

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XXVI

FASCICULI 1—2

VICTORI MIHAILICH
octogenario
professori illustrissimo
et de arte technica
optime merito



1959

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó”-nál (Budapest V., Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-44), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy annak külföldi képviselőinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, französischer, englischer oder russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfangs. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Außenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

ACTA TECHNICA

Tomus XXVI

INDEX

- Árkosi, K. and Barna, J.* : Electron Microscope Investigation of Hungarian Kaolinites — Elektronmikroskopische Untersuchung von ungarischen Kaolinen — Examination des kaolins hongrois au microscope électronique — *Аркоши, К. и Барна, Я.*: Анализ с помощью электронного микроскопа венгерских сортов каолина 357
- Barta, J.* : Viermomentengleichung zur statischen Berechnung eindimensionaler ebener Träger — Four Moments Equation for the Stress Analysis of Plain Structures of One Dimension — Équation des quatre moments pour le calcul statique des structures planes à une dimension — *Барта, Й.*: Уравнение четырех моментов для статического расчета одноразмерных плоскостных ферм 79
- Benedikt, O.* : Neue Entwicklungsmöglichkeiten der 50-HZ-Einphasen-Stromwendertriebfahrzeuge — New Possibilities of the Development of Electrical Traction with 50 HZ Commutator Motors — Nouvelles possibilités offertes par des moteurs de traction à 50 pér. monophasés, à collecteur — *Бенедикт, О.*: Новые возможности развития однофазных коллекторных локомотивов промышленной частоты ... 229
- Csonka, P.* : Über doppelt gekrümmte Schalen — Shells Curved in Two Directions — Coques courbées en deux directions — *Чонка, П.*: О кривых в двух направлениях оболочках 87
- Csonka, P.* : Geometrical Verification of J. Pelikán's Thesis on Evolution — Geometrischer Nachweis des J. Pelikán'schen Entwicklungssatzes — Vérification géométrique de la thèse de développement de J. Pelikán — *Чонка, П.*: Геометрическое доказательство теоремы трактовки Й. Пеликана 399
- Csonka, P.* : Constructional Method to Determine the Coefficients Figuring in the Stress-formula for Eccentric Loading — Zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung der Konstanten in der Spannungsformel der ausmittigen Belastung — Procédé de construction pour le calcul des constantes figurant dans la formule de sollicitation excentrique — *Чонка, П.*: Прием построения для определения постоянных, фигурирующих в формулах напряжений эксцентричной нагрузки 419
- Dulácska, E.* : Kreisring- und kugelflächenförmige Schale über viereckigem Grundriß — Annulus- and Sphere-shaped Shell over a Rectangular Base — Voiles toriques et sphériques sur bases rectangulaires — *Дулачка, Э.*: Оболочка торусной и сферической поверхности над четырехугольным планом 349
- Gósi, S.* : Untersuchung des Arbeitsvorganges an der Diesel-Einspritzpumpe von System »Ganz-Jendrassik« — Investigation of the Operation of the Ganz-Jendrassik-type Diesel Injection Pump — Examen du fonctionnement de l'injecteur pour moteurs Diesel, système Ganz-Jendrassik — *Гешу, Ш.*: Исследование режима работы топливного насоса дизельного двигателя системы Ганц-Яндрассик 273
- Gyengő, T.* : Neue Grundlagen für die Bestimmung der Betonfestigkeit — New Method for the Determination of the Strength of Concrete — Nouvelle méthode pour la détermination de la résistance du béton — *Дьенге, Т.*: Новые принципы определения прочности бетона 103

<i>Haviár, Gy.</i> : Vorgespannte Betonbalken ohne nachträglichen Verbund — Post-tensioned Concrete Beams with Non-bonded Steel — Poutres de béton post-contraintes avec armatures glissantes en acier — <i>Хавиар, Дь.</i> : Последующие напряженные бетонные балки со скользящей стальной арматурой	115
<i>Hetényi, M.</i> : A Comparison of Various Solutions for Beams on Elastic Foundation — Vergleich verschiedener Lösungen elastisch gebetteter Träger — Comparison des différentes solutions des poutres à porteurs élastiques — <i>Хетени, М.</i> : Сравнение различных балок на упругом основании	21
<i>Hruban, K.</i> : Die Grenzspannung der Längsbewehrung von Stahlbetonbalken — Limitstress of Longitudinal Reinforcement of Reinforced Concrete Beams — Tension limite de l'armature longitudinale des poutres en béton armé — <i>Хрубан, К.</i> : Предельные напряжения продольной арматуры железобетонных балок	29
<i>Kardos, Á.</i> : On Effect of Cutting Speed on Chip Deformation of Aluminium-Alloys — Über den Einfluß der Schnittgeschwindigkeit auf die Spannbildung von Aluminiumlegierungen — Sur l'influence de la vitesse de coupe sur la formation des copeaux de l'aluminium — <i>Кардош, А.</i> : Влияние скорости резания на стружкообразование алюминия	423
<i>Kereszty, P.</i> : La capacité de gauchissage des véhicules de chemin de fer (Étude pratique des déraillements) I. — Die Verwindung von Eisenbahnwagen (Entgleisungs-Untersuchungen) I. — Twisting Capacity of Railway Carriage Structures (Investigation of Derailment) — <i>Керести, П.</i> : Скручивание каркасов железнодорожных вагонов (Исследования случаев схода с рельс) I.	301
<i>Korányi, I.</i> : Analyse der Grenzspannung bei St. 37 — Conditions Influencing Limitstress of Steel Type St. 37 — Circonstances influant sur la détermination de la tension limite de l'acier St. 37 — <i>Корани, И.</i> : Обстоятельства, влияющие на определение предельного напряжения стали Ст. 37.	135
<i>Lewicki, E.</i> : Neuere Versuche über die Dampfbehandlung von Frischbeton zur Erreichung früher Festigkeit — Newer Tests on the Steam-curing of Concrete to Accelerate the Increase of its Strength — Nouveaux essais pour augmenter la résistance initiale du béton par un traitement à la vapeur — <i>Левуцки, Э.</i> : Исследования роста прежней прочности путем пропарки бетона	45
<i>Mašín, A. und Bakalíková, O.</i> : Der Oberflächenmartensit in der Fe-Ni-Co-Legierung und die Bedingungsfaktoren seiner Ausbildung im allgemeinen — The Surface Martensite of a Fe-Ni-Co Alloy and the General Conditions of its Formation — Le martensite superficiel dans l'alliage Fe-Ni-Co et les conditions générales de sa formation — <i>Машин, А. и Бакаликова, О.</i> : Поверхностный мартенсит в сплаве Fe-Ni-Co и факторы его образования вообще	403
<i>Menyhárd, I.</i> : Über die Berechnung von Bogenträgern aus idealplastischem Material — Calculation of Arch-girders of Perfectly Plastic Material — Sur le calcul de poutres en arc d'un matériau idéalement plastique — <i>Меньхард, И.</i> : О расчете арочных балок из идеально-пластичного материала	153
<i>Olszak, W. und Sawczuk, A.</i> : Die Grenztragfähigkeit von zylindrischen Schalen bei verschiedenen Formen der Plastizitätsbedingung — Ultimate Load Carrying Capacity of Cylindrical Shells for Different Forms of the Yield Condition — Charge limite des voiles cylindriques, pour différentes conditions de plasticité — <i>Ольшак, В. и Савчук, А.</i> : Предельная и несущая способность цилиндрических оболочек при различных условиях пластичности	55
<i>Palotás, L.</i> : Győző Mihailich — <i>Палоташ, Л.</i> : Дьезе Михайлич	11
<i>Palotás, L.</i> : Torsion von geradachsigen Stäben — Torsion of Bars with Straight Axis — Torsion des barres à axe rectiligne — <i>Палоташ, Л.</i> : Кручение стержней с прямой осью	161
<i>Schwertner, A.</i> : Die Knickung des Bogens — Buckling of Arches — Flambage des arcs — <i>Швертнер, А.</i> : Устойчивость арок	175

<i>Széchy, K.</i> : Über die wirtschaftlichere Gestaltung und genauere Berechnung der Brückenwiderlager — More Economical Shaping and Exact Calculation of Abutments — Construction plus économique et calcul plus exact des culées de ponts — <i>Сечи, К.</i> : Более экономичное оформление опорных стен мостов и их более точный расчет	191
<i>Széchy, K.</i> : Vorwort — Preface — Préface — <i>Сечи, К.</i> : Предисловие	3
<i>Üveges, J.</i> und <i>Máriássy, M.</i> : Untersuchungen über die thermischen Umwandlungen der oxydischen und hydroxydhaltigen Bauxitmineralien — Transformation of the Oxides and Oxi-hydrates, Contained in the Bauxites, during Dehydration — Quelques recherches sur la décomposition thermique des minerais de bauxite — <i>Эвегеш, Й.</i> и <i>Марьяши, М.</i> : Изменения окисей и гидроокисей бокситов при кальцинации	381
<i>Вамош, Т.</i> : Линеаризация и автономность процессов регулирования нагрузки котлов — <i>Vámos, T.</i> : Autonomer und linearer Charakter der Lastregelung von Kesseln — Linearity and Autonomy of Steam Boiler Load Regulation — La linéarité et le caractère autonome de la régulation de la charge des chaudières.....	365

ACTA
TECHNICA
ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XXVI



1959

VORWORT

Prof. Dr. K. SZÉCHY

KORR. MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

Die Entwicklung der Brückenbaukunst in Ungarn war ein Erfordernis der geographischen Lage des Landes. Die beiden großen Flüsse, die Donau und die Theiß, sowie ihre zahlreichen Nebenflüsse haben die Erschaffung von Verkehrswegen über die Wasserläufe schon in alten Zeiten erzwungen. Die Traditionen der römischen Brückenbaukunst und die Reste der berühmten festen Donaubrücken beim Eisernen Tor und angeblich in Aquincum haben der späteren Bevölkerung nicht nur die Anregung gegeben, sondern haben ihr auch eine gewisse Kühnheit verliehen Brücken zu bauen, die sich auch als Ingenieurwerke immer auszeichneten. Die berühmte Schiffbrücke des König MATTHIAS (1470), auch die späteren »Flugbrücken« sind schon Beweise dieser Tätigkeit. Im XVIII. Jahrhundert stand schon eine Reihe von festen hölzernen Bogenbrücken mit Zugband und mit Spannweiten von 40,0 bis 70,0 m, und im Jahre 1840 wurden schon mehrere gußeiserne Bogenbrücken aus rohrförmigen Querschnitten und mit Zugketten ausgeführt. In der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts hat der ehemalige berühmte Professor der Technischen Hochschule Budapest Dr. ANTON KHERNDL die Grundlagen einer bedeutenden wissenschaftlichen Entwicklung niedergelegt. Auf diesen Grundlagen, durch die Mitarbeit von J. FEKETEHAZY, S. GÁLLIK und J. BEKE entstanden die ersten weltberühmten schönen Donaubrücken in Budapest. Leider sind diese Meisterwerke im zweiten Weltkriege alle vernichtet worden, jedoch wurden sie in verhältnismäßig kurzer Zeit wieder hergestellt und dadurch die theoretischen und praktischen Verfahren bedeutend weiterentwickelt. Damit konnten die Nachfolger der früheren Meister beweisen, daß der Brückenbau in Ungarn sich tief im Ingenieurgeist eingebürgert hatte. Alle Ingenieure, die heute im Brückenbau tätig sind, verdanken die Grundlagen ihrer Kenntnisse und die Liebe zum Beruf Herrn Prof. Dr. Ing. h. c. GYÓZŐ MIHALICH, Mitglied der Ung. Akademie der Wissenschaften, dem Schüler und später Mitarbeiter von Prof. Dr. A. KHERNDL, der diese reiche Traditionen und Kenntnisse nicht nur seinen Hörern übergeben, sondern dieselben auch in hohem Maße weiterentwickelt hat. Daneben unterstützte er seine Schüler in ihrer weiteren Laufbahn und Arbeit mit

den wertvollsten Ratschlägen und sicherte ihnen eine ständige Fortbildung. Er stand immer an der Seite der technischen Entwicklung und seine entschlossene Stellungnahme bei der Besprechung der schwersten Probleme bedeutete eine Hilfe von unschätzbarem Wert. Das wohlbegründete Vertrauen zu seinem Wissen führte die Anregungen zur Erschaffung und zur Anwendung modernerer und neuerer Berechnungs- und Ausführungsmethoden zur Verwirklichung. Neben seiner grundlegenden wissenschaftlichen Tätigkeit auf dem Gebiete des Stahlbetons und der Materialprüfung ist er durch diese unermüdlige erzieherische Tätigkeit und seine ständige Teilnahme an der Lösung der praktischen Brückenbauprobleme der wirkliche *Altmeister des ungarischen Brückenbaues* geworden, der nach der Herstellung der heimischen Brücken dem Vaterlande auch schon im Ausland, im Nahen Osten Ruhm und Anerkennung erwirbt.

Zur Anerkennung seiner hervorragenden und grundlegenden wissenschaftlichen Tätigkeit auf dem Gebiete der Stahlbetonstatik und des Brückenbaues hat die Klasse für technische Wissenschaften der Ung. Akademie der Wissenschaften anlässlich seines 80sten Geburtsjahres die Veröffentlichung dieser Festschrift beschlossen, in welcher die Würdigung seiner Dienste auch durch einige Forschungsarbeiten seiner ausländischen Verehrer und heimischen Schüler zum Ausdruck gelangt.

In diesem Sinne und mit tief empfundener Verehrung und Dankbarkeit wünschen wir alle dem Jubilanten gute Gesundheit, körperliche Frische und eine erfolgreiche weitere Tätigkeit.

PREFACE

D. K. SZÉCHY

CORRESPONDING MEMBER OF THE HUNG. ACADEMY OF SC., BUDAPEST

The development of science and art of bridge-construction in Hungary was a necessity, arising from the geographic situation of the country. Our two great rivers, the Danube and the Tisza, as well as their numerous tributaries made it necessary already in ancient times to establish traffic-routes across them. Traditions of Roman bridge-building art, and the famous bridges over the Danube at the Iron Gates and probably at Aquincum, built by the Romans, gave subsequent populations not only an incitement, but also the courage to built bridges, that were at all times excellent as engineering achievements. King MATTHIAS's famous floating-bridge (1470), as well as the flying bridges of a later date were all proofs of this activity. During the XVIIIth century numerous timber-bow-string bridges were built in the country with a span of 40 to 70 meters, and in 1840 several cast-iron arch-bridges with chain-ties were realised; their arches being composed of cast-iron pipes. In the second half of the last century Dr. A. KHERNDL, at that time a prominent professor at the Technical University in Budapest, laid the foundations of a significant scientific development. The beautiful Danube-bridges in Budapest, known all over the world, were constructed on the afore-mentioned bases and with the cooperation of J. FEKETEHAZY, I. GÁLLIK, J. BEKE and other civil engineers. It is most unfortunate, that all these master-works had been destroyed during world-war II, but after the end of the war they were reconstructed in a relatively very short time. These activities helped both theoretical and practical experience to develop to a significant degree. The successors of the afore-mentioned masters in this way were able to prove that in Hungary bridge-construction became deeply rooted in the engineering mind.

All engineers today working in Hungary in the field of bridge-construction are indebted for the bases of their knowledge and for the love of their profession to Prof. Dr. GYŐZŐ MIHALICH, Ordinary Member of the Hungarian Academy of Sciences, who himself was first a student, and later a collaborator of professor Dr. KHERNDL. His rich traditions and experiences were not only directly transferred by him to his students, but he developed them himself

to a very high degree. Besides, he helped his students in their further career and professional activities by valuable advices; and ensured the possibility for their constant, continuous postgraduate education. He always stood on the side of the technical development, and his resolute attitude also in discussions on the most difficult questions was an aid of inestimable value. Confidence, and as it must be said, well-founded confidence in his knowledge gave again and again, an incitement to realize new and up-to-date methods in calculations and constructions. In addition to his fundamental scientific work in the field of reinforced concrete and testing of materials, and also his indefatigable educational work, and his perpetual collaboration in the solution of practical problems concerning bridge-construction, this made him the real great old man and master of bridge-construction; of that bridge-construction, which after the reconstruction of the Hungarian bridges had already acquired even in foreign countries, mostly in the Near-East, reputation and acknowledgement.

In order to appreciate his excellent and fundamental achievements or the field of statics of reinforced concrete and of bridge-construction, the Technical Section of the Hungarian Academy of Sciences decided on the occasion of his 80th birthday to publish a memorial publication, that will contain beyond the acknowledgement of his merits, also research-works of his foreign venerators and Hungarian disciples.

With due regard to all that mentioned above, we do all wish to our great master, with deeply felt thankfulness and honour in our heart, the best of good health, spiritual freshness and further successes for long years to come.

PRÉFACE

Prof. Dr. K. SZÉCHY

MEMBRE CORRESP. DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE HONGRIE

Le développement de la science et de l'art de la construction des ponts était, en Hongrie, d'une nécessité déterminée par la situation géographique du pays. Dès les temps anciens, les deux grands fleuves : le Danube et la Tisza, ainsi que leurs nombreux affluents imposèrent aux peuples riverains la nécessité d'établir des ponts pour la communication. Les traditions de l'art de construire et les ponts célèbres réalisés par les Romains aux Portes de Fer et, vraisemblablement, près d'Aquincum, non seulement encouragèrent les peuples établis ultérieurement dans le Bassin Carpathique, mais les poussèrent aussi à construire des ouvrages non moins excellents par leur technique. Le célèbre pont de bateaux du roi MATHIAS (1470), et plus tard, les ponts flottants portent témoignage de cette activité. Au XVIII^e siècle, toute une série de ponts en arc à tirant a été construite en bois, avec des ouvertures allant de 40 à 70 mètres, et en 1840, plusieurs ponts en arc tubulaires de fonte, à tirant en forme de chaîne ont été construits. Dans la seconde moitié du siècle passé, le docteur Antal KHERNDL, professeur illustre de l'Université Technique de Budapest, eut le grand mérite d'avoir établi les fonds d'un développement scientifique important. Les premiers ponts sur le Danube à Budapest, dont la beauté fut universellement reconnue, avaient été construits sur cette base, avec la collaboration de János FEKETEHAZY, István GÁLLIK, József BEKE et de bien d'autres encore. Ces oeuvres excellentes furent détruites sans exception pendant la deuxième guerre mondiale, mais leur reconstruction, qui eut lieu dans un temps relativement court, permit d'enrichir considérablement les expériences pratiques et théoriques dont on disposait. Les successeurs des maîtres du passé purent bien prouver que l'art de la construction des ponts possède des traditions toujours vivantes parmi les ingénieurs hongrois.

Tous les ingénieurs hongrois, travaillant aujourd'hui dans ce domaine, doivent les bases de leurs connaissances et leur amour de la profession au professeur dr. Győző MIHALICH, membre de l'Académie des Sciences de Hongrie, qui fut lui-même disciple, puis collaborateur du professeur KHERNDL. Le professeur MIHALICH faisait non seulement profiter ses étudiants des riches traditions et de sa vaste expérience, mais il contribuait aussi au large développe-

ment des fondements scientifiques qu'il avait reçus. Il ne perdait jamais de vue ses anciens étudiants qu'il assistait de ses conseils précieux, et assurait leur perfectionnement professionnel suivi. Partisan du progrès technique qu'il encourageait sans cesse, il était d'une aide inestimable dans la consultation des problèmes les plus ardues. Sa confiance dans la science l'a maintes fois encouragé dans l'application de nouvelles méthodes de calcul et d'exécution modernes. Au-delà de ses recherches scientifiques fondamentales, faites dans le domaine du béton armé et des essais de matériaux, son activité éducative inlassable et sa participation constante à la solution des problèmes pratiques de la construction des ponts, l'avaient rendu le maître incontesté de cette branche technique en Hongrie qui, après la reconstruction des ponts du pays, a déjà acquis une renommée à l'étranger, et notamment au Proche-Orient.

En reconnaissance de l'activité scientifique fondamentale et éminente qu'il a déployée dans le domaine de la statique des charpentes en béton armé et de la construction des ponts, la section technique de l'Académie des Sciences de Hongrie publie, à l'occasion du 80^e anniversaire du savant, ce Recueil rendant hommage à ses mérites, qui contient aussi des études originales de quelques-uns de ses collègues étrangers et de ses disciples hongrois.

C'est à cette occasion, et avec un respect et une gratitude profonde que nous souhaitons au professeur MIHAILICH de conserver sa bonne santé et sa vivacité d'esprit, pour pouvoir poursuivre son activité fructueuse dans l'avenir.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Член-корр. АН Венгрии, проф. К. СЕЧИ

Развитие науки и искусства мостостроения в Венгрии было необходимо, вытекающей из географического положения страны. Две крупных реки — Дунай и Тисса и большое число их притоков уже в прошлом требовали прокладки через них коммуникационных дорог. Традиции римского мостостроительного искусства и построенные ими известные дунайские мосты у Железных Ворот (Вашкапу) и предположительно у Аквинкума предоставили позднему населению не только орошение, но и определенную смелость строить такие мосты, которые как инженерные сооружения всегда были отличными. Известный судовой мост короля Матвея (1470), а также позднейшие паромные мосты являются также доказательством творчества в этой области. В XVIII в. стране был построен целый ряд деревянных арочных мостов с балкой жесткости с пролетом до 40—70 м и в 1840 г. было построено ряд арочных мостов с чугунными тяговыми цепями. Во второй половине XIX века тогдашний выдающийся профессор Будапештского Политехнического института др. Антал Керндль заложил основу значительного научного развития в этой области. Исходя из этой основы, и в результате сотрудничества Яноша Фекетехази, Иштвана Галлик, Йожефа Беке и других были построены первые всемирно известные и очень красивые будапештские мосты. К сожалению, все эти шедевры были уничтожены во время второй мировой войны, однако в течение относительно короткого периода после их разрушения они почти все были восстановлены, а за это время имело место значительное развитие теории и практики в этой области. Последователи прежних мастеров смогли доказать, что в Венгрии мостостроение имеет глубокие корни.

Все инженеры, которые в Венгрии работают в области мостостроения, могут быть благодарны за основу их знаний и любовь к призванию профессору, академику АН Венгрии др. Дьезе Михайлич, который сам был учеником, а затем и сотрудником профессора др. Керндль. Он не только непосредственно передавал эти богатые традиции и богатый опыт слушателям, но в очень большой степени он сам развивал дальше эти основы. Наряду с тем он давал ценные советы своим ученикам в их жизни и работе и заботился о

их дальнейшем усовершенствовании. Он всегда стоял за технический прогресс и его принципиальный подход при обсуждении труднейших задач уже сам означал неоценимую помощь. Доверие к знаниям, имеющим твердые основы, давало инициативу в деле осуществления часто новых и современных методов расчета и исполнения. Наряду с фундаментальной работой, проделанной им в области испытания бетона и материалов, эта неустанная работа по подготовке кадров и постоянное его участие в решении практических, мостостроительных проблем сделало его действительным отцом — мастером венгерского мостостроения, того мостостроения, которое после восстановления венгерских мостов добилось славы и признания уже и за границей, на Ближнем Востоке.

Как признание выдающейся и фундаментальной научной работы в области статике железобетонных балок и мостостроения Отделение технических наук Академии наук Венгрии приняло решение, что по случаю 80-летия его рождения будет выпущен сборник в честь его памяти, в котором наряду с изложением достигнутых им успехов будут опубликованы также исследовательские работы отдельных зарубежных исследователей, отзывающихся о нем с признанием, и отечественных его учеников.

Здесь мы должны выразить наше глубокое почтение и уважение к юбиляру и пожелания доброго ему здоровья и дальнейшей успешной работы.

GYŐZŐ MIHAILICH

Prof. L. PALOTÁS

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

Győző MIHAILICH, Diplomingenieur, ordentliches Mitglied der Ung. Akademie der Wissenschaften, Doktor der Technischen Wissenschaften, Ehrenvorstand der Klasse für technische Wissenschaften der Akademie, Kossuth-Preisträger, jahrzehntelang leitender Professor des Lehrstuhls II für Brückenbau an der Budapester Universität für Bau- und Verkehrswesen, vollendete vor kurzem sein 80. Lebensjahr. Das Präsidium der Ungarischen Akademie der Wissenschaften beschloß bei dieser Gelegenheit, zu Ehren dieses hervorragenden Repräsentanten der ungarischen Wissenschaft eine Festschrift zu veröffentlichen, unter Mitwirkung jener Fachleute, die im In- und Auslande mit dem gefeierten Professor MIHAILICH in freundschaftlicher oder fachlicher Beziehung standen, sowie derjenigen, die er im Laufe seiner langjährigen Lehr- und Erziehungsarbeit an der Budapester Technischen Universität erzog, lehrte und in die theoretischen und praktischen Probleme des Brückenbaues einführte.

Zu dieser festlichen und für jeden ungarischen Ingenieur denkwürdigen Gelegenheit geben wir nun einen Überblick der wichtigsten Momente der jahrzehntelangen wissenschaftlichen und technischen Tätigkeit Professor MIHAILICHs.

Győző MIHAILICH wurde am 14. Oktober 1877 in Temesvár geboren. Nach Erwerbung des Ingenieur-Diploms wurde er 1899 Assistent neben Prof. KHERNDL, des hochberühmten Professor der Technischen Universität, später Adjunkt, Doktor der technischen Wissenschaften, 1906 Privatdozent und Gastvorleser im Lehrfach »Eisenbetonkonstruktionen«. Zu dieser Zeit hielt er den Studierenden des Faches »Maschinenbau« Vorlesungen über Graphostatik und Eisenkonstruktionen, den Studierenden des Faches »Bauingenieurwesen« hingegen Vorlesungen über Eisen- und Eisenbetonkonstruktionen.

In 1916 erwarb er den Titel eines außerordentlichen Professors, wurde Gastvorleser im Lehrfach »Brückenbau I« und in 1920 wurde er zum ordentlichen öffentlichen Professor des Lehrstuhls II für Brückenbau ernannt.

Von 1931 an leitete er das von ihm ins Leben gerufene und neben dem Lehrstuhl tätige Laboratorium für Beton- und Eisenbetonbau, welches später auch für die Zwecke anderer Baustoffprüfungen erweitert wurde.

Seit 1941 bis vor kurzem war er Direktor des Fortbildungsinstitutes für Ingenieure, welches auf seine Anregung hin errichtet wurde. Die Aufgabe dieses Institutes war mit der Organisation von Fortbildungskursen den Mitarbeitern der Universität und den industriellen Werktätigen, die Möglich-



keit zu geben mit der schnellen Entwicklung der Technik dauernd Schritt halten zu können.

Die theoretische und praktische Begründung und Entwicklung des Eisenbetonbaues in Ungarn ist in erster Reihe mit seinem Namen verbunden. Er schrieb das erste ungarische Fachwerk zu dem Studium und der Praxis des Eisenbetonbaues (1922), welches später in der zweiten Auflage wesentlich erweitert wurde. Daneben veröffentlichte er zahlreiche wissenschaftlich hoch-

wertige Abhandlungen über die Statik der Tragkonstruktionen, sowie über Beton- und Eisenbetonbau und über die verschiedenen Baustoffe.

Nach dem zweiten Weltkrieg wurde er zur Anerkennung seiner hervorragenden Leistungen auf dem Gebiete der technischen Wissenschaften mit dem Kossuth-Preis I. Klasse und mit dem Verdienstorden III. Grades der Volksrepublik, anlässlich seines 80. Geburtstages mit dem »Verdienstorden der Arbeit« »Rote Fahne« ausgezeichnet.

Trotz seines hohen Alters ist er noch immer im wissenschaftlichen und industriellen Leben tätig.

In 1948 wurde ihm das technische Ehrendoktorat der Budapester Technischen Universität und in 1954 das Ehrendoktorat der Dresdner Technischen Hochschule verliehen.

Wissenschaftliche Tätigkeit. Graphische Bestimmung der Zusatzspannungen infolge der starren Verbindung der Knotenpunkte (Dissertation zur Erlangung der technischen Doktorwürde, Budapest, 1906, 38 S.). — Bestimmung der elastischen Durchbiegung von Fachwerkträgern (Wochenanzeiger der MMÉÉ, 1908). — Neuerer Stein- und Eisenbeton-Brückenbau (daselbst, 1909). — Graphische Bemessung der Eisenbetonträger (daselbst). — Die Parkgassenbrücke in Temesvár (Beton- u. Eisen, 8. Jrg., 1909). — Konsolartiger Brückenbau in Ungarn (Wochenanzeiger der MMÉÉ, 1910). — Die Eisenkonstruktionen der Theiß-Straßenbrücke in Szolnok (Mitteilungen der MMÉÉ, 1912). — Über den Wasserturm des Újpesti Wasserwerkes (Daselbst, 1913). — Eisenbetonkonstruktionen. I. Band, Bp., 1922, 406 S. — Stein-, Beton- und Holzbrücken (Abbildungsverzeichnis). 2. Aufl., Bp., 1922, 36 S. — Antal KHERNDL zum Gedächtnis. (Ansprachen an der Universität, Bp., 1924.) — Der Getreidespeicher im Freihafen von Budapest (Beton u. Eisen, 28. Jg., 1929). — Die Halle der Autobusgarage in der Szabó J.-Straße in Budapest (Bautechnik, 9. Jg., 1931). — Essais comparatifs avec poutres de béton à section en T avec armature en acier siliceux et réduction des sections des armatures contre le cisaillement (Association Internationale des Ponts et Charpentes I^{er} Congrès, Paris, 1932). — Vergleichsexperimente mit T-Querschnittträgern aus stahlbewehrtem Portlandzement- und Bauxitzementbeton (Anzeiger für Stoffprüfung, 1934). — Der Einfluß der Wärme auf die Festigkeit des Bauxitzementbetons. Akademische Antrittsrede (Anzeiger für Mathematik und Naturwissenschaften, 1936). — Theorie und Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen. Unter Mitwirkung von Antal SCHWERTNER und Tibor GYENGŐ. Bp., 1946, 455 S. — Neuere Entwicklung des Eisenbetonbaues. (Vorgespannte- und Schalenbauten.) (A vasbeton, 1947.) — Zeitgemäße Baukonstruktionen und Verfahren (Mitteilungen der Technischen Abteilung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1. Jg., 1951). Untersuchung ungarischer Zemente in Bezug auf Schwinden, Wirkung der Dampfbehandlung, sowie in Bezug auf die Oberflächen-Verbindung zwischen dem

Beton und den in dem demselben eingebetteten Stahleinlagen (Acta Technica, 2., 1952).

Es möge hier besonders sein, in 1922 in erster Auflage erschienenen Buch, »Eisenbetonkonstruktionen« hervorgehoben werden, das nicht nur eine in ungarischer Sprache bahnbrechende wissenschaftliche Arbeit, sondern auch ein lückenfüllendes Lehr- und Fachbuch ist. Dieses Werk wurde mit der

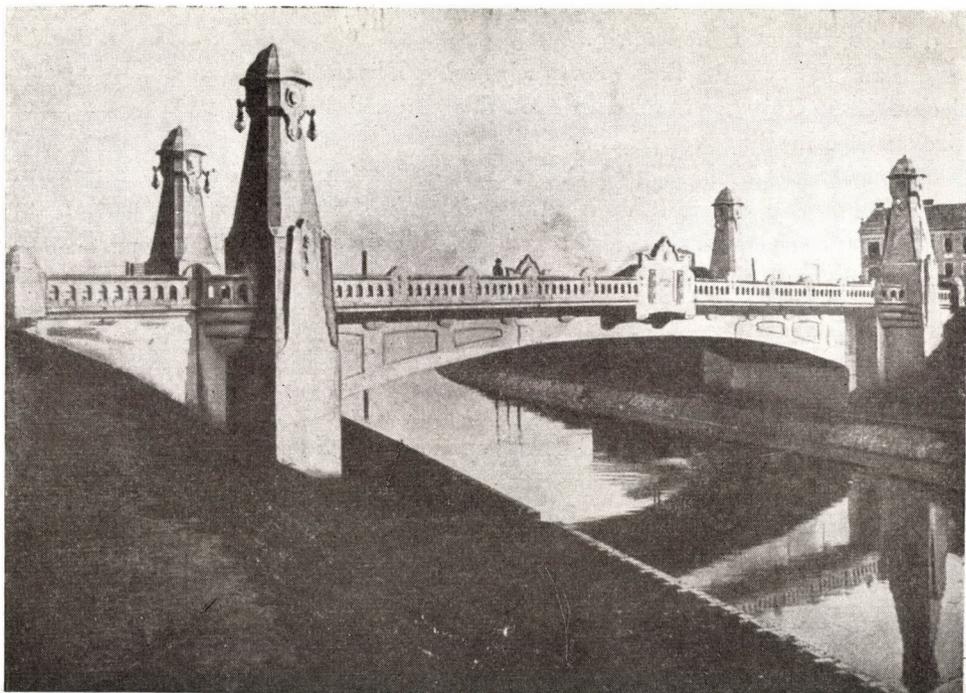


Abb. 1. Ansicht der Parkgassenbrücke in Temesvár

Goldmedaille des Vereins Ungarischer Ingenieure und Architekten ausgezeichnet.

Praktische Tätigkeit. Im Laufe seiner praktischen Tätigkeit entwarf MIHALICH zahlreiche Brücken, verschiedene Hochbauten, sowie industrielle Konstruktionen. Er beteiligte sich mit Prof. KHERNDL an den statischen Berechnungen des Entwurfes der Budapester Elisabeth-Brücke. Von seinen bedeutenden technischen Werken erwähnten wir die Brücke auf der Parkgasse in Temesvár (Abb. 1.), die sich seinerzeit unter allen Eisenbeton-Balkenbrücken durch die größte Spannweite auszeichnete und auch von ausländischen Fachbüchern als ein bahnbrechendes und kühnes Werk anerkannt wurde, ferner die Eisenkonstruktionen und die Fahrbahnplatte der Theißbrücke bei Szolnok (Abb. 2), die Eisenbetonkonstruktion des Getreidespeichers in Csepel und die große

Halle der Autobusgarage in der Szabó József-Straße in Budapest. Sein Entwurf gewann den II. Preis im Wettbewerb für die Borárosplatz Donaubrücke in Budapest, und wurde auch zur Ausführung vorgeschlagen. Der anlässlich des Wettbewerbes verfertigte Entwurf der Kabelbrücke wurde mit Lob und Anerkennung ausgezeichnet (Abb. 5). Bei dem für die Budapest-Óbudaer Donaubrücke ausgeschriebenen Wettbewerb gewann sein Entwurf, sowie derjenige von Prof. Dr. J. KOSSALKA den I. und II. Preis ex aequo.

Es seien noch die Ingenieur-Arbeiten von MIHAILICH genannt: Die bereits erwähnte Eisenbetonkonstruktion und Eisenbeton-Fahrbahnplatte der

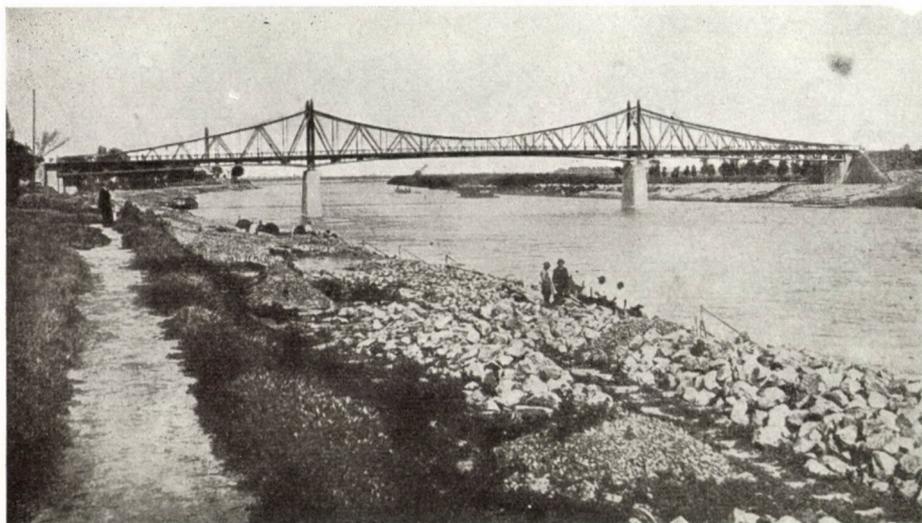


Abb. 2. Ansicht der Straßenbrücke in Szolnok

Szolnoker Theißbrücke. 1910—1911. — Die Eisenbetonbrücke über der Sebes-Körös in Berekböszörmény. 1910—1911. — Die Eisenbetonbrücke über der Fekete-Körös in Tamáshida. 1912—1913. — Die Eisenbetonhalle in der Ladenfabrik Szolnok. 1918—1919. — Die Eisenbetonkonstruktion der Kohlenmahanlage der Budapester Gasfabrik. 1925. — Die Eisenbetonkonstruktion des ebenfalls erwähnten Getreidespeichers in Csepel, 1927—1929 (Abb. 3) und die Stahlkonstruktion der großen Halle der Autobusgarage in der Szabó József-Straße in Budapest, 1929—1930 (Abb. 4). — Entwurf zur Befestigung und Ausbreitung der Margarethenbrücke in Budapest. 1929. — Holz-Antennentürme. 1931—1942. — Entwurf der Eisenbahnbrücke über der Donau in Újvidék. 1941. — Stahlkonstruktionen der Straßenbrücke über die Theiß in Szeged. (Unter Mitwirkung der Arbeitsgemeinschaft des Lehrstuhls Nr. II für Brückenbau.) 1947—1948. — Mitwirkung am Aufbau der gesprengten

Budapester Brücken ; Fachberatung und Hilfe. 1945. — Fachkontrolle und Leitung beim Bau der Eisen- und Eisenbetonkonstruktionen der Kraftanlagen in der Mátra, in Kelenföld und in Bánhida, sowie der Tonerdefabrik in Almásfüzitő. 1942—1944.

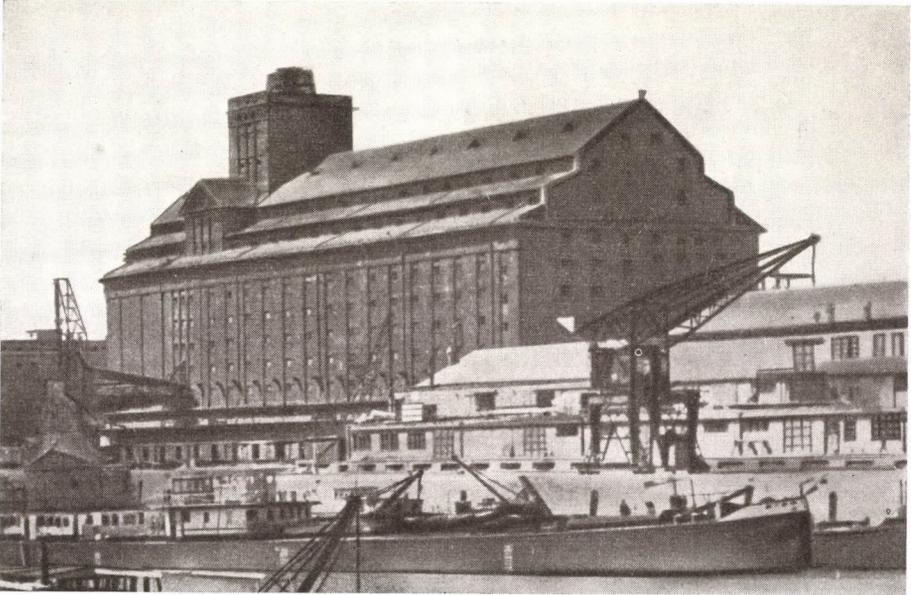


Abb. 3. Der Getreidespeicher in Csepel

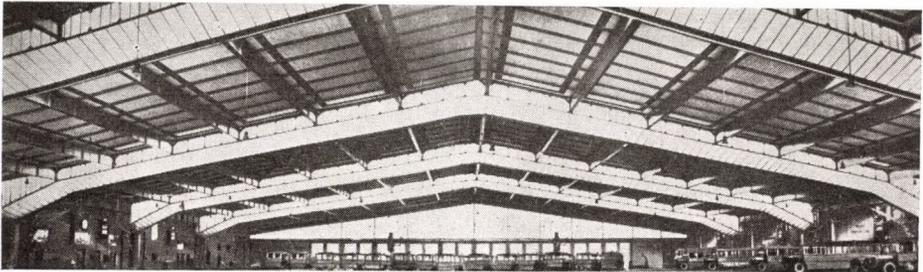


Abb. 4. Innenansicht der Autobusgaragehalle

Nach dem zweiten Weltkrieg beteiligte er sich als Beratender an der Ausarbeitung des Wiederaufbaus der Budapester Brücken. In der Arbeitsgemeinschaft der Ingenieure des Lehrstuhls verrichtete und leitete er nach zahlreiche andere Entwurfsarbeiten.

Das von Ihm aufgestellte Laboratorium für Beton- und Eisenbetonbauten beschäftigte sich unter seiner Leitung mit außerordentlich wichtigen Stoff- und

Festigkeitsprüfungsproblemen, von denen besonders die den ungarischen Bauxitzement, die mit hochwertigem Stahl bewehrten Eisenbetonträger, die Festigkeit der Ziegelkörper, sowie die Deformations- und Festigkeitskennwerte des Betons und Eisenbetons betreffenden Untersuchungen zu erwähnen sind.

Während der Zeit seiner Lehr- und praktischen Tätigkeit suchten ihn seine Schüler oft auf, um in fachlichen Fragen seinen Rat einzuholen. Wir glauben nicht zu übertreiben, wenn wir behaupten, daß es in Ungarn kaum einen Ingenieur gibt, der in den nahezu sechs Jahrzehnten der Lehr- und wissenschaftlichen sowie technischen Tätigkeit MIHAILICHs nicht in engere

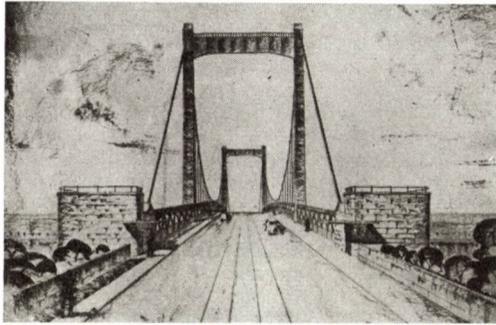


Abb. 5. Kabelbrückeentwurf

fachliche Beziehung mit ihm gekommen wäre. Alle umgeben ihn mit Liebe, alle sind froh, wenn sie ihrem Lehrer einen Besuch abstatten können. Er seinerseits ist immer mit Freude bereit die Fragen im Sinne der zeitgemäßen Lösungen zu beantworten. Unter seinen nächsten Mitarbeitern, die an seinem Lehrstuhl tätig waren, gibt es viele, die unter seiner Leitung eine hohe technische Qualifikation erreicht haben, einige von ihnen sind Akademiker, Doktoren oder Privatdozente geworden. Viele seiner Schüler erzielten auf den ungarischen oder ausländischen Universitäten hervorragende Ergebnisse und wurden Professoren. Und es ist ganz selbstverständlich, daß sich MIHAILICH im Kreise der ungarischen und ausländischen Ingenieure, sowie auf den heimischen und ausländischen Universitäten im Laufe seiner 57jährigen Lehr-, Entwurfs- und wissenschaftlichen Tätigkeit viele Freunde und begeisterte Verehrer erwarb.

Aus dem Kreise seiner Freunde und Verehrer, aus der Riesenzahl seiner Schüler wählten wir nun einige — bei weitem nicht alle die auf dem Fachgebiet von Prof. MIHAILICH hervorragende Leistungen verzeichnen können — die bereit waren den Wert und das Niveau unserer vorliegenden Veröffentlichung durch ihren Beitrag zu erheben. Wir veröffentlichen demnach die Abhandlungen einiger befreundeten Kollegen und Schüler von Prof. MIHAILICH

in alphabetischer Reihenfolge : zuerst die Arbeiten der ausländischen und danach jene der ungarischen Kollegen.

Im Namen aller Ingenieure und Professoren, die in Ungarn und im Ausland zu dem Kreise seiner Freunde und Verehrer gehören, schicken wir unserem lieben Professor erneut unseren ehrfurchtsvollen Gruß und wünschen, daß er seine wertvolle Tätigkeit im Interesse der Gemeinschaft noch lange Jahre in Frische und Gesundheit fortsetze.

ZUSAMMENFASSUNG

Győző MIHAILICH, Diplomingenieur, ordentliches Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Ehrenvorstand der Technischen Klasse, Doktor der technischen Wissenschaften, Kossuth-Preisträger, jahrzehntlang leitender Professor des Lehrstuhles II für Brückenbau der Ungarischen Technischen Universität für Bauindustrie und Verkehrswesen in Budapest hat vor kurzem sein 80stes Lebensjahr vollbracht. Zu dieser Gelegenheit beschloß die Ungarische Akademie der Wissenschaften zu Ehren dieses hervorragenden Vertreters der ungarischen Wissenschaft eine Festschrift zusammenzustellen, an welchem sich alle Fachleute beteiligen würden die mit dem gefeierten Prof. MIHAILICH im Ausland und in Ungarn in freundschaftlicher und fachlicher Beziehung stehen, sowie diejenigen die Prof. MIHAILICH im Laufe seiner jahrzehntlangen erzieherischen Tätigkeit an der Technischen Universität gelehrt und in die theoretischen und praktischen Probleme seines Fachgebietes eingeführt hat.

Anläßlich dieses feierlichen und für jeden ungarischen Ingenieur denkwürdigen Jubiläums geben wir nun einen Überblick der wichtigsten Momente seiner jahrzehntlangen wissenschaftlichen und technischen Tätigkeit.

GYŐZŐ MIHAILICH

L. PALOTÁS

SUMMARY

GYŐZŐ MIHAILICH, Civil engineer, D. Sc., Ordinary Member and Honorary President of the Technical Section of the Hungarian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Kossuth-prize winner, through decades leading professor of the second cathedra for bridge-construction at the Technical University of Civil Engineering in Budapest, recently passed his 80th birthday. The presidium of the Hungarian Academy of Sciences decided on this occasion that with respect of this famous representative of Hungarian science a memorial should be published with the collaboration of those engineers, who were in friendly and professional connection with the celebrated Academician, professor GYŐZŐ MIHAILICH in foreign countries as well as in Hungary. Furthermore, with participation of those engineers who were educated and taught by professor GYŐZŐ MIHAILICH during his long professional and educational activity, extending over several decades at the Technical University in Budapest, during which he introduced them in the theoretical and practical problems of his own professional field.

The paper cites on this occasion the most important phases of professor MIHAILICH's long scientific work, a technical activity covering for more decades.

GYÓZÓ MIHAILICH

L. PALOTÁS

RÉSUMÉ

Győző MIHAILICH, ingénieur diplômé, membre et président d'honneur de la Section Technique de l'Académie Hongroise des Sciences, docteur des sciences techniques, lauréat du Prix Kossuth, et pendant des dizaines d'années professeur à la chaire No. II. de Construction de Ponts l'Université Technique pour le génie civil, vient d'accomplir sa 80^e année. A cette occasion, la présidence de l'Académie Hongroise des Sciences a décidé de publier en l'honneur de ce représentant éminent de la science hongroise un recueil, auquel contribuent tous les spécialistes qui à l'étranger et en Hongrie entretiennent des rapports amicaux et professionnels avec le jubiland, ainsi que ceux qui le professeur MIHAILICH, au cours de sa longue carrière de pédagogue avait enseigné et introduit dans le domaine des problèmes théoriques et pratiques de sa spécialité.

Le présent article donne à cette occasion solennelle un tableau synthétique de l'oeuvre scientifique et technique du professeur Mihailich.

ДЪЗЕ МИХАЙЛИЧ

Л. ПАЛОТАШ

РЕЗЮМЕ

Недавно исполнилось 80 лет Дъзе Михайличу, дипломированному инженеру, действительному члену Академии наук Венгрии, почетному президенту Отделения технических наук, доктору технических наук, лауреату премии имени Кошута, который в течении нескольких десятилетий был начальником II Кафедры мостостроения Будапештского Института строительной промышленности и транспорта. Академия наук Венгрии решила по этому случаю издать юбилейный выпуск журнала в честь этого выдающегося представителя венгерской науки. В этом журнале будут опубликованы статьи тех специалистов, которые являются друзьями и коллегами юбиляра, академика Дъзе Михайлича, а также статьи его учеников и воспитанников, которым профессор Дъзе Михайлич во время своей долголетней преподавательско-воспитательной деятельности в Будапештском Техническом Университете передавал свои знания и опыт. В статье сообщаются важнейшие этапы долголетней научной и технической деятельности профессора Михайлича.

A COMPARISON OF VARIOUS SOLUTIONS FOR BEAMS ON ELASTIC FOUNDATION

M. HETÉNYI D.Sc.

PROFESSOR OF ENGINEERING SCIENCE, THE TECHNOLOGICAL INSTITUTE, NORTHWESTERN UNIVERSITY, EVANSTON, ILLINOIS, USA

[Manuscript received June 26, 1958]

Let us consider a beam of finite length supported on an elastic foundation of the WINKLER type, which may be regarded as consisting of closely spaced independent elastic springs, equivalent to a foundation modulus K . For problems of this kind, solutions can be derived in three ways. The first one is the usual procedure of taking the general solution of the differential equation of the elastic line and determining the integration constants so as to satisfy the prescribed end conditions in any particular case. The second approach consists of representing the elastic line by means of a trigonometric series, whose coefficients are determined by application of the principle of virtual work. The third method, discussed here, makes use of the method of superposition, by superimposing an infinite sequence of loads on a beam of unlimited length in such a manner that periodic sections of this beam will be equivalent to the required beam of finite length. Anyone of these three approaches leads to formulas which may be regarded as exact solutions of the given problem.

It will be shown in this paper that by equating the various forms of solution obtained for the same problem by the above-described three different procedures, certain mathematical relationships can be established which, to the author's knowledge, have not appeared previously in the literature. Since the resulting formulas involve functions which occur frequently in the analysis of technical problems, the new relationships are of considerable interest.

As first example, we will consider the case shown in Fig. 1, where a simply supported beam is subjected to a concentrated force at its center. The general solution of the differential equation of the elastic line, with suitable choice of the integration constants, leads to the following formula ([1], page 59)

$$y = \frac{P\lambda}{2k(\cosh 2l + \cos \lambda l)} \left\{ \begin{array}{l} \cos \lambda x' \sinh \lambda(l - x') - \cosh \lambda x' \sin \lambda(l - x') + \\ + \sin \lambda x' \cosh \lambda(l - x') \sinh \lambda x' \cos \lambda(l - x') \end{array} \right\}, \quad (a)$$

where $\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}}$, K being the modulus of the foundation and EI the flexural rigidity of the beam.

The same deflection curve by means of a sine series ([1], page 76) can be written in the following form

$$y = \frac{2Pl^3}{\pi^4 EI} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi x}{l}}{n^4 + \frac{kl^4}{\pi^4 EI}} \quad (b)$$

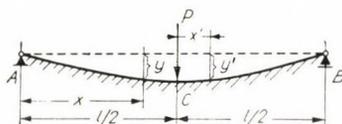


Fig. 1

For the deflection ordinate at the point of the force P we get, by putting $x' = 0$ into Equation (a)

$$y_c = \frac{Pl}{2K} \frac{\sinh \lambda l - \sin \lambda l}{\cosh \lambda l + \cos \lambda l} \quad (c)$$

The same deflection ordinate may be obtained by putting $x = l/2$ into Equation (b), getting thus

$$y_c = \frac{2Pl^3}{\pi^4 EI} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4 + \frac{Kl^4}{\pi^4 EI}} \quad (d)$$

Equating Equations (c) and (d), and putting for simplicity's sake $\lambda l = x$, we have a new formula

$$\frac{\sinh x - \sin x}{\cosh x + \cos x} = 16 x^3 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\pi^4 n^4 + 4x^4} \quad (1)$$

Since the above procedure will be valid only if the span of the beam is a positive and non-vanishing quantity, we are entitled to state that the formula in Equation (1) will be true for $x > 0$. The same restriction should be used in all the other formulas derived in the following. By a similar physical reasoning one may conclude that the rate of convergence of the infinite series on the right side of Equation (1) will be more rapid for small values of the span, that is the variable $\lambda l = x$, than for large values of the same variable.

By successive differentiation of Equations (a) or (b), respectively, further relationships can be established between the equivalent expression for slope $\theta = dy/dx$, bending moment $M = -EI dy^2/dx^2$, and shearing force $V = -EI dy^3/dx^3$.

For instance, by deriving in this manner the bending moment M_c at the point of application of the force P in Fig. 1, and equating the respective expressions obtained for it from Equations (a) and (b), we have

$$\frac{\sinh x + \sin x}{\cosh x + \cos x} = 8\pi^2 x \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{n^2}{\pi^4 n^4 + 4x^4}. \quad (2)$$

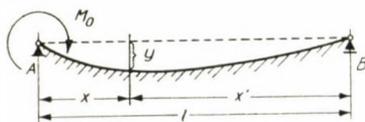


Fig. 2

In the denominators of Equations (1) and (2) we have the sum of two even functions, corresponding to a symmetrical shape of the elastic line. Hence we may expect that similar expression, but containing the difference of these two functions in the denominator, can be obtained from anti-symmetrical forms of the deflection curve such, for instance, as the one shown in Figure 2. We find that in this case the general solution of the differential equation of the problem gives ([1], page 61)

$$y = \frac{2M_0 \lambda^2}{K} \frac{\cosh \lambda l \sinh \lambda x' \sin \lambda x - \cos \lambda l \sinh \lambda x \sin \lambda x'}{\cosh^2 \lambda l - \cos^2 \lambda l}. \quad (e)$$

The equivalent expression by means of a sine series is found to be

$$y = \frac{2 M_0 l^2}{\pi^3 EI} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{n \sin \frac{n\pi x}{l}}{n^4 + \frac{Kl^4}{\pi^4 EI}}. \quad (f)$$

Deriving from the preceding two equations the slope at end A , that is $\theta_A = [dy/dx]_{x=0}$, and equating the resulting expression we have, by putting $2\lambda l = x$, the formula

$$\frac{\sinh x - \sin x}{\cosh x - \cos x} = 8\pi^2 x \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{n^2}{4\pi^4 n^4 + x^4}. \quad (3)$$

In order to complete the sequence defined by the above Equations (1), (2) and (3), we need one more formula, which should involve the sum in the numerator and the difference in the denominator of the respective hyperbolic and trigonometric functions. We find that an expression of this type is obtained if, by three successive differentiation, we derive from Equation (e) the shearing force at $x = 0$, that is the reaction at support A , getting thus

$$V_a = -EI [dy^3/dy^3]_{x=0} = -M_0 \lambda \frac{\sinh 2\lambda l + \sin 2\lambda l}{\cosh 2\lambda l - \cos 2\lambda l}. \quad (g)$$

If we want to follow the same procedure as the one used in deriving the preceding three formulas, the result in Equation (g) should be equated to the third derivative of the elastic line defined by Equation (f). This approach, however, would not give conclusive results, since the series in Equation (f) loses its convergency after three differentiations. In order to circumvent this difficulty, we will make use of an approach that was first published by Theodore von KÁRMÁN [2], and also Reference [1] (page 77 and following). According to this, the deflection curve in such cases as the ones shown in Figures 1 and 2, may be resolved into two parts. The first of these will represent the elastic line of a simply supported beam without an elastic foundation, and the second part will express the effect of the distributed foundation pressure, $p = ky$, on the deflection curve. Accordingly, we can replace Equation (b) with the formula

$$y = y_p - \frac{2Pl^3}{\pi^4 EI} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi x}{l}}{n^4 \left(1 + n^4 \frac{\pi^4 EI}{Kl^4} \right)} \quad (h)$$

where $y_p = \frac{P}{48EI} (3l^2x - x^3)$.

In a similar manner, Equation (f) will be replaced now by the expression

$$y = y_M - \frac{2M_0 l^2}{\pi^3 EI} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi x}{l}}{n^3 \left(1 + n^4 \frac{\pi^4 EI}{Kl^4} \right)} \quad (i)$$

where

$$y_M = \frac{M_0}{6EI} \frac{l-x}{l} \{l^2 - (l-x)^2\}.$$

The last of these equations gives a series which is still very convergent after three differentiations, leading to

$$V_A = -EI [dy^3/dx^3]_{x=0} = -\frac{M_0}{l} - \frac{2M_0}{l} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{1 + n^4 \frac{\pi^4 EI}{Kl^4}} \quad (j)$$

Equating now this expression with the one given in Equation (g), and putting $2\lambda l = x$, we have

$$\frac{\sinh x + \sin x}{\cosh x - \cos x} = \frac{2}{x} + 4x^3 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{4\pi^4 n^4 + x^4} \tag{4}$$

The method used in deriving the last formula can also be applied to the cases corresponding to Equations (1), (2) and (3). Thus we get a set of new expressions, with increased convergence for small values of x , as follows

$$\frac{\sinh x - \sin x}{\cosh x + \cos x} = \frac{x^3}{6} - \frac{64x^7}{\pi^4} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4(\pi^4 n^4 + 4x^4)} \tag{5}$$

$$\frac{\sinh x + \sin x}{\cosh x + \cos x} = x - \frac{32x^5}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2(\pi^4 n^4 + 4x^4)} \tag{6}$$

$$\frac{\sinh x - \sin x}{\cosh x - \cos x} = \frac{x}{3} - \frac{2x^5}{\pi^2} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2(4\pi^4 n^4 + x^4)} \tag{7}$$

Equating in pairs the right sides of Equations (1) and (5), (2) and (6), (3) and (7), gives, respectively

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{96}, \quad \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}, \quad \text{and} \quad \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^1} = \frac{\pi^2}{6},$$

which are all well-known results.

Up to now we have not made use of the third method of solution described at the beginning of this paper, which consists of superimposing an infinite sequence of loads on a beam of unlimited length. It is easily seen that, for

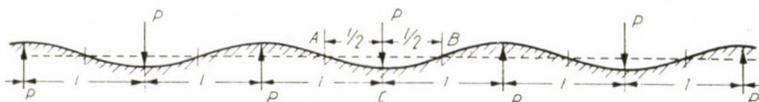


Fig. 3

instance, a superposition of alternating P forces on an infinite beam, as shown in Fig. 3, will give the same result as a centrally loaded beam of finite l length between the points A and B . In this connection we will make use of the known solutions ([1], page 11) for the deflection curve of an infinite beam due to a single concentrated force which, for $x > 0$, is

$$y = \frac{P\lambda}{2K} e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x), \tag{k}$$

and the corresponding moment curve

$$M = \frac{P}{4\lambda} e^{-\lambda x} (\cos \lambda x - \sin \lambda x). \quad (l)$$

On the basis of these two formulas, the deflection and bending moment at point C on the infinite beam, loaded as shown in Fig. 3, can be written as

$$y_c = \frac{P\lambda}{2K} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} (-1)^n e^{-n\lambda l} (\cos n\lambda l + \sin n\lambda l) \right\}, \quad (m)$$

and

$$M_c = \frac{P}{4\lambda} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} (-1)^n e^{-n\lambda l} (\cos n\lambda l - \sin n\lambda l) \right\}. \quad (n)$$

Equating these expressions with the corresponding ones obtained by a formal solution of the differential equation of the deflection line, by putting $\lambda l = x$ the results can be written in the following simple forms

$$\frac{\sinh x}{\cosh x + \cos x} = 1 + 2 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} (-1)^n e^{-nx} \cos nx, \quad (8)$$

$$\frac{\sin x}{\cosh x + \cos x} = -2 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} (-1)^n e^{-nx} \sin nx. \quad (9)$$

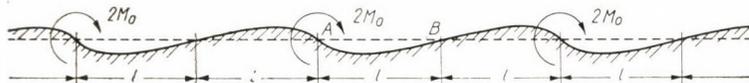


Fig. 4

In the same manner, by expressing the slope θ_A and the shearing force V_A in the infinite beam subjected to the loading sequence shown in Fig. 4, we get the remaining formulas for this set as follows

$$\frac{\sinh x}{\cosh x - \cos x} = 1 + 2 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} e^{-nx} \cos nx, \quad (10)$$

$$\frac{\sin x}{\cosh x - \cos x} = 2 \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} e^{-nx} \sin nx. \quad (11)$$

The last two equations are recognized as special cases of the formulas recently published by MAGNUS and OBERHETTINGER ([3], page 213). The others, however, do not seem to have appeared previously in the literature. It is interesting to note that the convergence of the series in Equations

(8)—(11) is obviously greater for larger values of x , while the convergence of the series in Equations (1)—(7) decreases for increasing values of the same variable.

REFERENCES

1. M. HETÉNYI: Beams on Elastic Foundation, University of Michigan Press, 1946.
2. TH. von KÁRMÁN: "Use of Orthogonal Functions in Structural Problems." Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume, McGraw-Hill Book Co., 1938.
3. W. MAGNUS and F. OBERHETTINGER: Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der Mathematischen Physik. Second Edition, Springer Verlag, 194

SUMMARY

In his paper author compares different solutions of a WINKLER-type elastically supported beam of finite length. He explains that the problem has three solutions. The first uses the general solution of the elastic line's differential equation, by choosing integration constants, in such a way that they fulfill specified limit-conditions in each case. The second approximation utilizes the application of trigonometric series and the princip of virtual work. The third, published by the author in this paper, uses the princip of superposition by loading a beam assumed to be of infinite length in such a way that it is equivalent in its single sections to the investigated beam of finite length. The author points out that each of these three approximations leads to an exact solution of the given problem.

Concerning the setting up of basic formulae that appear in the paper, the author refers to his own work, as well as to TH. von KÁRMÁN's, W. MAGNUS's and F. OBERHETTINGER's works.

VERGLEICH VERSCHIEDENER LÖSUNGEN FÜR BALKEN AUF ELASTISCHER UNTERLAGE

M. HETÉNYI

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser vergleicht in seiner Abhandlung die verschiedenen Lösungen eines WINKLERSchen elastisch gebetteten, unendlich langen Balkens. Er gelangt zu dem Ergebnis, daß für die Lösung des Problems drei Möglichkeiten bestehen. Die erste benützt die allgemeine Lösung der Differentialgleichung der elastischen Linie, indem die Integrationskonstanten derart gewählt werden, daß dieselben die vorgeschriebenen Grenzbedingungen in jedem Falle erfüllen. Die zweite Annäherung löst das Problem, indem sie trigonometrische Reihen und das Prinzip der virtuellen Arbeit anwendet. Die dritte — welche der Verfasser in seinem vorliegenden Aufsatz veröffentlicht — benützt das Prinzip der Superposition und belastet einen als unendlich lang angenommenen Balken auf eine solche Art, daß derselbe in seinen einzelnen Abschnitten dem untersuchten Balken von endlicher Länge gleichwertig ist. Der Verfasser stellt fest, daß jede der drei Annäherungen zu einer exakten Lösung des Problems führen.

Der Verfasser beruft sich bei der Aufschreibung der in seiner Abhandlung vorkommenden Grundformeln sowohl auf seine eigenen Arbeiten, wie auch auf jene von TH. von KÁRMÁN, W. MAGNUS und F. OBERHETTINGER.

COMPARAISON DES SOLUTIONS DIFFÉRENTES DES POUTRES SUR UN APPUIS CONTINU ÉLASTIQUE

M. HETÉNYI

RÉSUMÉ

Comparaison des différentes solutions d'une poutre de longueur déterminée de type Winkler, sur un appuis continu élastique. Le problème comporte trois solutions. La première utilise la solution générale de l'équation différentielle de la ligne élastique, en choisissant les constantes d'intégration de sorte qu'elles satisfassent dans tous les cas aux conditions extrêmes. La seconde approximation opère par application du principe de séries trigonométriques et du travail virtuel. La troisième solution, envisagée pour la première fois, utilise le principe de la superposition, en chargeant une poutre de longueur supposée finie, de sorte que cette poutre soit, dans chacune de ses sections, équivalente à la poutre de longueur finie mise à l'étude. L'auteur constate que chacune des trois approximations offre une solution exacte du problème posé.

Pour les formules fondamentales employées dans l'étude, l'auteur se réfère à ses propres travaux, ainsi qu'à ceux de Th. von KÁRMÁN, de W. MAGNUS et de F. OBERHETTINGER.

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ РЕШЕНИЙ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Д-р М. ХЕТЕНИ

Резюме

Автор в своей статье сравнивает различные решения балки типа Винклера конечной длины на упругом основании. Знакомит нас с тремя решениями проблемы. Первое решение использует общее решение дифференциального уравнения эластичной линии с таким выбором интегральных постоянных, при котором во всех случаях обеспечены предписанные условия предела. Во втором приближении автор применяет тригонометрические ряды и принцип виртуальной работы. В третьем решении, которое автор публикует в данной статье, используется принцип суперпозиции и балка предполагаемой бесконечной длины нагружается так, чтобы отдельные участки этой балки были эквивалентны рассматриваемой балке конечной длины. Автор устанавливает, что каждое из трех приближений дает точное решение данной проблемы. Автор, используя основные формулы, ссылается на собственные труды, а также на труды Т. Фон Кармана, В. Магнуса и Ф. Оберхеттингера.

DIE GRENZSPANNUNG DER LÄNGSBEWEHRUNG VON STAHLBETONBALKEN

Prof. Dr. KONRAD HRUBAN

ORD. MITGLIED DER TSCHECHOSL. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
FAKULTÄT FÜR INGENIEUR-BAUWESEN, TECHNISCHE HOCHSCHULE, PRAHA

[Eingegangen am 8. April 1958]*

Steigert man langsam die statische Belastung eines Stahlbetonbalkens, so erreicht man schließlich den Grenzzustand; wir verstehen darunter den Zustand, bei welchem die Tragfähigkeit des Balkens erschöpft ist, so daß eine weitere kleine Vergrößerung der Last den Bruch herbeiführen würde.

Der Grenzzustand kann verschiedene Ursachen haben, wie z. B. ungenügende Verankerung von Bewehrungsstäben, schwache Schubsicherung, geringe Druckfestigkeit des Betons usw. Wir wollen uns hier nur mit jenen Fällen befassen, in welchen die Ursache des Bruches eine zu große Stahlspannung ist, und zwar die Spannung der Längsbewehrung in einem im Bereich des maximalen Biegemomentes entstandenen, zur Balkenachse senkrecht verlaufenden Risse. Den Wert, den hier die Stahlspannung an der Grenze der Tragfähigkeit des Balkens erreicht, bezeichnen wir mit σ_G (Grenzspannung); darunter verstehen wir den Quotienten

$$\sigma_G = \frac{M_G}{F_e z} . \quad (1)$$

Hierin bedeutet

M_G den Grenzwert des im Reißquerschnitt wirkenden Biegemomentes, z den Abstand des Druckmittelpunktes vom Zugmittelpunkt in demselben Querschnitt und

F_e die Querschnittsfläche der durch den betreffenden Reiß verlaufenden Bewehrung der Zugzone.

Die untere Streckgrenze dieser Einlagen bezeichnen wir mit σ_S und nehmen an, daß dieser Wert in der üblichen Weise bestimmt wurde, d. h. als Mittelwert einer gewissen Anzahl von Ergebnissen, die an Probestäbchen von 10 d freier Länge (d bedeutet den Stabdurchmesser) in einer Prüfungsmaschine gewonnen wurden, wo die Steigerung der Stahlspannung mit einer Geschwindigkeit von 1 kg/mm² in einer Sekunde erfolgte.

* Alle in dieser Festschrift veröffentlichten Arbeiten wurden der Schriftleitung am 5. Februar 1959 vorgelegt.

Bei der Berechnung der Biegungstragfähigkeit von Balken nimmt man gewöhnlich stillschweigend an, daß die Grenzspannung σ_G der Streckgrenze σ_S gleich ist. Dies scheint jedoch in manchen Fällen nicht zuzutreffen. Als Beitrag zur Klärung dieser Frage wurden in den letzten zwei Jahren unter Leitung des Verfassers einige Forschungsarbeiten unternommen, über welche im weiteren berichtet wird.

1. Einfluß der Schubbewehrung

Bisherige Forschungsarbeiten haben gezeigt, daß in den meisten Fällen die versuchsweise festgestellten Höchstwerte M_G der Tragmomente höher sind, als die theoretisch berechneten Bruchmomente M_{theor} . (s. z. B. die Zusammenstellungen von A. GUERRIN [1]). Es wurden deswegen auch

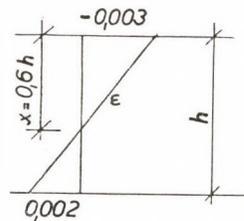


Abb. 1. Relative Längenänderungen im Grenzzustand eines stark bewehrten Querschnitts

Theorien aufgestellt, welche diese Tatsache der Mitwirkung des die Einlagen umhüllenden Betons der Zugzone zuschreiben.

Es ist klar, daß in der Luft, die einen Riß ausfüllt, keine Zugspannungen wirken können. Dennoch stellte z. B. K. HAJNAL-KÓNYI fest, daß bei seinen Versuchen die Spannung der Längsbewehrung im breiten Risse um 6% bzw. 10% größer sein mußte, als die in der Prüfmaschine gemessene Zugfestigkeit des verwendeten Stahles [2].

Die Annahme $\sigma_G = \sigma_S$ kann nicht allgemein zutreffen, wie die folgende Erwägung beweist. Aus zahlreichen Versuchen kann geschlossen werden, daß der ursprünglich ebene Querschnitt auch im Grenzzustand annähernd eben bleibt und daß dabei die bezogene Zusammendrückung der Randfaser rund 0,003 beträgt. Die üblichen Berechnungsformeln gelten nur für solche Bewehrungsgrade, bei welchen der Abstand x der Nulllinie von der Druck-Randfaser kleiner ist als drei Fünftel der statischen Höhe h , d. h. wenn

$$x \leq 0,6 h. \quad (2)$$

Im Falle $x = 0,6 h$ beträgt daher die bezogene Dehnung der Zugbewehrung, u. z. die elastische samt der bleibenden, im Grenzzustand nur 0,002 (Abb. 1). Die dementsprechende Zugspannung kann bei einigen Stahlsorten

kleiner sein, als die angegebene Streckgrenze, wie aus Abb. 2 hervorgeht. In dieser Abbildung sind idealisierte σ/ε -Linien für drei übliche Stahlsorten aufgetragen (A—Rundstahl, R—Roxorstahl und T—Toroostahl). Bei der T-Sorte wird die Streckgrenze als diejenige Spannung definiert, bei welcher die bleibende bezogene Dehnung den Wert 0,2% erreicht; diese Spannung ist in Abb. 2 durch die Ordinate t dargestellt. Die Spannung, die bei der Gesamtdehnung 0,2% entsteht, entspricht jedoch der Ordinate t^* , welche bedeutend kleiner ist. Während also bei den Stahlsorten A resp. R die Streckgrenzen (Ordinaten a resp. r in Abb. 2) bei der Gesamtdehnung 0,2% erreicht werden, kann dies bei stärkerer Bewehrung mit Stahlsorte T nicht der Fall sein.

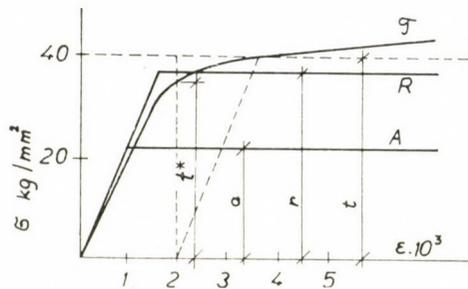


Abb. 2. Die Abhängigkeit σ/ε bei Rundstahl (A), Roxorstahl (R) und Toroostahl (T)

Diese Folgerung ist auch im Einklang mit Versuchsergebnissen, wie es z. B. die bekannten Forschungsarbeiten von T. GYENGŐ zeigen [3].

Die Spannung der Längsbewehrung an der Grenze der Tragfähigkeit des Balkens kann jedoch auch durch die Art der Schubsicherung stark beein-

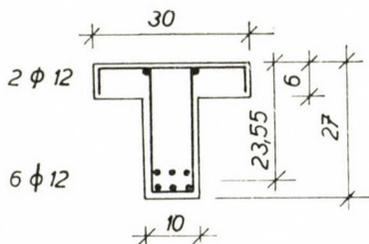


Abb. 3. Querschnitt der Balken Abb. 4 in der Mitte der Spannweite

flußt werden. In Taf. 1 sind die Ergebnisse einiger der in Brno und Praha durchgeführten Versuchsreihen zusammengestellt. Alle Probekörper wurden mit der stärksten praktisch zulässigen Längsbewehrung versehen. Der Querschnitt der 21 Plattenbalken (Reihen 1 bis 5) ist in Abb. 3, der 9 Rechteckbalken in Abb. 5 dargestellt.

Tafel 1

Balken mit gleicher Längsbewehrung und verschiedener Schubsicherung

Balkenart	Versuchsreihe Nr.	Querschnitt und Bewehrung nach	Anzahl der Probek balken	Stahl	Beton	Verhältnis des versuchsweise ermittelten zum theoretisch berechneten Moment			
				Streckgrenze σ_S	Würfel-festigkeit σ_W	$M_G : M_{theor.}$ *)			
				kg/cm ²		Einzelergebnisse			Mittelwert
Plattenbalken	1	Abb. 4a	9		136	0,69	bis	0,82	0,77
	2	Abb. 4b	3		144	0,93	1,01	1,09	1,01
	3	Abb. 4c	3	2760	177	1,00	1,06	0,90	0,99
	4	Abb. 4d	3		308	1,10	1,09	1,11	1,10
	5	Abb. 4e	3		199	1,12	1,13	1,12	1,12
Rechteckbalken	6	Abb. 6a	3	4311	300	0,58	0,57	0,54	0,56
	7	Abb. 6b	3	4234	314	0,85	0,88	0,84	0,86
	8	Abb. 6c	3	4079	318	1,08	1,05	1,07	1,07

* Die Werte von $M_{theor.}$ wurden unter den folgenden vereinfachenden Annahmen bestimmt: $\sigma_S = \sigma_G$, die Zugzone bis zur Nulllinie gerissen, am Druckrand $\varepsilon = -0,003$, rechteckiges Betondruck-Spannungsdiagramm mit σ_b (in kg/cm²) gleich $\frac{1435 \sigma_w}{1490 + \sigma_w}$, wo σ_w die Würfel-festigkeit in kg/cm² bedeutet. Die 21 Plattenbalken wurden von Prof. Dr. Ing. M. ŠTASTNÝ (Militärisch-technische Akademie) untersucht, die übrigen in diesem Bericht erwähnten 45 Balken von Dr. Ing. IVO HRUBAN und Dr. Ing. B. VÍTEK (Abteilung für Bauwesen des Institutes für Mechanik der Tschechoslowakischen Akademie der Wissenschaften). Nähere Angaben sind in den betreffenden Forschungsberichten enthalten.

In Abb. 4 sind auch die bedeutendsten Risse eingezeichnet, die beim Erreichen des Grenzzustandes an den Plattenbalken beobachtet wurden. Aus deren Lage und Verlauf kann geschlossen werden, daß in den Reihen 1, 2, 3, 6 und 7 die Spannung der Längsbewehrung in demjenigen senkrechten Schnitte, in welchem das Biegemoment seinen Extremwert hatte, deswegen unter der Streckgrenze blieb, weil der Bruch durch eine zu schwache Schubsicherung oder eine ungenügende Haftfestigkeit (Reihen 1 und 2) in einem schrägen Schnitt erfolgte. Abb. 4d und 4e zeigen ein ganz anderes Rissebild; hier machte offenbar eine genügende Haftfestigkeit und eine ausreichende Querbewehrung den Schrägbruch unmöglich, so daß in der Feldmitte unter der Einzellast die volle Höhe der Stahlgrenzspannung in Erscheinung treten konnte. Diese war um rund 10% höher als die Streckgrenze, unbeachtet dessen, daß die Betonfestigkeit in den Balken der Reihe 4 um eine Hälfte höher war, als in den Balken der Reihe 5. Ähnliches ergab die Reihe 8 für negative Stützenmomente. Dieselbe Angaben für Rechteckbalken sind am Abb. 6 dargestellt.

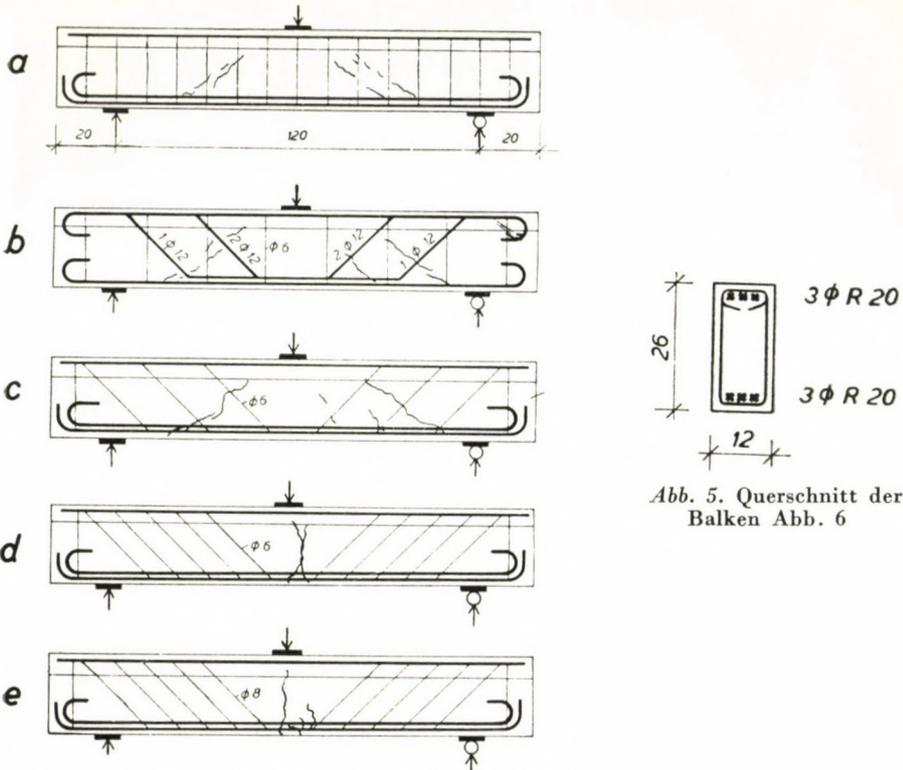


Abb. 5. Querschnitt der Balken Abb. 6

Abb. 4. Bewehrung der untersuchten Plattenbalken

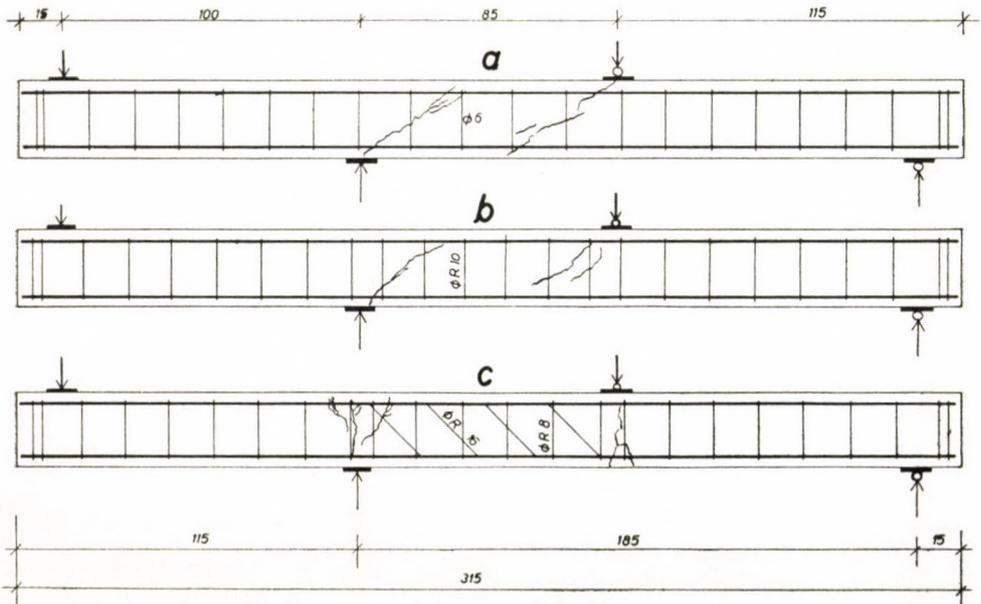


Abb. 6. Bewehrung der untersuchten Rechteckbalken

Es liegen auch sehr viele Kontrollprüfungen von Festigkeiten vor, die alle zu beweisen scheinen, daß beim Einhalten der oben erwähnten Bedingungen (2) usw. der Mittelwert des wirklichen Tragemomentes M_G um 6 bis etwa 20% höher liegt als das theoretisch berechnete M_{theor} .

2. Der Tragfähigkeitsüberschuß

Unter dieser Bezeichnung wird von einigen Forschern die Differenz $M_G - M_{\text{theor}}$ verstanden. Ihr Zustandekommen kann — falls die im vorigen Abschnitt formulierten Bedingungen eingehalten sind, was wir weiterhin voraussetzen — verschiedene Ursachen haben, von denen die folgenden am wichtigsten sind:

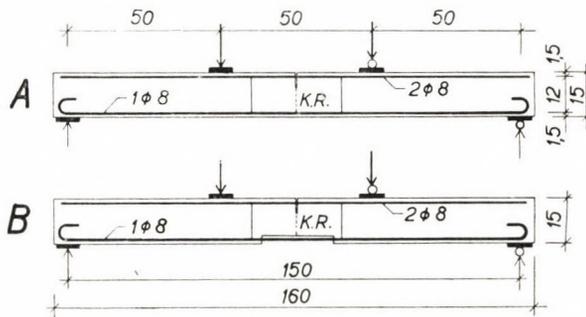


Abb. 7. Balken der Versuchsreihen A und B (K. R. = künstlicher Riß)

a) Solange der Riß nicht bis zur Nulllinie reicht, wirken im ungerissenen Teil der Zugzone im Beton Zugspannungen. Die Auswertung zeigt jedoch, daß dieser Umstand das Tragemoment nur bei sehr schwacher Bewehrung merklich beeinflussen könnte.

b) In den Stahleinlagen kann durch etwaiges Schwinden des Betons eine Druckvorspannung hervorgerufen werden. Die Berechnung ergibt, daß diese bei Laboratoriumsversuchen bis etwa 200 kg/cm² betragen könnte.

c) Die Betonfestigkeit in der Druckzone kann durch den Einfluß der Bügel und des Zusammenhanges mit der Zugzone erhöht werden. Auch dieser Umstand könnte jedoch das Tragemoment nur geringfügig modifizieren.

d) Die Streckgrenze der Einlagen könnte durch deren Einbetten im Beton beeinflußt werden.

Um den letzten Punkt zu prüfen, untersuchten wir die Tragfähigkeit von 12 Balken, die gemäß Abb. 7 ausgebildet waren. Im vorigen Absatz wurde die Annahme als berechtigt gefunden, daß der Tragfähigkeitsüberschuß auch bei starker Bewehrung vorkommt, falls die Verankerung der

Einlagen und die Schubbewehrung ausreichend sind. Wir beschränkten uns deswegen auf schwach bewehrte Balken, da bei diesen eine schärfere Beobachtung möglich ist. Um die Einflüsse *a)* bis *c)* auszuschneiden, wurde jeder Versuchsbalken in der Mitte der Spannweite mit einem künstlichen Riß versehen, der den Beton des Balkens in zwei Teile trennte (Abb. 8). Vor der Belastung des Balkens wurde die Pappenlage 1 entfernt, so daß im Querschnitt I—I Druckspannungen ausschließlich in den zwei Stahlstäben wirken konnten. Da im Beton der Zugzone infolge der Zellophanmembrane ebenfalls keine Zugspannungen entstehen konnten, mußte sich die Zugkraft im Bewehrungsstahl konzentrieren. Die Grenzspannung konnte dann aus der

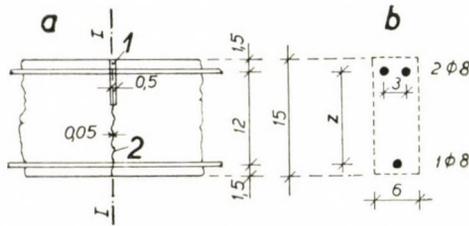


Abb. 8. Ausbildung des künstlichen Risses.
1 = Wellappe, 0,5 cm dick. 2 = Zellophanmembrane, 0,5 mm dick

Gleichung (1) berechnet werden, wo alle drei Größen M_G , F_e , z beim Versuch gemessen wurden. Zur Kontrolle wurde auch die Stahldehnung beobachtet (Abb. 9).

Bei dieser Anordnung ist also der Einfluß des Betons im beobachteten Querschnitt ausgeschlossen. Infolgedessen kann auch in der Bewehrung keine Schwindspannung entstehen (im Querschnitt I—I muß die Summe der durch Schwinden hervorgerufenen Kräfte null sein).

Es wurden zuerst 6 Balken der Gruppe A und 6 Balken der Gruppe B untersucht. Die Ergebnisse sind in Taf. 2 zusammengestellt. Alle diese 12 Versuchsbalken wurden aus derselben Betonmischung hergestellt. Die Würfel Festigkeit des Betons wurde immer am Tage des Versuchs festgestellt; sie betrug 170,0 bis 220 kg/cm², das arithmetische Mittel aus 18 Messungen war 199,1 kg/cm², der Streuungswert 12,3 kg/cm² (d. h. 6,2% des Mittelwertes).

Die Streckgrenze der Bewehrung wurde normenmäßig aus Proben von 18 Stäbchen Stahl bestimmt, die den zur Bewehrung benützten Stäben entnommen worden waren. Einzelne Ergebnisse lagen zwischen 2426 und 3099 kg/cm² mit $\sigma_s = 2726$ kg/cm² Mittelwert und 143,4 kg/cm² Streuungswert (5,26% des Mittelwertes).

Bei den gewählten Abmessungen der Balken war ein Schub- oder Haftungsbruch ausgeschlossen. Die Glieder beider Gruppen verhielten sich im

Grenzzustand ähnlich (s. Abb. 10). Auf die Länge der entblößten Zugbewehrung entstehen natürlich im Beton keine Risse (s. Balken XII Abb. 10), da hier nur geringe Zugspannungen wirken.

Da die Eigenschaftszahlen von Baumaterialien Zufallseinwirkungen unterliegen, wurde die Bedeutung der Ergebnisse statistisch geprüft. Der *t*-Test ergab, daß der Unterschied zwischen $\sigma_S = 2726 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma_{GB} = 2764 \text{ kg/cm}^2$ der Balkengruppe B durch die Streuung der Eigenschaftswerte entstand und keine statistische Bedeutung hat. Vergleicht man dagegen $\sigma_{GA} = 3075 \text{ kg/cm}^2$ mit der Streckgrenze $\sigma_S = 2726 \text{ kg/cm}^2$, so findet man den folgenden *t*-Wert:

$$t = \frac{3075 - 2726}{\sqrt{\frac{(6 + 18)(6 \cdot 160,2^2 + 18 \cdot 143,4^2)}{6 \cdot 18(6 + 18 - 2)}}} = 4,8.$$

Ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Unterschied zwischen σ_{GA} und σ_S eine systematische Ursache hat, größer als 95%, so muß diese Zahl größer sein als der bezügliche Tabellenwert 2,074. Dies ist wirklich der Fall. Die Vermutung, daß das Fließen des Stahles in einer im Beton eingebetteten Stahleinlage erst bei einer höheren Spannung erfolgt, als bei dem normenmäßigen Zugversuch, scheint daher berechtigt zu sein.

Tafel 2

Balken gemäß Abb. 7 und 8

Balken Nr.	Grenzmoment M_G	Grenzspannung σ_G , berechnet gemäß (1)	Mittelwert m	Streuungswert s	Variationszahl s/m
	kgm	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²	%
1	183,9	1532,5	$\sigma_{GA} = 3075$	160,2	5,21
2	211,4	1761,7			
3	182,2	1518,3			
4	204,4	1703,3			
5	185,7	1547,5			
6	182,7	1522,5			
7	167,4	1395,0	$\sigma_{GB} = 2764$	67,7	2,45
8	168,4	1403,3			
9	170,9	1424,2			
10	178,4	1486,7			
11	176,4	1470,0			
12	173,6	1446,7			



Abb. 9. Versuchsanordnung. Balken mit künstlichem Riß und nicht einbetonierter Zugbewehrung

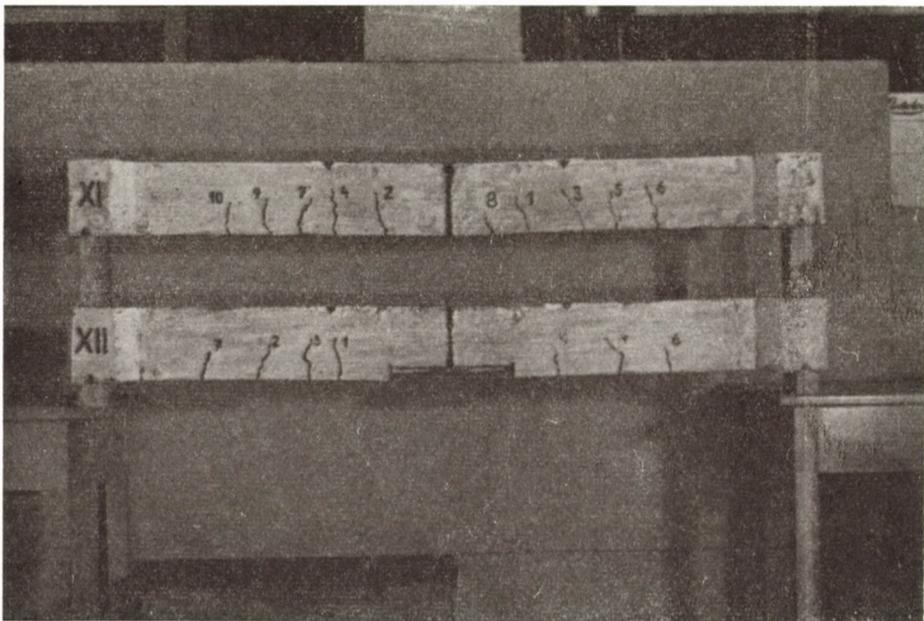


Abb. 10. Balken XI der Gruppe A und XII der Gruppe B nach dem Bruch

3. Die Theorie des Spannungsüberschusses

Der festgestellte Unterschied kann nicht dadurch erklärt werden, daß der Beton neben dem Risse auf die Oberfläche des Stabes zentrifugale Zugspannungen ausübt, als sich der Stabsdurchmesser infolge Längszugspannungen verkürzt. Diese Querspannungen können höchstens der Haftfestigkeit gleich sein; sie können in unserem Falle die Streckgrenze höchstens um etwa 15 kg/cm² verschoben haben, während der Unterscheid $\sigma_{GA} - \sigma_{GB} = 311 \text{ kg/cm}^2$ beträgt. Wir wollen nun untersuchen, ob die Ursache mit Hilfe der statistischen Theorie der Festigkeit technischer Stoffe erklärt werden kann.

Bei einer normenmäßigen Prüfung untersucht man ein Rundeisenstück, dessen freie Länge $10d$ ist (Abb. 11). Die Gleitflächen haben eine 45°-Neigung zur Stabachse, so daß sie einen d langen Stabsabschnitt durch-

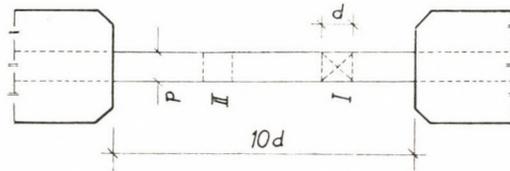


Abb. 11. Messung der Streckgrenze eines Stabes vom Durchmesser d

laufen. Die ganze geprüfte Länge $10d$ besteht aus 10 solchen Abschnitten. Das Fließen des Stahles beginnt in demjenigen von diesen 10 Abschnitten, in welchem die meisten Strukturdefekte vorkommen. Die gemessene Streckgrenze des Probestückes ist daher gleich der Streckgrenze des schwächsten von den 10 Abschnitten. Es sei der Abschnitt I; die anderen 9 Abschnitte, z. B. der Abschnitt II, haben also eine höhere Streckgrenze als der Abschnitt I.

In einem auf Biegung beanspruchten Balken ist die Lage eines Risses ausschließlich durch die Betoneigenschaften bestimmt. Nachdem ein RiB entstanden ist, ist die Stahlspannung im RiBquerschnitt viel größer als daneben. Die Streckgrenze der Einlage ist daher gleich der Streckgrenze desjenigen Stabsabschnittes, der durch den RiB verläuft. Ist das der Abschnitt II (Abb. 11) oder ein anderer von den 9 Abschnitten, die eine höhere Streckgrenze haben als der Abschnitt I, so wird der einbetonierte Stab eine höhere Streckgrenze erweisen als die Stichprobe Abb. 11 in der Prüfmaschine. Der Mittelwert von zahlreichen Messungen der Stahlspannung im RiB wird dem Mittelwert der Streckgrenzen aller kleinen Stabsabschnitte von der Länge d gleich sein. (Wir bezeichnen sie im weiteren kurz als d -Abschnitte.)

Nehmen wir als Arbeitshypothese an, daß die Einzelwerte der Streckgrenze zahlreicher d -Abschnitte eine normal verteilte Grundgesamtheit bilden. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Streckgrenze eines d -Abschnittes

(z. B. II in Abb. 11) größer ist als ein gewisser im Kollektiv vorkommender Wert σ_1 , sei W_d . Soll nun die Streckgrenze eines 10 d langen Stückes größer sein als σ_1 , so muß dies für jeden aus den 10 d -Abschnitten, aus welchen die Probelänge besteht, gelten. Die Wahrscheinlichkeit W_{10d} , daß dies der Fall sein wird, ist gleich dem Produkt aller 10 Teilwahrscheinlichkeiten, d. h.

$$W_{10d} = W_d^{10}.$$

Daraus folgt
$$W_d = W_{10d}^{\frac{1}{10}} = W_{80d}^{\frac{1}{80}} = \text{usw.} \quad (3)$$

Bei einer normalen Häufigkeitsverteilung liegt eine Hälfte der zahlreichen Einzelwerte oberhalb und eine Hälfte unterhalb des Mittelwertes. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Prüfung mehr als den Mittelwert des untersuchten Merkmales ergibt, ist daher $1:2 = 0,5$.

Sei nun σ_G der Mittelwert der Streckgrenze der d -Abschnitte,

σ_S der Mittelwert der Streckgrenze der Proben, deren freie Länge 10 d beträgt (Abb. 11) und

σ'_S derselbe Mittelwert bei einer freien Probelänge von 80 d .

Die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens von d -Abschnitt-Einzelwerten, die größer sind als σ_S resp. σ'_S , ist gemäß (3):

$$W_d = 0,5^{1/10} = 0,933$$

$$\text{resp. } W'_d = 0,5^{1/80} = 0,991.$$

Der Wert σ_S ist also diejenige Abszisse $x = \sigma_S$ der normalen Häufigkeitskurve

$$y = \frac{\sigma_G}{s\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \sigma_G}{s} \right)^2 \right], \quad *)$$

bei welcher die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\int_{\sigma_S}^{\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \sigma_G}{s} \right)^2 \right] dx = W_d \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \sigma_G}{s} \right)^2 \right] dx.$$

Ähnliches gilt für die Längen 80 d .

Mit Hilfe der Tabelle der LAPLACESchen Integrale findet man

$$\left. \begin{aligned} \sigma_S &= \sigma_G - 1,5 s, \\ \sigma'_S &= \sigma_G - 2,375 s. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

* Es bedeutet $\exp u = e^u$.

Hier ist s der Streuungswert der für die d -Abschnitte gültigen Werte. Kennt man σ'_S , und σ_S , so folgt aus (4) :

$$\frac{s}{\sigma_S} = \frac{1 - \frac{\sigma'_S}{\sigma_S}}{0,87}, \quad \frac{\sigma_G}{\sigma_S} = 1 + 1,5 \frac{s}{\sigma_S}. \quad (5)$$

4. Kontrollversuche

Bei der Anwendung der statistischen Theorie auf Baumaterialien ist die größte Vorsicht geboten, denn die Theorie setzt idealisierte Häufigkeitskurven voraus, welche in Wirklichkeit nicht vorkommen. Es ist daher nötig

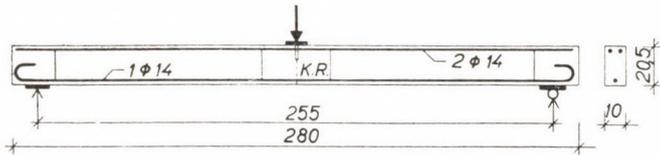


Abb. 12. Versuchsbalken der letzten 2 Reihen

alle Folgerungen experimentell nachzuprüfen. Zu diesem Zwecke haben wir insgesamt 30 Balken untersucht, wovon 18 gemäß Abb. 7a und 12 gemäß Abb. 12 ausgebildet waren.

Es wurden auch 30 Probestücke freier Länge $10d$ und 17 Probestücke freier Länge $80d$ untersucht. Der Mittelwert des Verhältnisses $\sigma'_S : \sigma_S$ erwies sich bei diesen Versuchen gleich 0,953.

Setzt man dies in (5) ein, so findet man

$$\frac{s}{\sigma_S} = \frac{1 - 0,953}{0,87} = 0,054,$$

$$\frac{\sigma_G}{\sigma_S} = 1 + 1,5 \cdot 0,054 \approx 1,08.$$

Die arithmetischen Mittel der Ergebnisse von Versuchen an Balken mit künstlichem Riß sind in Taf. 3 wiedergegeben. Das aus den Versuchen berechnete Verhältnis $\sigma_G : \sigma_S$ hat sich als etwas größer erwiesen als der theoretische Wert 1,08.

Tafel 3

Balcken mit künstlichem Riß

Balcken gemäß	Beton		Längsbewehrung				Verhältnis $\sigma_G : \sigma_S$ Mittelwert	
	Würfelfestigkeit		Streckgrenze		Grenzspannung			
	Anzahl der Würfel	Mittelwert kg/cm ²	Anzahl der Probestücke	Mittelwert σ_S kg/cm ²	Anzahl der Balcken	Mittelwert σ_G kg/cm ²	6 Balcken	30 Balcken
Abb. 7a	12	237,2	6	3064	6	3476	1,134	1,097
	6	370,8	6	3312	6	3481	1,051	
	18	199,1	18	2726	6	3075	1,128	
Abb. 12	18	337,8	18	3011	6	3494	1,160	
	18	252,0	18	2942	6	2984	1,094	

Alle Einzelwerte des Verhältnisses $\sigma_G : \sigma_S$ lagen im Bereich $1,10 \pm 0,10$. Die Streuung entsprach der Streuung der Eigenschaftszahlen des verwendeten Stahles ($s/m \approx 0,05$). Es ist von Interesse, daß eben in verschiedenen nebeneinander liegenden Abschnitten desselben 12 m langen Bewehrungsstabes bedeutend unterschiedliche Werte der normenmäßigen Streckgrenze festgestellt wurden, die z. B. bei einem Stabe zwischen 2670 kg/cm^2 und 3495 kg/cm^2 lagen.

Da nun (bei einer Normalverteilung) 95% von Einzelwerten in das Intervall $\pm 1,96 s$ vom Mittelwert fallen, muß man auch bei einer sehr sorgfältigen Laboratoriumsarbeit mit ähnlichen Balcken damit rechnen, daß die Einzelergebnisse im Bereich wenigstens 10% über und unter dem Mittelwert verstreut sein werden; dies ist die Folge der Veränderlichkeit der Eigenschaftswerte des Stahles.

Auf den Baustellen ist die Streuung viel größer.

Deswegen wird es vorläufig nicht empfohlen den festgestellten kleinen Spannungsüberschuß in der Baupraxis direkt auszunützen.

SCHRIFTTUM

1. A. GUERRIN: Les théories nouvelles de la flexion dans les pièces en béton armé. Paris 1941.
2. K. HAJNAL-KÓNYI: Tests on concrete beams reinforced with 12 gauge wires of an ultimate strength of 120 tons per sq. in. Magazine of Concrete Research, March 1952, S. 113—121.
3. T. GYENGÓ: Der Einfluß der Querschnittsform auf das Bruchmoment der Stahlbetonbalcken. Bauplanung—Bautechnik 10 (1956), S. 16—18.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Ergebnisse der beschriebenen Versuche an 66 Stahlbetonbalcken können folgendermaßen zusammengefaßt werden:

a) Die Grenzspannung der Längsbewehrung aus Rundstahl oder Roxorstahl (d. h. das arithmetische Mittel von mehreren Ergebnissen) wurde bei ausgeschlossenen Einfluß

des Schwindens um etwa 10% größer gefunden als die untere Streckgrenze (d. h. der Mittelwert von mehreren Messungen) der verwendeten Stahleinlagen.

b) Dies gilt auch bei einer stärkeren Bewehrung, solange der Bewehrungsgrad nicht die normenmäßige Grenze überschreitet, jedoch nur unter der Bedingung, daß die Schubbewehrung und die Verankerung der Stahleinlagen ausreichend ausgebildet sind.

c) Der Unterschied beider Spannungen kann mit Hilfe statistischer Theorie der Festigkeit von Baumaterialien erklärt und unter gewissen Annahmen berechnet werden. Nach dieser Theorie würde dieser Unterschied verschwinden, wenn der Stahl ideal homogen wäre.

d) Die Streuung der Ergebnisse der Tragfähigkeitsprüfungen von Stahlbetonbalken ist in weitem Maße durch die Unhomogenität des Bewehrungsstahles hervorgerufen.

LIMIT-STRESS OF LONGITUDINAL REINFORCEMENT OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

K. HRUBAN

SUMMARY

Test-results obtained from investigating 66 reinforced concrete beams can be summarized as follows:

a) The limit-stress of a longitudinal reinforcement consisting of round-steel bars, or Roxor-steel bars (arithmetic mean of several results)—the influence of shrinkage excluded—was about by 10 percent higher than the lower yield-point of the applied steel-bars (also an average value of several measurements).

b) This statement is also valid in the case of a stronger reinforcement, as long as the percentage of steel does not exceed the standard-limit, but under that condition that shearing reinforcement and anchorage of steel has to be assured to a sufficient degree.

c) The difference between the two above mentioned stresses may be explained on the base of the statistic theory on strength of construction-materials, and its calculation is possible under certain conditions. According to this theory, the difference should disappear, if the steel would be an ideal homogeneous material.

d) Dispersions appearing in the course of tests on the load-carrying capacity of reinforced concrete beams are to a great extent a consequence of the inhomogeneity of the applied reinforcement.

TENSION LIMITE DE L'ARMATURE LONGITUDINALE DES POUTRES EN BÉTON ARMÉ

K. HRUBAN

RÉSUMÉ

Les résultats d'essais effectués sur 66 poutres en béton armé peuvent se résumer comme suit :

a) La tension limite de l'armature longitudinale en acier rond ou Roxor (obtenue comme moyenne arithmétique de plusieurs résultats) dépassait de 10% env. la limite d'écoulement inférieure (obtenue aussi comme moyenne de plusieurs mesures) des armatures en acier, abstraction étant faite de l'influence du retrait.

b) Cette constatation reste aussi valable pour des armatures plus solides, tant que le taux d'armature ne dépasse pas la limite normalisée, à condition toutefois que l'armature de cisaillement et l'ancrage des armatures soient assurés d'une manière suffisante.

c) L'écart des deux tensions peut-être mis en lumière et même calculé, sous certaines conditions, sur base de la théorie statistique de la résistance des matériaux de construction. Suivant cette théorie, l'écart disparaîtrait si l'acier était un matériau parfaitement homogène.

d) Les écarts des résultats des essais de résistance des poutres en béton armé proviennent en partie du manque d'homogénéité de l'armature employée.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ АРМАТУРЫ ЖЕЛЕЗО-
БЕТОННЫХ БАЛОК

К. ХРУБАН

РЕЗЮМЕ

Результаты проведенных на 66 железобетонных балках испытаний можно обобщить следующим образом:

а) Предельное напряжение продольной арматуры из круглой стали или Роксор-стали (как среднее арифметическое нескольких измерений), исключая влияние усадки, примерно на 10% выше нижнего предела текучести примененных стальных прокладок (также, как среднее нескольких измерений).

б) Это определение действительно также в случае более густой арматуры, если % арматуры не превышает предел нормы, но лишь при условии, что заанкерование арматуры среза как и обычной арматуры обеспечено в достаточной степени.

в) Отличие между обоими напряжениями можно объяснить и рассчитать при определенных условиях на основе статистической теории устойчивости строительных материалов. Согласно этой теории отличие исчезло бы, если бы сталь была идеально однородным материалом.

г) Расхождения результатов испытаний железобетонных балок на устойчивость под нагрузкой, в основном, являются следствием неоднородности примененной арматуры.

NEUERE VERSUCHE ÜBER DIE DAMPFBEHANDLUNG VON FRISCHBETON ZUR ERREICHUNG FRÜHER FESTIGKEIT

Prof. Dipl.-Ing. ERNST LEWICKI

TECHNISCHE HOCHSCHULE, DRESDEN

[Eingegangen am 8. März 1958]

Bei der Durchführung unserer früheren Versuche von 1950—1952 [1] hatten sich noch folgende Probleme ergeben:

1. Die Festigkeitsentwicklung bedampfter Betonkörper während längerer Zeitabschnitte.
2. Zusätzliche innere Spannungen in den Betonkörpern infolge Dampfbehandlung.
3. Einfluß der Zuführung zusätzlicher Wärme in das Innere von Betonkörpern durch Einleitung von Dampf.
4. Abhängigkeit der günstigsten Vorlagerungsdauer von den Erstarrungseigenschaften des verwendeten Zementes.
5. Einfluß der Dampfbehandlung auf die Elastizitätszahlen des Betons.
6. Eignung von Hochofenzementen für bedampften Beton.
7. Einfluß der Dampfbehandlung des Betons auf die Haftfestigkeit zwischen Rundstahl und Beton im allgemeinen und insbesondere bei einer Betonfestigkeit von 90—100 kg/cm².¹

Wir sahen uns also veranlaßt, im Jahre 1953 weitere Versuche durchzuführen, deren Ergebnisse hier erstmalig veröffentlicht werden sollen.

Die Versuchsreihen wurden nach unserem Versuchsplan und unter unserer Leitung im DAMW Dresden, Prüfdienststelle 371, durchgeführt.

Wir prüften Probewürfel von 20 cm Seitenlänge, teilweise auch Probekörper 50 × 50 × 100 cm und Biegezugprismen 70 × 15 × 10 cm.

Für alle Versuchsreihen verwendeten wir Zuschlagstoffe gleicher Art, welche nach 4 Kornstufen getrennt zugegeben wurden und die im folgenden dargestellte Zusammensetzung zeigten:

40	Gewichtsprozent	Feinsand	0— 3 mm
40	«	«	3— 7 mm
20	«	Diabas-Splitt	7—15 mm
20	«	«	15—30 mm

¹ D. i. die Festigkeit, welche vorgefabrizierte Stahlbetonteile beim Abheben von der Matrize besitzen sollen.

Das zusammengesetzte Gemenge lag im »besonders guten Bereich« der Sieblinien nach DIN 1045.

Als Zemente standen zur Verfügung
für alle Versuchsreihen

Portlandzement 325 vom Werk Karsdorf/Unstrut,
darüber hinaus für einen Teil der Versuchsreihen

Portlandzement 325 vom Werk Göschwitz/Saale,
Eisenportlandzement 325 vom Werk Nietleben b. Halle,
Hochofenzement 225 vom Werk Stalinstadt.

Die Zementmenge betrug in allen Fällen 300 kg je m³ Festbeton.

Die chemische Zusammensetzung der Zemente und einige Normenprüfungsergebnisse sind Tafel 1 und 2 zu entnehmen.

Tafel 1

	Portlandzement 325		Eisenportlandzement 325 Nietleben	Hochofenzement 225 Stalinstadt
	Karsdorf	Göschwitz		
Glühverlust	1,3%	1,4%	1,5%	*
Unlösliches	0,7%	0,8%	0,7%	1,4%
Kieselsäure (SiO ₂)	20,6%	19,1%	24,3%	30,2%
Eisen- u. Aluminiumoxyd (Fe ₂ O ₃ —Al ₂ O ₃)	9,9%	10,0%	9,4%	7,3%
Kalk (CaO)	63,8%	64,0%	59,1%	51,6%
Magnesia (MgO)	1,6%	2,2%	1,4%	0,5%
Sulfat (SO ₃)	2,0%	3,0%	2,9%	2,1%
Manganoxyd (MnO)	0,1%	—	0,6%	3,7%

* Gewichtszunahme beim Glühen.

Tafel 2

	Portlandzement 325		Eisenportlandzement 325 Nietleben	Hochofenzement 225 Stalinstadt
	Karsdorf	Göschwitz		
Mahlfeinheit:				
(Rückstand auf dem Sieb 4900 Ma./cm ²)	5,11%	15,62%	9,19%	4,28%
Erstarren: Beginn	2 h 55'	2 h 38'	1 h 38'	3 h 8'
Ende	4 h 40'	3 h 53'	2 h 39'	4 h 30'
Ausbreitmaß in cm	19 × 19	18 × 18,5	19 × 19,5	17,5 × 18
Druckfestigkeit in kg/cm ² :				
Prüfalter 3 Tage	250	258	123	
» 7 »	367	310	227	160
» 28 »	479	371	368	303

Das Betongemisch bei allen Versuchsreihen war schwachplastisch und gerade noch stampffähig, das Ausbreitmaß des Betons betrug 37 cm, der WZ-Faktor 0,67 bei 9% Wasserzusatz. Das Mischen des Betons erfolgte in einem Werkraum von 18°–22° Raumtemperatur mit einem 200 l-Zwangsmischer.

Zur Dampfbehandlung der frischen Beton-Probekörper hatte man eine kleine Dampfkammer mit einem Fassungsraum von rd. 3,5 m³ gebaut. Geheizt wurde mit Niederdruckdampf von 0,5 at, der die Probekörper

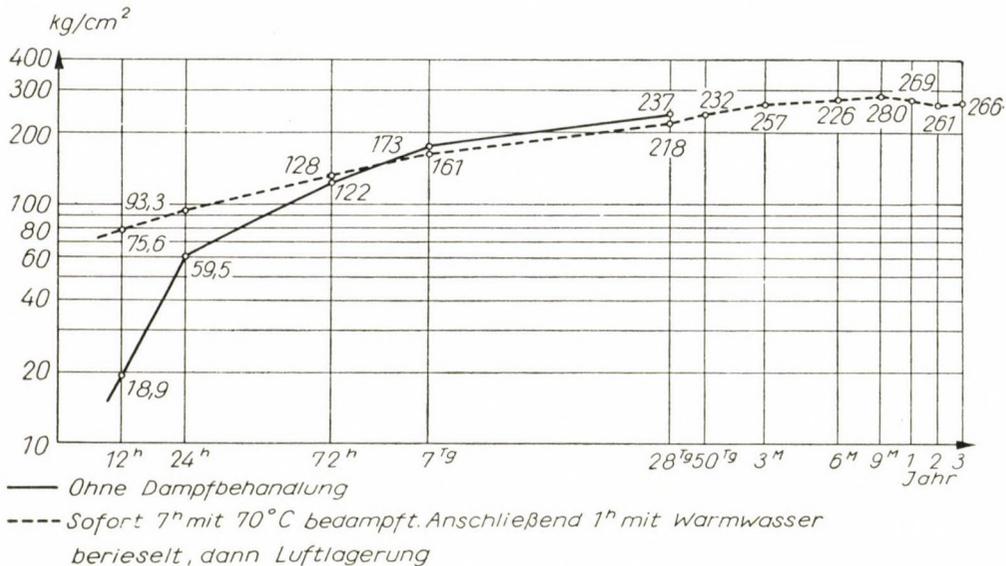


Bild 1. Festigkeitsentwicklung bedampfter Betonkörper während längerer Zeitabschnitte

allseitig mit Dampf umspülte. Es wurde darauf geachtet, daß die Dampftemperatur nicht höher als 70° war.

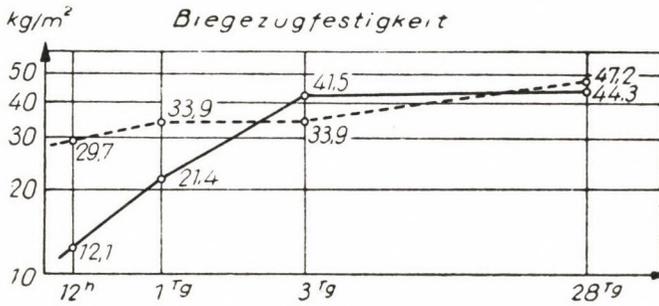
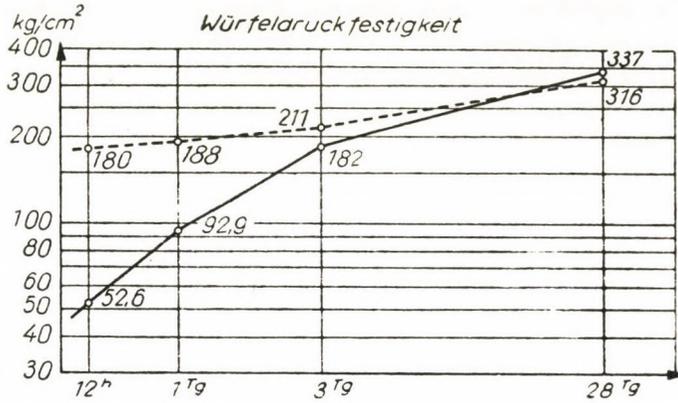
Die Probekörper wurden nach einer vorgeschriebenen verschiedenen langen Vorlagerungszeit 5 Std. in der Kammer bedampft, anschließend 1 Std. mit heißem Wasser von 80° abfallend auf 50°, sodann 1 Std. lang mit Wasser normaler Leitungstemperatur von etwa 20° berieselt.

Die Lagerung der Probekörper erfolgte normenmäßig.

Die Auswertung der Ergebnisse der durchgeführten Versuchsreihen ergab folgendes:

1. Festigkeitsentwicklung bedampfter Betonkörper während längerer Zeitabschnitte (Bild 1).

Ergebnis 1: Die Betondruckfestigkeit bedampfter Betonkörper nimmt nach Überschreitung der 28 Tage-Festigkeit langsam weiter zu und erreicht nach 3 Jahren Werte, die höher liegen als die 28 Tage-



— Ohne Dampfbehandlung

- - - - 5h Vorlagerung, 5h mit 70°C beampft, dann 1h warm und anschließende 1h mit Leitungswasser berieselt Hierauf in der Klimanlage 6mal insgesamt 12h lang bis zu -14° abgekühlt und zwischendurch jeweils 1h lang in Leitungswasser wieder aufgetaut

Temperaturverlauf in der Dampfammer und im Würfel

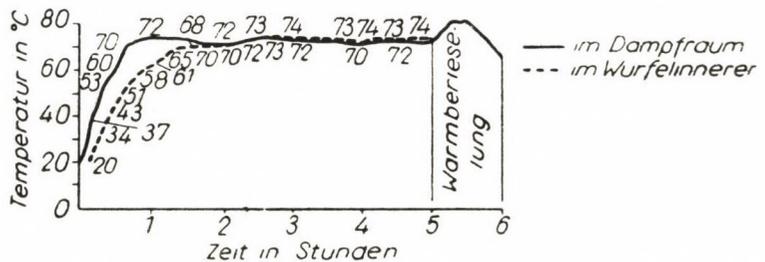


Bild 2. Zusätzliche innere Spannungen in Betonkörpern infolge Dampfbehandlung

Festigkeit. Sie verhält sich also grundsätzlich genau so wie die von nicht bedampftem Beton.

Zweifellos würden die Ergebnisse absolut betrachtet noch günstiger liegen, wenn die Probekörper vor Beginn der Dampfbehandlung in der Luft vorgelagert worden wären.

2. Zusätzliche innere Spannungen in den Betonkörpern infolge der Dampfbehandlung.

Zur Klärung dieser Frage wurden die bedampften Probewürfel einer gewaltsamen Behandlung durch Frost unterzogen. Sie wurden sofort nach Abschluß der Dampfbehandlung während 12 Stunden 6 Mal bis auf -14° abgekühlt und zwischen diesen Gefrierperioden jeweils wieder 1 Stunde lang in Leitungswasser von Zimmertemperatur aufgetaut. Wir haben also die Festigkeit des bedampften Betons nach mehrfachem Gefrieren und Auftauen als Kriterium für das Vorhandensein innerer Spannungen herangezogen in der Annahme, daß bei Vorhandensein innerer Spannungen die Festigkeit der betreffenden Probekörper stark abgemindert ist.

Der für die Durchführung des Gefrierens und Auftauens erforderliche Zeitaufwand wurde bei Feststellung des Prüfaltes nicht in Ansatz gebracht.

Bild 2 zeigt die Festigkeitsergebnisse von Probekörpern, die nach 5 Std. Vorlagerung 5 Std. bis zu 70° bedampft und dann sofort der oben beschriebenen gewaltsamen Frostbehandlung unterzogen wurden.

Ergebnis 2: Die Druckfestigkeit der bedampften und anschließend frostbehandelten Betonwürfel zeigt bis zu einem Betonalter von etwa 20 Tagen höhere, ab dieser Zeit nur unwesentlich geminderte Werte gegenüber der des nicht bedampften Betons. Die 12-Stunden-Festigkeit des bedampften Betons beträgt dabei das $3\frac{1}{2}$ -fache des nicht bedampften.

Die Biegezugfestigkeit ist nach 28 Tagen sogar um ein geringeres höher.

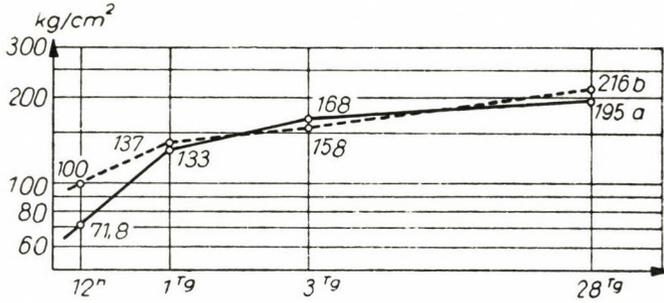
Aus diesen Feststellungen kann man schließen, daß durch die Dampfbehandlung keine inneren Spannungen entstanden sind.

3. Einfluß der Zuführung zusätzlicher Wärme in das Innere von Betonkörpern durch Einleitung von Dampf.

Hier wurden Probekörper $50 \times 50 \times 100$ cm verwendet, in welche in der Längsrichtung in Querschnittsmittle ein geschlitztes Stahlblechrohr von $\varnothing 100$ cm eingelegt worden war, durch welches dem von außen bedampften Betonkörper zusätzlich von innen Dampf zugeführt wurde. Diese Probekörper erhielten eine Vorlagerung von 5 Std. und wurden dann 5 Std. lang bis zu 70° bedampft. Durch eine Umwicklung des Blechrohres mit Wellpappe und durch seine Schlitzung konnte es nach der Bedampfung leicht aus dem Betonkörper herauszogen werden.

Aus Bild 3 ergibt sich

Ergebnis 3: Die Zuführung zusätzlicher Wärme ins Innere der Betonkörper ergibt besonders bis zum Betonalter von einem Tag eine höhere Druckfestigkeit als Bedampfung nur von außen.



- a — 5ⁿ Vorlagerung, 5ⁿ mit 70°C bedampft, sodann 1ⁿ warm und anschließend 1ⁿ mit Leitungswasser beriezeit. Bedampfung nur von außen
- b - - - - 5ⁿ Vorlagerung, 5ⁿ mit 70°C von innen und außen bedampft, dann wie vor

Temperaturverlauf

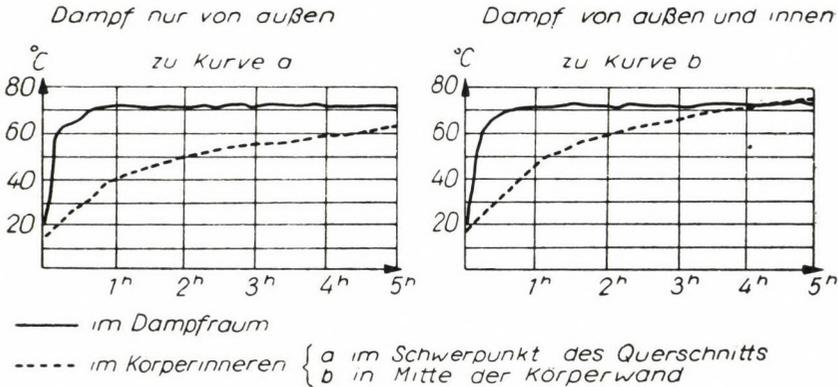
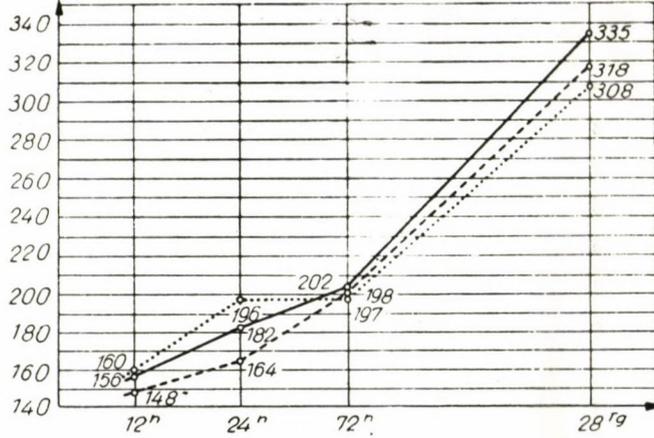


Bild 3. Einfluß der Zuführung zusätzlicher Wärme in das Innere von Betonkörpern durch Einleitung von Dampf

Der Verlauf beider Temperaturkurven zeigt, daß die Temperatur im Inneren des Körpers gegen die im Dampfraum zunächst stark zurückbleibt. Bei den von außen und innen bedampften Körpern (Kurve b) erfolgt ein Ausgleich der Temperatur erst nach 4 Std., während sich bei dem nur von

Portlandzement 325 Karsdorf

kg/cm² Erstarren: Beginn 2ⁿ 55' Ende 4ⁿ 40'



- 2 Std Vorlagerung, 5ⁿ Dampfteinwirkung bis 70°C, sodann 1ⁿ warm, anschließend 1ⁿ mit Leitungswasser berieselt
- - - 5ⁿ Vorlagerung, anschließend weiter wie vor
- 8ⁿ

Temperaturverlauf in der Dampfkammer und im Würfel

— im Dampfraum - - - - - im Würfelinneren

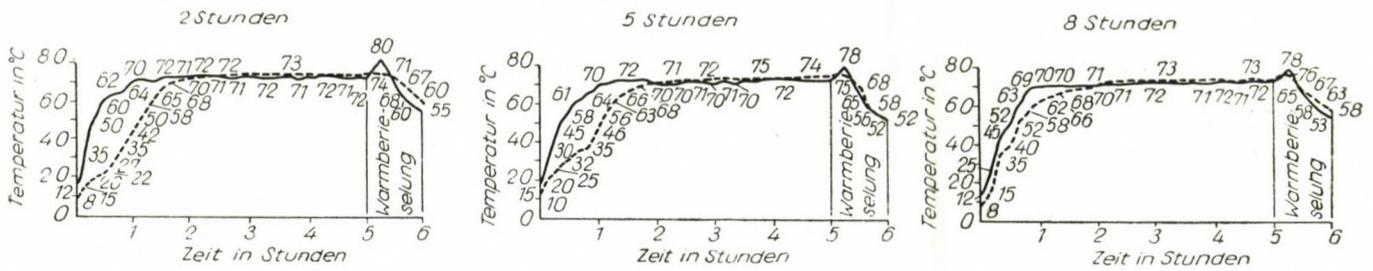
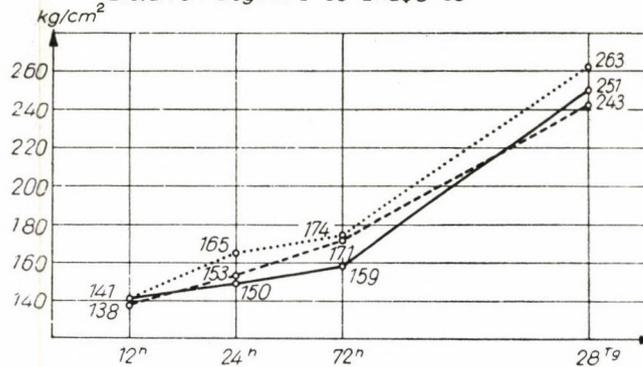


Bild 4. Entwicklung der Druckfestigkeit des bedampften Betons bei verschiedener Vorlagerungsdauer bei Verwendung von Portlandzement 325 vom Werk Karsdorf/Unstrut

Portlandzement 325 Göschwitz
Erstarren: Beginn 2ⁿ 38' Ende 3ⁿ 53'



- 2ⁿ Sta Vorlagerung, 5ⁿ Dampfeinwirkung bis 70°C, sodann 1ⁿ warm, anschließend 1ⁿ mit Leitungswasser berieselt
- - - 5ⁿ Vorlagerung, anschließend weiter wie vor.
- 8ⁿ

Temperaturverlauf in der Dampfkammer und im Würfel

— im Dampfraum - - - - im Würfelinneren

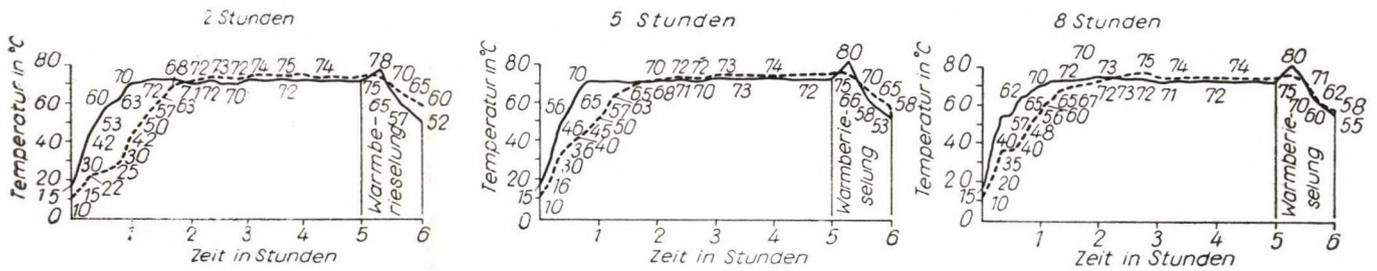
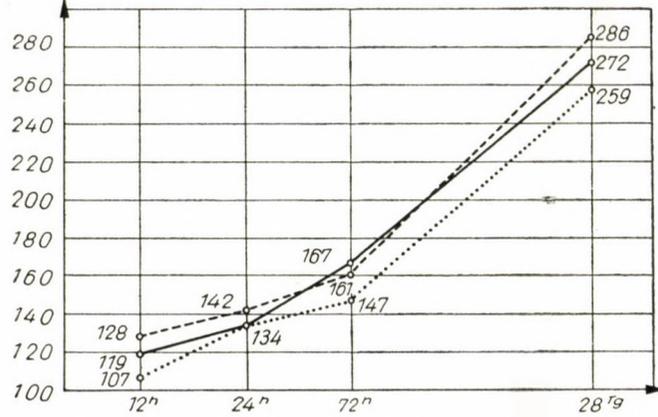


Bild 5. Entwicklung der Druckfestigkeit des bedampften Betons bei verschiedener Vorlagerungsdauer bei Verwendung von Portlandzement 325 von Werk Göschwitz/Saale

Eisenportlandzement 325 Nietleben
 kg/cm² Erstarren: Beginn 1^h38' Ende 2^h39'



- 2 Std Vorlagerung, 5^h Dampfeinwirkung bis 70°C, sodann 1^h warm, anschließend 1^h mit Leitungswasser berieselt
 - - - 5^h Vorlagerung, anschließend weiter wie vor
 8^h " " " " "

Temperaturverlauf in der Dampfkammer und im Würfel

— im Dampfraum - - - - - im Würfelinneren

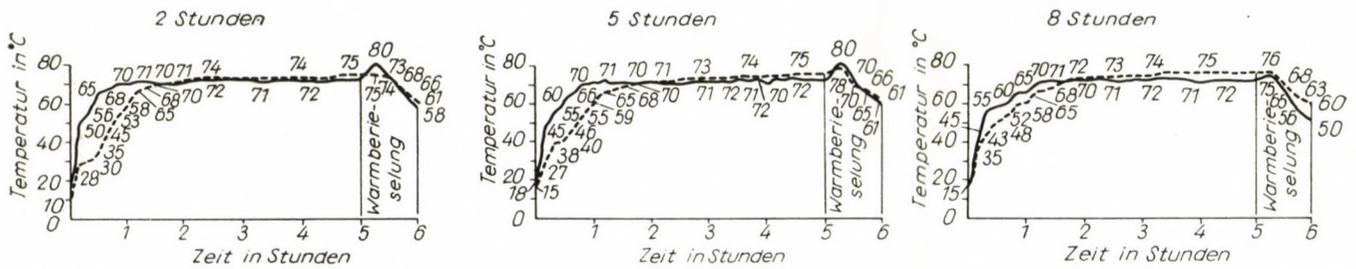
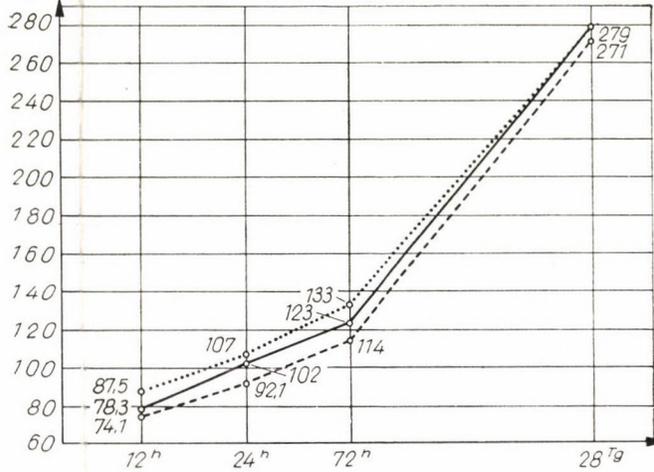


Bild 6. Entwicklung der Druckfestigkeit des bedampften Betons bei verschiedener Vorlagerungsdauer bei Verwendung von Eisenportlandzement 325 vom Werk Nietleben b. Halle

Hochofenzement 225 Stalinstadt

Erstarren: Beginn 3^h 8' Ende 4^h 30'



- 2 Std Vorlagerung, 5^h Dampfeinwirkung bis 70°C, sodann 1^h warm, anschließend 1^h mit Leitungswasser berieselt
- - - 5^h Vorlagerung, anschließend weiter wie vor
- 8^h

Temperaturverlauf in der Dampfkammer und im Würfel

— im Dampfraum - - - - - im Würfelinneren

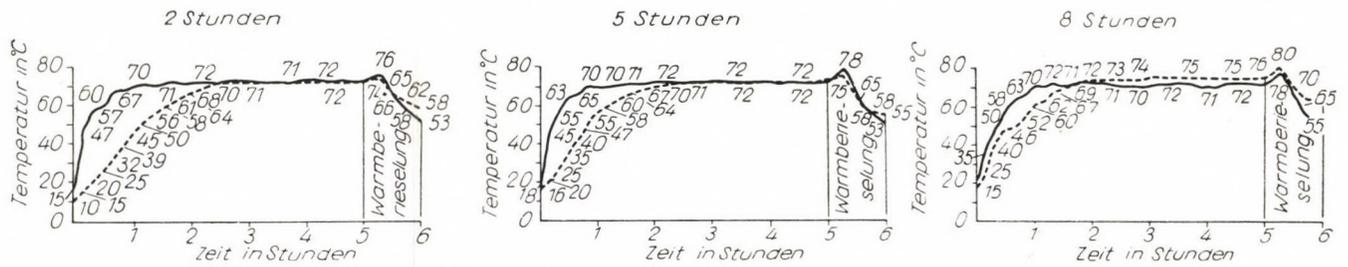


Bild 7. Entwicklung der Druckfestigkeit des bedampften Betons bei verschiedener Vorlagerungsdauer bei Verwendung von Hochofenzement 225 vom Werk Stalinstadt

außen bedampften Körper die Temperatur nach 5 Std. noch nicht angeglichen hat (Kurve a). Wir erhalten

Nebenergebnisse 3a: Die erforderliche Dauer der Bedampfung und der Zuführung zusätzlicher Wärme von innen sind abhängig vom Oberflächenmodul des Körpers, d. h. dem Verhältnis Oberfläche : Volumen. Die günstigste Bedampfungsdauer muß bei großen Körpern mit kleinem Oberflächenmodul durch Versuche festgestellt werden.

4. Abhängigkeit der günstigsten Vorlagerungsdauer von den Erstarrungseigenschaften des verwendeten Zementes.

Zur Klärung dieser Frage sollten Betonprobekörper aus Zementen stark unterschiedlicher Erstarrungseigenschaften untersucht werden. Leider konnten nur Zemente von normalen Erstarrungszeiten beschafft werden, so daß es nicht möglich war, Versuchsreihen mit Zementen von ausgesprochen langer Erstarrungszeit durchzuführen.

Es wurden Probewürfel aus 4 verschiedenen Zementsorten geprüft, die jeweils nach 2 Std., 5 Std. und 8 Stunden Vorlagerung einer 5stündigen Dampfbehandlung bis zu 70° unterzogen worden waren.

Es ergab sich folgendes :

4.1 Portlandzement 325 vom Werk Karsdorf/Unstrut (Bild 4)

Erstarrungsbeginn 2 Std. 55 Min.

Erstarrungsende 4 Std. 40 Min.

Ergebnis 4.1: Als für die schnelle Entwicklung der Festigkeit günstigste Vorlagerungsdauer erwies sich für ein Betonalter bis zu 72 Std.: 2 Std. für ein Betonalter über 72 Std. : 8 Std.

4.2 Portlandzement 325 vom Werk Göschwitz/Saale (Bild 5)

Erstarrungsbeginn 2 Std. 38 Min.

Erstarrungsende 3 Std. 53 Min.

Ergebnis 4.2: Günstigste Vorlagerungsdauer für ein Betonalter von 12 Std. bis 28 Tage: 8 Std.

4.3 Eisenportlandzement 325 vom Werk Nietleben b. Halle (Bild 6)

Erstarrungsbeginn 1 Std. 38 Min.

Erstarrungsende 2 Std. 39 Min.

Also ein Zement mit ausgesprochen kurzer Erstarrungszeit.

Ergebnis 4.3: Günstigste Vorlagerungsdauer für ein Betonalter von 12 Std. bis 28 Tage: 5 Std.

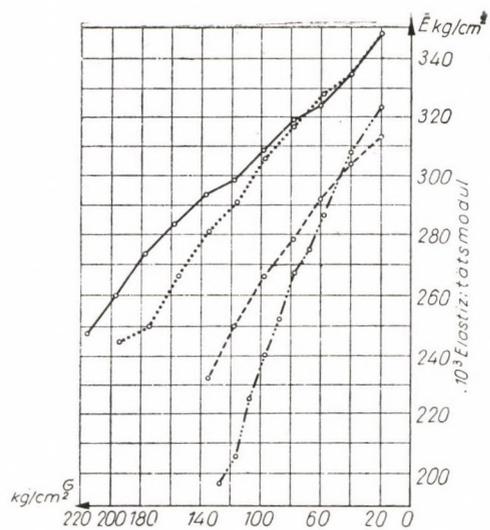
4.4 Hochofenzement 225 vom Werk StalinStadt (Bild 7)

Erstarrungsbeginn 3 Std. 8 Min.

Erstarrungsende 4 Std. 30 Min.

Ergebnis 4.4: Günstigste Vorlagerungsdauer für ein Betonalter von 12 Std. bis 28 Tage : 8 Std.

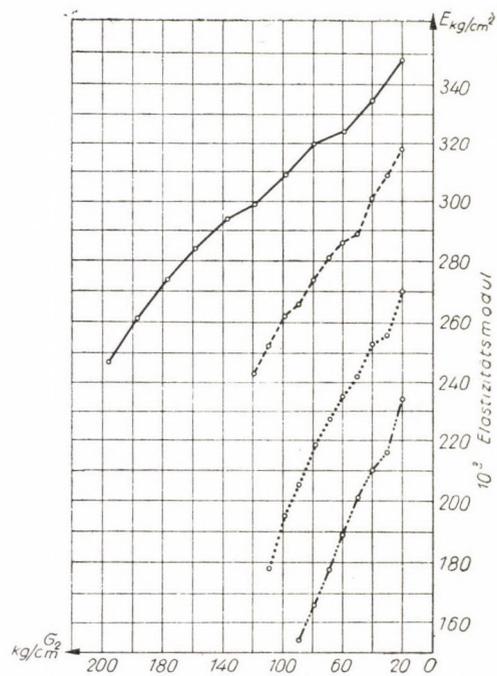
Diese Versuchsreihe 4 soll noch mit anderen Zementen aus der Produktion der DDR fortgesetzt werden.



Einheitliche Behandlung der Prismen
 5ⁿ Vorlagerung, 5ⁿ Dampfeinwirkung bis 70°C, sodann
 1ⁿ mit warmen und 1ⁿ mit Leitungswasser beriebelt

- Portlandzement 325 Karsdorf
- - - - - Portlandzement 325 Göschwitz
- Eisenportlandzement 325 Nietleben
- · - · - Hochofenzement 225 Stainstadt

Bild 8. Entwicklung des Elastizitätsmoduls des bedampften Betons aus verschiedenen Zementen im einheitlichen Alter von 28 Tagen



Einheitliche Behandlung, der Prismen
 5ⁿ Vorlagerung, 5ⁿ Dampfeinwirkung bis 70°C, sodann
 1ⁿ mit warmen und 1ⁿ mit Leitungswasser beriebelt

- · - · - nach 12ⁿ
- nach 24ⁿ
- - - - - nach 72ⁿ
- nach 28 Tagen

Bild 9. Entwicklung des Elastizitätsmoduls des bedampften Betons aus Portlandzement 325 vom Werk Karsdorf in verschiedenen Altersstufen

Aus den bisher vorliegenden Ergebnissen dürfte man ableiten können, daß Zemente mit kurzem Erstarrungsbeginn (z. B. 4.3) eine kürzere Vorlagerungsdauer erfordern.

Bei Festsetzung der günstigsten Vorlagerungsdauer darf man natürlich in der Praxis nicht nur die Festigkeitsentwicklung, sondern man muß auch die Wirtschaftlichkeit berücksichtigen, d. h. den Brennstoffverbrauch.

5. Einfluß der Dampfbehandlung auf die Elastizitätsmoduln des Betons.

Hierzu wurden Betonprismen $70 \times 20 \times 16$ cm hergestellt und nach 5 Std. Vorlagerung 5 Std. bis zu 70° bedampft. Die Untersuchung der Zusammendrückung der Betonprismen bei verschiedenen Spannungsstufen erfolgte mit dem MARTENSSchen Spiegelfeinmeßgerät nach zwei Gesichtspunkten:

5.1 Elastizitätsmodul von bedampftem Beton aus verschiedenen Zementarten im einheitlichen Alter von 28 Tagen (Bild 8)

Ergebnis 5.1: Bei steigendem Druck nimmt der Elastizitätsmodul stetig ab. Die Zahlen halten sich im Rahmen derer von unbedampftem Beton.

5.2 Elastizitätsmodul von bedampftem Beton nur aus Portlandzement 325 vom Werk Karsdorf in verschiedenen Altersstufen (Bild 9)

Ergebnis 5.2: Mit zunehmendem Alter nimmt der Elastizitätsmodul stetig zu. Ein nachteiliger Einfluß der Dampfbehandlung auf den Elastizitätsmodul ist nicht festzustellen.

Bei der Durchführung der Versuchsreihen 1—5 wurde ich vom Oberingenieur meines Instituts, Herrn Dipl.-Ing. W. RING, unterstützt, wofür ihm Dank gesagt sei.

Die Probleme 6 und 7 behandelte der verstorbene Dr. E. PATSCHKE im Forschungs-Institut Weimar und berichtete hierüber in »Bauplanung — Bautechnik« [2].

SCHRIFTTUM

1. LEWICKI, E.: Die Dampfbehandlung von Beton zwecks Erreichung früher hoher Festigkeit. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden 2 (1952/53) Heft 6, Seite 977—984 und Bauplanung — Bautechnik 8 (1954), H. 3 Seite 130—136.
2. Dr. PATSCHKE, E., Der Einfluß der verschiedenen Zemente auf die Druckfestigkeit warmbehandelter Betone und die Haftfestigkeit der Stahleinlage. Bauplanung — Bautechnik 9 (1955), H. 5, S. 204—208.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser behandelt in diesem Aufsatz einige Eigenschaften der bei einer Temperatur von 70° C dampfbehandelter Betone. Er stellt auf Grund durchgeführter Versuche fest, daß die Dampfbehandlung die anfängliche Festigkeit des Betons erhöht, die spätere, nach beiläufig einer Woche entstehende Festigkeit jedoch nur geringfügig beeinflusst. Nach 3 Jahren ist die Festigkeit größer als nach 28 Tagen. Auf die Frage, ob die Dampfbehandlung im Betonkörper schädliche Spannungen verursacht, gaben die Versuche eine verneinende Antwort. Betreffs der Maße der Probekörper stellt er fest, daß im Falle eines niedrigen Verhältniswertes zwischen Oberfläche und Rauminhalt, zur Erreichung der gleichen Anfangsfestigkeit eine länger andauernde Dampfbehandlung nötig ist. Weiters wird bezüglich einiger Zementarten von verschiedener Erhärtungsdauer auch die günstigste Rastzeit besprochen. Endlich erhalten wir Angaben über die Wirkung der Dampfbehandlung auf den Elastizitätsmodul des Betons und zwar einerseits je nach Zementart, andererseits je nach dem Alter des Betons, endlich als Funktion der Spannung.

NEWER TESTS ON THE STEAM-CURING OF CONCRETE TO ACCELERATE THE INCREASE OF ITS STRENGTH

E. LEWICKI

SUMMARY

In his paper the author deals with some properties of steam-cured concretes, cured at a temperature of 70° C. Tests proved, that steam-curing increases the initial strength of the concrete, but only slightly influences its later strength attained in about a week's time. The strength at an age of three years is higher than that after 28 days. Referring to the question, if steam-curing causes detrimental stresses in the concrete; tests gave a negative answer. He points out with regards to the dimensions of test-specimens, that in the case of a low surface-volume ratio a longer steam-curing was required to reach the same initial strength. Further, the optimum storage-time is dealt with, referring to cements of different setting-times. Finally, we obtain data for the effect of steam curing upon the concrete Young modulus of namely once for different kinds of cement, then in correlation to the different ages of the concrete, and at last as a function of stress.

NOUVEAUX ESSAIS POUR AUGMENTER LA RÉSISTANCE INITIALE DU BÉTON PAR UN TRAITEMENT À LA VAPEUR

E. LEWICKI

RÉSUMÉ

Examen de quelques caractéristiques des bétons soumis à un traitement à la vapeur, à une température de 70° C. Sur la base des recherches effectuées, l'auteur constate que tandis que le traitement à la vapeur augmente la résistance initiale du béton, il influence très peu la résistance subsequent, de huit jours environ. La résistance de 3 ans est plus grande que celle de 28 jours. A la question de savoir si le traitement à la vapeur provoque des taux nuisibles dans le corps du béton, les essais ont donné une réponse négative. Derivant des dimensions des éprouvettes, l'auteur constate que, dans le cas d'une valeur inférieure du rapport superficie contre volume, la durée du traitement doit être augmentée si l'on veut obtenir la même résistance initiale. L'auteur examine ensuite la durée de repos la plus favorable pour certains ciments ayant des durées de prise variées. Des données relatives à l'effet du traitement à la vapeur sur le module d'élasticité du béton, relatantes différentes sortes de ciment, différents âges du béton et la variation des taux terminent l'étude.

ИССЛЕДОВАНИЯ РОСТА ПРЕЖНЕЙ ПРОЧНОСТИ ПУТЕМ ПРОПАРКИ БЕТОНА

Э. ЛЕВИЦКИ

РЕЗЮМЕ

Автор в данной статье описывает некоторые свойства бетонов, пропаренных при температуре 70° C. На основании проведенных опытов автор устанавливает, что пропарка повышает начальную прочность бетона, однако, ее влияние на более позднюю, например, однонедельную прочность незначительна. Трехлетняя прочность выше, чем 28-дневная. На вопрос вызывает ли пропарка вредные напряжения в бетонном теле, исследования дали отрицательный ответ. Что же касается размеров образцов автор устанавливает, что в случае небольшого отношения площади поверхности к объему, для достижения той же начальной прочности необходима более длительная пропарка. Далее рассматривается наиболее выгодное время выдержки для сортов цемента с различным временем затвердевания. Наконец, приведены данные относительно влияния пропарки на модуль упругости бетона в случае разных сортов цемента, а также в зависимости от времени и в функции напряжения.

DIE GRENZTRAGFÄHIGKEIT VON ZYLINDRISCHEN SCHALEN BEI VERSCHIEDENEN FORMEN DER PLASTIZITÄTSBEDINGUNG

Prof. Dr. Ing., Dr. techn. W. OLSZAK

ORD. MITGLIED DER POLNISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN,

und

Dr. Ing. A. SAWCZUK

KAND. D. TECHN. WISSENSCH.

INSTITUT DER GRUNDLEG. PROBLEME DER TECHNIK, POLN. AKAD. WISSENSCH., WARSCHAU

[Eingegangen am 7. Juli 1958]

1. Einleitung

In der Entwicklung der Plastizitätstheorie der Schalen können zwei Richtungen beobachtet werden, die sich voneinander durch den Vorgang bei der Bestimmung der mit der Erschöpfung der Tragfähigkeit verbundenen Grenzlasten und des Feldes der inneren Kräfte unterscheiden.

Der eine Vorgang stützt sich auf die Voraussetzungen der »Theorie der kleinen elastisch-plastischen Formänderungen« (»finite« theory). Indem wir die Beziehungen zwischen den Komponenten des Spannungs- und denen des Formänderungstensors für den ganzen Verformungsprozeß der elastisch-plastischen Schale aufschreiben, können wir im Schlußeffekt zur Bestimmung der Intensität der Grenzbelastung gelangen. In Anbetracht des Charakters der erhaltenen Gleichungen konnten auf diesem Wege nur einige, lediglich die einfachsten Belastungsfälle und Grenzbedingungen betreffende Lösungen ermittelt werden. Zu dieser Gruppe wären die von A. A. ILJUSCHIN [9], JU. N. RABOTNOW [23], und W. I. ROSENBLUM [24] angegebenen Lösungen zu zählen, von denen jedoch einige sich auf weitere, die Spannungsverteilung über die Schalendicke betreffende, vereinfachende Annahmen stützen.

Die zweite Gruppe bilden Lösungen, die auf den Voraussetzungen der Theorie des plastischen Fließens (»incremental« theories) fußen, wobei gleichzeitig oft das Modell eines starr-plastischen Mediums angenommen wird. Entsprechend den Grundsätzen der allgemeinen Theorie der Grenztragfähigkeit (»limit analysis« und »limit design«) (vergl. W. PRAGER [20], [25]) wird in diesem Fall zunächst die Plastizitätsfläche (Grenzfläche) bestimmt, d. h. im n -dimensionalen Raum der n -verallgemeinerten inneren Kräfte eine der Plastizitätsbedingung entsprechende Hyperfläche; daraufhin wird die Intensität der Bruchbelastungen, sowie das Feld der inneren Kräfte, als gleichzeitig auch das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten der Schalen-Mittelfläche bestimmt. Mit Hinsicht auf die Schwierigkeit, exakte Lösungen

zu erhalten, werden hier oft die Extremalprinzipie herangezogen.¹ Zu dieser Gruppe gehören z. B. die von D. C. DRUCKER [1], P. G. HODGE [6], [7], [8], G. EASON und R. T. SHIELD [2], W. FREIBERGER [4] angegebenen Lösungen, die isotrope, achsensymmetrische und einem gleichmäßig verteilten Druck ausgesetzte Zylinderschalen betreffen.

Den Grenzlastproblemen von Kugelschalen sind die Arbeiten von E. T. ONAT und W. PRAGER [16], S. M. FEINBERG [3], E. T. ONAT [15] gewidmet, in welchen als Grundlage die COULOMB—TRESCASche Plastizitätsbedingung angenommen wird. Den Versuch, die Plastizitätsfläche für den Fall plastischer Orthotropie bei der Plastizitätsbedingung von HUBER—MISES—HENCKY zu bestimmen, hatte M. SCH. MIKIELADZE unternommen [11], [12], indem er die Plastizitätsfläche für einen speziellen Typ der plastischen Orthotropie konstruierte; für die COULOMB—TRESCASchen Bedingung hingegen behandelte dieses Problem D. NIEPOSTYN [14], wobei dieser Verfasser auch einige Lösungen für zylindrische orthotrope Schalen angeben konnte. I. MENYHÁRD [10] schätzte die Tragfähigkeit der Schalen auf Grund der Bruchlinientheorie ab. W. OLSZAK und A. SAWCZUK [19] befaßten sich mit dem Grenzlastproblem für plastisch nichthomogene Schalen.

In der vorliegenden Arbeit werden die Probleme der Grenztragfähigkeit und des plastischen Fließens von plastisch orthotropen zylindrischen Schalen bei verschiedenen Plastizitätsbedingungen behandelt. Es wird gleichzeitig auf die Unterschiede in den erhaltenen Ergebnissen hingewiesen, wobei ein besonderes Augenmerk auf die Felder der inneren Kräfte, auf die Felder der Formänderungsgeschwindigkeiten, sowie auf die Intensität der Grenzlasten gerichtet wird, und zwar in Abhängigkeit von der angenommenen Plastizitätsbedingung und der für diese bestimmten Plastizitätsfläche. Ferner wird das Verfahren der Linearisierung der »quadratischen« (HUBER—MISES—HENCKYschen) Plastizitätsbedingung für zylindrische Schalen vorgeschlagen und schließlich werden einige neue Lösungen, die die Grenzzustände von plastisch-orthotropen zylindrischen Behältern betreffen, angegeben.

2. Grundlegende Bezeichnungen

Für eine zylindrische Schale, für welche achsensymmetrische Stütz- und Belastungsbedingungen gelten und die lediglich der Beanspruchung der zu ihrer Oberfläche normalen Belastungen ausgesetzt ist, wird der Spannungszustand durch die Umfangskraft N , das Meridianbiegemoment M , das Umfangsbiegemoment (Breitenbiegemoment) $M\varphi$, sowie durch die Querkraft Q

¹ Bezüglich der Extremalsätze für isotrope Medien vergl. z. B. R. Hill [5], W. Prager und P. G. Hodge [22]; für anisotrope und nichthomogene Medien vergl. W. Olszak und P. Perzyna [18].

bestimmt. Die Verschiebungsgeschwindigkeiten werden dagegen durch den Zuwachs der Radialverschiebung W bestimmt.

Die Bezeichnungen der Kräfte, sowie der für dieselben eingeführte positive Sinn, sind in Fig. 1 angegeben.

Falls die Länge der orthotropen Schale gleich L ist, werden die Grundgleichungen zweckmäßig in dimensionslosen Koordinaten

$$\xi = \frac{X}{L} \quad (1)$$

angeschrieben.

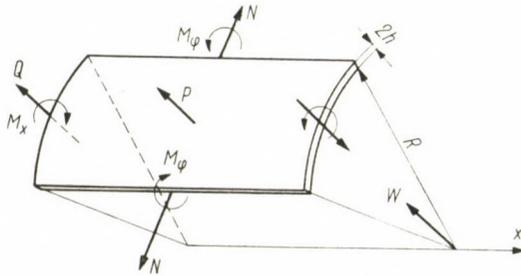


Fig. 1

Indem wir überdies für die dimensionslosen inneren Kräfte die folgenden Bezeichnungen einführen:

$$\begin{aligned} \text{Umfangskraft} \quad n &= \frac{N}{N_0}, \\ \text{Umfangsbiegemoment} \quad m_\varphi &= \frac{M_\varphi}{M_{0\varphi}}, \\ \text{Meridianbiegemoment} \quad m &= \frac{M}{M_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

erhalten die Gleichungen für das innere Gleichgewicht die Form

$$\frac{dm}{d\xi} = \frac{QL}{M_0} = q, \quad (3)$$

$$\frac{d^2m}{d\xi^2} = p \frac{R}{N_0} \frac{L^2 N_0}{RM_0} - n \frac{L^2 N_0}{M_0 R},$$

oder

$$m'' = c^2 (P - n), \quad (4)$$

wobei zusätzlich die Bezeichnung

$$P(\xi) = p(\xi) \frac{N_0}{R}, \quad (5)$$

sowie die Größe

$$C = L \sqrt{\frac{N_0}{RM_0}} \quad (6)$$

für den charakteristischen, von der Länge, dem Durchmesser und den sogen. »Plastizitätsmoduli« abhängigen Parameter eingeführt werden.

Als »Plastizitätsmoduli« der orthotropen Schale bezeichnen wir hier die Größen M_0 und N_0 . Ist die Plastizitätsgrenze bei Zug in der Breitenrichtung σ_0 , dagegen jene bei Zug in meridionaler Richtung $\varkappa\sigma_0$, wo \varkappa den für die plastische Orthotropie charakteristischen Koeffizienten bezeichnet, so erhalten wir z. B. für eine Schale konstanter Dicke $2h$

$$N_0 = 2\varkappa h\sigma_0, \quad M_0 = \sigma_0 h^2; \quad (7a)$$

es wird dann $c = L \sqrt{\frac{2\varkappa}{Rh}}$. Für »schichtenweise orthotrope« Schalen² (also

auch »Sandwich-Schalen«), die weiter unten betrachtet werden, charakterisieren die Werte N_0 und M_0 die entsprechenden Plastizitätsmoduli der »Schichten« in Abhängigkeit von der Art der Einwirkung der Kräfte. Bezeichnet t die Dicke der äußeren Schichten und $2h$ die Dicke der inneren Schicht, und ist gleichzeitig $t < 2h$, dann erhalten wir entsprechend

$$N_0 = 2t\sigma_0\varkappa, \quad M_0 = 2t\sigma_0h \quad (7b)$$

3. Plastizitätsflächen für orthotrope Schalen

Für die Bestimmung des statisch zulässigen Feldes der inneren Kräfte im Grenzzustand der Schale ist — außer den Gleichgewichtsgleichungen — die Kenntnis der Beziehungen zwischen den im Grenzzustandsgleichgewicht auftretenden inneren Kräften unentbehrlich. Im Fall einer starr-plastischen Schale wird dies also jener Zustand sein, der dann eintritt, wenn im Schalenmaterial der Prozeß des plastischen Fließens einsetzt. Diese Beziehungen erhalten wir aus der Gleichung der Plastizitätsfläche, die für die angenommene Plastizitätsbedingung aufgestellt wird. Unter der Voraussetzung, daß die Plastizitätsfläche $F(\sigma_{ij}) = 0$ zugleich auch das plastische Potential darstellt,

² Das Problem der »schichtenweisen Orthotropie« wurde u. a. in der Arbeit [25] besprochen.

erhalten wir folgende Beziehungen zwischen den inneren Kräften und den Formänderungsgeschwindigkeiten³

$$\epsilon_{ij} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

und, da wir die geometrischen Beziehungen zwischen den Formänderungs- und den Verschiebungsgeschwindigkeiten kennen, kann das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten bestimmt werden.

Die Gleichung der Plastizitätsfläche bei Annahme der Bedingung des Grenzwertes der maximalen Normalspannung wird im Fall einer zylindrischen, schichtenweise anisotropen Schale (wenn $\sigma_{0x} = \sigma_0$, $\sigma_{0\varphi} = \kappa\sigma_0$) wie folgt angeschrieben

$$|\sigma_x| = \sigma_0, \quad |\sigma_\varphi| = \kappa\sigma_0, \quad (9)$$

was, nach Auswertung der Beziehungen (2) und (8), in der Kraftebene die Gleichung für die Plastizitätskurve (Grenzkurve)

$$m = \pm 1, \quad n = \pm 1 \quad (10)$$

ergibt.

Die angeführte Gleichung der Plastizitätskurve entspricht in zufriedenstellender Weise den Bedingungen, bei welchen Stahlbetonkonstruktionen den Grenzzustand erreichen. Die Gleichungen (10) sind bisher wohl nur als Näherungsausdrücke für die COULOMB—TRESCASche Plastizitätsbedingung angegeben worden, ohne daß der physikalische Sinn dieser Näherung zu erklären gesucht wäre.

Für den Fall eines plastisch orthotropen Schalenmaterials wird die »quadratische« Plastizitätsbedingung in Form

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{01}^2} - \sigma_1\sigma_2 \left(\frac{1}{\sigma_{01}^2} + \frac{1}{\sigma_{02}^2} - \frac{1}{\sigma_{03}^2} \right) + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{02}^2} = 1 \quad (11)$$

angeschrieben, wo σ_{01} , σ_{02} , σ_{03} die Werte der Plastizitätsmoduli bei Zug in den drei aufeinander senkrechten Hauptrichtungen bezeichnen. In der obigen Fassung (11) wurde überdies die Bedingung vorausgesetzt, daß die Hauptspannungs- und die Anisotropiehauptrichtungen zusammenfallen. Für den Fall der achsensymmetrischen Stützung und Belastung der zylindrischen Schale nehmen wir an, daß $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_2 = \sigma_\varphi$ und, falls wir die Plastizitätsmoduli durch die Beziehungen

$$\sigma_{02} = \kappa\sigma_0, \quad \sigma_{03} = \lambda\sigma_0 \quad (12)$$

³ Bezüglich des plastischen Potentials für anisotrope Medien vergl. R. MISES [13], für Medien mit Verfestigung — z. B. R. HILL [5], für anisotrope und nichthomogene Medien — W. OLSZAK und W. URBANOWSKI [17].

verbinden, wird die Plastizitätsbedingung

$$\frac{1}{\sigma_0^2} \left[\sigma_x^2 - \left(1 + \frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\lambda} \right) \sigma_x \sigma_\varphi + \frac{\sigma_\varphi^2}{\varkappa^2} \right] = 1 \quad (13)$$

lauten.

Bei der Annahme, daß die Spannungen in der oberen und in der unteren Schalenschicht durch Membran- und Biegekräfte hervorgerufen werden, erhalten wir die Plastizitätsfläche als gegeben durch die Gleichungen

$$m^2 + n_x^2 - \varkappa \left(1 + \frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\lambda} \right) (m n_\varphi + m m_\varphi) + m_\varphi^2 + n_\varphi^2 = 1, \quad (14)$$

$$2n_x m + 2n_\varphi m_\varphi - \varkappa \left(1 + \frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\lambda} \right) (m n_\varphi + n_x m_\varphi) = 0. \quad (15)$$

Für den hier untersuchten Fall einer zylindrischen Schale ist bei den vorausgesetzten Belastungsbedingungen $n_x = 0$, und die Gleichung (15) liefert die folgende Beziehung für das (in den Gleichgewichtsgleichungen nicht auftretende) Moment m_y

$$m_y = \frac{\varkappa}{2} \left(1 + \frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\lambda} \right) m = \frac{\omega}{2} m. \quad (16)$$

Die Gleichung der Plastizitätsfläche erhält schließlich die Gestalt

$$n_\varphi^2 + m^2 \left[1 - \frac{\varkappa^2}{4} \left(1 + \frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\lambda} \right)^2 \right] = 1. \quad (17)$$

Es kann leicht nachgeprüft werden, daß wir für den Fall von Isotropie, wenn $\varkappa = \lambda = 1$, oder für den besonderen Fall, wenn $\lambda = 1$ (bei gleichzeitigem $\varkappa \neq \lambda$), als Gleichung für die Grenzkurve (Plastizitätskurve)

$$n_\varphi^2 + \frac{3}{4} m^2 = 1 \quad (18)$$

erhalten.

Die graphische Darstellung der Grenzkurven für plastische Orthotropie ist in Fig. 2 angegeben. Es sind dort sowohl die durch die Gleichungen (10) und (18) bestimmten, als auch die von P. G. HODGE [6] bei Annahme der COULOMB—TRESCASchen Bedingung erhaltenen Linien dargestellt.

Wenn wir die Gleichung der Plastizitätsfläche kennen, können wir auf Grund der Beziehung (8) den momentanen Mechanismus des plastischen

Fließens bestimmen. Für die untersuchte zylindrische Schale wird dieser Mechanismus bestimmt durch

$$\frac{N_0}{2n} \epsilon = \frac{M}{2 \left(1 - \frac{\omega^2}{4}\right) m} v_x; \quad (19)$$

$$\epsilon = \frac{W}{R}, \quad v_x = \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad \text{und} \quad v_\varphi = 0. \quad (20)$$

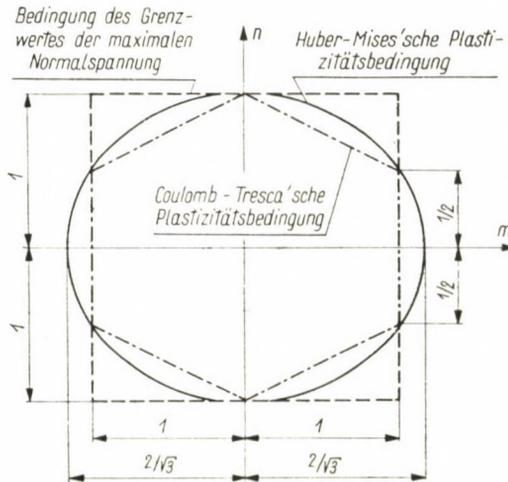


Fig. 2

Für technische Anwendungen ist von wesentlicher Bedeutung die Ermittlung des Koeffizienten ω , der von der Orthotropie nicht nur in der Schalenoberfläche, sondern auch jener in Richtung der Schalendicke abhängig ist. Dieses Problem erfordert gesonderte Bearbeitung und Diskussion.

4. Linearisierung der Grenzkurve für zylindrische Schalen

Zur Bestimmung des statisch zulässigen Feldes der inneren Kräfte im Grenzzustand erhielten wir das System der Gleichungen (4), (16) und (17). Setzen wir (17) in (4) ein, dann erhalten wir

$$m'' = c^2 \left[P - \sqrt{1 - m^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{4}\right)} \right]. \quad (21)$$

Die formale Lösung dieser Gleichung in Quadraturen ist möglich, da sie zum Typ $F(y^{(n-2)}, y^{(n)}) = 0$ gehört. Betrachten wir m als die bekannte Unabhängige, dann wird

$$m'' = q \frac{dq}{dm}$$

und nach erfolgter Integration der Gleichung (4) erhalten wir

$$q^2 = q_0^2 + 2c^2 \left[\int_{m_0}^m (P - n) dm \right], \quad (22)$$

wo q_0 die dimensionslose Querkraft an der Stelle $\xi = 0$ bezeichnet. Wenn wir die zwischen dem Meridianmoment und der Querkraft bestehende Beziehung $q = \frac{dm}{d\xi}$ einführen, erhalten wir

$$\xi = \pm \int_{m_0}^m \frac{dm}{\sqrt{q_0^2 + 2c^2 \int_{m_0}^m (P - n) dm}}. \quad (23)$$

Diese Gleichung kann gelöst werden, wenn wir ein reguläres m voraussetzen, und P bei bestimmten als gegeben zu beobachtenden Randmomenten suchen.

Für Berechnungen, die praktischen Anwendungen dienen, wird es zweckmäßiger sein, sich anstatt der Gleichung (21) der linearen Gleichung zu bedienen. Diese Gleichung wird für eine schichtenweise Schale in eine lineare Gleichung übergehen, falls statt der Beziehung (11) eine andere Plastizitätsbedingung, z. B. jene aus Gleichung (10) oder die COULOMB—TRESCA'sche Bedingung, angewandt wird. Die Beziehung (21) kann ebenfalls linearisiert werden und zwar auf die Weise, daß die Ellipsengleichung (17) durch die Gleichungen von entsprechenden Geradenstücken ersetzt wird. Als Grundlage der Linearisierung führen wir hier ein die Forderung von Flächengleichheit der durch die Gleichung (17) gegebenen Ellipsenfigur und der durch die sich schneidenden Geraden gebildeten Figur. Die Begründung dieser Forderung wird in der Beziehung (21) gefunden, die die Fläche darstellt, welche zwischen der Grenzkurve und der Achse der unabhängigen Veränderlichen bei feststehenden Integrationsgrenzen eingeschlossen ist. Die bei der Bestimmung der Bruchlasten erreichbare Genauigkeit kann hierbei als hinreichend festgestellt werden. Größere Unterschiede werden in den Feldern der inneren Kräfte auftreten im Hinblick auf die abweichende Kinematik in jedem der beiden Fälle und die Möglichkeit des Auftretens von plastischen Fließgelenken im Falle der linearisierten Grenzkurve (Spannungszustände, die z. B. den Punkten B und C in Fig. 3 entsprechen).

Wenn wir für den Fall $m > 0$, $n > 0$ die Gleichungen der Grenzgeraden in nachstehender Form anschreiben

$$\frac{n}{1} + \frac{m}{r} = 1, \quad \frac{n}{s} + \frac{\sqrt{4-\omega^2}}{2} m = 1, \quad (24)$$

dann erhalten wir aus der Bedingung der Flächengleichheit der Ellipsen- und der Trapezfelder

$$\frac{\pi}{2\sqrt{4-\omega^2}} = \frac{n_0}{\sqrt{4-\omega^2}} + \frac{m_0}{2}, \quad (25)$$

wo m_0 , n_0 die Koordinaten des Schnittpunktes der Geraden bezeichnen.

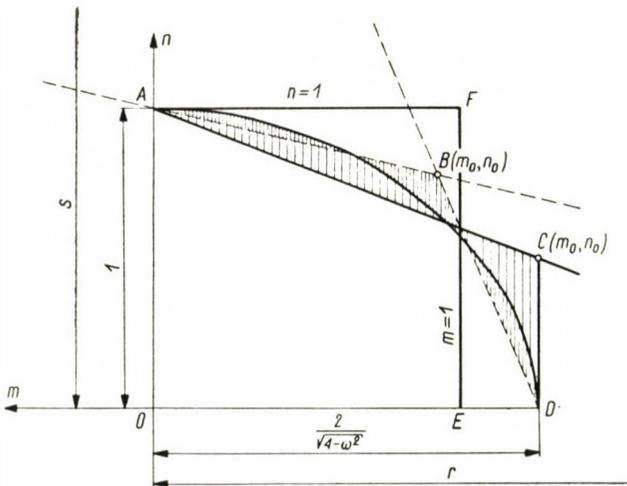


Fig. 3

Für die Berechnung der Bruchlast kann beispielweise angenommen werden, daß $s = \infty$, was

$$m_0 = \frac{2}{\sqrt{4-\omega^2}}, \quad n_0 = \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \quad (26)$$

entspricht und in Fig. 3 durch die Geraden AC und CD dargestellt ist.

Ein dem tatsächlich auftretenden ähnlicheres Feld der inneren Kräfte wird erhalten, wenn außer der Flächengleichheit der Ellipsen- und der Trapezfelder noch die kleinste Umfangslänge vorausgesetzt wird, was jedoch für eine derartige Annahme in der Gleichung (22) keine unmittelbare Begründung mehr findet. Da die Längen der Ellipsenachsen in praktisch vorkom-

menden Fällen sich nur wenig voneinander unterscheiden, erhält man in diesem Fall den Schnittpunkt B der Geraden, der durch die Koordinaten

$$m_0 \simeq \sqrt{\frac{2}{4 - \omega^2}}, \quad n_0 \simeq \frac{1}{2}(\pi - \sqrt{2}) \quad (27)$$

gegeben ist.

Die restlichen, die Ellipse approximierenden Schnittpunkte der Geraden erhalten wir aus den Symmetriebedingungen bezüglich der Achsen m und n .

Die Gleichungen der Grenzgeraden sind durch die Beziehung (24) gegeben, in der

$$r = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4 - \omega^2}(2 + \sqrt{2 - \pi})}; \quad s = \pm \frac{\pi - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}. \quad (28)$$

Das Fließgesetz selbst ist gegeben durch die Beziehungen: für Zustände wie etwa AB:

$$\frac{\epsilon}{v_x} = \pm \frac{M_0}{rN_0} = \text{const.}, \quad (29)$$

für Zustände wie etwa BD:

$$\frac{\epsilon}{v_x} = \pm \frac{\sqrt{4 - \omega^2}}{2s} \frac{M_0}{N_0} = \text{const.} \quad (30)$$

Bei entsprechender Wahl der Koeffizienten r , s werden die Geradengleichungen in diejenigen Gleichungen übergehen, die P. G. HODGE [6] für eine isotrope Schale, deren Material der COULOMB—TRESKASchen Bedingung folgt, angegeben hatte. In Fig. 3 bezeichnen die Linien AF und FE die Grenzlinien für die Bedingung des Grenzwertes der maximalen Normalspannung.

5. Schalen beansprucht durch hydrostatische Belastung

Wir werden die Grenztragfähigkeit der in Fig. 4 dargestellten kurzen zylindrischen Schale untersuchen, wobei wir die durch die Beziehung (10) angegebene Grenzkurvengleichung annehmen.

Entsprechend den eingeführten Bezeichnungen wird die Belastungsgleichung als

$$P = P_0(1 - \xi) \quad (31)$$

angeschrieben.

Die Randbedingungen für dieses Problem lauten

$$\xi = 0, m = +1; \quad \xi = 1, m = 0; \quad \xi = 1, m' = 0. \quad (32)$$

Da die Zustände für die inneren Kräfte $-1 \leq n \leq 1$, $m = \pm 1$ kinematisch nicht möglich sind (denn in diesem Fall würde auf Grund von (8) folgen, daß $\epsilon = 0$, $v_x \neq 0$, was in Anbetracht der Beziehungen (20) nicht möglich wäre), können sich nur die Zustände $-1 \leq m \leq 1$, $n = \pm 1$ verwirklichen.

Für die angenommene Belastung und Vorzeichen der inneren Kräfte erhalten wir

$$m'' = c^2 [P_0 (1 - \xi) - 1]; \quad (33)$$

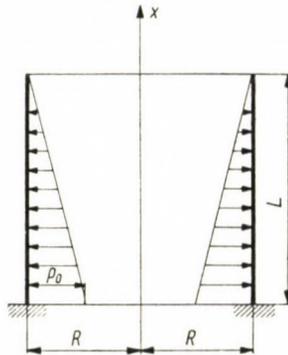


Fig. 4

nach Integration und Bestimmung der Integrationskonstanten wird die Gleichung des Meridianmomentes des Behälters gefunden zu

$$m = \frac{c^2}{2} (P_0 - 1) \xi^2 - \frac{c^2}{6} P_0 \xi^3 + (3c^2 - 3 - 2P_0 c^2) \xi + 1, \quad (34)$$

wobei die Bedingung $-1 \leq m \leq 1$ erfüllt erscheint.

Die jetzt zur Verfügung stehenden drei Randbedingungen ermöglichen die Bestimmung der uns interessierenden Parameter, darunter also auch der Intensität der Bruchlast; für eine kurze Schale beträgt diese

$$P_0 = 3 \left(1 + \frac{2}{c^2} \right). \quad (35)$$

Die Bedingung, daß das Biegemoment den Wert $m = -1$ nicht übersteigen darf, führt zu folgenden Beziehungen:

$$c^2 = \frac{6(1 - \xi_1)}{3\xi_1 - 1} = \frac{2}{\xi_1} \frac{(3\xi_1^3 - \xi_1^3 - 3\xi_1 + 2)}{(\xi_1 - 1)^2}, \quad (36)$$

woraus die Stelle des maximalen Biegemomentes und die maximale Länge der Schale erhalten wird, für die diese Lösung gilt. Es folgt, daß $\xi_1 < 0,40$, sowie

$$c^2 < 18. \quad (37)$$

Das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten wird auf Grund der Beziehung (8) bestimmt. Diese erhalten wir als gegeben durch (bis auf einen konstanten Multiplikator)

$$N_0 \epsilon = \frac{W}{R} = \lambda > 0, \quad M_0 v_x = \frac{d^2 W}{dx^2} = 0; \quad (38)$$

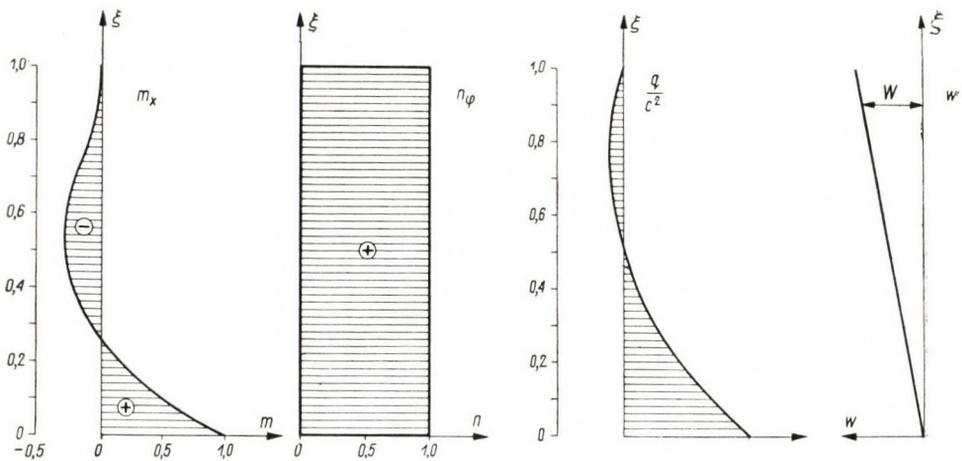


Fig. 5

bei der Bedingung $\xi = 0, W = 0$ werden diese Beziehungen durch

$$w = W\xi \quad (39)$$

erfüllt, wo W eine Konstante bezeichnet, die von der Verschiebungsgeschwindigkeit des Schalenendes $\xi = 1$ und, bei den eingeführten Voraussetzungen, auch vom Radius R und den Plastizitätsmoduli abhängt.

Die in Fig. 5 dargestellten Diagramme kennzeichnen das Feld der inneren Kräfte einer kurzen Schale, die durch den charakteristischen Koeffizienten $c^2 = 6$ bestimmt ist und deren Material der Plastizitätsbedingung (10) gehorcht. Überdies ist in dieser Figur das Verschiebungsgeschwindigkeitsfeld dargestellt.

Mit wachsenden Werten von c^2 werden die negativen Biegemomente in $\xi_1 \leq \xi \leq 1$ ansteigen und zwar bis zum Wert $m = -1$, wobei dann kinematische Erwägungen schon auf die Notwendigkeit einer anderen Lösung hinweisen. Diese Probleme werden anhand von weiteren Beispielen besprochen.

Fig. 6 stellt die Variabilität der Grenzlast einer kurzen Schale dar, und zwar bei eingespanntem Rand $\xi = 0$, bei frei gestütztem Rand $\xi = 0$, sowie für eine Schale mit freien Rändern, stets für den Fall einer hydrostatischen Belastungsannahme.

Es ist interessant hier zu bemerken, daß für eine Schale mit konstanter Belastung, $p = \text{const.}$, die Fälle b und c zu der gleichen Intensität der Bruch-

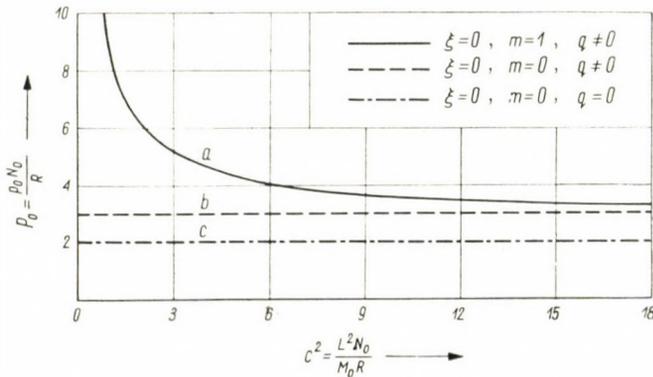


Fig. 6

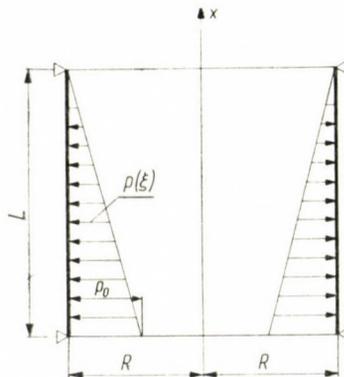


Fig. 7

belastung führen. Dies findet in anderen Belastungsfällen nicht statt, da dort dann die Momente m_x auftreten, die die Tragfähigkeit des Systems erhöhen.

Um die Unterschiede zwischen der Grenztragfähigkeit von kurzen und von langen Schalen hervorzuheben, wird nunmehr der Fall einer zylindrischen, orthotropen, an den Randringen frei gestützten Schale betrachtet, die ähnlich wie im vorhergehenden Fall der Einwirkung eines hydrostatischen Druckes unterworfen ist. Ausmaße und Bezeichnungen sind in Fig. 7 angedeutet.

Die Grundgleichung ist in diesem Fall dieselbe wie in (33), die Randbedingungen dagegen schreiben wir wie folgt an:

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad m = 0; & \quad \xi = 1, \quad m = 0; \\ \xi = \xi_1, \quad m' = 0; & \quad \xi = \xi_1, \quad m = -1. \end{aligned} \quad (40)$$

Diese Bedingungen genügen, die Integrationskonstanten, die Bruchlast P_0 und die Diskontinuitätsstelle ξ_1 der Meridiankrümmung (des plastischen Umfangsfließgelenkes) zu bestimmen.

Nach erfolgter Integration von (33) und Bestimmung der Integrationskonstanten erhalten wir

$$m = -\frac{c^2}{6} [P_0 \xi^3 - 3(P_0 - 1) \xi^2 - (3 - 2P_0) \xi], \quad (41)$$

$$m' = -\frac{c^2}{6} [3P_0 \xi^2 - 6(P_0 - 1) \xi - (3 - 2P_0)]. \quad (42)$$

Indem wir aus diesen Gleichungen P_0 für $\xi = \xi_1$ bestimmen und die Bedingungen $m' = 0$, $m = -1$ für $\xi = \xi_1$ auswerten, erhalten wir

$$P_0 = \frac{3(1 - 2\xi_1)}{3\xi_1^2 - 6\xi_1 + 2} = \frac{6(1 - 2\xi_1)}{c^2 \xi_1^2 (1 - \xi_1)^2}, \quad (43)$$

$$c^2 = \frac{2(3\xi_1^2 - 6\xi_1 + 2)}{\xi_1^2 (\xi_1 - 1)^2}. \quad (44)$$

Für kurze Schalen wächst P_0 . Aus der Gleichung (43) ist zu ersehen, daß (da $\xi_1 = 0$, $\xi_1 = 1$ zum Intervall $0 < \xi < 1$ nicht gehören) dann $c^2 \rightarrow 0$ wird, wobei aus der Lösung folgt, daß ξ von kleineren Werten bis zu 0,424 ansteigt. Da für eine Schale mit freien Rändern die Bruchlast $P_0 = 2$ beträgt, ist daraus zu schließen, daß die Bruchlast für die totale Zerstörung der an ihren Enden mit Ringen versehenen Schale nicht unter diesen Wert absinken kann; für diesen Fall wird dann $\xi_1 = 0,211$ erhalten. Die Stelle des kleinsten Feldmomentes (des positiven plastischen Fließgelenkkreises) ist somit im Intervall

$$0,211 \leq \xi_1 \leq 0,424 \quad (45)$$

enthalten.

Aus Gleichung (42) ist zu ersehen, daß das Biegemoment in zwei Punkten des Feldes Extremalwert erreicht. Bisher wurde nur die Bedingung ausgenutzt, daß $m = -1$ in $\xi = \xi_1$ eintreten soll.

Wenn wir die Bedingung $m = 1$ für $\xi = \xi_2$ auswerten, erhalten wir (auf Grund eines algebraischen Rechnungsganges), daß sich ein zweites Fließgelenk bildet, wenn $\xi_1 = 0,424$, daß dagegen ξ_2 durch die Beziehung

$$\xi_2 = 1 - \xi_1 \quad (46)$$

ausgedrückt wird.

Man kann sich leicht überzeugen, daß das Biegemoment das Vorzeichen wechselt, wenn $\xi_1 = 0,333$, daß dann $P_0 = 3$ wird und daß die Länge sowie die Struktur der Schale die Beziehung $c^2 = 13,5$ erfüllen.

Indem wir die erhaltenen Beziehungen (43), (44) und (46) auflösen, können wir sowohl die Bruchlast, als auch die Stelle der plastischen Fließgelenke, sowie das Feld der inneren Kräfte bestimmen. Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß für kurze Schalen, wenn

$$0 < c^2 \leq 13,5, \quad (47)$$

folgende Ungleichheiten erfüllt sind

$$\infty > P_0 \geq 3, \quad (48)$$

$$0,424 \geq \xi_1 \geq 0,333,$$

$$m < 0 \quad \text{für} \quad 0 < \xi < 1. \quad (49)$$

Das Verschiebungsgeschwindigkeitsfeld wird dann durch die Beziehungen

$$w = W_0 \frac{\xi}{\xi_1}, \quad 0 < \xi \leq \xi_1; \quad (50)$$

$$w = W_0 \frac{1 - \xi}{1 - \xi_1}, \quad \xi_1 \leq \xi \leq 1, \quad (51)$$

bestimmt.

Falls die den Wert c^2 bestimmenden Parameter, somit also die Länge der Schale, deren Radius, die Plastizitätsmoduli, sich derart ändern, daß

$$13,5 \leq c^2 \leq 62,9 \quad (52)$$

gilt, bestehen dann nachstehende Beziehungen:

$$3 \geq P_0 \geq 2, \quad (53)$$

$$0,333 \geq \xi_1 \geq 0,211, \quad (54)$$

$$-1 \leq m \leq 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq \xi \leq \bar{\xi}_1, \quad (55)$$

$$0 \leq m \leq 1 \quad \text{für} \quad \bar{\xi}_1 < \xi \leq 1. \quad (56)$$

Das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten bleibt weiterhin durch die Beziehungen (50) und (51) bestimmt.

Fig. 8 stellt die Veränderlichkeit der Bruchlast und die Fließgelenkstelle $m(\xi_1) = -1$ für die totale Zerstörung einer zylindrischen Schale dar.

Für lange Schalen, welche durch $c^2 > 62,9$ charakterisiert werden, wird die Erfüllung der statischen Bedingungen bei dem durch die Gleichungen (50) und (51) bestimmten Zerstörungsmechanismus nicht möglich.

Aus diesem Grunde suchen wir die Lösung der Gleichung (33), indem wir die Erfüllung der nachstehenden Bedingungen verlangen:

$$\begin{aligned} \xi &= 0, m = 0; \\ \xi &= \xi_1, m = -1, m' = 0; \\ \xi &= \xi_2, m = 1, m' = 0. \end{aligned} \quad (57)$$

Diese Bedingungen genügen zur Bestimmung der fünf gesuchten Werte, und zwar der Integrationskonstanten, der Stelle der plastischen Fließgelenke und der Intensität der Bruchbelastung.

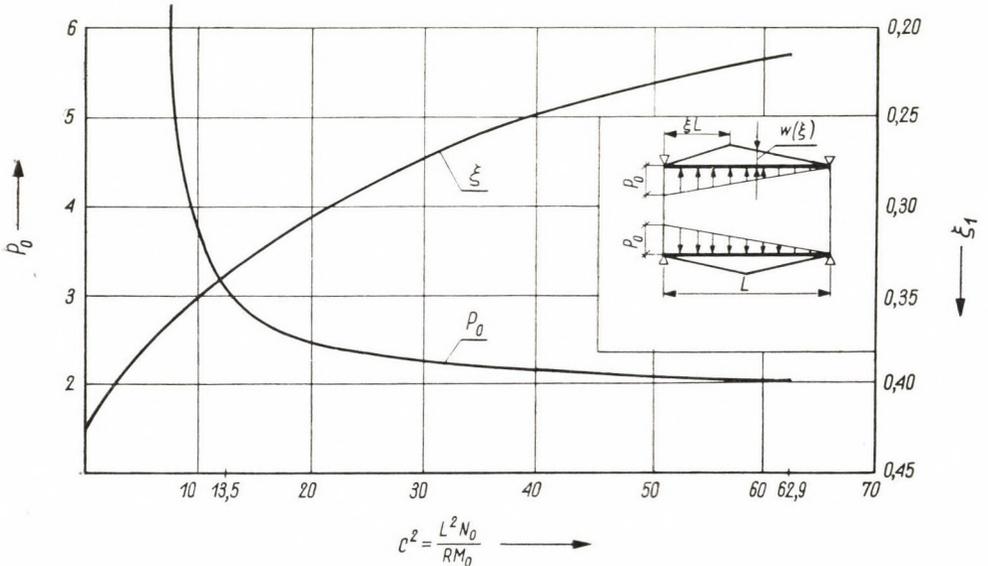


Fig. 8

Auf Grund von durchgeführten Berechnungen erhalten wir die zur Bestimmung der Grenzlaster und der Stellen der plastischen Fließgelenke führenden Beziehungen

$$c^2 = \frac{3(\xi_1^2 + \xi_2^2) - 2(\xi_1^3 + \xi_2^3)}{\xi_1^2 \xi_2^2 (\xi_2 - \xi_1)}, \quad (58)$$

$$P_0 = \frac{3(c^2 \xi_1 + 2)}{c^2 \xi_1^2 (3 - 2\xi_1)}, \quad (59)$$

$$\xi_2 = 2 \left(1 - \frac{1}{P_0} \right) - \xi_1, \quad (60)$$

wobei die Biegemomente durch die Gleichung

$$m = -\frac{P_0 c^2}{6} \xi \left[\xi^2 - \frac{3}{2} (\xi_1 + \xi_2) \xi + 3\xi_1 \xi_2 \right] \quad (61)$$

bestimmt werden.

Es muß darauf hingewiesen werden, daß für $c^2 > 62,9$ das Ergebnis $2 < P_0$ erhalten wird, was somit zu Werten führt, die niedriger als bei totaler Zerstörung sind. Die entsprechenden graphischen Darstellungen von P_0 , ξ_1 , ξ_2 enthält Fig. 9.

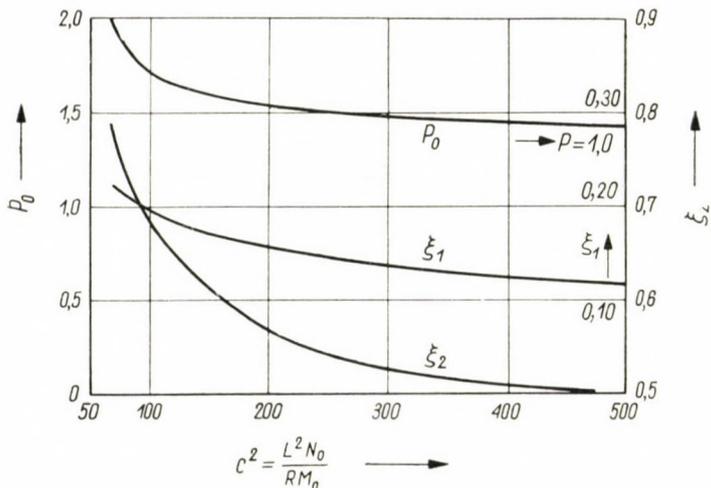


Fig. 9

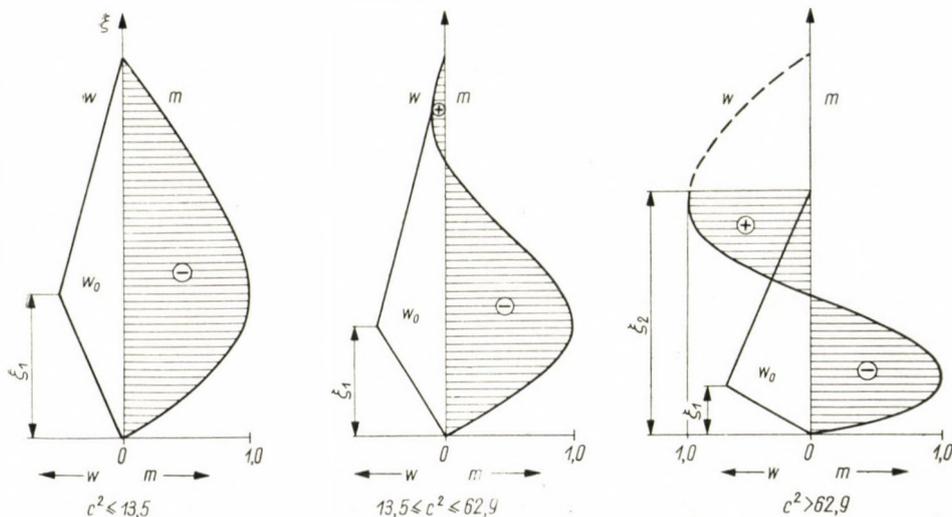


Fig. 10

Typische Diagramme der Biegemomente für kurze Schalen, sowie für teilweise Zerstörung zeigt Fig. 10. Sie enthält auch die Felder der Verschiebungszuwächse, die für $\xi < \xi_1$ durch die Gleichung (50) bestimmt sind, wobei

$$w = W_0 \frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2 - \xi_1}, \quad \xi_1 < \xi \leq \xi_2. \quad (62)$$

6. Orthotrope Schalen bei Linearisierung der »quadratischen« Plastizitätsbedingung

Wir werden nun das Problem der Grenztragfähigkeit einer zylindrischen Schale untersuchen, die der Einwirkung des gleichmäßig verteilten inneren Druckes unterworfen ist. Die Länge der Schale ist $2L$. Ist der Druck nach außen gerichtet, dann ist zu erwarten, daß $n > 0$, $m < 0$.

Die Gleichungen der die Ellipse annähernden Geraden (17) lauten dann

$$n = 1 + \frac{m}{r}, \quad (63)$$

$$n = \left(1 + \frac{1}{2} \sqrt{4 - \omega^2 m}\right) s, \quad (64)$$

wo r und s durch die Beziehung (28) bestimmt sind.

Wir werden vorerst die der Geraden (63) entsprechenden Spannungszustände prüfen, d. h. die in Fig. 3 durch den Abschnitt AB dargestellten Zustände.

Nach Einsetzung der Beziehung (63) lautet die Gleichgewichtsgleichung

$$m'' + \frac{c^2}{r} m = c^2 (P - 1) \quad (65)$$

und mit der Bezeichnung $\frac{c^2}{r} = \mu^2$ erhalten wir

$$m = C_1 \sin \mu \xi + C_2 \cos \xi \mu + \frac{c^2}{\mu^2} (P - 1), \quad (66)$$

Die Randbedingungen lauten

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad m = 0; \quad \xi = 1, \quad m' = 0; \\ \xi = 2, \quad m = 0; \quad \xi = 1, \quad m = -m_0; \end{aligned} \quad (67)$$

aus ihnen erhalten wir die Konstanten und die Last P ; sie liefern überdies die Bedingung für μ , somit den die Länge der Schale mit deren Plastizitätsmoduli bindenden Parameter.

Nach erfolgter Bestimmung der Konstanten wird das Meridianmoment durch die Gleichung

$$m = \frac{c^2}{\mu^2} (P - 1) [1 - \operatorname{tg} \mu \cos \xi \mu - \sin \xi \mu] \quad (68)$$

gegeben.

Aus dieser Gleichung folgt offensichtlich, daß der Grenzzustand bei nicht auftretenden Biegemomenten erhalten werden kann, wenn

$$P = 1. \quad (69)$$

Wird die Schale Biegebeanspruchungen unterworfen, was hier der Fall ist, bestimmen wir die Grenzlast, indem wir die letzte der Beziehungen (67) ausnutzen, wobei wir

$$P = 1 + \frac{\mu^2}{c^2} \frac{m_0 \cos \mu}{\cos \mu - 1} \quad (70)$$

erhalten.

Diese Gleichung hat nur dann einen Sinn, wenn das zweite Glied der Formel für die Bruchlast nicht kleiner als Null ist. Diese Forderung liefert die Bedingung für die Länge der Schale, deren Tragfähigkeit größer sein wird als die einer Schale mit freien Rändern.

Diese Länge berechnen wir somit aus der Bedingung

$$\frac{\mu^2}{c^2} \frac{m_0 \cos \mu}{\cos \mu - 1} = 0, \quad (71)$$

woraus unmittelbar $\mu = \frac{\pi}{2}$ hervorgeht, was zur Beziehung

$$c^2 = \frac{\pi^2}{4} r = \frac{\pi^2 \sqrt{2}}{2(2 + \sqrt{2} - \pi)\sqrt{4 - \omega^2}} \quad (72)$$

führt.

Daraus kann die Länge der Schale erhalten werden, deren Tragfähigkeit bei der im betrachteten Fall auftretenden Orthotropie durch Formel (70) bestimmt ist.

Fig. 11 bringt den Vergleich der Grenztragfähigkeit einer isotropen Schale bei Berechnung nach Formel (70), sowie nach den aus der COULOMB—TRESCAschen Bedingung erhaltenen Lösungen (vergl. [7]).

Für die untersuchte Schale sind die Umfangskräfte durch die Gleichung

$$n = 1 + (P = 1) [1 - \operatorname{tg} \mu \sin \xi \mu - \cos \xi \mu] \quad (73)$$

gegeben.

Die Bestimmungsweise des Feldes der Verschiebungsgeschwindigkeiten unterscheidet sich grundsätzlich nicht vom Vorgang, der durch die Einführung

der COULOMB—TRESCASchen Bedingung bedingt ist. Auf Grund von (29), wenn $\varrho^2 = \frac{c^2 M_0}{r N_0}$ ist, erhalten wir

$$w'' + \varrho^2 w = 0, \quad (74)$$

und daraus

$$w = B_1 \sin \varrho \xi + B_2 \cos \varrho \xi. \quad (75)$$

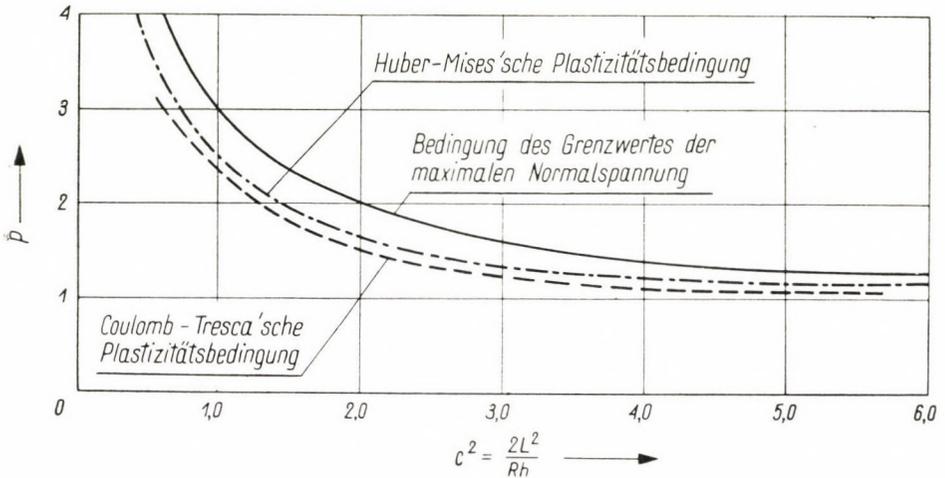


Fig. 11

Im untersuchten Fall lauten die Randbedingungen

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad w = 0; \\ \xi = 1, \quad w = 0. \end{aligned} \quad (76)$$

Man kann sich überzeugen, daß das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten durch eine stetige Kurve lediglich für den Sonderfall dargestellt wird, wenn $\varrho = \pi$ ist; in anderen Fällen tritt an der Stelle $\xi = 1$ eine Diskontinuität von w' ein.

Für eine Schale mit Randbedingungen, die von jenen, welche durch (67) gegeben sind, abweichen, führt die Approximation der Kurve (17) zu Gleichungen vom Typ (66) oder zu hyperbolischen Funktionen. So z. B. für eine Schale von der Länge L , die an einem Rand eingespannt und am anderen frei ist, erhalten wir bei den Randbedingungen

$$\begin{aligned} \xi = 0, \quad m = 1; \\ \xi = 1, \quad m = 0, \quad m' = 0, \end{aligned} \quad (77)$$

für die Zone $0 \leq \xi \leq \xi_1$, wo $1 \geq m \geq m_0$,

$$m'' - c^2 s \frac{\sqrt{4 - \omega^2}}{2} m = c^2 (P - s); \quad (78)$$

dagegen für die Zone $\xi_1 < \xi \leq \xi_2$, $m_0 \geq m \geq 0$,

$$m'' - \frac{c^2}{r} m = c^2 (P - 1), \quad (79)$$

wo r , s z. B. durch die Beziehungen (28) gegeben sind.

Mit den Bezeichnungen $\nu^2 = c^2 s \frac{\sqrt{4 - \omega^2}}{2}$, $\mu^2 = \frac{c^2}{r}$ werden die Momente $0 < m < 1$ durch die Gleichungen

$$m = C_1 \operatorname{sh} \nu \xi + C_2 \operatorname{ch} \xi \nu - \frac{c^2}{\nu^2} (P - s), \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1; \quad (80)$$

$$m = C_3 \operatorname{sh} \mu \xi + C_4 \operatorname{ch} \mu \xi - \frac{c^2}{\mu^2} (P - 1), \quad \xi_1 \leq \xi \leq \xi_2 \quad (81)$$

ausgedrückt.

Bei der Bestimmung der Konstanten und der Grenzlast ist die Bedingung des kontinuierlichen Verlaufs der Momente an den Übergangsstellen von einer Zone in die andere zu berücksichtigen und, falls $\xi_2 < 1$, sind die angeführten Gleichungen durch die den negativen Biegemomenten entsprechenden Beziehungen zu ergänzen, somit durch Gleichungen vom Typ (68).

Ähnlich verhält es sich mit den das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten bestimmenden Gleichungen.

Für gleichmäßig verteilte Belastung und Beanspruchung durch ein Biegemoment m_0 am Rand, erhalten wir die Grenzlast

$$P = \frac{\nu}{c^2} \frac{\operatorname{ch} \nu - 1 - m_0 \operatorname{ch} \nu + \frac{c^2}{\nu^2} (1 - s \operatorname{ch} \nu - s \operatorname{ch}^2 \nu)}{(1 + \operatorname{ch} \nu - \operatorname{ch}^2 \nu)}, \quad (82)$$

und das Feld der Verschiebungsgeschwindigkeiten

$$w = W_0 \frac{\operatorname{sh} \varrho \xi}{\operatorname{sh} \varrho}, \quad (83)$$

wobei $\varrho = \mu \sqrt{\frac{M_0}{N_0}}$ ist.

SCHRIFTTUM

1. DRUCKER, D. C. : Limit analysis of cylindrical shells under axially-symmetric loading. Proceedings of the First Midwest Conference on Solid Mechanics. 1953.
2. EASON, G. SHIELD, R. T. : The influence of free ends on the load-carrying capacities of cylindrical shells. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. Vol. 4. 1955.
3. Феинберг, С. М. : Пластические течение пологой оболочки для осесимметричной задачи. Прикл. Мат. Мех. 1957, № 4.
4. FREIBERGER, W. : Minimum weight design of cylindrical shells. Journal of Applied Mechanics. 1956. No 4.
5. HILL, R. : Mathematical theory of Plasticity. Oxford. 1950.
6. HODGE, P. G. : Rigid-plastic analysis of symmetrically loaded cylindrical shells. Journal of Applied Mechanics. 1954. No 3.
7. HODGE, P. G. : The theory of piecewise isotropic plasticity. Deformation and Flow of Solids IUTAM Colloquium Madrid 1955. Springer, Berlin, 1956.
8. HODGE, P. G. : Piecewise linear isotropic plasticity applied to a circular cylindrical shell with symmetrical radial loading. Journal of the Franklin Institute. 1957.
9. Ильющин, А. А. : Пластичность. Гостехиздат Москва, 1948.
10. MENYHÁRD, I. : Die statische Berechnung von zylindrischen Stahlbeton-Behältern auf Grund der Bruchtheorie. Vorbericht des V. Kongressen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau u. Hochbau. Lissabon. 1956.
11. Микеладзе, М. Ш. : О пластическом течении и анизотропных оболочек. Известия АН СССР, ОТН, № 8, 1955.
12. Микеладзе, М. Ш. : Общая теория анизотропных жестко-пластических оболочек, Известия АН СССР, ОТН, № 1, 1957.
13. MISES, R. : Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. ZAMM. 1928. No 3.
14. NIEPOSTYN, D. : The limit analysis of an orthotropic circular cylinder. Archivum Mechaniki Stosowanej. No 4. 1956.
15. ONAT, E. T. : The plastic collapse of cylindrical shells under axially symmetrical loading. Quarterly of Applied Mathematics. April 1955.
16. ONAT, E. T., PRAGER, W. : Limit analysis of shells of revolution. Koninkl. Nederl. Akademie van Wetenschappen. — Amsterdam. Proceedings, Series B No 5. 1954.
17. OLSZAK, W., URBANOWSKI, W. : The plastic potential and the generalized distortion energy in the theory of non-homogeneous anisotropic elasto-plastic bodies. Archiwum Mechaniki Stosowanej, 1956, No 4.
The generalized distortion energy in the theory of anisotropic bodies. Bull. Acad. Pol. Sci. Cl. IV, 1957, No 1.
The tensor moduli of plasticity, Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 1957. No 1.
18. OLSZAK, W., PERZYNA, P. : Extremum theorems in the theory of plasticity of non-homogeneous and anisotropic bodies. Archiwum Mechaniki Stosowanej. 1957. No 6.
Variational theorems in the theory of non-homogeneous elastic-plastic bodies. (I) Non-homogeneous anisotropic bodies, Bull. Acad. Pol. Sci, Sér. Tech. Sci., 1958. No 2 ; (II) Non-homogeneous isotropic bodies, Bull. Acad. Pol. Sci., Sér. Tech. Sci., 1958. No 2.
19. OLSZAK, W., SAWCZUK, A. : Problems of limit analysis and design of non-homogeneous axially symmetric shells. Proceedings, Sec. Shell Roof Constr. Oslo. 1957.
20. PRAGER, W. : General theory of limit design. Proc. 8th Congr. of Applied Mech. Istanbul. 1952.
21. PRAGER, W. : Probleme der Plastizitätstheorie. Birkhäuser, Zürich, 1956.
22. PRAGER, W., HODGE, P. G. : Theory of perfectly plastic bodies. John Wiley, 1951, New York.
23. Работнов, Ю. Н. : Приближенная техническая теория упруго-пластических оболочек. Прикл. Мат. Мех. № 2, 1951.
24. Розенблюм, В. И. : Приближенная теория равновесия пластических оболочек. Прикл. Мат. Мех. № 3, 1954.
25. OLSZAK, W. : Probleme der Grenzlasttheorie der orthotropen Platten. Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae, tomus XIV, 1956, fasc. 1—2.

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit werden die Probleme der Grenztragfähigkeit und des plastischen Fließens von orthotropen zylindrischen Schalen bei verschiedenen Formen der Plastizitätsbedingung behandelt. Es wird gleichzeitig auf die Unterschiede der erhaltenen Ergebnisse hingewiesen, wobei auf die Felder der inneren Kräfte, die Felder der Formänderungsgeschwindigkeiten, sowie auf die Intensität der Grenzlasten ein besonderes Augenmerk gerichtet wird, und zwar in Abhängigkeit von der angenommenen Plastizitätsbedingung und der durch diese bestimmten Plastizitätsfläche. Ferner wird das Verfahren der Linearisierung der »quadratischen« (Huber—Mises—Henckyschen) Plastizitätsbedingung für zylindrische Schalen vorgeschlagen und schließlich werden einige neue Lösungen, die die Grenzzustände von orthotropen zylindrischen Behältern betreffen, angegeben.

ULTIMATE LOAD CARRYING CAPACITY OF CYLINDRICAL SHELLS FOR DIFFERENT FORMS OF THE YIELD CONDITION

W. OLSZAK and A. SAWCZUK

SUMMARY

The paper discusses the problems of the limit bearing capacity and plastic flow of orthotropic cylindrical shells with various yield conditions. The difference between the results thus obtained is indicated, particular attention being paid to the fields of internal forces and of the strain velocities, and to the intensity of the ultimate loads, depending on the yield condition and the corresponding limit surface. In addition, a method of linearization of the "quadratic" (Huber—Mises—Hencky) yield condition for cylindrical shells is proposed. The paper also contains some new solutions concerning the limit condition of orthotropic cylindrical tanks.

CHARGE LIMITE DES VOILES CYLINDRIQUES, POUR DIFFÉRENTES CONDITIONS DE PLASTICITÉ

W. OLSZAK et A. SAWCZUK

RÉSUMÉ

Examen des problèmes de la capacité portante et de l'écoulement plastique des voiles minces cylindriques orthotropes pour les différentes conditions de plasticité. Les auteurs montrent les différences entre les résultats obtenus, compte tenu surtout du champ des forces intérieures et du champ des vitesses des déformations ainsi que des intensités des charges limites lesquels sont données en fonction des différentes conditions de plasticité et de la surface limite correspondante. Les auteurs proposent ensuite un mode de linéarisation de la condition »quadratique« de Huber—Mises—Hencky pour les voiles cylindriques, et présentent quelques solutions nouvelles relatives aux états limites des réservoirs cylindriques orthotropes.

ПРЕДЕЛЬНАЯ НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПЛАСТИЧНОСТИ

В. ОЛЬШАК и А. САВЧУК

РЕЗЮМЕ

Рассматривается вопрос предельной несущей способности и пластичной текучести ортотропных цилиндрических оболочек при различных условиях пластичности. Одновременно указываются отклонения между полученными таким образом результатами, уделяя особое внимание распределению внутренних сил и скоростей деформации, а также интенсивности предельных нагрузок и это в зависимости от принятого условия пластичности и от зависящей от ней граничной поверхности. Кроме того, в работе приводится способ линейизации «квадратного» условия пластичности (условия Губера—Мизеса—Генки) для цилиндрических оболочек, наконец, дается несколько новых решений предельных состояний цилиндрических ортотропных оболочек.

VIERMOMENTENGLEICHUNG ZUR STATISCHEN BERECHNUNG EINDIMENSIONALER EBENER TRÄGER

J. BARTA

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

INSTITUT FÜR DIE BAUWISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 25. Februar 1959]

Der eindimensionale ebene Träger (Stab, Rahmen, Bogen, Seil, gelenkiges Stabpolygon) habe die Achse AB . Die auf ihn wirkenden äußeren Kräfte (Lastkräfte und Stützkkräfte) sollen in der Trägerebene liegen (Abb. 1). Vier Querschnitte des Trägers seien mit 1, 2, 3, 4 numeriert. Es wird in diesem Aufsatz bewiesen, daß die Biegemomente M_1, M_2, M_3, M_4 der Gleichung

$$\begin{vmatrix} M_1 - M_2 & M_2 - M_3 & M_3 - M_4 \\ a_{12} & a_{23} & a_{34} \\ b_{12} & b_{23} & b_{34} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1 - m_2 & m_2 - m_3 & m_3 - m_4 \\ a_{12} & a_{23} & a_{34} \\ b_{12} & b_{23} & b_{34} \end{vmatrix} \quad (1)$$

genügen. Dies ist die Viermomentengleichung, die in diesem Aufsatz behandelt wird. Sie soll nicht mit der Viermomentengleichung der Rahmenstatik (siehe z. B. »Hütte« Ingenieurs Taschenbuch, Bd. 3) verwechselt werden. $a_{12}, a_{23}, a_{34}, b_{12}, b_{23}, b_{34}$ sind die Projektionen der Strecken 12, 23, 34 auf die Koordinatenachsen x und y . Die Werte m_1, m_2, m_3, m_4 werden wie folgt erklärt: ein Querschnitt Q wird an der Strecke 23 beliebig gewählt und dann bedeutet

m_1 das Biegemoment der auf die Strecke $Q1$ wirkenden äußeren Kräfte in Bezug auf den Punkt 1,

m_2 das Biegemoment der auf die Strecke $Q2$ wirkenden äußeren Kräfte in Bezug auf den Punkt 2,

m_3 das Biegemoment der auf die Strecke $Q3$ wirkenden äußeren Kräfte in Bezug auf den Punkt 3,

m_4 das Biegemoment der auf die Strecke $Q4$ wirkenden äußeren Kräfte in Bezug auf den Punkt 4.

Der Beweis der Gleichung (1)

Man benütze die Schnittkräfte X_Q, Y_Q, M_Q (Abb. 2). Dann lassen sich die Gleichungen

$$M_1 = m_1 + (a_{12} + a_{2Q}) Y_Q - (b_{12} + b_{2Q}) X_Q + M_Q,$$

$$M_2 = m_2 + a_{2Q} Y_Q - b_{2Q} X_Q + M_Q,$$

$$M_3 = m_3 - a_{Q3} Y_Q + b_{Q3} X_Q + M_Q,$$

$$M_4 = m_4 - (a_{Q3} + a_{34}) Y_Q + (b_{Q3} + b_{34}) X_Q + M_Q$$

anschreiben. Aus diesen vier Gleichungen eliminiert man die Schnittkräfte X_Q, Y_Q, M_Q . So erhält man die Gleichung (1).

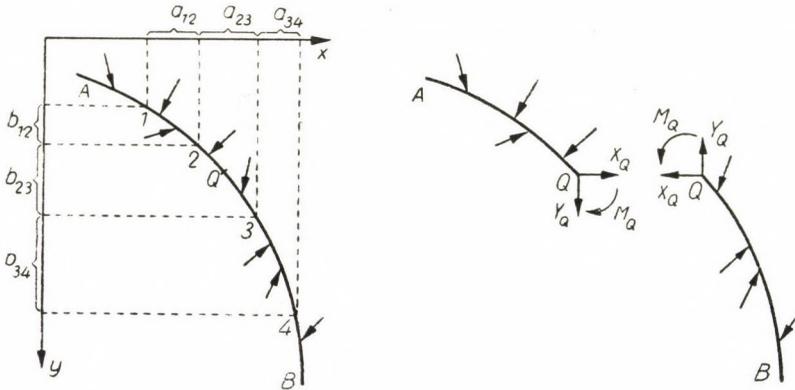


Abb. 1—2

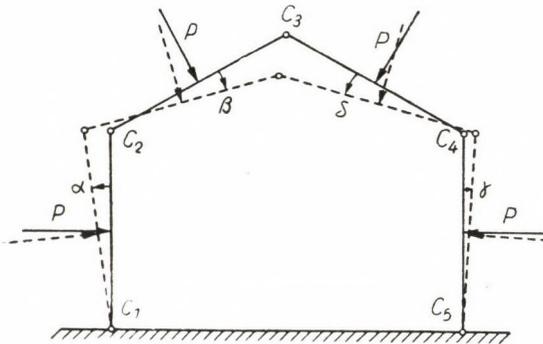


Abb. 3

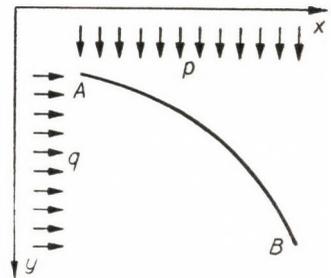


Abb. 4

Beispiele zur Anwendung der Gleichung (1)

I. Das gelenkige Stabpolygon $C_1 C_2 C_3 C_4 C_5$ besteht aus vier starren Stäben (Abb. 3). Jeder Stab hat die Länge l . Die Gelenke C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 sind elastisch und jedes Gelenk hat die Federkonstante C (dies bedeutet, daß zwischen dem Gelenkmoment M und der Gelenkverdrehung φ die Beziehung $M = C\varphi$ besteht). Die Winkel des Polygons sind $90^\circ, 120^\circ, 120^\circ, 120^\circ, 90^\circ$. Gleich große Lastkräfte P wirken in den Mittelpunkten der Stäbe, normal zu den Stabachsen. Dieser Zustand, wobei die Gelenke momentfrei sind, ist offenbar ein Gleichgewichtszustand. Man berechne die Knicklast P_k .

Um die Aufgabe zu lösen, sei die sogenannte statische Methode Knicklastberechnung verwendet. Man betrachtet also einen benachbarten Gleichgewichtszustand, der durch die kleinen Winkeländerungen $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ charakterisiert ist (er ist in der Abb. 3 gestrichelt gezeichnet). $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sind nicht unabhängig voneinander, sondern, wie die geometrische Anschauung zeigt, durch die Gleichungen $\beta = \alpha + \gamma, \delta = \alpha + \gamma$ verknüpft. Der benachbarte Gleichgewichtszustand kann also geometrisch durch α und γ charakterisiert werden. Für ihn sei jetzt die Gleichung (1) angeschrieben, und zwar unter der Benützung der Indices 1, 2, 3, 4. Die Ausdrücke

$$\begin{aligned}
 M_1 &= -Ca, & M_2 &= C(2\alpha + \gamma), & M_3 &= -C(2\alpha + 2\gamma), \\
 M_4 &= C(\alpha + 2\gamma), & m_1 &= \frac{l}{2} + P\left(l - \sqrt{3}l\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}l\alpha\right), \\
 m_2 &= P\frac{l}{2} + P\left(\frac{l}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}l\alpha - \frac{\sqrt{3}}{4}l\gamma\right), & m_3 &= 0, & m_4 &= P\frac{l}{2}, \\
 a_{12} &= -l\alpha, & a_{23} &= \frac{\sqrt{3}}{2}l + \frac{1}{2}l\alpha, & a_{34} &= \frac{\sqrt{3}}{2}l + \frac{1}{2}l\alpha, \\
 b_{12} &= l, & b_{23} &= \frac{l}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha, & b_{34} &= \frac{l}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha,
 \end{aligned}$$

die man leicht der Abb. 3 entnimmt, werden also in die Gleichung (1) eingesetzt. So erhält man die Gleichung

$$(2\sqrt{3}Pl - 10C)\alpha + \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}Pl - 8C\right)\gamma = 0. \tag{2}$$

In analoger Weise findet man, wenn anstatt der Indices 1, 2, 3, 4 die Indices 2, 3, 4, 5 benützt werden, die Gleichung

$$\left(\frac{3}{2}\sqrt{3}Pl - 8C\right)\alpha + (2\sqrt{3}Pl - 10C)\gamma = 0. \tag{3}$$

Die Gleichungen (2), (3) sind zwei homogene Gleichungen für die unbekanntenen Größen α, γ . Sie können bekanntlich im allgemeinen nur erfüllt werden, wenn die Unbekannten gleich Null sind. Das würde bedeuten, daß es keinen benachbarten Gleichgewichtszustand gibt. Die Unbekannten können jedoch

von Null verschieden sein, wenn die Koeffizientendeterminante verschwindet, d. h. wenn

$$\begin{vmatrix} 2\sqrt{3}Pl - 10C & \frac{3}{2}\sqrt{3}Pl - 8C \\ \frac{3}{2}\sqrt{3}Pl - 8C & 2\sqrt{3}Pl - 10C \end{vmatrix} = 0$$

wird. Diese Gleichung lautet, wenn die Determinante entwickelt wird,

$$(2\sqrt{3}Pl - 10C)^2 = \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}Pl - 8C\right)^2.$$

Dies ist eine Gleichung zweiten Grades in P . Ihre Wurzeln sind $P_1 = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{C}{l}$ und $P_2 = \frac{36}{7}\sqrt{3} \frac{C}{l}$. Die kleinere von ihnen ist $P_1 = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{C}{l}$. Eine Ausbiegung d. h. von Null verschiedene Winkeländerungen α und γ können also dann und nur dann eintreten, wenn P den Wert P_1 oder P_2 annimmt. Es ist also $P_k = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{C}{l} = 2 \cdot 31 \frac{C}{l}$.

II. Wirken die äußeren Kräfte senkrecht auf einen geraden Träger, so gilt, wie es bekannt ist, die Differentialgleichung

$$M'' = p, \quad (4)$$

wobei $M(x)$ das Biegemoment, $p(x)$ der auf die Achsenlänge x bezogene Wert der äußeren Kraft ist. Jetzt soll die Differentialgleichung (4) für den gekrümmten Träger verallgemeinert werden.

Zuerst sei ein rechtwinkliges Achsenkreuz xy benützt (Abb. 4). $y = y(x)$ ist die Gleichung der Trägerachse AB . $p(x)$ ist der auf die Abszisse x bezogene Wert der nach der Richtung y genommenen Komponente der äußeren Kraft. $q(x)$ ist der auf die Abszisse x bezogene Wert der nach der Richtung x genommenen Komponente der äußeren Kraft. $M(x)$ ist das Biegemoment. Alle Veränderlichen werden also als Funktionen von x betrachtet. Sowohl die erste als auch die zweite Determinante der Gleichung (1) sei wie folgt umgeformt. Die zweite Kolonne wird von der dritten, die erste von der zweiten subtrahiert. Demnach wird die zweite Kolonne von der dritten subtrahiert. Dann wird die erste Kolonne durch h , die zweite durch h^2 , die dritte durch

h^3 dividiert. In die in solcher Weise ungeformte Gleichung (1) setzt man

$$M_1 = M(x), \quad M_2 = M(x+h), \quad M_3 = M(x+2h), \quad M_4 = M(x+3h),$$

$$m_1 = \frac{1}{2} p(x+h)(2h)^2 - \frac{1}{2} q(x+h)[y(x+2h) - y(x)]^2,$$

$$m_2 = \frac{1}{2} p\left(x + \frac{3}{2}h\right)h^2 - \frac{1}{2} q\left(x + \frac{3}{2}h\right)[y(x+2h) - y(x+h)]^2,$$

$$m_3 = 0,$$

$$m_4 = \frac{1}{2} p\left(x + \frac{5}{2}h\right)(2h)^2 - \frac{1}{2} q\left(x + \frac{5}{2}h\right)[y(x+3h) - y(x+2h)]^2,$$

$$a_{12} = h, \quad a_{23} = h, \quad a_{34} = h,$$

$$b_{12} = y(x+h) - y(x), \quad b_{23} = y(x+2h) - y(x+h),$$

$$b_{34} = y(x+3h) - y(x+2h)$$

und führt man den Grenzübergang $h \rightarrow 0$ aus. Die dabei vorkommenden unbestimmten Formen $\frac{0}{0}$ werden nach der üblichen Regel der Differentialrechnung behandelt. Nach der Ausführung aller dieser Rechnungen geht (1) in

$$\left(\frac{M''}{y''}\right)' = \left(\frac{p - y'q}{y''}\right)' - q \tag{5}$$

über. Der Strich bedeutet hier die Differentiation nach x . Die Differentialgleichung (5) ist also eine Verallgemeinerung der Differentialgleichung (1).

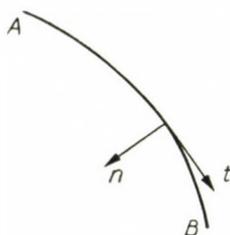


Abb. 5



Abb. 6

Jetzt seien natürliche Koordinaten benützt. s ist die Achsenlänge. $K(s)$ ist die Krümmung der Achse. $n(s)$ ist der auf s bezogene Wert der Normalkomponente der äußeren Kraft. $t(s)$ ist der auf s bezogene Wert der Tangentialkomponente der äußeren Kraft (Abb. 5). $M(s)$ ist das Biegemoment. Jetzt werden also alle Veränderlichen als Funktionen von s betrach-

tet. Ebenso wie die Differentialgleichung (5) aus der Gleichung (1) folgte, folgt jetzt aus der Gleichung (1) die Differentialgleichung

$$KM''' - K'M'' + K^3M' = Kn' - K'n - K^2t. \quad (6)$$

Der Strich bedeutet hier die Differentiation nach s . Als Vorzeichenregel kann folgendes gelten: die Lastkomponente n ist positiv, wenn sie nach dem Krümmungsmittelpunkt gerichtet ist, die Lastkomponente t ist positiv, wenn sie nach wachsendem s gerichtet ist. Die Differentialgleichung (6) ist eine Verallgemeinerung der Differentialgleichung (4).

III. Aus (6) folgt, wenn darin $M = 0$ gesetzt wird, daß die Differentialgleichung der Seilkurve (Abb. 6) in natürlichen Koordinaten lautet wie folgt:

$$Kn' - K'n - K^2t = 0 \quad (7)$$

oder, was dasselbe ist,

$$t = \left(\frac{n}{K} \right)'. \quad (8)$$

In den Formeln (7) und (8) bedeutet der Strich die Differentiation nach s . Für n und t gilt die obige Vorzeichenregel.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird gezeigt, daß die vier Biegemomente eines eindimensionalen ebenen Trägers der Gleichung (1) genügen. Unter der Benützung dieser sehr übersichtlich aufgebauten Gleichung werden folgende Aufgaben gelöst: Die Knicklast eines gelenkigen Stabpolygons wird berechnet. Die Biegemomentengleichung des geraden Trägers wird auf den gekrümmten Träger verallgemeinert. Die Differentialgleichung der Seilkurve wird in natürlichen Koordinaten angegeben.

FOUR MOMENTS EQUATION FOR THE STRESS ANALYSIS OF PLAIN STRUCTURES OF ONE DIMENSION

J. BARTA

SUMMARY

It will be proved that the four bending moments of the structure fulfills equation (1). This clearly built up equation will be applied for solving the following problems: To compute the buckling load of a hinged bar polygon. To generalize the bending moment equation of the straight bar for the case of the curved bar. To express the differential equation of the funicular curve in natural coordinates.

ÉQUATION DES QUATRE MOMENTS POUR LE CALCUL STATIQUE
DES STRUCTURES PLANES À UNE DIMENSION

J. BARTA

RÉSUMÉ

On démontre que les quatre moments fléchissants satisfont à l'équation (1). A l'aide de cette équation très claire, on peut résoudre les problèmes suivants: détermination de la surcharge critique d'un polygone de barre; généralisation de l'équation de moment de la barre droite au cas de la barre courbe; établissement de l'équation différentielle de la courbe funiculaire en coordonnées naturelles.

УРАВНЕНИЕ ЧЕТЫРЕХ МОМЕНТОВ ДЛЯ СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА
ОДНОРАЗМЕРНЫХ ПЛОСКОСТНЫХ ФЕРМ

Й. БАРТА

РЕЗЮМЕ

Автор доказывает, что четыре изгибающих момента одномерной плоскостной фермы удовлетворяют уравнению (1). Используя это уравнение, автор решает следующие задачи. Расчет критической нагрузки шарнирного цепного стержня. Обобщение дифференциального уравнения изгибающего момента на стержни с криволинейными осями. Составление дифференциального уравнения веревочной кривой в естественных координатах.

ÜBER DOPPELT GEKRÜMMTE SCHALEN

P. CSONKA

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

BAU UND VERKEHRSWISSENSCHAFTLICHE ARBEITSGEMEINSCHAFT DER UNGARISCHEN AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 1. Dezember 1957]

1. Einleitung

Nachstehend werden doppelt gekrümmte kuppelartige Schalen behandelt, die von vier, aufeinander senkrecht stehenden vertikalen Randbögen unterstützt werden. Derartige Schalen werden im folgenden *Kappenschalen* genannt (Abb. 1).

Kappenschalen verfügen infolge ihrer doppelten Krümmung gegenüber einfach gekrümmten Schalen über bedeutende Vorteile. Ihr erster besteht

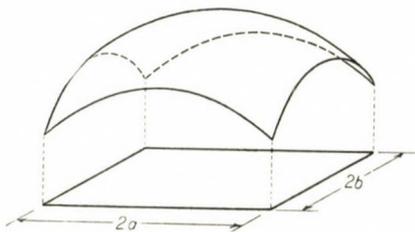


Abb. 1. Kappenschale über rechteckigem Grundriß

vor allem darin, daß sie Knickung gegenüber besonders steif sind. Bei entsprechender Ausbildung tragen sie ihre Lasten mit Membrankräften, während ihre Randbögen allgemein als ebene Träger wirken. Zudem besitzen Kappenschalen günstige Entwässerungsmöglichkeiten und gewährleisten eine schöne Raumwirkung.

Diesen Vorteilen müssen als Nachteile sowohl die Kompliziertheit der Darstellung von Kappenschalen in Plänen als auch die Schwierigkeit planmäßig genauer Anfertigung der Schalung gegenüber gestellt werden. Es können Hindernisse bei der Ausführung und Sicherung der Isolationsschicht vorkommen, die größte Schwierigkeit besteht jedoch in der außerordentlichen Kompliziertheit der statischen Berechnung. Dies ist vor allem der Grund, warum die Kappenschalen in der Baupraxis trotz ihres gefälligen Aussehens nur selten zur Anwendung gelangen.

Im folgenden sei nun ein Näherungsverfahren gezeigt, das die Schwierigkeiten, die bei der Berechnung von Kappenschalen mit rechteckigem Grund-

riß entstehen, vermeiden. Durch die Bereitstellung dieser einfachen Berechnungsweise wird — voraussichtlich — eine Möglichkeit geschaffen, die diesen sehr gut aussehenden Schalenkonstruktionen in Zukunft eine viel größere Verbreitung sichert, als dies bisher der Fall war.

2. Voraussetzungen und Zusammenhänge

Es wird vorausgesetzt, daß die Schalendicke gering ist und daß in der Schalenwand bei der Belastung im wesentlichen nur Membranspannungen entstehen. Ferner wird angenommen, daß die Randbögen der Schale nur solchen Kräfteinwirkungen Widerstand leisten können, die in ihrer Ebene liegen. Die den membranartigen Spannungszustand störenden Randwirkungen werden vernachlässigt.

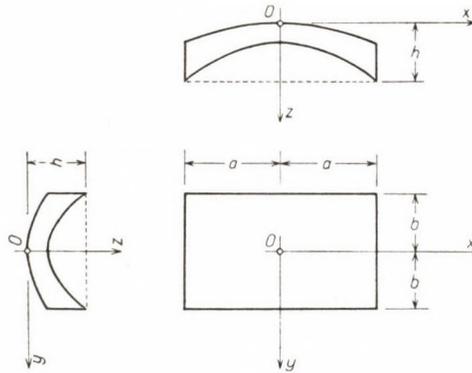


Abb. 2. Das Koordinatensystem

Die Untersuchung bezieht sich auf das in Abb. 2 dargestellte rechtwinklige Koordinatensystem $O(x, y, z)$. Darin wird die Mittelfläche der Schale durch die Funktion

$$z = f(x, y)$$

dargestellt.

Als Belastung der Schale wird eine lotrechte, abwärts gerichtete Gleichlast in Rechnung gesetzt. Ihre Intensität, bezogen auf die Projektion der Grundrißfläche wird durch die Belastungsfunktion $Z = Z(x, y)$ ausgedrückt.

Der Spannungszustand der Schale wird durch die Grundrißprojektion der Schnittkräfte, bzw. durch den auf die Projektionslänge der Linienelemente der Mittelfläche bezogenen spezifischen Wert dieser Projektionskräfte gekennzeichnet. Die so erläuterten Spannungswerte werden nach Abb. 3 mit n_x , n_y , n_{xy} und n_{yx} bezeichnet. Aus Gleichgewichtsgründen gilt:

$$n_{xy} = n_{yx}$$

Zur Berechnung der Spannungswerte wird zweckmäßigerweise die PUCHERSche Spannungsfunktion $F = F(x, y)$ eingeführt [1, 2]. Diese Funktion hat der Differentialgleichung

$$f_{xx} F_{yy} - 2f_{xy} F_{xy} + f_{yy} F_{xx} = Z \quad (1)$$

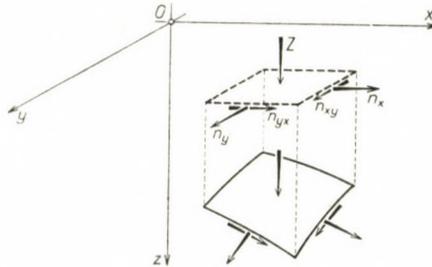


Abb. 3. Die Spannungswerte

zu entsprechen, während sie am Schalenrand die Randbedingung $F = \text{konst.}$, befriedigen muß. Ist die Spannungsfunktion bekannt, so können die gesuchten Spannungswerte mit den bekannten Formeln

$$n_x = F_{yy}; \quad n_{xy} = -F_{xy}; \quad n_y = F_{xx} \quad (2)$$

ermittelt werden.

3. Die allgemeine Lösung der Aufgabe

Die Bestimmung der Spannungsfunktion bei gegebener Schalenform und Belastungsfunktion stößt im allgemeinen auf außerordentliche mathematische Schwierigkeiten; deshalb muß man sich an Stelle von strengen Lösungen meist mit Näherungslösungen begnügen.

Nun genügt es als Näherung selbstverständlich nicht, statt der Spannungsfunktion F eine von ihr nur geringfügig abweichende Funktion F' aufzustellen. Die Spannungswerte sind nämlich gleich der zweiten Ableitung der Spannungsfunktion und so können diese Werte auch dann beträchtlich voneinander abweichen, wenn die beiden Funktionen F und F' nur unwesentlich voneinander verschieden sind. Deshalb muß für die angenäherte Ermittlung der Werte F ein anderer Weg eingeschlagen werden.

Im weiteren Verlauf unserer Untersuchung wird zur Näherungslösung ein inverses Verfahren angewandt. Bei diesem Verfahren — bei der *Methode der unbestimmten Form* — geht man nicht von irgendeiner bestimmten Schalenform aus, sondern von einer solchen, bei der in der Gleichung $f(x, y)$ der Mittelfläche ein oder mehrere Parameter frei wählbar sind. Dazu wählt

man als Spannungsfunktion einen am Schalenrand verschwindende Funktion $F(x, y)$, die ebenfalls einen oder mehrere frei wählbare Parameter enthält. Hierauf werden den freien Parametern solche Werte zugeeignet, daß die Differentialgleichung (1) an bestimmten ausgewählten Punkten der Mittelfläche mit den gegebenen Lastwerten übereinstimmende Lastwerte liefert. Verfügt die Funktion f über m , die Funktion F dagegen über n freie Parameter, so kann eine derartige Wertübereinstimmung in $m + n$ voneinander unabhängigen Punkten vorgeschrieben werden.

Bei Schalen mit symmetrischer Form und Belastung kann durch eine geschickte Wahl einiger Anpassungspunkte eine Wertübereinstimmung auch

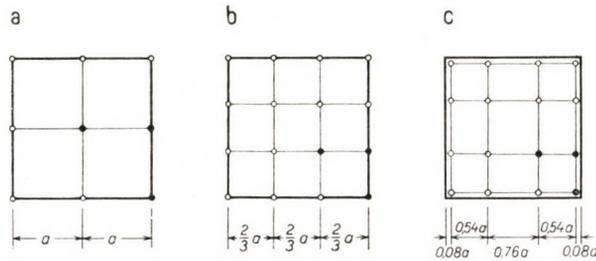


Abb. 4. Auswahl der Anpassungspunkte

in vielen anderen Punkten gesichert werden. So können z. B. bei einer Schale über quadratischem Grundriß, deren Form ebenso wie deren Belastung vierfach symmetrisch ist, als Anpassungspunkte die in den Abbildungen 4a, 4b bzw. 4c mit vollen Kreisen bezeichneten Punkte angenommen werden und man erhält so eine Wertübereinstimmung für gleichzeitig 9 bzw. 16 Punkte. Von den gezeigten drei verschiedenen Möglichkeiten ist im Falle a) die Aufstellung der Anpassungsgleichungen am einfachsten, doch muß man in diesem Falle wegen der losen Anordnung der Anpassungspunkte im allgemeinen die unvollständigste Übereinstimmung erwarten. Die beste Übereinstimmung wird im allgemeinen voraussichtlich im Falle c) eintreten, doch sind dann die Anpassungsgleichungen etwas verwickelter als in den beiden anderen Fällen.

Wird die Anpassung in den vorgeschriebenen Punkten dem bisher gesagten entsprechend durchgeführt, so kann es vorkommen, daß die auf die Schale entfallende volle Last größer oder kleiner als die tatsächliche Gesamtlast ist. Deshalb muß die Berechnung zweckmäßigerweise so eingeteilt werden, daß in den Anpassungspunkten nicht die Übereinstimmung der berechneten Last mit der tatsächlichen gefordert wird, sondern daß das Verhältnis der beiden Lastwerte in allen Anpassungspunkten gleich sei. Dieser unbekanntes Verhältniszahl erteilt man dann einen solchen Wert, daß die berechnete Gesamtlast mit der tatsächlichen übereinstimme.

4. Anwendungsbeispiele des vorgeschlagenen Verfahrens

Im folgenden werden in den Abschnitten 5, 6 und 7 einfache, für die Praxis jedoch besonders wichtige Beispiele des in Abschnitt 3 vorgeschlagenen Verfahrens gezeigt.

Sämtliche Beispiele beziehen sich auf vierfach symmetrische Schalen über quadratischem Grundriß von der Seitenlänge $2a$. In allen Fällen wird ein Belastungssystem $Z(x, y) = Z_0 = \text{konstant}$ vorausgesetzt. In der die Schalenform bestimmenden Funktion $f(x, y)$ wird nur ein einziger, mit A bezeichneter Parameter vorkommen. In der Formel der Spannungsfunktion dagegen werden sich zwei Parameter: B und C befinden. Der letztere wirkt als unbekannter Proportionsfaktor.

In jedem der Beispiele wird immer mit denselben zwei Arten von Spannungsfunktionen gearbeitet. Dementsprechend unterscheidet man bei jedem Beispiel zwei Fälle (Fall 1 und 2). Im Fall 1 wird als Spannungsfunktion

$$F = [B(x^4 - a^4) + (x^2 - a^2)] \cdot [B(y^4 - a^4) + (y^2 - a^2)] C \quad (3)$$

gewählt, im Fall 2 hingegen die Funktion

$$F = [B(x^4 - a^4)(y^4 - a^4) + (x^2 - a^2)(y^2 - a^2)] C. \quad (4)$$

Bei sämtlichen Beispielen wird die Anpassung der Lastwerte für die in Abb. 4a mit dunklen Kreisen bezeichneten Punkte durchgeführt und zwar so, daß die rechenmäßige Gesamtlast mit der gegebenen übereinstimme.

5. Nach Produktenflächen geformte Kappenschalen

Unter *Produktenflächen* werden Flächen verstanden, die durch eine Gleichung von der Form

$$z = f(x, y) = g(x) \cdot h(y) - g(o) \cdot h(o)$$

gekennzeichnet sind. Durch die Bezeichnung »Produktenfläche« soll angedeutet werden, daß auf der rechten Seite der die Flächenform beschreibenden Gleichung — abgesehen von einem additiven Glied — das Produkt zweier Funktionen steht. In der einen dieser Funktionen kommt nur die Veränderliche x , in der anderen nur y vor. Die zur Koordinatenebene xz parallelen Schnitte der Produktenfläche sind zueinander affine Kurven. Dies gilt auch für die zur Koordinatenebene yz parallelen Schnitte. Ist in einer Ecke oder an irgendeinem Punkt der Mittelfläche $g(x)$ oder $h(y)$ Null, so kann an dieser

Stelle das Gleichgewicht der Schale durch Membrankräfte allein nicht sichergestellt werden. Deshalb fällt dieser Fall außerhalb unserer Untersuchung.

Nachstehend sei das vorgeschlagene Verfahren für eine besonders einfache Art der Schalen vorgeführt. Behandelt wird eine Schale über *quadratischem Grundriß*, deren Mittelfläche durch die Gleichung

$$z = f(x, y) = [(x^2 + A)(y^2 + A) - A^2] k$$

$$k \equiv \frac{h}{a^4 + 2Aa^2} = \text{konst}; \quad A > 0$$

gegeben ist. Die mit den Koordinatenebenen xz und yz parallelen Schnitte sind in diesem Falle Parabeln mit lotrechter Achse.

Die statische Untersuchung der Schale für die in Abschnitt 3 erwähnten zwei Fälle geschieht folgendermaßen.

Fall 1. Als Spannungsfunktion wird die Funktion (3) gewählt. Setzt man sie und die Werte $f(x, y)$ in die Differentialgleichung (1) ein, so erhält man für die Lastfunktion den Ausdruck:

$$\begin{aligned} Z(x, y) = & 2(y^2 + A) k [B(x^4 - a^4) + (x^2 - a^2)] (12 By^2 + 2) C - \\ & - 2 \cdot 2x \cdot 2y \cdot k (4 Bx^3 + 2x) (4 By^3 + 2y) C + \\ & + 2(x^2 + A) k (12 Bx^2 + 2) [B(y^4 - a^4) + (y^2 - a^2)] C. \end{aligned}$$

Um die darin vorkommenden unbekanntenen Parameter A, B, C zu ermitteln, bestimmt man die Funktionswerte $Z(x, y)$ für den Punkt $x = y = 0$, bzw. für die Punkte $x = a, y = 0$ und $x = y = a$:

$$\begin{aligned} Z(0,0) &= -8 a^2 k A (Ba^2 + 1) C, \\ Z(a,0) &= -4 a^2 k (a^2 + A) (6 Ba^2 + 1) (Ba^2 + 1) C, \\ Z(a,a) &= -32 a^2 k (2 Ba^2 + 1)^2 C. \end{aligned}$$

Setzt man nun $Z(0,0)$ mit $Z(a,0)$ und $Z(0,0)$ mit $Z(a,a)$ gleich, so erhält man zwei Gleichungen, aus welchen

$$\begin{aligned} A &= 5,42467 a^2, \\ B &= 0,11478/a^2. \end{aligned}$$

Den unbekanntenen Parameter C berechnet man aus der Forderung, daß der Durchschnitt der aus der Differentialgleichung (1) bestimmten Lastwerte $Z(x, y)$ mit dem gegebenen Lastwert Z_0 übereinstimmen muß. Der

Durchschnittswert könnte zwar hier durch einfache Integration berechnet werden, doch ist auch in diesem Falle eine numerische Integration angewendet, da bei den Fällen in Abschnitt 6 und 7 ebenfalls dieselbe Methode benützt wird. Bei ihr wird der Durchschnittswert aus den in Abb. 1a für die Maschenpunkte geltenden Werte Z gewonnen und zwar so, daß die einzelnen Werte von Z mit den in Abb. 5 eingetragenen SIMPSONSchen Faktoren gewichtet in Rechnung gestellt werden. Durch diesen Schritt erhält man

$$C = -0,24719 Z_0/h.$$

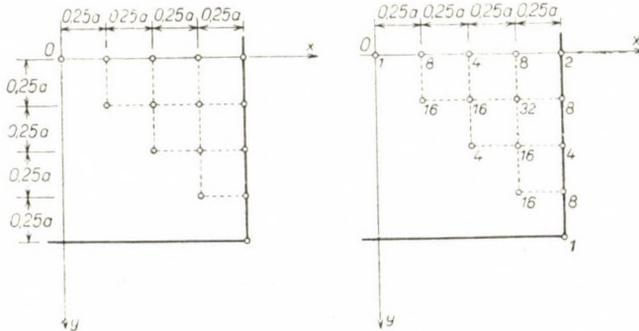


Abb. 5. Der untersuchte Maschenbereich und die Simpsonschen Faktoren

Durch die Bestimmung von A, B, C gewinnt man sowohl die Form der Schale als auch die Spannungsfunktion der Aufgabe.

Es ist zweckmäßig, nachträglich — als Kontrolle — festzustellen, in welchem Maße die Werte $Z(x, y)$ in den Maschenpunkten der Abb. 4a von dem gegebenen Lastwert Z_0 abweichen. Die zahlenmäßigen Werte dieser Abweichung, d. h. die Werte der Quotienten Z/Z_0 liefert Tabelle I. Aus ihr geht hervor, daß die Abweichung der beiden Werte vollkommen bedeutungslos ist. Der mittlere quadratische Fehler beträgt nämlich insgesamt

$$\mu = 0,78\%.$$

Tabelle I

Der Wert der Quotienten Z/Z_0

x \ y	0	0,25	0,50	0,75	1,00
0	1,0092	1,0085	1,0070	1,0063	1,0092
0,25	1,0085	1,0074	1,0046	1,0024	1,0043
0,50	1,0070	1,0046	0,9987	0,9929	0,9934
0,75	1,0063	1,0024	0,9929	0,9846	0,9984
1,0	1,0092	1,0043	0,9934	0,9884	1,0092

Schließlich ist es zweckmäßig, auch die Form der untersuchten Schale darzustellen (Abb. 6). Hierdurch kann man sofort feststellen, daß die Proportionen der Schale günstig sind und denen der Praxis vollkommen entsprechen.

Fall 2. Als Spannungsfunktion wird jetzt der Ausdruck (4) gewählt. Dann erhält man durch die oben angeführten Überlegungen für die Belastung $Z = Z(x, y)$ folgende Formel:

$$\begin{aligned} Z(x, y) = & 2 (y^2 + A) k [12 B (x^4 - a^4) y^2 + 2 (x^2 - a^2)] C - \\ & - 2 \cdot 2x \cdot 2y \cdot k (B \cdot 4x^3 \cdot 4y^3 + 2x \cdot 2y) C + \\ & + 2(x^2 + A) k [12 B x^2 (y^4 - a^4) + 2(y^2 - a^2)] C. \end{aligned}$$

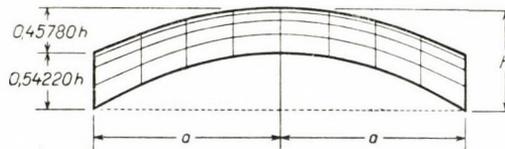


Abb. 6. Die Form der in Abschnitt 5, Fall 1 behandelten Schale

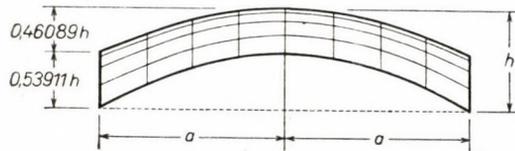


Abb. 7. Die Form der in Abschnitt 5, Fall 2 behandelten Schale

Wird der Wertvergleich dem Fall 1 analog durchgeführt, so wird jetzt

$$A = 5,89293 a^2,$$

$$B = 0,11831/a^2,$$

$$C = -0,27056 Z_0/h.$$

Der quadratische mittlere Fehler der Abweichung der Werte $Z(x, y)$ vom gegebenen Lastwert Z_0 beträgt in diesem Falle

$$\mu = 1,22\%.$$

Abb. 7 zeigt die Form der untersuchten Kappenschale. Man sieht, daß auch ihre Proportionen den gebräuchlichen entsprechen.

6. Nach Drehflächen geformte Kappenschalen

Die allgemeine Gleichung der Mittelfläche von Drehschalen ist

$$z = f(r); \quad r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Hierzu ist zu bemerken, daß ein elliptisches Paraboloid als Mittelfläche einer Drehschale nicht gewählt werden darf, weil dann das Gleichgewicht in den Eckpunkten durch Membrankräfte allein nicht gewährleistet werden kann.

Als Beispiel für unser Verfahren sei hier eine besonders beliebte Schalenform gewählt, nämlich die über einem *quadratischen Grundriß* konstruierte sogenannte *böhmische Kappe*. Ihre Mittelfläche ist eine *Kugelfläche*. Ihre Gleichung ist

$$f(x, y) = A - (A^2 - x^2 - y^2)^{\frac{1}{2}},$$

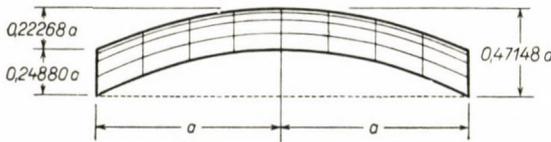


Abb. 8. Die Form der in Abschnitt 6, Fall 1 behandelten Schale

worin A den Kugelhalbmesser bedeutet. Letzterer wird vorerst als unbestimmter Wert behandelt. Die statische Untersuchung führt für die in Abschnitt 3 angeführten zwei Fälle zu folgenden Resultaten:

Fall 1. : Wird als Spannungsfunktion die Funktion (3) gewählt und der Vergleich der Werte durchgeführt, so erhält man für

$$\begin{aligned} A &= 2,35675 a, \\ B &= 0,13517/a^2, \\ C &= -0,51903 Z_0/a. \end{aligned}$$

Der in den Werten von $Z(x, y)$ auftretende mittlere quadratische Fehler beträgt nun

$$\mu = 1,95\%.$$

Abb. 8 stellt die Form der Schale dar, die, wie ersichtlich, beliebten Proportionen der Praxis entspricht.

Fall 2. : Wird als Spannungsfunktion die Funktion (4) gewählt, so gewinnt man für die Parameter A, B, C die Werte:

$$\begin{aligned} A &= 2,41216 a, \\ B &= 0,13667/a^2, \\ C &= -0,55759 Z_0/a. \end{aligned}$$

Der mittlere quadratische Fehler ist diesmal beträchtlich:

$$\mu = 3,53\% .$$

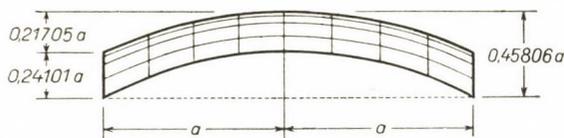


Abb. 9. Die Form der in Abschnitt 6, Fall 2 behandelten Schale

Abb. 9 stellt diese Schale dar. Auch hier sind ihre Proportionen durchaus gebräuchliche Werte.

7. Nach Diagonalfächern geformte Kappenschalen

Die *Diagonalschale* ist eine besondere Art von Kappenschalen. Ihre Mittelfläche ist eine Translationsfläche, deren Leitkurven in der Richtung der Diagonalen ausgebildet sind. Die zur Grundrißdiagonalen parallelen Ebenen schneiden diese Mittelfläche in Kurven von gleicher Gestalt. Die Idee von Diagonalschalen stammt von K. SZMODITS.

Die Gleichung der Mittelfläche ist

$$z = f(x, y) = g(\xi) + h(\eta) ,$$

worin

$$\xi = x - y ; \quad \eta = x + y .$$

Auch hier darf das elliptische Paraboloid nicht als Mittelfläche gewählt werden. Ihre Schalenecken können nämlich nicht ausschließlich durch endliche Membrankräfte im Gleichgewicht gehalten werden.

Im folgenden sollen die Ergebnisse der Berechnung einer über einem *quadratischen Grundriß* konstruierten Kappenschale dargelegt werden, bei der die zur Diagonalebenen parallel stehenden lotrechten Ebenen die Mittelfläche in *Kreisbögen* von gleichem Halbmesser schneiden. Deshalb ist die Konstruktion der Schalung überaus einfach. Die Gleichung der Mittelfläche lautet

$$f(x, y) = 2A - \left[A^2 - \frac{(x-y)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} - \left[A^2 - \frac{(x+y)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} ,$$

in der A den Halbmesser der Kreisbögen der Diagonalschnitte bedeutet.

Diese Größe wird als unbekannte Größe in Rechnung gestellt, wobei wieder zwei Fälle zu unterscheiden sind.

Fall 1: Wird als Spannungsfunktion die Funktion (3) gewählt, so gewinnt man

$$\begin{aligned} A &= 2,57643 a, \\ B &= 0,12972/a^2, \\ C &= -0,57035 Z_0/a. \end{aligned}$$

Mit diesen Werten wird der mittlere quadratische Fehler

$$\mu = 1,57\% .$$



Abb. 10. Die Form der in Abschnitt 7, Fall 1 behandelten Schale



Abb. 11. Die Form der in Abschnitt 6, Fall 2 behandelten Schale

Abb. 10 stellt die soeben behandelte Schale dar; ihr ist zu entnehmen, daß die Proportionen auch in diesem Falle günstig sind.

Es ist zu bemerken, daß die mit den Quadratseiten parallelen lotrechten Schnitte der Mittelfläche nur gering von Kreisbögen mit gleichem Stich abweichen, doch sind sie etwas flacher als diese. Die Abweichung vom Kreisbogen beträgt in den Viertelpunkten der äußeren Schnittkurven nur $0,00080 a$, in denen der mittleren Schnittkurven dagegen nur $0,00071 a$.

Fall 2: Als Spannungsfunktion sei nun die Funktion (4) gewählt. Dann wird

$$\begin{aligned} A &= 2,64769 a, \\ B &= 0,13165/a^2, \\ C &= -0,65197 Z_0/a. \end{aligned}$$

Der mittlere quadratische Fehler beträgt nun

$$\mu = 1,55\% .$$

Abb. 11 gibt über die Form dieser Schale Auskunft, bei der die Proportionen auch hier beruhigend sind.

Die zu den Quadratseiten parallelen lotrechten Schnitte der Schalenmittelfläche weichen auch hier nur gering von Kreisbögen mit gleicher Bogenhöhe ab und sind etwas flacher als diese. Die Abweichung vom Kreisbogen beträgt in den Viertelpunkten der äußeren Schnittkurven nur $0,00073 a$, in denen der mittleren dagegen nur $0,00065 a$.

8. Nach Translationsflächen geformte Kappenschalen

Ihre Leitkurven sind parallel mit den lotrechten Ebenen, die in den Rechteckseiten errichtet werden. Die Mittelfläche wird durch eine Funktion von der Form

$$z = f(x,y) = g(x) + h(y)$$

dargestellt. Die Ecken solcher Schalen können im allgemeinen durch Membrankräfte allein nicht im Gleichgewicht gehalten werden. Dies ist höchstens dann der Fall, wenn

$$\frac{\partial^2 f(\pm a)}{\partial x^2} = \infty, \text{ bzw. } \frac{\partial^2 h(\pm b)}{\partial y^2} = \infty.$$

Verfasser hat bereits in zwei Abhandlungen [6, 7] ein Beispiel von Schalen mit Translationsflächen behandelt. In ihnen gibt er auch die geschlossene Lösung der Aufgabe für einfache Belastungsfälle der Praxis an. Dieser Umstand entbindet ihn der Aufgabe, sich mit dieser Schalenart hier eingehender zu befassen.

9. Kappenschalen über rechteckigem Grundriß

Die Lösung der Aufgaben in den Abschnitten 5, 6 und 7 war verhältnismäßig einfach, da sowohl die Schale als auch ihre Belastung vierfach symmetrisch waren. Bei Schalen über rechteckigem Grundriß, wo also statt vierfacher Symmetrie nur eine zweifache besteht, wird die Berechnung etwas verwickelter. Es ist dann zu empfehlen, statt einer in 3 Punkten erfolgenden Anpassung eine in wenigstens 4 unabhängigen Punkten durchzuführen. Eine Ausnahme bildet nur der Fall, wenn die Mittelfläche der Schale durch affine Transformation von einer vierfach symmetrischen Mittelfläche hergestellt werden kann. Dann genügt nämlich — unter Voraussetzung einer Belastung $Z = \text{konst.}$ — eine Anpassung in 3 Punkten.

Hinzuzufügen ist, daß in dem Falle, wenn aus den in den Abschnitten 5, 6 und 7 erwähnten Schalen durch affine Transformation ähnliche, durch

die Last $Z_0 = \text{konst.}$ belastete Schalen abgeleitet werden können, man diesen die Formeln der Abschnitte 5, 6 und 7 nach kleinen Änderungen auch in Fällen unmittelbar verwenden kann. Erleidet nämlich eine Schale in der Richtung x, y bzw. z eine α, β bzw. γ -fache Verzerrung, so treten in ihr folgende Spannungen auf:

$$n'_x = \frac{\alpha^2}{\gamma} n_x,$$

$$n'_{xy} = \frac{\alpha\beta}{\gamma} n_{xy},$$

$$n'_y = \frac{\beta^2}{\gamma} n_y.$$

Die Ausdrücke n_x, n_{xy} bzw. n_y bedeuten hier die Spannungen an der ursprünglichen Schale unter der Last $Z = \text{konst.}$

SCHRIFTTUM

1. FLÜGGE, W.: Statik und Dynamik der Schalen. Berlin (1934) pp. 91—100. Verlag Julius Springer.
2. PUCHER, A.: Über den Spannungszustand in doppelt gekrümmten Flächen. *Beton und Eisen* **33** (1934) pp. 298—304.
3. PUCHER, A.: Über die Spannungsfunktion beliebig gekrümmter dünner Schalen. *Proceedings of the V. International Congress for Applied Mechanics*, 1938 p. 134.
4. SZMODITS, K.: Héjszerkezetek statikája (Die Statik von Schalenkonstruktionen). Budapest (1953) pp. 133—143. Akadémiai Kiadó.
5. FLÜGGE, W.: Statik und Dynamik der Schalen. Berlin (1934) pp. 91—100. Verlag Julius Springer.
6. CSONKA, P.: Results on Shells of Translations. *Acta Technica Ac. Sc. Hung.* **10** (1955) pp. 59—71.
7. CSONKA, P.: Special Kind of Shells of Translation with two Vertical Planes of Symmetry. *Acta Technica Ac. Sc. Hung.* **11**. (1955) pp. 231—240.
8. CSONKA, P.: K výpočtu kupolových skupín nad pravouhelníkovým pôdorysom. *Problémy Teorie A. Oceli Železobetónu* (1956) pp. 128—148.
9. CSONKA, P.: Calculation of Calotte Shells over Rectangular Bases. *Acta Technica Ac. Sc. Hung.* **11**. (1955) pp. 427—440.
10. CSONKA, P.: Ein Beitrag zur zweckmäßigen Formgebung der Kappenschalen über rechteckigem Grundriß. *Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau* **16**. (1955) pp. 71—84.
11. CSONKA, P.: Calotte Shell over Rectangular Base. *Acta Technica A. Sc. Hung.* **13**. (1955) pp. 149—164.
12. CSONKA, P.: Einfache Methoden zur Berechnung von Kappenschalen über rechteckigem Grundriß. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden* **5**. (1955/56) pp. 1031—1037.
13. CSONKA, P.: Beitrag zur Gestaltung und Berechnung kuppelartiger Rechteckschalen. *Bauplanung — Bautechnik* **11** (1957) pp. 149—154.
14. CSONKA, P.: Calcul des calottes minces reposant sur une base rectangulaire. *Béton Armé* **1** (1957) pp. 1—7.
15. CSONKA, P.: Considerații asupra învelitorilor subțiri de translație. *Industria Construcțiilor și a Materialelor de Construcții* **1** (1957) pp. 1—7.
16. CSONKA, P.: On Shells curved in Two Direction. *Proceedings of the Second Symposium on Concrete Shell Roof Construction 1—3 July 1957*, Teknisk Ukeblad, Oslo, 1958.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Bestimmung von Membrankräften in Kappenschalen stößt im allgemeinen auf bedeutende mathematische Schwierigkeiten. Demgegenüber zeigt Verfasser ein Verfahren, das bei entsprechender Wahl der Schalenform eine überaus einfache statische Untersuchung ermöglicht.

Verfasser benützt zur Lösung der Aufgabe ein inverses Verfahren, die sogen. *Methode der unbestimmten Form*. Er geht von Schalenformen aus, bei denen in den Formeln der Mittelfläche ein oder mehrere unbestimmte Parameter vorkommen. Zu diesen Schalenformen wählt er als Spannungsfunktion den Randbedingungen vollkommen entsprechende Funktionen, in denen ebenfalls ein oder mehrere unbestimmte Parameter auftreten. Den in den Formeln der Mittelfläche und der Spannungsfunktion vorkommenden unbestimmten Parametern werden nachträglich solche Werte zugeeignet, daß die durch die Differentialgleichung der Aufgabe bestimmten Lastwerte in einigen angenommenen Punkten der Mittelfläche mit den tatsächlichen Lastwerten übereinstimmen.

Verfasser bestätigt die Einfachheit und Zweckmäßigkeit seines Verfahrens an mehreren Beispielen der Praxis. Der Fehler, der infolge des Näherungsverfahrens entsteht, ist in den angeführten Beispielen gänzlich unbedeutend.

SHELLS CURVED IN TWO DIRECTIONS

P. CSONKA

SUMMARY

The determination of membrane-forces arising in calotte-shells generally encounters considerable mathematical difficulties. The author introduces us to an approximate method, by which — provided the shape of the shell is suitably chosen — the statical examination of these shells becomes exceedingly simple.

To solve this problem author applies an inverse procedure, *the method of the indefinite form*. He starts off from a shell-shape in the formula determining its middle-surface, one or more indefinite parameters appear. He chooses for this shell-shape a stress-function, which accurately corresponds to the boundary conditions, and also contains, one or more indefinite parameters. Subsequently, he attributes to these parameters, figuring in the formulae of the middle-surface and of the stress-function, such values, that the load-function determined by the differential-equation of the problem, at certain specified points, has to agree with the accurate value of the loading.

The author proves the simple and suitable nature of his method on hand of several practical examples. As is to be seen from these examples, the error due to the use of the approaching method dealt with, was so small, as to have no significance.

COQUES COURBÉES EN DEUX DIRECTIONS

P. CSONKA

RÉSUMÉ

La détermination des *forces de membranes des calottes* offre généralement des difficultés mathématiques importantes. L'auteur présente un procédé donnant la possibilité d'un examen statique fort simple de la coque, en cas d'un choix approprié de la forme de celle-ci.

Pour la solution du problème, l'auteur fait appel à un procédé inverse, la méthode de la forme indéterminée. Il prend pour point de départ une forme de coque, dont la formule déterminant la surface moyenne comporte un ou plusieurs paramètres indéterminés. Comme fonction de force (fonction de tension), on choisit une fonction de cette forme de coque, répondant exactement aux conditions périmétriques, et qui comporte également un ou plusieurs paramètres indéterminés. Aux paramètres indéterminés figurant dans les formules des fonctions de la surface moyenne et de la force, l'auteur prête ensuite des valeurs telles, que la fonction de la charge déterminée par l'équation différentielle du problème corresponde, aux points prescrits, à la valeur exacte de la charge. Par l'application de son procédé à plusieurs exemples pratiques, l'auteur démontre la simplicité et l'utilité de la méthode. Dans les exemples présentés, l'erreur résultant de l'application de la méthode approchée est minime.

О КРИВЫХ В ДВУХ НАПРАВЛЕНИЯХ ОБОЛОЧКАХ

П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

При определении мембранных сил в сферических оболочках, вообще, встречаются значительные математические трудности. Однако, автор дает такой способ, который при подходящем выборе формы оболочки позволяет весьма просто выполнить статический расчет оболочки.

Для решения задачи автор применяет инверсный метод, т. е. способ неопределенной формы. Исходит из такой формы оболочки, в уравнении определяющем среднюю поверхность которой имеются один или несколько неопределенных параметров. Функцией напряжения этой оболочки выбирает такую функцию, которая точно соответствует условиям периметра и в которой также имеются один или несколько неопределенных параметров. Впоследствии придает неопределенным параметрам, фигурирующим в уравнениях средней поверхности и функции напряжения, такие значения, чтобы нагрузочная функция, определенная дифференциальным уравнением задания в предусмотренных точках, совпала бы с точным значением нагрузки.

Автор доказывает простоту и целесообразность предлагаемого метода, применяя свой метод на нескольких практических примерах. В приведенных примерах ошибка, полученная при использовании метода приближения, незначительна.

NEUE GRUNDLAGEN FÜR DIE BESTIMMUNG DER BETONFESTIGKEIT

T. GYENGÓ

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
INSTITUT FÜR BAUWISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 10. Januar 1958]

In der Baupraxis und in den Beton- und Stahlbetonforschungsarbeiten sind zwei Festigkeitseigenschaften, die Druck- und die Zugfestigkeit des Betons, von ausschlaggebener Wichtigkeit.

Obwohl der Stahlbetonbau in der ganzen Welt eine bewundernswert schnelle Verbreitung und Entwicklung in kürzester Zeit erreichte, und es festgestellt werden kann, daß in der Bauwissenschaft sowie in der Bautechnik der Stahlbetonbau eines der wichtigsten Gebiete ist, konnte man sich bis heute über die Art und Weise der Betonprüfung nicht einigen. Es kann jedoch festgestellt werden, daß die verschiedenen Prüfverfahren, mit denen die Betonfestigkeit bestimmt wird, bis heute nicht als vollkommen angesprochen werden können.

Zur Prüfung der Betondruckfestigkeit dienen im allgemeinen drei verschiedene Typen von Probekörpern. In vielen Ländern Europas werden zur Feststellung der Druckfestigkeit Würfel mit 20 cm Kantenlänge verwendet. Die Druckversuche werden senkrecht zur Richtung der Verdichtung der Würfel durchgeführt. Auch die ungarischen Normen schreiben diese Würfel zur Prüfung des Betons vor. In anderen Ländern hingegen werden zur Güteprüfung Prismen und Zylinder von verschiedenen Abmessungen verwendet. In den USA zum Beispiel verwendet man Zylinder mit 6 inch (rund 15 cm) Durchmesser und 12 inch (rund 30 cm) Höhe, in Polen besitzen die Probezylinder 16 cm Durchmesser bei gleicher Höhe.

Auch für die Bestimmung der Betonzugfestigkeit stehen zweierlei Verfahren zur Verfügung. Keines von ihnen kann aber als einwandfreie und dabei einfache Methode zur Bestimmung der Festigkeit betrachtet werden. Das eine Verfahren verwendet 8-förmige Probekörper, an welchen die Zugfestigkeit unmittelbar durch Zugbeanspruchung bestimmt wird. Beim zweiten Verfahren werden nicht bewehrte kleine Betonbalken einer Biegebeanspruchung unterworfen.

In den ersten Zeiten wurde die Betonzugfestigkeit durch unmittelbare Zugbeanspruchung bestimmt. Die Ergebnisse waren aber nicht verlässlich, denn sorgfältige Dehnungsmessungen bewiesen, daß die Spannungsverteilung

im Querschnitt des Probekörpers nicht gleichmäßig ist; die Ergebnisse zeigten eine große Streuung. Die Herstellung der für diese Prüfung notwendigen Probekörper und die genaue Durchführung der Untersuchung mit diesen ist schwerfällig und teuer.

Im allgemeinen wird die andere Methode zur Feststellung der Betonzugfestigkeit verwendet, bei welcher die Zugfestigkeit an auf Biegung beanspruchten kurzen, nicht bewehrten Betonbalken von rechteckigem Querschnitt bestimmt wird. Als Meßwert der Zugfestigkeit dient die am Rand des Balkenquerschnittes im elastischen Material auftretende Zugspannung, errechnet aus dem Bruchmoment auf Grund der linearen Spannungsverteilung, dem HOOKE'schen Gesetz entsprechend. Dieser Wert stimmt natürlich mit dem unmittelbar durch Zugbeanspruchung festgestellten nicht überein. Ersterer macht ungefähr 1,75 bis 2,25mal, also im Durchschnitt das Doppelte des letzteren aus. Um ihn also von dem mit unmittelbarer Zugbeanspruchung erhaltenen *Zugfestigkeitswert* zu unterscheiden, wird er *Biegezugfestigkeit* genannt. Durch die auf Grund der stark idealisierten Voraussetzungen bestimmte Biegezugfestigkeit erhält man einen guten Vergleichswert für die Praxis, dieser ist aber nicht geeignet, um über die wirkliche Zugfestigkeit des Betons Aufschlüsse zu geben. Die Größe der Biegezugfestigkeit hängt nämlich in hohem Maße von der Höhe des Balkenquerschnittes und der Anordnung der Lasten ab. Man bekommt nämlich andere Werte für den selben Probekörper, wenn er im Drittel- oder Viertelpunkt der Spannweite mit zwei gleich großen Einzelkräften belastet wird, als wenn er durch eine im Mittelpunkt der Spannweite wirkende Kraft beansprucht ist. Besonders unverlässlich sind die erhaltenen Biegezugfestigkeitswerte bei Balken, die nur mit einer Einzelkraft belastet sind, denn bei dieser Kraftwirkung tritt die maximale Beanspruchung nur in einem Querschnitt auf, uzw. unter der Kraft. Das heißt, daß der Bruch immer in diesem Querschnitt stattfinden wird, und falls in der Zugzone dieses Querschnittes zufällig ein gröberer Kies einbetoniert wird, kann die Zugfestigkeit viel höhere Werte aufweisen, als wenn der Balken mit zwei Kräften belastet wird, wo eine längere Strecke auf dasselbe maximale Biegemoment beansprucht ist, und der Bruch in jenem Querschnitt entsteht, in welchem der Beton am schwächsten ist. Die ungarischen Normen schreiben für Zugproben einen Betonbalken mit folgender Anordnung vor: 15 cm \times 15 cm Querschnitt und 70 cm Länge, auf zwei Stützen, bei 60 cm Spannweite im Drittelpunkt mit zwei gleich großen Einzellasten auf Biegung beansprucht.

Es ist auch ersichtlich, daß die Prüfverfahren nicht immer einwandfreie und beruhigende Ergebnisse zeigen, auf die man sich verlassen kann. Dazu kommt noch der Umstand, daß die Druck- und Zugfestigkeit desselben Betons an verschiedenartig hergestellten und verschiedenartig geprüften, von einander abweichenden Prüfkörpern bestimmt wird. Dieser Umstand

macht es kaum wahrscheinlich, daß diese zweierlei Festigkeitswerte miteinander in engem Zusammenhang stehen können. Davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man z. B. das Raumgewicht des Betons aus den Druck- und Zugprobekörpern bestimmt. Diese Werte weichen in den meisten Fällen voneinander bedeutend ab, trotzdem die Probekörper aus derselben frischen Betonmasse hergestellt werden, weil wegen der Verschiedenheit der Formen ihre Verdichtung nicht identisch sein kann. Aus diesem Grund können auch die auf zwei verschiedene Weisen erhaltenen Festigkeitswerte nicht verknüpft werden.

Auch die Auswertungsverfahren der Untersuchungen sind nicht überall gleich. In einigen Ländern wird die Festigkeit als arithmetischer Mittelwert der einzelnen Prüfwerte berechnet, in anderen Ländern dagegen wird mittels

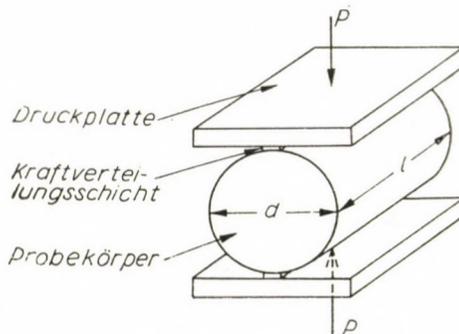


Bild 1. Bestimmung der Betonzugfestigkeit an einem liegenden Probezylinder

der Wahrscheinlichkeitsrechnung ein voraussichtlicher Mindestwert festgestellt (*charakteristische Festigkeit*).

Es ist also klar, daß all diese Umstände die einwandfreie Ermittlung der Festigkeitseigenschaften erschweren und es fast unmöglich machen, die Forschungsergebnisse aus verschiedenen Ländern zu vergleichen.

Es besteht schon seit langer Zeit das Bestreben, zur Betonprüfung eine internationale Vereinbarung zu treffen, um diese Schwierigkeiten zu beheben. Auch bei internationalen Tagungen wird diese Frage immer häufiger besprochen, bis jetzt leider vergebens.

Der japanische Wissenschaftler Dr. ISUNEO AKAZAWA hat in den letzteren Jahren ein neues Prüfverfahren zur Ermittlung der Betonzugfestigkeit ausgearbeitet. Nach der Meinung des Verfassers bringt dieses Verfahren die Bestrebungen für ein einheitliches Prüfverfahren der Verwirklichung näher und stellt gleichzeitig eine bessere Methode zur Ermittlung der Betonzugfestigkeit dar.

Dem Verfahren von AKAZAWA gemäß wird die Zugfestigkeit wie folgt an liegenden Betonzylindern bestimmt (Siehe Bild 1). Der liegende Zylinder wird entlang der gegenüber liegenden Erzeugenden mit einer gleichmäßig

linienverteilten Kraft bis zum Bruch belastet. Bei dieser Belastung entstehen in der Kraftebene senkrecht zu ihr Zugspannungen, welche den Zylinder entlang der Kraftebene in zwei Teile spalten.

In der Kraftebene eines auf diese Weise belasteten, liegenden Zylinders herrscht ein zweiachsiger Spannungszustand. In der Richtung der Kraft entstehen nämlich Druckspannungen (σ_x) und zu dieser Richtung senkrecht, also in der Querrichtung, kommen Zugspannungen (σ_y) zustande.

Die Theorie der Spannungsverteilung für diesen Fall wurde zuerst von HERTZ ausgearbeitet. Nach ihm befaßten sich mit der Frage A. und L. FÖEPL, TIMOSHENKO, GOODIER, FROCHT und PELTIER. Auf Grund der Elastizitätstheorie, bei der angenommen wird, daß der Beton sowohl bei Druck- als auch bei Zugbeanspruchung bis zum Bruch dem HOOKESchen Gesetz folgt, kann für diesen Fall die Größe der zwei Spannungskomponenten aus den nachstehenden Formeln errechnet werden :

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi dl} \left(1 - \frac{1}{\frac{x}{d}} - \frac{1}{1 - \frac{x}{d}} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi dl} \quad (2)$$

wo P die Resultierende der linienverteilten Kraft, d den Durchmesser, l die Länge des Zylinders und x die Entfernung von dem näheren Kraftangriffspunkt bedeutet. Aus den Formeln (1) und (2) kann entnommen werden, daß σ_x und σ_y die Hauptspannungen sind, und σ_y entlang des ganzen Querschnitts gleich groß ist.

Eine theoretische linienverteilte Kraft von unendlich kleiner Angriffsbreite kann praktisch nicht erzeugt werden. Schon wegen der Unebenheiten der Zylindermantelfläche muß eine kraftverteilende Zwischenschicht vorgesehen werden. Greift die Kraft entlang eines Streifens von endlicher Breite an, so ändert sich natürlich die theoretische Spannungsverteilung. Wenn nun die verteilte Kraft entlang eines schmalen Streifens von $0,1 d$ Breite angreift, so erhält man für die zwei Hauptspannungen die in *Bild 2* dargestellten Spannungsdiagramme. Aus dem Bild ist es ersichtlich, daß die Hauptzugspannung (σ_y) auch unter solchen Umständen über den größten Teil des Querschnittes unverändert erhalten bleibt und nur in der unmittelbaren Nähe des Kraftangriffspunktes in Druckspannung übergeht. Sie ist beim Kraftangriffspunkt 15 bis 18mal größer als die Zugspannung. Die Hauptdruckspannungen (σ_x) sind — von der unmittelbaren Umgebung des Kraftangriffspunktes abgesehen — im Vergleich zu den Zugspannungen verhältnismäßig klein. Im Mittelpunkt zwischen den zwei Kraftangriffspunkten erreicht sie ihren kleinsten Wert und beträgt hier ungefähr $2,5 \sigma_y$ bis $3 \sigma_y$.

Die großen Druckspannungen in der Nähe der Kraftangriffspunkte sind für den Bruch ohne Bedeutung, obwohl sie ihrer Größe nach denselben herbeiführen könnten. Sie können aber den Bruch nicht verursachen, weil sie nur in einem ganz kleinen, begrenzten Gebiet wirken, und weil sich die den Bruch herbeiführenden Bruchdehnungen des Betons nicht entwickeln können. Der Bruch ist immer ein Spaltbruch, der von den Hauptzugspannungen senkrecht zur Kraftebene verursacht wird. Trotzdem die Druckspannungen im Mittelfeld das Mehrfache (3 bis 4fache) der Zugspannungen betragen, üben sie keinen Einfluß auf den Bruch aus. Ausländische Versuche bestätigen, daß der Einfluß dieser Druckspannungen bei spröden Werkstoffen nur dann

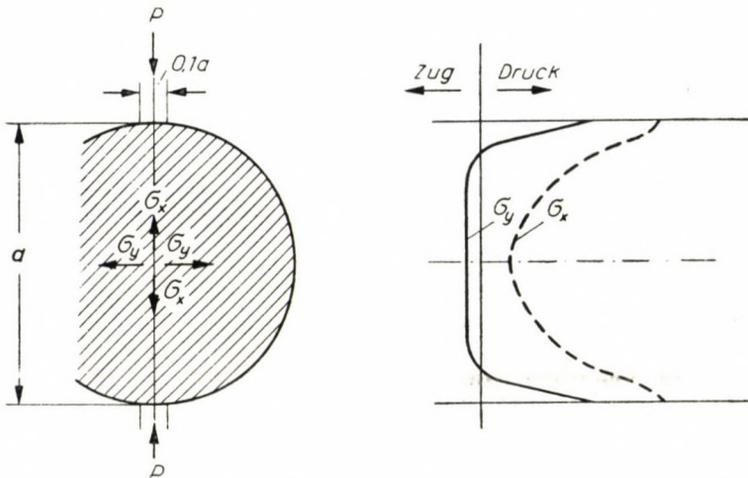


Bild 2. Spannungsverteilung in der Kraftebene beim Spaltzugversuch

bedeutender wird, wenn sie größer als das Fünffache der Zugspannungen sind. Die wahre Zugspannung stimmt mit der theoretischen sehr genau überein und kann bei Betonprüfung mittels Formel (2) berechnet werden.

Der Bruch kann in jedem beliebigen Punkt der Zugzone des Querschnitts, oder mit Hinsicht auf die gleichmäßige Zugspannung gleichzeitig entlang des ganzen Querschnitts beginnen. Da aber die Reibung zwischen Prüfkörper und Druckplatte die Querdehnung hindert, und diese Wirkung mit der Entfernung von den sich berührenden Flächen abnimmt, beginnt der Bruch meistens etwa in der Mitte des Prüfkörpers.

Der Bruch erfolgt immer auf die Weise, daß der Probezylinder in der Kraftebene in zwei Teile gespaltet wird. Die durch den Druck entlang der Erzeugenden des liegenden Zylinders festgestellte Zugfestigkeit wird deshalb *Spaltzugfestigkeit* genannt.

Die Prüfung der Zugprobekörper geschieht den üblichen Druckproben ähnlich, auf denselben Versuchsmaschinen. Wegen der unumgänglichen

Unebenheiten des Betonzyinders — wie schon erwähnt — muß zwischen die Druckplatte und den Zylinder je eine dünne kraftverteilende Schicht eingelegt werden. Die Breite der Kraft verteilenden Schichten soll klein sein, denn werden breite Streifen verwendet, weicht die Art der Beanspruchung so stark von der linienverteilten Belastung ab, daß die Spannungsverteilung in der Kraftebene nicht mehr gleichmäßig ist.

Eine immer größere Zahl der Wissenschaftler befaßt sich mit der Bestimmung der Spaltzugfestigkeit des Betons und sucht den Zusammenhang zwischen Spaltzugfestigkeit und Druckfestigkeit. Bild 3 zeigt die Versuchsergebnisse von AKAZAWA (Japan), CARNEIRO (Brasilien) und EISEN—

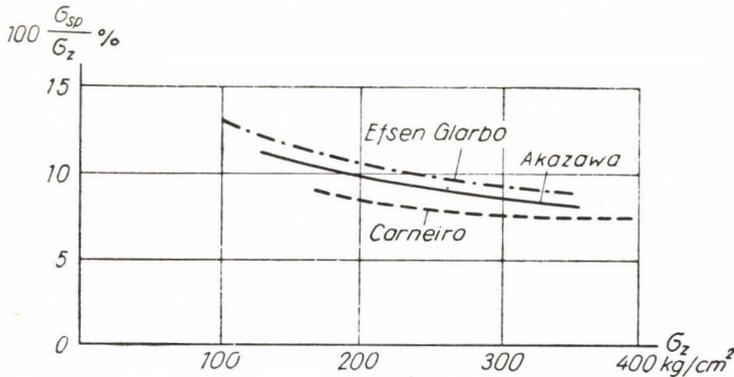


Bild 3. Zusammenhang zwischen Spaltzug- und Zylinderdruckfestigkeit des Betons

GLARBO (Dänemark). Bei diesen Versuchen wurde die Druckfestigkeit und die Spaltzugfestigkeit an Zylindern von gleichen Abmessungen bestimmt. Auf Grund ihrer Versuche haben AKAZAWA und CARNEIRO sogar Formeln über den Zusammenhang zwischen Spaltzugfestigkeit (σ_{sp}) und Zylinderdruckfestigkeit (σ_z) aufgestellt. Nach AKAZAWA ist

$$\sigma_{sp} = 0,396 \cdot \sigma_z^{0,73} \quad (3)$$

nach CARNEIRO

$$\sigma_{sp} = 0,335 \cdot \sigma_z^{0,735} \quad (4)$$

Die Verwendung dieser Formeln ist in der Praxis etwas schwerfällig. Für die Praxis eignet sich viel mehr der auf Grund mehrerer Versuchsserien des Bauforschungslaboratoriums der Dänischen Technischen Universität aufgestellter einfacher empirischer Zusammenhang. Danach ist

$$\sigma_z = \left(5 + \frac{1}{5} \sigma_{sp} \right) \sigma_{sp} \quad (5)$$

Da die Zugversuche an liegenden Betonzylindern mit denselben Prüfmaschinen und nach denselben Prüfverfahren wie die Druckproben durchgeführt werden können, so ist der Gedanke naheliegend, daß im allgemeinen auch zur Bestimmung der Betondruckfestigkeiten Betonzylinder zweckmäßig verwendet werden könnten. Durch die allgemeine Einführung der Zylinder als genormter Prüfkörper sowohl zur Bestimmung der Druck- als auch der Zugfestigkeit könnte die Einheitlichkeit und die Verbesserung der Festigkeitsbestimmungen erreicht werden.

Dadurch, daß für beide Festigkeitsbestimmungen dieselben Probekörper verwendet werden, wird erreicht, daß der Beton bei sämtlichen Prüfkörpern von gleicher Güte ist, und die erhaltenen Druck- und Zugfestigkeitswerte sich auf ein und denselben Baustoff beziehen.

Als einheitliche Prüfkörperform scheint der Zylinder am geeignetesten zu sein, obwohl in der Vergangenheit auch die Druckzylinder einen Nachteil hatten, uzw. das Problem der besonderen Bearbeitung der einen Druckfläche— der oberen Fläche des Zylinders, welche nicht in der Schalung hergestellt wird— um sie eben zu gestalten und zu erreichen, daß die zwei Druckflächen zueinander parallel sind. Dieser Nachteil ist aber durch das von THAULOW ausgearbeitete Fertigungsverfahren ausgeschaltet. THAULOW stellt seine Probeyylinder in speziellen Stahlschalungen her, bei denen auf die obere Fläche des Zylinders nach dem Betonieren eine Stahlplatte eingerieben und eingeläutet wird. Die Stahlplatte wird in dieser Lage befestigt, und der Zylinder umgelegt und waagrecht gelagert. Diese Lage des Betons ermöglicht, daß er sich während der ganzen Bindezeit dicht an die Endplatte schmiegt, wodurch dichte, parallele, glatte und ebene Druckflächen erhalten werden. Durch die horizontale Lage wird auch erreicht, daß der Druckversuch senkrecht zur Setzung des Betons vorgenommen wird, wie das der allgemeine Fall bei Konstruktionen ist ; wo die auf Biegung beanspruchten Bauteile in vertikaler Richtung betoniert, aber horizontal beansprucht werden. Für Probewürfel ist derselbe Fall geltend. Bild 4 zeigt die von THAULOW entwickelte Schalung.

Die Zylinder haben im Gegensatz zu anderen Prüfkörperformen große Vorteile uzw. die Zylinderdruckfestigkeit steht der tatsächlichen Betonfestigkeit in der Baukonstruktion näher als die Würfelfestigkeit. Da die Zylinderform keine Ecken besitzt, kann der Beton in diesen Formen besser verdichtet werden, wodurch ein gleichmäßigerer Beton erhalten wird. Zylinder-Probekörper können aus fertigen Bauten leichter als Würfel ausgeschnitten werden.

Die Spaltzugfestigkeit ist der Güte des Betonkerns des Zylinders und nicht der des Betons an der Oberfläche des Prüfkörpers charakteristisch, wie bei den Biegezugfestigkeitsprüfungen. Aus diesem Grund kann eine kleinere Streuung der Prüfergebnisse erwartet werden. Die Spaltzugfestigkeit ergibt die wahre Zugfestigkeit des Betons.

Betonzylinder in der Prüfpresse während der Bestimmung der Druck- bzw. Zugfestigkeit des Betons, vor und nach der Prüfung, sind in Bild 5 dargestellt.

Nach der Meinung des Verfassers wird das internationale Bestreben nach der Vereinheitlichung der Betonprüfungen zur Zylinderform der Prüf-

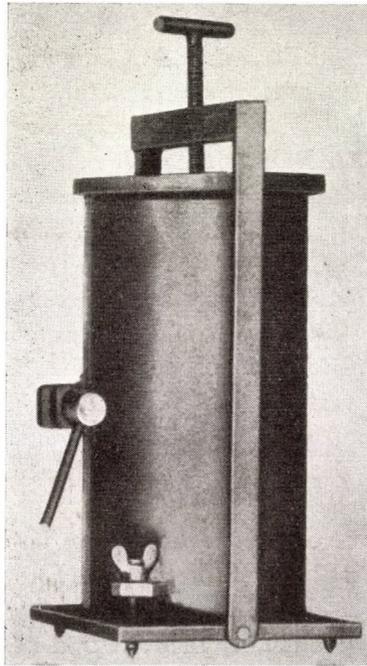


Bild 4. Die von THAULOW entwickelte Zylinderschalung

körper führen, wie dies in einigen Ländern, in Brasilien, Japan und Polen bereits eingeführt ist.

Um einige unmittelbare Erfahrungen bezüglich der Zylinderprüfungen zu sammeln, wurde im *Ungarischen Institut für Bauwissenschaften* an einigen Betonzylindern die Druck- bzw. Zugfestigkeit bestimmt; diese Versuche hatten auch den Zweck, Erfahrungen über eine gute Kraftverteilungsschicht einzuholen, deren Dicke und Breite, wie bekannt, auf die Versuchsergebnisse einen großen Einfluß ausübt. Die Versuche wurden an Zylindern von 30 cm Höhe und einem Durchmesser von 15 cm durchgeführt. Diese Abmessungen entsprechen denjenigen der amerikanischen Prüfzylinder.

Zuerst wurde als Kraftverteilungsschicht eine 15 mm breite und 10 mm dicke Hartholzleiste verwendet. Diese Kraftverteilungsschicht erwies sich wegen

ihrer großen Steifigkeit als ungeeignet. Bei späteren Prüfungen wurde ein Sperrholzstreifen von 15 mm Breite und 1,5 mm Dicke verwendet. Die Versuchsergebnisse sind in Bild 6 dargestellt.

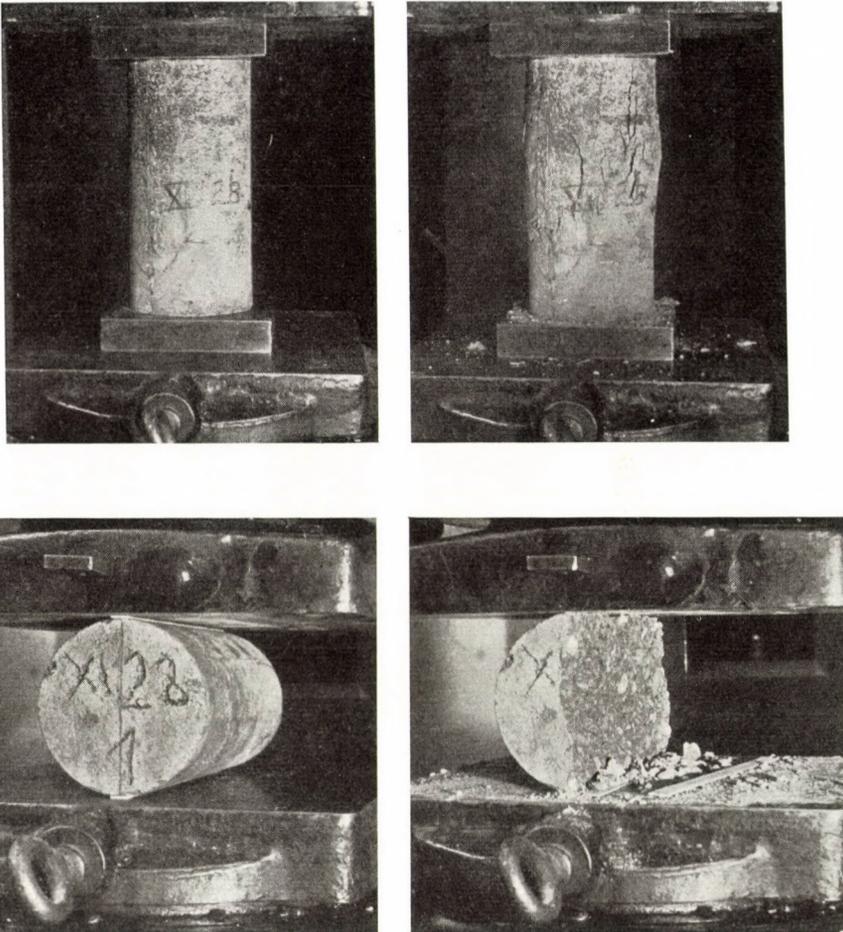


Bild 5. Betonzylinder in der Prüfpresse bei der Bestimmung der Druck- bzw. Zugfestigkeit des Betons vor und nach der Prüfung

Zur besseren Vergleichsmöglichkeit sind in Bild 6 auch die Kurven des Bild 3 für die kleineren Betonfestigkeiten, — also für den Bereich, in welchem sich unsere Versuchsergebnisse befinden — eingetragen. Die im Bild angegebenen Versuchswerte sind die Festigkeiten von einzelnen Prüfkörpern.

Diese ersten Ergebnisse beziehen sich vorläufig auf einen engen Bereich, aus dem Bild geht es jedoch hervor, daß sie mit den in Bild 3 mitgeteilten

ausländischen Versuchen recht gut übereinstimmen. Sie bestätigen die Vorteile dieses Prüfverfahrens und unterstützen das Bestreben nach der einheitlichen Einführung dieser neuen Prüfmethode. Im *Ungarischen Institut für Bauwissenschaften* werden weitere Versuche unternommen, die noch ungelösten Fragen zu klären, wie zum Beispiel das Problem des Einflusses der Größe und der Länge des Zylinders auf die Festigkeit, des Zusammenhanges zwischen Spalt- und Biegezugfestigkeit, etc.

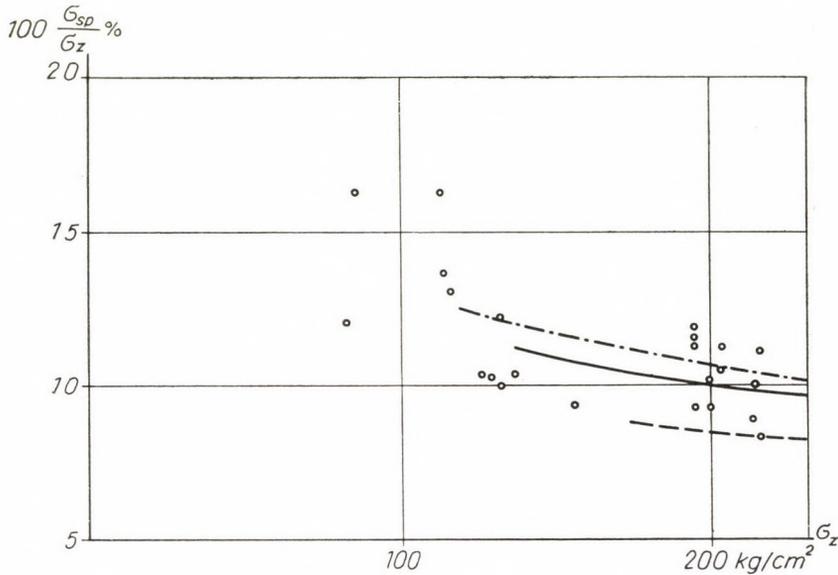


Bild 6. Versuche durchgeführt im *Ungarischen Institut für Bauwissenschaften* zur Bestimmung des Zusammenhanges zwischen Spaltzug- und Zylinderdruckfestigkeit des Betons

Die einheitliche Einführung der Zylinderprüfung sowohl zur Bestimmung der Druck- als auch der Zugfestigkeit in Verbindung mit einem einwandfreien Auswertungsverfahren würde einen wesentlichen Fortschritt auf dem Gebiet der Betonforschungsmethoden bedeuten.

SCHRIFTTUM

1. THAULOW: Betongkontroll på byggeplassen. Tryckeri A.—B. Thule, Stockholm, 1952.
2. L'HERMITE: Idées actuelles sur la technologie du béton. p. 140—143. La Documentation Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris 1955.
3. OLSZAK und KAJFASZ: The Development of Concrete in Poland. Concrete and Construction Engineering, 1956, Jan.
4. RÜSCH: Betrachtungen zur Prüfung der Betonfestigkeit. Beton- und Stahlbetonbau, 1956, Juni.
5. ZELGER: Ein neues Verfahren zur Bestimmung der Betonzugfestigkeit. Beton- und Stahlbetonbau 1956, Juni.

6. New Method of Ascertaining the Tensile Strength of Concrete. Concrete and Constructional Engineering, 1956, Sept.
7. KOPYCINSKI—FUKSA—MUSZYNSKI: Technologia Betonu. p. 195—196. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Krakow, 1956.
8. THAULOW: Tensile Splitting Test and High Strength Concrete Test Cylinders. Journal of the American Concrete Institute, 1957 Jan.
9. Ascertaining Tensile Strength by Crushing Cylinders. Concrete and Constructional Engineering, 1957 Sept.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Bestimmung der Betonzugfestigkeit kann im allgemeinen auf zwei verschiedene Weisen erfolgen. Bei der einen Methode werden die Probekörper reiner Zugbeanspruchung unterworfen, bei der anderen wird auf Grund der Biegebeanspruchung unbewehrter Betonbalken auf die Zugfestigkeit gefolgert. Keines der beiden Verfahren kann als zufriedenstellend betrachtet werden, und ihr Hauptfehler ist, daß die Zug- und Druckfestigkeit an Probekörpern bestimmt wird, welche unterschiedliche Formen haben und unter voneinander abweichenden Verhältnissen hergestellt werden. Die zweierlei Festigkeitswerte können also nicht als für den Beton charakteristisch und zusammengehörend betrachtet werden. Die von AKAZAWA vorgeschlagene Untersuchungsmethode behebt die bisherigen Mängel. Sie bestimmt die Betonzugfestigkeit an einem liegenden Zylinder, welcher entlang der zwei gegenüber liegenden Erzeugenden einer Druckbelastung unterworfen wird. In dem entlang der zwei Erzeugenden gedrückten Zylinder wirken senkrecht zur Kraftebene Zugkräfte, entlang ungefähr des ganzen Querschnittes, und der Bruch erfolgt stets in der Kraftebene durch Erschöpfung der Zugfestigkeit. Ein stehender Zylinder mit denselben Abmessungen kann zur Feststellung der Druckfestigkeit dienen. Zwischen der auf diese Weise bestimmten Zug- und Druckfestigkeit des Betons ist der Zusammenhang eindeutig. Versuche im Ausland und im Ungarischen Institut für Bauwissenschaften haben die Richtigkeit des neuen Betonprüfverfahrens bewiesen. Die Normung der Probezylinder zur Bestimmung der international einheitlichen Betonzug- und Druckfestigkeit wäre wünschenswert.

NEW METHOD FOR THE DETERMINATION OF THE STRENGTH OF CONCRETE

T. GYENGŐ

SUMMARY

The tensile strength of concrete can be determined generally by two methods. In the first one, test specimens are subjected to pure tension and in the second, unreinforced concrete beams are subjected to bending and tensile strength is deduced from their bending strength. None of these methods is satisfactory and the trouble is that for the determination of tensile and compressive strength, specimens differently shaped and manufactured under different conditions are used. In consequence the two kinds of strengths cannot be considered as related values, characterizing the concrete.

The testing method proposed by AKAZAWA eliminates the imperfections of the present practice. It determines the tensile strength on a lying concrete cylinder which is subjected to compression along its two components. In the cylinder, compressed along its two components normal to the plane of loading, equally distributed tension is acting nearly in the whole cross section and rupture occurs always in the plane of loading, when the tensile strength is exhausted. A vertical cylinder of the same dimensions can be used for the determination of the compressive strength. An unambiguous relation exists between the tensile — and the compressive strength of concrete determined in this way. Experiments abroad and in the Hungarian Institute for Building Research proved this new testing method to be correct. It would be advantageous to standardize the test cylinders internationally for the uniform determination of the tensile and the compressive strength of concrete.

NOUVELLE MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DE LA RÉSISTANCE DU BÉTON

T. GYENGÓ

RÉSUMÉ

La résistance à la traction du béton est généralement déterminée à l'aide de deux méthodes, dont la première consiste à soumettre l'éprouvette à la traction simple, et la seconde à déduire la résistance à la traction de la résistance à la flexion de prismes de béton non armé. Aucune de ces méthodes n'est parfaitement correcte. Elles ont entre autres le défaut de déterminer la résistance à la traction et à la compression sur des éprouvettes de formes différentes et confectionnées dans des conditions différentes. Ces deux sortes de résistances ne peuvent donc pas être considérées comme des valeurs donnant ensemble les caractéristiques du béton. La méthode préconisée par AKAZAWA élimine les défauts des essais. Elle détermine la résistance à la traction du béton sur un cylindre horizontal, soumis à une compression le long de ses deux génératrices. Dans le cylindre comprimé le long de ses deux génératrices, s'exerce une contrainte de traction perpendiculaire au plan de la charge, dans presque toute la section. La rupture se produit toujours dans le plan de la charge, en conséquence de l'épuisement de la résistance à la traction. Un cylindre vertical de la même grandeur sert à déterminer la résistance à la compression. Entre la résistance à la traction et la résistance à la compression ainsi déterminées, il y a une relation non équivoque. Des essais réalisés à l'étranger et à l'Institut Hongrois de la Recherche Scientifique et Technique du Bâtiment ont prouvé que cette nouvelle méthode d'essais est correcte. Il serait opportun d'élaborer des normes internationales pour les éprouvettes cylindriques destinées à la détermination uniforme de la résistance à la traction et à la compression du béton.

НОВЫЕ ПРИНЦИПЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА

Т. ДЬЕНГЕ

РЕЗЮМЕ

Сопrotивление бетона на растяжение обычно определяется двумя способами. При первом способе испытуемый образец подвергается чистому растяжению, а при втором — на основе прочности неармированных бетонных призм на изгиб делается вывод на сопротивление растяжения. Ни один из методов не является достаточно удовлетворительным и к недостаткам относится также, что сопротивления на растяжение и на сжатие определяется на различных образцах, изготовленных при различных условиях. Значит, оба вида прочности не являются принадлежащими и характерными для бетона значениями. Метод испытания, предложенный Аказавой, устраняет недостатки прежней практики. Этот метод определяет сопротивление бетона на растяжение на лежащем цилиндре, сжатом вдоль двух образующих. В цилиндре, сжатом вдоль двух образующих, перпендикулярно к плоскости нагрузки действует равномерное растяжение почти на всем поперечном сечении, и разрыв наступает всегда в плоскости нагрузки в результате исчерпания сопротивления растяжению. Цилиндр того же размера, но в положении стоя, может быть использован для определения прочности на сжатие. Между сопротивлениями бетона на растяжение и сжатие, установленными таким образом, существует однозначная зависимость. Опыты, выполненные за границей и Венгерским Научно-исследовательским институтом строительной промышленности, подтверждают правильность нового метода испытания бетона. Было бы уместным, в международном масштабе едино нормировать образец цилиндрического вида для определения сопротивлений бетона на растяжение и сжатие.

VORGESPANNTE BETONBALKEN OHNE NACHTRÄGLICHEN VERBUND

GY. HAVIÁR

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

LEHRSTUHL FÜR BRÜCKENBAU NR. II, TECHNISCHE UNIVERSITÄT FÜR BAUINDUSTRIE UND VERKEHR,
BUDAPEST

[Eingegangen am 18. Januar 1958]

I. Konstruktive Durchbildung. Wenn bei vorgespannten Betonbalken die Spannglieder im Gebrauchszustand in Verbund mit dem Beton arbeiten, können diese jedoch bis zur Zementmörteleinpressung dem Balken entlang gleiten. Außer diesen, mit übergangsweise gleitenden Spanngliedern durchgebildeten vorgespannten Betonbalken, werden im Hochbau und im Brückenbau auch Spannbetonbalken ohne nachträglichen Verbund angewendet, das heißt solche, bei welchen das Gleiten der Spannglieder auch im Gebrauchszustand möglich ist.

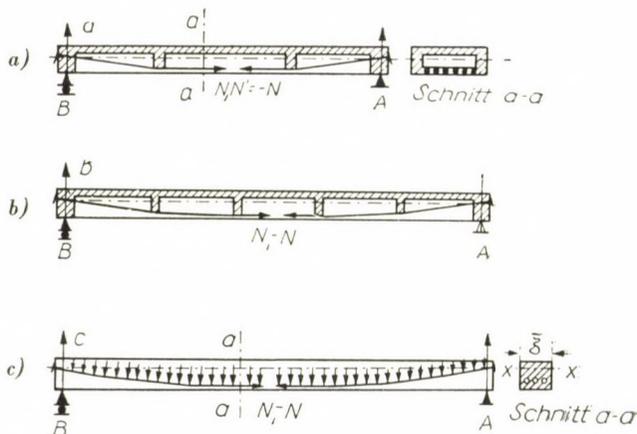


Abb. 1

Die ohne nachträglichen Verbund angewendeten, also möglicherweise gleitenden Spannglieder werden im allgemeinen frei geführt und nur in einigen Punkten gegen die Querrippen des Betonbalkens abgestützt (s. Abb. 1a und 1b). Ausnahmsweise werden auch Träger gebaut, bei welchen die Spannglieder durchlaufend gestützt, — z. B. in Bitumen gelagert — im Betonbalken in Gleitkanälen (s. Abb. 1c) verlegt werden.

Die mit frei geführten Spanngliedern, also ohne nachträglichen Verbund vorgespannten Betonbalken werden am häufigsten als Kastenträger entworfen

(s. Abb. 2). Bei diesen können die Spannglieder gegen die atmosphärische Feuchtigkeit geschützt und leicht überprüfbar verlegt werden, was aus Instandhaltungsgründen vorteilhaft ist. Als Spannglieder werden verseilte Drähte, d. h. Drahtseile ($\sigma_B = 15\,000 - 20\,000 \text{ kg/cm}^2$) oder aus parallel verlegten Drähten großer Festigkeit erstellte Kabel, sowie seltener Rundstähle großer Festigkeit verwendet. Die Drahtseile sind fabriksgefertigt erhältlich, leicht zu handhaben, können verhältnismäßig leicht gespannt und sicher verankert werden. Zur Verankerung wird das Ende des Drahtseiles zerspleißt, in eine Stahlbüchse eingespannt und mit Lagermetall ver-

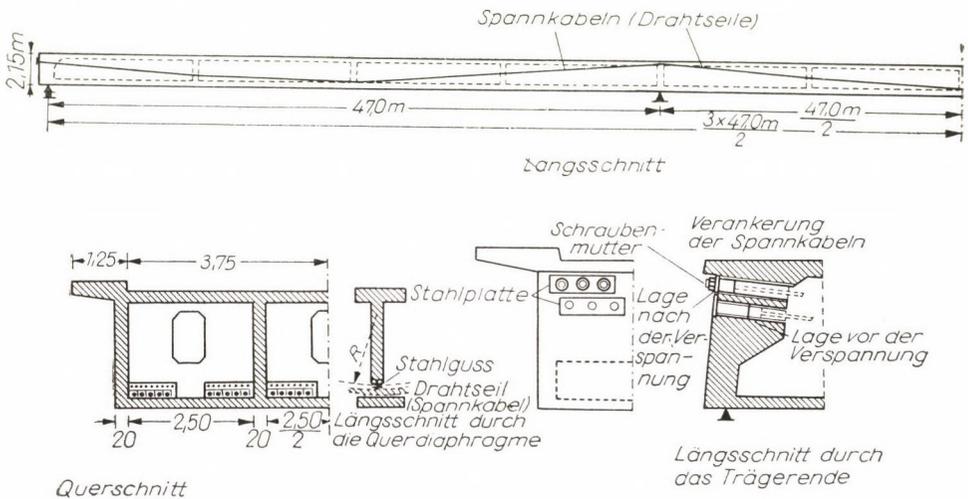


Abb. 2

gossen. Die Ermittlung der Festigkeitswerte der Drahtseile stößt auf Schwierigkeiten, da diese mit den Festigkeitszahlen der einzelnen Drähte nicht übereinstimmen. Es muß auch die verhältnismäßig große bleibende Dehnung der Drahtseile berücksichtigt werden, welche auf dem durch den Zug entstandenen dichteren Verband der Drähte beruht. Die Größe der bleibenden Dehnung wird von dem Fertigungsverfahren und der Zahl der verseilten Drähte beeinflusst. Nach mehrfach wiederholter Belastung wird die Elastizitätszahl E dem mit Erfahrungswert von $1\,600\,000 \text{ kg/cm}^2$ konstant.

Der Korrosionsschutz der Spannglieder erfordert eine besondere Aufmerksamkeit. Die Drahtseile werden deswegen feuerverzinkt und die Zinkschicht mit einem Kunstharzüberzug geschützt.

II. Ermittlung der inneren Kräfte der statisch bestimmt gelagerten vorgespannten Betonbalken ohne nachträglichen Verbund.

Die Spannglieder bilden mit dem erhärteten Betonbalken ein Hängewerk, bei welchem die Größe der in den Spanngliedern und dem Betonbalken

entstehenden inneren Kräfte von dem Formänderungszustand des Trägersystems abhängt. Demgegenüber hängt der Spannungszustand des vor dem Erhärten des Betons vorgespannten (HOYER-Verfahren) und des mit nachträglichem Verbund vorgespannten Trägers nur von den Abmessungen des untersuchten Querschnittes und den angreifenden Lasten ab, so daß die in einem beliebigen Querschnitt in den Spanngliedern und im Betonbalken entstehenden inneren Kräfte nur von den Spannungen dieses Querschnittes abhängen.

Sowohl die in den Abbildungen 1a—b dargestellten — in einigen Zwischenpunkten abgestützten — als auch der in Abb. 1c dargestellte Balken mit durchlaufend gestütztem Zugband, sind statisch innerlich einmal unbestimmte Systeme, da nach dem Durchschnitt eines Zugbandes ein gewöhnlicher Balkenträger entsteht. Aber auch ein, mit zwei annähernd gleich langen Zugbändern durchgebildeter Träger kann mit guter Annäherung als



Abb. 3

ein einmal statisch unbestimmtes System angesehen werden, wenn der Achsenabstand der Zugbänder nicht zu groß ist (s. Abb. 3), weil nach dem Prinzip von de SAINT VENANT statt der zwei Kabel ein virtuelles Kabel oder Drahtseil angenommen werden kann.

Zur Ermittlung der inneren Kräfte eines nur mit einem Zugkabel vorgespannten Betonträgers wird durch Durchschnitt des Zugkabels das statisch bestimmte Grundsystem gebildet und als statisch unbestimmte Größe die im Zugband innere Kraft $N = X$ eingeführt (Abb. 1).

Die für den Schnitt gültige, das Gleichgewicht bestimmende Deformationsgleichung ist

$$\delta_{11} \cdot X + \delta_{10} = 0$$

wo δ_{11} die durch Wirkung des $N = \pm 1,0$ t nullwertigen Einheitkräftepaars entstandene Fuge und δ_{10} die durch die Belastung entstandene Fuge am Schnittpunkt ist. Diese Formänderungen können mit der Arbeitsgleichung bestimmt werden. Nach dieser ist δ_{11} die Summe von drei Größen, u. zw. wie folgt :

$$\delta_{11} = \delta'_{11} + \delta''_{11} + \delta'''_{11}$$

1. Die durch Biegung des Betonbalkens entstandene Verkürzung :

$$\delta'_{11} = \int_A^B \frac{M_1^2 \cdot dx}{E_b \cdot I_b} = \int_A^B \frac{y_1^2 \cdot dx}{E_b \cdot I_b}$$

2. Die durch die Druckspannung des Betonbalkens entstandene Verkürzung

$$\delta''_{11} = \frac{l \cdot 1,0^t}{E_b \cdot F_b}$$

3. Die durch die Dehnung des Zugbandes entstehende Fuge :

$$\delta'''_{11} = \frac{l_{st} \cdot 1,0^t}{E_{st} \cdot F_{st}}$$

Die Größe δ_{10} wird aus der Gleichung der Arbeit der äußeren Kräfte errechnet. Ist M_0 das Biegemoment infolge der äußeren aufgebrauchten Belastung, dann wird

$$\delta_{10} = \int_a^b \frac{M_1 \cdot M_0}{E_b \cdot I_b} \cdot dx$$

In diesen Ausdrücken ist $E_b I_b$ die Biegesteife des Betonbalkens, E_{st} die Elastizitätszahl, F_{st} die Querschnittsfläche der Spannglieder, y_1 der Abstand zwischen dem Schwerpunkt des Spanngliedes und der waagrechteten Schwerlinie des Balkens, l die Stützweite des Balkens, l_{st} die Länge des Zugbandes (Kabels, Drahtseiles) und M_1 das Biegemoment infolge der Kräfte $N_1 = \pm 1,0$ t. Die vorangehenden Integrale können mittels der in den Ingenieur-Handbüchern auffindbaren » δ_{ik} -Tabellen« — oder in komplizierten Fällen durch Anwendung der SIMPSON- oder NEWTON-Regeln leicht errechnet werden. Nach der Ermittlung der Größen δ_{11} und δ_{10} ergibt sich die statisch überzählige aus dem Ausdruck

$$X = N = - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}.$$

Die Einflußlinie von N ergibt sich durch Anwendung des Satzes von MAXWELL aus dem Ausdruck

$$X = N = - \frac{1,0^t \cdot e_{1p}}{\delta_{11}},$$

in welchem e_{1p} die vertikale Verschiebung des Angriffspunktes der Kraft $P = 1,0$ t infolge der an den Schnittpunkten des Zugbandes wirkenden Kräfte $N = \pm 1,0$ t ist.

Die so infolge der ständigen Belastung und der aufgebrauchten Nutzlast in dem Zugband entstehende Kraft N_{g+p} ist im allgemeinen klein, wes-

halb sich die Größe des an dem ursprünglichen, statisch unbestimmten Träger entstehenden Biegemomentes

$$M_{g+p} = M_{g+p}^0 - N_{g+p} \cdot y$$

— im Vergleich mit dem Biegemoment M_{g+p}^0 des Grundsystems — kaum vermindert (siehe die schraffierten Ordinaten der Abb. 4a). Infolge der »Weichheit« des gleitbar montierten und sich deshalb in seiner ganzen Länge dehnenden Zugbandes verbleiben Biegemomente, weshalb die Ribbildung im Betonbalken unausbleiblich ist. Die Verkleinerung der Ribbildung könnte möglicherweise durch eine starke Vergrößerung des Zugbandquerschnittes erreicht werden. Dies wäre jedoch ein sehr kostspieliges Verfahren, welches nur zur Abnahme der Zugspannungen im Beton führt, — aber diese nicht eliminiert, denn das Entstehen der Zugspannungen in Beton kann nur mit einem überaus großen Zugband-Querschnitt verhindert werden. Die Ribfreiheit des Betonbalkens wird daher im allgemeinen mit verhältnismäßig kleinen Kosten durch Spannen des Zugbandes erreicht. Die durch das Spannen eines Zugbandes großer Festigkeit eingeführte Zusatzkraft erfordert nur eine kleine Vergrößerung des Zugband-Querschnittes und die entstehenden Mehrkosten werden durch die infolge der Ribfreiheit des Betonbalkens erreichten Einsparungen aufgewogen.

Das notwendige Maß der Spannung wird mittels der Formänderungen errechnet. Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß es zur direkten Ermittlung des bei dem Spannvorgang unbedingt zu messenden »Spannweges« führt.

Der Einfachheit halber wird es angenommen, daß die Achse der Stahl-Spannglieder eine Parabel zweiten Grades ist (s. Abb. 4), welche durch den Ausdruck

$$y = \frac{4f}{l^2} g x (l - x)$$

definiert wird, f ist die Pfeilhöhe der Parabel. Beim Spannen des Balkens ist die Größe des Eigengewichtes bzw. der ständigen Last g , und das infolge dieser entstehende Biegemoment in einem beliebigen Querschnitt :

$$M_g = \frac{1}{2} \cdot x g (l - x)$$

Wenn der vorhergehende Ausdruck von $x(l-x)$ eingesetzt wird, ist

$$M_g = \frac{g \cdot l^2}{8f} y \quad (1)$$

Im folgenden wird nachgewiesen, daß das erste Glied $\frac{gl^2}{8f}$ des Ausdruckes von M_g auch gleich der Zugkraft N_{go} ist, die im gelenkig durchgebildeten Zugband des in Abb. 5 dargestellten statisch bestimmten Trägers entsteht. Das Gelenk ist in der Mitte des Zugbandes angeordnet. In der dieser Anordnung

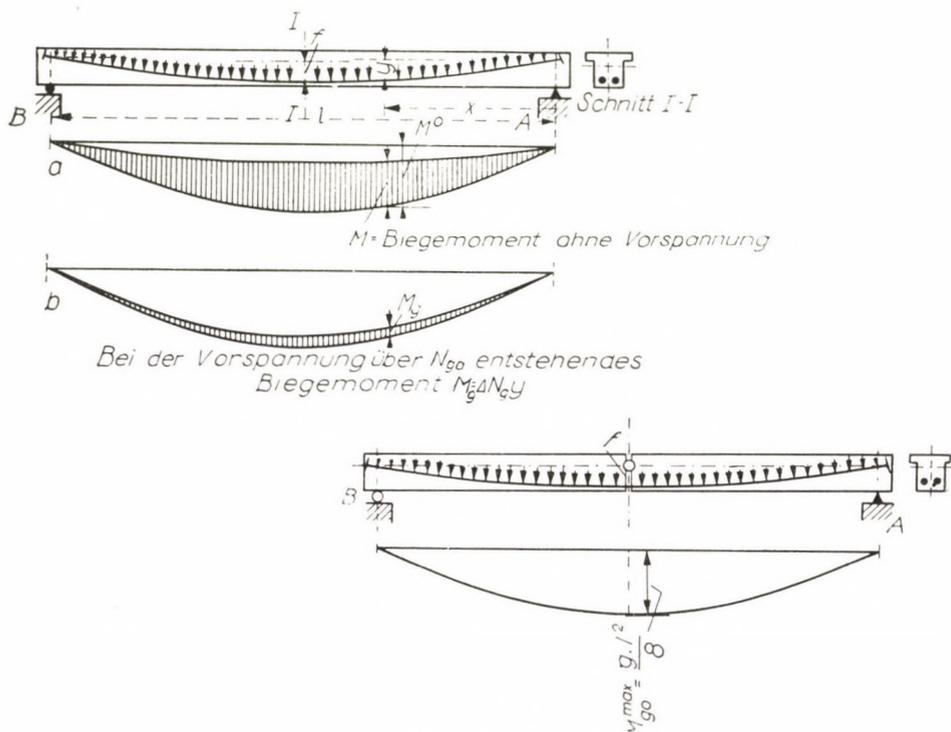


Abb. 4—5

entsprechenden Gleichung muß nämlich die auf den Mittenquerschnitt des Balkens bezogene Summe der Momente der links wirkenden Kräfte gleich Null sein, d. h.

$$\frac{gl^2}{8} - N_{go} \cdot f = 0,$$

und daher

$$N_{go} = \frac{gl^2}{8f} \quad (2)$$

Wenn man diesen Ausdruck in (1) einsetzt, wird

$$M_{go} = N_{go} \cdot y \quad (3)$$

Im weiteren wird die Größe der Differenz

$$\Delta N = N_{g0} - N_g \quad (4)$$

benötigt, welche der Unterschied zwischen den in dem Zugband des mit Mittengelenk durchgebildeten statisch bestimmten und in dem Zugband des statisch einmal unbestimmten Trägers entstehenden Zugkräften ist. Diese Differenz ist für das in dem statisch unbestimmten Träger wirkende schädliche Moment M_g charakteristisch, welches trotz der Wirkung der Zugbandkraft entsteht und die Größe der Zugspannungen im Betonbalken bestimmt.

Wenn aus (3) die Größe $M_{g0} = N_{g0} \cdot y$ in den Ausdruck

$$N_g = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{\int_A^B \frac{M_{g0} \cdot y \cdot dx}{E_b \cdot I_b}}{\delta_{11}}$$

eingesetzt wird, erhält man

$$N_g = -\frac{N_{g0} \int_A^B \frac{y^2 \cdot dx}{E_b \cdot I_b}}{\delta_{11}} = -N_{g0} \frac{\delta'_{11}}{\delta_{11}}$$

Der Ansatz der Differenz $\Delta N_g = N_{g0} - N_g$ ist, daher

$$\Delta N_g = N_{g0} \left(1 - \frac{\delta'_{11}}{\delta_{11}} \right).$$

Es wird weiters angenommen, daß $\Delta N_g = 0$ ist und daß in diesem Fall kein Biegemoment im Träger entsteht, weshalb nur die Druckkraft N_g wirkt.

Das in einem beliebigen Querschnitt des statisch einmal unbestimmten Balkenträgers entstehende Biegemoment ist

$$M_g = M_{g0} - N_g \cdot y$$

Nach Einsetzung von $M_{g0} = N_{g0} \cdot y$ aus (3) und von $N_g = N_{g0} - \Delta N$ aus (4) erhält man:

$$M_g = N_{g0} \cdot y - N_{g0} \cdot y + \Delta N_g \cdot y \quad \text{und}$$

$$M_g = \Delta N_g \cdot y.$$

Im Falle von $\Delta N_g = 0$ wirkt daher nur eine Druckkraft auf den Balken.

Die Größe des auf den statisch unbestimmten Träger wirkenden Biegemomentes M_g bei ständiger Belastung soll durch die schraffierten Ordinaten der Abb. 4a angegeben. Zur Eliminierung der Momente muß daher so eine Spannkraft im Zugband erzeugt werden, daß diese die zur Erreichung von N_{g0} notwendige Differenz ausgleiche, d. h.

$$N_g^{Sp} = \Delta N_g = N_{g0} - N_g$$

Die der Spannkraft N_g^{Sp} entsprechende Verkürzung des Zugbandes — der sogenannte »Spannweg« Δs_g^{Sp} — kann aus dem für den statisch einmal unbestimmten Träger gültigen Ausdruck

$$N_g^{Sp} = - \frac{\Delta s_g^{Sp}}{\delta_{11}} = N_{g0} \left(1 - \frac{\delta'_{11}}{\delta_{11}} \right)$$

ermittelt werden :

$$\Delta s_g^{Sp} = N_{g0} (\delta_{11} - \delta'_{11}) = N_{g0} (\delta''_{11} + \delta'''_{11})$$

Das Zugband muß daher im Vergleich mit dem Balken in diesem Maße gedehnt werden, damit bei ständiger Belastung keine Biegemomente im Balken entstehen. Die Größe der hierzu benötigten Zugbandkraft: $N = N_{g0}$.

Zwecks sicherer Eliminierung der Betonzugspannungen kann jedoch das Spannglied noch weiter gedehnt werden, u. zw. so lange, bis in dem oberen Rand noch keine Zugspannung entsteht. Wenn solch eine Spannkraft in den Spanngliedern erzeugt wird, daß infolge dieser in dem oberen Rand des Betonbalkens die Spannung gleich 0 wird, dann kann die Größe dieser Spannkraft N'_g aus der Gleichung

$$- \frac{N'_g}{F_b} + \frac{M_g}{W_1} = 0; \text{ errechnet werden. } M_g = M_{g0} - N'_g \cdot f$$

und daher aus

$$- \frac{N'_g}{F_b} - \frac{M_{g0} - N'_g \cdot f}{W_1} = 0,$$

wo F_b die Betonquerschnittsfläche und W_1 das Widerstandsmoment in Bezug auf die obere Randfaser bedeutet. Durch Anwendung solch einer Zugbandkraft wird in den bei der Trägermitte befindlichen Querschnitten, u. zw. in deren unteren Rand, eine Druck-Kraftreserve aufgespeichert, mit welcher die infolge der aufgebrachtten Gebrauchslasten entstehenden Zug-

spannungen und die schädlichen Wirkungen des Schwindens und des Kriechens ausgeglichen werden können.

Bei dem Entwurf eines im Gebrauchszustand ohne nachträglichen Verbund durchgebildeten vorgespannten Betonbalken wird im allgemeinen aus dem bei der Trägermitte liegenden Querschnitt des Momenten-Maximums ausgegangen. Es wird probeweise ein auf Grund der Erfahrungen bestimmter Betonquerschnitt angenommen. Für den Querschnitt der Spannglieder ist maßgebend, daß auch nach Jahren — d. h. nach Ablauf des Schwindens und des Kriechens des Betons — an dem unteren Rand des Betonquerschnittes keine Zugspannungen entstehen dürfen, weshalb

$$\sigma_2 = -\frac{N^{\text{Gebr.}}}{F_b} + \frac{M_{g+p}}{W_2} = 0$$

sein soll. Nachdem bei dem unbestimmten Träger

$$M_{g+p} = M_{g+p}^0 - N^{\text{Gebr.}} \cdot f$$

ist, kann der die Querschnittsfläche der Spannglieder bestimmende Ausdruck in der Form

$$\sigma_2 = -\frac{N^{\text{Gebr.}}}{F_b} + \frac{M_{g+p}^0 - N^{\text{Gebr.}} \cdot f}{W_2} = 0$$

aufgeschrieben werden. Aus diesem kann $N_{\text{Gebr.}}$ ermittelt werden. Die Zugbandkraft $N_{\text{Gebr.}}$ enthält aber nicht jene Spannkraft, welche zur Eliminierung des durch das Schwinden und Kriechen des Betons entstandenen Spannverlustes notwendig ist. Die Summe der Spannverluste soll geschätzt oder angenähert bestimmt werden, — da deren Größe durch die langsame Formänderung des Betons stark beeinflußt wird. Bei feuchter Luft wird deren Größe mit 1200 kg/cm^2 , im Freien bei normalen Verhältnissen mit 1500 kg/cm^2 und an trockener Luft mit 2000 kg/cm^2 angenommen. Die Größe der aufgebrachten vollen Spannkraft soll dementsprechend

$$N_{\text{voll}} = N_{\text{Gebr.}} = N_{\text{Gebr.}} \frac{\sigma_{st}}{\sigma_{st} - \Delta\sigma_{st}}$$

— wenn σ_{st} die zulässige Zugbeanspruchung des Zugbandes bedeutet — sein und die Bedingung $N_{\text{voll}} < N'_g$ erfüllen.

Auf Grund dieser Näherungswerte (Abmaße und Spannverluste) wird der Querschnitt des Zugbandes bzw. der Spannglieder aus dem Ausdruck

$$F_{st} = \frac{N_{\text{voll}}}{\sigma_{st}}$$

und nachher die Einflußlinie der Zugbandkraft des vorgespannten Balkens ohne nachträglichen Verbund bestimmt. Mit Hilfe dieser werden die durch die ständige und die veränderliche Belastung erzeugten Maximalwerte N_g^{\max} und N_p^{\max} ermittelt. Hierauf wird die Kraft $N_{g0} = \frac{gl^2}{8f}$ und die zur Eliminierung der zur ständigen Belastung gehörenden Momente notwendige Spannkraft $N_g^{Sp} = N_{g0} - N_g^{\max}$, sowie die entsprechende Verkürzung des Zugbandes $\Delta s_g^{Sp} = N_{g0} (\delta''_{11} + \delta''_{11})$ und $\Delta s_p = \frac{N_p \cdot l_{st}}{E_{st} F_{st}}$ errechnet. Bei vorgespannten Betonbalken ohne Verbund ist die Größe der Verkürzung des Zugbandes infolge des Kriechens des Betons.

$$\Delta s_\varphi = \varepsilon_{el} \cdot \varphi, \quad \text{wo} \quad \varepsilon_{el} \cong \frac{1 \cdot l N_g^{Sp}}{E_b \cdot F_b}$$

und φ der Endkriechzahl ist.

Das Schwinden des Betons wird der Wirkung einer Temperaturänderung von 10°C gleichgesetzt, weshalb die Größe von $\Delta s_{\text{Schw.}} = 0,000012 \cdot l \cdot 10^\circ$ beträgt. Die totale Größe der Verkürzung des Zugbandes

$$\Delta s = \Delta s_g^{Sp} + \Delta s_p + \Delta s_\varphi + \Delta s_{\text{Schw.}}$$

soll daher kleiner sein als die aus der Randspannung abgeleitete

$$\Delta s'_g = - \frac{N'_g}{\delta_{11}}$$

Wenn die Summe der geschätzten Spannverluste und auch der Betonquerschnitt entspricht, werden in den folgenden Phasen der Kontrolle die Randspannungen der übrigen charakteristischen Querschnitte des Betonbalkens geprüft, u. zw.

1. beim Aufbringen der Spannkraft, wenn außer deren Maximalwert nur die ständige Belastung wirkt und

2. im Falle der kleinsten Gebrauchsspannkraft, wenn die totale ständige Belastung und die maßgebende Gebrauchslast auf den Balken wirkt.

Die Randspannungen müssen in dem durch die zulässigen Spannungen bestimmten Bereich bleiben. Wird die Bemessung auf Grund der »Grenzspannungen«* — gemäß den ungarischen Vorschriften — durchgeführt, dann soll die sich aus der 1,21-fachen ständigen Belastung, der mit 1,54 und der Stoßzahl μ multiplizierten Gebrauchslast und aus der Vorspannung ergebende Total-

* Grenzspannung beträgt bei Stahl $\sim 0,8 \sigma_F$ und bei Beton $\sim 0,35 K_b$.

Spannung kleiner als die Grenzspannung sein. 1,21 und 1,54 bedeuten die »Sicherheitskoeffizienten« für die ständige resp. bewegliche Belastung.

Bei der Errechnung der in den Querschnitten des Betonbalkens entstehenden Hauptzugspannungen werden auch die Querkräfte bestimmt:

$$R = R_0 - N \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

wo α den Winkel zwischen der Waagerechten und der Achse des Spanngliedes bedeutet. Nach Ermittlung der in den charakteristischen Querschnitten des Betonbalkens entstehenden Querkräfte errechnet sich die Scherspannung aus der Gleichung:

$$\tau = \frac{RS}{I \cdot b}$$

In dieser ist I das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes, — S das auf die waagerechte Schwerachse des Querschnittes bezogene statische Moment jener Querschnittsfläche, deren Verschiebung verhindert wird, und b die Breite der Rippe.

Die Größe der Hauptzugspannung kann aus der Gleichung

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

errechnet werden. Im dieser bedeutet σ_x die bei dem untersuchten Ort infolge der Vorspannung und der äußeren Kräfte entstehende waagerechte Spannung. Diese Zugspannung soll ebenfalls die zulässigen Werte nicht überschreiten und soll üblicherweise vollständig durch Bügel aus gewöhnlichem Betonstahl aufgenommen werden.

Die vorhergehenden, für den mit parabolisch angeordneten Spanngliedern durchgebildeten Balken gültigen Erkenntnisse können auch prinzipiell bei polygonal angeordneten Spanngliedern angewendet werden. Bei letzteren können aber selbst bei der ständigen Belastung die Momente nicht vollkommen eliminiert werden. Die kleinsten Momente können in diesem Fall nur dann erreicht werden, wenn bei den Eckpunkten die auf die Parabel bezogenen positiven und negativen Abweichungen der Spanngliedordnung gleich sind (siehe Abb. 6c).

Die Bruchsicherheit, d. h. die Gebrauchslast überschreitende Tragfähigkeits-Reserve des vorgespannten Betonbalkens ohne nachträglichen Verbund ist kleiner als jene des vorgespannten Betonbalkens mit nachträglichem Verbund. Wie schon erwähnt, können sich die Spannglieder ohne Verbund im Falle einer Erhöhung der Belastung entlang ihrer ganzen Länge dehnen, weshalb sie nur in kleinem Maße bei der Aufnahme der Biegemomente

mitwirken. Deshalb muß der größte Teil der Zunahme der Biegemomente von dem Betonbalken übernommen werden. Bei weiterer Zunahme der Belastung — u. zw. in der Nähe der Bruchlast — werden sich einige Teile des Balkens elastisch, andere jedoch plastisch verformen. Deshalb ist in diesem Fall die Errechnung des Bruchmomentes komplizierter als im Falle des vorgespannten Balkens mit nachträglichem Verbund, bei welchem die Hypothese von BERNOULLI—NAVIER bis zum Bruch gültig ist. Das Bruchmoment kann annähernd wie folgt bestimmt werden.

Auf Grund theoretischer, durch Versuchsergebnisse bekräftigter Erkenntnisse kann bei der virtuellen Zunahme der Belastung die Spannung in den

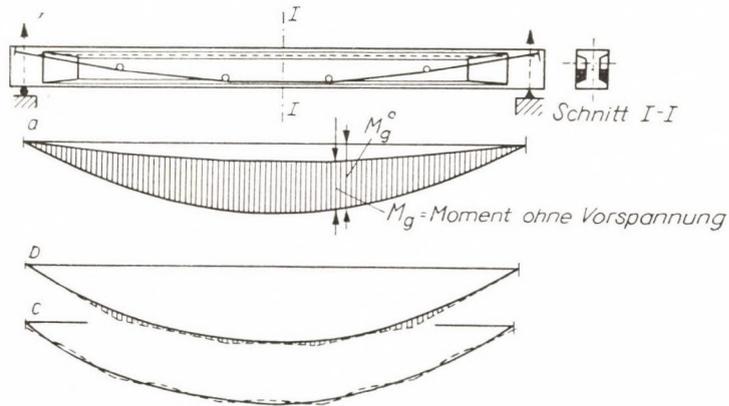


Abb. 6

Spanngliedern nicht größer sein als die mit 1400 kg/cm^2 erhöhte Summe der verminderten Gebrauchsspannung und der der aufgetragenen äußeren Last entsprechenden Zugbandspannung. Aber diese totale Spannung kann auch nicht größer sein als die Fließgrenze des Stoffes der Spannglieder (DIN-Vorschrift/d. h. $\sigma_{st}^{G+P} + \sigma_{st}^{g+P} + 1400 < \sigma_f$).

Wenn in dieser Weise die Bruchspannung $\sigma_{st}^{\text{Bruch}}$ der Spannglieder annähernd ermittelt ist, dann kann der Ort der neutralen Achse aus dem Ansatz $\sigma_{st}^{\text{Bruch}} \cdot F_{st} = x \cdot \bar{b} \cdot \sigma_b^{\text{Bruch}}$ bestimmt werden, wo b die Breite des Betonbalkens bedeutet (Abb. 1c). Hieraus kann der Arm der Zugkraft $q = m - \frac{x}{2}$ und das Bruchmoment, sowie die Bruchsicherheit ermittelt werden.

Dieses Bruchmoment ist im allgemeinen kaum größer als das auf Grund der »Grenzspannung« des Betons errechnete »Grenzmoment«.

Bei vorgespannten Betonbalken mit nachträglichem Verbund ist die Zeitdauer zwischen dem endgültigen Spannen und dem nachträglichem Verbund relativ kurz. Die bezüglich der ständigen Belastung und der Spannkraft

bestehende Unsicherheit kann mit guten Manometern und der erwünschten Messung des Spannweges innerhalb $\pm 15\%$ gehalten werden. Deshalb wird bei solchen Trägern der Nachweis der Bruchsicherheit für diesen Übergangszustand nicht gefordert. Jedoch bei vorgespannten Balken ohne Verbund ist der Nachweis der Bruchsicherheit für den Gebrauchszustand unbedingt erwünscht. Im Falle der Bemessung auf Grund der zulässigen Spannungen soll nach den DIN Vorschriften bei äußerlich statisch bestimmt gelagerten Trägern die Bruchsicherheit größer als 1,75 sein, wenn die Prismenfestigkeit des Betons mit $\frac{2}{3}$ des Sollwertes angenommen wird, — d. h. $\frac{M_{\text{Bruch}}}{M_g + M_p} \geq 1,75$.

Berechnung des vorgespannten durchlaufenden Betonbalkens ohne nachträglichen Verbund

Beim äußerlich bestimmt gelagerten ohne nachträglichen Verbund vorgespannten Betonbalken erzeugt die Vorspannung keine Stützkräfte, sondern nur den sogenannten Eigenspannungszustand. Dieser ist dadurch charakterisiert, daß die Schnittkraft in jedem beliebigen Querschnitt gleich Null ist. Die Schnittkraft ist in diesem Fall die Resultierende aller auf den gesamten Beton- und auf den gesamten Stahlquerschnitt wirkenden Kräfte.

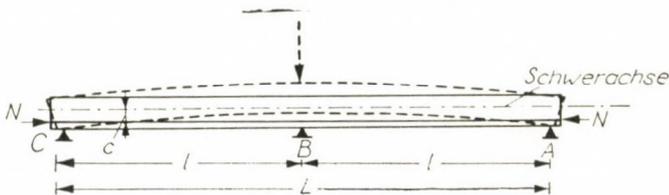


Abb. 7

Bei einem statisch unbestimmt gelagerten vorgespannten durchlaufenden Betonbalken entstehen in allgemeinen bei Lastfall »Vorspannung« Stützkräfte. Bei dem im Abb. 7 dargestellten Durchlaufträger auf drei Stützen sollen die Spannglieder ohne Verbund unter der neutralen Längsachse angeordnet sein. Im Falle der Vorspannung der Spannglieder — d. h. wenn deren Enden im Verhältnis zu den Stirnflächen des Betonbalkens herausgezogen werden — wird infolge der an den Stirnflächen wirkenden Druckkraft N der an der mittleren Stütze nicht fixierte Träger von dieser entsprechend der punktierten Linie abgehoben und die neutrale Längsachse wird infolge der Wirkung des konstanten Momentes $M = N \cdot e$ die Form eines Kreisbogens annehmen. (Fig 7.) Der ursprüngliche Zustand der Lagerung auf der mittleren Stütze wird in diesem Falle durch eine über dem Lager der

mittleren Stütze auf den Träger wirkende entsprechend große lotrechte konzentrierte Kraft hergestellt. Diese nachträglich aufgebraachte konzentrierte Kraft erzeugt jedoch im ganzen Träger solche zusätzlichen inneren Kräfte, welche dem Spannungszustand des in der Mitte belasteten gewöhnlichen Balkenträgers — mit Stützweite $AC = L$ —, entsprechen. Die so entstandenen Zusatzspannungen werden auf jene Spannungen superponiert, welche infolge der Vorspannung im Balken entstehen. Die zusätzlichen Spannungen können sehr groß, ja sogar größer als jene sein, welche infolge der Wirkung der äußeren Kräfte entstehen. Ihre Wirkung ist bei der mittleren Stütze vorteilhaft, da sie die infolge der äußeren Kräfte entstehenden negativen Momente mindern, — jedoch im Bereich der Öffnungsmitte nachteilig, da sie die infolge der äußeren Kräfte entstehenden positiven Momente vergrößern. Sollten jedoch die Spannglieder nicht unter, sondern über der neutralen Achse angeordnet werden, erhält man eine der vorhergehenden entgegengesetzte Wirkung der Spannkraft. Die Größe und das Vorzeichen der Zusatzmomente hängt daher von der Anordnung der Spannglieder ab. Sollten jedoch geradlinig geführte Spannglieder in der neutralen Längsachse des Balkenträgers angeordnet werden, dann hat die durch die äußere Lagerung entstehende statische Unbestimmtheit keinen Einfluß auf die durch die Vorspannung entstehenden inneren Kräfte, da sich bei diesem Lastfall der Durchlaufträger wie eine mittig gedrückte Säule verkürzt, ohne daß auf ihn wirkende Stützkräfte entstehen könnten. In diesem Sonderfall wird auch in dem Durchlaufträger ein Eigenspannungszustand entstehen, und soll diese Art der Vorspannung die »zwängungsfreie Vorspannung« des Durchlaufträgers genannt werden. Die Errechnung der inneren Kräfte stimmt dann mit der Berechnung des Spannungszustandes des einfachen Balkens überein. Jedoch im allgemeinen Fall, wenn bei dem Lastfall Vorspannung des Durchlaufträgers Stützkräfte entstehen, muß die Wirkung dieser »Zwangskräfte« in Betracht genommen werden.

Im Falle des ohne nachträglichen Verbund vorgespannten Durchlaufträgers ist es jedoch wirtschaftlicher, statt der mittigen Führung in der neutralen Achse eine bogenförmige Anordnung der Spannglieder anzuwenden, weil dies die Ausnützung der ganzen Balkenhöhe ermöglicht. In diesem Fall werden die Spannglieder bei positivem Biegemoment unten, bei negativem oben geführt, und die Drähte werden zweckmäßigerweise in einem Strang angeordnet (z. B. System BAUR—LEONHARD).

Der Entwurf vorgespannter Durchlaufträger mit oder ohne nachträglichem Verbund ist im allgemeinen komplizierter als bei statisch unbestimmten Konstruktionen mit schlaffer Bewehrung, weil nicht nur der Querschnitt des Balkens, sondern auch die Anordnung der Spannglieder probeweise angenommen werden muß. Beide Größen können erst dann als bestimmt angesehen werden, wenn die Größe der Spannungen bekannt und innerhalb

der zulässigen Grenzen ist, was nur mit schrittweiser Annäherung erreicht werden kann.

Ansonsten unterscheidet sich die Bemessung des mit, oder ohne Verbund vorgespannten durchlaufenden Balkens von der der statisch unbestimmten Konstruktionen nur darin, daß bei ersteren außer der Bestimmung der inneren Kräfte infolge der ständigen und der veränderlichen Belastung auch die dem Lastfall Vorspannung entsprechenden inneren Kräfte ermittelt werden müßen. Die letzteren werden unabhängig von den Lastfällen der ständigen und veränderlichen Belastung errechnet, und dann mit den Ergebnissen letzterer summiert. Die statische Berechnung erfolgt zweckmäßigerweise an einem statisch bestimmten Grundsystem.

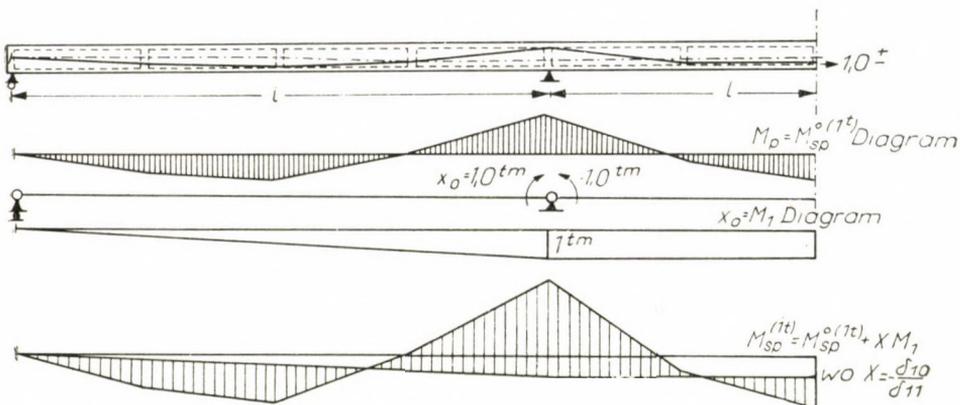


Fig. 8

Zwecks Darstellung des praktischen Rechnungsganges werden die Abmaße des Kastenquerschnittes des in Abb. 2 ersichtlichen durchlaufenden Balkenträgers, sowie die Linienführung der Spannglieder aus Erfahrungsdaten probeweise angenommen. Das Grundsystem des Durchlaufträgers wird durch Durchschneiden des Balkens über der beiden mittleren Stütze, mittels Anordnung eines virtuellen Gelenkes in der neutralen Achse dieses Querschnittes und durch Durchschneiden des Spanngliedes erstellt (Abb. 8).

Zwecks Ermittlung des Querschnittes der Spannglieder werden in den charakteristischen Querschnitten des durchlaufenden Balkenträgers die infolge der ständigen und der veränderlichen Belastung entstehenden Momente und Randspannungen und dann in denselben Querschnitten die infolge der an dem Schnittpunkt des Spanngliedes wirkenden Einheits-Spannkraft ($1,0\ t$) entstehenden Momente und Randspannungen errechnet. Mit Anwendung des in diesem Fall gültigen Superposition-Prinzips können die in den charakteristischen Querschnitten notwendigen Spannkräfte bestimmt werden. Die Gebrauchs-Spannkraft wird der größten notwendigen Spannkraft entsprechend

gewählt. Die volle ursprüngliche Spannkraft wird auch in diesem Fall durch Schätzung der Wirkung des Schwindens und der langsamen Formänderung sowie der Reibung annähernd ermittelt.

Die Bestimmung der in dem Durchlaufbalken infolge der ständigen und der veränderlichen Belastung entstehenden Momente erfolgt in üblicher Weise. Die infolge der Einheitsspannkraft entstehenden inneren Kräfte werden bei diesem statisch einmal unbestimmtem symmetrischen Träger durch Ermittlung des Stützenmomentes über der überzähligen Lagerung bestimmt :

$$X = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \quad \text{wo} \quad \delta_{10} = \frac{\int M_{Sp}^0 \cdot M_1 \cdot dx}{E_b \cdot I_b} \quad \text{und} \quad \delta_{11} = \frac{\int M_1^2 \cdot dx}{E_b \cdot I_b}$$

In diesen Ausdrücken ist M_1 das Moment, welches infolge der über den Stützen B und C angenommenen Momentenpaare $M_1 = 1,0$ tm entsteht und M_{Sp}^0 das im Grundsystem entstehende Moment infolge $X = \pm 1,0$ t. Die Größe des in dem statisch unbestimmten Balken infolge der Einheitsspannkraft (1,0 t) entstehenden Momentes ist daher: $M_{Sp}^{(1)} = M_{Sp}^{(0)} + X \cdot M_1$. Die Größe der infolge der aus der Einheitsspannkraft entstehenden Randspannungen bei dem oberen Rand ist

$$\sigma_1^{Sp} = -\frac{1,0^t}{F_b} + \frac{M_{Sp}^{(1)}}{W_1} = -\frac{1,0^t}{F} + \frac{M_0^{(1)Sp} + X \cdot M_1}{W_1}$$

Und bei dem unteren Rand

$$\sigma_2^{Sp} = -\frac{1,0^t}{F_b} - \frac{M_{Sp}^{(1)}}{W_2} = -\frac{1,0^t}{F} - \frac{M_0^{(1)Sp} + X \cdot M_1}{W_2}$$

Die notwendige Spannkraft ist durch die Bedingung bestimmt, daß die Randspannung gleich Null sein soll. Deshalb errechnet sich die Gebrauchsspannkraft aus dem Ausdrücken $N_0^{\text{Getr}} = \frac{\sigma_{g+p}}{\sigma_2}$ resp. $N_0^{\text{Getr}} = \frac{\sigma_{g+p}}{\sigma_1}$. Bei gleichzeitiger Vorspannung an beiden Hirnflächen wird die Größe der Reibung auch in diesem Fall aus dem Umlenkungswinkel bestimmt: $N = N_0 \cdot e^{-\mu a}$. In dieser Formel ist a die Summe der Umlenkungswinkel von der Spannstelle bis zu dem untersuchten Querschnitt und μ die Größe des Reibungsbeiwertes.

Die volle ursprüngliche Spannkraft wird auch in diesem Fall auf Grund der Summe der geschätzten Spannverluste ermittelt.

In Kenntnis der Größe der vollen und der Gebrauchsspannkraft werden die Randspannungen der charakteristischen Querschnitte des Durchlaufträgers (bei den Querrippen und über den Stützen) mit Berücksichtigung

der genaueren Größen der Spannverluste überprüft. Sollten die Randspannungen nicht entsprechen, dann ist eine Korrektur der Linienführung der Spanglieder und nach dieser eine Wiederholung der Bemessung notwendig.

Sollte infolge der Einheit-Spannkraft $N = 1,0$ t kein Stützenmoment in dem statisch unbestimmten Balken entstehen, dann ist für diesen der Eigenspannungszustand bestimmend, und das aus der Einheit-Spannkraft entstehende Moment im statisch unbestimmten Durchlaufträger $M_{Sp}^{(1)} = M_{Sp}^0$. Da in diesem Fall die Randspannungen in einem beliebigen Querschnitt die Ausdrücke $\sigma_2 = \frac{1,0t}{F_b} + \frac{M_{Sp}^0}{W_2}$ und $\sigma_1 = -\frac{1,0t}{F_b} - \frac{M_{Sp}^0}{W_1}$ bestimmt sind, werden mit Rücksicht auf den entsprechenden Formänderungszustand die Größen dieser gleich jenen, welche bei dem statisch bestimmten, auf zwei Stützen gelagerten gewöhnlichen Balken mit Zugband — bei Lastfall Spannung durch die Einheitskraft $N = 1,0$ t —, entstehen.

Die Bestimmung der Schubspannungen und der Hauptzugspannungen erfolgt durch die Summierung der Spannungen, welche infolge der Wirkung der ständigen und der veränderlichen Belastung sowie der Vorspannung entstehen. In derselben Weise können die Stützkkräfte (Widerlager und Pfeiler) ermittelt werden.

Das die Bruchsicherheit bestimmende Bruchmoment wird wie bei dem äußerlich statisch bestimmt gelagerten Balken ermittelt. In diesem Falle wird jedoch die Bruchsicherheit aus dem Ansatz

$$\frac{M_{\text{Bruch}}}{M_g + M_p + M_{Sp}} > 1,75$$

bestimmt, in welchem M_{Sp} das durch die statische Unbestimmtheit entstehende Vorspann-Moment ist.

SCHRIFTTUM

- KENT, H.: Design of Prestressed Hollow Box Girder Bridges. — Eng. News Record, 1956.
 MELAN—FRITSCH: Der Brückenbau 2. Bd. Massivbrücken 1948. Wien.
 HERBERG: Spannbetonbau. B. G. Teubner, 1957.
 MAGNEL: Le béton précontraint, 1948.
 MAGNEL: Theorie und Praxis des Spannbetons, 1953.
 BÖRÖCZ, Imre: Feszített betonszerkezetek, 1952.

ZUSAMMENFASSUNG

Im ersten Teil seiner Abhandlung bespricht der Verfasser die konstruktive Gestaltung der in der Ingenieurpraxis gewöhnlich angewendeten Spannbetonträger ohne Verbund. Im zweiten Teil befaßt er sich mit der Bestimmung der Größe der vom Formänderungszustand des ganzen Systems abhängigen inneren Kräfte von Spannbetonträgern mit Verbund, welche ihrerseits von den Festigkeits- und Belastungsangaben der zur Untersuchung stehenden Konstruktion abhängig sind.

Nach der ausführlichen Ableitung der Innenkräfte der äußerlich statisch bestimmten Zugbandträger, übergeht er, die Prinzipien der Elastizitätslehre zugrundenehmend, auf die Bestimmung der Innenkräfte der äußerlich statisch unbestimmt gestützten Durchlaufträger. Er weist auch auf die über der Gebrauchslast zur Verfügung stehende Tragfähigkeitsreserve des Zugbandträgers hin, und vergleicht dieselbe mit der Bruchsicherheit des Spannbetonträgers mit Verbund.

POST-TENSIONED CONCRETE BEAMS WITH NON-BONDED STEEL

Gy. HAVIÁR

SUMMARY

In the first part of his study author deals with the structural forming of post-tensioned concrete beams with non-bonded steel usually applied in engineering practice. In the following part he discusses the determination of the magnitude of interior forces depending on the strain-conditions of the whole system, in comparison to the determination of interior forces of a pre-tensioned concrete structure with bonded steel, the interior forces of which depend on data upon strength and loading of the investigated structure.

After a detailed deduction of interior forces belonging to outwardly statically finite tied-beams, he passes over to the determination of interior forces of outwardly statically infinitely supported continuous beams on the base of principles of the Elasticity-theory. He draws attention to the load-carrying capacity reserve available over the loading of use, and compares it with the safety against failure of pre-tensioned concrete beams with bonded steel.

POUTRES DE BÉTON POST-CONTRAINTES AVEC ARMATURES GLISSANTES EN ACIER

Gy. HAVIÁR

RÉSUMÉ

Dans la première partie de son étude, l'auteur traite de la formation structurelle des poutres de béton post-contraint avec armatures glissantes en acier, consacrées dans la pratique de la construction des ponts. Dans la partie suivante, il se propose de déterminer la grandeur des travaux intérieurs, qui dépendent de l'état de déformation de tout le système, et compare ceux-ci aux travaux intérieurs de la construction à armature adhérente en béton contraint, qui relèvent des données de résistance et de charge de la construction examinée.

Après la déduction détaillée des calculs sur les travaux intérieurs des poutres à tirant de fer d'une détermination statique extérieure, l'auteur détermine, d'après les principes de l'élasticité, les travaux intérieurs des poutres continues à plusieurs longerons, d'un appui extérieur statiquement indéfini. Il signale les réserves de capacité portante existant en plus du chargement de service des poutres à tirant de fer, et fait une comparaison entre cette réserve et la sécurité de la poutre en béton contraint à armature adhérente, au point de vue de la rupture.

ПОСЛЕДУЮЩЕ НАПРЯЖЕННЫЕ БЕТОННЫЕ БАЛКИ СО СКОЛЬЗЯЩЕЙ СТАЛЬНОЙ АРМАТУРОЙ

Д. ХАВИАР

РЕЗЮМЕ

В первой части статьи автор рассматривает конструктивное оформление последующе напряженных бетонных балок со скользящей стальной арматурой, применяемых в инженерной практике. В следующей части занимается определением величины внут-

ренных сил, зависящих от состояния деформации всей системы, сравнивая их с силами натяжной сцепляющей арматуры, которые зависят от данных прочности и нагрузки рассматриваемой конструкции.

После подробного вывода внутренних сил внешне статически определенных балок с натяжной арматурой, переходит к определению внутренних сил внешне статически неопределенных, сплошных, неразрезных балочных ферм по принципу теории упругости. Указывается также имеющийся сверх примененной нагрузки запас несущей способности балок с натяжной арматурой, и это сравнивается с запасом прочности на излом бетонных балок с натяжной сцепляющей арматурой.

ANALYSE DER GRENZSPANNUNG BEI ST. 37

Prof. I. KORÁNYI

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

LEHRSTUHL FÜR BRÜCKENBAU, UNIVERSITÄT FÜR BAU- UND VERKEHRSWISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 5. Februar 1958]

Die neuen ungarischen Vorschriften über die Berechnung von Brückenkonstruktionen nehmen als Grundlage des Bemessungsverfahrens die Untersuchung des sog. Grenzzustandes an.

Unsere Vorschriften verstehen unter Grenzzustand jenen Zustand, bei welchem die von den sogenannten maßgebenden Beanspruchungen erweckten Spannungen die zugrunderichtende Spannung eben erreichen. Dabei sind unter den maßgebenden Beanspruchungen diejenigen Beanspruchungen zu verstehen, die unter der gleichzeitigen Wirkung der ständigen Last und *der mit dem vorgeschriebenen Sicherheitsfaktor multiplizierten Nutzlast entstehen.*

Der Grenzzustand wird durch die Querschnittsabmessungen der Träger und die Größe der zugrunderichtenden Spannung, also bei Stahlkonstruktionen die Fließgrenze, bestimmt. Da im gegebenen Falle die tatsächlichen Beanspruchungen, die exakten Werte der arbeitenden Querschnitte und sogar die Fließgrenze nur mit gewisser Streuung bestimmt werden können, ist es notwendig, daß im Interesse der wenigstens formellen Anwendungsmöglichkeit des gewohnten Bemessungsverfahrens der Nominalwert der Fließgrenze diesen Streuungen entsprechend reduziert werde.

Der angewendete Reduktionswert wird aus folgender Gleichung abgeleitet, wobei als Grundfall der Zugstab angenommen wird :

a) für Hauptkräfte (der Einfachheit halber beschäftigen wir uns nur mit diesem Fall) :

$$v_r (v_s N_s + n\mu N_n) \leq v_m \sigma_f v_f F$$

In dieser Formel bedeuten die Buchstaben v die ungünstigen Extremwerte der verschiedenen Streuungsfaktoren, unter diesen bedeutet der Buchstabe v_r den zur Streuung des Verhältnisses der berechneten zur wirklichen Beanspruchung gehörenden Faktor. n bedeutet den vorgeschriebenen einheitlichen Sicherheitsfaktor der Nutzlast. N_s ist die Beanspruchung aus der ständigen Last, N_n die aus der Nutzlast, μ ist der Stoßbeiwert, σ_f bedeutet den Nominalwert der Fließgrenze, v_m den Steuerungsfaktor derselben und

F die entworfene Querschnittsfläche des Stabes mit dem zugehörigen Streuungsfaktor ν_f .

Obige Formel ist nach den Regeln der Elastizitätslehre aufgeschrieben, da die neuen Vorschriften für Stahlkonstruktionen das Dimensionieren auf Grund der Plastizität nicht genehmigen.

Aus der angeführten Formel können wir aufschreiben :

$$\nu_s N_s + n\mu N_n \leq \frac{\nu_m \nu_f}{\nu_r} \sigma_f F.$$

Auf der linken Seite dieser Gleichung steht die maßgebende Beanspruchung, auf der rechten Seite die Grenzbeanspruchung, bzw.

$$\frac{\nu_m \nu_f}{\nu_r} \sigma_f = \sigma_G \quad (1)$$

die sog. *Grenzspannung*, die folglich ein entsprechend reduzierter Wert der Fließgrenze ist. Der Sicherheitsfaktor n , ferner die Grenzspannung sind in den Vorschriften enthalten.

Die Größe des Sicherheitsfaktors, der für die Nutzlast vorgeschrieben werden soll, ist in gewissem Maße auch vom Werte der Grenzspannung abhängig. Je extremere Streuungen bei den verschiedenen Faktoren gleichzeitig berücksichtigt werden, um so kleiner kann der Wert der Sicherheit sein. Die Brauchbarkeit der neuen ungarischen Vorschriften hängt von der richtigen Bestimmung dieses Werte-Paares ab. Dies berücksichtigend, hat die Sektion für Eisenbahn-Brückenbau des ungarischen Verkehrsministeriums mit verständnisvoller und unter stützender Bewilligung des Direktors A. KOVÁTS umfangreiche Untersuchungen ausführen lassen, die sich auf die Bestimmung der Streuung der Eigenschaftswerte, in erster Reihe der Fließgrenze, des St. 37 erstreckten. Zur Zeit der Abfassung der Vorschriften wurde nämlich sozusagen ausschließlich diese Stahlsorte zum Bau von stählernen Eisenbahnbrücken verwendet. Zu diesem Zwecke wurden die Angaben der Übernahmeprotokolle des Stahlmaterials mancher der in den Jahren 1941—1948 gebauten bzw. wiederhergestellten Brücken — insgesamt ungefähr 2100 Versuchsergebnisse — bearbeitet. Ferner wurden zur Bestimmung der Streuung des Elastizitätsmoduls (E), welcher bei der Bestimmung der Knickgrenzspannung eine wichtige Rolle spielt, umfangreiche Versuche ausgeführt.

Der Gegenstand unseres vorliegenden Studiums ist die Ergebnisse dieser Experimente und Untersuchungen bekannt zu machen.

Die ungarischen Vorschriften für Brückenbaustahl geben die Fließgrenze (σ_f), die Zugfestigkeit (σ_z), und die Dehnung (ϵ_{\max}) des Materials

an. Von diesen Eigenschaften charakterisiert die Fließgrenze die Belastbarkeit des Materials ohne Auftreten größerer bleibender Deformationen, die Zugfestigkeit die absolute Belastbarkeit, die Dehnung die Arbeits- und Anpassungsfähigkeit des Stahles. Alle drei hier angeführten Fragen sind vom Standpunkt der Sicherheit der Konstruktion und der Dauer-Tragfähigkeit derselben von größter Wichtigkeit. Deswegen müssen wir uns mit diesen Fragen bei der Feststellung der Grenzspannung eingehend beschäftigen.

Die Tatsache der Übernahme bedeutet nicht, daß an jedem einzelnen Stücke des verwendeten Stahles, respektive an jeder Stelle der einzelnen Konstruktionsteile die Qualitätseigenschaften des Materiales den vorgeschriebenen Wert erreichen. In den Vorschriften werden allgemein die Minimalwerte — bei der Zugfestigkeit auch das Maximum — angegeben. Die vorgeschriebene qualitative Übernahme des Stahlmaterials für Brückenkonstruktionen im Stahlwerk bedeutet nur, daß das Material des geprüften *Probekörpers* entsprechend ist, d. h. die festgestellten Werte der Qualitätseigenschaften größer (oder eventuell gleich) den vorgeschriebenen sind. Wegen der Streuung der Qualität des Materials wird die Qualität nicht bloß durch die vorgeschriebenen Werte, sondern durch die *Verteilung* der tatsächlichen Werte, u. zw. durch die *Gesamtheit* der einzelnen Werte, deren Häufigkeit und durch die Größe der mittleren Schwankung also kurz durch das Streudiagramm bestimmt. Ein kleiner Wert der Streuung bedeutet die Verlässlichkeit der Materials, einen höheren Grad der Ausnützbarkeit desselben. Bei der Feststellung der Grenzspannungen ist ein wichtiger Schritt die Feststellung des Streudiagrammes.

Bei der Ausarbeitung der Brückenbauvorschriften verfügte weder die Direktion der Ungarischen Staatseisenbahnen, noch das Verkehrsministerium über Streudiagramme bezüglich des in Ungarn hergestellten Stahlmaterials. Die Ergebnisse der Materialübernahmeprüfungen werden allgemein nicht in diesem Sinne bearbeitet. Deswegen ließen wir die Angaben der seinerzeit zur Verfügung stehenden, etwa 2100 Materialprüfungen bearbeiten. Auf dieser Weise erhielten wir die weiter unten behandelten Diagramme. Die Protokolle beziehen sich auf das Material von drei großen Brücken, die in den Jahren 1941, 1946 und 1948 gebaut wurden; dieser Umstand ermöglicht auch einen interessanten Vergleich über die Änderung der Qualität des Stahlmaterials im Laufe der Jahren.

Es muß bemerkt werden, daß ähnliche Angaben auch in der ausländischen Literatur kaum zu finden sind. Erst in der letzten Zeit — seitdem bei der Untersuchung der Sicherheitsfragen auch die Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung angewendet werden, beginnt man auch im Ausland ähnliche Angaben zu sammeln und Diagramme herzustellen. Den unseren ähnliche Untersuchungen wurden auch seitens der *Französischen Staatseisenbahnen*, sowohl an Schweißeisen (fer puddlé) aus alten Brücken, wie auch

an neuen Stahlproben durchgeführt; die Untersuchungen an neuen Stahlproben wurden sowohl an Qualitätsstahl (übernahmepflichtig) wie auch an handelsüblichem Stahl (nicht übernahmepflichtig) ausgeführt. Diese Untersuchungen wurden von M. CASSÉ [1] bekanntgegeben. Seit unseren Untersuchungen sind ähnliche Angaben in der Arbeit von Dr. Alfred KOLLMAR [2] zu finden. Genannter hat auf Grund der 4232 Proben, die zur Untersuchung der Abhängigkeit der Fließgrenze von der Materialstärke angefertigt wurden, Häufigkeitskurven ausgearbeitet. Die obigen Proben wurden zu den Übernahmeprüfungen der Deutschen Bundesbahn in der Zeit vom März 1948 bis März 1952 verwendet.

Später wurden auch in Belgien ähnliche statistische Angaben im Jahre 1953 gesammelt, hierzu wurden die den belgischen Eisenwerken eingesandten Fragebogen ausgewertet. Die Kurven, die auf Grund von ungefähr 6000 Proben hergestellt wurden und deren Auswertung sind in dem Artikel von H. HERBIET, L. DOR und F. HEBRANT [3] zu finden.

Ähnliche statistische Untersuchungen bezüglich der Qualität von Beton wurden öfter durchgeführt (siehe z. B. TREMMEL—WOCRIN: Mathematisch-statistische Auswertung der Güteprüfungen von Massenbeton [4]).

Die ausländischen Angaben können selbstverständlich die inländischen nicht ersetzen, abgesehen davon, daß mit Ausnahme der durch CASSÉ mitgeteilten Angaben alle anderen späteren Ursprunges als unsere sind. Auf die vorzuführenden Diagramme beziehen sich allgemein folgende Feststellungen:

1. Da wir nicht über eine unendlich große Anzahl von Angaben verfügten, wurde die Abszissenachse als Achse einzelner Punkte verwendet, die je einen Wertebereich der untersuchten Qualitätswerte darstellen, das heißt, daß diese Achse, den Fachausdruck der Wahrscheinlichkeitsrechnung anwendend, einen arithmetischen Wertevorrat darstellt. Zuzufolge der verhältnismäßig kleinen Zahl der Beobachtungsangaben bilden die Häufigkeitskurven, die bei dichter Stufung (z. B. $0,1 \text{ kg/mm}^2$) aufgetragen wurden, nichtssagende, nach oben und nach unten ausspringende gebrochene Linien, deren Spitzenwerte sich vollständig willkürlich gestalten, da auf je einen Wertebereich nur 0—10 Angaben kommen und demzufolge das Gesetz der großen Zahlen hier nicht gültig ist. In Abb. 1 wurde eine Häufigkeitskurve in Abstufungen von 0,1, 0,5 und $1,0 \text{ kg/mm}^2$ aufgetragen. Die zweckmäßigste und die Verhältnisse am besten charakterisierende Abstufung ist $0,5 \text{ kg/mm}^2$ groß. Das Polygon mit einer Abstufung von $1,0 \text{ kg/mm}^2$ verwischt schon sehr die Charakteristik der einzelnen Stellen. Deswegen haben wir bei Spannungen die Stufung von $0,5 \text{ kg/mm}^2$ und bei Bruchdehnung die Stufung von 1% angewendet. Auf die Ordinatenachse wurde das Verhältnis der Zahl der vorkommenden Werte zur Zahl der gesamten Werte in % aufgetragen. Der Einfluß der Größe der Intervalle kann dadurch ausgeschaltet werden, daß die

Häufigkeitskurve in der Form von einer Integralkurve hergestellt wird; in diesem Falle bedeutet die Ordinate über jeder Abszisse, die zu einem bestimmten Qualitätswert zugeordnet ist, die Anzahl jener Proben, bei welchen der Qualitätswert kleiner als der Abszissenwert oder höchstens diesem Wert gleich ist. Der Aufbau dieser Kurve gleicht der Fraktionsverteilungskurve. Die wichtigeren Qualitätswerte (σ_f) und (σ_z) wurden auch in dieser Darstellungsweise aufgetragen.

2. Die hergestellten Streuungskurven sind bei weitem nicht kontinuierliche Kurven. Der Hauptgrund hierfür ist der, daß die Anzahl der zur Ver-

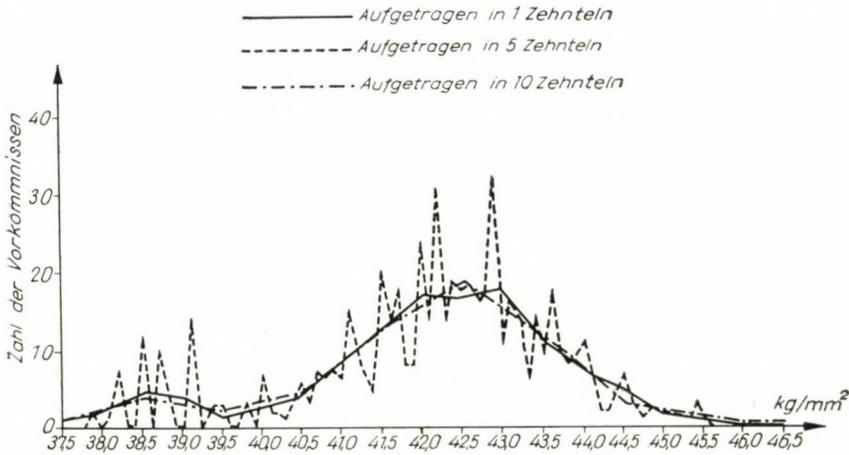


Abb. 1

fügung stehenden Angaben zur Herstellung von kontinuierlichen Kurven sich als ungenügend erwies. Zu diesem Zweck wären viele zehntausende von Angaben notwendig. Besonders wenig Angaben standen in speziellen Fällen zur Verfügung (z. B. für Nietmaterial). Da wir gleichzeitig auch das Ziel setzten, die *eventuellen Unterschiede* in der Qualität des Materials, welches nach dem Krieg und während des Krieges hergestellt wurde, festzustellen, verfügten wir über wenig Angaben über Teilaufnahmen. Hauptsächlich auf diesen Umstand ist die Mangelhaftigkeit der Kurven zurückzuführen. Die auf Grund des vereinigten Materials aufgebauten Streuungskurven sind bedeutend vollständiger, jedoch kann man auch hier nicht von einer kontinuierlichen Verteilung sprechen.

3. Da die Vorschriften Minimalwerte für die Qualität enthalten und die geringeren Werte — sei es bei den Werkproben oder aber bei der Übernahmeprobe — bereits ausgeschlossen wurden, sind die Verteilungskurven allgemein *asymmetrisch*. Die Neigung der Kurven vom Maximum zum Minimum ist allgemein stärker als die nach dem Maximum gegen das Unendliche, und da hier ein wahrhaftiges Material untersucht wird, deren Qualitätswerte

unter allen Umständen begrenzt sind, so erstrecken sich auch die Streuungskurven nicht von $-\infty$ bis $+\infty$, sondern haben eine verhältnismäßig kurze Länge, entsprechend den physischen Gegebenheiten des untersuchten Materials.

4. Auf Grund des vorhergehend Gesagten, erhalten wir auch im Falle der Ergänzung der Streuungskurve zu einer kontinuierlichen Kurve keine Diagramm-Form, die der Glockenkurve von GAUSS gleich ist; die Kurve wird nur ganz annähernd dieser gleichen. Deswegen können selbstverständlich die Folgerungen, die auf Grund der Glockenkurve gemacht wurden, nicht ohne weiteres auf das hier erhaltene Diagramm übertragen werden.

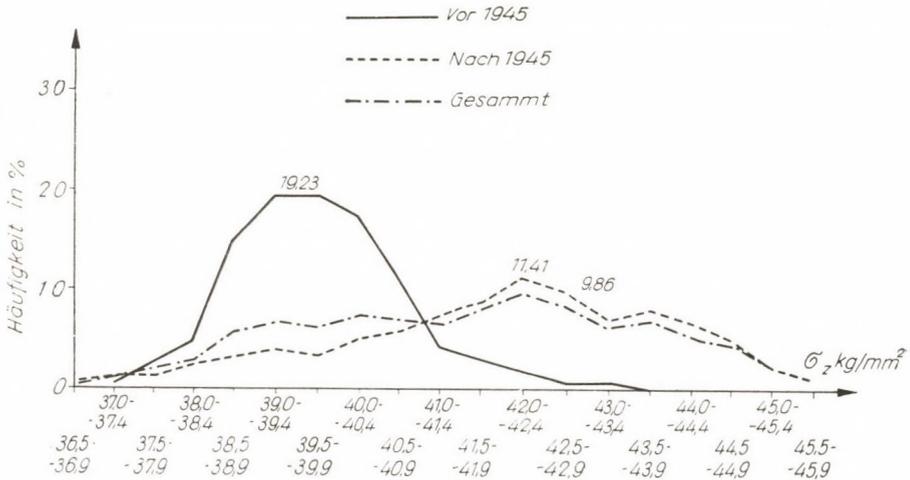


Abb. 2

Auf Grund der Angaben haben wir allgemein den Mittelwert und den quadratischen mittleren Fehler, besser gesagt die mittlere Schwankung errechnet. Im weiteren Verlauf werden wir die wichtigsten und charakteristischsten Ergebnisse anführen. In der Abb. 2 sind die Streuungskurven der Zugfestigkeit (σ_z) angeführt, und zwar gesondert für das im Jahre 1941 hergestellte und nach diesem Jahr hergestellte Material, wie auch die vereinigten Kurven. Aus den Kurven ist es klar zu ersehen, daß das Material, welches nach dem Jahre 1945 hergestellt wurde, härter und ungleichmäßiger ist. Der mittlere Wert der Zugfestigkeit des im Jahre 1941 hergestellten Materials beträgt $39,7 \text{ kg/mm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 1,025 \text{ kg/mm}^2$, der mittlere Wert der Zugfestigkeit des nach dem Jahre 1945 hergestellten Materials beträgt hingegen $41,93 \text{ kg/mm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 2,279 \text{ kg/mm}^2$. Das bedeutet, daß der mittlere Wert der Festigkeit zwar um $2,32 \text{ kg/mm}^2$ gestiegen ist, jedoch gleichzeitig auch die mittlere Schwankung auf das doppelte gewachsen ist. Der Mittelwert

der Festigkeit sämtlicher zur Verfügung stehender Angaben beträgt $41,58 \text{ kg/mm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 2,282 \text{ kg/mm}^2$.

Die Streuung der Zugfestigkeit wurde auch in der Form von Integralkurven hergestellt (Abb. 3). Diese Kurven zeigen sehr anschaulich den oben angedeuteten Unterschied zwischen den einzelnen Gruppen des Materials.

In der nächsten Figur sind die Kurven der Streuung der Bruchdehnungswerte in ähnlicher Gruppierung dargestellt (Abb. 4). Aus der Figur ist es

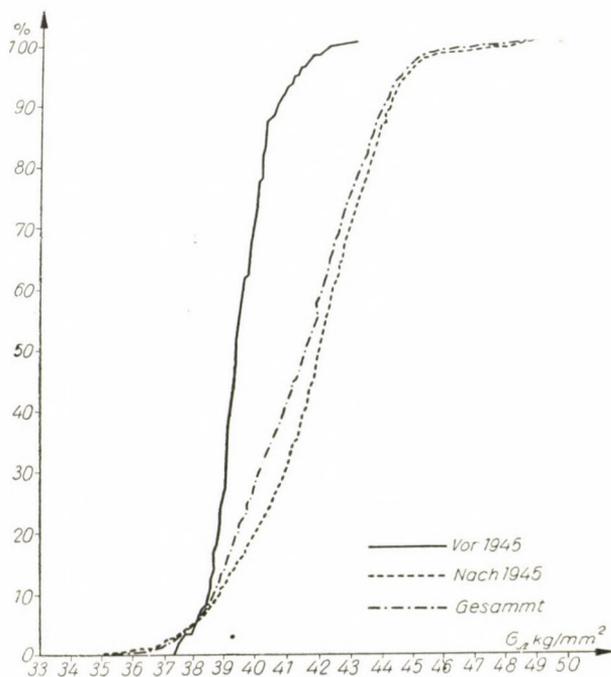


Abb. 3

ersichtlich, daß mit der Vergrößerung der Zugfestigkeit gleichzeitig die Verminderung der Bruchdehnungswerte eintrat. Im wesentlichen hat sich also die Qualität des Materials verschlechtert, das Material wurde spröder.

Bei dem im Jahre 1941 hergestellten Material ist der Mittelwert der Dehnung $28,71\%$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 1,238\%$. Bei dem nach dem Jahre 1945 hergestellten Material beträgt der Mittelwert der Bruchdehnung $25,44\%$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 2,984\%$. Für das ganze Bereich der Angaben ist der Mittelwert $25,97\%$ und die mittlere Schwankung $\pm 3,066\%$. Die Integralkurven zeigen ausgezeichnet die stufenweise Versprödung des Materials (Abb. 5).

Die nächsten Abbildungen zeigen die Gestaltung der Fließgrenze, welche die Werte der Grenzspannungen ausschlaggebend beeinflusst (Abb. 6). Das

Streuungsdiagramm für die im Jahre 1941 hergestellten Stahlmaterialien — gerade so wie das Streuungsdiagramm der Festigkeitswerte — zeigt kleinere

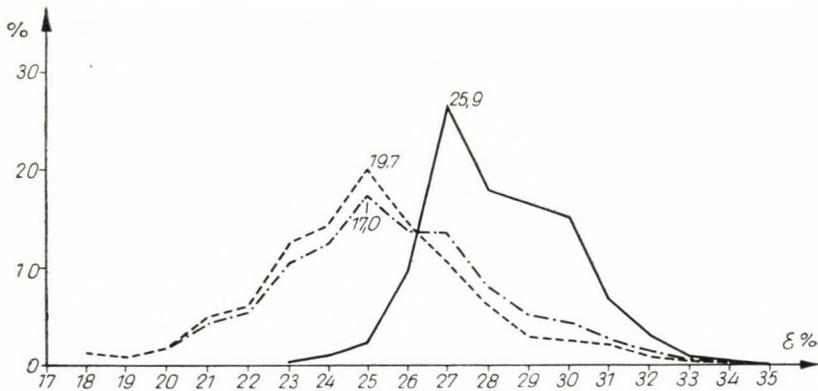


Abb. 4

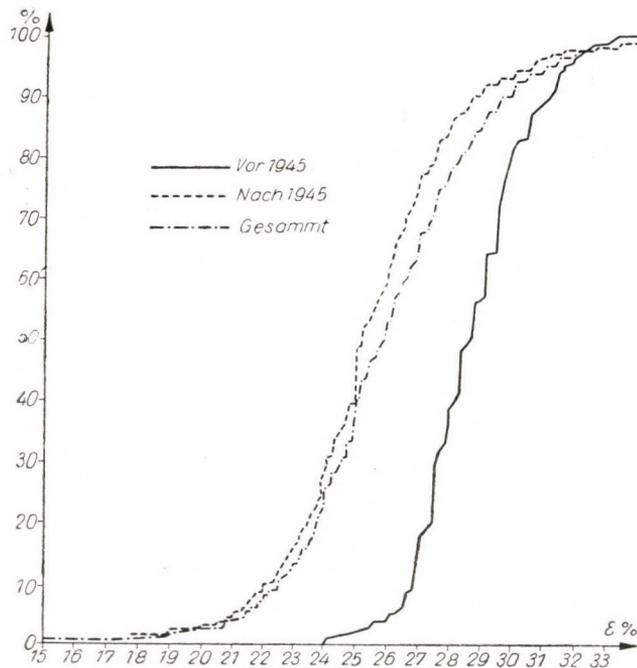


Abb. 5

Werte, jedoch auch eine kleinere Streuung, als das Diagramm, welches auf Grund der Angaben über Material, welches nach dem Jahr 1945 hergestellt wurde, aufgebaut ist. Auf diese letztere Streuungskurve wurde eine Glocken-

kurve aufgezeichnet, deren mittlere Schwankung und Flächeninhalt der mittleren Schwankung bzw. dem Flächeninhalt der tatsächlichen unregelmäßigen Verteilung gleich ist. Aus dem Diagramm ist zu ersehen — und dies ist für alle Diagramme charakteristisch — daß die unregelmäßige Verteilung vorteilhafter ist als die regelmäßige Verteilung nach GAUß. Das Polygon zeigt eine Spitze in der Nähe der Mittelwerte und fällt von beiden Seiten des Mittelwertes sehr schnell ab. Dies ist sehr wichtig, weil daraus der Schluß gezogen

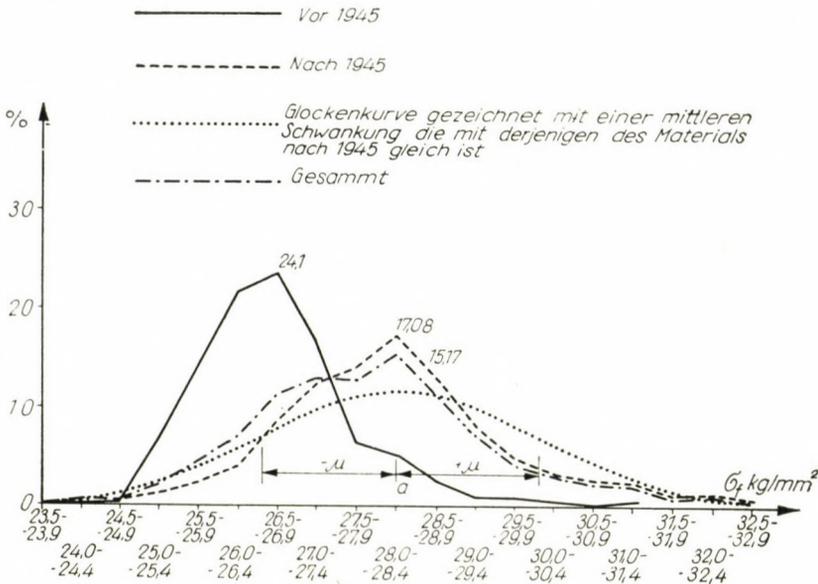


Abb. 6

werden kann, daß wenn wir anstelle der tatsächlichen Verteilung die regelmäßige Verteilung nehmen, hierdurch eine zugunsten der Sicherheit wirkende Vernachlässigung gemacht haben. Die nächste Abbildung zeigt die Integralkurve der Verteilung der Fließgrenze; diese Kurve veranschaulicht sehr gut den Anstieg der Streuung der Materialqualität (Abb. 7). Die Zahlenwerte sind folgende. Der Mittelwert der Fließgrenze für das im Jahre 1941 hergestellte Material beträgt $26,66 \text{ kg/mm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 0,9935 \text{ kg/mm}^2$. Der Mittelwert der Fließgrenze des nach dem Jahre 1945 hergestellten Materials beträgt $28,314 \text{ kg/mm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 1,737 \text{ kg/mm}^2$. Die Erhöhung beträgt also ungefähr $1,5 \text{ kg/mm}^2$, jedoch vergrößerte sich auch die Streuung um ungefähr 75%.

Der Durchschnittswert für den ganzen Wertevorrat beträgt $28,045 \text{ kg/mm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 1,749 \text{ kg/mm}^2$. Auf diese Werte kommen wir bei der Feststellung der Grenzspannungen noch zurück.

Sehr interessant gestaltet sich das Verhältnis zwischen der Fließgrenze und der Zugfestigkeit (Abb. 8). Es wäre zu erwarten, daß dieses Verhältnis

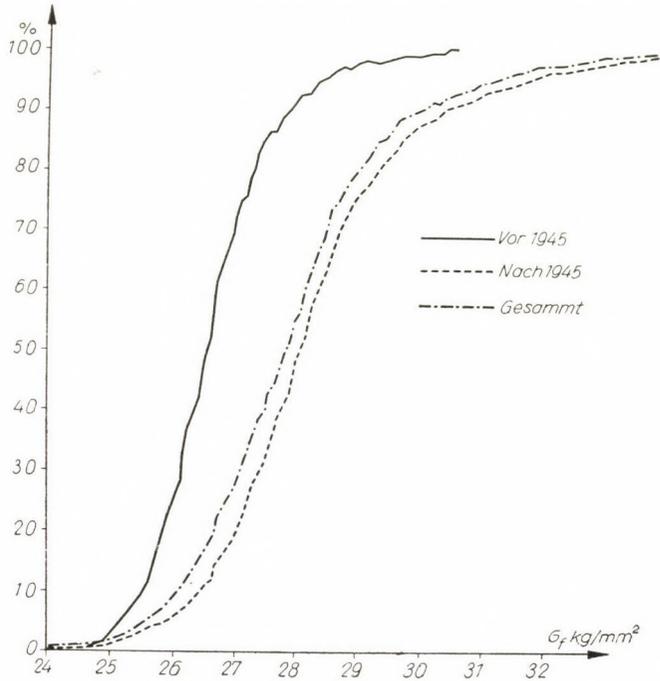


Abb. 7

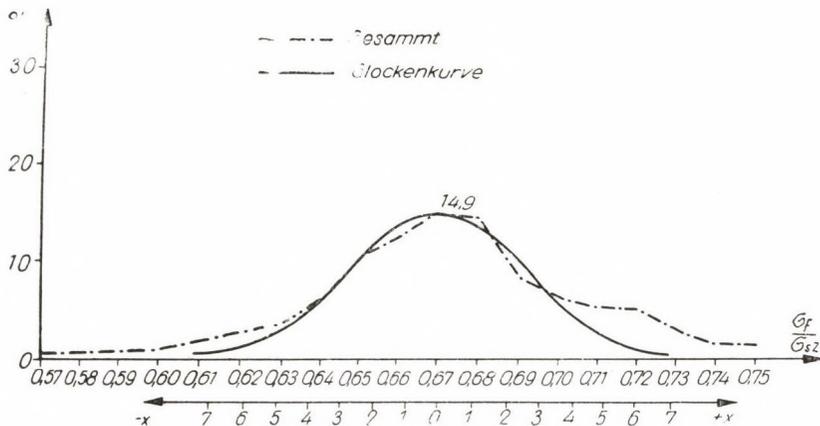


Abb. 8

annähernd ungeändert bei dem Wert von $\frac{2}{3}$ verbleibt. Demgegenüber hat die Häufigkeitskurve eine ziemlich auseinander gezogene Form, und die Verhältniszahl ändert sich von 0,54 bis 0,80. Die Verteilung nähert sich sehr

gut der Glockenkurve, deren Maximum bei 0,67, also ungefähr $\frac{2}{3}$ liegt, und deren mittlerer Fehler $\pm 0,022$ beträgt. Dies bedeutet, daß das Verhältnis σ_f/σ_z in 70% der gesamten Fälle innerhalb der Werte von 0,64 und 0,70 liegt, d. h. dieses Verhältnis ändert sich in verhältnismäßig engen Grenzen. Es ist interessant, daß die Verhältniszahl, die aus den mittleren Werten der Zugfestigkeit und Fließgrenze errechnet wurde, 0,675 beträgt, also beinahe der Verhältniszahl beim Maximum der Glockenkurve gleich ist.

Es soll noch bemerkt werden, daß die Häufigkeitskurve der Kontraktion ein sehr stark gestrecktes, unregelmäßiges Polygon ist, woraus außer der Schlußfolgerung, daß eine sehr große Streuung besteht, nichts weiter gefolgert werden kann.

Jetzt wollen wir wieder auf die Feststellung der Grenzspannungen zurückgehen. (Siehe Formel 1.)

Betrachten wir ihre Faktoren einzeln.

v_m bedeutet die ungünstigste Streuung der Fließgrenze des Materials — vorausgesetzt, daß σ_f die nominale-vorgeschriebene Fließgrenze ist, also bedeutet $v_m \sigma_f$ den kleinsten wahrscheinlichen, noch vorkommenden Wert der Fließgrenze des Materials.

Wir verwiesen schon darauf, daß das Streuungsdiagramm der Fließgrenze in jedem Falle vorteilhafter als die Glockenkurve verläuft, wenn also die Gesetzmäßigkeit dieser letzteren angenommen wird, so begehen wir hierdurch eine Vernachlässigung zugunsten der Sicherheit. Wenn wir also den Mittelwert der Fließgrenze, die wir auf Grund von statistischen Angaben errechnet haben, um den dreifachen Wert der mittleren Schwankung verringern, erhalten wir einen Wert, unter welchem das Vorkommen eines Fließgrenzwertes die Wahrscheinlichkeit von $1,35 \times 10^{-3}$ besitzt. Diese Wahrscheinlichkeit betrachtete die Kommission als annehmbar, mit besonderer Rücksicht darauf, daß in der Formel der Grenzspannung die unvorteilhaftesten Streuungsfaktoren gleichzeitig berücksichtigt wurden. Wir haben als Grundlage der Berechnung die gesamten, also die größte Streuung zeigenden Angaben berücksichtigt. Mit diesen Angaben erhielten wir folgende Werte :

$$\sigma_{f \min} = 28,045 - 3 \times 1,749 = 22,798 \text{ kg/mm}^2$$

und

$$v_m = \frac{22,798}{24} = 0,95.$$

v_f bedeutet den ungünstigsten Wert des Verhältnisses zwischen dem Querschnittswert nach dem Entwurf und dem tatsächlichen Querschnitt. Bei der Errechnung dieses Faktors mußten wir die Toleranzen für die normierten Profile der gewalzten Träger berücksichtigen. Leider konnte die Kommission keine praktischen Angaben darüber verschaffen, wie häufig sich

in Wirklichkeit die einzelnen Abweichungen zeigen, deswegen hatten wir überhaupt keinen Stützpunkt zur Beurteilung des Wertes der mittleren Toleranz, und noch weniger des Wertes der mittleren Schwankung. Bei der sehr kurzen zur Verfügung stehenden Zeit konnten auch keine Messungen durchgeführt werden, da angesichts der Verringerung der Anwendung von Stahlkonstruktion die nötige Anzahl von Angaben nur im Laufe einer sehr langen Zeit gesammelt werden könnten. Deswegen konnten wir nichts anderes tun, als die ungünstigsten Toleranzwerte als Grundlage unserer Berechnung nehmen. Wir wollen uns hier nicht mit den durchgeführten Berechnungen befassen, sondern nur das Endergebnis mitteilen. Mit Rücksicht auf den bedeutenden Wert der negativen Toleranz erhielten wir für v_f einen verhältnismäßig kleinen Wert. Wir haben gesondert die Streuung der Querschnittsflächen und des Widerstandsmoduls errechnet, und zwar sowohl für gewalzte Träger, wie auch für genietete und geschweißte Trägerprofile. Wir erhielten, daß abgesehen von einigen im Brückenbau als selbständiges Element nicht vorkommenden ganz schwachen Winkelstählen der kleinste Wert des Streuungsfaktors der F -Querschnittsfläche wie auch des W -Widerstandsmoduls 0,9 beträgt. Außerdem haben wir die normale Instandhaltung vorausgesetzt, eine gewisse Korrosion berücksichtigt, indem wir die F resp. W -Werte um noch weiteren 3% verringerten. Diese Verringerung berücksichtigend, erhielten wir :

$$v_f = 0,9 \times 0,97 = 0,873.$$

Die schwerste Aufgabe war es, den Wert von v_r festzustellen, d. h. darüber zu entscheiden, inwieweit die berechneten Beanspruchungen die tatsächlich auftretenden Beanspruchungen annähern — vorausgesetzt, daß die Größe der einzelnen Last bekannt ist.

Der Wert von v_r setzt sich aus drei Faktoren zusammen :

$$v_r = v'_r \cdot v''_r \cdot v'''_r$$

Diese drei Faktoren sind folgende :

1. Wieweit sich das bei der Berechnung als Grundlage angenommene statische Modell den tatsächlichen Verhältnissen annähert (v'_r),
2. mit welcher Genauigkeit das statische Modell berechnet wird (v''_r) und
3. die Genauigkeit der Berechnung (v'''_r).

1. Der erste Faktor wird durch sehr viele Umstände beeinflusst, vor allem müssen wir zwischen statisch bestimmten und statisch unbestimmten Konstruktionen unterscheiden. Im letzteren Falle wird eine wesentlich höhere Sicherheit eingebaut dadurch, daß die Brückenbauvorschriften die Berechnung der Stahlkonstruktionen nur auf Grund der Elastizitätslehre zulassen.

Da wir keinen Unterschied in den Grenzspannungswerten für statisch bestimmte und statisch unbestimmte Träger machen wollten, war es selbstverständlich genügend, bei der Feststellung des Wertes von ν' den ungünstigeren Fall der statisch bestimmten Träger zu berücksichtigen, dies hat auch die Lösung der Aufgabe wesentlich erleichtert.

Wir müssen jedoch vom Standpunkt der Abweichung zwischen dem Modell und der tatsächlichen Konstruktion zwischen Blechträger und Fachwerkträger unterscheiden. Das Kräftespiel des statisch bestimmten Blechträgers wird im Modell sozusagen vollkommen nachgeahmt, demgegenüber zeigt das Modell des Fachwerkträgers, welches die Verbindung der Stäbe durch reibungslose Gelenke voraussetzt, eine bedeutende Abweichung von den wirklichen Fachwerkträgern, in welchen die Gelenkpunkte tatsächlich starr sind.

Bei Blechträgern kann eine Abweichung zwischen dem berechneten und wirklichen Biegemoment nur durch eine Abweichung der Stützpunktentfernung, der Raumverkrümmung des Trägers und einem exzentrischen Angreifen der Kräfte gegenüber der Symmetrie-Ebene des Trägers hervorgerufen werden. Der Einfluß der hier aufgezählten ersten Abweichung ist unwesentlich. Die anderen zwei Abweichungen verursachen im Träger bei der Berechnung nicht berücksichtigte Torsionsbeanspruchungen. Diesen Einfluß betrachteten wir durch die verhältnismäßig große Reserve der plastischen Tragfähigkeit als ausgeglichen, und nahmen so für den auf Biegung belasteten Blechträger den Wert $\nu' = 1$ an; damit wurde dieser Träger bei der Festlegung der Bemessungsweise als Ursprungsträger angenommen.

Auf die auf Druck beanspruchten Stäbe will ich hier nicht eingehen, weil in diesem Falle die Grenzspannungen mit Rücksicht auf die Knickfestigkeit besonders festgelegt wurden. Bei gezogenen vollen Stäben kommen Abweichungen gegenüber der Berechnung wegen der verschiedenen nicht vorhergesehenen Exzentrizitäten vor. Da bei gezogenen Stäben mit der Vergrößerung der Kraft diese Wirkung sich vermindert und auf die Bruchkraft keinen Einfluß hat, haben wir auch bei gezogenen Stäben den Wert $\nu' = 1$ angenommen, somit wurde unsererseits zwischen Zug- und Biegebeanspruchung kein Unterschied gemacht.

Bei Fachwerkträgern ist die Abweichung zwischen dem tatsächlichen Träger und dem Modell wegen der starren Ausführung der Knotenpunkte sehr groß. Dieser Umstand verursacht große Nebenspannungen. Allgemein werden jedoch diese mit Rücksicht auf die plastische Verformung nicht berechnet, da die Größe der den Bruch verursachenden Belastung durch die Nebenspannungen nicht beeinflußt wird.

Bei den Stäben, in welchen Stabkräfte mit wechselndem Sinn auftreten, ist diese Frage wegen der Ermüdungserscheinungen nicht so einfach. Deswegen muß man bemüht sein, die Nebenspannungen innerhalb bestimmter

Grenzen zu halten. Diesbezüglich sind in den Bauvorschriften einige Richtlinien enthalten. Angesichts dieser Umstände, und da im Falle von Fachwerkträgern bezüglich der Abweichung zwischen dem tatsächlichen Träger und dem Modell vorläufig keine weiteren Angaben zur Verfügung standen, hat die Kommission für Fachwerkträger einen vergrößernden Faktor $\nu'_r = 1,05$ angenommen.

Bei *geschweißten* Fachwerkträgern — schon wegen der größeren Starrheit der Knotenpunkte — ist diese Frage besonders wegen der Ermüdungsgefahr noch komplizierter. Mit Rücksicht hierauf ist vorläufig der Bau von Fachwerk-Hauptträgern mit geschweißten Knotenpunktverbindungen an die spezielle Genehmigung und an spezielle Bedingungen des Verkehrs- und Postministeriums gebunden. Deswegen erübrigt es sich, diese Träger zu berücksichtigen.

Das gesagte zusammenfassend wird also von der Art und Weise der Beanspruchung unabhängig für Blechträger der Wert $\nu'_r = 1,0$, für Fachwerkträger der Wert $\nu'_r = 1,05$ angenommen.

2. Die Größe des zweiten Faktors hängt davon ab, mit welcher Annäherung das Modell selbst berechnet wird.

Da wir bei unseren Untersuchungen die statisch unbestimmten Träger — die vom Standpunkt der Sicherheit günstiger sind — nicht berücksichtigt haben, hingegen die Beanspruchungen der statisch bestimmten Träger genau berechnet werden können, haben wir den Faktor $\nu''_r = 1$ angenommen.

3. Der dritte Faktor ist die Genauigkeit der Durchführung der Berechnung.

Gemäß den Bauvorschriften sind die statischen Berechnungen durch Anwendung solcher Methoden und Behelfe durchzuführen, daß der Fehler im Endergebnis höchstens 2% beträgt. Dem entspricht $\nu'''_r = 1,02$.

Auf Grund des vorgetragenen erhalten wir :

für Blechträger : $\nu_r = 1,0 \times 1,0 \times 1,02 = 1,02$;

für Fachwerkträger : $\nu_r = 1,05 \times 1,0 \times 1,02 = 1,07$

Wir sehen, daß der Aufbau dieser Werte zum großen Teile willkürlich erfolgte, hieraus ergibt sich jedoch keine Gefahr, da wir den Sicherheitsfaktor auf Grund bestehender Konstruktionen feststellten, aus dem seitens Vieler betonten richtigen Prinzip ausgehend, daß allgemein die auf neue Grundlagen aufgebauten Berechnungsmethoden keinesfalls kleinere Sicherheitswerte ergeben dürfen als die kleinsten Sicherheitswerte bei den längst angenommenen und gut bewährten Konstruktionen.

Auf Grund des vorgetragenen können wir also den Wert der Grenzspannung für Flußstahl A 36.24 (St. 37) mit Berücksichtigung der Formel (1) endgültig festsetzen. Auf dieser Grundlage erhalten wir :

a) für Blechträger

$$\sigma_G = \frac{0,873 \times 0,95}{1,02} 2400 = 1951 \sim 1950 \text{ kg/cm}^2$$

b) für Fachwerkträger

$$\sigma_G = \frac{0,873 \times 0,95}{1,07} 2400 = 1860 \sim 1850 \text{ kg/cm}^2$$

Bei hochwertigem Stahl A 50.35 (St. 52) — verfügten wir nicht über eine solche Menge von Angaben, auf Grund deren die Grenzspannungen in der vorgetragenen Weise hätten bestimmt werden können, deswegen hat die Kommission die Grenzspannungen im Verhältnis der Fließgrenze festgelegt. In der Zwischenzeit wurde es jedoch klar, daß *dieses Verfahren nicht richtig ist*, weil zwischen dem Mittelwert und dem vorgeschriebenen Wert der Fließgrenze bei St. 52 nicht dasselbe Verhältnis als bei St. 37 besteht. Deswegen sind die Grenzspannungen für St. 52 auf Grund entsprechender statistischer Berechnungen zu berichtigen.

Wir haben bereits bemerkt, daß zur Feststellung der Grenzspannung bei der Knickfestigkeit auch der Elastizitätsmodul gemessen wurde. Mit diesen Messungen wollen wir uns nicht lange beschäftigen, sondern bemerken nur, daß die Prüfungen sehr umfangreich waren und diese teilweise im Diósgyőrer Eisenwerk, teilweise an der Technischen Universität zu Budapest im Verlaufe einiger Jahre durchgeführt wurden, da die Kriegereignisse die Versuchsreihe unterbrochen haben. Die erste Gruppe dieser Versuche wurde im Jahre 1942 durchgeführt, die zweite Gruppe in den Jahren 1948 und 1949. Es wurden hauptsächlich Zugversuche, aber auch einige Versuche mit kurzen Druck-Probestäben durchgeführt. Die Dehnung wurde teilweise mit MARTENSschen Spiegeln, und teilweise mit HUGGENBERGERSchen Tensometern durchgeführt. Gleichzeitig wurden auch jene Spannungswerte festgestellt, bei welchen der Probestab noch vollkommen elastisch ist. Die Proportionalitätsgrenze liegt über diesem Wert. An jedem Probestab wurden sehr viel Messungen durchgeführt, dabei haben wir die Vorprüfungen nicht eingerechnet insgesamt 35 Zugprobestäbe und 8 Druckprobestäbe zu den Messungen verwendet. Die Endergebnisse sind folgende: Der Mittelwert des Elastizitätsmoduls für gezogene Probestäbe beträgt $E = 2069 \text{ t/cm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 56,2 \text{ t/cm}^2$. Die beobachteten äußersten Werte waren: 1920 und 2230 t/cm^2 . Der Mittelwert des Elastizitätsmoduls für die 8 Druckprobestäbe betrug 2137 t/cm^2 mit einem mittleren Fehler von $\pm 19,7 \text{ t/cm}^2$, die beobachteten äußersten Werte waren: 2026 und 2200 t/cm^2 . Die Ergebnisse sind hier bedeutend gleichmäßiger als bei den

Zugprobestäben, jedoch kann das nur einem Zufall zugeschrieben werden, da die Anzahl der Probestäbe sehr gering war.

Der für sämtliche Probestäbe errechnete mittlere Wert betrug $E = 2113 \text{ t/cm}^2$ mit einer mittleren Schwankung von $\pm 32,4 \text{ t/cm}^2$, also mit einer Streuung von $\pm 1,53\%$.

Der mittlere Wert der beobachteten Proportionalitätsgrenze betrug $17,0 \text{ kg/mm}^2$.

Da die neuen Brückenbauvorschriften die Grenzspannung beim Knicken unter Berücksichtigung des um 10% verringerten Wertes von $E = 2100 \text{ t/cm}^2$, also unter Berücksichtigung von $E' = 1890 \text{ t/cm}^2$, feststellen, ist aus den Versuchen zu ersehen, daß die Grenzspannung, die in den Bauvorschriften vorgesehen ist, mit voller Sicherheit gewählt wurde, da die angenommene Streuung größer als das 3-fache des mittleren Fehlers ist, und der angenommene Wert von $E' = 1890 \text{ t/cm}^2$ kleiner als der bei den Versuchen überhaupt beobachtete Minimalwert $E_{\min} = 1920 \text{ t/cm}^2$ ist. Die beobachteten einigen sehr niedrigen Werte der Proportionalitätsgrenze weisen darauf hin, daß bei Verwendung von St. 37 Baustahl die Werte der berechneten Spannungen unter den tatsächlichen, mit Sicherheitsfaktoren nicht vergrößerten Belastungen nicht über $1600\text{—}1700 \text{ kg/cm}^2$ gewählt werden dürfen, da im entgegengesetzten Fall die bleibenden Deformationen bei den Spannungsspitzen nicht unter kinematisch unveränderlichen Bedingungen vor sich gehen, dies ist jedoch als eine unbedingte Vorbedingung dafür zu betrachten, daß die bleibenden Deformationen sich nicht unbeschränkt anhäufen.

SCHRIFTTUM

1. CASSÉ, M.: Contribution de la détermination de la courbe de dispersion des résultats d'essais sur éprouvettes d'aciers doux. Public. Prélim. Congr. III. Liège d'I.A.I.P.C. Seite 603.
2. DR. KOLLMAR, A.: Mindeststreckegrenze der Baustähle St. 37 und St. 52 (Der Stahlbau. 1953. No. 2. Seite 30/31).
3. Ossature métallique. 1954. Seite 93 und 135.
4. Der Bauingenieur. 1955. No. 1. Seite 28.

ZUSAMMENFASSUNG

In der Studie werden jene Berechnungen und Versuche erörtert, auf deren Grundlage die in der Ungarischen Vorschrift für Eisenbahnbrücken für Stahl Typ A 37.24 (St. 37) für Zug und Biegung vorgeschriebenen Grenzspannungen, ferner der der Untersuchung auf Knickung zugrunde zu legende Elastizitätsmodul festgesetzt wurden. Die Bestimmung der Grenzspannung für Zug erfolgte auf Grund der statistischen Bearbeitung der Angaben der in den Jahren 1941—48 erfolgten Materialübernahmen. Die bezüglichen Ergebnisse sind aus Abb. 1—8 ersichtlich. Mit Rücksicht auf die Fließgrenze und deren Streuung, die Querschnittstoleranz und die rechnerischen Ungenauigkeiten wurde als Grenzspannung für Vollwandträger $\sigma_G = 1950 \text{ kg/cm}^2$, für Fachwerkträger $\sigma_G = 1850 \text{ kg/cm}^2$ festgesetzt.

Zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls und deren Streuung wurde in den Jahren 1942—48 eine Reihe von Versuchen durchgeführt, in deren Verlauf 35 Zugprobestäbe und 8 Druckprobestäbe untersucht wurden. Auf Grund der Versuchsergebnisse belief sich der Durchschnittswert des Elastizitätsmoduls auf $E = 2113 \text{ t/cm}^2$, mit einem Mittelfehler von $32,4 \text{ t/cm}^2$.

ANALYSIS OF LIMIT-STRESS OF STEEL ST. 37

I. KORÁNYI

SUMMARY

The paper acquaints us with calculations and tests, on the base of which the limit-stresses for tension and bending, furthermore, the modulus of elasticity to be taken as a base of the investigation of buckling, specified in the Hungarian Railway-bridge Code, for steel type A 37.24 (St. 37) were established. The determination of the tensional limit-stress was based on the elaboration of statistical data, obtained in the course of taking over material in 1941—48, the results of which are shown in Figs. 1—8. Taking into consideration the yielding point and its dispersion, cross-section tolerances and calculation-inaccuracies, the value of the tensional limit-stress was specified for plate girders $\sigma_G = 1950 \text{ kg/cm}^2$, and for trussed girders $\sigma_G = 1850 \text{ kg/cm}^2$.

In order to determine the modulus of elasticity and dispersion of it, during 1942—48 a test-series was carried out, in the course of which 35 tensile and 8 compression test-bars were investigated. The mean value of the modulus of elasticity resulting from these tests was $E = 2113 \text{ t/cm}^2$, with a mean-error of $34,2 \text{ t/cm}^2$.

ANALYSE DE LA TENSION LIMITE DE L'ACIER ST. 37

I. KORÁNYI

RÉSUMÉ

L'étude fait connaître les calculs et essais utilisés pour déterminer d'une part la tension limite établie dans les nouveaux Règlements des Ponts-rails du Chemin de fer Hongrois pour la résistance à la traction et à la flexion de l'acier A. 37.24 (St. 37), et d'autre part le module d'élasticité à adopter les essais de flambage. La contrainte limite de traction a été déterminée à la suite d'une élaboration statistique des données de la réception des matériaux depuis 1941 jusqu'à 1948. Les résultats en sont représentés sur les figures 1—8. En tenant compte de la limite d'écoulement et de ses écarts, des tolérances de section et des imprécisions des calculs, la valeur de la tension limite dans la poutre pleine sera: $\sigma_G = 1950 \text{ kg/cm}^2$, et dans la poutre à treillis: $\sigma_G = 1850 \text{ kg/cm}^2$.

Pour déterminer le module d'élasticité et ses écarts, une série d'essais a été faite de 1942 à 1948, à l'aide de 35 éprouvettes de tension et 8 éprouvettes de compression. D'après les résultats obtenus, la valeur moyenne de E est: 2113 t/cm^2 avec une erreur moyenne de $\pm 32,4 \text{ t/cm}^2$.

ОБСТОЯТЕЛЬСТВА, ВЛИЯЮЩИЕ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО
НАПРЯЖЕНИЯ СТАЛИ Ст. 37]

И. КОРАНИ

РЕЗЮМЕ

В статье дается описание расчетов и исследований, на основании которых изданные в 1953 году новые венгерские стандарты по железнодорожному мостостроению определяют как предельные напряжения на растяжение и изгиб, так и коэффициент упругости, служащий основой при проверке на изгиб стали марки А 37.24 (Ст. 37). Определение предельного напряжения на растяжение происходило на основании обработки статистических данных приемки материала за 1941—1948 гг. Результаты представлены на рис. 1—8. Значение предельного напряжения, принимая во внимание предел текучести и его разброс, допуски сечения и неточности расчетов в случае сплошных балок равные 1950 кг/см^2 , в случае же решетчатых балок — 1850 кг/см^2 .

В 1942—1948 годах был проведен ряд исследований (на 35 прутках на растяжение и на 8 прутках на изгиб) для определения предела упругости и его разброса. В результате этих исследований среднее значение $E = 2113 \text{ т/см}^2$ со средней погрешностью $\pm 32,4 \text{ т/см}^2$.

ÜBER DIE BERECHNUNG VON BOGENTRÄGERN AUS IDEALPLASTISCHEM MATERIAL

I. MENYHÁRD

IPARTERV ENTWURFSUNTERNEHMUNG FÜR INDUSTRIE UND LANDWIRTSCHAFT, BUDAPEST

[Eingegangen am 5. Februar 1959]

I. Einleitung

Bekanntlich begeht man bei der Berechnung von durchlaufenden Trägern aus plastischem Material keinen Fehler, wenn man die Achse der auf Grund der elastischen Theorie bestimmten, maximalen und minimalen Momentenlinie innerhalb der einzelnen Öffnungen so verschiebt, daß die Bruchpunkte der Achse auf die Stütze fallen. (Abb. 1.) Diese Berechnungsmöglichkeit hat aus zwei Gesichtspunkten Bedeutung. Erstens die wirtschaftliche Bedeutung, welche durch die Möglichkeit der Verminderung der nega-

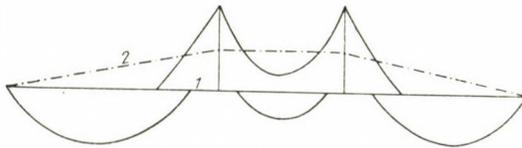


Abb. 1

tiven Momentenspitzen zu Lasten der verhältnismäßig kleineren Feldmomente gesichert ist (Momentenausgleich), zweitens ist diese Erkenntnis deshalb sehr wichtig, da sie jene erfahrungsmäßige Tatsache unterstützt, daß Nebenwirkungen, welche nicht den Charakter von Belastungen haben (z. B. ungleichmäßige Bodensenkung) auf die Tragfähigkeit keine Wirkung ausüben.

Bei anderen Trägerarten ist ein so einfaches plastisches Berechnungsverfahren leider nicht bekannt, und obwohl im Schrifttum oft Arbeiten über die plastische Berechnung von Rahmenträgern erscheinen, ist diese Frage noch nicht hinreichend geklärt.

Im vorliegenden Aufsatz lösen wir eine einfache Aufgabe, die Bestimmung der Beanspruchungen eines zweigelenkigen idealplastischen Bogens von gleichbleibendem Querschnitt, mit einer konzentrierten Belastung im Scheitel. Aus diesem Beispiel könnte darauf geschlossen werden, daß bei nicht zu flachen Bögen die so belastet sind, daß im Bogen bedeutende Biegemomente entstehen, die Möglichkeit des bei den durchlaufenden Trägern erwähnten Momentenausgleichs besteht, wobei die Druckkräfte nicht in Betracht gezogen werden müssen. Dies werden wir jedoch in dieser Arbeit nicht beweisen, da der Beweis eines solchen oder ähnlichen Ansatzes, sowie

die Bestimmung seiner Anwendungsgrenzen noch weitere Forschungen benötigen.

II. Lösung der Aufgabe

Gegenstand der Aufgabe ist ein Zweigelenkbogen mit Rechteckquerschnitt (Abb. 2) aus idealplastischem Material, dessen Achse die Form einer Parabel zweiten Grades hat. Die Achse des Bogens wird mit den relativen Koordinaten $\eta = y/f$ und $\xi = \frac{x}{l/2}$ mit der Formel

$$\eta = 1 - \xi^2$$

beschrieben.

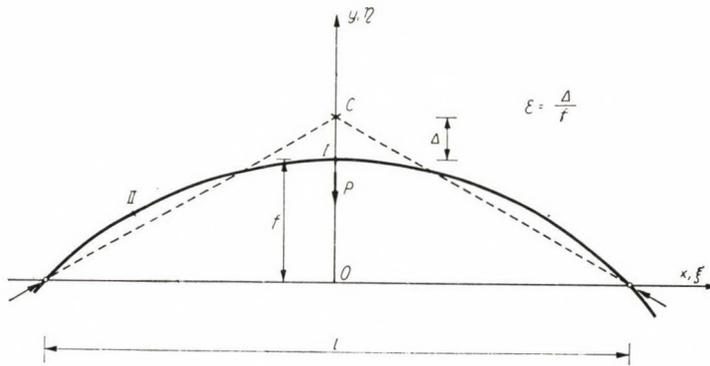


Abb. 2

Der Bogen wird in der Mitte mit einer konzentrierten Kraft P belastet. Betrachten wir nun die Änderung der Beanspruchungen infolge der allmählichen Vergrößerung der Kraft P .

Falls die zwei Gelenke sich gegeneinander nicht verschieben können, soweit das Material des Bogens elastisch ist, kommen im Bogenscheitel und in der Gegend der Bogenviertel befindliche Querschnitte als gefährliche in Frage. Wenn man den aus Normalkräften stammenden Teil der Deformationen vernachlässigt und bei der Berechnung der Beanspruchungen das Prinzip der Versteifung anwendet, so entstehen bekanntlich im Scheitel, d. h. im Querschnitt I mit einer gewissen Annäherung — nämlich indem man die Änderung der Trägheitsmomente durch die Formel $I = I_0/\cos\alpha$ voraussetzt — die Beanspruchungen

$$M_I = \frac{Pl}{18,3} \quad N_I = H = \frac{Pl}{5,12f}$$

und im Querschnitt II

$$M_{II} = \frac{Pl}{39,4} \quad N_{II} = \frac{P}{2} \left(1 + \frac{l^2}{6,55 f^2} \right)^{1/2}$$

Bekanntlich werden im Rechteckquerschnitt unter Voraussetzung von idealplastischem Material die Beanspruchungen M , N , welche ein vollständiges Fließen (Abb. 3a) hervorrufen durch die Formel

$$\frac{M}{M_f} + \frac{N^2}{N_f^2} = 1 \tag{1}$$

bestimmt, wo $M_f = \sigma \frac{bh^2}{4}$ der das Fließen des Querschnittes allein hervor-

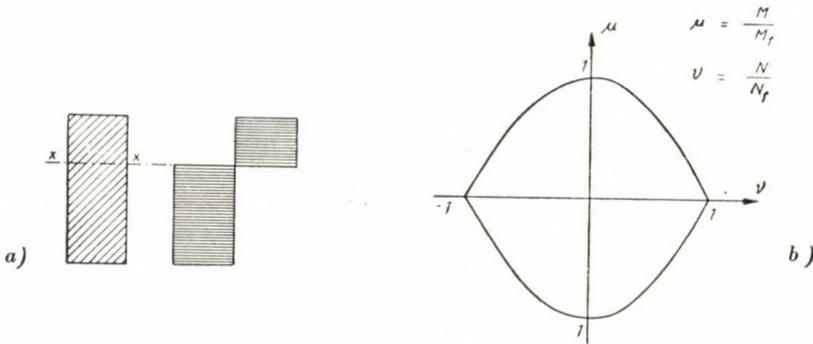


Abb. 3

rufenden Biegemoment und $N_f = \sigma bh$ die das Fließen allein hervor-rufende Druckkraft bedeuten. Die durch diese Funktion charakterisierte Kurve wird auch die Grenzkurve der Tragfähigkeit genannt (Abb. 3b).

Wenn man die Beanspruchungspaare M_I , N_I bzw. M_{II} , N_{II} mit der Grenzkurve der Tragfähigkeit vergleicht, bzw. jene Kräfte P_I und P_2 ermittelt, bei welchen der durch die beiden Beanspruchungspaare bestimmte Punkte auf die Grenzkurve der Tragfähigkeit fallen, so kann festgestellt werden, daß in allen praktischen Fällen, d. h. abgesehen von sehr hohen Bögen, die Grenztragfähigkeit immer zuerst im Querschnitt I erreicht wird (d. h. $P_I > P_{II}$), woraus zu schließen ist, daß das Fließen zuerst in diesem Querschnitt beginnt. Diese Erscheinung entspricht selbstverständlich der Erfahrung, wonach im Falle eines außenmittigen Druckes, wenn die Kraft außerhalb des Kernes wirkt, im allgemeinen der Biegemoment den bedeutenderen Teil der Beanspruchung ausmacht.

Wenn das Fließen in Querschnitt I begonnen hat, verhält sich der zweigelenkige Bogenträger bei der weiteren Belastungszunahme mehr oder

weniger als Dreigelenkbogen. Dieses Verhalten des Bogenträgers wirkt sich in statischer Hinsicht so aus, daß Punkt C — Schnittpunkt der Auflagerkräfte und der Kraft P — auf Abb. 2 immer näher und näher zum Bogenscheitel rückt. Wenn man die Entfernung $I-C$ mit Δ bezeichnet und zur Charakterisierung dieser Entfernung den Parameter $\varepsilon = \Delta/f$ verwendet, dann betragen in einem durch ε charakterisierten Zustand (d. h. im Falle jener plastischen Drehung des Mittelquerschnittes, bei welcher Reaktionskräfte eben in dem durch ε charakterisierten Punkt angreifen) die Werte der Biegemomente und der horizontalen Kräfte im Querschnitt I:

$$M_I = \frac{Pl}{4} \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \dots (2a); \quad N_I = H = \frac{Pl}{4f} \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon} \dots (2b)$$

und gleichzeitig in einem beliebigen anderen Punkte des Bogens

$$M = \frac{Pl}{4} (1 - \xi) - Hf \quad \eta = \frac{Pl}{4} (1 - \xi) \frac{\varepsilon - \xi}{1 + \varepsilon} \quad (3)$$

Der mit II bezeichnete gefährliche Querschnitt befindet sich dort, wo ein Maximum ist. Es kann durch Betrachtung festgestellt werden, daß die Stelle von M_{\max} gleichzeitig auch jene von N_{\max} ist, denn hier verläuft die Tangente der Achsenlinie parallel zur Auflagerkraft. Durch Differenzieren kann leicht festgestellt werden, daß M_{\max} auf die Stelle

$$\xi_{II} = (1 + \varepsilon)/2$$

fällt. Wenn der Wert ξ_{II} in (3) eingesetzt wird, erhalten wir

$$M_{II} = M_{\max} = - \frac{Pl}{16} \frac{(1 - \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon} \quad (4)$$

und wie aus Abb. 2 hervorgeht, an der gleichen Stelle

$$N_{II} = \frac{P}{2} \left(1 + \frac{l^2}{4f^2 (1 + \varepsilon)^2} \right)^{1/2} \quad (5)$$

Wenn nun die Kraft P weiter vergrößert wird, verringert sich der Wert von ε und schließlich stellt sich der Zustand ein, in welchem sowohl die Beanspruchungen $M_I N_I$, als auch $M_{II} N_{II}$ in den Bogenquerschnitten I und II Grenzzustände herbeiführen. In diesem Falle geht der Zweigelenkbogenträger ebenfalls in den Grenzzustand über, denn die Gelenke gestalten den steifen Bogen in ein labiles Gebilde um. Der Wert der Kraft D , d. h. die

Grenzlaster des Bogenträgers kann an der Grenze der Labilität folgendermaßen ermittelt werden. Nach Einführung der Parameter

$$a = Pl/\sigma bh^2 \tag{6}$$

und

$$\varphi = f/h \tag{7}$$

und nach Einsetzung der Ausdrücke von M_I bzw. N_I nach (2a) und (2b) in die Formel (1) der Bruchgrenzkurve, erhält man nach Umformung als Bruchbedingung des Querschnittes I den Ausdruck

$$(1 + \varepsilon)^2 \left[1 - \frac{a\varepsilon}{1 + \varepsilon} \right] = \frac{a^2}{16\varphi^2} \tag{8}$$

Wenn wir nun die gleiche Operation mit den Formeln (4) und (5) durchführen, ergibt sich die Bruchbedingung des Punktes II gemäß der Formel

$$(1 + \varepsilon)^2 \left[1 - \frac{a}{4} \frac{(1 - \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon} - \frac{a^2}{4\lambda^2} \right] = \frac{a^2}{16\varphi^2} \tag{9}$$

wo $\lambda = l/h$. Aus (8) und (9) erhalten wir die Formel

$$\frac{\varepsilon^2 - 6\varepsilon + 1}{1 + \varepsilon} + \frac{a}{\lambda^2} = 0 \tag{10}$$

Wie erwähnt befinden sich an der Grenze der Labilität des Bogenträgers (in seinem Bruchgrenzzustand) sowohl der Querschnitt I als auch der Querschnitt II. in einem Grenzzustand, so daß die Gleichungen (8), (9) und (10) gleichzeitig bestehen. Aus (8) und (10) kann prinzipiell nach der Elimination von ε mit Hilfe der für die Bogenform charakteristischen Parametern φ und λ der für die Grenzkraft charakteristische a Wert ermittelt werden. Wegen der komplizierten Form der Funktion ist es jedoch zweckmäßig zu der Herstellung des Zusammenhanges $a = f(\varphi, \lambda)$ die Näherungsformel abzuleiten. Bei der Aufstellung dieser letzteren soll jener Umstand beachtet werden, daß die Formgestaltung der in der Ingenieurpraxis vorkommenden Bögen so ist

$$3 < \varphi = f/h < 15 \quad \text{und} \quad 35 < \lambda = l/h < 80$$

Wenn man diese Bedingungen untersucht, findet man daß $0,1718 < \varepsilon < 0,1725$ und $6,3 < a < 6,7$. Zwischen diesen Grenzen errechneten wir nun aus den Werten von ε und a die Werte von λ und φ welche in der nachstehenden Tafel angegeben sind.

Tafel I

α	ε	0,1718	0,1725	φ^*
6,3	λ	75,8	37,7	3,05
	φ	3,01	3,08	
6,4	λ	76,5	38,0	3,92
	φ	3,88	3,96	
6,5	λ	77,0	38,2	5,36
	φ	5,26	5,46	
6,6	λ	77,7	38,5	8,17
	φ	7,96	8,38	
6,7	λ	78,3	38,8	16,00
	φ	15,3	16,85	

Bemerkung: Die Werte von φ^* sind gleich mit den Werten von φ gemäß Formel (11).

Aus der Tafel geht hervor, daß der Wert von α im besprochenen Gebiet von λ nicht wesentlich beeinflusst wird und daß es hinreichend ist statt der Formel $\alpha = f(\lambda, \varphi)$ den Zusammenhang $\alpha = f(\varphi)$ herzustellen.

Diese Formel ist mit einer sehr großen Genauigkeit die folgende:

$$\alpha = \frac{Pl}{\sigma b h^2} = 6,82 \frac{\varphi + 0,34}{\varphi + 0,62} \quad (11)$$

Aus diesem Beispiel ergibt sich praktisch der Schluß, daß das Verhältnis $\varphi = \frac{f}{h}$ die plastische Tragfähigkeit des Bogens nur bis zu $\pm 3\%$ beeinflusst, während das Verhältnis $\lambda = \frac{l}{h}$ praktisch überhaupt keinen Einfluß ausübt.

Auf Grund obiger Ausführungen kann die plastische Berechnungsweise des besprochenen Bogenträgers folgendermaßen zusammengefaßt werden:

a) Durch Verwertung der oben erwähnten Zusammenhänge, wonach der Wert von ε unabhängig von φ und λ im Durchschnitt mit 0,1721 angenommen werden kann, wird der Scheitelquerschnitt (Querschnitt I) mit der Hilfe der Formeln (2a) und (2b) auf die Beanspruchungen

$$M_I = \frac{Pl}{27,2} \quad \text{und} \quad N_I = \frac{Pl}{4,68f} \quad (12)$$

berechnet.

In diesem Falle entstehen im Querschnitt II auf Grund der Formeln (4) und (5) die Beanspruchungen

$$M_{II} = \frac{Pl}{27,4} \quad \text{und} \quad N_{II} = \frac{P}{2} \left(1 - \frac{l^2}{5,5f^2} \right)^{1/2} \quad (13)$$

Es ist selbstverständlich überflüssig die Berechnung auch gemäß letzterer Formel durchzuführen, da beide Berechnungsweisen nach Vorangehenden notwendigerweise zu einem annähernd identischen Querschnitt führen. Es ist bemerkenswert, daß die Biegemomente nach Formel (12) des Scheitelquerschnittes und jener nach Formel (13) des Viertelquerschnittes nur mit 1% voneinander abweichen. Das beweist, daß wenn im Bogen bedeutende Biegemomente entstehen — wie in diesem Belastungsfall — dann kann bei gleichbleibenden Querschnitten die plastische Berechnung auf Grund des bei durchlaufenden Trägern üblichen Momentenausgleiches vorgenommen, und von der Berücksichtigung der Normalkräfte abgesehen werden.

b) Die Berechnung läßt sich auch gemäß Formel (11) durchführen. Mit Rücksicht auf (6) ist nämlich

$$\alpha = \frac{Pl}{\sigma bh^2} = 6,82 \frac{\varrho + 0,34}{\varrho + 0,62}$$

Da jedoch $\sigma bh^2/4$ der Bruchgrenzmoment des Querschnittes ist, haben wir

$$M_I = \frac{Pl}{27,3} \frac{\varrho + 0,62}{\varrho + 0,34} \quad (14)$$

In letzterem Fall arbeitet man eigentlich mit einem reduzierten Grenzmoment, welcher vom Gesichtspunkt der Berechnung der Querschnittsabmessungen mit den Beanspruchungen des außenmittigen Druckes gleichwertig ist.

ZUSAMMENFASSUNG

Im vorliegenden Aufsatz löst der Verfasser eine einfache Aufgabe aus dem Kreis der Bestimmung der Beanspruchung eines Zweigelenkbogenträgers mit gleichbleibenden Querschnitten, welcher im Scheitel durch eine konzentrierte Kraft belastet wird. Der Bogen ist aus idealplastischem Material. Aus diesem Beispiel kann gefolgert werden, daß im Falle der Bogen nicht zu flach ist, und die Lasten im Bogen bedeutende Biegemomente hervorrufen, die Möglichkeit des Momentenausgleiches besteht, ohne daß die Druckkräfte berücksichtigt werden müßten. Die Bedingungen und der vollständige Beweis dieser Feststellung erfordert jedoch weitere Untersuchungen.

CALCULATION OF ARCH-GIRDERS OF PERFECTLY PLASTIC MATERIAL

I. MENYHÁRD

SUMMARY

The author in his present paper solves a simple problem referring to the determination of forces arising in a two-hinge arch of constant cross-section, loaded at its crown by a single force. The material of this arch is supposed to be perfectly plastic. From this example it may be concluded, that if the arch is not too oblate, and the load acting on it causes considerable bending moments, then the possibility of a compensation of moments could come into being, and at the same time compressing forces could be neglected. However, the necessary conditions and the complete proof of this statement, require further investigations.

SUR LE CALCUL DE POUTRES EN ARC D'UN MATÉRIAU IDÉALEMENT PLASTIQUE

I. MENYHÁRD

RÉSUMÉ

Dans l'étude présente l'auteur a résolu un problème simple du domaine de la détermination de la sollicitation d'une poutre en arc à deux articulations, de section constante, constituée d'un matériau idéalement plastique et soumise dans sa clef à une force concentrée. L'exemple permet de conclure que si l'arc n'est pas trop plat et les charges sont telles qu'elles engendrent des moments de flexion considérables dans l'arc, on peut réaliser la compensation des moments sans tenir compte des forces de compression. Les conditions et la justification complète de cette affirmation nécessitent cependant des recherches ultérieures.

О РАСЧЕТЕ АРОЧНЫХ БАЛОК ИЗ ИДЕАЛЬНО-ПЛАСТИЧНОГО МАТЕРИАЛА

И. МЕНЬХАРД

РЕЗЮМЕ

В настоящей статье автор решает простую задачу из области вопросов определения напряжения двущарнирной арочной балки с постоянным сечением, которая нагружена одним сосредоточенным грузом в вершине. Арка из идеально-пластичного материала. Из этого примера можно сделать вывод, что в случае очень пологой арки и при нагрузке, создающей в арке значительные изгибающие моменты, имеется возможность выравнивания моментов без необходимости учета сжимающих усилий. Однако, условия и полное доказательство этого определения требуют еще дальнейших исследований.

TORSION VON GERADACHSIGEN STÄBEN

EIN KINEMATISCHER VERGLEICH

Prof. L. PALOTÁS

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

TECHNISCHE UNIVERSITÄT FÜR BAU- UND VERKEHRSWISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 1. Dezember 1957]

1. *Allgemeine Bemerkungen. Grundvoraussetzungen.* Die Lösung des Torsionsproblems auf Grund der elementaren Torsionstheorie kann bekanntlich nur auf solche Voll- oder Hohlstäbe angewandt werden, deren Querschnitte im Zuge der Torsionsebenen bleiben (z. B. im Falle eines geradachsigen Stabes mit ständigem Kreis- oder Kreisringquerschnitt). Die Drehbeanspruchung ist in jedem anderen Fall mit der Verwölbung der Querschnitte verbunden, so daß die strenge Lösung nach der Elastizitätslehre im allgemeinen einen großen mathematischen Aufwand verlangt und zu sehr umständlicher Verteilung der Spannungen führt. Die Torsion kann im allgemeinen in geschlossener Form nur in Sonderfällen oder nur in Bezug auf je einen gewählten Punkt gelöst werden. Die bekannten Konzeptionen der Elastizitätslehre (die Methode von PRANDTL, die Membrananalogie, die Versuchslösung mit der Seifenblase, der hydrodynamische Vergleich), im plastischen Bereich der NÁDAYsche Vergleich mit dem Sandberg, erleichtern den Wertungsvorgang der Drehbeanspruchung.

Der untenstehend kurz angeführte *kinematische Vergleich* bestrebt sich zu diesen Auffassungen eine Ergänzung für die Näherungslösung der Torsion zu bieten. Die Ausgangsbedingungen und grundlegenden Zusammenhänge unserer Betrachtungen sollen die folgenden sein :

a) Der Stab ist geradachsig, mit ständigem Querschnitt.

b) Der Umfang des Querschnittes stellt eine von außen konvexe kontinuierliche Kurve dar, der Querschnitt ist voll, enthält keinen inneren Hohlraum. Das Gesagte kann — unter bestimmten Einschränkungen — auch auf Hohlstäbe übertragen werden. Zwischen dem Schwerpunkt S und dem Torsionsmittelpunkt S_c des Stabes besteht kein wesentlicher Unterschied, bzw. wir vernachlässigen ihn. Diese Bedingung halten wir für zulässig, da die Torsionsaufgabe in der Ingenieurpraxis als Begleitaufgabe vorkommt, in der Weise, daß man die Beanspruchungen irgendeines Stabquerschnittes auf den ausgezeichneten Punkt (gewöhnlich auf den Achsenpunkt, den Schwerpunkt) des Stabes bezieht (Abb. 1), und die Drehbeanspruchung M_c durch eine

exzentrisch wirkende, jedoch in der Ebene des Querschnittes liegende Schubkraft T verursacht wird.

$$M_c = T e \quad (1)$$

Der Querschnitt wird also — abgesehen von der Normalbeanspruchung (N, M) — auf Schub und Torsion beansprucht. Diese Beanspruchungen werden hier voneinander getrennt behandelt.

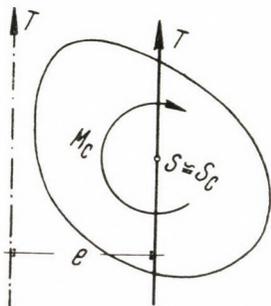


Abb. 1

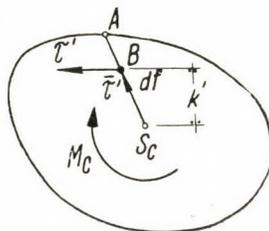


Abb. 2

c) Wir betrachten die Drehbeanspruchung als reine Torsion, mit welcher also die in der Ebene des Querschnittes auftretenden Schubspannungen (τ) im Gleichgewicht stehen, d. h. (Abb. 2)

$$M_c = \int_F \vec{r} \times \vec{\tau}' df = \int_F \tau' k' df \quad (2)$$

und

$$\int_F \vec{\tau}' df = 0 \quad (3)$$

d) Die Untersuchungen werden im elastischen Bereich durchgeführt, d. h. es gelten die Zusammenhänge (Abb. 3)

$$\tau = G \gamma \quad (4)$$

und

$$\vartheta_0 = \frac{M_c}{G J_c} \quad (5)$$

bzw.

$$M_c = G J_c \vartheta_0 \quad (5a)$$

wo G der Schub- oder Drehmodul

$$G = E \frac{1}{2(1 + \nu)} \quad (6)$$

E der Elastizitätsmodul, γ die spezifische Deformation, ϑ_0 die spezifische Verdrehung, M_c das Drehmoment, J_c das charakteristische Trägheitsmoment des untersuchten Querschnittes, das sogenannte Drehträgheitsmoment ist. Das angeführte Prinzip kann auch auf das plastische Bereich übertragen werden.

e) Die im Randpunkt A des Querschnittes auftretende Tangentialspannung τ und die im Binnenpunkt B des Ortsvektors AS_c auftretende Spannung τ' sind miteinander parallel und die Spannungsänderung zwischen dem Randpunkt A und der Torsionsachse S_c ist linear (Abb. 2 u. 4), d. h.

$$\tau' = \frac{k'}{k} \tau \quad (7)$$

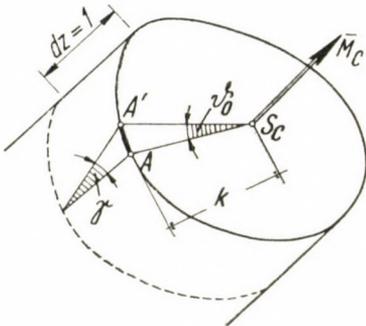


Abb. 3

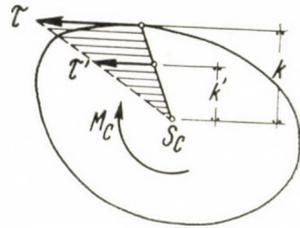


Abb. 4

Die Spannung τ im Punkte A — ähnlich wie die Grundformel der Biegung — kann in Bezug auf den untersuchten Punkt mit Hilfe des Drehwiderstandsmoments K_c , aus der Formel

$$\tau = \frac{M_c}{K_c} \quad (8)$$

gewonnen werden, d. h. im allgemeinen ist

$$M_c = K_c \tau \quad (8a)$$

2. Die Berechnung der τ -Spannungen. Unter Anwendung der im vorigen Punkt dargestellten Behauptungen, benützen wir zur Berechnung der τ -Spannungen bzw. des für den Querschnitt und den untersuchten Punkt charakteristischen Drehwiderstandsmoments K_c den aus der Kinematik des materiellen Punktes bekannten und für die Bestimmung der durch die Torsion verursachten Spannungen als plausibel erscheinenden Zusammenhang, wonach

die durch den Ortsvektor in gleichen Zeitabschnitten geseuerten Flächen gleich sind, also die Flächengeschwindigkeit konstant ist (KEPLERSches Gesetz). Dieses Gesetz, als einen kinematischen Vergleich, auf die durch die Torsion verursachte τ -Spannungen übertragend, kann man behaupten, daß die Größe der Resultante der auf die zum Einheitsstück des Umfanges gehörende Fläche wirkenden τ -Spannungen, die sogenannte Flächenspannung t konstant ist, d. h. daß während der Endpunkt des Ortsvektors auf dem Umfang einen Weg von der Größe der Bogeneinheit beschreibt, die Größe der Resultante der auf der überstrichenen Fläche auftretenden Spannungen unverändert

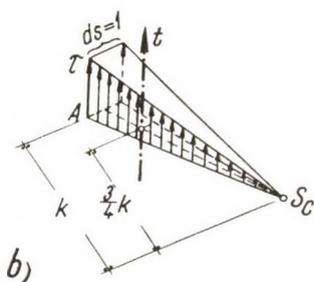
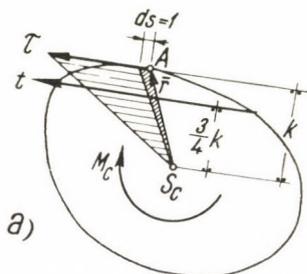


Abb. 5.

bleibt. Die Richtung der Flächenspannung stimmt mit der Richtung der Tangente des Bogenelementes überein.

Die Flächenspannung oder Schubkraft t kann mit den Bezeichnungen der Abb. 5 auf Grund der Formel

$$t = \frac{1}{3} \tau k \quad (9)$$

bestimmt werden. Die Kraft t kann nach Abb. 5b dargestellt werden, d. i. in der Weise, daß wir die Querschnittsspannungen τ in jedem Punkt der zum Bogenelement $ds = 1$ gehörenden Sektorfläche senkrecht zum Querschnitt auftragen. Der Rauminhalt der so erhaltenen Pyramide ist der spezifischen Schubkraft, also der Flächenspannung gleich. Die Lage der Flächenspannung

ist von der Torsionsachse um einen Abstand von $\frac{3}{4} k$ entfernt (der Schwerpunktsabstand der Pyramide beträgt $\frac{3}{4} k$).

Der Drehmomentsformel (2) entsprechend ist

$$M_c = \int_F \frac{3}{4} k \cdot t ds = \frac{3}{4} t \int_F \frac{1}{2} k ds = \frac{3}{2} t \int_F df = \frac{3}{2} t F \quad (10)$$

da die konstante Flächenspannung t ausgedrückt werden kann und

$$\int_F df = F$$

die Fläche des Querschnittes ist. Setzt man den Zusammenhang (9) ein, so ist

$$M_c = \frac{3}{2} \frac{1}{3} \tau k F = \frac{F k}{2} \tau = K_c \tau, \quad (11)$$

wo der Querschnittsdrehmodul

$$K_c = \frac{F k}{2} \quad (12)$$

ist.

Berechnen wir den Wert von K_c für einige bekannte Querschnitte :

a) *Kreisquerschnitt* :

$$K_c = r^2 \tau \frac{r}{2} = \frac{1}{2} r^3 \pi = \frac{1}{16} d^3 \pi = \frac{1}{5,09} d^3 = 0,25 F d$$

b) *Ellipsenquerschnitt* :

(a und b bedeuten die große bzw. die kleine Achse)

$$\min K_c = \frac{ab}{4} \cdot \frac{a}{4} \pi = \frac{1}{16} a^2 b \pi = \frac{1}{5,09} a^2 b \quad (\text{zum größten } \tau\text{-Wert})$$

$$\max K_c = \frac{ab}{4} \frac{b}{4} \pi = \frac{1}{16} a b^2 \pi = \frac{1}{5,09} a b^2 \quad (\text{zum kleinsten } \tau\text{-Wert}).$$

Die Werte unter a) und b) sind mit den exakten Werten identisch.

c) Im Falle von *regelmäßigen Vielecken* ist der ermittelte τ -Wert kleiner

als das in der Mitte der Seite auftretende maximale τ und wird entlang der Seiten für konstant angenommen. Im Vieleckpunkt ist die Spannung τ in der Wirklichkeit gleich 0.

Laut Formel (12) ist im allgemeinen

$$K_c = 0,25 Fd = \frac{Fd}{4} \quad (13)$$

wo d den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises darstellt. Die Multiplikatoren der zum genauen τ_{\max} Wert gehörenden Querschnittsfaktoren sind bei 8, 6 und 4 Winkeln entsprechend 0,223, 0,217 und 0,208. Die Annäherung ist selbstverständlich um so günstiger, je größer die Zahl der Seiten ist. Wir erhalten eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Werten, wenn wir den Wert laut Formel (13) mit der Verhältniszahl $\sqrt{a/D}$ multiplizieren, wo D der Durchmesser des umgeschriebenen Kreises ist.

d) Im Falle eines Rechteckes mit Seiten a und b ($a < b$), ist

$$\min K_c = F \frac{a}{4} = 0,25 Fa$$

$$\max K_c = F \frac{b}{4} = 0,25 Fb$$

Den genauen theoretischen und Versuchsergebnissen nach ist der Teiler im Falle eines Quadrats 4,8, im Falle eines schmalen Vierecks ($b \gg a$) 3, und so gestaltet sich die allgemeine Formel für das Viereck folgendermaßen:

$$K_c = \frac{Fk}{2\eta} \quad (14)$$

wo $\eta = 0,75 + 0,45 \frac{a}{b}$ angenommen werden kann (15)

Wenn $b \gg a$ ist, dann ist $K_c = \frac{1}{3} a^2 b$ (14a)

In Kenntnis von K_c kann die Spannung τ durch die Formel (8) bestimmt werden:

$$\tau = \frac{M}{K_c}$$

Den obigen Gedankengang kann man auch auf die Torsion von *geradachsigen Hohlstäben (dickwandigen Röhren)* übertragen. Wir ergänzen unsere Bedingungen noch mit der Beschränkung, daß wir mit einem einzigen, durchgehenden Hohlraum zu tun haben, dessen äußerer Umfang erhaben und die

Tangenten der Randpunkte A und B , die auf einem, sich auf die Drehachse beziehenden, beliebigen Ortsvektor liegen, parallel sind, so daß die auf denselben wirkenden Spannungen τ_1 und τ_2 tangential sind (Abb. 6). Mit den Bezeichnungen der Abb. 6 ist die konstante Flächenspannung

$$t = t_1 - t_2 = \frac{1}{3} \tau_1 k_1 - \frac{1}{3} \tau_2 k_2 \frac{k_2}{k_1} \quad (16)$$

$$\text{und da } \tau_2 = \tau_1 \frac{k_2}{k_1} \text{ ist,} \quad (17)$$

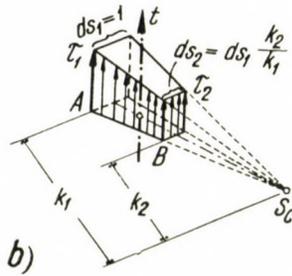
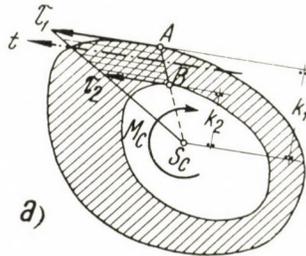


Abb. 6

beträgt das durch die zum Bogenelement ds_1 des äußeren Umfanges gehörende Sektorfläche dargestellte elementare Drehmoment

$$dM_c = \frac{3}{4} t_1 k_1 ds_1 - \frac{3}{4} t_2 k_2 ds_2$$

das durch den Hohlquerschnitt aufnehmbare Drehmoment

$$\begin{aligned} M_c &= \int dM_c = \int_{F_1} \frac{3}{4} t_1 k_1 ds_1 - \int_{F_2} \frac{3}{4} t_2 k_2 ds_2 = \\ &= \frac{3}{2} t_1 \int_{F_1} \frac{1}{2} k_1 ds_1 - \frac{3}{2} t_2 \int_{F_2} \frac{1}{2} k_2 ds_2 = \\ &= \frac{3}{2} t_1 F_1 - \frac{3}{2} t_2 F_2 \end{aligned} \quad (18)$$

und schließlich, nachdem wir (16) und (17) eingesetzt und die Formel geordnet haben, ergibt sich

$$M_c = \frac{F_1 k_1}{2} \tau_1 - \frac{F_2 k_2}{2} \tau_2 \frac{k_2}{k_1} = \frac{F_1 k_1}{2} \left[1 - \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \right] \tau_1 = K_{c1} \tau_1, \quad (19)$$

wo

$$K_{c1} = a \frac{F_1 k_1}{2} \quad (20)$$

$$a = 1 - \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \quad (21)$$

ist und mit F_1 die gesamte Querschnittsfläche, mit F_2 die Fläche des Hohlraumes bezeichnet wird.

Im Falle von *dünnwandigen Röhren* ist mit den Bezeichnungen der Abb. 7

$$k_1 = k + \frac{\delta}{2} \quad k_2 = k - \frac{\delta}{2};$$

das Verhältnis der Flächen F_2/F_1 der Verhältniszahl $(k_2/k_1)^2$ proportional und

$$\begin{aligned} \frac{F_1 k_1}{2} &= \frac{Fk}{2} \left(1 + \frac{\delta}{2k} \right)^3; \\ \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 &= \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 = \left(\frac{k - \frac{\delta}{2}}{k + \frac{\delta}{2}} \right)^4 = \left(\frac{1 - \frac{\delta}{2k}}{1 + \frac{\delta}{2k}} \right)^4 \end{aligned}$$

d. h.

$$\begin{aligned} \frac{F_1 k_1}{2} &\cong \frac{Fk}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\delta}{k} \right) \left(\frac{1 - \frac{\delta}{2k}}{1 + \frac{\delta}{2k}} \right)^4 \cong 1 - 4 \frac{\delta}{k} \\ a &= 1 - 1 + 4 \frac{\delta}{k} = 4 \frac{\delta}{k}; \quad \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\delta}{k} \right)^4 \frac{\delta}{k} = 4 \frac{\delta}{k} \end{aligned}$$

und so ergibt sich schließlich

$$\boxed{K_c = \frac{Fk}{2} 4 \frac{\delta}{k} = 2 F\delta}, \quad (22)$$

wo F die Durchschnittsfläche (auf Abb. 7 schraffiert), δ die Wandstärke des untersuchten Querschnittes darstellt (BREDT'sche Formel). Die in der Rohrwand auftretende Spannung τ verteilt sich gleichmäßig.

Im Falle eines *dickwandigen Kreisringes*, wenn r_1 den Radius des äußeren und r_2 den Radius des inneren Kreises bedeuten, ist

$$K_{c1} = \frac{r_1^3 \pi}{2} - \frac{r_2^3 \pi}{2} \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_1^3 \pi}{2} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \right] \quad (23)$$

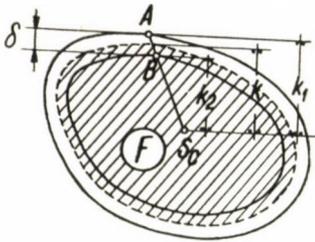


Abb. 7

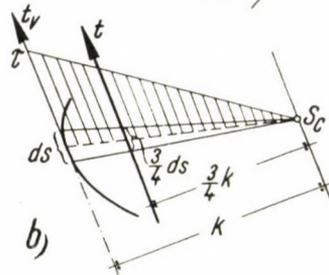
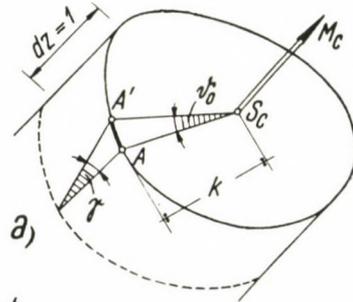


Abb. 8

Im Falle eines *dünnwandigen Kreisringes*, wenn r den Durchschnittsradius darstellt, ist die Wandstärke

$$K_c = 2 F \delta = 2 r^2 \pi \delta = 2 r \pi \delta r = F' r, \quad (24)$$

wo $F' = 2 r \pi \delta$ die Querschnittsfläche des Rohres bedeutet.

3. Die Berechnung der spezifischen Verdrehung ϑ_0 . Zur Bestimmung von ϑ_0 bzw. des Trägheitsdrehmoments J_c gehen wir von der Gleichheit der eigenen inneren und äußeren Arbeit des Drehmoments aus (Abb. 8).

Die eigene äußere Arbeit des Drehmoments M_c ist

$$L_k = \frac{1}{2} M_c \vartheta_0 = \frac{1}{2} M_c \frac{M_c}{G J_c} = \frac{M_c^2}{2 G J_c} \quad (25)$$

Die Elementararbeit der Eigenspannungen am Bogenelement ds beträgt mit den Bezeichnungen der Abb. 8 :

$$dL_b = \frac{1}{2} \gamma t_v ds = \frac{1}{2} \frac{\tau}{G} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \tau k ds$$

$$dL_b = \frac{1}{8} \cdot \frac{\tau^2}{G} k ds, \quad (26)$$

wo $AA' = \frac{1}{2} \gamma \cdot 1$: der Weg von t_v bei einer Drehung um ϑ_0 und $t_v = \frac{3}{4} t = \frac{1}{4} \tau k$ die Komponente der Flächenspannung entlang ds ist.

Nachdem

$$\tau = 2 \frac{M_c}{Fk} \quad \tau^2 = \frac{4M_c^2}{F^2k^2}$$

$$dL_b = \frac{1}{2} \frac{M_c^2}{F^2G} \frac{ds}{k} \quad (26a)$$

und schließlich ist

$$L_b = \int dL_b = \frac{1}{2} \frac{M_c^2}{F^2G} \int \frac{ds}{k} \quad (27)$$

und auf Grund der Gleichheit von (25) und (26)

$$J_c = \int \frac{F^2}{k} ds \quad (28)$$

a) *Kreisquerschnitt* :

$$F^2 = r^2 \pi^2; \quad \int \frac{ds}{k} = \frac{1}{r} \int ds = 2\pi$$

$$J_c = \frac{r^4 \pi}{2} = \frac{d^4 \pi}{32}$$

b) *Ellipsenquerschnitt* :

$$F^2 = \frac{a^2 b^2 \pi^2}{16};$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{ds}{k} = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \pi = \frac{a^2 + b^2}{ab} \pi$$

$$J_c = \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \frac{\pi}{16} = \frac{a^3 b^3}{5,09 (a^2 + b^2)} \quad (29)$$

c) *Regelmäßiges Vieleck* (Kantenlänge : a ; Radius des eingeschriebenen Kreises : $r = \frac{d}{2}$; Zahl der Seiten : n ; Umfang : $na = K$; Fläche : F)

$$\int \frac{ds}{k} = n \int \frac{ds}{r} = \frac{n \cdot a}{r} = \frac{K}{r} ; \quad F = \frac{nar}{2} = \frac{Kr}{2}$$

$$J_c = \frac{F^2 r}{K} = \frac{F^2 r}{n \cdot a} = \frac{nar^3}{4} = 0,250 nar^3 \quad (30)$$

z. B. im Falle eines Achtecks ist $J_c = 2 ar^2 (2,08 ar^3)$

im Falle eines Sechsecks : $J_c = 1,5 ar^3 (1,596 ar^3)$

im Falle eines Quadrats : $J_c = 1,0 ar^3 = 0,125 a^4 (0,141 a^4)$

im Falle eines Dreiecks : $J_c = 0,75 ar^3 = 0,018 a^4 (0,0217 a^4)$.

Die Werte zwischen den Klammern stellen die genauen Werte dar. Die Abweichung ist im Falle von Vielecken unwesentlich, beim Quadrat und Dreieck jedoch wesentlicher (20%).

d) *Viereck* : $F = ab$; $F^2 = a^2 b^2$;

$$\int \frac{ds}{k} = 2 \int_a^{b/2} \frac{ds}{a/2} + 2 \int_b^{a/2} \frac{ds}{b/2} = 4 \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$J_c = \frac{a^3 b^3}{4(a^2 + b^2)} \quad (31)$$

Nach den theoretischen und experimentellen Ergebnissen ist das Trägheitsdrehmoment eine Funktion der Seitenverhältnisse, wenn also $a = b$, ist der Teiler 7,11, d. i. statt 4 kommt in den Nenner 3,56, im allgemeinen 3,6 ; wenn $b \gg a$, dann ist der Teiler 3 und die allgemeingültige Formel für das Viereck sieht folgendermaßen aus :

$$J_c = \frac{1}{\eta'} \frac{a^3 b^3}{4(a^2 + b^2)} \quad (32)$$

wo $\eta' = 0,75 + 0,15 \frac{a}{b}$ ist. (33)

Wenn $b \gg a$, ist die genaue Formel $J_c = \frac{1}{3} a^3 b$ (32a)

In Kenntnis des Trägheitsdrehmoments J_c ist gemäß (5)

$$\vartheta_0 = \frac{M_c}{GJ_c}$$

zu berechnen.

Im Falle eines *dünnwandigen Rohres*, mit den Bezeichnungen der Abb. 7 ist

$$\alpha = \beta = 1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 = 4 \frac{\delta}{k}$$

$$F_1^2 = F^2 \left(1 + \frac{\delta}{2k} \right)^4 \cong F^2 \left(1 + 2 \frac{\delta}{k} \right)$$

$$\int \frac{ds_1}{k_1} = \int \frac{ds \cdot k_1}{k_1 k} = \int \frac{ds}{k};$$

$$J_c = \frac{F_1^2}{\int \frac{ds_1}{k_1}} = 4 \frac{\delta}{k} \frac{F^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{\delta}{k} \right)}{\int \frac{ds}{k}} =$$

$$= \frac{4F^2\delta}{k \int \frac{ds}{k}} = \frac{4F\delta}{\int ds},$$

d. i.

$$J_c = \frac{4F^2\delta}{K} \quad (40)$$

wo $K = \int ds$ den durchschnittlichen Rohrumfang und δ die durchschnittliche Wandstärke bedeuten.

Im Falle eines *dünnwandigen Kreisringes*, wenn der Durchschnittsradius r und die Wandstärke δ beträgt, ist

$$J_c = \frac{4 \cdot r^4 \pi^2}{2r\pi} = 2r^3\pi\delta = 2Fr\delta = F'r^2 = K_c r, \quad (41)$$

wo $F' = 2 r\pi\delta$; $K_c = 2 F\delta$ ist.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Aufsatz leitet mit Hilfe der sog. *kinematischen Analogie* — mit Hilfe der konstanten *Flächengeschwindigkeit* — Annäherungsformeln für die Berechnung der *Schubspannung* (τ) sowie der spezifischen Drehung (θ_0) von geradachsigen Vollstäben mit ständigem, geschlossenen, kontinuierlichen Querschnitt bzw. mit dickwandigem Querschnitt ab. Die kinematische Analogie besagt, daß die Größe der Resultante der auf einer Sektorfläche des Umfanges von der Größe einer Bogeneinheit wirkenden Spannungen τ , die sog. *Flächenspannung*, oder die spezifische Schubkraft (t) konstant ist [siehe gl. (9)].

Die allgemeinen Formeln für die Berechnung der Werte τ und θ_0 von *Vollstäben* des Querschnittsmoduls K_c und des Trägheitsmoments J_c sind unter (12) bzw. (28) zu finden.

Für den Fall von *dickwandigen Röhren* können für die Berechnung von K_c und J_c die Formeln (20) und (37), für den Fall von *dünnwandigen Röhren* dieselben unter (22) und (40) abgeleitet werden.

TORSION OF BARS WITH A STRAIGHT AXIS

L. PALOTÁS

SUMMARY

The paper deals with the deduction of approximate formulae for the calculation of *shearing-stress* (τ) and *specific torsional deflection* (θ_0) of closed, continuous, solid bars with a straight axis and of a constant, resp. with thick-walled tubular cross-section with the help of the so-called *kinematic-analogy* i. e. with the the of the constant *surface-velocity*. Based on this kinematic analogy the magnitude of the resultant of stresses τ , acting on a sector surface of unit radian length of the periphery: the so-called surface-stress or specific shearing stress (t) remains constant [see. Eq. (9)].

The general formulae of the torsional section modulus (K_c) and of the moment of inertia (J_c), necessary to calculate values τ and θ_0 of *solid bars* are represented by formulae (12) and (28) respectively.

In the case of *thick-walled pipes* formulae (20) and (37), while in the instance of *thin-walled pipes* formulae (22) and (40) can be deduced, respectively for the calculation of values of (K_c), and (J_c).

TORSION DES BARRES À AXE RECTILIGNE

L. PALOTÁS

RÉSUMÉ

A l'aide de l'analogie cinématique (vitesse superficielle constante), l'auteur déduit des formules approximatives destinées au calcul de l'effort de cisaillement (τ) et de la torsion spécifique (θ_0) des barres à axe rectiligne d'un diamètre constant, de circonférence fermée, continue, convexe, à parois pleines ou épaisses respectivement. Selon l'analogie cinématique, la grandeur de la résultante des tensions τ agissant sur la surface d'un secteur de longueur d'unité de périphérie dans le segment de chaque unité d'arc correspond à la constante (t) de la force de glissement spécifique. [voir formule (9)].

Les formules générales du module circonférentiel de torsion (K_c) et du moment d'inertie (J_c), nécessaires pour le calcul des valeurs τ et θ_0 des *barres pleines*, sont les formules (12) et (28).

Le calcul de K_c et J_c se fait à l'aide des équations (20) et (37) pour les *tubes à parois épaisses*, et à l'aide des équations (22) et (40) pour les *tubes à parois minces*.

КРУЧЕНИЕ СТЕРЖНЕЙ С ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ОСЬЮ

Л. ПАЛОТАШ

РЕЗЮМЕ

Статья выводит приближенные формулы для расчета скальвающего напряжения (τ), а также удельного закручивания (θ_0) с помощью так называемой *кинематической аналогии* — *константы плоскостной скорости* — стержней с прямолинейной осью, постоянным сечением, закрытым, непрерывным, выпуклым периметром, сплошных или же толстостенных. Кинематическая аналогия показывает, что величина равнодействующего напряжения τ , действующего на площади сектора единицы дуги, так называемое напряжение площади или удельная сила скольжения (t) является постоянной [см. формулу (9)].

Общие формулы модуля кручения (K_c), необходимого для расчета значения τ и θ_0 *сплошных стержней* и момента инерции (J_c), смотри (12) и (28).

Для расчета K_c и J_c можно вывести для *труб с толстой стенкой* формулы (20) и (37), для *труб с тонкой стенкой* (22) и (40).

DIE KNICKUNG DES BOGENS

A. SCHWERTNER

KANDIDAT DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 3. Januar 1958]

1. Einleitung

In der Abhandlung: »Die Knickung im Lichte der Methode der elastischen Punkte« [1] wurde die Frage der Knickung von Stäben und Trägern von einer neuen Seite beleuchtet. Die Methode der elastischen Punkte [2] ersetzt den Träger — der nur an seinen Enden belastet ist — durch einen elastischen Punkt σ , von dem starre Stäbe zu den Trägerenden A und B führen. (Abb. 1.) Vorausgesetzt ist dabei, daß der Punkt B sich frei, oder nach bestimmten Regeln so bewegen kann wie sich der Zwischen- oder Knotenpunkt eines Trägers bzw. Rahmens bewegt. Im elastischen Punkt befindet sich ein Federhaus mit drei Federn, die man voneinander unabhängig belasten kann. Solche Federn befinden sich in den Hauptrichtungen h und v . Diese verfügen über die Federkonstanten

$$J_h = \frac{1}{E \cdot I_A} \int_A^B y^2 ds \quad J_v = \frac{1}{E \cdot I_A} \int_A^B x^2 ds. \quad (1)$$

Die Dritte ist eine Torsionsfeder. Sie wird durch ein Moment in Bewegung gesetzt. Das Moment $M_0 = 1$ verursacht die Drehung

$$\varphi = \frac{1}{E \cdot I_A} \int_A^B ds. \quad (2)$$

Dies stellt die Federkonstante der Torsionsfeder dar.

Abb. 2a zeigt einen Kragträger, der mit beliebigen Kräften P belastet ist, und dessen Querschnitte exzentrisch auf Druck oder Zug beansprucht sind. Die Biegung ist vorherrschend und Knickgefahr ist nicht vorhanden. Wenn aber zur Belastung P eine solche Kraft in B hinzutritt, die die Biegemomente vermindert und die Querschnitte stark auf Druck beansprucht, dann besteht für den Kragträger die Gefahr der Knickung.

In der benannten Abhandlung [1] wurde dargelegt, daß die Knickung beginnt, wenn, unter Mitberücksichtigung der Kraftkomponente N in Richtung des starren Stabes $\sigma-B$ (Abb. 2b.), der um σ schwingende Pendel

um σ , so ist die Torsionsfeder mit dem Moment

$$M = \frac{\Delta\omega_0}{\varphi} = \frac{e_0}{a \cdot \varphi}$$

gespannt und sie ist imstande, dieses Moment in entgegengesetzter Richtung zu liefern und den Punkt B' (Abb. 2b) — nach erfolgter Dämpfung der Schwingung — nach B zurückzuführen. Die Rückkehr des Pendels in seine Ruhelage tritt nicht ein, wenn das Moment M durch das Moment $N \cdot e_0$ verzehrt wird. In diesem kritischen Fall ist

$$N_k \cdot e_0 = M = \frac{e_0}{a \cdot \varphi}$$

$$N_k = \frac{1}{a \cdot \varphi}.$$

Diese Theorie der Knickung liefert für gerade Stäbe kleinere Werte für die Knickkraft, als jene von EULER. Dies wird durch den Umstand begründet, daß die Methode der elastischen Punkte den Beginn der Knickung, EULER dagegen den Endzustand ins Auge faßt. Die neue Theorie hat aber den großen Vorteil der Einfachheit. Mit ihrer Hilfe wurde leicht die Frage der Knickgefahr von Druckgurten sogenannter offener Brücken [3] gelöst. Im folgenden wird nun die Knickung des Bogens auf Grund der neuen Theorie untersucht.

2. Die Knickung des Bogens

Die Erfahrung lehrt — dies ist deshalb die Voraussetzung jeder Knicktheorie — daß sich der Bogen AB (Abb. 3) unter der Knicklast in die dargestellte Linie verformt und die Verformung unter der Wirkung einer geringen Laststeigerung oder Erschütterung stark zunimmt. Besonders kennzeichnend ist die starke Verschiebung des Scheitelpunktes C nach C' . Man spricht von einer Knickung in zwei Wellen.

Zur Untersuchung seiner Knickung wird der Bogen, nach Anweisungen der Methode der elastischen Punkte, folgendermaßen berechnet. Im ersten Teile der Berechnung ist der Scheitelpunkt C verschiebungs- und drehungsfrei, also eingespannt festgehalten. Die Bogenteile AC und BC sind somit beiderseits eingespannte Träger, die Grundgebilde der Methode. Ihre Widerlagerkräfte in C bestimmen die Komponenten H_n , V_n und M_n in σ_1 und σ_2 . Die Entgegengesetzten dieser Widerlagerkräfte wirken auf den Punkt C , und ihre Resultierende — die sogenannte freie Kraft — setzt diesen Punkt in

Bewegung, wenn er von seiner Festhaltung befreit wird. Dies erfolgt im zweiten Teile der Berechnung.

Als Unterlage für den zweiten Teil der Berechnung dient Abb. 4. Der gestrichelt dargestellte Stabzug $A\sigma_1 C\sigma_2 B$ ist starr, in σ_1 und σ_2 befinden sich aber Federhäuser. Die freie Kraft, die im allgemeinen aus einer Kraft R und aus einem Moment M besteht, wird den Punkt C verschieben und drehen. Diese Bewegungen haben aber Bewegungen der Federhausteile σ_{1C} und σ_{2C} zur Folge, und die Federn, die an ihren Enden in σ_{1A} und σ_{2B} festgehalten

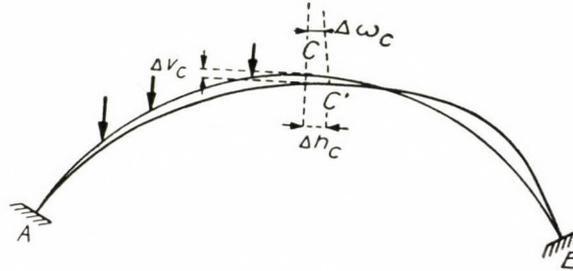


Abb. 3

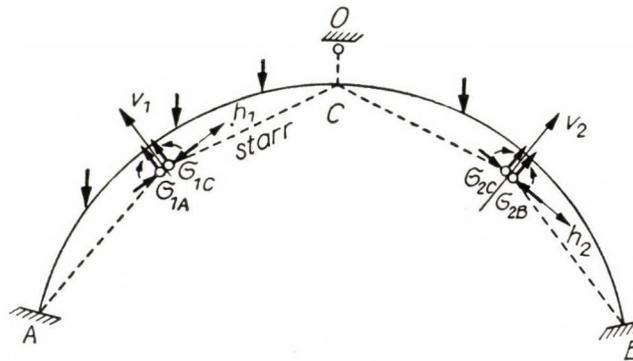


Abb. 4

sind, geraten unter Spannung. Die Bewegung des Punktes C hält solange an, bis die ausgelösten Federkräfte, als Reaktionen in σ_{1A} und σ_{2B} , der freien Kraft das Gleichgewicht halten.

Die Bestimmung der gesuchten Federkräfte erfolgt mit Hilfe der Parallelschaltung der elastischen Punkte σ_1 und σ_2 . Das Resultat dieser Schaltung ist ein elastischer Punkt O , dessen Bewegungen in einfacher Weise aus seinen Beanspruchungen folgen. Die Beanspruchung erfolgt durch die freie Kraft. Auch der bewegliche Federhausteil des elastischen Punktes O ist starr mit C verbunden, und die Verschiebungen und die Drehung dieses Punktes folgen somit in einfacher Weise aus jenen der Federn von O .

Die Bewegung von C bedeutet eine Widerlagerverschiebung an den Grundgebilden des ersten Teiles der Berechnung, also an den beiderseits eingespannten Bogen AC und BC . Die Widerlagerverschiebungen haben Änderungen der Widerlagerkräfte zur Folge. Die Änderungen bestimmen die Federkräfte in σ_1 und σ_2 , die sich aus der freien Kraft ergeben. Das Resultat sind die Komponenten der Kräfte R_C und $-R_C$ der Abb. 5a in σ_1 und σ_2 . Sie bilden die innere Kraft des Scheitelquerschnittes C . Wird der in Rede stehende Träger in zwei Teile gespaltet, wie dies aus den Abbildungen 5b und 5c ersichtlich ist, so muß man diese Kräfte im Spaltungsquerschnitt C als äußere Belastung ansetzen.

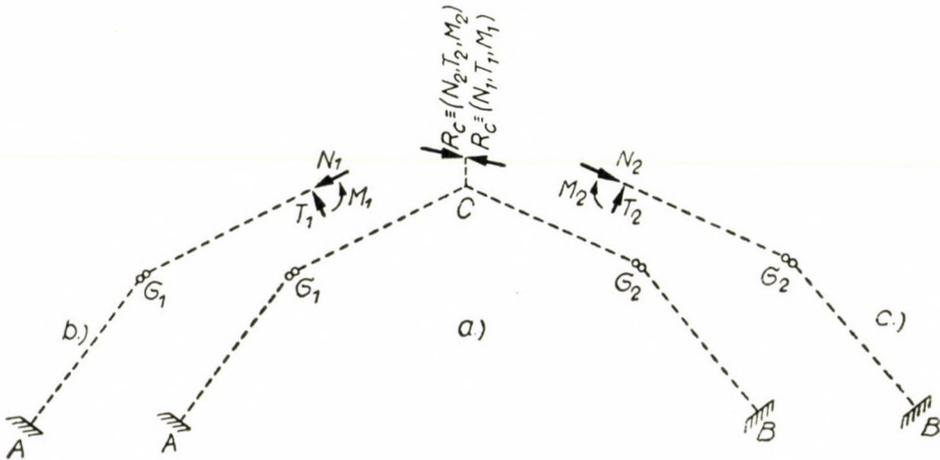


Abb. 5

Die Abbildungen 5b und 5c stellen Kragträger dar, wie sie Abb. 2 darstellt. Die Kraft R_C hat einen kritischen Wert, unter dessen Wirkung eine von den beiden Kragträgern zu knicken beginnt. Es kann auch der Fall eintreten, daß beide Kragträger unter der Wirkung der gleichen Kraft R_C in Knickgefahr geraten. Dieser Fall wird gesondert besprochen. Es sei also einstweilen vorausgesetzt, daß die in die Richtung $C\sigma_2$ fallende Komponente N_2 der Kraft R_C den Wert

$$N_{2k} = \frac{1}{a_2 \cdot \varphi_2}, \quad (4)$$

also eben die Knickkraft des rechten Bogenteiles erreicht, und daß der linke Bogenteil noch außer Knickgefahr steht, bei ihr also N_1 kleiner als $1/a_1 \cdot \varphi_1$ ist.

Die Knickung des rechten Bogenteiles kann aber nicht ungehindert erfolgen. Die Knickung hat eben zwei Grundbedingungen. Die Kraftkomponente N_2 muß den kritischen Wert N_{2k} erreichen, und der Querschnitt C muß sich frei um σ_2 drehen können. Diese letztere Bedingung ist nicht gewährleistet, und deshalb verliert der Bogen seine Stabilität nicht, seinen Bruch verhütet die linke Bogenhälfte, die noch völlig tragfähig ist.

Man beachte auch, daß die Knickung des rechten Bogenteiles an eine nach rechts-aufwärts gerichtete Verschiebung des Scheitelpunktes C gebunden ist. (Abb. 5c.) Die nach rechts gerichtete waagerechte Verschiebung könnte ohne weiteres durch eine entsprechende Umstellung der Kraft in C erfolgen. Die nach aufwärts gerichtete Verschiebung ist aber widersinnig und deshalb verhütet der linke Bogenteil den Bruch des Bogens.

Der Umstand, daß ein Teil des Bogens unter Knickung steht, hat aber zur Folge, daß unter der zusätzlichen Last sich das Kräftespiel des Trägers anders, als sie vorher war, gestaltet. Die Grundsätze der Berechnung ändern sich nicht. Man kann somit auch jetzt die Berechnung getrennt in zwei Teilen durchführen. Im ersten Teile der Berechnung ist der Scheitelquerschnitt eingespannt, und im zweiten Teile kann man mit dem starren, durch Federhäuse unterbrochenen Stabzug der Abb. 4 rechnen, der mit der freien Kraft belastet ist. Der Unterschied meldet sich aber im Federhaus des elastischen Punktes σ_2 .

Vor der Knickung benötigte die Drehung um σ_2 ein Moment. Nach der Knickung bewerkstelligt die genannte Drehung die Knickkraft ungehindert, vorausgesetzt natürlich, daß die zusätzliche Last die Knickkraft nicht vermindert. Dies ist bestimmt nicht der Fall, wenn nur von einer Laststeigerung die Rede ist. Man darf somit dem elastischen Punkt σ_2 keine Momente zumuten, er nimmt den Charakter eines Gelenkes an. Dies bedeutet, daß seine Torsionsfeder nunmehr über die Konstante $\varphi_2 = \infty$ verfügt, und daß auch das kleinste Moment ungehindert dreht. Bei der Laststeigerung wird sich also die Knickkraft N_{2k} so auswirken, daß sie solange um σ_2 dreht, bis die innere Kraft des Scheitelquerschnittes C durch den elastischen Punkt σ_2 geht, in diesem Punkt sich somit auch kein Moment meldet.

Auch in dieser neuen Lage beschreibt die Bewegungen der Federhausteile σ_{1C} und σ_{2C} , sowie die des Scheitelpunktes C , der elastische Punkt O . Die Methode der elastischen Punkte lehrt, daß der Ort dieses Punktes unverändert bleibt. Diesen Ort bestimmen nämlich die Federkonstanten J_{hn} und J_{vn} der Punkte σ_1 und σ_2 , und die Konstante φ_n spielt hierbei keine Rolle. Auch die Richtungen der Hauptachsen bleiben unverändert. Es ändert sich aber die Konstante φ_0 der Torsionsfeder in O .

Ein Beispiel wird lehren, daß die als zusätzlich benannte Last, die unter neuen Bedingungen die Beanspruchungen der Querschnitte bewirkt, keine bedeutend größere Biegung verursacht als der Lastteil, der vor der

Knickung des rechten Bogenteiles wirkte. Die Laststeigerung hat aber zur Folge, daß die innere Kraft in C immer größere Werte erreicht, und es wird endlich auch ihr Seitenwert N_1 (Abb. 5c) den kritischen Betrag

$$N_{1k} = \frac{1}{a_1 \cdot \varphi_1}$$

erreichen. In diesem Zustand benimmt sich auch der elastische Punkt σ_1 so, als ob dort ein Gelenk wäre.

In dieser Lage kann sich schon eine kleine Kraft ΔH_c im Scheitelpunkt C gefährlich auswirken. (Abb. 6.) Sie kann den starren Stabzug $\sigma_{1C} - C - \sigma_{2C}$

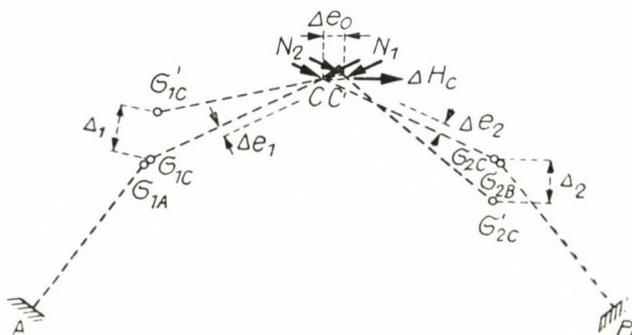


Abb. 6

in die Lage $\sigma'_{1C} - C - \sigma'_{2C}$ versetzen. Die Bewegungen Δ_1 und Δ_2 in den elastischen Punkten σ_1 und σ_2 ermöglichen die intakten Federn in den Richtungen h und v . Diese Federn müssen aber nicht nur das Moment $\Delta M = \Delta H_c \cdot c$ in entgegengesetzter Richtung liefern, sie sollen auch das Moment $N_1 \cdot \Delta e_1 + N_2 \cdot \Delta e_2$ halten, das dadurch bedingt wird, daß die Kräfte N_1 und N_2 nunmehr ausmittig wirken. Die Betrachtung der Abbildung lehrt aber, daß die genannten Federn diese Aufgabe nicht leisten können. Jede Vergrößerung der Federkräfte hat nämlich größere Verschiebungen Δ_1 und Δ_2 zur Folge, diese vergrößern aber auch die Ausmittigkeit der Kräfte N_1 und N_2 , die Bewegung kommt also nicht zum Stillstand.

Es ist somit unzweifelhaft, daß für den ganzen Bogen der Zustand kritisch wird, wo sowohl der rechte wie auch der linke Bogenteil für sich in die kritische Lage gelangt. Man sieht auch, daß sich die Deformation im Sinne der Abb. 3 gestaltet. Die Frage, wie sich die kritische Last auswirkt, ob ein Bruch zu erwarten ist, oder ob die Deformationen eine derartige Kräfte-spieländerung bewerkstelligen, daß sie einen Bogenteil außer Knickgefahr

setzen und damit die Stabilität des Bogens wenigstens zeitweilig sichern, muß späteren Untersuchungen vorbehalten werden.

Der Fall, daß beide Bogenteile gleichzeitig den kritischen Zustand erreichen, wird bei symmetrischen Gewölben, unter symmetrischer Last erfolgen. (Abb. 7.) Der Querschnitt im Scheitel erleidet aber in diesem Falle keine Drehung, er verschiebt sich nur senkrecht nach unten. Unter solchen Umständen kann die Deformation, die die Begleiterscheinung der Knickung ist, nicht erfolgen, und der Bogen kann eventuell beträchtliche Mehrbelastung tragen. Unter der zusätzlichen Last ist aber der Bogen in einem Spannungs-

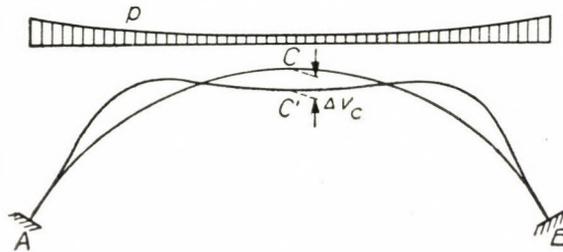


Abb. 7

zustand, aus dem er durch eine Erschütterung, die den Scheitelquerschnitt in horizontaler Richtung verschiebt, in den vorher beschriebenen übergeführt werden kann. Erfolgt dies schon unter beträchtlicher zusätzlicher Last, so erfolgt der Übergang aus dem einen Spannungszustand in den anderen unter beträchtlichen dynamischen Begleiterscheinungen, die einen plötzlichen Bruch einleiten können. Erfolgt eine solche Erschütterung nicht, dann ist das Kräftespiel jeder Bogenhälfte so, als ob sie an ihren beiden Enden eingespannt wären. Auch das Knicken erfolgt getrennt für beide Bogenteile, für die die Last nicht mehr symmetrisch ist. Die Deformationslinie beim Beginn der Knickung wird in Abb. 7 veranschaulicht. Man spricht in diesem Falle von einer Knickung in vier Wellen.

3. Beispiel

Als Beispiel dient der Bogen der Abb. 8. Der Querschnitt des Gewölbes ist konstant, sein Trägheitsmoment wird durch I bezeichnet. Das Material des Gewölbes sei unbegrenzt elastisch, und die Elastizitätszahl ist E . Die Voraussetzung der unbegrenzten Elastizität, die für die Ingenieurpraxis selbstverständlich selten gilt, ermöglicht die ungehinderte Durchführung der Berechnung, ohne Nebenerscheinungen. Entsprechende Schlüsse folgen aber auch so aus dieser Berechnung.

Die elastischen Punkte σ_1 und σ_2 der Bogenhälften liegen in ihren Symmetrieachsen, und fallen in die Schwerpunkte ihrer Linien. Die Symmetrieachse ist die eine Hauptachse. Die Federkonstanten nach den Formeln (1) und (2) berechnet man leicht im Polarkoordinatensystem, also mit den Werten

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cdot \sin \alpha \\ y &= r \cdot \cos \alpha - r_0 \\ ds &= r \cdot d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Es sind :

$$J_h = 0,0017 \frac{r^3}{E \cdot I} \quad J_v = 0,0906 \frac{r^3}{E \cdot I} \quad \varphi = 1,0472 \frac{r}{E \cdot I} \quad (6)$$

Der elastische Punkt O , der das Resultat der Parallelschaltung von σ_1 und σ_2 ist, liegt in der Symmetrieachse des ganzen Bogens. Seinen Ort auf dieser Achse bestimmt der Umstand, daß er auch auf der Resultierenden der Federkräfte von σ_1 und σ_2 liegen muß, die die Folgen einer ohne Drehung erfolgten Verschiebung der Federhausteile σ_{1c} und σ_{2c} in waagerechter Richtung sind. Ist die Verschiebung die Einheit, so wirkt im Mittelpunkt Ω des Bogens die waagerechte Kraft

$$H_\Omega = 2 \cdot \frac{1}{J_v} \cdot \sin^2 30^\circ = 2,7594 \cdot \frac{E \cdot I}{r^3}$$

und in Ω' die Kraft

$$H'_\Omega = 2 \cdot \frac{1}{J_h} \cdot \cos^2 30^\circ = 441,1765 \cdot \frac{E \cdot I}{r^3}$$

Ihre Resultierende liegt in der Entfernung

$$r_0 = \frac{H'_\Omega \cdot r}{(H_\Omega + H'_\Omega) \cdot \cos 30^\circ} = 1,0958 \cdot r$$

von Ω .

Die Hauptachsen dieses elastischen Punktes sind die Waagerechte und die Lotrechte. Die Federn in diesen Richtungen verfügen über die Konstanten

$$J_{x_0} = \frac{1}{\sum_1^2 \left(\frac{\cos^2 30^\circ}{J_h n} + \frac{\sin^2 30^\circ}{J_r n} \right)} = 11,2629 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{r^3}{E \cdot I} \quad (7)$$

$$J_{y_0} = \frac{1}{\sum_1^2 \left(\frac{\sin^2 30^\circ}{J_h n} + \frac{\cos^2 30^\circ}{J_r n} \right)} = 32,1881 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{r^3}{E \cdot I} \quad (8)$$

Die Formel für die Konstante der Torsionsfeder lautet :

$$\varphi_0 = \frac{1}{\sum_1^2 \left(\frac{1}{\varphi_n} + \frac{\eta n^2}{J_h n} + \frac{\xi n^2}{J_r n} \right)} \quad (9)$$

Die Werte von η_n und ξ_n folgen aus der Geometrie der Abb. 8, und sie sowie andere leicht berechenbare Werte sind in die Abbildung eingetragen. Es sind :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varphi_1} &= \frac{1}{\varphi_2} = \frac{1}{1,0472} \cdot \frac{E \cdot I}{r} &&= 0,954927 \frac{E \cdot I}{r} \\ \frac{\eta_1^2}{J_h 1} &= \frac{\eta_2^2}{J_h 2} = \frac{0,00592^2}{0,0017} \cdot \frac{E \cdot I}{r} &&= 0,020616 \frac{E \cdot I}{r} \\ \frac{\xi_1^2}{J_v 1} &= \frac{\xi_2^2}{J_v 2} = \frac{0,54789^2}{0,0906} \cdot \frac{E \cdot I}{r} &&= 3,313283 \frac{E \cdot I}{r} \\ &&&= \frac{4,288826 \frac{E \cdot I}{r}}{r} \end{aligned}$$

$$\varphi_0 = \frac{1}{2 \cdot 4,288826} \cdot \frac{r}{E \cdot I} = 0,116582 \cdot \frac{r}{E \cdot I} \quad (10)$$

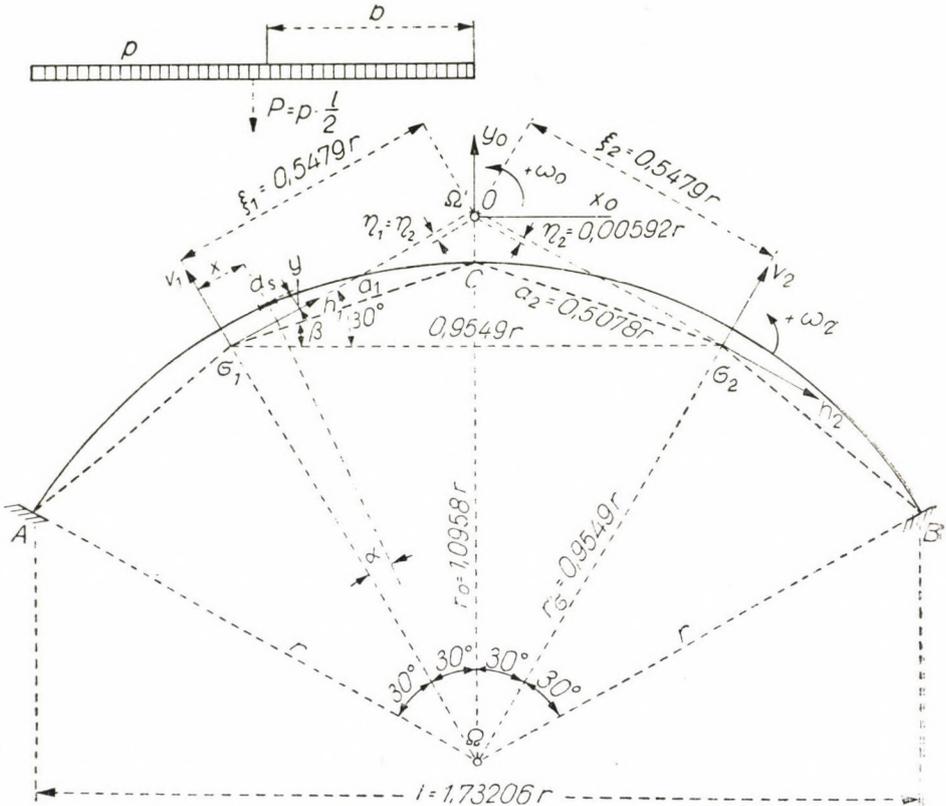


Abb. 8

Die linke Bogenhälfte hat die Streckenlast p zu tragen. Als Grundgebilde, also als ein in A und C eingespannter Bogen, setzt sich seine nach σ_1 verlegte Widerlagerkraft aus den Komponenten

$$M_\sigma = -1/\varphi_1 \cdot \int_A^C M_k \frac{ds}{E \cdot I}$$

$$H_\sigma = -1/J_{h1} \cdot \int_A^C y \cdot M_k \frac{ds}{E \cdot I} \quad V_\sigma = -1/J_{v1} \cdot \int_A^C x \cdot M_k \frac{ds}{E \cdot I}$$

zusammen. Im polaren Koordinatensystem ist

$$M_k = \frac{p \cdot b^2}{2} = \frac{p \cdot r^2}{2 \cdot E \cdot I} \cdot (\sin 30^\circ \cdot \cos \alpha - \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha)^2$$

und das Resultat ist :

$$\left. \begin{aligned} M_{10} &= + \frac{0,153542}{1,0472} \cdot p \cdot r^2 = +0,194880 \cdot p \cdot r^2 \\ H_{10} &= - \frac{0,000785}{0,0017} \cdot p \cdot r = -0,461765 \cdot p \cdot r \\ V_{10} &= + \frac{0,036085}{0,0906} \cdot p \cdot r = +0,398289 \cdot p \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Es sei bemerkt, daß die Momente mit dem positiven Vorzeichen gegen den Uhrzeigersinn drehen. Die positive Kraftkomponente wirkt in der positiven Richtung der Hauptachse.

Wird nun die Einspannung in C gelöst, dann wirkt die Kraft, die durch die Komponenten unter (11) bestimmt wird, in entgegengesetzter Richtung. Diese freie Kraft verfügt in O über folgende Komponenten.

$$\begin{aligned} H_{x_0} &= -(H_{10} \cdot \cos 30^\circ - V_{10} \cdot \sin 30^\circ) = +0,599047 \cdot p \cdot r \\ V_{y_0} &= -(H_{10} \cdot \sin 30^\circ + V_{10} \cdot \cos 30^\circ) = -0,114048 \cdot p \cdot r \\ M_0 &= -(M_{10} + H_{10} \cdot \eta_1 - V_{10} \cdot \xi_1) = +0,020604 \cdot p \cdot r^2 \end{aligned}$$

Die Bewegungen, die diese Beanspruchungen aus den Federn des elastischen Punktes auslösen, sind die Drehung

$$\omega_0 = M_0 \cdot \varphi_0 = +24,0206 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{p \cdot r^3}{E \cdot I} \quad (12a)$$

und die Verschiebungen

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_0 &= H_{x_0} \cdot J_{x_0} = +6,7470 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{p \cdot r^4}{E \cdot I} \\ \Delta v_0 &= V_{y_0} \cdot J_{y_0} = -3,6710 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{p \cdot r^4}{E \cdot I} \end{aligned} \right\} \quad (12b)$$

Der sich bewegende Federhauteil von O ist starr mit den beweglichen Federhauteilen σ_{1c} und σ_{2c} verbunden. Die Bewegungen unter (12) bestimmen daher eindeutig die Bewegungen der letztgenannten Federhauteile, und diese jene Federkräfte, die insgesamt die freie Kraft liefern. Es sind :

$$\left. \begin{aligned} \Delta H_1 &= \frac{1}{J_{h1}} \cdot (-\omega_0 \cdot \eta_1 + \Delta h_0 \cdot \cos 30^\circ + \Delta v_0 \cdot \sin 30^\circ) = +0,227377 \cdot p \cdot r \\ \Delta V_1 &= \frac{1}{J_{v1}} \cdot (-\omega_0 \cdot \xi_1 - \Delta h_0 \cdot \sin 30^\circ + \Delta v_0 \cdot \cos 30^\circ) = -0,021759 \cdot p \cdot r \\ \Delta H_2 &= \frac{1}{J_{h2}} \cdot (-\omega_0 \cdot \eta_2 + \Delta h_0 \cdot \cos 30^\circ - \Delta v_0 \cdot \sin 30^\circ) = +0,443318 \cdot p \cdot r \\ \Delta V_2 &= \frac{1}{J_{v2}} \cdot (+\omega_0 \cdot \xi_2 + \Delta h_0 \cdot \sin 30^\circ + \Delta v_0 \cdot \cos 30^\circ) = +0,014741 \cdot p \cdot r \\ \Delta M_1 = \Delta M_2 &= \frac{\omega_0}{\varphi_2} = +0,002294 \cdot p \cdot r^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Vereint mit der Kraft unter (11), wirkt in σ_1

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= M_{10} + \Delta M_1 = 0,197174 \cdot p \cdot r^2 \\ H_1 &= H_{10} + \Delta H_1 = -0,234388 \cdot p \cdot r \quad V_1 = V_{10} + \Delta V_1 = +0,376530 \cdot p \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Die Komponenten unter (13) und (14) bestimmen die gleiche Kraft R_C , aber in entgegengesetzten Richtungen. Die waagerechten und die lotrechten Seitenwerte dieser Kräfte sind:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= -0,3913 \cdot p \cdot r & W_2 &= +0,3913 \cdot p \cdot r \\ L_1 &= +0,2089 \cdot p \cdot r & L_2 &= -0,2089 \cdot p \cdot r \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Die positiven Kräfte wirken von links nach rechts, bzw. von unten nach oben.

Die Komponenten N_1 und N_2 dieser Kräfte, die in die Richtungen $\sigma_1 C$, bzw. $\sigma_2 C$ fallen, können Knickung verursachen. Diese Richtungen bilden mit der Waagerechten den Winkel β und es ist:

$$\sin \beta = 0,340721 \quad \cos \beta = 0,940168.$$

Dieser Seitenwert N ist am rechten Bogenteil größer. Er hat den Wert:

$$N_2 = W_2 \cdot \cos \beta + L_2 \cdot \sin \beta = 0,4390 \cdot p \cdot r.$$

Der kritische Wert von N_2 ist nach Formel (3)

$$N_{2k} = \frac{1}{a_2 \cdot \varphi_2} = \frac{E \cdot I}{0,5078 \cdot 1,0472 \cdot r^2} = 1,8805 \frac{E \cdot I}{r^2}.$$

Die kritische Last ist

$$0,4390 \cdot p_{2k} \cdot r = 1,8805 \frac{E \cdot I}{r^2}$$

$$p_{2k} = 4,2836 \cdot \frac{E \cdot I}{r^3} \quad (16)$$

Mit diesem Wert liefern die Formeln unter (12) im elastischen Punkt O folgende Bewegungen.

$$\begin{aligned} \omega_{0k} &= +24,0206 \cdot 4,2836 \cdot 10^{-4} = +102,8946 \cdot 10^{-4} \\ \Delta h_{0k} &= +6,7470 \cdot 4,2836 \cdot 10^{-4} \cdot r = +28,9114 \cdot 10^{-4} \cdot r \\ \Delta v_{0k} &= -3,6710 \cdot 4,2836 \cdot 10^{-4} \cdot r = -15,7251 \cdot 10^{-4} \cdot r. \end{aligned}$$

Die Bewegungen des Scheitelpunktes C sind:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0k} &= \omega_{ck} = +102,8946 \cdot 10^{-4} \\ \Delta h_{ck} &= \Delta h_{0k} + \omega_{0k} \cdot 0,09578 \cdot r = +38,7566 \cdot 10^{-4} \cdot r \\ \Delta v_{ck} &= \Delta v_{0k} = -15,7251 \cdot 10^{-4} \cdot r. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Es folgt nun die Untersuchung des Bogens unter der zusätzlichen Last $\Delta p = p - p_k$

Von der allgemeinen Erörterung her ist es bekannt, daß in diesem Falle $\varphi_2 = \infty$ ist. Infolgedessen ändert sich der Nenner in der Formel (10) der Federkonstante φ_0 . Er hat den Wert: $2 \cdot 4,288826 - 0,954927 = 7,623725$ und es ist:

$$\varphi_{01} = \frac{1}{7,622725} \frac{r}{E \cdot I} = 0,131187 \cdot \frac{r}{E \cdot I} \quad (18)$$

Nun wird die Frage beantwortet, welche Bewegungen der Scheitelpunkt des Bogen vollführt, wenn die zusätzliche Last gleich der kritischen Last ist, die zusätzliche Last als den Wert

$$\Delta p = p_k = 4,2836 \cdot \frac{E \cdot I}{r^3}$$

erreicht. Die Komponenten der freien Kraft sind unverändert, wie unter der Last p_k , und die Federn des elastischen Punktes O vollführen folgende Bewegungen:

$$\omega_0 = +0,020604 \cdot 0,131187 \cdot 4,2836 = +115,7847 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta h_0 = +28,9014 \cdot 10^{-4} \cdot r \quad \Delta v_0 = -15,7251 \cdot 10^{-4} \cdot r.$$

Die Bewegungen des Scheitelpunktes C sind:

$$\left. \begin{aligned} \omega_C &= +115,7847 \cdot 10^{-4} \\ \Delta v_C &= -15,7251 \cdot 10^{-4} \cdot r \\ \Delta h_C &= (+28,9014 + 115,7847 \cdot 0,09578) \cdot 10^{-4} \cdot r = +39,9913 \cdot 10^{-4} \cdot r. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Vergleicht man diese Werte mit jenen unter (17), so sieht man, daß in diesem Zustand die Drehung des Scheitelquerschnittes nur um

$$\frac{115,7847 - 102,8946}{102,8946} \cdot 100 = 12,65\%$$

ihre waagerechte Verschiebung um

$$\frac{39,9913 - 38,7566}{38,7566} \cdot 100 = 3,19\%$$

und die lotrechte Verschiebung überhaupt nicht geändert wird.

Die Deformationen wachsen also nicht beträchtlich, und die Biegemomente der zusätzlichen Last werden wahrscheinlich auch nur um 12—13% höhere Werte als jene aufweisen, die die gleiche Lastgröße, aber vor der kritischen Last p_{2k} verursacht. Wird von dem Umstand abgesehen, daß sich die zusätzliche Last etwas anders, als der vorhergehende auswirkt, dann hat die Kraft, die durch die Seitenwerte W_1 und L_1 unter (15) bestimmt wird, in der Richtung $\sigma_1 C$ den Seitenwert

$$N_1 = W_1 \cdot \cos \beta - L_1 \cdot \sin \beta = 0,2967 \cdot p \cdot r.$$

Der kritische Wert von N_1 ist nach Formel (3)

$$N_{1k} = 0,2967 \cdot p_{1k} \cdot r = \frac{1}{a_1 \cdot \varphi_1} = 1,8805 \cdot \frac{E \cdot I}{r^2}$$

$$p_{1k} = 6,3381 \cdot \frac{E \cdot I}{r^3} \quad (20)$$

Dieser Wert der Last ist auch für den ganzen Bogen kritisch.

Die Methode der elastischen Punkte erklärt in der dargelegten Weise übersichtlich und leicht verständlich die Vorgänge, die zur Knickung des beiderseits eingespannten Bogens führen. Leider war die Überprüfung der Resultate durch Versuche nicht möglich. Zur Überprüfung und zum Vergleich mit anderen Knicktheorien dienen folgende Werte.

Für einen Bogen aus Federstahl mit $E = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $r = 100 \text{ cm}$, 3 cm Breite und $0,3 \text{ cm}$ Dicke, liefern die Formeln des Beispiels folgende Werte:

$$I = \frac{3 \cdot 0,3^3}{12} = 67,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^4$$

$$\frac{E \cdot I}{r^3} = \frac{210 \cdot 67,5}{100^3} = 0,014175 \text{ kg/cm}$$

$$p_{2k} = 0,014175 \cdot 4,2836 = 0,0607 \text{ kg/cm} \quad P = p_{2k} \cdot \frac{l}{2} = 5,257 \text{ kg}$$

$$p_{1k} = 0,014175 \cdot 6,3381 = 0,0898 \text{ kg/cm} \quad P = p_{1k} \cdot \frac{l}{2} = 7,777 \text{ kg.}$$

Der Scheitelpunkt vollführt unter den Lasten p_{1k} , $\Delta p = p_{1k} - p_{2k}$ und insgesamt, folgende Bewegungen:

$$\omega = +0,0103 + 0,0055 = +0,0158$$

$$\Delta h = +0,3876 + 0,1630 = +0,5506 \text{ cm}$$

$$\Delta v = -0,1573 - 0,0754 = -0,2327 \text{ cm.}$$

Der Bogen aus Eisenbeton, den die Abmessungen $r = 50 \text{ m}$, $1,00 \text{ m}$ Breite und $E_b = 300\,000 \text{ kg/cm}^2$ kennzeichnen, weist den Wert

$$\frac{E \cdot I}{r^3} = \frac{E \cdot v^3}{12 \cdot r^3} = \frac{3}{12 \cdot 1,25} \cdot 10^4 \cdot v^3 = 2000 \cdot v^3 \text{ kg/m}$$

auf. Es sind:

$$p_{2k} = 8567 \cdot v^3 \text{ kg/m} \quad p_{1k} = 12676 \cdot v^3 \text{ kg/m.}$$

Für verschiedene Dicken v sind die Werte von p_{1k} und p_{2k} die folgenden:

$v = 1,00 \text{ m}$	$0,80 \text{ m}$	$0,50 \text{ m}$
$P_{2k} = 8567 \text{ kg/m}$	4391 kg/m	1071 kg/m
$P_{1k} = 12676 \text{ kg/m}$	6490 kg/m	1585 kg/m.

SCHRIFTTUM

1. Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae Tomus XII. Fasciculi 3—4.
2. Siehe die Abhandlung : »Gekuppelte Rahmen« (Műgyetemi Közlemények 1948. 1. szám).
3. Nyitott hidak kihajlása. A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei. XIX. kötet. 1—3. szám.

ZUSAMMENFASSUNG

Für die statische und dynamische Berechnung der Träger sowie ihrer Knickung dient eine neue Theorie, in welcher der nur an seinen Enden belastete Träger durch einen elastischen Punkt vertreten wird, und solche Punkte miteinander reihenweise und parallel geschaltet werden. Die vorliegende Abhandlung ergänzt die früher mitgeteilten, und behandelt die Knickung des beiderseits eingespannten Bogens. In den Beispielen sind die kritischen Lasten eines Versuchsbogens aus Federstahl und eines Bogens aus Eisenbeton berechnet. Die Überprüfung der Resultate durch Versuche erfolgte leider nicht.

BUCKLING OF ARCHES

A. SCHWERTNER

SUMMARY

The author deduced a new method for static and dynamic calculation of beams and of buckling. The essence of the method in question is, that a beam only loaded at its ends is replaced by an elastic point, and such points are joined in different ways parallel to each other and in series. The present paper dealing with an arch built-in at both ends, completes his preceding papers on the method in question. In his examples he determined the critical load of a test-arch made from spring steel and of a reinforced concrete arch. It is unfortunate, that the results obtained were not controlled by tests.

FLAMBAGE DES ARCS

A. SCHWERTNER

RÉSUMÉ

Une nouvelle méthode servant au calcul dynamique et statique, ainsi qu'au calcul de flambage des supports, avait été déduite par l'auteur, qui substitute le support chargé seulement aux deux extrémités par un point élastique, et relie ces points de différentes manières, en série et en parallèle. L'étude traitant du flambage d'un arc engagé aux deux extrémités vient donc compléter les travaux antérieurs de l'auteur. Dans ses exemples, celui-ci détermine, entre autres, les charges d'épreuves d'un arc d'acier à ressort et les charges critiques d'un arc en béton. Il est à déplorer qu'on contrôle expérimental des calculs n'ait pas été effectué.

УСТОЙЧИВОСТЬ АРОК

A. ШВЕРТНЕР

РЕЗЮМЕ

Автор вывел новый метод статического и динамического расчета балок, а также их устойчивости, заменив балку, нагруженную только на обоих концах, упругой точкой и соединив такие точки разными способами последовательно или параллельно. Настоящая работа, в которой он обсуждает устойчивость арки, заделанной на двух концах, является дополнением прежних трудов автора в этой области. На ряде примеров автор определил критические нагрузки экспериментальной арки, изготовленной из пружинной стали, а также арки из железобетона. Но, к сожалению, экспериментального контроля не проводилось.

ÜBER DIE WIRTSCHAFTLICHERE GESTALTUNG- UND GENAUERE BERECHNUNG DER BRÜCKEN- WIDERLAGER

Prof. K. SZÉCHY

KORR. MITGLIED DER UNGAR. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 1. November 1958]

Mit den im Brückenbau erzielten neuesten großen Entwicklungen der Tragkonstruktionen konnte der Unterbau zweifellos keinen Schritt halten. Während im Oberbau neue Baustoffe und Bauweisen immer mehr in die Baupraxis eingeführt werden, und die Bemessung, die statische Berechnungsweise stets verfeinert wird, bewahrten die Widerlager und auch die Pfeiler bis heute ihre alte Form und Gestaltung, und obwohl auch hier hochwertigere Baustoffe eingeführt worden sind, wurde ihre Festigkeit infolge ihrer ungünstigen statischen Gestaltung bei weitem nicht ausgenutzt, noch wurde die Klärung der Kraftwirkungen weiterbefördert. Es darf ruhig festgestellt werden, daß auch bei Beibehaltung der angewendeten und veralteten Formen die Abmessungen und damit die Kosten durch die genauere Betrachtung aller Kraftwirkungen bedeutend herabgesetzt werden dürften. Diese Behauptung betrifft in erster Linie die Widerlager, die sich noch durch Kippungen und Hinterfüllungssetzungen als unliebsame Fehlerquellen sehr oft bemerkbar machten. Daher hatte der Verfasser entschlossen, strukturelle und theoretische Forschungen durchzuführen, um eine wirtschaftlichere und genauere Gestaltung und Bemessung vor allem der Widerlagerkonstruktionen zu erzielen. Dies erschien um so zweckmäßiger, als die Baukosten der Widerlager bei kleineren Brücken mit höheren Anschlußrampen einen sehr beträchtlichen Teil der Gesamtbaukosten ausmachen. Verfasser wies bereits in einem früheren Aufsatz* nach, daß z. B. bei einer Spannweite von 7,5 m und bei einer Rampenhöhe von nur 2,5 m die Baukosten der auf einfachen Flachgründungen aufgestellten Widerlager mehr als die Hälfte der Gesamtbaukosten der kleineren Straßenbrücken ausmachen. Dieser Anteil nimmt mit der Spannweite ab, mit der Widerlagerhöhe zu, und läßt sich selbstredend wegen der Vielseitigkeit der beeinflussenden Umstände durch Formeln nicht ausdrücken. Als Anhaltspunkt möge noch angenommen werden, daß der Kostenanteil bei doppelter Spannweite ($L = 15,0$ m) eine Abnahme von

* Dr. K. Széchy: Neuartige Konstruktionslösungen von Brückenwiderlagern. (Acta Technica, Tom. VII. 1—2.)

ungefähr 15% erfährt und bei einer Höhe von 5 m eine Zunahme von bis zu 200% aufweisen kann.

Bei den Forschungen wurden eigentlich drei verschiedene Gesichtspunkte im Auge behalten, die im folgenden voneinander getrennt behandelt werden mögen.

1. Zweckmäßigere Gestaltung der Widerlagerkonstruktionen, um eine bessere Ausnützung der Baustoffe zu sichern.

2. Genauere Berechnungsmethoden mit Rücksicht auf das einheitliche Verhalten und die Zusammenwirkung der Flügelmauer mit der vorderen Widerlagerwand.

3. Genauere Bestimmung der Hinterfüllungslasten, mit Rücksicht auf die begrenzte Ausdehnung und wahrscheinlichen Überwölbungserscheinungen des belastenden Erdkörpers, in Abhängigkeit von der Verformungsfähigkeit der gesamten Widerlagerkonstruktion.

I. Zweckmäßigere Gestaltung der Widerlagerkonstruktionen

Die Widerlagerkonstruktionen werden auch heute noch gegen den Erddruck als Gewichtsstützmauer, also als ausmittig gedrückten Stäbe oder höchstens als im Boden elastisch eingespannte Konsolen bemessen. Da das auf dem Boden aufliegende Ende des Stabes hohe Belastungen mittels Oberflächendruckes einem Material von sehr geringer Tragfähigkeit — nämlich dem Untergrund — übergeben muß, so muß er hier einen entsprechend großen Querschnitt besitzen. Diese Berührungsflächen dürfen demnach betrachtet werden, als ob sie nicht aus Mauerwerk, sondern aus einfacher Erde bestünden. (Dies ist jedoch ein allgemeines Kennzeichen aller Flachgründungen, und so werden wir im folgenden die Frage der Gründungskörper nicht behandeln und uns allein mit dem aufgehenden Mauerwerkteil des Widerlagers befassen.)

Diese untergeordnete Rolle und die Tatsache, daß der Beton des Mauerwerks nur mit seinem Gewicht ausgenützt werden dürfte, führte zuerst zur Anwendung minderwertiger Betone, die keine hinreichende Wetter-, Wasser- und Frostbeständigkeit besaßen. Als eine Folge hiervon stellte es sich oft heraus, daß trotz der unbedeutend geringfügigen Ausnutzung der Betonfestigkeit die Widerlagermauerwerke nicht genügend dauerhaft waren.

Den Anforderungen muß also mit gutem Material, jedoch mit reduzierten Abmessungen, Genüge geleistet werden. Diese Forderung ist leicht zu erfüllen, wenn das konsolartig oder als Schwergewichtsmauer wirkende aufgehende Mauerwerk in einen frei aufliegenden Balken umgestaltet wird.

Dies kann durch die Sicherung eines obenliegenden Stützpunktes erfolgen, da unten die Stützung durch eine entsprechend ausgebildete Auflagerung

im Gründungskörper bereits vorhanden ist — vorausgesetzt, daß der auf der Fläche BD wirkende passive Erdwiderstand E_p und der auf der Sohlfläche CD wirkende Reibungswiderstand S der Aufnahme der durch den aktiven Erddruck der Hinterfüllung bedingten Reaktionskraft gewachsen sind (Abb. 1).

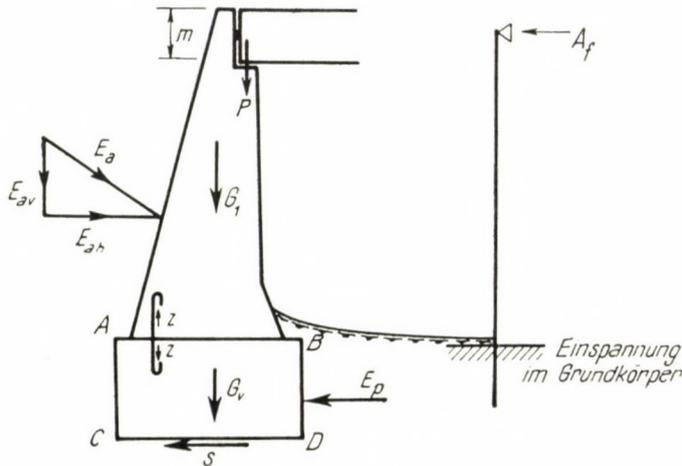


Abb. 1. Systemskizze des Widerlagers

Es ist mithin

$$E_{ah} \leq \frac{E_p}{n} + S,$$

wo

$$S = \sum V \cdot \operatorname{tg} \delta = (P + G_1 + G_2 + E_{av}) \operatorname{tg} \delta \text{ ist.}$$

In dieser Gleichung bezeichnet P die durch das Brückentragwerk übergebene minimale Reaktionskraft, G_1 das Eigengewicht des aufgehenden Mauerwerks, und G_2 das Eigengewicht des Gründungskörpers. Der volle passive Erdwiderstand darf nur bei der Zulassung einer gewissen, zum Hervorrufen desselben notwendigen Verschiebung in Betracht gezogen werden. Da sie wegen ihrer beträchtlichen Größe jedoch in der Regel nicht zulässig ist, darf nur ein Anteil des E_p -Wertes E_p/n berücksichtigt werden ($n = 2-3$). Die obere Stützung wird sich natürlich um so vorteilhafter auswirken, je höher das Widerlager ist.

Der Verfasser schlug bereits in seinem früheren Aufsätze vor, das Brückentragwerk (Plattenbalken- oder Rippenbalkenkonstruktion) bei kleineren Spannweiten selbst so auszubilden, daß es die zwei Widerlager gegeneinander ausstützen könne. Die derart hergestellte Konstruktion wird aber eigentlich nicht standsicher sein, da das ganze System in diesem Falle als eine Rahmen-

konstruktion betrachtet werden darf, die neben den zwei unteren Gelenken auch oben an den beiderseitigen Stützpunkten zwei Gelenke besitzt. Davon abhängig, ob unten die Widerlagerwand als eingespannt, oder aber als einfach gestützt angesehen werden kann, liegt hier ein Träger vor, der aus zwei Kragarmen, die gegeneinander durch einen gelenkartig eingeschalteten Mittelstab gestützt sind, besteht, oder aber ein Viergelenkrahmenträger, der aus drei balkenartigen Stäben zusammengesetzt ist. In beiden Fällen ist ein Gelenk überflüssig, und die Standsicherheit der Konstruktion wird nur durch den passiven Erdwiderstand der anschließenden Erdhinterfüllungen gesichert. Durch diesen Widerstand wird aber auch die Grenze der Anwendbarkeit dieser Konstruktionslösung bestimmt. Die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Bewegungen dürfen nämlich die Prismendruckfestigkeit σ_d des hinterfüllten Erdmaterials nicht überschreiten.

Wenn also die Zusammendrückung (nach KÖGLER) $s = p \cdot h/M$ und die Dilatationsbewegung $\Delta l = l \cdot t \cdot a$ beträgt, so müssen diese beiden Werte einander gleich sein, und da nach dem oben gesagten $p \leq \sigma_d$ sein soll, so ergibt sich, daß

$$\frac{\sigma_d \cdot h}{M} \leq l \cdot t \cdot a \text{ sein muß,}$$

wo l die Spannweite, t den Temperaturunterschied, a den Dehnungsbeiwert des Balkenträgers, M den Zusammendrückungsmodul und h die zu betrachtende Dicke der Hinterfüllung bedeutet.

Hieraus läßt sich ableiten, daß

$$l \leq \frac{\sigma_d \cdot h}{M \cdot t} \text{ ist. Mit } a = 0,00001, t = 30^\circ \text{ C}$$

wird

$$l \leq \frac{\sigma_d \cdot h}{0,3 \cdot 10^{-3} \cdot M}, \text{ ferner mit } \sigma_d = 10 \text{ t/m}^2 \text{ und}$$

$$M = 1000 \text{ t/m}^2 \text{ wird } l \leq \frac{h}{0,03} = 33 \cdot h \text{ sein.}$$

Wenn angenähert $h = 1,5 \cdot m$ gesetzt werden darf, so wird $l \leq 50 \cdot m$, wo m die Höhe des Balkenstabes (bzw. die der Kieswand) bezeichnet, und in diesem Fall kann mit Sicherheit $l = 20 \cdot m \div 25 \cdot m$ angenommen werden. Nach dem Vorschlag des Verfassers bürgerte sich dieses System bereits in die Baupraxis ein, und für kleinere Brücken und Wandhöhen wurde es in Ungarn auch genormt.

Bei größeren Spannweiten können jedoch diese Grenzen nicht immer eingehalten werden, und darüber hinaus werden die infolge der Temperaturwirkung auftretenden Druckspannungen im Balkenstab selbst unliebsam hohe Beanspruchungen hervorrufen und demgemäß bedeutende Abmessungsvergrößerungen zur Folge haben. Es muß daher eine andere Art der oberen Stützung gesucht werden. Als eine einfache Möglichkeit bietet sich zu diesem Zwecke die Verankerung in dem anschließenden Erddamm, und dies kann am vorteilhaftesten durch die hinterkragenden und mit der vorderen Widerlagerwand zusammengebauten Flügelwände erzielt werden. Die Verankerung der Flügelwände kann entweder durch besondere Ankerplatten oder durch Verankerungspfähle gesichert werden (Abb. 2). Mit den benützten Bezeichnungen läßt sich die Zugkraft folgenderweise bestimmen :

$$Z = \frac{E_{ah}}{2} \cdot \frac{h-a}{h} \quad \text{und} \quad A_1 = E_{ah} \frac{h-a}{h}; \quad B = E_{ah} \cdot \frac{a}{h}.$$

Wenn Ankerpfähle zur Verankerung angewendet werden, so müssen sie bockförmig angeordnet sein, damit sie auch Zugkräfte aufnehmen können. Die konsolartige dreieckige Flügelwand soll in ihrer Ebene als eine starre Scheibe betrachtet werden, die ohne Verankerung über den Eckpunkt B umkippen würde. Das Umdrehungsmoment beträgt also $E_a \cdot e$ und soll durch das entgegengesetzte Moment $P \cdot f$ ausgeglichen werden. Hieraus ergibt sich für P der Ausdruck :

$$P = \frac{E_a \cdot e}{2 \cdot f},$$

und wenn insgesamt drei Schrägpfähle angewendet werden, die alle eine Neigung von 1 : 3 aufweisen, so entfällt auf einen Pfahl :

$$\frac{P}{2 \cdot \cos(16^\circ 43')} \cong 0,55 P = 0,55 \frac{E_a \cdot e}{2 \cdot f} = P'_3.$$

Wird dagegen die Flügelwand als ein zweiseitig (in B und C) aufgelagerter Träger betrachtet, so werden gegen die Last E_a die Reaktionskräfte B und A_2 auftreten, von denen jetzt A_2 auf die Verankerungspfähle verteilt werden muß. (Vgl. Abb. 7b.) In diesem Falle wird der auf die Gründung fallende Anteil B der Erddruckbelastung bedeutend erniedrigt, und damit werden auch die Gründungskosten vermindert. Dagegen müssen selbstredend die Kosten der Verankerungspfähle in Kauf genommen werden.

Die Flügelwandscheibe erleidet natürlich außer diesen Normalbeanspruchungen auch eine unmittelbare Biegung durch den seitlichen Erddruck, der eigentlich für ihre Abmessungen und Armierung maßgebend sein wird. Die durch die Verankerungstätigkeit hervorgerufenen Biegespannungen wer-

den dabei wegen der großen Querschnittshöhen eine untergeordnete Rolle spielen.

Es ist bekannt, daß bei parallelen Flügelmauern zum Abschluß des anschließenden Erddammes umfangreiche Steinkegel angewendet werden müs-

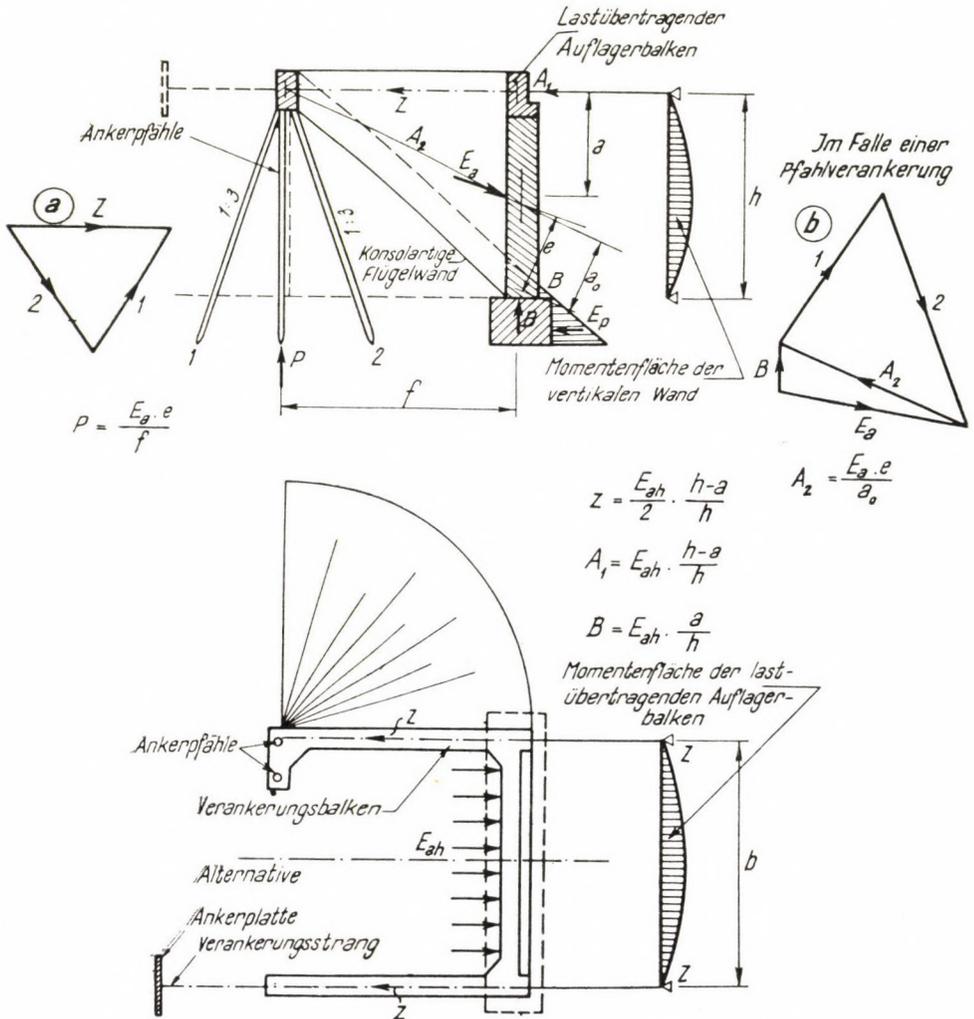


Abb. 2. Ein durch parallele Flügelwände verankertes Widerlager

sen, die hauptsächlich bei größeren Wandhöhen und ungünstigen Gründungsverhältnissen äußerst kostspielig sind und einen bedeutenden Anteil der Gesamtkosten ausmachen dürften. Durch die Anwendung schräger auskragender Flügelmauern können jedoch diese Kosten beträchtlich herabgesetzt werden, vorwiegend dann, wenn auch diese schrägen Flügelmauern als auskragend und ohne eigene Gründung ausgeführt werden. Verfasser wies bereits in einer

früheren Veröffentlichung* auf diese Lösung hin, und führte auch die allgemeine Anordnung mit den angreifenden Kräften vor (Abb. 3).

Wegen dieser Stützungsart empfiehlt es sich, die Widerlager aus Stahlbeton herzustellen. Im Interesse einer besseren Ausnutzung des Baustoffes

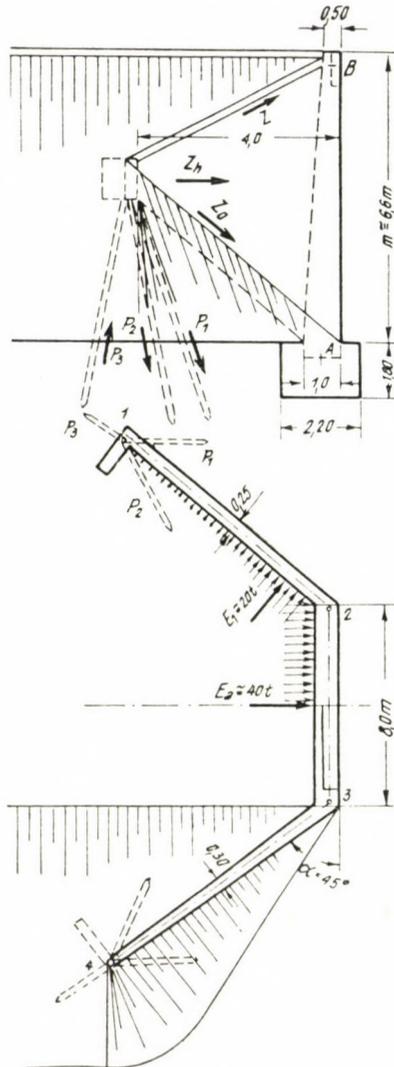


Abb. 3. Schräg auskragende Flügelmaueranordnung

und hauptsächlich bei höheren Widerlagern können die Abmessungen der ganzen Konstruktion in dem Maße reduziert werden, daß sie eher als aus

* Dr. K. SZÉCHY: Neuere Methoden und Konstruktionen bei der Wiederherstellung der Straßenbrücken in Ungarn (Baupl. Bautechn. 1957/2—3).

Flächenträgern zusammengesetzte einheitliche Plattenkonstruktion als eine Stützmauer aufgefaßt werden kann. In erster Annäherung behandelte der Verfasser die Gesamtkonstruktion als eine Stabkette in der Horizontalebene, die an beiden Flügelwandenden mittels räumlicher Pfahlgruppen verankert ist. Die Verankerung wird durch das am oberen Rande der Flügelmauer verborgene Zugband und den am unteren Ende verborgenen Druckstab

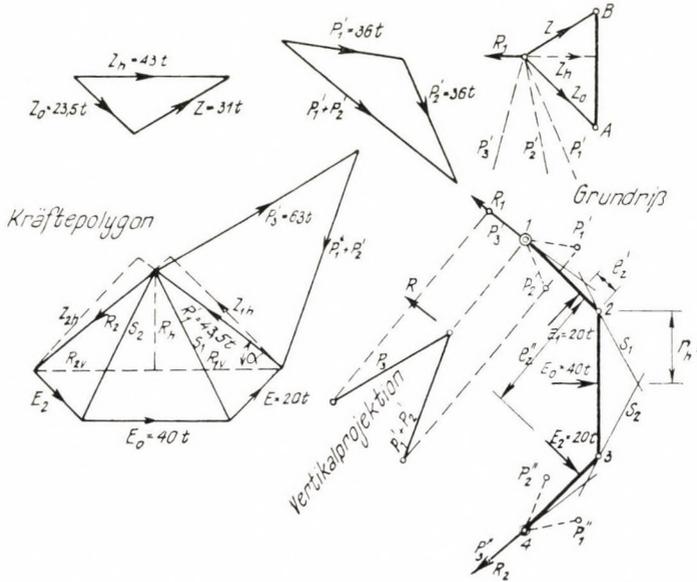


Abb. 4. Annähernde Bestimmung der Achsialkräfte und Ankerkräfte der einheitlichen Plattenkonstruktion in der Horizontalebene

übermittelt. Die graphische Auflösung und Bestimmung der Stabkräfte wird in Abb. 4 vorgeführt.

Als äußere Kräfte wirken die Resultierenden der aktiven Erddrücke der Hinterfüllung E_a , E_1 und E_2 . Dagegen treten die symmetrischen Verankerungsreaktionen R_1 und R_2 bei den Pfahlgruppen auf, die jedoch unbekannt sind. Die in die horizontale Symmetrieachse fallende Komponente derselben R_h läßt sich aber mit Hilfe einer auf einen beliebigen Gelenkpunkt aufgeschriebenen Momentengleichung bestimmen.

$$R_h = \frac{\sum E \cdot e}{r_h} = - \frac{E_1 \cdot e'_2 - E_a \cdot e_a - E_2 \cdot e''_2}{r_h}$$

Demnach kann das Kräftepolygon a aufgezeichnet, und die Stabkräfte S und Z_h können bestimmt werden. Im Kräftepolygon b wird eine Zerlegung der Kraft Z_h in die in Richtung der Flügelmauerränder wirkenden Ankerkräfte Z und Z_0 durchgeführt. Ferner wird die Ankerkraft auf die Verankerungs-

pfähle P'_1 , P'_2 und P'_3 durch die Darstellung der Vertikalprojektion zerlegt und deren Größe in den Kräftepolygonen a und c bestimmt. Von den angewendeten drei Schrägpfählen sind P_1 und P_2 auf Druck und P_3 auf Zug beansprucht. Wie es aus den angegebenen Zahlenwerten hervorgeht, werden die Zugkräfte bei einer Wandhöhe von 6,6 m bereits ziemlich groß, und können durch Einzelpfähle schwer aufgenommen werden. Diese Mehrkosten werden

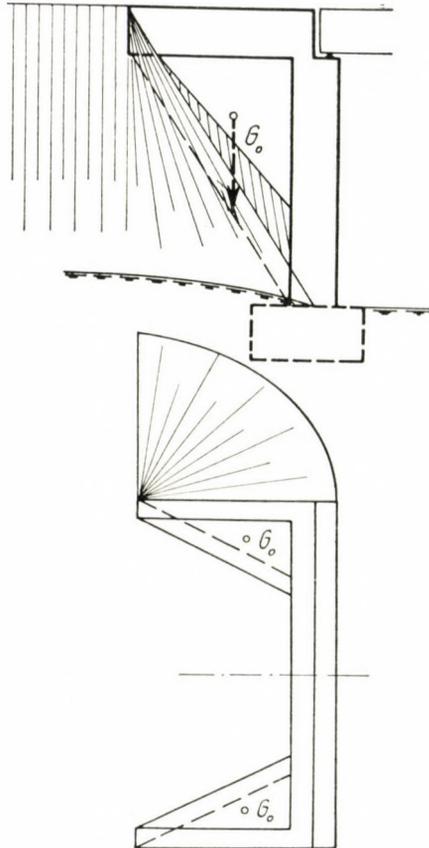


Abb. 5. Anordnung mit nach innen geneigten Flügelwänden

aber dadurch eliminiert, daß durch diese Verankerung das Widerlager lotrecht gehalten und die große Ausmittigkeit der die Gründung angreifenden Resultierenden aufgehoben wird. Damit kann auch die tatsächliche Gründungsbreite der lotrechten Widerlagerwand bedeutend herabgesetzt und nur auf die lotrecht wirkenden Kräfte bemessen werden. Eine gewisse Entlastung würde noch bedeuten, wenn die Flügelwände nicht in lotrechter Ebene, sondern in einer von oben nach unten schwach nach innen geneigten Ebene die Widerlagerwand anschließen würden (Abb. 5).

können (vgl. Abb. 2b). Die Bestimmung der Reaktionskräfte erfolgt in diesem Fall in der in Abb. 6 dargestellten Weise, und wie ersichtlich, werden durch die tiefer geneigte Lage der Reaktionskraft Z' die Druckpfähle P_3 etwas mehr belastet, aber die Zugpfähle P_1, P_2 bedeutend entlastet.

Bei schrägen Flügelmauern wird derselbe Fall auftreten. Natürlich müssen die Flügelwände darüber hinaus noch auf die durch den seitlichen Erddruck hervorgerufenen unmittelbaren Biegebeanspruchungen senkrecht zur Ebene bemessen werden. Die räumlichen Pfahlverankerungen sind auch gegen diese Beanspruchungen günstig, da sie eine zweite Auflagerung bieten, wodurch die Flügelwand nicht als eine in der Widerlagerwand eingespannte Konsole, vielmehr als eine zweiseitig aufgelagerte Platte zu betrachten ist.

Im folgenden sind einige tatsächliche Kostenangaben tabellarisch zusammengefaßt, wodurch die Wirtschaftlichkeit der vorgeschlagenen neuartigen Widerlagerkonstruktionen erleuchtet wird. (Gründungskosten sind inbegriffen.) Wie aus der Tafel ersichtlich, bedeutet die Stützung durch die Tragkonstruktion allein ein Ersparnis von 25—30%.

Tafel I

*Einsparungen durch die neuen Widerlagerkonstruktionen
(in 1000 Ft)*

Spannweite (m)	3,00		5,00		8,00	
	2,5	4,0	2,5	4,0	2,5	4,0
Schergewichtsmauer ohne Stützung (mit Spundwandumschließung ausgeführter Flachgründung)	99	—	109	—	127	180
Schergewichtsmauer mit stützender Tragkonstruktion	50	90	58	100	75	118
Maurerwand mit stützender Tragkonstruktion (mit Spundwandumschließung ausgeführter Flachgründung)	75	120	83	130	100	147
Schergewichtsmauer ohne Stützung	72	—	82	—	100	150

II. Genauere Berechnungsmethoden

Aus dem vorangehenden läßt es sich deutlich feststellen, daß die tatsächlichen waagerechten Beanspruchungen der entwickelten und vorgeschlagenen neuartigen Konstruktionen auch einer grundsätzlichen Änderung der bisherigen Berechnungsmethoden bedürfen. Die aus Stahlbeton, Stirn- und Flügelwandelementen zusammengesetzte Konstruktion soll als eine

einheitliche Konstruktion behandelt werden, in der die einzelnen Wandscheiben nicht unabhängig voneinander wirken können, sondern gegenseitig eine Art Auflagerung einander bieten. Gegen horizontale Belastung sollen eigentlich zwei Konstruktionsformen unterschieden werden, und zwar:

a) Der in Abb. 2a und 3 dargestellte Widerlagertyp läßt sich als eine vierseitig aufgelagerte Wandscheibe berechnen, die unten durch die Gründung, oben durch den lastübertragenden Balken und an den zwei Seiten durch die anschließenden Flügelmauern gestützt wird. Die Art der oberen und unteren

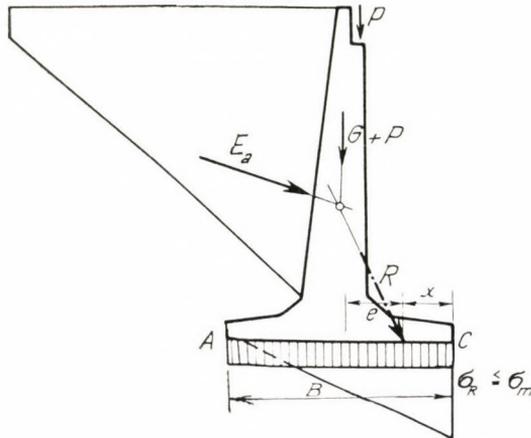


Abb. 7. Die Bestimmung einer ausreichenden Gründungsbreite

Unterstützung hängt von dem Einspannungsgrad und der relativen Steifigkeit der anschließenden Glieder ab. Die Flügelwände werden neben ihrer unterstützenden und verankernden Wirkung auch negative Einspannungsmomente in waagerechter Richtung der Wandscheibe übergeben (Abb. 8). Ihre verankernde Wirkung kann entweder durch die geschilderte Verankerung (Pfahlgruppe, Ankerplatte usw.), oder bei kleineren Spannweiten durch die unmittelbare Stützung der Tragkonstruktion gesichert werden. In beiden Fällen kann die Konstruktion als standfest und bewegungslos betrachtet werden.

b) Im Gegensatz hierzu wird die Umkippung des in Abb. 7 dargestellten Typs weder durch eine Verankerung, noch durch eine obere Unterstüztung verhindert, und es wird ihr nur durch die entlang der breiten Fußplatte der Widerlagerwand auftretenden und ungleichmäßig verteilten Sohlspannungen entgegengewirkt. Die Stirnwandscheibe darf demgemäß als eine unten eingespannte, oben freie und zweiseitig auf die Flügelwände aufgelagerte Platte behandelt werden, die an ihren beiden Rändern mit negativen Momenten belastet ist, wobei die letzteren sich in Abhängigkeit von der Länge und Tiefenlage der Flügelwände ändern.

Im folgenden werden beide Fälle einzeln betrachtet, und auch in den durchgeführten Modellversuchen wurden beide Fälle behandelt.

Fall a)

Vor allem wird in diesem Fall die Ausmittigkeit (e), der der Gründung übergebenen Resultierenden (R) dadurch vermindert, daß ein Anteil (ungefähr ein Drittel) des Erddruckes (E_a) durch die obere Verankerung der Ankerplatte oder den Ankerpfählen übergeben und damit die Größe der Horizontalkomponente etwas reduziert wird. Ein weiterer statischer Vorteil dieser Anordnung besteht darin, daß die entlang der Gründung auftretenden unteren Einspannungsmomente durch die obere Stützung vorteilhaft herabgesetzt werden.

Die Widerlagerwandscheibe wird eigentlich durch die vertikalen Kräfte (Auflagerkraft des Tragbalkens, Eigengewicht, lotrechte Komponente des Erddrucks) auf Druck und durch die Horizontalkomponente des Erddrucks auf Biegung beansprucht. Da die Druckbeanspruchungen in der Widerlagerwand nur verhältnismäßig geringe Spannungen hervorrufen und für deren Bemessung nicht entscheidend sind, wird im folgenden nur die Biegewirkung der waagerechten Erddrücke betrachtet.

Vor allem empfiehlt es sich, die Wandscheibe als eine vierseitig aufgelagerte Platte nach der vereinfachten Methode von H. MARCUS* zu berechnen, die an den beiden lotrechten Seitenkanten mit von der Länge der Flügelwände und der Größe des Erddrucks abhängigen Einspannungsmomenten belastet wird (Abb. 8).

Wird die Länge der Flügelwand durch a , die Breite des Widerlagers (Spannweite der Wandscheibe) durch b , die Höhe (zwischen Gründungsoberkante und Auflagerbalkenmitte) durch h , und der spezifische waagerechte Erddruck (in einer Ebene als gleichmäßig verteilt angenommen) durch e bezeichnet, so werden die auf die zueinander senkrecht ausgeschnittenen Plattenstreifen wirkenden Momentenanteile in der $x-x$ (waagerechten) und $y-y$ (lotrechten) Richtung wie folgt berechnet :

$$M_x = \frac{e_x \cdot b^2}{8} - \frac{e_x \cdot a^2}{2} = \frac{e_x \cdot b^2}{8} (1 - 4\alpha^2) \quad (1)$$

und die freie Durchbiegung in der Mitte der Spannweite :

$$\delta_x = \frac{5 \cdot e_x \cdot b^4}{384EJ} - \frac{e_x \cdot a^2 \cdot b^2}{16EJ} = \frac{e_x \cdot b^4}{384EJ} (5 - 24\alpha^2) \quad (2)$$

wo $\alpha = a/b$ ist.

* D. H. MARCUS : Vereinfachte Berechnung biegsamer Platten. (Julius Springer, 1929.)

Wenn wir die Zunahme des spezifischen Erddrucks in vertikaler y Richtung als geradlinig annehmen, und dessen Höchstwert bei der Oberkante der Gründung mit e_y bezeichnen, so erhalten wir für den lotrechten Streifen :

$$M_y = \frac{e_y \cdot b^2}{15,62} \quad \text{und} \quad \delta_y = \frac{e_y \cdot h^4}{307EJ}.$$

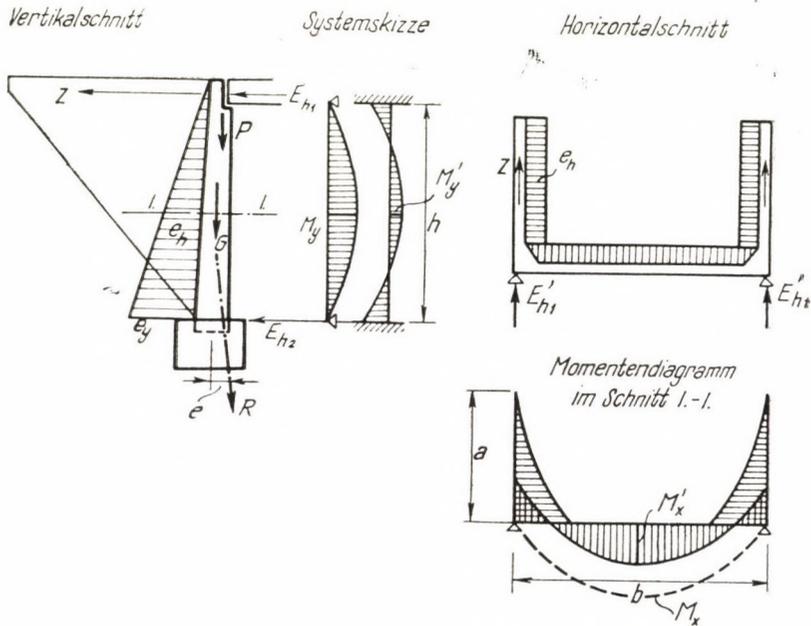


Abb. 8. Angenäherte Berechnungsweise einer oben gestützten Widerlagerwand als zweiseitig aufgelagerte Platte gegen waagerechte Belastung

Obwohl die Stelle dieses maximalen Wertes nicht genau in der Mittelhöhe, sondern etwas tiefer ($0,577 h$) liegt, dürfen wir zur Vereinfachung der Berechnung näherungsweise mit Sicherheit annehmen, daß diese Werte in der Mittelhöhe auftreten werden. Dann müssen nach MARCUS die in beiden Richtungen berechneten Durchbiegungen einander gleichgesetzt werden, und daraus läßt sich die Verteilung der Belastung wie folgt berechnen :

$$\delta_x = \delta_y; \quad \frac{e_x \cdot b^4}{384EJ} (5 - 24a^2) = \frac{e_y \cdot h^4}{307EJ}$$

und hieraus

$$e_x \cdot b^4 (5 - 24a^2) = 1,25 \cdot e_y \cdot h^4,$$

und da in der Plattenmitte — mit Rücksicht auf die dreieckige Verteilung der e_y Belastung — $e_x + e_{y/2} = e$ ist, erhalten wir aus den obigen Gleichungen :

$$\frac{e}{e_{y/2}} = \frac{e_x + e_{y/2}}{e_{y/2}} = \frac{(5 - 24\alpha^2) b^4 + 1,25 \cdot h^4}{(5 - 24\alpha^2) \cdot b^4};$$

$$e_y = \frac{2e(5 - 24\alpha^2) \cdot b^4}{(5 - 24\alpha^2) \cdot b^4 + 1,25 \cdot h^4} \quad \text{und}$$

$$e_x = e \frac{1,25 \cdot h^4}{(5 - 24\alpha^2) \cdot b^4 + 1,25 \cdot h^4}. \quad (3)$$

Der Einfluß der zwischen den einzelnen Streifen auftretenden Drillungsmomente wird nach MARCUS durch Anwendung der Reduktionsfaktoren φ_x und φ_y berücksichtigt, wo

$$\varphi_x = \frac{5}{6} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \cdot \frac{m_{x \max}}{m_{0x}} \quad \text{und} \quad \varphi_y = \frac{5}{6} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \frac{m_{y \max}}{m_{0y}}$$

und in diesem Falle :

$$m_{0x \max} = e \cdot \frac{b^2}{8} (1 - 4\alpha^2) \frac{1,25 \cdot h^4}{(5 - 24\alpha^2) b^4 + 1,25 \cdot h^4}$$

$$m_{0x} = e \cdot \frac{b^2}{8} (1 - 4\alpha^2),$$

und damit

$$\varphi_x = \frac{5}{6} \left(\frac{b}{h} \right)^2 \cdot \frac{1,25 \cdot h^4}{(5 - 24\alpha^2) b^4 + 1,25 \cdot h^4}. \quad (4)$$

Ebenso ist

$$m_{0y} = 2e \frac{h^2}{15,62} \quad \text{und} \quad m_{0y \max} = 2e \frac{h^2}{15,62} \frac{(5 - 24\alpha^2) b^4}{(5 - 24\alpha^2) b^4 + 1,25 \cdot h^4}$$

und damit ist

$$\varphi_y = \frac{5}{6} \left(\frac{h}{b} \right)^2 \frac{(5 - 24\alpha^2) \cdot b^4}{(5 - 24\alpha^2) b^4 + 1,25 \cdot h^4},$$

und die für die Bemessung maßgebenden Momente in der Plattenmitte sind :

$$M_{x \max} = (1 - \varphi_x) e_x \frac{b^2}{8} (1 - 4a^2) \quad \text{und} \quad (5)$$

$$M_{y \max} = (1 - \varphi_y) \cdot e_y \frac{h^2}{15,62} .$$

(Mit Rücksicht auf die dreieckförmige Verteilung des Erddruckes wird sich die Verteilung der Momente zwischen den x und y Richtungen oberhalb und unterhalb der Mittelhöhe ändern, was bei der Austeilung der Rundeisen-einlagen zu berücksichtigen ist. Hier werden jedoch diese Einzelheiten nicht weiter erörtert, und es sei bezüglich der Momentenverteilung auf die beige-schlossene genauere Lösung von Dipl. Ing. G. FAZAKAS in Abschnitt IV hingewiesen.)

Der Einfluß der in Gl. (5) vorkommenden Faktoren wird am besten durch die Annahme verschiedener Verhältniszahlen veranschaulicht.

Eine Gleichheit der negativen und positiven Momente in der x Richtung wird erreicht, wenn

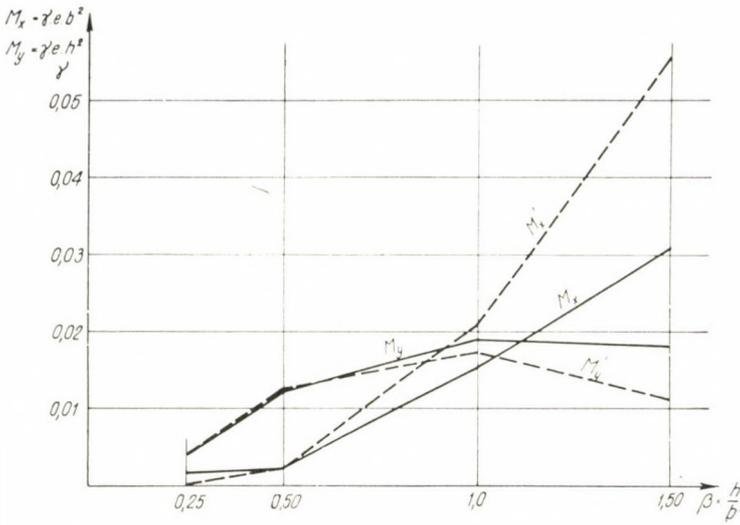
$$\frac{e \cdot a^2}{2} = \frac{e \cdot b^2}{16} \text{ ist, also mit } \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{8} \text{ und } a = \frac{1}{\sqrt{8}} = 0,354 .$$

Bei diesem Verhältnis wird auch die Gesamtfläche des Momentendiagramms ein Minimum aufweisen, was den geringsten Armierungsbedarf bedeutet. Demgemäß ist also die statisch günstige Einkragung der Flügelmauer in den Dammkörper in der Oberkantenhöhe $2 \cdot 0,354 \cdot b \cong 0,7 \cdot b$ zu wählen.

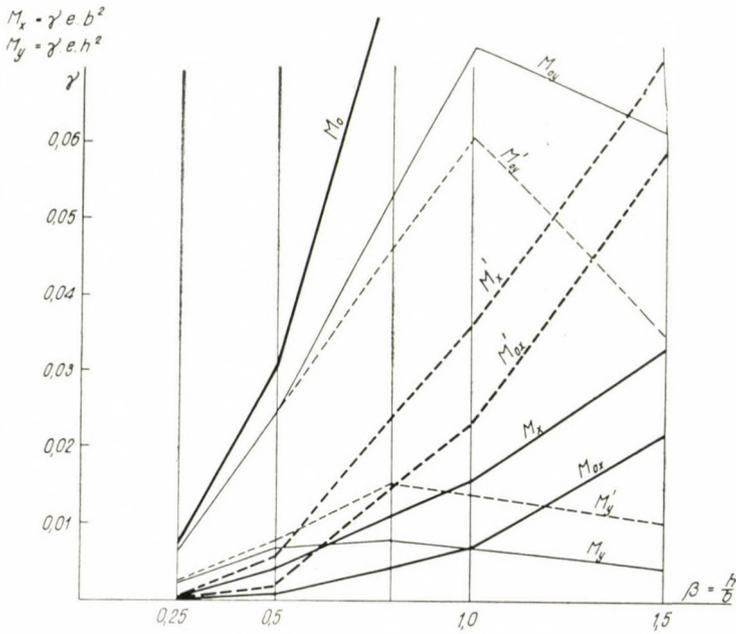
Der günstige Einfluß ergibt sich aus einem Vergleich der Plattenmomente, wenn diese bei verschiedenen $h/b = \beta$ Verhältnissen einmal ohne Berücksichtigung der Flügelwandkrägarmlen und einmal mit Berücksichtigung derselben berechnet werden. Der Verlauf der nach Gl. (5) berechneten Momente M_x und M_y weist darauf hin, daß ein wesentlicher Unterschied erst bei größeren Höhen und in den M_x -Werten auftreten wird, während die M_y -Werte gegen diese Veränderungen weniger empfindlich sind. Die in den M_x -Werten erzielbaren Ersparnisse machen bei $\beta = 1$ bereits mehr als 25% und bei $\beta = 1,5$ bereits 45% aus (Abb. 9a).

Fall b)

In diesem, in Abb. 7 dargestellten Fall soll die Widerlagerwandscheibe in lotrechter Richtung als unten in die Gründungsplatte fest eingespannt, oben frei beweglich, und in waagerechter Richtung als zweiseitig auf die



a) Vierseitig frei aufliegende Platte



b) An den Seiten frei aufliegende und unten eingespannte Platte

Abb. 9a—b. Verlauf der Maximalmomente im Mittelpunkt der Wandscheibe als Funktion des Verhältnisses $\beta = h/b$, nach der Näherungsmethode von H. Marcus berechnet

Flügelwände frei aufgelagert betrachtet werden. Doch können auch hier durch die starr eingebundenen Flügelwände den nach hinten auskragenden Längen entsprechende negative Momente entlang der Stützkanten übermitteln werden. Durch einen dem vorangehenden ähnlichen Gedankengang und auf Grund der MARCUSSCHEN Näherungsmethode lassen sich die Gleichungen für die Momente M_x und M_y ebenfalls durch die Gleichsetzung der Durchbiegungen der waagerechten und lotrechten Plattenstreifen aufschreiben.

Aus der dreieckförmig verteilten Erddruckbelastung erhalten wir für einen beliebigen Querschnitt :

$$M_y = -\frac{e_y \cdot h^2}{6} \xi'^3 \quad \text{und} \quad \delta_y = \frac{e_y \cdot h^4}{120EJ} (4 - 5\xi' + \xi'^5),$$

wo ξ' den relativen Abstand des Querschnittes vom Trägerende bedeutet. In der x Richtung können wir die Momente M_x und die Durchbiegungen δ_x wie vorher anschreiben :

$$M_x = \frac{e_x \cdot b^2}{8} (1 - 4a^2) \quad \text{und} \quad \delta_x = \frac{e_x \cdot b^4}{384EJ} (5 - 24a^2).$$

Und jetzt erhalten wir durch ein ähnliches Verfahren für die Mittelstreifen :

$$M_x = (1 - \varphi'_x) \cdot e_x \frac{b^2}{8} (1 - 4a^2), \quad (6a)$$

wo

$$\varphi'_x = \frac{5}{6} \left(\frac{b}{h^2} \right) \cdot \frac{4,82 \cdot h^2}{(5 - 24a^2) b^4 + 4,82 \cdot h^4}$$

und

$$e_x = e \frac{4,82 \cdot h^4}{(5 - 24a^2) b^4 + 4,82 \cdot h^4} \text{ ist}$$

$$M_y = -\varphi'_y \cdot e_y \frac{h^2}{48}, \quad (6b)$$

wo

$$\varphi'_y = \frac{5}{6} \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot \frac{(5 - 24a^2) \cdot b^4}{(5 - 24a^2) \cdot b^4 + 4,82 \cdot h^4}$$

$$\text{und } e_y = 2e \frac{(5 - 24a^2) \cdot b^4}{(5 - 24a^2) \cdot b^4 + 4,82 \cdot h^4}.$$

Unter Beibehaltung der günstigen Flügelwandlänge : $a/2 = 0,354 \cdot b$ wurden wieder die M_x und M_y Werte für die verschiedenen a -Verhältnisse

berechnet und mit dem Fall verglichen, wo die durch die Flügelwände übermittelten Auflagermomente unberücksichtigt blieben (M'_x, M'_y).

Diese Ergebnisse sind in Abb. 9b veranschaulicht und geben wieder Aufschluß darüber, wie günstig durch diese Zusammenwirkung die M_x und auch die M_y Momente beeinflußt werden (die Maximalwerte sind um mehr als 50% vermindert).

Um einen Aufschluß über die Veränderung der negativen M_y -Momente mit der Tiefe zu gewinnen, wurden die Werte M_x und M_y für den Wert $\xi' = 0,9$, d. h., den um $h/10$ über der Einspannungshöhe liegenden Querschnittstreifen berechnet. Auch diese Werte wurden in Abb. 9b aufgetragen (M_{0y} und M_{0x}) und zeigen, daß die Einspannungsmomente hier bereits überwiegen ($M_{0y} > M_{0x}$). Werden nun diese Werte wieder mit den ohne Berücksichtigung der Plattenwirkung berechneten Werten (M_0) verglichen, so findet man, daß bei geringeren $h/b = \beta$ Werten, das heißt, bei verhältnismäßig niedrigen Widerlagerwänden, die Ersparnisse bescheiden bleiben, aber mit der Zunahme des Verhältnisses β , das heißt, mit zunehmender Wandhöhe, die Plattenwirkung immer größer werdende Ersparnisse mit sich bringt. Die Konsolwirkung der Flügelwände kommt beim Vergleich der M_{0x} - und M'_{0x} -Werte mehr in der Horizontalrichtung zur Geltung, und bietet bei der Berechnung der M_y -Momente keinen Vorteil mehr.

Der im vorstehenden angeführte Berechnungsgang ermöglicht somit, die Bemessung der maßgebenden Querschnitte der Wandscheiben auf Grund der MARCUSSchen Näherungsmethode rasch und mit Hilfe geschlossener Formeln durchzuführen.

Diese Formeln dürfen aber nur angewendet werden, wenn die Platte eine gewisse Drillfestigkeit besitzt, also bei Eisenbetonwänden. Bei membranartigen Platten würden sie um 150—200% höhere Spannungswerte ergeben, woraus sich eine überflüssig hohe Sicherheit ergäbe.

III. Genauere Betrachtung der Hinterfüllungslasten

Neben dem statischen Verhalten der Widerlagerkonstruktionen muß es noch beachtet werden, daß der Erdkörper, der die waagerechten Beanspruchungen in der Konstruktion hervorrufen soll, nicht nur durch die Widerlagerwand, sondern von zwei Seiten auch noch durch die Flügelwände begrenzt ist, und infolgedessen wird sich der ausgeübte Erddruck höchstwahrscheinlich nicht wie in einem unendlichen Halbraum, sondern einigermaßen ähnlich wie in einem Silo ausbilden. Wie bedeutend sich diese Unterschiede in den tatsächlichen Erddruckwerten auswirken können, geht bereits aus den folgenden Versuchsergebnissen hervor.

Es wurde ein 100 cm breites und 62,5 cm hohes Widerlagermodell aus einem 2 mm dicken Stahlblech hergestellt. An die Widerlagerwandscheibe schließen sich zwei trapezförmige kragarmartige Flügelwandplatten an. Diese Versuchskonstruktion wurde unten auf einer Grundplatte 350—8 mm aufgeschweißt, und die Anschlüsse mit einer Reihe von daraufgeschweißten dreieckförmigen Plättchen $\frac{50 \times 50}{2} - 5$ versteift (Abb. 10).

Diese Konstruktion wurde zuerst mit gewöhnlichem Kiessand- und dann mit trockenem Eisenerzschotter wiederholt belastet und entlastet.

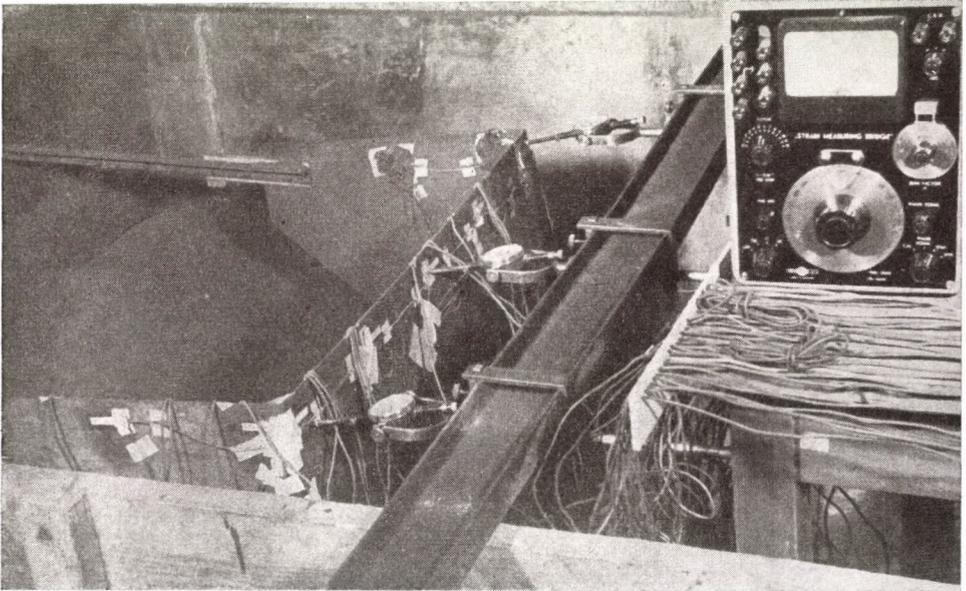


Abb. 10. Versuchskonstruktion mit Meßstellen. Links die Plattenkonstruktion, rechts Meßtisch

Die Zug- und Druckspannungen wurden inzwischen an den bezeichneten Stellen mit elektrischen Dehnungmeßstreifen und die horizontalen Bewegungen der Oberkante der Widerlagerwandscheibe mit Meßuhren gemessen.

Zunächst wurde die Konstruktion ohne obere Stützung — nur auf der Grundplatte aufliegend — belastet und entlastet. Die bodenphysikalischen Angaben der Belastungsmaterialien waren :

$$\begin{aligned} \gamma_k &= 1,7 \text{ t/m}^3 \text{ und } \varphi_k = 38^\circ \text{ für Kiessand und} \\ \gamma_e &= 2,3 \text{ t/m}^3 \text{ und } \varphi_e = 41^\circ 40' \text{ für Eisenschotter.} \end{aligned}$$

Die gemessenen Spannungswerte in dem oberen und mittleren Horizontalschnitt und auch in den drei Vertikalschnitten sind in Abb. 11 dargestellt.

Es wurden überall die Durchschnittswerte von zwei wiederholten Belastungen und Entlastungen angedeutet, und zwar in Abb. 11 für Kiessand- und in Abb. 12 für Eisenerzbelastung.

Die Spannungen wurden auch nach der folgenden (siehe Kap. IV) und von Dipl. Ing. G. FAZAKAS entwickelten Plattentheorie berechnet und mit den gemessenen Werten verglichen.

Wie ersichtlich, stimmen diese Werte für die Kiessandbelastung ziemlich gut überein. Die Abweichungen sind in den Maximum- und Minimum-Werten deutlich zu erkennen, da die gemessenen Werte mehr ausgeglichen sind. Dagegen sind die Abweichungen im Falle der Eisenerzschotterbelastung schon erheblich größer. Die Spannungen verlaufen ähnlich, aber die gemessenen Werte sind viel geringer als die berechneten, wenn die Belastung mit dem üblichen Erddruckbeiwert: $\lambda_a = \gamma \cdot \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2)$ berechnet wird. Die Spannungen sollten nämlich in diesem Falle um den Faktor von

$$\frac{\gamma_e \cdot \lambda_a^e}{\gamma_k \cdot \lambda_a^k} = \frac{2,3 \cdot 0,201}{1,7 \cdot 0,239} = 1,14$$

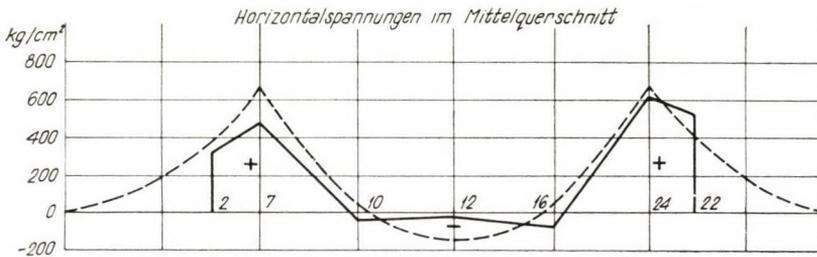
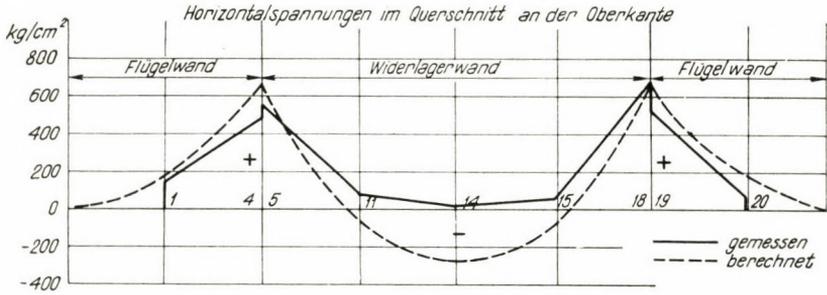
höher als unter Kiessandbelastung sein.

Dementgegen sind sie um 15—20% *niedriger* ausgefallen. Dies kann nur auf den beträchtlichen Einfluß der Silowirkung zurückgeführt werden, die mit der Zunahme des Wertes φ in erheblichem Maße zunimmt. Ein anderer Hinweis hereauf ergibt sich aus dem Umstande, daß die Spannungen im Horizontalschnitt vom Viertelpunkt nach dem Mittelpunkt hin abnehmen, obwohl statisch eine Zunahme zu erwarten wäre. Diese Abnahme der Spannungen ist im Falle der Eisenerzbelastung ausgeprägter, und kann wieder durch die gleichzeitige Abnahme der Belastungsverteilung begründet werden. Diese Abnahme nach der Plattenmitte hin wird wieder die Folge der Gewölbewirkung sein, worauf der φ -Wert einen bedeutenden Einfluß ausübt.

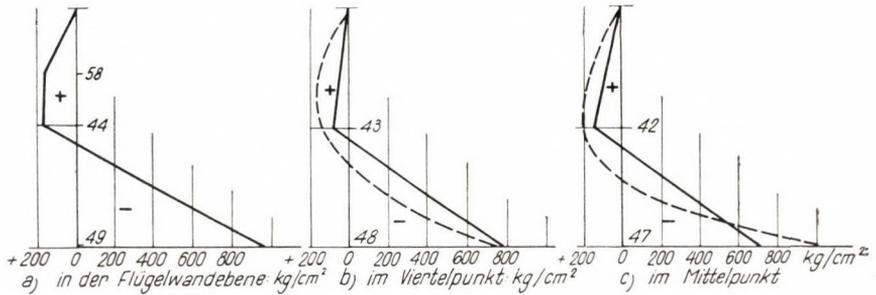
Hiernach wurden die Flügelwände der Versuchskonstruktion *mit je einem Zugband nach hinten verankert*, und die Eisenerzbelastung wurde an dieser Stelle wiederholt vorgenommen. Die Ergebnisse der Spannungsmessungen wurden in Abb. 13 dargestellt. Aus diesen Ergebnissen geht der große Vorteil einer oberen Stützung deutlich hervor.

Die negativen unteren Spannungen in den Vertikalschnitten sind mindestens auf ein Drittel — in den Flügelwandebenen auf einen vernachlässigbaren Bruchteil — herabgesetzt worden, während in den Horizontalschnitten die

Gemessene und berechnete Spannungen bei Kiesbelastung



Vertikalspannungen in der Widerlagerwand (Aussenseite)



Vertikalspannungen in der Widerlagerwand (Innenseite)

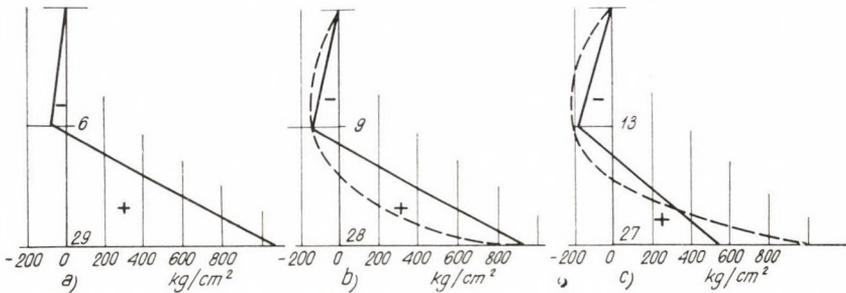
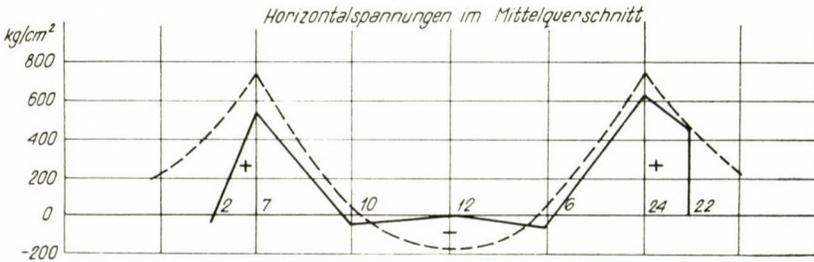
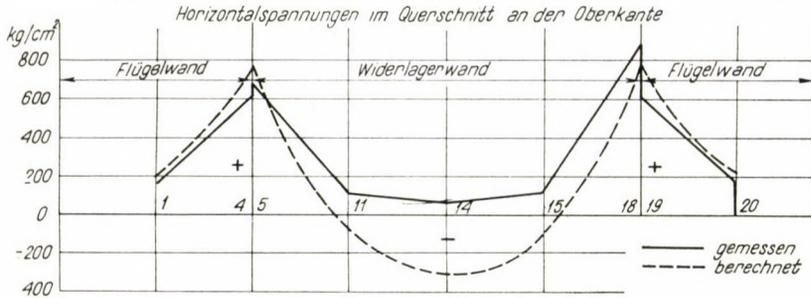
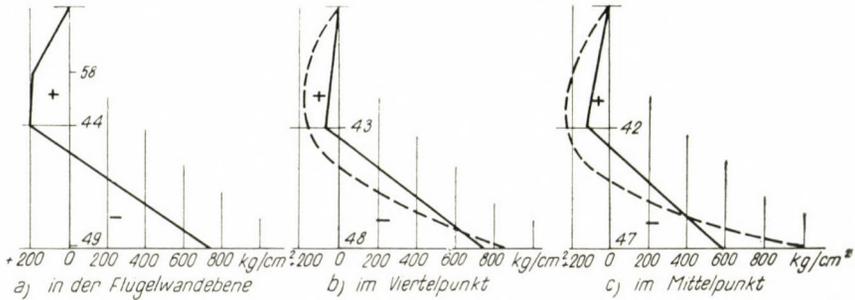


Abb. 11. Gemessene und berechnete Horizontal- und Vertikalspannungen mit Kiessandbelastung

Gemessene und berechnete Spannungen bei Eisenerzbelastung



Vertikalspannungen in der Widerlagerwand (Aussenseite)



Vertikalspannungen in der Widerlagerwand (Innenseite)

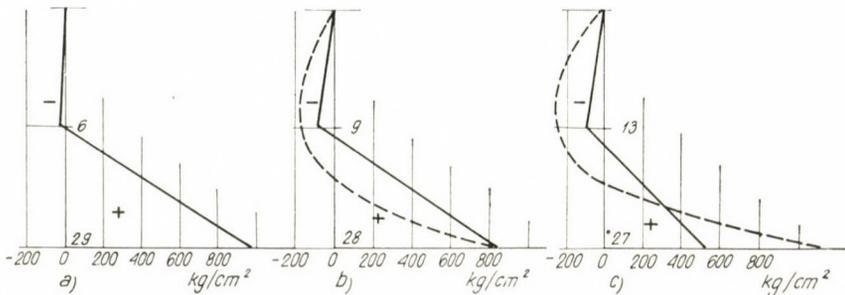


Abb. 12. Gemessene und berechnete Horizontal- und Vertikalspannungen mit Eisenerzbelastung

bei den Auflagerpunkten gemessenen negativen Spannungen auf etwa die Hälfte vermindert wurden. Diese letztere Erscheinung dürfte darauf zurückgeführt werden, daß die angewendeten Zugbandstreifen auch eine gewisse waagerechte Steifigkeit besaßen, die eine Art waagerechte Stützung an den

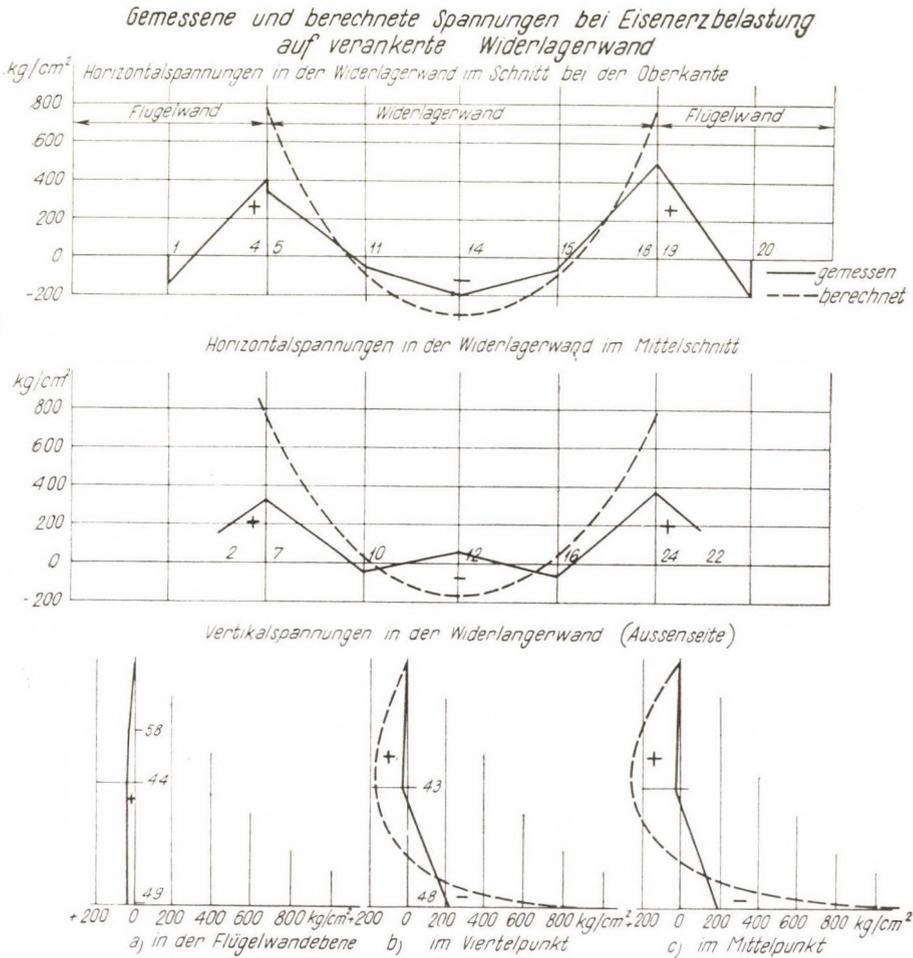


Abb. 13. Gemessene und berechnete Horizontal- und Vertikalspannungen mit Eisenerzbelastung auf verankerter Widerlagerwand

Flügelwandenden sicherte. Dies wurde auch dadurch bewiesen, daß selbst in der Flügelwand ein Spannungswechsel beobachtet wurde, der nur als Folge einer Endauflagerung auftreten konnte.

Um ein grobes Bild über das Maß der durchschnittlichen Erddruckverminderung zu erhalten, wurden aus den tatsächlich gemessenen Spannungswerten die Belastungen nach der von G. FAZAKAS entwickelten Platten-

theorie zurückberechnet. Unter Beibehaltung der dreieckförmigen Erddruckverteilung wurden hieraus die folgenden Ergebnisse erhalten. Bei *Kiesbelastung* erhielten wir die gemessenen Mittelwerte der Flügelwandmomente und die unteren Einspannungsmomente, wenn auf der Widerlagerwand 73,5% und auf der Flügelwand 93% der dreieckförmigen COULOMBSchen Erddruckbelastung angenommen wurde. Bei Eisenerzbelastung vermindern sich diese Anteile auf 61,5% bzw. 91%, und schließlich fallen sie bei verankerter Flügelwand auf 27,5% bzw. auf 47% ab. Diese Abnahmen dürfen natürlich nicht so gedeutet werden, als sie als Folge einer gleichmäßigen Belastungsverminderung auftreten würden, vielmehr sind sie einer günstigeren Verteilung der Belastung zuzuschreiben. Der Einfluß der hierfür verantwortlichen Silowirkung wird auch durch die erhöhten Verminderungswerte bei der Eisenerzbelastung und der Verankerung gerechtfertigt. Diese Ergebnisse weisen darauf hin, daß auf diesem Gebiete noch bedeutende Ersparnisse erzielt werden können, obwohl es als sicher erscheint, daß die tatsächlichen und viel steiferen Widerlagerwände und die dynamischen Einwirkungen der beweglichen Lasten eine derart hohe Ermäßigung der Erddrucklast nicht ermöglichen.

Die Versuche werden mit gleich hohen, aber verschieden breiten Stahlblechmodellen mit der gleichen Wanddicke von 2 mm und anschließend bei der ganzen Reihe mit einer Wandstärke von 8 mm fortgesetzt. Ferner wird die Wirkung von unter 45° geneigten schrägen Flügelwänden und das Verhalten der Stahlbetonmodelle geprüft. Aus dieser höheren Anzahl der Ergebnisse hoffen wir auch eine theoretische Auswertung der Hinterfüllungsdruckverminderung entwickeln zu können. Der Verfasser möchte seinen innigsten Dank seinen Mitarbeitern und vor allem Dipl. Ing. G. FAZAKAS, der die zahlenmäßige Berechnungen, und Dipl. Ing. L. MARCZAL, der die verantwortliche Arbeit der Spannungsmessungen unternommen hatte, auch hier zum Ausdruck bringen.

IV. Die statische Berechnung der Widerlagerversuchskonstruktion nach der Plattentheorie (Dipl. Ing. G. FAZAKAS)

Die lotrechte Wandscheibe des Versuchswiderlagers wurde als Plattenkonstruktion aufgefaßt, mit Rücksicht darauf, daß es sich um eine flächenhafte Konstruktion mit konstanter Wandstärke handelt, deren Dicke verglichen mit ihren Abmessungen in der Längs- und Querrichtung sehr gering ist.

Die Flügelwände sind als am einen Ende eingespannte Konsolträger betrachtet.

Die Widerlagerwandscheibe wirkt als eine unten fest eingespannte und an ihren zwei lotrechten Seiten durch die Flügelwände gestützte Platten-

scheibe, da die hohe Steifigkeit derselben nur eine geringe Verformung im Verhältnis zu den Eigenverformungen der Wandplatte selbst ermöglicht. Demgemäß wurde die Wandscheibe als eine unten fest eingespannte, an den zwei lotrechten Seiten frei aufgelagerte und an der Oberkante ohne Unterstützung schwebende Platte betrachtet.

Der auf die Wandscheibe wirkende Erddruck wurde der Einfachheit halber nach der klassischen COULOMBSchen Theorie berechnet.

Diese Belastungen lassen sich in zwei Gruppen teilen :

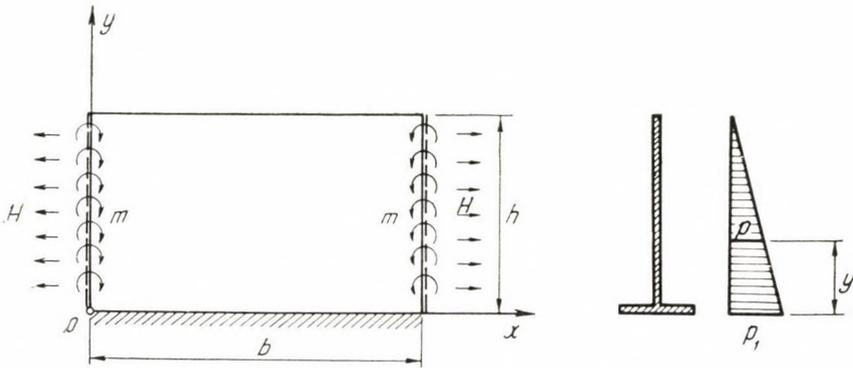


Abb. 14. Die Aufnahme der Belastungen auf der Wandscheibe (p, m)

1. Die auf die Wandscheibe unmittelbar wirkende und nach unten hin linear zunehmende Erddruckbelastung (p) mit dreieckförmiger Verteilung.

2. Die von den Flügeltänden übergebene Zug- (H) und Biegemomentenbelastung (m) (siehe Abb. 14).

Die Erddruckbelastung läßt sich in folgender Form ausdrücken :

$$p = p_1 \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right), \quad (\text{I})$$

wo

$$p_1 = \gamma \cdot h \cdot \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) \quad (\text{II})$$

und γ das Raumbgewicht des Bodens,

φ den inneren Reibungswinkel des Bodens bezeichnet.

Das Kräftespiel der Platte wird in zwei Schritten gelöst, und zwar wird es gesondert für die dreieckig verteilte Belastung und für die am Rande wirkende Momentenbelastung bestimmt.

Nach der Plattentheorie soll die Platte unter einer bestimmten Belastung eine derart verformte Gestalt annehmen, bei welcher die auf die Plattenebene

senkrechten Verschiebungen $w(x, y)$ den folgenden Zusammenhang, die sogenannte Plattengleichung erfüllen :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{K} \tag{III}$$

wo

w die elastische Verschiebung der Platte,
 p die auf die Flächeneinheit fallende Belastung, und
 K die Steifigkeit der Platte bedeutet.

$$K = \frac{E \cdot J}{1 - \mu^2}, \tag{IV}$$

wo

E den Elastizitätsmodul,
 J das Trägheitsmoment der Plattenstreifeneinheit, und
 $1/\mu$ die Poissonzahl bedeutet.

Wenn es gelingt, diese partielle Differentialgleichung vierter Ordnung zu lösen und die elastische Verschiebung, die verformte Gestalt der Platte, mit einer derartigen Funktion $w(x, y)$ zu beschreiben, daß sie neben der Erfüllung der Plattengleichung auch die durch die Auflagerung und Belastungsverhältnisse bestimmten Randbedingungen erfüllt, dann kann die Aufgabe als gelöst betrachtet werden.

Wenn nämlich die Funktion $w(x, y)$ bekannt ist, können aus ihr all die Beanspruchungen sowie die Biegemomente (m_x, m_y), die Drillungsmomente (m_{xy}) und die Scherkräfte (q_x, q_y) in jedem Querschnitte der Platte bestimmt werden, und zwar nach den folgenden Zusammenhängen:

(auf die Streifeneinheit bezogen)

$$m_x = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \tag{V}$$

$$m_y = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \tag{VI}$$

$$m_{xy} = - (1 - \mu) K \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \tag{VII}$$

$$q_x = -K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \cdot \partial y^2} \right) \tag{VIII}$$

$$q_y = -K \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \cdot \partial x^2} \right) \tag{IX}$$

Für die Versuchswiderlager ist es gelungen, für dreieckig bzw. trapezförmig verteilte Erddruckbelastung einen die elastische Verformung der Wandscheibe kennzeichnenden derartigen Zusammenhang $w(x, y)$ zu finden, der die Plattengleichung und daneben auch alle Randbedingungen gleichzeitig erfüllt.

Die durch die von den Flügelwänden übermittelten Momentenbelastungen hervorgerufenen elastischen Verformungen der Platte wurden durch die Näherungsmethode der Differenzgleichung bestimmt. Der Einfachheit halber wurde dabei auch die Poissonzahl μ gleich Null gesetzt.

1. Lösung für dreieckförmig verteilte Belastung

Durch Anwendung des in Abb. 14 dargestellten rechtwinkligen Koordinatensystems läßt sich der die elastischen Verschiebungen der Platte kennzeichnende Zusammenhang als ein Ausdruck mit zwei Gliedern in folgender Form anschreiben :

$$w = w_0 + w_1 \quad (\text{X})$$

Das erste Glied w_0 stellt die der Flächenbelastung p entsprechende und für die an den Stellen $x = 0$ und $x = b$ frei aufliegende Platte gültige Lösung dar, die jedoch die Randbedingungen des untersuchten Falls bei $y = 0$ nicht erfüllt. Wird jedoch diesem Glied noch das Glied w_1 beigefügt, das die Lösung der allein am Rande belasteten Platte darstellt, so wird es durch die entsprechende Wahl der Konstanten ermöglicht, daß die Summe aus den zwei Gliedern eine vollwertige Lösung liefert.

$$w_0 = \frac{4 \cdot b^4}{K \cdot \pi^5} p_1 \left(1 - \frac{y}{h} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \sin a_n \cdot x \quad (\text{XI})$$

$$w_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n^2} (A_n \cdot \text{Ch } a_n \cdot y + a_n \cdot y \cdot B_n \cdot \text{Sh } a_n \cdot y + C_n \cdot \text{Sh } a_n \cdot y + a_n \cdot y \cdot D_n \cdot \text{Ch } a_n \cdot y) \sin a_n \cdot x, \quad (\text{XII})$$

wo

$$a_n = \frac{n \cdot \pi}{b} \quad \text{und} \quad n = 1, 3, 5, 7, \dots \infty$$

A_n, B_n, C_n und D_n stellen Konstanten dar, die sich aus den Randbedingungen bestimmen lassen.

Die äußere Belastung wird in Form einer FOURIERSchen Reihe ausgedrückt :

$$p = \frac{4}{\pi} p_1 \left(1 - \frac{y}{h} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin a_n \cdot x. \quad (\text{XIII})$$

Es kann nachgewiesen werden, daß die Ausdrücke w_0 und w_1 die Plattengleichung (III) erfüllen. Daneben sollen sie auch allen Randbedingungen genügen. Diese Randbedingungen sind die folgenden :

1. An der Stelle $y = 0$ soll $w = 0$ und $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$ sein, da die Platte fest eingespannt ist.

2. An der Stelle $y = h$ soll $m_y = 0$ und $\bar{q}_y = 0$ sein, da auf dem Außenrande der Platte keine Außenbelastung oder Reaktionskraft bzw. Moment wirksam ist. Hier bedeutet \bar{q}_y die am Rande der Platte auftretende Scherkraft.

3. An der Stelle $x = 0$ soll die Bedingung $w = 0, m_x = 0$ erfüllt werden. Hier ist nämlich die Platte als frei aufliegend gestützt.

4. Auch an der Stelle $x = b$ sind die Bedingungen 3. gültig.

Durch den für w angeschriebenen Ausdruck werden die unter 3. und 4. angeführten Bedingungen erfüllt. Die unter 1. und 2. aufgestellten Bedingungen lassen sich durch die entsprechende Wahl der Konstanten A_n, B_n, C_n und D_n erfüllen.

Aus der Bedingung $y = 0, w = 0$ erhalten wir den folgenden Zusammenhang :

$$w_{y=0} = \frac{4 \cdot p_1}{b \cdot K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^5} \cdot \sin \alpha_n \cdot x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot A_n \cdot \sin \alpha_n \cdot x = 0$$

und hieraus wird

$$A_n = - \frac{4 \cdot p_1}{b \cdot K} \cdot \frac{1}{\alpha_n^3} . \tag{XIV}$$

Aus der Bedingung $y = 0, \frac{\partial w}{\partial y} = 0$ ergibt sich

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{4}{K \cdot b} \cdot \frac{p_1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^5} \cdot \sin \alpha_n \cdot x + \frac{1}{\alpha_n} \sum_{n=1}^{\infty} (C_n + D_n) \sin \alpha_n \cdot x = 0$$

und hieraus erhalten wir :

$$C_n + D_n = \frac{4}{K \cdot b} \cdot \frac{p_1}{h} \cdot \frac{1}{\alpha_n^4} . \tag{XV}$$

Mit Rücksicht darauf, daß

$$m_y = - K \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \text{ ist,}$$

erhalten wir aus der Bedingung $y = h$, $m_y = 0$:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

Durch Einsetzen dieser Werte erhalten wir :

$$(A_n + 2B_n) \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + \alpha_n \cdot h \cdot B_n \cdot \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + (C_n + 2D_n) \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + \\ + \alpha_n \cdot h \cdot D_n \cdot \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h = 0$$

Durch Vereinfachung der Gleichung erhalten wir :

$$A_n \cdot \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + 2B_n \cdot \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + \alpha_n \cdot h \cdot B_n \cdot \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + C_n \cdot \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + \\ + 2D_n \cdot \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + \alpha_n \cdot D_n \cdot \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h = 0. \quad (\text{XVI})$$

Die Bedingung $y = h$, $\bar{q}_y = 0$ bringt schließlich zum Ausdruck, daß am Rande der Platte die Scherkraft wie auch das Drillungsmoment gleich Null sein soll.

Das Drillungsmoment kann durch ein gleichmäßig verteiltes Scherkräftsystem ersetzt werden, das mit der Scherkraft zusammen den Wert von \bar{q}_y ergibt.

$$\bar{q}_y = -K \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \cdot \partial y} \right]$$

Mit $\mu = 0$ wird an der Stelle $y = h$, $q_y = 0$, und somit ergibt sich

$$\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \cdot \partial y} = 0.$$

Durch Einsetzen der entsprechenden Werte von w erhalten wir die folgende Gleichung :

$$\frac{8}{K \cdot b} \cdot \frac{p_1}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^3} \sin \alpha_n \cdot x + \alpha_n [(A_n + 3B_n) \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + \\ + \alpha_n \cdot h \cdot B_n \cdot \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + (C_n + 3D_n) \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + \\ + \alpha_n \cdot h \cdot D_n \cdot \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h] \sum_{n=1}^{\infty} \sin \alpha_n \cdot x - 2\alpha_n [(A_n + B_n) \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h + \\ + \alpha_n \cdot h \cdot B_n \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + (C_n + D_n) \cdot \operatorname{Ch} \alpha_n \cdot h + \alpha_n \cdot h \cdot D_n \cdot \operatorname{Sh} \alpha_n \cdot h] \sum_{n=1}^{\infty} \sin \alpha_n x = 0.$$

Nach Umformung und Vereinfachung dieser Gleichung erhalten wir :

$$\frac{8}{K \cdot b} \cdot \frac{p_1}{h} \cdot \frac{1}{a_n^4} - A_n \cdot \text{Sh } a_n \cdot h + B_n \cdot \text{Sh } a_n \cdot h - a_n \cdot h \cdot B_n \cdot \text{Ch } a_n \cdot h - \\ - C_n \cdot \text{Ch } a_n \cdot h + D_n \cdot \text{Ch } a_n \cdot h - a_n \cdot h \cdot D_n \cdot \text{Sh } a_n \cdot h = 0. \quad (\text{XVII})$$

Aus den Gleichungen (XIV), (XV), (XVI) und (XVII) lassen sich die Werte von A_n , B_n , C_n und D_n bestimmen. In Kenntnis derselben kann der Wert von $w(x, y)$ auf Grund der Gleichungen (X), (XI), und (XII) in einem beliebigen Punkt bestimmt werden. Mit Hilfe der Ausdrücke (V) und (VI) kann ferner das in der Platte hervorgerufene Moment an einer beliebigen Stelle berechnet werden.

Bei dem Berechnungsvorgang müssen die Konstanten $A_n \dots D_n$ für jeden Wert von n gesondert bestimmt werden. Je mehr Glieder in Betracht gezogen werden, um so genauere Ergebnisse werden erzielt.

Der Versuchsträger wurde aus einem Stahlblech mit einer gleichmäßigen Wandstärke von 2 mm hergestellt. Der Träger hat folgende Abmessungen :

$$b = 100 \text{ cm,}$$

$$h = 62,5 \text{ cm.}$$

Das angewendete Belastungsmaterial war Kiessand, dessen innerer Reibungswinkel $\varphi = 38^\circ$ und das Raumgewicht $\gamma = 1,7 \text{ t/m}^3$ betrug. Wird die Erdbelastung ganz bis zur Oberkante des Widerlagers aufgefüllt, so beträgt die größte Ordinate der auf die Rückwand fallenden dreieckförmigen Belastung $p_1 = 0,253 \text{ t/m}^2$.

Die durch diese Belastung hervorgerufenen und nach der vorstehenden Theorie berechneten Momentenwerte wurden in Abb. 15 dargestellt.

Die bei der Berechnung berücksichtigte Anzahl der Glieder in den unendlichen Reihen wurde auf $n = 5$ beschränkt.

2. Die Näherungslösung der an den Plattenrändern wirkenden Momentenbelastung

Die Platte wird durch ein rechtwinkliges Netz in n gleiche Vierecke geteilt. Die durch die angegebene äußere Belastung bedingte elastische Verschiebung wird für jeden Eckpunkt dieses Netzsystems berechnet, wobei die im vorstehenden bereits angeführten Zusammenhänge der Plattentheorie an Stelle von Differentialquotienten näherungsweise durch Differenzenquotienten ausgedrückt werden.

Für alle Punkte des Netzsystems wird die Plattengleichung (III), und für die Randpunkte werden die den Auflagerungs- und Belastungsverhält-

nissen entsprechenden Bedingungen in Form von Differenzgleichungen angeschrieben. Dadurch erhalten wir so viele Gleichungen, wie sie zur Bestimmung der Unbekannten — nämlich der Verschiebungen der Eckpunkte des Netzsystems — erforderlich sind. In deren Kenntnis können wir dann die Biegemomente auf Grund der Zusammenhänge (V) und (VI) berechnen, wobei an Stelle der Differentialquotienten wieder Differenzenquotienten benutzt werden.

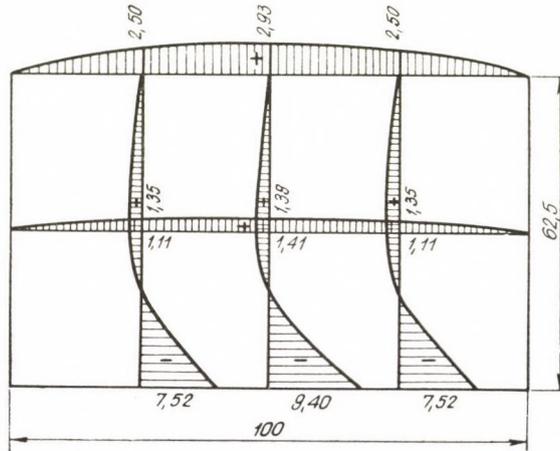


Abb. 15. Die durch die Erddruckbelastung hervorgerufenen Beanspruchungen

In bezug auf einen beliebigen Punkt »k« lassen sich die Differenzenquotienten der Plattenverschiebung »w« mit Hilfe der Bezeichnungen der Abb. 16 folgenderweise ausdrücken :

$$\frac{\Delta w_k}{\Delta x} = \frac{w_{k+1} - w_{k-1}}{2\Delta x}; \quad \frac{\Delta w_k}{\Delta y} = \frac{w_l - w_i}{2\Delta y};$$

$$\frac{\Delta^2 w_k}{\Delta x^2} = \frac{w_{k+1} - 2w_k + w_{k-1}}{\Delta x^2}; \quad \frac{\Delta^2 w_k}{\Delta y^2} = \frac{w_l - 2w_k + w_i}{\Delta y^2};$$

$$\frac{\Delta^3 w_k}{\Delta x^3} = \frac{w_{k+2} - 2w_{k+1} + 2w_{k-1} - w_{k-2}}{2\Delta x^3};$$

$$\frac{\Delta^3 w_k}{\Delta y^3} = \frac{w_m - 2w_l + 2w_i - w_h}{2\Delta y^3};$$

$$\frac{\Delta^4 w_k}{\Delta x^4} = \frac{6w_k - 4(w_{k+1} + w_{k-1}) + w_{k+2} + w_{k-2}}{\Delta x^4};$$

$$\frac{\Delta^4 w_k}{\Delta y^4} = \frac{6w_k - 4(w_l + w_i) + w_m + w_h}{\Delta y^4};$$

$$\frac{\Delta^4 w_k}{\Delta x^2 \Delta y^2} = \frac{4w_k - 2(w_{k+1} + w_{k-1} + w_l + w_i) + w_{i+1} + w_{i-1} + w_{l+1} + w_{l-1}}{\Delta x^2 \cdot \Delta y^2}.$$

Bei den Differenzenquotienten werden die unpaaren Differenzenquotienten mittels der mittleren Differenzenquotienten angeschrieben. An den Rändern der Platte sollen Hilfspunkte eingeführt werden, damit die die Randbedingungen ausdrückenden Differenzenquotienten angeschrieben werden können.

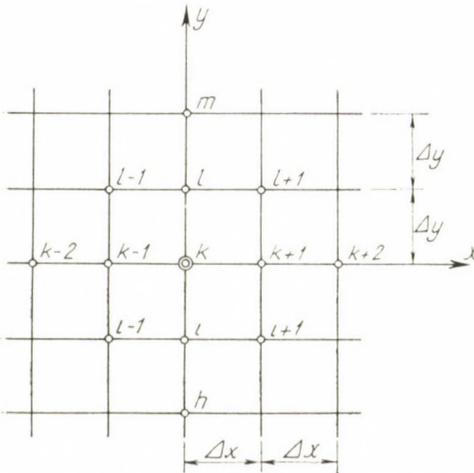


Abb. 16. Das für die Differenzenrechnung aufgenommene Netzsystem

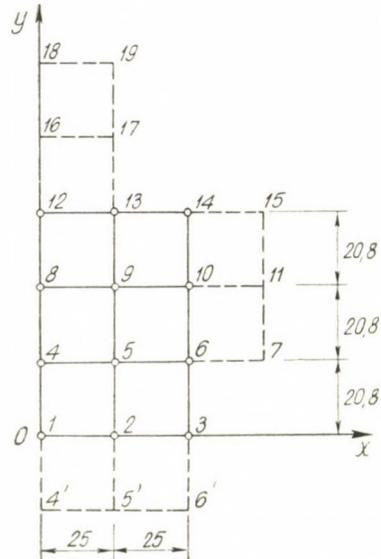


Abb. 17. Bezeichnungen der aufgenommenen Punkte an der Versuchs-konstruktion

Die genauen Werte werden durch die berechneten um so besser angenähert, eine je engere Netzteilung angewendet wird.

Bei dem gegebenen Versuchsträger wurde lediglich die eine Hälfte untersucht, da die Belastung in bezug auf die y-Achse symmetrisch ist.

Die halbe Platte wurde in 6 gleiche Teile aufgeteilt (siehe Abb. 17).

Zur Anschreibung der Randbedingungen wurden auch die in dieser Abbildung bezeichneten Hilfspunkte benötigt.

Damit wurde der w -Wert insgesamt in 19 Punkten, und zwar in 12 in der Platte liegenden und in 7 Hilfspunkten bestimmt. Da es aus den Randbedingungen folgt, daß die Werte $w_1, w_2, w_3, w_6, w_{10}$ und w_{14} gleich Null sind, wird im weiteren die Bestimmung von 13 Unbekannten benötigt.

Demgemäß müssen zur Bestimmung der unbekanntenen w -Werte 13 Gleichungen angeschrieben werden. Für die Punkte 4, 5, 8, 9, 12 und 13 können die erforderlichen 6 Gleichungen auf Grund des Zusammenhanges (III) und weitere 7 Gleichungen auf Grund der Randbedingungen aufgeschrieben werden.

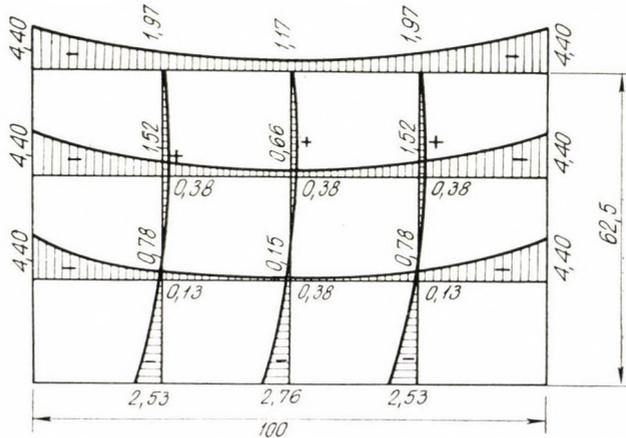


Abb. 18. Durch die Seitenrandmomente hervorgerufene Beanspruchungen

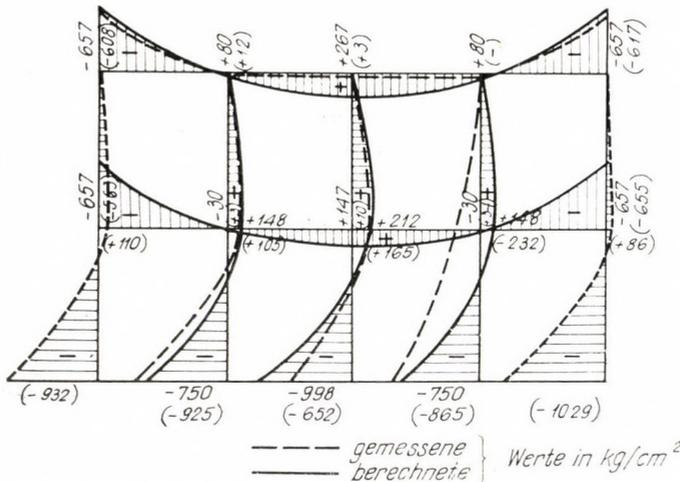


Abb. 19. Vergleich der berechneten und gemessenen Spannungswerte an der Widerlagerwandscheibe

An der Stelle $y = h$ ist $m_y = 0$. Auf die beiden Punkte 12 und 13 bezogen liefert diese Bedingung zwei Gleichungen. An derselben Stelle $y = h$ verschwindet auch \bar{q}_y , und dies liefert, wieder auf die beiden Punkte 12 und 13 bezogen, 2 weitere Gleichungen. Weitere 3 Gleichungen ergeben sich aus der Bedingung, daß an der Stelle $x = b$ das Moment m_x dem bekann-

ten und durch die Flügelwand übermittelten Moment »m« gleich sein muß. Diese Bedingung kann für die Punkte 6, 10 und 14 angeschrieben werden.

Aus den auf diese Weise angeschriebenen 13 Gleichungen können die 13 Unbekannten bestimmt werden.

Demnach können wir die in den einzelnen Eckpunkten auftretenden Biegemomente auf Grund der Zusammenhänge (V) und (VI) in Differenzenquotienten ausgedrückt erhalten.

Eine weitere Näherung besteht darin, daß die durch die Flügelwände auf die Versuchswiderlagerwand übermittelten Eckmomente als überall gleichmäßig verteilt angenommen wurden.

Die auf der Platte auftretenden und nach der oben vorggeführten Theorie berechneten Momente wurden in Abb. 18 dargestellt. (Die Momente wurden in kg/cm angegeben.)

Durch die Flügelwand wird auf die Platte auch eine Zugkraft übermittelt, deren Wirkung jedoch vernachlässigt wurde.

Die durch die Momente hervorgerufenen Höchstspannungen wurden aus dem Zusammenhang $\sigma = M/K$ berechnet, und die aus den vorher behandelten zwei Kraftwirkungen entstandenen Höchstspannungen in Abb. 19 dargestellt.

In derselben Abbildung wurden auch die während des durchgeführten Versuches tatsächlich gemessenen Spannungswerte punktiert eingezeichnet. Die Übereinstimmung der Werte ist vollauf zufriedenstellend.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Unwirtschaftlichkeit der heute üblichen Brückenwiderlager. *Verbesserungsmöglichkeiten der Konstruktionsanordnung.* Obere waagerechte Auflagerung der Widerlagerwand durch die Brückentragkonstruktion oder durch Verankerung. Unterschiede zwischen den Verankerungen mit Ankerplatte bzw. Pfahlgruppe. Vorteile der Pfahlgruppenverankerung auf die Gründung. Vorteile der schrägen Verankerungsflügelwände gegenüber den Abschlußsteinkegeln. *Genauere Berechnungsmethoden,* die einerseits die günstige Wirkung der durch die beiden Wände übermittelten und durch die untere Einspannung hervorgerufenen negativen Momente, andererseits die Plattenwirkung der Wandscheibe näherungsweise in Betracht ziehen. *Einfluß der günstigeren Verteilung der Erddrücke.* Spannungsmessungen an einem dünnwandigen Stahlblechmodell, die vorläufig eine beträchtliche (etwa 30—60%ige) Verminderung der Meßwerte im Vergleich zu den berechneten Werten aufwiesen.

Bei der *Kontrollberechnung* des Versuchswiderlagers wurde nach *Dipl. Ing. G. FAZAKAS* die Wandscheibe als unten in der Grundplatte steif eingespannt, an den zwei Seiten als frei aufliegend und an der Oberkante als frei betrachtet. Die Belastungen wurden in zwei Anteile getrennt. Der erste Anteil besteht aus der nach unten hin geradlinig zunehmenden dreieckförmigen Erddruckbelastung, für welche an Hand von *GIRKMANN* eine genaue Berechnungsmethode auf Grund der Plattendifferentialgleichung vierter Ordnung entwickelt wurde. Der zweite Anteil besteht aus der durch die Flügelwände übermittelten und an den Rändern verteilten Einspannungsmoment-Belastung, für welche eine Näherungslösung in Form einer Differenzgleichung vierter Ordnung aufgestellt wurde. Nach Abb. 19 weisen die gemessenen und berechneten Spannungswerte an der Wandscheibe eine annehmbare Übereinstimmung auf.

MORE ECONOMICAL STRUCTURAL AND MORE ACCURATE CALCULATION OF ABUTMENTS

K. SZÉCHY

SUMMARY

Uneconomical character of conventional abutment-structures used nowadays. Possibilities of an improvement by a *more advantageous* structural arrangement. Upper support of the abutment-wall offered by the superstructure, or by anchoring ties. Advantageous influence of an anchorage, consisting of an anchoring-plate or of a pile-group on the foundation-block of the abutment. Advantages of inclined wing-walls versus stone-cone aprons. *More accurate methods of calculation*, which approximately take into consideration, on the one hand fixing moments transferred by the wing-walls and by the foundation-body on the other hand the slab-like behaviour of the abutment-wall. The effect of a *more advantageous distribution of earth-pressures*. Stress-measurements carried out on a thin-walled steel plate model gave for the time being 30—60 percent lower stress-values, than obtained by computation.

At the check calculation of Gy. FAZAKAS the shell was assumed to be rigidly fixed into the foundation-slab and at both sides supported freely by the adjoining wing-walls, while the fourth, i. e. the upper edge was supposed to be free. Forces acting on the shell were divided into two parts. The first part is the downward linearly increasing, triangularly distributed earth-pressure (the method used for this calculation was worked out with the help of GIRKMANN's book on the base of an exact differential equation of the fourth order). The second part is the load given by distributed fixing moments transmitted at the edges from the wing-walls; this solution was worked out on the base of a difference equation of the fourth order. Computed and measured values showed satisfying agreement according to Fig. 19.

CONSTRUCTION PLUS ÉCONOMIQUE ET CALCUL PLUS EXACT DES CULÉES DE PONTS

K. SZÉCHY

RÉSUMÉ

Défauts de la construction actuelle des culées au point de vue économique, et possibilités d'amélioration par recherche d'une construction plus appropriée. Appui supérieur de la culée par la construction ou par ancrage en arrière. Effet favorable de l'ancrage à plaque d'ancrage ou par groupe de pieux, sur la fondation de la culée. Avantages des ailes de soutènement obliques sur les cônes de talus en pierre. Procédés de calcul plus exacts, tenant compte d'une part, des moments d'encastrement transmis par les ailes de soutènement et les blocs de fondation, et d'autre part du comportement à la façon d'une plaque de la culée. Effet de la distribution plus favorable de la poussée des terres. Mesures de tension effectuées sur un modèle de tôle en acier à paroi mince, ayant donné des valeurs de 30 à 60% inférieures aux valeurs calculées.

La tôle a été supposée solidement encastrée dans la semelle, et appuyée librement par les ailes de raccordement sur les deux côtés, le quatrième côté supérieur, étant libre (procédé de calcul de Gy. Fazakas). Les charges supportées par la plaque sont divisées en deux parties. L'une est constituée par la poussée des terres à distribution triangulaire, croissant linéairement vers le bas; pour celle-ci un procédé de calcul exact a été élaboré sur base de l'équation différentielle du quatrième ordre, avec mise à profit de l'oeuvre de Girkmann. La seconde partie est constituée par la charge des moments d'encastrement transmise aux extrémités par les ailes, et dont la solution a été développée à l'aide de l'équation des différences du quatrième ordre. D'après la figure 19, les valeurs calculées et celles mesurées au cours des essais, montrent une bonne concordance.

БОЛЕЕ ЭКОНОМИЧНОЕ ОФОРМЛЕНИЕ ОПОРНЫХ СТЕН МОСТОВ И ИХ БОЛЕЕ ТОЧНЫЙ РАСЧЕТ

К. СЕЧИ

РЕЗЮМЕ

Неэкономичность применяемых в настоящее время конструкций контрфорсов. Возможность улучшения *путем более выгодного оформления конструкции*. Оформление верхних опор контрфорса, либо с опиранием на конструкцию моста, либо с заанкерованием. Благоприятное влияние заанкерования свайными рядами и анкерной плитой на мостовые балки. Преимущества крыльев подпорных стенок косым заанкерованием по сравнению с крайними конусообразными каменными опорами. *Методы более точного расчета*, которые принимают во внимание, с одной стороны, момент заделки подпорной стенки в фундамент, с другой стороны, плитоподобное применение контрфорса. Влияние более *благоприятного распределения давлений грунта*. Измерения напряжений на модели из тонкого стального листа, до сих пор получены напряжения на 30—60% меньше расчетных значений.

Предполагалось, что лист снизу жестко заделан в опорную плиту, а с двух сторон свободно опирается на крылья подпорных стенок, четвертая же верхняя сторона свободна, (способ расчета Д. Фазекаш). Нагрузки, действующие на лист, были разделены нами на две части. Первая часть — линейно возрастающая, имеющая треугольное распределение давления грунта, для которой, используя книгу Гиркмана, нами разработан метод расчета на основании точного дифференциального уравнения 4-ой степени. Вторая часть — распределенная нагрузка от моментов заделки, действующих на края посредством крыльев подпорных стенок, для которых нами разработано решение на основании дифференциального уравнения 4-ой степени. Рис. 19 показывает, что значения, полученные расчетным путем, достаточно близки к результатам исследования.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki felelős: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1959. V. 20. — Terjedelem: 19,75 (A/5) ív, 122 ábra, 2 melléklet

1959/49066. — Akadémiai Nyomda Budapest, V. Gerlóczy u. — Felelős vezető: Bernát György

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up volumes. Manuscripts should be addressed to

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest, VI., Népköztársaság útja 21. Account No 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes. On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante:

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest VI., Népköztársaság útja 21. Compte-courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу:

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest VI., Népköztársaság útja 21. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

INDEX

<i>Széchy, K.</i> : Vorwort — Preface — Préface — <i>Сечи, К.</i> : Предисловие.....	3
<i>Palotás, L.</i> : Győző Mihailich — <i>Палоташ, Л.</i> : Дьезе Михайлич	11
<i>Hetényi, M.</i> : A Comparison of Various Solutions for Beams on Elastic Foundation — Vergleich verschiedener Lösungen elastisch gebetteter Träger — Comparison des différentes solutions des poutres à porteurs élastiques — <i>Хетени, М.</i> : Сравнение различных балок на упругом основании	21
<i>Hruban, K.</i> : Die Grenzspannung der Längsbewehrung von Stahlbetonbalken — Limitstress of Longitudinal Reinforcement of Reinforced Concrete Beams — Tension limite de l'armature longitudinale des poutres en béton armé — <i>Хрубан, К.</i> : Предельные напряжения продольной арматуры железобетонных балок	29
<i>Lewicki, E.</i> : Neuere Versuche über die Dampfbehandlung von Frischbeton zur Erreichung früher Festigkeit — Newer Tests on the Steam-curing of Concrete to Accelerate the Increase of its Strength — Nouveaux essais pour augmenter la résistance initiale du béton par un traitement à la vapeur — <i>Левички, Э.</i> : Исследования роста прежней прочности путем пропарки бетона	45
<i>Olszak, W.</i> und <i>Sawczuk, A.</i> : Die Grenztragfähigkeit von zylindrischen Schalen bei verschiedenen Formen der Plastizitätsbedingung — Ultimate Load Carrying Capacity of Cylindrical Shells for Different Forms of the Yield Condition — Charge limite des voiles cylindriques, pour différentes conditions de plasticité — <i>Ольшак, В.</i> и <i>Савчук, А.</i> : Предельная и несущая способность цилиндрических оболочек при различных условиях пластичности	55
<i>Barta, J.</i> : Viermomentengleichung zur statischen Berechnung eindimensionaler ebener Träger — Four Moments Equation for the Stress Analysis of Plain Structures of One Dimension — Équation des quatre moments pour le calcul statique des structures planes à une dimension — <i>Барта, Й.</i> : Уравнение четырех моментов для статического расчета одноразмерных плоскостных ферм.....	79
<i>Csonka, P.</i> : Über doppelt gekrümmte Schalen — Shells Curved in Two Directions — Coques courbées en deux directions — <i>Чонка, П.</i> : О кривых в двух направлениях оболочках.....	87
<i>Gyengő, T.</i> : Neue Grundlagen für die Bestimmung der Betonfestigkeit — New Method for the Determination of the Strength of Concrete — Nouvelle méthode pour la détermination de la résistance du béton — <i>Дьенге, Т.</i> : Новые принципы определения прочности бетона	103
<i>Haviár, Gy.</i> : Vorgespannte Betonbalken ohne nachträglichen Verbund — Post-tensioned Concrete Beams with Non-bonded Steel — Poutres de béton post-contraintes avec armatures glissantes en acier — <i>Хавиар, Дь.</i> : Последующе напряженные бетонные балки со скользящей стальной арматурой	115
<i>Korányi, I.</i> : Analyse der Grenzspannung bei St. 37 — Conditions Influencing Limitstress of Steel Type St. 37 — Circonstances influant sur la détermination de la tension limite de l'acier St. 37 — <i>Корани, И.</i> : Обстоятельства, влияющие на определение предельного напряжения стали Ст. 37.	135
<i>Menyhárd, I.</i> : Über die Berechnung von Bogenträgern aus idealplastischem Material — Calculation of Arch-girders of Perfectly Plastic Material — Sur le calcul de poutres en arc d'un matériau idéalement plastique — <i>Меньхард, И.</i> : О расчете арочных балок из идеально-пластичного материала	153
<i>Palotás, L.</i> : Torsion von geradachsigen Stäben — Torsion of Bars with Straight Axis — Torsion des barres à axe rectiligne — <i>Палоташ, Л.</i> : Кручение стержней с прямолинейной осью	161
<i>Schwertner, A.</i> : Die Knickung des Bogens — Buckling of Arches — Flambage des arcs — <i>Швертнер, А.</i> : Устойчивость арок	175
<i>Széchy, K.</i> : Über die wirtschaftlichere Gestaltung und genauere Berechnung der Brückenwiderlager — More Economical Shaping and Exacter Calculation of Abutments — Construction plus économique et calcul plus exact des culées de ponts — <i>Сечи, К.</i> : Более экономичное оформление опорных стен мостов и их более точный расчет	191

ACTA
TECHNICA
ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XXVI

FASCICULI 3—4



1959

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V. ALKOTMÁNY UTCA 21.

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó”-nál (Budapest V. Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-44), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Bankszámla : 43-790-057-181), vagy annak külföldi képviselőinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, französischer, englischer oder russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Außenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

NEUE ENTWICKLUNGSMÖGLICHKEITEN DER 50-HZ-EINPHASEN-STROMWENDERTRIEB- FAHRZEUGE

Prof. O. BENEDIKT

ORDENTLICHES MITGL. DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN,
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BUDAPEST, LEHRSTUHL FÜR SPEZIELLE ELEKTRISCHE MASCHINEN

I. Problemstellung

In den letzten Jahren haben sich die 50-Hz-Einphasentriebfahrzeuge in den folgenden drei Richtungen entwickelt:

I. Triebfahrzeuge, in denen eine Synchronmaschine unmittelbar oder durch einen Transformator mit Wechselstrom gespeist wird; diese Synchronmaschine wandelt die elektrische Energie entweder in elektrische, oder mechanische, bzw. zum Teil in elektrische und zum Teil in mechanische Energie um.

II. Triebfahrzeuge, in denen der Wechselstrom mit Hilfe eines Gleichrichters in Gleichstrom umgewandelt wird, der die Gleichstrom-Zugmotoren speist.

III. Triebfahrzeuge, die mit Einphasen-Stromwenderzugmotoren versehen sind.

Alle drei Gruppen haben ihre Vorteile:

Zur ersten Gruppe gehört vor allem die hervorragende Konstruktion von KANDÓ [1], [2], die Phasenumformerlokomotive, die die erste und lange Jahre hindurch die einzige betriebsfähige 50-Hz-Einphasenlokomotive war. Ihre Weiterentwicklung stellt das von RATKOVSKY [3] im Jahre 1938 erfundene Periodenumformersystem dar. Eine Abart dieser Lokomotive wurde auch von der Firma Oerlikon gebaut. Des weiteren gehört hierher das von MÁNDY und SZTRÓKAY [4] im Jahre 1948 entwickelte, mit Schleifringmotoren ausgerüstete Periodenumformersystem. Zur ersten Gruppe gehören auch die Motorgeneratorlokomotiven, unter denen einerseits das System KOSTENKO [5], andererseits das WARD—LEONARD-System zu erwähnen ist. Im System KOSTENKO wird die Rolle des Generators von einer Stromwendermaschine ausgeübt, die die asynchronen Zugmotoren mit Wechselstrom von veränderlicher Frequenz speist.

Wie verschieden auch die in der I. Gruppe aufgezählten Triebfahrzeuge vom Gesichtspunkt ihrer Kennlinien und Betriebseigenschaften sind, so besitzen sie doch sämtliche zwei sehr wertvolle Eigenschaften. Die erste ist, daß sie praktisch mit einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 1$ arbeiten, während die zweite wertvolle Eigenschaft darin besteht, daß sich bei ihnen Nutzbremmung

verwirklichen läßt. Andererseits haben sie auch zwei große Nachteile: der eine ist, daß das Gewicht der für volle Leistung zu dimensionierenden Hilfsmaschinen (Phasenumformer, Periodenumformer oder Motorgeneratoren) sehr groß ist, der andere, daß die in den großen Hilfsmaschinen auftretenden Verluste den Wirkungsgrad wesentlich vermindern.

Die zur II. Gruppe gehörenden, mit Ignitrons oder Halbleitergleichrichtern ausgerüsteten Triebfahrzeuge haben gegenüber den zur I. Gruppe gehörenden Triebfahrzeugen den großen Vorteil, daß sie ein kleineres Gewicht und einen besseren Wirkungsgrad besitzen. Dagegen nehmen sie aus dem Netz einen verhältnismäßig großen Blindstrom auf, wodurch in der Speiseleitung große Spannungsabfälle entstehen. Des weiteren ist das Problem der Nutzbremmung noch nicht hinreichend gelöst und außerdem kann bei großer Streckenbelastung auch der schädliche Einfluß der Oberwellen auftreten.

Die Stromwendertriebfahrzeuge der III. Gruppe weisen gegenüber den Triebfahrzeugen der I. Gruppe den großen Vorteil auf, daß sie ein geringeres Gewicht und einen besseren Wirkungsgrad haben. Gegenüber den in der II. Gruppe erwähnten Triebfahrzeugen besitzen sie den Vorteil, daß ihre Stromkurve sinusförmig ist. Der Nachteil der III. Gruppe ist — ebenso wie der der II. Gruppe —, daß sie einen großen Blindstrom aufnehmen und daß bisher die Verwirklichung der Nutzbremmung auf große Schwierigkeiten stößt. Ferner haben die Stromwender-Zugmotoren bis zum heutigen Tage noch weitere große Nachteile, die die Möglichkeit ihres erfolgreichen Betriebs einschränken: die bei schweren Anfahrten und bei großen Geschwindigkeiten auftretenden Stromwendungsschwierigkeiten, weiter, daß bei kleinen Geschwindigkeiten kein Stundenbetrieb möglich ist und endlich, daß der Einbau einer genügend großen Leistung und eines genügend großen Drehmomentes in den durch die Spurweite gegebenen Raum mit großen Schwierigkeiten verbunden ist.

Angesichts der aufgezählten Tatsachen verbreitet sich in Fachkreisen immer mehr die Ansicht, daß die II. Gruppe den beiden übrigen vorzuziehen ist, wobei sich diese Meinung darauf stützt, daß im allgemeinen die Nachteile dieser Gruppe weniger wichtig sind als ihre Vorteile.

Nun gibt es aber doch bestimmte Fälle, in denen wegen des gebirgigen Terrains, der relativen Schwäche der Energiequellen, der großen Entfernungen der Unterstationen usw. die Nachteile der II. Gruppe stärker ins Gewicht fallen. *In Anbetracht dieser Tatsache entsteht die Frage, ob es in derartigen Fällen nicht doch zweckmäßig sein könnte, die 50-Hz-Einphasen-Triebfahrzeuge in einer solchen Richtung weiter zu entwickeln, die ein Kompromiß zwischen den aufgezählten, Vorteilen und Nachteilen besitzenden drei Gruppen bedeuten würde. Hierbei würde das neue Triebfahrzeug über ein wesentlich geringeres Gewicht und einen besseren Wirkungsgrad verfügen, als die zur I. Gruppe gehörenden, gleich-*

zeitig jedoch bei etwas höherem Gewicht, als es die Triebfahrzeuge der II. und III. Gruppe besitzen, frei sein von den Nachteilen der letzteren.

Das Ziel meines Aufsatzes ist, die Wege zu zeigen, auf denen der unter meiner Leitung stehende Lehrstuhl das erwähnte Triebfahrzeug auf Grund der Zugförderung mit Einphasenstromwendermotoren zu verwirklichen trachtet, und zwar so, daß sowohl das Problem der Blindstromverbrauches, als auch dasjenige der Nutzbremung gelöst werde. Ferner soll auch die schwerste Anfahrt ermöglicht, sowie ein betriebssicherer Stundenbetrieb bei kleinen Geschwindigkeiten, und eine einwandfreie Stromwendungsmöglichkeit zwischen weiten Geschwindigkeitsgrenzen gesichert werden. Gleichzeitig soll auch ermöglicht werden, beim Einbau der Leistung und des Drehmomentes in den gegebenen Raum letzteren besser auszunützen als bisher.

Auf diese Weise wäre es möglich, ein Triebfahrzeug zu verwirklichen, das vom Gesichtspunkt des Phasenwinkels, der Nutzbremung und der Betriebssicherheit mit den Triebfahrzeugen der I. Gruppe konkurrenzieren könnte, dabei aber ein wesentlich niedrigeres Gewicht und einen besseren Wirkungsgrad besitzen würde. Gleichzeitig könnte es in den oben angeführten Fällen infolge der Möglichkeit den besten Phasenwinkel einzustellen, Nutzbremung durchzuführen und keine Oberwellen zu erzeugen, mit der II. Gruppe den Wettbewerb aufnehmen.

Im nachstehenden sei versucht, jene wichtigsten Probleme zu erörtern, die eine Verwendung der Fahrzeuge mit Stromwendermotoren bisher erschwert haben, ferner jene Wege zu zeigen, auf denen bisher die Lösung dieser Probleme angestrebt wurde. Schließlich seien jene neue Wege geschildert, auf denen mein Lehrstuhl an die Lösung dieser Probleme geschritten ist.

2. Die Hauptnachteile der bisherigen 50-Hz-Stromwenderzugmotoren

Das wichtigste unter den Problemen des Einphasenstromwendermotors ist das der transformatorischen Spannung.

Infolge der Wechselstromerregung pulsiert der Kraftlinienfluß Φ mit der Netzfrequenz (Abb. 1). Infolgedessen wird eine transformatorische Spannung U_t in jener Windung induziert, die sich in der neutralen Zone senkrecht zur Achse des Hauptpols befindet. Diese Windung wird — wie in Abb. 2 ersichtlich — von den Bürsten kurzgeschlossen, so daß durch die Bürsten ein Kurzschlußstrom i_t fließt, der die Bürsten überflüssig belastet und Funken erzeugen kann.

Es werde nun untersucht, ob nicht die Möglichkeit besteht, mit Hilfe des in Abb. 1 dargestellten Stromes I_{wt} im Wendepol eine Flußkomponente Φ_{wt} zu erzeugen und mit deren Hilfe in derselben Windung eine Drehspannung U_{tk} zu induzieren, die von entgegengesetzter Richtung und derselben

Größe ist, wie die transformatorische Spannung, also diese kompensiert. Es ist offenbar, daß

$$\bar{U}_{tk} = C_1 \bar{\Phi}_{wt} \cdot n = C_2 \bar{I}_{wt} \cdot n \quad (1)$$

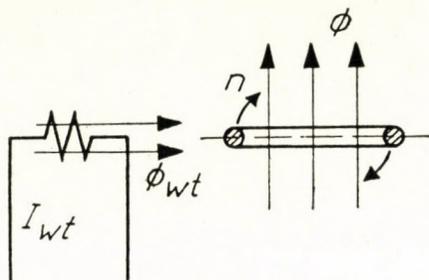


Abb. 1

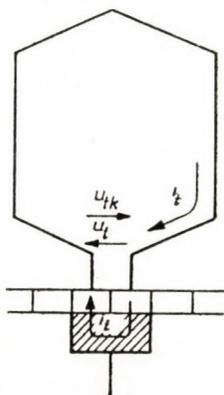


Abb. 2

wo C_1 und C_2 Proportionalitätsfaktoren sind und n die Drehzahl bedeutet. Andererseits ist bei gegebener Frequenz

$$\bar{U}_t = jC_3 \bar{\Phi}. \quad (2)$$

Damit nun

$$\bar{U}_{tk} + \bar{U}_t = 0 \quad (3)$$

sei, d. h. die Kompensation vollständig sei, ist es notwendig, daß

$$\bar{I}_{wt} = -jC_4 \frac{\bar{\Phi}}{n} \quad (4)$$

Der Vektor \bar{I}_{wt} muß also im Verhältnis zum Vektor $\bar{\Phi}$ um 90° zurückbleiben, außerdem muß er zu Φ im geraden und zu der Geschwindigkeit im umkehrten

Verhältnis stehen. Wir sehen also, daß der Strom I_{wt} einem ganz anderen Gesetz folgt als jener Strom, der die Flußkomponenten zur Aufhebung der Reaktanzspannung hervorrufen muß. Die letztere Komponente, die hier I_{wr} genannt werden soll, hat dem Belastungsstrom I proportional zu sein, d. h.

$$I_{wr} = C_5 I. \tag{5}$$

Gerade deshalb ist es leicht, die Reaktanzspannung mit Hilfe einer reihengeschalteten Wendepolwicklung aufzuheben. Was hingegen die Stromkomponente I_{wt} betrifft, so weicht die Veränderung der erwähnten Stromkomponente

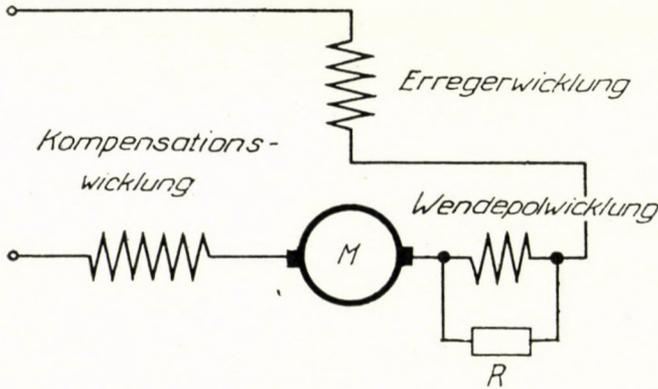


Abb. 3

bei den üblich geschalteten Stromwendermotoren von der in Formel (4) angegebenen idealen Gesetzmäßigkeit sehr stark ab.

Das verbreitetste Verfahren zur Verringerung der transformatorischen Spannung besteht darin, daß die auf dem Wendepol befindliche Reihenwicklung (Abb. 3 und 4), die zur Aufhebung der Reaktanzspannung notwendig ist, mit einem Nutzwiderstand R geshuntet wird. In diesem Falle läßt sich der Vektor des Stromes I entsprechend dem Schaltschema und dem Vektorbild in Abb. 4a und 4b in 2 Vektoren zerlegen: der eine entspricht dem Strome \bar{I}_w , der durch die Spule fließt, der andere dem Strome \bar{I}_R , der durch den Widerstand fließt. Auf diese Weise wird erreicht, daß der Strom der Spule \bar{I}_w im Vergleich zum Belastungsstrom \bar{I} um den Winkel α zurückbleibt. Den Strom \bar{I}_w kann man in weitere zwei Vektoren zerlegen, von denen einer, der Vektor \bar{I}_{wr} , sich mit dem Strome \bar{I} in Phase befindet und gerade deshalb zur Aufhebung der Reaktanzspannung dient, während der andere, der Vektor \bar{I}_{wt} , um 90° hinter ihm zurückbleibt und zum Kompensieren der transformatorischen Spannung verwendet werden kann.

Aus Abb. 4b ist aber auch ersichtlich, daß der Strom I_{wt} nicht der vorher erwähnten idealen Gesetzmäßigkeit entspricht, da er einerseits nicht dem magne-

tischen Fluß Φ , sondern dem Belastungsstrom I proportional ist und sich anderseits bei gegebenem Strom I und infolgedessen bei gegebenem Fluß Φ nicht mit vermindender Geschwindigkeit erhöht, sondern konstant bleibt. Dies hat zur Folge, daß sich die von der Stromkomponente I_{wt} hervorgerufene Kompen-

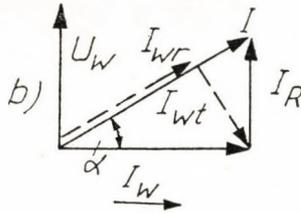
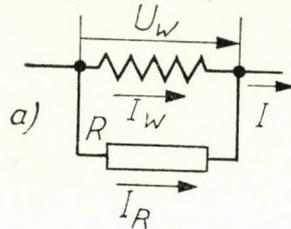
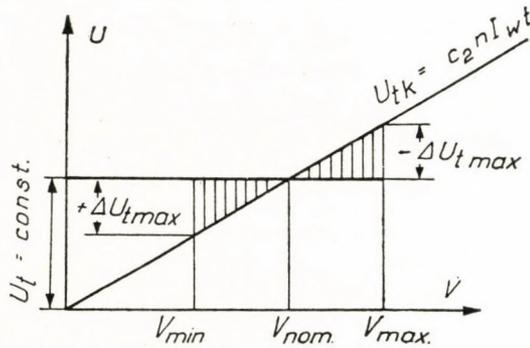


Abb. 4



sationsspannung U_{tk} — wie in Abb. 5 ersichtlich — proportional zur Geschwindigkeit erhöht, während zur gleichen Zeit die transformatorische Spannung U_t bei gegebenem Fluß von unveränderter Größe ist.

Es seien zuerst die schädlichen Folgen dieser Abweichung untersucht. Wie die Abb. 5 zeigt, ist die Aufhebung von U_t nur bei einer einzigen Geschwindigkeit möglich, die meistens als nominell betrachtet wird und als 70% der Höchstgeschwindigkeit angenommen zu werden pflegt. Bei anderen Ge-

schwindigkeiten entstehen positive oder negative Spannungsdifferenzen $\pm \Delta U_t$, die um so größer sind, je größer der Unterschied zwischen der maximalen Stundengeschwindigkeit V_{\max} und der minimalen V_{\min} ist.

Im ersten Augenblick des Anfahrens wirkt der Wendepol noch nicht. Dieser Umstand schreibt die Größe des beim Anfahren wählbaren maximalen Polflusses vor und zwar so, daß die von ihm hervorgerufene transformatorische Spannung nicht größer als ungefähr 3,7 V sein soll. Dem gegenüber darf beim Stundenbetrieb der zulässige Höchstwert von $\pm \Delta U_t$ nicht 1,5 Volt überschreiten. Die Folge hiervon zeigt Abb. 6. Wenn man z. B. annimmt, daß der magnetische Fluß beim Anfahren um 25% größer ist als der Fluß beim Stundenbetrieb, dann wird die im Stundenbetrieb induzierte transformatorische Spannung statt 3,7 Volt ungefähr 3 Volt betragen. Wenn man also derart

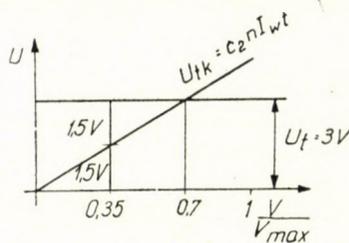


Abb. 6

dimensioniert, daß die vollständige Kompensation dieser Spannung bei 0,7 V Höchstgeschwindigkeit erfolgt, dann tritt gemäß Abb. 6 bei derselben Stromkomponente I_{wt} bei 35% der Höchstgeschwindigkeit die 1,5 Volt ausmachende Spannungsdifferenz auf, d. h. der Stundenbetrieb bei einer kleineren Geschwindigkeit ist unzulässig.

Was nun die kurzzeitig dauernden Anfahrten betrifft, so sei z. B. angenommen, daß der Strom 1,6fach ist, daß also das Moment bei einem 1,25fachen Fluß zweimal so groß ist, als der entsprechende Stundenwert. Infolgedessen werden auch die der Spannung U_{tk} entsprechenden Ordinaten 1,6mal größer sein, während die transformatorische Spannung 3,7 Volt statt 3 Volt betragen wird. Wie in Abb. 7 zu sehen ist, erreicht die Spannung U_{tk} den Wert von 2,2 V — bei dem die Spannungsdifferenz $3,7 - 2,2 = 1,5$ V beträgt — bei 32% der Höchstgeschwindigkeit. Unterhalb dieser Geschwindigkeit kann man die auftretenden Spannungsdifferenzen nur in jenem Falle zulassen, wo die Anfahrbeschleunigung groß genug ist, daß der Zugmotor nur sehr kurze Zeit in diesem Betriebszustand arbeitet.

Es wurden also bisher zwei Nachteile des Einphasen-Stromwendermotors festgestellt, nämlich daß er in einem gewissen ziemlich umfangreichen Geschwindigkeitsbereich nicht im Stundenbetrieb arbeiten kann und daß er in

einem dem vorigen ungefähr gleich großen Bereich ein genügendes Antriebsmoment nur eine kurze Zeit, d. h. bei schnellem Anfahren auszuüben vermag.

Es ist noch hinzuzufügen, daß die transformatorische Spannung nicht nur bei kleinen Geschwindigkeiten, sondern auch bei großen Geschwindigkeiten gewisse Probleme verursachen kann, wenn die kompensierende Spannung (Abb. 5) schon größer ist als die transformatorische Spannung, so daß eine Spannungsdifferenz $-\Delta U_{t\max}$ mit umgekehrtem Vorzeichen entsteht, die der Stromwendung genau so schadet wie die Spannungsdifferenz $+\Delta U_{t\max}$ mit positivem Vorzeichen. Allerdings fordert man bei großer Geschwindigkeit meistens nicht mehr das Stundenmoment. Aus diesem Grunde sind sowohl der Strom wie auch der magnetische Fluß kleiner und infolgedessen vermindern sich auch die erwähnten Spannungsdifferenzen. Es ist aber zu berück-

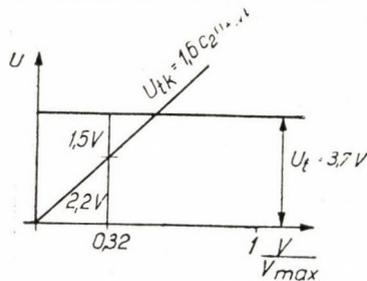


Abb. 7

sichtigen, daß bei großen Geschwindigkeiten auch die Kompensation der Reaktanzspannung gewisse Schwierigkeiten zu bereiten vermag, da die Kompensation niemals vollkommen sein kann und der übrigbleibende Teil der Reaktanzspannung bei gegebenem Strom mit der Geschwindigkeit anwächst. Eben deshalb kann man es nicht zulassen, daß bei großer Geschwindigkeit zu dieser Schwierigkeit noch die schädlichen Folgen der Überkompensation der transformatorischen Spannung hinzukommen.

Die Frage ist besonders bei Motorwagen von großer Bedeutung, wo auch das elektrische Bremsen eine große Rolle spielt und wo es sehr wichtig wäre, auch bei großen Geschwindigkeiten eine große Bremskraft auszuüben.

Es könnte der Gedanke auftauchen, die Größe des Widerstandes R mit Hilfe von Umschaltungen laufend zu ändern, u. zw. so, daß sich der Widerstand mit der Geschwindigkeit vermindert, d. h. daß sich der Strom I_R im Vektorbild der Abb. 4b vergrößert, ebenso wie auch der Winkel α und der kompensierende Strom I_{wt} . Auf diesem Wege könnte man jener idealen Gesetzmäßigkeit nahekommen, die vorschreibt, daß der Strom I_{wt} mit der Geschwindigkeit im umgekehrten Verhältnis stehe. Dieses Verfahren hat aber zwei große Nachteile. Der eine ist, daß man viele, auf die jeweilige Geschwindigkeitsveränderung

reagierende Schaltgeräte verwenden müßte, während der andere Nachteil — der noch viel größer ist — darin besteht, daß auf diesem Wege die im Widerstand R auftretenden Verluste P_v in einem unzulässigen Ausmaß anwachsen würden.

Es ist leicht, sich hierüber auf Grund folgender Zusammenhänge zu überzeugen:

$$P_v = I_R \cdot U_w \quad (6)$$

wo U_w die Spannung an der Wendepolspule ist.

Da der Strom I_{WR} in der Spule mit der Wicklungszahl N jene Erregung von festgelegter Größe hervorrufen muß, die zum Vernichten der Reaktanzspannung notwendig ist, hat man:

$$I_{WR} = \frac{C_6}{N} \quad (7)$$

Zieht man in Betracht, daß

$$I_W = \frac{I_{wr}}{\cos \alpha} \quad (8)$$

und ferner, daß

$$I_R = I_W \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (9)$$

und schließlich, daß

$$U_w = C_7 I_w N^2, \quad (10)$$

so erhält man

$$P_V = C_8 (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^3 \alpha). \quad (11)$$

Andererseits:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_{wt}}{I_{wr}}. \quad (12)$$

Wenn n_k jene Drehzahl ist, bei der die vollkommene Kompensation von U_t erfolgt, dann ist im Sinne der Formeln (4), (2), (3) und (1)

$$I_{wt} = \frac{C'_4}{n_k}. \quad (13)$$

Als Endresultat ergibt sich also:

$$P_V = C_8 \left[\frac{C'_4}{n_k \cdot I_{wr}} + \left(\frac{C'_4}{n_k \cdot I_{wr}} \right)^3 \right]. \quad (14)$$

Gleichung [14] zeigt an, daß die Verluste bei konstanter Reaktanzspannung beinahe mit der dritten Potenz des Wertes $\frac{1}{n_k}$ anwachsen. Da die im Ohmschen Widerstand entstehenden Verluste einige Prozente der Leistung ausmachen,

selbst dann, wenn die vollkommene Kompensation auf die Nenngeschwindigkeit berechnet ist, ist es klar, daß auf diese Weise mit der Verminderung der Drehzahl in kurzer Zeit unerträglich große Verluste entstehen würden.

Gerade deshalb dimensioniert man entsprechend der sich in den letzten Jahren auf der ganzen Welt ausgebildeten Praxis derart, daß die kleinste Stundengeschwindigkeit verhältnißmäßig groß ist und die transformatorische Spannung für Stundenbetrieb nicht 3 V überschreitet. Das bedeutet wiederum, daß die Größe des Polflusses vermindert werden muß und daß die Länge des Läufers, selbst wenn man für die Polteilung den kleinsten zulässigen Wert wählt, stark einzuschränken ist. Auf diese Weise wird die Maschine in axialer Richtung kleiner als der zur Verfügung stehende Raum, d. h. ihr Drehmoment und ihre Leistung können nicht vollständig ausgenutzt werden. Dieser Umstand ist besonders beim Anfahren nachteilig, einerseits weil er kein vollständiges Ausnutzen der Adhäsion ermöglicht, andererseits weil er die Zeit des Anfahrens verlängert, d. h. die Stromwendungsverhältnisse noch mehr erschwert. Es ist zu bemerken, daß es noch einen weiteren Umstand gibt, der bei großer transformatorischer Spannung das Anfahrmoment verringert und so das Anfahren noch mehr erschwert. Dieser Umstand besteht darin, daß die transformatorische Spannung im ersten Moment des Anfahrens, bei ganz kleinen Geschwindigkeiten in den kurzgeschlossenen Windungen einen Kurzschlußstrom von einer solchen Größe und Phasenlage hervorruft, daß der ihn induzierende magnetische Fluß geschwächt und so das Anfahrmoment noch weiter verringert wird.

Schließlich muß auch noch darauf hingewiesen werden, daß die Tatsache des kleinen Polflusses auch mit dem großen Nachteil verbunden ist, daß die Motorspannung klein und daher der Motorstrom groß wird, wodurch sich die Strombelastung der Schaltapparatur verdoppelt.

Faßt man die bisherigen Resultate zusammen, so ist zu sehen, daß der 50-Hz-Einphasen-Stromwenderzugmotor folgende Nachteile hat: 1. Innerhalb eines ziemlich großen Geschwindigkeitsbereiches (von 0 bis ungefähr zu einem Drittel der Höchstgeschwindigkeit) entstehen in den kurzgeschlossenen Windungen große Spannungen, die nur eine sehr kurze Zeit hindurch zugelassen werden können. 2. Bei großen Geschwindigkeiten verursacht das Überkompensieren der transformatorischen Spannung Schwierigkeiten. 3. Das Drehmoment und die Leistung sind verhältnismäßig klein, da der Motor den zur Verfügung stehenden Raum schlecht ausnutzt, außerdem ist die Spannung des Motors verhältnismäßig gering. 4. Im ersten Augenblick des Anfahrens geht ein Teil des Drehmomentes infolge des Kurzschlußstromes verloren.

Außer den aufgezählten Nachteilen weist aber der 50-Hz-Stromwendermotor auch noch andere ernste Probleme auf.

5. Da der Stromwendermotor im Falle einer Speisung mit 50 Hz eine große Blindleistung aus dem Netz aufnimmt, die ungefähr 60% der Wattlei-

stung ausmacht, und da zur gleichen Zeit der induktive Widerstand des Geleises und der Oberleitung mit der Periodenzahl zunimmt, vermindert der stark anwachsende Spannungsabfall einen der größten Vorteile der Einphasenförderung, nämlich den möglichen großen Abstand der Unterwerke.

6. Beim Vergleich von Triebwagen und Lokomotiven verschiedener Systeme taucht die Frage auf, inwieweit sich Nutzbremung verwirklichen läßt, und zwar so, daß sich angefangen von großen Geschwindigkeiten bis zu den kleinen eine große Bremskraft ergibt. Es ist klar, daß diese Frage nicht nur bei Motorwagen, sondern auch bei jenen Lokomotiven von großer Bedeutung ist, die lange Zeit hindurch den Dienst auf Berglinien versehen. So würde also die Möglichkeit der Nutzbremung auch gegenüber der Ignitronlösung einen großen Vorteil bedeuten, wo bekanntlich die Möglichkeit der Nutzbremung im Prinzip zwar besteht, doch mit ziemlich großen praktischen Schwierigkeiten verbunden ist.

3. Probleme der Nutzbremung

Im Zusammenhange mit der Frage der Nutzbremung ist folgendes zu bemerken:

Zur Rückspeisung bei Einphasen-Stromwendermotoren sind mehrere Verfahren bekannt, doch taucht bei jedem ebenfalls die Schwierigkeit und Notwendigkeit der Kompensation der transformatorischen Spannung auf.

Bei der Erörterung der im allgemeinen angewandten Wendepolschaltung ist bisher nur von jenem Nachteil die Rede gewesen, der dadurch zustande kommt, daß die Stromkomponente I_{wt} des die kompensierende Spannung erregenden Wendepols nicht mit der Verminderung der Geschwindigkeit anwächst. Nun muß aber auch die schädliche Folge jener Tatsache besprochen werden, daß I_{wt} nicht mit dem magnetischen Fluß, sondern mit dem Belastungsstrom I proportional ist. Solange es sich um Zugbetrieb handelt, hat diese Tatsache keine große Bedeutung, da der Belastungsstrom mit dem Fluß in ungefähr gleicher Phase ist. Bei der Nutzbremung verursacht jedoch diese Tatsache große Schwierigkeiten. Was immer für ein Rückspeiseverfahren man auch wählt, so besteht ja sein Wesen immer darin, daß der Strom, der bei Zugbetrieb in der Ankerwicklung in Gegenphase mit der Drehspannung liegt, mit dieser in gleiche Phase gelangen soll. Hierzu ist es notwendig, daß sich die Richtung des Stromes I und deshalb auch die des Stromes I_{wt} ändere, während gleichzeitig die Richtung des Flusses und der transformatorischen Spannung unverändert bleibt. Dies bedeutet, daß die vom kompensierenden Strom I_{wt} induzierte Spannung U_{tk} die transformatorische Spannung nicht mehr im Sinne der Formel (3) kompensieren wird, sondern sich im Gegenteil zu dieser addiert und so deren schädliche Wirkung verstärkt.

Zu diesem Nachteil kommt noch der dazu, daß die Kompensation der Spannung U_t nur bei einer gewissen Geschwindigkeit möglich ist, so daß bis zum heutigen Tage das Problem, sowohl bei großen wie auch bei kleinen Geschwindigkeiten eine große Bremskraft auszuüben, ungelöst ist.

Aus all dem folgt, daß, wenn es gelänge, in der Wendepolspule eine solche kompensierende Stromkomponente I_{wt} hervorzurufen, die sich im Sinne des durch Formel (4) ausgedrückten Gesetzes ändern und auch während des Bremsens auftreten würde, das nicht nur für die den Zugbetrieb erschwerenden, sondern auch für die das wirtschaftliche und erfolgreiche Nutzbremsen verhindernden, oben aufgezählten Stromwendungsprobleme eine vollkommene Lösung bedeuten würde.

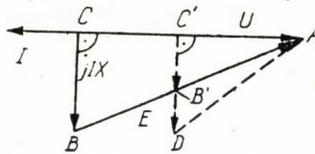


Abb. 8

Das Rückspeisen ist aber auch noch mit einer anderen großen Schwierigkeit verbunden. Damit keine Labilitätserscheinungen während des Bremsens auftreten, ist es notwendig, daß die innere Spannung der Maschine immer einen bestimmten, vorgeschriebenen Wert annimmt, was nur dann erreichbar ist, wenn man beim Bremsen den magnetischen Fluß des Motors mit Hilfe einer äußeren Stromquelle hervorruft. Zur gleichen Zeit muß die innere Spannung des Motors — die die Speisespannung und den von der Impedanz herührenden, verhältnismäßig geringen Spannungsabfall zu kompensieren hat — größtenteils eine übereinstimmende Richtung zur Spannung besitzen, d. h. der die innere Spannung induzierende Fluß und die Speisespannung sind zueinander fast senkrecht. Daraus folgt, daß die Erzeugung des magnetischen Flusses durch die Speisespannung nur mit Hilfe von zwischengeschalteten Ohmschen Widerständen möglich ist, was aber zu großen Verlusten führt. Um zu erreichen, daß ein genügend großer Teil der kinetischen Energie des Zuges in Form von elektrischer Energie in das Speisensetz zurückgeliefert wird, ist es aber andererseits notwendig, daß die Bremsschaltung einen guten Wirkungsgrad besitzt, daß also womöglich keine großen Verluste entstehen mögen.

Mit Hilfe von Hilfsmaschinen ist es nun möglich, die notwendige Phasenlage des Flusses ohne große Verluste zu erreichen. Hierbei tauchen aber die aus Abb. 8 ersichtlichen Schwierigkeiten auf, in der der Einfachheit halber die Ohmschen Widerstände vernachlässigt wurden. Es sei angenommen, daß der Vektor AB der inneren Spannung E eine solche Größe und Phasenlage hat, daß der induktive Spannungsabfall $jI \cdot X$ senkrecht zu U ist, d. h. daß sich

der Strom I in Gegenphase zur Spannung U befindet. In diesem Fall bremsst man also mit dem besten Leistungsfaktor. Wenn während des Bremsens bei gegebenem Fluß die Größe des Vektors E von AB bis AB' abnimmt und wenn man deshalb die Größe von U von AC bis AC' vermindert, so erniedrigt sich der induktive Spannungsabfall von CB bis $C'B'$ und im gleichen Verhältnis vermindern sich auch der Strom und das Bremsmoment. Damit die Größe des Vektors $jI \cdot X$ und des Stromes I gleich bleiben, wäre es notwendig, daß die innere Spannung nicht nur ihre Größe, sondern auch ihre Phasenlage entsprechend auf AD änderte. Es läßt sich also feststellen, daß es im Interesse einer erfolgreichen Rückspeisung erforderlich ist, dem Fluß nicht nur eine bestimmte, sondern gleichzeitig beliebig veränderbare Phasenlage zu sichern.

4. Zusammenfassung der zu lösenden Aufgaben

Faßt man die bisherigen Resultate zusammen, so bedarf es zur erfolgreichen Entwicklung des 50-Hz-Stromwenderzugmotors und seinem erfolgreichen Wettbewerb mit anderen Zugsystemen der Lösung folgender Probleme, die man zweckmäßig in folgende vier Gruppen einteilen kann:

1. Es muß ein System der Kompensation der transformatorischen Spannung U_t mit Hilfe eines Wendepols verwirklicht werden, bei dem der Einfluß der Kompensation schon bei viel kleineren Geschwindigkeiten fühlbar ist, ohne daß dieses Verfahren zu großen Leistungsverlusten führen würde.

Ein solches System hätte den Vorteil, daß die Zeitdauer des Anfahrens und daher auch der schädliche Einfluß der transformatorischen Spannung auf den Stromwender sich noch mehr vermindern würde, ferner daß sich der Betrieb bei einer wegen der schlechten Bahnverhältnisse nötigen kleineren Geschwindigkeit doch eine entsprechende Zeit hindurch verwirklichen ließe. Zur gleichen Zeit müßte ein solches automatisches System der Kompensation der transformatorischen Spannung verwirklicht werden, bei der die kompensierende Spannung, nachdem sie bei kleiner Geschwindigkeit schon jene Größe erreicht hat, die zur erfolgreichen Kompensation notwendig ist, bei weiterem Anwachsen der Geschwindigkeit keine Überkompensation hervorrufen, sondern die zur Aufhebung der transformatorischen Spannung notwendige Größe praktisch genau einhalten würde. Das würde bedeuten, daß die Stromwendungsverhältnisse des 50-Hz-Einphasen-Stromwendermotors im Stundenbetrieb sich den Stromwendungsverhältnissen des Gleichstrommotors annähern würden, und daß es auch bei großen Geschwindigkeiten möglich wäre, eine große Zugkraft auszuüben. Schließlich ist es notwendig, daß die kompensierende Spannung nicht dem Belastungsstrom, sondern unmittelbar dem Fluß proportional sei, also praktisch der Formel (4) entspreche. Das würde bedeuten, daß die transformatorische Spannung nicht nur beim Anfahren, sondern

auch beim Bremsen automatisch kompensiert würde. Es ist offenbar, daß die Lösung der hier aufgezählten Probleme ebenso für Lokomotiven wie auch für Triebwagen von großer Bedeutung wäre.

2. Es sind jene Probleme zu behandeln, die im ersten Moment des Anfahrens auftreten (Funkenbildung und entmagnetisierende Wirkung der Kurzschlußströme) und deren Lösung für das Erreichen eines großen Anfahrmomentes eine entscheidende Bedeutung besitzen würde.

3. Auf Grund der in den Punkten 1 und 2 aufgezählten Maßnahmen muß getrachtet werden, auch zu erreichen, daß sich die elektrischen und mechanischen Eigenschaften des Zugmotors verbessern, indem entweder seine Spannung vergrößert und sein Strom verkleinert wird oder der Zugmotor den zur Verfügung stehenden Raum besser ausnützt, d. h. die auf die Achse zu übertragende Leistung vergrößert wird.

4. Schließlich kann man noch solche Fragen aufzählen, wie z. B. die möglichst große Erhöhung des Leistungsfaktors, was besonders bei Lokomotiven mit großer Leistung und bei Triebwagen, die einen dichten Verkehr abwickeln müssen, von Bedeutung ist, oder z. B. die Verwirklichung der Nutzbremsung, was wieder bei Triebwagen und bei Bergbahn-Lokomotiven von Wichtigkeit ist.

Der unter meiner Führung stehende Lehrstuhl übernahm die Durchführung einer wissenschaftlichen Arbeit, deren Aufgabe es ist, die Lösbarkeit der aufgezählten vier Probleme zu prüfen, d. h. die Frage, ob es nicht möglich wäre, ein neues 50-Hz-Elektrotriebfahrzeug zu entwerfen, das die eingangs dargelegten Bedingungen einer zweckmäßigen Kompromißlösung erfüllen könnte.

Im Nachstehenden möge mir gestattet sein, auseinanderzusetzen, auf welchem Wege versucht wurde, diese Aufgabe zu lösen.

5. Über die Möglichkeit der Kompensation der transformatorischen Spannung in einem weiten Geschwindigkeitsbereich bei Zug- und bei Bremsbetrieb

Die Lösung des im vorigen Abschnitt unter Punkt 1 erwähnten Problems besteht in der Lösung der folgenden drei Teilprobleme:

1. Wie könnte man eine sich schon bei kleinen Geschwindigkeiten einstellende genügende Kompensation der transformatorischen Spannung gewährleisten, ohne daß dies große Leistungsverluste verursacht?

2. Wie könnte man vermeiden, daß bei einer Kompensation, die bereits bei geringen Geschwindigkeiten wirkt, im Falle einer weiteren Vergrößerung der Geschwindigkeit eine zulässige Überkompensation auftritt?

3. Wie könnte man erreichen, daß die erwähnten Resultate sowohl bei Zug- wie auch bei Bremsbetrieb zustande kommen.

Nach meinem Vorschlag lassen sich diese Probleme durch Anwendung einer kleinen Hilfsmaschine lösen.

Die Anwendung einer Hilfsmaschine zur Verbesserung der Eigenschaften der 50-Hz-Einphasen-Stromwendermotoren und hauptsächlich deren Stromwendungsverhältnisse ist an sich keine neue Idee.

Diesen Weg beschritt SCHILDINER [6] schon vor etwa fünfundzwanzig Jahren in der Sowjetunion, als er eine Maschinengruppe, bestehend aus einer Synchronmaschine und einem Gleichstromgenerator vorschlug. Die Aufgabe dieses Generators bestand darin, bei der Anfahrt die Zugmotoren mit Gleichstrom zu speisen, wodurch die Entstehung der transformatorischen Spannung vermieden wurde. Nach der Anfahrt konnte man ihn zur Verminderung der transformatorischen Spannung benutzen.

Im Jahre 1954 erschien in der Zeitschrift »Elektrotechnik und Maschinenbau« ein Vorschlag von PUNGA [7], in dem ebenfalls eine Synchronmotor vorkommt. Dieser hat zwar keinen Stromwender, besitzt aber viele Anzapfungen und Klemmen, die von einem Hilfsmechanismus entsprechend der Größe der Spannung und des Phasenwinkels ein- und ausgeschaltet werden.

Die erwähnten Vorschläge wurden jedoch nie verwirklicht.

Was den Gleichstromgenerator von SCHILDINER anbelangt, so bestand dessen Nachteil darin, daß der Stromwender auf die Größe des Anlaßstromes des Triebfahrzeuges bemessen werden muß, was seinen Raumbedarf und damit auch sein Gewicht außerordentlich erhöht und gleichzeitig die Betriebssicherheit vermindert.

Im Falle des Vorschlages von PUNGA darf man annehmen, daß er deshalb nicht verwirklicht wurde, weil die vielen Anzapfungen der Hilfsmaschine sowie die Notwendigkeit des Umschaltungs-Hilfsmechanismus die Betriebssicherheit beträchtlich herabgesetzt hätten.

Im Sinne meines Vorschlages läßt sich hingegen die Verbesserung der Stromwendungsverhältnisse, also die Lösung der oben erwähnten drei Probleme, äußerst einfach, mit Anwendung einer kleinen Asynchronmaschine völlig betriebssicher erreichen.

Vor der Beschreibung ihrer Schaltung soll aber zuerst der theoretische Weg gezeigt werden, der zur Lösung des erwähnten Problems führt. Dieser Weg geht aus der Formel (4) hervor. Wenn es nämlich gelingen würde, zu erreichen, daß sich die Wendepolstromkomponente I_{wt} , die zur Kompensation der transformatorischen Spannung dient, gemäß der Formel (4) einstellt und selbsttätig ändert, dann würde sich die Kompensation — wie bereits dargelegt wurde — ohne Entstehung einer Restspannung, d. h. im idealen Ausmaße verwirklichen.

Was das durch die Formel (4) ausgedrückte Gesetz der Änderung des Stromes I_{wt} betrifft, so entspricht diese der Hyperbel gemäß Abb. 9. Diese Hyperbel genau zu verwirklichen, ist offenbar unmöglich, da dies bedeuten würde, daß der Strom unendlich groß sein müßte, wenn sich die Geschwindig-

keit auf Null vermindert. Da aber — wie dies schon eingangs angeführt wurde — gewisse, nicht zu große transformatorische Restspannungen zulässig sind, besteht das Problem nur darin, die Hyperbel so gut wie möglich anzunähern.

Nach dem bisherigen Verfahren entspricht jedoch die Kompensation dieser Anforderung nicht, da sie statt der Hyperbel eine Gerade ergibt, die parallel zur Abszissenachse verläuft (der Strom I_{wt} hängt nämlich nicht von der Geschwindigkeit ab). Wenn man die vollständige Kompensation bei dem Werte $V = 0,7V_{\max}$ erhält, dann schneidet die erwähnte Gerade die Hyperbel beim Werte $V_{\max} = 0,7$, wie dies in Abb. 9 zu sehen ist. Da die Ordinaten der

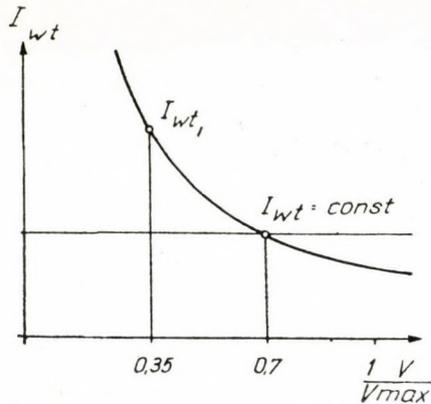


Abb. 9

Hyperbel den idealen Strom I_{wt_i} anzeigen, der bei jeder Geschwindigkeit denselben Wert — z. B. 3 V — hervorruft, und da dieser Spannungswert bei gegebener Geschwindigkeit mit dem Wert des Stromes I_{wt} proportional ist, ergibt sich in jedem Punkt der Geraden $I_{wt} = \text{konst.}$ die von diesem Strom induzierte Spannung, wenn man 3 V mit dem Wert $\frac{I_{wt}}{I_{wt_i}}$ multipliziert.

Es ist also ersichtlich, daß bei der Höchstgeschwindigkeit, wo I_{wt_i} im Verhältnis 0,7:1 kleiner ist als bei $V = 0,7 V_{\max}$, die kompensierende Spannung gleich 4,3 V ist, d. h. es kommt eine Überkompensation von der Größe 1,3 V zustande. Andererseits fällt die kompensierende Spannung schon bei Verminderung der Geschwindigkeit auf $V_{\max} = 0,35$ auf 1,5 V herab, d. h. es entsteht eine Restspannung von 1,5 V, ein Wert der von uns als zulässige Grenze angenommen wurde. Dies bedeutet, daß der Stromwender und die Bürsten in mehr als einem Drittel des ganzen Geschwindigkeitsbereiches vom Gesichtspunkt den Stromwender stärker in Anspruch genommen sind, als es im Stundenbetrieb zulässig wäre.

Würde man den magnetischen Fluß vergrößern, wodurch sich auch der Maßstab der Ordinaten vergrößern würde, dann würde man noch größere Rest-

spannungen erhalten und der dem Stundenbetrieb entsprechende Geschwindigkeitsbereich würde noch enger werden.

Es ist also notwendig, daß sich die Gesetzmäßigkeit des Ablaufs der Kompensation noch mehr der Hyperbel annähere.

Nach meinem Vorschlag läßt sich dies so erreichen, daß man die Hyperbel durch eine Linie ersetzt, die der in Abb. 10 gezeigten Linie ABCDEFGHKL entspricht, also durch eine Linie, deren Teil A—E parallel der Abszissenachse

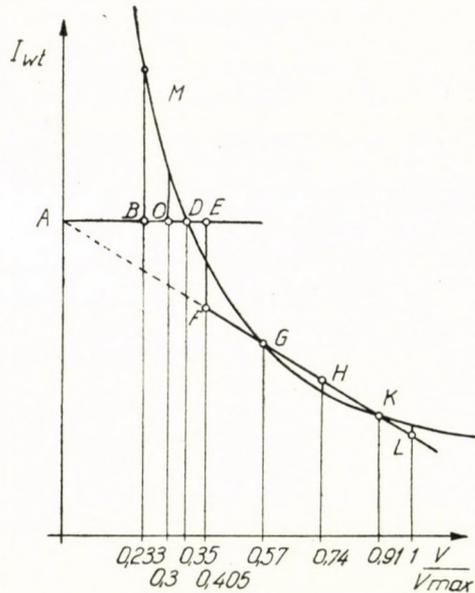


Abb. 10

verläuft, während ihr Teil F—L eine geneigte Gerade ist. Wie ersichtlich schneidet diese Linie die Hyperbel nicht in einem einzigen Punkt, wie dies die Abb. 9 zeigt, sondern in 4 Punkten. Die Folge davon ist, daß die auftretenden Spannungsdifferenzen nur sehr gering sind.

Das folgende Beispiel soll zeigen, um wieviel bessere Resultate die Verwirklichung der Kompensation nach einer solchen, sich der Hyperbel ziemlich gut anschmiegenden Linie geben könnte als das bisher angewandte Verfahren.

Man stelle sich vor, daß die transformatorische Spannung von 3 V auf 4,5 erhöht wurde. Das heißt, daß der Strom I_{wt_i} der den Ordinaten der in Abb. 10 dargestellten Hyperbel $I_{wt_i} = f\left(\frac{V}{V_{max}}\right)$ entspricht, bei jeder Geschwindigkeit 4,5 V Spannung verursachen muß. Wenn man die Gerade ABCDE so aufträgt, daß ihre Ordinaten dreimal so groß sind wie die der in Abb. 9 ersichtlichen Geraden, so ergibt sich, daß diese Gerade die Hyperbel

in einem Punkte D schneidet, dessen Abszisse dem Wert $V = 0,35 V_{\max}$ entspricht. Wenn man den Punkt M mit der Abszisse $V = 0,233 V_{\max}$ aufträgt, so erhält man, daß die Ordinate dieses Punktes sich zur Ordinate des Punktes B , der dieselbe Abszisse besitzt, verhält wie 3 : 2, der Strom I_{wt} , also der der Ordinate des Punktes B entspricht, kompensiert bei dieser Geschwindigkeit zwei Drittel der 4,5 V großen transformatorischen Spannung, d. h. es tritt die von uns als Grenzwert angenommene Restspannung von 1,5 V auf. Mit anderen Worten: *der für den Stundenbetrieb unbrauchbare Geschwindigkeitsbereich hat sich bereits von $0,35 V_{\max}$ auf $0,233 V_{\max}$, d. h. um ein Drittel vermindert, obzwar sich die transformatorische Spannung um 50% erhöht hat.*

Es sei nunmehr untersucht, was uns das neue Verfahren im weiteren Geschwindigkeitsbereich bieten könnte.

Es sei angenommen, daß die Gerade FL so gewählt wurde, daß sie die Hyperbel im Punkte G schneidet (dessen Abszisse dem Werte $V = 0,57 V_{\max}$ entspricht) und durch den Punkt A hindurchgeht.

Wenn man die Ordinaten der Geraden AE der Einfachheit halber zu 1 annimmt, besitzt die Ordinate des Punktes G die Größe $\frac{0,35}{0,57} = 0,615$. Die

Richtungstangente der Geraden FL ist also $\frac{1 - 0,615}{0,57} = 0,676$. Hieraus folgt,

daß der Punkt der Geraden FL , der die Abszisse 0,91 hat, die Ordinate $0,615 - 0,676 (0,91 - 0,57) = 0,385$ besitzt.

Andererseits ist die Ordinate des Punktes der Hyperbel mit der Abszisse 0,91 gleich $0,615 \frac{0,57}{0,91} = 0,385$. So wurde also festgestellt, daß die Gerade FL

die Hyperbel im Punkte K gleichfalls schneidet. Bei der Höchstgeschwindigkeit ist die Ordinate der Geraden $0,615 - 0,676 (1 - 0,57) = 0,324$. Zur gleichen Zeit ist die Ordinate der Hyperbel $0,615 \cdot 0,57 = 0,35$. So erhält man bei der

Höchstgeschwindigkeit die Restspannung $4,5 \frac{0,35 - 0,324}{0,35} = 0,33$ V. Der

Punkt H mit der Abszisse 0,74 der Geraden FL hat die Ordinate $0,615 - 0,676 (0,74 - 0,57) = 0,5$. Zur gleichen Zeit ist die Ordinate der Hyperbel $\frac{0,615 \cdot 0,57}{0,74} =$

$= 0,475$. So beträgt also bei einer Geschwindigkeit $V = 0,74 V_{\max}$ die Restspannung $4,5 \cdot \frac{0,475 - 0,5}{0,475} = -0,24$ V.

Nimmt man die gemeinsame Abszisse der Punkte E und F zu 0,406, so ist die Ordinate des Punktes F gleich $0,615 - 0,676 (0,406 - 0,57) = 0,727$.

Die Ordinate des Punktes E ist gleich der Ordinate des Punktes D , d. h. die Linie EF schneidet die Hyperbel in einem Punkte, dessen Ordinate $\frac{0,615 \cdot 0,57}{0,406} = 0,863$ ist.

Man gelangt also zum Ergebnis, daß bei einer Kompensation nach der Linie AE beim Erreichen des Punktes E eine Überkompensation von $4,5 \frac{0,863 - 1}{0,863} = -0,7$ V entsteht, während beim Übergang auf den Punkt F eine Restspannung von $4,5 \frac{0,863 - 0,727}{0,863} = +0,7$ V auftritt.

Es seien schließlich die Verhältnisse auch für den Punkt C der Geraden AE untersucht, der eine der Geschwindigkeit $V = 0,3 V_{\max}$ entsprechende Abszisse hat. Die Ordinate dieses Punktes ist gleich 1. Die Ordinate des Punktes der Hyperbel mit der gleichen Abszisse beträgt $\frac{0,615 \cdot 0,57}{0,3} = 1,17$.

Bei diesem Punkte tritt also eine Restspannung von $\frac{1,17 - 1}{1,17} \cdot 4,5 = 0,65$ auf.

Es ist interessant, daß sich bei $V = 0,3 V_{\max}$, wenn die Kompensation nach Abb. 9 erfolgt, eine Restspannung von $\frac{0,7}{0,3} - 1 \cdot 3 = 1,7$ V ergeben hätte.

Faßt man die im vorgeführten Beispiel bisher erhaltenen Resultate zusammen, so kann man folgendes feststellen: die Kompensation nach der Linie $A E F L$ würde es ermöglichen, daß man trotz der Vergrößerung des magnetischen Flusses um 50% im gleichen Geschwindigkeitsbereich eine beträchtlich bessere Kompensation erhält. Bei kleineren Geschwindigkeiten würde sich nämlich der maximale Spannungsunterschied von 1,7 V auf 0,7 V vermindern. Bei großen Geschwindigkeiten hingegen würden die auftretenden Spannungen statt 1,3 V nirgends den Wert von 0,3 überschreiten. *Die Wichtigkeit der letzteren Tatsache würde darin liegen, daß gerade bei Geschwindigkeiten, bei denen sich die Möglichkeit der Kompensation der Reaktanzspannung schon ihrer Grenze nähert, die Kompensation der transformatorischen Spannung praktisch vollständig wäre.*

Jetzt sei auf die Untersuchung jener entscheidenden Frage übergegangen, auf welche Weise es möglich ist, einen selbsttätigen Ablauf der Kompensation nach der Linie $A E F L$ zu verwirklichen, wenn man außerdem auch noch die aus der Formel (4) folgende Grundforderung verwirklichen muß, daß der Strom I_{wt} nicht dem Belastungsstrom, sondern dem magnetischen Fluß proportional sei und diesem um 90° nachteile.

Im Sinne meines Vorschlages können alle vorgeschriebenen Bedingungen mit Hilfe einer kleinen Asynchronhilfsmaschine erfüllt werden. Letztere ist zweiphasig und besitzt einen Kurzschlußläufer.

Es sei angenommen, daß die eine Phase der Maschine im Sinne der Abb. 11 mit der Erregerwicklung des Zugmotors parallel geschaltet ist. In diesem Falle ist die Speisespannung dem Kraftlinienfluß des Zugmotors proportional

und eilt ihm um 90° nach, d. h. sie ist $j C_9 \bar{\Phi}$ gleich. Daraus folgt, daß man in der zweiten Phase der Maschine eine Spannung $C_{10} \bar{\Phi}$ erhält, die dem Fluß nicht nur proportional, sondern infolge der weiteren Phasenverschiebung von 90° mit dem Fluß $\bar{\Phi}$ auch in der gleichen Phase ist. Da im Stromkreise der Wendepolspule der Ohmische Widerstand im Verhältnis zur Reaktanz X_s sehr klein ist, wird die von der Spannung $C_{10} \bar{\Phi}$ verursachte Stromkomponente I_{wt} dem magnetischen Fluß proportional sein und ihr um 90° nacheilen, d. h. $\bar{I}_{wt} = j \frac{C_{10} \bar{\Phi}}{X_s}$. So wird erreicht, daß I_{wt} nicht dem Belastungsstrom, sondern dem magnetischen Fluß proportional ist. Die Stromkomponente I_{wt} ist im Falle eines konstanten Flusses selber konstant, was bedeutet, daß sich die

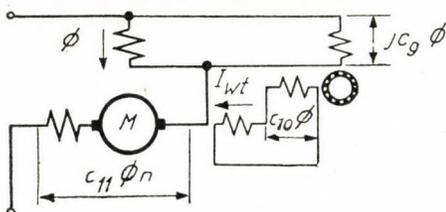


Abb. 11

Gerade $ABCDE$ leicht verwirklichen läßt. Dabei macht der Umstand, daß man den Strom I_{wt} vergrößern muß (in unserem Beispiel um das Dreifache) keine Schwierigkeiten. In der neuen Schaltung bildet sich nämlich der Strom I_{wt} infolge des Fortfalls des Shuntwiderstandes R praktisch ohne Leistungsverlust aus.

Die erwähnte kleine Asynchronmaschine ermöglicht den Betrieb mit kleiner Geschwindigkeit nicht nur beim Zugbetrieb, sondern auch bei der Nutzbremmung, da ja das Verhältnis der beiden Phasenwicklungen genau so nicht von der Richtung des Belastungsstromes im Anker des Zugmotors abhängt, wie das Verhältnis zwischen dem magnetischen Fluß des Zugmotors und der transformatorischen Spannung.

Es sei nun untersucht, auf welche Weise es möglich ist, zu erreichen, daß die Kompensation von einer gewissen Geschwindigkeit angefangen gemäß der Geraden $FGHKL$ erfolge.

Dies läßt sich so erreichen, daß man zur Spannung von der konstanten Größe $C_{10} \bar{\Phi}$ im Sinne der Abb. 12 noch eine zweite Spannung addiert, die sich mit der ersten in Gegenphase befindet und dem Produkt von magnetischem Fluß und Drehzahl proportional ist, d. h. einen Wert $C_{11} \bar{\Phi} \cdot n$ hat.

Die Rolle der erwähnten zweiten Spannung spielt die Spannung des Ankers, deren Größe dem Produkt von Fluß und der Drehzahl proportional ist.

Da die Spannungskomponente $C_{10}\bar{\Phi}$ eine Stromkomponente $j\frac{C_{10}}{X_s}\bar{\Phi}$ von konstanter Größe hervorruft, während die Spannungskomponente $C_{11}\cdot\Phi\cdot n$ eine $j\frac{C_{11}\Phi n}{X_s}$ große und sich mit der Drehzahl vergrößernde Stromkomponente verursacht, vermindert sich der Strom bei wachsender Drehzahl — als Differenz der beiden erwähnten Stromkomponenten — gemäß einer Geraden, deren Ordinaten sich mit zunehmender Geschwindigkeit verringern, d. h. gemäß der Geraden $FGHKL$. Dies gewährleistet nun, wie im Vorstehenden gezeigt wurde, in einem ausgedehnten Geschwindigkeitsbereich die Kompensation der transformatorischen Spannung in praktisch durchaus genügendem Maße.

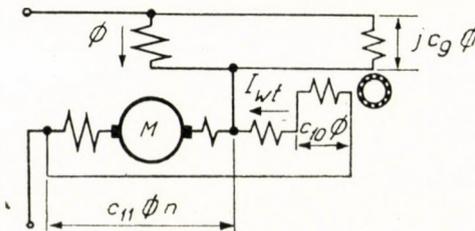


Abb. 12

Ein ähnliches Resultat erhält man auch beim Rückspeisebetrieb, wo es sehr wichtig ist, daß die Maschine bei Höchstgeschwindigkeit eine große Bremskraft am Radreifen auszuüben vermag. Unser Motor kann, da der Stundenstrom in ihm infolge der besonders guten Kompensierung der transformatorischen Spannung auch bei der Höchstgeschwindigkeit V_{\max} zulässig ist, bei Höchstgeschwindigkeit nicht nur das Stundenmoment, sondern auch das Anfahrmoment ausüben, wenn man den Transformator der Lokomotive entsprechend dimensioniert. Dies hat zur Folge, daß am Radreifen bei der Nutzbremung eine Zugkraft auftritt, die entsprechend dem Wirkungsgrad größer ist als bei der Anfahrt.

Aus diesen Darlegungen geht klar hervor, daß sich das neue Triebfahrzeug mit Einphasen-Stromwendermotoren für jede Art von Nutzbremung ohne Stromwendschwierigkeiten verwirklichen läßt.

Da die Hilfsmaschine nur auf etwa 8% der Leistung des Triebfahrzeuges bemessen wird und keinen Stromwender hat, ist ihr Gewicht und ihr Raumbedarf klein.

Was das Anlassen der erwähnten Zweiphasen-Asynchronhilfsmaschine betrifft, geschieht das in der allgemein bekannten Weise durch Erzeugung eines elliptischen Feldes. Nach dem Anlassen wird die Hilfsmaschine auf die Erregerwicklungen der Zugmotoren geschaltet. Die zur Aufrechterhaltung der

Drehung notwendige Wirkstromkomponente nimmt die Hilfsmaschine vom Zugmotor auf. Infolgedessen eilt der Vektor des Zugmotorstromes dem Vektor des magnetischen Flusses etwas vor, was zu einer entsprechenden Verbesserung des Leistungsfaktors führt. Wenn aber gewünscht wird, daß die Asynchronmaschine keine Wirkleistung aufnehmen soll, dann läßt sich auch das erreichen:

Der wichtigste Faktor in der Tätigkeit dieser Asynchronmaschine ist nämlich die Wirkung des im Läufer angeordneten, die inversen Felder aufhebenden Dämpfersystems. Da es vom Gesichtspunkt des letzteren praktisch belanglos ist, ob die Drehung der Hilfsmaschine synchron oder asynchron erfolgt, kann man sie mit einer auf das Netz geschalteten Einphasen-Synchronmaschine zusammenschalten, die das zur synchronen Drehung der Asynchronmaschine notwendige Drehmoment bereitstellt. Da letztere praktisch nur Blindleistung liefert, kann man den Motor nur auf Leerlaufverlust bemessen, der lediglich 1—2% der Leistung des Triebfahrzeuges ausmacht. Es ist außerdem offenbar, daß die erwähnte Maschinengruppe auch zum Antreiben des Kompressors und Ventilators benutzt werden kann. Schließlich werden im folgenden auch weitere wichtige Aufgaben behandelt werden, die die erwähnte Synchronmaschine zu lösen imstande ist.

6. Die wesentliche Verbesserung der Anfahrverhältnisse

Es sei nun auf den zweiten Problemkreis übergegangen, der sich auf die wesentliche Verbesserung der Anfahrverhältnisse bezieht. Die Lösung dieses Problem, d. h. die Sicherung der Möglichkeit, das Anfahrmoment zu vergrößern und trotzdem im ersten Augenblick des Anfahrens die transformatorische Spannung beträchtlich herabzusetzen, kann nach meinem Vorschlag durch die Hinzufügung einer Hilfsmaschine erreicht werden.

Das Anwenden von Hilfsmaschinen zur Verbesserung der Anfahrverhältnisse ist an sich ebenfalls kein neuer Gedanke.

In diesem Zusammenhang sei nochmals der Vorschlag von SCHILDNER erwähnt, auf Grund dessen ein durch eine Synchronmaschine angetriebener Gleichstromgenerator bei der Anfahrt die Zugmotoren mit Gleichstrom speisen sollte. Im oben erwähnten Vorschlag von PUNGA fungierte außer dem erwähnten Synchronmotor auch noch ein Gleichstromgenerator, der demselben Zwecke diene. Schließlich sei auch darauf hingewiesen, daß im Jahre 1954 in der Zeitschrift »Elektrische Bahnen« ein Aufsatz von SAUER erschien, in dem die Benutzung von Selengleichrichtern beim Anfahren vorgeschlagen wurde.

Von diesen Vorschlägen wurde aber keiner verwirklicht.

Meiner Ansicht nach hat das zwei Hauptgründe:

1. Würde man von Gleichstrom so auf 50 Perioden umschalten, daß man den Stromkreis bereits auseinanderschaltete, bevor noch die Speisung mit 50 Perioden anfinde, so würde ein Stoß auftreten, der deshalb besonders unangenehm wäre, weil die ungefähr doppelte Zugkraft plötzlich aufhören und diese Erscheinung sich bei kleinen Geschwindigkeiten ergeben würde. Wenn man dagegen den Zugmotor auf das 50-Hz-Netz schaltete, solange noch der Gleichstromerregerfluß besteht, könnte ein derartiger Zustand eintreten, bei dem die äußere Spannung mit Hilfe der Änderung des Kraftlinienflusses nur dann ausbalanciert werden würde, wenn sich der Kraftlinienfluß annähernd auf den dreifachen normalen Wert erhöhte. In diesem Falle würden offenbar gewaltige Ströme entstehen, die große Stromwendestörungen zur Folge hätten.

2. Der Gleichstromgenerator hat ebenso wie der Gleichrichter den großen Nachteil, daß man ihn außer zum Anfahren für andere Zwecke, die solche Hilfseinrichtungen benötigen würden, nicht gebrauchen kann.

Nach meinem Vorschlag kann man die im Punkt 1 erwähnten Probleme mit Hilfe eines neuen Schaltprinzipes lösen, das darin besteht, daß der Zugmotor während einer gewissen Zeitspanne des Anfahrens gleichzeitig aus zwei Stromquellen mit verschiedenen Frequenzen gespeist wird, von denen die eine 50 Perioden und die andere weniger als 50 Perioden besitzt.

Die erstere erhalten wir wie bisher vom Anzapftransformator, die zweite von einem Synchrongenerator, der von einem Synchronmotor angetrieben wird. Damit wird auch das im Punkt 2 erwähnte Problem gelöst:

Diese Maschinengruppe ohne Stromwender, mit der man auch die erwähnte Zweiphasen-Asynchronhilfsmaschine auf eine Welle setzen kann, läßt sich nämlich auch für andere wichtige Aufgaben verwenden, wie z. B. als Phasenkompensator oder zur Erzielung einer wirksamen Rückbremsung.

Die eine — die kleinere — Synchronmaschine ist immer auf das Einphasennetz geschaltet und arbeitet als vierpoliger Motor, also mit einer Drehzahl von 1500 U/min. Die zweite Synchronmaschine hat zwei Pole, und ist als Zweiphasen-Synchrongenerator ausgebildet.

Die Zugmotoren (Abb. 13) bilden zwei Gruppen, deren jede von je einer Phase des Generators G mit einem 25-Hz-Strom gespeist wird. Das hat zur Folge, daß die transformatorische Spannung bei gegebenem magnetischen Fluß bzw. Drehmoment auf die Hälfte sinkt, wie im obenerwähnten Beispiel von 5,6 Volt auf 2,8 Volt.

So ist es also möglich, den magnetischen Fluß und das Drehmoment im ersten Augenblick des Anfahrens, wo dies besonders wichtig ist, weiter zu vergrößern und dennoch eine gute Stromwendung zu erreichen. Bei so kleinen transformatorischen Spannungen ist der durch die kurzgeschlossenen Windungen und Bürsten hindurchfließende Strom nunmehr sehr klein und vermag daher nicht mehr auf den ihn erzeugenden magnetischen Fluß einen Einfluß

auszuüben und ihn dadurch zu vermindern, wie dies bis heute beim Anfahren in hohem Grade der Fall ist. Das hat zur Folge, daß das Drehmoment im ersten Augenblick noch mehr anwächst.

Es soll jetzt die Frage untersucht werden, wie man ohne Unterbrechung des Hauptstromkreises von der Speisung mit 25 Perioden auf die Speisung mit 50 Perioden umschalten kann.

Die zwei Phasenspulen des Generators sind im Punkte *A* miteinander verbunden. Ähnlicherweise sind auch die zwei Zugmotorgruppen im Punkt *B* verbunden. Der Punkt *A* ist auf die erste Anzapfung der Sekundärspule des 50-Hz-Transformators geschaltet, während man den Punkt *B* auf jede belie-

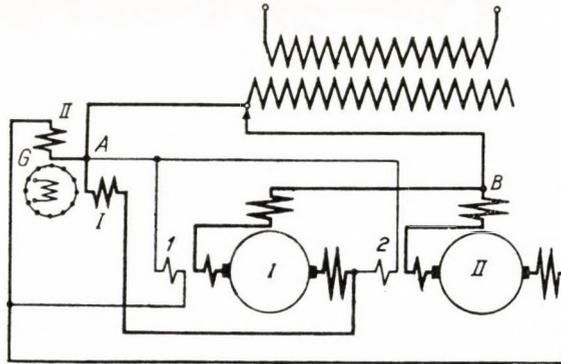


Abb. 13

bige Anzapfung der Spule schalten kann. Bei einer Speisung mit 25 Hz ist der Punkt *B* ebenfalls auf die erste Anzapfung geschaltet, d. h. die Punkte *A* und *B* sind unmittelbar miteinander verbunden und der 50-Hz-Transformator spielt keine Rolle.

Schaltet man hingegen den Punkt *B* auf eine rechtsliegende Anzapfung um, so wird auf eine Spannung mit 25 Hz eine solche mit 50 Hz derart superponiert, daß die Zugmotoren zur gleichen Zeit eine zweiphasige Speisung mit 50 Hz und eine einphasige Speisung mit 50 Hz bekommen. Da sich der 25-Hz-Generator für den durch die Zweiphasenspulen des Generators hindurchfließenden 50-Hz-Einphasenstrom nur mit halber Synchrondrehzahl dreht, beseitigt seine Dämpferwicklung den im Generator erregten 50-Hz-Fluß beinahe vollständig. So spielt also der Synchrongenerator vom Gesichtspunkt des 50-Hz-Stromes nur die Rolle einer in Reihe geschalteten verhältnismäßig kleinen Drosselspule, so daß die Sekundärspannung des Transformators fast völlig die Zugmotoren speist, die mit ihm parallel geschaltet sind. Zur gleichen Zeit ist die Primärspule des Transformators für den 25-Hz-Strom über das Netz kurzgeschlossen, was zur Folge hat, daß der Transformator vom Gesichtspunkt des 25-Hz-Stromes nur die Rolle einer verhältnismäßig kleinen Drossel-

spule spielt. So speist also auch die Spannung des Generators beinahe vollständig die Zugmotoren. Wenn man den Punkt B stufenweise auf eine immer größere Sekundärspannung umschaltet und gleichzeitig mit Hilfe der Regelung des Erregerstromes des Generators die 25-Hz-Spannung vermindert, wird es offenbar möglich sein, die 25-Hz-Speisung durch eine 50-Hz-Speisung zu ersetzen, ohne daß sich der Stromkreis der Zugmotoren öffnen würde oder Stromstöße entstünden.

Das obengeschilderte, aus zwei Synchronmaschinen bestehende Aggregat kann für verhältnismäßig sehr geringe Nennleistungen und entsprechend geringe Dimensionen gebaut werden. Um dies zu verstehen, soll jetzt die Frage der Kompensation der transformatorischen Spannung eingehender untersucht werden, und zwar auf Grund des folgenden konkreten Beispiels: Es wurde einer der im nächsten Abschnitt genau geschilderten Motoren mit zwei reihengeschalteten Stromwendern gewählt (siehe Abb. 19g). Als Ausgangsbasis sei

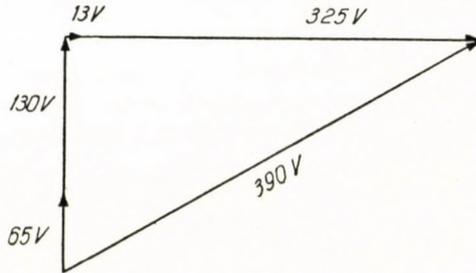


Abb. 14

angenommen, daß der dem Kraftlinienfluß proportionale induktive Spannungsabfall der Erregerwicklung im Stundenbetrieb im Vergleich zur Drehspannung einen Wert von 40% der letzteren beträgt. Die weiteren induktiven Spannungsabfälle, die dem Belastungsstrom I proportional sind, mögen einen Wert von 20% und der Ohmsche Spannungsabfall möge einen Wert von 4% der Drehspannung ausmachen. Die Drehspannung möge zu 325 V angenommen werden, also für jeden Stromwender zu 162,5 V. Im Stundenbetrieb werden so die Spannungsverhältnisse des Zugmotors durch das in Abb. 14 gezeigte Vektorbild charakterisiert.

Zuerst wollen wir annehmen, die transformatorische Spannung möge im Stundenbetrieb 4,5 V sein, ferner möge das Anlaßmoment das Zweifache des Stundenmomentes sein. Dies erreicht man dadurch, daß man den Kraftlinienfluß auf den 1,25fachen Wert und den Strom auf den 1,6fachen Wert erhöht. Auf diese Weise wird also die transformatorische Spannung beim Anfahren 5,6 V betragen. Die Richtungstangente der Geraden $U_{tk} = f \left(\frac{V}{V_{\max}} \right)$ (s. Abb. 7) steigt hierbei auf den Wert $\frac{4,5}{0,35} \cdot 1,25 = 16$, da U_{tk} nunmehr schon bei der Ge-

geschwindigkeit $V = 0,35 V_{\max}$ die Größe $1,25 \cdot 4,5 = 5,6$ V haben muß. Wenn man in der Anfahrperiode für die unkompenzierte transformatorische Spannung einen Höchstwert von 2,9 zuläßt, erhält man als Resultat, daß die Geschwindigkeit, von der aufwärts man den Zugmotor mit 50 Hz speisen kann, $V = 0,17 V_{\max}$ ist, weil $5,6 - 16 \cdot 0,17 = 2,9$ V. Entsprechend dem oben Ausgeführten scheint es, als müßten wir die Speisung der Zugmotoren bei 25 Hz mit Hilfe des Synchrongenerators bis zur Erreichung der Geschwindigkeit $V = 0,17 V_{\max}$ durchführen und daher diesen Generator für die dieser Geschwindigkeit entsprechende Leistung bauen. In Wirklichkeit ist aber seine Leistung noch bedeutend geringer, da, wie im folgenden gezeigt werden wird, es genügt, die Speisung mit 25 Hz nur bis zur Geschwindigkeit $V = 0,115 V_{\max}$ durchzu-

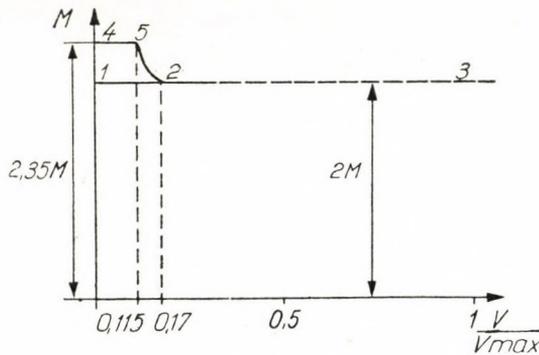


Abb. 15

führen und von dort bis $V = 0,17 V_{\max}$ die gleichzeitige Speisung mit 25 und 50 Hz zu verwirklichen.

Es sei vorausgesetzt, daß das Anlaßmoment nicht konstant ist, also nicht der Geraden 1-2-3 der Abb. 15 entspricht, sondern der Linie 4-5-2-3. Von 0 bis $V = 0,115 V_{\max}$ beträgt also seine Größe $2,35 M$ und von $V = 0,115 V_{\max}$ bis $0,17 V_{\max}$ vermindert sich sein Wert annähernd parabolisch auf den Wert von $2 M$, der dann während der übrigen Anlaufzeit konstant bleibt. Wie ersichtlich, ist das Durchschnittsmoment bei einer solchen Kennlinie größer als er früher war, und außerdem ist das Moment am größten im ersten Augenblick des Anfahrens, wenn es am notwendigsten ist. Für die Erhöhung des Anlaßmomentes M von 2 auf 2,35 ist es notwendig, daß der Kraftlinienfluß Φ von 1,25 auf 1,3 und der Strom I vom Werte 1,6 auf 1,8 anwachse. Beim Anfahren tritt also im Falle von 25-Hz-Speisung eine transformatorische Spannung von $\frac{4,5 \cdot 1,3}{2} = 2,9$ V auf. Diese ist derart niedrig, daß die Rückwirkung der Kurzschlußströme auf den magnetischen Fluß und die dadurch verursachte Verminderung des Drehmomentes vernachlässigt werden können. Auf diese

Weise erhält man bei einem bedeutend größeren Drehmoment als normalerweise Stromwendungsverhältnisse, die bedeutend günstiger als üblich sind.

Es sei angenommen, daß die in Abb. 13 dargestellte, mit I bezeichnete zweite Wendepolspule des Zugmotors I (oder des Motorsatzes) auf jene Phasenspule II des Synchrongenerators G angeschlossen ist, die den Zugmotor II (oder den Motorsatz) speist. Die mit 2 bezeichnete zweite Wendepolspule des Zugmotors II ist jedoch, wie in der Abbildung ersichtlich, an die Spule I geschaltet, die den Zugmotor I speist. Es sei untersucht, wa für Kommutationsverhältnisse man bei der Geschwindigkeit $V = 0,115 V_{max}$ erhält.

Wie früher ausgeführt wurde, erzielen wir die Verringerung des Stromes I_{wt} gemäß der Geraden F—L (Abb. 10) dadurch, daß wir mit Hilfe der konstanten Spannung $C_{10}\Phi$ (s. Abb. 12) den konstanten Teil des Stromes I_{wt} erzeugen, der der konstanten Ordinate der Geraden A E (Abb. 10) entspricht, und mit Hilfe der Spannung $C_{11}\Phi \cdot n$ den mit V wachsenden verkehrt gerich-

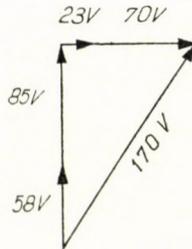


Abb. 16

teten Teil, der der Differenz der Ordinaten der Geraden A E und der Geraden A L (Abb. 10) entspricht.

Da in Abb. 10 angenommen wurde, daß bei Stundenmoment und bei Höchstgeschwindigkeit von der transformatorischen Spannung 4,5 V (Ordinate der Hyperbel) 4,2 V kompensiert sind (Ordinate des Punktes L) und da die Ordinate des Punktes D im Verhältnis 1 : 0,35 größer ist, als die Ordinate der Hyperbel für $V = V_{max}$, ergibt sich, daß für $V = V_{max}$ sich $C_{10} \cdot \Phi$ zu $C_{11} \cdot \Phi \cdot n$ verhalten müssen wie $\frac{4,5}{0,35} : \left(\frac{4,5}{0,35} - 4,2 \right) = 12,9 : 8,7$. Da nun im gleichen Falle die von einem der beiden Stromwender abgenommene Drehspannung $C_{11} \cdot \Phi \cdot n$ die Größe $\frac{162,5}{0,7} = 233$ V besitzt, so müßte die Spannung der Sekundärspule der 50-Hz-Zweiphasen-Asynchronmaschine (Abb. 12) $C_{10} \Phi = \frac{233}{8,7} \cdot 12,9 = 345$ V sein .

Dagegen müssen die Spannungen der Spulen I und II bei der Geschwindigkeit $0,115 V_{max}$ und 25-Hz-Speisung niedriger als diese Werte sein. Der

genaue Wert der Spannung läßt sich auf Grund des Vektorbildes in Abb. 16 ausrechnen, das sich vom Vektorbild der Abb. 14 dadurch unterscheidet, daß — wie oben bereits ausgeführt wurde — der Strom um 80% und der Fluß um 30% größer ist, während die Geschwindigkeit im Verhältnis 0,115 : 0,7 kleiner und die Frequenz im Verhältnis 1 : 2 kleiner ist. Daraus folgt, daß man anstatt 65 V die Spannung $\frac{1,8 \cdot 65}{2} = 58$ V, anstatt 130 V die Spannung $\frac{1,3 \cdot 130}{2} = 85$ V, anstatt 13 V die Spannung $13 \cdot 1,8 = 23$ V und anstatt 325 V die Spannung $\frac{1,3 \cdot 325 \cdot 0,115}{0,7} = 70$ V erhält. Somit beträgt die Spannung der Spulen I und II 170 V.

Bei der Speisung mit 50 Hz erhielten wir für $V = V_{\max}$ die Spannung $C_{10} \cdot \Phi = 345$ V. Diese Spannung allein hätte in der Wendepolwicklung einen Strom I_{wt} hervorgerufen, der so groß ist, daß er bei $V = 0,35 V_{\max}$ eine kompensierende Spannung von 4,5 V erzeugt. Die Spannung 170 V ruft bei 25 Hz praktisch denselben Strom I_{wt} hervor, da ja die Reaktanz der Wendepolwicklung nunmehr halb so groß ist als früher. Da aber nunmehr (siehe Abb. 13) die Wendepolwicklung nur von dieser Spannung gespeist wird, entsteht in ihr nur dieser Strom. Da dieser bei $0,35 V_{\max}$ die kompensierende Spannung 4,5 V erzeugt, erzeugt er im gegebenen Falle, d. h. bei $V = 0,115 V_{\max}$ die kompensierende Spannung $\frac{0,115}{0,35} = 1,5$ V. Gemäß Abb. 12 war die Spannung 345 V der Drehspannung des Motors M entgegengesetzt. Deswegen wirkte die kompensierende Spannung senkrecht zur Drehspannung. Gegenwärtig ist aber die Spannung 170 V in der Phase verschoben. Wäre die Wendepolwicklung 1 an die Generatorspule I angeschlossen, die den Motor I speist, so würde die die Wendepolwicklung 1 speisende Spannung mit der Hypothenuse 170 V (Abb. 16) zusammenfallen, anstatt mit der Drehspannung 70 V, d. h. man müßte zur Berechnung des Stromes I_{wt} nur die mit letzterer Spannung zusammenfallende Komponente der Spannung 170 V benützen. Da aber die Wendepolwicklung an die Generatorspule II geschaltet ist, deren Spannung auf die Spannung der Generatorspule I senkrecht steht, dürfen wir nur die mit den Vektoren $\overline{58} + \overline{85}$ zusammenfallende Komponente der Spannung 170 berücksichtigen. Die die transformatorische Spannung kompensierende Spannung erhalten wir also, wenn wir anstatt 1,5 V nur die Komponente von der Größe $1,5 \cdot \frac{(58 + 85)}{170} = 1,26$ in Betracht ziehen. Sie ist der transformatorischen Spannung von der Größe 2,9 entgegengesetzt. Als Endergebnis erhält man für die resultierende transformatorische Spannung anstatt der Größe von 2,9 V die Größe von $2,9 - 1,26 = 1,64$ V. Zieht man hierbei auch die nutzlose, weil zur kompensierenden Komponente vertikale Komponente der Spannung 1,5 V, d. h.

die Spannung von der Größe von $1,5 \frac{23 + 70}{170} = 0,8 \text{ V}$ in Betracht, so gelangt man zum Resultat, daß während des Anfahrens bei der Geschwindigkeit $0,115 V_{\max}$ eine Spannung von nur $\sqrt{1,64^2 + 0,8^2} = 1,8 \text{ V}$ auftritt, ein Wert, der im Vergleich zu gewöhnlichen Anfahrverhältnissen äußerst gering ist.

Dem Stundenbetrieb bei der Geschwindigkeit $V = 0,115 V_{\max}$ entspricht offenbar das Vektorbild der Abb. 17, das wir aus dem Vektorbild der Abb. 16 erhalten, wenn wir die dem Flusse proportionalen Größen 70 und 85 durch 1,3, und die dem Strome proportionalen Größen 23 und 58 durch 1,8 dividieren. Auf Grund ähnlicher Berechnung wie früher erhält man anstatt der transformatorischen Spannung von $\frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ V}$ den Wert von $\sqrt{(2,25 - 0,86)^2 + 0,6^2} = 1,5 \text{ V}$, da die der transformatorischen Spannung entgegengesetzte

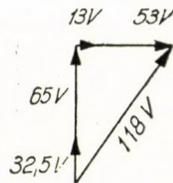


Abb. 17

Spannung vom Werte 1,26 im Verhältnisse $(85 + 58) : (65 + 32,5)$ auf 0,86 und die vertikale Komponente vom Werte 0,8 im Verhältnis $(23 + 70) : (13 + 53)$ auf 0,6 abgenommen hat. Also tritt sogar bei der bezeichneten kleinen Geschwindigkeit eine derart kleine Spannung auf, daß sie laut unserer ursprünglichen Annahme im Stundenbetrieb noch zulässig ist.

Nun soll untersucht werden, was bei weiterer Geschwindigkeiterhöhung geschieht.

Es sei angenommen, daß der Generator für eine Leistung gebaut wurde, die einer Geschwindigkeit von $0,115 V_{\max}$ entspricht. Die erzeugte Gesamtspannung beträgt also 170 V, die sich gemäß der Abb. 16 verteilen. Der Synchronantriebmotor muß die vom Generator abgegebene Wirkleistung decken, die einer Wirkspannung von $23 + 70 = 93 \text{ V}$ entspricht. Außerdem hat er auch die Verluste des Generators zu decken.

Trotzdem die beiden Hilfsmaschinen nur für eine der Geschwindigkeit $V = 0,115 V_{\max}$ entsprechende Leistung gebaut sind, lassen sich mit ihrer Hilfe die Geschwindigkeit der Zugmotoren bis $V = 0,17 V_{\max}$ und noch weiter erhöhen, wenn man den Zugmotor — nach meinem Vorschlag — zwischen den beiden Geschwindigkeiten zeitweilig gleichzeitig mit beiden Frequenzen speist, d. h. wenn man zwar die Wicklung des 50-Hz-Transformators bei der Geschwindigkeit

$V = 0,115 V_{\max}$ einzuschalten beginnt, gleichzeitig aber, trotzdem man die Spannung des Generators zu vermindern beginnt, ihn noch nicht ausschaltet. Jetzt sei die 25-Hz-Spannung so vermindert, daß bei der Geschwindigkeit $V = 0,17 V_{\max}$ die Größe des Stromes I_{25} nicht mehr $1,8 I$, sondern nur $1,58 I$ beträgt. Gleichzeitig schalte man die 50-Hz-Spannung ein, der ein Strom I_{50} von der Größe $0,86 I$ entsprechen möge. Wenn man von dem vom Standpunkte der Sättigungsverhältnisse ungünstigsten, aber auch unwahrscheinlichsten Falle ausgeht, daß die Amplituden der Ströme und daher auch der magnetischen Flüsse von verschiedener Frequenz zusammenfallen, dann gelangt man zum Resultat, daß die Erregung nunmehr nicht einem Effektivwert von $1,8 I$, sondern einem Effektivwert von $1,58 + 0,86 = 2,44 I$ entspricht. Demgemäß muß auch der Sättigungsgrad wachsen und daher wächst die Summe der beiden Flüsse Φ_{25} und Φ_{50} nicht im Verhältnis $1,8 : 2,44$, wie die Summe der Ströme I_{25} und I_{50} , sondern langsamer, im Verhältnis $1,3 \Phi : 1,5 \Phi$. Da der Sättigungsgrad sich gleichmäßig auf beide Ströme und Flüsse bezieht und da bis zu $V = 0,115 V_{\max}$ der Fluß die Größe $1,3 \Phi$ besaß, erhalten wir die Gleichungen $\Phi_{25} + \Phi_{50} = 1,5 \Phi$ und $\Phi_{25} : \Phi_{50} = 1,58 : 0,86$. Derart erhalten wir, daß $\Phi_{25} = 0,97 \Phi$ und $\Phi_{50} = 0,53 \Phi$.

Da $1,58^2 I^2 + 0,86^2 I^2 = 1,8^2 I^2$, sind die von den aufeinander superponierten Strömen verursachten Verluste nicht größer als die zwischen den Geschwindigkeiten 0 und $V = 0,115 V_{\max}$ entstandenen Verluste. Im Zugmotor entstehen zwei Momente. Das eine verhält sich zum gewünschten von der Größe $2,35$ wie $0,97 \Phi \cdot 1,58 I : 1,3 \Phi \cdot 1,8 I$, also wie $0,65 : 1$. Da die Leistung proportional dem Produkt von Geschwindigkeit und Moment ist, erhält der Zugmotor aus dem Generator eine Wirkleistung, die sich zu der bei der Geschwindigkeit $V = 0,115 V_{\max}$ abgegebenen Leistung so verhält wie $0,65 \cdot 0,17 : 0,115 = 0,96 : 1$. Hieraus folgt, daß der Motor und der Generator, trotzdem sich die Geschwindigkeit bis $V = 0,17 V_{\max}$ erhöht hat, nicht bis zur Grenze ihrer Typenleistung belastet sind, obwohl sie nur für die Geschwindigkeit $V = 0,115 V_{\max}$ bemessen wurden.

Das abgegebene Moment des mit 50 Hz gespeisten Motors ist proportional dem Produkt $0,53 \Phi \cdot 0,86 I$.

Da $0,97 \Phi \cdot 1,58 I + 0,53 \Phi \cdot 0,86 I = 1,3 \Phi \cdot 1,8 I \frac{2}{2,35}$ ist, liefert der Motor das gewünschte doppelte Stundenmoment.

Nunmehr wollen wir untersuchen, wie die Kommutationsverhältnisse bei $V = 0,17 V_{\max}$ sind. Hierbei muß berücksichtigt werden, daß die Wendepolwicklungen 1 und 2 beim Auftreten der 50-Hz-Spannung, das heißt bei $V = 0,115 V_{\max}$ von der Phasenwicklung des Generators abgeschaltet und gleichzeitig an die Sekundärwicklung der Asynchronmaschine der Abb. 11 angeschlossen werden. Die Primärwicklung der Asynchronmaschine wird zwischen zwei solche Anzapfungen des Transformators geschaltet, daß der sich

ergebende Strom I_{wt} die Größe erhält, die der Ordinate des Punktes D in Abb. 10 entspricht. Da dieser Strom bei $V = 0,35 V_{max}$ eine kompensierende Spannung von 4,5 V erzeugen würde, entsteht bei $V = 0,17 V_{max}$ eine Spannung von $\frac{4,5}{0,35} \cdot 0,17 = 2,2$ V. Von dieser dürfen wir aber — analog zu Abb. 16 und 17 — nur eine Komponente nehmen, da ja die Primärwicklung nicht an die Erregerwicklung des Zugmotors, sondern an eine der Motorspannung phasengleiche Spannung angeschlossen ist. Die Richtung der im Zugmotor entstehenden 50-Hz-Spannung finden wir in Abb. 18. Diese Abbildung wird so aus der Abb. 14 gewonnen, daß man anstatt 130 den Wert $0,53 \cdot 130 = 70$, anstatt 65 den Wert $0,86 \cdot 65 = 56$, anstatt 13 den Wert $0,86 \cdot 13 = 11$ und anstatt 325 den Wert $\frac{3,25 \cdot 0,53 \cdot 0,17}{0,7} = 42$ schreibt. So erhalten wir die Motorspannung 136 V.

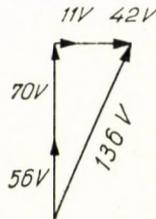


Abb. 18

Die entgegengesetzt zur transformatorischen Spannung wirkende Komponente der kompensierenden Spannung 2,2 V beträgt $2,2 \cdot \frac{56 + 70}{136} = 2$ V, während die hierzu senkrechte Komponente einen Wert von $2,2 \cdot \frac{11 + 42}{136} = 0,8$ V hat. Die transformatorische 50-Hz-Spannung ist $4,5 \cdot 0,5 = 2,25$ V. Die nicht kompensierte 50-Hz-Spannung beträgt also $\sqrt{(2 - 2,25)^2 + 0,8^2} = 0,8$ V.

Da $\Phi_{25} = 0,97 \cdot \Phi$ erhalten wurde, ist die transformatorische 25-Hz-Spannung gleich $\frac{4,5}{2} \cdot 0,97 = 2,15$ V. Geht man wieder von dem ungünstigsten, jedoch unwahrscheinlichen Falle aus, daß die Amplituden der transformatorischen Spannungen verschiedenener Frequenzen in der Zeit zusammenfallen, so erhält man für den Wert der nicht kompensierten Spannung nur 2,9 V, also einen Wert, der noch zulässig ist. Bei der Geschwindigkeit $V = 0,17 V_{max}$ kann man die 25-Hz-Spannung bis Null herabsetzen und die 50-Hz-Spannung gleichzeitig bis zu jenem Wert erhöhen, bei dem der von ihr hervorgerufene Strom schon allein das zweifache Drehmoment ausüben kann, während die

Größe der unkompensierten transformatorischen Spannung — falls die Primärspule der Asynchronmaschine laut Abb. 11 gleichzeitig an die Erregerwicklungen des Zugmotors geschaltet wird — wie schon erwähnt, wieder nur 2,9 V sein wird.

Faßt man die Ergebnisse dieses sowie des vorherigen Abschnittes zusammen, so ergibt die Anwendung des vorgeschlagenen Hilfsmotorgenerators sowie der Hilfsasynchronmaschine folgende Vorteile:

1. Bei Speisung der Zugmotoren mit 25 Hz gemäß der in Abb. 13 gezeigten Schaltung können wir einen Stundenbetrieb sogar bei der ganz geringen Geschwindigkeit von $V = 0,115 V_{\max}$ durchführen, wobei die unkompensierte Restspannung nur die Größe von 1,5 V besitzt. Außerdem ist bei Speisung mit 50 Hz ein Stundenbetrieb gemäß der in Abb. 11 gezeigten Schaltung bereits bei $V = 0,233 V_{\max}$ möglich (Punkt B in Abb. 10), wobei sich ebenfalls eine Restspannung von 1,5 V ergibt. Mit dieser Schaltung kann bei Stundenbetrieb die Geschwindigkeit bis zur Geschwindigkeit $V = 0,406 V_{\max}$ erhöht werden (Punkt E in Abb. 10), wobei die Restspannung bei $V = 0,3 V_{\max}$ (Punkt C) auf 0,7 V abnimmt, bei $V = 0,35 V_{\max}$ (Punkt D) verschwindet und bei $V = 0,406 V_{\max}$ (Punkt E) wieder bis auf 0,7 zunimmt. Wird von Schaltung gemäß Abb. 11 auf Schaltung gemäß Abb. 12 umgeschaltet, können wir im Stundenbetrieb die Geschwindigkeit weiter bis V_{\max} erhöhen. Hierbei ergibt sich bei $V = 0,406 V_{\max}$ (Punkt F) eine Restspannung von 0,7, die im übrigen Bereich praktisch verschwindet.

2. Was den Anlauf betrifft, so ergibt sich folgendes: Es ist möglich, bei 25 Hz-Speisung mit Hilfe der in Abb. 13 gezeigten Schaltung von $V = 0$ bis $V = 0,115 V_{\max}$ das 2,35fache Moment zu entwickeln, wobei die bei $V = 0$ auftretende größte unkompensierte Spannung nur 2,9 V beträgt. Diese Spannung nimmt bei Vergrößerung der Geschwindigkeit bis 1,8 V ab.

Zwischen $V = 0,115 V_{\max}$ und $V = 0,17 V_{\max}$ ist die Schaltung etwas geändert, indem die Wendepolwicklungen 1 und 2 (Abb. 13) vom 25-Hz-Generator abgeschaltet und an die Asynchronmaschine (Abb. 11) geschaltet sind, wobei aber die letztere primärseitig nicht an die Hauptpolwicklung des Zugmotors, sondern an die Sekundärwicklung des Transformators geschaltet ist. Von $V = 0,115 V_{\max}$ bis $V = 0,17 V_{\max}$ nimmt das Anlaufmoment von 2,35 M bis auf 2 M ab. Die unkompensierte Restspannung beträgt bei $V = 0,115 V_{\max}$, wo anfänglich nur die 25-Hz-Speisung stattfindet und die 50-Hz-Speisung eben erst beginnt, 2,9 V und hat bei $V = 0,17 V_{\max}$ bei bereits zweifacher Speisung dieselbe Größe. Wird bei $V = 0,17 V_{\max}$ die Primärwicklung der Asynchronmaschine gemäß Abb. 11 geschaltet und die Speisung vollständig auf 50 Hz umgestellt, können wir die Geschwindigkeit bei 2fachem Stundenmoment weiter erhöhen, wobei die bei $V = 0,17 V_{\max}$ die Größe 2,9 Volt besitzende Restspannung bereits bei Erreichung des Punktes D (Abb. 10) auf Null abnimmt.

3. Die in Punkt 1 und 2 dargestellten günstigen Kommutationsverhältnisse ergeben sich, trotzdem der Polfluß bei Stundenleistung mit einem der transfor-

matorischen Spannung von 4,5 Volt entsprechenden Werte angenommen wurde und bei Anlauf sogar mit einem solchen Wert, der um 30% höher ist als der Stundenwert.

Zu all diesem kann man noch die Tatsache hinzuzählen, daß sich der Hilfsmaschinensatz außer zum Anfahren auch für andere Zwecke verwenden läßt.

Diese Zwecke sind die Verwirklichung der Nutzbremmung und die Erzielung eines guten Leistungsfaktors (siehe Abschnitt 8).

7. Zum Problem der besseren Ausnützung der Zugmotoren

Im Vorangehenden wurde gezeigt, daß die vorgeschlagene Hilfsmaschinengruppe außer der bedeutenden Verbesserung der Kommutationsverhältnisse, der Erhöhung der Anfahrtsleistung, der Möglichkeit des Dauerbetriebes

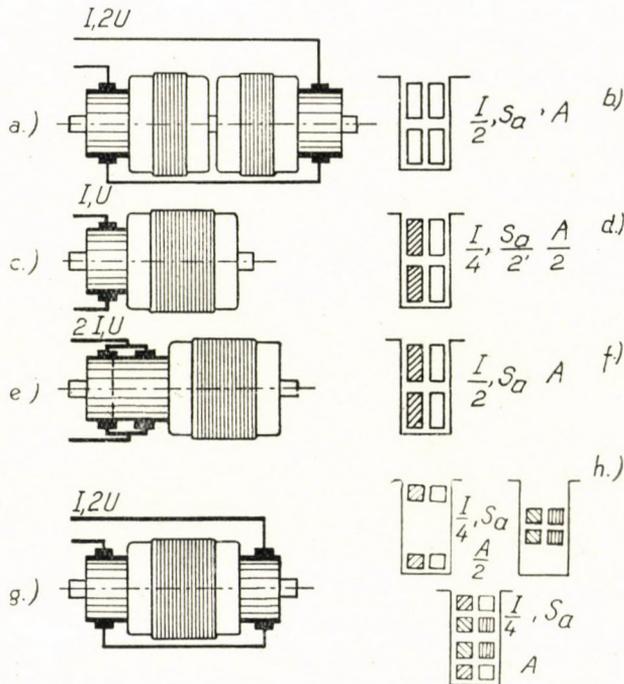


Abb. 19

bei sehr geringen Zuggeschwindigkeiten usw. gleichzeitig auch eine bedeutende Erhöhung des Polflusses zuläßt.

Diese Tatsache ermöglicht auch die elektrischen und mechanischen Eigenschaften der Zugmotoren bedeutend zu verbessern.

Zwecks Erörterung dieser Frage sollen zuerst einige Worte über die im Laufe der letzten Jahre bei ausländischen Firmen entwickelten drei neuesten Motortypen gesagt werden.

Die eine ist dadurch gekennzeichnet, daß man — wie das aus Abb. 19a ersichtlich ist — zwei gewöhnliche Motoren mit kurzem Läufer auf eine Welle setzt, wobei die Stromwender in Reihe geschaltet werden. Diese Anordnung nennt man Tandemmotor. Der Vorteil dieser Lösung besteht darin, daß sich die Spannung, die in jedem Motor infolge der kleinen Eisenlänge verhältnismäßig klein ist, verdoppelt, wodurch sich die Strombelastung der Schaltapparate vermindert. Doch besitzt diese Lösung den großen Nachteil, daß sie den zur Verfügung stehenden Raum schlecht ausnutzt, da man außer für die zwei

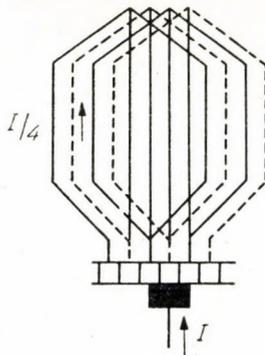


Abb. 20

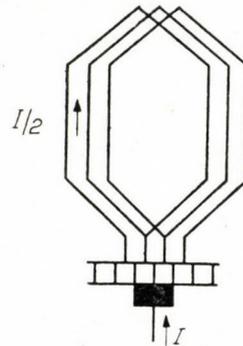


Abb. 21

Eisenkörper und die zwei Stromwender auch noch Raum für die vier Spulenköpfe sichern muß.

Von diesem Gesichtspunkt ist eine zweite Lösung besser, die darin besteht, daß man eine zweigängige Schleifenwicklung mit primären und sekundären Ausgleichsverbindungen benutzt. Diese Wicklung, deren Schema uns Abb. 20 zeigt, läßt sich auf zwei, in gemeinsamen Nuten angeordnete und durch die Bürsten parallel geschaltete eingängige Wicklungen zurückführen (s. Abb. 21), von denen die eine nur an die ungeradzahigen Stromwendersegmente angeschlossen ist und die andere nur an die geradzahigen. Die Ausgleichsverbindungen sind zwischen den beiden Spulen so angeordnet, daß zwischen zwei benachbarten Stromwendersegmenten nur die Hälfte der transformatorischen Spannung auftritt, weil der mit den beiden Segmenten verbundene kurzgeschlossene Stromkreis nur die Hälfte des magnetischen Flusses faßt. So fällt also bei bestimmter Stromwendersegmentzahl, Bürstenbreite und Eisenlänge auf jede Bürste nur die Hälfte jener transformatorischen Spannung, die bei gewöhnlicher eingängiger Schleifenwicklung auftreten würde.

Aus diesem Grunde ist es zulässig, den Fluß bzw. die Eisenlänge zu verdoppeln, wie dies in Abb. 19c gezeigt wird. So ist denn hinsichtlich der Stromwendung, der Spannung und der Stromstärke der an zweiter Stelle dargestellte Motor mit einem der Tandemmotoren gleichwertig, d. h. es wurden einstweilen eine Stromwenderlänge und zwei Spulenkopflängen gewonnen, aber die Hälfte der Leistung verloren. In der Tat, die zweigängige Wicklung ist schlecht ausgenutzt. Der Strom verteilt sich jetzt, wie aus Abb. 20 ersichtlich, auf zwei parallele Wicklungsspulen, wobei in jeder Spule nur die Hälfte jenes Stromes fließt, der gemäß Abb. 21 bei einer eingängigen Wicklung im Tandemmotor fließen würde, d. h. $I/4$ statt $I/2$. So ist also sowohl die Strombelastung A wie die Stromdichte S_a auf die Hälfte gesunken, wie man sich durch Vergleich der in den Abb. 19b und 19d gezeigten zwei Nutenbilder überzeugen kann.

Hier ergibt sich folgender prinzipielle Ausweg: wenn man die Länge des Stromwenders verdoppelt, d. h. die Größe des Motorstromes verdoppelt (Abb. 19e), oder wenn man die Wicklung mit noch einem Stromwender versieht, dann werden die Werte A und S_a ebenso groß sein, wie im Tandemmotor, und die entsprechende Nut (Abb. 19f) wird genau so ausgenutzt werden und die Leistung genau so groß sein, wie die des Tandemmotors, wobei aber gleichzeitig weniger Raum benötigt wird, da der in Abb. 19a für die inneren zwei Anker-Wickelköpfe benötigte Platz wegfällt. Allerdings ergibt sich bei dieser Lösung im Vergleich zum Tandemmotor der Mangel, daß der Strom doppelt so groß und die Spannung halb so groß ist.

Außer der in Abb. 19a dargestellten ersten und außer der in Abb. 19c und e dargestellten zweiten Lösung gibt es auch eine dritte Lösung, die auf folgender Überlegung beruht:

Wie wir gesehen haben, ist im Falle des Motors gemäß Abb. 19c die in den Leitern auftretende Stromstärke nur die Hälfte der normalen. Deshalb haben wir das Recht, die Höhe des Leiters auf die Hälfte zu reduzieren. Bringt man nun diese Leiter in der Mitte der Nut unter, wie dies in dem zweiten Nutenbild der Abb. 19h gezeigt wird und ordnet man in einem anderen Motor die Leiter im Sinne des ersten Nutenbildes der Abb. 19h derart an, daß die eine Schichte ganz oben und die andere ganz unten liegt, so würde in beiden Motoren die Stromdichte den normalen Wert haben. Es ist jedoch offensichtlich, daß der Nutenstrombelag in jedem nur die Hälfte des gewünschten wäre, also nur die Größe $A/2$ hätte. Da aber in jedem Motor die Hälfte der Nut freigeblieben ist, können die zwei gedachten Motoren in einen einzigen zusammengelegt werden, wobei der Läufer gemeinsam ist. Da die mittlere Reaktanzspannung in den beiden ersten Nuten von Abb. 19h ungefähr gleich sind, so können sie mit Hilfe eines gemeinsamen Wendepols leicht liquidiert werden. Es ist auch klar, daß nach der Zusammenlegung der Wert von A normal, d. h. der aktive Teil des Motors vollständig ausgenutzt ist. Auf diese Weise erhält man also den in Abb. 19g gezeigten Motortyp, bei dem die Eisen-

länge der Eisenlänge der in Abb. 19e gezeigten Maschine gleich ist — also auch der Gesamteisenlänge des Tandemmotors — und bei dem der Motor ebenso wie der Tandemmotor, zwei Stromwender hat. Ferner läßt sich, genau so wie beim Tandemmotor, durch Reihenschaltung der beiden Stromwender eine große Spannung und ein kleiner Strom erzielen, d. h. man hat alle Vorteile des Tandemmotors, wobei aber zur gleichen Zeit der Hauptnachteil des letzteren beseitigt ist, da der Motor gemäß Abb. 19g um zwei Spulenkopflängen kürzer als dieser ist.

Nun kehren wir wieder zu der eingangs aufgeworfenen Frage zurück, wie wir die Möglichkeit der bedeutenden (in unserem Beispiele 50%-igen) Vergrößerung des Polflusses zur Verbesserung der Eigenschaften des Zugmotors ausnutzen können.

Wir können hiebei zwei grundlegende Fälle unterscheiden.

Der erste liegt dann vor, wenn es nicht mehr möglich ist, die aktive Länge des Ankereisens zu vergrößern. Aus den oben angeführten Gründen kann dies besonders beim Tandemmotor eintreten. In diesem Falle können wir die Zahl der Polpaare verringern, was zur Verringerung des Stromes und der Erhöhung der Spannung, d. h. zur bedeutenden Verbesserung der Apparatur führt. Außerdem ergibt die Vergrößerung der Polteilung die Möglichkeit, die Ausnutzung des Eisens und damit die Motorleistung zu erhöhen.

Der zweite Fall liegt dann vor, wenn es möglich ist, die aktive Länge des Ankereisens zu vergrößern. Dies ergibt sich offenbar immer bei sämtlichen Motoren gemäß Abb. 19c, e und g, da ja sogar der längste von ihnen um die Breiten der beiden inneren Spulenköpfe kürzer ist als der Motor gemäß Abb. 19a. In diesem Falle können wir also durch entsprechende Verlängerung des Ankereisens unmittelbar das Drehmoment und die Leistung der Zugmotoren erhöhen.

Es zeigt sich also, daß mit Hilfe der in den Abschnitten 5 und 6 erläuterten Maßnahmen es möglich ist, gleichzeitig mit den im Abschnitt 4 unter den Punkten 1 und 2 genannten Problemen auch das unter dem Punkte 3 genannte zu lösen.

Nunmehr gehen wir zur Frage der Lösung der übrigen dort aufgezählten Probleme über, nämlich der Verwirklichung der Nutzbremmung und eines guten Leistungsfaktors.

8. Die Verwirklichung der Nutzbremmung und eines guten Leistungsfaktors

Der erwähnte — in Abb. 22a mit G bezeichnete — Zweiphasengenerator mit 2 Polen kann durch Polumschaltung in einen Einphasengenerator mit 4 Polen verwandelt werden. Außerdem besteht die Erregerwicklung des Synchronantriebmotors *M* aus zwei, senkrecht zueinander stehenden Spulen,

von denen die eine (Abb. 22b) mit einem Gleichstrom von konstanter Richtung, die andere dagegen mit einem derartigen Gleichstrom gespeist wird, dessen Richtung und Größe fortlaufend geregelt werden können. Auf diese Weise läßt sich die Richtung des resultierenden Erregerflusses des Motors *M* im Vergleich zum Erregerfluß der zweiten Synchronmaschine *G* um einem beliebigen Winkel, z. B. von 90° verdrehen, so daß der Phasenwinkel der Spannung der zweiten Synchronmaschine fortlaufend verändert werden kann. Diese Tatsache ermöglicht es, den Synchronmaschinensatz sowohl beim Zugbetrieb, als bei Bremsung zu verwenden. Wenn man nämlich beim Bremsen die zweite Maschine zur Erregung des Hauptflusses des Zugmotors benutzt, dann läßt sich

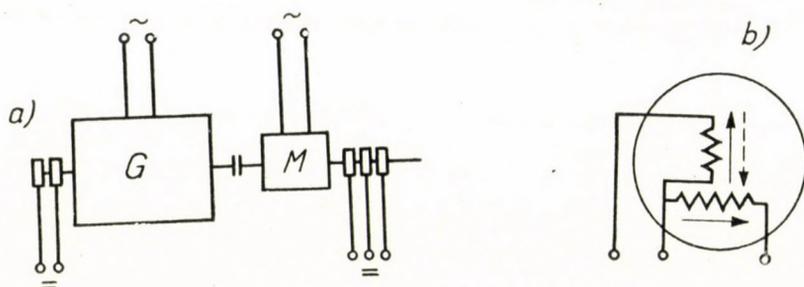


Abb. 22

gleichzeitig mit der Phasenlage der Generatorspannung auch die Phasenlage des Erregerflusses der Zugmotoren leicht ändern. Wie bereits im Zusammenhang mit Abb. 8 erwähnt wurde, kann es diese Tatsache zusammen mit der Regelung der Größe des Erregerstromes ermöglichen, daß die Größe des Drehmomentes und des Leistungsfaktors während der Bremsperiode jeder beliebigen gewünschten Gesetzmäßigkeit entspricht. Falls man aber die Richtung des Erregerflusses des Synchronmotors so regelt, daß er sich in gleicher Phase mit dem Kraftlinienfluß des Synchrongenerators befindet, so wird es möglich, auch diese Maschine an das Netz zu schalten und als einen übererregten Synchronmotor zur Verbesserung des Leistungsfaktors zu verwenden.

Im obigen Beispiel kann der Generator in einem kurzzeitigen Betrieb 170 V Spannung erzeugen. Andererseits muß, wie gezeigt wurde, zum Erreichen eines doppelten Stundendrehmomentes der Wert des Kraftlinienflusses auf das 1,25fache erhöht werden, also beträgt der an der Erregerwicklung des Zugmotors auftretende Spannungsabfall rund $1,25 \cdot 130 = 160$ V. Wenn man also den Generator so konstruiert, daß seine 25Hz-Phasenspannung gleich der Einphasen-Wicklungsspannung bei 50-Hz-Betrieb sei, so läßt sich bei kurz

dauernder Bremsung der 1,25fache Kraftlinienfluß, also — bei 1,6fachem Strom — ein Bremsmoment von der Größe des doppelten Stundenmomentes verwirklichen.

Was die Bremsung im Stundenbetrieb betrifft, so muß hierzu die Generatorspannung entsprechend bis 130 V vermindert werden.

Wenn man den Generator im Stundenbetrieb zur Verbesserung des Leistungsfaktors benutzen will, dann kann man — nach dem obigen Beispiel —

$$\text{dessen Wert von } \cos \varphi = \frac{338}{\sqrt{195^2 + 338^2}} = 0,86 \text{ auf}$$

$$\cos \varphi = \frac{338}{\sqrt{(195 - 130)^2 + 338^2}} = 0,98 \text{ erhöhen.}$$

Berücksichtigen wir außerdem, daß das Triebfahrzeug bei der Benutzung der Hilfsmaschinen bei der Anfahrt praktisch überhaupt keinen induktiven Blindstrom aufnimmt, da ja die Zugmotoren nicht vom Netze gespeist werden, d. h. daß der in der Oberleitung durch das Fahrzeug verursachte Spannungsabfall im ganzen Geschwindigkeitsbereich bedeutend geringer ist als bisher, so müssen wir feststellen, daß dies einen wesentlichen wirtschaftlichen Vorteil bedeutet.

Auf Grund der vorstehenden Ausführungen läßt sich die Nennleistung des erwähnten Maschinensatzes ohne Schwierigkeiten berechnen. Die von dem Generator abgegebene Spannung bei $0 < V < 0,115 V_{\max}$ ist, wie aus den Abb. 14 und 16 hervorgeht, im Verhältnis $170 : 390 = 0,44 : 1$ geringer als die Stunden-spannung der Zugmotoren. In Wirklichkeit ist sie aber noch geringer, und zwar etwa im Verhältnis $0,35 : 1$, wenn man in Betracht zieht, daß beim Anfahren die Spannung von 170 V zum Teil mit Hilfe der Erhöhung der Sättigung erreicht wird. Bedenkt man schließlich, daß die Anlaufzeit des Generators weit geringer ist, als die des Zugmotors, daß er also für stärkere Stromüberlastung gebaut werden kann, daß er aber andererseits wegen der Notwendigkeit der Polumschaltung konstruktiv schlechter ausgenutzt ist, werden wir keinen großen Fehler machen, wenn wir die Typenleistung des Generators mit etwa 39% der Scheinleistung des Triebfahrzeuges annehmen. Was den den Generator antreibenden Motor *M* betrifft, so entspricht jener Teil seiner Stundenleistung, der vom Generator abgegeben wird, der Spannung $13 + 53 = 68$ V in Abb. 17. Schätzt man den Wirkungsgrad des Generators auf 90%, so muß zu der erwähnten Spannung noch ungefähr 12 V hinzugerechnet werden. So ist also die Leistung des Antriebsmotors im Verhältnis von ungefähr $80 : 390 = 0,2 : 1$ kleiner als die Leistung des Triebfahrzeuges. Wird schließlich die Asynchronmaschine in Abb. 11 auf etwa 8% der Leistung des Trieb-

fahrzeugs geschätzt, so erhalten wir, daß alle drei Hilfsmaschinen zusammen genommen nur etwa $\frac{2}{3}$ der Leistung des Triebfahrzeuges ausmachen.

Natürlich kann man sich auch einen Fall vorstellen, wo die Bremsung eine wichtigere Rolle spielt als die wesentliche Verbesserung des Anfahrens. Bei Triebwagen kann z. B. davon die Rede sein, daß man zur Anfahrt auf die Hilfsmaschine verzichtet, wogegen es von größter Bedeutung ist, daß man durch eine kurzzeitige Rückspeisung eine kräftige Bremsung sicherstellt. In diesem Falle kann man den Synchrongenerator kleiner bemessen, einerseits weil die Notwendigkeit der Polumschaltung wegfällt, andererseits weil es genügt, bei kurzzeitigem Bremsen den Generator auf die Hälfte des Stundenleistungsstromes, also ungefähr auf 22% der Stundenleistung zu bemessen. Auch der Synchronantriebmotor wird in diesem Fall äußerst klein sein, weil es praktisch genügt, ihn auf die Leerlaufverluste des Generators zu bemessen. Hinsichtlich der Verbesserung des Leistungsfaktors erhält man bei einem solchen Ge-

nerator anstatt $\cos \varphi = 0,86$ einen Wert von $\frac{338}{\sqrt{(195 - 65)^2 + 338^2}} = 0,935$.

In diesem Zusammenhang könnte die Frage aufgeworfen werden, ob die Anwendung von rotierenden Hilfsmaschinen in Triebwagen möglich und überhaupt zulässig ist. Hierzu ist sofort zu bemerken, daß die verhältnismäßig kleinen Hilfsmaschinen unter dem Gestell angebracht sind und deswegen nicht den Raum des Triebwagens vermindern. Ferner kann auf die Erfahrungen der Elektrischen Fabrik Klement Gottwald in Budapest hingewiesen werden, die in den letzten Jahren den Triebwagen GAVIL so baute, daß die Zugmotoren von einem unter dem Gestell angeordneten Ward—Leonard-Umformer gespeist werden.

In ihrer interessanten und neuartigen Triebwagentype hat die erwähnte Fabrik die beiden rotierenden Maschinen auf insgesamt den dreifachen Wert des Wertes der Triebwagenleistung bemessen, während es bei der hier vorgeschlagenen Schaltung, falls man die drei erwähnten Maschinen verwenden wollte, genügen würde, sie alle zusammen auf weniger als 40% der Triebwagenleistung zu bemessen.

Wenn man nun die in dieser Arbeit dargelegten Ansichten zusammenfaßt und das neu vorgeschlagene Fahrzeug mit den bekannten 50-Hz-Einphasen-Fahrzeugen vergleicht, kann man folgendes feststellen.

Der Vorteil der neuen Lokomotive gegenüber den Gleichrichterlokomotiven besteht darin, daß sie in der Oberleitung keine Oberwellen verursacht, einen guten Leistungsfaktor hat und imstande ist, von ganz großen bis zu ganz kleinen Geschwindigkeiten Rückbremsung mit kräftigem Bremsmoment zu erzielen. Dagegen wird ihr Gewicht größer sein. Setzt man jedoch im Interesse eines richtigeren Vergleiches voraus, daß bei Gleichrichterlokomotiven auch rotierende Phasenkompensatoren verwendet werden, die den Leistungsfaktor auf einen Wert bis 0,98 verbessern, so wird der Gewichtsunterschied

zwischen den beiden Lokomotiventypen ganz unbedeutend, doch verbleibt als Vorteil des neuen Systems die Nutzbremungsmöglichkeit und die Oberwellenfreiheit der Fahrleitung.

Gegenüber den mit Ward—Leonard-Umformern ausgerüsteten Triebfahrzeugen weist das neue System den Vorzug auf, daß der Maschinensatz ungefähr im Verhältnis $\frac{2}{3} : 3$ kleinere Leistung und im Verhältnis $1 : 3$ kleineres Gewicht hat. Dazu kommt noch der Vorteil, daß der Maschinensatz im Gegensatz zum Ward—Leonard-Generator keinen Stromwender besitzt. Ferner ist zu bemerken, daß bei den Ward—Leonard-Maschinen die ganze Leistung durch den Maschinensatz hindurchgeht, was den Wirkungsgrad wesentlich vermindert. Beim neuen System verursachen dagegen die kleinen Hilfsmaschinen einen verhältnismäßig geringen Verlust.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß das neue Triebfahrzeug günstigere Bremseigenschaften besitzt als das nach dem Ward—Leonard-System gebaute. Bei diesem wird nämlich den größeren Leistungen durch den Umformermaschinensatz eine Grenze gesetzt, was zur Folge hat, daß die bei der Höchstgeschwindigkeit, infolge der großen Brems-Zugkraft auftretende Leistung vom Umformermaschinensatz nicht ans Netz abgegeben werden kann, weil die Synchronmaschine aus dem Synchronismus fällt. Dies hat wiederum zur Folge, daß eben im wertvollsten Bereich bei großen Geschwindigkeiten, wo die kinetische Energie groß ist, nicht die ganze Zugkraft für die Bremsung ausgenutzt werden kann, während dies beim neuen Lokomotivtyp, wie zu sehen war, durchaus möglich ist.

Die hier aufgezählten Ergebnisse zusammenfassend möchte ich die Hoffnung ausdrücken, daß die Leser dieses Artikels unsere Ansicht teilen, daß es uns gelungen ist, auf bisher nicht ausgenutzte große Reserven der 50-Hz-Einphasen-Stromwender-Zugsförderung hinzuweisen, und auf die Möglichkeit, daß bei wesentlich kleinerem Gewicht ein besserer Wirkungsgrad erzielt wird, als das Triebfahrzeug mit Synchronumformer besitzt, und daß zugleich das neue System von den Nachteilen der mit Gleichrichter oder mit den bisherigen Einphasen-Stromwendermotoren ausgerüsteten Triebfahrzeuge frei ist. Aus diesem Grunde kann angenommen werden, daß in jenen Fällen, in denen diese Nachteile besonders ins Gewicht fallen, das neue Triebfahrzeug auch mit den mit Gleichrichtern ausgestatteten den erfolgreichen Wettbewerb aufnehmen kann.

Der Übersichtlichkeit wegen mögen im Folgenden nochmals der Aufbau dieses Aufsatzes dargestellt und seine wichtigsten Ergebnisse kurz aufgezählt werden.

Das Ziel des vorliegenden Aufsatzes ist: die zur Zugsförderung bisher gebräuchlicher Typen des 50-Hz-Einphasen-Stromwendemotors im einzelnen zu untersuchen, ihre Nachteile aufzuzeigen und zur Lösung der auftauchenden Probleme neue Wege zu finden.

Als Hauptnachteile werden folgende erwähnt:

A) Die Stromwendung weist beim Betrieb folgende Unzulänglichkeiten auf:

a) Die Tatsache, daß der Wendepol bei kleineren Geschwindigkeiten die transformatorische Spannung nicht entsprechend kompensieren kann, macht den Stundenbetrieb in diesem Bereich unmöglich.

b) Im Bereich großer Geschwindigkeiten kann dagegen die Überkompensation der transformatorischen Spannung zu Stromwendungsstörungen führen.

c) Beim Bremsen läßt sich das Problem des richtigen Funktionierens des Wendepols nur schwer lösen.

B) In der ersten Phase des Anfahrens und bei ganz kleinen Geschwindigkeiten kann die transformatorische Spannung praktisch überhaupt nicht vermindert werden.

C) Der Zugmotor nutzt hinsichtlich des Drehmomentes den zur Verfügung stehenden Raum nicht genügend aus.

D) Der Blindstrom des Zugmotors vermindert eine der größten wirtschaftlichen Vorteile der Einphasenspeisung, nämlich den großen Abstand der Unterwerke.

E) Es ist schwer eine Lösung zu finden, bei der das Bremsmoment beim Nutzbremsen auch bei kleineren Geschwindigkeiten groß genug ist, und bei der die Wirkungsgrad und der Leistungsfaktor gut sind.

Der Verfasser setzt nun eingehend auseinander, wie seiner Ansicht nach die genannten Nachteile vermieden werden können.

Es wird die Hinzufügung einer Hilfsmaschinengruppe vorgeschlagen, die auf insgesamt etwa $\frac{2}{3}$ der Leistung bemessen ist und aus Maschinen ohne Stromwender besteht. Mit dieser Maschinengruppe ist es möglich, gleichzeitig folgende Vorteile zu erzielen:

1. Man kann die transformatorische Spannung sowohl beim Anfahren wie auch beim Stundenbetrieb um 50% erhöhen, d. h. die Spannung des Zugmotors kann erhöht werden. Außerdem kann er nunmehr den ihm zur Verfügung stehenden Raum in bezug auf Leistung und Drehmoment vollkommen ausnutzen.

2. Trotzdem kann jener Geschwindigkeitsbereich, in dem ein nur kurzer Betrieb möglich ist, um ein Drittel vermindert werden.

3. Außerdem wird schon bei 11% der größten Zuggeschwindigkeit ein Stundenbetrieb möglich.

4. Von 23% der Höchstgeschwindigkeit bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit kann bei Stundenbetrieb die transformatorische Spannung praktisch genügend kompensiert werden.

5. Die in den vorigen Punkten aufgezählten Vorteile bestehen sowohl bei Zugsbetrieb wie auch bei Bremsung.

6. Der Leistungsfaktor läßt sich praktisch auf 1 erhöhen.

7. Die Nutzbremmung ist mit einem großen und dabei regelbaren Drehmoment bei gutem Wirkungsgrad und Leistungsfaktor möglich.

SCHRIFTTUM

1. VEREBÉLY—KLEIN: Kandó-féle fázisváltós villamosítási rendszer és annak alkalmazása a MÁV vonalain. Budapest, Révai nyomda 1933.
2. VEREBÉLY: Die Elektrifizierung der Linie Budapest—Hegyeshalom. Elektrische Bahnen Februar 1932.
3. GANZ Publications: Technical details of the MÁV v44-type electric locomotives, based on the Ganz—Kandó—Ratkovszky system. 1950.
4. GANZ Publications: The Latest Developments with the Single-Phase, 50-Cycle Frequency-Changer System, 1948.
5. Бондаренко, Ситник, Стекольников: «Электровозы однофазного тока промышленной частоты», журнал Железнодорожный транспорт, 1956, № 11.
(Einphasige 50HZ elektrische Fahrzeuge. Eisenbahn-Transport, 1956, № 11).
6. Шилдинер: Новый однофазный двигатель промышленной частоты, доклад, Москва 1935
(Ein neuer 50 HZ einphasiger Kommutatormotor. Vortrag, gehalten in Moskau, 1935.)
7. PUNGA: 50 HZ Einphasenkollektormotoren mit erhöhter Transformatorspannung. Elektrotechnik und Maschinenbau. 1954. S. 577.
8. SAUER: Anfahren von Einphasen Reihenschlussmotoren mit Gleichstrom über Selen-trockengleichrichter. Elektrische Bahnen, 1954, S. 202.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser schildert ausführlich das auf Grund seiner Vorschläge entwickelte neue System eines einphasigen 50 Hz Triebfahrzeuges mit Kommutatorzugmotoren, welches durch Hinzufügung kleiner kommutatorloser Hilfsmaschinen gekennzeichnet ist. So gelingt es, den für die Zugmotoren zur Verfügung stehenden Raum wesentlich besser auszunutzen, die transformatorische Spannung bei Anfahrt und im gesamten Geschwindigkeitsbereich bedeutend zu verringern, elektrische Nutzbremmung mit regulierbarer Bremskraft und einen sehr hohen Leistungsfaktor zu verwirklichen. Auf diese Weise kann das neue System in Wettbewerb treten sowohl mit dem Umformer- als auch mit den Gleichrichtertriebfahrzeugen. Vor den ersteren hat es weit geringeres Gewicht, bedeutend höheren Wirkungsgrad und das Fehlen von Kommutatormaschinen voraus, vor den letzteren — bei ungefähr gleichem Gewicht und Wirkungsgrad — die Verwirklichung der Nutzbremmung und die Erzielung einer sinusförmigen Stromkurve.

NEW POSSIBILITIES OF THE DEVELOPMENT OF ELECTRICAL TRACTION WITH 50 HZ COMMUTATOR MOTORS

O. BENEDIKT

SUMMARY

The author discusses in detail a new traction system developed according to his proposals, working with 50 Hz commutator motors and characterized by the use of small commutatorless auxiliary machines. With the method suggested it becomes possible to fill in better the space which is available for the traction motors, to reduce considerably the transformer voltage at starting as well as for all speed ranges, to realize recuperative braking with adjustable braking torque and to obtain a very good power factor. Thus the new system becomes competitive with vehicles equipped with rotating or static converters. Compared to converter vehicles, it offers the advantage of considerably smaller weight, better efficiency and the absence of a commutator generator. Compared to rectifier vehicles, the new system of approximately identical weight and efficiency has the advantage of drawing sinusoidal current and of making recuperative braking possible.

NOUVELLES POSSIBILITÉS OFFERTES PAR DES MOTEURS DE TRACTION A 50 PÉR. MONOPHASÉS, A COLLECTEUR

O. BENEDIKT

RÉSUMÉ

Exposition détaillée d'un nouveau système de traction fonctionnant avec des moteurs à collecteur monophasés de 50 pér., et développé suivant les propositions de l'auteur. Le système en question se caractérise par l'utilisation de petites machines auxiliaires sans collecteur. De cette façon, l'espace disponible pour les moteurs de traction est beaucoup mieux utilisé, la force électromotrice statique est considérablement diminuée tant au démarrage que dans toutes les gammes de vitesse, et l'on peut réaliser un freinage par récupération avec couple de freinage variable, ainsi qu'un très bon facteur de puissance. Le nouveau système peut rivaliser avec les véhicules à convertisseur aussi bien qu'avec ceux à redresseur. Par rapport au premier, le nouveau système est d'un poids considérablement plus petit, d'un rendement bien supérieur, et ne comporte pas de générateur à collecteur. Si on le compare au système à convertisseur il a l'avantage — à poids et rendement à peu près égaux — d'un appel de courant sinusoïdal et du freinage à récupération.

НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ РАЗВИТИЯ ОДНОФАЗНЫХ КОЛЛЕКТОРНЫХ ЛОКОМОТИВОВ ПРОМЫШЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ

О. БЕНЕДИКТ

РЕЗЮМЕ

Автор детально описывает новую систему однофазных коллекторных локомотивов промышленной частоты, предложенную им и характеризованную добавлением небольших вспомогательных бесколлекторных машин. Таким образом, удается гораздо лучше использовать место, имеющееся для тяговых двигателей, значительно уменьшить трансформаторную ЭДС как при пуске, так и в полном диапазоне скоростей, осуществить рекуперативное торможение при регулируемом тормозном моменте и весьма высоком коэффициенте мощностей. Таким образом, новая система может соревноваться не только с преобразовательными локомотивами — в связи с гораздо меньшим весом, значительно более высоким КПД и отсутствием коллекторов — но и с выпрямительными, в связи с тем, что она имеет — при приблизительно равных весе и КПД — возможность рекуперативного торможения и отсутствия высших гармоник.

UNTERSUCHUNG DES ARBEITSVORGANGES AN DER DIESEL-EINSPRITZPUMPE VON SYSTEM »GANZ-JENDRASSIK«*

A. GÓSI †

[Eingegangen am 18. August 1957]

I. Einleitung

Die Untersuchung der Druckschwingungen, welche in den Druckrohren der Brennstoffeinspritzungsvorrichtungen von Dieselmotoren auftreten, setzt sich zum Ziele, eine derartige Länge — bzw. einen derartigen Durchmesser der Druckleitung — weiters solche Ausmaße der dazugehörigen Düse sowie des Kolbens auszuarbeiten, bei welchen keinerlei Flüssigkeitsschwingungen auftreten, die den Betriebszustand des Motors schädlich beeinflussen. Außerdem ist es nötig, daß die Ausmaße der einzelnen Konstruktionselemente der Einspritzvorrichtung mit den, im Druckrohre auftretenden Schwingungserscheinungen soweit in Einklang gebracht werden können, daß die Verteilung des eingespritzten Brennstoffes im Laufe der Einspritzzeit so erfolgt, daß dabei nebst eines kloppfreien Arbeitens des Motors auch ein optimaler Wirkungsgrad erreicht wird.

Die häufigste Erscheinungsform der schädlichen Schwingungserscheinungen ist die sogenannte Nacheinspritzung, wenn nämlich wegen der auftretenden Schwingungen nach Beendigung der Treibstoffzufuhr noch zusätzlicher Treibstoff in den Zylinder gelangt. Der Treibstoff, der unter solchen Umständen in den Motorenzylinder gelangt ist, hat in den meisten Fällen keine Zeit mehr vollständig zu verbrennen, was zu einer Verminderung des Wirkungsgrades, zum Rauchen sowie zum Verrußen der Düse führt. Da bei Einspritzvorrichtungen der Einspritzpumpenkolben mit der Zerstäuberdüse durch eine lange Druckleitung verbunden ist, so stellt die ganze Vorrichtung ein hydraulisches Schwingungssystem dar. Eben aus diesem Grunde ist die Kenntnis der Strömungs- und Schwingungsvorgänge, welche sich in der Druckleitung abspielen, für die Aufklärung der beim Kolben und an der Düse auftretenden Erscheinungen unumgänglich nötig.

* Die vorliegende Arbeit stellt einen Auszug der Kandidatursdissertation des, unter tragischen Umständen umgekommenen jungen Forschungsingenieurs dar. Der Titel der Kandidatursdissertation lautet: »Untersuchungen von Druckschwingungen, sowie Beschreibung des Arbeitsvorganges eines Treibstoffeinspritzsystems vom Typ Ganz-Jendrassik.« Die vorliegende Arbeit wurde von Dipl. Ing. Paul BENYÓ und Dipl. Ing. Eugen BUJTOR zusammengestellt.

1. Die Grundgleichungen der hydraulischen Schwingungserscheinungen

Die Grundgleichungen der Schwingungserscheinungen von Flüssigkeiten, die in einer Rohrleitung strömen, wurden von SCHUKOVSKI [1] sowie von ALLIEVI [2] abgeleitet. Die erste Gleichung dieses Gleichungssystems der instationären Strömung, kann aus dem Gleichgewicht der Kräfte, welche auf ein elementares Flüssigkeitsteilchen einwirken, aufgestellt werden. Sie lautet:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + av + g \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

Die zweite Gleichung dieses Gleichungssystems, kann aus der Voraussetzung der Kontinuität abgeleitet und in folgender Form aufgeschrieben werden:

$$\rho w^2 \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

Wobei

- v ... die effektive Geschwindigkeit der Flüssigkeit [m/sec],
- p ... der Druck im Rohre [kg/cm²],
- ρ ... die Dichte der Flüssigkeit [kg sec²/m⁴],
- g ... die Gravitation [m/sec²],
- w ... die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Welle (die im Treibstoff meßbare Schallgeschwindigkeit) [m/sec],
- x ... die Koordinate der Rohrachse [m],
- z ... die, der Gravitationskraft entgegengesetzte Richtung,
- α ... ein Wert, der von der Reibung im Rohre abhängt.

Seine Größe beträgt im Falle laminarer Strömung: $\alpha = \frac{32 \mu}{d^2 \rho}$,

d ... die lichte Weite des Rohres [m],

$\frac{\mu}{\rho}$... die kinematische Viskosität ist.

Das Glied $g \frac{dz}{dx}$ kann bei der Untersuchung der Schwingungen, welche sich in der Druckrohren der Einspritzvorrichtungen von Dieselmotoren abspielen, vernachlässigt werden, da die Wirkung der Gravitation wegen des geringen Höhenunterschiedes unbedeutend ist. Da v im Vergleiche zu den sonstigen Gliedern verhältnismäßig klein ist, kann auch $v \frac{\partial v}{\partial x}$ und $v \frac{\partial p}{\partial x}$ ebenso wie av vernachlässigt werden. Demnach sieht also unser Gleichungssystem, welches die Schwingungen beschreibt, folgendermaßen aus:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

$$\rho w^2 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Von nun an wird ϱ als konstant betrachtet. Die Lösung der obigen simultanen Differentialgleichung ist wie folgt [3]:

$$p = p_0 + F\left(t - \frac{x}{w}\right) - f\left(t + \frac{x}{w}\right)$$

$$v = v_0 + \frac{1}{\varrho w} \left[F\left(t - \frac{x}{w}\right) + f\left(t + \frac{x}{w}\right) \right]$$

Hier stellen p_0 und v_0 die Werte des anfänglichen Druckes, beziehungsweise der anfänglichen Geschwindigkeit dar, welche im Druckrohre herrschen. F und f sind hingegen beliebige Funktionen der Argumente $\left(t - \frac{x}{w}\right)$ und $\left(t + \frac{x}{w}\right)$. Die Gestalt der Argumente zeigt, daß von Funktionen die Rede ist, deren Amplitudenwerte sich mit der Geschwindigkeit » w « in die positive bzw. negative Richtung ausbreiten. So sind an jeder beliebigen Stelle der Leitung zum Zeitpunkte t die Werte des dort herrschenden Druckes und der Geschwindigkeit die algebraische Summe der Amplitudenwerte zweier, in einander entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit » w « laufender Wellen, wobei $F\left(t - \frac{x}{w}\right)$ und $\frac{1}{\varrho w} F\left(t - \frac{x}{w}\right)$ die vorlaufende — und $f\left(t + \frac{x}{w}\right)$ bzw. $\frac{1}{\varrho w} f\left(t + \frac{x}{w}\right)$ die rücklaufende Geschwindigkeits- bzw. Druckwelle sind. Im vorliegenden Falle ist $v = 0$ und p_0 muß mittels Messung bestimmt werden. Die Untersuchung der, in der Rohrleitung auftretenden, schnell wechselnden Erscheinungen wird durch die Tatsache erschwert, daß nämlich die Störungen, welche am Anfange des Rohres $F(t)$ oder am Ende desselben $f(t)$ wirksam werden, irgend eine komplizierte Funktion der Zeit (oder des Nockenwinkels) sind, deren Bestimmung nur dann unternommen werden kann, wenn über die Umstände welche bei der Pumpe bzw. bei der Düse herrschen, bereits vollkommene Klarheit besteht. Bei den Druckleitungen von Dieselmotoren sind vor allem jene Erscheinungen von Interesse, die sich in der Leitung am Anfange oder am Ende des Rohres — also bei der Einspritzpumpe und bei der Düse — abspielen. Die chronologische Entwicklung der Druckwelle $F(t)$, die von der Einspritzpumpe aus zur Düse läuft, hängt vom Fördersystem der Pumpe ab. Bei Pumpen, die über Nockenwellen angetrieben werden, sind die auftretenden Druckvorgänge als gelöst anzusehen. [3, 4, 5]. Besonders das von A. PISCHINGER ausgearbeitete Verfahren zeitigt Ergebnisse, die mit der Praxis gut übereinstimmen. [4]. Zur Klärung der bei der Düse auftretenden Reflexionserscheinungen, ist gleichfalls die Bestimmung der rücklaufenden Druck- bzw. Geschwindigkeitswelle, sowie die Bestimmung des Einspritzdruckes von entscheidender Wichtigkeit [4, 5, 6].

In dieser Arbeit werden die Druckvorgänge, welche beim Einspritzsystem nach GANZ-JENDRASSIK auftreten, untersucht.

II. Die Bewegungsgesetze der Einspritzpumpe nach Ganz-Jendrassik, sowie die Bestimmung der Vorlaufwelle, $F(t)$

1. Arbeitsprinzip der Einspritzpumpe nach Ganz-Jendrassik

Eine der grundsätzlichen Voraussetzungen für den wirtschaftlichen und ungestörten Betrieb von Dieselmotoren, ist eine richtige Speisung mit Treibstoff. Die Entwicklung des Dieselmotors konnte nur unter gleichzeitiger Weiterentwicklung der Einspritzpumpen vor sich gehen. Bei dem sehr hohen Einspritzdruck (200—1500 kg/cm²) und der sehr geringen Einspritzdauer (0,001 bis 0,005 sec), muß für eine zeitlich richtige Verteilung der Treibstoffmenge gesorgt werden. Hierbei muß vermieden werden, daß die Druckschwingungen, welche im Druckrohre auftreten, den Ablauf des Einspritzvorganges nachteilig beeinflussen.

Das Einspritzsystem, welches mit Federkraft arbeitet und welches unter dem Namen GANZ-JENDRASSIK* bekannt ist, hat vom heimischen Standpunkt aus eine ganz große Bedeutung. Die Tatsache, daß die Rolle, die die Druckschwingungen bei der Entwicklung der Qualität der Einspritzung spielen, bei weitem bedeutender ist als bei Systemen mit Nockenwellenantrieb, stellt eine prinzipielle Eigenschaft des Systems GANZ-JENDRASSIK dar. Bei den Systemen mit Nockenwellenantrieb, schneidet der große Öffnungsdruck der Düse die kleineren Druckwellen mit einem Male ab, das Druckventil, welches zur Entlastung von hohen Drücken mit einer Krägung versehen ist, hat den Zweck, das Ende des Einspritzvorganges scharf zu umgrenzen.

Beim System GANZ-JENDRASSIK gelangt die Druckwelle, durch welche der Einspritzvorgang ausgelöst wird, durch die Düse — welche mit einem Rückschlagventil für niedrigen Öffnungsdruck ausgestattet ist — beinahe ohne Widerstand in den Verbrennungsraum und die Entlastung erfolgt gleichfalls durch solche Druckwellen. Der vom Kolben verursachte Druck-Zeit — Zusammenhang $F(t)$ wird von einem Schwingungssystem bestimmt, welches sich aus Federkraft, schwingender Masse, bzw. elastischer Bremsung zusammensetzt, im Gegensatz zu beispielsweise dem System BOSCH, bei welchem die Zeitkurve des Kolbenweges von einer festumrissenen Zwangsbahn vorge-schrieben wird.

Um den Einfluß einzelner konstruktiver Eigentümlichkeiten beleuchten zu können, der bei der mit Federkraft arbeitenden Einspritzpumpe auf die Arbeit

* Dieser Pumpentyp wurde von Dipl. Ing. Georg JENDRASSIK in den Jahren 1920—30 ausgearbeitet. In seiner Arbeit: »Ein schnellaufender Dieselmotor neuen Systems« — (Technika, 1930, Jhrg. XI, No. 2—3, Budapest) legt er die außerordentliche Wichtigkeit der Koordination sämtlicher Bemessungen im Einspritzsystem (Düse, Druckrohr, Einspritzpumpe) dar. Die sich im Einspritzsystem abspielenden Vorgänge werden hingegen von ihm nicht mathematisch behandelt, sondern weist er darauf hin, daß diese Vorgänge berechnet werden können.

der gesamten Vorrichtung ausgeübt wird, bzw. um die Entwicklung der Vorlaufwelle $F(t)$ bestimmen zu können, müssen wir zuerst die Gesetzmäßigkeiten untersuchen, welche für die Arbeit der Einspritzpumpe gelten.

Die Arbeit der Pumpe ist an Hand von Abb. 1 leicht zu verstehen. Die Nockenscheibe 1 verschiebt während ihrer Drehung den Hebel 2, wodurch

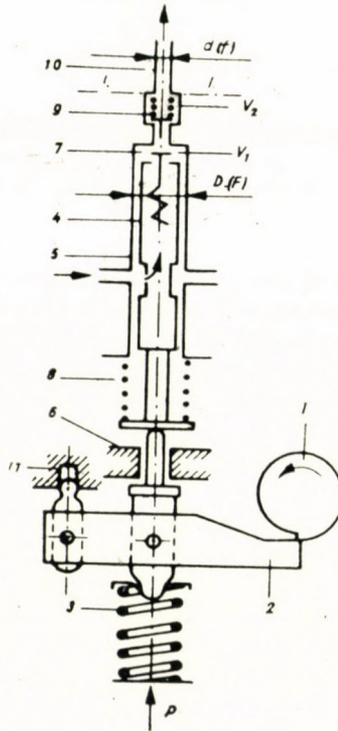


Abb. 1. Prinzipieller Aufbau einer Einspritzpumpe vom System GANZ-JENDRASSIK

die Feder 3 gespannt wird. Inzwischen wird der Kolben 4 durch Einwirkung der Feder 8 verschoben, die Flüssigkeit gelangt durch das Ventil 7 in den Raum V_1 . Hierauf verläßt der Hebel 2 die Nocke und der Kolben bewirkt unter Einfluß der Feder 3 im Zylinder 5 den Druckstoß bis zum Anstosse 6. Durch den Druckstoß gelangt die Flüssigkeit über das Ventil 9 in den Raum V_2 und in das Druckrohr 10. Ein Einstellen der Füllung bzw. eine Änderung der Menge des eingespritzten Brennstoffes erfolgt durch ein Verschieben des Drehpunktes 11, also durch eine Veränderung der Länge des Stoßes.

2. Druckänderungen während der Bewegung des Kolbens

Wir untersuchen nunmehr die Bewegungsgesetze der Einspritzpumpe unter Vornahme folgender Vernachlässigungen.

1. Wir setzen voraus, daß die Pumpe über ein unendlich langes Druckrohr einspritzt, d. h. daß die vom anderen Ende des Druckrohres zurückgeworfene Druckwelle im Verlaufe des Fördervorganges des Kolbens nicht mehr eintrifft. (Dies trifft auch in der Praxis bei einem Druckrohr entsprechender Länge zu. Diese Voraussetzung wird dann erfüllt, wenn die Laufzeit der Welle $\frac{2l}{w}$, kürzer ist, als der Zeitraum der Einspritzung. Hierbei ist l die Rohrlänge.)

2. Wir vernachlässigen den Strömungswiderstand des Ventils 9, was bei entsprechender Ausbildung des Systems wegen des im Druckraume des Kolbens herrschenden hohen Druckes zulässig ist.

3. Wir vernachlässigen die Reibungskraft, welche zwischen Kolben und Zylinder auftritt, da dieselbe im Vergleiche zu den sonst wirkenden Kräften gering ist.

4. Wir setzen voraus, daß der Zylinder vom Kolben vollkommen dicht ausgefüllt wird, daß also keinerlei Fugenverluste auftreten.

5. Da die Stoßlänge des Kolbens verhältnismäßig gering ist (1—1,2 mm), vernachlässigen wir die Änderung des Rauminhaltés von V_1+V_2 , welche im Verlaufe der Bewegung des Kolbens auftritt.

Den erwähnten Rauminhalt nehmen wir mit dem Werte

$$V = \frac{(V_1 + V_2) \max + (V_1 + V_2) \min}{2}$$

an. Hierbei ist $(V_1+V_2)\max$ der Rauminhalt zu Beginn des Stoßes und $(V_1+V_2)\min$ der Rauminhalt am Ende des Stoßes. Die einzelnen Charakteristika werden folgendermaßen benannt :

- D Durchmesser des Einspritzpumpenkolbens [m],
- F Querschnitt des Einspritzpumpenkolbens [m²],
- d Durchmesser des Einspritzrohres [m],
- f Querschnitt des Einspritzrohres [m],
- s Weg des Kolbens [m],
- c Geschwindigkeit des Kolbens [m/sec],
- a Beschleunigung des Kolbens [m/sec²],
- p Druck im Querschnitte I—I (vorlaufende Druckwelle [kg/m²],
- v Geschwindigkeit im Querschnitte I—I (vorlaufende Geschwindigkeitswelle) [m/sec],
- R Federkraft, die von den Federn 3 und 8 ausgeübt wird [kg],
- R_0 Wert der Federkraft zu Beginn der Bewegung [kg],
- ε Federkonstante aus den Federn 3 und 8 im Arbeitsbereiche [kg/m],
- ρ Dichte der Flüssigkeit [kg sec²/m⁴],
- E Elastizitätsmodul der Flüssigkeit [kg/m²],
- w Ausbreitungsgeschwindigkeit der Druckwelle [m/sec],

M Masse der sich bewegenden Teile, in die Bewegungslinie reduziert. Diese Masse setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen: der Kolben 4, die Rückzugsfeder, 3, der Hebel 2, sowie sein Zugehör — und das halbe Gewicht der Einspritzfeder 3 [kg sec²/m].

Unter Berücksichtigung der Vernachlässigungen können folgende Zusammenhänge aufgestellt werden :

Die Gleichung des Kräftegleichgewichtes aus der Abb. 1,

$$P = M \frac{dc}{dt} \tag{1}$$

Hiebei setzt sich P teilweise aus dem Anfangswerte der Federkraft (R_0) zusammen, von welcher jene Änderung der Federkraft in Abzug gebracht wurde, die wegen des in der Zeit t und mit der Geschwindigkeit c zurückgelegten Weges eintrat, sowie weiters aus der Kraft, die jenem Drucke entstammt, der an der Oberfläche des Kolbens entsteht.

Also :

$$P = R_0 - \varepsilon \int_0^t c dt - F \cdot p^1 \tag{2}$$

Setzen wir also aus der Gl. (2) in die Gl. (1) ein.

$$R_0 - \varepsilon \int_0^t c dt - F \cdot p = M \frac{dc}{dt} \tag{3}$$

In einem elastischen Medium lautet die Gleichung der Kontinuität :

$$cF = vf + \frac{V}{E} \frac{dp}{dt} \tag{4}$$

Im Falle einer Vernachlässigung des Reibungsverlustes kann die Geschwindigkeit im Bereiche I—I aus dem bekannten Zusammenhange (Allievi) errechnet werden:

$$v = \frac{P}{\rho w} \tag{5}$$

Beim Einsetzen aus der Gl. (5) in die Gl. (4) erhalten wir :

$$cF = \frac{Pf}{\rho w} + \frac{V}{E} \frac{dp}{dt}$$

¹ Hier bedeutet der Druck p jenen Druck, der im Druckraume des Kolbens herrscht und welcher weiters jenem Drucke gleichzusetzen ist, der im Bereich I—I herrscht.

Dieselbe Gleichung geordnet :

$$c = \frac{f}{\varrho w F} p + \frac{V}{EF} \frac{dp}{dt}$$

Dieselbe Gleichung deriviert :

$$\frac{dc}{dt} = \frac{f}{\varrho w F} \frac{dp}{dt} + \frac{V}{EF} \frac{d^2 p}{dt^2}$$

Die Werte von c und $\frac{dc}{dt}$ in die Gl. (3) eingesetzt :

$$R_0 - \varepsilon \int_0^t \frac{f}{\varrho w F} p dt - \frac{\varepsilon V}{EF} \int_0^t \frac{dp}{dt} dt - Fp = \frac{Mf}{\varrho w F} \frac{dp}{dt} + \frac{MV}{EF} \frac{d^2 p}{dt^2}$$

beziehungsweise, da $\int_0^t dp = p$:

$$R_0 - \frac{f}{\varrho w F} \int_0^t p dt - \left(\frac{\varepsilon V}{EF} + F \right) p - \frac{Mf}{\varrho w F} \frac{dp}{dt} - \frac{MV}{EF} \frac{d^2 p}{dt^2} = 0$$

Multiplizieren wir nun die Gleichung mit $\frac{1}{F}$, so lautet sie, nachdem sie geordnet wurde :

$$\frac{R_0}{F} = \frac{MV}{EF^2} \frac{d^2 p}{dt^2} + M \frac{f}{\varrho w F^2} \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\varepsilon V}{EF^2} + 1 \right) p + \varepsilon \frac{f}{\varrho w F^2} \int_0^t p dt \quad (6)$$

Wir führen nunmehr die Bezeichnung z ein, die aus folgenden Konstanten

$$\text{besteht : } \frac{F^2 \varrho w}{f} = z$$

z gilt im Weiteren als die für die Arbeit des Systems charakteristische Konstante. Die obige Gleichung gewinnt hierdurch folgende Form :

$$\frac{MV}{EF} \frac{d^2 p}{dt^2} + \frac{M}{z} \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\varepsilon V}{EF^2} + 1 \right) p + \frac{\varepsilon}{z} \int_0^t p dt = \frac{R_0}{F} \quad (7)$$

Diese Differenzialgleichung kann mittels einer LAPLACE-Transformation unmittelbar gelöst werden. Im Falle der Anfangsbedingungen: $t = 0, v = 0, p = 0$, sieht die transformierte Gleichung folgendermaßen aus :

$$\frac{MV}{EF^2} z^2 \bar{p} + \frac{M}{\varkappa} z \bar{p} + \left(\frac{\varepsilon V}{EF^2} + 1 \right) \bar{p} + \frac{\varepsilon}{\varkappa} \frac{1}{z} \bar{p} = \frac{R_0}{F} \frac{1}{z}$$

Multiplizieren wir nun mit z und heben wir \bar{p} heraus :

$$\bar{p} \left[\frac{MV}{EF^2} z^3 + \frac{M}{\varkappa} z^2 + \left(\frac{\varepsilon V}{EF} + 1 \right) z + \frac{\varepsilon}{\varkappa} \right] = \frac{R_0}{F}$$

woraus:

$$\bar{p} = \frac{\frac{R_0}{F}}{\frac{MV}{EF^2} z^3 + \frac{M}{\varkappa} z^2 + \left(\frac{\varepsilon V}{EF^2} + 1 \right) z + \frac{\varepsilon}{\varkappa}} \quad (8)$$

Um aus $\bar{p}(z)$ den Wert von $p(t)$ zu bestimmen, muß zuerst der Nenner der Gl. (8) gleich Null gesetzt werden.

Also :

$$\frac{MV}{EF^2} z^3 + \frac{M}{\varkappa} z^2 + \left(\frac{\varepsilon V}{EF} + 1 \right) z + \frac{\varepsilon}{\varkappa} = 0$$

Diese algebraische Gleichung dritten Grades ist die charakteristische Gleichung des Zusammenhanges (8). Ihre Wurzeln können auch im Falle unbestimmter Koeffizienten berechnet werden.

Eine Lösung der Gl. (7) ist dann zweckmäßig, wenn die Werte der in der Gleichung auftretenden einzelnen Konstanten auf Grund der weiter unten angeführten Zusammenhänge bereits bestimmt wurden. Wenn nun diese Werte eingesetzt werden, kann die Gl. (7) gelöst werden und erhalten wir durch dieselbe Aufschluß über die Beeinflussung des Rauminhaltes V hinsichtlich der, durch den Kolben hervorgerufenen Funktion $p = F(t)$. Die Lösung der Gl. (7) wird beim Einsetzen der, in der Praxis auftretenden Werte der Konstanten, folgendermaßen lauten :

$$p(t) = K_1 R_0 \left[e^{-K_2 t} - e^{-K_3 t} (\cos K_4 t + K_5 \sin K_4 t) \right] \quad (9)$$

Hiebei werden die Werte von K_1, K_2, K_3, K_4 und K_5 von den Konstanten der Gl. (7) bestimmt.

Um eine übersichtliche Form für die Beschreibung der Bewegungsgesetze des Kolbens zu erhalten, vernachlässigen wir in Gl. (4) den Rauminhalt V ,

wodurch das Glied $\frac{V}{E} \frac{dp}{dt}$ gleich Null wird. Diese Vernachlässigung verursacht bis zu einem gewissen Verhältnis des Kolbendurchmessers zum Querschnitte des Druckrohres, keinen allzugroßen Fehler, da V ziemlich klein ($1 \cdot 10^{-6} \text{m}^3$) — und E groß ist ($E = 2 \cdot 10^8 \text{kg/m}^2$). (Aus dem Weiteren, bei der Besprechung des durch Messung bestimmten Diagrammes der Vorlaufwelle $p = F(t)$, wird zu sehen sein, daß bis zu einem gewissen Werte von z der Rauminhalt V vernachlässigt werden kann.)

Nach der obenerwähnten Vernachlässigung hat die Gl. (4) folgendes Aussehen :

$$cF = vf \quad \text{oder} \quad v = c \frac{F}{f} \quad (10)$$

Nach entsprechender Ordnung wird die Gl. (10) in die Gl. (5) eingesetzt :

$$p = \frac{qwF}{f} c \quad (11)$$

Letztere Gleichung stellt einen Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit des Kolbens und dem von ihm ausgeübten Drucke her. Wenn nun die Gl. (11) in die Gl. (3) eingesetzt wird, wobei berücksichtigt wird, daß

$$z = \frac{F^2}{f} qw$$

so ist :

$$R_0 = M \frac{dc}{dt} + zc + \varepsilon \int_0^t c dt \quad (12)$$

Obige Gleichung wird nun mittels LAPLACE-Transformation gelöst. Bei Reduktion der anfänglichen Voraussetzungen auf Null, hat die transformierte Gl. (12) folgendes Aussehen :

$$M z \bar{c} + z \bar{c} + \frac{\varepsilon}{z} \bar{c} = \frac{R_0}{z}$$

woraus :

$$\bar{c} = \frac{R_0}{Mz^2 + z + \varepsilon} \quad (13)$$

Nun wird die Nullstellung des Nenners der Gl. (13) ausgesucht :

$$Mz^2 + z + \varepsilon = 0$$

$$z_1 = -\frac{\kappa}{2M} + \frac{1}{2M} \sqrt{\kappa^2 - 4M\varepsilon}$$

$$z_2 = -\frac{\kappa}{2M} - \frac{1}{2M} \sqrt{\kappa^2 - 4M\varepsilon}$$

Zur Rücktransformierung verwenden wir folgende Formel :

$$c(t) = \sum_{i=1}^2 \frac{U(z_i)}{W'(z_i)} e^{z_i t}$$

wobei

$$U = R_0$$

$$W = Mz^2 + \kappa z + \varepsilon$$

$$W' = 2Mz + \kappa$$

Hiebei sind z_i die Wurzeln der Gleichung $W = 0$. Nun werden diese Werte eingesetzt und die gemeinsamen Faktoren herausgehoben :

$$c(t) = R_0 e^{-\frac{\kappa}{2M} t} \left[\frac{e^{\frac{1}{2M} Kt}}{-\kappa + K + \kappa} + \frac{e^{-\frac{1}{2M} Kt}}{-\kappa - K + \kappa} \right]$$

$$c(t) = \frac{2R_0}{K} e^{-\frac{\kappa}{2M} t} \left[\frac{e^{\frac{1}{2M} Kt}}{2} - \frac{e^{-\frac{1}{2M} Kt}}{2} \right]$$

bzw., wenn $K = \sqrt{\kappa^2 - 4M\varepsilon}$ und dieser Wert eingesetzt wird, so ergibt sich folgende Gleichung:

$$c = \frac{2R_0}{\sqrt{\kappa^2 - 4M\varepsilon}} e^{-\frac{\kappa}{2M} t} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{\kappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} t \tag{14}$$

Wobei $R_0 = 170$ kg und M die, auf die Bewegungsebene reduzierte Masse ist. Ihre Werte betragen bei steigendem Pumpenkolbendurchmesser der Reihe nach:

$$4,5 \cdot 10^{-2}; 4,7 \cdot 10^{-2}; 4,71 \cdot 10^{-2}; 4,8 \cdot 10^{-2}; 4,86 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\text{kg sec}^2}{m} \right], \kappa = \frac{F^2}{f} \text{ow.}$$

Diese Gleichung beschreibt die Geschwindigkeit des Kolbens in Abhängigkeit von der Zeit. (Abb. 2.)

Nunmehr wird der Zusammenhang zwischen der Beschleunigung des Kolbens und der Zeit berechnet.

Es ist bekannt, daß: $a = \frac{dc}{dt}$.

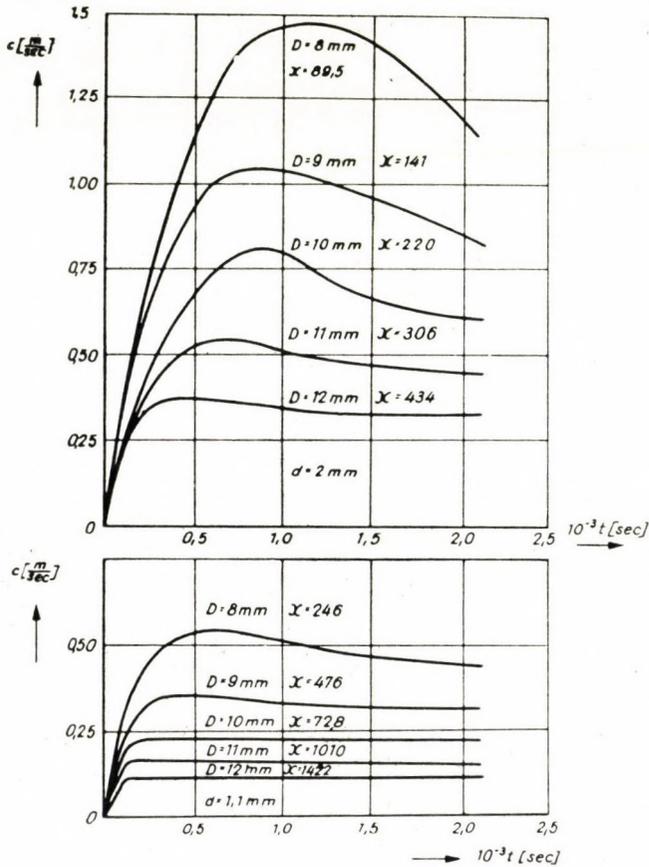


Abb. 2. Die Geschwindigkeits-Zeit-Kurven des Kolbens der GANZ-JENDRASSIK (ATUKI)-Pumpe. $\chi = \frac{F^2}{f} \rho w$

Wir derivieren also die Gl. (14) und erhalten :

$$a = \frac{2R_0}{K} \left[-\frac{\chi}{2M} e^{-\frac{\chi}{2M}t} \cdot \text{sh} \frac{K}{2M} t + \frac{K}{2M} e^{-\frac{\chi}{2M}t} \text{ch} \frac{K}{2M} t \right]$$

Nachdem diese Gleichung geordnet wurde, nimmt sie folgende Gestalt an :

$$a = \frac{R_0}{M} e^{-\frac{\kappa}{2M}t} \left[\operatorname{ch} \frac{K}{2M} t - \frac{\kappa}{K} \operatorname{ch} \frac{K}{2M} t \right] \quad (15)$$

Nach der Gl. (10) wurde die Abb. 3 konstruiert, in welcher die Beschleunigung des Kolbens in Abhängigkeit zur Zeit dargestellt ist.

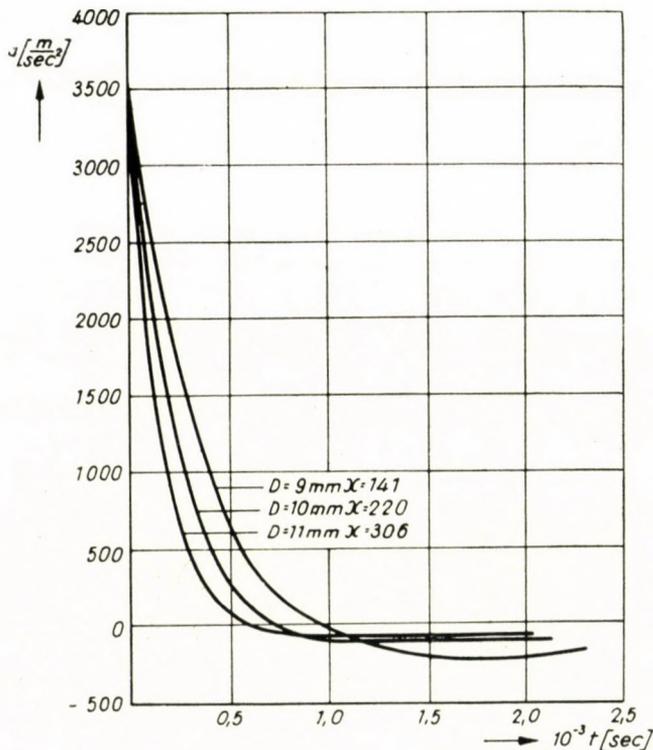


Abb. 3. Die Beschleunigung-Zeit-Kurve des Kolbens der GANZ-JENDRASSIK (ATUKI)-Pumpe.

$$\kappa = \frac{F^2}{f} \rho v$$

Zwecks Bestimmung der Weg-Zeit-Kurve wird die Gl. (14) integriert :

$$s = \int_0^t \frac{2R_0}{K} e^{-\frac{\kappa}{2M}t} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} t \cdot dt$$

Partiell integriert :

$$s = \frac{2R_0}{K} \left[\left| -\frac{2M}{\varkappa} e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} t \right|_0^t + \frac{K}{\varkappa} \int_0^t e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{ch} \frac{K}{2M} t dt \right]$$

Die partielle Integrierung wiederholt, erhält man :

$$s = \frac{2R_0}{K} \left[-\frac{2M}{\varkappa} e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} t + \frac{K}{\varkappa} \left| -\frac{2M}{\varkappa} e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{ch} \frac{K}{2M} t \right|_0^t + \left(\frac{K}{\varkappa} \right)^2 \int_0^t e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} t dt \right]$$

Das nunmehr erhaltene Integral stimmt mit dem Ausgangsintegral überein, also:

$$\int_0^t e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} t dt = -\frac{2M\varkappa^2}{4M\varepsilon\varkappa} e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} - \frac{\varkappa^2}{4M\varepsilon} \frac{K}{\varkappa} \frac{2M}{\varkappa} e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{ch} \frac{K}{2M} t + \frac{2M}{4M} \frac{K}{\varepsilon} \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2}$$

Unter Berücksichtigung des Integralwertes beträgt:

$$s = -\frac{R_0}{\varepsilon} \left[\frac{\varkappa}{K} \operatorname{sh} \frac{K}{2M} t e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \operatorname{ch} \frac{K}{2M} t - 1 \right]$$

beziehungsweise, unter Berücksichtigung der Tatsache, daß

$$K = \sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}$$

beträgt :

$$s = \frac{R_0}{\varepsilon} \left[1 - e^{-\frac{\varkappa}{2M}t} \left(\operatorname{ch} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} t + \frac{\varkappa}{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} t \right) \right]. \quad (16)$$

Auf Grund der Gl. (16) wurde die Abb. 4 konstruiert.

In den Abbildungen 2, 3 und 4 sind die Bewegungsgesetze des Pumpenkolbens dargestellt. Das Interessante an diesen Kurven ist, daß bei gegebener Maße und Federkonstante ihre Form nur von den Querschnittsverhältnissen abhängt, welche durch den Faktor \varkappa ausgedrückt werden. Im Gegensatze

hierzu hängt die Druck-Zeit-Kurve nicht nur von diesem Faktor, sondern auch noch von der Oberfläche des Einspritzpumpenkolbens ab.

Aus der Abbildung geht hervor, daß bei einem Ansteigen des Faktors \varkappa — wenn die sonstigen Faktoren konstant bleiben — der Maximalwert der Geschwindigkeitskurve immer mehr absinkt. (Im gegebenen Falle, von ungef. 1,5 m/sec auf 0,1 m/sec.) Der Ablauf in der Zeit ist durch die Tatsache charakterisiert, daß die Geschwindigkeit nach dem Erreichen eines Maximalwertes fortwährend absinkt. Die Weg-Zeit-Kurve wird in Richtung ihrer ansteigenden Werte immer flacher, die Beschleunigung hingegen steigt immer steiler an.

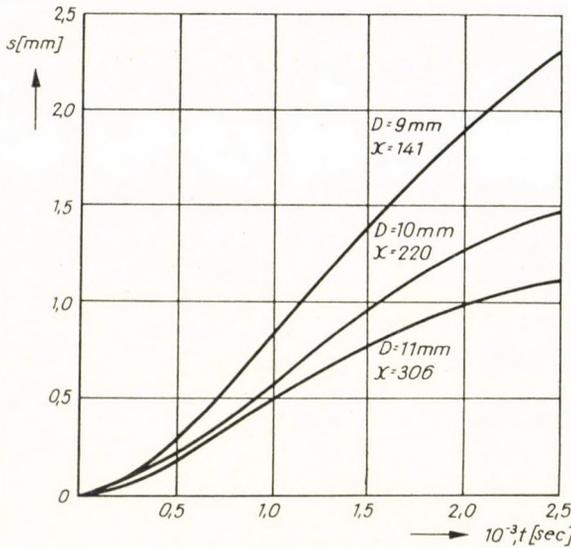


Abb. 4. Die Weg-Zeit-Kurve des Kolbens der GANZ-JENDRASSIK (ATUKI)-Pumpe.

$$\varkappa = \frac{F^2}{f} \rho w$$

Wenn die Geschwindigkeit-Zeit-Kurve bekannt ist, kann die Druck-Zeit-Funktion an Hand der Gl. (11) bestimmt werden, jedoch kann sie auch unmittelbar auf Grund der Zusammenhänge (11) und (14) festgestellt werden.

Die Druck-Zeit-Funktion wird also von folgender Gleichung beschrieben :

$$p = \frac{2R_0}{F} \frac{\varkappa}{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}} e^{-\frac{\varkappa}{2M} t} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} t. \tag{17}$$

Die Gleichungen 14, 15, 16 und 17 geben also über den Verlauf der Bewegung des Kolbens Aufschluß, bzw. über den Verlauf das vom Kolben verursachten Druckes in der Zeit. Diese Gleichungen bieten die Möglichkeit die

verschiedenen Konstanten der Vorrichtung so zu wählen, daß dabei der vorteilhafteste zeitliche Ablauf des vom Kolben verursachten Druckes gewährleistet wird.

Die Auswertung der aus Gl. (17) graphisch dargestellten Druck-Zeit-Kurve erfolgt in Abschnitt III, wo sie mit den experimentellen Untersuchungen verglichen wird. Die Stelle des Maximums der Druck-Zeit-Kurve empfiehlt es sich jedoch bereits jetzt festzustellen.

Da Druck und Geschwindigkeit des Kolbens sich nur durch einen Multiplikator voneinander unterscheiden, befindet sich das Druckmaximum dort, wo die Geschwindigkeit am größten ist bzw. dort, wo die Beschleunigung gleich Null ist.

Demnach ergibt sich unter Anwendung des Zusammenhanges (15):

$$\operatorname{ch} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} T - \frac{\varkappa}{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}} \operatorname{sh} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} T = 0$$

woraus:

$$\operatorname{th} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{2M} T = \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{\varkappa}$$

$$T = \frac{2M}{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}} \operatorname{arth} \frac{\sqrt{\varkappa^2 - 4M\varepsilon}}{\varkappa}$$

wobei T jener Zeitpunkt ist, bei welchem das Druckmaximum zustande kommt.

3. Die Druckänderung nach Beendigung der Kolbenbewegung

Bei den bisherigen Untersuchungen wurde von der Voraussetzung ausgegangen, daß die Treibstoffzufuhr durch ein unendlich langes Rohr erfolgt und daher beim Einspritzpumpenkolben keinerlei zurückgeworfene Welle auftritt. Unter weiterer Aufrechterhaltung dieser Voraussetzung wird nun die Gestaltung der Druckkurve von jenem Augenblicke an untersucht, wenn der Kolben zum Anstoß gelangt und dort stehen bleibt. Dies ist für die exakte Beendigung des Einspritzvorganges äußerst wichtig, da in das GANZ-JEN-DRASSIK-System keinerlei besondere Entlastungsvorrichtung eingebaut ist. Die Entlastung der Rohrleitung hängt daher nur von Ausmaß und Art des Druckgefälles nach dem Stehenbleiben des Kolbens ab.

Wenn nicht berücksichtigt wird, daß zwischen Kolben und Anschlußprofil des Rohres sich eine komprimierbare Flüssigkeit vom Rauminhalte V befindet, so ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung, daß am Ende des Rohres, vor dem Kolben, der Druckwert bei Beendigung der Kolbenbewegung, innerhalb einer unendlich kurzen Zeit, auf den Nullwert sinkt.

Aus der Gl. (11) ergibt sich, wenn: $c = 0$, also auch $p = 0$.

Bei der Untersuchung der Kolbenbewegung kann jedoch der Rauminhalt V nicht vernachlässigt werden, da er hinsichtlich jener Erscheinung von entscheidender Bedeutung ist.

Bei der Untersuchung dieses Vorganges geht man von der Gleichung der elastischen Kontinuität aus :

$$cF = vf + \frac{V}{E} \frac{dp}{dt} = \frac{p}{\rho w} f + \frac{V}{E} \frac{dp}{dt} \quad (18)$$

Wenn $c = 0$, so ergibt sich :

$$\frac{p}{\rho w} + \frac{V}{E} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (19)$$

Nach Ordnung nimmt die Gl. (19) folgende Form an :

$$\frac{dp}{p} = - \frac{Ef}{V\rho w} dt$$

Die Gleichung wird integriert und der Druck, der im Augenblicke des Stehenbleibens des Kolbens im Raume V herrscht, wird mit p_0 bezeichnet :

$$p = p_0 e^{-\frac{EF}{V\rho w} t} \quad (20)$$

Aus dem Zusammenhange (20) geht hervor, daß die Werte des Druckes nach dem Stehenbleiben des Kolbens um so langsamer zurückgehen, je größer der Rauminhalt V ist. Im Falle einer Vergrößerung des Rauminhaltes V , tritt eine Verzögerung des Endes des Einspritzvorganges ein.

III. Experimentelle Untersuchungen

Es bestand die Absicht, die in Abschnitt II abgeleiteten theoretischen Ergebnisse auch experimentell zu überprüfen. Zu diesem Zwecke wurde eine Meßvorrichtung entwickelt, mit deren Hilfe es möglich war, die Druck-Zeit-Kurve jenes Druckes aufzunehmen, welcher von der Einspritzpumpe herangerufen wird.*

* Die Messungen wurden vom Autor im Rahmen eines diesbezüglichen Forschungsthemas im Forschungsinstitute für Kraftverkehrswissenschaft (ATUKI) im Jahre 1955 durchgeführt. Die Meßvorrichtung sowie deren eingehende Beschreibung ist daselbst vorzufinden. Das Originalexemplar der Dissertationsarbeit ist in den Bibliotheken von ATUKI sowie der Technischen Universität, Budapest einzusehen.

Die Meßvorrichtung war derart gestaltet (Abb. 5), daß mit ihrer Hilfe die verschiedensten Schwingungserscheinungen geprüft werden konnten. Weiters ermöglichte diese Vorrichtung auch die Durchführung solcher Messungen, welche sich auf die im Motor selbst abspielenden Erscheinungen beziehen. Die Druckmessungen erfolgten auf piezo-elektrischem Wege. Der zweistrahlige Oszillograph der Type Gr (Erzeugnis der Kooperativen »Elektronika«), welcher bei den Messungen verwendet wurde, ermöglichte die gleichzeitige Untersuchung zweier Erscheinungen. Das Oszillogramm, welches auf dem Bildschirm erschien, wurde photographisch festgehalten.

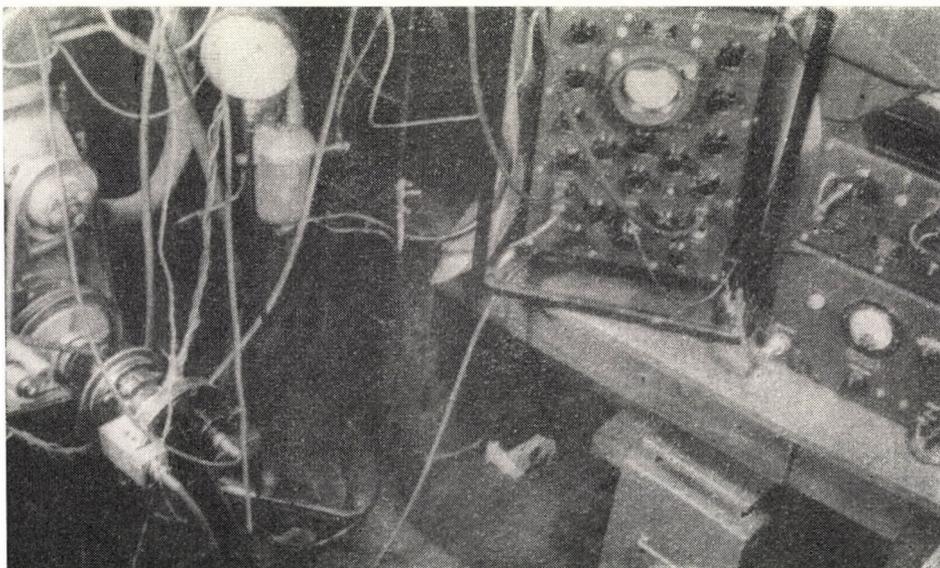


Abb. 5. Piezo-elektrische Druckmessungsvorrichtung

Zur Messung dynamischer Drücke wurden piezo-elektrische Quarze verwendet, die vor jeder Messung geeicht wurden.

Die Messungen erstreckten sich auf mehrere Gebiete. In erster Linie erstreckten sie sich auf die experimentelle Überprüfung jener theoretischen Feststellungen, welche in Abschnitt II mitgeteilt worden waren. Weiters erstreckten sich diese Messungen auf die Feststellung jener Erscheinungen, die sich an der Düse abspielen, sowie der Voraussetzungen für die Zurückwerfung von Wellen und schließlich auf die Registrierung von Schwingungserscheinungen, die bei Einspritzpumpenkolben verschiedenen Durchmessers [$D = 8; 9; 10; 11; 12$ mm], bei Druckrohren verschiedenen Durchmessers [$d = 1,1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 3,9$ mm] und bei verschiedenen Düsendurchmessern [$d_d = 0,5; 0,8; 1$ mm] auftreten.

In Abb. 6 wird die bei den Messungen verwendete GANZ—JENDRASSIK (ATUKI*)-Pumpe dargestellt. Auf Grund des in Abschnitt II Gesagten, ist ihr Arbeitsprinzip bereits bekannt, es werden nunmehr bloß die zur Aufnahme der Druck-Zeit-Kurve notwendigen Abänderungen angegeben.

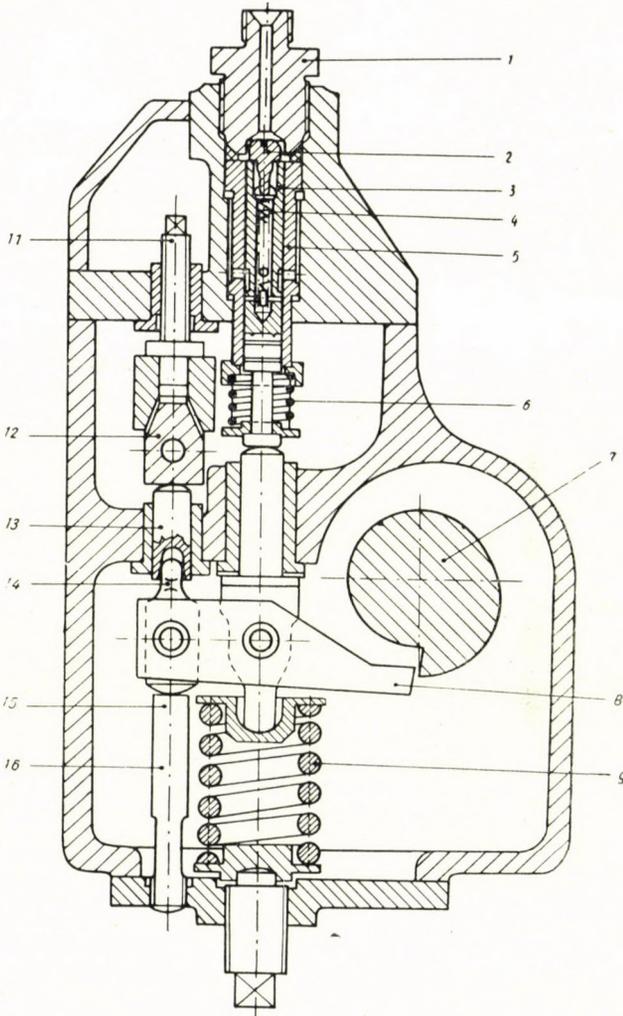


Abb. 6. Querschnitt der GANZ-JENDRASSIK (ATUKI)-Pumpe

Damit die Arbeit der Pumpe so vor sich gehe, wie es in Abschnitt II beschrieben wurde, mußten solche Voraussetzungen geschaffen werden, auf

* Gemeint ist jene Pumpe, welche bei ATUKI für Transportmaschinen mit Dieselantrieb ausgearbeitet wurde und welche gleichfalls bei ATUKI für die Motoren »Csepel D« konstruiert wurde.

deren Basis jene Differenzialgleichungen abgeleitet wurden, welche die Bewegung beschreiben. Das Kopfventil der Pumpe wurde daher ausgebaut und an seine Stelle ein Zwischenstück mit einer Bohrung von 3 mm \varnothing gesetzt, welches auf der Zeichnung mit 1 bezeichnet ist.

Die Druck-Zeit-Kurve, $p = F(t)$, (Abschnitt II, Gleichung 17) wurde nach dem oben mitgeteilten Verfahren bei Druckrohren mit Durchmesser $d = 1,1; 2$ mm und einer Länge von 2 m,* beziehungsweise bei Kolbendurchmessern von $D = 8; 9; 10; 11$ und 12 mm aufgenommen. Für diese Fälle wurden die verschiedenen Konstanten jener Gleichungen tabellarisch berechnet, die eine theoretische Ermittlung ermöglichen. (Gleichung 17.) Im Verlaufe der Messung betrug R_0 , d. h. die Federkraft, welche im Augenblicke des Bewegungsbeginns wirkt, 170 kg. Zwecks konstanter Bestimmung der Feder, wurden die Charakteristika der verwendeten Federn aufgenommen und die Federkonstanten festgestellt. Die resultierende Federkonstante von Einspritzfeder und Rückzugfeder betrug $\varepsilon = 31\ 300$ kg/m.

Da die Einspritzpumpenkolben von verschiedenem Gewicht waren, kann die Maße mit der bei den Berechnungen gearbeitet wurde, folgendermaßen bestimmt werden:

$$M = M_e + M_r + M_d$$

wobei:

M_e jene Maße ist, welche eine geradlinige Bewegung durchführt, M_r die, auf die Bewegungslinie reduzierte Maße und M_d die Maße der einzelnen Kolben ist.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Druckwelle wurde für die Fälle verschiedener Rohrdurchmesser bestimmt und auf Grund der Mittelwerte jener Messungen wurde der Wert $w = 1250$ m/sec in die Berechnungen eingesetzt. (Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle hängt vom Druck, vom Rohrdurchmesser, von der Temperatur usw. ab. Diese Abhängigkeit ist jedoch in den untersuchten Fällen prozentuell so gering, daß eine Vernachlässigung derselben keinen wesentlichen Fehler verursacht.) [5].

Das spezifische Gewicht des verwendeten Gasöls betrug: $\gamma = 860$ kg/m³.

Die Konstanten jener Gleichungen, durch welche die Bewegungsgesetze umschrieben werden, sind tabellarisch berechnet worden. Mit ihrer Hilfe wurden die den einzelnen Zeitpunkten entsprechenden Darstellungen des Weges, der Geschwindigkeit, der Beschleunigung (Abb. 2, 3, 4), sowie die Druckwerte eingezeichnet. Die theoretisch berechneten, bzw. die im Verlaufe der Messungen aufgenommenen Druck-Zeit-Kurven werden in den graphischen Darstellungen von Abb. 7, 8 und 9 gezeigt.

* Die Rohrleitung von 2 m Länge war gerade lange genug dazu, daß sich die Wirkung der zurückgeworfenen Welle nicht bemerkbar machen konnte.

Der Anfangsabschnitt der gemessenen Druckkurven ist etwas entstellt. Der Grund hierfür ist in der Tatsache zu suchen, daß nämlich die Nockenwelle, bzw. die Kante des Hebels der an der Nockenwelle läuft, aus Gründen der Herstellungstechnik keine theoretische Kante darstellt, sondern bis zu einem gewissen Ausmaße abgerundet ist.

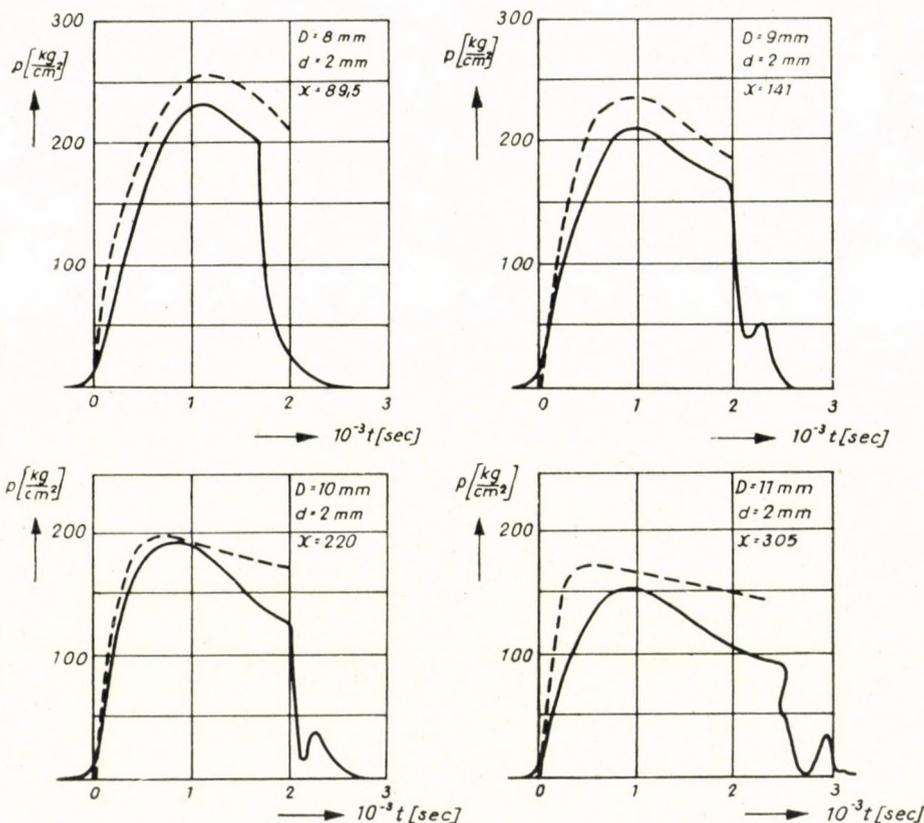


Abb. 7. Berechnete und mittels Messung an der GANZ-JENDRASSIK-Pumpe bestimmte Druckkurven, unter Verwendung verschiedener Einspritzpumpenkolben. $d = 2 mm$, $L = 2 m$

———— mittels Messung bestimmte Druckkurve
 - - - - - berechnete Druck-Zeit-Kurve

Wegen dieser Abrundung beginnt die Druckkurve nicht mit einem steil ansteigendem, sondern mit einem abgeflachten Abschnitt. Aus diesem Grunde wurden die Kurven so gezeichnet, daß dieser verzerrte Abschnitt in den, vom Nullpunkte der Koordinaten links fallenden Bereich, zu liegen kommt, was einen genaueren Vergleich der theoretischen Werte mit jenen der experimentellen Messungen möglich macht.

Die experimentellen Messungen zeigten, daß bei größeren χ -Werten, bzw. im Falle geringer Maximalgeschwindigkeiten des Einspritzpumpenkolbens, das Flüssigkeitsvolumen, welches im Druckraume des Kolbens eingeschlossen ist, seine Wirkung deutlich zum Ausdruck bringt. In jenem Falle

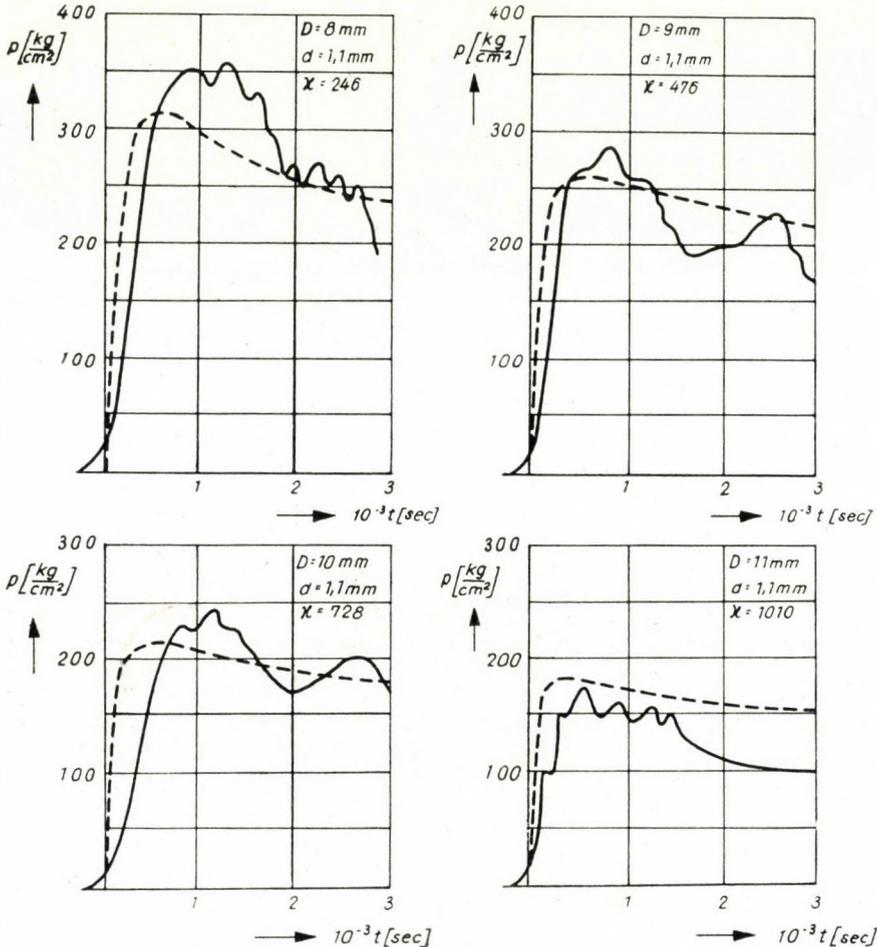


Abb. 8. Berechnete und mittels Messungen an GANZ-JENDRASSIK-Pumpen bestimmte Druckkurven, unter Verwendung verschiedener Einspritzpumpenkolben. $d = 1,1 \text{ mm}$; $L = 2 \text{ m}$

----- berechnete Druck-Zeit-Kurve
 ————— mittels Messung bestimmte Druck-Zeit-Kurve

superponiert sich die Schwingung, welche wegen des im Druckraume befindlichen, elastischen Flüssigkeitsvolumens auftritt, über die aus Gl. (17) errechnete Druckkurve. Zwecks Prüfung dieser Schwingungen wurde die Differentialgleichung (7) für die Fälle eines Kolbendurchmessers von $D = 12 \text{ mm}$,

bzw. für Druckrohre folgenden Durchmessers: $d = 1,1$ mm und $d = 2$ mm, gelöst.

Die Gl. (7) nimmt im Falle eines Kolbendurchmessers von $D = 12$ mm, eines Rohrdurchmessers von $d = 2$ mm und eines Rauminhaltes des Druckraumes von $V = 0,8$ cm³, folgende Form an:

$$1,555 \cdot 10^{-8} \frac{d^2 p}{dt^2} + 1,12 \cdot 10^{-4} \frac{dp}{dt} + 1,01 p + 72,2 \int_0^t p dt = 1,52 \cdot 10^{-6} \quad (21)$$

Die charakteristische Gleichung jener Gleichung lautet:

$$1,555 \cdot 10^{-8} \lambda^3 + 1,12 \cdot 10^{-4} \lambda^2 + 1,01 \lambda + 72,2 = 0$$

deren Wurzel

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -72,1 \\ \lambda_2 &= -3565 + j7170 \\ \lambda_3 &= -3565 - j7170 \end{aligned}$$

sind. Hierbei stellt $j = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit dar. In Kenntnis von λ_1 , λ_2 und λ_3 lautet die Lösung der Gleichungen (21):

$$p(t) = 153,9 [e^{-72,1 t} - e^{-3565 t} (\cos 7170 t + 0,492 \sin 7170 t)] \quad (22)$$

Auf Grund obiger Gleichung wurde der Zusammenhang zwischen Druck und Zeit berechnet und graphisch dargestellt.

Die graphische Darstellung ist in Abb. 9a wiedergegeben. Zu Vergleichszwecken wurde in dieser Abbildung auch jener Fall dargestellt, in welchem $V = 0$.

Auf Grund der gleichen Überlegungen wurden auch die Berechnungen für den Fall eines Rohrdurchmessers von $d = 1,1$ mm durchgeführt. Die hierbei erhaltene Kurve ist in Abb. 9b dargestellt.

Beim Vergleich der in den Abbildungen 7, 8, 9a und 9b dargestellten, teils theoretisch berechneten, teils an Hand von Meßergebnissen konstruierten Kurven zeigt sich, daß die theoretischen Ergebnisse mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen gut übereinstimmen. Abweichungen, die zwischen den beiden Kurven auftreten, sind teils aus Fehlern bei den Messungen zu erklären, teils aus der Tatsache, daß bei den theoretischen Untersuchungen der Reibungsverlust des Einspritzpumpenkolbens sowie der sonstigen mechanischen Bestandteile, ebenso wie der volumimetrische Verlust — außer Acht gelassen wurde.

Dies wird auch durch die Tatsache bewiesen, daß die Differenz zwischen den theoretisch berechneten Werten einerseits und den experimentell gemessenen Werten andererseits — in Richtung steigender Durchmesser des Einspritzpumpenkolbens — geringer wird. Bei steigenden Kolbendurchmessern sinkt die Geschwindigkeit des Einspritzpumpenkolbens und gleichzeitig auch damit der Reibungsverlust. Die erwähnten Verluste wurden bei den theoretischen Untersuchungen nicht in Betracht gezogen, da dieselben sehr stark

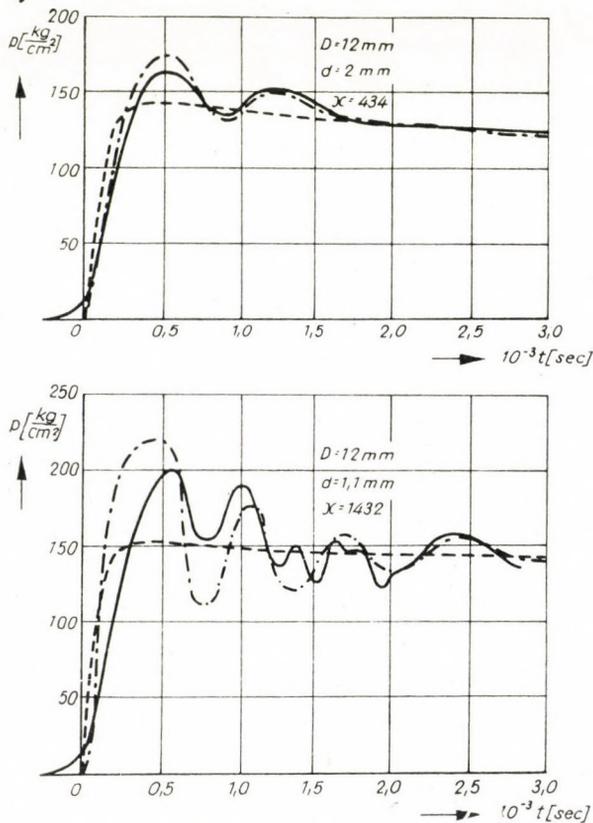


Abb. 9. Berechnete, sowie an der GANZ-JENDRASSIK-Pumpe aufgenommene Druckkurven
 $d = 1,1 \text{ mm}$; $d = 2 \text{ mm}$; $D = 12 \text{ mm}$

- gemessene Kurve
- - - - - berechnete Kurve, für den Fall: $V = 0$
- · - · - berechnete Kurve, unter Berücksichtigung des Rauminhaltes im Druckraume des Kolbens

von der Passung der einzelnen Konstruktionselemente abhängen, ebenso wie von der Güte der Zusammenstellung der Pumpe und überhaupt sind solche Verluste stets als individuelle Eigenschaften jeder einzelnen Pumpe anzusehen. Wenn diese Verluste bei den Berechnungen berücksichtigt worden wären.

hätte auch eine weitaus kompliziertere Berechnung keine wesentlich genaueren Ergebnisse geliefert. Deshalb begnügten wir uns bei den oben angeführten Berechnungen mit einer Genauigkeit von ungefähr 5—15%.

Wenn man den Charakter der Druck-Zeit-Kurve untersucht, ist zu erkennen, daß sich dieselbe aus drei, einander superponierten Schwingungen zusammensetzt. Die Erste dieser Schwingungen ergibt die Grundkurve, welche mittels Gl. (17) bestimmt werden kann. Im Falle $\kappa < 300$, das heißt bei größeren Kolbengeschwindigkeiten, kommt eigentlich nur diese Kurve in Betracht.

Im Falle $\kappa > 300$, macht sich die Wirkung der, im Druckraume des Kolbens eingeschlossenen, elastischen Flüssigkeit deutlich bemerkbar. Dies ist aus der Tatsache ersichtlich, daß die Grundschwingung von einer Schwingung superponiert wird, deren Frequenz — als erste halbharmonische Schwingung — von der Größe des Rauminhaltes, sowie von den schwingenden Massen abhängt. Dies kann mittels Lösung der Differenzialgleichung (7) berücksichtigt werden. Die in Abb. 9a und 9b mit punktierten Linien dargestellten Kurven zeigen, daß zwischen der theoretischen Berechnung und den Werten der Praxis eine recht gute Übereinstimmung besteht.

Auf den Kurven die mit einem Rohre von 1,1 mm Durchmesser aufgenommen wurden, ist noch eine dritte Schwingung zu finden, die eine größere Frequenz aufweist als die bisherigen. Der Grund dieser Erscheinung ist in der Tatsache zu suchen, daß nach dem Kolben ein Zwischenstück mit einer Bohrung von 3 mm Durchmesser — hierauf noch ein Meßquarz mit einer Bohrung von 3 mm Durchmesser — kam und sich erst daran das Rohr von 1,1 mm Durchmesser anschloß. Die Länge der Bohrung von 3 mm Durchmesser betrug 90 mm. Wegen dieser starken Verengung konnte zwischen der Oberfläche des Kolbens und der Anschlußstelle des Rohres von 1,1 mm Durchmesser, eine Druckschwingung gewissen Ausmaßes entstehen. Die gemessene Frequenz der Schwingung stimmt gut mit jener Frequenz überein, die aus der Rohrlänge von 90 mm errechnet wurde. Bei den Messungen die mit einem Rohre von 2 mm Durchmesser durchgeführt wurden, war die Amplitude jener Schwingung wahrscheinlich bereits so klein, daß sie vom Quarz nicht mehr registriert wurde.

Die theoretischen Untersuchungen bieten die Möglichkeit, auch die Wirkung anderer veränderlicher Ausmaße der Pumpe zu berücksichtigen. So nimmt beispielsweise bei Zunahme der schwingenden Maßen die Rundung der Druckkurve zu und die Stelle des maximalen Druckes wird hierbei zeitlich verschoben. Bei Veränderung der anfänglichen Federkraft wird die Form der Kurve linear verzerrt, falls nämlich die sonstigen Faktoren konstant bleiben. Ein Ansteigen der Federkonstante hat ein Steilerwerden der Kurve zur Folge.

Hierzu muß noch bemerkt werden, daß das Obengesagte nur auf jene Fälle zutrifft, in welchen der Wert von $\sqrt{K^2 - 4M\varepsilon}$, welcher in den Argumenten jener Gleichungen, durch welche die Kurve beschrieben wird, auftritt, eine

reale Zahl ist; das heißt, daß die Grundschiwingung aperiodisch ist. In der Praxis kommt im allgemeinen nur dieser Fall vor, darum beschäftigten wir uns auch nicht mit jenem Falle, in welchem der Wert von $K^2 - 4M\varepsilon$ eine imaginäre Zahl darstellt.

SCHRIFTTUM

1. SCHUKOVSKI, N. E.: Gesammelte Werke, Band III, 1949.
2. ALLIEVI, L.: Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen. Berlin, Jul. Springer (1909).
3. SASS, F.: Bau und Betrieb von Dieselmotoren. Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer (1948).
4. PISCHINGER, A.: Gemischbildung und Verbrennung im Dieselmotor. Springer-Verlag, Wien 1948.
5. BLAUM, E.: Vorgänge in Einspritzsystemen schnellaufender Dieselmotoren. Forsch. Ing. — Wes. Bd. 7. (1936).
6. DE JUHASZ, K. J.: Hydraulic Phenomena in Fuel-Injection-System for Diesel Engines. Trans. Amer. Soc. Eng. (1937). S. 669.
7. JENDRASSIK, GEORG: Ein neuartiger, schnellaufender Dieselmotor. Budapest, Technika 1930, Jhrg. XI, No. 2—3.

ZUSAMMENFASSUNG

Zur Gewährleistung einer betriebssicheren und wirtschaftlichen Arbeit ist die gründliche Kenntnis der Wirkung jener hydraulischen Schwingungen unerlässlich, die an Vorrichtungen und Konstruktionen auftreten, in deren am Energieablaufe teilnehmenden Rohrleitungen plötzliche Strömungsänderungen auftreten. Die Grundlagen eines Verfahrens zur theoretischen Untersuchung dieser Erscheinung wurde in den Jahren um 1900 von SCHUKOVSKI und ALLIEVI geschaffen. Bei der Mehrzahl der, in der technischen Praxis auftauchenden, diesbezüglichen Probleme ist die Lösung derselben stets mit ernstesten Schwierigkeiten mathematischer Natur verbunden.

Die vorliegende Arbeit behandelt ein Einspritzsystem für Dieseltreibstoff, welches aus einer mit Federantrieb arbeitenden Einspritzpumpe — nach Georg JENDRASSIK — besteht. Die Bewegungsgesetze des Kolbens der Einspritzpumpe vom Typ GANZ-JENDRASSIK werden in der vorliegenden Arbeit dargestellt, ebenso wie der Zusammenhang zwischen Druck und Zeit, welcher im ersten Abschnitte des Druckrohres zustande kommt. Das Zustandekommen dieses Zusammenhanges zwischen Druck und Zeit, bei welchem auch die Elastizität der Flüssigkeit berücksichtigt wurde, erfolgt durch den, sich unter Einfluß der Federkraft bewegenden, Einspritzpumpenkolben. Als Untersuchungsverfahren wurde vom Verfasser in der vorliegenden Arbeit die LAPLACESche Transformation verwendet. Dieses Verfahren bietet die Möglichkeit derartig einfache Fälle zu klären, aus welchen dann Schlüsse allgemeiner Natur gezogen werden können.*

Die Ergebnisse der vom Autor durchgeführten experimentellen Messungen, die im III. Abschnitte dieser Arbeit (Abb. 7, 8, 9) mitgeteilt werden, zeugen für eine befriedigende Genauigkeit der Übereinstimmung zwischen errechneten und gemessenen Werten des Druckablaufes.

* Der Verfasser analysiert in seiner Dissertation eingehend — mit Hilfe der LAPLACESchen Transformation — die Rolle der Flüssigkeitsreibung bei den Flüssigkeitsschwingungen. (Siehe diesbezüglich: Original exemplar der Dissertation, welches bei ATUKI und in der Bibliothek der Technischen Universität Budapest aufliegt.)

INVESTIGATION OF THE OPERATION OF THE GANZ-JENDRASSIK-TYPE DIESEL INJECTION PUMP

A. GÖSI

SUMMARY

For hydraulic devices where rapid changes are taking place in the pipe lines participating in the energetic phenomena, it is indispensable, from the point of view of reliable and economic operation, to know thoroughly the effect of the hydraulic oscillations. The bases for the theoretical investigation of the question have been laid down at the begin of this century by Jukovskij and Allievi. For the majority of problems occurring in practice, the solution goes with considerable mathematical difficulties.

The paper deals with the Diesel engine injection system containing a spring-actuated injection pump, due to Gy. Jendrassik. The laws of motion of the piston of this pump are elaborated in detail, as well as the pressure-time function for the initial section of the pipe line, generated by the injection piston moving under the action of a spring. As method of investigation, the author uses the Laplace transformation. This method permits the solution of simple cases from which generalized conclusions may be drawn.¹

EXAMEN DU FONCTIONNEMENT DE L'INJECTEUR POUR MOTEURS DIESEL SYSTEME GANZ-JENDRASSIK

A. GÖSI

RÉSUMÉ

Chez les dispositifs hydrauliques, dont les tuyauteries participant aux processus énergétiques subissent des variations rapides, une connaissance approfondie de l'effet des oscillations hydrauliques est indispensable pour assurer le fonctionnement sûr et économique du système. Les bases de l'examen théorique ont été établies par Joukovski et Allievi, vers les années 1900. Dans la majorité des problèmes pratiques, la solution entraîne des difficultés mathématiques considérables.

L'étude traite du système d'injection pour moteurs Diesel, comportant un injecteur à ressort dû à Gy. Jendrassik. On y trouve aussi l'exposé détaillé de la fonction pression-temps, engendrée à la section initiale au tuyau de pression, par le piston se déplaçant sous l'action de la force du ressort, compte tenu de l'élasticité du liquide. Comme méthode d'examen, l'auteur utilise la transformation de Laplace. Cette méthode rend possible la solution des cas simples permettant de tirer des conclusions généralisées.²

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМА РАБОТЫ ТОПЛИВНОГО НАСССА ДИЗЕЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ СИСТЕМЫ ГАНЦ-ЯНДРАШИК

A. ГЕШИ

РЕЗЮМЕ

Фундаментальное изучение эффекта гидравлических колебаний в обязательном порядке необходимо с точки зрения безопасной и рентабельной эксплуатации таких установок и конструкций, где в трубах служащих для передачи энергии, происходят быстрые изменения. Основы теоретического метода разбора явления были положены в 1900-х годах Жуковским и Алливи. Решение данного вопроса в случае большинства

¹ The author, in his dissertation, analyzes in detail by the Laplace transformation, the role of the fluid friction in the oscillations of the liquid (cf. original dissertation, in the libraries of the Automobile Research Institute and of the Budapest Technical University).

² Dans sa thèse, l'auteur examinant les oscillations du liquide analyse en détail le rôle du frottement du liquide, à l'aide de la transformation de Laplace (voir exemplaires originaux de la dissertation, déposés aux bibliothèques de l'Institut de Recherches de l'Automobile et de l'Université Technique de Budapest).

возникающих в технической практике задач всегда связано с серьезными математическими проблемами.

Рассматривается топливный насос дизельного двигателя системы Дьердя Яндрашик, действующий пружинным усилием. Детально разработаны законы движения поршня топливного насоса для дизельного двигателя типа Ганц-Яндрашик, а также функция времени давления, возникающего на начальном участке напорной линии под воздействием поршня топливного насоса, который первый движется под влиянием пружинного усилия, учитывая при этом упругость жидкости. Автор в своей работе при исследовании использует формулу Лапласа. Этот способ позволяет решить такие простые случаи, на основе которых можно сделать обобщающие выводы.¹

¹ Автор в своей диссертации с помощью трансформации Лапласа подробно анализирует роль трения жидкости в связи с колебаниями жидкости (смотри оригинал диссертации. АТУКИ и в библиотеке Политехнического института).

Результаты проведенных автором опытов, сообщенные в третьей части (рис. 7, 8, 9), показывают, что вычисленное влияние давления с достаточной точностью следует измеренным результатам.

LA CAPACITÉ DE GAUCHISSAGE DES VÉHICULES DE CHEMIN DE FER (ÉTUDE PRATIQUE DES DÉRAILLEMENTS)

PARTIE I

P. KERESZTY

ATELIERS MÁV A DUNAKESZI

[Manuscrit présenté le 14 Novembre 1957]

Introduction

Le véhicule de chemin de fer est une construction qui doit rouler sur deux files de rails généralement parallèles. Dans la pratique cependant, cette position parallèle ne peut pas être assurée d'une façon absolue. Dans les courbes de la voie on utilise en outre des surhausséments d'où la montée et la descente ne peuvent s'effectuer qu'au moyen de tronçons de transition, appelés rampes de surhaussement. Dans celles-ci, les deux files de rails occupent, l'une par rapport à l'autre, une position oblique. Enfin les affaissements durables et élastiques des rails nuisent aussi au parallélisme théorique. Les deux files de rails n'étant pas parallèles, elles ne peuvent pas former un plan.

Ceci dit, supposons en étudiant l'action coordonnée du véhicule et de la voie formée par les deux files de rails, que le châssis du véhicule forme un plan idéal. Entre le châssis du véhicule formant un plan et les roues, il nous faudra intercaler des ressorts, car ainsi seulement les roues du véhicule s'appuieront, sans les quitter, sur les rails formant deux lignes divergentes [1]. Il y a lieu de remarquer ici que ce ne sont pas seulement les ressorts primaires et secondaires qui donnent sa souplesse au mécanisme, mais d'ordinaire tout le véhicule, celui-ci n'étant point une construction tout à fait rigide.

L'action coordonnée des deux rails et du véhicule (garantissant que les deux roues restent toujours sur les rails) ne sera donc possible, que si les essieux ne seront pas parallèles au véhicule théoriquement plan, mais prendront au contraire une position dans l'espace. C'est seulement ainsi que les roues pourront adhérer aux deux files de rails situées dans l'espace (et non sur un plan). Malgré le bien-fondé de cette exigence, dans la pratique, quand on construit un véhicule, on ne se soucie pas assez de cette capacité de s'adapter au terrain, et l'on considère généralement des véhicules stationnant ou roulant sur des rails parallèles, les véhicules eux-mêmes ayant un plan de base parallèle au plan des rails. La raison en est, tout simplement, que lors de l'établissement des projets, le constructeur doit prendre en considération de très nombreux facteurs. Aussi s'efforce-t-il d'en abandonner les moins

¹ Les chiffres arabes entre parenthèses renvoient à la bibliographie présentée à la fin de la Partie II. de l'étude.

importants, et d'écrire les plus importants sous une forme aisément maniable. S'il n'agissait pas ainsi, il n'arriverait jamais à réaliser sa tâche. Aussi nous a-t-il semblé nécessaire de résumer la méthode de calcul de la capacité de gauchissage des véhicules. Par un calcul relativement simple, il devient ainsi possible de contrôler la coopération roue-rail, après même l'établissement des projets.

Le problème du gauchissage des véhicules se pose d'ailleurs, aussi en relation avec d'autres questions, assez nombreuses. A titre d'exemple, j'en présenterai quelques-unes, où les résultats obtenus par notre étude pourront trouver des applications.

a) Les constructeurs de véhicules tendent généralement à adopter un *centre de gravité symétrique*. Ceci est juste du point de vue théorique, mais on est souvent contraint de renoncer à ce principe fondamental, compte tenu de la destination du véhicule. Les constructeurs n'aiment pas être soumis à de pareilles restrictions, mais du moment que celles-ci existent, ils veulent savoir en quelle mesure ils peuvent s'écarter de la position absolument symétrique du centre de gravité.

b) La fabrication des véhicules de chemin de fer se fait en série. Il est donc nécessaire d'établir des *tolérances de fabrication* pour les dimensions des pièces, afin d'éviter les travaux de correction en cours de montage. Ces tolérances de fabrication peuvent s'additionner dans les cas défavorables, c'est pourquoi il faut connaître le degré d'asymétrie que l'on peut encore accepter dans les dimensions de l'ensemble du véhicule.

c) Dans le *calcul des sollicitations* de l'essieu, du ressort et du châssis du véhicule, il ne suffit pas de considérer les charges agissant symétriquement. Le véhicule roulant sur des files de rails divergentes subit un gauchissage, et par conséquent une surcharge unilatérale, dont la valeur doit figurer dans le calcul des sollicitations.

Des considérations économiques poussent les sociétés de chemin de fer à augmenter le plus possible les tolérances encore permises *dans l'entretien de la voie tout aussi bien que dans celui des véhicules*. Ici encore, il convient de préciser les limites raisonnables que nous fait respecter le soin du maintien de la sécurité.

d) Les véhicules modernes à quatre et plusieurs essieux sont construits pour une charge de 20 tonnes et plus par essieu. Cela nécessite l'application de ressorts plus rigides que d'ordinaire. Nous verrons plus tard qu'en cas de concours de circonstances défavorables, ces véhicules à ressorts rigides peuvent présenter un danger de déraillement.

Il nous faut enfin mentionner qu'à *l'examen des déraillements*, la capacité de gauchissage des véhicules constitue un facteur très important.

Nous devons souligner que tous les examens qui vont être décrits, concernent exclusivement des véhicules roulant à très faible vitesse, et sont

donc ainsi des calculs statiques. C'est pourquoi nous devons aussi considérer les facteurs dynamiques lors de l'évaluation de nos résultats. Bien que ce fait semble diminuer la portée de nos calculs, rappelons que sans un calcul statique, le calcul dynamique à lui seul est inimaginable. Nous verrons d'autre part que nos calculs statiques suffiront plus d'une fois, à eux seuls, à nous faire découvrir les causes de certains déraillements d'un caractère particulier. On peut aussi, avec ces mêmes calculs, évaluer numériquement l'influence de certains défauts de construction sur la sécurité contre le déraillement des véhicules.

Nous commencerons nos examens avec le cas le plus simple, celui du véhicule à deux essieux, de construction et à charge symétriques. Nous considérerons séparément les principaux facteurs produisant l'asymétrie, et passerons ensuite à l'étude des véhicules à quatre et plusieurs essieux. La construction et le mécanisme des véhicules de chemin de fer sont extrêmement variés. Aussi ne pourrions-nous donner des calculs numériques que pour les quelques types principaux, dans l'intention de donner aux constructeurs de véhicules une idée directrice, à l'aide de laquelle ils pourront calculer, pour leurs propres constructions, la capacité de gauchissage et les autres facteurs qui en dépendent.

Notations

Nous adopterons les notations ci-dessous :

A, B, C et	D kg	réactions des ressorts
	G kg	poids total de la caisse et du châssis du véhicule à bogies (bogies non compris)
	G_1 kg	poids de la caisse sur le bogie avant
	G_2 kg	poids de la caisse sur le bogie arrière
	H kg	couple de forces gauchissant la caisse
	K kg	poids total non suspendu du roulement d'un véhicule à deux essieux ou d'un bogie
	M kgmm	moment gauchissant l'ensemble du châssis et de la caisse
P et	R kg	poids total suspendu s'appuyant sur les ressorts primaires
	P_1 kg	poids du châssis de bogie et des pièces s'appuyant sur les ressorts primaires du bogie avant du véhicule
	P_2 kg	même que P_1 , pour le bogie arrière
	Q kg	poids brut du véhicule
	Q_1 kg	charge totale des essieux du bogie avant du véhicule
	Q_2 kg	charge totale des essieux du bogie arrière du véhicule
	S kg	déviations de la voie par rapport au plan («déviation du plan»)
X et	Y mm	tangente du déplacement angulaire du châssis et de l'essieu monté
	Z mm	capacité de gauchissage max. du véhicule
	a mm	distance d'axe en axe des ressorts secondaires
	b mm	distance d'axe en axe des ressorts primaires
	c mm	distance des roues
	d mm	écartement des essieux du bogie
	e mm	distance des glissières
f_1, f_2 et f_3	mm/kg	flexibilité des ressorts
	g	bras du moment du poids de caisse placé asymétriquement
	m mm	désaxement du centre de gravité du châssis de bogie, mesuré dans le sens longitudinal du véhicule

o_1 et o_2 mm	même que m , mais mesuré dans le sens transversal
t mm	distance entre pivots de bogies
w mm	abaissement d'un des coins du châssis lorsque les trois autres sont soutenus et un moment eH agit sur les lieux d'appui
ψ mm/kg	abaissement <i>spécifique</i> d'un des coins du châssis (d'ailleurs comme pour w)
φ	rapport de la charge de roue effective et de celle du véhicule à chargement symétrique, situé sur un plan
λ mm/mm	tangente de l'angle formé par les deux files de rails

L'explication des autres notations est donnée dans le texte et les annexes ajoutés à notre étude.

A) Étude générale

I. Véhicule parfaitement symétrique à deux essieux

La plupart des véhicules connus peuvent être décomposés en des systèmes dont le schéma de construction est présenté sur la fig. 1. Un tel système

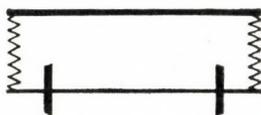


Fig. 1

se compose d'une partie inférieure relativement rigide (l'essieu monté de notre schéma), sur laquelle s'appuie le châssis (ou châssis de bogie) supposé élastique, par l'intermédiaire de deux ressorts. Dans ce système, nous ne tiendrons compte que de la partie du châssis qui se trouve au-dessus de l'essieu monté.

Un véhicule à deux essieux est formé de deux systèmes entre lesquels le châssis répartit les charges et transmet les moments de torsion éventuels.

Supposons pour le moment un châssis tout à fait rigide. Ces véhicules rigides sont représentés, entre autres, par des wagons-citernes, dont parfois le sommier, et éventuellement la citerne même raidissent le châssis. Comme nous l'avons déjà dit, nous supposerons parfaitement symétrique la répartition des charges du véhicule.

Suivant la fig. 2, appuyons seulement la roue droite de l'essieu monté. Dans cette figure, nous emploierons les notations :

Q kg	poids total du véhicule
K kg	poids des parties non suspendues
$P = Q - K$ kg	poids des parties suspendues

Soit la flexion de notre ressort d'une caractéristique linéaire, et

f mm/kg la flexibilité d'un ressort

- A et B kg les réactions des ressorts
- c mm la distance des cercles de roulement
- b mm la distance d'axe en axe des ressorts
- X mm la différence de flexion des deux ressorts
- $0,5 Z$ mm la dénivellation des deux roues

D'après la fig. 2, comme forces extérieures fonctionnent seulement la moitié du poids total du châssis et de la charge ($P/2$), la moitié du poids des parties non suspendues ($K/2$), et la moitié du poids total ($Q/2$) sur la roue droite. Ces trois forces sont parallèles, mais n'agissent pas sur une même ligne, aussi l'équilibre ne subsiste-t-il que si un moment extérieur agit égale-

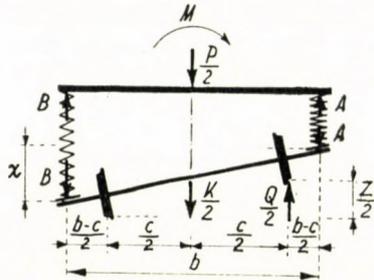


Fig. 2

ment sur le châssis. Dans la figure, celui-ci est désigné par M . Comme la somme des trois forces extérieures est zéro, on peut écrire la valeur du moment :

$$M = \frac{c}{2} \frac{Q}{2} = c \frac{Q}{4}$$

Comme nous l'avons déjà dit, nous ne tenons compte, dans notre système, que de la partie du châssis située au-dessus de l'essieu monté. C'est précisément ce moment M qui remplace l'ensemble du châssis, parce qu'il trouvera une réaction dans le système analogue situé au-dessus de l'essieu arrière du véhicule étudié. Sans le dire expressément, nous avons déjà tenu compte de la répartition des charges par le châssis, quand nous avons établi notre figure avec la moitié seulement du poids total du châssis et des charges, la répartition des charges ayant été supposée symétrique.

Sur la partie examinée du châssis n'agissant, en dehors de la force $P/2$ et du moment M , que les seules forces de ressorts A et B . Cette partie du châssis est donc en équilibre, quand

$$A = \frac{P}{4} + \frac{M}{b} = \frac{P}{4} + \frac{c}{b} \frac{Q}{4} \quad \text{et} \quad B = \frac{P}{4} - \frac{c}{b} \frac{Q}{4}$$

L'obliquité de l'essieu monté par rapport au châssis est

$$\chi = f(A - B) = f \frac{Q}{2} \frac{c}{b}; \quad \frac{1}{2} Z = \frac{c}{b} \chi = f \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{Q}{2}$$

Un véhicule à deux essieux est formé de deux systèmes semblables. Nous avons déjà étudié le système de l'essieu monté $A - B$ vu de face. Examinons maintenant le système de l'essieu monté arrière $C - D$. Imaginons-le sur des rails horizontaux. Les charges du véhicule étant symétriques, l'asymétrie ne viendra, dans notre système, que de la réaction du moment M , que le châssis rigide transmet du système de l'essieu avant $A - B$ à celui de l'essieu arrière $C - D$. Le schéma des charges est représenté sur la fig. 3.

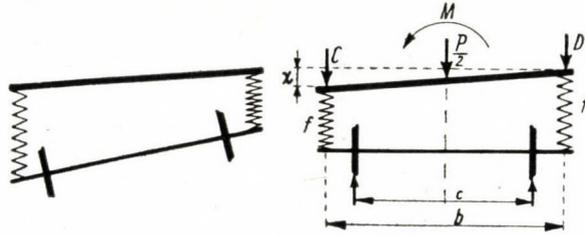


Fig. 3

Du moment M connu, nous pouvons calculer aisément l'obliquité du châssis rigide par rapport à l'essieu monté $C - D$, supposé horizontal :

$$\chi = f(C - D); \quad (C - D) \frac{b}{2} = M; \quad M = \frac{c}{4} Q;$$

$$(C - D) = \frac{c}{2b} Q; \quad \chi = f \frac{c}{b} \frac{Q}{2}$$

Comme dans le système appartenant à l'essieu monté $A - B$, ce même essieu $A - B$ avait gauchi de la même valeur X par rapport au châssis, l'essieu monté $A - B$ gauchira en définitive d'une valeur $2X$ par rapport à l'essieu monté $C - D$. Au-dessous des roues dont la distance des cercles de roulement est c , ce gauchissage signifie un affaissement des rails

$$Z = f \left(\frac{c}{b} \right)^2 Q \quad (\text{I})^*$$

* Les chiffres romains entre parenthèses indiquent des formules, dont nous ne marquons que les plus importantes. Les formules des Annexes commencent avec le N° XXIV.

Sur un tel affaissement de valeur Z , la roue au-dessous de B du véhicule est donc déjà déchargée, c'est-à-dire si la valeur de l'affaissement est supérieure à Z , cette roue peut déjà se soulever du rail. Au-delà de cette position, le véhicule peut donc basculer. Il est remarquable que, dans cette situation instable, le véhicule ne s'appuie que sur trois roues, mais les frottements qui se produisent sur le boudin peuvent avoir pour résultat que l'appui ne se fera que sur deux roues (naturellement sur des roues situées sur une diagonale), cependant que les roues situées sur l'autre diagonale restent en l'air. Ce phénomène pouvait très bien s'observer sur un véhicule mal construit, à l'écartement de 760 mm, sur la rampe descendante d'un surhaussement. A cet endroit, on pouvait toujours reproduire la situation du véhicule basculant et le véhicule déraillait fréquemment quand il était vide.

Plus la valeur de Z sur un véhicule est faible, plus il est dangereux au point de vue du déraillement ; en effet, le boudin peut sauter plus facilement au-dessus du champignon, c'est-à-dire par dessus l'affaissement du rail. Voyons ce que nous pouvons conclure de cette simple formule. Au point de vue du déraillement, un véhicule est d'autant plus dangereux :

a) que sa tare est plus faible. Nous pouvons en inférer qu'un véhicule vide déraille plus facilement que celui qui est chargé ;

b) que la valeur de c/b est plus faible. C'est l'une des causes qui font que les véhicules à voie étroite déraillent plus facilement que ceux à voie normale. En effet, sur la voie étroite, la tare est plus faible, le carré du rapport c/b oscille autour de 0,35, à comparer avec la valeur 0,56 relative à la voie normale ; la flexibilité f des ressorts est aussi moindre, tout au plus équivalente à celle de la voie normale ; enfin, quant à la construction et à l'entretien des voies, il se produit de plus grands affaissements dans les voies étroites que dans les voies normales ;

c) que la valeur de f est plus faible, c'est-à-dire plus dur est le ressort du véhicule. C'est aussi pourquoi les wagons déraillent plus facilement que les voitures. (Il serait avantageux, dans l'intérêt des voyageurs, de construire des voitures que ne dérailleraient pas en cas de rupture d'un ressort.) Dans les ressorts de suspension à lames, il se produit un frottement non négligeable qui «durcit» les ressorts, et dont l'effet est donc désavantageux à notre point de vue.

d) En établissant les projets de la suspension du véhicule, il faut penser à laisser aux ressorts la possibilité de s'étirer en cas de décharge, sans être entravés, par exemple, par l'entretoise des plaques de garde ou quelque autre partie de l'appareillage.

Avant d'aller plus loin, résumons brièvement ce qu'exprime la valeur Z chez un véhicule. La valeur « Z » est la *capacité de gauchissage totale mesurée sur la base «c»* d'un véhicule. Celui-ci atteint avec elle sa capacité de gauchissage maximum.

construisant pour grande vitesse, on renforce dans une certaine mesure la construction (pour éviter le lacet des bogies), de manière à ne permettre le pivotement autour d'un axe vertical que sous l'action d'une certaine force (appui à frottement, amortisseurs d'oscillations). Mais plus on construit de véhicules à quatre essieux — et comme voitures de voyageurs, on ne construit pour ainsi dire plus que des véhicules longs à quatre essieux — plus ces nouvelles voitures modernes parviendront jusque sur les lignes secondaires, entre autres raisons pour assurer au public le confort d'un service direct, sans nécessité de changements de trains. Or sur les lignes secondaires, on doit compter avec des déviations plus grandes. Une autre cause de l'accroissement de la déviation du plan réside dans la longueur des voitures (voir fig. 4., où S_p croît avec l'écartement des essieux). Le pivotement plus difficile des bogies accroît la force directrice en sens transversal de la voiture. Nous voyons ici comment les différents points de vue s'opposent. La voiture construite pour grande vitesse est rigide, tandis que le trafic sur les lignes secondaires nécessiterait une meilleure adaptation au terrain. Voilà pourquoi, dès avant la construction, il convient de tenir compte de la capacité de gauchissage d'une voiture.

Dans notre étude, nous négligerons certaines quantités, nous ne tiendrons notamment pas compte du déplacement du centre de gravité, et considérerons les *projections* en plan de l'essieu monté et du châssis obliques comme égales aux dimensions de longueur originales de ces derniers. Le déplacement angulaire par rapport au plan horizontal est en effet si petit, que les projections en question (produits des cosinus) peuvent être prises identiques aux longueurs originales (moyennant un pourcentage d'erreurs minime).

III. Forces agissant sur la roue dérailleuse

En roulant, les roues sont soumises à des forces non seulement verticales, mais transversales aussi. A cause de celles-ci, la roue déraille déjà avant que la charge décroisse à zéro.

Nous ne nous attarderons pas cependant ici au calcul de ces forces transversales. Un tel examen nous écarterait trop de notre sujet, et l'on trouve d'ailleurs, sur cette question, un assez grand nombre d'études dans la littérature (1—5, 11, 13—15).

De celles-ci, retenons seulement que le rapport Y/Q entre l'effort horizontal Y et la charge de la roue Q est décisif au point de vue du danger de déraillement d'un véhicule, et qu'il ne faut pas que ce rapport s'élève au-dessus de $1,5 \approx 2$. (Dans la pratique, on s'efforce même de maintenir le rapport $Y/Q = 1$.) Pour éviter le déraillement, il faut d'une part maintenir la valeur de la force transversale Y très petite, et d'autre part avoir soin de

ce que la charge de roue Q ne baisse pas, pendant le service, d'une façon dangereuse. Dans la partie suivante de cette étude, nous nous proposons de déterminer numériquement la dépendance de la charge de roue des principaux facteurs, et de donner une méthode pour le calcul de cette dépendance à partir des données connues dans la construction des véhicules.

B) Véhicules à deux essieux

I. Charge symétrique

Au-dessous de la roue gauche de l'essieu monté avant, il y a une déviation de plan S_p dans la voie. Les trois autres roues se trouvent sur une section horizontale. Si non seulement le véhicule était symétrique, mais la voie aussi

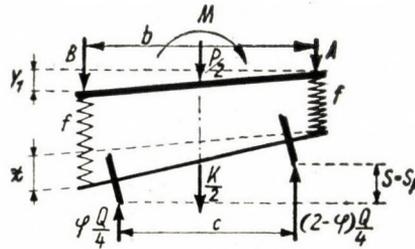


Fig. 5

était horizontale, chaque roue supporterait une partie $Q/4$ du poids total Q du véhicule. Mais comme la déviation du plan de la voie détruit la symétrie, dans notre système représentant l'essieu monté avant du véhicule, visible sur la fig. 5, une partie φ de la charge de roue originale $Q/4$ subsistera seulement comme charge sur la roue gauche. La symétrie des appuis étant rompue, le moment M inscrit dans notre figure se produira dans le châssis du véhicule, pour tenir en équilibre les forces extérieures agissant sur notre système. Par suite de la symétrie des charges, la somme des charges des deux roues de l'essieu monté avant sera $Q/2$. C'est pourquoi la charge de la roue droite sera :

$$(2 - \varphi) \frac{Q}{4}$$

Ici, φ indique la fraction de la charge de roue originale $Q/4$, qui se maintient sur la roue dérailleuse. Ce φ sera le paramètre en fonction duquel nous étudierons les autres variables.

Si nous inscrivons le moment des forces extérieures sur l'axe du véhicule, alors à partir de l'équilibre des moments, nous recevons le moment transmis par le châssis :

$$M = (2 - \varphi) \frac{Q}{4} \frac{c}{2} - \varphi \frac{Q}{4} \frac{c}{2} = (1 - \varphi) c \frac{Q}{4}$$

De l'équilibre des moments agissant sur le châssis, nous calculons les forces engendrées dans le ressort :

$$Ab - \frac{P}{2} \frac{b}{2} - M = 0; \quad A = \frac{P}{4} + \frac{M}{b}$$

De l'équilibre des forces agissant sur le châssis, on obtient :

$$A + B = \frac{P}{2}; \quad B = \frac{P}{2} - A = \frac{P}{4} - \frac{M}{b}$$

$$A - B = 2 \frac{M}{b} = (1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2}$$

Le pivotement relatif de l'essieu et du châssis, mesuré sur la distance b , est :

$$\chi = f(A - B) = (1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2} f$$

Le système et le chargement de l'essieu monté arrière du véhicule sont entièrement identiques à ceux représentés sur la fig. 3. Le gauchissage du châssis y a déjà été calculé. Sa valeur est :

$$y_1 = f 2 \frac{M}{b} = f(1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2}$$

En définitive, l'essieu monté avant pivotera par rapport à l'essieu monté arrière de la valeur

$$S = \frac{c}{b} (x + y_1) = f \left(\frac{c}{b} \right)^2 Q (1 - \varphi)$$

d'où

$$\varphi = 1 - \frac{S}{f\left(\frac{c}{b}\right)^2 Q} \quad (\text{II})$$

Nous obtenons la position limite quand la roue gauche de l'essieu avant se décharge jusqu'à zéro. Nous recevons dans ce cas la capacité de gauchissage totale du véhicule, que nous désignerons par la lettre Z . Sa valeur est

$$Z = [S]_{\varphi=0}; \quad Z = f\left(\frac{c}{b}\right)^2 Q \quad (\text{I})$$

correspondant naturellement à la valeur calculée au chapitre A/I. De la for-

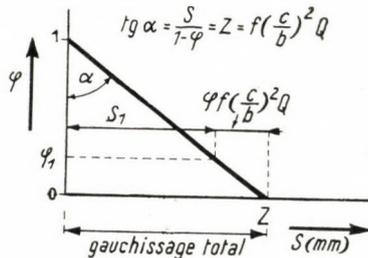


Fig. 6

mule de φ , nous voyons aussi que la décharge de la roue est linéairement proportionnelle au gauchissage S du véhicule. Leur rapport se trouve illustré par la fig. 6. Tandis que la quantité Z donne la capacité de gauchissage totale du véhicule, la quantité

$$\varphi f\left(\frac{c}{b}\right)^2 Q$$

représente, comme il ressort de la figure, la capacité de gauchissage résiduaire du véhicule se trouvant sur une voie, dont la «déviation du plan» est S . De la même figure, il apparaît aussi que la déviation du plan définie au chapitre précédent aussi bien que la capacité de gauchissage ci-dessus décrite, sont des facteurs de même genre exprimés en mm, et donc comparables l'un à l'autre numériquement.

Avant d'aller plus loin, il y a lieu d'établir une convention évitant la confusion possible des formules plus compliquées à venir. Nous examinerons toujours l'abaissement de la partie gauche de notre véhicule vu de face, et appellerons positif son déplacement vers le bas par rapport à l'horizontal.

II. Effet du moment dans le plan vertical de l'essieu monté

Nous poursuivrons notre étude par l'examen du cas ébauché dans la figure ci-dessous ; ce qui le distingue de celui traité au chapitre précédent, c'est qu'au lieu d'une charge symétrique, le poids P de la caisse se trouve à une distance o de l'axe de symétrie du véhicule. Dans ce cas aussi, le châssis répartit une charge $P/2$ sur le système de l'essieu monté avant et arrière. On peut décomposer cette force excentrique $P/2$ en une force agissant dans la ligne médiane, et en un moment M_1 , dont la valeur est :

$$M_1 = o \frac{P}{2}$$

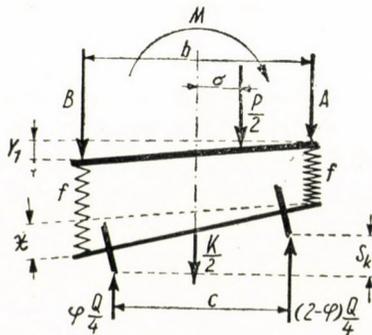


Fig. 7

Nous pouvons admettre ici comme principe, que nous regardons en général comme positifs les moments tendant à décharger la roue gauche. Par conséquent, le moment ci-dessus et le moment M indiqué dans la figure qui remplace pour ainsi dire le châssis, sont positifs. Comme les moments des forces extérieures agissant sur notre système doivent encore rester en équilibre, le moment M calculé au chapitre précédent doit, dans le cas présent, être diminué de la valeur M_1 .

$$M = (1 - \varphi) c \frac{Q}{4} - o \frac{P}{2}$$

Continuant ainsi notre calcul, comme au chapitre précédent, on reçoit la même valeur qu'auparavant :

$$Ab - \frac{P}{2} \frac{b}{2} - \frac{P}{2} o - M = 0; \quad A = \frac{P}{4} + \frac{P}{2} \frac{o}{b} + \frac{M}{b};$$

$$B = \frac{P}{2} - A; \quad A - B = 2A - \frac{P}{2} = 2 \frac{M}{b} + P \frac{o}{b} = (1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2}$$

$$\chi = f(A - B) = (1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2} f$$

C'est d'ailleurs tout naturel, puisque les moments des forces agissant sur l'essieu monté sont aussi en équilibre entre eux, donc

$$A \frac{b}{2} - B \frac{b}{2} - (2 - \varphi) \frac{Q}{4} \frac{c}{2} + \varphi \frac{Q}{4} \frac{c}{2} = 0$$

d'où

$$(A - B) = (1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2}$$

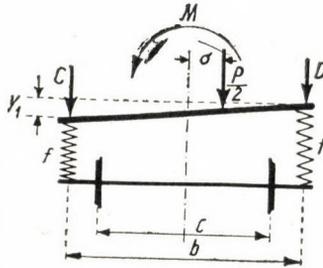


Fig. 8

La charge de l'essieu monté arrière ne diffère de celle reproduite dans la figure 3 que par le surcroît de charge produit par le moment M_1 (fig. 8). Le moment produisant la différence dans les charges des ressorts est maintenant

$$M - M_1 = (1 - \varphi) c \frac{Q}{4} - o \frac{P}{2}$$

$$(C - D) \frac{b}{2} = M - M_1; \quad C - D = (1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2} - \frac{o}{b} P$$

$$y_1 = f(C - D) = f(1 - \varphi) \frac{c}{b} \frac{Q}{2} - f \frac{o}{b} P$$

$$S = \frac{c}{b} (x + y_1) = f \left(\frac{c}{b} \right)^2 Q (1 - \varphi) - f \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{o}{c} P = f \left(\frac{c}{b} \right)^2 \left[Q (1 - \varphi) - 2 \frac{M_1}{c} \right]$$

D'où, si

$$\varphi = 0; \quad Z = f\left(\frac{c}{b}\right)^2 \left[Q - 2 \frac{M_1}{c} \right] \quad \text{et} \quad \varphi = 1 - \frac{2 \frac{M_1}{c} + S}{f\left(\frac{c}{b}\right)^2 Q}$$

La capacité de gauchissage totale du véhicule diminue, comme nous voyons, d'une valeur constante, mais la proportionnalité entre la charge de roue décroissante φ et la capacité de gauchissage S persiste.

a) Le centre de gravité de la caisse du véhicule, c'est-à-dire du châssis, peut se placer d'une façon symétrique non seulement par rapport à la direction

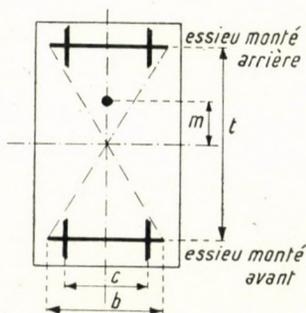


Fig. 9

transversale, mais aussi par rapport à l'axe longitudinal du véhicule. La fig 9 représente en plan notre châssis, sur lequel le centre de gravité soit déplacé d'une quantité m en direction de l'essieu monté arrière. Ici encore nous prenons comme positive cette direction marquée sur notre dessin, parce qu'elle diminue la charge de la roue gauche de l'essieu monté avant. Dans ce cas, la charge répartie sur l'essieu monté avant est

$$P \left(\frac{t}{2} - m \right) \frac{1}{t} = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right)$$

et celle répartie sur l'essieu monté arrière

$$P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right)$$

b) Si le centre de gravité est choisi tout à fait arbitrairement, donc s'il se trouve à une distance m ou o des axes principaux de symétrie, la charge et le moment sur l'essieu monté avant sont respectivement :

$$P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) \quad \text{et} \quad oP \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) = M_1$$

et sur l'essieu monté arrière :

$$P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right) \quad \text{et} \quad -M_2 = -oP \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right)$$

III. Gauchissage élastique de la caisse du véhicule et du châssis

Dans les examens précédents, nous avons supposé le châssis entièrement raide. Ce n'était qu'une hypothèse simplificatrice, parce que le châssis et la caisse peuvent gauchir conjointement suivant la fig. 10. (6). Pour ce

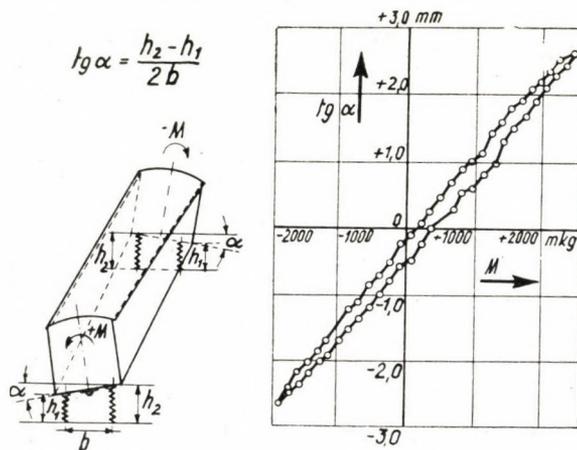


Fig. 10

gauchissage, deux moments de torsion doivent agir sur les appuis des ressorts ; ces deux moments agissent dans le plan vertical des essieux montés et sont de valeur égale, mais de sens contraire. Cette capacité de gauchissage du châssis et de la caisse aide les ressorts à empêcher le déraillement trop facile du véhicule. Comme il apparaît sur la figure, la relation entre le degré de gauchissage et le moment de torsion peut-être représentée comme linéaire. Elle n'est soumise qu'à un frottement de valeur relativement faible, que nous négligerons pour plus de simplicité dans nos calculs.

Nous mesurerons le gauchissage au centre de la suspension des ressorts, c.-à-d. sur le châssis s'appuyant sur quatre points au-dessus des milieux des fusées (ou des glissières, en cas de véhicules à quatre essieux), quand les moments de torsion agissent sur ces quatre points. C'est en ces mêmes points que nous mesurerons aussi les tangentes des déplacements angulaires, et alors au lieu du moment de torsion mesuré sur cette base b , nous ne devons mesurer et

donner que *la force*. La mesure de gauchissage du châssis, rapportée à cette base b , est la force (en kg) nécessaire pour soulever un des quatre appuis du châssis de 1 mm . Les indications numériques y relatives sont résumées au tableau de l'annexe I (7), suivant les différents types de véhicules. Un tableau analogue est présenté dans l'édition 28 de Hütte (vol. V, p. 338), où pour rendre la comparaison des données plus aisée, les facteurs de gauchissage sont calculés pour un véhicule dont l'écartement d'essieux est de 6 m, et la distance d'axe en axe des fusées de 2 m. En prenant le réciproque des valeurs données dans le tableau de l'annexe I, nous recevons le facteur spécifique de gauchissage du châssis ψ en mm/kg. Or si nous connaissons la valeur du moment M gauchissant la caisse, en la divisant par b , nous recevrons le couple de forces H agissant sur le bras b , en kg. A cause de ce moment de torsion gauchissant, un coin de la caisse s'abaissera de ψH mm au-dessous du plan formé par les trois autres coins.

Imaginons maintenant une caisse chargée tout à fait symétriquement et suspendue à un fil en son centre de gravité. Les quatre coins de cette caisse resteront dans le même plan, si notre caisse est exempte de toute tolérance de fabrication, c.-à-d. si elle est fabriquée avec une précision parfaite. Naturellement, un pareil cas ne se présente jamais. Dans la pratique, le véhicule s'écarte quelquefois très sensiblement de l'exécution idéalement symétrique et parfaite. Si nous suspendons donc une caisse tordue en son centre de gravité, un des coins en descendra d'une quantité w_0 au-dessous du plan déterminé par les trois autres coins. Enlevons maintenant cette caisse du fil, et plaçons-la sur un plan tout à fait rigide et uni. Son propre poids fera adhérer la caisse au plan uni, car comme nous le savons déjà, la caisse aussi est élastique. Ainsi donc les quatre coins de la caisse se trouveront de nouveau dans un plan. La caisse ayant été gauchie originalement d'une valeur w_0 , quand elle se trouve pressée par son propre poids sur le plan horizontal, il y naîtra un couple de forces

$$H_0 = \frac{w_0}{\psi}$$

qui chargera la caisse d'un moment de torsion

$$M_0 = bH_0 = b \frac{w_0}{\psi}$$

Dans l'annexe II, j'ai décrit en détail une méthode permettant de déterminer le centre de gravité et le gauchissage w_0 au moyen de pesées de la caisse, effectuées en quatre points.

Mais comment se comportera notre caisse, si elle n'est pas placée directement sur le plan raide, mais avec l'intermédiaire de quatre ressorts aux caractéristiques

$$H_3 = \frac{w_3}{\psi} = (w_0 - 4fH_3) \frac{1}{\psi}; \quad H_3 = \frac{w_0}{4f + \psi}$$

La fig. 11 reproduit clairement ces relations. Notre système sera plus compliqué s'il y a une déviation L du plan sur lequel nous plaçons nos quatre ressorts; cette déviation soit telle qu'elle retourne la caisse gauchie dans la position plane et même au-delà. C'est ce que représente la fig. 12, sur laquelle

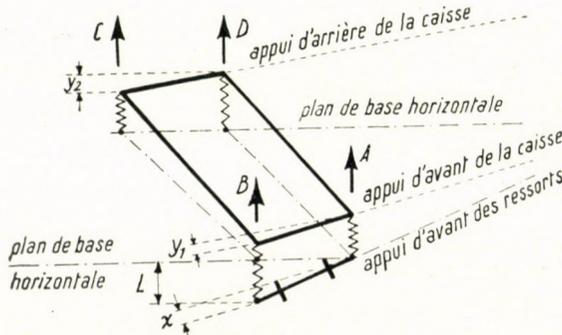


Fig. 12

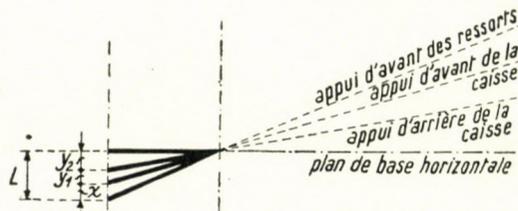


Fig. 13

nous avons marqué avec y_2 la différence de niveau des points d'appui arrière de la caisse, déterminée par les extrémités des ressorts. Sur la même figure, nous avons marqué avec y_1 le gauchissage de l'appui avant de la caisse par rapport à l'appui arrière, le tout mesuré, comme avant, en valeurs de tangentes et non en angles. Nous avons enfin désigné par la lettre X la différence d'abaissement des ressorts avant.

Dans nos considérations précédentes, nous n'avons pas encore suffisamment souligné que nous négligeons toujours la position en hauteur du centre de gravité, de même que son déplacement résultant de l'inclinaison du véhicule. Par conséquent, il est tout à fait sans intérêt de savoir si les parties avant et arrière de la caisse se trouvent ou non situées à des hauteurs différentes.

Le pivotement relatif des deux systèmes imaginés comme des plans verticaux est seul décisif à notre point de vue. Aussi avons-nous concentré, sur la fig. 13, les déplacements angulaires se produisant dans les plans avant et arrière, de même que les déplacements angulaires des deux plans entre eux ; on peut y voir comment une déviation du plan L est composée des trois facteurs suivants : $L = X + y_1 + y_2$.

Nous calculons la différence d'abaissement des ressorts avant de la façon habituelle, à partir de la valeur du couple de forces :

$$A - B = 2H_1; X = (A - B)f = 2fH_1$$

De la même façon, nous déterminons la différence d'abaissement des ressorts arrière

$$C - D = 2H_1; y_2 = (C - D)f = 2fH_1$$

Il nous reste encore à définir y_1 , que nous pouvons calculer, d'après la figure 11, avec la valeur de H_1

$$H_1 = H_0 + \frac{y_1}{\psi}; y_1 = \psi H_1 - w_0 \quad (\text{III})$$

Avec cela

$$L = X + y_1 + y_2 = 2fH_1 + 2fH_1 + \psi H_1 - w_0; L = (4f + \psi)H_1 - w_0 \dots (\text{IV})$$

ou

$$H = \frac{L + w_0}{4f + \psi}$$

C'est un résultat très important, parce qu'il donne le rapport entre la déviation du plan et le couple de forces de torsion engendré dans la caisse. Il y apparaît que la déviation du plan (L) et le gauchissage original de la caisse (w_0) peuvent être additionnés algébriquement. Le moment de torsion survenu dans la caisse est linéairement proportionnel à ces derniers. La plus grande flexibilité des ressorts diminue naturellement le moment de torsion, et les deux sont inversement proportionnels l'un à l'autre. La flexibilité du ressort s'additionne algébriquement avec le quart du facteur de torsion spécifique de la caisse.

C'est une question encore ouverte de savoir quelles tensions supplémentaires surgissent dans le châssis et dans la caisse pendant leur gauchissage. A notre connaissance, ce problème de résistance n'a été étudié jusqu'à présent ni par calcul, ni par mesurages ; il est pourtant probable qu'avec des ressorts durs et sur des sections de voies défavorables, de grandes tensions peuvent

se produire si le châssis et la caisse sont rigides. Pour les véhicules routiers seulement, une étude détaillée de ce problème a été publiée ces derniers temps (16).

IV. *Véhicules à caisse élastique et à charges placées arbitrairement*

Nous pouvons maintenant résumer les résultats de nos examens précédents, et passer à l'étude d'un véhicule dont la charge n'agit pas sur le centre

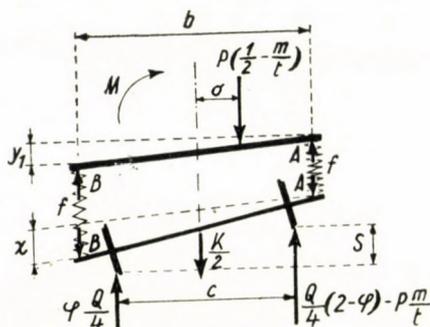


Fig. 14

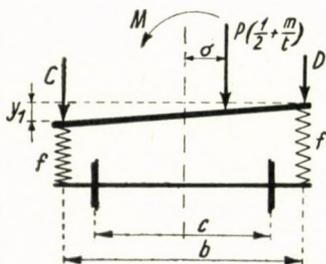


Fig. 15

de symétrie, mais dans un point quelconque. C'est bien le cas envisagé au point b du chapitre II, mais de plus, notre châssis sera aussi élastique.

La fig. 14 montre le système et le mode de chargement de l'essieu monté avant du véhicule. Ici une charge

$$P\left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right)$$

agit au lieu de $P/2$ sur l'essieu monté avant. Le châssis répartit de même

façon la charge sur l'essieu monté arrière, dont le mode de chargement est représenté par la fig. 15. Dans ce cas, il faut compter avec une charge

$$P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right)$$

au lieu de la charge $P/2$.

Pour l'essieu monté avant, la charge totale des ressorts est

$$A + B = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right); \quad \frac{P}{2} + \frac{K}{2} = \frac{Q}{2};$$

tandis que la charge d'essieu est

$$P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) + \frac{K}{2} = \frac{Q}{2} - P \frac{m}{t}$$

Comme les moments des forces agissant sur le châssis doivent être en équilibre, nous avons

$$Ab - M - P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) \left(\frac{b}{2} + o \right) = 0$$

Les moments des forces extérieures agissant sur le système doivent être aussi en équilibre. Il en résulte que

$$M = \left[\frac{Q}{2} \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) - P \frac{m}{t} \right] \frac{c}{2} - \frac{Q}{4} \varphi \frac{c}{2} - P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) o$$

Enfin le pivotement de l'essieu avant peut être calculé de la différence d'abaissement des ressorts

$$X = f(A - B)$$

Nous devons encore compléter ces formules par nos connaissances relatives au système de l'essieu monté arrière, et notamment la charge totale des ressorts :

$$C + D = P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right),$$

l'équilibre des moments des forces agissant sur le châssis :

$$Cb - M - P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right) \left(\frac{b}{2} - o \right) = 0$$

et le gauchissage du châssis, désigné ici par y_2 :

$$y_2 = (C - D)f.$$

Nous y ajoutons encore notre formule III, relative au gauchissage du châssis, ainsi que la somme établie pour la torsion en plan $L = X + y_1 + y_2$, et de là le gauchissage du véhicule

$$S = \frac{c}{b} L.$$

De ces relations, nous calculons celle existant entre la charge de la roue et le gauchissage du véhicule, d'après la méthode décrite à l'annexe III. Nous aurons pour résultat

$$\varphi = 1 - \frac{2m}{t} \frac{P}{Q} - \frac{\left(4f + \psi - \psi \frac{2m}{t}\right) \frac{2o}{c} P + 4 \frac{b}{c} w_0 + 4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 S}{(4f + \psi) Q}$$

$$Z = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} - (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{m}{2t} P - (4f + \psi) \frac{co}{2b^2} P + \\ + \psi \frac{co}{b^2} \frac{m}{t} P - \frac{c}{b} w_0$$

Si l'on compare le gauchissage résultant ainsi avec la formule I, très simple, il apparaît aussitôt que c'est le facteur de gauchissage de la caisse qui accroît la capacité de gauchissage. Tous les autres facteurs diminuent la capacité de gauchissage du véhicule. Il est vrai que nous avons pris, à dessein, les signes des facteurs tels qu'ils puissent causer la décharge de la roue examinée ; mais outre la roue B étudiée, les autres roues du véhicule peuvent aussi passer sur les sections de voies les plus défavorables. Cela signifie que le cas supposé, où les facteurs défavorables s'additionnent, peut survenir effectivement. Le seul cas faisant exception est celui où la direction du gauchissage original w_0 provoque une surcharge, au lieu d'une décharge, sur la roue se trouvant au point le plus défavorable déterminé par les directions des moments oP et mP . La fig. 16 représente bien l'influence des facteurs agissant sur la capacité de gauchissage. Notre formule de base,

$$\varphi_A = 1 - \frac{4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 S}{4fQ}$$

$$Z_A = 4f \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4}$$

prise du chapitre B. I., est illustrée sur la figure 16. par la ligne *A*. En ce qui concerne la charge de la roue et la capacité de gauchissage totale du véhicule, nous pouvons aussi nous reporter à la figure 6.

L'influence d'une caisse élastique est représentée par la ligne *B* montrant la capacité de gauchissage accrue de véhicule ; elle montre aussi que l'allure des variations de la charge de roue a une montée moins rapide, donc que le véhicule est moins sensible aux défauts de la voie.

$$\varphi_B = 1 - \frac{4 \left(\frac{b}{c} \right)^2 S}{(4f + \psi) Q} ; Z_B = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{Q}{4} ;$$

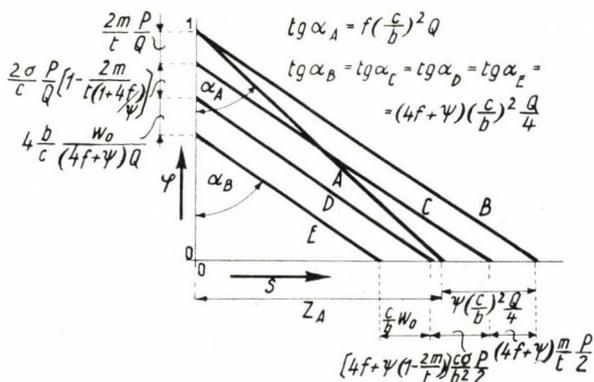


Fig. 16

La ligne *C* caractérise le déplacement asymétrique (*m*), mais seulement longitudinal du centre de gravité de la caisse, où

$$\varphi_C = 1 - \frac{2mP}{tQ} - \frac{4 \left(\frac{b}{c} \right)^2 S}{(4f + \psi) Q} ; Z_C = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b} \right)^2 \left(\frac{Q}{4} - \frac{P}{2} \frac{m}{t} \right)$$

Si le centre de gravité est excentrique dans les deux directions principales, nous recevons la ligne *D* :

$$\varphi_D = 1 - \frac{2mP}{tQ} - \frac{\left[4f + \psi \left(1 - \frac{2m}{t} \right) \right] \frac{2o}{c} P + 4 \left(\frac{b}{c} \right)^2 S}{(4f + \psi) Q} ;$$

$$Z_D = Z_C - (4f + \psi) \frac{co}{b^2} \frac{P}{2} + \psi \frac{co}{b^2} \frac{m}{t} P$$

Enfin la ligne E représente la caisse ayant aussi une torsion originale, chez laquelle

$$\varphi_E = 1 - \frac{2mP}{tQ} - \frac{\left[4f + \psi \left(1 - \frac{2m}{t}\right)\right] \frac{2o}{c} P + 4 \frac{b}{c} w_0 + 4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 S}{(4f + \psi) Q}$$

$$Z_E = Z_D - \frac{c}{b} w_0$$

Quand nous examinons un véhicule, les facteurs o , m , w_0 sont donnés dans l'équation de φ , par suite de la construction même du véhicule; seule la caractéristique S de la voie est variable. D'après ce qui a été démontré sur la fig.

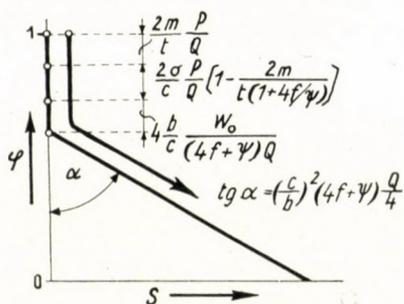


Fig. 16/a

16, on peut représenter très clairement l'influence de chaque facteur, comme on l'a fait sur la fig. 16/a. Ici, de l'unité nous avons déduit successivement et dans l'échelle, les valeurs

$$\frac{2m}{t} \frac{P}{Q}$$

puis

$$\frac{2o}{c} \frac{P}{Q} \left[1 - \frac{2m}{t(1 + 4f/\psi)} \right]$$

et enfin

$$4 \frac{b}{c} \frac{w_0}{(4f + \psi) Q}$$

qui sont, comme φ même, des rapports sans mesure. Du point final obtenu nous tirons la ligne oblique

$$\text{tg } \alpha = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4}$$

Nous voyons de ce diagramme l'effet des asymétries o , w_0 et m , et d'autre part nous pouvons lire l'importance de la diminution totale de la charge de roue pour les différentes déviations du plan de la voie.

La valeur de φ ne peut être plus grande que l'unité (dans le sens pratique), que si m ou o sont des quantités négatives. Nous avons cependant déjà admis que ce cas était indifférent au point de vue du déraillement, parce qu'alors l'autre roue présenterait un plus grand danger; aussi négligerons-nous ce cas par la suite.

a) *Comparaison d'un wagon tombereau et d'un wagon-citerne*

Nous avons mesuré le gauchissage spécifique du wagon tombereau standard de l'UIC (Union Internationale des Chemins de Fer) et nous avons trouvé $\psi = 0,01075$ mm/kg. Sur un spécimen du même type de véhicule fabriqué dans une autre usine, nous avons constaté que ce facteur était $\psi = 0,0237$ mm/kg. Les caractéristiques de ce véhicule étaient :

tare	Q	10,500 kg
entr'axe des essieux	t	5,400 mm
distance d'axe en axe des fusées	b	2,000 mm
distance des cercles de roulement	c	1,500 mm

Le ressort, en vue de l'utilisation complète de la charge de 20 tonnes par essieu, était du type unifié le plus dur, sa flexibilité était : $f = 0,0063$ mm/kg. Cette flexibilité supporte encore une tolérance de $\pm 8\%$, aussi devrions-nous faire notre calcul pour un ressort plus dur de 8%, pour trouver l'éventualité la plus désavantageuse. Néanmoins, nous calculerons avec une valeur moyenne, pour rendre plus indiscutables nos constatations. Pour la même raison, nous calculerons aussi avec la valeur moyenne du facteur de gauchissage mesuré sur le véhicule : $\psi = 0,01722$ mm/kg. Avec ces valeurs, l'abaissement spécifique d'un coin du véhicule sera :

$$\left(f + \frac{\psi}{4} \right) = 0,0106 \text{ mm/kg}$$

et la charge de roue :

$$\varphi_B = 1 - \frac{S}{62,3}$$

b) Valeurs numériques des dénivellations défavorables de la voie

Avant de poursuivre notre comparaison, nous devons trouver une valeur numérique pour la section de voie la plus défavorable. Cette valeur sera utilisée lors de l'établissement des projets de construction d'un véhicule. Sur des voies plus anciennes, la rampe de surhaussement la plus défavorable a une valeur de $\lambda_1 = 1 : 300$. Or nous savons aussi que, même sur des longueurs relativement petites, nous devons compter avec des affaissements de rails, et que ces deux facteurs défavorables peuvent coïncider. La profondeur permise de l'affaissement, selon la fig. 16/b, est de 5–15 mm, suivant la classification de la ligne. Supposons un véhicule d'un écartement d'essieux max. de 2,5 m, les deux déviations du plan correspondent à une valeur $\lambda_2 =$

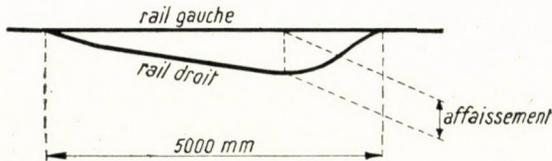


Fig. 16/b

$= 1 : 500$ ou $1 : 167$. Si ces deux déviations défavorables coïncident, leurs valeurs s'additionneraient simplement, et la valeur la plus défavorable de la déviation du plan résultante (λ total) serait :

$$\lambda_{\text{tot}} = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{300} + \frac{1}{167} \approx \frac{1}{107}$$

Mais c'est déjà un défaut très apparent qui ne se rencontre guère sur la voie, ou alors il devrait être considéré comme un défaut des plus grossiers. Au lieu de cette valeur, prenons donc une autre, aisément contrôlable dans la pratique : en mesurant le surhaussement de traverse en traverse, la différence de hauteur ne doit pas dépasser 4 mm. En prenant une distance de traverses normale de 760 mm, cela correspond à une différence de tangente $\lambda_{\text{total}} = 4/760 = 1 : 190$. Cela revient à constater que sur une rampe de surhaussement d'une valeur de $\lambda = 1 : 300$, il ne peut être permis qu'un affaissement max. de 5 mm ($\lambda_2 = 1 : 500$).

1. Sur base de la convention qui précède, nous pouvons désormais donner aisément la déviation du plan la plus défavorable à envisager pour les véhicules à deux essieux. Si l'écartement des essieux d'un véhicule est t ,

$$S_p = \frac{t}{300} + 5 \text{ (mm)}$$

sera la plus grande déviation du plan à envisager lors de la construction du véhicule. Selon les prescriptions internationales relatives aux véhicules à deux essieux, l'écartement d'essieux min. est : $t = 3,5$ m ; c'est pourquoi nous avons pu y additionner l'affaissement de 5 mm à mesurer sur une distance plus petite, de 2,5 m seulement.

2. Pour les véhicules à bogies, les prescriptions permettent un écartement minimum de 2 m. Aussi compterons-nous comme déplacement angulaire le plus désavantageux $\lambda = 1 : 167$ pour les bogies, et $\lambda = 1 : 300$ pour la caisse des véhicules. Pour plus de sûreté, nous additionnerons encore à cette dernière valeur les 5 mm correspondant à l'affaissement.

c) Suite de l'exemple comparatif (IVa)

Dans le cas d'un wagon tombereau, la déviation du plan à considérer est

$$S_p = \frac{5400}{300} + 5 = 23 \text{ mm}$$

En plaçant le véhicule sur cette voie, la charge de roue diminuera

$$\varphi_{\max} = 1 - \frac{S_B}{62,3} = 1 - \frac{23}{62,3} = 0,63$$

c'est-à-dire sa valeur descendra à 63%. La charge par roue est de 100% quand le poids est réparti tout à fait symétriquement, un poids $Q/4 = 2,625$ kg tombant alors sur chaque roue.

Avec les mêmes ressorts durs a été fabriqué un wagon-citerne dont la tare était $Q = 12,300$ kg, et l'écartement d'essieux $t = 4,500$ mm. Chez un tel véhicule, la citerne rend très raide le châssis, dont la rigidité dépassait déjà celle d'un wagon tombereau, à cause des soudures : $\psi = 0,001$ mm/kg. Il en résulte que les quantités caractéristiques calculées ci-avant pour le wagon tombereau, prendront chez le wagon-citerne les valeurs suivantes :

$$\left(f + \frac{\psi}{4} \right) = 0,00655 \text{ mm/kg} \quad \text{et} \quad \varphi = 1 - \frac{S}{45}$$

$$S_p = \frac{4500}{300} + 5 = 20 \text{ mm}; \quad \varphi_{\max} = 1 - \frac{20}{45} = 0,555$$

donc la charge de roue originale de 3,075 kg diminuera jusqu'à 55,5%.

Les défauts de construction du véhicule peuvent naturellement augmenter encore la décharge de la roue. Comme défaut, mentionnons par exemple le gauchissage original subsistant dans le châssis, par suite des tolérances permises dans la construction. Admettons pour cela une quantité $w_0 = 7$ mm pouvant se présenter dans la pratique, avec les modes de fabrication actuels. Calculons maintenant, dans quelle mesure continuera à diminuer alors la charge par roue des deux véhicules. Chez le wagon tombereau, selon la formule de φ_E ,

$$\frac{c}{b} w_0 = 5 \text{ mm ,}$$

d'où

$$\varphi_E = 1 - \frac{23 + 5}{62,3} = 0,55$$

c'est-à-dire il y a une diminution de 8%, et la charge de roue diminuée est $0,55 \times 2,625 = 1,440$ kg. Chez le wagon-citerne,

$$\varphi_E = 1 - \frac{20 + 5}{45} = 0,445$$

c'est-à-dire il existe une diminution de 11% de la charge de roue, dont la valeur sera donc $0,445 \times 3,075 = 1,365$ kg.

Ces valeurs numériques nous montrent que le même gauchissage original diminue plus la charge de la roue chez le wagon-citerne, par suite de la rigidité du châssis. Il faut aussi ajouter que la tare du wagon-citerne étant plus grande, il y aura des forces directrices plus grandes que dans le cas des wagons tombereaux. (On voit aussi que la dureté des ressorts des tombereaux est à la limite permise.)

Le résultat de notre comparaison est donc que le wagon-citerne étudié déraile plus facilement que le tombereau. C'est ce qui a été constaté aussi dans la pratique, les gros défauts de la voie ayant provoqué le déraillement du wagon-citerne, tandis qu'avec les tombereaux on n'avait point connu de pareilles difficultés. De plus, il est arrivé quelquefois dans les ateliers, qu'au moment du passage sur le chariot transbordeur, quand le wagon-citerne subit un certain choc, le téton de bride est sorti de son nid disposé en haut de la boîte.

Nous pouvons aussi conclure de notre examen, que le ressort unifié construit pour des charges de 20 tonnes par essieu, ne peut servir que chez les véhicules à châssis relativement mou, tandis qu'en cas d'un véhicule à châssis raide, il faut procéder à un sérieux examen avant d'employer un tel ressort. Si la différence de hauteur entre les tampons du véhicule vide et du véhicule chargé est si grande, même en cas d'utilisation d'un ressort

dur, qu'on ne pourrait pas remplacer celui-ci par un ressort mou, il peut être recommandé d'employer un ressort dont la caractéristique n'est pas linéaire, et dont la flexibilité croît avec la charge. Pour un tel emploi, l'appareil le plus simple consiste en deux ressorts superposés, dont l'un ne fonctionne qu'en cas de charges plus grandes (8).

Notre constatation ci-dessus trouvera une confirmation ultérieure dans les chapitres consacrés aux véhicules à plusieurs essieux.

d) *Dislocation de l'organe de suspension*

La suspension des véhicules est généralement telle que le poids seul la maintient ensemble. Aussi peut-il arriver quelquefois que les pièces s'en détachent, comme nous l'avons déjà fait remarquer à la fin du chapitre précédent, à propos des wagons-citernes. Ce défaut peut se produire quand la charge du ressort, que nous avons désignée par B , cesse complètement. Quand est-ce qu'un tel cas peut se produire?

Au début du chapitre IV, nous avons déterminé la quantité $A + B$, ainsi que le moment Ab , et le moment M gauchissant la caisse. A partir de ces trois quantités, nous pouvons exprimer la force de ressort B selon la déduction présentée à l'annexe III

$$B = \frac{P}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) + \frac{P}{2} \frac{m}{t} \frac{c}{b} - \frac{Q}{4} \frac{c}{b} (1 - \varphi).$$

Nous en pouvons déterminer aussi la décharge $\varphi = \varphi_0$, à laquelle la force du ressort cesse, c'est-à-dire $B = 0$. Cela se produirait avec une décharge de roue

$$\varphi_0 = 1 - \frac{1}{1 + \frac{K}{P}} \left[\frac{b}{c} - \frac{2m}{t} \left(\frac{b}{c} - 1 \right) \right]$$

Si $\varphi_0 > 0$, c'est-à-dire s'il est une quantité positive, et l'on augmente la déviation du plan de la section de voie au-dessous du véhicule, le ressort se déchargera tout d'abord, et ce n'est qu'après une nouvelle augmentation de la déviation du plan de la voie que la roue même se déchargera complètement. Dans le cas contraire, si $\varphi_0 < 0$, c'est-à-dire s'il est négatif, la charge de roue peut cesser complètement, sans provoquer pour autant la dislocation de l'organe de suspension. C'est ce dernier cas qui est naturellement le plus avantageux.

Nous voyons de la formule φ_0 , que la dislocation de l'organe de suspension se produira d'autant plus vite, que le poids non suspendu (K) sera plus grand et que le poids suspendu (P) sera plus petit. En outre, l'excentricité du poids

suspendu dans l'axe longitudinal du véhicule (m) accroît aussi le danger de la dislocation. Naturellement, il ne peut être question de dislocation que si le ressort est très dur, car dans ce cas, nous avons vu, la capacité de gauchissage du véhicule peut avoir une valeur assez faible, et par conséquent la décharge d'une roue peut se produire plus aisément. Pour un véhicule à deux essieux à poids non suspendu $K = 2,700$ kg, la figure 17 donne les valeurs de φ_0 , variant avec la tare du véhicule.

Comme on peut voir sur la figure, avec la tare de 10 à 13 tonnes des wagons unifiés UIC, la roue doit se décharger presque jusqu'à 0 pour provoquer la dislocation de l'organe de suspension. Sans compter qu'il ne se rencontre guère, dans la voie, des déviations du plan assez importantes pour provoquer

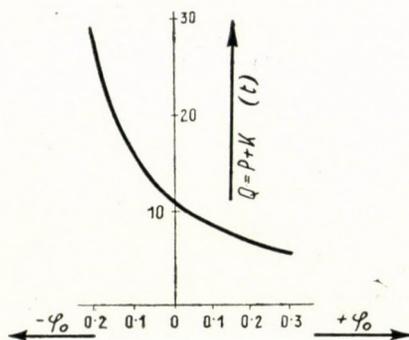


Fig. 17

la dislocation, la construction même de la suspension exclut souvent cette possibilité. En cas de ressorts mous par exemple (voitures), la partie inférieure de la boîte de roulement heurte l'entretoise de plaque de garde bien avant que le ressort ne puisse se décharger.

V. Châssis s'appuyant sur des ressorts de flexibilités différentes

Il arrive quelquefois que la position du centre de gravité du véhicule soit asymétrique, par suite même de sa disposition en plan. C'est ce que l'on constate par exemple chez les fourgons. Dans ces cas, on met quelquefois des ressorts plus durs sous la charge plus grande. Mais comme nous verrons plus tard, les conditions du service peuvent provoquer une dénivellation relative des quatre ressorts, même si ceux-ci étaient parfaitement identiques. Comme nous n'avons, jusqu'à présent, considéré que des véhicules dont les quatre ressorts étaient de même flexibilité, il nous faudra envisager aussi cette nouvelle possibilité.

La fig. 18 montre schématiquement notre nouveau véhicule, dont la charge est asymétrique et dont les quatre ressorts ont chacun une flexibilité différente. Comme condition simplificatrice, nous admettrons seulement que la hauteur des quatre ressorts déchargés est identique.

La déduction du chapitre IV et le calcul de l'annexe III ne se modifieront que par l'introduction des constantes correspondantes des ressorts dans les expressions de X et de y_2 . Ainsi

$$X = Af_1 - Bf_2$$

et

$$y_2 = Cf_3 - Df_4$$

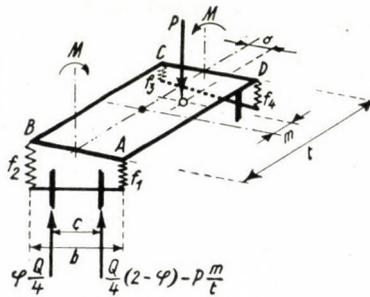


Fig. 18

Nous examinons à nouveau les conditions de décharge de la roue. La formule y relative est déduite à l'annexe IV. Nous obtenons comme résultat :

$$\varphi = 1 - \frac{2m}{t} \frac{P}{Q} - \frac{\frac{b}{c} \frac{2m}{t} P (f_1 - f_2 - f_3 + f_4) + \frac{2o}{c} P (2f_3 + 2f_4 + \psi)}{(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) Q} - \frac{4 \frac{b}{c} w_0 + 4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 S - 4 \frac{om}{ct} \psi P - \frac{b}{c} P (f_1 - f_2 + f_3 - f_4)}{(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) Q}$$

Il est évident que même si les charges sont tout à fait symétriques, et le véhicule aussi, les charges des roues ne seront pas égales. C'est là la signification du deuxième membre de la formule de S , donnée à l'annexe IV :

$$\frac{c}{b} \frac{P}{4} (f_1 - f_2 + f_3 - f_4)$$

membre disparaissant quand les quatre ressorts sont égaux.

V/a) *Emploi de ressorts doubles*

Au chapitre IV/c nous avons examiné un wagon-citerne rigide, et mentionné qu'il serait utile d'employer deux ressorts disposés en série. Le but était de conserver un abaissement identique sous la charge, celui que présentait le véhicule quand il n'y avait qu'un seul ressort au-dessus de chaque boîte de roulement. Nous n'avons donc qu'à augmenter la flexibilité sous la tare du véhicule. La fig. 19 montre la caractéristique du ressort de l'organe de suspension au-dessus des boîtes de roulement. La ligne pleine montre la fonction des ressorts selon la disposition présentée au chapitre IV/c. Choisissons maintenant les ressorts doubles de façon que les deux ressorts donnent

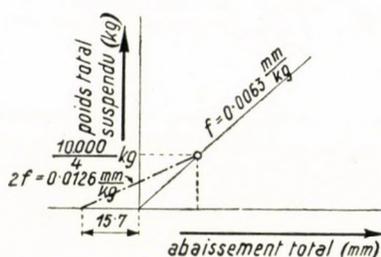


Fig. 19

ensemble ce même abaissement. L'un d'eux soit cependant tout à fait déchargé quand le poids brut suspendu du véhicule est de 10,000 kg ou moins. Choisissons les nouveaux ressorts de telle sorte, que la partie opérant aussi sous la charge de 10,000 kg ait la moitié de la dureté des ressorts anciens. Comme le poids suspendu du wagon-citerne est seulement de 9,500 kg, la flexibilité au-dessous de ce poids sera, en cas d'un véhicule vide, le double de celui pris au chapitre IV/c, soit $f = 0,0126$ mm/kg. La décharge de la roue donnerait la valeur

$$\begin{aligned} \varphi &= 1 - \frac{S_p}{(4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4}} = 1 - \frac{S_p}{(4 \times 0.0126 + 0.001) \left(\frac{1500}{1970}\right)^2 \frac{12300}{4}} = \\ &= 1 - \frac{S_p}{88.5} \end{aligned}$$

Mais tandis que la roue B (et D aussi) se décharge, la charge des roues A et C s'accroît. En augmentant la déviation du plan sous la roue B, nous arrivons à une valeur à laquelle la charge des ressorts A et C atteint, sur notre figure 19, le point de rupture, soit 2500 kg, après quoi les deux ressorts entrent déjà

en action. Nous devons donc calculer d'abord, à quelle déviation S_p cela aura lieu, et quelle sera alors la décharge de roue φ_T .

Nous avons déterminé à l'annexe III la force du ressort A en fonction du moment M . Nous y avons aussi déterminé le moment M en fonction de la charge de roue φ . Des deux on peut déterminer la force du ressort A :

$$A = \frac{Q}{4} \frac{c}{b} (1 - \varphi) + \frac{P}{4} - \frac{P}{2} \frac{m}{t} \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Dans notre cas, $m = 0$ et $A = 2500$ kg, donc la décharge de la roue B sera

$$2500 = \frac{12300}{4} \frac{1500}{2000} (1 - \varphi_T) + \frac{9500}{4}; \quad 1 - \varphi_T = 0,0543; \quad \varphi_T = 94,77 \%$$

d'où $S_p = 0,0543 \times 88,5 = 4,8$ mm.

Si nous abaissons la roue B au-delà de S_p , nous devons déjà calculer d'après les formules de l'annexe IV, car dans ce cas $f_1 = f_3 = f = 0,0063$, et $f_2 = f_4 = 2f = 0,00126$ mm/kg et alors, en cas de $m = 0$; $o = 0$ et $w_0 = 0$, la formule simplifiée serait, d'après l'annexe IV :

$$\begin{aligned} \varphi &= 1 - \frac{S + \frac{c}{b} \frac{P}{4} 2f}{\left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} (6f + \psi)} = 1 - \frac{S + \frac{1500}{2000} 4750 \times 0,0063}{\left(\frac{1500}{2000}\right)^2 3075 (6 \times 0,0063 + 0,001)} = \\ &= 0,664 - \frac{S}{66,9} \end{aligned}$$

Dans la déduction des formules de l'annexe IV, nous avons cependant supposé que la hauteur de nos ressorts déchargés est identique. Or nous voyons de la figure 19, qu'entre le point 0 théorique de notre ressort double et le point 0 du ressort simple, il y a une différence de niveau de 15,7 mm. Aux annexes III et IV, nous avons calculé la torsion L . Cette quantité augmenterait ou diminuerait d'une façon algébrique, suivant le signe, avec la dénivellation des ressorts. Mais il n'y a pas intérêt à faire un nouveau calcul, puisque nous savons que la fonction restera encore linéaire. Nous en connaissons un point : $\varphi_T = 0,9477$, et $S_p = 4,8$ mm ; nous savons aussi que la tangente de direction est 66,9. Avec ces données, nous avons dessiné, sur la fig. 20, la courbe de décharge définitive de la roue, appartenant à l'organe de suspension à ressorts doubles (ligne A). Nous avons également tracé la courbe de l'organe de suspension à un seul ressort, de la dureté ancienne : c'est la ligne B de notre figure. La ligne C représente enfin la courbe de décharge du wagon tombereau.

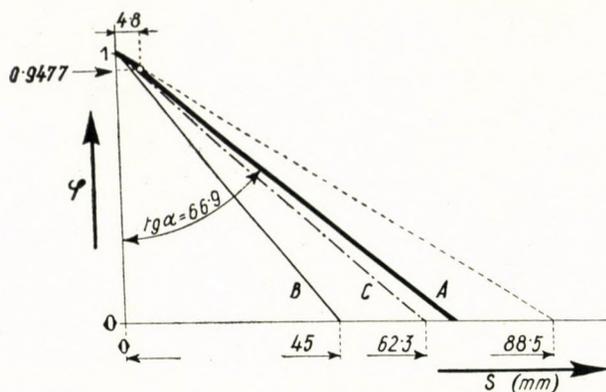


Fig. 20

On peut voir clairement, sur notre figure, que grâce au ressort double que nous avons choisi, le wagon-citerne rigide se comportera encore plus favorablement que le tombereau étudié, d'après le témoignage de la ligne brisée A.

b) Décharge de la roue en cas de rupture du ressort

N'ayant jusqu'ici examiné que des wagons, il nous faut maintenant étudier aussi des voitures, dont les ressorts sont, on le sait, beaucoup plus mous.

Comme exemple, nous avons choisi une voiture à deux essieux et à caisse en bois, aux caractéristiques suivantes :

tare	Q	22,390	kg
poids suspendu	P	19,590	kg
entr'axe des essieux	t	9,300	mm
flexibilité	f	0,0315	mm/kg
	psi	0,01	mm/kg
	c	1500	mm
	b	1970	mm

Avec ces données, la décharge de roue sera

$$\varphi = 1 - \frac{S}{(4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 Q/4} = 1 - \frac{S}{(4 \times 0,0315 + 0,01) \left(\frac{1500}{1970}\right)^2 5597,5} = 1 - \frac{S}{412}$$

La déviation du plan à considérer étant calculée d'après le chapitre IV. b, on obtient

$$S_p = \frac{9300}{300} + 5 = 36 \text{ mm}$$

et ainsi la charge de roue la plus défavorable :

$$\varphi = 1 - \frac{36}{412} = 0,912$$

dépasse sensiblement ce que nous avons calculé pour le wagon tombereau, au chapitre IVc.

Naturellement, la capacité de gauchissage $Z = 412$ mm de la voiture ne peut pas être entièrement utilisée, parce que le soulèvement ou l'abaissement du châssis par rapport à l'essieu monté ne sera possible qu'entre les deux mesures indiquées sur la fig. 21.

Qu'est-ce qui se passera en cas de rupture d'un ressort pendant le roulement? Supposons que la rupture se produit au coin D .

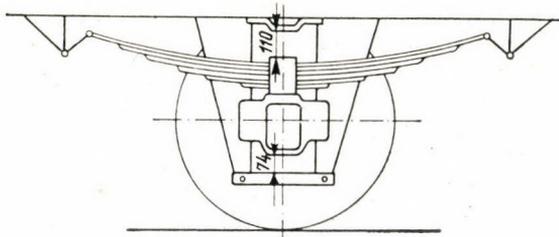


Fig. 21

La caisse de la voiture basculera autour de la diagonale $A - C$, jusqu'à ce qu'au coin D , le ressort à lames vienne s'asseoir sur la plaque de butée du ressort. Après cela, l'appui à D étant rigide, ce coin devra être calculé, à l'annexe IV, avec $f_4 = 0$ mm/kg. Mais pour que l'appui puisse exister à D , il faudra abaisser ce coin d'une valeur

$$\left(\frac{P}{4} f + 110 \right) = R$$

par rapport à l'état déchargé. En d'autres termes cela signifie que même sur une voie horizontale, on devra compter avec un gauchissage R de la voiture. C'est pourquoi, à l'annexe IV, une de nos équations prendra la forme

$$X + y_1 + y_2 = L = R + \frac{b}{c} S$$

mais cela ne causera aucune difficulté par la suite. Les résultats de l'annexe IV pourront encore être utilisés, moyennant cette seule modification qu'à la place de S , il faudra mettre partout la valeur

$$\left(S + \frac{c}{b} R\right) = S + \frac{1500}{1970} \left(\frac{19590}{4} 0,0315 + 110\right) = S + 202 \text{ (mm)}$$

Ainsi la décharge de la roue B est

$$\varphi = 1 - \frac{4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 (S + 202) - \frac{b}{c} Pf}{(3f + \varphi) Q} = 0,757 - \frac{S}{352}$$

donc même sur la voie la plus mauvaise, il subsistera encore 65,5% de la charge de roue

$$\varphi = 0,757 - \frac{36}{352} = 0,655$$

Ainsi, même avec un ressort brisé, la voiture étudiée circule avec plus de sûreté que le wagon tombereau examiné au chapitre précédent (où $\varphi = 63\%$).

En calculant suivant le même raisonnement les données du wagon tombereau, on trouverait qu'en cas de rupture d'un des ressorts, la charge de la roue se réduirait à 12% env., même sur palier, c'est-à-dire le wagon devrait être retiré du service.

Nous devons aussi contrôler, quel est le gauchissage du véhicule que permettent les possibilités de déplacement indiquées dans la figure 21. Pour cela, il suffit de déterminer les forces des ressorts A et B , ce que nous avons déjà fait dans les chapitres IV/d et V/a. En substituant les quantités de notre exemple, nous recevons les valeurs

$$A = 4897 + 4250(1 - \varphi) \text{ et } B = 4897 - 4250(1 - \varphi)$$

Puisqu'un abaissement de 110 mm est possible au coin A , et que cela correspond à un accroissement de $110 : 0,0315 = 3500$ kg de la force de ressort, il en résulte que la roue B peut se décharger jusqu'à $\varphi = 17,5\%$, pour que la bride du ressort vienne heurter la plaque de butée du ressort au coin A .

Suivant le même raisonnement, nous pouvons calculer une diminution de $74 : 0,0315 = 2350$ kg de la force de ressort, provenant de l'élévation de 74 mm au coin B , cette diminution correspondant à une décharge de roue $\varphi = 44,5\%$, toujours au-dessous des 65,5% calculés auparavant. Nous pouvons donc soutenir que, même avec son ressort brisé, notre voiture circulerait avec plus de sûreté que notre wagon tombereau. Ceci démontre encore la

sécurité de fonctionnement accrue des voitures, qualité qui leur est d'ailleurs nécessaire.

(La deuxième partie de l'étude paraîtra dans le prochain numéro.)

Annexe I

Description	Empatte- ment des essi- eux montés m	Facteur de gauchissage kg/mm
<i>a) Véhicules à deux essieux :</i>		
Tombereau rivé, bâti d'union	4,5	7—14
„ soudé, avec renfort du brancard, avec longerons extérieurs	6	135—250
„ soudé sans renfort du brancard.	5,3—6	12—22
„ rivé, avec parois basses	8	3—5
„ soudé, avec parois basses	8	5—7
Comme le précédent, mais avec longerons extérieurs	8	30—38
Tombereau rivé, avec parois basses	7	4—9
„ soudé, avec parois basses	7	8—10
Comme le précédent, avec renfort de brancard	8	33—55
Wagon couvert rivé	4,5	53—90
„ „ rivé	5,3	110—163
„ „ rivé	6	70—110
„ „ soudé	7	32—90
Comme le précédent, avec caisse plus longue	7	53—220
Wagon réfrigérant soudé ensemble avec caisse	7	360—600
„ couvert rivé avec parois à claire-voie	4,5	125—280
„ „ soudé avec parois à claire-voie	4,5	360—420
Wagon-citerne rivé	3,9	510—540
„ „ rivé	4,5	320—480
„ „ soudé	4,5	820—1000
Fourgon soudé	6	570—660
„ „ avec caisse métallique	7	360—400
„ „ avec caisse en bois	7	60—80
<i>b) Voitures à deux essieux :</i>		
Voiture avec caisse d'acier rivée	8,5	360—495
„ „ „ „ rivée	8,5	260—300
„ „ „ „ rivée	8,5	495—550

(D'après les données publiées dans l'article de SCHINKE—RAAB : Erfahrungen mit geschweißten Güterwagen der Normalbauart, paru dans Organ, N° du 15 juin 1936, p. 251.)

Annexe II

Détermination du gauchissage et du centre de gravité de la caisse

La répartition des charges, le gauchissage et le facteur spécifique de gauchissage de la caisse peuvent être déterminés par pesage. On y procède en plaçant les quatre points d'appui de la caisse sur quatre balances. Comme point d'appui, on prend de préférence les glissières latérales chez les véhicules à quatre essieux, et les plaques de butée du ressort chez les véhicules à deux essieux.

Le pesage s'effectue normalement sur des bogies de pesage, dont chacun comprend deux bras de balance. Au lieu de plateaux, ces deux bras disposés dans le bogie de pesage comportent chacun un point servant à l'appui. Avant le pesage, ceux-ci doivent être mis en position rigoureusement horizontale, à l'aide d'un niveau. Sur les deux bogies de pesage ainsi réglés, on place alors la caisse à mesurer. Les poids indiqués par les bras donnent, aux quatre points d'appui, les quatre forces de réaction d'appui provenant du poids de la caisse.

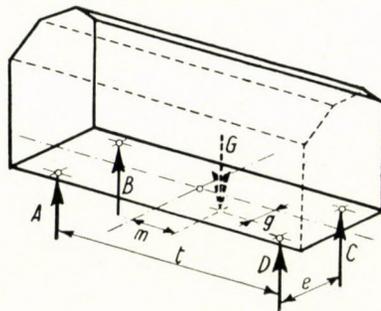


Fig. 22

Sur la figure 22, nous avons dessiné, vu de dessous, le cadre de la caisse d'un véhicule, avec les réactions d'appui $A-B-C-D$, et le poids G agissant au centre de gravité de la caisse. Le centre de gravité soit déplacé d'une mesure longitudinale m ou g dans les deux directions principales, par rapport à l'axe de symétrie.

En vue de déterminer les forces de réaction $A-B-C-D$, déplaçons le poids G dans l'axe de symétrie. Dans ce cas, nous devons compter aussi un couple de forces, dont le moment de rotation est

$$G\sqrt{m^2 + g^2}$$

Ce couple de forces peut être ramené à ses composants dans la direction de g et m , et ceux-ci auront alors les valeurs Gg et Gm .

En calculant avec la force G déplacée dans l'axe de symétrie et les composants des moments, les forces de réaction de l'appui seront :

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{G}{4} + \frac{G}{2} \frac{g}{e} - \frac{G}{2} \frac{m}{t} \\ B &= \frac{G}{4} - \frac{G}{2} \frac{g}{e} - \frac{G}{2} \frac{m}{t} \\ C &= \frac{G}{4} - \frac{G}{2} \frac{g}{e} + \frac{G}{2} \frac{m}{t} \\ D &= \frac{G}{4} + \frac{G}{2} \frac{g}{e} + \frac{G}{2} \frac{m}{t} \end{aligned} \right\} \text{(XXIV)}$$

Dans les caisses peuvent aussi se produire des gauchissages dus à la fabrication, désignés, sur la figure 23, par les moment $+M$ et $-M$. Le plan de ces moments peut être pris comme coïncidant avec le plan commun de deux paires de réactions d'appui, car la caisse du véhicule peut être considérée comme une construction tubulaire, et c'est dans ce sens que son gauchissage domine. Nous pouvons envisager ces moments de torsion comme des couples de forces $+H$ et $-H$ agissant sur un bras e . Les forces H sont, selon leurs signes, additionnées ou soustraites des réactions précédentes, et c'est ainsi que se produiront les quatre réactions d'appui aux valeurs définitives $A' = A - H$; $B' = B + H$; $C' = C - H$; et $D' = D + H$, que nous avons mesurées sur nos bogies de pesage.

Par un pesage unique des quatre forces de réaction, nous déterminerons l'excentricité g et m du centre de gravité et les moments de torsion M' et H définissant le gauchissage de la caisse.

D'après ce qui précède, $A' + D' = A + D$, et de même, $B' + C' = B + C$.

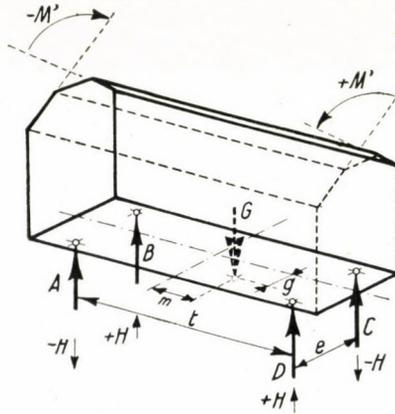


Fig. 23

Sur base de l'équilibre des moments,

$$(A + D) e = G \left(\frac{e}{2} + g \right) = (A' + D') e$$

donc

$$g = e \frac{A' + D' - \frac{G}{2}}{G} \tag{XXV}$$

où $G = A' + B' + C' + D'$. De même

$$(D + C) t = G \left(\frac{t}{2} + m \right) = (D' + C') t$$

$$m = t \frac{D' + C' - \frac{G}{2}}{G} \tag{XXVI}$$

Avec les valeurs de G , g et m ainsi obtenues, on peut aussi calculer, à l'aide des formules XXIV, les valeurs $A-B-C-D$, mais il suffit en général d'en déterminer une seule. Soit celle-ci par exemple la valeur B . De cette façon, on reçoit aussi le moment de torsion, car $H = B' - B$, et $M' = eH$.

En connaissant le déplacement du centre de gravité, nous pouvons établir si celui-ci reste entre les limites permises. S'il est trop grand, c'est par le déplacement de quelques pièces lourdes que l'on devra rapprocher le centre de gravité de l'axe de symétrie (déplacement du coffre d'accumulateurs sur le côté opposé, etc.).

Si le moment de gauchissage est cause d'une trop grande différence entre les charges de roues des essieux montés, on peut, en cas de caisses déjà construites, remédier à cette difficulté en plaçant une plaque d'assise au-dessous de l'un des points d'appui du châssis. Soit l'épaisseur de cette plaque d'assise w_1 . (Celle-ci doit être fixée par soudure ou par rivetage, car elle formera désormais une partie intégrante de la caisse bien construite.) L'épaisseur de la plaque d'assise ne peut évidemment pas dépasser une certaine limite, puisque des tolérances sont fixées pour la hauteur des tampons, et même avec une caisse gauchie, on doit respecter le gabarit pour véhicules. Ainsi le gauchissage ne peut pas transgresser les tolérances admises pour la construction.

Examinons maintenant la manière de déterminer l'épaisseur nécessaire de la plaque d'assise w_1 . Pour cela, nous devons connaître le facteur spécifique de gauchissage de la caisse, déterminable par un second pesage effectué de la façon déjà décrite. Quand nous avons terminé le premier pesage de la caisse posée sur les bogies de pesage, nous élevons l'un des bras de la balance d'une valeur x , pour déterminer le gauchissage spécifique. Si la construction de la balance rend cette manoeuvre impossible, nous plaçons une plaque d'assise de hauteur x entre le châssis du véhicule et la balance. De cette façon, nous aurons élevé un des coins de la caisse (celui qui supporte la moindre charge) par rapport aux trois autres. Avec cette élévation de valeur x , les réactions pesées aux appuis changeront forcément. Soient ainsi leurs valeurs obtenues au second pesage : A'' , B'' , C'' et D'' . Comme le centre de gravité de la caisse est resté à la même place (nous pouvons négliger le déplacement minime du centre de gravité qui résulte de l'élévation x), les réactions $A-B-C-D$ ne changent pas, le moment de torsion seul prendra la valeur $M'' = eH''$.

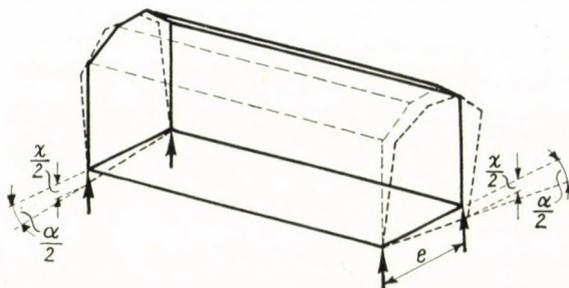


Fig. 24

D'après ce qui précède, $B'' = B + H''$, et ainsi $H'' = B'' - B$. Ainsi, nous avons aussi obtenu la valeur de M'' . De la figure 24 (où pour plus de clarté, les parties du véhicule se trouvant au-delà des appuis n'ont pas été dessinées), il apparaît que, sous l'effet de la différence des moments de torsion $M' - M''$, les plans transversaux du véhicule aux deux appuis ont effectué, l'un par rapport à l'autre, un déplacement angulaire d'une valeur globale de $2\alpha/2$.

(Pour les deux fronts, nous avons compté avec un déplacement $x/2$ par rapport à la position médiane, ce qui correspond à un déplacement global x , selon la figure. De même, nous avons désigné par $\frac{\alpha}{2}$ le déplacement angulaire d'un front par rapport à la position médiane):

$$\frac{x}{2e} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

Vu qu'il s'agit d'angles de faible ouverture :

$$2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \simeq \operatorname{tg} \alpha$$

En outre les valeurs de petits angles exprimés en radians peuvent être considérées comme équivalentes à leurs tangentes

$$\frac{x}{e} \simeq \operatorname{tg} \alpha \simeq \alpha_{\text{Rad}}$$

Ce déplacement angulaire α_{Rad} s'est produit comme effet du moment de torsion $M' - M''$. Le moment de torsion nécessaire pour le déplacement angulaire d'une unité est ainsi

$$\Phi \text{ (mkg/Rad)} = \frac{M' - M''}{\alpha_{\text{Rad}}} = \frac{M' - M''}{x} e$$

Si nous voulons assurer qu'aucune charge symétrique provenant du gauchissage de la caisse n'agisse sur le train de roulement du véhicule, nous devons empêcher la formation d'un couple de forces H' , c'est-à-dire il faut accomplir un déplacement angulaire

$$\beta_{\text{Rad}} = \frac{M'}{\Phi_{\text{Rad}}}$$

Or, c'est la hauteur w_1 de la plaque d'assise qui déterminera ce déplacement angulaire

$$\text{tg } \frac{\beta}{2} = \frac{w_1}{2e}; w_1 \simeq e \text{ tg } \beta \simeq e \beta_{\text{Rad}} = e \frac{M'}{\Phi_{\text{Rad}}} = e M' \frac{X}{(M' - M'')e} = \frac{M'}{M' - M''} X$$

$$\frac{w_1}{X} \simeq \frac{M'}{M' - M''} \quad \text{ou} \quad w_1 = X \frac{H'}{H' - H''}$$

De cette façon nous avons donc déterminé, par le deuxième pesage, l'épaisseur w_1 de la plaque d'assise à appliquer. Il nous faut cependant faire remarquer, que pendant le gauchissage de la caisse se produisent aussi des frottements internes, qui rendent le diagramme forcé-déplacement du processus de gauchissage semblable à la caractéristique des ressorts de frottement, des ressorts à lames par exemple. Cette intervention rend plus incertaine l'évaluation des résultats de pesage et infirme l'exactitude des résultats déduits. Aussi est-il utile de faire plusieurs mesures avec des plaques de hauteurs différentes ou, s'il existe un doute, de faire le diagramme total de déplacement-force du gauchissage de la caisse, en épaississant, puis amincissant graduellement les plaques d'assise. Entretemps, il faut naturellement veiller à ce que l'enregistrement se fasse toujours dans le même sens, c'est-à-dire qu'après une charge plus grande produite à l'un des coins de la caisse par un épaississement des plaques d'assises, il n'intervienne pas une décharge de ce même coin (par suite de fausses manoeuvres éventuelles), si l'on veut encore augmenter la charge.

Pour illustrer ce qui précède, prenons ici un exemple puisé dans la pratique de la construction des véhicules : on a aménagé, à titre d'essai, des compartiments de bar dans des caisses neuves. Les réactions de l'une des caisses de voiture étaient, au premier pesage : $A' = 4030 \text{ kg}$; $D' = 8260 \text{ kg}$; $C' = 2900 \text{ kg}$; $B' = 6990 \text{ kg}$; $e = 1650 \text{ mm}$; distance entre pivots de bogies $t = 15\,200 \text{ mm}$.

De ces données, nous avons : $g = 89 \text{ mm}$ et $M = 48 \text{ mm}$, ainsi que $A = 6106 \text{ kg}$, $D = 6176 \text{ kg}$, $C = 4984 \text{ kg}$, $B = 4914 \text{ kg}$, $H' = 2084 \text{ kg}$. Entre les deux réactions survenues à l'une des extrémités de la caisse du véhicule, il y a donc une différence de $6176 - 4984 = 1192 \text{ kg}$. C'est plus que 10% de la somme des deux réactions, c'est-à-dire de la charge d'essieu.*

$$6176 - 4984 > 0,1 (6176 + 4984)$$

Cette différence de réaction apparaîtrait aussi dans la charge de roue d'une façon presque identique, quoique la tare du bogie supposée d'une répartition symétrique, amoindrirait la différence de pourcentage entre les charges de roues. Toutefois, si nous voulions maintenir une différence maximum de 10% entre les charges de roues, il faudrait déplacer le centre de gravité, vu que d'autres asymétries se présentent aussi dans la construction du véhicule,

* Nous pouvons considérer la différence de 10% des charges de roue (entre les deux roues d'un même essieu monté) comme un mode assez simple du contrôle de la sécurité contre le déraillement. La solution théorique du problème est du reste indépendante de cette quantité.

provenant par exemple des inexactitudes de fabrication du bogie, du train de roulement ou de l'organe de suspension. C'est pourquoi il ne faudrait pas épuiser totalement la marge d'inexactitude max. de 10% par la seule excentricité du centre de gravité, en oubliant les tolérances qui existent sûrement dans les autres parties du véhicule.

En soulevant le coin C de 6 mm, les réactions se sont modifiées de la façon suivante : $A'' = 6840$ kg ; $D'' = 5370$ kg ; $C'' = 6000$ kg ; $B'' = 4060$ kg.

La charge totale de la caisse est maintenant : $S'' = 22270$ kg, tandis qu'au premier pesage, nous avons reçu $S' = 22180$ kg, à cause de l'inexactitude des balances. Comme nous devons compter non seulement avec cette inexactitude et l'imprécision résultant de la conduite des mesures, mais aussi avec les frottements produits lors du gauchissage de la caisse, nous ne saurions nous attendre à obtenir des valeurs plus exactes. Il est donc plus utile d'évaluer séparément chaque pesage, et de n'utiliser le résultat global des deux pesages que quand il en est besoin, c'est-à-dire lors du calcul du facteur spécifique de gauchissage.

Nous évaluons les données du deuxième pesage par le même calcul que celles du premier. Il suffira donc de n'écrire ici que les résultats : $g = 79$ mm ; $m = 153$ mm ; $A = 5996$ kg ; $D = 6214$ kg ; $C = 5156$ kg ; $B = 4904$ kg ; $H' = 844$ kg. A un soulèvement de 6 mm sur le bras e correspond une force de $(2084 + 844) = 2928$ kg. Parmi les valeurs g , m , H' des deux pesages, c'est surtout m qui présente une forte différence. La valeur de m ne représente cependant que 2% environ par rapport à la mesure $t/2$, et peut être ainsi négligée. Par contre, la valeur de g est environ 10% de celle de $e/2$.

Des deux pesages, on peut déjà déterminer le soulèvement du coin nécessaire pour faire cesser le gauchissage. Pour faire disparaître la force gauchissante originale de 2084 kg il faut soulever un coin de

$$w_1 = 6 \frac{2084}{2928} \simeq 4 \text{ mm}$$

Pour ramener donc les charges des deux roues de chaque essieu monté de notre caisse à une valeur à peu près équivalente, il nous faut élever le coin A ou C de 4 mm, et rapprocher le centre de gravité du centre de symétrie dans la direction g , par déplacement de quelques pièces lourdes, faisant partie de l'appareillage du véhicule. Pour faire cesser l'excentricité dans la direction g , on doit assurer un déplacement de poids d'un moment de $22\ 180 \times 89 = 1\ 980\ 000$ mmkg d'après le premier pesage, et de $22\ 270 \times 79 = 1\ 760\ 000$ mm/kg d'après le second pesage.

En guise de contrôle, nous avons fait peser la caisse d'un autre véhicule de même type. Les résultats de ces pesages sont :

premier pesage :

$A' = 7290$ kg ; $D' = 4580$ kg ; $C' = 6370$ kg ; $B' = 3770$ kg ; $G = 22\ 010$ kg ; $g = 65$ mm ; $m = -38$ mm ; $D = 5906$ kg ; $H' = -1326$ kg.

deuxième pesage :

$A'' = 5960$ kg ; $D'' = 5950$ kg ; $C'' = 5100$ kg ; $B'' = 4900$ kg. Lors de ce pesage, le coin B était soulevé de 2 mm. $G = 21\ 910$ kg ; $g = 72$ mm ; $m = 66$ mm ; $D = 5999$ kg ; $H' = -49$ kg ; une élévation $w_1 = 2$ mm est nécessaire.

A la comparaison des résultats des deux voitures de même type, il apparaît que :

1. le déplacement du centre de gravité dans la direction m varie d'un cas à l'autre, mais sa valeur est minime et ne peut pas être séparée des inexactitudes de mesure ;
2. le gauchissage constitue naturellement une caractéristique individuelle de chaque véhicule, aussi faut-il le mesurer et y remédier individuellement pour chaque cas ;
3. contrairement à ces deux caractéristiques, le déplacement du centre de gravité dans la direction m est probablement un défaut inhérent au type du véhicule, puisque nous avons obtenu des valeurs presque identiques lors des deux pesages. Il est donc utile d'effectuer le déplacement des charges ci-dessus calculé pour chaque véhicule appartenant à ce type.

Annexe III

(Véhicules à deux essieux)

$$A + B = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right); \quad Ab - M - P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) \left(\frac{b}{2} + o \right) = 0$$

$$\begin{aligned} M &= \left[\frac{Q}{2} \left(1 - \frac{\varphi}{2} \right) - P \frac{m}{t} \right] \frac{c}{2} - \varphi \frac{Q}{4} \frac{c}{2} - P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) o = \\ &= \frac{Q}{4} (1 - \varphi) c - P \frac{m}{t} \frac{c}{2} - P o \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) \end{aligned}$$

$$C + D = P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right); \quad Cb - M - P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right) \left(\frac{b}{2} - o \right) = 0$$

$$X = f(A - B); \quad y_2 = f(C - D); \quad y_1 = \psi \frac{M}{b} - w_0;$$

$$X + y_1 + y_2 = L; \quad L \frac{c}{b} = S$$

Nous nous débarrassons d'abord, dans nos formules, des forces de ressorts inconnues $A - B - C - D$, et exprimons les valeurs X, y_1, y_2 , en fonction du moment M .

$$\begin{aligned} A &= \frac{M}{b} + P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{o}{b} \right); \quad A - B = 2A - P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) = \\ &= 2 \frac{M}{b} + 2 \frac{o}{b} P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{M}{b} + P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{o}{b} \right); \quad C - D = 2C - P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right) = \\ &= 2 \frac{M}{b} - 2 \frac{o}{b} P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right) \end{aligned}$$

Avec les relations ainsi obtenues, nous pouvons déjà exprimer S en fonction du moment M

$$\frac{b}{c} S = 2f \frac{M}{b} + 2f \frac{o}{b} P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) + \psi \frac{M}{b} - w_0 + 2f \frac{M}{b} - 2f \frac{o}{b} P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t} \right)$$

$$\frac{b}{c} S = (4f + \psi) \frac{M}{b} - 4f \frac{o}{b} \frac{m}{t} P - w_0$$

ou en substituant la valeur du moment M

$$\begin{aligned} S &= (4f + \psi) \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{Q}{4} (1 - \varphi) - (4f + \psi) \frac{co}{b^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t} \right) P - (4f + \psi) \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{m}{2t} P - \\ &\quad - 4f \frac{co}{b^2} \frac{m}{t} P - \frac{c}{b} w_0 \end{aligned}$$

$$S = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{Q}{4} (1 - \varphi) - (4f + \psi) \left(\frac{c}{b} \right)^2 P \left(\frac{o}{2c} + \frac{m}{2t} \right) + \psi \left(\frac{c}{b} \right)^2 \frac{o}{c} \frac{m}{t} P - \frac{c}{b} w_0$$

$$\varphi (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} - (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 P \left(\frac{o}{2c} + \frac{m}{2t}\right) +$$

$$+ \psi \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{o}{c} \frac{m}{t} P - \frac{c}{b} w_0 - S$$

$$\varphi = 1 - \left(\frac{2o}{c} + \frac{2m}{t}\right) \frac{P}{Q} - \frac{4 \frac{b}{c} w_0 + 4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 S - 4 \psi \frac{o}{c} \frac{m}{t} P}{(4f + \psi) Q}$$

Si la charge des roues s'abaisse jusqu'à zéro, nous obtenons la capacité de gauchissage totale du véhicule, qui donne, de la formule S ci-dessus :

$$Z = (S)_{\varphi=0}$$

$$Z = (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} - (4f + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 P \left(\frac{o}{2c} + \frac{m}{2t}\right) + \psi \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{o}{c} \frac{m}{t} P - \frac{c}{b} w_0$$

$$B = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) - A = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) - \frac{M}{b} + P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{o}{b}\right)$$

$$B = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) + P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{o}{b}\right) - \frac{Q}{4} \frac{c}{b} (1 - \varphi) + \frac{P}{2} \frac{c}{b} \frac{m}{t} + P \frac{o}{b} \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right)$$

$$B = \frac{P}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) + \frac{P}{2} \frac{c}{b} \frac{m}{t} - \frac{Q}{4} \frac{c}{b} (1 - \varphi)$$

Annexe IV

(Véhicules à deux essieux avec quatre ressorts différents)

Nos formules de base sont identiques à celles données à l'annexe III, excepté les formules de X et y₂, où nous devons prendre en considération les différentes flexibilités des ressorts

$$A + B = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right); M = \frac{Q}{4} (1 - \varphi) c - P \frac{m}{t} \frac{c}{2} - P_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right)$$

$$C + D = P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t}\right); A = \frac{M}{b} + P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{o}{b}\right);$$

$$B = P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{o}{b}\right) - \frac{M}{b}$$

$$C = \frac{M}{b} + P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{o}{b}\right);$$

$$D = P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{o}{b}\right) - \frac{M}{b}$$

$$X = Af_1 - Bf_2; y_2 = Cf_3 - Df_4; y_1 = \psi \frac{M}{b} - w_0; X + y_1 + y_2 = L; L \frac{c}{b} = S$$

$$X = \frac{M}{b} (f_1 + f_2) + \frac{P}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) (f_1 - f_2) + P \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{t}\right) \frac{o}{b} (f_1 + f_2)$$

$$y_2 = \frac{M}{b} (f_3 + f_4) + \frac{P}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t}\right) (f_3 - f_4) - P \left(\frac{1}{2} + \frac{m}{t}\right) \frac{o}{b} (f_3 + f_4)$$

$$\frac{b}{c} S = \frac{M}{b} (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) + \frac{P}{4} (f_1 - f_2 + f_3 - f_4) - \frac{P}{2} \frac{m}{t} (f_1 - f_2 - f_3 + f_4) + \\ + \frac{P}{2} \frac{o}{b} (f_1 + f_2 - f_3 - f_4) - P \frac{m}{t} \frac{o}{b} (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) - w_0$$

En substituant les fonctions du moment M et employant une expression abrégée à la place des sommes des constantes de ressorts, on a

$$\Sigma_1 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi; \quad \Sigma_2 = f_1 - f_2 + f_3 - f_4; \quad \Sigma_3 = f_1 - f_2 - f_3 + f_4; \\ \Sigma_4 = f_1 + f_2 - f_3 - f_4; \quad \Sigma_5 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

$$S = \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} (1 - \varphi) \Sigma_1 + \frac{c}{b} \frac{P}{4} \Sigma_2 - \frac{P}{2} \frac{m}{t} \left[\left(\frac{c}{b}\right)^2 \Sigma_1 + \frac{c}{b} \Sigma_3 \right] + \frac{P}{2} \frac{co}{b^2} (\Sigma_4 - \Sigma_1) - \\ - P \frac{m}{t} \frac{co}{b^2} (\Sigma_5 - \Sigma_1) - \frac{c}{b} w_0$$

$$S = \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} (1 - \varphi) (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) + \frac{c}{b} \frac{P}{4} (f_1 - f_2 + f_3 - f_4) - \\ - \frac{c}{b} \frac{P}{2} \frac{m}{t} \left[\frac{c}{b} (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) + (f_1 - f_2 - f_3 + f_4) \right] - \\ - \frac{co}{b^2} \frac{P}{2} (2f_3 + 2f_4 + \psi) + \frac{co}{b^2} \frac{m}{t} P \psi - \frac{c}{b} w_0 \\ \varphi = 1 - \frac{2m}{t} \frac{P}{Q} - \frac{\frac{b}{c} \frac{2m}{t} P (f_1 - f_2 - f_3 + f_4) + \frac{2o}{c} P (2f_3 + 2f_4 + \psi) + 4 \frac{b}{c} w_0}{(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) Q} - \\ - \frac{4 \left(\frac{b}{c}\right)^2 S - 4 \frac{o}{c} \frac{m}{t} \psi P - \frac{b}{c} P (f_1 - f_2 + f_3 - f_4)}{(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) Q}$$

$$Z = [S]_{\varphi=0}$$

$$Z = (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{Q}{4} + \frac{c}{b} \frac{P}{4} (f_1 - f_2 + f_3 - f_4) + \frac{co}{b^2} \frac{m}{t} P \psi - \\ - \left(\frac{c}{b}\right)^2 P \frac{m}{2t} \left[(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \psi) + \frac{b}{c} (f_1 - f_2 - f_3 + f_4) \right] - \\ - \frac{co}{2b^2} P (2f_3 + 2f_4 + \psi) - \frac{c}{b} w_0$$

RÉSUMÉ

Un véhicule de chemin de fer doit avoir une certaine capacité d'adaptation aux dénivellations de la voie, pour pouvoir circuler avec sécurité sur les affaissements. Cette capacité d'adaptation est équivalente à celle de gauchissage du véhicule. La capacité de gauchissage est ainsi en corrélation étroite avec la sécurité contre le déraillement; il importe aussi de la déterminer pour le contrôle des sollicitations dans les différentes parties du véhicule.

Il y a quelques années, l'auteur a publié une étude pour véhicules à deux essieux, dans laquelle la capacité de gauchissage a été examinée au point de vue du déraillement (La question des déraillements — Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des Chemins de fer, Bruxelles, N° de décembre 1952). Mais parmi les véhicules modernes, ceux à bogies sont déjà de beaucoup les plus nombreux, aussi a-t-il semblé nécessaire de déterminer la capacité de gauchissage des véhicules à quatre et plusieurs essieux.

Tandis que chez les véhicules à deux essieux la valeur du gauchissage du véhicule et le risque de déraillement sont donnés uniquement par la valeur simple du défaut de la voie (que l'auteur nomme «déviation du plan»), dans le cas des véhicules à quatre et plusieurs essieux, on doit tenir compte de la déviation dite «transformée» du plan, semblable à la première, mais calculée à partir des données du véhicule et de celles de la voie.

La première et deuxième partie de l'étude contient la méthode de calcul du gauchissage des véhicules de construction classique. Les constructeurs y reçoivent des formules toutes prêtes pour calculer le gauchissage, en même temps qu'une méthode pour sa détermination au moment de l'établissement des projets de constructions nouvelles. Les exemples numériques tirés de la pratique seront donnés dans la troisième partie de l'étude.

DIE VERWINDUNG VON EISENBAHNWAGEN (ENTGLEISUNGS-UNTERSUCHUNGEN) I.

P. KERESZTY

ZUSAMMENFASSUNG

Eisenbahnfahrzeuge müssen auch ein gewisses Maß von Geländegängigkeit haben, um auch über Vertiefungen der Geleise betriebssicher verkehren zu können. Die Geländegängigkeit ist identisch mit der Verwindungsfähigkeit der Fahrzeugkonstruktion. Die Verwindungsfähigkeit hängt daher eng mit der Sicherheit des Fahrzeugs gegen Entgleisung zusammen und auch bei der Festigkeitsuntersuchung der einzelnen Fahrzeugbestandteile muß die Verwindungsfähigkeit bestimmt werden.

Vor Jahren hat der Verfasser eine Studie über zweiachsige Fahrzeuge ausgearbeitet, in welcher er die Verwindungsfähigkeit vom Standpunkt der Entgleisungsuntersuchungen behandelt (The Question of Derailments. Bulletin of the International Railway Congress Association, Brussels, 1952 December). Unter den modernen Wagen der Eisenbahnen überwiegen aber heute schon die Drehgestellwagen und daher zeigte sich die Notwendigkeit, auch die Verwindungsfähigkeit der vier- und mehrachsigen Wagen zu bestimmen.

Während für zweiachsige Wagen für die Verwindung der Wagenkonstruktionen und die Entgleisungsgefahr der einfache Wert des Bahnfehlers maßgebend ist (welchen der Verfasser »Ebenenabweichung« nennt), ist im Falle von vier- und mehrachsigen Wagen eine ähnliche, aber aus den Wagen- und Geleisedaten umgerechnete, sogenannte »umgewertete« Ebenenabweichung in Betracht zu ziehen.

Im I. und II. Teil der Arbeit wurde das Berechnungsverfahren für die klassischen Wagenkonstruktionen ausgearbeitet. Die Fahrzeugkonstruktöre bekommen fertige Formeln für die Bestimmung der Verwindungsfähigkeit in die Hand und zugleich eine Methode, um die Verwindungsfähigkeit der von ihnen entworfenen neuen Fahrzeugkonstruktionen zu bestimmen. Der Praxis entnommene Zahlenbeispiele werden im III. Teil der Arbeit veröffentlicht.

TWISTING CAPACITY OF RAILWAY CARRIAGE STRUCTURES (INVESTIGATION OF DERAILMENT) I.

P. KERESZTY

SUMMARY

Railway vehicles must have a certain ability of cross-country running, in order to run safely over deeper points of the track. The cross-country running ability is identical with the twisting capacity of the vehicle structure, which later therefore is closely connected to the safety against derailment, and it is necessary to determine it also when checking the structural strength of certain vehicle components.

For two-axled carriages, the author has published a paper, years ago, which deals with the twisting capacity from the point of view of derailment investigations (The Question of Derailments. — Bulletin of the International Railway Congress Association, Brussels, 1952, December). But to-day, bogie carriages prevail amongst the modern railway vehicles

and therefore it became necessary to investigate the twisting capacity of the four- and more-axled carriages.

While with two-axled carriages, the simple value of the track fault (termed by the author „deviation from plane”) determines the twisting of the carriage structure and the danger of derailment as well, with four- and more-axled carriages a similar deviation from plane must be considered which is calculated taking into account the data of the carriage and of the track, and called „converted” deviation.

In the first and in the second part, the method of computing the twisting of classical railway structures is elaborated. In this, carriage designers get ready formulae for computing the twisting capacity and also a method for determining it for new vehicle structures designed by them. Numerical examples taken from practice will be communicated in the third part of the paper.

СКРУЧИВАНИЕ КАРКАСОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ВАГОНОВ (ИССЛЕДОВАНИЯ СЛУЧАЕВ СХОДА С РЕЛЬС) I.

П. КЕРЕСТИ

РЕЗЮМЕ

Железнодорожный подвижной состав должен обладать до некоторой степени также известной проходимостью, чтобы в случае имеющихся на рельсовых путях выбоин (неровностей) была бы обеспечена безопасность движения. Проходимость тождественна скручиваемости конструкции подвижного состава. Следовательно, скручиваемость тесно с исключением возможности схода с рельс, и ее необходимо определить также для контрольного исследования прочности отдельных деталей транспортных средств.

Автор несколько лет тому назад производил исследование двухосных вагонов, в котором он рассматривал скручиваемость с точки зрения анализа случая схода с рельс. (*The Question of Derailments. — Bulletin of the International Railway Congress Association, Brussel 1952 December*) Однако, сейчас среди современных железнодорожных вагонов преобладают вагоны с поворотной тележкой и поэтому необходимо определить также скручиваемость четырех- и многоосных вагонов.

Пока в случае двухосных вагонов для скручиваемости конструкции вагонов, а также для опасности схода с рельс характерны простые величины дефектов пути (которые называются автором «эксплозкостными»), то в случае четырех- и многоосных вагонов следует учитывать аналогичную эксплозкостность, но пересчитанную на основе данных вагона и путей, т. е. так называемую «переоцененную» эксплозкостность.

В I. и II. части разработан метод расчета скручивания вагонов классической конструкции. Здесь конструкторы транспортных средств найдут готовые формулы для определения скручиваемости, а также метод для определения скручиваемости своих новых конструкций. Числовые примеры, взятые из практики, приведены в III части.

KREISRING- UND KUGELFLÄCHENFÖRMIGE SCHALE ÜBER VIERECKIGEM GRUNDRISS

E. DULÁCSKA

PLANUNGS-UNTERNEHMEN »BUVÁTI«, BUDAPEST

[Eingegangen am 9. April 1958]

Einleitung

Die Entwicklung der Bautechnik bringt ein immer größeres Umsichgreifen der Vorfertigung der Baukonstruktionen mit sich. Das Verlangen nach Vorfertigung meldet sich auch auf dem Gebiete der Schalenträgerwerke aus

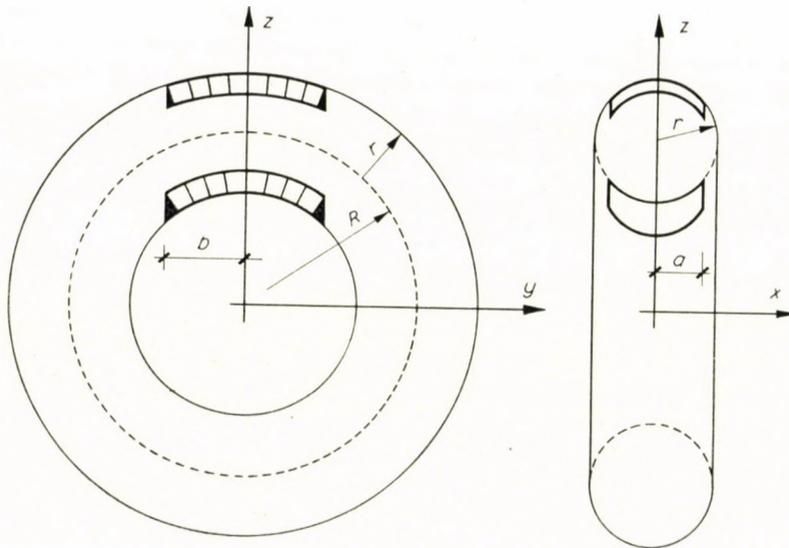


Abb. 1

Stahlbeton. Im allgemeinen ist die Vorfertigung von Schalenträgerwerken kleineren Ausmaßes üblich, welche mit Hilfe der an den Baustellen verwendeten Hebe­maschinen an ihren Bestimmungsort eingehoben bzw. versetzt werden können.

Bei Schalenträgerwerken großen Ausmaßes löst man das Problem der Vorfertigung auf solche Weise, daß man die Schale aus mehreren vorgefertigten Stücken herstellt, die einzelnen Fertigteile der Schale werden dann nach vollzogener Versetzung an ihrer Einbaustelle miteinander verbunden. Es ist selbstverständlich, daß die Vorfertigung von Kleinelementen nur dann wirt-

schaftlich ist, wenn diese Fertigteile einander gleichen und mittels ein und derselben Schalungsschablone reihenweise vorgefertigt werden können.

Bei über viereckigem Grundriß herzustellenden Kuppelschalen kann dieser Forderung so entsprochen werden, daß man kreisringflächenartige Schalen bildet, welche so hergestellt werden, daß die den Viereckgrundriß

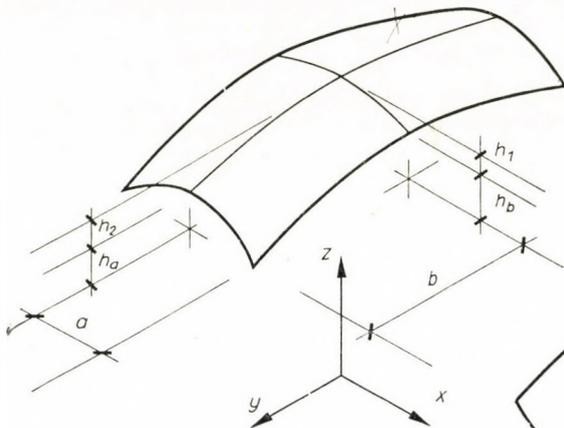


Abb. 2

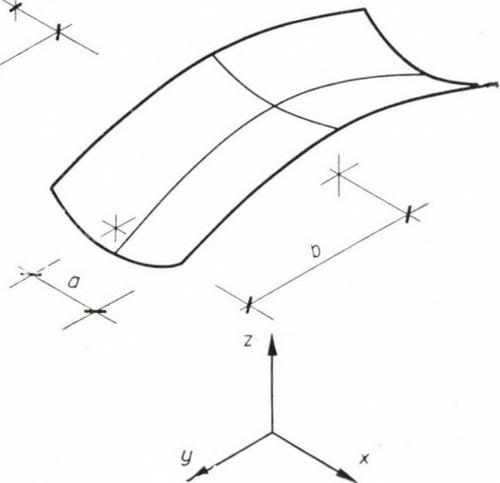


Abb. 3

umgrenzenden vertikalen Ebenen aus dem Kreisring ein Flächenstück heraus-schneiden. Auf diese Weise erhält man die aus der Abb. 1 ersichtlichen zwei Flächenarten. Die obere — die aus der Außenseite des Kreisringes heraus-geschnittene Fläche — ist eine, über einem viereckigen Grundriß liegende elliptische Kuppel (Abb. 2), während die untere — die aus der Innenseite des Kreisringes herausgeschnittene Fläche — eine, über einem viereckigen Grundriß aufgebaute hyperbolische Fläche ist (Abb. 3). Bei beiden Flächen kann die ganze Schale — die an den Ecken liegenden, in Abb. 1 dunkel angedeuteten, verhältnismäßig kleinen Flächenteile ausgenommen — in gleiche Segmente aufgeteilt werden, und dies ermöglicht von den Ecken abgesehen die Her-stellung der Schale aus einander gleichen Fertigteilen.

In der Folge behandeln wir die Bestimmung der Membrankräfte solcher kreisringflächenförmiger Schalen.

Die Geometrie der Schalenfläche

Die Gleichung der Mittelfläche der in Abb. 1 dargestellten Schale lautet:

$$z = \sqrt{(R \pm \sqrt{r^2 - x^2})^2 - y^2}.$$

Wenn man innerhalb der Klammern vor dem Wurzelzeichen das positive Vorzeichen wählt, erhält man die obere elliptische Fläche (Abb. 2), wählt man dagegen das negative Vorzeichen, so erhält man die untere hyperbolische Fläche (Abb. 3). Wenn für den Wert von R Null eingesetzt wird, erhält man eine Kugel vom Halbmesser r .

Die im weiteren benötigten partiellen Differentialquotienten erster und zweiter Ordnung der Fläche lauten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial y} &= -\frac{y}{z}; & \frac{\partial z}{\partial x} &= -\frac{x}{z} \left(1 \pm \frac{R}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right). \\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} &= -\frac{1}{z} \left(1 + \frac{y^2}{z^2} \right); & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} &= -\frac{xy}{z^3} \left(1 \pm \frac{R}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right); \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} &= -\frac{1}{z} \left[1 \pm \frac{R}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left(1 + \frac{x^2}{r^2 - x^2} \right) \right] - \\ & & & -\frac{x^2}{z^3} \left(1 \pm \frac{R}{\sqrt{r^2 - x^2}} \right)^2. \end{aligned}$$

In praktischen Fällen darf die Neigung des Schalenrandes 45° nicht überschreiten, weil die Isolierung sonst abrutscht. Wenn man diesen Umstand in Betracht zieht, so ist der maximale Fehler, der infolge der Vernachlässigung des zweiten Gliedes in der Formel von $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ entsteht, kleiner als 1%, was jedoch gestattet werden kann. Hieraus folgt daher:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \approx -\frac{1}{z} \left[1 \pm \frac{R}{\sqrt{r^2 - x^2}} \left(1 + \frac{x^2}{r^2 - x^2} \right) \right].$$

Annahmen

Die Ebenen (x, y) und (y, z) sind Symmetrieebenen der Schale.

Die Schalen stützen ideal halbstarre Randträger, welche senkrecht zu ihrer Ebene keinen Widerstand leisten können, dieselben tragen die Schale nur mittels der in ihren eigenen Ebenen wirkenden Schubkräfte.

Als Belastung ist eine zu den Achsen x und y symmetrische, verteilte Last angenommen.

Bei der Bestimmung der Membrankräfte werden die an den Schalenrändern aus dem Formänderungszwang entstehenden, mit dem Membranzustand unvereinbaren Störungen vernachlässigt. Diese Störungen werden in diesem Aufsatz nicht behandelt.

Die Spannkkräfte

Wie bekannt, sind die auf die Grundebene bezüglichen Projektionen der Spannkkräfte die partiellen Differentialquotienten zweiter Ordnung der Spannungsfunktion $F = F(x, y)$, daher ist:

$$s_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; \quad s_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}; \quad s_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2};$$

ferner besteht auch die bekannte Gleichgewichts-Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -q(x, y). \quad (1)$$

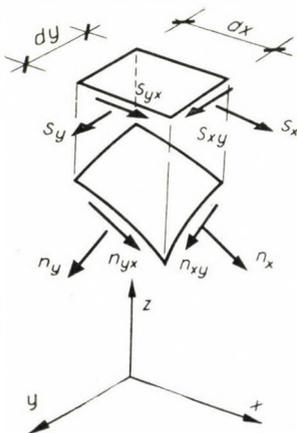


Abb. 4

Hier ist $q(x, y)$ die Belastungsfunktion, welche aus der Summe der Schneelast und des Eigengewichtes besteht. Ist daher g das Eigengewicht der Flächeneinheit der Schale und p die Schneelast, so ist:

$$q(x, y) = p + g \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}.$$

Zwischen den tatsächlichen Spannkkräften und deren Projektionen bilden die folgenden Zusammenhänge eine Verbindung:

$$n_x = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}} \cdot s_x; \quad n_y = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}} \cdot s_y;$$

$$n_{xy} = s_{xy}.$$

Die Erfüllung der Randbedingung der Seitendrucklosigkeit erfordert, daß F am Rande konstant sei, oder aber, was vom Gesichtspunkt der Spannkkräfte dasselbe bedeutet, daß am Rande $F = 0$ sei.

Man nähere sich der Spannungsfunktion durch ein solches allgemeines Polynom, welches diese Bedingung erfüllt. Es sei F durch das folgende Polynom gegeben:

$$F = \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} C_{m,n} (a^m - x^m) (b^n - y^n) \quad \left. \begin{array}{l} m = 2, 4, 6, \dots \\ n = 2, 4, 6, \dots \end{array} \right\} \quad (2)$$

Die partiellen Differentialquotienten zweiter Ordnung der Spannungsfunktion sind:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=2}^{\infty} -C_{m,n} \cdot m(m-1) x^{m-2} \cdot (b^n - y^n); \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} -C_{m,n} \cdot n(n-1) y^{n-2} \cdot (a^m - x^m); \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{n=2}^{\infty} C_{m,n} \cdot m \cdot n \cdot x^{m-1} \cdot y^{n-1}. \end{array} \right\} \quad (3)$$

Nachdem die Belastung symmetrisch ist, wurde F ebenfalls als symmetrisch angenommen, m und n können daher nur gerade Zahlen sein. Die Konstanten $C_{m,n}$ werden auf Grund der Bedingung bestimmt, daß F die Schalengleichung (1) zu befriedigen hat. Zur Bestimmung der Konstanten schreibt man für eine beliebige Zahl von Punkten eines Schalenviertels die Schalengleichung (1) auf, und nimmt so viele Glieder des Polynoms F in Betracht, als Punkte zur Untersuchung stehen. Auf diese Weise erhält man so viele Gleichungen, als man Konstanten hat. Das Gleichungssystem wird nun für die Konstanten $C_{m,n}$ gelöst. Dieses Verfahren, die sogenannte Collocation ist zwar ein Näherungsverfahren, liefert jedoch ein praktisch befriedigendes Ergebnis. Wie man sieht, besteht die Annäherung darin, daß das mittels des angenommenen F und der Differentialgleichung berechenbare q_x im allgemeinen nur an den Teilungspunkten dem gegebenen q gleich ist. Zur Untersuchung der Güte der Annäherung kann daher der Wert des quadratischen Mittelfehlers angewendet werden, welcher in Prozenten ausgedrückt nach folgender Formel zu berechnen ist:

$$h \text{ ‰} = 100 \cdot \sqrt{\frac{\int_0^T (q - q^*)^2 dT}{\int_0^T q^2 dT}}$$

Hier bedeutet q^* die mit Hilfe der aus einer endlichen Zahl von Gliedern bestehenden Funktion F ausgeglichene, annähernde Belastung, während T der Flächeninhalt des untersuchten Teiles ist. Im gegebenen Falle ist es zweck-

mäßig die Berechnung des Fehlers zahlenmäßig durchzuführen, wonach sich der genannte Fehler aus folgender Formel ergibt:

$$h^0/0 = 100 \cdot \sqrt{\frac{\sum_0^T (q_i - q_i^*)^2 \Delta T_i}{\sum_0^T q_i^2 \cdot \Delta T_i}};$$

wo q_i die im Punkte i wirkende Belastung, T_i aber das durch den Punkt i gekennzeichnete Flächenstück bedeutet.

Zahlenbeispiel

Es mögen die Spannkkräfte der in Abb. 4 gezeigten Kugelflächenschale bestimmt werden.

$$r = 24,00 \text{ m,}$$

$$a = b = 10,00 \text{ m.}$$

Für $R = 0$ lautet die Gleichung der Mittelfläche der Kugel

$$z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2},$$

während die Differentialquotienten der Fläche die folgenden sind:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{x}{z}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{y}{z};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{1}{z} + \frac{x^2}{z^3}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{xy}{z^3}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{1}{z} + \frac{y^2}{z^3}.$$

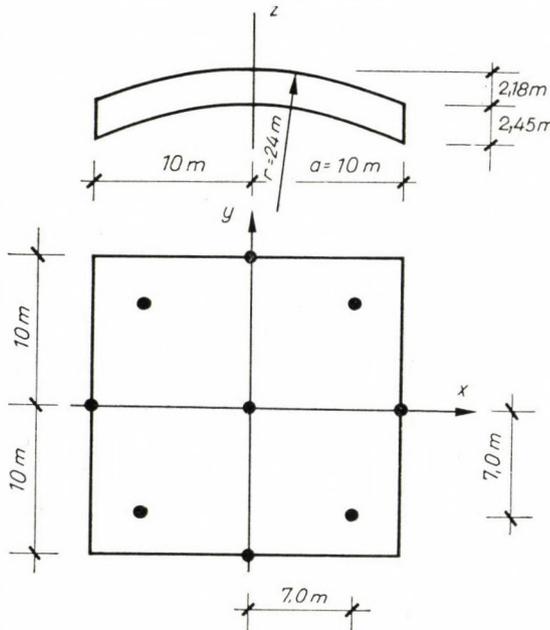


Abb. 5

Man schreibe nun für die im Grundriß der Abb. 4 bezeichneten Punkte die Schalengleichung (1) auf. Die verwendeten Konstanten $C_{m,n}$ mögen die folgenden sein:

$$C_{22}, C_{44}, C_{24}, C_{42}.$$

Wegen der diagonalen Symmetrie $C_{24} \equiv C_{42}$.

Die auf die Schale wirkende Last sei eine ständige Belastung $q = -0,25 \text{ t/m}^2$. Die für die untersuchten Punkte aufgestellten Gleichungen sind nach Vollzug der Vereinfachungen und Zusammenziehungen die folgenden:

$$16,60 \times C_{22} + 1665 \times C_{24} = 0,25$$

$$9,15 \times C_{22} + 547000 \times C_{44} + 6420 \times C_{24} = 0,25$$

$$11,40 \times C_{22} + 455500 \times C_{44} + 4550 \times C_{24} = 0,25$$

Nach der Lösung obiger Gleichungen ergeben sich für die Konstanten folgende Werte:

$$C_{22} = 0,0137, \quad C_{44} = 0,0000000695,$$

$$C_{24} = C_{42} = 0,0000132.$$

Wenn man diese Werte in die Gleichungen (3) einsetzt, so erhält man für die Spannkkräfte folgende Ausdrücke:

$$-s_y = 3,004 + 0,0241x^2 - 0,0274y^2 - 0,0000264y^4 - 0,00000083x^2y^4 - 0,000158x^2y^2;$$

$$-s_x = 3,004 + 0,0241y^2 - 0,0274x^2 - 0,0000264x^4 - 0,00000083x^4y^2 - 0,000158x^2y^2;$$

$$s_{xy} = 0,0546xy + 0,00000111x^3y^3 + 0,000105xy^3 + 0,000105x^3y.$$

Tafel I zeigt die Werte der approximativen Belastung q^* für die Viertelfläche der Schale.

Tafel I

Werte von q^* in Funktion von (x, y)

$x \backslash y$	0	2	4	6	8	10
0	0,250	0,252	0,255	0,259	0,261	0,250
2	0,252	0,252	0,256	0,259	0,256	0,248
4	0,255	0,256	0,259	0,257	0,259	0,247
6	0,259	0,259	0,257	0,263	0,259	0,249
8	0,261	0,256	0,259	0,259	0,259	0,246
10	0,250	0,248	0,247	0,249	0,246	0,238

Der Wert des quadratischen Mittelfehlers beträgt auf Grund einer für 25 Punkte der Viertelfläche der Schale durchgeführten Untersuchung

$$h \text{ ‰} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1360}{25 \cdot 250^2}} = 2,95 \text{ ‰}.$$

Anmerkung. — Im Falle elliptischer Flächen erhält man im Allgemeinen eine gute Annäherung, wenn man für die Zahl der Punkte $n \sim 4 \cdot \frac{b}{a}$

wählt und am Eckpunkt die erfahrungsgemäße Relation

$$z_{xy} = A \cdot \sqrt{\frac{h_1 \cdot h_2}{a \cdot b}}$$

befriedigt. Hier liegt der Wert von A zwischen 0,6 und 0,8.

Das Ergebnis der Annäherung hängt von der Lage der untersuchten Punkte ab. So ist es beispielsweise nicht zweckmäßig für die Untersuchung an den Ecken der Schale liegende Punkte zu wählen, da die an den Eckpunkten vorgeschriebene Gleichgestimmtheit der Lasten die Spannkkräfte so beeinflusst, daß der Fehler erheblich größer wird.

SCHRIFTTUM

1. CSONKA, P.: Calotte Shell over Rectangular Base. Acta Technica Acad. Sc. Hung. Tomus XIII. Fasc. 1-2., pp. 149-164 (1955).
2. FLÜGGE, W.: Statik und Dynamik der Schalen. J. Springer Berlin, 1934.

ZUSAMMENFASSUNG

Kuppelartige Schalen über viereckigem Grundriß können aus einander gleichen Elementen vorgefertigt werden, wenn man als Schalenfläche Kreisringflächen wählt.

Der vorliegende Aufsatz befaßt sich mit der Berechnung der Membrankräfte solcher Schalen.

ANNULUS- AND SPHERE-SHAPED SHELL OVER A RECTANGULAR BASE

E. DULÁCSKA

SUMMARY

Cupola like shells over a rectangular base may be carried out with uniform precast elements, if the surface of the shell is a part of an annulus-surface.

The paper deals with the calculation of the membrane-forces of these shells.

VOILES TORIQUES ET SPHÉRIQUES SUR BASES RECTANGULAIRES

E. DULÁCSKA

RÉSUMÉ

Les voiles-coupoles de plan rectangulaire peuvent être préfabriqués à partir d'éléments uniformes, si un tore est choisi comme surface du voile. L'étude traite du calcul des forces de membranes de tels voiles.

ОБОЛОЧКА ТОРУСНОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ НАД ЧЕТЫРЕХ-УГОЛЬНЫМ ПЛАНОМ

Э. ДУЛАЧКА

РЕЗЮМЕ

Оболочки сводов над четырехугольным планом могут быть изготовлены промышленными методами из одинаковых элементов при условии, что поверхность оболочки будет выбрана в виде торусной поверхности. В работе рассматривается расчет мембранных усилий таких оболочек.

ELECTRON MICROSCOPE INVESTIGATION OF HUNGARIAN KAOLINITES

K. ÁRKOSI and J. BARNA

RESEARCH INSTITUTE FOR TECHNICAL PHYSICS OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
AND MINING RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST

[Manuscript received May 20, 1958]

During the development of our knowledge concerning clay minerals, the electron microscopes have a considerable importance. They have not only promoted the delimitation of various groups, but within the same they have also rendered possible the observation of immense varieties of minerals [1, 2].

It is a well-known fact that the size of particles of clay minerals decisively influences their properties, to such an extent that in respect of the single colloidal characteristics, even the differences amongst the clay mineral groups may disappear. We established *e. g.* that as far as peptizability is concerned, there are extraordinarily fine-grained foreign and Hungarian clays, containing kaolinite mineral, which peptize much better than the bentonites, — the high peptizing quality of which is well-known [3].

MAREK recently established that in chemically pure kaolinites of various origins, having well-developed crystallinity, the differences among grain sizes and — also those among particles — greatly disturb the quantitative determination of the kaolinite [4].

Electron microscopic investigations are already required for industrial use too, *e. g.* by the paper industry as well as by fine ceramics. For coated artpapers, which are made by coating the paper surface with kaolin dispersion, it has been shown that only kaolins with perfect crystal shapes are suitable [5].

It is very probable that the good behaviour of some Hungarian kaolins in the fine ceramic industry chiefly in China-clay ware manufacture, is the result of the perfect shape of their crystals.

These statements have led us to investigate the grain-shapes and the degree of crystal perfection of some of the Hungarian kaolins.

During our investigations it has already been proved that the electron microscope can be very well used for the solution of genetic problems. They will probably help us in elucidating some problems of kaolins in Tokaj-Hegy-alja which have so far not been explained.

Our investigations are concerned with the following kaolin deposits: slimed clays of Sárísáp, those of Székesfehérvár, Petény, the kaolins of Szerencs,

Mád-Koldu, Bomboly, Szegi, Sárospatak and Végardó. Quite a number of these have already been used since a long time.

The kaolin-bound sand of Sárísáp forms a great deposit, the sliming plant already opened operation this year. The slimed kaolin of Sárísáp will be used in fine ceramics as well as in papermaking.

Its crystals are of very fine thin flakes, mostly having irregular boundaries. Thus they can not be regarded as having a perfect shape.

The examined kaolin specimen comes from the aplite quarry of Székesfehérvár.* Its kaolin is of no practical importance.

The crystals are large, translucent flakes with perfect shapes.

A sliming plant is planned for our largest fire-proof clay deposit in Petény.

It will produce slimed products for the fine ceramics as well as for refractory materials' industry.

The crystals of Petény's slimed clay are very fine broken plates, characteristic for secondary deposits, and the micrograph shows them in very strong aggregations. Their crystal shape is imperfect.

The caolin of Szerencs is one of our oldest kaolin deposits. According to V. WARTHA [6] since about 1848 kaolin had been transported from here to the ceramic factory in Miskolc. A. LIFFA dealt with it [7]. Its prospecting may be expected in the near future.

The shapes of its crystalforms are perfect.

It is known that in the kaolin and bentonite occurrences in the environments of Mád in the Koldu-forest, the kaolin and bentonite are also to be found in separate strata. The montmorillonite content of the kaolin stratum is about 8—10%.

The shape of the kaolin crystals is perfect — in great plates — the sharp outlines of which are, in places, disturbed by the flaky montmorillonite.

The kaolin deposit of Bomboly is a well-proved raw material base for the Hungarian fine ceramics.

The connection between the Mád-Koldu deposit and that of Bomboly is, according to Gy. VARJU, very well supported by the identical crystal structure of their kaolins.

The products of this kaolin are used partly — in a ground state — for paper-making, partly for fire-proof purposes. But owing to some undefinable quality it cannot be used, at present, to make chamotte of it.

Its crystals are of fine plates of an irregular imperfect shape.

Found on the Megyer hill at Sárospatak, this kaolin deposit is known since a long time. In the thirties electro-osmotic sliming was planned for this deposit.

* Collection of Gy. VARJU.

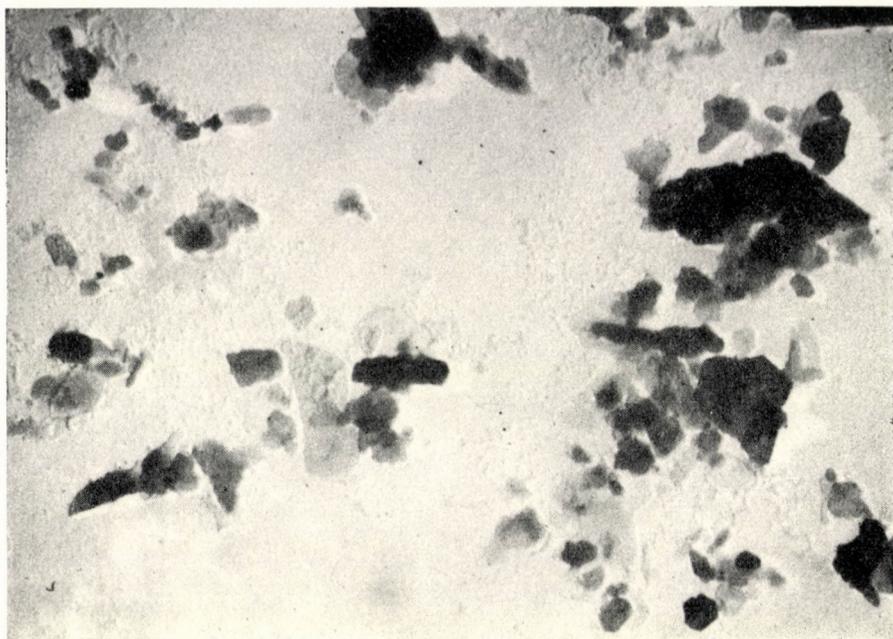


Fig. 1. Slimed kaolin of Sárissáp. Magnification: 8500 \times



Fig. 2. Kaolin of Székesfehérvár. Magnification: 11300 \times

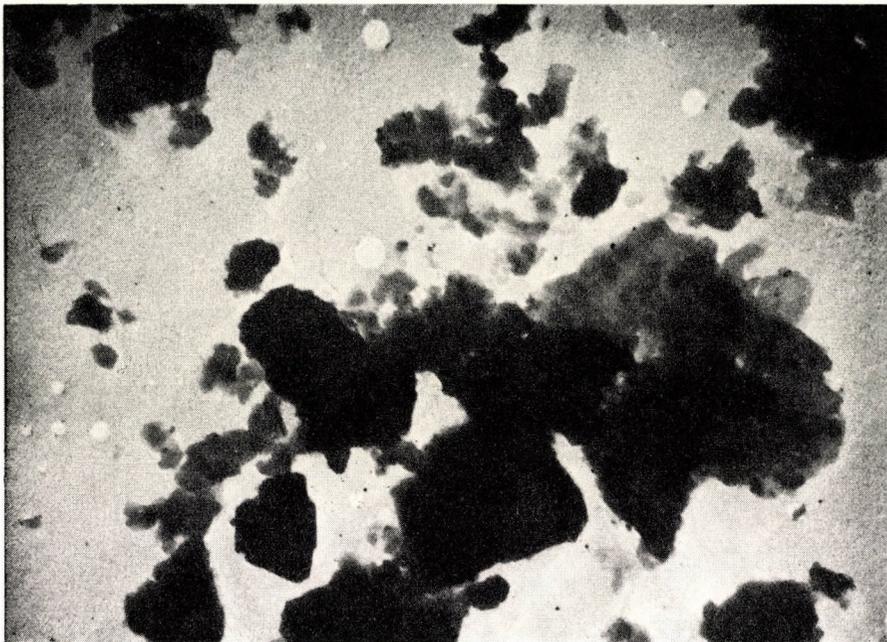


Fig. 3. Slimed clay of Petény. Magnification : 8100 \times

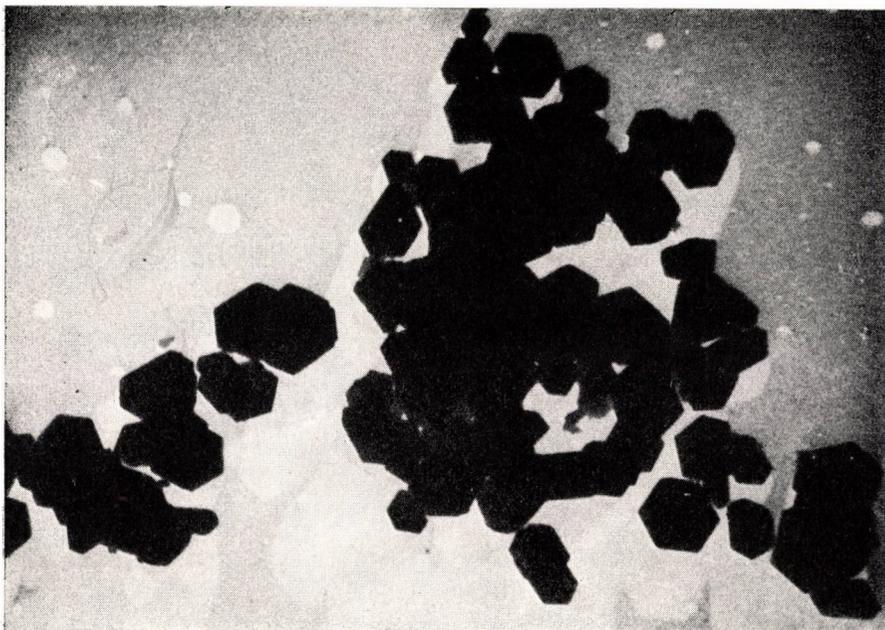


Fig. 4. Kaolin of Szerencs. Magnification : 4800 \times

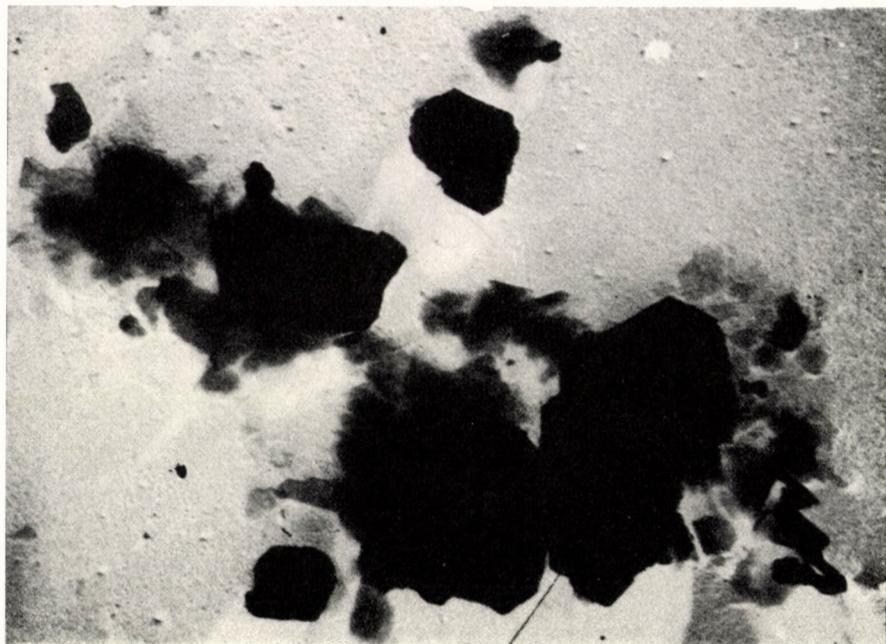


Fig. 5. Kaolin of Koldu. Magnification : 10800 \times

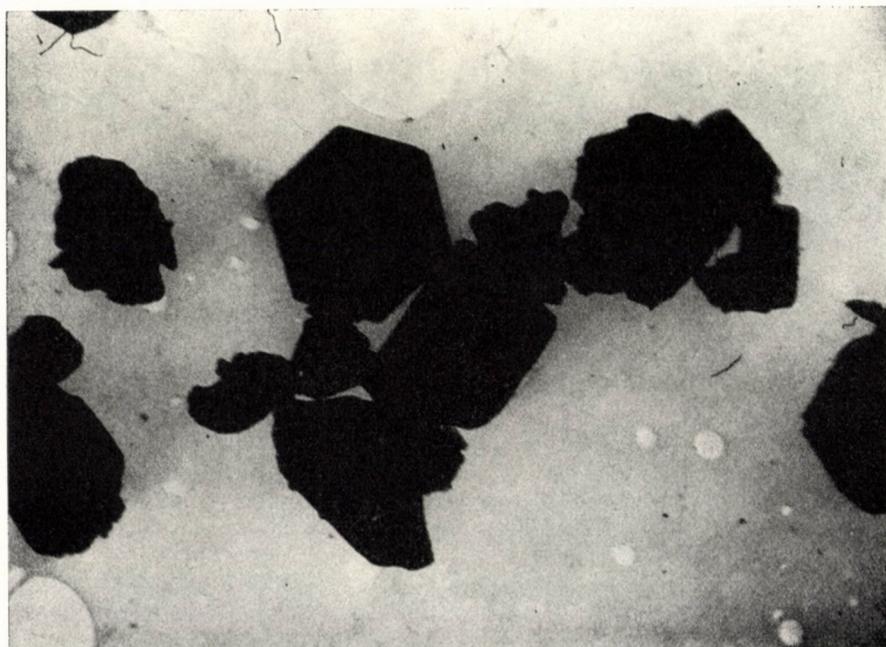


Fig. 6. Kaolin of Bomboly. Magnification : 8300 \times

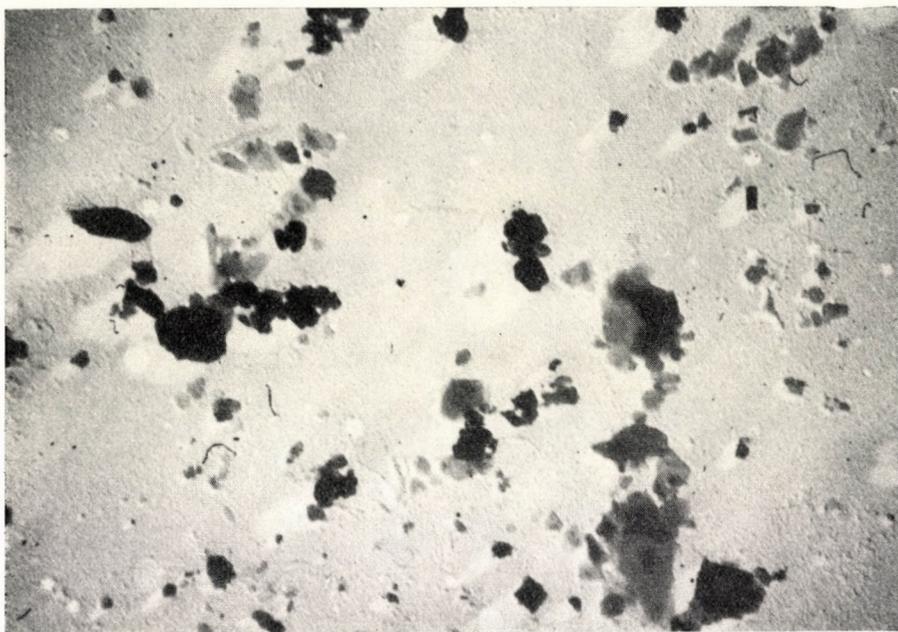


Fig. 7. Kaolin of Szegi. Magnification : 7500 ×

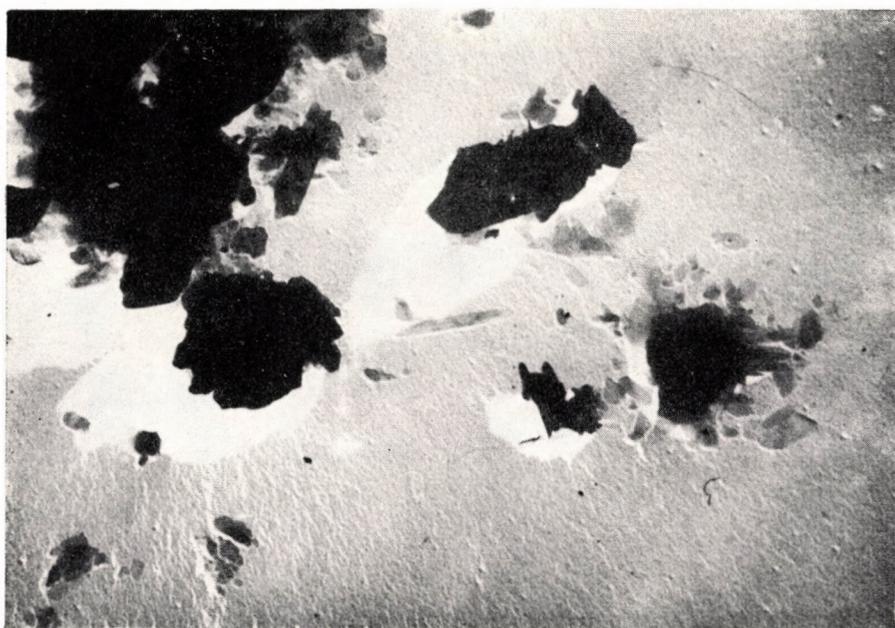


Fig. 8. Kaolin of Sárospatak. Magnification : 8100 ×

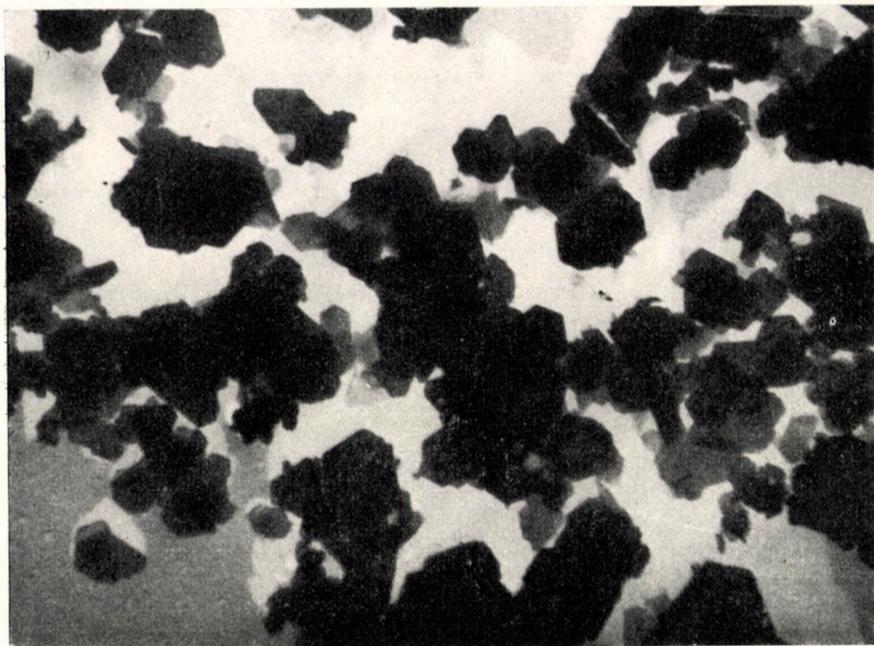


Fig. 9. Kaolin of Végardó. Magnification : 9800 \times

The crystals are of fine plates, generally with irregular borders with imperfect shapes.

On the base of the pit drillings carried out by J. FRITS the opening of a pit is being undertaken. The kaolin found in the pit under construction shows the same crystal shapes and plate sizes as the kaolin of Szerencs. The crystal shapes are perfect.

BIBLIOGRAPHY

1. Electron micrographs of reference Clay Minerals. 1950. Preliminary Report No. 6. Clay Minerals Standards. Project 49.
2. M. S. TAGGART, W. O. MILLIGAN, H. P. STUDER : Electronmicrographic Studies of Clays. Third National Conference on Clays and Clay Minerals. 1955. 31.
3. J. BARNA : Peptization of Clays. Clay Minerals Bulletin, London. Under preparation.
4. H. W. van der MAREL : Quantitative Analysis of Kaolinite. International Clay Mineralogy Congress. Bruxelles, 1st—5th July, 1958.
5. H. H. MURRAY, S. C. LYONS : Correlation of Paper Coating Quality with Degree of Crystal Perfection of Kaolinite. Fourth National Conference on Clays and Clay Minerals. 1956. 31.
6. V. WARTHA : The Clay Industry. 1892. Budapest.
7. A. LIFFA : The geological conditions of some Hungarian kaolin and refractory clay deposits. Report on the geological investigations made in 1933—35. Hungarian Institute of Geology.

SUMMARY

The crystal shape of Hungarian kaolins shows great variety. The kaolins of Székesfehérvár, Szerencs, Koldu, Bomboly, Végardó are of a perfect crystal shape, the kaolins of Sárospatak, Szegi, the slimed kaolins of Sárísáp and the slimed clay of Petény show less perfect crystal shapes.

The sizes and the thicknesses of the crystal-plates are very different too. Large crystal plates are to be found in the kaolins of Bomboly and Koldu, while in the kaolins of Szegi, Sárísáp and Sárospatak we mostly find fine plate fragments.

ELEKTRONENMIKROSKOPISCHE UNTERSUCHUNG VON UNGARISCHEN KAOLINEN

K. ÁRKOSI und J. BARNA

ZUSAMMENFASSUNG

Die Kristallformen der ungarischen Kaoline zeigen große Verschiedenheiten. Die Kristalle der Kaoline von Székesfehérvár, Szerencs, Koldu, Bomboly und Végardó haben vollkommene Form, während die Kaoline von Sárospatak und Szegi, die geschlammten Kaoline von Sárísáp und der geschlammte Lehm von Petény weniger vollkommene Formen zeigen.

Die Größe und die Dicke der Kristallplättchen ist auch sehr abweichend. Große Kristallplatten finden sich im Kaolin von Bomboly und von Koldu, während wir bei den Kaolinen von Szegi, Sárísáp und Sárospatak größtenteils feine Plattenbruchstücke finden.

EXAMINATION DES KAOLINS HONGROIS AU MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE

K. ÁRKOSI et J. BARNA

RÉSUMÉ

Les kaolins hongrois montrent des différences importantes quant aux formes des cristaux. Les cristaux des kaolins de Székesfehérvár, Szerencs, Koldu, Bomboly et Végardó ont des formes parfaites, tandis que les cristaux des kaolins de Sárospatak et de Szegi, du kaolin lavé de Sárísáp et de l'argile lavée de Petény montrent des formes moins parfaites.

La grandeur et l'épaisseur des plaquettes cristallines sont également très différentes. Les kaolins de Bomboly et de Koldu ont montré des grandes lames cristallines, tandis que dans les kaolins de Szegi, Sárísáp et Sárospatak nous trouvons pour la plupart des débris fins des plaquettes.

АНАЛИЗ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННОГО МИКРОСКОПА ВЕНГЕРСКИХ СОРТОВ КАОЛИНА

K. ARKOŠI и Я. BARNA

РЕЗЮМЕ

Кристаллы элементарных частиц глинистого минерала каолинита, содержащегося в венгерских сортах нефти, имеют сильно отличающиеся формы. Элементарные частицы каолинов м-р Секешфехервар, Серенч, Кольду, Бомболь и Вегардо имеют совершенную кристаллическую форму, кристаллическая форма элементарных частиц отшамованной глины каолинов м-р Шарошпатак, Серг, Шарисап, далее Петень имеет менее правильную форму.

Величина и толщина кристаллических пластинок являются также сильно отличными. В случае каолинов с менее совершенной кристаллической формой (м-р Серг, Шарисап, Шарошпатак), далее отшамованной глины м-р Петень встречаются обломки тонких пластинок, в то же время остальные анализированные каолины содержат каолинитный глинистый минерал с хорошо развитыми более толстыми кристаллическими пластинками.

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ И АВТОНОМНОСТЬ ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ НАГРУЗКИ КОТЛОВ

Т. ВАМОШ

КАНДИДАТ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК, ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ,
БУДАПЕШТ

[Поступило 13 июня 1958 г.]

Исследование линейности

Основным предположением при рассмотрении барабанных пылеугольных котлов является линейность протекания процессов. По отношению к действительности это является определенным приближением, однако, в той области регулирования, которая целесообразна при работе котлов, хорошо применимым. Нижняя граница нагружаемости котлов при эксплуатации определяется, обычно, непрерывность огня. Ниже некоторой температуры топочного пространства не обеспечивается зажигание вдуваемого угля. Эта граница довольно переменна даже для одинаковых типов котлов, значительно зависит от условий дутья, от состояния котла (загрязнения и т. д.) и от качества угля. Так, например, эта нижняя граница для одних котлов равна 55—65%-ам, для других же — 35—45%-ам от номинальной нагрузки.

Верхний предел для нагрузки котла в ряде случаев определяется и не собственно котлом, а его вспомогательным оборудованием, например, угольно-дробильными мельницами, отсасывающими вентиляторами. Поскольку верхнее ограничение не остается значительно ниже наибольшей гарантированной мощности, то по отношению к эксплуатации котла и его долговечности, это ограничение, с некоторой точки зрения, можно считать выгодным.

Таким образом, для нормальной работы в естественно получаемых пределах, поведение котла действительно можно с хорошим приближением считать линейным. На рис. 1 представлена статическая характеристика генерирования пара одного котла, т. е. зависимость изменения количества пара от количества загружаемого угля. Количество загружаемого угля измерялось по вспомогательному параметру — по скорости вращения двигателей загрузки. Линейность доказывается и рис. 2, на котором представлено, как реагируют три котла различной конструкции на синусоидальное возмущение.

Параметром возмущения также является и количество угля, которое в этом случае измеряется по регулирующему напряжению, пропорциональному скорости вращения двигателей загрузки. Выходная величина коли-

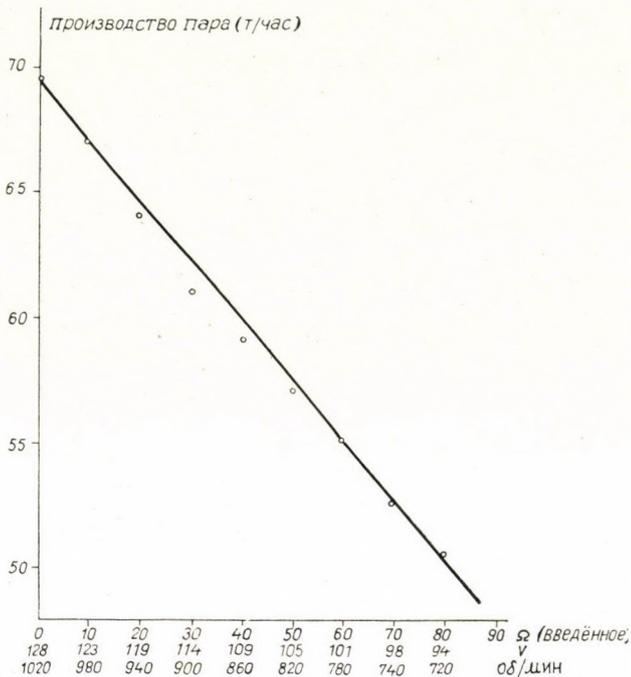


Рис. 1. Статическая характеристика генерирования пара 3-го боршодского котла

чества пара не содержит в значительной степени нелинейных искажений, ни высоких гармоний другого происхождения.

Кривые коэффициента полезного действия котлов ясно доказывают применимость условий линеаризации. На рис. 3 видна характеристика коэффициента полезного действия, имеющая плоский характер, что означает, что котел на вход пропорционального количества угля отвечает на выходе пропорциональным количеством пара. Все опыты единогласно до-



Рис. 2а

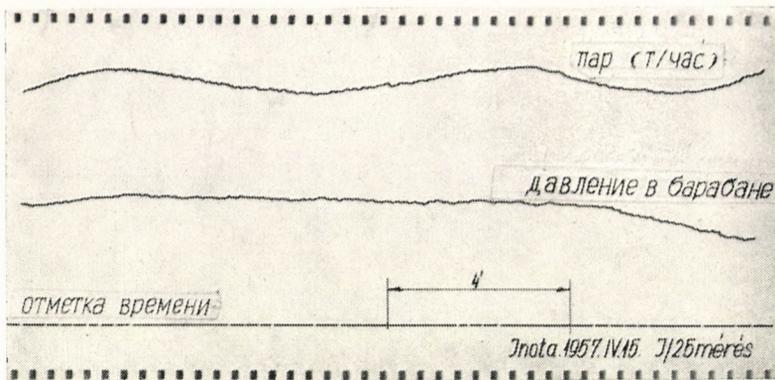


Рис. 2б

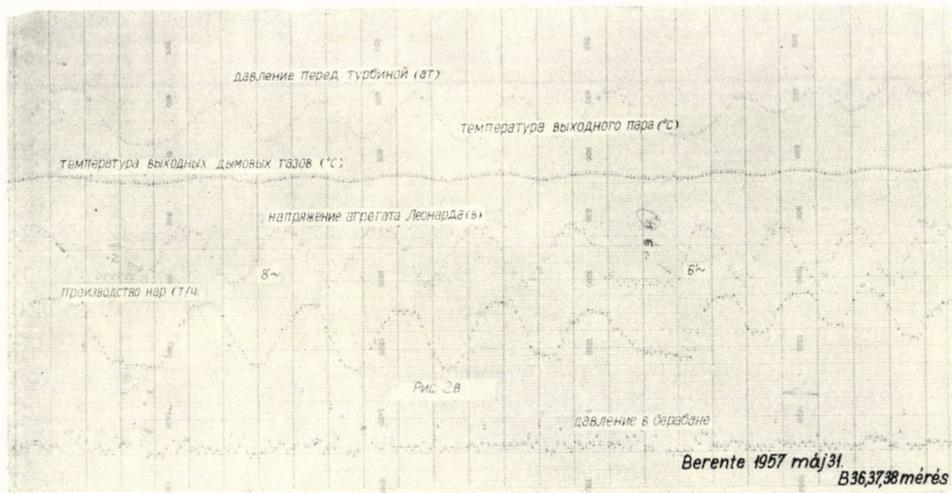


Рис. 2в

казывают, что нелинейность, получающаяся в нормальных пределах мощности, объясняется или внешним возмущением, или серьезным ненормальным состоянием котла, или же его вспомогательного оборудования.

В результате всех приведенных доказательств для расчета может быть принято условие линейности изменений, а также для процессов, где некоторые параметры изменяются нелинейно, линеаризация процессов в допустимых пределах. Разумеется, надо отдельно рассчитать ошибку, получающуюся вследствие приближения путем линеаризации. Вообще, можно сказать, что, приняв во внимание точность измерений и разброс вследствие

многосторонностей явлений, линеаризация от нагрузки, равной от 50–60%-ам до 100%-ой нагрузки, дает вполне хорошее приближение.

В результате этого, исследование динамики можно произвести ставшими уже сегодня классическими линейными методами техники регулирования с помощью принципа наложения и с помощью преобразования Лапласа.

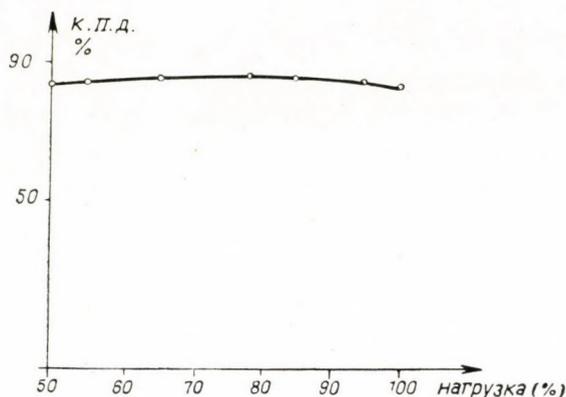


Рис. 3

Характерные параметры процесса

Исследования распространяются на переходные процессы генерирования пара. Это те процессы, изучение которых очень мало отражено в литературе, и которые являются самыми важными с точки зрения регулирования мощности в сети. В первую очередь надо решить, что являются входными и выходными параметрами котлов. Техника регулирования рассматривает котел как замкнутый многополюсник. Внутренние процессы интересны только до тех пор, пока находится связь между входными и выходными параметрами. Эта связь описывается дифференциальными уравнениями процессов, вернее передаточными функциями, выраженными через изображения по Лапласу; передаточные функции являются средством расчета техники регулирования. За исключением этого, котел является «black box» — черной коробкой, которая полностью характеризуется связями между входными и выходными параметрами, и эти связи одновременно заменяют и ее.

Входные параметры:

- количества топлива,
- удельная теплотворная способность топлива,
- качественные показатели топлива (влажность, точка плавления шлака, содержание золы и т. д...),

количество входной питательной воды,
давление входной питательной воды,
температура входной питательной воды,
количество вдуваемого воздуха,
температура вдуваемого воздуха,
тяга,
факторы, регулирующие образование ядра пламени (вторичный воздух и т. д. ...).

Выходные параметры :

температура выходного пара,
давление выходного пара,
количество выходного пара.

Кроме того, надо принять во внимание вспомогательные параметры, скрыто участвующие в приведенных и которые характеризуют состояние котла или процесс горения. Такими являются :

температура дымовых газов,
состав дымовых газов (содержание O_2 , CO , CO_2),
коэффициент полезного действия,
содержание продуктов горения в шлаке,
уровень воды в котельном барабане,
скорость циркуляции,
химические показатели котельной воды и т. д.

На переходные процессы котлов влияют и такие, часто количественно трудно определяемые факторы, как, например, условия эксплуатации котла в настоящем (температурах топки) и условия эксплуатации котла в прошлом (загрязнения и т. д. ...).

Оценка параметров

Большое количество параметров и трудность количественного определения некоторых параметров делают необходимым упрощение вопросов с тем условием, что величина и влияние пренебрежений в каждом случае будут тщательно приняты во внимание. Параметры можно разделить на следующие группы :

параметры, принимаемые во внимание при количественных расчетах;
параметры, которыми можно пренебречь ;
такие параметры, которые можно принимать во внимание только как возмущение и для которых надо определить только величину степени возмущения и место возмущения ;

факторы, изменяющие или же определяющие кривые переходных процессов.

К первой группе относятся :

количество входной питательной воды, температура выходного пара ;

во вторую группу входят, например :

условия эксплуатации котла в настоящем ;

в третью группу входят :

качественные параметры и теплотворная способность топлива ;

в четвертую группу входят : тяга, факторы, влияющие на образование ядра пламени и условия эксплуатации котла в прошлом.

Изменения процессов горения в основном определяются соотношениями энергии. Изменение входного количества энергии (т. е. теплоемкости топлива), которое может произойти в результате изменения количества топлива или его удельной теплотворности, или в результате изменения показателей входной питательной воды, приводит к изменению энергии выхода. Среди изменений полезным являются изменение производства пара, измененное в ккал/ед. времени, которое складывается из изменения количества пара и изменения его температуры и давления ; вредным является изменение доли тепловых потерь (температура дымовых газов, содержание продуктов горения в шлаке, состав дымовых газов и т. д. . . .). Кроме этого, надо принять во внимание тепло, аккумулированное в течение переходных процессов в водяном пространстве котла и его металлической массе и обмуровке, учитывая это, как баланс энергии котла в ходе переходного процесса принимает следующий вид :

$$\frac{\partial Q_{вх}}{\partial t} = \frac{\partial Q_{вых}}{\partial t} + \Delta \eta \frac{\partial Q_{вх}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{аккум}}{\partial t} \quad (1)$$

где

$Q_{вх, вых, аккум}$ — входная, выходная и аккумулированная энергия
 η — коэффициент полезного действия
 t — время.

Вторым членом правой части уравнения, как было показано в разделе об условиях линеаризации, можно пренебречь, так что в дальнейшем изменение доли тепловых потерь не принимается во внимание.

Уравнение (1), в сущности, скрывает в себе систему парциальных дифференциальных уравнений, где $Q_{вх}$, например, содержит в себе все те параметры (количество и качество угля, количество питательной воды, температура питательной воды, количество воздуха, температура воздуха и т. д. . . .), которые могут входить в выражение количества входной энергии котлов. Таким образом, на что уже многими было указано, поведение кот-

лов в переходных процессах можно точно описать только системой парциальных дифференциальных уравнений со многими переменными. Некоторые параметры зависят друг от друга — система не автономна. Так, например, увеличение количества пара в течение перегрева изменяет температуру выходного пара, что делает необходимым изменение количества всprываемой для охлаждения пара воды, а это влияет на условия водяного питания, что в свою очередь влияет на количество пара и т. д. . . . Регулирование было бы тогда совершенным, если бы, зная точно все встречающиеся параметры при динамических режимах котлов, имелась система дифференциальных, в сущности, нелинейных уравнений, характеризуемых уравнением (1), выражающим связь отдельных параметров друг с другом. В этом случае, с помощью подходящей счетной машины—регулятором можно было бы выполнить задачу регулирования. Однако, задача регулирования может быть поставлена только в соответствии с одновременным уровнем технологии; исследование внутренних процессов до сих пор вскрыло только часть зависимостей, недостаточно известна общая физика различных вопросов, некоторые проблемы не отражены математически и существует ряд таких факторов, параметры которых не возможно измерить объективным измерителем. Таким образом, хотя принципиально и было бы более привлекательным рассматривать котел, как неавтономный регулируемый участок со многими параметрами, в действительности это, из-за ненадежности описаний процессов, могло бы привести к более ошибочным результатам, чем обычные и простые методы в настоящем. Расчет со многими параметрами заменяется таким образом, что существенные влияния включаются на систему регулирования как сигнал возмущения. После этого задачей становится исследование важных для практики и друг от друга разделяемых существенных параметров.

Вопросы регулирования генерирования пара следующие: водяное питание, температура пара, тяга и воздух, а также регулирование качества горения (состава дымовых газов). Если откажемся, а на основании вышеуказанного надо оказаться от общего регулирования котла, как взаимосвязанной системы, тогда различные вопросы следует рассматривать отдельно, так горение представляет в расчетах входной параметр, количества генерированного пара и его давления — выходной параметр. По отношению к другим параметрам можно ограничиться только некоторыми дополнительными замечаниями.

Количество воздуха, обычно, регулируется таким образом, что автоматический регулятор изменяет поддувку воздуха пропорционально количеству топлива или количеству генерированного пара. Общеизвестно, что первый метод при топливе переменного качества ведет к неправильным результатам, в то время как второй метод дает определенное запаздывание в установке правильных соотношений угля и воздуха при горении.

Оба метода дают только приближение, правильным было бы регулирование по качеству горения, т. е. по количеству воздуха и составу дымовых газов. С нашей точки зрения, однако, интересен вопрос: в какой степени можно считать регулирование количества воздуха автономным, т. е. в какой степени влияет оно на исследуемый нами процесс на производство пара определенных параметров. Результаты, которые были однозначны при каждом измерении, доказывают то, что и при изменении воздуха в широких пределах (20—25%), количество произведенного пара и его давления изменяются мало. Относящиеся сюда результаты измерения представлены на рис. 4 и табл. 1.

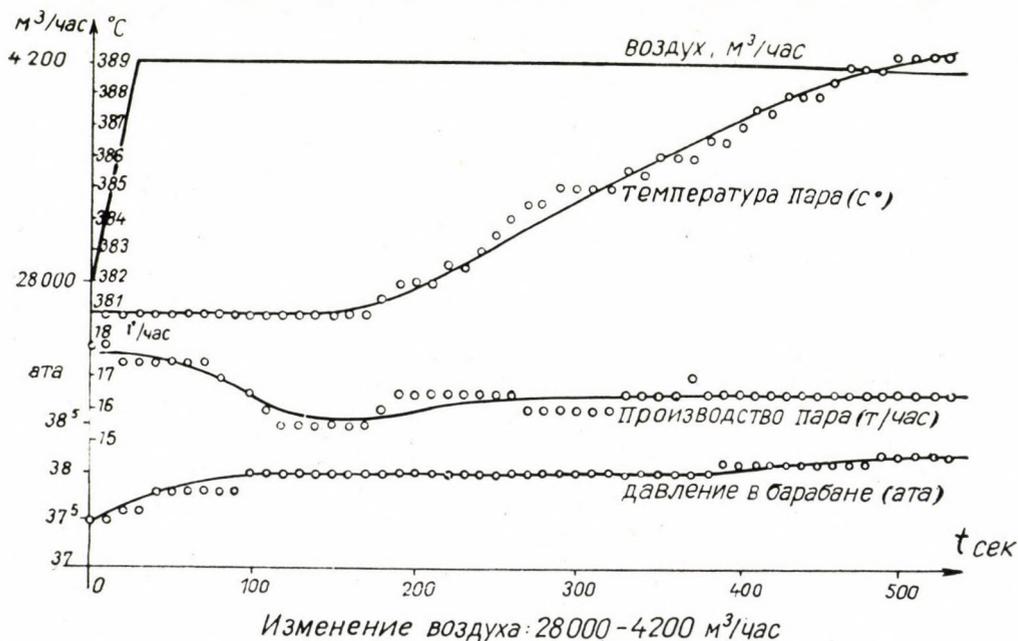


Рис. 4а. Изменение воздуха: 28 000—42 000 м³/час

Это явление объясняется тем, что при изменении количества воздуха в значительной степени, коэффициент полезного действия изменяется, в крайнем случае, на 1—3%, что ведет к сходному, прибором еле заметному, изменению в производстве пара. В экономической прибыли или потере, конечно, это может быть значительно, так как надо считать на продолжительное время, например, на 1 день, путем интегрирования.

Так как переходные процессы и в наилучшем случае протекают только за 4—5 минуты, то с точки зрения производства пара вообще неважно изменение подачи воздуха; с этой точки зрения подходят оба упомянутых ме-

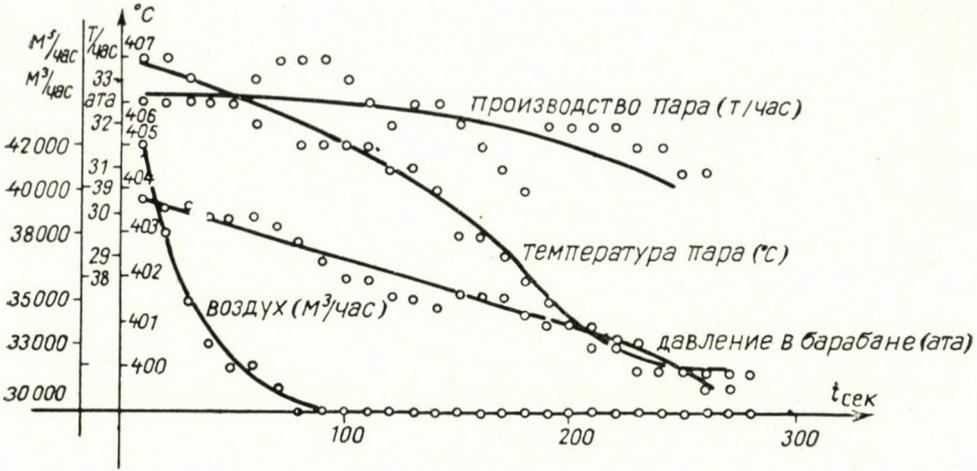


Рис. 4б

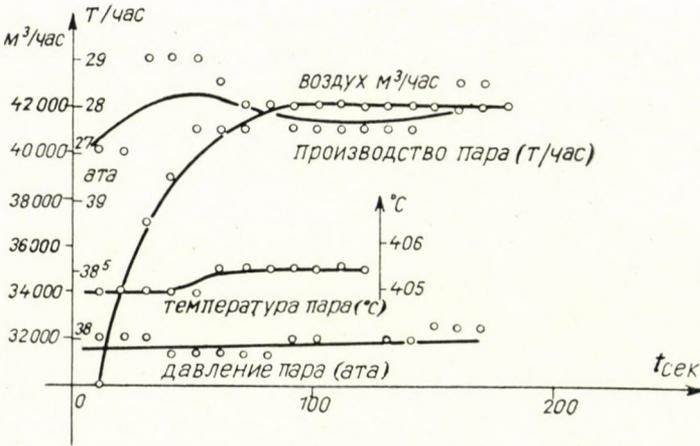


Рис. 4в

Таблица 1

Влияние изменения подачи воздуха на производство пара

№ рис.	Изменение воздуха в %	Изменение производства пара %
4а	+50	5
4б	+50	—
4в	-30	4
4г	±10	—

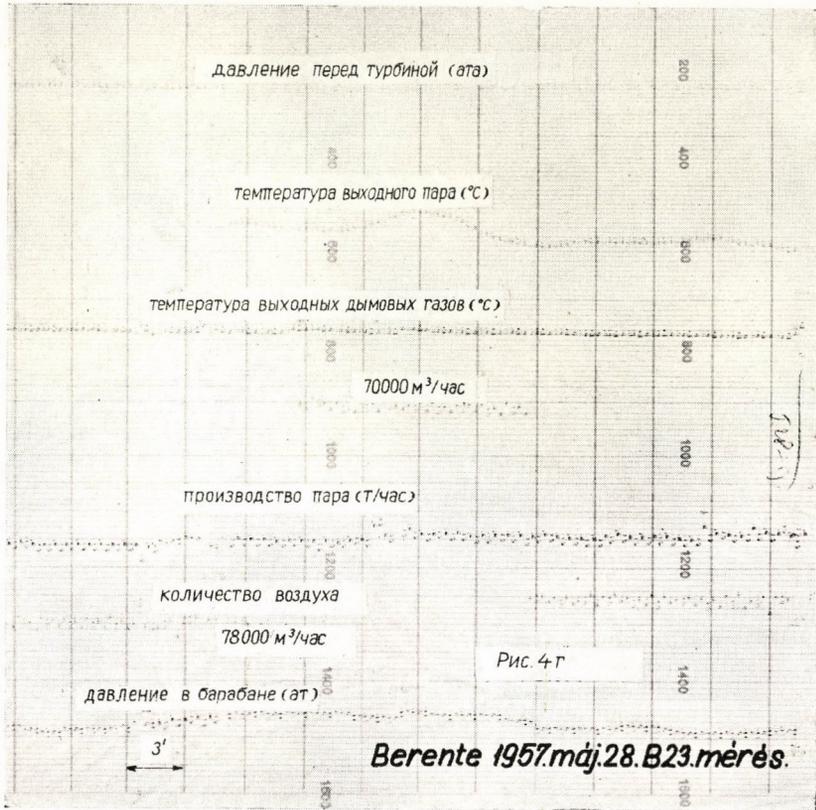


Рис. 4г

тогда и явление можно рассматривать в широких пределах как автономное. Для достижения хорошего коэффициента полезного действия целесообразно большие единицы снабжать коррекцией количества воздуха, работающей на основании анализа состава газа. Переходные процессы, принимая во внимание большое время запаздывания и значительные постоянные времени аппаратов, определяются почти исключительно — в отличие от регулирования нагрузки — газоанализатором. Работой вентиляторов, собственными временами регуляторов, пробегом явлений в котлах по отношению к этому сегодня еще можно пренебречь.

Измерения показывают, что изменение количества воздуха более значительно влияет на температуру перегретого пара. Однако исследование этого не входило в поставленную нами задачу.

Из незначительного влияния изменения количества воздуха на количество произведенного пара и из границы точности измерения измеряемых величин следует, что стремления достигнуть регулирования количества воз-

духа, а через него и коэффициента полезного действия, путем оптимального регулятора количества выходного пара и входного топлива, заранее обречены на неудачу для современных котлов.

Отдельно следует заняться влиянием количества входной питательной воды на производство пара. Изменение температуры входной питательной воды с точки зрения производства пара является просто явлением запаздывания, хотя последнее при нормальной эксплуатации обычно не достигает значительных величин. Изменение уровня воды в барабане изменяет объемное соотношение воды и пара и до некоторой степени влияет и на давление. Это влияние обычно не выходит за границу точности измерения хотя бы уже потому, что изменения состояния насыщения пара ввиду изменения давления и связанное с этим образование пара, а также конденсация, оказывают и саморегулирующее влияние на это явление. Если уровень воды падает, объем пара несколько увеличивается, давление уменьшается, что ведет к повышенному производству пара из-за уменьшения температуры насыщения, что до некоторой степени восстанавливает прежнее давление.

Один из самых сложнейших вопросов регулирования котлов, за исключением регулирования нагрузки, является регулирование температуры выходного пара. Этот вопрос является предметом отдельного исследования. Процесс получения температуры пара при отсутствии регулирования является явлением, включенным последовательно с процессом генерирования пара, т. е. процесс генерирования пара может быть исследован отдельно от этого. Однако, как уже упомянуто, метод регулирования температуры означает обратное влияние, независимо от того, происходит регулирование путем охлаждения (мешалка или впрыскиватель) или путем опрокидывания горелок. Так как для последнего решения в Венгрии еще нет примера, этим невозможно заниматься. Следующий расчет произведен оценке влияния охлаждения с мешалкой и впрыскивателем.

Среди ряда котлов, участвующих в испытании, кривая перегретого пара боршодского типа наиболее наклонна, с сильно положительным характером. Температура входного пара достигает допустимую без впрыскивания температуру при нагрузке 70 т/час. При нагрузке 50 т/час температура выходного пара 400° С. Если наклон кривой приблизительно постоянен, то температура выходного пара при номинальной нагрузке 100 т/час будет примерно 540—550° С. Разница энтальпий между двумя состояниями следующая:

540° С	80 ата	836,4 ккал/кг
500° С	80 ата	812,9 ккал/кг
		<hr/> 23,5 ккал/кг.

Если впрыскивается питательная вода, то энтальпия питательной воды с параметрами 80 ата и 190° С равна 193,5 ккал/кг т. е. 1 кг впрыски-

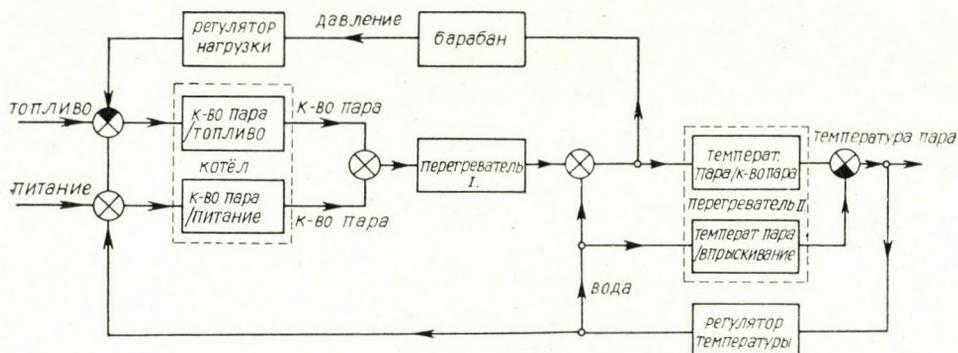


Рис. 5а. Блок-схема регулирования температуры методом введения в ряды всprыскивания в случае регулирования питательной воды по ряду компонентов

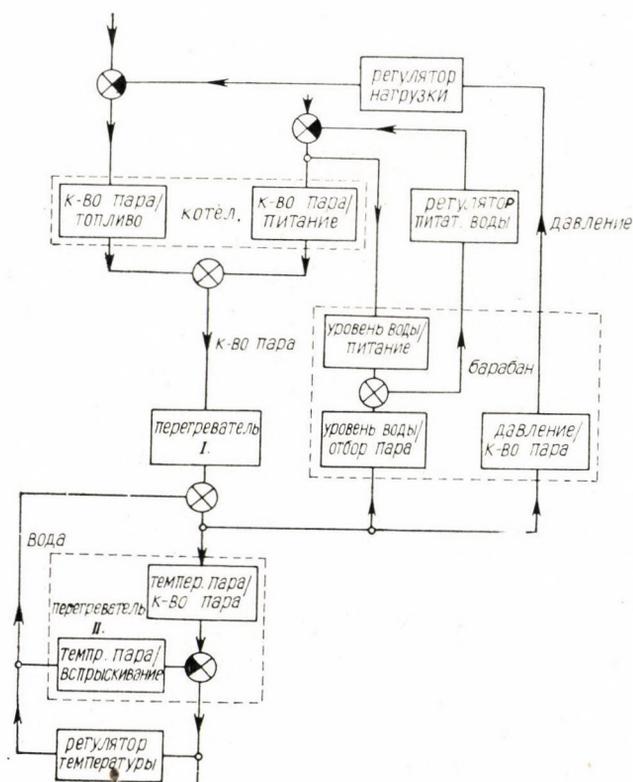


Рис. 5б. Блок-схема при регулировании температуры методом всprыскивания в случае одноимпульсного регулятора уровня воды

ваемой питательной воды требует $812,9 - 193,5 = 619,4$ ккал/кг вследствие этого 1 кг питательной воды можно охладить $\frac{619,4}{23,5}$ кг пара, т. е. примерно 25 кг пара. Это означает приблизительно 4%-ное изменение в генерировании пара.

Таким образом, влияние в системе не слишком значительно, однако, если покажется необходимым, это влияние нужно учесть в расчете на основании рис. 5а и рис. 5б.

Если охлаждение имеет смесительный характер, то блок-схема изменяется по рис. 6.

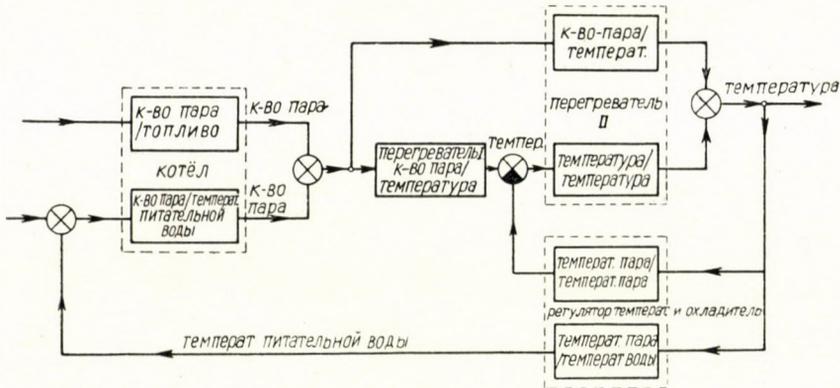


Рис. 6. Блок-схема при смесительном регулировании температуры

Необходимо заняться и последним членом уравнения (1) — с ролью аккумуляционных элементов котла. Аккумуляционная способность металлического материала принималась во внимание во всех случаях, хотя ее влияние не слишком значительно и прибавление к процессам составляет, в крайнем случае, несколько процентов. Не принималась во внимание, на основании полностью совпадающих ссылок в литературе, аккумуляционная способность обмуровки. Это и теоретически легко доказывается. Обмуровка непосредственно не участвует в теплообмене; лучеиспускание, а также конвекция касается непосредственно трубок. Если бы обмуровка, имеющая большую теплоемкость, играла большую роль в протекании переходных процессов, то время переходных процессов было бы не только несколько минут, как в крайнем случае, а заняло бы значительно более продолжительное время. В Дунапентеле примерно в течение одной недели постоянно регистрировалась температура обмуровки на различной глубине обмуровки, при различных режимах и нагрузке 60—110%. На рис. 7. видно, что регистрирующий прибор показывает совершенно прямую линию. Самым важным и действительно единственно важным аккумуляционным элементом котла,

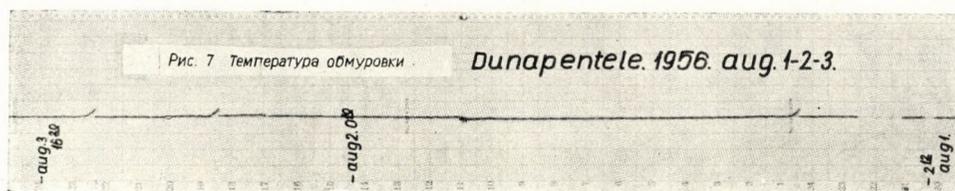


Рис. 7. Температура обмуровки

за исключением угольно-дробильных мельниц и сепарационного оборудования, является водное пространство.

В ходе вышеприведенного были рассмотрены все те пренебрежения, которые получаются вследствие того, что переходные процессы генерирования пара разбираются по автономной цепочке связи; одновременно доказано, что утверждение, по которому метод разбора справедлив и даже является единственным методом, ведущим к цели в познании внутренних процессов котла, было правильным.

ЛИТЕРАТУРА

1. STEIN, T.: Regelung und Ausgleich? Dampfanlagen, Springer, 1926.
2. SAMAL, E.: Grundätzliches zur Regelung von Dampferzeugern. AEG Mitt. 1957. Heft 9/10, pp. 353—369.
3. ОЕТКЕР, SCHROEDER: Die Regelbarkeit des Druckes von Dampferzeugern. BWK, 1953. Heft II, pp. 361—366.
4. Бейрах: Вопросы теории регулирования котельных установок, Труды II. Всес. Совещ. по теории автоматического регулирования. Том I, стр. 521—542. Изд. АН СССР, 1955 г.
5. VAMOS, T.: Dobos szénportüzelésű kazánok terhelés-szabályozásának néhány kérdése. VILLENKI 202 sz. jelentés, 1958. — Т. Вамош: Некоторые вопросы регулирования нагрузки барабанных пылеугольных котлов. ВИЛЛЕНКИ, информация № 202, 1958 г.

РЕЗЮМЕ

В статье приводятся те произведенные на больших электростанциях исследования, которые доказывают, что в нормальной области регулирования нагрузки, с учетом принятых прочих пренебрежений и в производстве возможной точности измерений, регулируемый участок можно считать линейным. Несмотря на то, что поведение котла в динамических процессах описывается системой со многими связанными между собой параметрами, вопрос регулирования нагрузки, при современном уровне технологии и с учетом современных требований, может рассматриваться по автономной системе. Сообщение приводит те блок-схемы, на основании которых можно принять во внимание некоторые зависимости системы со многими параметрами.

AUTONOMER UND LINEARER CHARAKTER DER LASTREGELUNG VON KESSELN

T. VAMOS

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser berichtet über Versuche, welche an Großkraftwerk-Kesseln durchgeführt wurden und welche beweisen, daß im normalen Bereich der Lastregelung, unter Berücksichtigung der sonstigen Vernachlässigungen und der betriebsmäßig erzielbaren Meßgenauigkeit, das Verhalten der Regelstrecke als linear betrachtet werden kann. Obwohl das dynamische Verhalten des Kessels einem zusammenhängenden mehrparametrischen System entspricht, kann beim jetzigen Stand der technologischen Kenntnisse und unter Beachtung der modernen Anforderungen die Frage der Lastregelung als autonomes System behandelt werden. Der Verfasser teilt jene Wirkungsschemen mit, auf Grund welcher gewisse mehrparametrische Zusammenhänge in Betracht gezogen werden können.

LINEARITY AND AUTONOMY OF STEAM BOILER LOAD REGULATION

T. VAMOS

SUMMARY

The paper deals with the tests made on large power station boilers, which prove that in the normal range of load regulation, taking into consideration the neglects and the practically possible accuracy of measurement, the behaviour of the regulated section can be considered as linear. Although the dynamic behaviour of the boiler corresponds to an interrelated multi-parametric system, at the present level of technological knowledge and considering modern requirements, the question of load regulation can be treated as an autonomous system. The paper communicates functional schemes which can be used for taking into account certain multi-parametric relations.

LA LINÉARITÉ ET LE CARACTÈRE AUTONOME
DE LA RÉGULATION DE LA CHARGE DES CHAUDIÈRES

T. VAMOS

RÉSUMÉ

L'auteur rend compte d'essais faits sur les chaudières de grandes usines génératrices, qui prouvent que dans la région normale de la régulation de la charge, le comportement de la section réglée peut être considéré comme linéaire, compte tenu des approximations et de la précision des mesures possible en exploitation. Le comportement dynamique de la chaudière correspond à un système interconnecté à plusieurs paramètres, pourtant, au niveau actuel des connaissances et compte tenu des exigences modernes, le réglage de la charge peut être traité comme un système autonome. L'étude communique les schémas fonctionnels, sur la base desquels certaines relations à paramètres multiples peuvent être prises en considération.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE THERMISCHEN UMWANDLUNGEN DER OXYDISCHEN UND HYDROXYDHALTIGEN BAUXITMINERALIEN

J. ÜVEGES und M. MÁRIÁSSY

FORSCHUNGSINSTITUT FÜR NICHTEISENMETALLE, BUDAPEST

[Eingegangen am 17. Juni 1958]

I. Die Mineralien der Bauxite und ihre Umwandlungen

Das Aluminiumoxyd kommt in den Bauxiten als Hydrargillit, Böhmit, Diaspor bzw. an Kaolinit gebunden vor. Diese Mineralien erfahren bei der Röstung des Erzes solche Umwandlungen, deren Kenntnis uns bei der Fortsetzung des Fabrikationsprozesses zum Nutzen sein kann. Die Kenntnis der mineralogischen Struktur und die Untersuchung ihrer Umwandlungen kann also eine Grundlage bilden, die zur Schaffung der richtigsten fabrikationstechnologischen Vorschriften nötig sein kann. Die Elementarzelle der Aluminiumoxydhydrate ist schichtenweise aufgebaut [1]. In diesen Zellen haben die aus Sauerstoff- und Hydroxyl-Ionen bestehenden Oktaeder-Schichten eine hexagonale bzw. pseudohexagonale Anordnung. Erhitzt man eines dieser Oxydhydrate, so entsteht als Endprodukt immer α - Al_2O_3 . Diese Umwandlung geht beim Diaspor am leichtesten vor sich: schon bei 500°C [2]. Der Grund dafür ist in der gleichen Schichtenfolge zu suchen, der den Charakter ABABA... hat. In anderen Aluminiumoxydhydraten ist diese Schichtenfolge eine andere, beim Hydrargillit z. B. ABBAABBA... Bei der Entwässerung bildet sich die kubische Sauerstoffschichtenreihe: ABCABC... Die Bildung von Korund wird dadurch verzögert und es entsteht eine ganze Reihe wasserfreier bzw. fast wasserfreier metastabiler Aluminiumoxydphasen (χ , γ , \varkappa , ϑ usw.). Diese sind meistens unvollkommen kristallisiert, ihre innere Anordnung ist ärmlich, das Porenvolum bzw. die innere spezifische Oberfläche ist groß. In der Literatur erwähnt man diese metastabilen Phasen oft unter dem Sammelnamen γ - Al_2O_3 . Sie haben eine defizite Spinellstruktur und nach der Vorstellung einiger Forscher unterscheiden sich die mit diesem Namen bezeichneten Modifikationen nur darin, daß ihr Raumgitter demgemäß mehr oder weniger Deformation erleidet, in welcher statistischen Anordnung die Al-Atome die ihnen zur Verfügung stehenden Räume belegen. Von diesen Phasen bildet sich der α -Korund nur bei einer Erhitzung auf 1000 — 1100°C . DE BOER und HOUBEN [3] behaupten, daß das γ - Al_2O_3 ungefähr 1% Wasser enthält, seiner Zusammensetzung wäre die Formel HAl_5O_8 zuzuschreiben, sie besitze eine Pseudospinellstruktur.

Hydrargillit und Bayerit können sich auch direkt in die Metaphasen umwandeln. Eine Entwässerung der beiden Trihydrate unter hydrothermalen Umständen dagegen führt zur Bildung von Böhmit. Entwässert man im Laboratorium oder bei Betriebsbedingungen, so erhält man meistens eine Mischung von Böhmit und der Metaphasen [4, 5, 6, 7, 8, 9]. BROWN, CLARK und ELLIOT behaupten, daß man beim Erhitzen auf 300°C eine Mischung von Hydrargillit und Böhmit in einem Verhältnis von 1 : 1 erhält, bei 330°C geht dann das zurückgebliebene Hydrargillit plötzlich in $\chi\text{-Al}_2\text{O}_3$ über. Von 330 bis 530°C ändert sich das Verhältnis Böhmit/ χ nicht, bei 530°C aber wandelt sich das Böhmit sehr rasch zu $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ um. Danach bleibt das Verhältnis χ/γ bis 800°C unverändert. Die α - und δ -Phasen erscheinen zwischen 800 und 1000°C . Die Bildung von $\chi\text{-Al}_2\text{O}_3$ kann aber nur dann beobachtet werden, wenn das Hydrargillit sehr langsam erhitzt wird. Das bei der raschen Erhitzung entwickelte Böhmit geht bei 550°C an der Luft geglüht in $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ über, ohne daß man die $\chi\text{-Al}_2\text{O}_3$ Bildung hätte beobachten können. Die Entwässerungsvorgänge seien demgemäß die folgenden:

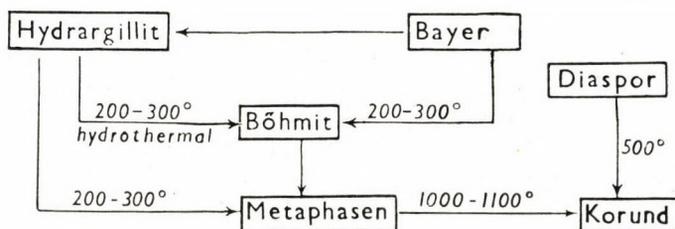
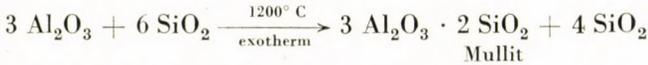
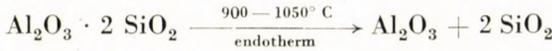
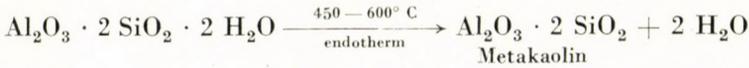


Bild 1

Bei der Entwässerung von Böhmit lösen sich die Sauerstoffatome von der einen Seite der oktaedrischen Schicht und sie binden zwei von der benachbarten Schicht stammende Wasserstoffatome zu sich. Darauf folgt ein Nähergleiten der Schichten und es entsteht ein festgepacktes Raumgitter der Kristallstruktur des $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ entsprechend. STUMPF [7] ist auch der Meinung, daß das so entstandene $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ bei der fortschreitenden Entwässerung durch metastabile Phasen sich zu $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ umlagert — allerdings behauptet er, es können teilweise auch andere, bei der Hydrargillitentwässerung nicht identifizierte Übergangphasen auftreten.

Die kaolinitischen Mineralien zeigen im Diagramm der differentiellen Thermogravimetrie bei der Entwässerung zwischen 550 und 700°C eine endotherme Zersetzungsspitze [11]. FULDA und GINSBERG [12] erwähnen, daß auch Quarzinterferenzen im Debyeogramm des zu 700°C geglühten Kaolins nebst $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ zu beobachten sind, die ursprüngliche kristalline Struktur hat sich also vollkommen aufgelöst. Es scheinen die nachstehenden Gleichungen als für die wahrscheinlichsten zu gelten:



Die der zweiten Reaktion entsprechende Zersetzung geht schon bei 750° C in ziemlich bedeutendem Maße vor sich. Den Grund der exothermen Reaktion, die sich bei der differentiellen Thermoanalyse bei 950—1000° C zeigt, hat man noch nicht eindeutig geklärt. Einige Forscher [13] schreiben sie der γ -Al₂O₃-Bildung, andere der Mullitbildung zu.

Bei der Bauxitverarbeitung sind neben jenen der Al₂O₃-haltigen auch die Umwandlungen der eisenoxydhaltigen Mineralien von großem Interesse, hauptsächlich in Hinsicht auf die Sedimentierungseigenschaften des Rot-schlammes. Die Eisenoxydhydrate haben nur wenige kristallisationsfähige Formen. In Lateriten und Bauxiten sind bis z. Z. die nachfolgenden Eisenoxydhydrate bzw. Oxyde identifiziert worden:

			a ₀	b ₀	c ₀
α -FeOOH	Goethit	rhombisch holoedrisch 4,65	10,02	3,04
α -Fe ₂ O ₃	Hämatit	ditrigonal, skalenoeedrisch 5,04		13,77
γ -FeOOH	Lepidokrokit	rhombisch, dipiramidal 3,88	12,54	3,07
γ -Fe ₂ O ₃	Maghemit	kubisch holoedrisch 8,42		
Fe ₃ O ₄	Magnetit	kubisch holoedrisch 7,40		

In diesen Verbindungen belegen die kleinere Ionenradii besitzenden Eisenatome den Raum zwischen den in fester Kugelpackung stehenden Sauerstoffatomen. Beim Goethit und Lepidokrokit wird diese feste Packung durch eingebaute OH-Gruppen gelockert, was zur Folge hat, daß die oktaedrische Gitterstruktur sich deformiert. Die Anordnung der O-Atome ist bei Goethit und Hämatit hexagonal, bei letzterem ist das Raumgitter dem des α -Korundes völlig ähnlich. Bei den zur γ -Reihe gehörenden Verbindungen entspricht die Anordnung der defiziten Spinellstruktur, sie ist also kubisch, von den 24 zu einem Spinellgitter gehörenden Kationenplätzen werden nur 21 1/3 in statistischer Verteilung durch Fe-Atome belegt. Die Verbindungen der γ -Reihe sind energiereicher, sie sind darum in der Natur weniger häufig verbreitet. In Naturbauxiten haben die Verfasser sie nicht beobachtet. Das dem Hydrargillit entsprechende Trihydrat Fe(OH)₃ ist in der Natur in kristal-

liner Form auch nicht zu finden. In einer Publikation von SCHEFFER, WELTE und LUDWIG [14] wird die Bildung dieser Eisenoxyde bzw. Oxydhydrate in Böden und Lateriten wie folgt dargestellt:

Ihrer Meinung nach wäre — von einer Ferri-Ionen gehaltigen Lösung ausgehend — die Geschwindigkeit des Ausfällens für den atomaren Aufbau der sich bildenden Eisenoxydhydrate entscheidend. Bei einem langsamen Fällen, z. B. bei einer gedrosselten Oxydation einer Ferro-Ionen gehaltigen Lösung bei niedrigem p_H -Wert, geht binnen einigen Minuten die Verwitterung so vor sich, daß infolge sofortiger intramolekularer Wasserabspaltung das Raumgitter vom

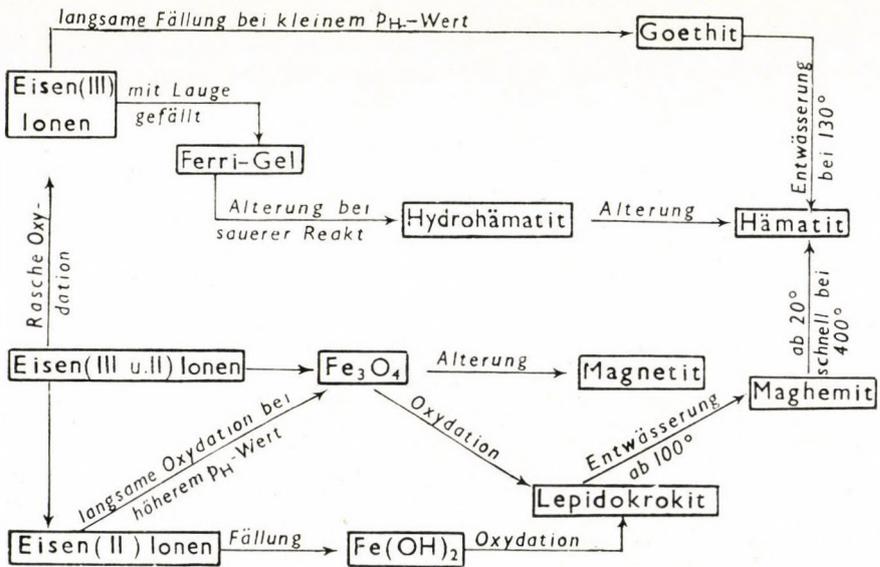


Bild 2

Goethit entsteht. Bei schneller Fällung aus einer Ferri-Ionen-Lösung erhält man eine netzartige Anordnung der sich mit Haupt-Valenzkräften an die Sauerstoffatome bindenden Eisenatome. Das so entstandene Ferrigel altert sich in alkalischem Medium zu Goethit. In neutralem oder saurem Medium kann sich eine braune Vorverbindung vom Hämätit mit erheblichem Wassergehalt bilden, die Hydrohämätit genannt wird [15]. Die fortschreitende Alterung führt dann immer zu Hämätit. Beim Goethit ist die Umwandlung zu Hämätit bei der Entwässerung von $130^\circ C$ zu beobachten [16], die Lepidokrokkit-Entwässerung beginnt dagegen schon bei $100^\circ C$ und es bildet sich Maghemit. Im Boden soll sich Lepidokrokkit nach VAN DER MAREL und BROWN [17, 18] bei der Oxydation organischer Eisenverbindungen bilden, so kann es in den oberen Schichten der Bauxitlager unter dem kohlengehaltigen Tonaufleger vorkommen.

Hydrohämätit ist noch amorph, seine Umwandlung zu Hämatit kann in trockenem Zustand oder auch unter Wasser bei 90° C binnen einigen Tagen vor sich gehen, der äußere Wasserdruck beeinflusst nämlich die Abspaltung des molekular gebundenen Wassers nicht. Die Abspaltung des adsorptiv gebundenen Wassers erfolgt irreversibel, sie wird von einer starken Zusammenschumpfung begleitet, auch der geringe atomare Ordnungsgrad bleibt unverändert. Die weitere Veralterung zu Hämatit, d. h. die Raumgitterbildung

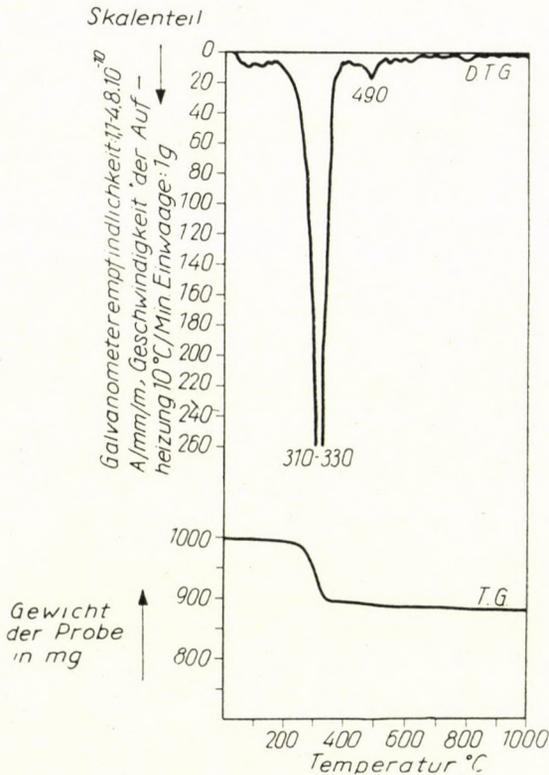


Bild 3. Thermogramm von Goethit aus dem Bauxitvorkommen der Gegend von Sümeg

der Eisenatome ist durch eine stark endotherme Reaktion begleitet, die bei der DTA bei 240° C wahrzunehmen ist. Die Abspaltung des adsorptiv und molekular gebundenen Wassers kann sich bis 300° C verzögern und es bleibt noch amorphes Hydrohämätit zurück. Die atomare Ordnung wächst dann plötzlich und die Hämatitbildung kann bei 300° C durch eine stark exotherme Spitze beobachtet werden. Das adsorbierte Wasser ist beim Goethit und Lepidokrokit lockerer gebunden, die endotherme Reaktion beginnt also bei ungefähr um 100° C niedrigerer Temperatur. Die Abspaltung des Konstitutionswassers, die zur Hämatitbildung führt, äußert sich in einer zweiten endo-

thermen Spitze. Bei den DTA-Aufnahmen jedoch zeigt das Goethit gewöhnlich nur eine einzige endotherme Reaktionsspitze bei 390—400° C, diese entspricht der Hämatitbildung. Die Umwandlung des Natur-Lepidokrokits zu Maghemit ist auch nur durch eine einzige, bei 350° C liegende, endotherme Spitze wahrnehmbar. Sind die Kristallite sehr klein, so können diese Spitzentemperaturen um etwa 20—50° C niedriger ausfallen. Bei eigenen Untersuchungen (Bild 3) haben die Verfasser die endotherme Spitze immer bei 290—330° C gefunden. Beim Lepidokrokite kann man manchmal auch eine exotherme Reaktion beobachten, deren Ablauf bei Mineralien verschiedener Herkunft sehr verschieden sein kann.

Bei 600° C haben sich schon alle Eisenoxyhydrate gänzlich zu Hämatit umwandelt, es kann sich eventuell auch ein wenig feinkristallines Magnetit bilden. Dagegen wird das als Silikat gebundene Eisen nur nach der Zerstörung des silikatischen Gitters, also nur bei einer Temperatur höher als 800° C frei, ein Befund, der eine entsprechende quantitative Analyse ermöglicht.

Die thermische Zersetzung der Bauxitminerale wurde von zahlreichen Forschern untersucht, in ihren Berichten sind von den schon erwähnten und z. Z. als für die genauest geltenden Zersetzungstemperaturen kleinere Abweichungen zu finden. ROTH [19] findet die Umwandlungstemperatur vom Böhmit zu γ - Al_2O_3 bei 300° C, Diaspor soll nach ihm bei 420° C in α - Al_2O_3 übergehen.

STAESCHE und WETZEL [20] untersuchten die Umwandlungen von Böhmit und Diaspor bei 105—1150° C. HÜTTIG [21] beobachtete den Einfluß fremder Gase bei der $\gamma \rightarrow \alpha$ Umwandlung. RUSSEL [22] beschreibt die bekannten Al_2O_3 -Modifikationen sehr ausführlich. Was die metastabilen Phasen und deren Umwandlungen betrifft, kann auf die Arbeiten von BLANCHIN, IMELIK und PRETTRE [23], TRAN-HUU-THE und PRETTRE [24], TERTIAN und PAPÉE [25], THIBON und CALVET [26], ALEXANIAN [27], IMELIK [28] hingewiesen werden. DACHSELT und PÄTZ [29] untersuchten die Umwandlungen von Hydrargillit bei erhöhtem Druck, ganz bis 30 000 kg/cm². FRICKE und SCHWAB [30] haben die zur Umwandlung nötige Energien gemessen:



HÜTTING und GINSBERG [31] behaupten, daß die Umwandlung von 1 g Hydrargillit zu Böhmit 1,42 Kcal/gMol Energie benötigt. Dieselben Forscher haben auch Bestimmungen durchgeführt um das spezifische Gewicht einiger metastabiler Phasen zu ermitteln. Nach verschiedenen Veröffentlichungen liegt das spezifische Gewicht vom γ - Al_2O_3 zwischen 2,5—3,6, das der θ -Modifikation soll 3,4—3,9 betragen.

THIBON [26] meint, es können sich bei der Entwässerung auch andere, noch nicht erwähnte metastabile Phasen bilden. ALEXANIAN [27] und andere Forscher beschreiben auch α' , δ_1 , λ , μ , ξ usw. benannte Phasen, diese sollen aber wahrscheinlich aus Mischungen bestehen. Die Wasserabspaltung der Hydrate wurde von EYRAUD, GOTON, TRAMBOUZE, TRAN-HUU-THE und PRETTRE auch mit der Methode der differentiellen Enthalpie-Analyse verfolgt. In Ungarn haben L. ERDEY und J. PAULIK [38] das Verhalten in verschiedener Weise gefällter Eisenoxyhydrate mit der differentiellen Thermogravimetrie und der Thermoanalyse untersucht. Was die thermische Zersetzung der Aluminiumoxyhydrate betrifft, ist die Versuchsreihe von SASVÁRY und HEGEDÜS [44] wegweisend, wie auch die Arbeit von Frau FÖLDVÁRY [45] über die Bestimmung der Bauxitminerale durch die differentielle Thermoanalyse.

Die thermische Zersetzung von Magnetiten wurde von SCHMIDT und VERMAAS [34] mit der DTA verfolgt. Bei 360—370° C zeigte sich eine exotherme Spitze, die einer an der Oberfläche eine Hämatitschicht bildenden Oxydation zuzuschreiben ist. Bei 580° C zeigt sich eine zweite exotherme Auswölbung, diese erklärt man mit der fortschreitenden Oxydation, der Sauerstoff soll nämlich bei dieser Temperatur schon langsam durch die Schutzschicht diffundieren.

STOJAN ZALAR [35] hat an istrianischen Bauxiten die Exothermität der zu $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ führenden Reaktion beobachtet. Die japanischen Forscher MOTOHICHI MORI und EYSHIN KYUNO [9] befaßten sich ebenfalls mit der Zersetzung des Hydrargillites. KRILOW und POLU-BELOWA [36] untersuchten mit der Thermogravimetrie Uraler, Tichwiner und ungarische Bauxite und beobachteten den Einfluß der Korngröße auf den Verlauf der Entwässerung. WEISS, RICHARDS und ROWLAND [37] wandten sich der Untersuchung der Entwässerung der Tonmineralien zu, ihre Arbeitsmethode umfaßte mit Erhitzung kombinierte Weissenbergsche Röntgenaufnahmen. Sie behaupten, daß das Kaolinitgitter bei 525°C zerstört wird.

II. Entwässerung von Betriebshydrat

Die Verfasser wollten die mineralogischen Umwandlungen, die bei der Röstung vom Bauxit vor sich gehen, beobachten. Um ein klares Bild zu erhalten, untersuchten sie zuerst die Vorgänge bei der Entwässerung eines Betriebshydrates. Die Umwandlungen wurden mit der Debye-Scherrer Pulvermethode und der differentiellen Thermogravimetrie verfolgt. Von den bei verschiedenen Temperaturen geglühten Hydratproben wurden dann die bei niedrigerer Temperatur beständigeren Phasen mit Salzsäure größtenteils ausgelöst: 5 Gramm der Proben wurden zweimal mit je 100 ml konzentrierter Salzsäure bis zur Syrupkonsistenz eingedickt, mit Wasser aufgenommen, verdünnt, filtriert und chlorfrei gewaschen. Die Proben wurden nach einer Trocknung bei 110°C den Untersuchungen unterworfen.

Als Erhitzungsdauer war 20 Minuten bzw. 1 Stunde gewählt. Eine Stunde dürfte dazu genügen, daß bei den einzelnen Erhitzungstemperaturen sich ein Gleichgewicht einstelle. Bei der betriebsmäßigen Röstung in einem Humboldt-Röstofen aber ist die Erhitzungsdauer des Bauxits an der Temperatur der einzelnen Etagen nicht länger als 20 Minuten.

Bild 4 zeigt die differentiell-thermogravimetrischen Kurven der 20 Minuten lang bei verschiedener Temperatur erhitzten Betriebshydratproben.

In Bild 4 geht aus den 150 und 200°C -igen Kurven klar hervor, daß das Betriebshydrat neben Hydrargillit auch $11,5\%$ Bayerit enthielt. Die endotherme Zersetzungsspitze bei $190\text{--}230^\circ\text{C}$ deutet darauf hin. Die Größe der endothermen Böhmitspitze bei $470\text{--}500^\circ\text{C}$ entspricht hier eben einer solchen Menge, die sich während der DTG-Aufnahme bei der Zersetzung von Bayerit und Hydrargillit als »Defiziter Böhmit« gebildet hat. Aus den Errechnungen der thermogravimetrischen Kurven geht hervor, daß die Bayeritzersetzung bei 200°C mit 2 Mole $\text{H}_2\text{O}/1$ Mol Al_2O_3 Wasserverlust in Rechnung zu stellen ist, das Abbauprodukt, das dem Bayerit entsprechende Al_2O_3 , erscheint also mit 1 Mol/Mol Wasser an der Stelle des Böhmits. Hydrargillit dagegen verliert 2,75 Mole Wasser/1 Mol Al_2O_3 — eine mit den Ergebnissen mehrerer Forscher in gutem Einklang [24, 39, 40] stehende Beobachtung —, an Stelle des Böhmits erscheint es also mit nur 0,25 Mol Wasser/Mol Al_2O_3 . Die Thermogramme sowie auch die Debye-Scherrer Aufnahmen zeigen, daß im Ausgangsmaterial kein Böhmit vorhanden war. Auch im Debyeogramm der auf 150°C erhitzten

Hydratprobe kann man die Bayerit-Interferenzen leicht erkennen, Böhmitlinien treten dagegen nicht in Erscheinung.

In den Thermogrammen sowie den Röntgenaufnahmen des bei 250° C erhitzten Materials verschwindet das Bayerit völlig. An der DTG-Aufnahme zeigt sich an Stelle des Böhmits eine dem Bayerit äquivalente Menge des Abbauprodukts mit 1 Mol Wasser/Mol Al_2O_3 . Bei 300° C kann man schon die Verminderung des Hydrargillit beobachten, gleichzeitig erscheint Böhmit an den Röntgenaufnahmen. Das tritt hauptsächlich nach der Entfernung der in Salzsäure leichter löslichen Bestandteile ins Auge, es erscheinen danach die Hauptinterferenzen vom Böhmit mit maximaler Intensität. Die 300- und 350-gradigen DTG-Aufnahmen zeigen mit guter Reproduzierbarkeit die Spitze einer endothermen Zersetzung von einer intermediären Aluminiumoxydhydrat-Modifikation mit unbekanntem Wassergehalt. Bei der Erhitzung auf 400° C verschwindet diese Verbindung völlig. Errechnet man die nach 300°-iger Erhitzung erhaltene thermogravimetrische Kurve, so zeigt sich, daß schon ungefähr 1,7% des Al_2O_3 -Gehaltes in wasserfreier Form vorhanden sind. Die Debyeogramme zeigen diese kleine Quantität natürlich noch nicht.

Bei der 350°-igen Aufnahme ist wasserfreies Al_2O_3 sicherlich auch zu finden, es kann aber quantitativ nicht bestimmt werden, wir kennen nämlich den Entwässerungsmechanismus der schon erwähnten Übergangsmodifikation nicht.

Das Debyeogramm läßt auf die Erscheinung von wenig $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ schließen, dessen Bildung aber bei dieser Temperatur noch ziemlich unwahrscheinlich ist. Nach 400°-iger Erhitzung sind nach den thermogravimetrischen Kurven nur 4,8% des gesamten Al_2O_3 als Hydrargillit vorhanden, bei 450° C ist letzteres in gutem Einklang mit den Röntgenaufnahmen schon überhaupt nicht zu beobachten.

Nach 400°-iger Erhitzung wurde 4%, bei 450° 7,8%, bei 500° 18% wasserfreies Al_2O_3 gefunden, im letzteren Falle waren die übrigen 82% Al_2O_3 an Böhmit gebunden. Die χ -Modifikation erscheint in dem Debyeogramm nach der 500°-igen Erhitzung.

Geht man mit der Glüh Temperatur noch höher als 450° C, beobachtet man nach dem völligen Verschwinden des Hydrargillits eine stetige Abnahme vom Böhmit, es wächst die Menge des wasserfreien Oxydes, das bei 600° C schon den einzigen Bestandteil darstellt. Auf den Debye-Scherrer-Aufnahmen erscheint ab 550° C $\chi\text{-Al}_2\text{O}_3$ mit großer Intensität und auch die Interferenzen des $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ -s kommen daneben zum Vorschein. Die Erscheinung anderer metastabiler Modifikationen, wie ϑ , ζ , $\eta\text{-Al}_2\text{O}_3$, ist nach Ermessung einiger Interferenzen auch zu verwahrscheinlichen, ihre Identität kann aber nicht ganz einwandfrei festgestellt werden.

An den thermogravimetrischen Aufnahmen ist auch die Aktivierung des Tonerdehydrats bei der Erhitzung gut zu verfolgen. Unter 250° C sind die

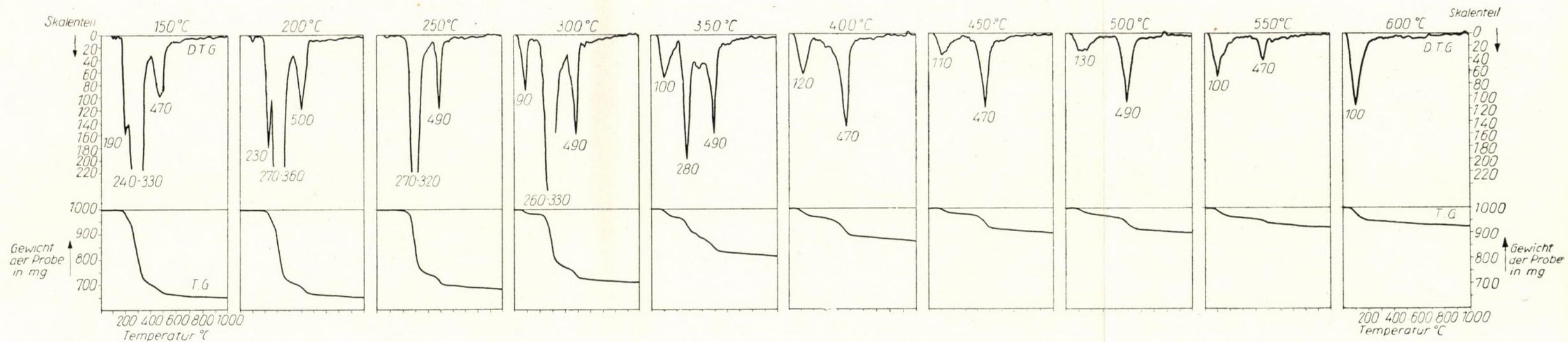
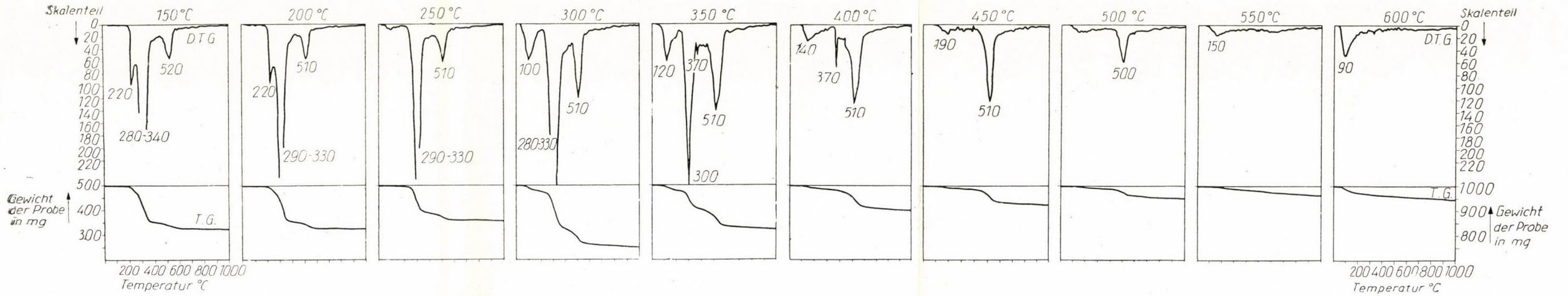


Bild 4. DTG- und TG-Diagramme eines 20 Minuten lang erhitzten Tonerdehydrates



Bei 150 und 200 °C war kein Lösungsrückstand zu finden

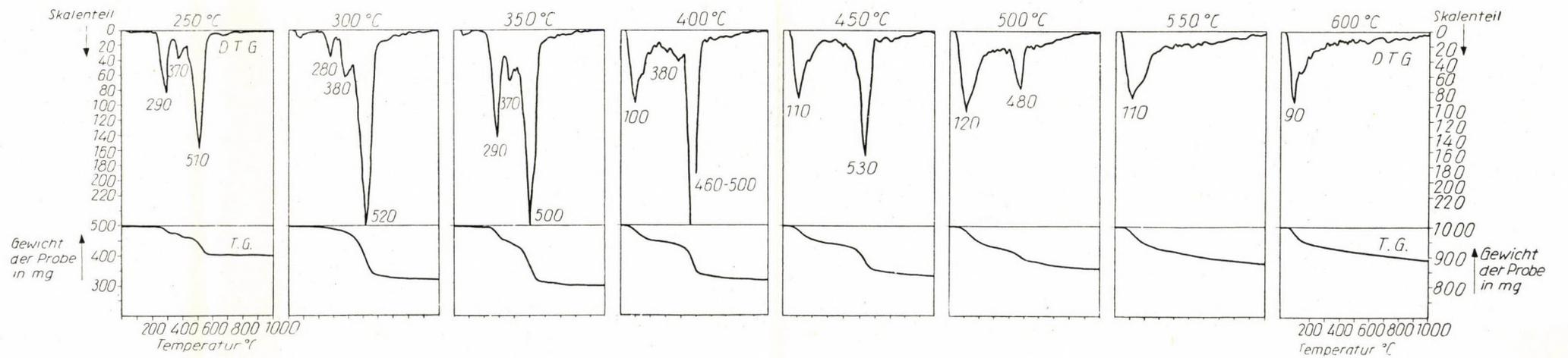


Bild 5. DTG- und TG-Diagramme eines eine Stunde lang erhitzten Tonerdehydrates

Proben wenig hygroskopisch, bei 300—400° C ist die Wasseradsorption aus der Luft sehr intensiv, dann nimmt sie bis 500° C ab, um zwischen 550 und 600° wieder zu steigen.

Ganz ähnlich waren die Verhältnisse auch nach einstündigen Erhitzungen. Die thermogravimetrischen Aufnahmen zeigt das Bild 5. Aus diesem läßt sich feststellen, daß die fortlaufende Zersetzung vom Hydrargillit bis 400° C gut in Erscheinung tritt, Bayerit verschwindet schon bei einer Erhitzung auf 250° C. Die endotherme Spitze bei 370° C ist auch hier deutlich bei den Aufnahmen ab 250° C zu sehen, es hat sich also auch in diesem Falle eine wassergehaltige Aluminiumoxydhydrat-Übergangsmodifikation gebildet. Die Zersetzung dieser Phase wurde auch in dieser Untersuchungsserie bei 400—450° C beobachtet, was hauptsächlich an den Thermogrammen der Rückstände der mit Salzsäure behandelten Proben zum Vorschein kommt.

Es gelang den Verfassern nicht die Beschreibung einer solchen wassergehaltigen Al_2O_3 -Modifikation in der Literatur zu finden, die das gebundene Wasser bei 370° C verliert. Die Debyeogramme aber, an welchen dieser Stoff — falls er ein eigenes Raumgitter besitzt — hätte mit charakteristischen Diffraktionslinien erscheinen sollen, zeigten das Auftreten neuer Linien nicht.

Aus den Berechnungen der Verfasser kann man schließen, daß es sich um eine Modifikation handelt, die einen Wassergehalt zwischen 0,3—1 Mol/Mol Al_2O_3 enthält, aber nicht als »Defiziter Böhmit« zu betrachten ist. Die endotherme Spitze des Thermogrammes ist scharf von der des Böhmits verschoben. Ob es sich hier um eine »echte Verbindung« handelt oder nicht, kann nur durch weitere tiefergreifende Untersuchungen festgestellt werden.

Die Aktivierung des Tonerdehydrates kann auch an den eine Stunde lang erhitzten Proben mit Hilfe der Thermogramme gut verfolgt werden, wenn auch etwas weniger scharf, als bei der ersten — 20 Minuten lang erhitzten — Serie.

Die Erscheinung der wasserfreien Al_2O_3 Modifikationen ζ und γ konnte aus den Debyeogrammen auch hier einwandfrei festgestellt werden, schwerer ist die Bildung von der η -Modifikation aus dem Bayerit zu beobachten.

III. Entwässerung von Bauxit von Iszkaszentgyörgy gemäß der Temperaturverhältnisse der einzelnen Etagen des Humboldt-Röstofens vom Werk Almásfüzitő

Nachdem die Fragen der thermischen Aluminiumhydratzersetzung in der erwähnten Weise geklärt wurden, untersuchten die Verfasser die Vorgänge bei der betriebsmäßigen Bauxitröstung. Es wurde ein Bauxit von Iszkaszentgyörgy gewählt, mit der Zusammensetzung:

Glühverlust:	22,33%
Al ₂ O ₃	52,64%
SiO ₂	3,84%
Fe ₂ O ₃	18,05%

Verhältnis Al₂O₃ zu SiO₂ = 13,70

Dieser Rohstoff entspricht einer in der Tonerdefabrik von Almásfüzitő verarbeiteten besseren Qualität. Ihre Entwässerungskurve und das differentielle Thermogramm erscheinen im Bild 6. Wie daraus zu errechnen ist, enthält das Erz 28,5% an Hydrargillit und 23,8% an Böhmit gebundenes Al₂O₃, ein Bayeritgehalt konnte nicht nachgewiesen werden. Aus der Debye-Scherrer-Aufnahme kann man auch auf einen erheblichen Goethitgehalt schließen.

Die Probe wurde durch Vermahlung und Sieben bis DIN 70 verfeinert, es wurden dann 120 g davon 20 Minuten lang geröstet, nacheinander bei allen Temperaturen, die jenen der einzelnen Etagen des Humboldtovens entsprechen. Im Bild 6 sind diese Temperaturen eingetragen.

Nach dem Rösten bei der Temperatur der einzelnen Etagen wurden je 10 g für die Untersuchungen beiseite gelegt, der Rest der Probe aber erlitt eine weitere Röstung bei der Temperatur der folgenden Ofenstage.

Die Verarbeitung der Muster bestand aus der chemischen Analyse, den Debye-Scherrer-Untersuchungen und der Aufnahme der Thermogramme. Letztere sind im Bild 6 zusammengestellt. Die Röntgeninterferenzen sind in Tabelle 1 ausgewertet. Aus den Untersuchungsergebnissen kann man folgendes schließen:

Bis 264° hat sich das Hydrargillit/Böhmit Verhältnis nicht bemerkbar geändert.

Bei der Röstung bis 336° C war mehr als die Hälfte des Hydrargillites zersetzt worden. Die Linienintensitäten der Debyeogramme zeigen beim Hydrargillit und Böhmit bis 264° C ungefähr dieselbe Intensität; an der Aufnahme von auf 336° C erhitztem Material zeigt sich das Vorhandensein von Hydrargillit schon kaum, die Intensität seiner Linien ist schon sehr schwach.

Bei 398° C findet man keine Hydrargillit-Interferenzen mehr, gleichzeitig erscheinen aber die metastabilen Phasen, in erster Linie die stärksten Interferenzen des γ -Al₂O₃.

Der Goethit wird nach den Debyeogrammen ebenfalls zwischen 360° und 398° C entwässert. Bei Temperaturen, die jenen der 9—12ten Etagen des Ofens entsprechen, kann man eine nicht sehr umfangreiche Rehydrierung beobachten, die entsprechenden Röntgenaufnahmen zeigen jedoch den Wiederauftritt der Hydrargillit-, wie auch der Goethit-Interferenzen nicht. Das Rehydrierungsgebiet erstreckt sich an den Thermogrammen von 280 bis 350° C, daraus kann verwahrscheinlicht werden, daß Goethit wie auch Hydrargillit, wenn auch nur in kleinem Maße, Konstitutionswasser aufzunehmen

Tabelle 1

Röntgendiffraktionslinien des bei den einzelnen Etagen eines Humboldt-Röstofens entsprechenden Temperaturen im Laboratorium gerösteten Bauxites von Iszkaszentgyörgy

Temperatur der Röstung Mineralischer Bestandteil	62		86		104		187		264		336		398		314		224		202		172		160				
	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I			
Böhmit	6,14	100	6,14	80	6,13	80	6,13	100	6,14	100	6,11	100	6,11	100	6,11	100	6,14	100	6,13	100	6,14	100	6,14	100	6,14	100	
	5,32	15	5,38	15	—	—	5,32	15	5,32	15	—	—	—	—	5,37	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Hidrarg.	4,83	100	4,83	100	4,83	100	4,83	100	4,83	100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Kaolin	4,45	10	—	—	—	—	4,45	15	—	—	—	—	—	—	4,45	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Hidrarg.	4,34	50	4,34	50	4,34	15	4,32	15	4,34	50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Goethit	4,19	10	4,19	10	4,20	15	4,21	15	4,21	50	4,19	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,04	80	—	—	—	4,04	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Kaolin	3,57	15	3,57	10	3,57	10	3,57	15	3,57	50	3,50	80	3,57	50	3,57	25	3,57	50	3,57	50	3,57	30	3,57	30	3,57	30	
Böhmit	3,16	80	3,16	50	3,15	80	3,16	80	3,16	80	3,16	100	3,16	80	3,16	60	3,16	60	3,16	60	3,16	60	3,16	60	3,16	30	
Hämatit	2,69	15	2,69	10	2,69	50	2,69	15	2,69	15	2,69	15	2,69	50	2,69	30	2,69	25	2,69	15	2,69	10	2,69	10	2,69	10	
Goe.+Hidr.	2,45	50	2,44	50	2,44	50	2,45	50	—	—	—	—	—	—	—	—	2,44	15	2,45	10	2,45	10	2,45	15	—	—	
Hidrarg.	2,37	20	2,37	20	2,37	15	2,37	15	2,37	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Böhmit	2,34	50	2,34	50	2,34	50	2,34	80	2,34	80	2,34	80	2,34	80	2,34	50	2,34	50	2,34	30	2,34	30	2,34	20	2,34	20	
Hämatit	2,20	15	2,20	15	2,20	10	2,20	15	2,23	15	2,20	15	2,20	15	2,20	15	2,20	20	2,20	15	2,20	10	2,20	10	2,20	10	
Hidrarg.	2,16	5	2,16	5	2,16	10	2,16	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	2,04	10	2,04	15	—	—	—	—	2,04	30	2,04	15	2,04	15	2,04	15	2,04	15	2,04	15	2,04	15	2,04	5	2,04	5	
Böhmit	1,97	10	1,97	15	1,97	10	1,97	35	1,97	50	1,98	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Bö.+Häm.	1,85	80	1,85	15	1,85	15	1,85	80	1,85	80	1,85	100	1,85	80	1,85	80	1,85	60	1,85	50	1,85	60	1,85	60	1,85	10	
Böhmit	1,76	5	—	—	—	—	—	—	1,76	15	1,76	15	1,76	10	1,76	10	1,76	10	1,76	10	1,76	15	—	—	—	—	
Hämatit	1,69	15	1,69	50	1,70	15	1,69	15	1,69	50	1,69	50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,69	15	
Böhmit	1,65	15	1,65	5	1,65	10	1,65	10	1,65	5	1,65	50	1,65	80	1,65	35	1,65	35	1,66	25	1,66	25	1,66	25	1,66	10	
Kao.+Häm.	1,61	1	—	—	—	—	—	—	1,60	10	1,60	15	1,60	15	1,60	5	1,60	5	1,60	5	—	—	—	—	—	—	
Kaolin	—	—	—	—	—	—	—	—	1,49	10	1,49	15	1,49	15	1,49	15	1,49	5	1,49	5	—	—	—	—	—	—	
Böhmit	1,44	50	1,44	50	1,44	15	1,44	30	1,44	50	1,44	80	1,44	50	1,44	50	1,44	50	1,44	25	1,44	20	1,44	20	1,44	25	
γ -Al ₂ O ₃	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,40	15	1,40	50	1,40	15	1,40	25	1,40	15	1,40	15	—	—	—	—	
Häm.+Bö.	1,31	20	1,31	15	1,31	25	1,31	20	1,31	15	1,30	15	1,31	20	1,31	20	1,31	15	1,31	10	1,31	10	1,31	10	1,31	10	

fähig sind, bei den Bedingungen im Laboratorium allerdings stand die nötige Wasserdampfmenge zum Fortschreiten der Reaktion nicht zur Verfügung. Es zeigte sich ferner an den Thermogrammen, daß die Proben gleichzeitig mit der völligen Hydrargillit-Zersetzung bei etwa 100° C eine erhebliche Menge adsorbierten Wassers verlieren, ein Zeichen, daß das teilweise in wasserfreie Form geratene Al_2O_3 eine sehr große Aktivität besitzt.

IV. Entwässerung von Bauxit von Iszkaszentgyörgy im Humboldt-Röstofen des Werkes Almásfüzitő

Die die Technologie betreffenden Betriebsverhältnisse des Humboldt-Röstofens im Werk Almásfüzitő wurden im Jahre 1956 von S. DUNAY eingehend untersucht [46]. Es stand damals der Einfluß der Röstung auf die Ausbeute beim Aufschließungsprozeß und auf die Sedimentationseigenschaften des Rotschlammes im Vordergrund. Die von ihm aus den einzelnen Etagen des Ofens genommenen und den Verfassern zur Verfügung gestellten Proben konnten zur Untersuchung der mineralischen Umsetzungen dienen und die Verfasser betrachteten es als nützlich, die angezogene Arbeit dadurch zu ergänzen. Die Zusammensetzung des Betriebsbauxites war folgende:

Glühverlust:	18,33%
Al_2O_3	50,48%
SiO_2	3,88%
Fe_2O_3	20,87%
TiO_2	3,06%

Verhältnis Al_2O_3 zu $\text{SiO}_2 = 13,0$

In der ersten Reihe von Bild 7 ist das Thermogramm dieses Erzes zu sehen, es geht davon aus, daß auch dieser Bauxit einen gemischten Typ darstellt: 29,5% Al_2O_3 sind an Böhmit, 20,0% an Hydrargillit gebunden, Bayerit konnte nicht nachgewiesen werden. Die Debyeogramme zeigten Böhmit neben weniger Hydrargillit und das Vorhandensein von nicht allzuvielen Goethit. Das Rösten erfolgte in einem großen Betriebsofen Typ Humboldt, mit 12 Etagen, der mit Generatorgas geheizt wurde. Die Aufenthaltszeit des zu röstenden Materials an den einzelnen Ofenetagen lag zwischen 10 und 20 Minuten. Wegen der großen Belastung des Ofens war die einwandfreie Bemusterung ziemlich schwierig, es zeigte sich darum in den Analysen auch eine gewisse Schwankung. Trotz dieser aber hat man mit der Debye—Scherrer-Methode und der Thermogravimetrie die vor sich gehenden Umwandlungen gut verfolgen können.

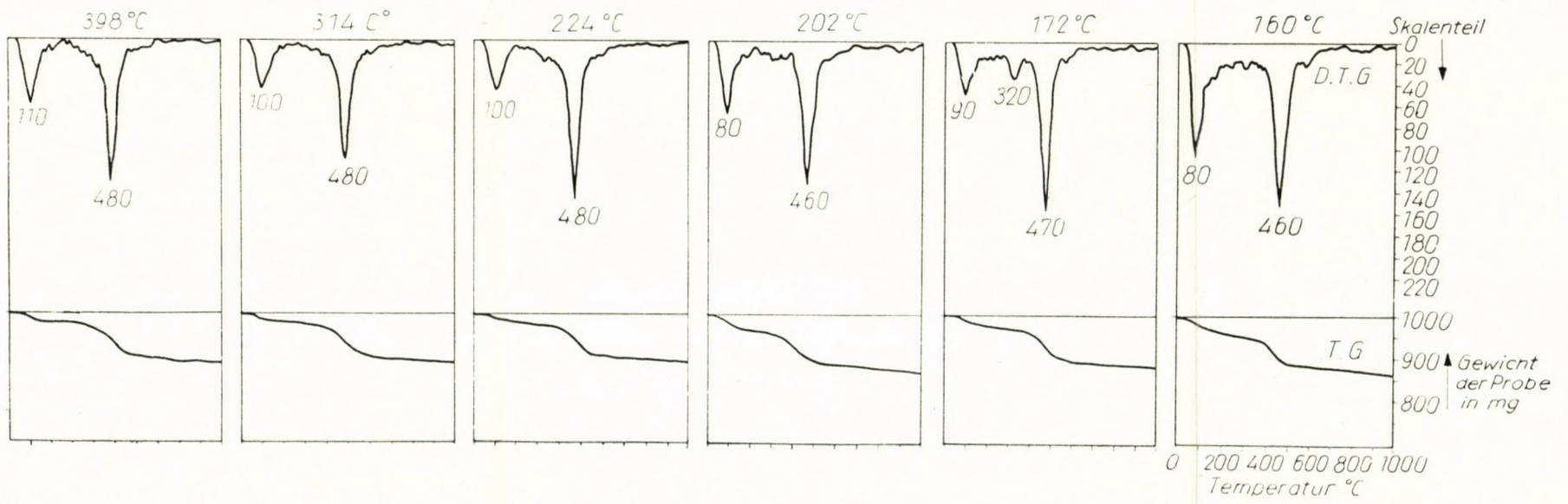
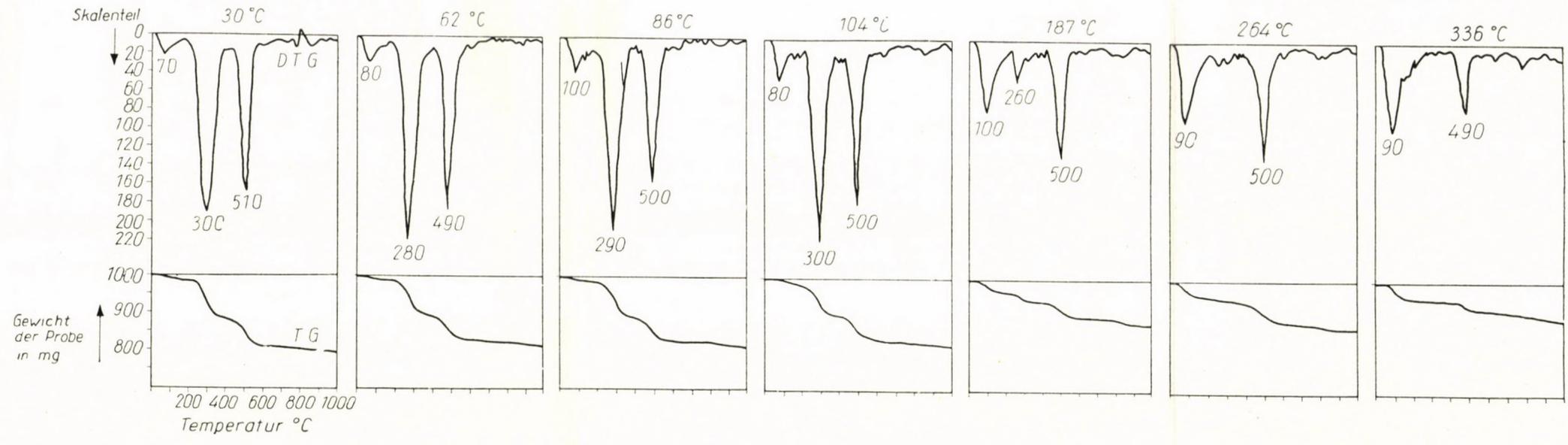


Bild 6. DTG- und TG-Diagramme eines im Laboratorium den einzelnen Etagen des Humboldtovens von Almásfüzitő entsprechenden Temperaturen erhitzten Bauxites von Iszkaszentgyörgy

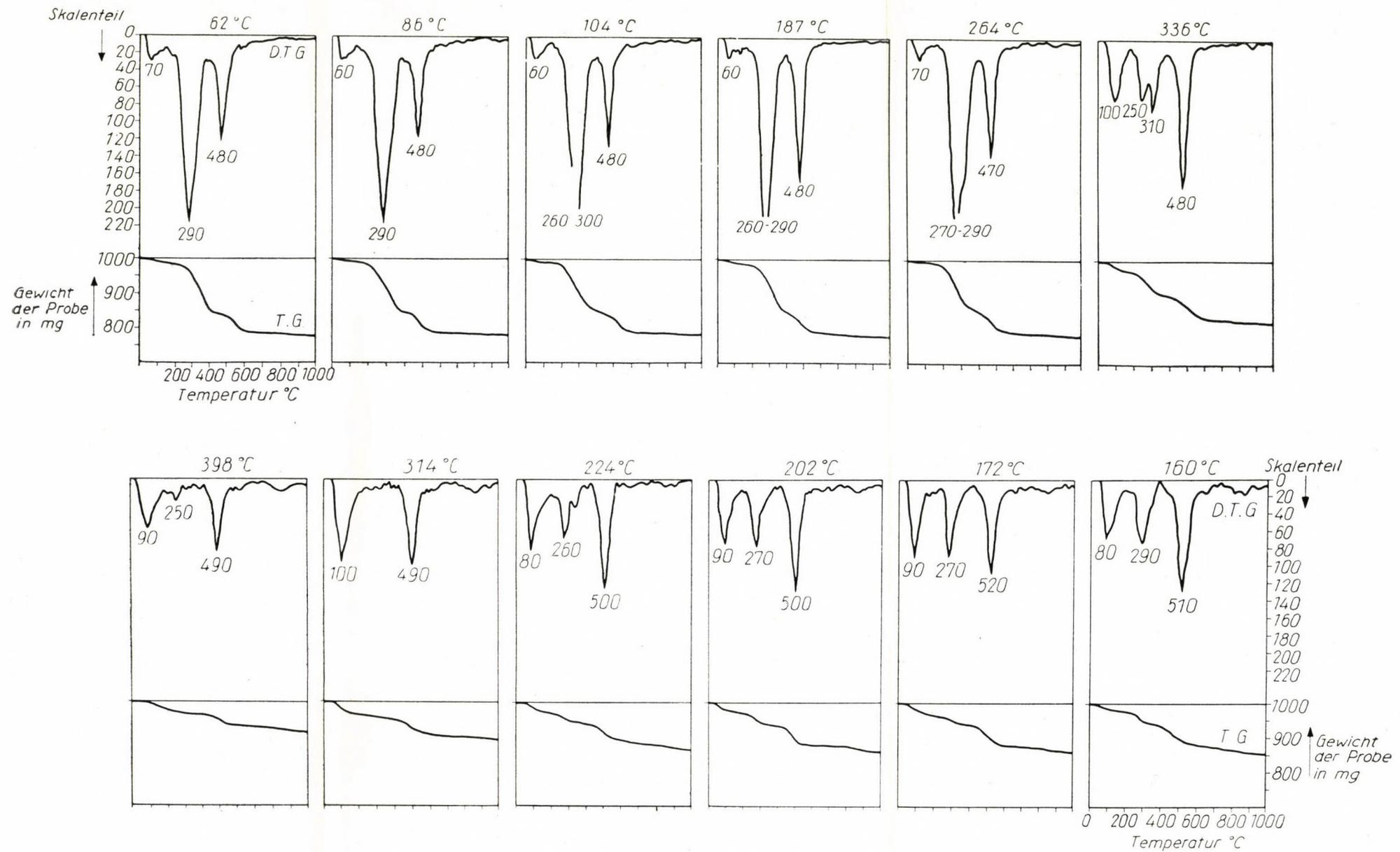


Bild 7. Den einzelnen Etagen des Humboldtovens von Almásfüzitő entsprechende DTG- und TG-Diagramme von gerüstetem Bauxit

Aus den Thermogrammen des Bildes 7 ist ersichtlich, daß die Proben der ersten vier Etagen (62—137° C) praktisch keine Umwandlung erlitten haben, nur ein Trocknungsvorgang des Erzes ging vor sich. An der fünften Etage, wo die mittlere Temperatur von 264° C herrscht, ist aber der größte Teil vom Hydrargillit schon zersetzt worden, dies geht aus dem Bild 7 deutlich hervor. Die Röntgenaufnahmen zeigen, daß die Entwässerung von Goethit an derselben Etage vor sich geht, wie das aus Tabelle 2 ersichtlich ist.

In der bei 336° C gerösteten Probe der sechsten Etage ist kein Hydrargillit mehr vorhanden, und der Goethitgehalt hat auch beträchtlich abgenommen.

Von der siebenten Etage an kann eine intensive Aktivierung auch in diesem Falle beobachtet werden: es zeigt sich um 100° C die charakteristische endotherme Spitze der Abspaltung adsorbierten Wassers. Die fortschreitende Entwässerung von Böhmit ist bei 398° C zu beobachten, was mit der Bildung wasserfreier Al_2O_3 -Modifikationen in Einklang steht.

Die Thermogramme der Proben der zehnten bis zwölften Etagen lassen einwandfrei darauf schließen, daß auch beim Hydrargillit eine partielle Rehydrierung stattgefunden hat. Die Neubildung von Goethit ist in der Probe der zehnten Etage zu bemerken. Die stärksten Interferenzlinien des Hydrargillits, wie auch die des Goethit erscheinen in den Debye—Scherrer-Aufnahmen der Proben der elften und zwölften Etage, in völligem Einklang mit den Thermogrammen.

Die bedeutend intensivere Rehydrierung im Vergleich mit den Laboratoriumsuntersuchungen läßt sich dadurch erklären, daß in den unteren Etagen des Betriebsofens Wasserdampf reichlich zur Verfügung steht. Dieser konnte teilweise wegen der kurzen Röstezeit vom Inneren der größeren Bauxiteile nicht entweichen, andererseits aber stammt er aus der zur Heizung eingesaugten Luft. Es scheint also, daß die sich vom Hydrargillit gebildete mikrokristalline wasserfreie Al_2O_3 -Modifikation zu Hydrargillit führender Rehydrierung fähig ist. Analoge Vorstellung hat auch SHO SUZUKI [42] annehmen müssen, als er bei seinen Untersuchungen mittels Elektronendiffraktion bei einer bei 100° C sehr lange dauernden Erhitzung aus Böhmit die Bildung tafelförmig ausgebildeten Hydrargillits beobachtete.

Im Zusammenhang mit der Bauxitgenetik hält auch BENESLAWSKI [43] Umwandlungen ähnlichen Typs für möglich. Seiner Ansicht nach hat sich der Bauxit in der Natur unter solchen Umständen gebildet, bei denen der Böhmit auch als eine metastabile Phase zu betrachten ist, und sich in Hydrargillit umwandeln kann. Er meint sogar, Korund könne auch in Hydrargillit übergehen und behauptet, daß die Existenz derartiger Umwandlungen zum Aufstellen von Hypothesen über die Bauxitbildung unentbehrlich ist. Im Laboratorium gelang es auf alle Fälle bis jetzt noch nicht solche Verhältnisse zu schaffen, die den Ablauf derartiger Umwandlungen sichern könnten.

Tabelle 2

Die Debye—Scherrer-Linien eines im Werk Almásfüzitő aus den einzelnen Etagen des Humboldt-Röstofens stammenden Bauxites (KX)

Temperatur der Röstung Mineralischer Bestandteil	62		86		104		187		264		336		398		314		224		202		172		160				
	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I	d	I			
Kaolin	—	—	—	—	—	—	7,1	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7,0	5	—	—			
Böhmit	6,10	50	6,46	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6,46	1	—	—	—			
Goethit	5,1	5	5,1	5	5,1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
Hidrang.	4,83	25	4,83	35	4,83	20	4,85	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,82	5	4,84	5	4,84	5		
Hidrang.	4,34	5	4,36	5	4,34	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
Goethit	4,20	5	4,18	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,19	1	4,19	1	
Kaolin	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,57	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
Kao.	—	—	—	—	3,52	5	3,50	1	3,50	1	—	—	—	—	—	3,52	1	—	—	—	3,52	10	3,51	10	3,52	5	
Klorit	3,48	5	3,48	5	—	—	—	—	3,48	5	3,48	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,48	1	—		
Böhmit	3,16	40	3,16	25	3,16	25	3,16	15	3,16	20	3,16	5	3,16	10	3,16	10	3,16	15	3,16	25	3,16	80	3,16	80	3,16	50	
Alunit	—	—	—	—	—	—	—	—	2,95	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2,95	5	—		
Hämatit	2,69	30	2,69	25	2,69	10	2,69	10	2,68	15	2,67	40	2,67	80	2,67	50	2,69	25	2,69	20	2,69	20	2,69	80	2,69	35	
Böhmit	2,36	40	2,36	20	2,34	25	2,35	10	2,36	20	2,36	10	2,36	40	2,35	40	2,35	25	2,35	25	2,35	25	2,35	80	2,35	80	
Hämatit	2,20	1	—	—	2,20	1	—	—	2,20	10	2,19	10	2,19	10	2,19	40	2,19	20	2,19	5	2,20	5	2,20	5	2,20	5	
Böhmit	2,04	10	2,05	10	2,04	5	—	—	2,04	5	—	—	—	—	—	—	2,03	1	2,04	5	2,02	5	2,04	5	—		
Böhmit	1,97	5	2,97	5	1,97	5	—	—	1,97	1	1,97	5	1,97	1	1,97	1	1,97	1	1,96	5	1,96	5	1,96	5	1,96	5	
Böh.+Hem.	1,85	100	1,85	80	1,85	100	1,85	100	1,85	100	1,85	15	1,85	50	1,85	50	1,85	100	1,85	100	1,85	100	1,85	100	1,85	100	
Hidrang.	1,81	1	1,74	1	1,80	1	1,74	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
Hämatit	1,69	15	1,69	10	1,69	10	1,69	10	1,69	15	1,69	25	1,69	80	1,69	50	1,69	15	1,69	10	1,69	35	1,69	35	1,69	10	
Böhmit	1,65	5	1,65	5	1,65	10	—	—	1,65	10	1,65	10	1,65	15	1,65	20	1,65	5	1,65	5	1,65	15	1,65	15	1,65	10	
Hämatit	1,60	10	1,60	5	1,60	5	1,60	10	1,60	5	—	—	1,60	5	1,60	5	1,60	5	1,60	5	1,60	5	1,60	5	1,60	5	
Goethit	1,56	5	1,56	5	1,56	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
Goethit	1,50	5	1,50	5	1,50	5	1,50	5	—	—	—	—	—	—	—	—	1,50	1	—	—	—	1,50	1	1,50	1		
Hämatit	1,49	5	1,49	5	1,49	5	1,49	1	1,49	1	1,49	10	1,49	10	1,49	10	1,49	5	1,49	1	1,49	10	1,49	10	1,49	1	
Böhmit	1,44	75	1,44	25	1,44	20	1,44	15	1,44	30	1,44	10	1,44	50	1,44	30	1,44	35	1,44	25	1,44	50	1,44	50	1,44	20	
Böhmit	1,42	10	1,42	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,42	20	1,42	5		
Metaphasen	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,40	1	1,40	1	1,40	1	1,40	1	1,40	1	1,40	1	1,40	1
Metaphasen	—	—	—	—	1,37	1	1,37	1	1,38	1	1,38	1	1,38	1	1,38	5	1,38	5	1,38	5	1,37	5	1,37	1	1,37	1	
Häm.+Böh.	1,31	75	1,30	25	1,30	20	1,30	20	1,30	35	1,31	20	1,31	50	1,31	50	1,31	15	1,31	25	1,31	80	1,30	80	1,30	15	

Die Entwässerung im Humboldt-Röstofen und bei Laboratoriumsverhältnissen verläuft gemäß den Untersuchungen der Verfasser in sehr ähnlicher Weise. Den Hauptunterschied bewirkt der verschiedene Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre, der im Betriebsofen die Rehydrierung ermöglicht. Diese Rehydrierung geht allerdings in beschränktem Maße bei den Al_2O_3 -gehältigen wie auch den Fe_2O_3 -gehältigen Mineralien vor sich, die auf die Weiterverarbeitungstechnologie gewissen Einfluß haben können.

SCHRIFTTUM

1. K. SASVÁRI—I. ZALAI: *Acta Geol.* 1957. 4, 415.
2. H. SAALFELD: Zur Entwässerung des Hydrargillites, *Fortschritte der Mineralogie* 1957, Band 35, Hf. 1, 28.
3. J. H. DE BOER-HOUBEN: Göteborger Konferenz über die Chemie der festen Stoffe (Vortrag 1952).
4. J. H. DE BOER—J. H. M. FORTUIN—J. Y. STEGGERDA: Dehydration of alumina. *Proceedings Ser. B.* 37, No. 2, 1954.
5. J. H. DE BOER—J. H. M. FORTUIN—P. ZWIETERING: *Proceedings Ser. B.* 37, No. 4, 1954.
6. J. H. DE BOER—J. J. STEGGERDA—P. ZWIETERING: *Proceedings Ser. B.* 38, 1955.
7. H. C. STUMPF—A. S. RUSSEL—M. NEWSOME—C. M. TUCKER: *Ind. Eng. Chem.* 42 (1950) 1938.
8. H. TIBON—J. CARRIER—R. TERTIAN: *Bull. Soc. Chim. France*, 18 (1951) 384.
9. MORI MOTOHICHI—KYUNO EYSHIN: Dehydration of aluminiumhydroxide *J. Ch. Soc. Japan*, 76 (1955) 1350.
10. J. F. BROWN—D. CLARK—W. W. ELLIOT: *Journ. Chem. Soc. London*, 1954, 84.
11. J. GROFCSIK: A kerámia elméleti alapjai (Die theoretischen Grundlagen der Keramik). Akadémiai Kiadó, Budapest, 1956.
12. H. FULDA—H. GINSBERG: Tonerde und Aluminium, Teil I. — Gruyter, Berlin 1951.
13. J. WIEGMANN—C. H. HORTE: Die exotherme Reaktion des Kaolinites, *Silikattechnik* 7 (1956) 417.
14. F. SCHEFFER—E. WELTE—F. LUDWIG: Zur Frage der Eisenoxyhydrate im Boden. *Chemie der Erde*, Band 19, Hf. 1 (1957) 51.
15. MAURITZ—VENDL: *Ásványtan (Mineralogie)* II. 1942.
16. E. POSNJAK—H. MERVIN: *Amer. J. Sci.*, 47 (1911) 311.
17. H. W. VAN DER MAREL: *Sediment Petrogr.* 21 (1955) 12.
18. G. BROWN: *J. Soil. Sci.* 4 (1953) 220.
19. A. ROTH: *Erzmetall* 35 (1938) 447.
20. N. STAESCHE—J. WETZEL: *Erzmetall* 41 (1944) 101.
21. G. F. HÜTTIG: *Angewandte Chemie* 53 (1940) 35.
22. A. S. RUSSEL: *Alumina properties*, Pittsburg, 1956.
23. L. BLANCHIN—B. IMELIK—M. PRETTRE: *CR* 233 (1951) 1029. und *CR* 236 (1953) 1025.
24. TRAN HUU THE—M. PRETTRE: Sur la thermicité des réactions de déhydratation de l'hydrargillite, *CR.* 234 (1951) 1029.
25. R. TERTIAN—D. PAPPÉE: *C. R.* 236 (1953) 1565.
26. H. THIBON—E. CALVET: *CR* 239 (1954) 1133.
27. CH. ALEXANIAN: Constatation sur la filiation des alumines. *CR* 240 (1955) 1621.
28. B. IMELIK: *CR* 242 (1956) 773.
29. E. DACHSELT—K. PÄTZ: Untersuchungen über die Umwandlungen von Hydrargillit und Böhmit bei erhöhtem Druck. *Z. anorg. allg. Chem.* Band 292, Hf. 5—6 (1957) 762.
30. R. FRICKE—G. M. SCHWAB: *Handbuch der Katalyse* Band IV, Wien 1943, 146.
31. W. HÜTTIG—H. GINSBERG: Kristallenmorphologische Beobachtungen bei der Entwässerung von Aluminiumoxydtrihydrat. *Z. anorg. allg. Ch.* Band 278 (1955) 93.
32. P. CHATELIN: *CR* 241 (1955) 46.
33. CH. EYRAUD—R. GOTON—Y. TRAMBOUZE—TRAN HUU THE—M. PRETTRE: *CR* 240 (1955) 862.

34. E. R. SCHMIDT—F. H. S. VERMAAS : *Am. Mineralogist* 40 (1955) 422.
35. STOJAN ZALAR : *Rudastvo Met. Zbornik* 1955, 77.
36. N. V. KRILOW—A. S. POLUBJELOWA : *Shurn. Prikl. Kimii* 29 (1956) 698.
37. E. J. WEISS—A. RICHARDS—ROWLAND : *Am. Mineralogist* 41 (1956) 117.
38. L. ERDEY—F. PAULIK : *MTA Kémiai Tud. Oszt. Közl.* (Mitteilungen der Klasse für Chemie der Ungarischen Akademie der Wissenschaften) Band 9 Nr. 1 (1956).
39. L. ERDEY—F. PAULIK—J. PAULIK : *MTA közl. 7. kiad. 1.* (Mitteilungen der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Ausgabe 7, Nr. 1.)
40. A. RUSSEL—N. COCHRAN : *Ing. Eng. Chem.* 42 (1950) 1332, 1336.
41. O. GLEMSER—G. RIECK : *Trabajos Reunion Intern. Reactivad Solidos* 3, Madrid 1956, 1, 361.
42. SHO SUZUKI : *Koll. Zschr.* Band 156 Hf. 1 (1958) 67.
43. SZ. I. BENESLAWSKI : Im Rahmen der Sitzung des Geochemischen Ausschusses der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 29. VI. 1958 in Budapest gehaltener Vortrag.
44. K. SASVÁRI—A. HEGEDÜS : *M. Kém. Folyóirat* (Ungarische Chemische Zeitschrift) 60 (1954) 333.
45. Frau FÖLDVÁRI—M. VOGL : *Untersuchungen der mineralischen Zusammensetzung ungarischer Bauxitsorten mit der Differentialthermalanalyse.* *Acta Geol. I* (1952) 49.
46. S. DUNAY : *Fémipari Kutató Intézet jelentése* (Berichte des Forschungsinstitutes für Nichteisenmetalle) 1956.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wurden die Umwandlungen verschieden lange Zeit geglühter Aluminiumhydratproben (Betriebsprodukt) mit der Debye—Scherrer-Methode und der differentiellen Thermogravimetrie untersucht. Analoge Versuche wurden mit einem im Laboratorium und in einem Humboldt-Ofen gerösteten Iszkabauxit durchgeführt.

Die Aluminiumoxydverbindungen zeigten stets analogen Ablauf bei der Entwässerung, die teilweise zu instabilen Modifikationen führte. Im Humboldt-Ofen war eine geringe Rehydrierung der Al- und Fe-Oxydmodifikationen im Auslauf zu beobachten.

Betriebshydrat zeigte bei der Thermogravimetrie bei 370° C eine scharfe endotherme Spitze, die nicht eindeutig zu erklären aber immer reproduzierbar war. Es konnte auch die Aktivierung der Bauxite gut verfolgt werden.

TRANSFORMATION OF THE OXIDES AND OXI-HYDRATES, CONTAINED IN THE BAUXITES, DURING DEHYDRATION

J. ÜVEGES and M. MÁRIÁSSY

SUMMARY

Transformations in alumina hydrates, produced in alumina plants and heated for different periods at temperatures from 100 to 1000° C were investigated by differential thermogravimetry and X-ray studies by the Debye—Scherrer method. Similar experiments were conducted on bauxite from Iszkaszentgyörgy, heated in laboratory as well as in a roasting equipment of production scale, system Humboldt.

The alumina-hydrates showed in both cases similar ways of the decomposition, during which metastable modifications were partly formed. During the experiments in the Humboldt type furnace rehydration of the aluminium oxides and the ferrous constituents was observed at the outgoing end of the furnace.

Hydrates produced in alumina plants show a sharp characteristic endothermic minimum value in the thermogravimetric diagrams and this was easily reproduced. According to our knowledge it was not described aluminium oxo-hydrate with reduced water content, which produces this phenomenon when dehydrated. The activation of the bauxite was observed as well.

QUELQUES RECHERCHES SUR LA DÉCOMPOSITION THERMIQUE DES MINÉRAIS DE BAUXITE

J. ÜVEGES et M. MÁRIÁSSY

RÉSUMÉ

A l'aide de la méthode de Debye—Scherrer et de la thermogravimétrie différentielle, on a observé les changements de l'hydrate de l'alumine (produit d'usine) pendant la déshydratation. Des expériences analogues ont été faites avec une bauxite provenant d'Iszkaszentgyörgy, déshydratée en laboratoire et dans un four Humboldt industriel.

Les composés de l'hydrate de l'alumine se comportaient dans tous les cas d'une façon analogue, et on a pu obtenir des phases métastables. On a constaté qu'une certaine réhydratation des composés alumineux et ferreux est possible dans les conditions du four industriel, à la sortie.

Au cours de la thermogravimétrie différentielle, de l'hydrate de l'alumine il se produisait un changement endotherme à 370° C, toujours reproductible et encore inexplicé. On a pu bien observer l'activation durant le chauffage.

ИЗМЕНЕНИЯ ОКИСЕЙ И ГИДРООКИСЕЙ БОКСИТОВ ПРИ КАЛЬЦИНАЦИИ

Й. ЭВЕГЕШ и М. МАРЬЯШИ

РЕЗЮМЕ

Были исследованы модификационные изменения промышленного гидрата глинозёма, обожженного при температурах от 100° С до 1000° С при различных выдержках, дифференциально-термогравиметрическим методом и на съёмках Деbye—Шеррера. Подобные исследования произвели над бокситом месторождения Искасентдёрдь в лабораторной печи, а в дальнейшем в промышленной обжигательной печи типа Гумбольдта.

Гидроокиси алюминия в обоих случаях разлагались одинаково, и в это время образовались метастабильные модификации. При опытах в печи Гумбольдта можно было наблюдать незначительную регидратацию окиси алюминия и железных минералов при выходе из печи.

Промышленный гидрат при прерывистом обжиге обезвоживания (температура около 370° С) на основании термогравиметрических измерений даёт резкий, хорошо воспроизводимый эндотермический минимум. В настоящее время неизвестна, такая низководосодержащая гидроокись алюминия которая показала бы это явление при обезвоживании.

Сверх этого наблюдалась активизация боксита.

GEOMETRICAL VERIFICATION OF J. PELIKÁN'S THESIS ON EVOLUTION

P. CSONKA

WORKING COMMUNITY FOR STRUCTURAL AND TRANSPORT ENGINEERING OF THE HUNGARIAN ACADEMY
OF SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received June 20, 1958]

1. Introduction

PELIKÁN, J. demonstrated [1] that the lateral pressure n of membrane-like shells loaded by vertical, uniformly distributed loads is a constant force at every point of the shell-edge, and it is normal to the horizontal projection of the edge-line. He furthermore [2] pointed out that the shells in question can be bordered by edge arches, the axis line of which — the *edge line* — is a funicular polygon of the edge-forces. The horizontal projection of the edge line on such a “free” edge is a circle with the radius r_0 .

PELIKÁN, J's thesis on evolution, which has to be dealt with here, refers to the free edges of the particularly shaped shells mentioned above. According to this thesis :

By laying a cylinder of vertical axis on the contour line of a free edge, and by evolving the surface of that cylinder together with the vertical components of the edge-forces, the evolved curve will be a funicular polygon of the force-components mentioned above, and its pole distance will be $H = nr_0$.

PELIKÁN, J. verifies this, recently mentioned, thesis by the vector-analytical methods of differential geometry. The following explanation intends to prove the same thesis by quite simple geometrical considerations, disregarding all mathematical operations.

2. Verification of the thesis

Let us replace the edge-curve by the *edge polygon*, *i. e.* by a polygon circumscribed around the edge-curve, the horizontal projection of which is a regular polygon. Furthermore, let us replace the distributed edge-forces by concentrated ones acting on the apices of the edge-polygon. In this case, the edge-polygon will be a funicular polygon of the edge-forces, and its horizontal projection the funicular polygon of the projected edge-forces [3]. The horizontal projection of the edge-polygon being a regular polygon, all the projections of the funicular forces are of the same size ; their magnitude is nr_0 .

Let us choose an optional apex O on the edge-polygon, and let us represent funicular-forces S_1 and S_2 and the edge-force P , all three acting at point O , by the horizontal and lateral projection of their force-vectors (Fig. 1). From the values of these projections $S'_1 = S'_2 = nr_0$ are from the very first known. For the others, only the directions are to be considered as given. These forces being in equilibrium, their magnitude can be determined by a simple construction of a force-parallelogram. Let us carry out this construction, and lay

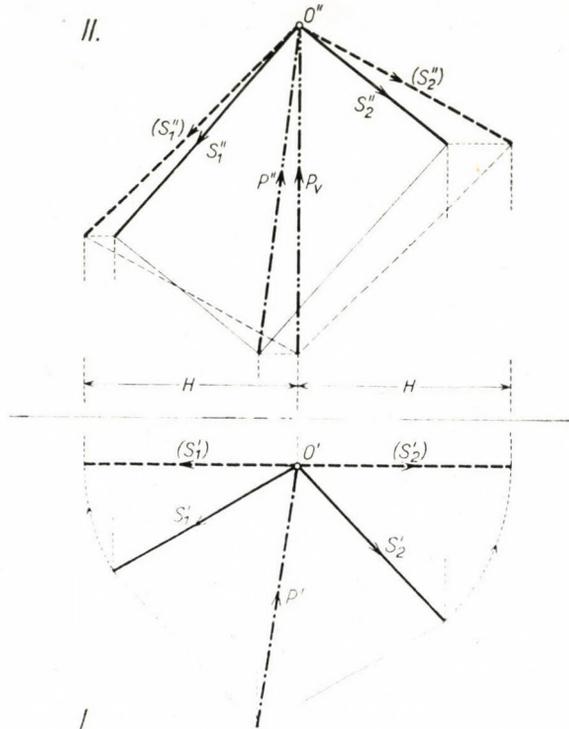


Fig. 1. Evolution of the edge-curve

a prism of vertical axis through the edge-polygon and then let us evolve the surface of this prism — the funicular-forces included — into a plane, parallel to the second projection-plane. The force-vectors evolved are marked on the figure by thick, dotted lines. The diagonal in point O'' of the force-parallelogram constructed from the evolved force-vectors is vertical in consequence of the construction, its size is equal to the vertical projection P_v of force P . In accordance to these, forces S''_1, S''_2 and P_v are in equilibrium, while the sides of the evolved edge-polygon form the sides of the funicular-polygon belonging to force P_v . The pole distance of this funicular polygon can also be

read from the figure, it is $H = nr_0$. The same is valid, of course, for the other apices of the edge-polygon, or its sides respectively.

In this way, we verified PELIKÁN, J.'s thesis on evolution for the edge-polygon. Of course, the thesis remains true also if the side-length of the edge-polygon becomes diminished beyond all limits. Hereby the edge-polygon is transformed into an edge-curve, while the concentrated forces acting on the apices of the polygon are transformed into a system of distributed edge-forces.

REFERENCES

1. PELIKÁN, J.: Membrane Structures. *Proceedings of Second Symposium on Concrete Shell Roof Construction 1—3 July 1957*. Teknik Ukeblad Oslo, pp. 229—231.
2. PELIKÁN, J.: Membrane Structures with Free Edges. *Acta Technica Ac. Sc. Hung.* 20 (1958), pp. 276—295.
3. SZMODITS, K.: Construction and Analysis of Suspended Roof Structures (in Hungarian). *Reports for the Structural Tests Laboratory of the Institute for the Science of Construction*, 1956.

SUMMARY

PELIKÁN, J. proved his thesis of revolution, referring to the edge-curves of "free"-edged membrane-like shells, loaded by uniformly distributed vertical forces, by the vector-analytical method of the differential geometry. The present paper verifies the same thesis on the base of quite simple geometrical considerations disregarding all mathematical deductions.

GEOMETRISCHER NACHWEIS DES J. PELIKÁNSCHEN ENTWICKLUNGSSATZES

P. CSONKA

ZUSAMMENFASSUNG

J. PELIKÁN hat seinen Entwicklungssatz, der sich auf die Randkurven der »freien« Ränder hautartiger, von gleichmäßig verteilten vertikalen Kräften belasteten Schalen bezieht, mittels vektoranalytischer Methoden der Differentialgeometrie bewiesen. Vorliegender Aufsatz liefert den Beweis für denselben Satz unter Hinweglassung mathematischer Ableitungen, auf Grund einfacher geometrischer Erwägungen.

VÉRIFICATION GÉOMÉTRIQUE DE LA THÈSE DE DÉVELOPPEMENT DE J. PELIKÁN

P. CSONKA

RÉSUMÉ

C'est par la méthode vectorielle de la géométrie différentielle que J. Pelikán a prouvé sa thèse de développement relative aux arcs de rebord limitant les bords «libres» des voiles membraneux chargés par des forces verticales uniformément réparties. L'étude justifie la même thèse par de simples considérations géométriques en négligeant les déductions mathématiques.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ ТРАКТОВКИ

Й. ПЕЛИКАНА

П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

Теорема трактовки, действительная для краевых дуг, ограничивающих «свободные» края диафрагмообразных оболочек, нагруженных равномерно распределяющимися вертикальными усилиями, доказана Й. Пеликаном векторным методом дифференциальной геометрии. Данная работа эту же теорему с упущением математических выводов подтверждает путем простых геометрических соображений.

DER OBERFLÄCHENMARTENSIT IN DER Fe-Ni-Co- LEGIERUNG UND DIE BEDINGUNGSFAKTOREN SEINER AUSBILDUNG IM ALLGEMEINEN

A. MAŠÍN

PHYSIKALISCHES LABORATORIUM DER FORSCHUNGSANSTALT FÜR VERKEHRSWESEN,
RESSORTANSTALT DES VERKEHRSMINISTERIUMS, PRAHA

und

O. BAKALÍKOVÁ

FORSCHUNGSINSTITUT FÜR VAKUUMELEKTROTECHNIK, PRAHA

[Eingegangen am 15. Sept. 1958]

Einleitung

Der Oberflächenmartensit wurde zum erstenmal von HANKE und HENKEL in der Legierung von (in %) 4,0 C, 1,75 Cr, 0,45 Mn, 0,25 Si und 0,2 V beobachtet und in der Arbeit [1] ausführlich als das Gefüge »X« beschrieben. Später gelang es, den Oberflächenmartensit auch in der Eisenlegierung mit 1% C und 5% Mn zu finden [2]. Hier wurde er vorläufig noch »nichtnadeliges Gefüge« genannt. Der Beweis, daß es sich in beiden Fällen um Oberflächenmartensit handelt, wurde in der Arbeit [3] durch Röntgenstrahldiffraktion erbracht. In dieser Arbeit wurde auch festgestellt, daß es sich um eine Oberflächenerscheinung handelt, so daß die Voraussetzung, er entstehe durch Schleifen bei Anfertigung von metallographischen Schliffen, hier berechtigt zu sein scheint. In der vorliegenden Arbeit wird dann die Richtigkeit dieser Voraussetzung direkt bewiesen.

Das Aussehen des Oberflächenmartensits unterscheidet sich sichtlich von dem der normalen martensitischen Struktur, denn er besitzt keinen so ausgesprochenen Charakter wie die martensitischen Plättchen. Dennoch ist seine Ausbildungsform charakteristisch; er ist gegliedert und diese Gliederung entbehrt nicht einer gewissen Richtungsanordnung. Er entsteht unabhängig von Martensitplättchen (Martensitnadeln) und pflegt überwiegend auf austenitische Körner lokalisiert zu sein.

In den Arbeiten [1] und [4] wurden auch die Wärmegrenzen der Existenz des Oberflächenmartensits in angeführten Legierungen, seine Mikrohärtigkeit und seine ferromagnetischen Eigenschaften bestimmt. Charakteristisch ist die Tatsache, daß es neben Oberflächenmartensit auch zeilenförmige Anordnung des normalen Martensits gibt [5], die gleichfalls in der vorgelegten Arbeit im Kovar gefunden wurde. Diese Tatsache zeugt von einer nichthomogenen Verteilung der legierenden Elemente in verschiedenen Gebieten dieser Legierungen [5].

Die vorliegende Arbeit befaßt sich einerseits mit dem Oberflächenmartensit in der Eisen-Nickel-Kobalt-Legierung (Kovar), andererseits mit der Bestimmung allgemeiner Ursachen, die zur Bildung des Oberflächenmartensits führen und für die Lösung des Mechanismus seiner Entstehung wichtig sind.

Der Oberflächenmartensit im Kovar

Kovar, in dem der Oberflächenmartensit gefunden wurde, hatte folgende Zusammensetzung (in %): 17,54 Co, 28,28 Ni, 0,50 Mn, 0,026 S, 0,028 C, Rest Eisen, oder 27,19 Ni, 18,15 Co, 1,63 Cu, 0,59 Mn, Rest Eisen. Im ternären Diagramm (Bild 1) bewegen sich also die chemischen Zusammensetzungen im

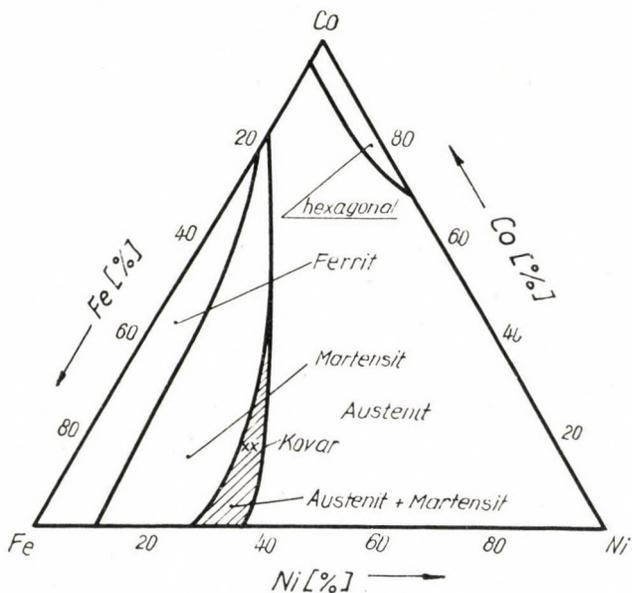


Bild 1. Ternärdiagramm der Fe-Ni-Co-Legierung. (Scientific Reports of the Imperial Tohoku-University, Japan)

Gebiet, wo Austenit und Martensit nebeneinander vorhanden sind; bei Abkühlung der Schiffe von höheren Temperaturen auf Raumtemperatur entsteht eine mehr oder weniger austenitische Struktur, bei Tiefkühlung in flüssigem Stickstoff (-195°C) eine martensitische Struktur. Diese Legierungen haben also eine Neigung zur martensitischen Umwandlung.

Die hier beigelegten mikroskopischen Aufnahmen wurden an Kovar-Proben aus gewalztem Blech angefertigt. Sie wurden zuvor bei 1000°C 40 Minuten geglüht, dann auf -80°C untergekühlt und nochmals bei 1000°C 40 Min. geglüht. Nach dem ersten Glühen besaßen die Proben 2 bis 8% Martensit, durch die Unterkühlung stieg der martensitische Phasenanteil auf rund



Bild 2. Oberflächenmartensit im Kovar (700×)

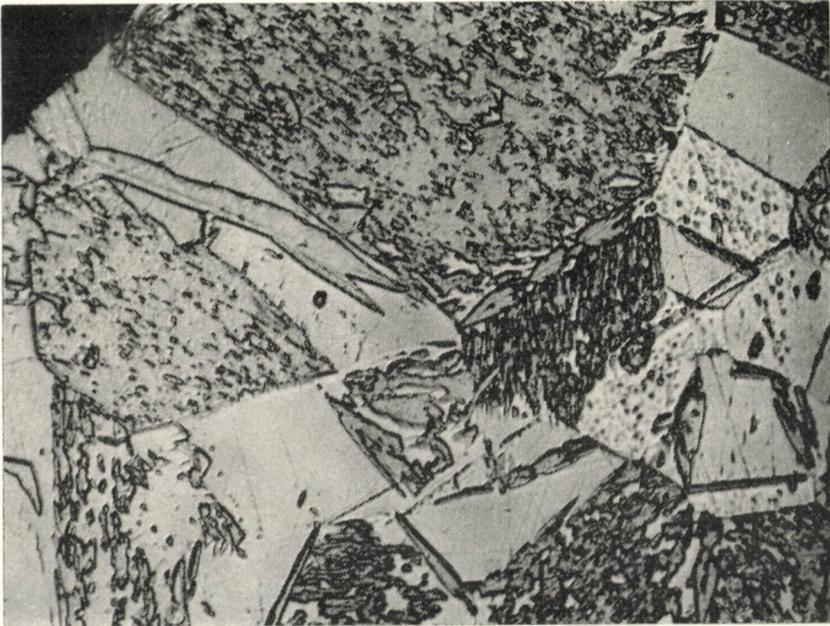


Bild 3. Oberflächenmartensit im Kovar (700×)



Bild 4. Beispiel der Unabhängigkeit des Oberflächenmartensits von normalen martensitischen Nadeln (500×)

40—50% und nach dem zweiten Glühen bei 1000° C sank er wieder auf 2 bis 5%. Die Proben wurden normalerweise auf Schmirgelpapier (Schröder) Nr. 1 F, 4/0 und 6/0 geschliffen, dann auf nassem Wege mit künstlichem braunem Korund (Körnung 600) vorpoliert und mechanisch auf samtbespannter Polierscheibe mit Spinellin in dest. Wasser poliert. Sie wurden mit Ätzmittel: 20 ml HCl, 10 ml HNO₃ und 2 g CuCl₂ geätzt.

Die Ausbildungsform des Oberflächenmartensits im Kovar ist im Detail aus den Bildern 2, 3, 4 und 6 ersichtlich. Er füllt hier, ähnlich wie bei Fe-Mn-Cr-C- [1] und Fe-Mn-C- [2] Legierungen abgegrenzte Gebiete aus, die entweder aus einzelnen Teilelementen unregelmäßiger Form bestehen oder ein zusammenhängendes Gefüge bilden und eine bestimmte, untereinander verschiedene Richtungsanordnung besitzen. Diese Gebiete werden gänzlich oder nur teilweise ausgefüllt; im letztgenannten Falle in direkter Abhängigkeit von der Zwillingbildung (Bild 5) und werden sowohl von Korngrenzen als auch von Zwillingsgrenzen beschränkt. Im Gegensatz zu [1] entsteht jedoch der Oberflächenmartensit überwiegend in der angrenzenden Umgebung der Zwillingstreifen in austenitischen Körnern, während die Zwillingstreifen frei bleiben (Bild 5 und 6). Es gibt aber keine Regel dafür, wie aus dem Bild 7 Mitte hervorgeht, wo er im Zwillingsteil entstand, jedoch nicht so vollkommen

entwickelt wie im restlichen Teil des Kornes und eine andere Richtungsanordnung aufweist.

Sein mengenmäßiger Anteil in einzelnen austenitischen Kornflächen ist verschieden (Bild 2, 3). Auch innerhalb eines austenitischen Kornes kann sich seine Dichte und seine Richtung ändern. Die Gebiete des Oberflächenmartensits und ihre innere Orientierung sind vollkommen unabhängig von normalen martensitischen Nadeln, ähnlich wie bei [1] und [2] beobachtet wurde. Diese Unabhängigkeit von nadelförmigem Martensit ist auf Bild 2 und 4 wiedergegeben. Bild 2 zeigt außerdem eine Ausbildung des Oberflächenmartensits zwischen einzelnen Martensitnadeln mit einer zu ihnen beinahe senkrechten (zufälligerweisen) Richtung.

Die Härte des Oberflächenmartensits, gemessen am Zeiss-Hannemannschen Mikrohärtemesser, liegt zwischen der Härte von Austenit und Martensit, ähnlich wie bei [1] und [2]. Ihre Meßwerte sind in der Tafel I angegeben, wo

Tafel I

Mikrohärte der einzelnen Gefügebestandteile im Kovar

Gefügebestandteil	Hm kg/mm ²					Durchschnittswert	Härte in Leg. Fe-Mn-C [2]
	1. Messung	2. Messung	3. Messung	4. Messung	5. Messung		
Martensit	235	228	220	225	228	227	932
Oberflächenmartensit	190	185	188	185	175	185	767
Austenit	155	153	155	150	153	153	527

auch die Mikrohärte der entsprechenden Phasen bei der Legierung Fe-Mn-C hinzugefügt ist. Im Vergleich sind die Gesamtwerte, wie aus der Tafel hervorgeht, sichtlich niedriger. Die Ursache liegt wahrscheinlich im Fehlen der Kohlenstoffatome im Kristallgitter des Kovar, das für die erhebliche Härte des Martensits bei kohlenstoffhaltigen Legierungen verantwortlich ist. Der Unterschied zwischen der Härte des nadeligen und des Oberflächenmartensits kann durch die kleine Schichtdicke erklärt werden, so daß bei der Härtemessung die Diamantpyramide auch den weicheren Austenit trifft.

Ähnlich wie bei Legierungen Fe-Mn-C [5] erscheint auch beim Kovar die zeilenförmige Anordnung des normalen Martensits, sie ist aus Bild 8 ersichtlich. Die Breite der Martensitzellen hängt allgemein von der Temperatur ab; mit der abnehmenden Temperatur nimmt sie bis zum völligen Zusammenfließen in ein einheitliches Martensitgefüge zu. Den Oberflächenmartensit kann man sowohl in den Zeilen als auch in Gebieten zwischen ihnen finden (Bild 9).



Bild 5. Die Abhängigkeit des Oberflächenmartensits von der Zwillingsbildung der austenitischen Kristallite. Seine Ausbildung in Zeilen (200 \times)

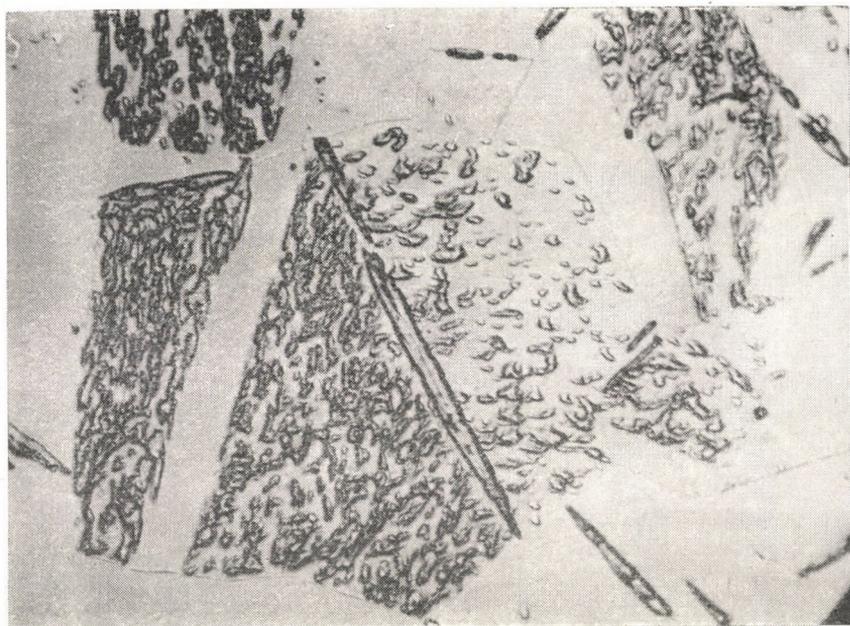


Bild 6. Oberflächenmartensit im Zwillingsstreifen des Austenitkornes (700 \times)



Bild 7. Oberflächenmartensit im Austenit (200×)

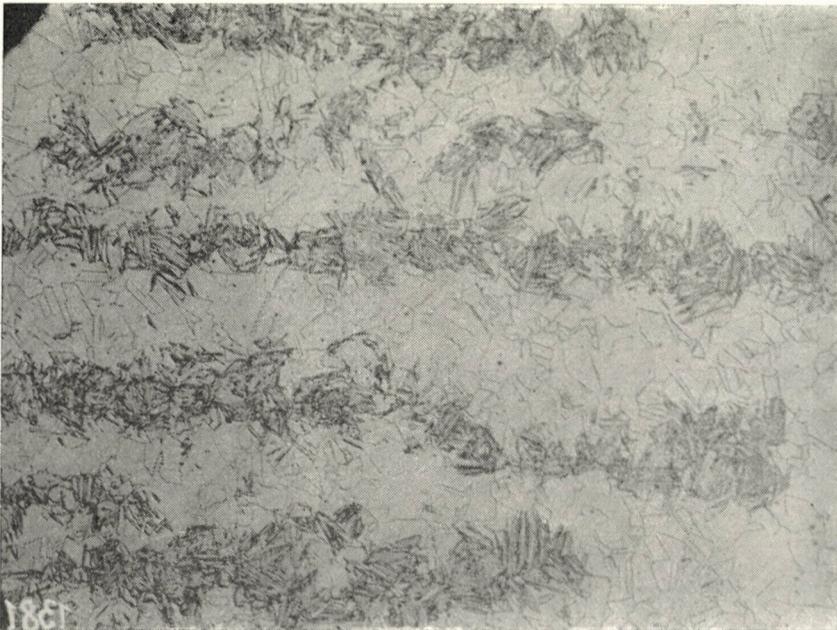


Bild 8. Zeilenanordnung des normalen nadeligen Martensits (100×)



Bild 9. Zeilen des normalen nadeligen Martensits mit Oberflächenmartensit (300×)

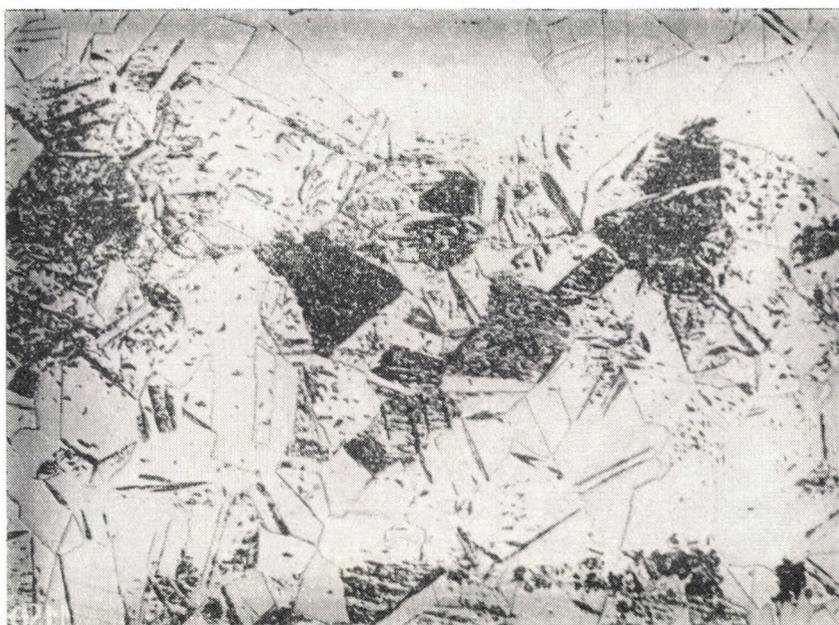


Bild 10. Eine Zeile des Oberflächenmartensits (300×)

Im Anfangszustand der martensitischen Umwandlung, wo die verschiedenen martensitischen Plättchen mengenmäßig noch rar sind, bildet der Oberflächenmartensit auch Zeilen (Bild 5 u. 10). Der größte Prozentinhalt der martensitischen Plättchen scheidet eben in diesen Zeilen aus.

Im allgemeinen stimmt also der Oberflächenmartensit im Kovar mit jenem in der Legierung Fe-Mn-Cr-C [1] und Fe-Mn-C [2] überein.

Schlußfolgerungen für den Mechanismus der Ausbildung des Oberflächenmartensits

Die erhaltenen Ergebnisse so der vorliegenden als auch früherer Arbeiten [1] und [2] lassen die Hauptfaktoren bestimmen, die das Entstehen des Oberflächenmartensits bedingen.

Ein markantes Merkmal des Oberflächenmartensits ist die Tatsache, daß er nur an bestimmten Austenitkörnern oder an ihren Zwillingsstreifen und deren Umgebung entsteht und daß er scharf durch ihre Grenzlinien abgetrennt ist. Das Suchen nach einem gemeinsamen Grundzeichen für diese Austenitkörner sowie für die Zwillingsstreifen führt uns zu der Orientierung des Kristallgitters. Wie bekannt, ist in polykristallinen Metallen und also in unserem Falle die kristallographische Orientierung der einzelnen Kristallite verschieden. Am metallographischen Schliff, der eigentlich eine Schnittebene durch das polykristallinische Metall darstellt, kommt auch verschiedene kristallographische Orientierung der Körner gegenüber der Schlickebene in Frage, wobei nur bestimmte Körner eine für das Entstehen des Oberflächenmartensits günstige Orientierung haben. Die mechanische Zwillingsbildung ist dann im Grunde genommen nichts anderes als die Umlagerung des ganzen Kristallgitters im makroskopischen Teil des Kornes. Das neue Gitter im Zwillingsteil des Kristallits, obwohl immer identisch mit dem ursprünglichen, ist jetzt nur anders gelagert. Wir finden also nur bestimmte Gefügebestandteile für den Oberflächenmartensit ausbildungsfähig, in Übereinstimmung mit der experimentellen Beobachtung.

Man kann also die Kristallgitterorientierung in bezug auf die Schlickebene für einen entsprechend ausschlaggebenden Faktor halten.

Der zweite wichtige Befund bei der experimentellen Beobachtung ist die Existenz der zeilenförmigen Anordnung des normalen nadeligen Martensits neben der Existenz des Oberflächenmartensits. Die Ursache ist nach [5] in der nichthomogenen Verteilung der legierenden Elemente zu suchen, die zur Folge hat, daß in verschiedenen Gebieten der Legierung der Punkt M_s (Beginn der Martensitausbildung) verschieden ist; stellenweise befindet er sich oberhalb der Temperatur bei der Untersuchung (Mart.), stellenweise unterhalb dieser Temperatur (Aust.). Auch die Tatsache, daß der Oberflächen-

martensit ausschließlich bei Legierungen mit Neigung zur martensitischen Umwandlung entsteht, die von der chemischen Zusammensetzung der Legierungen abhängt (siehe Bild 1), zeugt von der Abhängigkeit von chemischer Zusammensetzung.

Der zweite ausschlaggebende Faktor, der die Ausbildung des Oberflächenmartensits bedingt, ist also die nichthomogene chemische Zusammensetzung der Legierung.

In der vorangehenden Arbeit [3] wurde röntgenographisch bewiesen, daß der Oberflächenmartensit eine Oberflächenerscheinung ist, daß sein Entstehen also mit dem Schleifen bei Schlifffherstellung in Zusammenhang gebracht werden kann.

Beim Schleifen, wie bereits durch mehrere Verfasser an Hand der Röntgen- und Elektronenstrahldiffraktion und auch metallographisch bewiesen wurde [6], entsteht an der Schliffebene eine verformte Schicht, deren Größe der Verformung mit zunehmender Tiefe abnimmt. Nach SAMUELS und WALLWORK [7] wird diese Verformung durch mechanische Bearbeitung (Schneiden) als Voroperation für die mikroskopische Metallschliffherstellung bewirkt. Beim Schleifen wird dann ein Teil dieser Verformung beseitigt, es entsteht dabei aber eine neue Verformung durch Bearbeitung der Schliffe auf dem Schmirgelpapier. Die Gesamttiefe dieser verformten Schicht soll nach SAMUELS und WALLWORK [7] indirekt proportional sein der Materialhärte und rund 5–40 μ betragen, je nach Art der Schlifffherstellung, so daß sie in guter Übereinstimmung mit dem röntgenographisch bestimmten Grenzwert (0,05 mm) ist [3]. Diese Übereinstimmung bringt aber noch keinen direkten Beweis für die Abhängigkeit der Oberflächenmartensitausbildung beim Schleifen.

Zur Bestätigung dieser Abhängigkeit wurde folgender Versuch durchgeführt:

Ein Probestück von Kovar, bei dem die Ausbildung des Oberflächenmartensits festgestellt werden konnte, wurde grob mit der Feile geschliffen, was nach [7] zu plastischer Verformung der Schliffoberfläche bis in eine Tiefe von rund 40 μ führt. Dann wurde die Probe normalerweise metallographisch geschliffen (auf Schmirgelpapier 1 F, 4/0, 6/0), mit künstlichem Korund vorpoliert, mechanisch auf samtbespannter Scheibe mit Spinellin poliert und geätzt. Das Gefügebild zeigte einen bedeutenden Anteil von Oberflächenmartensit. Durch einen zur Markierung dienenden Ritz wurde ein Gebiet von mehreren austenitischen Körnern mit dem besprochenen Oberflächenmartensit abgegrenzt (Bild 11a) und zusammen mit der Ritzmarkierung aufgenommen. Die Tiefe des Ritzes betrug rund 25 μ . Die angeätzte Fläche wurde dann stufenweise auf samtbespannter Polierscheibe abpoliert und nach jedem Abbau der Schliffebene von ungefähr 8 μ Tiefe wurde die markierte Stelle neu geätzt und aufgenommen. Die auf diese Weise erhaltenen Aufnahmen liegen in den Bildern 11a/11d vor. Aus der Bildserie ist auf den ersten Blick zu sehen,

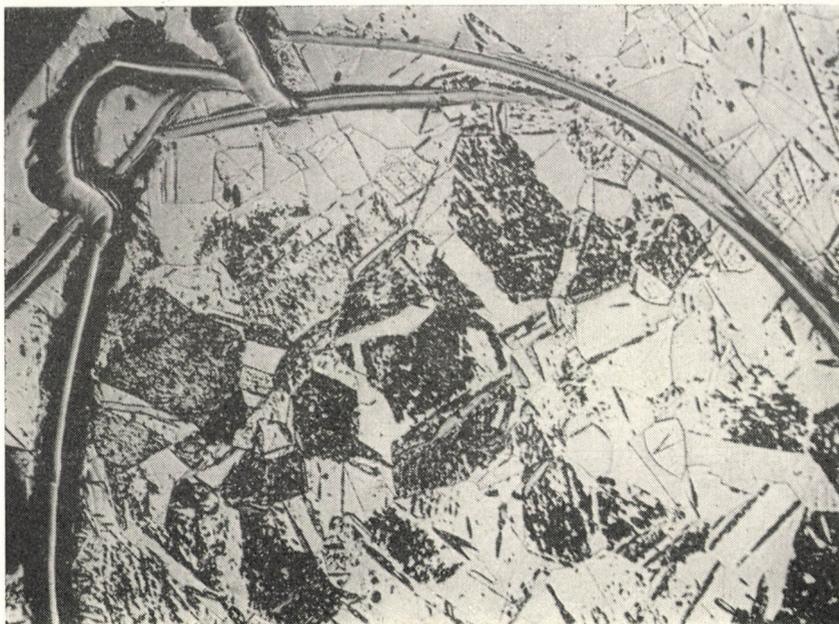


Bild 11a



Bild 11b

*Bild 11c*

Bild 11a—d. Abnahme des Oberflächenmartensits durch das Abpolieren. *a)* Ausgangszustand, *b)* nach dem ersten Polierabbau, *c)* nach dem zweiten Polierabbau, *d)* nach dem dritten Polierabbau (Polierabbau je 8 μ . 200 \times)

daß der Oberflächenmartensit durch den nacheinanderfolgenden Polierabbau der oberen Schicht verschwindet, Bild 11d zeigt nur Spuren von ihm. Auch diese verschwinden am Ende und das Gefüge bleibt austenitisch mit einzelnen Martensitnadeln. Gleichzeitig wurde die gleiche Untersuchung an der Legierung Fe-Mn-C durch röntgenographische Diffraktion mit demselben Ergebnis durchgeführt [8].

Das Verschwinden des Oberflächenmartensits verläuft offensichtlich nicht an allen Kristalliten gleichzeitig; die einen werden seiner früher frei als die anderen. Dies kann durch die verschiedene Größe der Verformung der einzelnen Austenitkörner beim Schleifen infolge ihrer verschiedenen kristallographischen Orientierung erklärt werden.*

Die Annahme, daß die Entstehung des Oberflächenmartensits mit dem Schleifen bei Schliifherstellung in Zusammenhang steht, dürfte also nach Ergebnissen des durchgeführten Versuchs für richtig und annehmbar gehalten werden.

Die Verformung durch Druck allein erzwingt aber noch keine Bildung des Oberflächenmartensits, wie aus seinem Nichtvorhandensein im Gebiet des Markierritztes hervorgeht, wenn auch in der Umgebung des Ritzes verformende Druckkräfte entstanden sind. Diese verursachten jedoch nur die Ausscheidung der Martensitplättchen (siehe Bild 11b). Für die Ausbildung des Oberflächenmartensits müssen also andere, kompliziertere Erscheinungen und Vorgänge beim Schleifen verantwortlich sein. Von den bisher veröffentlichten können wir zwei solche Vorgänge anführen, die seine Ausbildung hervorrufen können.

Nach Ansicht von GAY und HIRSCH [10] erfolgt beim Schleifen ein Zerstückeln der Oberflächenschicht in Blöckchen durch Gleitung verbunden mit Rotation zugleich der kristallinen Blöckchen und in späterem Zustand durch Polygonisation der plastisch geknickten Bestandteile. WILLMAN [11] gelang es überzeugend, das Vorhandensein der Rotationsgleitung beim Schleifen zu beweisen, bei seinen Versuchen an einseitig geschliffenen Einkristallen von Kupfer (kfz-Gitter) und Eisen (krz-Gitter).

Einige Verfasser haben gleichfalls bewiesen [6], daß zwischen der Schicht der desorientierten zertrümmerten Kristallite an der Oberfläche und dem inneren Gefüge eine Übergangsschicht von Kristalliten vorhanden ist, die entweder in der ursprünglichen Orientierung des Kristalliten ausgerichtet sind,

* Wie MISES [9] zeigte, ist für die homogene plastische Deformation des polykristallinen Aggregates angebracht, daß die Gleitung in jedem Kristalliten mindestens an fünf verschiedenen Gleitsystemen gleichzeitig erfolge. Dies ist möglich nur im Falle einer bestimmten Orientierung des Kristallgitters in bezug auf die Richtung der wirkenden Deformationskraft. In anderen Fällen erfolgt die nichthomogene Deformation mit einer kleineren Anzahl der Gleitsysteme. Und das trifft bei dem ungleichen Verschwinden des Oberflächenmartensits zu, wo durch den Einfluß der verschiedenen kristallographischen Orientierung der Kristalliten untereinander auch die Orientierung der Kristallite gegenüber der wirkenden Deformationskraft verschieden ist.

jedoch nicht in der des Schleifens (falls diese in einer Richtung erfolgte — CHAUDRON [6]), oder aber sie hängen mit der Schleifrichtung zusammen. SAMUELS und WALLWORK haben beobachtet [7], daß diese Übergangsschicht bei Chromnickelstahl 18/8 durch zwei verschiedene Typen der Anordnung von Martensitnadeln charakterisiert ist:

Typ *a*) Martensitplättchen, die parallel zur Schliffebene und parallel zueinander in allen Kristalliten in der Nähe der Schliffebene sind,

Typ *b*) Martensitplättchen in den der Schliffebene entlegenen Kristalliten haben ein Bestreben, sich in Strahlen zu gruppieren mit einer Orientierung unter 45 Grad zur Schliffebene, was eher einer Druckspannung entspricht, die senkrecht zur Schliffebene wirkt, im Gegensatz zu den Schnittspannungen bei Typ *a*).

Falls diese zweierlei Zonen mit Schnittspannung eng unter der Schliffebene (*a*) oder mit Druckspannung in entlegenerer Zone (*b*) nach SAMUELS und WALLWORK [7] ihre Geltung finden, dann sollte der Oberflächenmartensit in der ersten Zone (*a*) entstehen. Die zweite Zone, wo meistens die Druckspannung überwiegt, ist daher aus dem oben erwähnten Grund für sein Entstehen nicht geeignet. Damit könnte der Widerspruch beim Versuch mit dem Oberflächenabbau erklärt werden; die Tiefe des Oberflächenmartensits entspricht nämlich der abpolierten Schicht von 25 μ , während die Verformung, die durch Feilen verursacht worden ist, nach [7] 40 μ betragen soll, die Differenz von 15 μ würde der zweiten Zone entsprechen.

Als dritter für die Entstehung des Oberflächenmartensits verantwortlicher Faktor dürfen also das Schleifen und die es begleitenden Vorgänge gehalten werden. Faktor 1 und 3, die der Herstellung des Oberflächenmartensits direkt beiwohnen, hängen dabei eng zusammen, denn der Verlauf der plastischen Verformung (das Zerstückeln in Blöckchen) ist auch von der Orientierung des Kristallgitters gegenüber der wirkenden Verformungskraft beim Schleifen (wie bereits in der Fußnote oben bemerkt wurde) abhängig.

Der eigentliche Mechanismus der Oberflächenmartensitausbildung muß wohl alle drei besprochenen Faktoren einschließen und muß die Beziehungen der Atombewegungen untereinander bei der martensitischen Umwandlung einerseits und bei den das Schleifen begleitenden Vorgängen andererseits bestimmen.

SCHRIFTTUM

1. HANKE, E., HENKEL, O. : Das Gefüge »X«, Wissenschaftliche Berichte, Folge 1., Heft 64, 1953.
2. MASÍN, A., TLUSTÁ, D., MRÁZEK, M. : Acta techn. Hung. 16 (1957) 205.
3. MASÍN, A. : Naturwiss. 45 (1958) 182.
4. MASÍN, A., HAVEL, V., TLUSTÁ, D. : Bull. Acad. Polon. Sci., Cl IV, 5 (1957) 181.
5. MASÍN, A. : Bull. Acad. Polon. Sci., Cl IV, 5 (1957) 185.
6. POLCAROVÁ, M. : Čs. čas. fys. 8 (1958) 238.

7. SAMUELS, L. E., WALLWORK, G. R. : J. Iron Steel Inst. **136**, Teil 2, (1957) 211.
8. MAŠÍN, A., HAVEL, V. : Wird veröffentlicht in Acta Phys. Hung.
9. MISES, R. : Zs. angew. Math. Mech. **3** (1928) 161.
10. GAY, P., HIRSCH, P. B. : Properties of metallic surfaces, London (1953) 123.
11. WILMAN, H. : Proc. Phys. Soc. A **64** (1951) 329

ZUSAMMENFASSUNG

In der Arbeit werden zwei Probleme: der Oberflächenmartensit im Kovar und die Ableitung der für sein Entstehen verantwortlichen Faktoren behandelt. Es wurde festgestellt, daß der Oberflächenmartensit im Kovar (Fe-Ni-Co) im allgemeinen mit dem Oberflächenmartensit in den Legierungen Fe-Cr-Mn-C und Fe-Mn-C übereinstimmt.

Aus allen bisher erhaltenen Ergebnissen bei allen drei angeführten Legierungen können für seine Ausbildung die nichthomogene chemische Zusammensetzung, die bestimmte kristallographische Orientierung der austenitischen Kristallgitter gegenüber der Schlifffebene und ferner die Vorgänge beim Schleifen verantwortlich gehalten werden.

THE SURFACE MARTENSITE OF A Fe-Ni-Co ALLOY AND THE GENERAL CONDITIONS OF ITS FORMATION

A. MAŠÍN and O. BAKALÍKOVÁ

SUMMARY

Two problems are dealt with in the paper: the surface martensite of Kovar and the factors responsible for its formation. It has been proved that the surface martensite of Kovar (Fe-Ni-Co) generally is the same as that of Fe-Cr-Mn-C and Fe-Mn-C alloys.

All results of the investigations made so far on the three alloys, show that the inhomogenous chemical composition, the definite crystallographic orientation of the austenitic crystal grids with respect to the grinding plane and the phenomena at grinding are responsible for the formation of surface martensite.

LE MARTENSITE SUPERFICIEL DANS L'ALLIAGE Fe-Ni-Co ET LES CONDITIONS GÉNÉRALES DE SA FORMATION

A. MAŠÍN et O. BAKALÍKOVÁ

RÉSUMÉ

L'étude traite de deux problèmes: le martensite superficiel du Kovar et les facteurs responsables de sa formation. Il a été constaté qu'en général, le martensite superficiel du Kovar (Fe-Ni-Co) est identique à celui des alliages Fe-Cr-Mn-C et Fe-Mn-C.

D'après les résultats dont on dispose concernant les trois alliages, la composition chimique inhomogène, l'orientation cristallographique déterminée de la structure par rapport au plan de rectification, et le processus se déroulant pendant la rectification sont responsables de la formation du martensite superficiel.

ПОВЕРХНОСТНЫЙ МАРТЕНСИТ В СПЛАВЕ Fe-Ni-Co
И ФАКТОРЫ ЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ВООБЩЕ

А. МАШИН и О. БАКАЛИКОВА

РЕЗЮМЕ

В настоящей статье ставилось целью решить два вопроса: 1. доказать наличие поверхностного мартенсита в сплаве Fe-Ni-Co (ковар), 2. определить факторы, влияющие на образование поверхностного мартенсита. Установлено, что поверхностный мартенсит в коваре идентичен мартенситу, имеющемуся в сплавах Fe-Cr-Mn-C и Fe-Mn-C.

На основе всех полученных результатов при исследовании в случае всех трех упомянутых сплавов образование поверхностного мартенсита происходит вследствие неоднородного химического состава, далее определенной кристаллографической ориентировки аустенитных кристаллов по отношению к поверхности шлифа, а также процессы, происходящие в поверхностном слое во время обработки шлифованием. Дается также доказательство зависимости образования поверхностного мартенсита от обработки шлифованием.

CONSTRUCTIONAL METHOD TO DETERMINE THE COEFFICIENTS FIGURING IN THE STRESS- FORMULA FOR ECCENTRIC LOADING

P. CSONKA
D. ENG. SC.

WORKING COMMUNITY FOR STRUCTURAL AND TRANSPORT ENGINEERING OF THE HUNGARIAN ACADEMY
OF SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received October 9, 1958]

1. Introduction

The normal stresses caused by an eccentric normal force N , acting on the cross-section of a bar of straight axis, can be very easily computed by using the so called three-member formula, supposing the principal axes, and the

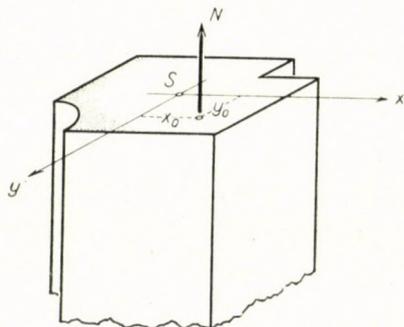


Fig. 1. Position of the eccentric normal force

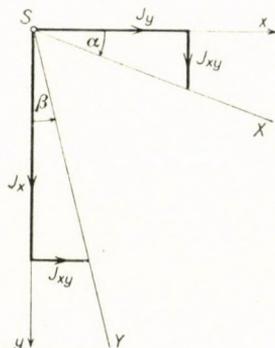


Fig. 2. Traces X, and Y

principal moments of inertia of the bar's cross-section as given. If these data are unknown, the computation of the stresses can be achieved by using the following, more general form of the three-member formula [1, 2]:

$$\sigma = N \left(\frac{1}{F} + \frac{\xi_0 x}{J_y} + \frac{\eta_0 y}{J_x} \right). \quad (1)$$

In this formula x and y mean two axes of gravity, being perpendicular to one another, or the co-ordinates in the system of co-ordinates, formed by these axes, respectively (Fig. 1), while the values ξ_0 and η_0 are explained by the following expressions:

$$\xi_0 = J_0 \frac{x_0 J_x - y_0 J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2},$$

$$\eta_0 = J_x \frac{y_0 J_y - x_0 J_{xy}}{J_x J_y - J_{xy}^2}.$$
(2)

The explanation of the other letter-symbols is as follows: x_0 and y_0 are the co-ordinates of the point of action N_0 of the normal force N ; F is the area of the cross-section; J_x , J_y and J_{xy} are the moments of second order of the cross-section, related to the axes x , y .

Formulae (2) of the values ξ_0 and η_0 are difficult to remember. To eliminate this difficulty, the following shows a constructional method to determine these values.

2. Construction of the values ξ_0 and η_0

First of all, we determine the traces Y and X of the planes of the bending forces, belonging to the axes x , y as to the neutral axes, in the plane of the cross-section. After this, from the point of action N_0 of the normal force N

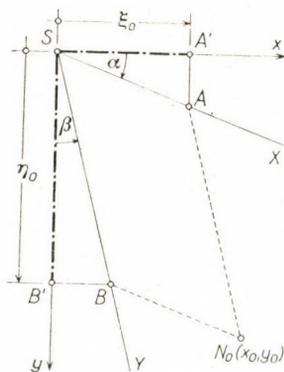


Fig. 3. Values ξ_0 and η_0

we draw parallel lines to the above mentioned traces (Fig. 3), and intersect each one of these by the other trace. Finally, we establish the co-ordinates x , and y respectively, of the so obtained section-points A and B , *i. e.* the signs and the measuring lengths of the distances SA' and SB' . We assert, that these measuring lengths are identical with the values ξ_0 , η_0 , sought for, *i. e.* :

$$\xi_0 = SA', \quad \eta_0 = SB'. \quad (3)$$

To prove the above statement, we can use the projective relations, available on the base of Fig. 1 and Fig. 3, *i. e.* :

$$x_0 = SA \cos a + SB \sin \beta,$$

$$y_0 = SA \sin a + SB \cos \beta.$$

From these two equations we obtain :

$$SA = \frac{1}{\cos a} \cdot \frac{x_0 - y_0 \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta},$$

$$SB = \frac{1}{\cos \beta} \cdot \frac{y_0 - x_0 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}.$$

Taking into consideration the relations

$$\operatorname{tg} a = \frac{J_{xy}}{J_y}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{J_{xy}}{J_x},$$

$$SA' = SA \cos a, \quad SB' = SB \cos \beta,$$

that can be read from Fig. 1 and Fig. 3, and putting them into the above two equations, the statement (3) results.

REFERENCES

1. STÜSSI, F.: Vorlesungen über Baustatik (1946), p. 189. Verlag Bankhäuser, Basel.
2. MARIN, J.: Strength of Materials (1948), p. 159. Macmillan Company, New York.

SUMMARY

The stresses caused by an eccentric normal force can be computed in the Elastic Theory on bars of straight axis, by using the generalized form of the three-member formula. In this formula two constants are to be found the formulae of which are difficult to remember. Present paper shows a simple constructional method to determine these values.

ZEICHNERISCHES VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG DER KONSTANTEN IN DER SPANNUNGSFORMEL DER AUSMITTIGEN BELASTUNG

P. CSONKA

ZUSAMMENFASSUNG

In der Festigkeitslehre der Stäbe mit gerader Achse können die durch eine ausmittig wirkende Normalkraft verursachten Spannungen mittels der in allgemeiner Form aufgeschriebenen, dreigliederigen Formel berechnet werden. In dieser kommen zwei Konstanten vor, deren Formeln aber schwer zu merken sind. Vorliegender Aufsatz gibt zur Bestimmung dieser Werte ein einfaches, zeichnerisches Verfahren.

PROCÉDÉ DE CONSTRUCTION POUR LE CALCUL DES CONSTANTES FIGURANT
DANS LA FORMULE DE SOLLICITATION EXCENTRIQUE

P. CSONKA

RÉSUMÉ

Dans la résistance des barres rectilignes, les sollicitations causées par une force normale excentrique peuvent être calculées par une formule trinome de forme générale. Dans celle-ci figurent deux constantes, dont la formule est assez difficile à retenir. L'étude présente un procédé de construction simple permettant de déterminer ces valeurs.

ПРИЕМ ПОСТРОЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСТОЯННЫХ, ФИГУРИРУЮЩИХ
В ФОРМУЛАХ НАПРЯЖЕНИЙ ЭКСЦЕНТРИЧНОЙ НАГРУЗКИ

П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

В теории сопротивления прямоосных стержней напряжения, вызванные эксцентричным перпендикулярным усилием, возможно вычислить при помощи трехчленной формулы, записанной в общем виде. В этой формуле фигурируют две такие постоянные, формулы которых трудно запоминаемы. В данной работе для определения этих величин описывается простой метод построения.

ON EFFECT OF CUTTING SPEED ON CHIP DEFORMATION OF ALUMINIUM-ALLOYS

Á. KARDOS
CAND. OF ENG. SC.

INSTITUTE OF MECHANICAL TECHNOLOGY, TECHNICAL UNIVERSITY, BUDAPEST

[Manuscript received October 23, 1958]

At the present stage of metal physics or theory of plasticity it is almost impossible to explain the problems of cutting phenomena of aluminium. These phenomena can only be explained by way of experiments.

In the metal cutting experiments, from the very beginning, a thorough attention has been paid to the problem of chip formation. Examination of formation of chip elements, process of chip formation and chip root deformation have stood in the front line of investigations [1, 2, 3, 4, 5]. The majority of investigations had been made on steel. No reports have been found in the literature concerning detailed investigations of chip deformation of aluminium alloys.

The following investigations make an integral part of a series of detailed machinability investigations on extruded bars of aluminium alloy [6]. The properties of the material used are as follows : chemical composition : 2,8% Cu, 0,89% Zn, 0,45% Fe, 0,44% Si, remainder Al : hardness HB = 61 kg/mm² ; tensile strength $\delta_B = 23,8$ kg/mm² ; elongation $\delta_{10} = 13\%$. Present paper deals with the effect of cutting speed on chip deformation.

When the cutting speed is changed, the chip form will also be changed. The different chip forms are illustrated by a series of photographs taken on chips removed at different cutting speeds (Fig. 1). Experiments show, that the changing of the chip form influences the tool life, the cutting force and the surface quality. The chip formation is determined by the deformations in chip root.

There are various methods of investigation of chip root [1, 3, 7, 8, 9, etc.].

An outstanding method for them is that of KAZINCZY [2], who established relations between the chip deformation and the phenomena in chip root. Investigations made on the basis of KAZINCZY's principle explain the course of curves of both cutting force versus cutting speed and surface quality vs. cutting speed.

In the course of our experiments the following points have been investigated :

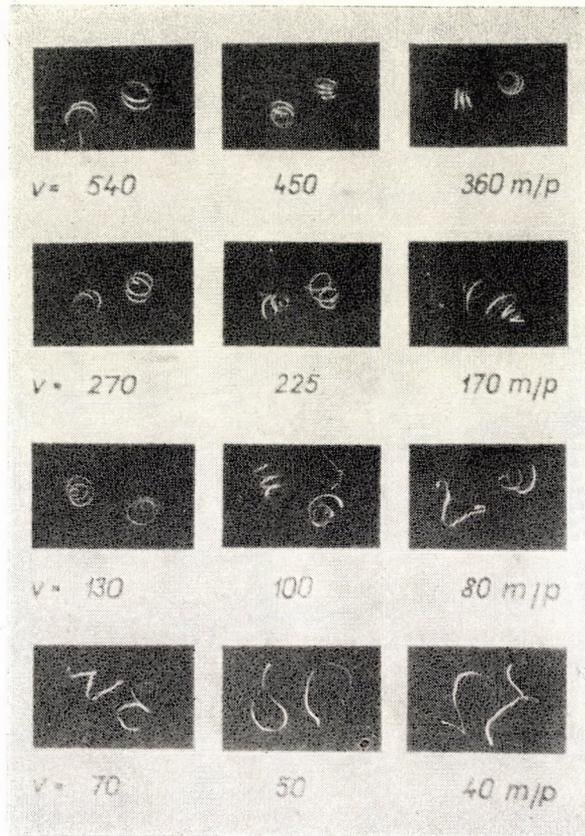


Fig. 1

- (a) cutting force vs. cutting speed,
- (b) surface quality vs. cutting speed,
- (c) various methods for determination of chip ratio,
- (d) formation of built-up edge,
- (e) microhardness of chip root.

The cutting forces were measured by a high-precision dynamometer for one cutting-force-component operating on strain gauges and designed properly for the given experiments [10]. The chip ratio (λ) was estimated by a new method [11], by which the differences in chip cross sectional area were measured, photographed and planimetered. In the diagram of Fig. 2 the cutting forces (upper curve) are plotted against cutting speeds in case of a chip cross sectional area of $q = 3 \times 0,4 \text{ mm}^2$, and the chip ratio of the same measuring points (lower curve) are to be found as well. A photomicrograph of one of the polished specimens used in estimating the chip ratio is shown in Fig. 3.

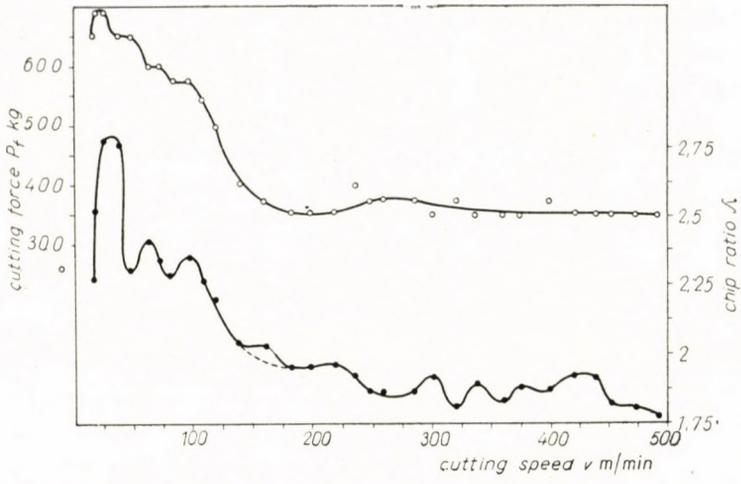


Fig. 2

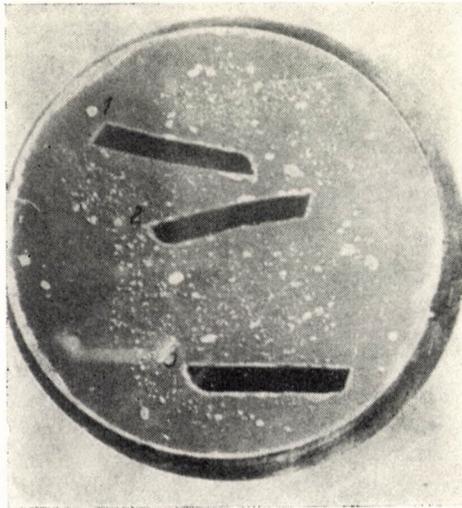


Fig. 3.

The course of the given curves seems to contradict the facts accepted by several authors [12, 13], that in case of alloys like that used in our experiments the variation of the cutting force against cutting speed is not significant. A great number of our experiments made by various parameters and repeated several times shows, that the variation of cutting speed of the investigated alloy results in variation of cutting force as shown in diagram of Fig. 2, while the value of chip ratio* varies in the same way. The investigations have shown, that the known relations between cutting force versus cutting speed and chip ratio versus cutting speed found in the machinability tests of ductile steels are fully valid for ductile aluminium alloys too, the said relation in case of ductile materials being of the same character.

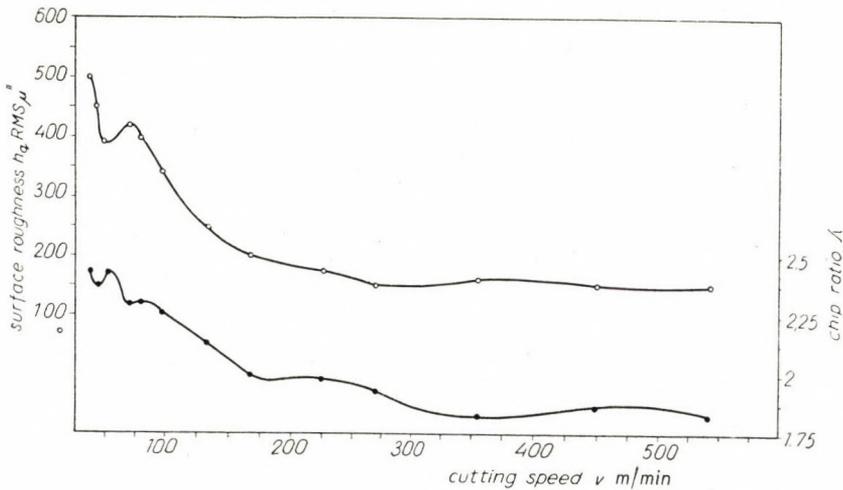


Fig. 4

In the experiments on surface roughness the latter was measured with a profilometer. The chip ratio was estimated by measuring the lengths of chips (chip-shriking), a method only recently used in investigations of light metals [11]. In the diagram of Fig. 4 the values of surface roughness, as well as chip ratio are plotted against the cutting speeds in the case of a chip cross sectional area of $q = 1 \times 0,2 \text{ mm}^2$.

The comparison of both Figs. 4 and 1 shows, that the surface roughness varies with the chip form. The numerous experiments carried-out have shown (see Fig. 4), that the values of both surface roughnesses and chip ratios plotted against the cutting speeds have varied in the same manner as when cutting both experimental material and steel materials, too.

In spite of the great number of curves plotted in time of the experiment there were not practicable for determining an unambiguous mathematical

relation, even though the characters of corresponding curves of cutting force versus chip ratio as well as surface roughness versus chip ratio were similar in all measurements. However, we can see, that the variations in cutting force and surface roughness as functions of cutting speeds can be explained by the variation in chip deformation. The observations and check test made in time of experiment showed, that the considerable forces in low-speed cutting and the growth of both surface roughness and chip ratio are results of the formation of built-up edge.

The effects of the formation of the built-up edge — quite differently as in the case of steel cutting — were visible even by unaided eyes in time of metal cutting. The variation of the built-up edge formation can be seen on the photographs of two turning tools of Fig. 5 ($q = 3 \times 0,4 \text{ mm}^2$; $v_1 = 100 \text{ m/min}$

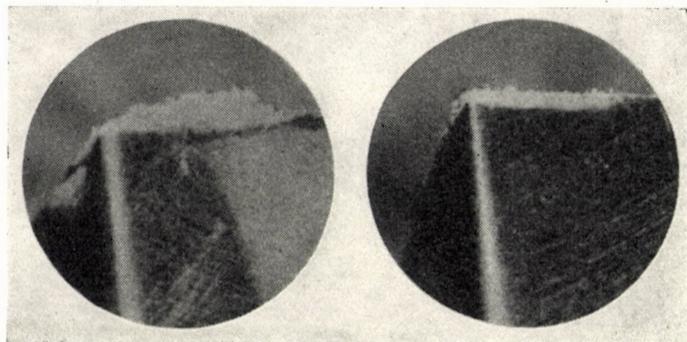


Fig. 5

and $v_2 = 400 \text{ m/min}$ resp.). The traces of built-up edge on the tool could be shown in case of all cutting speed and chip cross section.

The built-up edge formation was observed with the aid of polished and etched microspecimens of the section of chip root.

For this end ring of 3 mm width was cut in the face of discs of 215 mm in diameter. When turning the rings with travel feed, the free cutting of pipe turning took place. The chip roots were produced by suddenly reversing the main spindle in the time of turning and simultaneous lifting back of the tool with the aid of a device. A fragment cut out of the workpiece around the chip root is shown on Fig. 6.

The experiments were made with revolutions $n = 150\text{--}240 \text{ rpm}$ and feeds $e = 0,24\text{--}0,294 \text{ mm/rev}$. A polished microspecimen of chip root is visible on Fig. 7 (cc. $30 \times$ magnification). The Figs. 8—11 show details of chip

* Chip ratio is the reciprocal value of cutting ratio.

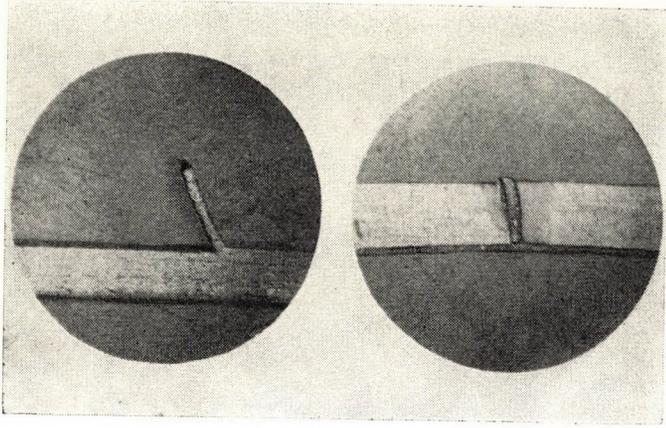


Fig. 6



Fig. 7

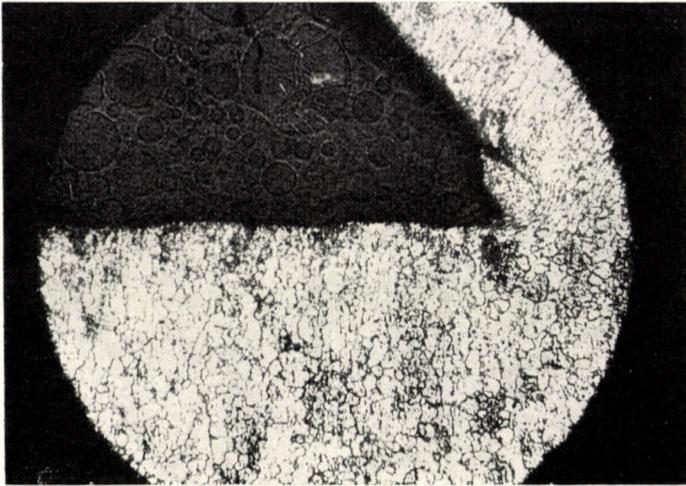


Fig. 8

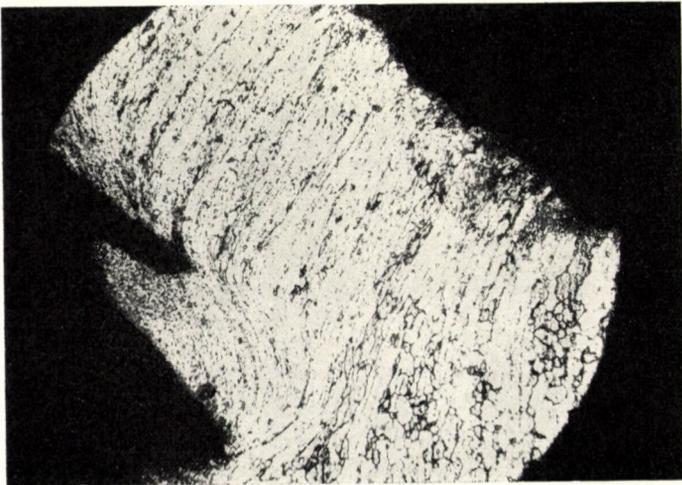


Fig. 9

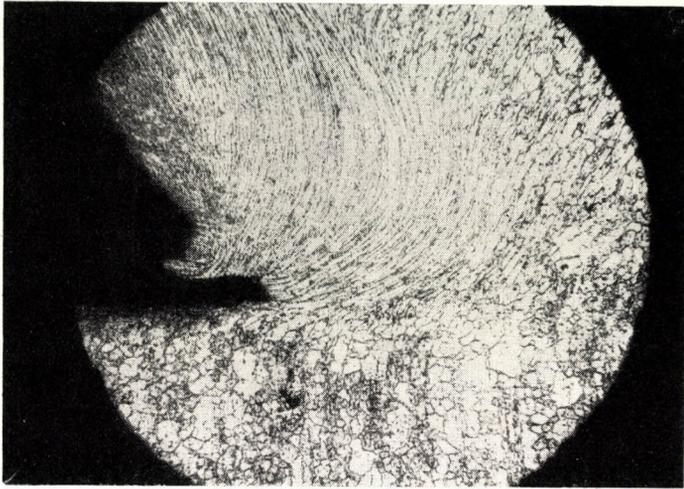


Fig. 10

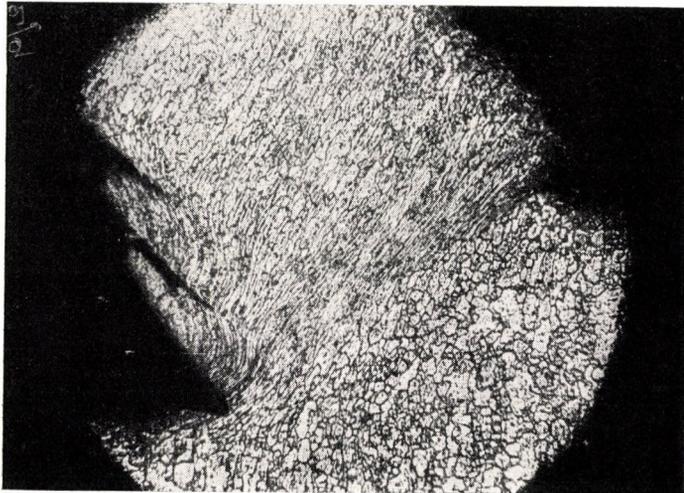


Fig. 11

roots (cc. $75 \times$ magnification). The photomicrographs very distinctly illustrate the stages of built-up edge formation, the longitudinal roughness of machined surface and its deformation. The photomicrographs testify, that the built-up edge is formed of the material of chip. They disprove the supposition, that the built-up edge is formed of scrapings of material particles.



Fig. 12

For the residual deformation of machined surface and chip, informations are given by measurements of microhardness in the chip root. The measurements of microhardness were made with a load of 50 gram and on 15 points per chip root. The $75 \times$ magnification of a chip root is shown on Fig. 12. The hardness values for measuring points are as follow :

Marking	HM kg/mm ²	Marking	HM kg/mm ²	Marking	HM kg/mm ²
1	88,3	6	80,2	11	99,9
2	81,6	7	92,9	12	112,0
3	72,8	8	119,0	13	99,0
4	72,8	9	146,0	14	96,5
5	76,6	10	123,0	15	100,6

As can be seen, the hardness values very truly reflect the differences in deformations evident from photomicrographs. The considerable hardening of the built-up edge proves its formation under the influence of compressive stresses.

The reported investigations

(1) using new experimental methods and means spread the scope of experiments made hitherto on steel and other metallic alloys to the investigation of aluminium alloys as well,

(2) pointed out, that the considerable differences in cutting force versus cutting speed and surface roughness versus cutting speed are due to differences in chip deformation in the case of aluminium alloys,

(3) have testified the supposition also stated by Hungarian investigators [14, 15] and recently supported by investigations on steel alloys with radioactive isotopes [16], that the built-up edge is produced in all sorts of cutting of metals,

(4) have testified, that the built-up edge is a produce of the material of the chip under the influence of the compressive cutting force.

REFERENCES

1. TIME, J. A. : Mémoire sur le rabotage des métaux. St. Petersburg, 1877.
2. KAZINCZY, L. : Az acél forgácsolása közben a forgáestőben létesülő alakváltozások vizsgálata. (Investigation of strains in chip root formed in cutting of metals.) Doctorial diss. Budapest, 1939.
3. Лоладзе, Т. X. : Стружкообразование при резании металлов. Москва, 1952. (Loladze, T. Kh. : Chip formation in cutting of metals.)
4. HUCKS, H. : Plastizitätsmechanische Theorie der Spanbildung. Werkstatt u. Betrieb, 1952. Jan. p. 6.
5. COOK, N. H.—FINNIE, I.—SHAW, M. C. : Discontinuous chip formation. Trans. ASME, 1954. Febr. p. 153.
6. KARDOS, Á. : Alumíniumötvözet megmunkálhatósági vizsgálata. (Processing test of aluminium alloy.) Candid. diss. Budapest, 1956.
7. Усачев, Г. : Явления, происходящие при резании металлов. Петроград, 1915. (Usachev, G. : Phenomena in cutting of metals.)
8. SCHWERD, F. : Neue Untersuchungen zur Schnitt-Theorie und Bearbeitbarkeit. Stahl u. Eisen, 1931. p. 481.
9. KRAUSZ, S. : Módszer nagy képlékeny síkbeli deformáció alakváltozási és feszültségi állapotának meghatározására. (Method of determination of strain and stress states in a great plastic planar deformation.) Candid. diss. Budapest, 1956.
10. KARDOS, Á. : Nyúlásmérőszalagokkal működő forgácsolási erőmérőkészülék. (Cutting force measuring apparatus on strain gauges.) Mérés és Automatika, 1958.
11. KARDOS, Á. : A forgácsalakváltozási tényező meghatározása. (Determinating of chip ratio.) Mérés és Automatika, 1959.
12. COENEN, M. : Schnittdruckversuche an Leichtmetallwerkstücken. Maschinenbau, 1926. p. 944.
13. SCHALLBROCH, H.—BETHMANN, H. : Kurzprüfverfahren der Zerspanbarkeit. Leipzig, 1950.
14. KAZINCZY, L. : Hozzászólás a Szerszámgép Kongresszuson a forgácsolási erő kérdéséhez. (Intervention at the Machine Tool Meeting about cutting force.) M. T. A. Közleményei, 6. osztály, 11. köt. 3—4. szám.
15. HERNÁDI, GY.—SZAKÁCS, GY. : A forgácskeletkezés néhány kérdése. (Some problems on chip formation.) Gép, 1954. 4. sz. p. 173. and 5. sz. p. 227.
16. SHAW, M. C.—STRANG, C. D. : Metal transfer in cutting process. Tool and Die Journal, 1950. Aug. p. 36.

SUMMARY

The paper deals with problem of the chip formation of aluminium alloys through the chip ratio and chip root investigation in case of turning. The reasons for the courses of curves of both cutting force versus cutting speed and surface roughness versus cutting speed are determined. The scope of chip root investigations made on steels is spread to the investigations of aluminium alloy as well. In turning an aluminium alloy the formation of built-up edge is illustrated.

ÜBER DEN EINFLUSS DER SCHNITTGESCHWINDIGKEIT AUF DIE SPANBILDUNG VON ALUMINIUMLEGIERUNGEN

Á. KARDOS

ZUSAMMENFASSUNG

Die Frage der Spanbildung wird mit Hilfe der Prüfung des Spandeformationskoeffizienten und der Spanwurzel beim Drehen behandelt.

Die Ursache des Verlaufes der Kurven des Schnittdruckes über Schnittgeschwindigkeit und der Oberflächengüte über Schnittgeschwindigkeit wird festgestellt. Die bei den Stahlarten angewandten Prüfungen haben auch im Gebiete der Aluminiumlegierungen Gültigkeit. Es wird die Bildung der Aufbauschneide beim Drehen von Aluminiumlegierungen behandelt.

SUR L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE COUPE SUR LA FORMATION DES COPEAUX DE L'ALUMINIUM

Á. KARDOS

RÉSUMÉ

L'étude traite la question de la formation des copeaux au tournage des alliages d'aluminium, à l'aide du facteur de déformation des copeaux et de l'examen de la racine des copeaux. Les causes des variations de l'effort de coupe et du fini de surface sont déterminées en fonction de la racine des copeaux, faits sur des aciers, sont étendus aux alliages d'aluminium. L'étude examine enfin la formation de l'arête rapportée lors du tournage des alliages d'aluminium.

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ РЕЗАНИЯ НА СТРУЖКООБРАЗОВАНИЕ АЛЮМИНИЯ

А. КАРДОШ

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается вопрос стружкообразования при помощи коэффициента деформации стружки и исследования корня стружки при точении. Определяются причины изменения силы резания и качества поверхности в функции скорости резания. Исследования корня стружки, выполненные для сталей, распространяются также на исследование алюминиевых сплавов. Описывается образование нароста при точении алюминиевых сплавов.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki felelős: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1959. VIII. 26. — Terjedelem: 18 (A/5) ív, 118 ábra, 2 melléklet

Akadémiai Nyomda, Budapest, — 1959/49848 — Felelős vezető: Bernát György

INDEX

- Benedikt, O.* : Neue Entwicklungsmöglichkeiten der 50-HZ-Einphasen-Stromwendertriebfahrzeuge — New Possibilities of the Development of Electrical Traction with 50 HZ Commutator Motors — Nouvelles possibilités offertes par des moteurs de traction à 50 pér. monophasés, à collecteur — *Бенедикт, О.* : Новые возможности развития однофазных коллекторных локомотивов промышленной частоты .. 229
- Gósi, S.* : Untersuchung des Arbeitsvorganges an der Diesel-Einspritzpumpe von System »Ganz-Jendrassik« — Investigation of the Operation of the Ganz-Jendrassik-type Diesel Injection Pump — Examen du fonctionnement de l'injecteur pour moteurs Diesel, système Ganz-Jendrassik — *Гешу, Ш.* : Исследование режима работы топливного насоса дизельного двигателя системы Ганц-Яндрассик .. 273
- Kereszty, P.* : La capacité de gauchissage des véhicules de chemin de fer (Étude pratique des déraillements) I. — Die Verwindung von Eisenbahnwagen (Entgleisungs-Untersuchungen) I. — Twisting Capacity of Railway Carriage Structures' (Investigation of Derailment) I. — *Кересту, П.* : Скручивание каркасов железнодорожных вагонов (Исследования случаев схода с рельс) I. 301
- Dulácska, E.* : Kreisring- und kugelflächenförmige Schale über viereckigem Grundriß — Annulus- and Sphere-shaped Shell over a Rectangular Base — Voiles toriques et sphériques sur bases rectangulaires — *Дулачка, Э.* : Оболочка торусной и сферической поверхности над четырехугольным планом 349
- Árkosi, K. and Barna, J.* : Electron Microscope Investigation of Hungarian Kaolinites — Elektronmikroskopische Untersuchung von ungarischen Kaolinen — Examination des kaolins hongrois au microscope électronique — *Аркоши, К. и Барна, Я.* : Анализ с помощью электронного микроскопа венгерских сортов каолина .. 357
- Вамош, Т.* : Линеаризация и автономность процессов регулирования нагрузки котлов — *Vámos, T.* : Autonomer und linearer Charakter der Lastregelung von Kesseln — Linearity and Autonomy of Steam Boiler Load Regulation — La linéarité et le caractère autonome de la régulation de la charge des chaudières 365
- Úveges, J. und Máriássy, M.* : Untersuchungen über die thermischen Umwandlungen der oxydischen und hydroxydhaltigen Bauxitminerale — Transformation of the Oxides and Oxi-hydrates, Contained in the Bauxites, during Dehydration — Quelques recherches sur la décomposition thermique des minerais de bauxite — *Эвегеш, Й. и Марьяши, М.* : Изменения окисей и гидроокисей бокситов при кальцинации 381
- Csonka, P.* : Geometrical Verification of J. Pelikán's Thesis on Evolution — Geometrischer Nachweis des J. Pelikánschen Entwicklungssatzes — Vérification géométrique de la thèse de développement de J. Pelikán — *Чонка, П.* : Геометрическое доказательство теоремы трактовки Й. Пеликана 399
- Mašín, A. und Bakalíková, O.* : Der Oberflächenmartensit in der Fe-Ni-Co-Legierung und die Bedingungsfaktoren seiner Ausbildung im allgemeinen — The Surface Martensite of a Fe-Ni-Co Alloy and the General Conditions of its Formation — Le martensite superficiel dans l'alliage Fe-Ni-Co et les conditions générales de sa formation — *Машин, А. и Бакаликова, О.* : Поверхностный мартенсит в сплаве Fe-Ni-Co и факторы его образования вообще 403

- Csonka, P.*: Constructional Method to Determine the Coefficients Figuring in the Stress-formula for Eccentric Loading — Zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung der Konstanten in der Spannungsformel der ausmittigen Belastung — Procédé de construction pour le calcul des constantes figurant dans la formule de sollicitation excentrique — *Чонка, П.*: Прием построения для определения постоянных, фигурирующих в формулах напряжений эксцентричной нагрузки 419
- Kardos, Á.*: On Effect of Cutting Speed on Chip Deformation of Aluminium-alloys — Über den Einfluß der Schnittgeschwindigkeit auf die Spanbildung von Aluminiumlegierungen — Sur l'influence de la vitesse de coupe sur la formation des copeaux de l'aluminium — *Кардош, А.*: Влияние скорости резания на стружкообразование алюминия 423

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up volumes. Manuscripts should be addressed to

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest, VI. Népköztársaság útja 21. Account No 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes. On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Compte-courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

Ara: 52,— Ft