.$$



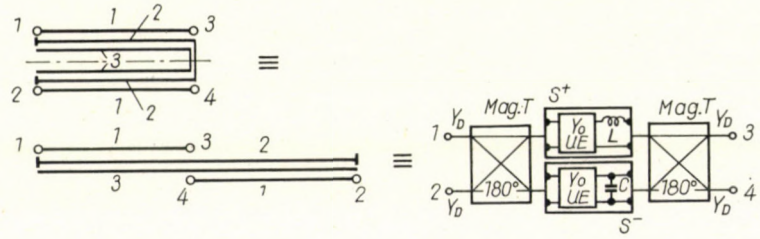
$$k_{12I} = k_{12II} = k_{12}\,; \qquad y_0 = \sqrt{1-k_{12}^2}\,;\; y_0' = \frac{1}{\sqrt{1-k_{12}^2}}\,;\; L = C = \frac{k_{12}^2}{\sqrt{1-k_{12}^2}}\,;$$

$$C_{11I} = C_{11II} = C_{11}\,;$$

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{14} = S_{23} = 0\,.$$

$$Y_D = v_0\, C_{11}\sqrt{1-k_{12}^2}\,;$$

Bild 6. Strenge Frequenzweichen auf der Basis homogener Dreileitersysteme



$$\frac{k_{12}}{k_{13}} = \sqrt{(1-k_{13}^2)(1-k_{23}^2)} - k_{23} < 1\,; \qquad y_0 = 1\,;\; L = C = \frac{k_{13}^2}{1-k_{13}^2} = K\,;$$

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = S_{14} = S_{23} = 0\,;$$

$$Y_D = v_0\, C_{11}\,(1-k_{13}^2)\,;$$

$$S_{12} = \frac{1}{1+\dfrac{2}{sK}}\, e^{-j2\beta l}\,;\quad S_{34} = \frac{1}{1+\dfrac{2}{sK}}\,;$$

$$S_{13} = S_{24} = \frac{1}{1+\dfrac{sK}{2}}\, e^{-j\beta l}.$$

Bild 7. Strenge Frequenzweiche auf der Basis homogener Vierleitersysteme

Aus den Anordnungen der Bilder 4 und 5 lassen sich nun durch Kettenschaltung die beiden in Bild 6 dargestellten Weichen-Grundschaltungen entwickeln. Die Form der Ersatzschaltungen gestattet, die Ersatzvierpole S^+ und S^- so zu dimensionieren, daß sie der Dualitätsbedingung genügen.

Aus der Dualitätsbedingung Gl. (12) folgen unmittelbar die von den Koppelfaktoren und den Leitungskapazitäten der beiden Schaltungsteile einzuhaltenden Relationen. Diese sind in der linken Bildhälfte angegeben, wobei die beiden Schaltungskomplexe durch I und II gekennzeichnet sind. Der Wellenleitwert Y_D der Weichen ist unmittelbar durch die Dualitätsinvariante gegeben.

Bei der ersten Schaltung nehmen alle auf Y_D normierten Wellenleitwerte der Einheitselemente den Wert $y_0 = 1$ an. Dadurch lassen sich die Transmissionsfaktoren S_{12}, S_{34} und S_{13}, S_{24} mit Hilfe der Streumatrix aus Gl. (4) sehr leicht berechnen.

Die Frequenzabhängigkeit wird durch die neue Frequenzvariable s bestimmt, wobei vorauszusetzen ist, daß alle Leitungsabschnitte gleiche elektrische Länge besitzen. Die Bandbreite wird durch die Größe von L bzw. C, d. h. durch den Koppelfaktor k_{12}^2 festgelegt.

Die so dimensionierte Schaltung stellt eine strenge Frequenzweiche dar, d. h. alle Reflexionsfaktoren und der Transmissionsfaktor $S_{14} = S_{23}$ sind Null und zwar frequenzunabhängig. Entsprechendes gilt für die zweite Weichenschaltung (Bild 6) und auch für verschiedene Varianten, die sich aus den beiden Grundschaltungen entwickeln lassen.

Eine weitere interessante Möglichkeit bieten die Reaktanzschaltungen 4 und 5 (Bild 2) auf der Basis eines Vierleitersystems. Daraus läßt sich durch völlig analoges Vorgehen die in Bild 7 dargestellte vierarmige Verbindung mit der entsprechenden Ersatzschaltung ableiten, die unmittelbar als strenge Weiche dimensionierbar ist. Als selektive Elemente fungieren wiederum ein an den Enden leerlaufender und ein an den Enden kurzgeschlossener $\lambda/2$-Resonator. Durch Umklappen der unteren Schaltungshälfte kommt man zu einer Anordnung, die sich sehr einfach realisieren läßt.

Für die Koppelfaktoren folgt aus der Dualitätsbedingung die Bemessungsregel

$$\frac{k_{12}}{k_{13}} = \sqrt{(1 - k_{13}^2)(1 - k_{23}^2)} - k_{23}. \tag{17}$$

Das erfordert stets $k_{12} < k_{13}$, wobei das Verhältnis k_{12}/k_{13} stark vom Koppelfaktor k_{23} zwischen den beiden Resonatoren abhängt.

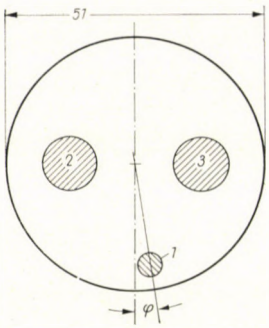


Bild 8. Querschnitt des Vierleitersystems

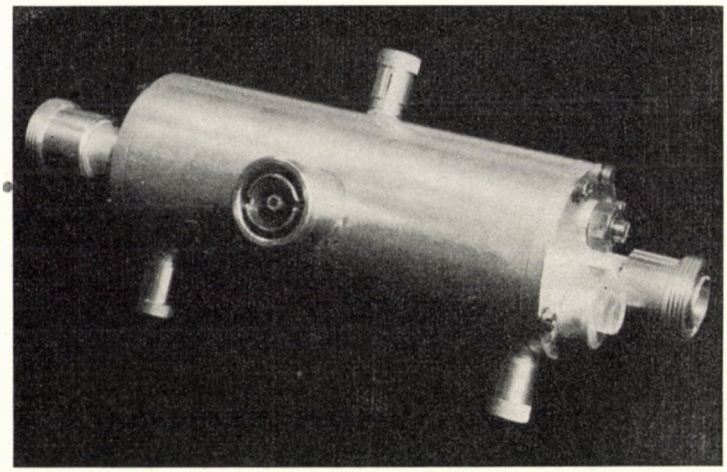


Bild 9. Ansicht der Weiche

5. Experimentelle Ergebnisse

Um die Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen zu überprüfen, wurde ein Funktionsmuster einer solchen Weiche aufgebaut. Den gewählten Leitungsquerschnitt der Vierleiterabschnitte zeigt Bild 8. Die Leiter 2 und 3 sind die Innenleiter der Resonatoren, die vom Koppelleiter 1 angekoppelt werden. Das erforderliche Verhältnis von k_{12}/k_{13} wird durch Versatz des Koppelleiters um den Winkel φ zur Symmetrieachse eingestellt.

Eine Ansicht der Weiche zeigt Bild 9. Man erkennt die Koaxialanschlüsse der Ankoppelleitungen und einige kapazitiv wirkende Elemente zum Feinabgleich. Da die Weiche für eine Mittenfrequenz von 1 GHz dimensioniert wurde, beträgt die Länge des Resonanzraumes 150 mm. In Bild 10 ist die Weiche im zerlegten Zustand zu sehen. Man erkennt von links nach rechts den Außenmantel mit den Abstimmschrauben, den ersten Koppelleiter mit

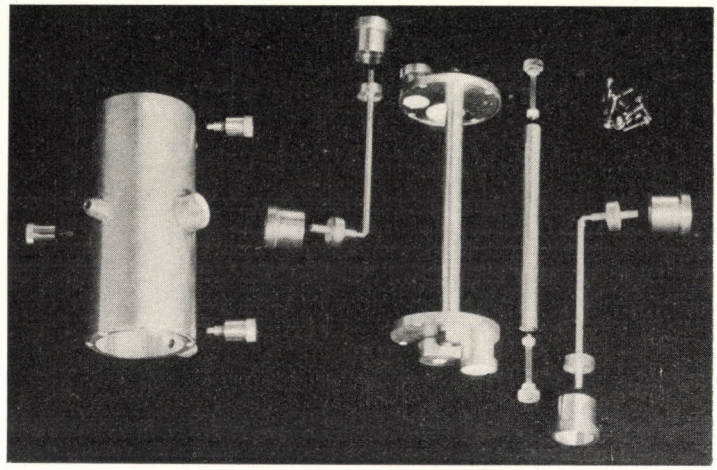


Bild 10. Die Weiche im zerlegten Zustand

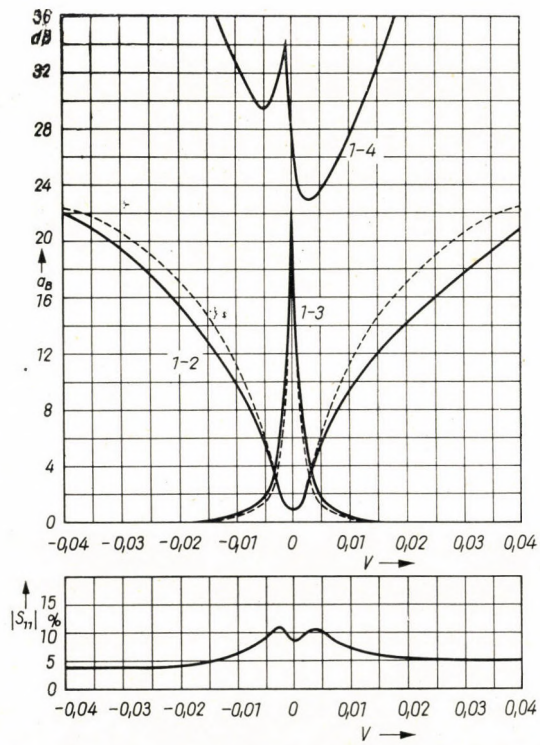


Bild 11. Die gemessenen Dämpfungsverläufe und der Betrag des Reflexionsfaktors als Funktion der Verstimmung v

den Befestigungselementen, den Innenleiter 2 mit den Kurzschluß-Endplatten, den Innenleiter 3 und schließlich den zweiten Koppelleiter.

Im oberen Teil des Bildes 11 sind die gemessenen Dämpfungen über der Verstimmung aufgetragen. Für den Dämpfungsverlauf zwischen den Anschlüssen 1—2 und 1—3 kann eine hinreichende Übereinstimmung mit den theoretischen Kurven festgestellt werden, die gestrichelt eingezeichnet sind. Dabei wurden die Wandverluste näherungsweise berücksichtigt. Die Restdämpfung von etwa 0,8 dB zwischen 1—2 sowie die nur bis 22 dB und nicht bis Unendlich ansteigende Dämpfung zwischen 1—3 sind auf die Leistungsverluste im Resonanzsystem zurückzuführen.

Die endliche Dämpfung zwischen den Anschlüssen 1—4 ist eine Folge der nicht genauen Einhaltung der Dualitätsbedingung. Die üblichen Methoden zur Ermittlung der relativ kleinen Koppelfaktoren erwiesen sich als zu ungenau, so daß der Winkel φ etwas zu groß bemessen wurde.

Auch der Reflexionsfaktor entspricht nicht völlig den theoretischen Erwartungen. Außerhalb der Bandgrenzen wurde ein nahezu frequenzunabhängiger Reflexionsfaktor von etwa 5% gemessen (Bild 11, unterer Teil). Dieser Betrag ist auf eine ungenügende Anpassung der Koppelleitungen zurückzuführen und läßt sich leicht vermeiden. Der innerhalb der Bandgrenzen hinzukommende Anteil hingegen ist durch die Weiche selbst bedingt. Als Ursache dafür wurden die bisher vernachlässigten Randeffekte an den Enden der Vierleiterabschnitte festgestellt. Durch verschiedene konstruktive Maßnahmen kann eine weitgehende Besserung erreicht werden.

NEW SEPARATION FILTERS BASED ON THE ELECTROMAGNETIC COUPLING OF TRANSMISSION LINES

G. SALZMANN

SUMMARY

Some new four-port directional filters based on multiconductor transmission lines are suggested. Although the first test model of such a directional filter exhibits some deficiencies, the function of the directional filters according to the discussed principles is demonstrated. These directional filters theoretically guarantee a complete and frequency-independent matching and decoupling of the channels at a low technical expense.

ÉTAGES DE SÉPARATION SUR LA BASE DU COUPLAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES LIGNES DE TRANSMISSION

G. SALZMANN

RÉSUMÉ

L'auteur propose l'emploi de quelques nouveaux filtres d'aiguillage à quatre branches, sur la base des lignes de transmission à plusieurs conducteurs. Bien que le premier modèle d'un tel filtre comporte encore certains défauts, son efficacité fonctionnelle peut être nettement démontrée d'après les principes exposés par l'auteur. Ces filtres d'aiguillage assurent théoriquement l'adaptation et le découplage des voies d'une manière parfaite et indépendante de la fréquence, tout en ne nécessitant que des dépenses techniques minimes.

НОВЫЕ РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ФИЛЬТРЫ НА ОСНОВЕ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СВЯЗЬЮ

Г. САЛЬЦМАНН

РЕЗЮМЕ

Предлагаются некоторые четырехчленные разделительные фильтры нового типа на основе многопроводниковых систем. Хотя первый функциональный образец такого фильтра имеет еще недостатки, несомненно доказан надежность в действии разделительных фильтров, основанных на изложенных принципах. Такие разделительные фильтры обеспечивают теоретически полную и независимую от частоты согласованность и развязку каналов при небольших технических затратах.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНОСТИ И СТАБИЛЬНОСТИ КЛИСТРОННЫХ МОДУЛЯТОРОВ

Т. БЕРЦЕЛИ
КАНДИДАТ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
и
Й. ГОНДА
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

В статье в связи с исследованием клистрон-генератора со связанными объемными резонаторами в качестве новых результатов изложены условия установки линейности в общем случае и рассматриваются факторы, влияющие на стабильность линейности. Для достижения линейной установки прежде всего необходима синхронная настройка объемных резонаторов. Линейность можно увеличить благодаря выполнению заданной взаимосвязи между объемными резонаторами и отношением коэффициентов добротности.

Затем рассматривается стабильность установленной линейности. Расстройка объемных резонаторов относительно друг друга, вызванная изменением температуры окружающей среды, приводит к значительному ухудшению линейности. При синхронном же изменении резонансных частот объемных резонаторов ухудшение линейности незначительно. По опытным исследованиям, установленная линейность при синхронном изменении резонансных частот объемных резонаторов в пределах $\pm$ 10 Мгц остается практически неизменной.

1. Введение

Модулятор многоканальных радиорелейных систем в широкой полосе частоты должен обеспечивать модуляцию высокой линейности. Для этой цели наиболее выгодным является генератор на отражательном клистроне, у которого частотную характеристику напряжения на отражателе в широкой полосе частот можно сделать линейной посредством схемы СВЧ. В качестве линеаризующей схемы обычно применяются связанные объемные резонаторы.

Исследованием работы генератора на клистроне с одним объемным резонатором подробно занимались *Пирс* и *Шеферд* [1]. Преимущества генератора на клистроне с двумя связанными объемными резонаторами анализировал *Рид* [2], который для нескольких случаев показал влияние связанного объемного резонатора на амплитудную и частотную характеристики. В настоящей статье в качестве новых результатов исследования генератора на клистроне со связанным объемным резонатором излагаются условия установки линейности в общем случае и факторы, влияющие на стабильность линейности. Из авторов *Берцели* разработал вопросы стабильности, а *Гонда* [7] условия установки линейности.

2. Электронная и нагрузочная полные проводимости

Работа отражательного клистрона является результатом взаимодействия проходящего через лампу электронного луча со связанной с ним цепью нагрузки. С точки зрения схемы пучок электронов принимается во внимание полной проводимостью Y_e, параллельно которой включена полная проводимость нагрузки Y_{in}. В случае стабильной генерации сумма обеих полных проводимостей должна равняться нулю. Следовательно, частота колебаний зависит только от фазового угла обеих полных проводимостей. Поэтому в дальнейшем исследованием абсолютных значений полных проводимостей заниматься не будем.

Значение электронной полной проводимости дается формулой [2]

$$Y_e = \frac{I_0 \beta^2 \Theta}{2U_0} \frac{2J_1\left(\frac{\beta u \Theta}{2U_0}\right)}{\left(\frac{\beta u \Theta}{2U_0}\right)} e^{j\left(\frac{\pi}{2}-\Theta\right)}, \tag{1}$$

где I_0 — постоянный ток электронного пучка, β — коэффициент модуляции пучка, Θ — угол полета в радианах, U_0 — ускоряющее постоянное напряжение, u — амплитуда высокочастотного напряжения между сетками, J_1 — функция Бесселя первого порядка.

Как видно из формулы (1), фазовый угол электронной полной проводимости зависит только от угла полета Θ, который выражается формулой [3]

$$\Theta = \frac{4\omega d}{v_0} \frac{U_0}{U_0 + |U_R|}. \tag{2}$$

Здесь ω — угловая частота, d — расстояние от отражателя до сетки, v_0 — скорость электронов при вступлении их в межсеточное пространство, а U_R — напряжение на отражателе.

Угол полета Θ изменяется обычно напряжением на отражателе. Угол полета в хорошем приближении линейно пропорционален напряжению на отражателе в небольшом диапазоне. Поэтому, частотная характеристика напряжения на отражателе определяется в сущности частотной зависимостью фазового угла полной проводимости нагрузки.

В данном случае нагрузкой являются два связанных объемных, резонатора эквивалентная схема которых изображена на рис. 1. Следовательно, эквивалентная схема состоит из двух связанных параллельных колебательных контуров. На рисунке даны обозначения элементов схемы, а также и выражение коэффициента связи — k. Резонансные частоты контуров ω_1 и

ω_2, и их коэффициенты добротности Q_1 и Q_2 определяются формулами

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}; \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \\ Q_1 &= \frac{\omega_1 C_1}{G_1}; \quad Q_2 = \frac{\omega_2 C_2}{G_2} \end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

В дальнейшем колебательные контуры будем характеризовать их резонансными частотами, коэффициентами добротности и активными проводимостями.

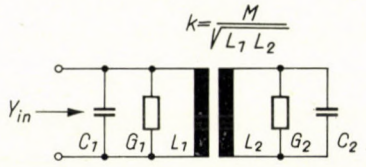


Рис. 1. Эквивалентная схема

Полная проводимость на входе эквивалентной схемы, показанной на рис. 1, приближенно дается уравнениями [4]

$$\left.\begin{aligned} Y_{in} &= G_{in} + jB_{in}, \\ G_{in} &= G_1\left[1 + \frac{k^2 Q_1 Q_2}{1 + (2Q_2\delta_2)^2}\right], \\ B_{in} &= G_1\left[2Q_1\delta_1 - \frac{k^2 Q_1 Q_2}{1 + (2Q_2\delta_2)^2} 2Q_2\delta_2\right] \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

Здесь δ_1 и δ_2 — переменные, пропорциональные частотному отклонению которые определяются выражениями

$$\delta_1 = \frac{\omega - \omega_1}{\omega_1}; \quad \delta_2 = \frac{\omega - \omega_2}{\omega_2}. \tag{5}$$

Для характеристики расстройки обоих объемных резонаторов относительно друг друга, введем параметр ε согласно выражению

$$\varepsilon = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2}. \tag{6}$$

Введением параметра ε, характерного для взаимной расстройки объемных резонаторов, из наших уравнений исключается одна из двух переменных,

пропорциональных частотному отклонению. При исследовании условий установки линейности получим уравнения упрощенного вида в случае, если устраним частотную переменную δ_1, согласно соотношению

$$\delta_1 \cong \delta_2 - \varepsilon\,, \qquad \text{при} \qquad \varepsilon \ll 1\,. \tag{7}$$

Для упрощения уравнений входной полной проводимости (4) введем новые обозначения

$$\left.\begin{aligned} x &= 2Q_2\,\delta_2, & z &= kQ_2, \\ e &= 2Q_2\,\varepsilon, & p &= \frac{Q_1}{Q_2} \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Следовательно, по новым обозначениям x является переменной, пропорциональной частотному отклонению; e, z и p параметры, соответственно пропорциональны взаимной расстройке объемных резонаторов, связи между объемными резонаторами и коэффициентам добротности объемных резонаторов.

Фазовый угол входной полной проводимости дается арктангенсом отношения входной реактивной проводимости к входной активной проводимости. Следовательно, из уравнения (4), с учетом новых обозначений, введенных согласно выражениям (6), (7) и (8), получаем для фазового угла уравнение

$$\Phi = \operatorname{arctan} \frac{[x^3 - ex^2 + (1 - z^2)\,x - e]\,p}{x^2 + pz^2 + 1}\,. \tag{9}$$

Уравнение (9) дает зависимость фазового угла входной полной проводимости связанных объемных резонаторов от частоты.

3. Условия установки линейности

Нас в первую очередь интересует линейность частотной характеристики фазового угла. Следовательно, целесообразно дифференциировать уравнение (9) по частотной переменной. В этом случае, в качестве результата, получим выражение

$$l = p\,\frac{x^4 + x^2\,(2 + z^2 + 3pz^2) - 2epz^2\,x - z^2\,(pz^2 - p + 1) + 1}{[x^3 - ex^2 + (1 - z^2)\,x - e]^2\,p^2 + (x^2 + pz^2 + 1)^2}\,. \tag{10}$$

Это выражение является уравнением кривой линейности.

Нашей целью является приведение характеристики линейности к приближенно постоянному значению в как можно более широком диапазоне. Следовательно, надо аппроксимировать при помощи кривой линейности,

заданной выражением (10), постоянную величину вблизи точки $x = 0$. Аппроксимацию можно произвести согласованием в данной точке производных двух функций — аппроксимирующей и аппроксимируемой. Производные постоянной функции равны нулю, поэтому и производные кривой линейности, взятые в точке $x = 0$ должны быть равными нулю.

Первая производная кривой линейности в точке $x = 0$ принимает вид

$$\left.\frac{dl}{dx}\right|_{x=0} = e \cdot f(x) = 0. \tag{11}$$

Следовательно, первая производная будет равна нулю, если параметр e, характеризующий взаимную расстройку объемных резонаторов, равен нулю,

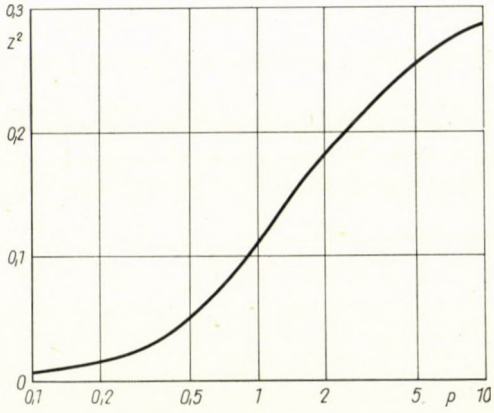


Рис. 2. Взаимная зависимость между коэффициентом связи и отношением коэффициентов добротности при оптимальной линейности

т. е. если резонансные частоты объемных резонаторов одинаковы. Этот случай будем называть синхронной настройкой. Следовательно, синхронная настройка сама по себе, в небольшой мере, приводит к линейной установке.

Линейность может быть увеличена, если в случае синхронной настройки и вторая производная кривой линейности сделана равной нулю в точке $x = 0$. Тогда получим уравнение

$$\left.\frac{d^2 l}{dx^2}\right|_{\substack{x=0\\e=0}} = z^8 p^3 + z^6 (4p^2) + z^4 (3p^3 + 3p^2 + 6p) + \\ + z^2 (-p^3 + 3p^2 + 3p + 3) - p^2 = 0. \tag{12}$$

Следовательно, взаимосвязь между параметрами p и z^2 должна быть согласно уравнению (12). Уравнение (12) было решено для различных значений p и z^2, и зависимость между параметрами указана на рис. 2. Следовательно,

каждому коэффициенту связи принадлежит отношение коэффициентов добротности, которое с точки зрения линейности является наиболее выгодным.

Дальнейшим исследованием кривой линейности было установлено, что третья и все дальнейшие нечетные производные кривой линейности в точке $x = 0$ равны нулю, если объемные резонаторы настроены синхронно.

4. Стабильность

После установки линейности клистронного модулятора возникает проблема стабильности установленной линейности. Линейность определяется следующими параметрами: напряжениями питания клистрона, резонансными частотами и коэффициентами добротности объемных резонаторов, и коэффициентом связи между объемными резонаторами. Из этих параметров, напряжения питания можно поддерживать постоянными благодаря применению стабилизированного источника питания. Коэффициент связи между объемными резонаторами и коэффициенты добротности объемных резонаторов при соответствующей конструкции являются постоянными. Однако резонансные частоты объемных резонаторов зависят от температуры окружающей среды и поэтому, изменение этой температуры может привести к ухудшению линейности.

Поэтому, для обеспечения стабильности линейности принято помещать клистрон-генератор и линеаризующую схему в термостат. Помещение в термостат связано с недостатками: трудно разрешить хорошую теплоотдачу, так как мощность рассеивания клистрона является значительной; кроме того, в этом случае рабочая температура клистрона будет значительно выше. В дальнейшем рассмотрим, какая еще имеется возможность для стабилизации линейности клистрон-генератора.

Под влиянием изменения температуры, резонансные частоты внутреннего объемного резонатора клистрона и линеаризующего внешнего объемного резонатора изменяются, к тому же обычно не в одинаковой мере. Следовательно, синхронная настройка объемных резонаторов прекращается, т. е. объемные резонаторы расстраиваются относительно друг друга. Была исследована зависимость линейности от величины этой расстройки. Частота колебаний прежде всего определяется внутренним объемным резонатором клистрона, поэтому, при рассмотрении влияния взаимной расстройки объемных резонаторов целесообразно вывести уравнение кривой линейности по-другому.

Исходными уравнениями и в этом случае являются формулы (4), дающие приближенное значение полной проводимости на входе эквивалентной схемы. Однако, из переменных, пропорциональных отклонению частоты,

исключаем теперь δ_2 — согласно соотношению

$$\delta_2 \cong \delta_1 + \varepsilon', \qquad \text{при} \qquad \varepsilon' \ll 1, \tag{13}$$

где

$$\varepsilon' = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}. \tag{14}$$

Впрочем выведение уравнения кривой линейности производится подобно как в предыдущем. Остается принять во внимание зависимость между связью объемных резонаторов и отношением их коэффициентов добротности согласно

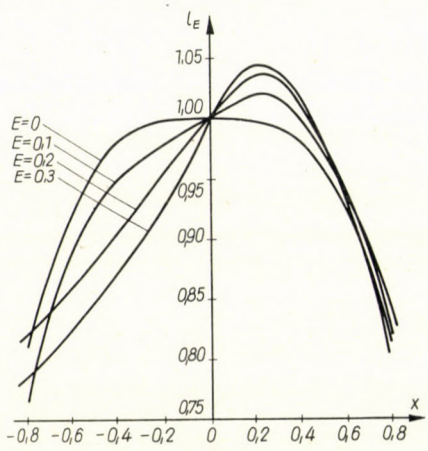


Рис. 3. Кривые линейности при различных величинах расстройки объемных резонаторов относительно друг друга

уравнению (12). На основании вышесказанного, уравнение кривой линейности при значениях $p = 1$ и $z^2 = 0{,}11$ принимает вид, соответствующий выражению (15), если уравнение нормализовать по значению, взятому в точке $x = 0$:

$$l_E = \frac{E^4 + 2{,}2321\,E^2 + 1{,}2321}{E^4 + 2{,}22\,E^2 + 0{,}9879} \cdot \frac{a_E}{b_E},$$

$$\begin{aligned} a_E &= x^4 + 4Ex^3 + (2{,}44 + 6E^2)\,x^2 + E\,(4{,}66 + 4E^2)\,x + \\ &+ E^4 + 2{,}22\,E^2 + 0{,}9879, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_E &= x^6 + 4Ex^5 + (2{,}78 + 6E^2)\,x^4 + E\,(7{,}34 + 4E^2)\,x^3 + \\ &+ (2{,}9879 + 7{,}34E^2 + E^4)\,x^2 + E\,(4{,}2442 + 3{,}78E^2)\,x + \\ &+ E^4 + 2{,}2321\,E^2 + 1{,}2321. \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь E — параметр, характерный для расстройки объемных резонаторов относительно друг друга:

$$E = 2Q_2\,\varepsilon'. \tag{16}$$

Кривые линейности, рассчитанные на основании уравнения (15), указаны на рис. 3. для различных величин расстройки объемных резонаторов относительно друг друга. Как видно, по мере увеличения расстройки линейность все сильнее ухудшается.

Далее из уравнения (15) видно, что ход кривой линейности при заданных коэффициенте связи и отношении коэффициентов добротности зависит

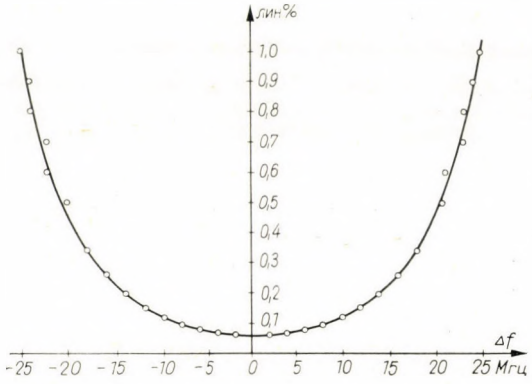


Рис. 4. Изменение линейности при синхронном изменении резонансных частот объемных резонаторов

только от величины вышеуказанной расстройки. Из этого следует, что при устранении расстройки объемных резонаторов относительно друг друга восстанавливается прежнее состояние линейности. Следовательно, кривая линейности останется неизменной, если настройка резонаторов изменяется так, что при этом резонансные частоты совпадают, т. е. изменяются синхронно. Естественно можно ожидать, что и синхронное изменение резонансных частот не даст благоприятного результата, если это изменение значительно, так как в этом случае рабочая точка клистрона, вследствие зависимости угла полета от частоты, смещается.

Опытным путем было установлено, в какой мере при синхронном изменении резонансных частот резонаторов линейность зависит от величины этого изменения. Измерение началось установкой линейности на оптимальную величину, потом из параметров были изменены только резонансные частоты так, что резонансные частоты обоих объемов были всегда одинаковыми. Изменение линейности наблюдалось при помощи измерителя нелинейности, дающего в полосе ± 5 Мгц колебание кривой линейности в процентах. Результат измерения показан на рис. 4. Здесь на горизонтальной

оси указано изменение частот. На вертикальной оси дана характерная для линейности величина в процентах относительно полосы ± 5 Мгц. Как видно, в случае синхронной настройки линейность даже при довольно значительном изменении резонансных частот не отклоняется существенно от установленного оптимального значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pierce, J. R.—Shepherd, W. G.: Reflex Oscillators. *Bell System Technical Journal* (1947), 460—690.
2. Reed, E. D.: A Coupled Resonator Reflex Klystron. *Bell System Technical Journal* (1953), 715—766.
3. Schuon, E.—Butterweck, H. J.: Die Linearisierung der Frequenzmodulations-Kennlinie eines Reflexklystrons. *Archiv der Elektrischen Übertragung* (1958), 99—108.
4. *Very High—Frequency Techniques*, Vol. II. Radio Research Laboratory, Harvard University. Mc Graw-Hill Book Co. Inc. 1947, стр. 865.
5. Hamilton, D. R.—Knipp, J. K.—Kuper, J. B. H.: Klystrons and Microwave Triodes. Mc Graw-Hill Book Co. Inc. 1948.
6. Houghton, E. W.—Hatch, R. W.: FM Terminal Transmitter and Receiver for the TH Radio System. *Bell System Technical Journal* (1961), 1587—1626.
7. Gonda J.: Csatolt üreges klisztron modulátor analízise. *TKI. Közl.* (1962), No. 2, 29—49.

INVESTIGATIONS ON LINEARITY AND STABILITY OF KLYSTRON MODULATORS

T. BERCELI — J. GONDA

SUMMARY

In the present paper, as new results, the conditions of high linearity and the stability of linearity for the coupled cavity klystron modulators are discussed. For the adjustment of linearity, in the first place, the synchronous tuning of the cavities is necessary. The linearity can be improved if the described relation between the coupling factor and the Q-factors of the cavities is obtained.

UNTERSUCHUNG DER LINEARITÄT UND STABILITÄT VON KLYSTRONMODULATOREN

T. BERCELI — J. GONDA

ZUSAMMENFASSUNG

Als neues Ergebnis in Zusammenhang mit der Untersuchung des Klystronoszillators mit gekoppeltem Hohlraum werden die Bedingungen der Einstellung der Linearität im Allgemeinfall und die Wirkung der die Stabilität der Linearität beeinflussenden Faktoren erörtert. Zur Erreichung der linearen Einstellung ist vor allem die synchrone Abstimmung der Hohlräume nötig. Die Linearität kann dadurch erhöht werden, daß die gegebene Beziehung zwischen dem Kopplungsfaktor der Hohlräume und dem Verhältnis der Gütefaktoren erfüllt wird. Es wird ferner die Stabilität der eingestellten Linearität behandelt. Die durch Temperaturänderung hervorgerufene Verstimmung der Hohlräume gegeneinander verursacht eine bedeutende Verschlechterung der Linearität. Bei synchroner Verstimmung der Hohlräume ist jedoch die Verschlechterung der Linearität gering. Nach experimentellen Untersuchungen bleibt die eingestellte Linearität bei einer synchronen Verstimmung von ± 10 MHz praktisch unverändert.

Thereafter, the stability of the adjusted linearity is dealt with. The detuning of the cavities due to the temperature variation results in a considerable decrease of linearity. But the decrease of linearity is small if the resonant frequencies of the cavities vary synchronously. According to our experiments the adjusted linearity does not considerably change even with a ± 10 Mc/s variation of the resonant frequencies in the case of synchronous tuning.

EXAMEN DE LA LINÉARITÉ ET DE LA STABILITÉ DES MODULATEURS KLYSTRONS

T. BERCELI—J. GONDA

RÉSUMÉ

En liaison avec l'étude de l'oscillateur klystron à cavités couplées, les conditions d'ajustement de la linéarité, dans le cas général, et l'effet des facteurs influençant la stabilité de la linéarité sont exposés comme un nouveau résultat par les auteurs. Si l'on veut obtenir l'ajustement linéaire, le réglage d'accord synchrone des cavités s'impose en premier lieu. La linéarité peut être augmentée par l'établissement de la relation donnée entre le coefficient de couplage des cavités et le rapport des facteurs de qualité.

Les auteurs traitent ensuite de la stabilité de la linéarité ajustée. Le désaccord entre les cavités, produit par leur changement de température, est cause d'une diminution considérable de la linéarité. Cette diminution est faible, par contre, en cas de changement synchrone des fréquences de résonance des cavités. D'après les recherches expérimentales, la linéarité ajustée reste pratiquement invariable dans le cas d'un désaccord synchrone de ± 10 Mc/s.

РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНОГО ФИЛЬТРА СВЧ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРСИВНЫХ ФОРМУЛ

Д. РЕЙТЕР
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Дается анализ для определения характеристик симметричных фильтров СВЧ без потерь. Эквивалентная схема исследуемого фильтра содержит шунтовые комплексные проводимости с сосредоточенными параметрами и отрезки передающих линий с любыми волновыми комплексными проводимостями, коэффициентами распространения и длиной. Передающие свойства фильтра выражаются матрицей рассеяния, элементы которой могут быть просто вычислены с помощью рассматриваемых в статье функций. Данные для определения этих функций рекурсивные формулы служат не только в качестве математических средств, но тем самым выражают много общих характеристик фильтра СВЧ. Наконец приводится пример расчета фильтра СВЧ с четырьмя объемными резонаторами.

1. Введение

В истекшие годы, о проектировании фильтров СВЧ, в различных журналах было напечатано большее количество публикаций. В 1948 году *Мумфорд* рекомендовал такой метод проектирования фильтров СВЧ, при котором заданную характеристику передачи, необходимо осуществить сетью по лестничной схеме с сосредоточенными параметрами. Сеть с сосредоточенными параметрами, с помощью отрезков передающей линии, длиной четверть волны, может быть преобразована в сеть, содержащую только шунтирующие параллельные колебательные контуры и четвертьволновые передающие линии, которые легко можно реализировать элементами СВЧ. *Гессель*, *Губо*, *Батерсби* разработали в 1949 году такую теорию фильтров, которая пригодна для фильтров, содержащих идентичные элементы в количестве n. В элементах фильтра, имеется отрезок линии и, заменяемый сосредоточенными параметрами, реактансный элемент, например диафрагма. *Рид*, в 1950 году, исследовал свойства фильтров, составленных из 4 индуктивных диафрагм, с учетом передающей линии. *Кон* в статьях изданных в 1949 и 1950 гг. обсуждает систему фильтра, полученного из последовательного размещения двух волноводов различных высот и длин участков. В статье *Ригардз*, написанной в 1948 году, начинается подробное исследование таких сетей, которые содержат отрезки передающей линии по длине соизмеряемые друг с другом, но различного волнового сопротивления, а также

активные сопротивления. Эту работу, между прочим, развивали дальше *Озаки, Ишии, Джонс, Греизель* и *Матей*. Установили, что зависимость импеданса такой сети, подстановкой $th\, k\omega = p$, может быть преобразована в дробнорациональную функцию. Задание синтеза, при определенных условиях, можно выполнить. Полученные результаты, применялись главным образом при проектировании фильтров аппаратуры УКВ.

При проектировании фильтров СВЧ, возникает вопрос о том, что следует исследовать сети, содержащие кроме передающих линий и активных сопротивлений, также и другие элементы, зависимые от частоты. В статье изложен метод анализа одной сети такого типа. Преимущество этого метода, относительно известных методов, заключается в том, что можно проводить исследования разных устройств фильтров в более широком диапазоне частот с относительно небольшими вычислениями без пренебрежений.

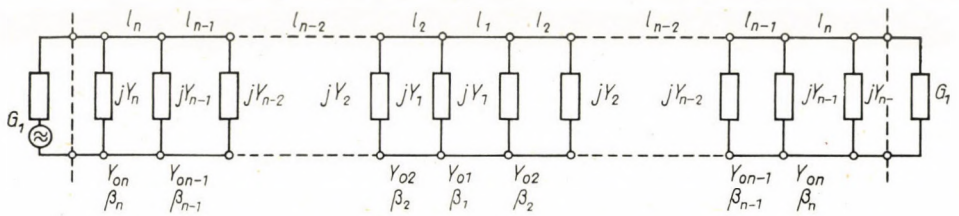


Рис. 1. Эквивалентная схема фильтра СВЧ

2. Анализ

Наша задача — вычислить матрицу отражения симметричного фильтра СВЧ без потерь и из этого определить принципы проектирования фильтра.

В ходе расчетов предполагается, что фильтр состоит из таких волноводных участков, в которых может распространяться только один тип волны. В волноводных участках помещаются реактансные элементы, которые могут быть характеризованы шунтирующими проводимостями сосредоточенных параметров и находящиеся друг от друга на таком расстоянии, что создаваемые ими высшие типы волн, не имеют связи друг с другом. Через фильтр проходит синусоидальный сигнал круговой частоты ω. Эквивалентная схема фильтра, удовлетворяющего этим требованиям, показана на рис. 1.

Обозначения отдельных шунтирующих проводимостей: jY_1, jY_2 и т. д. Они представляют из себя индуктивность или емкость, или последовательный или параллельный контур. Шунтирующие проводимости, соединены передающими линиями с волновой проводимостью Y_{cn}, фазовой постоянной β_n и длиной l_n. Фильтр нагружен генератором с активной проводимостью G_1 и нагрузкой.

На основании теоремы Бруне—Бартлета, элементы матрицы отражения получим из следующих формул

$$S_{11} = \frac{1}{2}(S_1 + S_2), \tag{1a}$$

$$S_{12} = \frac{1}{2}(S_1 - S_2), \tag{1b}$$

где S_1 — коэффициент отражения такого двухполюсника, который получен при делении фильтра на две части в плоскости симметрии, а выход одной половины четырехполюсника разомкнут;

S_2 — коэффициент отражения четырехполюсника той же половины, в том случае, если выход нагружается короткозамыкающим поршнем.

Коэффициенты отражения S_1 и S_2 можно получить из зависимости, действительной для любого четырехполюсника. Эта зависимость-линейная дробная функция, между коэффициентом отражения Γ' на входе четырехполюсника и коэффициентом отражения двухполюсника нагрузки — Γ

$$\Gamma' = \frac{B^* \Gamma + A^*}{A + \Gamma B}. \tag{2}$$

(* — звездочкой обозначаем сопряженные величины.) A и B — параметры, характеризующие четырехполюсник являются комплексными функциями от ω

$$A(\omega) = A_v(\omega) + jA_i(\omega), \tag{3}$$

$$B(\omega) = B_v(\omega) + jB_i(\omega). \tag{4}$$

Параметры A и B можно расчитать из элементов матрицы отражения при помощи следующих выражений

$$A = -\frac{S_{22}}{S_{12}}, \tag{5}$$

$$B = \frac{1}{S_{12}}. \tag{6}$$

Из формул (5) и (6) можно доказать, что между параметрами четырехполюсника без потерь существует следующая зависимость

$$|B|^2 - |A|^2 = 1. \tag{7}$$

Если четырехполюсник симметричный, то

$$A_v(\omega) = 0. \tag{8}$$

Вычислим параметры A и B половины четырехполюсника и подставим полученные значения в уравнение (2).
Значение S_1, в случае $\Gamma = 1$

$$S_1 = \frac{B^* + A^*}{B + A}. \tag{9}$$

Значение S_2 подстановкой $\Gamma = -1$

$$S_2 = \frac{B^* - A^*}{B - A}. \tag{10}$$

Подставим значения S_1 и S_2 в уравнения (1a) и (1b), дающие элементы матрицы отражения. Введем следующие обозначения

$$P = (B_v)^2 - (B_i)^2 - (A_1)^2 + (A_i)^2, \tag{11}$$

$$R = B_i B_v - A_i A_v, \tag{12}$$

$$T = B_i A_v - A_i B_v. \tag{13}$$

После произведения вышеуказанной подстановки и приняв во внимание предыдущие обозначения для элементов матрицы получим

$$S_{11} = je^{-j\operatorname{arctan}2\frac{R}{P}} \cdot \sin(\operatorname{arctan} 2T), \tag{14}$$

$$S_{12} = e^{-j\operatorname{arctan}2\frac{R}{P}} \cdot \cos(\operatorname{arctan} 2T). \tag{15}$$

Видно, что симметричный четырехполюсник может быть характеризован функциями P, R и T, которые связаны следующим уравнением

$$P^2 = 1 + 4(T^2 - R^2). \tag{16}$$

Требуется определить функции P, R и T из шунтирующих проводимостей фильтра и из данных передающей линии.

Для решения нашей задачи, исходим из свойств более общего симметричного четырехполюсника, нежели четырехполюсник СВЧ, изображенный на рисунке 1.

Эти результаты применим к фильтру СВЧ. Разобьем исследуемый четырехполюсник на три части. Они связаны между собой цепочной связью (рис. 2).

В дальнейшем, будем называть первый и третий четырехполюсник, составляющий исследуемый четырехполюсник, дополняющими, а второй — остаточным. Расщепление произведем так, чтобы дополнительные четырех-

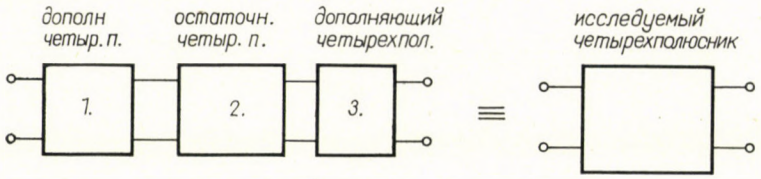


Рис. 2

полюсники были бы тождественны. Этому требованию удовлетворить легко, поскольку остаточный четырехполюсник — симметричный. Разобьем исследуемый четырехполюсник на две части в плоскости симметрии. Одну половину получим из цепочной связи дополняющего и половины остаточного четырехполюсника (рис. 3).

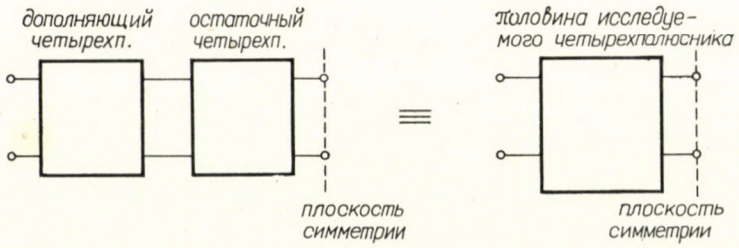


Рис. 3

В дальнейшем обозначим параметры половины исследуемого четырехполюсника A^v и B^v, параметры дополняющего — A^b и B^b, и параметры половины остаточного — A^m и B^m. Каждый из параметров — комплексная функция от ω.

Подобно выражениям (3) и (4) каждую функцию параметра можно разбить на действительную и мнимую части.

$$A^v(\omega) = A^v_v(\omega) + jA^v_i(\omega), \tag{17}$$

$$B^v(\omega) = B^v_v(\omega) + jB^v_i(\omega); \tag{18}$$

$$A^b(\omega) = A^b_v(\omega) + jA^b_i(\omega), \tag{19}$$

$$B^b(\omega) = B^b_v(\omega) + jB^b_i(\omega); \tag{20}$$

$$A^m(\omega) = A^m_v(\omega) + jA^m_i(\omega), \tag{21}$$

$$B^m(\omega) = B^m_v(\omega) + jB^m_i(\omega). \tag{22}$$

Можно доказать, что параметры результирующего четырехполюсника, получающегося из цепочной связи двух четырехполюсников, получим из следующих выражений

$$A_e = A_2 B_1^* + A_1 B_2 , \tag{23}$$

$$B_e = A_2 A_1^* + B_1 B_2 , \tag{24}$$

где A_1, B_1 и A_2, B_2 параметры цепочечно связанных четырехполюсников; A_e и B_e — параметры результирующего четырехполюсника.

Подставим в выражения (23), (24) вместо значений A_1, B_1 и A_2, B_2, параметры дополняющего и половины остаточного четырехполюсников. Тогда получим параметры получлена исследуемого четырехполюсника. Если подставим эти значения в выражения (11), (12) и (13), получим рекурсивные формулы. При помощи этих равенств, можно получить из функций остаточного четырехполюсника P_m, R_m и T_m, функции P_v, R_v и T_v исследуемого четырехполюсника

$$T_v = \left[(A_v^b)^2 + (A_i^b)^2 + (B_v^b)^2 + (B_i^b)^2\right] T_m + \left[B_i^b A_v^b - A_i^b B_v^b\right] P_m + \\ + 2\left[A_v^b B_v^b + A_i^b B_i^b\right] R_m , \tag{25}$$

$$P_v = -4\left[A_v^b B_i^b + A_i^b B_v^b\right] T_m + \left[(B_v^b)^2 - (B_i^b)^2 - (A_v^b)^2 + (A_i^b)^2\right] P_m \\ - 4\left[A_v^b A_i^b + B_v^b B_i^b\right] R_m , \tag{26}$$

$$R_v = 2\left[A_v^b B_v^t - A_i^b B_i^b\right] T_m + \left[B_i^b B_v^b - A_i^b A_v^b\right] P_m - \\ - \left[(A_i^b)^2 - (A_v^b)^2 - (B_v^b)^2 + (B_i^b)^2\right] R_m . \tag{27}$$

Коэффициенты T_m, P_m и R_m можно вычислить из значений параметров дополняющего четырехполюсника.

Результаты вышеприведенных расчетов применим к эквивалентной схеме фильтра СВЧ.

Соберем схему фильтра СВЧ по рис. 1. Исходим из, так называемого, исходного четырехполюсника, расположенного на середине фильтра. Этот четырехполюсник состоит, в случае фильтра с четным числом шунтирующих элементов, из первой проводимости, справа и слева относительно плоскости симметрии, и из отрезков передающей линии, находящихся между ними. В случае фильтра с нечетным числом шунтирующих элементов, шунтирующий элемент, расположенный в плоскости симметрии, является исходным четырехполюсником. После этого подключаем к четырехполюснику отрезки передающих линий, прилегающих к четырехполюснику, и шунтирующие проводимости. Этим получим более сложный четырехполюсник, который включает в себя бóльшую часть фильтра, как основной четырехполюсник. Продолжая такой прием, и дополняя четырехполюсники так, чтобы к обеим сторонам подключались всегда соответственные отрезки передающих линий и шунтирующие проводимости, можно собрать весь фильтр. Функций P,

R и T, характеризующие фильтр, можно вычислить путем многократного применения рекурсивных формул (25), (26) и (27). Пусть в начале построения остаточным четырехполюсником будет исходный четырехполюсник, а дополняющий четырехполюсник состоит из соответствующей передающей линии и шунтирующей проводимости. Подставим их параметры, т. е. функции P, R и T в рекурсивные формулы, получим функции P, R и T одного из составляющих четырехполюсников фильтра. Эти значения подставим в рекурсивные формулы, и примем за дополняющий четырехполюсник, четырехполюсник, состоящий из следующей передающей линии и шунтирующей проводимости, таким образом получим функции P, R и T большего четырехполюсника. Этот прием применяем до тех пор, пока не получим функции P, R и T всего фильтра.

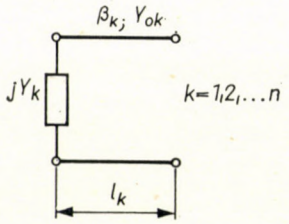


Рис. 4. Дополняющий четырехполюсник, состоящий из передающей линии и шунтирующей проводимости

Для упрощения вычислений, перепишем рекурсивные формулы (25), (26) и (27) для случая, когда дополняющий четырехполюсник состоит из отрезка передающей линии длиной l_k, фазовой постоянной β_k, волновой проводимостью Y_{ck} и шунтирующей проводимостью jY_k (рис. 4).

Параметры A и B дополняющего четырехполюсника рис. 4, получим из следующих выражений:

$$A = \left(M_{2k}\frac{Y_k}{2}\sin\beta_k l_k\right) + j\left(\frac{Y_k}{2}\cos\beta_k l_k + M_k \sin\beta_k l_k\right), \tag{28}$$

$$B = \left(\cos\beta_k l_k - M_{2k}\frac{Y_k}{2}\sin\beta_k l_k\right) + j\left(\frac{Y_k}{2}\cos\beta_k l_k + M_{1k}\sin\beta_k l_k\right), \tag{29}$$

где

$$M_k = \frac{Y_{0k}^2 - G_1^2}{2Y_{0k}G_1},$$

$$M_{1k} = \sqrt{1 + M_k^2},$$

$$M_{2k} = M_{1k} - M_k,$$

$G_1 =$ проводимость нагрузки,

$k = 1,2,\ldots n.$

Выражения (28) и (29) подставим в рекурсивные формулы (25), (26) и (27). В конечном итоге для схемы фильтра СВЧ на рис. 1, получим следующие рекурсивные формулы:

$$T_v = \left[(1 + 2M_k^2 \sin^2 \beta_k l_k) + Y_k (M_k \sin 2\beta_k l_k) + \frac{Y_k^2}{2}(1 - \right.$$
$$\left. - 2M_k M_{2k} \sin^2 \beta_k l_k)\right] T_m + \left[\left(-\frac{1}{2} M_k \sin 2\beta_k l_k\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{Y_k}{2}(\cos 2\beta_k l_k) + \frac{Y_k^2}{4}(M_{2k} \sin 2\beta_k l_k)\right] P_m +$$
$$+ \left[(2M_k M_{1k} \sin^2 \beta_k l_k) + Y_k (M_{1k} \sin 2\beta_k l_k) + \right.$$
$$\left. + \frac{Y_k^2}{2}(\cos 2\beta_k l_k + 2M_k M_{2k} \sin^2 \beta_k l_k)\right] R_m, \qquad (30)$$

$$P_v = \left[(-2M_k \sin 2\beta_k l_k) - 2Y_k (1 - 2M_k M_{2k} \sin^2 \beta_k l_k)\right] T_m +$$
$$+ \left[(\cos 2\beta_k l_k) - Y_k (M_{2k} \sin 2\beta_k l_k)\right] P_m +$$
$$+ \left[(-2M_{1k} \sin 2\beta_k l_k) - 2Y_k (\cos 2\beta_k l_k + 2M_k M_{2k} \sin^2 \beta_k l_k)\right] R_m, \qquad (31)$$

$$R_v = \left[(-2M_k M_{1k} \sin^2 \beta_k l_k) - Y_k (M_k \sin 2\beta_k l_k) - \frac{Y_k^2}{2}(1 - \right.$$
$$\left. - 2M_k M_{2k} \sin^2 \beta_k l_k)\right] T_m + \left[\left(\frac{1}{2} M_{1k} \sin 2\beta_k l_k\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{Y_k}{2}(\cos 2\beta_k l_k) - \frac{Y_k^2}{4}(M_{2k} \sin 2\beta_k l_k)\right] P_m +$$
$$+ \left[(\cos 2\beta_k l_k - 2M_k^2 \sin^2 \beta_k l_k) - Y_k (M_{1k} \sin 2\beta_k l_k) - \right.$$
$$\left. - \frac{Y_k^2}{4}(\cos 2\beta_k l_k + 2M_k M_{2k} \sin^2 \beta_k l_k)\right] R_m. \qquad (32)$$

Из рекурсивных формул (30), (31) и (32) можно сделать выводы для проектирования полосовых пропускающих фильтров многоканальных микроволновых устройств. В этих устройствах ширина полосы одного канала СВЧ меньше 1% средней частоты канала. Поэтому электрическая длина передающей линии, связывающей шунтирующую проводимость, первым

приближением не меняется, в случае, если изменяем частоту сигнала, проходящего в канале СВЧ или около него. В формулах вместо $\beta_k l_k$ будем пользоваться $\beta_{kc} l_k$, где β_{ko} — фазовая постоянная передающей линии, относящаяся к средней частоте канала СВЧ. В этом случае от частоты зависят только шунтирующие проводимости. В большинстве известных фильтров СВЧ, реактансным элементом является резонатор полученный из волновода при помощи индуктивных стержней. Этот резонатор, в эквивалентной схеме волновода, представляет из себя два коротких отрезка передающей линии и, расположенный между ними, шунтирующий параллельный контур. Таким образом шунтирующие проводимости полосового пропускающего фильтра, можно принимать за параллельный резонансный контур.

Проводимость параллельных резонансных контуров можно вычислить по формуле:

$$Y = j \sqrt{\frac{C}{L}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right). \tag{33}$$

После подстановки

$$K = \sqrt{\frac{C}{L}},$$

$$x = \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right).$$

Функции P, R и T будут полиномами от x. Коэффициенты степеней x являются функциями от отношения $\sqrt{C/L}$ и частоты резонанса колебательных контуров, от длины и от волновой проводимости Y_{ok} передающих линий. Из формулы (14) и (15) характеризующих элементы матриц отражения, видно, что если электрические требования фильтра относительно переменной x симметричны, то функции P, R и T фильтра могут быть четными или нечетными полиномами от x.

При помощи рекурсивных формул (30), (31) и (32) можно доказать, что если длина отрезков передающей линии, соединяюших шунтирующие резонансные контуры, равна четверти длины волны, измеренной на средней частоте полосы пропускания, и резонансная частота параллельных контуров равна средней частоте полосы пропускания, то фильтр, построенный на нечетных резонансных контурах, имеет функцию P, являющуюся четным полиномом от x, и функции R и T, являющиеся нечетными полиномами. Фильтр, содержащий четные шунтирующие контуры, может быть характеризован нечетной P и четными R и T.

На практике, волновая проводимость четвертьволновых проводников, соединяющих отдельные контуры, совпадает с проводимостью нагрузки. Рекурсивные формулы, удовлетворяющие вышесказанным условиям фильтра,

получим подстановкой в выражения (30), (31) и (32) равенство (33), $M_k = 0$ и $\beta_{k\vartheta} l_k = \pi/2$

$$T_v = \left(1 + \frac{K_k^2 x^2}{2}\right) T_m + \frac{K_k x}{2} P_m - \frac{K_k^2 x^2}{2} R_m, \tag{34}$$

$$P_v = -2K_k x\, T_m - P_m + 2K_k x\, R_m, \tag{35}$$

$$R_v = \frac{K_k^2 x^2}{2} T_m + \frac{K_k x}{2} P_m - \left(1 - \frac{K_k^2 x^2}{2}\right) R_m, \tag{36}$$

где P_m, R_m и T_m функции остаточного четырехполюсника; P_v, R_v и T_v являются функциями исследуемого четырехполюсника, дополненного с обеих сторон четвертьволновой передающей линией и одним шунтирующим параллельным резонансным контуром.

Из рекурсивных формул (34), (35) и (36) следует, что степень полинома функций T и R фильтра, совпадает с числом параллельных резонансных контуров фильтра, а степень полинома функции P всегда на единицу меньше. Кроме того, можно убедиться в том, что коэффициенты более высокой степени полинома функции T и R (которые обозначим t_n и r_n) отличаются друг от друга только знаком, их абсолютная величина расчитывается из значения K_k резонансных контуров фильтра.

$$|t_n| = |r_n| = \frac{1}{4} K_n^2 \cdot K_{n-1}^2 \ldots K_1^2.$$

Это значение не может равняться нулю, таким образом всепропускающий четырехполюсник, например корректор характеристики группового времени, не может быть реализирован схемой по рис. 1.

3. Пример расчета

В заключении приведем пример к применению вышесказанного. Рассмотрим фильтр из четырех резонансных контуров. Устройство и обозначения видны на рис. 5.

Функции исходного четырехполюсника, расположенного на середине, дают следующие выражения:

$$T_2 = \frac{K_2^2 x^2}{4},$$

$$R_2 = \frac{1}{2} - \frac{K_2^2 x^2}{4},$$

$$P_2 = -K_2 x.$$

Если подставим их значения в рекурсивные формулы (34), (35) и (36) функции P, R и T фильтра можно вычислить по следующим уравнениям:

$$T_4 = \frac{1}{4}(K_2^2 - K_4^2 - 2K_2 K_4)\, x^2 + \frac{1}{4} K_2^2 K_4^2 x^4,$$

$$P_4 = -K_4 K_2^2 x^3 + (K_2 + K_4)\, x,$$

$$R_4 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4}(K_2^2 + K_4^2 + 2K_2 K_4)\, x^2 - \frac{1}{4} K_2^2 K_4^2 x^4 .$$

Затухания фильтра, можно получить (в случае $G_1 = I$)

$$L = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = 1 + 4T^2 .$$

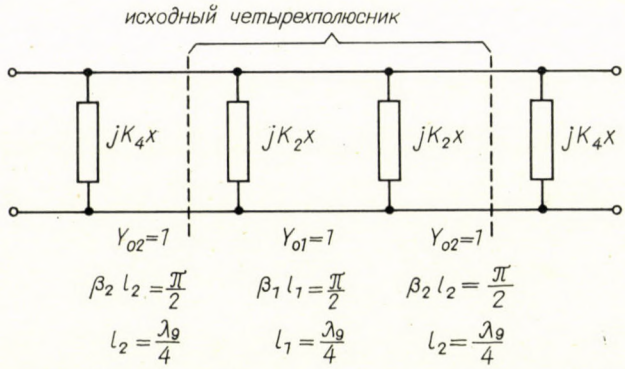


Рис. 5. Эквивалентная схема фильтра СВЧ с четырьмя резонаторами

В случае максимально плоской характеристики фильтра, коэффициент второй степени T_4 равен нулю

$$K_2^2 - K_4^2 - 2K_2 K_4 = 0 .$$

Если подставим $K_4 = a K_2$, и решим уравнение относительно a, то получим

$$a = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\sin\frac{3\pi}{8}} = \sqrt{2} - 1 .$$

Результат соответствует данным статьи Мумфорда. Таким образом этим примером доказали, известное из литературы выражение

$$\frac{K_4}{K_2} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\sin\frac{3\pi}{8}} .$$

Дальнейший расчет приведенного примера соответствует методу расчета данному в статье *Мумфорда.*

ЛИТЕРАТУРА

1. MUMFORD, W. W.: Maximally Flat Filters in Waveguide. *Bell System Technical Journal* **27** (1948), 684.
2. HESSEL, J.—GOUBAU, G.—BATTERSBY, L. R.: Microwave Filter Theory and Design. *Proceedings of the I. R. E.* **37** (1949), 990.
3. REED, J.: Low-Q Microwave Filters. *Proceedings of the I. R. E.* **38** (1950), 793.
4. COHN, S. B.: Analysis of Wide-band Waveguide Filters. *Proceedings of the I. R. E.* **37** (1949), 651.
5. COHN, S. B.: Design Relations for the Wide-band Waveguide Filter. *Proceedings of the I. R. E.* **38** (1950), 799.
6. RICHARDS, P. I.: Resistor—Transmission-Line Circuits. *Proceedings of the I. R. E.* **36** (1948), 217.
7. OZAKI, H.—ISHII, J.: Synthesis of Transmission-line Networks and the Design of UHF Filters, *I. R. E. Trans. on Circuit Theory* CT —5 (1958), 325.
8. JONES, E. M. T.: Synthesis of Wide-Band Microwave Filters to Have Prescribed Insertion Loss. *I. R. E. Convention Record* (1956), 119.
9. GRAYZEL, A. I.: A Synthesis Procedure for Transmission-line Networks. *I. R. E. Trans. on Circuit Theory*, CT—5 (1958), 172.
10. MATHAEI, G. L.: Design of Wide-Band (and Narrow-Band) Band-Pass Microwave Filters on the Insertion Loss Basis. *I. R. E. Trans. on Microwave Theory and Techniques*, MTT—8 (1960), 580.

DESIGN OF SYMMETRICAL MICROWAVE FILTERS BY MEANS OF RECURSION FORMULAE

G. REITER

SUMMARY

An analysis is presented for determining the characteristics of symmetrical loss-free microwave filters. The equivalent circuit of the investigated filter comprises lumped parameter shunt admittances and transmission-line sections having arbitrary waveadmittances, propagation constants and lengths. The transmission properties of the filter are expressed by the scattering matrix of the elements which can easily be computed with the functions discussed in the paper. Recursion formulae given to determine these functions are not only used as a mathematical tool, but also to express many of the general characteristics of the microwave filter. Finally, an example is presented for designing a four-cavity microwave filter.

DIE BERECHNUNG VON SYMMETRISCHEN MIKROWELLENFILTERN MIT HILFE VON REKURSIONSFORMELN

G. REITER

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird eine Analyse zwecks Bestimmung der Charakteristiken von verlustfreien symmetrischen Mikrowellenfiltern ausgeführt. Die Ersatzschaltung des untersuchten Filters enthält Nebenschlußadmittanzen mit konzentrierten Kenngrößen und Fernleitungsabschnitte mit beliebigen Wellenadmittanzen, Fortpflanzungskonstanten und Längen. Die Übertragungseigenschaften des Filters werden durch die Streuungsmatrix ausgedrückt, deren Elemente aus den im Artikel erörterten Funktionen leicht zu ermitteln sind. Die zwecks Bestimmung dieser Funktionen gegebenen Rekursionsformeln sind nicht nur als mathematische Mittel benutzt, sondern auch zum Ausdruck vieler allgemeiner Charakteristiken des Mikrowellenfilters. Abschließend wird ein Beispiel für die Berechnung eines Mikrowellenfilters mit vier Hohlräumen angeführt.

CALCUL DE FILTRES SYMÉTRIQUES EN HYPERFRÉQUENCE A L'AIDE DES FORMULES DE RÉCURSION

G. REITER

RÉSUMÉ

L'auteur présente une analyse pour la détermination des caractéristiques des filtres symétriques hyperfréquences sans pertes. Le circuit équivalent du filtre étudié comprend des admittances dérivées à paramètres concentrés et des sections de lignes de transmission ayant des admittantes caractéristiques, des constantes de propagation et une longueur arbitraires. Les propriétés de transmission du filtre sont exprimées par la matrice de dispersion, dont les éléments peuvent être facilement calculés à l'aide des fonctions décrites dans cet article. Les formules de récursion données pour déterminer ces fonctions ne sont pas utilisées seulement en tant que moyens auxiliaires mathématiques, mais aussi pour exprimer de nombreuses caractéristiques générales du filtre en hyperfréquence. En fin de l'étude, l'auteur présente un exemple pour le calcul d'un filtre en hyperfréquence à quatre cavités.

О ПРОЕКТИРОВАНИИ ВОЛНОВОДА С ПЕРЕМЕННЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

П. РОНА
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Обычный метод проектирования волноводов переменного сечения с заданным коэффициентом отражения основан на преобразовании Фурье. Однако, этот метод применим только в случае поперечных сечений волноводов, имеющих постоянную предельную частоту, а принятые приближения во многих случаях не удовлетворительны. Рекомендуется новый метод приближения, который может применяться в более широких случаях и при этом имеется возможность проектирования на основании преобразования Фурье.

Расчет (анализ) отражений в волноводах, с переменным поперечным сечением, и проектирование (синтез) волноводных переходов с заданным отражением являются многообсуждаемой проблемой в спецлитературе. Решение задачи анализа в специальных случаях (линейный, экспоненциальный переход) уже давно известно, а в новейшей литературе находим уже и методы расчета отражения волновода общепринятой геометрии. Обобщение методов расчета дается в [1].

Коэффициент отражения на входе волновода, изображенного на рис. 1 (в случае медленного изменения сечения)

$$\Gamma(\beta)=\int_{-L}^{+L} f(x,\beta)\ \exp\ \left[-2j\int_{-L}^{x}\beta_g(\xi)\,d\xi\right]dx\,, \tag{1}$$

где β коэффициент распространения в свободном пространстве,

$\beta_g(x)$ коэффициент распространения в волноводе, в сечении с абсциссой x, a

$f(x,\beta)$ зависит от конфигурации и размера сечения абсциссы x, а также от длины волны. Подробное исследование этого вопроса здесь не рассматривается.

Соотношение (1), несмотря на то, что требует значительную вычислительную работу, пригодно для расчета отражения волноводного перехода с заданной геометрией. Однако, проектирование волноводного перехода с заданным отражением, т. е. определение геометрических данных к заданной зависимости, $\Gamma(\beta)$ требует соотношения обратного соотношению (1).

В общих случаях дать решение интегрального уравнения не можем.

В случае сечения волноводов с постоянной граничной длиной волны (напр. волновод с типом волны TEM) соотношение (1) упростится и примет вид

$$\Gamma(\beta) = \int_{-L}^{+L} f(x)\, e^{-2j\beta x}\, dx. \tag{2}$$

Это равенство, на основании известного свойства преобразования Фурье, обратимо. О проектировании, на основе соотношения обратимости после статьи *Болиндера* [2] в литературе имеется много примеров.

Очевидно, что проектировщик, имеющий дело с общим случаем, упрощает проблему приближениями в соотношение (2). Для этого в первую очередь, необходимо исключить частотную зависимость $f(x, \beta)$. Более подроб-

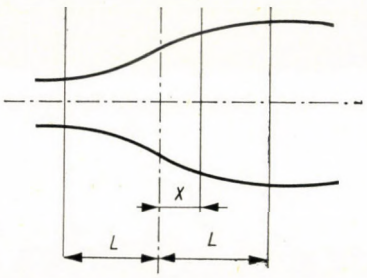


Рис. 1

ным исследованием зависимости $f(x, \beta)$, которая здесь не рассматривается, во всех практических случаях можно доказать, что почти не влияет на интегральные данные (1), если вместо $f(x, \beta)$ принять во внимание только данные на средине полосы.

Более значительной проблемой, является сложность показателя. Примеры, имеющиеся в литературе ограничиваются случаями, когда рабочая полоса частоты находится далеко от предельной частоты, или когда соединяемые сечения не очень отличаются друг от друга, т. е. β_c = постоянная (β_c — фазовая постоянная, соответствующая граничной длине волне). Однако, эти ограничения значительно сужают возможность применения.
В дальнейшем дается широко применимое выражение показателя, и пригодно для того, чтобы свести интеграл к форме (2).

Для этого исходим из равенства

$$\beta_g^2 = \beta^2 - \beta_c^2 = \frac{(\beta^2 - \beta_{c0}^2)\,(\beta_0^2 - \beta_c^2)}{\beta_2^0 - \beta_{c0}^2} + \frac{(\beta^2 - \beta_0^2 - \beta_{c0}^2)}{\beta_0^2 - \beta_{c0}^2}\,, \tag{3}$$

где β_0 и β_{c0} — любые числа.

Если их принять за средние квадратические от β и β_c, то можно ожидать, что вторым членом правой стороны уравнения (3), как произведением отклонения от средних величин, относительно первого члена можно пренебречь. Введем на полученное приближенное значение β_g обозначение

$$\beta_g \simeq \sqrt{\frac{\beta^2 - \beta_{c0}^2}{\beta_0^2 - \beta_{c0}^2}}\ \sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2}\,. \tag{4}$$

О верности приближения лучше всего убедиться на примере.

В случае перехода, соединяющего с волноводом, сечением 50×50 мм рупорную параболическую антенну, работающую в диапазоне 3400—3900 Мгц; пределы значений (с наименованием рад/см) β и β_c составляют

$$0{,}72\ \frac{рад}{см} \leqslant \beta \leqslant 0{,}82\ \frac{рад}{см}\,; \quad 0 \leqslant \beta_c \leqslant 0{,}63\ \frac{рад}{см}\,.$$

Средние значения, соответствующие вышесказанному:

$$\beta_0 = 0{,}77\ \frac{рад}{см}\,; \qquad \beta_{c0} = 0{,}45\ \frac{рад}{см}\,.$$

Точные значения β_g и приближение, расчитанное по выражению (4), дается в таблице 1. Сравнивая соответствующие числа, можно убедиться о применимости приближения.

Подставим вместо β_g в интеграле (1) значения по (4), введя обозначения

$$\Omega = \sqrt{\frac{\beta^2 - \beta_{c0}^2}{\beta_0^2 - \beta_{c0}^2}} \quad u \quad Y = \int_{-L}^{+L} \sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2(x)}\, dx \tag{5}$$

и новую переменную

$$y = Y + 2\int_{-L}^{x} \sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2(\xi)}\, d\xi \tag{6}$$

(пользуясь монотонностью и однозначностью функции $y(x)$]. В этом случае интеграл (1) примет вид

$$\Gamma(\Omega) = e^{-j\Omega Y} \int_{-Y}^{+Y} F(y)\, e^{-j\Omega y}\, dy\,, \tag{7}$$

где

$$F(y) = f[x(y)]\,\frac{dx}{dy} = \frac{f[x(y)]}{2\sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2[x(y)]}}\,, \tag{8}$$

что зависит только от формы и размеров сечения y. Этим свели выражение коэффициента отражения (2) к более простой форме, что и было нашей целью.

В дальнейшем желательно показать применимость (7) для проектирования волноводных переходов.

Первым шагом формально применяется один из методов синтеза, основанного на преобразовании Фурье, упомянутого во вступительной части. В результате этого, как там получили длину перехода L, и функцию $f(x)$, характеризующую продольное изменение сечения, здесь получим преобразованную длину и функцию y-а и $F(y)$. Этим уже получили размеры сечения в зависимости от параметра y.

Повидимому вторым шагом, необходимо определить соотношение $x(y)$. Однако, ввиду того, что размеры сечения в зависимости «y» уже определили раньше, дана и величина β_c, как функция от «y». Применив это, обращением (6) получаем соотношение

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2(y)}}, \tag{9}$$

откуда следует:

$$x = -L + \int_{-Y}^{y} \frac{d\eta}{2\sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2(\eta)}}. \tag{10}$$

Длина перехода

$$2L = \int_{-Y}^{+Y} \frac{d\eta}{2\sqrt{\beta_0^2 - \beta_c^2(\eta)}}. \tag{11}$$

Зависимость «y» геометрических данных с равенством (10) определяют полную геометрию перехода.

Вышерассмотренный метод с успехом применялся при проектировании переходов. Коэффициенты отражения, измеренные, совпадают с расчитанными значениями.

Табл. 1

Точные и приблизительные даты значения β_g

	$\beta_c = 0$	$\beta_c = 0{,}63$
$\beta = 0{,}72$	0,72 0,69	0,40 0,35
$\beta = 0{,}82$	0,82 0,84	0,52 0,49

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. З. Каценеленбаум:* Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. *Изд. АН СССР,* Москва 1961.
2. **Bolinder:** Fourier Transforms in the Theory of Inhomogeneous Transmission Lines, *Proc. IRE* (1950), Nov.

DESIGN OF VARYING CROSS SECTION WAVEGUIDES

P. RÓNA

SUMMARY

The usual design technique of waveguide transitions of prescribed reflection coefficient is based on the Fourier-transform method. This method is valid, however, only in the case of cross sections with constant cut-off frequency, the conventional approximations being in many cases unsatisfactory. In this paper a new approximate method is presented, offering a much wider range of application for Fourier-transform design techniques.

ÜBER DEN ENTWURF VON HOHLLEITERN MIT VERÄNDERLICHEM QUERSCHNITT

P. RÓNA

ZUSAMMENFASSUNG

Der Entwurf von Hohlleiterübergängen mit vorgeschriebenem Reflexionsfaktor wird üblicherweise auf Grund der Fouriertransformation vorgenommen. Dieses Verfahren ist aber nur bei Hohlleiterquerschnitten mit konstanter Grenzfrequenz anwendbar, und die üblichen Näherungen sind in vielen Fällen nicht zufriedenstellend. Ein neues Näherungsverfahren wird vorgeschlagen, das in weit breiterem Kreis von Fällen anwendbar ist, und den Entwurf auf Grund der Fouriertransformation ermöglicht.

LE CALCUL DES GUIDES D'ONDES AU PROFIL VARIABLE

P. RÓNA

RÉSUMÉ

La méthode usuelle appliquée dans les projets des transitions de guides d'ondes à coefficient de réflexion prescrit est basée sur la transformation de Fourier. Mais cette méthode ne peut être appliquée que dans le cas de profils de guides d'ondes ayant une fréquence de coupure constante, et les approximations sont, dans bien des cas, peu satisfaisantes. L'auteur propose une nouvelle méthode approximative pouvant avoir une application plus étendue, qui permet de faire les projets sur la base de la transformation de Fourier.

NEUARTIGE BREITBAND-FERRITRICHTUNGSLEITUNGEN IN STREIFENLEITERTECHNIK

W. NOWAK

INSTITUT FÜR HOCHFREQUENZTECHNIK UND ELEKTRONENRÖHRE
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT, DRESDEN

Es wurde eine neuartige Ausführung von Ferrit-Resonanzrichtungsleitungen in Streifenleitertechnik vorgeschlagen und untersucht, die für große Bandbreiten geeignet ist. Ihr Vorteil gegenüber den bekannten Ausführungen ist neben der Herstellbarkeit in der Technik gedruckter Schaltungen der über große Bandbreiten konstante Wellenwiderstand.

In den letzten Jahren wurden Ferrit-Resonanzrichtungsleitungen für Koaxialleitungen und für Streifenleitungen in verschiedenen Ausführungen vorgeschlagen [1—3]. Für das Auftreten der nichtreziproken Resonanzdämpfung ist eine bestimmte Polarisation des magnetischen Feldes der Leitung, z. B. zirkulare Polarisation, erforderlich. Diese wird dabei im allgemeinen durch dielektrische Belastung der Lecherwellenleitungen erzeugt, wodurch Verzögerungsleitungen entstehen. Es sind aber für die Erzeugung zirkularer Polarisation insbesondere bei Streifenleitungen große Verzögerungsfaktoren, d. h. die Belastung mit einem Material hoher relativer Dielektrizitätskonstante, nötig. Mit zunehmender Frequenz findet ferner eine zunehmende Energiekonzentration im Dielektrikum statt. Die „effektive Dielektrizitätskonstante" ist damit nicht nur hoch, sondern auch frequenzabhängig. Es ist daher sehr schwierig, eine solche belastete Leitung an eine normale Lecherwellenleitung anzupassen.

Die demgegenüber von uns vorgeschlagene Leitungsform zeigt Bild 1 für den Fall der Dreiplattenleitertechnik. Die analoge Ausführung in unsymmetrischer Microstriptechnik oder in high-Q-line-Technik usw. liegt auf der Hand. Der Mittelleiter der Dreiplattenleitung ist mit kammartig angeordneten Abzweigleitungen versehen. Diese Struktur besitzt in einem bestimmten Frequenzbereich einen nahezu konstanten Wellenwiderstand. Zirkulare Polarisation wird bereits bei kleinen Verzögerungsfaktoren von z. B. 2 erzielt. Ferner liegt die Stelle der zirkularen Polarisation innerhalb der Struktur, also bei großen Feldstärken. Allerdings verschiebt sich diese Stelle mit der Frequenz.

Für die Berechnung wird zunächst eine unendlich dichte Querleiterfolge angenommen, und es wird folgende Vorstellung zugrunde gelegt: Entlang des Hauptleiters breitet sich eine verzögerte Lecherwelle aus, die in den Abzweigleitungen zusätzliche stehende Lecherwellen anregt. Die Eingangskapazität der

leerlaufenden Querleiterfolge pro Längeneinheit ist

$$C'_E = C_{\text{Stat}} \frac{\tan \beta l}{\beta l} .$$

Für den Wellenwiderstand der Gesamtleitung ergibt sich daher

$$Z = \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0 + C'_E}} \approx \sqrt{\frac{L'_0}{C'_E}} = Z_{\text{Stat}} \sqrt{\frac{\beta l}{\tan \beta l}} .$$

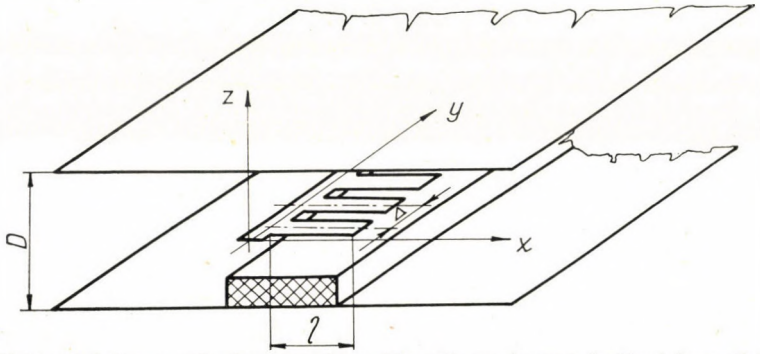


Bild 1. Richtungsleitung mit kammartigen Abzweigstrukturen in Dreiplattenleitertechnik

Für $\beta l = \pi/2$ tritt eine Grenzfrequenz f_g auf, wo Z gegen null geht. Bei $f = 0{,}5\, f_g$ ist aber Z erst um 11% abgefallen. Es ist also

$$Z \approx \text{konst.}, \text{ für } \beta l \lessapprox \pi/4 .$$

Das magnetische Feld der Hauptwelle ist ein Transversalfeld in der x — z-Ebene, in der Nähe der Außenplatten besitzt es x-Richtung. Die magnetischen Felder der stehenden Wellen sind Transversalfelder in der y — z-Ebene, in der Nähe der Außenplatten besitzen sie y-Richtung. Die Ströme in den Querleitern eilen dem Hauptleiterstrom um $\pi/2$ vor. Daher sind auch die Magnetfelder 90° phasenverschoben. An den Außenplatten entsteht daher elliptische und bei gleicher Größe der beiden Feldkomponenten zirkulare Polarisation des Magnetfeldes.

Die Feldberechnung in der Dreiplattenleitung erfolgt mittels konformer Abbildung. Das Feld der unendlich dichten Querleiterfolge ergibt sich durch Integration der Einzelfelder. Eine Schwierigkeit sind die Randeffekte, vor allem am Abzweigpunkt. Dort springt ja der Querstrom von null auf seinen Maximalwert. Das Feld dagegen besitzt einen stetigen Verlauf, der nicht exakt

angegeben werden kann. Es wird als Näherung die quasistationäre Abklingfunktion ψ eines bei $x = 0$ endenden Mittelleiter-Gleichstromfadens benutzt, wobei

$$\psi(x/D) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_n \frac{1}{n\sqrt{1 + (nD/2x)^2}},$$

mit $$n = 1, -3, 5, -7 \ldots$$

Insgesamt ergibt sich

$$H_x(x, y, \pm D/2) = \pm \frac{I_H(y)}{2D \cosh(\pi x/D)}$$

$$H_y(x, y, \pm D/2) = \pm \psi(xD) \frac{I'_Q(x, y)}{2 \cosh(\beta_H D/2)} =$$

$$= \pm j\psi(x/D) \frac{C'_E}{C'_E + C'_0} \cdot \frac{\beta_H}{2 \cosh(\beta_H D/2)} \cdot \frac{\sin\beta(l - x)}{\sin\beta l} \cdot I_H(y).$$

(Hier ist I_H der Hauptleiterstrom, I'_Q der Querleiterstrom pro Längeneinheit, β_H das Phasenmaß der verzögerten Hauptleitung.)
Die so errechneten Feldverteilungen an den Außenplatten sind für zwei Werte des Verzögerungsfaktors

$$\frac{\beta_H}{\beta} = \sqrt{\frac{C'_0 + C'_E}{C'_0}}$$

und zwei Werte von D/l in Bild 2 dargestellt. H_x, das Feld des Hauptleiters, ist frequenzunabhängig. Es klingt langsamer ab, wenn D/l größer wird. H_y, das resultierende Feld der Querleiter, ist frequenzabhängig im wesentlichen mit

$$\frac{\beta_H}{\cosh(\beta_H D/2)}.$$

Diese Funktion steigt zuerst etwa linear an, erreicht dann bei $\beta_H D = 2{,}4$ ein flaches Maximum, um schließlich wieder abzufallen. In den Bildern 2.a bis 2.d ist H_y mit f/f_g als Parameter gezeichnet. Im Falle *a* liegt noch etwa lineare Zunahme von H_y mit der Frequenz vor. In den Fällen *b* und *c* wird bei $f = 0{,}8 f_g$ etwa das Maximum von H_y erreicht. Im Falle *d* wird das Maximum bereits bei $f = 0{,}5 f_g$ erreicht, bei weiterer Vergrößerung der Frequenz fällt H_y wieder.

Es muß jetzt die Frage nach der für maximales Vorwärts-/Rückwärts-Dämpfungsverhältnis der Richtungsleitung notwendigen Magnetfeldpolarisation geklärt werden. Es sei in einem Wellenleiter ein in Ausbreitungsrichtung (y-Richtung) unendlich langer Ferritstab vorhanden, dessen Querschnitt ellipsenförmig angenähert wird, und es gelte für das Feld vor Einbringen des Ferritkörpers

$$\mathfrak{H} = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \text{Konst.} \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \pm j \end{pmatrix}.$$

Mit Hilfe der Störungsrechnung [4] kann bei hinreichend kleinem Ferritquerschnitt das Vorwärts-/Rückwärts-Dämpfungsverhältnis berechnet werden. Durch Differentiation nach ε und Nullsetzen ergibt sich, wenn für die Permeabilität die Resonanzwerte eingesetzt werden,

$$\varepsilon \approx 1 + \varkappa' N_x = 1 + \frac{M_0 N_x}{2\mu_0 H_r} = 1 + \frac{\text{konst.}}{\omega} .$$

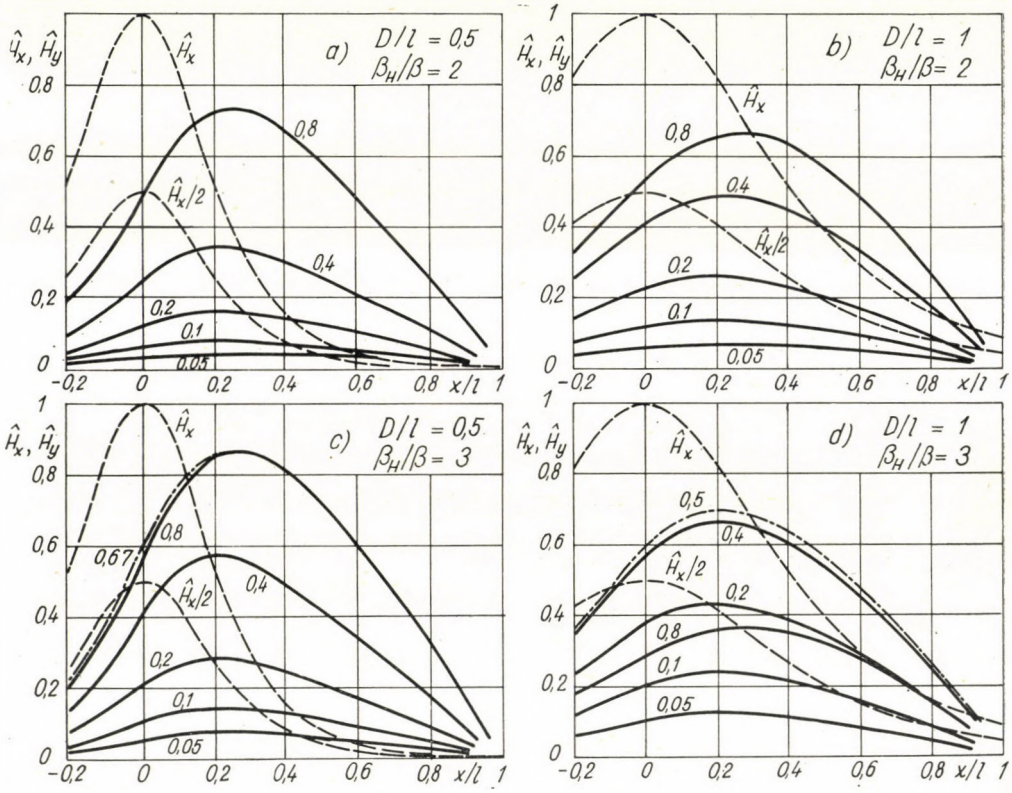


Bild 2. Theoretische Feldstärkeverläufe an den Außenplatten: $\hat{H}_y$ mit f/f_g als Parameter sowie $\hat{H}_x$ und $\hat{H}_x/2$

(Hier ist N_x ist der Entmagnetisierungsfaktor in x-Richtung, $N_x = 1 - N_z$, $\varkappa'$ der Realteil des Hauptdiagonalenelements des Suszeptibilitätstensors, M_0 die Sättigungsmagnetisierung, H_r die Resonanzfeldstärke.)

Hiernach ist zirkulare Polarisation, also $\varepsilon = 1$, nur für den an sich irrealen Fall $N_x = 0$ erforderlich, was in der Literatur oft übersehen wird. Für unsere speziellen Verhältnisse ergab sich

$$\varepsilon \approx 1 \ldots 2.$$

Es muß also je nach der Größe von N_x gelten

$$H_y = (0{,}5 \ldots 1)\, H_x.$$

Deshalb wurden in Bild 2 die Kurven $H_x/2$ mit eingezeichnet: Die Stelle optimaler Polarisation liegt jeweils zwischen den Schnittpunkten mit H_x und $H_x/2$.

In den Bildern 2a bis 2c verschiebt sich diese Stelle mit zunehmender Frequenz nach links, für eine Breitbandrichtungsleitung müßte ein Ferritstreifen entsprechender Breite eingebracht werden und inhomogen so vor-

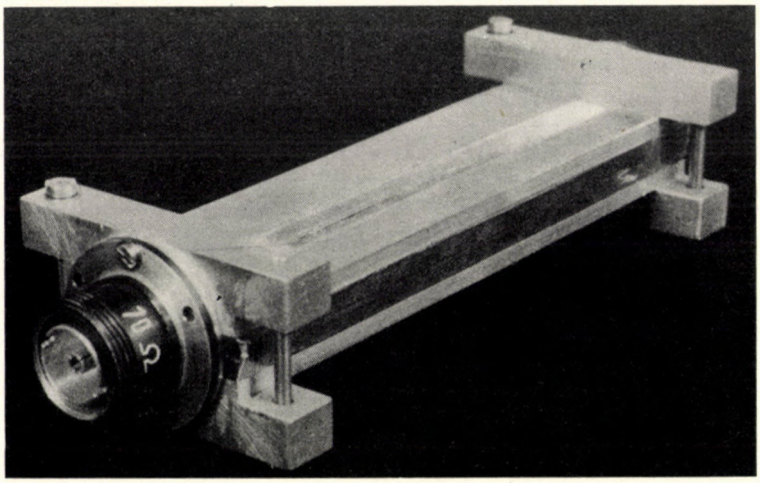


Bild 3. Versuchsmuster der Richtungsleitung (ohne Magnet)

magnetisiert werden, daß ferromagnetische Resonanz und optimale Polarisation bei jeder Frequenz zusammenfallen. Die den Bildern 2b und 2d zugrunde liegenden Verhältnisse sind bereits für Bandbreiten von 3 : 1 bis 4 : 1 geeignet, nämlich in den Frequenzbereichen von $0{,}8\, f_g$ bis $0{,}2\, f_g$ bzw. $0{,}5\, f_g$ bis $0{,}1\, f_g$. Im Falle *c* sind theoretisch noch größere Bandbreiten möglich, nämlich von $0{,}8\, f_g$ bis $0{,}1\, f_g$ oder gar noch darunter. Die praktische Dimensionierung ist dann allerdings sicher nicht einfach.

Da in praxi die Querleiter nicht unendlich dicht angeordnet werden können, wurde auch der Fall diskreter Querleiter untersucht. Die wesentlichste Abweichung gegenüber den bisherigen Ergebnissen ist das Auftreten örtlicher Welligkeiten der Feldkomponenten: Unterhalb eines Querleiters wird die Feldstärke größer sein als in der Mitte zwischen zwei Querleitern. Diese örtlichen Welligkeiten führen zu örtlichen Abweichungen von der optimalen Polarisation und damit zu einer Verschlechterung des Vorwärts-/Rückwärts-Dämpfungsverhältnisses. Als Richtwert zur Vermeidung solcher Effekte

wurde ermittelt

$$\Delta \lessapprox D/3.$$

Das ist eine praktisch sehr leicht zu erfüllende Forderung.

Die für die praktischen Versuche benutzte Leitung bestand aus zwei Polystyrolplatten von $5 \cdot 50 \cdot 180$ mm³, die gemeinsam mit Kupferfolie umwickelt wurden und, wie Bild. 3 zeigt, zwischen zwei Aluminiumplatten eingespannt waren. An den Enden wurden 5/16 mm-70 Ω-Koaxialanschlüsse angebracht. Bild 4 zeigt die Verzögerungsstruktur. Die Querleiter bestehen aus 1 mm breiten Kupferfoliestreifen, ihr Mittenabstand Δ ist 3 mm. Von drei

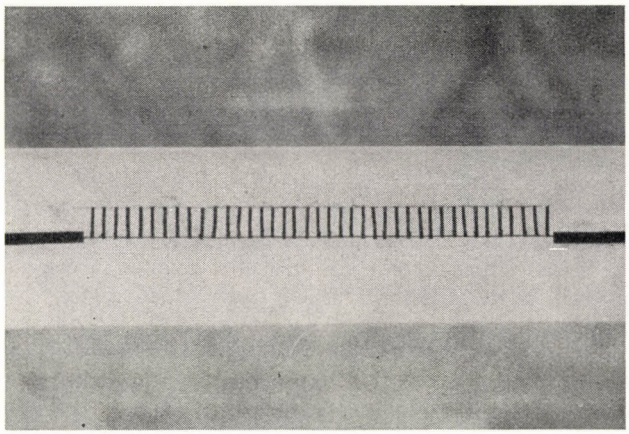


Bild 4. Für die Versuchszwecke benutzte Abzweigstruktur

untersuchten Längen — 11,5 mm, 8,5 mm und 6,5 mm — war die mittlere für den interessierenden Wellenlängenbereich von 8—20 cm am günstigsten und wurde ausgewählt. Als Längsleiter wurde ein Kupferdraht benutzt, da ein Streifen nicht genügend genau hergestellt werden konnte. Für einen Gesamtwellenwiderstand von 70 Ω ergab sich ein notwendiger Durchmesser von 0,35 mm.

Zunächst wurde ein Granatstreifen (polykristalliner Yttriumeisengranat, Linienbreite $\Delta H = 66$ A/cm, $M_0/\mu_0 = 1280$ A/cm) von 4 mm Breite, 3 mm Höhe und 66 mm Länge eingebracht und homogen vormagnetisiert. Die Dämpfungsverläufe wurden als Funktion der Vormagnetisierung mit der Wellenlänge und der Lage x des Granatstreifens als Parameter aufgenommen. Bei den Werten der Parameter, wo Resonanzdämpfung nur für eine Richtung der Magnetisierung auftrat, konnte auf das Vorhandensein der optimalen Polarisation geschlossen werden.

Durch mehrere derartige Messungen konnte die Richtigkeit der Theorie qualitativ und grob quantitativ bestätigt werden. Gleichzeitig lag in all diesen

Fällen bereits eine durchaus zufriedenstellende Funktion als Schmalband-Richtungsleitung vor.

Abschließend wurde auch noch ein Experiment als Breitband-Richtungsleitung durchgeführt. Ein Granatstreifen von 10 mm Breite, 2,8 mm Höhe und 100 mm Länge wurde eingebracht. Durch Benutzung abgeschrägter Pol-

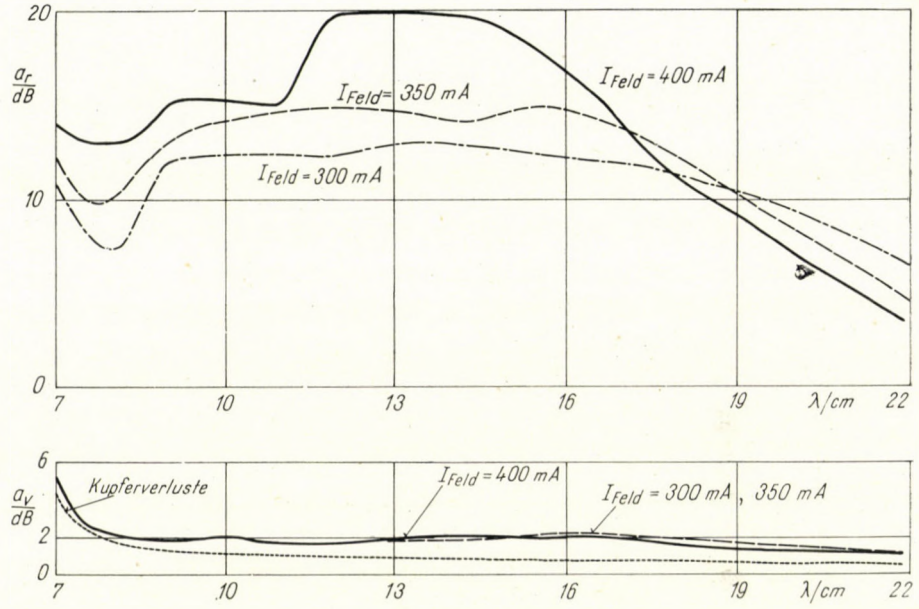


Bild 5. Dämpfungsverläufe der Breitbandrichtungsleitung

schuhe des Magneten wurde über die Granatbreite eine Variation der Vormagnetisierungsfeldstärke von 1 : 2 erzeugt. Die damit erreichten Dämpfungen zeigt Bild 5. In dem Oktavbereich von 8,5 bis 17 cm Wellenlänge liegt die Rückwärtsdämpfung über 14 dB und die Vorwärtsdämpfung um 2 dB. Davon war fast 1 dB Kupferverlust, der bei soliderem Aufbau sicher noch reduziert werden kann.

Das erzielte Dämpfungsverhältnis ist nicht besonders hoch. Nichtsdestoweniger ist das erreichte Ergebnis erstaunlich, da der Granatkörper infolge seiner großen Höhe bis auf 2,2 mm an den Mittelleiter heranreicht. Die Feldverteilung aber war nur an den Außenplatten errechnet worden, und die Störungstheorie gilt überhaupt nur für verschwindend kleinen Ferritquerschnitt. Man denke ferner an die hohe Dielektrizitätskonstante und an die infolge der inhomogenen Vormagnetisierung in Teilbereichen des Granatkörpers auftretenden hohen Permeabilitätswerte. Es ist anzunehmen, daß z. B. bei Benutzung zweier, dünnerer Granatstreifen (an der unteren und der oberen Außenplatte) bereits günstigere Ergebnisse zu erzielen sind.

Bild 6 zeigt die Eingangsreflexionsfaktoren der Breitbandrichtungsleitung. Obwohl auch der Granat nicht abgeschrägt wurde, liegen sie ab 8,7 cm Wellenlänge unter 8%.

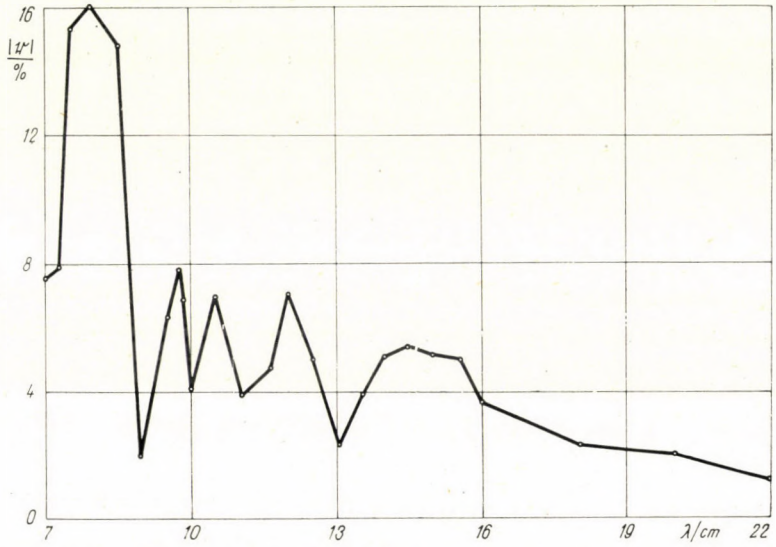


Bild 6. Eingangsreflexionsfaktor der Breitbandrichtungsleitung

Ich möchte abschließend nicht versäumen, Herrn Dipl.-Ing. U. MANICKE für seine Mitarbeit zu danken. Von ihm wurden u. a. alle praktischen Untersuchungen ausgeführt.

SCHRIFTTUM

1. DUNCAN, B. J.: Design Considerations for Broad-Band Ferrite Coaxial Line Isolators. *Proc. IRE* **45** (1957), 483—490.
2. FLERI, D.—HANLEY, G.: Nonreciprocity in Dielectric Loaded TEM Mode Transmission Lines. *IRE-Transact. MTT*—**7** (1959), 23—27.
3. ANDERSON, W. W.—HINES, M. E.: Wide-Band Resonance Isolator. *IRE-Transact. MTT*—**9** (1961), 63—67.
4. LAX, B.: Frequency and Loss Characteristics of Microwave Ferrite Devices. *Proc. IRE* **44** (1956), 1368—1386.

NEW BROADBAND FERRITE ISOLATORS IN STRIP LINES

W. NOWAK

SUMMARY

A new kind of construction for ferrite resonance isolators in strip line technique has been suggested and tested. This being suitable for wide bandwidths. Contrary to the known constructions its advantage is the constant characteristic impedance over large bandwidths and, furthermore, its producibility in the technique of printed circuits.

ISOLATEURS A FERRITE DE LARGE BANDE, EN LIGNE A BANDES PARALLÈLES

W. NOWAK

RÉSUMÉ

L'auteur propose et étudie une nouvelle construction d'isolateurs à résonance ferromagnétique en ligne à bandes parallèles. Cette construction se recommande pour les grandes largeurs de bande. En comparaison des constructions connues, elle présente l'avantage d'une impédance caractéristique constante à grandes largeurs de bande, ainsi que d'une possibilité d'application dans la technique des circuits imprimés.

НОВЫЕ ШИРОКОПОЛОСНЫЕ ФЕРРИТОВЫЕ ВЕНТИЛИ НА ЛЕНТОЧНЫХ ВОЛНОВОДАХ

В. НОВАК

РЕЗЮМЕ

Предложен и испытан новый вид конструкции резонансного ферритового вентиля на ленточном волноводе. Новый тип вентиля пригоден для широкополосного применения. Он имеет перед существующим конструкциям преимущество постоянного волнового сопротивления в широкой полосе частот и возможности изготовления с применением техники печатных схем.

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ФЕРРИТОВЫХ ВЕНТИЛЕЙ

С. МАРКО, И. ХАДУШФАЛВИ и Д. ЭНЖЁЛ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Рассматриваются интересные вопросы, возникшие при исследовании ферритовых приборов СВЧ и дополняющие литературные сведения. Обсуждается изменение вентильного отношения ферритового вентиля, работающего на принципе ферромагнитного резонанса, в зависимости от разных положений ферритовой пластинки в волноводе. Подвергается принципиальному рассмотрению работающий на принципе смещения полей вентиль, с учетом резистивного слоя на боковой стороне ферритовой пластинки. Излагаются способы достижения хорошего КСВН вентиля по смещению поля. Наконец рассматривается принцип работы ферритового переключателя и циркулятора новой конструкции.

В работе рассматриваются вопросы ферритовых приборов, например вентилей, переключателей и циркуляторов, разрабатываемых в научно-исследовательском институте.

При теоретическом обсуждении вентилей, работающих на принципе резонанса, некоторые авторы уже занимались соотношением между затуханием в стопорном (a_z) и пропускном направлении (a_0), вентилевым отношением (B), а также между положением ферритовой плиты в волноводе [1, 2]. Это соотношение изображено кривой на рис. 1.

По кривой видно, что места минимума затухания в пропускном направлении и максимума затухания в стопорном направлении и вентилевого отношения, обычно не совпадают. Нами теоретически проверено, что является условием совпадания, ибо очевидно, что в этом случае может быть достигнуто бóльшее вентилевое отношение, менее чувствительное к точному размещению. Оказалось, что условием совпадания является то, что более широкий бок волновода с квадратным сечением (a) и длина волны в свободном пространстве (λ_0) должны удовлетворять следующему соотношению.

$$a = \frac{\lambda_0}{2}\sqrt{\frac{\mu''(\mu'^2 + \mu''^2 + \varkappa'^2 - \varkappa''^2) - 2\varkappa'\varkappa''\mu'}{\mu_0[\mu'(\mu' - \mu_0) + \mu''^2]} + 1}\ , \qquad (1)$$

где μ', $\varkappa'$ — действительные, μ'', $\varkappa''$ — мнимые части тензора проницаемости.

В случае волновода 29×58, произведены числовые расчеты с значениями, соответствующими действительности, и найдено, что частота, которая удовлетворяет этому соотношению, находится в полосе волновода. Эти

расчеты проверены измерениями на ***MgMn*** ферритовой плите, *M* 42, изготовленной в Институте и совпадение оказалось удовлетворительным.

Нужно заметить, что при заданных ферритовых материалах, широкой стороны волновода и частот, вышеупомянутое преимущество в большинстве случаев не использовано.

Теоретический анализ вентиля с искажением поля, опубликовал *К. Н. Буттон* [3] в 1958 г. Его исследования справедливы для случая, когда ферритовая пластинка, без потерь, по всей высоте заполняет волновод, пластинки сопротивления нет на боку ферритовой плиты и устройство

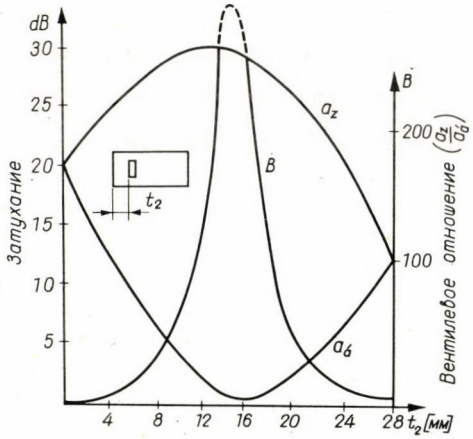


Рис. 1

бесконечно длино. Числовые расчеты *Буттона* привели к группе кривых, изображающих коэффициент распространения, по которым можно восстановить распределение напряженности электрического поля по более широкой стороне волновода в функции от параметров, а из этого, можем получить полезные для нас информации.

Модель *Буттона* отличается от действительного ферритового вентиля с искажением поля тем, что на боковой стороне ферритовой пластинки нет слоя сопротивления.

С другой стороны, слоем сопротивления дается не только необратное затухание (при использовании необратного распределения поля), но значительно меняется и распределение электрического поля. Это видно и из исследований *Г. Бузека* и *Г. Клагеса* [4]. Они проводили исследования роль слоя сопротивления, параллельного меньшей стороне волновода прямоугольного сечения и расположенного на любом состоянии от него.

Таким образом полученные выводы из распределения поля без слоя сопротивления не полноценны.

Поэтому нами произведен теоретический анализ с учетом слоя сопротивления с применением тех же условий. Для случая без слоя сопротивления, более длительным способом, но без принципиальных затруднений было получено следующее трансцендентное уравнение:

$$\left[\frac{\mu_{\text{эфф}}^2}{\mu_0^2}k_0^2 - j\frac{\omega\mu_0\varkappa}{\varrho_f\mu}\beta_z\frac{\mu_{\text{эфф}}}{\mu_0} + \left(\frac{\varkappa}{\mu}\beta_z\right)^2 + k_f^2\right]\cos k_0(a-v) +$$

$$+ j\frac{\omega\mu_0}{\varrho_f}k_0\frac{\mu_{\text{эфф}}^2}{\mu_0^2}\sin k_0(a-v) + \left[\frac{\mu_{\text{эфф}}^2}{\mu_0^2}k_0^2 + j\frac{\omega\mu_0}{\varrho_f}\frac{\varkappa}{\mu}\beta_z\frac{\mu_{\text{эфф}}}{\mu_0} -\right.$$

$$\left. - \left(\frac{\varkappa}{\mu}\beta_z\right)^2 - k_f^2\right]\cos k_0(a-v-2t) - \left[2k_0\frac{\varkappa}{\mu}\frac{\mu_{\text{эфф}}}{\mu_0}\beta_z - j\omega\frac{\mu_{\text{эфф}}}{\varrho_f\mu_0}k_0\right]\cdot$$

$$\cdot \sin k_0(a-v-2t) + k_f\frac{\mu_{\text{эфф}}}{\mu_0}\left[2k_0\sin k_0(a-v) +\right.$$

$$\left. + j\frac{\omega\mu_0}{\varrho_f}\cos k_0(a-v-2t) - j\frac{\omega\mu_0}{\varrho_f}\cos k_0(a-v)\right]\cdot\tan^{-1}k_f v = 0\,, \qquad (2)$$

где

$\mu_{\text{эфф}}$ — $\dfrac{\mu^2-\varkappa^2}{\mu}$,

μ и $\varkappa$ — элементы тензора проницаемости,

μ_0 — проницаемость вакуума,

k_0 и k_f — числа волн по большей боковой стороне волновода, в порожнем или в ферритовом участке,

β_z — фазовая постоянная распространения волны,

ω — круговая частота СВЧ,

ϱ_f — удельное поверхностное сопротивление,

a — большая боковая сторона волновода,

v — толщина ферритовой пластины,

t — расстояние ферритовой пластины от боковой стороны, волновода.

Данное уравнение в случае, если удельное поверхностное сопротивление стремится к бесконечности, переходит в обыкновенное трансцендентное уравнение.

Данное уравнение весьма сложно, поскольку величины β_z, k_0 и k_f — комплексные, поэтому уравнения, состоящие из действительной и мнимой части, включают в себя тригонометрические и гиперболические функции. Из этого следует, что расстояние между ферритом и стенкой, графически можно получить из уравнения удельное поверхностное сопротивление и толщину ферритовой пластинки или удельное поверхностное сопротивление

и расстояние ферритовой пластинки, если величины остальных параметров известны.

При практическом изготовлении вентиля с искажением поля, самую большую проблему означает достижение хорошего КСВН. Самый лучший КСВН вентилей с искажением поля, опубликованный в международной литературе: 1,06—1,07. (Вентель лаборатории Белла от 1961 г. на более узкую полосу располагает КСВН до 1,05.) Но это далеко отстает от требований, предъявляемых вентилями по КСВН (1,02—1,03) разрабатываемой в Научно-Исследовательском Институте Связи системы «Дружба». Поэтому основной задачей нашего исследования было улучшение КСВН. Нижеследующими кривыми будут показаны три способа улучшения широкополосного КСВН, разработанные в НИИС. По кривым видны результаты измерений, произведенных с магниевомарганцевым ферритом типа М—148, изготовленным в НИИС, и все параметры — за исключением переменного — настроены на оптимальное значение. Сначала пытались добиться лучшего КСВН путем выбора габаритов ферритовой плиты. КСВН особенно чувствителен на высоту ферритовой плиты в волноводе. Можно получить вентиль с лучшим КСВН, если выбирается высота с точки зрения вентилевого отношения меньше, чем оптимальная. На рис. 2 показана зависимость КСВН от высоты ферритовой плиты в волноводе в полосе 5,6—6,3 гигагерц.

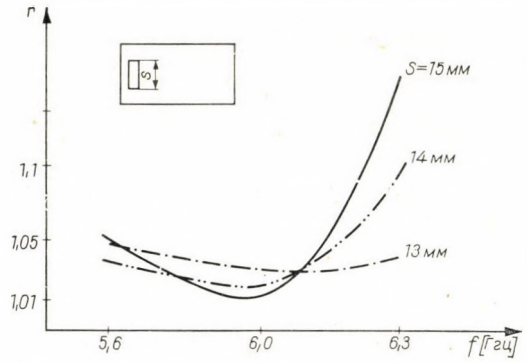


Рис. 2

Однако, таким образом нельзя добиться КСВН лучшего чем 1,05 без существенного ухудшения вентилевого отношения.

Довольно хороший КСВН был достигнут разработкой соответствующей конфигурации слоя сопротивления. С точки зрения КСВН основным параметром является расстояние между кромкой ферритовой плиты и начала слоя сопротивления ***d*** (поскольку этим можно менять взаимоотношение фаз двух основных отражений). В зависимости от этого расстояния, на рис. 3 показан КСВН на различных частотах.

Достигаемый таким образом КСВН — не менее 1,05. Для того, чтобы можно было менять и амплитуду отражения, вызванную слоем сопротивления, производились опыты с конфигурацией слоя сопротивления по рис. 4.

Недостаток этого метода заключается в том, что не применим на широкий диапазон частот, однако в полосе 2—300 мгц была достигнута величина КСВН 1,02—1,03.

Можно достичь хороших результатов относительно КСВН в весьма широком диапазоне частот в случае, если соответствующе поместим метал-

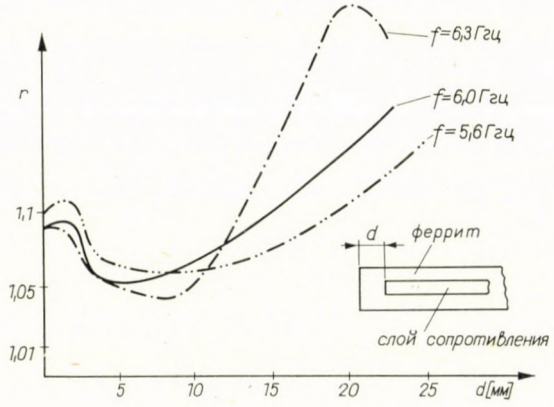


Рис. 3

лический шарик, соответственного размера, между металлической пластинкой и боковой стороной волновода. Металлические шарики удерживают ферритовую пластинку на соответствующем расстоянии от боковой стороны волновода и являются одновременно крепящими элементами.

Последним методом получили КСВН 1,02, путем удерживания соответствующего расстояния между гранью ферритовой пластинки и слоем сопротивления, в диапазоне 700 Мгц (5,6—6,3 ггц). На рис. 5 изображена частотная зависимость КСВН, для трех металлических шариков различного размера, расположенных на одном и том же листе.

В Институте занимаемся разработкой переключателей, работающих на разных принципах. Очень интересную проблему представляет собой изготовление переключателя, который состоит из следующих элементов

а) вращатель Фарадея,
б) поляризационный селектор.

При новом решении этого вопроса приготовим ответвитель Y из волновода круглого сечения.

Одно из трех плеч, как показано на рис. 6 оставляется более длинным.

В это плечо ставится ферритовый стержень и создается постоянное продольное магнитное поле, направление которого можно менять. Параметры ферритового стержня и постоянное магнитное поле настраиваются так, чтобы вращатель мог поворачивать на 45°. В более короткие плечи вставляются на соответствующее место металлические палочки. Они перпендикулярны друг к другу и представляют металлическую стенку отно-



Рис. 4

сительно волн параллельных им поляризации (соответствует вектору электрической напряженности), и практически не влияют на волны перпендикулярной поляризации относительно палочек. Переключатель, построенный таким образом, имеет следующую структуру: поляризационная плоскость сигнала, входящего в первое плечо, повернута относительно плоскости ответвителя Y на 45° в противоположное направление по часовой

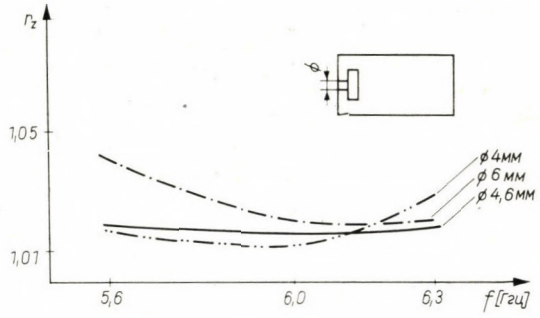


Рис. 5

стрелке. При переходе через ферритовый участок поляризационная плоскость поворачивается еще на 45°. Таким образом сигнал оказывается во 2-ом плече. В случае постоянного магнитного поля, с противоположным направлением, мощность падает в 3-ее плечо.

В 1-ое плечо ставится поглощающая пластинка, плоскость которой перпендикулярна плоскости поляризации сигнала, входящего в первое плечо. Тем самым предотвращается возможность попадания в стопорное плечо сигнала правильной поляризации, отраженного от пропускающего плеча, пройденного через ферритовый участок, понижая этим затухание в стопорном направлении.

Эту установку можно преобразовать в циркулятор, если на место поглотительной пластинки ставится металлическая. В этом устройстве циркулятор работает следующим образом: сигнал, входящий в первое плечо — как это уже показано у переключателя — попадает в 2-ое плечо. Сигнал, входящий во 2-ое плечо, сначала попадает в 1-ое плечо, а затем отражаясь с металлической пластинки в 3-ее плечо. Сигнал, входящий в 3-ее плечо, попадает в 1-ое плечо.

Вышерассмотренный переключатель и циркулятор, по нашим ожиданиям, будет иметь больший диапазон, нежели устройства известных типов.

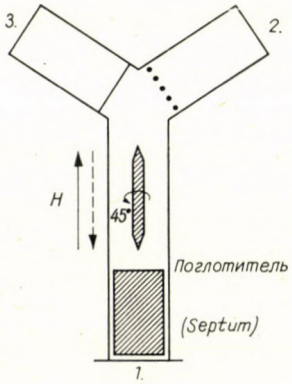


Рис. 6

Поставленные в статье вопросы, решение которых оказалось весьма полезным в течение нашей работы, составляет только одну долю тех проблем, которые нужно решить при разработке ферритовых приборов с современной спецификацией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mikaelian: Isolateurs coaxiaux et en guides d'ondes basés sur la principe de la résonance transversale dans les ferrites. *L'Onde Électrique* (1959), Mars.
2. Lax, B.: Frequency and Loss Characteristics of microwave devices. *Proc. IRE.* (1956), Oct.
3. Button, K. J.: Theoretical Analysis of the operation of the Field. Displacement Ferrite Isolator. *IRE Transactions on MTT6* (1958), July.
4. Buseck, H.—Klages, G.: Das Homogene Rechteckrohr mit Dämpfungsfolie. *AEÜ* **12** (1958), Heft 4.

SOME PROBLEMS OF MICROWAVE FERRITE DEVICES

S. MARKÓ, I. HADUSFALVI, and G. ENZSÖL

SUMMARY

Some interesting problems arising from the research on microwave ferrite devices are dealt with as a completion to literary publications. The variation of the valve ratio for the isolator operating on the principle of magnetic resonance, in function of different positions of the ferrite slab in the waveguide, is treated. The field displacement isolator is theoretically discussed, taking the resistance layer on the side of the ferrite slab into account. Methods for obtaining a good VSWR with field displacement isolators are described. Finally, the operating principle of a new type ferrite switch and circulator is related.

ÜBER EINIGE PROBLEME VON MIKROWELLEN-FERRITGERÄTEN

S. MARKÓ, I. HADUSFALVI und G. ENZSÖL

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden einige interessantere, die literarischen Veröffentlichungen ergänzende Probleme erörtert, die im Laufe der Forschung von Mikrowellen-Ferritgeräten aufgetaucht sind. Die Veränderung des Ventilverhältnisses des nach dem Prinzip der ferromagnetischen Resonanz arbeitenden Isolators in Abhängigkeit von der Lage des Ferritblattes im Hohlleiter wird behandelt. Der Feldverzerrungsisolator wird einer grundsätzlichen Erörterung unterzogen, wobei die an der Seite des Ferritblattes befindliche Widerstandsschicht berücksichtigt wird. Die Lösungen zur Erreichung eines guten Stehwellenverhältnisses der Feldverzerrungsisolatoren werden beschrieben. Zum Schluß wird das Arbeitsprinzip eines neuartigen Ferritschalters und Zirkulators erörtert.

QUELQUES PROBLÈMES DES COMPOSANTS HYPERFRÉQUENCES A FERRITES

S. MARKÓ—I. HADUSFALVI—G. ENZSÖL

RÉSUMÉ

Les auteurs traitent de quelques problèmes intéressants qui se sont posés au cours de recherches relatives aux dispositifs hyperfréquences à ferrites, et qui viennent compléter les publications de la littérature. Ils étudient le changement du rapport de valve de l'isolateur à résonance ferromagnétique, en fonction des différentes positions de la plaque de ferrite dans le guide d'onde. Ils examinent ensuite, d'un point de vue théorique, l'isolateur à déplacement de champ, en tenant compte de la couche résistante sur le côté de la plaque de ferrite, et font connaître les moyens d'obtenir un bon coefficient de réflexion des isolateurs à déplacement de champ. Ils exposent enfin le principe de fonctionnement d'un nouvel arrangement de commutateur et de circulateur à ferrites.

АНАЛИЗ ШУМЯЩИХ СМЕСИТЕЛЕЙ СВЧ

А. ЧУРГАИ и Ш. СЕНАШИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Методы, известные из литературы, не применимы непосредственно для анализа шумовых свойств таких смесителей, которые имеют элементы с отрицательным сопротивлением, например туннельные диоды. В статье описывается новая модель смесителя, которая может применяться как для обычных смесителей, так и для смесителей с отрицательным сопротивлением. Дается расчет усиления при преобразовании и коэффициента шума. Излагается метод измерения параметров шума.

1. Введение

Смесители СВЧ являются шумящими нелинейными шестиполюсниками. Теорию нешумящих нелинейных шестиполюсников разработал *В. И. Сифоров* в 1937 году [1]. Он показал, что в случае, если амплитуды напряжений и токов частоты сигнала и ПЧ существенно ниже, чем амплитуды напряжения и тока гетеродина, то взаимоотношение между амплитудами напряжений и токов сигналов трех разных частот, имеющихся в смесителе, — линейное, т. е. смеситель можно считать таким линейным шестиполюсником, который имеет отдельные клеммы для частот сигналов, для ПЧ и для сигналов с зеркальной частотой. Теория линейных сетей смесителей на полупроводниковых диодах разработали в своих книгах *Г. Ц. Торри* и *Ч.А. Витмер* [2] и *Паунд* [3]. Исследования *Месанджера* и *Мэккоя* опираются на те же работы [4—6]. Работа [7] *З. М. Бергманна* занимается настройкой смесителей на оптимальный шумфактор. По его утверждению оптимальный коэффициент шума имеет место при минимальных потерях смесителя. Поэтому настройку на оптимальный шумфактор производят настройкой нешумящей сети на минимальные потери смесителя. В перечисленных работах шумовые качества кристалла, характеризуются относительной шумтемпературой. В последние годы, появление туннельных диодов позволило осуществить такие смесители, в линейной замещающей схеме которых, появляются отрицательные сопротивления.

На эти смесители указанные методы применять непосредственно нельзя. Кроме этого *Г. А. Гаус* и *Р. Б. Адлер* в своих работах [8] дали новые методы для анализа линейных шумящих сетей. Однако, их результаты на много-

частотные линейные сети, т. е. на смесители, применять нельзя, ибо между клеммами разных частот создать линейную связь, применяя линейные сети, невозможно.

На основе вышесказанного, требуется разработать теорию электрических цепей кристаллов смесителей низкого уровня, на основе новой модели, которая представляет кристалл многочастотной линейной шумящей сетью а шумовые качества кристалла характеризуются не относительной шумовой температурой, а генератором шумов, подключенным на три пары клемм с разными частотами. Параметры линейной эквивалентной схемы кристалла и плотность спектра мощности генератора шумов определяются измерением;

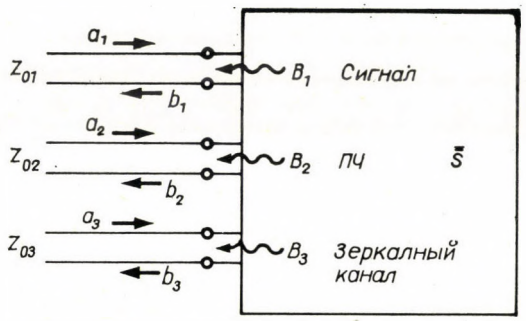


Рис. 1. Линейная эквивалентная схема кристалла

анализ производится на основе параметров, полученных посредством измерения. При анализе исследуем, какая имеется зависимость между шумфактором смесителя приемника и параметрами, полученными измерениями кристалла, и между свойствами цепей, примыкающих к кристаллу.

2. Модель смесителя, являющаяся основой анализа

а) Смесительный кристалл является линейным шумящим шестиполюсником, который имеет по паре клемм для частоты сигнала, для сигнала с зеркальной частотой и для ПЧ (рис. 1).

Обобщим величины рис. 1 в векторах:

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \qquad \bar{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \qquad \bar{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Составляющие векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ являются комплексными амплитудами бегущих волн (на рис. 1), входящих в кристалл и выходящих из кристалла

через волноводы, присоединенные к клеммам. Составляющие вектора $\bar{B}$-комплексные амплитуды волн шумов, возникающих в кристалле. Взаимоотношение между параметрами кристалла показано в следующем уравнении

$$\bar{b} = \bar{\bar{S}}\bar{a} + \bar{B}. \tag{2}$$

Матрица отражения кристалла $\bar{\bar{S}}$, разчитывается из, принятой за известную, матрицы комплексной проводимости $\bar{\bar{Y}}$ и из диагональной матрицы $\bar{\bar{D}}$, содержащей волновые сопротивления волноводов, указанных на рис. 1

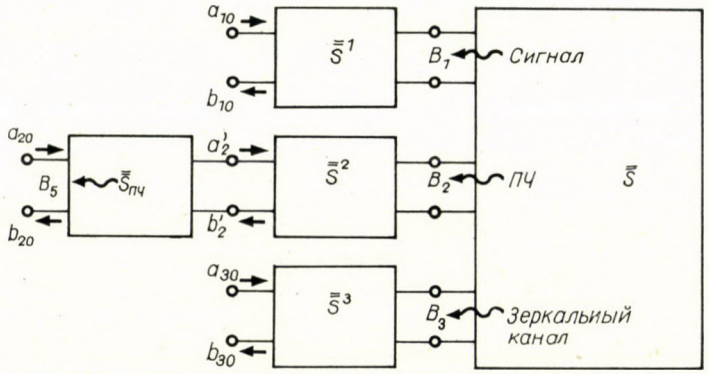


Рис. 2. Эквивалентная схема шестиполюсника — смесителя

по уравнению (3)

$$\bar{\bar{D}} = \begin{vmatrix} Z_{01} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{02} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{03} \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Матрица $\bar{\bar{S}}$, расчитывается по уравнению (4)

$$\bar{\bar{S}} = (\bar{\bar{1}} - \bar{\bar{D}}\bar{\bar{Y}}\bar{\bar{D}})(\bar{\bar{1}} + \bar{\bar{D}}\bar{\bar{Y}}\bar{\bar{D}})^{-1}. \tag{4}$$

Спектральная плотность энергии комплексных амплитуд шумовых волн, дана в 5-ом уравнении. Спектральная плотность энергии, является результатом преобразования Фурье автокорреляционной функции.

$$\overline{B_i B_i^*} = \mathcal{F}\left\{\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} B_i(t)\, B_i(t-\tau)\, dt\right\} \Delta f = \beta_i(\omega)\, \Delta f. \tag{5}$$

Для вычислений предполагаем известными матрицу $\bar{\bar{S}}$ и спектральную плотность энергии шумовых волн $\beta_i(\omega)$. К измерениям этих параметров еще вернемся.

б) Кристалл соединен с клеммами смесителя тремя реактансными четырехполюсниками (рис. 2).

Эти четырехполюсники содержат настраиваемые элементы и фильтры, установленные в смесителе. Реактансные четырехполюсники выражены их матрицами отражения $\overline{\overline{S}}^1$, $\overline{\overline{S}}^2$ и $\overline{\overline{S}}^3$. К четырехполюснику, с индексом 2, присоединен усилитель ПЧ, который является шумящим четырехполюсником. Качества его описаны матрицей отражения $\overline{\overline{S}}_{IF}$ и шумвектором $\overline{B}_{IF}$, зависи-

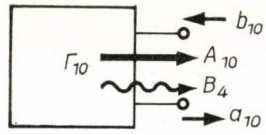


Рис. 3. Генератор сигналов

мость между которыми дана в уравнении (6).

$$\begin{bmatrix} a_2' \\ b_{20} \end{bmatrix} = \overline{\overline{S}}_{IF} \begin{bmatrix} b_2' \\ a_{20} \end{bmatrix} + \overline{B}_{IF} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_{IF} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2' \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_5 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

A_{IF}, из (6)-го уравнения, является комплексным усилением усилителя ПЧ.

в) Генератор сигналов — шумящий активный двухполюсник (рис. 3).

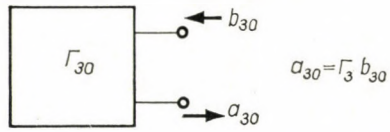


Рис. 4. Нагрузка зеркальной частоты

Его параметры являются определенные в 7-ом уравнении Γ_{10}, A_{10} и B_4

$$a_{10} = \Gamma_{10}\, b_{10} + A_{10} + B_4. \tag{7}$$

Пара клемм, с зеркальной частотой, нагружается пассивным двухполюсником с отражением Γ_{30} (рис. 4).

Модель, построенного таким образом смесителя, являющаяся основой расчетов вычислений, изображена на рис. 5.

г) О пяти шумовых волнах, имеющихся в сети (из которых три шумовые волны исходят из кристалла) предполагается, что они случайные процессы нормального распределения, известные до глубины спектральной плотности энергии. Далее предполагается, что они взаимно некоррелиро-

ванные [9]. Спектральная плотность энергии дана по уравнению (8).

$$\overline{B_i B_j^*} = \begin{cases} \beta_i(\omega)\,\Delta f, & \text{если} \quad j = i \\ 0 \quad , & \text{если} \quad j \neq i \end{cases}. \tag{8}$$

3. Шумфактор

а) Целью исследования смесителя, является настройка смесителя на минимальный шумфактор. Шумфактор модели, которая изображена на рисунке, дан в (9)-ом уравнении, где G является мощностью усиления всего

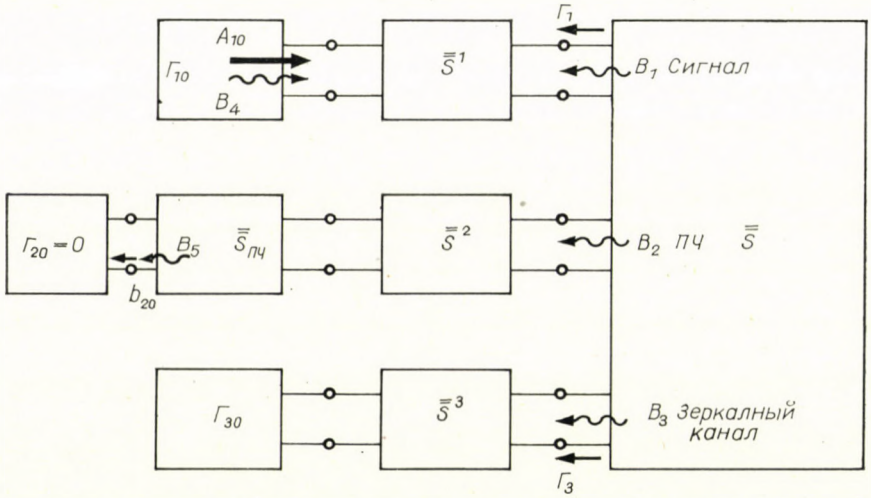


Рис. 5. Полная модель смесителя, являющаяся основой расчетов

смесителя, значение которого дано в (10)-ом уравнении;

$$F = 1 + \frac{N_z}{Gk\ T_0\ \Delta f}\,, \tag{9}$$

$$G = \left| \frac{b_{20}}{A_{10}} \right|^2;$$

$$\text{если} \quad B_i = 0 \quad (i = 1{,}2 \ldots 5), \tag{10}$$

где N_z — мощность шумов выходящих из смесителя в том случае, если сигнал поданный на смеситель, равен нулю и генератор бесшумен

$$N_z = |b_{20}|^2,$$

$$\text{если} \quad A_{10} = 0 \quad \text{и} \quad B_4 = 0. \tag{11}$$

Нагрузка кристалла в зеркальном канале обозначена Γ_3, отражение ветви генератора со стороны кристалла Γ_1 (рис. 5).

После введения этих обозначений, усиление мощности смесителя G дано в уравнении (12):

$$G = \left| \frac{b_{20}}{A_{10}} \right|^2 = |A_{IF}|^2 \left| S_{21} + \frac{S_{23} S_{31} \Gamma_3}{1 - \Gamma_3 S_{33}} \right|^2 \cdot$$

$$\cdot \frac{|S'_{12}|^2}{\left| 1 - S'_{22} \left(S_{11} + \frac{\Gamma_3 S_{13} S_{31}}{1 - S_{33} \Gamma_3} \right) \right|^2} = |A_{IF}|^2 G_c, \tag{12}$$

а снятая мощность шумов N_z — в (13)-ом уравнении:

$$N_z = \{\beta_5 + |A_{IF}|^2 [\beta_2 + \beta_3 C_1 + \beta_3 C_3]\} \Delta f, \tag{13}$$

где

$$C_1 = \frac{|S_{21} \Gamma_1 (1 - S_{33} \Gamma_3) + S_{23} S_{31} \Gamma_1 \Gamma_3|^2}{|(1 - S_{11} \Gamma_1)(1 - S_{33} \Gamma_3) - S_{13} S_{31} \Gamma_1 \Gamma_3|^2}$$

и

$$C_3 = \frac{|S_{21} S_{13} \Gamma_1 \Gamma_3 + S_{23} \Gamma_3 (1 - S_{11} \Gamma_1)|^2}{|(1 - S_{11} \Gamma_1)(1 - S_{33} \Gamma_3) - S_{13} S_{31} \Gamma_1 \Gamma_3|^2} .$$

Шумфактор F вычисляется из этих двух значений путем подстановки в уравнение (9)

$$F = 1 + \frac{\beta_5 + |A_{IF}|^2 [\beta_2 + \beta_1 C_1 + \beta_3 C_3]}{k T_0 |A_{IF}|^2 G_c} . \tag{14}$$

б) В том случае, если отражение генератора, со стороны кристалла равно нулю ($\Gamma_1 = 0$), шумфактор можно определить из (14)-го уравнения

$$F = 1 + \frac{\beta_5 + |A_{IF}|^2 \left\{ \beta_2 + \beta_3 \frac{|S_{23} \Gamma_3|^2}{|1 - S_{33} \Gamma_3|^2} \right\}}{k T_0 |A_{IF}|^2 \left| S_{21} + \frac{S_{23} S_{31} \Gamma_3}{1 - \Gamma_3 S_{33}} \right|^2} . \tag{15}$$

Шумфактор усилителя ПЧ дан следующим выражением

$$F_{IF} = 1 + \frac{\beta_5}{k T_0 |A_{IF}|^2} . \tag{16}$$

Подставив значение F_{IF} в уравнение (15), получим результирующий шумфактор смесителя

$$F = 1 + \frac{1}{G_c} \left[F_{IF} - 1 + \frac{\beta_2}{k T_0} + \frac{\beta_3}{k T_0} \frac{|S_{23} \Gamma_3|^2}{|1 - S_{33} \Gamma_3|^2} \right]. \tag{17}$$

Здесь G_c величина обратная потерям смещения, F_{IF} — шумфактор усилителя промежуточной частоты.

Значение относительной шумовой температуры дается уравнением (18)

$$t = \frac{\beta_2}{kT_0} + \frac{\beta_3}{kT_0} \frac{|S_{23}\Gamma_3|^2}{|1 - S_{33}\Gamma_3|^2} . \tag{18}$$

Можно видеть, если $\Gamma_3 = 0$, т. е., если канал зеркальной частоты тоже согласован, то значение t зависит только от β_2. Если Γ_3 не равен 0, но $|S_{23}| < 1$ (случай классических смесителей), то второй член уравнения (17) ничтожно мал. У смесителей, с эквивалентной схемой, содержащей и отрицательное сопротивление $|S_{23}|$ может быть более 1, т. е. значение второго члена значительно возрастет.

Таким образом в классических смесителях, вследствие потерь смещения, действие шумовых волн β_1 и β_3 обыкновенно ничтожно мало. В данном случае, кристалл можно характеризовать относительной шумтемпературой β_2/kT_0 в первом приближении независимой от контура. В случае применения кристаллов и усилителей ПЧ самых лучших качеств, должно учитываться и действие β_3. У смесителей с туннельным диодом величина $|S_{23}|$ может быть более чем 1. В том случае действие β_3 решающее.

4. Измерение параметров смесителя

Выше уже говорили о том, что параметры кристалла, матрица $\overline{\overline{S}}$ и спектральная плотность энергии шумовых волн, определяются измерением.

а) Матрица отражения измеряется косвенно, при помощи измерения матрицы комплексной проводимости $\overline{\overline{Y}}$. Для измерения матрицы комплексной проводимости, применяется метод *Дике* [2], который *Пуцель* обобщил на диоды, с эквивалентными схемами, содержащими отрицательное сопротивление [10]. Из измеренной матрицы комплексной проводимости $\overline{\overline{Y}}$ при помощи 4-го уравнения вычисляются матрицы $\overline{\overline{S}}$ относящиеся к разным матрицам $\overline{\overline{D}}$. (Данные расчеты на счетную машину «Урал» программировал *А. Удвари*).

б) Все три спектральные плотности измеряются использованием известной матрицы $\overline{\overline{S}}$.

Рассмотрим рис. 6. Три пары клемм кристалла нами разделены фильтрами.

Измерение величин $\beta_1\beta_2$ и β_3 плотностей спектра мощности производится следующим образом:

1. На 1. и 3. пары клемм приключается согласованная нагрузка при помощи переключателей СВЧ.

2. Сопротивления различных величин, вставляются в держатель кристалла, при этом измеряют величину мощности шума при включенном

и выключенном генераторе шумов УКВ: получив разность мощности шумов, изображаем ее в зависимости от сопротивления.

3. Вставим кристалл в держатель, измерим прирост мощности шумов, при включенном генераторе шумов УКВ. На основе характеристики пункта 2, зная прирост мощности шумов, можно отсчитать сопротивление ПЧ $R_{КР}$ кристалла.

4. Вставим вместо кристалла в держатель сопротивление величиной в $R_{КР}$. Отсчитаем выходную мощность шума (N_1).

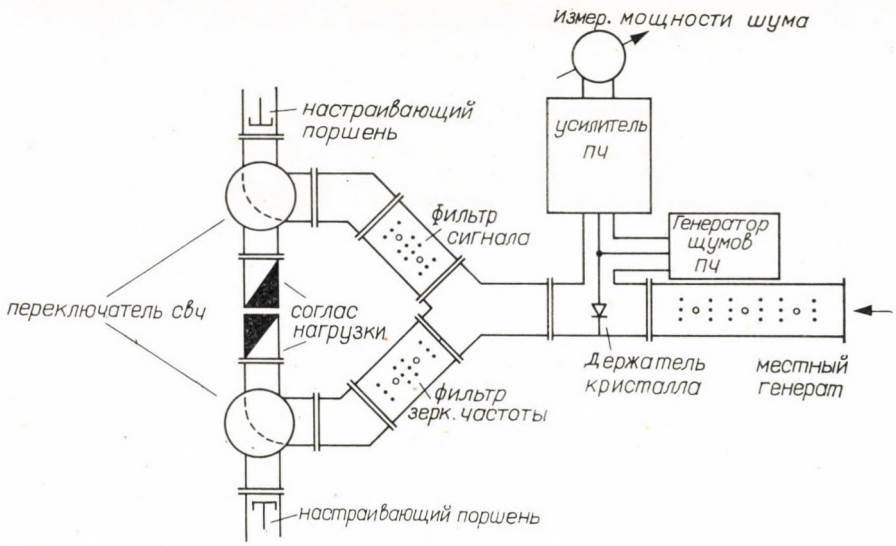


Рис. 6. Измерение плотности спектра мощности генератора шумов

5. Поместим снова кристалл в держатель и отсчитаем выходную мощность шумов (N_2).

Найдем разность $N_2 - N_1$.

6. Подключив короткозамыкающий поршень на пару клемм 1 повторим измерение по пункту 4 и 5 так, чтобы изменяя положение короткозамыкающего поршня, получить максимум мощности шумов.

7. Включив на клемму 3 короткозамыкающий поршень а на клемму 1 согласованную нагрузку, повторим измерение соответственно пунктам 4 и 5 таким образом, чтоб перемещением короткозамыкающего поршня получить максимум мощности шумов.

Прирост мощностей шумов, измеренных по пунктам 5, 6 и 7, является функциями от β_1, β_2, β_3. Поэтому, из трех измерений мощности, при известной $\overline{S}$ матрице можно высчитать 3 неизвестных плотности спектра мощности шумов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сифоров, В. И.:* Радиоприемники сверхвысоких частот. Военное издательство, Москва 1957.
2. Torrey, H. C.—Whitmer, C. A.: Crystal rectifiers. M. I. T. Rad. Lab. Ser. Vol. 15. Mc Graw-Hill, New York 1948.
3. Pound, R. V.—Durand, E.: Microwave Mixers. M. I. T. Rad. Lab. Ser. Vol. 16. Mc Graw-Hill, New York 1948.
4. Messenger, G. C.—Mc Coy, C. T.: Theory and operation of crystal diodes as mixers. *Proc. I. R. E.* **45** (1957), 1269—1283.
5. Mc Coy, C. T.: Present and Future Capabilities of Microwave Crystal Receivers. *Proc. I. R. E.* **46** (1958), 61—66.
6. Messenger, G. C.: *Proc. I. R. E.* **46** (1958), 1116—1121.
7. Bergmann, S. M.: One Aspect of Minimum Noise Figure Microwave Mixer Design. *I. R. E. Trans. on MTT* **6** (1958).
8. Haus, H. A.—Adler, R. B.: Circuit Theory of Linear Noisy Networks. Technology Press of M. I. T. and John Wiley & Sons, Inc., New York 1959.
9. Van der Ziel, A.: Fluctuation Phenomena in Semiconductors. Butterworth Scientific Publications, London 1959.
10. Pucel: Measurement of the Conversion Conductances of Esaki-Mixer-Diodes. *I. R. E. Trans. on MTT* **9** (1961), 576.

ANALYSE OF MICROWAVE NOISY MIXERS

A. CSURGAY and S. SZÉNÁSI

SUMMARY

Methods known from literature for analysing the noise properties of mixers cannot be directly applied to mixers containing negative resistance elements, e. g. tunnel diodes. In this paper a new mixer model is presented, which can be applied both for customary mixer and for negative resistance ones. The conversion gain and noise figure of the new model are computed and a measurement method is outlined for determining the noise parameters.

UNTERSUCHUNG RAUSCHGESTÖRTER MIKROWELLENMISCHER

A. CSURGAY und S. SZÉNÁSI

ZUSAMMENFASSUNG

Die aus dem Schrifttum bekannten Verfahren der Analyse der Rauscheigenschaften von Mischern sind direkt nicht anwendbar an Mischer, die Elemente von negativen Widerstand, z. B. Tunneldioden enthalten. Es wird ein neues Modell vorgeschlagen, das sowohl für die üblichen Mischer wie für Mischer mit negativem Widerstand anwendbar ist. Die Mischverstärkung und der Rauschfaktor des neuen Modells werden berechnet und ein Meßverfahren zur Bestimmung der Rauschkenngrößen wird erörtert.

EXAMEN DES MÉLANGEURS HYPERFRÉQUENCES

A. CSURGAY — S. SZÉNÁSI

RÉSUMÉ

A l'analyse des propriétés de bruit des mélangeurs, les méthodes connues de la littérature ne peuvent pas être appliquées directement à des mélangeurs comprenant des éléments de résistance négative, par exemple des diodes à effet de tunnel. L'article présente un nouveau modèle de mélangeur pouvant s'appliquer tant aux mélangeurs usuels qu'aux mélangeurs ayant une résistance négative. Les auteurs donnent aussi le calcul du gain de conversion et du facteur de bruit du nouveau modèle, et esquissent une méthode de mesure pour la détermination des paramètres de bruit.

ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР СВЧ КВАНТОВОГО УСИЛИТЕЛЯ ФОТОТРОНА

Ш. ТАКАЧ и Т. ТОТ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

В статье дискутируются исходные точки зрения проектирования объемного резонатора СВЧ фототрона, атомного водородного усилителя с оптическим возбуждением, находящегося в стадии разработки, и измеренные значения параметров резонатора. В центре внимания находилось согласование резонатора с волноводом без отражений, ибо в литературе не имелись соответствующие формулы приближений для расчета связи цилиндрического резонатора с видом колебаний TM_{010} возбужденного на поверхности. Вычисленные значения добротности, резонансной частоты и ухода частоты, вызваьного диаметром диафрагмы связи и отверстиями, хорошо совпадали с результатами измерений.

1. Введение

Квантовый усилитель фототрон разрабатываемый в ТКИ является специальным типом квантовых усилителей, идея которого исходит от *Т. Гоффманна* [1], [2]. Его активный материал — диссоциированный водород, который возбуждается ультрафиолетовой накачкой ($\lambda = 1216$ ангстрем). При работе используются несколько подуровней Земана первого возбужденного энергетического уровня, заполнение которого электронами зависит от поляризации освещения.

Водород циркулирует в замкнутом газопроводе. Одна часть этого газопровода — это цилиндрический резонатор с приблизительно 3 см резонансной длиной волны. Перед попаданием в резонатор молекулы водорода подвергаются диссоциированию. Подходящим выбором места диссоциации и освещения, а также скорости циркуляции может быть достигнуто, чтобы подавляющее большинство возбужденных атомов путем индуцированной эмиссии сдало свою энергию в резонаторе. Этой энергией усиливается индуцирующий сигнал, или при достаточно большой положительной обратной связи она может быть выведена из резонатора.

Высшеизложенный принцип работы вопреки всем упрощениям все еще требовал проектирования и исполнения резонатора довольно сложной формы (рис. 1).

Хотя значительная поверхность цилиндрического резонатора занята отверстиями, его добротность в интересах чувствительности системы нужно было повысить до возможного максимума. Представляло затруднение и то,

что резонатор должен иметь со всех сторон надежное вакуумное уплотнение, ибо рабочее давление газа в газовом круге составляет только несколько мм рт. ст. Это касается вводных и выводных отверстий газа, вводного отверстия поляризованного света, вводной диафрагмы и крышек резонатора. Из-за общеизвестной способности водорода к диффузии это означало больше затруднений, чем в случае применения элементов с большим атомным весом.

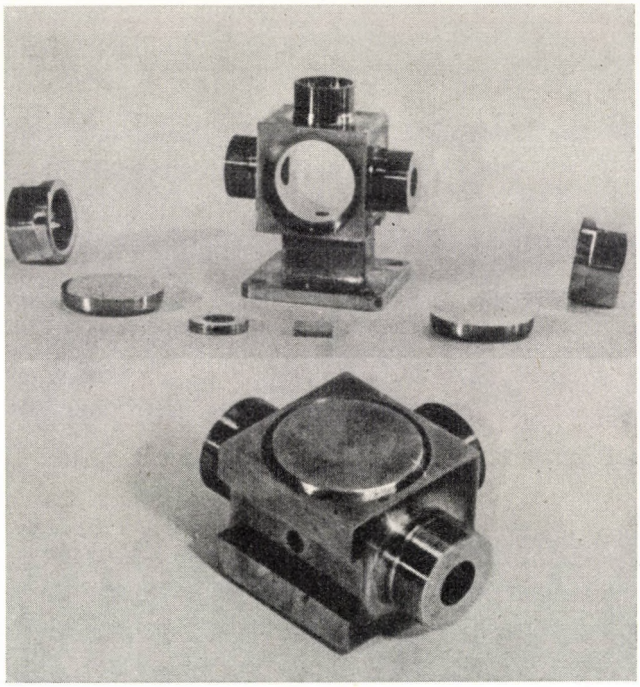


Рис. 1

2. Исходные точки проектирования

Частота применяемого атомного перехода водорода:

$$f_0 = 10970 - 0{,}47\,H\ [\mathrm{MHz}]\,, \tag{1}$$

где H — напряженность магнитного поля в эрстедах. Резонансная частота резонатора выбирается примерно 10 гигагерц, чтобы получение необходимой напряженности магнитного поля H (1000—2000 эрстед) не вызывало особых затруднений. Нужно было обратить внимание и на то, чтобы вопреки уходу частоты, вызванному различными, не сверх-

высокочастотными соединениями, резонансная частота резонатора оставалась в пределах полосы 3 см.

Нами выбран объемный резонатор круглого сечения. Для работы квантового усилителя требуется аксиальное статическое магнитное поле и аксиальное радиочастотное электрическое поле. Аксиальное статическое магнитное поле вызывается одним внешним магнитом. Аксиальное радиочастотное электрическое поле, в случае цилиндрического резонатора, может быть получено только видом колебаний TM. Оказалось целесообразным выбрать вид колебаний TM_{010}, так как электрическое поле этого вида колебаний не только аксиальное, но и в оси принимает максимальное значение. В случае вида колебаний TM_{010} резонансная длина волны не зависит от высоты резонатора и это позволяет выбрать любую высоту. В целях высокой чувствительности стремились достигнуть высокий коэффициент добротности. Это требовало бы возможно большую высоту резонатора, так как с увеличением высоты увеличивается и коэффициент добротности [3]. Надежное исключение мешающего вида колебаний TE_{111}, а также тот факт, что резонатор находится в воздушном зазоре магнита — и таким образом определяет размер воздушного зазора, правильнее, возбуждение магнита — устанавливают пределы увеличения высоты.

Теоретический ненагруженный коэффициент добротности дается соотношением, выведенным *Губо* [4] на случай резонатора с видом колебаний TM_{010}:

$$Q_0 = \frac{0{,}775}{\sigma} \cdot \frac{L \cdot \sqrt{r_0}}{L + r_0}, \tag{2}$$

где L — высота резонатора, r_0 — радиус резонатора, а σ — материальная постоянная, которая для меди составляет $\sigma = 4{,}75 \cdot 10^{-5}$ см$^{1/2}$.

Резонансу резонатора на 10 гигагц относится диаметр 2,3 см; на основании предыдущих рассуждений нами выбрана высота на 1,84 см, и с этими величинами коэффициент добротности резонатора по соотношению (2) $Q_0 = 10\,800$.

Связь между резонатором и прямоугольным волноводом с видом колебаний TE_{10} осуществлена круглой диафрагмой. Диаметр диафрагмы рассчитан из условия согласования между резонатором и прямоугольным волноводом. При вычислении предполагалось, что геометрические размеры диафрагмы по сравнению с длиной волны малы, т. е. $b \ll \lambda$ и $t \ll \lambda$, где b — радиус диафрагмы, и t — толщина ее. При этой оговорке поле в диафрагме может быть подставлено величиной поля, измеренной в центре диафрагмы. Связь могла быть осуществлена только на поверхности резонатора, но здесь — как хорошо видно из составляющих полей, указанных в группе уравнений

(3) — возможно исключительно магнитное возбуждение:

$$E_z = A J_0\left(x_{01}\frac{r}{r_0}\right), \qquad H_z = 0,$$
$$E_r = 0, \qquad H_r = 0, \tag{3}$$
$$E_\varphi = 0, \qquad H_\varphi = -B J_0'\left(x_{01}\frac{r}{r_0}\right),$$

где x_{01} — первый корень функции Бесселя нулевого порядка,
r_0 — радиус резонатора,
A и B — постоянные.

Из способа возбуждения уже вытекает индуктивная реактивная проводимость диафрагмы. При знании составляющих полей могут быть рассчитаны параметры резонатора и начерчена эквивалентная схема.

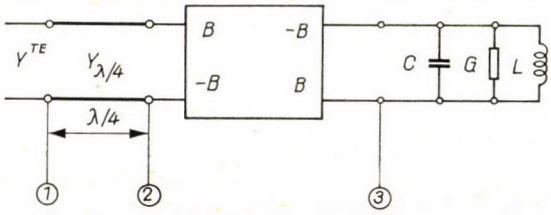


Рис. 2

Здесь B — реактивная проводимость связывающей диафрагмы:

$$B = -j\frac{8\pi^2}{90}\left(\frac{b}{\lambda}\right)^3, \tag{4}$$

в которой b — радиус диафрагмы, а λ — резонансная длина волны. $Y_{\lambda/4}$ — полная проводимость согласующего трансформатора длины $\lambda/4$, образованного соединяющей диафрагмой

$$Y_{\lambda/4} = \frac{\omega \cdot \varepsilon_0}{\mathrm{grad}_x\, g^{TE}(u_0, v_0)}, \tag{5}$$

где ω — круговая частота, ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума $g^{TE}(u_0, v_0)$ — функция распределения потенциала поперечного магнитного поля волны TE_{10}, u_0, v_0 — координаты центра диафрагмы.

Согласование между системой связи резонатора и волноводом имеется тогда, когда вещественная часть входной полной проводимости на 1 паре клемм равна полной проводимости Y^{TE} волновода и мнимая часть ее равна

нулю. Этим условиям на резонансной частоте удовлетворяет диаметр диафрагмы: $2b = 5{,}2$ мм. Выбор точной величины диаметра диафрагмы был возможен только опытным способом, однако величина, установленная измерением хорошо сходится с расчетной. Уход частоты при наличии диафрагмы на стенке резонатора по расчетам *Бете* [6]:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{P E_{2n} - M_1 H_{2l}'^2 - M_2 H_{2m}'^2}{\int_V (\bar{E}_2^2 + \bar{H}_2'^2)\, dv}, \tag{6}$$

где P — электрическая поляризация; $P = 2/3 \cdot (b)^3$; M_1 и M_2 — магнитные поляризации вдоль главных осей диафрагмы l и m — так как речь идет о круглой диафрагме, $M_1 = M_2 = 4/3 \cdot (b)^3$. Здесь b — радиус диафрагмы; $\bar{E}_2$ и $\bar{H}_2$ поле в резонаторе без диафрагмы; $\bar{H}_2' = j\,\bar{H}_2$ ($\bar{E}_2$ и $\bar{H}_2$ реальные); E_{2n}, H_{2l} и H_{2m} — составляющие в направлениях n, l, m поля в центре диафрагмы, где единичные векторы n, l, m совпадают с главными осями диафрагмы, как это показано на рис. 3.

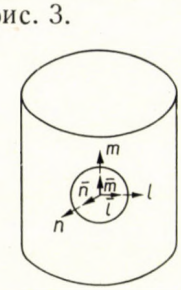


Рис. 3

Объемный интеграл, находящийся в знаменателе уравнения (6), надо взять по всему объему. Уход частоты в нашем случае $\Delta f = 15$ мгц и имеет такой характер, что уменьшает резонансную частоту. Размеры сверхвысокочастотных соединений, газовых вводных и выводных отверстий, а также отверстия, вводящие поляризованный свет, таковы, что их можно считать предельными волноводами. Затухание волны ТЕ, дающей наименьшую предельную частоту (волны с видом колебаний TE_{11}), на газовом входе и выходе с внутренним диаметром 8 мм и длиной 15 мм — 54 дб, у отверстия поляризованного света с внутренним диаметром также 8 мм и длиной 10 мм — 36 дб; величины затухания для волны ТМ, дающей наименьшую предельную частоту волны с видом колебаний TM_{01} — 73 дб, а также — 48 дб. Затухание видов колебаний с более высоким индексом может быть только выше этого. Вышеперечисленные затухания достаточны, но ввиду того, что присоединяющаяся арматура из металла также имеет внутренний размер 8 мм, ее тоже можно считать предельным аттенюатором. Уход частоты вышеуказанных предельных выводов вычисляется из соотношения (6). Для этого для трех выводов получено всего — 162 мгц.

Вводы и выводы резонатора должны одновременно иметь надежный вакуум, так как в рабочем состоянии в газовом проводе циркулирует газ водорода с давлением от несколько мм рт. ст. У газового провода это может быть достигнуто соответственно разработанными соединениями.

На полированную торцевую часть входа резонатора было приклеено круглое кольцо, вырезанное из тонкой фольги индия, в которое зарезывается храповик, затянутый соединительной гайкой. По опыту это позволяет получить вакуум до 10^{-7} — 10^{-8} мм рт. ст. Уплотнение окна освещения добивается при помощи вклеенной пленки из LiF. Диафрагма связи закрывается

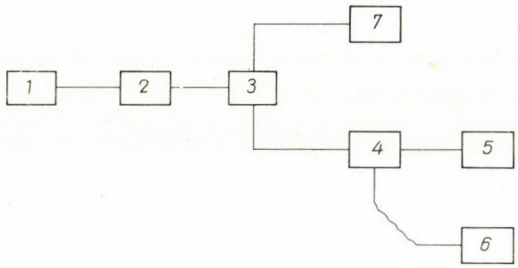


Рис. 4

тонкой тефлоновой плитой. При помощи впайки крышек удовлетворяются два требования: обеспечивается вакуумное уплотнение для газа и малое переходное сопротивление для токов стенок.

3. Результаты измерений

Измерения производились на трех вариантах резонаторов, проектированных по вышеизложенным соображениям. Материалом резонатора во всех трех случаях была температурированная, бескислородная красная медь марки OFHC. Схема измерения показана на рис. 4.

Исследуемый резонатор 5, находящийся в одном плече переключателя 3 за измерительной линией 4, питается через ферритовый вентиль 2 от генератора сигналов 1, работающего в режиме меандр. КСВН был снят по показаниям селективного измерительного усилителя 6. В другом плече переключателя 3 находился блок трансферного осциляторного измерителя частоты.

При измерениях измерялся входной КСВН резонатора при данном диаметре диафрагмы в зависимости от частоты, из которого непосредственно могут быть вычислены нагруженный коэффициент добротности и коэффициент

связи, а косвенно ненагруженный и внешний коэффициенты добротности, согласно формулам [6], [7]:

$$Q_l = \frac{f_0}{\Delta f}, \qquad Q_0 = Q_l(1+\beta), \qquad Q_{\text{ext}} = \frac{Q_0}{\beta}, \tag{7}$$

$$\beta = \left\{ \begin{array}{ll} 1/r_0 & \text{— при связи, меньшей критической,} \\ r_0 & \text{— при критической связи,} \\ r_0 & \text{— при связи, большей критической} \end{array} \right\},$$

где f_0 — резонансная частота;
Δf — ширина полосы в точках 3 дб;
r_0 — КСВН, измеренный на резонансной частоте;
β — коэффициент связи;
Q_l — нагруженный коэффициент добротности;
Q_0 — ненагруженный коэффициент добротности;
$Q_{ext.}$ — внешний коэффициент добротности.

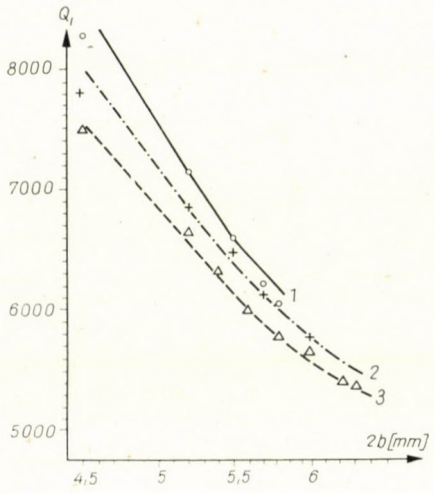


Рис. 5

1. $(2b)_{\text{opt}} = 5{,}8$ mm; $f_0 = 9937{,}0$ MHz; $Q_l = 6050$
2. $(2b)_{\text{opt}} = 6{,}14$ mm; $f_0 = 9813{,}0$ MHz; $Q_l = 5640$
3. $(2b)_{\text{opt}} = 6{,}3$ mm; $f_0 = 9820{,}0$ MHz; $Q_l = 5370$

У первого резонатора высверлили только диафрагму связи, остальные выводные отверстия не высверлили, а крышки крепились резьбой. Меняя диаметр диафрагмы, нами измерены вышеуказанные параметры резонатора (рис. 5 и 6).

У второго варианта все вводные и выводные отверстия просверлены под окончательный размер, а крышки опять прикреплены резьбой и таким образом измерены параметры резонатора, при изменении диаметра диафрагмы. Результаты измерений показаны на рис. 5 и 6.

У третьего варианта по сравнению со вторым разница состояла только в том, что крышки были припаяны. Результаты измерений показаны на рис. 5 и 6.

Ввиду того что стабильность частоты генератора, примененного при измерениях была порядка величин 10^{-5}, а стабильность амплитуды также

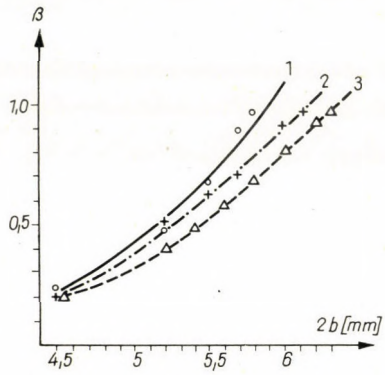


Рис. 6

1. $(2b)_{opt} = 5{,}8$ mm; $f_0 = 9937{,}0$ MHz; $\beta = 0{,}960$
2. $(2b)_{opt} = 6{,}14$ mm; $f_0 = 9813{,}0$ MHz; $\beta = 0{,}982$
3. $(2b)_{opt} = 6{,}3$ mm; $f_0 = 9820{,}0$ MHz; $\beta = 0{,}970$

оказалась удовлетворительной (0,1% в течение 1 часа), выбор вышеописанного несколько длительного, но требующего небольшую подготовку метода оказался обоснованным. Погрешность в измерении частоты таким образом получена в 10^{-5}. При измерении КСВН кроме колебаний амплитуды генератора погрешность может быть вызывана собственным КСВН измерительной линии и погрешностью в измерении селективного измерительного усилителя. Эти параметры были $r = 1{,}03$ и $\leqq \pm 2\%$, соответственно. Следовательно суммарная погрешность $h_r \leqq \pm 4\%$. Максимальная погрешность при измерении коэффициента связи и коэффициента добротности принимая во внимание ложенное на основании уравнений (7):

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \pm 4\%\,, \quad \frac{\Delta Q_l}{Q_l} = \pm 16\%\,,$$

$$\frac{\Delta Q_0}{Q_0} = \pm 18\%\,, \quad \frac{\Delta Q_{ext}}{Q_{ext}} = \pm 22\%\,.$$

4. Заключение

Коэффициент добротности резонатора вышеизложенного квантового усилителя велик, однако его ширина полосы пропускания мала (~1,5 мгц). Из-за этого для приемника системы широкополосной сверхвысокочастотной связи в существующем виде он не годится. Однако никакого принципиального препятствия нет тому, чтобы после соответствующего согласования параметров квантового усилителя изготовить широкополосную систему.

Тем не менее, возможность применения может быть получена и при суживании полосы. *Мэк Кубри* [8] недавно подробно изложил ожидаемые свойства водородных квантовых усилителей, и указал на то, что по сравнению с остальными квантовыми усилителями (например с парами щелочных металлов), в этом случае фазовая погрешность $\Delta\Phi/\Phi$ меньше и ожидаемая длительная стабильность частоты наибольшая, порядка величин 10^{-13}—10^{-14}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hoffmann Tibor: A fototron, egy új molekuláris erősítő. *Fizikai Szemle* **9** (1959), 259—263.
2. Hoffmann, T. A.: The Phototron, a New Type of Maser. Solid State Physics in Electronics and Telecommunication, Vol. 4. Academic Press, London 1960, 582.
3. Montgomery, C. G.: Technique of Microwave Measurements. M. I. T. Series, Vol. 11. McGraw-Hill 1947, 302.
4. Goubeau, G.: Elektromagnetische Wellenleiter und Hohlräume. Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft m. b. H. Stuttgart 1955, 171.
5. Bethe, H. A.: Lumped Constants for Small Irises. R. L. Report 43—22 (1943), 24.
6. Ginzton, E. L.: Microwave Measurements. McGraw-Hill 1957, 391—434.
7. Almássy György: Mikrohullámú mérőműszerek és mérések. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1961, 200—255.
8. McCoubrey, A. O.: Frequency Control by Microwave Atomic Resonance. *The Microwave Journal* **4** (1961), 65—73.

THE MICROWAVE CAVITY RESONATOR OF THE PHOTOTRON MASER

S. TAKÁCS and T. TÓTH

SUMMARY

The design aspects and measured values of the cavity parameters of a microwave cavity resonator having an optically pumped atomic hydrogen maser, at present still being developed, are discussed. The reflection-free matching of the cavity to the line was the centre of interest, because in the literature no suitable approximating formulas are to be found for the dimensioning of the coupling of a mantle-excited cylindrical cavity in a TM_{010} mode. The computed values of the Q-factor, the resonant frequency, the frequency shift caused by the diameter of the coupling iris and by the bores were in good agreement with the results obtained from the measurements.

DER MIKROWELLEN-HOHLRAUMRESONATOR DES PHOTOTRON-MOLEKULARVERSTÄRKERS

S. TAKÁCS und T. TÓTH

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden Entwurfsgesichtspunkte des Mikrowellen-Hohlraumresonators eines unter Entwicklung stehenden, optisch angeregten atomaren Wasserstoff-Molekularverstärkers, des Phototrons und gemessene Werte der Kenngrößen des Hohlraumes erörtert. Im Mittelpunkt der Aufmerksamkeit stand die reflexionsfreie Anpassung des Hohlraumes an den Hohlleiter, da die entsprechenden Näherungsformeln zur Berechnung der Kopplung des an seinem Mantel erregten zylindrischen Hohlraumes mit Wellenmodus TM_{010} in der Literatur nicht zur Verfügung standen. Die berechneten Werte des Gütefaktors, der Resonanzfrequenz und der vom Durchmesser der Koppelirisblende und von den Öffnungen hervorgerufenen Frequenzinstabilität sind in guter Übereinstimmung mit den Meßwerten.

LA CAVITÉ RÉSONNANTE HYPERFRÉQUENCES DU PHOTOTRON «MASER»

S. TAKÁCS — T. TÓTH

RÉSUMÉ

L'article discute les différents points de vue observés lors de l'établissement des projets de la cavité résonnante d'un «Maser» d'hydrogène atomique pompé optiquement, qui est actuellement en voie de développement, et les valeurs mesurées des paramètres de la cavité. L'adaptation exempte de réflexion de la cavité à la ligne constituait le problème central, du fait qu'on ne disposait pas, dans la littérature, de formules approximatives convenables pour le calcul du couplage de la cavité cylindrique excitée sur sa nappe en mode TM_{010}. Les valeurs calculées du facteur de qualité, de la fréquence de résonance et du glissement de fréquence dû au diamètre de l'iris de couplage et aux forures, concordent bien avec les résultats des mesures.

ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЕЙ

Э. ИШТВАНФФИ
ДОКТОР ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
БУДАПЕШТСКОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ
КАФЕДРА ТЕХНИКИ СВЧ

После обсуждения технических требований основных типов параметрических усилителей с точки зрения систем, автор рассматривает требования усиления, коэффициента шумов и ширины полосы для различных значений коэффициента добротности так называемой одноконтурной схемы. Чем лучше добротность диода, тем более можно уменьшить коэффициент шума путем увеличения связи генератора. При помощи одного диода, можно было бы достичь принципиально 2%-ую ширину полосы, но паразитная емкость держателя диода и относительно большая величина частоты резонанса в значительной мере уменьшают ширину полосы. Применением последовательного колебательного контура и правильной конструкцией можно достичь более благоприятных условий.

При проектировании параметрических усилителей на полупроводниковых диодах, необходимо удовлетворить требованиям, относящимся к усилению, к коэффициенту шума и ширине полосы.

Для наглядности, постараемся свести требования, относящиеся к хорошей работе параметрических усилителей, к требованиям, предъявленным к добротности нагруженного входного колебательного контура (коэффициента добротности). Поскольку обеспечение усиления, коэффициент шумов и ширина полосы, зависят от добротности нагруженных контуров, т. е. от отношения нагрузки диода и выходной нагрузки или нагрузки генератора; значительную часть проектирования представляет правильное обеспечение коэффициента добротности.

Этот вопрос сравнительно хорошо может быть решен путем расчета, при так наз. одноконтурных параметрических усилителях. При полосовых фильтрах проэктирование таким прямым методом еще не возможно.

Параметрические усилители на полупроводниковых диодах созданы недавно. В 1948 году была издана статья *Ван дер Цил*-а о нелинейных конденсаторах, как о элементах смесителя [1], однако автор упоминает, как пример, конденсаторы с титанатом бария, которыми достичь нужного результата невозможно. В 1956 году появилась в печати статья *Менли Роу* [2], занимающаяся применением полупроводниковых диодов с напряжением смещения (поляризационных полупроводниковых диодов). Эта статья и II часть «Теория малого сигнала» *Роу* [3], вышедшая в свет в 1958 году, дали очень хорошее теоретическое основание, однако, в этих расчетах не рас-

сматривалось последовательное сопротивление диода и его влияние на значительное изменение установления коэффициента шумов. Причем, теория тогда еще не давала ясной картины о соотношениях между шириной полосы и коэффициентом добротности колебательного контура.

За последние годы было издано много новых статей, в которых в значительной мере развили теорию параметрических усилителей на диодах [4], [5]. Описаны также и такие решения многоконтурных полосовых фильтров, достигнутое которыми произведение усиления на ширину полосы, приближает результат достигаемый параметрическими усилителями бегущей волны [6].

Необходимо отметить, что еще несколько лет тому назад, одноконтурными параметрическими усилителями с отрицательным сопротивлением, при 20 дб-ном усилении, могли достичь ширину полосы, только в несколько тысячных, а в настоящее время, на основе лучшей ориентировки в области расчетных уравнений при помощи одного контура можно получить ширину полосы в 10—20 раз лучшую прежней. В значительной мере способствуют этому и лучшие диоды, но более существенным является лучшее выполнение схем.

Параметрические диоды применяются с таким напряжением смещения, чтобы при модуляции частотой накачки получили, по возможности большое изменение емкости; но чтобы ни прямого, ни обратного тока не было, и чтобы диод, по возможности, представлял переменную емкость без потерь.

На рис. 1a указана простейшая принципиальная схема диода, с последовательным включением переменной емкости (мин. C°) и последовательного сопротивления R_s. Граничная частота диода (в случае, если добротность $Q_d = 1$)

$$f_c = \frac{1}{2\pi C_0 R_s} . \tag{1}$$

Добротность диода на частоте f можно получить по следующей формуле

$$Q_d = \frac{1}{2\pi f C_0 R_s} = \frac{f_c}{f} , \tag{2}$$

т. е. может быть выражена отношением граничной частоты и частоты f.

Эквивалентная параллельная схема изображена на рис. 1b. В случае, если $Q_d \gg 1$, активная проводимость расчитывается по формуле (3):

$$G_d \approx \frac{1}{Q_d^2 R_s} . \tag{3}$$

Вторым основным параметром является нелинейность емкости, что выра-

жается фактором γ. Если емкость изменяется в зависимости от накачки согласно отношению

$$C(t) = C_0 + C_1 \cos \omega_p t + \ldots, \tag{4}$$

где $\omega_p = 2\pi f_p$ — круговая частота накачки, тогда

$$\gamma = C_1/2C_0. \tag{5}$$

Максимальное значение γ, можно принять ориентировочно, у диодов с резким переходом за 1/3; а у диодов с линейным переходом за 1/4. Основным параметром диода является динамический коэффициент добротности, т. е. произведение двух величин γQ_d.

При приеме СВЧ чаще всего применяется преобразование на промежуточную частоту. Понижающий преобразователь работает нелинейным

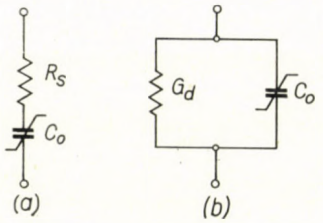


Рис. 1

сопротивлением; его коэффициент шумов является всегда значительным; поэтому, если перед преобразователем применяем микроволновое усиление с незначительными шумами, то результирующий коэффициент шумов, можем значительно уменьшить.

Так например, если перед преобразователем с коэффициентом шумов 10 дб, применяем параметрический усилитель 20 дб-го усиления, коэффициент шумов которого 2 дб, тогда результирующий коэффициент шумов будет 2,2 дб., что является значительным результатом.

Однако необходимо учесть, что, при усилении на частоте сигнала 20 дб, отрицательное сопротивление составляет 90%-ов всего, положительного сопротивления, находящегося в цепи. В таком случае, незначительные изменения в накачке и импедансе, создают значительное изменение усиления. Нестабильность усилителя, с отрицательным сопротивлением, будет тем больше, чем больше усиление. Поэтому при проектировании системы необходимо учесть и другие варианты. Таким, например, является повышающее преобразование частоты в верхней полосе (повышающий преобразователь, так как усиление по преобразованию может быть достигнуто только при повышении частоты) и дополнительное преобразование на промежуточную частоту, преобразователем с нелинейным сопротивлением. В данном случае нет нестабильности, однако, верхний предел усиления с

одной стороны ограничивается $f_0/f_s = (f_p + f_s)/f_s$, т. е. отношением выходной и сигнальной частоты, с другой стороны выражением $1/4\,(\gamma Q_d)^2$. Если например $f_s = 4$ Ггц и $f_0 = 16$ Ггц, тогда усиление мощности будет не больше 4-кратного, следовательно 6 дб, что является очень незначительным.

Дальнейшие возможности — работать с повышающим преобразованием в нижней полосе, так как последнее дает и регенеративное усиление. Усиление при повышении частоты с хорошим приближением будет

$$g = \frac{f_i}{f_s}|\Gamma|^2, \tag{6}$$

где $f_i = f_p - f_s$ холостая частота; $\Gamma =$ коэффициент отражения, который из-за отрицательного сопротивления может быть на много больше 1.

Ввиду того, что усиление мощности, при параметрическом усилителе с парой клемм, равно квадрату коэффициента отражения, следовательно у регенеративного повышающего преобразователя это необходимо еще умножить на отношение холостой и сигнальной частоты. Это последнее, т. е. усиление возникающее из отношения частоты, полностью стабильное. Если, например это составляет 6 дб, тогда для достижения 20 дб-го усиления необходимо еще регенеративное 14 дб-ное усиление, исходящее из отрицательного сопротивления. 14 дб означает только 5-ти кратное усиление напряжения, против прежнего 10-ти кратного благодаря чему, стабильность может быть значительно повышена.

Для наглядности у параметрических усилителей, с одним колебательным контуром, и одной и двумя парами клемм примем, что потери колебательного контура вызваны только сопротивлением утечки диода и снижением благодаря сопротивлению генератора, и нагрузки. Естественно, обе нагрузки нужно расчитывать трансформируя их на идентичное место.

В случае чрезмерной связи генератора, коэффициент добротности $Q(Q_1)$ сигнала колебательного контура будет уменьшаться, что уменьшает коэффициент шумов и повышает ширину полосы. Для достижения наиболее благоприятных условий, связь генератора и нагрузки нужно установить соответственным образом.

В таблице 1. даны приближенные формулы, относящиеся к коэффициенту добротности Q_1 при нагрузке, в соответствии с различными принципами, для

а) повышающего преобразователя верхней боковой полосы;

б) усилителя с отрицательным сопротивлением с одной парой клемм, с циркулятором;

в) дегенеративного усилителя с циркулятором и

г) повышающего преобразователя нижней боковой полосы.

В первой строке указано условие усиления. Это в случае а) показывает-какую величину имеет динамический коэффициент добротности нагружен,

Таблица 1

	а) Повышающий преобразователь верхней боковой полосы	*б)* Усилитель отрицательного сопротивления с циркулятором	*в)* Дегенерированный усилитель с циркулятором	*г)* Повышающий преобразователь нижней боковой полосы
Условия усиления	$\frac{R_g}{R_s} = \sqrt{1 + \frac{f_s}{f_0}(\gamma Q_d)^2}$ $\gamma Q_1 = \sqrt{\frac{f_0}{f_s}}\left(1 - \sqrt{\frac{f_0}{f_s}\frac{1}{\gamma Q_d}}\right)$	$\gamma^2 Q_1 Q_2 \approx 1$	$\gamma Q_1 \approx 1$	$\gamma^2 Q_1 Q_2 \approx 1$
Условия минимального коэффициента шумов	$\frac{R_g}{R_s} = \sqrt{1 + (\gamma Q_d)^2}$ $\gamma Q_1 = 1 - \frac{1}{\gamma Q_d}$	$\frac{R_g}{R_s} = \sqrt{1 + (\gamma Q_d)^2}$ $\gamma Q_1 = 1 - \frac{1}{\gamma Q_d}$ $\left(\frac{f_p}{f_s}\right)_{\text{opt}} \approx \gamma Q_d$	$\frac{R_g}{R_s} = \gamma Q_d - 1$ $\gamma Q_1 = 1$	$\frac{R_g}{R_s} = \sqrt{1 + (\gamma Q_d)^2}$ $\gamma Q_1 = 1 - \frac{1}{\gamma Q_d}$ $\left(\frac{f_p}{f_s}\right)_{\text{opt.}} \approx \gamma Q_d$
Условия для относительной ширины полосы	$b \leq \frac{2}{Q_1}$	$\sqrt{g}b \leq \frac{1}{Q_1}$	$\sqrt{g}b \leq \frac{\sqrt{2}}{Q_1}$	$\sqrt{g}b \leq \sqrt{\frac{f_i}{f_s}}\frac{1}{Q_1}$

ного колебательного контура (γQ_1), при заданных отношениях холостой частоты к частоте сигнала (f_0/f_s), и динамическом коэффициенте добротности (γQ_d). R_g величина сопротивления генератора, трансформированного в контур. В остальных случаях, где диод вносит отрицательное сопротивление, даны условия самовозбуждения (Q_2 означает добротность нагруженного контура холостого хода).

Во второй строке указано условие, относящееся к минимальному коэффициенту шумов.

В третьей строке видим соотношение относительной ширины полосы усилителя и коэффициента добротности входного нагруженного контура.

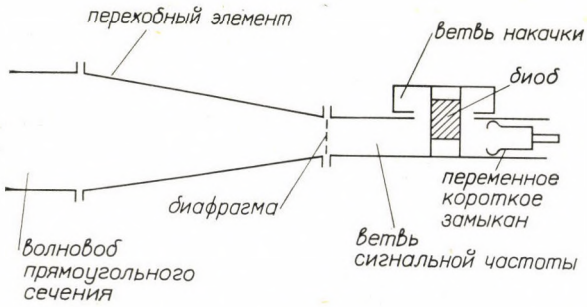


Рис. 2

В случае отрицательного сопротивления, дается вместо ширины полосы, произведение усиления напряжения и относительной ширины полосы.

Из этого видно и то, что у усилителей отрицательного сопротивления с одной парой клемм — принимая во внимание, что $\gamma Q_1 \approx 1$ — может быть достигнуто $\sqrt{g}\, b = \gamma$. Если γ примем за 0,25, тогда $\sqrt{g} = 10$, т. е., теоретически может быть достигнута и 2,5% относительная ширина полосы и в случае одного колебательного контура. Эта величина напр. при частоте $f_s = 4$ Ггц, дала бы 100 Мгц ширину полосы в точках 3 дб, что является значительной, особенно, если вспомним, что несколько лет тому назад в опубликованных данных, была указана ширина полосы порядка всего только в несколько тысячных.

Для обеспечения упомянутых благоприятных условий, между диодом и генератором (т. е. нагрузкой), необходимо установить правильную связь. В случае колебательного контура на прямоугольном волноводе, колебательный контур, как правило ограничивается диафрагмой и поршнем короткого замыкания.

Такое решение схематически показывается на рис. 2. Правильным расчетом расстояний и диафрагмы, может быть достигнута правильная избыточная связь $G_g/G_d = \gamma\, Q_d$. Для этого, как правило, нужно уменьшить

и более узкие размеры волновода, что требуется и вследствие снижения последовательной индуктивности диода. В случае дегенерированного усилителя, кроме этого требуется только связь с источником частоты накачки. Обоснованным является также снижение узкого размера волновода накачки.

К вновь обсуждаемым, ранее, в большинстве случаев, не учтенным явлениям относятся следующие:

Емкость рассеивания C_s диода и держателя;

собственная частота резонанса диода f_b.

На рис. 3а видна принципиальная схема диода, принимая во внимание паразитную емкость C_s и последовательную индуктивность (L).

Эквивалентная схема последовательного включения изображена на рис. 3б.

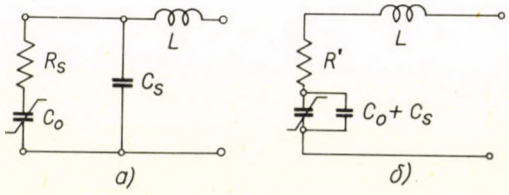


Рис. 3

Емкость рассеивания диода, является той частью емкости, диода которая исходит не из переходных слоев. Емкость рассеивания может быть и в несколько раз больше активной емкости C_0. Вследствие емкости рассеивания, коэффициент модуляции также будет меньше:

$$\gamma' = \gamma \frac{C_0}{C_0 + C_s} . \tag{7}$$

Ширина полосы, уменьшается по крайней мере в таком же отношении, что может быть весьма значительным.

Более широкая полоса, может быть достигнута в том случае, если вместо параллельного резонансного контура применяется последовательный резонансный контур, к чему, однако, более целесообразно в контуре сигнала, применять колебательный контур, образуемый из коаксиала. Схему такого решения видим на рис. 4, которая относится к недегенерированному усилителю с одной парой клемм.

Сигнальная частота, поступает сверху, по коаксиалу. Колебательный контур ограничивается снизу, переменным поршнем короткого замыкания, а сверху — указанным реактивным сопротивлением. Частота накачки поступает по прямоугольному волноводу. Диод одновременно дает последовательный резонансный контур на холостой частоте.

При более высоких частотах или в случае повышающих преобразователей с отрицательным сопротивлением холостая частота может быть значительно высокой и может случиться, что собственная частота резонанса диода, будет меньше холостой частоты. Собственную резонансную частоту диода получаем из формулы

$$f_b = \frac{1}{2\pi \sqrt{L(C_0 + C_s)}} \,. \tag{8}$$

Вследствие этого, также уменьшится ширина полосы.

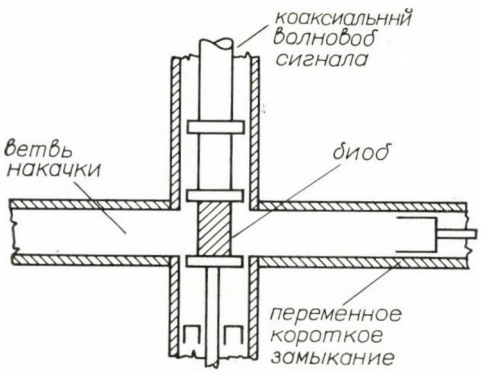


Рис. 4

В таких случаях, значение $\sqrt{g}\,b$ усиление $\times$ ширина полосы по таблице 1. нужно умножить на отношение f_b/f_i. Это уменьшение пропорционально отношению f_b/f_i, где f_b — собственная резонансная частота диода и f_i — холостая частота.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. VAN DER ZIEL: On the Mixing Properties of Non-Linear Condensers. *Journal Appl. Phys.* (1948), Nov.
2. I. M. MANLEY and H. E. ROWE: Some General Properties of Nonlinear Elements. Part I. General Energy Relations. *Proc. IRE* **44** (1956), 904—913.
3. H. E. ROWE: Some General Properties of Nonlinear Elements. Part II. Small Signal Theory. *Proc. IRE.* **46** (1958), 850—860.
4. K. KUROKAWA and M. VENOHARA: Minimum Noise Figure of the Variable Capacitance Amplifier. *Bell S. T. J.* **11** (1961), 695—722.
5. KENNETH, M.—JOHNSON: Broad-Band Cavity-Type Parametric Amplifier Design. *IRE Transactions on MTT*-9 (1961), 187—194.
6. G. L. MATTHAEI: A Study of the Optimum Design of Wide-Band Parametric Amplifiers and Up Converters. *IRE Transactions on MTT*-9 (1961), 23—38.

DESIGN PROBLEMS OF PARAMETRIC AMPLIFIERS

E. ISTVÁNFFY

SUMMARY

After reviewing the points of view of system engineering necessary for the selection of the basic type of a parametric amplifier resp. converter, the requirements for the loaded Q-factor of the input circuit in respect to the gain, the noise figure and the bandwidth are dealt with here for the case of one-resonant circuit design. The better the Q of the diode, the more the noise figure can be reduced by means of the generator overcoupling. Theoretically a bandwidth exceeding even 2 p. c. may be obtained by means of a single diode, but the stray capacity of the holder and the inadequate resonance frequency of the diode may considerably reduce the bandwidth. By applying a series resonant circuit, with a suitable design, more advantageous conditions may be obtained.

ENTWURFSPROBLEME PARAMETRISCHER VERSTÄRKER

E. ISTVÁNFFY

ZUSAMMENFASSUNG

Nach der Behandlung der systemtechnischen Gesichtspunkten, die bei der Wahl des Grundtyps eines parametrischen Verstärkers bzw. Mischers beachtet werden müssen, werden für den Fall der Schaltung mit einzigem Schwingungskreis die Forderungen erörtert, die an den belasteten Gütefaktor hinsichtlich Verstärkung, Rauschfaktors und Bandbreite gestellt sind. Je besser der Gütefaktor der Diode ist, desto mehr kann die Rauschzahl durch Erhöhung der Kopplung des Generators herabgesetzt werden. Theoretisch wäre es möglich, mit einer einzigen Diode eine Bandbreite über 2% zu erreichen, die Streukapazität des Halters und die ungenügend hohe Resonanzfrequenz der Diode können jedoch die Bandbreite wesentlich beeinträchtigen. Durch Anwendung eines Reihenschwingungskreises und durch richtigen Aufbau können günstigere Verhältnisse gesichert werden.

PROBLÈMES DE CALCUL DES AMPLIFICATEURS PARAMÉTRIQUES

E. ISTVÁNFFY

RÉSUMÉ

Après discussion des différents points de vue à observer lors du choix du type fondamental d'un amplificateur paramétrique, resp. d'un convertisseur, l'auteur examine pour le cas de montages à un seul circuit oscillant les exigences relatives au facteur de mérite en charge du circuit d'entrée, sous le rapport du gain, du facteur de bruit et de la largeur de bande. Avec l'amélioration du facteur de mérite de la diode, le facteur de bruit peut être diminué par surcouplage du générateur. Théoriquement, une largeur de bande excédant 2 % pourrait être obtenue avec une seule diode, mais la largeur de bande peut être réduite considérablement par la capacité parasite du support et la fréquence de résonance insuffisante de la diode. Par l'emploi d'un circuit oscillant monté en série et par une construction appropriée, on peut assurer des conditions plus avantageuses.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ФУНКЦИИ ОТ МАТРИЦЫ К АНАЛИЗУ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Т. КАЧОРЕК
ВАРШАВА

Принимая в качестве неизвестных мгновенные значения токов в катушках и напряжений на конденсаторах, дифференциальные уравнения, написанные на основе законов Кирхгофа по преобразовании приведены к нормальной форме.

Выведены формулы, позволяющие определить токи в катушках и напряжения на конденсаторах в линейных цепях с переменными параметрами $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$, при произвольных периодических возмущениях.

1. Введение

Цепи с переменными параметрами были рассмотрены во многих работах.

В общем случае анализ цепей с переменными параметрами производится чаще всего [10—14], пользуясь переходной функцией $k(\tau, t)$ или передаточной функцией $K(j\omega, t)$.

Анализ установившихся процессов в цепях с периодически изменяющимися параметрами производится, как правило, методом квази-периодических рядов [2, 9].

Целью этой работы является применение метода функции от матрицы к анализу цепей с переменными параметрами.

Излагаемый метод функции от матрицы является расширением метода приведенного в [5] для цепей с постоянными параметрами.

Кроме общего математического аппарата функции от матрицы, этот метод является отдельным, точным методом, в отличие от известного приближенного метода средних коэффициентов [3, 1].

Ниже мы рассмотрим цепи с параметрами: $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$, которые являются непрерывными функциями времени и которые имеют непрерывные производные: dL/dt, dC/dt, dM/dt при произвольных периодических возмущениях.

В этом методе в качестве неизвестных: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ приняты мгновенные значения токов в катущках и напряжений на конденсаторах. Дифференциальные уравнения написанные на основе законов Кирхгофа, после преоб-

разований приведены к следующему виду

$$\frac{d}{dt}\mathbf{X} = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{X} + \mathbf{F}(t)\,, \tag{1}$$

где

$\mathbf{X}$ — столбцевая матрица (вектор) с элементами: $x_1, x_2, \ldots, x_n$;

$\mathbf{A}(t)$ — квадратная матрица степени n с элементами $a_{kl}(t)$ являющимися непрерывными функциями параметров: $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$ и возможно также производных: dL/dt, dC/dt, dM/dt;

$\mathbf{F}(t)$ — столбцевая матрица (вектор) с элементами: $f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t)$ зависимыми от возмущений, параметров: $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$ и возможно также от их производных.

Далее рассмотрим только такие цепи с переменными параметрами, для которых уравнения описывающие мгновенные процессы, могут быть приведены к виду (1).

Как известно для каждой цепи с переменными параметрами, имеющей m ветвей, можно написать на основании законов Кирхгофа m независимых уравнений. Исключая из этих уравнений токи во всех ветвях, не имеющих катушек, можно выразить производные мгновенных токов в катушках и напряжений, на конденсаторах в зависимости от этих токов и напряжений, от возмущений и возможно также от производных этих возмущений [6].

2. Переходный режим

Решение системы дифференциальных уравнений (1) имеет вид

$$\mathbf{X} = \Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A})\,\mathbf{X}_{t_0} + \int_{t_0}^{t} \mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\,d\tau\,, \tag{2}$$

где

$$\mathbf{X}_{t_0} = \mathbf{X}(t_0)\,, \quad \mathbf{K}(t,\tau) = \Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A})\left[\Omega_{t_0}^{\tau}(\mathbf{A})\right]^{-1}, \tag{3}$$

$$\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}) = \mathbf{1} + \int_{t_0}^{t} \mathbf{A}(\tau)\,d\tau + \int_{t_0}^{t} \mathbf{A}(\tau) \int_{t_0}^{\tau} \mathbf{A}(\tau_1)\,d\tau_1\,d\tau + \ldots \tag{4}$$

В частном случае, когда

$$\mathbf{A}(t_1)\,\mathbf{A}(t_2) = \mathbf{A}(t_2)\,\mathbf{A}(t_1)\left[t_1\,,\ t_2 \in (t_0\,,\ t)\right], \tag{5}$$

можно доказать [4], что

$$\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}) = e^{\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}(\tau)d\tau}. \tag{6}$$

Матрица $\mathbf{A}$ для цепей с постоянными параметрами всегда выполняет условие (5) [6]. Для цепей с переменными параметрами это условие не выполняется уже для самых простых цепей, например для двуполюсника с последовательно соединенными параметрами: $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$.

В частном случае, когда выполняется условие (5), решение системы дифференциальных уравнений (1), можно представить в замкнутой форме

$$\mathbf{X} = e^{\int_{t_0}^{t} \mathbf{A}(\tau)\,d\tau}\,\mathbf{X}_{t_0} + \int_{t_0}^{t} e^{\int_{\tau}^{t} \mathbf{A}(\tau_1)\,d\tau_1}\,\mathbf{F}(\tau)\,d\tau. \tag{7}$$

Пусть в общем случае минимальный многочлен $\psi(\lambda)$ матрицы $\mathbf{A}$ имеет вид

$$\psi(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)^{m_1}(\lambda - \lambda_2)^{m_2} \ldots (\lambda - \lambda_s)^{m_s},$$

$$\sum_{\alpha=1}^{s} m_\alpha = m_0 \leqslant n. \tag{8}$$

Применяя теорему Лагранжа—Сильвестра для функции

$$f_1(\lambda) = e^{\int_{t_0}^{t} \lambda(\tau)\,d\tau},$$

из формулы (7) получим:

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^{s} \sum_{l=1}^{m_k} \mathbf{B}_{kl} \left.\frac{d^{l-1} f_1(\lambda)}{d\lambda^{l-1}}\right|_{\lambda=\lambda_k} \mathbf{X}_{t_0} + \sum_{k=1}^{s} \sum_{l=1}^{m_k} \int_{t_0}^{t} \mathbf{B}_{kl} \left.\frac{d^{l-1} f_1(\lambda)}{d\lambda^{l-1}}\right|_{\lambda=\lambda_k} \mathbf{F}(\tau)\,d\tau, \tag{9}$$

где

$$\mathbf{B}_{kl} = \sum_{\gamma=l-1}^{m_k-1} \frac{\psi_k(\mathbf{A})}{(\gamma - l + 1)!\,(l-1)!} (\mathbf{A} - \mathbf{1}\lambda_k)^{\gamma} \frac{d^{\gamma-\lambda+1}}{d\lambda^{\gamma-\lambda+1}} \left[\frac{1}{\psi_k(\lambda)}\right]_{\lambda=\lambda_k} \tag{10}$$

и

$$\psi_k(\lambda) = \frac{\psi(\lambda)}{(\lambda - \lambda_k)\,m_k}.$$

В практических вычислениях удобнее определять матрицы $\mathbf{B}_{kl}$ методом излагаемым в [5].

В частном случае, когда минимальный многочлен матрицы $\mathbf{A}$ имеет вид

$$\psi(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \ldots (\lambda - \lambda_s), \tag{11}$$

формула (9) принимает вид

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^{s} \left[\mathbf{B}_k f_1(\lambda_k)\mathbf{X}_{t_0} + \int_{t_0}^{t} \mathbf{B}_k f_1(\lambda_k)\,\mathbf{F}(\tau)\,d\tau\right], \tag{12}$$

где

$$\mathbf{B}_k = \prod_{\substack{a=1 \\ a \neq k}}^{s} \frac{(\mathbf{A} - \lambda_a \mathbf{1})}{(\lambda_k - \lambda_a)} .$$

В некоторых случаях матрицу $\mathbf{A}$ удобно разлагать на две составляющие $\mathbf{A}_1$ и $\mathbf{A}_2$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 , \tag{13}$$

из которых первая выполняет условие (5). В этом случае можно доказать [4]

$$\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}) = \Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}_1)\,\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}_3) = e^{\int_{t_0}^{t}\mathbf{A}_1(\tau)d\tau}\,\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}_3) , \tag{14}$$

где

$$\mathbf{A}_3 = \left[\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}_1)\right]^{-1}\mathbf{A}_2\,\Omega_{t_0}^{t}(\mathbf{A}_1). \tag{15}$$

3. Установившийся режим

Ниже мы выведем формулы позволяющие одновременно определить установившиеся значения токов в катушках и напряжений на конденсаторах в цепях с периодически изменяющимися параметрами и возмущениями, при следующих дополнительных предположениях

$$\left.\begin{array}{ll} a) & \mathbf{A}(t + k\,T_1) = \mathbf{A}(t) , \\ b) & \mathbf{F}(t + k\,T_2) = \mathbf{F}(t) , \text{ где } k\text{-целое число} \\ c) & k_1\,T_1 = k_2\,T_2 , \text{ где } k_1 , k_2\text{-натуральные числа} \end{array}\right\} . \tag{16}$$

Принимая во внимание предположения (16) и пользуясь формулой (2), можно вывести для произвольного момента установившегося режима $vT_1 \leqslant t \leqslant (v+1)T_1$ $(v = 1, \ldots, k_1 - 1)$ формулу

$$\mathbf{X}_y = \Omega_{vT_1}^{t}(\mathbf{A})\left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{v}\mathbf{X}_{y0} + \Omega_{vT_1}^{t}(\mathbf{A})\sum_{a=1}^{v}\left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{v-a}\times$$

$$\times\int_{(a-1)T_1}^{aT_1}\mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\,d\tau + \int_{vT_1}^{t}\mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\,d\tau . \tag{17}$$

Столбцевую матрицу $\mathbf{X}_{y0}$ начальных условий при $t = 0$ определяем из формулы

$$\mathbf{X} = \left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{kk_1}\mathbf{X}_0 + \sum_{a=1}^{k}\left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{(k-a)k_1}\sum_{\beta=1}^{k_1}\left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{k_1-\beta}\times$$

$$\times\int_{(\beta-1)T_1}^{\beta T_1}\mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\,d\tau , \tag{18}$$

вычисляя предел при $k \to \infty$.

Пусть

$$g_k(t) = 1 + \int_{t_0}^{t} \lambda_k(\tau)\, d\tau + \int_{t_0}^{t} \lambda_k(\tau) \int_{t_0}^{\tau} \lambda_k(\tau_1)\, d\tau_1\, d\tau + \ldots \tag{19}$$

Для

$$\begin{gathered} |g_k(t)| < 1, \\ k = 1,2,\ldots,s;\ t \in (t_0, t) \end{gathered} \tag{20}$$

из известной теоремы [4, стр. 96] вытекает

$$\lim_{k\to\infty} \left[\Omega_0^{T_0}(\mathbf{A})\right]^{kk_1} = \mathbf{0}, \lim_{k\to\infty} \sum_{\alpha=1}^{k} \left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{(k-\alpha)k_1} = \left[\mathbf{1} - \left(\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right)^{k_1}\right]^{-1}. \tag{21}$$

Учитывая формулы (21) из (18) получим

$$\mathbf{X}_{y_0} = \left[\mathbf{1} - \left(\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right)^{k_1}\right]^{-1} \sum_{\beta=1}^{k_1} \left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{k_1-\beta} \int_{(\beta-1)T_1}^{\beta T_1} \mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\, d\tau. \tag{22}$$

Подстановка (22) в (17) дает

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_y = {} & \Omega_{vT_1}^{t}(\mathbf{A}) \left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{v} \left[\mathbf{1} - \left(\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right)^{k_1}\right]^{-1} \sum_{\beta=1}^{k_0} \left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{k_1-\beta} \times \\ & \times \int_{(\beta-1)T_1}^{\beta T_1} \mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\, d\tau + \Omega_{vT_1}^{t}(\mathbf{A}) \sum_{\alpha=1}^{v} \left[\Omega_0^{T_1}(\mathbf{A})\right]^{v-\alpha} \int_{(\alpha-1)T_1}^{\alpha T_1} \times \\ & \times \mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\, d\tau + \int_{vT_1}^{t} \mathbf{K}(t,\tau)\,\mathbf{F}(\tau)\, d\tau. \end{aligned} \tag{23}$$

В частном случае когда матрица $\mathbf{A}$ выполняет условие (5), формула (23) принимает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_y = {} & e^{v\mathbf{B} + \int_{vT_1}^{t} \mathbf{A}(\tau)d\tau} \left[\mathbf{1} - e^{k_1\mathbf{B}}\right]^{-1} \sum_{\beta=1}^{k_1} e^{(k_1-\beta)\mathbf{B}} \int_{(\beta-1)T_1}^{\beta T_1} e^{\int_{\tau}^{\beta T_1}\mathbf{A}(t)dt}\, \mathbf{F}(\tau)\, d\tau + \\ & + e^{\int_{vT_1}^{t}\mathbf{A}(\tau)d\tau} \sum_{\alpha=1}^{v} e^{(v-\alpha)\mathbf{B}} \int_{(\alpha-1)T_1}^{\alpha T_1} e^{\int_{\tau}^{\alpha T_1}\mathbf{A}(t)dt}\, \mathbf{F}(\tau)\, d\tau + \int_{vT_1}^{t} e^{\int_{\tau}^{t}\mathbf{A}(\tau_1)d\tau_1}\, \mathbf{F}(\tau)\, d\tau, \end{aligned} \tag{24}$$

где

$$\mathbf{B} = \int_{t_0}^{t} \mathbf{A}(\tau)\, d\tau.$$

Применяя к формуле (24) теорему Лагранжа—Сильвестра получим

$$\mathbf{X}_y = \sum_{k=1}^{s} \sum_{l=1}^{m_k} \mathbf{B}_{kl} \left.\frac{d^{l-1}\mathbf{H}(\lambda)}{d\lambda^{l-1}}\right|_{\lambda=\lambda_k}. \tag{25}$$

Матрицу $\mathbf{H}(\lambda)$ получаем из матрицы $\mathbf{X}_y$ [формула (24)] после подстановки вместо матрицы $\mathbf{A}$ его характерического числа λ.

Частным случаем формулы (25), когда минимальный многочлен $\psi(\lambda)$ матрицы $\mathbf{A}$ имеет вид (11), является формула

$$\mathbf{X}_y = \sum_{k=1}^{s} \mathbf{B}_k \mathbf{H}(\lambda_k) \tag{26}$$

При $k_1 = k_2 = 1$ и $T_1 = T_2 = T$ матрица $\mathbf{H}(\lambda)$ имеет вид

$$\mathbf{H}(\lambda) = \left(1 - e^{\int_0^T \lambda(t)dt}\right)^{-1} e^{\int_0^t \lambda(\tau)d\tau} \int_0^T e^{\int_\tau^T \lambda(\tau_1)d\tau_1} \mathbf{F}(\tau)\,d\tau + \int_0^t e^{\int_\tau^t \lambda(\tau_1)\,\tau_1} \mathbf{F}(\tau)\,d\tau. \tag{27}$$

Частным случаем формулы (25) для матрицы $\mathbf{H}(\lambda)$, определяемой формулой (27), является формула для цепей с постоянными параметрами, излагаемая в [5].

Автор выражает свою благодарность *К. Гехеру* за ценные замечания и советы, использованные автором при написании этой статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Beckenbach, E. F.: Modern Mathematics for Engineer. New York 1956.
2. Duinker, S.: General Properties of Frequency Converting Networks. *Philips. Res. Rep.* **13** (1958).
3. Frazer, R. A.—Duncan, W. J.— Collar, A. R.: Elementary Matrices. Cambridge University Press 1952.
4. *Гантмахер, Ф. Р.:* Теория матриц. Москва 1954.
5. Kaczorek, T.: Metoda funkcji macierzy obliczania przebiegów chwilowych w liniowych obwodach o parametrach skupionych przy dowolnych wymuszeniach okresowych. *Arch. Elektrot.* **11** (1962), 3.
6. Kinariwala, B. K.: Analysis of Time-Varying Networks. *IRE Intern. Conv. Rec.* (1961), 4.
7. Lenkowski, J.: The Application of a Certain Perturbational Method to the Analysis of Time-varying Circuits. *Bulletin de l'Académie Pol. des Sciences* **7** (1959), Nr. 9.
8. Pipes, L. A.: Analysis of Linear Time-varying Circuits by the Brillonin-Wentzel-Kramer's Method. *Journal Frankl. Inst.* (1954).
9. *Тафт, В. А.:* Вопросы теории электрических цепей с переменными параметрами и синтеза импульсных и цифровых автоматических регуляторов. Москва 1960.
10. Zadeh, L. A.: The Determination of the Impulsive Response of Variable Networks. *Journal Appl. Phys.* (1950).
11. Zadeh, L. A.: Circuits Analysis of Linear Varying Parameter Systems. *Journal Appl. Phys.* (1950).
12. Zadeh, L. A.: Time-Dependent Heaviside Operators. *Journal Math. and Phys* (1951).
13. Zadeh, L. A.: A General Theory of Linear Signal Transmission Systems. *Journal Frankl. Inst.* (1952).
14. Zadeh, L. A.: Time-Varying Networks. *IRE Intern. Conven. Rec.* (1961), 4.
15. Zurmühl, R.: Matrizen — eine Darstellung für Ingenieure. Berlin 1958.

THE APPLICATION OF THE MATRIX FUNCTION METHOD TO THE ANALYSIS OF VARIABLE PARAMETRIC NETWORK

T. KACZOREK

SUMMARY

Taking the momentary values of coil currents and capacitor voltages as unknown, the differential equations written on the basis of Kirchhoff's laws may be converted to the normal form. Formulae having been developed make the determination of the coil currents and the capacitor voltages in linear networks with variable parameters $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$ and at arbitrary periodical perturbations possible.

DIE ANWENDUNG DES MATRIXFUNKTIONVERFAHRENS ZUR ANALYSE VON NETZWERKEN MIT VERÄNDERLICHEN KENNGRÖSSEN

T. KACZOREK

ZUSAMMENFASSUNG

Die Augenblickswerte der Spulenströme und der Kondensatorspannungen als Unbekannte nehmend, kann man die auf Grund der Kirchhoffschen Gesetze aufgeschriebenen Differentialgleichungen in die normale Form umformen.

Es werden Formeln abgeleitet, mit deren Hilfe die Spulenströme und die Kondensatorspannungen in linearen Netzwerken mit veränderlichen Kenngrößen $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$ bei beliebigen periodischen Perturbationen bestimmt werden können.

APPLICATION DE LA MÉTHODE DES FONCTIONS DE MATRICES A L'ANALYSE DES RÉSEAUX A PARAMÈTRES VARIABLES

T. KACZOREK

RÉSUMÉ

En considérant les valeurs instantanées des courants de bobines et des tensions de condensateurs comme inconnues, les équations différentielles écrites à la base des lois de Kirchhoff peuvent être transformées à la forme normale.

L'auteur déduit des formules permettant la détermination des courants de bobines et des tensions de condensateurs dans les réseaux linéaires à paramètres variables $R(t)$, $L(t)$, $C(t)$, $M(t)$, en cas de perturbations périodiques quelconques.

FREQUENCY CONVERSION BY MEANS OF TRAVELLING-WAVE TUBES

W. HEIDBORN
VEB WERK FÜR FERNSEHELEKTRONIK, BERLIN

The fundamentals for frequency modulation by means of TWT's were derived by using the linear theory. The experimental work was aiming at high modulation frequencies. It could be shown that no major difficulties were encountered and that TWT's proved to be suitable for this type of application.

1. Introduction

The use of travelling-wave tubes (TWT's) in microwave radio-relay equipment has so far been mainly restricted to the transmitter stage of such equipment. Part of the gain necessary for a relay station is obtained in the intermediate frequency range, and part of it in the microwave range. The future, however, will see relay stations in operation whose gain is exclusively achieved by microwaves. Low-noise TWT's and so-called intermediate-stage TWT's offer a basically simplified design of such relay stations. Thus since all-travelling-wave tube stations obtain their gain in the same frequency range, initially no possibility is provided to produce a frequency difference required between two microwave repeater stations.

By means of phase modulation of TWT's we can fill that gap and perform a frequency conversion. It has been known for a long time that phase modulation of TWT's lends itself for frequency conversion. Up till now, however, only literature has published works on low modulation frequency (around 20 Mc). For a radio-relay unit operating in the 4 Gc range there is a frequency difference between two repeater stations of about 215 Mc. The main subject of our investigations was to study how far a frequency conversion could be carried out by this frequency.

2. Fundamentals of Frequency Conversion by Means of TWT

Theoretically a few characteristics of phase modulation by TWT's will be described. The linear theory of the TWT, as worked out by PIERCE et al., leads to the following expression for the electrical field strength of the ampli-

fied wave

$$E_z = E_{z0} \exp j\left[\omega t - \beta_e\left(1 + \frac{c}{2}\right) z\right] \exp \frac{\sqrt{3}}{2} c\beta_e z \,. \tag{1}$$

The terms in Equ. (1) correspond to the designations adopted by PIERCE. From this expression one finds that the output phase with respect to the input phase is given by

$$\varphi = \beta_e\left(1 + \frac{c}{2}\right) L \,, \tag{2}$$

where L is the helix length. If the electron velocity is expressed now in terms of the voltage applied to the helix by using $\beta_e = \omega / v_e$, we obtain

$$\beta_e = \frac{\omega}{\sqrt{2\frac{e}{m} U_h}} \,. \tag{3}$$

Inserting this in Equ. (2), the differential change of phase in accordance with the helix voltage is

$$\frac{d\varphi}{dU_h} = -\frac{1}{2} \beta_e\left(1 + \frac{c}{2}\right) L \frac{1}{U_h} \,. \tag{4}$$

If the modulation of the helix voltage has only small amplitudes in comparison with the helix d.c. voltage, the right side of Equ. (4) is a constant and the change of phase at the output may be written as

$$\delta\varphi = -\frac{1}{2} \beta_e\left(1 + \frac{c}{2}\right) L \frac{\delta U_h}{U_{h0}} \,. \tag{5}$$

Here U_{h0} is the helix voltage for $\delta U_h \to 0$. In the light of these considerations we have arrived at the conclusion that with small amplitudes the output phase is a linear function of the modulation voltage.

It is common knowledge that a sinusoidal phase modulation can turn into a frequency modulation. Thereby, alongside with the original carrier frequency, side-bands may occur whose frequency distance from the carrier frequency is a multiple integer of the modulation frequency. What the amplitude of those side-bands is like, will be of considerable interest. Therefore, we shall introduce a sinusoidal modulation voltage into Equ. (1) so that

$$E_L = A_0 \exp j\,(\omega t + \hat{\Delta}\beta \sin \omega_m t) \,. \tag{6}$$

Here, A_0 is the amplitude of the carrier signal without modulation, $\hat{\Delta}\beta$ the

amplitude of the phase constants in the presence of modulation. The relations are used for the Bessel functions

$$E_L = A_0 \{I_0(\hat{\Delta}\beta L) \sin \omega t + \sum_{\gamma=1}^{\infty} I_\gamma(\hat{\Delta}\beta L) [\sin(\omega + \gamma\omega_m) t + + (-1)^\gamma \sin(\omega - \gamma\omega_m)t]. \quad (7)$$

We will find that, apart from the carrier signal with the frequency ω, all side-

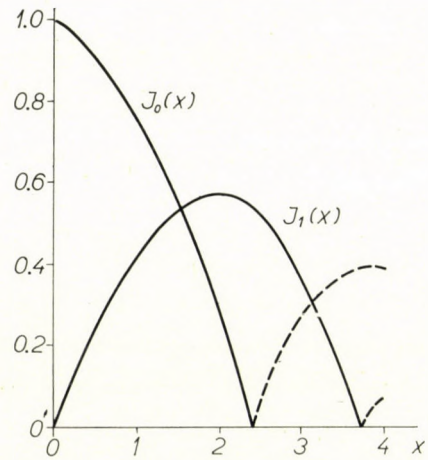


Fig. 1

bands with the frequencies $\omega + \gamma\omega$ are also present. It is the two side-bands $\omega + \omega_n$ which have roused our special interest.

Hence, the amplitude of the basic signal and the first side-bands is given by the Bessel function of zero and first order, shown in Fig. 1. As we see, a suppression of the carrier signal is possible for the parameter value $X = \hat{\Delta}\beta L = 2{,}4$. The amplitude of the two side-bands is then about half the carrier amplitude without modulation. Thus, provision is made to suppress the carrier by controlling the modulation voltage.

3. Results

At first, the tube type designed for frequency conversion was investigated for its modulation characteristics. At which voltages is the linearity of the characteristic maintained deserves the utmost attention. For this purpose an arrangement, as shown in Fig. 2, will be used. The signal derived from the generator will be divided into a branched T. Part of the signal reaches the TWT

across an attenuator and is amplified. Then it is fed into the reference arm represented in this case by a standing-wave detector. For obtaining a reference point for the change of phase, the other part of the signal power is also fed into the reference arm. The two waves will superimpose and lead to a standing wave. The minimum will equal nearly zero by adjusting the attenuators. If now the helix d—c voltage is varied the change of output phase becomes noticeable in a shift of the minimum from which the change of phase can be computed.

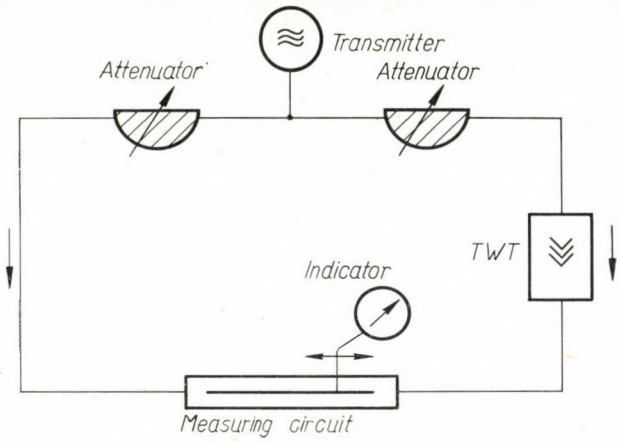


Fig. 2

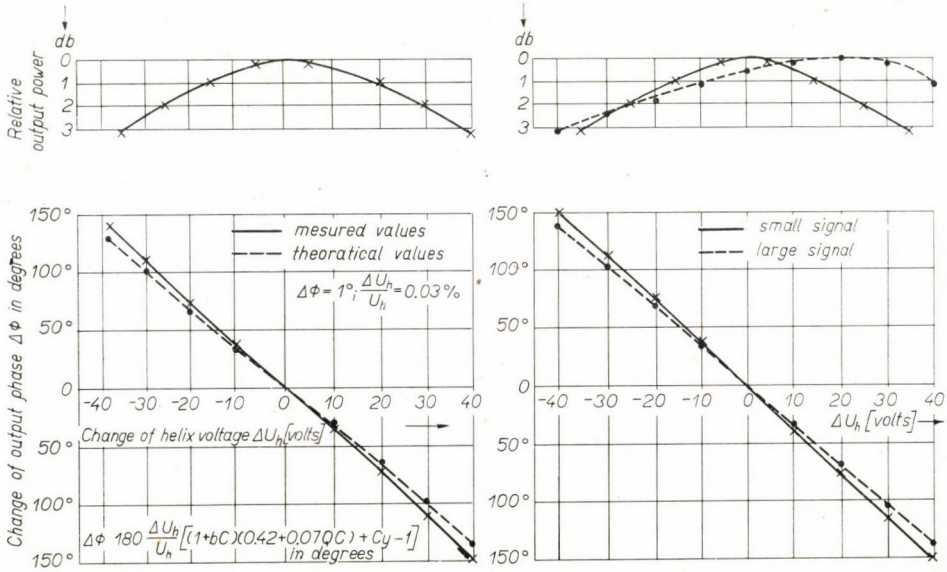


Fig. 3

The curves measured by this arrangement are shown in Fig. 3. Above each helix voltage the change of output phase is plotted in degrees. In the left diagram the theoretical values are open to a comparison with the practically obtained values. It is shown that a very good agreement has been reached and linearity is maintained over a very wide voltage range. For comparison the variation of gain, as a function of the helix voltage, is also plotted. In the right

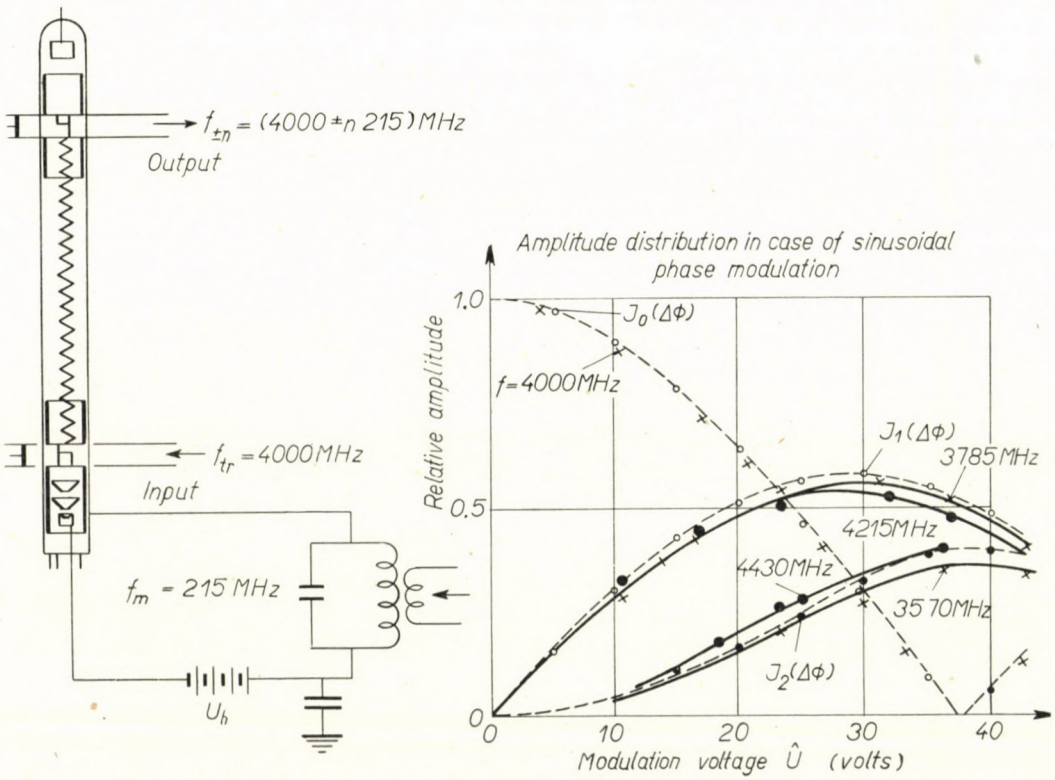


Fig. 4

diagram the change of phase is presented for small-signal and large-signal gain. Also it can be stated here that the linearity in the change of phase is maintained over a very wide voltage range. Beyond that, the characteristics reveal very little deviations from each other.

After having proved the linearity in the change of phase with the helix voltage, an additional sinusoidal modulation was applied to the helix voltage. The schematic diagram is shown on the left side of Fig. 4. The modulation voltage is coupled to the helix by a tuned oscillating circuit. The tube receives the signal power with the frequency of 4 Gc via the input waveguide. At the output the frequency spectrum is such as can be theoretically expected.

The amplitude of the modulation frequency is varied, whilst the measurement of the output power of the two first side-bands is made by filtering. The result of these measurements may be seen on the right side of Fig. 4. Thereby, the output powers have been related to the output power of the non-modulated carrier. We will find that for the fundamental wave the output power decreases with increasing modulation voltage, and is due to disappear at around 38 volts. On the other hand, the amplitude of the signals at the frequencies 4,215 Mc and 3,785 Mc increases with a higher modulation voltage, reaching a maximum at approximately 30 volts. At frequencies 4,430 Mc and 3,570 Mc a similar behaviour can be observed. Here, however, maximum performance is obtained at around 40 volts. This maximum could not be experimentally studied, be-

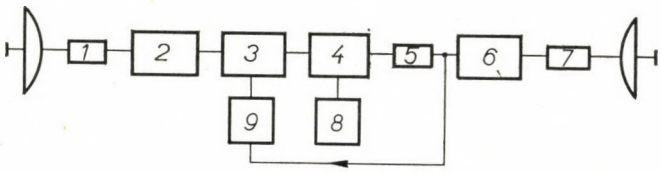


Fig. 5

cause the output amplitude of the modulating generator proved to be insufficient. For comparision with theory the Bessel functions $I_0(x)$, $I_1(x)$ and $I_2(x)$ were plotted. Thereby a normalization to the first minimum of the experimentally found curve was carried out. The agreement between the theoretical curves and the experimental values is very satisfactory. These curves indicate that for a disappearing carrier signal the first side-bands are with a relative amplitude of about 0,5 still present, but also the second sideband is still present with a relative amplitude of about 0,4 so that suitable filter arrangements must be designed to suppress these frequencies.

The results of these investigations show that a TWT is capable of frequency conversions at which the frequency difference is relatively high. Thus, it will be possible to build an amplifier station that uses only TWT's. In Fig. 5 we schematically present such an arrangement with its basic components. The first stage consists of a low-noise TWT whose noise might be approximately 7 db and whose gain about 20 db. The second stage would be comprised of a TWT as a controlled amplifying stage. The intention is to control any variations of the input signal and to provide a constant output power at the output of the amplifier station. In the following amplifying stage the frequency conversions described in detail can be accomplished, whereas the last stage operates as a transmitting amplifier. This station offers, over against those stations that use i—f amplification, the advantage of a lower number of amplifying tubes which, in turn, means an increased reliability of the station.

FREQUENZUMKEHRUNG MIT HILFE VON WANDERFELDRÖHREN

W. HEIDBORN

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden die Grundlagen der Frequenzmodulation mittels Wanderfeldröhren unter Anwendung der linearen Theorie abgeleitet. Die Versuchsarbeit richtete sich auf hohe Modulationsfrequenzen. Es wird gezeigt, daß keine wesentlichen Schwierigkeiten dabei aufgetreten sind, und sich Wanderfeldröhren zu solcher Anwendung als wohl geeignet erwiesen haben.

CONVERSION DE FRÉQUENCE AU MOYEN DE TUBES A ONDES PROGRESSIVES

V. HEIDBORN

RÉSUMÉ

L'auteur établit les principes fondamentaux de la modulation de fréquence au moyen de tubes à ondes progressives, par application de la théorie linéaire. Le travail expérimental a porté sur les fréquences de modulation élevées. On a pu démontrer qu'aucune difficulté considérable ne se produit et que les tubes à ondes progressives conviennent bien pour une telle application.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ С ПОМОЩЬЮ ЛАМП БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

В. ХЕЙДБОРН

РЕЗЮМЕ

Выведены основы получения частотной модуляции при помощи ламп бегущей волны, с использованием линейной теории. Экспериментальная работа была направлена на получение высоких частот модуляции. Доказано, что существенные трудности не возникают и лампы бегущей волны пригодны для такого применения.

ЭНЕРГИЯ В СПИРАЛЬНОЙ ЛИНИИ ЗАМЕДЛЕНИЯ

Ш. КИШ-ТОТ и Б. НАЙМАЙЕР
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Спираль является наиболее часто примененной линией замедления для усилителей бегущей волны. Знание энергии в единице длины линии замедления позволяет вычислить несколько важных параметров усилителя. Для расчета используется модель *Оллендорффа—Пирса* спирально проводящего цилиндра. Вместо применяемых до сих пор приближенных методов дается точное решение. Действие находящихся в силовом поле линии замедления диэлектрических материалов на магнитную энергию может быть учтено единственно изменением постоянной радиального распространения. Постоянная радиального распространения определяется из измерения дисперсии.

1. Введение

При расчете энергии силовое поле спирального проводника, как правило, подставляется так наз. «принудительным синусоидальным полем», т. е. в интеграл энергии подставляются показатели поля, удовлетворяющие уравнению Лапласа, вместо волнового уравнения (**Pierce** [1 — **Appendix** 3.1] и **Kleen** [2 — 18, 43.].). Это приближение, вызывающее при практических величинах постоянной радиального распространения погрешность 20—30%, является излишним, ибо энергия в единице длины косопроводящего цилиндра может быть просто вычислена. Суммарную энергию целесообразно расчитывать как двухкратную магнитную энергию, так как для магнитной энергии получается удобное выражение, которое может быть применено даже в случае диэлектрических элементов, если в аргумент функции Бесселя подставляется эмпирическая величина постоянной радиального распространения.

Использованием выражения энергии определяются волновое сопротивление и полное сопротивление связи линии замедления.

2. Спираль в безвоздушном пространстве

Энергия в единице длины проводника,

$$W = W_e + W_m$$

может быть вычислена из следующих выражений:

$$W_e = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{2}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{1}(E_{z0}^2 + E_{r0}^2 + E_{\varphi 0}^2)\, r\, dr\, d\varphi\, dz\,, \tag{1}$$

$$W_m = \frac{1}{2}\frac{\mu}{2}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{1}(H_{z0}^2 + H_{r0}^2 + H_{\varphi 0}^2)\, r\, dr\, d\varphi\, dz\,. \tag{2}$$

Индекс o означает величину амплитуды. Из-за величин амплитуд возникает второй множитель 1/2.

Вычисление интегралов (1) и (2) — (см.приложение А) — приводит к следующим формулам

$$W_e = \frac{\varepsilon_0 \pi B^2 a^2}{4} I_0^2 \left\{\frac{K_1^2}{K_0^2} - \frac{I_1^2}{I_0^2} + \frac{\beta^2}{\gamma^2}\left[\frac{I_1^2}{I_0^2} - \frac{I_2}{I_0} + \frac{K_2}{K_0} - \frac{K_1^2}{K_0^2}\right] + \right.$$
$$\left. + \tan^2\psi\left[\frac{K_0 K_2}{K_1} - \frac{I_0 I_2}{I_1^2}\right]\right\}, \tag{3}$$

$$W_m = \frac{\varepsilon_0 \pi B^2 a^2}{4} I_0^2 \left\{\frac{\beta_0^2}{\gamma^2}\left[\frac{I_1^2}{I_0^2} - \frac{I_2}{I_0} + \frac{K_2}{K_0} - \frac{K_1^2}{K_0^2}\right] + \right.$$
$$\left. + \tan^2\psi\left[\frac{\gamma^2}{\beta_0^2}\left(\frac{I_0^2}{I_1^2} - \frac{K_0^2}{K_1^2}\right) + \frac{\beta^2}{\beta_0^2}\left(\frac{K_0 K_2}{K_1^2} - \frac{I_0 I_2}{I_1^2}\right)\right]\right\}. \tag{4}$$

Аргумент всех функций Бесселя — γa, B — величина возбуждения:

$$B = E_z|_{r=0}\,,$$

где I и K — измененные функции Бесселя первого и второго рода, ψ — угол шага спирали, γ — постоянная радиального распространения по следующему определению

$$\gamma^2 = \beta^2 - \beta_0^2\,,$$

$\beta = \omega/v$ — отношение круговой частоты и фазовой скорости, $\beta_0 = \omega/c$ отношение круговой частоты и скорости света, a — средняя величина радиуса спирали.

При помощи трех приведенных в приложении соотношений (11), (12) и (13) можно увидеть тождественность формул (3) и (4)

Последствием условия

$$\frac{c^2}{v^2} \gg 1$$

является

$$\frac{\gamma^2}{\beta^2} \approx 1 \quad \text{и} \quad \frac{\beta^2}{\beta_0^2} \gg 1.$$

при этом приближении магнитная энергия на основании (4)

$$\frac{W_m}{B^2} = \frac{W}{2B^2} = \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{4} \frac{c^2}{v^2} I_0^2 \tan^2 \psi \left(\frac{I_0^2}{I_1^2} - \frac{K_0^2}{K_1^2} + \frac{K_0 K_2}{K_1^2} - \frac{I_0 I_2}{I_1^2} \right) =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{2} \frac{c^2}{v^2} \frac{1}{\gamma a} I_0^2 \tan^2 \psi \left(\frac{I_0}{I_1} + \frac{K_0}{K_1} \right) =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{2} \frac{c^2}{v^2} \frac{1}{(\gamma a)^2} \tan^2 \psi \frac{I_0^2}{I_1 K_1} .$$

Подставив величину $\tan^2 \psi$ (см. приложение *Б*)

$$\frac{W_m}{B^2} = \frac{W}{2B^2} = \frac{\varepsilon_0 \pi}{2\gamma^2} \frac{I_0}{K_0} . \tag{5}$$

В интервале $0{,}7 > \gamma a > 1{,}8$ неточность от (5) меньше чем 1%.
(Для сравнения в приложении *В.* приводится выражение энергии по методу «принудительного синусоидального поля» Пирса.)

3. Спираль в диэлектрической трубке

Для определения энергии в этом случае применяется следующий метод приближения:

Применим показатели поля (9) и (10), расчитанные *Пирсом* [1] на случай без диэлектрика, но в аргументе функции Бесселя на место γ подставим постоянную радиального распространения, полученную из измерения дисперсии.

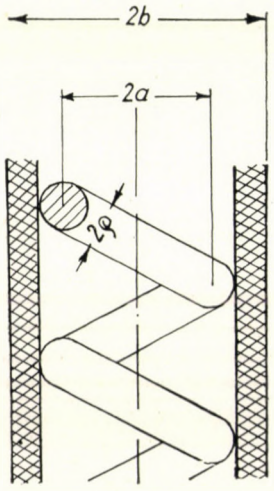


Рис. 1

Величина от W_m получается из формулы (5). В случае W_e интегрирование по r разобьем на следующие четыре континуума (с обозначениями по рис. 1):

1. $(0, a)$;
2. $(a, a+\varrho)$;
3. $(a+\varrho, b)$;
4. (b, ∞).

Составляющие напряженности полей в континууме 1. подставляются из (9), а в континуумах 2., 3. и 4. из (10). Интегралы 1, 2 и 4. умножаются ε_0, а интеграл 3. умножается на $\varepsilon_0\varepsilon_r$.

Новое предельное условие, по которому составляющая нормального направления вектора смещения непрерывно проходит через граничную поверхность диэлектрика, учитывается так, что вместо E_{r0} в интеграле 3. расчитываем с E_{r0}/ε_r.

Таким путем для электрической энергии получается неудобно длинное выражение (14), которое приводим в приложении *Г*.

Если в аргументе функции Бесселя на место γ в (5) и (14) запишем эмпирическую величину постоянной распространения, то магнитная энергия $\gamma\, a$, получаемая из (5), при своих практически важных величинах только на несколько процентов отличается от вычисляемой из (14) электроэнергии. В соответствии с вышеприведенным влияние диэлектрических крепежных элементов может быть учтено только с изменением постоянной радиального распространения.

Следовательно, энергию в единице длины спирального проводника даже и в случае диэлектрических крепежных элементов целесообразно расчитывать как двухкратную магнитную энергию с использованием формулы (5), предполагая, что к определению постоянной радиального распространения располагаем дисперсионной кривой.

Для определения дисперсионной кривой в (4) имеется простой, точный метод.

4. Полное сопротивление связи

Определение полного сопротивления связи — следующее:

$$Z_k = \frac{E_z E_z^*}{2\beta^2 P} = \frac{E_z E_z^*}{2\beta^2 W v_g}, \tag{6}$$

где E_z — аксиальная составляющая напряженности электрического поля, β — отношение круговой частоты и фазовой скорости, P — мощность, проходя-

щая через линию замедления; звездочкой обозначены сопряженные комплексные величины. Если затуханием можно пренебречь, то мощность может быть представлена произведением энергии в единице длины и групповой скорости. Вписав E и W, для полного сопротивления связи получим следующее выражение

$$Z_k = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 v_g} \frac{K_0(\gamma a)}{I_0(\gamma a)} I_0^2(\gamma r), \tag{6a}$$

где v_g групповую скорость. Групповая скорость может быть вычислена из дисперсионной кривой.

5. Волновое сопротивление

При согласовании волноводов надо считаться с так наз. волновым сопротивлением системы. Определение волнового сопротивления системы:

$$Z_w = \frac{2P}{I_w I_w^*} = \frac{2Wv_g}{I_w I_w^*}, \tag{7}$$

где I_w означает ток спирали, вычисляемый методом *Кадена* [3]:

$$\frac{|I_w|}{B} \approx -\frac{2\pi a}{Z_0} \sin^2\psi \frac{1}{\gamma a} I_0(\gamma a)\left[\frac{v}{c}\frac{1}{I_0(\gamma a)K_0(\gamma a)} + \frac{c}{v}\frac{1}{PI_1(\gamma a)K_1(\gamma a)}\right], \tag{8}$$

где Z_0 — волновое сопротивление вакуума. Вписав энергию, для волнового сопротивления получится следующее выражение:

$$Z_w = \frac{2\pi\varepsilon_0 \frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} v_g}{\gamma^2\left(\frac{|I_w|}{B}\right)^2}. \tag{7a}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

A) Определение формул (3) и (4)

Составляющие полей на основании *Пирса* [1] во внутренней части косопроводящего цилиндра ($r < a$)

$$E_z = BI_0(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)},$$

$$E_r = jB\frac{\beta}{\gamma} I_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)},$$

$$E_\varphi = -B\frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)} \tan\psi\, I_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)};$$

$$H_z = -j\frac{B}{Z_0}\frac{\gamma}{\beta_0}\frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)} \tan\psi\, I_0(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}, \tag{9}$$

$$H_r = \frac{B}{Z_0}\,\frac{\beta}{\beta_0}\,\frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)}\tan\psi\, I_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,,$$

$$H_\varphi = j\,\frac{B}{Z_0}\,\frac{\beta_0}{\gamma}\, I_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,.$$

Вне цилиндра ($r > a$)

$$E_z = B\,\frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)}\, K_0(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,,$$

$$E_r = -jB\,\frac{\beta}{\gamma}\,\frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)}\, K_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,,$$

$$E_\varphi = -B\,\frac{I_0(\gamma a)}{K_1(\gamma a)}\tan\psi\, K_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,;$$

$$H_z = j\,\frac{B}{Z_0}\,\frac{\gamma}{\beta_0}\,\frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)}\tan\psi\, K_0(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,,$$

$$H_r = \frac{B}{Z_0}\,\frac{\beta}{\beta_0}\,\frac{I_0(\gamma a)}{K_1(\gamma a)}\tan\psi\, K_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,,$$

$$H_\varphi = -j\,\frac{\beta}{Z_0}\,\frac{\beta_0}{\gamma}\,\frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)}\, K_1(\gamma r)\, e^{j(\omega t-\beta z)}\,.$$

($z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ волновое сопротивление вакуума.)

При использовании (1), (9) и (10):

$$W_e = B^2\,\frac{\varepsilon_0\pi}{2}\left\{\int_0^a r\, I_0^2(\gamma r)\, dr + \left[\frac{\beta^2}{\gamma^2} + \frac{I_0^2(\gamma a)}{I_1^2(\gamma a)}\tan^2\psi\right]\int_0^a r\, I_1^2(\gamma r)\, dr + \right.$$

$$\left. + \frac{I_0^2(\gamma a)}{K_0^2(\gamma a)}\int_a^\infty r\, K_0^2(\gamma r)\, dr + \left[\frac{\beta^2}{\gamma^2}\,\frac{I_0^2(\gamma a)}{K_0^2(\gamma a)} + \frac{I_0^2(\gamma a)}{K_1^2(\gamma a)}\tan^2\psi\right]\int_0^\infty r\, K^2(\gamma r)\, dr\right\}.$$

При использовании (2), (9) и (10), после подставки Z_0:

$$W_m = B^2\,\frac{\varepsilon_0\pi}{2}\left\{\frac{\gamma^2}{\beta_0^2}\tan^2\psi\,\frac{I_0^2(\gamma a)}{I_1^2(\gamma a)}\int_0^a r I_0^2(\gamma r)\, dr + \left[\frac{\beta^2}{\beta_0^2}\tan^2\psi\,\frac{I_0^2(\gamma a)}{I_1^2(\gamma a)} + \right.\right.$$

$$+ \left.\frac{\beta_0^2}{\gamma^2}\right]\int_0^a r I_1^2(\gamma r)\, dr + \frac{\gamma^2}{\beta_0^2}\,\frac{I_0^2(\gamma a)}{K_1^2(\gamma a)}\tan^2\psi\int_a^\infty r K_0^2(\gamma r)\, dr +$$

$$\left. + \left[\frac{\beta^2}{\beta_0^2}\tan^2\psi\,\frac{I_0^2(\gamma a)}{K_1^2(\gamma a)} + \frac{\beta_0^2}{\gamma^2}\,\frac{I_0^2(\gamma a)}{K_0^2(\gamma a)}\right]\int_a^\infty r K_0^2(\gamma r)\, dr\right\}.$$

После вычисления интегралов получится выражение (3) и (4).

Б) Равность электрических и магнитных энергий при любой величине аргумента

Тождество от (3) и (4) можно увидеть при использовании следующих выражений:

$$\tan^2\psi = \frac{\beta_0^2}{\gamma^2}\,\frac{I_1(\gamma a)\, K_1(\gamma a)}{I_0(\gamma a)\, K_0(\gamma a)}\,, \tag{11}$$

$$I_2(\gamma a) = I_0(\gamma a) - \frac{2}{\gamma a}\, I_1(\gamma a)\,, \tag{12}$$

$$K_2(\gamma a) = K_0(\gamma a) + \frac{2}{\gamma a}\, K_1(\gamma a)\,. \tag{13}$$

B) Энергия с показателями поля, удовлетворяющими уравнению Лапласа

Метод «принудительного синусоидального поля» *Пирса* приводит к следующему результату (см. [1] аппендикс 3.1)

$$\frac{W}{B^2} = \frac{\varepsilon_0 \pi \gamma a}{\gamma^2} \left[\frac{I_1}{I_0} + \frac{K_1}{K_0} \right].$$

Вышеуказанное выражение можно еще упростить:

$$\frac{W}{B^2} = \frac{\varepsilon_0 \pi}{\gamma^2} \frac{1}{I_0 K_0} .$$

Г) Электрическая энергия спирали в диэлектрической трубке

Методом 2-го раздела, при применении обозначений на рисунке 1:

$$\begin{aligned}
\frac{We}{B^2} = \frac{\varepsilon_0 \pi}{4} \Bigg\{ & a^2 \left[I_0^2 - I_1^2 + \frac{\beta^2}{\gamma^2} (I_1^2 - I_0 I_2) + \right. \\
& \left. + \frac{I_0^2}{I_1^2} \tan^2 \psi \, (I_1^2 - I_0 I_2) \right] + \\
& + (a+\varrho)^2 \Bigg\{ (1-\varepsilon_r) \Bigg\{ \frac{I_0^2}{K_0^2} \left\{ K_0^2 [\gamma (a+\varrho)] + K_1^2 [\gamma (a+\varrho)] \right\} + \\
& + \tan^2 \psi \, \frac{I_0^2}{K_1^2} \{ K_1^2 [\gamma (a+\varrho)] - K_0 [\gamma (a+\varrho)] K_2 [\gamma (a+\varrho)] \} \Bigg\} + \\
& + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right) \left\{ \frac{\beta^2}{\gamma^2} \frac{I_0^2}{K_0^2} \{ K_1^2 [\gamma (a+\varrho)] - K_0 [\gamma (a+\varrho)] K_2 [\gamma (a+\varrho)] \} \right\} \Bigg\} + \\
& + b^2 \Bigg\{ (\varepsilon_r - 1) \left\{ \frac{I_0^2}{K_0^2} \left[K_0^2 (\gamma b) - K_1^2 (\gamma b) + \tan^2 \psi \, \frac{I_0^2}{K_1^2} [K_1^2 (\gamma b) - \right. \right. \\
& \left. \left. - K_0 (\gamma b) K_2 (\gamma b)] \right\} + \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1 \right) \left\{ \frac{\beta^2}{\gamma^2} \frac{I_0^2}{K_0^2} [K_1^2 (\gamma b) - K_0 (\gamma b) K_2 (\gamma b)] \right\} \Bigg\} - \\
& - a^2 \left\{ \frac{I_0^2}{K_0^2} [K_0^2 - K_1^2] + \frac{\beta^2}{\gamma^2} \frac{I_0^2}{K_0^2} [K_1 - K_0 K_2] + \right. \\
& \left. + \tan^2 \psi \, \frac{I_0^2}{K_1^2} [K_1^2 - K_0 K_2] \right\} \Bigg\}
\end{aligned} \tag{14}$$

(аргумент γa не выписан).

Если бы учесть воздушный зазор между спиралью и диэлектрической трубкой, то величина (11) еще более приближалась бы к (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Pierce, J. R.: Traveling-Wave tubes. Van Nostrand, New York 1950.
2. Kleen, W.: Mikrowellen Elektronik. Hirzel, Zürich 1952.
3. Kaden, H.: Eine Allgemeine Theorie des Wendelleiters. *A. E. Ü.* (1951), 534—538.

ENERGY STORED IN HELICAL DELAY LINE

S. KIS-TÓTH and B. NEUMAYER

SUMMARY

Helix is the most widely used delay line for traveling-wave amplifiers. Knowledge of the energy stored in unit length of the delay line allows the calculation of some important parameters of the amplifiers. For computing the energy, the Ollendorff—Pierce model of the helically conducting cylinder is used. Contrary to approximation methods used up to present, an exact solution is given. The effect on magnetic energy, caused by the change of the dielectric constant of the dielectric fixing elements in the field of the line, may by merely altering the radial propagation factor be taken into consideration. The radial propagation factor is determined from dispersion measurements.

DIE ENERGIE IN DER WENDEL-VERZÖGERUNGSLEITUNG

S. KIS-TÓTH und B. NEUMAYER

ZUSAMMENFASSUNG

Die Wendelleitung ist die am meisten benutzte Verzögerungsleitung der Wanderfeldverstärker. Einige wichtigen Kenngrößen der Wanderfelderstärker können bestimmt werden, wenn die in der Längeneinheit der Verzögerungsleitung gespeicherte Energie bekannt ist. Zur Berechnung der Energie wird das Ollendorff—Piercesche Modell des wendelmäßig führenden Zylinders verwendet. In Gegensatz zu den bisherigen annähernden Verfahren wird hier die genaue Lösung gegeben. Die Wirkung der im Feld der Verzögerungsleitung befindlichen dielektrischen Stoffe auf die magnetische Energie kann einzig durch die Veränderung der radialen Fortpflanzungskonstante berücksichtigt werden. Die radiale Fortpflanzungskonstante wird aus Dispersionsmessungen bestimmt.

L'ÉNERGIE DE LA LIGNE DE RETARD A SYSTÈME HÉLICE

S. KIS-TÓTH — B. NEUMAYER

RÉSUMÉ

L'hélice est la ligne de retard la plus utilisée des amplificateurs à ondes progressives. La connaissance de l'énergie accumulée dans l'unité de longueur de la ligne de retard permet le calcul de quelques paramètres importants des amplificateurs. Pour le calcul de l'énergie, on fait usage du cylindre conduisant hélicoïdalement, suivant le modèle d'Ollendorff—Pierce. Au lieu des méthodes approximatives utilisées, les auteurs donnent la solution exacte. L'influence exercée sur l'énergie magnétique par le changement de la constante diélectrique des éléments de support dans le champ de la ligne de retard, peut être considérée par le changement seul de la constante de propagation radiale. Celle-ci est déterminée par la mesure de la dispersion.

A TECHNIQUE FOR THE RAPID DETERMINATION OF SMALL REFLECTIONS

B. EASTER

THE GENERAL ELECTRIC COMPANY LIMITED TELECOMMUNICATIONS RESEARCH LABOROTORIES
HIRST RESEARCH CENTRE, WEMBLEY

The principles whereby the reflection coefficient in a waveguide may be determined from a comparison of the field intensities at three points on the transmission path are outlined. The inherent errors and limitations of this form of measurement are discussed, and it is shown that the method may be successfully applied to the rapid determination of small reflection coefficients of the order of magnitude 0,01. A great advantage of the method lies in the simplicity of the microwave measuring circuit, which minimises the quantity of specialised apparatus required to cover a range of frequency, or alternative waveguide forms.

1. Origin of the Method of Measurement

The distortion requirements for broad-band microwave systems carrying frequency division multiplex signals by frequency modulation result in stringent specification for the impedance match of the aerial and feeder components. The complete assembly must have a reflection coefficient no greater than a few per cent.

Of the several known techniques for the rapid measurement of the complex reflection coefficient, one approach [1], [2] simple in principle, involves the derivation of the desired display from simultaneous measurements of the field intensity at three or more stations along the transmission path. The principles of this form of measurement will be examined in order to show how the desired accuracy may be realised.

2. Basic Theory

The phase and magnitude of a standing wave pattern may be determined from the values of the field intensity at three positions spaced along the direction of propagation. The diagram of Fig. 1 represents a section of loss-free uniform transmission line or waveguide with three equi-spaced probes coupled to the electric field. Small coupling and negligible disturbance of the propagation is assumed. The complex relative values of the field of the incident and reflected waves are indicated at the three positions. If the three probes feed square

law detectors to give outputs V_A, V_B and V_C, then, by taking suitable combinations of the output voltages the following relations may be derived:

$$r \sin \Phi = (V_C - V_A) \frac{1}{4\,k \sin 2\,\Theta}\,, \tag{1}$$

$$r \cos \Phi = \left(V_B - \frac{V_A + V_C}{2}\right) \frac{1}{4\,k \sin^2 \Theta}\,, \tag{2}$$

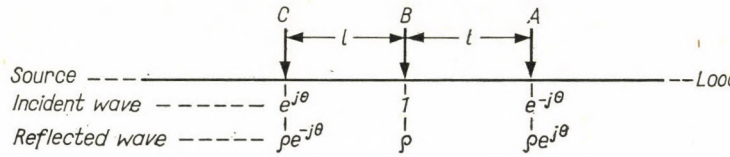


Fig. 1

where $\Theta = 2\pi l/\lambda_g$, k is a constant and r, Φ are the magnitude and phase of the complex reflection coefficient at B. Thus the deflection voltages for a direct, reading c. r. t. display of the complex reflection coefficient may be easily

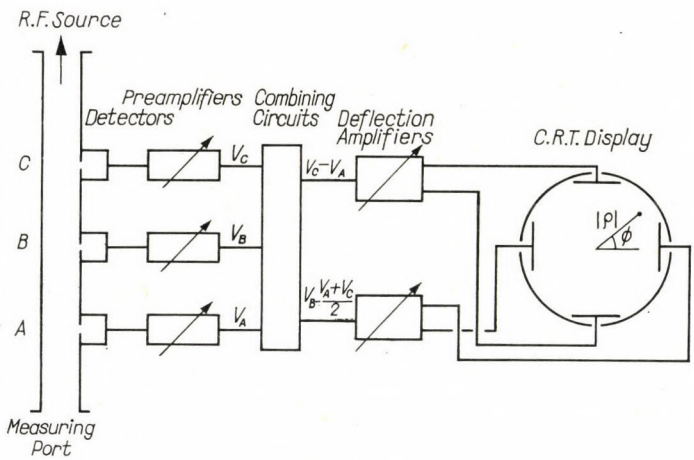


Fig. 2

obtained. Furthermore, it is evident that the choice of Θ, the probe spacing, is not critical: Θ must not be a multiple of 90°, and considerations of signal to noise ratio will limit the range further, but with appropriate changes of sensitivity a fixed mechanical spacing may be used over a useful range of wavelength.

A simplified schematic of apparatus based on these principles is shown in Fig. 2. The practical problems of handling the low-level signals from the detectors may be eased by using a modulated r. f. source: the detector outputs

may then be taken at modulation frequency, but phase sensitive rectifiers must be introduced preceding the deflection amplifiers. Variable gain controls of small range in the stages before the signals are combined allow the probe-detector sensitivities to be balanced; further controls after the combining stage allow the sensitivity of the display to be set as required by equations (1) and (2).

The gain controls may be set empirically by the successive application of a matched termination and a variable position short circuit to the test port: the amplifier gains may be set to give zero deflection for the first component and the deflection sensitivities adjusted for unit deflection with the short circuit connected. This procedure automatically allows for the changes of sensitivity required when the frequency is changed. If the display is equipped with a rotating graticule, this may be set at this stage so that the indicated reflection coefficient corresponds to any desired reference plane.

3. Sources of Error

Several possible sources of error can be recognised, and will be briefly reviewed. The discontinuities associated with the probes represent an inherent source of error; further significant errors may occur due to other discontinuities, the law of the detectors and non-linearities in the display equipment. Finally the accuracy will be dependent on the stability and noise level of the display.

If the overall error is considered as being specified in the form

$$|\Delta_{p-}| \leqslant \alpha_1 + \alpha_2 |p -| \tag{3}$$

it is evident that α_1, the fixed error component, is only dependent on the initial adjustment and the stability and resolution of the display. The proportional component of the error definition, α_2, will be dependent on the several sources of error outlined above: in particular, the effect of the probe discontinuities is of interest and will be discussed briefly.

A probe-detector arrangement of essentially aperiodic form is desirable, in order to facilitate operation over a useful frequency range. If the coupling is small, of the order of −30 dB or less, it may be assumed that the effect of the probes on the waveguide may be represented by a small shunt susceptance at the position of each probe. The significance of this as related to the measurement process may be studied with the aid of the equivalent circuit of Fig. 3: it is evident that small modifications result in the sensitivity of the centre probe, the effective spacing of the probes and the effective impedance of the measuring section. The first two effects will be

compensated by the initial adjustments, but the change of impedance is more serious.

Examination of the relation giving the change of impedance will show that the change approaches zero for the condition $\Theta = 60°$, a probe spacing of $\lambda_g/6$.

4. Detectors and Display Equipment

The greatest problem in the realisation of practical equipment employing the principles outlined occurs in the design of a suitable probe-detector system. The major requirements are as follows: essentially aperiodic characteristics, high stability of sensitivity, accurate square law response, good signal to noise ratio and a suitably small discontinuity. A satisfactory solution may be found in the application of WOLLASTON wire bolometers [3] employing wire of 1 micron nominal core diameter. This form of detector is only slightly inferior to a crystal if the sensitivity is expressed on a power, rather than voltage basis, and is superior in other respects [4].

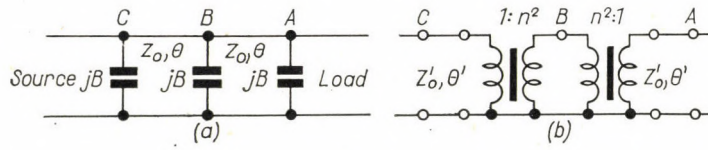


Fig. 3

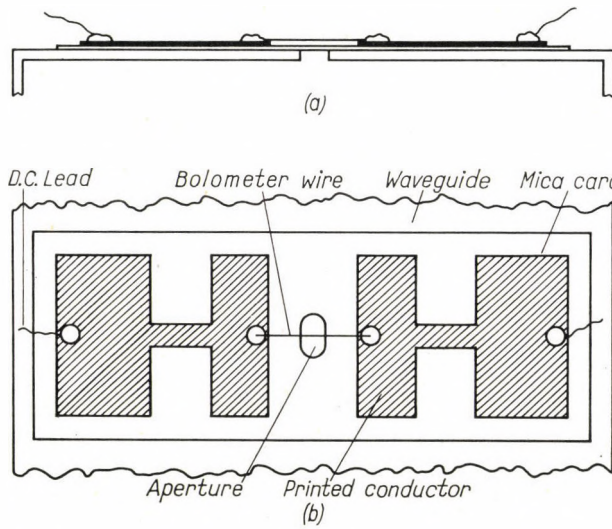


Fig. 4

$$n^2 = \frac{1 - B/Y_0 \tan \Theta}{1 - B/2Y_0 \tan \Theta},$$

$$\tan^2 \Theta' = \left[\frac{(1 + 3/2\, B/Y_0 \tan \Theta - 1/2\, B^2/Y_0^2)}{(1 - B/Y_0 \tan \Theta)(1 - B/2Y_0 \tan \Theta)} \right] \tan^2 \Theta,$$

$$Z_0'^2 = \left[\frac{(1 - B/2Y_0 \tan \Theta)}{(1 - B/Y_0 \tan \Theta)(1 + 3/2\, B/Y_0 \tan \Theta - 1/2\, B^2/Y_0^2)} \right] Z_0^2.$$

For waveguide applications in the 6000 Mc/s range, the arrangement shown in Fig. 4 was chosen. The bolometer wire is attached to metallised areas on a thin mica plate clamped to the outside of the narrow wall of the

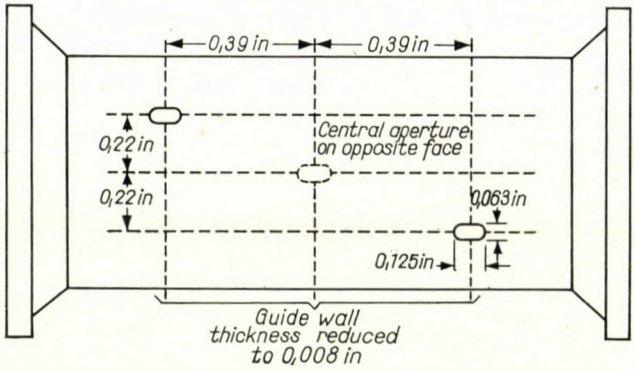


Fig. 5

guide. Coupling to the longitudinal magnetic field is arranged by means of a small slot. The wire is etched to expose the platinum core over a length of about ½ m. m., giving a resistance of some 50 ohms. The time constant of the bolometer is of the order of 250 μ secs., enabling convenient modulation frequencies to be used without serious loss. Fig. 5 shows the disposition of the coupling slots for a measuring section covering the range 5,9—7 Gc/s: the spacing corresponds to $\Theta = 60°$ near the centre of the range. The coupling loss is approximately 40 dB and the normalised discontinuity susceptances less than 0,01.

The circuit design of the display equipment is essentially conventional, following the simplified schematic of Fig. 2. The major consideration affecting the design is the requirement for adequate stability, particularly for the stages preceding the combining circuits. Additional gain controls allow the sensitivity of the display to be increased in steps to a maximum expansion factor of 50, to facilitate the observation of small reflections.

5. Performance

The r. f. source normally used to supply the measuring section is a low voltage bench oscillator buffered by an isolator, and giving a level of 10—50 mW. Under these conditions the noise level of the display is such that the associated reading error is less than 0.001. Errors of the same order must be expected due to the reference termination employed for initial adjustment, and the finite drifts of amplification in the display equipment. The total inaccuracy for the measurement of small reflections is thus of the order of 0,002: the scale factor error (α_2) is believed to be at most 0,05.

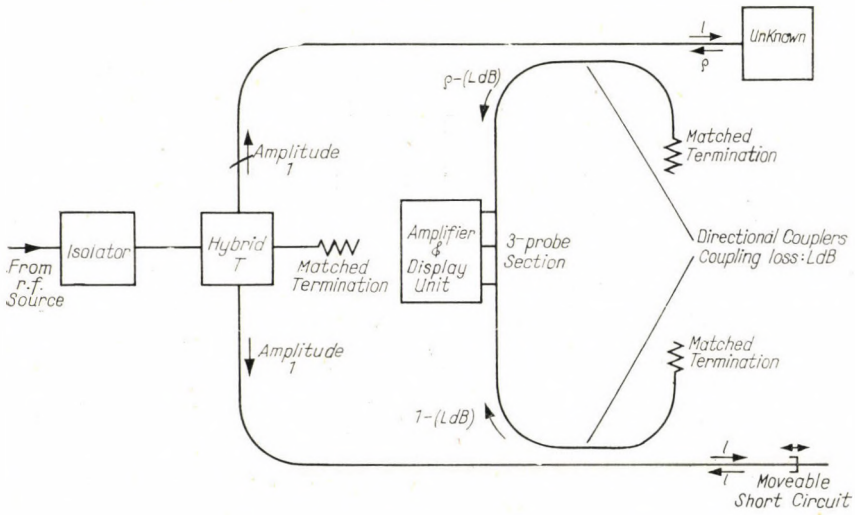


Fig. 6

The adaptability of the bolometer design enables this method of measurement to be applied over a wide range of frequency and alternative forms of waveguide. If desirable, an alternative field component, such as the transverse magnetic, may be chosen to be sampled by the bolometers.

An additional facility sometimes demanded is the use of a swept frequency source to provide a continuous presentation of an impedance characteristic. Some loss of accuracy is inevitable under these conditions, owing to the compensation of errors by the initial adjustment procedure, but satisfactory operation over frequency ranges of say 5% may be expected. In this connection the arrangement of Fig. 6 is of interest, as it allows the reference plane to be varied, a useful facility for empirical impedance matching investigations.

REFERENCES

1. Bloch, A.—Fisher, F. J.—Hunt, G. J.: New Equipment for Impedance Matching and Measurement at Very High Frequencies *Proc. I. E. E.* **100** (1953), 93.
2. Samuel, A. L.: An Oscilloscope Method of Presenting Impedances on the Reflection Coefficient Plane *Proc. I. R. E.* **35** (1947), 1279.
3. Montgomery, C. G.: Technique of Microwave Measurement. *M. I. T. Rad. Lab. Series* No. 11, 156.
4. Sorges, A. V.—Weinschel, B. O.: Comparisons of Deviations from Square Law of r. f. Crystal Diodes and Barreters *Trans. I. R. E.* **18** (1959), 103.

VERFAHREN ZUR SCHNELLEN BESTIMMUNG KLEINER REFLEXIONEN

B. EASTER

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden die Grundsätze erörtert, auf Grund deren der Reflexionskoeffizient in einem Hohlleiter aus dem Vergleich der Feldstärke an drei Stellen des Übertragungsweges bestimmt werden kann. Die inhärenten Fehler und Beschränkungen dieser Form von Messung werden behandelt. Es wird gezeigt, daß dieses Verfahren zur schnellen Bestimmung kleiner Reflexionskoeffizienten in der Größeordnung von 0,01 mit Erfolg angewendet werden kann. Ein großer Vorzug dieses Verfahrens besteht in der Einfachheit der Mikrowellen-Meßanordnung, wodurch die Anzahl der zur Umfassung eines bestimmten Frequenzbereiches oder alternativer Hohlleiterformen notwendigen Spezialeinrichtungen auf ein Minimum herabgesetzt wird.

UNE MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION RAPIDE DE PETITES RÉFLEXIONS

B. EASTER

RÉSUMÉ

L'auteur expose les principes rendant possible la détermination du coefficient de réflexion dans un guide d'onde par comparaison des intensités de champ dans trois points de la voie de transmission. Les défauts et limitations inhérents à cette forme de mesure sont discutés, et l'auteur démontre que cette méthode peut être utilisée avec succès pour la détermination rapide de coefficients de réflexion de l'ordre de 0,01. Un grand avantage de cette méthode est la simplicité du circuit de mesure hyperfréquences, grâce à laquelle le nombre des appareils spéciaux nécessaires pour couvrir une gamme de fréquences et celui des variétés de formes des guides d'ondes est réduit au minimum.

МЕТОД БЫСТРОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАЛЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ

Б. ИСТЕР

РЕЗЮМЕ

Описываются принципы, позволяющие определить коэффициент отражения в волноводе путем сравнения напряженностей поля в трех точках тракта передачи. Обсуждаются погрешности и ограничения, связанные с этим методом измерения. Показывается, что метод успешно может использоваться для быстрого определения малых коэффициентов отражения порядка 0,01. Большое преимущество метода заключается в простоте измерительной цепи СВЧ, благодаря чему число специальных устройств, необходимых для охвата определенного диапазона частот или разных конфигураций волноводов можно свести к минимуму.

FREQUENZGANGFEHLER BEI MEHRSONDENMETHODEN ZUR DIREKTEN ANZEIGE DES REFLEXIONSFAKTORS AUF LEITUNGEN

M. KUMMER

INSTITUT FÜR MIKROWELLENTECHNIK UND WELLENAUSBREITUNG
DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK, ILMENAU

Durch zweckmäßige Anordnung von drei oder vier Sonden mit nachgeschaltetem, quadratischem Gleichrichter auf einer Leitung ist es möglich, eine oszillographische Anzeige des Reflexionsfaktors als Punkt in der komplexen Reflexionsfaktorebene zu erhalten. Alle diese Verfahren funktionieren ohne zusätzliche Maßnahmen nur bei einer durch die Anordnung der Sonden bestimmten Nennfrequenz. Betrachtet werden im folgenden die bei Abweichungen von der Nennfrequenz auftretenden Fehler bei verschiedenen Kombinationen von Sonden und Hohlleitern. Diese Fehler werden anschaulich anhand von Ortskurven dargestellt. Auf die Möglichkeit, diese Frequenzgangfehler mit Hilfe einer Rechenschaltung zu kompensieren, wird hingewiesen.

1. Einleitung

Zur Messung des komplexen Reflexionsfaktors auf Leitungen sind eine Vielzahl von Verfahren bekannt. Von besonderem Interesse sind dabei solche Verfahren, die eine direkte Anzeige des komplexen Reflexionsfaktors ermöglichen. Sie basieren meist auf der Anwendung von Richtungskopplern zur getrennten Messung der hinlaufenden und der rücklaufenden Welle oder auf der Abtastung der Amplitudenverteilung an diskreten Stellen der Leitung mit Hilfe entsprechender Sonden. Diese letztere Gruppe von Verfahren — die sogenannten Mehrsondenmethoden — erfordert dabei im allgemeinen einen etwas geringeren Aufwand an mikrowellentechnischen Bauelementen. Ihr Hauptnachteil besteht jedoch darin, daß die Anzeige prinzipiell nur bei einer (Nenn-) Frequenz richtig ist, wenn nicht eine entsprechende Nachstellung der Sonden oder ähnliches vorgenommen wird — abgesehen von einer Reihe Fehlerquellen, die auch bei den anderen erwähnten Verfahren auftreten. Bevor man aber die Fehler, die durch Abweichungen von der Nennfrequenz auftreten, durch zusätzliche Schaltungen beseitigen bzw. vermindern kann, ist zu untersuchen, welcher Art und Größe diese Fehler sind. Dazu sollen die folgenden Ausführungen dienen. Betrachtet werden dabei folgende 5 Anordnungen, die aus der Literatur bekannt sein werden:

a) Vier gleichartige Sonden längs einer Leitung [1], [2];

b) zwei Sondenpaare aus je einer kapazitiven und einer induktiven Sonde längs einer Leitung [3];

c) vier rein induktive Sonden im gleichen Hohlleiterquerschnitt [4];
d) drei gleichartige Sonden längs einer Leitung [5];
e) drei rein induktive Sonden im gleichen Hohlleiterquerschnitt.

Bei den Rechnungen wird so weit normiert, daß die Ergebnisse sowohl für Anordnungen mit Hohlleitungen (z. B. mit H_{10}-Typ) als auch mit Lecherleitungen ausgewertet werden können. Diese Ergebnisse werden anschaulich als Ortskurven dargestellt. Ferner werden Gleichungen angegeben, die den Entwurf von Schaltungen zur Frequenzgangkorrektur ermöglichen. Eine solche Schaltung wird an einem Beispiel erläutert.

2. Ursachen des Frequenzganges

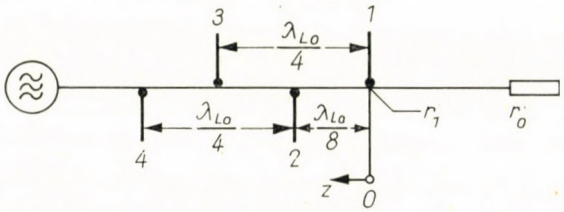
Den gesamten Anordnungen ist gemeinsam, daß mehrere (3 oder 4) Sonden in die Leitung eingeführt werden, deren Ausgangswechselspannungen der elektrischen oder magnetischen Feldstärke am jeweiligen Sondenort proportional sind. Nach quadratischer Gleichrichtung dieser Wechselspannungen werden die entstehenden Gleichspannungen so kombiniert, daß zwei resultierende Gleichspannungen entstehen, deren eine dem Realteil und deren andere dem Imaginärteil des zu messenden komplexen Reflexionsfaktors proportional ist. Diese beiden Spannungen, genannt u_x und u_y, bilden die Ablenkspannungen für ein Oszilloskop, dessen Bildschirm als komplexe Reflexionsfaktorebene dient*. Der gesuchte Reflexionsfaktor erscheint dann als Lichtpunkt in dieser Ebene.

Die gesamte Frequenzabhängigkeit setzt sich nun aus mehreren Anteilen zusammen. Der erste Anteil ist eine Proportionalität der Sondengleichspannung mit ω^2, die bei der Umwandlung Feldstärke $\rightarrow$ Sondenwechselspannung $\rightarrow$ Sondengleichspannung entsteht. Angenommen wird dabei, daß kleine Sonden mit einem quadratischen Gleichrichter verwendet werden und daß die Leistung der hinlaufenden Welle konstant gehalten wird. Ein zweiter Anteil ist durch die verschiedene Frequenzabhängigkeit der einzelnen Feldstärkekomponenten im Hohlleiter bedingt. Damit hängt auch die Frequenzabhängigkeit der Ebene im Hohlleiter zusammen, in der der Vektor der magnetischen Feldstärke zirkular polarisiert ist. Diese Zirkularpolarisation ist die Grundlage für zwei der oben genannten Verfahren. Und der dritte Anteil besteht schließlich in der Änderung des elektrisch wirksamen Abstandes oder Phasenabstandes zwischen den längs der Leitung feststehenden Sonden bei Frequenzänderung. Er ist maßgebend bei den drei anderen Verfahren.

* *Anmerkung:* Im folgenden werden die komplexen Größen durch Unterstreichung gekennzeichnet, z.B. $\underline{r_0}$.

3. Wirkungsweise der Mehrsondenmethoden

Bild 1 zeigt schematisch die Anordnung mit vier gleichen Sonden längs einer Hohlleitung. Die vier Sonden liegen bei Nennfrequenz je $\lambda_L/8$ auseinander. Je zwei $\lambda_L/4$ auseinander liegende Sonden gehören zusammen. Die Differenz ihrer Ausgangsgleichspannungen bildet je eine Ablenkspannung für den Oszillografen. Die zugehörigen quadratischen Gleichrichter sind nicht mit eingezeichnet.



Sondengleichspannung:

$$U_{n-} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta I_K}{\Delta P}\right) K_e^2 \hat{E}_0^2 \omega^2 [1-\eta^2]^{-\frac{1}{2}} |1 + r_1 e^{j(\varphi_1 - 2\beta z_n)}|^2.$$

Normierte Sondengleichspannung:

$$u_n = \frac{1-\eta_0^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta I_K}{\Delta P}\right) K_e^2 \hat{E}_0^2 \omega_0^2} U_{n-} = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \frac{\sqrt{1-\eta_0^2}}{\sqrt{1-\eta^2}} \cdot$$

$$\cdot \left[1 + 2r_1 \cos\left(\varphi_1 - 2\frac{\omega}{v_{ph}} z_n\right) r_1^2\right],$$

$$\text{mit } z_n = (n-1)\frac{\lambda_{L0}}{8} = (n-1)\frac{\pi}{4}\frac{v_{pho}}{\omega_0}; \quad v_{pho} = \frac{v}{\sqrt{1-\eta_0^2}}.$$

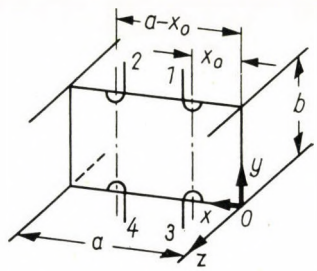
Bild 1. Vier kapazitive Sonden längs Leitung — Grundgleichungen

Die zwei folgenden Anordnungen unterscheiden sich von der ersten nur durch die Art, in der die dem Sondenabstand proportionale Phasenverschiebung gebildet wird. So kann man einmal die Phasenverschiebung zwischen zwei Sonden im Abstand $\lambda_L/4$ ersetzen durch die Phasenverschiebung von $\pi/2$ zwischen einer kapazitiven und einer rein induktiven Sonde [6] im gleichen Leitungsquerschnitt. Damit kommt man zur Anordnung mit zwei Sondenpaaren längs einer Leitung. Ferner läßt sich nach TISCHER die Verschiebung einer Sonde längs einer Leitung ersetzen durch die Verdrehung einer rein induktiven Sonde, wenn sie an der Stelle des Hohlleiters angebracht ist, an der H zirkular polarisiert ist. Durch diese Lage ist die Nennfrequenz bestimmt. Das führt zu der Anordnung mit vier rein induktiven Sonden im gleichen Hohlleiterquerschnitt, die um je 45° gegeneinander verdreht sind (Bild 2).

Wie EASTER* und CHAMBERLAIN [5] zeigten, genügen zur Bildung der erforderlichen Ablenkspannungen bereits drei Sonden, deren Ausgangsgleichspannungen geeignet kombiniert sind. Die Nennfrequenz ist hier durch den Abstand der drei Sonden und das Verhältnis der Ablenkverstärkungen V_x und V_y gegeben. Die Möglichkeit, drei entsprechend gegeneinander verdrehte rein induktive Sonden im gleichen Hohlleiterquerschnitt zu verwenden, folgt aus der Analogie zu obiger Anordnung mit vier Sonden.

Bedingung für Sondenort:

$$\frac{x_0}{a} = \frac{1}{\pi} \arcsin \eta_0.$$



Äquivalenz von Leitungslänge und Sondenwinkel:

$$\psi_n = 2\pi \frac{z_n}{\lambda_L} = (n-1)\frac{\pi}{4}.$$

Sondenwechselspannung:

$$\underline{u_{sn}} = \omega K_m [\underline{H_z} \cos\psi_n + \underline{H_z} \sin\psi_n] =$$
$$= \omega K_m \underline{H_0} [f_z(1 + \underline{r_0})\cos\psi_n + jf_x(1 - \underline{r_0}) \sin\psi_n].$$

Normierte Ablenkspannungen:

$$u_x = u_1 - u_3 = 2r_0 \cos\varphi_0 \frac{f_z^2 + f_x^2}{f_0^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + (1 + r_0^2)\frac{f_z^2 - f_x^2}{f_0^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

$$u_y = u_2 - u_4 = 4r_0 \sin\varphi \frac{f_x f_z}{f_0^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2,$$

mit $$f_x = [1 - \eta^2]^{\frac{1}{4}} \sin\frac{\pi}{a} x_0,$$

$$f_z = \eta\,[1 - \eta^2]^{-\frac{1}{4}} \cos\frac{\pi}{a} x_0,$$

$$f_0 = \sin\frac{\pi}{a} x_0 \cos^{\frac{1}{2}}\frac{\pi}{a} x_0.$$

Normierungsgleichung:

$$u_n = \frac{U_{n-}}{\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta I_K}{\Delta P}\right) K_m^2 \hat{H}_0^2 \omega_0^2 \sin^2\frac{\pi}{a} x_0 \cos\frac{\pi}{a} x_0}.$$

Bild 2. Vier rein induktive Sonden im gleichen Hohlleiterquerschnitt — Grundgleichungen

4. Berechnung der Frequenzgangfehler

Zur näherungsweisen Berechnungen der Frequenzgangfehler werden die von der Frequenz abhängigen normierten Sondengleichspannungen in eine Taylor-Reihe um den Punkt der Nennfrequenz entwickelt und diese nach dem

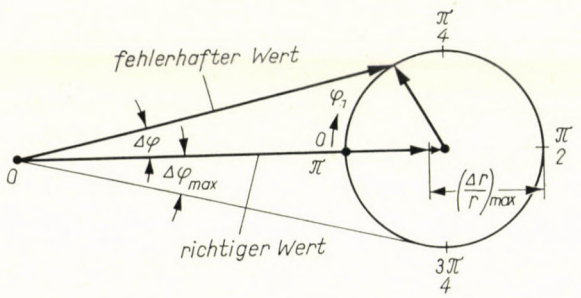
* Näheres s. S. 225 dieses Heftes.

Tafel I

Normierte Ablenkspannungen $\bar{u}_v = u_v V_v / V_x \sin^2 \psi_0$; $v = x, y$

4 Sonden längs Hohlleitung	$\frac{u_x}{4} = r_1 \cos \varphi_1 \left[1 + \frac{2 - 3\eta_0^2}{1 - \eta_0^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right] + r_1 \sin \varphi_1 \frac{\pi/2}{1 - \eta_0^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ $\frac{u_y}{4} = r_1 \sin \varphi_1 \left[1 + \frac{2 - 3\eta_0^2}{1 - \eta_0^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right] - r_1 \cos \varphi_1 \frac{\pi/2}{1 - \eta_0^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$
3 Sonden längs Hohlleitung	$\frac{\bar{u}_x}{4} = r_1 \cos \varphi_1 \left\{1 + \left(2 - \frac{\eta_0^2}{1 - \eta_0^2}\right) \frac{\Delta\omega}{\omega_0} + \frac{\psi_0}{1 - \eta_0^2} 2 \cot \psi_0 \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right\}$ $\frac{\bar{u}_y}{4} = r_1 \sin \varphi_1 \left\{1 + \left(2 - \frac{\eta_0^2}{1 - \eta_0^2}\right) \frac{\Delta\omega}{\omega_0} + \frac{\psi_0}{1 - \eta_0^2} 2 \cot 2\psi_0 \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right\}$
4 und 3 Sonden im gleichen Querschnitt der Hohlleitung	(4) $\frac{u_x}{4} = r_0 \cos \varphi_0 \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) - \frac{1}{2} \frac{1 + r_0^2}{1 - \eta_0^2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\bar{u}_x}{4}$ (3) $\frac{u_y}{4} = r_0 \sin \varphi_0 \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = \frac{\bar{u}_y}{4}$

linearen Glied abgebrochen. Damit erhält man nach Zusammenfassung u. a. die in Tafel I gezeigten normierten Ablenkspannungen in der Form $u = u_0 + \Delta u$. Diese Gleichungen sind so dargestellt, daß man daraus leicht den Entwurf einer Rechenschaltung zur Fehlerkompensation ableiten kann. Ein Beispiel dafür wird in Bild 6 gezeigt. Zunächst aber soll Bild 3 die Bildung der normierten komplexen Ablenkspannung $u = u_x + ju_y$ aus den beiden Komponenten u_x und u_y und ihre Darstellung in Form einer Ortskurve veranschaulichen. Die einzelnen Teilzeiger entsprechen den einzelnen Summanden in der



$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 0{,}1\,, \qquad \varphi = 30°, \qquad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}}\,,$$

$$\frac{\bar{u}}{4} = r_1 e^{j\varphi_1}\left[1 + \left(2 - \frac{\eta_0^2}{1 - \eta_0^2}\right)\frac{\Delta\omega}{\omega_0} + \frac{\psi_0}{1 - \eta_0^2}(\cot\psi_0 + \cot 2\psi_0)\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \right.$$

$$\left. - \frac{\psi_0}{1 - \eta_0^2}(\cot\psi_0 - \cot 2\psi_0)\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot e^{-j2\varphi_1}\right].$$

Bild 3. Drei Sonden längs Hohlleitung; Zeigerdiagramm und Fehlerortskurve

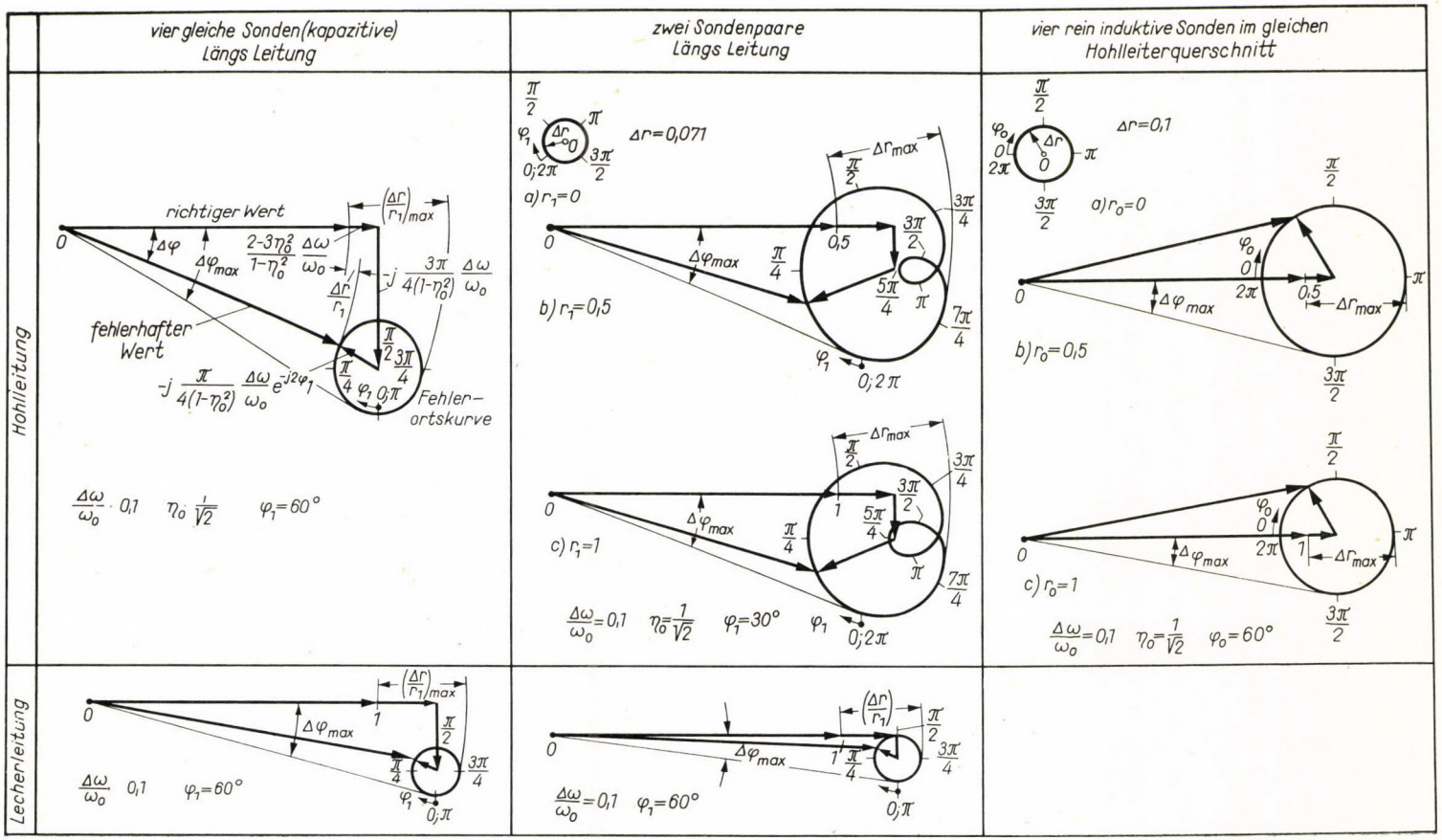


Bild 4. Zeigerdiagramme und Fehlerortskurven

darunter stehenden Gleichung. Der letzte Teilzeiger dreht sich mit dem Winkel $2\varphi_1$ und beschreibt so die hier kreisförmige Ortskurve. Das ganze Zeigerdiagramm ist dabei auf den Zeiger des gesuchten richtigen Reflexionsfaktors bezogen, der durch eine weitere Normierung den Wert 1 erhält. Aus dieser Darstellung läßt sich leicht der maximale Amplitudenfehler $\Delta r_{\max}$ und der maximale Phasenfehler $\Delta\varphi_{\max}$ ablesen.

Die Ortskurven für einige andere Anordnungen sind in Bild 4 dargestellt. Zu beachten ist hier, daß in den Fällen, in denen mehr als eine Feldstärkekomponente des Hohlleiters (E_y, H_x oder H_z) an der Bildung der Ablenk-

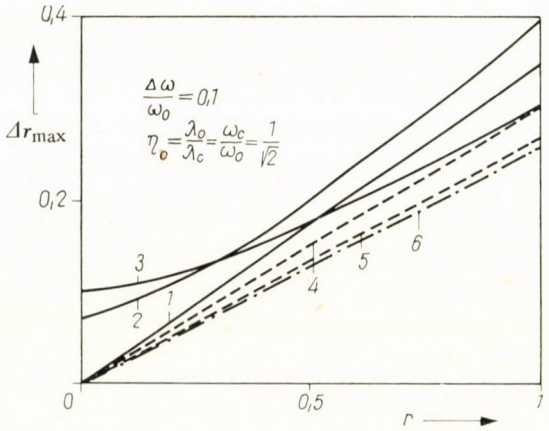


Bild 5. Maximaler Amplitudenfehler in Abhängigkeit vom Reflexionsfaktor

spannungen beteiligt sind, auch dann ein endlicher Fehler bestehen bleibt, wenn der Reflexionsfaktor verschwindet. Der Grund für dieses Verhalten liegt in der verschiedenen Frequenzabhängigkeit der Feldstärkekomponenten. Bemerkt sei ferner, daß die Ortskurven für 3 und 4 rein induktive Sonden im gleichen Hohlleiterquerschnitt identisch sind. Bild 5 zeigt nun die teilweise Auswertung der Ortskurven. Hier ist der maximale Amplitudenfehler $\Delta r_{\max}$ als Funktion des Betrages des Reflexionsfaktors dargestellt. Die benutzten Werte der Konstanten sind mit angegeben. Die einzelnen Kurven gehören zu folgenden Anordnungen: Kurve 1: 4 Sonden längs Hohlleitung, Kurve 2: 2 Sondenpaare längs Hohlleitung, Kurve 3: 3 oder 4 induktive Sonden im gleichen Hohlleiter, Kurve 4: 4 Sonden längs Lecherleitung und gleichzeitig ein Optimalwert für 3 Sonden längs Hohlleitung, wenn $V_y/V_x = 1{,}1$ ist; Kurve 5: 2 Sondenpaare längs Lecherleitung, Kurve 6: Optimalwert für 3 Sonden längs Lecherleitung, wenn $V_y/V_x = 1{,}91$ ist. Bei den Anordnungen mit 3 Sonden längs einer Hohl- oder Lecherleitung ist der Optimalwert dadurch charakterisiert, daß in der in Bild 3 angegebenen Gleichung der zweite und dritte Summand verschwindet. Die beiden erwähnten Optimalwerte für V_y/V_x

hängen ferner mit dem Nennwert des elektrischen Sondenabstandes zusammen. Aus einem Vergleich der Kurven in Bild 5 folgt, daß bei Hohlleitungen und auch bei Lecherleitungen die Anordnung mit 3 Sonden längs Leitung am günstigsten ist, wenn auch bei Lecherleitungen die Anordnung mit 2 Sondenpaaren nur geringfügig schlechter ist.

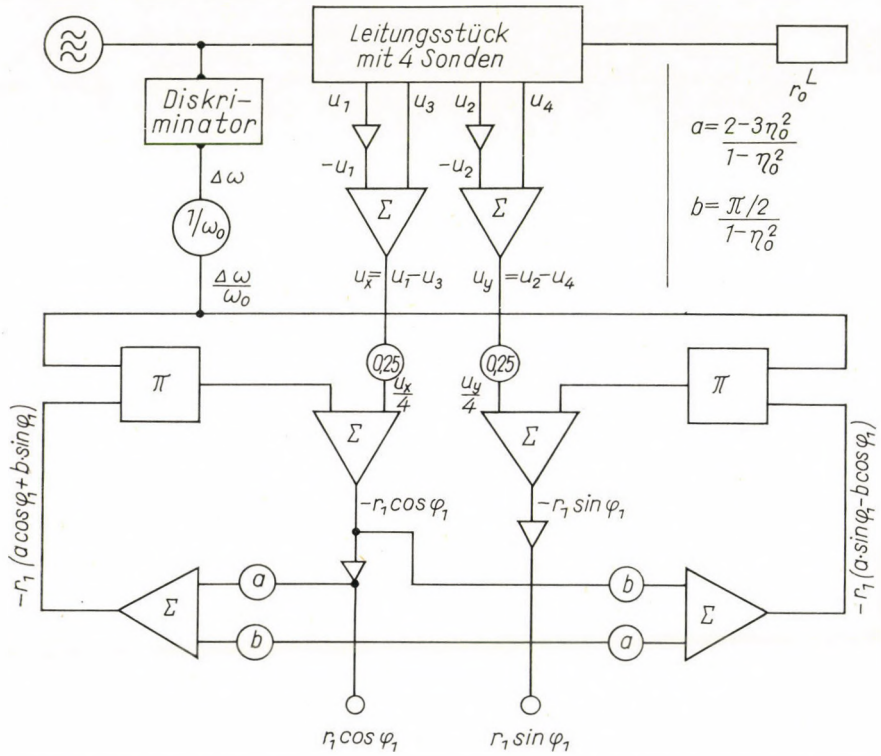


Bild 6. Rechenschaltung zur Fehlerkompensation für 4 Sonden längs Leitung

5. Kompensation der Frequenzgangfehler

Die bei allen genannten Verfahren auftretenden Fehler sind für praktische Zwecke trotz der gefundenen Optimalwerte auf jeden Fall zu groß, wenn man sich nicht auf sehr kleine Bandbreiten beschränken will. Vermeiden oder wenigstens vermindern kann man diese Fehler, indem man den fehlerbehafteten Ablenkspannungen $u_x = u_{x0} + \Delta u_x$ und $u_y = u_{y0} + \Delta u_y$ (vgl. Tafel I) Kompensationsspannungen der Größe $-\Delta u_x$ bzw. $-\Delta u_y$ zufügt, so daß die Fehleranteile verschwinden. Die Bildung dieser Kompensationsspannungen geschieht dabei in einer Rechenschaltung. Als Beispiel zeigt Bild 6 die für eine Anordnung mit 4 Sonden längs einer Hohlleitung geeignete Schal-

tung, deren zugehörige Gleichungen in Tafel I enthalten sind. Der Faktor $\Delta\omega/\omega_0$ wird einem Diskriminator entnommen. Die Faktoren $r_1 \sin \varphi_1$ und $r_1 \cos \varphi_1$ werden den Ausgängen der Schaltung entnommen, die ja Spannungen proportional diesen Werten besitzen sollen. Die übrigen Faktoren sind an entsprechenden Stellgliedern (Konstantmultiplikatoren) je nach Nennfrequenz ω_0, ausgedrückt durch η_0, einzustellen. Über die Erfahrungen mit derartigen Kompensationsschaltungen, die bei geeigneter Dimensionierung der Zeitkonstanten auch für einen Wobbelbetrieb brauchbar sind, soll in einer späteren Arbeit berichtet werden. Zu erwarten sind etwa einschließlich aller anderen Fehlerquellen ([1], [5]) Amplitudenfehler $\Delta r_{\max} < 5\%$ bei einer Bandbreite von $\approx 20\%$ ($\Delta\omega/\omega_0 = 0{,}1$).

SCHRIFTTUM

1. Eichacker, R.: Über zwei Diagramm-Meßverfahren zur Bestimmung der Kennwerte von Netzwerken bei sehr hohen Frequenzen. *Fernmeldetechn. Zeitschr.* **5** (1952), 487—496.
2. Samuel, A. L.: An Oscilloscope Method of Presenting Impedances on the Reflection-Coefficient Plane. *Proc. IRE* **35** (1947), 1279—1283.
3. Tischer, F. J.: Mikrowellenmeßtechnik. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heildelberg und I. F. Bergmann, München 1958.
4. Kummer, M.: Direktanzeigender Hohlleiter-Reflexionsfaktormesser mit 4 induktiven Sonden im gleichen Querschnitt. *Nachrichtentechnik* **11** (1961), 303—306.
5. Chamberlain, J. K. und Easter, B.: A Direct Reading Waveguide Impedance and Reflection Indicator. *Electronic Engng.* (1962), 14—20.
6. Tischer, F. J.: Induktive Sonde für Meßleitungen und Nahfeldprüfer bei Mikrowellen. *Kungl. Tekn. Högsk, Handl. Stockholm* (1951), Nr. 45.

FREQUENCY RESPONSE ERRORS AT MULTISONDE-METHODS FOR DIRECT INDICATION OF REFLECTION COEFFICIENT OF LINES

M. KUMMER

SUMMARY

By means of an appropriate arrangement of three or four probes with following square-law detectors on a waveguide, it is possible to obtain an oscilloscope display of the reflection coefficient as a point in the complex reflection coefficient plane. These methods operate without additional provisions only at a nominal frequency, given by the arrangement of the probes. In the following such errors are considered, which result from frequency deviations at several combinations of probes and waveguides. These errors can evidently be represented with the aid of locus circles. The possibility is pointed out of compensating these frequency response errors by means of a computer circuit.

ERREURS DÉPENDANT DE LA FRÉQUENCE, DANS L'INDICATION DIRECTE DU COEFFICIENT DE RÉFLEXION DES LIGNES PAR LA MÉTHODE A PLUSIEURS SONDES

M. KUMMER

RÉSUMÉ

Par l'arrangement approprié de trois ou quatre sondes montées en série et l'emploi de détecteurs quadratiques, on peut obtenir l'indication oscillographique du coefficient de réflexion, représentée comme un point sur le plan complex du coefficient de réflexion. Sans l'emploi de procédés supplémentaires, toutes ces méthodes ne peuvent être appliquées qu'à une fréquence nominale donnée, qui dépend de l'arrangement des sondes. L'article traite des erreurs résultant de déviations de la fréquence nominale, dans le cas des combinaisons diverses des sondes et des guides d'ondes. Ces erreurs sont mises en vue par des diagrammes circulaires. L'auteur indique aussi la possibilité de compenser ces erreurs dépendant de la fréquence par l'emploi d'un circuit calculateur.

ПОГРЕШНОСТИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ НЕПОСРЕДСТВЕННОЙ ИНДИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ МЕТОДОМ НЕСКОЛЬКИХ ЗОНДОВ

М. КУММЕР

РЕЗЮМЕ

Путем подходящего размещения трех или четырех зондов с последующими квадратичными детекторами в волноводе, можно получить индикацию коэффициента отражения на экране осциллографа как точку в комплексной плоскости коэффициента отражения. Эти методы без дополнительных мероприятий можно применять только на номинальной частоте, зависящей от размещения зондов. Рассматриваются погрешности, вызванные отклонением от номинальной частоты при различных комбинациях зондов и волноводов. Эти погрешности наглядно показаны на круговых диаграммах. Указывается на возможность компенсации этих погрешностей частотных характеристик при помощи счетной схемы.

EINE EINRICHTUNG ZUR MESSUNG VON HÄUFIGKEITSVERTEILUNGEN*

G. HANSEL
INSTITUT FÜR MIKROWELLENTECHNIK UND WELLENAUSBREITUNG
DER HOCHSCHULE FÜR ELEKTROTECHNIK, ILMENAU

Nach einer kurzen Darlegung von Gründen für die Aufnahme einer Summenhäufigkeitskurve der Amplituden bei Feldstärkemessungen wird eine im Institut für Mikrowellentechnik und Wellenausbreitung, Ilmenau gebaute Anordnung beschrieben, die diese Kurve bildet. Sie umfaßt einen Pegel-Analysator und wahlweise ein mechanisches oder elektronisches Summiergerät sowie Zusatzeinrichtungen für die Fixierung der Ergebnisse und die zeitkomprimierte Auswertung von Registrierungen.

1. Einleitung

Der Gegenstand des vorliegenden Beitrages ist an sich kein Problem aus der Mikrowollentechnik selbst, sondern hängt nur indirekt mit dieser Technik zusammen. Den Anstoß hierzu gaben die Aufgaben bei der Untersuchung der Ausbreitung sehr kurzer Wellen, besonders im Hinblick auf die Empfangsverhältnisse jenseits des Funkhorizonts. Diese Untersuchungen haben Bedeutung für die Planung und Projektierung transhorizontaler Richtfunkstrecken. Die Empfangsfeldstärke solcher Strecken zeigt einen zeitlich regellos schwankenden Betrag. Die Angaben über ein solches Signal müssen folglich statistischer Natur sein; so erfolgt beispielsweise die Angabe des Medianwertes, das heißt des im statistischen Mittel während 50% der Zeit vorhandenen oder überschrittenen Signalpegels. Diese Angabe charakterisiert zwar nun die mittlere Ausbreitungsdämpfung, aber für den Betrieb von Richtfunkstrecken interessiert naturgemäß die Größe eines Pegels, der während eines hohen Prozentsatzes der Zeit vorhanden oder überschritten ist, also beispielsweise während 99% der Zeit. Es besteht damit die Aufgabe, die zeitliche Häufigkeit der verschiedenen Werte der Empfangsamplitude zu ermitteln — dazu dient das zu beschreibende Gerät. Die Entwicklung stützte sich teilweise auf eine entsprechende Einrichtung des Fernmeldetechnischen Zentralamtes Darmstadt [1]. Ferner dienten dazu zwei am Institut durchgeführte Diplomarbeiten [2], [3].

2. Wahl der Darstellung

Es gibt zwei Möglichkeiten einer Darstellung der Häufigkeit der vorkommenden Amplituden: erstens die Angabe der relativen Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Signalpegel zwischen den Werten x und $x + \Delta x$

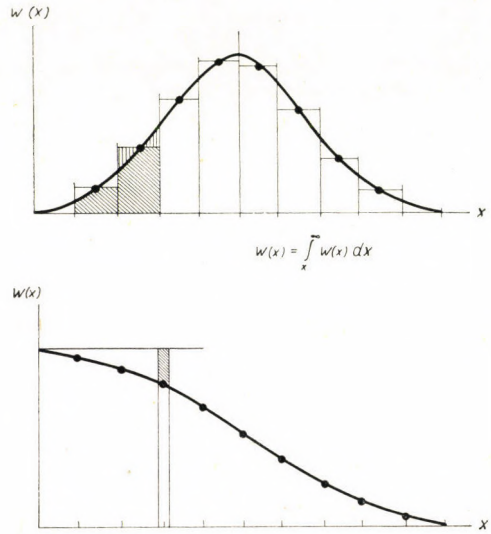
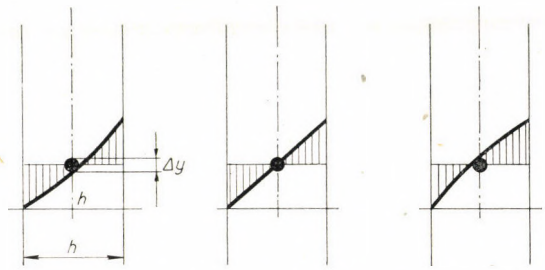


Bild 1



$$\Delta y \approx \frac{f''(x_0)}{3!} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

Bild 2

liegt, das ist die einfache Häufigkeitsverteilung oder Wahrscheinlichkeitsdichte $w(x)$, zweitens die Angabe der Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Signalpegel den Wert x erreicht oder übersteigt, das ist die Summenhäufigkeitsverteilung $W(x)$, das Integral der einfachen Häufigkeitsverteilung (Bild 1)

$$W(x) = \int_0^\infty w(x)\, dx.$$

In der technischen Realisierung kann die Kurve nur durch eine begrenzte Anzahl von Meßpunkten dargestellt werden. Im ersteren Falle wird die Kurve durch eine Stufenfunktion ersetzt; wenn man die Werte der Stufenfunktion der Mitte des Interwalls zuordnet, treten Fehler auf, sobald die Kurve eine Krümmung besitzt (Bild 2). Die Fehler hängen von der gewählten Stufenbreite ab. Im zweiten Falle ergeben sich theoretisch nur Punkte der wirklichen Kurve. Man entscheidet sich deshalb für die Bildung der Summenhäufigkeitskurve aus den Meßwerten.

3. Aufbau des Gerätes

Die Aufgabe des Gerätes zerfällt in zwei Hauptteile: erstens die Ableitung eines Schaltkriteriums beim Überschreiten eines Pegels — der entsprechende Teil des Gerätes wäre also als Amplitudendiskriminator zu bezeichnen —

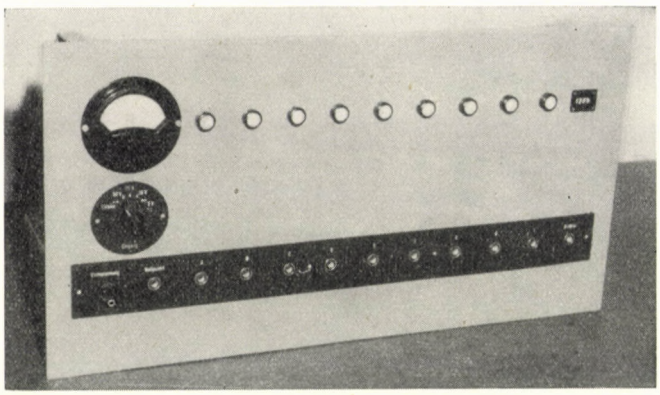


Bild 3

zweitens die Summierung der Überschreitungszeiten eines Pegels zu einem Prozentsatz der gewählten Bezugszeit. Eine Besonderheit des vorliegenden Gerätes besteht darin, daß für die zweite Aufgabe wahlweise ein mechanisches Summierwerk oder ein elektronisches Summierwerk Verwendung finden kann. Dadurch wird der der Auswertung zugängliche Frequenzbereich erweitert. Insbesondere können langsam veränderliche Vorgänge, wie etwa der zeitliche Verlauf einer Feldstärkeschwankung, der als Registrierung vorliegt, mit zeitlicher Kompression wiedergegeben und in wesentlich kürzerer Zeit (in einem transponierten Frequenzbereich) ausgewertet werden.

Der erste Teil des Gerätes soll als Pegel-Analysator bezeichnet werden. Er besteht aus einer Anzahl von Amplitudendiskriminatoren, die alle von einem gemeinsamen Verstärker das verstärkte Eingangssignal erhalten. Der

Verstärker erlaubt die Wahl des Amplituden-Variationsbereichs und bewirkt einen genügend hohen Eingangswiderstand des Gerätes.

Der Amplitudendiskriminator stellt eine bistabile Kippschaltung dar; sie geht aus einer normalen Flip-Flop-Schaltung dadurch hervor, daß für das eine der beiden Röhrensysteme eine weitere Triode als variabler Gitterwiderstand verwendet wird. Diese Röhre wird vom Eingangssignal gesteuert. Der Amplitudendiskriminator läßt sich durch einen veränderbaren Spannungsteilerabgriff für das Gitter der anderen Seite auf eine beliebig kleine Differenz der Umschaltpunkte bei steigender und fallender Eingangsspannung einstellen, und zwar bis zur Selbsterregung. Je nach der Störungsfreiheit der Betriebs-

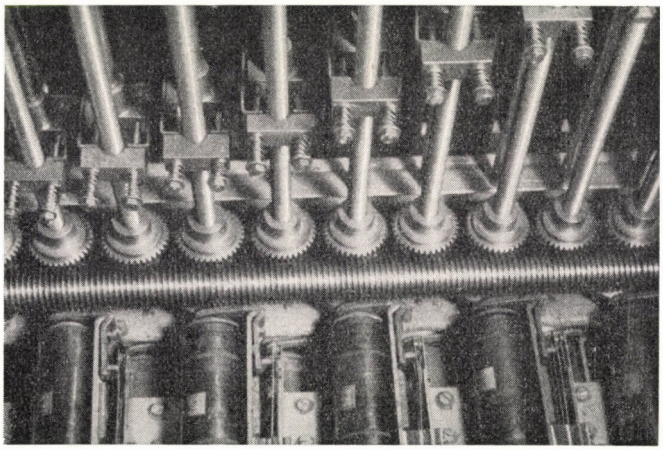


Bild 4

spannungen kann damit der Fehler infolge der Kipp-Hysterese so klein als möglich gemacht werden.

Eine Ansicht des Pegelanalysators zeigt Bild 3. Die an der Frontseite erkennbaren Lämpchen zeigen die momentane Lage der Amplitudendiskriminator-Flip-Flops an. Links sind die zusätzliche Anzeige des Eingangssignals und der Eichspannungsgeber angeordnet. Für den zweiten Teil des Gerätes, das Summierwerk, gibt es, wie schon gesagt, eine mechanische Ausführung für sehr lange Registrierzeiten und niedrige Frequenzen und eine elektronische Ausführung für höhere Frequenzen und dementsprechend kürzere Registrierzeiten, die beide wahlweise mit dem Pegelanalysator verbunden werden können.

Das Arbeitsprinzip des mechanischen Summierwerkes geht aus Bild 4 hervor. Bei Überschreitung eines Testpegels wird durch den entsprechenden Amplitudendiskriminator die Kupplung für eine zugeordnete Spindel betätigt; diese Spindel bewegt sich so lange, wie der Amplitudendiskriminator sich in der Arbeitslage befindet. Die beste Lösung hierfür wären Magnetkupplungen.

Da diese nicht zur Verfügung standen, wurde eine Friktionskupplung verwendet, bei der ein Relaisanker als Bremse dient. Er wird in der Arbeitslage des Amplitudendiskriminators abgehoben und gibt die Bewegung der Spindel frei. Zur Ausschaltung von Integrationsfehlern müssen Ansprechzeit und Abfallzeit genau gleich gemacht werden. Die Induktivität der Wicklungen begrenzt die summierbare Schwankungsfrequenz auf etwa 25 ... 50 Hz. Die Drehbewegung der Spindel wird durch ihr Gewinde in eine Längsbewegung umgewandelt und durch einen Zeiger an der Frontplatte des Gerätes sichtbar gemacht. Die senkrecht nebeneinander angeordneten Spindeln zeichnen also auf dem Raster der Frontplatte unmittelbar die Summenhäufigkeitskurve auf.

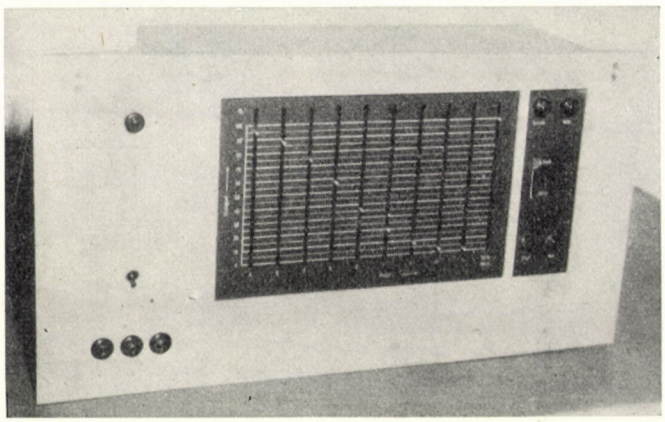


Bild 5

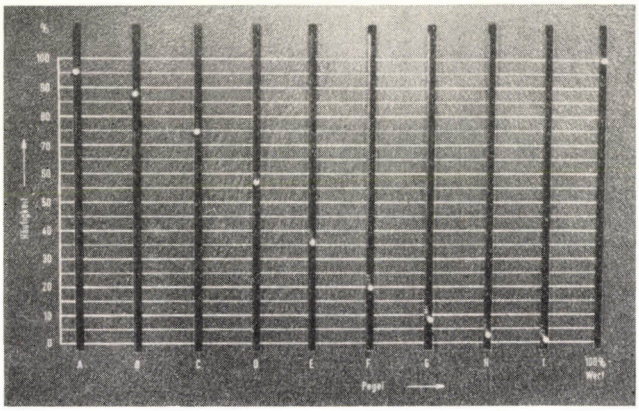
Die einzelnen Testpegel sind dabei beliebig einstellbar. Im allgemeinen wird sich bei der Registrierung von Feldstärken die Verteilungsfunktion nicht wesentlich von einer log-normalen Verteilung unterscheiden, so daß man die Testpegel zweckmäßig einer geometrischen Reihe entsprechend wählen wird.

Bild 5 zeigt eine Ansicht des mechanischen Summiergerätes mit einer solchen Normalverteilung. Den Medianwert ergibt der Schnittpunkt mit der 50%-Linie. Die Streuung wird verschieden angegeben, für eine Normalverteilung wird die Differenz der Pegel mit den Häufigkeiten 84% und 16% gebildet.

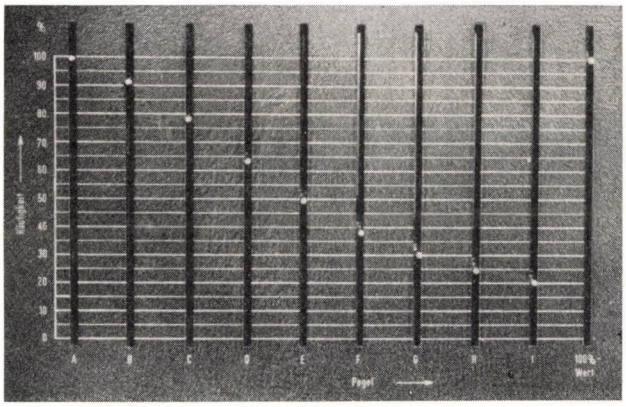
Bild 6 zeigt die gleiche Verteilung einmal bei logarithmischer (*a*) und zum anderen bei linearer (*b*) Einteilung der Abszisse durch entsprechende Wahl der Testpegel. Die Werte müssen entweder abgelesen werden, oder die ganze Kurve wird fotografiert. Die Rückstellung muß bei diesem Gerät von Hand erfolgen.

Einen höheren Automatisierungsgrad erlaubt die elektronische Summierung. Hierbei wird während der Testpegelüberschreitung eine Röhre aufgetastet, die mit konstantem, geringem Strom einen Kondensator auflädt.

Nach Beendigung der Meßperiode liegt die Summenhäufigkeitsfunktion als Ladung auf den den Testpegeln zugeordneten Kondensatoren vor. Die Kurve wird nun auf dem Schirmbild einer Katodenstrahlröhre gebildet; hierzu werden die einzelnen Kondensatoren nacheinander abgetastet und mit dem



a)



b)

Bild 6

Vertikalverstärker verbunden. Diese Abtastung nimmt ein Drehwähler vor. Das Schirmbild wird fotografiert. Zur Automatisierung dieses Vorganges wird eine Kamera benutzt, die den Transport des Filmes und das Spannen des Verschlusses mit Hilfe eines Elektromotors selbsttätig vornimmt. Die Auslösung des Abtastungsvorganges und der Belichtung erfolgt durch einen Befehlsimpuls von einer dauernd eingeschalteten Laderöhre beim Erreichen des 100%-Wertes.

Bild 7 gibt eine Ansicht des elektronischen Summiergerätes. Die Kamera wird mit dem Schirm der Katodenstrahlröhre über einen Tubus verbunden.

Ein solches Schirmbild zeigt Bild 8. Der rechte Leuchtpunkt entspricht dem 100%-Wert. (Hierzu gehört noch ein Koordinatenraster, das vor den Bildschirm eingefügt wird.) Nach Ablauf einer Meßperiode müssen die Kondensatoren entladen werden; das geschieht ebenfalls auf einen besonderen

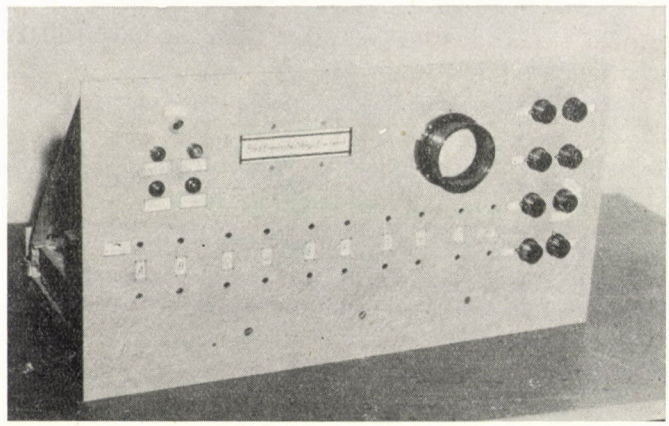


Bild 7

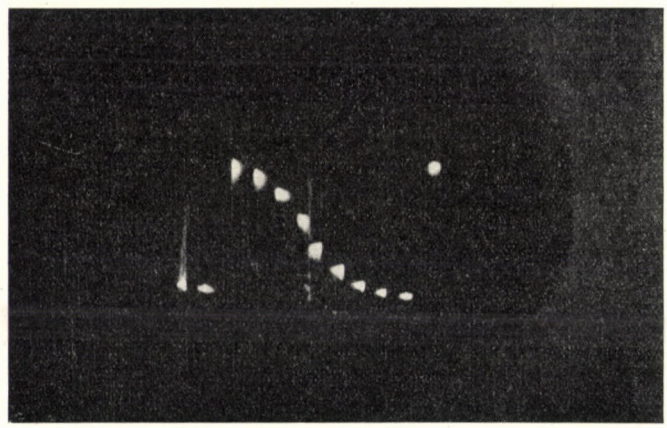


Bild 8

Impuls hin. Die Impulssteuerung erfolgt von einem besonderen zentralen Steuergerät aus für die gesamte Auswertungsanlage, von der die Einrichtung zur Messung von Häufigkeitsverteilungen nur einen Teil darstellt.

4. Zeitkomprimierte Auswertung

Es ist vielleicht noch eine Bemerkung notwendig zur zeitlichen Kompression solcher Schwankungsvorgänge. Selbstverständlich ist die Voraussetzung dazu eine Speicherung des gesamten Vorganges. Der bequemste Speicher

dafür ist das Magnettonband. Wir haben aus diesem Grunde eine solche Speichereinrichtung für Bandaufzeichnung entwickelt; benutzt wird dabei Frequenzmodulation, eine Zeitkompression bis 1 : 20 kann vorgenommen werden. Die meisten Messungen liegen aber als Registrierungen auf Papierstreifen mittels Tintenschreiber vor. Es ist deshalb zweckmäßig, diese Speicherung, die für Zwecke der subjektiven Beurteilung und Kontrolle, für die Auswahl geeigneter Meßperioden und für die Archivierung ohnehin notwendig ist, auch zur Durchführung der Zeitkompression heranzuziehen. Dafür ist ein Lichtabtastgerät entwickelt worden, das dann auch noch wesentlich höhere Zeitkompression (bis etwa 1 : 1000) erlaubt. Der Aufbau der gesamten Anlage, die auch noch Einrichtungen zur automatisierten Bildung von Korrelationsfunktionen enthalten wird, ist noch nicht abgeschlossen.

Abschließend kann gesagt werden, daß die Anwendung der beschriebenen Einrichtung zur Messung von Häufigkeitsverteilungen selbstverständlich nicht auf die Untersuchung von Feldstärkeregistrierungen beschränkt ist. Diese Anordnung stellt vielmehr ein statistisches Meßgerät für jede Art relativ langsamer Schwankungsvorgänge dar.

SCHRIFTTUM

1. Grosskopf—Kappelhoff—Kopte: Neue Geräte zur Ermittlung der statistischen Verteilung unregelmäßiger elektrischer Vorgänge. *NTZ* (1956), 34.
2. Ritter: Häufigkeitszähler. Diplomarbeit, Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau 1960.
3. Stumm: Elektronisches Registrierwerk. Diplomarbeit, Hochschule für Elektrotechnik Ilmenau 1961.

AN EQUIPMENT FOR THE MEASUREMENT OF PROBABILITY DISTRIBUTIONS

G. HANSEL

SUMMARY

After a short exposition on the reasons for the formation of cumulative distribution curve of amplitude in field strength measurements, an equipment constructed at the Institute of Microwave Techniques and Wave Propagation (Ilmenau) is described, which forms this curve. It consists of a level analyzer and as interchangeable a mechanical or electronic summarizer, and contains additional arrangements for recording the results and for time-compressed processing of records.

ÉQUIPEMENT POUR LA MESURE DES DISTRIBUTIONS DE PROBABILITÉS

G. HANSEL

RÉSUMÉ

Après un bref exposé des raisons nécessitant l'établissement d'une courbe de distribution cumulative des amplitudes dans les mesures de l'intensité du champ, l'auteur décrit un équipement destiné à la production de cette courbe, construit à l'Institut de la Technique des Micro-ondes et de Propagation d'Ondes d'Ilmenau. Cet équipement consiste en un analyseur de niveau et un appareil de sommation mécanique, ou électronique au choix. Il comporte, en outre, des unités supplémentaires pour l'enregistrement des résultats et pour l'évaluation comprimée dans le temps.

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ К ИЗМЕРЕНИЯМ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН

Г. ГАНЗЕЛЬ

РЕЗЮМЕ

Автор коротко излагает причины снятия характеристики функции распределения в связи с измерениями напряженности поля, затем дается описание измерительного прибора, при помощи которого можно получить данную характеристику. Прибор, изготовленный в лаборатории техники СВЧ и распространения волн электротехнического института в Ильменау, содержит анализатор уровня и механический или электронный сумматор, кроме того, дополнительные блоки для регистрации результатов и для оценки записей компримированных по времени.

PROBLEMS OF VIDEODISCRIMINATOR LINEARIZATION

V. BLÁHA
CAND. OF TECH. SC. TESLA-HLOUBĚTÍN, PRAHA

The attainable theoretical limits of linearity for balanced video discriminators were studied. For particular cases the amplitude characteristics of the circuits were calculated. The imperfect balancing of the discriminator having been taken into account, the shape of the response characteristic implied a limitation of the order of attainable linearity.

1. Introduction

Nearly all video discriminators used in microwave radio links are of the type shown in the simplified diagram in Fig. 1. The circuits F_1 and F_2 change the frequency modulated input waveform to an amplitude modulated waveform from which the signal is recovered by linear amplitude detectors D1 and D2.

The circuits F_1 and F_2 are bandpass filters with transfer functions $Z_1(p)$ and $Z_2(p)$. The response characteristic of the discriminator is given by the difference of magnitudes of the transfer functions. The amplitude slope of the bandpass filters must, therefore, attain the greatest possible linearity around the centre frequency. On the basis of this as yet somewhat vague condition the transfer functions $Z_1(p)$ and $Z_2(p)$ must be derived. By the latter the properties of the discriminator over the whole modulation frequency band are determined. The problem of the discriminator linearization generally lies in the design of bandpass filters of a linear amplitude slope. If we know the amplitude characteristic its realization is easy, as the practically applicable circuits are relatively simple. The purpose of this paper is to show which are the theoretical limits of discriminator linearity and how the maximally linear characteristic can be constructed. We are not concerned with the analysis of particular discriminator circuits, because this is well-known.

2. Theoretical Limits of Linearity

The discriminator response characteristic around the centre frequency can be expressed by the power series

$$A(\delta) = a_1 \delta + a_2 \delta^2 + \ldots + a_{n-1} \delta^{n-1} + a_n \delta^n + \ldots, \qquad (1)$$

where δ is the deviation from the centre frequency. The linearization of the characteristic is in such a way effected that the transfer functions of the bandpass filters are so selected as to have the greatest possible number of coefficients a_i of the series (1), to begin with the coefficient a_2, equal to zero. The distortion is then given substantially by the first member of the remainder of the series (1) (see e.g. [1]).

The number of coefficients a_i which can be cancelled depends on the number of zeros and poles of the transfer functions $Z(p)$. If the coordinates of all zeros and poles of the functions $Z_1(p)$ and $Z_2(p)$ can be altered so as to be mutually independent, the coefficients a_i can be cancelled up to the order of $n = 2\,(z + p)$, where $z + p$ is the sum of independent zeros and poles of both impedances. This is the limit of linearity to be attained theoretically. The practical restriction of the latter will be dealt with later.

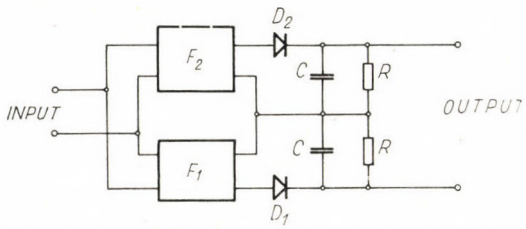


Fig. 1. The basic scheme of discriminator

The transfer functions $Z(p)$ of the bandpass filters can generally be expressed by a rational fractional function with zero at the origin and in the infinity of the complex frequency plane. The sum of the poles of discriminator circuits used in practical service does not exceed two conjugated pairs. The most complicated transfer function of practical significance is thus

$$Z(p) = p\,\frac{B_0 + B_1 p + B_2 p^2}{A_0 + A_1 p + A_2 p^2 + A_3 p^3 + A_4 p^4}\,. \tag{2}$$

If the function $Z(p)$ is considered as a driving point impedance, the order of the denominator may be higher by one than that of the numerator [3]. Then only the three cases given in Table 1 can occur. If we realize the function $Z(p)$ by the transfer impedance, the last restriction of function (2) can be omitted, the number of possibilities is greater and a simple survey, as in the case of the driving point impedance, could hardly be elaborated. The individual alternatives might differ solely by the order of zero at the origin of the p — plane; in this instance the degree of linearity is the same, but the remainder of the series (1) and the phase characteristics of the circuits are different.

3. Practical Limits of Linearity

A momentous factor limiting the linearity of the discriminator is the lack of stability of both its parts.

The power series (1) is a difference of two series representing the functions $| Z_2(j\delta) |$, $| Z_1(j\delta) |$, and can be expressed as:

$$\begin{aligned} A(\delta) &= |Z_2(j\delta)| - |Z_1(j\delta)| = \\ &= (a_0'' - a_0') + (a_1'' - a_1')\,\delta + (a_2'' - a_2')\,\delta^2 + \ldots \\ &\ldots + (a_n'' - a_n')\,\delta^n + (a_{n+1}'' - a_{n+1}')\,\delta^{n+1} + \ldots, \end{aligned} \tag{3}$$

where a_i'' and a_i' are the coefficients for $| Z_1 |$ and $| Z_2 |$. If the characteristic A (δ) possesses a maximum linearity we can state that

$$a_0'' - a_0' = a_2'' - a_2' = a_3'' - a_3' = \ldots = a_n'' - a_n' = 0 \tag{3a}$$

and the difference $a_1'' - a_1' = a_1$ should have a given value, which results in

$$A(\delta) = a_1\,\delta + a_{n+1}\,\delta^{n+1} + \ldots.$$

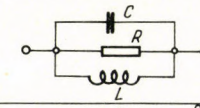
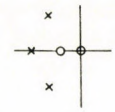
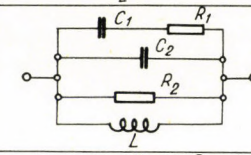
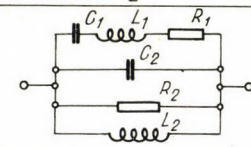
If the relative impedance values in both parts of the discriminator change from equality to $(1 + \varepsilon/2)\,| Z_2 |$ and $(1 - \varepsilon/2)\,| Z_1 |$, the shape of the characteristic will be

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \frac{1}{2}\,\varepsilon\,(a_0'' + a_0') + a_1\,\delta + \frac{1}{2}\,\varepsilon\,(a_2'' + a_2')\,\delta^2 + \ldots \\ &\ldots + \frac{1}{2}\,\varepsilon\,(a_n'' + a_n')\,\delta^n + a_{n+1}\,\delta^{n+1} + \ldots, \end{aligned} \tag{4}$$

where the products $\varepsilon(a_1'' + a_1')$, and $\varepsilon(a_{n+1}'' + a_{n+1}')$ were neglected as $a_1'' \to -a_1'$ and $a_{n+1}'' \to -a_{n+1}'$. The effort to attain maximum linearity is justified only in case of such a small relative change ε in the amplitudes that the distortion caused by the new terms of a lower order in Equ. (4) is substantially lower than that caused by the term of the order of $n + 1$. At first sight it is apparent that the claims on the stability of both parts of the discriminator grow with the degree of requisite linearity. The magnitude of the allowable relative change is estimated for the simplest case, mentioned in the first line of Table 1. We shall use the formulae according to [1] which applies to a limited relative bandwidth. In the case of maximum linearity the first nonlinear term of the series (3) is of the fifth order and the basic distortion is thus a fifth harmonic. According to [1] we calculate $k_5 = 0{,}09\,(\Delta F/B)^4$ where ΔF is the frequency deviation and B the bandwidth of one circuit. In an imperfectly

Table I

The impedance suitable for discriminator circuits

$z(p)$	POLES-ZEROS	NETWORK	ORDER OF LINEARIZATION
$\frac{B_0 p}{A_0 + A_1 p + A_2 p^2}$			4
$\frac{p(B_0 + B_1 p)}{A_0 + A_1 p + A_2 p^2 + A_3 p^3}$			6
$\frac{p(B_0 + B_1 p + B_2 p^2)}{A_0 + A_1 p + A_2 p^2 + A_3 p^3 + A_4 p^4}$			8

balanced discriminator however also second harmonic distortion of a magnitude $k_2 = 0{,}33\ \varepsilon\ (\Delta F/B)$ will appear. $(\Delta F/B)$ being commonly a small quantity of the order of 10^{-1} the requirement of $k_2 \ll k_5$ implies that the relative change of the amplitudes ε must be of an order of at least 10^{-2}. However, this value is practically unattainable.

We shall now examine two more complicated cases which indicate how the maximum linearity is attained. We shall again content ourselves in investigating circuits of a limited relative bandwidth. A discriminator having circuits each comprising two poles in the upper half-plane one of which is common, can be made linear up to the sixth order. The amplitude characteristic can be obtained by solving the equations (3a) for this particular case.

The normalized amplitude characteristics in this instance are:

$$|Z(\delta)| = \left[1 \mp 2\delta + 2{,}475\,\delta^2 \mp 2{,}424\,\delta^3 + 1{,}531\,\delta^4\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

The deviation of the amplitude slope from the straight line is traced in Fig. 2.

If the discriminator circuits do not have any common poles, the discriminator response characteristic will be linear up to the 8th order. The amplitude characteristics of the circuits are now:

$$|Z(\delta)| = \left[1 \mp 2\delta + 3{,}351\,\delta^2 \mp 6{,}253\,\delta^3 + 4{,}862\,\delta^4\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

The deviation of the amplitude $|\,Z(\delta)\,|$ from the straight line is traced in Fig. 3a. In Fig. 3b can be seen the $d\,|\,Z(\delta)\,|\,/d\delta$ characteristic.

From the two mentioned instances it follows that the discriminator response characteristic of maximum linearity is the result of a combination

of two non-linear characteristics with precisely defined deviations from the straight line. The magnitude of the maximum deviations from the straight line decreases with the rising order of the discriminator linearity. In order to attain a linear over-all response characteristic, the relative change of the

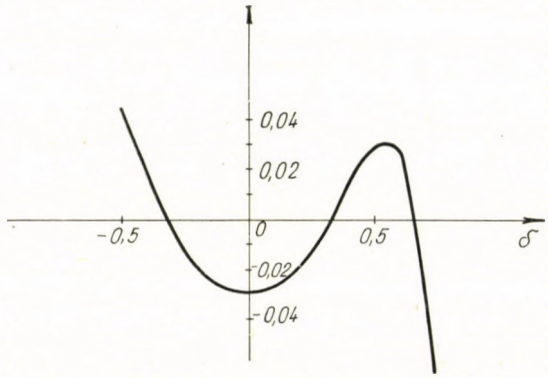
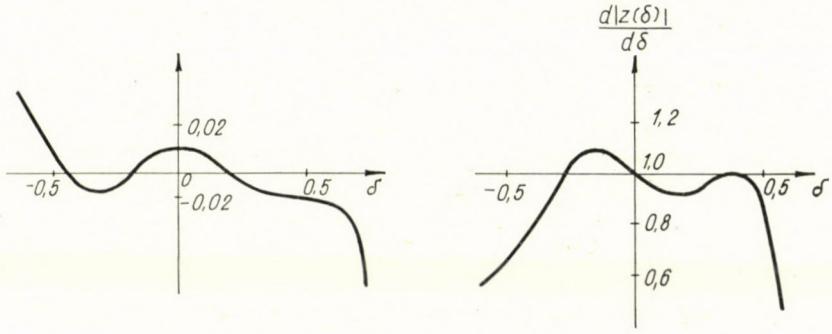


Fig. 2. The deviation of the impedance magnitude $|Z(\delta)|$ of a maximally linear discriminator from the straight line. Each circuit of the discriminator has two poles. One of the poles is common to both circuits



a) *b)*

Fig. 3. Each circuit of the discriminator possesses two poles
a) The deviation of $|Z(\delta)|$ of one circuit from the straight line;
b) the derivative $d|Z(\delta)|/d\delta$

impedance of both parts of the discriminator must be of a lower order than the slope deviation of each circuit. As it is practically impossible to achieve an amplitude stability of both parts of the discriminator of the order of a fraction of a per cent [2], the practically attainable linearity will be determined by the linearity of the amplitude characteristic separately for each circuit. The order of linearity, as defined previously in section 2, is then one half of the theoretically attainable limit.

4. Design of a Linear Amplitude Characteristic

The general shape of the amplitude characteristic of one half discriminator circuit is given by the magnitude of the impedance function (2) which can be expressed as follows:

$$|Z(\omega)| = \omega \left[\frac{H_0 + H_2 \omega^2 + H_4 \omega^4}{C_0 + C_2 \omega^2 + C_4 \omega^4 + C_6 \omega^6 + C_8 \omega^8} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{5}$$

where H, and C can be expressed as functions of A and B [Equ. (2)]. In order to achieve a maximum linear characteristic of the amplitude slope of function (5) around the carrier frequency ω_c up to the n^{th} order, we must put

$$\left(\frac{d|Z|}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_c} = S, \quad \left(\frac{d^2|Z|}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_c} = \ldots = \left(\frac{d^n|Z|}{d\omega^n} \right)_{\omega=\omega_c} = 0. \tag{6}$$

By solving equations (6) it is possible to determine the coefficients C and H. In more complicated instances, however, this direct procedure is not sufficiently lucid. It will be more advantageous to use as a starting point the equation

$$|Z(\omega)| = a_0 + S(\omega - \omega_c) + a_{n+1}(\omega - \omega_c)^{n+1} + \ldots, \tag{7}$$

where S is the slope of the characteristic at $\omega = \omega_c$. To simplify matters we shall put $\omega_c = 1$, so that ω is now the normalized angular frequency. We shall introduce a relative frequency deviation $\delta = \omega - 1$ and raise both sides of the equation to the second power. From (7) we get

$$|Z(\delta)|^2 = a_0^2 + 2a_0 S\delta + S^2\delta^2 + 2a_0 a_{n+1}\delta^{n+1} + \ldots \tag{8}$$

This is the expansion of function (5). On the other hand, it can be written as

$$|Z(\delta)|^2 = \frac{\beta_0 + \beta_1\delta + \ldots + \beta_6\delta^6}{\alpha_0 + \alpha_1\delta + \ldots + \alpha_7\delta^7 + \alpha_8\delta^8}. \tag{9}$$

From the linear equations interrelating α_i, β_i and C, H it follows, that coefficients β_3 to β_6 depend linearily on $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ and that α_5 to α_8 can be expressed by linear combinations of coefficients α_0 to α_4. If we multiply both sides of equation (8) by the denominator of function $|Z(\delta)|^2$ we obtain by comparing the coefficients of equal powers of δ a system of equations

$$\begin{aligned} a_0^2\alpha_0 &= \beta_0, \\ a_0^2\alpha_1 &= \beta_1 - 2\frac{S}{a_0}\beta_0, \\ a_0^2\alpha_2 &= \beta_2 - 2\frac{S}{a_0}\beta_1 + 3\left(\frac{S}{a_0}\right)^2\beta_0, \end{aligned} \tag{10}$$

etc.

By the above mentioned method the necessity of calculations is not eliminated, but the procedure is clearer. Besides, it is easy to find the shape of the amplitude characteristic for some particular instances.

5. Conclusion

If perfect balancing of both parts of the discriminator were possible, the characteristic would be linear up to the $2(z + p)_{th}$ order, where $z + p$ is the sum of zeros and poles of both circuits. As the changes of the relative amplitudes of both parts are in practice always of a higher order than the residual distortion of a discriminator of maximum linearity, the practically attainable order of linearity is only one half of the mentioned value. The shape of the amplitude slopes of a discriminator of maximum linearity is interesting in regard to theoretical study. In order to attain maximum linearity of the resulting characteristic the amplitude slopes of both circuits must approximate the straight line in a precisely defined way, ressembling the Tschebycheff-mode of approximation.

Other factors limiting the degree of attainable linearity could not be dealt with in this article. The investigation of stability of characteristics on circuit parameters changes requires a detailed study of individual practical types of circuits.

REFERENCES

1. KETTEL, E.: Die nichtlinearen Verzerrungen bei Frequenzmodulation. *Telefunken-Zeitung* **23** (1950), 167—174.
2. GRAYSON, H. L.—MC LEOD, T. S.—DUNKLEY, R. A. C.—DEWSON C.: Circuit Technique in Frequency-Modulated Microwave Links. *Proc. I. E. E.* Part III **99** (1952), 256—274.
3. STEWART, JOHN L.: Circuit Theory and Design. John Wiley and Sons, New York 1956, Chap. 3.

DIE LINEARISATION VON VIDEODISKRIMINATOREN

V. BLÁHA

ZUSAMMENFASSUNG

Es wurden die erreichbaren theoretischen Grenzen der Linearität von ausgeglichenen Videodiskriminatoren untersucht. Die Amplitudenkennlinie der Netzwerke für Einzelfälle wurde berechnet. Wird der unvollkommene Ausgleich des Diskriminators in Betracht gezogen, so beschränkt die Form der Frequenzkennlinie die Größenordnung der erreichbaren Linearität.

LINÉARISATION DE DISCRIMINATEURS VIDÉO

V. BLÁHA

RÉSUMÉ

L'auteur étudie les limites théoriques accessibles de la linéarité des discriminateurs vidéo compensés. Les caractéristiques d'amplitude des circuits sont calculées pour des cas particuliers. La compensation imparfaite du discriminateur étant prise en considération, la forme de la caractéristique implique une limitation de l'ordre de grandeur de la linéarité à obtenir.

ЛИНЕАЛИЗАЦИЯ ВИДЕОДИСКРИМИНАТОРОВ

В. БЛАХА

РЕЗЮМЕ

Изучались достижимые теоретические пределы линейности балансных видеодискриминаторов. Для частных сучаев расчитана амплитудная характеристика схем. При учете несовершенного выравнивания дискриминатора, форма частотной характеристики ограничивает порядок величины достижимой линейности.

AUTOMATIK-EINRICHTUNGEN FÜR RICHTFUNKSYSTEME GROSSER BANDBREITE*

E. REMPT
VEB RAFENA-WERKE, RADEBERG

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird ein Überblick über die zu einem Richtfunksystem großer Bandbreite gehörenden Automatik-Einrichtungen gegeben. Die NF- und ZF- mäßigen Einrichtungen der automatischen Ersatzschaltung werden in ihren Grundzügen erläutert. Es wird besonders auf die Fernsteuerung der Sender-Parallelschalter eingegangen, die mittels Impulstelegramme erfolgt.

Weiterhin werden die Prinzipien, der konstruktive Aufbau und die Einsatzmöglichkeiten der Fernüberwachungseinrichtung behandelt. Die Übertragung der Fernüberwachungs-Meldungen und Befehle erfolgt mit Hilfe von lückenkodierten in einem Sprachkanal eingelagerten Impulstelegrammen. Schließlich wird auf die Dienstkanaleinrichtung eingegangen, die einen Selektivruf jeder Station ermöglicht.

AUTOMATIC CONTROL OF BROADBAND RADIO LINKS**

E. REMPT

SUMMARY

A survey is given of the automatic control equipment which belongs to a broadband radio relay system. The charachteristic features of the LF and IF units of the equivalent circuit are explained. In particular, the remote control of the transmitter paralleling switch using pulse telegrams is dealt with. Further the principles, construction and possible uses of remote control equipment are considered. The transmission of the remote control informations and commands is made by the use of gap coded pulse telegrams stored in a speech channel. Finally, the service channel equipment is treated, which allows for the selective call of each station.

ÉQUIPEMENTS DE TÉLÉCOMMANDE DE FAISCEAUX HERTZIENS A LARGE BANDE***

E. REMPT

RÉSUMÉ

L'auteur offre un aperçu des équipements de télécommande d'un faisceau hertzien à large bande. Les étages BF et MF du schéma équivalent automatique sont expliqués dans leurs traits essentiels. L'article traite en particulier de la télécommande du commutateur parallèle des émetteurs, qui se fait par télégrammes d'impulsions.

Il traite ensuite des principes, de la construction et des possibilités d'application de l'équipement de télécontrôle. La transmission des messages et consignes de télécontrôle se fait à l'aide de télégrammes d'impulsions codés à intervalles, groupés dans une voie téléphonique. Il décrit enfin l'équipement de la voie de service qui rend possible l'appel sélectif de chaque station.

* Zusammenfassung des auf dem Kolloquium gehaltenen Vortrages
** Summary of the paper read on the Colloquium
*** Résumé de l'exposé fait au Colloque

АВТОМАТИКА ШИРОКОПОЛОСНЫХ РАДИОРЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ*

Э. РЕМПТ

РЕЗЮМЕ

Автор дает краткий обзор устройств автоматики широкополосных СВЧ систем. В основных чертах знакомит с блоками низкой и промежуточной частоты эквивалентной схемы системы автоматики. Более подробно занимается телеуправлением переключателя передатчика путем импульсного телеграфа.

Рассматривает принципы, режимы работы и конструкции телеконтроля. Передача сигналов телеконтроля и команд производится путем разрывно-кодированного импульсного телеграфа вещательного канала. Наконец, рассматриваются вопросы служебной связи, в которой имеется возможность селективного вызова каждой из станций

* Резюме доклада, зачтенного на Коллоквиуме

ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МОЩНОСТИ СВЧ

Э. АЧ
ДОКТОР ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

В статье рассматриваются принцип работы и точность измерения прибора для измерения мощности СВЧ, работающего по новому принципу, введенному автором. Дано соотношение между измеряемой мощностью и отклонением на шкале. Показано, что это соотношение является линейным и дается температурная зависимость параметров, влияющих на чувствительность прибора. Наконец, указано дальнейшее усовершенствование конструкции: применение сменного узла СВЧ, что позволяет расширить диапазон частот.

Разработано большое количество методов для измерения мощности СВЧ. Большинство из них основано на том, что измеряемую мощность СВЧ преобразовывают в тепловую энергию. При измерении количества тепловой энергии в единицу времени — применяют один из методов калориметрического измерения [1], [2].

Если производится измерение увеличения температуры, вызванной мощностью СВЧ, то применяется так называемый термоэлектрический метод измерения, или метод термосопротивления [1], [3]. Другим направлением измерения является остроумный метод *Куллена* [5], при котором измерение мощности сводится к электродинамическому взаимодействию электромагнитного поля и диполя.

К методам измерения, ранее применяемым, относится метод измерения мощности изложенный *Г. Богнар* [4], основанный на газовом термометре, точнее, на измерении коэффициента преломления газа.

Измерение мощности СВЧ является сложной задачей, достигнутая точность измерения в настоящее время около процента. Расширением диапазона частот измеряемой энергии в направлении миллиметровых волн, возникают новые проблемы в методике измерения и точности.

Два года тому назад, я ознакомил слушателей I. Микроволнового Коллоквиума с новым методом измерения воздушным потоком, затем осенью прошлого года в Лондоне на конгрессе Объединения Электроинженеров (I. E. E.). На дискуссии лондонского конгресса, было несколько выступлений, в том числе *Барлов* и *Куллен*, одобрив выбранный мною метод, при котором возникшая тепловая энергия, без нарушения электромагнитного поля, переносится в сепарированную индикаторную цепь. Были высказаны

мнения о том, что это решение можно считать абсолютным методом измерения сверхвысокочастотной мощности. Статья знакомит с принципиальным учетом некоторых важнейших источников погрешностей, влияющих на точность измерения, и с новыми результатами разработанной конструкции.

Самым существенным фактором, влияющим на точность измерения мощности, является согласование прибора на СВЧ, которое характеризовано КСВ, измеряемом на входе прибора.

Прибор для измерения мощности, вследствие несогласованности, показывает значение меньше на $-P_m$, нежели измеряемая мощность P. Относительное отклонение

$$\delta_1 = \frac{P_m - P}{P} .$$

В случае согласованности источника мощности

$$\delta = -\left(\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1}\right)^2, \tag{1}$$

где δ — КСВ измерителя мощности.

Уменьшение мощности из-за несогласованности, можно принять во внимание коррекцией. Нестабильность в измерении вызывает только погрешность в измерении КСВ. На практике, КСВ прибора, с коэффициентом погрешности $\sigma_h = 1{,}02$, можно определить весьма просто. Исходящая из этого не корректируемая относительная погрешность

$$|\delta_1'| = \left(\frac{\sigma\sigma_h - 1}{\sigma\sigma_h + 1}\right)^2 - \left(\frac{\sigma - 1}{\sigma + 1}\right)^2. \tag{2}$$

Частотная зависимость КСВ одного из экземпляров прибора, изображена на рис. 1.

По рис. 1 видно, что КСВ во всем рабочем диапазоне меньше 1,3; и более чем в половине диапазона меньше 1,1.

Таким образом, погрешность коррекции, по формуле (2), меньше 0,26%, а на половину диапазона — меньше 0,12%.

Другой вид погрешности измерения возникает от того, что часть мощности измерительной цепи, преобразовывается в тепловую энергию, не через поглощающее сопротивление, а через другие детали измерительного прибора. Этот источник погрешности может быть характеризован эквивалентным сопротивлением потерь, параллельных поглощающему сопротивлению. Сопротивление потери можно определить так, что из прибора исключим поглощающее сопротивление и измеряем КСВ. Обозначим полученный та-

ким образом КСВ — σ_0, в этом случае погрешности возникшие на других деталях прибора можно вычислить из равенства

$$\delta_2 = \frac{1}{\sigma_0} . \tag{3}$$

После исключения слоевого сопротивления, величина КСВ во всем диапазоне $>$ 1С0. Погрешность δ_2 на основе выражения (3) меньше 1%.

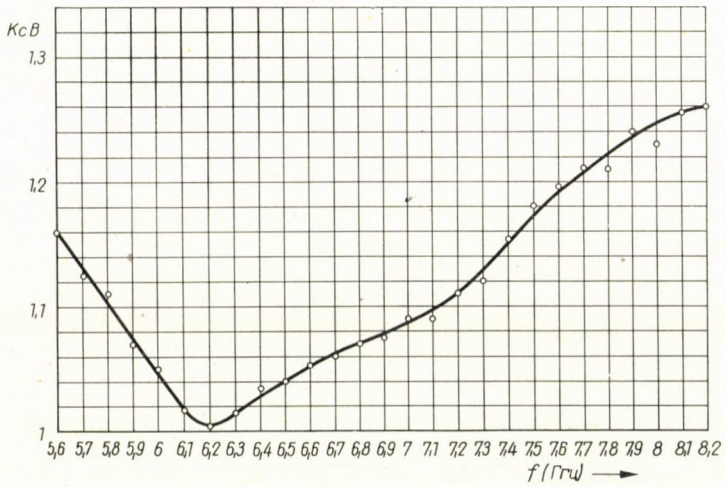


Рис. 1

Таким образом погрешность измерения в самом неблагоприятном случае не превышает значения около 1%.

При калибрации постоянного тока, введенная мощность постоянного тока преобразовывается в тепловую энергию на слое сопротивления около 4С0 ом. При тщательной разработке переходные сопротивления пренебрежимо малы, таким образом погрешность калибрации постоянного тока сводится к погрешности измерения напряжения и тока. Калибрация постоянного тока может быть произведена просто, и на один или два порядка лучше точности прибора.

Поскольку температурная постоянная слоя сопротивления пленки мала (1.10^{-4}), согласование независимо от температуры (мощности). Кроме того, если местное распределение тепла, возникшего под влиянием энергии СВЧ, на поверхности пленки отлична от распределения энергии в случае нагрева постоянным током, с точки зрения отвода тепла, это несущественно; скорость воздушного потока зависит только от тепловой энергии.

Вышесказанное будет обосновано следующим. Рассмотрим вопросы аэродинамики воздушного потока, под влиянием тепловой энергии. На рис. 2 показанна принципиальная схема прибора для измерения мощности.

Плоскость чертежа перпендикулярно пересекает волновод Т. В узловой точке напряжения расположена пленка слоя сопротивления F. Изоляционная трубка $i - i$ определяет слой сопротивления от наружного пространства.

В случае, если пленка F нагревается энергией СВЧ, окружающий воздух начнет перемещаться. Поток воздуха сначала идет вверх, затем в

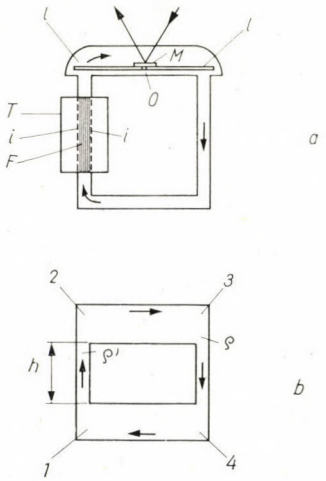


Рис. 2

направлении, указанном стрелками, охлаждается, и снизу поступает снова в волновод. Лопатки $l - l$, прикрепленные к торзионной нити, повертываются под действием струящегося воздуха. Угол поворота можно измерять при помощи зеркала M, и при помощи оптических приспособлений, не изображенных на рисунке.

Примем во внимание эквивалентную схему рис. 2b. Средняя плотность подогретого воздуха в участке 1—2—, — ϱ', средняя плотность охлаждающегося воздуха участка 3—4 — ϱ. Разность давления, поддерживающего поток газа

$$\Delta p = gh(\varrho - \varrho'), \tag{4}$$

где g — ускорение падения,

h — длина 1—2 и 3—4 участков.

Под действием энергии нагрева, воздух приходит в движение, и скорость возрастает до тех пор, пока в участке 1—2—3—4—1 давление $\Delta p'$, возникшее под влиянием потерь, не будет равно давлению движущей силы

Δp (при постоянной мощности нагрева). Для упрощения дальнейших расчетов, введем некоторые преобразования.

а) Предположим, что воздух проходит через трубку гладкой поверхности, диаметром d, участков 1—2 и 3—4.

б) Пренебрежем разностью давления по уравнению Бернулли

$$\frac{1}{2}\left[\varrho\, u_1^2 - \varrho'\, u_2^2\right],$$

которое на несколько порядков меньше давления уравнения (3). (u_1 и u_2 — скорость входящего и выходящего газа участка 1—2.)

в) Течение примем за ламинарное. Течение является ламинарным, если для числа Рейнольдса действительно неравенство

$$R_e = \frac{ud\varrho}{\eta} \leqq 2320,$$

где η — вязкость воздуха.

Пусть $u = 8$ см/сек (скорость течения соответствует мощности 10 мвт), $d = 0{,}5$ см, $\varrho = 1{,}29 \times 10^{-3}\, g/см^3$ и $\eta = 1{,}21 \times 10^{-4}$ см$^{-1}$ сек$^{-1}$ г.

Подставим эти значения, получим

$$R_e \approx 40.$$

Поскольку скорость потока воздуха пропорциональна корню квадратному из введенной энергии, число Рейнольдса будет на порядок меньше критического, даже в случае мощности 1 вт.

Давление потери

$$\Delta p' = \frac{1}{2}\varrho\, u^2\, \frac{2h}{d}\, \frac{64}{R_e} = \frac{64\, uh\, \eta}{d^2}.$$

Таким образом в стационарном случае

$$\Delta p = \Delta p' = gh\,(\varrho - \varrho') = \frac{64\, uh\, \eta}{d^2}. \tag{5}$$

Запишем уравнение отвода тепловой энергии, возникшей на пленке сопротивления. Возникшая тепловая энергия, на участке 1—2, приводит к увеличению средней температуры ΔT (из чего следует, что плотность воздуха уменьшится с ϱ' до ϱ).

Количество воздуха, протекаемого на участке 1—2, за единицу времени отводит тепло:

$$\Phi = \frac{d^2\pi}{4} u \varrho' C_p \Delta T , \tag{6}$$

где C_p — удельная теплота, при постоянном давлении. На участке 1—2, газ расширяется, но давление останется постоянным, так как сечение участков 2—3 и 4—1 немного больше ветвей идущих вверх и вниз, т. е. количество газа в участках с большим сечением производит буферное действие, и тем самым регулирует давление.

Разность $\varrho - \varrho'$ равенства (4), принимая во внимание законы газов,

$$\varrho - \varrho' = \varrho \frac{\Delta I}{T + \Delta T} , \tag{7}$$

где T — температура в градусах Кэльвина газа участка 3—4; ΔT — прирост температуры участка 1—2. Из уравнений (5), (6), (7), получим скорость потока воздуха в зависимости от тепловой энергии.

$$u^2 = \frac{g\Phi}{16\pi\eta c_p T} . \tag{8}$$

Зная скорость, можно вычислить, действующую на пластинки $l - l$, силу:

$$p = 2 \cdot \frac{1}{2} 1{,}11 \cdot \varrho u^2 A , \tag{9}$$

где 1,11 постоянная формы пластинки перпендикулярной плоскости лопатки.

Из уравнений (8) и (9) разобьем силу, действующую на индикатор на три части

$$p = \frac{1{,}11 A}{16\pi} \cdot \frac{g\varrho}{\eta C_p T} \cdot \Phi . \tag{10}$$

Первая часть — функция от поверхности лопатки, здесь же стоит постоянная формы. Эти величины постоянные при изменении времени. При такой конструкции, где не удовлетворяется то условие, при котором сечение 2—3 и 4—1 немного больше направления вверх и вниз, в уравнение (10), требуется ввести множитель, зависимый от размеров канала, значение которого меньше единицы.

Во второй части — постоянная свободного падения; величины, характеризующие состояние воздуха; кроме того абсолютная температура воздуха.

Изменения в этих величинах, можно принять во внимание, как коэффициенты коррекции.

Третьим фактором является мощность диссипации.

В уравнении (10) ϱ и η являются величинами, зависящими от температуры:

$$\varrho = \varrho_0 \frac{T_0}{T},$$

$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \frac{1 + \frac{c}{T_0}}{1 + \frac{c}{T}},$$

где $c = 123{,}6$ [6].

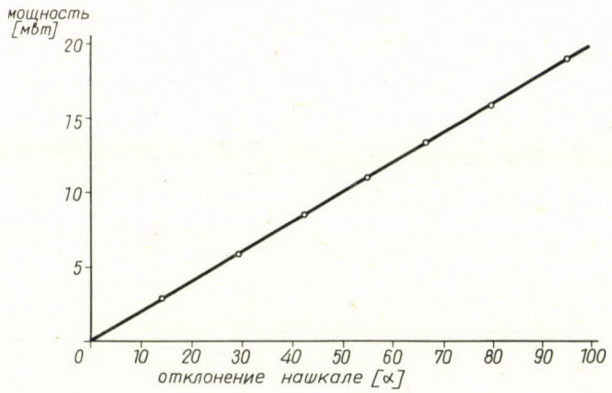


Рис. 3

В соответствии с этим, чувствительность прибора уменьшается на 0,9% по каждому °C.

Нужно заметить, что в данном измерителе мощности (по расчетам), перегрев воздуха участка 1—2 — $\Delta T = 1°$ C, и при скорости потока воздуха $u = 8$ см/сек, при мощности 10 мвт.

На основе вышесказанного можно ожидать, что измерение мощности может производиться с большой точностью, так как в устройстве нет элемента, изменяющегося во времени и всегда находится в нашем распоряжении калибровка постоянного тока. Погрешность оптического устройства — десятая часть процента, его, как и погрешность калибрации постоянного тока, можно пренебречь.

На рисунке 3 показана характеристика мощность показания шкалы. Видно, что характеристика — линейная, соответственно равенству (10).

В новом экземпляре прибора, блоки СВЧ можно менять. Схематично это видно на рис. 4. В плоскости X можно отделить часть СВЧ от индикаторной. В блоках СВЧ, приготовленных на разные частотные диапазоны, размеры сочленения в плоскости X — одинаковы.

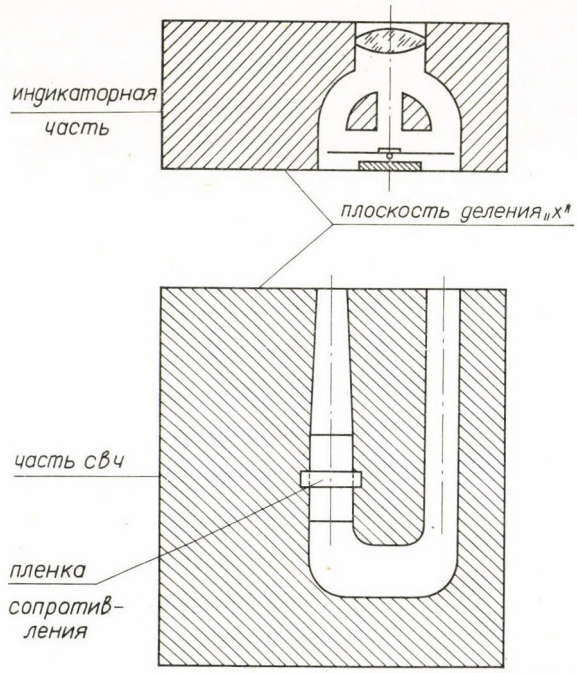


Рис. 4

Практическое разрешение вопроса смены блоков СВЧ, отделенных в плоскости X от индикаторной части, видно на рисунке 5.

Конструкция воздушного канала изображена на рисунке 6.

Прибор в целом изображен на рисунке 7.

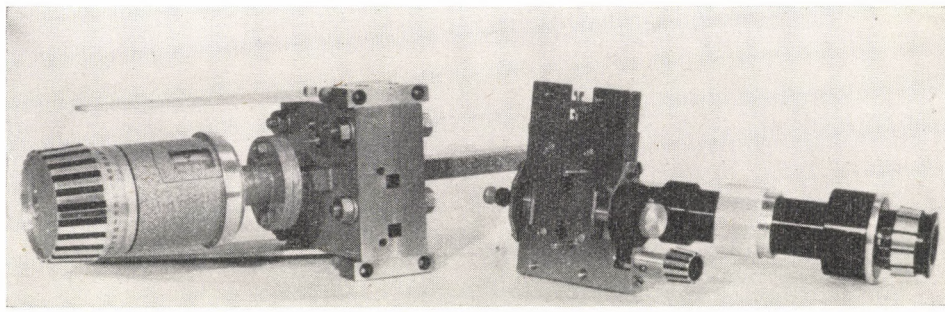


Рис. 5

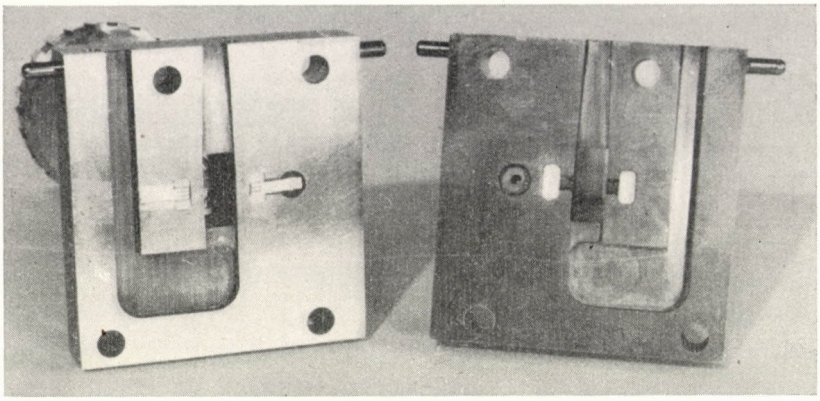


Рис. 6

В заключение выражаю благодарность *Д. Алмаши*, за большое количество идей и за помощь; *И. Торма*, который проводил научные исследования с прибором для измерения мощности; *Е. Чех* за конструкцию и технику; *Л. Саппанош* за проведенные измерения.

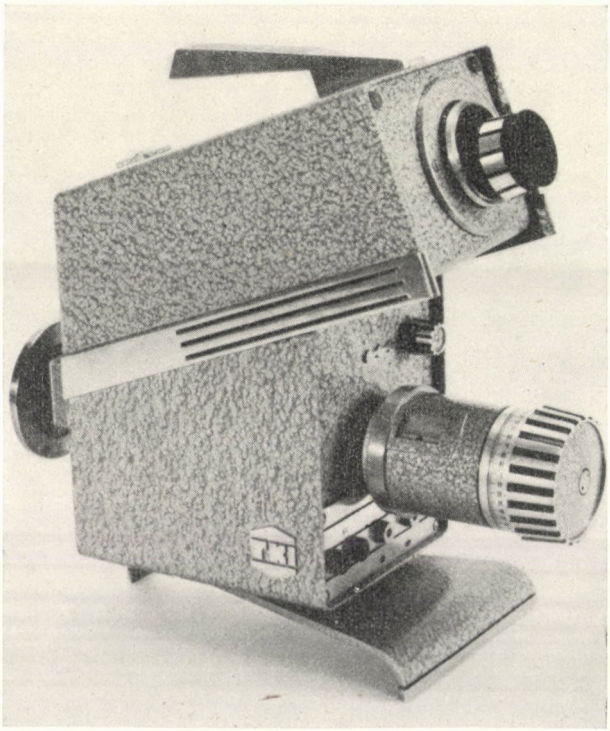


Рис. 7

ЛИТЕРАТУРА

1. C, G. MONGOMERY: Technique of Microwave Measurements, M. I. T. 11. Mc. Graw-Hill 1947.
2. M. SUCHER—H. J. CARLIN: Broad-band Calorimeters for the Measurement of Low and Medium Level Microwave Power. *IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques* (1958), 188.
3. E. E. ASLAN: Temperature-Compensated Microwatt Power Meter. *I. R. E. Trans. on Instrumentation* (1960), 291.
4. BOGNÁR, G.: Nagyfrekvenciás mérések. Mérnöki Továbbképző Intézet, 1942.
5. A. L. CULLEN: Absolute Power Measurement at Microwave Frequencies. *Proc. I. E. E.*
6. SOUTHERLAND. *Phil. Mag.* **5** (1893), 36, 507.

A MICROWAVE POWER METER

E. ÁCS

SUMMARY

The accuracy of measurement and the working mechanism of power meter based on a new principle introduced by the author are analysed. The relation between the power to be measured and the scale deflection is deduced. It is pointed out that this relation is linear and the temperature dependence of the parameters which influence the sensibility of the device is given. Finally, a design improvement of the instrument is shown, namely, the changeable realisation of the microwave mount which permits the extension of the frequency range.

LEISTUNGSMESSER FÜR MIKROWELLEN

E. ÁCS

ZUSAMMENFASSUNG

Die Meßgenauigkeit des nach dem vom Verfasser eingeführten neuen Prinzip arbeitenden Mikrowellen-Leistungsmessers und der Arbeitsmechanismus des Gerätes werden analysiert. Die Beziehung zwischen der zu messenden Leistung und dem Skalenausschlag wird abgeleitet. Es wird festgestellt, daß diese Beziehung linear ist, und die Temperaturabhängigkeit der die Empfindlichkeit des Gerätes beeinflussenden Kenngrößen wird gegeben. Abschließend wird eine Weiterentwicklung der Konstruktion gezeigt: die wechselbare Ausführung des Mikrowellenteiles, wodurch eine Erweiterung des Frequenzbereiches ermöglicht wird.

UN ÉQUIPEMENT POUR LA MESURE DES PUISSANCES HYPERFRÉQUENCES

E. ÁCS

RÉSUMÉ

L'article analyse la précision de mesure, et le mécanisme de fonctionnement de l'équipement hyperfréquences travaillant d'après un nouveau principe introduit par l'auteur, et déduit la relation existant entre la puissance à mesurer et la déflexion sur l'échelle. L'auteur constate que cette relation est linéaire, et donne ensuite la dépendance des paramètres influençant la sensibilité de l'appareil, par rapport à la température.

Il indique enfin les nouveaux perfectionnements apportés dans la construction de l'appareil, et notamment l'interchangeabilité des composants hyperfréquences, qui permet l'extension de la gamme des fréquences.

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ В ПОЛОСЕ ПЧ СИСТЕМЫ СВЧ

А. БАРАНИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Изложенный метод, применяющий измерительный мост из сосредоточенных элементов, позволяет непосредственный отсчет абсолютной величины коэффициента отражения с прибора в дб и панорамное исследование частотной характеристики коэффициента отражения. Новым является калибровка моста, которая сводится к измерению затухания. В статье анализируются факторы, определяющие точность измерения. Построенный рефлектометр работает в диапазоне 50—90 Мгц, чувсвительность в коэффициенте отражения 1%, точность измерения, в рабочем диапазоне — 3%.

1. Введение

Вместе с увеличением пропускной способности радиорелейных линий, увеличиваются и качественные требования, предъявляемые к отдельным цепям. Улучшение качества аппаратур, нельзя себе представить без одновременного усовершенствования методов измерений и приборов. Важный показатель качества ПЧ части многоканальных систем СВЧ — коэффициент отражения на входе и выходе. В настоящей статье изложен метод, разработанный для панорамного измерения коэффициента отражения цепей ПЧ. Для характеризования кабельных соединений, применяются величины, указанные в уравнениях (1).

Уравнением (1a) дано определение коэффициента отражения, в уравнении (1b) дано логарифмическое выражение его, так называемое затухание несогласованности, а уравнением (1c) выражается величина КСВ, кабеля. В формулах Z — импеданс, присоединенный к кабелю, а Z_0 — номинальное волновое сопротивление.

По международным требованиям, затухание несогласованности соединений ПЧ в диапазоне прибл. 30 Мгц, должно быть минимально 24—26 дб, что соответствует КСВ прибл. 1,1. Для измерения величин такого порядка, требуется прибор чувствительностью 40 дб, обеспечивающий точность измерения приблизительно 3%.

Рефлектометры, работающие в полосе УКВ, по принципу работы могут быть разделены на две главные группы. В вариантах первой группы, для измерения коэффициента отражения, применяется направленный ответвитель [1—3]. Тщательной конструкцией направленного ответвителя

может быть достигнута точность измерения КСВ прибл. 2% в широкой частотной полосе. Погрешность нетрудно контролировать измерением связи и направленности. Недостаток этого метода заключается в том, что из-за сильного частотнозависимого затухания связи, порядка 20 дб, после направленного ответвителя требуется сложная схема измерения отношения с большим усилением. В известных схемах это требование из-за сложности не всегда осуществимо, поэтому точность, обеспечиваемая направленным ответвителем, не может быть всегда полностью использована.

Коэффициент отражения

$$\varrho = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}. \tag{1a}$$

Затухание несогласованности

$$20 \log \left| \frac{1}{\varrho} \right| = 20 \log \left| \frac{Z + Z_0}{Z - Z_0} \right|, \tag{1b}$$

КСВ

$$r = \frac{1 + |\varrho|}{1 - |\varrho|} = \frac{|Z + Z_0| + |Z - Z_0|}{|Z + Z_0| - |Z - Z_0|}. \tag{1c}$$

Во второй группе рефлектометров, в качестве чувствительного элемента, применяется мостовая схема [3], [4], [5], [6]. Применение ее, в первую очередь обосновано высокой чувствительностью и простой конструкцией. Точность измерения в значительной мере зависит от конструкции моста. В опубликованных статьях, относительно точности, могут быть найдены только оценки.

Разработанный нами метод относится ко второй группе, для измерения коэффициента отражения применен измерительный мост из сосредоточенных элементов. Наш метод позволяет прямой отсчет абсолютной величины измеряемого коэффициента отражения в дб с прибора и панорамное исследование частотной характеристики коэффициента отражения. Факторы, влияющие на точность измерения, подробно анализированы и контролированы измерениями. Новое в этом — метод калибровки моста, при помощи которого, калибровка сводится к измерению затухания. Путем дальнейшей разработки прибора откроется возможность к одновременному панорамному исследованию амплитудно-частотных характеристик и характеристик отражений четырехполюсников.

2. Метод измерения

Принцип измерения коэффициента затухания показан на рис. 1, здесь же дана схема измерительного моста.

Три плеча моста, построены на сопротивлениях Z_0, соответствующих номинальному волновому сопротивлению, измеряемый импеданс Z_x нахо-

дится в четвертом плече моста. Включение генератора несимметричное, детектор помещается симметрично и им измеряется напряжение, между противоположными точками моста X и N. На вход моста подается высокочастотное напряжение U_g от генератора. Если коэффициент отражения измеряемого импеданса равен нулю, то мост уравновешен и на детектор не попадает напряжения. При измерении импеданса, отличающегося от волнового сопротивления, нарушается равновесие моста и между противоположными точками появляется напряжение U. Величина напряжения U предполагая, что нагрузка цепи детектора ничтожно мала:

$$U = U_x - U_{1_N} = \frac{U_g}{2} \frac{Z_x - Z_0}{Z_x + Z_0} = \frac{U_g}{2} \varrho_x. \tag{2}$$

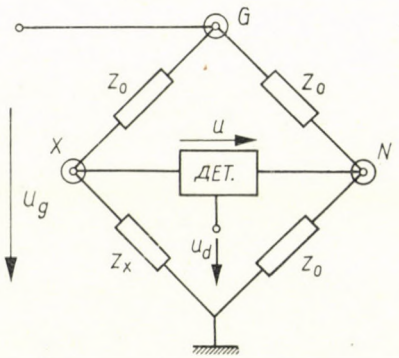


Рис. 1. Принципиальная схема измерительного моста

Таким образом, высокочастотное напряжение, попадающее на детектор, пропорционально измеряемому коэффициенту отражения. Величина выпрямленного напряжения U_d, приняв во внимание коэффициент полезного действия диода $\eta(U)$

$$U_d = \frac{U_g}{2} |\varrho_x| \, \eta(U). \tag{3}$$

Видно, что полученное напряжение зависит только от абсолютной величины коэффициента отражения и полезного действия выпрямления диода, если питающее напряжение U_g, поддерживается на постоянной величине. Выпрямленное напряжение довольно малое, при измерении 1%-ного коэффициента отражения, с учетом практических величин, составляет величину прибл. от 50—100 мкв. В связи с тем, что измерение малых постоянных напряжений представляет затруднение, высокочастотное напряжение, питающее мост, модулируется по амплитуде прямоугольной волной на 100%.

В своем практическом выполнении мост построен в малогабаритной, посеребрянной латунной коробке. К разъему N снаружи присоединено сопротивление высокой точности, установленное в коаксиальное гнездо. Для присоединения измеряемого импеданса служит точка X.

На рисунке 2 показана полная схема измерения.

Свип-генератор, соединен с широкополосным усилителем через реле, создающее амплитудную модуляцию. Выход усилителя соединен при помощи кабеля с измерительным мостом, который имеет небольшие габариты и может быть непосредственно присоединен к измеряемой цепи. Регулировкой усилителя ПЧ устанавливается уровень сигнала, попадающего на мост, на требуемую постоянную величину. Детектор, указывающий уровень, по-

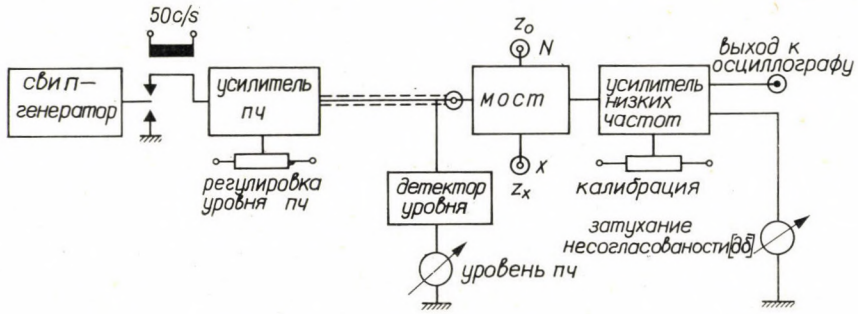


Рис. 2. Блок-схема измерения коэффициента отражения

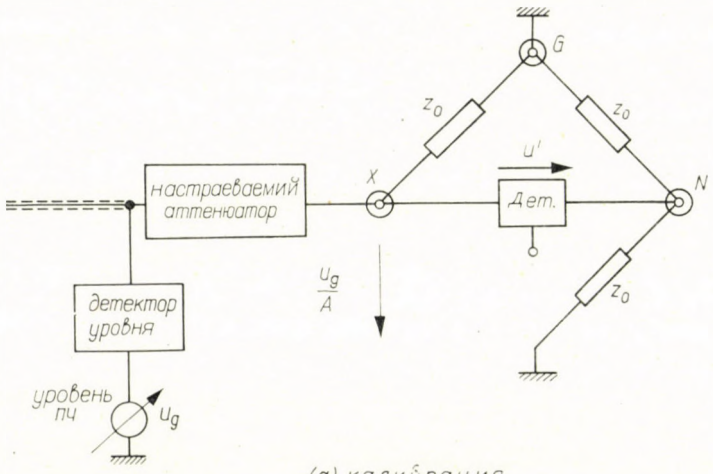
мещается непосредственно на входе моста, чтобы несогласованность кабеля, идущего к мосту, не вызвала бы погрешность в измерении уровня. Сигнал, полученный на выходе моста, после низкочастотного усиления, подается на осциллограф и таким образом получим частотную характеристику коэффициента отражения. Управление реле, дающего модуляцию, производится частотой аналогичной частоте свипирования применяемого свип-генератора — 50 гц; таким образом на экране осциллографа имеется и опорная прямая, соответствующая нулевому отражению. Измеряя усиленный сигнал, прибором, калиброванным в дб, можно непосредственно отсчитать значение затухания несогласованности измеряемого импеданса.

3. Калибрация прибора

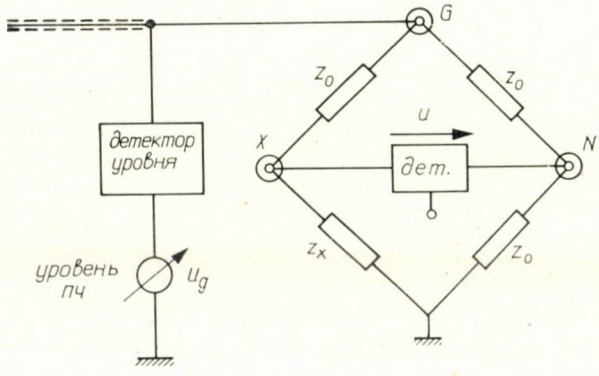
Градуирование прибора, естественно зависит от характеристики мостового детектора. Однако градуировка шкалы может быть произведена без характеристики детектора по схеме, изображенной на рисунке 3a.

Для сравнения на рисунке 3b, указана и измерительная схема. Для градуировки шкалы заземляется точка G моста, сигнал ВЧ вводится через

изменяемый аттенюатор, волнового сопротивления Z_0, на втулку X, к которой при измерении, присоединяется измеряемый импеданс. По рисунку видно, что в случае, если детектор моста имеет достаточно большой импеданс, то мост и в схеме калибровки, на рисунке 3a, обеспечивает согласованную



(a) калибрация



(b.) измерение

Рис. 3. a) Устройство применяемое при калибрации; b) устройство применяемое при измерении

нагрузку. Детектором измеряется напряжение U', имеющееся на выходе аттенюатора, нагруженного импедансом Z_0, значение которого

$$U' = \frac{U_g}{A}, \tag{4}$$

где A — деление напряжения аттенюатором. Если уравнение (4) сравним с соотношением (2), то видно, что в схемах обоих типов на детектор падет

одинаковый уровень, если имеет место равенство

$$\varrho_x = \frac{2}{A},$$

$$20 \log \left| \frac{1}{\varrho_x} \right| = A_{дб} - 6 \text{ дб}. \tag{5}$$

Таким образом, градуировка шкалы прибора может быть сведена к измерению затухания и может быть произведена при любой диодной характеристике, без применения импедансных нормалей с известным отражением.

Переменный аттенюатор нужен только при изготовлении шкалы. При калибровке прибора, предшествующей измерению, подключение к прибору производится через аттенюатор в 26 дб (рисунок 3а). Высокочастотное напряжение, питающее мост, настраивается на предписанную постоянную величину и, регулировкой низкочастотного усилителя, калибруется 20 дбная точка шкалы, которая по уравнению (5) соответствует введенному затуханию 26 дб. Точку калибровки шкалы, целесообразно выбрать в интервале малых коэффициентов отражения, измеряемых на практике, так как смещение характеристики детектора, имеющегося в мосте, возникающее вследствие воздействия изменения температуры, вызывает только ничтожную погрешность в широком интервале температур.

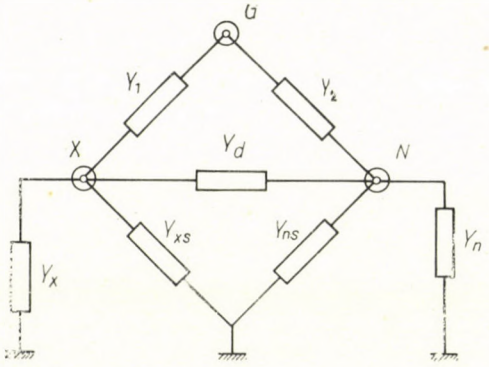
4. Точность измерения

Возможность применения прибора определяется в первую очередь точностью измерения. Погрешность измерения коэффициента отражения складывается из двух частей. Первая составляющая — абсолютная погрешность — независима от величины измеряемого отражения. Прибором измеряется отражение, соответствующее абсолютной погрешности в том случае, если измеряемый импеданс равен волновому сопротивлению. Вторая часть измерительных погрешностей — относительная погрешность — пропорциональна величине измеряемого отражения. Величина погрешности измерения, вызванная неточностью мостовых элементов, проверяется на основании мостовой схемы, указанной на рисунке 4. Плечи моста характеризированы их проводимостью. Y_X является величиной измеряемой проводимости, а Y_n величиной нормальной проводимости, установленной в коаксиальное гнездо. Y_{xs} и Y_{ns} являются значениями рассеянных проводимостей, присоединяющихся параллельно к измеряемой и нормальной проводимостям.

Величина коэффициента отражения, измеряемого детектором, выражается уравнением

$$\varrho_{\text{измер.}} = \varrho_x\left[1 + \varrho_1\,\varrho_x + \frac{Y_{xs}}{Y_0}\,\varrho_1\right] + \\ + \left[\varrho_2 - \varrho_1 + \frac{Y_{xs}}{2Y_0} - \frac{Y_{ns}}{2Y_0} - \varrho_n\right]. \tag{6}$$

В идно, что абсолютная погрешность определяется несимметричностью



$$\varrho_1 = \frac{Y_0 - Y_1}{Y_0 + Y_1},$$

$$\varrho_2 = \frac{Y_0 - Y_2}{Y_0 + Y_2},$$

$$\varrho_x = \frac{Y_0 - Y_x}{Y_0 + Y_x},$$

$$\varrho_n = \frac{Y_0 - Y_n}{Y_0 + Y_n}.$$

Рис. 4. Общая мостовая схема, для вычисления погрешностей

собственным отражением нормальной нагрузки, а относительная погрешность зависит от отражения в плече Y_1 и величины рассеянной проводимости, присоединяющейся параллельно с измерительной точкой. Конечная проводимость детектора не вызывает измерительную погрешность, ибо она учитывается изложенным методом калибровки.

Величина абсолютной погрешности определяется измерением несимметричности, а значение относительной погрешности на основании формулы, путем измерения мостовой и рассеянной проводимостей.

5. Новый измерительный прибор

На рисунке 5 видна фотография рефлектометра ПЧ, построенного в Научно-Исследовательском Институте Связи на основании вышеизложенных принципов.

Прибор работает в диапазонах 50—90 Мгц, имеет номинальное волновое сопротивление 75 ом, чувствительность, в коэффициенте отражения, 1%. По измерениям, произведенным на мосте, абсолютная погрешность измере-

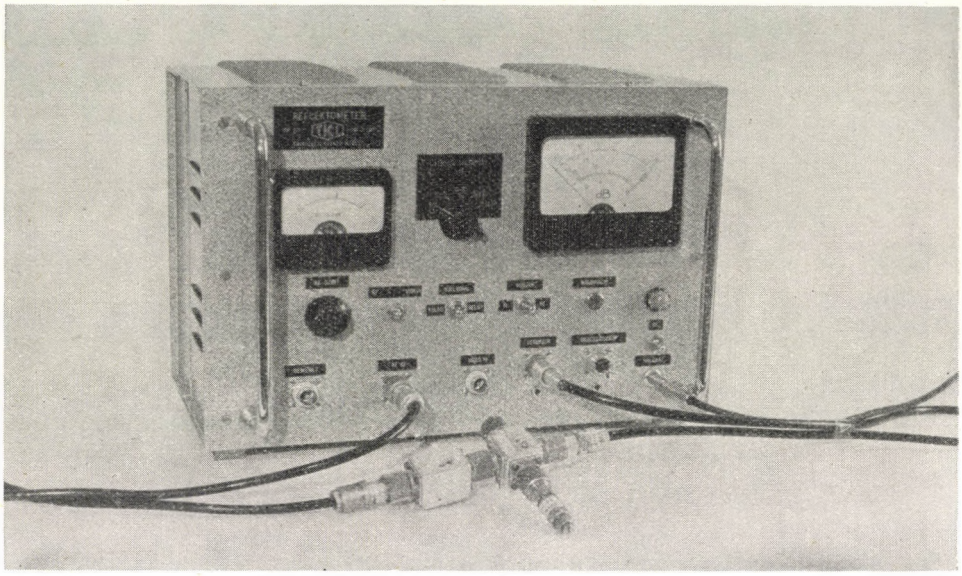
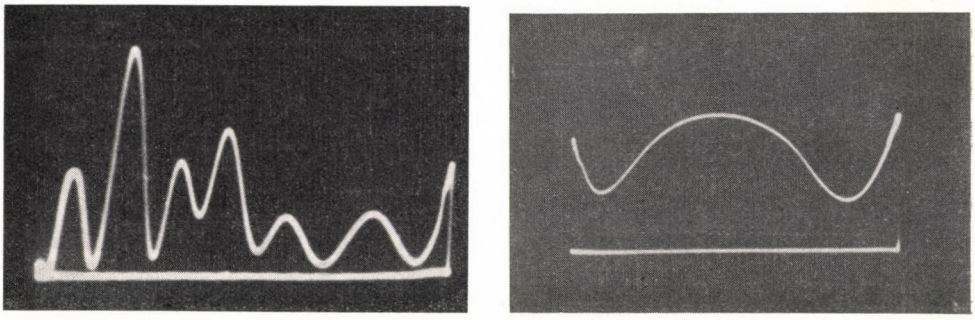


Рис. 5. Фото рефлектометра ПЧ

ния коэффициента отражения меньше чем 1,5%; относительная погрешность измерения 20%-ного отражения прибл. 5%. Общая погрешность, в отношении к КСВ, при измерении КСВ меньше чем 1,1, составляет не более 3%; при измерении КСВ меньше чем 1,5, не более 5%.

Рефлектометр широко применяется для измерения усилителей, аттенюаторов, корректоров, переключателей и кабелей. На рисунке 6 показаны характеристики отражения, измеренные прибором.

На рисунке 6а можно видеть коэффициент отражения кабеля длиной в 20 м., нагруженного волновым сопротивлением в диапазоне 50—90 Мгц. На рисунке 6б показана выходная характеристика отражения усилителя ПЧ в диапазоне 63—87 Мгц, системы СВЧ с 1920 каналами, разрабатываемой



a) *b)*

Рис. 6. Характеристики отражения, измеренные прибором. (Подробное описание см. в тексте.)

в Научно-Исследовательском Институте Связи. Максимальная величина коэффициента отражения на обоих рисунках прибл. 3%.

Наконец желательно указать на одну возможность дальнейшего усовершенствования прибора. Настройка цепей ПЧ значительно облегчается, если имеется возможность одновременного панорамного исследования амплитудной характеристики и выходной характеристики отражения. Комбинированием устройств калибрации и измерения по схеме рисунка 3 можно разрешить и этот вопрос. В настоящее время производится дальнейшее развитие данного измерительного прибора с целью осуществления вышесказанного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pollastrello: Sistemi panoramici di misura su apparati di ponti radio per larga banda. *Alta Frequenza* (1959), 469.
2. Bucci: Accopiatori direttivi in linea coassiale. *Alta Frequenza* (1959), 260.
3. Jaumann: Wiederstandsmessverfahren im Frequenzgebiet bis 10 000 MHz. *FTZ* (1954), 410.
4. King: Bridges for VHF use. *Proc IRE* (1950), 37.
5. *Король:* Коаксиальный рефлектометр с панорамным индикатором согласования. *Электросвязь* (1958), 19.
6. Laferty: Measuring Return Loss Accurately. *Electronic Industries* (1960), 70.

MEASUREMENT OF MISMATCH IN THE IF BAND OF MICROWAVE RELAY SYSTEMS

A. BARANYI

SUMMARY

The method described, using a measuring bridge built of lumped elements makes direct reading, giving the absolute value of the measured reflection coefficient in db, and makes possible the sweep frequency display of the reflection coefficient characteristics. A new calibration method has been developed by means of which the calibration may be reduced to a loss measurement. The factors determining accuracy were analyzed. The already built intermediate frequency reflectometer operates in the range of 50 to 90 Mc/s, its sensitivity in terms of reflection coefficient is 1%, its accuracy in the practical used measuring range is 3%.

DIE MESSUNG DES REFLEXIONSFAKTORS IM ZF-BEREICH VON RICHTFUNKSYSTEMEN

A. BARANYI

ZUSAMMENFASSUNG

Das beschriebene Verfahren, bei dem eine aus konzentrierten Elementen aufgebaute Meßbrücke verwendet wird, ermöglicht die direkte Ablesung des Absolutwertes des Reflexionsfaktors vom Gerät in dB und die Untersuchung des Frequenzganges des Reflexionsfaktors mit Hilfe eines Wobblers. Neuartig ist die Lösung der Eichung der Meßbrücke, bei der die Eichung auf die Messung von Dämpfung zurückgeführt werden kann. Die die Meßgenauigkeit beeinflussenden Faktoren werden untersucht. Das gebaute ZF-Reflektometer arbeitet im Frequenzbereich von 50 bis 90 MHz und hat in Reflexionsfaktor eine Empfindlichkeit von 1%. Seine Meßgenauigkeit beträgt im praktisch benutzten Meßbereich 3%.

LA MESURE DU COEFFICIENT DE RÉFLEXION DANS LA BANDE DE FRÉQUENCE (M. F.) DES SYSTÈMES DE FAISCEAUX HERTZIENS

A. BARANYI

RÉSUMÉ

La méthode exposée utilisant un pont de mesure composé d'éléments concentrés, permet la lecture directe de la valeur absolue du coefficient de réflexion mesuré en décibels. Elle rend également possible l'étude de la caractéristique de fréquence du coefficient de réflexion, à l'aide d'un wobbulateur. Grâce à une nouvelle méthode d'étalonnage du pont, l'étalonnage peut être ramené à la mesure d'affaiblissement. L'article analyse les facteurs déterminant la précision des mesures. Le réflectomètre M. F. construit travaille dans la gamme de 50 à 90 Mc/s. Sa sensibilité en coefficient de réflexion est de 1 %, et sa précision de 3 %, dans l'étendue des mesures utilisées dans la pratique.

EINIGE UNTERSUCHUNGEN AN RAUSCHGENERATOREN IM MIKROWELLENGEBIET

H. PRINZLER

HEINRICH-HERTZ-INSTITUT DER DEUTSCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, BERLIN-ADLERSHOF

Zweipolrauschgeneratoren sind durch Angabe ihres inneren Widerstandes oder Leitwertes und einer dem Realteil dieses Widerstandes bzw. Leitwertes zugeordneten Rauschtemperatur eindeutig gekennzeichnet. Rauschgeneratoren mit Gasentladungsröhre im Mikrowellengebiet können so aufgebaut werden, daß ihre Rauschtemperatur mit der Rauschtemperatur des Säulenplasmas übereinstimmt. Diese Rauschtemperatur ist nur im Fall der stationären positiven Säule für einige Edelgase etwa gleich der Elektronentemperatur.

Wellenförmige Vorgänge im Säulenplasma können erhebliche Abweichungen der Rauschtemperatur von der Elektronentemperatur der stationären positiven Säule verursachen; in einer untersuchten Kryptonentladung schwankt die Rauschtemperatur in einer Welle von 15 000 . . . 30 000°K.

Auch die Driftbewegung der Elektronen verursacht eine Erhöhung der Rauschtemperatur; Formeln und graphische Darstellungen zur Abschätzung dieser Größe werden angegeben.

Ein Rauschgenerator mit gesättigter Diode wird oberhalb seiner Resonanzfrequenz betrieben, auch in diesem Fall stimmt die aus Resonanzwellenlänge und Frequenzabhängigkeit des Schroteffektes berechnete Rauschtemperatur noch mit der Messung überein.

1. Einleitung

Zur Bestimmung der Rauschzahl von Empfängern sowie für verschiedene physikalische Untersuchungen benötigt man Rauschgeneratoren. Zur Darstellung vieler Rauschgeneratoren genügt das Zweipolersatzschaltbild, welches dem Realteil des Innenwiderstandes bzw. -leitwertes eine Rauschtemperatur zuordnet.

Wir verstehen unter der Rauschtemperatur eines Zweipols die im betrachteten Frequenzband verfügbare Rauschleistung, der nach der Nyquistbeziehung eine Temperatur zugeordnet wird. Im einfachen Fall eines rauschenden Widerstandes stimmt die Rauschtemperatur mit seiner thermodynamischen Temperatur überein, und für einige nichtthermische Rauschquellen kann die Rauschtemperatur berechnet werden, z. B. beim Schrotrauschen einer gesättigten Diode. In keinem einzigen Falle erhält man durch alleiniges Messen der Rauschtemperatur eine Aussage über den Erzeugungsmechanismus (thermisch oder nichtthermisch) oder die thermodynamische Temperatur der Rauschquelle.

Im folgenden Kap. 2 werden einige Untersuchungen zum Rauschen von Niederdruckplasmen beschrieben. Kap. 3 ist eine kurze Bemerkung zu einem Rauschgenerator mit gesättigter Diode im Dezimeterwellengebiet.

2. Zum Rauschen von Niederdruckplasmen im Mikrowellengebiet

Die meisten Rauschgeneratoren im Mikrowellengebiet benutzen als Rauschquelle die positive Säule einer Niederdruckglimmentladung, wobei zur Auskopplung der Energie die Röhre schräg durch einen Hohlleiter geführt wird. Auch andere Auskopplungen werden angewendet, z. B. durch Benutzen einer Wendelleitung, die die Entladungsröhre umgibt. Es ist üblich, die Rauschtemperatur eines solchen Generators mit der Elektronentemperatur der positiven Säule gleichzusetzen. Darin stecken aber verschiedene Annahmen:

a) die positive Säule ist stationär und ihre Elektronentemperatur ist bekannt,

b) die Rauschtemperatur des Säulenplasmas ist gleich der Elektronentemperatur,

c) die Auskopplung erfolgt genügend intensiv und ist selbst verlustarm,

d) die Anpassungsbedingungen sind erfüllt.

Im allgemeinen sind die letzten beiden Bedingungen erfüllt, wovon man sich gegebenenfalls durch Messungen des Reflexionsfaktors überzeugen kann. Bei den erstgenannten Punkten begnügt man sich dagegen häufig mit Annahmen. Diese sollen im folgenden einer Kritik unterzogen werden.

Zu *a)*. In der stationären positiven Säule der Niederdruckentladung ist die Elektronentemperatur längs der Säule konstant und sowohl durch Rechnung als auch durch Messungen bestimmbar. In vielen Fällen besteht dabei Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die Bestimmung der Elektronentemperatur erfolgt durch Langmuir-Sonden, durch spektroskopische Messmethoden sowie neuerdings durch Rauschmessungen im Mikrowellengebiet.

Bei einer ganzen Anzahl von Fällen treten aber grössere Abweichungen auf. Bei bestimmten Niederdruckentladungen beobachtet man laufende oder auch stehende Schichten in der positiven Säule. Das sind Bereiche erhöhter Elektronenkonzentration, die sich mit Geschwindigkeiten von einigen 100 ms^{-1} von der Anode zur Kathode bewegen [2], [3]. Die Frequenz dieser Schichten liegt dabei zwischen einigen 100 Hz bis zur Grössenordnung 20 kHz. Nach den Untersuchungen von PEKAREK [2], ACHTERBERG und MICHEL [3] treten diese laufenden Schichten in einem weiten Strom-Druckbereich auf; die üblicherweise verwendeten Entladungsröhren mit Neonfüllung ($p \approx 5$ Torr, $I \approx 200$ mA) liegen mitten im Existenzbereich der laufenden Schichten. Ein Betrieb der Röhren bei Entladungsströmen, die ausserhalb des kritischen Bereiches liegen, ergibt für den Fall kleiner Ströme ein durchsichtiges Plasma, für den Fall grosser Ströme ein nahezu totalreflektierendes Plasma. In beiden Fällen ist die Auskopplung genügender Rauschenergie nicht möglich.

Die Untersuchung eines Rauschgenerators bei 10 cm Wellenlänge, der mit einer Neonröhre von ca 5 Torr Druck ausgerüstet war (Philips K 51A) zeigte dann auch laufende Schichten im Bereich 0,3...400 mA[4]. Die gemessene Rauschtemperatur lag bei 18 000 °K, während vom Hersteller etwa 24 000° K angegeben wurde. Es muss betont werden, dass bei der Messung der Rauschgenerator in jedem Zeitpunkt, und nicht nur im Zeitmittel, an

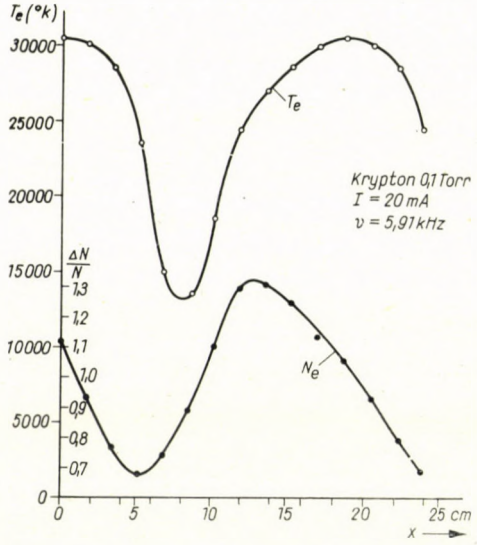


Bild 1. Periodische Schwankung von Elektronentemperatur und Elektronendichte innerhalb einer Wellenlänge in einer Kryptonentladung

den Wellenwiderstand der Apparatur angepasst war. Die Messung selbst erfolgte durch Vergleich mit einem geheizten Widerstand; als Messapparatur wurde eine hochempfindliche radioastronomische Messapparatur verwendet mit einem rotierenden kapazitiven Umschalter am Eingang. Die Empfindlichkeitsgrenze der Apparatur lag bei etwa 2.. 3° K für 1 sec Zeitkonstante des Integrationsgliedes.

Bei diesem Rauschgenerator war die Entladungsröhre in üblicher Form quer durch einen Hohlleiter gesteckt. Bei dieser Art der Auskopplung erhält man einen räumlichen Mittelwert der Rauschtemperatur in einem Stück der positiven Säule. In der Messapparatur wird dann noch eine zeitliche Mittelung vorgenommen.

Mit einer speziell für die Untersuchung von Wellenvorgängen in Plasmen entwickelten Messapparatur bei 20 cm Wellenlänge wurde die Verteilung der Elektronentemperatur und der Elektronenkonzentration längs einer Welle untersucht. *Bild 1* zeigt die an einer 0,1 Torr Kryptonentladung gemessenen Werte nach bisher unveröffentlichten Messungen von MOLLWO [5]. Die

Frequenz der laufenden Schichten betrug dabei 5,9 kHz. Druck und Entladungsstrom waren hierbei so gewählt, dass nur laufende Schichten einheitlicher Frequenz auftraten. Im allgemeinen ist ein Gemisch von Schichten verschiedener Frequenz und Amplitude vorhanden, dessen Zusammensetzung mit dem Entladungsstrom variiert.

Bei üblichen Einbau der untersuchten Röhre in einen Hohlleiter würde man einen Mittelwert der Elektronentemperatur von etwa 25 000° K messen, während aus der Diffusionstheorie der stationären positiven Säule ein Wert von etwa 14 000° K folgt. Weiterhin schwankt die Elektronenkonzentration etwa $\pm 30\%$ um einen Mittelwert, diese Schwankungen haben einen periodisch sich ändernden Reflexionsfaktor zur Folge.

Zu *b)*. Im Allgemeinen wird die Rauschtemperatur eines stationären Säulenplasmas seiner Elektronentemperatur gleichgesetzt. Neben der Vernachlässigung des Ionenstromes ist dazu eine rein thermische Elektronenbewegung erforderlich sowie eine zeitlich konstante Elektronendichte.

Im Gleichstromfeld driften aber die Elektronen in Feldrichtung, ausserdem werden fortwährend neue Ladungsträger produziert, während andere dafür ausscheiden. Beide Vorgänge sind Quellen zusätzlichen Rauschens. Den Einfluss der Driftbewegung der Elektronen im Feld der Entladung auf das Rauschen bei zeitlich konstanter Elektronendichte untersucht eine Theorie von PARZEN und GOLDSTEIN [6], während der Einfluss schwankender Elektronendichte von VAN DER ZIEL [7] berechnet wurde. Man kann beide Rechnungen zusammenfassen und erhält für die Rauschtemperatur des Plasmas

$$T = T_e + \frac{j \cdot E \cdot \tau_0}{k \cdot N_e} \cdot \Phi(\omega\tau_0, z), \tag{1}$$

wobei Φ wie folgt definiert ist:

für $\omega\tau_0 \gg 1$ $\qquad \Phi = 1 + \dfrac{2}{1 + (\omega\tau_0)^2} \approx 1$,

(PARZEN und GOLDSTEIN)

für $\omega\tau_0 \approx 1$ $\qquad \Phi > 1 + \dfrac{2}{1 + (\omega\tau_0)^2}$,

für $\omega\tau_0 < \dfrac{1}{\sqrt{3 \cdot z}}$ $\qquad \Phi = \dfrac{z}{1 + z^2 \cdot (\omega\tau_0)^2} \to z$, für $\omega\tau_1 \ll 1$.

(v. d. ZIEL)

Neben dem thermischen Anteil T_e tritt ein weiterer Term auf*, der das zusätzliche Rauschen beschreibt. j und E sind Stromdichte und Gradient in

* Im Gegensatz zum isotropen thermischen Anteil ist dieses zusätzliche Rauschen anisotrop. Das durch die Driftbewegung der Elektronen hervorgerufene Rauschen ist nur in Richtung dieser Bewegung, also in Richtung des Gradienten, wirksam. Bildet das auskoppelnde HF-Feld mit dem Gradienten den Winkel Θ, so ist dieser Term mit $\cos^2 \Theta$ zu multiplizieren.

der Entladung, N_e ist die Elektronendichte, k die Boltzmannkonstante, τ_0 ist die mittlere Stosszeit der Elektron-Neutralteilchen. ω ist die Messkreisfrequenz und $z = \tau_1/\tau_0$ ist die mittlere Zahl der Zusammenstösse, die ein Elektron im Verlaufe seiner Lebensdauer τ_1 erleidet. Die Rechnungen von PARZEN und GOLDSTEIN und v. d. ZIEL erfassen nur Grenzfälle.

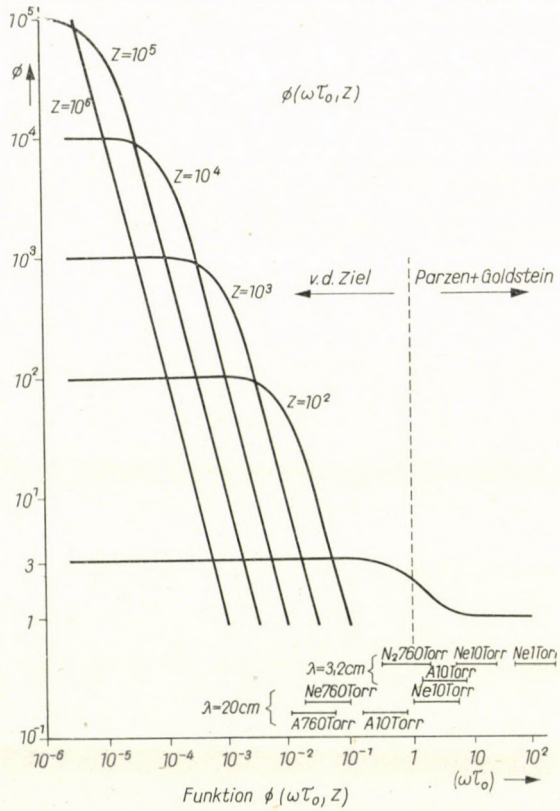


Bild 2

In Bild 2 ist die so definierte Funktion Φ aufgetragen. Sie wird im Falle kleiner $\omega\tau_0$ sehr gross, dann sind die spontanen Schwankungen der Elektronendichte massgebend für das zusätzliche Rauschen im Plasma. Für die meist verwendeten Niederdruckplasmen im Mikrowellengebiet ist aber $\omega\tau_0 \approx 1$, bzw. grösser als 1 und man kann zur Abschätzung die Rechnung von PARZEN und GOLDSTEIN benutzen.

Zur Berechnung dieses zusätzlichen Rauschens setzen wir

$$\frac{j \cdot E \cdot \tau_0}{k \cdot N_e} = F(q,\ T_e) \cdot \frac{E^2}{p^2}\,, \tag{2}$$

wobei $F(q, T_e)$ ist eine Funktion, die von den Elektronenstossquerschnitten der Atome (Ramsauerquerschnitte) und der Elektronentemperatur abhängt und in *Bild* 3 für Neon, Argon und Stickstoff dargestellt ist. E und p sind Gradient und Druck der Entladung. Die berechnete Funktion F ist die zusätzliche Rauschtemperatur eines Plasmas von 1/Torr Druck, in dem eine Längsfeldstärke von 1 V/cm herrscht unter der Voraussetzung $\omega\tau_0 \gg 1$. Die Berechnung erfolgte unter Einführung allgemein üblicher Beziehungen für

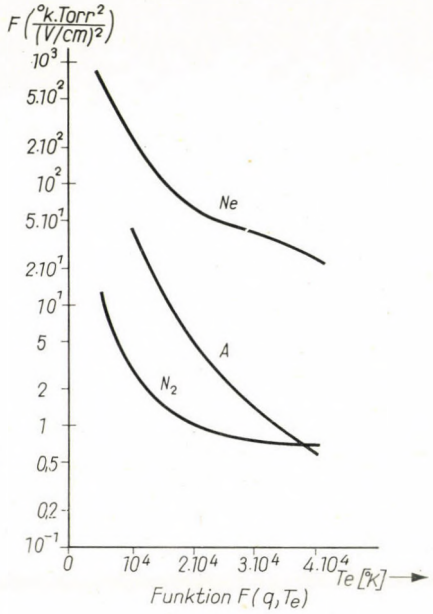


Bild 3

die Leitfähigkeit, Stosszahl und Teilchendichte eines Niederdruckplasmas unter Annahme von Maxwell-Verteilung der Elektronen [8].

Weiterhin werden zur Bestimmung von Φ noch τ_0 und $z = \tau_1/\tau_0$ benötigt. Die mittlere Lebensdauer τ_1 ist für Niederdruckentladungen die Zeitspanne von der Entstehung eines Elektrons durch Stossionisation bis zum Abdiffundieren zur Wand der Entladung in radialer Richtung (ambipolare Diffusion). Als Ergebnis der hier übergangenen gaskinetischen Rechnungen, in welche charakteristische Grössen wie Ionenbeweglichkeit, Wirkungsquerschnitt der Atome gegenüber Elektronenstoss, Elektronentemperatur, Gasdruck und Radius der positiven Säule eingehen, erhält man die in *Bild* 4 und 5 dargestellten Werte für τ_0 und z als Funktion der Elektronentemperatur. Die gezeichneten Werte gelten für Entladungen von 1 Torr Druck und 1 cm Radius des Entladungsrohres (= Radius der positiven Säule). Für andere p-und R-Werte gelten die in *Bild* 4 und 5 angegebenen Beziehungen.

In dieser Darstellung lautet die Formel für die Rauschtemperatur des Plasmas

$$T = T_e + \frac{E^2}{p^2} \cdot F(q, T_e) \cdot \Phi(\omega\tau_0, z). \tag{3}$$

In Tafel I sind Gradient, Elektronentemperatur und das zusätzliche Rauschen $T—T_e$ für einige Niederdruckentladungen vom Rohrradius

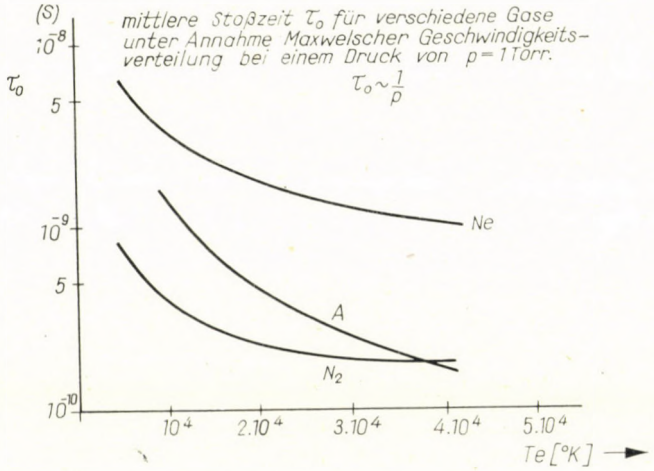


Bild 4

1 cm und 1 Torr Druck im Mikrowellengebiet aufgetragen, wobei $\Phi = 3$ gesetzt wurde.

Tafel I

Gas	T_e, °K	E, V/cm	$T—T_e$, °K
Argon	15 700	0,95	35
Neon	34 400	2,4	540
Helium	45 300	2,8	70
H_2	20 800	30	2800
N_2	15 500	13,7	850
Hg	9 200	1,0	0,2 (?)

3. Ein Rauschgenerator mit gesättigter Diode im Dezimeterwellengebiet

Bei Rauschgeneratoren, die als Rauschquelle das Schrotrauschen gesättigter Dioden verwenden, tritt im Bereich kurzer Wellen eine Transformation des Rauschstromes auf [9], [10]. Der Transformationsfaktor ist vom Ver-

hältnis λ_0/λ abhängig, wobei λ_0 eine vom Aufbau des Rauschgenerators sowie der Diode abhängige Resonanzwellenlänge ist. In der Umgebung von λ_0 erhält man somit eine beträchtliche Erhöhung der Rauschtemperatur. Von uns werden Rauschgeneratoren benutzt, die mit der Rauschdiode GA 560 vom Werk für Fernsehelektronik bestückt sind; die Resonanzwellenlänge liegt zwischen 13,1 und 13,4 cm. Bei 20 cm Wellenlänge beträgt der Transformationsfaktor bereits 3,3; er wurde durch Absoluteichung des Rauschgenerators durch Vergleich mit einem geheizten Widerstand bestimmt [10], [11].

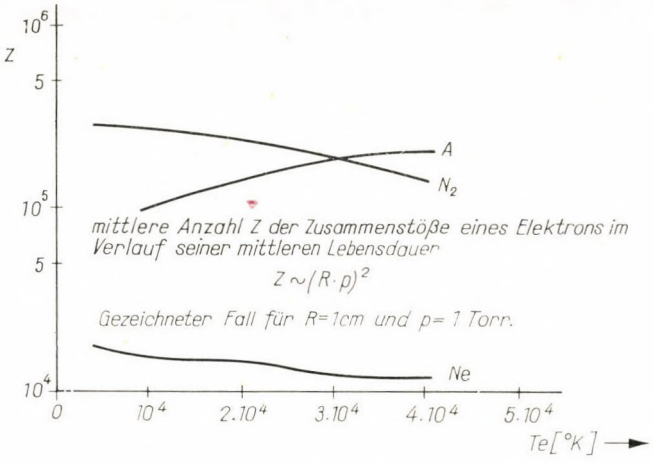


Bild 5

Versuchsweise wurde solch ein Rauschgenerator auch bei 10 cm Wellenlänge betrieben und seine Rauschtemperatur wiederum durch Vergleich mit einem geheizten Widerstand bestimmt [4]. Auch für diesen Fall erhält man Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung, wenn man zusätzlich die Schwächung des Schroteffektes durch den Laufzeiteinfluss berücksichtigt, der in unserem Fall bei 10 cm Wellenlänge und ca 150 V Anodenspannung etwa 10% beträgt $[F^2(\omega\tau) = 0{,}9]$. Es besteht somit für den untersuchten Rauschgenerator im gesamten benutzten Frequenzband von ca 60 cm bis 10 cm Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung.

Bei sorgfältiger Bestimmung der Resonanzfrequenz nach geeigneten Verfahren kann somit die Rauschtemperatur des Diodenrauschgenerators nach der in [10] und [11] angegebenen Beziehung berechnet werden:

$$T = T_0 + \frac{F^2(\omega\tau)}{\left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2\right]^2} \cdot \frac{e \cdot I_d}{2k \cdot \mathrm{Re}(Y)} \,. \tag{4}$$

4. Schlusswort

Herrn Dr.-Ing. habil. L. Mollwo habe ich herzlich zu danken für das Überlassen einiger Messergebnisse über laufende Schichten sowie für einige klärende Diskussionen, Herrn Dipl. Ing. H. St. Michel bin ich ebenfalls zu Dank verpflichtet für das bereitwillige Überlassen der Untersuchungen an der Gasentladungsröhre bei 10 cm Wellenlänge sowie für die Eichung des Rauschgenerators mit gesättigter Diode bei 10 cm Wellenlänge.

SCHRIFTTUM

1. Kassner, H.: Diplomarbeit Humbolt-Universität, Berlin 1960 (unveröffentlicht).
2. Pekárek—Novák: *Czechosl. Journ. Phys.* **9** (1959).
3. Achterberg, H.—Michel, J.: *Ann. Phys.* 7. Folge, Bd. **2** (1959).
4. Michel, H. St.: Diplomarbeit TU Dresden 1962, unveröffentlicht.
5. Mollwo, L.: Bisher unveröffentlichte Messungen.
6. Parzen, Goldstein: *Phys. Rev.* **79** (1950), 190 und **82** (1951), 724.
7. v. d. Ziel: *Noise Kap.* 12 Prentice-Hall, 1956.
8. Prinzler, H.: *Ann. Phys.* 7. Folge, **8** (1961).
9. Kosmahl, H.: *Elektron. Rundschau* **9** (1955).
10. Mollwo, L.: *AEÜ* **11** (1957), 295—306.
11. Prinzler, H.: *Nachrichtentechnik* **8** (1958), H. 11.

INVESTIGATIONS ON NOISE GENERATORS IN THE MICROWAVE RANGE

H. PRINZLER

SUMMARY

Two-pole noise generators are completely determined by their internal impedance or admittance and a noise temperature, due to the real part of this internal impedance or admittance. In the range of microwaves it is possible to develop noise generators using a gas discharge device in such a manner that its noise temperature is exactly the same as the one of the plasma in the positive column. Only in the case of a stationary column, and only for some rare gases does this noise temperature almost equal the electron temperature.

Occurences of waveform are able to cause important differences between noise temperature and electron temperature of the stationary positive column. In a Krypton discharge the noise temperature in the dimension of a wavelength varied from 15 000 °K to 30 000 °K.

The drift motion of the electrons also causes an increase of the noise temperature; formulae and graphs are given to estimate this value.

A noise generator using a saturated diode have been used at frequencies larger than the resonance frequency; even in this case the noise temperature calculated from the resonance wavelength and the frequency response of the shot effect are in agreement with the measured value.

ÉTUDE DES GÉNÉRATEURS DE BRUIT HYPERFRÉQUENCES

H. PRINZLER

RÉSUMÉ

Les générateurs de bruit bipolaires sont entièrement déterminés par leur impédance ou admittance interne, et par une température de bruit due à la composante réelle de celles-ci. Il est possible de développer des générateurs de bruit hyperfréquences utilisant un tube à décharge lumineuse, d'une manière telle que leur température de bruit égale exactement celle

du plasma dans la colonne positive. C'est dans le cas seulement d'une colonne stationnaire et de quelques gaz rares que cette température de bruit est à peu près égale à la température d'électrons.

Une forme d'onde éventuelle peut produire des différences importantes entre la température de bruit et la température d'électrons de la colonne positive stationnaire. Dans le cas d'une décharge de krypton, la température de bruit variait, dans la dimension d'une longueur d'onde, de 15 000 °K à 30 000 °K.

La dérive des électrons contribue aussi à l'accroissement de la température de bruit. L'auteur donne des formules et diagrammes pour l'estimation de cette valeur.

Un générateur de bruit comprenant une diode saturée a été utilisée à des fréquences supérieures à sa fréquence de résonance. Même dans ce cas, la température de bruit calculée de la longueur d'onde de résonance et de la caractéristique de fréquence de l'effet de grenaille, concorde avec la valeur mesurée.

ИССЛЕДОВАНИЯ ГЕНЕРАТОРОВ ШУМА СВЧ

Г. ПРИНЦЛЕР

РЕЗЮМЕ

Двухполюсные генераторы шума полностью определены их внутренним сопротивлением или проводимостью и шумовой температурой, связанной с вещественной составляющей этого внутреннего сопротивления или проводимости. В диапазоне СВЧ можно разработать генераторы шума с газоразрядной трубкой, у которых шумовая температура точно совпадает с шумовой температурой столбовой плазмы. Эта шумовая температура только в случае стационарного положительного столба и некоторых инертных газов равна приблизительно температуре электронов.

Возникновение волнообразных процессов в столбовой плазме может привести к значительным расхождениям шумовой температуры с температурой электронов в стационарном положительном столбе. В исследованном разряде криптона шумовая температура в одной длине волны колеблется в переделах от 15 000 до 30 000° К.

Дрейфовое движение электронов также способствует повышению шумовой температуры. Даются формулы и графики для оценки этой величины.

Генератор шума на насыщенном диоде был использован на частотах выше резонансной частоты. Даже в этом случае шумовая температура, рассчитанная из резонансной длины волны и частотной зависимости дробового эффекта, обнаруживает хорошее согласие с величинами измерений.

ШИРОКОПОЛОСНЫЙ МИКРОВОЛНОВЫЙ ГЕНЕРАТОР ШУМОВ

Я. ГАЛ и Й. КОМЯТИ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ, БУДАПЕШТ

Измерение коэффициента шумов является очень важной задачей при испытании аппаратуры радиорелейной связи. Это вызывает необходимость хорошего генератора шумов. Идеальный генератор шума создает белый шум. Генератор шума считается хорошим, если его спектр в широкой полосе можно считать белым шумом. Все волноводы производят шумы. Если затухание волновода довольно большое и нагрузка не влияет на мощность шума, получится генератор шума, только его температуру надо выбрать высокой. Это требование весьма хорошо удовлетворяется устройствами, содержащими газоразрядные приборы. На основании аналогии между аттенюатором и генератором шума можно из широкополосного аттенюатора образовать широкополосный генератор шума, если в качестве затухающей среды выбирается плазма. В рассматриваемом решении источник шума выполнен из преобразованного коаксиального волновода. Устройство дает постоянную мощность шума в диапазоне 2—6 Ггц.

Одним из важнейших показателей аппаратуры СВЧ является шумфактор. Из-за многочисленных преимуществ, которые здесь не будут подробно обсуждаться, для измерения шумфактора большое распространение получил метод шумовых источников. В качестве генератора шумов годятся источники сигналов, которые дают белый шум, или спектр которых в широкой полосе можно считать белым шумом. Другая важная проблема заключается в том, что величина мощности шумов должна быть одинакового порядка с измеряемой мощностью шумов. Упомянутым двум требованиям очень хорошо удовлетворяют источники шумов, содержащие газоразрядную трубку.

Разумеется, что и у генератора шумов — как у всех генераторов — существует проблема согласования. У источников шумов, содержащих газоразрядную трубку, это является двойной задачей: с одной стороны надо согласовать газоразрядную трубку с волноводом, с другой стороны этот блок по возможности в широкой полосе надо согласовать с остальной частью волновода.

К первой части проблемы рассмотрим генератор шумов. На рис. 1 видно символическое изображение генератора шумов.

Генератор шумов представляем себе построенным из составных частей так, что первый дифференциальный участок является генератором шумов с температурой электронов T_e, волновым сопротивлением Z_0 и затуханием γ. Второй участок — составная часть волновода с температурой T_f, волно-

вым сопротивлением Z_0 и затуханием α. Длина каждой составной части — dl. Длина всего генератора шумов L и в горячем состоянии (т. е. в включенном состоянии газоразрядной трубки) его затухание составляет $(\alpha + \gamma)$. Генератор шумов на своем конце нагружен волновым сопротивлением Z_0, температура которого — T_0.

Физическое явление описывается нижеследующим дифференциальным уравнением:

$$T = (T - dT)\, e^{-2(\alpha+\gamma)dl} + T_e(1 - e^{-2\gamma dl}) + \\ + T_f(1 - e^{-2\alpha dl})\, e^{-2\gamma dl}. \tag{1}$$

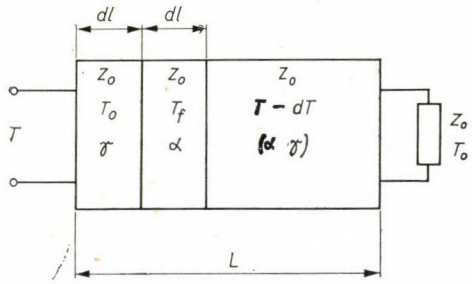


Рис. 1

При начальных условиях $L = 0$ и $T = T_0$ получим решение

$$T = \frac{\alpha T_f + \gamma T_e}{\alpha + \gamma} + \left(T_0 - \frac{\alpha T_f + \gamma T_e}{\alpha + \gamma}\right) e^{-2(\alpha+\gamma)L}. \tag{2}$$

Если a_n является холодным затуханием (т. е. затуханием при выключенном состоянии газоразрядной трубки), а a_m теплым затуханием в дб, то уравнение (2) примет вид

$$T = T_f \frac{a_n}{a_m} + T_e\left(1 - \frac{a_n}{a_m}\right) + \left[T_0 - T_f \frac{a_n}{a_m} - T_c\left(1 - \frac{a_n}{a_m}\right)\right] 10^{-\frac{a_m}{10}}. \tag{3}$$

Соответствующие равенству кривые показаны на рис. 2. На одну ось нанесено теплое затухание a_n/a_m, а на другую относительная температура шумов T/T_e. Холодное затухание a_n является параметром. Из этого можно вывести заключение: если соотношение между холодным и теплым затуханиями источника шумов, представленной шумовой трубкой, вставленной в волновод, достаточно большое, то мощность, получаемая из генератора шумов и мощность шумов газоразрядной трубки практически одинаковы и не зависят от других физических показателей, которые являются свойст-

вами газа в газоразрядной трубке и постоянными для данного газа. Это определение при теплых затуханиях свыше 20 дб справедливо с точностью до 1%.

Из сказанного до сих пор можно сделать вывод, что генератор шумов должен быть хорошим аттенюатором и должен иметь высокую температуру. Следовательно, добротность источника шумов очень хорошо характеризуется теплым затуханием. Другой вывод заключается в том, что можно установить аналогию между аттенюаторами и генераторами шумов: каждый аттенюатор одновременно является и генератором шумов, только его температуру надо выбрать высокой.

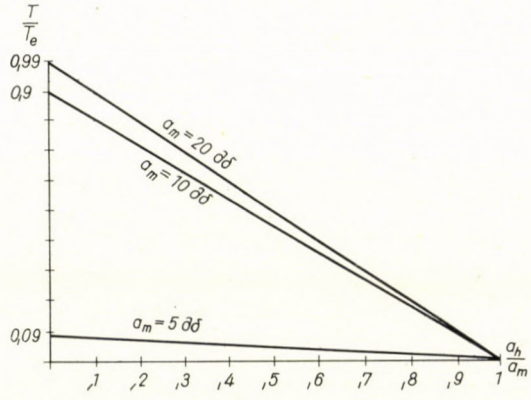


Рис. 2

Теперь перейдем на другую проблему согласования. Это — согласование генератора шумов с волноводом в широкой полосе. Оно может быть однозначно характеризовано при помощи КСВН. Из предыдущего вытекает, что в случае, если выберем широкополосный аттенюатор и его температуру увеличим, то можем получить широкополосный генератор шумов.

Тип волновода, выполненного из цилиндрического проводника, размещенного между двумя плоскими пластинами, известен. Он может быть получен из коаксиального волновода путем преобразования, поэтому в дальнейшем его можно называть просто преобразованным коаксиальным волноводом. Из преобразованного коаксиального волновода изготовляются широкополосные аттенюаторы так, что между цилиндрическим волноводом и плоской пластиной ставится ослабляющая среда. Этим аттенюатором здесь не желаем подробно заниматься, упоминаем его только из-за аналогии. Изготовим теперь аттенюатор так, чтобы ослабляющая среда представляла собой плазму, т. е. вставим газоразрядную трубку. Изготовленное таким образом устройство будет работать как генератор шумов. На рис. 3 видно схематически сечение источника шумов.

Генератор шумов, разработанный из преобразованного коаксиального волновода теперь остается только согласовать с волноводом, иначе на входе и выходе шумовой трубки КСВН был бы очень плохим. Этому можем помочь тем, что шумовую трубку введем косо, затем она постепенно прилегает к средней жиле, следовательно, нами образован плавный суживающийся переход. Поскольку этот переход довольно длинен, то им решается согласование в широкой полосе.

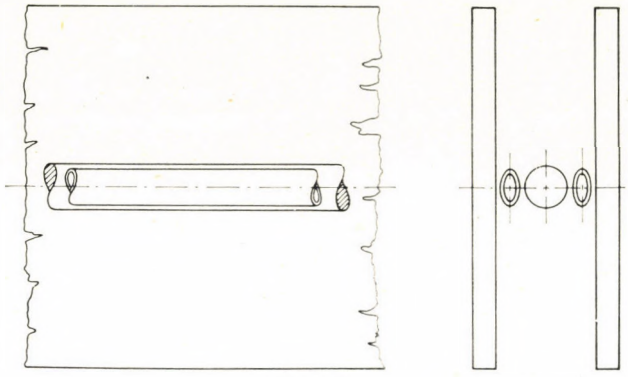


Рис. 3

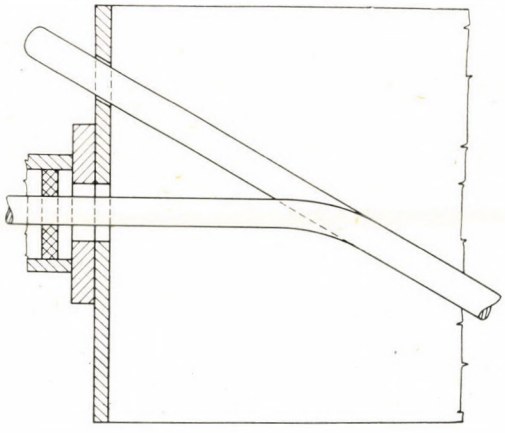


Рис. 4

На рис. 4 показано, что не шумовая трубка сгибается, а внутренний проводник преобразованного коаксиального волновода сгибается в дуге до тех пор, пока оси шумовой трубки и внутреннего проводника не будут параллельными. Впрочем на предыдущем рисунке видно, что вместо одной нами применены две шумовые трубки, симметрично расположенные на внутреннем проводнике (рис. 3).

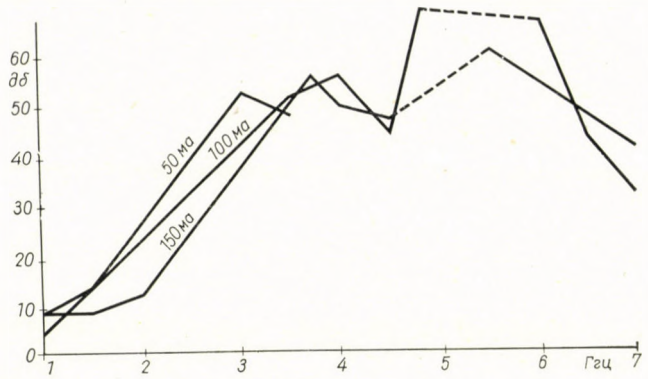

60
дб
50
40
30
20
10
0
50 ма
100 ма
150 ма
1
2
3
4
5
6
Гец
7

Рис. 5

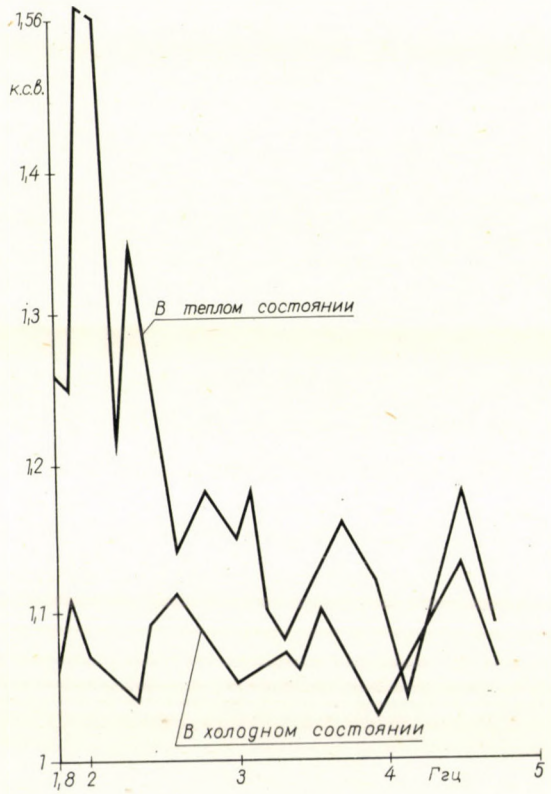

1,56
к.с.в.
1,4
1,3
1,2
1,1
1
В теплом состоянии
В холодном состоянии
1,8
2
3
4
Гец
5

Рис. 6

На один конец готового генератора шумов установлен аттенюатор с потерей. Он представляет собой нагрузку с волновым сопротивлением Z_0. С другой стороны, для целей измерений на обоих концах были образованы переходы, показанные на рисунке (рис. 4), и методом замещения измерялось затухание. Затухание в зависимости от частоты видно на рис. 5.

Как видно, теплое затухание устройства в пределах 1,8 — 6 Ггц превышает 20 дб. На основании предыдущего это дает очень хороший результат для практики, ибо погрешность менее 1%. Измерения производились при разных величинах тока. Это показало, что в случае, если постоянный ток газоразрядной трубки выбран в интервале 50—100 ма, то не получаются существенные отклонения. На рисунке у каждой кривой указана величина постоянного тока.

Другой показатель генератора шумов — это КСВН. Он должен быть измерен и в холодном состоянии. Он дает результат, совпадающий с измерением затухания. В случае исследуемого участка волновода в интервале 2—6 Ггц КСВН ниже 1,5. Изготовлением более точных переходов он может быть еще значительно улучшен. Это доказано результатами наших измерений (рис. 6). Во всей полосе частот КСВН можно снизить ниже 1,2.

Обобщив вышесказанное: каждый аттенюатор можно считать генератором шумов. Из соответствующего широкополосного аттенюатора может быть получен широкополосный генератор шумов. Любой генератор шумов — несчитая материалных свойств — может быть полностью характеризован двумя данными, а именно: теплым затуханием и КСВН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mumford, W. W.: A Broad-Band Microwave Noise Source. *Bell System Technical Journal* **28** (1949).
2. White, W. D.—Greene, J. G.: On the Effective Noise Temperature of Gas Discharge — Noise Generators. *Proc I. R. E.* **44** (1956), No. 7.
3. Johnson, H.—De Remer, K. R.: Gaseous Discharge Super-High Frequency Noise Sources *Proc I. R. E.* (1951), 908—914.
4. Skinner, R. J.: Wide-Band Noise Sources Using Cylindrical Gas-Discharge Tubes in Two-Conductor Lines. *Proc. I. R. E.* (1956), 491.
5. Spencer, W. H.—Strum, P. D.: Broadband UHF and VHF Noise Generators. *IRE Trans* (1955), 47.
6. Almássy Frigyes: Új zajgenerátor. *Mérés és Automatika* (1961), No. 6. (Альмаши, Ф.: Новый генератор шумов. Опубл. в 6-ом номере журнала «*Измерение и автоматика*» от декабря месяца 1961 года.)

A BROADBAND NOISE GENERATOR

J. GÁL and J. KOMJÁTHY

SUMMARY

In connection with tests on microwave links, the measurement of the noise factor is a task of foremost importance. This makes a good noise generator necessary. The ideal noise generator produces white noise. A noise generator is good if its spectrum can be considered as a white noise in a wide frequency band. Every waveguide produces noise. If the waveguide attenuation is high enough and the noise power is not influenced by the load, a noise generator is obtained, only its temperature must be taken high. This requirement is very well met by devices containing gas discharge tubes. On the analogy between attenuator and noise generator, it is possible to make a broadband noise generator of broadband attenuators, if plasma is taken as an attenuating medium. In the described solution the noise source is made of a transformed coaxial waveguide. The device gives a constant noise power in the range between 2 and 6 GMcs.

BREITBANDRAUSCHGENERATOR

J. GÁL und J. KOMJÁTHY

ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Untersuchung von Richtfunksystemen ist die Messung des Rauschfaktors eine sehr wichtige Aufgabe. Dies macht einen guten Rauschgenerator notwendig. Der ideale Rauschgenerator stellt weißen Rausch her. Ein Rauschgenerator gilt für gut, wenn sein Spektrum in breitem Band als weißer Rausch betrachtet werden kann. Jeder Hohlleiter stellt Rausch vor. Ist die Dämpfung des Hohlleiters genügend groß und wird die Rauschleistung vom Abschluß nicht beeinflußt, so erhält man einen Rauschgenerator, nur soll seine Temperatur hoch gewählt werden. Diese Forderung wird von den Gasentladungsröhre enthaltenden Einrichtungen sehr gut erfüllt. Auf Grund der Analogie zwischen dem Dämpfer und dem Rauschgenerator kann man aus Breitbanddämpfer einen Breitbandrauschgenerator gestalten, wenn als Dämpfungsmittel Plasma gewählt wird. In der erörterten Lösung wird die Rauschquelle aus einem transformierten koaxialen Hohlleiter ausgeführt. Die Einrichtung gibt eine konstante Rauschleistung im Bereich von 2 bis 6 GHz.

UN GÉNÉRATEUR DE BRUIT A LARGE BANDE

J. GÁL – J. KOMJÁTHY

RÉSUMÉ

La mesure du facteur de bruit apparaît comme une tâche importante dans l'examen des équipements hyperfréquences, ce qui explique la nécessité d'avoir un bon générateur de bruit. Le générateur de bruit idéal produit du bruit blanc. Un générateur est bon, quand son spectre peut être considéré comme bruit blanc dans une large bande de fréquences. Tout guide d'onde produit du bruit. Si l'atténuation du guide d'onde est assez grande et la terminaison n'influence pas la puissance de bruit, on obtient déjà un générateur de bruit, mais dont la température doit être choisie élevée. Cette exigence est fort bien satisfaite par les équipements comprenant un tube à gaz.

Sur la base de l'analogie existant entre l'atténuateur et le générateur de bruit, un atténuateur à large bande peut être changé en un générateur de bruit à large bande, si l'on choisit du plasma comme milieu. La solution présente adopte, comme source de bruit, un guide d'onde coaxial transformé. L'équipement donne une puissance de bruit constante entre 2000 et 6000 Mc/s.

ИЗМЕРЕНИЕ ШУМФАКТОРА ПРИЕМНИКОВ СИСТЕМЫ ФАЗО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ

И. ФРИДЕШ
БУДАПЕШТСКИЙ ЗАВОД ТЕХНИКИ СВЯЗИ

В статье доказывается, что известное понятие шумфактора не дает при всех модуляционных системах однозначную информацию о шуме приемника, это имеем место и у приемников системы с фазо-импульсной модуляцией. Здесь можно ввести новое, немного измененное понятие шумфактора, которым учитываются свойства системы. После изложения этого, сообщается способ измерения и конструкция прибора, который служит для упомянутой цели.

1. Введение

Как известно, одним из важнейших показателей качества приемников является шумфактор. В нижеследующем будет доказано, что общеизвестное понятие шумфактора не всегда целесообразно для характеризования приемников радиорелейных линий. Вместо него для приемников фазо-импульсной модуляции введено немного измененное, новое понятие, более соответствующее цели.

Общепринятое определение шумфактора [1]

$$F = \frac{(s/N)_i}{(s/N)_0}, \tag{1}$$

где величина в числителе является отношением сигнал-шум на входе приемника, а величина в знаменателе - отношением этих же мощностей на выходе приемника. На основании вышеуказанного определения значение шумфактора может быть и так сформулировано, что он показывает отношение кажущейся мощности шума, появляющейся на входном сопротивлении приемника, к мощности термического шума. Одним из общеизвестных способов измерения шумфактора приемника обычного построения, состоящего из усилителя высокой частоты, включая и усилитель промежуточной частоты, из детектора и усилителя частоты основной группы является следующий. К выходу усилителя высокой частоты подключается измеритель мощности и измеряется мощность шума, величина которой составляет

$$P_0 = GkBFT_0, \tag{2}$$

где G — усиление высокочастотного усилителя, k — постоянная Больцмана, B — ширина шумовой полосы применика и T_0 — комнатная температура. После этого к входу приемника подключаются генератор шумов с температурой T, под действием которого изменяется мощность шума, измеренная на выходе. Измеряемая теперь мощность

$$P = GkB\left[(F-1)\ T_0 + T\right]. \tag{3}$$

Из обоих вышеприведенных данных для шумфактора получаем

$$F = \frac{n-1}{P/P_0 - 1}, \tag{4}$$

где через n обозначено отношение T/T_0. (Следует отметить, что при вышеупомянутом измерении предполагалась такая большая величина G, при которой шумфактор приемника совпадает с шумфактором усилителя высокой частоты.)

Знание шумфактора имеет основное значение не только в определении того, пригоден ли данный приемник к приему какого-нибудь слабого сигнала, или при данном входном сигнале годен ли к достижению определенного отношения сигнал-шум, но измерение его является очень удобным способом для эксплуатационного контроля приемника. Величина его одинаково возрастает как в случае увеличения по какой-либо причине шума приемника, так и при ухудшении его чувствительности.

2. Исследование модуляции, вызванной шумами

В радиорелейных линиях, где преобразованная в электрический сигнал информация »каким-то способом модулирует несущую, с точки зрения применения значение имеет модуляция, вызванная шумами, а не сам шум, появляющийся в приемнике или на другом месте. Поэтому в отношении таких приемников целесообразно проверить, дает ли шумфактор, определенный и измеренный в соответствии с вышеизложенным, однозначную информацию о величине модуляции, вызванной шумами, возникающего в аппарате, или же имеется необходимость в уточнении понятий.

Рассмотрев вопрос более подробно, можно сказать следующее: с точки зрения модуляции, вызванной шумами, обычное определение шумфактора и способ его измерения являются однозначными в том случае, если выполняются следующие условия:

а) Усиление высокочастотного усилителя очень большое, следовательно мощностью шумов, возникающих в усилителе частоты основной группы можно пренебречь.

б) Модуляция, вызванная шумами возникает в приемнике только из-за какой-то мощности шума. Это следует так понимать, что так называемая системная модуляция, вызванная шумами, т. е. дополнительная модуляция, вызванная шумами, происходящая исключительно только из характера самой модуляционной системы, в приемнике не возникает; далее, нет таких чувствительных цепей, неисправность которых может вызвать модуляцию, вызванную шумами.

в) Усилитель частоты основной группы не меняет существенно передаточную характеристику пропускания приемника. В ином случае составляющие шумов, в соответствии с амплитудной характеристикой усилителя частоты основной группы усиливаются. Это не имеет особого значения в случае белого шума, однако, например у неисправного приемника, может случиться, что спектр шумов будет непостоянным. В таком случае усилитель частоты основной группы, изменяющий спектральное распределение шумов, изменит также и среднюю величину модуляции, вызванной шумами.

Первое условие в большинстве практических случаев, у приемников супергетеродинной системы почти всегда, выполняется. Другое положение с двумя другими условиями. Как будет показано, в системах фазо-импульсной модуляции ни одна из них не выполняется.

3. Шумфактор системы фазо-импульсной модуляции

В целях исследования процессов, происходящих в приемниках системы фазо-импульсной модуляции, следует бегло познакомиться с построением одного такого приемника (рис. 1), состоящего из высокочастотного усилителя, смесителя, гетеродина, усилителя ПЧ, детектора, усилителя видеочастоты и компаратора. Нужно отдельно упомянуть амплитудный компаратор, который по сути дела намечает положение импульса, передавая пусковой сигнал при достижении данного уровня.

По статьям о шумах систем с фазо-импульсной модуляцией, опубликованным в литературе [2], на приемнике супергетеродинной системы с фазо-импульсной модуляцией появляется дополнительный шум, ибо между фазами сигналов гетеродина и несущей частоты нет принудительной связи. Среднеквадратичная величина девиации дополнительного шума

$$\sqrt{\overline{\Delta t^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{|u(t) \cdot \exp(2j\,\Omega t) * k(t)|}{\frac{d}{dt}|u(t) * k(t)|}, \tag{5}$$

где $u(t)$ — огибающая сигнала, $k(t)$ — результат обратного преобразования Фурье частотных характеристик усилителя высокой частоты, Ω — промежуточная частота, а звездочка обозначает действие свертки. Необходимо отметить,

что возникающие в приемнике шумы системы, падающие в приемную полосу приемника, могут быть снижены в любой мере при достижении достаточной зеркальной селективности.

Об оптимальной частотной характеристике приемника с точки зрения шумов также опубликованы статьи [3]. По этим статьям сигнал с огибающей $u(t)$ может быть принят с минимальной девиацией шумов, если резуьтат обратного преобразования Фурье частотной характеристики приемника будет

$$k(t) = \frac{d}{dt} u(t). \tag{6}$$

Это соотношение получается тогда, когда приемник можно считать линейным. Характеристика приемника будет близка к оптимальной, если результат обратного преобразования Фурье характеристики высокочастотной части будет придан вид $u(t)$, а дифференцирующая цепь будет установлена в видеоусилителе. Таким образом, характеристика видеоусилителя, как

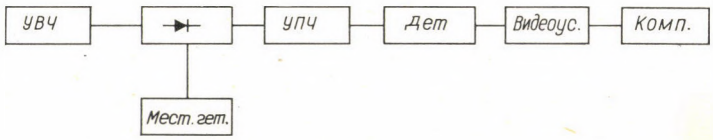


Рис. 1

результат обратного преобразования Фурье действия дифференцирования, будет иметь вид

$$K(\omega) = C \cdot \omega. \tag{7}$$

Из вышеизложенного вытекает, что шумфактор, определенный в введении отношением сигнал-шум, у приемников системы фазо-импульсной модуляции не дает однозначную информацию о модуляции, вызванной шумами, возникающей на выходе приемника. В приемнике может возникать шум системы, в случае неисправности амплитудного компаратора в видеоусилителе может возникать дополнительная модуляция, вызванная шумами, наконец, дифференцирующая цепь в видеоусилителе подавляет низкочастотные шумы и в зависимости от формы сигнала выделяет шумы промежуточных или высоких частот.

Изменением определения шумфактора получим такую величину, которая даже в этих случаях правильно характеризует приемник.

Выражение

$$F_{PPM} = \frac{\overline{\Delta t^2}}{\overline{\Delta t_0^2}} \tag{8}$$

назовем шумфактором системы фазо-импульсной модуляции, где $\overline{\Delta t^2}$ — средняя величина квадрата девиации шума на выходе приемника а $\overline{\Delta t_0^2}$ — средняя величина квадрата на входе приемника, в случае, если серия импульсов модулируется исключительно термическим шумом.

4. Измерение шумфактора системы фазо-импульсной модуляции

Для измерения шумфактора системы фазо-импульсной модуляции на вход приемника очевидно нужно подавать серию импульсов. Учитывая большую точность и несложность генератора шумов, целесообразно разработать такой способ измерения, при котором и здесь сопоставляется шум приемника с известной мощностью генератора шумов. На основании вышеизложенного

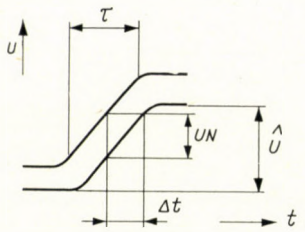


Рис. 2

шумфактор системы фазо-импульсной модуляции измеряется по следующему принципу: на вход приемника нужно подавать серию немодулированных импульсов, а на выходе измерять девиацию от шума. Девиация от шума на основании рис. 2 может быть определена следующим образом: фронт нарастания немодулированного импульса под влиянием напряжения шума смещается приблизительно параллельно себе. Средняя квадратичная величина девиации t может быть получена из формулы

$$\sqrt{\overline{\Delta t^2}} = \frac{\sqrt{\overline{u_N^2}}}{\dfrac{du(t)}{dt}} \approx \tau \frac{\sqrt{\overline{u_N^2}}}{\hat{u}}, \tag{9}$$

где $u(t)$ — напряжение сигнала, τ — время нарастания импульса, и $\hat{u}$ — максимальная величина напряжения сигнала. Квадрат девиации от шума очевидно будет

$$\overline{\Delta t^2} = \tau^2 \frac{N}{S}, \tag{10}$$

где N — мощность шумов, а S — мощность входного сигнала. Если теперь

кроме серии импульсов подключим к входу и генератор шумов, изменится девиация от шума и из отношения двух измеренных девиаций от шумов может быть определен шумфактор. Немодулированная серия импульсов, измеренная на входе, потерпит девиацию шума

$$\overline{\Delta t_1^2} = \tau^2 \frac{k T_0 B}{S} F, \tag{11}$$

после включения генератора шумов девиация от шума будет

$$\overline{\Delta t_2^2} = \tau^2 \frac{k T_0 B}{S} (F - 1 + n). \tag{12}$$

Из обоих уравнений — полностью аналогично результату обычного измерения шумфактора — получается формула

$$F = \frac{n - 1}{\dfrac{\overline{\Delta t_2^2}}{\overline{\Delta t_1^2}} - 1}. \tag{13}$$

В следующем кратко описывается прибор, разработанный на заводе БХГ для измерения шумов системы фазо-импульсной модуляции. Прибор работает в диапазоне 2000 Мгц.

Самая характерная часть измерительного прибора — это генератор сигналов. При его конструировании нужно было учесть два важных момента; с одной стороны то, что требуются импульсы малой мощности (несколько или несколько десятков нановат уже достаточно), модуляция, вызванная шумами которых, с другой стороны, может быть весьма мала. Таким образом — хотя в принципе в качестве генератора годится любой импульсно-модулированный генератор с крутым фронтом нарастания — осуществление малой девиации шумов и тщательной экранировки означало бы трудную проблему. Поэтому целесообразнее выбрать такой путь, при котором в качестве сигнала применяется составляющая видеоимпульса с очень крутым фронтом нарастания, падающая в полосу пропускания приемника. О соотношениях приближенная картина условий получится при рассмотрении ответной функции фильтра с прямоугольной характеристикой и шириной полосы пропускания n вокруг ω, полученной на единичное включение. Если ток включения $= I_0$, то выходной ток равен

$$I_0(t) = \frac{2 I_0}{\pi} \cdot \frac{B}{\omega_0} \cdot \frac{\sin \dfrac{Bt}{2}}{\dfrac{Bt}{2}} \sin \omega_0 t. \tag{14}$$

Как видно, высокочастотный импульс и пусковой сигнал когерентны, таким образом, девиация от шума первого будет равна девиации пускового сигнала. Крутые импульсы могут быть выработаны с высокой стабильностью, таким образом, вышеизложенный метод полностью соответствует цели.

С точки зрения практического исполнения генератор сигналов — это кристаллический диод, на который подается импульс с крутым фронтом нарастания. Диод, — далее увеличивающий крутизну фронта нарастания импульса — может быть настроен в рабочей полосе 1650—2000 Мгц.

Блок-схема прибора видна на рис. 3. При сильном увеличении крутизны на кристаллический диод подается отрицательная серия импульсов

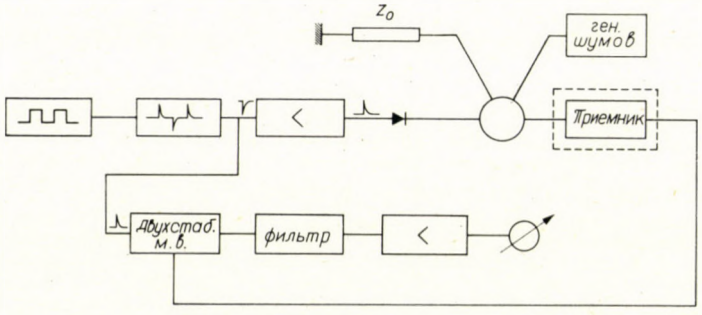


Рис. 3

полученных из дифференцированных прямоугольных сигналов. Питание приемника осуществляется серией импульсов, правильнее генератором шумов через диффгибрид. Сигналами приемника останавливается мультивибратор с двумя устойчивыми состояниями, который был пущен положительной серией импульсов дифференцированного прямоугольного напряжения. Поскольку останавливающая серия импульсов модулирована шумом, средний ток мультивибратор с двумя устойчивыми состояниями будет модулирован шумом. Этот модулированный по ширине прямоугольный сигнал может быть демодулирован известным способом, а именно тогда, если он подается на фильтр с такой характеристикой, при которой частоты, превышающие частоту повторения импульсов, не пропускаются. На практике в усилителе был применен полосовой фильтр, полоса пропускания которого находится в пределах 20—100 кгц, а на частоте повторения (224 кгц) имеет затухание 90 дб.

Разработаны два варианта прибора. Одним измеряется шумфактор промежуточной частоты приемника так, что на приемник подается часть спектра пусковых импульсов, лежащая в полосу с усилителя промежуточной частоты, на месте смесителя. Генератор сигналов аналогичен указанному в предыдущем, но здесь нет необходимости в кристаллическом диоде, увеличивающем крутизну фронта.

Второй вариант годен исключительно для целей профилактического ухода. Здесь подаются импульсы промежуточной частоты на вспомогательный вход усилителя промежуточной частоты, который слабо связан с входом второго каскада, а генератор шумов подключается к входу сверхвысокой частоты. Таким измерением получается шумфактор всего приемника, но без учета шума системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Friis: Noise Figures of Radio Receivers. *Proc. IRE* **32** (1944), 419—423.
2. Uzsoki—Schmideg: PPM System Noise. *BHG Telecommunication Rev.*
3. Uzsoki—Nedbál: Optimum Design of Pulse Position-Modulated Receivers. *BHG Telecomm. Rev.* (1961), 10—16.

MEASUREMENT OF THE NOISE FACTOR OF PPM-RECEIVERS

I. FRIGYES

SUMMARY

The term noise factor, in its general acception, fails to supply unequivocal information of the receiver noise for all systems of modulation, and so also for the PPM-system. A study of this system of modulation will, therefore, necessitate the introduction of a noise factor defined in a slightly different manner doing, however, justice to the peculiarities of the system. After this modified definition of the noise factor has been made clear, the method of its measurement and also the design of the instrument devised for this purpose will be described.

MESSUNG DES GERÄUSCHKOEFFIZIENTEN VON PPM-EMPFÄNGERN

I. FRIGYES

ZUSAMMENFASSUNG

Der allgemein bekannte Begriff des Geräuschkoeffizienten gibt keine eindeutigen Aufschlüsse über das Empfängergeräusch für sämtliche Modulationssysteme und so auch für ein PPM-System nicht. Hier kann daher ein geringfügig abgeänderter Begriff des Geräuschkoeffizienten eingeführt werden, welcher den Eigentümlichkeiten des Systems gerecht ist. Nach einer Erläuterung dieses geänderten Begriffes des Geräuschkoeffizienten wird auf seine Bestimmung und auch auf das zu diesem Zweck entwickelte Meßgerät eingegangen.

MESURE DU FACTEUR DE BRUIT DES RÉCEPTEURS A MODULATION D'IMPULSION EN POSITION

I. FRIGYES

RÉSUMÉ

L'article démontre que la notion bien connue du facteur de bruit ne donne pas une information univoque sur le bruit du récepteur dans tous les systèmes de modulation, y compris aussi celui par impulsion de position. On peut ici introduire une nouvelle notion légèrement modifiée du facteur de bruit, qui prend en considération les particularités du système. Après l'examen de cette notion, l'auteur décrit la nouvelle méthode et le schéma de fonctionnement de l'instrument servant à effectuer les mesures.

PHYSICAL PRINCIPLES AND DESCRIPTION OF A NEW FAMILY OF ENDFIRE ANTENNAS*

J. C. SIMON

SUMMARY

During the last ten years, a new category of antennas has appeared; the endfire antennas, as opposed to the optical type antennas, such as lenses or reflectors.

To explain the physical mechanism of radiation of endfire antennas, one has to introduce the concept of "surface waves" or "leaky waves". To have an efficient endfire radiation, one has to produce a surface wave of large extension versus wavelength. For that purpose, two ways were possible. One is to continuously decrease the amount of binding of an excited surface wave mode, the other is, to modulate that binding. This last method has led the author in 1953 to the original "cigar antenna" which has found many applications.

On the other hand, the essential limitation versus bandwidth of surface waves endfire antennas is not the structure itself, but the method in which the surface wave is launched. At the beginning of the study, a waveguide aperture was used. Now the total wavelength of the antenna is utilized by using the line coupling concept. This permits to obtain bandwidth of the order of one octave (one to two).

This novel way of looking at the physical mechanism of radiation has led the author to a number of new structures that are found to be interesting by their good diagram, and large bandwidth.

PHYSIKALISCHE GRUNDSÄTZE UND BESCHREIBUNG EINER NEUEN FAMILIE VON LÄNGSSTRAHLERN**

J. C. SIMON

ZUSAMMENFASSUNG

In den letzten zehn Jahren ist eine neue Klasse von Antennen erschienen: die der Längsstrahler, als Gegensatz zu den optischen Antennen wie Linsen und Reflektoren.

Um den physikalischen Strahlungsmechanismus der Längsstrahler erklären zu können, soll man den Begriff »Oberflächenwelle« oder »Sickerwelle« («leaky waves») einführen. Um eine wirksame Längsstrahlung zu erreichen, ist eine Oberflächenwelle nötig, die einen großen Umfang in Abhängigkeit von der Wellenlänge hat. Man hat zwischen zwei Möglichkeiten zu wählen. Man kann den Verbindungsgrad einer erregten Oberflächenwellenform stetig vermindern. Die andere Möglichkeit ist, diese Verbindung zu modulieren. Dieses zweite Verfahren hat i. J. 1953 zu der originellen »Zigarrenantenne« geführt, die vielfache Anwendung gefunden hat.

Andererseits ist die wesentliche Beschränkung hinsichtlich der Bandbreite der Oberflächenwellenlängsstrahler nicht ihr Aufbau selbst, sondern die Art, wie die Oberflächenwelle angelassen wird. Am Anfang dieser Arbeit wurde eine Hohlleiterapertur benutzt. Gegenwärtig wird die volle Antennenlänge ausgenutzt, unter Anwendung des Begriffes der Leitungsverkopplung. Dadurch kann eine Bandbreite in der Größe von einer Oktave (1 : 2) erreicht werden. Diese neue Art der Betrachtung des physikalischen Strahlungsmechanismus hat zu einer Anzahl von neuen Strukturen geführt, die durch ihre gute Richtcharakteristik und hohe Bandbreite von Interesse sind.

* Summary of the paper read on the Colloquium.
** Zusammenfassung des auf dem Kolloquium gehaltenen Vortrages.

PRINCIPES PHYSIQUES ET DESCRIPTION D'UNE NOUVELLE FAMILLE D'ANTENNES A RAYONNEMENT AXIAL*

J. C. SIMON

RÉSUMÉ

Durant ces dix dernières années, un nouveau genre d'antennes est apparu: les antennes à rayonnement axial, par opposition aux antennes de type optique telles que les lentilles ou les réflecteurs.

Pour expliquer le mécanisme physique des radiations des antennes à rayonnement axial, il faut introduire le concept d'«ondes de surface» ou de «leaky waves». Pour obtenir une radiation à rayonnement axial efficace, la dimension de l'onde de surface formée doit être grande par rapport à la longueur d'onde. Deux méthodes peuvent être employées pour cela. L'une est de décroître continuellement le degré de couplage du mode d'onde de surface excité. L'autre consiste à moduler ce couplage. Cette dernière solution nous a conduit, en 1953, à une solution originale: l'«antenne cigare», qui a trouvé de nombreuses applications.

Par ailleurs, pour ces antennes, la limitation essentielle du point de vue bande passante ne provient pas de la structure elle-même, mais de la manière dnont est excitée la surface d'onde. Au début de cette étude, on utilisait une ouverture de guide d'onde. Nous employons maintenant la longueur totale de l'antenne en nous servant de la notion de lignes couplées. Ceci permet d'obtenir une largeur de bande d'environ un octave (un à deux).

Cette nouvelle manière d'envisager le mécanisme physique des radiations nous a conduit à un certain nombre de nouvelles structures qui présentent de l' intérêt par leur bon diagramme et une large bande passante.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ И ОПИСАНИЕ НОВОГО СЕМЕЙСТВА ПРОДОЛЬНО-НАПРАВЛЕННЫХ-АНТЕНН**

Ж. С. СИМОН

РЕЗЮМЕ

За последние десять лет появилась новая категория антенн: продольно-направленные антенны, противопоставленные антеннам оптического типа как, например, линзы и отражатели.

Для объяснения физического механизма излучения продольно-направленных антенн нужно ввести понятие о «поверхностных вольнах» и «протекающих волнах» («leaky waves»). Для эффективного излучения продольно-направленной антенны, требуется поверхностная волна большого распространения, относительно длины волны. Это можно достигнуть двумя путями. Первый метод заключается в том, чтобы постоянно уменьшать связь с возбужденной поверхностной волной, другой метод — модуляция этой связи. Последнее решение вопроса привело к конструкции «сигарообразной» антенны в 1953 году, которая нашла много применений.

С другой стороны, существенным ограничением относительно ширины полосы продольно-направленных антенн, для поверхностных волн, является не сама структура, а способ спуска поверхностной волны. В начале исследований применялась щель в волноводе. В настоящее время используют всю длину антенны с применением понятия о связи линии. Так можно достичь ширины полосы в одну октаву (1:2).

Новый взгляд на механизм излучения привел к конструкциям ряда новых антенн, которые представляют большой интерес, поскольку имеют хорошую характеристику направленности и широкий диапазон частот.

* Résumé de la communication faite au Colloque
** Резюме доклада, зачтенного на Коллоквиуме

INDEX

Богнар, Г.: Введение — **Bognár, G.: Opening Address** 3

Чиби, Ш.: Непосредственная интерференция между расположенными близко друг к другу радиорелейными каналами с частотным уплотнением и частотной модуляцией — ***Csibi, S.* : Direktes Nebensprechen zwischen dicht nebeneinander liegenden FDM-FM Höchstfrequenzkanälen — Direct Interference between Closely Spaced FDM-FM Radio Channels — Interférence directe entre radiocanaux FDM-FM très rapprochés** 7

Прибельски, Д.: Анализ искажений ЧМ радиостволов при общих условиях — ***Pribelszky, Gy.* : Untersuchung der Verzerrung von FM-Funkkanälen unter allgemeinen Bedingungen — Distortion Analysis of FM Radio Channels under General Conditions — Étude de la distorsion des radiocanaux modulés en fréquences à des conditions générales** 21

Гехер, К.: Исследование характеристики группового времени запаздывания линейных систем — ***Géher, K.* : Untersuchung der Gruppenlaufzeitcharakteristik linearer Systeme — Analysis of Group Delay Time Characteristics of Linear Systems — Étude de la caractéristique du temps de transit de groupe des systèmes linéaires** 31

Шаркань, Т.: Переход изображение-звук в системах СВЧ — ***Sárkány, T.* : Bild-zu-Ton Nebensprechen in Richtfunksystemen — Picture to-Sound Crosstalk in Microwave Systems — La diaphonie image-son dans les systèmes de faisceaux hertziens** 41

Бородич, С. В.: О необходимой ширине пропускания ВЧ тракта многоканальных радиорелейных систем — ***Borodich, S. V.* : Über die notwendige Durchlaßbandbreite des HF-Teiles von Mehrkanal-Richtfunksystemen — The Needed Bandwidth of FM Broadband Radio Channels — Sur la largeur de la bande passante nécessaire des composants HF des liaisons hertziennes à voies multiples** 49

***Ash, E. A.* : Millimeter Wave Generation Research at Standard Telecommunication Laboratories Ltd — Forschungen bezüglich Erregung von Millimeterwellen in S. T. L. — Le développement des tubes électroniques aux S. T. L. — *Аш, Е. А.:* Разработка ламп СВЧ в Стендерд телекомюникейшн лаборатори** 51

***Mansfeld, W.:* Maßnahmen zur Verringerung der Geräuschbeiträge in Richtfunksystemen hoher Bandbreite — Noise Reduction in Broadband Microwave Systems Especially in the Intermediate Frequency Band — Réduction du bruit des faisceaux hertziens à large bande, particulièrement dans la gamme des fréquences intermédiaires — *Мансфельд, В.:* Снижение шумов в широкополосных радиорелейных линиях, особенно на ПЧ** 65

Ужоки, М. и *Шмидег, И.:* Переходный разговор в системах фазоимпульсной модуляции — ***Uzsoky, M.*—*Schmideg, I.:* Nebensprechen in PPM-Systemen — Crosstalk in PPM-Systems — Diaphonie dans les systèmes MIP** 79

***Green, P. E. Jr.* : Time Varying Channels with Delay Spread — Kanäle mit zeitlich veränderlichen Kenngrößen und Laufzeitdispersion — Canaux à paramètres**

variables dans le temps avec dispersion du temps de propagation — *Грин, П. Э.:* Каналы с меняющимися со временем параметрами и разбросом времени распространения 85

Priese, J. : Radioastronomische Untersuchungen der Antenneneigenschaften des Adlershofer 36-m-Radioteleskopes bei einer Wellenlänge von 53,67 cm — Radioastronomical Investigations of Antenna Properties of the 36 m Adlershof Radiotelescope on the 53.67 cm Wavelength — Recherches radioastronomiques sur les propriétés d'antenne du radiotélescope d'Adlershof à la longueur d'onde de 53,67 cm — *Призе, Й.:* Радиоастрономические исследования антенных свойств 36 м-го адлергофского радиотелескопа на длине волны 53,67 см 99

Salzmann, G. : Neuartige Frequenzweichen auf der Basis elektromagnetisch gekoppelter Leitungen — New Separation Filters Based on the Electromagnetic Coupling of Transmission Lines — Étages de séparation sur la base du couplage électromagnétique des lignes de transmission — *Сальцманн, Г.:* Новые разделительные фильтры на основе линий передачи с электромагнитной связью 109

Берцели, Т.—Гонда, Й.: Исследование линейности и стабильности клистронных модуляторов — *Berceli, T.—Gonda, J. :* Untersuchungen der Linearität und Stabilität von Klystronmodulatoren — Investigations on Linearity and Stability of Klystron Modulators — Examen de la linéarité et de la stabilité des modulateurs klystrons 123

Рейтер, Д.: Расчет симметричного фильтра СВЧ с помощью рекурсивных формул — *Reiter, G. :* Die Berechnung von symmetrischen Mikrowellenfiltern mit Hilfe von Rekursionsformeln — Design of Symmetrical Microwave Filters by Means of Recursion Formulae — Calcul de filtres symétriques en hyperfréquence à l'aide des formules de récursion 133

Рона, П.: О проектировании волновода с переменным поперечным сечением — *Róna, P. :* Über den Entwurf von Hohlleitern mit veränderlichem Querschnitt — Design of Varying Cross Section Waveguides — Le calcul des guides d'ondes au profil variable 147

Nowak, W. : Neuartige Breitband-Ferritrichtungsleitungen in Streifenleitertechnik — New Broadband Ferrite Isolators in Strip Lines — Isolateurs à ferrite de large bande, en ligne à bandes parallèles — *Новак, В.:* Новые широкополосные ферритовые вентили на ленточных волноводах 153

Марко, С. и *Хадушфалви, И.—Энжёл, Д.:* О некоторых проблемах ферритовых вентилей — *Markó, S.—Hadusfalvi, I.—Enzsöl, G. :* Über einige Probleme von Mikrowellen Ferritgeräten — Some Problems of Microwave Ferrite Devices — Quelques problèmes de composants hyperfréquences à ferrites 163

Чургаи, А. и *Сенаши, Ш.:* Анализ шумящих смесителей СВЧ — *Csurgay, A.—Szénási, S. :* Untersuchung rauschgestörter Mikrowellenmischer — Analyse of Microwave Noisy Mixers — Examen des mélangeurs hyperfréquences 171

Такач, Ш. и *Тот, Т.:* Объемный резонатор СВЧ квантового усилителя фототрона — *Takács, S.—Tóth, T. :* Der Mikrowellen-Hohlraumresonator des Phototron-Molekularverstärkers — The Microwave Cavity Resonator of the Phototron Maser — La cavité résonnante hyperfréquences du phototron «Maser» 181

Иштванфи, Э.: Проблемы проектирования параметрических усилителей — *Istvánffy, E. :* Entwurfsprobleme parametrischer Verstärker — Design Problems of Parametric Amplifiers — Problèmes de calcul des amplificateurs paramétriques 191

Качорек, Т.: Применение метода функции от матрицы к анализу цепей с переменными параметрами — *Kaczorek, T. :* Die Anwendung des Matrixfunktionverfahrens zur Analyse von Netzwerken mit veränderlichen Kenngrößen — The Application of the Matrix Function Method to the Analysis of Variable Parametric Network — Application de la méthode des fonctions de matrices à l'analyse des réseaux à paramètres variables 201

Heidborn, W. : Frequency Conversion by Means of Travelling-Wave Tubes — Frequenzumkehrung mit Hilfe von Wanderfeldröhren — Conversion de fréquence au moyen de tubes à ondes progressives — *Хеидборн, В.:* Преобразование частоты с помощью ламп бегущей волны 209

Киш-Тот, Ш. и *Наймайер, Б.:* Энергия в спиральной линии замедления — ***Kis-Tóth, S.—Neumayer, B. :*** Die Energie in der Wendel-Verzögerungsleitung — Energy Stored in Helical Delay Line — L'énergie de la ligne de retard à système hélice 217

Easter, B. : A Technique for the Rapid Determination of Small Reflections — Verfahren zur schnellen Bestimmung kleiner Reflexionen — Une méthode pour la détermination rapide de petites réflexions — *Истер, Б.:* Метод быстрого определения малых коэффициентов отражения 225

Kummer, M. : Frequenzgangfehler bei Mehrsondenmethoden zur direkten Anzeige des Reflexionsfaktors auf Leitungen — Frequency Response Errors at Multisonde-Methods for Direct Indication of Reflection Coefficient of Lines — Erreurs dépendant de la fréquence, dans l'indication directe du coefficient de réflexion des lignes par la méthode à plusieurs sondes — *Куммер, М.:* Погрешности частотных характеристик при непосредственной индикации коэффициента отражения методом нескольких зондов 233

Hansel, G. : Eine Einrichtung zur Messung von Häufigkeitsverteilungen — An Equipment for the Measurement of Probability Distributions — Équipement pour la mesure des distributions de probabilités — *Ганзель, Г.:* Устройство для измерения функции распределения к измерениям распространения волн 243

Bláha, V. : Problems of Videodiscriminator Linearization — Die Linearisation von Videodiskriminatoren — Linéarisation de discriminateurs vidéo — *Блаха, В.:* Линеализация видеодискриминаторов 253

Rempt, E. : Automatik-Einrichtungen für Richtfunksysteme großer Bandbreite — Automatic Control of Broadband Radio Links — Équipements de télécommande de faisceaux hertziens à large bande — *Ремпт, Э.:* Автоматика широкополосных радиорелейных систем 261

Ач, Э.: Прибор для измерения мощности СВЧ — *Ács, E. :* Leistungsmesser für Mikrowellen — A Microwave Power Meter — Un équipement pour la mesure des puissances hyperfréquences 263

Баранй, А.: Измерение коэффициента отражения в полосе ПЧ систем СВЧ — *Baranyi, A. :* Die Messung des Reflexionsfaktors im ZF-Bereich von Richtfunksystemen — Measurement of Mismatch in the IF Band of Microwave Relay Systems — La mesure du coefficient de réflexion dans la bande de fréquence (M. F.) des systèmes de faisceaux hertziens 273

Prinzler, H. : Einige Untersuchungen an Rauschgeneratoren im Mikrowellengebiet — Investigations on Noise Generators in the Microwave Range — Étude des générateurs de bruit hyperfréquences — *Принцлер, Г.:* Исследования генераторов щума СВЧ 283

Гал, Я. и *Комяти, Й.:* Широкополосный микроволновый генератор шумов — *Gál, J.—Komjáthy, J. :* Breitbandrauschgenerator — A Broadband Noise Generator — Un générateur de bruit à large bande 293

Фридеш, И.: Измерение шумфактора приемников системы фазо-импульсной модуляции — *Frigyes, I. :* Messung des Geräuschkoeffizienten von PPM-Empfängern — Measurement of the Noise Factor of PPM-Receivers — Mesure du facteur de bruit des récepteurs à modulation d'impulsion en position 301

Simon, J. C. : Physical Principles and Description of a New Family of Endfire Antennas — Physikalische Grundsätze und Beschreibung einer neuen Familie von Längsstrahlern — Principes physiques et description d'une nouvelle famille d'antennes à rayonnement axial — *Симон, Ж. С.:* Физические принципы и описание нового семейства продольно-направленных антенн 309

Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1963. I. 11. — Terjedelem: 27,50 (A/5) ív, 172 ábra

63.56503 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up volumes.

Manuscripts should be addressed to

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Hungary

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest I., Fő utca 32. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante:

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Hongrie

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest I., Fő utca 32. Compte courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу:

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Венгрия

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest I., Fő utca 32. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

78,— Ft

Index: 26.025

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
L. GILLEMOT, GY. HEVESI, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT
A. GELEJI

TOMUS 42 FASCICULUS 4

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST
1963

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY U. 21.

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest V., Nádor u. 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó"-nál (Budapest V., Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-46), a külföld számára pedig a „Kultúra" Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest I., Fő utca 32. Bankszámla: 43-790-057-181) vagy annak külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, französischer, englischer oder russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Ungarn

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Außenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest I., Fő utca 32. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

THE ENRICHMENT OF ALUMINA FACTORY VANADIUM MUDS WITH PARTICULAR ATTENTION TO THE SO-CALLED COLD ENRICHMENT

I. VERES

CAND. OF TECHN. SC.

CENTRAL RESEARCH DEPARTMENT OF THE UNIVERSITY OF AGRICULTURE, GÖDÖLLŐ (HUNGARY)

[Manuscript received April 15, 1957]

The enrichment of alumina factory vanadium muds will be discussed, with special regard to the so-called cold enrichment, i.e. to dissolving with cold water. The author comes to the conclusion that the Hungarian alumina factory vanadium muds contain the sodium salts of V, P and As in the form of fluor containing double salts and that under the conditions of cold enrichment these double salts undergo practically no change at all, but find their way into the enrichment, while the surplus NaF is dissolved. This has been cleared up by an intensive study of mole rates.

The condition of a successful enrichment is, either recrystallization or dissolving is applied with any type of raw material, to ensure an alkali concentration, temperature and fluor contents, at which the solubility of the double salts present or formed is still low enough (max. 0,8 g/l V_2O_5 in the solution), but the ballast salts become (e.g. sodium sulfate, sodium carbonate) dissolved.

Cold enrichment — the cold dissolving of the ballast materials — can be performed with water, — if the mud contains a sufficient amount of NaOH (min. 8% for dry material) or with cold alkali solution, respectively by the combined enrichment of muds having different alkali contents, if the rate of NaOH is low.

Thus, the optimum dissolving rate (leaching rate) is a value characteristic for every mud type, respectively, mixture and depends on the solubility conditions resulting from the composition of the mud.

After the occasional crystallization of the ballast materials, the solution used for enrichment can also be reapplied.

Depending on the composition, manyfold vanadium enrichments can be attained with simple cold water dissolving. The results have been confirmed by plant-scale experiments.

In different publications [1—15] the author and many other Hungarian authors have already dealt in detail with the processing of alumina factory vanadium muds. These works, however, have yet not included a detailed, scientific analysis of the important phases of the processing method.

The preliminary enrichment of vanadium muds is — in most cases of the raw material quality — one of the most important requirements for establishing a suitable and economic processing method.

Two points could be taken into consideration. One of them was the statement in literature according to which alumina factory vanadium muds contained, V, P and As in the form of fluor double salts [17]. The so-called warm enrichment of vanadium salts by means of fractional recrystallization from an alkali solution was, on the other hand, studied by the authors of the MASZOBAL-Process,* by KÖRNYEI and by A. NAGY. We should like to men-

* MASZOBAL is the abbreviation of the Hungarian—Soviet Bauxite Aluminium Co.

tion here, that KÖRNYEI assisted us in the industrial realization of the so-called cold enrichment process; for his valuable assistance we should like to express our sincerest thanks.

Elaborating the so-called cold enrichment process of vanadium muds, the above quoted fact was started from [17] according to which the mud contains the isomorphous, octahedric form double fluor salts of V, P and As in the first place. It is quite superfluous, therefore, to dissolve them or to enrich them by means of a fractional recrystallization, since in most of the mud types the ballast material of sodium sulfate and sodium carbonate can simply be removed by cold water dissolving, without resulting in any considerable loss to vanadium. Namely, if the mud contains NaOH to a sufficient quantity (minimum 8 ÷ 15 per cent for dry material) the solubility of the double salts in the caustic lye of soda formed, as a result of the cold water dissolving, will decrease considerably. To prove the practical applicability of the method, we have performed plant tests as well. In the course of one of these tests, we enriched 1.5 t vanadium mud containing 2.77 per cent V_2O_5. We took three times more of the 14° C water than the quantity of the dry material used and the dissolving process was performed in an iron pan by manual mixing. The enrichment contained 3.7 per cent V_2O_5, i.e. we attained an enrichment of about 34 per cent. A larger scale enrichment was checked by the likewise enriched phosphor and fluor contents which was big enough in this case, but the bulk of the ballast materials was also dissolved in this way.

Cold enrichment was investigated both prior to the factory scale tests and also during them on laboratory scale, and as account of them is given in the following. For these tests we used a vanadium mud containing 3.10 per cent V_2O_5. To check the dissolution of the ballast materials first of all we investigated the sodium carbonate contents of the mother lye. This choice was justified because of the fact that the solubility of NaOH and of Na_2SO_4 considerably exceeds that of Na_2CO_3. Dissolving was performed by standardized mixing. First of all we wished to determine the value of V_2O_5 g/l, remanent in the mother lye, since we wanted to show the conditions prevailing after the cyclic reapplication of the mother lye. The results of one of these characteristic experiments are summed up in Table I.

Interesting conclusions could be drawn from Table I. Pending from the alkali contents which also fluctuated with the same mud type, all the similar tests showed the V_2O_5 contents to be about 0.7 g/l in the mother lye. The vanadium loss on cold enrichment process was less than 10 per cent. With a mud type of superior quality (e.g. at a V_2O_5 contents of 4 per cent) this rate of loss is, of course, still smaller.

From the above table it can also be seen that on cold enrichment performed with the cyclic reapplication of the mother lye, no more V_2O_5 in dissolved, but — as expected — its solubility tends to decrease; namely, for

Table I

Cold enrichment at a rate of 3 : 1 with the cyclic reapplication of mother lye (Mud from the alumina factory at Almásfüzitő, V_2O_5 contents 3.10 per cent)

Material used in grams	Time of mixing in hours	V_2O_5 in mother lye g/l	V_2O_5 in lye in % against total	Na_2CO_3 in lye g/l
200 g mud (wet contents 30%) dissolved in 360 ml water (3 : 1)	3	0.71	6.4	52.5
180 g mud (wet contents 30%) dissolved in 324 ml mother lye, taken from the previous test	3	0.64	no loss with cycl. reapplication	104.4

the second time, the mother lye already contains NaOH from two portions of mud, and so, the solubility of the double salts decreases due to the increased alkali concentration. The table clearly shows that in comparison with the increase in the concentration of the alkali, this drop is but a slight one.

It is further to be noticed that on the second application of mother lye, the rate of efficiency of the enrichment is not at all bad, as the Na_2CO_3 contents is in proportion almost doubled in the mother lye. The frequency and rate of the reapplication of the mother lye depends, of course, on the sodium carbonate, sodium sulfate and caustic lye contents of the mud, respectively, on the solubility of these ballast sodium salts at the given alkali and salt concentration. It goes without saying that also in this case, sodium salts, can as easily be extracted from the mother lye, and can be marketed as by the warm enrichment method.

Experience showed that with the mud type investigated, the mother lay was to be regenerated after one cyclic reapplication.

For the sake of comparison, tests were carried out to determine the behaviour of the discussed mud type whether it dissolved with warm water (90÷95° C). In accordance with expectations, the dissolution of vanadium at a dissolving rate of 3 : 1, is already of a high rate and the mother lye contains 3.1 g/l V_2O_5.

The dependence of dissolution on temperature is such that over 30° C the vanadium contents of the solution considerably increases (rapidly) so that the simple, alkali-free dissolving process with cold water should be performed for safety's sake below 25° C of preferably below 30° C.

Also warm enrichment tests were performed in order to make comparisons. With this method, the dissolution took place in a 10% caustic lye solution, at a rate of 3 : 1, in warm condition. Without filtering the insoluble part, we let the sludge cool down and recrystallize. Starting from a mud containing

3.10 per cent V_2O_5, we managed to obtain an enrichment which contained 5.58 per cent V_2O_5. The quantity of V_2O_5 having remained in the mother lye amounted to 0.35 g/l at 20° C. Another experiment, performed with recrystallization made by cooling after filtering the insoluble remains, resulted in an enrichment which contained 5.90 per cent V_2O_5. Starting out, from a mud of inferior quality, which had but 1.10 per cent V_2O_5 contents, the warm enrichment process carried out in the above two ways, yielded enrichments containing 3.50 and 4.40 per cent V_2O_5, respectively.

Thus, there can be no doubt of the fact that after recrystallization in the warm enrichment process, the efficiency of the enrichment is invariably higher than in the so-called cold enrichment which operates by dissolving with cold water. Against this, however, that of warm enrichment which involves higher expenses, a higher rate of chemicals, more apparatuses and also more labour.

The decision as to which of the methods should be used depends on economical calculations. In the case of the mud types which are comparatively alkalic and have V_2O_5 contents amounting to several per cents, usually cold enrichment is the process to be prefered. This statement does not wish to exclude the possibility, however, that with some mud types—mainly with those of an inferior quality — the necessity may arise, — that it is the warm enrichment method which has to be given preference.

Returning to the topic our discussion, to cold enrichment, we should like to prove with some test data that in the case of mud type, the dissolution rate of 3 : 1 is actually the optimal and not an arbitrarily chosen one. The mud containing 3.10 V_2O_5 was dissolved at 2 : 1, 3 :1, 4 : 1 and 5 : 1 rate with a 20° C water for three hours by mixing at a speed of 140 r. p. m. In each case we used 200 g of mud (wet contents 30%) for the cold enrichment tests performed according to the method discussed. Another mud enrichment was performed with the mother lye of the 3 : 1 rate enrichment test, its results have already been indicated in Table I on the cyclic reapplication of mother lye. The results of the above tests, however, are given in Table II, in the last column, indicating the rate of enrichment, values have been rounded off.

From the table it is obvious that the rate of dissolution at 3 : 1 is, in fact, an optimal one. At higher dissolution rates, also the dissolution of vanadium is of a scale which is higher than desired, so that it hinders enrichment. It is to be observed that with increasing dissolution rates, the concentration of the vanadium remaining in the mother lye of the enrichment also increases. This circumstance is in connection with the fact that the alkali concentration of the solution decreases as a result of the increasing quantity of water added for the same amount of mud. Thus the dissolution rate is a value characteristic for all mud types. This optimum dissolution rate depends on the solubility conditions resulting from the composition of the mud. On basis of the dissolution rates and of the V_2O_5 g/l values of the mother lye, the trend of the vana

Table II

Cold enrichment performed by changing the rate of dissolution (Mud from the alumina factory at Almásfüzitő, V_2O_5 contents 3.10 per cent)

Rate of dissolution (water/mud)	V_2O_5 contents of mother g/l	V_2O_5 contents lye of enrichment per cent	Rate of enrichment per cent
2 : 1	0.62	4.40	42
3 : 1	0.71	5.10	64
4 : 1	0.82	4.63	49
5 : 1	0.93	4.20	35

dium loss can also be well followed. Its calculation is rendered unnecessary by the fact that in the industry, the cyclic reapplication of the mother lye must be taken into consideration in any case, and from the point of view of the object of our above experiment — i.e. the clearing up of the optimum dissolution rate — the percentual expression of the loss bears no significance at all.

Under dissolution rate of course, the rate of solution and dry material are invariably meant where the wet contents of the muds were also taken into consideration in each case.

Subsequently cold enrichment tests were carried out at the optimum dissolution rate of 3 : 1, — where, besides the method of charging mud and water and also, observing the time of dissolving this, being an industrially important factor, we paid due attention to the behaviour of the components of the mud during cold water dissolution.

On plant scale tests, it is impossible to put the entire amount of material into the tank at once; if, — therefore, the mud is added to the whole amount of water in parts, the rate of dissolution at the first — charges will be very different from that which had been scheduled. It was an open question, how long time is to be reckoned with for an equilibrium and what will finally be the vanadium contents of the material. The maintenance of the water/mud rate during the whole process of charging would have made the entire process extremely difficult.

Hereunder we have summed up the average results of several parallel tests in two tables. The analysis indicated in every case refer to the average results of at least three parallel measurements. Time values are to be understood as counted from the completion of the charging. Tests were carried out also in this case by mixing at a speed of 140 r. p. m.

We started from 900 g mud in each case. The composition of the mud of 30% wet contents is at 110° C and for dried material the following:

V_2O_5	3.10%
P_2O_5	10.08%
As_2O_5	0.67%
F	4.10%
Al_2O_3	15.41%
SO_3	6.24%
CO_2	4.40%
Na_2O	51.48%
SiO_2	1.41%
C	0.40%
total heating loss	2.35%

Table III

Cold enrichment at a rate of 3 : 1 — both mud and water charged in parts (Rate also maintained during the charging)

Time from compl. of charging in hours	V_2O_5 contents of enrichment in %	V_2O_5 remanent in the mother lye, g/l	Na_2CO_3 remanent in the mother lye, g/l
Sample after two hours	5.10	0.72	67.6
Sample after two and a half hours	5.12	0.69	65.9
Sample after three hours	5.10	0.71	72.5
Sample after further three hours standing, counted from the termination of mixing	5.10	0.71	67.7

From the Table III it is apparent that the state of equilibrium was reached after a mixing of 2 hours. There are some subsequent fluctuations too. To illustrate these conditions we have indicated besides vanadium, also the quantity changes of one of the ballast materials, of sodium carbonate, in the mother lye.

The similar characteristics of the cold enrichment performed with the other method of charging are given in Table IV.

Table IV

Cold enrichment at a rate of 3 : 1, mud charged to the whole water quantity in parts

Time in hours as counted from the completion of charging	V_2O_5 contents of the enrichment in %	V_2O_5 remanent in the mother lye, g/l	Na_2CO_3 remanent in the mother lye, g/l
Sample after two hours	5.04	0.91	65.6
Sample after two and a half hours	4.96	0.93	71.2
Sample after three hours	5.10	0.73	69.1
Sample after three hours standing as counted from the termination of mixing	5.20	0.65	72.5

We filtered the entire amount of the enrichment and have averaged it so that the last percentual V_2O_5 values indicated, in both tables represent the average analysis of the enrichment. The samples taken during the process were obtained invariably under the same conditions, i.e. filtered from the sludge solution while mixing, — consequently there was nothing to prevent their comparison.

As can be seen from Table IV, here the state of equilibrium took place at a much slower rate and this is quite comprehensible, all the more so, as the charging of water and mud at the two experiments was quite different. Namely at the latter test there was such a great amount of water against the first mud charges at the beginning of the charging process that most of the vanadium contents went over into solution. As a result of the introduction of additional mud charges the alkalinity of the solution increases. With the increase of the alkali concentration, however, the solubility of the sodium orthovanadate decreases. It is obvious, on the other hand, that this is but a matter of time and — as can be seen from Table IV — the state of equilibrium sets in practically between 2 and 3 hours. The practical conclusion to be drawn is that we get practically the same results upon the effect of a few hours of mixing after the charging, regardless of the water-mud charging method applied.

Under such circumstances it is apparent that it is the much simpler and more comfortable method which has to be applied, i.e. the mud must be added in parts to the entire water quantity in the tank. This has been fully proved by large-scale tests. We should like to draw attention to a very interesting relationship which is of theoretical significance too. We should like to bring to mind the formulae to be found in literature for the fluor double salts of V, P and As. Namely

$$2\,Na_3VO_4 \cdot NaF \cdot 19\,H_2O\,,$$
$$2\,Na_3PO_4 \cdot NaF \cdot 19\,H_2O\,,$$
$$2\,Na_3AsO_4 \cdot NaF \cdot 19\,H_2O\,.$$

The core of these formulae is that in the sodium salts 1 mol. NaF, respectively, 1 atom of fluor is required for each molecule of V_2O_5, P_2O_5 and As_2O_5. Thus, we carried out the double salt calculations with the investigated mud of Almásfüzitő on basis of the discussed analysis data:

for V_2O_5	0.32% F,
for P_2O_5	1.35% F,
for As_2O_5	0.06% F,
	1.73% F

would be required.

Thus, the alumina factory vanadium mud investigated contains twice as much fluor as would be necessary to form the double salts discussed. This mud type is, therefore, comparatively rich in fluor. In the test period, the fluor contents found in the undiluted alkali solution of the alumina factory was quite sufficient for forming double salts.

The above deductions do not unequivocally prove the existence of double salts. However, the fact that the V, P and As contents of the mud is found completely or partly in the form of double salts, does not contradict the observation that in the mud there is a surplus of fluor. Nor is the reverse contradictory. Namely it can be presumed that the surplus is present in the sodium salt form of the fluor and that on basis of the solubility at temperature of the mud separation and at the given alkali concentration, sodium fluoride simply finds its way from the undiluted alkali solution of the alumina factory into the insoluble part. If, however, the amount of fluor required for the double salts of V, P and As (i.e. 1.73%) is actually bound in the form of double salts, it has to find its way into the enrichment as well. (It must be taken into consideration, namely, that practically also the V, P and As contents is to be found in the enrichment). More exactly, it is justified to presume that when dissolving a considerable amount of the sodium salts of sulphate, carbonate and aluminate by the cold water dissolving process, we also have to dissolve the fluor salts not bound in the form of double salts — either completely or partially — depending on solubility conditions.

The above assumption was proved in every respect by practice. We came to the very interesting conclusion that on basis of their analysis in the enrichments obtained with cold water dissolving, the fluor contents is approximately the same as could be calculated on basis of the V, P and As contents, in accordance with the stoichiometric conditions of the double salts. For the sake of an example let us demonstrate this position at one of the enrichments obtained in the tests mentioned:

V_2O_5	5.10%,	this	would	need	....	0.53%	F;
P_2O_5	17.59%,	„	„	„	.....	2.35%	F;
As_2O_5	1.03%,	„	„	„	.....	0.09%	F.

For forming the double salts,

we would need altogether	2.97%	F.
In the enrichment we found altogether	2.90%	F.

Taking into consideration the methodical difficulties of the analysis this coincidence can be regarded as a good one and is by no means a result of coincidence. From this it can be concluded that in the vanadium mud of alumina factories, the V, P and As contents is present in the form of sodium

compounds, i.e. in the form of such fluor double salts which undergo practically no change at cold-water dissolution, provided the rates are properly chosen.

This does not exclude the possibility, however, that in lack of the required amount of fluor, the sodium salts of V, P and As could not find their way into the vanadium mud as non-double salts, provided their amount in the alkali solution exceeds the solubility values, at the temperature of mud seperation and at the given concentration conditions.

The above tests as well as the conclusions drawn from them give us a possiblity of enlargening the scope of our knowledge as to vanadium muds and water/vanadium/mud enrichment systems. We have come closer to knowing the component compounds of muds and their properties and are no longer forced to rely on analytical data only. Several conclusions can be drawn as to the alumina factory alkali solutions as well, and they seem to confirm all the statements previously made in connection with the role of fluor.

The above tests as well as statements might be of interest not only as far as vanadium muds are concerned but from the point of view of the enrichment and processing of any alkalic vanadate solution. It is, obvious that the enrichment of solutions is but a matter of properly chosen alkali concentration, temperature and NaF contents; the replacement of the caustic lye and sodium fluoride contents, on the other hand, can be provided for.

Now we should like to discuss the modifications of the enrichment method performed by dissolving. By means of these modifications, recrystallization, being the basis of the so-called warm enrichment, can be avoided with any type of mud, even with those which have a low rate of alkali contents.

The cold enrichment of alkali poor mud types can be solved practically and on factory scale, in such a way that prior to dissolving orelse during the process, we mix these muds with high alkali muds according to the proportions which depend on the alkali contents. (We have to aim at $25 \div 50$ g/l Na_2O in the mother lye after dissolving.) Thus, muds of superior and inferior quality can be processed simultaneously.

In case this combined method can not be applied because of the lack in suitable mud parties, the cold enrichment of muds with a low alkali grade can be carried out by means of dissolving with caustic lye solution as well. Both in this case and in the case of dissolving high alkali grade muds with water, temperature can be raised, though 30° C can by no means be exceeded here either, since the solubility of the double salts would considerably increase even if the concentration of NaOH were high. To apply this method of cold enrichment industrially or not, depends, of course, on the prevailing caustic lye, respectively, vanadium price. Summing up all the discussed alternatives of dissolving enrichment, one may speak of three important factors influencing fractional dissolving (i.e. enrichment by leaching):

a) The NaOH concentration of the enrichment system (sludge solution). This depends on own NaOH contents of the mud and on NaOH concentration of the solution used for dissolving. (In the case of water: 0, with cyclic reapplication of the mother lye or with the use of a caustic lye solution which amounts to 10% at the maximum.)

b) The rate of leaching, respectively, dissolving. (Its maximum is 5 : 1, optimum generally 3 : 1.)

c) The temperature of leaching, respectively, dissolving. (Generally it must be below 30° C.)

By the proper choice of these three factors we may influence the solubility of the double salts and of the sodium ballast materials and it is just the proper co-ordination of these solubilities which give a good enrichment.

If the value of Factor *a)*, i.e. the NaOH concentration of the solution increases, respectively, the values of Factors *b)*, i.e. the rate of solution, and of Factor *c)*, i.e. the temperature of the solution, decreases, the solubility of the double salts will be reduced, to a much higher extent than that of the sodium ballast materials. As a consequence, the increase of the value of Factor *a)* renders a possibility to also increase the values of Factors *b)* and *c)* within the limits already discussed. The increase of Factor *b)* necessitates, respectively, presupposes the increase of Factor *a)* and the decrease of Factor *c)*. The increase of Factor *c)*, on the other hand, necessitates (resp. supposes) the increase of Factor *a)* and the decrease of the value of Factor *b)*, if we want to get a successful enrichment.

The alteration of the value of Factor *a)* can be performed by means of the factors in the second case, since the NaOH contents of the mud is given. Of course, the value of Factor *a)* can be augmented in water dissolving without adding extra alkali, provided we reduce the value of Factor *b)*, respectively, increase that of Factor *c)*. In other words, the alkali concentration of the solution also depends directly on the rate of dissolving and on temperature. On the other hand, the latter two factors can be altered independently of each other and from Factor *c)*; their change is limited by the practical purpose within the boundaries already discussed and can by no means be treated independently.

In the course of the dissolving enrichment of vanadium muds we have a rather complex system having a variety of components. As far as the solution is concerned, it is a system of H_2O — NaOH—Na_3PO_4—Na_3AsO_4—NaF—Na_2CO_3—Na_2SO_4—$NaAlO_2$ — even if we neglect the other compounds present in a small qantity only. Out of the compounds not mentioned, more or less organic material is very important from the point of view of the crystallization of the vanadium mud.

If we examine the effect of the components in these multi-component system upon one another's solubility, we shall find that except water, NaOH

does influence most decisively the solubility of the components — whereas NaF affects the solubility of sodium vanadate, sodium phosphate and sodium arsenate through its double salt forming feature.

Summing up, we may state that the fundamental condition of the success of enrichment is to ensure such an alkali concentration, fluor contents, and temperature, at which the solubility of the fluor double salts present or formed is still low enough, but the solubility of the ballast sodium salts (sodium sulfate, sodium carbonate, etc.) is already high enough. In other words, the essence of enrichment in the case of vanadium muds is fractional dissolution or fractional recrystallization, whereas in the case of any vanadium containing solution, fractional recrystallization.

The enrichment of vanadium contents, is a very important point industrially for all the starting materials, resp. for all the solutions obtained from these, where the low vanadium contents may present difficulties. Enrichment ensures a more efficient utilization of the plant capacity. It promotes the removal of impurities and the obtaining of an end product containing vanadium, since it enables us to work with more concentrated vanadium containing solutions.

REFERENCES

1. VERES, I.: A hazai timföldgyári vanadiumiszapok feldolgozásának néhány kérdése, különös tekintettel a vanadatoknak foszfátoktól történő elválasztására (Some Problems of Processing Home Alumina Factory Vanadium Muds with Special Regard to the Separation of Vanadates from Phosphates). *Magyar Kémiai Folyóirat* (1951), 225—229.
2. VERES, I.: A hazai timföldgyári vanadiumiszapok feldolgozása (The Processing of Home Alumina Factory Vanadium Muds). *Magyar Technika* (1951), No. 7, 17—19.
3. VERES, I.: Vanadium kinyerésének megoldása elsősorban a hazai timföldgyárak melléktermékeiből, az ún. fehér v. vanadiumiszapból (The Extraction of Vanadium, mainly from the Byproduct of the Home Alumina Factories, from the so-called white or vanadium mud). Patented December 1950, Reg. Pat.: 148.812.
4. VERES, I.: Pótszabadalom az eljárás körfolyamatossá tételére (Supplementary Patent for the Cyclic Application of the Process) January 1951, Reg. N°. 145.978.
5. VERES, I.: A bauxit vanadiumtartalmának kinyerése a Bayer-timföldgyártás folyamán (The Extraction of the Vanadium Contents of Bauxite in the course of Alumina Production according to the Bayer Process). *Kohászati Lapok* (1957), 473—476.
6. VERES, I.: A timföldgyári vanadiumiszapok feldolgozása (The Processing of Alumina Factory Vanadium Muds). *Kohászati Lapok* (1957), 181—184.
7. DUNAY, S.: A timföldgyártás melléktermékeinek feldolgozása (The Processing of the Byproducts of Alumina Production). *Aluminium* (1951), 265—272.
8. DUNAY, S.: Timföldgyári vanadiumiszapok feldolgozása (The Processing of Vanadium Muds from Alumina Factories). Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest 1952.
9. DOBOS, GY.: Ferroötvözetgyártásunk időszerű kérdései (The Problems of Our Ferro-Alloy Production). *Aluminium* (1952), 241—251.
10. VAJK, P.: A vanadium kohászata és felhasználása (The Metallurgy and Application of Vanadium). *Kohászati Lapok* (1951), 1—6.
11. BÁLINT, I.: Eljárás vanadium kinyerésére ércekből és kohótermékekből nedves úton (Process for the Extraction of Vanadium from Ores and Furnace Products, Wet). Hungarian Invention A. B. 17007; March 22, 1949.
12. BÁLINT, I.: Eljárás vanadium kinyerésére alkaliás vanadát oldatokból (Process for Extracting Vanadium From Alkalic Vanadate Solutions). Hungarian Invention B. 17006; March 22, 1949.

13. BOGÁRDI, E.: Timföldgyári vanadiumfeldolgozó üzem gyártási tapasztalatai, különös tekintettel a nagytisztaságú V_2O_5 előállítás problémáira (Production Experiences of an Alumina Factory Vanadium Processing Plant with Special Regard to the Problems of High Purity V_2O_5 Production). *Kohászati Lapok* (1954), 261—266.
14. Same as Ref. 8: Alumíniumkutató Intézet eljárása (Process of the Aluminium Research Institute). 39—42.
15. MASZOBAL — Eljárás vanadiumiszap dúsítására (Process for Enriching Vanadium Muds). Hungarian Invention A. U. 17; January 24, 1950.
16. VERES, I.: A hazai vanadiumipar kialakításában elért tudományos eredmények (Scientific Results Achieved in the Establishing of the Home Vanadium Industry). Dissertation 1955.
17. Compagnie de Produits Chimique et Electrometall. British Patent 600833.

ÜBER DIE AUFBEREITUNG DER VANADIUMSCHLAMME VON TONERDEFABRIKEN, MIT BESONDERER RÜCKSICHT AUF DIE SOG. KALTE AUFBEREITUNG

I. VERES

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird die Aufbereitung der Vanadiumschlamme von Tonerdefabriken untersucht, mit besonderer Rücksicht auf die sog. kalte Aufbereitung, d. h. die Auslaugung mit kaltem Wasser.

Es wurde dabei festgestellt, daß die Vanadiumschlamme der inländischen Vanadiumfabriken die Natriumsalze von V, P und As in Form von fluorhaltigen Doppelsalzen enthalten, wobei diese Doppelsalze unter den Bedingungen der kalten Aufbereitung keine Veränderung erleiden und in das Aufbereitungskonzentrat gelangen. Hingegen wird das im Überschuß vorhandene NaF ausgelaugt. Dies wurde durch das Studium der Molverhältnisse geklärt.

Bei einem beliebigen Rohstoff — ob nun ein Umkristallisieren oder eine Auslaugung angewendet wird — besteht die Bedingung der erfolgreichen Aufbereitung darin, daß die Laugenkonzentration, Temperatur und der Fluorgehalt derart geregelt werden, daß die Löslichkeit der vorhandenen oder entstehenden Doppelsalze noch hinreichend gering bleibt (max. 0,8 g/l V_2O_5 in der Lösung), während die Ballastsalze (z. B. Natriumsulfat, Natriumkarbonat) zum größten Teil in Lösung gehen.

Die Kaltaufbereitung — die kalte Auslaugung der Ballastsalze — kann durch Wasser erfolgen, wenn der Schlamm Natriumhydroxyd in hinreichender Menge enthält (min 8% auf trockene Substanz berechnet) oder in der Gegenwart von zu wenig NaOH mit kalter Lauge, bzw. bei Schlammen verschiedenen Gehaltes an Lauge auch durch eine kombinierte, gemeinsame Aufbereitung.

Nach den obigen Ausführungen stellt das optimale Auslagungsverhältnis für jeden Schlammtyp bzw. für jedes Schlammgemisch einen charakteristischen Wert dar, der von den sich aus der Zusammensetzung des Schlammes ergebenden Löslichkeitsverhältnissen abhängt.

Die zur Aufbereitung verwendete Lösung kann nach zeitweiligem Auskristallisieren der Ballastsalze auch im Kreislauf verwendet werden.

In Abhängigkeit von der Zusammensetzung kann gegebenenfalls auch eine mehrfache Anreicherung des Vanadiumgehaltes durch eine einfache Auslaugung mit kaltem Wasser erreicht werden. Die Ergebnisse wurden auch in großbetrieblichem Maßstab verifiziert.

L'ENRICHISSEMENT, ET PARTICULIÈREMENT L'ENRICHISSEMENT À FROID DES BOUES DE VANADIUM DES USINES D'ALUMINE

I. VERES

RÉSUMÉ

L'auteur étudie de l'enrichissement des boues de vanadium des usines d'alumine, et plus particulièrement de l'extraction à l'eau froide, dite enrichissement à froid.

Les boues de vanadium des usines d'alumine hongroises contiennent les sels sodiques de V, P et As sous forme de sels doubles fluorés, et ces sels ne sont pratiquement pas altérés

dans les conditions d'enrichissement à froid. Ils passent dans les produits concentrés, tandis que le NaF excédentaire est précipité. Ce fait a été établi par l'étude des rapports molaires.

Pour n'importe quelle matière première et en cas soit de recristallisation, soit la condition d'un enrichissement efficace est d'assurer une concentration de la solution, une température et une teneur en fluor telles que la solubilité des sels doubles présents ou naissants soit encore assez faible (0,8 g/l de V_2O_5 au maximum dans la solution), et la majeure partie des sels de lest (par ex. sulfate de sodium, carbonate de sodium) soit extraite en revanche.

L'enrichissement à froid — c'est-à-dire l'extraction à froid des sels de lest — peut se faire à l'eau si la boue contient assez de NaOH (au moins 8% de la matière sèche), ou s'il n'y a que peu de NaOH, par solution froide ou par concentration combinée de boues à teneurs en liquide différentes.

En conséquence, le rapport optimum de l'extraction est une valeur caractéristique pour chaque type de boue ou de mélange, qui dépend des conditions de solubilité déterminées par la composition de la boue.

La solution utilisée pour l'enrichissement peut être utilisée à nouveau après cristallisation périodique des sels de lest.

Dans certains cas, suivant la composition, un concentration multiple en vanadium peut être obtenu par simple précipitation à froid. Les résultats ont été vérifiés par des essais à l'échelle industrielle.

ОБОГАЩЕНИЕ СОДЕРЖАЩИХ ВАНАДИЙ ГЛИНОЗЕМИСТЫХ ШЛАМОВ АЛЮМИНИЕВЫХ ЗАВОДОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТАК НАЗЫВАЕМОГО ХОЛОДНОГО ОБОГАЩЕНИЯ

И. ВЕРЕШ

РЕЗЮМЕ

Я занимался обогащением глиноземистых шламов алюминиевых заводов, в особенности обогащением методом так называемого холодного обогащения-выщелачиванием холодной водой.

Испытания показали, что отечественные ванадий-содержащие глиноземистые шламы алюминиевых заводов содержат натриевые соли V, P и As в виде двойных фторсодержащих солей. Эти двойные соли практически не претерпевают никаких изменений в процессе холодного обогащения и переходят в обогащенный продукт, в то время как находящийся в избытке NaF растворяется. Это положение было подтвержено мною изучением молекулярных условий.

При любом сырье условием эффективности обогащения – будь то перекристаллизация или выщелачивание — является обеспечение такой концентрации щелочи, такой температуры и такого содержания фтора, при которых растворимость имеющихся или образующихся в процессе двойных солей еще довольно мала (макс. 0,8 *г/л* V_2O_5 в растворе), а бóльшая часть балластных солей (например, сульфат натрия, карбонат натрия) растворяется.

Холодное обогащение — холодное выщелачивание балластных солей – может производиться водой в случае, если шламы содержат достаточное количество NaOH (мин. 8% от веса сухого материала), а при низком содержании NaOH — холодным щелочным раствором или путем совместного комбинированного обогащения различных щелочесодержащих шламов.

Каждый шлам или смесь шламов характеризуется величиной оптимальной пропорции выщелачивания (растворения), которая зависит от определяемых составом шламов условий растворения.

Применяемый при обогащении раствор после выкристаллизации балластных солей может быть возвращен в процесс.

В зависимости от состава шламов в некоторых случаях может быть достигнута высокая степень обогащения их на ванадий простым выщелачиванием холодной водой. Результаты эти подтвержены и промышленными испытаниями.

ON THE PROBLEM OF PARTICLE NUMBER AND SIZE DETERMINATION IN OPAQUE BODIES

J. LIKEŠ

RESEARCH INSTITUTE OF IRON METALLURGY, PRAHA

[Manuscript received August 31, 1959]

The paper deals with the determination of space structure parameters and with the determination of diameter or the number distribution of spherical particles in solid bodies. It starts out from the assumption of a logarithmico-normal distribution of the particle diameter D. A sample is cut by a plane and the parameters of space structure and the parameters ξ and σ of the logarithmico-normal distribution are expressed by means of mean values of powers of particle intersection diameter d, by means of mean values of powers of the lineal traverse length l and by means of λ_A, λ_L, p (quantities which may be ascertained in the polished cross section). These expressions are then used for Maxwell's and Γ-distribution, so that it is possible to determine how well the expressions derived for the logarithmico-normal distribution can also be used for these two types. The errors are tabulated and shown graphically.

Further the paper deals with the estimates of the mean values of powers of intersection diameter d, of mean values of powers of the traverse length l and of parameters λ_A, λ_L, p. Since confident estimates of λ_A, λ_L, p are far easier to determine experimentally than confident estimates of $E(d)$ and $E(\mathrm{d}^2)$ or of $E(l)$ and $E(l^2)$, attention is drawn to the estimates n_A, n_L, n_P. Confidence intervals for λ_A, λ_L, $\lambda_P = p$ based on these estimates are given. Subsequently the paper treats the approximate mean values and variances of the estimates of space structure parameters and of parameters ξ and σ of the logarithmico-normal distribution.

Finally, the theory is applied to a numerical example.

Introduction

One of the most important questions of metal and alloy microstructure evaluation is the establishment of the particle or grain size and their number per unit volume of sample. Because of the opacity of samples, it is necessary to draw conclusions on the basis of measurements made on the polished cross section plane, therefore, a relationship must be found between results of these measurements and space structure parameters.

In some cases the particle form is spherical or nearly spherical. Then the particle size is characterized by the diameter D, and parameters of space structure are expressed as mean values of diameter powers and of particle numbers per unit volume.

In this paper it is proposed to study the question as to how well the relations for space parameters of spherical particles, derived under assumption of logarithmico-normal distribution of particle diameter D, may also be used for two other types of asymmetrical distributions. In concluding chapters the question of accuracy and confidence of parameter estimates obtained from measurements on a polished cross section plane is investigated.

The problem of the determination of particle number and particle size in opaque bodies is of great interest not only in quantitative metallography, its importance is appreciated also in other fields, *e. g.*, geology [1] or biology [2].

1. The relation between the number and size of particles and the quantities measured on a polished cross section plane

Let us assume that a great number of spherical particles is randomly dispersed in the space of sample. Let us denote their diameter by D. The diameter D is a continuous random variable assuming values $D > 0$. Its frequency function is denoted by $f(D)$. If the sample is cut by a plane, then the polished cross section plane shows circular intersections of the plane with the particles. The diameter d of these intersections is again a continuous random variable, assuming values $d > 0$. Its frequency function is given by the relation [2]

$$g(d) = \frac{d}{\bar{D}} \int_d^\infty \frac{f(D)}{\sqrt{D^2 - d^2}}\, dD; \qquad d > 0 \tag{1.1}*$$

where

$$\bar{D} = E(D) = \int_0^\infty D f(D)\, dD \tag{1.2}$$

denotes the mean value of particle diameter D. If

$$E(D^\nu) = \int_0^\infty D^\nu f(D)\, dD \tag{1.3}$$

is the mean value of ν-th power (ν-th moment) of the random variable D and

$$E(d^\nu) = \int_0^\infty d^\nu g(d)\, dd \tag{1.4}$$

is the mean value of ν-th power of intersections diameter d, the following relations are valid [2]

$$E(d^\nu) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+3}{2}\right)} \frac{E(D^{\nu+1})}{\bar{D}}; \qquad \nu > -2 \tag{1.5}$$

where $\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-x} x^{t-1}\, dx, t > 0$ is the gamma function.

* The relation (1.1) is derived from the assumption, that for arbitrary particle diameter D the distance h of the particle center from the polished cross section, passed through the sample, has the frequency function $f(h \mid D) = 2/D$ for $0 < h < D/2$, $f(h \mid D) = 0$ for $h \geqq D/2$.

If by λ_V the mean number of particles per unit volume of sample and by λ_A the mean number of particle intersections per unit area of cross section plane is denoted, the known relation between λ_A and λ_V is valid

$$\lambda_A = \lambda_V \bar{D} \tag{1.6}$$

so that

$$\lambda_A E(d^\nu) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+3}{2}\right)} \lambda_V E(D^{\nu+1}). \tag{1.7}$$

If $\nu = -1$ is substituted into this relation, we get

$$\lambda_V = \frac{2}{\pi} \lambda_A E\left(\frac{1}{d}\right) \tag{1.8}$$

this means, that the mean number of particles λ_V per unit volume is expressible in terms of mean value of reciprocal particle intersection diameter.

Moreover, SPEKTOR [3] derived a relation, from which it follows that

$$\lambda_V = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda_A}{E(d)} [1 + \delta^2(D)], \tag{1.9}$$

where

$$\delta^2(D) = \frac{E(D^2) - \bar{D}^2}{\bar{D}^2} = \frac{V^2(D)}{\bar{D}^2}. \tag{1.10}$$

$\delta(D)$ is the coefficient of variation and $V^2(D)$ is the variance of particle diameter D. The standard deviation of variable D is therefore $V(D)$.

If random lines are passed over the polished cross section plane and if we denote by l the length of lineal traverses resulting from intersecting of particle intersections by these lines, l is a random variable, assuming values $l > 0$ and its frequency function is denoted as $h(l)$. For this frequency function the relation similar to (1.1) is valid

$$h(l) = \frac{l}{E(d)} \int_l^\infty \frac{g(d)}{\sqrt{d^2 - l^2}} dd; \qquad l > 0 \tag{1.11}$$

Substituting (1.1) for $g(d)$, one obtains by using Dirichlet's formula

$$h(l) = \frac{l}{\bar{D}E(d)} \int_l^\infty f(D) \left[\int_l^D \frac{d}{\sqrt{(D^2 - d^2)(d^2 - l^2)}} dd \right] dD.$$

From (1.5) one obtains for $\nu = 1$

$$\bar{D}E(d) = \frac{\pi}{4} E(D^2)$$

and if the substitution $z = \sqrt{d^2 - l^2}$ is made in the inner integral, one gets

$$h(l) = \frac{2l}{E(D^2)} \int_l^\infty f(D)\, dD\,; \qquad l > 0 \tag{1.12}$$

Let us denote by

$$E(l^\nu) = \int_0^\infty l^\nu h(l)\, dl \tag{1.13}$$

the mean value of the ν-th power of lineal traverse length l. Substituting the expression (1.12) for $h(l)$, after adjustment one gets

$$E(l^\nu) = \frac{2}{E(D^2)} \int_0^\infty f(D) \left[\int_0^D l^{\nu+1}\, dl \right] dD\,.$$

Thus the mean value of the ν-th power of l, $E(l^\nu)$ and the mean value of $D^{\nu+2}$ are linked by the relation

$$E(l^\nu) = \frac{2}{\nu + 2} \frac{E(D^{\nu+2})}{E(D^2)}\,; \qquad \nu > -2 \tag{1.14}$$

If the mean number of particle intersections intersected by unit length of random line is λ_L, a relation analogous to (1.6) is valid between λ_L and λ_A:

$$\lambda_L = \lambda_A\, E(d)\,.$$

Substituting $\nu = 1$ into relation (1.7), one gets

$$\lambda_L = \lambda_A\, E(d) = \frac{\pi}{4}\, E(D^2)\, \lambda_V\,. \tag{1.15}$$

If $\bar{S} = \pi\, E(D^2)$ is the mean surface of particles and $\bar{V} = \frac{\pi}{6}\, E(D^3)$ is the mean volume of particles, $\lambda_V\, \bar{S}$ represents the so-called specific surface of spherical particles, *i. e.*, the total particle surface per unit volume of sample and $\lambda_V\, \bar{V}$ represents the volume fraction of spherical particles.

From relation (1.15) one gets

$$\lambda_V\, \bar{S} = \lambda_V\, \pi E(D^2) = 4\, \lambda_A\, E(d) = 4\lambda_L\,. \tag{1.16}$$

Combining relation (1.14) for $\nu = 1$ and equation (1.15) one gets

$$p = \lambda_V\, \frac{\pi}{6}\, E(D^3) = \lambda_L\, E(l) \tag{1.17}$$

If P points are randomly thrown on the polished cross section plane, then the mean value λ_p of proportion of points that fall on the intersections of spherical particles is equal to

$$\lambda_P = \lambda_L\, E(l)\,.$$

By using relation (1.17), it is seen, that

$$\lambda_P = \lambda_V \overline{V} = p . \tag{1.18}$$

All relations shown in this chapter are generally valid without regard to the analytical shape of the frequency function $f(D)$ of the diameter of spherical particles. It can easily be shown, that these relations are valid also in those cases where D is a discontinuous random variable (*e. g.*, it assumes k discrete values $D_1, D_2, \ldots, D_k$).

2. Assumption of logarithmico-normal distribution of particle diameter D

By means of relations shown in the preceding chapter, the most important parameters of space structure can be established: the mean particle number λ_V with the aid of relation (1.8); if λ_V is known, the mean value $\overline{D}$ of particle diameter as $\overline{D} = \lambda_A/\lambda_V$ and further the coefficient of variation

$$\delta(D) = \frac{V(D)}{\overline{D}} = \frac{\sqrt{E(D^2) - \overline{D}^2}}{\overline{D}} \tag{2.1}$$

where $E(D^2) = (4/\pi)(\lambda_L/\lambda_V)$, according to (1.15), can be established. Instead of $\delta(D)$ the standard deviation $V(D)$ can be determined. Moreover, the specific surface $\lambda_V \overline{S}$ can be established by (1.16) and the volume fraction of spherical particles $p = \lambda_V \overline{V}$ by (1.17) and eventually by (1.18).

The disadvantage of this procedure is its being based on the establishment of λ_V on the basis of reciprocal values of intersection diameter d. For sufficiently accurate determination of λ_V it is necessary to measure a large number t of values d and to compute their reciprocal values. The average of these reciprocal values

$$m'_{-1}(d) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} d_i^{-1} \tag{2.2}$$

is then used as an estimate of the mean value $E(1/d)$. The variance of this estimate is not finite, since it follows from the relation (1.5) that the mean value $E(1/d^2)$ is not finite.

Moreover, there is frequent interest not only in the parameters of space structure, but also in fraction or number of particles, the diameter D of which lies within a certain interval $D_1 < D < D_2$. For general types of distributions this problem is solved by means of the Scheil—Saltykov method [4, 5] which is for the case of a continuous random variable an approximate method. The approximation consists in the division of the range of the variable D into a certain number k of intervals of equal length and to replace the values D in each interval by the upper limit of this interval.

In this paper a different procedure is used. Let us start from the assumption, that the particle diameter D is distributed according to the logarithmico-normal law, relations for this distribution will be established and it will be found how well these relations may also be used for some other types of distribution of the random variable D.

It is known from actual measurements, that the diameter of spherical particles, randomly dispersed in the space of the sample, is asymmetrically distributed and that very often the assumption of logarithmico-normal distribution is acceptable. For a more detailed discussion of this problem S. A. SALTYKOV's revised book [6] is referred to.

It if can be assumed that the shape of the frequency function of particle diameter is

$$f(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma D} e^{-\frac{(\lg D - \lg \xi)^2}{2\sigma^2}} \qquad D > 0 \qquad (2.3)^*$$

with the parameters $\xi > 0$, $\sigma > 0$, it is possible to use the relations from the preceding chapter and to express the mean values $E(D^\nu)$ by means of the distribution parameters ξ and σ. It is known that the following relation holds for logarithmico-normal distribution:

$$E(D^\nu) = \xi^\nu e^{\frac{\nu^2}{2}\sigma^2}. \qquad (2.4)$$

For $\nu = 1, 2, 3, 4$

$$\left.\begin{aligned} E(D) &= \bar{D} = \xi\, e^{\frac{1}{2}\sigma^2} \\ E(D^2) &= \xi^2 e^{2\sigma^2} \\ E(D^3) &= \xi^3 e^{\frac{9}{2}\sigma^2} \\ E(D^4) &= \xi^4 e^{8\sigma^2} \end{aligned}\right\}. \qquad (2.5)$$

The variance of the variable D is also equal to

$$V^2(D) = \xi^2 e^{\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1) = \bar{D}^2(e^{\sigma^2} - 1) \qquad (2.6)$$

so that the coefficient of variation

$$\delta(D) = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}. \qquad (2.7)$$

* lg denotes natural logarithm, *i. e.* to the base $e = 2.718\ldots$

2.1. *The determination of parameters ξ and σ of the logarithmico-normal distribution*

The parameters ξ and σ can be established either with the aid of mean values $E(d)$ and $E(d^2)$ of intersection diameter d or by means of mean values $E(l)$ and $E(l^2)$ of the lineal traverse length l. Besides that, they can be established by means of parameters λ_A, λ_L and p. This method will be dealt with first of all.

By means of relation (1.17) and further substituting $v = 1$ into (1.14) one gets

$$E(l) = \frac{p}{\lambda_L} = \frac{2}{3} \frac{E(D^3)}{E(D^2)} . \tag{2.8}$$

Similarly by means of (1.15) and substituting $v = 1$ into (1.5) one gets

$$E(d) = \frac{\lambda_L}{\lambda_A} = \frac{\pi}{4} \frac{E(D^2)}{\bar{D}} . \tag{2.9}$$

If now the expressions (2.5) are substituted for $\bar{D}$, $E(D^2)$ and $E(D^3)$ we have

$$\left.\begin{aligned} \frac{p}{\lambda_L} &= \frac{2}{3} \xi e^{\frac{5}{2}\sigma^2} \\ \frac{\lambda_L}{\lambda_A} &= \frac{\pi}{4} \xi e^{\frac{3}{2}\sigma^2} \end{aligned}\right\} . \tag{2.10}$$

Solving these two equations for ξ and σ, ξ and σ are expressed in terms of λ_A, λ_L, p:

$$\xi = \frac{64}{3\pi^2} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{\lambda_L^4}{\lambda_A^{5/2} p^{3/2}} \tag{2.11}$$

$$e^{\sigma^2} = \frac{3\pi}{8} \frac{\lambda_A p}{\lambda_L^2} , \tag{2.12}$$

so that

$$\sigma = \left(\lg \frac{3\pi}{8} + \lg \lambda_A + \lg p - 2 \lg \lambda_L \right)^{\frac{1}{2}} . \tag{2.13}$$

Using these expressions, ξ and e^{σ^2} can now be expressed in terms of $E(d)$ and $E(d^2)$ or in terms of $E(l)$ and $E(l^2)$. If we want to express them by means of mean values of intersection diameter d, equation (2.9), and relation (1.7) for $v = 2$ are used. From (1.7) are obtained

$$\frac{p}{\lambda_A} = \frac{\pi}{4} E(d^2)$$

so that after an adjustment of the expression (2.11) one gets for ξ

$$\xi = \frac{64}{3\pi^2}\sqrt{\frac{2}{3\pi}}\left(\frac{\lambda_L}{\lambda_A}\right)^4\left(\frac{\lambda_A}{p}\right)^{3/2} = \frac{512}{3\pi^4}\sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{[E(d)]^4}{[E(d^2)]^{3/2}}. \tag{2.14}$$

Similarly from the relation (2.12) is obtained

$$e^{\sigma^2} = \frac{3\pi}{8}\,\frac{p}{\lambda_A}\left(\frac{\lambda_A}{\lambda_L}\right)^2 = \frac{3\pi^2}{32}\,\frac{E(d^2)}{[E(d)]^2} \tag{2.15}$$

so that

$$\sigma = \left[\lg\frac{3\pi^2}{32} + \lg E(d^2) - 2\lg E(d)\right]^{1/2}. \tag{2.16}$$

Final expression (2.14) and the relation (2.16) are also cited in paper [7], in which the question of establishing λ_V by means of relation $\lambda_V = \lambda_A/\bar{D}$ is solved. The procedure, proposed by the authors [7], consists in the determination of ξ and σ from values $E(d)$ and $E(d^2)$ and in computing

$$\lambda_V = \frac{\lambda_A}{\xi\, e^{\frac{1}{2}\sigma^2}}.$$

Finally, if one wants to express ξ and σ by means of $E(l)$ and $E(l^2)$, let us add to the first equation of (2.10) the relation (1.14) for $r = 2$, so as to get two equations

$$\begin{aligned} E(l) &= \frac{2}{3}\,\xi\, e^{\frac{5}{2}\sigma^2}, \\ E(l^2) &= \frac{1}{2}\,\frac{E(D^4)}{E(D^2)} = \frac{1}{2}\,\xi^2\, e^{6\sigma^2}. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Solving them, one finds

$$\xi = \frac{729}{256\sqrt{2}}\,\frac{[E(l)]^6}{[E(l^2)]^{5/2}}, \tag{2.18}$$

$$e^{\sigma^2} = \frac{8}{9}\,\frac{E(l^2)}{[E(l)]^2}, \tag{2.19}$$

$$\sigma = \left[\lg\frac{8}{9} + \lg E(l^2) - 2\lg E(l)\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{2.20}$$

2.2. *The determination of parameters of space structure*

The concern in this section will be with the problem of determining λ_V, $\bar{D}$, $\delta(D)$ and $V(D)$ respectively. The specific surface $\lambda_V \bar{S}$ and volume fraction $p = \lambda_V \bar{V}$ is established by means of the generally valid relations (1.16)

to (1.18) from which the mean particle surface $\overline{S} = \lambda_V \overline{S}/\lambda_V$ or mean volume $\overline{V} = p/\lambda_V$ can be established if necessary.

The parameters λ_V, $\overline{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$ may again be expressed either by means of mean values $E(d)$, $E(d^2)$ of intersection diameter and by means of mean number of intersections λ_A per unit area of cross section plane or by means of $E(l)$, $E(l^2)$ and λ_L. At the same time it is possible to determine them by means of λ_A, λ_L and p. All three expressions will always be given simultaneously.

The mean number of particles λ_V per unit volume of sample may be established by means of relation (1.9), where

$$\frac{\lambda_A}{E(d)} = \frac{\lambda_A^2}{\lambda_L}$$

[according to (2.9)] and $1 + \delta^2(D) = e^{\sigma^2}$ is valid, and further by means of relation (1.15) where in $E(D^2) = \xi^2 e^{2\sigma^2}$ the parameters ξ and σ are replaced by their expressions in terms of $E(l)$ and $E(l^2)$. Then

$$\lambda_V = \frac{3\pi^2}{32}\left(\frac{\lambda_A}{\lambda_L}\right)^3 p = \frac{3\pi^3}{128}\lambda_A \frac{E(d^2)}{[E(d)]^3} = \frac{8192}{6561\pi}\frac{[E(l^2)]^3}{[E(l)]^8}\lambda_L. \qquad (2.21)$$

The first of these expressions is also derived in SALTYKOV's book [6].

The mean particle diameter $\overline{D}$ is determined by means of relation $\lambda_V \overline{D} = \lambda_A$ using λ_A, λ_L and p or by considering $E(d)$ and $E(d^2)$ and by means of relation $\overline{D} = \xi e^{\frac{1}{2}\sigma^2}$ by considering $E(l)$ and $E(l^2)$. Then

$$\overline{D} = \frac{32}{3\pi^2}\frac{\lambda_L^3}{\lambda_A^2 p} = \frac{128}{3\pi^3}\frac{[E(d)]^3}{E(d^2)} = \frac{243}{128}\frac{[E(l)]^5}{[E(l^2)]^2}. \qquad (2.22)$$

The parameters of the dispersion of variable D are established by means of relation (2.7), from which is determined either $\delta(D) = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$ (where one of the three relations from the preceding paragraph is substituted for e^{σ^2}) or standard deviation $V(D) = \overline{D}\sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$.

3. Some other distributions of particle diameter D

In the preceding chapter the assumption of logarithmico-normal distribution of particle diameter D was considered and relations for parameters ξ and σ of this distribution and for the parameters of space structure λ_V, $\overline{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$ were found.

Let us now consider two further types of asymmetrical distributions and find, how far well the expressions for parameters of space structure, derived under assumption of logarithmico-normal distribution, are also applicable to these two types of distributions.

Let us here consider both Maxwell's distribution and Γ-distribution (Pearson curve of type III).

The frequency function of Maxwell's distribution is

$$f(D) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{D^2}{\gamma^3} e^{-\frac{D^2}{2\gamma^2}} \qquad \gamma > 0, D > 0 \qquad (3.1)$$

the frequency function of the Γ-distribution is

$$f(D) = \frac{\alpha^\beta}{\Gamma(\beta)} D^{\beta-1} e^{-\alpha D} \qquad \alpha > 0, \beta > 0, D > 0 \qquad (3.2)$$

The mean values of powers of diameter D are:
for Maxwell's distribution

$$E(D^\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 2^{\frac{\nu+2}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu+3}{2}\right) \gamma^\nu \qquad (3.3)$$

for Γ-distribution

$$E(D^\nu) = \frac{\Gamma(\beta+\nu)}{\Gamma(\beta)} \frac{1}{\alpha^\nu} . \qquad (3.4)$$

First of all, one has to find, how well the relation (2.21) for λ_V can be used also for these two types of distributions. For this purpose let us adjust expressions (2.21) in such a manner, that one can use relations from the first chapter, valid for an arbitrary type of $f(D)$. If the first relation is used and

$$\lambda_A = \lambda_V \bar{D}, \qquad \lambda_L = \lambda_V \frac{\pi}{4} E(D^2) , \quad p = \lambda_v \frac{\pi}{6} E(D^3) ,$$

are substituted, one gets

$$\lambda_V \frac{\bar{D}^3 E(D^3)}{[E(D^2)]^3} = \lambda_v \varphi_1(D) \qquad (3.5)$$

instead of λ_V.

For logarithmico-normal distribution $\varphi_1(D)$ is equal to unity according to (2.5).

The values $\varphi_1(D)$ for Maxwell's distribution and Γ-distribution were calculated using expressions (3.3) and (3.4) for $\nu = 1, 2, 3$ and are shown in Table I. The values in Table I are to be interpreted in the following way: if D has not a logarithmico-normal, but Maxwell's distribution, then the application of the relation $\lambda_V = (3\pi^2/32)(\lambda_A/\lambda_L)^3 p$ yields the value 0.9607 λ_V, if D is distributed in a Γ-type distribution, the application of $\lambda_V = (3\pi^2/32)(\lambda_A/\lambda_L)^3 p$ results in the value $(\beta+2)\beta/(\beta+1)^2 \lambda_V$ instead of λ_V. Relative errors, resulting from the replacement of λ_V by (3.5), are shown in the last column of Table I

Table I

The size of relative error using the relation $\lambda_V = (3\pi^2/32)\,(\lambda_A/\lambda_L)^3\,p$

Type of distribution	Value of φ_1 (D)	Relative error (%) $100[1-\varphi_1(D)]$
Maxwell's distribution	$\frac{256}{27\,\pi^2} = 0.9607$	3.93
Γ-distribution	$\frac{(\beta+2)\,\beta}{(\beta+1)^2}$	$100\,\frac{1}{(\beta+1)^2}$

Since Maxwell's distribution depends upon a single parameter γ, the relative error for this distribution is independent on γ. For Γ-distribution the relative error depends upon the parameter β. To know within which limits $(\beta+1)^{-2}$ varies, let us start from the coefficient of variation $\delta(D)$ of the variable D. From the equation (1.10) and relations (3.3) for $\nu = 1, 2$ one gets

$$\delta(D) = \sqrt{\frac{E(D^2)}{\bar{D}^2} - 1} = \sqrt{\frac{\beta+1}{\beta} - 1} = \frac{1}{\sqrt{\beta}},$$

so that

$$\frac{1}{(\beta+1)^2} = \frac{\delta^4(D)}{[1+\delta^2(D)]^2}\,. \tag{3.6}$$

According to SALTYKOV [6], for most of the real structures involving spherical particles, the coefficient of variation varies within the interval $0.2 \leqslant \delta(D) \leqslant 0.5$. For this interval of $\delta(D)$ the relative error varies within the range of 0.15% to 4%. More detailed values of relative errors are shown in Table II. Graphical representation of the size of the relative errors is given in Fig. 1.

Table II

The size of relative error $(\beta+1)^{-2}$ *for some values* $\delta(D)$

$\delta(D) = \beta^{-\frac{1}{2}}$	Relative error (%) $100(\beta+1)^{-2}$
0.20	0.15
0.25	0.35
0.30	0.68
0.35	1.19
0.40	1.90
0.45	2.84
0.50	4.00

By using the second relation $\lambda_V = (3\pi^3/128)\,\lambda_A\,E(d^2)/[E(d)]^3$ and substituting

$$\lambda_A = \lambda_V\,\bar{D},\quad E(d) = \frac{\pi}{4}\,\frac{E(D^2)}{\bar{D}},\quad E(d^2) = \frac{2}{3}\,\frac{E(D^3)}{\bar{D}},\quad \text{again}\quad \lambda_V\,\varphi_1(D)$$

is obtained so that the accuracy of this relation is equal to the accuracy of the relation $\lambda_V = (3\pi^2/32)\,(\lambda_A/\lambda_L)^3\,p$.

Finally, by using the last relation $\lambda_V = (8192/6561)\pi\lambda_L\,[E(l^2)]^3/[E(l)]^8$ and substituting

$$\lambda_L = \frac{\pi}{4}\,\lambda_V\,E(D^2),\qquad E(l) = \frac{2}{3}\,\frac{E(D^3)}{E(D^2)},\qquad E(l^2) = \frac{1}{2}\,\frac{E(D^4)}{E(D^2)},$$

we get

$$\lambda_V\,\frac{[E(D^2)]^6\,[E(D^4)]^3}{[E(D^3)]^8} = \lambda_V\,\varphi_2(D). \tag{3.7}$$

Therefore, by using the last expression (2.21) for λ_V, generally the expression $\lambda_V\varphi_2(D)$ is obtained. For the logarithmico-normal distribution $\varphi_2(D) = 1$, for Maxwell's distribution $\varphi_2(D) = 0.8928$ and for Γ-distribution

$$\varphi_2(D) = \frac{(\beta+3)^3\,(\beta+1)\,\beta}{(\beta+2)^5}.$$

The relative errors, committed when λ_V is replaced by

Table III

The size of relative error using the relation $\lambda_V = (8192/6561\pi)\,\lambda_L\,[E\,(l^2)]^3/[E\,(l)]^8$

Type of distribution	Relative error (%) $100[1-\varphi_2(D)]$
Maxwell's distribution	10.72
Γ-distribution	$100\,\dfrac{(\beta+2)^5-(\beta+3)^3(\beta+1)\,\beta}{(\beta+2)^5}$
$\delta(D) = \beta^{-\frac{1}{2}} = 0.20$	0.56
0.25	1.27
0.30	2.40
0.35	4.03
0.40	6.16
0.45	8.77
0.50	11.78

values $\lambda_V \varphi_2(D)$ are shown in Table III. If again the relative error is expressed for Γ-distribution by means of the coefficient of variation $\delta(D)$, one gets

$$1 - \varphi_2(D) = \frac{32\,\delta^6(D) + 53\,\delta^4(D) + 26\,\delta^2(D) + 4}{[1 + 2\,\delta^2(D)]^5}\,\delta^4(D). \tag{3.8}$$

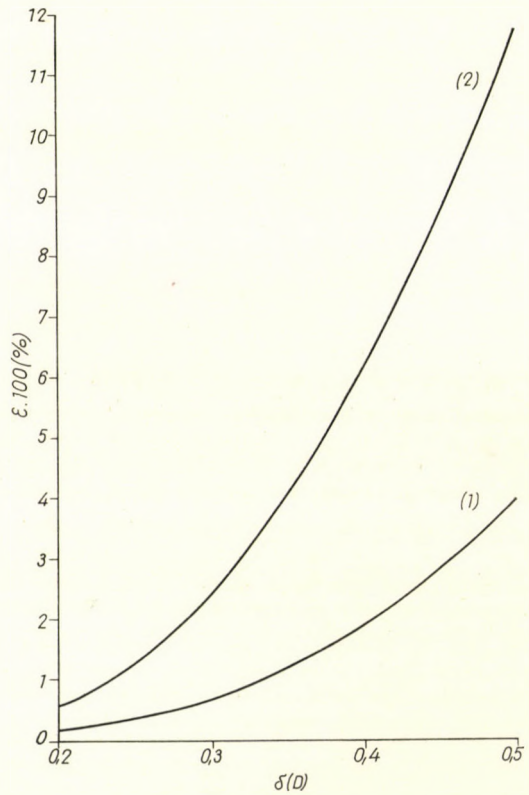


Fig. 1. Dependence of relative error ε on the coefficient of variation $\delta(D)$ using expressions (2.21) for λ_V in case of Γ-distribution

(1) using λ_A, λ_L, p

(2) using $E(l)$, $E(l^2)$, λ_L

To know within which limits the relative error for Γ-distribution varies, let us again consider the interval $0.2 \leqslant \delta(D) \leqslant 0.5$. For this interval the range of the relative error is 0.56% to 11,78%. More detailed values of relative errors are shown in Table III and graphically represented in Fig. 1.

The inaccuracy made by using expressions (2.21) for Maxwell's and Γ-distribution are shown. It can be seen that the relative error is smaller when

expressing λ_V by means of λ_A, λ_L and p or by means of λ_A, $E(d)$ and $E(d^2)$ than that committed when expressing λ_V by means of λ_L, $E(l)$ and $E(l^2)$.

For expressing the mean particle diameter $\bar{D}$ let us use relations (2.22). The first two expressions are based on the equation $\bar{D} = \lambda_A/\lambda_V$ where the respective expression (2.21) is substituted for λ_V. Also $(\lambda_A/\lambda_V)\varphi_1(D) = \bar{D}/\varphi_1(D)$, so that the relative error committed when $\bar{D}$ is replaced by this expression is equal to $1-\varphi_1(D)/\varphi_1(D)$. The values of relative errors for Maxwell's and Γ-distribution are shown in Table IV.

If one expresses $\bar{D}$ by means of $E(l)$ and $E(l^2)$,

$$\bar{D}\,\frac{[E(D^3)]^5}{[E(D^2)]^3\,[E(D^4)]^2\,\bar{D}} = \bar{D}\,\varphi_3(D) \tag{3.9}$$

is obtained.

For logarithmico-normal distribution $\varphi_3(D) = 1$, for Maxwell's distribution $\varphi_3(D) = 1.0930$ and for Γ-distribution $\varphi_3(D) = (\beta+2)^3/(\beta+3)^2\,\beta$. The relative error is then $\varphi_3(D) - 1$. The values of these errors are also shown in Table IV.

Table IV

The size of relative error using relations (2.22) for $\bar{D}$

Type of distribution	Relative error (%)	
	$100\,\frac{1-\varphi_1(D)}{\varphi_1(D)}$	$100[\varphi_3(D)-1]$
Maxwell's distribution	$100\,\frac{27\,\pi^2 - 256}{256} = 4.09$	$100\,\frac{65536 - 6075\,\pi^2}{6075\,\pi^2} = 9.30$
Γ-distribution $\delta(D) = \beta^{-\frac{1}{2}} =$	$100\,[\beta\,(\beta+2)]^{-1} = 100\,\frac{\delta^4(D)}{1+2\,\delta^2(D)}$	$100\,\frac{3\beta+8}{\beta\,(\beta+3)^2} = 100\,\frac{3+8\delta^2}{(1+3\delta^2)^2}\,\delta^4$
0.20	0.15	0.42
0.25	0.35	0.97
0.30	0.69	1.87
0.35	1.21	3.19
0.40	1.94	5.00
0.45	2.92	7.33
0.50	4.17	10.20

From the table it can be seen, that the relative errors $\frac{1-\varphi_1(D)}{\varphi_1(D)}$ are smaller than the relative errors $\varphi_3(D) - 1$. For Γ-distribution the values of these relative errors are graphically shown in Fig. 2.

For the establishment of dispersion parameters it would be convenient to start from the coefficient of variation $\delta(D)$ which for the case of logarithmico-normal distribution satisfies relation (2.7).

If one substitutes (2.12) for e^{σ^2} and uses similarly as previously for p, λ_A, λ_L the relations from the first chapter valid for an arbitrary shape of the

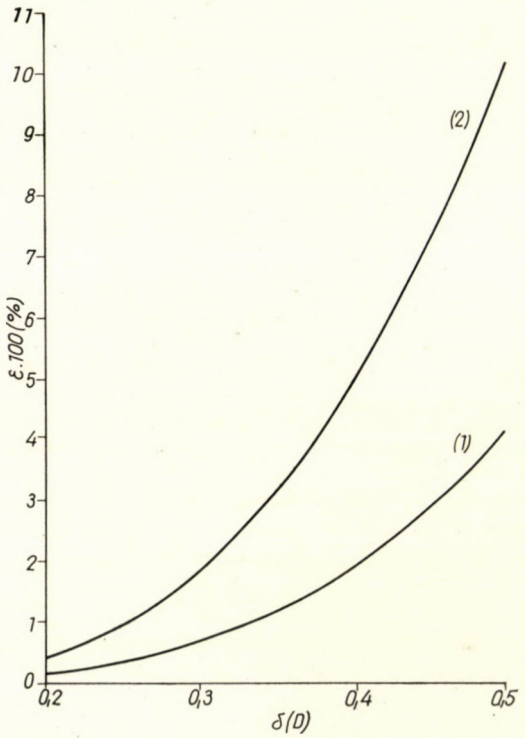


Fig. 2. Dependence of relative error ε on the coefficient of variation $\delta(D)$ using expressions (2.22) for $\overline{D}$ in case of Γ-distribution

(1) using λ_A, λ_L, p

(2) using $E(l)$, $E(l^2)$,

function $f(D)$, one gets instead of $1 + \delta^2(D)$ the expression

$$\frac{\overline{D}E(D^3)}{[E(D^2)]^2} = \psi_1(D). \tag{3.10}$$

For Maxwell's distribution $\psi_1(D) = (32/9)\pi = 1.1318$, for Γ-distribution $\psi_1(D) = (\beta + 2)/(\beta + 1)$. On the other hand true values $1 + \delta^2(D) = E(D)^2/\overline{D}^2$ can be calculated as well as errors made when the true values $\delta(D)$ are replaced by

values specified by (3.10). To give a better idea of the size of these errors, both absolute and relative errors are shown. For Γ-distribution let us again consider the interval $0.2 \leqslant \delta(D) \leqslant 0.5$.

The absolute error is equal to $(1/\bar{D})\sqrt{E(D^2) - \bar{D}^2} - \sqrt{\psi_1(D) - 1}$, the relative error is

$$1 - \bar{D}\sqrt{\frac{\sqrt{\psi_1(D) - 1}}{E(D^2) - \bar{D}^2}}.$$

The values of errors are shown in Table V. In Fig. 3 the dependence of absolute error on $\delta(D)$ for Γ-distribution is shown.

Table V

The size of absolute and relative error using the relation

$$\delta(D) = \sqrt{\frac{3\pi}{8}\,\frac{\lambda_A\, p}{\lambda_L^2} - 1}$$

Type of distribution	Absolute error	Relative error (%)
Maxwell's distribution	$\sqrt{\frac{3\pi - 8}{8}} - \sqrt{\frac{32 - 9\pi}{9\pi}} = 0.059$	$100\left[1 - \sqrt{\frac{8\,(32 - 9\pi)}{9\pi\,(3\pi - 8)}}\right] = 13.98$
Γ-distribution	$\frac{1}{\sqrt{\beta}} - \frac{1}{\sqrt{\beta+1}} = \delta(D)\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\delta^2(D)}}\right]$	$100\left[1 - \sqrt{\frac{\beta}{\beta+1}}\right] = 100\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\delta^2(D)}}\right]$
$\delta(D) = \beta^{-\frac{1}{2}} =$		
$= 0.20$	0.0039	1.94
0.25	0.0075	2.99
0.30	0.0127	4.22
0.35	0.0196	5.61
0.40	0.0286	7.15
0.45	0.0396	8.81
0.50	0.0528	10.56

If expression (2.15) is substituted for e^{σ^2}, the relation (3.10) is again arrived at, so that in this case the values of errors are the same as in Table V. Finally, by substituting expression (2.19) for e^{σ^2}

$$\frac{E(D^2)\,E(D^4)}{[E(D^3)]^2} = \psi_2(D) \tag{3.11}$$

instead of $1 + \delta^2(D)$ is obtained.

For Maxwell's distribution $\psi_2(D) = 45\pi/128 = 1.1045$, for Γ-distribution $\psi_2(D) = (\beta + 3)/(\beta + 2)$. The values of absolute and relative errors for these two distributions are shown in Table VI. Dependence of absolute errors on $\delta(D)$ for

Γ-distribution is also shown in Fig. 3. It is seen, that the curve of absolute errors resulting from establishing $\delta(D)$ for Γ-distribution from relations

$$\delta(D) = \sqrt{\frac{3\pi}{8}\frac{p\lambda_A}{\lambda_L^2} - 1} = \sqrt{\frac{3\pi^2}{32}\frac{E(d^2)}{E^2(d)} - 1}$$

lies below the curve of absolute errors made by establishing $\delta(D)$ from the relation

$$\delta(D) = \sqrt{\frac{8}{9}\frac{E(l^2)}{E^2(l)} - 1}.$$

Table VI

The size of absolute and relative error using the relation

$$\delta(D) = \sqrt{\frac{8\,E(l^2)}{9\,E^2(l)} - 1}$$

Type of distribution	Absolute error	Relative error (%)
Maxwell's distribution	$\sqrt{\frac{3\pi - 8}{8}} - \sqrt{\frac{45\pi - 128}{128}} = 0.0988$	$100\left[1 - \sqrt{\frac{8\,(45\pi - 128)}{128\,(3\pi - 8)}}\right] = 23.41$
Γ-distribution	$\frac{1}{\sqrt{\beta}} - \frac{1}{\sqrt{\beta+2}} = \delta(D)\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+2\delta^2(D)}}\right]$	$100\left[1 - \sqrt{\frac{\beta}{\beta+2}}\right] = 100\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+2\delta^2(D)}}\right]$
$\delta(D) = \beta^{-\frac{1}{2}} =$		
$= 0.20$	0.0075	3.77
0.25	0.0143	5.72
0.30	0.0238	7.94
0.35	0.0363	10.38
0.40	0.0518	12.96
0.45	0.0704	15.64
0.50	0.0918	18.35

Finally the accuracy of relations for the standard deviation $V(D) = \bar{D}\,\delta(D)$ can be determined. First of all, let us consider $\bar{D}\,[1/\varphi_1(D)]$, $\sqrt{\psi_1(D) - 1}$ instead of $\bar{D}$ and $\delta(D)$. Then instead of $V(D)$ one gets

$$\bar{D}\delta(D)\,\frac{1}{\varphi_1(D)\,\delta(D)}\,\sqrt{\psi_1(D) - 1} \tag{3.12}$$

so that the relative error is equal to

$$1 - \frac{\sqrt{\psi_1(D) - 1}}{\varphi_1(D)\,\delta(D)}. \tag{3.13}$$

Similarly by considering $E(l)$ and $E(l^2)$ one gets

$$\bar{D}\varphi_3(D)\,\delta(D)\,\frac{\sqrt{\psi_2(D) - 1}}{\delta(D)} \tag{3.14}$$

instead of $V(D)$ and the relative error is

$$1 - \frac{\varphi_3(D)}{\delta(D)} \sqrt{\psi_2(D) - 1} \,. \tag{3.15}$$

The values of relative errors (3.13) and (3.15) are shown in Table VII. From this table it can be seen that the relative error made when $V(D)$ is

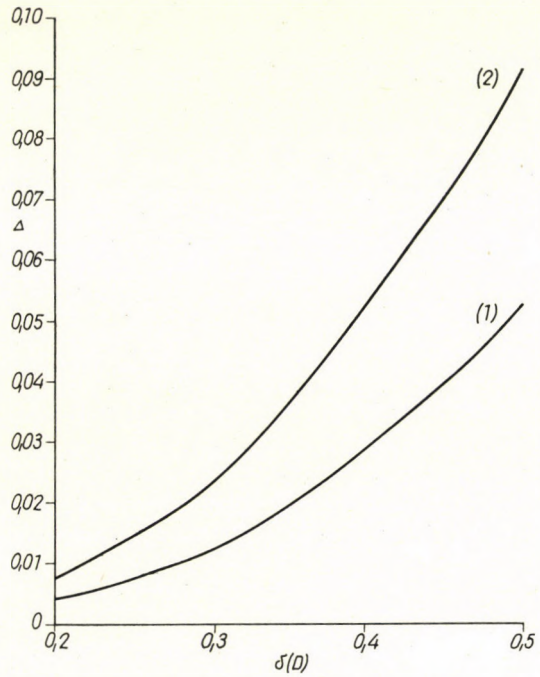


Fig. 3. Value of absolute error Δ using expressions $\delta(D) = \sqrt{e^{\sigma^2} - 1}$ for Γ-distribution
(1) using λ_A, λ_L, p
(2) using $E(l)$, $E(l^2)$

established by means of values p, λ_A, λ_L or $E(d)$, $E(d^2)$ is smaller than the relative error induced by establishing $V(D)$ by means of $E(l)$ and $E(l^2)$. For Γ-distribution the values of both relative errors are shown in Fig. 4.

In this chapter the question has been dealt with, how well relations for parameters of space structure λ_V, $\bar{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$, derived under the assumption of logarithmico-normal distribution of particle diameter D may also be used for certain other types of asymmetrical distributions. We have considered Maxwell and Γ-distribution and derived and tabulated the sizes of

Table VII

The size of relative error using relations for $V(D)$

Type of distribution	Relative error (%)	
	$100\left[1-\frac{\sqrt{\varphi_1(D)-1}}{\varphi_1(D)\delta(D)}\right]$	$100\left[1-\frac{\varphi_2(D)}{\delta(D)}\sqrt{\varphi_2(D)-1}\right]$
Maxwell's distribution	$100\left[1-\frac{27\pi^2}{256}\sqrt{\frac{8(32-9\pi)}{9\pi(3\pi-8)}}\right]=10.46$	$100\left[1-\frac{65536}{6075\pi^2}\sqrt{\frac{8(45\pi-128)}{128(3\pi-8)}}\right]=16.29$
Γ-distribution	$100\left[1-\frac{\beta+1}{\beta+2}\sqrt{\frac{\beta+1}{\beta}}\right]=$	$100\left[1-\frac{(\beta+2)^2}{(\beta+3)^2}\sqrt{\frac{\beta+2}{\beta}}\right]=$
$\delta(D)=\beta^{-\frac{1}{2}}=$	$=100\left[1-\frac{(1+\delta^2)^{\frac{3}{2}}}{1+2\delta^2}\right]$	$=100\left[1-\frac{(1+2\delta^2)^{\frac{5}{2}}}{(1+3\delta^2)^2}\right]$
$=0.20$	1.80	3.37
0.25	2.65	4.81
0.30	3.56	6.22
0.35	4.48	7.52
0.40	5.35	8.61
0.45	6.15	9.45
0.50	6.83	10.02

errors. It has been shown that errors are of equal size by using parameters λ_A, λ_L and p as in the case of establishing parameters of space structure by means of mean number of particle intersections λ_A per unit area of polished cross section and by means of mean values $E(d)$, $E(d^2)$ of diameters of particle intersections d. When the parameters of space structure are expressed by means of λ_L, $E(l)$ and $E(l^2)$, the errors increase.

If the parameter β in the Γ-distribution assumes values yielding a coefficient of variation not greater than 0.5, then the relative error in the determination of λ_V and $\bar{D}$ from the first two expressions in (2.21) and (2.22) is less than 4.5%. The relative error of the determination of $V(D) = \bar{D}\ \delta(D)$ from λ_A, λ_L, p or $E(d)$, $E(d^2)$ is less than 7%, and the absolute error of the determination of $\delta(D)$ from these quantities is less than 0.053.

Since in expressing the formulas (3.5) and (3.7) for λ_V; $\bar{D}/[\varphi_1(D)]$ and (3.9) for $\bar{D}$; (3.10) and (3.11) for $1+\delta^2(D)$; (3.12) and (3.14) for $V(D)$ the relations of chapter 1 have been employed which hold for any type of distribution, use may be made of these expressions also for comparison of other types of distributions than those which are considered in this paper. Thus it can be ascertained, how far the relations derived for logarithmico-normal distribution may be used for other types of distributions.

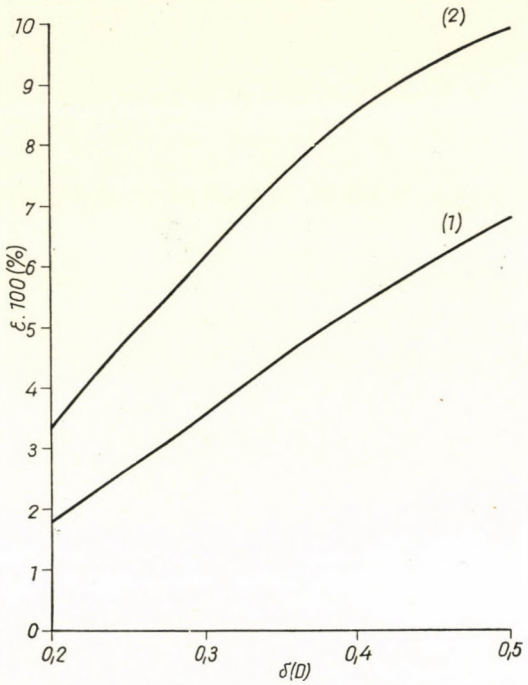


Fig. 4. Dependence of relative error ε on the coefficient of variation $\delta(D)$ using expressions (3.12) and (3.14) for $V(D)$ in case of Γ-distribution
(1) using λ_A, λ_L, p
(2) using $E(l)$, $E(l^2)$

4. Establishment of particle fraction or number with the diameter D within certain intervals

Besides parameters of space structure one often wants to known the fraction or number of particles of certain size in the space of sample. These values are, as a rule, determined by means of approximate methods using either distribution of diameter d of area intersections [2, 4,5] or distribution of lineal traverse length l [8, 9].

If the assumption that the diametres of spherical particles are distributed according to the logarithmico-normal law holds, then these values may be determined in the following way: First, the values of the parameters ξ and σ are obtained by means of the relations of section 2.1. Second, the fraction of particles with diameter D less than a certain value D_0 is computed. This fraction is equal to

$$F_D(D_0) = \int_0^{D_0} f(D)\, dD = \int_0^{D_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, \frac{1}{D}\, e^{-\frac{(\lg D - \lg \xi)^2}{2\sigma^2}}\, dD. \qquad (4.1)$$

Introducing the substitution

$$u = \frac{\lg D - \lg \xi}{\sigma}$$

one can express $F_D(D_0)$ by means of tables of the normal distribution function (see, e. g., [10])

$$F_D(D_0) = \Phi\left(\frac{\lg D_0 - \lg \xi}{\sigma}\right) \qquad D_0 > 0 \tag{4.2}$$

where

$$\Phi(u_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_0} e^{-\frac{u^2}{2}}\, du \qquad -\infty < u_0 < +\infty\,. \tag{4.3}$$

The proportion of particles, the diameter of which lies in a certain interval, say $D_1 < D < D_2$, is then given by the difference

$$F_D(D_1, D_2) = F_D(D_2) - F_D(D_1) = \Phi\left(\frac{\lg D_2 - \lg \xi}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\lg D_1 - \lg \xi}{\sigma}\right) \tag{4.4}$$

where Φ satisfies the relations $\Phi(-\infty) = 0$, $\Phi(+\infty) = 1$.

The particle number per unit volume of sample, the diameter of which lies in interval $D_1 < D < D_2$, is equal to

$$\lambda_V F_D(D_1, D_2) = \lambda_V \left[\Phi\left(\frac{\lg D_2 - \lg \xi}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\lg D_1 - \lg \xi}{\sigma}\right)\right]. \tag{4.5}$$

Besides these fractions or numbers the fraction or number of particles can similarly be determined, the surface $S = \pi D^2$ or volume $V = \pi/6\ D^3$ of which lies within a certain interval.

Then the proportion of particles in the space of sample, the surface S of which lies within the interval $S_1 < S < S_2$ is equal to the proportion of particles, the diameter of which lies within the interval $D_1 < D < D_2$, where

$$D_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{S_1}, \qquad D_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{S_2};\ i.\ e.,$$

according to the relation (4.4)

$$F_S(S_1, S_2) = F_D\left(\sqrt{\frac{S_1}{\pi}}, \sqrt{\frac{S_2}{\pi}}\right) = \Phi\left(\frac{\lg S_2 - \lg \pi - 2 \lg \xi}{2\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\lg S_1 - \lg \pi - 2 \lg \xi}{2\sigma}\right) \tag{4.6}$$

and the particle number per unit volume of sample with surface S in the interval $S_1 < S < S_2$ is equal to

$$\lambda_V \, F_S(S_1, S_2) = \lambda_V \, F_D\left(\sqrt{\frac{S_1}{\pi}}, \sqrt{\frac{S_2}{\pi}}\right). \tag{4.7}$$

Similarly, the fraction of particles in the space of sample, the volume V of which lies in the interval $V_1 < V < V_2$ is

$$F_V(V_1, V_2) = F_D\left(\sqrt[3]{\frac{6}{\pi} V_1}, \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} V_2}\right) = \Phi\left(\frac{\lg V_2 + \lg 6 - \lg \pi - 3 \lg \xi}{3\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\lg V_1 + \lg 6 - \lg \pi - 3 \lg \xi}{3\sigma}\right) \tag{4.8}$$

and particle number per unit volume of sample with the volume V in the interval $V_1 < V < V_2$ is

$$\lambda_V \, F_V(V_1, V_2) = \lambda_V \, F_D\left(\sqrt[3]{\frac{6}{\pi} V_1}, \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} V_2}\right). \tag{4.9}$$

5. Estimation of the parameters λ_A, λ_L, p and of mean values of d and l

In all preceding relations, mean values $E(d^\nu)$, $E(l^\nu)$ or parameters λ_A, λ_L, p have been used which were regarded as known. In practical situations, however, these quantities are not known, but they can be estimated from actual measurements.

As an estimate of the mean value let us use the ν-th sample moment $m'_\nu(d)$. This is computed as follows: the diameters d_i, $i = 1, 2, \ldots t$ of a number, t, of randomly chosen intersections are measured and the arithmetic average of their ν-th power is computed, according to the formula

$$E(d^\nu) \approx m'_\nu(d) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} d_i^\nu \tag{5.1}$$

(here "$\approx$" denotes "is estimated by", or the like).

Similarly, as an estimate of mean value $E(l^\nu)$ of ν-th power of lineal traverse length the ν-th sample moment representing the arithmetic average of the ν-th powers of length of a certain number s of lineal traverses is used

$$E(l^\nu) \approx m'_\nu(l) = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^{s} l_j^\nu. \tag{5.2}$$

The estimates $m'_\nu(d)$, $m'_\nu(l)$ are random variables. The mean value and variance of sample moment $m'_\nu(d)$ are [11]

$$E[m'_\nu(d)] = E(d^\nu) \tag{5.3}$$

$$V^2[m'_\nu(d)] = \frac{E(d^{2\nu}) - E^2(d^\nu)}{t} = \frac{V^2(d^\nu)}{t}\,. \tag{5.4}$$

For a sufficiently large t, the random variable

$$u = \frac{m'_\nu(d) - E(d^\nu)}{V(d^\nu)}\sqrt{t} \tag{5.5}$$

is approximately normally distributed with the frequency function

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{u^2}{2}}\,.$$

The 100 $(1 - \alpha)$ per cent confidence interval for $E(d^\nu)$ is then

$$m'_\nu(d) \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{V(d^\nu)}{\sqrt{t}} \approx m'_\nu(d) \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{t}} \sqrt{m'_{2\nu}(d) - [m'_\nu(d)]^2} \tag{5.6}$$

where $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ is defined by the relation

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_{1-\frac{\alpha}{2}}} e^{-\frac{u^2}{2}}\, du = \Phi\left(u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}. \tag{5.7}$$

In preceding chapters the mean values of diameter d or of its square d^2 were used, *i. e.*, $\nu = 1, 2$. The approximate 100 $(1 - \alpha)$ per cent confidence interval for $E(d)$ is therefore

$$\bar{d} \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{V(d)}{\sqrt{t}} \approx \bar{d} \pm \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{t}} \sqrt{m'_2(d) - \bar{d}^2} \tag{5.8}$$

where the notation $\bar{d}$ is used for $1/t \sum_1^t d_i$ instead of $m'_1(d)$ and the confidence interval for $E(d^2)$ is

$$m'_2(d) \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{V(d^2)}{\sqrt{t}} \approx m'_2(d) \pm \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{t}} \sqrt{m'_4(d) - [m'_2(d)]^2}\,. \tag{5.9}$$

Similarly, considering sufficiently large number of measurements s, the following approximate $100\,(1-\alpha)$ per cent confidence interval for $E(l)$ is obtained

$$\bar{l} \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{V(l)}{\sqrt{s}} \approx \bar{l} \pm \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{s}} \sqrt{[m_2'(l) - \bar{l}^2} \tag{5,10}$$

where $\bar{l} = m_1'(l)$ and for $E(l^2)$

$$m_2'(l) \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{V(l^2)}{\sqrt{s}} \approx m_2'(l) \pm \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{s}} \sqrt{m_4'(l) - [m_2'(l)]^2} \,. \tag{5.11}$$

The mean number of particle intersections λ_A per unit area of polished cross section plane is estimated as follows: the number of intersections n_A^* on a certain area A of polished cross section plane is found and average number of intersections per unit area on the area considered is calculated, *i. e.*,

$$\lambda_A \approx n_A = \frac{n_A^*}{A} \,. \tag{5.12}$$

This estimate is usually computed by the following procedure. A number, say v, of places is chosen at random on the polished cross section plane. Let us assume that the areas of these places are $A_1, A_2, \ldots, A_v$ respectively. Then the numbers of particle intersection with the cutting plane $n_{A_1}^*, n_{A_2}^*, \ldots, n_{A_v}^*$ are counted. The estimate is computed according to the formula

$$n_A = \frac{\sum_{k=1}^{v} n_{A_k}^*}{\sum_{k=1}^{v} A_k} = \frac{n_A^*}{A} \,.$$

Similarly, the estimation of mean number of particle intersections λ_L per unit length of randomly placed lines is found in this manner: let us randomly locate on the cross section plane r lineal traverses of length $L_1, L_2, \ldots, L_r$ and let us find the numbers of particle intersections $n_{L_1}^*, n_{L_2}^*, \ldots, n_{L_r}^*$ intersected by these traverses. Then the average number of intersections per unit length of traverses considered is calculated. Thus

$$\lambda_L \approx n_L = \frac{\sum_{j=1}^{r} n_{L_j}^*}{\sum_{j=1}^{r} L_j} = \frac{n_L^*}{L} \,. \tag{5.13}$$

The estimation of volume fraction $p = \lambda_V \overline{V}$ is made by means of some method of structure phase fraction establishment. The use of the point (eventually grid) method appears to be the most advantageous. If altogether P points are randomly thrown on the polished cross section plane, n_P^* of which falls on the area occupied by sphere particle intersections, the estimate of p is the ratio

$$p \approx n_P = \frac{n_P^*}{P} . \tag{5.14}$$

The estimates n_A, n_L, n_P are, of course, random variables. If the point method is used to establish the estimate of the ratio p (eventually the grid method, considering that the particles are randomly dispersed), the mean value of n_P is

$$E(n_P) = p = \lambda_P \tag{5.15}$$

and the variance is

$$V^2(n_P) = \frac{\lambda_P(1 - \lambda_P)}{P} . \tag{5.16}$$

The estimate n_A of the parameter λ_A has the mean value

$$E(n_A) = \lambda_A \tag{5.17}$$

and the variance

$$V^2(n_A) = \frac{\lambda_A}{A} . \tag{5.18}$$

Finally, the estimate n_L of the parameter λ_L has the mean value

$$E(n_L) = \lambda_L \tag{5.19}$$

and the variance

$$V^2(n_L) = \frac{\lambda_L}{L} . \tag{5.20}$$

If sufficiently large values A,L,P, respectively, are considered, the distribution of the random variables n_A, n_L, n_p is approximately normal with mean values and variances given by the expressions above. Also confidence intervals for λ_A, λ_L, λ_P can be established based on large values A, L, P. The approximate 100 $(1 - \alpha)$ per cent confidence interval for λ_B is

$$n_B \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} V(n_B) \tag{5.21}$$

where A, L, P, respectively, is substituted for B.

To be able to replace mean values $E(d^r)$, $E(l^r)$ or the parameters λ_A, λ_L, $\lambda_P = p$ by their respective estimates, the latter must be determined in such a manner, that their variance be negligible. This means, therefore, that sufficiently large number t of diameters or s of lineal traverses must be measured and that the estimates n_A, n_L, n_P must be determined from a sufficiently large area A of polished cross section plane, a sufficiently large total length L of random traverses a sufficiently large number P of points.

It is evident, that it is substantially easier to make fairly reliable estimates n_A, n_L, n_P than a measurement of diameters d of a great number of intersections or of length l of a great number of lineal traverses. From this point of view the use of relations based on parameters λ_A, λ_L, $\lambda_P = p$ for establishement of space structure parameters and parameters ξ and σ is the most advantageous. Besides that, as was seen in chapter 3, if the relations for λ_V, $\bar{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$, derived under the assumption of the logarithmico-normal distribution are applied in the case of Maxwell's or Γ-distribution, one obtains — using λ_A, λ_L, p— results of the same accuracy as if λ_A, $E(d)$ and $E(d^2)$ were used, and results of even higher accuracy than if λ_L, $E(l)$ and $E(l^2)$ were used.

Therefore, in the sequel our attention will be only restricted to the case when the parameters of space structure, or the parameters ξ and σ of the corresponding logarithmico-normal distribution, are expressed in terms of the estimates n_A, n_L, n_p. Let us consider the problem of the size of the values A, L, P first.

5.1. *The determination of A, L, P for a prescribed accuracy*

If A is sufficiently large, so that the distribution of the estimate n_A can be well approximated by a normal distribution with mean value λ_A and variance λ_A/A, the confidence interval for λ_A is, according to (5.21)

$$n_A \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\lambda_A}{A}} \approx n_A \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{n_A}{A}} \,. \tag{5.22}$$

Thus the interval is the better, *i. e.* the narrower, the smaller is $u_{1-\frac{\alpha}{2}}/\sqrt{A}$, *i. e.*, the larger A is. On the other hand, it can also be stated what value must A assume in order to insure that the relative deviation $(n_A/\lambda_A) - 1$ with a given probability (confidence) of $1 - \alpha$ be smaller in absolute value than some preassigned value $\varepsilon > 0$.

In this case obviously

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\lambda_A}{A}} = \lambda_A \cdot \varepsilon$$

must be valid, and hence

$$A(\alpha, \varepsilon, \lambda_A) = \frac{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{\lambda_A} . \tag{5.23}$$

Similarly, it may be determined how large must L be for $|n_L - \lambda_L|/\lambda_L < \varepsilon$ to be true with the confidence $1 - \alpha$. Analogously as in the preceding case a relation for minimum value L is arrived at, necessary for fulfilling the requirement stated above

$$L(\alpha, \varepsilon, \lambda_L) = \frac{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{\lambda_L} . \tag{5.24}$$

Finally, if P is to be determined, so as to be $|n_P - \lambda_P|/P < \varepsilon$ with confidence $1 - \alpha$, one gets

$$P(\alpha, \varepsilon, \lambda_P) = \frac{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\varepsilon^2} \frac{1 - \lambda_P}{\lambda_P} . \tag{5.25}$$

If A, L, P is to be determined in the case when instead of the desired size of relative errors at certain confidence coefficient $1 - \alpha$, the value of absolute error Δ is prescribed, *i. e.*, if it is required that $|n_B - \lambda_B| < \Delta$ be true with confidence $1 - \alpha$, one gets

$$A(\alpha, \Delta, \lambda_A) = \frac{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\Delta^2} \lambda_A \tag{5.26}$$

$$L(\alpha, \Delta, \lambda_L) = \frac{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\Delta^2} \lambda_L \tag{5.27}$$

$$P(\alpha, \Delta, \lambda_P) = \frac{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\Delta^2} \lambda_P(1 - \lambda_P) . \tag{5.28}$$

It can be seen that both in the case of a prescribed relative error and in the case of a prescribed absolute error, the values A, L, P, increase with increasing values of the desired confidence $1 - \alpha$ and with decreasing values of admissible errors ε or Δ. For a fixed value of the relative error ε these values are the greater, the smaller are λ_A, respectively λ_L and the larger is $(1 - \lambda_P)|\lambda_P$, *i. e.*, the smaller is λ_P. For a fixed value of the absolute error Δ, the values A, L, P, are the larger, the larger is λ_A, or λ_L and the larger is the expression $\lambda_P(1 - \lambda_P)$, *i. e.*, the nearer λ_P is to the value 0.5. The expression $\lambda_P(1 - \lambda_P)$ is graphically shown in Fig. 5.

Experience with the estimates n_A, n_L shows that sometimes the variances of these random variables happen not to be $\lambda_A/A, \lambda_L/L$ respectively, but $k_1 \cdot \lambda_A/A, k_2 \cdot \lambda_L/L$ respectively, where $k_1 < 1, k_2 < 1$. If the values λ_A/A and λ_L/L are then used in expressions (5.21) for confidence intervals or for the establishment of values A and L according to (5.23), (5.24), (5.26) or (5.27), the true confidence interval will be smaller than the one obtained according to these relations and the values A and L will be a little higher than necessary to attain the

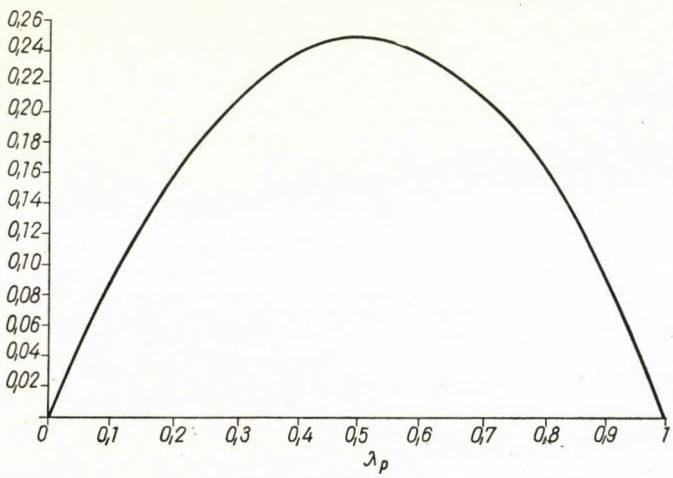


Fig. 5. Graph of the function $y = \lambda_p(1 - \lambda_p)$

prescribed confidence and accuracy. Hereby occurs, that estimates n_A respectively n_L, obtained on the basis of these values A, L will be more confident or accurate.

5.2. The approximate mean values and variances of estimates of space structure parameters

If in the expressions for λ_V, $\bar{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$ the parameters λ_A, λ_L, λ_P are replaced by estimates n_A, n_L, n_P, estimates of the parameters of space structure $\hat{\lambda}_V$, $\hat{\bar{D}}$, $\widehat{\delta(D)}$, $\widehat{V(D)}$ are obtained. These estimates are random variables and by means of a known approximate method their mean values and variances can be determined.

This approximate method consists in expanding the estimates representing the function of our three random variables n_A, n_L, n_P in a Taylor series at the point $\{E(n_A), E(n_L), E(n_P)\}$. All members of the second and higher orders are neglected. Since estimates n_A, n_L, n_P are determined from large values A, L, P, this approximation can be well applied. Besides that let us

consider, that the estimates n_A, n_L, n_P were obtained in such a manner that they represent stochastically independent random variables.

If the estimate of a certain parameter of space structure is generally denoted by Z and if expressions (5.15) to (5.20) are used for mean values and variances of random variables n_A, n_L, n_P, the relation

$$Z = Z(n_A, n_L, n_P) \doteq Z(\lambda_A, \lambda_L, \lambda_P) + \left(\frac{\partial Z}{\partial n_A}\right)_0 (n_A - \lambda_A) + \\ + \left(\frac{\partial Z}{\partial n_L}\right)_0 (n_L - \lambda_L) + \left(\frac{\partial Z}{\partial n_P}\right)_0 (n_P - \lambda_P)$$

is obtained, where $(\partial Z/\partial n_B)_0$ denotes the value of the partial derivative of function Z with regard to n_B (where A, L, P are gradually considered for B) at the point $(\lambda_A, \lambda_L, \lambda_P)$.

The mean value of the estimate Z is then approximately given by

$$E(Z) \doteq Z(\lambda_A, \lambda_L, \lambda_P)$$

and its variance, with regard to the mutual independence of n_A, n_L, n_P is approximately

$$V^2(Z) \doteq \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial n_A}\right)_0\right]^2 V^2(n_A) + \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial n_L}\right)_0\right]^2 V^2(n_L) + \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial n_P}\right)_0\right]^2 V^2(n_P) .$$

Now let us state the results for the estimates of separate space structure parameters.

For the estimate of particle mean number per unit volume

$$\hat{\lambda}_V = \frac{3\pi^2}{32}\left(\frac{n_A}{n_L}\right)^3 n_P \tag{5.29}$$

one gets

$$E(\hat{\lambda}_V) \doteq \frac{3\pi^2}{32}\left(\frac{\lambda_A}{\lambda_L}\right)^3 \lambda_P = \lambda_V \tag{5.30}$$

$$V^2(\hat{\lambda}_V) \doteq \lambda_V^2 \left[\frac{9}{A\lambda_A} + \frac{9}{L\lambda_L} + \frac{1-\lambda_P}{P\lambda_P}\right]. \tag{5.31}$$

For the estimate of particle mean diameter

$$\hat{\overline{D}} = \frac{32}{3\pi^2}\frac{n_L^3}{n_A^2 n_P} \tag{5.32}$$

is

$$E(\widehat{\bar{D}}) \doteq \frac{32}{3\pi^2} \frac{\lambda_L^3}{\lambda_A^2 \lambda_P} = E(D) = \bar{D} \tag{5.33}$$

$$V^2(\widehat{\bar{D}}) \doteq \bar{D}^2 \left[\frac{4}{A\lambda_A} + \frac{9}{L\lambda_L} + \frac{1-\lambda_P}{P\lambda_P} \right]. \tag{5.34}$$

Similarly for the estimate of the coefficient of variation

$$\delta(\widehat{D}) = \sqrt{\frac{3\pi}{8} \frac{n_A n_P}{n_L^2} - 1} \tag{5.35}$$

one gets

$$E[\delta(\widehat{D})] \doteq \sqrt{\frac{3\pi}{8} \frac{\lambda_A \lambda_P}{\lambda_L^2} - 1} = \delta(D) \tag{5.36}$$

$$V^2[\delta(\widehat{D})] \doteq \frac{[1+\delta^2(D)]^2}{\delta^2(D)} \left[\frac{1}{4A\lambda_A} + \frac{1}{L\lambda_A} + \frac{1-\lambda_P}{4P\lambda_P} \right]. \tag{5.37}$$

Finally, for the estimate of standard deviation

$$V(\widehat{D}) = \widehat{\bar{D}}\delta(\widehat{D}) = \sqrt{\frac{128}{3\pi^3} \frac{n_L^4}{n_A^3 n_P} - \frac{1024}{9\pi^4} \frac{n_L^6}{n_A^4 n_P^2}} \tag{5.38}$$

one obtains

$$\widehat{V\bar{D})}] \doteq \bar{D}\delta(D) = V(D) \tag{5.39}$$

$$V^2[\widehat{V(D)}] \doteq \frac{1}{4V^2(D)} \left\{ \frac{[3V^2(D) - \bar{D}^2]^2}{A\lambda_A} + \frac{[4V^2(D) - 2\bar{D}^2]^2}{L\lambda_L} + \right.$$
$$\left. + \frac{[V^2(D) - \bar{D}^2]^2}{P\lambda_P} (1 - \lambda_P) \right\}. \tag{5.40}$$

In a similar manner one can construct estimates for the parameters ξ and σ of the logarithmico-normal distribution and by this approximative method establish their mean value and variance.

The estimate of parameter ξ

$$\hat{\xi} = \frac{64}{3\pi^2} \sqrt{\frac{2}{3\pi} \frac{n_L^4}{n_A^{5/2} n_p^{3/2}}} \tag{5.41}$$

has the approximative mean value

$$E(\hat{\xi}) \doteq \xi \tag{5.42}$$

and variance

$$V^2(\hat{\xi}) \doteq \xi^2\left[\frac{25}{4A\lambda_A} + \frac{16}{L\lambda_L} + \frac{9(1-\lambda_P)}{4P\lambda_P}\right]. \tag{5.43}$$

The estimate of the second parameter

$$\hat{\sigma} = \left(\lg\frac{3\pi}{8} + \lg n_p + \lg n_A - 2\lg n_L\right)^{\frac{1}{2}} \tag{5.44}$$

has approximate mean value

$$E(\hat{\sigma}) \doteq \sigma \tag{5.45}$$

and approximate variance

$$V^2(\hat{\sigma}) \doteq \frac{1}{4\sigma^2}\left[\frac{1}{A\lambda_A} + \frac{4}{L\lambda_L} + \frac{1-\lambda_P}{P\lambda_P}\right]. \tag{5.46}$$

It may also be seen that mean values of estimates of space structure parameters are approximately equal to those parameters and approximate variances vary inversely proportionally to the products $A \cdot \lambda_A$, $L \cdot \lambda_L$, $P \cdot \lambda_P$.

6. Example of the application of the theory to experimental results

To show the practical use derived from the preceding chapters' results, measurements of carbide particles of hypereutectoid steel [12] of the following nominal chemical composition were made: 1.10% C; 0.40% Mn; 0.25% Si; 0.028% P; 0.023% S; 0.35% Cr; 0.08% V. The material was recrystallizationally annealed at 650° C after cold rolling. The microstructure photographs were 1000 times enlargements. From the shape of intersections it can be seen that particles are approximated by spheres with a reasonably good accuracy.

For establishing of parameters n_A, n_L, n_P area $A = 0{,}1$ mm², length of lineal traverses $L = 20$ mm and number of points $P = 6000$ were considered. $n_A = 59.92 \cdot 10^3$ 1/mm², $n_L = 87.65$ 1/mm and $n_P = 0.1292$ were arrived at. The approximate 95 percentage confidence intervals for λ_A, λ_L, λ_P are according to the relations (5.21):

$$\text{for } \lambda_A : n_A \pm 1.96\sqrt{\frac{\lambda_A}{A}} \approx n_A \pm 1.96\sqrt{\frac{n_A}{A}} = (59.92 \pm 1.52)\,10^3\,\frac{1}{\text{mm}^2}$$

$$\text{for } \lambda_L : n_L \pm 1.96\sqrt{\frac{\lambda_L}{L}} \approx n_L \pm 1.96\sqrt{\frac{n_L}{L}} = (87.65 \pm 4.10)\,\frac{1}{\text{mm}}$$

$$\text{for } \lambda_P : n_P \pm 1.96\sqrt{\frac{\lambda_P(1-\lambda_P)}{P}} \approx n_P \pm 1.96\sqrt{\frac{n_P(1-n_P)}{P}} = 0.1292 \pm 0.0085$$

Expressions $\dfrac{1.96\sqrt{\frac{\lambda_A}{A}}}{\lambda_A}$, $\dfrac{1.96\sqrt{\frac{\lambda_L}{L}}}{\lambda_L}$, $\dfrac{1.96\sqrt{\frac{\lambda_P(1-\lambda_P)}{P}}}{\lambda_P}$ represent relative errors:

with confidence coefficient $1 - \alpha = 0.95$. If for λ_A, λ_L, λ_P,are substituted their estimates n_A, n_L, n_P, one gets estimates of relative errors $\hat{\varepsilon}(\alpha = 0.05;\ A, \lambda_A) = 2.53\%$, $\hat{\varepsilon}(0.05;\ L, \lambda_L) = 4.68\%$, $\hat{\varepsilon}(0.05;\ P, \lambda_P) = 6.57\%$.

By means of the estimates n_A, n_L, n_P the estimates of parameters of space structure are now calculated

$$\hat{\lambda}_v = \frac{3\pi^2}{32}\left(\frac{n_A}{n_L}\right)^3 n_P = 38.194 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{mm}^3}$$

$$\hat{\overline{D}} = \frac{32}{3\pi^2}\frac{n_L^3}{n_A^2 n_P} = 1.569 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}$$

$$\widehat{\delta(D)} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}\frac{n_A n_P}{n_L^2} - 1} = 0.433$$

$$\widehat{V(D)} = \hat{\overline{D}}\,\widehat{\delta(D)} = 0.679 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}$$

Approximate standard deviations (square roots of variances) of these estimates are determined by means of the relations of the paragraph 5.2 substituting the parameters λ_V, $\overline{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$, λ_A, λ_L, λ_P by their estimates

$$V(\hat{\lambda}_v) \approx 3.36 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{mm}^3}$$

$$V(\hat{\overline{D}}) \approx 0.13 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}$$

$$V[\widehat{\delta(D)}] \approx 0.08$$

$$V[\widehat{V(D)}] \approx 0.07 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}.$$

Now can be found how large errors have been made if a particle diameter is not distributed by logarithmico-normal, but if it has Γ-distribution with the coefficient of variation $\delta(D) = 1/\sqrt{\beta} = 0.43$. The relative errors are: for λ_V 2.44%, for $\overline{D}$ 2.50% and for $V(D)$ 5.48%. The absolute error for $\delta(D)$ is 0.035.

Let us further calculate the parameter estimates $\hat{\xi}$ and $\hat{\sigma}$ of logarithmico-normal distribution. The values of these estimates are

$$\hat{\xi} = \frac{64}{3\pi^2}\sqrt{\frac{2}{3\pi}}\frac{n_L^4}{n_A^{5/2} n_P^{3/2}} = 1.440 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}$$

$$\hat{\sigma} = \left(\lg\frac{3\pi}{8} + \lg n_P + \lg n_A - 2\lg n_L\right)^{\frac{1}{2}} = 0.414.$$

Their approximate standard deviations are

$$V(\hat{\xi}) \approx 0.16 \cdot 10^{-3}\ \text{mm}$$

$$V(\hat{\sigma}) \approx 0.07$$

Finally let us determine distribution functions of random variables D, S, V according to relations of chapter 4. If for ξ and σ are substituted their estimates $\hat{\xi}$ and $\hat{\sigma}$ one gets

$$F_D(D) \approx \widehat{F_D(D)} = \Phi\left(\frac{\lg D - \lg 1.44}{0.414}\right)$$

$$F_S(S) \approx \widehat{F_S(S)} = \Phi\left(\frac{\lg S - \lg \pi - 2\lg 1.44}{0.828}\right)$$

$$F_V(V) \approx \widehat{F_V(V)} = \Phi\left(\frac{\lg V + \lg 6 - \lg \pi - 3\lg 1.44}{1.242}\right)$$

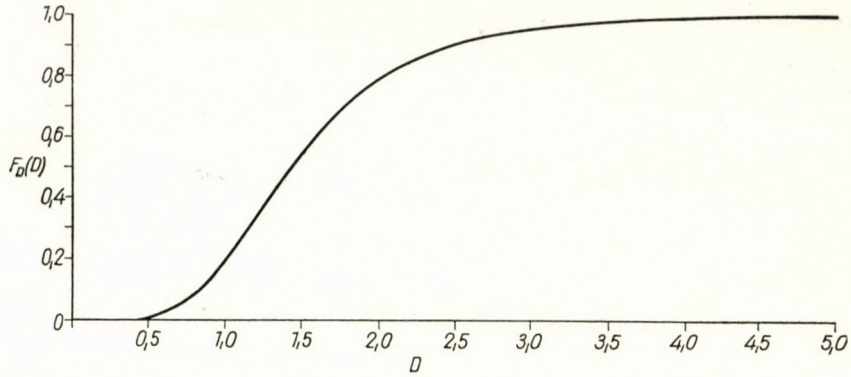


Fig. 6. Distribution function of particle diameter D

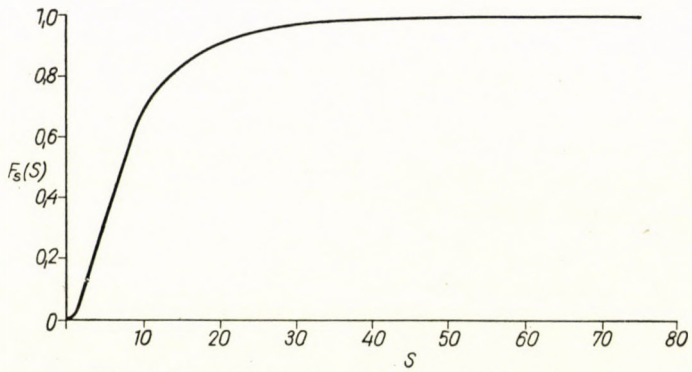


Fig. 7. Distribution function of particle surface S

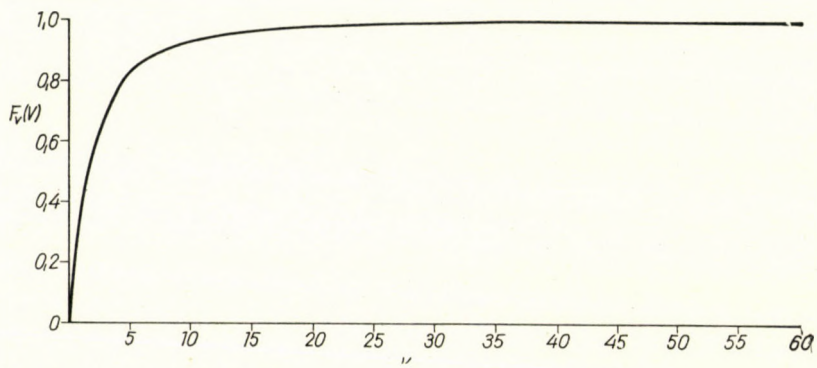


Fig. 8. Distribution function of particle volume V

where D is considered in microns (μ), S in μ^2 and V in μ^3. Functions $F_D(D)$, $F_S(S)$, $F_V(V)$ are shown in Fig. 6, 7 and 8.

By means of $\hat{\lambda}_V$ the estimate of particle number with diameter D (eventually surface S or volume V) in certain interval may be determined. Therefore, *e. g.*, the estimate of

particle number per unit volume of sample with diameter D in the interval $1\ \mu < D < 4\ \mu$ is

$$\hat{\lambda}_V \left[\Phi\left(\frac{\lg 4 - \lg 1{,}44}{0.414} \right) - \Phi\left(\frac{\lg 1 - \lg 1.44}{0.414} \right) \right] = 30.71 \cdot 10^6 \frac{1}{\mathrm{mm}^3} .$$

The estimates of parameters of space structure λ_V, $\overline{D}$, $\delta(D)$, $V(D)$ and of logarithmico-normal distribution ξ and σ have been expressed by means of estimates n_A, n_L and n_P and the values for each parameter estimate was found separately. One can also proceed in the manner, that one calculates

$$\hat{\lambda}_V = \frac{3\pi^2}{32} \left(\frac{n_A}{n_L} \right)^3 n_P$$

$$e^{\hat{\sigma}^2} = \frac{3\pi}{8} \frac{n_A\, n_P}{n_L^2} \tag{6.1}$$

and from these all further estimates are calculated

$$\hat{\overline{D}} = \frac{n_A}{\hat{\lambda}_V} \tag{6.2}$$

$$\hat{\delta}(D) = \sqrt{e^{\hat{\sigma}^2} - 1} \tag{6.3}$$

$$\hat{V}(D) = \frac{n_A}{\hat{\lambda}_V} \sqrt{e^{\hat{\sigma}^2} - 1} \tag{6.4}$$

$$\hat{\xi} = \frac{\hat{\overline{D}}}{e^{\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2}} = \frac{n_A}{\hat{\lambda}_V\, e^{\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2}} \tag{6.5}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\lg e^{\hat{\sigma}^2}} . \tag{6.6}$$

REFERENCES

1. HAGERMAN, T. H.: *Geologiska Föreningens*, 46 (1924), p. 325.
2. WICKSELL, S. D.: *Biometrika*, 17 (1925), p. 84.
3. SPEKTOR, A. G.: *Zavodskaja laboratorija*, 21 (1955), p. 193.
4. SCHEIL, E.: *Zeitschrift für Metallkunde*, 27 (1935), p. 199.
5. SALTYKOV, S. A.: *Zavodskaja laboratorija*, 15 (1949), p. 1317.
6. SALTYKOV, S. A.: Stereometričeskaja metallografija, Moskva, Metallurgizdat, 1958.
7. DRÁPAL, S., HORÁLEK, V.: *Hutnické listy*, 13 (1958), p. 1105.
8. SPEKTOR, A. G.: *Zavodskaja laboratorija*, 16 (1950), p. 173.
9. CAHN, J. W., FULLMAN, R. L.: *Journal of Metals*, 8 (1956), p. 610.
10. PEARSON, E. S., HARTLEY, H. O.: Biometrika Tables for Statistician, Cambridge University Press, 1954.
11. CRAMÉR, H.: Mathematical Methods of Statistics, J. Wiley & Sons, New York, 1946, § 27.3.
12. MAZANEC, K.: Research Report of Klement Gottwald's Vítkovice Ironworks, 1955.

ÜBER DAS PROBLEM DER BESTIMMUNG DER ANZAHL UND DER GRÖSSE VON TEILCHEN IN LICHTUNDURCHLÄSSIGEN KÖRPERN

J. LIKEŠ

ZUSAMMENFASSUNG

Die Arbeit befaßt sich mit der Bestimmung von Raumstrukturparametern und mit der Verteilung der Durchmesser von kugelförmigen Teilchen der Dispersionsphase. Ausgangspunkt ist die Annahme der logarithmisch-normalen Verteilung für den Teilchendurchmesser D. Ein Probekörper wird durch eine Ebene geschnitten und die Parameter der Raumstruktur

sowie die Parameter ξ und σ der logarithmisch-normalen Verteilung werden durch auf die Schnittfläche bezügliche Werte ausgedrückt. Diese Ausdrücke werden dann auf Maxwellsche Verteilung und auf Γ-Verteilung angewendet, und damit ist es möglich zu bestimmen, in welchem Maße die für logarithmisch-normale Verteilung abgeleiteten Ausdrücke auch auf diese beiden Verteilungen angewendet werden können. Die Fehler sind in Zahlentafeln und Diagrammen zusammengestellt.

Die Schätzung des Mittelwertes von Potenzen der Schnittdurchmesser d und der linearen Schnittlänge l und die Schätzung der Parameter λ_A, λ_L, λ_P werden behandelt. Da zuverlässige Schätzungen der letzteren experimentell viel leichter durchzuführen sind als zuverlässige Schätzungen der Mittelwerte $E(d)$ und $E(d^2)$, wird auf die Schätzwerte n_A, n_L, und n_P hingewiesen und die darauf begründeten Konfidenzintervalle für λ_A, λ_L, $\lambda_P = p$ werden bestimmt. Hienach werden die annähernden Mittelwerte und Streuungen für die Schätzwerte der Raumstrukturparameter und der Parameter ξ und σ der logarithmisch-normalen Verteilung bestimmt.

Zum Schluß wird die Theorie auf ein numerisches Beispiel angewendet.

LA DÉTERMINATION DU NOMBRE ET DE LA GRANDEUR DES PARTICULES DANS LES CORPS OPAQUES

J. LIKEŠ

RÉSUMÉ

L'étude se propose de déterminer les paramètres de la structure spatiale, et la distribution des diamètres des particules de phase dispersée, en partant de l'hypothèse d'une distribution logarithmique-normale du diamètre des particules. L'échantillon est sectionné par un plan, et les paramètres de la structures spatiale, tout comme les paramètres ξ et σ de la distribution logarithmique-normale sont exprimés par des grandeurs se rapportant au plan de sectionnement. Ces expressions sont ensuite utilisées pour les distributions de Maxwell et Γ; on peut déterminer, jusqu'à quelle mesure les expressions déduites pour une distribution logarithmique-normale sont utilisables pour ces deux distributions. Les erreurs sont mises en vue par des tableaux et des diagrammes.

Les recherches ontégalement porté sur l'estimation des valeurs moyennes des puissances du diamètre d, et des moyennes des puissances de la section linéaire l, ainsi que sur l'estimation des paramètres λ_A, λ_L, p. Comme il est bien plus facile de faire de confiances estimations de ces derniers par la voie expérimentale, que de faire l'estimation confiance des moyennes $E(d)$ et $E(d^2)$, l'auteur préconise les estimations de n_A, n_L, n_P, et établit les intervalles de confiance pour λ_A, λ_L, $\lambda_P = p$, sur la base de ces estimations. L'étude traite ensuite des valeurs approchées des moyennes et des variances des paramètres de structure estimés et des estimations des paramètres ξ et σ de la distribution logarithmique-normale.

L'application de la théorie est enfin illustrée par un exemple numérique.

О ПРОБЛЕМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КАЛИЧЕСТВА И ВЕЛИЧИНЫ ЧАСТИЦ В ТЕЛАХ, НЕ ПРОПУСКАЮЩИХ СВЕТ

Й. ЛИКЕШ

РЕЗЮМЕ

Работа содержит определение пространственно-структурных параметров и распределения диаметров шарообразных частиц дисперсной фазы. Исходной точкой предположение логарифмическо-нормального распределения диаметра частиц D. Пробное тело сечет плоскость, и параметры пространственной структуры и параметры ξ и σ логарифмическо-нормального распределения выражаются посредством значений, отнесенных к секущей плоскости. Эти выражения затем применяются к распределению Максвелла и к распределению Γ, что дает возможность определить, в какой мере выражения, выведенные для логарифмическо-нормального распределения, могут быть применены к этим двум видам распределения. Погрешности сведены в числовые таблицы и графики.

Оценка среднего значения степеней диаметров сечений d и линейной длины хорд l, а также оценка параметров λ_A, λ_L, λ_P также находят место в обсуждении. Поскольку точная оценка последних экспериментальным путем может быть сделана проще чем точная оценка средних значений $E(d)$ и $E(d^2)$, то указывается на оценки n_A, n_L и n_P и определяются доверительные интервалы для λ_A. λ_C, $\lambda_P = p$ для λ_A, λ_L, $\lambda_P = p$. Затем обсуждаются приближенные средние значения и диемерции для оценочных данных пространственноструктурных параметров и параметров ξ и σ логарифмического нормального расределения.

В конце приводится числовой пример применения теории.

A CHARACTERISTIC OF STATIONARY PROCESSES USED IN THE TEXTILE INDUSTRY*

J. TANKÓ
TEXTILE RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST

[Manuscript received June 8, 1961]

The paper is concerned with the mathematical aspect of the concept of the "variance-length" used in spin process to further its practical application by making clear and summarizing the theoretical relationships. The variance-length as a theoretical concept belongs to the chapter of the stationary processes of probability theory, therefore, the article comprises some basic concepts needed in the following discussion. In the article the "moving averages" are dealt with, on which are based the concepts of "general variance-length", furthermore, those of within-, between- and total-variance, can easily be defined. The interdependences of the variance-length concepts with the other characteristics of the stationary processes are dealt with. Finally in the last chapter, as the application of these relationships, the characteristics of the so-called ideal spun product are determined in cases of a few concrete distributions. From among the fibre-length distributions those of the degenerated-, exponential-, log-normal- and normal-(Gauss) distributions are being investigated.

1. Introduction

In scientific literature dealing with the textile industry, strictly speaking in the theoretical research work carried out on irregularity properties of spun products a number of concepts and characteristics are being used concerning chapter stationary processes of probability theory.

Thus the investigation on the irregularity of spun products represents one field of application for the theory of stationary processes; practically for each of the cross sectional characteristics of spun products such conditions prevail which are allowed to be considered as realizations of stationary processes. The most frequently used quantities are:

the number of fibres in the cross section,

the cross sectional area,

the so-called cross sectional mass, by which the limes

$$g(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{G(t, \Delta t)}{\Delta t}$$

is meant, where $G(t, \Delta t)$ represents the weight of the product part $(t, t + \Delta t)$; instead of $g(t)$ the weight of suitably short product parts or some other quantity proportional to same is used.

* Abridged and partly modified version of the author's paper published under the same title in Hungarian [15].

The fact, that these characteristics may be considered as a realization of stationary processes, results from the character of the processing conditions. For the individual spun product species, theoretical models with various structures were constructed by the research workers. For many of these models of reconstructed stationary processes, good agreement with the actual products could be obtained (s. e.g. [8—11]).

Thus, naturally the analogies to the majority of the concepts used for characterizing spun products, e.g. the cross sectional mass irregularity, the corelogram, the spectrogram may be found in the theory of stationary processes.

However, the analogy to the concept of *variance-length* has not yet been investigated for the theory of stationary processes.

The end pursued by this treatise is to fit the concept of variance-length into the theory of stationary processes. By completing and summing up of the relationships hitherto known [3, 4, 6] the further usage of same should be forwarded. K. STANGE [1] and others (see literature cited) investigated the concept of the variance-length from the viewpoint of mathematical statistics, however, merely characterizing it as an empirical concept which is not identical with the theoretical one as discussed in the treatise.

2. Concepts needed

The definitions and theorems given below may be found in article [5] and in the books headed under [12—14], thus, the references and proofs of the theorems will be omitted.

2.1 *Stochaistic process*

Under a stochaistic process the assembly $\xi(t, \omega)$ of single-parametric variables are meant, interpreted over a space of elementar events $\Omega = \{\omega\}$ giving the parametric assembly $T = \{t\}$. It is marked as

$$\{\xi(t, \omega), t \in T, \omega \in \Omega\}.$$

The following investigations will be restricted to processes which have only real values.

2.2 *Realization*

The stochastic process $\{\xi(t, \omega), t \in T, \omega \in \Omega\}$ defines at each fixed ω-value a real function of t. These common functions are called the realization functions or shortly the realizations of the process.

In the following it will be assumed that $T = \{-\infty < t < \infty\}$ is the parameter space and the stochaic process will be marked simply by $\xi(t)$ and its realization by $x(t)$. Thus $x(t)$ is a function having a real argument and real values.

One method of giving a stochaic process is giving to each nature number n and to n-parameters $t_1, \ldots, t_n$ in T the joint n-dimensional distribution of random variables $\xi(t_1), \ldots, \xi(t_n)$

$$F_{t_1, \ldots, t_n}(y_1, \ldots, y_n) = \mathbf{P}\left(\xi(t_i) < y_i, i = 1, \ldots, n\right)$$

for the real values $-\infty < y_i < \infty$, $i = 1, \ldots, n$. These distribution functions must satisfy certain conditions.

2.3 *Moments*

The following moments will be needed

$$m(t_i) = \mathbf{M}\{\xi(t_i)\} = \int_{-\infty}^{\infty} y d_y F_{t_i}(y), \qquad i = 1, \ldots, n \tag{1}$$

is the *expected value* of $\xi(t)$ at the place t_i assuming that the integral involved exists.

The mixed second central moment of $\xi(t)$

$$\mathbf{M}\left[\left(\xi(t_1) - m(t_1)\right)\left(\xi(t_2) - m(t_2)\right)\right] = R(t_1, t_2) =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left(y_1 - m(t_1)\right)\left(y_2 - m(t_2)\right) d^2_{y_1 y_2} F_{t_1 t_2}(y_1, y_2) \tag{2}$$

is a function with two variables, the *covariance function* of $\xi(t)$, and the pure second central moment of $\xi(t)$,

$$\mathbf{M}\left[\left(\xi(t) - m(t)\right)^2\right] = \sigma^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(y - m(t)\right)^2 d_y F_{t_i}(y) \tag{3}$$

is a function with one variable, the *variance function* of $\xi(t)$ and finally the function with two variables

$$\mathrm{r}(t_1, t_2) = \frac{R(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\,\sigma(t_2)} \tag{4}$$

is the correlation function or correlogram of $\xi(t)$.

2.4 *Continuity*

The stochastic process $\xi(t)$ is called continuous with one probability, if

$$\lim_{s \to t} \xi(s) = \xi(t)$$

with probability 1, while same is called continuous in quadratic mean, if

$$\lim_{s \to t} \mathbf{M} \{[\xi(t) - \xi(s)]^2\} = 0$$

for any value of t.

2.5 *Stochaistic integral*

The integral

$$I(A) = \int_A \xi(t)\, dt$$

which is also a random variable, is called a stochaistic integral. Its possible values are chosen to be the usual Lebesgue-integrals of the possible realization of $\xi(t)$.

2.6 *Strictly stationary process*

The stochastic process $\xi(t)$ is called strictly stationary process, if its n-dimensional distribution functions are invariant against the joint removing n T of $t_1, \ldots, t_n$, that is when

$$F_{t_1+\tau, \ldots, t_n+\tau}(y_1, \ldots, y_n) = F_{t_1, \ldots, t_n}(y_1, \ldots, y_n)$$

for every n and for the values $-\infty < \tau, t_1, \ldots, t_n < \infty$.

If for the strictly stationary process $\xi(t)$ moments exist, these are functions of variables by one less number than they would have been, if a non-stationary process were considered.

Especially if we choose for $t_1 = t$ and $t_2 = t + \tau$

$$R(t_1, t_2) = R(\tau)\,,$$

if it exists, i.e. it is only the function of one variable.

At the same time

$$\sigma^2(t) = \sigma^2$$

and

$$m(t) = m$$

are constants assumed they exist.

2.7 *Stationary process in the wide sense*

If for a stochaic process $\xi(t)$ $m(t)$ and $\sigma^2(t)$ exist and

$$m(t) = m$$

$$\sigma^2(t) = \sigma^2$$

are constants and

$$R(t_1, t_2) = R(t_2 - t_1)$$

depends only on the difference of the two variables, the process $\xi(t)$ may be called a stationary process in the wide sense.

We must mention that in case $\xi(t)$ is strictly stationary and $m(t)$ and $\sigma^2(t)$ exist, it is also stationary in the wide sense, while the fact, that a process is stationary in the wide sense, does not involve its being simultaneously strictly stationary, too. If, however, a Gauss-process is concerned for which for every $t_1, t_2, \ldots, t_n$ the joint distribution function of the variables $\xi(t_1)$, $\xi(t_2), \ldots, \xi(t_n)$ is normal, both definitions of stationarity are equivalent.

2.8 *Properties of* $R(\tau)$

If $R(\tau)$ is a covariance function of a stationary process, the following are valid:

a) $R(-\tau) = R(\tau)$,

b) $R(0) = \sigma^2$,

c) $R(\tau) \leq R(0)$,

d) If $\xi(t)$ is continuous in the quadratic mean, $R(\tau)$ is a positive definite function, i.e. continuous and for any real numbers

$$N;\ \{t_1, \ldots, t_N\} \in T;\ a_1 \ldots a_N$$

$$\sum_{m,\, n=1}^{N} R(t_m - t_n)\, a_m\, a_n \geq 0$$

e) As $R(\tau)$ is positive definite, it follows that

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega\tau \, d\widetilde{G}(\omega)$$

or even that

$$R(\tau) = \int_{0}^{\infty} \cos \omega\tau \, d\widetilde{F}(\omega)$$

where $\widetilde{G}(\omega)$ and $\widetilde{F}(\omega)$ are monotonous non-increasing limited functions.

f) Furthermore, in case $\int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau)|\, d\tau < \infty$, $\widetilde{G}(\omega)$ and $\widetilde{F}(\omega)$ may be continuously differentiated, $R(\tau)$ can be produced in the form

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega\tau \, \tilde{g}(\omega)\, d\omega$$

or even in the form

$$R(\tau) = \int_{0}^{\infty} \cos \omega\tau \, \tilde{f}(\omega)\, d\omega\,,$$

where

$$\tilde{g}(\omega) = \frac{d}{d\omega}\,\tilde{G}(\omega) \qquad -\infty < \omega < \infty$$

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{d}{d\omega}\,\tilde{F}(\omega) \qquad 0 \leqslant \omega < \infty\,,$$

furthermore

$$\tilde{g}(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \cos\omega\tau \cdot R(\tau)\,d\tau \qquad -\infty < \omega < \infty$$

and

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty} \cos\omega\tau \cdot R(\tau)\,d\tau \qquad 0 \leqslant \omega < \infty$$

2.9. *Spectrogram*

If the functions $\tilde{g}(\omega)$ and $\tilde{f}(\omega)$ exist for $\xi(t)$, then

$$g(\omega) = \frac{\tilde{g}(\omega)}{\sigma^2}\,, \qquad -\infty < \omega < \infty$$

and

$$f(\omega) = \frac{\tilde{f}(\omega)}{\sigma^2}\,, \qquad 0 \leqslant \omega < \infty$$

are called the *spectral density functions* or *spectrograms* of the stationary process $\xi(t)$. Here ω marks the *frequencies* of the periodic oscillations in the process.

As a consequence of the previous paragraph $g(\omega)$ and $f(\omega)$ may be expressed by the corelogram $r(\tau)$ as follows:

$$g(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \cos\omega\tau \cdot r(\tau)\,d\tau\,, \qquad -\infty < \omega < \infty \tag{5}$$

and

$$f(\omega) = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty} \cos\omega\tau \cdot r(\tau)\,d\tau\,, \qquad 0 \leqslant \omega < \infty\,. \tag{5'}$$

While $g(\omega)$ is a function interpreted on the number line $-\infty < \omega < \infty$, $f(\omega)$ is interpreted on the half line $0 \leqslant \omega < \infty$ and there it is $f(\omega) = 2g(\omega)$. Both are over their own domain of interpretation density functions, that is $g(\omega) \geqslant 0$, $-\infty < \omega < \infty$ and $f(\omega) \geqslant 0$, $0 \leqslant \omega < \infty$ further

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)\,d\omega = \int_{0}^{\infty} f(\omega)\,d\omega = 1\,.$$

2.10 *Ergodicity*

Let us assume that $\xi(t)$ is a strictly stationary process with the first two moments existing and $R(\tau) \to 0$ if $\tau \to \infty$.

In this case

$$m = \mathbf{M}\{\xi(t)\} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, dt$$

with one probability i.e. for almost every realization.

This theorem is called ergodic theorem and may be found together with its proof e.g. in [13].

2.11 *Hypotheses*

Let us assume, that throughout the whole investigation the following presuppositions hold:

F1. $\xi(t)$ is always a strictly stationary process of the parameter space $-\infty < t < \infty$ and real values, and $x(t)$ being the realization of it.

F2. The moments

$$\mathbf{M}\{\xi(t)\} = m; \quad \mathbf{M}\{[\xi(t) - m]^2\} = \sigma^2$$

and

$$\mathbf{M}\{[\xi(t) - m]\,[\xi(t+\tau) - m]\} = R(\tau)\,, \quad -\infty < \tau < \infty$$

exist i.e. $\xi(t)$ is stationary in wide sense, too.

F3. The realizations of $\xi(t)$ are continuous from the left.

F4. ξ (t) is continuous in quadratic mean.

F5. $\lim\limits_{\tau\to\infty} R(\tau) = 0$.

F6. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} |R(\tau)|\, d\tau < \infty$.

It can be demonstrated that under these conditions for $\xi(t)$ the followings are valid:

it is continuous with probability 1,

it can stochaically be integrated over any finite interval,

the sequence of the integration and the expected value formation may be inverted,

$R(\tau)$ is continuous,

the spectral density functions $f(\omega)$ and $g(\omega)$ exist.

3. The single and double moving average and its properties

For the sake of define the variance length, two concepts as put down below, will be needed:

Definition 1. Let us define the following process:

$$\xi_l(u) = \frac{1}{l} \int_u^{u+l} \xi(s)\, ds, \tag{6}$$

where $0 \leqslant l < \infty$ and the integral is, according to (5) a stochaistic one. The process $\xi_l(u)$ is called the *moving average* of $\xi(t)$. This is also a strictly stationary process, for which the presumptions as put down in paragraph 2, *F1* to *F6* are valid.

Theorem 1. Between the characteristics of $\xi_l(u)$ and $\xi(t)$ the following relationships exist:

$$\mathbf{M}\{\xi_l(u)\} = m_l = m\,,$$

$$\mathbf{M}\{[\xi_l(u) - m_l]^2\} = \sigma_l^2 = \frac{2\sigma^2}{l^2}\int_0^l (l - \tau')\, r(\tau')\, d\tau'\,,$$

$$\frac{1}{\sigma_l^2}\,\mathbf{M}\{[\xi_l(u) - m_l]\,[\xi_l(u + \tau_1) - m_l]\} = r_l(\tau_1) = \tag{7}$$

$$= \frac{\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\int_0^l (l - \tau')\,[r(\tau_1 - \tau') + r(\tau_1 + \tau')]\, d\tau'\,,$$

$$\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \cos\omega_1\,\tau_1 \cdot r_l(\tau_1)\, d\tau_1 = f_l(\omega_1) = \frac{\sigma^2}{\sigma_l^2}\left[\frac{\sin\dfrac{\omega_1 l}{2}}{\dfrac{\omega_1 l}{2}}\right]^2 f(\omega_1)\,.$$

Proof. According to presumptions *F1* to *F6* in the following the expected value formation and the integration may be inverted. According to (6)

$$m_l = \mathbf{M}\left\{\frac{1}{l}\int_u^{u+l}\xi(s)\, ds\right\} = \frac{1}{l}\int_u^{u+l}\mathbf{M}\{\xi(s)\, ds = \frac{1}{l}\int_u^{u+l} m\, ds = m\,.$$

First of all let us determine the covariance function $R_l(\tau_1) = \sigma_l^2 \cdot r_l(\tau_1)$

$$R_l(\tau_1) = \mathbf{M}\left\{\left[\frac{1}{l}\int_u^{u+l}\xi(s)\, ds - m\right]\left[\frac{1}{l}\int_{u+\tau_1}^{u+\tau_1+l}\xi(t)\, dt - m\right]\right\} =$$

$$= \frac{1}{l^2}\int_u^{u+l}\int_{u+\tau_1}^{u+\tau_1+l} R(s - t)\, dt\, ds\,.$$

By substituting $s = s$ and $s - t = \tau$ the following formula may be set down:

$$R_l(\tau_1) = \frac{1}{l^2}\int_u^{u+l} ds \int_{u+\tau_1-s}^{u+\tau_1+l-s} R(\tau)\, d\tau\,.$$

By disjoining the domain of integration and inverting latter we obtain:

$$R_l(\tau_1) = \frac{1}{l^2}\int_{\tau_1-l}^{\tau_1} R(\tau)\, d\tau \int_{u+\tau_1-\tau}^{u+l} ds + \frac{1}{l^2}\int_{\tau_1}^{\tau_1+l} R(\tau)\, d\tau \int_u^{u+l+\tau_1-\tau} ds =$$

$$= \frac{1}{l^2}\int_{\tau_1-l}^{\tau_1} (l - \tau_1 + \tau)\, R(\tau)\, d\tau + \frac{1}{l^2}\int_{\tau_1}^{\tau_1+l} (l + \tau_1 - \tau)\, R(\tau)\, d\tau\,.$$

After making the substitutions $\tau_1 - \tau = \tau'$ in the first, and $\tau - \tau_1 = \tau$ in the second integral we obtain

$$R_l(\tau_1) = \frac{1}{l^2}\int_0^l (l-\tau')\, R(\tau_1 - \tau')\, d\tau' + \frac{1}{l^2}\int_0^l (l-\tau')\, R(\tau_1 + \tau')\, d\tau' =$$

$$= \frac{\sigma^2}{l^2}\int_0^l (l-\tau')\,[r(\tau_1 + \tau') + r(\tau_1 - \tau')]\, d\tau' .$$

As $R_l(0) = \sigma_l^2$ and $r(-\tau') = r(\tau')$,

$$\sigma_l^2 = \frac{2\sigma^2}{l^2}\int_0^l (l-\tau')\, r(\tau')\, d\tau'$$

and as

$$r_l(\tau_1) = \frac{R_l(\tau_1)}{\sigma_l^2},$$

results the formula (7) of $r_1(\tau_1)$, too.

It can easily be seen that the presumption *F6* holds for $R_l(\tau)$, too, therefore, relying upon formula (5)

$$g_l(\omega_1) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} r_l(\tau_1)\cos\omega_1\tau_1\, d\tau_1 , \qquad -\infty < \omega_1 < \infty .$$

Substituting the formula $r_l(\tau_1)$ already prooved we obtain the equation

$$g_l(\omega_1) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\int_0^l (l-\tau')\,[r(\tau_1 + \tau') + r(\tau_1 - \tau')]\cos\omega_1\tau_1\, d\tau'\, d\tau_1 =$$

$$= \frac{\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\int_0^l (l-\tau')\left[\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} r(\tau_1 + \tau')\cos\omega_1\tau_1\, d\tau_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} r(\tau_1 - \tau')\cos\omega_1\, d\tau_1\right] d\tau' .$$

By making the substitution $\tau_1 + \tau = \tau$ in the inner first integral and the one $\tau_1 - \tau = \tau$ in the second and contracting both inner integrals the formula

$$g_l(\omega_1) = \frac{\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\int_0^l (l-\tau')\left\{\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)\,[\cos\omega_1(\tau - \tau') + \cos\omega_1(\tau + \tau')]\, d\tau\right\} d\tau'$$

is obtained. Making use of the relationship

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2\cos\alpha\cos\beta ,$$

$$g_l(\omega_1) = \frac{2\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\int_0^l (l-\tau')\cos\omega_1\tau'\left\{\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} r(\tau)\cos\omega_1\tau\,d\tau\right\}d\tau' =$$

$$= \frac{2\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\,g(\omega_1)\int_0^l (l-\tau')\cos\omega_1\tau'\,d\tau'\,.$$

After a partial integration

$$\int_0^l (l-\tau')\cos\omega_1\tau'\,d\tau' = (l-\tau')\frac{\sin\omega_1\tau'}{\omega_1}\Bigg|_0^l + \frac{1}{\lambda_1}\int_0^l \sin\omega_1\tau'\,d\tau' =$$

$$= \frac{1-\cos\omega_1 l}{\omega_1^2} = \frac{2\sin^2\dfrac{\omega_1 l}{2}}{\omega_1^2}\,.$$

Substituting the result obtained, we obtain

$$g_l(\omega_1) = \frac{2\sigma^2}{l^2\,\sigma_l^2}\,g(\omega_1)\,\frac{2\sin^2\dfrac{\omega_1 l}{2}}{\omega_1^2} = \frac{\sigma^2}{\sigma_l^2}\left[\frac{\sin\dfrac{\omega_1 l}{2}}{\dfrac{\omega_1 l}{2}}\right]^2 g(\omega_1),\quad -\infty < \omega_1 < \infty\,.$$

Thus, in the sense of the note that follows the *definition*, according to which $f(\omega) = 2g(\omega)$, $0 \leqslant \omega < \infty$ the equation

$$f_l(\omega_1) = \frac{\sigma^2}{\sigma_l^2}\left[\frac{\sin\dfrac{\omega_1 l}{2}}{\dfrac{\omega_1 l}{2}}\right]^2 f(\omega_1)\,,\qquad 0 \leqslant \omega_1 < \infty$$

is obtained, whereby the formulae (7) of *theorem 1* are proved.

Definition 2. Now let us take the role of $\xi(t)$ over by $\xi_l(u)$ and define the moving average of latter

$$\xi_{l,L}(v) = \frac{1}{L}\int_v^{v+L} \xi_l(u)\,du\,, \tag{8}$$

where $0 \leqslant L < \infty$, the integral should be interpreted in a similar manner as was done for (6) and this be called the double moving average of $\xi(t)$.

Similarly as was the case for $\xi_l(u)$ also $\xi_{l,L}(v)$ is a strictly stationary process; for any parameters $0 \leqslant l < \infty$, $0 \leqslant L < \infty$ further for $\xi_{l,L}(v)$ the presumptions *F1* to *F6* are hold.

Theorem 2. Between the characteristics of $\xi_{l,L}(v)$ and $\xi(t)$ the following relationships exist:

$$
\begin{aligned}
& m_{l,L} = m\,, \\
& \sigma^2_{l,L} = \frac{2\sigma^2}{l^2 L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \int_0^l (l - \tau') \left[r(\tau_1 + \tau') + r(\tau_1 - \tau') \right] d\tau'\, d\tau_1\,, \\
& r_{l,L}(\tau_2) = \frac{\sigma^2}{l^2 L^2 \sigma^2_{l,L}} \int_0^L (L - \tau_1) \int_0^l (l - \tau') \left[r(\tau_2 + \tau_1 + \tau') + \right. \\
& \qquad \left. + r(\tau_2 + \tau_1 - \tau') + r(\tau_2 - \tau_1 + \tau') + r(\tau_2 - \tau_1 - \tau') \right] d\tau'\, d\tau_1\,, \\
& f_{l,L}(\omega_2) = \frac{\sigma^2}{\sigma^2_{l,L}} \left[\frac{\sin \frac{\omega_2 L}{2}}{\frac{\omega_2 L}{2}} \right]^2 \left[\frac{\sin \frac{\omega_2 l}{2}}{\frac{\omega_2 l}{2}} \right]^2 f(\omega_2)\,.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Proof. The characteristics of $\xi_{l,L}(v)$ evidently are connected with those of $\xi_l(u)$ in exactly the same manner as those of $\xi_l(u)$ are with the characteristics of $\xi(t)$. Thus, by applying the formulae (7) twice successively, the formulae (9) will be obtained.

4. General variance-length

All the concepts summarized under the name of variance-length may be derived from the general concept of the variance-length as a special case of same. Therefore, the latter concept is to be dealt first. Before the definition of general variance-length is given the following has to be established:

The square $\xi_l^2(u)$ of the moving average process $\xi_l(u)$ is also a strictly stationary one.

Similarly the square $\xi^2_{l,L}(v)$ of the process $\xi_{l,L}(v)$ as defined according to (8) is also strictly stationary.

Let us now form the process

$$
\begin{aligned}
\eta^2_{l,L}(v) &= \frac{1}{L} \int_v^{v+L} \xi_l^2(u)\, du - \xi^2_{l,L}(v) \\
&= \frac{1}{L} \int_v^{v+L} \left[\xi_l(u) - \xi_{l,L}(v) \right]^2 du\,.
\end{aligned}
\tag{10}
$$

This might be called the "moving variance" of $\xi_l(u)$, too.

Theorem 3. The expected value of $\eta^2_{l,L}(v)$ exists and may be obtained by the following formula:

$$
\mathbf{M}\left\{ \eta^2_{l,L}(v) \right\} = \sigma_l^2 - \sigma^2_{l,L}\,, \tag{11}
$$

where the right hand side members are the variance of $\xi_l(u)$, and $\xi^2_{l,L}(v)$, respectively, as headed under (7) and (9).

Proof. Let us start from the following form of the formula (10) of $\eta^2_{l,L}(v)$

$$\eta^2_{l,L}(v) = \frac{1}{L}\int_v^{v+L} \xi_l^2(u)\,du - \xi^2_{l,L}(v)\,. \tag{12}$$

Let us constitute the expected value

$$\begin{aligned}\mathbf{M}\{\eta^2_{l,L}(v)\} &= \mathbf{M}\left\{\frac{1}{L}\int_v^{v+L}\xi_l^2(u)\,du\right\} - \mathbf{M}\{\xi^2_{l,L}(v)\} = \\ &= \frac{1}{L}\int_r^{v+L}\mathbf{M}\{\xi_l^2(u)\}\,du - \mathbf{M}\{\xi^2_{l,L}(v)\} = \\ &= \frac{1}{L}\int_0^{v+L}(\sigma_l^2 + m_l^2)\,du - (\sigma^2_{l,L} + m^2_{l,L}) = \sigma_l^2 - \sigma^2_{l,L}\,,\end{aligned}$$

q. e. d.

Definition 3. The expected value of $\eta^2_{l,L}(v)$ will be called the *general variance-length function* of $\xi(t)$ being strictly stationary, and marked by $C^2(l, L)$, i.e.

$$C^2(l, L) = \mathbf{M}\{\eta^2_{l,L}(v)\}\,. \tag{13}$$

According to *theorem 3*, $C^2(l, L)$ exists and is

$$C^2(l, L) = \sigma_l^2 - \sigma^2_{l,L}\,. \tag{14}$$

The following theorem results from the expression (14) and the formulae (7) and (9).

Theorem 4. $C^2(l, L)$ may be expressed by means of the characteristics of $\xi(t)$ as follows:

$$C^2(l, L) = \frac{2\sigma^2}{l^2 L^2}\int_0^L (L - \tau_1)\int_0^l (l - \tau')\,[2r(\tau') - r(\tau_1 + \tau') - r(\tau_1 - \tau')]\,d\tau'\,d\tau_1\,. \tag{15}$$

Proof. By substituting into (14) the corresponding formulae of (7) and (9)

$$C^2(l, L) = \frac{2\sigma^2}{l^2}\int_0^l (l - \tau')\,r(\tau')\,d\tau' - \frac{2\sigma^2}{l^2 L^2}\int_0^L (L - \tau_1)\int_0^l (l - \tau')\,[r(\tau_1 + \tau') + r(\tau_1 - \tau')]\,d\tau_1$$

is obtained. 2

By making use of the equation

$$\int_0^L (L - \tau_1)\, d\tau_1 = \frac{L^2}{2}$$

the two integrals can be contracted and formula (15) obtained.

The *general variance-length* got its name as an *empirical concept.* At the time, when there were no instruments available to determine $C^2(l, L)$ by relying on the product as realization, its statistical estimation was effected as follows. A part with length L was cut out at random from the spun product and cut into pieces of length l. The pieces whose length was l where weighed and the weight was divided by the length. (In the case of part $(v, v + L)$ the ratios: length/weight for the l-long pieces correspond to the moving average "points": $\xi_l(v)$, $\xi_l(v + l)\ldots$ By computating the variance of these relative weights an empirical value $\overline{C_1^2(l, L)}$ of $C^2(l, L)$ was obtained. In case of determining $\overline{C_1^2(l, L)}$ relying on many pieces L, the average of them was avoid and the estimation $\overline{C^2(l, L)}$ for $C^2(l, L)$ was obtained. The magnitude of latter depends bot on the choice of l and on L as well; further a variance was formed and, therefore, it was called variance-length.

Of course, it was not possible to make this estimation of $C^2(l, L)$ according to the sampling rules established by matematical statistics, as the pieces with length l could not be chosen independently from one another. It might occur, that L was only a little longer than l, while to weigh the pieces these had to be cut up effectively. This paper is not concerned with the statistical investigations on estimations, this topic was worked out by STANGE [1]. Howeher, the realization he is treating is not a spun product, but the ash contents of coal to be coked. He is concerned with different methods of sampling of specimen to determine the ash contents thereof. The paper investigates the confidence limits of the average values of a certain number of specimens and tries to find how these limits could be restricted.

At present there are instruments available for the textile industry by dint of which the *relative weight* of the pieces with length l or any other quantity proportional to it may continuously be determined without cutting up the products. Most of these instruments are able to determine the variance of the weights, too (see e.g. [2]). Among others it is just the design itself of these instruments which make the mathematical investigation on these questions necessary. Of course the instrument is able to form the moving averages and their variances only along the realization $x(t)$ as presented by a certain product (more strictly speaking along an optionally long, but finite section of the product). The instrument makes use of the holding of certain ergodic properties. This is tacitly presupposed in practice. Here the conditions

under which ergodic properties hold, shall not be dealt with. Relying upon 2.10 these can readily be established, while to chek as to whether these conditions hold or not particular investigations would be needed.

5. Special cases of general variance-length $C^2(l, L)$.

Within- and between-variance. Totale-variance

As special cases of the general variance-length $C^2(l, L)$, variance-length concepts still more generally used may be obtained. These are got simultaneously in the limiting cases $l \to 0$, $L \to \infty$ and when at the same time $l \to 0$ and $L \to \infty$.

Definition 4. The limit

$$V^2(L) = C^2(0, L) = \lim_{l \to 0} C^2(l, L) \tag{16}$$

if it exists is called the *within-variance* of the strictly stationary process $\xi(t)$, while the limit

$$B^2(l) = C^2(l, \infty) = \lim_{L \to \infty} C^2(l, L) \tag{17}$$

if it exists is called the *between-variance* of $\xi(t)$.

Theorem 5. If the correlation function $r(\tau)$ of the process $\xi(t)$ being stationary in both senses, is continuous (which evidently means that the covariance function $R(\tau)$ of $\xi(t)$ is continuous, too),

$$\lim_{l \to 0} C^2(l, L) = V^2(L)$$

exists and

$$V^2(L) = \frac{2\sigma^2}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1)\ [1 - r(\tau_1)] d\tau_1 , \tag{18}$$

furthermore if $\lim_{\tau \to \infty} r(\tau) = 0$

$$\lim_{L \to \infty} C^2(l, L) = B^2(l)$$

also exists, and

$$B^2(l) = \frac{2\sigma^2}{l^2} \int_0^l (l - \tau')\ r(\tau')\, d\tau' . \tag{19}$$

Proof. Let us compute the limit (16) starting out from the formula (15) of $C^2(l, L)$ and by repeatedly making use of the rule of L'Hospital.

$$\lim_{l\to 0} C^2(l, L) =$$

$$= \lim_{l\to 0} \frac{2\sigma^2}{l^2 L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \int_0^l (l - \tau') [2r(\tau') - r(\tau_1 + \tau') - r(\tau_1 - \tau')] \, d\tau' \, d\tau_1 =$$

$$= \frac{2\sigma^2}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \lim_{l\to 0} \frac{\int_0^l (l - \tau') [2r(\tau') - r(\tau_1 + \tau') - r(\tau_1 - \tau')] \, d\tau'}{l^2} \, d\tau_1 =$$

$$= \frac{2\sigma^2}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \lim_{l\to 0} \frac{\int_0^l [2r(\tau') - r(\tau_1 + \tau') - r(\tau_1 - \tau')] \, d\tau'}{2l} \, d\tau_1 =$$

$$= \frac{2\sigma^2}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \lim_{l\to 0} \frac{2r(l) - r(\tau_1 + l) - r(\tau_1 - l)}{2} \, d\tau_1 .$$

As $r(\tau)$ is continuous

$$\lim_{l\to 0} r(l) = r(0) = 1$$

and

$$\lim_{l\to 0} r(\tau_1 + l) = r(\tau_1)$$

that is

$$\lim_{l\to 0} C^2(l, L) = \frac{2\sigma^2}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \frac{2 - 2r(\tau_1)}{2} \, d\tau_1 =$$

$$= \frac{2\sigma^2}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1) [1 - r(\tau_1)] \, d\tau_1 ,$$

thus (18) is proved. The limit (19) can be determined in a similar manner:

$$\lim_{L\to\infty} C^2(l, L) =$$

$$= \lim_{L\to\infty} \frac{2\sigma^2}{l^2 L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \int_0^l (l - \tau') [2r(\tau') - r(\tau_1 + \tau') - r(\tau_1 - \tau')] \, d\tau' \, d\tau_1 =$$

$$= \frac{2\sigma^2}{l^2} \int_0^l (l - \tau') r(\tau') \, d\tau' .$$

It is worth mentioning, that according to our assumption, listed under *F1* to *F6*, the conditions of this theorem hold and therefore, the theorem is true.

Definition 5. The limit

$$C^2(0, \infty) = \lim_{\substack{l\to 0 \\ L\to\infty}} C^2(l, L) \tag{20}$$

if it exists is called the *total-variance* of the strictly stationary process $\xi(t)$.

The following theorem may be proved in the same manner as *theorem 5.*

Theorem 6. If $\xi(t)$ is stationary in both senses, the correlation function $r(\tau)$ is continuous and it disappears in $\pm\infty$, the following series of equations may be established:

$$\lim_{\substack{l\to 0\\ L\to\infty}} C^2(l, L) = \lim_{L\to\infty} V^2(L) = \lim_{l\to 0} B^2(l) = \sigma^2 ,$$

i.e.

$$C^2(0, \infty) = V^2(\infty) = B^2(0) = \sigma^2. \tag{21}$$

and

$$V^2(0) = B^2(\infty) = C^2(0, 0) = C^2(\infty, \infty) = 0 , \tag{22}$$

further

$$\left.\begin{aligned} C^2(l, 0) &\equiv 0 \\ C^2(\infty, L) &\equiv 0 . \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

By comparing the formulae (18) and (19) with (7) it may clearly be seen that

$$V^2(L) = \sigma^2 - \sigma_L^2 , \tag{24}$$

$$B^2(l) = \sigma_l^2 .$$

(24) makes it evident that

$$V^2(L) + B^2(L) = \sigma^2 ,$$

i.e. according to (21)

$$V^2(L) + B^2(L) = C^2(0, \infty) \tag{25}$$

This is called the formula of Cox and Townsend [3].

The within-, between- and total-variance as an empirical concept: In practice the estimation $\overline{V^2(L)}$ of the within-variance $V^2(L)$ was computed similarly to the estimation $\overline{C^2(l, L)}$ of $C^2(l, L)$. The pieces of the product having the lengths L were cut into pieces with practically the length of 0) actually such short lengths were chosen which the given measuring inaccuracy allowed), thereupon the relative weight of these pieces within the length L was computed and averaged. The term *within*-variance originates from this. The between variance $B^2(l)$ was determined as follows. The practically ∞ long product (actually product with length as available after the processing was used) was cut into pieces with length l and the variance existing *between* the relative weight of these pieces was computed. The total variance $C^2(0, \infty)$ was obtained by cutting the total product available into pieces as short as possible and computing the variance as exists between the relative weights of same. The term *total*-variance expresses the fact, that it fully characterizes the over all fluctuations as occur from point to point along the *total product.*

At present instruments are available to measure $V^2(L)$, $B^2(l)$, $C^2(0, \infty)$, with these make the continuous controlling of the characteristics possible during processing.

Formula (25) expresses, that the average variance existing within the single pieces with length L of a spun product plus the variance between these pieces results in the total variance.*

Theorem 7. The way of writing

$$C^2(L, \infty) + C^2(0, L) = C^2(0, \infty)$$

of the formula (25) relying on a faulty application of the variance analysis, many people think the formula

$$C^2(l, L) + C^2(L, \Lambda) = C(l, \Lambda). \tag{26}$$

to be valid.**

In terms of words this formula would mean, that the variance between the pieces l within the length Λ of the product may be computed as follows: the variance within the length Λ between the pieces with length L is determined, to this the variance within the pieces L between length l (i.e. the average concerning the pieces L) is added. Thus the cutting up and the variance computation may be effected in two (or any optional) stages.

It can be demonstrated that the formula (26) can only hold for a stationary process with a special degenerated correlogram. More precisely the formula may be right only if the correlogram of $\xi(t)$ is identically constant, that is when

$$r(\tau) \equiv a\,, \qquad -1 \leq a \leq 1,\ 0 < |\tau| < \infty.$$

The demonstration of this theorem is found in the author's paper cited under [15].

6. Relationship of the variance length to the moments and spectrograms of the process

Now the relationships demonstrated in the previous chapters will be summed up and completed by the interdependences of variance-lengths and the spectrogram of the process.

$$V^2(L) = C^2(0, L)\,, \tag{16}$$

$$B^2(l) = C^2(l, \infty)\,, \tag{17}$$

$$C^2(l, 0) \equiv 0\,, \tag{23}$$

$$C^2(\infty, L) \equiv 0\,, \tag{23}$$

$$V^2(0) = B^2(\infty) = C^2(0, 0) = C^2(\infty, \infty) = 0\,, \tag{22}$$

* The correctness of (25) is also statistically proved by STANGE in [1].

** In some papers (e.g. [4]) this was established without any assumptions.

$$V^2(\infty) = B^2(0) = C^2(0, \infty) = \sigma^2, \tag{21}$$

$$V^2(L) + B^2(L) = C^2(0, \infty)\,, \tag{25}$$

and from (15) and (21)

$$C^2(l, L) =$$

$$= \frac{2C^2(0, \infty)}{l^2 L^2} \int_0^L (L - \tau_1) \int_0^l (l - \tau') [2r(\tau') - r(\tau_1 + \tau') - r(\tau_1 - \tau')]\, d\tau'\, d\tau_1 \tag{15'}$$

and from (18) and (21)

$$V^2(L) = \frac{2V^2(\infty)}{L^2} \int_0^L (L - \tau_1) [1 - r(\tau_1)]\, d\tau_1\,, \tag{18'}$$

from (19) and (21)

$$B^2(l) = \frac{2B^2(0)}{l^2} \int_0^l (l - \tau')\, r(\tau')\, d\tau'\,. \tag{19'}$$

In textile research the formulae (18') and (19') together with (25) used to be called the formulae of Cox and Townsend. For the sake of uniformity (15') could be called the generalized formula of Cox and Townsend.

If the spectrogram $f(\omega)\ 0 \leqq \omega < \infty$ exists, the correlogram $r(\tau)$ can be expressed as follows. Relying upon formula (4) in case of a stationary process

$$r(\tau) = \frac{R(\tau)}{\sigma^2}\,,$$

and as

$$f(\omega) = \frac{\tilde{f}(\omega)}{\sigma^2}\,,$$

under the conditions *F1* to *F6*

$$r(\tau) = \int_0^\infty \cos \omega\tau \,.\, f(\omega)\, d\omega\,, \qquad -\infty < \tau < \infty\,. \tag{27}$$

By dint of (27) the variance-length may be expressed by the spectrogram $f(\omega)$. The formulae can be simply obtained by substituting (27) into (15'), (18') and (19') and by simple integrations carried out after reversal of the order of the integrals. Therefore, the deduction is omitted. The results obtained are the follows:

$$C^2(l, L) = C^2(0, \infty) \int_0^\infty \left[\frac{\sin \frac{\omega l}{2}}{\frac{\omega l}{2}} \right]^2 \left[1 - \frac{\sin^2 \frac{\omega L}{2}}{\left(\frac{\omega L}{2}\right)^2} \right] f(\omega)\, d\,\omega\,, \tag{28}$$

$$V^2(L) = V^2(\infty) \int_0^\infty \left[1 - \frac{\sin^2 \frac{\omega L}{2}}{\left(\frac{\omega L}{2}\right)^2} \right] f(\omega)\, d\,\omega\,, \tag{29}$$

$$B^2(l) = B^2(0) \int_0^\infty \left[\frac{\sin \frac{\omega l}{2}}{\frac{\omega l}{2}} \right]^2 f(\omega)\, d\,\omega\,. \tag{30}$$

7. The characteristics of the ideal spun product

In this section such correlograms will be written down which are frequently used in textile research to approach empirical correlograms, or which may be deduced theoretically by making certain assumptions.

As the curve of the between-variance $B^2(L)$ is, according to the formula (25) of Cox and Townsend symmetrical to the curve $V^2(L)$ by the straight drawed parallel to axis L on the height $\sigma^2/2$, $B^2(L)$ need not be shown when $V^2(L)$ is written down and represented.

The formulae of $C^2(l, L)$ pertaining to concrete correlograms will not be determined, as these are very complicated even in the most simple case.

For the sake of simpler representation, instead of the within variance $V^2(L)$ the variance ratio

$$\overline{V^2(L)} = \frac{V^2(L)}{V^2(\infty)}$$

will be used, whose expression by $r(\tau)$ is relying upon (18′)

$$\overline{V}^2(L) = \frac{2}{L^2} \int_0^L (L - \tau)\,[1 - r(\tau)]\, d\,\tau\,. \tag{31}$$

It is evident that

$$\overline{V}^2(\infty) = 1\,.$$

Definition 6. An *ideal spun product* is one consisting of a fibrous material (textile fibres) arranged longitudinally, in which the centre of each fibre may be found to lie with equal probability in any of the cross sections of the product

(i.e. the number of the fibre centres in one piece of the product is a random variable with a Poisson-distribution).

The *correlogram* of an ideal product is given by the following formula

$$r_i(\tau)\begin{cases} = \dfrac{1}{\bar{h}}\displaystyle\int_{\tau}^{h_{\max}} (h-\tau)\,g(h)\,dh\,, & h_{\min} \leqq \tau \leqq h_{\max}\,; \\ = 1 - \dfrac{\tau}{\bar{h}}\,, & \tau \leqq h_{\min}\,; \\ = 0\,, & \tau \geqq h_{\max}\,. \end{cases} \tag{32}$$

The proof of this formula may be found in articles [6] and [8]. In it $g(h)$ is the distribution of the length of the fibres, $h_{\min}$ and $h_{\max}$ the minimum and maximum fibre length, respectively, and $h_{\min} \geqslant 0$, $h_{\max} < \infty$, while $\bar{h}$ is the *average fibre length.*

By substituting formula (32) into (5') the *spectrogram* of the ideal product is obtained:

$$f_i(\omega) = \frac{2}{\pi\bar{h}\omega^2}\int_{h_{\min}}^{h_{\max}} (1-\cos\,\omega h)\,g(h)\,dh\,, \qquad 0 \leqslant \omega < \infty\,; \tag{33}$$

or put down in another form

$$f_i(\omega) = \frac{\bar{h}}{\pi}\int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \left[\frac{\sin\dfrac{\omega h}{2}}{\dfrac{\omega h}{2}}\right]^2 g(h)\,dh\,, \qquad 0 \leqslant \omega < \infty\,; \tag{33'}$$

or

$$f_i(\omega) = \frac{2}{\pi\bar{h}\omega^2}\left[1 - \mathrm{Re}\int_{h_{\min}}^{h_{\max}} e^{i\omega h}\,g(h)\,dh\right] = \frac{2}{\pi\bar{h}\omega^2}\left[1 - \mathrm{Re}\,\varphi_h(\omega)\right], \tag{33''}$$

where $\varphi_h(\omega)$ is the *characteristic function* of the distribution $g(h)$, $Re\varphi_h(\omega)$ is the real part of the function $\varphi_h(\omega)$.

The ideal *within-variance* curve pertaining to correlogram (32) is — determined on the basis of (31) — as follows:

$$\bar{V}_i^2(L) = 1 - \frac{2}{L^2\bar{h}}\int_{h_{\min}}^{L}\left[\frac{Lh^2}{2} - \frac{h^3}{6}\right]g(h)\,dh - \frac{2}{L^2\bar{h}}\int_{L}^{h_{\max}}\left[\frac{L^2h}{2} - \frac{L^3}{6}\right]g(h)\,dh\,, \tag{34}$$

where, in the case $L \leqslant h_{\min}$, the first integral will disappear, while in the second

one the lower limit is $h_{\min}$; in the case $L \geqslant h_{\min}$, the second integral will disappear and in the first integral the upper limit is going to be $h_{\max}$.

The formula $\breve{V}_i^2(L)$ may also be transformed in the following manner:

$$\breve{V}_i^2(L) = 1 - \frac{2}{L^2\bar{h}} \int_{h_{\min}}^{L} \left[\frac{Lh^2}{2} - \frac{h^3}{6} - \frac{L^2h}{2} + \frac{L^3}{6} \right] g(h)\, dh -$$

$$- \frac{2}{L^2\bar{h}} \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \left[\frac{L^2h}{2} - \frac{L^3}{6} \right] g(h)\, dh = \frac{L}{3\bar{h}} - \frac{1}{3L^2\bar{h}} \int_{h_{\min}}^{L} (L-h)^3\, g(h)\, dh. \qquad (34')$$

The functions (32), (33) and (34) cannot be represented yet as they comprise the distribution of the fibre length $g(h)$ which is not given. However, by dint of these formulae, in case the distribution of the fibre length is given, the characteristics $r_i(\tau)$, $f_i(\omega)$ and $V_i^2(L)$ may be determined.

In the following these characteristics should be determined for a few given fibre length distributions.

7.1. *Ideal spun product consisting of fibres with identical lengts*

Let us assume, that the lengts of the elementary fibres are identical $a > 0$. The fibre length distribution is in the case a degenerate one, i.e.

$$g_1(h)\, dh \begin{cases} = 1\,, & \text{if } h = a; \\ = 0\,, & \text{if } h \neq a. \end{cases} \qquad (35)$$

Substituting the distribution (35) into (32) and (33′) we obtain for the correlogram

$$r_{i1}(\tau) \begin{cases} = 1 - \dfrac{\tau}{a}\,, & \text{if } \tau \leqq a; \\ = 0\,, & \text{if } \tau \geqslant a; \end{cases} \qquad (36)$$

for the spectrogram

$$f_{i1}(\omega) = \frac{a}{\pi} \left[\frac{\sin \dfrac{\omega a}{2}}{\dfrac{\omega a}{2}} \right]^2, \qquad 0 \leqslant \omega < \infty; \qquad (37)$$

for the within-variance curve

$$\breve{V}_{i1}^2(L) \begin{cases} = \dfrac{L}{3a}\,, & \text{if } L \leqslant a; \\ = 1 - \dfrac{a}{L} + \dfrac{a^2}{3L^2}\,, & \text{if } L \geqslant a. \end{cases} \qquad (38)$$

The correlogram (36) is shown in Fig. 1. It is a straight section with a direction tangent $-1/a$.

The spectrogram (37) is shown in Fig. 2, with the marking $a = 1/\alpha$, and $\omega = \lambda$. It is a sharply damped periodical function having its maximum

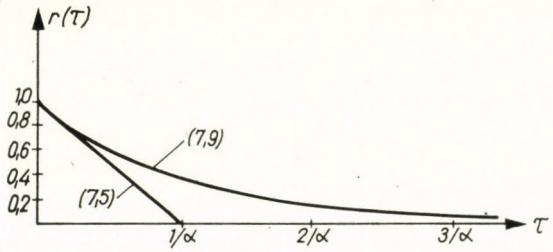


Fig. 1

The diagram lines (7,5) and (7,9) illustrate the curves represented by Equs. (36) and (49). Letter symbol a denotes $1/a$

a/π at place $\omega = 0$, while its local maximums are at places

$$3\pi/a, \ldots, (2k+1)\,\pi/a, \ldots$$

$$\frac{4a}{3\pi^2}, \ldots, \frac{4a}{(2k+1)\,\pi^3}, \ldots$$

respectively. The longer the length of the fibre a is, the more frequent will

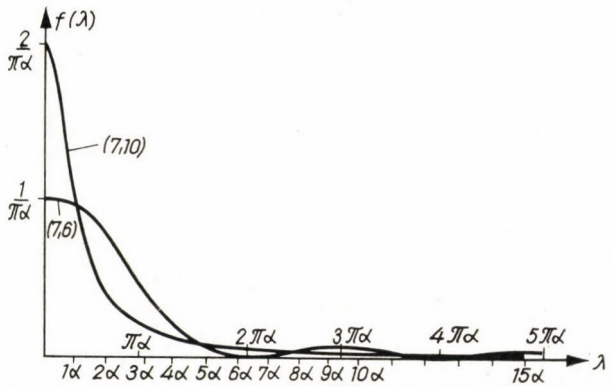


Fig. 2

The diagram lines (7,6) and (7,10) illustrate the curves represented by Equs. (37) and (41)

the maximum places be and the "sharper" the maximums. The minimum places are $2\pi/a \ldots 2k\pi/a$ and by these the curve has roots.

The within-variance curve (38) may be seen in Fig. 3. Up to the value $L = a$, the curve is constituted by a straight with the direction tangent $1/3a$, hence by a straight joining tangentially to the curve which converges to 1 if $L \to \infty$

The Figures 1, 2 and 3 clearly show in which manner the fibre length a of very short or very long represent themselves on the characteristic curves (see also [15]).

7.2. *Ideal spun product with an exponential fibre length distribution*

Let us assume that the distribution of the fibre length is exponential

$$g_2(h) = \frac{1}{\bar{h}} e^{-h/\bar{h}}. \tag{39}$$

Naturally such a distribution does not exist in practice, as it presupposes a fibre with an optional length, however, as a rule it may successfully

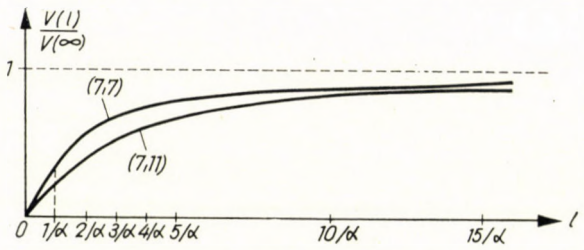


Fig. 3

The diagram lines (7,7) and (7,11) illustrate the curves represented by Equs. (38) and (42). Letter symbol α denotes 1/a

be used to approach the empirical fibre length distribution with a relative high frequency of short fibres; $\bar{h}$ marks the average fibre length.

Substituting the distribution (39) into the formula (32) of the correlogram and making the integration within the boundaries (τ, ∞) the equation

$$r_{i2}(\tau) = e^{-\tau/\bar{h}}, \qquad 0 \leqslant \tau < \infty \tag{40}$$

is obtained, this is also an exponential curve; same is shown in Fig. 1 together with (36) with the index $\bar{h} = a$.

If (39) is substituted into (33) and (34) and at the boundaries the substitutions $h_{\min} = 0$ and $h_{\max} = \infty$ are effected, the spectrogram and the within-variance function are obtained.

The graph of the spectrogram

$$f_{i2}(\omega) = \frac{2}{\pi} \frac{\bar{h}}{\bar{h}^2\omega^2 + 1}, \qquad 0 \leqslant \omega < \infty \tag{41}$$

is shown in Fig. 2 besides (37) with the index $\bar{h} = 1/a$ and $\omega = \lambda$. The maximum of the curve is at $\omega = 0{,}2\bar{h}/\pi$. The graph is a half bell-shaped curve.

The graph of the within-variance

$$\breve{V}_{i2}^2(L) = 1 - \frac{2\bar{h}}{L}\left[1 - \frac{\bar{h}}{L}(1 - e^{-\frac{L}{\bar{h}}})\right], \qquad 0 \leqslant L < \infty \tag{42}$$

is shown in Fig. 3 with the index $\bar{h} = a$. This is a strictly monotonous increasing curve over the whole interval $(0, \infty)$ approaching asymptotic 1. This curve is very similar to the parallelly drawn curve (38), but runs throughout under it. This also shows that from the point of view of the within-variance it is more advantageous when the fibres which the ideal spun product consists of have no constant but changing length, perhaps a fact one would not think of.

7.3. *Ideal spun product with a logarithmically normal fibre length distribution*

In cases when in the fibre population, the fibres with length exceeding the mean occur with a relatively greater frequency, it seems serviceable to approach the empirical distribution by dint of a logaritmically normal density function (see e.g. BRENY [7]):

$$g_3(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, c \cdot h}\, e^{-\frac{(\ln h - \ln b)^2}{2c^2}}, \qquad 0 \leqslant h < \infty. \tag{43}$$

In this case the mean fibre length is

$$\bar{h} = b\, e^{\frac{c^2}{2}} \tag{44}$$

and the variance is

$$\sigma_h^2 = b^2 e^{c^2}(e^{c^2} - 1). \tag{45}$$

From these formulae b and c can be expressed as follows

$$b = \frac{\bar{h}}{\sqrt{1 + V_h^2}};$$

$$C = \sqrt{\ln (1 + V_h^2)}; \tag{46}$$

where $V_h^2 = \sigma_h^2/\bar{h}^2$.

The correlogram and the within-variance can be expressed with the aid of a standardized normal distribution function $\Phi(x)$ and the spectrogram with an infinite series. In order to do so, the following integral is needed:

$$I_k(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta h^k g_3(h)\, dh. \tag{47}$$

Substituting the distribution (43) into the integral (47) and after making the substitution $(\ln h - \ln b)/c = x$, through a simple computation the equation

$$I_k(\alpha, \beta) = \frac{b^k e^{\frac{k^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \int_{1/c \ln \alpha/b - kc}^{1/c \ln \beta/b - kc} e^{-y^2/2}\, dy = b^k e^{\frac{k^2}{2}} \left[\Phi\left(\frac{\ln \beta/b}{c} - kc \right) - \right.$$

$$\left. - \Phi\left(\frac{\ln \alpha/b}{c} - kc \right) \right],$$

or by making use of the formulae (46) the equation

$$I_k(\alpha, \beta) = \bar{h}^k \left(\sqrt{V_h^2 + 1}\right)^{k(k-1)} \left\{ \Phi\left(\frac{\ln \beta/\bar{h} - \ln \left(\sqrt{V_h^2 + 1}\right)^{2k-1}}{\sqrt{\ln (V_h^2 + 1)}} \right) - \right.$$

$$\left. - \Phi\left(\frac{\ln \alpha/\bar{h} - \ln \left(\sqrt{V_h^2 + 1}\right)^{2k-1}}{\sqrt{\ln (V_h^2 + 1}} \right) \right\} \tag{48}$$

is obtained.

By dint of the integral (47) the characteristics can be written as follows:

$$r_{i3}(\tau) = \frac{1}{\bar{h}} \int_{\tau}^{\infty} (h - \tau)\, g_5(h)\, dh = \frac{1}{\bar{h}} I_1(\tau, \infty) - \frac{\tau}{\bar{h}} I_0(\tau, \infty), \tag{49}$$

$$f_{i3}(\omega) = \frac{2}{\pi \bar{h} \omega^2} \left[1 - \operatorname{Re} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(it)^k}{k!} I_k(0, \infty) \right], \tag{50}$$

$$\breve{V}_{i3}^2(L) = \frac{L}{3\bar{h}} - \frac{1}{3L^2\bar{h}} \int_0^L (L - h)^3 g^5(h)\, dh =$$

$$= \frac{L}{3\bar{h}} - \frac{1}{3L^2\bar{h}} \{L^3 I_0(0, L) - 3L^2 I_1(0, L) + 3L I_2(0, L) - I_3(0, L)\}. \tag{51}$$

Substituting the special forms of (48) into (49), (50) and (51) the equations

$$r_{i3}(\tau) = 1 - \frac{\tau}{\bar{h}} - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\ln (1 + V_h^2)}} \ln \frac{\tau}{\bar{h}\sqrt{1 + V_h^2}} \right) +$$

$$+ \frac{\tau}{\bar{h}} \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\ln (1 + V_h^2)}} \ln \frac{\tau \sqrt{1 + V_h^2}}{\bar{h}} \right), \tag{52}$$

$$f_{i3}(\omega) = \frac{2}{\pi} \bar{h}(1 + V_h^2)\, \omega \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(\bar{h}\omega)^{2k}}{(2k + 2)!} (1 + V_h^2)^{k(2k+3)}, \tag{53}$$

$$\breve{V}_{i3}^2(L) = \frac{L}{3\bar{h}} - \frac{L}{3\bar{h}} \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(1+V_h^2)}} \ln \frac{L\sqrt{1+V_h^2}}{\bar{h}}\right) +$$

$$+ \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(1+V_h^2)}} \ln \frac{L}{\bar{h}\sqrt{1+V_h^2}}\right) -$$

$$- \frac{\bar{h}}{L}(1+V_h^2)\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(1+V_h^2)}} \ln \frac{L}{\bar{h}(\sqrt{1+V_h^2})^3}\right) +$$

$$+ \frac{\bar{h}^2}{3L^2}(1+V_h^2)^3 \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\ln(1+V_h^2)}} \ln \frac{L}{\bar{h}(\sqrt{1+V_h^2})^5}\right) \tag{54}$$

may be obtained.

7.4. *Ideal spun product with normal fibre length distribution*

In certain cases the length distribution of fibres can be fairly well approached by the normal distribution. As the fibre length can only have positive values, the approach by normal distribution is possible only if the standard deviation of fibre length is several times less, than the mean length, (at least $\sigma_h \leqslant h/2$; if $\sigma_h \leqslant h/3$ the probability falling left of the origo can be neglected).

The other condition is that the empirical distribution be approximately simmetrical.

Let us assume, that the fibre length distribution is

$$g_4(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_h} e^{-\frac{(h-\bar{h})^2}{2\sigma_h^2}}, \qquad -\infty < h < \infty. \tag{55}$$

The following formulae will be made use of:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{A^2}{2}} = \varphi(A), \qquad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{A} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \Phi(A);$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{A} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx = -\varphi(A), \qquad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{A} x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \Phi(A) - A\,\varphi(A);$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{A} x^3 e^{-\frac{x^2}{2}} dx = -\varphi(A)\,[A^2+2], \tag{56}$$

where $\Phi(x)$ and $\varphi(x)$ are the distribution and frequency function of the standardized normal variate respectively, further, that the characteristic function

of the normal distribution is

$$\varphi_h(t) = e^{i\bar{h}t - \frac{\sigma_h^2 t^2}{2}},$$

whose real part is

$$\operatorname{Re} \varphi_h(t) = e^{-\frac{\sigma_h t^2}{1}} \cos \bar{h}t. \tag{57}$$

Let us now substitute the distribution (55) into the formula (32) of the correlogram

$$r_{i4}(\tau) = \frac{1}{\bar{h}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_h} \int_\tau^\infty (\tau - h) e^{-\frac{(h-\bar{h})^2}{2\sigma_h^2}} dh =$$

$$= \frac{1}{\bar{h}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\tau-\bar{h}}{\sigma_h}}^\infty (\tau - \sigma_h x - \bar{h}) e^{-\frac{x^2}{2}} dx =$$

$$= \frac{\tau - \bar{h}}{\bar{h}} \left[1 - \Phi\left(\frac{\tau - \bar{h}}{\sigma_h}\right)\right] - \frac{\sigma_h}{\bar{h}} \varphi\left(\frac{\tau - \bar{h}}{\sigma_h}\right). \tag{58}$$

If the formula of the spectrogram (33″) and the one of (57) are made use of, immediately the spectrogram

$$f_{i4}(\omega) = \frac{2}{\pi \bar{h} \omega^2} \left[1 - e^{-\frac{\sigma_h^2 \omega^2}{2}} \cos \bar{h}\, \omega\right], \qquad 0 \leqslant \omega < \infty \tag{59}$$

is obtained; finally when we substitute the distribution (55) into (34') and apply the formulae (56) by a short conversion the relation

$$\breve{V}_{i4}^2(L) = \frac{L}{3\bar{h}} - \frac{\sigma_h^3}{3L^2\bar{h}} \left\{\left[\left(\frac{L - \bar{h}}{\sigma_h}\right)^3 + 3\frac{L - \bar{h}}{\sigma_h}\right] \Phi\left(\frac{L - \bar{h}}{\sigma_h}\right) + \right.$$

$$\left. + \left[\left(\frac{L - \bar{h}}{\sigma_h}\right)^2 + 2\right] \varphi\left(\frac{L - \bar{h}}{\sigma_h}\right)\right\}. \tag{60}$$

is arrived at.

As to the length distribution of fibres still other approaches are used in textile industry, however, further special cases of the characteristics of the ideal spun products will not be dealt with here.

In cited paper [15] the author discusses another great group of the correlograms also showing the spectrograms and within-variance curves pertaining to it; this is the group of the damped periodical correlograms.

REFERENCES

1. STANGE, K.: "Probenahme vom Band." *Metrika* **1** (1958), 177—222.
2. GROSSBERG, P.—PALMER, R. C.: "The Use of the Zellweger Irregularity Tester in Finding the Variance-Length Curve of Worsted Yarn." *The Journal of the Textile Institute* **43** (1954), Trans. T 275.
3. TOWNSEND, M. W.—COX, D. R.: "The Analysis of Yarn Irregularity." *The Journal of the Textile Institute* **40** (1951), Proc. P 107.
4. VANDEN ABEELE, A. M.: „Réflexions an sujet des concepts utilisés pour experimér l'irrégularité des fils textiles." *Ann. Sc. Tex. Belg. Bruxelles* **1** (1956), 91.
5. *Яглом, А. М.:* «Введение в теорию стационарных случайных функций.» *Успехи Мат. Наук,* **8** (1952), 5 (51) 1—168.
6. MIHIRA, K.: "Some Theoretical Considerations on the Irregularity of Drafting." *Journal of the Textile Machinery Society of Japan* **2** (1956), No 1.
7. BRENY, H.: "The Calculation of the Variance-Length Curve from the Length Distribution of Fibres, I, II." *The Journal of the Textile Institute* **40** (1953), Proc. P 1, P 10.
8. SPENCER-SMITH, J. L.—TODD, H. A. C.: "A Time Series Met with in Textile Research." *Suppl. J. Stat. Roy. Soc.* **7** (1941), 131.
9. MARTINDALE, J. G.: "A New Method of Measuring the Irregularity of Yarns with Some Observations on the Origin of Irregularities in Worsted Slivers and Yarns." *The Journal of the Textile Institute* **36** (1945), Trans. T 35.
10. VANDEN ABEELE, A. M.: "Contribution to the Study of Irregularity of Yarns, Rovings and Slivers." *The Journal of the Textile Institute* **40** (1951), Proc. P 162.
11. HANNAH, M.—RODDEN, S.: "Variance-Length Relations in a Yarn With Restricted Variation in Fibre Position." *The Journal of the Textile Institute* **45** (1956), Trans. T 402.
12. DOOB, J. L.: *Stochastic Processes.* New-York 1952.
13. *Гнеденко, Б. В.: Курс теории вероятностей.* Москва 1954.
14. GRENANDER, U.—ROSENBLATT, M.: *Statistical Analysis of Stationary Time series.* New York 1957.
15. TANKÓ, J.: A stacionárius folyamatok egy textiliparban használatos jellemzője (A Characteristic of Stationary Processes Used in the Textile Industry). *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences* **5** (1960), Series B, No 4, 407—446 [In Hungarian].

ÜBER EINE IN DER TEXTILINDUSTRIE ÜBLICHE KENNZAHL VON STATIONÄREN VORGÄNGEN

J. TANKÓ

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird der Begriff der in der Spinnereiindustrie gebräuchlichen »Längenvarianz« erörtert, mit dem Ziel, durch Erforschung und Zusammenfassung der theoretischen Zusammenhänge die praktische Anwendung dieses Begriffes zu fördern. Die Längenvarianz als theoretischer Begriff gehört in das Kapitel der stationären Prozesse der Wahrscheinlichkeitstheorie; es werden daher einige grundlegende Begriffe behandelt, deren es zur Erörterung der weiteren Zusammenhänge bedarf. Im weiteren werden die »gleitenden Durchschnittswerte« erörtert, auf Grund deren die Begriffe »allgemeine Längenvarianz« und diejenigen der Inneren-, Äußeren- und Totalen-Varianz, in einer einfachen Weise definiert werden können. Es werden die Zusammenhänge der Längenvarianz und der übrigen Charakteristiken der stationären Prozesse zusammenfassend erörtert. Im letzten Kapitel werden dann als Anwendungsbeispiel für die Zusammenhänge die Charakteristiken des idealen Spinnereiproduktes im Falle einiger konkreter Faserlängeverteilung ermittelt. Von den verschiedenen Fällen der Faserlängenverteilung werden die zerfallende, exponenziale, lognormale- und normale (Gaußsche) Verteilung geprüft.

UNE CARACTÉRISTIQUE DES PROCESSUS STATIONNAIRES UTILISÉE DANS L'INDUSTRIE TEXTILE

J. TANKÓ

RÉSUMÉ

L'auteur étudie par des méthodes mathématiques la notion de »variance-longueur« utilisée en filature, la mise en lumière des relations théoriques étant appelée à faciliter l'application pratique. En tant que notion théorique, la variance-longueur appartient au chapitre des processus stationnaires de la théorie des probabilités, dont quelques notions fondamentales nécessaires pour la suite de l'étude. L'étudie les moyennes mobiles, sur la base desquelles des définitions simples peuvent être données de la variance-longueur générale et des variances intérieure (within-), extérieure (between-) et totale (total-). L'étude montre les relations des notions de variance avec les autres caractéristiques des processus stationnaires. Enfin, comme application de ces relations, les caractéristiques du »produit idéal de filature« sont déterminées pour quelques cas concrets de distribution selon la longueur des fibres. Sous ce rapport, les cas de fibres uniformes et de distribution exponentielle, logarithmico-normale et normale (Gauss) sont examinés par l'auteur.

ПОКАЗАТЕЛЬ СТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЙ В ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Й. ТАНКО

РЕЗЮМЕ

Статья занимается математической трактовкой понятия «вариации длины», используемой в прядильном производстве, с такой целью, чтобы вскрытием теоретических зависимостей и их обобщением способствовать практическому применению.

Вариация длины, как теоретическое понятие, относится к главе стационарных процессов вариационного исчисления, поэтому даны некоторые основные понятия из этой главы, которые при дальнейшем рассмотрении будут необходимы читателю. Статья занимается так называемым «подвижными средними», на основе которых позднее определяются понятия «общая вариация длины» и понятия внутренней, внешней и тотальной вариации. Показаны зависимости понятий вариаций длины в обобщении с остальными показателями стационарных процессов. Наконец, в последней главе для демонстрации применения зависимостей определяются показатели так называемого идеального прядильного продукта для некоторых конкретных распределений длин волокна. Среди распределений длины волокна исследуется случай идентичных волокон, случай экспоненциального, логарифмически-нормального и нормального (Гаусс) распределения.

THE DIMENSIONING OF SHIELDING WALLS AGAINST GAMMA RADIATION

L. TIHANYI

IPARTERV INDUSTRIAL AND AGRICULTURAL DESIGNING ENTERPRISE, BUDAPEST
RADIOLOGICAL SECTION

[Manuscript received June 19, 1961]

Instead of the Gammertsfelder tables serving for the dimensioning of shielding walls against gamma radiations, the author suggests a graphic method. The present paper gives a complex series of curves for 40 isotopes of different gamma radiations, by means of which the thickness of shielding walls made of lead, iron and concrete can be determined in a simple, quick and accurate way. Further diagrams serve for the determination of the thickness of shielding walls — against the radiation of Co 60 and Cs 137 isotopes — made of building materials selected at will (light and heavy bricks, light- and heavy-weight concrete, barite, limonite concretes, water etc.). The diagrams are suitable for determining layers of half-value, tenth value and equivalent value for lead, iron, concrete, in the case of the 40 given isotops and for building materials of any specific gravity, in the case of isotopes Co 60 — Cs 137. Finally other curves derived from the supplied complex series of curves, serve for the dimensioning to shield against radiation individual special equipments, such as containers, safes etc.

I. Introduction

The effect of radioactive radiations is harmful to living organism, therefore, while doing radioactive work protection must be sought for against the effect of radiations. This protection may take place partly by ensuring the proper distance, partly by cutting down to the shortest possible time the period of irradiation, and finally — (principally in the case of gamma radiation) — by employing absorbent layers, shielding walls to be set up in the path of the rays. The thickness of the shielding wall should be selected in such a way that it ensures the radiation from passing through the wall, which at the point to be protected, should not be responsible for a dosage rate exceeding the value determined by the sanitary authorities.

If the weekly permitted dose is N mröntgen, the number of working hours per week M hour, therefore, the permitted dosage rate is N/M mr/hour, then — in case of a monoenergetic disintegration, when as disintegration the radio-isotope emits one single photon of some E energy — the thickness of the wall to be placed between the point to be protected and the source of radiation, can be calculated on basis of the following relationship:

$$e^{\mu v} = R = \frac{I \cdot D}{A^2 \cdot N/M} .$$

The letters represent the following values: I is the isotope activity in mC, D is the specific dosage rate characteristic of the isotope, that is the dosage rate in mr/hours caused by 1 mC activity at a distance of 1 m, in one hour, A is the distance in m between the point to be protected and the source of radiation, N/M is the permitted dosage rate in mr/hours, R is the attenuation factor of the ray shielding wall of v cm thickness. Following the calculation of the R attenuation factor, the value of the required v thickness of the shielding wall can be read from the tables offered in the technical literature [1]. These tables supply the function of the radiation energy, the relationship between the R attenuation factor and the v shielding wall thickness, in respect to the various shielding materials against radiation (lead, iron, concrete, water) in the case of a broad beam of rays.

II. The complex method of dimensioning

If, however, the radioisotope emits gamma rays of energy $E_1, E_2, \ldots, E_n$ per disintegration, with abundances of $P_1, P_2, \ldots, P_n$ per disintegration, then the determination of the attenuation factor and of the required thickness of the shielding wall from same, respectively, is not a simple task any longer, since the calculated attenuation factor calls for different wall thicknesses for the different energies. The tabular method developed from the basic tables worked out by GAMMERTSFELDER, attempted to overcome this difficulty by taking for the single isotopes a weighed (effective) medium energy and a medium abundance based on estimation, and by calculating with these. Same, however, can theoretically supply an accurate value only with a certain shielding wall thickness, since wall thickness other than this will attenuate the radiations of a differing energy at a rate differing from the former. Therefore, the correct method would be when employing the tabular system, to assume a thickness determined in advance and then to determine for this wall thickness the dose rates caused by the individual integrating radiations of $E_1, E_2, \ldots, E_n$ energies and finally to effect corrections in one or two further steps by comparing their sum total with the permitted dose rates. This leads to an extremely lengthy procedure — particulary in the case of isotopes of rather complicated disintegration (e. g. J 131, Ir 192 etc.).

In order to eliminate such, a troublesome and extremely complicated process of calculation, the author has developed a calculation system that by a simple calculation permits, directly in a single step, even for isotopes of a rather complicated disintegration, the accurate determination of the thickness of the shielding wall, in the case of any desired activity, distance and permitted dose rate. This method of dimensioning, called the complex method, are described in the following.

In the case of isotopes of complex disintegration, every one of the gamma radiations of energy $E_1, E_2, \ldots, E_n$ and with abundances $p_1, p_2, \ldots, p_n$ per disintegration, will contribute at a corresponding rate — to the development of the resultant value of the N/M dose rate:

$$N/M = \frac{I \cdot p_1 \cdot D_1}{A^2 \cdot R_1} + \ldots + \frac{I \cdot p_n \cdot D_n}{A^2 \cdot R_n} =$$

$$= \frac{I}{A^2}\left[\frac{p_1 \cdot D_1}{R_1} + \ldots + \frac{p_n \cdot D_n}{R_n}\right].$$

The values of $p_i\, D_i$ can be found in the literature under reference ([1] under column K_i of the tables published on pages 88—121). By conversion of the dimension, $p_i\, D_i$ is equal to $0.1 \cdot K_i$. Through its substitution and the re-arrangement of the equation

$$\frac{A^2 \cdot N/M}{I} = 0.1\left[\frac{K_1}{R_1} + \frac{K_2}{R_2} + \ldots + \frac{K_n}{R_n}\right]$$

is obtained.

On the left-hand side of this equation are arranged the factors independent of the type of the isotope, the so-called working factors, such as the activity I, the permitted weekly dosage value N, the number of the weekly working hours M and the distance A between the source and the point to be protected. On the right-hand side appear the factors independent of the working conditions and related to the characteristics of the isotope only.

The members of the product on the left hand side are, as a rule, given in practice. If, therefore, the values of $f(K_n/R_n)$ of the right-hand side, are plotted on a curve for the single isotopes, for the different v shielding wall thicknesses, then by establishing the product

$$\frac{A^2 \cdot N/M}{I},$$

the shielding wall thickness corresponding to that value can be read directly from the curve of the isotope in question, even for isotopes of any complicated disintegration.

In a former paper [2] the author described the diagrams

$$v = f\left[\frac{A^2 \cdot N/M}{I}\right]$$

constructed by himself for lead, and gave examples as to its use and accuracy. Now the author has constructed the diagrams

$$v = f\left[\frac{A^2 \cdot N/M}{I}\right]$$

for iron and concrete as well for the most important gamma radiating isotopes (see Figures 1, 1*a*, 2, 2*a*, 3, 3*a*). From the tables containing the schemes of disintegration [1] the K_i dose constant values can be read one after the other for the E_i integrating gamma radiations of the isotope in question. For the purpose of determining the R_i values belonging to the individual part-radiations of E_i energy, auxiliary diagrams are needed. From the particulars supplied by literature [1] (pages 52—60) first the $R = f(v)$ diagram has been completed with E MeV parameter, then from same the second auxiliary diagram $R = f(E)$ with v parameter. From this second series of curves the values of the R_i attenuation factor can be read one after the other for any radiation of E_i energy with shielding wall thicknesses of $v = 1, 2, \ldots, 17$ cm.

With the above diagram available and the working factors A, N, M and I known, the determination of the thickness of the shielding wall against radiation, is effected by developing the value of the fraction

$$\frac{A^2 \cdot N/M}{I}$$

and projecting on the abscissa the intersection of the lines drawn on the ordinata at the height of this value and the curve of the isotope in question. The determination of the thickness of the shielding wall has thereby been reduced to a calculation of the numerical value of the above fraction and a reading from the complex curve, however complicated the disintegration scheme of the isotope may be.

The following examples will illustrate the use of the series of curves:

1. A lead shielding wall is to be planned against $I = 300$ mcuries of Co 60 isotope radiation, that will reduce the dose rate during $M = 20$ working hours per week at a distance of $A = 0.7$ m to $N = 10$ mr. With these

$$X = \frac{A^2 \cdot N/M}{I} = \frac{0.7^2 \cdot 10/20}{300} = 8.2 \cdot 10^{-4}.$$

The corresponding thickness of the lead wall obtained from the Co 60 curve of the series of curves in Fig. 1*b*, is $v = 13.2$ cm. If made of iron the wall thickness should be $v = 23.9$ cm (Fig. 2*b*).

2. What should the thickness of an iron container required for the transportation of 1 Curie J 131 be, if the dose rate at a distance of 1 m from the source of radiation, must not be greater than 10 mr/hour.

$$\frac{A^2\, N/M}{I} = \frac{1 \cdot 10}{1000} = 10^{-2}.$$

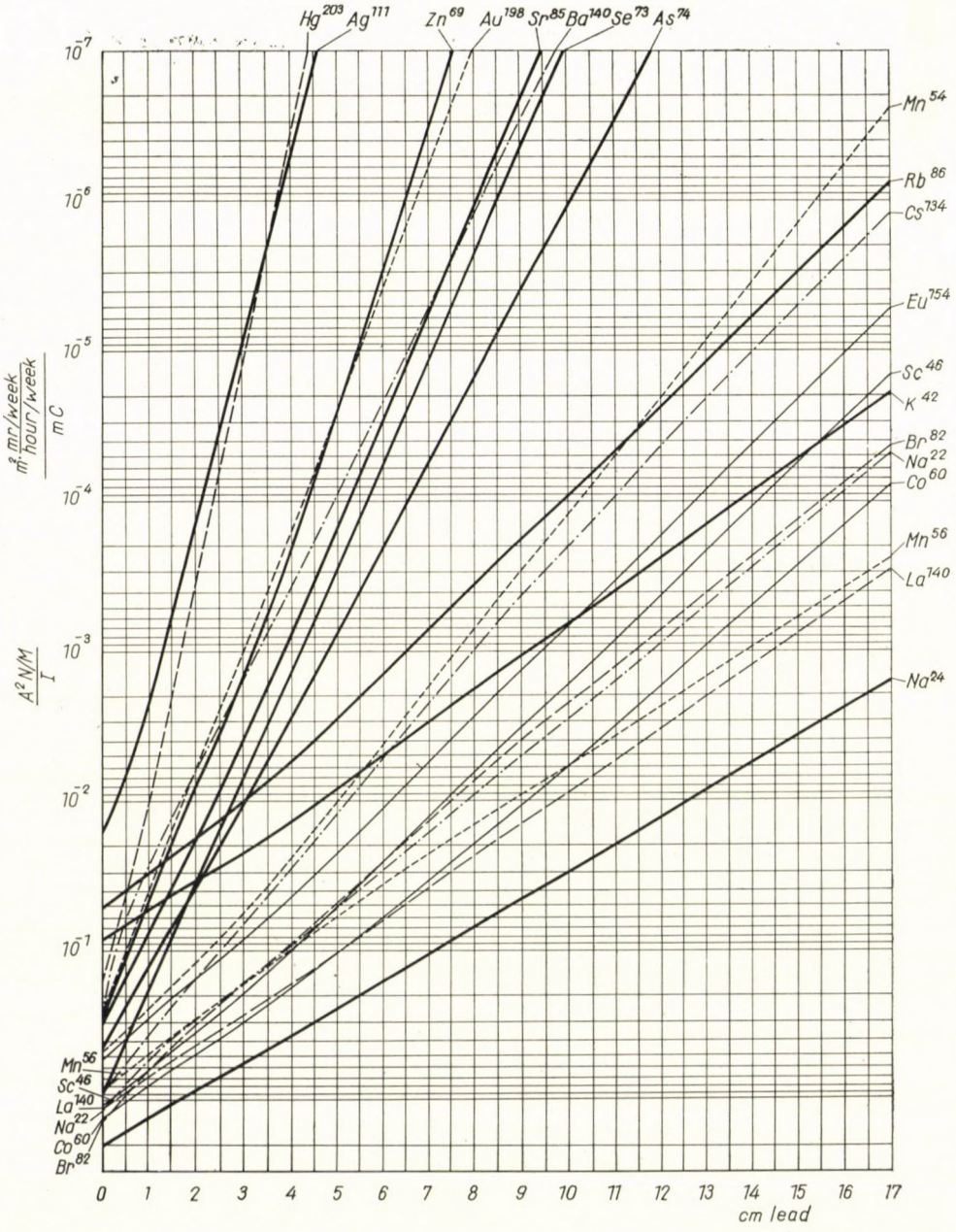

Hg203 Ag111 Zn69 Au198 Sr85 Ba140 Se73 As74
Mn54
Rb86
Cs134
Eu154
Sc46
K42
Br82
Na22
Co60
Mn56
La140
Na24
10-7
10-6
10-5
10-4
10-3
10-2
10-1
A²N/M / T
mr/week / mr/hour/week / mC
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
cm lead

Fig. 1a

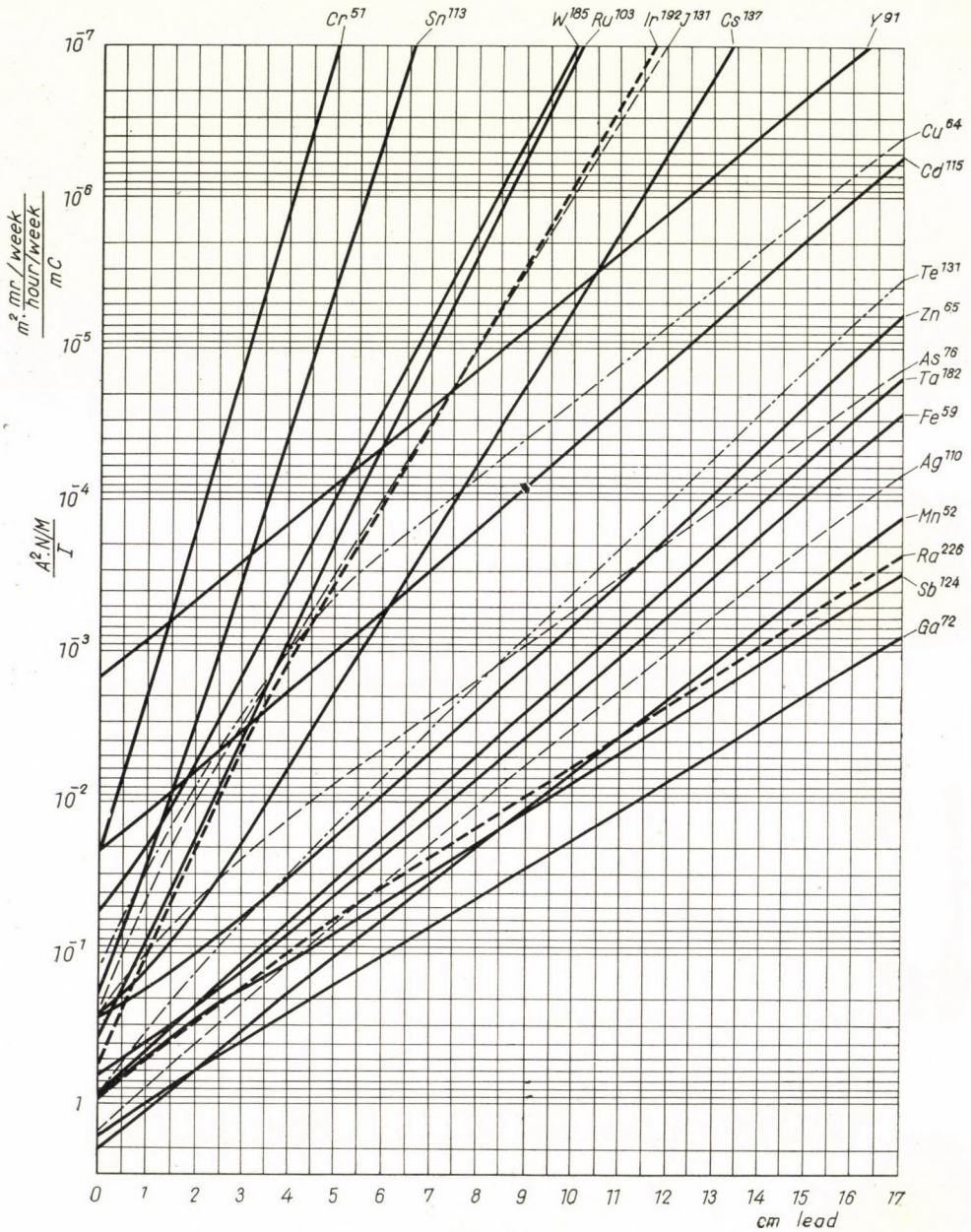

Cr 51
Sn 113
W 185
Ru 103
Ir 192
I 131
Cs 137
Y 91
Cu 64
Cd 115
Te 131
Zn 65
As 76
Ta 182
Fe 59
Ag 110
Mn 52
Ra 226
Sb 124
Ga 72
10^{-7}
10^{-6}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
1
$\frac{m^2 \cdot mr/week}{m \cdot hour/week}$ mC
$\frac{A^2 N/M}{I}$
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
cm lead

Fig. 1b

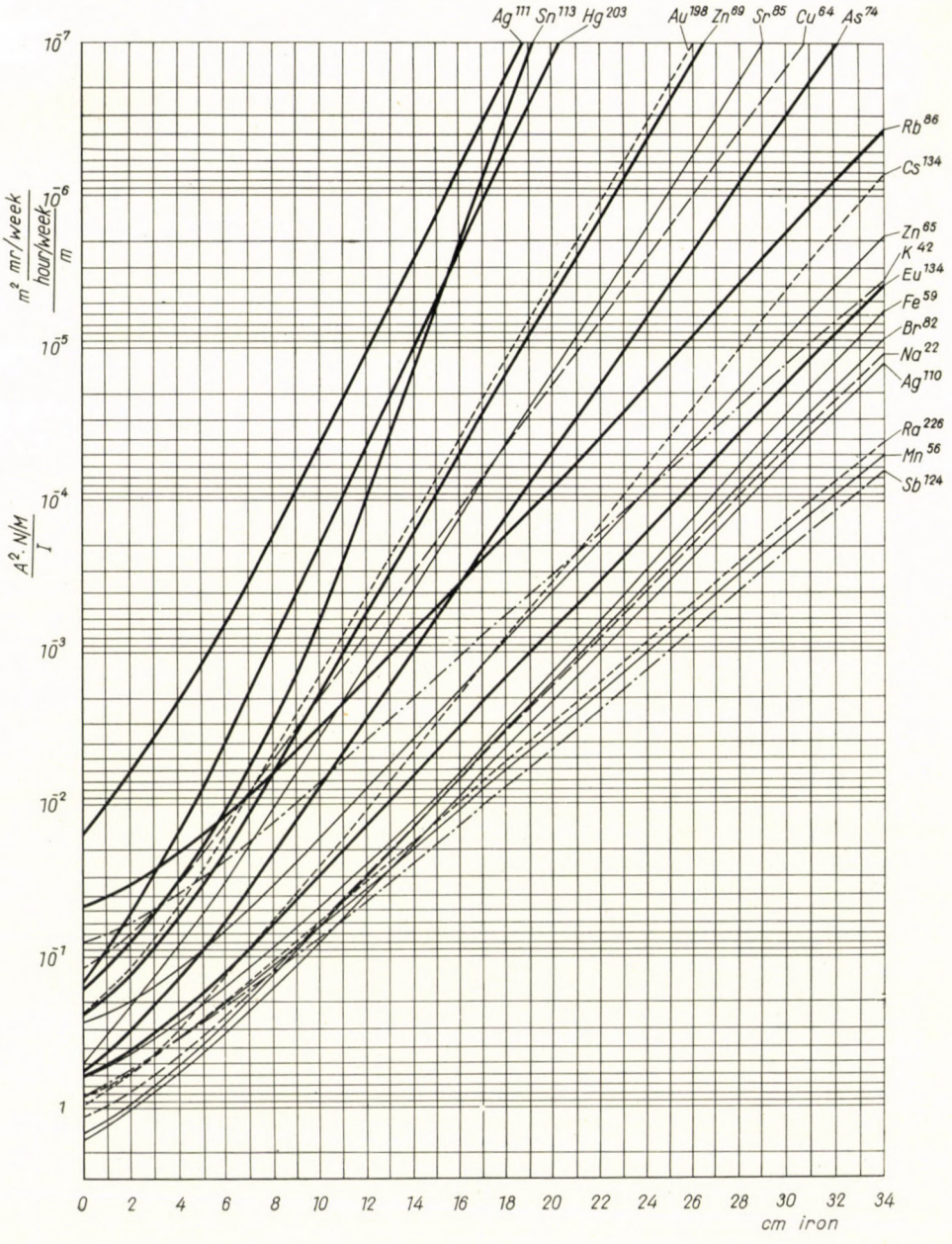

Ag 111
Sn 113
Hg 203
Au 198
Zn 69
Sr 85
Cu 64
As 74
Rb 86
Cs 134
Zn 65
K 42
Eu 134
Fe 59
Br 82
Na 22
Ag 110
Ra 226
Mn 56
Sb 124
10^7
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
10^1
1
m² mr/week / hour/week / m
A². N/M / I
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34
cm iron

Fig. 2a

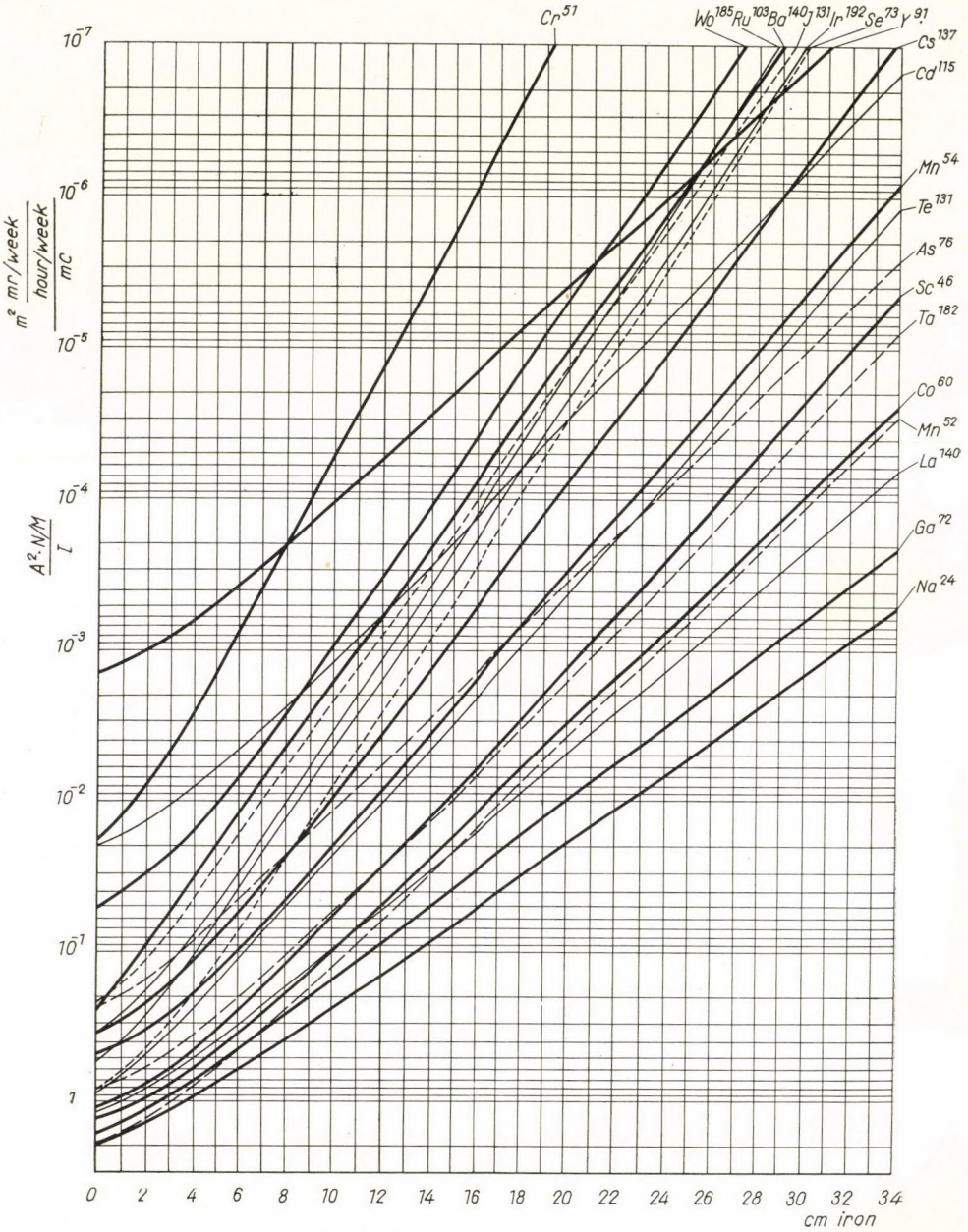

Cr 51
W 185
Ru 103
Ba 140
J 131
Ir 192
Se 73
Y 91
Cs 137
Cd 115
Mn 54
Te 131
As 76
Sc 46
Ta 182
Co 60
Mn 52
La 140
Ga 72
Na 24
10^{-7}
10^{-6}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
1
$\frac{A^2 \cdot N/M}{I}$
$\frac{m^2 \; mr/week}{hour/week} \; \frac{}{mC}$
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34
cm iron

Fig. 2b

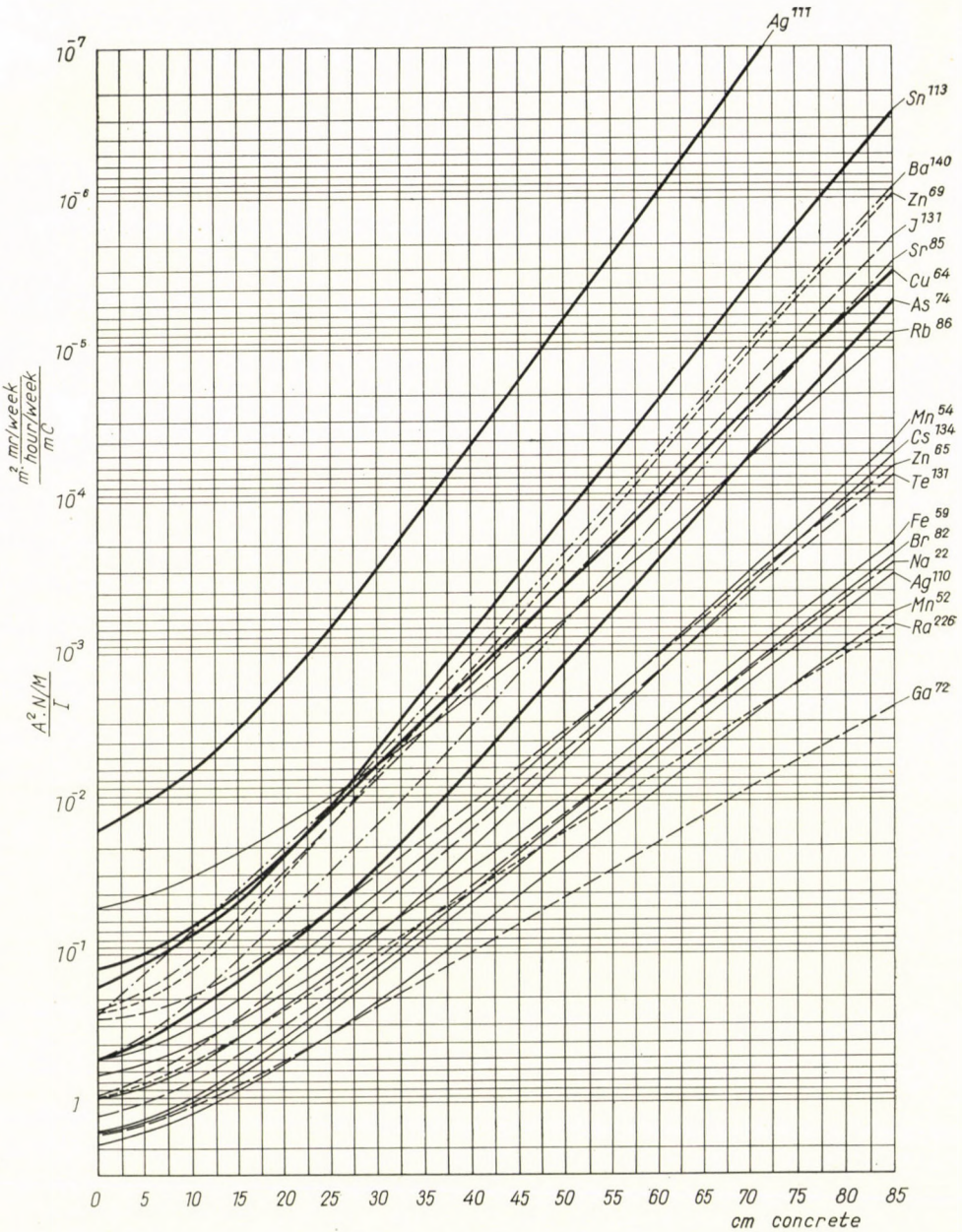

Ag 111
Sn 113
Ba 140
Zn 69
J 131
Sr 85
Cu 64
As 74
Rb 86
Mn 54
Cs 134
Zn 65
Te 131
Fe 59
Br 82
Na 22
Ag 110
Mn 52
Ra 226
Ga 72
10⁻⁷
10⁻⁶
10⁻⁵
10⁻⁴
10⁻³
10⁻²
10⁻¹
1
z² mr/week / m² hour/week / mC
A² N/M / I
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85
cm concrete

Fig. 3a

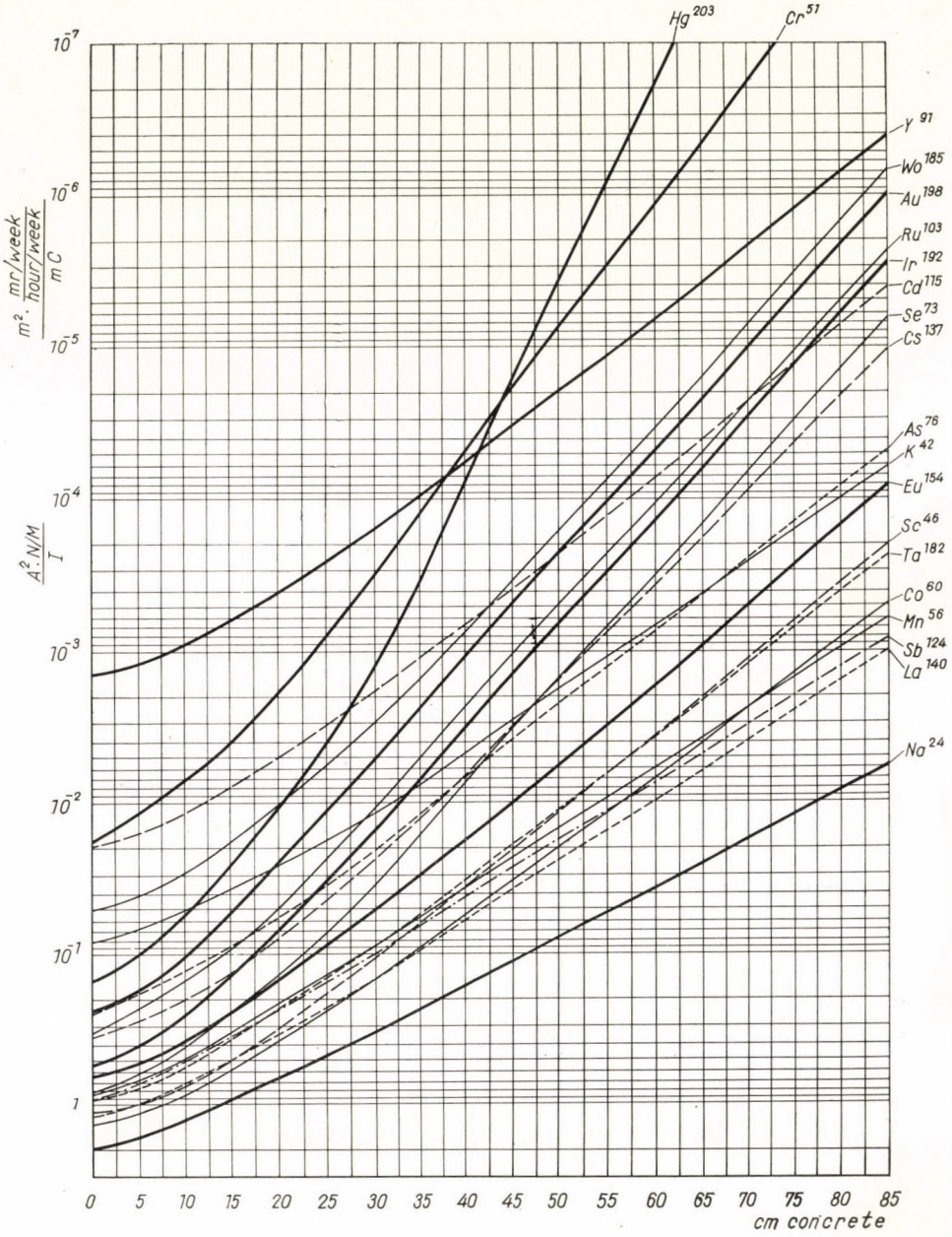

Hg 203
Cr 51
Y 91
Wo 185
Au 198
Ru 103
Ir 192
Cd 115
Se 73
Cs 137
As 76
K 42
Eu 154
Sc 46
Ta 182
Co 60
Mn 56
Sb 124
La 140
Na 24
10^{-7}
10^{-6}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
1
$\frac{m^2 \cdot \frac{mr/week}{hour/week}}{mC}$
$\frac{A^2 \cdot N/M}{I}$
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85
cm concrete

Fig. 3b

The wall thickness corresponding to the X value of the curve J 131 in Fig. 2*b*, is $v = 7.0$ cm. The wall thickness required for lead would be $v = 1.96$ cm (Fig. 1*b*).

3. There is a lead container of 4 cm wall thickness, the external diameter of which is 10 cm. What activity can be calculated for it from the isotopes Na 24, Fe 59 and Cs 137, if at a distance of 1 m from the external surface of the container, the dose rate must not be higher than 10 mr/hour.

$$A = 1.05 \text{ m}, \quad N/M = 10 \text{ mr/hour}, \quad A^2 \cdot N/M = 11 .$$

The values

$$X = \frac{A^2 \cdot N/M}{I}$$

with a lead wall thickness of $v = 4$ cm for the isotops in question can be read from the curve in Fig. 1 and 1*b*. The course of the calculation is shown in the following table:

$$\text{For Na 24} \quad X = 0.37, \quad \text{from this} \quad I = \frac{A^2 \cdot N/M}{X} = \frac{11}{0.37} = 30 \text{ mC} ;$$

$$\text{for Fe 59} \quad X = 0.074, \quad \text{from this} \quad I = \frac{A^2 \cdot N/M}{X} = \frac{11}{0.074} = 148 \text{ mC} ;$$

$$\text{for Cs 137} \quad X = 0.0058, \quad \text{from this} \quad I = \frac{A^2 \cdot N/M}{X} = \frac{11}{0.0058} = 1900 \text{ mC} .$$

The activity of isotopes to be delivered in an iron container of the same wall thickness, would be as follows (Fig. 2*a*, and 2*b*):

$$\text{For Na 24} \quad X = 0.9, \quad \text{from this} \quad I = \frac{11}{0.9} = 12 \text{ mC} ;$$

$$\text{for Fe 59} \quad X = 0.27, \quad \text{from this} \quad I = \frac{11}{0.27} = 41 \text{ mC} ;$$

$$\text{for Cs 137} \quad X = 0.115, \quad \text{from this} \quad I = \frac{11}{0.115} = 96 \text{ mC} .$$

4. How thick should the lead wall of a safe be to store isotopes Ag 110, K 42, J 131 or Au 198 of $I = 100$ mC activity, so that the dose rate at a distance of $A = 1$ m from the safe, should not be higher than $N/M = 0.3$ mr/hour:

$$X = \frac{A^2 \cdot N/M}{I} = \frac{1 \cdot 0.3}{100} = 3 \cdot 10^{-3} .$$

In Fig. 1*a* and 1*b* the horizontal line drawn for the ordinate $3 \cdot 10^{-3}$ will intersect the individual isotope graphs at the points, which projected on the abscissa will supply the required wall thicknesses. Accordingly:

For the storage of 100 mC Ag 110, required $v = 10.1$ cm;
for the storage of 100 mC K 42, required $v = 7.0$ cm;
for the storage of 100 mC J 131, required $v = 3.0$ cm;
for the storage of 100 mC Au 198, required $v = 2.6$ cm.

In case of an iron walled safe the required wall thicknesses are as follows (Fig. 2*a* and 2*b*):

For the storage of 100 mC Ag 110, required $v = 19.1$ cm;
for the storage of 100 mC K 42, required $v = 12.9$ cm;
for the storage of 100 mC J 131, required $v = 9.4$ cm;
for the storage of 100 mC Au 198, required $v = 8.8$ cm.

5. The radiation of 5 Curie Co 60 closed isotope source should be so shielded by an intermediate concrete wall with a specific gravity of 2.35 kg/dm^3, that at a distance of 3 m, the dose rate should not be higher than 100 mr in 36 hours weekly:

$$X = \frac{3^2 \cdot 100/36}{5000} = 5 \cdot 10^{-3} .$$

From the Co 60 curve in Fig. 3*b* a $v = 63$ cm concrete wall corresponds to this value.

The tabular method developed from the Gammertsfelder basic tables does not supply any separate tables for the case of shielding walls made of iron, or concrete, but assumes for the case of shielding walls made of a material other than lead, the multiplication by a so-called material factor of the wall thickness calculated for lead. In the case of iron and concrete this method introduces a further resultant error into the dimensioning, that will still further increase, the difference resulting because of the defect of the tabular method.

III. Complex series of curves for building materials of different specific gravities in the case of Co 60 and Cs 137 radiation sources

The protection against radiation in the case of rather high activity sources of radiation (industrial and medical radiation guns etc.) is ensured by various building materials such as barite-concrete, limonite-concrete, light concretes, heavy or lightweight bricks, pilings of earth etc. For the building of hot cells and equipment employed for other isotope laboratory purposes, the use of heavy concrete, further heavy lead glass, is also quite frequent. Therefore, it appears advisable to construct a diagram for the calculation of the protection against high activity sources of radiation, from which assuming the building material of a certain specific gravity (radiation shielding material) it is possible to compute with ease and rapidly the thickness of the shielding wall against radiation. In the following the author describes the two diagrams constructed by him for the two more important isotopes, namely the Co 60 and Cs 137 isotopes, serving as the radiation material of the large radiation guns, from which with the working particulars (A, N, M, I) available, the required thickness of the shielding wall of any building material can be quickly determined by an approximate accuracy.

Fig. 4 offers such a series of curves for the Co 60 isotope. In the diagram the shielding wall thickness in cm is plotted on the abscissa, while the X value to be computed from the working particulars (A, N, M, I) is plotted on the ordinata. In the case of isotope Co 60 the primary curve for the construction of the set of curves is formed by four graphs approximately linear. For lead, iron and concrete of 2.35 kg/dm^3 specific weight, the $v = f(X)$ values have been taken over from the complex curves described in the foregoing, while the fourth curve refers to water as a ray absorbing material, and this has been computed and plotted on basis of the complex method of dimensioning, from the attenuation factors depending in the energy and indicated for water in the above mentioned literature [1].

It is a known law that in the $0.4 \div 4$ MeV energy range the mass-absorption coefficient (the relation of the linear absorption coefficient and the specific gravity) for iron and materials weighing less than iron, is nearly identical. Therefore, by ranging the fields between the four primary curves, with the space-network divided by the specific gravity in inverse proportion, a set of curves is obtained, every single curve of which corresponds to a material of

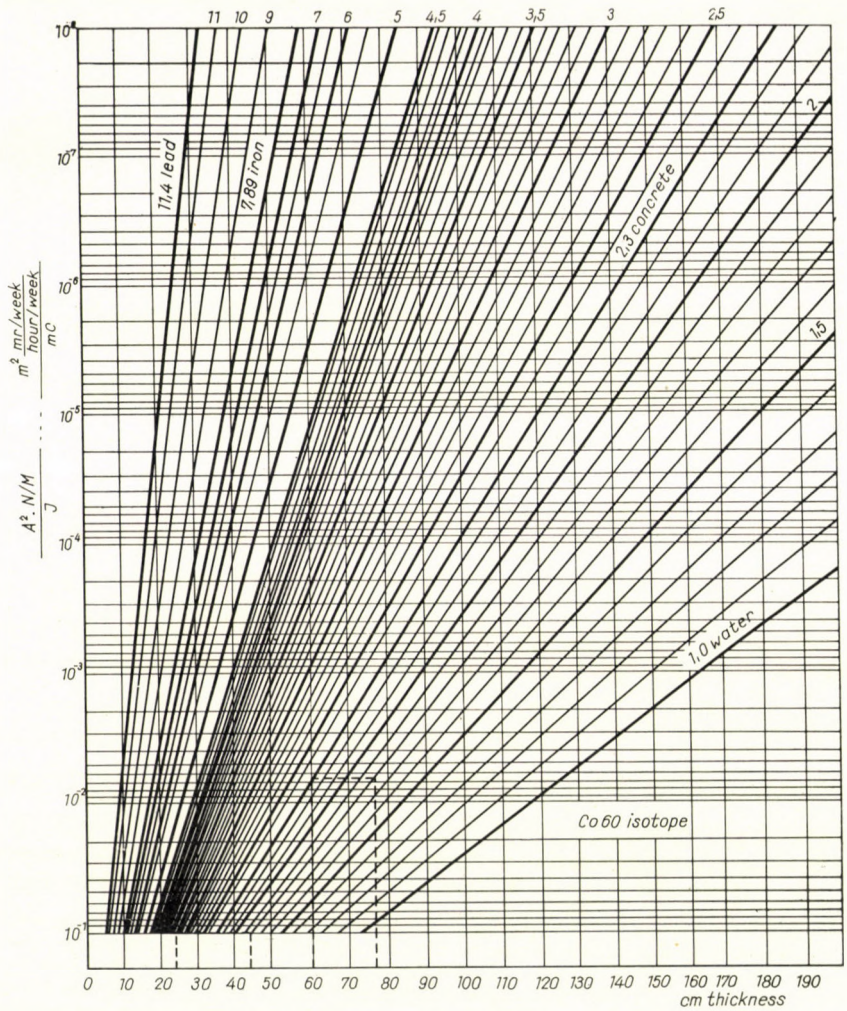


Fig. 4

defined specific gravity. In the same way the specific gravity of the material shielding against radiation as well as the working conditions (A, N, M, I) being known, the required thickness of the shielding layer can directly be read, from the series of curves.

The author has constructed using a similar method, a diagram similar to Fig. 4 also for the Cs 137 isotope, often employed as a source of radiation for radiographic purposes. This diagram is presented in Fig. 5. Such diagrams can also be constructed with the aid of the complex method for any other desired isotope.

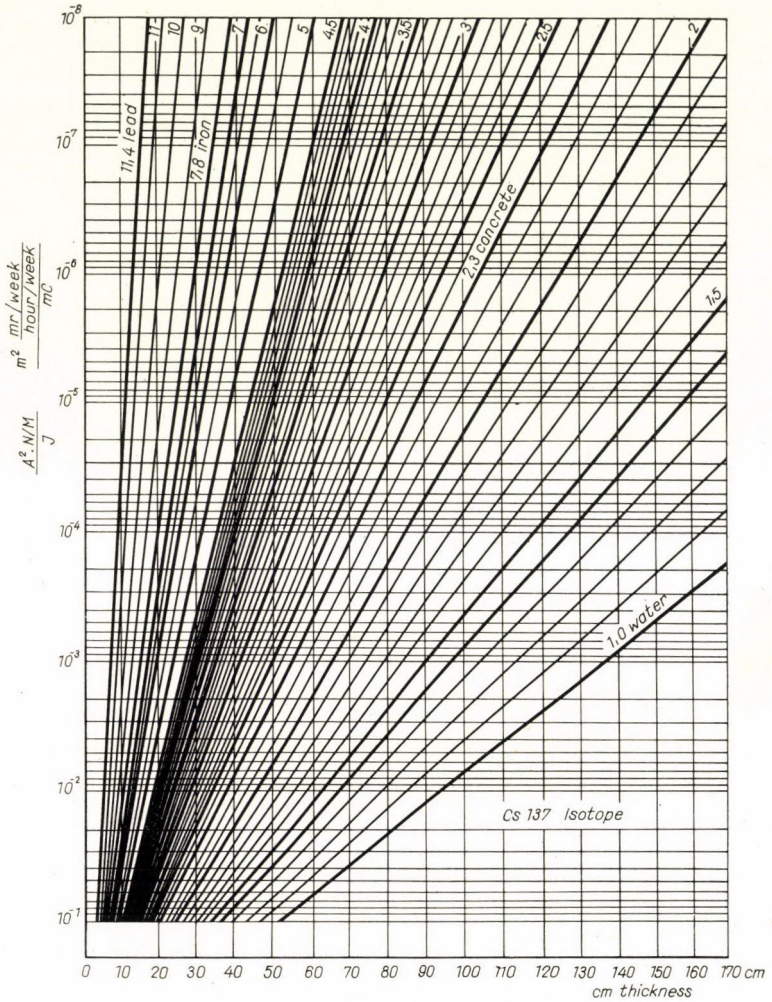


Fig. 5

The use of the diagrams are illustrated by examples.

1. The direct radiation of an isotope source, 10 Curie Co 60, should so be attenuated by a wall made of light bricks of a specific gravity of 1.5 kg/dm^3, that at a distance of $A = 6$ m from the source of radiation, the dose rate should be $N/M = 0.2$ m/hour

$$X = \frac{A^2 \cdot N/M}{I} = \frac{6^2 \cdot 0.2}{10\,000} = 7.2 \cdot 10^{-4}\,.$$

Intersecting the curve marked 1.5 by a horizontal corresponding to this, on the abscissa a brick wall thickness of $v = 121$ cm is obtained.

Under the same working conditions, of ordinary concrete with a specific gravity of 2.35 kg/dm^3, $v = 79$ cm, while of 3.2 kg/dm^3 specific gravity barite-concrete a wall thickness of $v = 58$ cm can be obtained.

2. A work container filled with 5 Curie Cs 137 isotope, is placed in the middle of an existing 4×4 m^2 room, built of heavy bricks (specific gravity = 1.8 kg/dm^3) of 38 cm thickness. The radiation at a distance of 0.5 m. outside the wall, has to be reduced to 0.5 mr/hour dose rate, in order to do this a 6 cm brick wall by the side of the existing brick wall is erected and the space between the two walls is filled with barite-mortar of 3.2 kg/dm^3 specific gravity. The thickness of the barite-mortar to be employed is to be calculated.

First, the protection against radiation for barite-mortar is to be computed. $A = 2 + 0.5 + 0.5 = 3$ m, $N/M = 0.5$ mr/hour, $I = 5000$ mC.

$$X = \frac{A^2 \cdot N/M}{I} = \frac{3^2 \cdot 0.5}{5000} = 9 \cdot 10^{-4} .$$

To this value corresponds from the curve marked 3.2 of the Fig. 5, $v = 39$ cm barite-mortar. In order to determine the barite wall equivalent to the existing $38 + 6 = 44$ cm brick wall with a specific gravity of 1.8 kg/dm^3, the procedure of projecting vertically the 44 cm distance onto the 1.8 specific gravity curve and from these horizontally onto the 3.2 curve has to be followed, then finally into the abscissa, where a barite-mortar thickness of $v = 22$ cm (plotted line) is obtained. Consequently from the point of view of protection against radiation the brick wall of 38 cm thickness, and of specific gravity 1.8 kg/dm^3, corresponds to the barite-mortar $v = 22$ cm thick, specific gravity 3.2 kg/dm^3; therefore the thickness of the barite-mortar to be applied in addition is $v = 39 - 22 = 17$ cm. It is to be observed that in our calculations the ray shielding capacity of the ordinary plastering have been taken approximately as identical with that of the lightweight brick.

In view of the fact that most of the large radiation sources are Co 60 or Cs 137 isotopes, furthermore, that also other large radiation sources are mostly calculated in Co 60 equivalent, the curves under Figs. 4 and 5, can be very well employed in the engineering practice for the quick and accurate dimensioning procedure (more accurate and quick than the time-wasting indirect dimensioning process). The higher accuracy makes it possible to employ a more real value of the so-called safety factor so far taken very high on account of the uncertainities of dimensioning, in consequence of which considerable savings can be obtained in the establishments for shielding against radiation. This refers to metals, and principally to the concrete walls, the additional strengthening of which is difficult in finished buildings.

IV. Half value layers, tenth value layers and equivalent layers

With the aid of the complex diagrams plotted in Figs. 1—5, several of the data required for radiological calculations can easily be determined and various tasks of planning — met in practice — can be accomplished. The following contains a short description of these.

The half and tenth value layers for lead, iron and concrete may simply and quickly be determined for any given isotope, with the aid of the complex curves. To do so two points on the curve, corresponding to twofold, fourfold, eigthfold etc. ordinata values should be projected onto the abscissa, where the projection corresponds to 1, 2 or 3 half-value layers.

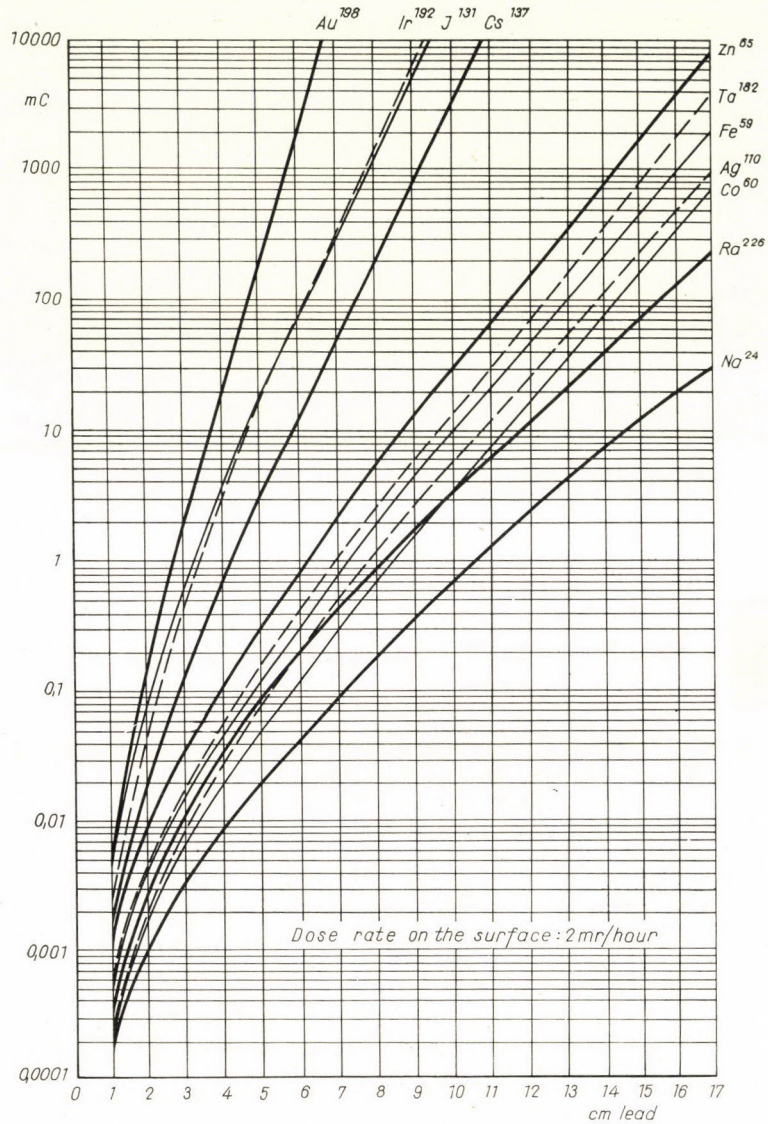


Fig. 6

1. How thick is the half-value layer for J 131 isotope in case of shielding by iron? By projecting the points 10^{-5} and $8 \cdot 10^{-5}$ of the J 131 curve of Fig. *2b*, onto the abscissa, the threefold half-value layer is 20.5 — 16.4 = 4.1 cm, that is, the half-value layer is $v_{1/2} = 4.1 : 3 = 1.37$ cm.

2. How thick is the half-value layer for Co 60 isotope in the case of lightweight brick of 1.6 kg/dm^3 specific gravity? By projecting the points 10^{-5} and $8 \cdot 10^{-5}$ of the Co 60 curve of Fig. 4, into the abscissa, the half-value layer is (170—142) : 3 = 9.3 cm.

3. Similarly to the foregoing examples the tenth value layer for Fe 59 isotope in case of lead shield, can be obtained by projecting the points 10^{-4} and 10^{-3} of the Fe 59 curve in Fig. *1b*, into the abscissa: $v_{1/10} = 14.9 - 11.15 = 3.75$ cm.

The thickness of a shielding wall — made of another shielding material — equivalent to the given thickness of some shielding material for a given isotope, is determined by comparing the wall thicknesses belonging to the same ordinates of the isotope curves for the two shielding materials.

4. The concrete wall thickness equivalent to 13 cm lead wall should be determined for Na 24 isotope. From the Na 24 curve of the Fig. 1*a*, the corresponding ordinata value for 13 cm wall thickness, is $X = 8.6 \cdot 10^{-3}$. From Fig. 3*b*, this ordinata yields the concrete wall thickness of 79.5 cm. Consequently the equivalent concrete thickness for lead and for Na 24 is $79.5 : 13 = 6.12$.

5. In case of Co 60 isotope, an ordinary concrete wall of 60 cm thickness (2.3 kg/dm^3) should be substituted by a heavy brick wall of 1.8 kg/dm^3 specific density. Projecting from the Fig. 4, the wall thickness of 60 cm, vertically upward onto the curve 2.3, hence horizontally onto the curve 1.8 then from there vertically onto the abscissa, we obtain a brick wall thickness equivalent to 76 cm.

Otherwise it follows from the somewhat curved nature of the graphs in the lower regions, that the half and tenth value and the equivalent layers respectively, slightly differ from one another with different wall thicknesses, that is at different activities, it is therefore always advisable to make the conversion for the case given in practice.

V. Diagrams for the dimensioning of isotope storage safes

Assuming one or more of the working factors A, N, M and I appearing in the relation $v = f(A, N, M, I)$ as constant, then the more simple relation $v = f(X)$ between the remaining working variant and the v thickness, can also be plotted graphically. The diagrams to be described in the following for the dimensioning of isotope storage safes may serve as good examples herefor. If the distance A and the permitted dose rate N/M are of a given value, then the direct relationship between the activity of the isotope to be stored and the thickness of the shielding wall of the safe, can be plotted in the $v = f(I)$ graph. Generally, the wall thickness of the safe serving for the storage of the gamma radiation isotopes should so be dimensioned that on the outer surface of the safe ($A = v$) the dose rate should not be higher than 2 mr/hour ($N/M = 2$ mr/hour). If, however, it is possible by an internal arrangement to ensure that no work place should be established in the neighbourhood of the safe (e. g. in case of a separate isotope storage chamber, or a firmly fastened table placed in front of the safe), then for dimensioning we can also employ the basic principle that in a distance of $A = 1$ m, the dose rate should be scarcely higher than the background radiation. (e. g. $N/M = 0.1$ mr/hour). In such cases the distance protection involving no expenditure, can be employed in the service of shielding against radiation.

The Figures 6—9 present for the more important gamma radiation isotopes, $v = f(I)$ diagrams completed on basis of the above two kinds of dimensioning principles, viz.:

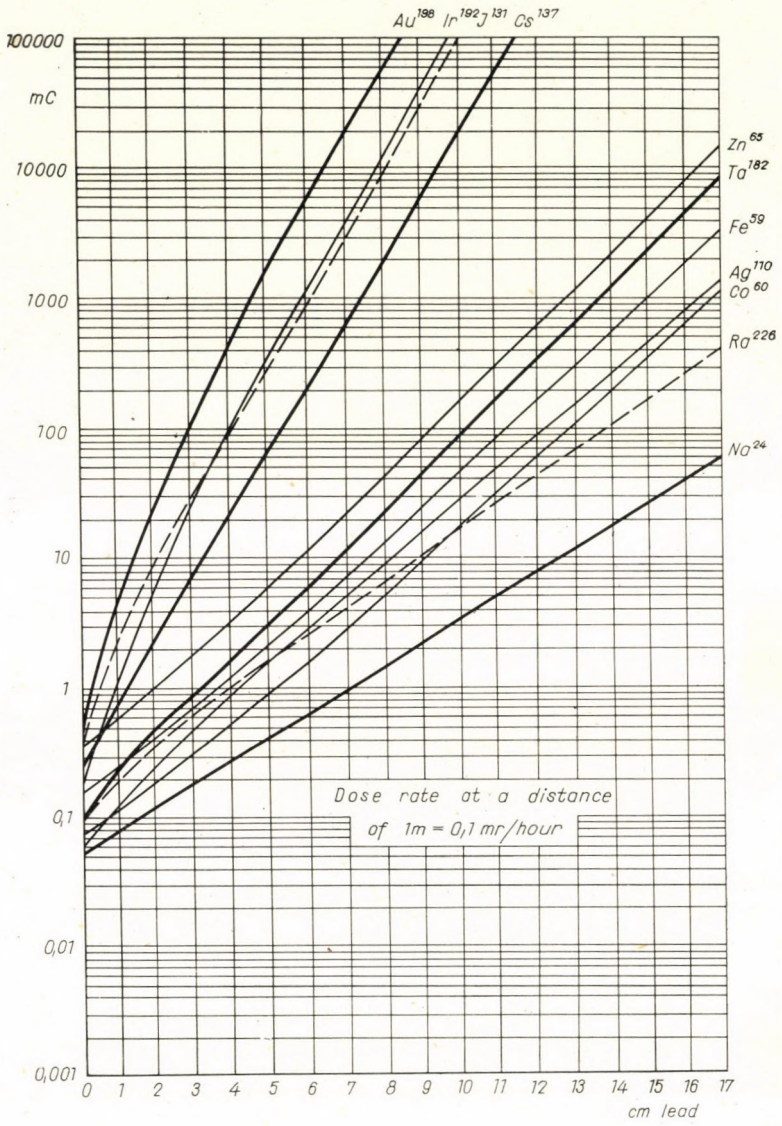


Fig. 7

the Fig. 6 for lead and a surface dose rate of 2 mr/hour,
the Fig. 7 for lead and a dose rate of 0.1 mr/hour at a distance of 1 m,
the Fig. 8 for iron and a surface dose rate of 2 mr/hour and
the Fig. 9 for iron and a dose rate of 0.1 mr/hour at a distance of 1 m.

It can be seen from the diagrams that the condition of surface 2 mr/hour is considerably more strict than the condition of 0.1 mr/hour permitted at a

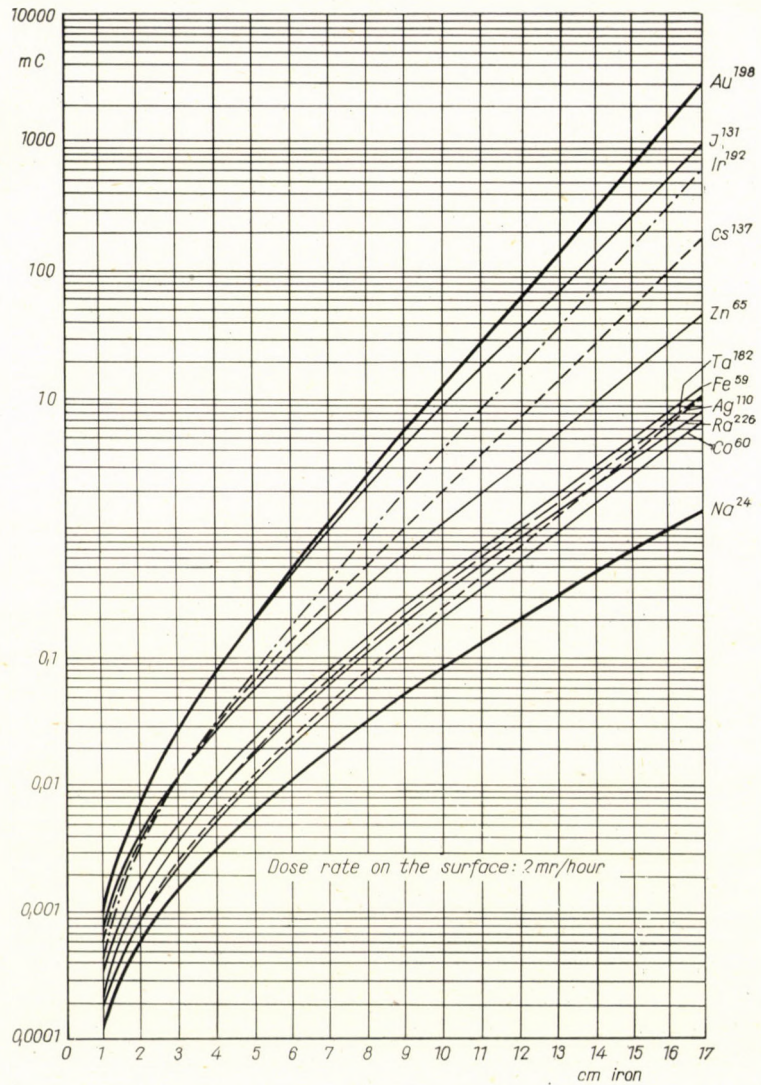


Fig. 8

distance of 1 m. The following examples serve for the application of the diagrams:

1. In a lead safe of 3 cm wall thickness, in the first case (Fig. 6) 0.55 mC J 131 isotope, in the second case (Fig. 7) 30 mC J 131 isotope can be stored; or otherwise for the storage of, for example, 100 mC J 131 isotope in the first case a lead safe having a 6.3 cm wall thickness, in the second case a 4.0 cm wall thickness is required.

2. In the case of a lead safe for the storage of 50 mC Fe 59, in the first case (Fig. 6) a wall thickness of 12.1 cm in the second case (Fig. 7) of 10.2 cm is required.

3. In a lead safe of a 4 cm wall thickness in the first case (Fig. 6) 20 mC of Au 198 isotope, in the second case (Fig. 7) 400 mC of Au 198 isotope can be stored. In the case of an

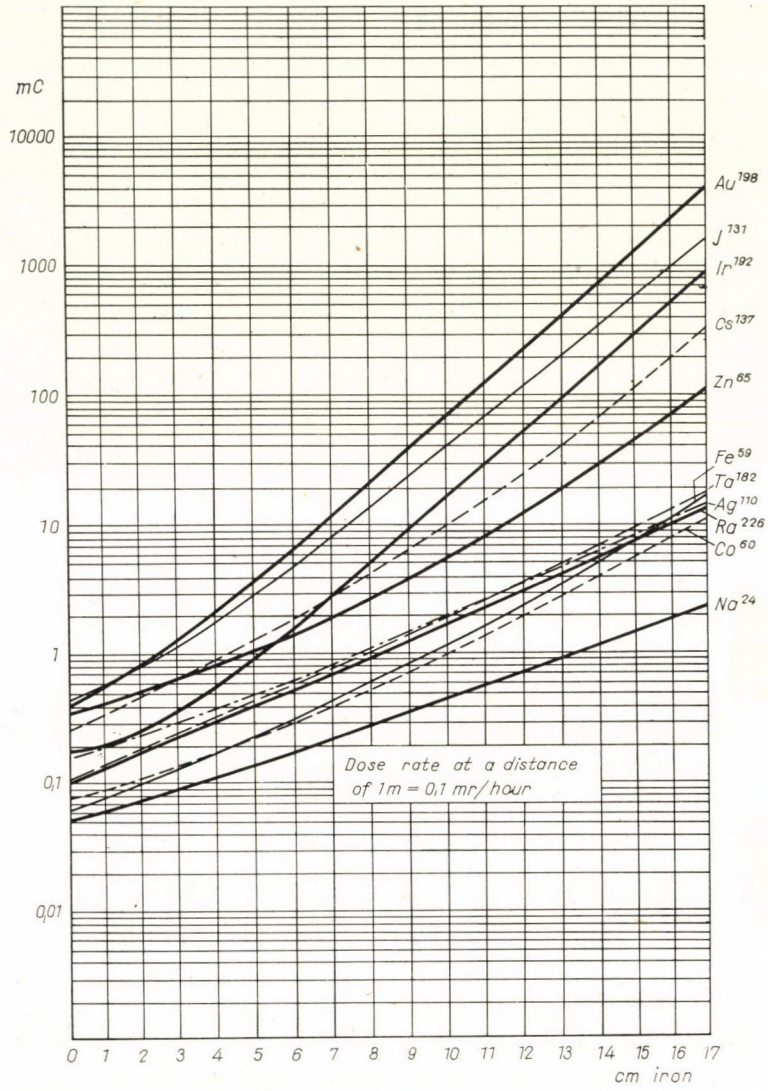


Fig. 9

iron safe of similarly 4 cm wall thickness, the quantities to be stored are 0.07 mC (Fig. 8) and 2.1 mC (Fig. 9), respectively.

Should the conditions of shielding againts radiation differ from the former ones, the Fig. 7 and 9 can be used by a simple conversion. Let us assume for instance, that the condition for shielding against radiation is at a distance of A cm N mr/hour permitted dose rate, then

a) in the case of a given wall thickness of v cm, instead of the activities I mC to be read from the Figures 7 and 9 respectively, approximating

activities of

$$I_x = I \cdot \left(\frac{A}{100}\right)^2 \cdot \frac{N}{0{,}1},$$

more accurately activities of

$$I_x = I \left(\frac{A+v}{100+v}\right)^2 \cdot \frac{N}{0.1} \text{ mC}$$

can be stored in the safe:

b) in the case of a given I activity, we obtain from the Fig. 7 and 9 the required wall thickness according to the activity values of

$$I_x = I \left(\frac{0.1}{\left(\frac{A}{100}\right)^2 \cdot N} \right)$$

or more accurately according to the values of

$$I_x = I \frac{0.1}{\left(\frac{A+v}{100+v}\right)^2 \cdot N} \text{ mC}.$$

With this conversion the curves in the Figures 7 and 9 can also be employed for the selection of the type of transport container suitable for the transportation of isotopes of a given kind and activity.

4. It is known, that in case of transporting isotopes by air in the Ist category packing the dose rate cannot be higher than 10 mr/hour, at a distance of 1 m calculated from the surface of the container. With this condition, for instance for the transportation of 10 Curies Cs 137, in the case of lead, a wall thickness of $v = 5.5$ cm read from the curve Cs 137 of the Fig. 6, is needed corresponding to the value of

$$I_x = I \cdot \frac{0.1}{10} = 0.1 \text{ C} = 100 \text{ mC}.$$

Thus of the existing container types the next one with a greater wall thickness, will be suitable for the transportation of the 10 C, Cs 137 isotope.

Consequently the curves can be employed for the rapid determination of the wall thickness and selection of the types respectively, of the transport container, in the case of transportation by air or also as desired under any other conditions of transportation.

VI. Dimensioning in case of activity supplied in mg Ra equivalent

The described complex curves may be employed for the dimensioning of shielding against radiation, also if the activity of the isotopes is supplied in units of mg Ra equivalent. In this case we merely have to divide the value of the activity I indicated in this way, and multiply, respectively, the factor

$$\frac{A^2 \cdot N/M}{I} \text{ by the factor } d = \frac{D}{8.4},$$

where D = the dose constant of the isotope in question, in r/h-mC-cm while 8.4 is the dose constant by the same scale, of 1 mg Ra226 which is in equilibrium with its decay products and is provided with a platinum filter of 0.5 mm thickness. It is advisable to record the value of d in the diagrams, after the names of the isotopes. In this way the diagrams may well be employed for calculations of shielding against radiation, in the case of values supplied either in mC or in mg Ra equivalent units.

The values of the d factor we are presenting in the table here below

Ra-equivalent factors [mg] *for the individual gamma radiation isotopes*

Isotope	d equiv. factor	Isotope	d equiv. factor
Na 22	1.45	Y 91	0.002
Na 24	2.26	Ru 103	0.41
K 42	0.1	Ag 110	1.83
Sc 46	1.32	Ag 111	0.018
Cr 51	0.02	Sn 113	0.2
Mn 52	2.25	Cd 115	0.4
Mn 54	0.58	Sb 124	1.07
Mn 56	1.0	Te 131	1.04
Fe 59	0.74	J 131	0.27
Co 60	1.57	Cs 134	1.06
Cu 64	0.14	Cs 137	0.42
Zn 65	0.34	Ba 140	0.16
Zn 69	0.29	La 140	1.43
Ga 72	1.91	Eu 154	0.74
Se 73	1.0	Ta 182	0.1
As 74	0.51	W 185	0.06
As 76	0.28	Ir 192	0.65
Br 82	1.84	Au 198	0.29
Sr 85	0.35	Hg 203	0.17
Rb 86	0.06	Ra 226	1.0

1. A shielding wall should so be designed against the radiation Cs 137 of $I = 100$ mg Ra equivalent, that at a distance of $A = 0.5$ m, the dose should not exceed the $N = 20$ mröntgen in $M = 5$ hours.

$$X = \frac{A^2 \cdot N \cdot d}{I \cdot M} = \frac{0.5^2 \cdot 20 \cdot 0.42}{100 \cdot 5} = 4.2 \cdot 10^{-3},$$

corresponding to an iron shield of $V = 11.5$ cm thickness, from the curve Cs 137 referring to iron.

REFERENCES

1. GUSSEW, N. G.: Leitfaden für Radioaktivität und Strahlenschutz. (The Guiding Principle for Radioactivity and Shielding Against Radiation.) VEB Verlag Technik, Berlin 1957.
2. TIHANYI, L.: The Dimensioning of Shielding Walls Against Gamma Radiation. *Acta Techn.* Hung. **21** (1958), Fasc. 3—4.

DIE DIMENSIONIERUNG VON SCHUTZWÄNDEN GEGEN GAMMASTRAHLUNG

L. TIHANYI

ZUSAMMENFASSUNG

Statt der zur Dimensionierung der Schutzwände gegen Gammastrahlung benützten Gammertsfelderschen Tabelle empfiehlt der Verfasser eine graphische Methode. Die Abhandlung veröffentlicht für 40 Gammastrahlung emittierende Isotope komplexe Kurvenscharen, mit derer Hilfe die Dicke der Schutzwände aus Blei, Eisen und Beton einfach, schnell und gemau berechnet werden kann. Weitere Diagramme dienen zur Bestimmung der Dicke der Schutzwänden gegen die Strahlung der Isotope Co 60 und Cs 137 für beliebige Baumaterialien (leichte, schwere Ziegel, leichte und schwere Betone, Betone aus Barit, Limonit, Hematit). Diese Diagramme sind zur Bestimmung von Halbwertsdicke, Zehntelwertdicke und Gleichwertdicke von Blei-, Eisen- und Betonschutzwänden geeignet für die 40 gegebenen Isotope und im Falle der Isotope Co 60 und Cs 137 für Baumaterialien von beliebigen Spezialgewichten. Endlich aus den publizierten Kurvenscharen derivierte andere Kurven dienen zur Berechnung gegen Strahlung von speziellen Einrichtungen, wie Behälter, Tresore.

LE CALCUL DES MURS DE PROTECTION CONTRE LES RAYONS GAMMA

L. TIHANYI

RÉSUMÉ

Au lieu des tableaux de Gammertsfelder utilisés pour le calcul des murs de protection contre les rayons gamma, l'auteur propose un procédé graphique. L'étude présente des familles complexes de courbes pour 40 isotopes émettant des rayons gamma, à l'aide desquelles l'épaisseur des murs de protection en plomb, fer et béton peut être calculée facilement, vite et d'une façon précise. D'autres diagrammes sont présentés pour le calcul de l'épaisseur des murs de protection contre les rayons des isotopes Co 60 et Cs 137, pour différents matériaux de construction (brique légère et lourde, bétons légers et lourds, béton à barite, à limonite, à hématite, etc. . . .). Ces diagrammes permettent de déterminer les épaisseurs de valeur dédoublée, décimée et équivalente pour le plomb, le fer et le béton, quand il s'agit des 40 isotopes donnés, et pour tous les matériaux de construction de poids spécifique quelconque en cas d'isotopes Co 60—Cs 137. Enfin d'autres courbes, dérivées des familles de courbes communiquées, servent au calcul de la protection contre les rayons de quelques installations spéciales, comme les containers et les coffres-forts à isotopes.

РАСЧЕТ ЗАЩИТНЫХ СТЕН ПРОТИВ ДЕЙСТВИЯ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЙ

Л. ТИХАНИ

РЕЗЮМЕ

Вместо таблицы Гаммерцфельдера для расчета защитных стен против действия гамма-излучений автор предлагает графический метод. В работе для 40 различных гамма-излучающих изотопов приводятся комплексные серии кривых, с помощью кото-

рых можно просто, быстро и точно определить толщину защитных стен из свинца, стали и бетона. Дальнейшие диаграммы служат для определения толщины защитных стен против гамма-излучений изотопов Co 60 и Cs 137 при использовании любых строительных материалов (легкий или тяжелый кирпич, легкие или тяжелые бетоны, баритные, лимонитные, гематитные бетоны и т. д.). Диаграммы подходят для определения толщин 1/2-интенсивности, 1/10-интенсивности и эквивалентности в случае данных 40 изотопов для свинца, стали, бетона и в случае изотопов Co 60 и Cs 137 для строительных материалов любого удельного веса. Наконец, другие кривые, выведенные из сообщенных серий кривых, служат для расчета лучевой защиты отдельных специальных устройств как, например, контейнеров, трезоров.

THE CORRECT DETERMINATION OF THE IRREGULARITY OF RANDOM PRODUCTS

M. ZILAHI

D. OF TECHN. SC.

RESEARCH INSTITUTE FOR THE TEXTILE INDUSTRY, BUDAPEST

[Manuscript received November 29, 1961]

As a result of the work which aims at improving quality, experimental results *superior* to the value of the irregularity of random products have recently been published in the literature.

The author has pointed out the reasons of this contradiction as well as its origin and has derived a relation for a practical formula of random irregularity to be used.

A comparison has been made to determine the value also theoretically (fineness variance)

$$\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} = 1 + v_{cx}^2$$

with values resulting from practical tests and it has been found that with the investigated hemp fibre products, the irregularity of the random products which could be computed theoretically showed a good approximation with the values obtained by measurements.

I. Introduction

When investigating the irregularity of slivers and yarns and studying some of the passages — the operation of the drawing frames, flyers and spinning machines — it was invariably the *irregularity of the random product* which was considered for comparison. It was the latter with which the actual irregularity of the product was compared.

The irregularity of a random product of given fineness and base material is the irregularity of a *product of random arrangement* with identical fineness and base material. This notion was first determined by SPENCER, SMITH and TODD [1]. The irregularity of the real product is invariably worse than the random irregularity and the ratio of the two values has become known as a characteristic for the quality of the product.

Some of the recently published results of research, however, on the above interpretation of the irregularity of random products have been doubted.

ROHS, OTTO and FUNDER [2] for instance, who were investigating linen and hemp slivers, found that the irregularity of the weights of the medium lengths of products obtained in the course of the experiments not only *reached*, but in fact, *exceeded* the irregularity of random products which had been deter-

mined by the authors with reference to the calculations of SPENCER, SMITH and TODD and by means of the well-known BRENY and OLERUP formula.

A similary striking result was found by RAWA and JANOWSKA [3]. They studied flax yarns and in the case of a flax yarn of N° 13 count they found that *the Huberty index was lower than unity*, i. e. the yarn was better than the random irregularity between the weights of short and long lengths.

The above results which are rather contradictory to the ideas we have had up till now require some explanation. According to ROHS, OTTO and FUNDER [2] the explanation of this contradiction is to be found in the fundamental error which is supposed to have been committed in the "British research results". RAWA and JANOWSKA [3] do not even consider this aspect and are content to state that in this respect the quality of flax yarns are more closely related to worsted yarns.

In the followings we should like to give an explanation for the *contradictory values* obtained in the course of the aforesaid research works and intend to show a practically acceptable definition of the value of random irregularity.

II. The irregularity of random products and its different expressions

SPENCER, SMITH and TODD [1] were the first to recognize the irregularity of random products and took into consideration not only the *randomness* of *the number of fibres* but also the increased irregularity resulting from the *non-uniformity in the fineness* of the fibres.

In accordance with the definition of SPENCER, SMITH and TODD the square of the coefficient of variation expressing the irregularity of the cross section of a product made of fibres of different fineness and having a random arrangement, is the following:

$$v^2 = \frac{\int_0^{l_{max}} f_N(l)\, l\, [F(l)]^2\, dl}{\left[\int_0^{l_{max}} f_N(l)\, l\, F(l)\, dl\right]^2}, \qquad (1)$$

$f_N(l)$ the frequency of the fibre ends of the fibre group of l length in a product of unit length,
$F(l)$ the cross sectional area of the fibre of l length,
v the cross sectional coefficient of variation of the random product,
l fibre length,
l_{max} maximum fibre length.

In this formula, the fibre frequency has been marked with $f_N(l)$ instead of the customary symbol of $f(l)$, for according to the interpretation of the usual nor-

malized frequency

$$\int_0^{l_{max}} f(l)\,dl = 1\,, \qquad \text{whereas} \qquad \int_0^{l_{max}} f_N(l)\,dl = N\,, \tag{2}$$

where N the total of the fibre ends to be found in a unit product length.

Based on the above theoretical considerations of SPENCER, SMITH and TODD have succeeded in developing a formula which is suitable for practical purposes as well.

Investigating the relations of the frequency of length groups as well as those between the length and cross section of flax fibres, they found that the square root expression

$$F(l) = k\ \sqrt{l} \tag{3}$$

characterizes the relation of fibre cross section and fibre length with a quite good approximation.

Relying on LIENAU [4] they determined the length distribution of repeatedly and random by broken fibres on the basis of theoretical considerations by means of the expression

$$f_N(l) = \frac{1}{l}\,N \cdot \exp\left(-\frac{l}{\bar{l}}\right), \tag{4}$$

where $\bar{l}$ mean fibre length.

The distribution under (4) is not justified unless the shortening of the fibre length is of fair extent, i. e. if $\bar{l}$ is $\ll L$ original. According to their measurements, the distribution of (4) had shown a good approximation with the distribution of length in the case of hackled flax fibres and tows.

Employing the above two relations, (3) and (4), SPENCER, SMITH and TODD have also derived a practical formula, for flax slivers and roves. They have calculated with a *fibre density* of 1.5 g/cm^3

$$CV = 0.905\sqrt{AY}, \tag{5}$$

CV the percentual coefficient of variance of the random product,
A the mean cross sectional area of the fibre in 10^{-5} cm^2 units,
Y the count of the slivers in yard/oz units.

MARTINDALE's results [5] were published later than those of SPENCER, SMITH and TODD. His formula is:

$$v^2 = \frac{1 + v_c^2}{n}\,, \tag{6}$$

v_c the coefficient of variation of the fibre fineness,
n the avarage number of fibres in the cross section of the product.

This formula, however, is one that should be commented on. Deriving relation (1) SPENCER, SMITH and TODD have quadratically summed up the variances of the number of fibres in the cross section of the products consisting of fibres of different length. This was justified the more as the length groups can be regarded as being indepent of each another. However when MARTINDALE was deriving his formula (6), he added the variance of the fibre fineness to the variance of the number of fibers in the product.

Justifying the quadratic summation, he explains that "the number of fibres in the local cross section and the distribution of the fibre fineness are qualities entirely independent of each other," and that there is no correlation between them.

This motivation which is obvious also after the inspection of his model, is supported by the fact that on investigating some thin spots of the product — in this case a yarn — it was found that at these spots the distribution from the point of wiev of fibre fineness was random.

MARTINDALE fails, however, to throw light on the question *which of the variances* is v_c — i. e. the variance of the fibre fineness in his (6) formula? Is it the variance of the fibre fineness as calculated on the basis of the frequency of the number of fibres, or is it the variance computed according to the length biassed frequency?

Though it seems to be obvious from the discussion that in the above formula v_c represents the variance of the *fibre length biassed* fineness, to be referred, to from now on as v_{cx}, this fact is omitted from the author's original work. This omission — as will be shown — has given way to some erroneous conclusions. Instead of (6), the correct expression is

$$v^2 = \frac{1 + v_{cx}^2}{n} . \tag{6a}$$

The recognition of the irregularity of random products was made in connection with flax products. Also BANDYOPADHAY [6] studied this problem in relation to jute products. He *simplified* the (1) formula of SPENCER, SMITH and TODD as far as the form is concerned. The contents of his simplified expression is unaltered:

$$v^2 = \frac{\bar{c}_w}{C} , \tag{7}$$

c_w the *weight biassed* average of the fibre fineness,
C the count of the product (both in direct systems).

Theoretical considerations on the irregularity of random products were considerably advanced by PICARD [7] who, beside the irregularities resulting from

random fibre distribution and cross sectional variance, had also taken the irregularity along the fibre length into consideration and had thus obtained the following result as to the sectional variance of the product:

$$v^2 = \frac{\bar{c}}{C}\left[1 + r_{w,c}\, v_w\, v_c + \frac{\bar{i}}{\bar{c}}\,(1 + r_{w,i}\, v_w\, v_i)\right], \tag{8}$$

C mean value of the fibre fineness,
v_c the coefficient of variation of fibre fineness.
v_w the coefficient of variation of the fibre weight,
$r_{w,c}$ the coefficient of correlation of fibre weight and fibre fineness,
$i = v_f^2 c$ index of irregularity,
c fibre fineness,
v_f the coefficient of variation of the fibre fineness along the fibre length,
$\bar{i}$ mean value of the index of irregularity,
v_i the coefficient of variation of the index of irregularity,
$r_{w,i}$ the coefficient of correlation between the fibre weight and the index of irregularity.

PICARD's expression is more illuminative than (1) and (7) since it includes also the irregularity along the fibre length in the form of the 3. member, within the bracket.

The results achieved so far were completed by VAN DEN ABEELE [8] who, on defining the irregularity of random products, did not fail to take into consideration the fact that the cross section of the product is never capable of recahing an unlimited thickness, and even its extreme values can but be a few times larger than the average cross section. Considering the limitations of the maximum cross section and assuming a BERNOUILLI distribution of the number of fibres instead of a POISSON distribution, he obtained the following result as to the variance of the fibre distribution:

$$v_n^2 = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{n}{n_{\max}}\right), \tag{9}$$

$n_{\max}$ the upper limit of the cross sectional number of fibres,
v_n the coefficient of variation of the cross sectional number of fibres.

In his derivation he considered the distribution of the number of fibres and neglected the irregularity in fibre fineness. Thus, the bracket sections of his expression can be regarded as the correction factors of expressions (1), (6) and (7) only.

Finally, we have to point out that for the investigation of wool products it is the expression of HUBERTY [9] which has become popular. This, however, is restricted to irregularities caused by the number of fibres:

$$v_n^2 = \frac{1}{n}\,. \tag{10}$$

III. Relation between the different expressions of the irregularity of random products

The identical meaning of the formulae (7) by BANDYOPADHAY [6] and (6a) by MARTINDALE and (1) by SPENCER, SMITH and TODD can be proved in an obvious way. These formulae differ in form only. Thus,

$$v^2 = \frac{\int_0^{l_{max}} f_N(l)\, l\, [F(l)]^2\, dl}{\left[\int_0^{l_{max}} f_N(l)\, l\, F(l)\, dl\right]^2} \equiv \frac{1 + v_{cx}^2}{n} \equiv \frac{\bar{c}_w}{C} . \tag{11}$$

However, the reason of the *erroneous statements* referred to in the introduction, must be sought for to a certain extend in the erroneous interpretation effected in the course of the identification of the above formulae.

In his summarization MONFORTS [10] points out, in connection with MARTINDALE's formula (6a) that it holds in the case only when fibre length and fibre fineness are independent variables ("variables aleatoires independantes"). If this were so, it would have been unreasonable of MONFORTS to have employed MARTINDALE's formula, he should have calculated both the average fineness and the variance of the fineness biassed with the length, and to have thereby considered not an *unbiassed* but *a cross sectional* fineness average and variance. If, namely, fineness and fibre length are variables independent of each other and there is no correlation between them, the length biassed and unbiassed mean values and variances are the same, i. e. *in this case*:

$$\bar{c} = \bar{c}_x \tag{12}$$

and

$$v_c = v_{cx} ,$$

$\bar{c}_x$ the length biassed average fibre fineness (cross sectional average).

This statement of MONFORTS is, however, erroneous. MARTINDALE's formula holds in the case, too, when the correlation between the fibre length and the fibre fineness is of any value. In practice, it is just this type of case we encounter the most. MARTINDALE's considerations contain, namely, no restriction of this type; the only thing he excludes, is the correlation between the local cross sectional number of fibres and the fibre fineness.

The most satisfactory handling of the problem, however, has been made by PICARD [7] who in his formula (8), employs no correlation restriction, at all.

It is very interesting, on the other hand, that PICARD [7] failed to recognize the fact that except for the case of the variance of fineness along the fibre, i. e. in the case $\bar{i} = 0$, his formula (8) was fully identical with that (6a)

of MARTINDALE, or in other words that

$$\frac{1 + v_{cx}^2}{n} \equiv \frac{\bar{c}}{C}(1 + r_{w,c}\, v_w\, v_c). \tag{13}$$

The only thing PICARD proves and states is, that MARTINDALE's formula is *only then* identical with his, if there is no correlation between the fibre length and the fibre fineness, i. e. if

$$r_{c,l} = 0. \tag{14}$$

In contradiction to the above statement it can be readily proved that *both formulae are identical regardless of any correlation.* The correctness of (11) and (13) is shown in the Appendix.

IV. The general formula of random irregularity

1. As to the practical application of the expressions discussed in the preceding chapters, it is true that the formulae of SPENCER, SMITH and TODD (1), MARTINDALE (6a) and BANDYOPADHAY (7) are identical as far as their contents in concerned, but

a) SPENCER, SMITH and TODD's formula can only be used in the case when the relations between fibre fineness and fibre length as well as the length distribution are known, i. e. it is applicable first of all in the bust fibre industry;

b) MARTINDALE's formula requires the calculation of the variance (v_{cx});

c) in BANDYOPADHAY's formula only the weight biassed average of the fibre fineness (c_w) has to be computed.

2. The $1 - n/n_{\max}$ factor in VAN DEN ABEELE's formula must be taken into consideration by all means. Should this factor be omitted this would mean that the possibility of an infinitely thick cross section's occurrence in the random product be maintained. Thus, the irregularity of the random product would be based on the complete POISSON distribution, whereas the cross section has actually an *upperlimit* as a result of the properties of the machines. On the other hand, the extremely thick samples of defective product which may still occur, will never be subjected to laboratory tests; they will to be discarded as production wastes.

Thus, if the irregularity of random products is regarded as an object to be achieved, the target must not be set at too high a level, nor at a too low one, as a result of *some erroneous ideas.* In other words, this means, that VAN DEN ABEELE's correction should not be neglected.

3. In PICARD's formula (8) there is the additive factor of

$$\frac{\bar{i}}{\bar{c}}(1 + r_{w,i}\, v_n\, v_i)$$

which is the additive factor of the irregularity prevailing along the fibre.

Irregularity along the fibre is a characteristic of hackled and drawn fibres — in the first place — a feature of hemp fibres — but cotton fibres, too, exhibit an uneven thickness.

This is the reason why the irregularity along the fibre must also be considered. It is not practical, however, from the point of view of calculation methods, to employ PICARD's complete formula, because while only one weighted average is sufficient to calculate the basic random irregularity (c_w) on basis of (7), the application of PICARD's formula (8) involves the calculation of a coefficient of correlation (r_w, c) as well as that of two variances (v_c v_w), meaning that considerably more calculation work is required in order to obtain the same result.

Taking all the above aspects into consideration let us start from PICARD's formula (8) in order to determine the irregularity of random products:

$$v^2 = \frac{\bar{c}}{C}\left[1 + r_{w,c}\, v_w\, v_c + \frac{\bar{i}}{\bar{c}}\,(1 + r_{w,i}\, v_w\, v_i)\right]. \tag{15}$$

It can be proved in an elementary way that

$$\bar{i}(1 + r_{w,i}\, v_w\, v_c) = \bar{i}_w\,, \tag{16}$$

where i_w the weight biassed average of the fiber irregularity index i.

According to the evidence of the Appendix,

$$\frac{\bar{c}}{C}\,(1 + r_{w,c}\, v_w\, v_c) \equiv \frac{\bar{c}_w}{C}\,. \tag{17}$$

VAN DEN ABEELE's correction factor expressed with the fineness of the product and the fiber respectively, will show that

$$1 - \frac{n}{n_{\max}} = 1 - \frac{C}{C_{\max}}\,, \tag{17}$$

where $C_{\max}$ the maximum fineness of the product.

Substituting relations (16) and (17) into (15) and taking (18) into consideration,

$$v^2 = \frac{\bar{c}}{C}\left(\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}} + \frac{\bar{i}_w}{\bar{c}}\right)\left(1 - \frac{C}{C_{\max}}\right). \tag{19}$$

Multiplying the right side of (19) with $\bar{c}_x/C_x$ and since $C/\bar{c}_x = n$,

$$\boxed{v^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} + \frac{\bar{i}_w}{\bar{c}_x}\right)\left(1 - \frac{C}{C_{\max}}\right)}. \tag{20}$$

The relation expressing percentual irregularity in a direct way is

$$CV[\%] = 100\, v = \frac{100}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} + \frac{\bar{i}_w}{\bar{c}_x}} \sqrt{1 - \frac{C}{C_{\max}}}. \tag{21}$$

V. The application of the formula

In the course of one of the practical applications, — on the investigation of the operation of a hemp drawframe — the irregularity of the random product had to be determined.

The ratio $\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x}$ of the average finenesses, having been included in expression (20) as a result of the above reasoning, can be determined in two ways. Partly from the actual characteristics of the sample investigated, and partly by means of the theoretical relations suggested by SPENCER, SMITH and TODD [relations (3) and (4)].

On basis of calculations not specified here, the *theoretical value* resulting from the relations (3) and (4) for fibre products:

$$\sqrt{\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} + \sqrt{1 + v_{cx}^2}} = \sqrt{\frac{32}{9\pi}} = 1.064. \tag{22}$$

It should be pointed out, however, that this value holds for random fibre shortenings only and cannot, therefore, be used at the decomposition of fibres into elementary fibre cells as performed with wet spinning.

The quantitative sample of the sliver in question was studied with the methods elaborated by DISCHKA [11].

The data relating to 10 758 fibres of the sample having been decomposed into length groups are indicated by Table I.

The weighted average of the fibre fineness:

$$\bar{c}_x = \frac{\sum \frac{w_i}{l_i n_i} n_i l_i}{\sum n_i l_i} = \frac{\sum w_i}{\sum n_i l_i}.$$

The weight biassed average of the fibre fineness:

$$\bar{c}_w = \frac{\sum \frac{w_i}{l_i n_i} n_i \frac{w_i}{n_i}}{\sum \frac{w_i}{n_i} n_i} = \frac{\sum \frac{w_i^2}{l_i n_i}}{\sum w_i},$$

w_i total weight of the i-length group,
n_i number of fibres in the i-length group.

Table I

Group length, l_i [cm]	Number of fibres, n_i	Group weight, w_i [mg]	Group fineness, c [tex]	$n_i' l_i$	$w_i^2/l_i n_i$
1—5	4676	406	2.9	14028	11.75
5—10	1754	371.5	2.8	13155	10.49
10—15	1182	488	3.3	14775	16.12
15—20	941	628	3.8	16467	23.95
20—25	749	855.5	5.1	16852	43.43
25—30	612	935	5.5	16830	51.94
30—35	337	699	6.4	10952	44.61
35—40	219	669	8.1	8212	54.50
40—45	105	391	8.8	4462	34.26
45—50	91	341	7.9	4322	26.90
50—55	50	259	9.9	2625	25.56
55—60	25	123.5	8.6	1437	10.61
60—65	8	51	10.2	500	5.20
65—70	3	19	9.4	202	1.78
85—90	6	18.5	3.54	525	0.65

$l = 11.42$ cm, $\Sigma n_i = 10\,758$, $\Sigma w_i = 6255$ mg, $\Sigma n_i l_i = 125\,344$,

$$\Sigma' \frac{w_i^2}{n_i l_i} = 361.75.$$

Applying the test data:

$$\bar{c}_x = \frac{6255}{125344} \left[\frac{\text{mg}}{\text{cm}}\right] = 4.09 \text{ tex},$$

$$\bar{c}_w = \frac{361.75}{6255} \left[\frac{\text{mg}}{\text{cm}}\right] = 5.78 \text{ tex}.$$

hence

$$\sqrt{\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x}} = 1.076.$$

In the same way, from the fibre fineness test of hemp slivers — taking the data of 2835 fibres — we obtained

$$\sqrt{\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x}} = 1.075.$$

Thus, without considering the irregularity along the fibre (i_w) and the correction according to VAN DEN ABEELE, the irregularity of the random pro-

duct of bast fibres was obtained from (21) and (22) *theoretically*

$$CV_{\text{limit}} = \frac{106}{\sqrt{n}},$$

from *measurements* of the fibre fineness

$$CV_{\text{limit}} = \frac{107.6}{\sqrt{n}} \quad \text{and} \quad \frac{107.5}{\sqrt{n}}.$$

It is obvious on the basis of what has now been said that ROHS [2] and RAWA [3] who had based their calculations on

$$CV_{\text{limit}} = \frac{130}{\sqrt{n}}, \tag{23}$$

came to the conclusion that the irregularity of their products was *better* than the irregularity of the random product.

The erroneous value of (23) must be due to PICARD's work (7) who having transformed his formula by employing the theoretical relations of SPENCER, SMITH and TODD (3), (4) referring to flax fibres, got the result:

$$CV = 100 \sqrt{\frac{16}{3\pi}} \sqrt{\frac{\bar{c}}{C}} = 130 \sqrt{\frac{\bar{c}}{C}}. \tag{24}$$

However, we cannot calculate with $\sqrt{1/n}$ instead of $\sqrt{\bar{c}/C}$ because $\bar{c}$ is not a length biassed average, but and unbiassed one and therefore on the basis of (3) and (4) it can be proved in this case that

$$\frac{\bar{c}_x}{\bar{c}} = \frac{3}{2},$$

hence

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \bar{c}_x.$$

Thus, instead of $130/\sqrt{n}$ the correct theoretical value is

$$CV = 100 \sqrt{\frac{16}{3\pi}} \sqrt{\frac{\bar{c}}{C}} = 100 \sqrt{\frac{16}{3\pi}} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\bar{c}_x}{C}} = 100 \sqrt{\frac{32}{9\pi}} \sqrt{\frac{1}{n}} = \frac{106}{\sqrt{n}}.$$

Appendix

Proof of the identities

$$v^2 \equiv \frac{\bar{c}_w}{C} \equiv \frac{1 + v_{cx}^2}{n} \equiv \frac{\bar{c}}{C}(1 + r_{w,c}\, v_w\, v_c) \equiv \frac{\int_0^{l_{max}} f_N F^2\, l\, dl}{\left[\int_0^{l_{max}} f_N\, lF\, dl\right]^2} \,. \tag{1'}$$

1. Starting out from the formula of SPENCER, SMITH and TODD, and since

$$w = l\gamma,$$

$$c = F\gamma\,,$$

where γ the fibre density is assumed to be constant

$$v^2 = \frac{\int_0^{l_{max}} f_N\, lF^2\, dl}{\left[\int_0^{l_{max}} f_N\, lF\, dl\right]^2} = \frac{\int_0^{l_{max}} f_N\, wc\, dl}{\left[\int_0^{l_{max}} f_N\, w\, dl\right]^2} = \frac{\bar{c}_w}{\int_0^{l_{max}} f_N\, w\, dl}\,,$$

but

$$\int_0^{l_{max}} f_N\, w\, dl = C\,,$$

since f_N is the frequency of the number of fibres of l length in a product of unit length. Thus the first identity sign was confirmed in (1').

2. On the basis of the definitions

$$v^2 = \frac{\bar{c}_w}{C} = \frac{\int_0^{l_{max}} f_N\, cl\, cdl}{C\int_0^{l_{max}} f_N\, cl\, dl} \,. \tag{2'}$$

It is known that

$$\overline{x^2} = (\bar{x})^2 + \sigma_x^2\,,$$

where σ_x is the variance of x, hence

$$\frac{\int_0^{l_{max}} f_N\, lc^2\, dl}{\int_0^{l_{max}} f_N\, l\, dl} = \overline{c_x^2} = (\bar{c}_x)^2 + \sigma_{cx}^2\,,$$

where σ_{cx} is the variance calculated from length biassed distribution of the fineness, i. e. from the cross sectional fineness,

hence

$$(\bar{c}_x)^2 + \sigma_{cx}^2 = (\bar{c}_x)^2 (1 + v_{cx}^2)$$

and as

$$\int_0^{l_{max}} f_N\, l\, dl = n\,, \quad \text{as well as} \quad \int_0^{l_{max}} f_N\, lc\, dl = C$$

substituting the,

$$v^2 = \frac{(\bar{c}_x)^2 (1 + v_{cx}^2)\, n}{C^2} ,$$

but

$$\frac{\overline{c_x^2}}{C^2} = \frac{1}{n^2} ,$$

hence

$$v^2 = \frac{1 + v_{cx}^2}{n} \tag{3'}$$

Thus we have confirmed the second indentity sign under (1').

3. It is known that

$$\overline{xy} = \bar{x}\bar{y}\,(1 + r_{x,y}\, v_x\, v_y) ,$$

hence

$$\overline{cw} = \bar{c}\,\bar{w}\,(1 + r_{c,w}\, v_c\, v_w) ,$$

thus

$$\int_0^{l_{max}} f\,cw\,dl = \int_0^{l_{max}} f\,w\,dl \cdot \int_0^{l_{max}} fc\,dl\,(1 + r_{c,w}\, v_c\, v_w) ,$$

hence

$$\frac{\int_0^{l_{max}} fcw\,dl}{\int_0^{l_{max}} f\,w\,dl} = \int_0^{l_{max}} fc\,dl \cdot (1 + r_{c,w}\, v_c\, v_w) ,$$

thus

$$\bar{c}_w = \bar{c}\,(1 + r_{w,c}\, v_w\, v_c) .$$

We have, therefore, also confirmed the third identity sign under (1'). The first expression, on the other hand, was the starting point of the above calculations.

REFERENCES

1. SPENCER—SMITH—TODD: *Journal Royal Stat. Society* (1941), 131.
2. ROHS—OTTO—FUNDER: *Textil Praxis* (1961), 883 and (1961), 983.
3. RAWA—JANOWSKA: *Praca Inst. Przem. Wlok. Luk.* Roc. VIII. Warszawa.
4. LIENAU: *Journal of the Franklin Institute* (1936), 221.
5. MARTINDALE: *JTI* (1945), 36. T. 35.
6. BANDYOPADHAY: *TRJ* (1960), 10. 782.
7. PICARD: *JTI* (1951), T. 503.
8. VAN DEN ABEELE: *JTI* (1951), 42, 162.
9. HUBERTY: *Techn. Com. Proc.* Paris, 1947.
10. MONFORTS: Aspect. scient. de l'ind. lanière. Paris. (1960), 90.
11. DISCHKA: Háncsrostok objektív minősítő vizsgálata. (Objective qualitative testing of bast fibres.) *TKI* (1952).

DIE RICHTIGE ERMITTLUNG DER GRENZUNGLEICHMÄSSIGKEIT VON SPINNEREIPRODUKTEN

M. ZILAHI

ZUSAMMENFASSUNG

In letzterer Zeit wurden in der Fachliteratur — zum Teil als Folge der Ergebnisse von Arbeiten, die die Verbesserung der Qualität anstrebten — *bessere* Versuchsergebnisse als der Wert der Grenzungleichmäßigkeit beschrieben.

Im vorliegenden Aufsatz wird auf den Grund bzw. den Ursprung dieses Widerspruches hingewiesen, und es wird für die auch in der Praxis anwendbare, zweckmäßige Formel der Grenzungleichmäßigkeit eine Beziehung abgeleitet.

Es wird der auch auf prinzipieller Grundlage bestimmbare Wert (Feinheitsvarianz)

$$\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} = 1 + v_{cx}^2$$

mit den aus den praktischen Prüfungen stammenden Werten verglichen, wobei es festgestellt wird, daß bei den aus der untersuchten Hanffaser hergestellten Produkten die auf prinzipieller Grundlage ermittelbare Grenzungleichmäßigkeit mit den Meßwerten gut übereinstimmt

LA DÉTERMINATION CORRECTE DE LA LIMITE D'IRRÉGULARITÉ DES PRODUITS DE FILATURE

M. ZILAHI

RÉSUMÉ

A la suite des travaux d'amélioration de la qualité, des résultats expérimentaux *supérieurs* à la valeur de la limite d'irrégularité ont été publiés ces derniers temps dans la littérature.

L'auteur expose la cause et l'origine de cette contradiction, et déduit une relation pour la formule de la limite d'irrégularité, bien applicable dans la pratique.

Il compare le valeur

$$\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} = 1 + v_{cx}^2$$

(variance de finesse) pouvant être aussi déterminée par voie théorique, à des valeurs obtenues par des essais pratiques, et constate que, sur les produits en fibres de chanvre qui ont été examinés, la limite d'inégalité théoriquement calculée montre une bonne concordance avec les valeurs fournies par les mesures.

ПРАВИЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПРОДУКТА ПРЯДИЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

М. ЗИЛАХИ

РЕЗЮМЕ

За последнее время, отчасти в результате работы, направленной на улучшение качества, в технической литературе были опубликованы экспериментальные данные, превосходящие значение граничной неровноты.

Автор указывает на причины этих противоречий, на их источник и выводит соотношение для целесообразной, применимой в практике формулы граничной неровноты.

Дается сравнение значения

$$\frac{\bar{c}_w}{\bar{c}_x} = 1 + v_{cx}^2,$$

которое можно определить также и на теоретической основе (тонкостная вариантность), и значений, полученных при практических исследованиях, и устанавливается, что исследованный продукт из конопляного волокна имеет замеренное значение граничной неровноты, хорошо совпадающее с теоретически рассчитанным.

SOLUTION OF THE TORSION OF BEAMS IN TERMS OF TCHEBYCHEFF POLYNOMIALS

S. K. LAKSHMANA RAO
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, REGIONAL ENGINEERING COLLEGE, WARANGAL (A. P.), INDIA

[Manuscript received August 21, 1962]

For solving the torsional problem of prismatic bars, it is sufficient to find a function expressed in terms of Tchebycheff polynomials, a level line of which coincides with the contour of the cross section. The author shows that the solutions in closed form, given by P. CSONKA for cross sections limited by hyperbolic arcs and by straight lines comply with this condition.

The classical problem of torsion of prismatical bars has been studied at great length and there is a wide literature (cf. [1], [2]) on this topic. Solutions were found for various forms of boundary and special techniques were employed to discuss specific problems.

In this note we consider the torsion of beams for which the solutions can be put in a closed form in terms of Tchebycheff polynomials. As a matter of fact M. M. ABBASSI [3] has already obtained solutions in terms of these polynomials when the cross section is an ellipse or a circle with a notch or a cardioid or an equilateral triangle. The procedure adopted in [3] is clear, and one can examine it further if there are any other sections which also permit the solution of the torsion problem in terms of these polynomials. It is however important to realize that this procedure has limited applicability, and hence it is necessary to examine the conditions when the solutions can be thus expressed. We shall see below that *the necessary and sufficient condition for the solution of the torsion in terms of Tchebycheff polynomials in that one of the level lines of the Prandtl stress function shall be a curve similar to the boundary of the cross section.* We also observe that the solutions in closed form recently obtained by P. CSONKA [5] belong to the present class of solutions.

If ψ denotes the Prandtl stress function, the solution of torsion problem of a beam, consists in the solution of the Poisson equation

$$\Delta^2 \psi = -2 \text{ in } R \tag{1}$$

under the boundary condition

$$\psi = 0 \text{ on } C, \tag{2}$$

the region of the cross section being R, and C the curve bounding it. The

stress components at a point of R are

$$\tau_{zx} = \mu a \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \tau_{zy} = -\mu a \frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{3}$$

μ being the modulus of rigidity and a the twist per unit length.

If r, Θ are plane polar co-ordinates, equation (1) is

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right)\Psi = -2, \tag{4}$$

and a solution of this equation can easily written in the form

$$\Psi = -\frac{1}{2}r^2 + A_0 + B_0\theta + (C_0 + D_0\theta)\ln r + \\ + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{A_n r^n + B_n r^{-n}) T_n(\cos\theta) + (C_n r^n + D_n r^{-n}) U_n(\cos\theta)\right\}, \tag{5}$$

A_n, B_n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ being arbitrary constants. If the equation for the bounding contour of a region can be expressed in the form

$$-\frac{1}{2}r^2 + A_0 + B_0\theta + (C_0 + D_0\theta)\ln r + \\ + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{(A_n r^n + B_n r^{-n})\cos n\theta + (C_n r^n + D_n r^{-n})\sin n\theta\right\} = 0, \tag{6}$$

the expression for Ψ in (5) satisfies differential equation (1) as well as boundary condition (2). Since the solution is unique under those conditions, we may conclude that (5) does provide the required solution.

On comparing relations (5) and (6) we see that this method for the solution of torsion in terms of Tchebycheff polynomials can be successfully used only when the Prandtl stress function ψ is equal, apart from a constant factor, to the function appearing in the equation of the bounding contour. In this case the boundary curve of the section coincides with one of the level lines of the stress function. Thus it is of interest to determine the class of sections for which one of the level lines ψ-const. is similar to the bounding curve. This has indeed been investigated by L. LEIBENSON [4], but his conclusions are not easily available.

Recently P. CSONKA [5] has given the solution of the torsion problem in closed form for sections bounded by hyperbolic arcs and straigth lines or by hyperbolic arcs. It can easily be checked that all these belong to the present class.

1. *Region bounded by one hyperbolic arc* (eccentricity = 2/53) *and a straight line perpendicular to the transverse axis*

The equation to the bounding curve is

$$(x^2 - 3y^2 - a^2)(x - b) = 0\,, \quad b > a \tag{7}$$

This can be written in the form

$$-\frac{1}{2}r^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{a^2}{2b}r\,T_1(\cos\theta) + r^2\,T_2(\cos\theta) - \\ - \frac{1}{2b}r^3\,T_3(\cos\theta) = 0\,, \tag{8}$$

and the stress function for this region is

$$\Psi = -\frac{1}{2}r^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{a^2}{2b}r\,T_1(\cos\theta) + \\ + r^2\,T_2(\cos\theta) - \frac{1}{2b}r^3\,T_3(\cos\theta)\,. \tag{9}$$

2. *Region bounded by arcs of two hyperbolas of eccentricities* $\sqrt{(4 + 2\sqrt{2})}$ *and* $\sqrt{(4 - 2\sqrt{2})}$

The region is bounded by the curve with the equation

$$\left(x^2 - \frac{y^2}{3 - 2\sqrt{2}} - a^2\right)\left(x^2 - \frac{y^2}{3 - 2\sqrt{2}} - b^2\right) = 0\,, \tag{10}$$

and this can also be written in the form

$$-\frac{1}{2}r^2 - \frac{a^2 b^2}{2(a^2 + b^2) - 2\sqrt{2}(a^2 - b^2)} - \\ - \frac{\sqrt{2}(a^2 - b^2) - 2(a^2 + b^2)}{2(a^2 + b^2) - 2\sqrt{2}(a^2 - b^2)}\,r^2\,T_2(\cos\theta) - \\ - \frac{1}{2(a^2 + b^2) - 2\sqrt{2}(a^2 - b^2)}\,r^4\,T_4(\cos\theta) = 0\,, \tag{11}$$

so that the stress function in this case is

$$\Psi = -\frac{1}{2}r^2 + A_0 + A_2\,r^2\,T_2(\cos\vartheta) + A_4\,r^4\,T_4(\cos\vartheta)\,, \tag{12}$$

with the values A_0, A_2, A_4 defined in (11).

3. *Region bounded by one hyperbolic arc of eccentricity* $\sqrt{(4+2\sqrt{2})}$ *and two straight lines of slopes* $\pm\sqrt{(3-2\sqrt{2})}$

The equation of the bounding curve is

$$\left(x^2 - \frac{y^2}{3+2\sqrt{2}} - a^2\right)\left(x^2 - \frac{y^2}{3-2\sqrt{2}}\right) = 0 \tag{13}$$

which is the same as

$$-\frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}r^2 T_2(\cos\theta) - \frac{\sqrt{2}-1}{2}\frac{1}{a^2}r^4 T_4(\cos\theta) = 0\,, \tag{14}$$

and so the stress function in this case is

$$\Psi = -\frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}r^2 T_2(\cos\theta) - \frac{\sqrt{2}-1}{2a^2}r^4 T_4(\cos\theta)\,. \tag{15}$$

4. *Region bounded by arcs of two hyperbolic arcs*

On changing the constant a^2 to $-a^2$ in (11) we find that the boundary curve consists of hyperbolic arcs enclosing a hyperbolic quadrilateral region and herefrom the stress function for this region is easily obtained from (12).

REFERENCES

1. Sokolnikoff, I. S.: Mathematical Theory of Elasticity 2nd ed. (McGraw Hill Book Co.) 1956.
2. Higgins, T. J.: *Amer. J. Physics*, **10** (1942), 248—259.
3. Abbassi, M. M.: *Quart. Appl. Math.* **14** (1956), 75—81.
4. Leibenson, L.: *Wissen. Berichte der Moskauer Universität* **2** (1934), 99—102.
5. Csonka, P.: *Proc. Sixth Congress on Theoretical and Applied Mechanics*, New Delhi (1960), 141—146

DIE LÖSUNG DES TORSIONSPROBLEMS MIT HILFE VON TSCHEBITSCHEFF-POLYNOMEN

S. K. LAKSHAMANA RAO

ZUSAMMENFASSUNG

Für die Lösung des Torsionsproblems genügt es, eine solche, in Form eines Tschebitscheff-Polynoms ausgedrückte Funktion zu finden, deren eine Niveaulinie mit dem Umriß des Querschnitts übereinstimmt. Der Verfasser zeigt, daß die von P. Csonka angegebenen Lösungen für Querschnitte, die von Hyperbelbögen und Geraden begrenzt sind, dieser Bedingung genügen.

SOLUTION DU PROBLÈME DE TORSION À L'AIDE DE POLYNOMES DE TCHEBITCHEV

S. K. LAKSHMANA RAO

RÉSUMÉ

Pour la solution du problème de torsion des barres prismatiques, il suffit de trouver une fonction exprimée sous la forme d'un polynome de Tchebitchev, dont une des lignes de niveau coïncide avec le contour de la section. L'auteur démontre que les solutions présentées par P. Csonka, sous une forme finie, pour les sections limitées par des arcs d'hyperboles et des droites, satisfont à cette condition.

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ КРУЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЧЛЕНОВ ЧЕБЫШЕВА

Ш. К. ЛАКШМАНА РАО

РЕЗЮМЕ

Для решения проблемы кручения призматического стержня достаточно найти такую функцию, выраженную в виде многочлена Чебышева и некоторая горизонталь которой совпадает с линией контура поперечного сечения. Автор показывает, что для сечений, ограниченных дугами гиперболы и прямыми, этому условию отвечают решения замкнутой формы, предложенные *П. Чонка*.

DIE URSACHE DES BEVORZUGTEN QUADRANTEN UND IHR ZUSAMMENHANG MIT DEN QUARTÄREN EISZEITEN

GY. BACSÁK
DOKTOR DER GEOLOGISCHEN UND MINERALOGISCHEN WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 17. April 1961]

1

In einem jeden Lehrbuch, welches über den heutigen Zustand des Sonnensystems einen Überblick bieten will, wird eine Tabelle mitgeteilt, welche die Bahnelemente der 8 Hauptplaneten enthält. Eine Spalte dieser Tabelle, »*i*« (Inklination) belehrt uns über die Lage der Bahnebenen der Hauptplaneten der Erdbahn gegenüber; die nächste Spalte θ gibt die Richtung an, in welcher die Schnittlinie der Planetenbahn mit der Erdbahn liegt. Da diese Schnittlinie durch die Sonne geht, genügt es, die Länge der aufsteigenden Knotenpunkte, gemessen von unserem Frühlingspunkt, anzugeben. Rund werden die folgenden Winkel angegeben: Merkur 47°, Venus 76°, Mars 49°, Jupiter 100°, Saturn 113°, Uran 73° und Neptun 131°. *Sämtliche aufsteigenden Knotenpunkte sind also in einen einzigen Kreisquadranten zwischen den Längen 45° und 135° zusammengedrängt.* Dieser Kreisquadrant bleibt selbstverständlich auch dann fest, wenn wir von unserem Frühlingspunkt Absicht nehmen, wird aber dann durch die Richtung der Sternbilder Stier, Zwillinge, Krebs festgelegt.

Diesen Kreisquadranten wollen wir »*den bevorzugten Quadranten*« nennen.

Diese Lage der aufsteigenden Knoten ist keine besonders auffallende Eigenschaft des Sonnensystems und wird durch das prinzipiell nicht gerechtfertigte Vorgehen verschleiert, daß man in der Spalte *i* von der ansonst der Tabelle innewohnenden heliozentrischen Auffassung auf eine geozentrische übergeht. Die Inklinationen der Bahnebenen der übrigen Planeten werden in bezug auf die Ebene der Ekliptik angegeben, wo ja doch das natürliche Vorgehen wäre, die Inklinationen auf die Grundebene des Sonnensystems zu beziehen. Ein Menschenleben wäre nicht genug, um diesen prinzipiellen Fehler zu berechtigen. Würde es doch keinem einfallen, die Exzentrizität der Planetenbahnen im Vergleich zu der heutigen Exzentrizität der Erdbahn, 0,0167 anzugeben? Die zu der Richtung der Apsidenlinie gehörigen Längen ω, oder wenn man auch die Präzession berücksichtigt, π, liegen nicht in einem Kreisquadranten zusammengedrängt.

Wenn also der bevorzugte Quadrant einfach überhört wird, so macht das den Eindruck, als ob wir nur mit einem Zufall zu tun hätten. Das ist aber schon keine Lücke, sondern ein didaktischer Fehler, wodurch der Leser irregeführt wird.

2

Wenn auch die Frage nach der Ursache des bevorzugten Quadranten in den Lehrbüchern überhört bleibt, soviel versteht man aus ihnen bald, daß die Richtung der aufsteigenden Knoten, welche Ω oder θ bezeichnet werden, im säkularen Sinne, samt der Inklinationen, veränderliche Mengen sind. Der bevorzugte Quadrant ist also bloß die gegenwärtige Phase einer geschichtlichen Entwicklung. Eine Untersuchung des früheren Zustandes des Sonnensystems könnte also eine Erklärung für diese Naturerscheinung geben. Man findet aber in der Literatur kein Werk, welches die Geschichte der sämtlichen Planeten in bezug auf i und θ fertig liefern würde. Der amerikanische Astronom STOCKWELL [1] hat zwar sein Werk von diesem Standpunkt aus verfaßt; bei ihm wird die Erde den übrigen Planeten gleichgestellt, aber seine Tabelle reicht nur bis 6000—8000 Jahren vor unserem Anfangswert zurück, und das ist viel zu wenig für uns. Einstweilen müssen wir uns mit der Perturbationsrechnung begnügen, welche wenigstens die Geschichte der Bahnelemente der Erde i und θ für genug lange Zeiten der Vergangenheit beleuchtet. Daraus kann man nämlich auch über die Drehungen der Knotenlinien der übrigen Planeten gewisse Aufklärung erhalten. Aber auch solche Werke sind selten, und die klassischen Werke von LAGRANGE, LAPLACE, LEVERRIER helfen uns nicht viel, weil sie nur mit 6, respektive 7 Hauptplaneten rechnen. Das Werk von

Tabelle 1

Die Grundkonstanten der zu den Bahnelementen i, gehörenden Hilfsvariablen p, q nach MIŠKOVIĆ *1931.*

N'	Die Komponenten von $\tan i$	Die jährliche durchschnittliche Drehung der Knotenlinie g'		Der zu g' gehörende Phasenwinkel bezogen auf das Jahr 1800 β'	
N'_0	0.027 660	g'_0	— 0″.00 000	β'_0	+103°22′55″
N'_1	0.001 722	g'_1	— 2″.46 388	β'_1	+126°33′55″
N'_2	0.002 785	g'_2	—25″.81 905	β'_2	+126°05′50″
N'_3	0.010 501	g'_3	— 5″.11 444	β'_3	+ 20°12′15″
N'_4	0.006 397	g'_4	— 6″.64 128	β'_4	—301°29′56″
N'_5	0.004 367	g'_5	—17″.61 019	β'_5	—295°33′59″
N'_6	0.024 595	g'_6	—18″.73 458	β'_6	+ 73°59′16″
$\tan i$ max	0.078 027		—76″.38 342		—147°50′31″
i max	4°28′				

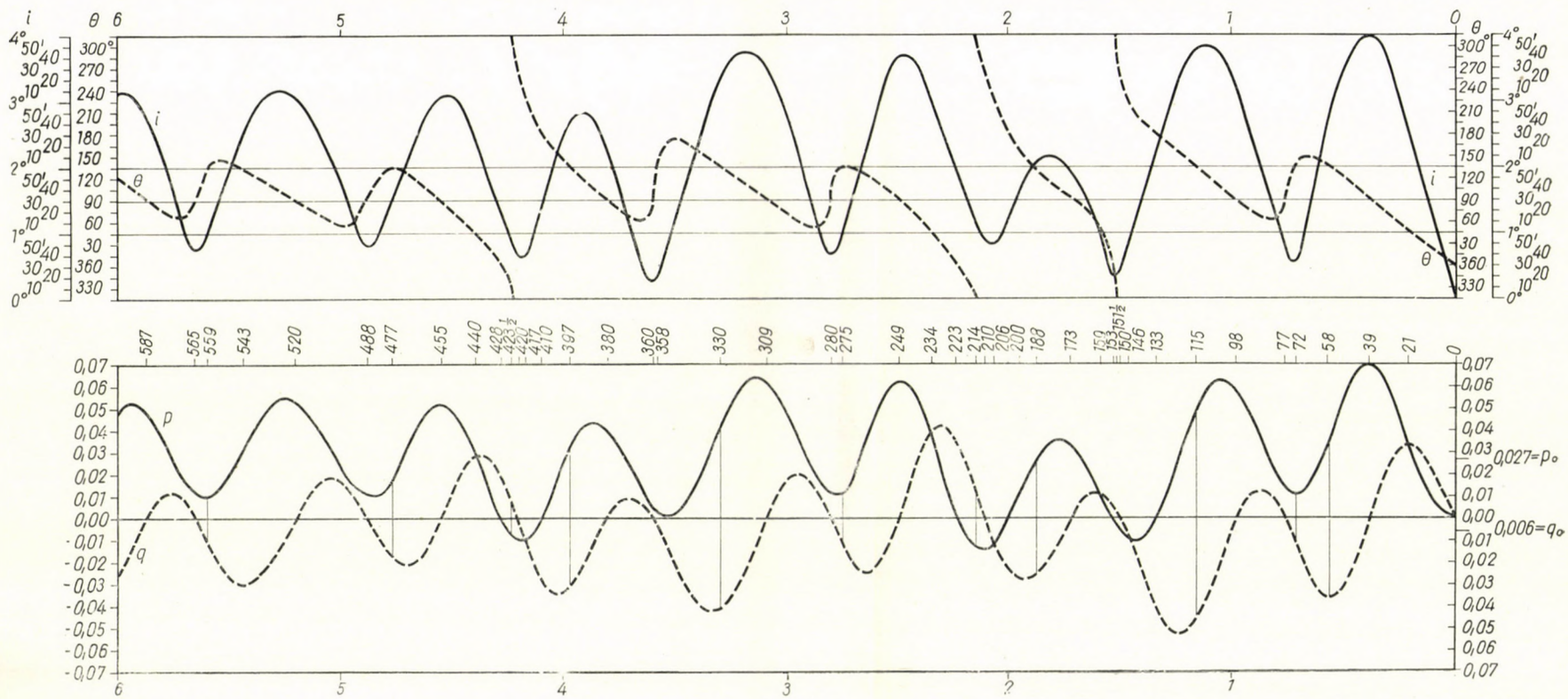


Bild. 1—2

HARZER ist verunglückt; die beste Quelle für uns ist noch der Bericht von MIŠKOVIĆ vom Jahre 1931 [2]. Daraus können wir die zeitgemäßen Werte der 21 Grundkonstanten entnehmen, aus welchen die Hilfsvariablen p, q und mit Hilfe dieser Mengen i und θ für die Erdbahn berechnet werden.

Die Hilfsvariablen stehen mit den 21 Grundkonstanten in folgender Beziehung:

$$p_k = N'_k \sin (g'_k t + \beta'_k), \qquad q_k = N'_k \cos (g'_k t + \beta'_k),$$

wo das Index k sich auf die Zeilen der Tabelle bezieht.

Wenn alle 7 Zeilen berechnet werden, ergeben sich 7 sin- bzw. 7 cos-Kurven für die verschiedenen Werte von p und q. Diese sieben sin- bzw. cos-Kurven müssen nach der Vorschrift von β'_k untereinander gezeichnet und ihre Ordinaten addiert werden, wodurch man eine zusammengesetzte sin- bzw. cos-Kurve erhält. Diese beiden Kurven sind bei einer hinreichend langen Periode symmetrisch zur Zeitachse.

Es ist lehrreich, die erste Reihe zunächst einmal außer Acht zu lassen. Die Summe von p_{1-6} bzw. q_{1-6} ist symmetrisch zur Zeitachse, jedoch zerstört die Addierung der ersten Zeile die Symmetrie, weil $g'_0 = 0''00\ 000$ ist und sein Produkt mit irgendeinem t immer unendlich klein bleibt, weshalb

$$p_0 = N'_0 \sin \beta'_0 = 0.027\ 660 \times 0.9747 = 0.0269$$

und

$$q_0 = N'_0 \sin \beta'_0 = 0.027\ 660 \times 0.2250 = 0.0062$$

Konstanten werden. Die Extremwerte von p und q sind $\pm 0{,}07$, und im Vergleich dazu sind p_0 und q_0 beträchtliche Werte.

Bekanntlich nimmt die Störkraft zwischen zwei Planeten der dritten Potenz der gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportionell ab, und die Entfernungen sind bei einer Konjunktion bzw. Opposition grundlegend verschieden. Für die Inklination ist diese Entfernung besonders wichtig, für die Knotenlinie ist das Produkt der Massen wichtiger.

Die Berechnungen der Grundkonstanten sind zu langwierig, um in Druck erscheinen zu können; sie werden im Archiv der betreffenden Sternwarte, Universität oder Akademie der Wissenschaften aufbewahrt. Wir müssen uns also mit diesen 21 Grundkonstanten von MIŠKOVIĆ begnügen, welche wir in der Tabelle 1 mitteilen. Diese Mengen werden in 7 Reihen und 3 Spalten mit der Bezeichnung $N' - N'_6$, $g'_0 - g'_6$ und $\beta'_0 - \beta'_6$ mitgeteilt; ihr physikalischer Sinn ist folgend: N' bedeutet einen Anteil von tg i; g' bedeutet die durch die Perturbation verursachte jährliche durchschnittliche Verschiebung des Knotenpunktes, wodurch die Berechnung der Perturbation überhaupt

ermöglicht wird (LAGRANGE) Endlich ist β' eine Phasenkonstante durch welche die übrigen Mengen N', g' mit den Anfangswerten (1800 oder 1850 (—)) zusammenhängen.

Die Hilfsvariablen p und q werden aus den Grundkonstanten durch die folgenden Formeln berechnet:

$$\begin{aligned} p_k &= \Sigma_k^0 N'_k \sin(g'_k t + \beta'_k) \\ q_k &= \Sigma_k^0 N'_k \cos(g'_k t + \beta'_k), \end{aligned} \tag{1}$$

wo die Zeit t in Jahren für die Vergangenheit mit einem negativen Vorzeichen zu nehmen ist. Wenn wir also eine genügend lange Zeit t nehmen, so wird der Winkel $g't + \beta'$ den Wert 180° oder 360° aufnehmen, also β' schaltet sich automatisch aus. Der weitere Gang der sin- bzw. cos-Kurve wird dann durch die von g' abhängige Periode und durch die durch N' bestimmte Amplitude vorgeschrieben. Den Sinn des Winkels β' kann man auch so verstehen, daß die auf Grund der 7 Zeilen der Tabelle I berechneten sin- bzw. cos-Kurven laut Vorschrift des Phasenwinkels untereinander gezeichnet werden müssen, dann werden durch Addition der Ordinaten die Bildkurven von p bzw. q erhalten. Die Ausschaltung von β' erfolgt für cos bei den Werten $g't + \beta' = 90°$ oder 270°, für sin bei 0° oder 180°.

Wenn wir in die Formel (1) anstatt des Indexes k der Reihe nach 0—6 einsetzen, erhalten wir die Formeln:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p_1 + p_2 \cdots + p_6 \\ q &= q_0 + q_1 + q_2 \cdots + q_6. \end{aligned} \tag{2}$$

Nachdem $N' = \operatorname{tg} i$ wie auch $\sin(g't + \beta)$ reine Verhältniszahlen sind, bedeuten die Hilfsvariablen p und q ebenfalls reine Verhältniszahlen, welche wegen der niedrigen Werte der Grundkonstanten nur zwischen den Grenzwerten $\pm 0{,}07$ liegen.

3

Mit Hilfe der Grundkonstanten und den Formeln (1) und (2) kann man den Wert der Hilfsvariablen p und q für ein beliebiges Jahr berechnen. Es genügt aber diese langwierige Berechnung nur einige Male zu verrichten, um sich zu überzeugen, daß die in den Spalten p und q vom Werk (2) von MIŠKOVIĆ für je 5000 Jahre angegebenen Mengen richtig sind.

Nach unserer Darlegung über den Sinn der in der Formel (1) befindlichen Mengen folgt

$$p = \tan i \sin \theta, \text{ bzw. } q = \tan i \cos \theta,$$

woraus

$$\tan i = \sqrt{p^2 + q^2} \quad \text{und} \quad \tan \Theta = \frac{q}{p}. \tag{3}$$

Nachdem uns in erster Reihe die jeweilige Lage unseres aufsteigenden Knotens, des Frühlingspunktes interessiert, haben wir zwischen den von 5000 zu 5000 Jahren berechneten Mengen von MIŠKOVIĆ für jene nicht runde Jahreszahlen interpoliert, in welchen $p = 0$, $q = 0$ oder $\pm p = \pm q$ war, als nämlich der Frühlingspunkt in eine kardinale Richtung fiel. In solcher Form wiedergeben wir in der Beilage 1 die ergänzte Tabelle von MIŠKOVIĆ, wo neben den Mengen p, q auch i und θ angegeben sind. Über so viele Zahlangaben bekommt man einen Überblick nur, wenn man sie als Bildkurve konstruiert, so schließen wir als Bild. 1 und 2 die Bildkurven von p, q und i, θ an.

An der Bildkurve von p erkennen wir sofort, daß sie abnormal in Bezug zur Zeitachse liegt, denn ihre Wellentäler erreichen negative Werte bloß in 3 Fällen und dann auch nur für kurze Zeiten. Die natürliche Lage einer sin-Kurve wäre symmetrisch zur Zeitachse. Die Ursache dieser Abnormität wird durch die Menge $g_0' = 0{,}0000''$ erklärt. Die Formel $p_0 = N_0' \sin (g_0' t + \beta_0')$ reduziert sich in diesem Fall $g_0' = 0$ auf die Formel $p_0 = N_0' \sin \beta_0 = 0{,}027$ und um diesen Wert ist die sin-Kurve von p_{1-6} nach oben versetzt. Auch die Bildkurve von q liegt nicht genau symmetrisch zur Zeitachse; hier ist aber die Abnormalität nur 0,006, also unbedeutend. Mit den beständig hohen Werten von p hängt es zusammen, daß seine $8^1/_2$ Wellenberge auch von den Wellenbergen der Inklination i mit großer Annäherung nachgemacht werden.

Die annähernd symmetrische Lage der Bildkurve q hat zur Folge, daß sie die Zeitachse während 600 000 Jahren achtzehnmal, die Bildkurve von p achtmal durchquerte, und dreizehnmal den gleichen Wert wie p hatte, jedoch mit dem entgegengesetzten Vorzeichen, wodurch dann die Bildkurve von θ verschieben wurde. Die Durchschnittsperiode von p und q betrug 70 600 Jahre mit einer Variation von ± 7500 Jahren. Die Zusammenhänge zwischen diesen Bildkurven werden weiter unter § 5 und § 7 eingehend besprochen.

4

Zuerst wollen wir einen Kunstgriff besprechen, mit Hilfe dessen man sich zwischen den komplizierten Zuständen der Perturbation ohne schwere mathematische Hilfsmittel zurecht finden kann.

Schon bei der ersten Betrachtung der Bildkurven von p und q fällt es auf, daß überall, wo p stark gekrümmt ist, die Bildkurve von q beinahe geradlinig verläuft und umgekehrt, wo die Bildkurve von q stark gekrümmt ist, ist die

Tabelle 2

Die ergänzte Tabelle von Mišković über die Hilfsvariablen p, q, und den Bahnelementen Θ, i für den Fall

$p = 0, q = 0, p = q$

o	$-t$	p	q	θ		i		
0	— 0.000	+0.0000000	+0.0000000	**0°**	00′	0°	00′	00″
	0	20342	109688	10	30	0	38	21
	10	80672	219980	20	08	1	20	32
	15	186760	300889	21	49	2	01	42
	20	323244	333682	44	05	2	39	36
=	22000	332500	332500	**45**		2	13	
	25	467009	307631	56	33	3	12	03
	30	591381	223303	69	18	3	37	01
	35	671746	93617	82	03	3	52	48
o	39000	680000	±0.0000000	**90**		3	58	
	40	691375	—0.0057993	94	47	3	58	08
	45	645905	—0.0202203	107	22	3	52	19
	50	545141	—0.0310285	119	38	3	35	21
	55	400460	—0.0360918	131	15	3	07	58
=	57	357000	—0.0357000	**135**		2	50	
	60	274973	—0.0345529	141	29	2	31	43
	65	166553	—0.0270679	148	23	1	49	13
	70	110472	—0.0156736	144	49	1	05	55
=	72500	113000	—0.0113000	**135**		0	30	
	75	118544	—0.0033071	105	35	0	42	18
o	76700	139000	∓0.0000000	**90**		0	30	
	80	187397	68872	69	49	1	08	38
	85	299360	123254	67	37	1	51	15
	90	427010	115612	74	51	2	31	59
	95	539785	45077	85	07	3	06	03
o	97500	560000	±0.00000000	**90**		3	18	
	100	611112	—0.00071411	96	41	3	31	16
	105	624174	—0.0213412	108	52	3	46	27
	110	575038	—0.0350845	121	23	3	51	13
	115	472595	—0.0457821	134	05	3	45	52
=	115500	455000	—0.0455000	**135**		3	48	
	120	335714	—0.0515490	140	55	3	31	13
	125	188570	—0.0515496	159	54	3	08	31
	130	55485	—0.0460416	173	07	2	39	20

o	$-t$	p	q	θ		i		
o	132700	$\pm$0.0000000	—0.0400000	**180**°	′	2°	20	″
	135	—0.0043560	—0.0362456	186	51	2	05	27
	140	—0.0095932	—0.0239748	201	48	1	28	45
	145	—0.0097626	—0.0113182	220	46	0	51	22
=	146000	—0.0090000	—0.0090000	**225**		0	40	
	150	—0.0053004	—0.002635	267	09	0	18	15
o	150090	—0.0052474	$\pm$0.0000000	**270**		0	17	
=	151800	—0.0025000	25000	**315**		0	18	
o	153700	$\pm$0.0000000	52000	**360**		0	20	37
	—155000	26584	75821	19	19	0	30	00
=	—159500	107000	107000	**45**		0	57′	38
	160	124856	111935	48	07	1	24	22
	165	223013	102510	65	18	1	45	26
	170	302383	51870	80	15	1	59	42
o	173000	342000	$\pm$0.0000000	**90**		1	59	30
	175	347184	58474	94	41	1	59	42
	180	347246	160000	109	14	2	06	22
	185	300307	240000	124	21	2	05	00
=	188000	250000	250000	**135**		2	03	00
	190	213332	270000	140	39	1	55	38
	195	102248	269166	159	12	1	38	57
o	199600	$\pm$0.0000000	226000	**180**		1	20	
	200	—0.0010263	223722	182	37	1	16	58
	205	—0.0098884	126347	218	03	0	55	09
=	205800	—0.0105000	105000	**225**		0	52	
o	209700	—0.0135000	0.0000000	**270**		0	53	
	210	—0.0141002	8829	273	35	0	48	34
=	213800	—0.0128000	128000	**315**		1	0	
	215	—0.0122149	158000	322	18	1	08	39
	220	—0.0040083	292410	352	12	1	41	26
o	223500	$\mp$0.0000000	320000	**360**		2	00	
	225	93713	384393	13	42	2	15	57
	230	255798	414159	31	42	2	47	13
=	233800	370000	370000	**45**		3	00	
	235	415642	374725	47	58	3	17	11
	240	542513	274069	63	12	3	28	42
	245	612685	133678	77	42	3	35	18
o	249400	614500	$\pm$0.0000000	**90**		3	40	

o	$-t$	p	q	θ		i		
	250	615090	16529	91	32	3	37	16
	255	553906	144853	104	39	3	16	36
	260	447380	225539	116	46	2	52	07
	265	423240	244939	127	09	2	19	21
	270	211875	203399	133	50	1	40	56
=	272800	175000	175000	135		1	30	
	275	139212	115465	129	40	1	02	10
	280	120982	5322	92	31	0	41	38
o	280250	122500	$\mp$0.0000000	90		0	40	
	285	159791	99183	58	10	1	04	39
	290	245464	173034	54	49	1	43	13
	295	358278	199267	69	55	2	20	58
	300	473985	171883	70	04	2	53	11
	305	509224	96039	80	25	3	18	34
o	309350	620000	$\pm$0.0000000	90		3	30	
	310	626043	—0.0014126	91	17	3	35	00
	315	634676	—0.0139109	102	22	3	43	03
	320	594360	—0.0258118	113	28	3	42	27
	325	512454	—0.0352663	124	32	3	33	25
=	329600	410000	—0.0410000	135		3	20	
	330	402436	—0.0409596	135	29	3	17	05
	335	281095	—0.0420581	146	13	2	53	49
	340	167449	—0.0386638	156	35	2	24	46
	345	77324	—0.0314065	166	10	1	54	08
	350	24112	—0.0215184	172	36	1	14	26
	355000	+0.0015301	—0.0106831	171°	51′	0°	37′	06
=	358400	39000	—0.0039000	135		0	19	
	360000	51228	—0.0007923	98	48	0	17	49
o	360500	63000	$\pm$0.0000000	90		0	17	
	365	124337	63450	62	57	0	47	59
	370	219672	93352	66	58	1	22	03
	375	319631	75358	76	37	1	51	57
	380	394058	12465	88	11	2	15	28
o	380700	400700	$\pm$0.0000000	90		2	16	
	385	431843	—0.0082194	100	46	2	31	01
	390	418564	—0.0187426	114	07	2	37	32
	395	353432	—0.0278060	128	11	2	34	30

o	$-t$	p	q	θ		i		
=	397600	297000	—0.0297000	135		2	30	
	400	247734	—0.0330576	143	09	2	21	56
	405	123052	—0.0328862	159	29	2	00	40
	410	6733	—0.0268612	178	33	1	32	21
o	410500	±0.0000000	—0.0249000	180		1	30	
	415	—0.0074427	—0.0159014	205	04	1	00	21
=	417500	—0.0086500	—0.0086500	225		0	40	
	420	—0.0100722	—0.0021110	258	09	0	35	23
o	420750	—0.0093572	±0.0000000	270		0	37	
=	423500	—0.0077000	77000	315		0	38	
	425	—0.0067532	116934	331	06	0	45	55
o	428600	∓0.0000000	182000	360		1	05	
	430	27612	226497	6	57	1	18	26
	435	156498	285378	28	44	1	51	61
=	439600	284000	284000	45		2	15	
	440	294911	283089	46	10	2	20	27
	445	414211	225991	61	42	2	41	36
	450	491297	121330	76	07	2	53	49
	455	513455	2612	89	42	2	56	22
o	456100	510000	±0.0000000	90		3	05	
	460	481040	—0.0106420	102	28	2	49	14
	465	406353	—0.0183088	114	15	2	33	07
	470	309950	—0.0213359	124	34	2	09	21
	475	215318	—0.0195359	132	13	1	39	55
=	477000	183000	—0.0183000	135		1	36	
	480	143448	—0.0136341	133	32	1	08	02
	485	108650	—0.0052302	115	42	0	41	27
o	488000	113297	∓0.0000000	90		0	40	
	490	116393	37428	72	10	0	42	02
	495	163361	114208	55	02	1	08	31
	500	232930	163495	55	39	1	39	35
	505	329444	176844	61	46	2	08	29
	510	418145	152476	69	57	2	32	54
	515	490702	94731	79	04	2	51	40
	520	535587	12768	88	37	3	04	00
o	520800	535800	±0.0000000	90		3	05	
	525	545650	—0.0080437	98	23	3	09	35
	530	519916	—0.0170729	108	12	3	07	37

o	$-t$	p	q	θ		i		
	535	459013	—0.0234571	117	57	2	58	29
	540	375103	—0.0286578	127	22	2	42	09
=	543000	+ 289000	—0.0289000	195°	′	2°	25′	″
	545	281063	—0.0291590	136	03	2	19	09
	550	193821	—0.0256679	142	11	1	50	32
	555	130329	—0.0187417	145	11	1	18	28
=	559400	107000	—0.0107000	135		0	45	
	560	104315	—0.0096821	132	51	0	48	55
	565	122732	—0.0003543	91	39	0	42	12
o	565250	125700	$\mp$0.0000000	90		0	45	
	570	183346	71646	68	39	1	07	40
	575	274206	110473	68	03	1	41	36
	580	375516	101791	74	50	2	13	41
	585	403759	49263	84	28	2	40	04
o	587500	490500	$\pm$0.0000000	90		2	45	
	590	517215	—0.0049355	95	27	2	58	27
	595	521475	—0.0160803	107	08	3	07	25
	600	473415	—0.0264257	119	10	3	06	12

Bildkurve von p fast gerade. Das ist leicht verständlich, denn p ist eine sin-Kurve, q eine cos-Kurve und diese laufen bei der Kreuzung der Achse von $\pm 45°$ durch $0°$ bis $\mp 45°$ beinahe geradlinig.

Dagegen ist es physikalisch schwer zu verstehen, warum derselbe Zusammenhang auch zwischen den Bildkurven von i und θ besteht: wo i stark gekrümmt ist, verläuft die Bildkurve von θ geradlinig und umgekehrt. Diese Elemente der Erdbahn können nur durch die Perturbation verändert werden. Und die Perturbation ist seinem Wesen nach eine Schwerewirkung. Aus der Physik ist aber bekannt, nur solche Massenpunkte gleichmäßige Geschwindigkeiten besitzen, auf denen keine Kraft einwirkt und die sich nur unter der eigenen Trägheit bewegen.

Die geradlinigen Teile der Bildkurve von i machen also den Eindruck, als ob die geometrische Fiktion der Ekliptikebene eine Trägheit hätte, und durch die Perturbationskraft einmal in Bewegung gesetzt, um die Knotenlinie aus eigener Trägheit sich weiter bewegen könnte. Ebenso ist es mit der idealen Knotenlinie bewandt, welche sich benimmt, wie ein schwerer Uhrzeiger, welcher in Gang gesetzt aus Trägheit sich gleichmäßig weiter bewegt.

Es gibt keine andere Hilfe, wenn man von diesen schwerverständlichen Tatsachen loswerden will, als die Masse der Erde an ihrer Jahresbahn nach den

I. und II. Gesetzen KEPLERS verteilt vorzustellen. Anstatt einer fiktiven Ekliptikebene, muß man sich einen Ring um die Sonne umlaufend denken — den Ringen des Saturn ähnlich. Dann wird die Ebene der Ekliptik eine Masse besitzen, und auch die Knotenlinie erhält an ihren beiden Enden eine Masse, und damit eine Trägheit. Wir rechnen mit Hunderttausenden von Jahren; in Vergleich dazu ist ein Jahr wie eine Sekunde und wir dürfen mit Recht einem jeden Zeitpunkt des Jahres eine Masse zuordnen.

Daß dann die Störkraft zeitweise einmal in der Richtung i, das anderemal in der Richtung θ zum Ausdruck kommt, ist leichtverständlich. Wenn die Störkraft einmal die »träge« Ebene der Ekliptik in Bewegung gebracht hat, und diese in dieselbe Ebene anlangte, in welcher die Störkraft wirkt, wird der Einfluß der Störkraft ausgeschaltet und dann wird die Exzentrizität der Erdbahn und die Lage der Apsidenlinie in Angriff genommen. Mittlerweile kann aber die Richtung der Störkraft durch die Lagenveränderung der störenden Planeten verändert werden, und das Spiel beginnt von neuem. Die Störkraft kann dann immer in zwei Komponenten zerlegt werden; die eine Komponente wirkt senkrecht zur Ebene der Ekliptik, die andere in der Ebene selber. Die senkrechte Komponente wird nie einen hohen Wert erreichen, denn die Inklination der Planetenbahnen ist immer bescheiden, jedoch wirkt diese Komponente in allen Punkten der Bahn in gleicher Richtung.

Wenn wir in den verwickelten Situationen, welche die Perturbationskraft bestimmen, im Bilde sein wollen, müssen wir selbstverständlich auch die Masse des störenden Planeten an seiner Umlaufsbahn gleichmäßig verteilt vorstellen, denn die Perturbation ist ja gegenseitig.

5

In der Tabelle 2 haben wir in den Rubriken p und q jene Jahreszahlen angegeben, wo $p = 0$, $q = 0$ oder $p = q$ war, und die dazugehörigen Werte interpoliert. Dadurch erhielten wir 45 Zeitpunkte, wo θ in die eine kardinale Richtung fiel. Durch diese 45 Werte von θ haben wir die Bildkurve von θ in Abb. 3 eingezeichnet. Nur in den Zeitpunkten vor 570, 555, 492, 365, 352, 384, 85 und 62 Tausend-Jahren, also bei den »Sägezähnen« der Bildkurve mußten die Werte von θ separat berechnet werden, weil es sich hier nicht um kardinale Richtungen handelt. Über die kardinalen Richtungen von θ geben wir in Beilage 4 einen Überblick, wodurch der Zusammenhang zwischen p, q und θ zum Ausdruck kommt. Von den 45 Fällen entfallen 4 auf die Länge 45°, 14 auf die Länge 90°, 11 auf die Länge 135°, also entfallen auf den bevorzugten Quadranten 29 von 45. Auf die Längen 225°, 270° und 315° des »verpönten« Quadranten entfallen nur 9 und die übrigen 7 Jahreszahlen entfallen auf die zwei neutralen Quadranten. Wenn wir auch die Zeitdauer in Betracht ziehen, ent-

Tabelle 3

Kardinale Zeitpunkte des Frühlingspunktes für die letzten 600 000 Jahre

$+p = +q$ $\tan\theta = 1$ 45°	$q = 0$ $+p$ $\tan\theta = \infty$ 90°	$+p = -q$ $\tan\theta = -1$ 180°	$p = 0$ $-q$ $\tan\theta = 0$ 180°	$-p = -q$ $\tan\theta = 1$ 225°	$q = 0$ $-p$ $\tan\theta = -\infty$ 270°	$-p = +q$ $\tan\theta = -1$ 315°	$p = 0$ $+q$ $\tan\theta = 0$ 360°
	GI						
	587 000						
	565 000						
		560 000					
		543 000					
	520 000	GII					
	480 000						
		477 000					
	456 000	MI					
440 000							
MII							428 000
						423 000	
					420 000		
				417 000			
			410 000				
		397 000					
	380 000						
	360 000						
		358 000					
		329 000					
	309 000						
	280 000						
		272 000					
	249 000						
234 000							
RI							223 000
						215 000	
					210 000		
				206 000			
			200 000				
		188 000					
	173 000	RII					
159 000							
							154 000
						512 000	
					150 000		
				146 000			
			132 000				
		115 000					
	97 000	WI					
	77 000						
		72 000					
		WII					
		57 000					
	39 000						
22 000							
WIII							0
4	14	11	3	3	3	3	4
	29				16		
			45 Zeitpunkte				

fallen auf den bevorzugten Quadranten 404 000 Jahre, und auf den verpönten Quadranten nur 21 000 Jahre. Unser Frühlingspunkt schwankte hauptsächlich zwischen den Längen 45° und 135°, durch den verpönten Quadranten eilte er schnell durch. Diese Schnelligkeit ist aber nur eine optische Täuschung, denn in der Wirklichkeit war dort auch der Weg sehr kurz, was wir in § 11 eingehend besprechen werden. Dort wird dann auch klargelegt, daß die »Sägezähne« der Bildkurve von θ keinen Richtungswechsel von der retrograden in die direkte Richtung bedeuten, sondern nur retrograde Schlingen, welche den verpönten Quadranten nicht erreichten.

Bis hieher kann man in der Lösung unseres Problems mit Hilfe der Literatur heranrücken, und das ist nicht besonders viel. Gewiß ist schon so manchen die Tatsache des bevorzugten Quadranten aufgefallen, und gewiß haben manche einen Versuch zur Lösung dieses Problems unternommen, haben aber ihre Anstrengungen ohne Endresultat aufgegeben. Uns war das Glück beschieden, von einer anderen Seite angespornt zu werden.

6

In 1930 erschien in Berlin das Werk von MILANKOVIĆ »Die mathematische Klimalehre und astronomische Theorie der Klimaschwankungen« [3], in welchem die physikalische Ursache und Reihenfolge der quartären Eiszeiten auf die sekulären Änderungen der Erdbahnelemente zurückgeführt werden. Das Wesen des Werkes war für uns keine Überraschung, denn wir kannten diese Theorie schon in ihrem embryonalen Zustand, wie sie im Werk [4] von KÖPPEN—WEGENER veröffentlicht wurde. Desto größer war aber die Überraschung, daß laut [3] Eiszeiten immer nur dann entstanden sind, wenn sich auch unser Frühlingspunkt infolge seiner sekulären Wanderung in den bevorzugten Quadranten verlagerte. MILANKOVIĆ selbst hat das vielleicht gar nicht bemerkt, wenigstens macht er hierüber nirgends eine Erwähnung.

Für uns war das aber nicht nur eine frappante Überraschung, sondern auch ein Beweis dafür, daß der bevorzugte Quadrant keine Fiktion ist, sondern gewiß einen realen Sinn hat. Das spornte uns an, und gab uns Kraft, um uns mit der Lösung dieses Problems der Ursache des bevorzugten Quadranten weiter zu befassen.

Dabei war es für uns gleichgültig, daß ein großer Teil der Quartärforscher die Theorie von MILANKOVIĆ nicht verstanden hat und noch immer bizarre Hypothesen über die Ursachen und Zeitfolge der quartären Eiszeiten erscheinen läßt. Niemand kann bezweifeln, daß die theoretische Eiszeitenfolge von MILANKOVIĆ sich mit der aus Naturbeobachtung ergebenden Reihenfolge (z. B. EBERL 29. I. 1924) — vollkommen deckt, und die Wahrscheinlichkeit, daß diese beide Reihenfolgen übereinstimmen, ist bloß 1/18!, und 18! ist

gleich 6402 Billionen. Diese Zweifler können keinen Unterschied zwischen der Bestrahlungskurve und der Vereisungskurve machen und suchen für die letztere eine unmittelbare Ursache, welche nicht existiert. Sie verstehen auch nicht, daß die hauptsächliche Leistung von MILANKOVIĆ nicht die Berechnung der astronomischen Faktoren ist, welche er aus der Himmelsmechanik, zuerst aus der Tabelle von PILGRIM, dann aus der Tabelle vom MIŠKOVIĆ fertig übernommen hat. In dem Hauptwerk von MILANKOVIĆ [3], sind die Grundkonstanten der Perturbationsrechnung nicht einmal erwähnt. Die wichtige und unsterbliche Leistung von MILANKOVIĆ war, daß er den geographischen Faktoren ΔW_s, ΔW_w und m eine solche mathematische Formulierung gab, welche von der Zeit unabhängig ist. Das ist vor ihm niemanden gelungen, und ein vorzüglicher Mathematiker, PILGRIM berechnete umsonst die variablen Elemente der Erdbahn. Er hat nämlich neben den Rubriken ε, e, π noch an die 25 meteorologische und klimatologische Variablen angeführt, welche alle Funktionen der Zeit waren. 1840 bis 1924 sind wenigstens 100 solche Theorien erschienen, welche die Ursache und Reihenfolge der quartären Eiszeiten auf Grund der variablen Elemente der Erdbahn erklären wollten, konnten aber wegen der falschen Bestimmung der geographischen Faktoren kein Resultat erreichen, sie haben höchstens die Möglichkeit einer solchen Theorie diskreditiert.

Es ist nicht sehr schmeichelnd für die Paläogeographen und hauptsächlich für die ungarischen Paläogeographen, daß sie als wichtigste Leistung von MILANKOVIĆ nicht die zeitfreie Konzeption der geographischen Faktoren erkannt haben, denn MILANKOVIĆ hat seine diesbezüglichen Anstrengungen eben in Budapest mit Hilfe der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und mit den Leitern unserer Meteorologischen Anstalt, RÓNA und FRAUENHOFER 1914—1919 durchgefürt. Vor MILANKOVIĆ hat niemand die mathematischen Gesetze bestimmt, nach welchen sich der Wert von ΔW_s und ΔW_w von Süden gegen Norden wächst, und der geographische Faktor von m vom Äquator bis zum Wendekreis variiert. Die geographischen Faktoren geben dem himmelsmechanischen Faktor $\Delta\varepsilon$, welches einen Winkel bedeutet, und dem Faktor m, welcher eine reine Verhältniszahl ist, die Dimension cal. Dieser wichtige Moment der Theorie darf nicht vergessen werden.

Der scharfe Gegensatz zwischen dem Tertiär und Quartär wird durch den bekannten Bonner Quartärforscher WOLDSTEDT [11] mit den Worten zusammengefaßt: »Für die extremen Temperaturschwankungen des Quartärs in Mitteleuropa spielen die polaren Eiskappen eine wichtige Rolle.« Das ist die sekundäre Wirkung, die Inlandeiswirkung, wie sie zuerst von PILGRIM benannt wurde. WOLDSTEDT schätzt die Dauer des Tertiärs auf 60 Millionen Jahre und charakterisiert die Bestrahlungskurve in seiner Abbildung mit Wellen, deren Amplituden 1 mm nicht überschreiten; dagegen ist die Welle des Quartärs mit Amplituden von $10 \div 25$ mm versinnlicht. Der sanfte Anstieg der Bildkurve vom Tertiär gegen die Kreide ist selbstverständlich. Aber auch

WOLDSTEDT bemängelt die Theorie von MILANKOVIĆ, als ob diese die Antiglaziale nicht erklären könnte. Das ist aber unbegründet. Glazial und Antiglazial sind natürliche Gegensätze: in einer Glaziale ist der Sommer so kühl, daß aus dem Schnee des vergangenen Winters Reserven übrig bleiben. Die Antiglaziale bedeutet einen sehr heißen Sommer, welcher außer dem Schnee des vergangenen Winters auch noch das Eis der nördlichen Eiskalotte verschmilzt und verdunstet. Das ist im Werk des großen Klimatologen KÖPPEN klar zu lesen.

7

Aus Tabelle 3 haben wir gesehen, daß die Inklination i während 600 000 Jahren $8^1/_2$ Wellen beschrieb, welche durch die Präzession zu 15 Wellen vermehrt wurden. Für die 15 ganzen Wellen ergibt sich eine beinahe konstante Periode von 40 000 Jahren. Je kleiner die Schiefe der Ekliptik, desto leichter entwickeln sich kühle Sommer für 8—10 000 Jahre in den hohen geographischen Breiten, welche den Schnee des vorangegangenen Winters nicht gänzlich vernichten können, und aus diesen Schneereserven baut sich langsam die nördliche Eiskalotte auf. — Nebenbei soll bemerkt werden, daß man sich um den Südhalbkugel nicht viel kümmern muß, weil es dort keine »Periglazialzone« gibt, wo man die Spuren der Eiszeiten erkennen könnte. — Über den Ausmaß der nördlichen Polarkappe bietet PENCK uns einen Begriff. Er behauptet, daß die Polarkappe so viel Wasser als Eis

Tabelle 4

Die zu h, l, Θ und ϖ gehörenden Grundkonstanten, in der Berechnung von Mišković

N	Die Komponenten von tg i	g	Die jährliche durchschnittl. Verdrehung d. Apsidenlinie	β	Die Phasen der sin- bzw. cos-Kurven		
N_0	0.000441	g_0	2″.27076	β_0	124°	52′	29″
N_1	0.016279	g_1	3″.66746	β_1	27	50	50
N_2	0.002343	g_2	22″.35486	β_2	126	54	33
N_3	0.005122	g_3	5″.44801	β_3	86	03	55
N_4	—0.014099	g_4	7″.34614	β_4	19	47	01
N_5	0.010565	g_5	17″.31308	β_5	331	55	49
N_6	—0.015016	g_6	17″.98361	β_6	314	58	20
tan e max.	0.063865		76″.38392		—361°	15′	21″
e max.	5°32′20″						
e sinus max.	0.07						

gebunden hat, daß das Niveau der Ozeane, welche drei Viertel der Erde bedecken, um 80—100 Meter gesunken ist. Das war die größte »Epirogenese«, welche je vorgekommen ist.

Die Wellentäler von $\Delta\varepsilon$ haben also binnen 600 000 Jahren fünfzehnmal die Gelegenheit zur Entwicklung einer Eiskalotte geboten. Diese 15 Gelegenheiten blieben aber sechsmal unausgenützt, weil die andere Bestrahlungskurve zwischen den 21 Grundkonstanten für h, l, und den 21 Grundkonstanten für p, q ein Zusammenhang existiert, wodurch die Richtung θ allein die folgenden 15 Jahreszahlen (in der Beilage 3) liefert: G_1 590, G_2 543, GM 520, M_1 477, M_2 440, MR_1 397, MR_2 358, MR_3 330, MR_4 280, R_1 234, R_2 188, RW 147, W_1 115, W_2 72, W_3 22 (in tausend Jahren).

Zwecks Erklärung dieses Zusammenhanges teilen wir in Tabelle 5 die dazugehörigen 21 Grundkonstanten in der Berechnung von Mišković mit. Wenn wir die Tabellen 1 und 5 vergleichen, finden wir zwischen den Spalten N und N', β und β' keine Ähnlichkeit. Dagegen finden wir in der wichtigsten Spalten g und g', welche die Zeit bestimmten, und physikalisch für die jährliche durchschnittliche Verdrehung der Apsidenlinie bzw. der Knotenlinie maßgebend sind, den folgenden Zusammenhang:

				Reihenfolge der Größe nach
g_0	2,27	g_0'	0,00	1
g_1	3,66	g_1'	2,46	2
g_2	22,35	g_2'	25,81	7
g_3	5,44	g_3'	5,11	3
g_4	7,34	g_4'	6,64	4
g_5	17,31	g_5'	17,61	5
g_6	17,98	g_6'	18,73	6

Aus den obenstehenden Grundkonstanten lassen sich die zeitlichen Werte der Hilfsvariablen h und l genauso berechnen, wie wir das in Beilage 1 für p, q gezeigt haben:

$$h = \Sigma_6^0 N \sin(gt + \beta), \qquad l = \Sigma_6^0 N \cos(gt + \beta),,$$

$$h = e \sin \tilde{\omega}, \qquad l = e \cos \tilde{\omega},$$

$$\tan e = \sqrt{h^2 + l^2}, \qquad \tan \tilde{\omega} = \frac{h}{l}.$$

Da hier in der g-Spalte keine unendlich kleine Menge auftritt, wie das für g_0' der Fall war, liegen die Bildkurven der Hilfsvariablen h, l in einer hinreichend langen Zeitspanne betrachtet symmetrisch zur Zeitachse, wie das aus Beilage 7 ersichtlich sein wird.

Dieser Zusammenhang nach der Größe kann durch eine geometrische Konstruktion nicht erklärt werden, weil es sich um so kleine Winkel handelt, daß man nicht einmal den Hundertstel der Bogensekunde vernachlässigen darf. Diesen Zusammenhang könnte nur ein astronomischer Kalkulator erklären, der sich jahrelang mit der Berechnung dieser Konstanten beschäftigt hat.

8

Der Zweck der Zahlenbeispiele von Punkt 7 war nicht, die teure Zeit unserer Leser zu verschwenden; wir wollten dadurch vor einem Irrtum mahnen, in welchen wir selber verfallen sind. Namentlich haben wir die »sägezahnartige« Bildkurve von θ so gedeutet, daß dieKnotenlinie der Erdbahn, welche wegen dem negativen Vorzeichen von $g't$ im allgemeinen retrograd verläuft, zeitweise in die direkte Drehrichtung überschlug. Außerdem wollen wir am Beispiel dieser unserer früheren falschen Auffassung zeigen, wie die Ursache des bevorzugten Quadranten als ein Verdacht, eine Hypothese und endlich als eine Überzeugung sich entwickelt hat.

In unserer Astronomischen Gesellschaft hielten wir in 1943 einen Vortrag über den Zusammenhang zwischen den Variationen der Elemente der Erdbahn [6], in welchem schon die kardinalen Zeitpunkte $h = 0$, $p = q$, $h = 0$, $l = 0$ und $p = 0$, $q = 0$, $\pm p = \pm q$ erwähnt wurden. Dabei brauchten wir ein Bild, aus welchem die Drehrichtungen der Apsidenlinie und Knotenlinie als zeitweise direkt und retrograd logisch abgeleitet wurden. Das war aber nur eine optische Täuschung, was niemand bemerkt hat. Ebenso bemerkte niemand diesen Irrtum in unserem Vortrag von 1944 in der Sitzung des Geologischen Instituts [7], wofür wir auch vom Ausland viele Zustimmungen erhalten haben. Niemand hat bemerkt, daß wir aus einer unerlaubten Lage ausgingen, wo sich die Knotenlinie der Erde mit der Knotenlinie des perturbierenden Planeten im rechten Winkel schnitt. So etwas konnte in der Trias oder Jura vorkommen, nicht aber in der winzig kurzen Zeit des Quartärs.

Das steht im engen Zusammenhang mit dem Problem des bevorzugten Quadranten. In einem embryonalen Zustand lebte schon in unserem Gedankengang der Verdacht, daß die Lage unseres Frühlingspunktes in der Eiszeit Günz$_1$ bei der Länge 103° irgend eine physikalische Bedeutung hat, nur konnten wir dafür keine mathematische Formulierung finden. Wir wiederholen Bild. 3 unseres Aufsatzes [7] als Tabelle 6. Die 8 Eiszeiten, bei denen unser Frühlingspunkt an den Grenzen des bevorzugten Quadranten lag, sind richtig eingezeichnet. Wir wußten aber nicht, was wir mit G_1 anfangen sollen. Wenn der Kulminationspunkt nahe zu seinem Ende —587 000 gesetzt wird, so liegt unser Frühlingspunkt in der kardinalen Länge 90°. Wenn man aber betrachtet, daß der Kulminationspunkt gewiß früher stattfand, dann wäre die Lage

unseres Frühlingspunktes 103°. Wir hatten nicht die Zeit, diese »Detailfrage« zu lösen und haben G_1 mit 90° angegeben, haben aber mit einem dicken Pfeil die Richtung 103° angezeigt, und diese Richtung eben β_0 benannt! Diese Richtung wurde auch dadurch in den Vordergrund gebracht, daß wir den

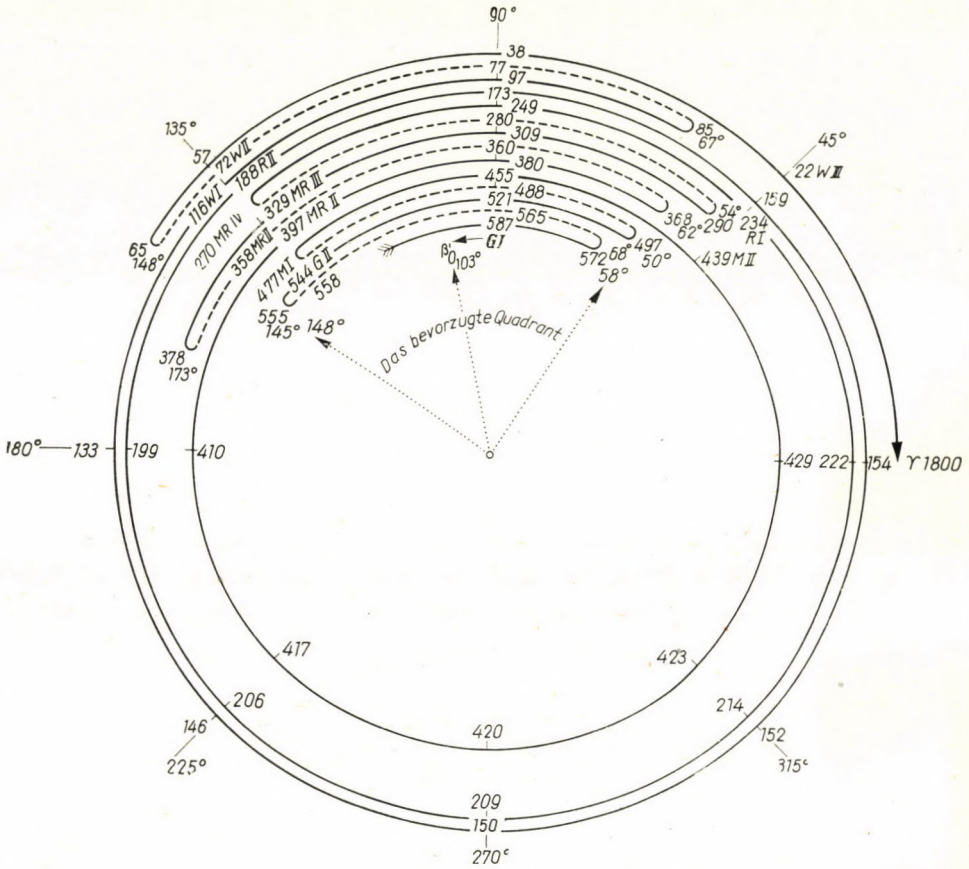


Bild 3

bevorzugten Quadranten symmetrisch dazu mit 58°—103°—148° eingezeichnet haben. Das hat ja auch einen Sinn, bedeutet aber nicht den bevorzugten Quadranten, sondern den durch unseren Frühlingspunkt am häufigsten besuchten Quadranten, worüber in Absatz 11 noch die Rede sein wird.

9

Den eigentlichen Stoß dazu, die Ursache des bevorzugten Quadranten zu bestimmen, gab uns die Idee, daß wir die Bildkurven von i und θ in eine einzige Kurve verschweißen können, wenn wir von dem orthogonalen Koor-

dinatensystem auf ein polares Koordinatensystem übergehen, wo θ den Polarwinkel und i den Radiusvektor mit einer beliebigen Skala darstellt. Die Skala für i ändert nichts an der vereinigten Bestrahlungskurve, nur der Maßstab der Abbildung ändert sich dadurch, denn die Hauptsache, die Richtung bleibt bei jeder Skala richtig.

Sobald wir eine solche vereinigte Kurve konstruierten, wurde es klar, daß θ immer dieselbe Drehrichtung beibehält. Im orthogonalen Koordinatensystem [3] auftretenden »Sägezähne« sind nur retrograde Schleifen, deren Amplituden den verpönten Quadranten nicht erreicht haben und die im bevorzugten Quadranten abgeflossen sind.

Was bedeutet aber die Länge 103°? Diese Richtung liegt zwischen den Längen der aufsteigenden Knotenpunkte der mächtigen »Nebensonnen« Jupiter und Saturn: und wenn man auch das Verhältnis der Massen dieser »Nebensonnen«, 7 : 2, in Betracht zieht, so wird $(100°.7) + (113°.2) = (700 + 226)$, was dividiert durch $7 + 2 = 9$ genau 103° ergibt. Diese Tatsache, welche in einem jeden astronomischen Lehrbuch zu finden ist, verstärkte uns im Verdacht, daß die Ursache des bevorzugten Quadranten hier zu suchen ist. Wir haben auch schon früher [5] ausgesprochen, daß das Quartär durch eine Abnormalität im Zustand der Verteilung der Sonnenstrahlen auf der Oberfläche unseres Planeten seine Ursache hat. Heute sind wir dessen gewiß, daß diese Abnormalität dadurch entstanden ist, daß sich die aufsteigenden Knotenpunkte der Nebensonnen Jupiter und Saturn bei dem nötigen Grenzwert 13° im Laufe ihrer sekulären Wanderung vor 600 000 Jahren eingeholt haben. Dadurch wurde der Anteil von $\Delta\varepsilon$ an der Verteilung der Sonnenstrahlung sprungweise von $\pm 36'$ zu $\pm 55'$ also auf das Anderthalbfache erhöht, wie das aus unserer Abhandlung Pliozän und Pleistozän 1955 [6] auch zahlenmäßig hervorgeht.

Zu einem leichteren Verständnis dieser Auffassung können die folgenden vereinfachten Modelle des Sonnensystems dienen:

a) Wenn einmal in der fernen Vergangenheit — z. B. im Karbon-Perm — sich die Knotenlinien der Nebensonnen deckten, bedeutete das offensichtlich eine ziemlich lange Periode, denn die Gesamtmasse der übrigen 7 Hauptplaneten macht nur einen 8,57sten Teil der Masse der Nebensonnen aus. Über diese gemeinsame Knotenlinie als eine Drehachse konnten sich die Inklinationen der übrigen 7 Planeten also auch jene der Erde ihre maximalen Werte öfters annehmen. Es ist also bei einem solchen Modell oft vorgekommen, daß bei der Verteilung der Sonnenstrahlung $\Delta\varepsilon$ die Oberhand über $\Delta(e \sin \pi)$ erlangte, und es konnte eine Reihe von Eiszeiten entstehen, bevor sich die Knotenlinien der Nebensonnen voneinander wieder um mehr als 13° entfernten.

b) Wenn dagegen einmal die Knotenlinien der Nebensonnen sich unter einem rechten Winkel schnitten, so konnten sich die Inklinationen der übrigen

7 Hauptplaneten für lange geologische Zeiten unmöglich in ansehnlichem Maße entwickeln, da die querstehenden mächtigen Knotenlinien der Nebensonnen sie daran verhinderten. Das war der dauerhafte normale Zustand des Sonnensystems, denn bei einer Kreuzung der Knotenlinien der Nebensonnen wirkte ja zwischen ihnen die Perturbationskraft entgegen der Trägheit. Viele Millionen von Jahren mußten vergehen, bis sich Modell b) wieder auflöste.

Wenn unser Grenzwert 13° richtig ist, so beträgt die Zone der Eiszeiten $\pm 13°$, im ganzen 26° und es verbleiben für die verbotene Zone für Eiszeiten 334°. Ungefähr in diesem Verhältnis 334 zu 26 steht die Dauer des normalen Zustandes des Sonnensystems zu der der abnormalen Zeiten. Das ganze Mesozoikum und auch das Tertiär fiel in den normalen Zustand des Sonnensystems; noch im Pliozän hatte die zweite Bestrahlungskomponente $m\,\Delta\,(e \sin \pi)$ die Oberhand über $\Delta\varepsilon$. Am Ende des Pliozäns war die Schwankung von ε nur $\pm 36'$, zu Beginn des Quartärs sprang sie auf $\pm 55'$, also auf das Anderthalbfache. Dementsprechend ist die Schwankung von $\Delta\,(e \sin \pi)$ von 0,0514 zu 0,0310 gefallen. In 11 werden wir sehen, daß sich diese Verschiebung zwischen ε und $e \sin \pi$ in der Zukunft auch noch weiterentwickeln wird.

10

Die Ursache des bevorzugten Quadranten muß also darin gesucht werden, daß sich die Knotenlinien der Nebensonnen bis 13° angenähert haben, was eine seltene Abnormität im Zustand des Sonnensystems bedeutet. Betreffs der Erde hat diese Abnormität zur Folge, daß die Variable $\Delta\varepsilon$ mit Hilfe von $m\,\Delta\,(e \sin \pi)$ durch die dazugehörigen hohen Werte des geographischen Faktors ΔW_s die Entstehung von Eiszeiten ermöglichte.

Mathematisch genommen liegt die Ursache der Abnormität darin, daß die zu den Bahnelementen i und θ gehörige Grundkonstante N_0' den höchsten Wert 0,027660 in seiner Spalte hat, und daß der dazugehörige g_0' gleich 0″,00000, also unendlich klein ist. Die Grundkonstante g_0' wird also umsonst mit einem noch so hohen Wert der Zeit t multipliziert, das Ergebnis g_0' bleibt immer 0. Der Sinus des dazugehörigen Phasenwinkels = 103°, ist 0,98762, der Faktor von N_0' kommt daher durch das ganze Quartär beinahe mit 100% zur Geltung und p_0 erhebt dadurch die Bildkurve von p_{1-6} in die Höhe von 0,027 317. Daraus entspringt die abnormale Lage der Bildkurve von p im Vergleich zu der Zeitachse. Die Wellentäler von p haben nach der Beilage 3 nur bei —420 000—210 000 und —150 000 Jahren für kurze Zeiten insgesamt für 21 000 Jahren unter die Zeitachse, also in den verpönten Quadranten getaucht. Im Gegensatz dazu steht der bevorzugte Quadrant mit seinen Eiszeiten.

Das Quartär ist nur ein kurzer Zeitteil des abnormalen Zustandes, welches eine geologische Periode von ungefähr 20—25 Millionen Jahren bean-

spruchen wird. Die Vorherrschaft von i ist noch immer im Wachsen. Die Amplituden der Klimaschwankungen werden also noch etwas wachsen, aber die Dauer der Vereisungen werden dadurch nicht unbedingt verlängert, denn mit dem Wachsen von $\Delta\varepsilon$ werden auch die Antiglazialen in ihren Amplituden höher, es werden öfters heiße Sommer entstehen, welche mehr Verschmelzungskraft haben, als es für den Schnee des vorigen Winters hinreicht.

Ebenso ist auch das Holozän nur der Anfang einer längeren Interglaziale, denn unser Frühlingspunkt muß seine heutige Lage = 360° durch 315°, 270°, 225°, 180° bis zu 135° verschieben, um den bevorzugten Quadranten zu erreichen, und eventuell muß er noch durch 90°, 45° wandern bis $m\ \Delta\ (e \sin \pi)$ mithelfen kann, und das ist sehr unwahrscheinlich, denn e ist noch immer in Abnahme. Eine Eiszeit kann nur entstehen, wenn auch unser Frühlingspunkt im bevorzugten Quadranten liegt. Umgekehrt gilt dieser Satz aber nicht, denn wenn auch unser Frühlingspunkt im bevorzugten Quadranten liegt, kann ohne Hilfe der zweiten Bestrahlungskomponente keine Eiszeit sich entwickeln. Es entsteht an ihrer Stelle »eine ungeglückte Glaziale«, oder eine subtropische Schwankung, welche ebenfalls einen kühleren Sommer und besonders einen wärmeren Winter bedeutet. Diese durch die Interferenz der Wellen von $\Delta\,\varepsilon$ und $\Delta\ (e \sin \pi)$ bedingten Klimatypen haben aber nur sehr bescheidene und nur auf Halbjahre gültige Amplituden im Vergleich zu den mächtigen Amplituden der Vereisungskurve, welche für das ganze Jahr ein trocken-kaltes Klima bedeutet. Die heutige sehr schwache subtropische Klimaschwankung gleicht mit seinen Niederschlägen sehr einem durchschnittlichen Bestrahlungstyp.

11

Einen wirklichen Überblick über die Rolle des bevorzugten Quadranten und über seinen Zusammenhang mit der Abnormität des Quartärs, bekommt man, wenn man die Bildkurven von θ und i mit Hilfe eines polaren Koordinatensystems zu einer einzigen Kurve verschmelzt, wie das aus der Beilage 7 ersichtlich ist. Wir entnehmen die Richtung von θ aus der Beilage 2 oder 3 und tragen die Variable i in einem beliebigen Maßstab auf. Wenn wir diese Punkte in der richtigen Zeitfolge verbinden, erhalten wir die vereinigte Bildkurve. Daraus wird klar, daß unser Knotenpunkt sich immer in retrograder Drehrichtung verschoben hat. Der ganze Kneuel der vereinigten Bildkurve hat ein leeres Zentrum in der Richtung 103° vom Anfangspunkt, in einer Entfernung von 1,5°. Man sieht aus dieser Kurve, daß de facto der Quadrant zwischen 58°—148° am dichtesten besetzt ist. Man darf ihn nicht mit dem bevorzugten Quadranten verwechseln; ihm gegenüber liegt ein kleiner verpönter Quadrant.

Es ist interessant zu beobachten, daß der Frühlingspunkt für einen Weg von einem Grad im verpönten Quadranten und überhaupt in der Nähe des Anfangs-

punktes nur 2—4 Jahrtausende benötigt, wogegen in größeren Entfernungen vom Anfangspunkt 19—21 Jahre für ein Grad benötigt werden. Die Winkelgeschwindigkeiten sind einander gleich und stimmen mit dem jährlichen durchschnittlichen Weg 76''17 von g' überein. Auch das Zentrum des Kneuels in der Richtung 103° stimmt mit dem Durchschnitt des aufsteigenden Knotenpunktes von Jupiter und Saturn überein.

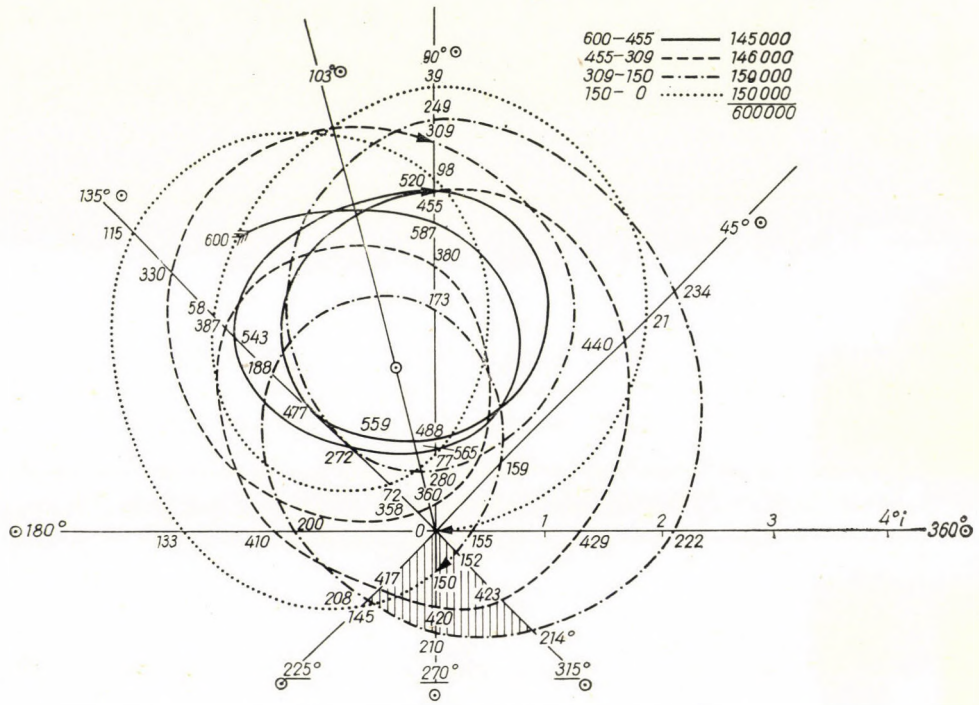


Bild. 4

Wenn wir dann den Kneuel von θ, i, mit jenem von $\tilde{\omega}$ e, welchen wir in Beilage 8 anschließen, vergleichen, sieht man sofort, daß der Kneuel von $\tilde{\omega}$, e zum Anfangspunkt symmetrisch, mit der Längsachse in der Richtung 135°—315° und mit der kürzeren Querachse in der Richtung 45°—225° liegt. Die kardinalen Richtungen und die Werte von e werden auch hier durch $h = 0$, $Z = 0$ und $h = Z$ bestimmt, und zwar entfallen in die Richtung 135°—315° durch 600 000 Jahre die Jahreszahlen (in tausend Jahren): 574, 461, 471, 393, 352, 319, 216, 98 und in die Richtung 45°—225°: 598, 545, 519, 492, 425, 408, 370, 339, 294, 171, 18. In die Richtung 180°—360° entfallen die Jahreszahlen 560, 509, 446, 413, 382, 346, 248, 195, 80. Im Falle von $\tilde{\omega} = 0$ entfallen in die Richtung 90°—270° die Jahreszahlen 557, 526, 477, 423, 402, 361, 330, 277, 260, 234, 119, 0. Die Schnörkeln der Kurve sind von ganz verschiedenen

Dimensionen, sie weisen aber alle in die Richtung des Anfangspunktes. Hier gibt es keine privilegierte Richtung 103°, und kein anderes Zentrum als den Anfangspunkt. Die Bildkurve von θ, i liegt deshalb asymmetrisch zum Anfangspunkt des Koordinatensystems weil der Wert des Grundkonstanten g_0' unendlich klein ist. Die Grundkonstante g_0 ist nicht unendlich klein, es ist also natürlich, daß die Bildkurve $\tilde{\omega}\, e$ zu dem Anfangspunkt des Koordinatensystems symmetrisch liegt.

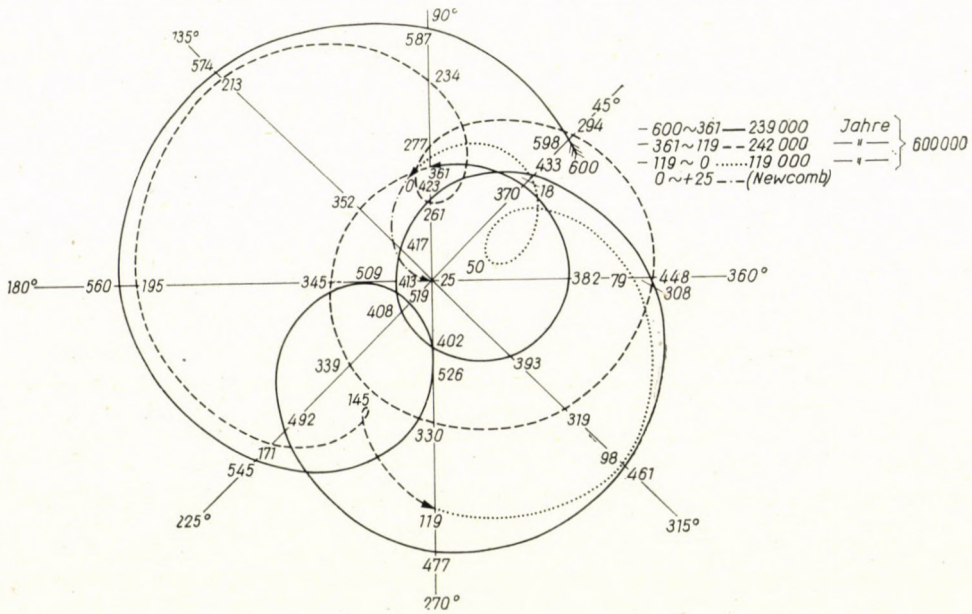


Bild. 5

Wenn wir die heutige Lage der Perihelien für sämtliche Planeten betrachten, liegen auch diese, wie man das aus der Tabelle 4 ersehen kann, nicht regelmäßig zerstreut, weil drei Achtel des Kreises von 180° bis 315° leer stehen. Dieser Umstand wird aber durch die Präzession stark verdeckt, und es würde nicht näher zur Lösung unseres Problems führen, wenn wir hier in Details eingehen wollten. Hier spielt die Hauptrolle der Mond und der äquatoriale Wulst der Erde, bei der Perturbationsrechnung zählen aber Erde und Mond als ein einziger Massenpunkt. Aus einem ganz anderen Gesichtspunkt ist aber die Abbildung der Tabelle 9 dennoch interessant.

Die Apsidenlinien der Nebensonnen Jupiter und Saturn schneiden sich in einem nahezu rechten Winkel, und das ist ein ähnlicher Zustand als welcher für die Knotenlinien im Modell b) der Beilage 9 ersichtlich ist. Die Kulminationen der Exzentrizität der Erdbahn nehmen schon seit 600 000 Jahren ab, seit 80 000 Jahren aber in einem noch auffallenderen Maß: die schweren Apsiden-

linien der Nebensonnen verhindern, daß unsere Exzentrizität eine weitere Schwankung unternimmt. Wie man aus der Beilage 8 ersieht, nimmt der Wert von e noch immer ab und aus der Beilage 7, daß der Wert von i noch immer zunimmt. Seinen höchsten Wert erreichte er in — 39 000 mit 3°58′. Aus der Beilage 1 kann man ersehen, daß sein Wert mit tg i max = 0,078027 bis 4°28′ steigen kann, was nur möglich ist, wenn sin $(g_6't + \beta_0')$ den Wert —1 erreicht und gleichzeitig N_6' mit seinem negativen Wert ein positives Produkt ergibt,

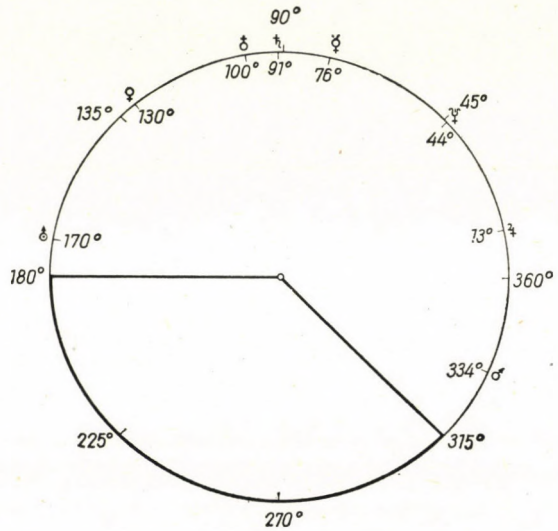


Bild. 6

und dabei auch die Summe g_{0-5}' und N_0' bis 5 ein positives Resultat ergibt, was offensichtlich sehr selten vorkommen kann. Ein höherer Wert von i als jener des Jahres — 39 000 ist also kaum denkbar.

12

Die Kulmination der Eiszeit Günz$_1$ entfiel auf die Zeit —590 000, wo beide Bestrahlungskomponenten in Gleichgewicht waren: $\Delta\varepsilon$ war schon stark genug, Δ (e sin π) war noch stark genug, um sich gegenseitig zu equilibrieren. Unser Frühlingspunkt verschob sich also weder an die eine noch an die andere Grenze, 135° oder 45°, des bevorzugten Quadranten, sondern behielt die Richtung 103°, die gemeinsame Lage der Knotenlinien der Nebensonnen Jupiter und Saturn. Die Inklination i ergab schon für G_1 den beträchtlichen Wert von —495 cal und auch e konnte mit e sin $\pi = +372$ cal beitragen, was zur Erreichung des Schwellenwertes von KÖPPEN hinreichte, und so entstand die erste nördliche Eiskalotte des Quartärs. Die Eiskalotten lagen wegen geographischer Ursachen nie symmetrisch zum Nordpol. Sie bildeten einen Ring aus

Eis durch Kanada, Nordeuropa und Nordwestasien bis zu den Neusibirischen Inseln. Diese asymmetrische Lage war offensichtlich durch die Zufuhr der nötigen Mengen von Schnee bedingt, und folgte nicht den Isothermen.

$Günz_1$ ist für den Mathematiker ein ähnliches »Naturschutzgebiet« als das Tal des Flusses Günz für die Naturbeobachtung, wo die Terrassen, die Spuren der Seitenmoränen und der Kranz der Endmoränen für uns erhalten wurden.

$Günz_1$, mit der Lage unseres Frühlingspunktes in der Richtung 103° zeigte uns die Richtung der Grundkonstante β_0' als Ursache des bevorzugten Quadranten. Dieser Zustand des Sonnensystems ist stabil, weil die Masse der Nebensonnen 8mal größer ist als die Gesamtmasse der übrigen 6 Hauptplaneten.

Die Lücke also, welche bei der Beschreibung des heutigen Zustandes des Sonnensystems dadurch entsteht, daß man gewohnheitsmäßig über die Ursache des bevorzugten Quadranten ohne ein Wort vorbeigeht, soll ausgefüllt werden mit der Beschreibung dessen, wie wir sie entwickelt haben.

Der wichtige Zweig der Himmelsmechanik, die Perturbationsrechnung geht aus einem wohlbekannten Zustand des Sonnensystems in dem Anfangsjahr der Rechnung (1800 oder 1900) aus, in welchem Zustand der aufsteigende Knotenpunkt der Erde als ein Ausgangspunkt für die Bestimmung der Längen der übrigen aufsteigenden Knotenpunkte funktioniert, dennoch hat es noch niemand unternommen, sich mit dem Problem des bevorzugten Quadranten zu beschäftigen. MIŠKOVIĆ macht in seinem Bericht [1931, 2] keine Erwähnung davon, MILANKOVIĆ veröffentlicht in seinem klassischen Werk, im Kanon der Erdbestrahlung, auf 630 Seiten [8] nicht einmal die Grundkonstanten, wo doch für die Lösung dieses Problems die Kenntnis der Grundkonstanten unentbehrlich ist. In der ganzen diesbezüglichen Weltliteratur gibt es nur eine Ausnahme, das ist das volkstümliche Werk von DETRE [9] »Nachrichten aus dem Kosmos«, welches Werk im Verlage der Naturwissenschaftlichen Gesellschaft in Budapest in ungarischer Sprache erschien (1935), aber leider schon ausgegangen ist. DETRE erwähnt darin als eine Eigentümlichkeit des Sonnensystems, daß sämtliche aufsteigende Knotenpunkte der Hauptplaneten in einem Kreisquadranten liegen und bemerkt dazu, die Ursache davon ist unbekannt. Es wäre höchste Zeit, daß man diese internationale Lücke ausfüllte.

SCHRIFTTUM

1. STOCKWELL, J.: Memoir on the secular variations of the elements of the 8 principal planets. Smiths. Contr. Knowledge. 18. Washington, 1873.
2. MIŠKOVIĆ: Bericht über die sekulären Variationen der Erdbahnelemente. Serbische Akademie d. Wissenschaften, Belgrad. 1931.
3. MILANKOVIĆ, M.: Mathematische Klimalehre und astronomische Theorie der Klimaschwankungen. Berlin, 1930.
4. KÖPPEN, W.—WEGENER, A.: Die Klimate der geologischen Vorzeit. Berlin, 1924.
5. PILGRIM, L.: Versuch einer rechnerischen Behandlung des Eiszeitalters. Jahresber. d. Ver. f. Vaterländ. Naturkunde in Württemberg, 1904.
6. BACSÁK, GY.: Pliozän- und Pleistozänzeitalter im Licht der Himmelsmechanik. Acta Geologica. Tom. 3. Fasc. 4. Budapest, 1955.
7. BACSÁK, GY.: Zusammenhänge zwischen den säkularveränderlichen Elementen der Erdbahn. Csill. Lapok, 6. évf. 4. sz. Budapest, 1943. (ungarisch).
8. BACSÁK, GY.: Die Erdgeschichte der letztverflossenen 600 000 Jahre. M. Áll. Földt. Int. Vitaülései 1944-ről. Budapest, 1944. (ungarisch).
9. MILANKOVIĆ, M.: Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem. Ed. spec. Acad. R. Serbe. Belgrad, 1941.
10. DETRE, L.: Nachrichten aus dem Kosmos. Naturwiss. Gesellschaft. Budapest, 1935.
11. WOLDSTEDT, P.: Die Klimakurve des Tertiärs und Quartärs. Eiszeitalter u. Gegenwart, Bd. 4/5. Öhringen (Würt. 1954.)

ZUSAMMENFASSUNG

In einer jeden Übersichtstabelle des Sonnensystems werden die Werte i und θ angegeben, wo i die Inklination der Planeten zu der Bahnebene der Erde für einen Anfangszeitpunkt (gewöhnlich 1800) bedeutet. Die Neigungswinkel liegen zwischen 0°46′ und 3°; nur Merkur hat 7°. Der Winkel θ bedeutet die Richtung der Knotenlinie gemessen vom Frühlingspunkt. Die Werte von θ liegen zwischen 45° und 135°; der restliche Teil des Kreises ist leer. Über die Ursache dieses auffallenden Umstandes findet man in den astronomischen Werken keine Erklärung. Der Quartärforscher muß aber die Ursache kennen, denn sie ist die Vorbedingung dafür, daß die glazialen Klimaschwankungen den KÖPPENschen Schwellenwert erreichen und in der Periglazialzone (Mitteleuropa, Mittelasien, Mittelnordamerika) eine trocken-kalte Klimarevolution verursachen. Es soll also im vorliegenden Aufsatz eine annehmbare Erklärung dieses Sachverhaltes gegeben und für die 600 000 Jahre des Quartärs eine absolute Zeitrechnung aufgestellt werden.

ON THE CAUSES OF THE PREFERRED QUADRANT AND ON ITS CONNECTIONS WITH THE QUATERNARY GLACIATIONS

GY. BACSÁK

SUMMARY

All tables of the parameters of the solar system present lists of the i and θ parameters. i is the angle subtended by the orbital plane of the Earth on the one hand and that of another planet on the other, referred to a given epoch, generally to the year 1800. The inclinations are between 0°46′ and 3°, except for that of Mercurius, which reaches as much as 7°. The angle θ is the angle subtended by the nodal line and the spring point. The θ angles of the planets are all crammed in the quadrant between 45° and 135°: the rest of the quadrants are empty. This remarkable phenomenon is by-passed without explanation in the textbooks of astronomy. For the scientists involved in the study of the quaternary, however, this lack is unacceptable, because it depends exactly on this phenomenon whether the glacial oscillations of the climate reach KOEPPEN's threshold value, that is, whether they are capable of bringing about a glacial climatic revolution in the periglacial zone (Central Europe, Central Asia, Central North America). The aim of the present paper is to offer an explanation of the phenomenon in point and to set up an absolute chronology for the 600 000 years of the Quaternary.

LE QUADRANT FAVORISÉ ET SA RELATION AVEC LES GLACIATIONS QUATERNAIRES

GY. BACSÁK

RÉSUMÉ

Tous les tableaux relatifs au système solaire donnent la série des valeurs i et θ. i est l'angle formé par le plan d'orbite des planètes et celui de la Terre, rapporté à une époque donnée, généralement à 1800. Les angles d'inclinaison vont de 0°46′ à 3°, seul le Mercure atteint 7°. L'angle θ est celui mesuré du noeud à l'équinoxe. Les angles θ des planètes se trouvent groupés dans le quadrant entre 45° et 135°, les autres parties du cercle restant vides. Ce phénomène singulier n'est point expliqué dans les traités d'astronomie. Cependant, le quaternariste ne saurait se passer de cette explication, ce phénomène déterminant si les fluctuations climatiques glaciaires atteignent la valeur limite de KÖPPEN, et peuvent provoquer une révolution de climat sec et froid dans la zone périglaciaire (Europe centrale, Asie centrale, Amérique du Nord centrale). L'étude se propose de donner l'explication du phénomène en question, ainsi que la chronologie absolue des 600 000 années de la période quaternaire.

ОБОСНОВАНИЕ ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОГО КВАДРАНТА И ЗАВИСИМОСТЬ ЕГО ОТ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОЛЕДЕНЕНИЙ

Д. БАЧАК

РЕЗЮМЕ

Все таблицы по солнечной системе дают серию значений i и θ. i означает угол между плоскостью орбиты планет и плоскостью орбиты Земли, отнесенный к некоторому заданному периоду — обычно к 1800 г. Углы наклона находятся в пределах от 0° 46' до 3° только для Меркурия он достигает 7°. Угол θ представляет собой угол узловой точки, измеряемый от точки весны. Углы θ планет приходятся на квадрант между 45° и 135°, а остальная часть окружности остается свободной. Это бросающееся в глаза явление не объясняется учебниками по астрономии. Но исследователь четвертичного периода не может обойтись без его объяснения, так как от этого зависит вопрос о том, достигают ли гляциальные колебания климата предельного значения КЕППЕНА и могут ли они вызвать сухо-холодную климатическую революцию в перигляциальной зоне (Средняя Европа, Средняя Азия, средняя часть Северной Америки). Данной работой ставится цель дать объяснение этому явлению и абсолютное определение возраста четвертичного периода, равного 600 000 г.

ПОПРАВКА

В работе канд. тех. наук В. Лингарта «По поводу наклепа поверхности для повышения усталостной прочности», опубликованной в **Acta Technica** том 41 № 1—2 (стр. 51—54), по ошибке была пропущена табл. № 2 которую приводим здесь дополнительно.

ТАБЛИЦА к рис. 2

Сталь	Обработка	Прочность материалов кг/мм²	Предел усталости	
			кг/мм²	%
11558	нормал. отжиг	67	8	100
	нормал. отжиг, обкатка роликами	67	17	212
15230	улучшено, обкатка роликами	80	17	—

Elfter Internationaler Kongress für Angewandte Mechanik

Der Elfte Internationale Kongreß für Angewandte Mechanik wird *im Deutschen Museum in München (Deutschland) von Sonntag, 30. August bis Samstag, 5. September 1964* abgehalten werden.

Außer einer Anzahl von vorgeplanten Allgemeinen Voträgen werden die Arbeitssitzungen des Kongresses zwei Sektione umfassen:

Sektion 1: Mechanik der Festkörper,

Sektion 2: Mechanik der Flüssigkeiten und Gase.

Der Elfte Kongreß wird dagegen weder Probleme der Thermodynamik noch Numerik und Rechenautomaten als solche behandeln, ausgenommen insoweit, als sie unmittelbar mit Problemen der beiden genannten Sektionen verknüpft sind.

Frühere Kongresse haben gezeigt, daß es wünschenswert ist, hinreichend viel Zeit für die einzelnen Vorträge und Diskussionen vorzusehen. Um eine Zeitspanne von 45 Minuten für jedes Thema (höchstens 30 Minuten Vortrag, 10 Minuten Diskussion, 5 Minuten Pause) zu ermöglichen, wird ein Programm-Komitee eine (bei großer Zahl von Anmeldungen entsprechend enge) Auswahl unter den angemeldeten Vorträgen treffen. *Daher sollen die Vorträge vor 1. Februar 1964 beim Programm-Sekretariat des Mechanik-Kongresses, Stuttgart (Deutschland), Technische Hochschule, Institut für Mechanik, angemeldet werden* (ausgenommen die Vorträge aus den Vereinigten Staaten von Amerika und aus der Sowjetunion, da hierfür eine besondere Regelung im Benehmen mit den beiden National-Komitees für Theoretische und Angewandte Mechanik getroffen worden ist).

Der Anmeldung müssen vier Exemplare des vorläufigen *Druckmanuskriptes des Vortrages* (oder aber mindestens eines *sehr ausführlichen Vortragsauszuges)* sowie vier (für das Teilnehmer-Programm bestimmte) *Kurzauszüge* des Vortrages von höchstens 12 Zeilen (und ohne Formeln) beigefügt werden, und zwar beides womöglich in Deutsch oder Englisch, oder Französisch, oder

Italienisch, um die Arbeit des Programm-Komitees zu erleichtern. Vortragsanmeldungen, die nach dem 1. Februar 1964 eingehen, haben keine Aussicht, berücksichtigt werden zu können.

Die Entscheidungen des Programm-Komitees sind endgültig, und das Komitee kann sich in keinen Briefwechsel darüber mit den Verfassern einlassen. Diese werden über die Entscheidung unverzüglich unterrichtet, womöglich bis spätestens 1. Mai 1964. Vorträge, die schon auf anderen nationalen oder internationalen Kongressen oder Symposien gehalten worden sind, können auf keinen Fall zugelassen werden.

Es ist beabsichtigt, die angenommenen und gehaltenen Vorträge in den «Verhandlungen des Elften Internationalen Kongresses für Angewandte Mechanik» ausführlich zu veröffentlichen. Dabei dürfen selbstverständlich an den schon bis 1. Februar 1964 eingereichten Druckmanuskripten vor dem Druck noch Verbesserungen vorgenommen werden, die weder das Thema noch den Umfang wesentlich ändern.

Die örtliche Organisation liegt in den Händen *des Organisations-Sekretariats des Mechanik-Kongresses, München 2 (Deutschland), Institut für Mechanik, Arcisstraße 21.* Alle Briefe, ausgenommen die Vortragsanmeldungen samt Manuskripten und Auszügen, sind an dieses Münchner Organisations-Sekretariat zu richten. Anmeldungsformulare für die Teilnahme am Kongreß sowie Auskünfte über die Unterkunft in München können vom Münchner Sekretariat ab 1. Juli 1963 erbeten werden. Um die Unterkunft in München zu gewährleisten, sollen sich alle Kongreß-Teilnehmer so früh wie möglich, spätestens aber bis 1. Februar 1964 beim Organisations-Sekretariat in München angemeldet haben.

Das Deutsche Organisations-Komitee
R. Grammel, Präsident

Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója — Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor
A kézirat nyomdába érkezett: 1963. III. 25. — Terjedelem: 13,50 (A/5) ív, 29 ábra, 1 melléklet

63.56887 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up volumes.

Manuscripts should be addressed to

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Hungary

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest I., Fő utca 32. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante:

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Hongrie

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest I., Fő utca 32. Compte courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу:

Acta Technica
Nádor u. 7.
Budapest V.
Венгрия

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest I., Fő utca 32. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

40,— Ft

INDEX

Veres, I.: The Enrichment of Alumina Factory Vanadium Muds with Particular Attention to the so-called Cold Enrichment — Über die Aufbereitung der Vanadiumschlamme von Tonerdefabriken, mit besonderer Rücksicht auf die sog. kalte Aufbereitung — L'enrichissement, et particulièrement l'enrichissement à froid des boues de vanadium des usines d'alumine — *Верец, И.:* Обогащение содержащих ванадий глиноземистых шламов алюминиевых заводов с применением так называемого холодного обогащения 311

Likes, J.: On the Problem of Particle Number and Size Determination in Opaque Bodies — Über das Problem der Bestimmung der Anzahl und der Größe von Teilchen in lichtundurchlässigen Körpern — La détermination du nombre et de la grandeur des particules dans les corps opaques — *Лике́ш, Й.:* О проблеме определения количества и величины частиц в телах, не пропускающих свет 325

Tankó, J.: A Characteristic of Stationary Processes Used in the Textile Industry — Über eine in der Textilindustrie übliche Kennzahl von stationären Vorgängen — Une caractéristique des processus stationnaires utilisée dans l'industrie textile — *Танко, Й.:* Показатель стационарных процессов, используемый в текстильной промышленности 361

Tihanyi, L.: The Dimensioning of Shielding Walls against Gamma Radiation — Die Dimensionierung von Schutzwänden gegen Gammastrahlung — Le calcul des murs de protection contre les rayons gamma — *Тихани, Л.:* Расчет защитных стен против действия гамма-излучений 391

Zilahi, M.: The Correct Determination of the Irregularity of Random Products — Die richtige Ermittlung der Grenzungleichmäßigkeit von Spinnereiprodukten — La détermination correcte de la limite d'irrégularité des produits de filature — *Зилахи, М.:* Правильное определение граничной неравномерности продукта прядильного производства 415

S. K. Lakshmana Rao: Solution of the Torsion of Beams in Terms of Tchebycheff Polynomials — Die Lösung des Torsionsproblems mit Hilfe von Tschebitscheff-Polynomen — Solution du problème de torsion a l'aide de polynomes de Tchebitchev — *К. Лакшмана Рао:* Решение проблемы кручения с помощью многочленов Чебыщева 429

Bacsák, Gy.: Die Ursache des bevorzugten Quadranten und ihr Zusammenhang mit den quartären Eiszeiten — On the Causes of the Preferred Quadrant and on its Connections with the Quaternary Glaciations — Le quadrant favorisé et sa relations avec les glaciations quaternaires — *Бачак, Д.:* Обоснование предпочтительного квадранта и зависимость его от четвертичных оледенений 435

Index: 26.025