

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XVII

FASCICULI 1—2



1957

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V. ALKOTMÁNY UTCA 21.

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az „Akadémiai Kiadó”-nál (Budapest V. Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-44), külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest VI. Magyar Ifjúság útja 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy külföldi képviselőinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, französischer, englischer und russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest VI. Magyar Ifjúság útja 21. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

I N D E X

Acta Technica

Tomus XVII

- Balázs, G., Kilián, J.* ; Das Kriechen und die Verdichtung hochwertiger Betone — Shrinkage, Creep and Compaction of High-strength Concretes: Concrete of Minimum Shrinkage and Creep — Fluage et tassement des bétons à haute résistance: la béton à faible fluage — Д. Балаж, Й. Килян: Ползучесть и уплотнение высокопрочных бетонов; бетон с малой ползучестью 113
- Barta, J.* ; Sur les suppositions fondamentales de la théorie de Saint-Venant — Über die grundlegenden Voraussetzungen der Saint-Venantschen Theorie — On the Basic Assumptions of the Theory of Saint-Venant — Й. Барта: Основные уравнения теории Сен-Венана 165
- Barta, J.* ; Über die Stabilität des Gleichgewichtes eines gedrückten Stabes von veränderlichem Querschnitt — On the Stability of the Equilibrium of a Compression Bar of Variable Cross Section — Sur la stabilité de l'équilibre d'une barre comprimée de section variable — Й. Барта: О стабильности равновесия сжатого стержня переменной сечения 305
- Barta, J.* ; Eine Modifikation des Vianelloschen Iterationsverfahrens — Modification of Vianello's Iteration Method — Une modification du procédé d'itération de Vianello — Й. Барта: Модификация итерационного метода Вианелло 341
- Berceli, T.* ; Surface Wave Propagation along Coated Wires — Die Fortpflanzung von Oberflächenwellen längs überzogener Drähte — La propagation des ondes de surface le long de fils recouverts — Т. Берцели: Распространение волн на поверхности изолированных проводов 219
- Bogárdi, J.* ; Enquiries into Channel Stability and Sediment Movement — Untersuchungen über die Bettbeständigkeit und Schwerstoffbewegung — Recherches relatives à la stabilité du lit des fleuves et l'entraînement des matériaux — Й. Богарди: Исследование постоянства русла и движения наносов 143
- Böleskei, E.* ; The Limit Load Carrying Capacity of Compression Bars Made of Perfectly Plastic Materials — Die Grenzbelastung idealplastischer Druckstäbe — Les charges maxima des barres comprimées, constituées d'un matériau parfaitement plastique — Э. Бёльскеи: Устойчивость идеально пластичного стержня 3
- Csonka, P.* ; A la mémoire d'un savant français: Barré de Saint-Venant — Das Andenken von Barré de Saint-Venant in der Perspektive von 100 Jahren — Barré de Saint-Venant, from the Perspective of a Century — П. Чонка: В память Б. Сен-Венана, 100 лет спустя 159
- Csonka, P.* ; Généralisation de la théorie de la torsion de Saint-Venant — Die Verallgemeinerung der Saint-Vénantschen Torsionstheorie — Generalisation of Saint Venant's Theory on Torsion — П. Чонка: Обобщение теории чистого кручения Сен-Венана 171
- Csonka, P.* ; Modifikation des Bartaschen Iterationsverfahrens zur Bestimmung der Knickkraft gerader Druckstäbe — Modification of the Barta Iteration Method for the Determination of the Critical Compressive Force — Modification du procédé d'itération de Barta pour la détermination de la force critique de compression — П. Чонка: Модификация итерационного метода Барта по определению критического усилия сжатия 349

<i>Csonka, P.</i> ; Contribution to the Elastic Theory of Isotropic Bodies — Beitrag zur Elastizitätstheorie isotroper Körper — Contribution à la théorie de l'élasticité des corps isotropes — <i>П. Чонка</i> : К теории упругости изотропных тел	355
<i>Fonó, A.</i> ; Professor Emil Schimanek Holder of the Honorary Doctor degree (1872—1955) — Prof. Dr. h. c. Emil Schimanek — Le prof. dr. h. c. Emil Schimanek — <i>А. Фано</i> : Профессор, почетный д-р Э. Шиманек	381
<i>Geleji, A., Dévényi, G.</i> ; Die Berechnung des Leistungsbedarfs der Blechrollenrichtmaschinen — Determination of the Power Demand of Sheet Roller Straightening Machines — Calcul de la demande de puissance des machines à dresser à rouleaux pour tôles — <i>А. Гелейи, Д. Девеньи</i> : Определение потребной мощности вальцовых листо-равильных станков	361
<i>Guman, E.</i> ; Heat-loss and Pressure-drop in Pipelines Transporting Heated Oil — Wärmeverlust und Druckabfall von Fernleitungen erwärmten Öls — Perte de chaleur et de pression dans les conduites (pipelines) d'huile chauffée — <i>Й. Гуман</i> : Тепловые потери и падение давления в нефтепроводах	253
<i>Lázár, E.</i> ; Die Gesetzmässigkeiten der Korngrößenverteilung maschinell zerkleinerter Materialhaufen — Laws of Size Distribution of Mechanically Crushed Materials — Les lois de la distribution des grains de matières concassées — <i>Й. Лазар</i> : Закономерности гранулометрического состава раздробленных механическим путем материалов	175
<i>Millner, T.</i> ; Über die naturwissenschaftlichen Grundlagen der Erzeugung von metallischem Wolfram für die Vakuumtechnik und die Beeinflussung seiner Eigenschaften — On the Scientific Bases of the Production of Metallic Tungsten for the Electrical Lamp Industry and of the Influencing of its Qualities — Les bases scientifiques de la fabrication du tungstène métallique pour l'industrie des lampes à incandescence et de l'influence sur ses qualités — <i>Т. Мильнер</i> : Научные основы производства металлического вольфрама для вакуумной техники и влияния на его свойства	67
<i>Millner, T., Prohászka, J., Horváth, A.</i> ; Der Einfluss von Fremdstanzspuren auf die sekundäre Rekristallisation von Wolframdrähten — Effect of Traces of Impurities on the Secondary Recrystallisation of Tungsten Wires — L'effet des traces de matières étrangères sur la recristallisation secondaire des fils de wolfram — <i>Т. Мильнер, Я. Прохаска, А. Хорват</i> : Влияние следов присадок на первичную рекристаллизацию вольфрамовых проволок	289
<i>Pelikán, J.</i> ; Theory of Highly Economical Reinforced Concrete Beams — Theorie von wirtschaftlichsten Stahlbetonträgern — La théorie de poutres en béton armé les plus économiques — <i>Й. Пеликан</i> : Теория наиболее экономичных железобетонных балок	39
<i>Szőke, B.</i> ; Optimum Dimensions of Grooved Control Drums — Die günstigsten Abmessungen von Steuertrommeln mit Nuten — Les dimensions les plus favorables des tambours de commande à rainures — <i>Б. Сёке</i> : Наиболее выгодные размеры шлицевого барабана управления	57
<i>Vendl, A.</i> ; Untersuchungen über die Verwitterung von Eruptivgesteinen — Research on the Weathering of Eruptive Rocks — Recherches sur l'efflorescence des roches éruptives — <i>А. Вендль</i> : Исследование выветривания изверженных пород	311
<i>Vermes, G.</i> ; Influence of the Degree of Reaction on the Efficiency of an Axial Compressor Stage — Der Einfluss des Reaktionsgrades auf den Wirkungsgrad von Axialkompressorstufen — L'action du degré de réaction sur le rendement d'une tige d'un compresseur axial — <i>Г. Вермеш</i> : Влияние выбора степени реакции на коэффициент полезного действия ступени аксиального компрессора	25
Buchbesprechung — Book Review — Compte rendu des livres — Обзор книг	387

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY,
G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XVII



1957

ACTA TECHN. HUNG.

THE LIMIT LOAD CARRYING CAPACITY OF COMPRESSION BARS MADE OF PERFECTLY PLASTIC MATERIALS

E. BÖLCSKEI

CAND. OF ENG. SC.]

HIGHWAY AND RAILROAD PLANNING OFFICE, BUDAPEST

Manuscript received 16th May, 1955]

Purpose of this study is to determine theoretically the limit load-carrying capacity of the compression bar made of perfectly plastic materials, of constant cross section and a straight axis and supported on its ends free to rotate. The examination of the limit load-carrying capacity of the compressed bar has to be divided into the study of three problems almost independent of one another, i. e. that of the limit condition of strain, strength, deformation and stability. Each of these limit conditions may generally be induced by a different load (e. g. force of given eccentricity).

Further on we are going to discuss only the limit condition of strain, not caring whether the load inducing the limit condition of strain was smaller or greater than the load inducing the limit condition of stability, or of deformation. Studying the limit condition of strain consists of studying as to what extent the failure strain of the assumed perfectly plastic material is influencing the limit load-carrying capacity.

This study is thus theoretically deducing the limit load-carrying capacity from the characteristics of the limit condition of strain. There are other authors who as CHWALLA, JEŽEK, are also theoretically deducing the limit load-carrying capacity of the compressed bar, but do not, for this purpose, make use of the characteristics of limit strain, but are starting from the cessation of stable equilibrium, i. e. from when the deflection of the flexured bar becomes very considerable as compared with the small increase of the load.

1. Properties and limit condition of the ideal structure

Object of this study is a theoretically presumed ideal form of bar, i. e. a bar supported on both ends free to rotate and perfectly straight when unloaded (Fig. 1).

Its cross section is a rectangle (Fig. 2). The bar is obeying the law of BERNOULLI, i. e. its cross sections remain planes in the course of deformations even when the variations of length of single fibres of the bar fall beyond the

HOOKE range, the elastic range of strain. It is made of perfectly plastic material, i. e. its stress-strain diagram has, as shown in Fig. 3, an antisymmetric form. Let us assume that the material is behaving as far as the unit strain ε_0 elastically, afterwards as far as the strain ε_{\max} plastically.

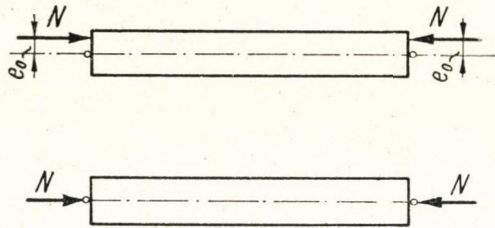


Fig. 1

Its cross section is a rectangle

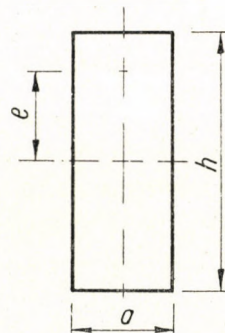


Fig. 2

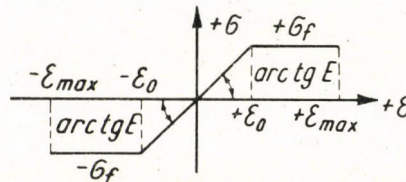


Fig. 3

ε_{\max} is understood to be the limit strain (crushing strain, rupture strain). Let us introduce the designation $\gamma = \varepsilon_{\max}/\varepsilon_0$, then γ may be called the measure of toughness. Materials of different toughnesses belong to the special values of γ , namely, if $\gamma = 1$, we have the perfectly elastic material of finite strength, if $\gamma = \infty$, we have the perfectly plastic material of infinite toughness.

Let the loading of this ideal structure be in every case parallel to the original axis of the bar and the eccentricity of this force (e_0) relative to the hinge point be identical at both ends of the bar (Fig. 4). It should be mentioned that e_0 indicates the eccentricity of the force relative to the hinge point (i. e. to the centre of rotation of the bar-terminals), whereas e indicates the eccentricity of the force relative to the centre of gravity of the cross section (the deflected axis), i. e. $e = e_0 + y$.

The limit condition of such an ideal structure must be understood as that state where a limit strain develops in one extreme fibre of some cross section of the bar.

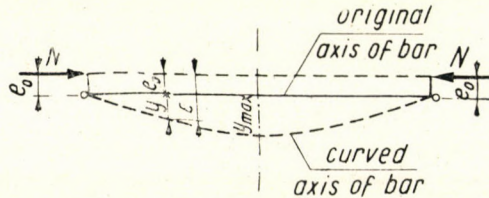


Fig. 4

It is the intention of this study to give a theoretical answer to the question as to — when slowly increasing some parameter (characteristics) of the static load acting upon the ideal structure mentioned above, as e. g.

- the eccentricity e_0 of a given force, or the
- value N of a force of the given eccentricity e_0 ,
- or the value N of the concentric force N —

at which value of the parameter the bar may reach the limit state as defined hereabove.

2. Analysis of the inner forces of the ideal structure

Let us mark the value of the eccentric compressive force with N , the eccentricity with e (this latter relative to the centre of gravity of the cross section), whereas the dimensions of the cross section should be marked as in Fig. 3.

It is easy to imagine that with the given dimensions of cross section and with the given yield point stress σ_f , and in case of different values of the force N and of the eccentricity e , different distributions of stress are obtained, some of which are shown in Fig. 5.

A is showing just that state where in the extreme fiber on the compressed side of the cross section the stress corresponding to the yield point is appearing. In the extreme fiber on the tension side of the cross section, there being at

the same time an eccentric compression, a stress smaller than the yield point strength is, of course, appearing.

B is showing that condition where the stress just corresponding to the yield point is appearing in the extreme fiber on the tension side of the cross section. In the extreme fiber on the compression side as well as in its surroundings there appears to be already at the same time a uniform stress distribution corresponding to the yield point.

C is showing that condition where a uniform stress corresponding to the yield point is appearing everywhere in the compressed part of the cross section

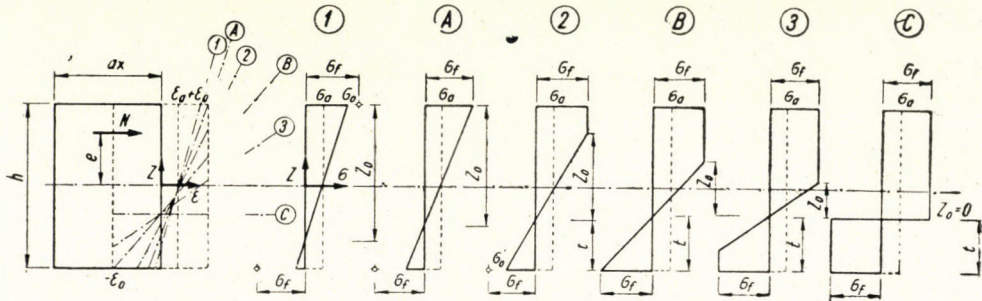


Fig. 5

tion, whereas a uniform tensile stress corresponding to the yield point is appearing in the part in tension. This state is at the same time indicating the complete exhaustion of the plastic load-carrying capacity.

The so-called transitory states between the unloaded state and the states *A*, *B*, *C* are shown on Fig. 5 under 1, 2, 3, respectively.

The specific elongations belonging to these stress-distributions are plotted at the left side of the figure. These lines show, besides, the extent of the relative angular rotation of the initial and last cross section of an element with an imaginary length of dx .

The values σ_0 , σ'_0 , σ_f , z_0 , t in Fig. 5 are characterizing the state of stress. The values σ_0 and σ'_0 , respectively, are representing the stresses appearing in the extreme fiber on the compressed and tension sides of the cross section, should the same be within the elastic limit. Let us further assume that

$$n = \sigma_f / \sigma_a,$$

where

$$\sigma_a = N/ah,$$

i. e. the mean value of stress.

Some pair of value N , e belongs, by all means, to each state of stress shown in Fig. 5. In order to describe the relation between the distributed stresses

arising in the cross section and N , e , the following equations are used :

$$N = a \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma dz \qquad eN = a \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma z dz$$

expressing the static equivalence of the exterior and interior forces. For the cases shown in Fig. 5 the relations (1), (2), (3), (4), (5), (6) are obtained.

Conditions of equilibrium in case „1” are :

$$N = ah \sigma_a \qquad eN = \frac{ah^2}{6} (\sigma_0 - \sigma_a).$$

The unit angular rotation of the element of length dx (Fig. 5) might be written down too, namely in the form of :

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\varepsilon}{z_0} = \frac{1}{E} \frac{\sigma_0}{z_0} = \frac{1}{E} \frac{12 \sigma_a}{h^2} e. \qquad (1)$$

In case of A

$$\sigma_0 = \sigma_f$$

and thus

$$e = h \frac{n-1}{6}. \qquad (2)$$

In case 2 the conditions of equilibrium are :

$$N = ah \sigma_f - \frac{a}{2} (\sigma'_0 + \sigma_f) (z_0 + t)$$

$$\left(e + \frac{h}{2} \right) N = \frac{ah^2}{2} \sigma_f - \frac{a}{6} (\sigma'_0 + \sigma_f) (z_0 + t)^2$$

whereas the unit angular rotation of the element of length dx (Fig. 5) can be written in the form

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\varepsilon_0}{z_0} = \frac{1}{E} \frac{\sigma_f}{z_0} = \frac{1}{E} \frac{2h \sigma_f}{9n} \frac{(n-1)^3}{\left[\frac{h}{2} (n-1) - e \right]^3}. \qquad (3)$$

In case B

$$\sigma'_0 = \sigma_f \text{ and } t = z_0$$

and thus

$$e = h \frac{n^2 + n - 2}{6n} = h \frac{n-1}{6} \frac{n+2}{n}. \quad (4)$$

In case 3 the conditions of equilibrium are as follows :

$$N = a \sigma_f (h - 2t)$$

$$\left(\frac{h}{2} - t + e \right) N = a \sigma_f \left[\frac{t^2}{2} + \frac{(h-t)^2}{2} - \frac{z_0^2}{3} \right]$$

whereas the unit angular rotation of the element of length dx (Fig. 5) might be written in the form :

$$\frac{da}{dx} = \frac{\varepsilon_0}{z_0} = \frac{1}{E} \frac{\sigma_f}{z_0} = \frac{\sigma_f}{E} \sqrt{\frac{n}{3h}} \frac{1}{\sqrt{\frac{h}{4} \frac{n^2-1}{n} - e}}. \quad (5)$$

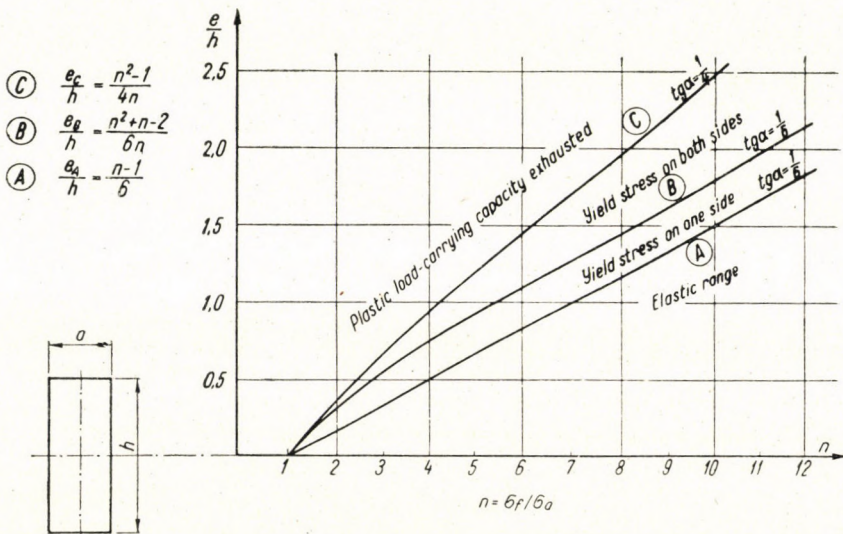


Fig. 6

In case of C

$$z_0 = 0$$

and thus

$$e = h \frac{n^2 - 1}{4n} = h \frac{n - 1}{6} \frac{n + 1}{n}. \quad (6)$$

The question as to what kind of stress-distribution (elastic, semi-plastic or perfectly plastic) is caused by the load characterized by the values N , e , may be settled by means of the formulae deduced (1), (2), (3), (4), (5), (6).

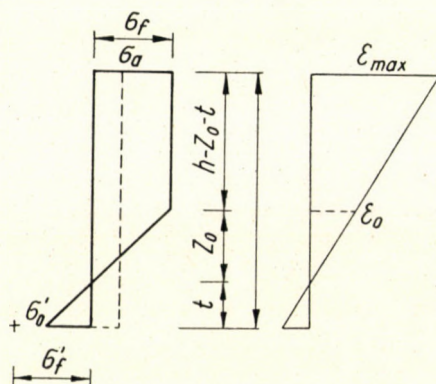


Fig. 7

In order to illustrate the relations, let us examine the plane of the co-ordinate axes n , e/h (Fig. 6). The relation e/h is the relative eccentricity. As in the case of a certain cross section the abscissa is directly and unequivocally depending on N , and the ordinate as well, it is easily to be understood that each load has a point of its own in the plane of the co-ordinate axes. Each field corresponds to another kind of stress-distribution. The limits between the fields are caused by the load meeting the conditions (3), (4), (6).

3. The limit load carrying capacity of the cross section

Now we are going to determine — whilst examining every cross section of the bar for itself — the limit load carrying capacity of the cross section, i. e. the totality of the pairs of value N , e_0 which may cause a limit state in some cross-section, as e. g. in the central cross-section of the bar. But before doing so, some words ought to be spoken of the force acting at the central cross section.

Characterizing for the force acting at the central cross section is the pair of values N and $e = e_0 + y_{\max}$. To speak the language of the mathe-

matician, it should be declared that the force acting at the central cross section may be twice infinitely manifold. Now the question arises which are those among forces at the section which bring the cross section to its limit state. The condition thereof is as follows: the force is able to bring the central cross section to its limit state, when the pair of values N , e is satisfying one of the equations (7), (8) to be deduced hereafter. In case of satisfaction of equation (7), the limit state of the central cross section corresponds to Fig. 7, in case of satisfaction of equation (8) according to Fig. 8.

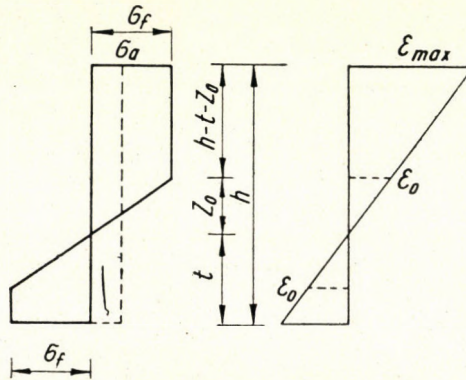


Fig. 8

Limit state, according to our definition, occurs when just limit strain appears in the extreme fiber of the compressed side of the central cross section of the bar, i. e. according to Figs. 7 and 8 in that case when

$$\gamma = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_0} = \frac{h-t}{z_0}.$$

In the case of such kind of stress distribution as shown on Fig. 7, the cross section is in state 2 and according to the equations of equilibrium:

$$z_0 = \frac{9}{2} \frac{n}{h} \frac{\left[\frac{h}{2}(n-1) - e \right]^2}{(n-1)^3},$$

$$t = 3 \frac{\left[\frac{h}{2}(n-1) - e \right]}{(n-1)} - \frac{9}{2} \frac{n}{h} \frac{\left[\frac{h}{2}(n-1) - e \right]^2}{(n-1)^3}.$$

The condition equation of the pairs of values N , e producing this limit state is thus :

$$\gamma = \frac{h - 3 \frac{\frac{h}{2}(n-1) - e}{n-1}}{\frac{9}{2} \frac{n}{h} \frac{\left[\frac{h}{2}(n-1) - e \right]^2}{(n-1)^3}} + 1$$

or, solved for the eccentricity e :

$$e = h \frac{n-1}{2} + \frac{h}{\gamma-1} \frac{(n-1)^2}{3n} \left[1 \pm \sqrt{1 + (\gamma-1) \frac{2n}{n-1}} \right]. \quad (7)$$

In case of the stress distribution shown in Fig. 8 the cross section is in state 3 and according to the equations of equilibrium may be written :

$$t = \frac{h}{2} \frac{n-1}{n}$$

$$z_0 = \sqrt{\frac{3h}{n}} \sqrt{\frac{h}{4} \frac{n^2-1}{n}} - e.$$

The condition equation of the pairs of values N , e producing the limit state is thus

$$\gamma = \frac{h - \frac{h}{2} \frac{n-1}{n}}{\sqrt{\frac{3h}{n}} \sqrt{\frac{h}{4} \frac{n^2-1}{n}} - e}$$

or, solved for the eccentricity e , the relation

$$e = \frac{h}{12n} \left[3(n^2-1) - \left(\frac{n+1}{\gamma} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

The pairs of values N , e_0 producing the limit state are thus divided into two groups. One group is satisfying equation (7), the other equation (8), but there are certainly some of them satisfying both condition equations. It is

just this pair of values which will be the limit between these two groups. It is easily calculable that here the condition equation is

$$\gamma = \frac{n+1}{n-1} \quad (9)$$

or, solved for n it becomes the relation :

$$n = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}. \quad (10)$$

4. Differential Equations of the Deflected Bar Axis and their General Solution

The initially straight bar axis defects under the load. The deflection in the different cross sections of the bar is

$$y'' = -\frac{d\alpha}{dx} = -\frac{\varepsilon_0}{z_0}$$

where the value of ε_0/z_0 in the individual sections should be replaced by equations (1), (3), (5). The differential equation in the different sections takes the following form :

1st section

$$y'' = \frac{1}{E} \frac{12\sigma_f}{h^2 n} (e_0 + y).$$

If the notation

$$\alpha_1^2 = \frac{1}{E} \frac{12\sigma_f}{h^2 n} \quad (11)$$

is introduced, the differential equation may be written :

$$y'' = -\alpha_1^2 (e_0 + y). \quad (12)$$

General resolution of this equation is — as known —

$$y = A_1 \cos \alpha_1 x + B_1 \sin \alpha_1 x - e_0 \quad (13)$$

and from this

$$y' = -\alpha_1 A_1 \sin \alpha_1 x + \alpha_1 B_1 \cos \alpha_1 x \quad (14)$$

where A_1 and B_1 are the integration constants to be determined from boundary conditions.

2nd section

$$y'' = \frac{2}{9} \frac{\sigma_f}{E} \frac{(n-1)^3}{n} h \frac{1}{\left[\frac{h}{2}(n-1) - e_0 - y \right]^2}.$$

If the notation

$$\alpha_2^2 = \frac{2}{9} \frac{\sigma_f}{E} \frac{(n-1)^3}{n} h \quad (15)$$

$$\beta_2 = \frac{h}{2}(n-1) - e_0 \quad (16)$$

is introduced, the differential equation may be written:

$$y'' = - \frac{\alpha_2^2}{\beta_2 - y}. \quad (17)$$

General resolution of this equation is — as may be proved by substitution —

$$x + A_2 = - \frac{2 \alpha_2^2}{\sqrt{B_2^3}} \left\{ \sqrt{\frac{\beta_2 - y}{2 \alpha_2^2} B_2} \sqrt{\frac{\beta_2 - y}{2 \alpha_2^2} B_2 - 1} + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{\beta_2 - y}{2 \alpha_2^2} B_2} \right\} \quad (18)$$

and

$$y' = \sqrt{B_2 - \frac{2 \alpha_2^2}{B_2 - y}} \quad (19)$$

where A_2 and B_2 are the integration constants to be determined from boundary conditions.

3rd section

$$y'' = - \frac{\sigma_f}{E} \sqrt{\frac{n}{3h}} \frac{1}{\sqrt{\frac{h}{4} \frac{n^2 - 1}{n} - e_0 - y}}.$$

If the notations

$$\alpha_3^2 = \frac{\sigma_f}{E} \sqrt{\frac{n}{3h}} \quad (20)$$

$$\beta_3 = \frac{h}{4} \frac{n^2 - 1}{n} - e_0 \quad (21)$$

are introduced, the differential equation may be written :

$$y'' = - \frac{a_3^2}{\sqrt{\beta_3 - y}}. \quad (22)$$

General resolution of this equation is — as may be proved by substitution — :

$$x + A_3 = \frac{1}{12 a_3^4} (2 B_3 - 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y}) \sqrt{B_3 + 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y}} \quad (23)$$

and out of this

$$y' = \sqrt{B_3 + 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y}} \quad (24)$$

where A_3 and B_3 are the integration constants to be determined from boundary conditions.

5. Equation of the deflected axis of the bar

It is the intention of this study to determine by means of a general solution the form of the deflected axis of the bar, i. e. to adapt the integration constants of the general solutions to the boundary conditions.

Before going into the details of calculation, let us imagine the different cases shown in Fig. 9. Here every section of the bar is distinguished according to what kind of stress condition is produced on it. Thus

in case $A-A$ there is all along the whole bar only elastic stress condition ;

in case $A-B$ there is elastic state on the extreme sections of the bar and a semi-plastic state on its central section ;

in case $A-C$ there is elastic state on the extreme sections of the bar, semi-plastic one on the following sections and a perfectly plastic state on the central section of the bar ;

in case $B-C$ there is semi-plastic state on the extreme sections of the bar and perfectly plastic one on its central part ; finally

in case $C-C$ the bar is along its whole length in a perfectly plastic state.

Further on only the case $A-C$ among these possible six cases is examined in all its details. In the other cases the examination is theoretically identical and only the boundary conditions are different.

Case $A-C$ (Fig. 7)

In case of a bar of given proportions and length the N, e_0 pair of parameters is chosen so that under the influence of loading the extreme sections of the bar arrive at the elastic, the adjoining sections at the semi-plastic and the central section at the perfectly plastic state, i. e.

$$0 \leq e_0 \leq e_A$$

and

$$e_B \leq e_0 + y_{\max} \leq e_A$$

then the differential equation on the extreme sections of the bar should be written in the form (12), on the adjoining sections in the form (17) and on the central section in the form (22). The boundary conditions are as follows :

For section $D-A$

$$\text{at point } D \quad x = \frac{l}{2} \quad y = 0$$

$$\text{at point } A \quad x = \xi_A \frac{l}{2} \quad y = h \frac{n-1}{6} - e_0 = y_A.$$

For section $A-B$

$$\text{at point } A \quad x = \xi_A \frac{l}{2} \quad y = h \frac{n-1}{6} - e_0 = y_A$$

$$\text{at point } B \quad x = \xi_B \frac{l}{2} \quad y = h \frac{n-1}{6} \frac{n+2}{n} - e_0 = y_B.$$

For section $B-E$

$$\text{at point } B \quad x = \xi_B \frac{l}{2} \quad y = h \frac{n-1}{6} \frac{n+2}{n} - e_0 = y_B$$

$$\text{at point } E \quad x = 0 \quad y' = 0.$$

Besides it can be written that the tangent of the curves is common at the boundary of the sections :

$$\text{at point } A \quad x = \xi_A \frac{l}{2} \quad y'_{D-A} = y'_{A-B}$$

$$\text{at point } B \quad x = \xi_B \frac{l}{2} \quad y'_{A-B} = y'_{B-E}.$$

Substituting these values into the equations (13), (14), (18), (19), (23), (24), the relations

$$e_0 = A_1 \cos \alpha_1 \frac{l}{2} + B_1 \sin \alpha_1 \frac{l}{2} \quad (25)$$

$$h \frac{n-1}{6} = A_1 \cos \alpha_1 \frac{l}{2} \xi_A + B_1 \sin \alpha_1 \frac{l}{2} \xi_A \quad (26)$$

$$\xi_A \frac{l}{2} + A_2 = - \frac{2 a_2^2}{\sqrt{B_2^3}} \left\{ - \sqrt{\frac{\beta_2 - y_A}{2 a_2^2} B_2} \sqrt{\frac{\beta_2 - y_A}{2 a_2^2} B_2 - 1} - \operatorname{arch} \sqrt{\frac{\beta_2 - y_A}{2 a_2^2} B_2} \right\} \quad (27)$$

$$\xi_B \frac{l}{2} + A_2 = - \frac{2 a_2^2}{\sqrt{B_2^3}} \left\{ - \sqrt{\frac{\beta_2 - y_B}{2 a_2^2} B_2} \sqrt{\frac{\beta_2 - y_B}{2 a_2^2} B_2 - 1} - \operatorname{arch} \sqrt{\frac{\beta_2 - y_B}{2 a_2^2} B_2} \right\} \quad (28)$$

$$\xi_B \frac{l}{2} + A_3 = - \frac{1}{12 a_3^4} (2 B_3 - 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y_a}) \sqrt{B_3 + 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y_B}} \quad (29)$$

$$0 = - \sqrt{B_3 + 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y_{\max}}} \quad (30)$$

$$- \alpha_1 A_1 \sin \alpha_1 \frac{l}{2} \xi_A + \alpha_1 B_1 \cos \alpha_1 \frac{l}{2} \xi_A = - \sqrt{B_2 - \frac{2 a_2^2}{\beta_2 - y_A}} \quad (31)$$

$$- \sqrt{B_2 - \frac{2 a_2^2}{\beta_2 - y_B}} = - \sqrt{B_3 + 4 a_3^2 \sqrt{\beta_3 - y_B}} \quad (32)$$

are obtained, where there figure the unknowns A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 , B_3 , ξ_A , ξ_B for which the system of equations under discussion can theoretically be solved. Let the values thus determined of the constants be re-substituted into equations (13), (18), (23), and the equation of the deflected bar axis is obtained. Knowing this, the value of y_{\max} can be determined at the centre of the bar, at $x = 0$.

6. Limit load carrying capacity of the bar

Now nothing else should be done to determine the load-carrying capacity of the bar calculated in buckling than to equate the above-determined value of y_{\max} or more precisely $y_{\max} + e_0 = e$ to the value of e described under 3. Consequently, different equations are obtained according to the six cases shown in Fig. 9.

We are going to discuss further only the case $A-C$, whereas only final results will be given regarding the other possible cases which can be deduced by similar reasoning.

Case A-C

The condition of the bar to arrive with its central cross section at the limit state, is in this case :

$$e_0 + y_{\max} = -\frac{h}{12n} \left[3(n^2 - 1) - \left(\frac{n+1}{\gamma} \right)^2 \right].$$

Substituting this as well as the values of the constants (20), (21) into equation (30), B_3 can be determined, i. e.

$$B_3 = -\frac{2}{3} \frac{\sigma_f}{E} \frac{n+1}{\gamma}.$$

Substituting B_3 as well as the values of (15), (16), (20), (21), y_B into equation (32), B_2 can be determined :

$$B_2 = \frac{4}{3} \frac{\sigma_f}{E} (n-1) \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2\gamma} \frac{n+1}{n-1} \right) = \frac{4}{3} \frac{\sigma_f}{E} (n-1) B$$

where B indicates the quantity in brackets.

The deflected form of the bar axe being symmetrical, $A_3 = 0$, consequently, after substituting from equation (29) the constants B_3 , y_B and (20), (21), ξ_B can be determined, namely in the form

$$\xi_B = -\frac{8}{3} \sqrt{\frac{4En}{\sigma_f \lambda^2}} \sqrt{\frac{n-1}{n}}^3 \left(\frac{7}{4} - B \right) \sqrt{B-1}.$$

From equations (25), (26) the results

$$A_1 = \frac{h \frac{n-1}{6} \sin \alpha_1 \frac{l}{2} - e_0 \sin \alpha_1 \frac{l}{2} \xi_A}{\sin \alpha_1 \frac{l}{2} (1 - \xi_A)}$$

$$B_1 = \frac{-h \frac{n-1}{6} \cos \alpha_1 \frac{l}{2} + e_0 \cos \alpha_1 \frac{l}{2} \xi_A}{\sin \alpha_1 \frac{l}{2} (1 - \xi_A)}$$

are obtained.

From equations (27), (28)

$$\xi_A = \sqrt{\frac{4En}{\sigma_f \lambda^2}} \sqrt{\frac{n-1}{nB}} \left\{ \sqrt{\frac{nB}{n-1}} \sqrt{\frac{nB}{n-1} - 1} + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{nB}{n-1}} - \sqrt{B} \sqrt{B-1} - \right. \\ \left. - \operatorname{arch} \sqrt{B} \right\} - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{4En}{\sigma_f \lambda^2}} \sqrt{\frac{n-1}{n}} \left(\frac{7}{4} - B \right) \sqrt{B-1}$$

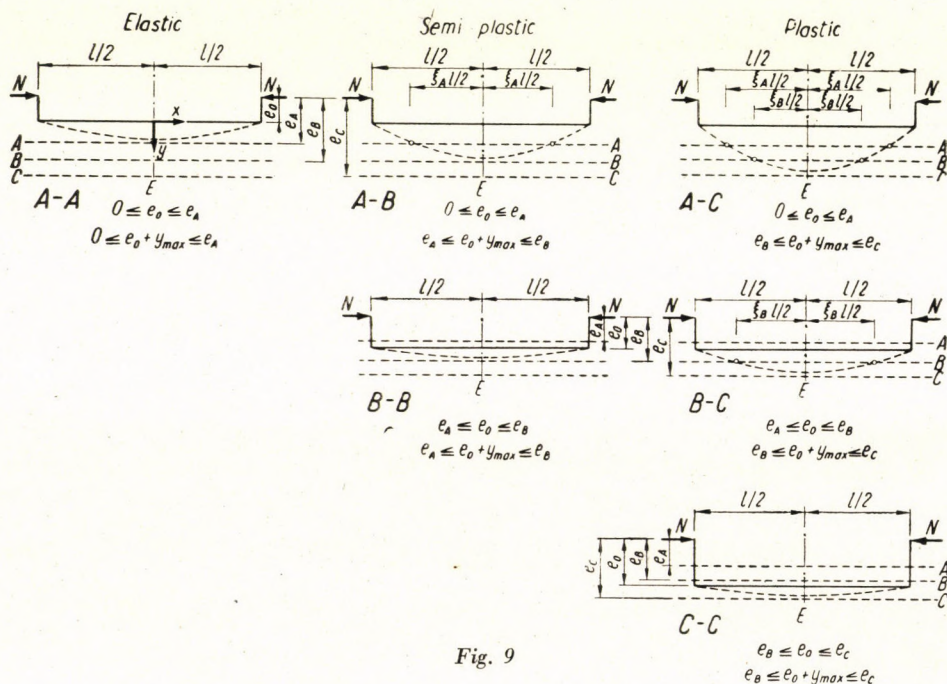


Fig. 9

Finally, after substituting into equation (31) the values determined above as well as the constants, the following relation is obtained :

$$e_0 = h \frac{n-1}{6} \cos \left[\sqrt{\frac{\sigma_f \lambda^2}{4En}} - \sqrt{\frac{n-1}{nB}} \right] \left\{ \sqrt{\frac{nB}{n-1}} \sqrt{\frac{nB}{n-1} - 1} + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{nB}{n-1}} - \right. \\ \left. - \sqrt{B} \sqrt{B-1} - \operatorname{arch} \sqrt{B} \right\} - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{n-1}{n}} \left(\frac{7}{4} - B \right) \sqrt{B-1} \quad (33) \\ - \frac{h}{6} (n-1) 2 \sqrt{\frac{nB}{n-1} - 1} \sin \left[\sqrt{\frac{\sigma_f \lambda^2}{4En}} - \sqrt{\frac{n-1}{nB}} \right] \left\{ \sqrt{\frac{nB}{n-1}} \sqrt{\frac{nB}{n-1} - 1} + \right. \\ \left. + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{nB}{n-1}} - \sqrt{B} \sqrt{B-1} - \operatorname{arch} \sqrt{B} \right\} - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{n-1}{n}} \left(\frac{7}{4} - B \right) \sqrt{B-1} \quad] .$$

This is the condition equation of the pairs of values n , e_0 producing the limit state.

By means of the same train of thought the following final results are obtained for the other cases :

Case A—A

$$e_0 = \frac{h}{6} (n-1) \cos \sqrt{\frac{\sigma_f \lambda^2}{4 En}} \quad (34)$$

Case A—B

$$\begin{aligned} e_0 = \frac{h}{4} (n-1) \cos \left[\sqrt{\frac{\sigma_f \lambda^2}{4 En}} - \sqrt{\frac{n-1}{nA}} \left\{ \sqrt{\frac{nA}{n-1}} \sqrt{\frac{nA}{n-1}} - 1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{nA}{n-1}} \right\} \right] - \frac{h}{6} (n-1) 2 \sqrt{\frac{nA}{n-1}} - 1 \sin \left[\sqrt{\frac{\sigma_f \lambda^2}{4 En}} - \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{n-1}{nA}} \left\{ \sqrt{\frac{nA}{n-1}} \sqrt{\frac{nA}{n-1}} - 1 + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{nA}{n-1}} \right\} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

Case B—B

$$\begin{aligned} \lambda = \sqrt{\frac{4 En}{\sigma_f}} \sqrt{\frac{n-1}{nA}} \left\{ \sqrt{\frac{3 nA}{(n-1)^2} \left(\frac{n-1}{2} - \frac{e_0}{h} \right)} \sqrt{\frac{3 nA}{(n-1)^2} \left(\frac{n-1}{2} - \frac{e_0}{h} \right)} - 1 + \right. \\ \left. + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{3 nA}{(n-1)^2} \left(\frac{n-1}{2} - \frac{e_0}{h} \right)} \right\} \quad (36) \end{aligned}$$

Case B—C

$$\begin{aligned} \lambda = \sqrt{\frac{4 En}{\sigma_f}} \sqrt{\frac{n-1}{nB}} \left\{ \sqrt{\frac{3 nB}{(n-1)^2} \left(\frac{n-1}{2} - \frac{e_0}{h} \right)} \sqrt{\frac{3 nB}{(n-1)^2} \left(\frac{n-1}{2} - \frac{e_0}{h} \right)} - 1 + \right. \\ \left. + \operatorname{arch} \sqrt{\frac{3 nB}{(n-1)^2} \left(\frac{n-1}{2} - \frac{e_0}{h} \right)} \sqrt{B \sqrt{B-1}} - \operatorname{arch} \sqrt{B} \right\} - \\ - \frac{8}{3} \sqrt{\frac{4 En}{\sigma_f \lambda^2}} \sqrt{\frac{n-1}{n}} \left(\frac{7}{4} - B \right) \sqrt{B-1} \quad (37) \end{aligned}$$

Case C—C

$$\begin{aligned} \lambda = \sqrt{\frac{4 En}{\sigma_f}} \sqrt{\frac{n-1}{n}} \left[\sqrt{\frac{n}{3(n-1)^2} \left(\frac{n^2-1}{4n} - \frac{e_0}{h} \right)} + \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} - B \right) \right] \times \\ \times \sqrt{\sqrt{\frac{n}{3(n-1)^2} \left(\frac{n^2-1}{4n} - \frac{e_0}{h} \right)} - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} - B \right)} \quad (38) \end{aligned}$$

where

$$A = \frac{\gamma - 1}{\sqrt{1 + (\gamma - 1) \frac{2n}{n-1} - 1}}$$

After all, the above equations give an answer to the question as to what pairs of parameters N, e_0 are characterizing the load producing the limit state of a bar defined by certain characteristics. The totality of these pairs of para-

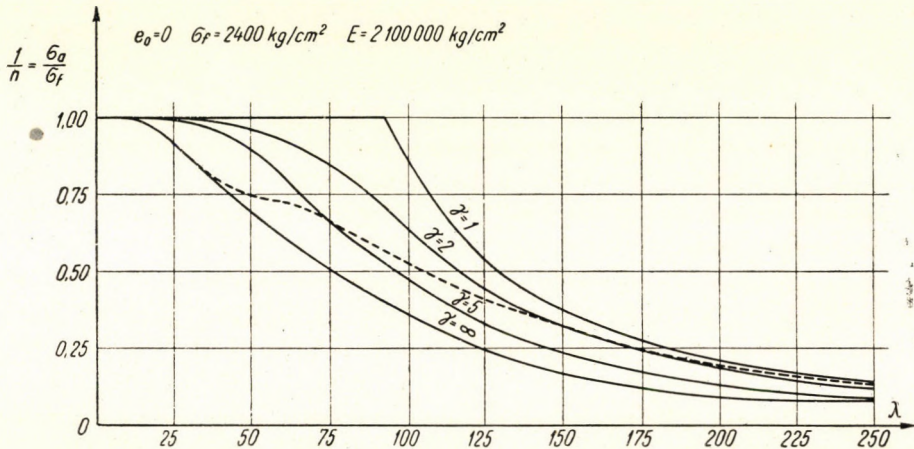


Fig. 10

meters is characterized in the plane of the axis of co-ordinates N, e_0 with lines corresponding to the different cases. Thus the so-called inverse problem is solved. Now, when knowing this, the solution of the direct problem can be recalled too. The direct problem is to answer the following question: should the characteristics of the load increase at will, but gradually as compared with one another as far as the value of N, e_0 , will the bar (i. e. the central cross section of the bar) arrive at limit state? Answer to this question is given by the point representing load N, e_0 in the plane of the co-ordinates N, e_0 where the points of the line obtained as mentioned before are representing the loads that may produce limit state. Consequently, if this point is falling into the field delimited by the curves determined above, the load is not yet able to produce limit state. But if this point is just falling on the curve determined above or outside of the field, then the load is already able to produce limit state.

7. Examples

Let the following examples illustrate the use of the formulae deduced: Let the material of the bar be given by following characteristics:

yield point	$\sigma_f = 2400 \text{ kg/cm}^2$
modulus of elasticity	$E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$

Let the limit load-carrying capacity of the bar be determined in the following four cases :

if the toughness is	$\gamma = 1$, i. e. $\epsilon_0 = \epsilon_m \times$
if the toughness is	$\gamma = 2$,
if the toughness is	$\gamma = 5$
if the toughness is	$\gamma = \infty$ i. e. $\epsilon_{\max} = \infty$

and let us assume that the loading force is eccentric.

As to the limit load-carrying capacity of the thus loaded bar, the relations (33), (34), (35) have been established. By means of the given characteristics those pairs of values l/n , λ may be determined from these relations in the case of which the bar might arrive at limit state. The totality of these pairs of values is represented by lines in the plane of the co-ordinates l/n , λ (Fig. 10).

3. Sumup

Definition of the properties and limit state of the ideal structure as well as of the notion of the limit load-carrying capacity has been given in the introduction and further the strain limit load-carrying capacity of the compressed bar was determined.

In the course of this study only that case was discussed when the cross section of the bar is a rectangle, the original axis of the bar is perfectly straight and the direction of the loading force remains parallel to the direction of the original axis of the bar. But the argumentations of the study can be extended without fundamental changes even to those cases where the cross section of the bar has a general form, the axis of the bar has initial curvature, and the position and direction of the loading force is general.

The diagram representing the stress-strain law which expresses the properties of the material of the structure as well as the defined limit strain (Fig. 4) is supposed to be symmetrical (more precisely : antimetrical). This assumption, however, is only more or less valid with actual materials. But there is, in principle, nothing to prevent us from building up this theory instead of on these diagrams on more complicated diagrams which approximate better reality, e. g. so that on the tension side another limit strain, another yield point is presumed than on the compressed side. Accordingly, however, the mathematical difficulties to be overcome are increasing too.

As mentioned in the introduction, present study is only discussing the question of the limit condition of strain, but not the problem of the limit state of stability. No answer has been given to the question as to which of these two limit states will be decisive, but there is no doubt that — depending on the assumption of the magnitude of the limit strain — in certain cases the limit state of strain will govern, i. e. the limit state discussed in this study, in other cases the limit state of stability discussed by CHWALLA and JEZEK.

SUMMARY

The aim of this study is the theoretical determination of the limit load capacity of the compression bar of ideally plastic material, supported at both ends free to rotate, of straight centreline and permanent cross section. It is assumed that the material of the bar behaves elastically as far as a given unit strain ε_0 and from here plastically up to a specific strain ε_{\max} . ε_{\max} is understood to be the limit strain (crushing strain, rupture strain). Limit state of this ideal structure is meant to be that condition where in the extreme fibre of some cross section of the bar limit strain is appearing.

The paper analyses the problem of the so-called limit state of strain, but does not discuss the question of the limit state of stability. The paper does not answer the question as to which of the two limit states in question will be decisive, but there is no doubt that — dependent on the assumption of the limit strain — in certain cases it will be the limit state of strain discussed in the paper, in other cases the limit state of stability discussed by CHWALLA and JEŽEK which will govern.

DIE GRENZBELASTUNG IDEALPLASTISCHER DRUCKSTÄBE

E. BÖLCSKEI

Kand. d. techn. Wiss.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Zweck dieser Studie ist, die Grenzbelastung der an beiden Enden gelenkig gelagerten, geradachsigen, idealplastischen Druckstäbe von konstantem Querschnitt theoretisch zu bestimmen. Es wird angenommen, dass das Material des Stabes bis zu einer bestimmten spezifischen Dehnung ε_0 elastisch, von dieser bis zur spezifischen Dehnung ε_{\max} plastisch wirkt. Unter ε_{\max} ist die Grenzdehnung (Bruch- und Rissdehnung) zu verstehen. Der Grenzzustand dieser idealen Struktur ist jener Zustand, wo in einer extremen Faser irgendeines Querschnittes des Stabes eine Grenzdehnung entsteht.

Die vorliegende Arbeit befasst sich also mit der Frage des sogenannten Dehnungsgrenzzustandes, behandelt jedoch die Frage des Stabilitätsgrenzzustandes nicht. Die Frage, welche der beiden erwähnten Grenzzustände massgebend sein wird, ist hier nicht beantwortet, es besteht jedoch kein Zweifel, dass — je nach der Aufnahme des Grenzzustandes — in gewissen Fällen der in der vorliegenden Arbeit besprochene Dehnungsgrenzzustand, in anderen Fällen wiederum der von CHWALLA und JEŽEK behandelte Stabilitätsgrenzzustand massgebend sein wird.

LES CHARGES MAXIMA DES BARRES COMPRIMÉES, CONSTITUÉES
D'UN MATÉRIAU PARFAITEMENT PLASTIQUE

E. BÖLCSKEI

Candidat des sc. techn.

RÉSUMÉ

Le but de l'étude est de déterminer par la voie théorique les charges maxima des barres comprimées constituées d'un matériau parfaitement plastique, à axe rectiligne et à section constante, supportées aux deux bouts articulés. Il est supposé que le matériau de la barre se comporte de manière élastique jusqu'à un allongement spécifique donnée ε_0 et dès là, de manière plastique jusqu'à l'allongement spécifique ε_{\max} . Par ε_{\max} on entend la limite d'allongement (l'allongement de rupture, de déchirement). On considère comme état limite de cette construction idéale l'état où il se produit un allongement maximum dans une des fibres extrêmes d'une section de la barre.

L'auteur traite donc le problème de ce qu'on appelle l'état limite d'allongement, mais ne parle pas de la question de l'état limite de stabilité. Il ne donne pas de réponse à la question, lequel des deux états limites mentionnés sera compétent, mais il n'y a pas de doute que ce sera — selon l'adoption de l'allongement limite — dans certains cas, l'état limite d'allongement traité dans cette étude, et dans d'autres, l'état limite de stabilité traité par CHWALLA et JEŽEK.

УСТОЙЧИВОСТЬ ИДЕАЛЬНО ПЛАСТИЧНОГО СТЕРЖНЯ

Канд. техн. наук Э. БЁЛЬЧКЕИ

РЕЗЮМЕ

Ставится задача определения творческим путем устойчивости идеально пластичного сжатого стержня неизменного сечения, опирающегося на шарнирные опоры. В отношении материала стержня обусловлено, что материал до определенного удельного удлинения ϵ_0 ведет себя упруго, а сверх этой величины до удельного удлинения ϵ_{\max} — пластично. Под ϵ_{\max} подразумевается предельное удлинение (удлинение разлома, разрыва). Предельным состоянием этой идеальной формы рассматривается то состояние, при котором в одном из крайних волокон некоторого сечения возникает предельное удлинение. Следовательно, статья рассматривает вопрос т. н. предельного состояния удлинения, но не разбирает вопроса предельного состояния стабильности. Не дается ответа на вопрос, который из этих двух предельных состояний будет принят в качестве размерного, однако несомненно, что в определенных случаях размерным будет предельное удлинение, рассматриваемое в настоящей статье, а в других же случаях предельная стабильность, трактуемая Хвалла — Йежек.

INFLUENCE OF THE DEGREE OF REACTION ON THE EFFICIENCY OF AN AXIAL COMPRESSOR STAGE

G. VERMES

RESEARCH INSTITUTE FOR HEAT TECHNIQS, BUDAPEST

[Manuscript received 31st May, 1955]

1. Introduction

It is well known that machines based on fluid dynamics and designed for large pressure differences are usually of multi-stage design, where to one stage belong one rotor blading and one stator blading. In the rotor blading the total energy level of the flowing working fluid is either increased (compressor) or decreased for the purpose of gaining mechanical work (turbine), while in the stator blading the working medium is forced to take up that form of flow which is suited for its use in the next stage. Theoretically, it is possible — with a turbine as well as with a compressor — that the pressure of the flowing medium in one of the bladings of the stage remains stationary during this double phenomenon, or that the pressure change (rise for a compressor, drop in a turbine) takes place partially in the stationary and partially in the rotating blading. How much of the pressure change in one stage takes place in the stationary blading and how much in the rotor blading, is expressed by the degree of reaction (R) and — considering in the following the fluid to be incompressible — we will define the degree of reaction, according to Fig. 1 (compressor) as

$$R = \frac{a}{u} \cdot \quad (1.1)$$

w_2 : relative rotor outlet velocity of the medium [m/sec]

u : circumferential velocity [m/sec]

$c_m = w_n$: axial velocity

ρ : density of medium $\left[\frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}^4} \right]$

α_{1s} : stator inlet angle

α_{2s} : stator outlet angle

α_{1r} : rotor inlet angle

α_{2r} : rotor outlet angle

$\alpha_\infty = \arcsin \frac{\text{tg } \alpha_1 \text{ tg } \alpha_2}{2}$

$D = \text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2$

η_{st} : stage efficiency

$\sigma = \frac{t}{l}$: pitch/chord ratio (fig. 2.)

$\Delta p'$: pressure loss $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right]$

Δp_{th} : theoretical pressure rise $[\text{kg}/\text{m}^2]$

Indexes : *r* : rotor
 s : stator

Δc_u : projection on the peripheral velocity of the change in absolute velocity of the medium when flowing through the stage $[\text{m}/\text{sec}]$

c_1 : absolute rotor inlet velocity of the medium $[\text{m}/\text{sec}]$

c_2 : absolute rotor outlet velocity of the medium $[\text{m}/\text{sec}]$

w_1 : relative rotor inlet velocity of the medium $[\text{m}/\text{sec}]$

It is easily seen that if $a = u$ the value of the absolute velocity does not change, only its direction changes, thus the pressure of the medium cannot change while it is passing through the stator. In this case, all pressure change

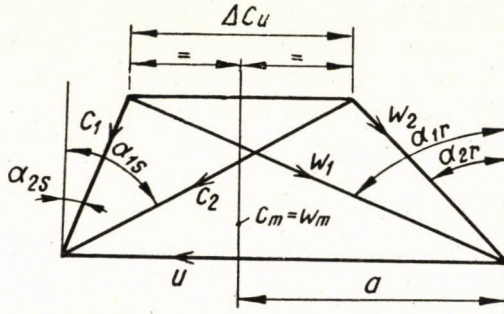


Fig. 1

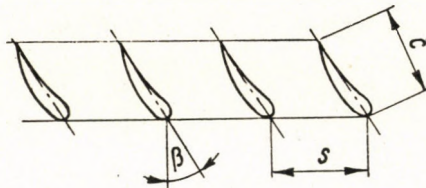


Fig. 2

occurs in the rotor : the degree of reaction will be 100 % ($R = 1$). Inversely, if $a = 0$, only the direction of the relative velocity changes while the fluid passes through the rotor and the whole pressure change occurs in the stator : the degree of reaction is 0. If $a = \frac{u}{2}$, ($R = 0,5$), $c_1 = w_2$ and $w_1 = c_2$: the pressure changes due to velocity changes are obviously equal, because in the rotor as well as in the stator (theoretically) equal effects take place.

It can be seen also that given mass flow (which can be characterized by $c_m = w_m$), peripheral velocity and stage pressure change (on which $u \cdot \Delta c_u$ gives information) can be realized with any degree of reaction.

In the technical literature we find the most varied opinions as to the optimal degree of reaction. First of all, it is not even clear what is to be considered as optimal? One may imagine that a compressor with few stages, although of somewhat lower efficiency, is better suited for some particular purpose than a machine with more stages and higher efficiency, but of greater weight. During our investigations we will consider an industrial machine

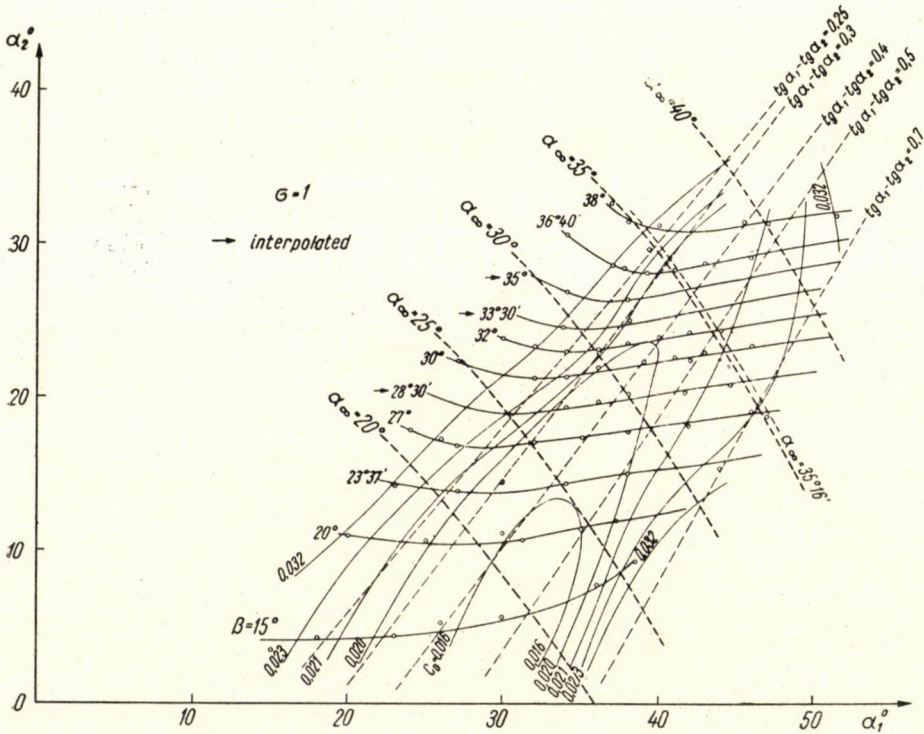


Fig. 3

designed for long life — therefore subject to small annual depreciation — and with a large coefficient of utilization, where low running costs are decisive. If we look for the optimum efficiency under these conditions, the opinions expressed in the technical literature are yet not unanimous. E. g. according to [1],* efficiency will be optimum for $R = 0,9$, but the authors remark that there is also experience different from this; according to [2], theoretically $R = 0,5$ is best etc.

In this paper we aim at showing how the choice of the degree of reaction can influence the efficiency of the stage. As will be seen later, the choice of the

* See references.

optimum degree of reaction is not independent of the choice of the other flow characteristics. Therefore we have extended the investigations also to the influence of the latter.

For our investigations we make the following assumptions :

1. The efficiency of any stage is equal to that of the arrangement used on the "design diameter". For design diameter we have chosen the arithmetical mean of the inner and outer diameters of the stage (measured at blade root and at blade tip). Therefore we have limited the investigations to the phenomena on the surface of the design diameter.

2. The drag coefficients of the rotor and of the stator already take into account the fact that the working fluid does not flow past lattices of infinite length [3], [4].

3. It is supposed that a row of blades can be designed for a given inlet and a given outlet angle as well as for a drag coefficient assumed during the calculations.

4. One stage and a relative small pressure change per stage being under consideration, the working medium is supposed to be incompressible.

5. By "Efficiency" we understand hydraulic efficiency, which is taken as being equal to the elementary efficiency.

6. All velocities in the machine are such that the effect of the Mach number can be neglected.

2. Determination of the relation between degree of reaction and efficiency

In such literature as the author has been able to consult, there was no ready formula to be found for the efficiency of a compressor stage of a degree of reaction other than 50 %. Therefore this relation has been computed (see appendix No. 1). The result is

$$\eta_{st} = \frac{1}{2} \frac{C_{Dr} \frac{1}{\cos^3 \alpha_{\infty r} \sigma_r} + C_{Ds} \frac{1}{\cos^3 \alpha_{\infty} \cdot \sigma_s}}{\operatorname{tg}^2 \alpha_{1r} + \operatorname{tg} \alpha_{1r} (\operatorname{tg} \alpha_{2s} - \operatorname{tg} \alpha_{2r}) - \operatorname{tg} \alpha_{2s} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{2r}} \quad \dots (2.1)$$

In order to show the influence of the degree of reaction on efficiency, part of the trigonometrical functions are expressed by the degree of reaction :

$$R = 1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha \cos}{\operatorname{tg} \alpha_{1r} + \operatorname{tg} \alpha_{2s}} \quad \dots (2.2)$$

In appendix 2, the relation between stage efficiency and the various flow characteristics is determined, according to which

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\cos^3 \alpha_{\infty r} \sigma_r} \cdot R \cdot \frac{1 + B \cos^3 \alpha_{\infty r} \left[1 + \left(\frac{1-R}{R} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{3/2}}{2 \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} (\operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{\infty r})} \dots (2.3)$$

It is seen that according to (2.3), stage efficiency depends, besides rotor design characteristics and degree of reaction, only on the ratio of the drag coefficients of stator and of rotor and on the ratio of their pitch/chord ratios (B). It is useful to pass from the system of variables ($\alpha_{1\infty r}; \alpha_{2r}$) to the system of variables (α_{∞}, D), where $D = \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_2$. The relation between the two systems of variables is given — together with the measured characteristics of a blade cascade — in Fig. 3, where the contours for $\alpha_{\infty} = \text{const.}$ and for $\operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_2 = \text{const.}$ are shown as well.

3. Determination of the optimal degree of reaction

We will now examine the extreme value of the expression (2.3) which has been computed in appendix 2, as a function of R . The detailed calculation is contained in appendix 3; its result is

$$R_{\text{opt}} = \frac{4}{1 \pm \sqrt{9 + \frac{8}{\operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r}} \frac{(-A) + B}{B}}} \dots (3.1)$$

where

$$A = - \frac{1}{\cos^3 \alpha_{\infty r} \left[1 + \left(\frac{1-R}{R} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{1/2}} \dots (3.2)$$

R_{opt} has been computed — as can be seen from app. 3. — by the iteration method.

Formula (3.1) shows that R_{opt} depends finally on α_{∞} and on B , supposing that B is independent of R . At this moment we suppose this, but we will re-consider this point later on.

Fig. 4 shows what optimum degrees of reaction occur with the values of $\alpha_{\infty r}$ encountered in practice, if B is considered as a parameter.

After this, we will examine what stage efficiencies are obtained if the optimum degree of reaction, calculated according to (3.1) and shown on Fig. 4. issued.

Let us transform the formula for the efficiency (2.3) into the following form :

$$\eta_f = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{D_r \sigma_r} \zeta \dots (3.3)$$

where

$$\zeta = R_{\text{opt}} \frac{(1 + \text{tg}^2 \alpha_{\infty r})^{3/2} + B \left[1 + \left(\frac{1 - R_{\text{opt}}}{R_{\text{opt}}} \right)^2 \text{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{3/2}}{\text{tg} \alpha_{\infty r}} \quad \dots (3.4)$$

as according to Fig. 4, $R_{\text{opt}} = R_{\text{opt}}(B, \alpha_{\infty r})$. $\zeta = \zeta(B, \alpha_{\infty r})$ is shown in Fig. 5.

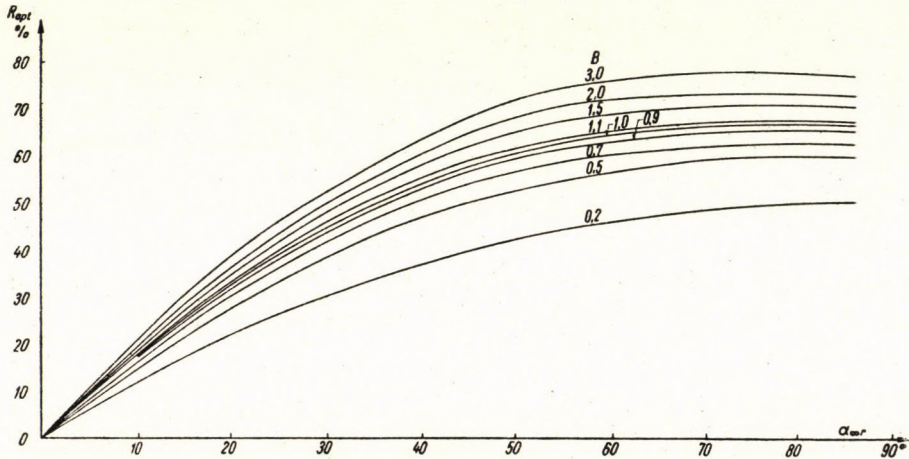


Fig. 4

Accordingly, if σ_r , c_{Dr} and D_r were constant, the minimum of ζ (the maximum efficiency) would depend only on $\alpha_{\infty r}$ and on B .

On the base of Fig. 4, in Fig. 5 have been marked in dashed line those points of $\zeta = \zeta(\alpha_{\infty r}, B)$ for which $R_{\text{opt}} = \text{const}$.

The curves on the right side of the figure show that the ζ curves which determine efficiency have a distinct minimum (supposing of course that $\frac{c_{Dr}}{\sigma_r \cdot D_r} = \text{const}$.) and that the place of this minimum is shifted for larger values of B towards the larger $\alpha_{\infty r}$ values; at the same time, the optimum degree of reaction is shifted from its smaller values towards larger ones. In the case of $B = 1$ — if the drag coefficients of the rotor and of the stator are equal — the best stage efficiency is obtained with $R = 50\%$. It can be read from Fig 5, that if the stator resistance coefficient is larger by 50% than of the rotor ($B = 1,5$) — a condition which is quite possible, as the boundary layer stabilizing action of the rotor does not act in the stator — stage efficiency only slightly drops as compared with the optimal one, if that value of $\alpha_{\infty r}$ ($35^\circ 40'$) is used, which is optimal for $B = 1$. According to this, the values

of α_{oor} , which are the most important from the point of view of compressor design, lay between 35° and 40° and the optimum degrees of reaction belonging to them are 50–58 %.

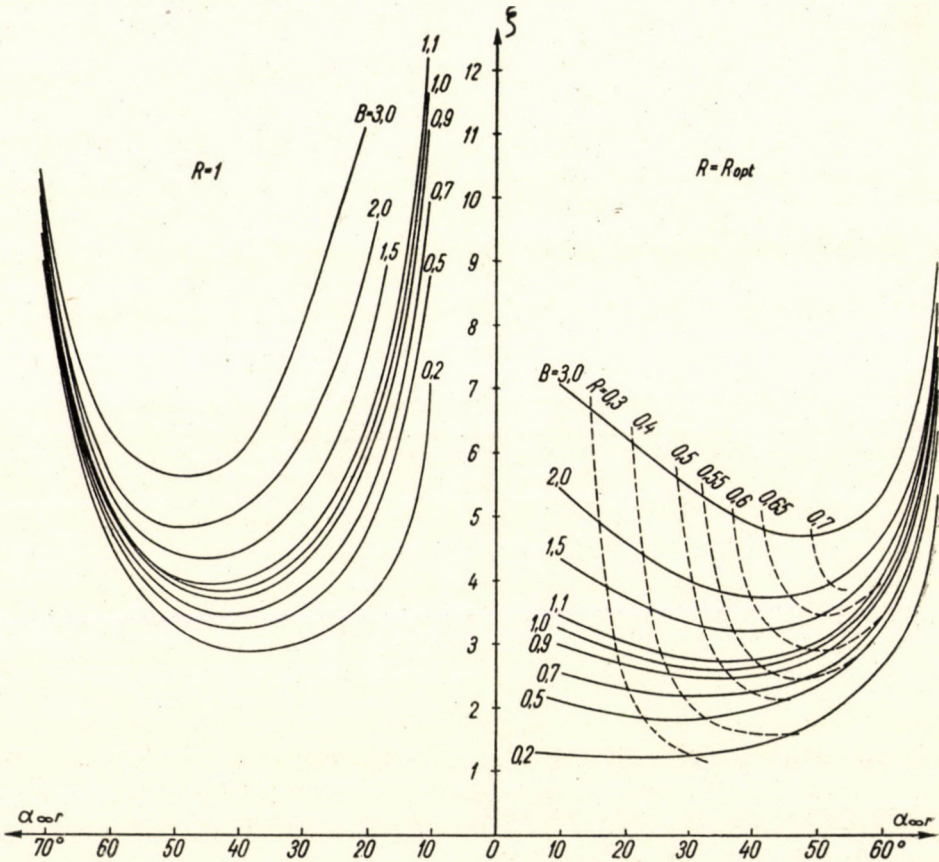


Fig. 5

4. Comparison of R_{opt} and $R = 1$ from the point of view of maximum efficiency

We have mentioned that in the case of $R = 1$ the stator is only deflecting the flow, so there is no noteworthy pressure difference across the blade cascade. It can be supposed that such a “reversing” cascade — where the boundary layer is not obliged to progress against increasing pressure — has a much more favourable efficiency than the rotor with its strongly diffusor-like character. Let us examine whether it is not indicated, nevertheless, to use $R_{opt} = 0,5-0,58$? Of course we will continue to suppose that the base of comparison is the more favourable stage efficiency.

Let us determine $\zeta_{R=1}$ with the aid of formulae (2.4) and (3.3) :

$$\eta_{stR=1} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\sigma_r D_r} \cdot 1 \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r})^{3/2} + B_{R=1} \left[1 + \left(\frac{1-1}{1} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{3/2}}{\operatorname{tg} \alpha_{\infty r}} = \sqrt{\dots} \quad (4.1)$$

The result of the calculation has been plotted on the left side of Fig. 5. It can be seen that $R = 1$ can compete with the stage built according to R_{opt} only for $B \leq 0,2$ (cf. the right side of the same figure). In this case $\alpha_{\infty r}$ is also $35-40^\circ$ for the minimum values of ζ .

5. Stage with $R > 1$

Now we will discuss the case of $R > 1$. The relation (2.3) permits the conclusion that with increasing degree of reaction the stage efficiency deteriorates, but let us consider the following: if $R > 1$, accelerating flow is produced in the stator, thus its drag coefficient can be expected to be substantially smaller than it would be with a diffusor-type stator. On the other hand, we also may imagine that after the fourth or fifth stage of a multistage compressor with a degree of reaction smaller than 100 %, the axial velocity profile is so much distorted that the subsequent stages work under steadily deteriorating flow conditions, which will increase the drag coefficient too. Therefore, if the stator cascades are of confusor type, they may compensate the disadvantageous flow conditions after the diffusor-type rotor bladings to such an extent that the subsequent rotors work under more favourable conditions, with a smaller drag coefficient.

$$\sqrt{\dots} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\sigma_r D_r} \frac{1}{\frac{\cos \alpha_{\infty r}}{\operatorname{tg} \alpha_{\infty r}} + B_{R=1}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\sigma_r D_r} \zeta_{R=1} \quad \dots (4.1)$$

From the relation (3.4) it may be determined that practically

$$\zeta_{R=1+x} \approx (1+x) \zeta_{R=1} \quad \dots (5.1)$$

if $B \leq 3$ and $R \leq 1,2$. Accordingly, the arrangement with $R = 1 + x$ may be discussed by changing the scale of the vertical axis of the left family of curves in the proportion of $1 : (1 + x)$. Therefore if we want to find out how many per cent of rotor drag diminution must be got for making the arrangement $R > 1$ compete successfully with the arrangement $R_0 = R_{\text{opt}}$, we must

use the same curves on the left side of the diagram as when examining the arrangement $R = 1$. The curves must be connected to the curves at right, but the scale of the axes must be stretched by as many per cents as the degree of reaction under consideration is greater than 1.

In this paper we will not treat the arrangement with $R \leq 0$, because realizing the deceleration in the stator blading is particularly difficult with such an arrangement; for this reason zero and negative degrees of reaction are not used in axial compressors. (Axial fans generally use a large straight diffuser instead of the decelerating stator; this solution cannot be carried out for the multistage axial compressor.)

6. Conclusion

a) Blade cascades having equal deviations and equal drag coefficients may be used with the best efficiency as axial compressor rotors if $\alpha_{\infty r}$ and the degree of reaction are chosen according to the method shown in Fig. 4 and 5. The most favourable degree of reaction and $\alpha_{\infty r}$ are determined by the ratio B of the stator and rotor drag coefficients. Fig. 5 shows that the most favourable values of $\alpha_{\infty r}$ lay between 35 and 40° , while the best values for R are between $0,45$ and $0,55$, because the stator drag coefficient certainly is of the same order of magnitude as the rotor drag coefficient, or may rather be expected to be somewhat larger because of the stabilizing action of the rotary movement on the boundary layer.

b) It is worth while to use an arrangement with $R = 1$, i. e. a constant pressure stator, rather than the optimum degree of reaction which has been discussed, if we really succeed in reducing the stator drag coefficient to $20-30\%$ of the rotor drag coefficient. In this case too the most favourable value of $\alpha_{\infty r}$ is $35-40^\circ$.

c) The solution with $R > 1$ only offers better prospects if the stator drag is $20-30\%$ of the rotor resistance and if the rotor drag coefficient is by at least as many per cent smaller than that of the solution with $R = R_{\text{opt}}$, as the degree of reaction in question is larger than 100% .

*

Appendix 1.

Determination of efficiency in the general case

(see Fig. 1)

$$\eta_{st} = 1 - \frac{\Delta p'_r + \Delta p'_s}{\Delta p_{th}}$$

$$\Delta p_{th} = \rho U \Delta C_u; \quad \Delta C_u = w_1 \sin a_{1r} - w_2 \sin a_{2r}; \quad \sigma = \frac{t}{l} \quad (\text{see Fig. 2})$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta p'_r &= \frac{\rho}{2} w_1^2 C_{Dr} \frac{\cos^2 a_{1r}}{\cos^3 a_{\infty r}} \cdot \frac{1}{\sigma_r}; & C_{Dr} &= \frac{2 \Delta p'_r \sigma_r}{\rho W_1^2 \frac{\cos^2 a_{1r}}{\cos^3 a_{\infty r}}}; \\ \Delta p'_s &= \frac{\rho}{2} C_2^2 C_{Ds} \frac{\cos^2 a_{1s}}{\cos^3 a_{\infty s}} \cdot \frac{1}{\sigma_s}; & C_{Ds} &= \frac{2 \Delta p'_s \sigma_s}{\rho C_2^2 \frac{\cos^2 a_s}{\cos^3 a_{\infty s}}}; \end{aligned} \right\} \text{see Ref. [5]}$$

Furthermore

$$C'_{Dr} = \frac{C_{Dr} \cos^2 a_{1r}}{\sigma_r \cos^2 a_{\infty r}} \quad \text{and} \quad C'_{Ds} = \frac{C_{Ds} \cos^2 a_{1s}}{\sigma_s \cos^3 a_{\infty s}}$$

(re-introduced into the final formula)

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\rho w_1^2 C'_{Dr} + \rho C_2^2 C'_{Ds}}{\rho u \Delta C_u} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C'_{Dr} + C'_{Ds} \left(\frac{C_2}{w_1} \right)_2}{\frac{u}{w_1} \left(\sin a_{1r} - \frac{w_2}{w_1} \sin a_{2r} \right)}$$

$$\frac{C_2}{w_1} = \frac{\sin(90^\circ - a_{1r})}{\sin(90^\circ - a_s)} = \frac{\cos a_{1r}}{\cos a_s}; \quad \frac{w_2}{w_1} = \frac{\cos a_{1r}}{\cos a_{2r}};$$

$$\frac{u}{w_1} = \frac{\sin(a_{2s} + a_{1r})}{\sin(90^\circ - a_{2s})} = \frac{\sin a_{1r} \cos a_{2s} + \cos a_r \sin a_{2s}}{\cos a_{2s}} = \sin a_{1r} + \cos a_{1r} \cdot \text{tg } a_{2s};$$

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C'_{Dr} + C'_{Ds} \frac{\cos^2 a_{1r}}{\cos^2 a_s}}{\sin^2 a_r + \sin a_r \cos a_{1r} (\text{tg } a_{2s} - \text{tg } a_{2r}) - \cos^2 a_r \text{tg } a_{2s} \text{tg } a_{2r}}$$

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C'_{Dr} + C'_{Ds} \frac{\cos^2 a_{1r}}{\cos^2 a_{1s}}}{\sin^2 a_r + \sin a_r \cos a_{1r} (\text{tg } a_{2s} - \text{tg } a_{2r}) - \cos^2 a_1 \text{tg } a_{2s} \text{tg } a_{2r}}$$

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\frac{C'_{Dr}}{\cos^2 a_{1r}} + \frac{C'_{Ds}}{\cos^3 a_{1s}}}{\text{tg}^2 a_{1r} + \text{tg } a_{1r} (\text{tg } a_{2s} - \text{tg } a_{2r}) - \text{tg } a_{2s} \text{tg } a_{2r}}$$

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\frac{C_{Dr}}{\sigma_r \cos^3 a_{\infty r}} + \frac{C_{Ds}}{\sigma_s \cos^3 a_{\infty s}}}{\text{tg}^2 a_{1r} + \text{tg } a_{1r} (\text{tg } a_{2s} - \text{tg } a_{2r}) - \text{tg } a_{2s} \text{tg } a_{2r}} \quad \dots (2.1)$$

Appendix 2.

Efficiency and degree of reaction

(expressed in rotor terms)

(see Fig. 1)

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\frac{C_{Lr}}{\cos^3 a_r \sigma_r} + \frac{C_{Ls}}{\cos^3 a_{\infty s} \sigma_s}}{\text{tg}^2 a_r + \text{tg } a_r (\text{tg } a_{2s} - \text{tg } a_{2r}) - \text{tg } a_{2s} \text{tg } a_{2s} \text{tg } a_{2r}} \quad \dots (2.1)$$

$$R = 1 - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\infty s}}{\operatorname{tg} \alpha_{1r} + \operatorname{tg} \alpha_{2s}}; \quad \frac{R}{1-R} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\infty r}}{\operatorname{tg} \alpha_{\infty s}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_{2s} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\infty s}}{1-R} - \operatorname{tg} \alpha_{1r} \quad \dots (2.2)$$

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\frac{C_{Dr}}{\sigma_r \cos^3 \alpha_{\infty r}} + \frac{C_{Ds}}{\sigma_s} \left[1 + \left(\frac{1-R}{R} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{\frac{3}{2}}}{\operatorname{tg}^2 \alpha_{1r} + \operatorname{tg} \alpha_{1r} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{\infty s}}{1-R} - \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{2r} \right) - \operatorname{tg} \alpha_{2r} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_{\infty s}}{1-R} - \operatorname{tg} \alpha_{1r} \right)}$$

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\frac{C_{Dr}}{\sigma_r \cos^3 \alpha_{\infty r}} + \frac{C_{Ds}}{\sigma_s} \left[1 + \left(\frac{1-R}{R} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{\frac{3}{2}}}{\operatorname{tg}^2 \alpha_{1r} + \operatorname{tg} \alpha_{1r} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} \left(\frac{1}{R} - 2 \right) - \operatorname{tg} \alpha_{2r} \left(\frac{1}{R} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} - \operatorname{tg} \alpha_{1r} \right)}$$

The denominator can be brought to a more concise form by eliminating $\operatorname{tg} \alpha_{2r}$:

$$\operatorname{tg} \alpha_{2r} = 2 \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} - \operatorname{tg} \alpha_{1r}$$

so

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg}^2 \alpha_{1r} + \operatorname{tg} \alpha_{1r} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} \left(\frac{1}{R} - 2 \right) - \operatorname{tg} \alpha_{2r} \left(\frac{1}{R} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} - \operatorname{tg} \alpha_{1r} \right) = \\ & = \operatorname{tg}^2 \alpha_{1r} + \frac{1}{R} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} \operatorname{tg} \alpha_{1r} - 2 \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} \operatorname{tg} \alpha_{1r} - (2 \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} - \operatorname{tg} \alpha_{1r}) \left(\frac{1}{R} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} - \operatorname{tg} \alpha_{1r} \right) = \\ & = \frac{2}{R} \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} (\operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{\infty r}) \end{aligned}$$

and for the efficiency

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\sigma_r \cos^3 \alpha_{\infty r}} \cdot R \cdot \frac{1 + B \cos^3 \alpha_{\infty r} \left[1 + \left(\frac{1-R}{R} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{\frac{3}{2}}}{2 \operatorname{tg} \alpha_{\infty r} (\operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{\infty r})} \quad \dots (2.3)$$

where

$$B = \frac{\sigma_r}{\sigma_s} \frac{C_{Ds}}{C_{Dr}}$$

Let there be

$$\begin{aligned} D_r &= \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{2r} \\ \frac{1}{\cos^3 \alpha_{\infty r}} &= (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r})^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$2 (\operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{\infty r}) = \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{2r} = D_r$$

then

$$\eta_{st} = 1 - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\sigma_r D_r} R \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r})^{\frac{3}{2}} + B \left[1 + \left(\frac{1-R}{R} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{\frac{3}{2}}}{\operatorname{tg} \alpha_{\infty r}} \quad \dots (2.4)$$

If

$$C_1 = - \frac{1}{2} \frac{C_{Dr}}{\sigma_r}$$

$$\frac{1}{R} = U$$

$$k_1 = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r}$$

$$k_2 = \operatorname{tg}^2 \alpha_{\infty r}$$

$$k_3 = \operatorname{tg} \alpha_{\infty r}$$

then

$$\eta_{st} = 1 + \frac{C_1}{D_r K_3} \cdot R \cdot \left\{ k_1^{\frac{3}{2}} + B [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{3}{2}} \right\} \dots (2.5)$$

Appendix 3.

Computation of the extreme value of the efficiency curve

$$\frac{\partial \eta_{st}}{\partial R} = \frac{\partial \eta_{st}}{\partial U} \cdot \frac{dU}{dR}$$

$$U = \frac{1}{R} \quad (\text{see Appendix 2})$$

then

$$\frac{dU}{dR} = -\frac{1}{R^2} = -U^2$$

Differentiating with respect to R equation (2.5) the differential quotient shall be equal 0:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_{st}}{\partial R} &= \left(-\frac{1}{R^2} \right) \frac{C_1}{D_r K_3} \left\{ B \cdot \frac{3}{2} [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{1}{2}} k_2 \cdot 2(U-1) \frac{1}{U} \right\} + \\ &+ \left(-\frac{1}{U^2} \right) \left\{ k_1^{\frac{3}{2}} + B [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{3}{2}} \right\} = 0 \\ 3 B [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{1}{2}} \cdot k_2 \cdot (U-1) U &= k_1^{\frac{3}{2}} + B [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$U - U^2 = \frac{M}{3} + \frac{1}{3 k_2} [1 + k_2 U^2 - 2 k_2 U + k_2]$$

where

$$M = \frac{k_1^{\frac{3}{2}}}{B k_2 [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{1}{2}}} = -\frac{A}{B \cdot k_2}$$

and

$$A = -\frac{1}{\cos^3 \alpha_{\infty r} [1 + (U-1)^2 k_2]^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{R} - 1 \right)^2 \text{tg}^2 \alpha_{\infty r} \right]^{\frac{1}{2}} \cos^3 \alpha_{\infty r}} \dots (3.2)$$

Then

$$2 U^2 - U - \left(\frac{1}{k_2} + 1 + M \right) = 0$$

and

$$\frac{1}{R_{\text{opt}}} = U_{\text{opt}} = \frac{1 \pm \sqrt{9 + \frac{8}{\text{tg}^2 \alpha_{\infty r}} \cdot \frac{B-A}{B}}}{4}$$

$$R_{\text{opt}} = \frac{4}{1 \pm \sqrt{9 + \frac{8}{\text{tg}^2 \alpha_{\infty r}} \cdot \frac{(-A) + B}{B}}} \dots (3.1)$$

REFERENCES

1. GODSEY—YOUNG: Gas Turbines for Aircraft, p. 117 (Mac Graw Hill, New York, 1949).
2. ECKERT: Axial- und Radialkompressoren, p. 146. (Springer, Berlin, 1953.)
3. HOWELL: Design of Axial Compressors. The Internal Combustion Turbine, p. 448. (Proc. of the Inst. of Mech. Eng., London, vol. 159., 1945.)
4. SCHOLTZ: Über den Einfluss der Schaufelhöhe . . . Forschungen auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, 1954, No. 5. p. 155.
5. DR. GRUBER J.: Axialventillátorok (Axial Fans, in Hungarian). Budapest, Lectures of the M. T. K. I., 1952—53 (manuscript).

SUMMARY

The degree of reaction (R) has a considerable influence on the efficiency of an axial compressor stage. The investigation has been limited to the phenomena on the design diameter, the medium is considered as being incompressible, the rotor (index r) drag coefficient (c_D), the deviation coefficient ($D_r = \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{2r}$) and the pitch/chord ratio (σ) are assumed to be independent of the degree of reaction. The paper proves that the best stage efficiency is obtained for a degree of reaction of 0,5—0,58; the optimum rotor inlet angle $\alpha_{cor} = 35\text{—}40^\circ$, provided that the ratio of the drag coefficients of the rotor and of the stator is $\leq 1,5$. The use of 100 % degree of reaction is only more favourable if $c_{es} \leq 0,2 \cdot c_{er}$. A degree of reaction higher than 100% can only be recommended if

$$\left(\frac{C_{er}}{D_r \sigma_r} \right) R = 1 + x \leq \left(\frac{C_{er}}{D_r \sigma_r} \right) R = 1 \frac{1}{1 + x} . \uparrow$$

DER EINFLUSS DES REAKTIONSGRADES AUF DEN WIRKUNGSGRAD VON AXIALKOMPRESSORSTUFEN

G. VERMES

ZUSAMMENFASSUNG

Der verwendete Reaktionsgrad (R) übt einen beträchtlichen Einfluss auf den Wirkungsgrad einer Axialkompressorstufe aus. Die Untersuchung wird auf die Verhältnisse am Auslegungsradius beschränkt. Widerstandsbeiwert (c_D), Schaufelstellung (σ), Umlenkung ($D_r = \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{2r}$) am Laufrad (Index r) werden vorläufig als vom Reaktionsgrad unabhängig betrachtet und das Arbeitsmittel ist unzusammendrückbar. Es wird bewiesen, dass man bei einem Reaktionsgrad von 0,5—0,58 den Bestwert des Wirkungsgrades erhält und im Laufrad ergibt sich der günstigste Anstellwinkel (α_{cor}) zu $35\text{—}40^\circ$, vorausgesetzt, dass das Verhältnis der Widerstandsbeiwerte im Leitrad (Index s) bzw. im Laufrad 1,5 nicht überschreitet. $R = 1$ wird nur angewendet, wenn $c_{es} \leq 0,2 \cdot c_{er}$. Reaktionsgrade über 1,0 ($R = 1 + x$) sind nur dann zu empfehlen, wenn $c_{es} \leq 0,2 \cdot c_{er}$ und

$$\left(\frac{C_{er}}{D_r \sigma_r} \right) R = 1 + x \leq \left(\frac{C_{er}}{D_r \sigma_r} \right) R = 1 \frac{1}{1 + x} .$$

L'ACTION DU DEGRÉ DE RÉACTION SUR LE RENDEMENT D'UN ÉTAGE D'UN COMPRESSEUR AXIAL

G. VERMES

RÉSUMÉ

Le degré de réaction (R) exerce une influence considérable sur le rendement d'un étage d'un compresseur axial. L'étude de l'étage a été limitée au diamètre moyen, le fluide est supposé être incompressible, le coefficient de traînée (c_D) du rotor (indice r), le coefficient de déviation ($D_r = \operatorname{tg} \alpha_{1r} - \operatorname{tg} \alpha_{2r}$) et le rapport pas/corde sont supposés être indépendants du degré

de réaction. L'étude prouve que le meilleur rendement d'étage est obtenu pour un degré de réaction de 0,5—0,58; l'angle d'entrée optimum du rotor est de $\alpha_{cor} = 35-40^\circ$, en supposant que le rapport des coefficients de traînée du stator (indice s) et du rotor ne dépasse pas 1,5. L'emploi d'un degré de réaction de 100% ($R = 1$) est plus favorable seulement si $c_{es} \leq 0,2 c_{er}$. Un degré de réaction au-dessus de 100% peut être recommandé seulement si

$$\left(\frac{C_{er}}{D_r \sigma_r}\right) R = 1 + x \leq \left(\frac{C_{er}}{D_r \sigma_r}\right) R = 1 \frac{1}{1 + x} .$$

ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА СТЕПЕНИ РЕАКЦИИ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ СТУПЕНИ АКСИАЛЬНОГО КОМПРЕССОРА

Г. ВЕРМЕШ

РЕЗЮМЕ

Примененная степень реакции (R) оказывает значительное влияние на коэффициент полезного действия ступени аксиального компрессора. Исследование ограничивается условием среднего диаметра в несжимаемой среде, при этом предполагается, что коэффициент сопротивления (c_e) рабочего колеса (индекс j), величина отклонения ($D_j = \operatorname{tg} \alpha_{1j} - \operatorname{tg} \alpha_{2j}$) и шаг лопаток (σ) независимы от степени реакции. В статье доказывается, что наилучший коэффициент полезного действия ступени получается при степени реакции в 0,5—0,58; самый выгодный угол задувки рабочего колеса $\alpha_j = 35-40^\circ$, если соотношение коэффициентов сопротивления неподвижного и рабочего колес $\leq 1,5$. Применение 100% степени реакции ($R = 1$) более выгодно только в том случае, если $c_{ea} \leq c_{ej}$. Степень реакции выше 100% можно рекомендовать только в том случае, если

$$\left(\frac{C_{ej}}{D_j \sigma_j}\right) R = 1 + x \leq \left(\frac{C_{ej}}{D_j \sigma_j}\right) R = 1 \frac{1}{1 + x} .$$

THEORY OF HIGHLY ECONOMICAL REINFORCED CONCRETE BEAMS

Prof. J. PELIKÁN

CAND. OF ENG. SC.

DEPARTMENT OF FRAME-WORKS, UNIVERSITY FOR BUILDING SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received 7th January, 1956]

The postulate

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min}!$$

forms the basis of the theory expounded in the present paper. Of course, only statically possible minima are taken into consideration. The expression under the sign of integration is proportional to the cross-sectional area of the main tensile reinforcement required in any one of the cross sections. Therefore, what the above postulate really expresses is the minimum amount of main tensile reinforcements. It is known that by arbitrarily (but, of course, continuously) tracing the basic line of the moment diagram we obtain exactly the statically possible $M-s$. The principle of limit design makes an arbitrary tracing of the basic line possible. The present theory is therefore based on the assumption that the principle of limit design can be applied to reinforced concrete beams.

In the following, the arm (z) of internal forces operative in any cross section will be regarded as proportional to the constructional depth (h) of the cross section, and, instead of z , the moments will be divided by h , the moments thus divided to be termed reduced moments. Only beams will be discussed in which the value of h — while changing from span to span — remains constant within one and the same span. It is proposed to deal only with hingeless, statically indeterminate beams, but it is obvious that the procedure and its result remain unchanged if applied to permanently loaded beams in which, at the site of one or more (though — in the case of originally m -times indeterminate beams — not more than m) points of zero moment, hinges are inserted.

Let us assume the required moment diagram to be known. This diagram differs from all others in that its reduced area (i. e. that divided by the h -s corresponding to the various spans) is smaller than that of any other moment diagram. Let us now increase one of the statically indeterminate M_i support moments by an elementary dM_i value. The basic line of the moment diagram

in the spans adjacent to the support in question will thus be shifted with respect to the original basic line, and — in these spans — the reduced area of the diagram with moments of the same sign as the support moment M_i will become larger, while the reduced area of the diagram with moments of an opposite sign will become smaller. Our initial moment diagram does not satisfy the postulated requirement unless decrement and increment in the area of the reduced moment diagram as yielded by the described operation are equal or, in other words, unless both decrease and increase equal the half of the reduced area between the original and the new basic line. Expressing them at the place of all statically indeterminate support moments (i. e. where the beam is built-in or supported) we obtain just as many equations as many times the beam is statically indeterminate. The distances between the points of zero moment and the supports (in the following: “zero-point distances”) will represent the unknowns in these equations, while the other quantities in them represent data concerning the shape of the beam, such as span and constructional depth. No load data are included in these equations, termed “form-equations” for the purposes of this paper. The number of zero-point distances being higher than that of the form-equations the latter are, of course, not sufficient for the determination of the unknown zero-point distances. By means of the load data the various zero-point distances are nevertheless related with one another. These relations help us to formulate the missing equations which will be termed “load-equations” in the following. Since the total number of form-equations and load-equations is exactly the same as that of the zero-point distances, the determination of the latter offers no difficulty. The system of simultaneous equations thus obtained is unfortunately not linear in the unknowns, so that its solution will have to be dealt with later in this paper.

We propose to number the points of support from zero and the spans from 1, going from left to right. The moments at the supports will be indicated by subscripts corresponding to the signs of the supports, while subscripts corresponding to the serial number of the spans will be allotted to the constructional depth and the zero-point distances. The zero-point distances on the left-hand side will be denoted by x , those on the right-hand side by y .

1. Form-equations

We want to depart from the most usual case in which the form equation has to be written at the place of the intermediate support. Let us assume the support moment to be negative both at the i -th support in question and the $i + 1$ -th support. It is further assumed that there is a positive moment both in the i -th and $i + 1$ -th span. Working with these assumptions we have

illustrated in Fig. 1 the change in the unreduced moment diagrams of the two spans concerned.

The values of the reduced moments at the encircled points are these :

$$(1) \frac{dM_i}{h_i}; (2) \frac{dM_i}{h_i} \frac{l_i - y_i}{l_i}; (3) \frac{dM_i}{h_i} \frac{x_i}{l_i}; (4) \frac{dM_i}{h_{i+1}}; (5) \frac{dM_i}{h_{i+1}} \frac{l_{i+1} - x_{i+1}}{l_{i+1}};$$

$$(6) \frac{dM_i}{h_{i+1}} \frac{y_{i+1}}{l_{i+1}}.$$

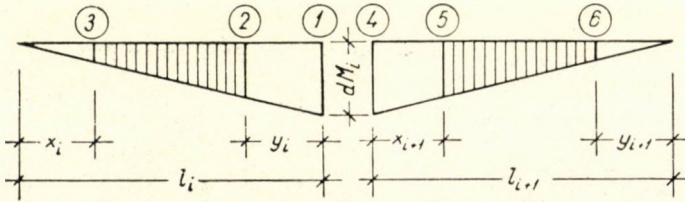


Fig. 1

One half of the total reduced area between the basic lines is expressed by the formula

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dM_i}{h_i} \frac{l_i}{2} + \frac{dM_i}{h_{i+1}} \frac{l_{i+1}}{2} \right) = \frac{dM_i}{4} \left(\frac{l_i}{h_i} + \frac{l_{i+1}}{h_{i+1}} \right).$$

The equations

$$\frac{dM_i}{h_i} \frac{l_i - y_i + x_i}{l_i} + \frac{dM_i}{h_{i+1}} \frac{l_{i+1} - x_{i+1} + y_{i+1}}{l_{i+1}} = \frac{dM_i}{4} \left(\frac{l_i}{h_i} + \frac{l_{i+1}}{h_{i+1}} \right)$$

$$= \frac{dM_i}{2} \left[\frac{(l_i - y_i)^2 - x_i^2}{l_i h_i} + \frac{(l_{i+1} - x_{i+1})^2 - y_{i+1}^2}{l_{i+1} h_{i+1}} \right],$$

express the increment (shaded area).

From the identical size of the two areas follows the general form equation :

$$A_i \equiv 2 \left[l_{i+1} h_{i+1} [(l_i - y_i)^2 - x_i^2] + l_i h_i [(l_{i+1} - x_{i+1})^2 - y_{i+1}^2] \right] -$$

$$- l_i l_{i+1} (l_i h_{i+1} + l_{i+1} h_i) = 0 \quad (1.0)$$

If

$$h_i = h_{i+1} :$$

$$2 \left[l_{i+1} [(l_i - y_i)^2 - x_i^2] + l_i [(l_{i+1} - x_{i+1})^2 - y_{i+1}^2] \right] - l_i l_{i+1} (l_i + l_{i+1}) = 0. \quad (1.01)$$

If further $l_i = l_{i+1} = l$:

$$(l - y_i)^2 - x_i^2 + (l - x_{i+1})^2 - y_{i+1}^2 - l^2 = 0. \quad (1.02)$$

The general form equation (1.0) may assume a number of additional special forms of which there follow below those needed for our present purposes.

1.1 Beams built-in on the left-hand side

From equation (1.0): $l_i = l_{i+1} = l_1$

$$x_i = y_{i+1} = y_1$$

$$y_i = x_{i+1} = x_1$$

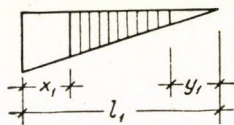


Fig. 2

Performing the necessary substitutions we have:

$$2[(l_1 - x_1)^2 - y_1^2] - l_1^2 = 0. \quad (1.1)$$

1.1.1. Beams built-in on the left-hand side, with support moment on the right-hand side being positive or zero

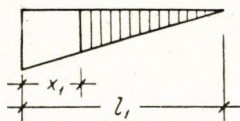


Fig. 3

From equation (1.1), substituting zero for y_1 :

$$x_1 = l_1 - \frac{l_1}{\sqrt{2}} = 0,293 l_1. \quad (1.11)$$

1.2. Beams built-in on the right-hand side

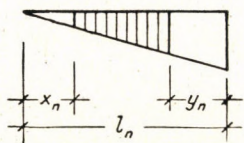


Fig. 4

From equation (1.0), $l_i = l_{i+1} = l_n$,

$$x_i = y_{i+1} = x_n,$$

$$y_i = x_{i+1} = y_n.$$

Performing the substitutions we have :

$$2[(l_n - y_n)^2 - x_n^2] - l_n^2 = 0. \quad (1.2)$$

1.21. Beams built-in on the right-hand side, with support moment on the left-hand side being positive or zero

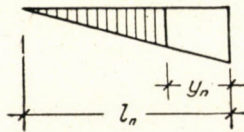


Fig. 5

From equation (1.1), substituting zero for x_n :

$$y_n = l_n - \frac{l_n}{\sqrt{2}} = 0,293 l_n. \quad (1.21)$$

2. Utilization of symmetry

Provided that the beam, together with its load, is symmetrical, it is enough to make our calculations for half the beam only. As regards symmetry, we have to distinguish between two alternatives. The first of them is the case where the axis of symmetry intersects a support. Here, the beam with $2n$ spans will be regarded as built-in at the point of the n -th (middle) support, and we shall have to apply either equation (1.2) or (1.21), as the case may be. The problem becomes more intricate if the axis of symmetry happens to run through the centre of a span. Here, i. e. in the case of beams with $2n + 1$ spans, both the n -th and the $n + 1$ -th support moments will have to be increased simultaneously by the same dM_n elemental moment, and three spans (or, rather, one half of each) will have to be examined. The corresponding form-equation can likewise be derived from the general form-equation (1.0) in the following manner :

Fig. 6 illustrates the changes in moments of the three spans concerned. Since the dotted line in the middle portion of the figure bisects both the total area and the shaded increment, it will be sufficient to deal only with a half

of the figure, that traced in solid line. However, this remaining portion of the figure is identical with the figure of the general form-equation, provided

$$x_{n+1} = y_{n+1}.$$

Thus, if n takes the place of i , and after performing the said substitution

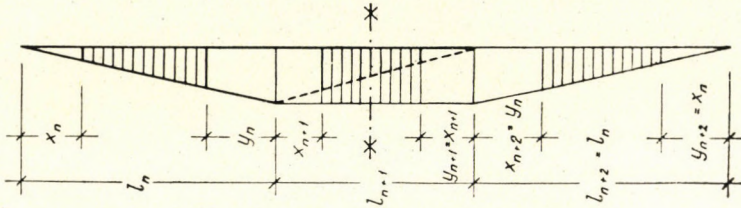


Fig. 6

we obtain the required form-equation :

$$2 \left[h_{n+1} [(l_n - y_n)^2 - x_n^2] + l_n h_n (l_{n+1} - 2x_{n+1}) \right] - l_n (l_n h_{n+1} + l_{n+1} h_n) = 0. \quad (2.0)$$

If $h_n = h_{n+1}$:

$$2 [(l_n - y_n)^2 - x_n^2 + l_n (l_{n+1} - 2x_{n+1})] - l_n (l_n + l_{n+1}) = 0. \quad (2.01)$$

If further $l_n = l_{n+1} = l$:

$$(l - y_n)^2 - x_n^2 - 2lx_{n+1} = 0. \quad (2.02)$$

Of the special forms of the general symmetrical form-equation (2.0) we shall need the following :

2.1. Beams, built-in at both ends

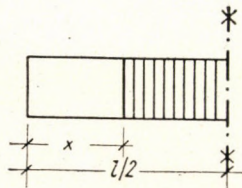


Fig. 7

$$x = \frac{l}{4} \quad (2.1)$$

In those special cases where the form-equation contained but one unknown zero-point distance, its value could of course be determined without knowing the load data. Such was, for instance, the case with equations (1.11) and (1.21) which are, among others, the equations representing beams with two supports, built-in at one end. Such is the case also with the last equation (2.1) representing beams built-in at both ends, though — in this case — a symmetrically distributed load was postulated. Of course, even in these cases only the zero-point distances are independent of the load, while the moments do depend on it. It will be convenient to explain here how the value of the support moments can be determined if zero-point distances and loads are known quantities.

All that has been expounded in the above paragraphs 1 and 2 serve but the purposes of easier orientation and a better understanding of essentials. We shall see that in the majority of the cases it is not even necessary to write the form-equations. However, equations (1.11), (1.21) and (2.1) will be utilized in every case.

3. Computation of support moments from zero-point distances

If two zero-point distances in a (e. g. the i -th) span are known it is possible to determine, pending load, the moments M_{i-1} and M_i of supports $i-1$ and i by which the span in question is bounded. If this is done by way of construc-

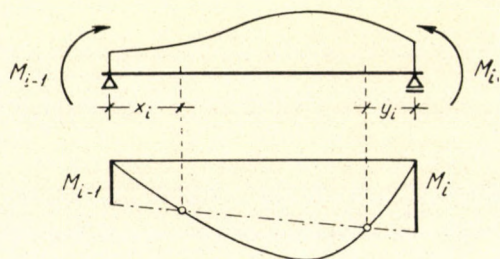


Fig. 8

tion, one has to draw the moment diagram of the main girder of the span concerned, and indicate therein the zero-points. The basic line connecting the zero-points yields intercepts of the required moments on the verticals at the points of support (Fig. 8).

If the values M_{i-1} and M_i have to be determined by way of calculation one has to express the total sum of turning effects to the right or left of the zero-points, and equate it to zero. A procedure of this kind yields the following results in the case of a uniform distributed load q_i :

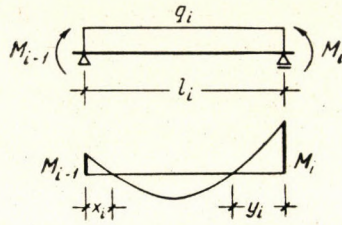


Fig. 9

$$M_{i-1} = -q_i x_i \frac{l_i - y_i}{2}; \quad M_i = -q_i y_i \frac{l_i - x_i}{2} \quad (3.1)$$

With a concentrated force P_i in the centre of the field :

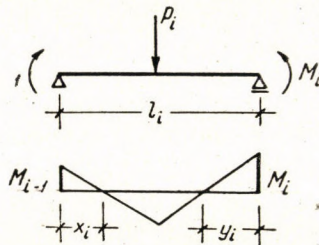


Fig. 10

$$M_{i-1} = -\frac{P_i}{2} x_i \frac{l_i - 2y_i}{l_i - x_i - y_i}; \quad M_i = -\frac{P_i}{2} y_i \frac{l_i - 2x_i}{l_i - x_i - y_i} \quad (3.2)$$

Symmetrical triangular load with maximum intensity h_i :

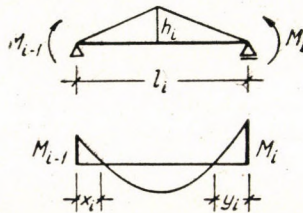


Fig. 11

$$M_{i-1} = \frac{h_i}{12 l_i} x_i \frac{4 x_i^2 (l_i - y_i) - 4 y_i^3 - 3 l_i^2 (l_i - 2 y_i)}{l_i - x_i - y_i};$$

$$M_i = \frac{h_i}{12 l_i} y_i \frac{4 y_i^2 (l_i - x_i) - 4 x_i^3 - 3 l_i^2 (l_i - 2 x_i)}{l_i - x_i - y_i}, \quad (3.3)$$

Asymmetrical triangular load with max. intensity h_i :

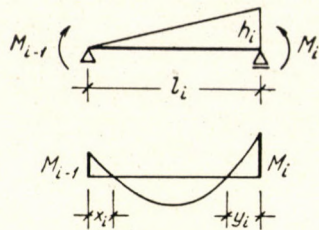


Fig. 12

$$M_{i-1} = \frac{h_i}{6 l_i} x_i (l_i - y_i) \frac{x_i^2 - (l_i - y_i)^2}{l_i - x_i - y_i};$$

$$M_i = \frac{h_i}{6 l_i} y_i (l_i - x_i) \frac{x_i (l_i + x_i) - (l_i - y_i) (2 l_i - y_i)}{l_i - x_i - y_i}. \quad (3.4)$$

This enumeration could be continued without any difficulty. It is only in the case of several concentrated forces that the problem becomes somewhat complicated, for in this case we have to do with more than one formula according to the two particular concentrated forces between which the zero-point happens to lie :

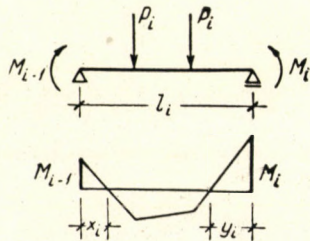


Fig. 13

For example, in the case of a span loaded with identical concentrated forces at the third points :

$$M_{i-1} = -P_i x_i \frac{l_i - 2y_i}{l_i - x_i - y_i}; \quad M_i = -P_i y_i \frac{l_i - 2x_i}{l_i - x_i - y_i}. \quad (3.5)$$

The formulae thus obtained will hold good only as long as none of the zero-points comes to lie between the two concentrated forces

$$(x_i \leq l_i/3; y_i \leq l_i/3).$$

If there is only one zero-point in the examined span it is, of course, not sufficient to determine the support moments. If, however, one of the support moments is known, the other can be determined without difficulty.

If there is no zero-point in the span, one will have to determine separately the left and the right support moment, the former from the zero-point distances of the left, the latter from those of the right side span.

4. Load-equations

These are derived from the equations under 3 by expressing one of the intermediate support moments once by means of the zero-point distances of the i -th, once by means of those of the $i + 1$ -th span, and then equating the two expressions. It follows from this that no load-equation can be written for the point where the beam is built-in.

In the very frequent case of having a uniformly distributed load with the intensity q_i in the i -th and one with an intensity q_{i+1} in the $i + 1$ -th span the equations (3.1) lead to the following load-equation :

$$T_i \equiv q_i y_i (l_i - x_i) - q_{i+1} x_{i+1} (l_{i+1} - y_{i+1}) = 0. \quad (4.1)$$

If $q_i = q_{i+1} :$

$$y_i (l_i - x_i) - x_{i+1} (l_{i+1} - y_{i+1}) = 0. \quad (4.11)$$

The load-equation for beams freely supported on the left-hand side (where $x_i = x_1 = 0$) is

$$q_1 y_1 l_1 - q_2 x_2 (l_2 - y_2) = 0 \quad (4.2)$$

If $q_1 = q_2 :$

$$y_1 l_1 - x_2 (l_2 - y_2) = 0. \quad (4.21)$$

The load-equation for beams freely supported on the right-hand side, written at the place of the $n - 1$ -th support (where $y_{i+1} = y_n = 0$) is

$$q_{n-1} y_{n-1} (l_{n-1} - x_{n-1}) - q_n x_n l_n = 0. \quad (4.3)$$

If $q_{n-1} = q_n :$

$$y_{n-1} (l_{n-1} - x_{n-1}) - x_n l_n = 0. \quad (4.31)$$

For beams with three supports :

$$q_1 y_1 l_1 - q_2 x_2 l_2 = 0 . \quad (4.4)$$

If $q_1 = q_2$:

$$y_1 l_1 - x_2 l_2 = 0 .$$

With a concentrated force P_i in the centre of the i -th, and P_{i+1} in that of the $i + 1$ -th span, the load-equation written at the support i will assume the following form :

$$P_i y_i (l_i - 2x_i)(l_{i+1} - x_{i+1} - y_{i+1}) - P_{i+1} x_{i+1} (l_{i+1} - 2y_{i+1})(l_i - x_i - y_i) = 0 . \quad (4.5)$$

With a uniformly distributed load q_i in the i -th, and a concentrated load P_{i+1} in the centre of the $i + 1$ -th span :

$$q_i y_i (l_i - x_i) (l_{i+1} - x_{i+1} - y_{i+1}) - P_{i+1} x_{i+1} (l_{i+1} - 2y_{i+1}) = 0 . \quad (4.6)$$

If there is only one zero-point in a span the support moments adjacent to it cannot be determined with the help of a single zero-point distance, and only a relationship between the two support moments can be expressed mathematically. It follows that no two independent load-equations are available for supports adjacent to such a span, the two load-equations being identical in cases of this nature.

For support moments adjacent to spans devoid of zero-point there is no available load-equation, nor is there any relation between them. (Of course, we can express these support moments nevertheless, if we avail ourselves of the zero-point distances of the adjacent spans.) A noteworthy consequence of the impossibility to write load-equations for supports adjacent to spans without zero-point is the fact that, according to the present theory, the load of a span devoid of zero-points exerts no influence on the beam's support moment.

Finally, no load-equation can be written in respect of supports for which the moment diagrams of the two adjacent spans are symmetrical, e. g. the support in the axis of symmetry. In cases of this nature the load-equation contains the difference of two identical members.

5. Establishment of simultaneous equations

We can set up the simultaneous equations necessary for the computation of the zero-point distances by ascertaining the form-equations corresponding to each of the statically undetermined support moments, as also the load-equations corresponding to each intermediate support.

Let us demonstrate first of all that the number of unknown zero-point distances equals that of the available equations. The proof is very simple in those — practically frequent — cases where each of the spans contains two zero-points (i. e. where all spans are “regular”). Here, we can allot two positionally undetermined zero-points (namely the two adjacent zero-points) to each of the intermediate supports, and one zero-point to each of the points at which the beam is built-in. In the case of free supports, we know the place of the zero-point available for being allotted to the support. ($x_1 = 0$ and $y_n = 0$). We have thus exhausted the number of zero-points. On the other hand, two equations can be written at the place of each of the intermediate supports (a form-equation and a load-equation), one equation for each of the points at which the beam is built-in (the form-equation), and no equation at the place of free supports. Thus, the number of available equations is likewise exhausted. It is therefore true that, in the case in question, we have the same number of unknowns and equations.

This agreement in the number of unknowns and available equations can also be proved in respect of beams in which there are irregular spans. It will be sufficient to examine supports only that stand between two irregular spans, since — as we have seen — the number of unknowns is identical with that of the available equations in respect of regular spans and built-in supports.

Let us therefore examine the most frequent (although still rare) cases where irregular spans, as shown in the following figure, have to be handled :

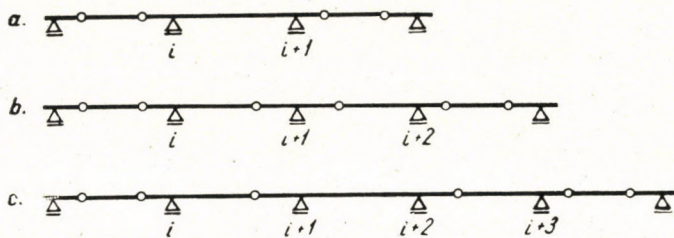


Fig. 14

The supports to be examined (viz. those standing between two irregular spans) are indicated in the figure.

Fig. 14a : 2 unknowns can be allotted to the supports i and $i + 1$, and there are likewise 2 available equations. Although no load-equation can be written in respect of any of the supports under review, a form-equation is nevertheless available for each of them.

Fig. 14b : 4 unknowns can be allotted to the three indicated supports, the number of available equations being likewise 4 because a form-equation can be written for each of the supports, i. e. a total of 3 equations, while a common load-equation for all three supports is also available (cf. paragraph 4).

Fig. 14c: 4 unknowns can be allotted to the four supports indicated in the figure, so that there is an agreement between the number of unknowns and equations. In this case we have no available load-equation for any of the indicated supports because neither of the support moments M_{i+1} and M_{i+2} adjacent to the span $i + 1$ can be expressed by means of the zero-point distances of this span (they do not exist), so that neither M_i can be expressed on the right-hand side nor M_{i+3} on the left. Of course, once the zero-point distances are known, there will be no difficulty in expressing M_i and M_{i+1} from the left, and M_{i+2} and M_{i+3} from the right side.

All this, by the way, is of theoretical significance only, for — as will be seen — we can altogether dispense with setting up the simultaneous equations.

6. Solution of the simultaneous equations

Taking a beam with n supports the system of simultaneous equations to be solved

$$A_i = 0; \quad T_i = 0; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

contains as a rule $2n$ equations and as many unknowns. A certain number of equations, together with the same number of unknowns, may be missing or known beforehand. We know this system of simultaneous equations to be non-linear; it can be solved by Newton's method as a rule [2]. The approximate values needed for the solution are obtained by regarding, in first approximation, the span adjacent to the free support as built-in on one side and the other spans as built-in on both sides. For instance, as we have seen in cases (1.11), (1.21) and (2.1): if $h_i = h_{i+1}$, $y_1 = 0,293 l_1$, $x_n = 0,293 l_n$ and $x_i = y_i = 0,250 l_i$. These estimated zero-point distances are marked with bars over them: \bar{x}_i , \bar{y}_i . The differences between the accurate values and these estimated ones are Δx_i and Δy_i respectively:

$$x_i = \bar{x}_i + \Delta x_i \quad \text{and} \quad y_i = \bar{y}_i + \Delta y_i.$$

Using the symbols \bar{A}_i and \bar{T}_i to denote the results of the equations A_i and T_i obtained by the substitution of the approximate values \bar{x}_i and \bar{y}_i , we have:

$$\bar{A}_i = 0$$

because, while only approximate values, \bar{x}_i and \bar{y}_i warrant the identical size of areas, whereas

$$\bar{T}_i \neq 0$$

since neither \bar{x}_i nor \bar{y}_i are accurate values. If we substitute the precise values, we have :

$$A_i(\bar{x}_i + \Delta x_i; \bar{y}_i + \Delta y_i; \bar{x}_{i+1} + \Delta x_{i+1}; \bar{y}_{i+1} + \Delta y_{i+1}) = 0$$

so that

$$T_i(\bar{x}_i + \Delta x_i; \dots) = 0.$$

Expanding the left sides and contenting ourselves with the first power of the Δ -values we obtain the following equations :

$$\bar{A}_i + \frac{\partial \bar{A}_i}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{\partial \bar{A}_i}{\partial y_i} \Delta y_i + \frac{\partial \bar{A}_i}{\partial x_{i+1}} \Delta x_{i+1} + \frac{\partial \bar{A}_i}{\partial y_{i+1}} \Delta y_{i+1} = 0$$

$$\bar{T}_i + \frac{\partial \bar{T}_i}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{\partial \bar{T}_i}{\partial y_i} \Delta y_i + \frac{\partial \bar{T}_i}{\partial x_{i+1}} \Delta x_{i+1} + \frac{\partial \bar{T}_i}{\partial y_{i+1}} \Delta y_{i+1} = 0$$

where partial derivatives with bars over them represent the values of those at the approximate values. Performing the derivation and substitution for the general form-equation A_i under (1,0) we obtain the following *homogeneous* equation linear in the Δ -values :

$$l_{i+1} h_{i+1} \bar{x}_i \Delta x_i + l_{i+1} h_{i+1} (l_i - \bar{y}_i) \Delta y_i + l_i h_i (l_{i+1} - \bar{x}_{i+1}) \Delta x_{i+1} + l_i h_i \bar{y}_{i+1} \Delta y_{i+1} = 0 \quad (H)$$

This equation can be reduced by the constructional depth if $h_i = h_{i+1}$, and by the span if $l_i = l_{i+1}$. In addition, we can perform the following substitutions :

If the support moment on the left-hand side is positive or zero :

$$x_i = 0.$$

If the support moment on the right-hand side is positive or zero :

$$y_{i+1} = 0.$$

If the support moment in the middle is positive or zero :

$$y_i = x_{i+1} = 0.$$

If both extreme support moments are positive or zero :

$$x_i = y_{i+1} = 0.$$

If there is no positive moment in the span on the left :

$$x_i = 0 ; y_i = l_i.$$

If there is no positive moment in the span on the right :

$$x_{i+1} = l_{i+1} ; y_{i+1} = 0.$$

At a built-in support on the left-hand side :

$$l_i = l_{i+1} = l_1 ; x_i = y_{i+1} = y_1 ; y_i = x_{i+1} = x_1.$$

At a built-in support on the right-hand side :

$$l_i = l_{i+1} = l_n ; x_i = y_{i+1} = x_n ; y_i = x_{i+1} = y_n.$$

If support is adjacent to axis of symmetry intersecting the span :

$$x_{i+1} = y_{i+1}.$$

.
.
.

In some cases the zero-point distance becomes known, bringing the corresponding Δ -value to zero.

Equations likewise linear in the Δ -values can be obtained from the load-equations which are however no longer homogeneous. Of these *inhomogeneous* equations only that referring to a uniformly distributed load q is given in the following :

$$\begin{aligned} q_i \bar{y}_i \Delta x_i - q_i (l_i - \bar{x}_i) \Delta y_i + q_{i+1} (l_{i+1} - \bar{y}_{i+1}) \Delta x_{i+1} - q_{i+1} \bar{x}_{i+1} \Delta y_{i+1} = \\ = q_i \bar{y}_i (l_i - \bar{x}_i) - q_{i+1} \bar{x}_{i+1} (l_{i+1} - \bar{y}_{i+1}) \end{aligned} \quad (I)$$

After all, the application of our present theory consists of the solution of the two simultaneous linear equations H and I , the first homogeneous, the second inhomogeneous. Any of the usual methods can be employed to solve them. By correcting the employed approximate values by the Δ -values obtained, the result will fully satisfy the load-equations T_i if the loads are either uniformly

distributed or concentrated, as they are linear in the unknowns. The result will satisfy the form-equations A_i only approximately, as they are quadratic in the unknowns; the error involved does not, however, exceed the error-limit of the slide rule. It may happen in a few special cases that the error in respect of the zero-point distances exceeds the said limit; this need not worry us, for errors regarding the moments in which we are primarily interested remain negligible if we determine the moments both on the right and the left side and take the arithmetical mean of these values.

If higher accuracy is required, all we have to do is to regard the results as approximate values and repeat the whole procedure. Of course, in this case $\bar{A}_i \neq 0$ so that the equations H will cease to be homogeneous: a value of $0,25 \bar{A}_i$ will take the place of zero on the right side. On the other hand, we shall have now homogeneous equations I .

In simpler cases it may be more convenient to work with the equations A and T , instead of the equations H and I . Solving each of these equations for a different unknown, an iteration that departs from a well selected approximate value will be found to converge in the majority of the cases (though not always). A method to solve the problem in case of divergence could be devised too, this would, however, require too much explanation.

7. Numerical example

The following numerical example will serve to illustrate the practical application of our theory.

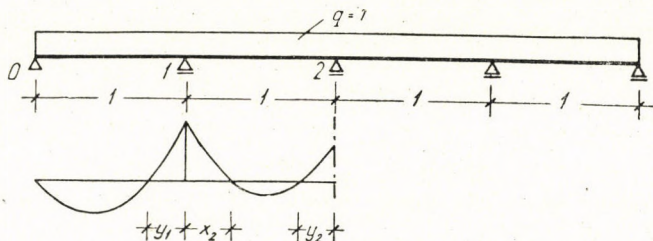


Fig. 15

Taking the approximate values $\bar{y}_1 = 0,293$; $\bar{x}_2 = \bar{y}_2 = 0,250$, we have, in accordance with equation (4,21):

$$\bar{T}_1 = 0,293 - 0,250(1 - 0,250) = 0,1055.$$

Let us write equation H for paragraphs 1 and 2 remembering that $h_i = h_{i+1}$, and let us further write equation I for paragraph 1:

$$\begin{aligned} 0,707 \Delta y_1 + 0,750 \Delta x_2 + 0,250 \Delta y_2 &= 0 \\ 0,500 \Delta x_2 + 1,500 \Delta y_2 &= 0 \\ -\Delta y_1 + 0,750 \Delta x_2 - 0,250 \Delta y_2 &= 0,1055. \end{aligned}$$

From this :

$$\Delta y_1 = -0,056 ; \Delta x_2 = 0,059 ; \Delta y_2 = -0,020$$

and, thus, the final result :

$$y_1 = 0,237 ; x_2 = 0,309 ; y_2 = 0,230$$

$$M_1 = -0,1187 ql^2 ; M_2 = -0,0794 ql^2.$$

The final result, as here expressed, refers to the general case with load q and span l .

8. Observations

1. It must be admitted that the number of equations to be handled in accordance with the present theory exceeds that employed by the theory of elasticity to solve the same problem, so that the solution needs more time if

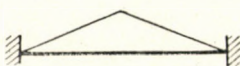


Fig. 16

performed according to the present paper than that required by the theory of elasticity. This additional work represents the price of the economy realized in reinforcements. Time is saved on the other hand as regards the determination of positive moments which, provided the zero-point distances are known, is extremely simple. Knowing the place of the zero-points means, at the same time, a great facility in designing the distribution of reinforcements.

2. Economy, to be attained, depends to a great extent on the proportions of the spans as well as on the loads. The percentage of saving in the case of beams built-in at both ends, and bearing uniformly distributed loads, amounts to 2,5, that in the case of beams built-in at one end to 1,4. Much more can be saved in the case of beams supporting two way reinforced slabs : it amounts to 7,9 % in the case of the beam in Fig. 16.

3. The theory offers great facilities and ensures considerable saving in the case of continuous hinged beams such as are frequently encountered in processes of prefabrication. Examinations made in connection with deciding the structural system of the People's Stadium proved that the solution adopted, essentially in accordance with the present theory, realized an economy of 37% as against another solution proposed at the time.

REFERENCES

1. PELIKÁN, J. : The plastic calculation of moments on continuous reinforced concrete beams. Acta Technica Acad. Sc. Hung. **15** (1956) 373/380.
2. SCARBOROUGH, J. B. : Numerical mathematical analysis. Ed. 2. p. 192.

SUMMARY

The paper deals with the determination of points of zero moment in continuous beams and departs from the postulate of a moment diagram of minimum area. Applied to reinforced concrete beams, this postulate means a minimum amount of main tensile reinforcements. By inserting the hinges of hinged reinforced concrete beams at the calculated points we obtain the most economical beams, since the amount of main tensile reinforcements in such beams will be less than in beams with any other distribution of hinges. The same moment diagram will serve for the design of continuous hingeless reinforced concrete beams, provided that we allow the basic line of the moment diagram to be shifted on the basis of plasticity in the case of reinforced concrete beams too.

THEORIE VON WIRTSCHAFTLICHSTEN STAHLBETONTRÄGERN

J. PELIKÁN

[Kand d. techn. Wiss.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Aufsatz bestimmt die Momentennullpunkte von Durchlaufträgern, ausgehend von der Bedingung, dass die Fläche des Momentendiagramms einen Kleinstwert beträgt. Dies bedeutet für Stahlbetonträger, dass auch die Menge der Hauptbewehrungen ein Minimum ist. Wenn die Gelenke von gelenkigen durchlaufenden Stahlbetonträgern an Stellen angebracht werden, die sich aus der Rechnung ergeben, erhält man den wirtschaftlichsten Träger, indem die Menge der Hauptbewehrungen kleiner als die sich für jede andere Verteilung der Gelenke ergebende Stahlbewehrung ausfällt. Auf Grund desselben Momentendiagramms können auch gelenklose durchlaufende Stahlbetonträger bemessen werden, indem man die Verschiebung der Schlusslinie des Momentendiagramms auf plastischer Grundlage auch für Stahlbetonträger zulässt.

LA THÉORIE DE POUTRES EN BÉTON ARMÉ LES PLUS ÉCONOMIQUES

J. PELIKÁN

Cand. des sc. techn.

RÉSUMÉ

L'étude détermine les points de moments zéro de poutres continues en partant du postulat que l'aire du diagramme de moments soit minimum. Cette condition dans le cas de poutres en béton armé veut dire aussi, que la quantité des armatures principales soit aussi minimum. Si les articulations de poutres continues articulées sont disposées aux endroits donnés par le calcul, on obtiendra la section la plus économique, puisque la quantité d'armatures principales sera ainsi moins que celle qu'on pourra obtenir pour n'importe quelle autre disposition des articulations. À la base du même diagramme de moments on peut calculer aussi les poutres continues en béton armé sans articulations, si on admet le déplacement de la ligne de fermeture du diagramme de moments à la base de la plasticité pour les poutres en béton armé aussi.

ТЕОРИЯ НАИБОЛЕЕ ЭКОНОМИЧНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК

Канд. техн. наук Й. ПЕЛИКАН

РЕЗЮМЕ

Определяются нулевые точки момента неразрезных балок, исходя из требования минимальной площади эпюры моментов. Это в отношении железобетонных балок одновременно означает и то, что количество главной арматуры будет также минимальным. Если шарниры многоопорных шарнирных балок расставить в расчетных местах, получается наиболее экономичная балка, ввиду того, что количество главной арматуры будет меньше, чем при любом другом распределении шарниров. На основании той же диаграммы можно рассчитать и безшарнирные многоопорные железобетонные балки, если допустить и в случае железобетонных балок перемещение замыкающей линии эпюры моментов на пластичном основании.

OPTIMUM DIMENSIONS OF GROOVED CONTROL DRUMS

B. SZÓKE

[Manuscript received 25th January, 1956]

In gearboxes, where changes of speed during operation are frequent, e. g. with certain machine tools, the set of sliding gears is a frequently used solution. In order to avoid moving each gear cluster by an individual lever

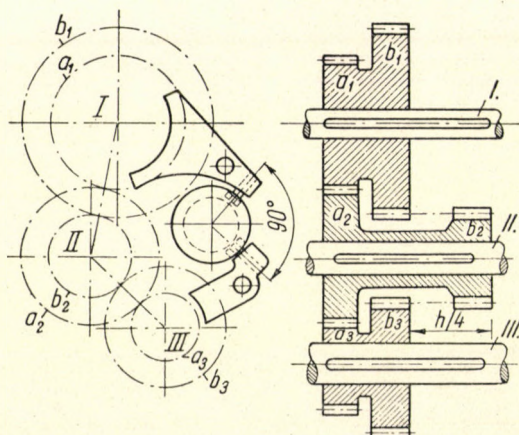


Fig. 1. Speed changing device with two sets of sliding gears

a frequently used solution for main drives as well as for auxiliary drives is command by one single lever or handwheel, which provides significant reduction of *idle time*.

By use of this arrangement not only the operation of the machine is more economical, but also the worker prefers such a machine; erroneous speed adjustment is impossible, because the operator has only one single adjustment to make. These devices are suitable only if the simultaneous displacement of several sliding gear clusters needs but little manual effort. In practice, grooved control drums are most carefully machined at high cost, and nevertheless one meets frequently speed adjustment devices which are difficult to turn.

By the method of calculation presented in this paper, the dimensions of the control drum can be determined so as to guarantee the most easy adjustment compatible with given conditions.

The method of calculation will be described for an arrangement where on the shaft I slides the gear cluster $a_1 b_1$, on the shaft III the gears $a_3 b_3$, while to the shaft II are keyed the gears $a_2 b_2$ (Fig. 1).

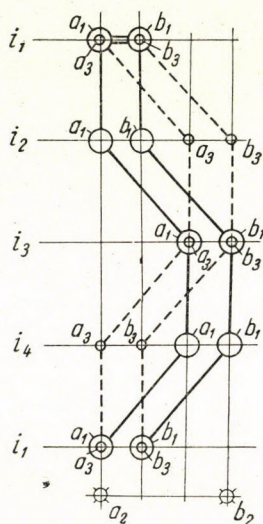


Fig. 2. Positions of the sliding gears

With the six gears the following gear ratios can be formed :

$$i_1 = \frac{a_1}{a_2} \frac{a_2}{a_3}; \quad i_2 = \frac{a_1}{a_2} \frac{b_2}{b_3}; \quad i_3 = \frac{b_1}{b_2} \frac{b_2}{b_3}; \quad i_4 = \frac{b_1}{b_2} \frac{a_2}{a_3}.$$

For i_1 gear ratio, both sets of sliding gears (Fig. 2) are in the extreme left position; for i_2 ratio, the $a_1 b_1$ slider remains at left and the $a_3 b_3$ slider is shifted into its extreme right position; for i_3 ratio, the $a_3 b_3$ slider rests in its extreme right position and $a_1 b_1$ gears are shifted from left to right; finally i_4 ratio is obtained by leaving $a_1 b_1$ at right and returning $a_3 b_3$ to the left. When in the last quarter of turn we want to readjust i_1 ratio, $a_3 b_3$ remains at its left position and $a_1 b_1$ gears are shifted from right to left.

If we want to command the sliding of the gear clusters by the rotation of one single grooved drum (Fig. 3), the grooves must be arranged so as to correspond to the rollers of the axially-sliding forks (Fig. 3a). When the roller is in that part of the circular groove which is perpendicular to the axis of the

drum, the sliding gears remain stationary during rotation of the drum ; while a roller which is in the helical groove moves the sliding fork and the gear cluster belonging to it.

From a practical point of view it is an advantage if all four speeds are controlled by one turn of the handwheel, which means that $1/4$ turn corre-

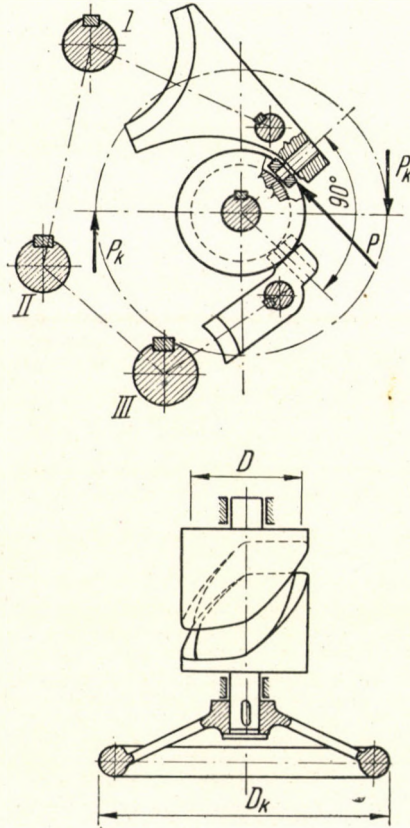


Fig. 3. Control drum with one groove for two sliding gears

sponds to one speed change, or else the pitch of the helical groove, per one complete turn, is exactly four times the distance by which the gear cluster is moved.

On Fig. 2, which shows the various positions of the sliders it can be seen that the displacements of sliders I and III are just one quarter of the whole working cycle apart from each other. Therefore it is not necessary to provide one groove for each gear fork : the two grooves may be shifted so as to form one (Fig. 3), only the rollers of the forks must be arranged to be 90° apart.

The forces and their vector diagrams are shown in Fig. 4 and 4a. Let there be P the circumferential force, reduced to the mean radius of the helical surface, W_1 the reaction due to the friction angle ϱ_1 and reduced to the same radius, N_1 the normal component of the reaction force and F_1 the friction force. The roller acts in a similar way at its point of contact with the groove, $\overline{W}_2 = \overline{N}_2 + \overline{F}_2$, where $\text{tg } \varrho_2 = \frac{F_2}{N_2}$.

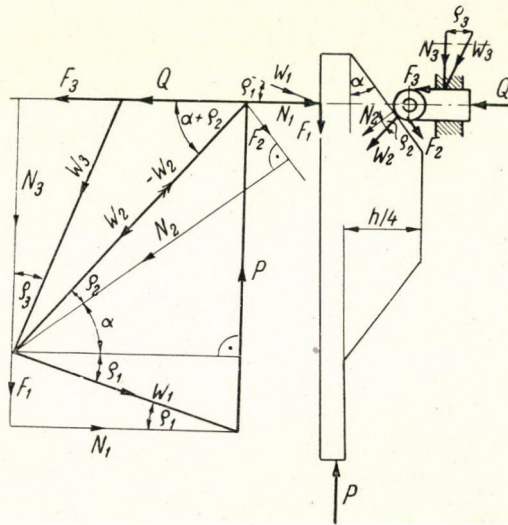


Fig. 4. Forces acting on the control drum

The axial force Q acting on the sliding gear is in equilibrium with the roller force $-W_2$ and the reaction $\overline{W}_3 = \overline{F}_3 + \overline{N}_3$ acting in the guide, where $\text{tg } \varrho_3 = \frac{F_3}{N_3}$.

Let there be α the angle between the centre line of the helical groove and the direction of rotation, then the vector diagram gives

$$W_3 \cos \varrho_3 + W_1 \sin \varrho_1 - P = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

and $Q + W_3 \sin \varrho_3 - W_1 \cos \varrho_1 = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$

furthermore

$$Q : W_3 = \sin [90^\circ - (\alpha + \varrho_2 + \varrho_3)] : \sin (\alpha + \varrho_2)$$

from where

$$W_3 = \frac{Q \sin (\alpha + \varrho_2)}{\cos (\alpha + \varrho_2 + \varrho_3)}$$

Introducing this value into (1) and (2)

$$\frac{Q \sin(\alpha + \varrho_2) \cos \varrho_3}{\cos(\alpha + \varrho_2 + \varrho_3)} + W_1 \sin \varrho_1 - P = 0 \dots\dots\dots (1a)$$

and

$$Q + \frac{Q \sin(\alpha + \varrho_2) \sin \varrho_3}{\cos(\alpha + \varrho_2 + \varrho_3)} - W_1 \cos \varrho_1 = 0 \dots\dots\dots (2a)$$

Expressing W_1 from (2a) and introducing it into (1a) we find, after bringing to a common denominator,

$$P = Q \frac{\sin(\alpha + \varrho_2) \cos \varrho_1 \cos \varrho_3 + \sin \varrho_1 \cos(\alpha + \varrho_2 + \varrho_3) + \sin(\alpha + \varrho_2) \sin \varrho_1 \sin \varrho_3}{\cos(\alpha + \varrho_2 + \varrho_3) \cos \varrho_1}$$

After rearranging the second member of the numerator with the aid of

$$\cos[(\alpha + \varrho_2) + \varrho_3] = \cos(\alpha + \varrho_2) \cos \varrho_3 - \sin(\alpha + \varrho_2) \sin \varrho_3$$

we get

$$P = Q \frac{\cos \varrho_3 \sin[\alpha + (\varrho_1 + \varrho_2)]}{\cos \varrho_1 \cos[\alpha + (\varrho_2 + \varrho_3)]} \dots\dots\dots (3)$$

If ϱ_1 and ϱ_3 both refer to sliding without rolling, one may assume that the friction angles are equal, $\varrho_1 = \varrho_3 = \varrho$ and with this from (3)

$$P = Q \operatorname{tg}[\alpha + (\varrho + \varrho_2)] \dots\dots\dots (3a)$$

where ϱ_2 is a constant which depends on the dimensions of the roller of diameter $D_g = 2R_g$ and its pin of diameter $d = 2r$ and which can be determined according to Fig. 5 by the following method:

The moment of the friction force due to sliding friction on the axis of the roller is $\mu N_2 \frac{d}{2}$.

The moment of the rolling friction is $N_2 f$.

The moment of the friction forces acting on the roller is

$$Q R_g = N_2 (\mu r + f) \text{ from where}$$

$$Q = N_2 \frac{\mu r + f}{R_g}$$

With the same values of Q and N_2 the coefficient of friction related to sliding friction is therefore

$$\mu_2 = \operatorname{tg} \varrho_2 = \frac{\mu r + f}{R_g} \dots\dots\dots (4)$$

From (4) and (5), and knowing the dimensions of the roller we can now calculate an ideal coefficient of friction

$$\varrho_i = \varrho + \varrho_2 \dots (5)$$

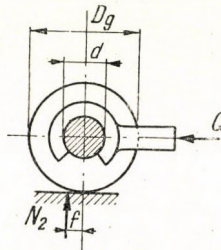


Fig. 5. Determination of the resulting coefficient of friction

Thus we can write instead of (3a)

$$P = Q \operatorname{tg} (\alpha + \varrho_i). \dots (3b)$$

This force P refers to the mean diameter D of the switching drum as has been mentioned already. If the diameter of the handwheel used on the drum shaft is D_k , then the tangential force to be applied to the handwheel will be

$$P_k = \frac{P}{2} \frac{D}{D_k} \dots (6)$$

The question now is whether by changing the diameter of the switching drum D we find a minimum for the force P_k and therefore for the couple $P D/2$. By reducing D , the ratio D/D_k is reduced too and according to (6), P_k would diminish as well, if P remained unchanged. But the force P increases also in that case, because for the same helical groove pitch the angle α in Equ. (3b) increases; therefore we may expect an extreme value to occur. Practically the device will require minimum effort if we carry out the calculation for the sliding gears, which are more difficult to move anyhow and for the case of the required or obviously needed sense of rotation, and if according to this we assign a positive or negative sign to ϱ_2 in formula (5).

Let there be the required pitch h , which in the case of Fig. 1,2 and 3 — as has been mentioned — is four times the stroke of the gear cluster. $\frac{h}{D\pi} = \operatorname{tg} \alpha$ and $\operatorname{tg} \varrho_i = \mu_i$. The necessary torque is from (3b)

$$M = \frac{PD}{2} = \frac{D}{2} Q \operatorname{tg}(\alpha + \varrho_i) = \frac{D}{2} Q \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varrho_i}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varrho_i} = \frac{D}{2} Q \frac{\frac{h}{D\pi} + \mu_i}{1 - \frac{h}{D\pi} \mu_i}$$

or

$$M = \frac{Q}{2} \frac{\frac{h}{\pi} + \mu_i D}{1 - \frac{h}{D\pi} \mu_i} = \frac{Q}{2} \frac{Dh + \mu_i D^2 \pi}{D\pi - h\mu_i} \quad \dots (7)$$

Differentiating with respect to D

$$\frac{dM}{dD} = \frac{Q}{2} \frac{(h + 2\pi\mu_i D)(D\pi - h\mu_i) - \pi(Dh + \mu_i D^2 \pi)}{(D\pi - h\mu_i)^2} = 0.$$

After simplification, the numerator of the fraction gives the following quadratic equation:

$$\pi^2 D^2 - 2\pi h\mu_i D - h^2 = 0 \quad \dots (8)$$

from where

$$D = h \frac{\mu_i \pm \sqrt{\mu_i^2 + 1}}{\pi} \quad \dots (9)$$

This shows that for our purpose only the positive root makes sense.

In a device which has been realized, the following design data were used:

Roller radius $R_g = 14$ mm

Roller pin diameter $r = 7,5$ mm

Pitch $h = 4 \cdot 72 = 288$ mm

$\mu = 0,1$

$f = 0,05$ mm

With these data according to (4)

$$\mu_2 = \frac{0,1 \cdot 7,5 + 0,05}{14} = \frac{0,8}{14} = 0,057 = \operatorname{tg} \varrho_2$$

and thus $\varrho_2 = 3^\circ 16'$

and according to $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0,1$, corresponding to the sliding friction,

$$\varrho_1 = \varrho_3 = \varrho = 5^\circ 43'.$$

Therefore

$$\varrho_i = \varrho + \varrho_2 = 5^\circ 43' + 3^\circ 16' = 8^\circ 59'$$

and

$$\mu_i = \operatorname{tg} \varrho_i = \operatorname{tg} 8^\circ 59' = 0,158$$

$$\operatorname{fr}_{\text{cm}}(9) D = 288 \cdot \frac{0,158 + \sqrt{0,158^2 + 1}}{\pi} = 107 \text{ mm.}$$

It is worth while mentioning that on the cast iron switching drum to which the example refers, there was no other machining except turning; with the device, moving of the rather heavy sliding gears of module 4 and 34 mm width was very easy. Leaving the groove in its "as cast" state greatly facilitated manufacture; its hard surface provided long life and on more than thousand machines which have been manufactured, no trouble was experienced.

REFERENCES

1. "Hütte" manual, Vol. I., 25th edition.
2. G. SCHLESINGER: Die Werkzeugmaschinen. Berlin 1936.
3. H. C. ATCHERKAN: Raztchot i konstruirovaniye metalloreshushchich stankov. (Calculation and Design of Metalworking Machines), Moscow, 1949.
4. YE. A. TCHUDAKOV: Gépipari Enciklopédia 9. kötet, Szerszámgépek. (Machinebuilding Encyclopedia, Vol. 9. Machine Tools), Budapest 1951.
5. DR. I. VÖRÖS: Gépelemek (Machine Elements), Vol. I. (in Hungarian), Budapest 1953.

SUMMARY

For the design of control devices it may be useful to reconsider the formulae which are well known, but often used quite mechanically just for that reason. Thus we may judge where, by what arrangement and to what degree sensitivity might be increased. By calculating the extreme value, the optimum diameter of a switching drum, having a groove for moving simultaneously sliding gear clusters, can be found. The switching drum manufactured according to the numerical example was working perfectly even without machining of the grooves.

DIE GÜNSTIGSTEN ABMESSUNGEN VON STEUERTROMMELN MIT NUTEN

B. SZÓKE

ZUSAMMENFASSUNG

Es kann von Nutzen sein, die für Steuereinrichtungen gebräuchlichen und gut bekannten, jedoch oft schematisch angewandten Formeln neu zu erwägen. Auf diese Weise lässt sich beurteilen, durch welche konstruktive Lösung und in welchem Masse die Empfindlichkeit gesteigert werden kann. Durch Berechnung des Extremwertes ist es möglich, den optimalen Durchmesser einer Steuertrommel zu bestimmen, deren Nut zur gleichzeitigen Verschiebung von zwei Zahnradsätzen dient. Die auf Grund des mitgeteilten numerischen Beispiels hergestellte Steuertrommel funktioniert einwandfrei auch mit unbearbeiteten Nuten.

**LES DIMENSIONS LES PLUS FAVORABLES DES TAMBOURS DE COMMANDE
À RAINURES**

B. SZÓKE

RÉSUMÉ

Il peut être utile d'analyser de nouveau des formules bien connues, mais souvent utilisées schématiquement. De cette façon-là, on peut juger par quelle solution et dans quelle mesure on peut augmenter la souplesse. Par le calcul des valeurs extrêmes on peut trouver le diamètre optimum d'un tambour de commande qui déplace deux groupes d'engrenages coulissant à la fois. Les tambours construits suivant les calculs communiqués dans l'étude fonctionnent parfaitement, même avec des rainures non usinées.

**НАИБОЛЕЕ ВЫГОДНЫЕ РАЗМЕРЫ ШЛИЦЕВОГО БАРАБАНА
УПРАВЛЕНИЯ**

B. SÉKE

РЕЗЮМЕ

В случае механизмов управления часто может быть полезным трактовка по смыслу хорошо известных и поэтому часто шаблонно используемых формул. Этим представляется возможным установить, в каком месте и при каком конструктивном решении и в какой степени возможно повысить чувствительность. Расчетом крайних значений можно определить наиболее выгодные данные диаметра барабана управления, шлицы которого выполняют одновременный привод двух зубчатых колес. Барабан управления, изготовленный на основе рассмотренного числового примера, даже в случае необработанных шлицов, работал безупречно.

ÜBER DIE NATURWISSENSCHAFTLICHEN GRUNDLAGEN DER ERZEUGUNG VON METALLISCHEM WOLFRAM FÜR DIE VAKUUMTECHNIK UND DIE BEEINFLUSSUNG SEINER EIGENSCHAFTEN*

T. MILLNER

KORRESPONDIERENDES MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

I.

I. Einleitung

In der ganzen Welt ist auch heute metallisches Wolfram ein grundlegender Werkstoff der vakuumtechnischen Industrie. Die ungarische Glühlampen- und Radoröhrenerzeugung hat sich ihre auch international anerkannten Ergebnisse und ihren guten Ruf zum Teil eben durch die vortrefflichen Eigenschaften des ungarischen Wolframs errungen.

In der Welt werden jährlich mehrere Milliarden Glühlampen, Elektronenröhren usw. erzeugt, welche strengen technischen Anforderungen genügen und deren Verwendbarkeit zum guten Teil von der Qualität ihrer Glühfäden abhängt. Es ist bekannt, dass der aus »reinem« metallischem Wolfram bestehende Glühfaden, an Stelle des Kohlenfadens, zuerst von JUST und HANAMAN [1] — eben in Ungarn — um das Jahr 1905 in die Glühlampenindustrie eingeführt wurde. Seither ist der Wolframglühfaden auf diesem Gebiet der vakuumtechnischen Industrie alleinherrschend geblieben, jedoch hat sich seine Qualität natürlicherweise weitgehend entwickelt: an Stelle der seinerzeit einzeln hergestellten, kleinkristallinen und aussergewöhnlich gebrechlichen Glühfäden sind massenweise gefertigte, grosskristallinische, in glühendem Zustande formbeständige und auch kalt nicht brüchige, mehrfach gewendelte Glühkörper getreten. Im Verlaufe dieser Entwicklung hat in den USA COOLIDGE [2] um 1908 das für die Bearbeitung des metallischen Wolframs und für die Massenerzeugung von Wolframdraht geeignete Hämmer- und Drahtziehverfahren ausgearbeitet, während um 1918 der gebürtige Ungar A. PACZ [3] ebenfalls in den USA ein solches chemisches Verfahren entdeckte, mit dessen Hilfe die Wolframglühkörper auch bei hoher Temperatur formbeständig gemacht werden können. Diese Verfahren eröffneten den Weg zur Verbreitung der heute allgemein bekannten, von I. LANGMUIR [4] ausgearbeiteten gasgefüllten Glüh-

* Vorgetragen als Antrittsvorlesung an der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 5. März 1956.

lampen. Auf dem Gebiet der Weiterentwicklung der günstigen Eigenschaften der Glühkörper haben zwischen 1920 und 1945 bei uns P. TÚRY, I. TARJÁN und ihre Mitarbeiter [5], [6] in der Vereinigten Glühlampen und Elektrizitäts A. G. in internationalem Massstab hervorragende Ergebnisse erzielt.

Diese bedeutungsvolle technische Entwicklung, in deren Verlauf die Kosten der Beleuchtung mit Wolframfadenlampen ungefähr auf die Hälfte gesunken sind, ist neben der naturwissenschaftlichen Forschung vorwiegend durch Sammlung von Erfahrungen, durch genaue Beobachtung und fruchtbare technische Vorstellungskraft zustande gebracht worden. In der sehr wertvollen, aber eng begrenzten internationalen Fachliteratur, welche das metallische Wolfram oder eben die Herstellung und die Eigenschaften des metallischen Wolframs behandelt [7]—[24], findet man kaum etwas über die chemischen, physikalischen, strukturellen usw. Grundlagen der Wolframtechnologie, obwohl unsere Kenntnisse von den festen Körpern, darunter auch von den Metallen, in dieser Richtung in der letzten Zeit bedeutende Fortschritte gemacht haben.

Nach 1945 haben wir — zuerst in der Forschungsabteilung der *Vereinigten Glühlampen und Elektrizitäts A. G.*, dann, von 1950 an, im *Forschungsinstitut für Fernmeldewesen* und schliesslich seit 1953 im *Forschungsinstitut für die Nachrichtentechnische Industrie* — die in der internationalen Fachliteratur damals nicht auffindbare naturwissenschaftliche Grundlagenforschung zu unserer Aufgabe gemacht, einerseits weil wir diese im Interesse der zukünftigen Entwicklung für unerlässlich hielten, andererseits weil wir darauf vertrauten, dass sich auch aus einer in bescheidenem Massstab betriebenen Grundlagenforschung nützliche industrielle Ergebnisse ergeben können, besonders wenn diese auf so ausgezeichneten Grundlagen aufgebaut wird, wie sie die jahrzehntelange Arbeit der *Vereinigten Glühlampen- und Elektrizitäts A. G.* unter der Leitung von P. TÚRY auf diesem Gebiet geschaffen hat.

Es sei mir gestattet, in diesem Teil meiner Antrittsvorlesung ein zusammenfassendes Bild von den — grossteils noch nicht veröffentlichten — Ergebnissen, sowie dem heutigen Stand der zusammen mit meinen Mitarbeitern geleisteten und von allen Faktoren der vakuumtechnischen Industrie weitgehend unterstützten Forschungsarbeiten zu geben. Gestatten Sie mir dass ich zu diesem Zwecke zunächst die derzeitige Technologie unserer Wolframerzeugung kurz schildere, um auf dieser Grundlage die Zielsetzung unserer Forschungsarbeiten besser verständlich zu machen.

Die wichtigsten Phasen der Fertigung unserer aus feinkörnigem Wolframpulver hergestellten sogenannten GK-Wolframdrähte, welche die Grundlage unserer Untersuchungen bilden, sind die folgenden [14]: Vor allem stellen wir reine, nur ungefähr 0,01% Fremdstoffe enthaltende Wolframsäure $\text{WO}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ von 0,5 — 1 μ Korngrösse her. Diese wird mit Wasser zu einem Teig angerührt, mit Salzsäure enthaltenden wässrigen Lösungen von 0,2% NaCl, 0,3% KCl,

0,4% SiO_2 , 0,05% Al_2O_3 und 0,03% Fe_2O_3 gut vermischt und getrocknet und bei 300 °C bis zu einem H_2O -Gehalt von 0,5% erhitzt. Diese »präparierte Wolframsäure« wird in strömendem H_2 erst bei ungefähr 700 °C, dann mit präparierter Wolframsäure vermischt zum zweiten Mal bei ungefähr 820 °C zu Metallpulver von ungefähr 1–2 μ reduziert. Aus diesem Metallpulver, welches die zugesetzten Fremdstoffe noch fast zur Gänze enthält, werden z. B. Stäbe von 10 × 10 mm Querschnitt mit etwa 60% Porenvolumen gepresst. Die Stäbe werden durch Erhitzen auf 1100 °C in Wasserstoff während 1/2 Stunde verfestigt. Danach werden sie in einer Wasserstoffschutzatmosphäre mittels durchgeleiteten elektrischen Strom bei ständig steigender Temperatur gesintert, und schliesslich wird die Sinterung durch 5–10 Minuten langes Glühen bei 92–95% der zum Schmelzen nötigen Stromstärke beendet. Die Schwindung der fertigen Stäbe in Längsrichtung beträgt 18%, ihr spezifisches Gewicht ist ungefähr 18 (gegenüber einem spezifischen Gewicht des vollkommen dichten Wolframs von 19,3). Aus den Stäben verdampfen die Zusatzstoffe während Sinterung in solchem Masse, dass der Gehalt an Fremdstoffen schliesslich kaum 0,01–0,02% beträgt.

Die gesinterten Wolframstäbe sind bei gewöhnlicher Temperatur spröde. Bei ungefähr 1500 °C können sie jedoch mittels Hämmermaschinen mit herumlaufenden Hämmerbacken schrittweise zu längeren zylindrischen Stäben geformt werden. Diese Stäbe können unter Zwischenschaltung von ein- oder zweimaligem Weichglühen auf ungefähr 2000 °C durch Hämmern bei 1300–1100 °C stufenweise bis zu einem Durchmesser von z. B. 1½ mm bearbeitet werden, und dann durch Ziehkanäle von Wolframkarbidbüssen auf ungefähr 800 °C zu Drähten von 0,5 mm gezogen werden. Der grösste Teil der Wolframdrähte kommt in weitaus dünnerer Form (z. B. 10–20 μ) zur Verwendung. Die Drähte welche dünner sind als 0,2 mm, werden bei etwa 650 °C durch Diamantdüsen gezogen.

Wenn wir mit dem geschilderten Verfahren aus derselben Wolframsäure einerseits ohne Zusatzmaterial sogenanntes Reinwolframpulver, Stäbe und Draht, andererseits mit den genannten Zusatzmaterialien sogenanntes GK-Wolframpulver, Stäbe und Draht herstellen, können wir folgende Feststellungen machen. Die aus reinem Wolframpulver gesinterten Stäbe bestehen aus Kristallen von ungefähr 0,1 mm oder darunter. Die GK-Stäbe (manchmal bloss ihre Oberfläche) werden von etwa 5–10 mm grossen Kristallen gebildet. Die Temperatur der raschen Rekristallisation der Reinwolframdrähte von 0,1 mm ist 1000–1200° C, die der GK-Drähte 2200–2400° C. In den rekristallisierten Reinwolframdrähten von 0,1 mm Durchmesser sind die einzelnen Kristallite nicht länger als der Drahtdurchmesser, in den GK-Drähten sind sie 20-mal bis 100-mal länger als der Drahtdurchmesser. Spiralisierte Glühkörper (z. B. Doppelwendel) aus Reinwolframdraht von etwa 15 μ verlängern sich bei 2400–2500° C bald beträchtlich unter ihrem eigenen Gewicht (d. h. sie »hängen durch«), die aus GK-Draht gefertigten Glühkörper behalten hingegen ihre

ursprüngliche Gestalt unverändert auch während 1000 Stunden. Die aus Reinwolfram gefertigten rekristallisierten Wolframdrähte sind bei gewöhnlicher Temperatur ausserordentlich brüchig, die GK-Drähte sind mechanisch fest. Die den internationalen Anforderungen entsprechende gute Qualität unserer Glühlampen und Radoröhren beruht auf diesen Eigenschaften des metallischen GK-Wolframs.

Zur Erzielung dieser technisch hochwertigen Eigenschaften wurden seit 1932 erstmalig in der ungarischen Wolframerzeugung aluminiumhaltige Zusätze [6] verwendet, z. B. mit Kalium- und mit Silizium-Zusätzen kombiniert. Seither hat sich dieses Verfahren in der ganzen Welt verbreitet [15], [16], [18]. Trotzdem erfährt man aber aus dem Schrifttum z. B. gar nichts darüber, auf Grund welcher Wirkungen diese unentberhlich erscheinenden Stoffe die vorteilhaften Eigenschaften des Wolframs sichern, oder was die Erklärung dafür ist, dass schon kleine Schwankungen in den technischen Verhältnissen der Wolframreduktion in so hohem Masse diese guten Eigenschaften gefährden. Man kann aus dem Schrifttum nicht einmal das erfahren, ob die guten Eigenschaften irgendeiner reinigenden Wirkung der Zusätze zuzuschreiben sind, oder ob gerade die im Metall zurückbleibenden »Verunreinigungen« (z. B. Aluminium) diese Eigenschaften verursachen.

Unsere Forschungsarbeit hatte — besonders seit 1945 — und hat auch heute diese und die damit zusammenhängenden, auch für die Industrie so wichtigen Fragen zum Ziel.

2. Kornvergrößerung während der Reduktion

Unter dem Mikroskop kann gut beobachtet werden, dass bei der üblichen Reduktion der Wolframsäure ($\text{WO}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$) oder des Wolframtrioxyds (WO_3) mit Wasserstoff bei 800°C aus deren ungefähr $0.5 - 1 \mu$ grossen Körnern zuerst ungefähr nur $0,1 \mu$ grosse WO_2 -Körner entstehen, und dann aus diesen $1 - 3 \mu$ grosse oder noch grössere Metallkörner gebildet werden. Diese Erscheinung bezeichnen wir als Kornvergrößerung.

Hiezu ist ein beträchtlicher Materialtransport nötig. In einer W-Kugel von $0,1 \mu$ sind $3,3 \cdot 10^7$ W-Atome, in einer Kugel von 2μ sind $2,6 \cdot 10^{11}$ Atome enthalten. In einem Wolframkorn von 2μ sind dementsprechend fast 10 000-mal mehr W-Atome vorhanden als in einem WO_2 -Korn von $0,1 \mu$. Daher müssen bei der Reduktion mehrere Tausend WO_2 -Körner »verschwinden« um die Bildung je eines Wolframmetallkorns zu ermöglichen. Auf Grund jahrzehntelanger Erfahrungen wissen die Wolframfachleute, dass diese Kornvergrößerung die Bearbeitbarkeit, die Kristallisationsfähigkeit, die Festigkeit des Wolframdrahtes, mit einem Wort sämtliche nützliche Eigenschaften des Wolframmetalls entscheidend beeinflusst. Diesen äusserst wichtigen Vor-

gang können wir aber auch heute nur durch Probieren, d. h. durch empirisches Verändern der Verhältnisse in der Reduktion, in der gewünschten Richtung beeinflussen, denn die Gründe und die Umstände der Kornvergrößerung sind aus dem Schrifttum nicht bekannt. Dort erfahren wir höchstens, dass eine Erhöhung des H_2O -Gehalts der Wasserstoffatmosphäre bei der Reduktion, sowie die Erhöhung der Reduktionstemperatur und -dauer die Korngröße erhöhen, und dass auf diese Weise auch Wolframkörner von 100μ gewonnen werden können.

Seit Jahrzehnten war es Ziel der ungarischen Wolframforschung, diese theoretisch und praktisch gleichermaßen hochwichtige und grundlegende Erscheinung zu klären. In den letzten Jahren haben wir uns diesem Ziel mit bedeutenden Schritten genähert.

Wir haben niemals für wahrscheinlich gehalten — obwohl wir diesbezügliche Berechnungen und Messungen nicht durchgeführt haben —, dass die bei der Reduktionstemperatur von etwa $800^\circ C$ (also bei $\frac{1}{3}$ der absoluten Schmelztemperatur des bei $3380^\circ C$ schmelzenden Wolframmetalles) aus den Wolframoxyden freiwerdenden W-Atome eine derartige Oberflächenbeweglichkeit besitzen, dass die bei der Reduktion beobachtbare Kornvergrößerung durch Oberflächenwanderung der W-Atome erklärt werden könnte. Wir haben hingegen ständig danach geforscht [14], ob nicht eine vorübergehende Bildung und darauffolgender Zerfall irgendeiner flüchtigen Wolframverbindung einen so ausgiebigen Materialtransport verursacht, dass während verhältnismässig kurzer Zeit die W-Atome von mehreren Tausend in loser Berührung stehenden Körnern sich zu einem einzigen Metallkorn vereinigen.

Als wir einmal wahrnahmen, dass WO_3 bei $1000^\circ C$ in einem feuchten Gasstrom viel flüchtiger ist, als in einem trockenen, dachten wir sofort an die kornvergrößernde Wirkung von Wasserdampf bei der Reduktion und untersuchten diese Erscheinung eingehend (T. MILLNER, J. NEUGEBAUER [25]). Wir stellten fest, dass die damals bekannten Wolframoxyde (WO_3 , W_4O_{11} , WO_2) bei $1000^\circ C$ praktisch weder im Vakuum, noch im Argonstrom flüchtig sind. In strömenden feuchten Gasen jedoch — und darunter auch in allen jenen H_2O-H_2 Gemischen, in denen sie weder oxydiert, noch reduziert werden (Abb. 1) — sind sie dermassen flüchtig, dass in ein bis zwei Stunden Grammengen davon aus einem kleinen Laboratoriumsschiffchen verdampft werden können, wie dies aus den Angaben der Zahlentafel 1 zu ersehen ist.

Dies ist eine vollkommen neue Erscheinung der anorganischen Chemie. Zum ersten Male wurde die Tatsache beobachtet, dass Oxyde existieren, welche bei niedriger Temperatur (in diesem Falle z. B. bei $500^\circ C$) mit H_2O -Molekülen in keinerlei Verbindung treten, auf hoher Temperatur jedoch (in diesem Falle bei $1000^\circ C$) sich mit ihnen zu gasförmigen Substanzen vereinigen, ohne dass sie selbst in nachweisbarer Weise flüchtig wären. Wir haben diese Erscheinung mit Bezug auf die Oxyde WO_3 , W_4O_{11} , WO_2 und MoO_3 veröffentlicht. Später

haben C. A. HUTCHINSON und J. G. MALM [26] dieselbe Erscheinung für BeO bekanntgegeben.

Die Wasserdampf­flüchtigkeit der Wolframoxyde kann eine Erklärung für die Kornvergrößerung bei der Reduktion geben. In den Röhrenöfen eines Wolframreduktionsbetriebes wandert das in flache Schiffchen gefüllte WO_3 -Pulver langsam entgegen dem strömenden H_2 , erreicht endlich die heisseste

Zahlentafel I

1000 °C	Gasstrom	Volum-prozent H_2O	Zeitdauer Stunden	Einwage mg	Sublimierte Menge mg
WO_3	O_2	0	1	470	0,3
	O_2	29	1	470	120
W_4O_{11}	Ar	0	1	510	0,1
	H_2	86	1/2	640	63,3
WO_2	Ar	0	1	330	0
	H_2	59	1	140	39,6

Die durch Wasserdampf verursachte erhöhte Flüchtigkeit der Oxyde WO_3 , W_4O_{11} und WO_2 bei 1000 °C

Zone von z. B. 838 °C und wird inzwischen langsam reduziert. Wenn wir den strömenden Wasserstoff mit Argon vertauschen und aus dem Reduktionsofen ein solches Schiffchen herausnehmen, in welchem die Reduktion gerade noch

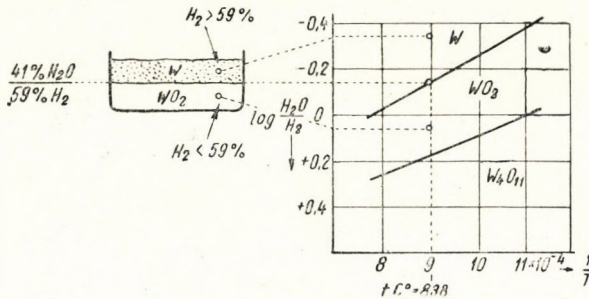


Abb. 1. Die Widerspiegelung der im Phasengleichgewichtsdiagramm zusammengefassten Verhältnisse des Systems $WO_3 + H_2$ in den Schichten eines Schiffchens bei der betriebsmässigen Reduktion von WO_3

nicht beendet ist, so finden wir in demselben die durch Abb. 1 veranschaulichten Verhältnisse. Unten im Schiffchen ist noch braunes Oxyd, WO_2 vorhanden, die obere Schicht besteht jedoch bereits aus W-Körnern. An der Grenze der beiden Schichten sind WO_2 - und W-Körner gleichzeitig zugegen. Mit Hilfe des Gleichgewichtsdiagramms des WO_3-H_2 Systems ist einzusehen, dass im

Falle von Gleichgewicht dies nur dann möglich ist, wenn in den Poren der Grenzschicht die Zusammensetzung des Gases dem Gleichgewicht entspricht, d. h. wenn dort 41% H_2O und 59% H_2 vorhanden sind. Unterhalb dieser Grenzschicht ist der Wasserdampfgehalt in den Poren höher, darüber ist er geringer und die Reduktion kann immer nur in dem Masse nach unten vordringen, in welchem Masse der Wasserdampf durch die Poren der darüber befindlichen Schichte hindurch in den Wasserstoffstrom hinausdiffundiert. Im Falle von feinem WO_3 -Pulver ist dieser Vorgang nicht besonders schnell. Untersuchen wir, in welcher Weise im Verlaufe der im Schiffchen langsam nach unten fortschreitenden Reduktion die Wirkung der Wasserdampfflüchtigkeit des WO_2 sich äussert.

Ein Teil der in der WO_2 -Schichte bei ziemlich hoher Temperatur (in diesem Falle 838°C) entstehenden H_2O -Moleküle bildet mit WO_2 gasförmige $\text{WO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ Moleküle und diese diffundieren zusammen mit den übrigen Wasserdampfmolekülen in die aus W-Körnern bestehende obere Schicht hinein. Hier reduzieren sich die $\text{WO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ -Moleküle sofort zu Wolframdampf, da diese Schicht schon bedeutend mehr H_2 enthält, als das WO_2 (in einer grösseren Konzentration als es der Gleichgewichtskonzentration von WO_2 in dieser Schicht entspricht) im Gasraum bestehen könnte. Die auf diese Weise in den Poren der Wolframkörner entstandenen W-Atome treten daher in einer weitaus grösseren Konzentration auf als es der Gleichgewichtskonzentration des Gasraumes hier entspricht, schlagen sich demzufolge auf den Wolframkörnern nieder und vergrössern dieselben. Dies scheint eine ausreichende Erklärung für die Kornvergrößerung bei der Reduktion zu sein und steht mit der Erfahrung in Einklang, dass durch Steigerung des Feuchtigkeitsgehaltes des Wasserstoffstromes — das heisst durch Zurückhaltung des Wasserdampfes in der Schicht — das Wolframmetallpulver vergrößert werden kann.

Diese Erklärung, wonach von allen Wolframoxyden gerade WO_2 es ist, in dessen Wasserdampfflüchtigkeit die Ursache der Vergrößerung der W-Körner zu suchen ist, wird von dem Umstand unterstützt, dass unter Betriebsbedingungen bei der Wolframreduktion aus den höheren Oxyden nicht gröberes, sondern feineres WO_2 entsteht und dass dann aus diesem die viel grösseren W-Körner gebildet werden. Ferner wird diese Erklärung auch durch die Beobachtung bestätigt, dass MoO_2 , im Gegensatz zu WO_2 , mit Wasserdampf nicht flüchtig ist und dass bei der Wasserstoffreduktion von MoO_3 mit Wasserdampf keine Kornvergrößerung erzielt werden kann (unterhalb 1000°C).














3. Die Rolle der Zusatzstoffe bei der Entwicklung der technologischen Eigenschaften von Wolframmetall

Die Kornvergrößerung tritt nicht nur bei der Reduktion von reinen (nicht präparierten) Wolframsäuren, sondern auch bei der Reduktion der präparierten Wolframsäuren auf. Die Praxis der Wolframerzeugung interessiert sich

in erster Reihe für die Frage, infolge welcher Erscheinungen diese bei der Reduktion auftretende Kornvergrößerung jene technologischen Eigenschaften des Wolframmetalls (z. B. die Grosskristall-Struktur der Drähte usw.) beeinflusst, welche seit Jahrzehnten durch gewisse, zu dem zu reduzierenden WO_3 beigemischte Zusätze gesichert werden.

Wenn wir nach einer Antwort auf diese Frage suchen, müssen wir zuerst jene wichtigsten Erscheinungen betrachten, welche die Verwendung der üblichen Zusatzstoffe begleiten. Unsere diesbezüglichen Untersuchungen haben wir zunächst auf jene Zusatzstoffe beschränkt, welche wir schon als Zusätze zu

Zahlentafel 2.

Zusätze zur Säure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	WO_3 UC			GK									
0,3% KCl	-	K	K	K	-	K	K	K	K	K	K	K	-
0,2% NaCl	-	Na	Na	Na	Na	-	Na	Na	Na	-	-	-	-
0,4% SiO_2	-	Si	Si	Si	Si	Si	-	Si	Si	Si	Si	-	Si
0,03% Fe_2O_3	-	-	Fe	Fe	Fe	Fe	Fe	-	Fe	-	-	-	-
0,05% Al_2O_3	-	-	-	Al	Al	Al	Al	Al	-	Al	-	Al	Al
Fremdstoffe im Stab $10^5 \times K$													
	0	0	5	9	0	8	4	5	5	7	3	5	
- " - Na	+	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
- " - Si	10	3	6	4	4	3	8	3	6	2	5	2	
- " - Fe	6	2	15	2	20	6	0	8	15	8	5	17	
- " - Al	1	0	0	0	1	5	10	4	0	3	3	2	

Die Wirkung von einigen charakteristischen zu der Wolframsäure zugegebenen Zusätzen auf das Kristallgefüge der gesinterten Wolframstäbe. Die Menge der zurückbleibenden Zusatzspuren in den einzelnen Stäben (in 10^{-5} Teilen)

unserem GK-Wolfram beschrieben haben. Die wichtigeren Versuchsergebnisse und Beobachtungen haben wir in Zahlentafel 2. zusammengefasst. Sie beziehen sich auf solche Wolframmetall-Sorten, welche mit verschiedenen Kombinationen der Zusätze hergestellt wurden. Die bei der Herstellung der Metalle angewendete Technologie war in jedem Falle dieselbe, und zwar die im Vorgehenden schon beschriebene, da wir diese Technologie dazu am meisten geeignet fanden, um in gesinterten Stäben und in rekristallisierten Drähten Grosskristallstruktur zu erreichen.

Im oberen Teil der Zahlentafel sind die Kombinationen der Zusatzstoffe angeführt. Im unteren Teil sind die Mengenangaben zu finden. Sämtliche Metalle wurden aus der in der 1. Spalte gekennzeichneten Wolframsäure hergestellt. In der Mitte haben wir durch Abbildung der Bruchfläche angegeben, ob die einzelnen Zusatzkombinationen im gesinterten Stab gross- oder klein-

kristallinisches Gefüge hervorgerufen haben. Aus jeder Variante wurden auch Drähte angefertigt und es konnte festgestellt werden, dass aus allen grosskristallinen Stäben grosskristallinisch rekristallisierender Draht von GK-Charakter entstand, während der aus kleinkristallinen Stäben angefertigte Draht auch kleinkristallin rekristallisierte und sich als brüchig erwies.

Laut Zahlentafel ist zur Erzielung eines grosskristallinen Gefüges die Verwendung von *drei* Zusatzstoffen notwendig und hinreichend. Die gemeinsame Verwendung von K-, Si- und Al-Verbindungen sichert grosskristalline Metallstruktur in Stäben und Drähten. Die gewünschte Wirkung wird demnach von irgendeinem *Kombinationseffekt* hervorgerufen: die gemeinsame Wirkung der drei Zusatzstoffe ist nicht gleich der Summe der von den einzelnen Stoffen allein ausgelösten Wirkungen, sondern weicht davon ab.

Wir wissen schon seit langem von den betriebsmässig hergestellten GK-Stäben, dass sie etwa 0,02% Fremdstoffe enthalten. Ist die Rolle der üblichen Zusätze als eine reinigende Wirkung aufzufassen, oder ist die kombinierte Wirkung eben in dieser geringen »Verunreinigung« verborgen? Woraus bestehen überhaupt diese Fremdstoffspuren?

Jahrzehntelange Arbeit haben wir darauf verwendet, solche analytische Methoden auszuarbeiten, mit welchen festgestellt werden kann, wieviel von den Zusätzen der Wolframsäuren in den grosskristallinen GK-Stäben zurückbleibt. Zur Bestimmung von Al-Spuren haben wir eine kolorimetrische Eriochromcyaninmethode ausgearbeitet (T. MILLNER, F. KUNOS), [28]—[31], mit welcher in 0,1 g W 0—15 μg Al mit einer Genauigkeit von $\pm 0,25 \mu\text{g}$ bestimmt werden können (T. MILLNER, J. NEUGEBAUER) [32]; zur Bestimmung von K haben wir ein durch Silber sensibilisiertes turbidimetrisches Kobaltinitritverfahren ausgearbeitet, mit dessen Hilfe in 0,2 g W 2,5—30 μg K mit $\pm 2 \mu\text{g}$ Genauigkeit bestimmt werden können [32]. Für Fe wurde eine Dimethylglyoxymethode entwickelt, mit welcher wir in 0,1 g W 0—16 μg Fe mit einer Genauigkeit von $\pm 0,5 \mu\text{g}$ bestimmen können [32]. Zur Bestimmung von Si wurde die Ammoniummolybdat-Benzidin Farbreaktion so entwickelt, dass damit in 0,1 g W 0—30 μg Si kolorimetrisch mit $\pm 1 \mu\text{g}$ Genauigkeit bestimmt werden können [32]. Für Na haben wir ein Verfahren ausgearbeitet, das im Rückstand der Kohlenstofftetrachlorid-Sublimation von 2 g WO_3 mittels Flammenphotometrie 2—400 μg Na mit einem relativen Fehler von $\pm 5\%$ zu bestimmen ermöglicht [33].

Mit Hilfe dieser Methoden haben wir die analytischen Angaben gesammelt, welche im unteren Teil der Zahlentafel 2 zusammengefasst sind. Man sieht, dass schon in den sogenannten reinen Wolframsäuren die aufgezählten Fremdstoffe einzeln wenigstens zu 0,001% enthalten sind und viel mehr bleibt in keinem einzelnen der W-Stäbe zurück, zu dessen Wolframsäure die Zusätze des GK-Metalls in wie immer gearteter Kombination zugegeben wurden. Die in den Stäben auffindbare geringe Menge von Fremdstoffen und deren chemische

Beschaffenheit hängen daher nicht davon ab, ob dieselben in grösserer oder kleinerer Menge der Wolframsäure zugegeben wurden oder nicht, und das Kristallgefüge der Stäbe richtet sich auch nicht nach der Menge oder chemischen Beschaffenheit der in ihnen zurückgebliebenen geringen Fremdstoffspuren.

Im ersten Augenblick wirkt dies alles entmutigend, doch bringt es eine besondere und wichtige Tatsache zum Vorschein. Wir sehen, dass der Wolframstab durch einen Gehalt von einigen Tausendstel Prozenten von K, Si und Al noch nicht notwendigerweise grosskristallin wird; die Grosskristallstruktur entsteht dadurch, dass wir zur *Wolframsäure* eine *grosse Menge* von

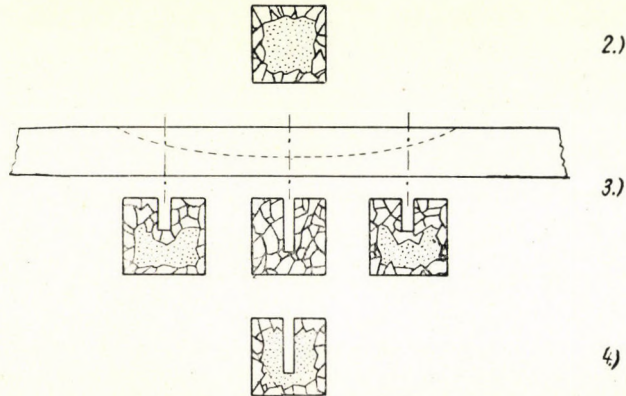


Abb. 2. Bruchfläche (Querschnitt) von nur an der Oberfläche grosskristallinen Wolframstäben
 Abb. 3. Ein vorgesinterter und mit Kreissäge der Länge nach eingeschnittener Wolframstab und dessen charakteristisches Bruchgefüge im Falle, wo der Stab nur zu oberflächlicher Grosskristallbildung neigt. Die grobkristalline Schicht folgt der tatsächlichen Oberfläche
 Abb. 4. Hypothetische Bruchfläche, in welcher die grosskristalline Schicht der Oberfläche des Einschnitts nicht folgt: solche Verhältnisse kommen nicht zustande

K-, Si- und Al-Verbindungen zusetzen und daraus mittels der üblichen Reduktionsmethode Metallpulver und Stäbe herstellen; erstaunlicher Weise bleibt jedoch auch dann nicht mehr in den Stäben zurück als einige Tausendstel Prozente K, Si und Al. Kann und darf man nach alledem denken, dass die Spuren der Zusatzstoffe durch ihre Anwesenheit die Rekristallisation selbst bewirken, oder ist jene Auffassung richtiger, wonach die Fremdstoffe während der Reduktion das Metallpulver derart kristallisationsfähig machen, dass die Kristallisation dann unabhängig von den im Stab zurückbleibenden Spuren der Zusatzstoffe vor sich geht? Können die Zusatzstoffe weitgehender als bisher, oder sogar zur Gänze verdampft oder entfernt werden, ohne dass die Grosskristallbildung aufhört?

Diese äusserst wichtige Frage haben wir mit aus derartigem GK-Metallpulver angefertigten Stäben untersucht, bei welchen durch den üblichen GK-Fertigungsprozess nur an der Staboberfläche grosse Kristalle entstehen, im Inneren jedoch feinkristallinisches Gefüge entsteht, wie dies eine Bruchfläche in Abb. 2 veranschaulicht.

Die Frage ist, ob der Rand hier dadurch grosskristallinisch wurde, weil darin mehr Fremdstoffe enthalten sind als in der inneren feinkristallinischen Zone, oder aber eben deshalb, weil darin der Fremdstoffgehalt geringer ist, als im Rand. Auf Grund von analytischen Angaben konnten wir diese Frage nicht entscheiden: in beiden Zonen haben wir dieselbe Menge, d. h. einige Tausendstel Prozente von Fremdstoffen gefunden. Deswegen haben wir zur Entscheidung dieser Frage einen anderen Weg eingeschlagen.

Einige der aus dem erwähnten GK-Metallpulver angefertigten und nur vorgesinterten Stäbe wurden mit einem dünnen Kreissägeblatt tief eingeschnitten, wie dies Abb. 3 zeigt. Hiernach wurde die Sinterung der Stäbe in der gewohnten Weise beendet. Die Abbildung zeigt genau, wie sich die grosskri-

Zahlentafel 3

Menge der Zusatzelemente in %-en der W-Menge					
Elemente	im präparieren WO_3	in den vorgesinterten GK-Stäben		in den fertiggesinterten GK-Stäben	
		a)	b)	a)	b)
K	0,200	0,009	0,011	0,005	0,004
Na	0,100	-	-	0,0001	0,0001
Si	0,235	0,023	0,010	0,001	0,001
Fe	0,026	0,025	0,025	0,012	0,006
Al	0,033	0,025	0,031	0,002	0,001

Die Menge der zurückbleibenden Zusatzstoffe in den GK- und UC-Wolframstäben in verschiedenen Stufen der Sinterung

stalline Oberflächenzone rund um den Einschnitt ausbildete. Wenn wir voraussetzen, dass auf dem Grunde des engen, tiefen Einschnitts die Temperatur dieselbe ist, wie an der gleichen Stelle eines massiven Stabes, so gelangen wir zu dem Schluss, dass die Ursache der oberflächlichen Grosskristallbildung nicht die entsprechende Anhäufung des Zusatzmaterials an der weniger warmen Oberfläche des Stabes ist, sondern dass von der Oberfläche die Spuren der Zusatzstoffe eher verdampfen können als aus dem Innern des Stabes. Die grosskristalline Schicht bildet sich nämlich nicht gemäss Abb. 4 aus, d. h. sie folgt nicht der am wenigsten warmen Zone, sondern entsteht entsprechend Abb. 3, entlang der die Verdampfung ermöglichenden tatsächlichen Oberfläche. Es scheint daher, dass zur Ausbildung des grosskristallinen Gefüges bloss *weniger* als einige Tausendstel Prozente von wirksamen Stoffen notwendig sind, ja dass diese kleinere Menge günstiger ist, als eine grössere.

Wir suchten diese bedeutsame Feststellung noch weiterhin zu bestätigen. Deshalb wurden einige jener vorgesinterten GK-Stäbe, bei denen nach voll-

ständiger Sinterung nur die Oberfläche grosskristallin wurde, noch in vorgesintertem, d. h. porösem Zustand mit 40%-iger HF-Lösung und sodann mit Salzsäure und Wasser gut ausgewaschen. Wir setzen voraus, dass wir durch dieses Auswaschen jene Spuren der Zusätze, welche in den vorgesinterten Stäben doch noch verblieben waren, in weitgehendem Masse entfernen könnten, als dies mit der normalen Weitersinterung der Stäbe erreichbar ist (Zahlentafel 3). In den ausgewaschenen Stäben sind nach der Fertigsinterung wirklich viel geringere Zusatzspuren zurückgeblieben, als in den ohne Auswaschung fertiggesinterten Stäben (Abb. 5 und darin angeführte Angaben). Andererseits haben wir festgestellt, dass die ausgewaschenen Stäbe — im Gegensatz zu den nicht ausge-



GK ohne Auswaschung mit HF fertiggesintert	GK mit Auswaschung mit HF fertiggesintert
	
K 0,005 %	K 0,001 %
Na 0,0001 %	Na 0,0001 %
Si 0,002 %	Si 0,000 %
Fe 0,002 %	Fe 0,000 %
Al 0,003 %	Al 0,001 %

Abb. 5. Menge der in den fertiggesinterten Wolframstäben zurückbleibenden Zusatzspuren je nachdem ob im porösen (nur vorgesinterten) Zustand der Stäbe eine Auswaschung mit HF angewandt wurde oder nicht

waschenen — über den ganzen Querschnitt grosskristallin wurden. Das hat unsere dahingehende Ansicht bestätigt, dass zur Grosskristallbildung viel weniger aktiver Stoff nötig ist, als in den grosskristallinen Stäben im allgemeinen enthalten ist.

Man kann sich nun folgende Frage stellen. Ist nicht aus allen diesen Beobachtungen zu folgern, dass die Grosskristallbildung doch nicht von den gar nicht nachweisbaren kleinen Spuren irgendwelcher aktiver Fremdstoffe ausgelöst wird, sondern gerade die Folge eines sehr hohen Reinheitsgrades ist? Es ist zwar wahr, dass die Präparierung mit den drei Fremdstoffen unentbehrlich ist, aber die Grosskristallbildung ist nicht an eine nachweisbare Menge von wirksamen Stoffen gebunden.

Wir haben diese Frage auch von der anderen Seite her untersucht. Aus sehr reinem WO_3 haben wir unter »sterilen« Bedingungen sehr reines Wolframmetallpulver und Stäbe angefertigt. Diese Arbeiten hat J. NEUGEBAUER [34] durchgeführt, der beobachtete, dass WO_3 in extrem trockenem CCl_4 -Dampf viel schneller und bei viel niedrigerer Temperatur sublimiert, als dies aus der

Literatur bekannt ist [11]. Unter Ausnützung dieser Erscheinung stellte er reines WO_3 her, in welchem K, Na, Si, Fe, Al, Mo und Ca höchstens in geringeren Mengen als 0,001% zugegen waren. Hieraus fertigte er in Quarzgefässen ein ebenso reines Metallpulver an, und dann mit Hilfe von Quarz- und Wolframgeräten einige wenigstens ebenso reine gesinterte Wolframstäbe. In den Stäben entstand kein grosskristallinisches Gefüge, obwohl sie aus so reinem metallischem Wolfram bestanden, dass in ihnen keine einzige der genannten Verunreinigungen nachzuweisen war.

Aus alledem zogen wir den Schluss, dass zur Hervorrufung des grosskristallinen Gefüges der GK-Stäbe nicht die extreme Reinheit, sondern die positive Anwesenheit von K-, Si- und Al-Spuren notwendig ist, dass jedoch die notwendige und hinreichende Konzentration der wirksamen Stoffe unter 0,001% liegt, d. h. unter der heutigen Grenze der analytischen Nachweisbarkeit. Unsere betriebsmässig hergestellten GK-Stäbe enthalten daher bedeutend mehr Fremdstoffe (aktive Stoffe), als zur Ausbildung ihrer nützlichen Eigenschaften notwendig ist.

Warum müssen wir dennoch an 1% Zusatzstoff zum WO_3 geben, um im Metall diese ausserordentlich kleine Konzentration an aktiven Stoffen zu erreichen? Warum kann man nicht aus denjenigen gereinigten Wolframsäuren, in welchen die erwähnten Fremdstoffe in viel grösserer Menge als 0,001% (z. B. 0,005%) vorhanden sind, ohne Präparierung grobkristalline Stäbe herstellen (Zahlentafel 2, 1. Spalte)?

Bevor wir diese Frage eingehend untersuchen, halte ich es für zweckmässig an meine dahingehende Meinung zu erinnern [23], dass ein grosser Teil der in den betriebsmässig hergestellten GK-Stäben analytisch feststellbaren Zusa-zspuren (0,001–0,005%) dort nur als mechanische Einschlüsse oder interkristalline Verunreinigungen enthalten sind, ein ganz kleiner Teil davon (z. B. 0,0001%) jedoch atomdispers im Metallgitter gelöst ist. Meines Erachtens bestimmt dieser ganz kleine Teil den Verlauf der Kristallisations- und der Rekristallisations-Vorgänge und die plastischen Eigenschaften der Kristallite; der grössere Teil beeinflusst nur das Verhalten der Korngrenzen während der plastischen Verformung, d. h. während der Bearbeitung. Dieser Anteil erschwert am meisten die Bearbeitung und ist daher eher schädlich, als nützlich.

Wenn wir die metallurgische Wirkung der »kleinen Verunreinigungen« in der Wolframtechnologie weiter verfolgen wollen, so müssen wir die Verhältnisse bei der Wasserstoffreduktion des Wolframs weitaus genauer kennen lernen, als es aus der internationalen Fachliteratur bekannt ist. Man weiss ja, dass die Bearbeitbarkeit des Wolframmetalls und die technologischen Eigenschaften des Wolframdrahtes, abgesehen von der richtigen Wahl der Zusatzstoffe, auch in grossem Masse von den Bedingungen des Reduktionsprozesses abhängen.

4. Die Porosität der reduzierten Wolframkörner

Die aus WO_3 durch Wasserstoffreduktion hergestellten Wolframkörner erscheinen, im Elektronenmikroskop bei ungefähr 10 000-facher Vergrösserung betrachtet, dicht und ihre Oberfläche scheint nicht gegliedert zu sein.

B. KOPELMAN erkannte jedoch [35] und wies dies vor kurzem auch nach [36], dass das spezifische Gewicht von aus feinen, z. B. 1μ grossen Körner bestehenden reduzierten Wolframmetallpulvern in Wasser gemessen 19,2 beträgt, in grossmolekularem Butylstearat sich jedoch oft nur zu 18,5 ergibt und er folgerte daraus, dass die mittels Reduktion gewonnenen Wolframmetallkörner grösstenteils porös sind. Nach KOPELMAN ist der Durchmesser der Poren 15–25 Å. Wenn man dies in Rechnung stellt, ist die wirkliche Oberfläche der Metallkörner 10-mal, 20-mal grösser als ihre scheinbare Oberfläche (Hüllfläche). Praktische Schlussfolgerungen hat *Kopelman* jedoch hieraus nicht gezogen.

Jahrzehntelange Beobachtungen und Betriebserfahrungen (P. TURY und T. MILLNER) stimmen mit dieser Feststellung überein. Nach altem Sprachgebrauch gibt es »grobe« und »feine«, Zusatzmaterial enthaltende Wolframpulver: sie verhalten sich bei der Sinterung in sehr verschiedener Weise. Man könnte glauben, dass dies einfach davon stammt, dass die Körner der »groben« Pulver gross sind, während die Körner der »feinen« Pulver kleiner sind. Wir wissen aber seit langem, dass hier von anderem die Rede ist, ja in erster Reihe von anderem.

Es ist eine alte Erfahrung, dass die Stäbe aus sogenanntem grobem Metallpulver von z. B. 3μ langsam sintern und bei Erhitzung bis zum Schmelzen von den Dämpfen der zurückgebliebenen Zusätze aufgeblasen werden. Die Stäbe aus feinen Metallpulvern von z. B. 1μ sintern schnell und schmelzen dennoch — als ob sie weniger Fremdstoffe enthielten — ohne sich aufzublähen glatt durch, obwohl wir erwarten würden, dass die Fremdstoffe sich aus den langsam sinternden grobkörnigen Stäben in vollkommenerem Masse entfernen.

Wir haben auch schon seit langem beobachtet, dass bei gleicher Korngrösse es bei der Sinterung sich »grob« und »fein« verhaltende Pulver gibt. Im Metallpulver, das in Abb. 6 mit GK. 2297. c. bezeichnet wurde und das mit grobem Charakter sintert, ist 20% der Körner kleiner als $1/4 \mu$ und 75% liegt zwischen $1/4$ und 1μ . In dem mit GK. 2277. b. bezeichneten Metallpulver, das mit feinkörnigem Verhalten sintert, ist 10% der Körner kleiner als $1/4 \mu$ und 81% liegt zwischen $1/4$ und 1μ . Zwischen den beiden Pulvern ist daher kein grosser Unterschied in der Korngrösse. Wenn wir der Meinung sind, dass das Mass der Verdampfung und des Zurückbleibens der Zusätze von der Grösse der Verdampfungsoberfläche abhängt und wenn wir glauben, dass die Körner in beiden Pulvern dichte Körner sind, so wäre kein Unterschied zwischen der Sinterung der beiden Pulver zu erwarten. Wenn nämlich das eine Pulver aus Kugeln von $1/2 \mu$ bestehen würde und das andere aus Kugeln von 1μ , so wäre

die spezifische Oberfläche des ersteren doch nur zweimal so gross wie die des letzteren. Wenn wir hingegen annehmen, dass das eine Pulver aus porösen Körnern von 1μ und das andere aus dichten Körnern von 1μ besteht, so gibt der 20-fache Unterschied in der Oberfläche schon eine gute Erklärung für den Unterschied in der Sinterung der beiden Pulver.

Warum ist es auch heute noch nicht allgemein bekannt, dass die schnelle und gründliche Verdampfung des grössten Teiles der Zusatzstoffe und zugleich damit das Zurückbleiben der unerwünschten interkristallinen Zusatzspuren eher durch Vergrösserung der Porosität, als durch Verringerung der Korngrösse zu erreichen ist?

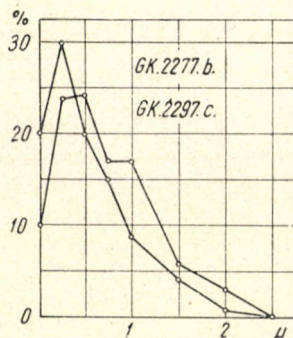


Abb. 6. »Kornzahl % — Korngrösse« Diagramm von zwei solchen, bei der Sinterung sich »groß« und »fein« verhaltenden Wolframpulvern, deren Kornverteilung praktisch nicht voneinander abweicht

Erstens deswegen, weil die feinen Pulver rasch sintern und daher die Neigung haben, viel Zusatzstoffe einzuschliessen, unabhängig davon, ob die Körner porös sind oder nicht. Diese Tatsache lenkt die Aufmerksamkeit in zu hohem Masse auf die Rolle der Korngrösse. Zweitens deswegen, weil gröberes Metallpulver in der Praxis fast ohne Ausnahme mittels durch Wasserdampf hervorgerufener Kornvergrösserung hergestellt zu werden pflegt; dieser Vorgang vergrössert nicht nur die Korngrösse, sondern verstopft noch viel eher die Poren und verschliesst in ihnen die Spuren der Zusätze. Daher sintern Stäbe aus gröberem Metallpulvern nicht nur viel schleppender, sondern sie haben auch die Tendenz zur Aufblähung. Es ist schwer die Vorteile der Porosität auszunützen, denn nur die feinen Pulver sind entsprechend porös, diese sintern jedoch im allgemeinen zu schnell und haben daher die Neigung, sich demzufolge aufzublähnen.

Es ist kennzeichnend für die ungarische Wolframerzeugung, dass I. TÁRJÁN und P. TÚRY schon um 1930 Methoden gefunden haben, mit welchen die Vorteile der Porosität der feinen Pulver ohne die Nachteile der schnellen Sinterung nutzbar gemacht werden können.

Heute können wir dies alles vielleicht so zusammenfassen: bei der Wolframherzeugung mit Zusatzstoffen wird die Sinterung der Stäbe und zugleich damit die Verdampfung der Zusätze zwar in erster Reihe von der Korngrösse geregelt, bei den feineren Pulvern jedoch unterstützt die Porosität in entscheidender Weise die Verdampfung und sichert ein niedriges Niveau der interkristallinen Verunreinigungen.

5. Die Rolle des β -Wolframs in der Wolframreduktion

Die Chemie der Wasserstoffreduktion von WO_3 wird im Schrifttum nur sehr oberflächlich behandelt. Man kann daraus nicht einmal entscheiden, wieviele und welcherart zusammengesetzte Wolframoxyde aus dem wohlbekanntem gelben WO_3 bis zu dem ebenfalls wohlbekanntem WO_2 bei der Reduktion entstehen.

Mit meinen Mitarbeitern A. HEGEDÜS, J. NEUGEBAUER und K. SASVÁRI haben wir die Wasserstoffreduktion von WO_3 mit thermo- und röntgenanalytischen Methoden untersucht [37]. In einer Duval-Thermowaage haben wir ungefähr 0,4 g WO_3 in einem Gasstrom von 30% H_2 und 70% N_2 bei einer Gasgeschwindigkeit von 33 l/h und einem Temperaturanstieg von 150°C/h von 20°C auf 900°C erhitzt. Während dieser Zeit zeichnete die Thermowaage die bei der Reduktion auftretenden Gewichtsveränderungen mit einer Empfindlichkeit von $\pm 0,1 \text{ mg}$ auf. Auf Grund des Schrifttums erwarteten wir eine Thermokurve, die ungefähr so wie die hypothetische Kurve in Abb. 7 verlaufen würde, und wo die einzelnen Phasen durch das Vorhandensein von Abschnitten mit konstantem Gewicht ihre Anwesenheit dartun würden. Bei der Reduktion von MoO_3 traf dies wirklich zu. Die Reduktion von WO_3 wartete jedoch mit einer Überraschung auf.

Bei der Untersuchung der tatsächlichen Thermokurven der Reduktion von WO_3 haben wir gefunden, dass bei der Reduktion von WO_3 von üblicher Reinheit (z. B. entsprechend der Zahlentafel 2) der Abschnitt mit konstantem Gewicht, die sogenannte Stufe, in Abhängigkeit von den Wasserdampfspuren im Gas und vom physikalischen Zustand des WO_3 nicht nur bei WO_2 , sondern bei jeder beliebigen Zusammensetzung zwischen $\text{WO}_{2,0}$ und $\text{WO}_{0,1}$ erscheinen kann und den Anschein erweckt, als ob zwischen WO_2 und W eine ganze Reihe von Wolframoxyden existieren würde. Möglicherweise hat diese Erscheinung den japanischen Forscher K. FUNAKI und seine Mitarbeiter [38], [39] irreführt, die glaubten, mit einer ähnlichen Methode die Existenz von $\text{WO}_{2,75}$, $\text{WO}_{2,5}$, $\text{WO}_{2,25}$, WO_2 , $\text{WO}_{1,5}$ und WO nachweisen zu können. Wir haben dies bezweifelt und nach vielen Untersuchungen und viel Kopfzerbrechen haben wir aus unseren eigenen Thermokurven folgendes festgestellt.

Es gibt Fälle, wo die Reduktion noch vor der Erreichung von 650°C vollständig bis zur Entstehung von metallischem Wolfram vor sich geht. In

diesen Fällen erscheint auf der Thermokurve bei ungefähr 500° C die W_8O_{23} -Stufe und von ungefähr 550° C an (noch vor der Erreichung von 650° C) verläuft die Reduktion schnell, ohne Stufe, bis zum Metall, so wie dies Abb. 8a zeigt. Unsere röntgenographischen Untersuchungen zeigten, dass in solchen Fällen das Metall nicht aus stabilen α -W Körnern, sondern aus instabilen β -W Körnern besteht. (β -W geht bei der Erhitzung über 650° C in irreversibler Weise in das stabile α -W über.)

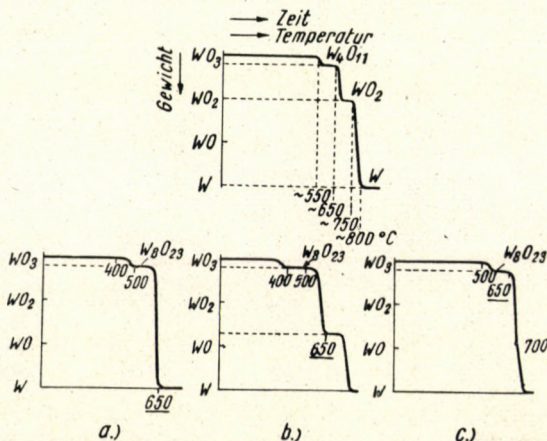


Abb. 7. Hypothetisches Gewichtsverlustdiagramm (Thermokurve) der Wasserstoffreduktion des WO_3 bei konstantem Temperaturanstieg (ein solches kommt nicht zustande)

Abb. 8. Gewichtsverlustdiagramm der Reduktion des sich aus dem WO_3 bildenden W_8O_{23} , bei Reduktion unterhalb 650° C, um 650° C und oberhalb 650° C, im Falle von einem gleichmässigen Temperaturanstieg von 150° C/h. Den Ablauf der Thermokurve beeinflussen bzw. bestimmen kleine Verunreinigungen, Oberflächeneigenschaften usw., d. h. sogenannte katalytische Faktoren

In anderen Fällen verläuft die Reduktion langsamer und das Material erreicht die kritische Temperatur von 650° C mit irgendeiner Brutto-Zusammensetzung zwischen WO_2 und W, und besteht dann noch aus W_8O_{23} und β -Wolfram. Bei dieser Temperatur umwandelt sich das komplizierte Gitter des β -Wolframs in α -Wolfram mit einfachem raumzentriertem kubischem Gitter. Während der Phasenumwandlung sind die W-Atome ausserordentlich beweglich und reaktionsfähig und verwandeln das schnell reduzierbare W_8O_{23} in langsam reduzierbares WO_2 . In diesem Punkt erscheint auf der Thermokurve eine Stufe wie dies Abb. 8b zeigt. Dieser Punkt kann aber zu einer beliebigen Zusammensetzung zwischen WO_2 und W gehören. Die röntgenanalytische Untersuchung zeigt in jedem Falle, dass vor der Erreichung von 650° C also vor dem Erscheinen einer Stufe das Material aus einem Gemisch von W_8O_{23} und β -W, in der Stufe selbst und nach deren Erreichung jedoch aus WO_2 und α -W besteht.

Verläuft die Reduktion jedoch so langsam, dass sie aus der W_8O_{23} -Stufe nur bei einer Temperatur über $650^\circ C$ anfängt weiter zu verlaufen, so entsteht unmittelbar α -Wolfram und die Stufe erscheint überhaupt nicht, weil bei so hoher Temperatur auch das WO_2 genügend schnell reduziert wird. In diesem Falle entsteht eine der Abb. 8c entsprechende Thermokurve und die röntgenanalytische Untersuchung weist neben W_8O_{23} hauptsächlich WO_2 und α -W nach.

Die instabile β -Modifikation des metallischen Woframs haben erstmalig H. HARTMANN, F. EBERT und O. BRETSCHNEIDER im Jahre 1931 [60] beschrieben und hergestellt. Die Tatsache hingegen, dass bei der Wasserstoffreduktion von WO_3 β -Wolfram entstehen kann, haben zuerst N. J. PETSCH und H. P. ROOKSBY im Jahre 1944 mitgeteilt [40], [41] und M. G. CHARLTON i. J. 1955 bestätigt [42]. Die entscheidende Rolle der Phasenumwandlung des β -Woframs und der damit verbundenen gesteigerten Beweglichkeit der Wolfram-Atome haben erstmalig unsere Untersuchungen aufgedeckt [37]. Die ausschlaggebende Rolle der Reduktionsgeschwindigkeit wurde ebenfalls von uns erkannt. Um dieselbe auszunützen, haben wir thermogravimetrisch die Frage untersucht, welche Verunreinigungen eine beschleunigende Wirkung und welche eine verlangsamende Wirkung auf die Reduktion ausüben. Die Untersuchung dieser katalytischen Wirkung haben wir auf 31 Elemente ausgedehnt und festgestellt, dass unter der Wirkung von 0,1% As, Sb und Pd sowie von 0,5% Pt die Reduktion wesentlich beschleunigt wird, so dass sie bei verhältnismässig niedriger Temperatur vor sich geht und ohne Stufe zu β -Wolfram führt. In der Gegenwart von H_3PO_4 jedoch verlangsamt sie sich so weitgehend, dass sie nur bei verhältnismässig hoher Temperatur vor sich geht und ohne Stufe α -Wolfram ergibt. Einen Teil der katalytischen Wirkungen haben J. TARJÁN und P. TÚRY schon vor 30 Jahren erkannt und in der Technologie der ungarischen Wolframerzeugung verwertet.

Hier muss bemerkt werden, dass O. COLLEBERG und B. SANDBERG 1941 festgestellt haben [43], dass Alkalisalze eine die Reduktion beschleunigende katalytische Wirkung haben. Unsere thermogravimetrischen Untersuchungen haben ergeben, dass diese Wirkung im Vergleich zur Wirkung von As, Sb, Pd und Pt verschwindend gering ist, so dass sie auch nicht zur Bildung von β -Wolfram führt.

Wir schreiben der $\beta W \rightarrow \alpha W$ -Umwandlung eine entscheidende Rolle in der technologischen Auswirkung der kleinen Verunreinigungen zu.

Worin besteht diese Rolle?

Bei dem Präparieren bringen wir die Zusätze auf die Oberfläche der WO_3 -Körner. Nach der Reduktion ist deren überwiegender Anteil auf der Oberfläche der Metallkörner zu finden (und kann von dort z. B. weggelöst werden). Bei der Sinterung, besonders wenn die Körner porös sind, verdampfen die Zusätze fast zur Gänze. Die Menge der zurückbleibenden Spuren ist abhän-

gig vom Mass der bei der Reduktion auftretenden Kornvergrößerung und ist bei GK-Metallpulvern nicht grösser als einige Tausendstel %-e. Diese geringen Fremdstoffmengen sind zum grössten Teil als mechanische Einschlüsse (z. B. an den Kristallitgrenzen) in das Metall eingebettet und können aus den unvollständig gesinterten Stäben ohne Verlust der guten technologischen Eigenschaften entfernt werden. Diese Entfernung kann durch längere Verdampfung bei mittlerer Temperatur während der Sinterung [44], oder durch Auswaschung der noch porösen Stäbe mit HF betriebssicher durchgeführt werden [44]. Dadurch wird die Bearbeitbarkeit des Wolframmetalls verbessert. Die gute Kristallisationsfähigkeit und die nützlichen technologischen Eigenschaften werden hingegen von den dann noch zurückbleibenden, noch geringeren Spuren von wirksamen Stoffen weiterhin gesichert.

Warum kann diese noch kleinere Menge von aktiven Stoffen nicht zugleich mit den interkristallinen Spuren des Zusatzmaterials entfernt werden? Nach unserer Meinung deswegen, weil diese nicht in der Form von Einschlüssen (nicht mechanisch), sondern atomar, im Metallgitter gelöst im Metall enthalten sind. Dieser Anteil der Fremdstoffe ist Lösungsmitteln nicht zugänglich und seine Verdampfung ist langsamer, als die Verdampfung der Spuren von den Poren-oberflächen. Wir sind der Meinung, dass nur die atomar im Metallgitter gelösten Spuren der Fremdstoffe den Kristallisationsvorgang unterstützen können, während die interkristallinen Verunreinigungen denselben höchstens verhindern können oder daran unbeteiligt bleiben. Aus der Mineralogie ist allgemein bekannt, wie vollkommen und wasserklar z. B. ein in atomaren Schritten entstandenes einzelnes Quarzkristall sein kann, obwohl es bei seinem Wachstum unzählige weisse Rutilnadeln in sich aufgenommen hat.

Aber wie gelangen die K, Si und Al Atome im Verlauf der Reduktion ins Metallgitter?

Im Gitter des Wolframmetalls können wir uns die W-Atome als einander berührende Kugeln von 2,8 Å Durchmesser vorstellen. Der Durchmesser der K-Atome ist 4,7 Å, der Si-Atome 1,15 Å und der Al-Atome 1,40 Å. Es ist die Möglichkeit gegeben, dass die Si- und Al-Atome, welche kleiner sind als die W-Atome, ihren Platz im Wolframgitter entweder durch Substitution oder durch Interstition finden. Si und Al lösen sich wirklich im Wolfram. Die grossen K-Atome können sich jedoch nicht in das Wolframgitter einfügen. Kalium legiert sich nicht mit Wolfram. Aus der Tatsache jedoch, dass für die Grosse-kristallbildung von GK-Charakter die Gegenwart von allen drei Atomarten bei der Reduktion nötig ist, muss dennoch geschlossen werden, dass von allen drei Atomsorten einzelne Atome ins Wolframgitter gelangen. Das Wolframgitter nimmt die Si- und die Al-Atome bereitwillig auf, die K-Atome gelangen jedoch nur infolge von seltenen Zufällen (auf unnatürliche Weise) ins Gitter. Dieser seltene Zufall kann bei der Einfügung der während der Reduktion entstehenden W-Atome in das Wolfram-Gitter eintreten, oder bei der Kornvergrö-

berung durch Wasserdampf, ausserdem höchstwahrscheinlich im Verlauf der $\beta\text{W} \rightarrow \alpha\text{W}$ -Umwandlung. Dass K-, Si- und Al-Atome im Verlauf der Reduktion ins Gitter gelangen, kann schon deswegen nur eine seltene Erscheinung sein, weil ihre Entstehung während der Reduktion nur in ganz kleiner Konzentration wahrscheinlich ist. Dass K-Atome ins Gitter gelangen, ist ein noch selteneres Ereignis, da sie nicht auf natürliche Weise ins Gitter gelangen können wie die Si- und Al-Atome, sondern nur infolge irgendeines Zufalls auf unnatürliche Weise dort eingeschlossen werden können. Auf Grund dieser Theorie ist sofort zu verstehen, warum das WO_3 trotz der notwendigen nur sehr kleinen Konzentration der aktiven Stoffe mit 10 000-mal mehr Zusatzstoff präpariert werden muss, vor allem mit viel Kaliumsalz. Wir verstehen auch, warum es hierzu nicht ausreicht, dass das WO_3 zwar bedeutend mehr als die nötige wirksame Menge, jedoch insgesamt nur z. B. 0,01% K, Si und Al Verunreinigung ursprünglich enthält (Zahlentafel 2., Spalte 1).

Schliesslich verstehen wir auch, warum die Erzeugung des GK-Wolframs so empfindlich gegenüber den Temperaturschwankungen der unterhalb 700°C durchgeführten ersten Reduktion ist: davon hängt nämlich ab, ob überhaupt βW entsteht, das heisst ob die Einfügung der aktiven Stoffe ins Gitter von der $\beta\text{W} \rightarrow \alpha\text{W}$ -Umwandlung unterstützt wird oder nicht.

6. Das Verhalten der Zusatzstoffe bei der Verdampfung aus dem Wolframstab während der Sinterung

Von Manchen wird es vielleicht für gekünstelt gehalten, dass wir die Einfügung der Zusatzstoffe ins Gitter den Vorgängen der Reduktion zuschreiben. Berühren sich doch die Zusätze während der Sinterung bei viel höherer Temperatur mit dem Wolframmetall, als bei der Reduktion. Die Entstehung der K-, Si- und Al-Atome und deren Einfügung ins Gitter ist hier, während der Sinterung vielleicht eher möglich als während der Reduktion.

Die Tatsachen bestätigen diese Gedanken keineswegs.

Zwecks Klärung der Frage, haben wir aus Metallpulvern mit verschiedenen Zusätzen geschichtete Stäbe gepresst, und diese dann auf die übliche Weise als GK-Stäbe gesintert. Wenn die mittlere Schichte aus K-, Na-, Si-, Fe- und Al-haltigem GK-Metallpulver, die obere und untere Schichte jedoch bloss aus K, Na und Si enthaltendem UC-Metallpulver bestand, wurde nach der Sinterung nur die mittlere Schichte grobkristallin, die beiden UC-Schichten jedoch nicht, wie dies Abb. 9 zeigt. Dies ist überraschend, denn es kann mit Recht vermutet werden, dass während der Sinterung die aus der Mitte der GK-Schicht entweichenden Al-haltigen Dämpfe auch die Poren der UC-Schicht passieren und dieser daher Gelegenheit geben, aluminiumhaltig und grosskristallin zu werden. Dies tritt jedoch nicht ein.

Durch analoge Untersuchungen, deren Ergebnisse wir in Abb. 10 zusammengefasst haben, stellten wir fest, dass nicht nur Al, sondern auch Si und K nicht durch Verdampfen auf wirksame Weise in die benachbarte Schicht gebracht werden können. Bei den nicht ins Gitter passenden K-Atomen ist das noch verständlich, überraschend ist es aber im Falle von Si- und Al-Atomen, weil diese im Wolfram gut diffundieren und sich mit ihm legieren. Es scheint daher, dass die Vorgänge der Reduktion nicht nur deswegen unentbehrlich sind, damit Al-, Si- und hauptsächlich K-Atome ins Gitter gelangen, sondern dass die gemeinsame Wirkung, der Kombinationseffekt, auch im Reduktionsprozess gesichert wird. Es scheint also, dass die wirksame Kombination oder Gruppe

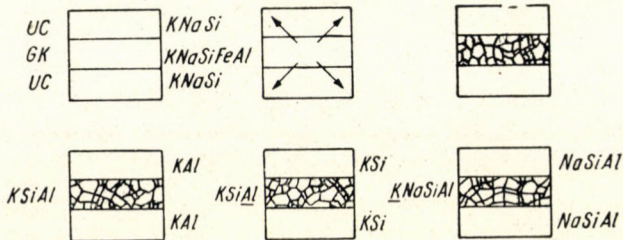


Abb. 9. In Wolframstäben, welche zwischen K-, Na- und Si-hältigen UC-Wolframpulverschichten befindliche K-, Na-, Si-, Al- (und Fe-) hältige GK-Schichten enthalten, wird bei der Sinterung nur die GK-Schichte grosskristallin, obwohl die verdampfenden Al-hältigen Zusätze auch die Poren der UC-Schicht passieren

Abb. 10. Spuren von K und Si können aus durchströmenden Si- und K-Dämpfen in die nur Si oder K vermissenden Schichten der geschichteten Wolframstäbe während der Sinterung nicht so eingebracht werden, dass sie Grosskristallisation verursachen

der K-, Si- und Al-Atome bei der Reduktion entsteht und dass dieselbe später, unter den bei der Sinterung obwaltenden Verhältnissen, nicht mehr zustande gebracht werden kann.

Was sollen wir unter der wirksamen Kombination der K-, Si- und Al-Atome verstehen?

Vor Jahrzehnten — zur Zeit der ersten Anwendung der alkalihaltigen Zusätze — war die Ansicht verbreitet, dass das in den Stäben und Drähten mit Alkalizusatz hie und da erscheinende grosskristalline Gefüge von Wolframbronzspuren hervorgerufen wird. Unsere jetzigen Beobachtungen widerlegen die Ansicht nicht, wonach die kombinierte Wirkung der K-, Si- und Al-Atome eventuell von einer gemeinsamen Verbindung derselben ausgeübt wird. Diese Verbindung kann jedoch keine Wolframbronze sein, denn die Bronzen bestehen bloss aus Alkalimetall-, Wolfram- und Sauerstoffatomen und enthalten weder Si noch Al. Auch sonst haben wir keinen zwingenden Grund, als Erklärung für die kombinierte Wirkung die Bildung von Verbindungen vorauszusetzen.

Heute ist zwar noch nicht bekannt, in welcher Weise Spuren von K, Si und Al in einer Konzentration von 10^{-6} solch eine kombinierte Wirkung ausüben, zufolge welcher die Rekristallisationstemperatur des präparierten Wolframs 1000° C über die des unpräparierten Metalls zu liegen kommt und die Formbeständigkeit bei hoher Temperatur sowie die Plastizität bei Zimmertemperatur zustande kommen. Es ist möglich, dass die Erklärung hierfür in der Wechselwirkung zwischen den in den Metallgittern bei Zimmertemperatur in einer Konzentration von 10^{-8} – 10^{-6} vorhandenen natürlichen Gitterfehlern (Dislokationen, leere Gitterstellen usw.) und den in einer Konzentration von 10^{-6} vorhandenen Fremdatomen gefunden werden kann, worauf wir im folgenden noch zurückkommen werden.

Diese unsere Ansicht leitet sich von den neueren metallphysikalischen Erkenntnissen her [45], [36], [56] und von der Erkenntnis der ziemlich allgemeinen Tatsache, dass wir bei der Darstellung eines elementaren Metalls mit so hoher Reinheit, dass unter 10^4 – 10^5 Atomen höchstens ein-zwei verunreinigende, d. h. fremde Atome vorhanden sind, ein ganz neues Gebiet der Metalleigenschaften erreichen. Mit diesem Reinheitsgrad beginnend können wir nämlich zwei Gruppen von Eigenschaften wahrnehmen. Einerseits sind schon die für grosse Reinheit charakteristischen allgemeinen Eigenschaften (z. B. gute Verformbarkeit, gute elektrische Leitfähigkeit usw.) vorhanden, andererseits kommen solche sehr wesentliche Eigenschaften zum Vorschein (z. B. solche neue Züge der Kristallisationsfähigkeit, Festigkeit usw.), welche zwar sich nur bei hoher allgemeiner Reinheit entfalten, welche jedoch nicht durch die Reinheit selbst, sondern die Gegenwart von sehr kleinen, z. B. Millionstel Teilen von »Verunreinigungen«, d. h. die Gegenwart von Fremdstoffen hervorgerufen und gesichert werden, falls die Atome dieser Fremdstoffe im Grundgitter gelöst (atomar verteilt) sind. Diese Eigenschaften verschwinden wieder bei den extrem reinen Metallen und machen anderen Eigenschaften Platz.

Mit der Erforschung dieses Konzentrationsbereiches wird bei den meisten Metallen erst jetzt begonnen und vielleicht ist es bei anderen Metallen noch gar nicht bewusst geworden, dass nicht so sehr der Bereich der »kleinen Verunreinigungen«, als eher der Bereich der »im Gitter gelösten kleinen Konzentrationen von Fremdatomen« jene zu entdeckende neue Welt ist, welche grosse technologische Möglichkeiten verbirgt. Meines Erachtens hat die Wolframtechnologie zwar unbewusst, aber mit ausgezeichneter Einfühlung schon seit Jahrzehnten die Möglichkeiten dieses Gebietes ausgenützt, jedoch beginnen wir erst jetzt dies zu erkennen und jetzt bemühen wir uns die Möglichkeiten besser kennen zu lernen und besser auszunützen.

II.

1. Über den Zusammenhang zwischen den Zusätzen und den mechanisch-technologischen Eigenschaften verschiedener Wolframmetallsorten

Im vorhergehenden haben wir uns hauptsächlich mit dem Einfluss von kleinen Verunreinigungen des Wolframmetalls (das heisst mit dem Einfluss gewisser chemischer Faktoren) auf die Kristallisation des Metalles und die Rekristallisation des Drahtes beschäftigt. Jetzt untersuchen wir, inwiefern diese chemischen Faktoren die mechanisch—technologischen Eigenschaften des Metalles und des Drahtes beeinflussen.

Derartige Untersuchungen haben wir in erster Reihe an den Drähten derjenigen Metallsorten durchgeführt, deren chemische und Kristallisationseigenschaften in Zahlentafel 2 (S. 74) zusammengefasst sind. Auch hier bemerken wir, dass die Drähte aus jenen Metallgattungen, deren Stäbe grobkristallin wurden, mit grobkristallinem Gefüge rekristallisierten und zu nicht durchhängenden Glühlampenspiralen verarbeitbar waren. Die Drähte aus den übrigen Metallgattungen rekristallisierten feinkristallin und hatten auch in sonstiger Beziehung keinen GK-Charakter. Schon daraus folgt, dass auch die mechanisch-technologischen Eigenschaften der Metalle sich nicht nach der Menge und der Qualität der in den Metallen analytisch feststellbaren Zusatzspuren richten.

Als wir zu untersuchen angingen, welcher Zusammenhang zwischen der chemischen Natur der Zusatzstoffe und den chemisch-technologischen Eigenschaften der Drähte besteht, fiel vor allem auf, dass auch in dieser Hinsicht das entscheidend ist, welche Zusatzstoffe (in grossen Mengen) zu der als Ausgangsmaterial der Wolframherstellung dienenden Wolframsäure zugesetzt wurden. Die in der Wolframdrahtzieherei arbeitenden erfahrenen Arbeiter können z. B. den aus nur mit K + Al präpariertem Material hergestellten Wolframdraht auf Grund der besseren Verarbeitbarkeit von dem im wesentlichen mit K + Al + Si präparierten GK-Draht auch dann mit grösster Sicherheit unterscheiden, wenn zwischen den beiden Metallsorten in Bezug auf chemische »Verunreinigungen« von Tausendstel Prozent sozusagen keinerlei Unterschied besteht. Den KAl-Draht finden sie »viel leichter ziehbar« als z. B. den GK-Draht. Im Schrifttum ist über solche Zusammenhänge nichts zu finden. Deswegen haben wir selbst es unternommen, die Gründe des Unterschiedes aufzudecken.

Bevor wir auf diese Untersuchungen eingehen, müssen wir zuerst die Korngrösse der von uns untersuchten Metallpulver charakterisieren, denn die Ansicht ist weit verbreitet, dass die feinen Metallpulver leichter bearbeitbaren Draht ergeben als die groben. Jeder Wolframfachmann kennt aber auch Beispiele für die entgegengesetzte Erscheinung. Es ist dennoch zweckmässig im Rahmen der Möglichkeiten anzustreben, dass in den miteinander verglichenen Metallpulvern der relative Anteil der einzelnen Korngrössen, die sogenannte prozentuelle Kornzahlverteilung, nicht allzusehr voneinander abweicht. Inwie-

fern dies bei den einzelnen von uns untersuchten Metallpulvern gelungen ist, zeigen wir in Abb. 11. Wir bemerken, dass laut internationaler Beurteilung unser GK-Metallpulver als feines Pulver betrachtet wird. Damit stimmt die Kornverteilung unserer KAl-Metallpulver fast genau überein. Die reinen W-, sowie unsere SiAl- und KSiAl-Metallpulver sind etwas feiner als die GK-Pulver und weichen kaum voneinander ab. Das hier nur zum Vergleich herangezogene »X«-Metallpulver wird üblicherweise als grobes Metallpulver angesehen. Der Unterschied zwischen feinen und groben Metallpulvern kann besser wahrge-

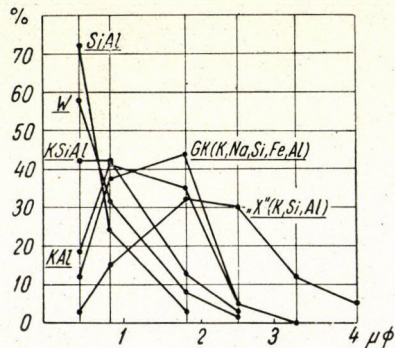


Abb. 11. »Kornzahl % — Korngrösse« Diagramm von fein (GK und KAl), sehr fein (reines W, SiAl und KSiAl) und grob (X) bezeichneten Wolframmetallpulvern

nommen werden, wenn an Stelle von Kornzahlprozenten Korngewichtsprozente in Betracht gezogen werden, also z. B. die Tatsache, dass 86 Gewichtsprozent der X-Metallpulver, 22 Gewichtsprozent der GK-Pulver und 0 Gewichtsprozent der feineren Pulver aus grösseren Körnern als $1,8 \mu$ bestehen. Unsere sämtlichen zu Versuchen benützten Metallpulver sind fein und weichen im Korn nicht allzusehr voneinander ab, so dass bei der Auswertung unserer Versuchsergebnisse wir die Wirkung der Korngrösse ausser Betracht lassen können.

Der Betrieb hat während Jahrzehnten unsere mit K, Na, Si, Fe, Al präparierten GK-Drähte immer etwas schwieriger ziehbar gefunden, als die nur mit K, Na, Si präparierten UC-Drähte. Da die Korngrössen der GK- und der UC-Metallpulver nur wenig voneinander abweichen, das GK jedoch Al-hältig ist und das UC nicht, bietet sich von selbst die Erklärung dar, dass die Al-Spuren die Bearbeitung erschweren. Laut den Angaben in Zahlentafel 4 wäre dies aber eine übereilte Schlussfolgerung; denn obwohl das KAl-Metall, mit ebensoviel Al-Zusatz hergestellt wurde wie das GK und ihre Korngrössen auch fast gleich sind, ist dennoch der KAl-Draht viel leichter ziehbar als der GK-Draht. Man kann daher dem Al-Zusatz keine von den anderen Zusätzen unabhängige Wirkung zuschreiben. Man kann höchstens feststellen, dass der Al-Zusatz zusammen mit K die Bearbeitbarkeit nicht verschlechtert, zusammen mit K und Si jedoch dieselbe erschwert.

Es stellt sich also heraus, dass schon eine so primitive Untersuchung der technologischen Eigenschaften uns zum Kombinationseffekt führt. Aus Zahlentafel 4 und den sich daran anschliessenden weiteren Beobachtungen kann festgestellt werden, dass nicht nur die Kristallisationseigenschaften, sondern auch die mechanisch-technologischen Eigenschaften von der *gemeinsamen* Wirkung der Zusätze und nicht von der individuellen Wirkung der einzelnen Zusätze bestimmt werden. Diese gemeinsame Wirkung weicht in vielen Fällen wesentlich von der Summe der individuellen Wirkungen ab. Nach einzelnen früheren Feststellungen :

- a) K- und Fe-Spuren erhöhen die Rekristallisationstemperatur,
- b) Si- und Al-Zusätze erschweren die Bearbeitung,
- c) K- und Na-Zusätze vergrößern das Metallpulver,
- d) Si- und Al-Zusätze verfeinern das Metallpulver.

Zahlentafel 4.

	Zurückbleibende Zusatzspuren, $n \cdot 10^{-5}$ Teile			Kornverteilung in %-en				Rekristalli- sations-tem- peratur bei 100 μ ϕ °C	Zahl der Kristalle bei gleicher Drahtlänge	Bearbeit- barkeit
	K	Si	Al	0,5 μ	1,0 μ	2,0 μ	2,5 μ			
KAl	5	2	2	15	42	35	5	2000	100	sehr gut
KAlSi	7	2	3	42	42	12	-	2200	10	mittel
„GK“	6	2	3,5	12	38	45	5	2300	5	mittel
rein W	0	10	1	58	32	9	-	1500	300	gut

Einige charakteristische chemische, technologische und Kristallisationseigenschaften von reinen und von mit Zusätzen hergestellten Wolframmetallen und Drähten

Dies alles sind übertriebene Verallgemeinerungen von einzelnen Teilbeobachtungen. Da aus der Wirkung der einzelnen Zusätze nicht auf die Wirkung der Kombination von Zusätzen geschlossen werden kann, haben wir unsere Untersuchungen der technologischen Eigenschaften in erster Reihe auf jene Metalle erstreckt, deren Kristallisationseigenschaften wir schon früher untersucht hatten und deren Zusatzkombinationen Zahlentafel 2 enthält.

Wir wissen bereits, dass der Gehalt an Fremdstoffen der KAl- und GK-Drähte in gleicher Weise nur einige Hunderttausendstel Teile beträgt und auch qualitativ kaum voneinander abweicht. Wenn wir hiezu noch in Erwägung ziehen, dass durch Herauslösen des grössten Teiles der Zusatzspuren aus den halb gesinterten Stäben, z. B. mit 40%-iger HF-Lösung, solche KAl- und GK-Drähte erhalten werden, in welchen in gleicher Weise nur weniger als ein Millionstel Teil Fremdstoff enthalten ist und dennoch der KAl-Draht auch so ausgezeichnet bearbeitbar ist und der GK-Draht auch so nur schwerer ziehbar ist, so müssen wir feststellen, dass nicht nur die Kristallisationseigenschaften des

Wolframmetalls, sondern auch seine mechanisch-technologischen Eigenschaften von geeigneten Kombinationen von Zusatzspuren, welche in einer Konzentration von etwa 10^{-6} vorhanden sind, bestimmt werden.

2. Der Einfluss der Zusätze auf das Zerreißdiagramm zwischen 20°C und 800°C

Bei Zimmertemperatur haben wir mit solchen Wolframdrähten Zerreißversuche angestellt, welche mit den verschiedenen Zusatzkombinationen laut Zahlentafel 2 angefertigt worden waren. Wir haben die Zerreißfestigkeit, die Dehnung und die Kontraktion von solchen Drähten von 0,6 mm gemessen in der Hoffnung, dass die bessere Bearbeitbarkeit des KAl-Metalls in irgendeiner dieser Angaben ihren Ausdruck findet. Die Zerreißdiagramme wurden aber alle gleich befunden. Die technologischen Angaben der Drähte bei Zimmertemperatur verrieten keinerlei Zusammenhänge mit den Zusätzen.

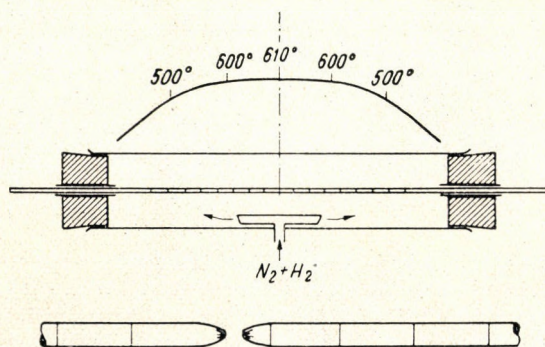


Abb. 12. Skizze der zur Bestimmung der Zerreißfestigkeit, der Dehnung und der Einschnürung von Wolframdrähten bei höherer Temperatur benützten Anordnung und Methode. Veranschaulichung der Einschnürung

Wir kamen bald darauf, dass diese Tatsache mit den Betriebserfahrungen nicht im Widerspruch steht, geschieht doch das Drahtziehen nicht bei Zimmertemperatur, sondern bei Rotglut. Die bei Zimmertemperatur gewonnenen technologischen Angaben müssen nicht notwendigerweise diejenigen Beobachtungen widerspiegeln, welche bei dem Ziehen der Wolframdrähte bei 800°C , d. h. bei der Warmbearbeitung, gewonnen wurden. Dies war viel eher von Warmzerreißversuchen zu erwarten. Wir arbeiteten daher ein Verfahren aus, mit welchem die Zugfestigkeitsdaten der Wolframdrähte bei Temperaturen zwischen Zimmertemperatur und 900°C festgestellt werden konnten.

Bei den Warmzerreißversuchen wurde der Wolframdraht nicht mit elektrischem Strom, sondern mit einem Rohrofen geheizt. Auf eine waagerechte Zerreißmaschine System REJTŐ montierten wir einen bis 900°C heizbaren Rohrofen derart, dass der zu prüfende Draht in die Achse des Ofens fiel. Gemäss der Anordnung nach Abb. 12 leiteten wir reines N_2 -Spülgas durch den Ofen.

Bei konstant gehaltener Maximaltemperatur von 100, 200, ... 700, 800° C stellten wir 10 mm-weise die Ofentemperatur fest. In jedem Falle war die auf maximaler Temperatur befindliche Zone mindestens 5 cm lang. Auf den untersuchten Wolframdraht machten wir 10 mm-weise feine Tuschzeichen und notierten deren wirkliche, mit dem Messmikroskop gemessenen Entfernungen. Nach dem Bruch bestimmten wir aus der, mit dem Messmikroskop gemessenen Verlängerung der mit dem gerissenen 10 mm-Abschnitt benachbarten Abschnitte die zu der maximalen Temperatur gehörige Bruchdehnung. Die Bruchlast wurde von der Zerreißmaschine registriert. Die Einschnürung an der Bruchstelle wurde durch mikroskopische Messung festgestellt. Wir führten

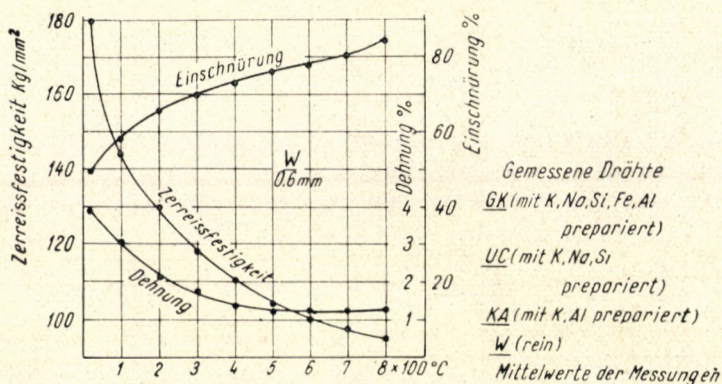


Abb. 13. Temperaturabhängigkeit der Zerreißfestigkeit, der Dehnung und der Einschnürung von mit verschiedenen Zusätzen angefertigten Wolframdrähten; wegen der weitgehenden Übereinstimmung sind die Angaben in ein einziges Diagramm zusammengefasst

viele Hundert derartige Messungen an Drähten von 0,6 mm durch (SASS L., MILLNER T.) [47]. Die gemessenen technologischen Daten und ihre Temperaturabhängigkeit waren von einer Drahtsorte zur anderen dermassen übereinstimmend, dass wir sie in ein einziges Schaubild zusammenfassen konnten (Abb. 13). Auch die Warmzerreißversuche deckten daher keine solche technologische Eigenschaft auf, welche die Zusätze messbar beeinflussen würden und welche zur Erklärung der im Vergleich mit den GK-Drähten besseren Bearbeitbarkeit der KAl-Drähte herangezogen werden könnte.

3. Vickershärte von Wolframdrähten mit verschiedenen Zusätzen zwischen 20° C und 800° C

Nach den beinahe nichtssagenden Ergebnissen der Zerreißversuche kamen wir schliesslich darauf, dass beim Ziehen die bleibende Formänderung der Wolframdrähte in erster Reihe nicht durch Zugbeanspruchung, sondern durch Druckbeanspruchung hervorgerufen wird, und dass diese Tatsache

beachtet werden muss. Beim Ziehen wird der Draht nicht deswegen dünner, weil wir ihn durch starken Zug dehnen — sondern gerade im Gegenteil, beim Drahtziehen muss darauf geachtet werden, dass der Draht ausserhalb der Ziehöse sich nicht verlängert (weil er sich so ungleichmässig dehnen würde). Beim Drahtziehen wirken an den Seitenflächen der kegelförmigen Ziehkanäle Druckkräfte: diese sind es, die den Draht dünner machen.

Wenn wir daher aufdecken wollen, welche Drahteigenschaften es sind welche die erwähnten Ziehereiarbeiter wahrnehmen, so müssen wir eine Untersuchungsmethode anwenden, welche Druckkräfte verwendet. Ausgehend von dieser Überlegung gingen wir zur Mikro-Vickershärteprüfung der verschiedenen Wolframsorten über. Ebenso wie bei den Zugversuchen, dehnten wir auch hier unsere Messungen ganz bis 800°C aus, d. h. bis zur Betriebstemperatur beim Drahtziehen. Mein Mitarbeiter L. SASS [48] konstruierte zu diesem Zweck ein Gerät, in dessen mit Schutzgas (z. B. $5\% \text{H}_2 + 95\% \text{N}_2$ Gemisch) spülbarem Arbeitsraum die bis zu 900°C erhitzbaren Wolframschliffe von aussen, mittels zweier, aufeinander senkrechter Mikrometer verschoben werden können und in welchem Gerät auf jedweden Punkt der Schliffe, mit von aussen regelbarem beliebigem Druck und für eine beliebige Zeitdauer, eine Mikro-Vickerspyramide aus Diamant oder Hartmetall aufgebracht werden kann. Bei der Messung versahen wir die Oberfläche des ins Gerät eingebrachten Schliffes bei stufenweise erhöhten Temperaturen an mehreren Punkten mit Eindrücken, die nach Abkühlung unter dem Mikroskop ausgemessen wurden; schliesslich wurden daraus die zu den einzelnen Temperaturen gehörigen Härtegrade auf die übliche Weise berechnet.

An verschiedenen Wolframmetallen und Molybdänsorten haben wir bisher bereits mehrere Tausend Warmhärtemessungen vorgenommen. Aus diesen haben wir die zwischen 20°C und 800°C gemessenen Werte für gehämmerte GK- und KAl-Wolframstäbe von 4,3 mm, ferner für die daraus hergestellten dünnen gehämmerten Stäbe von 1,5 mm und schliesslich für die hieraus gefertigten gezogenen Drähte von 0,6 mm ausgewählt und dieselben in Abb. 14 veranschaulicht. Man sieht, dass auf jeder Stufe die Vickershärte (HV) bei jeder Drahtgattung mit der Temperatur stark abnimmt, z. B. bei 0,6 mm von 550–600 HV auf 150–250 HV bei 800°C . Es ist auch gut ersichtlich, wie sehr die Härte mit fortschreitender Bearbeitung ansteigt. Dies alles war bisher schon bekannt. Es ist aber ausserordentlich interessant, dass die Härte der weichgeglühten GK- und KAl-Stäbe von 4,3 mm im ganzen Temperaturbereich kaum um 20–30 HV voneinander abweicht und die bei Zimmertemperatur gemessene Härte der GK- und KAl-Drähte von 0,6 mm auch nicht sehr unterschiedlich ist (GK: 580 HV, KAl: 550 HV, Abweichung $\sim 6\%$), dass aber bei 800°C die Härte des GK-Drahtes 250 HV ist und die des KAl-Drahtes nur 150 HV (Unterschied $\sim 40\%$), nicht höher, als die Härte eines Mo-Drahtes. Bei der Verarbeitungstemperatur ist daher ein grosser Unterschied

zwischen der Härte eines GK-Drahtes und der eines KAl-Drahtes trotzdem bei Zimmertemperatur sich kaum ein Unterschied zeigt [48]. Hier erscheint endlich in messbarer Form diejenige technologische Eigenschaft, welche bei den Zerreißversuchen nicht wahrnehmbar ist, aber im Betrieb stark ihre Wirkung geltend macht und dies erklärt die bessere Bearbeitbarkeit des KAl-Drahtes. Es ist sehr interessant, dass der Härteunterschied nur bei höherer Temperatur erscheint.

Man ersieht aus alledem, wie nützlich die Mikro-Warmhärtemessungen für die Erforschung der Zusammenhänge zwischen den technologischen Eigen-

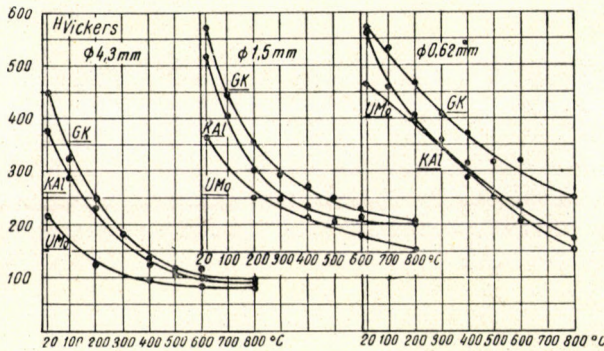


Abb. 14. Vickershärteangaben von gehämmerten GK- und KAl-Wolframstäben von 4,3 mm, eines Molybdänstabes, ferner der daraus angefertigten dünnen gehämmerten Stäbe von 1,5 mm und schliesslich der hieraus hergestellten gezogenen Drähte von 0,6 mm, zwischen 20° C und 800° C

schaften des Wolframdrahtes und den Zusatzspuren sind. Es ist wahrscheinlich, dass diese Messmethode zu einem wertvollen betriebsmässigen Prüfverfahren entwickelt und ausser auf Wolfram auch auf andere Metalle angewendet werden kann.

4. Das Verhalten der Dehnung und der Kontraktion bei Wolfram und bei anderen Metallen

Aus Abb. 13 ist ersichtlich, dass in der Praxis das Ziehen von Wolframdrähten von z. B. 0,6 mm \varnothing bei ungefähr 800° C, unabhängig von den Zusätzen, bei 1% Dehnung und mehr als 90% Einschnürung vor sich geht. Es kann daher kein Zweifel bestehen, dass der Kontraktionsvorgang eine der wichtigsten grundlegenden physikalischen Erscheinungen der Wolframtechnologie ist.

Was wissen wir vom physikalischen Wesen der Kontraktionsfähigkeit?

Von der Kontraktionsfähigkeit der Metalldrähte lesen wir auch in einigen der modernsten Fachbücher über mechanische Technologie, dass sie mit der Dehnungsfähigkeit identisch sei. Demgemäss wären die physikalischen

Vorgänge der Dehnung und der Kontraktion im wesentlichen identisch. Es wird vorausgesetzt, dass ein Draht während des Zerreißversuchs nach einer gewissen *gleichmässigen* Dehnung und Querschnittsverminderung deswegen sich in gewissen Punkten einschnürt, weil die gleichmässige Dehnung eigentlich nicht ganz gleichmässig ist, d. h. der Draht wird an einer vom Zufall bestimmten Stelle dünner als anderswo und von diesem Augenblick an »dehnt« er sich *nur* hier solange, bis er schliesslich reisst, weil an dieser Stelle die spezifische Belastung ständig grösser ist, als in den übrigen Punkten.

Die ungarische Wolframerzeugung hat sich diese Ansicht nicht zu eigen gemacht. P. TÚRY hat schon vor langem darauf aufmerksam gemacht, dass der hervorragende ungarische Technologe S. REJTŐ [49] die Dehnung und die Einschnürung als voneinander verschiedene Vorgänge betrachtete. Auf Grund unserer Erfahrungen mit Wolfram können auch wir sie nicht als identische physikalische Vorgänge betrachten. Man muss nur Abb. 13 ansehen um sofort festzustellen, dass bei Wolframdrähten die Einschnürung zwischen 300° C und 20° C von 95% auf 50% sinkt, die Dehnung hingegen von 1% auf 3,5% ansteigt! Die Temperaturkoeffizienten der Dehnung und der Einschnürung haben zwischen 400° C und 20° C bei sämtlichen Arten von Wolframdrähten *entgegengesetztes Vorzeichen*. Dies deutet nicht auf eine gemeinsame physikalische Natur hin.

Es könnte der Einwand erhoben werden, dass dies vielleicht nur für Wolframmetall, oder nur für gesinterte Metalle, oder aber nur für Metalle mit kubisch raumzentriertem Gitter gültig ist, und dass es vielleicht übertrieben wäre, daraus das Wesen der Dehnung und der Kontraktion betreffende Schlussfolgerungen zu ziehen.

Wir haben deswegen diese grundlegende Frage weitergehend untersucht und zwar so, dass wir unsere Warmzerreißversuche durch Kaltzerreißversuche ergänzten. Ausser pulvermetallurgischen Wolframdrähten haben wir auch pulvermetallurgische Molybdändrähte, ferritische (kubisch raumzentrierte) Eisendrähte und 14% Mn enthaltende (zum Teil kubisch flächenzentrierte) Manganstahldrähte, also nicht pulvermetallurgische Metalle, untersucht. Die unsere Frage betreffenden, zwischen 800° C und -80° C gemessenen Werte sind in Abb. 15 eingetragen (T. MILLNER, L. SASS [50]). Wir sehen daraus, dass die Einschnürung und die Dehnung der Wolframdrähte von ungefähr 400° C bis ungefähr 20° C (d. h. zwischen 18 und 8% der absoluten Schmelztemperatur) sich mit einander entgegengesetztem Vorzeichen ändern. Dasselbe ist in den mit $\overset{I}{\underset{F}{\circ}}$ bezeichneten analogen Temperaturgebieten der Mo, Fe und 14 Mn 86 Fe Drähte zu beobachten [50].

Wenn wir die Angaben aus Abb. 13, 14 und 15 im Zusammenhang überblicken, so kommen wir zu dem Schluss, dass die hartgezogenen Drähte in der Nähe von 8% der absoluten Schmelztemperatur sich mit einem derartigen (von Fremdatomen kaum abhängigem) Mechanismus deformieren,

dessen Wirkung sich für uns hauptsächlich als Dehnung manifestiert; dass diese Drähte ferner bei ungefähr 18% der absoluten Schmelztemperatur mit einem solchen anderen (wenig von den Fremdatomen abhängigen) Mechanismus deformieren, der bei unseren Untersuchungen als Einschnürung in Erscheinung tritt, und dass schliesslich in Wolframdrähten bei ungefähr 30% der absoluten Schmelztemperatur ausserdem eine solche physikalische Erscheinung in den Vordergrund tritt, welche durch die Abhängigkeit der Warmfestigkeit von kleinen Mengen von Fremdatomen zum Ausdruck kommt.

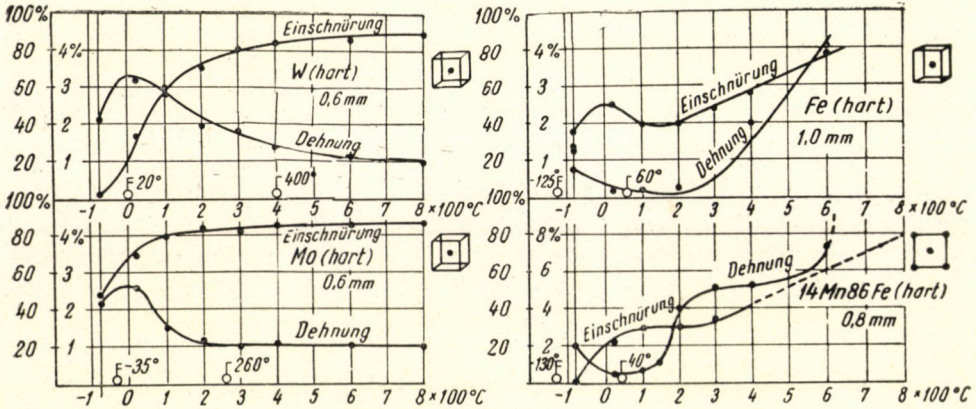


Abb. 15. Dehnung und Einschnürung zwischen -80°C und $+800^\circ\text{C}$ von hartgezogenen pulvermetallurgischen Wolframdrähten, Molybdändrähten, sowie von mit giessereitechnischen Methoden hergestellten ferritischen (raumzentriert kubischen) Eisendrähten und 14% Mn-hältigen (zum Teil flächenzentriert kubischen) Manganstahldrähten

Die vorstehenden Gedanken haben den Charakter von Vermutungen. Es besteht jedoch kein Zweifel, dass die mitgeteilten experimentell nachgewiesenen Tatsachen viel eher auf eine Mehrzahl von physikalischen Ursachen hindeuten, als auf die Identität der Mechanismen von Dehnung und Einschnürung.

5. Wechselwirkung zwischen Dislokationen und Atomen der Zusatzspuren

Wenden wir unsere Aufmerksamkeit nunmehr wieder unserer wichtigsten Frage zu: in welcher Weise können millionstel Teile von Fremdstoffen in beträchtlichem Mass die technologischen Eigenschaften von Metallen, darunter auch von Wolframmetall, verändern?

Worauf zielt diese Frage ab?

Wir suchen ein solches physikalisches Modell, mittels welchem die wesentlichen Merkmale der plastischen Verformung von metallischen Einkristallen

und von polykristallinen Metallkörpern so beschrieben werden können, dass diese Beschreibung auch die Erklärung für die Wirkung der kleinen Verunreinigungen mit einschliesst. Heute verstehen wir jedoch noch nicht, die miteinander verflochtenen Grunderscheinungen bei der Verformung der Metalle gesondert zu untersuchen und wir sind auch nicht imstande, unsere diesbezüglichen Kenntnisse zu einem allgemein gültigen Bild zusammenzufassen. Es ist schon ein grosses Wort, wenn wir einen einzelnen Faktor von den anderen getrennt theoretisch oder praktisch zu untersuchen verstehen; gewöhnlich gelangen wir auch so bloss zu Feststellungen von begrenzter Gültigkeit. Freilich sind auch diese sehr wertvoll. Es gibt derartige Feststellungen auch auf dem Gebiet unserer Grundfrage.

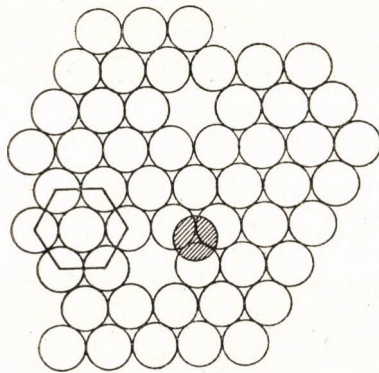


Abb. 16. Zweidimensionales Modell von Schottky- und von Frenkel-Gitterfehlern

Zur plastischen Verformung von Metalleinkristallen ist es notwendig, dass einzelne Atome oder Atomreihen relativ zueinander sich verlagern (aneinander abgleiten). In polykristallinen Metallen müssen dabei ständig auch neue Kristallgrenzen entstehen. Zu alledem ist eine überdurchschnittliche Beweglichkeit von einzelnen Atomen des Kristallgitters nötig. Deren Ursprung wird von der Theorie in mehreren Richtungen gesucht, aber immer wird vorausgesetzt, dass die Gitterstruktur der wirklichen Kristalle dadurch ein wenig von der idealen Gitterstruktur abweicht, dass darin »Löcher«, d. h. leere Gitterstellen vorhanden sind.

Abb. 16 zeigt solche Gitterfehler. Hier sehen wir einerseits in einer Schicht mit hexagonaler dichtester Kugelpackung von gleichen Kugeln eine leere Stelle, d. h. einen sogenannten Schottky-Gitterfehler, andererseits ist eine leere Gitterstelle dargestellt, welche ihren Ursprung der Einzwängung eines aus seiner normalen Lage herausgetretenen Atoms zwischen seine Nachbarn verdankt; diesen letzteren Fehler nennt man FRENKEL-Gitterfehler. Diese erleichtern den Platzwechsel der Atome in ihrer Umgebung und ermöglichen dadurch

Diffusionsvorgänge, Gitterhohlungen, Kristallisations- und Rekristallisationsvorgänge und zu plastischen Verformungen führende Atomverschiebungen. Es kann weiterhin als erwiesen angenommen werden, dass bei der mechanischen Bearbeitung eine grosse Zahl von leeren Gitterstellen entsteht [51], [52].

Mit Hilfe von Abb. 17, dem Modell einer sogenannten TAYLOR-Dislokation, ist es möglich zu veranschaulichen, wie ein solcher, »Dislokation« genannter Gitterfehler schon bei sehr kleinen Gleitspannungen eine grosse plastische Verformung ermöglicht [53].

Befestigen wir kurze Holzzylinder in einer Reihe nebeneinander derart, dass ihre Mantelflächen sich berühren. Ihre uns zugewendeten Kreisflächen repräsentieren eine Reihe Atome. Legen wir in die Einbuchtungen der ersten

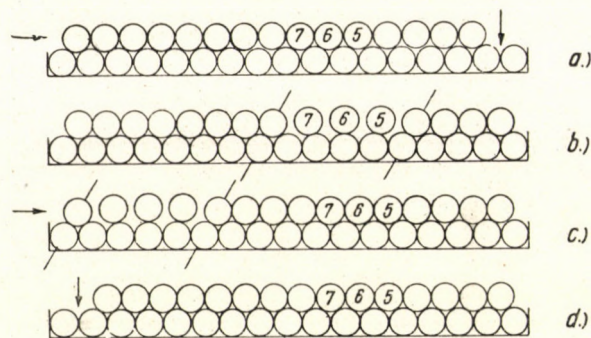


Abb. 17. Verhalten einer Taylorschen Dislokation beim Gleiten der Gitterflächen. Modell der mit einer geringen Schubspannung beginnenden bleibenden Verformung (nach Andradz)

Reihe, also um eine halbe Atomentfernung verschoben, eine obere Reihe Holzzylinder so, wie dies Abb. 17a zeigt. Deren Grundflächen repräsentieren diejenige Atomreihe, deren Gleiten wir zu untersuchen wünschen. Passen wir an die Achsenenden der oberen Reihe vorn und hinten je ein schwach gespanntes Gummiband an und heften die Zylinderreihe dadurch zusammen, dass wir die spitzigen Stahlachsen der Holzzylinder durch die schwach gespannten Gummibänder stecken. Auf diese Weise hält die obere Zylinderreihe entlang ihrer Mittellinie elastisch zusammen. Die Zylinder können sich um ihre Achsen nicht drehen.

Üben wir auf die obere Zylinderreihe am linken Ende, in Richtung des in der Abbildung eingezeichneten Pfeiles, eine Druckkraft aus, d. h. versuchen wir die obere Atomreihe auf der unteren Atomreihe zu verschieben. Dies gelingt weder mit grosser, noch mit kleiner Kraftaufwendung.

Stellen wir in der Nähe des rechten Endes der oberen Zylinderreihe gemäss Abb. 17b eine Auflockerung her, d. h. legen wir die ersten vier Zylinder um eine »Einbuchtung« weiter nach rechts. Das Gummiband erlaubt das. Die benachbarten einigen Zylinder verlassen ihren regulären Platz: es entsteht eine auf-

geloockerte Stelle. In der Umgebung dieser Auflockerung entsteht im Gummi-band eine Spannung. In der Abbildung füllen jetzt in der oberen Reihe fünf Zylinder ebensoviel Platz ein, wie in der unteren Reihe sechs Zylinder. Denjenigen Abschnitt, wo die Atomordnung in dieser Weise noniusartig fehlerhaft ist, nennen wir eine Dislokation (ein Element einer Taylorschen Dislokationsfront).

Üben wir hiernach von neuem eine Druckkraft auf das linke Ende der oberen Zylinderreihe aus, jedoch nur ganz schwach. Der fehlerhafte Abschnitt, d. h. die Dislokation, setzt sich *entgegen* der kleinen Druckkraft, d. h. entgegen der Gleitspannung, in Bewegung und wandert die Zylinderreihe entlang, entsprechend Abb. 17c. In der oberen Zylinderreihe macht *ein Zylinder nach dem anderen* einen Schritt nach rechts und versetzt sich um einen Zylinderdurchmesser weiter rechts. Auf diese Weise haben wir die ganze obere Zylinderreihe um einen Schritt weiter nach rechts verschoben ohne dass wir die für die *gleichzeitige* Verschiebung des Ganzen notwendige grosse Kraft angewendet hätten.

Eine solche Dislokation ist nichts anderes als eine leere Gitterstelle, sind doch an der Fehlerstelle über 6 Atomen der unteren Reihe nur 5 Atome in der oberen Reihe zu finden, der Platz eines Atoms ist also leer. Aus alledem ist zu ersehen, eine wie grosse Bedeutung für die plastische Verformung die Forscher auf dem Gebiet der Mechanik und die Physiker einem gewissen System der leeren Gitterstellen zuschreiben. Wenn wir diese Ansichten akzeptieren, so erhalten wir ein Modell, mit welchem wir den Einfluss von äusserst geringen Konzentrationen von Fremdatomen auf die bleibende Formänderung und die sonstigen technologischen Eigenschaften erklären können. Das nachstehende Beispiel ist eine ausgezeichnete Illustration hiefür.

6. Die Rolle der verunreinigenden Atome in der Entstehung der oberen Fließgrenze (yield point)

Das Zerreißdiagramm von sehr reinen Eisendrähten, in welchen weniger als 0,0001% C enthalten ist (d. h. weniger als ein 10^{-6} Teil), ist in Abb. 18a dargestellt. Wenn der Kohlenstoffgehalt jedoch nur ein wenig höher ist, z. B. 0,0003% beträgt, so nimmt das Zerreißdiagramm die Form nach Abb. 18b an. Diese Erscheinung wurde in den letzten Jahren sehr gründlich untersucht [54] und hat zu Feststellungen geführt, die von allgemeinem Interesse sind. Die obere Fließgrenze (Y) entsteht dadurch, dass die Kohlenstoffatome, welche etwas grösser sind als der zwischen den Eisenatomen ihnen zur Verfügung stehende Raum, in die aufgelockerten Abschnitte der Dislokationen diffundieren, weil sie dort besser Platz finden. Hierdurch erschweren sie die Fortbewegung (das Ingangsetzen) der Dislokationen aus ihren Ruhelagen. Um eine solche Dislokation aus ihrer Kohlenstoffatmosphäre herauszubewegen, ist eine grössere Gleitspannung nötig als zur Weiterbewegung der ihre Kohlenstoffatomumgebung schon verlassenen Dislokation (Z).

Das Auftreten von oberen Fließgrenzen wurde auch bei anderen Metallen beobachtet. Oft löst der im Metallgitter aufgelöste Stickstoff diese Erscheinung aus, welche bei Cd, Zn, β -Messing und Mo beobachtet und eingehend untersucht worden ist. P. TÚRY und I. KRAUSZ (KERÉNYI) haben schon 1936 beschrieben [55], dass beim Glühen von sehr reinen Molybdändrähten in reinem Stickstoff die Drähte mehr oder weniger stickstoffhaltig und hierdurch brüchig werden und es erscheint in ihren Zerreißdiagrammen eine obere Fließgrenze.

Dies alles unterstützt stark die Vorstellung, wonach schon sehr kleine Verunreinigungen dadurch die Verformbarkeit der Metalle beeinflussen, dass sie mit den Dislokationen in ihre Bewegung hemmende Wechselwirkung treten.

In welcher Konzentration enthalten die wirklichen Metallkristalle Dislokationen? Nach den verlässlichsten Erwägungen und Bestimmungen [45] [46] durchschneidet in einem gut weichgeglühten Metallkörper eine Fläche von 1 cm^2

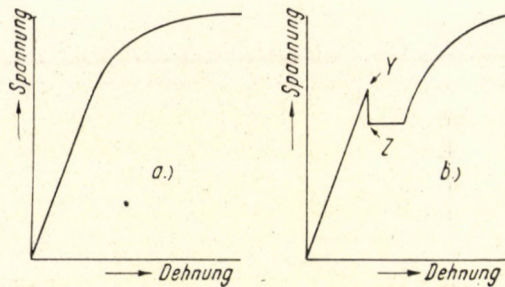


Abb. 18. Zerreißdiagramm von ganz reinem Eisen sowie von ungefähr 0,0003% C enthaltenem Eisen, welch letzteres die Erscheinung der oberen Fließgrenze zeigt

ungefähr 10^8 Dislokationsfronten. Eine Front erstreckt sich im Durchschnitt auf 10^4 Atomentfernungen. Daraus kann die Konzentration der am stärksten dislozierten Atome zu $10^{16}/\text{cm}^3$ errechnet werden. Das ist der 10^{-7} Teil sämtlicher Atome. Andererseits zeigen sowohl die Erscheinung der oberen Fließgrenze, wie auch unsere hier besprochenen Untersuchungen über Wolfram, dass eine Konzentration von ungefähr 10^{-6} von gewissen Fremdatomen die technologischen Eigenschaften schon stark beeinflussen kann. In dieser guten größenordnungsmässigen Übereinstimmung sehen wir eine Bestätigung unserer Ansichten über die Wirkung von kleinen Verunreinigungen.

7. Über den Einfluss von kleinen Mengen fremder Atome auf die mechanisch-technologischen Eigenschaften von polykristallinen Metallkörpern

Haben wir uns mit den vorstehenden Ausführungen nicht allzu sehr von den wissenschaftlichen Fragen der Wolframtechnologie in Richtung der allgemeinen Fragen der Metalltechnologie entfernt?

Womit haben wir uns bis jetzt beschäftigt? Wir haben uns mit dem Zusammenhang zwischen den Spuren der Zusätze im gesinterten Wolframmetall und den nützlichen Eigenschaften des Wolframdrahtes beschäftigt und haben feststellen können, dass der Vorgang der Kristallisation und der Rekristallisation von im Metallgitter in einer Konzentration von 10^{-6} gelösten bestimmten Fremdatomsorten geregelt wird. Ferner haben wir gezeigt, dass die kleinen Verunreinigungen, ausser der eventuellen mechanischen Verunreinigung der Kristallgrenzen, in ein- und derselben Kombination sowohl auf die Kristallisationsvorgänge wie auch auf die mechanisch-technologischen Eigenschaften des Wolframs einwirken und haben die Bedeutung des 10^{-5} — 10^{-7} Konzentrationsbereichs der verunreinigenden Atome auch für die übrigen Metalle erkannt.

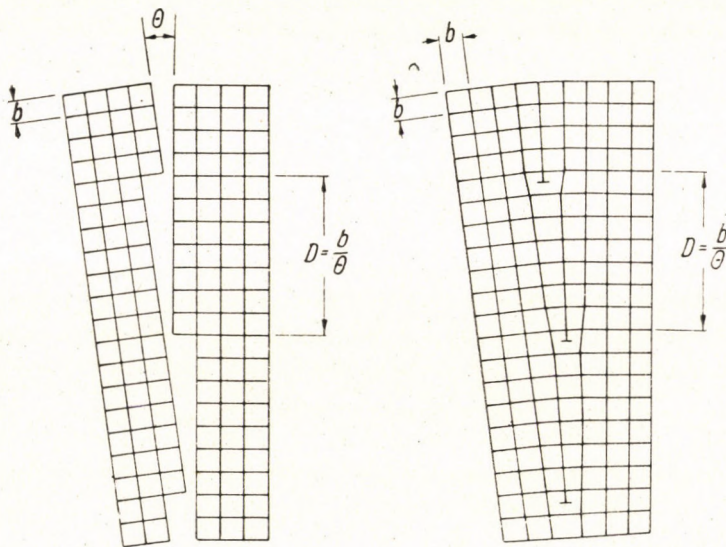


Abb. 19. Dislokationsstellen, welche beim Zusammentreffen von Kristallgitterteilen mit kleinem Unterschied in der Orientierung entstehen und sich im Grenzgebiet in regelmässigen Abständen wiederholen

Aus den bisherigen Ausführungen geht vielleicht nicht genügend klar hervor, ob diese Feststellungen auch für *polykristalline*, oder sogar für *bearbeitete polykristalline* Metallkörper gültig sind. Sind doch in diesen so viele Kristallitgrenzen, Mosaikblockgrenzen, ja sogar Fasergrenzen usw. vorhanden, dass ihre Eigenschaften nicht so sehr von den Eigenschaften des Gitters selbst, als viel eher vom Verhalten der Grenzbezirke bestimmt werden. Spielen nicht im Verhalten dieser Grenzbezirke die kleinen Kristallite der Verunreinigungen, also die sogenannten interkristallinen Verunreinigungen (Einschlüsse) eine grössere Rolle, als die im Gitter gelösten Fremdatome?

Es besteht kein Zweifel, dass die mechanischen Verunreinigungen der Grenzflächen — *wenn ihre Anzahl bedeutend ist* — die Bearbeitbarkeit stark

verringern. Wir haben schon erwähnt, dass z. B. die Bearbeitbarkeit wesentlich besser wird, und dabei die guten Eigenschaften des GK-Metalls in Stäben und in Drähten in gleicher Weise erhalten bleiben, wenn wir aus einem Wolframstab die Verunreinigungen der Begrenzungsflächen weitgehend verdampfen oder herauslösen und einen solchen metallischen Körper herstellen, welcher Verunreinigungen nur mehr in einer Konzentration von 10^{-6} enthält. Dies kann der Entfernung der interkristallinen Verunreinigungen zugeschrieben werden. Die Bearbeitbarkeit eines derartigen GK-Metalls nähert sich jedoch noch immer nicht der ausgezeichneten Bearbeitbarkeit des KAl-Metalls, von welcher bereits die Rede war. Haben vielleicht gewisse Arten von Fremdatomen eine ebensolche, die Bildsamkeit verringernde Wirkung auf die Kristallitgrenzen, wie auf die Dislokationen?

Wir wollen — um dieser Frage näherzukommen — untersuchen, wie die Atome an der Grenze von zwei solchen Kristalliten angeordnet sind, welche sich in ihrer Orientierung voneinander nicht stark unterscheiden. Abb. 19 zeigt, dass an so einer Grenze die meist gestörten (horizontalen) Atomreihen im Abstand $D = \frac{b}{\theta}$ regelmässig aufeinander folgen. (Hier ist b die Gitterkonstante, θ der Unterschied zwischen den Orientierungen der beiden Gitterbereiche in Radian.) Unmittelbar über ihnen sind so dicht wie möglich aneinandergereihte waagrechte Atomreihen zu finden. Zusammen sind solche Reihopaare nichts anderes, als leicht gebogene, waagrechte Liniendislokationen mit ihren zugehörigen Gitterauflockerungen und -verdichtungen. Die Kristallitgrenzen der polykristallinen Kristallkörper bestehen unseren heutigen Anschauungen nach zum grossen Teil aus Gebilden solcher Dislokationselemente [45] [46]. Diese können von den sie aufsuchenden und sich an sie anschliessenden Fremdatomen ebenso an der Ortsveränderung behindert werden, wie die inneren Dislokationen der Kristallite. Die formänderungsverhindernde Wirkung der Fremdatome und Atomkombinationen kann sich daher an den Kristallitgrenzen (sowohl in deformierten wie auch in nicht deformierten Metallkörpern) ebenso entfalten, wie im Inneren der Kristallite. Es besteht kein Zweifel, dass die Verringerung der Bildsamkeit von polykristallinen Körpern durch bestimmte Fremdatomarten auch dadurch erklärt werden kann, dass diese Fremdatome auch die Dislokationen der Kristallitengrenzen mit stabilisierenden Fremdatom-Atomsphären umgeben.

Nach der Meinung des Verfassers ist jedoch dies nicht die wesentlichste deformationsverhindernde Wirkung von gewissen Arten von Fremdatomen. Eine Liniendislokation ist kein so einfaches Gebilde, wie dies die allzu einfache Abb. 17 veranschaulicht, sie ist vielmehr von Natur aus eher entsprechend Abb. 19 ein wenig gebogen [45] [46], ob sie nun im Innern des Kristallits liegt oder an seiner Grenze. Ausserdem muss man noch folgendes beachten: während eine Liniendislokation sich die Gleitfläche entlang bewegt, gelangt

jedes einzelne Atom (in einem gegebenen Augenblick z. B. das mit 6 bezeichnete Atom in Abb. 17a) während der Anteilnahme an dem Dislokationsgebilde — während es sich aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage seitlich und nach oben wegbewegt — genau über ein Atom der unteren Atomreihe (Abb. 17b) und gelangt dann, während der Weiterbewegung der dislozierten Stelle, in eine von seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage um einen Gitterabstand weiter liegende Gittergleichgewichtslage (Abb. 17c). Währenddessen bleibt das Atom z. B. mit dem »überschrittenen« Atom der unteren Reihe in ständigem Zusammenhang, das heisst in metallischer Bindung, woraus folgt, dass die Richtung seiner Bindung im gegebenen Fall um 60° verändert wird. Demzufolge sind die Bindungen der benachbarten Atome, wenn während einer bleibenden Verformung an den Gitterebenen Dislokationen fortschreiten, gezwungen mit gelenkartiger Bewegung seine Richtung zu ändern. Die Natur der metallischen Bindung ist derart, dass die Atome der Metallkristalle dazu fähig sind, sind doch die Metalle bildsam. Unabhängig von jeder Theorie bedeutet dies, dass die Bindungen der Metallatome untereinander gelenkartig in andere Richtung gelenkt werden können ohne dass sie reissen, schwächer werden oder dagegen einen nenneswerten Widerstand leisten würden. Mit anderen Worten: die metallische Bindung ist mehr oder weniger kugelsymmetrisch. Es scheint mir jedoch, dass nicht jede Art von Atomen zu diesen voneinander unabhängigen, bedeutenden Richtungsänderungen der Bindungen an die Nachbarn befähigt ist. Ich stelle mir vor, dass wenn sich an der in Abb. 19 mit \perp bezeichneten Stelle (in Mitte der Dislokation) ein derartiges Fremdatom befindet, welches mit Valenzelektronengruppen von kugelsymmetrischer Valenzfunktion $(s)^1$, $(s)^2$ oder mit $(s)^2(p)^1$ an der kollektiven Elektronenschar des Grundmetalls teilnimmt und daher nötigenfalls auch selbst zu einer richtungsunabhängigen Valenzbetätigung befähigt ist, dass dann diese 1-, 2- oder dreiwertigen Fremdmetailatome (z. B. K, Be, Al) mit ihren sich gelenkig anpassenden Bindungen kaum ein Hindernis für das Fortschreiten der Dislokationen, die Verschiebung der Kristallitgrenzen oder deren Entstehung bedeuten. Meiner Meinung nach entsteht Widerstand gegenüber der Deformation nur dann, wenn an der mit \perp bezeichneten Stelle ein Fremdatom von solcher Art sitzt, welches bei seiner Valenzfunktion im allgemeinen mehr als ein p-Elektron betätigt, wie z. B. die Atome von O^{II} , S^{II} , N^{III} , P^{III} , As^{III} , C^{IV} , Si^{IV} , Sb^V usw., weil die p-Elektronen wegen des *aufeinander* senkrechten Richtungszwanges ihrer Bahnen zu einer voneinander unabhängigen gelenkigen Valenzbetätigung nicht befähigt sind. Erläutern wir dies durch Beispiele.

Wenn in irgendeinem Metallgitter ein Al^{III} Atom entsprechend seinem Elektronenaufbau $1s^2$, $2s^2$, $2p^6$, $3s^2$, $3p^1$ gleichzeitig durch 3 Valenzelektronen mit den benachbarten Metallatomen in Verbindung steht, so behindern die zwei 3s Elektronen — da ihre s-Funktion kugelsymmetrisch ist — nicht die Richtungsänderung der Bindung; aber die Richtungsänderung wird auch

von dem einzigen 3p Elektron mit länglicher p-Funktion nicht behindert, weil dieses im Raum *wohin immer* gerichtet sein kann und so ohne Behinderung im Raume den Dislokationsbewegungen der angeschlossenen benachbarten Atome folgen kann.

Wenn jedoch an der Stelle des Al^{III} Atoms ein N^{III} Atom mit seinem Elektronenaufbau $1s^2, 2s^2, 2p^3$ sitzt, so betätigt es dort seine drei Valenzelektronen, welche als p-Elektronen immer zu einander rechtwinkligen Verhalten gezwungen sind. Die aufeinander bezogene vorgeschriebene Richtung der von diesen Elektronen bewirkten Bindungen — im allgemeinen die von mehr als einem p-Elektron bewirkten Bindungen — können den aufeinander bezogenen Richtungsänderungen, welche das Fortschreiten der Dislokationen von den Bindungen der Atome verlangt, nur gezwungen — wenn überhaupt — folgen, und erschweren oder verhindern dadurch die bildsame Formänderung.

Wahrscheinlich ist dies der Grund, weswegen die mit der Bildsamkeit zusammenhängenden Eigenschaften der meisten Metalle so empfindlich gegen Sauerstoffspuren sind, sowie davon, dass eben die aufgezählten und chemisch verwandten Fremdatome es sind, welche noch in einer Konzentration von z. B. 10^{-5} in einigen Metallen Brüchigkeit verursachen. Meiner Meinung nach verursachen sie die Brüchigkeit nicht dadurch, dass sie Oxyd-, Sulfid- usw. Einschlüsse an den Kristallitgrenzen bilden, sondern dadurch, dass sie die Dislokationen festhalten (blockieren). Es ist bekannt, wie gering die S- oder P-Konzentration ist, welche im Eisen Brüchigkeit verursacht, oder diejenige As-Konzentration, welche Kupfer, oder diejenige N-Konzentration, welche Molybdän brüchig macht. Es sind dies solche Konzentrationen, bei welchen wir nur vereinzelt an den Kristallitgrenzen Einschlüsse finden. Meines Erachtens sind nicht diese Einschlüsse selbst die Ursache der Brüchigkeit. Ihr Vorhandensein zeigt nur die Tatsache an, dass die Dislokationen (auch an den Kristallitgrenzen) schon mit verunreinigenden Atomen gesättigt und blockiert sind. Die Brüchigkeit kann auch dann bestehen, wenn wir Einschlüsse überhaupt nicht sehen. Zur Beseitigung der Brüchigkeit müssen nicht so sehr die Kristallitgrenzen von den Einschlüssen befreit werden, als vielmehr die verunreinigenden Atome den Dislokationen entzogen werden.

So wird es verständlich, warum man Kupfer sozusagen honigartig bildsam machen kann durch Zulegieren von einigen Zehntelprozent Lithium: aus den Dislokationen entzieht das Lithium die Sauerstoffatome, dadurch werden die Dehnungseigenschaften verbessert und dieselben werden weder von den Li_2O -Einschlüssen verschlechtert — deren sporadisches Vorhandensein nicht von entscheidendem Einfluss ist — noch von den überschüssigen Li-Atomen, denn diese sind zu gelenkartigen Bindungen befähigt. Wir verstehen nun auch, weswegen man brüchiges gegossenes Molybdän mit einem Sauerstoffgehalt von $\leq 0,05\%$ durch Zulegieren von $0,4\%$ Al bearbeitbar machen kann [55]. Ein derartiges sauerstoffhaltiges, aber ansonsten sehr reines Metall ist

brüchig und an seinen Kristallitgrenzen sind MoO_2 -Einschlüsse zu finden. Nach Zulegieren von Al ist das Metall jedoch verformbar, obwohl jetzt Al_2O_3 -Einschlüsse darin enthalten sind. Nicht diese oder jene Zusammensetzung der Einschlüsse ist hier der entscheidende Faktor, sondern die Tatsache, dass die Al-Atome die O-Atome aus den Dislokationen entfernen, während die überschüssigen Al-Atome zu gelenkartigen Bindungen befähigt sind, nicht so wie die O-Atome. L. GILLEMOT machte mich auf den Umstand aufmerksam, dass bei mit Titan legierten Stählen von z. B. 0,18% C-Gehalt bei einem etwa vierfachen Titangehalt eine überraschend niedrige Fließgrenze erscheint (13–14 kg/mm^2) [61], vielleicht eben deswegen, weil bei diesen Proportionen das Titan den Kohlenstoffgehalt so weitgehend bindet, dass es sogar aus den Dislokationen die Kohlenstoffatome entzieht.

Was bedeutet dies alles für die Wolframforschung? Es bedeutet dies vor allem die Erkenntnis, dass die Erklärung für die beinahe gleich gute Bearbeitbarkeit des reinen Wolframs und des KAl-Metalls darin zu finden ist, dass die Fremdatome des KAl-Metalls — die K- und Al-Atome — zu gelenkiger Bindung befähigt sind, und dass die schwierigere Bearbeitbarkeit des GK-Metalls daher stammt, dass darin auch Spuren von »starren« Si^{IV} -Atomen enthalten sind. Es ist möglich, dass diese nicht nur in dem zwischen 1500°C und 700°C liegenden Temperaturbereich der mechanischen Bearbeitung die Bewegung der Dislokationen erschweren, sondern in grossem Masse auch dazu beitragen, dass die grosskristallinen GK-Glühspiralen z. B. bei 2500°C während 1000 Stunden ihre ursprüngliche Gestalt unverändert beibehalten, und in ihnen kein andauerndes Fließen — mit anderen Worten »creep« — auftritt. Wir haben die Absicht, diese interessante Frage weiter zu verfolgen.

*

Es kann wohl scheinen, dass diese Gedanken den Rahmen der wissenschaftlichen Forschung und deren praktischer Anwendung stark überschreiten. Dem ist nicht so. Solche Anschauungen fördern die Forschung in bedeutendem Masse, denn sie führen oft zu nützlichen Folgerungen und geben im Verlauf ihrer Bestätigung oder Widerlegung auch Gelegenheit zu neuen Beobachtungen.

Es besteht kein Zweifel, dass unsere Ansicht, wonach in den gegenwärtigen Wolframmetallen nur ein sehr kleiner Bruchteil der Verunreinigungen die nützlichen technologischen Eigenschaften hervorruft und wonach dieser kleine Teil im Gitter und an den Kristallitgrenzen atomdispers verteilt ist, schon zu sehr nützlichen wolframtechnologischen Verfahren geführt hat — obwohl wir dasselbe von unseren neuen Ansichten über das gelenkige oder starre Verhalten der die Kristallitgrenzen verunreinigenden Atome heute noch nicht sagen können. Die lange Sinterung der Wolframstäbe in porösem Zustand [44] und die im Verlauf der Reduktion bei WO_2 -Zusammensetzung angewandte

gründliche Mischung [59] sind zwei solche neue technologische Verfahren, welche einerseits von unseren Anschauungen herkommen, andererseits schon jetzt für die Glühlampenindustrie von Nutzen sind.

Wenn wir jedoch den heutigen Stand der Wolframforschung nicht unter dem Gesichtswinkel der Praxis, sondern hauptsächlich vom Standpunkt des auf dem Gebiet der naturwissenschaftlichen Erkenntnis erzielbaren Fortschritts betrachten, dann sei es mir gestattet hier die Aufmerksamkeit auf einige vielversprechende Forschungsgebiete zu lenken, welche ebenfalls nicht nur mit unseren bisherigen Versuchen in engem Zusammenhang stehen, sondern auch mit unseren Anschauungen.

Ich glaube, dass eine Untersuchung der Wasserdampflichkeit der W- und Mo-Oxyde, welche sich auch auf die elektronendiffraktometrische Untersuchung des Gasraums erstrecken würde, die grundlegende chemische Frage klären könnte, welche Verbindung in einem Gasraum von hoher Temperatur zwischen den H_2O und den Oxydmolekülen besteht.

Ich denke, dass die Fortsetzung unserer sogenannten Robinson-Versuche — bei denen die Rekristallisationsvorgänge von glühenden Wolframfäden mittels Abbildung durch die eigene Elektronenemission der Drähte beobachtet werden können — wertvolle Aufklärungen liefern werden darüber, in welcher Weise bei der Rekristallisation die Wolframkristalle entstehen und wachsen und was für ein Unterschied in dieser Hinsicht zwischen den mit verschiedenen Zusätzen hergestellten Wolframdrähten besteht.

Es gibt kaum einen Zweifel, dass die thermogravimetrischen, thermoanalytischen und röntgenographischen Untersuchungen, welche auf die Herstellung von β -Wolfram in grösserer Menge und die Klärung seiner Rolle bei der Reduktion abzielen, neben ihrer praktischen Bedeutung, auf diesem schon als abgeschlossen betrachteten Gebiete auch erhebliche internationale Aufmerksamkeit erregen und auch weiterhin erwecken können.

Aber ebenso wäre es ausserordentlich interessant, sowohl vom allgemein metallographischen Standpunkt, wie auch vom wolframtechnologischen Standpunkt, wenn wir klären könnten — z. B. mittels mikrofunkspektroskopischer Analyse usw. —, ob die bei der Rekristallisation entstehenden Kristallgrenzen ähnlich wie die Kristallitgrenzen der gegossenen Metalle auch Akkumulationsstellen von gewissen Verunreinigungen sind oder nicht. Mit anderen Worten: tritt auch in Rekristallisationsvorgang an der Grenze des wachsenden Kristalles eine Segregation (Seigerung) auf?

Ich könnte die Aufzählung der Fragen fortsetzen, eine ist interessanter als die andere. Da diese sich aber beinahe freiwillig darbieten, darf ich zum Abschluss vielleicht sagen: es würde mir eine Freude sein, wenn es mir in meiner Vorlesung wenigstens teilweise gelungen wäre vorzuführen, dass die ungarische Wolframforschung neben ihren praktischen Zielsetzungen immer — und heute in gesteigertem Masse — auch wissenschaftliche Ziele und Bestrebungen verfolgt hat.

SCHRIFTTUM

1. S. JUST und F. HANAMAN : Ung. Patent 34.541 (1904) und Brit. Patent 23.899 (1904).
2. COOLIDGE : Brit. Pat. 23.499 (1909).
3. ALADÁR PACZ : USA Pat. 1.410.499 (1920).
4. J. LANGMUIR : A. J. E. E. Journ. 32, 1931 (1913). USA Pat. 1.180.159 (1916).
5. I. TARJÁN und P. TÚRY : Ung. Pat. 91.980 (1924).
6. T. MILLNER und P. TÚRY : Ung. Pat. 106.268 (1933). USA Pat. 2.012.825 (1935).
7. R. ABEGG, FR. AUERBACH : Handbuch der anorganischen Chemie, Bd. IV., Abt. 1, 2. Hälfte, S. Hirzel, Leipzig 1921.
8. H. ALTHERTUM : Wolfram. Fortschritte in der Herstellung und Anwendung in den letzten Jahren. F. Vieweg, Braunschweig, 1925.
9. C. ZWIKKER : Physische eigenschappen von Wolfram bij hooge temperaturen. (Doktor-dissertation) Amsterdam, 1925.
10. E. LAX, M. PIRANI : Wolfram. G. Gelhoff, Lehrbuch der technischen Physik. Bd. III. J. A. Barth, Leipzig, 1929.
11. Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. VIII. Aufl. Wolfram. System-Nummer 54 (Verl. Chemie, Berlin) 1933.
12. W. E. FORSYTE, E. Q. ADAMS : The tungsten filament incandescent lamp. Denison University Bulletin. Journ. Scient. Lab. Vol. XXXII, USA 1937.
13. K. C. LI, C. J. WANG : Tungsten. Reinhold Publishing Corp. New York, 1943.
14. T. MILLNER und P. TÚRY : Wolframfabrikation (ungarisch). Mérnöki Továbbképző Intézet, Bd. XXVI, Heft 42, 1944.
15. B. I. O. S.-Report No. 1431. (1945). Tungsten and Molybdenum Metallurgy of Japan.
16. B. I. O. S.-Report No. 962. (1945). H. R. WILLIAMS : Production of tungsten wire and processing of Scheelite.
17. B. I. O. S.-Report No. 684. (1945). J. S. HARRISON, H. WILLIAMS, R. W. REES : Production of Molybdenum and Tungsten for Radio Valves and Electric Lamps. Metallwerk Plansee, Reutte.
18. F. I. A. T.-Report No. 413. (1945). D. E. TESEN : Report on Tungsten and Molybdenum Wire.
19. T. F. SMEATON : Tungsten : Its Preparation for Use in Electronics and Carbide Products. The Institution of Mining and Metallurgy. The Refining of Non-Ferrous Metals. Proceedings of a Symposium held in London in July 1949. P. 367—390.
20. C. J. SMITHELLS : Tungsten (II. Edition 1936), III. Edition 1952. Chapman and Hall, London.
21. C. C. GEE : Fine Tungsten and Molybdenum Wire for Electron Tubes. The Wire Industry Vol. 20. (1953) I. 977—981, II. 1075—1080.
22. C. ACTE, J. VACEK : Wolfram a Molybden. Praha, 1954. Státní Nakladatelství Technické Literatury.
23. T. MILLNER : Bericht über die auf dem Gebiet des Wolframs durchgeführten Forschungsarbeiten (ungarisch). M. T. Akad. Műszaki Közleményei, Budapest. XVI. No. 1. 99—109, 1955.
24. A. A. BRIGHT, Jr. : The electric-lamps industry. McMillan Co. New York, 1949.
25. T. MILLNER, J. NEUGEBAUER : Volatility of the Oxydes of Tungsten and Molybdenum in the Presence of Water Vapour. Nature. 163. 601—602. (1949).
26. C. A. HUTCHINSON, F. G. MALM : J. Am. Chem. Soc. 71, 1338 (1949).
27. T. MILLNER, J. NEUGEBAUER : Noch nicht veröffentlichte Feststellung.
28. T. MILLNER : Die colorimetrische Aluminiumbestimmung mittels Eriochromcyanin-R. I. Die Grundlagen. Z. analyt. Chem. 113, 83—102. 1938.
29. T. MILLNER und F. KÚNOS : Die colorimetrische Aluminiumbestimmung mittels Eriochromcyanin-R. II. Teil. Die Methode. Z. analyt. Chem. 113, 102—119. (1938).
30. T. MILLNER : Kolorimetrische Aluminiumbestimmung mittels Eriochromcyanin-R. (ungarisch). Magy. Tudom. Akad. Értesítője, Budapest. LVII. 584. (1938).
31. T. MILLNER und F. KÚNOS : Die Bestimmung von Aluminiumspuren in Wolframsäure und Wolframmetall (ungarisch). Magyar Kém. Egy. Közlemények, Budapest, 68—75. (1939).
32. T. MILLNER und J. NEUGEBAUER : Die kolorimetrische Bestimmung von kleinen Mengen von Verunreinigungen in Wolfram (ungarisch). Magyar Kém. Folyóirat 57, 321—330. (1951).
33. J. NEUGEBAUER, A. HEGEDÜS und M. DVORSZKY : Noch nicht veröffentlichte Arbeit. 1954.
34. J. NEUGEBAUER : Die Herstellung von Wolframsäure aus Wolframtertz mittels Sublimation. Noch nicht veröffentlichte Arbeit (1953).
35. B. KOPELMAN : Some Factors Affecting Particle Size of Hydrogenreduced Tungsten Pow-

- der. American Institute of Mining and Metallurgical Engineers Technical Publication. No. 2100. (1946).
36. B. KOPELMAN: Nature of Metal Prepared by Reduction of Oxydes. W. E. Kingston. The Physics of Powder Metallurgy (Symp. 1949). Chapter 18. P. 303—310. McGraw-Hill. New York. 1951.
 37. A. J. HEGEDÜS, T. MILLNER, J. NEUGEBAUER, K. SASVÁRI: Thermo- und röntgenanalytischer Beitrag zur Reduktion des Wolframtrioxyds. Z. anorg. all. Chem. 281, 64.—82. (1955).
 38. K. FUNAKI, K. ASADA: J. electrochem. Soc. Japan, 18, 250. (1950).
 39. K. FUNAKI, T. OGAWA: J. electrochem. Soc. Japan, 18, 198. (1950).
 40. N. J. PETCH: Nature, 154, 337. (1944).
 41. H. P. ROOKSBY: Nature, 154, 337. (1944).
 42. M. G. CHARLTON, G. L. DAVIS: Allotropes of Tungsten. Nature 175, 131. (1955).
 43. O. COLLENBERG, B. SANDBERG: Katalytisk reduktion av wolframtrioxyd med väte. Svensk Kemisk Tidskrift. 53, 192—201. (1941).
 44. T. MILLNER, J. NEUGEBAUER: Verfahren zur Steigerung der Gleichmässigkeit von aus Wolframmetallpulver hergestellten Metallkörpern (ungarisch). Ung. Pat. 143.027. (1954).
 45. A. H. COTRELL: Dislocations and Plastic Flow in Crystals. Oxford, Clarendon Press, 1953.
 46. W. T. READ: Dislocations in Crystals. McGraw-Hill, London, 1953.
 47. L. SASS und T. MILLNER: Noch nicht veröffentlichte Untersuchungen (1953).
 48. T. MILLNER und L. SASS: Noch nicht veröffentlichte Untersuchungen (1954—1955).
 49. S. REJTŐ: Die Grundprinzipie der theoretischen mechanischen Technologie und die Technologie der Metalle (ungarisch). Bd. II., 1924.
 50. T. MILLNER, L. SASS: Noch nicht veröffentlichte Untersuchung. (1954, 1955).
 51. J. J. FRENKEL: Einführung in die Theorie der Metalle (ungarisch). Akadémiai Kiadó, Budapest 1951.
 52. J. SZ. ÜMANSZKY, B. H. FINKELSTEIN, M. E. BLANTER: Die physikalischen Grundlagen der Metallographie (ungarisch). Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.
 53. E. N. DA C. ANDRADE: The physics of the deformation of metals. Endeavour, IX. 1950. 165.
 54. F. R. NABARRO: Mechanical effects of carbon in iron. Report of a Conference on Strength of Solids. The Physical Society, London 1948.
 55. Brit. Pat. 741, 360 (1955).
 56. J. VERŐ: Allgemeine Metallographie II. Die Eigenschaften der Metalle und Legierungen (ungarisch). Akadémiai Kiadó, Budapest, 1956.
 57. N. F. MOTT: Nature. 171. 234 (1953).
 58. T. MILLNER: Die Dislokationen und die technologischen Eigenschaften der Metalle (ungarisch). Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest, No. 2754, 1954.
 59. T. MILLNER, J. NEUGEBAUER: Verfahren zur Steigerung der Gleichmässigkeit von aus Wolframmetallpulver hergestellten Metallkörpern durch gründliche Durchmischung des während der Reduktion entstandenen WO_2 -Pulvers.
 60. H. HARTMANN, F. EBERT u. O. BRETSCHNEIDER: Z. anorg. allg. Chem. 198, 116 (1931).
 61. L. GILLEMOT: Mit Titan legierte Baustähle (ungarisch). Magyar Tud. Akad. Műsz. Oszt. Közleményei (Mitteilungen der Sektion für Technische Wissenschaften der Ung. Akad. der Wiss.), Bd. X, S. 231 (1953).

ZUSAMMENFASSUNG

Auf Grund jahrzehntelanger Betriebserfahrungen und Forschungstätigkeit werden diejenigen praktischen Erfahrungen und wissenschaftlichen Erkenntnisse kurz zusammengefasst, welche bis 1945 die Grundlagen der ungarischen vakuumtechnischen Wolframzerzeugung bildeten. Nachher werden die seitdem gewonnenen, grösstenteils noch unveröffentlichten Ergebnisse mitgeteilt, welche sich auf die wissenschaftlichen Fragen der Technologie und der Eigenschaften des vakuumtechnischen Wolframmetalles beziehen. Aus diesen sollen hier folgende Tatsachen und Erkenntnisse erwähnt werden. (1). Die Wolframoxyde werden in Gegenwart von Wasserdampf schon unterhalb 1000°C leichtflüchtig. Darauf beruht die »Kornvergrößerung« der W-Teilchen bei der Reduktion, womit die wirksame Einverleibung von Zusatzspuren am engsten zusammenhängt. (2). K, Si und Al Spuren verursachen in W-Stäben und Drähten nur gemeinsam Grosskristallstruktur, usw. in einer num. Konzentration von nicht höher als 10^{-5} . Höchstwahrscheinlich sind nur die im Gitter gelösten Spuren wirksam. (3). Unterhalb 650°C bildet sich während der Reduktion β -W, welches sich oberhalb 650°C in α -W umwandelt. Sind dabei höhere Wolframoxyde vorhanden, dann entsteht gleichzeitig WO_2 . Es ist anzu-

nehmen, dass diesem Vorgang bei der wirksamen Einlagerung von Zusatz-Fremdatomen (besonders von K-Atomen) in das W-Gitter eine wesentliche Rolle zukommt. (4). Die technischen Eigenschaften und die nützlichen Kristallisationseigenschaften sind nicht einfach die Folgen einer weitgehenden Reinheit des W-Metalle, sondern die Folgen der Wirkung der Fremdatome, welche Wirkung aber nur bei genügender Reinheit des Grundmetalle zum Vorschein kommt. (5). ZerreiBfestigkeit, Dehnung und Kontraktion von Wolframdrähten werden von Zimmertemperatur bis 800° C durch die Gegenwart von 10^{-5} Spuren von z. B. K, Si und Al nicht beeinflusst. (6). Auch die Vickershärte ist bei Zimmertemperatur von diesen unabhängig. Bei 800° C werden aber gezogene W-Drähte, welche wirksame Si-Spuren enthalten, viel weniger entfestigt, als solche, welche höchstens K und Al Spuren enthalten. Deshalb ist das Ziehen von »K, Al« Drähten viel leichter, als von »K, Si, Al« Drähten. (7). Zwischen 8% und 18% der abs. Schmelztemperatur haben Dehnung und Kontraktion der W-Drähte (und auch der Mo, Fe, Cu usw. Drähte) einen einander entgegengerichteten Temperaturkoeffizient. Dadurch wird es fraglich, ob Dehnung und Kontraktion dieselbe physikalische Ursache haben könnten. (8). Es wird angenommen, dass einer Fremdatomenkonzentration von 10^{-5} — 10^{-6} dadurch die Bedeutung einer Grenzkonzentration zukommt, weil sie in der Nähe der Konzentration der am stärksten dislozierten Atome in den stark bearbeiteten Metallen liegt, und somit mit der Dislokationsdichte zusammenhängt. (9). Es wird die Anschauung entwickelt, dass die plastischen Eigenschaften relativ reiner Metalle besonders durch solche Fremdatome verschlechtert werden, welche sich in den Dislokationen z. B. der Kristallitengrenzen anhäufen und dort mehr als ein p-Valenzelektron betätigen. Diese versteifen die Dislokationen dadurch, dass die relative Richtung ihrer p-Valenzbetätigung zueinander (senkrecht) vorgeschrieben ist. Daraus folgt, dass die Brüchigkeit von Kristallitengrenzen nicht so sehr von z. B. Oxyd- oder Silicidteilchen usw. stammt, sondern vielmehr von einer atomaren Schicht von versteifenden Fremdatomen (z. B. von O, Si usw. Atomen) verursacht wird.

ON THE SCIENTIFIC BASES OF THE PRODUCTION OF METALLIC TUNGSTEN FOR THE ELECTRICAL LAMP INDUSTRY AND OF THE INFLUENCING OF ITS QUALITIES

T. MILLNER

Corresponding Member of the Hungarian Academy of Sciences

SUMMARY

Based on manufacturing experiences and research results gathered over several decades, the practical experiments and scientific results are briefly summarized, which have formed the base of Hungarian Tungsten production until 1945. After that, the results obtained since that time are communicated, which to a large part have not been published yet and which treat the scientific questions of technology and of the qualities of metallic Tungsten for the lamp industry. From these, we mention the following: 1. In the presence of water vapour, Tungsten oxydes become volatile already below 1000° C. This is the base of the "grain size increase" of the W-particles during reduction, which is in close relation to the efficient inclusion of traces of additives. 2. Traces of K, Si and Al cause coarse-grained structure in W-rods and wires only in common, and only in a numeric concentration of not more than 10^{-5} . Most probably only those traces are effective which are dissolved in the lattice. 3. Below 650° C β -W is formed during the reduction, which is transformed into α -W above 650° C. If higher Tungsten oxydes are also present, WO_3 is formed simultaneously. It may be presumed that this plays an essential part during the efficient inclusion of foreign additive atoms (especially K-atoms) in the W-lattice. 4. The technical characteristics and the useful crystallization properties are not simply consequences of a high purity of the metallic Tungsten, but a consequence of the action of the foreign atoms, which action is brought into evidence only with a sufficient purity of the basic metal. 5. Tensile strength, elongation and contraction of W-wires are not influenced, at room temperature and up to 800° C, by the presence of traces of 10^{-5} , e. g., of K, Si and Al. 6. Vickers hardness is also independent of these traces at room temperature. But at 800° C, drawn W-wires, which contain effective traces of Si are much less subject to loss of hardness than wires which contain only traces of K and Al. Therefore drawing of "K, Al" wires is much easier than of "K, Si, Al" wires. 7. Between 8% and 18% of the absolute melting temperature, elongation and contraction of W-wires (and also of Mo, Fe, Cu etc. wires) have temperature coefficients of opposite sign. Therefore it is problematic, whether elongation and contraction may have the same physical cause. 8. It is presumed that a foreign atom-concentration of 10^{-5} — 10^{-6} is a limit concentration, because this value is near to the concen-

tration of the most dislocated atoms in the highly worked metals, and is therefore related to the dislocation density. 9. The view is developed that the plastic properties of relatively pure metals are deteriorated chiefly by such foreign atoms, which are piled up in the dislocations of e. g., the crystallite boundaries, and which act on them more than one p-valency electron, orbitals of which being normal to each other. It follows from that that the fragility of crystallite boundaries does not so much derive from the presence of oxide or silicide particles, but from an atomic layer of rigidifying foreign atoms (e. g. of O, Si etc. atoms).

LES BASES SCIENTIFIQUES DE LA FABRICATION DU TUNGSTÈNE MÉTALLIQUE POUR L'INDUSTRIE DES LAMPES À INCANDESCENCE ET DE L'INFLUENCE SUR SES QUALITÉS

T. MILLNER

Membre correspondant de l'Académie des Sciences

RÉSUMÉ

Partant d'expériences en usine et de recherches scientifiques de plusieurs dizaines d'années, l'auteur résume les connaissances pratiques et les résultats scientifiques qui constituaient la base de la production hongroise de tungstène jusqu'en 1945. Par la suite il communique les résultats obtenus depuis, et en majeure partie non publiés encore, ayant trait aux questions scientifiques de la technologie et aux qualités du tungstène métallique destiné à l'industrie des lampes. Ici nous renvoyons aux suivants : 1. Les oxydes du tungstène deviennent très volatiles en présence de la vapeur d'eau, déjà au-dessous d'une température de 1000° C. Ceci est à la base du «grossissement du grain» des particules de W pendant la réduction, phénomène qui est en relation étroite avec l'incorporation de traces d'additifs. 2. Des traces de K, Si et Al provoquent dans des barres et fils de W la formation d'une structure à large grains, mais en commun seulement, et en cas d'une concentration numérique au-dessous de 10^{-5} . Il est très probable que ce ne sont que les traces dissous dans le réseau qui sont efficaces. 3. En dessous de 650° C, il se forme du β -W au cours de la réaction, qui au-dessus de 650° C se transforme en α -W. Si des oxydes de W d'un ordre plus élevé sont présents, il se forme simultanément du WO_2 . On peut supposer que ce phénomène joue un rôle essentiel au point de vue de l'inclusion efficace des atomes étrangers additionnels (surtout des atomes K) dans le réseau du W. 4. Les propriétés techniques et les qualités de cristallisation utiles ne sont pas simplement les conséquences d'une grande pureté du W métallique, mais une conséquence de l'action des atomes étrangers, cette action ne se manifestant qu'avec une pureté suffisante du métal de base. 5. La résistance à la traction, l'allongement et la contraction des fils de W ne sont pas influencés, à une température ambiante jusqu'à 800° C, par la présence de traces de l'ordre de 10^{-5} , par exemple de K, Si et Al. 6. La dureté Vickers est aussi indépendante de ces traces à la température usuelle. A 800° C, des fils étirés de W, qui contiennent des traces efficaces de Si, perdent beaucoup moins de leur résistance que ceux qui contiennent tout au plus des traces de K et de Al. C'est pourquoi l'étrépage de fils «K, Al» est beaucoup plus facile que l'étrépage de fils «K, Si, Al». 7. Entre 8% et 18% de la température de fusion absolue l'allongement et la contraction des fils de W (et aussi des fils de Mo, Fe, Cu etc.) ont des coefficients de température de sens opposé. Il devient donc problématique, si l'allongement et la contraction peuvent avoir la même cause physique. 8. On suppose que la concentration des atomes étrangers de 10^{-5} à 10^{-6} est une concentration limite, vu qu'elle est à proximité de la concentration des atomes les plus disloqués dans les métaux fortement travaillés, et, pour cette raison, en relation avec la densité de dislocation. 9. L'idée est développée que les caractéristiques plastiques des métaux relativement purs sont détériorés surtout par les atomes étrangers qui s'accumulent dans les dislocations, par exemple dans celles des limites cristallines, et y agissent plus qu'un électron de valence p. Ceux-ci rigidifient les dislocations parce que la direction relative de leurs actions de valence, à angle droit, est prescrite. Il s'ensuit que la fragilité des limites cristallines ne provient pas autant des particules d'oxyde ou de silicide etc., mais d'une couche atomique d'atomes étrangers raidissants (par exemple d'atomes de O, Si etc.).

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПРОИЗВОДСТВА МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ВОЛЬФРАМА
ДЛЯ ВАКУУМНОЙ ТЕХНИКИ И ВЛИЯНИЯ НА ЕГО СВОЙСТВА

Член-корр. АН Венгрии Т. МИЛЛЬНЕР

РЕЗЮМЕ

На основании многолетнего производственного опыта и исследовательских работ дается краткий обзор тех практических навыков и научных познаний, которые до 1945 года служили основой производства вольфрама в Венгрии для вакуумной техники. Далее сообщаются достигнутые позднее, но в большинстве еще неопубликованные результаты, которые относятся к научным вопросам вопросам технологии и свойств вакуум-технического металлического вольфрама. Из них здесь напоминаем следующие факты и данные.

[1]. Окислы вольфрама в атмосфере водяного пара уже ниже 1000°C становятся легко летучими. На этом основывается рост зерна вольфрамовых частиц при восстановлении, с которым тесно связано эффективное внедрение присадок. [2]. Следы К, Si и Al только совместно приводят к крупнокристаллической структуре в вольфрамовых штабиках и проволоках, причем при атомной концентрации не более 10^{-5} . Весьма вероятно, что эффективно действуют лишь следы, растворенные в атомной решетке. [3]. Ниже 650°C при восстановлении образуется $\beta\text{-W}$, который выше 650°C превращается в $\alpha\text{-W}$. Если при этом присутствуют высшие окислы вольфрама, то одновременно образуется и WO_2 . Можно считать, что этот процесс играет значительную роль при эффективном внедрении инородных атомов присадок (особенно атомов К) в решетке вольфрама. [4]. Технические свойства и полезные кристаллизационные свойства не являются просто следствием большой чистоты металлического вольфрама, а следствием влияния инородных атомов, которое однако выявляется лишь при достаточной чистоте основного металла. [5]. Присутствие 10^{-5} следов, напр., К, Si и Al не влияет на временное сопротивление, удлинение и относительное сужение вольфрамовых проволок при температуре от комнатной до 800°C . [6]. Также не зависит от присадок твердость по Виккерсу при комнатной температуре. Но при 800°C натянутые вольфрамовые проволочки, содержащие эффективные следы Si, гораздо меньше «смягчаются», чем проволочки, содержащие лишь следы К и Al. Поэтому волочение «К, Al»-евых проволок идет гораздо легче, чем «К, Si, Al»-евых проволок. [7]. Между 8% и 18% абс. температуры плавления удлинение и относительное сужение вольфрамовых проволок (как и проволок Mo, Fe, Cu и др.) имеют разнозначный температурный коэффициент. Поэтому возникает вопрос, могут ли удлинение и относительное сужение иметь одинаковые физические причины. [8]. Предполагается, что концентрация инородных атомов 10^{-5} — 10^{-6} имеет значение предельной концентрации, потому, что она близка концентрации наиболее дислоцированных атомов в сильно обработанных металлах и, таким образом, связана с плотностью дислокации. [9]. Развивается точка зрения, что пластические свойства относительно чистых металлов ухудшаются особенно такими инородными атомами, которые накапливаются в дислокациях, например, границ зерен и там действуют больше, чем одним валентным электроном. Последние делают хрупкими дислокации тем, что их валентные связи могут осуществляться лишь в определенном направлении. Из этого следует, что хрупкость границ зерен вызывается, напр., не столь частицами окислов, силицидов и пр., а скорее атомным слоем, вызывающим хрупкость инородных атомов (напр., атомов O, Si и т. д.)

DAS KRIECHEN UND DIE VERDICHTUNG HOCHWERTIGER BETONE: KRIECHFESTE BETONE

G. BALÁZS und J. KILIÁN

LEHRSTUHL II FÜR BRÜCKENBAU, TECHNISCHE UNIVERSITÄT FÜR BAUINDUSTRIE
UND VERKEHRSWESEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 29. April 1956]

Einleitung

Nach einer kurzen und allgemeinen Schilderung des Kriechprozesses wird im Kapitel II vorliegender Arbeit das Kriechen und die Verdichtung der in den gespannten Betonkonstruktionen gebräuchlichen hochwertigen Betone behandelt. Im Kapitel III werden sodann die speziellen technologischen Verfahren erörtert, mit deren Hilfe das Schwinden und Kriechen der Betone wesentlich herabgesetzt werden kann.

Die mitgeteilten Versuche wurden im Beton- und Eisenbetonbautechnischen Laboratorium des Lehrstuhls II für Brückenbau im Jahre 1951 begonnen und sind auch zur Zeit noch im Gange. Es werden in dieser Arbeit auf die mit zentrischem Druck belasteten Betonsäulen bezüglichen Versuche mitgeteilt.

I. Allgemeine Erörterung des Kriechprozesses

Es werden in diesem Kapitel die das Kriechen der Betone beeinflussenden Faktoren und die Wirkung dieser Faktoren auf die Grösse des Kriecheffektes kurz zusammengefasst. Es werden die vereinfachenden Annahmen der praktischen Berechnungen und die wesentlicheren praktischen Formeln behandelt. Der Ausdruck »Kriechen« bezieht sich in den folgenden Ausführungen stets auf Betone.

Auf Grund der zahlreichen Kriechversuche, die im Zusammenhang mit der allmählichen Formänderung der Betone durchgeführt wurden, wurden bei der vorläufigen Berücksichtigung des Masses des Kriechens folgende der Praxis genügenden Annäherungen und vereinfachenden Annahmen gemacht :

- a) Der Beton wird als ein homogener und isotroper Stoff betrachtet.
- b) Es wurde zwischen den aus dem Kriechen herrührenden Formänderungen und den die letzteren bedingenden Spannungen ein linearer Zusammenhang vorausgesetzt. (Es wurde die Geltung des Hookeschen Gesetzes vorausgesetzt.)

c) Das Prinzip der Superposition wird auch bei den durch das Kriechen bedingten Formänderungen beibehalten.

Es wurde durch die Versuche von GLANWILLE, DAVIS, CNIPSZ, des Ukrainischen Zentralen Wissenschaftlichen Institutes für Baustofforschung, des Forschungsinstitutes der Armenischen Wissenschaftlichen Akademie, der Technischen Hochschule in Leningrad, von ROŠ, LE CAMUS und anderen Autoren bestätigt, dass die beiden letzten Annahmen bei Spannungen, die die Hälfte der Säulenfestigkeit, d. h. die durch die praktischen Belastungen bedingten Spannungen nicht übertreffen, durch die Betone gut befriedigt werden.

Es wird bei den oben angeführten Annahmen die Wirkung des Kriechens in unseren Berechnungen derart in Rücksicht genommen, dass an Stelle des augenblicklichen Elastizitätsmoduls (E_0) mit einem reduzierten, idealen Modul (E_1) gerechnet wird:

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_r + f(t)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_r} \frac{1}{1 + \varphi(t)} = \frac{E_0}{1 + \varphi(t)}.$$

Es bedeuten in unserer Formel ε_r die augenblickliche Dehnung des mit der Spannung σ belasteten Stabes, $f(t)$ den Wert der Kriechverformung im Zeitpunkt t nach der Belastung, und

$$\varphi(t) = \frac{f(t)}{\varepsilon_r}$$

$\varphi(t)$ wird als Kriechkoeffizient bezeichnet, mit einem Endwert von m .

Zur Bestimmung des Wertes von $f(t)$ wurden seitens der verschiedenen Autoren verschiedene Formeln aufgestellt. Einige dieser Formeln werden weiter unten erörtert.

Einige praktische Formeln zur Bestimmung des Zeitverlaufes der Kriechverformung der Betone

Die weit verbreiteteste Kriechfunktion wird durch die folgende Funktionsgleichung wiedergegeben:

$$\varphi(t) = m(1 - e^{-at}).$$

In dieser Formel bezeichnet m den grössten Wert des Kriechkoeffizienten, der durch die Substitution $t = \infty$ gewonnen werden kann, während a eine aus den Versuchen abgeleitete Konstante darstellt. Durch diese Funktion werden jedoch die Formveränderungen der in verschiedenen Altern belasteten Betone derselben Qualität nicht mit einer einzigen Funktionsbeziehung ausgedrückt. Nach SALIGER: $f(t) = \alpha_t \cdot \sigma$ und $\varphi(t) = \alpha_t \cdot E_0$

In den Formeln wird durch E_0 der Elastizitätsmodul des Betons im Zeitpunkt der Belastung bezeichnet, während

$$\alpha_t = \sigma \cdot 10^{-6} \sqrt[3]{t}$$

eine aus den Versuchen hergeleitete Funktionsbeziehung darstellt, in der t die Anzahl der Monate bezeichnet, und $\alpha_{t \cdot m^{-x}}$ durch die Substitution $t = 30$ gewonnen werden kann. σ bezeichnet die belastende Druckspannung.

Durch diese Funktion wird jedoch mit der aperiodischen Dämpfung des Kriechprozesses nicht Rechnung getragen.

Durch ARUTJUNJAN wurde auch der Zeitpunkt der Belastung und auch das Alter des Betons in Rücksicht genommen. Nach genanntem Autor nimmt die Kriechfunktion folgende Form an:

$$\varphi(t, \tau) = a(\tau) \cdot b(t - \tau).$$

Die allgemeinen Formen dieser Funktionen werden wie folgt wiedergegeben:

$$a(\tau) = m + \sum_{k=1}^m \frac{A_k}{\gamma^k}$$

und

$$b(t - \tau) = \sum_{k=0}^m B_k e^{-\gamma^k (t - \tau)}.$$

In den meisten Fällen genügt es jedoch, bloss das erste Glied der Summe dieser Funktion zu berücksichtigen, wodurch die Funktion die folgende Form annimmt:

$$\varphi(t, \tau) = \left(m + \frac{A_1}{\tau} \right) (1 - e^{-\gamma(t - \tau)}).$$

In diesen Formeln wird durch t das Alter des Betons im Zeitpunkt der Untersuchung in Tagen, durch τ der Zeitpunkt der Belastung in Tagen, durch m der Endwert der Kriechverformung des im Zeitpunkt $\tau = t = \infty$ belasteten Betons bezeichnet. A_1 , γ , m sind aus Versuchen zu bestimmen.

Diese Funktion eignet sich auch schon zur Beschreibung des Zeitverlaufes des Kriechprozesses, sei es, dass der Beton in seinem jüngeren, sei es, dass er in seinem späteren Alter belastet wird (siehe Abb. 1).

Durch die Gleichungen von ARUTJUNJAN wird auch schon der zeitliche Verlauf des Kriechprozesses zum Ausdruck gebracht, diese komplizierten Gleichungen dürften jedoch in der Praxis kaum angewendet werden.

Für die Praxis leicht handhabliche Graphikons werden von LEONHARDT angegeben, mit deren Hilfe der Höchstwert des Kriechkoeffizienten als $m = k_1 k_2 \varphi$ bestimmt werden kann, wobei φ den nach der Abb. 2 als Funktion der relativen Luftfeuchtigkeit angegebenen Kriechendwert bezeichnet, k_1 einen Koeffizienten darstellt, dessen Wert nach Abb. 3 von dem Mass der bis zum Zeitpunkt der Belastung erfolgten Betonverfestigung (k/k_∞) abhängt, während k_2 die Änderung des Kriechkoeffizienten in Abhängigkeit von einer Kennzahl (KW) angibt, die ihrerseits mit dem Wasserzementkoeffizienten (v/c), mit dem Zementgehalt (c), mit dem Sandgehalt (h) und mit den Dimensionen des Trägers (d) in der folgenden Funktionsbeziehung steht:

$$KW = \frac{v}{c} \frac{c \cdot h}{3 \sqrt{d}} \quad (\text{siehe Abb. 4}).$$

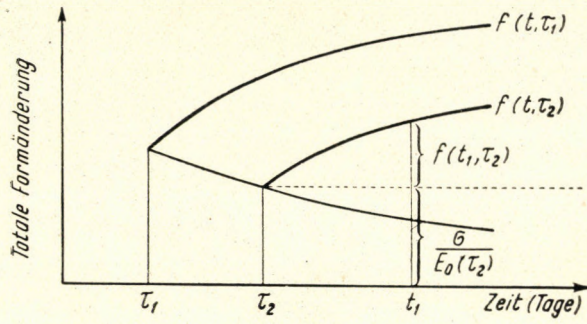


Abb. 1

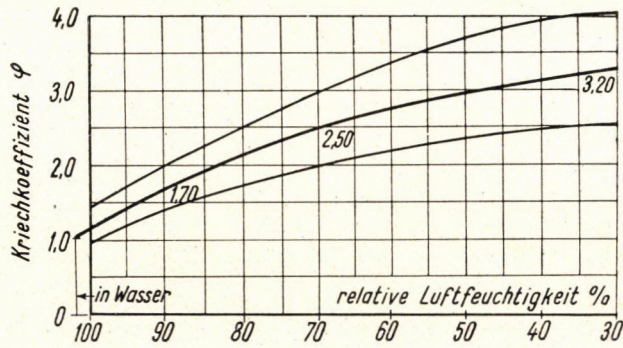


Abb. 2

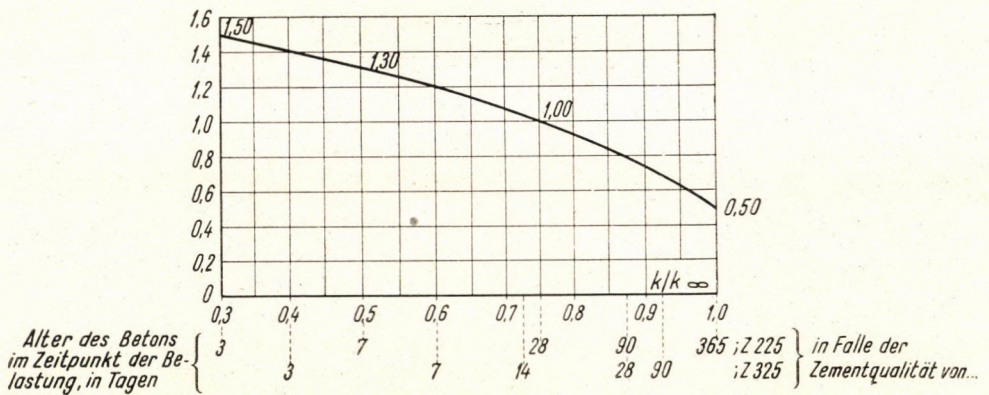


Abb. 3

Obwohl besonders der Wert von k_2 keine ausreichende experimentelle Unterlage besitzt, leisten die Graphikons als Ausgangspunkt zur Planung doch gute Dienste.

In der LEONHARDT'schen Kriechfunktion finden sich schon beinahe alle charakteristischen Faktoren der allmählichen Formänderung vor.

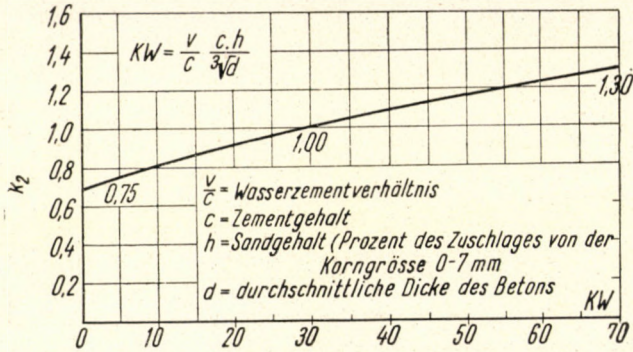


Abb. 4

Die Faktoren beziehen sich auf eine Temperatur von 18° C und auf sandige Kieszuschläge. In bezug auf die Kriechfunktion $\varphi(t)$ werden von LEONHARDT die Versuche von ROß angegeben (Siehe Abb. 5).

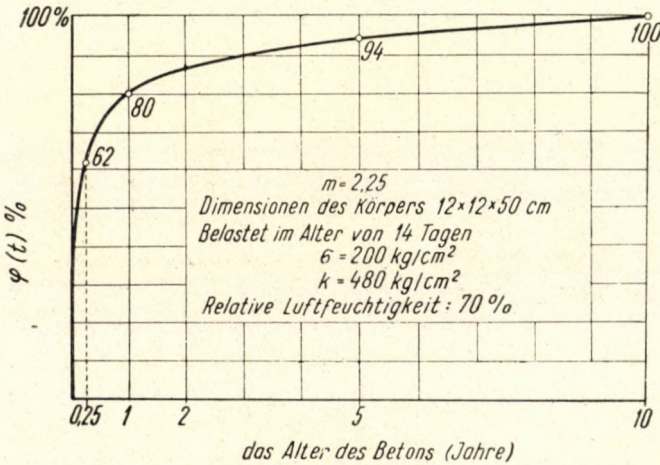


Abb. 5

Dies waren die bedeutendsten Theorien bzw. die bedeutendsten praktischen Formeln. Es sind noch zahlreiche Vorstellungen bekannt, worauf wir jedoch nicht näher eingehen wollen. Es kann allerdings festgestellt werden, dass die Grundlage für jede praktische Formel in den Versuchen verankert ist. Die Grössen und Rollen der einzelnen Faktoren werden durch die Versuche bestimmt. Auf dem Gebiete der allmählichen Formänderung können daher zuverlässige praktische Formeln allein durch fortgesetztes Experimentieren entwickelt werden.

II. Das Kriechen und die Verdichtung der hochwertigen Betone

Es werden in diesem Kapitel die Versuche beschrieben, die an den für die gespannten Betonkonstruktionen gebräuchlichen Betonen von einer Bruchfestigkeit über 400 kg/cm² im Alter von 28 Tagen vorgenommen wurden.

1. Die Beschreibung der Versuche

a) *Das Material der Prüfkörper.* Die Qualität des Zements: Portlandzement C 600, oder Portlandzement C 600 von hoher Anfangsfestigkeit. (Bei den einzelnen Versuchen wird die Qualität des Zements stets angegeben.) Jegliche Angabe der Qualität bezieht sich auf die erdfeuchte Zementprüfung. Bezüglich der Festigkeit im Alter von 28 Tagen entsprechen diese Zemente auf Grund der plastischen Mörtelprüfung der Qualität Z 325. Einheitlicher Zementzuschlag von 450 kg/m³.

Das Zuschlagmaterial bestand aus gesiebtem Donau-Sandkies. Die Zuschlagkörnung war bei jedem Versuch folgende :

Korngrösse (mm)	Gewichtsprozent
0,0— 0,5	3
0,5— 1,0	6
1,0— 2,0	9
2,0— 4,0	12
4,0— 8,0	29
8,0—15,0	41

Diese Körnung (Kornverteilung) wurde von der »Mélyépítőipari Beton-előgyártó Vállalat« als die auf Grund der durchgeführten Versuche für die gespannten Betonkonstruktionen bestbewährte Kornstruktur vorgeschlagen. Der Wasserzementfaktor (Wasserzementverhältnis) wird bei den einzelnen Versuchen angegeben.

b) *Die Planung der Prüfkörper.* Zur Messung des Kriechens bzw. des Schwindens wurden je zwei Säulen von 12 × 12 × 36 cm geformt. Die Fertigung der Säulen erfolgte in einer Eisenform, und es wurden, um die Messungen an vier Seiten vornehmen zu können, in die Form noch vor der Fertigung je zwei aufeinander senkrechte und der Messlänge entsprechend angebrachte Messzylinder eingebaut.

Für die experimentelle Prüfung des Abbindens des Betons wurden 12 Prüfwürfel von 20 cm Kantenlänge gefertigt.

c) *Die Herstellung der Prüfkörper.* Die Herstellung des schwach plastischen Betons wurde durch Rühren mit der Hand vorgenommen. Messzahl der Betonkonsistenz: das Setzen betrug 1,5 cm. Die Verdichtung erfolgte mit Hilfe eines Vibrators und durch gleichzeitiges Pressen. Die derart hergestellten

Prüfkörper wurden bis zum Zeitpunkt der Belastung bzw. der Bruchprobe in einer Konditionierkammer bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 100% und bei einer Temperatur von 20° C aufbewahrt.

d) *Die Prüfmethode.* Die Dauerbelastung wurde mit Hilfe des in der Abb. 6 dargestellten Belastungsapparats gesichert. Bei der Placierung der Prüfkörper wurde die grösste Vorsicht vorgenommen, damit die Säulen zentrisch beansprucht

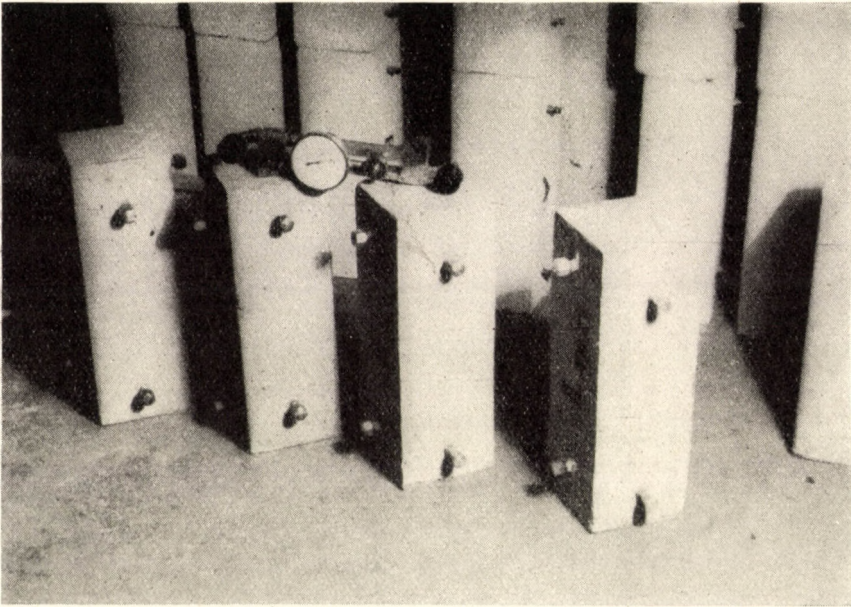


Abb. 6

werden. Die aus der Abweichung des Massenmittelpunktes von der Resultierenden der Belastungskraft herrührende Exzentrizität wurde dadurch eliminiert, dass die Messungen in den Mittellinien der vier Seiten der Säule vorgenommen wurden, und als Resultat der Messung das arithmetische Mittel der vier Messungen berücksichtigt wurde.

Abweichend von den im Ausland durchgeführten Versuchen wurden die Messdaumen mit einer grösseren Länge gefertigt, und an ihren Enden mit einem Schutzhütchen verschraubt. Es wurde durch diese Massnahme die Verschliessbarkeit und somit das Reinhalten der Messöffnungen erreicht.

Die Deformationen wurden mit einem HUGGENBERGERSchen Defometer mit einer Messlänge von 254 mm gemessen (s. Abb. 7). Das Schwinden der Betone wurde an den in der Abbildung dargestellten Prüfkörpern gemessen. Die Ablesungen ergeben unmittelbar die spezifischen Längenänderungen (Dehnungen). Die Empfindlichkeit des Messinstruments beträgt 0,01%. Dieser

Defometer besitzt noch den besonderen Vorteil, dass er auf eine Änderung der Temperatur unempfindlich bleibt.

Die Prüfkörper wurden im Laboratorium in einem Raum veränderlicher Luftfeuchtigkeit und Temperatur aufbewahrt, und es wurden gleichzeitig mit

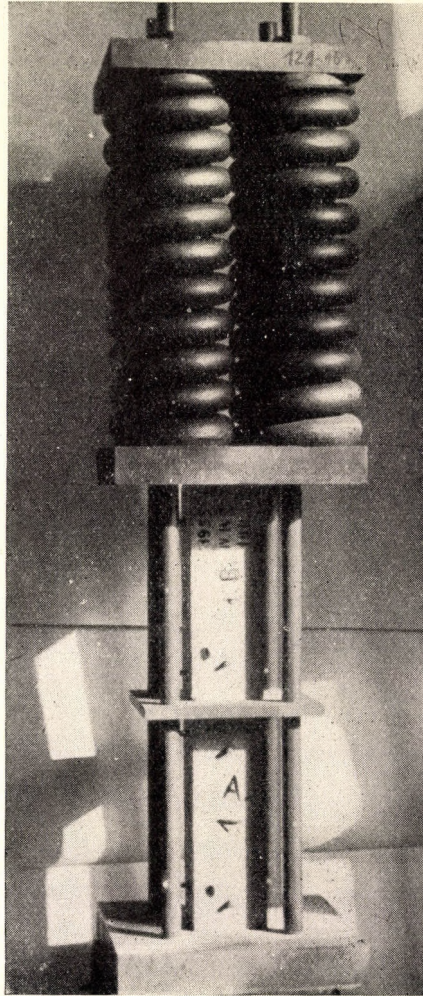


Abb. 7

den Messungen auch der Feuchtigkeitsgehalt und die Temperatur registriert.

Das Schwinden der unbelasteten Körper wurde an unter gleichen Bedingungen aufbewahrten Säulen gemessen. Die als Kriechen bezeichnete Formänderung (Deformation) wird durch die Differenz erhalten, die zwischen der

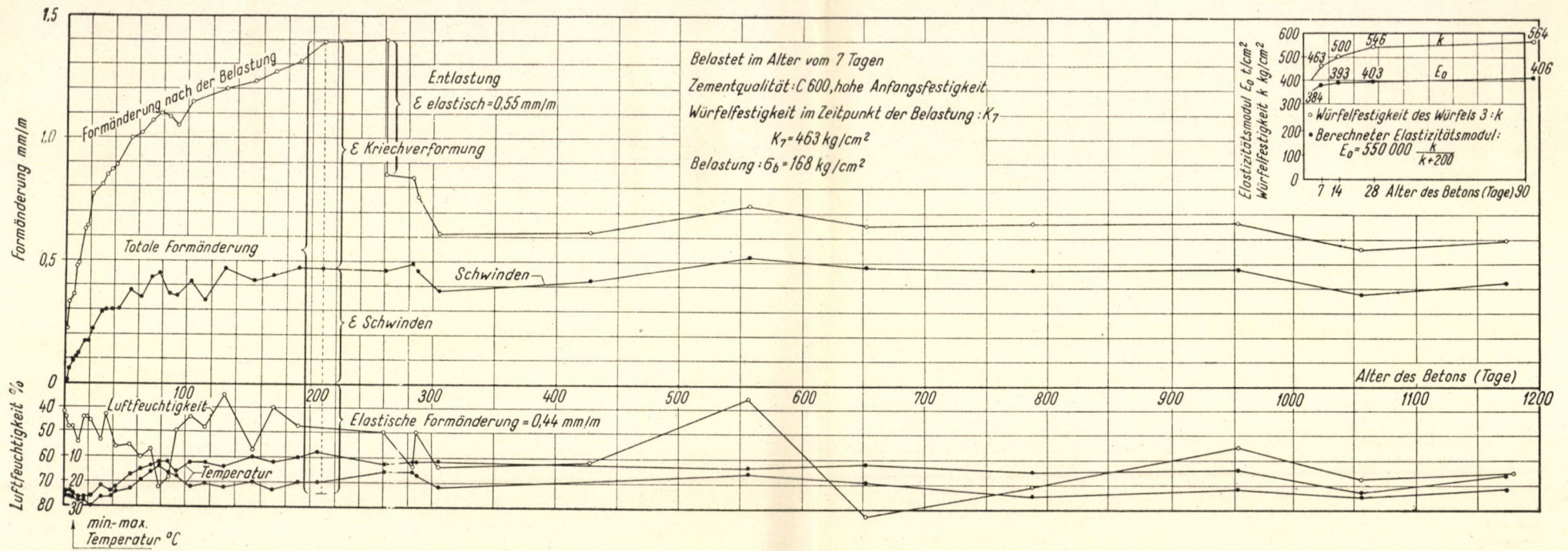


Abb. 8

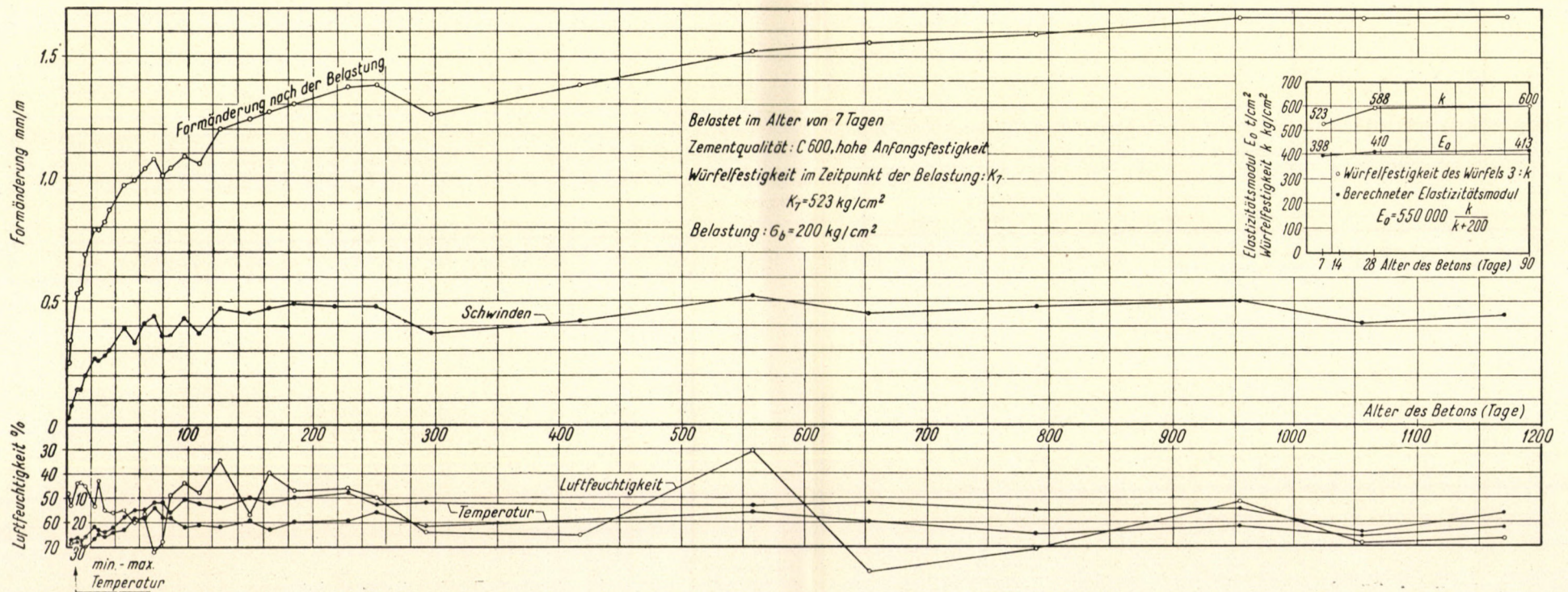


Abb. 9

an den belasteten Körpern gemessenen vollzeitigen Deformation und dem an den unbelasteten Säulen gemessenen Schwinden besteht.

Zur Auswertung des Kriechens wurde der Elastizitätsmodul aus dem Durchschnitt der Ergebnisse der mit den unter gleichen Bedingungen aufbewahrten Prüfwürfeln vorgenommenen Bruchproben berechnet. Es wurden im Alter von 7, 14, 28 und 90 Tagen je 3 Prüfkörper der Bruchprobe unterworfen, und es konnte aus dem Durchschnitt der Bruchwerte auf die Änderung der Würfelfestigkeit und des Elastizitätsmoduls geschlossen werden.

2. Die Ergebnisse der Kriechversuche

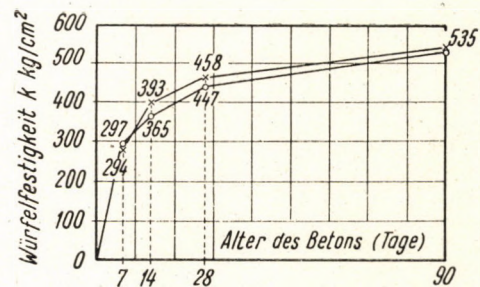
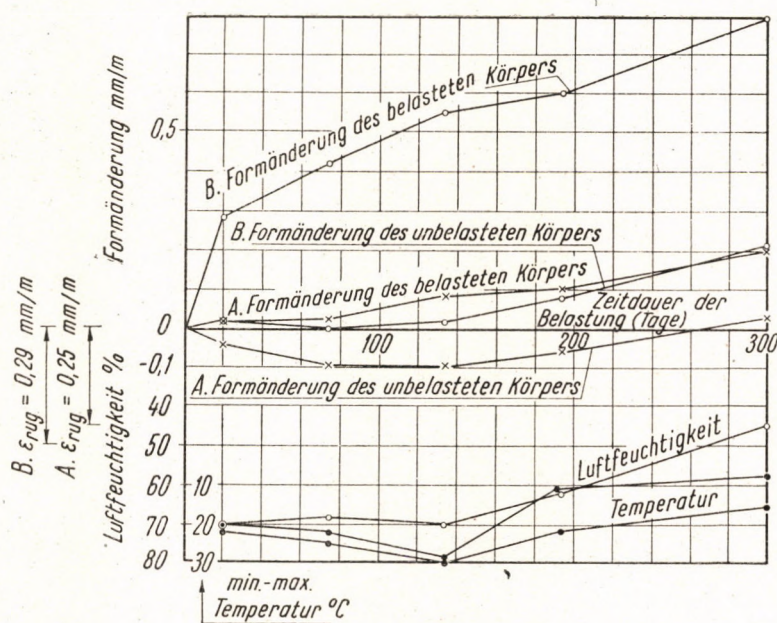
Die Versuchsergebnisse werden in der Reihenfolge der Fertigung angegeben. Der Anschaulichkeit halber wurden die Messergebnisse in Diagramme aufgetragen, wie sie in den Abbildungen 8, 9 und 10 ersichtlich sind.

a) In der Abb. 8 wurden die auf die mit »VII. 21.« bezeichneten Betonelemente bezüglichen Messergebnisse angeführt. Die Prüfkörper wurden mit einem Wasserzementverhältnis von 0,35 gefertigt. Die Würfelfestigkeit des Betons betrug in einem Alter von 28 Tagen 546 kg/cm^2 . Die Belastung erfolgte in einem Alter von 7 Tagen, wo die Festigkeit der Prüfkörper 463 kg/cm^2 , d. h. 85% der im Alter von 28 Tagen erreichten Festigkeit betrug. Die Belastung bestand aus einem gleichmässig verteilten Druck von 168 kg/cm^2 .

Das Schwinden der unbelasteten Körper bzw. die Formänderung der belasteten Körper wurden in der Abb. in Abhängigkeit von der Zeit vertikal aufgetragen. Aufwärts von der Abszisse wurde die elastische Formänderung (Deformation), während abwärts von ihr die relative Luftfeuchtigkeit bzw. die minimale—maximale Temperatur des Lagerungsraumes dargestellt. Die Prüfkörper wurden 261 Tage lang belastet. Der Verlauf der Deformationen wurde auch nach erfolgter Entlastung weiter verfolgt. Rechts im oberen Eck der Abbildung wurden die Festigkeitswerte und die Werte des Elastizitätsmoduls dargestellt.

b) Aus Abb. 9 sind die Messresultate ersichtlich, die sich auf einen mit »VII. 27.« bezeichneten und in seiner Zusammensetzung von dem früheren kaum abweichenden Beton beziehen. Die Festigkeit des Betons betrug im Alter von 28 Tagen 588 kg/cm^2 . Die Prüfkörper wurden mit einem Wasserzementverhältnis von 0,36 gefertigt. Die Belastung erfolgte im Alter von 7 Tagen, wo die Festigkeit des Betons 523 kg/cm^2 , d. h. 90% der Festigkeit im Alter von 28 Tagen betrug. Die Belastung bestand aus einem gleichmässig verteilten Druck von 200 kg/cm^2 . Zur Erläuterung der Diagramme gelten die bereits bei der vorangehenden Abb. angeführten Bemerkungen.

c) In Abb. 10 wurden die Messergebnisse dargestellt, die sich auf die mit *A* und *B* bezeichneten Betone beziehen. Die Prüfkörper wurden mit einem



Zeichen der Betonsäulen	A	B
Alter des Betons im Zeitpunkt der Belastung (Tage)	450	30
Zementqualität	T 600	T 600
Zementzuschlag	450	450
Würfelstärke im Zeitpunkt der Belastung (kg/cm²)	550	453
Belastung kg/cm²	100	100

Abb. 10

Wassermzementverhältnis von 0,39 verfertigt. In dieser Versuchsserie wurden die mit *A* bezeichneten Säulen im Alter von 450 Tagen, während die mit *B* bezeichneten im Alter von 30 Tagen belastet. Im Zeitpunkt der Belastung betrug die Festigkeit der mit *A* bezeichneten Betone 550 kg/cm^2 , während die der mit *B* bezeichneten 453 kg/cm^2 betrug. Die Belastung bestand aus einem gleichmässig verteilten Druck von 100 kg/cm^2 . Zur Erläuterung der Diagramme dienen die bei der Abb. 8 angeführten Bemerkungen.

3. Die Auswertung der Kriechversuche

a) *Die Kennzahlen des vollständigen Deformationsdiagramms.* Das in Abb. 8 dargestellte vollständige Deformationsdiagramm kann in folgende Teile aufgeteilt werden.

Momentane elastische Deformation: $\varepsilon_r = 0,44 \text{ mm/m}$, die im Zeitpunkt der Belastung erfolgt. (Diese Dehnung kann mit Hilfe des Elastizitätsmoduls E_0 berechnet werden.)

Deformation infolge Schrumpfung: $\varepsilon_{z_1} = 0,46 \text{ mm/m}$. Diese Deformation erfolgt im Alter von 261 Tagen, und ist von der Belastung unabhängig. (Wie aus dem Diagramm ersichtlich, läuft diese Deformation in 3—4 Monaten vollständig zu Ende.)

Kriechen: $\varepsilon_1 = 0,94 \text{ mm/m}$. Diese Deformation kommt infolge der Belastung in 261 Tagen zustande. Zum vollständigen Ablauf des Kriechprozesses sind jedoch Jahre erforderlich. Die erforderliche Zeitspanne wurde zum Beispiel von SALIGER auf 2,5 Jahre, von Roš auf 10 Jahre geschätzt.

Die belasteten Prüfkörper wurden nach dem Verlauf von 261 Tagen entlastet. Die Entlastung wurde von den folgenden Deformationen begleitet:

Momentane elastische Deformation im Zeitpunkt der Entlastung: $\varepsilon_r' = 0,55 \text{ mm/m}$.

Dieses ε_r übertreffende Mass der Deformation kann mutmasslicherweise dem Umstand zugeschrieben werden, dass die Messung 2 Stunden nach der Entlastung vorgenommen wurde, d. h. also in einem Zeitpunkt, wo schon die Anfangsphase des reversiblen Teils des Kriechens zu Ende war.

Der reversible Teil des Kriechens, $\varepsilon_1 = 0,22 \text{ mm/m}$, vollzog sich in 1—2 Monaten nach der Belastung, wobei sich auch das Gleichgewicht zwischen den Prüfkörpern und der Atmosphäre einstellte.

Die dauernde Deformation — $\varepsilon_m = 0,61 \text{ mm/m}$ — wird nach Einstellung des Gleichgewichtes mit der Zeit stabil.

Im Zeitpunkt der Belastung tritt auch eine *momentane dauernde Deformation* ein (gleichzeitig mit der elastischen Deformation), diese Deformation konnte jedoch hier nicht beobachtet werden. Nach L'HERMITE und anderen Autoren ist diese Deformation unbedeutend.

b) *Kriechfunktion der hochwertigen Betone.* Der zeitliche Verlauf des Kriechens kann mit der Kriechfunktion beschrieben werden. Zu diesem Zwecke können die in den Abb. 8 und 9 mitgeteilten Versuche und die in der Abb. 10 angegebenen Daten der mit *B* bezeichneten Körper verarbeitet werden.

Aus der allgemeinen Auswertung mussten die mit *A* bezeichneten Körper der Abb. 10 ausgeschlossen werden, da diese im Alter von 450 Tagen belastet wurden.

Die momentane elastische Deformation wurde im Zeitpunkt der Belastung gemessen (ϵ_r), in den gemessenen Wert hat sich jedoch — wenn auch in kleinem Masse — die momentane dauernde Deformation mit eingeschlichen. Mit Rücksicht hierauf wurde statt des gemessenen Wertes die aus dem Elastizitätsmodul berechnete momentane elastische Deformation in Rechnung gezogen.

Der Elastizitätsmodul wurde aus der Würfelfestigkeit (*k*) auf Grund der folgenden Gleichung berechnet :

$$E_0 = 550\,000 \frac{k}{k + 200} .$$

Zum Vergleich wurde auch die Säulenfestigkeit auf Grund der folgenden Formel des »ÉTI« (Bauwissenschaftliches Institut) berechnet :

$$\sigma_p = \frac{700 \cdot k}{600 + k} .$$

Die gemessenen und berechneten Festigkeits- und Deformationswerte der Betone, sowie die Grösse der Dauerbelastung wurden in der Tabelle I zusammengestellt :

● **Tabelle I**

Bezeichnung der Prüfkörper	Zementqualität : C 600			
	Portlandzement mit hoher Anfangsfestigkeit		Portlandzement	
	VII. 21	VII. 28.	A	B
Würfelfestigkeit im Zeitpunkt der Belastung (<i>k</i>), kg/cm ²	463	523	550	458
Elastische Deformation (ϵ_r) im Zeitpunkt der Belastung, mm/m	0,44	—	0,25	0,29
Berechnete elastische Deformation (ϵ_r), mm/m ..	0,4375	0,5026	0,248	0,262
Grösse der Belastung (σ), kg/cm ²	168	200	100	100
Berechneter Elastizitätsmodul (E_0) · t/cm ²	384	398	403	383
Berechnete Säulenfestigkeit (σ_p), kg/cm ²	305	326	335	303

Die Kriechkoeffizienten und die Kriechfunktion wurden in Abb. 11 angegeben. Die aus den Versuchen erhaltenen Werte für die Kriechkoeffizienten können wegen der anfänglich schnellen Zunahme der Kriechverformung mit einer Funktion von der Form

$$\varphi(t) = m(1 - e^{-at})$$

nicht gut approximiert werden. Auf Grund der Ausgleichsrechnung wurde

$$\varphi(t) = 2,5 - 1,62 \cdot e^{-0,00469 \cdot t}$$

als die Funktion gefunden, die die Bedingung der minimalen Summe der Fehlerquadrate erfüllte.

Diese Kurve kann in der Anfangsphase der Belastung nicht als geeignet betrachtet werden, da im Zeitpunkt $t = 0$ $\varphi(t)$ den Anfangswert von 0,88 annimmt, nach Verlauf von 10 Tagen stimmen jedoch die berechneten Werte mit den Messungen gut überein. Die mitgeteilte Formel dürfte daher den Anforderungen der Praxis gut entsprechen. Es sei dabei bemerkt, dass auch andere Autoren dem Problem begegneten, dass die allgemein bekannte Funktion, $\varphi(t) = m(1 - e^{-at})$, als mathematischer Ausdruck der Messergebnisse sich nicht gut bewährte.

c) *Vergleich der experimentell erhaltenen Kriechfunktion mit den im Ausland erhaltenen Ergebnissen.*

Um die Tauglichkeit der erhaltenen Kriechfunktion zu prüfen, wurden Vergleiche mit den bekannteren Versuchen und praktischen Formeln angestellt.

Den Vergleich mit den Ergebnissen von Roš enthält Tabelle II.

Tabelle II

	Zeitdauer der Dauerbelastung		
	$t = \frac{1}{4}$ Jahr	1 Jahr	5 Jahre
Werte von $\varphi(t)$ in %en			
Roš	0,62	0,80	0,94
Unsere Versuche	0,58	0,89	0,99

Zieht man in Betracht, dass sich unsere Versuche lediglich über 3 Jahre erstrecken (und auch dies nicht in jedem Fall), so erscheint es als wahrscheinlich, dass der Endwert des Kriechens noch den Wert von 2,5 übertreffen dürfte, und als Folge dessen würden unsere Werte an diejenigen von Roš noch näher heranrücken.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, dass die an fertigen Brückenkonstruktionen vorgenommenen Messungen ergaben, dass die weit grösseren Masse des Objekts

eine im Vergleich mit den Laboratoriumsversuchen langsamer ablaufende und mehr gestreckte Kriechfunktion bedingt.

Der Vergleich mit der LEONHARDTSchen Formel wird in der Tabelle III vorgelegt. Es wurden dabei die Endwerte des Kriechens miteinander verglichen. Unter Verwendung der Daten der Abb. 2—4: $m = \varphi k_1 \cdot k_2$.

Tabelle III

Bezeichnung der Säulen	k/k_∞	K_1	KW	k_2	Rel. Luftfeuchtigkeit %	φ	m
VII. 21	0,82	0,88	40	1,08	55—60	2,80	2,65
VII. 28	0,87	0,80	37	1,06	65—70	2,55	2,16
A	1	0,50	40	1,08	70	2,50	1,35
B	0,83	0,87	40	1,08	70	2,50	2,36

Für die Luftfeuchtigkeit wurde der Durchschnitt der letzten gemessenen Werte genommen. Wie aus der Tabelle ersichtlich, weist die Kriechdeformation

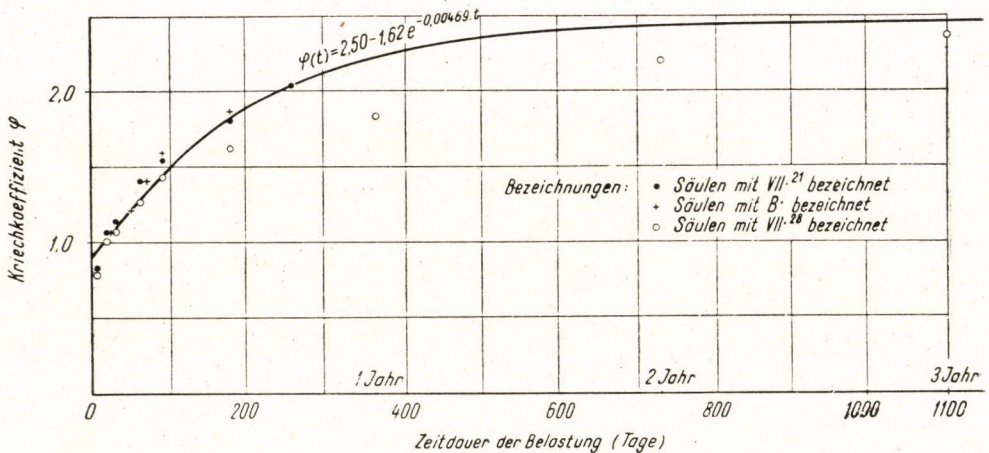


Abb. 11

die grösste Empfindlichkeit gegenüber der relativen Luftfeuchtigkeit auf. Nach Abb. 11 beträgt der Endwert des Kriechens $\varphi(t)_\infty = m = 2,50$. Werden die LEONHARDTSchen Werte mit unseren Werten verglichen, so wird bei den mit VII. 21 und B bezeichneten Versuchen eine enge Übereinstimmung gefunden. Der mit VII. 28 bezeichnete Versuch ergab bei uns niedrigere Messwerte (siehe die leeren Kreise unterhalb des Diagramms 11). Der in der Tabelle III angegebene Endwert: $m = 2,16$ ist somit bestätigt.

Bei der Planung werden daher durch die LEONHARDTSchen Schätzungsformeln brauchbare Näherungswerte erhalten.

d) Der Einfluss des Betonalters auf die Grösse des Kriechens.

Betrachten wir die Deformationskurven der mit *A* und *B* bezeichneten Säulen gleicher Qualität, die auch während der Belastung unter gleichen Bedingungen aufbewahrt, jedoch in verschiedenen Altern belastet wurden. In der Abb. 12 wurden die aus den Versuchen berechneten Werte der Kriechfunktionen angegeben. Die weiteren Messungen werden berufen sein, die Abweichung der Kriechendwerte zu bestimmen, es ist jedoch bereits zu ersehen, dass

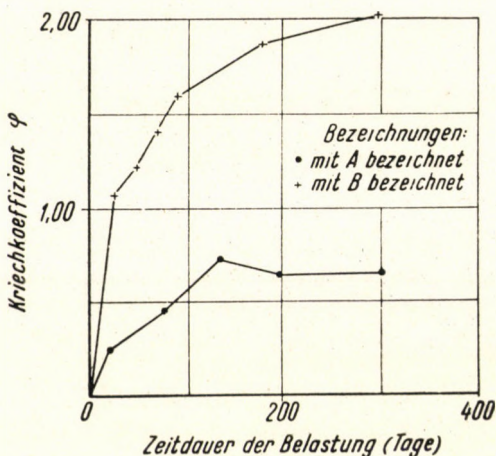


Abb. 12

die mit *A* bezeichneten Säulen sowohl im Falle der Belastung während 100 Tage, wie auch im Falle der Belastung während 180 Tage eine dreifach geringere Kriechverformung aufwiesen. Dieser Wert liegt also viel höher, als der in der Tabelle III nach LEONHARDT berechnete Wert von $2,36/1,35 = 1,77$.

Es möge daher die Aufmerksamkeit abermals auf die Feststellung gelenkt werden, dass in je späterem Alter der Beton belastet wird, eine um so geringere Deformation durch die Belastung hervorgerufen wird.

Warum aber tritt die Wirkung der Zeitdauer der Belastung so scharf in Erscheinung?

Wirken auf den Betonkörper Kräfte gleicher Grösse, jedoch entgegengesetzter Richtung, so tritt wegen des heterogenen Gefüges des Betons zwischen dem Zuschlagstoff und der ihn umgebenden Mörtelschicht auch eine Scherkraft auf. Übertrifft aber die durch die Scherung bedingte Deformation den Widerstand der Stoffe gegen die Scherung, so führt sie an einzelnen Stellen zum Bruch der Zementhydratkristalle. Diese Art der Deformation wird aber in Form einer dauernden Deformation in Erscheinung treten. Bevor jedoch die chemischen Reaktionen vollständig beendet geworden wären, werden aller-

dings die gebrochenen Kristalle durch neue Kristalle ersetzt. Es werden neue Kristalle entstehen, oder aber die vorhandenen Kristalle zuwachsen, es wird daher im Gefüge des Betons keine wesentliche Änderung auftreten. Nun besitzt der jüngere Beton bei gleicher Belastung eine bedeutend geringere Widerstandsfähigkeit gegenüber den Scherkräften, und so wird er eine wesentlich grössere Deformation, namentlich eine Kriechdeformation aufweisen.

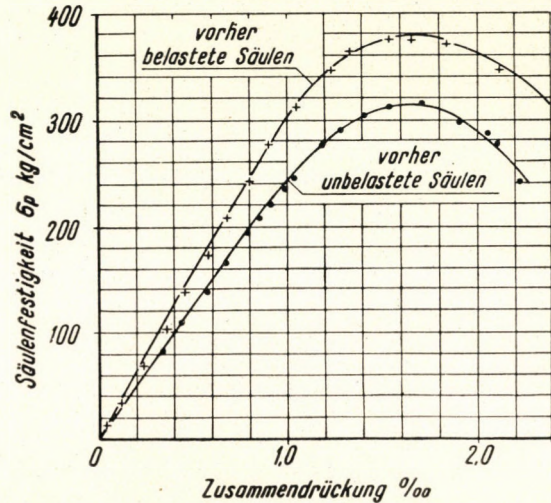


Abb. 13

4. Die Verdichtung des Betons als Folge der dauernden Belastung

Die mit VII. 21 bezeichneten Säulen wurden nach Beendigung der Kriechverformungsmessungen gebrochen, und das erhaltene Spannung-Verdichtungsdiagramm wurde in der Abb. 13 dargestellt. Das erhaltene Spannung-Verdichtungsdiagramm weist deutlich darauf hin, dass die Festigkeit der Betonsäule während der Belastung zunimmt. Es besteht nach unserer Meinung ein enger Zusammenhang zwischen dieser Zunahme der Festigkeit und der Verdichtung des Betons während der Belastung. Es tritt die unter 4 beschriebene Deformation des Betons ein, die in jeder Hinsicht dem das Verlieren der Kristallstruktur begleitenden Warmfließen der Metalle gleicht. Es ist hierauf zurückzuführen, dass LE CAMUS bei seinen Versuchen bis zu einer Belastung von 100 kg/cm² keine plastische Querdeformation fand. Und wenn auch solch eine Deformation bestünde, wäre sie der elastischen Deformation weit unterlegen. Die auf die plastische Deformation bezügliche POISSONSche Zahl ist daher der auf die elastische Deformation bezüglichen weit unterlegen.

In unserem Beispiel beträgt die Säulenfestigkeit der Prüfsäule das 1,2-fache der der unbelasteten Säule. Diese Abweichung muss umso grösser ausfallen, in je früherem Alter der Beton belastet wird, d. h. je grösser die wegen des Gleitens eintretende plastische (bleibende) Verformung, Verdichtung ist.

In der Tabelle IV wurden die Daten zusammengestellt, die sich auf eine dauernde Belastung von 100 kg/cm^2 beziehen.

Tabelle IV

Bezeichnung	Dauernde Grösse (kg/cm^2)	Belastung Dauer (Tage)	Würfelfestigkeit im Zeitpunkt der Entlastung, kg/cm^2
T_x vorher belastet	100	720	212
T_y vorher unbelastet	—	—	175
B. II. vorher belastet	100	703	336
B. I. vorher unbelastet	—	—	295
VII. 21 vorher belastet	168	261	380
VII. 21 vorher unbelastet	—	—	316

III. Der schwindfreie und kriechfeste Beton

Es wurde vor einigen Jahren seitens des Ungarischen Ministeriums für Bauwesen zum Studium »der Härtung des Betons mittels warmer Luft« eine Versuchsserie eingeleitet.

Man wollte mit der Rundschrift: »Versuch zur Reifung der vorgefertigten Eisenbetonelemente mittels warmer Luft« die ausländischen, hauptsächlich sowjetischen Forschungsergebnisse und praktischen Erfolge kontrollieren bzw. verwenden.

Gleichzeitig mit dieser Anregung wurde im Laboratorium des Lehrstuhles die Arbeit in Angriff genommen, die die Untersuchung der Wirkung der mit warmer Luft vorgenommenen Betonreifung auf die Betonverformung bezweckte.

Bald breiteten sich jedoch die Versuche aus, und sie zielten nun auf die Aufhebung der Schwindung und des Kriechens des Betons hin.

Es sollte im Interesse der höchstmöglichen Verringerung der Betonverformung statt der mit warmer Luft durchgeführten Betonhärtung ein Verfahren entwickelt werden, das den Feuchtigkeitsgehalt des Betons wesentlich herabsetzt, wobei jedoch die endgültige Festigkeit des Betons nicht unter einen vorgeschriebenen Wert sinkt.

Ein solches Verfahren dürfte auch dann ein Interesse haben, wenn sich daraus eine geringfügige Schwächung der Betonfestigkeit ergäbe.

Ein solches Verfahren dürfte bei nachgespannten Konstruktionen die Anwendung von weicheren Stahldrähten ermöglichen, und es könnte von der Dimension der Konstruktion abhängig Eisen erspart werden, und das ersparte Eisen könnte dann bei solchen vorgefertigten Elementen kleinerer Dimension verwendet werden, wo die Verringerung der Verformung unbedingt erforderlich ist.

Es ist bekannt, dass das Schwinden des Betons letzten Endes in hohem Masse von dem hygrokopischen Gleichgewicht abhängt. Durch Herabsetzung des Feuchtigkeitsgehaltes im Betonkörper kann das Schwinden aufgehoben werden, es kann sogar auf diese Weise eine Volumvergrößerung (schwellender Beton) erreicht werden.

Auch die Kriechverformung hängt teilweise mit der Änderung des Spannungszustandes des Porenwassers zusammen.

Es ist daher wahrscheinlich, dass durch die Verringerung der ungebundenen Wassermenge im Beton auch die Kriechverformung des Betons in hohem Masse herabgesetzt werden könnte. Bei einigen vorgefertigten, hauptsächlich bei nachgespannten Betonelementen wäre die Verringerung der nach der schnellen Härtung bzw. nach dem schnellen Einbau eintretenden Deformationen von grossem Vorteil. Mit diesen Gedanken rückten wir an die Versuche heran.

Im folgenden wollen wir die Herabsetzung des Feuchtigkeitsgehaltes durch warme Luft als Trocknen benennen.

Es sollen nun die verschiedenen Verfahren zur Verringerung des Wassergehaltes und ihre Wirkung auf das Schwinden, Kriechen und die Betonfestigkeit beschrieben werden.

1. Methoden zur Herstellung von Betonelementen niedrigen Wassergehaltes

a) *Die Härtung des Betons durch warme Luft.* Die warme Luft kann mit Hilfe von Deuba, von Thermoventilatoren, oder von infraroten Lampen hergestellt werden. Wie schon in der Einleitung erwähnt, wirkt ein bekanntes Betonhärtungsverfahren — in Abhängigkeit davon, in welchem Masse es den Wassergehalt des Betons herabsetzt — auf die Formänderungen aus. Es ist eine andere Frage, ob sich das Verfahren zur Fertigung hochwertiger Betonkörper eignet.

b) *Dampfen und Trocknen des Betons.* Die Behandlung des Betons mit Hochdruckdampf kann mit dem Trocknen in der Weise gekoppelt werden, dass in den letzten 1—3 Stunden der Dampfbehandlung der Dampfdruck aufgehoben und die Körper mit warmer Luft getrocknet werden. Auf diese Weise könnte die bei der Hochdruckdampfbehandlung eintretende Erniedrigung des Wassergehaltes noch gesteigert werden, ohne die Zeitdauer der Härtung zu erhöhen. Bei den durch Dampfbehandlung unter Atmosphärendruck (bei

100° C) gehärteten Betonkörpern könnte der Wassergehalt durch nachfolgendes Trocknen erniedrigt werden.

c) Bei den mit niedrigem Wasserzementverhältnis gefertigten Betonelementen, oder im Falle der nach der Fertigung angewendeten Wasserentziehung (Vakuumbehandlung usw.) schwinden die auf natürliche Weise getrockneten Körper nur in geringem Masse. Das Gewicht solcher Elemente nimmt während der Lagerung anfänglich zu, bis die Körper schliesslich ein konstantes Gewicht erreichen.

Die hier angeführten Methoden sind bei weitem nicht vollständig, und sie können auch nicht den Namen einer genauen Technologie der Wassergehalterniedrigung beanspruchen, doch werfen sie den Gedanken auf, dass ein niedriger Wassergehalt nicht allein durch Trocknen erreicht werden kann, vielmehr das Verfahren mit den bekannten Härtungsmethoden des Betons verbunden werden könnte. Im Laufe unserer Versuche wurden die Formänderungen der auf natürliche Weise gehärteten Betonelemente mit den Formänderungen der durch Wassererniedrigungsverfahren gefertigten Körper verglichen, wobei die Härtung durch Dampfbehandlung bzw. durch Dampfbehandlung und Trocknung herbeigeführt wurde.

2. Schwindfreie Betonelemente

Zusammensetzung des bei den Versuchen angewendeten Zuschlagstoffes :

Korngrösse (mm)	Gewichtsprozent
0— 1	20
1— 5	38
5—15	42

a) Die hochdruckbehandelten (autoklavbehandelten) Betonelemente

Auf Grund der Versuche kann das Schwindmass der auf natürliche Weise gehärteten Betonkörper mit dem der autoklavbehandelten bzw. autoklavbehandelten und nachher bei 85° C getrockneten Körper verglichen werden.

Die Zusammensetzung des Betons : Die Qualität des Zements war Portlandzement C 500. Diese Qualifizierung bezieht sich auf die erdfeuchte Zementprüfung. Auf Grund der plastischen Mörtelprüfung entspricht der Zement bezüglich der Festigkeit im Alter von 28 Tagen der Qualität Z 325. Zementzuschlag : 450 kg/m³. Wasserzementverhältnis : $\omega = 0,40$.

Die Ausführung der Autoklavbehandlung : 5 Stunden lange Aufheizung, Dampfbehandlung während 8 Stunden, bei einer Temperatur von 176° C und

daraufliegend natürliche Abkühlung (ungefähr 5 Stunden). Die 96 Stunden hindurch getrockneten Körper wichen hiervon dadurch ab, dass die Autoklavbehandlung bei der Temperatur von 176° C statt von 8 Stunden 3 Stunden lang andauerte. Um die beiden Methoden auseinander zu halten, werden die ersteren als »8 Stunden autoklavbehandelt«, während die letzteren als »3 Stunden autoklavbehandelt« bezeichnet. Das der Autoklavbehandlung folgende Trocknen erfolgte in einer Trockenkammer.

Die Körper wurden nach der Autoklavbehandlung und nach dem Trocknen in einer Konditionierkammer von 70% relativer Luftfeuchtigkeit gelagert. Diese Luftfeuchtigkeit entspricht der durchschnittlichen Luftfeuchtigkeit der Frühlingswitterung.

Zur Bestimmung der Würfelfestigkeit wurden je 3 Würfel (mit einer Kantenlänge von 7,07 cm) in identischer Weise mit den Schwindkörpern gefertigt. Die durchschnittliche Festigkeit der Würfel:

	Wasserverlust %	Würfelfestigkeit kg/cm ²
Autoklavbehandlung: 8 Stunden.....	47	576
Autoklavbehandlung 8 Stunden und daraufliegend 24 St. getr.	68	697
Autoklavbehandlung: 3 Stunden.....	34	540
Autoklavbehandlung: 3 Stunden und daraufliegend 96 St. getr.	65	646

Die Erniedrigung des Feuchtigkeitsgehaltes (Wasserverlust) wird auf das Fertigungswasser (Mischwasser) bezogen.

Die an den Prüfkörpern gemessenen Formänderungen wurden in der Abb. 14 dargestellt.

Aus den Messresultaten und den angegebenen Daten kann folgendes festgestellt werden:

1. Das Schwindmass der hochdruckdampfbehandelten Körper ist dem Schwinden der auf natürliche Weise (bei 20° C) gehärteten Körper weit unterlegen. (Das Schwindmass der autoklavbehandelten Körper beträgt nur $\frac{1}{5}$ desjenigen der auf natürliche Weise gehärteten Körper.)

2. Wird der Betonkörper gegen den kondensierenden Wasserdampf geschützt, so kann sogar ein 50%iger Wasserverlust (bezogen auf das Mischwasser) herbeigeführt werden. (Bei uns wurde ein 47%iger Wasserverlust erreicht.) Bei diesem hohen Wasserverlust könnte das Nachtrocknen der Betonelemente vermieden werden, da das Schwindmass auch ohne Trocknung äusserst gering sein wird.

3. Durch das der Autoklavbehandlung folgende Trocknen kann der Wasserverlust noch weiter getrieben werden, und als Folge dessen dehnen sich die in dem Raum von 70% relativer Luftfeuchtigkeit gelagerten Körper aus. Die der Hochdruckdampfbehandlung folgende Trocknung ist zur Erniedrigung des Schwindens nicht ökonomisch, da das Mass der Quellung der eingelegten Wärmemenge durchaus nicht proportional ist.

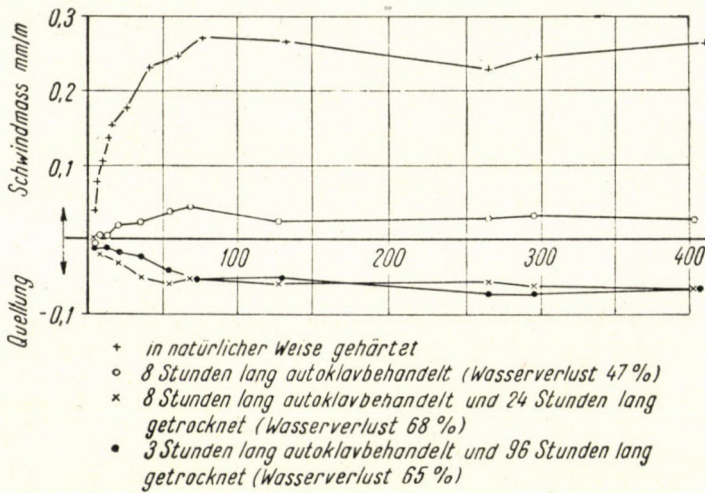


Abb. 14

b) Die unter Atmosphärendruck gedampften Betonelemente

Auf Grund der Versuche kann das Schwindmass der auf natürliche Weise gehärteten Betonkörper mit dem der unter Atmosphärendruck dampfbehandelten (bei 85° C), bzw. der dampfbehandelten und darauffolgend bei 85° C getrockneten Elemente verglichen werden.

Die Zusammensetzung des Betons: Der Zementzuschlag betrug 400 kg/m³ Portlandzement C 500. Wasserzementverhältnis: $\omega = 0,50$. Die Ausführung der Dampfbehandlung: Aufheizung 5 Stunden, Dampfbehandlung bei 85° C 19 Stunden. Die Körper wurden nach Dampfbehandlung und Trocknung in einer Konditionierkammer 70% relativer Luftfeuchtigkeit aufbewahrt.

Die an den Körpern gemessenen Formänderungen sind in der Abb. 15 ersichtlich. In der Abb. wurden auch die auf das Mischwasser bezogenen Wasserverluste angegeben.

Aus den Messresultaten und den angegebenen Daten kann folgendes festgestellt werden:

1. Durch die Dampfbehandlung unter Atmosphärendruck kann das Schwindmass wesentlich erniedrigt werden, wenn die Dampfbehandlung auch

einen Wasserverlust zur Folge hat. (Bei unserem Versuch verursachte die 19 Stunden lang dauernde Dampfbehandlung einen Wasserverlust von 24%, demzufolge betrug das Schwinden der gedampften Körper etwa ein Viertel desjenigen der auf natürliche Weise gelagerten Körper.)

2. Wird der Wasserverlust nach der Dampfbehandlung durch Trocknen

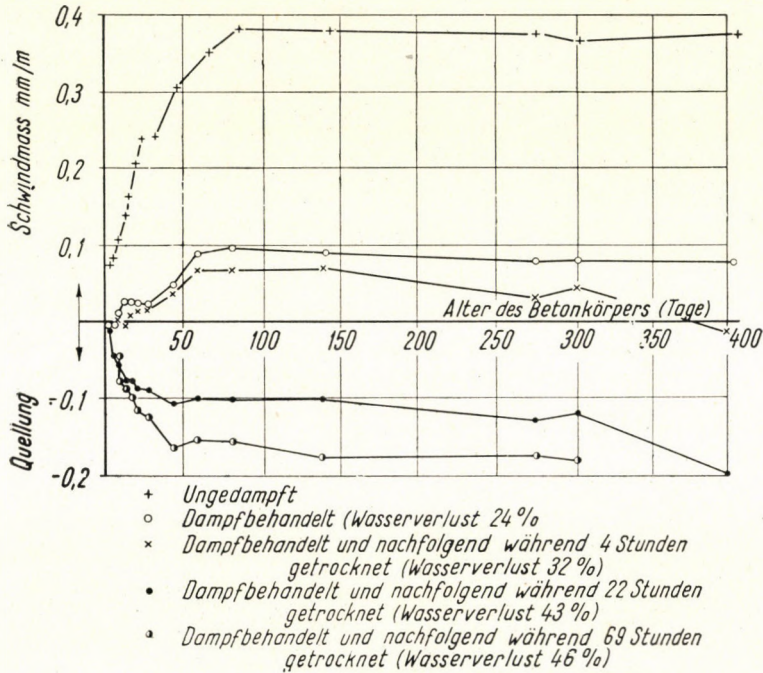


Abb. 15

weiter getrieben, so wird das Schwindmass geringer, bzw. es tritt eine Ausdehnung (Quellung) auf.

3. Die Trocknung besitzt ein optimales Mass, insofern sie die Ökonomie der Beeinflussung der Deformationen betrifft.

3. Die hochgradige Erniedrigung der Kriechverformung

Es wurde versucht, die bei den Schwindversuchen gesammelten Erfahrungen bei der Untersuchung der Kriechverformungen zu verwerten. Die der Untersuchung unterzogenen Prüfkörper wurden nach vier verschiedenen Verfahren gehärtet.

a) Die Prüfkörper wurden unter Atmosphärendruck gedampft (Aufheizung: 5 Stunden, Dampfbehandlung: 7 Stunden bei einer Temperatur von 80° C).

b) Die Prüfkörper wurden gedampft und nachfolgend getrocknet (Aufheizung: 4 Stunden, Dampfbehandlung: 8 Stunden bei einer Temperatur von 80° C, Trocknung: 15 Stunden bei einer Temperatur von 85° C).

c) Die Prüfkörper wurden autoklavbehandelt und nach dem Dampfen mit warmer Luft behandelt (Aufheizung: 4 Stunden, Dampfbehandlung: 6 Stunden bei einer Temperatur von 176° C. Nach Ablass des Dampfes wurden die Prüfkörper bei einer Temperatur von 170—180° C 2 Stunden lang getrocknet).

Es wurden Prüfkörper nach sämtlichen vier Verfahren bereitet. Zur Messung des Schwindmasses und der Kriechverformung wurden $12 \times 12 \times 36$ cm Säulen und zur Bestimmung der Würfel Festigkeit Würfel mit 7,07 cm Kantenlänge gefertigt.

Die Wasserverluste und Festigkeiten der Elemente wurden in der Tabelle V zusammengestellt.

Tabelle V

Verfahren	Wasserverlust %	Würfel Festigkeit im Alter von 2—4 Tagen, kg/cm ²	Säulenfestigkeit im Alter von 600 Tagen, kg/cm ²
a) Unter Atmosphärendruck gedampft	4—5	313	424
b) Unter Atmosphärendruck ge- dampft u. getrocknet	46—51	413	337
c) Autoklavbehandelt	34—42	591	519
d) Autoklavbehandelt u. mit warmer Luft behandelt.....	52—67	601	378

Nach der Dampfbehandlung und Trocknung wurden die Prüfkörper von einem Alter von 2—4 Tagen an in einem Raum des Laboratoriums aufbewahrt. Die Temperatur der Lagerung änderte sich zwischen +12 — +25° C, die relative Luftfeuchtigkeit zwischen 50—83%. Es wurde schon durch die früheren Versuche bestätigt, dass im Falle einer geringfügigen Schwankung der relativen Luftfeuchtigkeit die Konditionierung der Prüfkörper für die Kriechversuche nicht unbedingt erforderlich ist.

Die Prüfkörper für die Kriechversuche werden in einem Alter von 2—4 Tagen belastet. Die Kriechverformungen wurden 600 Tage hindurch gemessen. Die aus den Messungen berechneten Formänderungen wurden in der Abb. 16 dargestellt.

Zur Veranschaulichung der Kriechverformung (ϵ_{kriech}) wurde der Durchschnitt der elastischen Zusammendrückungen ($\epsilon_{\text{elastisch}}$) mit einer strichpunktierten Linie angedeutet.

Die während der 600 Tage eingetretenen und aus den Messergebnissen berechneten Formänderungen wurden in der Tabelle VI zusammengestellt.

Auf Grund der Abb. 16 und der Tabelle VI kann Folgendes festgestellt werden :

1. Durch die angewendeten Verfahren wurden Betonelemente hergestellt, die von dem Wasserverlust abhängig in verringertem Masse schwinden. Die hochdruckdampfbehandelten und mit warmer Luft getrockneten Betonelemente können als schwindfrei betrachtet werden.

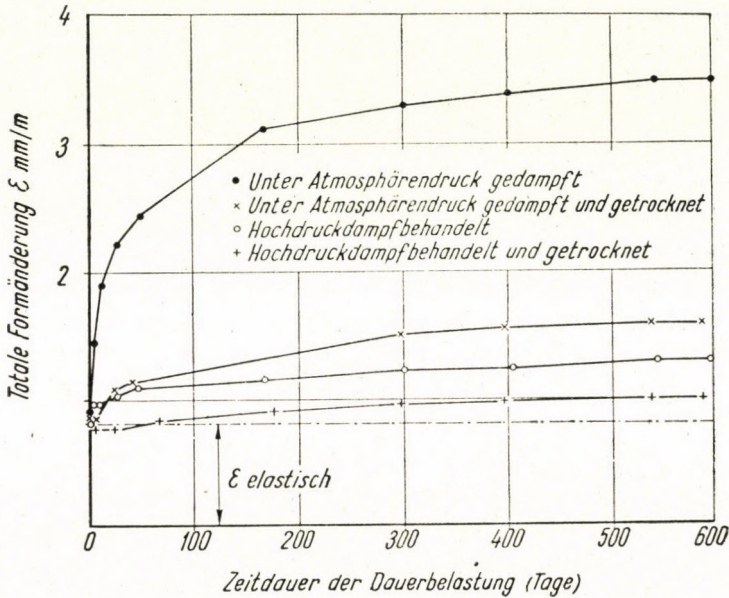


Abb. 16

2. Die Trocknung bzw. Behandlung mit warmer Luft erniedrigt in hohem Masse die Kriechverformung der Betonelemente. Die Kriechverformung der unter Atmosphärendruck gedampften Betonkörper wurde durch die Trocknung auf ein Viertel erniedrigt.

Tabelle VI

Verfahren	Kriechkoeff.	Spezifische Verkürzung, mm/m		
		Schwinden ϵ	Elast. Verform. ϵ	Kriechverform. ϵ
a) Unter Atmosphärendruck gedampft...	2,48	0,42	0,89	2,20
b) Unter Atmosphärendruck gedampft u. getrocknet	0,66	0,21	0,83	0,55
c) Autoklavbehandelt	0,58	0,17	0,81	0,47
d) Autoklavbehandelt u. mit warmer Luft getrocknet	0,35	0	0,74	0,26

Die Kriechverformung der hochdruckdampfbehandelten Betonelemente wurde durch die Behandlung mit warmer Luft ebenfalls erniedrigt.

3. Die Kriechverformung der hochdruckdampfbehandelten (autoklavbehandelten) Betonkörper ist bedeutend geringer als die der unter Atmosphärendruck behandelten, und dies selbst im Falle, wenn das Dampfen einen gleich grossen Wasserverlust bewirken sollte. Diese Erscheinung hängt mit den sonstigen Eigenschaften der hochdruckdampfbehandelten Betonkörper zusammen, auf die wir an dieser Stelle nicht näher eingehen wollen.

4. Die Festigkeit der Betonelemente niedrigen Wassergehaltes

Es wurde in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt, dass die bekannten Verfahren der Betonhärtung im Interesse der Erniedrigung des Wassergehaltes modifiziert werden können.

Für die Härtung (Trocknung) des Betons mittels warmer Luft stehen aus- und inländische Versuche zur Verfügung. Um den Zusammenhang zwischen der Festigkeit und der Trocknung zu erforschen, wurden — wie es schon in der Einleitung erwähnt wurde — inländische Versuche eingeleitet, die bald auch zur Veröffentlichung gelangen dürften. Auf Grund dessen sind die hier mitgeteilten Daten nur als eine Ergänzung anzusehen.

Im folgenden werden die mit den gedampften und getrockneten Betonelementen erreichten Festigkeitsergebnisse mitgeteilt.

a) Die Festigkeit der mit verschiedenen Wasserzementverhältnissen angefertigten, autoklavbehandelten und getrockneten Betonelemente

Die Festigkeit der mit verschiedenen Wasserzementverhältnissen gefertigten, autoklavbehandelten und nachfolgend getrockneten Betonelemente können auf Grund der Versuche miteinander verglichen werden.

Zusammensetzung des Betons: Zementzuschlag: 450 kg/m³ Portlandzement C 500. Wasserzementverhältnis: $\omega = 0,3, 0,4, 0,5$. Art der Autoklavbehandlung und der Trocknung: Aufheizung: 5 Stunden, Dampfbehandlung: 8 Stunden bei einer Temperatur von 176° C. Nach der Autoklavbehandlung erfolgte die Trocknung in einer Trockenkammer bei 85° C.

Die Ergebnisse wurden in der Abb. 17 dargestellt. Es wurden in dieser Abbildung die Festigkeitswerte der nach der Autoklavbehandlung bzw. Trocknung untersuchten Betonelemente dargestellt. Die angegebenen Werte beziehen sich auf den Durchschnitt von drei Prüfkörpern.

Aus den Versuchen kann Folgendes festgestellt werden:

1. Die Würfel Festigkeit wird durch die Trocknung erhöht. Eine Ausnahme bildet der mit einem niedrigen Wasserzementverhältnis angefertigte

Beton, dessen Festigkeit durch die hochgradige Trocknung schon beeinträchtigt werden dürfte.

2. Der Wasserverlust und die Festigkeit nehmen während der Trocknung anfänglich steil, später jedoch flacher zu.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, dass die erste Wägung 18 Stunden vor der Autoklavbehandlung vorgenommen wurde. Bis zu diesem Zeitpunkt wurden die Körper in einer Konditionierkammer von 80–100% relativer Feuchtigkeit

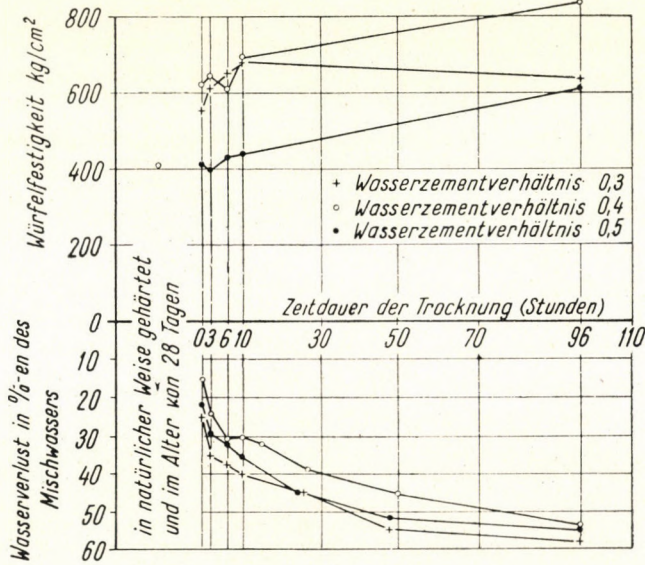


Abb. 17

keit aufbewahrt. Wie aus der Tabelle VII ersichtlich, weisen die Körper während der Lagerung — von dem Wasserzementverhältnis abhängig — einen Wasserverlust, oder eine Wasseraufnahme auf. Es sei noch bemerkt, dass der Wasserverlust der während 0 Stunden getrockneten Körper den Durchschnitt

Tabelle VII

Wasserverlust, %			Festigkeit, kg/cm²		v/c
Vor	nach	Im Alter von 28 Tagen	Nach Autoklavbehandlung	Im Alter von 28 Tagen	
Autoklavbehandlung					
—47	—10	—20	654	576	0,3
23	77	72	658	696	0,4
23	85	80	354	444	0,5

von 15 Würfeln, der der während 3 Stunden getrockneten den Durchschnitt von 12 Würfeln darstellt. Es wurden somit alle autoklavbehandelten Prüfkörper verwendet, insbesondere auch die, die einen geringen Wasserverlust aufwiesen.

b) Die späteren Festigkeitswerte der getrockneten Betonelemente

Es ist bekannt, dass die mit warmer Luft gehärteten Betonelemente während ihrer Lagerung im Freien Wasser aufnehmen, und dabei an Festigkeit verlieren. Der Verlust an Festigkeit kann in einzelnen Fällen hohe Beträge erreichen.

Die vorangehend mitgeteilten Verfahren sollten auch die Vermeidung, oder zum mindesten eine bemerkenswerte Verringerung der später eintretenden Festigkeitsabnahme erzielen.

Die Hochdruckdampfbehandlung und die am Schluss der Dampfbehandlung vorgenommene Betonhärtung mittels warmer Luft erweist sich als eine Methode, die imstande ist einen hohen Wasserverlust herbeizuführen, ohne dass dabei die spätere Festigkeit des Betons beeinträchtigt werden würde. Am Ende der Autoklavbehandlung wird die endgültige Festigkeit des Betons erreicht, die durch das Trocknen nicht mehr wesentlich beeinflusst werden kann. Bei der Dampfbehandlung der Prüfkörper mit der in Punkt a) angegebenen Zusammensetzung während 7 Stunden bei einer Temperatur von 176°C und bei einer 1,5 stündigen Warmluftbehandlung nach Ablass des Dampfes wurden die folgenden Resultate erzielt (s. Tabelle VII).

In der Spalte »Nach Autoklavbehandlung« wurden die Werte der nach Autoklavbehandlung und Härtung mittels warmer Luft untersuchten Würfel angegeben. Die im Alter von 28 Tagen untersuchten Körper wurden nach der Autoklavbehandlung und Warmlufthärtung im Freien aufbewahrt.

Aus der Tabelle können folgende Schlüsse gezogen werden:

1. Die Festigkeit weist im Alter von 28 Tagen keine wesentliche Abnahme auf. Eine bedeutende Abnahme wurde lediglich bei den mit einem Wasserzementverhältnis von 0,30 angefertigten (äusserst trockenen) Betonelementen beobachtet.

2. Der Grund für die Abnahme der Festigkeit dürfte in der hohen, bei den trockenen Betonkörpern beobachteten Wasseraufnahme liegen. (Wurde der mit einem Wasserzementverhältnis von 0,30 angefertigte Beton in feuchter Luft gelagert, so nahm er bereits vor der Dampfbehandlung 47% Wasser auf, und ein Teil der aufgenommenen Wassermenge wurde noch nach der Dampfbehandlung zurückgehalten.)

3. Die plastischen bzw. erdfeuchten Betonelemente verlieren schon vor der Autoklavbehandlung einen Teil ihres Mischwassers, und der Wasserver-

lust betrug während der nachfolgenden Behandlungen 70–80%. Insoweit das Hauptziel die Erreichung eines hohen Wasserverlustes ist, so wird eine am Ende der Autoklavbehandlung vorgenommene kurze, jedoch kräftige Trocknung (bei hoher Temperatur) sehr wirkungsvoll sein.

c) *Mit Trocknung kombinierte Härtungsverfahren unter Atmosphärendruck*

Die Erfahrung lehrt, dass die durch Trocknung gehärteten Betonkörper, insofern sie aus der Luft oder durch unmittelbare Befeuchtung Wasser aufnehmen, eine geringere Festigkeit aufweisen als nach der Anfertigung.

Tabelle VIII

Nummer des Versuches	Art der Härtung	Würfelfestigkeit im Alter von 1 Tag, kg/cm ²	Energieverbrauch, kw/St
1	Dampfentwicklung mittels eines Laboratoriumsapparates mit elektrischer Heizung ..	285	12,6
2	Dampfentwicklung mittels 3 infraroten Lampen + 1 infrarote Lampe zur Luft-erwärmung	304	10,0
3	Dampfentwicklung mittels einer infraroten Lampe + 2 infrarote Lampen zur Erwärmung der Luft	232	5,6

Dieser Verlust an Festigkeit schreckte unsere Forscher davon ab, die Härtungstechnologien des Betons auch in der Bauindustrie zu erproben. Aus den hier mitgeteilten Ergebnissen ist zu sehen, welchen Vorteil die für die Festigkeit ungünstig erscheinenden Verfahren hinsichtlich der Formänderungen bieten können. Es ist dies als ein grosses Positivum der Trocknungstechnologie zu bezeichnen. Die durch die von uns angegebenen Verfahren bedingte Festigkeitsabnahme ist geringer als bei der Trocknung allein. Es sei noch bemerkt, dass die mit der Trocknung kombinierten Härtungsverfahren ökonomischer sind, als die Dampfbehandlung. Obwohl wir diesbezüglich keine industriellen Daten besitzen, dürfte es jedoch allgemein bekannt sein, dass die Erwärmung der Luft weniger Kalorien erfordert, als die Entwicklung eines Dampfes von der gleichen Temperatur. Die Ökonomie des geschilderten Verfahrens wird auch durch die folgenden Laboratoriumsergebnisse bekräftigt:

Die Prüfkörper wurden 8 Stunden lang bei einer Temperatur von 72° C gereift. Die Dauer der Aufheizung betrug 2,5 Stunden. Bei dem ersten Versuch wurde der Dampf in einem Laboratoriumsapparat mit elektrischer Heizung entwickelt. Bei dem 2. und 3. Versuch wurden infrarote Lampen mit einer Leistung von 250 Watt angewendet. Die Versuchsergebnisse wurden in der Tabelle VIII mitgeteilt.

In dem zweiten Versuch wurde 75%, in dem dritten Versuch 33% der Wärmemenge zur Dampfentwicklung verbraucht. Der Energieverbrauch nahm im letzteren Fall um 44% ab.

SCHRIFTTUM

1. L'HERMITE : La mécanique physique des betons J. T. B. T. P. Circulaire Série No. 29.
2. PALOTÁS L. : A beton alakváltozása tartós terhelés hatására. Anyagvizsgálók Közlönye 1938. XVI. évf. 1. sz.
3. R. SALIGER : Die neue Theorie des Stahlbetons. 1947.
4. A new view of setting of cement and the nature of concrete. 1952. Cement and Lime Manufacture.
5. KORDA ISTVÁN : Feszített betonszerkezetek gyártása és kivitelezése. 1952.
6. Н. Х. АРТУНЯН : Некоторые вопросы теории ползучести. (Einige Fragen der Theorie des Kriechens). 1952. Moszkva—Leningrad.
7. И. И. ГОЛЬДЕНБЛАТ : Введение в теорию ползучести материалов. (Einführung in die Theorie des Kriechens der Baumaterialien). 1952.
8. LEONHARDT : Spannbeton für die Praxis. 1955.
9. BALÁZS—KILIÁN : A betonelemek zsugorodásának és lassú alakváltozásának nagymértékű csökkentése. Tudományos Közlemények (Építőipari Műszaki Egyetem) 1955. 3. sz.

ZUSAMMENFASSUNG

Auf Grund der Versuche, die der Untersuchung der Kriechverformung und Verdichtung der hochwertigen Betone gewidmet waren, können folgende Feststellungen gemacht werden :
Nach den mitgeteilten Versuchen wurde als Endwert des Kriechkoeffizienten für die untersuchten Betone von der Qualität B 500 $m = 2,50$ erhalten.

Unter den Faktoren, die das Mass der Kriechverformung beeinflussen, wurde als einer der wesentlichsten die Wirkung des Alters des Betons gefunden, d. h. die Wirkung des Alters, in welchem der Beton belastet wird. Wird die Belastung in einem späteren Alter des Betons vorgenommen, so nimmt auf Grund der durchgeführten Versuche die Kriechverformung des Betons in einem viel höheren Masse ab, als es von Leonhardt berücksichtigt wurde.

Unter der Wirkung der Dauerbelastung geht in der Betonkonstruktion unter Druck eine Verdichtung vor sich. Infolge der Verdichtung nehmen die Festigkeit und der Elastizitätsmodul des Betons zu. Die Verdichtung ist umso höher, in je früherem Alter der Beton belastet wurde.

Auf Grund der Versuche, die die Erniedrigung der Kriechverformung des Betons bezweckten, können folgende Feststellungen gemacht werden :

Das Schwindmass und die Kriechverformung der Betonelemente nehmen in hohem Masse ab, wenn zur Härtung des Betons eine Technologie angewendet wird, die aus einer Kombination der Dampfbehandlung und der Trocknung besteht.

Diese Kombination ist aus ökonomischem Standpunkte der Dampfbehandlung überlegen, und ist hinsichtlich der endgültigen Festigkeit des Betons bei weitem nicht so gefährlich wie die Trocknung des Betons.

SHRINKAGE, CREEP AND COMPACTION OF HIGH-STRENGTH CONCRETES : CONCRETE OF MINIMUM SHRINKAGE AND CREEP

G. BALÁZS and J. KILIÁN

SUMMARY

The evaluation of tests on shrinkage, creep and compaction of high-strength concretes has led to the following statements :

Tests on the concrete of grade B 500 have established a final value of $m = 2,50$ of the coefficient of creep.

Among factors affecting the magnitude of shrinkage and creep that of the age of the concrete is the most important, that is, the date at which the concrete is loaded. Slow defor-

mation of concrete of higher age was found to have decreased in a substantially higher degree than considered by Leonhardt.

Under the effect of continuous load compaction takes place in concrete structures under compression. In consequence of compaction the strength and the modulus of elasticity of the concrete increase. Compaction is the greater the earlier is the concrete loaded.

Experiments on the reduction of shrinkage and creep have led to the following findings:

Shrinkage and creep of structural elements of concrete can be greatly reduced by applying a technology of strengthening the concrete consisting of steaming and drying. This combined technology is more economical than steaming alone and is not so dangerous to the final strength of the concrete as drying.

FLUAGE ET TASSEMENT DES BÉTONS A HAUTE RÉSISTANCE : LE BÉTON A FAIBLE FLUAGE

G. BALÁZS et J. KILIÁN

Les recherches relatives au fluage et au tassement des bétons à haute résistance ont abouti aux résultats suivants :

Selon les essais communiqués, la valeur définitive du coefficient de fluage pour les bétons B 500 se chiffre $m = 2,50$.

Parmi les facteurs ayant une influence sur la grandeur du fluage, l'un des plus importants est l'âge du béton, c'est à dire l'âge du béton à l'époque de l'application de la charge. Selon l'essai communiqué le fluage d'un béton plus âgé est de beaucoup inférieur à la valeur considérée par Leonhardt.

Sous l'effet de la charge permanente, il se produit un tassement dans le béton comprimé. Le tassement est suivi d'une augmentation de la valeur de la résistance et du module d'élasticité. Le tassement est d'autant plus grand que le béton est plus jeune au moment de l'application de la charge.

Les essais visant à la diminution du fluage du béton ont permis de faire les constatations suivantes :

Le retrait et le fluage des éléments de béton diminuent considérablement par l'application d'une technologie de traitement constituant une combinaison du traitement à la vapeur et de l'étuvage. Une telle technologie combinée est plus économique que le traitement à la vapeur et moins dangereux au point de vue de la résistance finale du béton que l'étuvage.

ПОЛЗУЧЕСТЬ И УПЛОТНЕНИЕ ВЫСОКОПРОЧНЫХ БЕТОНОВ ; БЕТОН С МАЛОЙ ПОЛЗУЧЕСТЬЮ

Д. БАЛАЖ и Й. КИЛИАН

РЕЗЮМЕ

На основании обобщения опытов, направленных на изучение ползучести и уплотнения высокопрочных бетонов, можно делать нижеследующие выводы :

Согласно приведенных опытов, конечное значение фактора ползучести для испытанных бетонов марки 500 установлено $m = 2,50$.

Один из самых существенных факторов, влияющих на величину ползучести, воздействие возраста бетона, то есть возраста, в котором нагружают бетон. Согласно приведенного испытания ползучесть бетона в более зрелом возрасте значительно сильнее уменьшается, чем это учтено у Леонхардта.

Под влиянием продолжительной нагрузки сжатый бетон уплотняется. Вследствие уплотнения вырастают временное сопротивление и модуль упругости бетона. Размер уплотнения тем больше, чем в более молодом возрасте нагружается бетон.

На основании опытов, проведенных в целях уменьшения ползучести бетона, можно делать следующие выводы :

Усадка и ползучесть бетонных изделий значительно уменьшаются при применении такой технологии затвердевания бетона, которая представляет комбинацию из пропарки и сушки. Такая комбинированная технология является более экономной, чем пропарка и с точки зрения окончательного сопротивления бетона не так опасна, как сушка.

ENQUIRIES INTO CHANNEL STABILITY AND SEDIMENT MOVEMENT

J. BOGÁRDI

D. OF ENG. SC.

RESEARCH INSTITUTE OF WATER ECONOMY, BUDAPEST

[Manuscript received 21st May, 1956]

The first to devote attention to sediment transportation in natura streams were the Chinese in the 16th century. Nearly 200 years had to pass before studies were taken up again, and only in the middle of the 19th century did serious development begin. Though not with outstanding results, Hungary was among the pioneers, reporting measurements made on the Danube.

Both at home and abroad, the first studies of sediment transportation were concerned with sediment in suspension. In Hungary, suspended load was measured in 1871/72 by M. BALLÓ on the Danube, in 1901/2 by D. PAS-TEINER on the Tisza, in 1903 by H. HORUSITZKY on the Vág, and about 1920 by T. TAKÁTS again on the Danube.* Measurements on up-to-date lines were begun in 1942 on the Tisza, to be soon followed by modern studies on the Danube and several of its tributaries. Apart from those performed by the official hydraulic service, measurements were made on a number of occasions by our geologists (e. g., by MEZŐSI and by DONÁT on the Tisza and Maros rivers).

Bed-load measurement was late to be introduced all the world over. In Hungary, K. TÓRY experimented in 1933 to develop a bed-load sampler, and the first actual measurements were made in 1935, with the present writer participating in them. But it was not until 1942, when Z. KÁROLYI designed a sediment trap without any meshed fabric in it that relatively reliable measurements were begun to be taken.

It is a point which merits special mentioning in the history of Hungarian sediment measurements that *bed material composition* was studied ahead of all other countries, as early as in 1890 when a survey of the bed of the Tisza river was made. A relatively long period of time had to elapse before, in 1942/43, investigations were made of the composition of the material in the bed of the Hungarian section of the Danube. But since then, all sediment measurements have been invariably accompanied by simultaneous studies of river bed composition.

* Sporadic measurements had been made earlier on the Danube by M. PREYSZ in 1867.

After the country's liberation, particularly since 1948, sediment measurements have been carried out on a larger scale. At the end of 1953, the network of systematic sediment measurements included 31 cross sections on 10 rivers, to which 14 new stations on 8 rivers have been added in 1954, and recently one additional station on the Danube and two on the Tisza have been set up.

Up to the time of writing, the sediment measurements made at 25 stations on 9 rivers have been worked up in detail and published. At every station, the relations of sediment concentration and suspended and bed-load to gauge height, discharge, and velocity, were established. The mean and extreme values of sediment concentration and weight of suspended as well as bed load, were also determined. The changes in the mechanical composition of sediment were recorded. The correlations of sediment transportation to the hydraulic factors of flow were computed. In several instances, the effects were studied which the rising, falling, or culminating gauge heights and the individual seasons of the year, exerted upon sediment movement. Departing from novel conceptions, hydraulic relations were established between the values measured at the individual cross sections. In addition to the relationship of sediment concentration and weight to gauge height, discharge, and velocity, the hydraulic relations also expressed their mutual interrelations. The changes in the size of sediment particles and in the weight of suspended and bed load within individual cross sections and in the longitudinal profiles of rivers, were observed. Finally, based upon the nature of bed material, investigations were opened into the stability of natural streams.

In addition, several theoretical questions have been studied at large; for instance, the distribution of sediment concentration over depth; the abrasion and quantitative diminution of bed load, and the variations of critical velocities. The last-mentioned problem has been investigated in the *Technical University of Budapest*.

Our studies extended also to the elaboration of sediment traps and samplers. Most of the studies were prompted by practical problems put up to us for solution from industrial and agricultural quarters. At any rate, they gave us opportunity to enquire into a number of questions concerning settling.

Attention has likewise been given to sediment problems in dams, connected partly with the one recently built at Tiszalök, partly with others planned on the Tisza and on the Danube at Visegrád. Deposits upstream of a dam have been determined on the theories of ORTH and SAMOV, and other research workers. For instance, approximately 10 per cent silting, in relation to total storage capacity, is expected at the planned dam on the Danube at Visegrád.

This paper embodies a detailed account of one of our latest, and to us at present most important, studies; *one which is concerned with the interrelations of channel stability and sediment movement*.

Channel stability refers to the stability of natural stream channels, i. e. it expresses the extent to which bed material is likely to be disrupted, and the bed to be altered, by sediment deposition and silting. On this interpretation, any parameter which expresses the interrelations of the hydraulic characteristics of flow, the material lining the channel, and the sediment, is suitable to be chosen for the means by which to measure channel stability. These interrelations can of course be expressed in various ways. Most of them are furnished ready by the external characters of the stream itself, e. g., the occurrence of coarse bed material in steeply sloping stretches, and of fine material in reaches of flatter slopes. Obviously, of such readily recognisable interrelations those must be chosen, which are the most marked characteristics of the phenomena participating in the formation of natural streams.

Three parameters are commonly used to express channel stability.

The *first parameter* to express the relationship between the hydraulic elements, the channel, and the sediment, is LOHTIN's *channel stability factor*. To characterise the measure in which a channel is stable, LOHTIN brings the resistance against erosion of the material lining the channel into relation with the tractive force itself. Accordingly, his channel stability factor is

$$\alpha = \frac{f(\gamma_1 - \gamma) \frac{\pi d^3}{6}}{\varphi_0 \frac{v^2}{2g} \gamma \frac{\pi d^2}{4}}$$

where f denotes friction factor, γ_1 the specific weight of sediment, γ that of water, d the diameter of sediment particles, φ_0 a factor varying with the area exposed to the impact of the water and the pitch of the slope, v the velocity of flow, and g acceleration due to gravity.

In the present study, the numerical value of LOHTIN's channel stability factor was computed by the formula

$$a = \alpha_0 \frac{gd}{v^2}.$$

In determining the numerical value of a , the α_0 factor dependent on the conditions of friction, specific weight, pitch of slope etc., was taken to be equal to unity.

It should be noted that, instead of velocity, slope I is frequently used to express the a factor, when

$$a = \alpha \frac{d}{I},$$

where α is a combined coefficient, like α_0 .

Besides particle diameter, velocity, and slope, also the hydraulic radius has been taken into account by the author, and this new one is the *second parameter*, introduced in 1942 on the following considerations.

The critical mean velocity is known to be proportionate to the square root of the mean diameter of the sediment (d_g). If the channel is stable, the actual mean velocity must be proportionate to the critical mean velocity pertaining to the bed material. If, then, the mean velocity is expressed by CHÉZY's velocity formula, the relation

$$\frac{d_g}{RI} = b$$

is obtained for the mean particle diameter of the bed material, the hydraulic radius, and the slope. Parameter b is obvious to vary, even for the same cross section, in dependence of the hydraulic factors and the nature of the sediment movement, but under no circumstances will it fail to characterise the stability of the channel.

Following the Polish research worker DEBSZKI, the relation $\frac{d_g}{I}$ is sometimes used to describe channel stability. For the sake of completeness, this *third parameter* too has been included in our studies.

The study of channel stability had a rather late start, whereas the problem of designing canals free from silting and scouring has had the attention of workers as early as the end of the last century. Lately, the theories of non-silting and non-scouring canals (the so-called regime theories) have been extended to natural stream channels. Already in 1937, it was pointed out by E. W. LANE that in canals that neither scour nor fill, called by us *canals in equilibrium*, sediment movement is the really decisive factor. Since it is most essential in channel stability as well, studies concerning the latter must obviously take account of the laws governing sediment movement, as also of the regime theory.

The correlation of the parameters in the two theories is also an indication of the close connection between sediment movement and channel stability. Let us discuss a few examples in confirmation of this statement.

H. A. EINSTEIN characterised the rate of bed-load transport by a dimensionless parameter Φ , which he designated the intensity of bed-load transport. If in a band of unit width the sediment discharge is q_h and the sediment diameter is d , then $\Phi = X \frac{q_h}{d^{3/2}}$, where X denotes a dimensional constant. Parameter Φ is a direct function of a dimensionless parameter ψ , called by EINSTEIN the flow intensity. According to him

$$\psi = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} \frac{d_{35}}{RI_e}$$

and this shows that the parameter ψ is in essence identical with the channel stability factor

$$b = \frac{d_g}{RJ}$$

introduced by the present author. d_{35} denotes the particle size in the bed material of which 35 per cent is finer; ρ_1 and ρ_2 , the density of sediment and water respectively, and I_e the slope of the energy gradient. By the demonstration of EINSTEIN, subsequently verified by several workers, Φ is a function of ψ , i. e., the rate of bed-load transport is dependent on the channel stability factor.

That the parameter Φ really is a quantity proportionate to the rate of sediment transport, is easily demonstrated in the following.

M. A. VELIKANOV assumes that for a band of unit width sediment discharge is

$$q_h = Av^4,$$

which means that it is proportionate to the fourth power of velocity. By A a dimensional constant is denoted. Thus

$$\Phi = X \frac{q_h}{d^{3/2}} = X \frac{Av^4}{d^{3/2}} = X_1 \frac{v^4}{d^{3/2}},$$

where X_1 is a dimensional constant.

According to H. ROUSE

$$q_h = 11 \frac{h^3 I^3}{d^{1.5}}$$

where h is the depth of water. This means that

$$\Phi = X \frac{11 \frac{h^3 I^3}{d^{1.5}}}{d^{1.5}} = X_2 \frac{h^3 I^3}{d^3},$$

where X_2 is a dimensional constant.

If we share the assumption of VELIKANOV, then parameter Φ is proportionate to v^4 , but if we depart from ROUSE's relation, it is proportionate to $h^3 I^3$.

If we combine VELIKANOV's formula with that of ROUSE with the aid, for instance, of the MANNING formula, we obtain that instead of to v^4 , the parameter Φ is proportionate to $v^{3/2}$, for $v = \frac{1}{n} h^{2/3} I^{1/2}$, and so $h^3 I^3 = kv^{3/2}$.

It should still be noted that if instead of the MANNING formula the CHÉZY formula is applied, then the sixth, instead of the fourth, power of velocity will appear in the value of parameter Φ .

The differences in the power index of velocity indicate differences in the assumptions of EINSTEIN, VELIKANOV, and ROUSE, respectively, even though in no great measure. On the other hand, it can be taken as proved that parameter Φ is indeed proportionate to bed-load transport, as has been assumed by EINSTEIN. This of course means that, through the parameter ψ , channel stability too is related to the rate of bed-load transport.

There are other ways as well to demonstrate the relatedness of sediment movement to channel stability. The dimensionless parameter

$$t = \frac{\omega}{\sqrt{ghI}}$$

is known to play a very important part in suspended sediment movement. Through the settling velocity, ω , it characterises the most significant properties of the sediment. The friction velocity

$$v_s = \sqrt{ghI}$$

present in its denominator measures the tractive force, i. e., the shearing stress. Now, it is very interesting that parameter t and the channel stability factor $b = \frac{d_g}{RI}$ show close connection with each other.

In comparing the two, attention must be paid to whether or not, in regard to its settling velocity, the material examined comes to within the limits of STOKES' law.

For *large-sized particles*, which do not follow STOKES' law, the settling velocity can be regarded as proportionate to the square root of the particle diameter, i. e.,

$$\omega = y_1 d_g^{1/2}.$$

Disregarding the changes which are possible in the value of acceleration due to gravity, and substituting the above expression of settling velocity into the value of parameter t , we ultimately obtain that

$$\frac{d_g}{RI} = wt^2,$$

where w denotes a dimensionless constant. Accordingly, for coarse sediment the channel stability b is proportionate to the square of parameter t .

For *fine material*, by STOKES' law the settling velocity is proportionate to the square of the particle diameter, that is,

$$\omega = y_0 d_g^2,$$

where the dimension of y_0 is $\text{sec}^{-1} \text{m}^{-1}$, i. e.

$$t = r_1 \frac{d_g^2}{R^{1/2} I^{1/2}}$$

where the dimension of r_1 is $\text{m}^{-3/2}$, wherefrom we ultimately arrive at

$$\frac{d_g}{RI} = z \frac{t^2}{d_g^3},$$

where the dimension of z is m^3 . This shows that for fine sediment material, too, the channel stability factor is proportionate to the square of parameter t , but that in this case the proportionality factor also depends on the value of $\frac{1}{d_g^3}$.

The relation of parameter t to the channel stability factor delivers evidence that it is not possible to characterise the latter correctly unless the rate of sediment transport is taken into account.

To our knowledge, the channel stability factors have not as yet found practical application. In the course of our latest investigations the changes in them have been studied on the basis of practical calculations.

The first question was whether the channel stability factors, particularly parameters $b = \frac{d_g}{RI}$, were suitable at all to describe the state of the channel.

To decide this point, it had first to be found out, on the basis of the relation of the sediment transport rate to the channel stability factor, whether the latter was also related to those hydraulic factors which do most affect sediment transportation in natural stream channels.

To this end, it seemed expedient to study the relations to gauge heights and mean water depths, respectively. It is common knowledge that sediment transportation on a larger scale generally begins with rising high water levels. As a rule, this correlation is so very definite that it permits the determination of the sediment discharge per unit of time, G_g , in dependence of gauge height. From this it follows that a correlation must likewise exist between the channel stability factor and gauge height, and that, since due to the scour and fill accompanying rising water levels channel stability decreases, the factor must decrease as well. It further follows from the above that the channel stability

factor must also decrease with an increase in the bed-load discharge. It will be seen that these correlations generally do exist, which proves that the channel stability factor really is a true characteristic of the state of the channel.

The first studies involving channel stability factors were carried out at seven sediment-gauging stations on the Danube: Dunaremete, Nagybjacs, Dunaalmás, Nagymaros, Dunapentele, Baja, and Fajsz. The three factors were calculated for each measurement made at these stations in the years 1950–1953. At Dunaremete, Nagybjacs, and Dunaalmás, they were also calculated for each vertical. The measurement data obtained for gauge height, cross section, velocity of flow, and sediment discharge, underlay the computations of mean water depth, average bottom level, and sediment discharge per unit time. From bed-material samples taken at the individual verticals, the mean diameter of sediment particles was determined for each vertical and cross section, respectively. Slopes were established from gauge heights recorded above and below the cross sections. It should be mentioned that with a view to simplifying the calculation, the mean depth obtained as the quotient of the wetted area and the water-surface width, was taken into account.

For every measurement all three channel stability factors were calculated, and each of them was examined independently, to see which it would be best to apply. This was done by determining for a number of verticals the correlation coefficients, which characterise the connections of all three channel stability factors with the bottom levels on the one hand, and the water depth, on the other. On the evidence of the calculations, the closest relationship was usually shown by the parameter $\frac{d_g}{RI}$. Accordingly, this parameter was used in all subsequent considerations. It follows from the nature of things that the channel stability factor displays a negative relation to bottom level and water depth.

The mean values of the channel stability factors calculated separately for each measurement made at the individual gauging stations, are illustrated in Fig. 1, in longitudinal section. In addition to the variations in $\frac{d_g}{RI}$, this figure also shows those in $\frac{d_g}{I}$ and in Lohtin's parameter. It clearly indicates that in the reach in motion above Dunaalmás, and in the variable sandy stretch of the Danube below Dunapentele, the channel stability factors are considerably lower values than in the stretch between Dunaalmás and Dunapentele, which can be regarded as fairly stable. The variations in the mean sediment diameter along the length of the river are also illustrated in the diagram. It should be noted that Fig. 1 gives but a wide approximation of the variations in the channel stability factor since, due to averaging, it fails to express the variations in the individual cross sections. But as in a cross section the actual values, not only

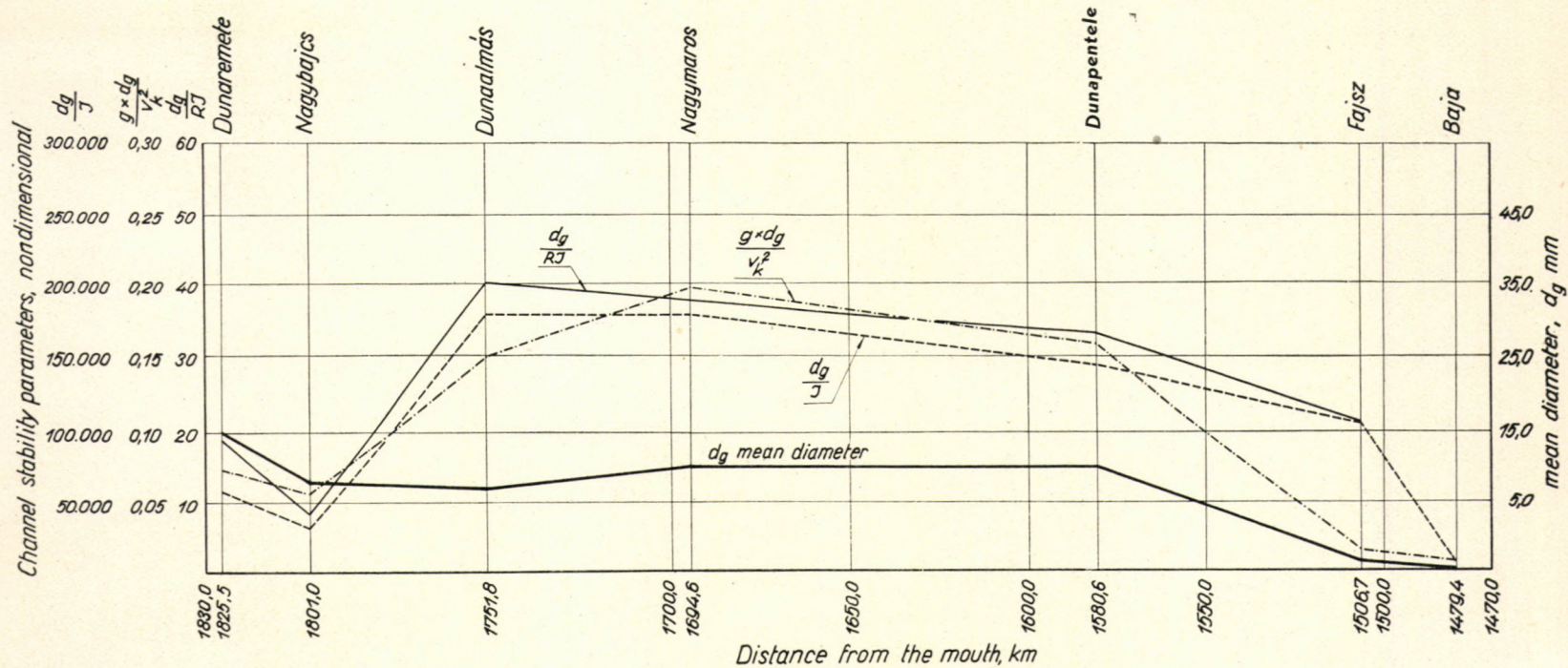


Fig. 1. Variations in the channel stability factors on the Danube

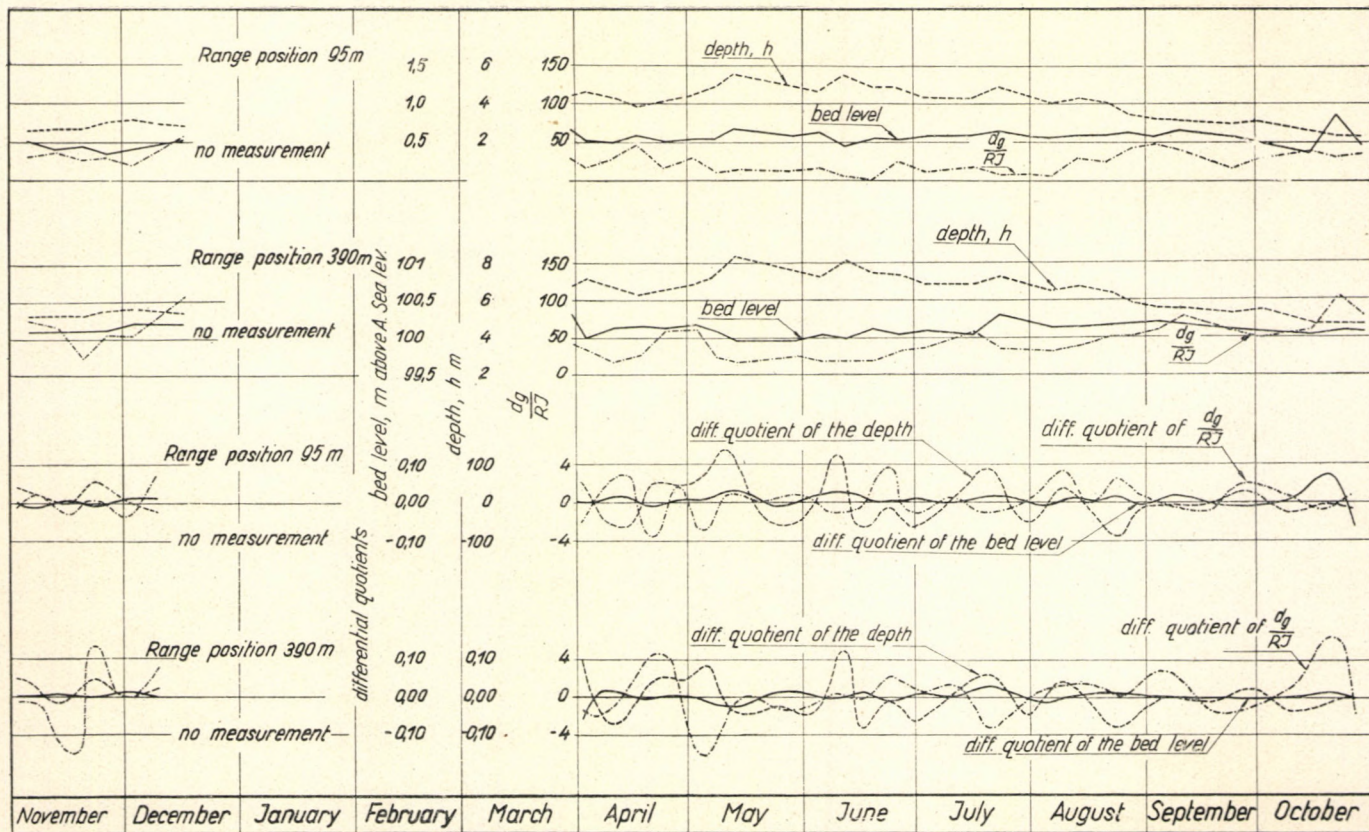


Fig. 2. Variations with time in the channel stability factor, water depth, and bottom level, as also their time derivatives

for water depth but also for bed material size, may very considerably diverge from the calculated mean values, it is obvious that if more exact computations are to be obtained, they must be based upon channel stability factors determined for all the individual verticals. As mentioned above, such detailed computations have been made for Dunaremete, Nagybjacs, and Dunaalmás.

In a study of the channel stability factors for each vertical, the most essential point is to study their variations with time, whereby variations in the bottom level and water depth may, of course, be taken into account simultaneously. In our own cases, we worked, instead of with the hydraulic radius, R , with the water depth, h , measured at the verticals. In Fig. 2, the measurements made at Dunaalmás in the hydrological year 1951, at the verticals 95 and 390, clearly reveal the opposite character of the variations in the water depth and the $\frac{d_g}{RI}$ factor. At high water levels, i. e., at great water depths, the value of the factor is less than at low depths, when, due to the decrease in the capacity to transport sediment, the bed is stable. Similar to those for these two verticals, were our findings for the others. It needs to be mentioned, however, that at Nagybjacs these variations were not quite as uniform, partly on account of the substantial differences in the bed and, not less, because of the relatively small number of measurements made. Fig. 2 shows that there is no such close connection between the variations of the channel stability factor and those of the bottom level; at any rate, owing to the varying scour and fill it cannot be demonstrated in this manner. With a view to illustrating as clearly as possible the changes occurring in time, Fig. 2 also presents, again in respect of verticals 95 and 390, the variations with time of the time derivatives for the channel stability factor, on the one hand, and for water depth and bottom level, on the other hand. In calculating the differential quotients, the difference between two consecutive measurements was divided by their difference in time. As was to be expected, where the time derivative of $\frac{d_g}{RI}$ was a high positive value, there that of the water depth was a relatively high negative value. All this likewise follows from the hyperbolic connection between channel stability and water depth. Because of the circumstances mentioned above, the variation with time of the derivative of bottom levels shows no such uniform relation to the time derivative of the channel stability factor. The variations with time of the differential quotients were found to be similar in most of the verticals studied so far. Deviations, of course do occur; reference is again made to Nagybjacs, where the relatively greatest deviations were registered.

The next step was to study for the whole cross section the relationship of the mean value of the $\frac{d_g}{RI}$ factor to the mean water depth H . For each

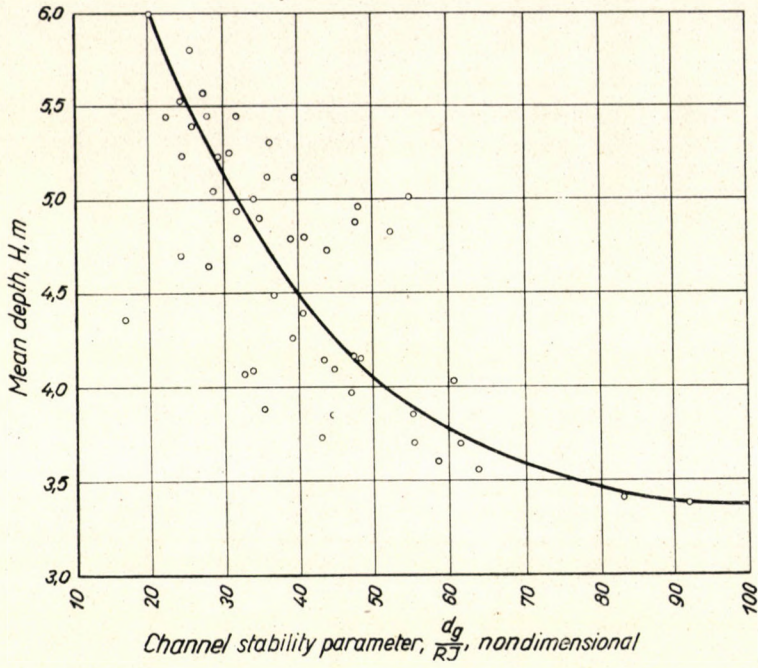


Fig. 3. Correlation of the channel stability factor and mean depth at *Dunaalmás*

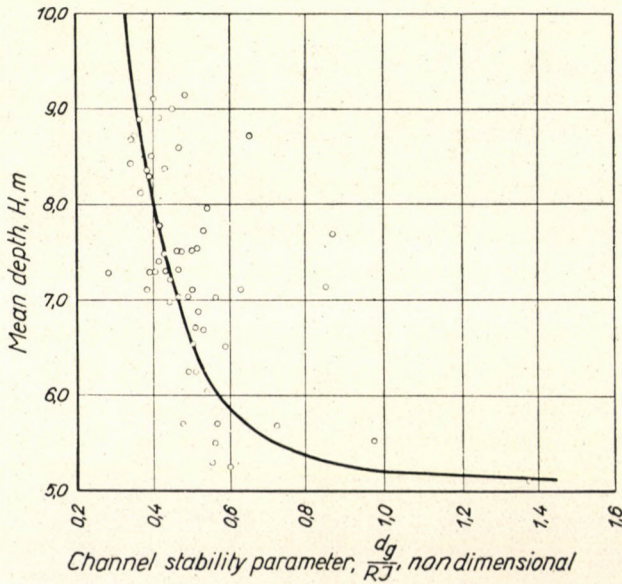


Fig. 4. Correlation of the channel stability factor and mean depth at *Baja*

measurement made, one pair of correlated values was determined. Displayed in a coordinate system, at each of the seven stations a more or less well definable hyperbolic correlation was found to exist between the mean water depth H and the channel stability factor. Fig. 3 shows for Dunaalmás, that the greater the mean depth, the less is the value of the channel stability factor, which indicates that at greater depths, i. e., at high water levels, sediment transportation is of a higher degree, and this diminishes channel stability. The course the hyperbola takes differs naturally from station to station in depend-

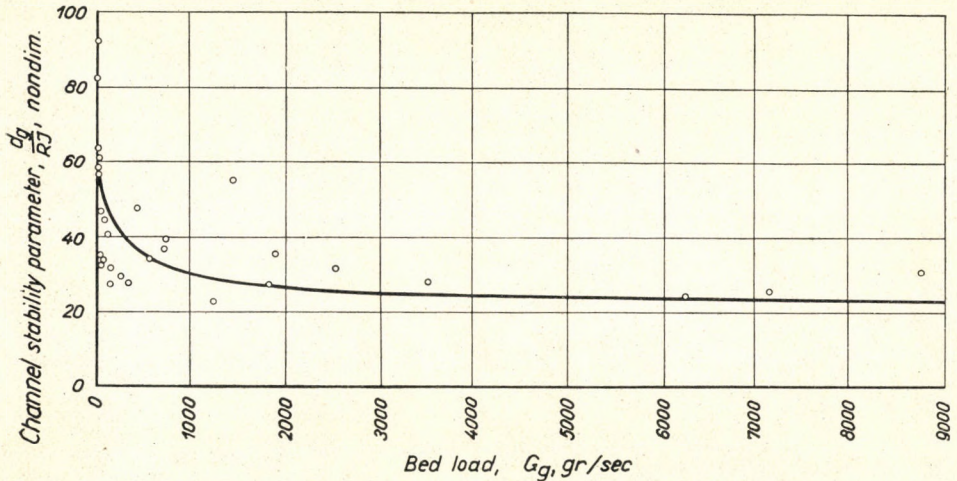


Fig. 5. Correlation of the channel stability factor and bed-load discharge at Dunaalmás

ence on the prevailing local conditions. For instance, at Baja, according to Fig. 4, relatively substantial variations in water depth are associated with but minute changes of the channel stability factor. At Dunaalmás, on the other hand, relatively minor changes in depth cause major changes in the value of the factor. The cause of the divergence is obviously this: at Dunaalmás the channel is, as a rule, fairly stable, but when the water rises and more sediment is transported, channel stability suffers a greater diminution there than at Baja, where it is generally low, so that rises do not involve any excessive diminutions of the channel stability factor.

Incidentally, Figs. 3 and 4 supply evidence that the channel stability factor is a luckily chosen parameter by which to define the stability of a channel.

From the relationship existing between channel stability and sediment movement it obviously follows that the former must also be related to bed-load discharge. At all seven stations on the Danube, the sediment discharge and the corresponding channel stability factor, determined for each measurement, are plotted, as correlated pairs of values, in a coordinate system. Figs. 5 and 6 show that with increasing sediment discharge the channel stability fac-

tor decreases in value, first rapidly, thereafter at a lower rate, gradually. The hyperbolic connection shown in Figs. 5 and 6 agree perfectly with our practical conception, according to which increased sediment transportation involves reduced channel stability.

The studies made up to date naturally represent only the beginnings of an attack on the problems attaching to channel stability, and particularly to its practical application. Apart from continuing them on the Danube, investigations must be made on the Tisza, which has a considerably milder

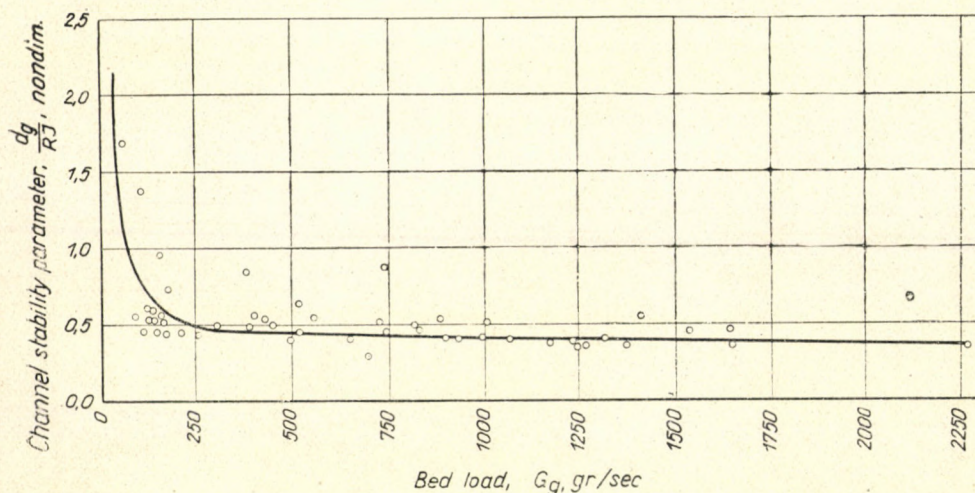


Fig. 6. Correlation of the channel stability factor and bed-load discharge at Baja

slope and carries finer bed material. Moreover, the peculiar conditions on which the practical application of the channel stability factors to the smaller tributaries depend, must still be investigated.

The investigations conducted so far have proved that the parameter $\frac{d_g}{RI}$ is well selected, for it really characterises channel stability in dependence on the conditions of flow, sediment transportation, and bed material. It might gain considerable significance in river regulation work. Under known conditions of slope and bed material, it will make it possible to determine in accordance with the flow of the river such data for the cross section as will be helpful in designing channels that are stable.

Future research work in Hungary will of course not be restricted to investigations concerned with the channel stability factor. Continuous study of several of the questions mentioned in the introduction of this paper is required. One of the most urgent vital problems is that of the calibration of the approved bed-load trap; another one is the elaboration of an appropriate

simple sampler. Besides, it is wished to continue with the studies initiated for measuring the clicking sound made by sediment, as this is especially suitable for the reliable qualitative and quantitative determination of sediment discharge. Theoretical and practical investigations are still needed to establish the distribution of concentration over depth. A significant part of our future efforts will have to be devoted to practical problems put to us by industry and agriculture, concerned primarily with the settling of sediment in our natural streams. Building the dam at Tiszalök gives us opportunity to study the sediment problems of dams on the basis of data obtained from first-hand measurements made at home. This will turn out to be of particular advantage in the future, when grappling with problems of river canalisation work.

REFERENCES

- BALLÓ, M.: A Duna-folyam vegyi viszonyairól Buda-Pest mellett (Chemical conditions in the Danube river at Budapest; Hung. only). *Math. és Természettud. Közl.* XI (1873).
- BOGÁRDI, J.: Hordalékmozgás a folyószabályozásban (Sediment movement in river regulation; Hung. only). *Vízügyi Közlemények*, 3—4 (1942).
- BOGÁRDI, J.: A hordalékmozgás elmélete (The theory of sediment movement; Hung. only). Akadémiai Kiadó, Budapest (1955).
- EINSTEIN, H. A.: The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. U. S. Department of Agriculture, Technical Bulletin No. 1026 (1950).
- HORUSITZKY, H.: Nyitramegyei Tornóc és Ürmény környéke (The surroundings of Tornóc and Ürmény in Nyitra county; Hung. only). *M. Kir. Földtani Int. Évi Jelentése* (1903).
- KÁROLYI, Z.: Mesures se rapportant au debit solide du Haut Danube, IAHRs Third Meeting, Grenoble 1945, Rapport 11—12.
- LANE, E. W.: Stable Channels in Erodible Material. *Transactions ASCE* 102 (1937).
- LOHTIN, V. K.: О механизме речного русла. (On the mechanism of natural stream channels; Russian only). (1897).
- MEZŐSI, J., DONÁTH, É.: A Maros és a Tisza lebegtetett hordalékának ásványtani és vegyi vizsgálata (A mineral and chemical study of suspended sediment in the Maros and Tisza rivers; Hung. only). *Közlemények a Szegedi Tudományegyetem Ásvány-Kőzettani Intézetéből*. Szeged (1951).
- ORTH, F.: Die Verlandung von Staubecken. *Die Bautechnik* H. 26 (1934).
- PASTEINER, D.: A Tisza folyó lebegő hordaléka (Suspended sediment in the Tisza river; Hung. only). *Vízrajzi Évkönyv* XIII.
- ROUSE, H.: An Analysis of Sediment Transportation in the Light of Fluid Turbulence. U. S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, T. P. 25 (1939).
- САМОВ, Г. И.: Заилнение водохранилищ. (Siltng up in reservoirs; Russian only). Leningrad—Moscow (1939).
- ТАКÁTS, T.: A Duna lebegő hordaléka Budapesten (Suspended sediment in the Danube at Budapest; Hung. only). *Hidrológiai Közöny*, V. 10 (1930).
- United Nations: The Sediment Problem. Bangkok (1953).
- ВЕЛИКАНОВ, М. А.: Динамика русловых потоков. (The dynamics of flow; Russian only). Leningrad—Moscow 1946 and Leningrad 1949.

SUMMARY

After a survey of the history of sediment measurements made in Hungary, and a brief description of the correlation between channel stability and sediment movement, the paper deals with the author's latest studies concerning the channel stability factor. Based upon the detailed measurements obtained at 7 gauging station on the Danube, hitherto undetected interrelations are disclosed between the channel stability factor, on the one hand, water depth,

bottom level variation, and sediment discharge, on the other hand. The paper reveals that the variations in depth are opposite in character to those in the channel stability factor. The opposite nature is particularly manifest in the variations with time of the time derivative. In accordance with expectations, the value of the channel stability factor decreases with increasing sediment discharge.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE BETTBESTÄNDIGKEIT UND SCHWERSTOFF- BEWEGUNG

J. BOGÁRDI

Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Auf eine kurze Zusammenfassung der Geschichte der Schwerstoffmessungen in Ungarn und eine knappe Beschreibung des Zusammenhanges zwischen Bettbeständigkeit und Schwerstoffbewegung folgt ein Bericht über des Verfassers Untersuchungen des Bettbeständigkeitsfaktors. Unter Zugrundelegung von an sieben Messstationen an der Donau vorgenommenen Messungen werden mehrere, bisher unentdeckte gegenseitige Beziehungen bekanntgegeben zwischen dem Bettbeständigkeitsfaktor einerseits, der Wassertiefe, den Veränderungen im Bodenniveau und der Geschiebeführung andererseits. Es wird nachgewiesen, dass die Änderungen der Wassertiefe und die des Bettbeständigkeitsfaktors entgegengesetzten Charakters sind. Dieser entgegengesetzte Charakter zeigt sich augenfällig in der zeitbedingten Veränderung der Differentialquotienten. Bei steigender Geschiebeführung sinkt, wie das auch zu erwarten ist, der Wert des Bettbeständigkeitsfaktors.

RECHERCHES RELATIVES À LA STABILITÉ DU LIT DES FLEUVES ET L'ENTRAÎNEMENT DES MATÉRIAUX

J. BOGÁRDI

Docteur des sciences techniques

RESUME

Après avoir exposé brièvement l'histoire des mesures hongroises des matériaux entraînés, ainsi que la relation entre la stabilité du lit et l'entraînement des matériaux, l'auteur analyse les recherches hongroises concernant le facteur de stabilité. À la base de mesures détaillées effectuées par sept stations de mesure sur le Danube, il établit plusieurs nouvelles relations entre le facteur de stabilité, d'une part et la profondeur de l'eau, la variation du niveau de fond et le débit solide d'autre part. Il ressort de son exposé que la variation de la profondeur de l'eau et celle du facteur de stabilité du lit sont d'un caractère opposé, ce qui se manifeste particulièrement à la variation dans le temps des dérivées selon le temps des facteurs indiqués. L'augmentation du débit solide, comme s'était à prévoir, entraîne un abaissement de la valeur du facteur de stabilité du lit.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТОЯНСТВА РУСЛА И ДВИЖЕНИЯ НАНОСОВ

Д-р техн. наук Й. БОГАРДИ

РЕЗЮМЕ

После краткого изложения истории измерений наносов в Венгрии, а также связи между постоянством русла и движением наносов, дается подробное изложение проведенных в Венгрии наблюдений, касающееся коэффициента постоянства русла. На основании результатов подробных измерений на семи дунайских водомерных постах приводится ряд новых зависимостей между коэффициентом постоянства русла, с одной стороны, и глубиной воды, изменением уровня дна и донных наносов — с другой стороны. Из работы следует, что изменения глубины воды и коэффициент постоянства русла имеют противоположный характер. Противоположный характер изменений особенно бросается в глаза при изменении во времени производных этих факторов по времени. С ростом донных наносов, как этого можно было ожидать, значение коэффициента постоянства русла падает.

À LA MÉMOIRE D'UN SAVANT FRANÇAIS : BARRÉ DE SAINT-VENANT

Prof. P. CSONKA

DOCTEUR DES SCIENCES TECHNIQUES

[Manuscrit présenté le 18 juillet 1956]

Voici cent ans que les travaux fondamentaux de BARRÉ DE SAINT-VENANT, les études intitulées «*De la torsion des prismes avec considération sur leur flexion*» et «*Mémoire sur la flexion des prismes*» ont vu le jour. À l'occasion de ce centenaire il y a lieu d'évoquer le souvenir de ce maître illustre de la théorie de l'élasticité et de nous rappeler l'importance de ses œuvres.

À l'époque qui précéda l'activité de SAINT-VENANT, les connaissances relatives à la théorie de l'élasticité et la statique étaient assez peu développées. Quoiqu'on connût déjà le célèbre ouvrage de L. NAVIER : «*Résumé des Leçons ... de la résistance des corps solides*», la solution de nombreux problèmes importants était encore ignorée. D'autres problèmes connurent de solutions qui ne s'appuyaient sur aucune observation expérimentale, aucune considération théorique.

Un problème semblable était entre autres celui de la torsion de la barre prismatique, traité d'après L. NAVIER sur la base de l'hypothèse que les sections transversales originalement planes restaient planes même après leur déformation. Dans son ouvrage intitulé «*De la torsion des prismes ...*» SAINT-VENANT démontra que cette hypothèse était insoutenable. Dans la même étude, il indiqua également la solution exacte du problème pour le cas de la torsion simple, quand toutes les sections sont soumises à un gauchissement identique.

Au cours de l'exposé du problème de la torsion, SAINT-VENANT appliqua un procédé entièrement différent des méthodes employées jusqu'alors. On connaissait déjà la méthode dite *directe*, visant à la détermination du système de tensions correspondant au système donné des forces extérieures et la méthode dite *inverse*, permettant de déterminer les systèmes de tension correspondant aux systèmes de déplacement donnés. Au lieu de ces méthodes, SAINT-VENANT appliqua la nouvelle méthode qu'il nomma méthode *mixte* ou *semi-inverse*. Ce procédé diffère de ceux connus jusqu'à ce moment en ce qu'il considère comme donnés certains déplacements ou certaines tensions et détermine les autres à partir des conditions d'équilibre, ou bien de continuité. Le nouveau procédé s'avéra très utile pour l'analyse de nombreux problèmes, comme par exemple le problème de la flexion et de la pression excentrique.

DE LA
TORSION DES PRISMES

AVEC DES CONSIDÉRATIONS

SUR LEUR FLEXION

AINSI QUE SUR L'ÉQUILIBRE DES SOLIDES ÉLASTIQUES EN GÉNÉRAL

ET DES FORMULES PRATIQUES

POUR LE CALCUL DE LEUR RÉSISTANCE

A DIVERS EFFORTS S'EXERÇANT SIMULTANÉMENT.

PAR M. DE SAINT-VENANT.

INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES,
 ANCIEN PROFESSEUR ADJOINT DE MÉCANIQUE À L'ÉCOLE DES PONTS ET CHAUSSÉES
 ET PROFESSEUR DE GÉNIE CIVIL À L'INSTITUT AGRONOMIQUE
 MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS.



PARIS.

IMPRIMERIE IMPÉRIALE.

M DCCC LV.

Fig. 1

MÉMOIRE

SUR

LA FLEXION DES PRISMES,

Sur les glissements transversaux et longitudinaux qui l'accompagnent lorsqu'elle ne s'opère pas uniformément ou en arc de cercle, et sur la forme courbe affectée alors par leurs sections transversales primitivement planes [];*

PAR M. DE SAINT-VENANT.

1. Recherches anciennes sur la théorie de la flexion.

C'est à propos du problème de la rupture des prismes par flexion que la théorie de la résistance des solides a été fondée par Galilée [**], et établie ensuite sur sa véritable base par Mariotte [***], qui l'a rattachée à celle de leur élasticité, dont Robert Hooke avait découvert, un peu avant lui, le principe [****].

[*] Un premier extrait de ce Mémoire a paru dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie*, à la correspondance du 20 novembre 1854, tome XXXIX, page 1027; et un deuxième extrait le jour de sa lecture, 20 juillet 1855, tome XLI, page 143.

[**] *Dialogo secondo, Giornata seconda*, 1638, art. 550, page 63 *delle opere di Galileo Galilei*.

[***] *Traité du mouvement des eaux*, 5^e partie, second discours, 1684 (posthume).

[****] *Lectures De potentia restitutiva or of Spring*, opuscule inséré aux *Philosophical tracts and collections* de Robert Hooke, et publié en 1678, c'est-à-dire deux ans après sa *Description of Helioscopes*, où il énonce déjà sous l'anagramme *ceitnossttuu* son fameux principe *ut tensio sic vis*, énonçant la *proportionnalité* des dilatations ou contractions des ressorts aux efforts qui les amènent ou qu'elles développent.

Tome I^{er} (2^e série). — MARS 1856.

12

Fig. 2

Un grand mérite de SAINT-VENANT est d'avoir reconnu que l'état de tension des barres chargées à leur extrémité, à une distance suffisante des extrémités ne dépend que de la résultante des forces agissantes, mais est indépendant de la répartition des forces. Ce principe porte le nom de SAINT-VENANT et peut être considéré comme une des hypothèses fondamentales de la statique technique.

Les recherches exposées par Saint-Venant dans son «Mémoire sur la flexion des prismes» sont également très importantes. C'est dans cet ouvrage qu'il prouve que les formules de BERNOULLI—NAVIER, relatives à la flexion des barres prismatiques n'étaient rigoureusement valables que pour le cas de la flexion simple. Il démontra que la forme des sections de barre, même en cas de la flexion simple, ne restait pas inchangée. C'est également ici qu'il traita de façon détaillée le gauchissement des sections survenant en conséquence du cisaillement, ainsi que le problème des tensions de cisaillement agissant dans les sections. Toutes ces recherches ont grandement contribué à la mise au point des questions jusqu'alors non éclaircies de la statique et ont ouvert de vastes possibilités au développement de cette science.

Au cours des cent ans écoulés depuis la publication des deux ouvrages fondamentaux de SAINT-VENANT, la théorie de l'élasticité s'est élevée de ses modestes débuts au niveau d'une vaste science. Et cette science ne cessera pas d'honorer la mémoire de son maître éminent, BARRÉ DE SAINT-VENANT, à qui s'appliquent si bien les mots d'EUG. BELTRAMI: «On peut dire de ces heureux savants, qu'ils sont considérés comme immortels, même avant de le devenir véritablement».

LITTÉRATURE

1. BOUSSINESQ, M. J.—FLAMANT, M. : Notice sur la vie et les travaux de M. de Saint-Venant. *Annales des Ponts et Chaussées*. 6^e Serie, 12 (1886), 2^e semestre.
2. TODHUNTER, J.—PEARSON, K. : A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials. Cambridge, University Press, 1886.
3. TIMOSHENKO, S. P. : History of Strength of Materials London, McGraw-Hill Publishing Company LTD, 1953.

DAS ANDENKEN VON BARRÉ DE SAINT-VENANT IN DER PERSPEKTIVE VON 100 JAHREN

Prof. P. CSONKA
Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Es sind bereits 100 Jahre her, dass die grundlegenden Arbeiten von BARRÉ DE SAINT-VENANT «De la torsion des prismes avec considération sur leur flexion» und «Mémoire sur la flexion des prismes» im Druck erschienen sind.

DE SAINT-VENANT gibt in diesen Abhandlungen die strenge Lösung für die wichtigsten Aufgaben der technischen Festigkeitslehre, für das Problem des auf Biegung bzw. Torsion beanspruchten prismatischen Stabes. Von grösster Bedeutung ist die Einführung der bei der Erörterung dieser Aufgaben angewandten neuen Methode, des semi-inversen Verfahrens,

sowie auch die Erkenntnis, dass der Spannungszustand der an ihren Enden belasteten Stäbe in einer gewissen Entfernung von den Stabenden nur noch von der Resultierenden der wirkenden Kräfte abhängt, dagegen von der Art der Kräfteverteilung unabhängig ist.

Während der 100 Jahre, die seit dem Erscheinen der zwei grundlegenden Arbeiten SAINT-VENANTS verstrichen sind, hat sich die Elastizitätstheorie von bescheidenen Anfängen zu einer gewaltigen Wissenschaft entwickelt. Diese Wissenschaft wird stets den Namen und das Andenken ihres hervorragenden Schöpfers, BARRÉ DE SAINT-VENANTS, bewahren und künden.

BARRÉ DE SAINT-VENANT, FROM THE PERSPECTIVE OF A CENTURY

Prof. P. CSONKA
D. of Eng. Sc.

SUMMARY

A hundred years have passed since BARRÉ DE SAINT-VENANT's fundamental treatises on "De la torsion des prismes avec considération sur leur flexion" and "Mémoire sur la flexion des prismes" were first published.

The works of DE SAINT-VENANT gave an accurate solution for the greatest problems of engineering statics, the problem of the prismatic bar under bending or torsional stress. In the discussion of these problems, the introduction of a new method: the semi-inverse process is of great importance; this applies also to his revelation of the fact that at appropriate distance from the ends of the bar, the state of stress of bars loaded on their ends depends only on the resultant of the forces acting on them, but it is independent of the distribution of these forces.

During the century that has gone by since the appearance of de SAINT-VENANT's two fundamental works, the theory of elasticity has developed from modest beginnings into a vast science. That science will always respect and keep alive the memory of its outstanding master, Barré de SAINT-VENANT.

В ПАМЯТЬ Б. СЕН-ВЕНАНА, 100 ЛЕТ СПУСТЯ

Д-р тех. наук, проф. П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

Прошло уже 100 лет с момента, когда основные труды Барре де Сент-Венана «Кручение призм с учетом их изгиба» и «Меморандум об изгибе призм» вышли в свет.

Сент-Венан в этих своих трудах дает точные решения важнейших задач теории сопротивления материалов, проблем, относящихся к стержням, работающим на изгиб или на кручение. Большое значение имеет применение при разборе этих проблем нового полуинвертного метода, как и познание того, что состояние напряженности стержней, нагруженных на концах, на определенном расстоянии от концов стержней зависит только от результирующей действующих сил, но не зависит от способа распределения сил.

В течение тех 100 лет, которые прошли с момента издания двух фундаментальных трудов Сент-Венана до наших дней, теория упругости от скромных начинаний выросла до мощной науки. Эта наука всегда будет сохранять и прославлять память своего великого мастера, Барре де Сент-Венана.

SUR LES SUPPOSITIONS FONDAMENTALES DE LA THÉORIE DE SAINT-VENANT

J. BARTA

DOCTEUR DES SCIENCES TECHNIQUES
INSTITUT DES SCIENCES DU BÂTIMENT, BUDAPEST

[Manuscrit présenté le 28 mai 1956]

Considérons l'état d'équilibre d'une barre élastique prismatique de section quelconque, soumise à l'action de charges appliquées à ses extrémités. Les composantes des résultantes et des couples résultants des charges sont représentées sur la Fig. 1. $P_x, P_y, P_z, M_x, M_y, M_z$ sont des quantités données. En conséquence de l'équilibre on a les équations $P'_x = P_x, P'_y = P_y, P'_z = P_z, M'_x = M_x - lP_y, M'_y = M_y + lP_x, M'_z = M_z$. Le problème analytique consiste à trouver un système des composantes de tension $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ prenant naissance dans la barre sous l'action des charges. (Notons que la répartition des charges n'est pas donnée.) Afin d'obtenir une solution exacte du problème, la théorie de SAINT-VENANT [1] utilise les suppositions habituelles de la théorie de l'élasticité et la supposition

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0. \quad (1)$$

Ces suppositions fondamentales conduisent, comme on sait, à une et une seule solution exacte. Bien entendu, sans la supposition (1), la solution exacte dépendrait de la répartition des charges. L'étude présente démontre que la même solution exacte peut être obtenue si, au lieu des suppositions susmentionnées, on se servira de l'exigence suivante : les composantes de tension $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ soient statiquement possibles et l'énergie de déformation de la barre soit minimum (procédé minimisant α). L'attribut «statiquement possible» signifie que les composantes de tension correspondent aux charges et satisfont aux équations d'équilibre d'un corps rigide.

Remarquons que l'exigence formulée n'est pas identique au principe dit de l'énergie de déformation minimum [2], qui se rapporte à l'état d'équilibre d'un corps élastique et peut être formulé ici de la manière suivante : les composantes de tension $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$, qui se produisent dans la barre sous l'action de la charge donnée, sont statiquement possibles et rendent minimum l'énergie de déformation de la barre (procédé minimisant β).^{*} L'attribut

^{*} Au cours du procédé minimisant β , la répartition des charges est prescrite. Dans le procédé minimisant α , ce n'est que les résultantes et les couples résultants des charges, qui sont prescrits.

«statiquement possible» signifie également ici que les composantes de tension correspondent aux charges et satisfont à l'équation d'équilibre d'un corps rigide. Du principe de l'énergie de déformation minimum il s'ensuit clairement que notre postulat conduit à une solution exacte du problème analytique. Mais on ne peut pas savoir *a priori* s'il aboutit à la même solution exacte que les suppositions de la théorie de SAINT-VENANT.

Nous devons donc prouver que notre exigence conduit à la même solution exacte que la théorie de SAINT-VENANT. A cette fin il suffit de démontrer que de notre exigence découlent les équations (1). Nous allons faire maintenant cette démonstration.

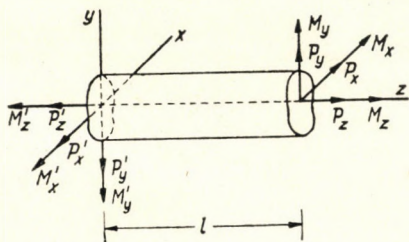


Fig. 1

En ce qui concerne le résultat $\sigma_x, \dots, \tau_{yz}$ du procédé minimisant β , la théorie de l'élasticité fournit le théorème d'existence, le théorème de superposition, le théorème d'unicité et le théorème qui énonce que dans le cas d'un corps simplement connexe, le résultat ne dépend pas du coefficient de Poisson. Tous ces quatre théorèmes se rapportent aussi au résultat $\sigma_x, \dots, \tau_{yz}$ du procédé minimisant α , (voir Appendice).

Considérons maintenant le procédé minimisant α . Il part des équations

$$\left. \begin{aligned}
 \int_A \tau_{xz} dA &= P_x && \text{pour } z=l, && a \\
 \int_A \tau_{yz} dA &= P_y && \text{pour } z=l, && b \\
 \int_A \sigma_z dA &= P_z && \text{pour } z=l, && c \\
 \int_A y \sigma_z dA &= M_x && \text{pour } z=l, && d \\
 \int_A x \sigma_z dA &= -M_y && \text{pour } z=l, && e \\
 \int_A (x \tau_{yz} - y \tau_{xz}) dA &= M_z && \text{pour } z=l, && f
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

($dA = dx dy$),

$$\begin{array}{ll}
 \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) = 0 & \text{à la surface latérale, } g \\
 \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) = 0 & \text{à la surface latérale, } h \\
 \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) = 0 & \text{à la surface latérale, } i \\
 \\
 \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, & j \\
 \\
 \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, & k \\
 \\
 \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, & l
 \end{array} \quad (2a)$$

$$\int_V \left\{ \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) + \right. \\
 \left. + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right\} dV = \text{minimum,} \quad (3) \\
 (dV = dx dy dz).$$

A est l'aire de la section transversale. V est le volume de la barre. E, G, ν sont les constantes d'élasticité. Les équations $a-f$ expriment que les composantes de tension correspondent aux charges. Les équations $g-i$ expriment que la surface latérale de la barre n'est pas soumise à des forces extérieures. Les équations $j-l$ sont celles de l'équilibre d'un corps rigide. Le côté gauche de l'équation (3) représente l'énergie de déformation de la barre. En vertu du théorème mentionné ci-dessus concernant le coefficient de Poisson, on peut faire $\nu = 0$, et de cette façon-là, au lieu de (3) on peut écrire

$$\int_V \left\{ \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right\} dV = \text{minimum,} \quad (4) \\
 (dV = dx dy dz).$$

Cette équation exprime l'exigence minimisante, et la condition accessoire (2) est celle qui y appartient. Il s'agit donc d'un problème du calcul des variations. $\sigma_x, \dots, \tau_{yz}$ sont des fonctions de x, y, z . Ce sont les inconnues du problème.

Imaginons maintenant que les fonctions $\sigma_x, \dots, \tau_{yz}$ qui doivent être déduites des équations (2), (4), soient déjà connues. Parmi ces quantités utilisons

seulement σ_z , τ_{xz} , τ_{yz} et introduisons ces trois fonctions connues dans l'équation (4). L'équation (4) contient donc les trois fonctions inconnues σ_x , σ_y , τ_{xy} , tandis que σ_z , τ_{xz} , τ_{yz} doivent être considérées comme fonctions connues. L'équation (4) ainsi préparée, sans condition accessoire, exprime un problème très simple du calcul des variations et donne pour les fonctions σ_x , σ_y , τ_{xy} le résultat

$$\sigma_x = 0, \quad \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = 0. \quad (5)$$

Nous devons encore démontrer que le résultat (5) satisfait à la condition accessoire (2). Il suffit pour cela de mentionner que d'une part la condition accessoire du procédé minimisant β comprend la condition accessoire (2), et d'autre part le procédé minimisant β fournit pour les fonctions σ_x , σ_y , τ_{xy} aussi le résultat (5). Nous avons donc obtenu l'équation (1).

Appendice

Les quatre théorèmes suivants se rapportent au problème du calcul des variations, exprimé par les équations (2), (3). P_x , ..., M_z sont des valeurs données. σ_x , ..., τ_{yz} sont les fonctions inconnues. x , y , z sont les variables (Fig. 1).

Le théorème d'existence. Le problème (2), (3) a certainement une solution. Ce théorème s'ensuit du fait que d'une part l'intégrande dans l'équation (3) est une forme quadratique définie positive, d'autre part la condition accessoire du procédé minimisant α est plus lâche que celle du procédé minimisant β , et nous savons de la théorie de l'élasticité que le procédé minimisant β a toujours une solution.

Le théorème concernant le coefficient de Poisson. La solution du problème (2), (3) ne dépend pas du coefficient de Poisson ν . Pour prouver ce théorème, imaginons tous les résultats du procédé minimisant β correspondant aux différentes possibilités de répartition de la charge. Un de ces résultats rend minimum l'énergie de déformation, et la théorie de l'élasticité prouve que ce résultat ne dépend pas de ν . Ce résultat est manifestement identique à celui du procédé minimisant α , pour chaque valeur de ν .

Le théorème de superposition. Si le problème (2), (3) est déjà résolu pour le système P_x^* , ..., M_z^* comme pour le système P_x^{**} , ..., M_z^{**} , alors nous avons pour $P_x = P_x^* - P_x^{**}$, ..., $M_z = M_z^* - M_z^{**}$ la solution $\sigma_x = \sigma_x^* - \sigma_x^{**}$, ..., $\tau_{yz} = \tau_{yz}^* - \tau_{yz}^{**}$. La validité de ce théorème s'ensuit directement de l'équivalence des procédés minimisant α et β .

Le théorème de l'unicité. Le problème (2), (3) ne peut pas avoir plus d'une solution. Pour prouver cela, supposons qu'à un certain système P_x^* , ..., M_z^* correspondent deux solutions σ_x^* , ..., τ_{yz}^* et σ_x^{**} , ..., τ_{yz}^{**} . Il résulte

du théorème précédent que c'est la solution $\sigma_x = \sigma_x^* - \sigma_x^{**}, \dots, \tau_{yz} = \tau_{yz}^* - \tau_{yz}^{**}$ qui correspond au système zéro. Mais pour le système zéro, l'énergie de déformation minimum est de toute évidence aussi zéro. Ceci exige que chaque composante de tension $\sigma_x^* - \sigma_x^{**}, \dots, \tau_{yz}^* - \tau_{yz}^{**}$ soit zéro. Les deux états de tension $\sigma_x^*, \dots, \tau_{yz}^*$ et $\sigma_x^{**}, \dots, \tau_{yz}^{**}$ sont donc identiques.

RÉFÉRENCES

1. Voir par ex. : S. TIMOSHENKO, Theory of elasticity. Ed. 1, art. 70, 72, 88. Ed. 2, art. 88, 90, 105.
2. Ibidem : Ed. 1, art. 42. Ed. 2, art. 50.

RÉSUMÉ

L'article démontre qu'au lieu de la supposition (1) on peut utiliser l'exigence que l'énergie de déformation soit un minimum.

ÜBER DIE GRUNDLEGENDEN VORAUSSETZUNGEN DER SAINT-VENANTSCHEN THEORIE

J. BARTA

Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Aufsatz wird folgendes bewiesen : Anstatt den Ansatz (1) zu benutzen, darf man die Formänderungsenergie zu einem Kleinstwert machen.

ON THE BASIC ASSUMPTIONS OF THE THEORY OF SAINT-VENANT

J. BARTA

D. of Eng. Sc.

SUMMARY

It will be proved in this paper that the assumption (1) may be substituted by minimizing the strain energy.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ СЕН-ВЕНАНА

Д-р техн. наук Й. БАРТА

РЕЗЮМЕ

В данной статье показано, что энергия деформации может быть приведена к минимуму, неиспользуя уравнения (1).

GÉNÉRALISATION DE LA THÉORIE DE LA TORSION DE DE SAINT-VENANT

Prof. P. CSONKA

DOCTEUR DES SCIENCES TECHNIQUES

[Manuscrit présenté le 4 juillet 1956]

L'étude présente se propose pour but de prouver que la théorie de la torsion simple des barres prismatique due à DE SAINT-VENANT peut être généralisée pour le cas de barres dont le comportement élastique ne suit pas la loi

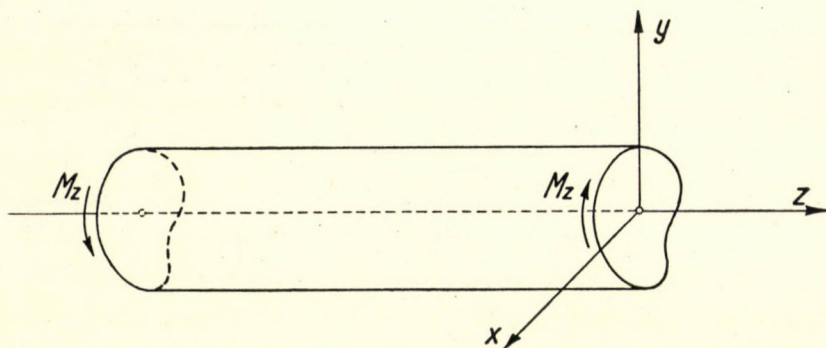


Fig. 1. Torsion simple d'une barre prismatique

d'élasticité de HOOKE. Ce cas se présente toutes les fois quand les allongements spécifiques de la barre dépendent seulement des tensions normales et ses variations d'angle seulement des tensions de cisaillement.

Afin de justifier notre hypothèse, supposons que dans ce cas plus général il se produit sur la barre (Fig. 1.) les mêmes tensions

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0, \quad \tau_{yz}, \quad \tau_{zx}, \quad (1)$$

que dans le cas, quand la loi de HOOKE est valable [1]. Ce système de tensions supposé est évidemment possible au point de vue statique, mais il s'agit de savoir s'il l'est aussi au point de vue géométrique.

Pour répondre à cette question, il faut savoir que les équations d'élasticité résolues par rapport aux valeurs de déformation dans le cas plus général indiqué dans l'introduction ne peuvent avoir que les formes suivantes [2]:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2G} \sigma_x + F(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z),$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{2G} \sigma_y + F(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z),$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2G} \sigma_z + F(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z),$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy},$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz},$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}.$$

Compte tenu de celles-ci, ainsi que du fait que la fonction est probablement telle que $F(0) = 0$, on obtient pour les valeurs de déformation :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \tau_{xy} = 0,$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}, \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}. \quad (2)$$

Comme ces valeurs correspondent exactement aux valeurs de déformation obtenues dans le cas de la loi d'élasticité de HOOKE, valeurs qui signifient une déformation géométriquement possible, il est évident que dans ce cas-ci nous avons également affaire à une déformation géométriquement possible.

Par là nous avons prouvé que dans le cas plus général que nous venons de traiter, les tensions et déformations dues à la torsion simple peuvent être calculées de la même manière que dans le cas de la loi de HOOKE. Ainsi la théorie de la torsion simple de SAINT-VENANT est également valable dans le cas plus général examiné par nous.

Notons encore que les considérations exposées peuvent être également étendues au cas de la tension resp. la compression simples, où les mêmes formules peuvent être utilisées que pour la validité de la loi d'élasticité de HOOKE.

LITTÉRATURE

1. GRAMMEL, R.: Handbuch der Physik, Band VI.: Mechanik der elastischen Körper. J. Springer, Berlin, 1928.
2. CSONKA, P.: Contribution to the Elastic Theory of Isotropic Bodies. *Acta Technica Hung.* 16 (1957) 353—357.

RÉSUMÉ

L'étude démontre que la théorie de la torsion simple de SAINT-VENANT est également valable pour des barres constituées de matériaux qui ne suivent pas la loi de Hooke, à condition que les allongements spécifiques dépendent seulement des tensions normales et les variations d'angle seulement des tensions de cisaillement.

DIE VERALLGEMEINERUNG DER SAINT-VENANTSCHEN
TORSIONSTHEORIE

Prof. P. CSONKA
Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Die Abhandlung beweist, dass die SAINT-VENANTSche Theorie der reinen Torsion prismatischer Stäbe auch für Stäbe gilt, deren Material dem HOOKEschen Elastizitätsgesetz nicht entspricht, vorausgesetzt, dass die spezifischen Längenänderungen nur von den Normalspannungen, die Winkeländerungen dagegen ausschliesslich von den Schubspannungen abhängen.

GENERALIZATION OF SAINT-VENANT'S THEORY ON TORSION

Prof. P. CSONKA
D. of Eng. Sc.

SUMMARY

The treatise proves that the Saint-Venant theory on pure torsion of the prismatic rod is applicable also to rods made of material not subject to the Hooke's law of elasticity, provided that the unit changes of length depend on normal stresses and angular change on shearing stress only.

ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ ЧИСТОГО КРУЧЕНИЯ СЕН-ВЕНАНА

Д-р техн. наук, проф. П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

Доказывается, что теория чистого кручения де Сент-Венана призматического стержня действительна также для стержней, изготовленных из материалов, не подчиняющихся закону упругости Гука, при условии, что удельные изменения длин зависят только от нормальных напряжений, а углы поворота — только от напряжений среза.

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója
A kézirat nyomdába érkezett: 1956. IX. 12. — Terjedelem : 15,25 (A/5) ív, 82 ábra, 2 melléklet

40637/57 — Akadémiai Nyomda Budapest — Felelős vezető: Puskás Ferenc

The Acta Technica publish papers on technical subject in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume. Manuscripts should be addressed to :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same addresse.

The rate subscription to the Acta Technica, is 110 forints a volume. Orders may be placed with „Kultura” Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest VI. Magyar Ifjúság útja 21. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On es prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forint par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise du Commerce Extérieur de Livres et Journaux „Kultura” (Budapest VI. Magyar Ifjúság útja 21. — Compte-courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических науки на русском, французском, английском и немецком языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде) следует направлять по адресу :

Acta Technica
Budapest 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest VI. Magyar Ifjúság útja 21. Текущий счет № 43-790 057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

I N D E X

- Bölskei, E.* : The Limit Load Carrying Capacity of Compression Bars Made of Perfectly Plastic Materials — Die Grenzbelastung idealplastischer Druckstäbe — Les charges maxima des barres comprimées, constituées d'un matériau parfaitement plastique — Э. Бельски: Устойчивость идеально пластичного стержня 3
- Vermes, G.* : Influence of the Degree of Reaction on the Efficiency of an Axial Compressor Stage — Der Einfluss des Reaktionsgrades auf den Wirkungsgrad von Axialkompressorstufen — L'action du degré de réaction sur le rendement d'un étage d'un compresseur axial — Г. Вермеи: Влияние выбора степени реакции на коэффициент полезного действия ступени аксиального компрессора 25
- Pelikán, J.* : Theory of Highly Economical Reinforced Concrete Beams — Theorie von wirtschaftlichsten Stahlbetonträgern — La théorie de poutres en béton armé les plus économiques — Й. Пеликан: Теория наиболее экономичных железобетонных балок 39
- Szőke, B.* : Optimum Dimensions of Grooved Control Drums — Die günstigsten Abmessungen von Steuerrommeln mit Nuten — Les dimensions les plus favorables des tambours de commande à rainures — Б. Секе: Наиболее выгодные размеры шлицевого барабана управления 57
- Millner, T.* : Über die naturwissenschaftlichen Grundlagen der Erzeugung von metallischem Wolfram für die Vakuumtechnik und die Beeinflussung seiner Eigenschaften — On the Scientific Bases of the Production of Metallic Tungsten for the Electrical Lamp Industry and of the Influencing of its Qualities — Les bases scientifiques de la fabrication du tungstène métallique pour l'industrie des lampes à incandescence et de l'influence sur ses qualités — Т. Мильнер: Научные основы производства металлического вольфрама для вакуумной техники и влияния на его свойства 67
- Balázs, G., Kilián, J.* : Das Kriechen und die Verdichtung hochwertiger Betone — Shrinkage, Creep and Compaction of High-strength Concretes : Concrete of Minimum Shrinkage and Creep — Fluage et tassement des bétons a haute résistance ; le béton a faible fluage — Д. Балажс, Й. Килиан: Ползучесть и уплотнение высокопрочных бетонов ; бетон с малой ползучестью 113
- Bogárdi, J.* : Enquiries into Channel Stability and Sediment Movement — Untersuchungen über die Bettbeständigkeit und Schwerstoffbewegung — Recherches relatives à la stabilité du lit des fleuves et l'entraînement des matériaux — Й. Богарди: Исследование постоянства русла и движения наносов 143
- Csonka, P.* : A la mémoire d'un savant français : Barré de Saint-Venant — Das Andenken von Barré de Saint-Venant in der Perspektive von 100 Jahren — Barré de Saint-Venant, from the Perspective of a Century — П. Чонка: В память Б. Сен-Венана, 100 лет спустя 159
- Barta, J.* : Sur les suppositions fondamentales de la théorie de Saint-Venant — Über die grundlegenden Voraussetzungen der Saint-Venantschen Theorie — On the Basic Assumptions of the Theory of Saint-Venant — Й. Барта: Основные уравнения теории де Сен-Венана 165
- Csonka, P.* : Généralisation de la théorie de la torsion de de Saint-Venant — Die Verallgemeinerung der de Saint-Venantschen Torsionstheorie — Generalization of Saint Venant's Theory on Torsion — П. Чонка: Обобщение теории чистого кручения Сен-Венана 171

ACTA
TECHNICA
ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY,
G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XVII

FASCICULI 3—4



1957

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V. ALKOTMÁNY UTCA 21

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg. Több füzet alkot egy kötetet. Évenként 2—3 kötet jelenik meg.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80, külföldre 110 Ft. Megrendelhető a belföld számára az Akadémiai Kiadónál (Budapest V. Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-44), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest VI. Magyar Ifjúság Útja 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy külföldi képviselőinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in deutscher, englischer, französischer und russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest VI. Magyar Ifjúság Útja 21. Bankkonto Nr.: 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

DIE GESETZMÄSSIGKEITEN DER KORNGRÖSSENVERTEILUNG MASCHINELL ZERKLEINERTER MATERIALHAUFEN

E. LÁZÁR

KONSTRUKTIONSBÜRO FÜR INDUSTRIE UND LANDWIRTSCHAFT, BUDAPEST

[Eingegangen am 31. Dezember 1955]

Eine der wichtigsten Untersuchungen, die sich mit Zerkleinerungsanlagen befassen, ist die Feststellung jener Gesetzmässigkeiten, nach denen sich die Verteilung der Korngrössen maschinell zerkleinerter Materialhaufen gestaltet.

Wenn ein Steinblock zwischen die Backen eines Brechers gelangt, wird er dort wiederholt grossen Druck- und Biegebeanspruchungen ausgesetzt und zerbricht infolgedessen in Stücke. Selbstverständlich ist es unmöglich, im voraus zu berechnen, in wie viele und wie grosse Stücke der Block zerbrechen wird. Wiederholt sich jedoch dieser Vorgang bei einer sehr grossen Anzahl von Stein-
stücken, so lässt sich die Gestaltung der Korngrössenverteilung des gebrochenen Materialhaufens mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung im voraus bestimmen.

In den folgenden Ausführungen soll versucht werden, jene Gesetzmässigkeiten festzustellen, nach denen sich die Korngrössenverteilung der durch die verschiedenen Brechmaschinentypen zerkleinerten Materialien gestaltet.

Als Grundlage dieser Untersuchungen dienen in erster Linie die Ergebnisse der vom Verfasser durchgeführten Versuche und deren Auswertung. Es seien aber auch jene theoretischen Feststellungen berücksichtigt, zu denen KOLMOGOROW [9] und RÉNYI [13] bei ihren grundlegenden mathematischen Untersuchungen gelangt sind.

1. Korngrössenverteilung von Materialhaufen nach Zerkleinerung durch Backen- oder Kegelsbrecher

*Die Gestaltung der die Gewichtsprozente der einzelnen
Korngrössenfraktionen darstellenden Kurven*

Abb 1 zeigt die Differentialform (a) sowie die Integralform (b) einer Verteilungskurve, die GAUSSsche Kurve genannt wird. Der durch die GAUSSsche Kurve charakterisierte Wahrscheinlichkeitsfall ist sehr häufig anzutreffen, man bezeichnet deshalb diese Kurve auch als die Kurve der »normalen Verteilung«.

Es wurde vom Verfasser schon früher [10] — auf Grund theoretischer Überlegungen — vorausgesetzt, dass sich die Korngrößenverteilung von Materialhaufen, die durch Backenbrecher zerkleinert wurden, entsprechend der

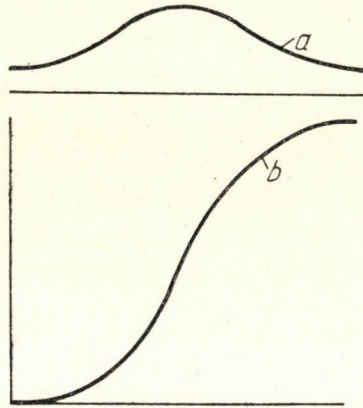


Abb. 1. Die Kurve der »normalen« Verteilung

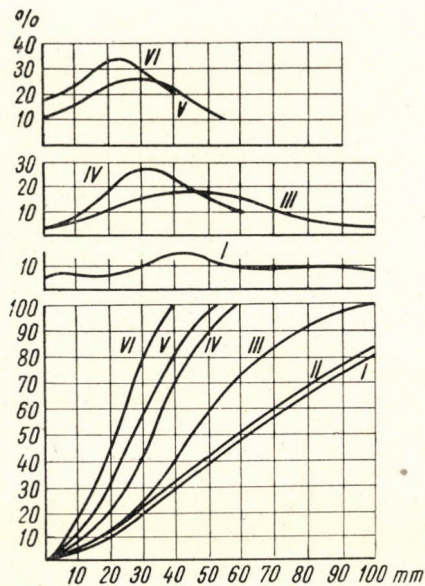


Abb. 2

GAUSS'schen Kurve gestaltet. Es sei nun untersucht, inwieweit diese Voraussetzung durch die praktischen Ergebnisse bestätigt wird.

Abb. 2 zeigt die Korngrößenverteilungskurven von Haufen, die mit Backenbrechern zerkleinert wurden. Sie wurden in verschiedenen Steinbruch-

betrieben aufgenommen und stellen die Gewichte der einzelnen Korngrößenfraktionen in Prozenten des Gesamtgewichtes dar. Diese Kurven sollen der Einfachheit halber als Gewichtsverteilungskurven bezeichnet werden.

Die in Abb. 2 dargestellten Kurven beziehen sich auf die folgenden Brechmaschinen :

I. Einschwingen-Backenbrecher der Fa. Ganz, Backenbreite 800 mm. Die Maschine arbeitet in einem Andesitbruch als Vorbrecher.

II. Doppelschwingen-Backenbrecher, System Blake, Backenbreite 800 mm. Arbeitet als Vorbrecher in einem Basaltwerk.

III. Doppelschwingen-Backenbrecher der Fa. Wirtz, Backenbreite 800 mm. Wird in einem Basaltwerk verwendet.

IV. Einschwingen-Backenbrecher der Fa. Ganz, Backenbreite 600 mm. Arbeitet als Nachbrecher in einem Andesitwerk.

V. Doppelschwingen-Backenbrecher, System Blake, mit 800 mm Backenbreite. Wird in einem Basaltwerk als Nachbrecher verwendet.

VI. Doppelschwingen-Backenbrecher der Fa. Gläser, mit 300 mm Backenbreite. Die Maschine arbeitet als zweiter Nachbrecher und zerkleinert den Überlauf des ersten Nachbrechers. Arbeitet in einem Andesitwerk.

Die dargestellten Kurven zeigen — und die Ergebnisse zahlreicher anderer Versuche, die wegen Raummangel nicht weiter behandelt werden können bestätigen dies —, dass die Gewichtsverteilungskurve der Kornzusammensetzung tatsächlich so verläuft, wie es auf Grund der theoretischen Überlegungen vorausgesetzt wurde, und dass die Gewichtsverteilungskurven regelrechte GAUSSsche Kurven sind.

Zur genauen Untersuchung dieser Feststellung ist das sogenannte GAUSSsche Papier besonders geeignet. Dieses enthält ein Koordinatensystem, dessen Abszisse eine lineare Einteilung besitzt, während die Skala der Ordinate so eingeteilt ist, dass eine Kurve, deren Verlauf der normalen Verteilung entspricht, bei Darstellung in diesem Koordinatensystem eine Gerade ergibt.

Werden die auf Abb. 2 dargestellten Kurven auf dem GAUSSschen Papier dargestellt (Abb. 3), so ergeben sie — innerhalb der zulässigen Fehlergrenzen — tatsächlich Gerade, wodurch bestätigt wird, dass diese Kurven der normalen Verteilung entsprechend verlaufen. Die einzelnen Punkte der Kurve fallen im allgemeinen mit hinreichender Genauigkeit in eine Gerade.

Bezüglich der obigen Feststellung müssen jedoch gewisse Einschränkungen gemacht werden. Wie aus Abb. 3 ersichtlich, weicht der unterste und der oberste Teil der Gewichtsverteilungskurven von der Geraden ab. So erreicht z. B. die Gerade III in Abb. 3 die Ordinate zu 99,98% bei 126 mm der Abszisse, während die Gewichtsverteilungskurve III (Abb. 2) diese Ordinate schon bei 100 mm der Abszisse erreicht. Ebenso erreicht die Gerade IV diese Ordinate bei 83 mm der Abszisse, die Gewichtsverteilungskurve IV dagegen bei 59 mm, usw.

Solche Abweichungen lassen sich auch in den unteren Teilen der Kurven feststellen, denn die Gewichtsverteilungskurven laufen alle im Nullpunkt des Koordinatensystems zusammen (Abb. 2), während die Geraden der Abb. 3 nicht gegen diesen Punkt konvergieren. Die beiden Enden der Kurven — unter

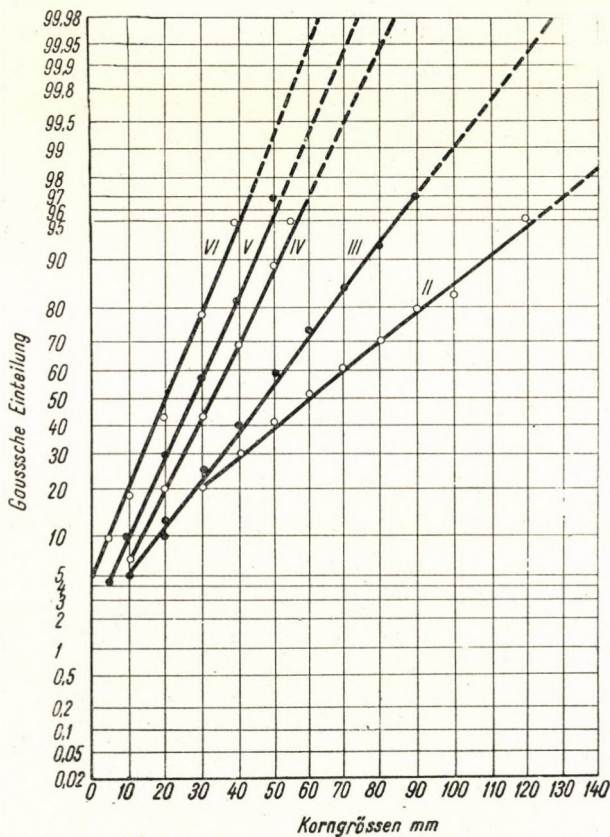


Abb. 3

5% und über 95% — verlaufen also nicht nach dem Normalverteilungsgesetz und können auch gar nicht gemäss diesem Gesetz verlaufen.

Die Gleichung der GAUSSschen Kurve lautet nämlich :

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{m^2\sigma^2}} .$$

Die Kurve muss sich daher von $-\infty$ bis $+\infty$ erstrecken (Abb. 1). Dagegen können die Korngrößen von Materialhaufen weder negativ noch grösser

sein als eine bestimmte maximale Korngrösse, die durch die Spaltweite des Brechers bestimmt wird. Die Gewichtsverteilungskurve muss also in der Nähe des Nullpunktes und auch in dem Bereiche der maximalen Korngrösse notwendigerweise von der Normalverteilung abweichen.

Die Gültigkeit oder Bedeutung unserer Feststellungen wird jedoch durch diesen Umstand keineswegs beeinträchtigt, um so weniger, als bei der praktischen Anwendung der Normalverteilungskurve fast immer ähnliche Verhältnisse auftreten. Die Normalverteilungskurve besitzt daher in den meisten Fällen nur innerhalb bestimmter Grenzen Gültigkeit, ohne dass aber ihre Verwendungsmöglichkeiten dadurch beeinträchtigt würden.

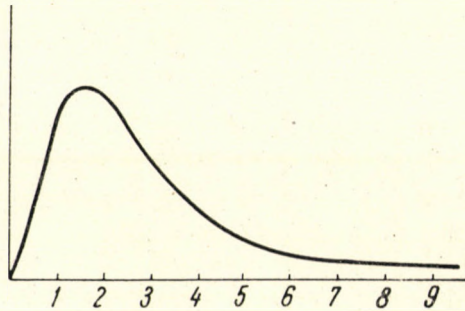


Abb. 4

Es lässt sich also feststellen, dass die Gewichtsverteilungskurven der Backenbrecher praktisch den Gesetzen der normalen Verteilung folgen.

Wenn man nun obige Feststellung mit den Ergebnissen der mathematischen Untersuchungen vergleicht, ergibt sich folgendes Resultat:

KOLGOMOROW und RÉNYI sind in ihren oben erwähnten Arbeiten zu dem Ergebnis gelangt, dass die Kornzusammensetzungskurve zerkleinerter Haufen »logarithmisch normal« verläuft, vorausgesetzt, dass man die Zusammensetzung nicht in Gewichtsprozenten ausdrückt — wie dies bei unseren bisherigen Versuchen erfolgt ist —, sondern dass man die *Anzahl* der Körner der verschiedenen Korngrössenfraktionen in Prozenten angibt. Während also die bis jetzt behandelten Diagramme darüber Auskunft gaben, wieviel Prozent des Gesamtgewichtes die *Gewichte* der einzelnen Korngrössenfraktionen ausmachten, geben die genannten Ableitungen an, wieviel Prozent die *Anzahl* der Körner der einzelnen Korngrössenfraktionen im Verhältnis zur gesamten Kornzahl des Haufens beträgt. Diese Kurve soll kurz »Anzahlverteilungskurve« genannt werden.

Abb. 4 zeigt die Differentialform einer logarithmisch normal verlaufenden Kurve. Abb. 5 zeigt dieselbe Kurve, nur ist sie jetzt in einem Koordinatensystem dargestellt, bei dem die Einteilung der Abszisse nicht linear, sondern logarithmisch ist. Es zeigt sich sofort, dass die Kurve bei Darstellung in diesem

Koordinatensystem der normalen Verteilung entsprechend verläuft. Aus diesem Grunde nennt man diesen Verlauf logarithmisch normal.

Zwischen der Gewichtsverteilungskurve und der Anzahlverteilungskurve besteht folgender Zusammenhang: Die Ordinaten y der Gewichtsverteilungskurve — in ihrer Differentialform — stellen die Gesamtgewichte aller Körner von der — zur Ordinate y gehörenden — Korngrösse x dar.

Das Gewicht eines Kornes von der Grösse x beträgt

$$g = f \cdot \sigma \cdot x^3,$$

wo f ein von der Form der Körner abhängiger Faktor ist und σ das spezifische Gewicht bedeutet. Da sich das zu zerkleinernde Material im Verlaufe des Ver-

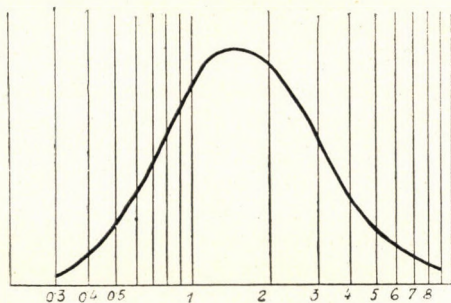


Abb. 5

suches nicht ändert, sind f und σ konstante Faktoren, so dass es möglich ist, $f \cdot \sigma$ als Konstante k zu bezeichnen, deren Wert schon bei der Wahl des Ordinatenmassstabes berücksichtigt werden kann.

Die Anzahl der Körner der Grösse x lässt sich feststellen, wenn man das Gesamtgewicht dieser Körner (y) mit dem Gewicht eines einzelnen Kornes ($k \cdot x^3$) dividiert. Die Ordinaten der Anzahlverteilungskurve (y_z) können also aus den Ordinaten der Gewichtsverteilungskurve laut folgender Gleichung bestimmt werden:

$$y_z = \frac{y}{x^3} \quad (k \text{ wird im Massstab berücksichtigt}).$$

Es lässt sich aus dieser Gleichung auf mathematischem Wege nachweisen (siehe den Mathematischen Anhang), dass falls die Anzahlverteilungskurven tatsächlich immer logarithmisch normal verliefen, auch die Gewichtsverteilungskurven immer logarithmisch normal sein müssten.

Es wurde aber festgestellt, dass die Gewichtsverteilungskurven von Backenbrechern der normalen Verteilung entsprechen (also nicht logarithmisch normal sind), und es soll in den folgenden Ausführungen gezeigt werden, dass die Gewichtsverteilungskurven von Walzenbrechern — unter gewissen Umständen —

sogar nach rechts verzerrt sind und dementsprechend dem Spiegelbilde der logarithmisch normalen Verteilung entsprechen. Die Ergebnisse unserer Untersuchungen stimmen also mit den Resultaten dieser mathematischen Ableitungen nicht immer überein. Diese Frage ist demnach noch eingehend zu untersuchen.

Bisher wurden lediglich die Gewichtsverteilungskurven von Backenbrechern behandelt. Die mit Kegelbrechern ausgeführten Versuche zeigen, dass ihre Gewichtsverteilungskurven annähernd denselben Verlauf aufweisen wie die der Backenbrecher — sie gestalten sich also ebenfalls entsprechend der Normalverteilung —, wobei immerhin eine gewisse Abweichung festgestellt werden kann. Bei den Gewichtsverteilungskurven der Kegelbrecher ragt nämlich aus dem vordersten Teil der Differentialkurve im allgemeinen eine beson-

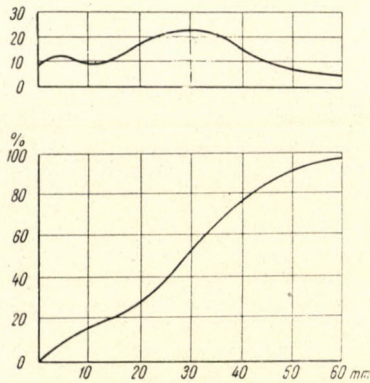


Abb. 6. Gewichtsverteilungskurven des Kegelbrechers

dere Welle hervor (Abb. 6). Die Kegelbrecher erzeugen also mehr Staub und Feinsplitt als die Backenbrecher.

Den Grund hierfür bildet wahrscheinlich der Umstand, dass bei den Kegelbrechern — infolge ihrer kreisenden Bewegung — ausser den Bruch- und Biegekräften, die senkrecht auf die Oberfläche der Steinstücke wirken, auch Schubkräfte auftreten, die diesen Flächen parallel verlaufen und die kleine Teilchen von der Oberfläche der Steinstücke abscheren.

Es ist übrigens zu bemerken, dass die Aufbuckelung des Vorderteiles der Gewichtsverteilungskurve manchmal auch bei Backenbrechern zu beobachten ist, wenn ihr Spalt zu stark zusammengezogen wurde, dagegen kann es auch bei Kegelbrechern vorkommen, dass ihre Gewichtsverteilungskurve genau der Normalverteilungskurve entspricht, wenn ihr Spalt weit geöffnet wurde.

2. Korngrößenverteilung der durch Feinbrecher, Mühlen oder Walzenbrecher zerkleinerten Materialhaufen

- a) Die Gewichtsverteilung der Korngrößen der durch Feinbrechmaschinen (Hammerbrecher, Desintegratoren, Dismembratoren, Prallbrecher) zerkleinerten Materialhaufen

Abb. 7 zeigt die Gewichtsverteilungskurve eines Kalksteinhaufens, der durch einen Hammerbrecher (Marke : Titan) zerkleinert wurde.

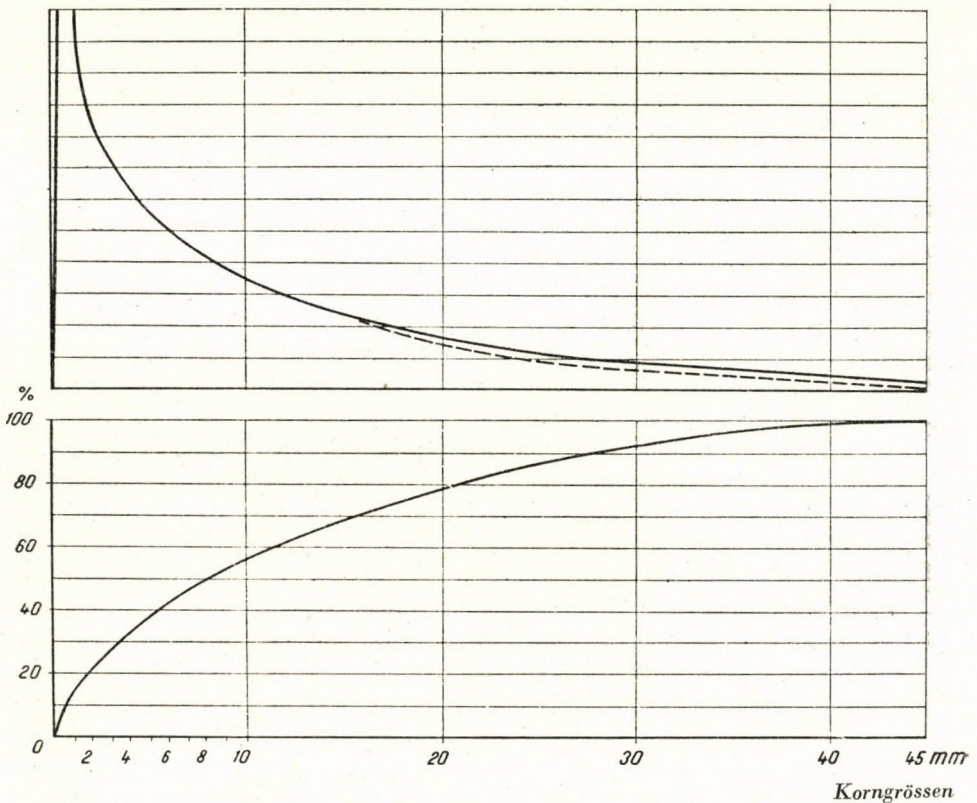


Abb. 7. Gewichtsverteilungskurve des Hammerbrechers »Titan«

Die obere Kurve ist auch hier die Differentialform, die untere die Integralform der Kurve. Wie ersichtlich, gestaltet sich jetzt die Differentialform der Gewichtsverteilungskurve nicht entsprechend der Normalverteilung, denn ihr Scheitelpunkt verschiebt sich stark nach links — ganz bis in die Nähe der Ordinate. Die Stärke der Linksverzerrung der Kurve wird durch folgenden Vergleich veranschaulicht :

Die maximale Korngrösse des Haufens beträgt 45 mm. Bei der Normalverteilung würde der Scheitelpunkt der Kurve ungefähr zur Abszisse 22 mm

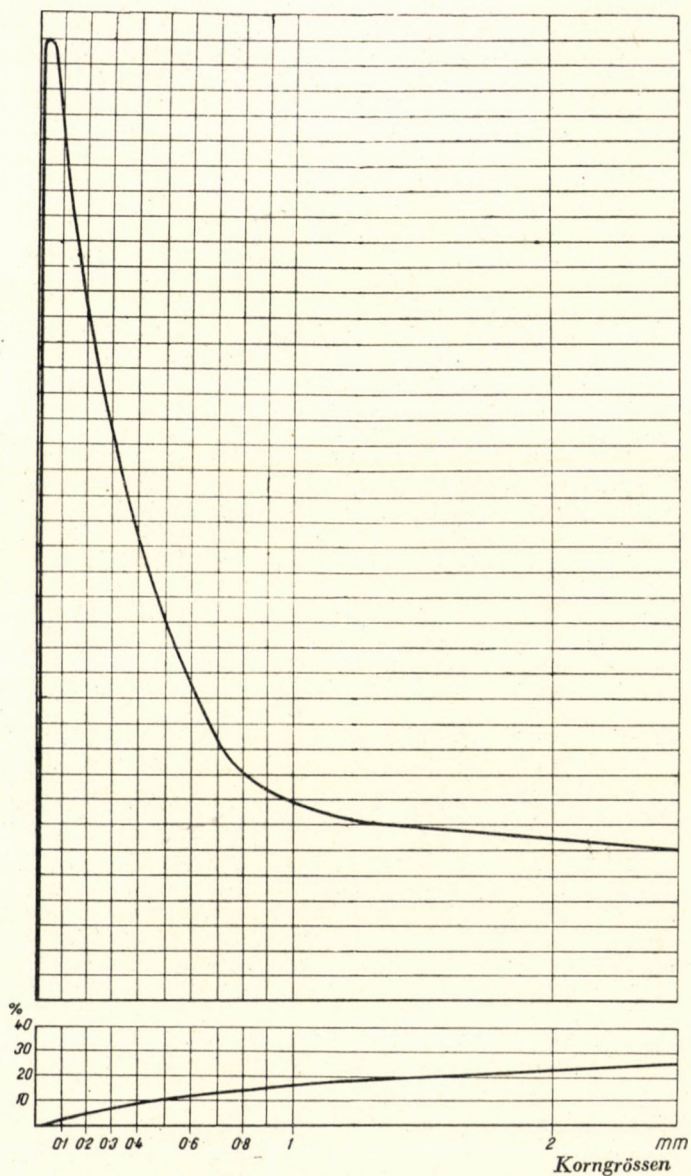


Abb. 8

gehören, während sie bei der dargestellten Verteilung zur Abszisse 0,4 mm gehört (Abb. 8 zeigt den linken Teil der Kurve — der grösseren Genauigkeit halber — in grösserem Massstab).

Abb. 9 zeigt die Gewichtsverteilungskurve eines Kalksteinhaufens, der durch einen Hammerbrecher (400 \varnothing \times 200 mm) zerkleinert wurde. Spaltweite des Rostes = 5 mm, Drehzahl = 2200 U/Min.¹ Der Verlauf der Gewichtsverteilungskurve entspricht ganz dem oben Beschriebenen.

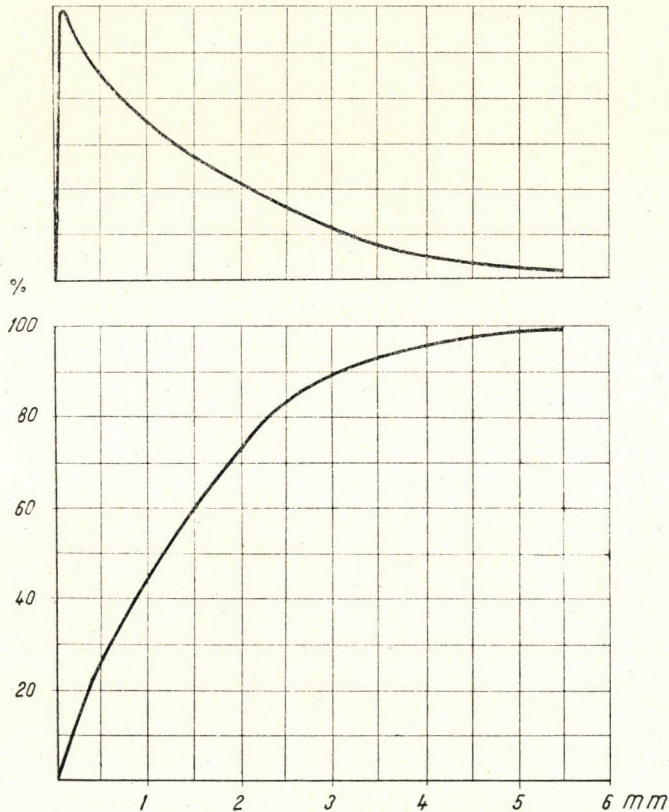


Abb. 9. Gewichtsverteilungskurve eines Hammerbrechers \varnothing 400 \times 250 mm. Spalt = 5 mm

Abb. 10 zeigt die Gewichtsverteilungskurven (Integralform) eines Hammerbrechers mit 800 mm Durchmesser.² Es wurde Kohle von 0—50 mm Korngrösse zerkleinert. Die Spaltweite betrug 16 mm. Beim Versuch wurde die Maschine mit verschiedenen Geschwindigkeiten betrieben. Die Drehzahl betrug beim ersten Versuch 1250 U/Min. und wurde dann stufenweise reduziert, so dass sie bei dem 8. Versuch nur mehr 315 U/Min. betrug. Bei jeder Geschwindigkeitsstufe wurde die Gewichtsverteilungskurve des zerkleinerten Materials neu

¹ Die Untersuchung wurde im Laboratorium der Firma Ganz durchgeführt.

² Aufgenommen im Versuchslaboratorium der Firma Ganz.

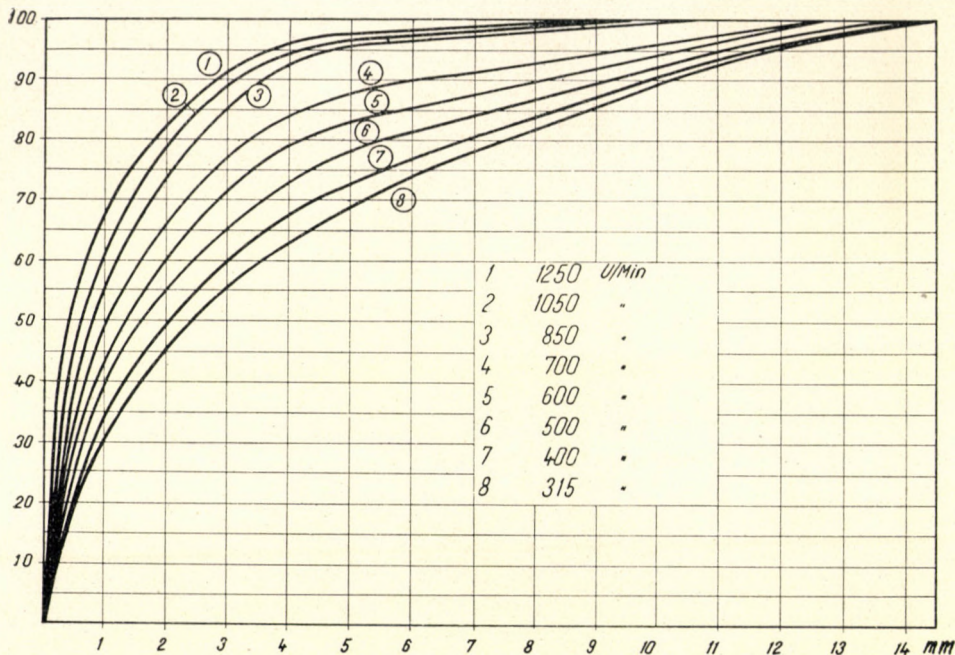


Abb. 10. Gewichtsverteilungskurven eines Hammerbrechers mit $\varnothing 800$ mm. Spalt : 16 mm

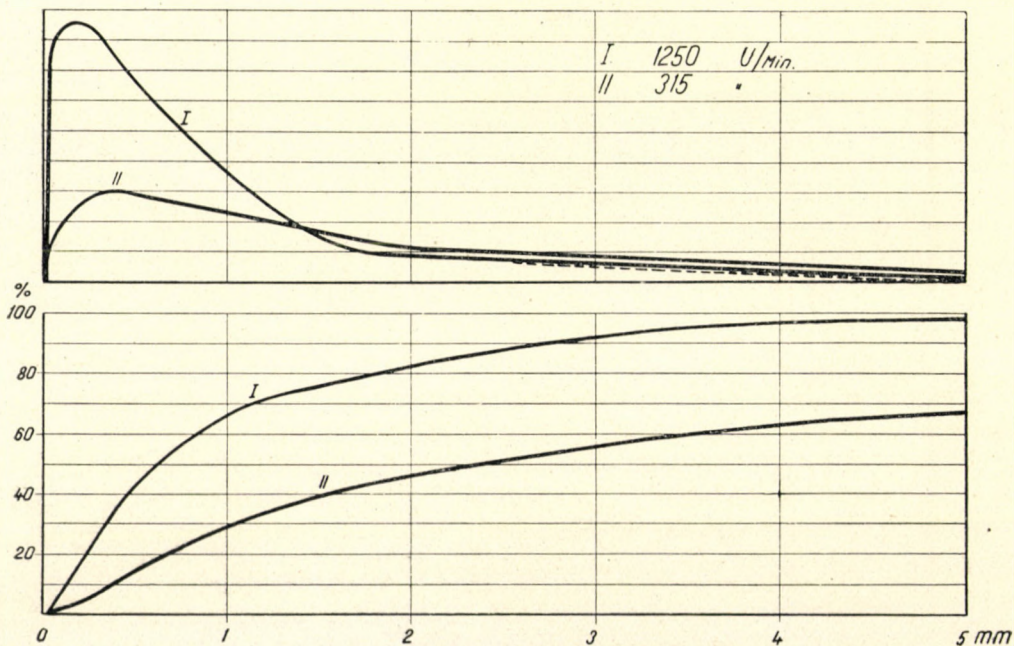


Abb. 11. Gewichtsverteilungskurven eines Hammerbrechers mit $\varnothing 800$ mm

aufgenommen. Diese Kurven sind in Abb. 10 dargestellt, während Abb. 11 die zur grössten und kleinsten Drehzahl gehörenden Kurven in ihrer Integral- und Differentialform, in einem stärker auseinandergezogenen Abszissenmasstab zeigt.

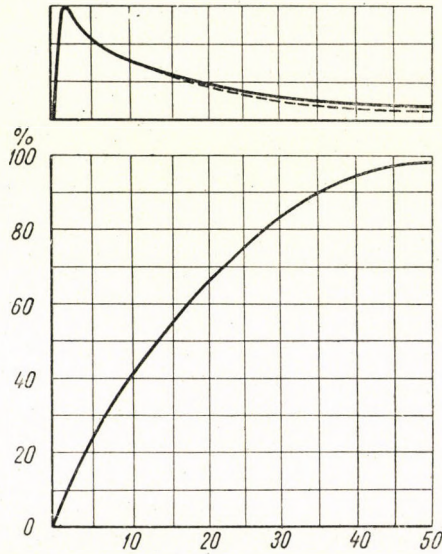


Abb. 12. Gewichtsverteilungskurven eines Prallbrechers

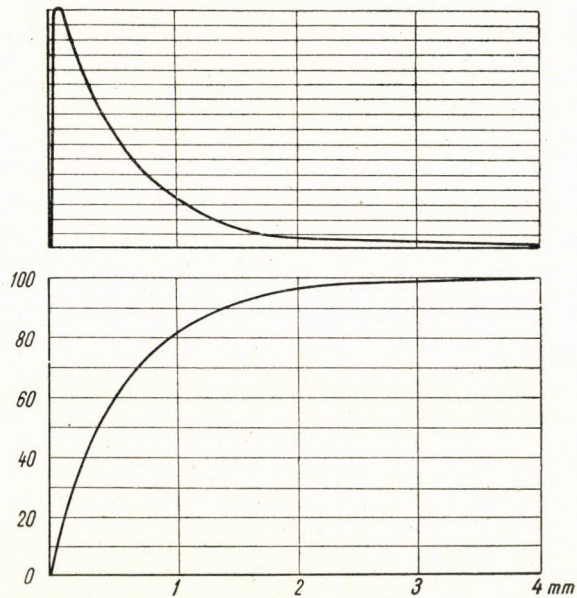


Abb. 13. Gewichtsverteilungskurven eines Desintegrators

Wie aus den Abbildungen ersichtlich, ist der Charakter des Kurvenverlaufes derselbe wie bei den vorher behandelten Kurven, doch kann festgestellt werden, dass sich der Scheitelpunkt der Differentialkurve um so mehr nach links verschiebt und die Ordinate des Scheitelpunktes um so grösser wird, je grösser die Drehzahl der Maschine ist.

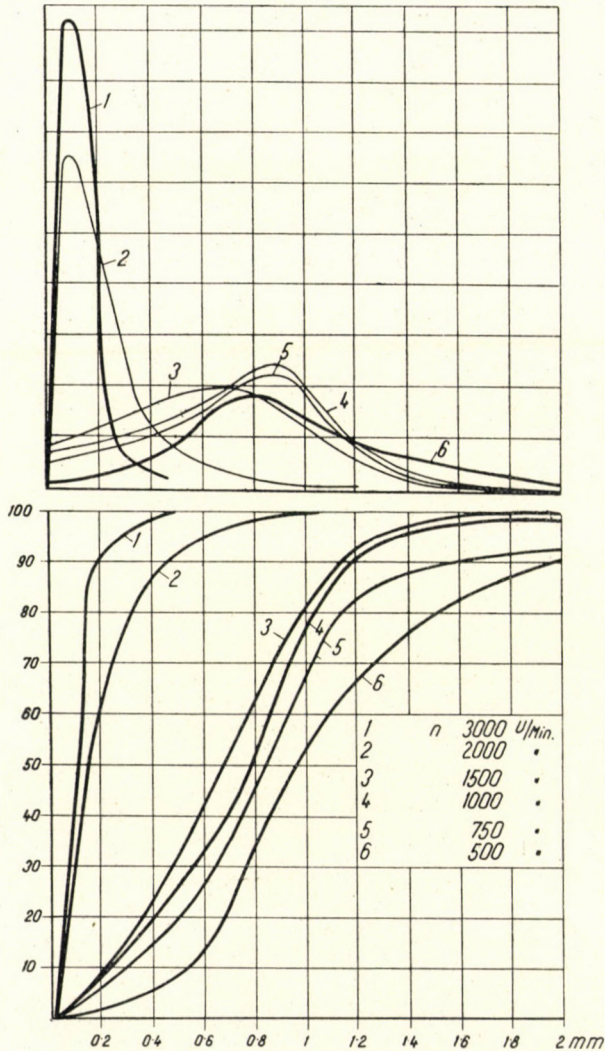


Abb. 14. Gewichtsverteilungskurven eines Dismembrators

Abb. 12 zeigt die Gewichtsverteilungskurve eines Prallbrechers der Firma Hazemag [15], während Abb. 13 die zu einem Desintegrator (1,000 \varnothing \times \times 250 mm) gehörenden Gewichtsverteilungskurven darstellt.³

³ Laboratoriumsdaten der Firma Ganz. Beim Versuch wurde Kohle zerkleinert.

Abb. 14 zeigt die Kurven eines von einem Dismembrator zerkleinerten Materialhaufens.⁴ Der Durchmesser des Dismembrators betrug 630 mm. Die Versuche wurden auch hier mit verschiedenen Drehzahlen wiederholt, und es

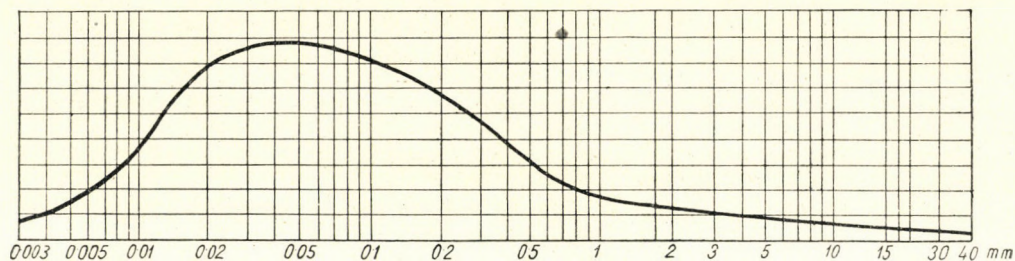


Abb. 15. Gewichtsverteilungskurve des Hammerbrechers »Titan« mit logarithmischer Abszisseneinteilung

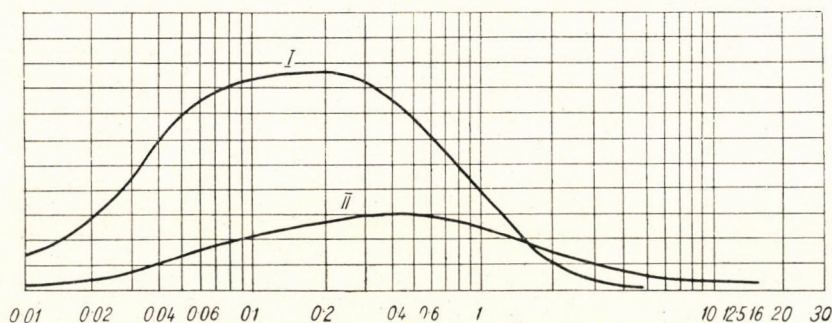


Abb. 16. Kurven eines Hammerbrechers $\varnothing 800$ mm mit logarithmischer Abszisseneinteilung

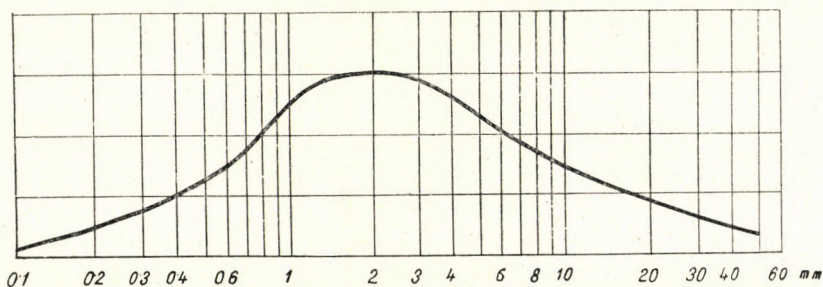


Abb. 17. Gewichtsverteilungskurve eines Prallbrechers mit logarithmischer Abszisseneinteilung

kann wieder festgestellt werden, dass sich der Scheitelpunkt der Differentialkurve desto mehr nach links verschiebt, je grösser die Drehzahl ist. Die Kurven Nr. 1 und 2 — die bei grossen Drehzahlen aufgenommen wurden — sind deshalb stark nach links verzerrt, während die zu den Drehzahlen 750 U/Min.

⁴ Messungen von CARL NASKE.

und 500 U/Min. gehörenden Kurven bereits der normalen Verteilung entsprechend verlaufen.

Der Verlauf aller übrigen — mit Feinbrechmaschinen aufgenommenen — Kurven gestaltet sich entsprechend den oben behandelten Gewichtsverteilungskurven, so dass ihre Darstellung überflüssig erscheint.

Zur gründlicheren Untersuchung der oben behandelten Gewichtsverteilungskurven werden sie in einem Koordinatensystem dargestellt, bei dem die Einteilung der Abszisse logarithmisch ist.

Die Kurve Nr. 1 in Abb. 15 zeigt die in Abb. 7 dargestellte Differentialkurve (Hammerbrecher Titan) in einem Koordinatensystem mit logarithmischer Abszisseneinteilung. Die Kurven I und II in Abb. 16 entsprechen den beiden in Abb. 11 dargestellten Kurven, während Abb. 17 die Gewichtsverteilungskurve des Prallbrechers (Abb. 12) in einem Koordinatensystem mit logarithmischer Abszisseneinteilung zeigt. Es kann sofort festgestellt werden, dass die Kurven, in einem solchen Koordinatensystem dargestellt, der Normalverteilungskurve entsprechen.

Die oben behandelten Kurven sind also »logarithmisch normal«. Es ist aber auch hier eine Einschränkung zu machen. Die rechte Seite der logarithmisch normalen Kurven verläuft bis $+\infty$ (z. B. Abb. 4), dagegen wird die maximale Korngröße irgendeines Materialhaufens durch die Einstellung der Brechmaschine bestimmt und hat selbstverständlich einen endlichen Wert. In den Abbildungen 7, 11 und 12 wurde der theoretische Verlauf der logarithmisch normalen Kurve gestrichelt eingezeichnet; es ist ersichtlich, dass die Differenz zwischen der theoretischen und der tatsächlichen Kurve praktisch vernachlässigt werden kann. (Bei Kurve II in Abb. 11 war die Differenz so gering, dass sie gar nicht dargestellt werden konnte.)

Es lässt sich daher feststellen, dass *der Verlauf der Gewichtsverteilungskurven von Materialhaufen, die von Feinbrechmaschinen zerkleinert wurden, logarithmisch normal ist.*

b) Korngrößenverteilung der in Mühlen gemahlene Materialhaufen

Abb. 18 zeigt die Gewichtsverteilungskurven von Klinkerzementen, die in einer Trommelmühle gemahlen wurden [6]. Die aufgenommenen Kurven wurden in einem Koordinatensystem mit logarithmischer Abszissenskala dargestellt; schon auf den ersten Blick ist ersichtlich, dass ihr Verlauf in dieser Darstellungsweise praktisch der normalen Verteilung entspricht.

In Abb. 19 ist die oberste Kurve mit linearer Abszisse dargestellt und zeigt denselben Verlauf wie die zu den Hammerbrechern oder den übrigen Feinbrechmaschinen gehörenden Kurven.

Die Korngrößenverteilung der in Mühlen gemahlene Materialhaufen verläuft daher ebenfalls logarithmisch normal.

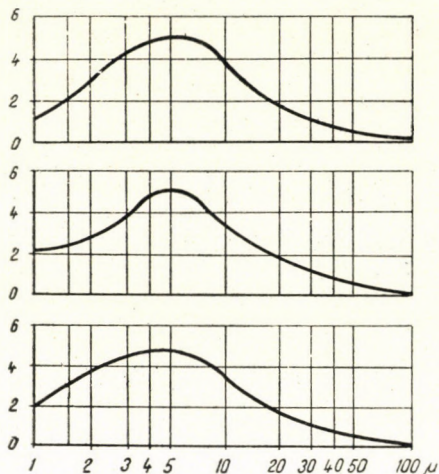


Abb. 18. Gewichtsverteilungskurven von Kugelmühlen mit logarithmischer Abszisseneinteilung

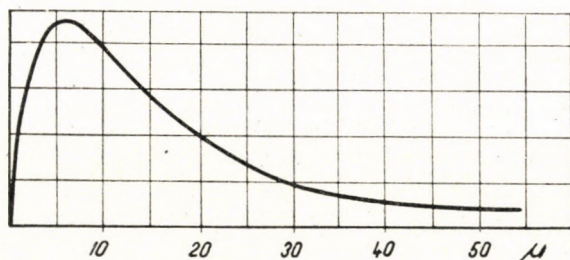


Abb. 19. Gewichtsverteilungskurven einer Kugelmühle mit linearer Abszisseneinteilung

c) Walzenbrecher

Abb. 20 zeigt die Ergebnisse von Versuchen, die mit einem Walzenbrecher ($450 \text{ } \varnothing \times 300 \text{ mm}$) durchgeführt wurden.⁵ Es wurde Trachyt — von 20 mm Korngrösse — zerkleinert. Der Spalt zwischen den Walzen wurde beim ersten Versuch auf 15 mm, beim zweiten Versuch auf 12 mm und beim dritten auf 7 mm eingestellt. Das Verhältnis zwischen der mittleren Korngrösse des aufgegebenen Materials und der Spaltweite, das hier mit m bezeichnet sei, betrug dementsprechend: $m = 1,4$, $m = 1,7$ und $m = 3$.

Wie aus Abb. 20 ersichtlich, verschob sich der Scheitelpunkt der Differentialkurve in den ersten zwei Fällen stark nach rechts, so dass der Ablauf der Kurve dem Spiegelbild der logarithmisch normalen Kurve entspricht.

In dritten Fall gestaltet sich die Kurve (III) schon entsprechend der Normalverteilung, jedoch in der Weise, dass von der theoretischen Form der

⁵ Im Versuchslaboratorium der Firma Ganz.

GAUSSSchen Kurve nur der rechte, etwa $\frac{2}{3}$ Teil zur Geltung kommt (Abb. 21). Solche Kurvenverläufe sind auch noch bei den folgenden Untersuchungen anzutreffen.

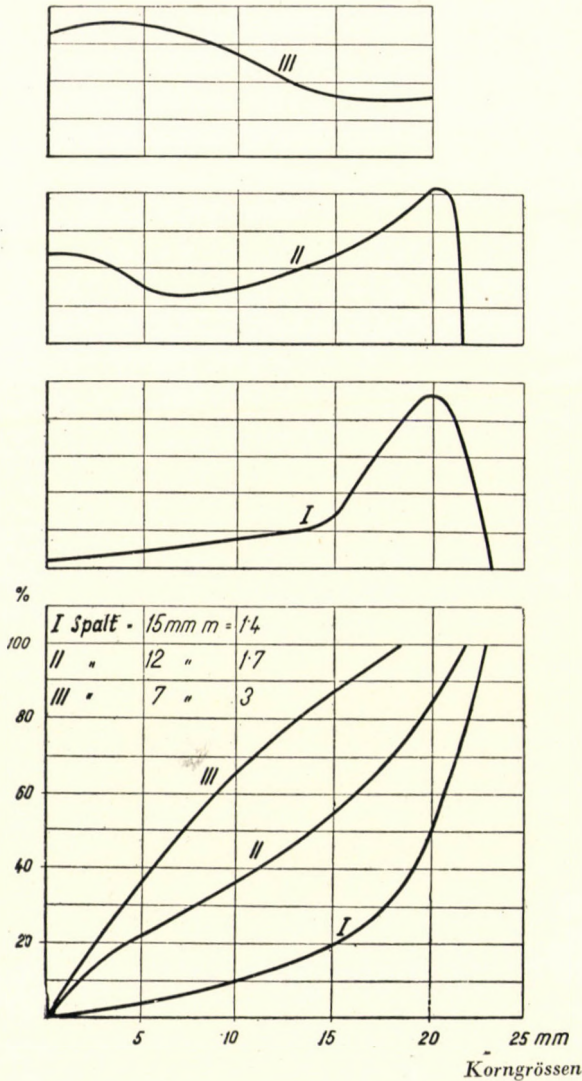


Abb. 20. Gewichtsverteilungskurven eines Walzenbrechers

Abb. 22 stellt die Gewichtsverteilungskurven eines Materialhaufens dar, der durch einen Walzenbrecher (260 \varnothing \times 190 mm) hindurchgeschickt wurde.⁶ Zerkleinert wurde Granit von 7–10 mm Korngrösse, wobei die Spaltweite

⁶ Metall und Erz. 16. II. 1937.

erst auf 2 mm, dann auf 3 mm und auf 5 mm eingestellt wurde. Der Zerkleinerungsgrad betrug dementsprechend $m = 4,28$ (Kurve *c*), $m = 2,8$ (Kurve *b*) und $m = 1,7$ (Kurve *a*).

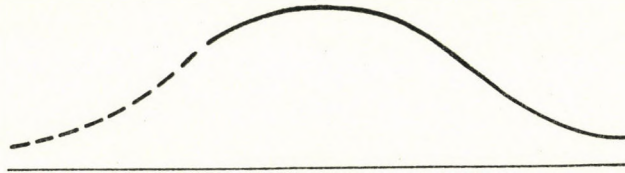


Abb. 21

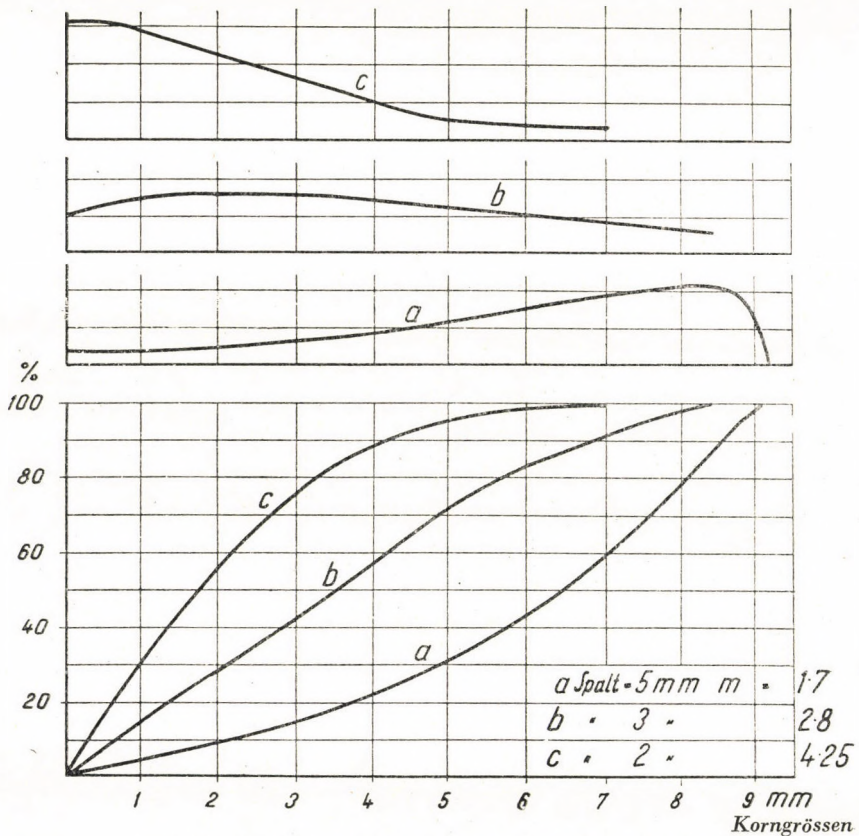


Abb. 22. Gewichtsverteilungskurven eines Walzenbrechers

Die Differentialform der Kurve ist im Fall *a* nach rechts verzerrt — obzwar nicht so stark wie die Kurven des vorgehenden Versuches —, dagegen verlaufen die Kurven *b* und *c* entsprechend dem rechten Teil der Normalverteilungskurve.

Die in Abb. 23 dargestellten Kurven zeigen die Ergebnisse von Versuchen, die mit demselben Walzenbrecher durchgeführt wurden wie die vorher beschriebenen Versuche, doch wurde jetzt nicht die Spaltweite zwischen den Walzen geändert, sondern war ständig auf 2 mm eingestellt; dagegen war bei den einzelnen Versuchen die Korngrösse des aufgegebenen Materials immer eine andere.⁷ Die aufgegebenen Korngrößen waren:

1.	Aufgegebenes Material:	2—3 mm	($m = 1,25$)
2.	«	«	3—4 « ($m = 1,75$)
3.	«	«	4—5 « ($m = 2,25$)
4.	«	«	5—7 « ($m = 3,00$)
5.	«	«	7—10 « ($m = 4,25$)

$$m = \frac{\text{Aufgegebene mittl. Korngrösse}}{\text{Spaltweite}}$$

Zu dem letzten Versuch gehört die Kurve *c* der Abb. 22.

Der Scheitelpunkt der—zu den Versuchen 1—3 gehörenden—Differentialkurven verschob sich wieder stark nach rechts, so dass diese Kurven ebenfalls dem Spiegelbild einer logarithmisch normalen Kurve entsprechen. Die Kurve Nr. 4 entspricht dagegen der normalen Verteilung.

Bei der Kurve Nr. 1 zeigt die gestrichelte Linie, wie sich die Kurve gestalten würde, wenn durch den Spalt kein unzerkleinertes — oder kaum zerkleinertes — Material durchginge.

Die Fläche zwischen der voll ausgezogenen und der gestrichelten Linie entspricht dem Material, das unzerkleinert durch den Spalt durchfällt. Das aufgegebene Material hatte nämlich eine Korngrösse von 2—3 mm und solche Körner können durch den 2 mm weiten Spalt auch dann durchfallen, wenn sie nicht zerkleinert werden, denn durch einen 2 mm weiten Spalt können Körner, die in einer Dimension kleiner als 2 mm sind, noch durchrutschen.

Die Menge des unzerstückelt durchlaufenden Materials lässt sich mit Hilfe der Anzahlverteilungskurve bestimmen.

Man ermittelt diese Kurve aus der Gewichtsverteilungskurve — entsprechend unseren früheren Ausführungen — auf Grund der Formel: $y_z = \frac{y}{x^3}$ (Abb. 28). Wie aus dem Bilde ersichtlich, buckelt sich die rechte Seite der Anzahlverteilungskurve auf. Zeichnet man den regelrechten Verlauf der Kurve — gestrichelt — ein, so entspricht die Fläche zwischen den beiden Linien dem unzerkleinert durch den Spalt durchgehenden Material. Wenn man die gestrichelte Linie in die Gewichtsverteilungskurve überträgt (entsprechend der Gleichung $y = y_z \cdot x^3$), dann lässt sich bestimmen, wieviel Gewichtsprozent des Materials unzerkleinert geblieben ist. Aus der Gewichtsverteilungskurve allein wäre dies nicht möglich gewesen.

⁷ Metall und Erz, 16. II. 1937.

Im Laufe unserer vorgehenden Ausführungen wurde bezüglich der Kurven III, *b*, *c* und Nr. 4 festgestellt, dass ihr Verlauf der normalen Verteilung entspricht. Zur Überprüfung dieser Feststellung sei wieder das GAUSSSCHE Papier verwendet. Wie aus Abb. 24 ersichtlich, werden die Kurven — bei

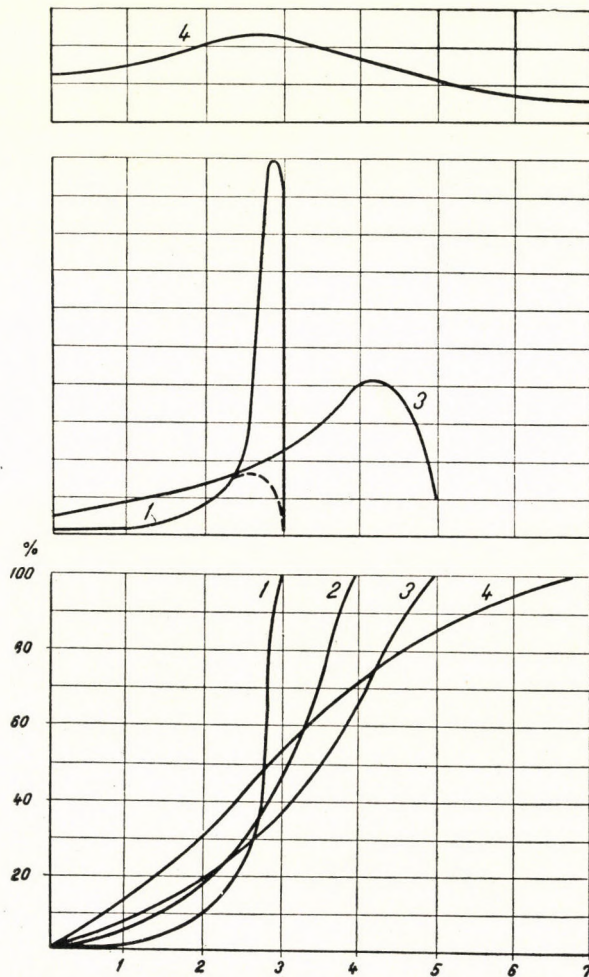


Abb. 23

Darstellung auf diesem Papier — tatsächlich zu Geraden, was die Richtigkeit unserer Feststellungen bestätigt.

Auf Grund obiger Ausführungen kann festgestellt werden, dass der Verlauf der Gewichtsverteilungskurven von Materialhaufen, die mit Walzenbrechern zerkleinert wurden, vom angewandten Zerkleinerungsgrad abhängt. Wenn das Verhältnis der mittleren Korngröße des aufgegebenen Materials zur

Spaltweite kleiner als 2,5 ist, liegt der Scheitelpunkt der Kurve stark rechts. Wird dagegen der Zerkleinerungsgrad grösser, so verschiebt sich der Scheitelpunkt der Kurve dementsprechend nach links und fällt der Zerkleinerungs-

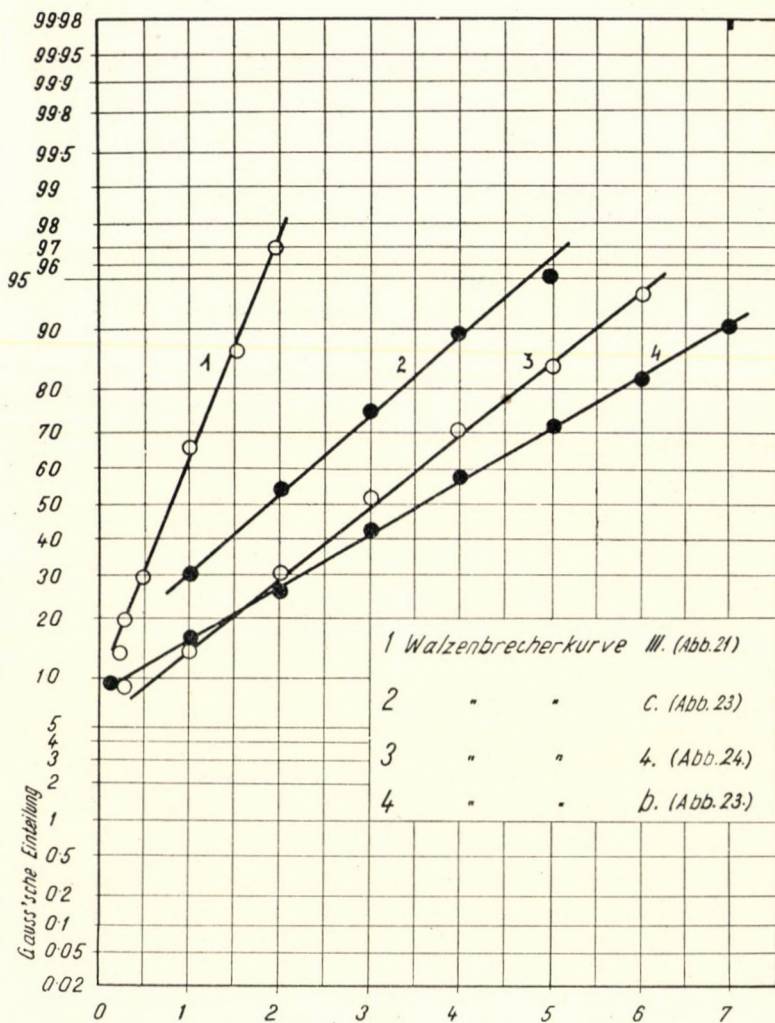


Abb. 24

grad zwischen 2,5 und 4,5, so gestaltet sich die Korngrößenverteilung bereits entsprechend der normalen Verteilung.

3. Zusammenfassung

Auf Grund unserer bisherigen Feststellungen lässt sich zusammenfassend folgendes feststellen.

Die Gewichtsverteilungskurve der Korngrößen von Materialhaufen, die durch Backen- oder Kegelbrecher — bei normalen Betriebsverhältnissen — zerkleinert wurden, folgt den Gesetzen der normalen Verteilung; die Kornzusammensetzung der mit Feinbrechern hergestellten Materialhaufen ist logarithmisch normal; der Scheitelpunkt der Verteilungskurven verschiebt sich um so mehr nach links, je grösser die Drehzahl der Maschinen ist. Mühlen liefern ebenfalls Materialhaufen mit logarithmisch normaler Gewichtsverteilungskurve. Bei den Walzenbrechern hängt es vom Zerkleinerungsgrad ab, ob man eine nach rechts verzerrte Gewichtsverteilungskurve erhält oder ob sich diese entsprechend der normalen Verteilung gestaltet.

4. Untersuchung und Bestimmung der für das ganze Gebiet der Zerkleinerung gültigen Gesetzmässigkeiten der Korngrößenverteilung

Die Ergebnisse unserer Untersuchungen haben gezeigt, dass der Charakter der Gewichtsverteilungskurven bei den verschiedenen Brechmaschinentypen verschieden ist. Es sei nun untersucht, ob es möglich ist, unsere Ergebnisse auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen und eine theoretische Grundlage für die Gestaltung der Korngrössenzusammensetzung auszuarbeiten, die für das ganze Gebiet der Zerkleinerung allgemeine Gültigkeit besitzt.

Bei diesen Untersuchungen sei von den Anzahlverteilungskurven der Korngrössenzusammensetzung ausgegangen. Es wurde bereits früher auf die Ergebnisse der mathematischen Untersuchungen von KOLMOGOROW und RÉNYI hingewiesen, wonach sich die Anzahlverteilungskurve zerkleinerter Materialhaufen logarithmisch normal gestaltet, und zwar unabhängig von der Art der verwendeten Brechmaschine, also für alle Maschinentypen nach demselben Prinzip.

Es wurde festgestellt, dass zwischen den Ergebnissen der mathematischen Ableitungen und der praktischen Versuche eine Differenz besteht. Es wurde jedoch auch darauf hingewiesen, dass die Abweichung im allgemeinen nicht beträchtlich ist und dass sich der Charakter der Anzahlverteilungskurven auch in der Praxis stark der logarithmisch normalen Verteilung annähert.

Zur Überprüfung dieser Frage seien die Anzahlverteilungskurven von Materialhaufen ermittelt, deren Gewichtsverteilungskurve

- a) logarithmisch normal verläuft,
- b) der Normalverteilung entspricht,
- c) nach rechts verzerrt ist,

und untersucht, ob die Anzahlverteilungskurven dieser Haufen ebenfalls verschiedenartig verlaufen oder ob sie — den Ergebnissen der mathematischen Untersuchungen entsprechend — in allen Fällen einen gleichartigen Verlauf zeigen.

Die experimentelle Feststellung der Anzahlverteilungskurven ist nicht durchführbar, da gerade die kleinsten Stücke und Staubkörner, die bezüglich der Anzahlverteilung von entscheidender Wichtigkeit sind, nicht abgezählt werden können. Es ist deshalb der indirekte Weg einzuschlagen, wobei die Anzahlverteilungskurven — wie in den schon angegebenen Fällen — aus den Gewichtsverteilungskurven entsprechend der Formel

$$y_z = \frac{y}{x^3}$$

konstruiert werden müssen.

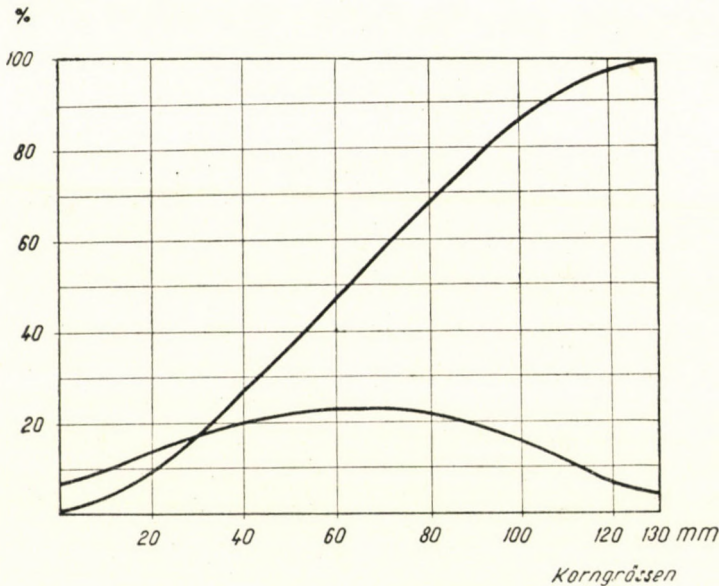


Abb. 25. Gewichtsverteilungskurven eines Backenbrechers

Zu diesem Zwecke seien die folgenden drei charakteristischen Gewichtsverteilungskurven gewählt :

a) Die logarithmisch normal verlaufende Kurve des Hammerbrechers Titan (Abb. 7).

b) Die der Normalverteilung entsprechende Gewichtsverteilungskurve eines Haufens, der durch einen — als Vorbrecher arbeitenden — Backenbrecher zerkleinert wurde (Abb. 25).

c) Die stark nach rechts verzerrte Kurve eines durch einen Walzenbrecher zerkleinerten Haufens (Abb. 23/1).

Aus den Gewichtsverteilungskurven liest man die zusammengehörenden Werte der Koordinaten y und x ab und berechnet aus diesen den Wert von

$y_z = y/x^3$. Die Grösse der Ordinaten y_z drückt man in der Weise aus, dass man die zum Wert $x = 1$ gehörenden Ordinaten y_1 als Einheit betrachtet und die übrigen y_z -Ordinaten durch ihr Verhältnis zu dieser Einheit ausdrückt.

	$x =$	0,02 mm	0,05 mm	0,5 mm	1 mm	4 mm
Titan-Brecher	$y =$	2	5	1,9	1	0,5
	$y_z = y/x^3$	250 000	40 000	150	1	0,008
Backenbrecher	y	0,85	0,9	0,95	1	1,17
	$y_z = y/x^3$	100 000	7000	7,5	1	0,02
Walzenbrecher	y	0,02	0,06	0,6	1	—
	$y_z = y/x^3$	2500	480	4,8	1	—

Will man nun die oben berechneten Anzahlverteilungskurven graphisch darstellen, so ergeben sich folgende Schwierigkeiten :

Wählt man die Länge der zur Abszisse $x = 1$ mm gehörenden Ordinate z. B. zu 100 mm, so beträgt bei der zum Backenbrecher gehörenden Anzahlverteilungskurve der Wert der zur Abszisse 0,05 mm (50μ) gehörenden Ordinate — wie aus der Tabelle hervorgeht — 700 m. Um also die Kurve darstellen zu können, müsste man einen viel kleineren Massstab anwenden. Dies ist aber deshalb nicht möglich, weil der Wert der zur Abszisse $x = 4$ mm gehörenden Ordinate selbst bei unverändertem Massstabe (also : $y_1 = 100$ mm) nur 2 mm ist und die zur Abszisse $x = 130$ mm gehörende Ordinate sich nur mehr auf 0,000 000 36 mm beläuft.

Diese Verhältnisse treten bei der Anzahlverteilungskurve des Hammerbrechers noch schärfer zutage, denn dort ist die zur Abszisse $x = 0,05$ mm gehörende Ordinate schon 4000 m lang (wenn $x_1 = 100$ mm ist) ; dagegen beträgt die Länge der zur Abszisse 4 mm gehörenden Ordinate nur 0,8 mm, während bei der zum Walzenbrecher gehörenden Anzahlkurve — deren Gewichtsverteilungskurve stark nach rechts verzerrt ist — die zu $x = 0,05$ mm gehörende Ordinate 48 m lang ist.

Die Anzahlverteilungskurven lassen sich also nicht in linearem Massstabe darstellen. Die Abb. 26—28 zeigen aber die rechte Seite dieser Kurven, wobei ersichtlich ist, dass alle drei Anzahlverteilungskurven stark nach links verzerrt sind — viel stärker, als es die bisher behandelten, logarithmisch normalen Kurven waren. Dies gilt nicht nur für die Anzahlverteilungskurve des Hammerbrechers, sondern auch für die Kurve des Backenbrechers und des Walzenbrechers, deren Gewichtsverteilungskurven ganz anders geartet waren.

Es kann also festgestellt werden, dass die Anzahlverteilungskurven sämtlicher Maschinentypen gleichartig verlaufen und dass ihre Form sehr ähnlich dem logarithmisch normalen Kurvenverlauf ist. Die Ergebnisse der mathematischen Untersuchungen decken sich also gut mit den Versuchsergebnissen, was in Anbetracht der stark vereinfachenden Voraussetzungen, auf die sie aufgebaut sind, eigentlich gar nicht zu erwarten war.

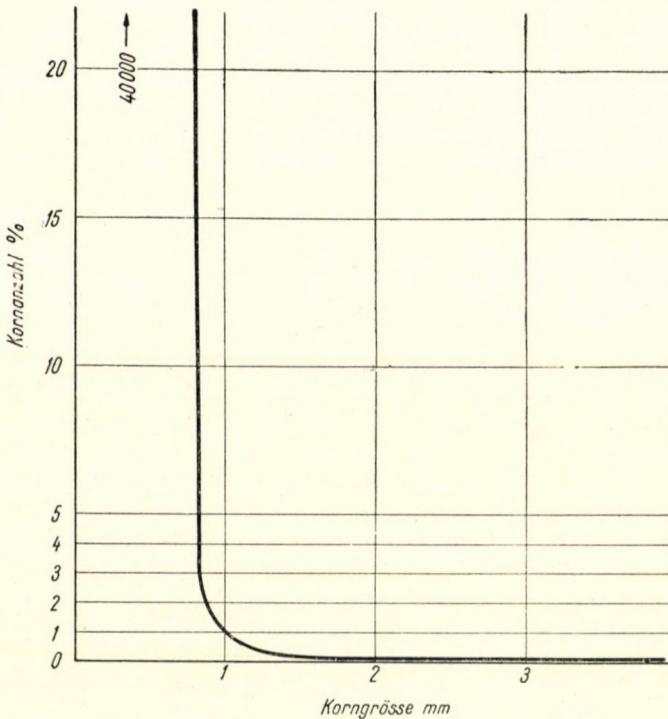


Abb. 26. Anzahlverteilungskurve des Hammerbrechers

Um die drei oben behandelten Anzahlverteilungskurven zu charakterisieren, wurde der Wert ihrer zur Abszisse 0,05 mm (50μ) gehörenden Ordinaten nebeneinander aufgezeichnet (Abb. 29). Wenn man die zur Abszisse 1 mm gehörende Ordinate als Einheit wählt, beträgt die Grösse der zur Abszisse 0,05 mm gehörenden Ordinaten :

bei der Kurve des Hammerbrechers	40 000
bei der Kurve des Backenbrechers	7 000
bei der Kurve Nr. 1 des Walzenbrechers	480

Die Kurven werden also durch die grössere oder kleinere Steilheit ihres Aufstieges charakterisiert.

Wenn man untersucht, warum die eine Kurve steiler, die andere weniger steil verläuft, so findet man, dass die Steilheit der Kurven — also die Geschwin-

digkeit, mit der die Zahl der kleineren und kleinsten Körner anwächst — von der Anzahl der zerkleinernden Einwirkungen (Schläge bzw. Drücke) abhängt, die das Material während der Zerkleinerung erleidet. Dies geht aus folgenden Überlegungen hervor.

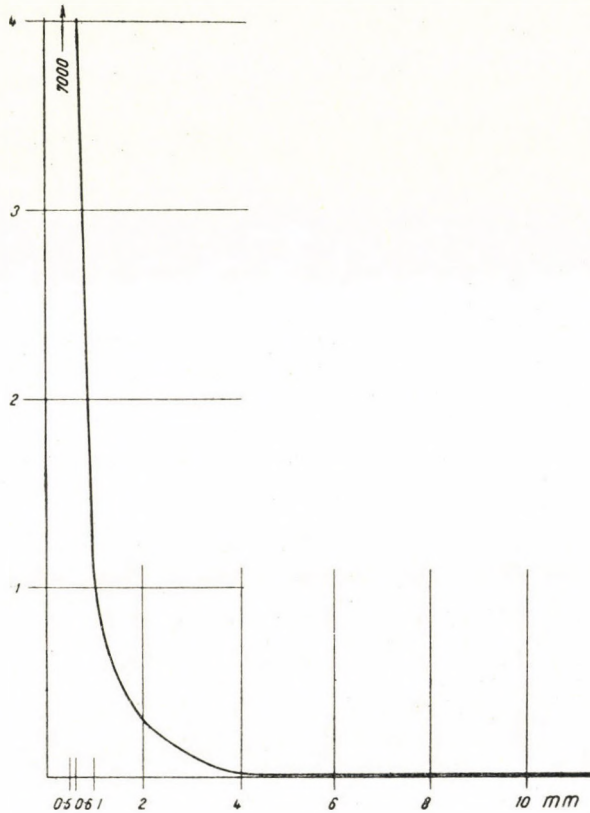


Abb. 27. Anzahlverteilungskurve eines Backenbrechers

Die Drehzahl der Hammerbrecher oder der übrigen Feinbrechmaschinen ist gross : 1000 bis 3000 U/Min. Die mit grosser Geschwindigkeit im Kreise umlaufenden Hammer schlagen und hämmern ununterbrochen auf das zu zerkleinernde Material ein und schleudern dessen Stücke ausserdem auch fortwährend gegeneinander und gegen die Wand der Maschine. Das zu zerkleinernde Material erleidet auf diese Weise sehr viele Schläge, die Zahl der entstehenden feinen Körner ist deshalb sehr gross. Dasselbe findet man, doch in noch gesteigertem Ausmass bei den Trommelmühlen, wo das zu zerkleinernde Material langsam eine lange Trommel durchläuft und auf seinem Wege ständig von zahllosen Mahlkörpern gehämmert wird.

Die Drehzahl der Backenbrecher ist bedeutend kleiner als die der Feinbrecher — etwa 200—270 U/Min. — wobei das Material bei jeder Umdrehung nur einer einzigen Einwirkung ausgesetzt wird. Ausserdem durchläuft das zu zerstückelnde Material die Zerkleinerungszone der Maschine während des Bruch-

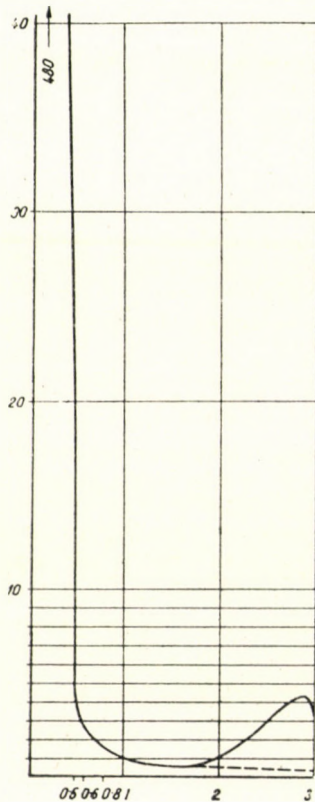


Abb. 28. Anzahlverteilungskurve des Walzenbrechers Nr. 1

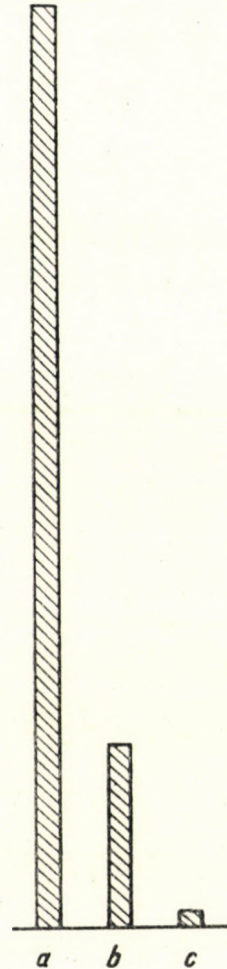


Abb. 29

teiles einer Minute, so dass die Stücke bedeutend weniger Einwirkungen erleiden als bei den Feinbrechmaschinen, weshalb auch die Anzahl der entstehenden feinen Körner viel kleiner ist.

Bei den Walzenbrechern kann das zu zerkleinernde Material, wenn der Zerkleinerungsgrad gering ist (z. B. wenn man ein Material von 2—3 mm Korngrösse mit einer Spaltweitereinstellung von 2 mm zerkleinert wie bei der Kurve

Nr. 1 auf Abb. 23 oder wenn ein Material von 20 mm Korngrösse durch einen Spalt von 15 mm Weite durchgedrückt wird wie bei der Kurve Nr. I auf Abb. 20), schon nach ein bis zwei Zerkleinerungseinwirkungen durch den Spalt durchlaufen; die Zahl der erhaltenen Einwirkungen ist daher in solchen Fällen klein.

Nun ist bereits ersichtlich, durch welche Umstände die Art des Verlaufes der Gewichtsverteilungskurven bestimmt wird. Diese Kurven erhält man, wenn die Ordinaten der Anzahlverteilungskurven mit x^3 multipliziert werden.

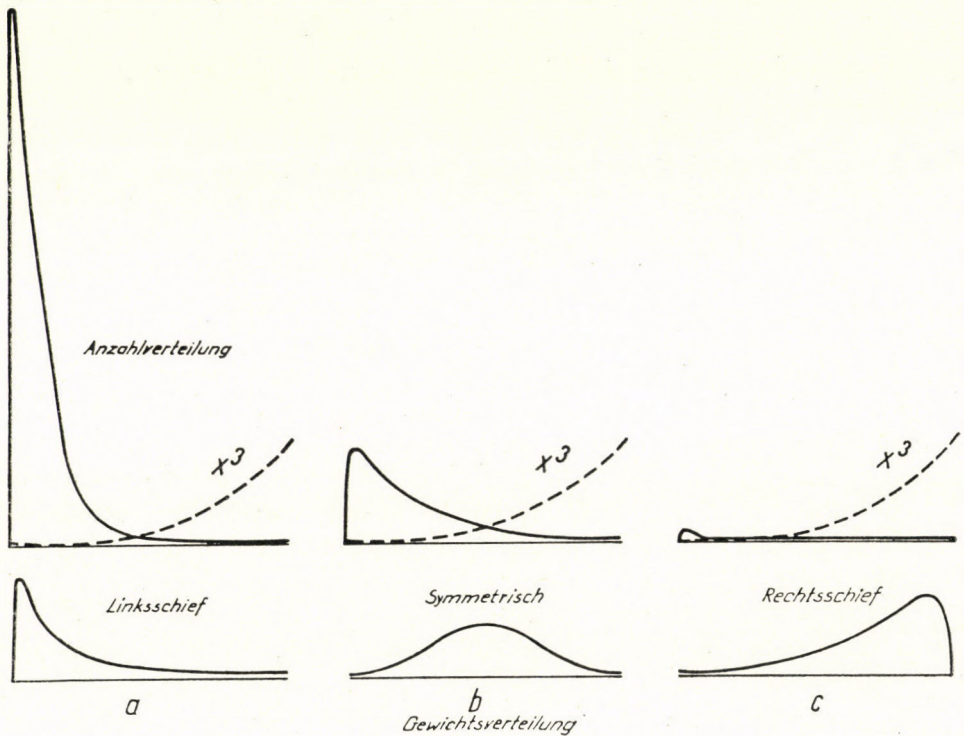


Abb. 30

Die Steilheit der Anzahlverteilungskurve hängt — wie bereits zu sehen war — davon ab, ob das zu zerkleinernde Material in der Brechmaschine einer grösseren oder kleineren Anzahl von Einwirkungen ausgesetzt wurde. Bei den Feinbrechmaschinen (Abb. 30/a) verläuft daher die Kurve sehr steil, bei den Backen- und Kegeltbrechern weniger steil (b), und bei den Walzenbrechern — wenn diese mit einem kleinen Zerkleinerungsgrad arbeiten (c) — noch flacher.

Der Verlauf der Kurve x^3 hängt dagegen nur von den Werten der Abszisse ab, sie ist also in allen drei Fällen gleich. Der Einfluss des Verlaufes dieser beiden Kurven auf die Gestaltung der Gewichtsverteilungskurve ist aus Abb. 30 ersicht-

lich. (Die Ordinaten der Scheitelpunkte der Anzahlverteilungskurven in Abb. 30 entsprechen dem Verhältnis der zu den Abszissen 0,05 mm gehörenden Ordinaten. Die dargestellten Kurven veranschaulichen nur die Art der Gestaltung der Anzahlverteilungskurven, sie stellen aber nicht die tatsächlichen Anzahlverteilungskurven dar, sondern symbolisieren diese nur, da die richtige Darstellung der Anzahlverteilungskurven — wie bereits festgestellt wurde — infolge der bestehenden Masstabsschwierigkeiten nicht möglich ist.)

Bei den Feinbrechmaschinen und Mühlen, wo die Zahl der Einwirkungen sehr gross ist und die Anzahlverteilungskurve dementsprechend — im Vergleich zur x^3 -Kurve — sehr steil verläuft, dominieren im Produkt $y_z \cdot x^3$ die Ordinaten der Anzahlverteilungskurve. Da sich die Gewichtsverteilungskurve entsprechend dem Produkte $y_z \cdot x^3$ gestaltet, zeigt ihr Verlauf ebenfalls eine Verzerrung nach links und hat einen logarithmisch normalen Charakter (Abb. 30/a).

Bei den Backen- und Kegelbrechern ist die Anzahl der Einwirkungen wesentlich kleiner, die Anzahlverteilungskurve verläuft weniger steil und dominiert nicht mehr gegenüber der x^3 -Kurve. Die dem Produkte $y_z \cdot x^3$ entsprechende Gewichtsverteilungskurve ist daher nicht mehr nach links verzerrt, sondern verläuft symmetrisch und entspricht der normalen Verteilung (Abb. 30/b).

Bei den mit einem niedrigen Zerkleinerungsgrad arbeitenden Walzenbrechern dominiert dagegen bereits die x^3 -Kurve gegenüber der relativ flachen Anzahlverteilungskurve, und auch der Verlauf der Gewichtsverteilungskurve folgt eher dem Verlauf der x^3 -Kurve und ist bereits nach rechts verzerrt, so dass sie dem Spiegelbild der logarithmisch normalen Verteilung entspricht (Abb. 30/c).

Auf Grund dieser Feststellungen können jetzt auch jene Umstände erklärt werden, auf die bereits früher hingewiesen wurde, ohne auf ihre Begründung einzugehen.

Es wurde festgestellt, dass sich die Scheitelpunkte der logarithmisch normal verlaufenden Gewichtsverteilungskurven der Feinbrechmaschinen um so mehr nach links verschieben und die zu ihnen gehörenden Ordinaten um so grösser werden, je grösser die Drehzahl der Maschine ist. Da die Anzahl der Schläge, die die Maschine austellt, proportional der Drehzahl anwächst, ist nun auch die Begründung dieses Umstandes klar.

Aus obigen Ausführungen kann jetzt auch der Umstand erklärt werden, dass die Gewichtsverteilungskurve der Walzenbrecher nach rechts verzerrt ist, wenn die Maschine mit einem niedrigen Zerkleinerungsgrade arbeitet; bei mittleren Zerkleinerungsgraden entspricht dagegen der Verlauf der Kurve bereits der normalen Verteilung. Bei niedrigen Zerkleinerungsgraden genügen nämlich schon sehr wenige Druckwirkungen, um das aufgebene Material so weit zu zerkleinern, dass es durch den Spalt durchlaufen kann. Bei mittleren Zerkleinerungsgraden ($m = 2,5 - 4,5$) würde jedoch eine so geringe Zahl von

Druckwirkungen nicht mehr ausreichen. Walzenbrecher mit einer Spalteinstellung von 3 mm könnten z. B. ein Material von 10—14 mm Korngrösse nicht mehr in einer einzigen Phase zwischen die Walzen hineinziehen. Diese Körner würden deshalb noch weit über jener Linie steckenbleiben, die den Mittelpunkt der Walzen miteinander verbindet, also dort, wo der Rand der beiden Walzen noch etwa 10—12 mm voneinander entfernt ist, und würden dort, infolge des auftretenden Druckes zerquetscht werden. Die schon etwas zerkleinerten Körner können durch die Walzen weiter in den Spalt hineingezogen werden, bis sie wieder steckenbleiben und weiter zermalmt werden usw.

Das aufgegebenes Material erleidet daher in diesem Falle eine bedeutend grössere Anzahl von zerkleinernden Einwirkungen, so dass sich seine Gewichtsverteilungskurve bereits entsprechend der normalen Verteilung gestaltet.

Auf Grund unserer Ergebnisse kann weitergehend festgestellt werden, dass jene Tatsache, dass sich die Gewichtsverteilungskurven von Materialhaufen, die durch verschiedenartige Brechmaschinen zerkleinert wurden, verschiedenartig gestalten — dass also z. B. die Backenbrecher ein Material von normaler Kornverteilung erzeugen, dagegen die Hammerbrecher logarithmisch normale Materialhaufen liefern — ihren Hauptgrund nicht darin hat, dass die verschiedenen Maschinentypen die Zerkleinerung des Materials auf verschiedene Weise durchführen, dass also die Maschinen auf verschiedene Weise arbeiten (so z. B., dass die Feinbrechmaschinen das Material »zerschlagen«, die Backen- und Kegelsbrecher es »zerbrechen«, während die Walzenbrecher es »zerquetschen«), sondern dass vom Standpunkt der Korngrössenverteilung in erster Linie die Anzahl der Brecheinwirkungen massgebend ist, die das zu zerkleinernde Material in den verschiedenen Maschinentypen erleidet.

Wenn man die einzelnen Maschinentypen in einer Weise betätigt, die von ihren normalen Betriebsverhältnissen stark abweicht — also z. B. die Maschinen mit einer zu niedrigen Drehzahl betreibt —, so ändert sich dadurch auch die Anzahl der Brecheinwirkungen, die das durchlaufende Material erleidet, so dass dadurch die Art des Verlaufes der Gewichtsverteilungskurven geändert werden kann. So konnte z. B. im Laufe unserer Untersuchungen mit dem Dismembrator (Abb. 14) festgestellt werden, dass wenn man eine Maschine, die bei normalem Betrieb ein Material mit logarithmisch normaler Korngrössenverteilung lieferte, mit stark reduzierter Drehzahl betreibt (z. B. anstatt 3000 U/Min. mit 700 U/Min. bzw. 500 U/Min.), ein Material erzeugt wird, das eine normale Korngrössenverteilung besitzt.

Ebenso lässt sich der Charakter der Kurven auch bei den Walzenbrechern ändern, wenn man den Zerkleinerungsgrad zu gross — also über 4,5 — wählt. (Dies ist aber nur bei Versuchseinrichtungen mit besonderen Aufgabevorrichtungen möglich, da die Walzen das aufgegebenes Material unter normalen Betriebsverhältnissen nicht in den Spalt hineinziehen können, wenn das Verhältnis der aufgegebenen Korngrösse zur Spaltweite zu gross ist.)

Bei einem zu grossen Zerkleinerungsgrad sind — wie zu sehen war — schon sehr viele Brecheinwirkungen notwendig, um das Material so weit zu zermalmen, dass es durch den Spalt durchgehen kann; die Gewichtsverteilungskurve gestaltet sich dementsprechend logarithmisch normal. Abb. 31 zeigt die Ergebnisse eines solchen Versuches.⁸

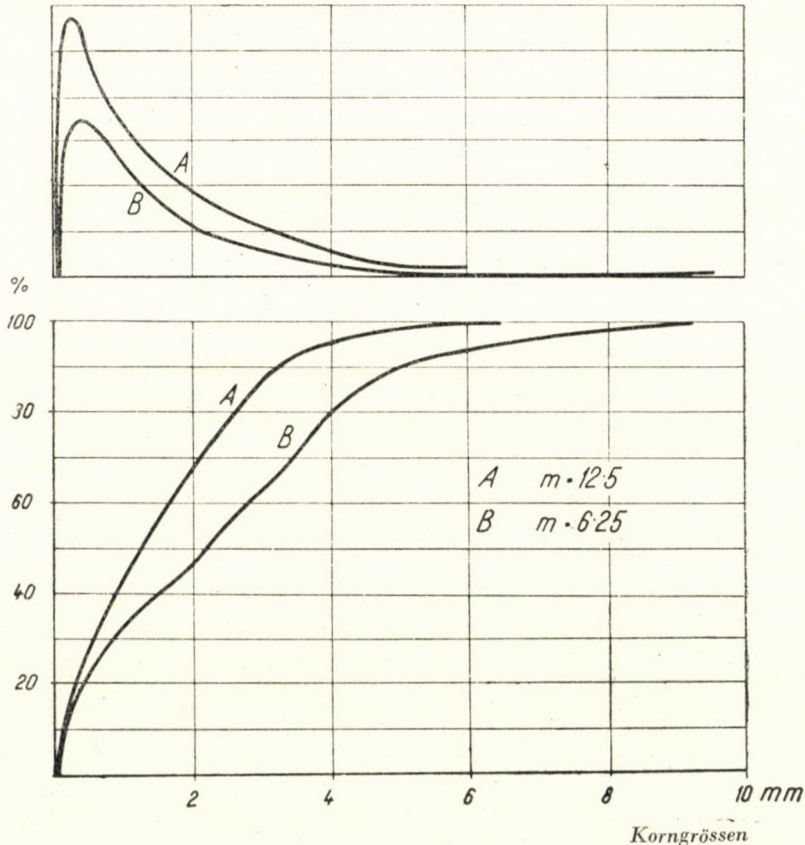


Abb. 31. Kurven eines Walzenbrechers, der mit grossem Zerkleinerungsgrad arbeitet

Es wurde Flussschotter von 20—30 mm Korngrösse zerkleinert. Die Spaltweite wurde bei dem ersten Versuch auf 4 mm, beim zweiten auf 2 mm eingestellt. Der Zerkleinerungsgrad war dementsprechend $m = 6,25$ bzw. $m = 12,5$. Wie aus Abb. 32 ersichtlich gestalten sich die Kurven in diesen Fällen bereits logarithmisch normal.

Dasselbe Ergebnis kann auch in der Weise erreicht werden, dass man das zu zerkleinernde Material wiederholt zwischen den Walzen durchlaufen lässt, wodurch die Zahl der erlittenen Brecheinwirkungen stark erhöht wird.

⁸ In der Versuchsanstalt der Firma »Ganz« durchgeführt.

Bei der Untersuchung der dritten Gruppe der Brechmaschinen — nämlich der Backen- und Kegelbrecher — wurde festgestellt, dass sich die Gewichtsverteilungskurve ihres Brechgutes unter normalen Betriebsverhältnissen entsprechend der Normalverteilung gestaltet.

Man stelle sich aber einen Backenbrecher mit einem aussergewöhnlich langen — z. B. 10—15 m langem — Brechbacken vor (Abb. 32). Wenn ein

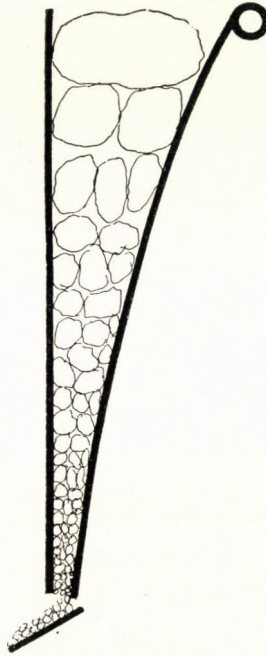


Abb. 32

Steinmaterial durch einen solchen Brecher durchliefe, würde es einer wesentlich grösseren Anzahl von Druckeinwirkungen ausgesetzt sein als jenes Material, das in einer normalen Brechmaschine zerkleinert wird, und es wäre deshalb auch der Zerkleinerungsgrad viel grösser als bei den Backenbrechern im allgemeinen. Wenn unsere früheren Feststellungen zutreffen, dann müsste die Gestaltung der Gewichtsverteilungskurve eines durch einen solchen Brecher zerkleinerten Materialhaufens logarithmisch normal sein.

Brecher — wie die oben angenommenen — existieren in der Praxis nicht. Man kann jedoch jenes Zerkleinerungsergebnis, das von dem oben angenommenen Brecher erwartet wurde, auch so erreichen, dass das zu zerkleinernde Material nicht über einen einzigen Brecher (mit sehr langen Backen) durchlaufen gelassen wird, sondern über mehrere nacheinander aufgestellte Brecher, deren Spaltweiten bei jedem nachfolgenden Brecher enger eingestellt werden (Abb. 33).

Ähnlich angeordnete Brecher trifft man sehr oft auch in normalen Betriebsanlagen an, wenn das zu zerstückelnde Material in mehreren Stufen gebrochen wird. Diese Einrichtungen weichen jedoch in einem Punkte insofern wesentlich von der oben vorgeschlagenen Anordnung ab, da bei dieser stets die ganze Menge des zu zerkleinernden Materials von einem Brecher in den nachkommenden Brecher gelangt, während bei normalen Betriebsanlagen nach jedem Brecher das schon genügend zerkleinerte Material aussortiert wird und nur das Über-

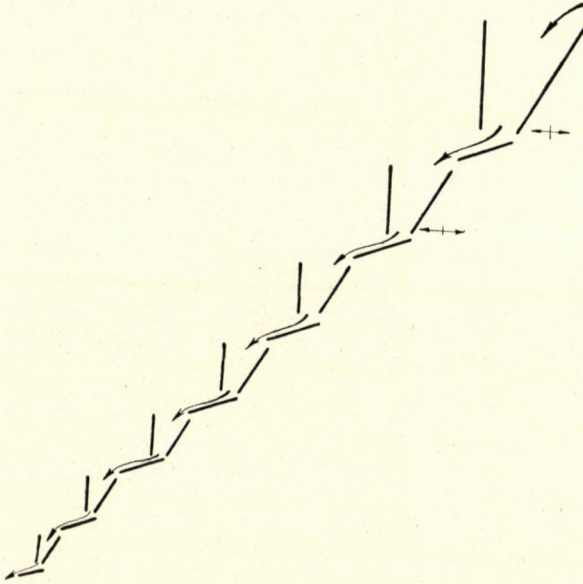


Abb. 33

laufmaterial — das noch grösser als eine bestimmte Korngrösse (im allgemeinen 60 mm) ist — in den folgenden Brecher geleitet wird.

Bei den normalen Betriebsanordnungen entspricht die Korngrössenverteilung sowohl der durch den Vorbrecher zerkleinerten als auch der durch die Nachbrecher gebrochenen Materialien der Normalverteilung.

Es sei nun festgestellt, was im Nachbrecher vorgeht, wenn man aus dem durch den Vorbrecher vorgebrochenen Material jenen Teil, der bereits unter die vorgeschriebene Korngrösse zerkleinert wurde, *nicht* aussortiert, sondern auch diesen Teil in den Nachbrecher überführt.

Wenn nur das Überlaufmaterial, das noch nicht genügend zerkleinert wurde, in den Nachbrecher gelangt, dann entspricht — wie bereits festgestellt wurde — die Korngrössenverteilung des aus dem Nachbrecher austretenden Haufens der Normalverteilung. Jetzt gelangt jedoch ausser dem Überlaufmaterial auch noch derjenige Teil des vorgebrochenen Materials in den Nachbrecher,

der bereits im Vorbrecher genügend zerkleinert wurde. Dieses Material wird im Nachbrecher noch weiter zerkleinert.

Während also der Nachbrecher bei der normalen Betriebsanordnung einen Materialhaufen von normaler Korngrößenverteilung liefert, kommt jetzt zu diesem Haufen noch weiteres feingebrochenes Material hinzu. Der Schwarzpunkt der Gewichtsverteilungskurve verschiebt sich deshalb nach links.

Abb. 34 zeigt genau diesen Fall. Bei dem vorgenommenen Versuch (im Steinbruch bei Reesk) zerkleinerte der Vorbrecher das Steinmaterial unter 140

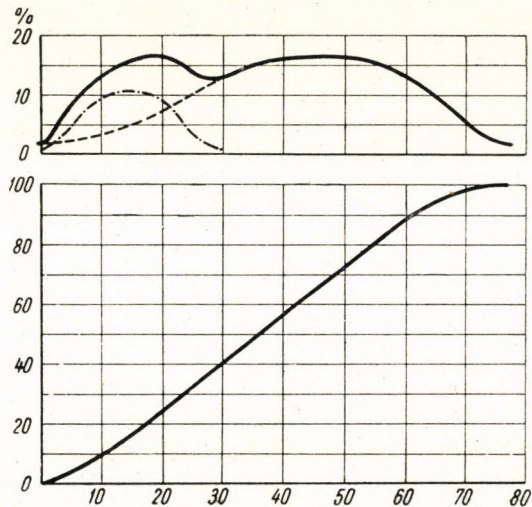


Abb. 34

mm, wonach das gesamte zerkleinerte Material in den Nachbrecher gelangte, wo es weiter unter 70 mm zerkleinert wurde. Aus dem Vorderteil der durch Siebproben festgestellten Gewichtsverteilungskurve erhebt sich — wie aus der Abbildung ersichtlich — ein besonderer wellenförmiger Buckel.

Zieht man von den Ordinaten der voll ausgezogenen Gewichtsverteilungskurve die Ordinaten der Normalverteilungskurve (gestrichelt gezeichnet) ab, so ergibt sich, dass auch jener feingebrochene Materialhaufen, der den Buckel verursachte, eine Normalverteilung besitzt (strichpunktiert gezeichnet). Das aus dem Vorbrecher austretende Material von 0—70 mm Korngröße, das diesmal nicht aussortiert wurde, erlitt im Nachbrecher eine weitere Zerkleinerung unter 30 mm und verschob den Verlauf des aus dem Nachbrecher heraustretenden Materialhaufens nach links.

Wird dieses Verfahren genügend oft wiederholt, so verschiebt sich der Scheitelpunkt der Gewichtsverteilungskurve ständig nach links und der Verlauf der Gewichtsverteilungskurve wird logarithmisch normal.

Um die Richtigkeit dieser Folgerung zu überprüfen, wurde (im Steinbruch bei Visegrád) folgender Versuch angestellt. Es wurde mit einem Einschwingen-Backenbrecher (Backenbreite 600 mm) Bruchstein von 300—400 mm Grösse zerkleinert. Das aus dem Brecher heraustretende — schon gebrochene — Material

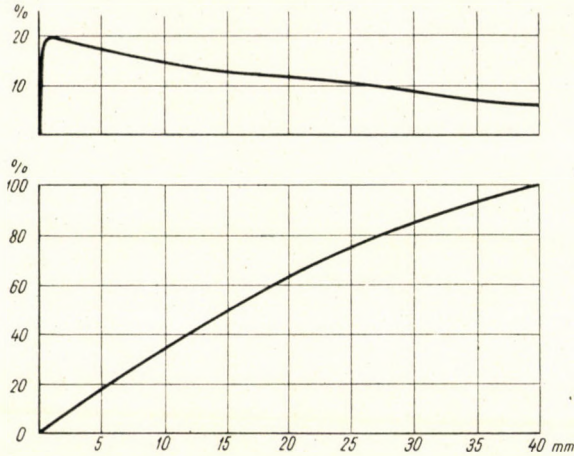


Abb. 35

wurde zur Gänze wieder in den Brecher zurücktransportiert und weiter zerkleinert. Dieser Vorgang wurde sechsmal wiederholt, wobei die Spaltweite des Brechers dreimal verengt wurde.

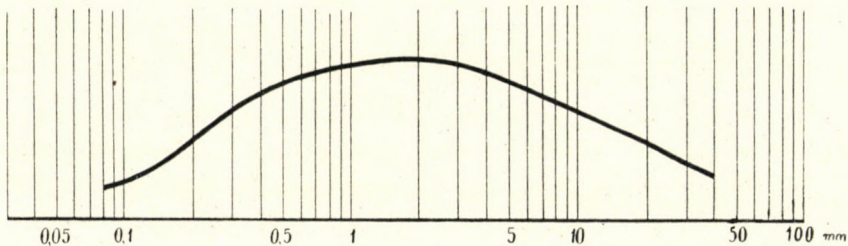


Abb. 36

Abb. 35 zeigt die Gewichtsverteilungskurve des sechsmal zerkleinerten Materials. Die Kurve hat jetzt einen logarithmisch normalen Verlauf, was aus Abb. 36, die dieselbe Kurve mit logarithmisch eingeteilter Abszissenachse darstellt, besonders deutlich hervorgeht.

Abb. 37 und Abb. 38 zeigen den entgegengesetzten Fall. Abb. 37/a stellt die Gewichtsverteilungskurve dar, die zu einem Doppelschwingenbrecher der Firma Gläser (Backenbreite 600 mm), und Abb. 38/a die Gewichtsverteilungskurve, die zu einem Einschwingenbrecher der Firma Ganz (800 mm Backen-

breite) gehört. Beide Kurven sind nach rechts verzerrt und zeigen das Spiegelbild der logarithmisch normalen Verteilung. Solche Kurven sind zu erwarten, wenn man Backenbrecher mit sehr weiter Spalteinstellung und mit niedriger Tourenzahl laufen lässt und dadurch einen Zerkleinerungsgrad erzielt, der viel geringer ist als der bei Backenbrechern übliche. In diesem Falle kamen aber

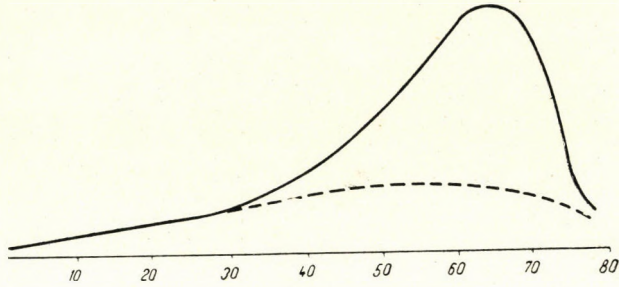


Abb. 37a

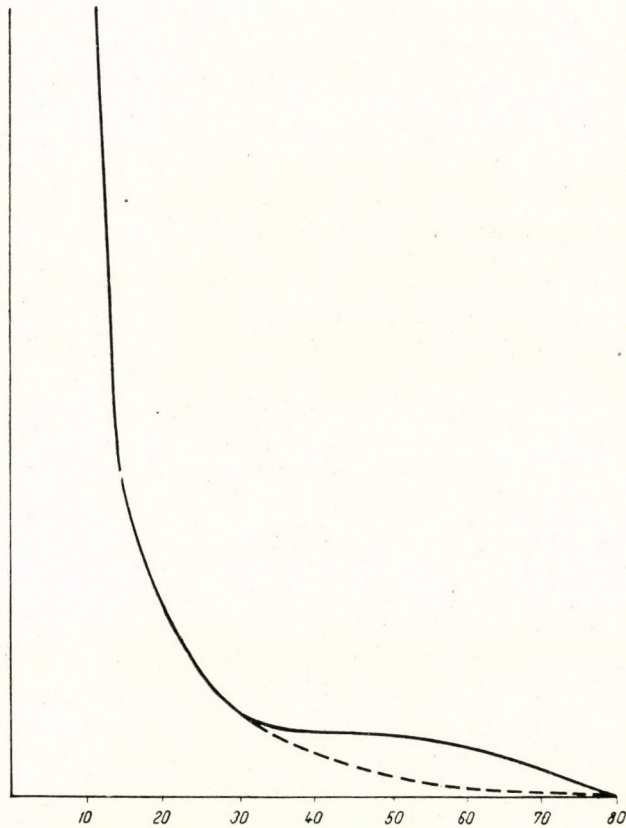


Abb. 37b

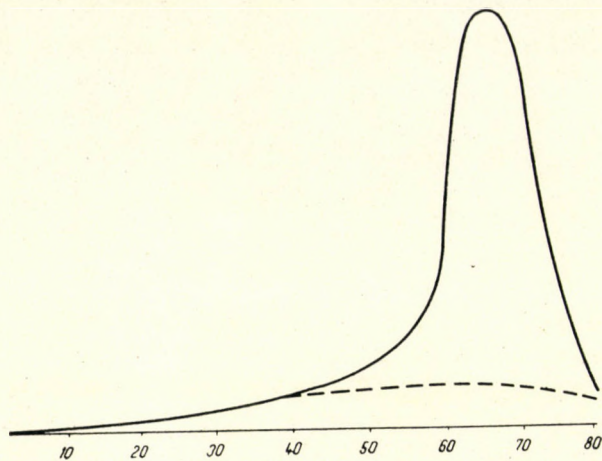


Abb. 38a

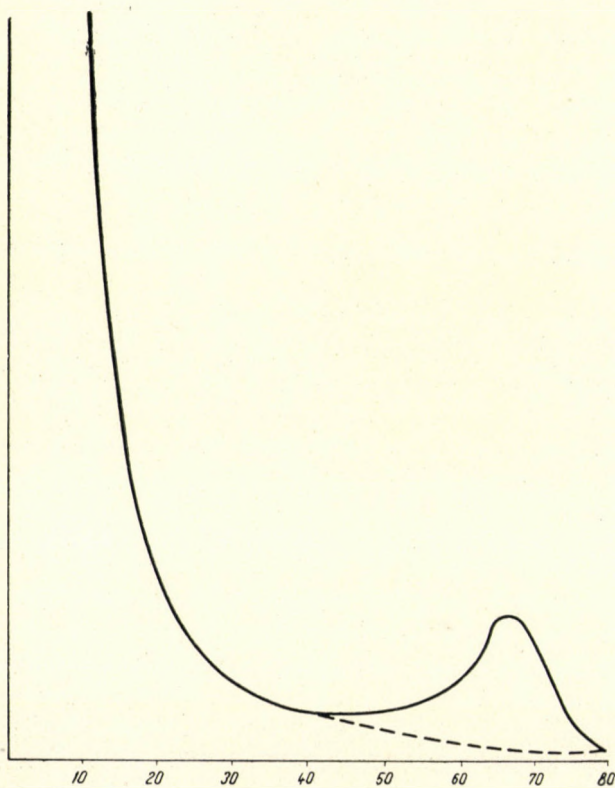


Abb. 38b

diese Kurven nicht auf diese Weise zustande, sondern so, dass der Elevator, der die Brecher mit Steinmaterial belieferte, das Material nicht gleichmässig über die Backenbreite verteilte, sondern das ganze Material in eine Ecke der Backen warf. Hier nutzten sich die Backen stark ab und es bildete sich eine Rinne, durch die ein grosser Teil des Materials fast ungebrochen durchrutschte. Der Zerkleinerungsgrad wurde dadurch abnormal klein und die Gewichtsverteilungskurve zeigt einen nach rechts verzerrten Ablauf.

Konstruiert man die Anzahlverteilungskurven wie bei der Walzenbrecherkurve 1 in Abb. 23 auch hier entsprechend der Formel $y_z = \frac{y}{x^3}$ (Abb. 37/b und 38/b), so kann mit ihrer Hilfe festgestellt werden (in derselben Weise wie bei der Walzenbrecherkurve 1), dass die Rechtsverzerrung der Kurven auch hier zwei Gründe hat :

Die Kurve ist rechtsverzerrt, da das Material infolge der entstandenen Rinne rasch durch den Brecher durchlaufen konnte und deshalb wenig Brecheinwirkungen erlitt. Die gestrichelt eingezeichneten Kurven, die dem tatsächlich zerkleinerten Materialteil entsprechen, haben ihren Scheitelpunkt nicht bei der Abszisse $x = 40$ mm, sondern bei $x = 55$ bzw. 60 mm.

Die Rechtsverzerrung wurde aber ausserdem noch durch die unzerkleinert durchlaufenden Stücke stark vergrössert. Das zur Zerkleinerung aufgebene und schon vorgebrochene Material hatte eine Korngrösse von 60 bis 130 mm, enthielt aber infolge der Überlastung des Siebes, durch das es abgeschieden wurde, auch Untersiebmaterial, das kleiner als 60 mm war. Die Abnutzung der Brechbacken war so gross, dass die kleinsten Stücke des aufgegebenen Materials — also der Materialteil unter 70 mm — fast unzerkleinert durchrutschen konnten. Diesem Materialteil entspricht die Fläche zwischen der voll ausgezogenen und der gestrichelten Kurve.

Wenn man also den Zerkleinerungsgrad wesentlich grösser oder wesentlich kleiner wählt als das bei Backenbrechern übliche Verhältnis 1 : 3 bzw. 1 : 4, dann kann die Gewichtsverteilungskurve auch bei Backen- und Kegelsbrechern eine logarithmisch normale Verteilung ausdrücken oder auch das Spiegelbild dieser Verteilung zeigen.

Man darf also als allgemeine Regel, die für jede Art von Brechmaschinen gleicherweise Gültigkeit besitzt, nachstehendes feststellen :

Der Verlauf der Anzahlverteilungskurve von maschinell zerkleinerten Materialhaufen nähert sich der logarithmisch normalen Verteilung an.

Bezüglich der Gewichtsverteilungskurven lässt sich dagegen zusammenfassend folgendes aussagen :

Die Gewichtsverteilungskurve verläuft logarithmisch normal, wenn der Zerkleinerungsgrad gross ist (wenn also die Anzahl der erlittenen Brecheinwirkungen — Schläge, Drücke — gross ist) ; dagegen verläuft die Kurve bei mittleren Zerkleinerungsgraden entsprechend der Normalverteilung, während

die Gewichtsverteilungskurve bei kleinen Zerkleinerungsgraden nach rechts verzerrt ist und dem Spiegelbild der logarithmisch normalen Verteilung entspricht.

Unsere früheren Feststellungen bezüglich des Verlaufes der Gewichtsverteilungskurven bei den verschiedenen Brechmaschinentypen waren also nur Spezialfälle einer allgemeinen Regel.

Die Feinbrechmaschinen erzeugen unter normalen Betriebsverhältnissen Materialhaufen von logarithmisch normaler Korngrößenverteilung, weil diese Maschinen unter normalen Betriebsbedingungen mit grossem Zerkleinerungsgrade arbeiten. Die Backen- und Kegelbrecher arbeiten unter normalen Betriebsverhältnissen mit mittleren Zerkleinerungsgraden, weshalb die Gewichtsverteilung der durch sie erzeugten Materialhaufen unter solchen Verhältnissen eine normale Verteilung besitzt. Die Walzenbrecher können — bei Normalbetrieb — mit mittleren oder kleinen Zerkleinerungsgraden arbeiten, weshalb ihre Gewichtsverteilungskurve entweder der Normalverteilung entspricht oder nach rechts verzerrt ist.

Die Gesetzmässigkeiten der Korngrößenverteilung konnten also nicht nur für die verschiedenen Typen der Zerkleinerungsmaschinen bestimmt werden, sondern es war auch möglich, ein umfassendes und für alle Maschinentypen gültiges Kornverteilungsgesetz zu ermitteln.

Mathematischer Anhang

In diesem Anhang wird eine Zusammenfassung der mathematischen Hilfsmittel gegeben, die zum gründlichen Verständnis der Arbeit notwendig sind.

Man sagt, dass eine Grösse x eine normale Verteilung besitzt, falls die Dichtefunktion ihrer Verteilung die Form

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (1)$$

hat, wo m den Mittelwert und σ die Streuung der Verteilung bezeichnet. Man sagt ferner, dass eine Grösse x eine logarithmisch normale Verteilung besitzt, falls $\log x$ eine normale Verteilung aufweist. In diesem Falle hat die Verteilung von x die Dichtefunktion

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\log x - m)^2}{2\sigma^2}} \quad (0 \leq x < +\infty). \quad (2)$$

Hier bedeutet m bzw. σ den Mittelwert bzw. die Streuung von $\log x$. Wie man aus (2) leicht erhält, hat x selbst den Mittelwert $M_1 = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}}$. Die Dichtefunktion (2) nimmt ihren maximalen Wert im Punkt $M_2 = e^{m - \sigma^2}$ an; der Mittelwert fällt also nicht mit dem höchstwahrscheinlichen Wert zusammen; die Kurve (2) ist — im Gegensatz zu (1) — asymmetrisch.

Falls die Anzahlverteilungsfunktion der Korngrösse bekannt ist, kann man daraus — wie schon früher nachgewiesen wurde — die Gewichtsverteilung folgendermassen bestimmen :

Bedeutet $g(x)$ die Dichtefunktion der Korngrößenverteilung, so ist die Dichtefunktion der Korngewichtsverteilung gleich $kx^3g(x)$ wobei k eine Konstante ist. Hat $g(x)$ die Form (2), ist also die Verteilung der Korngrößen logarithmisch normal, so lautet die Dichtefunktion der Gewichtsverteilung

$$h(x) = \frac{Kx^3}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{(\log x - m)^2}{2\sigma^2}}. \quad (3)$$

Da $x^3 = e^{3 \log x}$ gesetzt werden kann, erhält man durch einfache Umformung

$$h(x) = \frac{Ke^{9/2\sigma^2 + 3m}}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{(\log x - m - 3\sigma^2)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4)$$

Aus der Normierungsbedingung $\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) dx = 1$ folgt, dass $ke^{9/2\sigma^2 + 3m} = 1$ sein muss, d. h. es ergibt sich

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{(\log x - (m + 3\sigma^2))^2}{2\sigma^2}} \quad (0 \leq x < +\infty). \quad (5)$$

Dies bedeutet, dass die Gewichtsverteilung ebenfalls logarithmisch normal ist, nur mit anderen Parameterwerten. Der Mittelwert ist jetzt $M'_1 = e^{m + \frac{7\sigma^2}{2}}$ und die Funktion (5) nimmt ihren Maximalwert im Punkte $M'_2 = e^{m + 2\sigma^2}$ an; das Maximum und der Mittelwert sind also gegen die grösseren Werte von x um $3\sigma^2$ verschoben. Dadurch wird aber die Kurve symmetrischer und kann in der Umgebung des Maximums durch eine gewöhnliche GAUSSsche Dichtefunktion gut approximiert werden.

Daraus folgt natürlich für die Verteilungsfunktion, also für die Funktion

$$H(x) = \int_0^x h(t) dt, \quad (6)$$

dass diese bei Darstellung auf einem GAUSSschen Papier teilweise fast gerade verläuft.

SCHRIFTTUM

1. M. ARATÓ: Beszámoló az uzsai kőbányában végzett kötőrési és energiamérési kísérletekről. (Bericht über die Steinbrechungs- und Energiemessungsversuche im Steinbruch bei Úzsa. Nur ungar.) Az Alkalmazott Matematikai Intézet Közl. II. (1953) S. 223—228.
2. B. BEKE: Aprítási műveletek energiaigénye. (Der Energiebedarf von Zerkleinerungsvorgängen. Nur ungar.) »Építőanyag« 1954. 6. X. 145—156.
3. B. BEKE: Megjegyzések az aprítás alapvető kérdéseihöz. (Bemerkungen zu den grundlegenden Fragen der Zerkleinerung. Nur ungar.) »Építőanyag« 1954. 12. S. 439—443.
4. I. G. BENNET: Broken Coal. Inst. Fuel. 15 (1936).
5. E. BIERBRAUER und F. HÖNIC: Über die Erfassung des Zerteilungszustandes fester Stoffe. »Zement« 24 (1935) S. 285—301.
6. H. BÖRNER: Sichtermühle oder Verbundmühle. »Zement—Kalk—Gips« 1952. VIII.
7. E. FEIFEL: Kennlinie, Kenngleichung, Kennbruch. Radex Rundschau 1952. Heft 6. S. 235.
8. E. FEIFEL: Mittleres Korn. Radex Rundschau 1953. H. 6. S. 8.
9. A. N. KOLMOGOROW: Über das logarithmisch normale Verteilungsgesetz der Teilchen bei Zerstückelung. Доклады Академии наук СССР 31.

10. J. LÁZÁR: Gépileg aprított halmazok szemszerkezetéből levonható következtetések. (Folgerungen aus der Kornstruktur von maschinell zerkleinerten Materialhaufen. Nur ungar.) »Építőanyag«, 3. 1950. S. 57—71.
11. J. LÁZÁR: Beszámoló zúzógépekkel végzett kísérletek eredményeiről. (Bericht über die Ergebnisse von Versuchen mit Zerkleinerungsmaschinen. Nur ungar.) »Építőanyag« 1954. 2. S. 64—76.
12. J. LÁZÁR: Aprított halmazok szemnagyság szerinti összetételére vonatkozó újabb vizsgálatok. (Neue Untersuchungen über die Korngrössenzusammensetzung von zerkleinerten Materialhaufen. Nur ungar.) »Építőanyag« 1955. 3. S. 82—100.
13. E. RAMMLER: Gesetzmässigkeiten in der Kornverteilung zerkleinerter Stoffe. Zeitschr. V. D. I. Beiheft Verfahrenstechnik. 1944. 4. 5. 94.
14. A. RÉNYI: Az aprítás matematikai elméletéről. (Über die mathematische Theorie der Zerkleinerung. Nur ungar.) »Építőanyag« 1950. 9—10. S. 177—183.
15. B. RENNFERT: Die Anwendung der Prallzerkleinerung zur Erzeugung von Strassenbaustoffen. Strassen und Tiefbau, 1953. X.
16. P. RITTINGER: Lehrbuch der Aufbereitungskunde. Berlin, 1867.
17. G. SZÉKELY: Kötörés energiaszükségletének minimalizálása, az elő- és utántörők legcélszerűbb beállításával. (Die Minimalisierung des Energiebedarfes beim Steinbrechen durch die zweckmässigste Einstellung der Vor- und Nachbrecher. Nur ungar.) Az Alkalmazott Matematikai Intézet Közl. I. (1952) S. 157—162.
18. O. THEIMER und F. MOSER: Über die Auswertung von Zermahlungsexperimenten mit Hilfe von Zermahlungsfunktionen. Kolloid-Zeitschr. 128 (1952) S. 68.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wurden die Gesetzmässigkeiten der Korngrössenverteilung maschinell zerkleinerter Materialhaufen untersucht.

Auf Grund der angestellten Versuche und der Untersuchungen in den Betrieben wurde folgendes festgestellt:

Die Gewichtsverteilungskurven von Backenbrechern — und von gewissen kleineren Abweichungen abgesehen auch die Kurven der Kegelbrechern — gestalten sich entsprechend der *Gauss*schen Kurve, entsprechen also der »normalen Verteilung«.

Bei den Feinbrechern (Hammerbrecher, Prallbrecher, Desintegratoren, Dismembratoren) und Mühlen dominieren die feinen Korngrössen. Wenn man die Gewichtsverteilung solcher Haufen mit logarithmischer Abszisseneinteilung darstellt, erhält man *Gauss*-Kurven. Feinbrecher erzeugen also Haufen mit »logarithmisch normaler« Korngrössenverteilung.

Die Gewichtsverteilungskurve (der Korngrössen) von Walzenbrechern verläuft bei mittleren Zerkleinerungsgraden normal, bei geringen Zerkleinerungsgraden nach rechts verzerrt, und dem Spiegelbilde der logarithmisch normalen Verteilung entsprechend.

All diese Feststellungen sind aber nur Sonderfälle eines umfassenden Gesetzes, wonach die Gestaltung der Gewichtsverteilungskurve von der Anzahl der erhaltenen Zerkleinerungseinwirkungen abhängt. Wenn das zu zerkleinernde Material einer grossen Anzahl von Einwirkungen ausgesetzt wird, erhält man Haufen mit logarithmisch normaler Verteilung. Bei einer mittleren Anzahl von Einwirkungen gestalten sich die Korngrössen entsprechend der normalen Verteilung, dagegen sind bei einer geringen Anzahl von Einwirkungen die Kurven nach rechts verzerrt.

Feinbrecher und Mühlen erteilen — bei normalen Betriebsverhältnissen — viele Schläge bzw. Drücke, Backen- und Kreiselbrecher eine mittlere Anzahl, und Walzenbrecher — je nach dem Zerkleinerungsgrade — eine mittlere oder kleine Anzahl.

Weicht man aber bei den Versuchen von den normalen Betriebsverhältnissen ab und lässt das Material z. B. wiederholt durch denselben Backenbrecher laufen, so ergibt sich auch hier eine logarithmisch normale Verteilung, dagegen z. B. bei Feinbrechern mit stark reduzierten Drehzahlen eine normale Verteilung usw.

LAWS OF SIZE DISTRIBUTION OF MECHANICALLY CRUSHED MATERIALS

E. LÁZÁR

SUMMARY

Laws of grain size distribution of mechanically crushed materials were investigated.

Tests and investigations at crushing plants have led to the following statements :

Curves of weight distribution of jaw breakers — with some divergences those of cone crushers too — are shaped according to the *Gauss* curve, that is, correspond to the "normal distribution".

In fine breakers (hammer-mills, impact crushers, disintegrators, dismembrators) and mills, fine sizes prevail. If the weight distribution of such crowds are plotted according to a logarithmic abscissa scale, *Gauss* curves are obtained. Fine breakers thus produce crowds of "logarithmic normal" size distribution.

The weight distribution (of grain size) curves of roll breakers is at a medium degree of comminution normal, at slight comminutions distorted toward the right, corresponding to the reflected image of the logarithmic normal distribution.

However, all these statements are but special cases of a comprehensive law according to which the shape of the weight distribution curve depends on the number of effects of disintegration suffered. If the material to be broken is exposed to a great number of disintegrating actions, crowds with logarithmic normal distribution are obtained, at a medium number of disintegrating actions the grain sizes show normal distribution, while on the other hand, at a small number of effects the curves are distorted toward the right.

Fine breakers and mills give under normal operating conditions many impacts, or compressive effects, jaw and cone crushers a medium number, roll crushers a medium or a small number according to the degree of size reduction.

However, if the tests depart from normal operative conditions and the material is, for instance, recycled through the same jaw crusher several times, a logarithmic normal distribution is obtained here too, while, conversely, fine breakers at highly reduced number of revolutions yield normal distribution etc.

LES LOIS DE LA DISTRIBUTION DES GRAINS DE MATIÈRES CONCASSÉES

E. LÁZÁR

RÉSUMÉ

Les lois de la distribution des grains dans les amas de matières concassées ont été étudiées. Les essais et les études au chantier ont abouti aux constatations suivantes :

Les courbes de distribution des poids ont pour les concasseurs à mâchoires — et à quelques petites différences près pour les concasseurs giratoires aussi — la forme de la courbe de *Gauss*, elles correspondent donc à la "distribution normale". Dans les concasseurs fins (à marteaux, à choc, désintégrateurs, démembrateurs) et dans les moulins, ce sont les grains fins qui dominent. Si la distribution des poids de tels amas est représentée graphiquement à l'échelle logarithmique des abscisses, on obtiendra des courbes de *Gauss*. Des concasseurs fins produisent donc des amas à la distribution des grains «logarithmique normale».

La courbe de distribution des poids des grains dans les concasseurs à cylindres est pour des réductions moyennes normales, pour des petites réductions détournées vers le droit, selon l'image réfléchi de la distribution logarithmique normale.

Toutes ces constatations ne sont quand même que des cas spéciaux d'une loi générale selon laquelle la courbe de distribution des poids dépend du nombre des effets de désintégration reçus. Si la matière à concasser est exposée à un grand nombre de tels effets, on obtiendra des amas à une distribution logarithmique normale : exposée à un nombre moyen d'effets les grains se formeront selon la distribution normale, tandis que à pour un petit nombre d'effets les courbes seront contournées vers le droit.

Les concasseurs fins et les moulins donnent — en marche normale — beaucoup de coups et des compressions, les concasseurs à mâchoires et giratoires en donnent un nombre moyen, les concasseurs à cylindres — selon le degré de réduction — un nombre moyen ou petit.

Si l'on s'écarte aux essais des conditions de la marche normale et si l'on repasse, par exemple, la matière plusieurs fois par le même concasseur à mâchoires, on obtiendra, ici aussi une distribution logarithmique normale, tandis que les concasseurs fins donneront à des nombres de tours fortement réduits une distribution normale etc.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА РАЗДРОБЛЕННЫХ МЕХАНИЧЕСКИМ ПУТЕМ МАТЕРИАЛОВ

И. ЛАЗАР

РЕЗЮМЕ

В работе анализируются закономерности гранулометрического состава раздробленных механическим путем материалов.

На основе проведенных опытов и производственных исследований можно установить нижеследующее.

Состав по весовому проценту щековых дробилок (и пренебрегая небольшими отклонениями также круговых дробилок) соответствует кривой Гаусса, следовательно, имеет «нормальное распределение».

В случае дробилок для тонкого дробления (молотковых дробилок, дезинтеграторов, дизембраторов) и мельниц получается значительно более высокое весовое отношение тонких зерен. Если состав таких материалов отложить по логарифмической абсциссе, тогда получится кривая Гаусса. Следовательно, эти машины изготовляют материал с «логарифмическим нормальным» гранулометрическим составом.

В случае вальцовых дробилок кривая гранулометрического состава — для средней степени дробления — имеет нормальное распределение, а при малой степени дробления искажается вправо и дает зеркальное отображение логарифмическому нормальному распределению.

Однако, эти определения представляют собою лишь специальные случаи общего закона, согласно которому формирование структуры зерен зависит от числа дробящих воздействий. Если число дробящих воздействий высоко, тогда гранулометрический состав дробленного материала имеет логарифмическое нормальное распределение, в случае же среднего числа дробящих воздействий получается нормальное распределение, а небольшого числа воздействий — кривая искажается вправо.

Машины для тонкого дробления и мельницы при обычных производственных режимах производят большое число ударов соответственно давлению, щековые и конусные дробилки среднее число таковых, а вальцовые (соответственно желаемой степени дробления) среднее или небольшое число их.

Однако, если при опытах отклониться от производственных режимов и материал, например, пропускать через щековые дробилки повторно — без промежуточной классификации — тогда и в этом случае получается логарифмическое нормальное распределение, в это же время, например, в случае молотковых дробилок с сильно заниженным числом оборотов получается нормальное распределение и т. д.

SURFACE WAVE PROPAGATION ALONG COATED WIRES

T. BERCELI

CANDIDATE OF TECHN. SC.
TELECOMMUNICATION RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST

[Manuscript received 14th March, 1956]

1. Introduction

The question of surface wave propagation has attracted in recent years considerable interest. Attention has been directed to it by GOUBAU [1] who was the first to point to the technical applicability of surface wave propagation. Merit is due to SOMMERFELD [2] for the theoretic examination of wave propagation along the wire. For the strong concentration of the field, GOUBAU coated the wire with dielectric layer. He made his theoretical and experimental investigations for the case of such wires [3, 4, 5]. Concentration of the field may be increased also by a coat having magnetic properties. First KADEN [6, 7] dealt with such wires.

The coat of the conductors to be dealt with in this paper has dielectric and magnetic properties. The results obtained may be applied in the case of wires coated with dielectrics when the relative value of magnetic permeability is 1. They may also be used in the case of wires with magnetic coat when the relative value of the dielectric constant is 1. The interesting parts of the matter to be dealt with are the following :

Group velocity is lower than phase velocity. The phase distortion of surface wave guides is small ; its sense is opposite to that of the phase-distortion of hollow guides. It may therefore be equalized by a short hollow guide.

The dielectric loss of the coat decreases with increasing dielectric constant, whereas its magnetic loss increases with the rise of the magnetic permeability. Besides, dielectric loss depends also on magnetic permeability and, vice versa, magnetic loss also depends on the dielectric constant.

The attenuation of a given transmission line as the function of field concentration has a minimum. This is the optimum field-concentration. When designing surface wave guides, the aim is to find and to produce the optimum field-concentration. Optimum field-concentration can be produced by the application of a coat of adequate thickness.

To determine the maximum transmissible power, we have two formulae. One determines the value of maximum transmissible power from the permissible

maximum electric field strength and the other from the value of the highest permissible degree of overheating. The impulse peak-power must not exceed the value given by the first formula, and the average power the value given by the second formula.

At the end of this paper there is a procedure of the designing of surface wave guides, illustrated by an example.

2. Structure of the field

In our considerations, we shall treat a coated wire of infinite length, stretched in a homogeneous space of infinite extent. Among the solutions of the Maxwell equations obtained for such boundary conditions we shall deal with

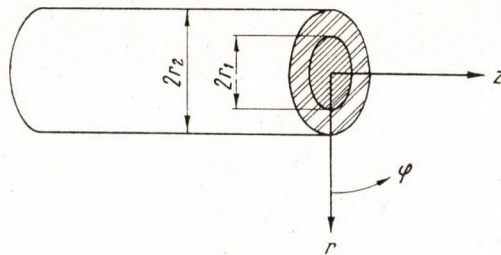


Fig. 1. Cross-section of the coated wire and disposition of the coordinate system

that solution only which gives radially symmetric transverse magnetic wave. The attenuation of other modes is large and their excitation is unlikely on account of the symmetric arrangement. For this reason we shall exclude them from our further considerations.

Fig. 1 shows the cross-section of the coated wire with the placing of the coordinate system. The radius of the wire is r_1 and the outer radius of the coating r_2 . Direction z marks the direction of the propagation of wave. Excitation is to be sinusoidal as a function of time. Our computations are based on the assumption of unattenuated wave propagation. The conductivity of the wire is taken as infinite and the dielectric assumed as loss-free.

Accordingly, the equations describing the field components are as follows :

$$\left. \begin{aligned} E_{rb} &= j A_b \frac{h}{\gamma_b} [N_0(\gamma_b r_1) J_1(\gamma_b r) - J_0(\gamma_b r_1) N_1(\gamma_b r)] e^{j(\omega t - h z)} \\ E_{zb} &= A_b [N_0(\gamma_b r_1) J_0(\gamma_b r) - J_0(\gamma_b r_1) N_0(\gamma_b r)] e^{j(\omega t - h z)} \\ H_{\varphi b} &= j A_b \frac{k_b}{\gamma_b} \sqrt{\frac{\epsilon_b}{\mu_b}} [N_0(\gamma_b r_1) J_1(\gamma_b r) - J_0(\gamma_b r_1) N_1(\gamma_b r)] e^{j(\omega t - h z)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Coefficient A_b depends on the power of excitation and index b refers to the coating. N_0 and N_1 , respectively, indicate Neumann functions of order zero and of first order, respectively, whereas J_0 and J_1 indicate Bessel function of order zero and of first order, respectively. Angular frequency is marked by ω , time-coordinate by t , and further k_b is the propagation factor of the free wave in the material of the coating :

$$k_b = \omega \sqrt{\varepsilon_b \mu_b} \quad (2)$$

where ε_b is the dielectric constant of the coating and μ_b its magnetic permeability. Definition of the parameter γ_b is as follows :

$$\gamma_b = \sqrt{k_b^2 - h^2} \quad (3)$$

Finally, h is the propagation factor of the guided wave which in general is complex :

$$h = a - j\beta \quad (4)$$

where a is the phase factor and β the attenuation factor. The phase factor may be expressed by the phase wavelength or the phase velocity:

$$a = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\omega}{v} \quad (5)$$

Here λ_g marks the phase wavelength and v the phase velocity.

As we are examining unattenuated wave-propagation the propagation factor h is real. Its value ranges between k_b and k_0 which is physically obvious. Therefore, parameter γ_b is real.

The equations describing the external field are as follows :

$$\left. \begin{aligned} E_r &= A \frac{h}{\gamma_0} H_1^{(1)}(j\gamma_0 r) e^{j(\omega t - hz)} \\ E_z &= A H_0^{(1)}(j\gamma_0 r) e^{j(\omega t - hz)} \\ H_\varphi &= A \frac{k_0}{\gamma_0} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} H_1^{(1)}(j\gamma_0 r) e^{j(\omega t - hz)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Here $H_0^{(1)}$ and $H_1^{(1)}$, respectively, are HANKEL functions of first kind and order zero, and of first order, respectively. The parameters concerning the outer field have been indexed with o . Hence k_0 is the free space propagation factor :

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \quad (7)$$

where ε_0 is the dielectric constant of the vacuum and μ_0 its magnetic permeability. The parameter γ_0 is :

$$\gamma_0 = \sqrt{h^2 - k_0^2} \quad (8)$$

3. Satisfaction of boundary conditions

The field components parallel to the surface are continuous at the surface. Hence their quotient is continuous too :

$$\left(\frac{E_{zb}}{H_{qb}} \right)_{r=r_2} = \left(\frac{E_z}{H_q} \right)_{r=r_2} \quad (9)$$

Putting here equations (1) and (6) :

$$\begin{aligned} -j \sqrt{\frac{\mu_b}{\varepsilon_b}} \frac{\gamma_b}{k_b} \frac{N_0(\gamma_b r_1) J_0(\gamma_b r_2) - J_0(\gamma_b r_1) N_0(\gamma_b r_2)}{N_0(\gamma_b r_1) J_1(\gamma_b r_2) - J_0(\gamma_b r_1) N_1(\gamma_b r_2)} = \\ = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{\gamma_0}{k_0} \frac{H_0^{(1)}(j\gamma_0 r_2)}{H_1^{(1)}(j\gamma_0 r_2)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Thereby we have eliminated factors A , A_b and h .

Eliminating h from equations (3) and (8) we get :

$$\gamma_b^2 = k_b^2 - k_0^2 - \gamma_0^2. \quad (11)$$

We have two equations at our disposal for determining two unknowns, i. e., γ_b and γ_0 . However, as a calculation with equation (10) is rather cumbersome, we will make use of approximations.

4. Limits of approximate calculations

In our approximations we shall suppose that

$$\gamma_b r_2 \ll 1 \quad \text{and} \quad \gamma_0 r_2 \ll 1 \quad (12)$$

Now we can use the zero representations of the cylinder functions in equation (10). See Appendix, paragraph 1. In equation (11) we shall ignore the value of γ_0^2 beside $k_b^2 - k_0^2$. The condition of this is :

$$\left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \ll \varepsilon_{br} \mu_{br} - 1 \quad (13)$$

where $\varepsilon_{br} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_0}$ is the relative dielectric constant of the coating and $\mu_{br} = \frac{\mu_b}{\mu_0}$ is the relative magnetic permeability of the coating. Here we have expressed k_b^2 by k_0^2 . This condition in conformity with equation (22) determines a minimum phase velocity, to the case of which our calculation can no longer be applied. This minimum phase velocity value depends on ε_{br} and on μ_{br} only and it falls as they rise.

Condition (13) being satisfied, γ_b approximately is as follows :

$$\gamma_b \cong \sqrt{k_b^2 - k_0^2} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{br} \mu_{br} - 1} \quad (14)$$

Substituting (14) into the first inequality of (12) and expressing the value of r_2 :

$$r_2 \ll \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{\varepsilon_{br} \mu_{br} - 1}} \quad (15)$$

As $\gamma_b > \gamma_0$, if condition (15) is satisfied, the second condition expressed by (12) is also satisfied.

Our calculations will therefore be applicable for conductors with small outer radii, in comparison with the wavelength, in taking into account condition (15); further, along which the phase velocity of wave propagation far exceeds the value determined by condition (13).

5. Determination of the propagation factors

If we use the zero representations of the BESSEL, NEUMANN and HANKEL functions in equation (10), (Appendix, paragraph 1.) then we get :

$$\sqrt{\frac{\mu_b}{\varepsilon_b}} \frac{\gamma_b^2}{k_b} r_2 \ln \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{\gamma_0^2}{k_0} r_2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2 \quad (16)$$

In the course of the deduction we made a further neglect which had its basis on the assumption expressed by (12). We should now substitute approximation (14) for γ_b^2 and should have the equation rearranged :

$$\left(\mu_{br} - \frac{1}{\varepsilon_{br}} \right) \left(\frac{r_2}{\lambda} \right)^2 \ln \frac{r_2}{r_1} = - \left(\frac{\gamma_0 r_2}{2\pi} \right)^2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2 \quad (17)$$

We introduce the designation $M(\gamma_0 r_2)$ which is identical with the right hand side of the preceding equation :

$$M(\gamma_0 r_2) = - \left(\frac{\gamma_0 r_2}{2\pi} \right)^2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2 \quad (18)$$

This way equation (17) becomes :

$$\left(\mu_{br} - \frac{1}{\varepsilon_{br}} \right) \left(\frac{r_2}{\lambda} \right)^2 \ln \frac{r_2}{r_1} = M(\gamma_0 r_2). \quad (19)$$

The factors appearing on the left hand side of the equation are given and $M(\gamma_0 r_2)$ can be calculated from these. In the knowledge of this $\gamma_0 r_2$ and from

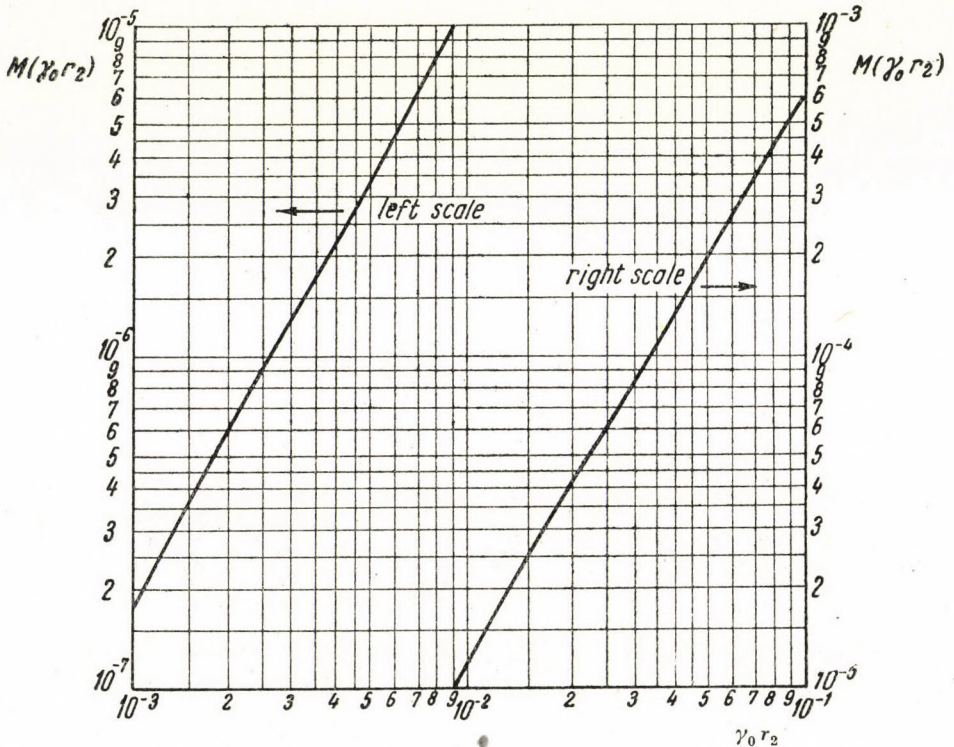


Fig. 2. The curve used in determining the field-concentration (γ_0), defined by equation (18)

this γ_0 may be determined on the basis of (18). As this equation is unsuitable for computations, we have represented $M(\gamma_0 r_2)$ by diagram as the function of $\gamma_0 r_2$. See Fig. 2.

The parameter γ_0 gives the measure of field-concentration. The greater γ_0 , the greater the field-concentration. This is the most important characteristic of the surface wave. All the other characteristics are functions of this.

Field concentration, that is, γ_0 rises with the increase of frequency, thickness of coating, the dielectric constant and magnetic permeability. It decreases with the increase of the wire diameter. Variation of the field-concentration caused by the variation of the frequency is rather great.

The dependence of field-concentration on material characteristics calls for special attention. The effect of the dielectric constant on field-concentration is shown in Fig. 3. The case represented refers to a guide, the outer radius of which is 1,5 mm, its inner radius 1,2 mm, and the operational frequency is 3000 MHz. We examine first the case of the dielectric coating where μ_{br} is equal to 1. Field-concentration increases very rapidly with the augmentation of

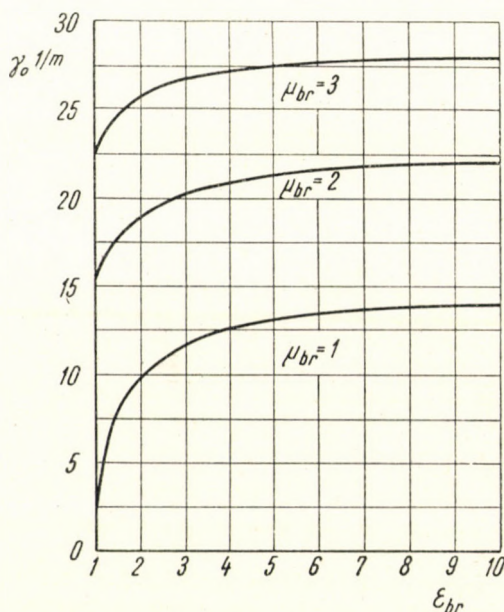


Fig. 3. Dependence of the field-concentration (γ_0) on the dielectric constant. The parameter of the curves is the magnetic permeability

ϵ_{br} , between the values $\epsilon_{br} = 1$ and $\epsilon_{br} = 2$. From the value $\epsilon_{br} = 2$ the increase of the field-concentration is small.* From the point of view of increasing the field-concentration, there is thus no appreciable advantage arising from the use of material of great dielectric constant. If the coating has magnetic property too, the effect of the dielectric constant on field-concentration decreases rapidly with the increase of permeability, as it may be seen in the figure.

The effect of magnetic permeability on field-concentration is demonstrated by Fig. 4. The values now also refer to the case when the outer radius of the conductor is 1,5 mm, its inner radius 1,2 mm, and the operational frequency is 3000 MHz. As it may be seen, field-concentration increases quickly with the

* We suppose that we are not near to the cutoff frequency of the next mode, $TM_{0,2}$. In other respects, our interest is attracted by such circumstances only where the attenuation of the wave guide is not great.

increase of μ_{br} . For the increase of field-concentration it therefore pays to apply materials of as high permeability as possible. This becomes significant in the VHF band because here the necessary field-concentration can, if dielectric materials are used, be achieved with the application of a thick coating only.

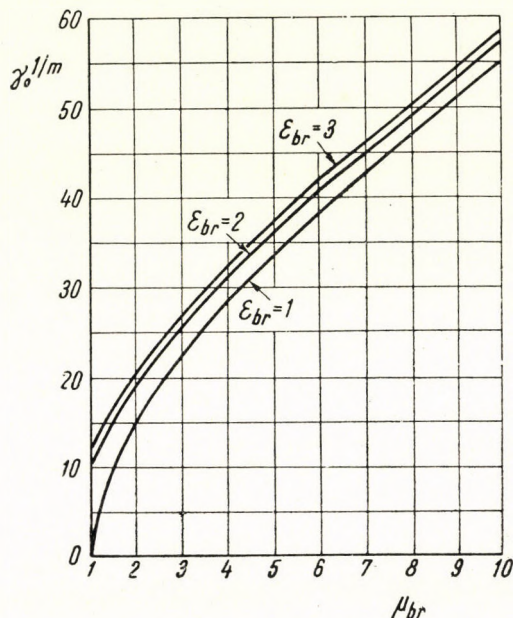


Fig. 4. The dependence of the field-concentration (γ_0) on magnetic permeability. The parameter of the curves is the dielectric constant

6. Phase wavelength, phase velocity

With the knowledge of γ_0 , the propagation factor can be derived from formula (8). As we are dealing here with unattenuated propagation, the propagation factor h agrees with its real part, with the phase factor :

$$h = \alpha = \frac{2\pi}{\lambda_g} = k_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_0}{k_0}\right)^2} \quad (20)$$

The phase wavelength from this is :

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_0}{k_0}\right)^2}} \quad (21)$$

Phase wavelength is always shorter than free-space wavelength. The length of the surface-wave decreases as the field-concentration and frequency increase. Phase velocity may be obtained likewise :

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_0}{k_0}\right)^2}} \quad (22)$$

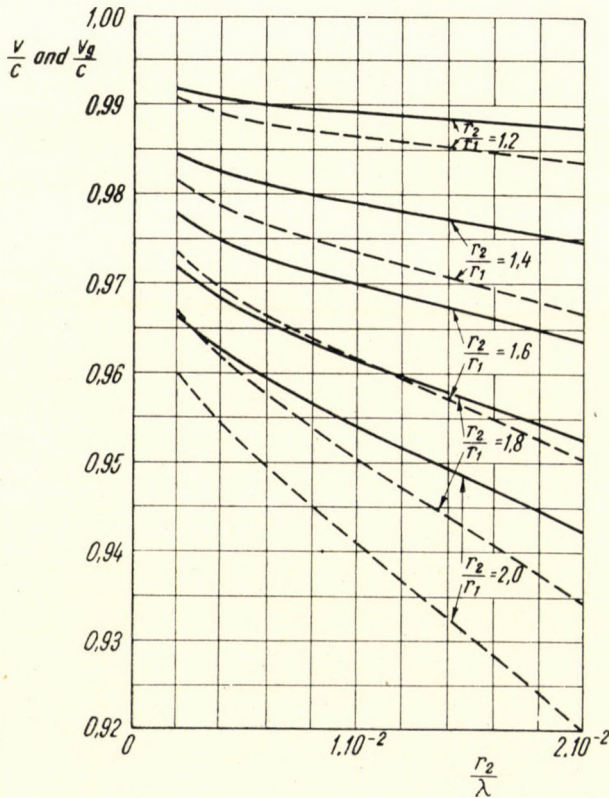


Fig. 5. The phase velocity in relation to the light velocity (curves in solid line) and the group velocity in relation to the light velocity (curves in broken lines) as function of $\frac{r_2}{\lambda}$ for the case of different $\frac{r_2}{r_1}$ values. The dielectric constant is $\epsilon_{br} = 2,26$

Phase velocity is always less than the velocity of light and it decreases with the increase of field-concentration and frequency. Phase velocity depends on frequency. The group velocity is therefore not equal to phase velocity.

Fig. 5 shows the value of phase velocity as compared to that of light velocity, as function of $\frac{r_2}{\lambda}$ for the case of various $\frac{r_2}{r_1}$ values. (Curves in solid lines.)

The curves relate to a conductor coated with polyethylene; then $\varepsilon_{br} = 2,26$. The abscissa is proportionate to the frequency if the value of r_2 is kept unchanged. As it can be seen the phase velocity decreases as frequency increases. Phase velocity likewise decreases as the thickness of coating rises (that is, with the increase of $\frac{r_2}{r_1}$).

7. Group velocity, propagation time

Definition of group velocity is as follows :

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial h} \quad (23)$$

We compute the reciprocal of the partial differential quotient $\frac{\partial \omega}{\partial h}$. To this end let us take the expression of h as given in (20). As $\gamma_0 \ll k_0$, approximating the square root for the value of h , taking into account $k_0 = \frac{\omega}{c}$, we have :

$$h = \frac{\omega}{c} + \frac{1}{2} \frac{c}{\omega} \gamma_0^2 \quad (24)$$

Its derivative with respect to ω is as follows :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial \omega} &= \frac{1}{c} - \frac{1}{2} \frac{c}{\omega^2} \gamma_0^2 + \frac{c}{\omega} \gamma_0 \frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega} = \\ &= \frac{1}{c} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{c \gamma_0}{\omega} \right)^2 \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 - 0,5}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

The value $\frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega}$ was obtained by differentiating equations (18) and (19) with respect to ω . Details of the computation are supplied in paragraph 2 of the Appendix.

Group velocity is the reciprocal of equation (25). By transformation :

$$v_g = v - \frac{c}{2} \left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \frac{1}{\ln \frac{0,68}{\gamma_0 r_2}} \quad (26)$$

The value of group velocity as compared to the light velocity may be seen in Fig. 5 too as function of $\frac{r_2}{\lambda}$, for various $\frac{r_2}{r_1}$ values. (Curves in broken line.) The dielectric constant is $\epsilon_{br} = 2,26$ again. As it may be seen, group velocity is smaller than phase velocity and its value decreases with the increase of frequency and the thickness of coating.

We now examine the propagation time calculated for unit-length. This is the reciprocal of the group velocity :

$$\tau = \frac{1}{v_g} = \frac{\partial h}{\partial \omega}. \quad (27)$$

From (25) and (27) :

$$\tau = \frac{1}{c} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 - 0,5}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \right]. \quad (28)$$

Propagation time exceeds the propagation time of light.

The question comes up, how is the frequency dependence of τ ? To this end we should form its derivative with respect to frequency. The full computation is a somewhat lengthy one ; therefore we give only the final formula :

$$\frac{\partial \tau}{\partial \omega} = \frac{c}{2} \frac{\gamma_0^2}{\omega^3} \left[- \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 - 0,5}{(\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5)^2} + \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{(\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5)^3} \right]. \quad (29)$$

Its value is a positive one. The propagation time thus increases with the increase of frequency, in other words the group velocity decreases as the frequency increases, as pointed out before. The group velocity of waves propagating in hollow guides increases as frequency augments and it does so at a much more rapid rate than that at which the group velocity of the waves propagating along the surface wave guide decreases. The phase distortion of the surface wave guide can therefore be equalized by a short hollow guide.

8. Distribution of power around the conductor

We now examine the power distribution around the conductor. To this end we determine the quantity of the power transmitted outside a cylinder the radius of which is ϱ . We should therefore write down the component of the Poynting-vector directed to z :

$$S_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [E_r H_\varphi^*] = \frac{1}{2} A A^* \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{h k_0}{\gamma_0^2} [H_1^{(1)}(j \gamma_0 r)]^2. \quad (30)$$

The multiplier 1/2 results from applying the average of time. When forming the conjugate value, we have considered, the behaviour of the HANKEL function, that is, as the $H_1^{(1)}$ Hankel function is, in the case of positive imaginary argument, negative real, hence its conjugate is equal to the original value.

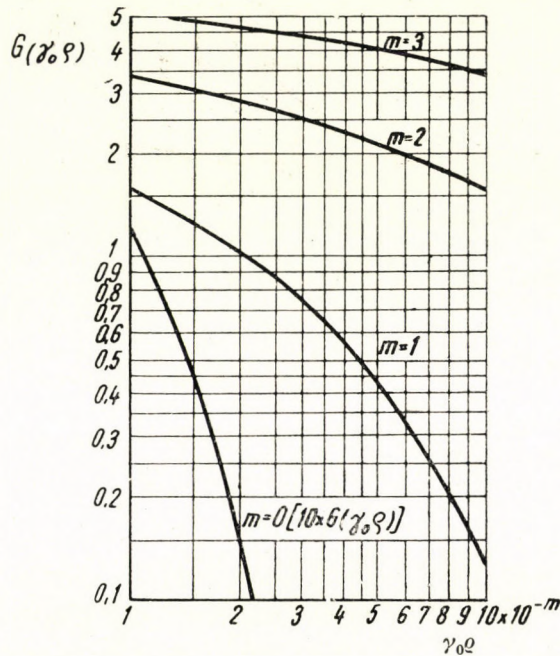


Fig. 6. Curves for use in the calculation of power distribution around the guide, determined by equation (33)

Integrating the value of the Poynting vector given in (30) over the surface of $r > \rho$ we get the power transmitted outside the cylinder of radius ρ :

$$N_\rho = 2\pi \int_\rho^\infty S_z r dr = \pi AA^* \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{hk_0}{\gamma_0^2} \int_\rho^\infty [H_1^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 r dr. \quad (31)$$

Solution of the integral will be found in paragraph 3 of the Appendix. Substituting the result obtained there into Eq. (31):

$$N_\rho = AA^* \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{hk_0}{\gamma_0^4} G(\gamma_0 \rho) \quad (32)$$

where

$$G(\gamma_0 \rho) = -(\gamma_0 \rho)^2 \left\{ \frac{2j}{\gamma_0 \rho} H_0^{(1)}(j\gamma_0 \rho) H_1^{(1)}(j\gamma_0 \rho) + [H_0^{(1)}(j\gamma_0 \rho)]^2 + [H_1^{(1)}(j\gamma_0 \rho)]^2 \right\}. \quad (33)$$

Function $G(\gamma_0 \varrho)$ is plotted in Fig. 6. The parameter m indicates the decades of $\gamma_0 \varrho$. In the case of $m = 0$, it is plotted the tenfold of $G(\gamma_0 \varrho)$ in order to get the curve on the diagram.

In the range $\gamma_0 \varrho < 0,1$, we can use the zero representations of the HANKEL functions. The value of $G(\gamma_0 \varrho)$ will then be as follows :

$$G(\gamma_0 \varrho) \cong -\frac{8}{\pi^2} [\ln 0,89 \gamma_0 \varrho + 0,5] \quad \text{for} \quad \gamma_0 \varrho < 0,1 \quad (34)$$

If $\gamma_0 \varrho < 0,1$ the power transmitted outside the cylinder with radius ϱ is approximately as follows :

$$N_\varrho \cong -AA^* \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{hk_0}{\gamma_0^4} [\ln 0,89 \gamma_0 \varrho + 0,5] \quad \text{for} \quad \gamma_0 \varrho < 0,1 \quad (35)$$

9. The power transmitted in the vacuum

The power transmitted in the vacuum is obtainable from formula (35) with the substitution of $\varrho = r_2$.

$$N = -\frac{4}{\pi} AA^* \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{hk_0}{\gamma_0^4} [\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5]. \quad (36)$$

We express the factor A by the current I . With good approximation, according to the induction law : $(H_\varphi)_{r=r_2} = \frac{I}{2\pi r_2}$. Here we have neglected the effect of the displacement currents flowing in the coating. With the value of H_φ given in (6) we get:

$$AA^* \cong \frac{\gamma_0^4}{16 \omega^2 \varepsilon_0^2} I_0^2 \quad (37)$$

Where I_0 is the amplitude of current intensity. From (36) and (37), we get :

$$N = -\frac{1}{4\pi} I_0^2 \frac{h}{\omega \varepsilon_0} [\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5]. \quad (38)$$

10. The power transferred in the coating

The power transferred in the coating is determined by the values of E_{rb} and H_{qb} supplied by equations (1). As $\gamma_b r_2 \ll 1$, we may use the zero representations of the BESSEL and NEUMANN functions. In regard to the followings it

is favourable to express the field components by the current. We should therefore find the relationship between the factor A_b and current I . According to the law of induction, the magnetic field intensity on the surface of the wire is $(H_{\varphi b})_{r=r_1} = \frac{I}{2\pi r_1}$. Accordingly, with the value of $H_{\varphi b}$ given in (1), we get :

$$A_b = -j \frac{\gamma_b^2}{4\omega \varepsilon_b} I_0 \quad (39)$$

The magnetic field-intensity is in phase with the current. The phase of factor A_b has been chosen with regard to that. The approximate values of field components in the coating expressed by the current are therefore as follows :

$$\left. \begin{aligned} E_{rb} &= \frac{1}{2\pi} \frac{h}{\omega \varepsilon_b} I_0 \frac{1}{r} e^{j(\omega t - hz)} \\ E_{zb} &= j \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_b^2}{\omega \varepsilon_b} I_0 \ln \frac{r}{r_1} e^{j(\omega t - hz)} \\ H_{\varphi b} &= \frac{1}{2\pi} I_0 \frac{1}{r} e^{j(\omega t - hz)} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

In making the substitution, there was also a member dependent on $\gamma_b r$, in the expressions of E_{rb} and $H_{\varphi b}$. This, however, as $\gamma_b r \ll 1$, has been neglected beside member $\frac{1}{\gamma_b r}$. The power transferred in the coating is given by the integral of the Poynting vector over the cross-section of the coating, viz.,

$$N_b = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} S_{zb} r dr = \frac{1}{4\pi} \frac{h}{\omega \varepsilon_b} I_0^2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{1}{4\pi} \frac{h}{\omega \varepsilon_b} I_0^2 \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (41)$$

Substituting from equation (17) the value of $\ln \frac{r_2}{r_1}$:

$$N_b = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \frac{h}{\omega \varepsilon_0} I_0^2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2 \quad (42)$$

Now we should establish what proportion the power transferred in the coating bears to the power transferred in the vacuum. To this end we should find the quotient of equations (42) and (38),

$$\frac{N_b}{N} = \frac{1}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (43)$$

The value of the power transferred in the coating in proportion to the value of the power transferred in the vacuum may be seen in Fig. 7 as function of $\frac{r_2}{\lambda}$ for various $\frac{r_2}{r_1}$ values. Here too $\epsilon_{br} = 2,26$ (polyethylene coating). As it may be noticed, the power quota transferred in the coating grows with the increase of frequency and the thickness of coating. In other words, it grows with the increase of field-concentration.

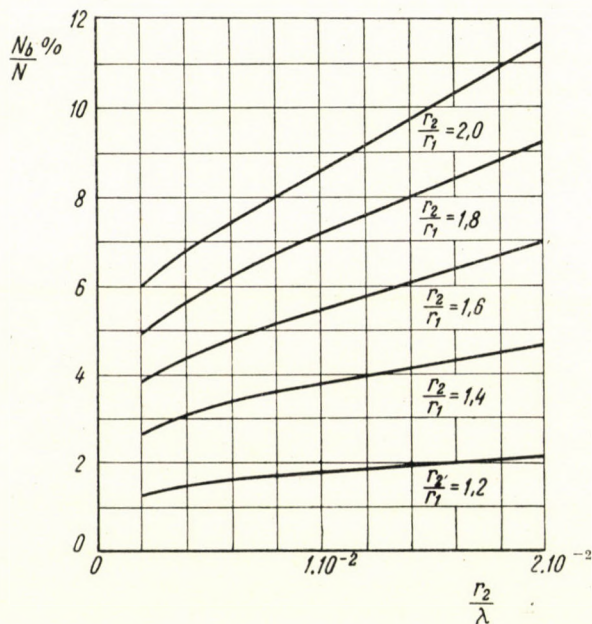


Fig. 7. The power transmitted in the coating in relation to the power transmitted in the vacuum, as the function of $\frac{r_2}{\lambda}$ for the case of different $\frac{r_2}{r_1}$ values. The dielectric constant is $\epsilon_{br} = 2,26$

This ratio decreases as the dielectric constant of the coating increases. Part of the energy comes into the vacuum. It is interesting to note that the value of the magnetic permeability exerts influence on the above ratio in opposite sense. With the increase of magnetic permeability, the value γ_0 grows in an almost direct ratio and so increases the ratio $\frac{N_b}{N}$ too. With the increase of the dielectric constant, the value of γ_0 increases at a lower rate and so the ratio $\frac{N_b}{N}$ decreases. In the case of unchanged field-concentration, as the dielectric constant and the magnetic permeability increase, the power quota transferred in the coating decreases.

Considering a reduction in the phase velocity less than 3 percent and assuming that $\mu_{br} \varepsilon_{br} > 2$, then in the range of γ_0 examined $\frac{N_b}{N}$ is smaller than 8 percent. Therefore, we can neglect N_b beside N in the most practical cases.

II. Characteristic impedance

There is a relationship among the characteristic impedance, the power transmitted and the current as given in the following :

$$N = \frac{1}{2} Z I_0^2 . \quad (44)$$

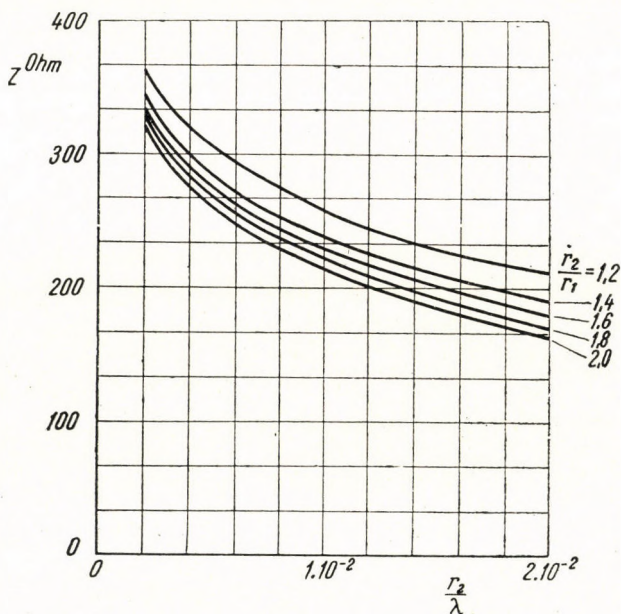


Fig. 8. Characteristic impedance as function of $\frac{r_2}{\lambda}$. The parameter of the curves is $\frac{r_2}{r_1}$. The dielectric constant is $\varepsilon_{br} = 2,26$

Instead of the total power transmitted, we shall consider approximately only the power transmitted in the vacuum and neglect the power transmitted in the coating. From formula (44), in taking into account (38), we come to the following :

$$Z = -\frac{1}{2\pi} \frac{h}{\omega \varepsilon_0} (\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5) \quad (45)$$

Using the approximation $h \approx k_0$, and common logarithms we come to the following result :

$$Z = 138 \log \frac{0,68}{\gamma_0 r_2} . \quad (46)$$

The characteristic impedance decreases with the increase of field-concentration, that is, as thickness of the coating, frequency, the dielectric constant and the magnetic permeability increase, provided the outer diameter is unchanged. Supposing that the thickness of the coating remains the same, the characteristic impedance decreases also with an increase of the diameter of the wire.

The characteristic impedance may be seen in Fig. 8, as function of $\frac{r_2}{\lambda}$, in the case of different $\frac{r_2}{r_1}$ values. (Polyethylene coating: $\epsilon_{br} = 2,26$.) As it may be seen, characteristic impedance decreases with the increase of the frequency and the thickness of the layer.

12. Losses, attenuation

The effect of dissipation is calculated in the usual manner assuming that the field distribution in an equiphase plane is approximately the same as in the dissipationless case.

Attenuation of the power in the direction of z is as follows :

$$N = N_0 e^{-2\beta z} . \quad (47)$$

If differentiated and β expressed :

$$\beta = -\frac{1}{2} \frac{1}{N} \frac{dN}{dz} . \quad (48)$$

Here β is the attenuation factor in Neper/m. The differential quotient $\frac{dN}{dz}$ signifies the power lost on unit-length.

The loss consists of three parts: the conductivity loss of the wire, the dielectric and the magnetic loss of the coating. The second power of the current flowing in the wire multiplied by the resistance of the wire gives the conductivity loss. The power lost on a unit-length of the wire is therefore :

$$\frac{dN_f}{dz} = -\frac{1}{4\pi r_1} \sqrt{\frac{\omega \mu_f}{2\sigma_f}} I_0^2 \quad (49)$$

The power lost in the coating owing to the dielectric loss is proportional to the total electric field strength, which is obtainable by vectorial addition of the components. As the radial electric field component is much larger than the axial, we shall in our calculation ignore the latter. Hence the power lost in the unit-cube is: $-\frac{1}{2} \omega \varepsilon_b \operatorname{tg} \delta |E_{rb}|^2$, ($\operatorname{tg} \delta =$ dielectric loss factor). The integral of preceding formula on the surface of the cross-section of the coating becomes:

$$\frac{dN_d}{dz} = -\pi \omega \varepsilon_b \operatorname{tg} \delta \int_{r_1}^{r_2} |E_{rb}|^2 r dr = -\frac{1}{4\pi} \frac{h^2}{\omega \varepsilon_b} \operatorname{tg} \delta I_0^2 \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (50)$$

From equation (17) by substituting the value $\ln \frac{r_2}{r_1}$, we arrive at this:

$$\frac{dN_d}{dz} = \frac{1}{4\pi} \frac{h^2}{\omega \varepsilon_0} \left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \frac{1}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \operatorname{tg} \delta I_0^2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2. \quad (51)$$

The power lost in the unit-cube owing to the magnetic loss in the coating is: $-\frac{1}{2} \omega \mu_b \operatorname{tg} \varphi |H_{\varphi b}|^2$, ($\operatorname{tg} \varphi =$ magnetic loss factor). If integrated on the surface of the cross-section of the coating, we come to this:

$$\frac{dN_m}{dz} = -\pi \omega \mu_b \operatorname{tg} \varphi \int_{r_1}^{r_2} |H_{\varphi b}|^2 r dr = -\frac{1}{4\pi} \omega \mu_b \operatorname{tg} \varphi I_0^2 \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (52)$$

Substituting from equation (17) the value of $\ln \frac{r_2}{r_1}$:

$$\frac{dN_m}{dz} = \frac{1}{4\pi} \omega \mu_0 \frac{\mu_{br} \varepsilon_{br}}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \left(\frac{\gamma_0}{k_0} \right)^2 \operatorname{tg} \varphi I_0^2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2 \quad (53)$$

We should now determine the value of the attenuation factor. In the course of our calculation, we shall ignore the power transmitted in the coating and consider the value $\frac{h}{k_0}$ as 1. Members of the attenuation factor are the following:

$$\beta_f = -\frac{1}{2} \frac{1}{r_1} \sqrt{\frac{\omega \varepsilon_0 \mu_f}{2 \sigma_f \mu_0}} \frac{1}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (54)$$

$$\beta_d = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \frac{\gamma_0^2}{k_0} \operatorname{tg} \delta \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (55)$$

$$\beta_m = \frac{1}{2} \frac{\mu_{br} \varepsilon_{br}}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \frac{\gamma_0^2}{k_0} \operatorname{tg} \varphi \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (56)$$

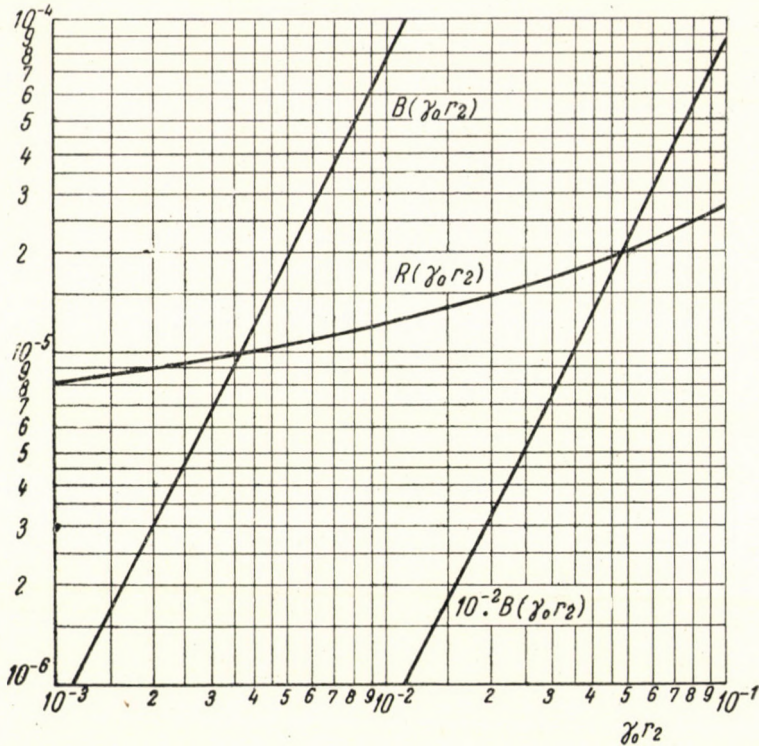


Fig. 9. Curves for calculating attenuation, see equations (59) and (60)

The total attenuation is the sum of these three members. This in dB/m becomes :

$$\beta = \frac{R(\gamma_0 r_2)}{r_1 \sqrt{\lambda}} + \left[\frac{1}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \operatorname{tg} \delta + \frac{\mu_{br} \varepsilon_{br}}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \operatorname{tg} \varphi \right] \frac{\lambda}{r_2^2} B(\gamma_0 r_2) \left[\frac{dB}{m} \right] \quad (57)$$

where

$$R(\gamma_0 r_2) = -0,397 \sqrt{\frac{\mu_{fr}}{\sigma_f}} \frac{1}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (58)$$

$$B(\gamma_0 r_2) = 0,69 (\gamma_0 r_2)^2 \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (59)$$

If the wire is of copper :

$$R(\gamma_0 r_2) = -5,25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (60)$$

To make computation easier, the functions (59) and (60) are plotted in diagram of Fig. 9.

Accordingly, the conductivity attenuation increases with the increase of field-concentration, that is to say, with the augmentation of the frequency, the thickness of the coating, the dielectric constant and the magnetic permeability. Conductivity attenuation decreases with the increase of wire diameter and conductivity.

Dielectric attenuation likewise increases with the increase of frequency, the thickness of the coating and magnetic permeability. It decreases, however, with the increase of the dielectric constant for the fact that energy is forced into the vacuum from the coating. In the case of unvaried field-concentration, a variation of the outer diameter will hardly affect the value of dielectric attenuation.

Magnetic attenuation increases with the increase of field-concentration, that is to say, as frequency, thickness of coating, dielectric constant and magnetic permeability increase. If, however, field-concentration is unvaried, magnetic attenuation is not sensitive to a change of the outer diameter.

A peculiar difference can be observed in the effect of the dielectric and magnetic material characteristics. As mentioned before, losses of the coating decrease as the dielectric constant increases whereas the increase in the magnetic permeability produce increased losses (assuming unvaried loss factors). It therefore pays to employ material of higher dielectric constant.

13. Launching losses

The launching of the surface wave occurs from a coaxial line, by means of a horn as it may be seen in Fig. 10. Only a part of the energy is transformed into surface wave energy, the rest of the energy is emitted. For us, the radiated energy constitutes loss.

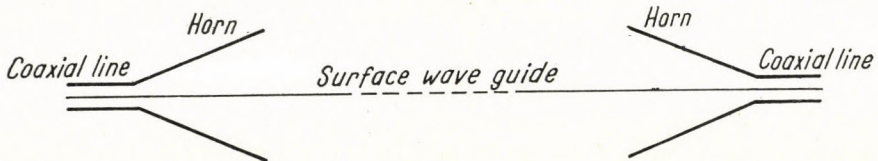


Fig. 10. Launching of the surface waves

The horn loss can be calculated approximately. Considering the receiving end, the horn can collect only that portion of the field which falls within the area of the aperture.

Thus the efficiency of the horn is determined by the value of the power transmitted within the cylinder surface adequate to the aperture of the horn in proportion to the total power, which by way of formula (32) is as follows :

$$\eta = 1 - \frac{G(\gamma_0 b)}{G(\gamma_0 r_2)} . \quad (61)$$

The aperture radius of the horn is b . We have ignored the power transmitted in the coating.

By virtue of the reciprocity theorem the efficiency of the horns for transmission and reception must be the same. The value of the combined efficiency of both horns, expressed in dB, we call launching loss :

$$L_g = -20 \log \left[1 - \frac{G(\gamma_0 b)}{G(\gamma_0 r_2)} \right] . \quad (62)$$

The larger the aperture of the horn, and the greater the field-concentration, the smaller is the launching loss.

14. Optimum field-concentration

The attenuation of a given surface wave transmission line as the function of field-concentration has a minimum for a certain value of field-concentration. This field-concentration we call optimum field-concentration. If field-concentration is reduced below the optimum value, the horn loss increases faster than the rate at which the line-loss falls. This way the total loss of the transmission line will be increasing. In this range the horn loss is dominant. If field-concentration is increased to above the optimum value, the line loss will be increasing quicker than the rate at which the horn loss decreases. This way, the total loss of the transmission line increases again. In this range, the line loss is dominant.

As an illustration to the foregoings, there is plotted in Fig. 11 the attenuation of four transmission lines of different lengths but identical in size otherwise, — as the function of field-concentration. The data relating to the transmission lines are as follows : the radius of the aperture of horn is $b = 10$ cm ; the outer radius of the guide $r_2 = 1,5$ mm ; operational frequency $f = 3000$ MHz ($\lambda = 10$ cm) ; the dielectric constant of the coating $\epsilon_{br} = 2$; the dielectric loss factor $\text{tg } \delta = 3 \cdot 10^{-4}$. To make the calculation quicker, we attribute to the coating dielectric property only, that is, $\mu_{br} = 1$, $\text{tg } \varphi = 0$. This does not change qualitatively the result. The length of the transmission lines is 10 m, 30 m, 60 m and 100 m. As can be seen from Fig. 11, optimum value of field-concentration shifts toward the smaller concentration values as the length increases.

As the length of the transmission line has increased, the line attenuation has also increased and it is owing to this that the optimum field-concentration has shifted to lower values. By means of analogy, the effect of an alteration in the other data relating to the transmission line on the value of the optimum field-concentration can be ascertained, it must be determined only, whether the alteration has increased or decreased the value of line attenuation.

The optimum field-concentration depends on all the data relating to the transmission line. As the size of the horn decreases, as the diameter of the wire

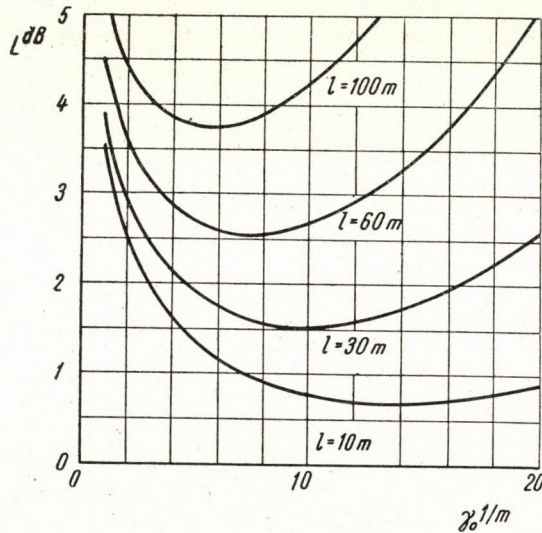


Fig. 11. Dependence of the attenuation of surface-wave transmission lines on field-concentration. The length of the transmission lines is different: $l = 10$ m, 30 m, 60 m and 100 m. Their other dimensions are identical

and the conductivity of the wire increase, as the loss factor of the coating decreases, so the optimum value of field-concentration increases. But optimum field-concentration depends on the frequency too. With the increase of frequency, the optimum field-concentration decreases.

Optimum field-concentration might accurately be determined in the following way. We should differentiate the formulae giving the total attenuation of the transmission line, according to γ_0 . We can get the optimum value by equating this differential quotient to zero. Unfortunately, the optimum value of γ_0 can not be given in an explicit form. Therefore, this procedure cannot be used and so we should seek to find the value of optimum field-concentration by trial and error.

The modifications of the field-concentration in the foregoing were equivalent to the modification of the thickness of the coating. Therefore, to find the optimum field-concentration meant the finding of the optimum thickness

of coating. The abscissa of Fig. 11 can thus indicate the thickness of the coating also.

A variation of the field-concentration may also be effectuated by a variation of the frequency. All the data of the transmission line including the thickness of the coating are now constant, and so we get the frequency dependence of the attenuation of the transmission line. The optimum field-concentration is at the frequency where attenuation is minimum.

15. Maximum power transmissible

The maximum power-carrying capacity is determined by the maximum value of electric field strength allowable in the air. Field strength is on the surface of the coating the greatest. Its components are obtained from equation (6). Here we are concerned in the real part of the expressions giving the field-components and for this reason we must taken into account the behaviour of the HANKEL functions. In case of a positive, imaginary argument, the $H_0^{(1)}$ HANKEL function is a negative imaginary one whereas the $H_1^{(1)}$ HANKEL function is negative real. In conformity with these, the values of the field components at the surface are as follows :

$$\left. \begin{aligned} (E_r)_{r=r_2} &= A \frac{h}{\gamma_0} H_1^{(1)}(j \gamma_0 r_2) \cos(\omega t - h z) \\ (E_z)_{r=r_2} &= j A H_0^{(1)}(j \gamma_0 r_2) \sin(\omega t - h z) \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

There is $\frac{\pi}{2}$ phase difference between E_z and E_r . As the amplitude of E_z is smaller than that of E_r , the highest value of the resultant field-intensity is equal to the amplitude of E_r :

$$E_{\max} = A \frac{h}{\gamma_0} H_1^{(1)}(j \gamma_0 r_2) \cong -A \frac{2}{\pi} \frac{h}{\gamma_0^2 r_2} \quad (64)$$

Here we have used the zero representation of the HANKEL function.

By the use of equation (64), let us express the value of AA^* through E_{\max}^2 and put into the formula (36) giving the power transmitted and so we shall come to the maximum power transmissible which is :

$$N_{\max} = -\pi \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{k_0}{h} r_2^2 E_{\max}^2 (\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5) \quad (65)$$

In the air the highest allowable value of electric field-strength is $3 \cdot 10^6$ V/m. Substituting into (65) this, the values of ϵ_0 and μ_0 and the approximation $\frac{h}{k_0} = 1$, we get the following :

$$N_{\max} = 1,73 \cdot 10^{11} r_2^2 \log \frac{0,68}{\gamma_0 r_2}. \quad (66)$$

The maximum power transmissible decreases with the increase of field-concentration, that is to say, with the increase of frequency, the thickness of coating, the dielectric constant and the magnetic permeability. Supposing that the field-concentration is unchanged as the outer diameter of the conductor increases, the power-carrying capacity increases.

So far we have determined the maximum power transmissible, on the basis of the value of the highest electric field strength allowable. In designing surface wave guides, we must, however, take into account the effect of warming as the major part of dielectrics is not useful at high temperatures. The warming of the guide is due to losses. The energy lost on unit-length may be expressed from formula (48) as follows :

$$\frac{dN}{dz} = \frac{2}{8,686} \beta N. \quad (67)$$

The negative sign has ignored, it being of no concern in our case. In the formula β should be substituted in dimension dB/m.

The heat arising in the conductor, flows to the outer surface by means of the thermal conductivity of the coat from where by convection it is transferred into the surroundings.

The general equation of heat conduction is as follows :

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma_h \frac{F}{d} (T_1 - T_2) \left[\frac{\text{kcal}}{\text{hour}} \right]. \quad (68)$$

Where $\frac{dQ}{dt}$ is the flowing heat energy; σ_h the heat conductivity; F the size of the surface perpendicular to the flow; d the length of the heat conducting material; $T_1 - T_2$ the difference in temperature. Consequently, the thermic resistance is $R_T = \frac{1}{\sigma_h} \frac{d}{F}$. We make our calculations for the unit-length of the guide. This way, $\frac{dQ}{dt} = 1,16 \frac{dN}{dz}$ since $1 \frac{\text{kcal}}{\text{hour}}$ is equal to 1,16 W.

The heat arising in the wire flows through the whole thickness of the coat.

The thermic resistance of the coat is $R_T = \frac{1}{2\pi\sigma_h} \ln \frac{r_2}{r_1}$. The temperature difference needed for removing the heat is as follows :

$$\Delta T_h = \frac{1}{1,16} \frac{1}{2\pi\sigma_h} \frac{dN_f}{dz} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (69)$$

The heat in the coat arises distributed. Therefore, the temperature difference necessary to its removal will be smaller. According to a detailed calculation based on the knowledge of the field distribution as contained in paragraph 4 of the Appendix, this is the following :

$$\Delta T_b = \frac{1}{2} \frac{1}{1,16} \frac{1}{2\pi\sigma_h} \frac{dN_b}{dz} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (70)$$

This is just one half of the value that we would have if the arising heat energy would flow through the whole thickness of the coat.

The temperature difference needed for removing the total heat energy arising in the guide is the sum of (69) and (70), that is, by using (67), we get :

$$T_1 - T_2 = 3,16 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\sigma_h} \left(\beta_f + \frac{\beta_d + \beta_m}{2} \right) N \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (71)$$

Here T_1 marks the temperature of the inner surface of the coat and T_2 that of its outer surface.

The heat energy removed onto the surface is transferred into the surrounding air by way of convection. The general equation of heat convection is as follows :

$$\frac{dQ}{dt} = a_h F (T_2 - T_3) \left[\frac{\text{kcal}}{\text{hour}} \right], \quad (72)$$

where T_3 indicates the temperature of the surrounding air far from the guide and a_h is the heat transfer coefficient. Unfortunately, the heat transfer coefficient is the function of very much parameters. If we have guides of a small diameter and if differences in temperature are not very great [8], a_h is approximately the following :

$$a_h = 0,169 \frac{(T_2 - T_3)^{1/8}}{(r_2)^{5/8}}. \quad (73)$$

Taking into account (72), (73) and (67), the temperature difference necessary for the transfer of the heat energy arising on unit-length to the surroundings :

$$T_2 - T_3 = 0,225 \frac{\beta^{3/9}}{(r_2)^{3/9}} N^{3/9}. \quad (74)$$

The total temperature difference, $T_1 - T_3$, is the sum of (71) and (74). With the aid of these formulae we can determine the overheating of the guide when transmitting a given power. In this way we can ascertain whether the guide is suitable for transmitting the given power or not.

However, the question that interests us more is to determine the power for the transmission of which a guide is applicable with the maximum permissible overheating. To this end, we ought to express the value of N from the sum of the equations (71) and (74). Unfortunately, this cannot be done. We might find the value of N through the method of repeated approximations. Instead of this, we use a simple approximation. In the case of thin coat, the temperature difference, $T_1 - T_2$ is in general much smaller than the temperature difference $T_2 - T_3$. Thus, we will ignore the former beside the latter. So the maximum power transmissible from equation (74) is :

$$N_{\max} = 5,35 \frac{(r_2)^{3/8}}{\beta} (T_2 - T_3)_{\max}^{3/8}. \quad (75)$$

The maximum transmissible power is the greater, the greater the radius of the conductor, the larger the permissible overheating, and the smaller the attenuation of the guide.

There are two formulae for determining the maximum power transmissible. Formula (66) determines N_{\max} from the value of permissible maximum electric field strength, while formula (75) does so from the value of the permissible maximum overheating. The latter gives in general a value less by several orders of magnitude. Therefore in the case of continuous wave it is sufficient to calculate by the latter formula. However, in transmitting impulses of large power, we need both formulae. The average power must not exceed the value given by formula (75) and the impulse peak-power the value given by formula (66).

16. Designing of surface wave transmission lines

In designing surface wave transmission lines certain data are given which in general cannot be changed. Such data are the length of the transmission line, the operational frequency band, the size of the clearance area around the guide. This latter determines the upper limit of the field extension of the surface

wave. The field extension of the surface wave can be characterized by the limit radius which is the reciprocal of the field-concentration value:

$$r_0 = \frac{1}{\gamma_0} . \quad (76)$$

Wave propagation is not disturbed by the surrounding objects if they are situated at a distance from the guide corresponding at least to the three-fold of the limiting radius. If the boundary of the clearance area around the guide is characterized by radius R_t , it must satisfy according to the foregoing the following condition :

$$R_t \geq 3r_0 . \quad (77)$$

Or, in conjunction with (76):

$$\gamma_0 \geq \frac{3}{R_t} . \quad (78)$$

The minimum value of γ_0 is thus determined by the radius of the clearance area around the guide.

Other data of the surface wave transmission line are decided by the designer according to his own judgement. Excepting the coating thickness, we assume the missing data of the transmission line : the value of the outer radius of the guide, and the value of the aperture radius of the horn; further we choose the material of the coating. Then by trial and error we will seek to find the value of optimum field concentration on the middle frequency of the band and from this we determine the necessary thickness of the coating. This way, all the data of the transmission line have become known. Now we should check whether the transmission line is suitable for the transmission of the power required and then we determine the measure of the phase distortion.

In order to reduce the attenuation, we should assume the outer radius of the guide and the aperture radius of the horn with such a great value as possible. For the material of the coating we should choose one of high dielectric constant, with small loss-angle. It pays to assume the outer radius of the guide with a great value too, because thus the rain, snow, ice and dirt accumulating on the surface will have less effect.

We cannot produce the optimum field-concentration in every case. The reason is that field-concentration cannot be below the value given in formula (78) lest the wave propagation should be disturbed by the surrounding objects. As another thing, we cannot realize a smaller concentration than the field concentration of the bare wire.

17. Example

Let us design a surface wave transmission line for the transmission of the frequency band from 2500 to 3500 MHz. The radius of the clearance area around the conductor is 1 m and the length of the transmission line is 30 m.

We assume the following data of the transmission line: the outer radius is $r_2 = 1,5$ mm, the aperture radius of the horn is $b = 10$ cm, the dielectric constant of the coating is $\epsilon_{or} = 2$ and its loss-factor is $\text{tg } \delta = 3 \cdot 10^{-4}$.

The radius of the clearance area around the conductor determines the minimum value of γ_0 . This is from (78): $(\gamma_0)_{\min} = 3 \text{ m}^{-1}$. In the centre of the band, at $f = 3000$ MHz ($\lambda = 10$ cm) we should find the value of the optimum field-concentration. We should begin our calculation

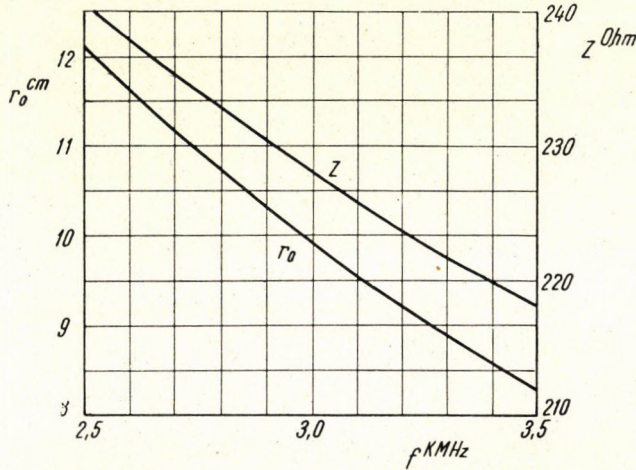


Fig. 12. Frequency dependence of the limit radius and the characteristic impedance

with the value $\gamma_0 = 4 \text{ m}^{-1}$, because thus the value of γ_0 will not be less at the lower edge of the band either than $(\gamma_0)_{\min}$. Thus $\gamma_0 r_2 = 0,006$. From Fig. 2 we obtain the corresponding $M(\gamma_0 r_2) = 4,77 \cdot 10^{-6}$. Then from formula (19) we determine the value of the inner radius, $r_1 = 1,44$ mm. The next thing is to compute the attenuation factor. Fig. 9 gives the values $R(\gamma_0 r_2) = 1,11 \cdot 10^{-5}$, and $B(\gamma_0 r_2) = 2,75 \cdot 10^{-5}$. On introducing these into formula (57) $\beta_f = 0,0244 \frac{dB}{m}$ and $\beta_d = 0,00036 \frac{dB}{m}$. Hence $\beta = 0,02476 \frac{dB}{m}$. Thus, the line-attenuation is $L_v = \beta l = 0,743$ dB. We now look at the value of the launching loss. Taken from Fig. 6, $G(\gamma_0 b) = 0,56$ and $G(\gamma_0 r_2) = 3,85$. From formula (62), the launching loss is $L_2 = 1,36$ dB. The total attenuation is $L = L_g + L_v = 2,1$ dB.

After this we calculate the attenuation for the case of $\gamma_0 = 5 \text{ m}^{-1}$. This is $L = 1,88$ dB. Attenuation falls. This means that we are approaching toward the minimum point. Continuing our trials, we shall try to find the optimum value of γ_0 . One of the curves in Fig. 11 just illustrates our example. According to this, the minimum attenuation is 1,5 dB. The optimum value of the field-concentration from the curve is $(\gamma_0)_{opt} = 10 \text{ m}^{-1}$. The value of the inner radius appertaining to it is $r_1 = 1,2$ mm. The optimum thickness of the coating is therefore 0,3 mm. With this we have determined each dimension of our guide.

Now we proceed to the determination of the values of various characteristics of wave propagation along the guide. We are interested in the extreme values only appearing in the unfavourable direction in our band. These values are obtained at the upper frequency of the band in respect of every characteristic, and they are as follows. The phase velocity from formula

(22) is $\frac{v}{c} = 98,66$ p. c. Group velocity resulting from formula (26) is $\frac{v_g}{c} = 98,3$ p.c. On

the basis of formula (43), the power quota transferred in the coating is $\frac{N_b}{N} = 3,1$ p. c. Characteristic impedance is obtainable from formula (46): $Z = 217,6$ Ohm. The impulse peak-power transmissible by way of formula (66) is 613 kW. The average power transmissible from (75) is 485 W by assuming a maximum overheating at 30 C°.

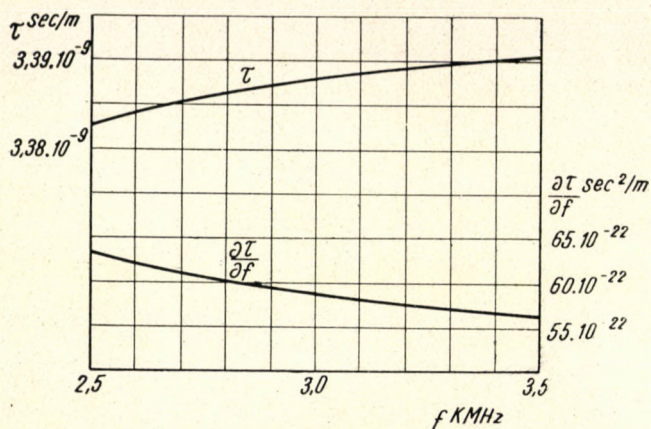


Fig. 13. The propagation time per unit-length (upper curve) and the tangent of this curve (lower curve) versus frequency

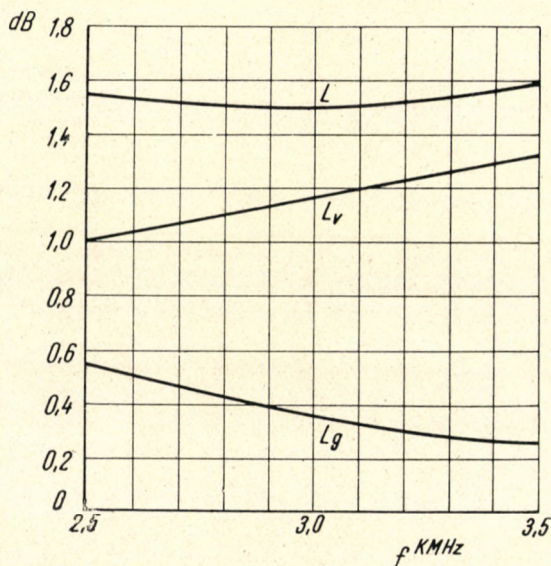


Fig. 14. Frequency dependence of attenuation. L is equal to the total attenuation of the transmission line, L_v to the line attenuation and L_g to the launching loss

In the following we shall deal with the frequency dependence of a few characteristics of the transmission line. The frequency dependence of the limiting radius and of the characteristic impedance is shown in Fig. 12. As the frequency arises, the limiting radius and the characteristic impedance decrease. Fig. 13 shows the propagation time per unit length as the function

of frequency giving at the same time the value of the curve's tangent $\left(\frac{\partial \tau}{\partial f}\right)$. As it may be seen, the phase distortion is small, and its sense is the opposite of the phase distortion of wave guides. The frequency dependence of attenuation may be seen in Fig. 14. Line attenuation grows as frequency increases but launching loss decreases. Total attenuation which is the sum of this two has a minimum at the centre of the band.

Appendix

1. Zero representations of the BESSEL, NEUMANN and HANKEL functions

$$\left. \begin{aligned} J_0(x) &\cong 1 \\ x \rightarrow 0 \\ J_1(x) &\cong \frac{x}{2} \\ x \rightarrow 0 \\ N_0(x) &\cong \frac{2}{\pi} \ln 0,89 x \\ x \rightarrow 0 \\ N_1(x) &\cong -\frac{2}{\pi x} \\ x \rightarrow 0 \\ H_0^{(1)}(x) &\cong \frac{2j}{\pi} \ln(-j 0,89 x) \\ x \rightarrow 0 \\ H_1^{(1)}(x) &\cong -\frac{2j}{\pi x} \\ x \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

2. For the calculation of group velocity

The task is to define the differential quotient $\frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega}$. We now differentiate the function $M(\gamma_0 r_2)$ given in Eq. (18), in conformity with ω :

$$\frac{\partial M(\gamma_0 r_2)}{\partial \omega} = \left[-\frac{\gamma_0 r_2}{2 \pi^2} \ln 0,89 \gamma_0 r_2 - \frac{\gamma_0 r_2}{4 \pi^2} \right] \frac{\partial \gamma_0 r_2}{\partial \omega}. \quad (80)$$

The same differential quotient may be determined also from formula (19):

$$\frac{\partial M(\gamma_0 r_2)}{\partial \omega} = \frac{1}{2 \pi^2} \left(\mu_{br} - \frac{1}{\epsilon_{br}} \right) \frac{r_2^2}{c^2} \omega \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{\omega} M(\gamma_0 r_2). \quad (81)$$

From Eq. (18) we should here insert the function $M(\gamma_0 r_2)$:

$$\frac{\partial M(\gamma_0 r_2)}{\partial \omega} = -\frac{2}{\omega} \left(\frac{\gamma_0 r_2}{2 \pi} \right)^2 \ln 0,89 \gamma_0 r_2. \quad (82)$$

Expressing $\frac{\partial \gamma_0 r_2}{\partial \omega}$ from equations (82) and (80) and dividing it by r_2 , we get the value of $\frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega}$:

$$\frac{\partial \gamma_0}{\partial \omega} = \frac{\gamma_0}{\omega} \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} \quad (83)$$

3. For the calculation of the power distribution around the guide

The task is to define the integral contained in expression (31). The solution of integrals of such a type is as follows :

$$\int_{r_1}^{r_2} r [Z_\nu(\gamma r)]^2 dr = \frac{1}{2} \left\{ r^2 \left[\frac{dZ_\nu(\gamma r)}{d(\gamma r)} \right]^2 + \left(r^2 - \frac{\nu^2}{\gamma^2} \right) [Z_\nu(\gamma r)]^2 \right\}_{r_1}^{r_2} \quad (84)$$

Here Z_ν designates a cylinder function of the order ν . If this is applied to our example, we come to the following :

$$\int_{\varrho}^{\infty} r [H_1^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 dr = \frac{1}{2} \left\{ r^2 \left[\frac{dH_1^{(1)}(j\gamma_0 r)}{d(j\gamma_0 r)} \right]^2 + \left(r^2 - \frac{1}{(j\gamma_0)^2} \right) [H_1^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 \right\}_{\varrho}^{\infty} \quad (85)$$

We should consider the theorem of the differentiation of cylinder functions :

$$\frac{dH_1^{(1)}(j\gamma_0 r)}{d(j\gamma_0 r)} = H_0^{(1)}(j\gamma_0 r) - \frac{1}{j\gamma_0 r} H_1^{(1)}(j\gamma_0 r) \quad (86)$$

Therefore :

$$\begin{aligned} \int_{\varrho}^{\infty} r [H_1^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 dr &= \frac{1}{2} \left\{ r^2 [H_0^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 + \frac{2jr}{\gamma_0} H_0^{(1)}(j\gamma_0 r) H_1^{(1)}(j\gamma_0 r) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\gamma_0^2} H_1^{(1)}(j\gamma_0 r) + r^2 [H_1^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 + \frac{1}{\gamma_0^2} [H_1^{(1)}(j\gamma_0 r)]^2 \right\}_{\varrho}^{\infty} = \\ &= \frac{1}{2} \varrho^2 \left\{ -\frac{2j}{\gamma_0 \varrho} H_0^{(1)}(j\gamma_0 \varrho) H_1^{(1)}(j\gamma_0 \varrho) - [H_0^{(1)}(j\gamma_0 \varrho)]^2 - [H_1^{(1)}(j\gamma_0 \varrho)]^2 \right\}. \quad (87) \end{aligned}$$

4. For the calculation of the maximum power transmissible

The task is to determine the temperature difference needed for removing the heat arising in the coating. We will make our calculation for the unit-length of the guide. The temperature difference necessary for the removal of the heat arising in the coat, in a tube of radius ϱ and of thickness dr is obtainable on the analogy of formula (69) :

$$\Delta T_r = \frac{1}{1,16} \frac{1}{2\pi\sigma_h} \left(\frac{dN}{dz} \right)_r \ln \frac{r_2}{r} \quad (88)$$

The heat arising in the elementary tube is the product of the heat arising in the unit cube and of the cubic content of the elementary tube. We now take the heat energy only arising as a consequence of the dielectric loss :

$$\left(\frac{dN_d}{dz} \right)_r = \pi \omega \varepsilon_b \operatorname{tg} \delta |E_{r,b}|^2 r dr. \quad (89)$$

Putting this into (88) with the value of E_{rb} given in (40) and integrating it between the coordinates r_1 and r_2 we get the necessary temperature difference:

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= \frac{1}{1,16} \frac{1}{8 \pi^2 \sigma_h} \frac{h^2}{\omega \varepsilon_b} \operatorname{tg} \delta I_0^2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} \ln \frac{r_2}{r} dr = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{1,16} \frac{1}{8 \pi^2 \sigma_h} \frac{h^2}{\omega \varepsilon_b} \operatorname{tg} \delta I_0^2 \left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right)^2. \end{aligned} \quad (90)$$

Let us express I_0^2 from Eq. (38) by way of N and the value of $\ln \frac{r_2}{r_1}$ (not its square) from formula (17). By substituting them in our equation (90), we get this:

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{1,16} \frac{1}{2 \pi \sigma_h} \frac{h}{k_0} \frac{1}{\mu_{br} \varepsilon_{br} - 1} \operatorname{tg} \delta \frac{\lambda}{r_2^2} \frac{1}{2 \pi} (\gamma_0 r_2)^2 \frac{\ln 0,89 \gamma_0 r_2}{\ln 0,89 \gamma_0 r_2 + 0,5} N \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (91)$$

Or, by observing equations (55) and (48):

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{1,16} \frac{1}{2 \pi \sigma_h} \frac{dN_d}{dz} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (92)$$

This is just one half of the value which would result if the energy lost on a unit length, $\frac{dN_d}{dz}$ would flow through the whole thickness of the coating.

By a similar calculation we come also to the same result in the case of the removal of the heat energy arising as a consequence of the magnetic loss.

REFERENCES

1. GOUBAU, G.: Surface Waves and Their Application to Transmission Lines. Jour. App. Phys. 1950. Nov. pp. 1119—1128.
2. SOMMERFELD, A.: Fortpflanzung elektrodynamischer Wellen an einem zylindrischen Leiter. Ann. Phys. und Chemie (Neue Folge) 1899, pp. 233—290.
3. GOUBAU, G.: Single Conductor Surface Wave Transmission Lines. PIRE. June, 1951, pp. 619—624.
4. GOUBAU, G.—SHARP, C. E.: A U.H.F. Surface-Wave Transmission Line. PIRE. Jan. 1953. pp. 107—109.
5. GOUBAU, G.: Designing Surface-Wave Transmission Lines. Electronics, April, 1954. pp. 180—184.
6. KADEN, H.: Fortschritte in der Theorie der Drahtwellen. AEÜ, September, 1951, pp. 399—414.
7. KADEN, H.: Neuere Erkenntnisse über die Möglichkeit der Nachrichtenübertragung längs metallischer und dielektrischer Leiter. F. T. Z. September, 1953, pp. 432—438.
8. Михеев, М. А.: Основы теплопередачи. Государственное Энергетическое Издательство, Москва - Ленинград 1949.
9. STRATTON, J. A.: Electromagnetic theory (McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1941.) pp. 360—361.
10. BERCELLI, T.: Transmission lines with small loss. 1955. Candidate's dissertation. Available in the library of the Hungarian Academy of Sciences.

SUMMARY

We are considering problems of wave propagation along such coated wires, the coating of which has dielectric and magnetic properties too.

Group velocity is less than phase velocity. The phase distortion of surface-wave transmission lines is small and of a sense opposite to the phase distortion of wave guides. It may thus be equalized by a short wave guide.

The dielectric loss of the coating decreases with the increase of the dielectric constant while its magnetic loss increases as the magnetic permeability augments. Besides, dielectric loss depends also on magnetic permeability and, vice versa, magnetic loss depends on the dielectric constant too.

The attenuation of a given transmission line has a minimum as the function of field concentration. This is the optimum field-concentration. In the designing of surface wave transmission lines, the purpose is to find and produce the optimum field concentration. Optimum field concentration may be produced with the use of a coating of adequate thickness.

There are two formulae to determine the maximum power transmissible. One of them determines the maximum transmissible power from the value of the allowable maximum electric field strength, whereas the other from the allowable maximum overheating. The impulse peak-power must not exceed the value given by the first formula and the average power must not exceed the value given by the second formula.

At the end of this paper there is a procedure for the designing of surface wave transmission lines with an example to illustrate it.

DIE FORTPFLANZUNG VON OBERFLÄCHENWELLEN LÄNGS ÜBERZOGENERDRÄHTE

T. BERCELI

Kandidat der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Die Wellenfortpflanzung wird längs von Drähten untersucht, deren Überzug dielektrische und auch magnetische Eigenschaften aufweist.

Die Gruppengeschwindigkeit ist geringer als die Phasengeschwindigkeit. Die Phasenverzerrung von Oberflächenwellenleitern ist geringer und von entgegengesetztem Sinn im Vergleich zur Phasenverzerrung in Hohlleitern. Dieselbe kann deshalb mittels eines kurzen Hohlleiters ausgeglichen werden.

Der dielektrische Verlust des Überzuges nimmt mit der Zunahme der Dielektrizitätskonstante ab, während dessen magnetischer Verlust mit der Erhöhung der magnetischen Permeabilität zunimmt. Im übrigen hängt der dielektrische Verlust auch von der magnetischen Permeabilität ab; andererseits ist der magnetische Verlust auch von der Dielektrizitätskonstante abhängig.

Die Dämpfung einer gegebenen Übertragungsleitung besitzt ein Minimum in Abhängigkeit von der Feldkonzentration. Diese ist die optimale Feldkonzentration. Bei der Bemessung von Oberflächenwellenleitern ist das Aufsuchen und die Herstellung der optimalen Feldkonzentration das Ziel. Die optimale Feldkonzentration kann mittels eines Überzuges von geeigneter Stärke hergestellt werden.

Zwei Formeln dienen zur Bestimmung der übertragbaren Höchstleistung: die eine bestimmt das Mass der übertragbaren Höchstleistung aus dem Wert der maximal zulässigen Feldstärke, während die zweite dasselbe aus dem Werte der höchstzulässigen Erhitzung ermittelt. Die Impulsleistung darf den durch die erste Formel gegebenen Wert nicht übersteigen, andererseits darf die Durchschnittsleistung nicht höher als der durch die zweite Formel gegebene Wert ausfallen.

Am Ende des Aufsatzes wird das Verfahren der Berechnung von Oberflächenwellenleitern beschrieben und mittels eines Beispiels erklärt.

LA PROPAGATION DES ONDES DE SURFACE LE LONG DE FILS RECOUVERTS

T. BERCELI

Cand. des sc. techn.

RÉSUMÉ

L'étude traite des problèmes de la propagation des ondes le long de la surface de fils recouverts d'une couche possédant des propriétés diélectriques et magnétiques.

La vitesse de groupe est plus grande que la vitesse de phase. La distortion de phase des conducteurs d'ondes de surface est plus faible que celle des conducteurs creux. Voilà pourquoi elle peut être compensée par un court guide creux.

La perte diélectrique de la couche décroît avec l'augmentation de la constante diélectrique, tandis que sa perte magnétique augmente avec la perméabilité magnétique. Du reste, la perte diélectrique dépend aussi de la perméabilité magnétique, et d'autre part, la perte magnétique dépend également de la constante diélectrique.

L'atténuation d'une ligne de transmission donnée a un minimum en fonction de la concentration du champ, c'est la concentration optimum du champ. Le but du calcul de conducteurs de surface est la recherche et l'établissement de cet optimum de la concentration du champ. Cette concentration du champ peut être atteinte par un enduit d'épaisseur convenable.

On a deux formules pour la détermination de la puissance maximum transmissible : l'une établit ce maximum de la plus grande intensité permmissible du champ, l'autre le déduit de la valeur maximum de l'échauffement tolérable. La crête de la puissance d'impulsion ne doit pas dépasser la valeur donnée par la première formule, la puissance moyenne d'autre part ne doit pas dépasser la valeur fournie par la seconde formule.

La fin de l'étude présente le calcul de conducteurs d'ondes de surface à la base d'un exemple numérique.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ИЗОЛИРОВАННЫХ ПРОВОДОВ

Канд. техн. наук Т. БЕРЦЕЛИ

РЕЗЮМЕ

Разбираются вопросы распространения волн по таким изолированным проводам, изоляция которых обладает также диэлектрическими и магнитными свойствами.

Групповая скорость ниже фазовой. Фазовое искажение поверхностных проводников низко и противоположно по значению фазовому искажению волноводов. Поэтому они могут быть сбалансированы короткими волноводами.

Диэлектрические потери покрытия падают с ростом диэлектрической постоянной, а магнитные потери возрастают с ростом магнитной проницаемости. Между прочим, диэлектрические потери зависят от магнитной проницаемости, а магнитные же потери зависят также от диэлектрической постоянной.

Затухание данной волновой линии в функции концентрации поля обладает минимумом. Этот минимум является оптимальной концентрацией поля. При расчете поверхностных волноводов задача заключается в нахождении и получении этой оптимальной концентрации поля. Оптимальная концентрация поля достигается путем применения соответствующей толщины покрытия.

Для определения максимальной передаваемой мощности служат два уравнения. Одно из них определяет величину максимально передаваемой мощности по величине максимальной допустимой силы поля, а другое по величине максимально допустимого перегрева. Пиковая мощность импульса не должна превышать величину, полученной по первому уравнению, а средняя мощность — величину, определенную вторым уравнением.

В конце статьи дается методика расчета поверхностных волноводов, иллюстрированная примером.

HEAT-LOSS AND PRESSURE-DROP IN PIPELINES TRANSPORTING HEATED OIL

E. GUMAN

CONSTRUCTION BUREAU FOR CHEMICAL PLANTS, BUDAPEST

[Manuscript received 4th May 1956]

1. Introduction

In engineering practice laminar flow of liquids has been employed so far only in smaller equipment and only exceptionally so to speak. This field of application has been enlarged by the necessity of economically transporting crude oils of high viscosity and the products of the oil-fields discovered recently near the Arctic Zone to the treating plant because at the pressures and pipe-diameters which are feasible from the engineering standpoint these oils exhibit laminar flow. The rationally possible upper limit of pressure and pipe-diameter gives the upper limit of viscosity at which it is still feasible and economical to transport liquids in a pipeline. If the viscosity of the liquid rises above this point it must be lowered. The easiest of several possible methods (e. g. mixing the liquid with a liquid of low viscosity, precracking the crude oil at the oilfield) seems to be heating the oil: by warming up an oil of 40° C to 70° C its viscosity will be reduced to approximately one fifth the original value.

The crude oil flowing through the pipeline transfers a part of its enthalpy through the pipe-wall and the insulating layers applied on the pipeline to its environment and cools down gradually, at last reaching that lowest temperature at which the viscosity becomes so high that transport in a pipeline is not economically possible and therefore re-heating is necessary.

This length of pipeline is called the *length of cooling*. Its determination is important for locating the heating-stations. The length of cooling is also an important factor in determining the dimensions of the pipeline and of the transport-pumps. For the calculation of the length of cooling it is necessary to know the coefficient of overall heat-transfer of the pipe-wall and the insulation.

As we know from the theory of heat-transmission this overall heat-transfer-coefficient is the resultant of several partial heat-transfer-coefficients: it is a function of the heat-transfer coefficient of the film between the flowing liquid and the inner surface of the pipe, of the heat-transfer coefficient calculated from the coefficient of thermal conductivity of the pipe-wall and the insulating layers and also of the heat-transfer coefficient of the film between the outer surface

of the upper insulating layer and the surrounding medium. Since the viscosity, specific weight and specific heat of the liquid cooling in the pipeline change with the temperature and since the difference in the temperatures of the liquid and the medium surrounding the pipeline is also variable: heat-transfer will vary along the whole length of cooling.

The Reynolds number varies along the length of cooling from one length-element of pipe to the other with the change of viscosity and since in laminar flow the resistance of the pipeline is a function of the Reynolds number, the resistance of the pipeline and the pressure-drop across the length-element of pipe will also vary. For determining the pressure-drop along the length of cooling it is therefore necessary to know the temperature drop of the liquid as a function of the pipe-length, that is to say the progress of heat-transfer.

2. Heat-transfer between the liquid in laminar flow and the pipe-wall

The solution of the differential equation of heat-transfer for liquids in laminar flow has been given repeatedly and intermittently in the scientific and technical literature. The first solution was published almost simultaneously (in 1882 resp. 1883) by FOURIER [1] and GRAETZ [2]. After about thirty years (in 1910) NUSSELT [3] took up the problem again and following this several investigators worked on it, e. g. GRÖBER [4], DREW [5], LEE, NELSON, CHERRY and BOELTER [6] and others. All these solutions resulted in infinite series consisting of exponential terms which were not suitable for practical use. At last LÉVÊQUE in 1928 [7] reached an approximative finite result which is the basis of the practical formula in use at present.*

Mathematical analysis of the problem is rendered more difficult by a peculiarity of laminar flow, namely by the fact that the liquid layers moving along above each other do not mix with each other and that there is no convection perpendicularly to the direction of flow. The thin film of liquid moving in the immediate vicinity of the wall takes on the temperature of the contacting surface, but in a radial direction towards the axis of the pipe the heating or cooling effect of the wall can be effective only according to the capacity of the liquid for thermal-conduction. According to the experiments of DREW, HOGAN and McADAMS [9] at very low velocities — when the Reynolds number is below 10 — the flowing liquid remains so long in the same part of the pipe that the liquid flowing in the axis can attain the temperature of the pipe-wall by thermal-conduction (Fig. 1).

If the pipe-diameter is constant the liquid flowing in the axis of the pipe at $Re = 10$ to $Re = 200$, because of the growing velocity of flow, does not have

* The derivations of these equations are not given here. They can be found in detail for instance in the Handbook of JAKOB [8], or GRÖBER—ERK. [26].

time to attain the temperature of the wall by thermal-conduction, and there will be a difference between the temperature of the liquid layer in the vicinity of the pipe-wall and that of the liquid flowing in the axis of the pipe. This difference will grow with the increase of the velocity of flow — that is to say with the increase of the Reynolds number. Between $Re = 200$ and $Re = 1500$ the temperature of the liquid moving along the axis of the pipe is hardly different

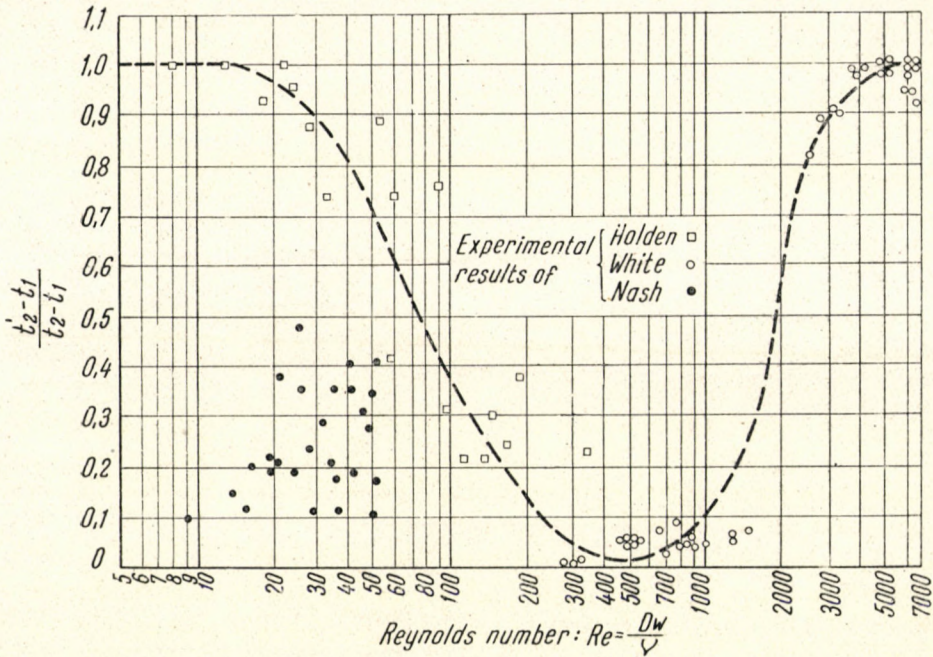


Fig. 1

from the temperature of entrance and the liquid layer flowing along the wall takes on the temperature of the inner surface of the pipe-wall. Between $Re > 1500$ and the critical Reynolds number the temperature of the liquid flowing in the pipe axis again approaches that of the layer adjacent to the wall and above the critical Reynolds number $Re = 2130$ turbulent flow sets in. The radial component of velocity appearing in this case ensures good mixing of the flowing liquid and because of the good heat-transfer by convection the temperature of the liquid will be the same in the whole section. Therefore in the field of laminar flow the temperature of the liquid in some section will vary with the radial distance from the axis. Reducing the coefficient of heat-transfer to a uniform basis the *mean temperature* of the liquid in the pipe-section is taken into account. This is equal to that imaginary temperature which would be attained if the liquid from the given section were poured into a suitable perfectly heat-insulated

vessel and thoroughly mixed while taking care that during pouring and mixing no heat should be received from the environment and no heat should be lost to it and finally the temperature of that liquid were taken (cup-mixing temperature).

The heat-transfer coefficient of the film between the liquid in laminar flow and the inner pipe-wall is different in every infinitesimal length-element of the pipeline. According to JAKOB [8] (from equations 22—23, 22—49 p. 457 and 22—54 p. 458) the local coefficient of heat-transfer is given by

$$\alpha' = \frac{2 \lambda \ 1,499 e^{-m_0 l} + 1,078 e^{-m_1 l} + 0,358 e^{-m_2 l} + \dots}{D \ 0,820 e^{-m_0 l} + 0,0972 e^{-m_1 l} + 0,0135 e^{-m_2 l} + \dots} \quad (1)$$

where λ kcal/mh °C = the thermal-conductivity of the liquid,

D m = the inner diameter of the pipeline,

l m = the length of the pipeline from the entrance,

c_p kcal/kg °C = the specific heat of the liquid,

G kg/h = the mass flow.

$$m_i = \frac{\beta_i^2 \pi \lambda}{2 c_p G}$$

The values of β are according to the determination by NUSSELT [3]:

$$\beta_0 = 2,705 \qquad \beta_1 = 6,66 \qquad \beta_2 = 10,3$$

According to the calculations of LEE, NELSON, CHERRY and BOELTER [6]

$$\beta_3 = 14,671$$

At the entrance of the pipeline $l = 0$ and

$$\alpha'_0 = 2 \frac{\lambda \ 1,499 + 1,078 + 0,358 + \dots}{D \ 0,820 + 0,0972 + 0,0135 + \dots}$$

The infinite series in the numerator has a limit of $\rightarrow \infty$, that in the denominator a limit of 1; so

$$\alpha'_0 = \frac{\infty}{1} = \infty \quad (2)$$

At the entrance of the pipeline the coefficient of heat-transfer is infinitely great.

In a pipeline of infinite length the coefficient of heat-transfer approaches a definite value. If the numerator and denominator of equation (1) are divided by $e^{-m_0 l}$

$$\alpha'_0 = 2 \frac{\lambda}{D} \frac{1,499 + 1,078 e^{-(m_1 - m_0)l} + 0,358 e^{-(m_2 - m_0)l} + \dots}{0,820 + 0,0972 e^{-(m_1 - m_0)l} + 0,0135 e^{-(m_2 - m_0)l} + \dots}$$

At the value of $l \rightarrow \infty$ the terms containing e with a negative exponent will vanish and so

$$\alpha'_{l \rightarrow \infty} = 2 \frac{\lambda}{D} \frac{1,499}{0,820} = 3,656 \frac{\lambda}{D} \quad (3)$$

Therefore in a pipeline of infinite length the coefficient of heat-transfer asymptotically approaches this value.

In practice the length of pipeline at the end of which the coefficient of heat-transfer approaches this value to within 1% is called the *starting stage* (Anlaufstrecke). It has a length of approximately

$$L' = 0,05 \frac{wD^2}{a} \quad (4)$$

where

w m/h = the average velocity of the flowing liquid,

a m²/h = the thermal diffusivity of the liquid.

The variable, local coefficient of heat-transfer and the form of coefficient containing the infinite series are not suitable for practical use.

LÉVÊQUE [7] has derived the following approximating equation subject to the condition that the temperature of the wall-surface is linearly proportional to the length of pipeline :

$$\frac{t_0 - t}{(t_0 - t_f) + 0,6(t_{f0} - t_{fL})} = 6,74 \left(\frac{\pi}{4} \frac{\lambda l}{\epsilon_p G} \right)^{2/3} \quad (5)$$

Here t_f , t_f and t_{fL} give the temperature of the wall-surface in the section $l = 0$, at the distance l from the entrance and at the end of the pipeline ($l = L$) in the above order.

In the starting stage the mean value of the heat transfer coefficient for the length of pipeline l is used in practice instead of the variable local coefficient, and this is employed as if the coefficient of heat-transfer were constant on this length. For the stage of pipeline of the length l the mean coefficient of heat-transfer according to DR. LAUER [10] is given by

$$\alpha_1 = 1,86 \frac{\lambda}{D} \left(\frac{\pi}{4} \frac{G c_p}{\lambda l} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_f} \right)^{0,14} \quad (6)$$

In the pipeline after the starting stage the variation of the heat-transfer coefficient is less than 1%, and so the heat-transfer coefficient derived for a pipeline of infinite length can be taken as constant :

$$a_1 \cong 3,656 \frac{\lambda}{D} \quad (7)$$

In the above equation besides the symbols already known the following nomenclature is employed :

a_1 kcal/m ² h °C	= the heat-transfer coefficient
c_p kcal/kg	= the specific heat of the liquid,
l m	= the length of the pipeline
μ kgh/m ²	= the dynamic viscosity of the liquid at the temperature corresponding to the mean temperature of the section,
u_f kgh/m ²	= the dynamic viscosity of the liquid at a temperature corresponding to the inner temperature of the pipe-wall.

3. Heat-transfer between the outer surface of the insulating layers and the soil

The high-pressure crude-oil pipelines are made of heavy steel pipe with welded joints; against damaging influences and corrosion the pipeline is covered by multiple-layer insulation, possibly by a heat-insulating layer too. The outer surface of the insulating layer is in immediate contact with the soil. The pipeline is usually laid into the ground with a cover of 1 m, and so there is a layer of soil about 1,2 m thick above the axis of the pipeline. At this depth the daily and seasonal variations of the atmospherical temperature are already very much compensated. In Fig. 2 the variations of atmospheric and soil-temperature are shown at different depths for a warmer climate [12]. The upper contour of the broad line gives the daily maximum temperatures, the lower contour the daily minimum temperatures. At a depth of 30 cm the daily variations of temperature are already very small, and the seasonal variation between the soil-temperature in winter and summer is scarcely 20 °C at a depth of 1,2 m compared with the variation of atmospheric temperature of about 55 °C. Between a soil-depth of 0,9 m and 1,2 m the average temperature gradient is 6,7 m/°C and towards the depth the temperature increases.

According to a verbal communication of the *Siófoki Kőolajvezeték V.* (Pipe Line Enterprise) the lowest soil-temperature measured by them at a depth of 1,2 m was +4 °C. At this depth the temperature gradient ϑ has a value of approximately 7 °C/m.

The heat-transfer coefficient of the film between the outer surface of the pipeline and the soil is treated in sufficient detail by V. I. TCHERNIKINE [11].
If the thickness of the layer of soil covering the pipeline is greater than

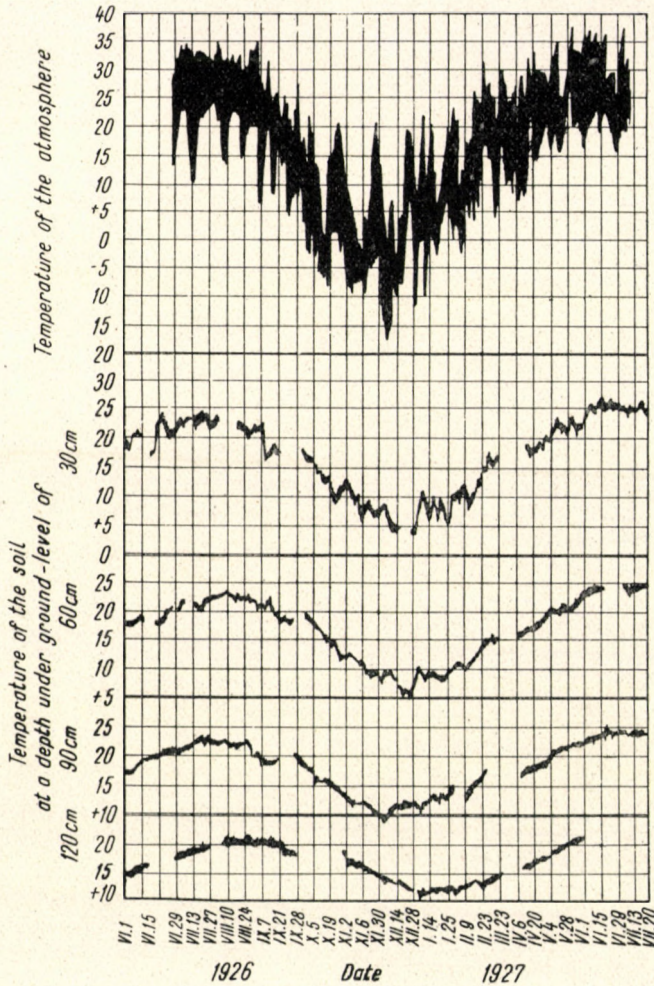


Fig. 2

twice the diameter of the pipeline — which is always the case with oil-pipelines — the simplified equation may be used :

$$\alpha_2 = \frac{2 \lambda_{\text{soil}}}{D \cdot \ln \left(\frac{4H}{D} \right)} \quad (8)$$

and if there is a layer of snow h m deep on the ground

$$\alpha_2 = \frac{2 \lambda_{\text{soil}}}{D \cdot \ln \left(4 \frac{H + \delta}{D} \right)} \quad (9)$$

In the above equations

λ_{soil} kcal/mh °C = the thermal conductivity of the soil,
 λ_{snow} kcal/mh °C = the thermal conductivity of the layer of snow,
 H m = the depth of the pipe axis below ground-level,
 D m = the outer diameter of the insulated pipeline,

$$\delta = \frac{\lambda_{\text{soil}}}{a} + h \frac{\lambda_{\text{soil}}}{\lambda_{\text{snow}}}$$

h m = the depth of the layer of snow,
 $a = 8 \sim 15$ = a constant depending on the characteristics of the soil.

The layer of snow forms a heat-insulating layer: if the ground is covered by snow to a depth of thirty cm the heat-transfer coefficient will be 27% smaller than in the case of uncovered ground. Our calculations should be made for uncovered ground since in our climate the heaviest winter frosts very frequently may occur at a time when there is no snow and the calculations must always be made for the most unfavourable case.

The thermal conductivity coefficient of wet sand is according to TCHER-
 NIKINE [11]

$$\lambda_{\text{soil}} = \frac{\sqrt{250(n + 2,3) - n^2}}{100 - 0,0385 \gamma} \quad (10)$$

where

n weight % = the humidity of the sand,
 γ weight % = the dry-sand content.

According to this the thermal-conductivity of wet sand increases with the increase of humidity and attains

at a humidity of 20%	0,77 kcal/mh °C
at a « « 30%	0,87 «
at a « « 40%	0,97 «
at a « « 50%	1,04 «

4. Overall heat-transfer between the heated liquid and the surrounding soil

The pipeline laid into the ground is protected from deteriorating influences by a corrosion-preventive and sometimes also by a heat-insulating layer. The corrosion-preventive layer consists of two to three layers of bitumen

emulsion 1 to 3 mm thick and divided by coverings of jute, hemp or soda-paper.

The heat-insulating layer should be non-adsorbent and impervious to moisture (glass sponge, gilsulite [13]) and should be applied directly on the steel pipe or on the corrosion-preventive bitumen insulation. Practical and useful equations for the overall heat-transfer in pipes with several layers of insulation may be found in any hand-book [14]. The overall heat-transfer coefficient of a pipe of circular section consisting of several layers is given by

$$k = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \sum \left[\frac{1}{2 \lambda_i} \ln \left(\frac{D_{ik}}{D_{ib}} \right) \right] + \frac{1}{\alpha_2 D_2}} \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C} \quad (11)$$

Here

α_1 kcal/m²h °C = the heat-transfer coefficient of the film between the liquid and the inner surface of the pipe,

α_2 « = the heat-transfer coefficient of the film between the outer surface of the insulation and the soil,

λ_i kcal/mh °C = the thermal-conductivity of the pipe, resp. the insulating layer i ,

D_{ik} m = the outer diameter of layer i ,

D_{ib} m = the inner diameter of layer i ,

D_1 m = the inner diameter of the pipeline,

D_2 m = the outer diameter of the insulated pipeline.

The overall heat-transfer coefficient should be selected with great care and circumspection. The equations (6) and (11) refer mostly to short heat-exchanger pipes and their applicability to pipelines whose length is equal to or more than the length of the starting stage has not yet been sufficiently tested. We don't have enough working data at present on long pipelines transporting heated crude oil. This refers especially to the heat-transfer coefficient of the film between the heated liquid and the inner surface of the pipe-wall.

Table I contains the thermal-conductivities of several materials used in pipelining.

According to equation (11) the overall heat-transfer coefficient of the pipeline is a function of the diameters, the insulating layers and the thermal-conductivity of the pipe and therefore the overall heat-transfer coefficient must be determined individually for every pipeline. In technical publications there have been given, however, generalized overall heat-transfer coefficients which give the whole of the heat-transmission between the liquid and the soil in one total. F. KARGE [19] has published a table of these coefficients which is given below converted to the metric system.

Table I

Thermal-conductivity of soils, steel pipe, insulating materials and crude-oil products

Material	Temperature °C	Thermal-conductivity kcal/mh °C	Cited from Lit. No.
Dry soil	20	0,30	[15]
Wet soil	20	0,57	«
Normal soil with gravel 2 to 7 cm Ø	0	0,43	«
« « « « « « « «	20	0,458	«
« « « « « « « «	70	0,501	«
Dry garden humus	—	0,173	«
Bitumen	—	0,361—0,542	«
Asphalt composition	0	0,525	«
« «	10	0,561	«
« «	20	0,609	«
« «	30	0,64	«
Paper	20	0,138	«
Loose snow, bulk density 0,24	0	0,147	«
« « « « 0,25	0	0,162	«
« « « « 0,27	0	0,114	«
« « « « 0,5	0	0,112	«
Glass wool	50	0,036	«
Glass sponge	50	0,048	[18]
Gilsulate (gilsonite preparation)	—	0,067	[17]
Steel	—	45	[14]
Petroleum 1,0000 kg/l	— 17,8	10,17	[22]
« « «	+ 93,3	9,55	«
« « «	205	8,93	«
« « «	316	8,30	«
« « «	427	7,81	«
« 0,934 «	— 17,8	10,93	«
« « «	+ 93,3	10,29	«
« « «	205	9,55	«
« « «	316	8,93	«
« « «	427	8,30	«
« 0,8762 «	— 17,8	11,68	«
« « «	+ 93,3	10,93	«
« « «	205	10,29	«
« « «	316	9,55	«
« « «	427	8,80	«
« 0,8251 «	— 17,8	12,42	«
« « «	+ 93,3	11,68	«

Table I (Continued)

Material	Temperature °C	Thermal-conductivity kcal/mh°C	Cited from Lit. No.
Petroleum 0 8251 kg/l	205	10,93	[22]
« « «	316	10,17	«
« « «	427	9,42*	«
« 0,7796 «	-17,8	13,03	«
« « «	+ 93,3	12,30	«
« « «	205	11,55*	«
« « «	316	10,79*	«
« « «	427	10,05*	«
« 0,7389 «	- 17,8	13,80	«
« « «	+ 93,3	13,03	«
« « «	205	12,13	«
« « «	316	11,40*	«
« 0,6690 «	- 17,8	15,32	«
« « «	+ 93,3	14,43	«
« « «	205	13,55*	«
« « «	316	12,87	«
Liquid pentane	- 17,8	16,15	«
« «	+ 93,3	15,18	«
« «	205	14,20*	«
Petroleum 0,6112 kg/l	- 17,8	16,59*	«
« « «	+ 93,3	15,63*	«
« « «	205	14,70*	«
Liquid butane	- 17,8	17,40	«
« «	+ 93,3	16,35	«
« «	205	15,32*	«
Liquid propane	- 17,8	19,90	«
« «	+ 93,3	18,72	«
« «	205	17,57*	«

* Extrapolated.

According to Table II the quality and condition of the soil play an important role in the cooling of the liquid, and in designing a pipeline the necessity of a detailed investigation and analysis of the soil cannot be sufficiently stressed. For a pipeline with a cover of 60 cm the overall heat-transfer coefficient of the soil can vary between 1—4,4 kcal/m²h °C, for a pipeline laid into a river-bed it can rise to 12 kcal/m²h °C. Under our climatic conditions the cover of the

pipeline would be about 1 m and this should reduce the above values given for a cover of 0,6 m, by 15—20%.

Table II
Liquid-soil overall heat-transfer coefficients in pipelines

Quality and condition of soil	Coverage m	Overall heat-transfer coefficient kcal/m ² h °C
Sandy, dry	0,6	1,22—1,95
« moist	0,6	2,44—2,93
« soaked	0,6	5,37—6,35
Clayey, dry	0,6	0,98—1,47
« moist	0,6	1,95—2,44
« moist-wet	0,6	2,93—4,40
Sandy, dry	0,2	2,93—3,42
« moist-wet	0,2	5,86—11,7
In 1,5 m of flowing water	1,5	9,8 —12,2
In free air	—	9,8 approx.

The results of measurements made in February 1954 on a pipeline of 14" (350 mm) diameter transporting heated Baxterville crude oil are described by M. MARTIN [20]. The pipeline transported 5100 m³ of oil daily of an average specific weight of 940 kg/m³ and a viscosity of 146 cSt at 60 °C and 1030 cSt at 29 °C. The Reynolds number reached was 1900 ~ 2000 with laminar flow. Investigation of the soil showed that the first stretch of the pipeline was laid in moist sandy clay. The overall heat-transfer coefficient for this stretch was taken as 3,66 kcal/m²h °C in accordance with the table of Karge. The soil in the next stretch was more clayey and moist, the overall heat-transfer coefficient was estimated at 3,175 kcal/m²h °C. This stretch crossed several watercourses, among others the bed of the Pascagoula river and for several miles the pipeline was laid in water, resp. in the wet sandy bed of the river, the overall heat-transfer coefficient of which may be taken as 8,3 kcal/m²h °C. On computing the weighted average of the above data the calculated cooling agrees very well with the measured temperature-drop.

The heated oil flowed into the pipeline at the entrance of the stretch with a temperature of 60 °C. The exit-temperature was 28,9 °C and the temperature-drop 31,1 °C. The measured temperature of the soil was 21,1 °C. The calculated temperature-drop was the same i. e. 31 °C.

The measurements were repeated in April on a stretch of the pipeline 43,4 km long. Because of the decrease in humidity of the soil the overall heat-transfer coefficient decreased also to 2,93 kcal/m²h °C.

Compared with our conditions (cover of 1 m) the overall heat-transfer coefficient for the first experiment would be $k = 3,1 \sim 2,7$ kcal/m²h °C, and for the second experiment $k = 2,49$ kcal/m²h °C if calculated with a cover of 1 m.

Measurements were performed with the participation of the author on a Transdanubian pipeline for the experimental determination of the overall heat-transfer coefficient. The pipeline had a length of 8800 m, an inner diameter of 254 mm; the outer diameter of the steel pipe was 273 mm, the depth of the double-layer insulation of bitumen-emulsion and soda-paper 5 mm and the outer diameter of the insulated pipeline 283 mm. The pipeline transported 145 m³/h of crude-oil, the mean temperature of the oil at the entrance of the pipeline was 49,44 °C, the temperature of the well-mixed oil at the end of the pipeline 39,5 °C, the temperature-drop 9,94 °C. At the depth corresponding to the pipeline axis the temperature of the soil containing underground water was 13,5 °C.

The physical constants of the transported crude oil as functions of the temperature are as follows:
specific gravity at t °C:

$$\gamma_t = 961,9 - 0,72 t \text{ kg/m}^3 \quad (12)$$

true specific heat:

$$c_t = 0,42 + 0,0008 t \text{ kcal/kg } ^\circ\text{C} \quad (13)$$

mean thermal-conductivity: between 30—50 °C

$$\lambda = 0,1031 \text{ kcal/mh } ^\circ\text{C}$$

kinematic viscosity at t °C

$$v_t = 14,499 - 5,976 \left(\frac{t}{10} \right) + 0,846 \left(\frac{t}{10} \right)^2 - 0,040212 \left(\frac{t}{10} \right)^3 \text{ m}^2/\text{h} \quad (15)$$

Average velocity of flow of the oil was

$$w = 2862 \text{ m/h}$$

the viscosity at the entrance of the pipeline:

$$v_{49,44} = 0,773 \text{ m}^2/\text{h}$$

the viscosity at the end of the pipeline :

$$\nu_{39,50} = 1,616 \text{ m}^2/\text{h.}$$

The Reynolds number at the entrance of the pipeline $Re_0 = 940$

The Reynolds number at the end of the pipeline $Re_p = 450$.

Therefore the flow of liquid was laminar.

The oil produced at the oil-wells is collected in tanks and delivered from there to the oil-pumps. The temperature of this oil is a good mean of the temperature of the produced oils since in the tank and in the suction-pipe of the oil-pumps the oil is mixed thoroughly. The highest measured temperature was 50 °C, the lowest 47 °C, the mean value of the twenty-five measurements was 49,44 °C. At the end of the pipeline the oil is filled into tank-cars. For temperature measurement a sample was taken from the oil pouring from the pipe in a bucket of 10—15 l, this was thoroughly mixed and the temperature was taken. Possibly the temperature of the oil dropped a few tenths of a degree during sampling and mixing, and so the final result will be somewhat less favourable, but in any case a smaller error is committed in this way than if the temperature had been taken in the pipeline, since in laminar flow the temperature of the oil is different at different points of the section. The thermometer here would show the temperature of the oil only to such a depth as the mercury globe of the thermometer penetrates. Here 16 measurements were made: the lowest value was 35 °C, the highest 42,5 °C and the mean value of the measurements 39,5 °C. The scatter is 7,5 °C which gives a rather broad margin, if we take into account the fact that the measurements were made at night at more even atmospheric temperatures.

For determining the temperature of the soil a long-stemmed thermometer was buried in the ground to the depth of the pipe axis and the hole around the thermometer was thoroughly filled up. The temperature of the soil was constant at 13,5 °C.

These measurements can lay no claim to laboratory precision but they give a good indication of the order of magnitude of the heat-loss of pipelines. Inserting the measured data into equation (27) which will be derived later :

$$\begin{aligned} \frac{k D \pi}{q} \cdot l &= 410,2 \ln \left(\frac{35,94}{26} \right) + 0,459 \cdot 9,94 - 0,000 288 (49,44^2 - 39,5^2) = \\ &= 137,128 \end{aligned}$$

and the overall heat-transfer coefficient computed from this is

$$k = 137,128 \frac{145}{0 283 \pi \cdot 8800} = 2,539 \text{ kcal/m}^2 \text{ h C}^\circ \quad (16)$$

As was mentioned before the American experiments gave a result of $3,1 \sim 2,7 \sim 2,49$ kcal/m²h °C at a soil-temperature of 21,1 °C and an atmospheric temperature of 31 °C. The deviation is caused by the difference in the method of calculation: the result of the American experiments was computed with the algebraic mean value of the temperatures, the results of the Transdanubian experiments were reached by accurate integration of the variable data.

TCHERNIKINE in his book mentioned before [11] also advises choosing an overall heat-transfer coefficient of 3,0—3,5 kcal/m²h °C for reasons of safety.

In the equation of the overall heat-transfer coefficient (equation(11)) the heat-transfer of the steel pipe and the thin insulating bitumen layers may be neglected beside a_1 and a_2 as it usually appears only in the second decimal. The situation is different, however, if the pipeline is covered with a layer of heat-insulation; according to Table I the thermal-conductivity of the insulating gilsulate is 0,067 kcal/mh °C. If an insulating layer of the prescribed thickness of 200 mm is laid on a pipeline of 250 mm diameter then this by itself will give

$$\frac{1}{2\lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) = \frac{1}{2 \cdot 0,067} \ln \frac{673}{273} = 6,72$$

which is an addable in the denominator of the equation and exceeds the value of the terms $\frac{1}{a_1 D_1}$ and $\frac{1}{a_2 D_2}$. Therefore heat-insulation materially decreases the overall heat-transfer coefficient.

5. Heat-loss of the pipeline

As a result of cooling the temperature of the heated flowing liquid will be different at every infinitesimal length of the pipeline. Part of the enthalpy of the liquid is transferred to the surrounding soil the heat-capacity of which is infinite compared to the quantity of heat transferred to it, and therefore the temperature of the layer of soil in contact with the outer covering surface of the insulating layer may be taken as constant at the same depth on the whole length of the pipeline. The temperature of the soil varies in a vertical direction; in summer it decreases in the surface layers of soil only to increase again after a certain depth, in winter when the surface of the ground is frozen or covered with snow it increases gradually downwards. This variation cannot be neglected even for the height of the vertical diameter of the insulated pipeline and is taken into account through the thermal gradient ϑ °C/m. Since the heat-loss of the pipeline is greatest on the coldest day of winter, and since on this day temperature increases towards the depth without a point of inflexion,

the thermal gradient is taken to be constant within the difference in depth corresponding to the vertical diameter of the pipeline and at the depth of the pipe axis.

In the equation of the overall heat-transfer coefficient (11) it is only the heat-transfer coefficient α_1 which changes with the length of pipe. In calculating it is the usual practice however to employ the mean heat-transfer coefficient for the given length of pipeline according to the approximation of LÉVÊQUE [7] as a constant, and therefore the overall heat-transfer coefficient k is also taken to be constant.

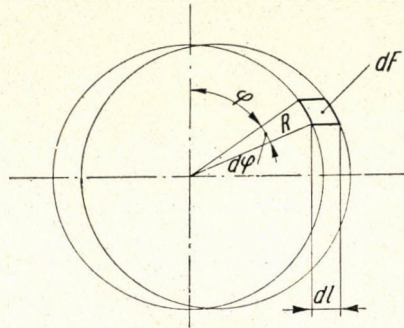


Fig. 3

If the temperature of the soil in contact with a surface element dF of the outer surface of the insulating layer is t_t , and t is the temperature of the liquid in the length of pipe belonging to the surface dF , then the amount of heat flowing into the surrounding soil will be

$$d\Phi = k dF (t - t_t) \quad (17)$$

If the central angle included by the vertical diameter of the length of pipe dl and the radius R drawn to the surface dF is φ (Fig. 3) then

$$dF = R \cdot d\varphi \cdot dl \quad (18)$$

and further if t_H is the temperature of the ground at the depth of the pipe axis and ϑ is the gradient of soil-temperature

$$t_t = t_H - \vartheta R \cos \varphi \quad (19)$$

Inserting equations (18) and (19) into equation (17) and taking into account the fact that l and φ are independent variables

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial l \cdot \partial \varphi} = k R (t - t_H + \vartheta R \cos \varphi) \quad (20)$$

The heat-loss is not uniform along the circumference of the length of pipe dl . It is greatest at $\varphi = 0$, where $\cos \varphi = 1$ and smallest at $\varphi = \pi$, where $\cos \varphi = -1$, consequently it is greatest at the highest point of the pipeline and smallest at the lowest point (Fig. 4).

The total heat-loss along the circumference of the element of pipe will be

$$\frac{d\Phi}{dl} = kR \int_0^{2\pi} (t - t_H + \vartheta R \cos \varphi) d\varphi = 2R\pi k(t - t_H)$$

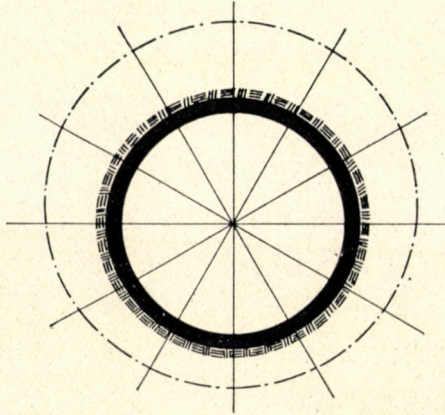


Fig. 4

or, since $2R = D$ is the diameter of the outer covering of the pipeline

$$d\Phi = D\pi k(t - t_H) dl \quad (21)$$

A quantity of q m³/h of liquid of specific weight γ_l and specific heat c_l is flowing through the length of pipe dl and on cooling down by the temperature of dt loses the amount of heat

$$d\Phi = -q\gamma_l c_l dt$$

Equating this to equation (21) we get

$$-q\gamma_l c_l dt = D\pi k(t - t_H) dl \quad (22)$$

and after rearranging the equation

$$D\pi k \cdot dl = -\frac{q\gamma_l c_l dt}{t - t_H} \quad (23)$$

Within the usual temperature-limits the specific weight and specific heat are a linear function of temperature and generally

$$\gamma_t = A_1 - B_1 t \quad (24)$$

$$c_t = A_2 + B_2 t \quad (25)$$

where A_1, A_2, B_1, B_2 are constants. Inserting these into equation (23) we get

$$\pi Dk \cdot dl = -q \left[\frac{A_1 A_2}{t - t_H} dt + (A_1 B_2 - A_2 B_1) \frac{t dt}{t - t_H} - B_1 B_2 \frac{t^2 dt}{t - t_H} \right] \quad (26)$$

Integrating between the limits of t_0 — the entering temperature of the liquid — and t , resp. between $l = 0$ and l and cancelling the negative sign by exchanging the integration limits

$$l = \frac{q}{D \pi k} \left\{ [A_1 A_2 + (A_1 B_2 - A_2 B_1) t_H - B_1 B_2 t_H^2] \ln \left(\frac{t_0 - t_H}{t - t_H} \right) + \right. \\ \left. + [(A_1 B_2 - A_2 B_1) - B_1 B_2 t_H] (t_0 - t) - \frac{B_1 B_2}{2} (t_0^2 - t^2) \dots \right. \quad (27)$$

On inserting the different values of t into this equation one obtains the length traversed by the liquid on reaching this temperature. On inserting the lowest permissible temperature of liquid we get the length of cooling after traversing which the liquid must be heated again.

Equation (27) can be solved for t only by an approximating method. The equation of the power curve fitting the curve $l \sim t$ is given by

$$t = A_4 + B_4 l + C_4 l^2 + \dots \quad (28)$$

Theoretically any number of terms may be taken but usually a parabolic curve of the second order gives a precision sufficient for practical purposes.

With the logarithmic mean of the temperature-differences the usual method of calculation would give a heat-loss of

$$\Phi = D \pi l k \frac{(t_0 - t_H) - (t - t_H)}{\ln \left(\frac{t_0 - t_H}{t - t_H} \right)} = D \pi l k \frac{t_0 - t}{\ln \frac{t_0 - t_H}{t - t_H}} \quad (29)$$

for the whole pipeline. On the other hand the amount of heat transmitted to the ground by the cooling of the flowing liquid would be

$$\Phi = -q \int_{t_0}^t \gamma_t c_t \cdot dt \quad (30)$$

and on equating equation (29) to equation (30) we should get

$$l = \frac{q}{D \pi k} \ln \left(\frac{t_0 - t_H}{t - t_H} \right) \int_{t_0}^t \gamma_t c_t \cdot dt \quad (31)$$

On substituting the values of γ_t and c_t from equation (24) and (25) and performing the integration

$$l = \frac{q}{D \pi k} \ln \left(\frac{t_0 - t_H}{t - t_H} \right) \left[A_1 A_2 + \frac{1}{2} (A_1 B_2 - A_2 B_1)(t_0 - t) - \frac{B_1 B_2}{3} (t_0^2 + t_0 t + t^2) \right] \quad (32)$$

On comparing equation (27) with equation (32) we see the difference between accurate integration and calculation with the logarithmic mean. On employing the logarithmic mean the second and third terms of equation drop out, which may give a correction especially relevant at greater temperature-differences, and besides the coefficient of the logarithmic term is also different. As a matter of fact WOLKE and FREELE [22] on the basis of their experiments performed at the Technical University of Tulsa reached the conclusion that the heat-transfer calculated with the aid of the logarithmic mean does not agree with the experimental results either for concurrent or for counter-current heat-exchange.

6. Pressure-drop

In laminar flow the resistance of the pipeline is inversely proportional to the Reynolds number and thus linearly proportional to the viscosity of the flowing liquid. The viscosity of the cooling liquid increases with the decrease of temperature. This increase is not proportional to the temperature-decrease but several times greater. On plotting the temperature-viscosity curve in a diagram (Fig. 5) this may usually be approximated with the desired degree of accuracy by a parabolic curve of the second order or — in the case of very viscous oils — of the third order.

If therefore ν_t m²/h is the kinematic viscosity of the liquid at the temperature t , the expression for the viscosity will be

$$\nu_t = A_3 + B_3 t + C_3 t^2 + D_3 t^3 + \dots \quad (33)$$

where $A_3, B_3, C_3, D_3 \dots$ are constants dependent on the quality of the liquid.

In a liquid in laminar flow the temperature will vary also in a radial direction because of the absence of convection and therefore the POISEUILLE—HAGEN law expressing the volume flow as a function of the pressure-drop

will be valid only for an element of liquid contained in an infinitesimal cylinder-jacket of the volume $2r\pi \cdot dr \cdot dl$. In the experiments of HOLDEN [23] and WHITE [24] the data for radial temperature-drop at $Re = 300 \sim 400$ exhibit differences between the results of the two investigators which cannot be neglected (Fig. 1). There are still greater differences between the experimental results of HOLDEN and NASH [25] for $Re = 10$ to 100 and here the scatter is consider-

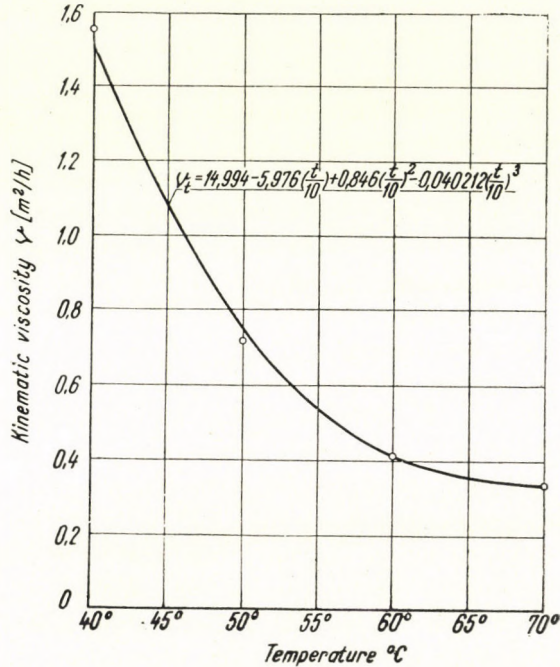


Fig. 5

able even for the values obtained by the same investigator. The dotted line in Fig. 1 (after PERRY: Chemical Engineers' Handbook, third edition, p. 464.) is only a tentative illustration of the ratio of the difference in temperature between the pipe axis and the entering cold oil to the difference between the mean oil-temperature and the temperature of the entering cold oil. This line takes into account only the experiments of HOLDEN and WHITE and cannot be regarded as final in this range of the Reynolds number.

At $Re > 500$ up to the critical Reynolds number the results of NASH are more consistent but just before the critical Reynolds number at $Re = 1500 \sim 2300$ the temperature-rise inside the flowing mass of liquid is very rapid, without transition and hardly to be expressed numerically. The lability of flow in the range around the critical Reynolds number is probably also effective for the distribution of temperature.

According to the practical data in oil-pipelines in the case of laminar flow the Reynolds number is of the order of magnitude of 200 ~ 2000 and increases or decreases in a given pipeline from section to section according to the rise or drop in temperature of the flowing liquid. In order to be able to perform for a given section the partial integration of the NAVIER—STOKES equation in a radial direction from the pipe axis to the pipe-wall the progress of the radial variation of temperature in the section and the temperature as a function of the radial distance from the axis should be known. These, however—according to the above—, are variable from one section to the other and are indeed instable around the critical Reynolds number.

Therefore it seems more expedient to take the mean temperature of the section (the cup mixing temperature) and to use the viscosity belonging to that. Considering the fact that in the case we are treating here of long oil-pipelines laid into the ground there must be taken into account several uncertain and uncontrollable circumstances as for instance the variable thermal conductivity of the soil surrounding the pipeline, not only longitudinally along the line because of the variable character of the soil, but also seasonally, since the level of the underground water varies in the same section too, furthermore the variable cover of the pipeline as a result of the natural undulation of the ground (the cover of 1 m is only a mean value), the amount of cooling which in pipelines crossing a watercourse is several times greater in the section immersed in the watercourse than in pipelines laid in dry ground, etc., it seems reasonable to base calculations on the mean temperature of the section.

During the experiments performed on the pipeline of Nagylengyel—Zalaegerszeg and described in Part 4. the pressure-drop was also measured: the pressure-drop actually measured was 11 at, the pressure-difference calculated by the method of graphical integration described later was 107 520 kg/m² that is to say 10,752 at which agrees with the measured data within the experimental margin of error.

In the present case these considerations seem to justify the following method of calculation.

The flow of liquids in pipelines is dealt with by an article which appeared in Volume 1953 of *Műszaki Közlemények* (16). According to equation (82) of this article and adopting the hour as unit of time

$$q = 12\,522 \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{\gamma l \lambda_{cs}}} D^5 \quad (34)$$

where

q m³/h = volume flow,

λ_{cs} = the coefficient of pipe-resistance,

P_1 kg/m² = the pressure of the liquid at the entrance of the pipe,

P_2 kg/m² = the pressure of the liquid at the end of the pipe,

l m = the length of pipe,
 γ kg/m³ = the specific gravity of the liquid,
 D m = the inner diameter of the pipeline.

This gives the pressure gradient (a negative value, since p decreases with the increase of l)

$$-\frac{dp}{dl} = \left(\frac{q}{12522} \right)^2 \frac{\gamma \lambda_{cs}}{D^5} \quad (35)$$

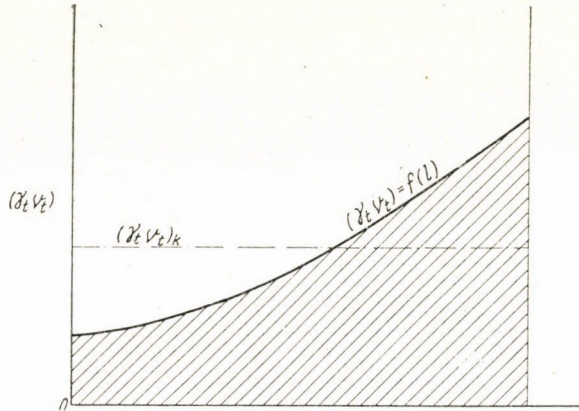


Fig. 6

In laminar flow the coefficient of pipe-resistance will be

$$\lambda_{\text{lam}} = \frac{64}{Re} = \frac{16 \pi D \nu}{q}$$

and substituting this into equation (35)

$$-\frac{dp}{dl} = 3,2057 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{q}{D^4} \gamma \nu \quad (36)$$

After integration the pressure-drop in a pipeline of the length l will be

$$p_1 - p_2 = 3,2057 \cdot 10^{-7} \frac{q}{D^4} \int_0^l \gamma \nu \quad (37)$$

The integration can be performed in several different ways. Graphical integration is simplest and easiest to perform. From equation (27) the relevant lengths l are determined for different temperatures and for these same tem-

peratures γ_t , ν_t and the product $\gamma_t\nu_t$ are determined from equations (24) and (29). $\gamma_t\nu_t$ is plotted as ordinate against the abscissa l and on connecting the end-points with a curve the expression

$$\gamma_t\nu_t = f(l)$$

is obtained (Fig. 6). The area enclosed by the starting- and the end-ordinate, the abscissa-axis and the curve is measured :

$$F = \int_0^l \gamma_t \nu_t dl \quad (37)$$

This converted to the suitable scale can be inserted into equation (36). Or the area F is divided by l to give the mean height of $\gamma_t\nu_t$, this is read off on the scale $\gamma_t\nu_t$ and the numerical value of

$$\int_0^l \gamma_t \nu_t dl = (\gamma_t \nu_t)_k \cdot l$$

is substituted into equation (36).

For numerical integration γ_t from equation (24) and ν_t from equation (29) are inserted into equation (37)

$$p_1 - p_2 = 3,2057 \cdot 10^{-7} \frac{q}{D^4} \int_0^l [A_1 A_3 + (A_1 B_3 - A_3 B_1)t + (A_1 C_3 - B_1 B_3)t^2 + (A_1 D_3 - B_1 C_3)t^3 - B_1 D_3 t^4] dl \quad (38)$$

On employing the following symbols :

$$\left. \begin{aligned} A_1 A_3 &= a_1 \\ A_1 B_3 - A_3 B_1 &= b_1 \\ A_1 C_3 - B_1 B_3 &= c_1 \\ A_1 D_3 - B_1 C_3 &= d_1 \\ B_1 D_3 &= e_1 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

equation (38) becomes

$$p_1 - p_2 = 3,2057 \cdot 10^{-7} \frac{q}{D^4} \int_0^l (a_1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3 - e_1 t^4) dl. \quad (40)$$

The relation of the pipeline-length and the temperature of the liquid is given by equation (27), resp. by equation (28) which is the solution of equation (27) with respect to t . To perform the integration either l is inserted from equation (27) into equation (40) or t from equation (28) again into equation (40). In both cases time-consuming calculations have to be made.

If we introduce the following symbols into equation (27)

$$\begin{aligned}
 A_1 A_2 + (A_1 B_2 - A_2 B_1) t_H - B_1 B_2 t_H^2 &= a_2 \\
 (A_1 B_2 - A_2 B_1) - B_1 B_2 t_H &= b_2 \\
 \frac{B_1 B_2}{2} &= c_2
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

we get

$$l = \frac{q}{D \pi k} \left[a_2 \ln \left(\frac{t_0 - t_H}{t - t_H} \right) + b_2 (t_0 - t) - c_2 (t_0^2 - t^2) \right]$$

and after differentiating

$$dl = \frac{q}{D \pi k} \left(-\frac{a_2}{t - t_H} - b_2 + 2 c_2 t \right) dt
 \tag{42}$$

After substitution into equation (40)

$$\begin{aligned}
 p_1 - p_2 &= 3.2057 \cdot 10^{-7} \frac{q^2}{D^5 \pi k} \left[a_1 a_2 \int_t^{t_0} \frac{dt}{t - t_H} + a_2 b_1 \int_t^{t_0} \frac{t dt}{t - t_H} + \right. \\
 &+ a_2 c_1 \int_t^{t_0} \frac{t^2 dt}{t - t_H} + a_2 d_1 \int_t^{t_0} \frac{t^3 dt}{t - t_H} - a_2 e_1 \int_t^{t_0} \frac{t^4 dt}{t - t_H} + \\
 &+ a_1 b_2 \int_t^{t_0} dt + (b_1 b_2 - 2 a_1 c_2) \int_t^{t_0} t dt + (c_1 b_2 - 2 b_1 c_2) \int_t^{t_0} t^2 dt + \\
 &\left. + (d_1 b_2 - 2 c_1 c_2) \int_t^{t_0} t^3 dt - (b_2 e_1 + 2 c_2 d_1) \int_t^{t_0} t^4 dt + 2 c_2 e_1 \int_t^{t_0} t^5 dt \right].
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

Introducing the following symbols :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= a_2 (a_1 + b_1 t_H + c_1 t_H^2 + d_1 t_H^3 - e_1 t_H^4) \\
 B_1 &= a_2 (b_1 + c_1 t_H + d_1 t_H^2 - e_1 t_H^3) + a_1 b_2 \\
 C_1 &= \frac{a_2}{2} (c_1 + d_1 t_H - e_1 t_H^2) + \frac{1}{2} b_1 b_2 - a_1 c_2 \\
 D_1 &= \frac{a_2}{3} (d_1 - e_1 t_H) + \frac{1}{3} c_1 b_2 - \frac{2}{3} b_1 c_2 \\
 E_1 &= -\frac{a_2}{4} e_1 + \frac{1}{4} d_1 b_2 + \frac{1}{2} c_1 c_2 \\
 F_1 &= -\frac{1}{5} e_1 b_2 - \frac{2}{5} d_1 c_2 \\
 G_1 &= \frac{1}{6} c_2 e_1
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

and taking the pressure at $l = 0$ — the entrance of the pipeline — as p_1 kg/m², the temperature of the liquid in the same place as t_0 °C, the pressure at $l = l$ — the end-point of the pipeline-stage — as p_2 kg/m², the mean temperature of the liquid in the section as t °C, the pressure-drop in the stage of pipeline of the length l will be

$$p_1 - p_2 = \frac{3,2057 \cdot q^2}{10^7 D^5 \pi k} \left[A_1 \ln \left(\frac{t_0 - t_H}{t - t_H} \right) + B_1 (t_0 - t) + C_1 (t_0^2 - t^2) + \right. \\ \left. + D_1 (t_0^3 - t^3) + E_1 (t_0^4 - t^4) + F_1 (t_0^5 - t^5) + G_1 (t_0^6 - t^6) \right] \quad (45)$$

In the above equation t_H is the temperature of the soil at the depth of the pipe axis which is taken as constant for the whole length of the pipeline, q m³/h is the volume flow, D m the inner diameter of the pipeline and k kcal/m²h °C the overall heat-transfer coefficient from the liquid to the ground.

The equation of pressure-drop (equation 40) can be integrated also in another way, namely by substituting the temperature from the pipeline-length-temperature relation (equations (27) and (28)). These two equations are:

$$p_1 - p_2 = \frac{3,2057 q}{10^7 D^4} \int_0^l (a_1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3 - e_1 t^4) dl$$

and

$$t = A_4 + B_4 l + C_4 l^2$$

By introducing the following symbols

$$\begin{aligned} A_2 &= a_1 + b_1 A_4 + C_1 A_4^2 + d_1 A_4^3 - e_1 A_4^4 \\ B_2 &= B_4 (b_1 + 2 c_1 A_4 + 3 d_1 A_4^2) - 4 e_1 A_4^3 \\ C_2 &= b_1 C_4 + c_1 B_4^2 + 2 c_1 A_4 C_4 + 3 d_1 A_4^2 C_4 + 3 d_1 A_4 B_4^2 - 4 e_1 A_4^3 C_4 - 6 e_1 A_4^2 B_4^2 \\ D_2 &= B_4 (2 c_1 C_4 + d_1 B_4^2 + 6 d_1 A_4 C_4 - 12 e_1 A_4^2 C_4 - 4 e_1 A_4 B_4^2) \\ E_2 &= c_1 C_4^2 + 3 d_1 A_4 C_4^2 + 3 d_1 B_4^2 C_4 - e_1 B_4^4 - 6 e_1 A_4^2 C_4^2 - 12 e_1 A_4 B_4^2 C_4 \quad (46) \\ F_2 &= B_4 (3 d_1 C_4^3 - 12 e_1 A_4 C_4^2 - 4 e_1 B_4^2 C_4) \\ G_2 &= C_4^2 (d_1 C_4 - 4 e_1 A_4 C_4 - 6 e_1 B_4^2) \\ H_2 &= -4 e_1 B_4 C_4^3 \\ I_2 &= -e_1 C_4^4 \end{aligned}$$

and substituting t we get with equation (39)

$$p_1 - p_2 = \frac{3,2057 \cdot q}{10^7 D^4} \int_0^l (A_2 + B_2 l + C_2 l^2 + D_2 l^3 + E_2 l^4 + F_2 l^5 + \\ + G_2 l^6 + H_2 l^7 + I_2 l^8) dl$$

and after performing the integration

$$p_1 - p_2 = \frac{3,2057 \cdot q l}{10^7 D^4} \left(A_2 + \frac{B_2}{2} l + \frac{C_2}{3} l^2 + \frac{D_2}{4} l^3 + \frac{E_2}{5} l^4 + \frac{F_2}{6} l^5 + \right. \\ \left. + \frac{G_2}{7} l^6 + \frac{H_2}{8} l^7 + \frac{I_2}{9} l^8 \right) \quad (47)$$

If the temperature-viscosity curve can be replaced with sufficient accuracy by a parabola of the second order, those terms of the group of equations (44) which contain D_3 as a factor will vanish, in equation (40) we get $d_1 = -B_1 C_3$ and $e_1 = 0$ and therefore equation (43) is reduced to the fourth order and equation (45) to the sixth order, or, taking into account also factor l to the seventh order.

In practice graphical integration gives a sufficiently accurate result, but for control purposes it is also advisable to perform one of the methods of numerical integration.

6. Calculation of a pipeline transporting heated crude-oil

The most complicated and important part of designing heated pipelines is the determination of the coefficient of overall heat-transfer between the heated oil and the surrounding soil. As we have seen in the preceding pages (Chapter 4) the Transdanubian measurements and the American measurements reduced to our conditions gave an overall heat-transfer coefficient of $k = 2,5 \sim \sim 3,0$ for an insulation of double bitumen-layer and paper strip. The heat-transfer coefficients given in the technical literature are the results of laboratory experiments and cannot be applied unconditionally to pipelines several km-s long laid into the ground.

Let the pipeline to be designed to have a length of 85 km, an inner diameter of 254,5 mm and an outer diameter of 273 mm. It is made of steel pipe welded together, with threefold bitumen and paper-strip insulation. The outer diameter of the insulated pipe is 286 mm. Volume flow be 100 m³/h, the temperature of the heated oil +70° C, the permissible cooling about to +40° C. The specific gravity, specific heat, kinematic viscosity and their variation

with temperature are given by equations (12), (13) and (15) (Fig. 5). The thermal conductivity between $40 \sim 70^\circ \text{C}$ is $\lambda = 0,1031 \text{ kcal/mh}^\circ \text{C}$. On the coldest day of winter the soil-temperature at the depth of the pipe axis is $+4^\circ \text{C}$, the gradient of soil-temperature at this depth is $\vartheta = +7^\circ \text{C/m}$.

The mean velocity of the oil flowing in the pipeline is

$$w = \frac{4q}{D^2 \pi} = 1965,6 \text{ m/h} (= 0,545 \text{ m/s})$$

and the Reynolds number at different oil-temperatures :

Viscosity	$\nu = 1,55 \text{ m}^2/\text{h}$,	$Re = 322$	at 40°C
«	$\nu = 0,738$	«	$Re = 678$ at 50°C
«	$\nu = 0,41$	«	$Re = 1220$ at 60°C
«	$\nu = 0,328$	«	$Re = 1526$ at 70°C

is lower than the critical value $Re_{cr} = 2320$, therefore the flow is laminar. The mean specific gravity, specific heat and thermal conductivity of the flowing oil are

$$\begin{aligned} \gamma_{55^\circ} &= 922,3 \text{ kg/m}^3; & c_{55^\circ} &= 0,464 \text{ kcal/kg}^\circ \text{C}; \\ \lambda_{55^\circ} &= 0,1031 \text{ kcal/kg}^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

The thermal diffusivity of the oil is

$$a = \frac{\lambda}{\gamma c} = 0,000241 \text{ m}^2/\text{h}$$

and the starting length

$$L' = 0,05 \frac{w D^2}{a} = 26416 \text{ m}.$$

After this length the heat-transfer coefficient determined from the GRÄTZ—NUSSELT equation (equation 17) for a pipeline-length $l \rightarrow \infty$ can be used with an approximation of 1%. The length of cooling may be taken as about half this length and so the heat-transfer coefficient of the film between the oil and the inner surface of the pipe-wall can be calculated by means of equation (6) derived from the approximation of LÉVÊQUE.

Because of the cooling effect of the cold layer of soil surrounding the pipeline, the temperature of the liquid layer in contact with the wall will be lower than the mean temperature of the oil in the relevant section, since in

laminar flow the oil flowing in the different layers will not mix and therefore the viscosity μ_f of the liquid measured at the temperature of the layer adjacent to the wall will be higher than the viscosity μ corresponding to the mean temperature of the liquid and so $(\nu/\nu_f)^{0.14} < 1$. If therefore in equation (6) unity is inserted for this expression we shall get a greater coefficient of heat-transfer and a greater thermal conductivity which will be the less favourable case. Introducing the numerical values into equation (6) we get

$$a_1 = 1,86 \frac{\lambda}{D} \left(\frac{4}{\pi} \frac{q \gamma c}{\lambda l} \right)^{1/3} = 2,6 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{C} \tag{43}$$

In the above equation the length of cooling was taken to be 13 000 m. After the starting length the mean coefficient of heat-transfer would be

$$a_{\rightarrow \infty} = 3,65 \frac{\lambda}{D} = 1,48 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{C} .$$

The heat-transfer coefficient of the film between the outer surface of the insulating layer and the soil may be calculated by means of equation (8). If the thermal conductivity of a clayey-sandy soil with underground water is taken as about 1 kcal/m²h^oC (equation 10), the depth of the pipe axis $H = 1,2$ m and the outer diameter of the insulated pipeline $D = 0,286$ m, then

$$a_2 = \frac{2 \lambda_{\text{soil}}}{D \ln \left(\frac{4H}{D} \right)} = 2,18 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{C} . \tag{44}$$

The heat-transfer coefficients of the steel pipe and the insulating layers are given in Table III.

Table III

Heat-transfer coefficients of the steel pipe and the insulating layers

Layer	D_1	D_2	$\ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right)$	λ	$\frac{1}{2 \lambda}$	$\frac{1}{2 \lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right)$
1. Steel pipe	0,2545	0,27304	0,07024	45	0,0111	0,00078
2. Bitumen	0,27304	0,27704	0,01455	0,5	1	0,01455
3. Paper	0,27704	0,27734	0,00023	0,138	3,62	0,00083
4. Bitumen	0,27734	0,28134	0,01432	0,5	1	0,01432
5. Paper	0,28134	0,28164	0,00023	0,138	3,62	0,00083
6. Bitumen	0,28164	0,28564	0,01411	0,5	1	0,01411
7. Paper	0,28564	0,28600	0,00023	0,138	3,62	0,00083

$$\sum \left[\frac{1}{2 \lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \right] = 0,04625$$

With these data the coefficient of overall heat-transfer according to equation (11) would be

$$k = \frac{\pi}{\frac{1}{2,6 \cdot 0,2545} + 0,04625 + \frac{1}{2,18 \cdot 0,286}} = 0,993 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{ C.}$$

The analysis of heat-transmission therefore gives a coefficient of overall heat-transfer of about 1 as opposed to the value of 2,5 ~ 3 kcal/m²h °C obtained by measurements. Since the designed insulating layer is reinforced with one more layer of bitumen and paper than the double bitumen-layer found in the experiments at Zala and taking into account the above remarks it will afford sufficient security if the coefficient of overall heat-transfer between the oil and the ground is taken as

$$k = 2,5 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{ C.}$$

Substituting the following constants :

$$\begin{aligned} q &= 100 \text{ m}^3/\text{h} \\ k &= 2,5 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{ C} \\ D &= 0,286 \text{ m} \\ A_1 &= 961,9 \\ B_1 &= 0,72 \\ A_2 &= 0,42 \\ B_2 &= 0,0008 \\ t_H &= + 4^\circ \text{ C} \end{aligned}$$

the length of cooling will be according to equation (27)

$$l = 50,029 \left[405,8572 \ln \left(\frac{70-4}{40-4} \right) + 0,4724 (70-40) - 0,000288 (70^2 - 40^2) \right] = 12968,6 \text{ m.}$$

The temperature of the liquid is shown in Fig. 7 as a function of the length of the pipeline. The temperature-drop deviates but slightly from the linear value and gives a curve inclined slightly downwards.

The crude oil heated to 70° C will therefore cool down to 40° C on a length of about 13 km. The pipeline of 85 km length is divided by this into seven stages, the length of each stage will be 85 : 7 = 12,15 km and so the oil will cool down only to about 43° C. Seven heating stations must be inserted and at these the oil cooled down to 43° C will be heated again to 70° C.

In Fig. 7 the product $\gamma_l v_l$ is plotted as a function of the distance. The area enclosed by the curve and the abscissa is 87,97 cm² for the length of cooling, the scale of the abscissa is 1 : 1000, that of the ordinate 1 : 100 and so

$$\int_0^l \gamma_l v_l dl = 87,97 \cdot 10^5 \text{ kg/mh}$$

and the pressure-drop

$$\Delta p = 3,2057 \cdot 10^{-7} \frac{100}{(0,2545)^4} \cdot 87,97 \cdot 10^5 = 67220 \text{ kg/m}^2 = 6,722 \text{ at.}$$

The total pressure-drop on the whole pipeline of 85 km length would be

$$\frac{85}{12,969} \cdot 6,722 = 44,1 \text{ at}$$

and so the desired quantity could be transported with a starting pressure of 45 at. The gauge pressure along the pipeline is shown by the curve of Fig. 7 for the first length of cooling. If the pipeline is divided into seven heating stages of equal length the length of one stage would be 12,15 km. The area enclosed by the curve $\gamma_t v_t$ above this length is 76,61 cm²

$$\int_0^l \gamma_t v_t dl = 76,61 \cdot 10^5 \text{ kg/mh}$$

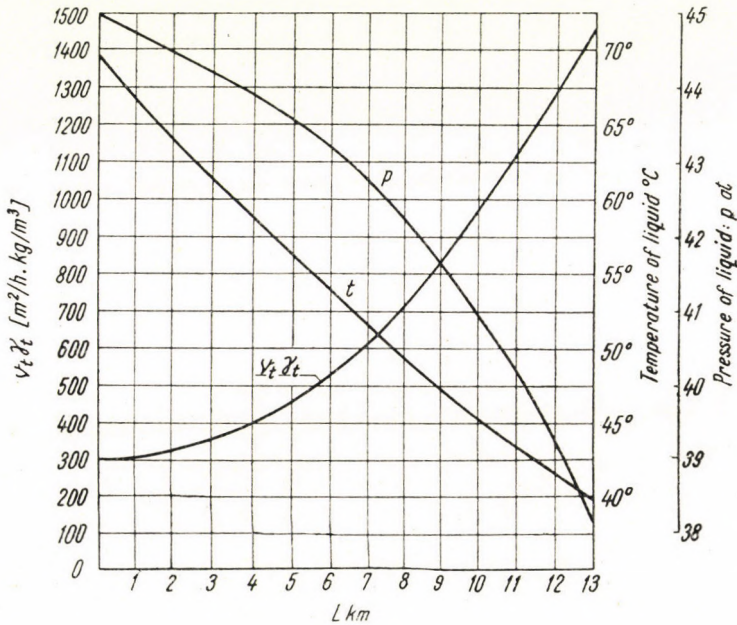


Fig. 7

and the pressure-drop on this stage would be

$$\Delta p = 3,2057 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100}{(0,2545)^4} 76,61 \cdot 10^5 = 58150 \text{ kg/m}^2 = 5,815 \text{ at}.$$

The total drop of pressure on the whole pipeline would be

$$\Delta p = 5,815 \cdot 7 = 40,705 \text{ at}.$$

If therefore the temperature at the end of the individual heating stages drops to only 43°C instead of 40°C , 3,4 at of pressure is saved thereby. This saving will appear naturally also in the power-consumption of the pumps.

7. Pipeline insulated against loss of heat

Naturally the question arises as to the amount of saving attained by covering the whole length of pipeline with insulating material. The selection of insulating material must be made very carefully, however, and this material must be non-adsorbent and repellent of moisture and, if possible, also corrosion-preventive.

The heat-insulating and corrosion-preventive material gilsulate employed in American industry seems to be the ideal material. It is made from the mineral gilsonite found there [17]. Gilsonite or uintaite as it is called in mineralogical nomenclature — it has received its name from the valley Uinta, Utah, where it was found — is a bright black solid variety of hydrocarbon occurring in rounded masses, which is granulated and stamped lightly around the pipeline to the prescribed thickness. A warm medium is then introduced into the pipe for a period of 4 hours to 7 days according to the type of gilsonite. This melts the material and causes it to adhere tightly to the pipe surface thereby also effectually protecting it from corrosion. With water or with steam of 100°C seven days of heating are necessary, with steam of 270°C, 4 ~ 24 hours of heating are sufficient according to the nature of the material. This insulation is surrounded by two other layers of coarse-grained gilsonite of lower quality and after that the pipe-trench can be filled in.

A pipeline of 250 mm diameter is covered by an insulating layer of gilsonite 200 mm thick. According to Table I the thermal conductivity of the steel pipe is 45 kcal/mh °C, that of the insulating material gilsulate 0,067 kcal/mh °C and so for the pipe and the insulation we have

$$\text{pipe:} \quad \frac{1}{2 \lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) = \frac{1}{2 \cdot 45} \ln \left(\frac{273}{254,5} \right) = 0,00078$$

$$\text{insulation:} \quad \frac{1}{2 \lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) = \frac{1}{2 \cdot 0,067} \ln \left(\frac{673}{273} \right) = 6,73$$

$$\sum \left[\frac{1}{2 \lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \right] = 6,73078$$

If the heat-transfer coefficient of the inner film is $a_1 = 2,6$ kcal/m²h °C in conformity to equations (43) and (8)

$$a_2 = \frac{2 \lambda_{\text{soil}}}{D \ln \left(\frac{4H}{D} \right)} = \frac{2}{0,673 \ln \left(\frac{4,8}{0,673} \right)} = 1,51 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{C}$$

the overall heat-transfer coefficient would be

$$k = \frac{1}{\frac{1}{a_1 D_1} + \sum \left[\frac{1}{2 \lambda} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \right] + \frac{1}{a_2 D_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2,6 \cdot 0,2545} + 6,731 + \frac{1}{1,51 \cdot 0,673}}$$

$$= 0,34 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{ C}.$$

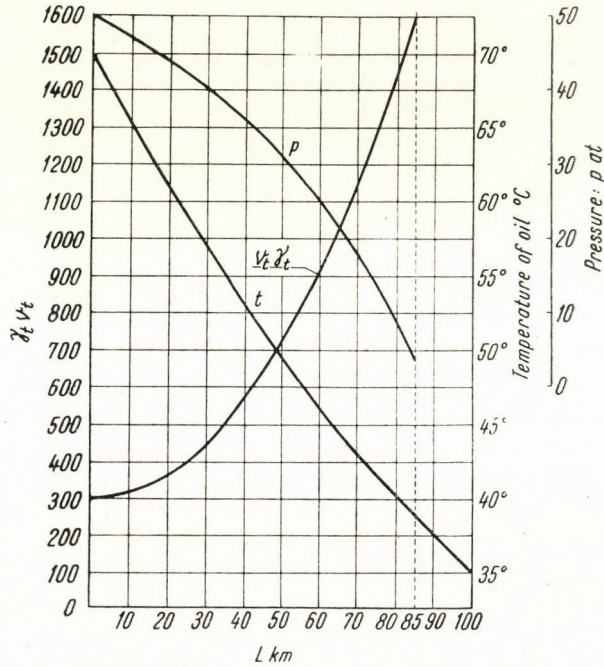


Fig. 8

On the basis of the above remarks this value also should be rounded off to

$$k \cong 0,4 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ \text{ C}.$$

On introducing this into equation (27) the oil heated to 70° C cools down to 40° C on a length of

$$l \cong 81\,000 \text{ m}.$$

The curve of cooling is prolonged to 100 km (Fig. 8) and according to that the temperature at the end of the pipeline of 85 km would be about 39° C. One heating station would be therefore sufficient for an insulated pipeline, and as against the non-insulated or slightly insulated pipeline there would be a saving of the investment costs and working expenses of six heating stations less the excess cost of the insulation.

According to equation (37) the drop of pressure in the pipeline of 85 km length would be

$$p_1 - p_2 = 3,2057 \cdot 10^7 \cdot \frac{q}{D^4} \int_0^l \gamma_l v_l dl$$

The curve $f(l) = \gamma_l v_l$ plotted in Fig. 8 encloses between the ordinates $l = 0$ and $l = 85$ km and the abscissa an area of 60,764 cm². The scale of the abscissae here is 10⁴ and that of the ordinates 10² and so

$$p_1 - p_2 = 3,2057 \cdot 10^{-7} \frac{100}{(0,2545)^4} 60,764 \cdot 10^6 = 464\,310 \text{ kg/m}^2 = 46,4 \text{ at.}$$

If therefore the oil is introduced at the entrance of the pipeline with a starting pressure of 50 ata, a pressure of 3,6 ata will be obtained at the end of the pipeline and so transport could be accomplished with one pump-station.

The above calculations prove the great advantages of good insulation. In this country the insulating material gilsulate cannot be obtained, so glass sponge should be used with a separate corrosion-preventive bitumen layer. This would afford similar advantages.

REFERENCES

1. J. B. I. FOURIER : Théorie analytique de la chaleur. Paris, 1882.
2. L. GRAETZ : Annalen d. Physik. 18. (1883) 79 and 25. (1885) 337.
3. W. NUSSELT : Forschungsarbeiten No. 89. Berlin 1910.
4. H. GRÖBER : Die Grundsätze der Wärmeleitung und des Wärmeüberganges. Berlin 1921.
5. TH. B. DREW : Mathematical Attacks on Forced Convection Problems. Publ. from the Mass. Inst. of Technology. 67. 59.
6. A. LEE, W. O. NELSON, V. H. CHERRY, L. M. BOELTER : Proc. 5th Intern Congr. Appl. Mech. 1938. 571.
7. L. LÉVÉQUE : Annales des Mines (12) 13 (1938) 301, 305, 381.
8. M. JAKOB : Heat Transfer. Volume I.
9. TH. B. DREW, J. J. HOGAN, W. H. MCADAMS : Heat transfer in streamline flow. Trans. act. Am. Inst. Chem. Eng. 26 (1931) 81.
10. B. E. LAUER : Heat Transfer. Oil and Gas J. 1953. jan. 19. 133.
11. ТШЕРНИКИНЕ : Проектирование, сооружение и эксплуатация нефтебаз. Гостоптехиздат, 1949.
12. T. W. JOHNSON, W. B. BERWALD : Flow of natural gas. U. S. Dept. of the Interior, Bureau of Mines Monograph 6.
13. Petroleum Refiner : 1954. jul. 29.
14. Hütte, edition 27. Vol. I., 597.
15. International Critical Tables. New York and London 1933.
16. J. GUMAN : Áramlás csővezetékekben. (Flow in pipelines, Hungarian) Magy. Tud. Akadémia VI. Műsz. Tud. Oszt. közleményei. VIII. (1953) No. 3/4. and Acta Technica 5 (1952) 387/436.
17. J. F. WILLIAMS : How granular insulation pours on easily. Power 99 (1955) Aug. (No. 8.) 108.
18. Pittsburgh Corning Corp.: Foamglass.
19. F. KARGE : Design of Oil Pipelines. The Petr. Engr. 1954. Apr.-May.
20. M. MARTIN : Pipelining of highly viscous Crudes, The Oil and Gas J. 53 (1954 nov. 29) 73.
21. K. WESTPHAL : Rohrleitungstransport von zähflüssigen Rohölen mit hohem Stockpunkt. Erdöl und Kohle 5 (1952 dec.) 785.

22. WOLKOE u. FREELE : Masters Theses of Petr. Sciences and Engng. Univ. of Tulsa. 1947—1948.
 23. P. B. HOLDEN : Mass. Inst. Techn., Thesis 1923.
 24. J. B. WHITE : Mass. Inst. Tech., Thesis 1927.
 25. J. F. Nash : Penn. State College, Thesis 1927.
 26. GRÖBER, ERK, GRIGNELL : Die Grundgesetze der Wärmeübertragung.

SUMMARY

The cooling length of pipelines transporting heated oil is that stage of the pipeline on traversing which the oil reaches the lowest permissible temperature and has to be re-heated. The determination of this length is important for locating the heating stations. In connection with the determination of the length of cooling the drop of temperature as a function of the pipe-length and the drop of pressure by the methods of graphical and numerical integration is calculated. The results of an experiment performed on an oil-pipeline are given to control the equations of the heat-transfer coefficient and of the drop of pressure and a problem is worked out to illustrate the application of the calculations. The calculations show that insulation against heat-loss of the pipeline could be considered for long pipelines.

WÄRMEVERLUST UND DRUCKABFALL VON FERNLEITUNGEN ERWÄRMTE ÖLS

E. GUMAN

ZUSAMMENFASSUNG

Die Abkühlänge von Fernleitungen erwärmten Öls ist jener Abschnitt der Rohrleitung, nach dessen Durchfluss das Öl die zugelassene niedrigste Temperatur erreicht und nach welchem es wieder erwärmt werden muss. Bezüglich der Verteilung der Erwärmungsstationen ist deren Bestimmung wichtig. Anlässlich der Bestimmung der Abkühlänge wird der Temperaturabfall als Funktion der Leitungslänge und auch der Druckabfall einerseits mittels graphischer, andererseits numerischer Integration berechnet. Zwecks Kontrolle der Gleichungen der Wärmeübergangszahl und des Druckabfalles werden die Resultate eines Versuches an einer Ölleitung beschrieben und zur Veranschaulichung der Anwendung dieser Rechenmethoden wurde ein Beispiel ausgearbeitet. Die Berechnung zeigt, dass bei langen Fernleitungen die Isolierung der Leitungen gegen Wärmeverlust in Betracht gezogen werden kann.

PERTE DE CHALEUR ET DE PRESSION DANS LES CONDUITES (PIPELINES) D'HUILE CHAUFFÉE

E. GUMAN

RÉSUMÉ

On entend par la longueur de refroidissement de pipelines la section d'une ligne dans le parcours duquel l'huile atteint la température la plus basse permissible et doit être réchauffée. L'établissement de cette longueur est très important au point de vue de la disposition des stations de réchauffement. En connexion avec la détermination de la longueur de refroidissement on calcule la chute de la température en fonction de la longueur de la ligne, et la perte de pression par les méthodes d'intégration graphique et numérique. Les résultats des essais effectués sur une ligne d'huile brute permettent de contrôler les équations du coefficient de transmission de chaleur et de la chute de pression. Un exemple est élaboré pour illustrer la méthode du calcul. Le calcul démontre que l'isolement d'une longue ligne contre les pertes de chaleur pourrait être pris en considération.

ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ И ПАДЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В НЕФТЕПРОВОДАХ

И. ГУМАН

РЕЗЮМЕ

В трубопроводах, предназначенных для дальней передачи предварительно подогретой нефти, длиной охлаждения называется участок, проходя через который нефть охлаждается до минимально допустимой температуры, и после которого нефть необходимо вновь подогреть. Определение длины этого участка важно для размещения станций подогрева. В связи с определением длины участка охлаждения падение температуры, как функции длины трубопровода, а также падение давления автор определяет частично графическим, а частично численным интегрированием. Для проверки уравнений коэффициента теплопередачи и падения температуры сообщаются результаты испытаний, произведенных на одном из нефтепроводов, а практическое применение расчетов иллюстрируется примером. Расчеты показывают, что при большой длине трубопроводов может оказаться целесообразным применение теплоизоляции.

DER EINFLUSS VON FREMDSUBSTANZSPUREN AUF DIE SEKUNDÄRE REKRISTALLISATION VON WOLFRAMDRÄHTEN

T. MILLNER

KORRESPONDIERENDES MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

J. PROHÁSZKA und A. HORVÁTH

FORSCHUNGSINSTITUT FÜR DIE FERNMELEDETECHNISCHE INDUSTRIE, BUDAPEST

[Eingegangen am 18. Mai 1956]

In den betriebsmässig erzeugten, aus Metallpulver nach den üblichen Verfahren hergestellten Wolframdrähten entsteht während der Bearbeitung eine sog. Faserstruktur [1]. Im Querschnitt besteht ein solcher Draht aus vielen, dünnen, langen, gut aneinander haftenden Metallfasern, die durch eine weitgehende mechanische Bearbeitung entstanden sind und dementsprechend aus stark verzerrten Kristallfragmenten bestehen.

Beim Erhitzen auf 2400—2500° C rekristallisieren solche betriebsmässig hergestellte sog. GK-Wolframdrähte innerhalb weniger Minuten: es bildet sich an Stelle der Faserstruktur mit verzerrten Gitterbereichen ein neues, aus unverzerrten Kristallen bestehendes Gefüge aus.

Es wird von den neuzeitlichen Verfahren gefordert, dass sie die Herstellung von in rekristallisiertem Zustand bei hohen Temperaturen andauernd formfesten Glühkörpern gestatte. Es ist bekannt, dass man dieses Ziel heute dadurch erreichen kann, dass man zum Ausgangsmaterial, d. h. zu der Wolframsäure etwa 1% derartige, entsprechend ausgewählte Zusatzstoffe (Fremdstoffe) zugibt, welche während dem Sintern zwar weitgehend aus den Wolframstäben verdampfen, in den faserigen Drähten aber doch in Spuren zurückbleiben und dadurch bei der Rekristallisation Grosskristallgefüge und Formbeständigkeit hervorrufen [2].

Infolge der gleichzeitigen Anwesenheit von, K-, Si- und Al-Spuren bei einer num. Konzentration von etwa 10^{-5} entwickelt sich in mit diesen Zusätzen hergestellten Wolframdrähten von 100 μ Durchmesser ein grosskristallinisches Gefüge, welches aus mehr als 10 cm langen, den vollen Querschnitt ausfüllenden Kristallen besteht. Unsere Vakuumtechnische Industrie stellt seit langem diese Wolframdrahtsorte massenfabrikatorisch her und bezeichnet es als den »GK« -Draht.

Es werden aber auch Drähte in grossen Mengen hergestellt, welche keine Al-Spuren, sondern nur K und Si Zusatzspuren in einer num. Konzentration von etwa 10^{-5} enthalten. Dieser wird als »UC«-Draht bezeichnet. Bei einem Durchmesser von 100 μ besteht das Rekristallisationsgefüge solcher Drähte aus höchstens 10 mm langen Kristallen.

Die Glühlampen- und Radoröhren-Industrie, welche Milliarden von solchen Glühkörpern jährlich erzeugt, ist an der Frage ausserordentlich interessiert, in welcher Art und Weise bestimmte, in einer num. Konzentration von etwa 10^{-5} vorhandenen Fremdstoffe die Rekrystallisation der sonst sehr reinen Wolframdrähte weitgehend beeinflussen können.

Es ist heute nicht schwer auf Grund eines reichen Beobachtungsmaterials eine *beschreibende* Antwort auf diese Frage zu geben. Über die physikalischen und chemischen Gründe des Zusammenhanges zwischen Fremdstoffspuren und Rekrystallisationseigenschaften kann man dagegen aus dem Schrifttum fast nichts erfahren. Auf diesem Gebiet ist man auf eigene Forschungen angewiesen. Der gegenwärtige Stand derselben wurde unlängst in einem zusammenfassenden Vortrag geschildert [2].

Unsere seitdem durchgeführten Untersuchungen haben dieses Bild mit neuen Zügen ergänzt. Zu einer näheren Untersuchung des Rekrystallisationsvorganges übernahmen wir aus dem Schrifttum eine von C. S. ROBINSON [3] für Wolframdrähte angegebene Methode, mit welcher man den sekundären Rekrystallisationsvorgang von glühenden Wolframdrähten messend verfolgen und zahlenmässig auswerten kann und stellten diese in Dienst unserer Grundfrage: welche Art von messbaren, mit physikalischen Begriffen beschreibbaren Unterschiede verursachen die in etwa 10^{-5} Konzentration vorhandenen oder fehlenden chemischen Wirkstoffe im Rekrystallisationsvorgang von Wolframdrähten.

Um dieser Frage näherzukommen, schien es uns vor allem nötig, die Kristallwachstumsgeschwindigkeit und die Keimbildungsgeschwindigkeit, also diejenigen zwei temperaturabhängigen Grössen für GK- und UC-Drähte zu bestimmen, mit welchen man heute die Kristallisations- und Rekrystallisationsvorgänge im allgemeinen beschreibt.

Für die Kristallwachstumsgeschwindigkeit benutzen wir die übliche [4] Definition

$$G = \frac{D}{t - \tau} \quad (a)$$

wo D den Durchmesser des neu entstandenen Kristalles und $t - \tau$ die Zeitdauer seines Wachstumes bedeuten. G gibt also die Kristallwachstumsgeschwindigkeit in cmsec^{-1} Einheiten an. Für die Keimbildungsgeschwindigkeit benutzen wir die ebenfalls gebräuchliche Definition

$$N = \frac{1}{(1 - x)_{t=t_k}} \cdot \frac{dn}{dt} \quad (b)$$

Hier bedeutet $(1 - x)_{t=t_k}$ denjenigen Anteil des Metallvolumens, welcher im Zeitpunkt der Beobachtung t_k für die Keimbildung eben noch zur Verfügung

steht (x bedeutet also den bis zum Zeitpunkt t_k schon rekristallisierten Anteil des ganzen Metallvolumens), dt den Zeitintervall der Beobachtung und dn die Zahl der in diesem Zeitintervall neu erschienenen Kristalle. N gibt die Zahl der in der Volumeinheit während der Zeiteinheit entstandenen neuen Kristalle an und besitzt die Dimension von $\text{cm}^{-3} \text{sec}^{-1}$. Als erste Aufgabe stellten wir uns die Bestimmung der Zahlenwerte der, womöglichst in dieser Weise definierten Kristallwachstumsgeschwindigkeit und Keimbildungsgeschwindigkeit im Falle der sekundären Rekristallisation von verschiedenen Wolframdrähten.

Die Beschreibung der Versuche

Die sekundäre Rekristallisation (im weiteren: die Rekristallisation) unserer Wolframdrähte haben wir mit Hilfe ihrer thermischen Elektronenemission dadurch verfolgt, dass wir die bei der Rekristallisationstemperatur aus der Oberfläche austretenden Elektronen in einem Hochspannungsfeld radial beschleunigt und an einem koaxial angeordneten fluoreszierenden Schirm aufgefangen haben. Das hierdurch entstandene Bild konnte laufend beobachtet werden.

Unsere Versuche führten wir mit Wolframdrähten von etwa 100μ Durchmesser aus. Die von ihrer Bearbeitung stammenden Ziehrippen beseitigten wir durch Elektropolieren, da die Unebenheiten der Drahtoberfläche zu einer Verwischung des am Schirm zu beobachtenden Bildes führen. Das mittels Gleichstrom in Natronlauge bis zum Verschwinden der Ziehrippen durchgeführte elektrolitische Polieren verursachte meistens eine Durchmesserabnahme der Drähte von etwa 10–15% und führte zu geringfügigen Schwankungen im Drahtdurchmesser. Um von den damit verbundenen Temperaturungleichmässigkeiten bei unseren Versuchen frei zu werden, haben wir den Durchmesser aller unseren polierten Drähte unter einem Messmikroskop in ihrer ganzen Länge nachgemessen und nur Drähte weiterverwendet, deren Durchmesser einer längeren Strecke entlang gleichmässig war, und von diesem nur an wenigen punktförmigen Stellen eine Abweichung von höchstens 2μ in positiver Richtung hatten. Drähte, die an einigen Stellen dünner waren, als der Durchmesser der gleichmässigen Strecke, wurden überhaupt nicht weiterverwendet, da die Temperatur der verjüngten Stellen beim Erhitzen durch elektrischen Strom sich auf einen höheren Wert einstellt, als ihre Umgebung und demzufolge an diesen Stellen das Erscheinen von neuen Kristallkeimen zu einer wahrscheinlicheren Erscheinung wird, als es in den übrigen Teilen des Drahtes ist.

Die ausgewählten, polierten Drähte wurden in solchen weiten Glasröhren koaxial montiert, in welchen die Innenwand mit einer, beim Auftreffen von beschleunigten Elektronen hellgrün fluoreszierenden Schicht (mit einer Mn-aktivierten Zinksilikatschicht) überzogen war. An diese Schicht war ein Anoden-

Drahtnetz angepasst. Die Röhren enthielten Ba-Getterpastillen. Sie wurden bei einem Druck von $< 10^{-4}$ mm Hg 1 Stunde lang auf 450°C erhitzt. Nach dem Abkühlenlassen der evakuierten Röhren wurde in ihnen das Gettermaterial zum Verdampfen gebracht und nachher die Röhre abgeschmolzen.

Die Wolframdrähte wurden dann in diesen Röhren nach dem Schaltbild Abb. 1 mit stabilisiertem Wechselstrom (I_f) auf bestimmte Versuchstemperaturen erhitzt. Die durch den Draht emittierten Elektronen gelangten durch die Hoch-

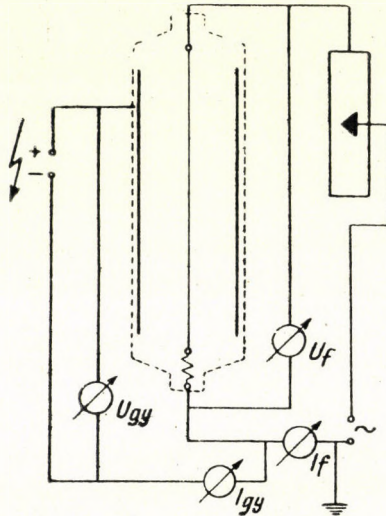


Abb. 1. Die zur Beobachtung der Rekristallisation von Wolframdrähten verwendete Vakuumröhre und ihre Schaltskizze. Längs der Achse einer Glasröhre mit einem Durchmesser von etwa 45 mm ist der Wolframdraht ausgespannt. Nach der Evakuierung erregen die bei einer Temperatur von etwa 2100°K aus der Drahtoberfläche austretende Elektronen Fluoreszenz in der Willemitschicht, die auf der Innenwand der Glasröhre angebracht ist. Auf dem Fluoreszenzbild der Drahtoberfläche kann die Entstehung und das Wachstum der Kristalle beobachtet werden. U_f = Heizspannung des Drahtes. I_f = Heizstrom. U_{gy} = die Elektronen radial beschleunigende Spannung (etwa 7000—10 000 Volt)

spannung U_{gy} beschleunigt auf den Schirm. Die Temperaturwerte der glühenden Drähte wurden aus ihren elektrischen Daten nach den Angaben von H. A. JONES und J. LANGMUIR [5] berechnet. Das Entstehen der aus grösseren Kristallen bestehenden Rekristallisations-Struktur kann auf dem Schirm aus folgenden Gründen beobachtet und verfolgt werden.

1. Im rekristallisierten Draht zeigt eine Flächennormale einer Rhombododekaederfläche (110) der neu entstandenen Kristallite immer in der Richtung der Drahtachse. Man kann sich leicht überzeugen, dass Würfel, Oktaeder, Rhombododekaeder usw. derartige Kristallformen sind, welche in einer solchen Orientierung alle mit der Drahtachse parallele Flächen aufweisen. Das hat die Folge, dass die Oberfläche des rekristallisierten Drahtes die Flächen verschiedener Kristallformen in sich birgt.

2. Die thermische Elektronenemission verschiedenartiger Kristalloberflächen geht bei verschiedenen Werten der Austrittsarbeit vonstatten [6].

So wird es verständlich, dass die durch Rekristallisation nacheinander entstandenen einzelnen Kristalle am Schirm als hellere oder dunklere, von-

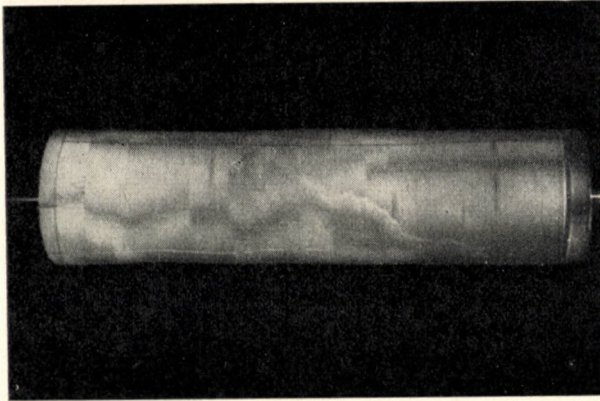


Abb. 2. Das Fluoreszenzbild eines vollkommen rekristallisierten Wolframdrahtes. Entlang der Längsrichtung lassen sich die Kristalle durch die verschieden stark leuchtenden Schirmstrecken erkennen

einander mit auf die Drahtachse rechtwinklig verlaufenden scharfen Grenzen getrennte, leuchtende Flächenpartien erscheinen.

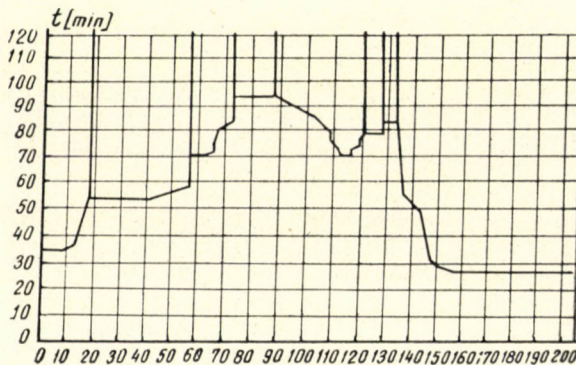


Abb. 3. Der zeitliche Verlauf des Kristallwachstums einer Drahtstrecke von 20 cm bis zur vollkommenen Rekristallisation

Nach dem Einschalten des Heizstromes wird die Versuchstemperatur des Drahtes in wenigen Sekunden erreicht und am Schirm erscheint zuerst ein feinkörniges, für die primäre Rekristallisation kennzeichnendes Bild. Dies bleibt eine gewisse Zeit lang (während der sog. Inkubationszeit) unverändert

bestehen. Man kann diese Zeitdauer leicht, aber nicht sehr genau bestimmen, da das Erscheinen des ersten Kristalles nur dann mit Sicherheit festgestellt werden kann, wenn seine Länge wenigstens 1—2 mm schon erreicht hat. Der neu entstandene Kristall wächst mit einer, durch die Temperatur bestimmten,

Tabelle I
(GK)

Röhrennummer	Temperatur T in K°	Zahl der Kristalliten n	Durchschnittslänge der Kristalliten l = cm	Geschwindigkeit des Kristallwachstums G = cm sec ⁻¹	Geschwindigkeit der Keimbildung N = sec ⁻¹ cm ⁻³	$\frac{1}{T} \cdot 10^3$	log N	log G	log l
10	2237	16	1,29	$2,38 \cdot 10^{-3}$	38,5	0,4471	1,58546	-2,62342	0,11059
11	2100	12	1,35	$2,92 \cdot 10^{-4}$	2,76	0,4762	0,44091	-3,53462	0,13033
12/1	2070	5	4,0	$2,70 \cdot 10^{-4}$	0,285	0,4831	-0,54516	-3,56964	0,60206
12/2	2070	4	5,0	$5,42 \cdot 10^{-4}$	0,365	0,4831	-0,43771	-3,26600	0,69897
13	2109	3	6,66	$2,14 \cdot 10^{-3}$	0,791	0,4742	-0,10182	-2,66959	0,82347
14/1	2108	8	2,56	$6,28 \cdot 10^{-4}$	1,69	0,4742	0,22789	-3,20204	0,40824
14/2	2108	5	4,10	$1,09 \cdot 10^{-3}$	1,14	0,4742	0,05576	-2,96257	0,61278
16	2028	5	4,24	$1,70 \cdot 10^{-4}$	0,159	0,4931	-0,79860	-3,76955	0,62737
17/1	2175	20	1,06	$5,70 \cdot 10^{-4}$	8,53	0,4595	0,93094	-3,24413	0,02531
17/2	2175	22	0,963	$5,34 \cdot 10^{-4}$	9,39	0,4595	0,97267	-3,27246	-0,01637

Tabelle II
(UC)

Röhrennummer	Temperatur T in K°	Zahl der Kristalliten n	Durchschnittslänge der Kristalliten l = cm	Geschwindigkeit des Kristallwachstums G = cm sec ⁻¹	Geschwindigkeit der Keimbildung N = sec ⁻¹ cm ⁻³	$\frac{1}{T} \cdot 10^3$	log N	log G	log l
I	2058	19	1,050	$1,31 \cdot 10^{-4}$	1,82	0,4859	0,26007	-3,88273	0,02119
II _a	2117	29	0,707	$4,36 \cdot 10^{-4}$	17,4	0,4724	1,24055	-3,36051	-0,15058
II _b	2117	40	0,513	$3,17 \cdot 10^{-4}$	24,0	0,4724	1,38021	-3,49894	-0,28988
III	1989	34	0,603	$3,64 \cdot 10^{-5}$	1,48	0,5028	0,17026	-4,43890	-0,21968
IV	2108	74	0,270	$1,80 \cdot 10^{-4}$	34,0	0,4744	1,53148	-3,74473	-0,56864
VII	2088	75	0,280	$8,97 \cdot 10^{-4}$	17,5	0,4789	1,24304	-3,04721	-0,55284
IX	2005	33	0,606	$1,77 \cdot 10^{-4}$	6,47	0,4988	0,81090	-3,75203	-0,21753
X	2000	22	0,955	$8,47 \cdot 10^{-5}$	1,28	0,5000	0,10721	-4,07212	-0,02000
XII	2056	34	0,609	$2,11 \cdot 10^{-4}$	8,55	0,4864	0,93197	-3,67572	-0,21538
XIII	2057	51	0,408	$1,66 \cdot 10^{-4}$	15,0	0,4861	1,17609	-3,77989	-0,38934
XIV	2160	67	0,314	$1,05 \cdot 10^{-3}$	153,0	0,4630	2,18469	-2,97881	-0,50307

aber doch nicht unveränderlichen Geschwindigkeit weiter. Inzwischen erscheinen dann weitere Kristalle und beginnen ihr eigenes Wachstum. Manchmal erreichen zwei wachsende Kristalle einander und bilden dadurch eine Kristallitengrenze aus, im anderen Fall beginnt an der Oberfläche eines stehengebliebenen Kristalles auf einmal ein neues Korn zu wachsen. Die aufeinanderfolgenden Erscheinungen eines solchen Rekristallisationsvorganges haben wir in der Abb. 2 festgehalten. Abb. 3 zeigt das Bild desselben, völlig rekristallisierten Wolframdrahtes so wie es am Schirm erscheint.

Die Messwerte unserer Beobachtungen an sog. GK-Drähten sind in der Tab. I, dieselben an UC-Drähten in der Tabelle II zusammengestellt.

Die Auswertung der Messdaten

Unsere Messungen erstreckten sich bei den einzelnen Drähten auf die Bestimmung der Zeit (t), welche vom Einschalten der Drähte bis zur Beendigung der Rekristallisation verging, und der Zeitdauer (τ), welche vom Einschalten bis zum Erscheinen des ersten wachsenden Kristalles nötig war (Inkubationszeit). Ausserdem haben wir die Zahl (n) der in den völlig rekristallisierten Drähten sich ausgebildeten Kristalle bestimmt.

Zwecks Berechnung der Kristallwachstumsgeschwindigkeit haben wir die tatsächlich beobachtete Länge des Drahtes (die Länge des Schirmes) L durch die Zahl der sichtbar gewordenen Kristalle n dividiert und gelangen so zu einer durchschnittlichen Kristalllänge l ; diese dividierten wir mit der Differenz der notwendigen Glühzeit und der Inkubationszeit ($t - \tau$), also mit der Zeitdauer der effektiven Rekristallisation

$$G = \frac{l}{t - \tau} = \frac{L}{n(t - \tau)} \quad (1)$$

Den so berechneten Wert betrachteten wir als die Kristallwachstumsgeschwindigkeit (in Drähten). Diese Zahl hat die Dimension von cm sec^{-1} .

Die Keimbildungsgeschwindigkeit N bestimmten wir dadurch, dass wir die Zahl der beobachteten Kristalle n einerseits mit dem Volumen der beobachteten Drahtlänge, andererseits mit der effektiven Rekristallisationszeit dividierten

$$N = \frac{4n}{d^2 \pi L (t - \tau)} = \frac{4}{d^2 \pi l (t - \tau)} \quad (2)$$

Diese Zahl hat die Dimension von $\text{cm}^{-3} \text{sec}^{-1}$.

Die vorher erwähnten Ausdrücke a) und b) beziehen sich auf eine grosse Zahl von Kristalliten, welche in einem einzigen Rekristallisationsvorgang in

einem relativ grossen Metallkörper entstehen. Sie stehen also auf einer ziemlich breiten statistischen Basis und geben von Fall zu Fall fast denselben Zahlenwert. Unsere Ausdrücke (1) und (2) geben zwar ebenfalls Mittelwerte an, sie stehen aber auf einer viel engeren statistischen Basis, da bei uns in einem einzigen Versuch in einem kleinen Volumen nur eine kleine Zahl von Kristallen entsteht und sie liefern deshalb von Fall zu Fall voneinander abweichende Werte.

Die nach (1) berechnete Wachstumsgeschwindigkeit stellt einen, bei ein und derselben Temperatur von Fall zu Fall etwas schwankenden solchen Zahlenwert dar, welcher aus, voneinander in der Grössenordnung abweichenden einzelnen Geschwindigkeiten berechnet ist, wobei sich auch die Wachstumsgeschwindigkeit selbst der einzelnen Kristalle grössenordnungsmässig verändern kann, wie alldies aus der Abb. 2 klar ersichtlich ist.

Die nach (2) berechnete Keimbildungsgeschwindigkeit stellt ebenfalls einen, bei ein und derselben Temperatur von Versuch zu Versuch ziemlich schwankenden Zahlenwert dar. Zwar sind unsere nach (2) berechneten Werte Durchschnittswerte, sie stehen aber ebenfalls auf einer engen statistischen Basis. Ausserdem enthält die Formel (2) stillschweigend die Annahme, dass sämtliche Kristalle eines Versuches zu gleicher Zeit ihren Wachstumsvorgang begonnen haben. Streng im Sinne der Formel b) hätten wir die effektive Rekristallisationszeit eines jeden Versuches in kleine Zeitintervalle aufteilen müssen und für jeden Zeitintervall den Zahlenwert N derart berechnen müssen, dass wir in den Zähler des Ausdruckes b) die Zahl der in einem kleinen Zeitintervall erscheinenden Kristalle und in den Nenner das, aus dem bis dorthin noch nicht rekristallisierten Drahtvolumen und aus dem Zahlenwert des Zeitintervalles gebildete Produkt einsetzen. Das zu kleine Drahtvolumen und die zu kleine Gesamtzahl der Kristalle der einzelnen Versuche liessen aber eine solche Berechnung nicht zu. Wir waren gezwungen die Berechnungen nach der Formel (2) durchzuführen. Demzufolge erreichten wir weitaus nicht die Genauigkeit der richtigen statistischen Auswertung, unsere Versuchsbedingungen liessen aber keine bessere Methode als die von uns angewendete zu.

In dieser Weise haben wir zwischen 2000 °K und 2300 °K an mehreren Temperaturen G - und N -Bestimmungen durchgeführt. In diesem Temperaturbereich verläuft die Rekristallisation sowohl der GK- wie auch der UC-Drähte genügend langsam um die nötigen Beobachtungen an beiden Drahtsorten durchführen und einen direkten Vergleich der Vorgänge beider Drahtsorten ausführen zu können.

Je nachdem, ob wir in einem einzigen Versuch die Rekristallisation entlang einer oder mehrerer Oberflächenlinien des Drahtes gleichzeitig beobachten konnten, haben wir für jede bestimmte Temperatur einen oder mehrere Parameterwerte gewonnen. Bei den höheren Temperaturen konnten wir auf einmal nur eine Beobachtung durchführen, da die Vorgänge hier sich schon rasch abspielten. Demzufolge mussten wir im weiteren die Temperaturabhängigkeit

von G und N aus ziemlich vielen Einzelmessungen ermitteln. Wie bekannt [4], kann man diese Temperaturabhängigkeit durch die Formeln

$$G = G_0 e^{-\frac{Q_G}{RT}} \quad (3)$$

und

$$N = N_0 e^{-\frac{Q_N}{RT}} \quad (4)$$

beschreiben. Hier hat Q_G die Bedeutung einer Aktivierungsenergie. Q_G stellt denjenigen Energieüberschuss dar, welcher ausser der temperaturbedingten durchschnittlichen Energie der Atome noch zusätzlich nötig ist, um die Elementarschritte des Kristallwachstumes (also z. B. die bleibende Orständerung der Atome) herbeizuführen. Wir haben angenommen, dass diese Grösse in unserem Versuchsintervall temperaturunabhängig ist. Auch Q_N hat die Bedeutung einer Aktivierungsenergie, bzw. die des Keimbildungsvorganges. Q_N stellt also denjenigen analogen Energieüberschuss dar, welcher dazu nötig ist, dass die Atome ihren Platz verlassen um sich zu einem Kristallkeim zusammenzufügen.

Um die Temperaturabhängigkeit von G und von N mit einer, z. B. der Formel (3) analogen Gleichung angeben zu können, müssen wir zuerst aus unseren Messdaten zusammengehörige Werte von G_0 und Q_G bzw. N_0 und Q_N berechnen. Dazu sind eigentlich schon je zwei, bei verschiedenen Temperaturen gewonnene Messwerte ausreichend. Verfügen wir aber über mehrere (bei mehreren Temperaturen gewonnene) Messwerte von G und N , dann können wir zur Bestimmung von G_0 und Q_G bzw. N_0 und Q_N entweder die als die besten angesehenen zwei Werte von G und N benutzen, oder bestimmen diese auf Grund aller G und N Werte mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

Mit dieser letzteren Methode gelangt man zu den Ausdrücken

$$\sum_{i=1}^k \log G_i - k \log G_0 + 0,4343 \frac{Q_G}{R} \sum_{i=1}^k \frac{1}{T_i} = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{\log G_i}{T_i} - \log G_0 \sum_{i=1}^k \frac{1}{T_i} + 0,4343 \frac{Q_G}{R} \sum_{i=1}^k \frac{1}{T_i^2} = 0. \quad (6)$$

Diese geben denjenigen G_0 -Wert und denjenigen Q_G -Wert an, welche in die Gleichung (3) eingesetzt solche G -Werte liefern, welche sich den bei verschiedenen Temperaturen gemessenen G -Werten am besten anpassen. T_i bedeutet hier die absolute Drahttemperatur des i -ten Versuches. Die Summenbildung muss bis auf den k -ten, d. h. letzten gemessenen G -Wert durchgeführt werden.

Die Berechnung von N_0 und Q_N kann genau in derselben Weise unter Benutzung der Formeln (5) und (6) erfolgen, man muss nur sinngemäss statt G_i überall N_i , statt G_0 überall N_0 und statt Q_G überall Q_N schreiben.

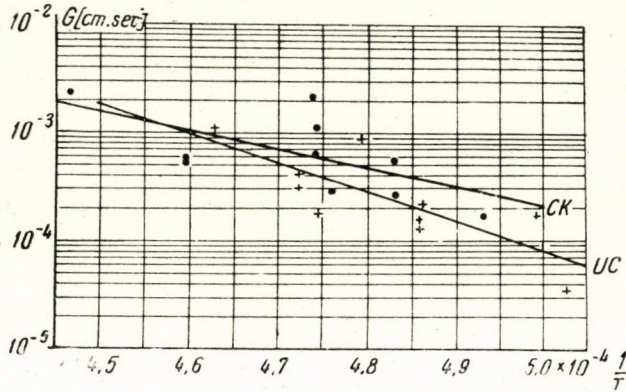


Abb. 4. Durchschnittliche Kristallwachstumsgeschwindigkeit (G) von K, Si und Al Fremdstoffspuren enthaltenden GK-Wolframdrähten und von nur K und Si Fremdstoffspuren enthaltenden UC-Wolframdrähten in dem Temperaturbereich von 2000°K bis 2300°K

Die so erhaltenen G_0 und Q_G bzw. N_0 und Q_N Werte liefern dann für die Temperaturabhängigkeit von G und N folgende Gleichungen

$$G_{GK} = 6,86 \cdot 10^4 e^{-\frac{78\,000}{RT}} \quad (7)$$

$$G_{UC} = 2,78 \cdot 10^9 e^{-\frac{124\,000}{RT}} \quad (8)$$

$$N_{GK} = 1,42 \cdot 10^{26} e^{-\frac{251\,000}{RT}} \quad (9)$$

$$N_{UC} = 8,94 \cdot 10^{21} e^{-\frac{198\,000}{RT}} \quad (10)$$

Der Temperaturablauf der Funktionen (7) und (8) ist in der Abb. 4 und die der Funktionen (9) und (10) in der Abb. 5 in üblicher Weise dargestellt.

Die Aktivierungsenergie eines Keimbildungsprozesses und die Aktivierungsenergie des damit verknüpften Kristallwachstumes stimmen, wie aus dem Schrifttum bekannt, in den meisten Fällen ziemlich weitgehend überein. Man pflegt dies dadurch zu erklären, dass in solchen Fällen der atomare Elementarschritt der Keimbildung mit demselben das Kristallwachstum identisch ist. In unseren Versuchen unterscheiden sich jedoch die ermittelten Aktivierungsenergien voneinander ganz wesentlich. Für diesen Unterschied kann man verschiedene Ursachen verantwortlich machen.

Unsere Mitteilungen beziehen sich auf den Rekristallisationsvorgang spezifisch verunreinigter Metallsorten; die Literaturangaben beziehen sich dagegen meistens auf »reine« Metalle. Unsere Untersuchungen betreffen die sekundäre Rekristallisation, die meisten Literaturstellen beschäftigen sich aber mit der primären Rekristallisation. Nach unseren Ansichten stammt aber der Unterschied nicht so sehr von diesen Umständen. Das entscheidende liegt vielmehr in dem Umstand, dass wir unsere Versuche bewusst mit solchen Wolframdrahtsorten durchführten, in welchen den Fremdatomen in der Lenkung des Rekristal-

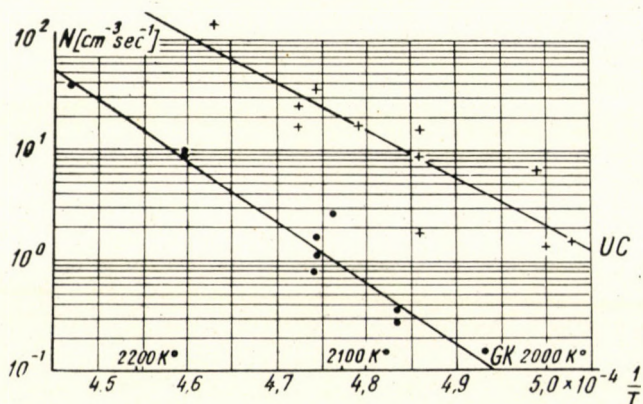


Abb. 5. Durchschnittliche Keimbildungsgeschwindigkeit (N) von GK und UC Wolframdrähten (S. Überschrift der Fig. 4) im Temperaturbereich von 2000°K bis 2300°K

isationsprozesses erfahrungsgemäss eine entscheidende und spezifische Rolle zukommt. In solchen Fällen liegen Annahmen folgender Art an der Hand: Im Vorgang der Keimbildung spielen auch die Fremdatome eine Rolle und die Aktivierungsenergie des Keimbildungsprozesses wird demzufolge durch einen anderen Vorgang bestimmt, als die Aktivierungsenergie des Wachstumsvorganges, in welchem die Fremdatome eventuell keine Rolle spielen. Entspricht irgendeine solche spezifische Annahme über die Wirkungsweise der Fremdatome mehr oder weniger den Tatsachen, dann wird es begreiflich, warum in unseren Versuchen Q_G und Q_N voneinander so abweichende Werte aufzeigen.

Die Gleichungen (9) und (10) liefern uns interessante Aussagen über die Temperaturabhängigkeit der durchschnittlichen Kristallgrösse in GK- und UC-Drähten. Es folgt einerseits aus Gleichung (1)

$$t - \tau = \frac{l}{G} \tag{11}$$

andererseits aus Gleichung (2)

$$t - \tau = \frac{4}{d^2 \pi l N} \tag{12}$$

und demzufolge ist

$$\frac{l}{G} = \frac{4}{d^2 \pi l N}$$

oder

$$l = \left(\frac{4G}{d^2 \pi N} \right)^{1/2} = \frac{2}{d} \left(\frac{G}{\pi N} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Setzen wir in die Gleichung (13) den Wert $d = 100 \mu$ ein und berücksichtigen für G und N die Gleichungen (7)–(10), dann gelangen wir zu folgenden $l = l(T)$ Funktionen

$$l_{GK} = 2,48 \cdot 10^{-9} e^{\frac{85\,000}{RT}} \quad (14)$$

und

$$l_{uc} = 6,3 \cdot 10^{-5} e^{\frac{37\,000}{RT}}. \quad (15)$$

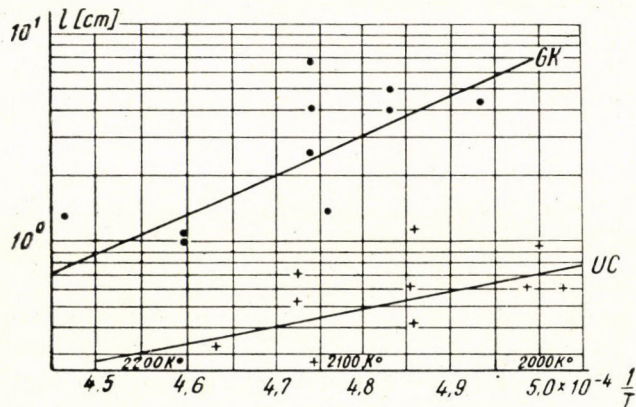


Abb. 6. Durchschnittliche Länge der Kristalle von GK und UC Wolframdrähten (s. Überschrift der Fig. 4) bei der Rekristallisation in dem Temperaturbereich von 2000°K bis 2300°K

Diese zwei Gleichungen geben uns die durchschnittliche Länge der sich bei verschiedenen Temperaturen gebildeten Kristalle an. Beide sind in der Abb. 6 graphisch dargestellt. Man sieht, dass die durchschnittliche Kristallgröße um so grösser wird, bei je niedrigerer Temperatur die Rekristallisation der GK- und UC-Drähte ausgeführt wird. Bei den meisten Metallen besteht die umgekehrte Beziehung: bei den meisten Metallen führt eine Erhöhung der Rekristallisationstemperatur zu grösseren Kristalliten.

Aus unseren Versuchen ergibt sich also für die Praxis folgende Regel: zur Erreichung des technisch so wichtigen Zieles, d. h. einer aus möglichst grossen Kristallen bestehenden Rekristallisationsstruktur von GK- und UC-Drähten, soll man die Rekristallisation bei möglichst niedriger Temperatur ausführen. Dazu gehören allerdings unerwünscht lange Erhitzungszeiten. Die Zuver-

lässigkeit dieser Feststellungen haben wir an Hand von Glühlampen mit verschieden lang und auf verschieden hohe Temperaturen eingeschalteten Spiralen nachgewiesen: die Erhöhung der Rekristallisationstemperatur verringerte in jedem Fall die Kristallitengrösse der Spiralen. Es ist aber schwer diesen Effekt für die Glühlampenfabrikation auszunutzen: zum Ausschalten der rekristallisationstörenden Einwirkungen von Gasverunreinigungen müssen nämlich in der Praxis kurze Rekristallisationszeiten angewendet werden.

Es scheint uns aber, dass unseren Versuchsergebnissen trotzdem eine grössere Bedeutung zukommt, da sie den ersten Schritt auf dem Weg nach der Aufklärung der Ursachen des Einflusses bedeuten, welcher von Fremdstoffspuren auf den Ablauf der Rekristallisation von verschiedenen Wolframmetallsorten ausgeübt wird. Aus den Versuchsergebnissen lassen sich nämlich folgende Feststellungen ableiten.

1. Die Kristallwachstumsgeschwindigkeit der K-, Si- und Al-Spuren in einer num. Konzentration von 10^{-5} enthaltenden GK-Drähte einerseits und der nur K- und Si-Spuren in derselben Konzentration enthaltenden UC-Drähte andererseits weichen voneinander zwischen 2000°K und 2300°K nur unwesentlich ab. Man kann also die Tatsache, dass in den GK-Drähten grössere Kristalle entstehen als in den UC-Drähten, nicht auf ein rascheres Kristallwachstum der auch Al enthaltenden GK-Drähte zurückführen.

2. Die Keimbildungsgeschwindigkeit ist bei ein und derselben Temperatur in den UC-Drähten etwa zehnmal so gross, wie die der Al-Spuren enthaltenden GK-Drähte. Hier liegt der Grund dafür, dass die GK-Drähte im Vergleich zu den UC-Drähten grosskristallinisch rekristallisieren.

So ist es vielleicht nicht unrichtig, wenn wir die Vermutung aussprechen, dass die Al-Spuren in den GK-Drähten (in einer num. Konzentration von etwa 10^{-5}) darum zur Ausbildung grösserer Kristalle führen, weil sie die Keimbildungsgeschwindigkeit herabsetzen, d. h. die Nukleation verlangsamen.

Es ist durchaus möglich, dass man durch analoge Versuche mit anderen Fremdatomen und Fremdatomkombinationen schrittweise die Rolle der Fremdstoffe in der Rekristallisation aufklären kann und so zu einer tieferen Einsicht in die chemischen und physikalischen Ursachen der Rekristallisation gelangt.

Es entstehen aber durch unsere Beobachtungen auch noch weitere Gedanken. Sieht man näher zu, so erkennt man aus der Abb. 2, dass das Wachsen mancher Kristalle zuerst rasch, später langsamer verläuft und endlich zum Stillstand kommt, obwohl dann an ihrer Oberfläche das rasche Wachsen eines neuen Kristalles sich plötzlich bemerkbar macht.

Ein genaues Studium dieser Erscheinung kann uns vielleicht darüber Auskunft geben, welche die Kristallwachstum hemmenden Faktoren (neben den fördernden Faktoren) sind. Wodurch wird das rasche Wachsen eines Kristalles auf einmal gebremst? Häufen sich vielleicht gewisse Fremdatome an der sich in Bewegung befindlichen Oberfläche eines wachsenden Kristalles unterwegs

soweit an, dass sie endlich das Weiterwachsen unterbinden? Tritt eine sog. Segregation, d. h. eine Anhäufung von Fremdatomen, die an Oberflächen der aus einer Schmelze wachsenden Kristallen so gut bekannt ist, auch an den sich in Bewegung befindlichen Oberflächen der in Rekristallisationsvorgängen entstandenen Kristalle auf? Haben die Fremdatome eine ausreichende *Diffusionsgeschwindigkeit*, um mit der in Bewegung befindlichen Oberfläche eines wachsenden Kristalles mitfahren zu können, oder aber erreichen sie eben durch die Aufnahme in eine solche Oberfläche eine ausreichende *Oberflächenbeweglichkeit* dazu, dass sie sich mit dieser gemeinsam weiterbewegen können?

All dies stellt die Grundfrage in Vordergrund, ob die Kristallflächen der in einem Rekristallisationsprozess entstandenen Kristalle reiner oder weniger rein sind, als die Kristalle (das Kristallinnere) selbst, und berühren dadurch die, hinsichtlich Spiraldurchgang und Brüchigkeit in der Praxis so wichtige Frage, ob zur Erreichung guter Rekristallisationseigenschaften die Kristalle selbst, oder nur ihre Oberfläche mit günstigwirkenden Fremdatomen in einer durchschnittlichen num. Konzentration von 10^{-5} verunreinigt werden müssen. Darin spiegeln sich die Grundfragen der Qualität der in der Vakuumtechnischen Industrie verwendeten Wolframdrähte.

SCHRIFTTUM

1. C. J. SMITHELLS: Tungsten. (1952/III. Edition). Chapman and Hall Ltd. London.
2. T. MILLNER: Über die naturwissenschaftlichen Grundlagen der Erzeugung von metallischem Wolfram für die Vakuumtechnik und die Beeinflussung seiner Eigenschaften. Acta Technica, Bd. XVII. (1957).
3. C. S. ROBINSON: J. Appl. Phys. 13. 647 (1942).
4. J. E. BURKE, D. TURNBULL: Progress in Metal Physics 3. 220 (1952).
5. H. A. JONES, J. LANGMUIR: Gen. El. Rev. 30. 310 (1927).
6. G. F. SMITH: Phys. Rev. 94. (Sec. Ser.) 295 (1954).

ZUSAMMENFASSUNG

Das in bearbeiteten Wolframdrähten mit Faserstruktur bei der sekundären Rekristallisation entstehende Wachstum von Kristallen wurde mit der von C. S. ROBINSON angegebenen Methode beobachtet und untersucht.

Mit dieser Methode haben wir gefunden, dass die Kristallwachstumsgeschwindigkeit (G) der GK-Drähte (welche in einer num. Konzentration von etwa 10^{-5} K, Si und Al Atome enthalten) und die der UC-Drähte (welche — etwa in derselben Konzentration — nur K und Si Atome enthalten) im Temperaturintervall von 2000 °K bis 2300 °K durch die Gleichungen (7) und (8) wiedergegeben werden kann. Für die Keimbildungsgeschwindigkeiten (N) haben sich die Gleichungen (9) und (10) ergeben.

Aus diesen konnte man für die durchschnittliche Kristalllänge die in den Gl. (14) und (15) ausgedrückten Zusammenhänge ableiten. Auf Grund dieser Feststellungen kann man zu folgenden Behauptungen gelangen.

1. Sowohl im Falle der aus 5—10 cm langen Kristallen bestehenden rekristallisierten GK-Drähten, wie auch im Falle der aus 0,5—1,0 cm langen Kristallen bestehenden rekristallisierten UC-Drähten bilden sich umso längere Kristalle, bei je niedrigerer Temperatur sich die sekundäre Rekristallisation vollzieht. Die gewöhnlichen Metalle verhalten sich umgekehrt.

2. Die Kristallwachstumsgeschwindigkeit der GK-Drähte, welche in einer num. Konzentration von etwa 10^{-5} K, Si und Al Atome enthalten, unterscheidet sich im Temperaturbereich von 2000 °K bis 2300 °K nicht merklich von der Kristallwachstumsgeschwindigkeit der UC-Drähte, welche etwa in derselben Konzentration nur K und Si Atome enthalten. Die

Ursache dafür, dass sich in den Al-Spuren nicht enthaltenden UC-Drähten kleinere Kristalle entwickeln, als in den GK-Drähten, kann also nicht in der Verschiedenheit der Kristallwachstumsgeschwindigkeiten gesucht werden.

3. Die Keimbildungsgeschwindigkeit ist bei ein und derselben Temperatur in den UC-Drähten etwa zehnmal so gross, als in den auch Al-Spuren enthaltenden GK-Drähten. Dies ist der Grund, weshalb in den GK-Drähten etwa zehnmal so grosse Kristalle entstehen, als in den UC-Drähten. Die in den GK-Drähten in einer num. Konzentration von etwa 10^{-5} enthaltenen Al-Atome führen sehr wahrscheinlich dadurch zu grösseren Kristallen, dass diese die Nukleation, d. h. die Keimbildungsgeschwindigkeit herabsetzen.

Versuche dieser Art können uns vielleicht zu einer Lösung der Frage näher bringen, ob sich nicht gewisse Fremdatome an der sich bewegenden Oberfläche der während der Rekristallisation sich bildenden Kristalle immer mehr und mehr anhäufen (segregieren).

EFFECT OF TRACES OF IMPURITIES ON THE SECONDARY RECRYSTALLISATION OF TUNGSTEN WIRES

T. MILLNER, Corresponding Member of the Hungarian Academy of Sciences, J. PROHÁSZKA, A. HORVÁTH

SUMMARY

The crystal growth during recrystallisation of processed tungsten wires having a fibrous structure has been observed by means of the Robinson method.

Carrying out such investigations at a temperature ranging from 2000—2300° K on „GK” wires (containing K, Si and Al atoms in approx. 10^{-5} num. concentration (and „UC” wires) containing only K and Si atoms in approx. 10^{-5} num. concentration) the following correlation could be observed:

for the velocity of crystal growth (G) formulae 7 and 8,

for the rate of crystal nucleation (N) formulae 9 and 10, and finally by taking use of these formulae, for the average grain size (l) formulae 14 and 15.

According to this:

1. Both in „GK” wires producing on the average crystals of 5—10 cm and „UC” wires producing on the average crystals of 0,5—1,0 cm the grain length will grow with the decrease of recrystallisation temperature. This differs from the way of recrystallisation observed with other metals.

2. The velocity of crystal growth in „GK” wires containing K, Si and Al traces in a concentration of approx. 10^{-5} does not substantially differ at a temperature of 2000—2300° K from that in „UC” wires containing only K and Si traces in a concentration of approx. 10^{-5} . Not this is the reason, therefore, why „UC” wires containing no Al traces have after recrystallisation smaller crystals than „GK” wires.

3. The rate of nucleation at identical temperatures is about ten times higher in „UC” wires than in „GK” wires containing Al traces. This is the reason why crystals formed in „GK” wires are on the average ten times larger than that in „UC” wires. It seems that, unlike in „UC” wires, because of the Al atoms being present in „GK” wires in a concentration of approx. 10^{-5} the much larger crystalline structure obtained is due to the fact, that these atoms retard nucleation, i. e. they decrease the rate of nucleation.

Similar investigations will probably lead to clearing the significant question as to whether certain kind of contaminating atoms segregate or not during recrystallization on the shifting surface of the growing crystals.

L'EFFET DES TRACES DE MATIÈRES ÉTRANGÈRES SUR LA RECRISTALLISATION SECONDAIRE DES FILS DE WOLFRAM

T. MILLNER, membre corresp. de l'Académie des Sc. Hongr., J. PROHÁSZKA, A. HORVÁTH

RÉSUMÉ

L'accroissement des cristaux se formant lors de la recrystallisation secondaire de fils de wolfram travaillés à structure fibreuse a été examiné par la méthode de Robinson. En effectuant les essais sur des fils «GK» (contenant des atomes de K, Si et Al dans une concentration num. de 10^{-5} environ) et sur des fils «UC» (contenant seulement des atomes de K et Si dans une concentration num. de 10^{-5} environ), on a obtenu pour la vitesse de l'accroissement du cristal

(G) les relations (7) et (8), pour la fréquence de la formation du germe cristallin (N) les relations (9) et (10) et, à l'aide de celles-ci, pour les dimensions moyennes des grains (1) les relations (14) et (15). Ainsi :

1. Tant sur les fils GK donnant des cristaux de 5 à 10 cm en moyenne, que sur les fils UC, donnant des cristaux de 0,5 à 1,0 cm en moyenne, la longueur des grains est d'autant plus grande que la température de recristallisation est plus basse. Ceci difère du processus de recristallisation des autres métaux.

2. Dans les fils GK contenant des traces de K, Si et Al dans une concentration de 10^{-5} environ et dans les fils UV contenant seulement des traces de K et Si, dans une concentration de 10^{-5} environ, la vitesse de l'accroissement des cristaux entre 2000 et 2300° K ne s'écarte pas trop. Ceci ne motive donc pas que le fils UC ne contenant pas de traces d'Al ait de cristaux beaucoup plus petits que le fils GK.

3. La vitesse de la formation de germe de cristal à une température égale est à peu près dix fois plus grande dans les fils UC que dans les fils GK contenant aussi des traces d'Al. C'est la raison de ce que dans les fils GK il se forme de cristaux dix fois plus grands en moyenne que dans les fils UC. Il semble que les atomes d'Al se trouvant dans une concentration de 10^{-5} environ dans les fils GK conduisent à la formation d'une structure composée de cristaux beaucoup plus grands en retenant la nucléation, c'est à dire en diminuant la fréquence de la formation des germes.

Des recherches pareilles permettront probablement d'élucider l'importante question de savoir si, lors de la recristallisation, certains atomes d'impuretés subissent oui ou non une ségrégation sur la surface des cristaux croissants.

ВЛИЯНИЕ СЛЕДОВ ПРИСАДОК НА ПЕРВИЧНУЮ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИЮ ВОЛЬФРАМОВЫХ ПРОВОЛОК

Член-корр. АН Венгрии Т. МИЛЛНЕР, Я. ПРОХАСКА и А. ХОРВАТ

РЕЗЮМЕ

Происходящий при первичной рекристаллизации рост кристаллов в обработанных вольфрамовых проволоках с волокнистой структурой наблюдался и исследовался по методу, указанному Ц. С. Робинзоном.

Используя этот метод авторы установили, что скорость роста кристаллов (G) проволок GK (которые содержат атомы K, Si и Al в атомной концентрации $\sim 10^{-5}$) и проволок UC (которые содержат примерно в той же концентрации атомы лишь K и Si) в температурном интервале от 2000 K° до 2300 K° может быть выражена уравнениями (7) и (8). Для скорости возникновения центров кристаллизации (N) мы получили уравнения (9) и (10).

Из последних для средней длины кристаллов можно было вывести зависимости, выраженные в уравнениях (14) и (15).

На основании этих определений можно утверждать следующее :

1. Как в случае состоящих из кристаллов длиной 5–10 см рекристаллизованных проволок GK, так и в случае состоящих из кристаллов длиной 0,5–1,0 см рекристаллизованных проволок образуются кристаллы, длина которых тем больше, чем ниже температура первичной рекристаллизации. У обычных металлов наблюдается обратное отношение.

2. Скорость роста кристаллов проволок GK, которые содержат атомы K, Si и Al в атомной концентрации $\sim 10^{-5}$ в температурном интервале от 2000 K° до 2300 K° не отличается существенно от скорости роста кристаллов проволоки UC, которые примерно в той же концентрации содержат только атомы K и Si. Следовательно, причину того, что в проволоках UC, не содержащих следов Al, получаются меньшие кристаллы, чем в проволоках, не следует искать в различии скоростей роста кристаллов.

3. Скорость возникновения центров кристаллизации при равной температуре в проволоках UC примерно в десять раз больше, чем в проволоках GK, содержащих также следы Al. Это и есть причина, по которой в проволоках GK получаются кристаллы примерно в десять раз большие, чем в проволоках UC. Весьма вероятно, что содержащиеся в проволоках GK в атомной концентрации $\sim 10^{-5}$ атомы Al приводят к большим кристаллам тем, что они снижают нуклеацию, т. е. скорость возникновения центров кристаллизации.

Такого рода опыты, возможно, облегчат решение вопроса, не происходит ли постепенное накопление (сегрегация) определенных инородных атомов на движущейся поверхности кристаллов, образующихся во время рекристаллизации.

ÜBER DIE STABILITÄT DES GLEICHGEWICHES EINES GEDRÜCKTEN STABES VON VERÄNDERLICHEM QUERSCHNITT

J. BARTA

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
FORSCHUNGSINSTITUT FÜR BAUWISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 21. Mai 1956]

Den nachstehenden Erörterungen ist ein gelenkig gelagerter dünner elastischer Stab zugrundegelegt (Abb. 1). Es werden die folgenden Bezeichnungen benützt: l ist die Länge des Stabes, $EJ(x)$ dessen Biegesteifigkeit, die eine gegebene Funktion von x ist, P die Druckkraft, P_k die Knickkraft, d. h. der kritische Wert der Druckkraft.

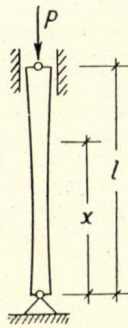


Abb. 1

Um den kritischen Wert P_k abzuschätzen, benützt man oft einen sogenannten Einschliessungssatz, d. h. einen Satz, der eine untere bzw. obere Schranke für P_k liefert. In der Literatur sind mehrere solche Einschliessungssätze bekannt [1, 2, 3]. In der vorliegenden Arbeit soll ein neuerer Einschliessungssatz zur Abschätzung von P_k angegeben werden, der sich durch seine Einfachheit auszeichnet. Er lautet:

»Ist $u(x)$ eine im Intervall $0 \leq x \leq l$ differenzierbare Funktion,* so ist

$$[(u' - u^2) EJ]_{\min} \leq P_k. \quad (1)$$

Ist die Funktion $u(x)$ überdies so beschaffen, dass sie die Randbedingungen

$$[u]_{x \rightarrow 0} = -\infty, \quad [u]_{x \rightarrow l} = +\infty \quad (2) \quad (3)$$

* Dabei ist es nicht ausgeschlossen, dass $u(x)$ an den Grenzen des Intervalls unendlich wird.

erfüllt, so ist sogar

$$[(u' - u^2) EJ]_{\min} \leq P_k \leq [(u' - u^2) EJ]_{\max} \ll \quad (4)$$

$[\dots]_{\min}$ und $[\dots]_{\max}$ bedeuten den kleinsten und grössten Wert von $[\dots]$ im Intervall $0 \leq x \leq l$.

Beweis. Das Stabilitätsproblem des gelenkig gelagerten gedrückten dünnen elastischen Stabes führt, wie bekannt, zur Berechnung des kleinsten Eigenwertes P_k der Differentialgleichung

$$EJ y'' + Py = 0 \quad (5)$$

mit der Randbedingung

$$y(0) = y(l) = 0. \quad (6)$$

In der Eigenwerttheorie [4] wird bewiesen, dass $y_k(x)$ im Intervall $0 < x < l$ sein Vorzeichen beibehält. Beim Beweis darf also angenommen werden, dass für $0 < x < l$ die Ungleichung

$$y_k > 0 \quad (7)$$

besteht. Hieraus folgt

$$y'_k(0) \geq 0, \quad y'_k(l) \leq 0. \quad (8)$$

Für drei Funktionen $Q(x)$, $R(x)$, $S(x)$ gilt die Identität

$$-Q \frac{R''}{R} \equiv -\frac{S''}{S} Q + Q \frac{(RS' - R'S)'}{RS}. \quad (9)$$

Die Funktionen $Q(x)$, $R(x)$, $S(x)$ seien durch die Formeln

$$Q = EJ, \quad (10)$$

$$R = y_k, \quad (11)$$

$$S = \exp\left(-\int_{l/2}^x u \, dx\right) \quad (12)$$

definiert. $u(x)$ sei eine im Intervall $0 \leq x \leq l$ differenzierbare Funktion. Aus (12) folgt die Ungleichung

$$S \geq 0. \quad (13)$$

Unter Verwendung der Formeln (10), (11), (12) geht die linke Seite von (9) in die Form $-EJ y''_k / y_k$ über, sie ist also gleich P_k , und (9) geht dann in die Form

$$P_k = (u' - u^2) EJ + EJ \frac{(y_k S' - y'_k S)'}{y_k S} \quad (14)$$

über. Jetzt wollen wir den letzteren Bruch ins Auge fassen. Sein Nenner ist, wie aus (7), (13) folgt, nicht negativ. Es gibt sicher eine Stelle im Intervall $0 \leq x \leq l$, an der der Zähler einen nichtnegativen Wert annimmt, denn das aus dem Zähler gebildete Integral

$$\int_0^l (y_k S' - y'_k S) dx = [y_k S' - y'_k S]_0^l \geq 0,$$

wie aus (6), (8), (13) hervorgeht. Es gibt also wenigstens eine Stelle im Intervall $0 \leq x \leq l$, wo der im (14) stehende Bruch einen nichtnegativen Wert aufweist. Diese Feststellung beweist die Richtigkeit der Formel (1).

Nun gehen wir zum Beweis der Formel (4) über. Es sei daher vorausgesetzt, dass die Funktion $u(x)$ die Randbedingungen (2), (3) erfüllt. Die linke Seite von (4) ist identisch mit der linken Seite von (1). Daher muss nur die Richtigkeit der rechten Seite von (4) bewiesen werden.

Es scheint zweckmässig zunächst die zwei Spezialfälle zu erledigen, wo

$$[xu]_{x \rightarrow 0} = 0, \quad [(l-x)u]_{x \rightarrow l} = 0. \tag{15}$$

Es kann nachgewiesen werden, dass in diesen Spezialfällen

$$[u' - u^2]_{x \rightarrow 0} = +\infty, \quad [u' - u^2]_{x \rightarrow l} = +\infty. \tag{16}$$

Der Nachweis kann derart geschehen, dass man die unbestimmten Formen

$$[xu]_{x \rightarrow 0} = \left[\frac{u}{1/u} \right]_{x \rightarrow 0} = \frac{0}{0}, \quad [(l-x)u]_{x \rightarrow l} = \left[\frac{l-x}{1/u} \right]_{x \rightarrow l} = \frac{0}{0}$$

nach der Regel von l'Hospital behandelt, wobei man — da nach (2), bzw. (3) $[u']_{x \rightarrow 0} > 0$ bzw. $[u']_{x \rightarrow 0} < 0$ ist — zum Ergebnis (16) gelangt. Aus (16) ist ersichtlich, dass die rechte Seite von (4) in den Spezialfällen (15) richtig ist.

Von nun an darf die Beweisführung unter der Voraussetzung

$$[xu]_{x \rightarrow 0} \neq 0, \quad [(l-x)u]_{x \rightarrow l} \neq 0 \tag{17} \tag{18}$$

fortgesetzt werden. Um die Werte $S(0)$, $S(l)$ durch die Formel (12) ermitteln zu können, berechnen wir das Integral

$$\int_{l/2}^0 u dx = \int_0^{l/2} (-u) dx = \int_0^h (-u) dx + \int_h^{l/2} (-u) dx. \tag{19}$$

Die hinreichend kleine endliche Zahl h sei so gewählt, dass der Wert $-u(x)$ im Teilintervall $0 \leq x \leq h$ überall positiv ist. Die Konstante c soll den kleinsten

Wert bedeuten, den $-xu(x)$ im Teilintervall $0 \leq x \leq h$ annimmt. Aus (2), (17) folgt, dass $c > 0$ ist. Hieraus folgt

$$\int_0^h (-u) dx = \int_0^h \frac{-xu}{x} dx > \int_0^h \frac{c}{x} dx = [c \log x]_0^h = c (\log h - \log 0) = +\infty$$

und aus (19) folgt

$$\int_{l/2}^0 u dx = +\infty.$$

Aus (12) ergibt sich also $S(0) = e^{-\infty}$, d. h.

$$S(0) = 0. \quad (20)$$

Eine ähnliche Berechnung führt zur Formel

$$S(l) = 0. \quad (21)$$

Betrachten wir jetzt wieder den Zähler des Bruches in (14). Er wechselt sein Vorzeichen im Intervall $0 \leq x \leq l$, oder er ist gleich Null, weil

$$\int_0^l (y_k S' - y_k' S) dx = [y_k S - y_k' S]_0^l = 0,$$

wie aus (6), (20), (21) folgt. Der in (14) stehende Bruch nimmt also im Intervall $0 \leq x \leq l$ sowohl positive als auch negative Werte an, oder er ist gleich Null. Aus dieser Feststellung folgt die Richtigkeit der Formel (4).

Beispiel 1. Vorgelegt sei ein gelenkig gelagerter dünner elastischer Stab von konstanter Biegesteifheit. Um für P_k Schranken zu erhalten, macht man Ansätze für $u(x)$ und substituiert sie in die Formel (1) bzw. (4). Einige Ansätze und die aus ihnen berechneten Schranken sind:

$$\begin{aligned} u &= \frac{x}{2l^2}, & \frac{0,25 EJ}{l^2} &\leq P_k, \\ u &= \frac{2x}{l^2} - \frac{1}{l}, & \frac{EJ}{l^2} &\leq P_k, \\ u &= -\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x}, & \frac{8 EJ}{l^2} &\leq P_k \leq +\infty, \\ u &= -\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} - \frac{1}{l} + \frac{2x}{l^2}, & \frac{9 EJ}{l^2} &\leq P_k \leq \frac{10 EJ}{l^2}, \\ u &= -\frac{\pi}{l} \cotg \frac{\pi x}{l}, & \frac{\pi^2 EJ}{l^2} &\leq P_k \leq \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \end{aligned}$$

das heisst $P_k = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$ ist der genaue Wert.

Beispiel 2. Vorgelegt sei ein gelenkig gelagerter dünner elastischer Stab, dessen Querschnittsträgheitsmoment sich von J_0 bis $2J_0$ linear ändert, d. h.

$$J = (l + x) \frac{J_0}{l}.$$

Machen wir den Ansatz

$$u = -\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} - \frac{0,4}{l} + \frac{1,4x}{l^2},$$

so liefert die Formel (4) die Einschränkung

$$\frac{13,9 EJ_0}{l^2} \leq P_k \leq +\infty. \tag{22}$$

Ein anderer Ansatz sei

$$u = -\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} - \frac{1}{l} + \frac{3x}{l^2} - \frac{x^2}{l^3}.$$

Hierdurch ergibt sich aus (4) die Einschränkung

$$\frac{12,0 EJ_0}{l^2} \leq P_k \leq \frac{15,0 EJ_0}{l^2}. \tag{23}$$

Aus (22), (23) folgt die Einschränkung

$$\frac{13,9 EJ_0}{l^2} \leq P_k \leq \frac{15,0 EJ_0}{l^2}.$$

Der Mittelwert $14,45 EJ_0/l^2$ weicht also höchstens um 4% vom genauen Wert von P_k ab.

Bemerkung. Wird in den Formeln (2), (3), (4) statt $u(x)$ eine neue Funktion $v(x)$ eingeführt und benützt man hierzu die Substitutionsformel $u = -v'/v$, so gelangt man zum bekannten Schwarz'schen Einschliessungssatz [2].

SCHRIFTTUM

1. E. KAMKE: Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen, Bd. 1, Aufl. 4, pp. 231—233.
2. Siehe z. B. das Referat von R. GRAMMEL im Buch: K. MARGUERRE, Neuere Festigkeitsprobleme des Ingenieurs, p. 175.
3. L. COLLATZ: Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen, p. 126.
4. Ibidem pp. 145—150.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird ein Einschliessungssatz zur Abschätzung des kritischen Wertes der Druckkraft angegeben, wenn beide Enden des Druckstabes frei drehbar sind. Der Inhalt des Satzes ist durch die Formeln (1), (2), (3), (4) ausgedrückt.

ON THE STABILITY OF THE EQUILIBRIUM OF A COMPRESSION BAR OF VARIABLE CROSS SECTION

J. BARTA
D. of Eng. Sc.

SUMMARY

This paper deals with a theorem giving a lower limit and an upper limit for the critical value of the compressive force, if the ends of the compressed bar are hinged. The content of the theorem is expressed by formulae (1), (2), (3), (4). The cross section of the bar is varying or constant.

SUR LA STABILITÉ DE L'ÉQUILIBRE D'UNE BARRE COMPRIMÉE
DE SECTION VARIABLE

J. BARTA

Docteur des sc. techn.

RÉSUMÉ

L'article traite d'un théorème établissant une limite inférieure et une limite supérieure pour la valeur critique de la force compressive, dans le cas où la barre comprimée est articulée à ses extrémités. Les formules (1), (2), (3), (4) expriment le contenu du théorème. La section transversale de la barre est variable ou constante.

О СТАБИЛЬНОСТИ РАВНОВЕСИЯ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ
ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Д-р техн. наук И. БАРТА

РЕЗЮМЕ

В данной работе дается предельное уравнение для оценки критической величины силы сжатия для случая, когда оба конца стержня свободно вращаются. Смысл уравнения выражен формулами (1), (2), (3), (4). При этом сечение стержня может быть переменным или постоянным.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE VERWITTERUNG VON ERUPTIVGESTEINEN*

A. VENDL**

MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MINERALOGISCH-GEOLOGISCHES INSTITUT, TECHNISCHE UNIVERSITÄT, BUDAPEST

[Eingegangen am 20. Juni 1956]

I

Derartige Untersuchungen sind nicht nur vom petrographisch-geologischen Gesichtspunkt, sondern auch vom Standpunkt des Bauwesens, der Steinindustrie und der Bodenkunde wichtig. Die Durchführung der Studien war durch die materielle Unterstützung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften gesichert.

Für praktische Zwecke wäre es durchaus vorteilhaft, wenn man solche Eigenschaften der Gesteine bestimmen könnte, deren Kenntnis geeignet wäre, im voraus genaue Angaben über die Beständigkeit aller Gesteine zu liefern. In der Praxis herrscht im allgemeinen die Auffassung, dass Gesteine von hohen Festigkeitswerten sehr wetterbeständig sind. Viele Gesteine verhalten sich wirklich im Sinne dieser Annahme. Es gibt aber viele Gesteine mit hohen Festigkeitswerten, die unter denselben Verhältnissen, wo die im vorigen Satz erwähnten Gesteine sehr lange fast unverändert bleiben, rasch verwittern. Die Festigkeit ist demnach nicht immer für die Wetterbeständigkeit der Gesteine massgebend. Man kennt Eruptivgesteine von hoher Festigkeit (Druckfestigkeit über 2000 kg/cm²), die in Makadamstrassen eingebaut nach einigen Monaten starke Beschädigungen erlitten, eventuell fast gänzlich verwitterten.

Chemisch betrachtet bilden die Eruptivgesteine heterogene Systeme im Gleichgewicht, so lange, bis sie mit der Aussenwelt (Luft, Wasser u. s. w.) in Berührung kommen. Die Zahl der Komponenten dieser Systeme ist im allgemeinen mindestens fünfzehn, die Zahl der Phasen — es handelt sich um divariante Systeme — beträgt maximal ebensoviel. In der Wirklichkeit treten die fünfzehn Phasen infolge der diadochen Vertretung selten auf.

Sobald die Eruptivgesteine an der Erdoberfläche mit der Aussenwelt in Berührung kommen, werden die ursprünglichen Gleichgewichte verschoben,

* In der Jahresversammlung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Sektion für technische Wissenschaften, vom 31. Mai 1956 gehaltener Vortrag.

** Diese Untersuchungen wurden vor mehreren Jahren begonnen und mit Unterbrechungen fortgesetzt. Mitarbeiter waren: G. BIDLÓ, J. HORVÁTH, P. KERTÉSZ, TH. MÁNDY, T. TAKÁTS.

indem das System nach einem neuen Gleichgewicht strebt, das den neuen Verhältnissen entspricht. Die äusseren Verhältnisse verändern sich aber fortwährend. Hier bleibt auch die chemische Zusammensetzung des Systems nicht unverändert, weder Menge und Eigenschaften des Wassers, welches das Gestein berührt, noch die von den verschiedenen an der Oberfläche der Gesteine angesiedelten Organismen erzeugten Stoffe. Dazu kommen noch viele andere Einwirkungen, z. B. die durch den Temperaturwechsel bedingte Ausdehnung und Zusammenziehung, die Frostwirkung, die Abnutzung infolge des vom Wind gefruchteten Staubes, die Einwirkung der Wurzeln höherer Pflanzen, u. s. w.

Die Vorgänge, die zu dem den äusseren Umständen angepassten Gleichgewicht führen, lassen sich unter dem Namen: *Verwitterung* zusammenfassen. Die Verwitterung führt die Auflösung des ursprünglichen Systems herbei. Inzwischen wird ein Teil der Gemengteile des Gesteins umgewandelt und es entstehen Mineralien, die an der Oberfläche stabil sind. Durch Verwitterung verändern sich auch die physikalischen Eigenschaften des Gesteins.

Die Wirkungen der Verwitterungsprozesse lassen sich natürlich an Ort und Stelle des anstehenden Gesteins am besten beobachten u. zw. vorzugsweise aus dem Grunde, weil bei den Untersuchungen im Laboratorium nicht genügend Zeit zur Verfügung steht; zur vollständigen Verwitterung eines Gesteins ist ein sehr langer Zeitraum nötig (Jahrzehnte, manchmal Jahrhunderte oder noch mehr). Demzufolge haben wir neben den Untersuchungen im Laboratorium auch Beobachtungen im Felde durchgeführt. Die angewandten Verfahren lassen sich in vier Gruppen zusammenfassen: Beobachtungen an Ort und Stelle, petrographische (vorzugsweise optische), physikalische und chemische Untersuchungen.

Die Beobachtungen wurden sowohl an anstehenden, wie auch an eingebauten Gesteinen durchgeführt. Die Rolle des Zeitfaktors wurde in Erwägung gezogen. Die an den Schutthalden der Steinbrüche und in ihrer Umgebung seit Jahren herumliegenden Gesteinsblöcke und Bruchstücke liefern oft wertvolle Aufklärungen über die Verwitterung des betreffenden Gesteins. Die eingebauten Gesteine lassen den Zeitfaktor seit dem Einbau des Gesteins ziemlich genau abmessen.

Die petrographische Untersuchung gibt über Struktur, Textur und über den frischen oder veränderten Zustand der Gemengteile Aufschluss. In dem frisch abgebauten Gestein kommen auch zersetzte Mineralien vor. In erster Linie üben die postvulkanischen Erscheinungen eine umwandelnde Wirkung aus. Diese zersetzte Mineralien führenden Gesteine sind meistens viel weniger dauerhaft oder wetterbeständig, als die Gesteine mit vollkommenen, frischen, unveränderten Gemengteilen. Die Mineralien der Gesteine werden ihren Gitterenergien entsprechend langsamer oder rascher zersetzt. Auf Grund dieser Energiewerte wäre theoretisch die mikroskopische Untersuchung zur Beurteilung der Wetterbeständigkeit der Gesteine ausreichend. Die Aufgabe lässt sich leider nicht so

einfach lösen. Namentlich ist bis jetzt der Zusammenhang zwischen Gesteinstextur, physikalischen Eigenschaften der Gesteine und deren Gemengteile und dem chemischen Widerstand quantitativ nicht bekannt.

Die physikalischen Prüfungen umfassen neben den gewöhnlichen Bestimmungen der Druck- und Zugfestigkeit auch die Feststellungen von Wasseraufnahme und Abnutzung, spezifisches Gewicht und Raumgewicht wurden ebenfalls bestimmt. Es wurden auch einige Verfahren angewendet, deren Methodik neu ausgearbeitet wurde. Manche ältere Untersuchungen mussten entsprechend umgestaltet werden. Die Prüfungen wurden teilweise nach den Vorschriften der Norm der Ungarischen Volksrepublik ausgeführt u. zw. die Prüfung von Raumgewicht, Wassergehalt, Wasseraufnahme, Druckfestigkeit und bei einigen Gesteinen auch die Zugfestigkeit.

Die Abnutzbarkeit, ferner bei einigen Gesteinsproben auch die Wasseraufnahme sind nicht nach der Norm, sondern nach den von uns ausgearbeiteten, genaueren Methoden festgestellt worden. Aus denselben Steinbrüchen wurden mehrere Gesteinsproben untersucht, um die vollständige Untersuchung der makroskopisch verschiedenen Stücke desselben Gesteins zu erhalten.

Die physikalischen Untersuchungen wurden auf folgende Weise ausgeführt.

Das Raumgewicht (Gewicht der Volumeinheit g/cm^3 oder Tonne/ m^3) wurde bei Zimmertemperatur (ca. 18–20° C) lufttrocken bestimmt. Auch bei 105° C ausgetrocknete und mit Wasser gesättigte Gesteinsproben dienten zur Feststellung des Raumgewichts.

Bei den technischen Gesteinsuntersuchungen verstehen wir unter »Wassergehalt« diejenige Wassermenge, die aus der Gesteinsprobe (Würfel von gewöhnlich 5 cm Kantenlänge) bei 105° C getrocknet, ausgetrieben wird. Diese Wassermenge wird im Gewichtsprozent des getrockneten Gesteins angegeben.

Unter »Wasseraufnahme« wird diejenige Wassermenge verstanden, die zur Sättigung der Gesteinsprobe verbraucht wird. Auch dieser Wert wird in Gewichtsprozenten des trockenen Gesteins angegeben. Bei unseren Untersuchungen wurde der Wert der Wasseraufnahme teilweise nach den Vorschriften der Norm bestimmt: Nach einer Trocknung bei 105° C wurde der Probekörper täglich drei Stunden hindurch mit Wasser gesättigt, in Vacuum von 15–20 Hg mm und nachher während 21 Stunden unter gewöhnlichem Atmosphärendruck. Praktisch wurde dieses Verfahren wie folgt ausgeführt: Der Probekörper wurde in einen Vacuum-Exsikkator gestellt, mit Wasser übergossen. Nach der Schliessung des Exsikkators wurde der gewünschte Niederdruck mit einer Luftdruckpumpe während drei Stunden ausgeübt. Nach Ablauf von drei Stunden wurde die Pumpe ausgeschaltet und im Exsikkator der gewöhnliche Luftdruck hergestellt. Das ganze Verfahren wurde so lange wiederholt, bis das Gewicht des Probekörpers konstant blieb.

Die Feststellung der Druckfestigkeit wurde ebenfalls an glatten Würfeln von 5 cm Kantenlänge gemessen, vermittels einer hydraulischen Druckmaschine

(100 Tonnen). Der Druck wurde solange nach und nach vergrößert — mit einer Geschwindigkeit von $10 \text{ kg/cm}^2/\text{sec}$ — bis ein Zusammenbruch des Gesteins eintrat. Die Ergebnisse sind in den üblichen Werten kg/cm^2 angeführt. Die Druckfestigkeit haben wir im lufttrockenen, bei 105°C getrockneten und im wassersatten Zustand des Materials gemessen. In einigen Fällen wurde die Druckfestigkeit auch an solchen Probekörpern festgestellt, die vorher auf Frostbeständigkeit geprüft wurden.

Bei der Bestimmung der Frostbeständigkeit haben wir den — mit Wasser gesättigten — Probekörper (Würfel von 5 cm Kantenlänge) 25-mal wiederholt gefrieren lassen. Zur Ausführung der Frostprobe wurde der Probekörper durch 4 Stunden bei -15°C — 18°C gehalten und nachher in Wasser von Zimmertemperatur wieder 4 Stunden lang aufbewahrt. Das frostbeständige Gestein zeigt nach diesen Behandlungen keine Änderung.

Die Zugfestigkeit wurde an Probekörpern von $5 \times 5 \times 15 \text{ cm}$ mit einer Zerreißmaschine von 1000 kg geprüft.

Tabelle I zeigt die Resultate. Die angeführten Werte sind Durchschnittswerte, die aus den Daten von mehreren Gesteinsproben der einzelnen Steinbrüche berechnet wurden.

Tabelle I

	Raumgewicht g/cm^3			Wassergehalt Gew. %	Wasseraufnahme Gew. %	Druckfestigkeit kg/cm^2			
	luft-trocken	getrock-net	mit Wasser gesättigt			luft-trocken	getrock-net	mit Wasser gesättigt	mit Wasser gesättigt und gefroren
1. Andesit, Dunabogdány									
Durchschnitt ...	2,55	2,51	2,60	1,52	3,72	900	1430	540	1040
min.	2,42	2,38	2,47	1,23	2,97	780	1200	280	980
max.	2,61	2,57	2,66	2,04	4,49	1030	1670	720	1100
2. Andesit, Visegrád									
Durchschnitt ...	2,61	2,54	2,63	2,51	2,79	1580	1680	1030	920
min.	2,54	2,47	2,56	1,28	2,16	1430	1660	890	830
max.	2,70	2,63	2,72	3,09	3,25	1760	1710	1200	1120
3. Phonolit, Hosszúhetény									
Durchschnitt ...	2,57	2,56	2,58	0,65	0,89	1785	—	1360	1780
min.	2,49	2,47	2,50	0,13	0,42	1166	—	650	1310
max.	2,71	2,69	2,72	1,60	1,78	2990	—	2200	2500
4. Basalt, Uzsabánya									
Durchschnitt ...	2,81	2,79	2,81	0,81	0,91	1125	1330	930	820
min.	2,70	2,68	2,70	0,41	0,46	480	495	475	370
max.	2,92	2,90	2,92	1,29	1,36	1860	1945	1730	1580

Um die relative Abnutzbarkeit der Gesteine zu bestimmen, wurde eine mit elektrischer Kraft betriebene Maschine konstruiert. Als Schleifscheibe wurde eine Mayer- und Schmidtsche mittelfeine Carborundumscheibe verwendet, die sich in horizontaler Ebene um eine vertikale Achse dreht. Der Ständer, in dem die Achse der Scheibe läuft, trägt 2 Steinhalter und dadurch kann man gleichzeitig zwei Probestücke untersuchen. Das Gewicht eines Steinhalters beträgt 1,32 kg.

Die würfelförmigen Probekörper hatten 2,5 cm Kantenlänge. Als Schleifmittel diente die Carborundumscheibe selbst (ohne Anwendung von Schleif-

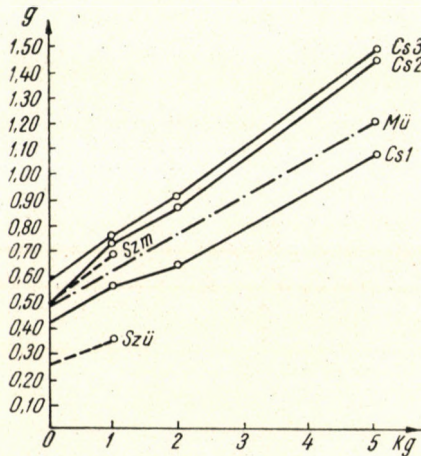


Abb. 1. Graphische Darstellung der Abnutzung. Abszisse = Belastung des Probekörpers in Kilogramm. Ordinate = Gewichtsverlust in Gramm. Sz. ü. = frisches Gestein von Szob, Sz. m. = verwittertes Gestein von Szob; Cs. 1 = Frisches Gestein des Csódiherges, Cs. 2 = verwittertes Gestein des Csódiherges, Cs. 3 = in Wasser gelegenes und nachher getrocknetes Gestein des Csódiherges; M. ü. = frisches Gestein des Mátyásberges

pulver). Das Schleifen wurde trocken ausgeführt und sobald die Schleifscheibe so viele Umdrehungen gemacht hatte (5617 Umdrehungen), dass der Schleifweg in bezug auf den Mittelpunkt der aufliegenden Würfeläche 3 km betrug, wurden die Würfel ausgeschaltet. Die Umdrehungszahl wurde mit einem Tachometer (Jaguet No 250) oder mit einem Umdrehungszähler gemessen.

Die Untersuchungen wurden in folgender Weise ausgeführt: Ohne Belastung, nur unter dem Eigengewicht und dem Gewicht des Steinhalters, ferner mit 1 kg, 2 kg und 5 kg belasteten Steinhaltern.

Aus den Messungen lassen sich folgende Tatsachen ableiten: Das am stärksten oxydierte Gestein wurde am stärksten abgenutzt. Das frische, blaue Gestein des Csódiherges (No. 1) zeigte eine geringere Abnutzbarkeit, als das gelbe Gestein. Noch weniger angreifbar zeigte sich das Gestein von Szob. Das verwitterte Gestein des Mátyásberges war am stärksten abgenutzt (so stark, dass sein Wert an Abb. 1 sich nicht einzeichnen liess). Die gelben, etwas verwitterten

Gesteinsproben vom Csódiberge No 2 und No 3 verhalten sich ähnlich: die Kurven 2 und 3 verlaufen im Schaubild dicht nebeneinander, während die Kurve des blauen, frischen Gesteins No 1 etwas weiter nach unten liegt (Abb. 1). Die Abnutzbarkeit dieser Gesteinsproben zeigt eine gewisse Ähnlichkeit mit ihrer Wasseraufnahmefähigkeit. Die Kurven in Abb. 2 haben folgende Lagen: Die 2 Kurven der Gesteine No 2 und No 3 verlaufen höher und ziemlich nahe zueinander, die Kurve des Gesteins No 1 liegt viel tiefer. Die Kurve des Gesteins von Mátyáshegy liegt ebenfalls ziemlich tief.

Die Abnutzung wächst mit der Belastung u. zw. ist die Abnutzung bei den oxydierten Gesteinen viel stärker.

Zur Bestimmung des Verlaufes der Wasseraufnahme haben wir folgendermassen gearbeitet:

Aus den Gesteintypen wurden Würfel mit einer Kantenlänge von 2,5 cm ausgeschnitten, um mit Probekörpern von womöglich gleicher Oberfläche zu arbeiten. Die Flächen der Würfel waren nicht poliert. Die Würfel wurden durch Einlegen in absoluten Alkohol vorbehandelt (zur Beseitigung der letzten Spuren der Feuchtigkeit). Zunächst wurde das Trockengewicht der im Trockenschrank bei 105° C getrockneten Würfel gemessen.

		<i>Gewicht</i>	<i>Sp. G.</i>
Amphibolbiotitandesit, Csódiberg	Probe No 1.	37,9905 g	2,681
Amphibolbiotitandesit, Csódiberg	Probe No 2.	36,6714 g	2,683
Amphibolbiotitandesit, Csódiberg	Probe No 3.	36,0546 g	2,684
Dazit mit Hypersthen, Biotit und Amphibol (Csódihegy)	Probe No 1.	51,622 g	2,723
Dazit mit Hypersthen, Biotit und Amphibol (Csódihegy)	Probe No 2.	50,8734 g	2,633
Pyroxen (Hypersthen)-Andesit, Mátyásberg	Probe No 1.	77,7936 g	2,497
Pyroxen (Hypersthen)-Andesit, Mátyásberg	Probe No 2.	73,2146 g	2,334

Diese Zahlen zeigen daraufhin, dass das Raumgewicht der etwas oxydierten Gesteine (Csódiberg No 2 und 3, Szob No 2, Mátyásberg No 2) etwas kleinere Werte aufweist, als die unveränderten Proben.

Die Würfel wurden in einem Glasgefäss sehr langsam, tropfenweise, mit abgekochtem destilliertem Wasser von Zimmertemperatur übergossen. Die Zuführung des Wassers wurde derart geregelt, dass die Würfel erst nach 24 Stunden mit Wasser bedeckt wurden. Darauf wurde Wasser zugewogen, bis die Wassersäule eine Höhe von 10 cm über der oberen Fläche der Würfel erreicht hatte. Damit war der Druck der Wassersäule rund 10 g/cm² an der oberen Fläche der Würfel. Dieser Zustand wurde während der ganzen Messungsreihe konstant gehalten. Die Gewichtszunahme, d. h. das Gewicht des aufgenommenen Wassers, wurde gemessen. Eine Versuchsreihe dauerte rund 200 Tage. Zu Beginn des fünften Monats wurde etwas Formaldehyd zu dem Wasser gemischt, um einer Ansiedelung von Organismen vorzubeugen. (Der Gehalt an Formaldehyd des Wassers lag unter 2%.) In den ersten 17 Tagen wurden die Wiegunge

immer nach Ablauf von 24 Stunden ausgeführt, dann jeden zweiten Tag und nach 25 Tagen jeden dritten Tag, dann jede Woche und schliesslich — nach Ablauf von einem Monat — jede zweite Woche.

Man sieht aus den Resultaten (Abb. 2), dass die Werte, trotz der Einhaltung gleichbleibender Versuchsumstände, sehr bedeutende Unterschiede aufweisen. Die mehr oder minder verwitterten Gesteine nehmen viel mehr Wasser

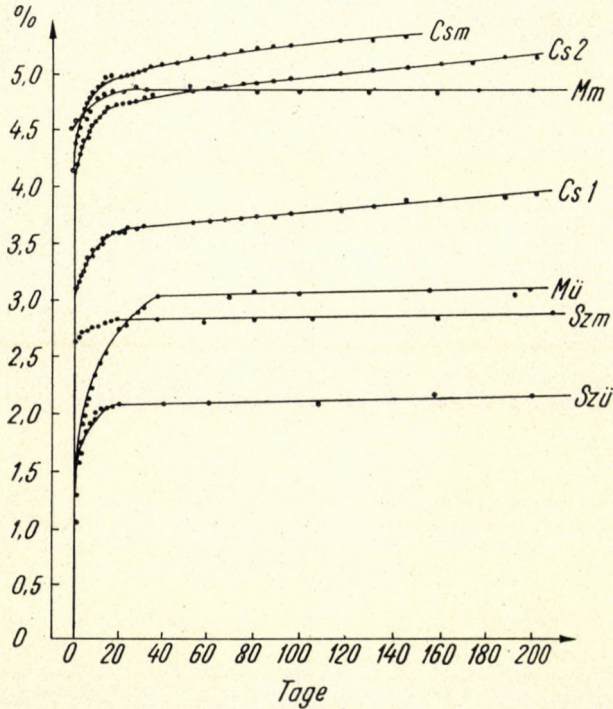


Abb. 2. Graphische Darstellung des Wasseraufnahmevermögens. Abszisse = Tage; Ordinate = Gewichtszunahme in Prozenten des Gewichtes des trockenen Würfels. Sz. ü. = frisches Gestein von Szob, Sz. m. = verwittertes Gestein von Szob; M. ü. = frisches Gestein des Mátyásberges, M. m. = verwittertes Gestein des Mátyásberges; Cs. 1 = frisches Gestein des Csódiherges, Cs. 2 = verwittertes Gestein des Csódiherges, Cs. 3 = in Wasser gelegenes und nachher getrocknetes Gestein des Csódiherges

auf, als die frischen Gesteinsproben. Daraus folgt, dass durch die Einwirkung der Atmosphärrillen eine Lockerung des Gesteinsgefüges einsetzt. Die frischen Gesteine haben die geringste Menge Wassers aufgenommen. Die am stärksten oxydierte Probe des Andesits vom Csódiherg (Probe No 3) hat die grösste Wassermenge aufgenommen; unter den Proben des Andesits vom Mátyásberg zeigt ebenfalls die oxydierte Probe das grösste Wasseraufnahmevermögen.

Bei allen Gesteinen ging die Wasseraufnahme in den ersten Tagen rasch vor sich. Eine verhältnismässig starke Wasseraufnahme zeigen alle Proben während der ersten drei bis vier Wochen. Nach Ablauf des ersten Monates ver-

laufen die Kurven für alle Proben fast parallel: Die Wasseraufnahme erfolgt in diesem Zeitabschnitt für alle Proben verhältnismässig gleich. Nach 200 Tagen sind die aufgenommenen Wassermengen so gering, dass sie mit diesem Verfahren nicht nachgewiesen werden konnten. Dieser Zustand wurde bei den etwas stärker veränderten Proben (Csódiberg No 3) etwas früher erreicht.

Die *chemischen Untersuchungen* fussten auf gut ausgearbeiteten Methoden. ALEXIUS 'SIGMOND und seine Schule, die sowjetischen und anderen ausländischen Bodenforscher haben mehrere ausgearbeitete Verfahren zur Lösung von verschiedenen Bodenarten. Die Methoden mussten aber für unsere speziellen Zwecke oft umgeändert werden. In der Bodenkunde werden durch die Lösungsversuche die Vorgänge der Bodenbildung nachgeahmt und dementsprechend sind die Verfahren ausgewählt. Die Gesteine — bei der Verwendung — kommen aber oft mit solchen Stoffen in Berührung, die in der Naturwelt überhaupt keine Rolle spielen, namentlich in den natürlichen Verwitterungsprozessen. So müssen auch diese Stoffe in Betracht gezogen werden.

II

Zur Untersuchung gelangten solche Gesteine, die sich in der technischen Verwendung (Wasserbau, Grundbau, Strassenbau etc.) gut bewährten, d. h. die in der Technik auf Grund von jahrzehntelangen und jahrhundertelangen Erfahrungen als gute, widerstandsfähige Steine verzeichnet werden. Wir untersuchten auch solche Gesteine, die in der Praxis als etwas weniger gute Steine bekannt sind. Ferner sind auch die Gesteine einiger neu aufgeschlossener Steinbrüche geprüft worden.

Bis jetzt sind vollständige Untersuchungen an Gesteinen der folgenden Vorkommen beendet: 1. Csódiberg bei Dunabogdány, 2. Mátyásberg bei Visegrád, 3. Kövestető bei Hosszúhetény, 4. Lázberg bei Uzsapuszta.

Ausserdem sind von mehreren Gesteinen Detailuntersuchungen fertig.

Die Ergebnisse werden nachfolgend kurz zusammengefasst.

1. Der *Andesit des Csódi Berges* stellt einen kleinen Lakkolit dar. Das an der Grenze zwischen Helvetien und Tortonien emporgedrungene Magma hat die tieferen sandigtonigen Sedimente des Cattiens durchgebrochen. Die obersten Bänke der sandigtonigen Ablagerung sowie die darüberliegenden Sandschichten des Cattiens und des Obermediterrans werden durch das Magma gewölbeartig gehoben. Die Erstarrung des Magmas ging rasch vor sich, da die Dicke der gehobenen Ablagerungen, die den Lakkolit bedeckten, zu gering war. Dieser Umstand erklärt die porphyrische Struktur und die glasigen Grundmassenteilen des Gesteins.

Der frische Andesit ist rauh, ein wenig porös und besitzt eine dunkelblaue Farbe. Infolge der Einwirkung der Atmosphärien beginnt der Andesit nach

einigen Wochen die blaue Farbe zu verlieren und bekommt einen grauen bis gelblichgrauen Stich. Nach längerer Zeit (einige Jahre) erhält das der Einwirkung der Atmosphärien ausgesetzte Gestein eine gelbe Farbe. Die Änderung der Farbe beginnt an der Oberfläche der Gesteinsstücke und dringt langsam gegen die Mitte der Stücke vor.

In den Steinbrüchen kann man gut beobachten, dass der Beginn der Verwitterung sich in der Änderung der Farbe äussert. Den Rissen und Absonderungsspalten entlang ist ein Streifen des Gesteins ebenfalls gelb.

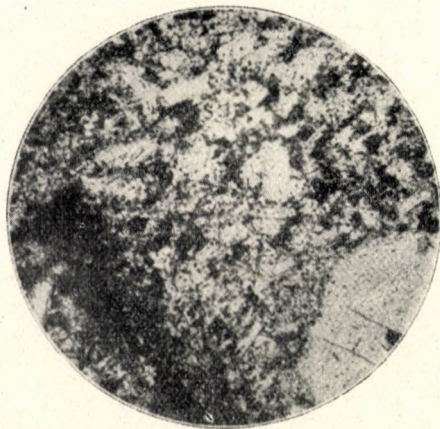


Abb. 3. Grundmassenpartie aus dem verwitterten gelben Andesit des Csódi-berges. Die überwiegende Mehrzahl der dunklen regellos umgrenzten, kleinen Flecke stellt gelb gewordene Glasparkelchen dar. Einige dunkle Flecke entsprechen Magnetiten. Die dunkle grosse Partie unten links ist ein Haufen von kleinen Magnetiten und gelben Glasparkelchen, die an Stelle eines resorbierten Biotits auftreten. Rechts unten: ein grosser Plagioklas. Lineare Vergr.: 26,4

Bei weiter andauernder Verwitterung (mehrere Jahrzehnte) beginnt das Gestein in eine rostbraune bis gelbliche, dem Granitgrus etwas ähnliche Masse zu zerfallen.

Der blaue, frische Andesit besitzt eine typische *porphyrische Struktur*. Die Grundmasse ist reichlich vorhanden. Die Menge der porphyrischen Einsprenglinge beträgt im Mittel 22,5 Vol.%, jedoch mit Schwankungen. Die Einsprenglinge sind: *Plagioklas, Biotit, Amphibol, Granat*.

Die *Plagioklase* sind frisch und idiomorph, meistens mit zonaler Ausbildung. Die chemischen Unterschiede zwischen Kern und äusserer Hülle sind sehr gross: Kern bis 80% An, Hülle 43—51% An. Korngrösse bis 4 mm, meist zwischen 0,13 und 2,0 mm. Als Einschlüsse im Plagioklas kommen *Glas*, manchmal *Magnetit*, selten *Zirkon* und *Apatit* vor.

Der *Biotit* bildet gut ausgebildete, sechseckige Blättchen. Viele Biotite zeigen eine starke magmatische Korrosion mit Ausscheidung von Magnetit und Glas. Die Menge der Biotite erreicht im Mittel 2,45 Vol.%.

Der *Amphibol* kommt in geringer Menge (etwa 0,79 Vol.%) in idiomorphen Kristallen vor, die ab und zu mit schmaler opacitischer Hülle umgeben sind.

Der bräunlichrosa *Granat* tritt spärlich auf (0,68 Vol.%) in isodiametrischen, seltener regellos umgrenzten Körnern.

Die *Grundmasse* (77,45 Vol.%) besteht aus *Plagioklas*, *Glas*, *Apatit*, *Magnetit*, *Zirkon*, *Orthoklas* (äusserst spärlich), *Quarz* (spurenweise). Etwa 35 Vol.% der *Grundmasse* besteht aus *Glas* (Abb. 3). Der überwiegende Teil derselben zeigt im ganz frischen Gestein eine bläulich-grüne Farbe und eine vollkommene optische

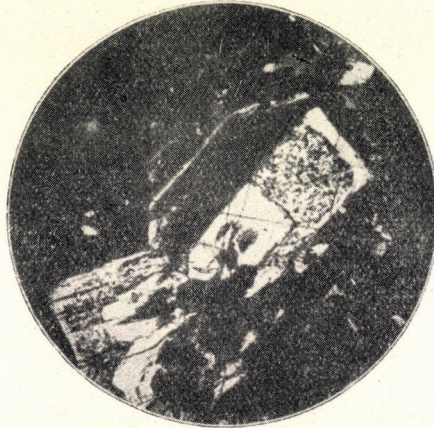


Abb. 4. In einer Zone angehäuften, gelbgewordene Glaseinschlüsse im Plagioklas. Lineare Vergr. 26,4. Nicols +. (Andesit vom Csödiberg)

Isotropie. *Dieses Glas leitet die chemische Verwitterung des Gesteins ein* : Es wird durch Einwirkung der Atmosphärien oxydiert. Dabei ist das Eisen in die Ferriform übergeführt worden, die Farbe des Gesteins wird dadurch gelb oder bräunlichgelb. Die Oxydation geht mit einer sphärolitischen Entglasung Hand in Hand. Die Oxydation ist auch mit einer Wasseraufnahme verbunden, nach den Ergebnissen der chemischen Analysen.

Ferner wurden mehrere Probestücke untersucht, die starke Spuren der Verwitterung zeigten.

Aus diesen Beobachtungen ging hervor, dass bei der Verwitterung das *Glas* des Gesteins *sphärolitisch umgewandelt* wird, auch dann, wenn es als Einschluss in den Plagioklasen auftritt (Abb. 4). Die Plagioklase bleiben dabei frisch erhalten, auch in dem zu Grus zerfallenen Gestein.

Die Prüfung des frischen Gesteins ergab die in Tabelle I angeführten Ergebnisse. *Die chemischen Untersuchungen* : Einige Analysen und Lösungsversuche wurden ausgeführt. Chemische Analysen (Tabelle II) wurden von folgenden Gesteinen angefertigt : Ganz frisches Gestein (No 1, das blaue Gestein aus dem unteren Steinburch an der nördlichen Seite des Berges), gelbes Gestein

(No 2, aus demselben Steinbruch), zu losen Bruchstücken zerfallenes Gestein (No 3).

Tabelle II

	1 %	2 %	3. %
SiO ₂	64,82	65,34	64,19
TiO ₂	0,55	0,52	0,33
Al ₂ O ₃	18,05	17,71	17,61
Fe ₂ O ₃	2,60	3,01	3,97
FeO	1,96	1,17	0,36
MnO	Sp.	Sp.	0,09
MgO	0,58	0,49	0,57
CaO	4,11	3,89	2,99
Na ₂ O	3,20	3,49	2,91
K ₂ O	2,17	2,49	1,56
H ₂ O ⁺	0,89	1,34	3,18
H ₂ O ⁻	1,38	1,09	1,28
P ₂ O ₅	0,13	0,21	0,18
Organisches			0,21
<i>Summe :</i>	100,44	100,75	99,43
<i>Analytiker :</i>	K. EMSZT	K. EMSZT	T. TAKÁTS

Aus diesen Daten geht hervor, dass im Gestein—infolge der Verwitterung— der Gehalt an FeO, CaO, Na₂O, K₂O abnimmt, während die Menge des H₂O zunimmt.

Lösungsversuche wurden durchgeführt, um die Widerstandsfähigkeit des Gesteins gegen chemische Einflüsse zu untersuchen. Zu diesen Versuchen wurden cc HCl, normale HCl, destilliertes Wasser, Carbamidlösung und mit CO₂ gesättigtes destilliertes Wasser verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle III angeführt. Die ausgelösten Mengen sind in Gewichtsprozenten des Ausgangsmaterials angegeben.

Wie aus diesen Zahlen zu sehen ist, wurde mit cc HCl der grösste Teil des Eisens gelöst. Auch bedeutende Mengen von MgO und CaO sind in Lösung gegangen. Die Einwirkung der verdünnten Salzsäure gab andere Resultate: Mehr SiO₂ wurde ausgelöst (in kürzerer Zeit); viel Al₂O₃ und Eisen gingen in Lösung. Mg war grösstenteils in Lösung übergeführt und zwar bedeutend mehr aus dem blauen Gestein. Infolge der kürzeren Zeitdauer und der schwächeren Säure wurden Ca und Al schwach gelöst. Durch Einwirkung von destilliertem Wasser wurden aus dem frischen Gestein nur SiO₂ und CaO gelöst, in sehr geringen Mengen. Aus dem verwitterten Gestein wurde neben diesen auch MgO und Na₂O ausgelöst. Alle diese Daten zeigen, dass *das verwitterte Gestein* gegen Lösungsmittel *geringere Widerstandsfähigkeit* besitzt.

Tabelle III
Andesit, Dunabogdány (Csódiberg)

Lösungsmittel	cc HCl		n HCl		H ₂ O		6% Carbamidlösung		H ₂ O + CO ₂	
	24h		3 ^h		380 ^b		380 ^h		60 Tage	
Zeitdauer der Auflösung	frisch	verwittert	frisch	verwittert	frisch	verwittert	frisch	verwittert	frisch	verwittert
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
SiO ₂	0,04	0,14	1,88	1,16	0,18	0,35	0,10	0,16	0,28	0,15
TiO ₂	0,22	0,18	Sp.	0,04	—	—	—	—	—	—
Al ₂ O ₃	6,70	5,69	5,86	2,58	—	—	—	0,10	0,07	—
Fe ₂ O ₃	3,59	4,05	1,01	3,14	—	—	—		0,07	—
CaO	2,19	1,12	1,92	0,95	0,06	0,28	0,09	0,14	0,25	0,09
MgO	0,37	0,75	0,50	0,65	—	0,03	—	—	0,02	—
Na ₂ O	0,34	0,27	0,22	0,16	—	0,06	—	Sp.	0,14	0,08
K ₂ O	0,14	0,18	0,08	0,14	—	—	—	Sp.	0,03	—
	13,59	12,38	11,47	8,82	0,24	0,72	0,19	0,40	0,86	0,32

Analytiker : T. TAKÁTS

Sp. = Spuren

Die Einwirkung der Carbamidlösung und des destillierten Wassers war dem Wesen nach dieselbe. Das mit Kohlendioxyd gesättigte destillierte Wasser zeigt eine interessante Wirkung : es löst mehr Material aus dem frischen Gestein, als aus dem verwitterten. Am stärksten wurden Kieselsäure und der Gehalt an Calcium angegriffen. Die übrigen Bestandteile wurden weniger gelöst, als bei den anderen Lösungsversuchen. Die interessante Einwirkung des mit Kohlensäure gesättigten Wassers lässt sich auch folgend erklären : Das verwitterte Gestein wurde durch die Verwitterungsprozesse *sehr stark ausgelaugt* und so konnte das Lösungsmittel mehr Material aus dem frischen Gestein auslösen, als aus den schon vorher stark ausgelaugten Gesteinsproben (Abb. 5).

2. *Das Gestein des Mátyásberges* bei Visegrád stellt ebenfalls ein Produkt des miozänen Vulkanismus dar, es ist jedoch etwas jünger als der Andesit des Csódiberges. Das frische Gestein besitzt eine dunkle, bläulichgraue Farbe. Den Atmosphärien ausgesetzt bekommt es einen dunkleren Stich, später wird es rostbraun, schliesslich verwittert es zu einem grushaltigen Ton.

Im frischen Gestein lassen sich makroskopisch die graulichweissen *Feldspate* und die schwarzen *Hypersthene* feststellen. Man kann beobachten, dass

die *Feldspate* stark von vielen Rissen durchzogen sind und oft etwas Korrosion zeigen. Es handelt sich um basische *Plagioklase* (Labrador-Bytownit [Abb. 6]).



Abb. 5. Aufgeblätterte Oberfläche des gelben Andesits in der mittleren Partie des Bildes, rechts. Nach links, neben diesem gelben Gestein, zeigt die Oberfläche desselben frischen, blauen Andesits gar keine Veränderung. Die Gesteinsprismen sind am Rande eines Bürgersteigs eingebaut.
Verkleinerung etwa: 1:10

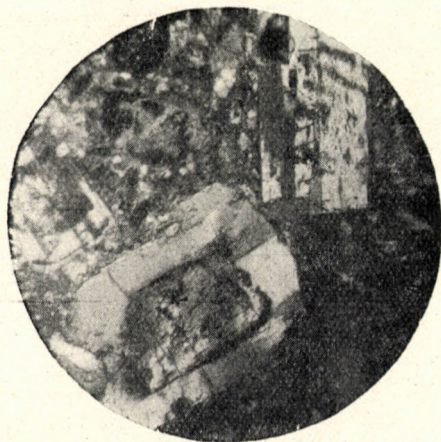


Abb. 6. Plagioklas mit Zonen im Andesit des Mátyásberges. Lineare Vergr.: 26,4. Nicols +

Unter den farbigen Gemengteilen herrscht der Hypersthen vor in rissigen und hie und da etwas korrodierten Kristallen. Entlang der Risse und ab und zu auch in dem inneren Teil, lassen sich Erzkörner beobachten (Abb. 7). Die *Feld-*

spate der Grundmasse sind vollkommen frisch. Glas tritt in der Grundmasse nicht auf, als Einschluss kommt es aber in einigen Feldspat-Einsprenglingen vor. Die Dünnschliffe des etwas verwitterten Gesteins zeigen, dass diese glasführenden Plagioklase stärker angegriffen werden und in diesen Gesteinen kommt mehr Limonit vor.

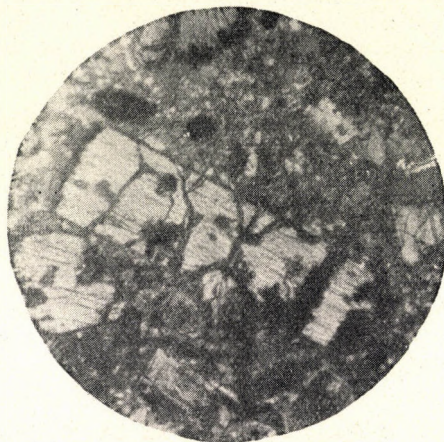


Abb. 7. Hypersthen mit Bastit im Andesit des Mátyásberges. Lineare Vergr.: 26,4. Nicols +

Physikalische Untersuchungen. Für diese Prüfungen war nur das frische Gestein geeignet. Die uns zur Verfügung gestandenen verwitterten Gesteinsproben waren zur Ausbildung der Probewürfel nicht geeignet. Die Resultate :

		Durchschnitt	min.	max.
<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,61	2,54	2,70
	getrocknet	2,54	2,47	2,63
	mit Wasser ges.	2,63	2,56	2,72
<i>Wassergehalt:</i>	Gew. %	2,51	1,28	3,09
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	2,79	2,16	3,25
<i>Druckfestigkeit:</i>	lufttrocken	1580	1430	1760 kg/cm ²
	getrocknet	1680	1660	1710 «
	mit Wasser ges.	1030	890	1200 «
	gefroren	920	830	1120 «

Chemische Untersuchungen. Nur das frische Gestein wurde analysiert. Die chemische Zusammensetzung zeigen die Analysenwerte in Tabelle IV.

Tabelle IV

	I %	II %
SiO ₂	59,02	58,86
TiO ₂	0,71	—
Al ₂ O ₃	17,54	20,36
Fe ₂ O ₃	2,60	2,89
FeO	2,84	3,14
MgO	2,70	2,10
CaO	6,19	6,17
Na ₂ O	3,02	3,74
K ₂ O	2,76	0,52
H ₂ O+	1,30	3,05 (Glühverlust)
H ₂ O ⁻	1,73	—
P ₂ O ₅	0,08	—
CO ₂	0,12	—
Summe :	100,61	100,83

Analytiker : J. SÜRÜ G. BIDLÓ

Hier waren zwei Analysen notwendig, um das zu den weiteren Untersuchungen verwendete Gestein mit denselben analytischen Methoden zu untersuchen, die auch bei den Bestimmungen der ausgelösten Mengen benützt waren. Diese letzteren Bestimmungen wurden vom Analytiker der zweiten Analyse ausgeführt.

Die *Lösungsversuche* wurden mit denselben Methoden durchgeführt, wie bei dem Andesit des Csódi berges, jedoch mit der Abänderung, dass auch normale Schwefelsäure, 3%-ige Zitronensäure und gesättigte (0,06%) Harnsäurelösung zur Verwendung kamen. Verdünnte Schwefelsäure kommt in der Natur häufig vor, sie entsteht in erster Linie bei Verwitterungsprozessen aus Sulphiden; die Zitronensäure hat die Einwirkung der Wurzel der Pflanzen vertreten.

Die Ergebnisse der Lösungsversuche sind in Tabelle V zusammengestellt.

Aus diesen Daten geht hervor, dass dieses Gestein gegen Lösungsmittel viel weniger widerstandsfähig ist, als der Andesit des Csódi berges. cc HCl löst beinahe die doppelte Menge, im Vergleich zu dem Csódi berger Gestein. Bedeutend grösser ist die ausgelöste Menge von Kieselsäure und Calcium. Die verdünnte Salzsäure und das destillierte Wasser lösen ebenfalls mehr Material aus. Nur gegen das mit Kohlensäure gesättigte destillierte Wasser zeigt dieses Gestein einen etwas stärkeren Widerstand, wahrscheinlich aus dem Grunde, weil dieses Gestein schon in der Natur etwas stärker ausgelaugt wurde.

Die starke Einwirkung der Carbamidlösungen muss besonders hervor- gehoben werden: Von den Alkalien wurden relativ grosse Mengen in Lösung

geführt. Aus der Zusammensetzung der Lösung kann man schliessen, dass etwas Material auch aus dem Glasgefäss mitgelöst wurde.

Tabelle V

Probe	Visegrád					Mátyásberg			
	cc HCl	n HCl	n H ₂ SO ₄	3% Zitronensäure	0,06% Harnsäurelösung	H ₂ O	6% Carbamidlösung	CO ₂ + H ₂ O	Gesteinsanalyse
Tage	1	5	5	20	18	10	30	15	
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
SiO ₂	1,94	0,83	0,64	1,74	11,30	0,62	2,37	0,045	58,86
Al ₂ O ₃	10,30	1,82	0,23	14,44	—	} 0,005	0,045	0,020	20,36
Fe ₂ O ₃	5,44	5,01	3,31	4,04	—				
CaO	4,70	4,91	4,98	0,52	0,31	—	—	0,077	6,17
MgO	2,05	1,72	1,87	1,95	0,03	0,052	0,079	0,052	2,10
Na ₂ O	1,78	} 1,40	2,71	1,19	1,95	0,474	2,344	0,082	3,74
K ₂ O	0,24		0,27	0,22	0,20	0,173	0,175	0,032	0,52
Summe	26,45	15,69	14,01	24,10	13,79	1,324	5,013	0,308	98,15

Analytiker: G. BIDLÓ

Sehr auffallend ist ferner die starke Einwirkung der Zitronensäure.

3. *Phonolit vom Kövestetőberg* bei Hosszúhetény und Hird. Ein Produkt des unterkretazischen Vulkanismus. Das emporgedrungene Magma war wahrscheinlich längs der offenstehenden Spalten zur Eruption gelangt.

Makroskopisch lässt das Gestein drei Typen unterscheiden: 1. Der grösste Teil des Gesteins ist feinkörnig ausgebildet (Durchmesser der Mineralien 0,2—0,3 mm) mit seltenen porphyrischen Einsprenglingen. 2. Die verwitterten Teile desselben Gesteins. 3. Dieser Typus führt grössere porphyrische Einsprenglinge (im Durchschnitt 0,5 mm) und die Gemengteile sind oft in kleineren Knoten gruppiert.

Die vorherrschenden Gemengteile des Gesteins bilden die *Feldspate*. Die Feldspatindividuen sind allgemein *perthitische* Verwachsungen des Orthoklases mit Albit oder Oligoklasalbit. In bezug auf die Menge kommt nach den Feldspaten der *Pyroxen*, dessen Hauptmasse aus *Ägirin* besteht. Als Kern in einigen *Ägirinen* tritt der *Diopsid* auf. Der Diopsidkern geht entweder ohne scharfe Grenze in den *Ägirinaugit* über, oder es ist eine scharfe Grenze zwischen den beiden und der letztere bildet eine mantelförmige Umhüllung. Die äusserste Zone besteht meist aus *Ägirin*. Auch die Individuen des *Nephelins* sind frisch erhalten.

Die Begrenzung der Feldspate ist meist nicht scharf. Nur in den Dünn-
schliffen des Gesteins No 3 haben wir einige Feldspate mit scharfen Umrissen
gefunden.

Im Gestein No 1 lässt sich eine durchschnittlich parallele Anordnung der
Gemengteile beobachten, die aber nicht so scharf ausgebildet ist, wie in den
Fluidalstrukturen. Die porphyrische Struktur ist vorhanden, aber der Unter-
schied der Dimensionen der Gemengteile ist ziemlich gering, wahrscheinlich eine
Folge der gleichmässigen Abkühlung. Glas kommt nicht vor.

Physikalische Untersuchungen wurden an allen drei Typen durchgeführt.
Die Resultate sind nachfolgend zusammengestellt :

		Durchschnitt	min.	max.
<i>Feinkörniges Gestein</i>				
<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,57	2,53	2,62
<i>Wassergehalt :</i>	Gew. %	0,63	0,33	1,15
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	0,86	0,50	1,47
<i>Druckfestigkeit :</i>	lufttrocken	1690	1490	2030 kg/cm ²
	mit Wasser ges.	1600	1130	2040 »
	gefroren	1750	1330	2350 »
<i>Verwittert, feinkörnig</i>				
<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,58	—	—
	getrocknet	2,56	—	—
	mit Wasser ges.	2,59	—	—
<i>Wassergehalt :</i>	Gew. %	1,08		
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	1,47	—	—
<i>Druckfestigkeit :</i>	lufttrocken	1920	kg/cm ²	
	mit Wasser ges.	780	»	
	gefroren	1320	»	
<i>Grobkörniger Phonolit</i>				
<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,57	2,54	2,61
<i>Wassergehalt :</i>	Gew. %	0,48	0,54	0,43
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	0,69	0,73	0,66
<i>Druckfestigkeit :</i>	lufttrocken	2250	1910	2590 kg/cm ²
	mit Wasser ges.	985	740	1230 »
	gefroren	1585	1310	1860 »

Chemische Untersuchung. Die chemischen Analysen der drei Typen zeigen
eine gewisse Ähnlichkeit. Es bestehen aber auch Unterschiede, so z. B. bei den
Alkalien (Tabelle VI).

Tabelle VI

	1 %	2 %	3 %
SiO ₂	58,36	56,50	57,48
Al ₂ O ₃	21,82	19,00	20,76
Fe ₂ O ₃	3,00	2,99	2,75
FeO	1,08	1,06	1,28
CaO	1,64	1,28	1,68
MgO	1,40	1,53	0,52
Na ₂ O	7,26	9,98	10,51
K ₂ O	2,05	3,64	3,19
Glühverlust	2,53	3,24	2,68
Summe :	99,14	99,22	100,85
<i>Analytiker :</i>	G. BIDLÓ und T. MÁNDY		

Dieses Gestein besitzt natürlich eine ganz andere chemische Zusammensetzung, wie die bis jetzt behandelten Andesite. Es enthält viel Alkalien, dagegen etwas weniger Kieselsäure, als die Andesite. Der chemische Unterschied zwischen dem frischen und etwas verwitterten Gestein besteht vorwiegend in der Abnahme von CaO und SiO₂ und Zunahme des Glühverlustes im verwitterten Gestein.

Tabelle VII

Lösungsmittel	cc HCl			n HCl			n H ₂ SO ₄		
	24 ^h			7 Tage			7 Tage		
Zeit									
Probe No.	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	%	%	%	%	%	%	%	%	%
SiO ₂	0,15	0,13	0,11	7,26	4,52	7,72	3,69	7,64	6,88
Al ₂ O ₃	10,47	8,41	8,71	10,33	9,07	9,79	10,61	9,75	10,64
Fe ₂ O ₃	1,07	1,20	1,27	1,03	1,61	0,95	1,44	1,86	1,25
MgO	0,05	0,05	0,05	0,18	0,30	0,57	0,37	0,07	0,23
CaO	0,71	0,45	0,59	0,29	0,33	0,43	0,73	0,46	0,77
K ₂ O	0,17	0,24	0,37	1,08	—	—	2,84	—	—
Na ₂ O	3,50	2,87	4,01	4,64	—	—	3,95	—	—
Glühverlust	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	16,12	13,35	15,11	24,81			23,63		
Σ — (K ₂ O + Na ₂ O).	—	—	—	19,09	15,83	19,46	16,84	19,78	19,77

Analytiker : G. BIDLÓ

Die Ausbildung der Gesteine zeigt oft keinen ophitischen Charakter. Die Anordnung der kleinen Feldspatleisten erinnert an eine Fluidalstruktur. Auch grössere porphyrische Einsprenglinge sind vorhanden, oft *Feldspate*, *Olivine*, selten *Augite*. Die Feldspate sind *Plagioklase* mit zonalem Aufbau. Der *Olivin* ist sehr reich an Magnesium, oft stark rissig, ab und zu entlang der Risse etwas serpentiniert. Der *Augit* gehört zu den eisenreichen Abarten; vereinzelt lässt sich an einigen Augiten eine schwache Limonitisierung beobachten. Die Grundmasse besteht überwiegend aus leistenförmigem *Plagioklas* (Bytownit); etwas *Nephelin*, ferner schwarze, opake *Erzkörnchen* (Magnetit), wenig *Augit*, *Olivin* und etwa 5% Glas sind die weiteren Gemengteile der Grundmasse.

Obwohl in den Gemengteilen eine grosse Übereinstimmung herrscht, kann man auf Grund der Strukturen Unterschiede verzeichnen: Es gibt hier nämlich neben den Gesteinen mit normal basaltischer Struktur auch Abarten mit einer Fluidalstruktur.

Physikalische Untersuchungen sind an 8 verschiedenen Gesteinstypen durchgeführt worden. Da aber die chemischen Untersuchungen bis jetzt lediglich für 4 Typen zur Verfügung stehen, werden hier bloss die Resultate der Prüfungen von diesen vier Typen mitgeteilt.

Basalt, Typ 2

Durchschnitt

<i>Raumgewicht</i> :	lufttrocken	2,81	
	getrocknet	2,79	
	mit Wasser ges.	2,81	
<i>Wassergehalt</i> :	Gew. %	0,86	
	<i>Wasseraufnahme</i> : Gew. %	0,93	
<i>Druckfestigkeit</i> :	lufttrocken	840	kg/cm ²
	getrocknet	800	»
	mit Wasser ges.	600	»
	gefroren	440	»
<i>Zugfestigkeit</i> :	92,1	»

Basalt, Typ 3

<i>Raumgewicht</i> :	lufttrocken	2,82	
	getrocknet	2,80	
	mit Wasser ges.	2,82	
<i>Wassergehalt</i> :	Gew. %	0,79	
	<i>Wasseraufnahme</i> : Gew. %	1,01	
<i>Druckfestigkeit</i> :	lufttrocken	1120	kg/cm ²
	getrocknet	1560	»
	mit Wasser ges.	1190	»
	gefroren	980	»
<i>Zugfestigkeit</i> :	86,4	»

Basalt, Typ 4

<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,83	
	getrocknet	2,81	
	mit Wasser ges.	2,83	
<i>Wassergehalt :</i>	Gew. %	0,98	
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	1,07	
<i>Druckfestigkeit :</i>	lufttrocken	1610	kg/cm ²
	getrocknet	1600	»
	mit Wasser ges.	700	»
	gefroren	710	»
<i>Zugfestigkeit :</i>	60,9	»

Basalt, Typ 8

<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,80	
	getrocknet	2,78	
	mit Wasser ges.	2,80	
<i>Wassergehalt :</i>	Gew. %	0,74	
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	0,78	
<i>Druckfestigkeit :</i>	lufttrocken	1210	kg/cm ²
	getrocknet	1830	»
	mit Wasser ges.	1360	»
	gefroren	1250	»

Durchschnitt aller (8 Typen) untersuchten Basalte :

		Durchschnitt	min.	max.
<i>Raumgewicht :</i>	lufttrocken	2,81	2,70	2,92
	getrocknet	2,79	2,68	2,90
	mit Wasser ges.	2,81	2,70	2,92
<i>Wassergehalt :</i>	Gew. %	0,81	0,41	1,29
<i>Wasseraufnahme :</i>	Gew. %	0,91	0,46	1,36
<i>Druckfestigkeit :</i>	lufttrocken	1125	740	1860 kg/cm ²
	getrocknet	1330	800	1945 »
	mit Wasser ges.	930	700	1730 »
	gefroren	820	440	1580 »
<i>Zugfestigkeit :</i>	74,9	60,9	93,4 »

Chemische Untersuchungen. Die angewandten Chemikalien haben dieses Gestein sehr stark angegriffen. Bei den oben behandelten Gesteinen konnte man nie so viel Material (beinahe 40⁰/₀) in Lösung überführen. Der grösste Teil des gelösten Materials besteht aus Eisen-, Aluminium- und Calciumionen.

Die chemischen Analysen (Tabelle VIII) der vier Typen ergaben ziemlich ähnliche Resultate. Auch die Ergebnisse der Lösungsversuche zeigen keine

grösseren Unterschiede (Tabelle IX). Ungewöhnlich hoch sind die Werte der ausgelösten Stoffe. Wir haben auch die Prüfung nach der Norm No 3555—53 ausgeführt. Mit diesem Verfahren wurde ebenfalls über 20% Material gelöst.

Tabelle VIII

	1	2	3	4
	%	%	%	%
SiO ₂	46,02	45,92	46,24	44,69
TiO ₂	2,44	2,54	2,52	2,51
Al ₂ O ₃	15,10	14,47	14,69	17,04
Fe ₂ O ₃	6,05	4,36	6,49	5,79
FeO	5,16	5,27	5,85	6,32
MnO	0,17	0,08	0,12	0,08
CaO	7,70	7,52	8,18	8,61
MgO	8,09	9,93	8,90	8,10
Na ₂ O	3,56	2,98	2,34	2,23
K ₂ O	1,29	1,77	1,52	1,36
P ₂ O ₅	0,80	0,58	0,54	0,54
Glühverlust	2,04	2,16	1,84	1,53
H ₂ O ⁻	1,66	1,67	1,34	1,80
Summe :	100,08	99,25	100,57	100,60

Analytiker : G. BIDLÓ

Tabelle IX

Lösungs- mittel	cc HCl				n HCl				n H ₂ SO ₄			
	24 ^h				1 Woche				1 Woche			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Gesteins probe	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
SiO ₂	0,19	0,23	0,16	0,13	1,76	1,97	1,39	4,20	2,03	1,89	1,99	5,43
TiO ₂	2,01	1,92	1,80	1,64	nb	nb	2,00	nb	nb	nb	nb	} 29,15
Al ₂ O ₃	6,83	9,76	10,59	9,50	14,21	10,85	10,84	12,15	15,51	16,19	15,96	
Fe ₂ O ₃	10,65	9,84	9,22	8,82	11,50	10,20	11,43	11,76	10,51	9,45	10,70	
CaO	5,10	5,34	5,41	4,25	6,03	5,67	5,75	4,70	4,61	2,89	4,18	3,72
MgO	6,06	6,17	5,58	4,51	6,64	3,35	6,52	0,82	7,09	0,85	1,90	0,37
Na ₂ O	2,06	1,83	1,77	1,40	3,28	2,75	2,31	3,13	2,48	2,10	2,39	2,27
K ₂ O	0,19	0,44	0,29	0,78	0,87	0,78	1,26	1,29	0,38	0,72	0,61	0,95
	33,09	35,53	34,82	31,03	44,29	35,57	41,50	38,05	42,61	34,09	37,73	41,89

Analytiker : G. BIDLÓ

nb = nicht bestimmt

Am stärksten wirkte auf die Kieselsäure die Zitronensäurelösung ein. Die Menge der gelösten Kieselsäure ist aber kleiner, als bei dem Phonolit. Aluminium, Eisen, Calcium und Magnesium lassen sich aus den Gemengteilen leicht lösen, bei einigen Versuchen fast vollständig. Kalium lässt sich schwer in Lösung überführen. Mit Ausnahme des destillierten Wassers haben alle Chemikalien den Basalt von Üzsapuszta stärker gelöst, als die Andesite und Phonolite.

Ergebnisse von detaillierten Untersuchungen der Andesite vom Malomvölgy bei Szob, vom Kapitányhegy bei Szentendre, des Trachyts vom Kányahegy bei Telkibánya stehen uns ebenfalls zur Verfügung. Auch die Ergebnisse dieser Untersuchungen wurden in diese Arbeit eingebaut (siehe die Figuren 8, 9, 10). Die physikalischen Untersuchungen dieser Gesteine stehen noch aus. Aus diesem Grunde wurden hier keine Einzelheiten angegeben.

III

Die Resultate der bis jetzt abgeschlossenen Untersuchungen ergaben :

1. Die Verwitterung des glasführenden Andesits beginnt im Glas der Grundmasse (Csódiberg, Visegrád).

2. Die mit Oxydation durch die Atmosphärlin Hand in Hand gehende Verwitterung ruft eine Auflockerung des Gesteins hervor, die sowohl im Raum-

Tabelle IX (Fortsetzung)

3% Zitronensäure				Dest. Wasser				Gesteinsanalyse			
2 Wochen				2 Wochen							
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
3,16	2,65	2,74	3,36	0,18	0,05	0,07	0,03	46,02	45,92	46,24	44,69
nb	nb	nb	nb	} 0,10	} 0,20	} 0,15	} 0,11	2,44	2,54	2,52	2,51
9,34	9,91	10,77	9,33					16,09	15,14	15,36	17,66
9,39	8,59	6,49	7,76					11,79	10,35	11,86	11,37
3,11	2,46	3,41	3,25	0,04	0,02	0,04	0,01	7,70	7,52	8,18	8,61
5,30	5,46	5,79	4,91	0	0	0	0	8,09	9,93	8,90	8,10
2,15	1,80	1,76	2,30	0,56	0,24	0,33	0,37	3,56	2,98	2,34	2,23
0,32	0,73	0,40	0,70	0,05	0,08	0,04	0,08	1,29	1,77	1,52	1,36
32,77	31,60	31,36	31,61	0,93	0,59	0,63	0,60	96,98	96,15	96,92	96,53

gewicht, wie auch in der Wasseraufnahme zum Ausdruck kommt. Das infolge der Verwitterung angegriffene Gestein nimmt mehr Wasser auf als die frische, unveränderte Probe desselben Gesteins.

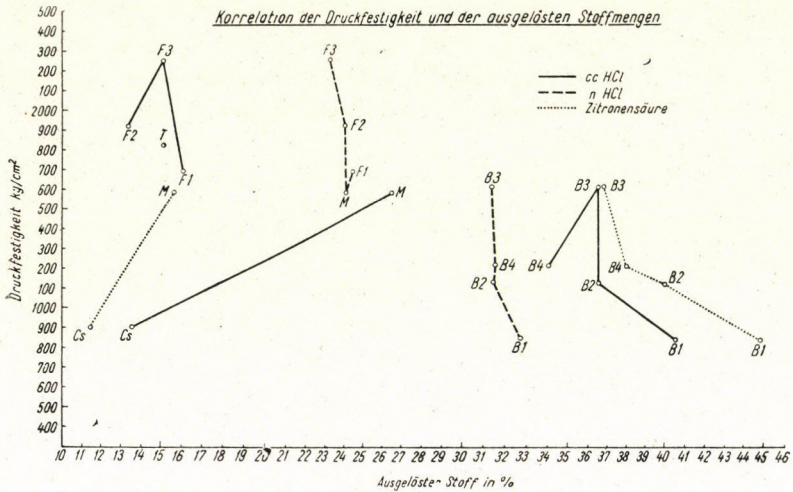


Abb. 8. Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit und gelöster Stoffmenge. F. 1 = feinkörniger frischer Phonolit, F. 2 = feinkörniger verwitterter Phonolit, F. 3 = mittelkörniger frischer Phonolit; Cs. = frisches Gestein des Csódi; M. = frisches Gestein des Mátyásberges. B. 1, B. 2, B. 3, B. 4 = Basalte von Uzsapuzsta

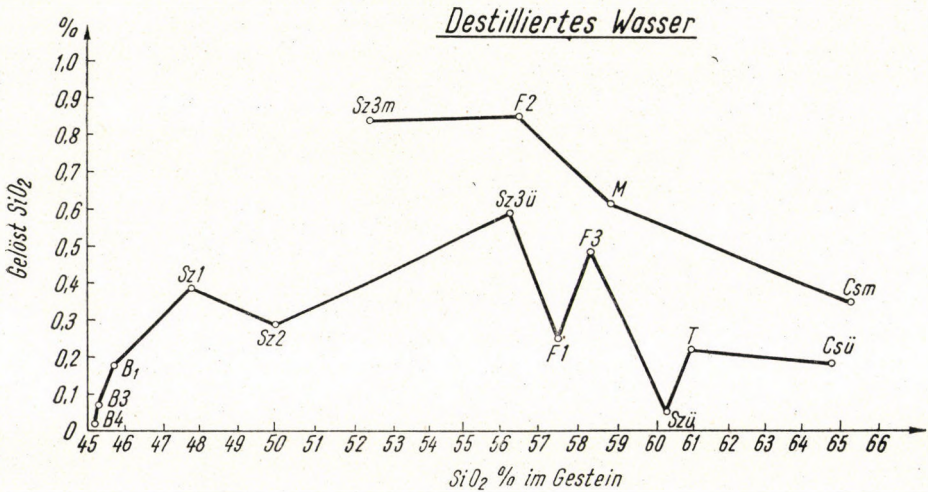


Abb. 9. Gehalt an Kieselsäure des Gesteins und die mit destilliertem Wasser gelöste SiO₂-Menge. Sz. 1, Sz. 2 = Andesit von Szentendre; Sz. 3 ü. = frischer Andesit, Kapitányberg - Sz. 3 m. = verwitterter Andesit, Kapitányberg, F. 1 = feinkörniger frischer Phonolit, F. 2 = feinkörniger verwitterter Phonolit, F. 3 = mittelkörniger, frischer Phonolit; T. = Trachyt des Kányaberges. M. = Frischer Andesit des Mátyásberges; Cs. ü. = frischer Andesit des Csódi; Cs. m. = verwitterter Andesit des Csódi; Sz. ü. = frischer Andesit von Szob

3. Das stärker verwitterte (stärker oxydierte) Gestein wird stärker abgenutzt. Die Abnutzbarkeit und die Wasseraufnahmefähigkeit verlaufen ziemlich parallel.

4. Die Druckfestigkeit und die Ergebnisse der Lösungsversuche des Basaltes von Uzsapuzta deuten daraufhin, dass zwischen Löslichkeit und Druck-

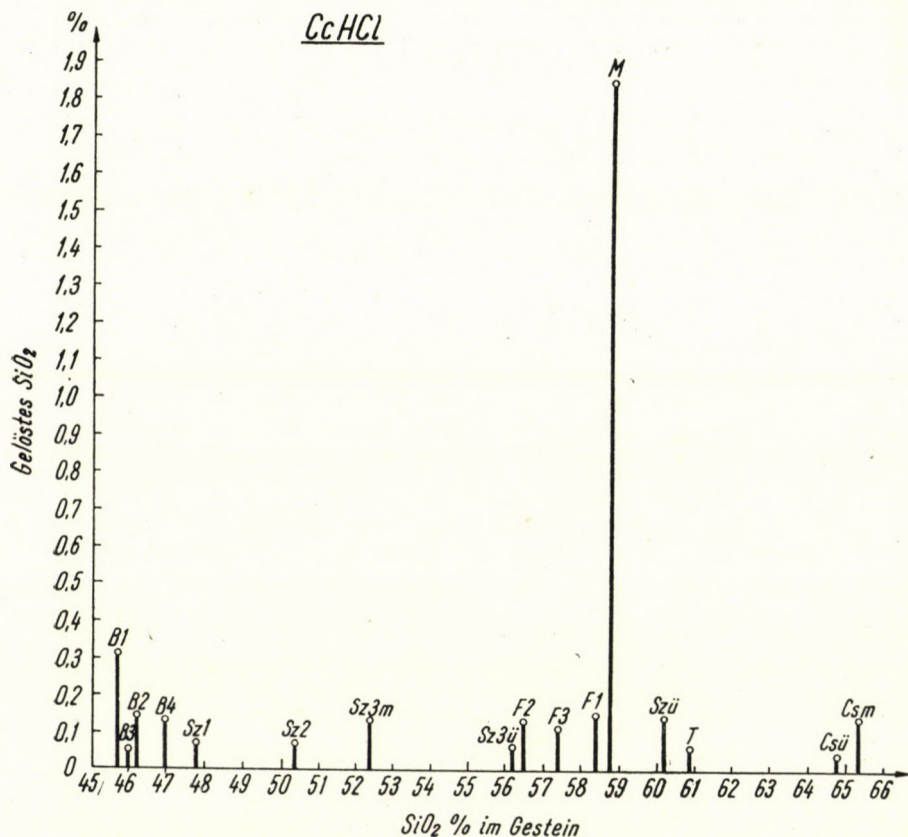


Abb. 10. Gehalt an Kieselsäure des Gesteins und die mit cc HCl gelöste SiO₂-Menge.
 Zeichenerklärung: wie in Fig. 9.

festigkeit dieses Gesteins ein gewisser Zusammenhang besteht: Die Löslichkeit steigt bei abnehmender Druckfestigkeit (Abb. 8).

5. Die Werte der Druckfestigkeit des frischen Gesteins sind grösser als die des veränderten Gesteins.

6. Die Menge der gelösten Kieselsäure ist unabhängig vom SiO₂-Gehalt des Gesteins. Die Kieselsäure der frischen Gesteine ist leichter löslich, als die SiO₂ des verwitterten Materials (Abb. 9 und 10).

7. Die Löslichkeit der Eisenverbindungen des Gesteins hängt vom Fortschreiten der Verwitterung ab: cc HCl löst die ganze Eisenmenge aus dem vollkommen verwitterten Gestein (Abb. 11).

8. Der Chemismus des Gesteins erleidet infolge der Verwitterung eine Veränderung: Der Gehalt an Alkalien und Kalzium nimmt ab, die relativen Mengen von Kieselsäure, Eisen und Aluminium nehmen zu.

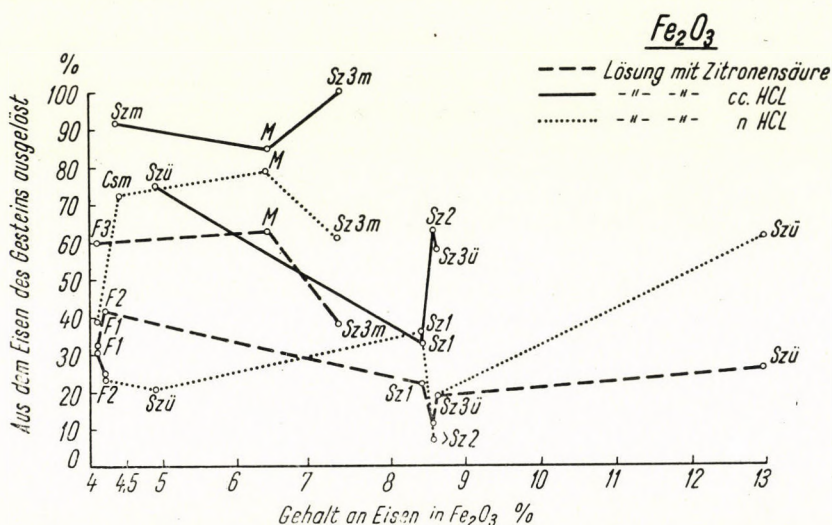


Abb. 11. Zusammenhang zwischen dem Eisengehalt des Gesteins und der dem Gestein ausgelösten Eisenmenge. Zeichnerklärung: wie in Fig. 9

IV

Die Untersuchungen der Verwitterung der Gesteine sind noch nicht beendet. Die Arbeiten sind auch gegenwärtig im Gange und in Bälde können neue Ergebnisse mitgeteilt werden, vorzugsweise über die Beständigkeit einzelner Gemengteile in verschiedenen Verbänden. Die Einführung der Röntgenmethoden zur Prüfung der Verwitterung bietet uns eine grosse Hilfe, z. B. bei der Untersuchung der Löslichkeit des Trachyts vom Kányaberge (Ungarn) konnte man mit Röntgenmethoden feststellen, dass eine 2%-ige Lösung von Zitronensäure den Sanidin in 2 Wochen nur unwesentlich angreift. Der spärliche Quarz der Grundmasse desselben Gesteins wäre dagegen — auf Grund dieser Methoden und unter denselben Verhältnissen — ganz zersetzt.

SCHRIFTTUM

- I. K. A. ADAMTSCHIK (К. А. Адамчик): Активизация минералов при механическом разрушении структуры. Журнал прикладной химии. XXV. 1952 p. 13. (Aktivierung von Mineralien infolge mechanischer Spaltung ihrer Struktur) XXV. 1952 Seite 13.

2. BLANK: Handbuch der Bodenlehre. Berlin 1931.
3. G. BIDLÓ: Két hazai andezit mállási vizsgálat. (Untersuchung der Verwitterung zweier heimischer Andesite.) Földtani Közlöny LXXXIII. 1953 Seite 376.
4. G. BIDLÓ: A hosszúhetényi fonolit mállási vizsgálat. (Untersuchung der Verwitterung des Fonolit von Hosszúhetény.) Földtani Közlöny LXXXV. 1955 Seite 319.
5. C. W. CORRENS — W. ENGELHARDT: Neue Untersuchungen über die Verwitterung des Kalifeldspates. Chemie der Erde XII. 1939/40 Seite 1.
6. O. I. DMITRENKO — V. A. KARGIN: (O. И. Дмитренко и В. А. Каргин): Искусственное выветривание и синтез минералов при электролизе. Коллодный журнал. № 4. 1951, стр. 259. (Künstliche Verwitterung und Synthese von Mineralien mit elektrolyse.) 1951, 4. Seite 259.
7. J. V. GRUNER: An attempt to arrange silicates in the order of reaction energies. Am. Mineralogist, Vol. 35, 1950 Seite 137.
8. B. HERCOVICI: Die Einwirkung der Rauchgase auf die gesteinbildenden Mineralien. Bau-technische Gesteinuntersuchungen. Bd. 1, H2. 1910 Seite 37.
9. HIRSCHWALD: Die Prüfung der natürlichen Bausteine. Berlin 1908.
10. HIRSCHWALD: Die Prüfung der natürlichen Bausteine auf ihre Wetterbeständigkeit. Journal für praktische Geologie. XVI. 1908 Seite 464.
11. HIRSCHWALD: Handbuch der bautechnischen Gesteinsprüfung. Berlin 1911.
12. G. KRÜGER: Verwitterungs-Untersuche am Leuzit. Chemie der Erde XII. 1939/40 Seite 236.
13. M. MEHMEI: Ab- und Umbau am Biotit. Chemie der Erde XI. 1938 Seite 307.
14. F. PAPP: Szt. István korabeli építőkövek a Dunántúlról. (Transdanubische Bausteine im Zeitalter des Heiligen Stefan.) 1938 Seite 359.
15. F. PAPP: Kőzetelváltozások és átalakulások. (Gesteinsveränderungen und Umwandlungen.) Építőanyag IV. 1954 Seite 221.
16. GY. RAKUSZ: A beépített terméskövek mállásáról. (Über die Verwitterung eingebauter Natursteine.) Technika 1926 Seite 126.
17. A. ROSIVAL: Über einige neue Ergebnisse der technischen Untersuchung von Steinbaumaterialien. Verhandlung der K. K. Geologischen Reichsanstalt, Wien 1899 Seite 204.
18. T. TAKÁTS: Útburkolóköveink mállása. (Verwitterung unserer Pflastersteine.) Technika, 1938.
19. A. VENDL: Les constituants minéralogiques d'un sol de Hatvan. Földtani Közlöny XLIV. 1914 Seite 462.
20. A. VENDL — T. TAKÁTS: Untersuchungen über die Verwitterung des Andesits vom Csódi-berge (Ungarn). Mineralogische und Petrographische Mitteilungen XLIV. Seite 437.
21. A. WINTER: Über die Wasseraufnahme von Gesteinen. Geologie und Bauwesen, I. 1929 Seite 92.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Resultate der bis jetzt abgeschlossenen Untersuchungen ergaben:

Die Verwitterung des glasführenden Andesits beginnt im Glas der Grundmasse (Csódi-berg, Visegrád).

Die mit der Oxydation durch die Atmosphärien Hand in Hand gehende Verwitterung ruft eine Auflockerung des Gesteins hervor, die sowohl im Raumgewicht wie auch in der Wasseraufnahme zum Ausdruck kommt. Das infolge der Verwitterung angegriffene Gestein nimmt mehr Wasser auf als die frische, unveränderte Probe desselben Gesteins.

Das stärker verwitterte (stärker oxydierte) Gestein wird stärker abgenutzt. Die Abnutzbarkeit und die Wasseraufnahmefähigkeit verlaufen ziemlich parallel.

Die Druckfestigkeit und die Ergebnisse der Lösungsversuche des Basaltes von Uzszapuzta deuten darauf hin, dass zwischen Löslichkeit und Druckfestigkeit dieses Gesteins ein gewisser Zusammenhang besteht: Die Löslichkeit steigt bei abnehmender Druckfestigkeit.

Die Werte der Druckfestigkeit des frischen Gesteins sind grösser als die des veränderten Gesteins.

Die Menge der gelösten Kieselsäure ist unabhängig vom SiO_2 -Gehalt des Gesteins. Die Kieselsäure der frischen Gesteine ist leichter löslich, als die SiO_2 des verwitterten Materials.

Die Löslichkeit der Eisenverbindungen des Gesteins hängt vom Fortschreiten der Verwitterung ab: cc HCl löst die ganze Eisenmenge aus dem vollkommen verwitterten Gestein.

Der Chemismus des Gesteins erleidet infolge der Verwitterung eine Veränderung: Der Gehalt an Alkalien und Kalzium nimmt ab, die relativen Mengen von Kieselsäure, Eisen und Aluminium nehmen zu.

RESEARCH ON THE WEATHERING OF ERUPTIVE ROCKS

A. VENDL

Member of the Hung. Academy of Sc.

SUMMARY

Research so far conducted has led to the following results :

Weathering of vitreous andesite begins in the vitreous mother substance (Csódi-berg, Visegrád).

Weathering and subsequent oxidation due to atmospheric agents causes a disintegration of the rock manifesting itself in its volume weight and capacity of absorbing water. The rock affected in consequence of weathering absorbs more water than fresh, unaltered samples.

The more weathered (oxidized) rock is to a higher extent subject to wear. Wear and the capability of absorbing water go more or less parallel.

Compression and dissolution tests of basalt from Uzsapuzta proved that there exists a certain relation between the compressive strength and the solubility of this rock : the solubility increases with decreasing compressive strength.

Values of compressive strength of the sound rock are higher than those of the altered one.

The amount of dissolved silica is independent of the silica content of the rock. The silica of the sound rock is more soluble than that of the weathered material.

The solubility of Fe-compounds of the rock depends on the degree of weathering : cc. hydrochloric acid dissolves all the Fe content of the entirely weathered rock.

The chemical composition of the rock is altered by weathering : the alcalia and Ca-content decreases, while the relative amounts of silica, of Fe and of Al increase.

RECHERCHES SUR LA DÉCOMPOSITION DES ROCHES ÉRUPTIVES

A. VENDL

Membre de l'Académie des Sc. de Hongrie

RÉSUMÉ

Les recherches effectuées jusqu'à présent ont conduit aux résultats suivants :

La décomposition de l'andesite vitreuse s'amorce dans le verre de la masse (Csódi-berg, Visegrád).

La décomposition accompagné d'une oxidation par les facteurs atmosphériques provoque une désaggrégation de la roche se manifestant tant dans son poids par unité de volume que dans son absorption d'eau. La roche attaquée en conséquence de la décomposition absorbe plus d'eau que l'échantillon frais, inaltéré de la roche.

La roche plus décomposée (plus oxidée) est dans une plus grande mesure sujette à l'usure. L'usure et la capacité d'absorption d'eau sont plus ou moins parallèles.

La résistance à la compression et les résultats des essais de dissolution du basalte d'Uzsapuzta prouvent qu'entre la résistance à la compression et la solubilité de cette roche il y a une certaine relation : la solubilité augmente avec la diminution de la résistance à la compression.

Les valeurs de la résistance à la compression de la roche fraîche sont supérieures à celles de la roche altérée.

La quantité de SiO_2 dissolu est indépendante de la teneur en SiO_2 de la roche. Le SiO_2 de la roche fraîche est plus soluble que celle de la matière décomposée.

La solubilité des composés ferreux de la roche dépend de la mesure de la décomposition cc. HCl dissout la quantité totale de fer de la roche entièrement décomposée.

La composition chimique de la roche subit une transformation en conséquence de la décomposition la teneur en alcalis et en calcium diminue, les quantités relatives de silice, de fer et d'aluminium augmentent.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫВЕТРИВАНИЯ ИЗВЕРЖЕННЫХ ПОРОД

Академик А. ВЕНДЛЬ

РЕЗЮМЕ

Результаты ранее проведенных исследований.

Выветривание содержащего стекло андезита начинается со стекла, содержащегося в исходном материале.

Окислительное выветривание вызывает небольшое рыхление породы, что хорошо выражается удельным весом и еще сильнее водопоглащающей способностью. Выветривающаяся порода способна поглотить значительно больше воды, чем еще не тронутая выветриванием порода.

Сильнее выветрившаяся (окисленная) порода сильнее истирается. Степень истирания в известной мере параллельно прогрессирует с величиной водопоглащающей способности.

Показатели прочности на сжатие и растворение базальтов подтверждают, что породы растворяются тем лучше, чем ниже их прочность на сжатие. Количество растворенной кремнекислоты не зависит от содержания кремнекислоты в породе, но зато зависит от свежести породы.

Содержащееся железо в породе растворяется в функции выветренности породы. (В полностью выветрившейся породе железо может раствориться даже до 100%). Прочность свежих пород на сжатие выше, чем выветренных.

Химический состав породы в процессе выветривания изменяется; количество щелочи уменьшается, содержание кальция падает, а относительное содержание кремневой кислоты железа и алюминия возрастает.

EINE MODIFIKATION DES VIANELLOSCHEN ITERATIONSVERFAHRENS

J. BARTA

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
FORSCHUNGSINSTITUT FÜR DIE BAUWISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 7. Juni 1956]

Das *Stabilitätsproblem* des gelenkig gelagerten gedrückten dünnen elastischen Stabes (Abb. 1) führt zur Berechnung des kleinsten Eigenwertes der Differentialgleichung.

$$EJy'' + Py = 0 \quad (1)$$

mit der Randbedingung

$$y(0) = y(l) = 0. \quad (2)$$

l ist die Länge des Stabes, $EJ(x)$ dessen Biegesteifigkeit, die eine gegebene Funktion im Intervall $0 \leq x \leq l$ ist. Der kleinste Eigenwert dieses Eigenwertproblems ist gleich dem kritischen Wert der Druckkraft. Für ihn benützt die Ingenieurpraxis die Benennung »Knickkraft« und die Bezeichnung P_k . Aus diesem Grunde soll der kleinste Eigenwert des Eigenwertproblems (1), (2) mit P_k bezeichnet werden. Die zugehörige Eigenfunktion wird mit $y_k(x)$ bezeichnet.

Das *Vianellosche Iterationsverfahren*. Ein Iterationsverfahren, das im Falle des Eigenwertproblems (1), (2) zur Berechnung von P_k dient, ist in der Technik als Vianellosches Verfahren [1, 2] bekannt. Die Vorschrift dieses Iterationsverfahrens lautet:

»Man geht von einer Funktion $y_{k1}(x)$ aus, die die Randbedingung (2) erfüllt und im Intervall $0 < x < l$ von Null verschieden ist. Man berechnet die weiteren Funktionen $y_{k2}(x)$, $y_{k3}(x)$, ... als Lösung (Abb. 2) der *Randwertaufgabe*

$$EJy''_{kn} + y_{k(n-1)} = 0, \quad (3)$$

$$y_{kn}(0) = y_{kn}(l) = 0. \quad (4)$$

Der Quotient $y_{k(n-1)}(x)/y_{kn}(x)$ weist für $n \rightarrow \infty$ einen Grenzwert auf, der dem kleinsten Eigenwert P_k gleich ist. Es empfiehlt sich das Lösen der Randwertaufgabe (3), (4) auf graphischem Wege durchzuführen.«

Das *vorgeschlagene Iterationsverfahren*. Ein anderes Iterationsverfahren, das demselben Zwecke dient, wird nachstehend vorgeschlagen. Es stellt eine

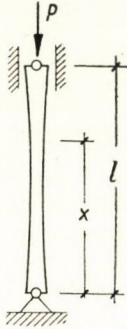


Abb. 1

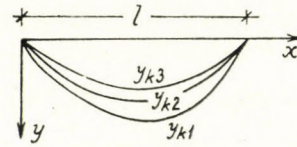


Abb. 2

Modifikation des Vianelloschen Iterationsverfahrens dar. Seine Vorschrift lautet :

»Man geht von einer nichtnegativen Zahl P_{k1} aus, die eine untere Schranke für P_k ist (eine Zahl heisst eine untere Schranke für P_k , wenn sie nicht grösser als P_k ist). Man berechnet eine Funktionenfolge $y_{k1}(x)$, $y_{k2}(x)$, $y_{k3}(x)$, ... als Lösung (Abb. 3) der Anfangswertaufgabe

$$EJy''_{kn} + P_{kn}y_{kn} = 0, \quad (5)$$

$$y_{kn}(0) = 0, \quad y'_{kn}(0) = 1. \quad (6)$$

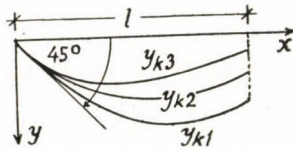


Abb. 3

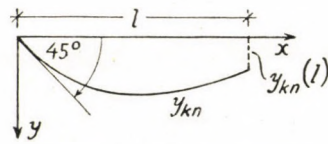


Abb. 4

Die weiteren Zahlen P_{k2} , P_{k3} , ... sollen mittels der Formel

$$P_{k(n+1)} = P_{kn} + \frac{6 EJ \min y_{kn}(l)}{l^3} \quad (7)$$

berechnet werden (Abb. 4). Die auf diese Weise berechnete Zahlenfolge P_{k1} , P_{k2} , P_{k3} , ... ist monoton nichtabnehmend, und sie hat für $n \rightarrow \infty$ den Grenzwert P_k , d. h.

$$P_{k1} \leq P_{k2} \leq P_{k3} \leq \dots \leq P_k \quad (8)$$

und

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{kn} = P_k. \quad (9)$$

Es empfiehlt sich das Lösen der Anfangswertaufgabe (5), (6) auf graphischem Wege durchzuführen.«

Vergleich zwischen den beiden Iterationsverfahren. Beide Iterationsverfahren bestehen aus schrittweisen Näherungen. Bei dem einen Verfahren löst

man Randwertaufgaben, bei dem anderen Anfangswertaufgaben. Sowohl bei dem einem, als auch bei dem anderen lassen sich die einzelnen Schritte auf graphischem Wege leicht durchführen; zumeist schon nach wenigen Schritten gelangt man zu einer für technische Zwecke ausreichenden Genauigkeit.

Ein methodischer Vorteil des vorgeschlagenen Iterationsverfahrens besteht darin, dass man sich mehr den Eigenwert, als die Eigenfunktion vor Augen zu halten hat. Die Ermittlung des Eigenwertes (und nicht die Ermittlung der Eigenfunktion) ist nämlich die gewöhnlich zu lösende, vom technischen Standpunkt aus interessante Aufgabe.

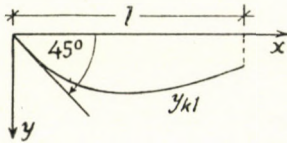


Abb. 5

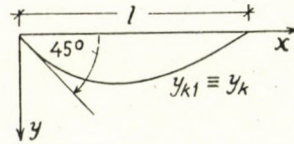


Abb. 6

Das praktische Bedürfnis der Baustatik, falls der genaue Wert der Knickkraft nicht ermittelt wird, erfordert eine untere Schranke für die Knickkraft. In dieser Hinsicht ist das vorgeschlagene Iterationsverfahren sehr vorteilhaft, denn jede der Zahlen P_{k1} , P_{k2} , P_{k3} , ... stellt schon eine untere Schranke für P_k dar.

Praktische Bemerkungen zum vorgeschlagenen Iterationsverfahren. Soll P_k mittels des vorgeschlagenen Iterationsverfahrens berechnet werden, muss man zuerst eine nichtnegative untere Schranke P_{k1} finden. Dies kann stets ohne Schwierigkeit erfolgen, denn z. B.

$$\frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \quad (10)$$

ist immer eine nichtnegative untere Schranke. Daher ist es immer gestattet für P_{k1} den Wert (10) anzunehmen. Allerdings wird man P_{k1} etwas grösser als (10) annehmen, u. zw. umso grösser, je veränderlicher die Funktion $EJ(x)$ ist.

Auf die Frage, ob eine angenommene nichtnegative Zahl P_{k1} eine untere Schranke darstellt, erhält man schon beim ersten Schritt des Iterationsverfahrens eine Antwort, denn es gilt die Regel [3]: P_{k1} ist dann und nur dann eine untere Schranke für P_k , wenn für $0 < x < l$ die Ungleichung

$$y_{k1} > 0 \quad (11)$$

besteht (Abb. 5 oder 6). Besteht für $0 < x < l$ die Ungleichung (11) und ist dabei $y_{k1}(l) = 0$ (Abb. 6), so ist schon $P_{k1} = P_k$. Besitzt $y_{k1}(x)$ eine innere Nullstelle im Intervall $0 \leq x \leq l$, wie es z. B. in Abb. 7 oder 8 der Fall ist, so ist die angenommene Zahl P_{k1} zu gross, und in diesem Falle wird man die Berechnung nicht fortsetzen; man wird vielmehr von einer kleineren nicht-

negativen Zahl P_{kI} ausgehend die Berechnung von neuem anfangen. Also nur wenn $y_{kI}(l) > 0$ (Abb. 5), wird man die Berechnung fortsetzen.

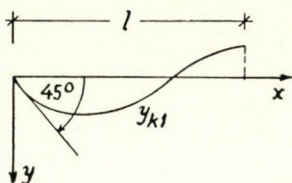


Abb. 7

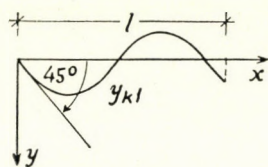


Abb. 8

Um die Anfangswertaufgabe (5), (6) auf graphischem Wege zu lösen, d. h. um die Kurve y_{kn} zu zeichnen, kann man die bekannte Methode von Lord Kelvin oder die bekannte Konstruktion von Integralkurven (Seilecken) verwenden. Diese zeichnerischen Verfahren sind in der Literatur ausführlich behandelt [5, 7], weshalb von ihrer Beschreibung hier wohl abgesehen werden kann.

Die Theorie des vorgeschlagenen Iterationsverfahrens

I° — Für zwei Funktionen $y_k(x)$, $y_{kn}(x)$ lässt sich die Identität

$$-y_k y_{kn}'' + (y_k y_{kn}' - y_k' y_{kn})' \equiv -y_k'' y_{kn} \quad (12)$$

anschreiben. $y_k(x)$ sei die zu P_k gehörige Eigenfunktion des Eigenwertproblems (1), (2), $y_{kn}(x)$ die Lösung der Anfangswertaufgabe (5), (6). Die Bedingung

$$y_k(0) = y_k(l) = 0 \quad (13)$$

ist schon durch (2) vorgeschrieben. Man darf ferner die Bedingung

$$-y_k'(l) = 1 \quad (14)$$

vorschreiben. Hieraus folgt [3], dass für $0 < x < l$ die Ungleichung

$$y_k > 0$$

gilt. Ist $P_{kn} \leq P_k$, so ist [3] für $0 < x < l$

$$y_{kn} > 0. \quad (15)$$

Zieht man noch (6), (13), (14) in Betracht, so folgen für $0 \leq x \leq l$ die Beziehungen

$$y_k \leq l - x, \quad y_{kn} \leq x. \quad (16)$$

Man stelle sich eine Gleichung vor, die aus (12) entsteht, wenn man in dieser $-y''_k = P_k y_k/EJ$ und $-y''_{kn} = P_{kn} y_{kn}/EJ$ setzt. Man integriere die beiden Seiten dieser Gleichung. Die Integration soll von 0 bis l ausgeführt werden. Auf diese Weise gelangt man zur Gleichung

$$P_{kn} + \frac{[y_k y'_{kn} - y'_k y_{kn}]_0^l}{\int_0^l \frac{y_k y_{kn}}{EJ} dx} = P_k,$$

d. h.

$$P_{kn} + \frac{y_{kn}(l)}{\int_0^l \frac{y_k y_{kn}}{EJ} dx} = P_k.$$

Schreibt man hier an Stelle von EJ , y_k , y_{kn} die Werte EJ_{\min} , $l - x$, x , so ist das $=$ Zeichen durch das \leq Zeichen zu ersetzen. Es ist also

$$P_{kn} + \frac{6 EJ_{\min} y_{kn}(l)}{l^3} \leq P_k.$$

Dieses Ergebnis beweist mit Rücksicht auf (7), (15) die Richtigkeit der Behauptung (8).

II° — Daraus, dass die Zahlenfolge P_{k1} , P_{k2} , P_{k3} , ... monoton nichtabnehmend und durch P_k nach oben beschränkt ist, folgt die Existenz eines Grenzwertes dieser Zahlenfolge. Es fragt sich nun, ob dieser Grenzwert gleich P_k ist. Um diese Frage zu entscheiden, sei angenommen, dass es eine Zahl P^* gibt, für die die beiden Beziehungen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{kn} = P^*, \quad (17)$$

$$P^* < P_k \quad (18)$$

bestehen. Aus der Existenz eines Grenzwertes folgt, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P_{k(n-1)} - P_k) = 0$$

ist. Wird hierin (7) substituiert, so ergibt sich

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_{kn}(l) = 0.$$

Hieraus und aus (17) folgt, dass die zu P^* gehörige Lösung $y^*(x)$ der Anfangs-

wertaufgabe (5), (6) die Bedingung $y^*(l) = 0$ erfüllt, d. h. P^* selbst ein Eigenwert des Eigenwertproblems (1), (2) ist. Die Annahme (18) widerspricht der Tatsache, dass P_k der kleinste Eigenwert ist. Die Annahme (18) ist also unhaltbar. Dies bestätigt die Behauptung (9). Damit ist die Konvergenz des vorgeschlagenen Iterationsverfahrens bewiesen.

III° — Der von mehreren Autoren benützte Einschliessungssatz [4, 6] gibt für P_k die untere Schranke

$$\left(\frac{-EJu''}{u} \right)_{\min} \quad (19)$$

an. Die Funktion $u(x)$ muss die Randbedingung $u(0) = u(l) = 0$ erfüllen, sonst ist sie beliebig. Wird nun $u = \sin \frac{\pi x}{l}$ gesetzt, so nimmt (19) die Form (10) an.

SCHRIFTTUM

1. L. VIANELLO: Graphische Untersuchung der Knickfestigkeit gerader Stäbe. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, 1898, p. 1436.
2. A. SCHLEUSNER: Zur Konvergenz des Engesser-Vianello Verfahrens, 1938.
3. L. COLLATZ: Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen und Lösungen, 1949, pp. 145—150.
4. Ibidem pp. 150—151.
5. E. KAMKE: Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen, Bd. 1, Aufl. 4, 1951, p. 170.
6. Ibidem p. 231.
7. »Hütte« des Ingenieurs Taschenbuch, Bd. 1, Aufl. 27, p. 205.

ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Artikel wird ein Iterationsverfahren zur Berechnung des kritischen Wertes der Druckkraft vorgeschlagen. Es ist eine Modifikation des Vianelloschen Iterationsverfahrens. Die Modifikation besteht darin, dass man statt Randwertaufgaben Anfangswertaufgaben löst. Die Konvergenz des vorgeschlagenen Iterationsverfahrens wird bewiesen.

MODIFICATION OF VIANELLO'S ITERATION METHOD

J. BARTA
D. of Eng. Sc.

SUMMARY

An iteration method for computing the critical value of compressive force is proposed in this paper. It is a modification of the Vianello's iteration method. The modification exist in that instead of a boundary value problem, an initial value problem is to be solved. The convergency of the process is proved.

UNE MODIFICATION DU PROCÉDÉ D'ITÉRATION DE VIANELLO

J. BARTA

Docteur des sc. techn.

RÉSUMÉ

L'article traite le calcul de la valeur critique de la force compressive. La méthode proposée est une modification de la méthode de Vianello. La modification est la suivante : au lieu du problème des valeurs au contour, le problème des valeurs initiales doit être résolu. La convergence du procédé est prouvée.

МОДИФИКАЦИЯ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ВИАНЕЛЛО

Д-р техн. наук И. БАРТА

РЕЗЮМЕ

В данной статье предлагается итерационный метод для определения критической величины сжимающих усилий. Предлагаемый метод представляет собой модификацию итерационного метода Вианелло. Модификация заключается в том, что вместо задач крайних значений решаются задачи начальных значений. В дальнейшем доказывается конвергенция предложенного итерационного метода.

MODIFIKATION DES BARTA'SCHEN ITERATIONS- VERFAHRENS ZUR BESTIMMUNG DER KNICKKRAFT GERADER DRUCKSTÄBE

Prof. P. CSONKA

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
LEHRSTUHL FÜR FESTIGKEITSLEHRE DER TECHN. UNIVERSITÄT
FÜR BAU- UND VERKEHRSWESEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 9. August 1956]

Einleitung

Die vorliegende Abhandlung bezweckt die Steigerung der Konvergenz des BARTA'schen Iterationsverfahrens [1] zur Bestimmung der kritischen Kraft zentrisch beanspruchter, an beiden Enden gelenkig gelagerter, gerader Druckstäbe von veränderlichem Querschnitt. Dieses Ziel wird durch eine geringe Modifikation des ursprünglichen Verfahrens erreicht. Das modifizierte Verfahren geht, gleich dem ursprünglichen Verfahren, von einer bekannten unteren Schranke P_{k1} der kritischen Kraft P_k aus und berichtet diese in aufeinanderfolgenden Schritten, stufenweise. Die so entstehende Folge

$$P_{k1}, P_{k2}, \dots, P_{kn}, P_{kn+1}, \dots$$

konvergiert gegen den gesuchten Wert P_k .

Das ursprüngliche Verfahren

Nachstehend wird die Grundlage des BARTA'schen Verfahrens bildende Beziehung

$$P_k = P_{kn} + \frac{y_{kn}(l)}{l} - \int_0^l \frac{y_k y_{kn}}{EJ} dx, \quad (1)$$

sowie die Bedeutung der in dieser vorkommenden Bezeichnungen und im allgemeinen die Art und Weise der Ausführung des BARTA'schen Iterationsverfahrens als bekannt vorausgesetzt.

J. BARTA verwendet zur Abschätzung des Wertes des in der Gleichung (1) vorkommenden Integrales

$$Y = \int_0^l \frac{y_k y_{kn}}{EJ} dx \quad (2)$$

die Beziehungen

$$EJ \geq EJ_{\min}, \quad y_n \leq l - x, \quad y_{kn} \leq x.$$

(Abb. 1 und 2) und gelangt zu dem Ergebnis, dass

$$Y \geq \frac{l^3}{6 EJ_{\min}}. \quad (3)$$

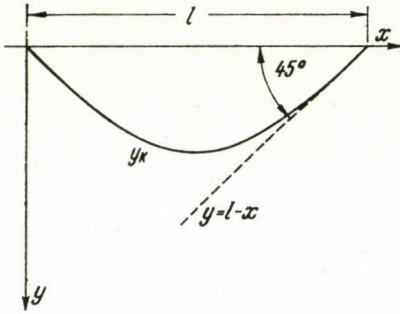


Abb. 1. Kennbild der Funktion y_k und der diese majorisierenden Funktion $y = l - x$ (ursprüngliches Verfahren)

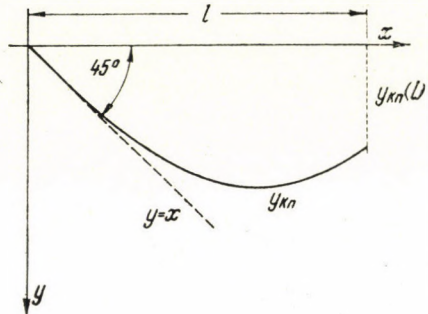


Abb. 2. Kennbild der Funktion y_{kn} und der diese majorisierenden Funktion $y = x$ (ursprüngliches Verfahren)

Nach Einführung dieser Beziehung in die Gleichung (1), gibt er für die Iteration die folgende Anweisung:

$$P_{k, n+1} = P_{kn} + \frac{6 EJ_{\min} y_{kn}(l)}{l^3}. \quad (4)$$

Es ist zweckmässig den in der Formel vorkommenden Wert $y_{kn}(l)$ durch Seilpolygonkonstruktion zu bestimmen. In dieser Beziehung ist das BARTA'sche Verfahren dem bekannten VIANELLO'schen Verfahren [2] ähnlich.

Das modifizierte Verfahren

Das modifizierte Verfahren weicht vom ursprünglichen Verfahren in der genaueren Abschätzung des Wertes Y , namentlich in der zweckmässigeren Wahl der die Funktionen y_k bzw. y_{kn} majorisierenden Funktionen ab. Zu diesem Zwecke werden in diesem Falle die durch die Bedingungen

$$EJ_{\max} y_1'' + P_{kn} y_1 = 0,$$

$$y_1(l) = 0, \quad y_1'(l) = -1,$$

bzw.

$$EJ_{\max} y_2'' + P_{kn} y_2 = 0,$$

$$y_2(0) = 0, \quad y_2'(0) = +1$$

gekennzeichneten Funktionen $y_1(x)$ bzw. $y_2(x)$ verwendet (Abb. 3, bzw. Abb. 4). Diese Funktionen kann man durch die Formeln

$$y_1 = \frac{l}{\omega} \sin \omega \left(l - \frac{x}{l} \right), \tag{5a}$$

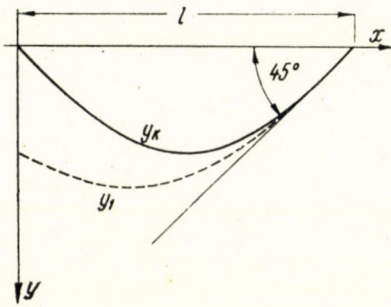


Abb. 3. Kennbild der Funktion y_k und der diese majorisierenden Funktion J_1 (modifiziertes Verfahren)

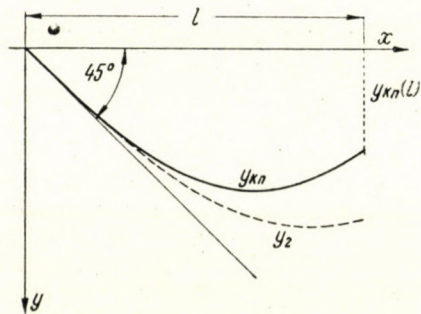


Abb. 4. Kennbild der Funktion y_{kn} und der diese majorisierenden Funktion J_2 (modifiziertes Verfahren)

bzw.

$$y_2 = \frac{l}{\omega} \sin \omega \frac{x}{l} \tag{5b}$$

ausdrücken, wenn nämlich

$$\omega = l \left[\frac{P_{kn}}{EJ_{\max}} \right]^{1/2} \tag{6a}$$

ist. Die letztere Formel gestaltet sich mit der Bezeichnung

$$P_{\max} \equiv \frac{\pi^2 EJ_{\max}}{l^2}$$

wie folgt:

$$\omega = \pi \left[\frac{P_{kn}}{P_{\max}} \right]^{1/2}. \tag{6b}$$

Im Besitze der Funktionen y_1 bzw. y_2 verwendet man in diesem Falle zur Abschätzung des Wertes Y die Beziehungen

$$EJ \geq EJ_{\min}, \quad y_1 \geq y_k \geq 0, \quad y_2 \geq y_{kn} \geq 0,$$

d. h. die Abschätzung von Y wird wie folgt ausgeführt :

$$Y \geq \int_0^l \frac{y_1 y_2}{EJ_{\min}} dx.$$

Hieraus erhält man durch Substitution von (5a) und (5b) die Beziehung

$$Y \geq \alpha \frac{6 EJ_{\min}}{l^3}, \quad (7)$$

wo

$$\alpha = \frac{\omega^2}{3 \left(\frac{1}{\omega} \sin \omega - \cos \omega \right)}, \quad (8)$$

ist. Hinsichtlich der Iteration kann man demnach an Stelle der Formel (4) die folgende modifizierte Anweisung geben :

$$P_{k, n+1} = P_{kn} + \alpha \frac{6 EJ_{\min} y_{kn}(l)}{l^3}. \quad (9)$$

Die in der Formel vorkommende Grösse $y_{kn}(l)$ kann ebenso (z. B. durch Seil-polygonkonstruktion oder durch eine diese ersetzende Berechnung) bestimmt werden, wie beim ursprünglichen Verfahren.

Vergleich

Die Iterationsformel des modifizierten Verfahrens weicht demnach nur in der Grösse des Koeffizienten α von der Formel des ursprünglichen Verfahrens ab. Beim ursprünglichen Verfahren ist $\alpha = 1$, beim modifizierten Verfahren hingegen

$$1 \leq \alpha \leq \pi^2/3.$$

Die Grösse $\alpha = 1$ erscheint bei $\omega \rightarrow 0$, d. h. im Grenzfall $P_{kn} \rightarrow 0$, während die Grösse $\alpha = \pi^2/3$ bei $\omega \rightarrow \pi$, d. h. im Falle von $P_{kn} \rightarrow P_{\max}$ eintritt.

Nachdem die Konvergenz der Iteration durch die Erhöhung des Korrektionswertes zwischen den einzelnen Schritten gesteigert wird, sichert das modifizierte Verfahren — abgesehen vom Grenzfall $\omega \rightarrow 0$ — eine bessere Konvergenz, als das ursprüngliche Verfahren. Die Vorteile des modifizierten Verfahrens sind hauptsächlich dann auffallend, wenn sich das Trägheitsmoment der Stabquerschnitte in verhältnismässig engen Grenzen ändert.

SCHRIFTTUM

1. BARTA, J.: Eine Modifikation des Vianello'schen Iterationsverfahrens, *Acta Technica* 17, (1957) 341/347.
2. VIANELLO, L.: Graphische Untersuchung der Knickfestigkeit gerader Stäbe. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 42, (1898). pp. 1436—1443.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Abhandlung schildert eine Modifikation des BARTA'schen Iterationsverfahrens (1) zur Bestimmung der kritischen Druckkraft eines auf zentrischen Druck beanspruchten, geraden Stabes von veränderlichem Querschnitt. Beim modifizierten Verfahren konvergiert die Iteration schneller als bei dem ursprünglichen. Die Vorteile der Modifikation machen sich hauptsächlich dann bemerkbar, wenn sich das Trägheitsmoment der Stabquerschnitte in verhältnismässig engen Grenzen ändert. Im Extremfalle kann die zwischen den aufeinander folgenden Schritten anzuwendende Korrektur auch $\pi^2/3$ -mal grösser sein, als beim ursprünglichen Verfahren.

MODIFICATION OF THE BARTA ITERATION METHOD FOR THE DETERMINATION OF THE CRITICAL COMPRESSIVE FORCE

P. CSONKA
D. of Eng. Sc.

SUMMARY

The paper presents the modification of the *Barta* iteration method [1] serving for the determination of the critical compressive force of the axially loaded column with straight axis and variable cross section. By the modified method the iteration is more convergent than in the case of the original procedure. Advantages of the modification present themselves chiefly if the moments of inertia of the cross-sectional areas of the column vary within relatively narrow limits. In the extreme case the correction to be applied between consecutive steps may be $\pi^2/3$ -times greater than in the case of the original method.

MODIFICATION DU PROCÉDÉ D'ITÉRATION DE BARTA POUR LA DÉTERMINATION DE LA FORCE CRITIQUE DE COMPRESSION

P. CSONKA
Docteur des sc. techn.

RÉSUMÉ

L'étude présente la modification du procédé d'itération de *Barta* [1] servant à la détermination de la force de compression critique de barres droites, à section transversale variable, sollicitées par une charge axiale, concentrée. L'itération est plus convergente d'après le procédé modifié qu'en cas de la méthode originale. Les avantages du procédé modifié se présentent principalement dans le cas où le moment d'inertie de la colonne varie entre des limites relativement étroites. Dans le cas extrême la correction à appliquer entre les étapes successives peut être même $\pi^2/3$ -fois plus grande qu'en cas du procédé original.

МОДИФИКАЦИЯ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА БАРТА
ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ КРИТИЧЕСКОГО УСИЛИЯ СЖАТИЯ

Д-р техн. наук П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

Показана модификация итерационного метода Барта (1), служащего для определения критического усилия сжатия прямолинейного стержня переменного сечения, работающего на центральное сжатие. В случае видоизмененного метода итерация является более конвергентной, чем при неизменном методе. Преимущества изменения особенно значительны, если момент инерции сечения меняется в относительно не широких пределах. В крайних случаях применяемая коррекция между последовательными операциями может превосходить величину, получаемую при первоначальном методе, на $\pi^2/3$ -кратную.

CONTRIBUTION TO THE ELASTIC THEORY OF ISOTROPIC BODIES

Prof. P. CSONKA

D. OF ENG. SC.

DEPARTMENT OF STRUCTURAL ANALYSIS;
UNIVERSITY FOR BUILDING SCIENCES AND COMMUNICATIONS, BUDAPEST

[Manuscript received 27th June, 1956]

This paper aims at the investigation of the conditions at which for a homogeneous, isotropic, perfectly elastic body the normal stresses

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$$

should depend only on the changes of unit length

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$$

and the shearing stresses

$$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$$

should depend only on angular changes

$$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}.$$

In the just mentioned case the elastic equations solved for stresses will assume the following form:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= h_1 (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z), \\ \sigma_y &= h_1 (\varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_x), \\ \sigma_z &= h_1 (\varepsilon_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y), \\ \tau_{xy} &= h_{II} (\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}), \\ \tau_{yz} &= h_{II} (\gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}), \\ \tau_{zx} &= h_{II} (\gamma_{zx}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}).\end{aligned}\tag{1}$$

Of course, the elastic equations under (1) cannot be of arbitrary structure. That is, these equations have to satisfy requirements resulting from the supposed isotropy of the material

$$\begin{aligned}h_1 (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) &= h_1 (\varepsilon_x, \varepsilon_z, \varepsilon_y), \\ h_{II} (\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}) &= h_{II} (\gamma_{xy}, \gamma_{zx}, \gamma_{yz})\end{aligned}\tag{2}$$

and have to remain invariable if the system of coordinate axes $O(x, y, z)$ is rotated at a small angle from its original position [1]. This latter postulate is

expressed in the case dealt with [2] by the equations :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{xy} \sigma_x &= 2 \tau_{xy}, \\ \mathbf{a}_{xy} \sigma_z &= 0, \\ \mathbf{a}_{xy} \tau_{xy} &= \sigma_y - \sigma_x, \\ \mathbf{a}_{xy} \tau_{zx} &= \tau_{yz}. \end{aligned} \tag{3}$$

In these equations the operation symbol \mathbf{a}_{xy} has the following signification :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{xy} &= \gamma_{xy} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_x} - \frac{\partial}{\partial \varepsilon_y} \right) + 2 (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \frac{\partial}{\partial \gamma_{xy}} + \\ &+ \gamma_{yz} \frac{\partial}{\partial \gamma_{zx}} - \gamma_{zx} \frac{\partial}{\partial \gamma_{yz}}. \end{aligned}$$

The first postulate under (3) applied to the formula under (1) of stress σ_x gives the following relationship :

$$\gamma_{xy} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_y} \right) = 2 \tau_{xy}.$$

From this

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_y} \right) = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}.$$

Since according to (1), σ_x depends only on changes of unit length, and τ_{xy} only on angular changes, the latter equation can subsist only if

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_y} \right) &= G, \\ \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} &= G. \end{aligned}$$

In these equations G means some constant.

Evidently relationships similar to those just described can be established for the other stress components too. Therefore, if it is still considered that the material dealt with is isotropic, the just mentioned relationships can be expressed in the following way :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2 G \varepsilon_x + f(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z), \\ \sigma_y &= 2 G \varepsilon_y + f(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z), \\ \sigma_z &= 2 G \varepsilon_z + f(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z), \\ \tau_{xy} &= G \gamma_{xy}, \\ \tau_{yz} &= G \gamma_{yz}, \\ \tau_{zx} &= G \gamma_{zx}. \end{aligned} \tag{4}$$

So far of postulates under (3) only the first one has been satisfied. It will be proved by a simple test, however, that the elastic equations under (4) also satisfy the other requirements under (3). Accordingly in case of the special requirements formulated in the introduction the elastic equations have to assume the structure under (4).

From what has been so far exposed it is evident that in case of the special postulates formulated in the introduction the elastic equations can remain invariable toward an infinitesimal or a finite angular rotation of the system of coordinate axes *at the very most* if these equations have the structure under (4). Now it remains to be proved, whether the elastic equations are *really* invariable toward an infinitesimal or a finite angular rotation of the coordinate axes, if they have the structure under (4). For this purpose start will be made from equations (4) the form of which relative to the main directions 1, 2, 3 is

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 2G \varepsilon_1 + f(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \\ \sigma_2 &= 2G \varepsilon_2 + f(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \\ \sigma_3 &= 2G \varepsilon_3 + f(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \\ 0 &= 0, \\ 0 &= 0, \\ 0 &= 0.\end{aligned}\tag{5}$$

Moreover, the known formulae

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \varepsilon_1 a_1^2 + \varepsilon_2 a_2^2 + \varepsilon_3 a_3^2, \\ \sigma_y &= \dots,\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \dots, \\ \tau_{xy} &= \sigma_1 a_1 b_1 + \sigma_2 a_2 b_2 + \sigma_3 a_3 b_3, \\ \tau_{yz} &= \dots,\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}\tau_{zx} &= \dots, \\ \varepsilon_x &= \varepsilon_1 a_1^2 + \varepsilon_2 a_2^2 + \varepsilon_3 a_3^2, \\ \varepsilon_y &= \dots,\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \dots, \\ \gamma_{xy} &= 2\varepsilon_1 a_1 b_1 + 2\varepsilon_2 a_2 b_2 + 2\varepsilon_3 a_3 b_3, \\ \gamma_{yz} &= \dots,\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{zx} &= \dots, \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\end{aligned}\tag{10}$$

will be made use of, which hold good, as it is well known, for any law of elasti-

city, and use will be made, concerning the directional cosine matrix

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline x & a_1 & a_2 & a_3 \\ y & b_1 & b_2 & b_3 \\ z & c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$

of the formulae

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 &= \\ = b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 &= \\ = c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

The first three equations under (5) will be multiplied by a_1^2 , a_2^2 , and a_3^2 respectively and will be summed up. Thus with consideration of formulae (6), (8), (10), (11) the first equation under (4) will result. Similarly can be obtained the second and third equations under (4). Now the first three equations under (5) will be multiplied by $a_1 b_1$, $a_2 b_2$ and $a_3 b_3$ respectively and will be summed up. Thus, with consideration of formulae (7), (9), (10), (12) the fourth equation under (4) will result. Similarly can be obtained the fifth and sixth equation under (4).*

Of course the investigations just performed can also be literally repeated in the case of elastic equations solved for the characteristics of deformation. This procedure will result in the statement that the elastic equations solved for the characteristics of deformation are to have the following shapes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{2G} \sigma_x + F(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{2G} \sigma_y + F(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{2G} \sigma_z + F(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy}, \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz}, \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx}. \end{aligned} \quad (13)$$

* This section of the paper is presented by J. BARTA. I express my acknowledgements and thanks for his kind and precious collaboration.

The relationships under (4) and (13) include, as a special case, Hooke's elastic equations too, and may practically be understood as the generalizations of the latter.

REFERENCES

1. GRAMMEL, R.: *Mechanik der elastischen Körper* (Handbuch der Physik, Band VI.) Verlag von Julius Springer, Berlin. 1928.
2. CSONKA, P.: *Theory of Elasticity I.* Hungarian University Press Budapest, 1930.

SUMMARY

The paper treats the law of elasticity of homogeneous, isotropic, perfectly elastic bodies. It proves that if normal stresses depend only on unit change of length, and shearing stresses are dependent on angular changes alone, the elastic equations can assume only the forms under (4) and (13) respectively.

BEITRAG ZUR ELASTIZITÄTSTHEORIE ISOTROPER KÖRPER

P. CSONKA

Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Der Aufsatz behandelt das Elastizitätsgesetz homogener, isotoper, vollkommen elastischer Körper. Es wird bewiesen, dass, wenn die Normalspannungen nur von den spezifischen Längenänderungen und andererseits, wenn die Scherspannungen nur von den Winkelveränderungen abhängen, die elastischen Gleichungen nur die Form (4) bzw. die Form (13) besitzen können.

CONTRIBUTION À LA THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ DE CORPS ISOTROPES

P. CSONKA

Docteur des sc. techn.

RÉSUMÉ

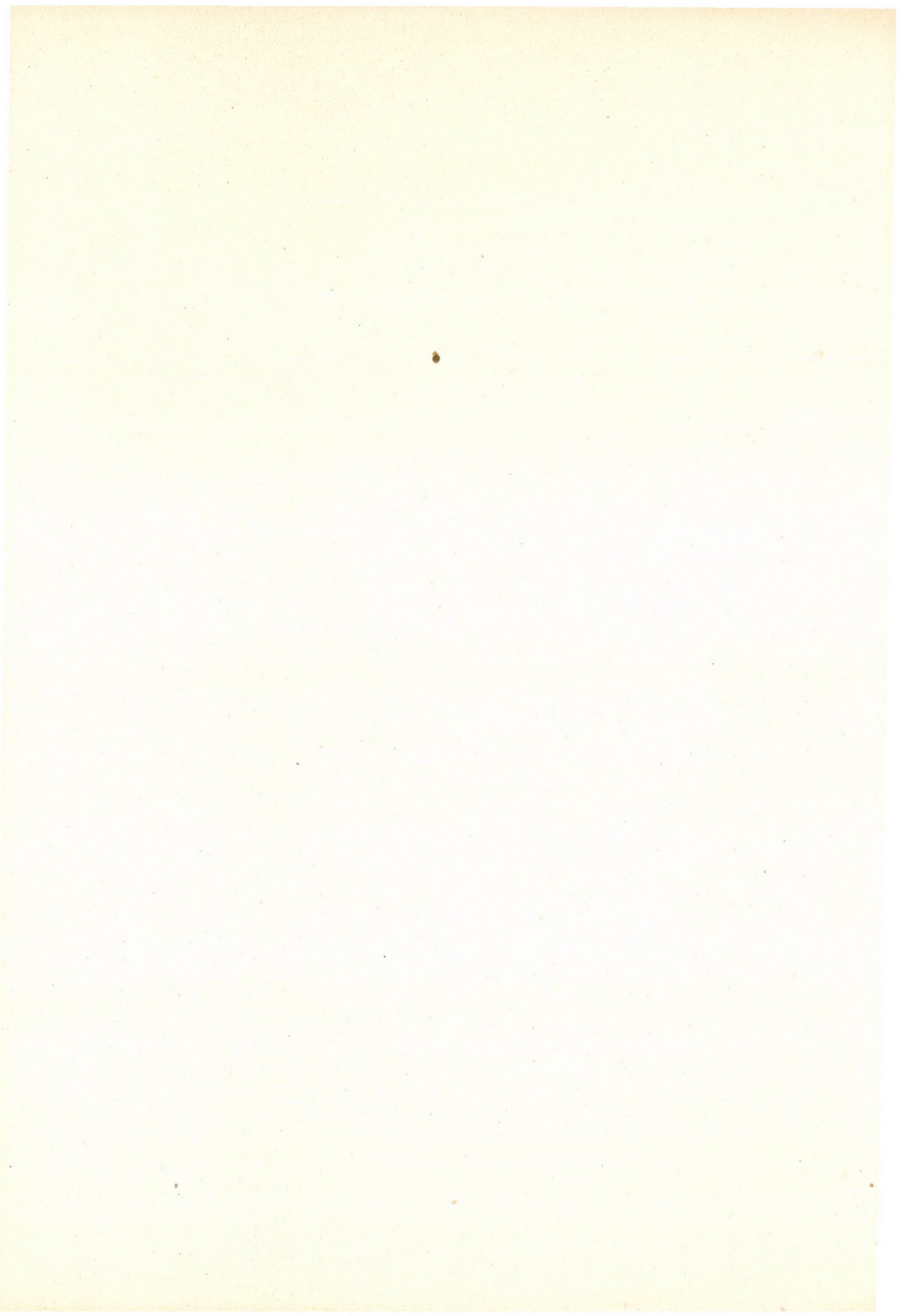
L'étude examine la loi de l'élasticité de corps homogènes, isotropes, parfaitement élastiques. Il est démontré que si les contraintes normales ne dépendent que des changements de longueur spécifiques, et si les contraintes de cisaillement ne dépendent que des changements d'angles, les équations élastiques ne peuvent prendre que la forme (4), respectivement (13).

К ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Д-р техн. наук П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

Статья рассматривает закон упругости гомогенного изотропного и совершенно упругого тела. Доказывается, что нормальные напряжения зависят только от удельных изменений длин, а напряжения среза — только от угла поворота; уравнения упругости могут быть только формы (4) и, соответственно, (13).



DIE BERECHNUNG DES LEISTUNGSBEDARFS DER BLECH-ROLLENRICHTMASCHINEN

A. GELEJI

MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

und

G. DÉVÉNYI

BERICHT NR. 1. DER FORSCHUNGSGRUPPE DER UNG. AKAD. DER WISSENSCHAFTEN
FÜR BILDSAME FORMUNG DER METALLE

[Eingegangen am 21. August 1956]

Im Schrifttum steht keine in der Praxis gut verwendbare Rechenmethode zur Berechnung des Kraftbedarfes des Blechrichtens zur Verfügung. Der Zweck dieser Abhandlung ist die Bestimmung eines Rechenverfahrens, mit dem der Leistungsbedarf von Blech-Rollenrichtmaschinen in verhältnismässig einfacher Weise bestimmt werden kann.

Die gewalzten Bleche verlassen die Walzen im allgemeinen wellig; man muss sogar damit rechnen, dass die warmen Bleche sich während der Abkühlung weiter verziehen. Die Unebenheiten der Bleche werden hauptsächlich durch Rollenrichtmaschinen oder mit Blechstreckmaschinen beseitigt. Die Rollenrichtmaschinen unterwerfen die Bleche geringen bleibenden Verformungen durch wechselndes Biegen, die Blechstreckmaschinen durch Recken. Die vorliegende Abhandlung behandelt das Kaltrichten von Blechen mittels Rollenrichtmaschinen.

Zunächst soll die erforderliche Verformungsarbeit bestimmt werden. Es wird vorausgesetzt, dass das Blech im Ausgangszustand ganz unregelmässige Krümmungen aufweist. Der Richtvorgang kann annähernd als Resultante zweier Arbeitsgänge betrachtet werden, dementsprechend ist

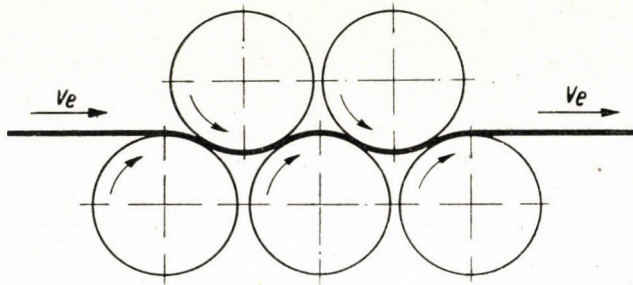
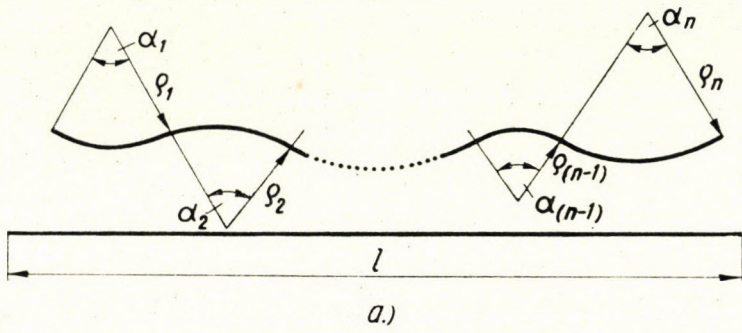
$$L = L_1 + L_2 . \quad (1)$$

L_1 ist die zum Richten der praktisch ganz unregelmässig gebogenen Bleche (Abb. 1a) und

L_2 die zum wechselnden Biegen des Bleches durch die Richtmaschinenrollen erforderliche Arbeit (Abb. 1b).

Bei der Bestimmung von L_1 gehen wir von einer bekannten Beziehung aus. Wird ein Blech auf eine Walze angebogen, oder ein gebogenes Blech geradgerichtet (Abb. 2), dann ist die ausgeführte Verformungsarbeit im allgemeinen durch die nachfolgende Beziehung gegeben:

$$L = M \cdot a . \quad (2)$$



b.)
Abb. 1

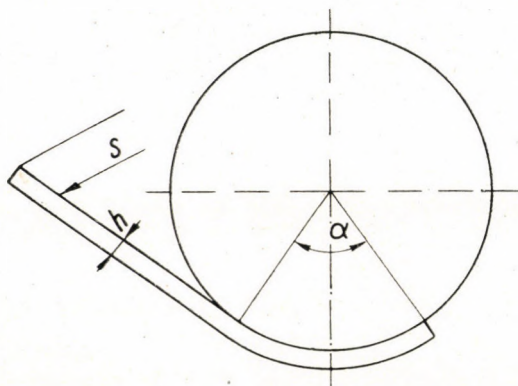


Abb. 2

Hier ist

M das zum bleibenden Biegen des Bleches erforderliche Moment,
 α der Biegungswinkel.

Aus obigen Ausführungen folgt, dass wenn das Blech n ganz unregelmässige Krümmungen aufweist, dann ist die zu deren Geradrichten erforderliche Arbeit (Abb. 1a):

$$L_1 = M \cdot \sum_{i=1}^n a_i. \quad (3)$$

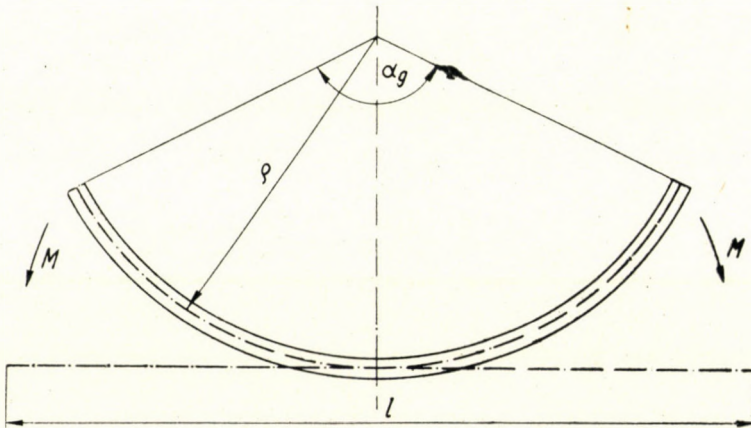


Abb. 3

Das genaue Ermitteln, Abmessen von $\sum_{i=1}^n a_i$ stösst auf Schwierigkeiten, zumal dessen Wert bei jedem Blech verschieden ist. Zwecks einer annähernden Ermittlung sei vorausgesetzt, dass das Blech in seiner ganzen Länge einen regelmässigen Krümmungshalbmesser aufweist, dessen Krümmung dem in Abb. 3 dargestellten Fall entspricht.

Der Winkel α_g der Krümmung beträgt in Bogenmass ausgedrückt:

$$\widehat{a}_g = \frac{l}{\rho} \cong \sum_{i=1}^n a_i. \quad (4)$$

In der vorangehenden Formel bedeutet

\widehat{a}_g die Gesamtlänge des gebogenen Bleches in Bogenmass,

ρ den Krümmungshalbmesser,

l die Gesamtlänge des gerichteten Bleches.

Der Wert von \widehat{a}_g wird in unsere Formel 3 eingesetzt:

$$L_1 = M \cdot \frac{l}{\rho}. \quad (5)$$

Es fragt sich nun, welcher durchschnittliche, jedoch zugleich gute Näherungswert für die in der Praxis vorkommenden Krümmungshalbmesser in unsere Berechnungen eingesetzt werden könnten. Zwecks dessen Bestimmung soll ein gerades Blech mit stets wachsendem Moment auf Biegung beansprucht werden. Wird die Änderung des Krümmungshalbmessers in der Funktion des Moments dargestellt, so ergibt sich Abb. 4. In der Praxis fallen die entlang der Länge

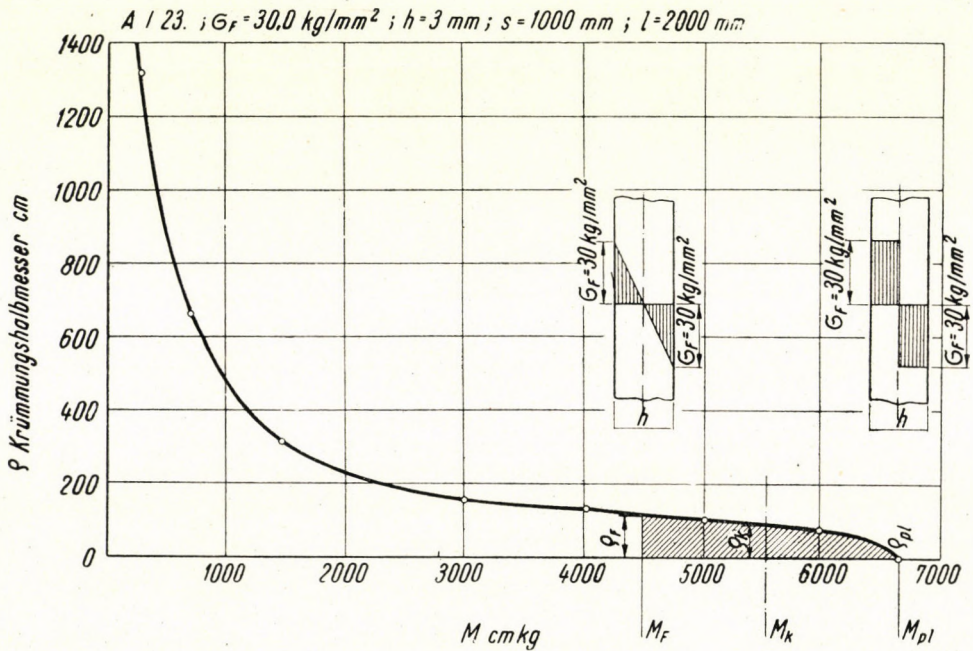


Abb. 4

des Bleches vorkommenden und wechselnden Krümmungshalbmesser in die gestrichelte Fläche. Man begeht keinen Fehler, wenn man in der Praxis mit deren Mittelwert rechnet :

$$\rho = \rho_m = \frac{\rho_F + \rho_{pl}}{2} = \frac{\rho_F}{2}, \quad (6)$$

dabei ist

ρ_F der Krümmungshalbmesser, bei dem die bleibende Verformung in den äussersten Blechfasern gerade beginnt,

ρ_{pl} der Krümmungshalbmesser, bei dem im ganzen Blechquerschnitt bereits eine bleibende Verformung auftritt.

Der Krümmungshalbmesser ϱ_F ergibt sich durch Berechnung aus folgender Beziehung :

$$\varrho_F = \frac{J \cdot E}{M} = \frac{E}{2 \sigma_F} \cdot \sqrt{3 h^2 - \frac{12 M}{\sigma_F \cdot s}}, \quad (7)$$

hier ist

J das Trägheitsmoment des Bleches,
 E der Elastizitätsmodul des Blechmaterials und
 $M = \sigma_F \cdot \frac{s \cdot h^2}{6}$ das Biegemoment.

Nach Substituierung der Gleichung (6) in die Gleichung (5) ist die zur Geradrichtung des unregelmässige Krümmungen aufweisenden Bleches erforderliche Verformungsarbeit :

$$L_1 = 2 M \cdot \frac{l}{\varrho_F}. \quad (8)$$

Stahl geüht : A. 34.23
 Blechbreite : $s = 1000$ mm
 Blechlänge : $l = 2000$ mm

Tabelle I

No.	Blech- stärke h mm	Zugfestig- keit σ_B kg/mm ²	Fließgrenze σ_f kg/mm ²	Ausschlag der Watt- meter zweites Geradrichten		Resultie- render Ausschlag der Wattmeter	Leistungsbedarf		Differenz %
				No. I	No. II		zweites Geradrich- ten gemessen kW*	erstes Geradrich- ten gemessen kW*	
1/a	1,00	37,7	25,6	0,0	+26,6	26,6	1,80	1,95	7,70
2/a	1,75	30,6	22,5	+ 6,0	+38,0	44,0	4,60	5,00	8,00
3/a	2,50	36,0	18,5	+18,0	+51,5	69,5	8,25	8,70	5,16
4/a	2,75	30,4	17,9	+25,0	+60,0	85,0	10,50	11,0	4,55
5/a	2,90	28,8	21,2	+31,0	+78,0	109,0	13,40	14,0	4,30
6/a	3,00	28,6	21,1	+32,0	+78,0	110,0	13,62	14,20	4,10

* $N = N_a + N_s$; $N_l = 1,0$ kW

Um die Richtigkeit der Berechnung zu überprüfen, wurde der Wert L_1 auch durch Messungen bestimmt. Deren Ergebnisse (Abb. 5 und Tabelle I) zeigen, dass die zum ersten und zum zweiten Richten desselben Bleches erforderliche Leistung — also auch der damit proportionale Arbeitsbedarf — sehr geringe Unterschiede (durchschnittlich 6%) aufweist. Demzufolge kann man die zum Geradrichten der Bleche erforderliche Verformungsarbeit L_1 fortan ausser acht lassen, (die Messungen und die Auswertung werden in der zweiten Hälfte dieser Abhandlung erörtert). Praktisch kann angenommen werden, dass

$$L \cong L_2. \quad (9)$$

Aus den vorangehenden Ausführungen ist bereits ersichtlich, dass beim Draufbiegen eines Bleches auf eine Walze oder beim Geradrichten eines gebogenen Bleches (Abb. 2) die Verformungsarbeit durch die nachstehende Formel gegeben ist :

$$L = M \cdot a. \quad (2)$$

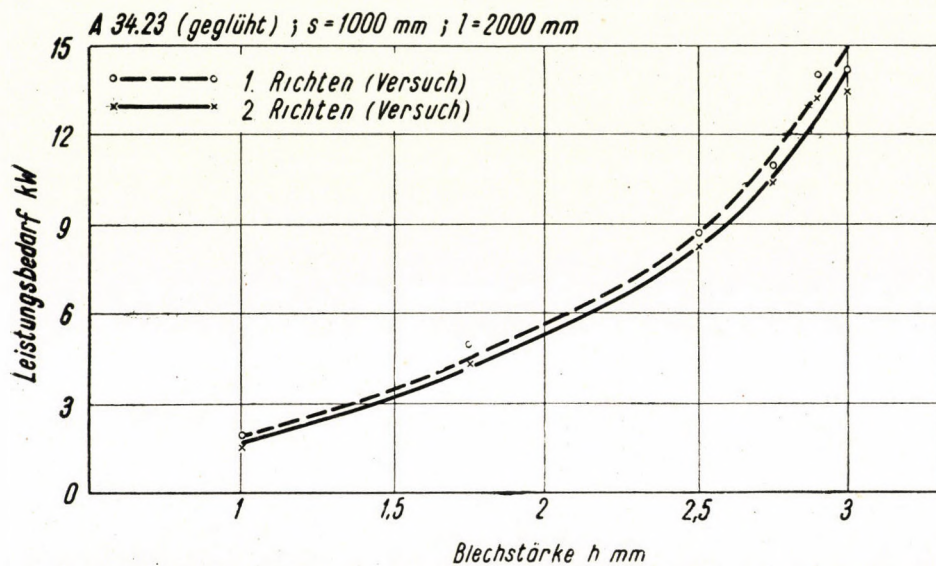


Abb. 5

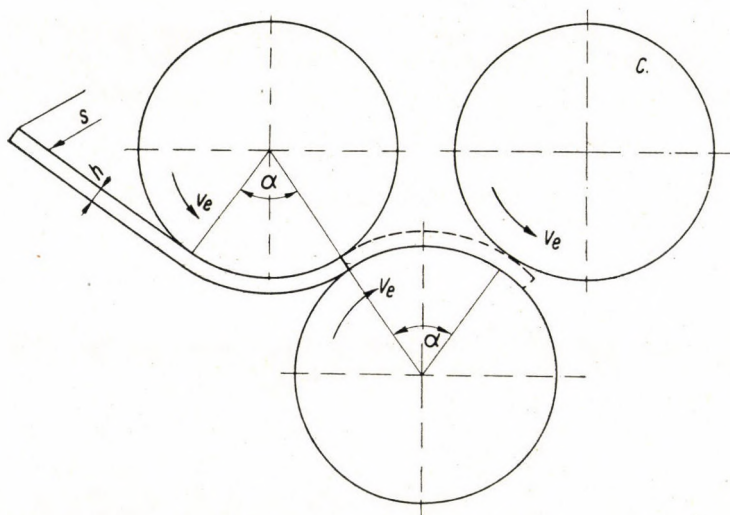


Abb. 6

Beim Richten setzt sich die von einer Rolle geleistete Arbeit aus dem Gradrichten der durch die vorangehende Rolle ausgebildeten Blechkrümmung und der Ausbildung einer entgegengesetzt gerichteten Krümmung zusammen (Abb. 6), somit ist :

$$L = 2 \cdot M \cdot \alpha . \tag{10}$$

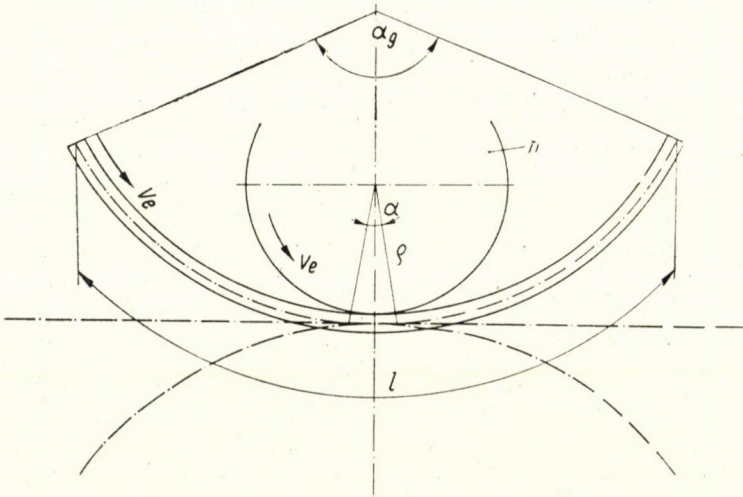


Abb. 7

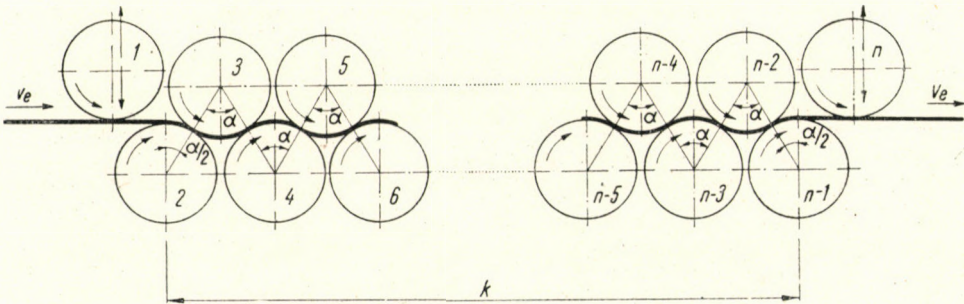


Abb. 8

Wird ein gebogenes Blech längs seiner Gesamtlänge l geradgerichtet und sodann mit einer gleich grossen, jedoch entgegengesetzten Krümmung gebogen (Abb. 7), dann ist die geleistete Arbeit :

$$L = 2 \cdot M \cdot \alpha_g ; \tag{11}$$

jedoch ist

$$\hat{\alpha}_g = 2 \cdot \pi \cdot n , \tag{12}$$

wenn n Drehungen erforderlich sind, damit die ganze Länge des Bleches um

den Rollenumfang läuft. Nach Einsetzung der Gleichung (12) in die Gleichung (11) ist

$$L = 4 \cdot M \cdot \pi \cdot n. \quad (13)$$

Wenn man sodann die Verformungswirkung sämtlicher Rollen der Richtmaschine untersucht (Abb. 8), findet man, dass die Rollen 1 und 2 keine Verformungsarbeit leisten. Die Leistung der Rolle 3:

$$L = M \cdot \frac{\alpha}{2}. \quad (14)$$

Von der Rolle 4 bis zur Rolle $(n - 1)$ leistet jede Rolle folgende Arbeit:

$$L = 2 \cdot M \cdot \alpha. \quad (15)$$

Die Arbeit der n -ten Rolle ist:

$$L = 2 \cdot M \cdot \frac{\alpha}{2} = M \cdot \alpha. \quad (16)$$

Berücksichtigt man nun die Verformungswirkung sämtlicher Rollen, und soll die durch diese Rollen vollzogene Verformungsarbeit errechnet werden, so muss man anstatt m_g mit $(m_g - 3,25)$ Rollen rechnen. Somit ist

$$L = 4 \cdot M \cdot (m_g - 3,25) \cdot \pi \cdot n; \quad (17)$$

jedoch ist

$$l = 2 \cdot r \cdot \pi, \quad (18)$$

somit

$$n = \frac{l}{2r \cdot \pi}, \quad (19)$$

wobei r den Rollenhalbmesser der Richtmaschine bezeichnet.

Nach Substituierung:

$$L = 4 \cdot M \cdot (m_g - 3,25) \cdot \pi \cdot \frac{l}{2r \cdot \pi} = 2M \cdot (m_g - 3,25) \cdot \frac{l}{r}, \quad (20)$$

wo M das zum Hervorbringen der Blechkrümmung ϱ erforderliche Moment bedeutet. Zwischen ϱ und M kann man folgende Beziehung aufschreiben:

$$\varrho = \frac{E}{2\sigma_F} \cdot \sqrt{3h^2 - \frac{12M}{\sigma_F \cdot s}}. \quad (7)$$

Es fragt sich, wie gross das Moment M während des Richtens in den meisten in der Praxis vorkommenden Fällen ist. Biegt man ein Blech mit verschiedenen Krümmungshalbmessern ρ und stellt dies in der Funktion des zum Biegen erforderlichen Biegemomentes M dar, erhält man das in Abb. 9 veranschaulichte Diagramm. Daraus ist ersichtlich, dass bei dem Moment M_F in den äusseren Fasern des Bleches eine der Fließgrenze entsprechende

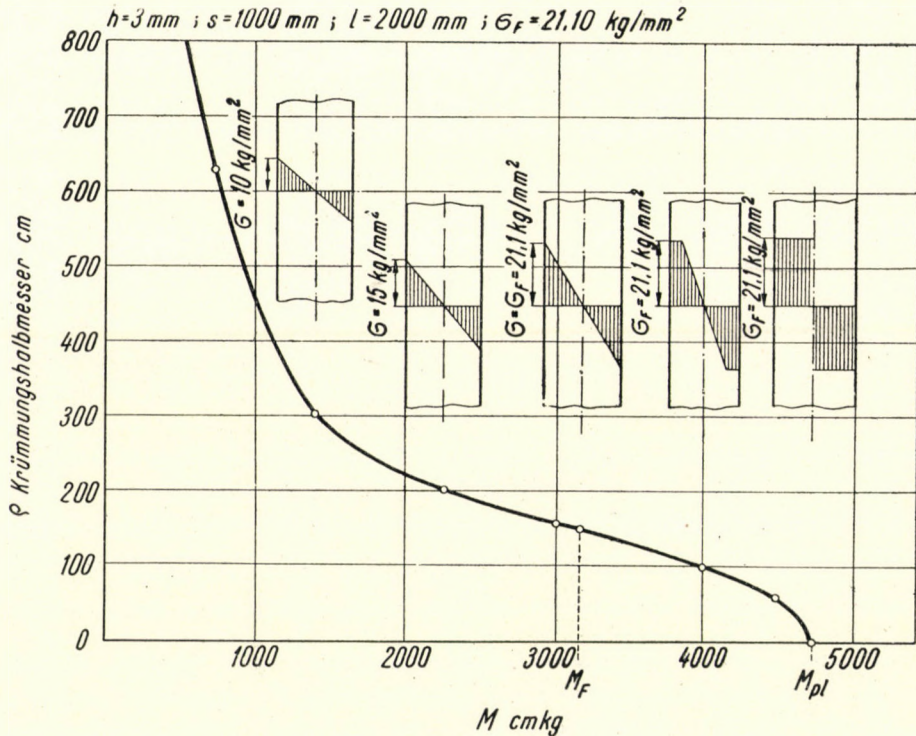


Abb. 9

Spannung auftritt, was den Beginn der bleibenden Verformung bedeutet. Beim Auftreten des Momentes M_{pl} hingegen ist die Verformung schon im ganzen Querschnitt bleibend. In diesem Falle ist :

$$\rho = 0 \text{ und } M_p = \sigma_F \cdot \frac{s \cdot h^2}{4} . \quad (21)$$

Durch die Richtmaschinenrollen wird im allgemeinen das gerichtete Blech in der Weise gebogen, dass fast im ganzen Blechquerschnitt eine bleibende Verformung hervorgerufen wird (ein nahe dem Wert M_{pl} entsprechender Zustand). Demzufolge kann man schreiben :

$$M \approx M_{pl} = 1,5 \cdot M_F . \quad (22)$$

Durch die Einführung der angeführten vereinfachenden Voraussetzung ergibt die erhaltene Endformel einen etwas grösseren Wert als der tatsächliche. Bei ganz genauen Berechnungen substituiert man anstelle von M nicht M_p , sondern den Wert des Momentes, der zu dem beim Richten verwendeten jeweiligen Krümmungshalbmesser gehört.

Substituiert man die Gleichung (22) in die Gleichung (20), so ergibt die Gleichung

$$L = 3 \cdot M_F \cdot (m_g - 3,25) \cdot \frac{l}{r} \quad (23)$$

die zum Richten erforderliche gesamte Verformungsarbeit.

Nun soll auf die Bestimmung des Leistungsbedarfes beim Richten von Blechen übergegangen werden, der sich aus der Beziehung

$$N_g = N_a + N_s + N_l \quad (24)$$

ergibt, wo

N_a der Leistungsbedarf der reinen Verformungsarbeit,

N_s der Leistungsbedarf der Zapfenreibungsarbeit,

N_l der Leistungsbedarf der Leerlaufarbeit ist.

Bei der Bestimmung des Leistungsbedarfes der reinen Verformungsarbeit der Richtmaschine berücksichtigen wir bloss den Teil (Abb. 8)

$$z = \frac{k}{l} \quad (25)$$

des Arbeitsbedarfes L , (welcher Arbeitsbedarf sich auf ein ganzes Blech bezieht), d. h. jenen Teil, der in den Verformungsbereich der Richtmaschine fällt; k ist die am Richten teilnehmende momentane Länge des ganzen Bleches.

Somit ist

$$N_a = z \cdot \frac{L}{t} = z \cdot \frac{L \cdot v_r}{l} \quad (26)$$

wo t die Zeitdauer des Richtens bezeichnet und

v_r die Geschwindigkeit des Richtens (identisch mit der Umfangsgeschwindigkeit der Rollen) ist.

Die Geschwindigkeit des Richtens beträgt:

$$v_r = \frac{l}{t} \quad (27)$$

Nach Substituierung des Wertes von L aus der Gleichung (23) in die Gleichung (26) ist:

$$N_a = z \cdot \frac{v_r}{l} \cdot 3 \cdot M_F \cdot (m_g - 3,25) \cdot \frac{l}{r} \quad (28)$$

d. h. der Leistungsbedarf der zum Richten erforderlichen reinen Verformungsarbeit beträgt :

$$N_a = z \cdot \frac{v_r}{r} \cdot 3 M_F \cdot (m_g - 3,25) . \quad (29)$$

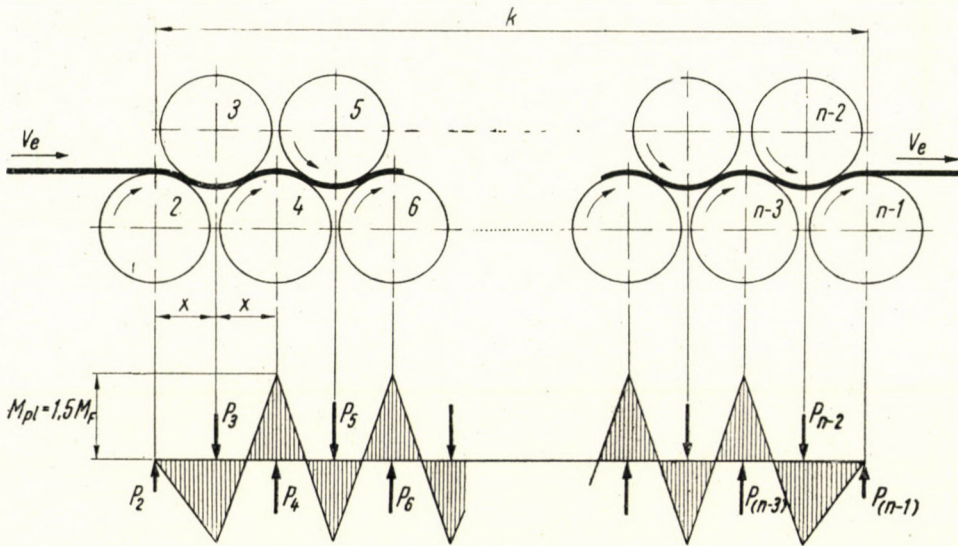


Abb. 10

Bei der Berechnung des Leistungsbedarfes der Zapfenreibung werden bloss die angetriebenen Rollen berücksichtigt, zumal die Reibungsarbeit der Stellrollen 1 und 2 vernachlässigbar klein ist.

Bei der Berechnung muss man die Grösse der auf die Rollen beim Richten einwirkenden Kräfte kennen. Bei deren Bestimmung wird das gerichtete Blech als ein Träger (Abb. 10) betrachtet.

Auf die Rollen 2 und $(n - 1)$ wirkt die Kraft :

$$P = \frac{M_{pl}}{x} , \quad (30)$$

auf die Rollen 3 und $(n - 2)$ die Kraft :

$$P = \frac{3 \cdot M_{pl}}{x} , \quad (31)$$

auf sämtliche Zwischenrollen die Kraft :

$$P_{\max} = \frac{4 M_{pl}}{x} . \quad (32)$$

In den Gleichungen bedeutet x den halben Teilungsabstand.

Beträgt die Zahl sämtlicher angetriebener Rollen m_h , so müssen bei der Berechnung des Zapfenreibungsleistungsbedarfes der angetriebenen Rollen, wie aus obigen Ausführungen hervorgeht, nicht m_k , sondern bloss $(m_h - 2)$ Rollen berücksichtigt werden.

Somit ist :

$$N_s = (m_h - 2) \cdot P_{\max} \cdot \mu_z \cdot v_z, \quad (33)$$

wo

μ_z den Zapfenreibungskoeffizienten,

v_z die Umfangsgeschwindigkeit der Zapfen bedeutet.

Die Einsetzung des Wertes von P_{\max} in die Gleichung (33) ergibt :

$$N_s = (m_h - 2) \cdot \frac{4 M_p}{x} \cdot \mu_z \cdot v_z; \quad (34)$$

jedoch ist

$$M_{pl} = 1,5 \cdot M_F, \quad (22)$$

somit beträgt

$$\boxed{N_s = 6 (m_h - 2) \cdot M_F \cdot \frac{\mu_z \cdot v_z}{x}} \quad [\text{kgm/sec}]. \quad (35)$$

Die Leerlaufleistung beträgt auf Grund experimenteller Erfahrungen :

$$\boxed{N_l = (0,05 \sim 0,1) \cdot (N_a + N_s)} \quad (36)$$

in welcher Gleichung der Wert des Gliedes $(N_a + N_s)$ auf Grund der auf der Maschine gerichteten grössten Blechabmessung berechnet wird.

Der Leistungsbedarf der zur Richtung von Blechen erforderlichen reinen Verformungs- und Zapfenreibungsarbeit beträgt :

$$N = N_a + N_s = \left[z \cdot \frac{v_r}{r} \cdot 3 M_F \cdot (m_g - 3,25) + 6 M_F \cdot (m - 2) \cdot \frac{\mu_z \cdot v_z}{x} \right], \quad (37)$$

wird auch der Wirkungsgrad der Maschine berücksichtigt, so beträgt der Leistungsbedarf in Pferdekraften :

$$\boxed{N = \frac{3 M_F}{75 \cdot \eta} \cdot \left[z \cdot \frac{v_r}{r} \cdot (m_g - 3,25) + 2 (m_h - 2) \cdot \frac{\mu_z \cdot v_z}{x} \right]} \quad ; \quad (38)$$

zu dem so berechneten Wert wird noch der Leerlauf-Leistungsbedarf addiert.

Um das abgeleitete Rechnungsverfahren praktisch unter Beweis zu stellen, haben wir in einem Grossbetrieb Ungarns an verschiedenen Blechwalzwerk-Richtmaschinen Messungen vorgenommen.

Die Leistungsmessung wurde mit einem Zweiwattmeter-Verfahren unter Zwischenschaltung eines Stromwandlers durchgeführt. Bei den Messungen lagen die oberen und unteren Rollen parallel zueinander; es bestand für uns keine Möglichkeit zur Änderung ihrer Umfangsgeschwindigkeit. Die Rollen wurden während der Versuchsmessungen fast in geschlossenem Zustande gehalten (wiederholtes Biegen mit kleinem Krümmungshalbmesser in entgegengesetzten Richtungen), d. h. es wurde mit maximalem Druck gerichtet, da in unsere Berechnungen diese vereinfachende Voraussetzung eingeführt wurde.

Kennzeichnende Hauptabmessungen der Blechrichtmaschine

No. I

Leistung des Antriebs-Drehstrom-Asynkronmotors: $N = 20$ PS; die Rollen werden über Zahnradübersetzungen angetrieben.

Gesamtzahl der Rollen	$m_g = 13$
Zahl der angetriebenen Rollen	$m_h = 11$
Rollendurchmesser	$d = 75$ mm
Rollenlänge	$L = 1200$ mm
Zapfendurchmesser der Rollen	$d_z = 45$ mm
Länge der Rollenzapfen	$L_z = 120$ mm
Drehzahl der Rollen	$n = 46$ /min
Halbe Rollenteilung	$x = 38,5$ mm
Umlaufgeschwindigkeit der Rollen	$v = 0,18$ m/sec
Arbeitende Länge der Richtrollen	$k = 385$ mm

Stahl gegläht: A. 34.23
Blecbreite: $s = 1000$ mm
Blechlänge: $l = 2000$ mm

Tabelle II

No.	Blechstärke h mm	Zugfestigkeit σ_B kg/mm ²	Fließgrenze σ_f kg/mm ²	Ausschlag der Wattmeter		Resultierender Ausschlag der Wattmeter	Leistungsbedarf			Differenz %
				No. I	No. II		gemessen kW*	berechnet kW* HP*		
1	1,00	37,7	25,6	- 2,0	+30,0	28,0	1,95	2,05	2,78	5,13
2	1,75	30,6	22,5	+ 7,0	+40,0	47,0	5,00	5,50	7,50	10,00
3	2,50	36,0	18,5	+18,0	+54,7	72,7	8,70	9,28	12,60	6,70
4	2,75	30,4	17,9	+26,0	+63,0	89,0	11,00	10,70	14,60	2,72
5	2,90	28,8	21,2	+33,0	+81,0	114,0	14,0	14,30	19,40	2,14
6	3,00	28,6	21,1	+33,0	+82,0	115,0	14,20	15,30	20,80	7,75

* $N = N_a + N_s$; $N_l = 1,0$ kW

Bei den Versuchen wurden 1—3 mm starke Bleche aus geglühtem Werkstoff A 34.23 kalt gerichtet. Die gemessenen und berechneten Werte sind in Tabelle II enthalten und in Abb. 11 veranschaulicht.

Die Auswertung erfolgte bei einem 3 mm starken Blech z. B., wie folgt:

Bestimmung der Leerlaufleistung N_1 :

Ausschlag des Wattmeters No. I	— 19,0	Teilungen
Ausschlag des Wattmeters No. II	+ 32,0	«
Der resultierende Ausschlag des Wattmeters	13,0	Teilungen.

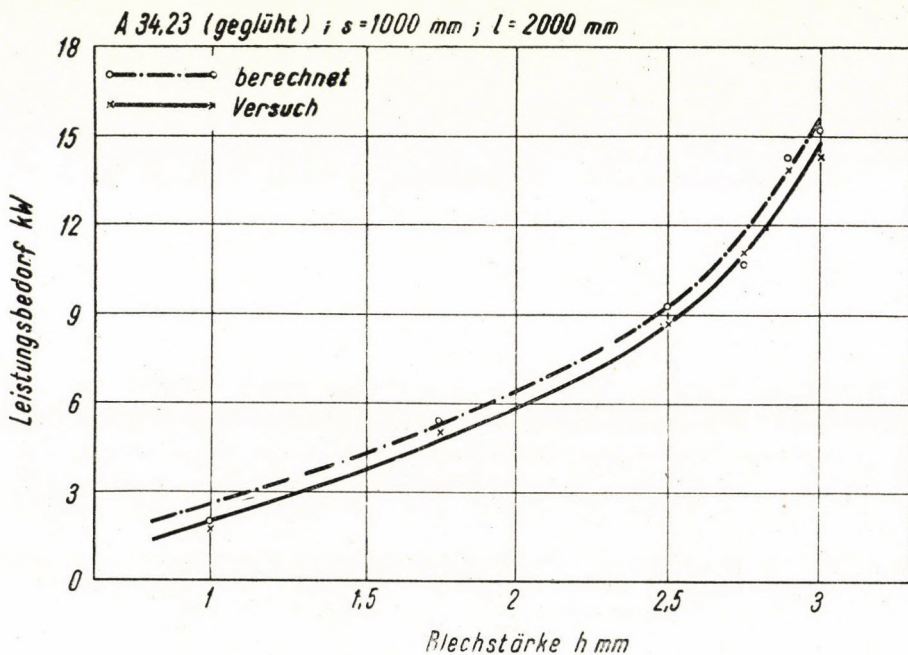


Abb. 11

Übersetzung des bei der Messung eingeschalteten Stromwandlers : 50/5. Einteilung des Wattmessers : 150°, so dass einem vollen Ausschlag 5.450 = 2250 W entsprechen.

Die einer Teilung entsprechende Wattzahl beträgt :

$$\frac{2250}{150} = 15 \text{ W/Teilung.}$$

Berücksichtigt man auch die Übersetzung des Stromwandlers, so fällt auf eine Teilung :

$$10 \cdot 15 = 150 \text{ W/Teilung.}$$

Bei einem resultierenden Ausschlag von 13,0 beträgt also die aufgenommene Leerlaufleistung :

$$N_l = 13 \cdot 150 = 1950 \text{ W} = 1,95 \text{ kW}.$$

Berücksichtigt man auch den Wirkungsgrad des Motors (Abb. 12) :

$$\eta = 0,55, \text{ so ist}$$

$$N_l = 0,55 \cdot 1,95 = 1,07 \text{ kW} \cong 1 \text{ kW}.$$

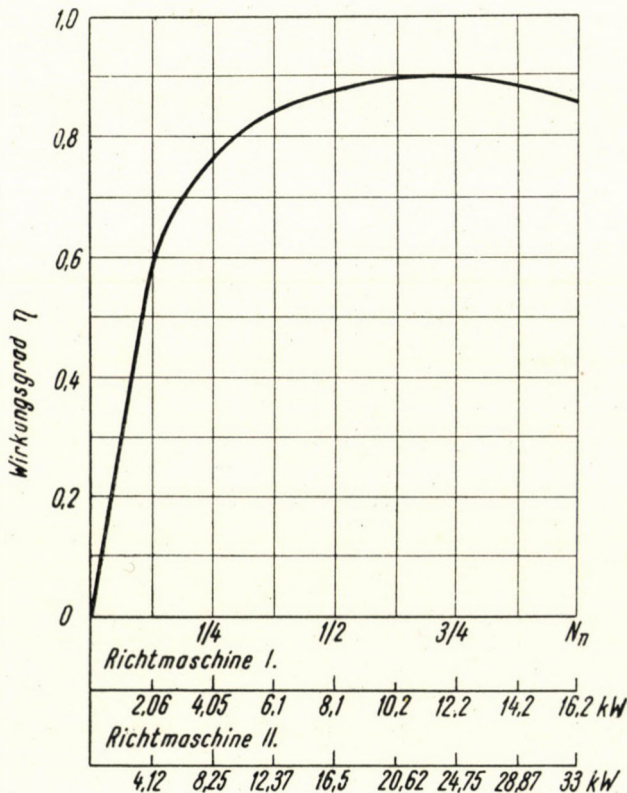


Abb. 12

Errechnen wir nun den Leistungswert $N = N_a + N_s$. Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass bei der Richtung eines 3 mm starken Bleches der resultierende Ausschlag des Wattmeters 115 Teilungen beträgt; dementsprechend:

$$N = 115 \cdot 150 = 17300 \text{ W}.$$

Der Wirkungsgrad des Motors ist in diesem Falle (Bild 12) :

$$\eta = 0,88.$$

Somit ist :

$$N_g = N_a + N_s + N = 17,3 \cdot 0,88 = 15,2 \text{ kW} .$$

Nach Abzug der Leerlaufleistung :

$$N = (N_a + N_s) - N_l = 15,2 - 1,0 = 14,2 \text{ kW} .$$

Durch Berechnung kontrolliert (Gleichung 38) :

$$N = N_a + N_s = \frac{3 \cdot M_F}{75} \left[z \cdot \frac{v_r}{r} \cdot (m_g - 3,25) + 2(m_h - 2) \right] \cdot \frac{\mu_z \cdot v_z}{x} \text{ PS} .$$

Wirkungsgrad der Richtmaschine (5) $\eta = 0,7$

Reibungskoeffizient des Zapfens (5) $\mu_z = 0,05$

Blecbreite $S = 1000 \text{ mm}$

Blechlänge $l = 2000 \text{ mm}$

Fliessgrenze des Blechmaterials $\sigma_F = 21,1 \text{ kg/mm}^2$

Das Moment M_F :

$$M_F = \sigma_F \cdot \frac{s \cdot h^2}{6} = 2110 \cdot \frac{100 \cdot 0,3^2}{6} = 3162 \text{ cmkg} .$$

Der Wert von z (Gleichung 25) :

$$z = \frac{k}{l} = \frac{38,5}{200} = 0,192 .$$

Nach Durchführung der Substituierung :

$$N = \frac{3 \cdot 3162}{75 \cdot 0,7} \cdot \left[0,192 \cdot \frac{0,18}{3,75} (13 - 3,25) + 2(11 - 2) \cdot \frac{0,05 \cdot 0,108}{3,85} \right] = \\ = 20,8 \text{ PS} = 15,3 \text{ kW} .$$

Kennzeichnende Hauptabmessungen der Blechrichtmaschine

No. II.

Leistung des Antriebs-Drehstrom-Asynkronmotors : $N=45 \text{ PS}$;
die Rollen werden über eine Zahnradübersetzung angetrieben.

Gesamtzahl der Rollen $m_g = 9$

Zahl der angetriebenen Rollen $m_h = 7$

Rollendurchmesser $d = 140 \text{ mm}$

Rollenlänge	$L = 1750$ mm
Zapfendurchmesser der Rollen	$d_z = 80$ mm
Zapfenlänge der Rollen.....	$L_z = 160$ mm
Drehzahl der Rollen	$n = 18/\text{min}$
Halbe Rollenteilung	$x = 80$ mm
Umfangsgeschwindigkeit der Rollen.....	$v = 0,132$ m/sec
Umfangsgeschwindigkeit der Zapfen	$v_z = 0,175$ m/sec
Arbeitende Länge der Richtrollen	$k = 480$ mm

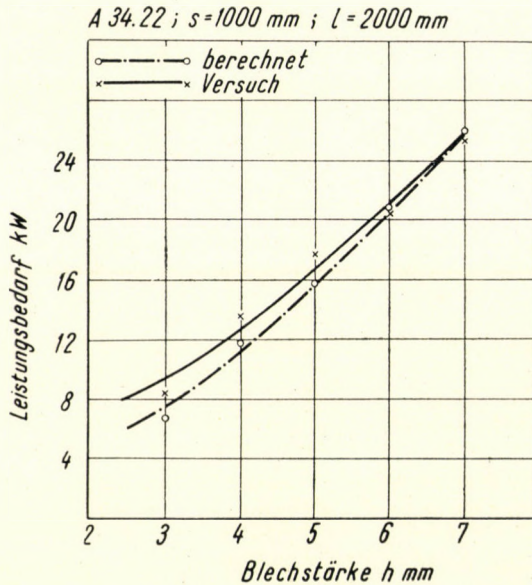


Abb. 13

An der Maschine wurden zweierlei Messungsreihen durchgeführt.

Bei der ersten Reihe wurden Bleche verschiedener Stärke (3—7 mm) mit nahezu konstanter Fließgrenze gerichtet. Die gemessenen und berechneten Werte sind in Tabelle III und in Abb. 13 enthalten.

Bestimmung der Leerlaufleistung N_2 :

Ausschlag des Wattmessers No. I	— 13,5	Teilungen
Ausschlag des Wattmessers No. II	+ 23,5	«

Der resultierende Ausschlag..... 10,0 Teilungen.

Die Verhältniszahl des bei der Messung zwischengeschalteten Stromwandlers war 100/5. In Anbetracht der 20-fachen Übersetzung, entspricht einer Teilung des Wattmessers

$$20 \cdot 15 = 300\ \text{W/Teilung.}$$

Stahl geüht : A. 34.22
 Blechbreite : $s = 1000$ mm
 Blechlänge : $l = 2000$ mm

Tabelle III

No.	Blech- stärke h mm	Zug- festigkeit σ_B kg/mm ²	Fließ- grenze σ_f kg/mm ²	Ausschlag der Watt- meter		Resultierender Ausschlag der Watt- meter	Leistungsbedarf			Differenz %
				No. I	No. II		gemessen kW*	berechnet		
								kW*	HP*	
7	3	48,0	35,4	+ 5,0	+35,0	40,0	8,75	6,83	9,30	22,00
8	4	45,0	34,4	+12,0	+45,0	57,0	13,65	11,70	15,9	14,30
9	5	45,4	29,3	+18,0	+54,0	72,0	17,85	15,70	21,3	12,00
10	6	42,2	26,7	+23,0	+59,0	82,0	20,45	20,60	28,0	0,73
11	7	41,7	25,0	+30,0	+73,0	103,0	25,95	26,00	35,4	0,20

$$* N = N_a + N_s ; N_l = 1,35 \text{ kW}$$

Somit ist die aufgenommene Leerlaufleistung bei dem resultierenden Ausschlag 10,0 :

$$N_l = 10 \cdot 300 = 3000 \text{ W} = 3 \text{ kW}.$$

Berücksichtigt man auch den Wirkungsgrad (Abb. 12) : $\eta = 0,45$, so ist

$$N_l = 0,45 \cdot 3 = 1,35 \text{ kW}.$$

Die Fortsetzung der Auswertung erfolgte nach demselben Prinzip wie zuvor.

Blechstärke : $h = 6$ mm
 Blechbreite : $s = 1000$ mm
 Blechlänge : $l = 2000$ mm

Tabelle IV

No.		Zugfestig- keit σ_B kg/mm ²	Fließ- grenze σ_f kg/mm ²	Ausschlag der Watt- meter		Resultierender Ausschlag der Watt- meter	Leistungsbedarf			Differenz %
				No. I	No. II		gemessen kW*	berechnet		
								kW*	HP*	
12	35. F	43,8	27,4	+23,5	+60,5	84,0	21,05	21,1	28,8	0,23
13	A 00.22	46,4	34,8	+34,0	+78,0	112,0	27,45	26,9	36,6	2,00
14	C 45	43,0	29,0	+25,5	+62,5	88,0	22,05	22,4	30,4	1,58
15	C 35	57,6	39,8	+44,0	+86,0	130,0	32,45	30,8	41,8	5,10
16	A 42.22	47,2	30,0	+27,5	+67,0	94,5	23,55	23,2	31,5	1,49
17	A 34.22	42,2	26,7	+20,0	+60,0	80,0	19,95	20,6	28,0	3,26
18	CM 3	45,0	28,5	+22,0	+62,0	84,0	21,05	22,0	30,0	4,30
19	C 25	43,3	29,8	+27,0	+67,0	94,0	23,5	23,1	31,4	1,70
20	A 36.24	40,9	28,0	+22,0	+58,0	80,0	19,95	21,6	29,4	8,30
21	A 37.22	39,3	24,2	+17,0	+52,0	69,0	17,05	18,8	25,5	10,2

$$* N = N_s + N_a ; N_l = 1,35 \text{ kW}$$

Bei der nachfolgenden Messreihe wurde der Leistungsbedarf bei dem Richten von Blechen aus verschiedenem Werkstoff und von derselben Stärke (6 mm) gemessen. Die gemessenen und berechneten Werte sind in Tabelle IV und Abb. 14 enthalten.

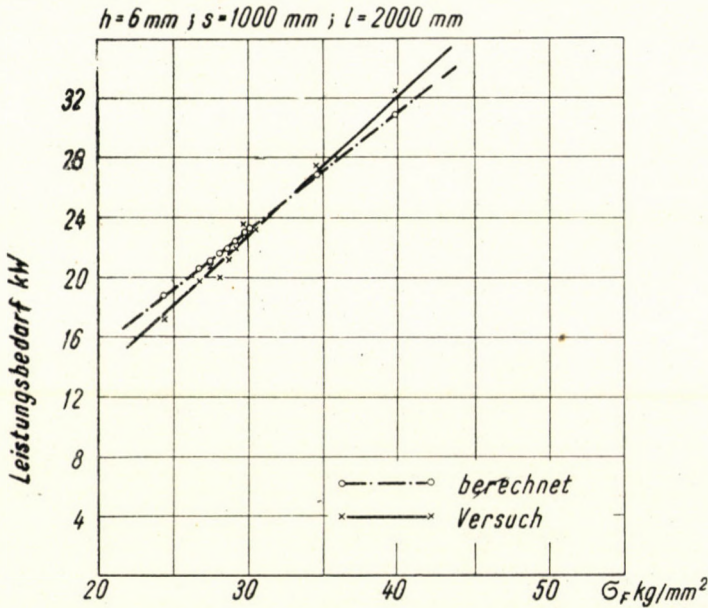


Abb 14

Ein Vergleich zeigt gute Übereinstimmung der praktischen und berechneten Ergebnisse. Das beweist, dass das abgeleitete Rechnungsverfahren bei der Berechnung der Leistung von Blechrichtmaschinen praktisch gut verwendbar ist.

SCHRIFTTUM

1. J. A. CSUDAKOV: Gépipari Enciklopédia. Budapest, 1956. Bd. 8/2 (199-202)
2. A. GELEJI: Die Berechnung der Kräfte und des Arbeitsbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle. Akademischer Verlag, Bpest, 1955. Zweite Auflage, (356—375).
3. A. GELEJI: Walzwerks- und Schmiedemaschinen. VEB. Verlag Technik, Berlin, 1954. (573—575).
4. R. HARTL: Das Richten von Blechen. Werkstatt und Betrieb, 88. 1955 (250—252).
5. I. G. KULBATSCHNY: Maschinelle Ausrüstung von Walzwerken. VEB. Verlag Technik, Berlin, 1954. (914—16).
6. A. NÁDAI: Theory of flow and fracture of solids. Mc Graw—Hill, New-York, 1950. (347—75).
7. E. SIEBEL: Das Richten von Walzwerkserzeugnissen. Stahl und Eisen, 72. (1952. 1298—1301).
8. W. SIEGERIST: Iron Steel Engineer, 21. 1944 (35—44 und 63).
9. A. I. ZELIKOW: Hilfsmaschinen der Walzstrassen. VEB. Verlag Technik, Berlin, 1954. 172—198.

ZUSAMMENFASSUNG

Der erste Teil der Abhandlung befasst sich mit der Bestimmung des zur Kaltrichtung von Blechen erforderlichen Leistungsbedarfs. Es wird die zur Richtung von Blechen erforderliche Verformungsarbeit bestimmt, und von dieser ausgehend, sodann der Kraftbedarf berechnet.

Der zweite Teil behandelt die Ergebnisse der an verschiedenen Richtmaschinen durchgeführten Messungen und kontrolliert diese mit Hilfe der abgeleiteten Endformel. Die Ergebnisse zeigen eine gute praktische Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Werte.

DETERMINATION OF THE POWER DEMAND OF SHEET ROLLER STRAIGHTENING MACHINES

Academician A. GELEJI and G. DÉVÉNYI

SUMMARY

First part of the paper deals with the power demand of cold straightening mills, the formula of the deformation work of sheet-straightening is deduced; from this the power demand is calculated.

Second part of the treatise gives results of measurements executed on different kinds of sheet straightening mills and checks these against the deduced final formula. Results show very good agreement of calculated and measured values for practical purposes.

CALCUL DE LA DEMANDE DE PUISSANCE DES MACHINES À DRESSER À ROULEAUX POUR TôLES

A. GELEJI membre de l'Académie et G. DÉVÉNYI

RÉSUMÉ

La première partie de l'étude traite du calcul de la demande de puissance du dressage de tôles à froid. Une déduction est présentée pour le travail de déformation du dressage; sur cette base est calculée la demande de puissance.

La seconde partie de l'étude fait connaître les résultats des mesurages exécutés sur différentes machines à dresser, en vérifiant ces résultats par la formule finale déduite. Les résultats prouvent que les valeurs calculées et celles mesurées s'accordent à un degré satisfaisant du point de vue de la pratique.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТРЕБНОЙ МОЩНОСТИ ВАЛЬЦОВЫХ ЛИСТОПРАВильНЫХ СТАНОВ

Академик А. ГЕЛЕЙИ и Д. ДЕВЕНЬИ

РЕЗЮМЕ

Первая часть статьи занимается определением потребной мощности при холодной правке листов. Вначале определяется требуемая для правки листов работа деформации, а затем, исходя из этого, определяется потребная сила. Во второй части статьи сообщаются результаты измерений, произведенных на различных листопривильных станах, и проверки полученных данных выведенным конечным уравнением. Результаты показывают практически удовлетворительное совпадение расчетных величин с данными измерения.

LE PROF. DR. h. c. EMIL SCHIMANEK

(1872—1955)

A. FONÓ

Membre corresp. de l'Acad. Hongr. des Sc.

Le prof. Emil Schimanek, dont on déplore la mort survenue l'an dernier, a été un des meilleurs spécialistes des machines thermiques. Son nom reste associé à toute une série de constructions, dont les plus essentielles se rapportent au domaine des moteurs à combustion.

Parmi ses travaux les plus importants, rappelons d'abord son projet d'un moteur à gaz à six temps.* Il arrive à augmenter la puissance et le rendement du moteur par l'introduction, devant le cycle à quatre temps, d'une course aspirante et d'une course de compression servant à aspirer et à comprimer de l'air dans un réservoir auxiliaire. La masse d'air frais aspirée par la course aspirante normale est augmentée de l'air emmagasiné, ce qui permet de doubler la masse d'air amenée dans les cylindres et d'obtenir, par l'introduction d'une quantité double de combustibles, une quantité de travail d'environ deux fois supérieure. En comparaison du moteur à quatre temps, le six temps aura donc, toutes proportions gardées, une puissance d'un tiers plus élevée. Sous l'effet des pertes survenant au cours des essais, ce gain de puissance se chiffre encore à 20—25%. Ce procédé a été complété par le réchauffage du réservoir auxiliaire sous pression contenant l'air de suralimentation, par utilisation des gaz d'échappement. Une partie de la chaleur perdue est ramenée au cylindre, ce qui améliore le rendement du moteur.

En vertu du même procédé utilisé pour des moteurs complétés par gazogènes, le gaz de gazogène est amené à l'air aspiré dans les cylindres, le générateur à gaz faisant alors fonction de réservoir auxiliaire. Grâce à cette suralimentation, le moteur à gaz peut offrir des performances se rapprochant de celles du moteur à essence, malgré le faible pouvoir calorifique du gaz de gazogène. Cette construction présente aussi l'avantage de maintenir la proportion de gaz et d'air la plus favorable lors de la diminution de la charge, la section à aspiration subissant un étranglement identique pendant les deux courses aspirantes. Pour les charges variables, cette solution assure donc un rendement excellent.

Le moteur à six temps avec réservoir auxiliaire, que le prof. Schimanek a construit avant d'avoir pris connaissance du groupe de machines de Büchi, aujourd'hui adopté, signifie une étape importante dans le progrès des moteurs à gaz. Sa combinaison avec le générateur à gaz sous pression constitue, de son côté, un nouveau progrès. Le réchauffage du réservoir auxiliaire par les gaz brûlés, solution excellente pour récupérer une partie de la chaleur perdue, n'est en effet possible que si le réservoir auxiliaire est maintenu sous pression. A la pression atmosphérique, l'aspiration de gaz ou d'air réchauffé entraînerait une diminution sensible de la puissance du moteur.

Rappelons aussi le carburateur construit pour des automobiles dont la charge varie fréquemment et dans de grandes limites, comme les auto-taxis, par exemple. Ce carburateur, fabriqué par la Société des carburateurs Blériot et connu sous le nom de «Carburateurs ESSE», a été surtout utilisé pour les autotaxis en France, en Italie et en Angleterre.

Parmi les travaux du prof. Schimanek, citons encore son indicateur construit en vue du contrôle suivi de la charge des moteurs d'automobiles.** Celui-ci consiste en un petit moteur assemblé au tambour de l'indicateur et possédant le même nombre de cylindres que le moteur d'entraînement. L'espace au-dessus du piston de chacun des cylindres communique avec un cylindre du moteur d'entraînement, ce qui permet de maintenir, au-dessus du piston de l'indicateur, une pression identique à celle de cylindre examiné. Si le moteur de l'indicateur a le même nombre de tours que le moteur examiné, le travail fourni sera également proportionnel. Le maintien du nombre de tours à une valeur constante est assuré par un accouplement interposé entre

* Zeitschr. V. D. I. 1913., Leistungssteigerung bei Gasmotoren.

** Zeitschr. V. D. I., 1926, p. 513.

un arbre commandé par le moteur d'entraînement et l'arbre du moteur de l'indicateur. Par cet accouplement d'arbres, le moteur de l'indicateur transmet un moment de torsion proportionnel à celui du moteur d'entraînement. Outre le volant servant à égaliser les variations du moment de torsion, l'accouplement d'arbres comprend un engrenage à planète, libre du mouvement de rotation. Le moment de torsion s'exerçant sur ce dernier apparaît comme une force ; celle-ci est transformée en pression d'huile et mesurée au moyen d'un manomètre monté sur le tableau de bord de la voiture. Cette solution permet de lire la charge du moteur en fonctionnement.

Ces quelques exemples suffisent à donner une idée de l'importance des travaux du prof. Schimanek, et de la fécondité de sa vie consacrée toute entière aux sciences techniques. Grâce à son activité scientifique inlassable, il a également enrichi la littérature technique d'une série d'ouvrages, dont citons d'abord une importante étude parue sous le titre : «Les moteurs à gaz et le moteur Bánki». Ce livre a été le fruit d'une collaboration avec son collègue le prof. Donáth Bánki, inventeur du «moteur Bánki à combustion» fonctionnant par injection d'eau, et qui eut le mérite, avant Diesel, d'améliorer le rendement en utilisant les fortes compressions.

Parmi ses nombreux manuels et ouvrages techniques, tous excellents, il faut rappeler : «La technique du froid et ses problèmes économiques», «Les machines thermiques», «Transformation d'énergie dans les machines thermiques» et «Chaudières à vapeur, machines à vapeur, turbines à vapeur». Son dernier ouvrage fut consacré à «L'oeuvre scientifique et les travaux de Donáth Bánki».

Ses ouvrages écrits dans un style clair et faciles à comprendre, profitent même aux lecteurs manquant de bases théoriques approfondies. Ses manuels surtout visent à développer une façon de penser technique chez des lecteurs.

L'ensemble de son oeuvre demeure associée à la plupart des progrès récentes de sa spécialité, dont il a été l'un des plus illustres représentants.

PROF. DR. h. c. EMIL SCHIMANEK

(1872—1955)

A. FONÓ

Korrespondierendes Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften

Nachstehend gedenken wir des im Vorjahre verstorbenen ausgezeichneten ungarischen Gelehrten der Wärmekraftmaschinen Prof. Emil Schimanek.

Die wichtigsten seiner Arbeiten beziehen sich auf Verbrennungs-Motore. Einige von diesen sollen in grossen Zügen beschrieben werden.

Er hat einen Vorschlag für einen Sechstakt-Gasmotor ausgearbeitet,* wodurch die Leistung und der Wirkungsgrad erhöht wurden. Er hat vor dem normalen Viertakt einen Saug- und einen Druckhub eingeschaltet, durch welchen Luft eingesaugt und in einen Hilfsbehälter gedrückt wird, um damit nach dem normalen Saughub die im Hilfsbehälter befindliche Luft zur eingesaugten Luft zuzuführen und somit die Zylinder mit doppelter Luftmenge zu füllen. Durch Einführung von doppelter Brennstoffmenge wird die Arbeitsleistung ca. verdoppelt, also von Sechstakt auf Viertakt umgerechnet um $\frac{1}{3}$ der Leistung mehr, als wenn der Motor als Viertaktmotor betrieben worden wäre. Anlässlich der Versuche war die Mehrleistung infolge der Verluste 20—25%. Er ergänzte dieses Verfahren dadurch, dass er den unter Druck stehenden, die Zusatzluft enthaltenden Hilfsbehälter durch die Abgase heizte und somit einen Teil der Verlust-Wärme in den Zylinder zurückführte. Dadurch verbesserte sich der Wirkungsgrad des Motors.

Dieses Verfahren benützte er bei mit Gasgenerator ergänzten Motoren dazu, zu der in den Zylinder eingesaugten Luft Generatorgas zuzuführen, wobei der unter Druck befindliche Gasgenerator als Hilfsbehälter benützt wurde. Mit dieser Zusatzfüllung hat er erreicht, dass die Leistung des Gasmotors trotz der geringen Heizkraft des Generatorgases sich besser an die Leistung des Benzinmotors annäherte. Ein weiterer Vorteil dieser Konstruktion ist, dass bei Verminderung der Belastung durch die gleiche Drosselung des Saugquerschnittes bei beiden Saughuben das Verhältnis der Gas- und Luftmenge unverändert gleich blieb. Dadurch konnte bei veränderlicher Belastung ein sehr guter Wirkungsgrad erreicht werden.

Der Sechstaktmotor mit Hilfsbehälter, den er konstruierte bevor er die heute benützte BÜCHSche Maschinengruppe kennen gelernt hätte, war ein sehr wesentlicher Fortschritt auf

* Zeitschrift V. D. I. 1913. Leistungssteigerung bei Gasmotoren.

dem Gebiet der Verbesserung von Gasmotoren. Die Kombination mit einem unter Druck stehendem Gasmotor ist ein weiterer namhafter Fortschritt. Die Heizung des Hilfsbehälters mit Auspuffgasen ist eine ausgezeichnete Lösung zur Zurückführung der Wärme und ist nur dadurch ermöglicht, dass der Hilfsbehälter unter Druck steht. In den Zylinder könnte weder vorgewärmtes Gas, noch vorgewärmte Luft bei atmosphärischem Druck ohne wesentliche Leistungsreduktion eingesaugt werden.

Er hat einen Karburator konstruiert für Motorwagen, deren Belastung sich häufig in weiten Grenzen ändert, so z. B. für städtische Autodroschken. Die Konstruktion wurde durch die Firma »Société de Carburateurs Blériot« unter dem Namen »Essa-Karburator« hauptsächlich in Frankreich, Italien und England für Taxi-Droschken in Verkehr gebracht.

Für die kontinuierliche Prüfung des Betriebes von Fahrzeugmotoren hat er einen Indikator konstruiert.* Dieser besteht aus einem mit Indikatorzylinder zusammengebauten kleinen Motor, welcher soviel Zylinder besitzt, als der Triebmotor. Der Raum über dem Kolben eines jeden Zylinders ist mit je einem Zylinder des Triebmotors verbunden, damit der Druck über dem Indikator Kolben immer gleich dem im geprüften Zylinder herrschenden Druck sei. Wenn also der Indikatormotor mit der gleichen Umlaufzahl läuft, wie der zu prüfende Motor, leistet er eine mit diesem proportionale Arbeit. Die Aufgabe der Gleichhaltung der Umlaufzahlen wird durch ein als Wellenkupplung ausgebildetes Dynamometer gelöst, welches zwischen eine vom Triebmotor angetriebenen Welle und der Indikatormotorwelle eingebaut ist. Durch diese Wellenkupplung übergibt der Indikatormotor das mit demjenigen des Triebmotors proportionale Drehmoment.

In der Wellenkupplung ist ausser dem die Schwankungen des Drehmomentes ausgleichen den Schwungrad ein an der Drehbewegung nicht teilnehmendes Planetenräderwerk eingefügt, und das auf dieses einwirkende Drehmoment erscheint als eine Kraft. Diese Kraft wird in Öldruck umgewandelt und durch ein neben den Wageninstrumenten montiertes Manometer gemessen. Hiermit kann die Belastung des Motors im Betrieb jederzeit abgelesen werden. Die Leerlaufarbeit des Indikatormotors kann durch Umschaltung der Verbindungsleitung zu den Triebmotoren ins Freie gemessen werden.

Von seinen vielen schöpferischen Arbeiten konnten hier wegen Raumangel nur diese wenigen Beispiele behandelt werden. Von seinen literarischen Arbeiten sollen einige Bücher erwähnt werden. In Zusammenarbeit mit seinem hervorragenden Kollegen Donát BÁNKI, befasste er sich mit dem mit Wassereinspritzung wirkenden BÁNKI-Verbrennungsmotor, welcher bereits vor DIESEL durch die hohe Kompression die Wirtschaftlichkeit wesentlich erhöht hat. Seine Studie erschien unter dem Titel »Gasmotore und der BÁNKI-Motor«.

Er hat ausgezeichnete Lehr- und Fachbücher geschrieben, unter den Titeln »Die Kühlungstechnik und ihre wirtschaftlichen Probleme«, »Betriebslehre der Wärmekraftmaschinen«, »Energieumwandlung in Wärmekraftmaschinen«, »Dampfkessel, Dampfmaschinen, Dampfturbinen«. Seine letzte Arbeit war »Die wissenschaftliche Arbeit und Schöpfungen von Donát Bánki«.

Seine Bücher sind klar und leicht verständlich abgefasst und sind auch für Leser nützlich, die über keine tiefere theoretische Ausbildung verfügen. Seine Lehrbücher legen das Hauptgewicht auf die Vervollkommnung der technischen Denkweise.

Seine Arbeiten haben zum Fortschritt seiner Fachwissenschaft beigetragen. Schöpferisch tätige Ingenieure werden seine wertvollen Ideen auch in der Zukunft ausnützen können. Wir sehen in SCHIMANEK einen der besten ungarischen Maschineningenieure und sind stolz auf seine Schöpfungen.

PROFESSOR EMIL SCHIMANEK
HOLDER OF THE HONORARY DOCTOR DEGREE

(1872—1955)

A. FONÓ

Corresponding Member of the Hungarian Academy of Sciences

It has been found appropriate to pay tribute to the memory of a distinguished Hungarian engineer and scientist, Professor Emil Schimanek.

His most notable works concern internal combustion engines and the following is a review of some of his works.

* Zeitschr. V. D. I. 1926, S. 513.

Schimanek proposed a six stroke gas-engine* whose power and efficiency was boosted by the insertion of a suction and a compression stroke, before the usual four strokes to suck in air and press it into an auxiliary tank and convey the compressed air in a following step to the air sucked in by the usual suction stroke and charged thus the cylinders with a double quantity of air. By introducing the double quantity of fuel, Schimanek produced about the double amount of work, that is to say, one third more power than if the engine had been operated on a 4-stroke cycle. With consideration of losses, he produced in his experiments a surplus of 20 to 25 p. c. This process he improved by using the exhaust gases for heating the auxiliary tank under pressure containing the supercharge air. This way, part of the heat lost otherwise he returned to the cylinder and so improved the efficiency of the engine.

He combined this process by adding by a gas producer supplying gas to the air sucked into the cylinder and employing the gas-producer under pressure as the auxiliary tank. He accomplished by this super-charge that the power developed by the gas engine, in spite of the low caloric value of the producer gas, approached that of a petrol-engine. A further advantage of this arrangement is that at declining load, at the same position of the throttle, the proportion of gas and air continues to be most favourable, unchanged. A high degree of efficiency can be achieved this way at varying load.

A very great step forward in the development of gas-engines was the six stroke-engine with an auxiliary tank, constructed by Schimanek before Buchi's now popular group of super-charged engines came to be known. His combining it with gas-producers under pressure was a further success. It was an excellent idea to have the auxiliary tank under pressure heated by the exhaust gases for recovery of heat. At atmospheric pressure neither preheated gas nor preheated air could be sucked into the cylinder, without a substantial loss in power.

Schimanek must be credited for the design of carburetors for motor vehicles, the load on which is subject to frequent changes within broad limits, like in the case of auto-taxis used in cities. The design was put on the market under the name of "ESSE Carburator" by the "Société des Carburateurs Blériot", mainly in France, Italy and Great-Britain, for use by taxi-cabs.

He constructed an indicator for the continuous control of the operation of vehicle engines.** This consist of a small engine built up from as many indicator-cylinders as the traction engine has. The space above the piston of each cylinder is connected to a cylinder of the traction engine to make the pressure above the indicator piston always equal to the pressure in the cylinder. Therefore, if the indicator engine is worked at the same number of revolutions as the traction engine under examination, the work performed by it is proportional to that of the latter. There is a shaft coupling provided for to serve as a dynamometer to keep the number of revolutions uniform, the same being inserted between the shaft driven by the engine and the shaft of the indicator-engine. On this shaft-coupling, the indicator engine transmits a torque proportional to that of the traction engine. Besides a fly-sheel equalizing the moment fluctuations, the shaft coupling has a sun-and-planet gear inserted to take no part in the revolutions. The torque acting upon it presents itself as a force. Transformed into oil-pressure and a manometer mounted on the vehicle with other instruments, registers it. The load on the engine can be read at any time during operation. When the indicator engine is idle, its work may be checked by switching over its connection with the traction engines to the free air.

For lack of space we must confine ourselves to a brief selection of his valuable works and his achievements.

May I, however, mention some of his works written with his eminent colleague, Donat Bánki, on the Bánki internal combustion engine operated with water injection. Earlier than Diesel, it materially enhanced economy by increasing compression. His treatise had the title: "Gas-engines and Bánki-engine".

Emil Schimanek was the author of excellent text books and handbooks. Such are "The technique of refrigeration and the economic problems involved". "Operations of heat-engines". "Energy conversion in heat-engines." "Steam-boilers, steam-engines, steam-turbines". His last work bore the title: "Donat Bánki's life and work for science".

The books written by him make a clear and comprehensible reading for all; for those too who have not had the benefit of acquiring a proper theoretical background. His text books aim at developing technical thinking.

Schimanek's work has enriched his professional line. His valuable ideas will prove fruitful to engineers engaged in creative work. We consider him as one of the best of Hungarian mechanical engineers and shall always be proud of him.

* Zeitschr. VDI. 1913. Leistungssteigerung bei Gasmotoren.

** Zeitschr. VDI. 1926. p. 513.

ПРОФЕССОР, ПОЧЕТНЫЙ Д-Р Э. ШИМАНЕК

1872 - 1955

Член-корр. АН Венгрии А. ФОНО

Эти строки посвящены памяти умершему в прошлом году выдающемуся венгерскому ученому, инженер-теплосиловнику, профессору Эмилю Шиманек.

Самые значительные среди его трудов рассматривают двигатели внутреннего сгорания. Познакомимся в общих чертах с некоторыми из них.

Автор разработал предложение на разработку шеститактного газового двигателя (1), в результате которого возросла мощность и к. п. д. мотора. Перед обычными четырьмя тактами он ввел один ход всасывания и один ход сжатия, с помощью которых всасывался и нагнетался воздух в один подсобный резервуар для того, чтобы после обычного всасывающего хода к засосанному воздуху подвести хранящийся в подсобном резервуаре воздух и, таким образом, цилиндры заполнять двойной порцией воздуха. Подводя соответственно двухкратное количество топлива, производится примерно двухкратное количество работы, т. е. пересчитывая с шести тактов на четыре, на 1/3 бóльшая мощность, чем при работе на четырех тактах.

При испытаниях, вследствие потерь, дополнительная производительность оказалась равной 20 - 25%. Этот прием был дополнен еще и подогревом выхлопными газами дополнительного воздуха, находящегося под давлением в подсобном резервуаре, и таким путем часть обычно теряемого тепла частично возвращалась в цилиндр, а с этим улучшался к. п. д. двигателя.

Этот прием для газогенераторных двигателей использовался для дополнительной подачи в цилиндр к засосанному воздуху генераторного газа, используя в качестве подсобного резервуара сам газогенератор, находящийся под давлением. С этим переполнением было достигнуто, несмотря на низкую калорийность генераторного газа, лучшее приближение производительности газового двигателя к производительности бензинового мотора. Дополнительным преимуществом этой конструкции, что при падении нагрузки, дросселируя для обоих всасывающих ходов сечение всасывания, соотношение между воздухом и газом неизменно остается наиболее выгодным. В случае переменной нагрузки получается высокий к. п. д.

Шеститактный двигатель с подсобным резервуаром, который был им сконструирован до появления машин системы Бюхи, означал большой прогресс в области развития газовых моторов. Его комбинация с газогенератором, работающим под давлением, представляет дополнительное значительное достижение. Подогрев подсобного резервуара выхлопными газами является отличным решением задачи рекуперации тепла и возможно только потому, что подсобный резервуар находится под давлением. При атмосферном давлении не удалось бы засасывать предварительно подогретый газ или воздух без значительного падения отдачи.

Он разработал конструкцию карбюраторов для автомашин с часто и в широких пределах меняющейся нагрузкой, как, например, у городских такси. Эту конструкцию выпустило «Общество Карбюраторов Блерио», под названием «Карбюраторы ЕССЕ», главным образом для такси во Франции, Италии и Англии.

Для непрерывной проверки работы автодвигателей он сконструировал индикатор (2), состоящий из небольшого мотора, собранного из такого же числа индикаторных цилиндров, какое имеется число цилиндров у приводного двигателя. Пространство выше поршней каждого цилиндра соединено с одним цилиндром приводного двигателя, чтобы давление над индикаторным поршнем всегда было идентично давлению господствующему в соответствующем проверяемом цилиндре. Таким образом, если число оборотов индикаторного мотора и проверяемого двигателя идентичны, тогда и их работа пропорциональна. Поддерживание равного числа оборотов решается муфтой сцепления, оформленной в виде динамометра и установленной между валами проверяемого двигателя и индикаторного мотора. Вращающий момент, передаваемый через муфту сцепления индикаторным мотором, пропорционален передаваемому приводным двигателем. В муфту сцепления кроме маховика для регулирования колебаний момента введен планетарный механизм, который не участвует в вращении и превращает действующий на него вращающий момент в силу. Эта сила в виде давления масла измеряется манометром, смонтированным на приборном щитке автомобиля. Таким образом, во время работы двигателя можно постоянно проверять его нагрузку. Работу холостого хода индикаторного мотора можно проверять переключением соединений с приводным двигателем на атмосферный воздух.

Из его многочисленных ценных трудов, — за недостатком места, — здесь было приведено только несколько примеров.

Среди его литературных трудов следует отметить несколько его книг. В сотрудничестве со своим выдающимся коллегой, профессором Донат Банки он занимался двигателями внутреннего сгорания, действующими с инъекцией воды — системы Банки, которые, опередив Дизеля, с применением большого сжатия значительно увеличили экономичность. Это исследование было опубликовано под заглавием «Газовые двигатели и мотор системы Банки».

Им были написаны хорошие учебники и технические книги: «Техника охлаждения и экономические проблемы», «Эксплоатация тепловых двигателей», «Преобразование и энергия в тепловых двигателях», «Паровые котлы, паровые машины, паровые турбины». Его последняя работа была «Научная деятельность и труды Доната Банки».

Его книги написаны ясным и общедоступным языком и полезны также для неимеющих широкой теоретической подготовки. Основное стремление в его учебниках уделено развитию технического мышления.

Его деятельность была направлена на развитие своей специальности. Его ценные идеи будут полезны для работающих творчески инженеров и в будущем.

Шиманека мы считаем одним из самых выдающихся венгерских инженеров-механиков и гордимся его трудами.

E. Mosonyi :

WASSERKRAFTWERKE I.

Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1956. 872 S., 598 Abb., 6 Beilagen. Preis \$ 20.—

Dieses Werk behandelt, genau wie der erste Band des ursprünglichen ungarischen Buches, die Wasserkraftwerke mit schwachem Gefälle. Der Verfasser bereicherte das Illustrationsmaterial mit den Bildern neu errichteter Wasserkraftwerke von allen Teilen der Welt, und er vermittelt auch detaillierte Richtlinien einer neueren Entwicklung. Somit vermehrten sich sowohl der Text als auch die Illustrationen um mehr als 50% im Verhältnis zur ungarischen Ausgabe von 1952.

Die Benützung der neuesten Angaben und das grösstenteils umgearbeitete Werk machen dieses von der ungarischen Ausgabe fast unabhängig. Verfasser hat die Kapitel, die sich mit der Energie der Meere, dem Wasserkraftvorrat, den verschiedenen Typen der Flusskraftwerke (einheitliche Kraftanlage, in zwei Teile aufgeteilte Kraftanlage, Pfeilerkraftanlage, Unterwasserkraftanlage) befassen, fast gänzlich umgearbeitet.

Der Verfasser hat die der Geschichte der Wasserkraftausnützung gewidmeten Kapitel bedeutend erweitert, ebenso die Kapitel über die allgemeine Anordnung der Wasserkraftwerke mit Kraftkanälen und der Flusskraftwerke. Aber auch über die wirtschaftlichen Gesichtspunkte der Ausnutzung gibt er erheblich detailliertere Angaben. Umfangreicher und erschöpfender werden die Einlasswerke, die Frage des Sickerverlustes im Kraftkanal, Einzelheiten über die vertikale Anordnung der Turbine, Rechenheizung, Turbinenschleusen, Nutzeffekt der Turbinen, Drehimpuls, die zur Annäherungsaufnahme der Einzelheiten der Wasserkraftanlage vorgeschlagenen Methoden und Verfahren, Propellerturbinen, Regulatoren, Generatoren und die verschiedenen elektrischen Einrichtungen sowie die Einzelheiten über die Ausgestaltung der Maschinenhalle behandelt.

Das Buch beleuchtet im Zusammenhang mit sehr vielen Fragen die Bedeutung der Modellversuche. Die Fragen der in Entwicklung begriffenen neuen Turbinentype, der Rohrturbinen, werden in allen Einzelheiten erörtert, aber auch auf zahlreichen anderen Gebieten wird auf die Richtung und Notwendigkeit der weiteren Entwicklung hingewiesen.

Die umgearbeitete deutsche Ausgabe vermittelt mehrere neue Begriffsbestimmungen, unter anderem für solch wichtige Begriffe wie Nutzgefälle, Nischenverlust usw.

Die erste ungarische Ausgabe beabsichtigte vor allem, ein Lehrbuch für die Universitäten zu sein und nur in zweiter Reihe ist es ein Handbuch, das bei der Arbeit des sich mit den theoretischen und praktischen Fragen der Wasserkraftausnutzung befassenden Forschern und Fachleuten eine Hilfe sein sollte. Die umgearbeitete deutsche Ausgabe dient, wenn auch die pädagogischen Prinzipien der ungarischen Ausgabe unverändert aufrechterhalten blieben, vor allem den Fachleuten, wobei sie auch weiterhin den Zwecken eines Lehrbuches für die Universität entspricht.

Die deutsche Ausgabe wurde vor allem für Hydrauliker geschrieben, gibt aber auch Maschineningenieuren und ökonomischen Fachleuten, die sich mit der Wasserkraftausnutzung befassen, sehr nützliche Anleitungen. Hier müssen wir noch einmal den sehr bedeutenden Vorteil der deutschen Ausgabe betonen, dass sie sich ausser den im engsten Sinne genommenen hydraulischen und Tiefbau-Standpunkten auch in allen Einzelheiten mit den maschinellen, elektrotechnischen und ökonomischen Beziehungen des Wasserkraftausnutzung beschäftigt.

Hauptkapitel des Buches : Quellen der im Wasser angehäuften mechanischen Energie, Geschichte und Gliederung der Wasserkraftausnutzung, Plan des Wasserkrafthaushaltes, Teile des Kraftkanal-Kraftwerkes, Teile und Typen des (ins Flussbett gebauten) Flusskraftwerkes und schliesslich die Kraftanlage.

Der Aufbau des Materials ist logisch. Selbst bezüglich der einzelnen Teilaufgaben gibt es den Konstrukteuren ohne Weitschweifigkeit die erschöpfendsten Aufklärungen. In vielen Fragen kann es sogar als allgemeines hydraulisches und hydrologisches Handbuch verwendet werden.

Die deutsche Ausgabe des zweiten Bandes der »Wasserkraftwerke« ist auch schon fertig und wird die Druckerei bald verlassen. Dieser zweite Band behandelt die Wasserkraftwerke mit grossem Gefälle, die Kleinwasserkraftwerke, die Pumpenspeicher und die Fragen der Rentabilität der Wasserkraftausnutzung. Bezüglich Genauigkeit und Umfang der einzelnen Abschnitte ist der zweite Band dem ersten ähnlich.

J. Bogárdi

E Mosonyi :

WASSERKRAFTWERKE I.

(Hydraulic Power Works)

Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest. 1956. 872 p., 598 Fig., 6 suppl., Price \$ 20.—

This book is, just as the first volume of the original Hungarian work, discussing low-head water-power stations, Author is enriching the illustrations with those of water-power stations recently built in all parts of the world, and also gives details of the trends of latest development. It thus happened that the text as well as the illustrations increased by more than 50% as compared with the Hungarian publication of 1952.

Use of the latest data and revision of the greatest part of the book made it nearly independent of the Hungarian publication. Author nearly completely revised the chapters discussing the energy of seas, the water-resources, the different types of river power plants (as integral power plant, power plant divided into two parts, power plant on piers, submerged power plant).

Author essentially completed the chapters dealing with the history of utilization of water-power as well as the general arrangement of diversion and of river power plants. But considerably more detailed data are given from the economic points of view of utilization. He is more fully and exhaustively discussing diversion works, the problem of seepage loss in power canals, details of the vertical arrangement of the hydro-electric generator, rake heating, turbine-shuices, efficiency of turbines, impulse moment, methods and procedures suggested for the approximate layout of the details of the power plant, propeller runner turbines, governors, generators and the different electrical equipment as well as the details concerning the layout of the engine room.

The book emphasizes the significance of models test in connection with a great number of problems. It is discussing in every detail the problems of the tubular turbine, this new type of turbine under development, but it discusses as well the direction and necessity of further development in many other domains.

The revised German publication gives several new definitions of concepts, among others of so important concepts as the useful head, the niche loss, etc.

The first Hungarian publication was, above all, meant to be a textbook for universities and was only in the second place a handbook to serve researchers and experts working on theoretical and practical problems of utilization of water power. The German revised publication is, in the first place, written for experts whilst leaving unchanged the pedagogical principles of the Hungarian publication and is nevertheless suitable for the purposes of a textbook for universities.

The German publication is, in the first place, written for hydraulic engineers. But nevertheless, it gives useful directives to mechanical engineers and economists too, who are engaged in the utilization of water power. Here the very considerable advantage of the German publication must specially be emphasized, namely that it is, in addition to the viewpoints — in the proper sense — of hydraulic engineers and civil engineering, extending in every detail to the mechanical, electrical and economic relations of the utilization of water power.

Chief chapters of the book are as follows : sources of mechanical energy stored in water, history and buildup of the utilization of water power, plan for the economy of water power, general arrangement of the power, parts of the power canal, types and parts of the river power plant (built into the bed) and, finally, the power plant.

Construction of the material is logical. It furnishes, without being diffuse, fullest information even on problems of detail concerning planners. It can in many questions be used even as general hydraulical and hydrological handbook.

The German publication of the second volume of the "Wasserkraftwerke" is also finished and will shortly leave the print. The second volume is discussing high-head power plants, miniature hydro plants, pumped storage plants and the problems of the economy of utilization of water power. As to the minuteness of detail and the extent of every single problem the second volume is similar to the first.

J. Bogárdi

E. Mosonyi:

WASSERKRAFTWERKE I.

(Centrales hydroélectriques)

Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1956, 872 p. 598 fig. 6 hors-textes. Prix \$ 20,—

L'ouvrage, tout comme le premier volume de l'original hongrois, traite des centrales hydroélectriques de basse chute. L'auteur a complété sa documentation par les photos des centrales nouvellement construites partout dans le monde, et il expose en détail les directives du développement récent. De cette façon-là, le texte, de même que le matériel des illustrations a augmenté, de plus de 50% par rapport à l'édition hongroise de l'année 1952.

Par l'utilisation des données récentes et son remaniement considérable, le livre est plus ou moins indépendant de l'édition hongroise. L'auteur a presque entièrement remanié les chapitres sur l'énergie de mers, les réserves d'énergie hydraulique, les différents types de centrales en rivière (centrale à bloc unique, centrale à deux blocs, centrale en piles, centrale submersible).

Le lecteur trouvera des données plus détaillées non seulement sur l'histoire de l'utilisation de l'énergie hydraulique et la disposition générale des centrales sur canaux de dérivation et en rivière mais aussi sur les points de vue économiques de l'utilisation. L'auteur pénètre plus en avant dans les problèmes des prises d'eau, des fuites dans le canal de dérivation, de la disposition verticale de la turbine, du chauffage de grille, des vannes de turbines, du rendement des turbines, de la giration, des méthodes et procédés préconisés pour la représentation approximative des détails de la centrale, des turbines à roues aillées, des régulateurs, générateurs et autres installations électriques, ainsi que de la disposition de la salle de machines.

A propos d'un grand nombre de questions, le livre insiste sur l'importance des essais sur modèles réduits. Il fait connaître le nouveau type de turbine en voie de développement, la turbine à tube, et expose sur maints autres domaines la direction et la nécessité du développement ultérieur.

L'édition allemande remaniée nous donne la définition de plusieurs nouvelles notions importantes, comme par exemple la chute utile, la perte de niche etc.

La première édition hongroise devait servir en premier lieu de livre d'enseignement universitaire et seulement en second lieu de manuel aux chercheurs et spécialistes s'occupant des questions théoriques et pratiques de la production et distribution de l'énergie hydraulique. L'édition allemande remaniée, tout en laissant intactes les principes pédagogiques de l'édition hongroise, s'adresse avant tout aux techniciens, sans être pour cela moins convenable aux fins de l'enseignement.

L'édition allemande est destinée avant tout aux ingénieurs hydrauliques. Elle est cependant également utile aux ingénieurs de machines et aux spécialistes économiques s'occupant de la production et de la distribution de l'énergie hydraulique. A ce propos nous devons souligner particulièrement le grand mérite du livre qui consiste à traiter en dehors des problèmes intéressant de plus près les ingénieurs hydrauliques et les ingénieurs du génie civil, aussi les rapports mécaniques, électrotechniques et économiques de la production des forces hydrauliques.

Les principaux chapitres du livre sont : Les sources de l'énergie mécanique accumulée dans l'eau ; L'histoire et la division de l'utilisation des forces hydrauliques ; Le plan de la production et la distribution de l'énergie hydraulique ; La disposition générale de la centrale

hydroélectrique ; Les parties des centrales sur canaux de dérivation ; Les types et parties des centrales en rivière ; L'usine hydraulique.

Le schéma de l'ouvrage est logique. Sans tomber dans la prolixité, il fournit des renseignements minutieux, même sur les différents problèmes de détail. Au point de vue de nombre de questions, il peut servir de manuel général d'hydraulique et d'hydrologie.

Le deuxième volume en langue allemande de «L'utilisation des forces hydrauliques» est également achevé et sera publié sous peu. Il s'occupe des centrales de haute chute, des petites centrales, des réservoirs à pompes et des problèmes économiques de la production et la distribution des forces hydrauliques. En ce qui concerne les questions de détail et l'ampleur de l'exposé, le deuxième volume est pareil au premier.

J. Bogárdi

E. Mosonyi :

WASSERKRAFTWERKE I.

(3. Мошоньи : Гидроэлектростанции. Том 1. на немецком яз.)

Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1956,
872 стр., 598 рис., 6 приложений, цена : Pб. 80.

В данной книге — как и первом томе венгерского издания — рассматриваются гидроэлектростанции низкого подпора. Автор обогатил иллюстрационный материал фотографиями новейших гидроэлектростанций, сооруженных во всех частях мира за последнее время, а также детально знакомит с принципами новейшего развития. Таким образом как текст, так и иллюстрационный материал в сравнении с венгерским изданием 1952 года увеличились более чем на 50%.

С использованием последних данных и значительной переработкой венгерского издания труд можно считать независимым от венгерского издания. Автор почти полностью переработал главы, посвященные энергии морей, гидро-ресурсам, различным типам русловых электростанций.

Автор значительно расширил главы по истории использования гидроэнергии, общей компоновки русловых гидростанций, гидроэлектростанций с деривационным каналом. Приводятся также более подробные данные экономичности использования. Более подробно, с исчерпывающей полнотой трактуются водосборные сооружения, вопрос фильтрационных потерь в деривационном канале, детали вертикального расположения турбины, турбинные шлюзы, к. п. д. турбин, импульс вращения, рекомендованные методы и приемы для приближенной съемки деталей электростанции, лопастные турбины, регуляторы, генераторы и различное оборудование, а также оборудование для машинного зала.

В книге по ряду вопросов подчеркивается значение моделирования. Книга подробно знакомит читателя с проблемами нового типа турбин, находящегося в процессе разработки — трубчатой турбины, кроме того во многих других областях указывается направление и необходимость дальнейшего развития.

В переработанном немецком издании дано определение некоторых новых понятий, среди них таких важных, как «полезный напор» и др.

Первое венгерское издание было предназначено, в первую очередь, в качестве учебника для высших учебных заведений и только во вторую очередь — справочника для облегчения работы специалистов и исследователей, занимающихся теоретическими и практическими вопросами использования гидроресурсов. Переработанная для издания на немецком языке книга, оставляя нетронутыми педагогические принципы венгерского издания, в первую очередь, предназначена для специалистов, хотя в неизменном виде может быть использована даже в качестве учебника для институтов.

Немецкое издание написано прежде всего для инженеров-механиков и экономистов, занимающихся использованием гидроэнергии. В связи с этим следует еще раз подчеркнуть то значительное преимущество немецкого издания, что кроме точек зрения в узком смысле гидротехники и инженерного строительства охватывает очень подробно все механические, электротехнические и экономические проблемы, относящиеся к использованию гидроэнергии.

Основные главы книги : источник механической энергии, аккумулярованной в воде ; история и дифференциация использования водной энергии ; гидро-экономический план ; общая компоновка гидроэлектростанции ; части гидроэлектростанции с деривационным каналом ; типы и части русловых гидроэлектростанций ; силовая станция.

Материал в книге расположен логично. Для проекта, даже по отдельным детальным задачам, дается подробнейшее объяснение, без лишнего многословия. По многим вопросам может служить даже в качестве справочника по общей гидравлике и гидрологии.

Немецкое издание второго тома также уже готово; более того в ближайшем будущем выйдет из печати.

Второй том посвящен следующим вопросам: гидроэлектростанции высокого подпора; микроэсы; насосные водохранилища; экономика использования гидроэнергии.

В отношении подробности и объема трактовки отдельных вопросов второй том не уступает первому.

Я. Богарди

Bibliography of Hardness and Hardness Testing

118 pp, name and subject indexes, offset-lithographed, 1955/1956, Industrial Diamond Information Bureau, London, E. C. 1. Price 5 s. 6 d.

This Bibliography includes not only work specially devoted to hardness testing, but also work in which hardness testing was only used as one of the methods of investigation.

* * *

Diese Bibliographie beinhaltet nicht bloss die der Härteprüfung gewidmeten Arbeiten, sondern auch solche, bei denen die Härtemessung als Versuchsverfahren angewendet wurde.

* * *

La bibliographie ne comprend pas seulement les travaux se rapportant à la dureté et aux examens de dureté, mais également ceux appliquant la mesure de la dureté comme méthode expérimentale.

* * *

В эту библиографию включены не только труды, относящиеся к определению твердости, но и те, в которых определение твердости применяется как экспериментальный метод.

Prof. Dr. August Thum und Dr.-Ing. C. M. Frhr. v. Meysenbug

Werkstoffe des Maschinenbaues, I/Einf. i. d. Werkstoffprüfung, Sammlung Götschen Bd. 476. 2. neubearbeitete Auflage, 100 S., 1956. geb. DL 2,40.

Die Neuauflage des 1926 erstmalig erschienenen Götschenbändchens »Werkstoffe des Maschinenbaues« unterscheidet sich erheblich von der ursprünglichen Fassung, da das damals noch ganz neue Gebiet der Werkstoffkunde inzwischen mehr oder weniger zu einer Wissenschaft geworden ist.

* * *

Le tome intitulé «Matières premières de la construction de machines» de la série Götschen, qui avait paru pour la première fois en 1926, vient d'être réédité. Le nouvelle édition diffère sensiblement de l'original, vu que la domaine des matières premières absolument nouveau alors s'est développé entretemps en une branche indépendante de la science.

* * *

This new edition of the volume on "The raw materials of machine making", published by Götschen first in 1926, differs quite considerably from the original concept for the fact that at that time the knowledge of raw materials was quite a new subject and since then it has become a separate department of science.

* * *

Новое издание вышедшего впервые в 1926 г. тома Библиот. Гешен «Исходные Материалы Машиностроения» основательно отличается от первоначальной концепции, ввиду того, что в свое время еще новый предмет о сырьевых материалах за прошедшие годы вырос до самостоятельной отрасли науки.

Prof. Dr. Ing. Erich A. von Ende

Maschinenelemente, 3. verbesserte Auflage, Sammlung Götschen Bd, 3/3a, 3. Aufl., 166 S., 1956. geb. DM 4,80.

Das Büchlein ist dazu bestimmt, möglichst weiten Kreisen eine Übersicht über die Maschinenelemente zu geben und ihnen ihre Grundlagen klar zu machen, wobei der gesamte Stoff in einem Band untergebracht wurde.

* * *

Le but que s'est fixé ce petit livre est de présenter une vue d'ensemble des éléments de machines au large public, et de faire connaître les notions fondamentales résumées dans un seul volume.

* * *

The booklet is designed to give a survey of the machine elements and make its rudimentary parts known to an as wide a public as possible and all this to make not more than one volume.

* * *

Книга составлена для ознакомления широких кругов читателей с общими сведениями о деталях машин и их основными принципами. Весь материал собран в одном томе.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be addressed to :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with „Kultura” Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest VI. Magyar Ifjúság Útja 21. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest VI. Magyar Ifjúság Útja 21. Compte-courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest VI., Magyar Ifjúság útja 21. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

I N D E X

- Lázár, E.*: Die Gesetzmässigkeiten der Korngrössenverteilung maschinell zerkleinerter Materialhaufen — Laws of Size Distribution of Mechanically Crushed Materials — Les lois de la distribution des grains de matières concassées — *Й. Лазар*: Закономерности гранулометрического состава раздробленных механическим путем материалов 175
- Berceli, T.*: Surface Wave Propagation along Coated Wires — Die Fortpflanzung von Oberflächenwellen längs überzogener Drähte — La propagation des ondes de surface le long de fils recouverts — *Т. Берцели*: Распространение волн на поверхности изолированных проводов 219
- Guman, E.*: Heat-loss and Pressure-drop in Pipelines Transporting Heated Oil — Wärmeverlust und Druckabfall von Fernleitungen erwärmten Öls — Perte de chaleur et de pression dans les conduites (pipelines) d'huile chauffée — *Й. Гуман*: Тепловые потери и падение давления в нефтепроводах 253
- Millner, T., Prohászka, J., Horváth, A.*: Der Einfluss von Fremdstanzspuren auf die sekundäre Rekristallisation von Wolframdrähten — Effect of Traces of Impurities on the Secondary Recrystallisation of Tungsten Wires — L'effet des traces de matières étrangères sur la recristallisation secondaire des fils de wolfram — *Т. Мильнер, Я. Прохаска, А. Хорват*: Влияние следов присадок на первичную рекристаллизацию вольфрамовых проволок 289
- Barta, J.*: Über die Stabilität des Gleichgewichtes eines gedrückten Stabes von veränderlichem Querschnitt — On the Stability of the Equilibrium of a Compression Bar of Variable Cross Section — Sur la stabilité de l'équilibre d'une barre comprimée de section variable — *Й. Барта*: О стабильности равновесия сжатого стержня переменного сечения 305
- Vendl, A.*: Untersuchungen über die Verwitterung von Eruptivgesteinen — Research on the Weathering of Eruptive Rocks — Recherches sur l'efflorescence des roches éruptives — *А. Вендль*: Исследование выветривания изверженных пород ... 311
- Barta, J.*: Eine Modifikation des Vianelloschen Iterationsverfahrens — Modification of Vianello's Iteration Method — Une modification du procédé d'itération de Vianello — *Й. Барта*: Модификация итерационного метода Вианелло 341
- Csonka, P.*: Modifikation des Bartaschen Iterationsverfahrens zur Bestimmung der Knickkraft gerader Druckstäbe — Modification of the Barta Iteration Method for the Determination of the Critical Compressive Force — Modification du procédé d'itération de Barta pour la détermination de la force critique de compression — *П. Чонка*: Модификация итерационного метода Барта по определению критического усилия сжатия 349
- Csonka, P.*: Contribution to the Elastic Theory of Isotropic Bodies — Beitrag zur Elastizitätstheorie isotroper Körper — Contribution à la théorie de l'élasticité de corps isotropes — *П. Чонка*: К теории упругости изотропных тел 355
- Geleji, A., Dévényi, G.*: Die Berechnung des Leistungsbedarfs der Blechrollenrichtmaschinen — Determination of the Power Demand of Sheet Roller Straightening Machines — Calcul de la demande de puissance des machines à dresser à rouleaux — *А. Гелейи, Д. Девеньи*: Определение потребной мощности вальцовых листопрямительных станков 361
- Fonó, A.*: Professor Emil Schimanek Holder of the Honorary Doctor Degree (1872—1955). — Prof. Dr. h. c. Emil Schimanek — Le prof. dr. h. c. Emil Schimanek — *А. Фоно*: Профессор, почетный д-р Э. Шиманек 381
- Buchbesprechung — Book Review — Compte rendu des livres — Обзор книг 387