

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY,
G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XI

FASCICULI 1-2



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY U. 21

Az Acta Technica orosz, francia, angol és német nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica

Budapest, 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az »Akadémiai Kiadó«-nál (Budapest, V., Alkotmány utca 21. Bankszámla: 04-878-111-46), a külföld számára pedig a »Kultúra« Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Sztálin út 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy külföldi képviselőinél és bizományosainál.

»Acta Technica« публикуют трактаты из области технических наук на русском, французском, английском и немецком языках.

»Acta Technica« выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде) следует направлять по адресу:

Acta Technica

Budapest, 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена »Acta Technica« — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin út 21. Текущий счет № 43-790-057-181), или его заграничные представительства и уполномоченные.

INDEX

Acta Technica

Tomus XI.

- Bardócz, Á.* : Untersuchungen über Lichtquellen für Spektralanalyse VIII — *Бардоц, А.* : Прерывистый дуговой возбудитель для спектрального анализа с тиратронным управлением — A Thyatron Tube Controlled Interrupted Arc Source for Spectrum Analysis — Une génératrice d'arc interrompu pour l'analyse spectrale commandée par thyatron 65
- Csellár, Ö., Éliás, É.* : Voilement des plaques minces en cas d'une courbure initiale — *Челлар, Э. и Элиаш, Э.* : Вмятие тонких пластин в случае начальной кривизны — Buckling of Thin Plates in Case of Initial Curvature — Die Beulung dünner Platten bei anfänglicher Wölbung 289
- Csonka, P.* : Special Kind of Shells of Translation with two Vertical Planes of Symmetry — *Чонка, П.* : О специальном виде двухродных оболочек — D'un type spécial de voiles de translation — Über eine besondere Art der Translationsschalen 231
- Csonka, P.* : Calculation of Calotte Shells over Rectangular Bases. — *Чонка, П.* : Расчет сферической оболочки с прямоугольно четырехугольным планом — Procédé de calcul des voiles en forme de calotte construits sur des plans rectangulaires — Berechnungsmethode für Kappenschalen über rechteckigem Grundriss 427
- Dénes, O.* : Die Einstellung durchlaufender Balkenbrücken auf Grund von Stützpunktreaktionsmessungen — *Денеш, О.* : Выверка многоопорных балок на основе измерения величины противодействующих сил в точке опоры — Adjustment of Continuous Trusses by Reaction Measurements — Ajustement des poutres continues en treillis à la base de la mesure des réactions 317
- Egerváry, E.* : On the Application of the Matrix Theory to the Calculation of Chain-Bridges — *Эгервари, Э.* : Применение теории матриц при расчете подвесных мостов — De l'application de la théorie des matrices au calcul des ponts suspendus — Die Anwendung der Matrizentheorie zur Berechnung von Kettenbrücken 241
- Geleji, A. und Dévényi, G.* : Die Berechnung der in Hammerfundamenten auftretenden und des dynamischen Faktors — *Гелейи, А., Девеньи, Д.* : Расчет сил (динамического фактора), действующих в основаниях механических молотов — Computation of Forces Arising in Foundations of Power Forge Hammers (Dynamical Factor) — Calcul des forces engendrées par le choc dans les bases des marteaux mécaniques (facteur dynamique) 217
- Geleji, A.* : Die Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs beim Kaltpilgern von Rohren — *Гелейи, А.* : Холодная протяжка труб. Определение возникающих усилий и мощности — Cold Roll-Drawing of Tubing, Forces Developed and Power Demand. — Étirage à froid de tubes au laminoir à pas de pélerin. Efforts développés et demande de force Motrice 461
- Hazay, I.* : Zeitgemässe Formeln für Reduktionen von winkeltreuen Zylinderprojektionen — *Хазай, И.* : Современные формулы редукции конформных цилиндрических проекций — Modern Formulae for the Reduction of Orthomorphic Cylindrical Projections — Formules modernes pour les réductions des projections cylindriques orthomorphiques 185
- Hevesi, Gy.* : Bericht über die Tätigkeit der Klasse für technische Wissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften im Jahre 1953–54 — *Хевеши, Дь.* : Отчетный доклад о работе Отделения технических наук Академии Наук Венгрии за 1953/54 гг. — Report on the Activities in 1953–54 of the Engineering Sciences Section of the Hungarian Academy of Sciences — Compte rendu sur les activités en 1953–54 de la Section Technique de l'Académie Hongroise des Sciences 3

- Horváth, Z., Wieder, N., Horváth, A.* : Reduction in Coal Gas of High-Iron and Silica Bauxite of Szécs (Hungary). Magnetic Separation of Red Mud Obtained by Bayer-Method — *Хорват, З., Видер, Н. и Хорват, А.*: Восстановление боксита месторождения Сёц, богатого железом и кремнекислотой, в токе осветительного газа и магнитное отделение красного шлама, полученного процессом Байера — Réduction de la bauxite riche en fer et en silice de la mine de Szécs dans un courant de gaz d'éclairage et séparation magnétique de la boue rouge obtenue par le procédé Bayer — Die Reduktion des eisen- und kieselsäure-reichen Bauxits von Szécs im Leuchtgasstrom und seine magnetische Trennung von dem durch das Bayer-Verfahren erhaltenen Rotschlamm 363
- Istvánffy, E.* : The Mechanism of Reception by Directional Antennae — *Иштванффи, Э.*: Принципы приема в случае направленных антенн — Principes de réception aux antennes dirigées — Die Grundlagen des Empfanges bei Richtantennen ... 257
- Kalitzin, G. St.* : Die Begründung der Getriebelehre durch die Mengenlehre. — *Калицин, Г. С.*: Обоснование теории механизмов посредством теории множеств — Buildup of the Theory of Mechanisms on the Theory of Multiplicities — Motivation de la théorie des mécanismes par la théorie des ensembles 441
- Kalitzin, G. St.* : Gruppentheoretische Eigenschaften der Getriebe und Anwendung der Matrizenrechnung zur Berechnung von Getrieben — *Калицин, Г. С.*: Групповые свойства механизмов и применение матричного исчисления для решения механизмов — Group Properties of Mechanisms and Application of the Matrix Theory to Resolving Mechanism Problems. — Propriétés relevant de la théorie des groupes des mécanismes et application de la méthode des matrices au calcul des mécanismes 449
- Kereszty, P.* : Forces directrices provenant de l'appui des véhicules de chemin de fer sur leurs bogies — *Кересту, П.*: Направляющие усилия от опоры поворотных тележек железнодорожных вагонов — Directional Forces Due to Supports in Railcar Bogies — Die von der Aufstützung herrührenden Richtkräfte in den Drehgestellen der Eisenbahnwagen 37
- Korach, M.* : Théorie du four-tunnel et cuisson rapide «Sandwich», I. partie: Essais sur modèles de fours-tunnel théoriques — *Корач, М.*: Теория тоннельной печи и скоростной процесс обжига «Сендвич». I. Теоретические исследования на модели трубчатой печи — Theory of Tunnel Kilns and the So-called «Sandwich» Fast Schedule Firing I. Theoretical Experiments on Kiln-models — Die Theorie des Tunnelofens und das «Sandwich»-Schnellbrennen. I. Teil. Theoretische Rohrofen-Modellversuche 161
- Korányi, G.* : Bestimmung der Oberflächenspannung von Glasschmelzen mittels indirekter Methode — *Кораньи, Д.*: Определение поверхностных напряжений косвенным методом в случае стекломассы — Determination of Surface Tension of Glass Melts by the Use of an Indirect Method — Détermination de la tension superficielle du verre fondu à l'aide d'une méthode indirecte 155
- Litvai, E.* : Determination of the Ejector-Loss Coefficient — *Литваи, Э.*: Определение коэффициента потерь инжектора — Détermination du coefficient de perte des éjecteurs — Die Bestimmung des Verlustfaktors beim Injektor 415
- Popovics, S.* : Problems of Calculation of Concrete Mixtures — *Попович, Ш.*: Проблема в области проектирования бетона — Problèmes relatifs à la composition du béton — Probleme aus dem Bereich der Betonplanung 87
- Simon, F.* : Calculation of the Average Number of Revolutions of Rotary Finders — *Шимон, Ф.*: Расчет среднего числа оборотов искателей круговой системы — Le calcul du nombre de tours moyen des chercheurs rotary — Die Berechnung der durchschnittlichen Umdrehungszahl von Drehwählern System Rotary 121
- Széchy, K., Kézdi, Á.* : In Memoriam Dr. József Jáky Academician — *Сечи, К., Кезди, А.*: Воспоминания об академике Йозефе Яки — Commémoration de l'Académicien József Jáky — Erinnerung an Akademiker J. Jáky 269

<i>Sztrókaý, P.</i> : Les relations des tensions dans la traction électrique à 50 périodes — <i>Строкау, П.</i> : Режим напряжений при тяге с током частотою 50 периодов в секунду — Voltage Conditions in 50-cycle Railway Traction — Die Span- nungsverhältnisse der 50-Hz-Traktion	23
<i>Tegze, M. und Frau Tegze, M.</i> : Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit die Diffusion innerhalb des Rübenkörpers — <i>Тегзе, М. и Тегзе, Ю.</i> : Влияние скорости движения тока жидкости на диффузию сахара в свекловичной стружке — Influence of the Velocity of Fluid Flow on Sugar Diffusion in Cossettes — L'influence de la vitesse de courant du liquide sur la diffusion de sucre à l'intérieur du tissu de la betterave	405
<i>Vidéky, E.</i> : Influence of Contact Ratio on Involute Spur Gears — <i>Ви́деки, Э.</i> : Воздействие числа зубьев, находящихся в сцеплении, при конструировании торцевых шестерен — L'influence du rapport de contact dans les études des engrenages — Der Einfluss des Überdeckungsgrades beim Entwurf von Stirnrädern ..	99
Conference on Measurement Technics Convened by the Hungarian Academy of Sciences — Конгресс по технике измерений Академии Наук Венгрии — Congrès de la technique de mesurage organisé par l'Académie Hongroise des Sciences — Der Kongress für Messtechnik der Ungarischen Akademie der Wissenschaften ..	479
Ernst Cotel (1879—1954) — Эрнэ Котел (1879—1954)	485
Обзор книг — Book Review — Compte rendu de livres — Buchbesprechung	281

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY,
G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XI



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

ACTA TECHN. HUNG.

BERICHT ÜBER DIE TÄTIGKEIT DER KLASSE FÜR TECHNISCHE WISSENSCHAFTEN DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IM JAHRE 1953—54

GY. HEVESI

KORRESP. MITGLIED DER UNGAR. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, KLASSENSEKRETÄR

1. Organisatorische Fragen

Die Klasse für Technische Wissenschaften hat bereits das 5. Jahr ihres Bestehens zurückgelegt. Ein Rückblick auf diese verhältnismässig kurze Anlaufperiode gestattet die Feststellung, dass sich unsere Klasse von Jahr zu Jahr gekräftigt hat. Obwohl sie ihre Arbeitsmethoden und die Organisationsformen ihrer Tätigkeit sozusagen ohne jede ihr unmittelbar zur Verfügung stehende Forschungsbasis und ohne auf der Vergangenheit fussende Traditionen aus eigenen Erfahrungen ausbilden musste, gelang es ihr trotzdem, die Entwicklung unserer technischen Wissenschaften immer wirksamer zu fördern und auch unserer sozialistischen Aufbauarbeit stets bedeutendere, konkrete Hilfe angedeihen zu lassen.

Ich glaube mit Recht feststellen zu dürfen, dass die Klasse für Technische Wissenschaften heute schon einen massgebenden und ein hohes Ansehen geniessenden Faktor unseres wissenschaftlichen Lebens und unserer volkswirtschaftlichen Entwicklung darstellt.

Diese Erstarkung unserer Klasse ist in erster Linie dem Umstande zu verdanken, dass es gelang, in die Arbeit der Klasse ein systematisch und organisiert tätiges, gewaltiges Aktiv in Form unseres allmählich, jedoch mit eiserner Konsequenz aufgebauten, stets weitgehender differenzierten Systems der ständigen Ausschüsse einzubeziehen. Dieses Ausschuss-System, das z. Zt. 23 Haupt- und 80 Fach- bzw. Themenausschüsse umfasst und in dem die 925 besten Fachleute der Theorie und technischen Praxis tätig sind, können heute schon im Grunde genommen als ausgebaut und stabilisiert betrachtet werden. Mit Freude erfülle ich hier vor der Öffentlichkeit des Landes meine Pflicht, der ganzen Ausschussmitgliedschaft, die zwar in gesellschaftlicher Arbeit, doch in freiwilliger Disziplin und Systematik eine wichtige staatliche Aufgabe erfüllt und die die der Akademie obliegenden technischen wissenschaftlichen Aufgaben unmittelbar verwirklicht, den warmen Dank und die Anerkennung der Klassenleitung und des Präsidiums auszusprechen.

Die Klassenleitung legte im Laufe des vorigen Jahres grosses Gewicht auf die Verbesserung der Lenkung der Ausschussarbeit und auf die weitere

Hebung des wissenschaftlichen Niveaus. Von diesem Gesichtspunkte betrachtet bewährte sich die Schaffung von engeren Leitungsorganen (Exekutivausschüssen) im Rahmen der Hauptausschüsse; die Aufgabe dieser Organe war, das Plenum der Hauptausschüsse von der Behandlung verschiedener organisatorischer, administrativer und persönlicher Fragen zu entlasten und eine engere Verbindung mit der Klassenleitung zu sichern. Hierzu trug auch die Einführung von Empfangsstunden der Akademiker bei, was in erster Linie gleichfalls der engeren Verbindung zwischen Klassenleitung und Ausschüssen dient.

Infolge der besseren Organisation stieg das allgemeine Niveau der Ausschussarbeit insofern, als die im Ausschussarbeitsplan stehenden Fragen heute bereits auf Grund von gut vorbereiteten Referaten behandelt werden. Die Diskussion einzelner verwickelterer Fragen erfordert häufig die Ausarbeitung einer ganzen Reihe von Studien, an der sich auch der von den interessierten Ausschussmitgliedern mobilisierbare technische, wissenschaftliche Apparat (Konstruktionsbureaus, Lehrstühle, Forschungsinstitute) beteiligt.

Auf einzelnen Gebieten wurde die wissenschaftliche Arbeit innerhalb der Klasse bzw. des Ausschuss-Systems infolge organisatorischer Mängel erschwert. So fehlt es an der notwendigen Kooperation zwischen den Ausschüssen, die sich mit dem Baugewerbe, mit der Baustoffindustrie, mit der Baukunst und mit der Frage der Planung der Städte und Siedlungen auf dem Lande beschäftigen. Aus diesem Grunde tauchten in der Praxis der Klasse zahlreiche Schwierigkeiten auf. Schliesslich gelang es jedoch, die hier aufgetauchten Schwierigkeiten durch Schaffung eines das gesamte Gebiet des Bauwesens zusammenfassenden Koordinierungsausschusses — wenigstens vorübergehend — zu überwinden.

Im Zusammenhange mit den organisatorischen Fragen soll auch auf unsere Beziehungen zu den leitenden Wirtschaftsorganen eingegangen werden. Diese Beziehungen waren in der Vergangenheit noch nicht zufriedenstellend, obwohl die Wirksamkeit unserer Arbeit in hohem Masse von der Zusammenarbeit mit diesen Organen abhängt. Im allgemeinen ist festzustellen, dass unsere Beziehungen zu den Ministerien (ebenso wie auch zum Landesplanungsamt) in diesem Jahre systematischer wurden, wobei — abgesehen von einzelnen Ausnahmen — Kompetenzzusammenstöße vermieden werden konnten, so dass sich allmählich eine systematische und gegenseitig nützliche Zusammenarbeit ausbildete. Dies ist um so beachtenswerter, als fast sämtliche Ministerien technische Räte schufen, ohne dass dies die Arbeit unserer Ausschüsse wesentlich beeinträchtigt hätte.

Hinsichtlich unserer Beziehungen zur Industrie ist festzustellen, dass unsere Erfahrung, wonach die Beziehungen unserer Klasse zur Industrie am besten im Wege unserer ständigen Ausschüsse verwirklicht werden können, auch in diesem Jahre bestätigt wurde. Die Ausschüsse führen wohl, ihrem wissenschaftlichen Arbeitsplan entsprechend, auch lokale Erhebungen durch,

eine unmittelbare konsultative Arbeit verrichten sie jedoch nur in äusserst wichtigen Fragen, auf Ansuchen der Ministerien. Die mit der Patronierung der Betriebe, der systematischen technischen Hilfe verbundene Arbeit ist Aufgabe der technischen Forschungsinstitute. Bloss wenige unserer Ausschüsse üben eine derartige Tätigkeit in einzelnen Betrieben auch unmittelbar aus (Maschinenwesen, Fernmeldetechnik).

2. Wissenschaftliche Arbeit

Von den Themen, die von den Ausschüssen im Laufe des Jahres behandelt und ständig mit Aufmerksamkeit verfolgt wurden, klassifizierten wir 14 als akademische Ausschussthemen, und die Berichte über den Fortschritt in diesen Arbeiten wurden dann auch von der Klassenleitung diskutiert. Von den Hauptausschüssen werden 45 akademische Themen kontrolliert, wobei die zuständigen Fachausschüsse bzw. Forschungsinstitute über diese Themen den Hauptausschüssen Rechenschaft ablegen. Die Kontrolle der übrigen Themen obliegt den einzelnen Fachausschüssen.

Nachstehend sollen jene wichtigeren wissenschaftlichen Fragen kurz erörtert werden, die unsere Ausschüsse beschäftigten und in denen es ihnen teils durch unmittelbare Mitwirkung, teils durch Lenkung gelang, gewisse Erfolge zu erzielen. Obwohl ich mich hier nur auf eine ganz kurze, schlagwortartige und nicht im entferntesten vollständige Aufzählung beschränken muss, vermag diese trotzdem ein annäherndes Bild über den Inhalt der in unserem Vaterland geleisteten technischen wissenschaftlichen Arbeit zu vermitteln. Diese Fragen sind :

Auf dem Gebiete der *Geologie* : die Zusammenfassung der Resultate der Manganzforschung im Bakonygebirge, die als Grundlage für den Beginn hüttenmännischer Versuche diente. Die Fragen der Vererzung des Velenceer Gebirges erhielten eine neue Beleuchtung. Die wissenschaftliche Auswertung der im Laufe der Erschliessung unserer jungen Vererzungen (Recsk, Gyöngyösoroszi, Nagyörzsöny) aufgetauchten Fragen und die Ausarbeitung von Vorschlägen bezüglich der Richtungen der Fortsetzung des Bergbaues.

Auf dem Gebiete der *Geodäsie* begann im Sommer 1953 die Messung der aus dem Netz dritter Ordnung abgeleiteten Triangulierung erster Ordnung, wobei die bisherigen Erfahrungen die theoretischen Untersuchungen genau bestätigten.

Auf dem Gebiete der *Geophysik* zeitigten die seismischen, erdmagnetischen, geoelektrischen und Gravitationsforschungen und die Vervollkommnung dieser Forschungsmethoden bedeutende Ergebnisse.

Der Fachausschuss für *Kohlenbergbau* beschäftigte sich mit der Frage der Modernisierung der Provokationssprengung und förderte die mit dem Abzug von Methangas verbundenen Forschungen.

Der Fachausschuss für *Erzbergbau* arbeitete die Regeln der Erzvermögensschätzung der gängigen, stockartigen und flözigen Erzvorkommen hinsichtlich sämtlicher inländischer Erzvorkommenarten aus.

Der Fachausschuss für *Torf* arbeitete eine Methode zur Quantitätsbestimmung der aus Torf gewonnenen Huminsäuren aus und veröffentlichte eine Studie über die den Heizwert des Torfes beeinflussenden Faktoren.

Der Hauptausschuss für *Hydrologie* arbeitete Entwürfe über den zur Berieselung des Tiszatales erforderlichen Wasserbedarf, über die Prüfung der Wirtschaftlichkeit und Wirksamkeit der Terrainregelung, über den Anbau des Reises im System der Fruchtfolge usw. aus. Ferner arbeitete er Vorschläge über den Schutz der Gewässer vor Verschmutzung und über die Richtlinien für die Abwasserreinigung der Balatoner (Plattensee-) Gegend aus: er leitete schliesslich systematisch die Ausarbeitung eines Landes-Wasserbewirtschaftungsrahmenplans.

Der Hauptausschuss für *Energetik* beschäftigte sich mit der Frage des Landesleistungsfaktors, der eine bessere Ausnutzung der energieliefernden Einrichtungen ermöglichen sollte, und machte Vorschläge für vorzunehmende Investitionen und für Massnahmen zur Erzielung von Kohleneinsparungen. (Entwicklung der inländischen Erzeugung von Phasenschieberkondensatoren, dringende Ausbildung einer Serie von entsprechenden Synchronmotortypen usw.) Er führte Untersuchungen in der Frage der Kondensations- und Heizkraftwerke durch und befasste sich mit der Förderung der Erzeugung von elektrischen Apparaten, sowie mit den Fragen der Durchführung des Kraftwerkprogramms und unterbreitete den zuständigen Regierungsorganen diesbezügliche Vorschläge.

Auf dem Gebiete des *Eisen- und Metallhüttenwesens* erfolgte die weitere Ausarbeitung jener grundlegenden Probleme (Niederschachtofen, Einführung der Stahlerzeugung im Windfrisch-Konverter, wirtschaftliche Verarbeitung von Bauxiten mit kleinem Modul, Herstellung von Titan in Ungarn usw.), die schon in unserer vorjährigen Thematik enthalten waren. Die Weiterentwicklung der wichtigsten Fragen auf diesen Gebieten hängt von der Möglichkeit halbbetriebmässiger Versuche ab.

Der Hauptausschuss für *Maschinenwesen* leistete bei der Umkonstruierung der Abtreibmaschine F_4 sowie bei der Ausführung von im Bergbau verwendeten Förderanlagen mit gutem Wirkungsgrad, kleinem Volumen und geringem Gewicht konkrete Hilfe.

Der Fachausschuss für *Strömungstechnik* befasst sich systematisch mit der Vervollkommnung der zur landwirtschaftlichen Bewässerung und Binnenwasserregulierung dienenden sowie der im Bergbau verwendeten Pumpen.

Der Fachausschuss für *landwirtschaftliche Mechanisierung* beteiligt sich an der Ausarbeitung des auf die Förderung der Landwirtschaft abzielenden Regierungsprogramms.

Der *Hauptausschuss für Fernmeldetechnik* arbeitete einen eingehenden Vorschlag zur Entwicklung des fernmeldetechnischen Fachgebietes aus und machte in diesem Rahmen Vorschläge zur Organisierung der Forschung, zur Qualitätsverbesserung der Fabrikate, zur Kaderbildung usw., die an die zuständigen Regierungsorgane weitergeleitet wurden.

Der Fachausschuss für *Magnetismus* setzte seine Tätigkeit zur Verbesserung der Qualität der Fernmeldetechnikgrundstoffe fort und erzielte auf diesem Gebiete neue Resultate, insbesondere auf dem Gebiete der Herstellung der permanenten Magnete »Hypersilk« und »Alnico 5«.

In ähnlichem Sinne verrichtete auch der Fachausschuss für *Fernmeldetechnikgrundstoffe* eine erfolgreiche Tätigkeit.

Der *Hauptausschuss für Messtechnik und Instrumentenwesen* führte beachtenswerte Erhebungen in Verbindung mit der allgemeinen Instrumentenversorgungslage der Industrie aus. Unter seiner Lenkung erfolgt die Ausarbeitung der inländischen Herstellung der Infrarot- und Ultraviolett-Spektroskope und Spektrographen.

Der Ausschuss für *elektrische Messungen* arbeitete auf Ansuchen des Landesplanungsamtes einen Vorschlag über die Modernisierung der elektronischen Instrumente und der Fabrikation neuer Instrumententypen aus.

Auf dem Gebiete des Bauwesens und der Baumaterialien: Der Fachausschuss für Bodenmechanik erhöhte durch Ausarbeitung der Theorie der Dimensionierung auf Grenzbelastungen in grossem Ausmass die Sicherheit der wirtschaftlichen Fundamentierung. Der Fachausschuss für das Gebäudemaschinenwesen bearbeitete die theoretischen Fragen der Fernheizung.

Der Fachausschuss für Keramik war um die weitere Erforschung der keramischen Stoffe für die Fernmeldetechnik bemüht.

Der *Hauptausschuss für die Baumaterialindustrie* arbeitete an der Weiterentwicklung der wärmetechnischen Theorie der Tunnelöfen und trug zur Vorbereitung der Planung eines Versuchstunnelofens neuen Typs bei. Zur Weiterentwicklung der Forschung fasste er die prinzipiellen Fragen der sich ohne Verbrennung abspielenden Reaktionen zusammen.

Der Fachausschuss für die Glasindustrie förderte die Lösung des Problems der Sulfatglasfabrikation durch die Natriumsilikatschmelzung. Bei den technologischen Versuchen konnten dann diese Forschungen mit überaus bedeutenden positiven Ergebnissen abgeschlossen werden.

Der Fachausschuss für die Industrie feuerfester Stoffe befasste sich mit den Fragen der Stabilisierung geschmolzener Brennstoffe des Dolomits sowie mit den Fragen der Wärmefestigkeit und des Verhaltens gegen Korrosion der feuerfesten Materialien.

Der *Hauptausschuss für Siedlungswissenschaften* beschäftigte sich mit der wirtschaftlichen Ausbildung des Wohngebietes der Städte, in deren Verlauf er in der Ausarbeitung eines die wirtschaftlichen, hygienischen, kulturellen und

strukturellen Gesichtspunkte berücksichtigenden Systems für die sozialistischen Städte gute Fortschritte machte.

Der Hauptausschuss für *Leichtindustrie* beschäftigte sich mit der Prüfung synthetischer Kunstfasermaterialien und unterbreitete den Regierungsorganen einen Vorschlag zur Errichtung eines Versuchsbetriebes zur Kunstfaserfabrikation. Er untersuchte die Instrumentenausrüstungs- und Automatisierungslage der Fachgebiete der Leichtindustrie, stellte die damit zusammenhängenden Ansprüche fest und arbeitete diesbezüglich Vorschläge aus.

Der Fachausschuss für die Textilindustrie förderte die auf die Diazotierung von Seide und Wolle bezüglichen Forschungen und machte neue Feststellungen in Verbindung mit den theoretischen Fragen der Salpetersäurebehandlung einzelner Eiweissstoffe.

Das wichtigste Thema des Fachausschusses für die Holzindustrie war die Förderung der Ausarbeitung geklebter Eisenbahnschwellen. Es gelang dabei, dieses Thema bis zum praktischen Versuchsstudium vorwärtszutreiben.

Der Fachausschuss für Kunstleder lenkt und kontrolliert die mit der Herstellung von Kunstleder zusammenhängenden Forschungen.

Der Hauptausschuss für *Verkehrswissenschaften* prüfte die Möglichkeiten der heimischen Verwendung der dieselektrischen Traktion und unterbreitete den Regierungsorganen einen Vorschlag zu deren Einführung. Die Anwendung der Dieseltraktion ist wirtschaftlicher als die von Dampflokomotiven und hat eine beachtliche Kohlenersparnis zur Folge.

Er prüfte die Möglichkeiten der Zusammenarbeit der verschiedenen Verkehrszweige und arbeitete Richtlinien für den Eisenbahn-, Schiffs- und Kraftwagenverkehr aus.

Er beschäftigte sich mit der Frage der Verwendung von Eisenbetonschwellen als Ersatz für Holzschwellen und bestimmte die Richtlinien für die Verwendung von Eisenbetonschwellen; er arbeitete wissenschaftliche Methoden zur Feststellung der Leistungsfähigkeit des Verkehrs aus usw.

Der Hauptausschuss für *Baugeschichte* beschäftigte sich mit der Vorbereitung der Ausgabe eines baugeschichtlichen Universalfachwerkes marxistischer Anschauung sowie mit den Fragen der Volksdenkmäler und gab im Zusammenhang mit der letzteren Frage auch wichtige Hinweise für die architektonische Praxis.

Der Hauptausschuss für *Technische Wissenschaftsgeschichte* arbeitete einen Gesetzentwurf zum Schutze der technischen Denkmäler und im Zusammenhang damit auch eine Vollzugsverordnung dazu aus, die vom Ministerrat angenommen und zu Gesetzeskraft erhoben wurde.

Er lenkte und unterstützte die fortlaufende Herausgabe von Werken über das Leben und die Tätigkeit der Pioniere und fortschrittlichen Gelehrten der technischen Wissenschaften. Er lenkt die Forschungen, die im Staatsarchiv zur Aufschliessung der technischen Schöpfungen des 18. Jahrhunderts im Gange

sind. Er beschäftigt sich mit den Vorarbeiten zur je baldigeren Eröffnung eines Technischen Museums.

Sobald die Ausarbeitung der wissenschaftlichen Themen in ein entsprechendes Stadium eingetreten war, arbeiteten unsere Ausschüsse bzw. die Leitung unserer Klasse Vorschläge aus und unterbreiteten sie den zuständigen höheren Wirtschafts- und Regierungsorganen. Diesen Vorschlägen wurde im allgemeinen erhebliche Beachtung geschenkt, doch wurde nicht jedem unserer Vorschläge eine seiner Bedeutung entsprechende Erledigung zuteil. Es ist allerdings zu erwähnen, dass ein wichtiges Merkmal der praktischen Bedeutung der Arbeit unserer Ausschüsse darin besteht, dass die dort vertretenen Institutionen (Anstalten, Planungsbureaus, Lehrstühle usw.) jene Beschlüsse, die sie in ihrem eigenen Wirkungskreis durchzuführen imstande waren, in den meisten Fällen auch durchführten und über ihre Durchführung berichteten. Darin zeigt sich so richtig der weitgehende Einfluss der Klasse auf alle technisch-wissenschaftlichen Arbeiten im ganzen Lande.

Die wissenschaftliche Leistung mit der grössten Bedeutung, auf die die Klasse im Vohrjahre zurückblicken kann und an der sämtliche Ausschüsse ohne Unterschied teilhaben, war die Ausarbeitung eines perspektivischen Landesplanvorschlages zur Förderung der Industrie und eines sich an diesen anschließenden, wissenschaftlichen Forschungsplans, der dazu berufen ist, der Regierung bei der Bestimmung der reellen Umrisse des zweiten volkswirtschaftlichen Fünfjahrplans in einer ersten Näherung behilflich zu sein.

Beabsichtigt man von der in Ungarn im Gange befindlichen Forschungsarbeit technischen Charakters, von ihrem Inhalt und Ergebnissen ein konkretes Bild zu entwerfen, so müsste hier in erster Linie die Arbeit der industriellen Forschungsinstitute geschildert werden. In den der Klasse für Technische Wissenschaften untergeordneten Fachgebieten sind 28 technische Forschungsinstitute tätig, und das Gros der Forschungsarbeit wird in diesen Instituten verrichtet. Diese gehören selbstverständlich in den Amtsbereich der einzelnen Ministerien, weshalb die Klasse kein unmittelbares Einspracherecht in deren Angelegenheit besitzt. Die Klasse übt jedoch trotzdem einen bedeutenden Einfluss auf die grundsätzliche, wissenschaftliche Leitung dieser Institute aus, einerseits im Wege ihrer Ausschüsse, andererseits auch dadurch, dass die Leiter der bedeutendsten Forschungsinstitute zugleich ordentliche oder korrespondierende Mitglieder unserer Klasse sind. Es genügt darauf hinzuweisen, dass alle wissenschaftlichen Probleme, über die ich bei der Besprechung der Arbeit unserer Ausschüsse berichtete, hinsichtlich der mit ihnen in Beziehung stehenden Forschungsaufgaben in den Wirkungsbereich der technischen Forschungsinstitute gehören. Besonders nützlich erwies sich der Einfluss unserer Klasse auf jene technischen Forschungsinstitute, bei denen das zuständige Ministerium hieraus keine Kompetenz- oder gar eine Prestigefrage machte — denn auch solche Fälle gab es —, sondern eine vernünftige Zusammenarbeit mit der Akademie anstrebte.

Die technischen Forschungsinstitute befassen sich jährlich mit der Ausarbeitung von mehreren hundert Themen. Gerade darin liegt aber auch einer ihrer Unzulänglichkeiten, weil den Forschungsinstituten auf diese Weise zahlreiche Aufgaben zufallen, die auch in Betriebslaboratorien oder sogar im Rahmen der einzelnen Betriebe vielleicht besser und schneller gelöst werden könnten als in den Instituten.

Eine auch nur annäherungsweise Schilderung der wissenschaftlichen Ergebnisse der technischen Forschungsinstitute würde den möglichen Rahmen dieses Berichtes weit überschreiten. Aus diesem Grunde soll an dieser Stelle nur auf einige wichtigere Aufgaben einiger unserer grösseren Institute hingewiesen werden, um den Charakter und die Bedeutung der hier ausgeführten Forschungen einigermaßen anzudeuten.

Das *Forschungsinstitut für die Eisenindustrie* arbeitete auf dem Gebiete der Erzaufbereitung die Aufbereitung des Rudabányaer Erzes aus. Eine auf diesem Verfahren basierende Grossbetriebsanlage ist im Bau begriffen. Auf dem Gebiete der Stahlerzeugung wurden zahlreiche Sparstähle erprobt, die lediglich Legierungsmetalle inländischer Herkunft enthalten. Das Institut stellte ferner die Verhältnisse beim Legieren im Elektro- bzw. Martinofen klar.

Auf dem Gebiete der Pulvermetallurgie wurde bei der Herstellung von Eisenoxymagneten im grossen und ganzen das ausländische Niveau erreicht. Auf dem Gebiete des Schweissens wurden die verschiedenen Schweisselektroden und Auftragsmethoden ausgearbeitet. Auf dem Gebiete der Eisengiesserei wurde die Methode der Schalenmodellierung bis zur halbbetriebsmässigen Erzeugung ausgearbeitet.

Das *Technologische Institut für die Maschinenindustrie* arbeitete das mechanische Einspannen, Kleben, Schleifen, Schärfen und Läppen keramischer Plättchen aus. Diese Plättchen lassen sich mit gutem Erfolg zur Bearbeitung von Gusseisen verwenden. Das Institut arbeitete ferner die zur wirtschaftlichen Bearbeitung von gehärteten Stäben- und Kokillengussstücken geeignete Schneidestahlgeometrie, ferner das günstigste Wärmebehandlungsverfahren der Sparstahlwerkzeuge aus. Letzteres hat eine grosse Bedeutung, da es den Import von Legierungsmaterialien vermindert.

Die Arbeiten des *Forschungsinstitutes für Wärmetechnik* sind: Forschungen bezüglich der Verfeuerung von minderwertigen Kohlen: zweckmässige Ausbildung des Feuerraumes, Kohlenstaubhilfsfeuerung, Umbildung von Flammrohrkesseln auf Staubkohlenheizung, pneumatische Schleuderheizung, Stützflammen-Brennerversuche und Ausbildung neuer Mühltentypen.

Auf dem Gebiete der Wärmeübertragung: die Entwicklung des Kleinrippen-Wärmeaustauschers und dessen Verwendung bei Luftkondensationsanlagen.

Von den Ergebnissen des *Zentralforschungslaboratoriums für die Elektroindustrie* gelangten zur grossbetriebsmässigen Einführung: der Hochleistungs-

Stromrichter, das konzentrische Telephonkabel von 0,4 mm \varnothing , der äusserst genaue Stabstromwandler, das Kabelisolierungsöl, Qualitätsbakelitplatten, Kupfer-Aluminiumanschlüsse, Hoch- und Niederspannungssicherungen.

Noch nicht zur industriellen Einführung gelangte, fertige Resultate sind: in ein Aluminiumrohr gezogene Kabel, Kältemaschinenkühlung von Turbogeneratoren.

Von den wichtigeren Ergebnissen des *Forschungsinstituts für Bergbauwesen* sind zu erwähnen das *Martinysche* pneumatische Setzverfahren, das bereits bei der Aufbereitung von Komlóer Kohle zum Verkoken auch grossbetriebmässige Anwendung findet. Es wurden Veredlungsverfahren für verschiedene wichtige feuerfeste Stoffe, Verfahren zum Abbinden des im Kohlenbergbau entstehenden Staubes, Methoden zur rationellen Verfeuerung von zur Schlackenbildung neigenden Kohlen ausgearbeitet und Forschungen bezüglich der Verwendungsarten eines der wertvollsten mineralischen Schätze unseres Vaterlandes, des Bentonits, ausgeführt usw.

Das *Zentralforschungsinstitut für die Baustoffindustrie*, das seine Tätigkeit erst knapp vor einem Jahre aufnahm, bildete die zweckmässige Dimensionierung des Tunnelofens mit optimalem, spezifischem Energieverbrauch aus. Das Institut ermittelte die die Erwärmung fester Körper kennzeichnenden Gleichungen, die bei der Anfertigung von Konstruktionsplänen von Bedeutung sind. Es stellte farbige keramische Fliesen aus heimischen Rohstoffen nach einem billigen Verfahren her; es arbeitete eine entsprechende Betonzusammensetzung und ein Bauelement für landwirtschaftliche Gebäude aus; es entwickelte eine Methode für den Ersatz des in der Glasindustrie verwendeten Ammoniaksodas durch sulfathaltige Rohstoffe.

Von den Ergebnissen des *Versuchsinstituts für landwirtschaftliche Maschinen* ist zu erwähnen; die Weiterentwicklung des heimischen Einheitsmotors zum Einbau in den Hochleistungs-Gleiskettentraktor mit Dieselbetrieb; die Herstellung der Mais-Quadratsämaschine mit Bodensteuerung; die Entwicklung einer Halbness- bzw. Berieselungs-Beizmaschine; die Schaffung eines Ringzylinders für die Wasserspeicherung, der die Verwertung eines beträchtlichen Teils der Niederschläge im Sommer gestattet; die Ausbildung einer Mutterkorn-Erntemaschine, die zum Einbringen des durch künstliche Infektion erzeugten Mutterkorns geeignet ist.

Das *Forschungsinstitut für die Instrumentenindustrie* arbeitete eine grosse Reihe von elektronischen und mechanischen Messinstrumenten aus, von denen insbesondere die Kristallfiltriervorrichtung hervorzuheben ist, wodurch die Herstellung einer in Ungarn bisher nicht erzeugten Produktengruppe, nämlich der Trägerfrequenzeinrichtung ermöglicht wird. Das Institut arbeitete ferner eine Reihe von Starkstromrelais aus, die einen wichtigen Faktor unserer Energiewirtschaft darstellt; es arbeitete eine weitgespannte Serie von automatischen Messvorrichtungen und Messelementen aus (einen auf der Messung der Wärme-

leitfähigkeit beruhenden Rauchgasanalysator, eine pneumatische Steuerung eines mechanischen Kompensographen usw.). Ein bedeutender Erfolg des Instituts ist eine ohne lokale Stromquellen arbeitende Fernmessvorrichtung, die nach dem Impulssystem arbeitet und auch in Weltrelation ein neues Verfahren darstellt.

Das *Forschungsinstitut für elektrische Energetik* entwarf und fertigte das Kraftnetzmodell an, an dem bereits vom Gesichtspunkte der Volkswirtschaft wichtige Messungen vorgenommen wurden; es arbeitete den Streckenschutz, den ersten ungarischen kombinierten Netzschutz aus, konstruierte Hochspannungs-Nebelisolatoren für Gebiete mit verunreinigter Luft; es arbeitete die Richtlinien des Kontaktschutzes für den Kohlenbergbau, für die Metallurgie, für landwirtschaftliche Anlagen, für die Bauindustrie und für die Kleinverbraucher aus. Am Entwurf eines elektrischen Pfluges zur Elektrifizierung unserer Landwirtschaft wird gearbeitet.

Dies sind lediglich einige herausgegriffene Beispiele. Ohne jedoch die Aufzählung fortzusetzen, kann ich ruhig behaupten, dass es kein einziges technisches Forschungsinstitut gibt, das die aufgewandten Investitionen und sämtlichen übrigen Ausgaben nicht schon in den ersten, wenigen Jahren seines Bestandes unserer Volkswirtschaft vielfach zurückgezahlt hätte.

Forschungsarbeit der Lehrstühle

Die der Klasse unmittelbar zur Verfügung stehende wissenschaftliche Forschungsbasis bilden die Lehrstühle der Technischen Universität und einige Lehrstühle der Universitäten. Hier obliegt die Lenkung und Kontrolle der wissenschaftlichen Arbeit, sowie auch die Versorgung mit Geldmitteln unmittelbar der Klasse bzw. der Akademie. Obwohl auf die Finanzierung der Forschung an den Lehrstühlen bloss ein geringer Teil der für technische Forschung aufgewandten materiellen Mittel entfällt, muss der Entwicklung der hier ausgeführten Forschungsarbeit und der in Verbindung damit vor uns stehenden Aufgaben trotzdem eine sehr grosse Bedeutung beigemessen werden. Die Forschung an den Lehrstühlen ist am besten geeignet, in unserem Vaterlande die auf die Erweiterung der prinzipiellen, theoretischen Grundlagen der technischen Wissenschaften gerichtete Arbeit zu entwickeln, was leider bei den meisten unserer technischen Institute ganz in den Hintergrund tritt. Auch die Hebung des Unterrichtsniveaus ist ohne eine entsprechende Entwicklung der Forschungsarbeit undenkbar.

Die Lehrstühle erhielten zu ihren Forschungsarbeiten eine sehr beträchtliche Hilfe, wenn man sie mit der ihnen in den Zeiten vor der Befreiung zuteil gewordenen Hilfe vergleicht. Unsere Klasse trachtete die ihr zur Verfügung stehenden materiellen Mittel so zu verteilen, dass womöglich jedem Lehrstuhl eine, wenn auch noch so geringe Dotation zufalle; das Gros der materiellen

Mittel wenden wir jedoch in erster Linie zur Entwicklung jener Lehrstühle auf, bei denen die Vorbedingungen für eine Entwicklung der Forschungsarbeiten am ehesten gegeben sind. Auf diese Weise gelang es, die Forschungsarbeit mehrerer Lehrstühle in einem Ausmass zu entwickeln, dass deren Forschungsabteilungen schon in der nächsten Zukunft zu selbständigen akademischen Forschungslaboratorien umorganisiert werden können. Solche sind u. a. : der Lehrstuhl für Wasserkraftmaschinen an der Budapester Technischen Universität, die Lehrstühle der Soproner Arbeitsgemeinschaft für Geodäsie und Geophysik, der geochemische Lehrstuhl der Roland Eötvös Universität in Budapest, doch wird es vielleicht möglich sein, auch an einigen anderen Lehrstühlen mehr oder weniger selbständige Zentren der akademischen technischen Forschung auszubilden. In den unserer Klasse unterstellten Lehrstühlen gelang es, einen Status für mehr als 140 Forscher zu sichern.

Das *Institut für Messtechnik und Instrumentenwesen*, das wissenschaftliche Institut unserer Klasse, wurde im Jahre 1952 gegründet. Sein gegenwärtiger Status beträgt 75 Personen. Eine wichtige Initiative im vergangenen Jahre bedeutete die Errichtung der Abteilung für Automatisierung, die das ausschliessliche Recht besitzen wird, in unserem Vaterlande Forschungen von prinzipieller Bedeutung auf dem Gebiete der Automatisierung auszuführen.

Das Institut besitzt drei wissenschaftliche Abteilungen : a) Die Abteilung für Messtechnik befasste sich mit der Lösung der zerstörungsfreien Materialprüfmethoden unter Verwendung elektronischer Mittel. Sie arbeitet hauptsächlich an der Entwicklung magnetischer und ultrasonischer Methoden.

b) Die Abteilung für Automatisierung befasst sich z. Zt. mit den Fragen der heimischen Entwicklung von automatischen Staubkohlenfeuerungskesseln.

c) Die Abteilung für Elektronenmikroskopie befasste sich mit makromolekularen Materialprüfungsmethoden und der Lösung einschlägiger konkreter Aufgaben.

Die Hauptfunktion des Instituts ist jedoch z. Zt. noch nicht die wissenschaftliche Forschung, sondern der Instrumentendienst. Das Institut verfügt nämlich über 1091 Instrumente für Ausleihzwecke. Es hilft auf diese Weise anderen Instituten bei der Ausarbeitung von Themen, deren Erforschung sonst nicht hätte erfolgen können. Das Institut leitete eine bedeutungsvolle Instrumentenkooperation zwischen den einzelnen wissenschaftlichen Institutionen in die Wege, indem es einen Instrumentenkataster sämtlicher wissenschaftlicher Institute anlegte und die gegenseitige Leihgabe von Instrumenten zwischen den einzelnen Instituten vermittelt.

Im Jahre 1953 lieh das Institut aus seinem eigenen Instrumentenpark 1360 Instrumente im Werte von 6 300 000 Ft. aus, aus dem Besitze anderer Institute, durch Kooperation, 223 Instrumente im Werte von Ft. 1 900 000. Auch der im Institut wirkende messtechnische Ratgeberdienst wird in immer stärkerem Ausmass in Anspruch genommen.

Die in der Abteilung für Elektronenmikroskopie geleistete wissenschaftliche Arbeit führte bereits zu wertvollen Ergebnissen, die in Form von Publikationen bekanntgegeben wurden. Bei den Abteilungen für Messtechnik und Automatisierung kann über wissenschaftliche Ergebnisse noch nicht berichtet werden, da diese Abteilungen erst im Jahre 1953 in konkreterer Form zu wirken begannen.

3. Ausländische Beziehungen

Die Zahl der von der Technischen Klasse in diesem Jahre zu ausländischen Studienreisen delegierten Wissenschaftler zeigt eine erfreuliche Steigerung im Vergleich zu früheren Jahren. Unsere Gelehrten berichteten im allgemeinen über sehr erfreuliche Erfahrungen auf Grund des in den verschiedenen Institutionen und Laboratorien Gesehenen und der Besprechungen mit den zuständigen Fachleuten. Die Zahl der Studienreisen nach den einzelnen Ländern war: nach der Sowjetunion 6, nach Polen 6, nach der Deutschen Demokratischen Republik 8, nach der Tschechoslowakei 3, nach Bulgarien 1, nach Rumänien 1, nach Österreich 2, nach Frankreich 1, nach Marokko 1.

Im Gegensatz zum Anstieg der Anzahl der Studienreisen in das Ausland ist die Zahl der ausländischen Fachleute, die nach Ungarn kamen, in der Berichtsperiode gesunken. In diesem Zeitabschnitt hatte die Akademie 10 Gäste aus dem Gebiete der technischen Wissenschaften (im Jahre 1952 hatten wir im Zusammenhang mit verschiedenen Kongressen 48 Gäste.)

Neben dem Empfang der zu unseren Veranstaltungen entstandenen offiziellen Delegierten suchten wir — nicht ohne Erfolg — unmittelbare Beziehungen zu jenen Gelehrten, die auf Einladung der Ungarisch-Sowjetischen Gesellschaft, des Friedensweltrates und anderer Institutionen unser Vaterland besuchten. Solche Beziehungen stellen, ebenso wie die Delegierungen in das Ausland, nicht bloss wichtige Mittel des unmittelbaren wissenschaftlichen Erfahrungsaustausches dar, sondern begünstigen auch die Entwicklung der Freundschaft zwischen den Völkern, die nähere und vielseitige Erforschung des Lebens der einzelnen Völker. Deshalb wäre es wichtig, dass die Mitglieder unserer Gelehrtendelegationen nicht bloss über ihre fachlichen Erfahrungen in der Fachpresse berichten würden, sondern auch über ihre sonstigen Erfahrungen und Beobachtungen vor einem viel umfangreicheren Forum, um dadurch zur Vertiefung der internationalen Solidarität und Zusammenarbeit der Völker beizutragen. Der in Kürze zu eröffnende Gelehrten-Klub dürfte hierzu zweifellos gute Möglichkeiten bieten.

Vom Gesichtspunkte der Weiterentwicklung unserer internationalen Beziehungen muss einer Anregung der Polnischen Akademie der Wissenschaften grosse Bedeutung beigemessen werden. Das Präsidium dieser Akademie trat nämlich an uns heran und warf die Frage der unmittelbaren Zusammenarbeit

der Akademien und Forschungsinstitute beider Länder auf. Wir hoffen, dass diese Anregung die Entwicklung intensiver, konkreter Formen der wissenschaftlichen Zusammenarbeit der befreundeten Staaten beschleunigen wird.

4. Veranstaltungen

Die Veranstaltungen, Enqueten, Diskussions- und Vorlesungssitzungen der Klasse spielen in unserem technischen wissenschaftlichen Leben eine wesentliche Rolle.

Im Laufe des verflonnenen Jahres wurden 5 Enqueten abgehalten. Von diesen löste die Enquete über die Mechanisierung des Bergbaus, die die Mängel des Grubenmaschinenbaues erschloss und die Zusammenarbeit der Bergleute und Maschinenbauer zu ihrer Beseitigung verwirklichte, die grösste Aufmerksamkeit aus. Die Enquete fixierte die Konstruktionsrichtlinien der umzukonstruierenden Abtreibmaschine F4 und erstreckte sich auch auf die Fragen der Gewinnungs-, Verlade- und Fördervorrichtungen, der Laufwerke, der hydraulischen Einrichtungen, der Elektrizität usw.

Mit sehr bedeutenden Fragen befasste sich auch die Donau-Wasserkraftwerk-Enquete, die der Regierung Vorschläge hinsichtlich der allgemeinen Entwicklung der inländischen Wasserkraftmaschinenfabrikation unterbreitete.

Die Klasse veranstaltete in Iszkaszentgyörgy eine mit einem Bergwerksbesuch verknüpfte Enquete zur Prüfung der Abbauverhältnisse in den von Karstwasser und Feuer gefährdeten Bauxitbergwerken. Die Enquete warf wichtige Gesichtspunkte zur Vorbeugung der Karstwasser- und Feuergefahr auf, die von den an der Enquete teilnehmenden sowjetischen Fachleuten durch wertvolle Vorschläge ergänzt wurden.

Grosse Interesse erregte auch die Enquete, die sich mit den Korrosionsfragen der Untergrundbahn beschäftigte und die sich auch mit dem Schutz gegen die durch den Boden verursachte Korrosion, mit den Starkstromverhältnissen der elektrochemischen Korrosion und mit der Bestimmung des Korrosionsvermögens der Böden befasste.

Unsere Enqueten behandelten im allgemeinen volkswirtschaftlich wichtige, zeitgemässe Probleme und unterbreiteten den zuständigen Regierungsorganen Vorschläge zur Lösung der dringend auszuführenden Aufgaben.

Sehr grosses Interesse rief die jüngst abgehaltene, dreitägige Fernmelde-technik-Konferenz hervor, die sich mit der Frage der Elektronenröhrenfabrikation und der Frage der für Fernsehapparate notwendigen Röhren befasste. Die Vorträge der Konferenz berichteten über die auf diesem Fachgebiete durchgeführten Forschungen. Die aus 14 Punkten bestehenden Resolutionsanträge der Konferenz, die sich auf die Forschung und Entwicklung in der Fernmeldetechnik und auf die nächsten perspektivischen Aufgaben der Industrie bezogen,

wurden an die zuständigen Regierungsstellen weitergeleitet. Bemerkenswert war die Aktivität der jungen Fachleute und das wissenschaftliche Niveau ihrer Diskussionsbeiträge.

Während der vergangenen Periode wurden 26 Sitzungen in der nachstehenden Verteilung abgehalten: 3 Antrittsvorlesungen, 2 Diskussionssitzungen, 7 Vorträge ausländischer Gäste, 7 Vorträge in der Vortragsreihe über magnetische Stoffe und 8 Vorlesungssitzungen.

Ihm Rahmen der kulturellen Übereinkommen bzw. auf Einladung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften hielten Fachleute, die sich als Gäste der Akademie in Ungarn aufhielten, 7 Vorträge bzw. Vorlesungen von denen (in gemeinsamer Veranstaltung mit der III. Klasse) der Vortrag von Prof. Bernal über »Röntgenmethoden in der Metallurgie« hervorragte.

5. Herausgabe von Zeitschriften und Büchern

Seit der Festtagung der Akademie im Jahre 1953 erschienen 3 Bände bzw. Doppelhelfte (72 Abhandlungen) der Acta Technica. Dies ist die Zeitschrift, die das Niveau der selbständigen technisch-wissenschaftlichen Tätigkeit in Ungarn am besten kennzeichnet. Im Druck befindet sich eine Doppelnummer (mit 10 Abhandlungen).

772 Exemplare der Acta Technica gehen ins Ausland, von denen 422 Tauschexemplare sind. Die Acta Technica besitzen heute schon ein grosses internationales Echo. Sie werden von zahlreichen ausländischen Zeitschriften rezensiert und referiert, und es kommt häufig vor, dass die dort erschienenen Abhandlungen auszugsweise oder in vollem Umfange übernommen werden.

In diesem Jahre erschien der zweite Band der Acta Geologica in einer Doppelnummer. Es hat sich als richtig erwiesen, die geologischen Studien in einer besonderen Zeitschrift erscheinen zu lassen und auf diese Weise engere Beziehungen mit dem ausländischen geologischen Fachkreisen herzustellen.

In den Acta beginnen wir auch mit der systematischen Veröffentlichung von Mitteilungen über die Entwicklung des ungarischen technischen wissenschaftlichen Lebens (es erschien z.B. ein eingehender Bericht über die vorjährige Arbeit der Klasse und ein Aufsatz über unsere mit dem Kossuthpreis ausgezeichneten Akademiker).

Von den Mitteilungen der Klasse für technische Wissenschaften erschienen 7 Hefte, darunter 5 Doppelnummern und 2 Vierernummern. Davon enthalten 3 Hefte verschiedene wissenschaftliche Artikel, 1 Heft die Vorträge der Festtagung des Jahres 1953, eines das Material des Hydrologischen und Meteorologischen Kongresses, eines die Vorträge des Baukongresses und endlich eines das Material des Kongresses für Werkzeugmaschinen. Die Zahl der erschienenen wissenschaftlichen Artikel beträgt 60. Im Druck befindet sich ein vier Hefte umfassender Band mit 24 wissenschaftlichen Abhandlungen.

In den Mitteilungen der Klasse werden wir — entsprechend einer Anregung der II. Klasse unserer Akademie — von der nächsten Nummer an die wissenschaftliche Tätigkeit der Klasse eingehend erörtern.

Im vergangenen Jahre erschienen 17 Bücher, davon sind 6 ungarische Übersetzungen sowjetischer Werke und 11 Werke ungarischer Verfasser.

Von den in Vorbereitung befindlichen Büchern befinden sich 12 Bände im Druck. Davon sind 3 ungarische Übersetzungen von sowjetischen Werken, während 9 Werke ungarischer Autoren sind.

6. Kaderausbildung

Eine der wichtigsten Aufgaben der Klasse bildet die Heranbildung der neuen wissenschaftlichen Forschungskader, in erster Linie die Aspirantur. Auf diesem Gebiete bedeutet die Ausarbeitung des Prüfungsmaterials für die Aufnahmeprüfung einen bedeutenden Fortschritt. Als richtige Initiative erwies sich die Abhaltung einer Konferenz der Aspirantenleiter unter Einbeziehung des Ausschusses für wissenschaftliche Qualifizierung; diese Konferenz setzte einheitliche Gesichtspunkte für die Beschäftigung mit den Aspiranten fest und war ein nützliches Mittel für den Erfahrungsaustausch der Aspirantenleiter.

Einen bedeutenden Schritt auf dem Gebiete der Aspirantenausbildung stellt die Dezentralisation des Ausschusses für wissenschaftliche Qualifizierung dar, die eine engere Beziehung der Klasse einerseits zu den Aspirantenleitern, andererseits zu den Aspiranten selbst ermöglicht.

Die Zahl unserer Aspiranten beträgt gegenwärtig nahezu 200. Diese Zahl verteilt sich etwa im Verhältnis von je 50% auf die korrespondierenden und auf die ordentlichen Aspiranten. Die Zahl der in der Sowjetunion studierenden Aspiranten beträgt 28.

Die Klasse erhielt für das Jahr 1954 einen Rahmen von 67 Aspirantenplätzen. Es liefen insgesamt 245 Bewerbungsgesuche ein. Die vorbereitenden Ausschüsse fanden 139 Bewerber zur Zulassung vor die Aufnahmsausschüsse für geeignet.

Auf Grund der bisherigen Erfahrungen bei den Aufnahmeprüfungen kann festgestellt werden, dass sich in der fachlichen Vorbereitung Mängel zeigen, die darauf zurückzuführen sind, dass sich die etwa einmonatige Frist zwischen der Anmeldung und der Aufnahmeprüfung als zu kurz für eine gründliche Vorbereitung zur Prüfung erwies.

Hinsichtlich der akademischen Stipendien wurde die im Vorjahre begonnene Praxis fortgesetzt, dass wir den uns zur Verfügung stehenden bedeutenden Stipendienfond in erster Linie zur Belohnung von Resultaten oder zumindest von Teilresultaten verwendeten, die in der Ausarbeitung der bereits angemeldeten und akzeptierten Themen erzielt wurden. Ausserdem genossen im ver-

gangenen Jahre 87 Personen ein regelmässiges Monatsstipendium von insgesamt 241 000 Forint. Die Stipendisten sind hauptsächlich in der Industrie arbeitende, jüngere Fachleute, die ihr Wissen und Talent bereits durch ihre frühere Tätigkeit unter Beweis gestellt hatten und die auch über ihre laufenden Arbeiten in zufriedenstellender Weise berichten konnten. Im verflossenen Jahre wurden 185 Preisarbeiten mit Stipendienprämien in Höhe von 1000 bis 5000 Forint ausgezeichnet.

Die Stipendienpreisausschreiben förderten auch ganz hervorragende Arbeiten zutage, die das internationale wissenschaftliche Niveau erreichten und somit auch zur Veröffentlichung in den Acta Technica als geeignet befunden wurden.

Zusammenfassende Feststellungen und Vorschläge

Unter Berücksichtigung der in der vorjährigen Arbeit unserer Klasse festgestellten Ergebnisse und Unzulänglichkeiten, glaube ich hinsichtlich unserer Aufgaben und der weiteren Perspektiven der Entwicklung die folgenden wichtigeren Feststellungen und Vorschläge machen zu dürfen:

Es unterliegt keinem Zweifel, dass sich die Arbeit unserer Klasse in den nächsten Jahren — selbst wenn wir die Erweiterung unserer eigenen Forschungsbasis beschleunigen werden — auch weiterhin grundlegend in der Arbeit unserer Ausschüsse offenbaren wird. Dieses Ausschuss-System wäre auch zu einer weit grösseren Leistung als bisher fähig, wenn wir seine Arbeit durch Schaffung eines entsprechenden wissenschaftlichen Hilfsdienstes unterstützen könnten, der imstande wäre, die mit der Vorbereitung und Durchführung der Arbeiten der Ausschüsse zusammenhängende Sammlung und Aufarbeitung von Angaben oder organisatorischen Arbeiten auf einem entsprechenden Niveau und termingerecht auszuführen. Bei der grossen Zahl unserer Ausschüsse und der Vielseitigkeit unserer Aufgaben überschreitet diese Aufgabe die Leistungsfähigkeit des Sekretariatsapparates unserer Klasse, gleichviel mit welcher Begeisterung und Hingebung sich auch unser Sekretariat den an ihn gestellten Anforderungen zu entsprechen bemüht, wofür ich dem Sekretariat auch bei dieser Gelegenheit die volle Anerkennung unserer Klassenleitung ausspreche. Es gibt jedoch eine ganze Reihe von Funktionen, an deren Ausführung im Rahmen des gegenwärtigen Apparates gar nicht gedacht werden kann, obwohl dies im Interesse der Hebung des Niveaus unserer Arbeit unbedingt notwendig wäre.

In der Sowjetunion werden die Arbeiten dieser Art für die Akademie von den ihr unterstellten gewaltigen technischen Forschungsinstituten ausgeführt. Für die Schaffung solcher Institute besteht jedoch bei uns in absehbarer Zeit keine Aussicht. Deshalb halten wir die Schaffung eines »Allgemeinen Technischen Wissenschaftlichen Instituts« im Rahmen der Klasse für erforderlich, das die unmittelbare wissenschaftliche Basis (aber nicht die Forschungsbasis) der Tätigkeit der Klasse sein würde.

Die Hauptfunktionen des Instituts wären :

1. Dokumentatorische Tätigkeit.

a) Dokumentarische Evidenzhaltung sämtlicher technischen oder mit der Technik zusammenhängenden sonstigen Forschungsarbeiten im ganzen Lande.

b) Dokumentarische Evidenzhaltung des Fortschrittes der im Gange befindlichen Forschungen auf Grund der bei der Klasse einlaufenden Berichte.

c) Systematische Orientierung der interessierten Ausschüsse und der Klassenleitung über den Stand der Forschungen auf Grund der fortlaufenden Analyse des Dokumentationsmaterials. Dies würde gleichzeitig auch im Interesse der Ermittlung paralleler Forschungen sowie der Förderung der kooperativen Zusammenarbeit unserer Forschungsinstitute erfolgen.

c) Dokumentarische Evidenzhaltung und aufmerksame Verfolgung der Realisierung abgeschlossener Forschungen, gleichfalls zum Zwecke der Orientierung der Ausschüsse und der Klassenleitung.

d) Aufmerksame Verfolgung der wissenschaftlichen Tätigkeit und der Versuchsergebnisse der befreundeten Staaten (auf Grund des Schrifttums und anderen zugänglichen Informationsmaterials, der Delegationsberichte usw.), Orientierung der Ausschüsse und der Klassenleitung.

Ein solcher Dokumentationsdienst fehlt bisher vollständig und es bedarf wohl kaum eines Beweises, wie notwendig die Beseitigung dieses Mangels wäre. Dabei ist jedoch auch auf den weiteren Mangel hinzuweisen, dass die Organisation einer auf Schrifttumsquellen beruhenden technischen Dokumentation bisher gleichfalls ausserhalb des Wirkungsbereiches der Klasse lag und gegenwärtig in die Kompetenz des Ministeriums für Volksbildung gehört, obwohl die Erfüllung einer solchen technischen und volkswirtschaftlichen Funktion keineswegs die wichtigste unmittelbare Aufgabe dieses Ministeriums wäre. Sollte unser betreffendes Institut zustandekommen, muss auch die Einverleibung der Technischen Dokumentationszentrale in dieses Institut erwogen werden, wobei nicht bloss die Dokumentation, sondern auch die Technische Bibliothek unter die Kontrolle der Akademie zu stellen wäre. Zur Zeit wären wir allerdings mangels eines entsprechenden Apparates ausserstande, diese Aufgabe zu übernehmen.

Das aufzustellende Institut hätte auch eine gewisse wissenschaftliche Tätigkeit operativen Charakters auszuüben. Hierher würde die administrative organisatorische Zusammenfassung der besonders wichtigen, eine vielseitige Forschung erheischenden komplexen Themen gehören, eine Aufgabe, die die Ausschüsse keinesfalls lediglich auf Grund gesellschaftlicher Arbeit versehen können.

Hierher gehören die unmittelbar ausgeführten oder durch äussere Arbeitskräfte auszuführenden Spezialstudien, Berechnungen für die Ausschüsse, die entsprechende Vorbereitung der von den Ausschüssen auszuführenden Arbeiten durch Lokalerhebungen oder Versuche.

Schliesslich hätte sich das Institut mit dem systematischen Studium der mit der wissenschaftlichen Forschung zusammenhängenden verschiedenen methodischen Fragen, Planungsfragen usw. zu befassen, was eine entsprechende Vorbereitung der in dieser Beziehung der Klassenleitung obliegenden wichtigen Aufgaben gewährleisten würde.

Dieses wären nach meiner Ansicht die Hauptbedingungen für die Hebung der Arbeit unserer Ausschüsse auf eine Stufe, die ein prinzipiell höheres Niveau bedeutet.

2. Neben der Kräftigung der Ausschussarbeit müssen wir die unmittelbare wissenschaftliche Forschungsbasis der Klasse in gesteigertem Tempo erweitern, in erster Linie durch die allgemeine Förderung der Forschungsarbeit der Lehrstühle und durch Umorganisation der bereits genügend erstarkten Forschungsabteilungen der Lehrstühle zu selbständigen, akademischen Forschungslaboratorien. Es ist indessen auch der Anschluss von technischen Forschungsinstituten zu erwägen, die sich wegen ihres komplexen, verschiedene Zweige der Volkswirtschaft berührenden Charakters im Rahmen eines Ministeriums nicht in entsprechender Weise zu entwickeln vermögen. Als solche Institute kämen z.B. das Forschungsinstitut für Wärmetechnik sowie das im Rahmen des Verkehrsministeriums im Bau befindliche hydrologische Laboratorium in Betracht, das zweckmässig mit der neben dem Lehrstuhl für Wassermaschinenwesen bereits wirkenden, akademischen Forschungsabteilung zu verschmelzen wäre.

3. Die Klasse möge auch weiterhin an der Ausarbeitung des zweiten Fünfjahrplans aktiv und initiativ mitwirken und bestrebt sein, dass die zur Durchführung der einzelnen technischen und verkehrsfördernden Aufgaben erforderlichen Forschungen und andere Massnahmen technisch-wissenschaftlicher Natur in den neuen Fünfjahrplan als dessen integrierende Teile eingebaut werden.

Aufgabe der Klasse ist ferner die systematische Prüfung der technisch-wissenschaftlichen Realität der volkswirtschaftlichen Zielsetzungen und Pläne und die Mitteilung der diesbezüglichen Feststellungen an die Regierungsorgane.

Die Klasse kann diese Funktion selbstverständlich nicht bloss aus eigener Initiative erfüllen. Sie muss vielmehr trachten, dass dies auch legislatorisch zur Aufgabe der Akademie gemacht werde und als institutionsmässige Grundlage für die Zusammenarbeit zwischen Akademie und Landesplanungsamt auf dem Gebiete der volkswirtschaftlichen perspektivischen Planung diene.

4. Wesentlich höhere Aufmerksamkeit als bisher müssen wir der Ausarbeitung organisatorischer und methodischer Fragen widmen und entsprechende Vorschläge zur Beseitigung der bestehenden Mängel und insbesondere der die Forschungsentwicklung erschwerenden bürokratischen Hindernisse unterbreiten. In dieser Beziehung müssen wir uns viel eingehender mit den Fragen der Tätigkeit der technischen Forschungsinstitute befassen.

5. Die Klassenleitung möge viel mehr Aufmerksamkeit als bisher der Förderung jener Wissenschaftszweige schenken, die die Entwicklung der mit

der unmittelbaren Hebung des Lebensniveaus zusammenhängenden Industriezweige sowie die Produktion der Verbrauchsgüter im allgemeinen zu heben vermögen. Sie sollte bestrebt sein, die Ausschuss- und Forschungsarbeit von wissenschaftlich verhältnismässig rückständigen anderen Fachgebieten in gesteigertem Masse zu fördern, so z.B. insbesondere im Verkehrswesen, im Bergbau, im Bauwesen und in der Baumaterialindustrie.

6. Die Klasse soll den prinzipiellen Fragen des technischen Hochschulunterrichtes grössere Aufmerksamkeit widmen und dem Unterrichtsministerium behilflich sein, damit die an unseren technischen Universitäten zur Gewährleistung der Qualität des Unterrichtes unbedingt notwendige Stabilisierung je eher eintrete.

* * *

Geehrte Klassenversammlung! Während ihres fünfjährigen Bestandes erstarkte die Klasse der Technischen Wissenschaften von Jahr zu Jahr und gelangte in der Erfüllung ihrer vom Gesichtspunkte unserer sozialistischen Aufbauarbeit wichtigen Aufgaben und ihrer Bestimmung ein gutes Stück vorwärts. Nun steckten das neue Regierungsprogramm und die Beschlüsse des Kongresses der Partei der Ungarischen Werktätigen neue Aufgaben und Ziele, an deren Verwirklichung jeder sein Vaterland und Volk liebender wissenschaftlicher Werktätige mit Freude und Begeisterung teilnimmt. Ich bin überzeugt, dass die Bestrebungen unserer Klasse bei Volk und Regierung volles Verständnis und weitgehende Unterstützung finden werden. Mit ihrer Hilfe werden wir den Erwartungen und Ansprüchen zu entsprechen vermögen, die an unsere Klasse und an die technischen Wissenschaften im Lande überhaupt gestellt werden.

*

ОТЧЕТНЫЙ ДОКЛАД О РАБОТЕ ОТДЕЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК АКАДЕМИИ НАУК ВЕНГРИИ ЗА 1953/54 ГГ.

ДЬ. ХЕВЕШИ

Член-корр. АН Венгрии, научный секретарь Отделения

РЕЗЮМЕ

В отчетном докладе сообщается о научно—исследовательской работе, проводимой в специальных комиссиях, работающих при Отделении технических наук Академии наук Венгрии, далее на кафедрах Будапештского политехнического института и в отраслевых исследовательских институтах. Перечисляются международные связи Отделения, говорится об организуемых Отделением совещаниях, дискуссиях, докладах, и, наконец, читатель информируется о плане Отделения по изданию книг и журналов.

REPORT
ON THE ACTIVITIES IN 1953—54 OF THE ENGINEERING SCIENCES SECTION
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

By

GY. HEVESI

Secretary of Section, Corresponding Member of the Hungarian Academy of Sciences

SUMMARY

Report on work in different branches of Engineering Sciences of Commissions of the Section for Eng. Sc., of Technical University departments and of industrial research institutes. The Report also covers foreign relations, meetings, conferences, technical sessions and finally the publication of books and reviews.

COMPTE RENDU
SUR LES ACTIVITÉS EN 1953—54 DE LA SECTION TECHNIQUE
DE L'ACADÉMIE HONGROISE DES SCIENCES

Par

GY. HEVESI

Secrétaire de Section, Membre Correspondant de l'Académie Hongroise des Sciences

RÉSUMÉ

Compte rendu des travaux des comités au sein de la Section des Sciences Techniques, des facultés universitaires et des instituts de recherches industrielles dans le domaine des différentes branches des études techniques. Le rapport couvre aussi les relations étrangères, réunions, conférences, discussions, finalement la publication de livres et de revues.

LES RELATIONS DES TENSIONS DANS LA TRACTION ELECTRIQUE A 50 PERIODES

P. SZTRÓKAY

USINES DE CONSTRUCTIONS ÉLECTRIQUES «KLEMENT GOTTWALD» («GANZ»), BUDAPEST

[Manuscrit présenté le 13 Janvier, 1954]

Dans la traction à 50 périodes, l'une des questions les plus délicates est la grande impédance à 50 périodes des éléments de transmission d'énergie et les chutes de tension causées dans ces éléments par les courants de traction. Les locomotives synchrones, avec leur courant en phase avec la tension ou déphasé en avant, ne produisent même à 50 Hz que des chutes de tension relativement faibles, mais les chutes de tension deviennent très importantes si la ligne est chargée par des locomotives qui consomment un courant déphasé en arrière. Pour permettre l'exploitation de telles locomotives (par exemple de locomotives à redresseur ou à moteurs monophasés à collecteur), la tension de ligne dans les électrifications récentes est choisie à 20 ou 25 kV au lieu des 16 kV usuels jusqu'ici. Mais on peut constater, que la charge admissible de la ligne, définie par les chutes de tension, est de beaucoup plus petite même dans le cas d'une tension de 25 kV, si la ligne est exploitée avec des machines à redresseur ou à moteurs monophasés à collecteur, qu'en cas de traction synchrone à 16 kV.

La tension de la ligne augmentée à 25 kV n'ouvre donc pas le chemin à l'électrification des lignes fortement chargées avec des locomotives à déphasage en arrière. Un bon exemple en est fourni par l'électrification Valenciennes-Thionville, où malgré le choix d'une tension de ligne de 25 kV, la majorité des locomotives, et précisément les locomotives lourdes, ont été commandées synchrones, et où ce n'est qu'un nombre relativement restreint de locomotives légères qui sera du type à redresseur ou à moteur monophasé à collecteur.*

Aux électrifications avec locomotives synchrones, 25 kV de tension de ligne entraînent cependant déjà certains désavantages. Jusqu'ici, la réalisation de machines à faible poids spécifique, pouvant servir aussi bien à l'établissement de types pour trains rapides, que de types universels n'a pu être réalisée que suivant le système à convertisseur de phases initié par K. Kandó et suivant le système à convertisseur de phases et de périodes développé du premier, où le convertisseur de phases bobiné pour la tension de ligne joue un rôle essentiel. Mais ce convertisseur de phases devient beaucoup plus lourd déjà pour les 20 kV,

* Voir : Revue Générale des Chemins de Fer, janvier 1953, p. 1. et mars 1954, p. 118.

et pour les 25 kV il est préférable d'employer dans ce système aussi un transformateur et un convertisseur de phases basse tension ; par conséquent, à 25 kV le système à convertisseur de phases ne permet non plus la construction de locomotives synchrones à faible poids spécifique. Pour certains chemins de fer l'application d'une tension de ligne de 25 kV, ne semble pas être judicieuse puis-

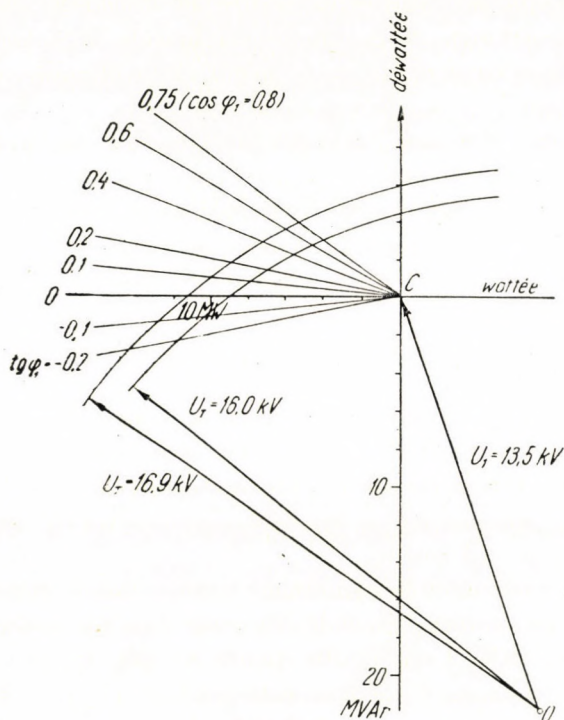


Fig. 1. Diagramme de fonctionnement

qu'il n'y a pas encore d'expériences d'exploitation avec cette tension et que l'on ne peut pas savoir si à cette tension le nombre d'amorçages d'arcs ne s'élèvera pas au-dessus de la mesure tolérable en service, surtout dans les longs tunnels humides.

Ainsi, le passage à 25 kV n'élimine pas la nécessité d'employer des machines synchrones, par contre la tension de ligne de 16 kV permet de construire des machines synchrones légères, et avec cette tension on dispose d'expériences favorables de plusieurs dizaines d'années. Mais comme la charge admissible de la ligne est également limitée au cas de l'emploi de locomotives synchrones, il faut examiner, si les exigences présentes et prévues à l'avenir peuvent être satisfaites avec une tension de 16 kV. Dans le présent article, nous nous proposons de faire connaître les méthodes et les résultats de ces examens.

Pour l'étude des relations de tension et des charges admissibles, le diagramme de fonctionnement offre une méthode facile à manier. Si le diagramme

de fonctionnement (Fig. 1) est tracé à partir de la tension du consommateur U_1 , le lieu de l'extrémité du vecteur tension du point d'alimentation U_T par rapport au vecteur tension du consommateur, considéré comme fixe, détermine dans un système de coordonnées cartésiennes à échelle linéaire, convenablement choisi, les puissances wattée et déwattée du consommateur. Exprimé de façon inverse, ceci signifie aussi que les puissances wattée et déwattée du consommateur définissent dans ce système de coordonnées le lieu du vecteur tension du point d'alimentation, ou autrement dit, la grandeur et la direction de la tension du point d'alimentation.

Dans le système de coordonnées des puissances, l'emplacement et l'échelle des axes sont déterminés, d'une part, par l'origine C placée à l'extrémité du vecteur tension U_1 , considéré comme fixe, et d'autre part, par le début O des vecteurs tension qui indique dans le système de coordonnées les puissances de court-circuit wattée et déwattée, la tension étant U_1 considéré comme fixe. La Fig. 1 a été tracée pour une tension de consommateur de 13,5 kV, une impédance de transmission de 8 ohms et un angle de pertes de transmission de $\text{tg } \delta = 1/3$.

Dans le système de coordonnées, les points de fonctionnement appartenant à un même angle de phase de la charge sont situés sur une droite. Pour quelques angles de phase, cette droite a été tracée dans le diagramme. Les valeurs positives de $\text{tg } \varphi_1$ correspondent à des déphasages en retard, les valeurs négatives à des déphasages en avant.

Nous avons porté dans le diagramme aussi le cercle correspondant à une tension de point d'alimentation de 16 kV. Ce cercle coupe la droite de $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$ à la puissance de 4 MW. Ceci signifie qu'une tension du point d'alimentation de 16 kV, avec un déphasage en arrière correspondant à $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$ ($\cos \varphi_1 = 0,8$) et une puissance du consommateur de 4 MW, diminue à 13,5 kV à l'extrémité «consommateur» de la transmission d'énergie.

Si l'angle de pertes de la transmission d'énergie ne varie pas, un changement d'échelle permet d'utiliser le diagramme de fonctionnement déjà tracé pour d'autres tensions et d'autres impédances de transmission. Les puissances varient en raison directe du carré de la tension et en raison inverse de l'impédance de transmission. En nous basant sur le cercle qui correspond à la tension d'alimentation de 16,9 kV, on peut lire sur le diagramme qu'une chute de tension de 16,9 kV à 13,5 kV (20%), en cas de $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$ apparaît à 5,3 MW de charge. Si par contre nous permettons une chute de tension non pas de 16,9 kV à 13,5 kV, mais de 16 kV au point d'alimentation à 12,8 kV, la puissance de 5,3 MW lue au diagramme doit être réduite proportionnellement à $\left(\frac{12,8}{13,5}\right)^2$.

Le diagramme de fonctionnement montre avant tout l'influence dominante exercée par l'angle de phase sur la puissance transmissible. Avec les mêmes tensions d'alimentation et de consommation (16 et 13,5 kV), et la même impé-

dance de transmission (8 ohms) on peut charger la ligne par 4 MW si $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$ ($\cos \varphi_1 = 0,8$) en arrière et par environ 12 MW si $\text{tg } \varphi_1 = -0,2$ AV ($\cos \varphi_1 = 0,98$) en avant. Conformément au fait que l'échelle du diagramme varie en raison du carré de la tension, on constate qu'une augmentation de la tension, à impédance constante, augmente la puissance transmissible dans le même rapport. Finalement, un rôle très important est joué par l'impédance de transmission, en raison inverse de laquelle change la puissance transmissible.

On obtient une bonne méthode pour des études générales, si la puissance transmissible est définie par le moment de charge maximum admissible. Du fait que la chute de tension reste inchangée si la puissance transmise varie en raison inverse de l'impédance de ligne, on est conduit automatiquement à caractériser la charge maximum de la ligne par un produit : celui de l'impédance de transmission d'énergie et de la puissance maximum transmissible à cette impédance. Dans ce qui va suivre, nous allons appeler ce produit le *moment de charge*.

On peut lire sur la Fig. 1, qu'en cas d'une chute de tension maximum de 16/13,5 kV le moment de charge admis est de $8 \cdot 4 = 32$ MWohms à $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$, de $8 \cdot 9 = 72$ MWohms à $\text{tg } \varphi_1 = 0$ et de $8 \cdot 11,7 = 94$ MWohms à $\text{tg } \varphi_1 = -0,2$.

L'introduction de cette notion entraîne l'avantage, de pouvoir réduire à un dénominateur commun les charges apparaissant à des distances différentes de la sous-station en formant le moment de charge séparément pour chaque charge individuelle. Ces moments de charge calculés individuellement peuvent être additionnés et la chute de tension ne dépasse pas la valeur fixée d'avance, si la somme des moments de charge sur la section de ligne en question ne dépasse pas la valeur maximum déterminée en accord avec la chute de tension permise.

La méthode de l'addition des moments de charge serait aussi théoriquement, tout à fait correcte, si les tensions dans tous les points de charge, supposés être situés à différentes distances de la sous-station, étaient égales en grandeur et en direction. Dans la Fig. 2, nous avons supposé une charge de 4,1 MW à une «distance» de 16 ohms et une charge de 3,6 MW à une «distance» de 8 ohms. La somme des moments de charge de ces deux charges est de 94 MWohms, donc autant que nous avons obtenu plus haut pour une chute de tension de 16/13,5 kV et un déphasage en avant. A une charge de 4,1 MW en bout de ligne, à 13,5 kV et $\text{tg } \varphi_1 = -0,2$, correspond un courant de charge de $I_I = 310$ A.

Au vecteur $U_I = 13,5$ kV de la tension de locomotive il faut ajouter en premier lieu la chute de tension $I_I Z_I$ causée par le courant de charge I_I aux bornes de l'impédance de $Z_I = 8$ ohms. Si nous considérons une tension inchangée en grandeur et en direction sur l'endroit de la deuxième locomotive, à une charge de 3,6 MW correspond un courant de charge de $I_{II} = 270$ A, dont la direction coïncide avec celle de I_I . Entre la deuxième locomotive et le point d'alimentation il se produit une chute de tension de $(I_I + I_{II}) Z_{II}$ de sorte que la chute de tension totale est $I_I Z_I + (I_I + I_{II}) Z_{II}$. Comme nous avons supposé que I_I et I_{II} sont de direction identique et comme Z_I et Z_{II} peuvent être considérés comme

ayant la même direction, l'addition scalaire est possible. Le calcul des moments de charge par addition scalaire devient possible du fait que nous obtenons une chute de tension par addition scalaire de $I_I (Z_I + Z_{II}) + I_{II} Z_{II}$, c'est-à-dire si les chutes de tension causées par les charges séparées sont formées indépendamment des autres charges, et si celles-ci sont additionnées comme des scalaires. Il en résulte que les combinaisons de charges, où les moments de charge totaux sont pareils, sont équivalentes du point de vue de la chute de tension causée.

Les chutes de tension vraies sont quelque peu plus favorables que celles que nous avons calculées ici, la tension dans les points de charge intermédiaires étant déjà un peu plus élevée, en conséquence de quoi les courants appartenant

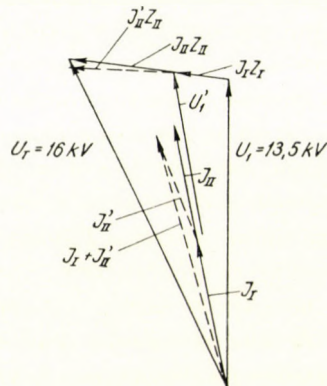


Fig. 2. Chutes de tension pour charge divisée

à ces charges sont réduites. En plus, dans les points de charge intermédiaires la direction du vecteur tension est modifiée de telle façon que le courant, dont la direction varie dans le même sens, occasionne une chute de tension de direction plus favorable du point de vue de la chute de tension résultante. Sur la Fig. 2, on a également tracé en traits interrompus la position réelle des vecteurs, en tenant compte du changement de la grandeur et de la direction du vecteur tension. Si le moment de charge maximum admissible déterminé à partir d'une charge concentrée et la charge réelle donnent des moments de charge identiques, mais la charge est répartie, les vecteurs tracés en traits interrompus montrent que la chute de tension vraie est un peu plus petite que le maximum permis. L'addition des charges réparties par la méthode des moments de charge, et l'évaluation des résultats renferment donc une certaine réserve.

Il y a deux manières possibles à augmenter la charge de la ligne ; d'une part les moyens qui augmentent le moment de charge admis, d'autre part ceux qui permettent une charge accrue avec un moment de charge inchangé. Le moyen le plus efficace pour élever le moment de charge admis est l'accroissement de la tension de ligne. Mais nous avons vu qu'une augmentation considérable peut être obtenue aussi par le passage à des déphasages zéro et en avant.

Mais si nous déterminons pour des charges à déphasages divers des valeurs différentes du moment de charge admis, nous ne pouvons plus juger la charge admise dans le cas plus général, celui où sur une même section de ligne travaillent des locomotives dont les charges provoquent des déphasages variés. Pour des études généralisées il est plus utile de déterminer le moment de charge admis pour un déphasage unifié zéro, de multiplier les charges survenant à un autre angle de phase par un facteur de correction, et de les introduire dans les calculs comme *moments de charge virtuels*.

En employant cette méthode de calcul, on multiplie par exemple une charge apparaissant sous $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$ en arrière par un facteur de correction $t = 2,25$ et le moment de charge virtuel obtenu ainsi est comparé au moment de charge admis. On peut constater, par exemple, que si à une distance représentant une impédance de transmission de 8 ohms, une charge de 2 MW apparaît avec $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$, le moment de charge virtuel correspondant est de $8 \cdot 2,25 \cdot 2 = 36 \text{ MWohms}$. A côté de cette charge, on peut permettre une charge de 4,5 MW sous un déphasage zéro à la même distance, son couple de charge étant également $8 \cdot 4,5 = 36 \text{ MWohms}$ (pour un déphasage zéro il ne faut pas employer de facteur de correction). La somme, 72 MWohms, des deux moments de charge est égale au moment de charge permis.

Le facteur de correction est plus petit que l'unité en cas d'un angle de phase capacitif et plus grand que l'unité en cas d'un angle de phase inductif. Le facteur de correction t pour différents angles de phase peut être déterminé par la Fig. 1. Nous avons vu, par exemple, qu'en cas de chute de tension de 16/13,5 kV le moment de charge admissible est de 72 MWohms pour $\text{tg } \varphi_1 = 0$ et de 32 MWohms pour $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$. Il s'ensuit que le facteur de correction t en cas de $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$, $t = \frac{72}{32} = 2,25$. Les facteurs de correction pour d'autres angles de phase sont compris dans le tableau ci-dessous :

$\text{tg } \varphi_1$	$\cos \varphi_1$	t
- 0,2	0,98	0,77
- 0,1	0,995	0,88
+ 0	1,0	1,0
+ 0,1	0,995	1,14
+ 0,2	0,98	1,30
+ 0,48	0,9	1,70
+ 0,75	0,8	2,25

Si sur une même section de ligne des locomotives à déphasages différents sont en service combiné, la charge admise maximum est en réalité un peu plus élevée que celle obtenue à partir des moments de charge virtuels calculés avec

les facteurs du tableau. Pour la plupart des calculs on peut négliger cette influence, la différence étant petite et en la négligeant la marge de sécurité n'est pas diminuée, mais augmentée. Cependant le diagramme de fonctionnement offre la facilité d'ajouter avec précision des charges à déphasages différents.

Par exemple, nous pouvons lire sur la Fig. 1, que l'on peut permettre simultanément des charges de 2 MW à $\text{tg } \varphi_1 = 0,75$ et de 4,9 MW à $\text{tg } \varphi_1 = 0$. C'est un peu plus que la valeur obtenue par la méthode du moment de charge virtuel, car, à 2 MW correspond, après multiplication par $t = 2,25$, une charge virtuelle de 4,5 MW, donc cette méthode ne permettrait que 4,5 MW à angle de phase zéro au lieu des 4,9 MW résultants du diagramme.

L'introduction des notions de la charge virtuelle et du moment de charge calculé à partir du premier permet d'étudier l'ensemble des relations, si sur la ligne en plus des locomotives à convertisseurs synchrones, des machines à redresseur ou avec moteurs à collecteur sont également en service. Mais dans ce qui va suivre nous ne nous occuperons que du cas où la charge est constituée uniformément par des machines synchrones à excitation capacitive et par souci de simplicité, nous ne transformerons pas leurs charges en charges virtuelles, mais considérerons de telles valeurs du moment de charge admissible, qui ont été déterminées en tenant compte du déphasage en charge. Indépendamment du déphasage sous lequel apparaissent les puissances consommées par les locomotives, un moyen très efficace pour relever la valeur maximum du moment de charge admis est l'augmentation de la tension nominale de transmission à 20 ou

25 kV. En cas de 20 kV, l'augmentation est du rapport de $\left(\frac{20}{16}\right)^2 = 1,56$, en cas de 25 kV elle est $\left(\frac{25}{16}\right)^2 = 2,45$ fois. Le système d'alimentation par trois conducteurs, utilisé aux États-Unis, a un effet semblable. Dans ce cas la tension de transmission est au moins le double de la tension de ligne et par cette méthode, le moment de charge maximum admis est relevé dans le rapport de 1 : 4 ou davantage.

Il faut cependant noter que lors du passage à une tension de ligne plus grande, la puissance maximum de la ligne n'augmente pas dans le même rapport que le moment de charge admis, car lors de l'augmentation de la tension, l'impédance des transformateurs et du réseau à haute tension d'alimentation, exprimée en ohms, s'accroît aussi dans le rapport des carrés, ce qui diminue la possibilité d'utiliser pleinement le moment de charge augmenté.

Pour augmenter la charge admise, à tension inchangée, on alimente souvent les sections de ligne électrifiées à 16 2/3 périodes des deux côtés par des sous-stations situées aux limites des sections—système semblable à celui employé aux chemins de fer à courant continu. Par ce mode d'alimentation on peut considérablement diminuer les chutes de tension, surtout si la charge d'une section est constituée par un petit nombre de machines. Dans le système d'ali-

mentation le plus simple des chemins de fer à 50 périodes, les sous-stations sont branchées à tour de rôle aux phases du réseau national : dans ce cas les sous-stations voisines ne sont pas en phase et l'alimentation bilatérale ne peut pas être résolue. Par contre, elle peut être réalisée aussi pour les chemins de fer à 50 périodes, si les sous-stations sont triphasées. Une solution électrique particulièrement favorable et équilibrée est obtenue par l'emploi de transformateurs Scott dans les sous-stations triphasées. Dans ce cas, on peut non seulement tenir à disposition dans ces sous-stations voisines des tensions en phase pour l'alimentation bilatérale de la section intermédiaire, mais la bonne répartition de la charge monophasée à l'intérieur d'une sous-station est également assurée. De tels schémas de connexion sont toutefois déjà un peu compliqués, ce qui cause des inconvénients dans l'exploitation. Il faut considérer aussi que le gain obtenu, en ce qui concerne les chutes de tension, par l'alimentation bilatérale, va en diminuant si la charge des sections devient plus uniformément répartie par augmentation de la longueur des sections et du nombre des trains.

La charge admise de la ligne peut être augmentée sans passage à une tension de ligne plus élevée ou un mode d'alimentation spécial, donc sans augmentation du moment de charge permis. Ce chemin est ouvert si l'on réussit à utiliser mieux le moment de charge admis pour 16 kV. En plus de l'emploi de locomotives synchrones excitées pour un déphasage en avant, il y a la possibilité de diminuer l'impédance de la ligne. Pour réaliser ce but la Société Nationale des Chemins de Fer Français a procédé à des essais de condensateurs branchés en série. A la base de ces essais, la SNCF n'a pas encore décidé de l'introduction de ce mode de compensation, mais il est très probable qu'à l'avenir, les condensateurs série pour la réduction des tensions inductives seront appelés à jouer un rôle aussi dans ce domaine d'applications. Mais on dispose déjà maintenant d'autres moyens, qui permettent de diminuer de beaucoup l'impédance de la ligne.

La Fig. 3a montre la disposition des caténaires, utilisée généralement en Hongrie, pour des lignes à double voie. Comme ligne de contact on emploie un fil de cuivre de 100 mm² de section et comme porteur un câble en acier de 50 mm² de section. L'impédance d'une telle ligne est de 0,35 ohm/km. Le moyen le plus simple pour la diminution de l'impédance est l'emploi d'un porteur en bronze au lieu d'un porteur en acier. L'impédance est alors réduite à 0,28 ohm/km. Elle diminue davantage, à 0,23 ohm/km, si en plus du câble porteur en bronze, un conducteur de terre en aluminium est posé en haut des pylônes (Fig. 3b). Enfin, l'impédance est diminuée à 0,165 ohm/km si le long de la ligne, branché en parallèle avec la ligne de contact, on applique aussi un feeder en aluminium de 150 mm² de section (Fig. 3c). Les figures 3d, e et f montrent les impédances pour le cas où l'une des caténaires de la ligne à double voie est déconnectée. Si la ligne déconnectée est aussi mise à la terre aux deux extrémités, les impédances montrées en d, e et f diminuent encore un peu.

L'importance principale du porteur en bronze, du conducteur de terre et du feeder ne réside naturellement pas dans la diminution de la résistance ohmique, mais dans une diminution considérable de la réactance de la boucle des conducteurs par modification du champ magnétique engendré autour de la ligne caténaire.

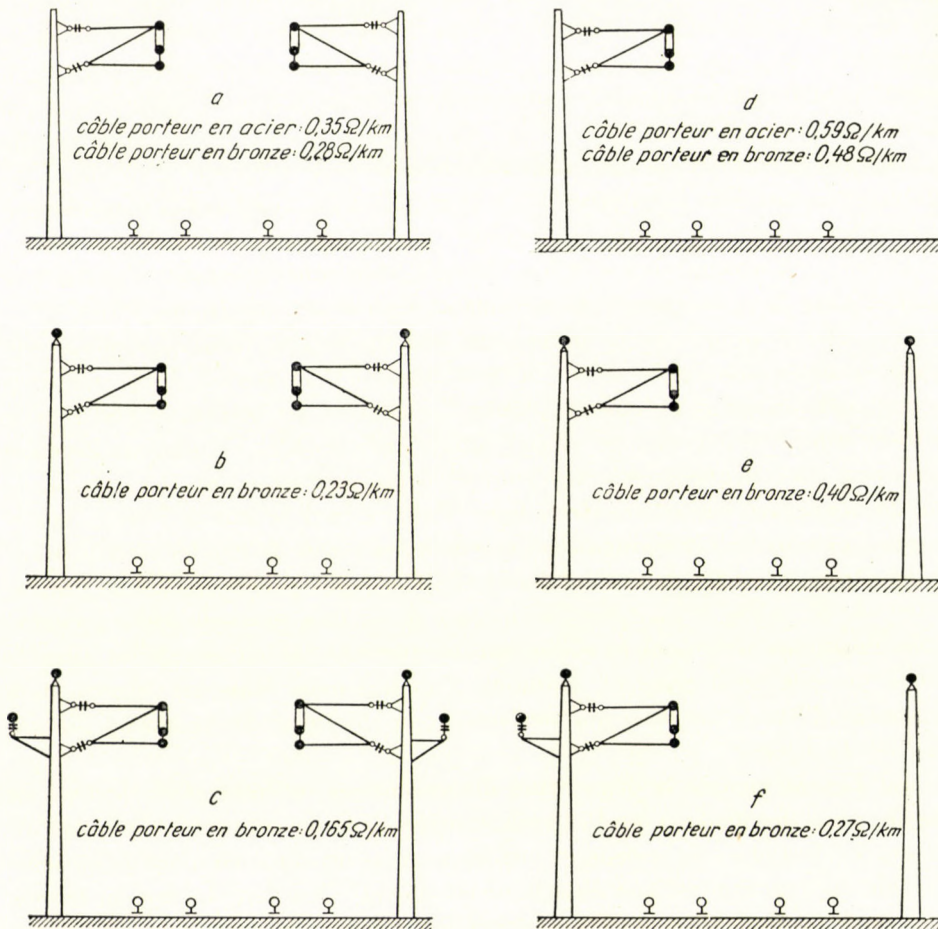


Fig. 3. Dispositions de caténares

Examinons quelle sera la valeur maximum de la puissance de ligne admise, si l'on fait usage de tous les moyens disponibles pour la diminution de l'impédance de la ligne, c'est-à-dire si l'impédance est de 0,165 ohm/km. Étant donné qu'il n'est pas utile de concentrer dans une même sous-station une puissance de transformateurs dépassant une certaine limite — déjà par égard aux courants de court-circuit — limitons la charge maximum d'une section de ligne à 20 MW.

Supposons une alimentation à 16 kV et des locomotives synchrones excitées pour appel de puissance capacitive. Comme on l'a vu, dans ce cas le moment de charge admis est de 94 MWohms. D'un moment de charge de 94 MWohms et d'une charge maximum de 20 MW résulte une valeur moyenne de l'impédance de ligne de 4,7 ohms. Si on en déduit 2,0 ohms pour l'impédance des transformateurs, il reste 2,7 ohms pour l'impédance moyenne de la ligne. Mais en tenant compte du fait que les charges partielles se présentent à des distances différentes, l'impédance maximum peut être plus élevée, environ de 5 ohms. Comptant avec 0,165 ohms d'impédance de ligne il correspond à cette valeur une longueur de section d'environ 30 km. En déduisant encore 5 kms pour tenir compte du fait que souvent l'une des caténaires est déconnectée sur une partie de la ligne, nous arrivons finalement au résultat suivant : la charge supposée de la ligne de 20 MW, en dépit de sa grandeur importante, peut être permise aussi pour une longueur de section de 25 kms et une distance des sous-stations de 50 kms, en employant la méthode d'alimentation simple monophasée, si on a utilisé tous les moyens pour la diminution de l'impédance de ligne et employé des machines excitées pour déphasage en avant. Pour éviter des malentendus il faut souligner que la dite puissance maximum de 20 MW se rapporte à une seule des lignes partant de la sous-station, et que la puissance totale de la sous-station est égale à la somme des charges des lignes alimentées par elle.

Si la puissance maximum à considérer sur une section de ligne est plus petite que 20 MW, l'utilisation des méthodes de diminution de l'impédance permet d'établir les sous-stations à des distances plus grandes que celle mentionnée en haut.

Dans nos calculs nous avons supposé jusqu'ici que l'angle de pertes combiné des transformateurs et de la caténaire a une tangente de $1/3$. En réalité, l'angle de pertes est souvent plus petit et ceci peut avoir comme résultat une autre augmentation de la charge admise allant jusqu'à 6—8%.

Les éléments additionnels aptes à diminuer l'impédance de la ligne, suivant la Fig. 3, peuvent être posés ultérieurement, si toutefois les pylônes n'ont pas été calculés de trop près. Ceci veut dire que si les relations des charges au temps de l'électrification le permettent, le premier établissement des caténaires peut se faire suivant la disposition la plus simple et avec le minimum de frais et que le montage des éléments additionnels peut s'effectuer plus tard au fur et à mesure des charges croissantes.

Nous complétons la méthode de calcul par moment de charge encore par la remarque, que l'on peut employer aussi une méthode où le moment de charge admis est exprimé en MWkms et non pas en MWohms. Dans nos calculs la supposition que les machines synchrones consomment la puissance à déphasage en avant, a joué un rôle important. Les locomotives hongroises actuelles, y compris les locomotives nouvelles à convertisseur de phases et de fréquence, sont établis théoriquement pour un angle de phase zéro,

une excitation pour un angle de phase en avant étant toutefois possible en pratique sous des conditions de service favorables. Mais étant donnée l'importance extraordinaire de l'angle de phase, on prévoit, aussi en principe, pour l'avenir le passage à l'emploi d'un déphasage en avant. Les études montrent que ceci peut être réalisé sans augmentation appréciable du poids du convertisseur de phases et de la locomotive.

Si les locomotives consomment la puissance sous un déphasage en avant, la transmission de puissances importantes est possible aussi avec les distances des sous-stations, le système de caténaire et le système d'alimentation en usage aujourd'hui. Si la puissance était si élevée que des chutes de tension trop grandes surviendraient en dépit du déphasage en avant, ou si les conditions locales conseilleraient le choix de distances de sous-stations plus grandes que les distances habituelles, l'alimentation pourrait s'améliorer efficacement par diminution de l'impédance de la caténaire. Le moyen le plus simple en est l'emploi d'un câble porteur en bronze et d'un conducteur de terre longeant la rangée des pylônes, mais une autre diminution de l'impédance peut être obtenue par l'emploi d'un feeder séparé.

L'emploi de ces moyens permet de résoudre les problèmes de traction les plus difficiles aussi avec une tension d'alimentation à vide minimum de 16 kV et une distance des sous-stations de 50—60 kms ou davantage. Nous avons vu que l'emploi des moyens disponibles pour la réduction de l'impédance de ligne permet de charger une ligne de 25 kms par 20 MW, et plus encore, en cas de section plus courte. Une telle charge admise suffit parfaitement aux besoins, même si l'exploitation se fait par égard aux rampes raides et aux trains lourds avec des machines de puissance semblable aux locomotives à 12 000 CV du Gottard. Pour présenter les calculs de façon simple et claire, certains facteurs ont été négligés au cours des raisonnements, mais toujours de façon à introduire une marge de sécurité dans les résultats. La sécurité des calculs est augmentée davantage par la circonstance, qu'en pratique une tension de consommateur plus petite que les 13,5 kV admis plus haut peut être permise, ce qui augmente encore, au-dessus des valeurs considérées, la limite supérieure effective de la charge maximum de la ligne.

La limitation de la puissance transmissible ne constitue donc pas une raison technique pour choisir une tension de ligne plus grande que 16 kV en cas de locomotives convenablement construites. Mais la tension de ligne plus élevée ne peut être justifiée non plus par une diminution des frais d'investissement. Nous avons déjà vu que surtout pour 25 kV il n'est plus possible de construire des locomotives synchrones légères. Les frais d'investissement du parc de locomotives sont donc plus importantes pour 25 kV que pour 16 kV. En cas de disposition identique des caténaires, les frais de construction des lignes de contact sont plus élevés pour 20 ou 25 kV toutefois chaque type de caténaire peut être retenu jusqu'à des distances des sous-stations ou des charges de la ligne

plus grandes dans le cas des 20 ou 25 kV, qu'à 16 kV. Ces facteurs augmentent évidemment les frais d'investissement en cas de petites charges de ligne et des économies peuvent être réalisés tout au plus en cas de charges de ligne plus élevées, pour lesquelles par contre on voit se diminuer l'importance des petites économies d'investissement.

Pour être complet, il faut remarquer encore que le choix de la tension de 16 kV n'empêche pas définitivement l'emploi de locomotives à redresseur ou avec moteurs à collecteur. De toute façon, ces locomotives ne peuvent se répandre plus largement que si l'on réussit à construire des machines pour une consommation à déphasage plus favorable, ou à résoudre la compensation du déphasage des caténaires. Si, par contre, cette question est résolue d'une façon ou d'une autre, les 16 kV de tension de ligne n'empêcheront pas l'emploi de ces types de locomotives.

En conclusion nous pouvons dire que la tension de ligne de 16 kV choisie en Hongrie offre, si tous les moyens disponibles sont utilisées, des possibilités de développement pratiquement illimitées ; en plus nous voyons que cette tension d'alimentation présente des avantages considérables en ce qui concerne la construction des locomotives synchrones ; finalement, les 16 kV ne nécessitent certains frais d'investissement additionnels que dans le cas de charges de ligne élevées. L'importance de ces conclusions est soulignée par la circonstance, qu'on peut avoir des scrupules au sujet de l'emploi des tensions plus élevées, surtout de celui d'une tension de 25 kV. Les calculs que nous venons de communiquer montrent, que le système à 50 périodes dans sa forme employée en Hongrie suivant la conception initiative de K. Kandó, et son développement ultérieur, n'exige pas le choix d'une tension plus élevée que celle utilisée jusqu'ici et que la tension de ligne de 16 kV, qui a fait ses preuves dans l'exploitation hongroise, satisfait aux besoins même dans les conditions les plus difficiles.

RÉSUMÉ

L'auteur analyse les chutes de tension qui se produisent dans les systèmes de traction électrique à 50 Hz ; il communique une méthode pour les calculer ainsi que les moyens de les réduire. Il montre qu'en cas d'emploi de locomotives à déphasage défavorable des difficultés surgissent aussi avec une tension de ligne de 25 kV, par contre dans le cas de locomotives à déphasage favorable des charges considérables peuvent être acceptées même avec la tension de 16 kV utilisée en Hongrie, si les moyens disponibles pour la réduction des chutes de tension sont mis en oeuvre.

РЕЖИМ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТЯГЕ С ТОКОМ ЧАСТОТОЮ 50 ПЕРИОДОВ В СЕКУНДУ

П. СТРОКАИ

РЕЗЬИМЕ

В статье анализируется падение напряжения при тяге с током частотою 50 гц. Далее приводится методика расчета падения напряжения, даются методы снижения падений напряжений. Далее указывается, что в случае локомотивов с неблагоприятным углом сдвига фаз и при применении напряжения линии в 25 кв также возникают затруд-

нения, а в случае же локомотивов с благоприятным углом сдвига фаз даже при 16 кв напряжении, применяемом в Венгрии, можно допускать довольно значительные нагрузки на линии, если будут использованы методы, допускающие снижение падений напряжения.

VOLTAGE CONDITIONS IN 50-CYCLE RAILWAY TRACTION

P. SZTRÓKAY

SUMMARY

The voltage drop occurring in 50-cycle traction is submitted to a close examination and a method for its evaluation as well as the means of reduction are evolved. It is pointed out that with locomotives working at an unfavourable phase angle, difficulties may be encountered at a line voltage of even as high as 25 kV, whereas with locomotives operating at an adequate phase angle appreciable line loads may be admitted even with voltages of 16 kV, as used in Hungary, if available methods of reduction of voltage drop are made use of.

DIE SPANNUNGSVERHÄLTNISSE DER 50-HZ-TRAKTION

P. SZTRÓKAY

ZUSAMMENFASSUNG

In vorliegender Arbeit untersucht der Verfasser die Spannungsabfälle, die bei elektrischer Traktion mit 50 Hz auftreten, gibt eine Berechnungsmethode für ihre Berechnung an und zählt die Verfahren auf, mit der sich die Spannungsabfälle verringern lassen. Er weist darauf hin, dass bei Lokomotiven mit ungünstigem Phasenwinkel auch bei Anwendung einer Fahrdrachtspannung von 25 kV Schwierigkeiten auftreten, während bei Lokomotiven mit günstigem Phasenwinkel selbst bei der in Ungarn benutzten Spannung von 16 kV überaus beträchtliche Streckenbelastungen zulässig sind, wenn man die zur Verringerung der Spannungsabfälle vorhandenen Methoden in Anspruch nimmt.

FORCES DIRECTRICES PROVENANT DE L'APPUI DES VÉHICULES DE CHEMIN DE FER SUR LEURS BOGIES

P. KERESZTY

DIRECTION GÉNÉRALE DES CHEMINS DE FER HONGROIS, BUDAPEST

[Manuscrit présenté le 21 Janvier, 1954]

Les forces directrices provenant de l'appui de la caisse du véhicule sur le bogie sont en général rarement prises en considération, vu que d'habitude leur grandeur est négligeable. Examinons si cette pratique de construction des voitures et wagons, pouvant être qualifiée générale, est aussi permise pour les nouveaux organes d'appui.

1

Sur les voitures et wagons des Chemins de Fer Hongrois (MÁV) on a appliqué généralement les quatre solutions d'appui représentées sur fig. 1. Ces appuis, suivant le cas peuvent être plus ou moins bien graissés, mais les constructions sont de toute façon chargées de frottement, ce qui veut dire que sous l'effet d'une force de déplacement inférieure à la valeur de frottement se produisant sur elle, la construction se comporte en construction rigide et ne permet de déplacement que sous l'effet d'une force plus grande d'elle.

La solution 1. c) est connue. La caisse s'appuie sur le cadre du bogie par l'intermédiaire de crapaudines disposées dans sa ligne médiane et le développement de la crapaudine forme le pivot autour duquel la caisse et le bogie effectuent leur rotation l'un par rapport à l'autre.

Dans la solution 1. d) la caisse repose sur les frottoirs latéraux et la rotation s'effectue autour d'un pivot au milieu. Les solutions 1. a) et 1. b) sont en principe identiques. Toutes les deux sont basées sur le brevet de feu dr. Gyula Rónai. Pour faciliter la compréhension des recherches ultérieures, nous résumerons brièvement cette solution en utilisant la description originale de l'inventeur :

Pour nous faciliter la tâche, imaginons-nous d'abord une solution de plan selon fig. 2. dans laquelle la caisse repose sur le bogie par l'intermédiaire de segments d'anneau disposés à une certaine distance autour de l'axe de rotation.* De cette façon-là la poutre transversale principale, ainsi que le pivot deviennent superflus et à leur place on peut installer, la machine motrice par ex. ou autre chose. L'élimination de la poutre principale représente une réduction du poids propre. Le plus grand avantage de cette disposition est cependant que le point de rotation O entre le bogie et la caisse peut être rendu entièrement indépendant du point d'appui de la caisse ($A-B$) par le choix arbitraire du rayon r .

* Une solution semblable a été appliquée récemment par les Chemins de fer Suisses dans une locomotive électrique (Railway Gazette 1952 XI. 28).

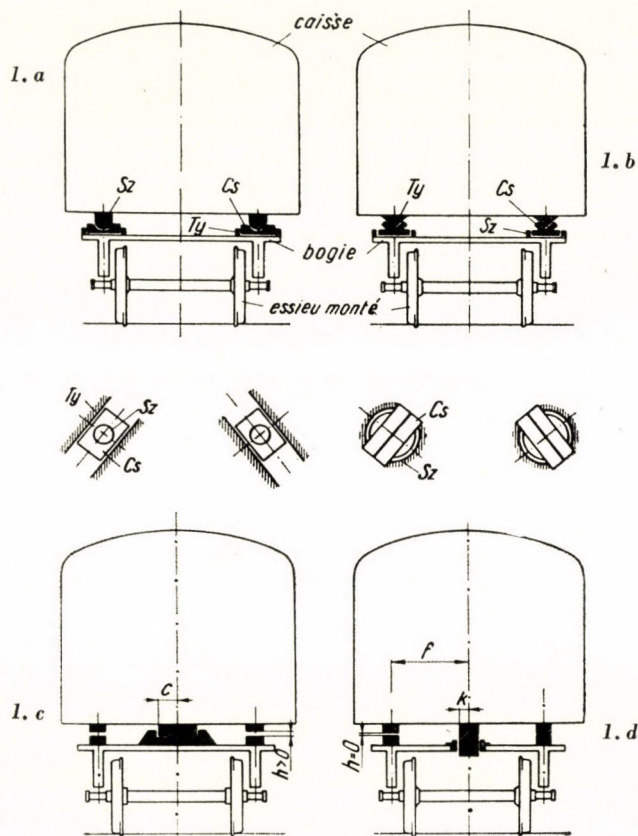


Fig. 1

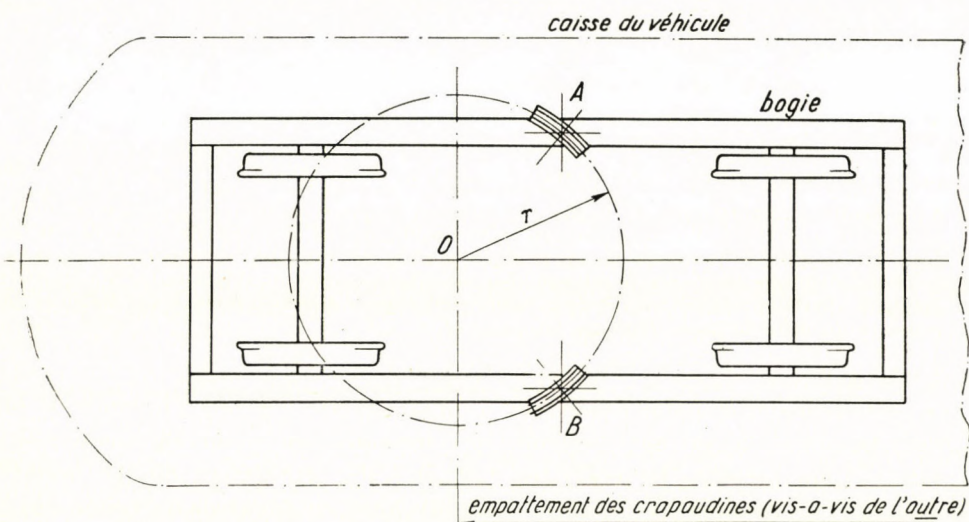


Fig. 2

Vu que au point de vue de la fabrication la solution à segments d'anneau présente des difficultés, Rónai a choisi au lieu des segments d'anneau des simples glisseurs (marqués sur les fig. 1. a/b par C_s) qui cependant ne sont pas fixés rigidement au bogie, mais peuvent tourner horizontalement autour du pivot vertical (sur fig. 1.a/ S_z , tandis que sur fig. 1.b/ le pivot est remplacé par un disque marqué également par S_z et ayant la même destination). Les contrepièces correspondant aux glisseurs et qui coulisent dans ceux-ci, respectivement dans lesquelles ces glisseurs coulisent (marquées par T_y sur les fig. 1.a/b) sont fixées rigidement au chassis resp. au bogie et leur disposition est déterminée par le point de rotation O . (Voire fig. 3.) Si le bogie et la caisse se détournent l'un par rapport à l'autre, le point de rotation théorique, marqué par O se déplace suivant un cercle tracé à travers les points A , B et O , jusqu'à O' . Par ce déplacement (ξ) du point de rotation théorique, l'empattement des crapaudines théoriques ne varie que dans une si petite mesure que cette variation est négligeable. Dans les formules de la réduc-

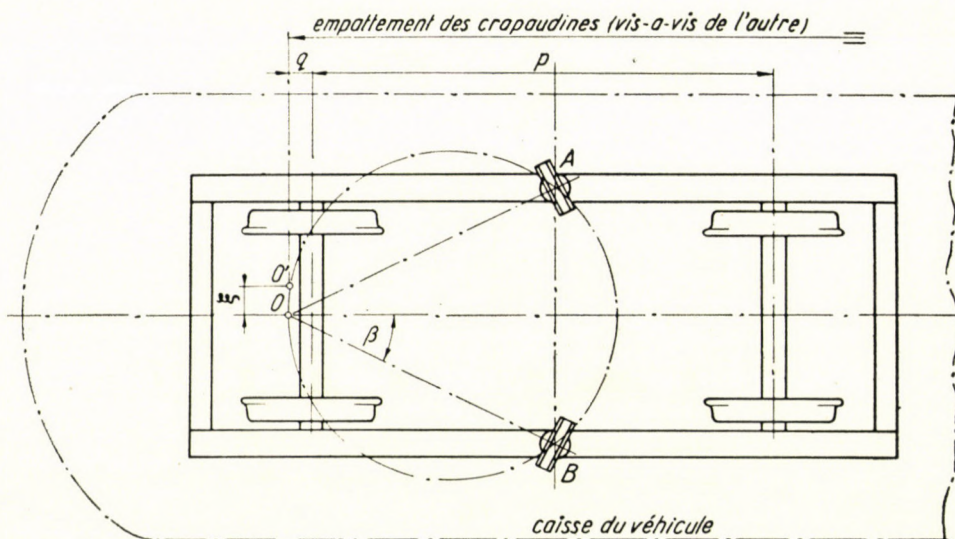


Fig. 3

tion de largeur du gabarit il faut d'ailleurs substituer le membre $\frac{pq \pm q^2}{500}$ au membre $p^2/2000$, ou p signifie l'empattement du bogie, q la distance du pivot théorique de l'essieu du bogie se trouvant le plus près. Le signe négatif est valable quand le point de rotation est situé entre les couples de roues du bogie, le signe positif, s'il est situé en dehors de ceux-ci. O et O' ne sont que les points de rotation momentanés, appartenant à la rotation d'angle correspondante du détournement relatif de la caisse et du bogie, tandis que la ligne médiane de la caisse coupe celle du bogie toujours au point O .

Ces bogies à appui-Rónai sont toujours moins enclins à produire le lacet sous la caisse, la distance radiale des frottoirs du point de rotation étant plus grande que dans les solutions 1. c/ et 1. d/. Autrement dit, le levier du moment de frottement freinant est plus long. L'appui de la caisse sur une base plus large que la crapaudine freine aussi davantage son balancement autour

de l'essieu longitudinal de véhicule. Il offre par contre l'inconvénient qu'au moment de l'entrée dans les courbes, aussi longtemps que les bogies n'auront pas pris leur position détournée correspondant à la courbe, la résistance au virage du véhicule sera plus grande.

2

Pendant son roulement dans la courbe, le bogie du véhicule ne doit se détourner qu'au moment de l'entrée, resp. de la sortie de la courbe. Dans la

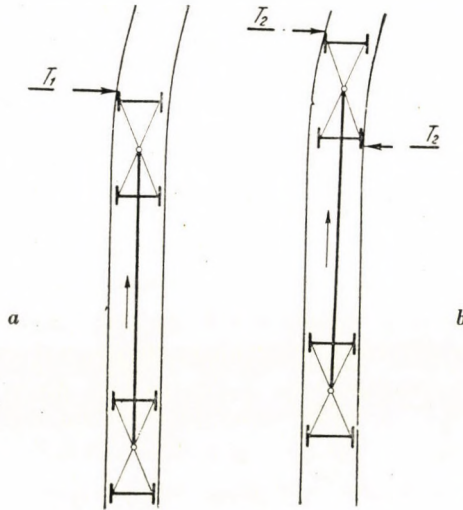


Fig. 4

courbe même il ne se produit de rotation relative que si le rayon de la courbe varie. La *force directrice* nécessaire au détournement ne se produit d'habitude que sur le boudin de la roue directrice de devant, roulant dans la courbe extérieure (T_1). Il peut arriver cependant que la force directrice T_1 n'est pas assez grande pour détourner le bogie qui en ce cas ne pivotera pas tant qu'il ne se trouvera pas en position transversale sur le rail. (Spiessgang.) Supposons pour plus de simplicité que dans ce cas les forces T_2 se présentent comme un couple de forces sur la même roue directrice et le boudin de la roue de derrière lui opposée diagonalement, roulant sur la courbe intérieure (voire fig. 4).

Sur cette figure les deux bogies et les quatre essieux montés sont représentés comme des maquettes linéaires et la caisse de voiture reliant les deux crapaudines par une seule ligne médiane. La voiture se trouve sur une ligne droite à laquelle se joint un secteur de voie courbé. Sur fig. 4. a le boudin de la roue directrice du bogie de devant de la voiture atteint justement le rail extérieur, dans lequel il se produit par conséquent une force directrice T . Si sous l'effet de T le bogie

ne se détourne pas sous le véhicule, mais subit un glissement latéral (sa position relative par rapport au véhicule ne se modifie pas), il se produira, après un certain déplacement la situation selon le schéma 4. b, caractérisée déjà par le fait que la roue de derrière du bogie de devant du véhicule est également pressée contre le rail intérieur et il s'y développe également la force directrice T , de laquelle nous supposons qu'elle forme un couple de forces avec la pression du boudin de la roue directrice de devant. Examinons dans ces deux différents cas de la distribution des forces ; quelle doit être la grandeur des forces nécessaires au détournement du bogie sous la caisse ? Nous ne nous occupons pour le moment que des forces directrices engendrées par l'appui et nous ne tenons pas compte de la force de vent, la force centrifuge, des forces de masse, du frottement de la roue sur le rail etc. qui tous augmentent les forces directrices. En outre nous ne considérons que le cas du bogie installé symétriquement sous la caisse, car les angles de rotation entre les lignes médianes longitudinales du bogie et le châssis sont d'une grandeur négligeable.

2.10.

Sur fig. 5 on a représenté d'une manière schématique les effets de forces se produisant sur le bogie muni d'une construction d'appui selon fig. 1. a) (nouveau type d'appui-Rónai), en cas d'un détournement autour du point de rotation O . La force directrice a été supposée telle que sur fig. 4. a). En vue de faire ressortir l'essentiel et de simplifier le problème, le jeu des forces ne sera considéré que dans le plan horizontal, c'est à dire comme problème plan. Dans le cas contraire des moments au plan vertical se développeraient également et troubleraient la symétrie. On déplace la force directrice T_1 dans le point de rotation O , c'est pourquoi il faut également tenir compte d'un moment $T_1 m$. Ce dernier s'efforce de détourner le bogie par rapport à la caisse. La force directrice T_1 peut être décomposée en deux forces ($1/2 T_x$) perpendiculaires aux glisseurs, lesquelles de leur côté engendrent un frottement sur les surfaces latérales verticales de ceux-ci. $\left(\mu \frac{1}{2} T_x\right)$. Le bogie examiné doit être chargé par « Q », la moitié de la charge totale créée par la caisse et la charge utile. Cette charge engendre également un frottement sous les glisseurs, sur la surface horizontale. Supposons pour plus de simplicité que la valeur du facteur de frottement μ est égale sur toutes les deux surfaces des glisseurs.

Notre construction composée de la caisse et du bogie n'est soumise qu'à la force extérieure T_1 laquelle détournerait aussi la caisse. Soit cependant l'inertie de la masse de la caisse telle que le déplacement ait lieu entre le bogie et la caisse. Alors la force T_1 trouvera sa réaction dans les appuis de la caisse, ce qui nous permet, en raison de la symétrie de tracer l'équilibre des forces agissant sur les glisseurs. Du polygone des forces se fermant (fig. 5. a) on peut déduire la relation entre les forces T_1 et $\frac{T_x}{2}$:

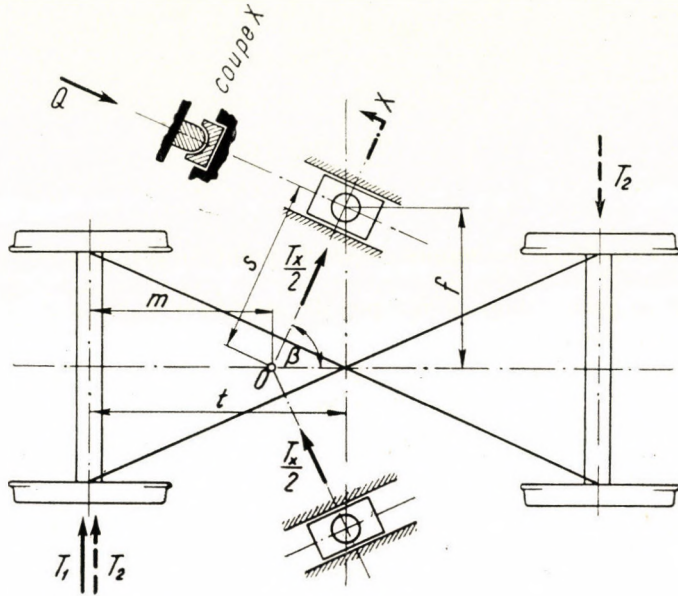
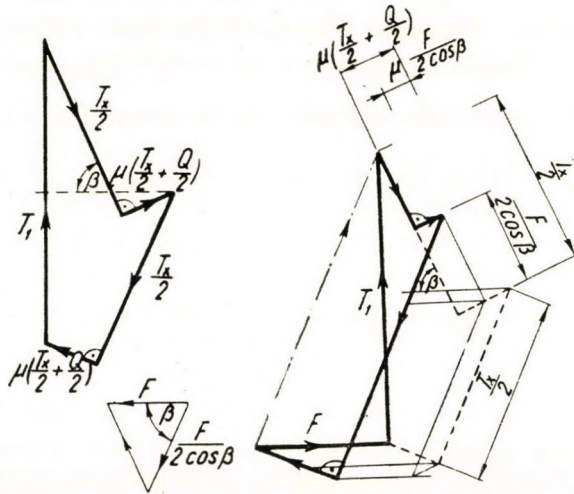


Fig. 5



$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{T_x}{2} - \frac{F}{2 \cos \beta} \right) \sin \beta - \left(\frac{T_x}{2} + \frac{Q}{2} - \frac{F}{2 \cos \beta} \right) \mu \cos \beta + \\
 & + \left(\frac{T_x}{2} + \frac{F}{2 \cos \beta} \right) \sin \beta - \left(\frac{T_x}{2} + \frac{Q}{2} + \frac{F}{2 \cos \beta} \right) \mu \cos \beta = \\
 & = T_x \sin \beta - (T_x + Q) \mu \cos \beta = T,
 \end{aligned}$$

Fig. 5a

$$\frac{1}{2} T_1 = \frac{1}{2} T_x \sin \beta - \left(\frac{1}{2} T_x + \frac{1}{2} Q \right) \mu \cos \beta$$

d'où

$$T_x = \frac{T_1 + \mu Q \cos \beta}{\sin \beta - \mu \cos \beta}$$

En écrivant l'équilibre des moments sur le point de rotation «O» (les forces $\frac{T_x}{2}$ passent par ce point, donc n'ont pas de moment) $T_1 m = \mu (T_x + Q) s$. En y ajoutant les valeurs

$$s = \frac{f}{\sin \beta} \text{ et } m = t - \frac{f}{\text{tg. } \beta},$$

on obtient finalement

$$T_1 = \frac{\mu Q}{\frac{t}{f} (\sin \beta - \mu \cos \beta) - (\mu \sin \beta + \cos \beta)},$$

2.101.

Une force de traction « F » de direction longitudinale provenant de traction resp. d'accélération, décomposée symétriquement sur les deux glisseurs, conformément à l'angle β , engendrait un nouvel frottement. Cette force F , divisée en ses 2 composantes, s'ajoute sur un des glisseurs à la force $\frac{T_x}{2}$ qui y avait agit, sur l'autre elle s'en soustrait. C'est ce qui arrive aussi aux forces de frottement. Le polygone de vecteur se modifiera selon fig. 5. a). Ceci ne change cependant rien à notre résultat déduit plus haut. De la somme des projections verticales écrites à côté de la figure on voit que les composantes de F sont éliminés. Par la suite on peut donc laisser de côté la force F , ainsi que son frottement.

2.11.

Avec la disposition des glisseurs dont il a été question, on a pu s'imaginer les effets de forces en somme comme agissant selon le schéma 6. a). Le frottement des forces verticales et horizontales a pu être additionné algébriquement. En cas d'une disposition des glisseurs telle qu'elle est représentée sur fig. 1. b) l'état des choses se modifie et peut être schématisé par la disposition des forces sur fig. 6. b).

De la décomposition en A_1 et A_2 de la génératrice de Q et T_1 — étant donné que l'angle d'inclinaison de A_1 et A_2 reste toujours identique — il apparaît clairement que la somme des composantes perpendiculaires agissant sur les deux faces du glisseur, c. à. d. la valeur de $(A_1 + A_2)$ ne varie pas sous l'effet de la

force T_1 laquelle de cette façon-là ne modifie non plus la somme du frottement. (Ceci évidemment n'est vrai que jusqu'à ce que les glisseurs, conformément à la surface d'inclinaison α ne glissent pas l'un sur l'autre dans le plan du schéma). Il faut noter incidemment que la charge unilatérale des glisseurs, pouvant être

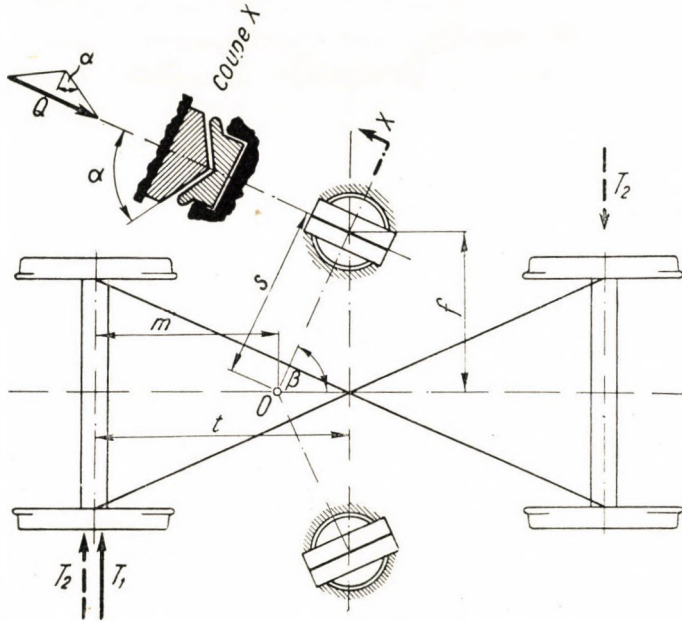


Fig. 6d

caractérisée comme charge de renversement est très bien représentée par les fig. 5. a) et 6. b) (fig. 6. c). Les moments provenant de ces effets de force asymétriques feront fléchir l'élément de jonction des glisseurs lequel par conséquent doit être dimensionné convenablement.

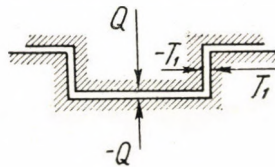


Fig. 6a

Vu que la force T_1 , comme nous venons de le voir, ne change rien à la valeur du frottement total, cette force, — resp. sa composante de direction β — peut être négligée en calculant le moment dû au frottement. On peut donc écrire à l'aide des notations de fig. 6. d) l'équilibre des moments :

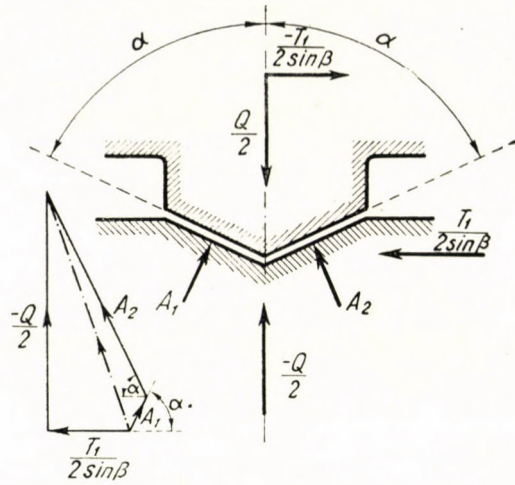


Fig. 6b

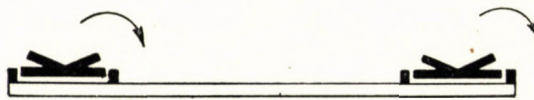


Fig. 6c

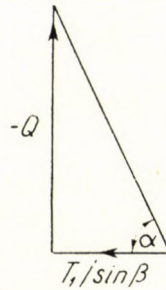


Fig. 6f

$$T_1 m = \frac{Q}{\sin \alpha} \mu s; \quad m = t - \frac{f}{\operatorname{tg} \beta}; \quad s = \frac{f}{\sin \beta};$$

$$T_1 = \frac{\mu Q}{\sin \alpha} \frac{s}{m}; \quad \frac{s}{m} = \frac{f}{\sin \beta \left(t - \frac{f}{\operatorname{tg} \beta} \right)};$$

$$T_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\mu Q}{\frac{t}{f} \sin \beta - \cos \beta};$$

Tandis qu'à la construction selon 2.10 ce n'est que le facteur de frottement μ et la valeur de β par lesquels la valeur de la force directrice T_1 peut être modifiée, ici nous avons obtenu un autre facteur de modification, l'angle α . La possibilité de modification qu'elle permet d'obtenir n'est cependant pas illimitée. En fait, si dans la fig. 6.b $A_1 = 0$ (en conséquence de l'accroissement de la force T_1), on a affaire à un cas limite et pour une force T_1 resp. $\frac{T_1}{\sin \beta}$ plus grande la caisse pourrait s'élever des frottoirs. C'est pourquoi la valeur limite

$$\alpha = \text{arc tg } \frac{Q}{T_1/\sin \beta}$$

ne doit être dépassée en aucun cas. (fig. 6.f) Il faut tenir compte de ce que dans le plan horizontal entre la caisse et le bogie il ne se produira pas seulement la force T_1 nécessaire au détournement, mais aussi la force de masse, engendrée par le choc, la force de vent etc. dont le maximum commun doit rester inférieur à la valeur limite indiquée.

2.12.

En cas d'un appui à crapaudine, selon fig. 1. c/ la formule de l'équilibre de moment devient extrêmement simple. Comme moment on a la force directrice T_1 , agissant sur le levier t tandis que le frottement à plan horizontal, formé avec le facteur μ peut être imaginé comme agissant dans la ligne de gravité (r) de la surface horizontale de la crapaudine. Les deux forces perpendiculaires et horizontales T_1 et F trouvant une réaction sur l'enveloppe cylindrique de la crapaudine donnent un moment de frottement agissant sur le levier c :

$$T_1 t = r\mu Q + c\mu \sqrt{T_1^2 + F^2};$$

d'où en exprimant la valeur T_1

$$T_1 = \mu Q \frac{tr \pm c \sqrt{(t^2 - \mu^2 c^2) \left(\frac{F}{Q}\right)^2 + \mu^2 r^2}}{t^2 - \mu^2 c^2};$$

Cependant la valeur de $t^2 - \mu^2 c^2$ peut être considérée dans la pratique identique à t^2 et ainsi

$$T_1 = \mu Q \frac{r + c \sqrt{\left(\frac{F}{Q}\right)^2 + \mu^2 \frac{r^2}{t^2}}}{t};$$

2.13.

Dans la solution à pivot, selon fig. 1/d, le frottement de la force verticale agit sur le levier f , tandis que les forces horizontales μT_1 et μF ont pour levier k . C'est pourquoi dans les formules de 2.12. il faut substituer k à c et f à r , en conséquence de quoi

$$T_1 = \mu Q \frac{f + k \sqrt{\left(\frac{F}{Q}\right)^2 + \mu \frac{f^2}{t^2}}}{t};$$

2.2.

Examinons à présent les cas, où il se présente la disposition selon b de fig. 4., c. à. d. quand la force directrice agissant sur le bogie est un couple de forces. On traitera une à une les dispositions $a-b-c-d$ de fig. 1.

2.20.

Dans fig. 5. nous avons indiqué par une ligne discontinue le couple de forces T_2 . Examinons de nouveau la rotation autour du point O . Le moment de rotation du couple de forces sur n'importe quel point, donc aussi sur O est égale à $2tT_2$. La formule de l'équilibre des moments (disposition avec appui-Rónai nouveau type) :

$$2tT_2 = \mu s Q + \mu s \frac{F}{\cos \beta}; \quad s = \frac{f}{\sin \beta}; \quad m = t - \frac{f}{\operatorname{tg} \beta}$$

c. à. d.

$$T_2 = \mu Q \frac{1 + \frac{F}{Q} \frac{1}{\cos \beta}}{2 \frac{t}{f} \sin \beta};$$

2.21.

Avec le couple de forces T_2 indiqué par une ligne discontinue dans fig. 6.d), nous pouvons écrire d'une manière absolument semblable aux précédents, la formule de l'équilibre des moments pour la disposition avec l'appui-Rónai ancien type :

$$2tT_2 = \frac{\mu s}{\sin \alpha} Q$$

c. à. d.

$$T_2 = \mu Q \frac{1}{2 \frac{t}{f} \sin \alpha \sin \beta}$$

A la base de ce qui a été exposé dans 2.11, la force F n'a pas dû être prise en considération.

2.22.

En cas d'une disposition à crapaudine, l'équation de l'équilibre des moments et la formule de la force directrice de manière semblable au paragr. 2.12.

$$2tT_2 = r\mu Q + c\mu\sqrt{T_2^2 + F^2}$$

Avec les omissions et la déduction indiquées déjà dans 2.12, on obtient

$$T_2 = \mu Q \frac{r + c\sqrt{\left(\frac{F}{Q}\right)^2 + \left(\mu\frac{r}{2t}\right)^2}}{2t}$$

ce qui, après substitution des valeurs numériques donne pour les forces T_1 et T_2 des paragr. 2.12 et 2.22 approximativement l'évaluation

$$T_2 = \frac{1}{2} T_1$$

2.23.

En cas d'une disposition à pivot, l'équilibre des moments et la valeur de la force directrice avec les mêmes omissions sont

$$2tT_2 = f\mu Q + k\mu\sqrt{T_2^2 + F^2}; T_2 = \mu Q \frac{f + k\sqrt{\left(\frac{F}{Q}\right)^2 + \left(\mu\frac{f}{2t}\right)^2}}{2t}$$

3.

Avant de poursuivre examinons à l'aide d'un exemple pratique de quel ordre de grandeur seront les forces données par les formules.

Soit le poids total d'une véhicule $U = 32$ t, le poids total des deux bogies 10 t. Par conséquent la moitié du poids de la caisse $Q = 11$ t. Soit l'empattement du bogie $2t = 2950$ mm, la distance d'appui $f = 960$ mm.

3.10

Avec ces valeurs on obtient selon les formules de 2.10 les forces directrices représentées par une ligne pleine sur fig. 7. suivant la valeur choisie pour β . Pour éviter tout malentendu, nous soulignons encore une fois que les ordonnées ne représentent pas les forces directrices agissant réellement, mais seulement la composant de ces forces qui est nécessaire à la rotation du bogie sous le châssis, à laquelle s'opposent les forces de frottement engendrées sur les appuis. Une force directrice *plus petite* que les forces représentées sur fig. 7, ne sera donc pas capable de détourner le bogie sous le véhicule.

La valeur de μ a été prise pour 0,1 comme pouvant se produire entre les surfaces d'acier lubrifiées. Cependant il est probable qu'on y trouvera un facteur de frottement moindre, vu que le bogie produit aussi un mouvement oscillatoire dans le sens longitudinal de la voiture et en fait est secoué sans cesse. C'est pourquoi on a indiqué les valeurs de la force directrice aussi pour $\mu = 0,05$ (finalement, compte tenu de considérations dont il sera question dans les chapitres ultérieurs, aussi pour la valeur $\mu = 0,2$).

On a vu que la force directrice nécessaire au détournement prend autour de $\beta = 45^\circ$ des valeurs très élevées. Les valeurs se produisant dans la proximité de $\beta = 90^\circ$ ne peuvent plus être appliquées dans la pratique, car en ce cas il n'y aurait pas de surface sur laquelle la force F pourrait s'appuyer. Dans l'autre direction, les grandes forces directrices engendrées aux valeurs de $\beta = 45^\circ$ peuvent se produire dans la pratique; plus tard nous examinerons si leur présence peut être nuisible ou non.

3. 11.

Examinons maintenant à la base des valeurs ci-dessus mentionnées un glisseur selon 1. b), ayant un angle $\alpha = 55^\circ 43'33''$. Avec les formules de 2.11 et le facteur de frottement $\mu = 0,1$, on obtient les forces directrices indiquée en pointillé sur fig. 7. Ici aussi on a tracé les

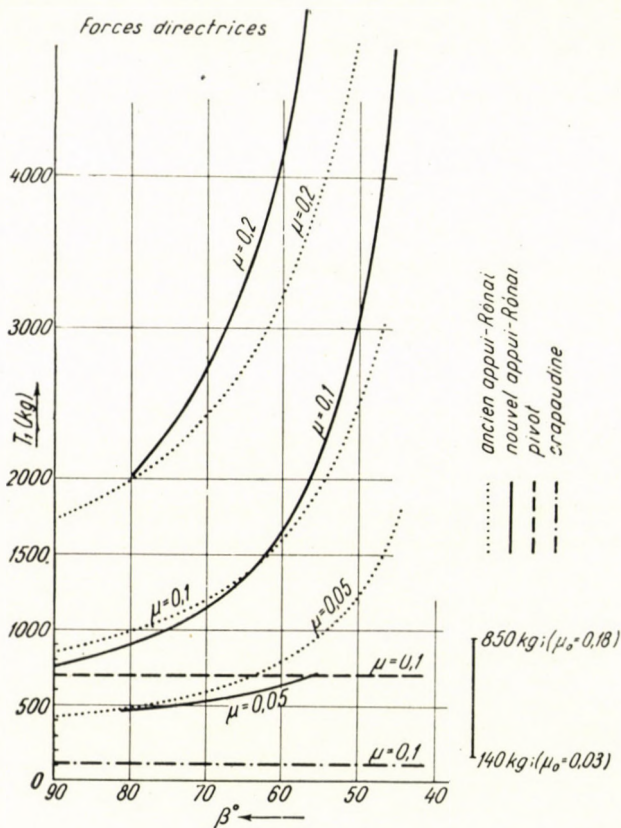


Fig 7

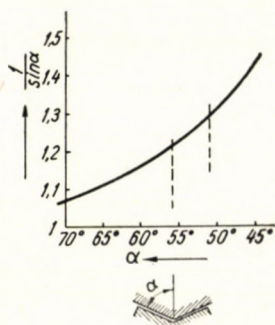


Fig. 7a

courbes appartenant au facteur $\mu = 0,2$ et $\mu = 0,05$. On voit que dans la bande $55^\circ \sim 75^\circ$ qui du point de vue de la réalisation pratique peut entrer en considération, les frottoirs selon fig. 1. a) et 1. b) engendrent, dans le cas de $\mu = 0,1$ des forces directrices de grandeur approximative-

ment égale. Pour les valeurs $\mu = 0,05$ la différence est déjà plus grande, surtout en cas d'un β plus petit. Sur fig. 7 on voit que pour une disposition de glisseurs selon l. b) les forces directrices peuvent être diminuées de quelques % par l'augmentation de l'angle α . La nouvelle solution d'appui — déjà par sa construction assurant mieux un graissage correct et abondant (et on a vu l'importance de la valeur du facteur de frottement) — peut être considérée une réalisation supérieure.

En parlant d'exécution constructive, on ne manquera pas de mentionner que la solution selon fig. 1. a), par son appui sphérique permet le basculement du bogie. Si le basculement se produit dans la construction selon l. b) où il n'y a pas d'appui sur une surface sphérique, le bogie basculera autour d'un des bords de la surface de glissement. Sous ce bord il se produira donc une grande pression superficielle. Il est probable que c'est une des causes de la corrosion constatée sur les frottoirs. Ceci en soi n'est pas encore une faute. Mais imaginons que le bogie entrant dans une courbe parvient à une rampe de surhaussement. Ici le bogie doit s'incliner et en même temps il doit se détourner. Si lors de l'inclinaison la partie supérieure du bloc couissant s'enfonce précisément dans une corrosion, les coins auront de la peine à glisser l'un sur l'autre. Le résultat est le même que si l'on augmentait le facteur de frottement.

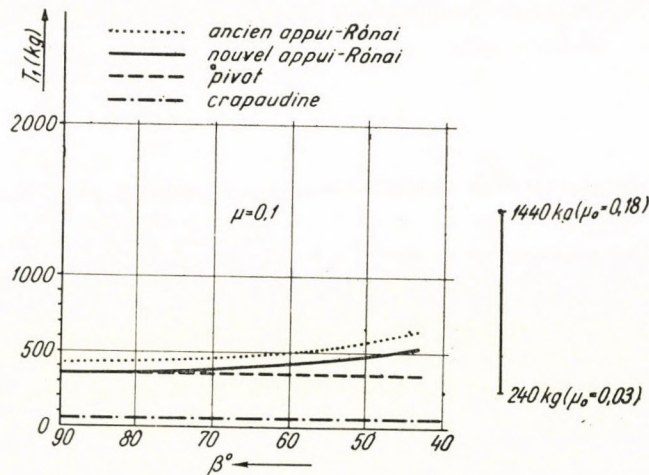


Fig. 8

On a vu enfin que l'amélioration du graissage (de $\mu = 0,1$ à $\mu = 0,05$) a davantage de résultats dans le cas de la construction l. a) que dans celui de l. b). Si par contre, pour une raison quelconque, la valeur du facteur de frottement augmente (de 0,1 à 0,2), la force directrice augmentera davantage dans le cas de la construction l. a) que dans celui de l. b). Il faut cependant tenir compte de ce que pour l. a) le graissage correct peut être réalisé, tandis que pour l. b) il ne peut pas l'être, par conséquent l'augmentation de la valeur μ est plus probable dans le deuxième cas.

3. 12.

Si on calcule les constructions à crapaudine de fig. 1. c) selon le paragr. 2.12 et on admet encore les valeurs $c = 200$ mm, $r = 150$ mm, il faut également admettre la valeur $\frac{F}{Q}$, qui dans la pratique ne dépassera guère 0,1. Pour $F/Q = 0$ on obtient, $T_1 = 113$ kg, pour $F/Q = 0,05$; $T_1 = 121$ kg et pour $\frac{F}{Q} = 0,1$; $T_1 = 128$ kg, si $\mu = 0,1$. Toutes ces valeurs, vu qu'elles sont très proches l'une de l'autre ont été tracées avec une seule ligne épaisse dans fig. 7.

3.13.

Pour la construction à pivot selon fig. 1. d), en admettant pour la valeur de «k» 60 mm, pour «f» 960 mm et le reste des données égales aux valeurs mentionnées, on aura pour $F/Q = 0$; $T_1 = 717$ kg, pour $\frac{F}{Q} = 0,05$; 720 kg et pour $F/Q = 0,1$; 725 kg, ce qui est également représenté par une ligne unique discontinue sur fig. 7.

3.20—3.23.

Des données de l'exemple numérique on a également calculé dans quelle mesure la pression de roue sera diminuée si selon fig. 4. b) un couple de forces agit sur les deux boudins. Les résultats calculés des formules des paragr. 2.20—2.21 sont résumés sur Fig. 8.

4

En ce qui concerne les recherches ultérieures, nous devons dire d'avance que comme dans le cas de tout examen relatif au service de chemin de fer, on n'y cherche qu'une évaluation de l'ordre de grandeur. Les chiffres ne représentent pas de valeurs effectives, mais doivent être considérés des indices, étant donné que nombre de facteurs, tels que le composant transversal de la force de traction, l'effet de force des surfaces coniques des bandages qui dirige le bogie dans courbe etc. ne sont pas pris en considération.

Conférons à présent fig. 7 et 8. La solution la plus avantageuse du point de vue examiné est dans tous les deux cas celle à crapaudine. On voit cependant aussi que les forces directrices dans toutes les deux constructions sont plus basses si au lieu d'une force directrice c'est un couple de forces directrices qui détourne le bogie. Cependant conformément aux idées exposées jusqu'ici pour qu'au lieu d'une force directrice unique T_1 un couple de forces T_2 puisse agir sur le bogie, la voiture doit rouler dans ce qu'on appelle »Spiessgang«, c. à. d. en position transversale dans la courbe. Aussi longtemps que le boudin de la roue arrière intérieure du bogie de devant entrant dans la courbe, n'entre pas en contact avec le rail, il est vraisemblable qu'un couple de force ne peut pas se produire. Jusqu'à ce que le bogie n'est pas dans la disposition selon fig. 4. b) ou bien ils se présentent les forces directrices de grandeur indiquée sur fig. 7 qui détournent le bogie, ou bien celui-ci ne se détourne pas par rapport à la caisse, mais entre comme un couple de roues assemblé rigidement avec celle-ci dans la courbe et il est obligé de glisser en direction transversale au véhicule. Au premier moment cette dernière possibilité peut paraître consternante et c'est une raison suffisante pour nous en occuper sérieusement.

4.1

Dans ce qui précède on a calculé la force nécessaire au détournement du bogie sous le châssis. Ces recherches se rapportaient toutes à des voitures plus ou moins immobiles, à un état quasistatique et ne sont que des abstractions théoriques. Revenons maintenant à la voiture en mouvement, puisque c'est ici que se présentent les forces transversales horizontales.

Quand est-ce que se présente la nécessité de la rotation du bogie pendant le roulement de la voiture? Évidemment au moment où celle-ci entre dans la courbe. C'est alors que naissent les forces latérales. Ce sont la force centrifuge, la force de vent, les forces de masse provenant du choc de l'entrée dans la courbe, la force nécessaire au détournement de la caisse, la composante de la force

de traction etc. Que le bogie se détourne ou non, ces forces se présenteront à travers la chaîne structurale qui relie la roue à la masse de la caisse. Il se pose donc la question si pendant cette *transmission de force*, le bogie se détourne ou non. Rassemblons ces forces et considérons celles qui agissent sur la caisse comme s'exerçant à l'appui sur le bogie, en leur attribuant une grandeur V . (Voire fig. 9.) Par la suite il sera important de savoir autour de quel point pivotera le bogie *par rapport au rail*. C'est

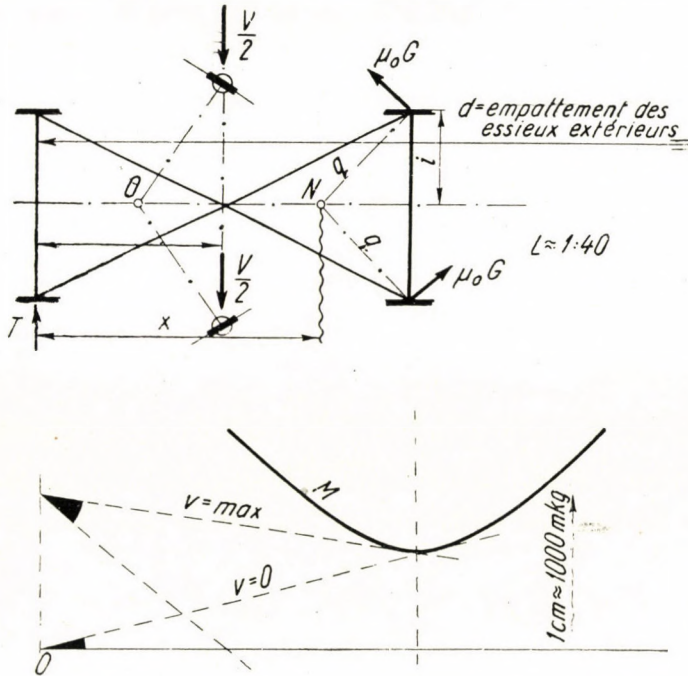


Fig. 9

de cela notamment que dépend la grandeur de la force directrice qui s'opposera à la force V . La grandeur de la partie de la force directrice qui est nécessaire au détournement du couple de roue de derrière du bogie à l'encontre du frottement dépend également de la position de ce point de rotation.

Le plus utile c'est d'avoir recours au procédé-minimum de Heumann, comme nous l'avons indiqué sur fig. 9. (La partie de la force directrice nécessaire au déplacement latéral du couple de roues directrices a été éliminée du calcul, étant donné que finalement elle serait de toute façon supprimée. De la méthode de construction mentionnée on a surtout besoin de savoir que :

1. la place du point de rotation est au point de contact de la tangente tracée du point de départ du système de coordonnées à la courbe de moment M ;

2. pour les différentes valeurs de la force V le point de départ du système des coordonnées se déplace de la valeur de moment Vt sur l'axe de l'ordonnée de la force directrice T .)

a) Considérons d'abord le cas où le bogie se détourne par rapport à la caisse. La force directrice T_1 nécessaire au détournement a été déjà déterminée dans ce qui précède. Soit G la charge de la roue du bogie et μ_0 le facteur de frottement de la roue sur le champignon de rail. En utilisant les signes de fig. 9.

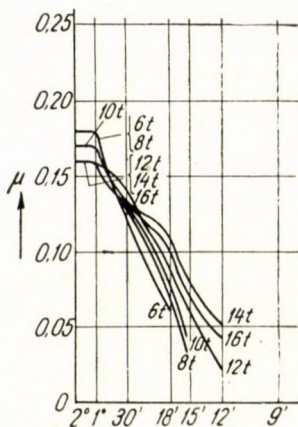


Fig. 10

équilibre des moments lors de la rotation autour d'un point N arbitraire :

$$T'x = V(x - t) + 2\mu_0 qG ; T^N = V \frac{x-t}{x} + 2\mu_0 G \frac{q}{x}$$

à quoi il faut ajouter la force T_1 nécessaire au détournement du bogie et la force H , nécessaire au bogie de devant et provenant du détournement du bogie de derrière sur ses appuis et du glissement latéral de ses roues. Ainsi la valeur de la force directrice est

$$T' = V \frac{x-t}{x} + 2\mu_0 G \frac{q}{x} + T_1 + H \dots \dots \dots I.$$

où μ_0 est le facteur de frottement se produisant au déplacement des roues et dont la valeur expérimentelle (VDE série d'essai. Organ. 1931. N. 19) pour une pression d'essieu de 8 t peut être prise pour 0,03 ~ 0,18 suivant l'angle de cisaillement (fig. 10).

b) Comme il a déjà été constaté, dans le cas où la force T_1 est trop grande, il peut arriver que le véhicule entre dans la courbe comme s'il ne possédait pas

de bogie, vu qu'alors la force directrice n'a pas à vaincre également la force T_1 . Écrivons aussi pour ce déplacement la valeur de la force directrice.

Nous ne savons pas autour de quel point de son bogie de *derrière* se détournera le véhicule, si c'est autour du point de rotation théorique (resp. la crapaudine) du bogie ou son essieu monté de derrière. Cependant cela ne modifie pas essentiellement le résultat, étant donné que la force directrice qui du détournement revient au bogie de devant sera de toute façon petite à cause de la grande traduction de levier. C'est pourquoi la partie de la force directrice qui est nécessaire au détournement du bogie de derrière resp. au déplacement de la caisse sur celui-ci, a été pris dans tous les deux cas avec une valeur H . La force directrice dans ce cas

$$T'' = V \frac{d-t}{d} + 2\mu_0 G \frac{d-2t}{d} + H \dots\dots\dots \text{II.}$$

où d est l'empattement extrême de la voiture.

En conséquence de l'élasticité des éléments participant aux jeux des forces pendant le roulement (resp. le choc) la force directrice augmente progressivement. Il se produira donc un mouvement correspondant à la plus petite des forces directrices I et II . Conférons les valeurs de T représentées par les deux équations indiquées plus haut.

$$V \frac{x-t}{x} + 2\mu_0 G \frac{q}{x} + T_1 + H = V \frac{d-t}{d} + 2\mu_0 G \frac{d-2t}{d} + H$$

Pour que le bogie se détourne sous la caisse, il faut que le côté gauche soit plus petit que le côté droit, c. à. d.

$$T_1 < V \left(\frac{d-t}{d} - \frac{x-t}{x} \right) + 2G \left[\frac{\mu_0(d-2t)}{d} - \frac{\mu_0 q}{x} \right]$$

Les résultats de ce chapitre peuvent être résumés de la manière suivante :
1. entre le bogie et le châssis il y a une liaison chargée d'un frottement, laquelle en conséquence du frottement

a) se comporte en liaison rigide pour les effets de force inférieures à T_1 , tandis que

b) si la force directrice est plus grande que T_1 le détournement peut se réaliser.

2. Les forces d'inertie ont été résumées en une seule force V que nous avons supposée uniquement fonction des vitesses. Sa valeur est différente selon que le bogie se détourne ou ne se détourne pas, car la force de choc, engendrée par la déviation oblique (une partie de V) sera plus petite que si le bogie ne se

détourne pas sous le véhicule. Cependant vu que nos recherches n'avaient pour but qu'une orientation concernant l'ordre de grandeur, nous n'entrerons pas plus loin dans les détails, et ne tiendrons pas compte de cette différence.

3. La partie de la force directrice nécessaire au glissement transversal des roues sur les rails est différente selon que

- a) le bogie se détourne sous la voiture ou,
- b) le bogie ne se détourne pas.

La formule ci-dessus indique en somme la relation de ces trois facteurs. On peut en déduire la condition du détournement du bogie.

Sur fig. 9. on a tracé avec les données du véhicule calculé, la tangente à la courbe de moment M pour $V = 0$, de même que pour la force V maximum. Cette dernière a été prise en considération à la base de l'hypothèse que le maximum de la force directrice est identique à la pression de roue de la roue directrice. On voit de fig. 9. que dans tous les deux cas ($V = 0$ et $V = \text{max.}$) le centre de frottement est très proche de l'essieu de derrière, ce qui nous permet de calculer avec $x = 2t$ et la valeur $q = i$.

Avec cette simplification :

$$T_1 < V \left(\frac{d-t}{d} - \frac{1}{2} \right) + 2\mu_0 G \left(\frac{d-2t}{d} - \frac{i}{2t} \right) \quad (\text{I})$$

En substituant les autres valeurs numériques de notre exemple et en y ajoutant les valeurs $d = 18,15$ m ; $t = 1,475$ m et $i = 0,75$ m, la valeur limite de T_1 sera.

$$T_1 < 0,418 V + (0,84 - 0,25) 2\mu_0 G \simeq 0,4 V + 1,18\mu_0 G$$

Que signifie cette inégalité? Le bogie ne se détournera que dans le cas où la force T_1 nécessaire au détournement est plus petite que la valeur $(0,4 V + 1,18 \mu_0 G)$. En cas limite ($V = 0$) le bogie ne peut remplir sa fonction que si la force nécessaire à son détournement est inférieure à $T_1 = 1,18\mu_0 G$.

Comparée aux modes d'appui selon 1./c et 1./d, les solutions 1./a et 1./b présentent des inconvénients au point de vue des forces directrices, à cause du point de rotation placé plus avant (c'est à dire la diminution du rapport des leviers). En effet le bogie à appui-Rónai est en général placé sous le châssis de manière que le point de rotation théorique est plus proche du front de la voiture.

Les composantes de la force V (force centrifuge, force nécessaire au détournement des masses de la caisse, force de choc au boudin), à l'exception de la force de vent, augmentent toutes avec la première, resp. la deuxième puissance de la vitesse. Les forces T_1 nécessaires au détournement des bogies (voire chap. 2 et 3) sont indépendantes de la vitesse. Ainsi on peut s'attendre à ce que plus la vitesse du véhicule est grande, plus un bogie même chargé d'un grand frottement sera capable de remplir sa fonction.

On en voit aussi que même s'il n'est pas possible de diminuer la valeur de la force directrice T_1 au point que celle-ci puisse, même au cas de $V = 0$ permettre le détournement du bogie, il est utile de tendre vers une force directrice réduite au minimum, car cela diminue également la limite de vitesse sous laquelle le véhicule peut être appelé véhicule à bogie, uniquement au point de vue de sa solution constructive et non à celui du jeu des forces. Cela signifie naturellement un plus mauvais roulement, des chocs plus grands à l'entrée dans la courbe, car les chocs, resp. les accélérations sont transmis en ce cas aussi directement à la caisse du véhicule.

Dans notre exemple numérique, en calculant avec une charge d'essieu de 8 t du véhicule vide et $V = 0$, la limite maximum de la valeur de la force nécessaire au déplacement serait donc $T_1 = 1,18\mu_0 G$. Pour des valeurs de $\mu_0 = 0,03 \sim 0,18$; $T_1 = 142 \sim 850$ kg. Selon fig. 7 on doit calculer avec environ $T_1 = 100 \sim 200$ kg pour un facteur de frottement de $\mu = 0,05 \sim 0,1$ entre les frottoirs. On voit donc que ces valeurs numériques s'égalent en ce qui concerne leur ordre de grandeur, ce qui prouve que suivant la valeur du frottement se présentant sur les frottoirs, l'entrée du véhicule dans la courbe peut s'effectuer de toutes les deux manières, soit que sous l'effet de la pression de boudin se produisant sur la roue directrice extérieure de devant, le bogie se détourne, soit qu'il glisse transversalement sur le rail, sans se détourner par rapport à la caisse. Dans ce dernier cas le véhicule garde ce caractère de roulement, c'est à dire qu'il se produira un glissement transversal accentué sur les roues jusqu'à ce que la situation selon 4./b se ne soit pas réalisée, ensuite le bogie sera détourné par le couple de force engendré. Au delà de ce point, les rails représentent pour un bogie chargé par un frottement aussi grand une voie sur laquelle il ne peut effectuer qu'un mouvement forcé.

Avant d'accepter comme définitives nos constatations faites plus haut, jetons un regard sur fig. 11. Elle représente schématiquement le cas où la force directrice T est obligée de déplacer transversalement le véhicule et ses bogies, vu que du fait du grand frottement se produisant sur les frottoirs elle ne peut pas les détourner. Cependant lors du glissement latéral du bogie de devant il se produit sur son essieu monté de derrière la force de frottement indiquée, $2\mu_0 G$, laquelle formant un couple de forces avec la partie correspondante de la force directrice T peut également détourner le bogie. Le simple glissement transversal sans détournement du bogie de notre véhicule ne se produira donc que si même le couple de forces formé avec cette force $T_2 = 2\mu_0 G$ n'est pas capable de détourner le bogie sous le véhicule. On peut d'ailleurs calculer l'ordre de grandeur de ces forces de frottement de direction transversale au véhicule dans notre exemple numérique calculé au chap. 3. La charge d'essieu totale y était de 8 t. Au paragr. 4.1 on avait pris $\mu_0 = 0,03 \sim 0,18$ comme valeur du frottement transversal. Par là la valeur du frottement atteindra 240 \sim 1440 kg. Sur fig. 8 on a indiqué les forces directrices T_2 qui agissant en couple de forces

sont capable de détourner le bogie. On voit que dans le cas de petits angles de cisaillement, c'est à dire quand la valeur du frottement transversal est réduite, le frottement est dans un ordre de grandeur égal à la valeur de T_2 (excepté la solution à crapaudine qui de ce point de vue aussi est la plus favorable). Qu'est-ce qui arrive cependant si p. ex. aux appuis-Rónai, la valeur du facteur de frottement augmente? En ce cas le frottement transversal ne sera pas suffisant pour détourner le bogie, de façon que le véhicule sera effectivement obligé de subir un glissement transversal.

Les manières de l'entrée dans la courbe en cas d'un avancement à petite vitesse, quand $V = 0$, peuvent donc être résumées de la manière suivante :

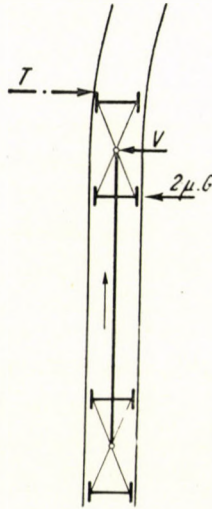


Fig. 11

A) Le cas le plus simple c'est quand le détournement sur les frotoirs est accompagné d'un frottement si faible que la force directrice T_1 qui en résulte est inférieure à la valeur obtenue dans la formule I. (Dans notre exemple numérique selon fig. 7. au cas où $T_1 < 950 \sim 158$ kg). Le bogie se détourne alors sous le châssis.

B) Si la force T_1 est plus grande, le détournement du bogie peut encore survenir sous l'effet du couple de forces engendré par le frottement transversal de l'essieu monté de derrière. (Dans notre exemple numérique au cas de $T_2 < 1400 \sim 240$ kg.)

Au point de vue du roulement du véhicule, les cas A et B ne diffèrent pas sensiblement quant à leur effet.

C) Enfin l'entrée dans la courbe peut s'effectuer aussi de façon qu'en même temps le bogie de devant subit un déplacement parallèle à lui-même. La condition en est que les cas A. et B. ne puissent pas se produire. Il faut donc

avoir un grand coefficient de frottement entre les frottoirs, c'est à dire T_1 plus grand que la valeur donnée par formule (I) et un coefficient minimum entre le bandage et le champignon de rail (rail humide etc . . .).

En ce dernier cas il est d'une part rassurant que les grandes valeurs de T_1 indiquées sur fig. 7 ne peuvent pas développer leur effet qui augmente les forces directrices ; d'autre part cependant notre construction constituée par le châssis et le bogie doit recevoir les forces directrices latérales provenant de l'entrée dans la courbe comme un unique système rigide, ce qui est aussi désavantageux du point de vue du roulement tranquille du véhicule, donc de toute façon à éviter.

Pour des vitesses plus grandes, la valeur de V augmente et comme il ressort des formules, le détournement du bogie se produit plus facilement ; il se produit de plus grandes forces directrices qui se transmettent du bogie à la masse de la caisse et en même temps réalisent la rotation. On voit de ce qui précède que quelques fois d'assez grandes forces directrices se produiront qui chargeront évidemment aussi le champignon de rail, lequel par suite de son élasticité subira un certain évasement. De même toutes les parties des éléments constitutifs participant au jeu des forces, donc plaques de garde, cadre de bogie etc . . . seront soumis à une déformation élastique. En conséquence de l'évasement du champignon de rail et du glissement du rail sur les traverses resp. les plaques de fixation, il se produit dans le rail, comme dans un ressort une force directrice horizontale de direction transversale, aussi longtemps qu'elle n'a pas atteint une grandeur suffisante pour détourner ou déplacer la voiture. Si la force élastique engendrée dans le rail aura dépassé la grandeur de la force Y nécessaire, le détournement ou le déplacement aura lieu. Le rail figurant comme ressort est déchargé et le jeu élastique recommence jusqu'à ce que la rotation d'angle définitive, correspondant au rayon de la courbe ne se soit pas accomplie entre le châssis et le bogie. Ce phénomène est accompagné par un craquement et a pu être clairement observé surtout aux superstructures plus élastiques, donc plus légères, particulièrement si en conséquence de l'usure et de l'éclatement à la fixation du rail, le jeu latéral a fortement augmenté. Une conséquence en peut être que le glissement sur les appuis-Rónai ne se fait pas de manière continue, mais le frottoir saute graduellement d'une position dans l'autre. Une autre est l'entrée progressive, interrompue dans la courbe.

4.2.

Jusqu'à maintenant on n'a examiné que le véhicule entrant resp. sortant de la courbe. Cependant le bogie se détourne aussi sur la voie droite, si sous le châssis il roule avec son lacet habituel. Quand sur la voie droite le bogie roule en position transversale (Spiessgang) sous le véhicule (voire fig. 12) les roues de l'essieu monté se meuvent sur des cercles de diamètres différents. L'essieu monté de devant voudrait donc rouler selon la figure sur un arc circulaire gauche, celui de derrière sur un arc circulaire droit. La conséquence en est le lacet. Si le

bogie se déplaçait avec un roulement pur, il parviendrait après un certain temps dans la position tracée avec une ligne discontinue. Si par contre quelque chose (par ex. un trop grand frottement entre les appuis-Rónai) l'empêche à se détourner par rapport au châssis, il est obligé de maintenir jusqu'à la fin son roulement en position transversale (Spiessgang), représentée par la ligne pleine. Ceci ne peut évidemment avoir lieu que si en plus du roulement pur, les essieux montés doivent se mouvoir aussi en direction transversale au véhicule. Dans cette direction des forces de frottement se produiront donc entre la roue et le rail ; leur direction est indiquée sur la figure. Ce sont les forces de frottement qui en tant que couple de forces s'efforcent de diriger la voiture de sa position transversale en position droite et d'autre part, en conséquence du glissement sur le rail, chargent le rail en direction transversale et tâchent de la déplacer.

Si par conséquent le bogie ne peut pas se détourner par rapport au châssis, ce sont les roues qui en direction transversale au véhicule doivent glisser sur le rail pendant leur roulement. Ceci aussi est accompagné par un craquement et augmente la résistance à la traction du véhicule. En ce cas le bogie même sur une voie droite roulera jusqu'à la fin en position transversale (Spiessgang).

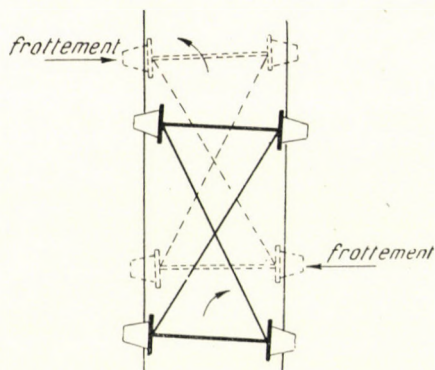


Fig. 12

Pour illustrer ce qui vient d'être dit, on mentionnera un cas intéressant, dans lequel une voiture roulant sur des rails droits a déplacé par la force de frottement transversale, dont il a été question, la pièce de coeur d'une aiguille de façon que le boudin de la roue du véhicule suivant s'est engagé dans la fente qui s'est formée au bout de la pièce de coeur et la véhicule a déraillé. La pièce de coeur est assurée par le poids de l'aiguille avec une force relativement petite par rapport aux effets de force engendrés. (70 ~ 100 kg). Il est vrai qu'une force de frottement en direction transversale du rail s'oppose au déplacement aussi sous la pièce de coeur — la pression de la roue serre en effet la pièce de coeur également contre la plaque de base — cependant on a l'habitude de graisser cette plaque en vue de faciliter le changement de l'aiguille. Le facteur de frot-

tement y sera donc plus faible qu'entre la roue et le rail. Si la différence entre les deux facteurs de frottement est plus grande que la force représentée par le poids de l'aiguille, la roue déplacera latéralement la pièce de coeur. C'est ce qu'on a réussi de prouver aussi au cours de l'enquête relative au cas du déraillement mentionné, car l'ouverture de la pièce de coeur s'y est toujours à nouveau reproduite jusqu'à ce qu'on n'avait pas graissé le champignon de la pièce de coeur, c'est à dire fortement diminué la force de frottement entre la roue et le rail, après quoi le phénomène n'a plus été constaté. La solution de ce problème n'est évidemment pas le graissage du champignon du rail, mais bien le graissage convenable des appuis-Rónai.

5

Résumons à présent les résultats de nos examens :

5.0

L'emploi de l'organe d'appui-Rónai permet au véhicule d'effectuer son entrée dans la courbe non pas sous l'effet de la force directrice minimum calculée à la base du procédé minimum de Heumann, mais de l'une ou de l'autre façon décrite sous les points B) et C) du chapitre 4.1.

5.1.

A cause de la complexité du service de chemin de fer on ne peut considérer bonnes que les constructions qui au cours d'une utilisation de plusieurs années ont fait leur preuve. Si l'on accepte les solutions à crapaudine et à pivot — et on peut les accepter, puisqu'elles se sont avérées bonnes — on peut déclarer en même temps que la grandeur de la force directrice engendrée par elles est en général admissible dans le service de chemin de fer. D'autre part nous nous sommes proposé comme but d'entraver — en vue de l'amélioration du roulement du véhicule — le lacet du bogie, même si la force directrice en devrait augmenter.

Nos recherches montrent qu'avec les appuis 1. a) et 1. b) nous avons réussi à augmenter la force nécessaire à la rotation du bogie (fig. 7). Cependant on a vu que dans certains cas cette augmentation devient telle qu'elle représente un danger du point de vue de la sécurité de déraillement. Si l'on veut donc mettre à profit les avantages des appuis-Rónai tout en évitant leurs inconvénients, il faut avoir soin de maintenir les forces directrices nécessaires au détournement dans la proximité des valeurs se présentant aux solutions classiques à crapaudine resp. à pivot.

Les moyens en sont :

1. bon graissage
2. choix approprié de β
3. choix approprié de α

(Au cours des recherches on n'a tenu compte que des forces de frottement des différentes pièces de l'appui Rónai qui glissent l'une sur l'autre *en ligne*

droite. On a négligé par contre les frottements des éléments qui se présentent entre les pièces pivotant l'une sur l'autre, donc entre celles qui sur fig. 1. a) et 1. b) sont marquées par S_z et C_s . Les figures montrent clairement que le détournement s'effectue autour de la ligne médiane de la pièce S_z , de sorte que le levier de ces frottements est petit par rapport au levier m de la force directrice fig. 5 et 6. d).

5.2.

La quantité de force directrice nécessaire au détournement est d'autant plus grande que

a) le facteur de frottement est plus grand ; il faut donc avoir soin du bon graissage. Les appuis-Rónai sont plus sensibles au maintien (graissage) soigneux que les constructions plus anciennes (fig. 1. c) et 1. d) ;

b) le poids de la caisse du véhicule marqué par $2Q$ dans les formules est plus grand ;

c) le rapport des leviers t/f est plus petit.

En général on considère comme valeur caractéristique de la sécurité de déraillement le rapport de la force directrice et de la charge de roue. Puisqu'ici la force directrice est encore augmentée par le frottement causé par le poids de la caisse, c'est pour les véhicules dans lesquels la partie considérable de la charge de roue est constituée par le poids de la caisse qu'il faut tenir compte d'un danger accru de déraillement. De ce point de vue on peut donc constater qu'en employant les appuis-Rónai, la probabilité du danger de déraillement est moindre pour les voitures à moteur et les locomotives et plus grande pour les wagons de voyageurs, au cas où on n'a pas tenu compte des forces directrices détaillées plus haut.

5.3.

En appliquant un pivot au lieu d'une crapaudine, on aura fait agir un plus grand moment de frottement contre le lacet du bogie (fig. 7 et 8). C'est pourquoi il est opportun d'examiner à l'aide d'une méthode pratique et expérimentale spéciale le problème si pour les wagons de voyageurs l'application de l'appui-Rónai est aussi nécessaire et souhaitable, vu que de toute façon celui-ci continue à augmenter les forces directrices (aussi sur fig. 8).

5.4.

Dans le service de chemin de fer il faut toujours compter avec la possibilité qu'entre les surfaces glissant l'une sur l'autre, il s'introduit un corps étranger. Ceci équivaut à l'augmentation de μ dans fig. 7. Le résultat en est l'accroissement de la force T , ce qui signifie un danger de fonctionnement. La construction 1. a) peut être qualifiée meilleure que 1. b) déjà parce que son frottoir est complètement couvert et se meut dans un espace clos, tandis que dans le cas 1. b) il n'y a pas de possibilité pour une solution pareille, en conséquence de quoi le corps étranger peut s'introduire plus facilement entre les surfaces. La

possibilité de la corrosion du frottoir existe bien entendu aussi dans le cas 1. a) (quoique par l'appui sur la surface sphérique le basculement du bogie peut s'effectuer par glissement doux). Cette possibilité doit de toute façon être évitée par le choix approprié des matériaux, un bon graissage et le contrôle du graissage.

Fig. 7. montre aussi que plus la valeur de l'angle β est grande, moins l'augmentation du facteur de frottement représente de danger.

5.5.

Les véhicules figurant dans les exemples sont des constructions réalisées, donc des types vivants, dont la modification suivant les recherches semble être motivée. La disposition dans un angle β plus grand (et éventuellement dans un angle α plus grand) de l'appui-Rónai ayant une angle $\beta = 56^\circ$, indiqué sur fig. 7. en vue de l'obtention d'une force T minimum, promet les avantages suivants :

diminution de l'usure du champignon et du boudin, diminution de la sollicitation horizontale du rail, diminution de la sollicitation de résistance du bogie et en général de la construction de véhicule,

meilleures conditions de roulement à l'entrée resp. la sortie de la courbe ;
augmentation de la sécurité de déraillement ;

diminution de la résistance à la traction (dans les courbes et éventuellement sur voie droite).

5.6.

La conception selon laquelle l'appui-Rónai permet de rendre l'endroit de l'appui de la caisse du véhicule sur le bogie entièrement indépendant du point de rotation relative entre la châssis et le bogie, ne peut plus être soutenue selon nos recherches, puisque dans la pratique ceci est limitée par l'augmentation des forces directrices.

5.7.

Bien entendu, pour que les résultats puissent être admis, tout ce que nous avons dit dans cet étude théorique doit être justifié par des essais et par la pratique. Finalement je tiens à souligner encore une fois que les particularités de la nouvelle construction d'appui-Rónai — d'après l'étude présente — ne permettent pas de la qualifier équivalent au point de vue des forces directrices au bogie à crapaudine ou à pivot. Cependant la réalisation de l'appui-Rónai avait comme but principale en premier lieu d'accorder par la création d'un point de rotation *théorique*, indépendant de l'appui et rendu nécessaire par l'augmentation continue de la longueur des véhicules, plus de liberté aux constructeurs de véhicules. D'autre part à cause de l'accroissement de la vitesse des véhicules, la diminution du lacet du bogie et en même temps celle des accélérations transversales du véhicule peut être considérée comme but secondaire. Par cette étude j'ai simplement voulu chercher la disposition optimum qui — compte tenu des circonstances — semble être encore réalisable.*

* Je dois exprimer mes remerciements à MM. les professeurs Tibor Cholnoky et László Hajnóczy qui par leur critique ont bien voulu apporter une aide précieuse à mon travail.

LITTÉRATURE

1. Die Bedeutung des Drehgestelles Bauart Ganz-Rónai bei Triebwagen und Lokomotiven. (Cahier publié par l'usine Ganz.)
2. Drehgestelle mit ideellem Drehpunkt. Organ 1940. Heft. 24.
3. Compte rendu d'une série d'essais VDE. Organ 1931. Heft 19.
4. Heumann: Das Minimumverfahren der Bogenlaufuntersuchung. Organ 1941. Heft 14.
5. Kreissig, E.: Die Berechnung des Eisenbahnwagens. 1936. E. Stauff Verl. Köln.

RÉSUMÉ

Sur les voitures et wagons des Chemins de Fer Hongrois (MÁV) on a appliqué généralement quatre solutions d'appui : crapaudine, pivot, appui-Rónai type ancien et type nouveau. Pour les différents appuis la force directrice varie selon le cas. Détermination des ces forces à la main de déductions théoriques et d'exemples pratiques. Possibilité de la réduction de la force directrice. Il ressort de ces considérations que la condition indispensable de l'application des appuis Rónai est le graissage abondant. A l'encontre de la conception courante il est démontré qu'il n'est pas opportun de placer le «point de rotation théorique» des appuis-Rónai librement à une distance quelconque de l'endroit de la transmission de poids, car on est limité par l'accroissement excessif des forces directrices. La majorité des constatations théoriques demande encore à être justifiée par la pratique.

НАПРАВЛЯЮЩИЕ УСИЛИЯ ОТ ОПОРЫ ПОВОРОТНЫХ ТЕЛЕЖЕК
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ ВАГОНОВ

П. КЕРЕСТИ

РЕЗЮМЕ

На передвижных средствах Государственных железных дорог Венгрии применяется четыре вида опор, а именно : вагонный подпятник, шкворень, опора системы Ронаи старой и новой конструкции. Для различных опор направляющее усилие имеет разную величину. Определение величин этих усилий на основе теоретических выводов и цифровым примером. Обсуждаются возможности снижения направляющего усилия. На основе опытов можно сделать определение, что обязательным условием применения в эксплуатации опор системы Ронаи является усиленная смазка. В противоречие господствовавшему до настоящего времени мнению можно показать, что «теоретическую точку вращения» опорной конструкции системы Ронаи не целесообразно беспредельно сдвигать от места передачи нагрузки на любое расстояние, т. к. сдвиг ограничивается слишком большим ростом направляющих усилий. Значительная часть теоретических выводов должна быть подтверждена еще и практически.

DIRECTIONAL FORCES DUE TO SUPPORTS IN RAILCAR BOGIES

P. KERESZTY

SUMMARY

On the vehicles of the Hungarian State Railways (MÁV), four systems of supports are used : centre plate, swivel, old and new Rónai-type supports. With each of the different systems, the directional forces are different. By theoretical deductions and on a numerical example, these forces are calculated, and the possibilities of reducing them are discussed. It may be proved that ample lubricification is an absolutely necessary condition for successful use of the Rónai supports. In contradiction to the accepted ideas, one may prove that the «theoretical centre of rotation» of the Rónai arrangement should not be placed at an arbitrary distance from the point of weight transfer, because of the excessive increase of the directional forces. A large part of the theoretical conclusions still needs confirmation by experience.

DIE VON DER AUFSTÜTZUNG IN DEN DREHGESTELLEN DER EISENBAHNWAGEN HERRÜHRENDEN RICHTKRÄFTE

P. KERESZTY

ZUSAMMENFASSUNG

In den Fahrzeugen der Ungarischen Staatsbahnen (MÁV) werden vier verschiedene Drehgestellaufstützungen verwendet: Drehpfanne, Drehzapfen, alte und neue Aufstützung, System *Rónai*. Die Richtkräfte sind bei den einzelnen Systemen jeweils verschieden. Auf Grund theoretischer Ableitungen und in einem numerischen Beispiel werden diese Kräfte bestimmt sowie die Möglichkeiten zu ihrer Verminderung erwogen. Die Auswertung ergibt, dass reichliche Schmierung eine unerlässliche Betriebsbedingung für *Rónai*-Stützen ist. Im Gegensatz zur bisherigen Auffassung kann bewiesen werden, dass es nicht zweckmässig ist, den »theoretischen Drehpunkt« dieser Stützen beliebig, in welcher Entfernung immer von der Stelle der Kraftübertragung anzuordnen, weil die zu starke Vergrösserung der Richtkräfte dem eine Grenze setzt. Ein grosser Teil der theoretischen Ergebnisse bedarf noch der Bestätigung durch die Praxis.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER LICHTQUELLEN FÜR SPEKTRALANALYSE. VIII

EIN THYRATRONGESTEUERTES ABREISSBOGengerÄTSSYSTEM

Á. BARDÓCZ

SPEKTROSKOPISCHE ABTEILUNG DES ZENTRALFORSCHUNGSINSTITUTS FÜR PHYSIK DER UNGARISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, BUDAPEST, UNGARN

[Eingegangen am 8. Januar 1954]

Frühere Untersuchungen bewiesen, dass sich die zur Spektralanalyse verwendeten Abreissbögen und kondensierten Niederspannungsfunken vorteilhaft durch Zündfunken steuern lassen, die durch Thyatronröhren enthaltende Geräte erzeugt werden. [1–7]. In den vorangegangenen Arbeiten wurden zweierlei Thyatronröhren enthaltende Zündstromkreise beschrieben, die vorliegende Abhandlung gibt nun eine dritte Ausführung an. Ausserdem werden in der vorliegenden Arbeit durch diesen neuartigen Zündstromkreis betätigte, mit Wechselstrom gespeiste Geräte geschildert, die imstande sind, Abreissbogen gleicher und wechselnder Polarität zu erzeugen. Seit der Veröffentlichung der ersten Aufsätze über ähnliche Themen [1–3] wurden auch die den Zündstromkreis steuernden Impulsgeneratoren weiterentwickelt. Es werden hier sogar zwei neuartige, zum Betrieb des Gerätes notwendige Impulsgeneratoren beschrieben.

Frühere Schaltungen

Den ersten vom Verfasser beschriebenen thyatronröhrengesteuerten Zündstromkreis [1–3] zeigt Abb. 1. Die Aufladung des Kondensators C erfolgt über den Widerstand R aus einer Gleich- oder Wechselstromspeisequelle. Dann erhält das Gitter der übrigens durch eine negative Vorspannung gesperrten

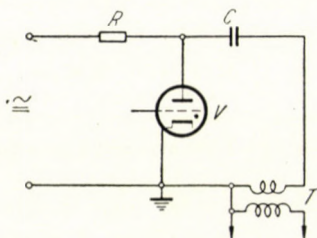


Abb. 1. Zündstromkreis durch Thyatronröhre gesteuert. C = Kondensator, R = Ohmscher Widerstand, T = Tesla-Transformator, V = Thyatronröhre

Thyatronröhre V ein in einem Impulsgenerator erzeugtes positives Spannungssignal, wodurch der Kondensator über die Röhre und die Primärspule des Tesla-Transformators T entladen wird. Der Zündfunken wird von den in der Sekundärspule gebildeten Hochspannungs- und Hochfrequenzströmen geliefert. Ein sehr grosser Nachteil dieser Schaltung ist, dass die ganze im Kondensator C aufgespeicherte Energie bei der Entladung, abgesehen von dem unbedeutenden in der Primärspule des Tesla-Transformators T hervorgerufenen Begrenzung, durch die Thyatronröhre läuft und diese stark in Anspruch nimmt. Infolge des Durchganges der im Kondensator C aufgespeicherten Energie durch die Thyatronröhre V geht ein Teil dieser Energie in der Thyatronröhre verloren.

In der Schaltung nach Abb. 2 wird der Kondensator C über den Wider-

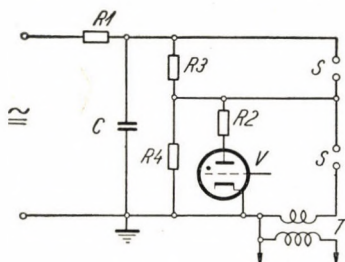


Abb. 2. Zündstromkreis durch Thyatronröhre gesteuert mit Steuerfunkenstrecken. C = Kondensator, $R1-4$ = Ohmsche Widerstände, S = Doppelsteuerfunkenstrecke, T = Tesla-Transformator, V = Thyatronröhre

stand $R1$ aufgeladen und über die Doppelsteuerfunkenstrecke und die Primärspule des Tesla-Transformators T entladen [4—7]. Die Entladung wird durch die mit dem Anodenwiderstand $R2$ versehenen Thyatronröhre V eingeleitet. Das Gitter der durch eine negative Vorspannung gesperrten Thyatronröhre wird von einem Spannungssignal gesteuert, das von einem Impulsgenerator ausgeht. Bei der Entladung geht nur ein durch den Widerstand $R2$ bestimmter Teil der Energie durch die Thyatronröhre V ; dieser Teil ist bloss ein geringer Bruchteil der im Kondensator C aufgespeicherten Gesamtenergie. Ein anderer Teil der im Kondensator C aufgespeicherten Energie wird in der Doppelsteuerfunkenstrecke zunichte. Während bei der Schaltung nach Abb. 1 ein einziger Stromstoss in gleicher Richtung durch die Primärspule des Tesla-Transformators fliesst, kann bei der Schaltung nach Abb. 2 die im Kondensator C aufgespeicherte Energie im Stromkreis $C-S-T$ frei ausschwingen.

Die neue Thyatronröhrenschaltung

Das grundsätzliche Schaltschema des neuen Zündstromkreises ist aus Abb. 3 ersichtlich. Der Kondensator $C2$ wird über den Ohmschen Widerstand $R1$ und über die Selbstinduktion L von einer Gleich- oder Wechselstromspeise-

quelle aufgeladen. Der Kondensator $C1$ des Entladekreises erhält seine Ladung über den Ohmschen Widerstand $R2$ und über die Thyatronröhre V vom Kondensator $C2$. Gibt man, wenn der Kondensator $C2$ aufgeladen ist, dem Gitter der durch eine negative Vorspannung gesperrten Thyatronröhre ein positives Spannungssignal, so zündet die Röhre und es beginnt die Aufladung von $C1$. Die Aufgabe des Ohmschen Widerstandes $R2$ ist, die Stromstärke im Stromkreis $C2-L-R2-C1-V$ auf die zulässige Belastung der Thyatronröhre V zu vermindern. Hat der aufgeladene Kondensator $C1$ die zum Durchschlagen der Funkenstrecke S nötige Spannung erreicht, so erfolgt der Durchschlag, und der Kondensator $C1$ wird über den Stromkreis $C1-S-T$ entladen. Diese Entladung liefert die Zündenergie.

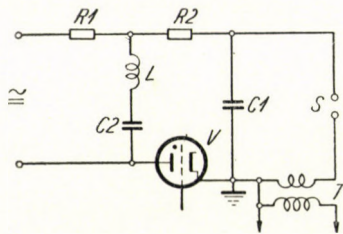


Abb. 3. Die neue Thyatronröhrenschtaltung. $C1, 2$ = Kondensatoren, $R1, 2$ = Ohmsche Widerstände, S = Funkenstrecke, T = Tesla-Transformator, V = Thyatronröhre

Bei der Schaltung nach Abb. 3 wird die Thyatronröhre nach dem Entladen des Kondensators nicht erlöschen, wenn nicht dafür gesondert gesorgt wird. Das Löschen der Thyatronröhre kann durch die im Stromkreis eingebaute Selbstinduktion L besorgt werden. Erfolgt die Entladung des Kondensators $C1$ in einem Zeitpunkt, wo im Stromkreis $C2-L-R2-C1-V$ noch ein beträchtlicher Strom fließt, so wird in der Selbstinduktion L eine bedeutende Energie aufgespeichert. Diese Energie erzeugt nach der Entladung des Kondensators $C1$ zwischen der Anode und Kathode der Thyatronröhre V eine Polarität, die der vor der Entladung entgegengesetzt ist, wodurch die Röhre V erlöscht.

Bei der Schaltung nach Abb. 3 wird ein Teil der Ladungsenergie des Kondensators $C1$ in der Funkenstrecke S zunichte.

Zu bemerken ist, dass die in den Abb. 1, 2 und 3 angegebenen Schaltungen schon bei einer Ladespannung von 2000 Volt des Kondensators $C1$ betriebsfähig sind.

Abreissbogenerzeuger für Bogen gleicher Polarität

Abb. 4 zeigt einen mit Wechselstrom gespeisten Abreissbogenerzeuger, bei dem die Zündströme vom neuartigen Funkenerzeuger geliefert werden. In Abb. 4 stellt der obere, dick ausgezogene Stromkreis den Bogenstromkreis, der

untere Teil den Zündstromkreis dar. Der Bogenstromkreis ist mit den früher beschriebenen Bogenstromkreisen [1–3] identisch.

Der Zündstromkreis wird vom Transformator $Tr1$ gespeist, die Schaltung ist der in Abb. 3 gleich. Nachdem der Kondensator $C4$ in der Halbperiode mit richtiger Polarität auf die Wechselstromscheitelspannung aufgeladen wurde,

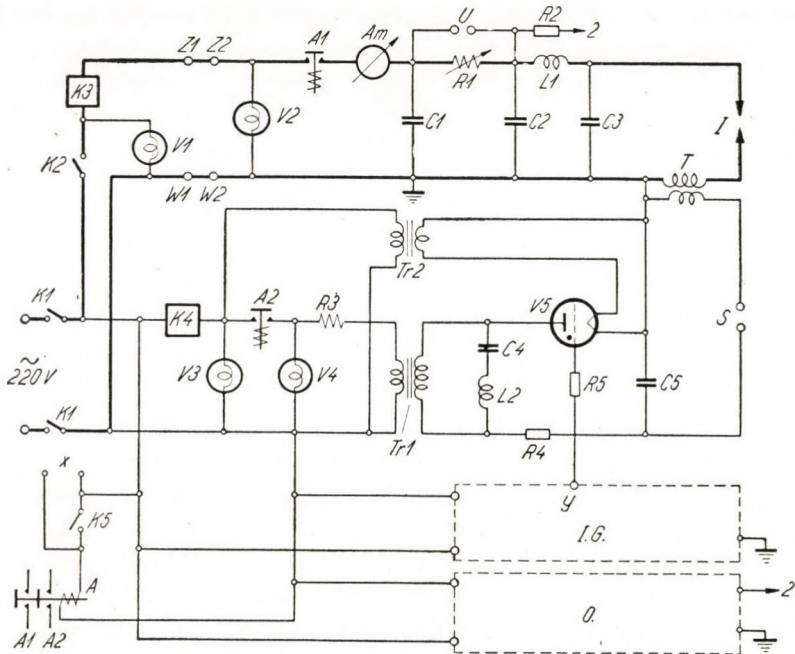


Abb. 4. Durch Thyatronröhre gesteuertes Abreissbogengerät zur Herstellung Bogen gleicher Polarität. Elektrische Schaltung. Der dick ausgezogene Teil ist der Bogenstromkreis, der untere Teil der Zündstromkreis. A = Magnetschalter, $A1$ und $A2$ dessen Schaltkontakte, Am = Strommesser, 15 Ampère, $C1-3$ = Kondensator, 0,1 Mikrofarad, 1000/3000 Volt, $C4$ = Kondensator, 4200 Pikofarad, 6000 Volt, $C5$ = Kondensator, 3000 Pikofarad, 6000 Volt, I = Bogenstrecke, $I.G.$ = Impulsgenerator, $K1, 2$ = Schalter, 15 Ampère, $K3, 4$ = Automat, 10 Ampère, $K5$ = Schalter, $L1$ = Drosselspule, 0,35 Millihenry, 10 Ampère, $L2$ = Selbstinduktion, 1,65 Millihenry, O = Oszillograph, $R1$ = Ohmscher Widerstand, höchstens 112 Ohm, höchstens 10 Ampère, $R2$ = Schichtwiderstand, $2 \times 0,2$ Megohm, 0,5 Watt, in Öl, $R3$ = Ohmscher Widerstand, 40 Ohm, 2 Ampère, $R4$ = Ohmscher Widerstand, 5000 Ohm, 100 Watt, $R5$ = Schichtwiderstand, 5 Kiloohm, 2 Watt, S = Steuerfunkenstrecke, T = Tesla-Transformator, Primärspule \varnothing 110 mm, Windungszahl 10, Drahtdurchmesser 2 mm, Sekundärspule \varnothing 80 mm, Windungszahl 290, Drahtdurchmesser 1 mm, $Tr1$ = Transformator, 220/4000 Volt, 200 VA, $Tr2$ = Heiztransformator, 220/2,5 Volt, 2,5 Ampère, U = Überbrückung, $V1-4$ = Signallampen, $V5$ = Thyatronröhre, 6000 Volt, 0,5 Ampère, GRG 250/3000, $W1, 2-Z1, 2$ = Gleichstromanschluss, x = Anschluss des Fernsteuerschalters, y = Ausgangssignal des Impulsgenerators

erhält die Thyatronröhre $V5$ aus dem Impulsgenerator IG ein positives Spannungssignal, als dessen Folge sie zündet, worauf dann die Ladung von $C4$ nach $C5$ fließt. Inzwischen findet auf der Funkenstrecke S ein Funkenüberschlag statt und infolge der entstandenen Hochfrequenzladung zündet der Bogen

in der Bogenstrecke *I*. Laut Erfahrung wird der Zündstromkreis hinsichtlich der Zündung dann am wirksamsten funktionieren, wenn die Kapazität von *C5* etwa 40% der von *C4* beträgt. Mit der theoretischen Begründung dieser Frage wollen wir uns in einer anderen Arbeit befassen.

Die Werte der Schaltelemente sind aus dem Text von Abb. 4 ersichtlich.

Der Zündstromkreis der Abb. 4 vermag in jeder zweiten Netzhalbperiode einen Zündfunken zu liefern. Bei einem Netz von 50 Hz beträgt die Höchstzahl der Bogen 50 je Sekunde.

Ein Impulsgenerator von einer Frequenz von höchstens 50 Hz

Die Steuerung des Gitters der Thyatronröhre *V5* nach Abb. 4 erfolgt durch den Impulsgenerator der Abb. 5, dessen Blockschema in Abb. 6 gezeigt wird. Die Form der Spannungssignale in den verschiedenen Punkten des Impulsgenerators ist in Abb. 7 dargestellt. Die mit Buchstaben bezeichneten Kurven der Abb. 7 zeigen die Form der Spannungssignale an den mit den gleichen Buchstaben bezeichneten Stellen in Abb. 5 und 6.

Der Impulsgenerator ist imstande, Signale mit einer Frequenz von höchstens 50 Hz oder mit einer den Unterharmonischen der 50-Hz-Netzspannung entsprechenden Frequenz zu liefern, u. zw. mit einer — auf das steuernde Sinus-signal der Netzspannung von 50 Hz bezogen — beliebig einstellbaren Phase.

Die erste Stufe (Abb. 5, erste Hälfte von *V1*) ist ein Verzerrungsverstärker, der die zum Gitter gelangende sinusförmige Spannung von 350 Volt in ein Rechtecksignal verwandelt. Dies erfolgt in der Weise, dass der Schutzwiderstand *R1* des Gitterkreises die positive Halbperiode wegen des Gitterstrom-einsatzes abschneidet, während in der negativen Halbperiode die Röhre den Anodenkreis sperrt. Die ausgebildete Wellenform wird zu einem Rechtecksignal, das von den Gliedern *C1* und *R3* differenziert wird. Die andere Hälfte der Röhre *V1* richtet die differenzierten Signale gleich, d. h. sie lässt die negativen Signale nicht durch. Die in den Punkten *a*, *b*, *c*, *d* und *e* der Abb. 5 und 6 entstehenden Signale werden durch die mit denselben Buchstaben bezeichneten Kurven in Abb. 7 veranschaulicht. Die die Röhre *V1* durchlaufenden positiven Spannungssignale betätigen den aus den Röhren *V2* bestehenden instabilen Multivibrator, der aus jedem positiven Spannungssignal ein Rechtecksignal formt. Die in den Punkten *f* der Abb. 5 und 6 gebildeten Rechtecksignale sind in Abb. 7f veranschaulicht. Der Anfang dieser Signale ist der Betätigungsspannung synchron, während die Verzögerung ihres Endes durch die Elemente *C2* und *R11—R13* verändert werden kann. Der Multivibrator kippt nach einer durch *R11* regulierbaren Zeitdauer, die der Phasenverzögerung zwischen 90° bis 270° entspricht, in seinen stabilen Zustand zurück. Der beim Zurückkippen an der ersten Anode entstehende Spannungssprung gelangt über die differenzierenden

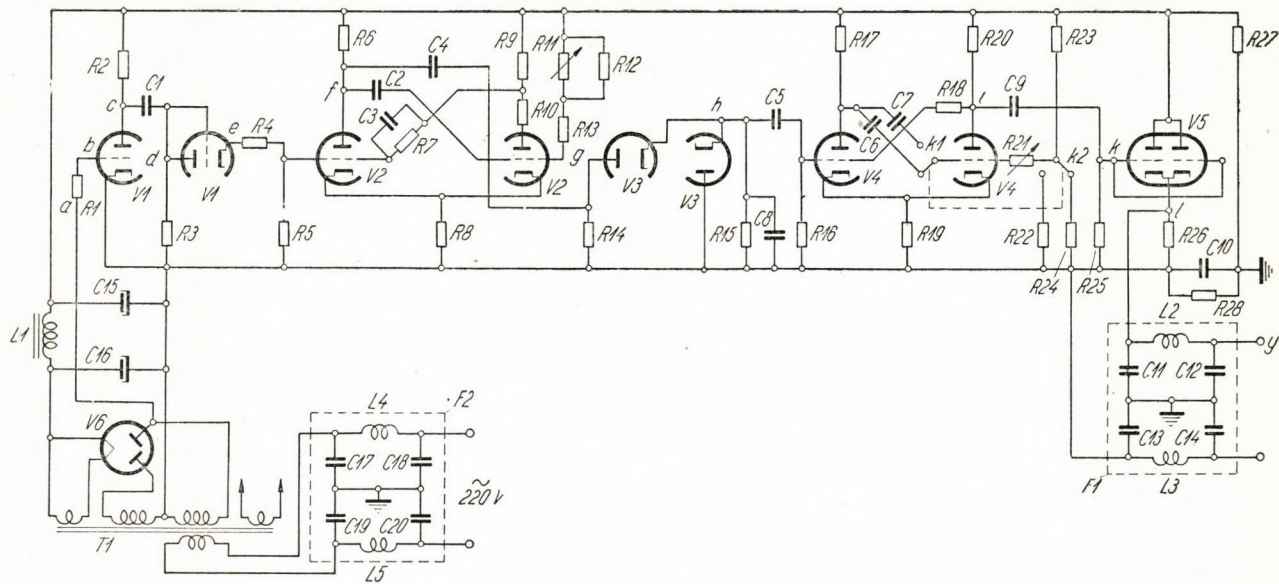


Abb. 5.

Elemente *C4* und *R14* als Spannungsimpuls weiter. Die auf diese Weise im Punkt *g* der Abb. 5 und 6 entstehenden Signale gehen aus Abb. 7*g* hervor. Die in ihrer Phase verschiebbaren Signale wurden in Abb. 7 mit nach zwei Richtungen weisenden Pfeilen bezeichnet. Der Multivibrator *V2* ist in dieser Anordnung nichts anderes als ein Phasenschieber, der darum notwendig ist, damit die vom Multivibrator kommenden Steuersignale in bezug auf die Netzspannung in die gewünschte Phasenstellung gebracht werden können.

Der Kondensator *C3* im Multivibrator *V2* (Abb. 5) dient zur steileren Ausbildung der Stirnflächen der im Anodenkreis des Multivibrators gebildeten Rechtecksignale.

Die den Punkt *g* der Abb. 5 und 6 verlassenden differenzierten Signale werden entsprechend in die Stufe *V3* umgeformt. Die Art der Umformung soll später besprochen werden. Die Form der Signale im Punkt *h* der Abb. 5 und 6 ist aus Abb. 7*h* ersichtlich. Diese Signale gelangen über *C5* zum einstellbaren Multivibrator *V4* und betätigen diesen mit einer durch *V2* eingestellten Phasenverzögerung. Das Rückkippen des Multivibrators *V4* ist durch die Änderung der Elemente *C6*, *C7* bzw. *R21*, *R22* und *R24* regulierbar, wobei ihre Frequenz auf die Unterharmonischen des 50-Hz-Netzes eingestellt werden kann.

Die zu den verschiedenen Frequenzen des Impulsgenerators bei eingeschaltetem Kondensator *C6* und eingeschaltetem Widerstand gehörenden Widerstandswerte von *R21* sind in Tabelle I zusammengefasst. Bei unveränderten *R21*-Werten sinken die Frequenzen beim Einschalten von *C7* und *R22* auf ein Fünftel der vorigen Werte.

Einen alle drei Netzperioden wiederkehrenden Zustand zeigt Abb. 7*i*, die die Verhältnisse im Punkt *i* der Abb. 5 und 6 darstellt. Mit dieser Schal-

Abb. 5. Elektrische Schaltung des Impulsgenerators für eine Höchsfrequenz von 50 Hz. *a*, *b* ... *y* = Stellenbezeichnungen, *C1* = Kondensator, 680 Pikofarad, *C2* = Kondensator, 0,05 Mikrofaraad, *C3* = Kondensator, 330 Pikofaraad, *C4,5* = Kondensator, 680 Pikofaraad, *C6* = Kondensator, 0,05 Mikrofaraad, *C7* = Kondensator, 0,3 Mikrofaraad, *C8,9* = Kondensator, 680 Pikofaraad, *C10* = Kondensator, 0,1 Mikrofaraad, *C15,16* = Kondensator, 32 Mikrofaraad, elektrolytisch 500/550 Volt, *FL2* = Filterglied, *C11-14*, *C17-20* = Kondensator, 250 Pikofaraad, *L2-5* = Selbstinduktion, 6,4 Mikrohenry, *k1*, *k2* = Schalter, *L1* = Selbstinduktion, 6 Henry, *R1* = Schichtwiderstand, 1 Megohm, 0,5 Watt, *R2* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R3* = Schichtwiderstand, 0,2 Megohm, 0,5 Watt, *R4* = Schichtwiderstand, 0,3 Megohm, 0,5 Watt, *R5* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R6* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R7* = Schichtwiderstand, 1,5 Megohm, 0,5 Watt, *R8* = Schichtwiderstand, 18 Kiloohm, 1 Watt, *R9*, *19* = Schichtwiderstand, 33 Kiloohm, 1 Watt, *R11* = linearer Potentiometer, 1 Megohm, 1,5 Watt, *R12* = Schichtwiderstand, 1 Megohm, 0,5 Watt, *R13* = Schichtwiderstand, 70 Kiloohm, 0,5 Watt, *R14*, *15* = Schichtwiderstand, 0,2 Megohm, 0,5 Watt, *R16* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R17* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R18* = Schichtwiderstand, 1,5 Megohm, 0,5 Watt, *R19* = Schichtwiderstand, 11 Kiloohm, 1 Watt, *R20* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R21* = Schichtwiderstand, nach Tabelle I, 0,5 Watt, *R22* = Schichtwiderstand, 15 Kiloohm, 2 Watt, *R23* = Schichtwiderstand, 60 Kiloohm, 2 Watt, *R24* = Schichtwiderstand, 8 Kiloohm, 0,5 Watt, *R25* = Schichtwiderstand, 0,2 Megohm, 0,5 Watt, *R26* = Schichtwiderstand, 10 Kiloohm, 1 Watt, *R27* = Schichtwiderstand, 40 Kiloohm, 2 Watt, *T1* = Transformator, 220/2 × 300; 6,3: 4,4 Volt, *V1,2* = Doppeltriode, ECC40, *V3* = Doppeldiode, 6AL5, *V4* = Doppeltriode, ECC40, *V5* = Doppeltriode, 6J6, *V6* = Doppelweggleichrichter, AZ21, *y* = Ausgang des Impulsgenerators

tung wird die Einschaltung von beliebigen Pausen zwischen die Bogen möglich. Solange nämlich der Multivibrator $V4$ nicht in den Ausgangszustand zurückkippt, sind die vom Punkt h kommenden positiven Signale wirkungslos. Ist der Multivibrator $V4$ in seinen Ausgangszustand zurückgekippt, so wird er durch das erste aus der Stufe $V3$ kommende synchronisierende Signal neuerdings betätigt, worauf das Spiel wieder beginnt.

TABELLE I

Widerstandswerte von $R21$ zu den verschiedenen Frequenzen des Impulsgenerators nach Abb. 5, wenn $C6$ und $R24$ eingeschaltet sind. Beim Einschalten von $C7$ und $R22$ sinkt die Frequenz des Impulsgenerators bei unveränderten $R21$ -Werten auf ein Fünftel der in der Tabelle angegebenen Werte.

Frequenz Hz	$R21$ Megohm
$50 \cdot 1/1$	0,05
$50 \cdot 1/2$	0,35
$50 \cdot 1/3$	0,65
$50 \cdot 1/4$	0,90
$50 \cdot 1/5$	1,18
$50 \cdot 1/6$	1,46
$50 \cdot 1/7$	1,74
$50 \cdot 1/8$	2,02
$50 \cdot 1/9$	23,0
$50 \cdot 1/10$	2,58
$50 \cdot 1/12$	3,18
$50 \cdot 1/24$	6,68

Erhält der instabile Multivibrator $V4$ nach dem positiven Anlass-Signal ein negatives Signal so arbeitet er nicht regelmässig. Dieses falsche Signal kann ihn vorzeitig in den stabilen Zustand zurückkippen. Um dem vorzubeugen, muss das aus der Differenzierung des Signals der vorherigen Stufe gebildete negative Signal vollständig abgeschnitten werden. Dies geschieht in folgender Weise. Die erste Hälfte der Doppeldiode $V3$ lässt die positiven Signale durch, während die zweite Hälfte den Arbeitswiderstand $R15$ in Richtung des negativen Signals überbrückt, wodurch im Falle eines positiven Signals der Widerstand $R15$ und die leitende Hälfte der Diode $V3$ die Koppelkette bilden, so dass das Signal an dem einen grösseren Widerstandswert aufweisenden Widerstand $R15$ erscheint. Im Falle negativer Signale wirken die beiden Seiten der Diode als Teiler, wobei sich die Koppeldiode in geschlossenem und die Shuntdiode in leitendem Zustand befindet. Hierdurch fällt nur

ein unbedeutender Teil der Signalspannung auf die Shunt diode. Die von den als kapazitiven Spannungsteiler wirkenden Kapazitäten der Doppeldiode *V3* durchgelassenen falschen Signale können so vermindert werden, dass die Kapazität der Überbrückungsröhre durch den Kondensator *C8* künstlich gesteigert wird, so dass die anfallende kapazitive Spannung unter den störenden Wert sinkt.

Die in Punkt *i* der Abb. 5 und 6 gebildeten Spannungssignale werden mittels der Elemente *C9* und *R25* differenziert. Die Form der Signale nach dem Differenzieren geht aus Abb. 7*k* hervor. Diese Signale werden in den Kathodenverstärker (*V5*) geleitet.

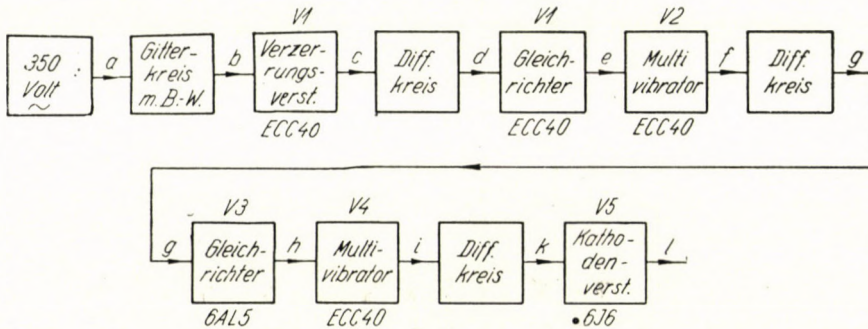


Abb. 6. Blockschema des Impulsgenerators nach Abbildung 5

Der Arbeitspunkt der Röhre *V5* wird sich infolge ihres grossen Kathodenwiderstandes (*R26*) in der Nähe der Absperrung befinden, weshalb die Röhre bei negativen Signalen sperrt, indem sie diese abschneidet und nur die positiven Signale weiterlässt. Die positiven Signale bewirken das Entstehen des Anodenstromes, wobei an der Kathodenkreisimpedanz (*R26*) ebenfalls positive Signale erscheinen. Diese positiven Signale dienen zur Steuerung der Thyatronröhre *V5* der Abb. 4. Die Vorspannung der genannten Thyatronröhre wird von der durch die Widerstände *R27* und *R28* (Abb. 5) eingestellten Gleichspannung geliefert. Die den Impulsgenerator verlassenden, auf das Erdpotential bezogenen Spannungssignale zeigt Abb. 7*l*.

Schliesslich gibt Abb. 7*l* die Spannungsverhältnisse in der Bogenstrecke *I* der Abb. 4 schematisch an. In der Abb. 7*l* stellt der Sinuskurventeil die Netzspannung dar, die infolge der Wirkung der Zündspannung auf die Bogenspannung sinkt. In Abb. 7*l* ist die Frequenz des Impulsgenerators so eingestellt, dass eine Bogenentladung nur in jeder dritten Periode der Netzspannung zustande kommt.

Eine Rückwirkung der Hochspannungsentladung auf den Impulsgenerator wird durch die in den Netz- und Endzweig eingebauten Hochfrequenz-Filterglieder *F1* und *F2* verhindert. Diese sind in den Impulsgenerator eingebaut. Das Steuersignal geht vom Punkt *y* der Abb. 4 u. 5 aus.

Abreissbogengerät zur Erzeugung von Bogen mit wechselnder Polarität

Zur Erzeugung einer Bogenentladung in jeder Halbperiode der 50-Hz-Netzspannung ist die in Abb. 8 angegebene Schaltung geeignet. Hier ist der

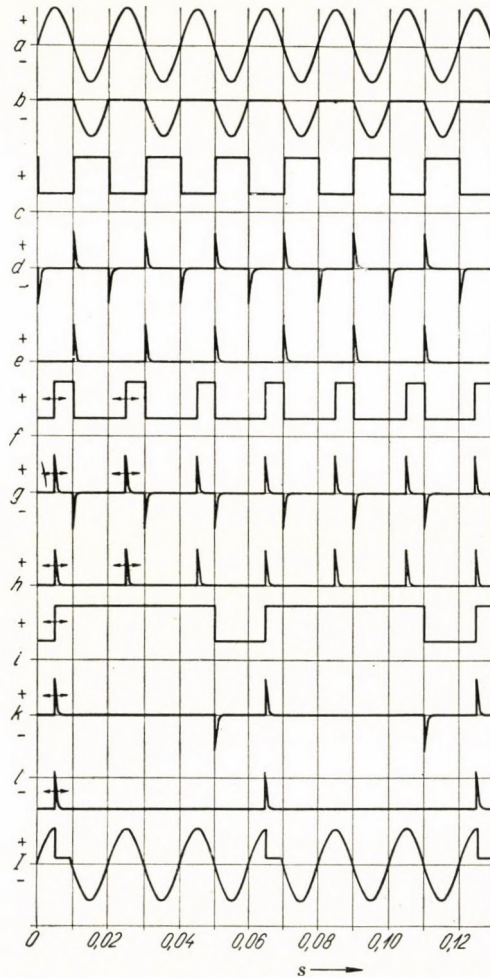


Abb. 7. Die Form der Spannungssignale an den Stellen mit gleichen Buchstaben der Abb. 5 und 6

obere, dick ausgezogene Teil der Bogenstromkreis, der untere der Zündstromkreis. Der Bogenstromkreis ist dem der Abb. 4 gleich.

Im Interesse einer zweckmässigen elektrischen Schaltung wird der Zündstromkreis mit Gleichstrom gespeist. Der Gleichstrom wird durch die aus dem Elementen $Tr1$, $V6$, $V7$, $C6$ und $C7$ bestehenden Spannungsdopplerschaltung

erzeugt. Abgesehen von diesem Teil ist der Zündstromkreis samt seinen Ergänzungsteilen mit dem in Abb. 4 identisch.

Mit der in der Abb. 8 dargestellten Schaltung können dadurch, dass das Gitter der Thyatronröhre *V5* 100 Steuersignale je Sekunde erhält, 100

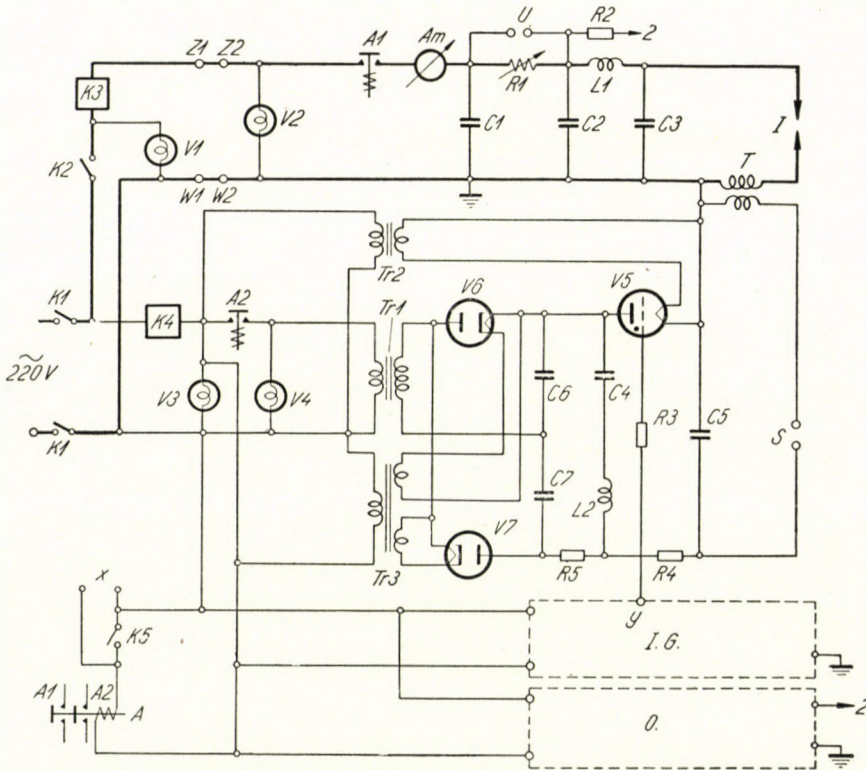


Abb 3. Thyatrongesteuertes Abreissbogengerät für die Herstellung von Bogen wechselnder Polarität. Elektrisches Schalterschema. Der dick ausgezogene Teil ist der Bogenstromkreis, der untere Teil der Zündstromkreis. *C6, 7* = Kondensator, 0,1 Mikروفarad, 3000 Volt, *R5* = Ohmscher Widerstand, 25×30 Kiloohm, 3 Watt in Öl, *Tr1* = Transformator, 220/2500 Volt, 200 VA, *Tr3* = Heiztransformator, 220/2 \times 6,3 Volt, höchstens 2 Ampère, isoliert für 7000 Volt, *V6, 7* = Hochspannungs-Gleichrichterdiode, V22/7000. Die übrigen Schaltelemente sind dieselben wie in Abb. 4

Bogenentladungen je Sekunde erzeugt werden. Auf diese Weise erhält man in jeder Halbperiode des 50-Hz-Netzes einen Bogen. Schaltet man zwischen die Bogenentladungen Pausen ein, so werden Bogen mit entgegengesetzter Polarität paarweise entstehen (Abb. 11I).

Impulsgenerator von einer Frequenz von höchstens 100 Hz

Die Steuerung des in Abb. 8 dargestellten Abreissbogengerätes zur Erzeugung von Bogen wechselnder Polarität erfolgt mit Hilfe des Impulsgenerators der Abb. 9. Dieser liefert höchstens 100 Signale je Sekunde oder Signale mit einer der Unterharmonischen der Netzfrequenz entsprechenden Häufigkeit, u. zw. in Zeitspannen von 0,01 s aufeinanderfolgende Doppelspannungssignale.

Das Blockschema des in Abb. 9 dargestellten Impulsgenerators wird in Abb. 10, die Form der Spannungssignale in den einzelnen Punkten in Abb. 11 vorgeführt.

Mit Ausnahme des Kondensators $C3$ der Abb. 5 ist der in Abb. 9 dargestellte Impulsgenerator bis zum Punkt k der Schaltung mit dem Impulsgenerator der Abb. 5 gleich. Aus diesem Grunde beginnt die Abb. 10 beim Punkt i und die Abb. 11 beim Punkt k als Fortsetzung der Abb. 6 bzw. Abb. 7.

Von den im Punkt k der Abb. 9 bzw. 10 ankommenden Signalen mit doppelter Polarität schneidet die Diodenhälfte $V5$ den negativen Teil ab, so dass die Form der Signale im Punkt l der in Abb. 11l entspricht. Diese positiven Signale betätigen den einstelligen Multivibrator $V6$, dessen Rückkippszeit 0,01 s beträgt. Die Form der Signale an den Anoden der Röhre $V6$ ist aus den Abb. 11m und 11n ersichtlich. Differenziert man diese Signale durch die Elemente $C10$, $R33$, $C11$ und $R36$, so erhält man in den Punkten o und p die Signale der Abb. 11o und 11p. Von den aus den Punkten o und p weiterlaufenden Signalen kann man das eine oder das andere mittels des Wählerschalters $k3$ erden und so seine Wirkung ausschalten. In dieser Weise gelangen in die Mischröhre $V7$ entweder beide Signale (Stellung von $k3$ in 2), oder aber nur das vom Punkt o ($k3$ in 3) oder nur das vom Punkt p ($k3$ in 1) ausgehende. Die Aufgabe des aus der Pentagridröhre $V7$ bestehenden Mischers ist, dass er die aus dem einstelligen Multivibrator kommenden zwei Signale in einen gemeinsamen Kanal vereinigt. Somit erscheinen die aus dem einstelligen Multivibrator kommenden zwei Signale am Anodenarbeitswiderstand der Röhre $V7$, im Punkt s der Abb. 9. Zwei Steuergitter (das erste und das dritte) der Pentagridröhre $V7$ schliessen sich bei Zwischenschaltung der Gitterschutzwiderstände $R34$ und $R35$ an die Punkte o und p an, wodurch die Vorspannung an den zwei Steuergittern der Pentagridröhre $V7$ Null beträgt. Die Aufgabe der beiden Gitterschutzwiderstände $R34$ und $R35$ besteht ferner darin, dass sie zusammen mit den entsprechenden Gittern der Pentagridröhre als Schneidestufe arbeiten und die aus dem Differenzierkreis kommenden unnötigen positiven Signale abschneiden. Die Form der Signale in den Punkten q und r wird in Abb. 11q und 11r gezeigt.

Wenn ein grosses negatives Signal an irgendeines der Steuergitter der Röhre $V7$ in Abb. 9 gelangt, wird die Röhre auf die Signaldauer abgeschlossen, ihr Anodenstrom wird zu Null und es tritt infolge der plötzlichen Flussänderungen, die an den Polen der im Anodenkreis der Röhre eingebauten Drosselspule

mit Eisenkern ($L1$) auftreten, ein Spannungsschoss von kurzer Dauer auf. Nach Abklingen des steuernden negativen Signals leitet die Röhre wieder und infolge der entgegengesetzten Flussänderung tritt an der Drosselpule $L1$ ein negatives Signal auf. Dieses Signal wird vom inneren Widerstand der Pentagridröhre gedämpft. Die Form der im Punkt s der Abb. 9 und 10 erscheinenden Signale ist in Abb. 11s dargestellt.

Die Signale aus dem Punkt s der Abb. 9 und 10 werden über die Kathodenverstärkerstufe $V8$ weitergeleitet. Die Wirkungsweise der Kathodenverstärkerstufe $V8$ ist ähnlich der Stufe $V5$ in Abb. 5, mit dem Unterschied, dass der Kathodenkreisimpedanz $R26$ in Abb. 5 hier der Transformator $T1$ entspricht (Abb. 9) und dass das Absperren der Röhre $V5$ der Abb. 8 durch eine besondere Vorspannungsquelle ($V10$) besorgt wird. Die auf das Erdpotential bezogene Form der Signale im Punkt t der Abb. 9 und 10 ist aus Abb. 11t ersichtlich. Alle übrigen Signale sind auf das Kathodenpotential bezogen.

TABELLE II

Widerstandswerte von $R21$ zu den verschiedenen Frequenzen des Impulsgenerators nach Abb. 9, wenn $C5$ und $R24$ eingeschaltet sind. Beim Einschalten von $C6$ und $R22$ sinkt die Frequenz des Impulsgenerators bei unveränderten $R11$ -Werten auf ein Fünftel der in der Tabelle angegebenen Werte.

Frequenz Hz	$R21$ Megohm
$50 \cdot 1/1$	0,05
$50 \cdot 1/2$	0,125
$50 \cdot 1/3$	0,245
$50 \cdot 1/4$	0,385
$50 \cdot 1/5$	0,587
$50 \cdot 1/6$	0,687
$50 \cdot 1/7$	0,807
$50 \cdot 1/8$	0,957
$50 \cdot 1/9$	1,207
$50 \cdot 1/10$	1,36
$50 \cdot 1/12$	1,59
$50 \cdot 1/24$	3,19

Die Ausgänge der beiden Impulsgeneratoren wurden versuchsweise verschieden ausgebildet. In dem einen Fall erfolgt der Ausgang der Kathodenverstärkerstufe durch einen Widerstand, im anderen Fall durch einen Transformator. Der Widerstandsausgang ist wegen seines einfachen Aufbaus vorteilhaft, nachteilig ist aber, dass die Spannung des Signals durch die Spannung der

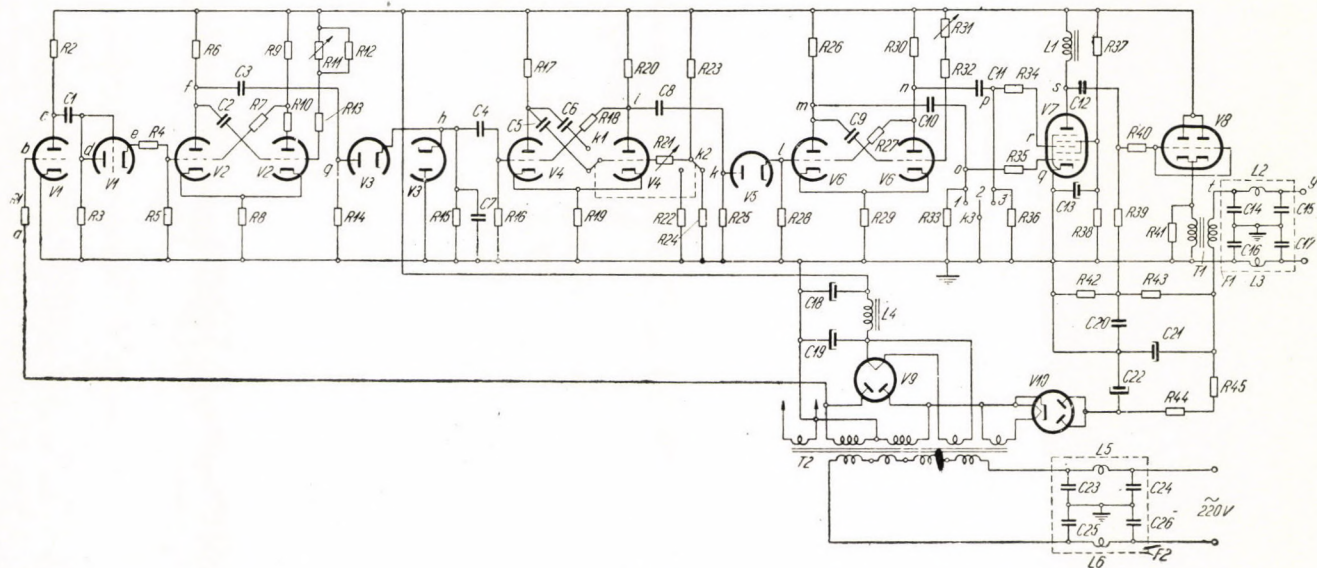


Abb. 9.

Stromquelle begrenzt ist und dass eine Steigerung nur durch Erhöhung der Spannung der Stromquelle möglich ist. Dem gegenüber ist die Signalspannung beim Transformatorausgang von der Spannung der Stromquelle unabhängig und durch entsprechende Wahl des Übersetzungsverhältnisses des Ausgangstransformators beliebig einstellbar.

Abb. 11I zeigt die Spannungsverhältnisse in der Bogenstrecke *I* der Abb. 8 Für den Fall, dass in jeder dritten Netzperiode ein Zündungspaar vorhanden ist. Die Rolle des instabilen Multivibrators *V6* der Abb. 9 ist hier deutlich sichtbar. In der Abb. 7 erscheinen die Zündungen in jeder Netzperiode nur einmal. Da hier die Signale paarweise, mit einer Zeitverzögerung von 0,01 s zueinander erscheinen, erfolgt sowohl in der positiven wie auch in der negativen Netzhalbperiode eine Zündung.

Die zu den verschiedenen Frequenzen des in Abb. 9 gezeigten Impuls-generators gehörenden Werte des Widerstandes *R21* gehen aus Tabelle II hervor.

Abb. 9. Schaltschema des Impuls-generators mit einer Höchsfrequenz von 100 Hz. *a, b, ... y* = Stellenbezeichnungen, *C1* = Kondensator, 680 Pikofarad, *C2* = Kondensator, 0,05 Mikrofarad, *C3, 4* = Kondensator, 680 Pikofarad, *C5* = Kondensator, 0,05 Mikrofarad, *C6* = Kondensator, 0,3 Mikrofarad, *C7* = Kondensator, 1500 Pikofarad, *C8* = Kondensator, 650 Pikofarad, *C9* = Kondensator, 0,02 Mikrofarad, *C10, 11* = Kondensator, 100 Pikofarad, *C12* = Kondensator, 0,02 Mikrofarad, *C13* = Kondensator, 8 Mikrofarad, 450/500 Volt, elektrolytisch, *C18, 19* = Kondensator, 16 Mikrofarad, 500/550 Volt, elektrolytisch, *C20* = Kondensator, 0,5 Mikrofarad, *C21, 22* = Kondensator, 8 Mikrofarad, 450/500 Volt, elektrolytisch, *F1, 2* = Filterglied, *C14-17, 23-26* = Kondensator, 250 Pikofarad, *L2, 3-5, 6* = Selbstinduktion, 6,4 Mikrohenry, *k1-3* = Umschalter, *L1* = Drosselspule mit Eisenkern 25 Henry, höchstens 2000 Ohm, *L4* = Drosselspule, 6 Henry, *R1* = Schichtwiderstand, 1 Megohm, 0,5 Watt, *R2* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R3* = Schichtwiderstand, 0,2 Megohm, 0,5 Watt, *R4* = Schichtwiderstand, 0,3 Megohm, 0,5 Watt, *R5* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R6* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R7* = Schichtwiderstand, 1,5 Megohm, 0,25 Watt, *R8* = Schichtwiderstand, 15 Kiloohm, 1 Watt, *R9, 10* = Schichtwiderstand, 33 Kiloohm, 1 Watt, *R11* = linearer Potentiometer, 1 Megohm, 1,5 Watt, *R12* = Schichtwiderstand, 0,8 Megohm, 0,5 Watt, *R13* = Schichtwiderstand, 70 Kiloohm, 0,5 Watt, *R14* = Schichtwiderstand, 0,1 Megohm, 0,5 Watt, *R15* = Schichtwiderstand, 0,1 Megohm, 0,5 Watt, *R16* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R17* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R18* = Schichtwiderstand, 1,5 Megohm, 0,5 Watt, *R19* = Schichtwiderstand, 10 Kiloohm, 1 Watt, *R20* = Schichtwiderstand, 68 Kiloohm, 2 Watt, *R21* = Schichtwiderstand, nach Tabelle II, 0,5 Watt, *R22* = Schichtwiderstand, 15 Kiloohm, 0,5 Watt, *R23* = Schichtwiderstand, 45 Kiloohm, 2 Watt, *R24* = Schichtwiderstand, 6 Kiloohm, 0,5 Watt, *R25* = Schichtwiderstand, 0,2 Megohm, 0,5 Watt, *R26* = Schichtwiderstand, 60 Kiloohm, 1 Watt, *R27* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R28* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R29* = Schichtwiderstand, 15 Kiloohm, 1 Watt, *R30* = Schichtwiderstand, 60 Kiloohm, 1 Watt, *R31* = logarithmischer Potentiometer, 0,5 Megohm, 0,75 Watt, *R32* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R33* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R34* = Schichtwiderstand, 0,1 Megohm, 0,5 Watt, *R35* = Schichtwiderstand, 47 Kiloohm, 0,5 Watt, *R36* = Schichtwiderstand, 0,5 Megohm, 0,5 Watt, *R37* = Schichtwiderstand, 20 Kiloohm, 3 Watt, *R38* = Schichtwiderstand, 60 Kiloohm, 1 Watt, *R39* = Schichtwiderstand, 0,3 Megohm, 0,5 Watt, *R40* = Schichtwiderstand, 0,1 Megohm, 0,5 Watt, *R41* = Schichtwiderstand, 80 Kiloohm, 0,5 Watt, *R42* = Schichtwiderstand, 7 Kiloohm, 0,5 Watt, *R43-45* = Schichtwiderstand, 30 Kiloohm, 1 Watt, *T1* = Kopplungstransformator, Übersetzung 1 : 1, *T2* = Transformator, 220/2 × 300; 6,3 : 4,0 Volt, *V1, 2* = Doppeltriode, ECC40, *V3* = Doppeldiode, 6AL5, *V4* = Doppeltriode, ECC40, *V5* = Doppeldiodenhälfte, 6AL5, *V6* = Doppeltriode, 6J6, *V7* = Pentagrid, 6BE6, *V8* = Doppeltriode, 6J6, *V9* = Doppelweggleichrichter, AZ21, *V10* = Doppelweggleichrichter, 6X4, *y* = Ausgang des Impuls-generators

Allgemeine Bemerkungen

Bei den Betriebswerten der zur Spektralanalyse verwendeten Zündstromkreise nach Abb. 1 liegen die die Thyatronröhre durchlaufenden Momentanstromstärken in einer Grössenordnung von 100 Ampère. Diese Beanspruchung erfordert Hochleistungs-Thyatronröhren. Röhren kleinerer Leistung sind infolge der Überlastung nur von kurzer Lebensdauer, ausserdem kann die Überlastung auch fehlerhafte Zündungen hervorrufen. Die Anwendung von Hochleistungs-Thyatronröhren kann allerdings aus wirtschaftlichen Gründen den Gebrauch der Einrichtung in Frage stellen. Die üblichen mit Quecksilberdampf

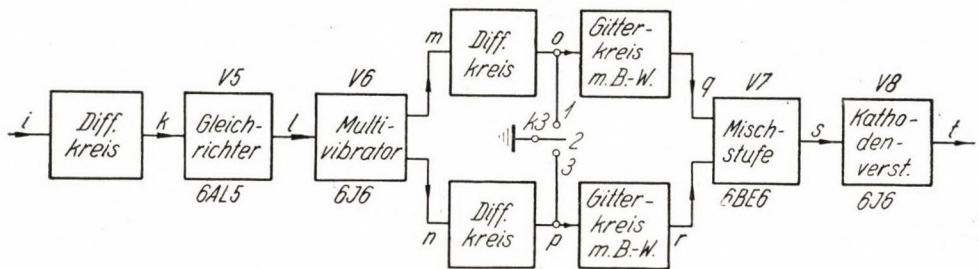


Abb. 10. Blockschema des Impulsenerators nach Abb. 9

gefüllten Röhren mittlerer Leistung gestatten nur eine begrenzte Zündenergie, wenn die Röhren, um eine längere Lebensdauer zu erreichen, geschont werden sollen. Desungeachtet ist die Schaltung sehr einfach und abgesehen von der Thyatronröhre auch billig.

Mit der Schaltung nach Abb. 2 kann man grundsätzlich unbegrenzte Kondensatorenenergien steuern ohne die die Entladung steuernde Thyatronröhre zu überlasten. Durch entsprechende Einstellung des Widerstandes R_2 kann der durch die Thyatronröhre V fließende Strom auf dem grössten zulässigen Wert oder darunter gehalten werden. Es fließt nicht die ganze Ladung des Kondensators C durch die Thyatronröhre, diese dient nur zum Einleiten der Entladung. Diese Schaltung ist im Vergleich zur Abb. 1 verwickelter, enthält mehr Bestandteile, und auch die Einstellung ist komplizierter. Während in der Schaltung nach Abb. 1 keine Funkenstrecke vorhanden ist, gibt es hier zwei Funkenstrecken, deren richtige Einstellung die Vorbedingung des regelmässigen Betriebes darstellt.

Die die Zündenergie liefernde Kondensatorladung fließt bei der Schaltung nach Abb. 3 zur Gänze durch die Thyatronröhre. Der Stromdurchfluss ist jedoch so geregelt, dass keine Überlastung der Röhre eintritt. Die Überlastung wird durch den zwischen die Kondensatoren C_1 und C_2 eingeschalteten Ohmschen Widerstand R_2 verhindert, dessen Wert je nach der Belastbar-

keit der Thyatronröhre V bestimmt wird. Auf diese Weise fließt die im Kondensator $C2$ aufgespeicherte Energie eine längerer Zeit hindurch über die Röhre V in den Kondensator $C1$. Der Stromfluss wird bis zu einem gewissen Grade auch noch durch die Selbstinduktion L gehemmt. Der Zeitpunkt der

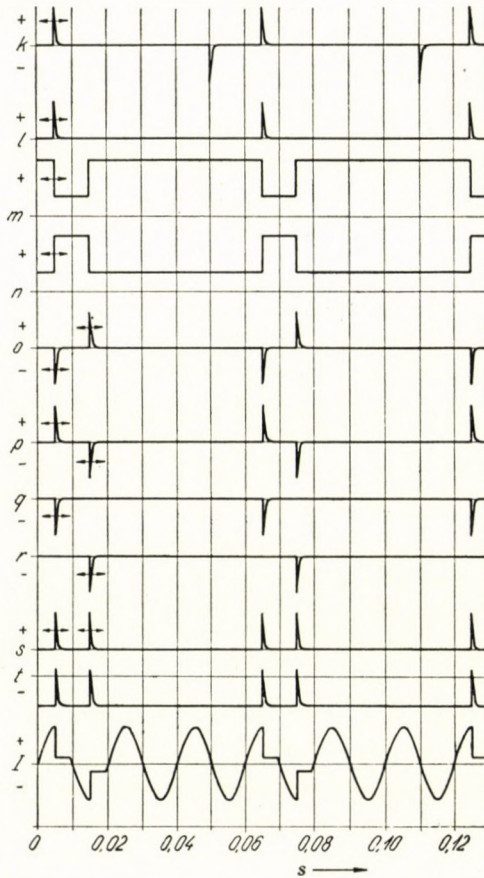


Abb. 11. Die Form der Spannungssignale in den Stellen mit gleichen Buschstaben der Abb. 9 und 10

Bogenzündung erfolgt aber trotz der erwähnten Verzögerung pünktlich, einerseits weil sich die Aufladung des Kondensators $C1$ in jedem Fall unter denselben Verhältnissen abspielt, andererseits weil die Aufladung des Kondensators $C1$ trotz der Einschaltung des Ohmschen Widerstandes $R2$ in verhältnismässig kurzer Zeit erfolgt. Die Streuung der Zeitpunkte der Zündungen lässt sich annähernd wie folgt schätzen. Aus den Angaben der Abb. 4 ergibt sich bei

Vernachlässigung von $L2$ für die Aufladezeit von $C5$ angenähert: $R4 \cdot C5 = 5000 \cdot 3000 \cdot 10^{-12} = 1,5 \cdot 10^{-5}$ s. Ist die Funkenstrecke S der Abb. 4 so eingestellt, dass der Durchschlag im steilen Abschnitt der Kurve RC erfolgt, so wird die infolge der Unsicherheiten in der Funkenstrecke S auftretende Streuung im Zeitpunkt des Durchschlags sicher kleiner sein als die oben berechnete Aufladezeit. Die zeitliche Streuung des Durchschlags der Funkenstrecke S beträgt wahrscheinlich etwa eine Mikrosekunde. All dies gilt für eine Thyatronröhre von sehr kleiner Leistung. Bei Röhren höherer Leistung kann der Widerstandswert von $R4$ (Abb. 4) noch weiter vermindert werden, wodurch auch der Wert RC abnimmt und somit wahrscheinlich auch die zeitliche Streuung des Durchschlags der Funkenstrecke S . Hieraus ergibt sich, dass die Genauigkeit der Zündung bei dieser Schaltung die an sie gestellten Anforderungen weit übertrifft.

Die Schaltung nach Abb. 1 ist für ganz kleine, die nach Abb. 2 für unbegrenzt grosse, und die zuletzt erörterte zur Steuerung mittelgrosser Kondensatorenergien geeignet. In Anbetracht dessen, dass die Zahl der Schaltelemente der Abb. 3, wenn man die zwei Funkenstrecken der Abb. 2 als eine einzige ansieht, der Zahl der Schaltelemente in Abb. 2 gleich ist, sind auch die Unkosten beiläufig gleich. Da in Abb. 3 nur eine einzige Funkenstrecke vorhanden ist, sind Einstellung und Betrieb weniger empfindlich als bei der Schaltung nach Abb. 2. Da bei der Schaltung nach Abb. 3 die Ladespannung des Kondensators $C1$ von S abhängt, ist die jeweilige Entladungsenergie in geringem Ausmass veränderlich. Bei den beiden anderen Schaltungen ist die Entladungsenergie immer genau gleich.

Die in dieser Arbeit beschriebenen zwei Impulsgeneratoren wurden aus den schon früher beschriebenen [1—3] entwickelt. Die in den Arbeiten [1—3] beschriebenen Impulsgeneratoren besaßen einige nachteilige Eigenschaften, deren Ausmerzung wünschenswert war. Eine solche nachteilige Eigenschaft bestand darin, dass die verwendeten Phasenschiebebrücken keine 180° -ige Phasenverschiebung ermöglichten, obwohl dies zum ungestörten Betrieb von Anregeräten nötig ist.

Die bei den hier beschriebenen Impulsgeneratoren verwendete Phasenverschiebung mit einem Multivibrator schaltete diesen Nachteil vollständig aus. Ein weiterer unangenehmer Nachteil war, dass sich bei der zur Frequenzänderung des Impulsgenerators nötigen Umschaltung jedesmal auch die Phasenlage der Zündung veränderte, so dass beim Übergang auf eine andere Zündfrequenz stets auch die Phasenlage eingestellt werden musste. Im Bereiche kleiner Zündfrequenzen war dies ziemlich schwerfällig, da die im Oszillograph nur selten erscheinenden Bilder mit dem Auge nicht gut zu verfolgen waren. Mit der neuen Anordnung fiel auch dieser Nachteil weg, da die einmal richtig eingestellte Zündphase bei jeder Frequenz des Impulsgenerators unverändert blieb.

Bei den früheren Impulsgeneratoren wurden, wenn eine Frequenzveränderung nötig war, an beiden Röhren die Gitterwiderstände des frequenz-

einstellenden Multivibrators geändert, was die Verwendung von zwei Widerstandsketten erforderte. Bei den neuen Impulsgeneratoren wird die Änderung der Frequenz mit einer einzigen Widerstandskette durchgeführt. Diese Anordnung stellt nicht nur eine Vereinfachung der Konstruktion dar, sondern gewährleistet auch eine grössere Stabilität, da sich die zeitliche Veränderung der Widerstandswerte auf weniger Elemente beschränkt. Im allgemeinen ist die zeitliche Stabilität der neuen Impulsgeneratoren bedeutend grösser als die der früheren. Unter zeitlicher Stabilität wird hier diejenige Eigenschaft der Impulsgeneratoren verstanden, dass sich die eingestellten Frequenzen nicht mit der Zeit ändern.

Das beschriebene elektronisch gesteuerte Zündsystem lässt sich selbstredend ebensogut zur Zündung von Funken benutzen, die durch Niederspannungskondensatoren erzeugt werden.

Die mit den beschriebenen Abreissbogengeräten einstellbaren Bogenverhältnisse sind in den Arbeiten [1—3] geschildert.

* * *

Es sei hier Herrn *A. Klatsmányi* für seine Mitwirkung bei der Ausbildung der Impulsgeneratoren und bei den mit diesen durchgeführten Versuchen der Dank des Verfassers ausgesprochen.

Für die ausgezeichnete Ausführung der elektronischen Einrichtung sei auch an dieser Stelle Herrn *F. Mancz* gedankt.

SCHRIFTTUM

1. *Bardócz, A.*: Acta Physica Hung. 2 (1953), 265.
2. *Bardócz, A.*: J Opt. Soc. Am. 42 (1952), 357.
3. *Bardócz, A.*: Spectrochim. Acta 5 (1953), 397.
4. *Bardócz, A.*: Nature 171 (1953), 1156.
5. *Bardócz, A.*: Acta Physica Hung. 4 (1954), 91.
6. *Bardócz, A.*: Spectrochim. Acta (im Druck)
7. *Bardócz, A.*: J. Opt. Soc. Am (im Druck)

ZUSAMMENFASSUNG

Es werden neuartige Abreissbogengeräte mit Thyatronröhrensteuerung für spektralanalytische Zwecke beschrieben. Die Geräte bestehen aus Bogenstromkreis, Zündstromkreis und dem Stromkreis des Impulsgenerators. Der Bogenstromkreis enthält die üblichen Schaltelemente. Im Zündstromkreis erfolgt die Zufuhr der zum Zünden der Bogen nötigen Kondensatorenergie mit Hilfe einer Thyatronröhre. Der Zündstromkreis ist in der Weise ausgeführt, dass die Zündenergie durch die Thyatronröhre fliesst, ohne diese zu überlasten. Die verwendeten Zündstromkreise werden mit Gleich- bzw. Wechselstrom gespeist, entsprechend der Ausführung für höchstens 50 bzw. 100 Zündungen je Sekunde. Zur Steuerung der Thyatronröhren der Zündstromkreise liefern Impulsgeneratoren mit veränderlicher Frequenz höchstens 50 bzw. 100 Steuersignale je Sekunde. Schliesslich werden die elektronisch gesteuerten Zündstromkreise verschiedenen Systems kritisch miteinander verglichen.

ПРЕРЫВИСТЫЙ ДУГОВОЙ ВОЗБУДИТЕЛЬ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА С ТИРАТРОННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

А. БАРДОЦ

РЕЗЮМЕ

В статье рассматриваются устройства прерывистых дуговых возбудителей с тиратронным управлением, служащие для спектрального анализа. Устройства состоят из дуговой цепи, цепи зажигания и цепи импульсного генератора. В дуговой цепи имеются элементы, которые обычно включаются в такую схему. В цепи зажигания энергия конденсаторов, необходимая для зажигания дуг, управляется при помощи тиратрона. Цепь зажигания построена таким образом, чтобы через управляющий тиратрон напряжение зажигания проходило бы без перегрузки тиратрона. И использованные цепи зажигания питаются от постоянного или же переменного тока, и дают возможность производить зажигание порядка 50 или же 100 в секунду. Управление тиратронов цепей зажигания осуществляется импульсгенераторами переменной частоты, дающими в секунду максимум 50 или же 100 управляющих сигналов. В конце статьи приводится критическое сравнение цепей зажигания с электронным управлением различной системы.

A THYRATRON TUBE CONTROLLED INTERRUPTED ARC SOURCE FOR SPECTRUM ANALYSIS

A. BARDÓCZ

SUMMARY

The present paper deals with a new type of thyatron tube controlled interrupted arc sources for spectrum analysis, consisting of an arc circuit, an ignitor circuit and a pulse generating circuit. The arc circuit is built up of conventional circuit elements. In the ignitor circuit the condenser energy necessary to ignite the arcs is controlled by a thyatron tube. The ignitor circuit allows the igniting energy to pass through the thyatron tube, without however overloading it and is a. c. or d. c. operated according to the required number of ignitions, 50 and 100 per second respectively, at the maximum rate. The thyatron tubes of the ignitor circuits are controlled by pulse generators of variable frequency, delivering, at the maximum, 50 or 100 control signals per second. A critical survey of various electronically controlled ignitor circuits is given.

UNE GENERATRICE D'ARC INTERROMPU POUR L'ANALYSE SPECTRALE COMMANDÉE PAR THYRATRON

A. BARDÓCZ

RÉSUMÉ

L'article traite de nouvelles génératrices d'arc interrompu, commandées par thyatron et utilisées pour l'analyse spectrale. Les appareils se composent d'un circuit d'arc, d'un circuit d'allumage et d'un circuit de génératrice d'impulsions. Le circuit d'arc contient les éléments usuels. L'énergie fournie par le condensateur nécessaire pour l'allumage de l'arc est contrôlée par un thyatron. Le circuit d'allumage est disposé de façon à faire passer l'énergie d'allumage par le thyatron de commande sans le surcharger. Les circuits d'allumage sont à courant continu ou à courant alternatif, correspondant respectivement à des maxima de 50 ou 100 allumages, par seconde. La commande des thyatrons des circuits d'allumage se fait par des impulsions à fréquence variable, fournies par des génératrices d'impulsion de resp. 50 et 100 Hz au maximum. Une étude critique compare les différents systèmes de circuits d'allumage à commande électronique.

PROBLEMS OF CALCULATION OF CONCRETE MIXTURES

S. POPOVICS

RESEARCH LABORATORY, INSTITUTE FOR BUILDING SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received 19th February, 1954]

This study is devoted to some of the particular questions of technical and economical concern relating to calculation of concrete mixtures, by following a course of Hungarian research shaped by L. Palotás.

1. Calculation of the amount of gauging water

Specifying the grain size of the aggregate by the fineness modulus, adequate preliminary informations on the amount of mixing water and, respectively, on the water-cement ratio are offered by the formulae described by Palotás [1].

The formula for Danube sandy gravel runs

$$\frac{v}{c} = k \left[0,08 + \frac{16}{c} (11 - m) \right],$$

where

$\frac{v}{c}$ stands for the water-cement ratio necessary for securing the consistency required,
 k is the dilution factor depending on the consistency to be attained,
 c is the amount in kg of cement contained in 1 cu. m. of tamped concrete,
 m is the fineness modulus of the aggregate.

«Concrete and Mortar» [2], a publication comprising the regulations mostly in force in Hungary for buildings prescribes however that the grain size of the aggregate should be specified also by the content of fine sand (of 0—1 mm) and sand (of 1—5 mm in size).

No formula, however, giving on the basis of the content of fine sand and sand a preliminary estimate of the water required, has been so far available. Mention may be made here of the formula of Suenson which, as from experiences gained in this country, proved unsatisfactory.

Measurements of consistency conducted in the Hungarian Institute for Building Sciences resulted in describing simple formulae by which, in the know-

ledge of the amount and quality of cement used, as well as of the content of sandy gravel, sand and fine sand, the water-cement ratio necessary for obtaining short or plastic mixtures may be calculated with good approximation. These formulae run

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{st} = \frac{60}{c} \left(\frac{3f+d}{100} + 1,40 \right) + 0,10 \quad (1,1)$$

and, respectively

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{pl} = 1,20 \left(\frac{v}{c}\right)_{st}, \quad (1,2)$$

where

$\left(\frac{v}{c}\right)_{st}$ stands for the water-cement ratio for attaining short mixture,
whereas

$\left(\frac{v}{c}\right)_{pl}$ means that for plastic consistency,

c is the amount of cement contained in 1 cu. m of tamped concrete, in kg.

f means the amount of fine sand, 0 — 1 mm in size, contained in sandy gravel, in weight percentage, and

d is the amount of coarse sand 1 — 5 mm in size, in the sandy gravel, in weight percentage.

The above formulae yield, in case of Danube sandy gravel, data which, according to the control tests agree in good approximation with actual results, particularly if the uncertainties incident to measurements of consistency are considered as well.

The applicability of these formulae is however restricted by limits set in the line of both cement and aggregate.

A direct use of formulae (1,1) and (1,2) respectively is offered, however, in cases of the so-called «heterogeneous» cements, of grade C 500, or, to be more correct those requiring some 30 per cent (standard value) of water (v_k). Water-cement ratios obtained from the above formulae for cements requiring an amount of water other than the quoted standard, should be multiplied by a dilution coefficient h , the numerical value of which may be calculated from a formula established likewise in empirical way running as follows :

$$h = 1 + 5 \cdot 10^{-5} (c - 100) (v_k - 30). \quad (1,3)$$

The conditions of applicability of these formulae set with respect of the aggregate are as follows :

- a) Globular aggregate (e. g. sandy gravel)
- b) Size not exceeding about 30 mm
- c) Continuous grain size

The difference in size distribution of aggregate in the ranges above 5 mm, between 1 and 5 mm and particularly below 1 mm naturally affects the amount of water required, which fact is however not reflected by either of the formulae (1,1) and (1,2).

In order to extend the limits of applicability and to increase the accuracy of these formulae it appears at first glance convenient to consider not only the fractions of 0—1 mm and 1—5 mm of size respectively, but to operate, by dividing the aggregate into closer fractions, with more factors defining grain size.

Attempts to realize this idea have been made even if not so much towards establishing complete formulae, but rather to evolve adequate methods to this end (*Bolomey* [3], *Kluge* [4], *Gaede* [5]).

All these methods however disregarded the fact that the individual fractions showed, in relation of the amount of water required a behaviour other than a mixture of them. Thus the increase in accuracy attained by increasing the number of fractions cannot come up to the excess calculation work involved.

This method of calculation readily lends itself, however, to use for the case where the grain size actually consists of only one fraction. Thus we may calculate, e. g. at the standard test of short mixtures* the amount of water necessary to secure the same short mixture with cements of different water requirements by the formula

$$V = \frac{P}{8} + 4, \quad (1,5)$$

where

V stands for the amount of gauging water referred to the dry mix, in weight percentage, and

P means the normal water of cement, in weight percentage.

As a rule, an amount of 1500 g standard sand and 500 g cement are added to a mix. The amount of water, v , to be used for the above quantities, may be obtained in cm^3 , by the formula

$$v = 2,5 \cdot P + 80. \quad (1,6)$$

According to control tests made in the Test Laboratory of the Hungarian Institute for Building Sciences on a number of different grades of cement, the amount of water calculated by formula (1,5) used for cements requiring 26—48 per cent of water gave in fact always the same short mixture.

For this reason, the author put forward a proposal to the Hungarian Bureau of Standards to the effect of prescribing the use of formula (1,5) for the deter-

* Testing of the strength of cement, according to Hungarian standards, agrees almost completely with the methods established in DIN No. 1164 (invalidated since).

mination of gauging water, in place of estimating this amount by marbled appearance of the sample.

The same applies to the calculation of the amount of water required when testing cements of the same plastic consistency. There are however other possibilities, available to this end, as will be shown in the following chapter.

2. Correlation of mixing water and concrete consistency

Conversion of one given consistency into another, e. g. from short into plastic one is generally achieved by multiplying the water-cement ratio referring to the initial consistency by a given factor k . This figure depends only on the initial and final values of consistency, i. e. it is independent of the amount of cement added, the quality of cement, the value of the water-cement ratio and finally the grain size of the aggregate.

This method of multiplication factor offers a most convenient way for making calculations, its correctness however does not appear to be self-evident. It is deemed therefore advisable to demonstrate that its application holds good within wide limits.

Let the relation of a consistency of value y (this value referring e. g. to the flow of green concrete) to the water-cement ratio x be characterized by

$$y = f(x),$$

a function assumed to be unknown for the present. The mathematical interpretation of the multiplication factor method may be expressed by the relations :

$$y_1 = f(x_1)$$

$$y_2 = f(x_2) = f(kx_1)$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{f(kx_1)}{f(x_1)} = f(k). \quad (2,1)$$

According to this the quotient described in (2,1) should be independent of the value of x_1 . This condition requires however that the reduction of the fraction by $f(x_1)$ be feasible, i. e. the following expression

$$f(kx_1) = f(k)f(x_1) \quad (2,2)$$

be valid.

Equation (2,2) represents the so-called Cauchyfunction equation which may be satisfied exclusively by a parabola of n -th degree. Thus

$$y = f(x) = ax^n \tag{2,3}$$

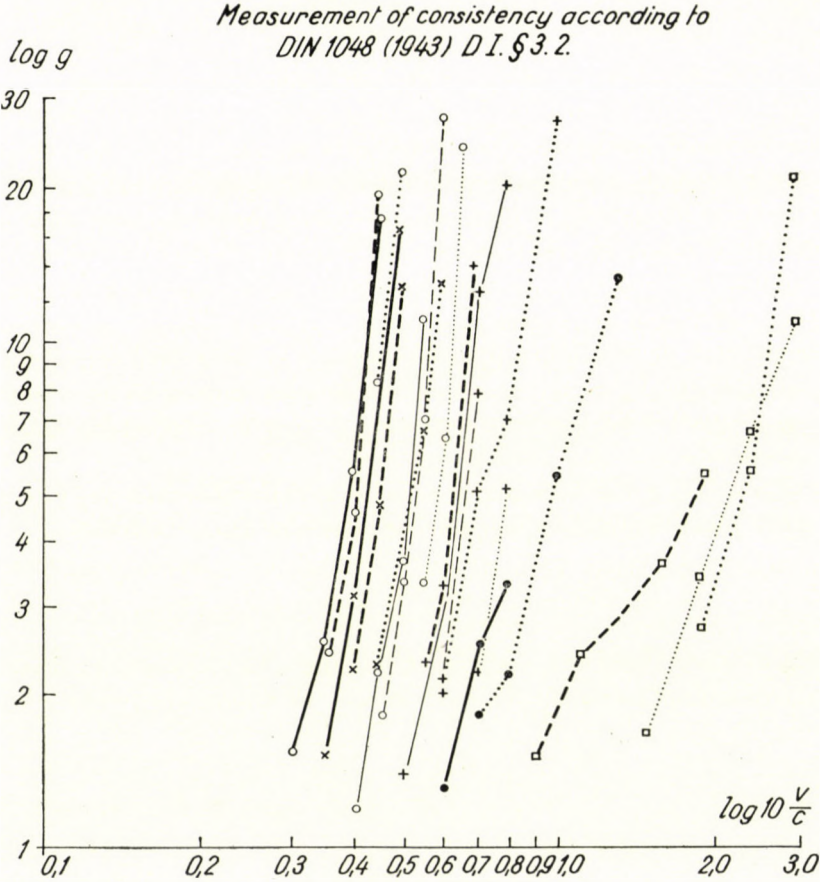


Fig. 1 Relation of the value of penetration test g to water-cement ratio as a function of the value of concrete composition
Measurement of consistency according to DIN 1048 (1943) D I Section 3. 2.

Explanation of signs :

Amount of cement added :

- 500 kg/cu. m
- × 400 kg/cu. m
- + 300 kg/cu. m
- 200 kg/cu. m
- 100 kg/cu. m

- Gradation I
- Grain size II
- Grain size III
- composed of 8 fractions
- Aggregate : Danube sandy gravel
- Largest size : 30 mm

Quality of cement :

- Brand of Tata 500 } ————— (thick lines)
- Brand of Selyp 300 } (thin lines)

Measurement of consistency according to
MNOSz 931-51, 5, 12

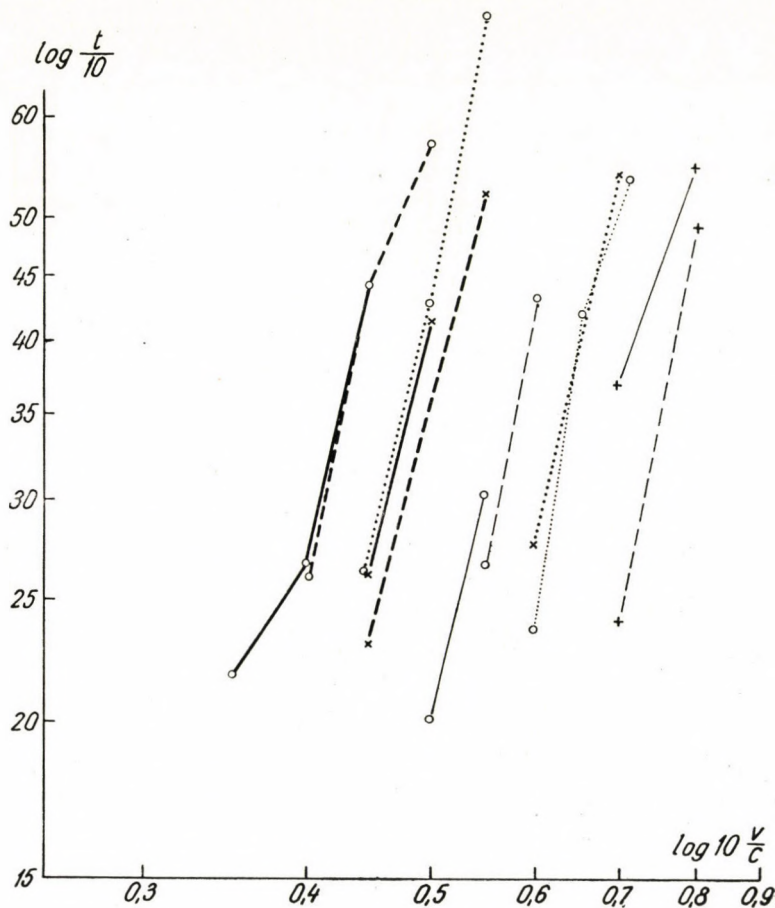


Fig. 2. Relation of the value of flow test to water-cement ratio as a function of the composition of concrete

Measurement of consistency according to MNOSz 931-51, 5, 12

Explanation of signs :

Amount of cement added :

○ 500 kg/cu. m

× 400 kg/cu. m

+ 300 kg/cu. m

● 200 kg/cu. m

□ 100 kg/cu. m

———— Gradation I

— — — Gradation II

..... Gradation III

composed of 8 fractions

Aggregate : Danube sandy gravel

Largest size : 30 mm

Quality of cement :

Brand of Tata 500 } ———— (thick lines)

Brand of Selyp 300 } (thin lines)

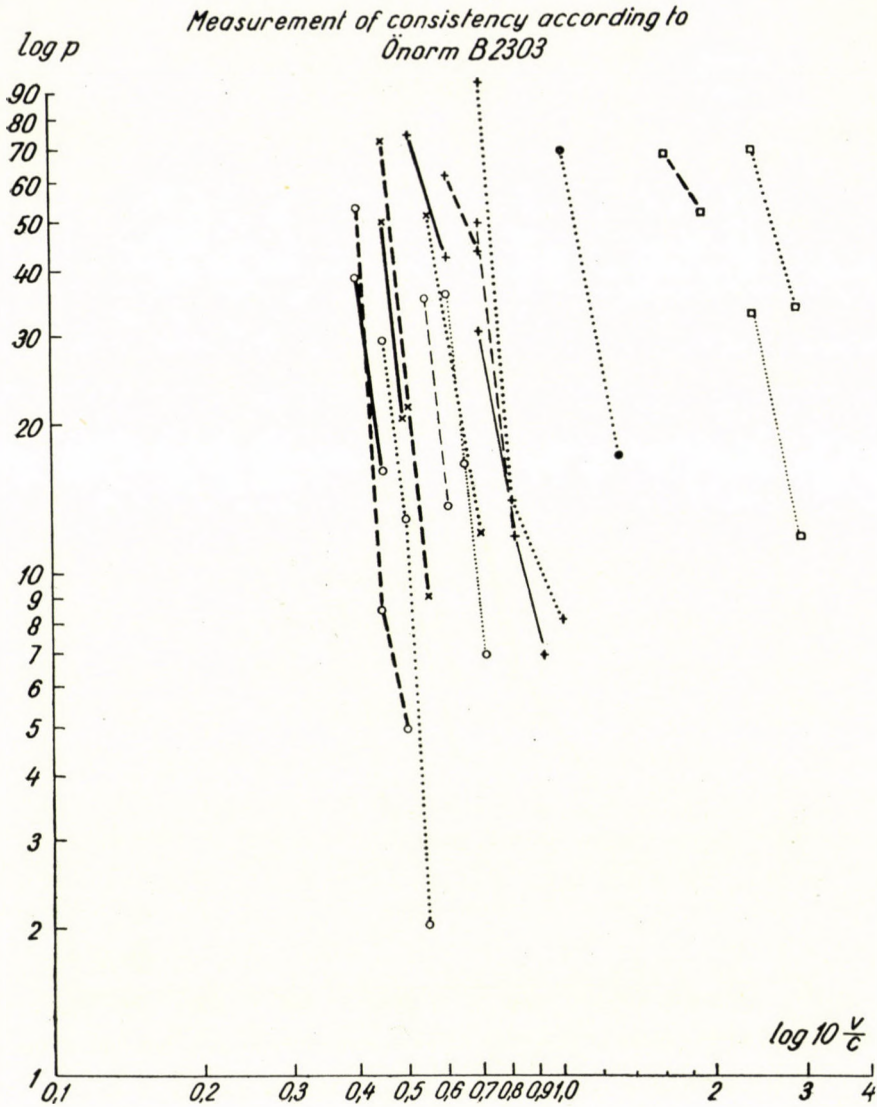


Fig. 3. Relation of the value of Powers-test to water-cement ratio, as a function of concrete composition

Measurement of consistency according to Önorm B 2303

Explanation of signs :

Amount of cement added :

- 500 kg/cu. m
- × 400 kg/cu. m
- + 300 kg/cu. m
- 200 kg/cu. m
- 100 kg/cu. m

- Gradation I
- - - Grain size II
- Grain size III
- composed of 8 fractions
- Aggregate : Danube sandy gravel
- Largest size : 30 mm

Quality of cement :

- Brand of Tata 500 } ——— (thick lines)
- Brand of Selyp 300 } (thin lines)

where a stands for a constant pertaining to the pair of correlated values x_i, y_i and consequently depending on concrete consistency.

From the foregoing it follows that the application of the multiplication factor method should be admitted only in cases where along a conventional range of x the relation subsisting between the water-cement ratios and the

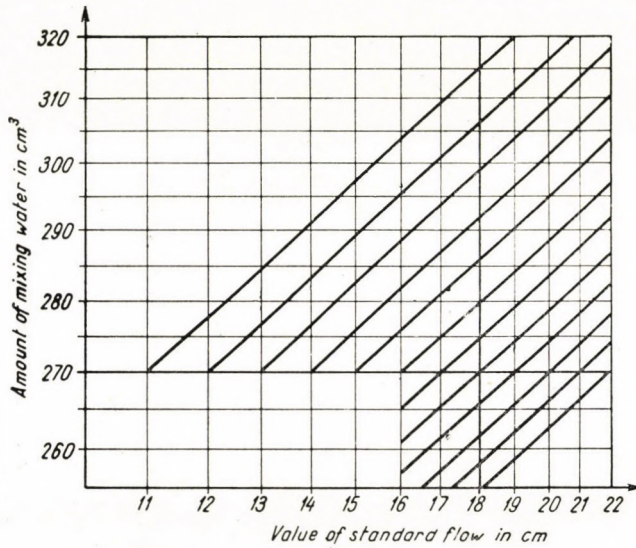


Fig. 4. Relation of the standard flow and water requirement of standard mortars prepared with cements requiring different amounts of water

values characteristic of the consistency such e. g. the flow index is, for $n > 0$ parabolic whilst for $n < 0$ it is hyperbolic of approximately the same degree for all watercement ratios.

The results of control tests carried out on concretes of different grain size of the aggregate and different cement ratio, made of Danube sandy gravel and cement of grade C 500 of Tata, and respectively grade No. C 300 of Selyp, were plotted in a system of co-ordinates, along both axes to logarithmic scale. Concretes of readily workable mixtures actually gave nearly parallel straight lines characteristic of parabolas of almost identical n -th degree and of coefficient a (see Figs. 1–3), through the grain size of the aggregate and the composition of mixture varied, in the cases studied, between wide limits.

Providing $c \gtrsim 200$ kg/cu · m, the degree of the parabolas will somewhat decrease, it is however possible that the difference observed is due to the inadequate applicability of the applied measuring methods to cases of lean concretes.

On the basis of what has been discussed before, evidence has been furnished to the effect that the multiplication factor k is actually independent of the

quality of cement, the water-cement ratio, the grain size of the aggregate, and in the majority of practical cases even of the cement ratio, i. e. the multiplication factor method lends itself to use within very wide limits.

From Figs. 1—3, the numerical values of the degree n of relations may be determined as well. According to this, within limits $c = 200—500$ kg/cu. m.

at the penetration test: $n = 0,01 c + 3 \approx 6$

at the flow test: $n \approx 5$

at the Powers test: $n = -(0,01 c + 6) \approx -9$

This means that a change in the value of the measure of flow is, with good approximation, in direct proportion to the fifth power of the value of change in water-cement ratio.

Accordingly if, by the use of a formula giving an estimate of the amount of water required or by a single mixture test, the consistency of y_i produced by the water-cement ratio x_i , is determined, then the consistency y pertaining to prescribed water-cement ratio x , or the water-cement ratio necessary to obtain the requirement consistency y , may be adequately calculated from the formula

$$y = y_i \left(\frac{x}{x_i} \right)^n, \quad (2,4)$$

and, respectively

$$x = x_i \left(\frac{y}{y_i} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2,5)$$

$$k = \left(\frac{y}{y_i} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (2,6)$$

The relation of the water-cement ratio to consistency has been subjected to examination also on standard plastic mortars used in cement tests.*

By using a standard small-size jig platform, the value of flow turned out to vary in good approximation, with the third power of the water-cement ratio. If, therefore, the value of flow of cement mortar mixed with 15 per cent of water relative to the weight of dry material (amounting in the case of the usual 1500 g of dry material to 270 g), falls outside the range of prescribed limits, then the amount of water necessary to attain the desired consistency may be determined — instead of the trial and error method hitherto in use — by reading this value off Fig. 4 plotted according to the foregoing.

3. Economic composition of concrete

A problem frequently met within the compass of technical problems arising in the calculation of concrete is to find the composition yielding the required strength B of concrete with the most economical mixture. An approxi-

* DIN No. 1165, and MNOSZ (Hungarian Standards) No. 523—53.

mate calculation of the values in question is presented in what follows.

Cost of material K calculated per cu · m of concrete, by disregarding the price of the water is, in forints (Ft)

$$K = ck_c + a_1 bk_1 + a_2 bk_2, \quad (3,1)$$

where

c	cement content of 1 cu · m. of finished concrete in kg,
k_c	price of cement, in Ft/kg.
$a_1 = \frac{m_2 - m}{m_2 - m_1}$	weight/volume ratio of aggregate No. 1
$a_2 = 1 - a_1$	weight/volume ratio of aggregate No. 2 (for correction),
k_1	price of aggregate No. 1, in Ft.
k_2	price of aggregate No. 2, in Ft.
b	quantity of aggregate in 1 cu · m. of finished concrete, in kg or cu · m.

Considering that the applicable method of placing prescribes the consistency of the fresh mix, the problem appears to be reduced to the selection of the grade of the cement (3a) and determination of the extent of grain size correction (3b)

securing the lowest cost of concrete.

3a. Obviously the minimum cost will be found where the value of the first partial derivative of the cost equation (3,1) is 0.

As a first step to this end, the amount of cement c figuring in equation (3,1) should be determined.

Starting from the well-known formula of Bolomey for the estimate of strength

$$B_n = A \left(\frac{1}{x} - 0,5 \right), \quad (3,2)$$

where

B_n	compressive strength of concrete on the n-th day, in kg/sq · cm,
x	water-cement ratio,
A	a constant depending on the grade of cement used, the age of the concrete, the shape of the test piece, etc., in kg/sq · cm.

The value of constant A is furnished by formula

$$A \approx \frac{C}{2,7}, \quad (3,3)$$

obtained from measuring the strength of concrete on a cube of 20 cm edge-length, in good agreement with the experimental results, where

C = the standard short mix compression strength of cement on the 28-th day and, as such, approximately characterizing the grade of cement.

Taking this into consideration

$$c = 60 \left(\frac{3f + d}{100} + 1,40 \right) \frac{2,7 \cdot B_{28} + 0,5 C}{C - 0,10 (2,7 \cdot B_{28} + 0,5 \cdot C)}, \quad (3,4)$$

k_c figuring in the first member of equation (3,1) stands for the price of cement.

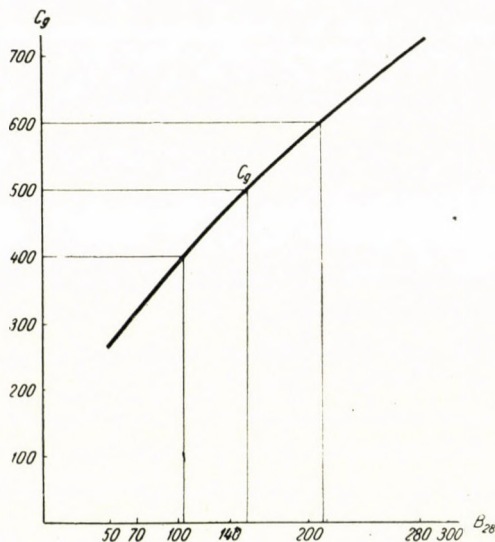


Fig. 5. Most economical grade of cement C_g for concrete strength B_{28}

The present cement prices as functions of the grade of cement are expressed with good approximation by formula

$$100 k_c = 0,038 C + 7,5, \quad (3,5)$$

where

k_c price of the cement, Ft/kg,
 C grade of cement.

The degree of approximation was considered to secure adequate values for the prices of the cement grades C 300, C 400 and C 500, as the price of quality C 600 has been raised, to check undue use of this kind of cement, to a relatively high level.

Substituting the value of c from equation (3,4) and the value of k_c from (3,5) into equation (3,1) and calculating the extremes, as well as introducing a further approximation to the effect that the quantities a_1 , a_2 and b be independent of the value of C (i. e. the cement grade) the second and the third member on the right of equation (3,1) will, on differentiating with respect to C , be eliminated.

Reducing of the expression leaves a quadratic equation, the positive root of which, C_g , offers the most economical cement grade :

$$C_g = 0,281 B + \sqrt{0,079 B^2 + 1,53B(B + 730)} \approx \approx 1,34 \sqrt{B(B + 730)} \tag{3,6}$$

The values C_g against concrete strength B_{28} are presented in Fig. 5. As it may be seen from this diagram the range of good economy lies in case of

- Cement C 300 up to a concrete strength B 100 ;
- Cement C 400 between B 100—B 140 ;
- Cement C 500 between B 140—B 220 and
- Cement C 600 above B 220.

The optimum relation α of the value of standard cement strength to taht of the strength of concrete is

$$\alpha = \frac{C_g}{B} \approx 1,34 \sqrt{1 + \frac{730}{B}}. \tag{3,7}$$

The correlated pairs of values B and α are presented in the following schedule :

B	70	100	140	200	280
α	4,57	3,87	3,34	3,13	2,54

The most economical grade of cement referred to the given concrete strength, at 28 days, may be conveniently found by multiplying the strength B of concrete with the value of α ranging 2,5—4,5, the average value of which, 3, 5, may be considered. Thus if strength of e. g. B 100 is required for a short mixture, then the most economical quality of cement according to formula

$$C_g \approx 3,5 \cdot 100 = 350$$

is found to be C 300.

It follows from what have been expounded here, that even concretes of lowest strength may prove economical if used in the appropriate place.

A simple calculation shows that a change of consistency of freshly mixed concrete will affect the values of C_g but to an insignificant extent and, accordingly the foregoing statements relative to short mixtures will practically hold good for concretes of plastic consistency as well.

3b. The determination of the most economical grain size may proceed by using exactly the same method of calculation as in 3a. As, however, the characteristics of grain size are of first power in both the equation of cost (3,1) and the formula of water estimate (1,3), the expression K has no extreme values depending on grain size. This implies that if a correction of grain size may be achieved to a certain proportion, the most economical concrete may be obtained by a grain size composed, within the limits of good workability, of the largest possible amount of gravel. Should however the correction up to a certain proportion of grain size not be economically feasible, due to technical inadequacy or local circumstances, e. g. fractioning carried to excess, or lack in low-price material of correction, then the price of concrete will rise in proportion with the extent of correction made.

REFERENCES

1. *Palotás*: «Minőségi beton» (High-grade concrete) Budapest, 1952. p. 167.
2. «Betonok és habarcsok» (Concrete and Mortar), Budapest, 1954.
3. *Mihailich—Schwertner—Gyengő*: «Vasbetonszerkezetek» (Reinforced Concrete Structures), Budapest, 1946, p. 48.
4. *Kluge*: «Vorausbestimmung der Wassermenge bei Betonmischungen für bestimmte Betongüten und Frisch-Beton-Konsistenzen» Der Bauingenieur, 1946, H. 6.
5. *Gaede*: «Der Wasserbedarf des Betons und der Abrams'sche Feinheitsmodul.» Die Bautechnik. 1949, H. 9.

SUMMARY

The author presents

1. a most simple formula for a preliminary estimation of the amount of water required, which, for the use of Danube sandy gravel yields results with good approximation of actual values;
2. a theoretical discussion treating the method of multiplication factor k , by demonstrating a relation of one of the numerical values characteristic of consistency (e. g. value of flow) to the water-cement ratio which, with the measuring methods at present in use proves to be of parabolic and hyperbolic character, respectively;
3. a method based on a calculation of approximation for finding at a given consistency, in the most economical way, the composition of concrete and the quality of cement securing the required concrete strength B . By implication, cements of lower standard strength may, if only applied to appropriate cases, prove economical in use as well.

ПРОБЛЕМА В ОБЛАСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ БЕТОНА

Ш. ПОПОВИЧ]

РЕЗЮМЕ

В статье, во-первых, дается весьма простая формула, определяющая с очень хорошим приближением действительных условий количество необходимой воды в случае применения дунайского гравийного песка. Во-вторых, принципиально разбирается методика с коэффициентом k , обеспечивающая предписанные значения консистенции, на основе чего показано, что между числовым показателем консистенции и значением частного соотношения воды и цемента существует параболическая, соотв. гиперболическая зависимость при использовании применяемых обычно измерительных приборов. В-третьих, на основе методики расчета указывается, какой состав бетона, далее какая марка цемента необходима для наиболее экономного достижения предписанной бетонной твердости B при данной консистенции. Одновременно показано также и то, что цементы меньшей стандартной твердости при их использовании в соответствующем месте также удовлетворяют предъявляемым требованиям.

PROBLEMES RELATIFS A LA COMPOSITION DU BÉTON

S. POPOVICS

RÉSUMÉ

L'auteur

1. indique une formule d'évaluation très simple pour le dosage de l'eau approchant assez bien les conditions effectives pour le cas d'un gravillon du Danube,

2. analyse le principe du procédé au facteur de multiplication k , assurant les consistences prescrites et démontre que l'emploi des appareils de mesure courants permet d'établir une relation parabolique, voire hyperbolique entre le caractéristique numérique de la consistance (par ex. étalement) et la valeur du rapport e/c .

3. précise à la base d'une méthode de calcul d'approximation la composition du béton et la marque de ciment qui pour la consistance la moins coûteuse permettent d'obtenir la résistance de béton B prescrite. Par là il démontre aussi que — utilisés à l'endroit convenable — les ciments de résistance normale plus basse ont également leur raison d'être.

PROBLEME AUS DEM BEREICH DER BETONPLANUNG

S. POPOVICS

ZUSAMMENFASSUNG

1. Die Abhandlung gibt eine sehr einfache Formel an, mit deren Hilfe sich die Wassermenge beim Donaukiessand in guter Näherung ermitteln lässt;

2. behandelt grundsätzlich das Multiplikationsverfahren zur Berechnung der vorgeschriebenen Konsistenzen und beweist auf Grund dessen, dass bei der Verwendung der zur Zeit üblichen Messinstrumente zwischen der ziffernmässigen Charakteristik der Konsistenz (z. B. Erstreckung) und dem Werte des Wasserzementfaktors ein parabolischer bzw. hyperbolischer Zusammenhang besteht;

3. gibt auf Grund eines Näherungsverfahrens an, mit welcher Betonzusammensetzung bzw. Zementmarke die vorgeschriebene Betonfestigkeit bei gegebener Konsistenz am billigsten erreicht werden kann. Hierdurch wird auch gleichzeitig nachgewiesen, dass auch Zemente mit geringer Standardfestigkeit ihre Existenzberechtigung haben, wenn man sie an entsprechender Stelle einsetzt.

INFLUENCE OF CONTACT RATIO ON INVOLUTE SPUR GEARS

By

Prof. E. VIDÉKY, D. ENG. SC.

[Manuscript received March 16, 1954]

Alphabetic List of Symbols

(Geometric measures: ad $M_w = 1$)

<p>e = half of length of contact i = contact ratio p = linear pressure r = radius s = tooth thickness w = depth of cut z = number of teeth α = pressure angle ε = loss of contact length x = sheet thickness corresponding to μ = tool displacement χ = angle defined in Fig. 1. θ = circular pitch on base circle</p>	<p>A = ratio — B = face width C = pitch point E = limit point on line of action F = point defined in Fig. 3. G = root point of involute K = tip of profile M = module O = centre P = peripheral force U = point of undercut or last active point Δ = difference Σ = sum Θ = centre distance Φ = majoration factor</p>
--	--

Subscripts :

m	=	medium value
max	=	maximum value
p	=	relative to a cutter pinion
u	=	« « last active point of the profile
w	=	« « the WILLIS pitch circle
a	=	« « « working pressure angle
G	=	« « « base circle
K	=	« « « addendum circle
L	=	« « « dedendum «
1 resp. 2.	=	« « « pinion resp. to the wheel

Indexes :

imx	=	relative to maximum contact ratio
tot	=	total
id	=	ideal
*	=	corresponding value
'resp.'	=	relative to the pinion resp. to the wheel

above the letter :

\wedge	=	relative to pointed teeth
—	=	straight line
\frown	=	arc
Letter in parantheses ()	=	locus of contact.

Optimal performance of spur gears depends ultimately on securing an uninterrupted oil film between teeth. Although the delicate problem of hydrodynamic lubrication is not yet solved, it is certain, that the reduction of the Hertzian stress plays an important part in it. The first remedy applied was: exclusion of the root zone of the involute from contact. That could be done:

a) by simple displacement of the profiles, (standard centre distance), by correction (increased centre distance), by a greater pressure angle of the tool, or by combination of the former.

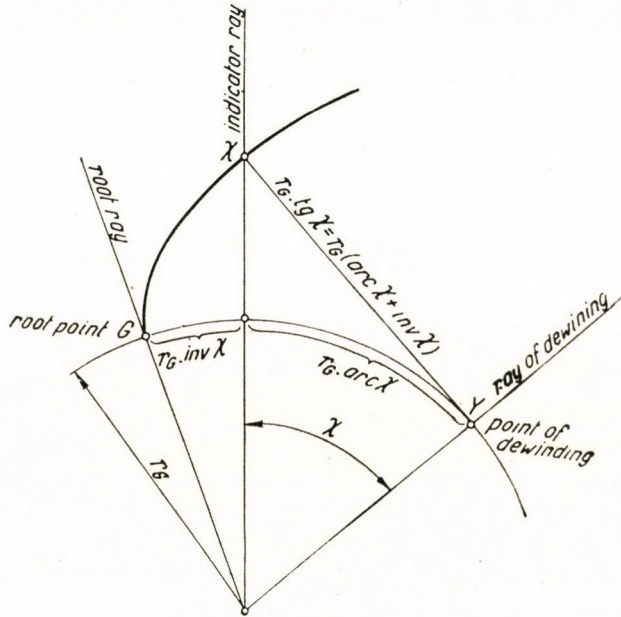


Fig. 1

b) by allowing a slight undercutting of the teeth. The later mode was considered unsuitable, as it weakens the teeth, so only the first method was adopted, minutely elaborated and elucidated. Its weak point, the diminution of contact ratio was generally taxed to be negligible.

Entering into details of the matter, however, may induce some change in this respect. Gear pumps f. i., where load is minimum, do not want of course a contact-ratio greater than slightly over unity, but high load and speed alter decidedly the situation.

The radius of the machining (Willis) pitch circle is: $r_w = \frac{z}{2}$ (all measures to $M_w = 1$). Denoting (Fig. 1 and 2) the pitch point with C_w and the limiting points of the full length of possible contact with E_w and E_w'' , this full length consists of two parts:

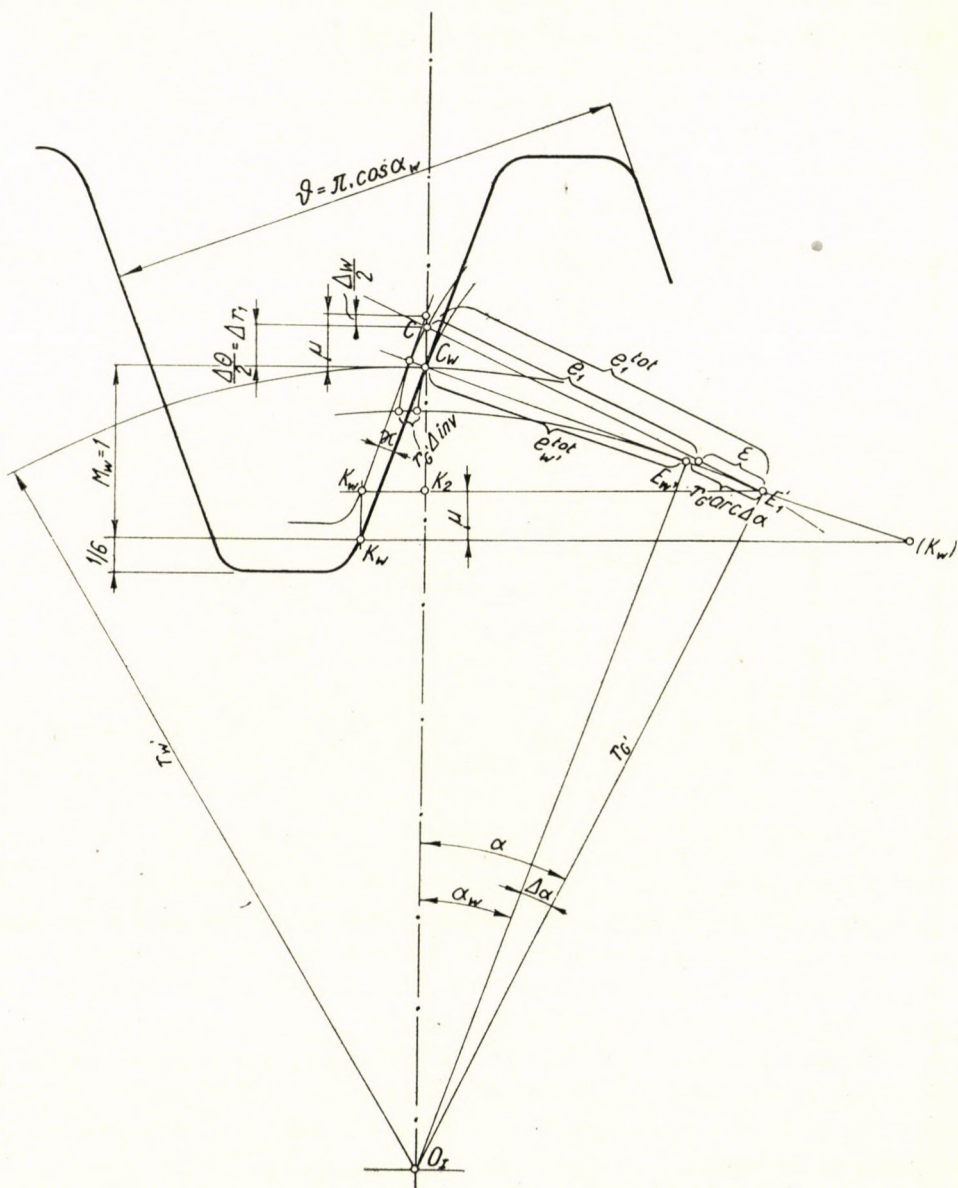


Fig. 2

$$C_w E_{w'} = e_{w'}^{\text{tot}} = r_{w'} \cdot \sin \alpha_w \text{ and :}$$

$$C_w E_{w''} = \text{dependig on the tool.}$$

If the tool is a cutter rack or a worm hob, this second part becomes infinite, $E_{w''}$ lying in infinite distance. If it is a pinion cutter, then $C_w E_{w''} = \frac{z_p}{2} \cdot \sin \alpha_w$, where $z_p =$ the number of teeth of the tool.

In working the pair of gears is mounted at a centre distance $= \Theta$.

a) In the case of simple or no displacement of the profiles ($\Sigma\mu = 0$) this centre distance is $\Theta = \frac{z_1 + z_2}{2} = z_m = \Theta_w$, called commonly machining or

Willis centre distance : the working pitch point $C = C_w$ and the working pressure angle $\alpha = \alpha_w$ rest unaltered.

b) In the case of a correction ($\Sigma\mu > 0$), the centre distance is greater : $\Theta = \Phi \cdot \Theta_w$; where $\Phi = \frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha}$, called : «majoration factor».

In case a) the two parts composing the full line of contact are :

$$e_1^{\text{tot}} = \overline{C_w E_{w'}} = e_{w'}^{\text{tot}} = \frac{z_1}{2} \cdot \sin \alpha_w = r_{G'} \cdot t_g \alpha_w$$

$$e_2^{\text{tot}} = \overline{C_w E_{w''}} = e_{w''}^{\text{tot}} = \frac{z_2}{2} \cdot \sin \alpha_w = r_{G''} \cdot t_g \alpha_w, \text{ where :}$$

$r_{G'}$ and $r_{G''}$ are the radii of the base circles. Hence the length of the full contact line :

$$\overline{E_{w'} C_w E_{w''}} = \Sigma e_w^{\text{tot}} = \Sigma r_G \cdot t_g \alpha_w.$$

In case b) the two component parts are :

$$e_1^{\text{tot}} = \overline{C E_1} = r_{G'} \cdot t_g \alpha$$

$$e_2^{\text{tot}} = \overline{C E_2} = r_{G''} \cdot t_g \alpha; \text{ and the full length :}$$

$$\overline{E_1 C E_2} = \Sigma e^{\text{tot}} = \Sigma r_G \cdot t_g \alpha.$$

The incisions into the contact line of the addendum circles, and similarly a possible undercutting shorten this full length, the greater loss of the two kinds prevails. Denoting the length of the losses on both ends with ε_1 and ε_2 , the active length of the contact line consists of two components :

$$e_1 = e_1^{\text{tot}} - \varepsilon_1 \quad \text{and} \quad e_2 = e_2^{\text{tot}} - \varepsilon_2.$$

The active length of contact is thus :

$$\Sigma e = \Sigma r_G \cdot t_g \alpha - \Sigma \varepsilon$$

Denoting the circular pitch of the base circle with $\vartheta = \pi \cdot \cos \alpha_w$ and the contact ratio with : i ; then :

$$i = \frac{\Sigma e}{\vartheta} \tag{1}$$

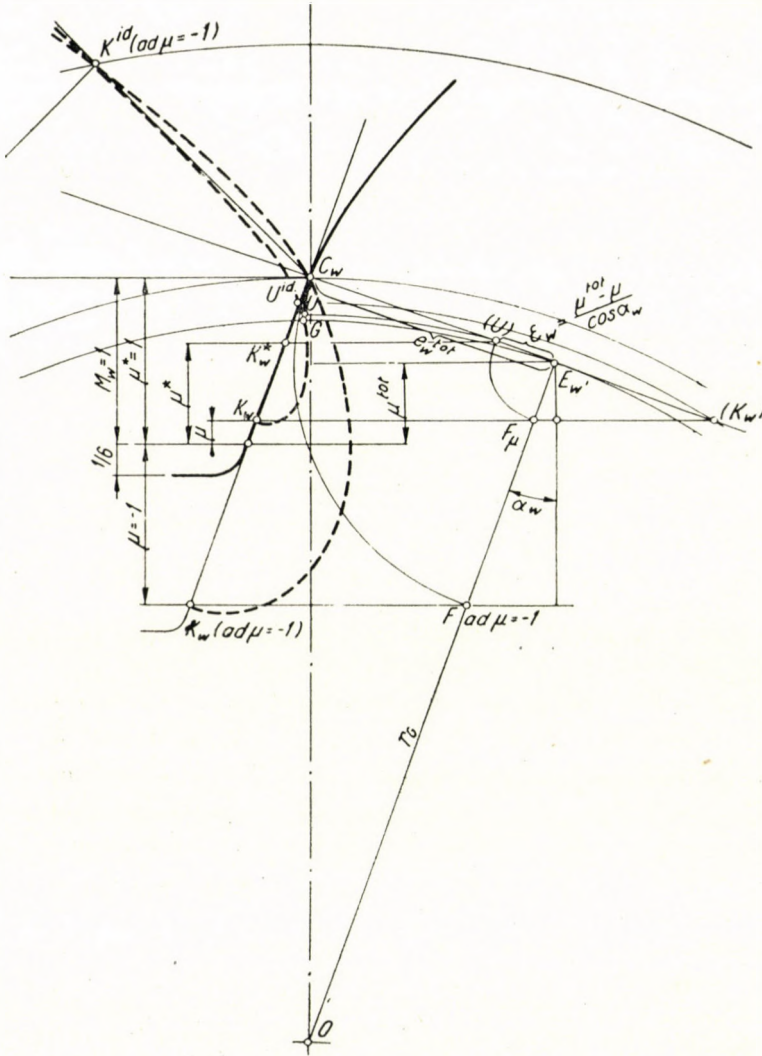


Fig. 3

For the determination of i_{max} we should know the relation between Σe and the correction coefficient μ , (i. e. the tool displacements μ_1 and μ_2), and in this way find $\mu_1^{i_{max}}$ and $\mu_2^{i_{max}}$ i. e. the optimal ones.

Previously only the loss in machining may be treated, supposing a standard cutter rack or a worm hob, where the ratio of contact: $A_w = \infty$. The analysis is cumbersome, but decisive for i_{\max} .

Some extra symbols may facilitate the discussion. To distinguish the two kinds of losses we will mark the one caused by incision of the addendum circle with ε_K and the other, caused by undercutting with ε_w ; further: the line passing through the last point K_w of the straight cutter edge (just before its rounding off) will be marked $\overline{K_w}$ and called addendum line.

If $\overline{K_w}$ passes exactly through E_w , then the involute of the tooth profile will be cut just to its root point G . This may be called total correction, corresponding to a tool displacement μ^{tot} , and where $\varepsilon_w = 0$. If the addendum line passes inside of E_w , then the involute of the tooth profile will not be cut quite down to its root point G , and the loss of contact length ε_K is then defined by the incision of the addendum circle of the mating gear in working. This may be called hyper-total correction.

If the addendum line $\overline{K_w}$, however, passes outside E_w (Fig. 3) intersecting the prolongation of the contact line at point (K_w) then undercut arises. This may be called: subtotal correction. Corresponding to distance $E_w(K_w)$ the portion GU of the involute (generated already) becomes cut away. The last point remaining of the profile U engages at (U) , consequently the loss of contact length is $\varepsilon_w = E_w(U)$.

Evidently: $E_w(U) \ll E_w(K)$ in practice.

To find U by tracing the relative path of point K_w (a trochoid curve) and its intersection with the profile is not well practicable, as the two curves nearly coincide and their intersection is rather indistinct; a more distinct determination of (U) and U may be found by the following consideration (Fig. 3):

Theoretically the involute of the profile continues to rise from its root point G again as a materially non existing imaginary branch. The ideal profile point U^{id} , corresponding to K_w and (K_w) lies on this imaginary branch, the relative path of K_w touching it tangentially at U^{id} and undercutting on its way the real profile at U .

On this kinematic basis [1] *H. Hofer* [2] developed the ingenious deduction of a mathematically exact relation between the tool displacement and the radius of a given point U of undercut, and so indirectly the loss of contact length too. His calculation needs an extra table and is for common practice hardly adapted, and that is especially so in reference to our present purposes. Approximative formulas, found in literature, are fully impracticable, being subject to 100–150% error [3]. The graphical construction and formula on its basis, developed below, gives directly a practically fairly good approximation of the loss of contact length. Its error, in reference to the required value of the contact ratio: i (controlled by the *H. Hofer* method), shows to be at $\alpha_w = 15^\circ$ practically zero, at

$\alpha_w = 20^\circ$ resting under 0,1. The loss graphically determined is somewhat greater than calculated in H. Hofer's way, and the more so, since the stock allowance, wanted in grinding, lessens the theoretical loss. On the other side, the loss caused by incision of the addendum circles becomes increased by the backlash and the tip relief (both depending also on machining tolerances), and very likely somewhat decreased as well by the influence of hydrodynamical lubrication. An exact determination of the aberrations is hardly possible. The resulting error does not exceed some per cents in reference to contact ratio : i . The graphical method may be accepted as fully reliable, considering, that the present investigation concerns a stress dimension (the Hertzian stress), the determination of which involves at any rate an incertitude of some per cents and the error committed is on the safe side. The ultimate object of the present paper is a contribution to the gear lubrication problem, i. e. how to secure full fluid friction. So called half fluid friction would be insufficient, as with an oilfilm of some Ångström only, more or less atomic wear of the metallic surfaces is not avoided. A full fluid lubrication (maintaining the wanted minimum film thickness uninterrupted) depends in first line on a due diminution of the Hertzian stress. Scratches, pitting etc. are by no means atomic wear, and avoiding them rests then solely a question of surface finish, which is independent of the present analysis. To the mentioned graphical method the ray OE_w , furnishes the mode, i. e. a clear distinction of (U) and with it also of U and ε_w . The addendum line \overline{K}_w intersects OE_w , at point F . Taking E_w as centre and $E_w F$ as radius, the intersection of this circle with the contact line gives (U). So

$$\varepsilon_w = \frac{\overline{E_w F} \cdot \frac{\mu^{\text{tot}} - \mu}{\cos \alpha_w}}{\cos \alpha_w}, \quad (2)$$

where μ is the actual subtotal displacement of the tool.

This graphical method is as mentioned not mathematically exact, but quite reliable, as it may be censured in the exaggerated case shown in Fig. 3, where the relative path of K_w is so extremely low that it annihilates the entire component e^{tot} of the full contact length. The respective subtotal tool displacement $\mu = r_G \cdot \sin \alpha_w - \mu^{\text{tot}} = -1$. The same effect would happen at a hypertotal $\mu^* = 1$, when the addendum circle passes through C_w and annihilates likewise e^{tot} entirely.

The loss by undercutting decreases with increasing μ and disappears at μ^{tot} , i. e. $\varepsilon_w = 0$. Increasing μ further on, above μ^{tot} , the loss increases again, but not by undercutting, but by the incision of \overline{K}_w into the contact line, so instead of ε_w now ε_K arises. Evidently to any subtotal μ there is always a corresponding hypertotal μ^* producing the same loss and also the identical active length of contact in the machining procedure. This loss remains in working of the gears unaltered at any increased pressure angle, being defined by U the last

point of the profile, as (U) is lying on the circular path of U , with no regard to any line of contact. The diagram in Fig. 4 shows ϵ_w and ϵ_K plotted against μ .

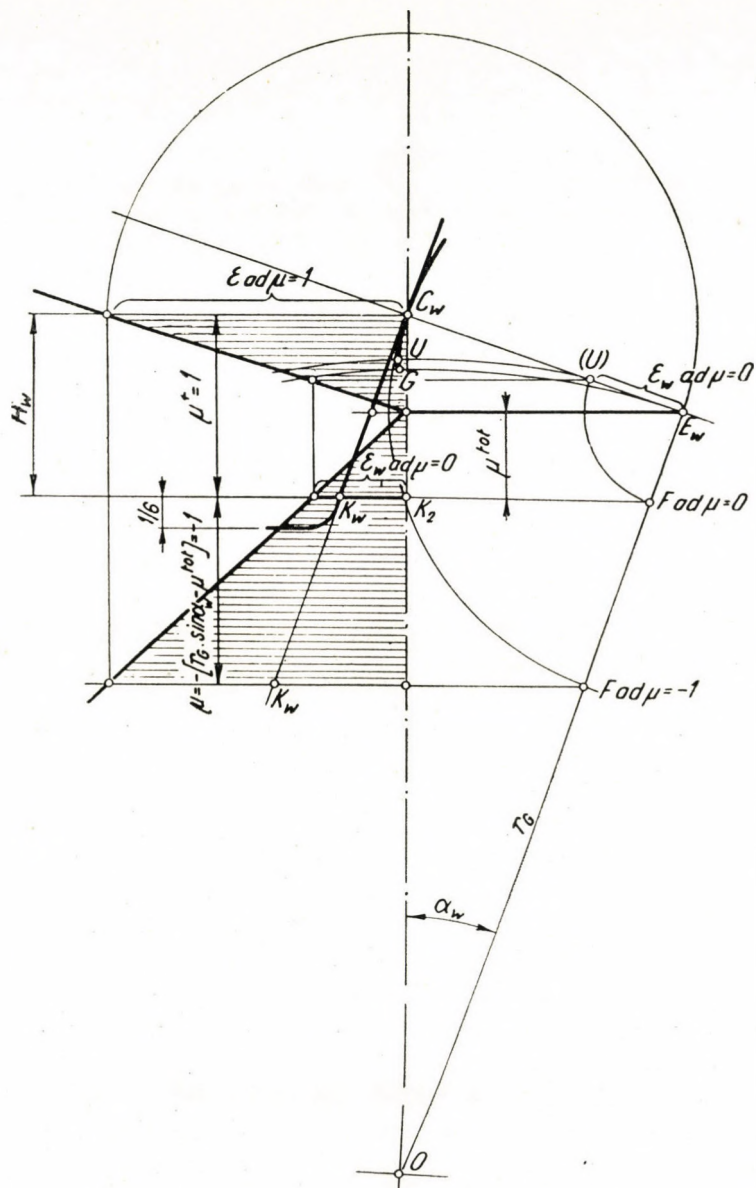


Fig. 4

In the followings the loss ϵ_K in working of the gears will be observed. It depends now not alone on μ but on ratio A too. (Fig. 5). If the number of teeth of the pinion is given, then ϵ_K reaches its maximum at $A = 1$. First this case

should be examined. Greater ratios may be tested thereupon. At $A = 1$ the two components of the active length of contact are equal : $e_1 = e_2$. Centre distance Θ ,

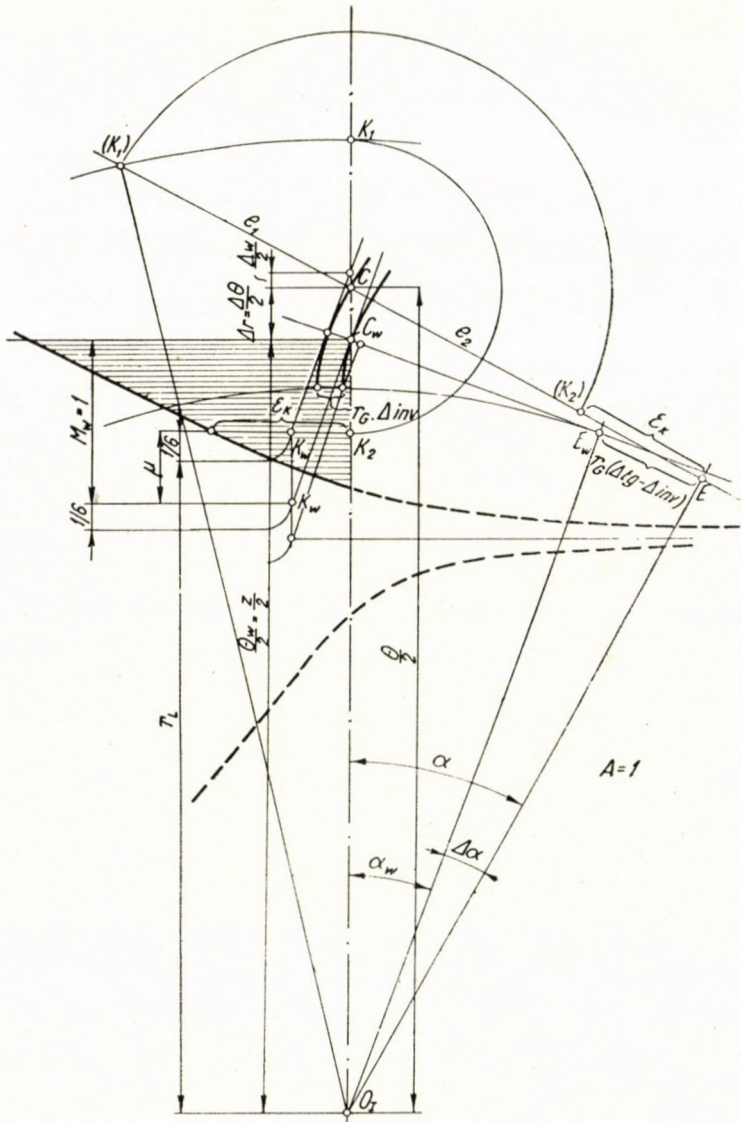


Fig. 5

pressure angle α , line of action, addendum circles, depth of cut are all functions of μ . As mentioned already, the loss ϵ_K becomes only current, if it transgresses ϵ_w , but that is the general case, ϵ_w being always relatively small.

At $A = 1$ and a given μ the working pressure angle α and with it E (the limit point of the full length of the working contact line) can be determined on hand of Fig. 5.

From the fundamental equations [4]: $z = \mu \cdot \sin \alpha_w$ and $\Delta \text{inv} = \frac{\Sigma z}{\Sigma r_G}$.

Taking from the table the value of $\cos \alpha$ annexed to Δinv ., we have: $\Theta = \frac{\Sigma r_G}{\cos \alpha}$

At $A = 1$ the two gears are congruent.

The radius of the base circles: $r_G = \frac{z}{2} \cdot \cos \alpha_w$

The radius of the dedendum circles:

$$r_L = \frac{\Theta_w}{2} - 1 \frac{1}{6} + \mu = \frac{z}{2} - 1 \frac{1}{6} + \mu .$$

The working pitch point C being known, the addendum circle can be simply (without being compelled to fix the centre of the mating gear) determined graphically, considering, that the addendum circle of the mating gear passes at the distance of clearance $= \frac{1}{6}$ above the dedendum circle through point K_2 .

So the addendum of the teeth

$$\overline{CK_2} = \frac{\Theta}{2} - r_L - \frac{1}{6} = \frac{\Theta}{2} - \left(\frac{z}{2} - 1 \frac{1}{6} + \mu \right) - \frac{1}{6}$$

$$\overline{CK_2} = \frac{\Theta - z}{2} + 1 - \mu .$$

As: $\overline{CK_1} = \overline{CK_2}$, so the radius of the addendum circle:

$$\overline{O_1 K_1} = r_K = \overline{O_1 C_w} + \overline{CK_1} = \frac{\Theta}{2} + 1 - \mu = \overline{O_{II} K_2} .$$

The incision of the addendum circle into the contact line gives the point (K_1) and: $\overline{(K_1)C} = e_1 =$ the half of the active contact length.

As: $e_1 = e_2$, we have also (K_2) and with it:

$e_K = \overline{(K_2)E}$ (all done in Fig. 5 by laying off the resp. measures around C).

In way of calculation (Fig. 2 and 5):

$$\overline{E_w E} = r_G \cdot (\text{arc } \alpha - \text{arc } \alpha_w) = r_G \cdot \Delta \text{arc}$$

$$\text{As: } \Delta \text{arc} = (\text{tg } \alpha - \text{tg } \alpha_w) - \Delta \text{inv}$$

$$\text{so: } \overline{E_w E} = r_G \cdot (\Delta \text{tg} - \Delta \text{inv}); \text{ or:}$$

$$\overline{CC_w} = r - r_w = \frac{\Theta}{2} - \frac{\Theta_w}{2} = \frac{\Delta \Theta}{2} = \frac{\Delta \cos}{\cos \alpha_w \cdot \cos \alpha} .$$

Fig. 5 shows the increase of ϵ_K plotted against the corresponding values of μ . The negative rest of the diagram (dotted line) falls out of consideration, as there ϵ_w is always prevailing. If the addendum circle intersects the working line

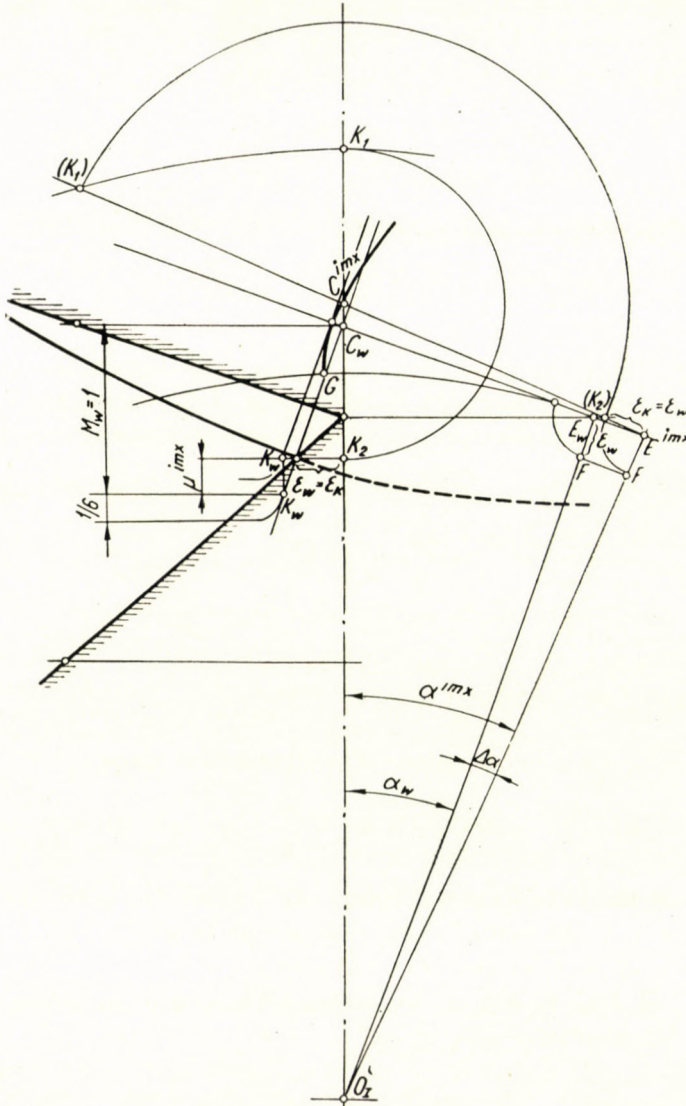


Fig. 6

of action outside E then an inactive zone of the profile arises on the tip of the tooth (Fig. 7) which passes out of contact (without causing interference) within the narrow compass produced by undercutting. In a similar manner inactivity of a part on the root of the tooth ($U_{1K} U_{1w}$ and $U_{2K} U_{2w}$ in Fig. 8) can result in

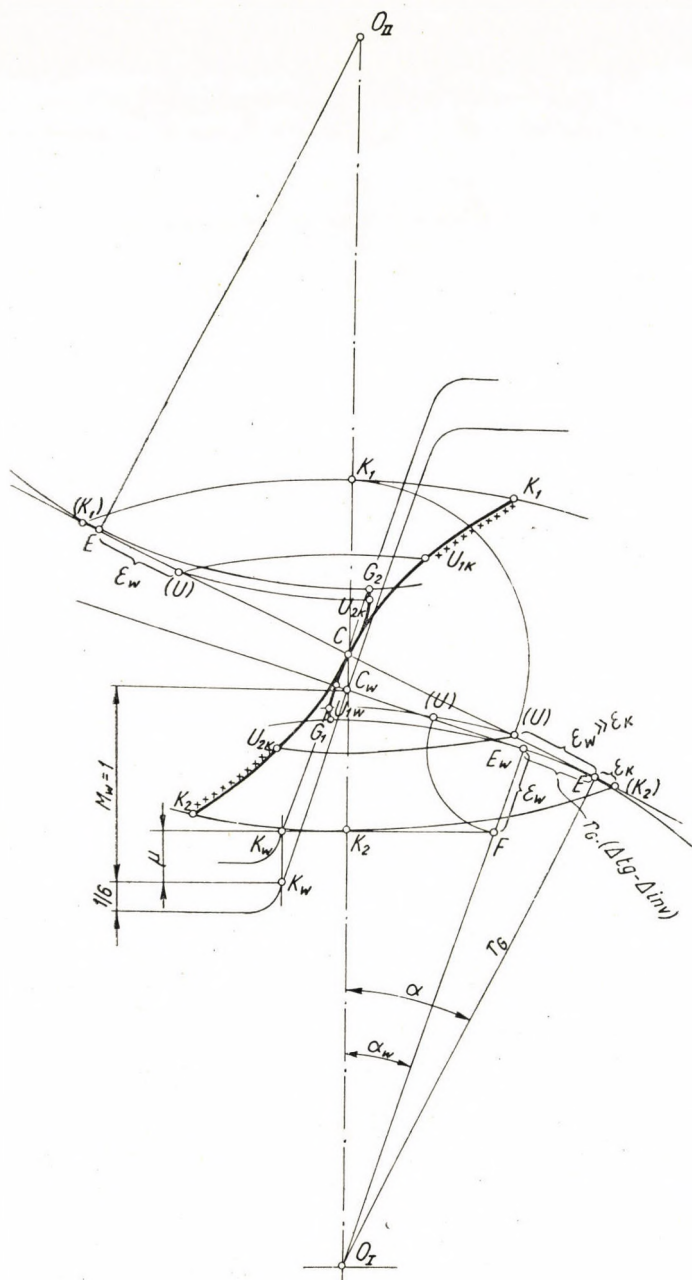


Fig 7

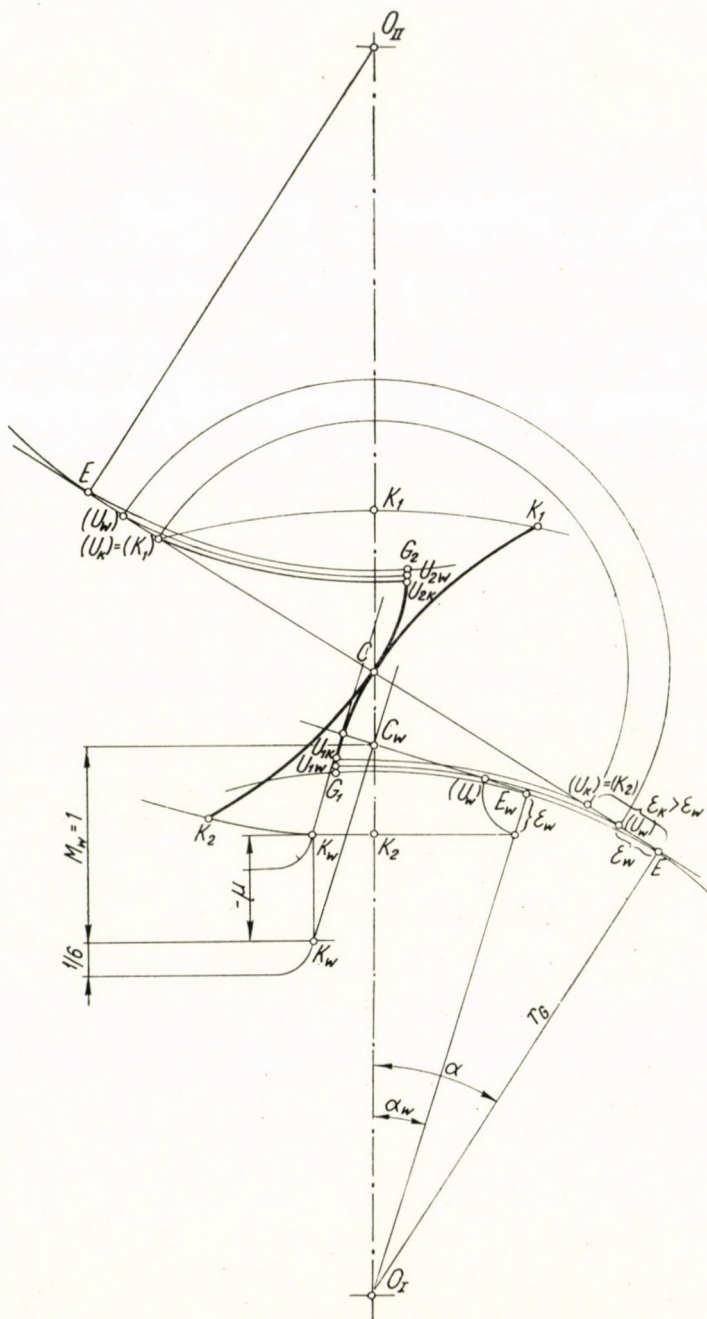


Fig. 8

case $\varepsilon_w < \varepsilon_K$. Both kinds of inactivity may be designed by leading back (U) resp. (K_2) to the mating profile. (It should be mentioned, that using a pinion cutter of a number of teeth less than that of the gear to be cut, at $A = 1$ and a too small μ applied it may happen, that the undercut does not leave enough space for free disengagement of the tip of the mating tooth and so interference occurs. Such abnormal cases may be yet left here undiscussed.)

Evidently the maximum length of an active contact line will be attained if : $\varepsilon_w = \varepsilon_K$; i. e. if : (U) and (K_2) coincide, or in other terms : if no inactive zones arise. The μ^{imx} required for it can be obtained by tracing both diagrams (of ε_w and of ε_K) one over the other. The point of their intersection will correspond to μ^{imx} as shown in Fig. 6. The value of μ^{imx} (optimum regarding contact length at least) lies between μ^{tot} and $\frac{1}{2} \cdot \mu^{\text{tot}}$ and rather near $\frac{1}{2} \mu^{\text{tot}}$, especially with greater numbers of teeth.

Instead of a graphical method the following calculation may be used : The equation (2) further above gives ε_w already. For ε_K : from the right triangle (K_1) EO_1 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_K &= r_G \cdot \operatorname{tg} \alpha - e_1 \\ e_1 + r_G \cdot \operatorname{tg} \alpha &= \sqrt{r_K^2 - r_G^2} \\ r_K &= \Theta - r_L - \frac{1}{6} ; \left\{ \begin{array}{l} \Theta = \frac{2 \cdot r_G}{\cos \alpha} \\ r_L = \frac{r_G}{\cos \alpha_w} - 1 \frac{1}{6} + \mu \end{array} \right. \\ r_K &= 1 - \mu + r_G \cdot \left(\frac{2}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha_w} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Hence : } \varepsilon_K = 2 \cdot r_G \cdot \operatorname{tg} \alpha - \sqrt{r_K^2 - r_G^2} . \quad (3)$$

The calculation is cumbersome ; it may be used to control the graphical determination of μ^{imx} , since $\varepsilon_w = \varepsilon_K$ must coincide. With increasing μ and r_K the full length of the contact line is of course increasing, but the simultaneous increment of ε_K shortens rapidly the active length of it. If, for any reason, μ^{imx} is not applied, then the zone of the consequently arising inactivity should preferably be apportioned to the root of the profile, i. e. by applying a greater μ than μ^{imx} , yet less than μ^{tot} . At a smaller number of teeth μ^{imx} is greater, than at greater numbers, as mentioned before. At a greater α_w the loss produced by undercutting diminishes quickly, but the simultaneous loss by incision of the addendum circle increases all the more. At greater numbers of teeth (i. e. $z \geq 30$ at $\alpha_w = 15^\circ$,

and $z \geq 18$ at $\alpha_w = 20^\circ$) the addendum line \bar{K}_w of the tool passes already at $\mu = 0$ above E_w , consequently without undercutting, so the loss can be diminished by a negative displacement of the tool to a certain measure, as indicated in Fig. 9 in the case: $z = 18$; $\alpha_w = 20^\circ$; $A = 1$. The shape of the tooth rests tolerable at no tool displacement ($\mu = 0$) down to $z = 14$ at $\alpha_w = 20^\circ$ and to 24 at $\alpha_w = 15^\circ$. At greater numbers of teeth a negative μ increases the active length of contact, but weakens at the same time the root of the teeth. The general

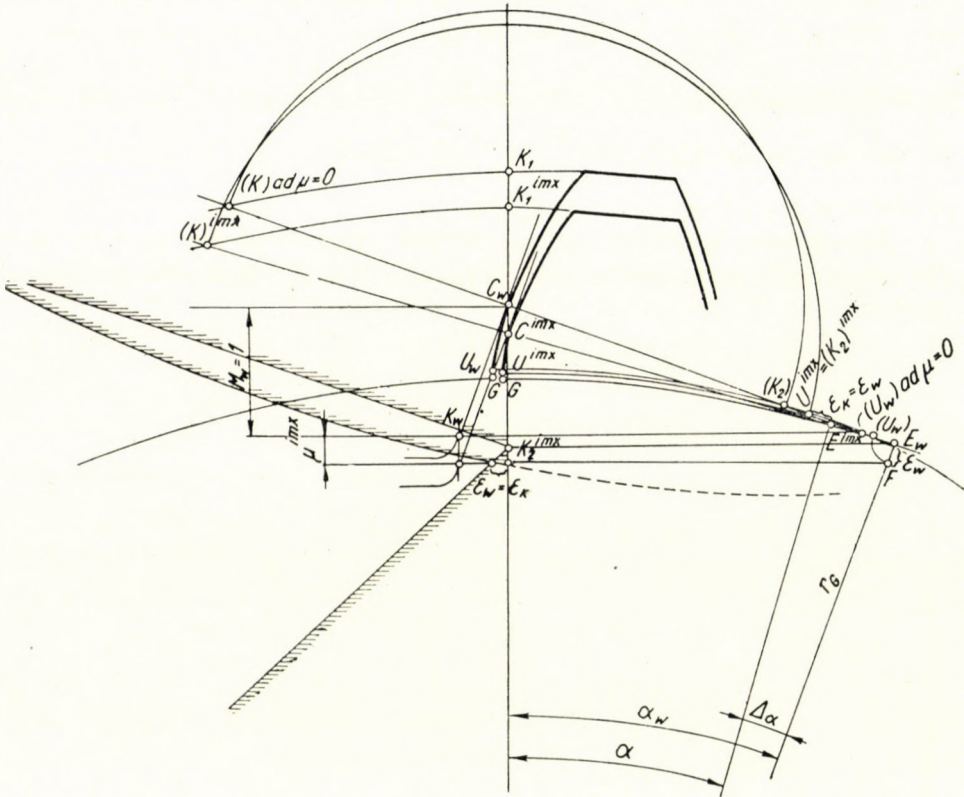


Fig. 9

opinion is, that it should not transgress the limit where undercutting begins. But there are several reasons to admit some slight undercut in cases, where the weakening of the teeth is not critical, or is even desirable in regard of their elastic flexibility. Concerning the diminution of the Hertzian stress, an increment of the active length of contact is by no means insignificant, eminently in relation to lubrication, and so is the flexibility of the teeth. The last root point of the profile produced by undercutting creates doubtless an edge, and that may be taxed to be injurious, as it is the very spot of engagement. But this edge, arising near the root point of the involute, where its radius of curvature is near $= 0$, will not

aggravate the situation, but on the contrary, will grant some elastic deformation of the surface in the direction of its slip [5].

Briefly worded : μ^{imx} is greater at small numbers of teeth. At a greater α_w the ε_w decreases, but ε_K increases rapidly in proportion. In regard of contact length and contact ratio, $\alpha_w = 15^\circ$ is preferable to $\alpha_w = 20^\circ$.

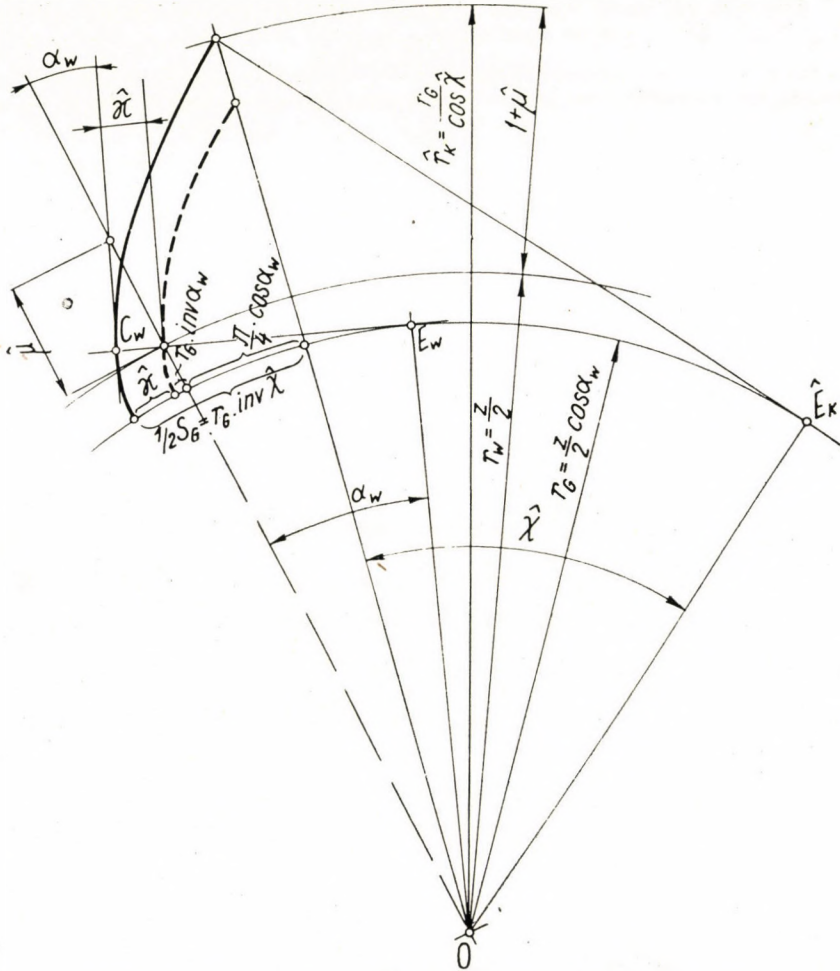


Fig. 10

For $A = 1$ (and for the machining $A = \infty$) surveyable graphs are composed in Fig. 10 and 11. Prelably yet the limiting value $\hat{\mu}$ of tool displacement, producing pointed teeth already, should be determined (Fig. 10). The thickness of the tooth on the base circle :

$$s_G = \frac{\pi}{2} \cdot \cos \alpha_w + 2 \cdot r_G \cdot \text{inv } \alpha_w + 2 \cdot \mu \cdot \sin \alpha_w$$

As: $\text{inv } \hat{\chi} = \frac{s_G}{2 \cdot r_G}$, so it is determined at a given μ .

The crest thickness of teeth on the addendum circle of radius r_K is:

$$s_K = 2 \cdot r_K \cdot (\text{inv } \check{\chi} - \text{inv } \chi_K).$$

If: $s_K = 0$ then the teeth become pointed, and that occurs, when: $\text{inv } \chi_K = \text{inv } \check{\chi}$.

For $\text{inv } \chi_K$ we have: $\cos \chi_K = \frac{r_G}{r_K}$; supposing a standard depth of cut $w = 2 \cdot \frac{1}{6}$, the radius of the addendum circle: $r_K = \frac{z}{2} + 1 + \mu$ and with it $\cos \chi_K$ is known and from the table the annexed value of $\text{inv } \chi_K$ too.

Thus to stepwise increased values of μ a range of corresponding s_G , $\text{inv } \hat{\chi}$, r_K and $\text{inv } \chi_K$ values should be calculated, until $\text{inv } \chi_K = \text{inv } \hat{\chi}$ is attained. The value of μ at this coincidence is then $\hat{\mu}$ (and the corresponding $\hat{r}_K = \frac{z}{2} + 1 + \hat{\mu}$).

It should be considered, that the actual depth of cut is less than $2 \cdot \frac{1}{6}$, the difference:

$$\Delta w = z \cdot \left(\frac{\Delta \text{inv}}{\text{tg } \alpha_w} - \frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha} + 1 \right)$$

is yet negligible; it only signifies, that the teeth do not yet become quite sharp-pointed; but there is no obstacle to accept $\hat{\mu}$ for a limit. In Fig. 11 and 12 also the lines of μ^{tot} and $\frac{1}{2} \cdot \mu^{\text{tot}}$ are given, calculated from: $\mu^{\text{tot}} = 1 - \frac{z}{2} \cdot \sin^2 \alpha_w$, further the converging lines containing the μ_α values (belonging to different working pressure angles α) from $\alpha = 14$ to 27 . Those values are only to be calculated for one (arbitrarily chosen) number of teeth, from:

$$\mu_\alpha = \frac{z}{2} \cdot \frac{\Delta \text{inv}}{\text{tg } \alpha_w},$$

being in linear convergence according to the numbers of teeth.

In the z and μ system of coordinates the curves of the different contact ratios i and also the i_{max} curve are presented.

The calculations connected with Fig. 11 and 12 are cumbersome; they are indeed valid only at $A = 1$, but may as well be used for other ratios with good approximation, if the applied values of μ_{max} are taken to z_1 and to z_2 , and i_{max} is then found at: $z = \sqrt{z_1 \cdot z_2}$.

The two last diagrams should be taken as qualitative indications only and do not lay claim to quantitative precision. The high Hertzian

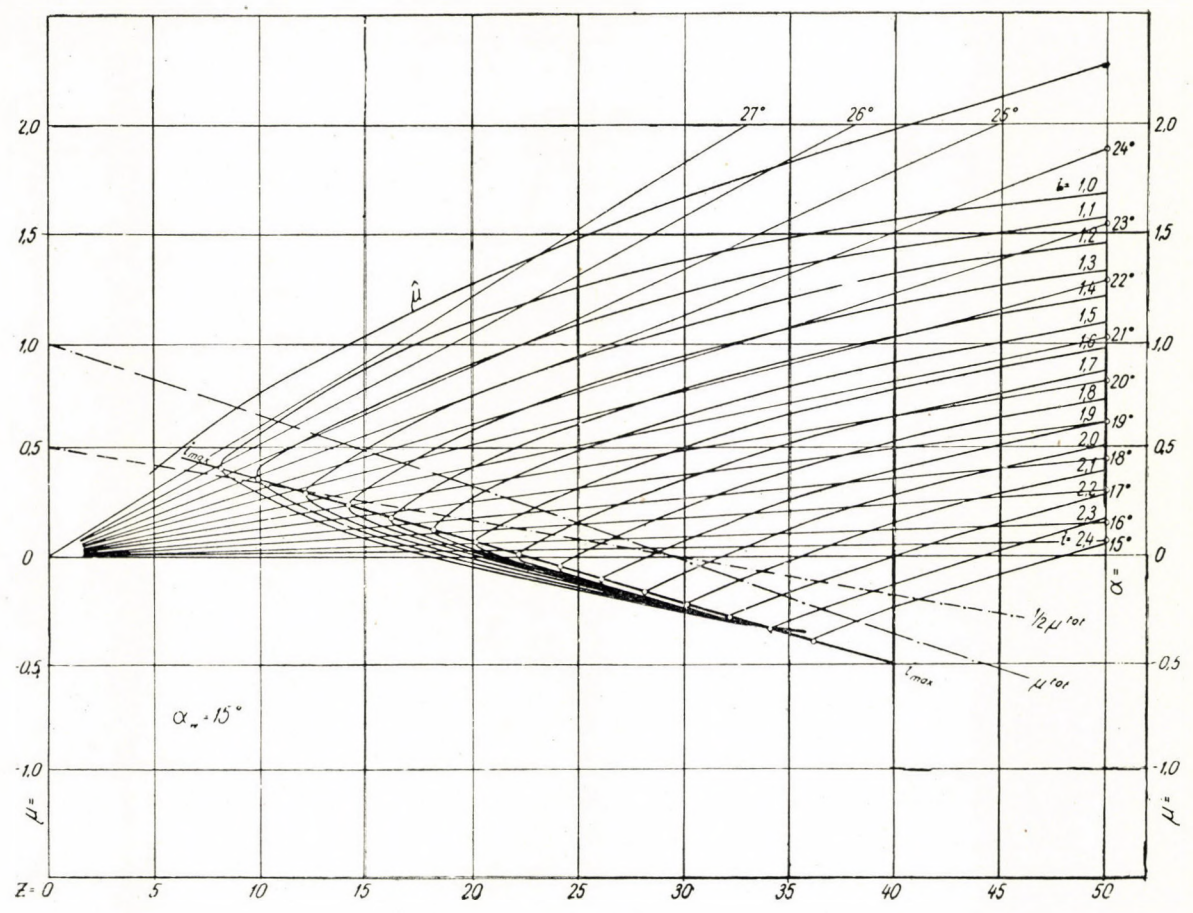


Fig. 11

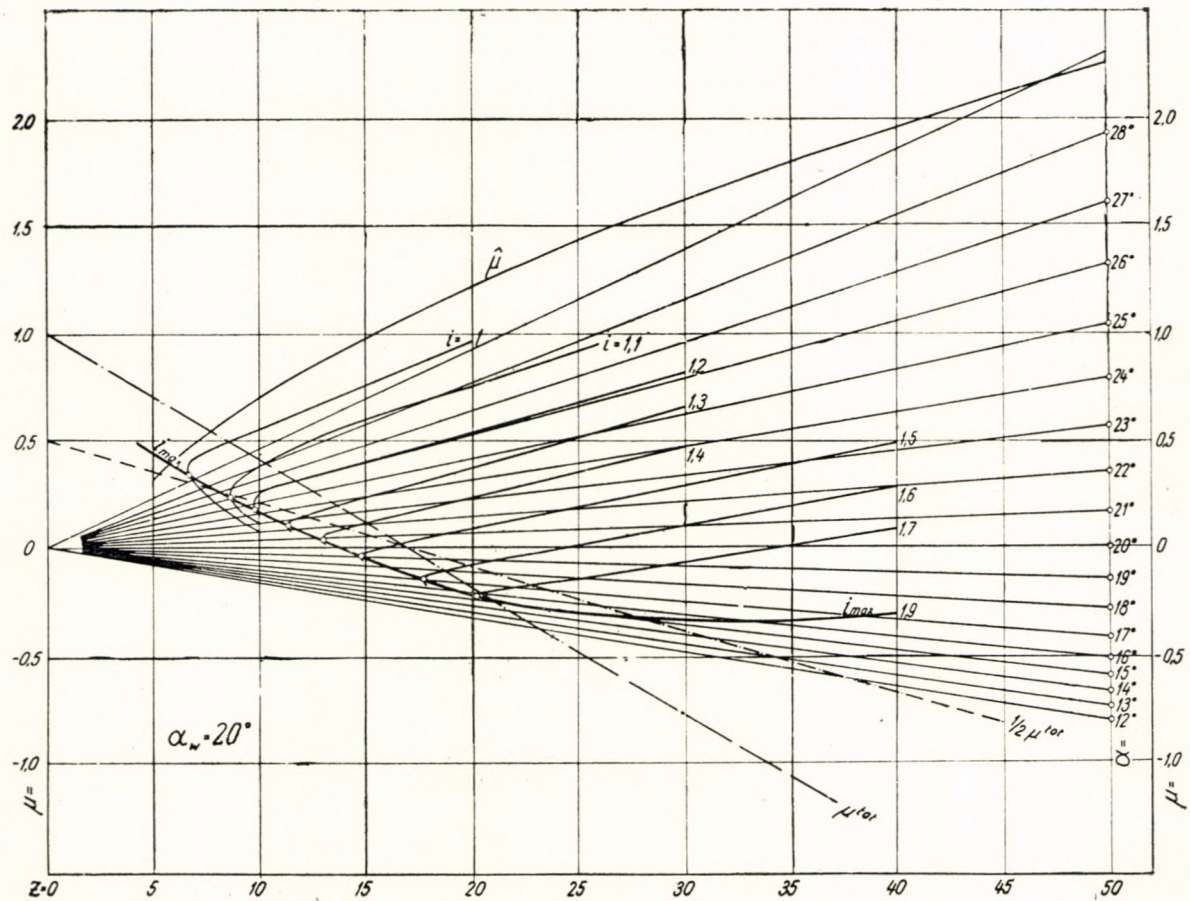


Fig. 12

stresses, — allowable in modern steel alloys —, can not be admitted in gearing, as lubrication can surely not endure them in spite of all hydrodynamical help. For an oil film the maximum linear pressure that it can bear, is decisive. In the case, when more than one pair of teeth are in contact [6], their share of the load is nearly equal [7], so we may confidently (as linear interpolation) take for the linear pressure:

$$p = \frac{P}{B \cdot i \cdot \cos \alpha},$$

where: P = the wanted circumferential force and B the face width of the gear. Evidently p may be considerably reduced by an increment of the contact ratio i and a decrement of the working pressure angle α . The demonstration of the proper way of design in this line was the aim of the present paper.

REFERENCES

- [1] Vidéky, E.: The Rationalisation of Gear Cutting, Press of the Roy. Hung. University. 1933.
- [2] Hofer, H.: Ing. Forsch. V. D. I. Ztschr. Bd. 83. No. 37/38. 20. Sept. 1941.
- [3] Narusé, M.: Technol. Rep. Teheku Imp. University. Bd. 12. 1931. No. 2. S. 133 (referred to by H. Hofer).
- [4] Vidéky, E.: Kinematic and Geometrical Calculations on Involute Spur Gears Acta Tech. of the Hung. Acad. of Sc. 1953. Tom. VI. Fasc. 3—4.
- [5] Vidéky, E.: Tip Relief On Spur Gear Teeth. Acta Tech. of the Hung. Acad. of Sc. 1954. Tom. X. Fasc. 1—2
- [6] Vidéky, E.: Beiträge z. Berechnung d. Zahnräder. Z. d. V. Östr. Ing. u. Arch. 1908. № 36.
- [7] Vidéky, E.: Beitrag z. Berechnungsweise d. Zahnräder. V. D. I. Maschinenbau. 1926. Heft No. 8.

SUMMARY

The design problem of gears answering modern requirements, lays in creating full fluid friction between the mating surfaces. Minimum film thickness required for this purpose, depends in first line on the due reduction of the Hertzian stress arising. Increment of the contact ratio by a reasonable undercut and decrement of the working pressure angle may be successful in this respect. Analysis of the relative conditions.

ВОЗДЕЙСТВИЕ ЧИСЛА ЗУБЬЕВ, НАХОДЯЩИХСЯ В СЦЕПЛЕНИИ, ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ ТОРЦЕВЫХ ШЕСТЕРЕН

Д-р техн. наук Э. ВИДЕКИ

РЕЗЮМЕ

При конструировании шестерен, соответствующих современным повышенным требованиям, основная проблема заключается в том, чтобы обеспечить сплошное жидкостное трение между поверхностями находящихся в сцеплении зубьев. Толщина масляной пленки, необходимая для обеспечения этого условия, может быть уменьшена до крайнего предела лишь соответствующим снижением образующихся напряжений Герца.

Увеличение числа зубьев, находящихся в сцеплении, путем небольшого сбег и уменьшения бегового угла сцепления могут дать положительные результаты. Анализ всех связанных с упомянутым выше условий.

L'INFLUENCE DU RAPPORT DE CONTACT DANS LES ÉTUDES DES ENGRENAGES

Prof. E. VIDÉKY
Docteur des Sciences Techniques

RÉSUMÉ

Dans l'étude des engrenages qui répondent aux conditions de service sévères rencontrées aujourd'hui, le problème fondamental est le maintien de la friction fluide parfaite entre les surfaces de dents en prise. L'épaisseur du film d'huile nécessaire à ces fins ne peut être diminuée à une valeur réalisable que par la réduction des tensions Hertiennes.

L'augmentation du rapport de contact par un léger détalonnage, ainsi que la réduction de l'angle de pression de fonctionnement, peuvent être d'un secours appréciable. Les circonstances de l'application de ces moyens sont analysées dans l'article.

DER EINFLUSS DES ÜBERDECKUNGSRADES BEIM ENTWURF VON STIRNRÄDERN

Prof. E. VIDÉKY
Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Beim Entwurf der den erhöhten Ansprüchen der Gegenwart entsprechenden Zahnräder besteht das Grundproblem in der Sicherung der vollen Flüssigkeitsreibung zwischen den Schaltzahnflächen. Die zu diesem Zwecke notwendige Verminderung der Dicke der Flüssigkeitshaut lässt sich nur durch eine entsprechende Mässigung der entstehenden Hertzischen Spannungen verwirklichen.

Hierbei können die Erhöhung des Überdeckungsgrades durch einen geringen Unterschnitt sowie auch die Verminderung des laufenden Schaltwinkels eine massgebliche Hilfe leisten. Schliesslich werden die mit den obigen Verhältnissen zusammenhängende Umstände analysiert.

CALCULATION OF THE AVERAGE NUMBER OF REVOLUTIONS OF ROTARY FINDERS

F. SIMON

EX-STANDARD TELECOMMUNICATION WORKS, BUDAPEST

[Manuscript received 3rd May, 1954]

1. Introduction

The average hunting time of the so-called backward hunting finders used in Rotary exchanges, according to Fig. 1, is known. The principle of arrangement and the result of calculations are the following:

On the arc of every one of N backward hunting finders, the same lines are multiplied. If any of these lines calls, all free finders start hunting for the calling line. The brushes rotate until one of them reaches the terminal to which the calling line is connected. Then each finder stops. In case of a fresh start, the free finders part from the terminals where they have stopped at the end of the previous hunting; in other words, the finders have no normal position, the position of their brushes is quite arbitrary.

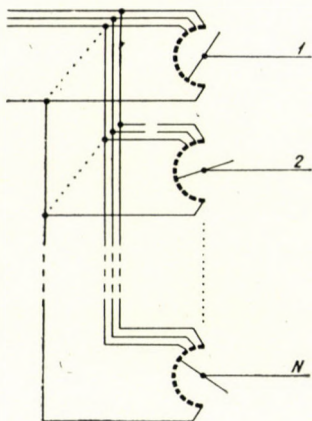


Fig. 1

According to J. Kruithof,* if n finders hunt for one terminal — the position of which on the arc is arbitrary — the average number of revolutions per finder, needed for finding the terminal in question, is

$$f = \frac{1}{n + 1}. \quad (\text{B. 1.})$$

Knowing the distribution of the simultaneously existing calls, the average number of revolutions per finder in the busy hour may be computed. E. g., the Erlang formula gives, if the group of finder circuits consists of N circuits and if the traffic of the group is Y , the probability P_i of i circuits amongst the N being occupied. The number of free circuits is therefore $(N-i)$. In

* J. Kruithof, Some Rotary Traffic Switching Methods — *Electrical Communication* 1937, p. 108.

the case of a call at this instant, $(N-i)$ finders start hunting. The average number of revolutions per call will be, considering (B. 1.):

$$F = \sum_{i=0}^{i=N-1} \frac{P_i}{N-i+1}. \quad (\text{B. 2.})$$

The average number of revolutions is thus a function of the traffic Y of the group and of the number N of the circuits, but it does not depend directly on the capacity of the finders.

The average hunting time is calculated from the number of revolutions F , the speed of the brushes V expressed in terminals per second, and the number of terminals C on the finder,

$$t = \frac{FC}{V}. \quad (\text{B. 3.})$$

According to the above, one may calculate how many revolutions are accomplished by one finder during the busy hour.

Let there be h the number of calls carried by the group of finders during the busy hour. The $(N-i)$ finders starting to hunt may be chosen in

$$\left[\begin{matrix} N \\ N-i \end{matrix} \right]$$

manners from amongst the N finders. The one finder we have pointed out is among them in

$$\left[\begin{matrix} N-1 \\ N-i-1 \end{matrix} \right]$$

cases. Thus the probability of our chosen finder starting to hunt, being one of $(N-i)$ hunting finders, is

$$\frac{\left[\begin{matrix} N-1 \\ N-i-1 \end{matrix} \right]}{\left[\begin{matrix} N \\ N-i \end{matrix} \right]} \cdot P_i = \frac{N-i}{N} P_i.$$

In these cases our switch accomplishes

$$\frac{1}{N-i+1}$$

revolutions. Finally, the average number of revolutions of any individual finder per busy hour will be determined by varying i from 0 to $(N-1)$:

$$h \sum_{i=0}^{i=N-1} \frac{1}{N-i+1} \cdot \frac{N-i}{N} P_i.$$

Applied to longer time intervals, this formula serves accurate results. Its disadvantage is that, already in the case of a small group of circuits, it needs protracted calculations. For this reason, the calculation of the average hunting time and the average number of revolutions of one finder at the busy hour is accomplished in practice by approximate calculations. An example of the method will be shown at the end of this paper.

These calculations are suitable for determining the number of revolutions of the finders in the case of those connections, where several finder-type switches hunt for one determined terminal. But this method of calculation cannot be used for computing the revolutions in the case of a lay-out where the finders of

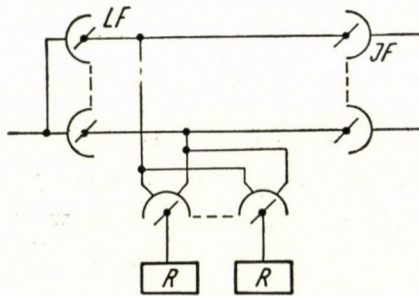


Fig. 2

the group stop after hunting amongst several terminals. This switching principle is used, e. g., in the 7A-2 sub-exchanges and in the 7D-PABX exchanges for the registers. The circuit diagram of traffic concentration is shown in Fig. 2. The operation of the scheme is the following :

The subscriber's line circuit and the starting circuit which operate upon the call of the subscriber, start the available finders of the link finder circuit group, on the arcs of which are multiplied the link circuits connecting the line of the calling subscriber. Each free link finder hunts until it seizes one free link circuit. Then the line finder of the seized link circuit starts hunting. As soon as one line finder seizes the calling line, it stops, the starting circuit is interrupted, the other line finders and any still turning link finders stop.

In order to calculate the average number of revolutions of the link finders we will assume, as a first approximation, that on the one hand there are more free link circuits than there are free link finder circuits, and on the other hand, that the link finders rotate — i. e. the hunting for the calling line is protracted — until all free link finder circuits have found a free link circuit. The first part of our task will therefore be to look for a calculation method giving the average number of revolutions of the brushes for the case of «several switches hunt each for a single one among several free circuits». In the following pages we first will develop our

solution of this old problem, and then we will use this solution for computing the average number of revolutions of the finders.

The order of our calculations will be the following :

1. *Two finders hunt for two free circuits.* In that chapter we will compute the average number of revolutions for this simple case. The method of treatment will put the problem well into evidence, but will not be suitable for deducing a general formula.

2. *Method of determination of the average number of revolutions in the case of « m finders hunt among n free circuits».* Here we will treat a method for the solution of this problem together with proving its correctness.

Knowing the method of computing the number of revolutions, we may search for a simplified formula. This will be treated in the following chapter, i. e.

3. *A formula for the average number of revolutions in the case when « m finders hunt amongst n free circuits».* This formula permits to trace the

4. *Diagrams for quick calculation of the average number of revolutions.* Here we show that our formula is a special case of formula B. 1., therefore our method furnishes also the proof — which has been missing so far — for the general case.

5. *Utilization of the results.* In this chapter we will use diagrams for solving our problem and as an example, we will compare different methods of traffic concentration.

1. Two finders hunt for two free circuits

The finders have no normal position, therefore we may fix the position of one finder without impairing the general validity of the treatment. We fix the position of that finder, for which we examine the average number of revolutions per call for all possible combinations of the other finder and the two free terminals. The other finder and the free terminals may be arranged in three ways, as shown in Fig. 3. The horizontal lines represent the arc, developed in a

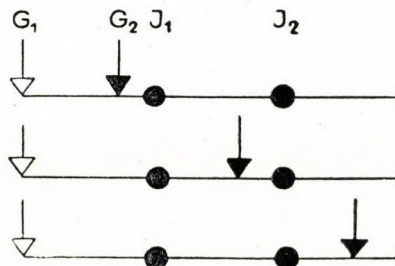


Fig. 3

plane and then seen perpendicular to the plane of movement of the brushes. G_1 is the brush of the chosen finder, G_2 the brush of the other finder, J_1 and J_2 are the free terminals. At start, the brushes proceed from the left to the right.

E. g. in the case of arrangement (1), the brush G_2 which proceeds ahead of brush G_1 arrives first at terminal J_1 , where it stops and seizes it. Because of this, G_1 oversteps J_1 and stops at J_2 .

The displacement of the brush of finder G_1 will be different for each arrangement. Let us consider one by one the various arrangements and let us compute for each one the partial number of revolutions. We will obtain the average number of revolutions, by multiplying the partial revolutions belonging to each arrangement with the relative frequency of its occurrence, and summing the partial results.

The distance of the various elements from brush G_1 , measured in numbers of terminals, will be denoted according to Fig. 4.

1st arrangement

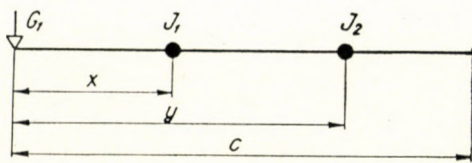


Fig. 4

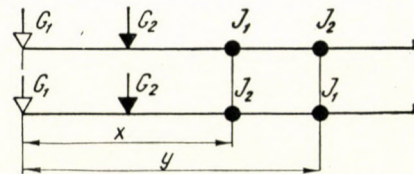


Fig. 5

G_2 is between G_1 and J_1 , i. e. somewhere within the distance x . If $x \leq y \leq C$, G_1 stops at terminal J_2 and G_2 on terminal J_1 . Brush G_1 passes over y terminals until it reaches J_2 . This displacement must be weighted by the relative frequency of the arrangement, i. e. the probability x/C of the «mobile» element G_2 being within the distance x . The weighted displacement of the brush

$$\frac{x}{C} y$$

depends first on the position of J_2 : y may vary from x to C . By integration between these limits, we get a surface based on $C - x$:

$$\int_x^C \frac{x}{C} y dy. \tag{1}$$

If the distance y , of J_2 measured from the origin, is smaller than x , i. e. terminal J_2 is situated ahead of J_1 , then G_1 will seize J_1 , according to Fig. 5, after a displacement x and G_2 will stop within y in conformity with the 1st arrangement, with a probability of y/C .

The displacement weighted by the probability will be :

$$\frac{y}{C} x.$$

Firstly, it depends on y , which may vary from 0 to x . Integrating between these limits

$$\int_0^x \frac{y}{C} x dy, \quad (2)$$

we get an area of base x . The sum of integrals (1) and (2) is a surface based on C . The average height of it — the height of the rectangle having the same base C — is :

$$\frac{1}{C} \left[\int_x^C \frac{x}{C} y dy + \int_0^x \frac{y}{C} x dy \right] = \frac{x}{2}.$$

The average number of revolutions f belonging to the 1st arrangement, weighted by the relative frequency, can now already be calculated as the average of $f_1(x)$, i. e.

$$C f_1 = \frac{1}{C} \int_0^C \frac{x}{2} dx = \frac{C}{4},$$

from where

$$f_1 = \frac{1}{4}.$$

2nd arrangement

By reasoning in a way similar to the one followed in the previous case, we obtain the displacement of the brush, weighted by its relative frequency, for the 2nd arrangement, still as a function of x :

$$\frac{1}{C} \int_x^C \frac{y-x}{C} x dy + \int_0^x \frac{x-y}{C} y dy = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{C} + \frac{2x^3}{3C^2}.$$

The average number of revolutions f_2 weighted by its relative frequency, in case of the 2nd arrangement of the elements, is

$$C \cdot f_2 = \frac{1}{C} \int_0^C \left[\frac{2}{3} \frac{x^3}{C^2} - \frac{x^2}{C} + \frac{x}{2} \right] dx = \frac{1}{12} C$$

$$\text{i. e. } f_2 = \frac{1}{12}.$$

3rd arrangement

The displacement of the brushes weighted by the relative frequency, still as a function of x , is

$$\frac{1}{C} \left[\int_0^C \frac{C-y}{C} x dy + \int_x^C \frac{C-x}{C} y dy \right] = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2C}.$$

The average number of revolutions f_3 weighted by the relative frequency is, for the 3rd arrangement of the elements,

$$C f_3 = \frac{1}{C} \int_0^C \left[\frac{x}{2} - \frac{x^2}{2C} \right] dx = \frac{C}{12}, \text{ or } f_3 = \frac{1}{12}.$$

The sum of the partial results gives the average number of revolutions F for the case of «two finders hunt for two circuits» :

$$F = f_1 + f_2 + f_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}.$$

2. Method of determination of the average number of revolutions in the case of «m finders hunt among n free circuits»

Let us assume that m finders start in order that each one may seize one of the free circuits multiplied on the arcs. Our task is to determine the average displacement of the one chosen finder G_1 , which we have pointed out, until it finds a free terminal. We assume that the number of available circuits $n \geq m$ and that at the instant of start, the brushes and available circuits may be located, with equal probability, on any position of the arc. For obvious reasons of symmetry we do not restrict these conditions if we point out one finder G_1 , fix its position, slit up the arc at the point of fixation and develop it in a straight line. The finder G_1 is thus placed at the origin of the straight line.

The displacement of the brushes of finder G_1 depends on the following three factors :

a) It depends on which points of the arc of length C are occupied by the $(m - 1)$ finders and the n terminals, i. e. it depends on the location of the

$$S = m - 1 + n$$

elements in each case.

b) It depends on the iterative permutations of the brushes and the terminals, produced by their scattering.

c) Finally, it depends on the rule for the seizure of the free terminals, which determines for a given arrangement of the brushes and of the free terminals, on which terminal will stop the chosen finder. This rule may concisely be stated as follows : each of the simultaneously starting finders will rotate until it reaches a free terminal. There it stops and seizes the terminal.

In conjunction with the factors *a)* and *b)* we immediately may state, that the same points on the arc may be filled in by brushes and terminals in any arrangement, and that the probability for each arrangement is the same. But inversely as well : for the same arrangement of the elements, the filled-in positions may be different ones.

These remarks lead to deduce the displacement of the finder for the individual cases from two «drawing of lots» independent of each other, where the result of the «drawing» is evaluated by a certain stated rule. Recognition of these facts permits to reduce the calculation of the average finder displacement to the solution of simple problems. This deduction of the finder displacement by «drawing lots» is the following :

a') On any point of a straight line of length C , any of S equal elements may be thrown with equal probability. Let us throw these elements, and let us point out one of the positions filled in by an element in the following way :

b') Let us select by «drawing lots» any of the repeated permutations of $(m-1)$ equal elements — brushes — and n elements which differ from the former but are equal between themselves — free terminals — and then

c') let us determine the order number of the position belonging to this permutation according to the rule of «occupying the free circuits». The displacement of the chosen brush G_1 will be the distance, from the origin of the straight line, of that of the elements placed according to rule *a'*, which has an order number equal to the order number of the point determined just now.

This deduction of the average number of revolutions of the finders by «drawing lots» in several steps, obviously will lead to the same value as the original «one-step» treatment of the problem. The average value of the finder displacements calculated according to instruction (*a'*, *b'*, *c'*) will be the same as the mean of the distances from the origin of the positions, selected accord-

ing to rules (b' , c') from amongst the positions of the elements scattered according to (a').

In order to prove this statement, let us examine which is the average value, weighted by its frequency, of that partial group of finder displacements, which is characterized by the finder G_1 stopping always at the terminal which is in the i -th position. Let the aggregate number of terminals and of finders ahead of G_1 be S . Let there be $dP_{a'}(x)$ the probability of the i -th element getting into the space dx , which is at a distance x from the origin, when the elements are distributed by the «drawing of lots» (a'). To realize the case of hunting specified just now it is necessary that the «drawing of lots» (b') result in such a distribution of finders and terminals, where a free terminal gets into the i -th position, and where the distribution of the finders and of the free terminals situated ahead of position « i » is such, that according to rule (c') the finder G_1 really stops at the i -th position, i. e. after the displacement x . Let there be $P_{b'c'}(i)$ the probability of this. As a consequence of the nature of the «drawing of lots» (b') and the rule (c') the value of $P_{b'c'}(i)$ is independent of x .

The average value of the finder displacement, f_i , defined in this way, may now be written

$$Cf_i = \int P_{b'c'}(i) \cdot x \cdot dP_{a'}(x) = P_{b'c'}(i) \int x dP_{a'}(x) = P_{b'c'}(i) \cdot X_i,$$

where X_i — as may be read from the equation — is the average distance from the origin of the i -th element out of the elements distributed according to rule (a'). The right side of our equation

$$Cf_i = P_{b'c'}(i) X_i \quad (1)$$

is here nothing else, but the product of the average distance of the positions being the i -th according to instruction (a'), by the probability of finder G_1 finding the first free terminal in the i -th position.

The average number of revolutions, if the number of finders is m , the number of free terminals n , will be

$$F(m, n) = \sum_1 f_i, \quad (2)$$

where summation must extend to all possible positions.

(1) and (2) already prove our assumption, at the same time they give a rule for the calculation of the average number of revolutions $F(m, n)$. The various steps of the calculation are the following :

I. Determination of the average placement of the elements scattered according to rule (a'). The concrete formulation of this problem is the following :

Let there be the probability of S equal elements being placed on any point of the straight line of length C uniform. Let us enquire what will be the average distance X_i of the last, last-but-one etc., finally of the first element.

II. $P_{b'c'}(i)$ is the second factor producing the partial number of revolutions f_i . For determining it the following rules may be used :

Let there be $(m - 1)$ uniform elements — brushes — and $n > m$ other elements, equal between themselves but different from the first ones — free terminals. Let us classify the permutations of these elements into groups. The permutations belonging to one group let be characterized by the condition, that in case of the brushes starting simultaneously, the brush placed at the origin of the brush-and-terminal sequence, always seizes the same terminal. The probability $P_{b'c'}(i)$ that the chosen brush stops at the i -th position, is equal to the ratio of the number of permutations belonging to the group, to the total number of permutations.

Knowing $P_{b'c'}(i)$ and X_i , f_i may be calculated, as it is their product. Finally, the summation of the various f_i leads to the value for $F(m, n)$.

According to this program, we will search for the law determining the average places of the positions, and then — for the time dealing only with a concrete problem — we will demonstrate the method of calculating the probability $P_{b'c'}(i)$.

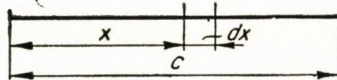


Fig. 6

Ad I. The average placement of the elements

The probability that a certain element out of a total of S elements is placed within a certain space dx , situated at a distance x from the origin, may be calculated as the product of two partial probabilities. The first is

$$\frac{dx}{C},$$

i. e. the probability of the element in question being in the space dx , the other

$$\left(\frac{x}{C}\right)^{S-1}$$

the probability of the other $(S - 1)$ elements being ahead of it. The product

$$\left(\frac{x}{C}\right)^{S-1} \frac{dx}{C}$$

involves the restriction, that in the space dx there may be only one chosen element. But if we permit that any of the S elements may be the last, so the probability of the last element getting into dx will be S -times larger and equal to the searched probability :

$$dP_{a'}(x) = S \left(\frac{x}{C} \right)^{S+1} \frac{dx}{C}.$$

The mean value X_S of the distance x from the origin of the last element is thus

$$X_S = \int_0^C x dP(x) = S \int_0^C \left(\frac{x}{C} \right)^S dx = S \left[\frac{x^{S+1}}{(S+1)C^S} \right]_0^C,$$

from where

$$X_S = \frac{S}{S+1} \cdot C. \quad (3)$$

To get the mean distance of the last element but one, X_{S-1} , the simplest way is to use formula (3) as a recursive formula for the $S-1$ elements being situated within the distance X_S , ahead of the last element. The last of these is according to (3) at a distance

$$X_{S-1} = \frac{S-1}{S} X_S = \frac{S-1}{S} \cdot \frac{S}{S+1} \cdot C = \frac{S-1}{S+1} C \quad (4)$$

from the origin.

In general, if the mean distance of the $(i+1)$ -th element is

$$X_{i+1} = \frac{i+1}{S+1} C$$

so the distance of the element just ahead of it is, according to (3)

$$X_i = \frac{i}{i+1} X_{i+1} = \frac{i}{S+1} C. \quad (5)$$

Equation (4) being true for $i = (S-1)$, (5) can be considered as having been proved by general induction.

We can sum up our result as follows : *the average positions of the «running» brushes and the terminals are the points which divide distance C into equal parts.*

Ad II. The frequency of the partial numbers of revolutions $P_{b,c}(i)$.

The computation of the frequency of the partial number of revolutions may be carried out for the concrete values of m and n , according to the instruction given in point II, without a general formula being needed. We will now demonstrate this method, also for the reason that this way of reasoning will be used in a later chapter for deducing the general formula.

Let us determine, e. g., the average number of revolutions for the case of $m = 3$ and $n = 3$.

The average positions of the

$m - 1 = 2$ «running» finders and the

$n = 3$ free terminals

will be the points dividing distance C into

$$S + 1 = m + n = 6$$

equal parts. Brush G_1 is placed at the origin of the straight line. In the following

$$S = 5$$

positions the 2 «running» finders and the 3 terminals may be placed in as many ways, as there are permutations differing from each other, i. e. in

$$\frac{S!}{(m-1)!n!} = \frac{5!}{2!3!} = 10 \text{ ways.}$$

From the number of permutations we have omitted the permutations of equal elements between themselves, as these do not influence the displacement of finder brush G_1 .

But instead of searching for the permutations of the elements it is more comfortable to formulate our question by asking in how many ways may be placed $(m - 1)$ and n elements, respectively, in the S positions, or in other words, what will be the number of the combinations of order $(m - 1)$ and of order n of S elements,

$$\left[\begin{matrix} S \\ m-1 \end{matrix} \right] \text{ and } \left[\begin{matrix} S \\ n \end{matrix} \right].$$

Fig. 7 shows the 10 different permutations. Examining them, we see that e. g. in the first arrangement G_1 stops on the 5th position. The finder which is at position 2 will seize terminal 3, the finder which is at position 1 will find the first

free position at terminal 4 and thus G_1 may only seize the terminal at the last, 5th position. The same is the case with the second arrangement, the 1st finder will seize the terminal at position 2, the 3rd finder will seize the terminal at position 4 and again only the terminal at position 5 is left available for finder G_1 .

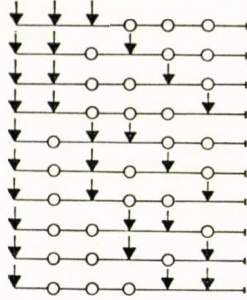


Fig. 7

By similar considerations one may conclude that with the third and fourth arrangement G_1 will stop at the 3rd position, and with the other six arrangements G_1 will seize the terminal at position 1.

Summed up :

$X_5 = 5 \frac{C}{6}$ is the displacement of the finder in 2 cases, i. e. with the frequency

$$P_5 = \frac{2}{10} .$$

$X_3 = 3 \frac{C}{6}$ is the displacement of the finder in 2 cases, i. e. with the frequency

$$P_3 = \frac{2}{10} .$$

$X_1 = \frac{C}{6}$ is the displacement of the finder in 6 cases, i. e. with the frequency

$$P_1 = \frac{6}{10} .$$

The partial numbers of revolutions, weighted with the relative frequencies, are, according to (1) :

$$Cf_1 = P_1 \cdot X_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{C}{6} = \frac{3}{30} C$$

$$Cf_3 = P_3 \cdot X_3 = \frac{2}{10} \cdot 3 \frac{C}{6} = \frac{3}{30} C$$

$$Cf_5 = P_5 \cdot X_5 = \frac{2}{10} \cdot 5 \frac{C}{6} = \frac{5}{30} C .$$

According to (2), the average number of revolutions is in the case of «three finders hunt amongst three circuits»:

$$F(3,3) = f_1 + f_3 + f_5 = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}.$$

We also may compute the average number of revolutions without using the schema of the different arrangements shown by Fig. 6. Let us calculate the average number of revolutions without drawing the schema of permutations. The calculations shall proceed as follows :

First of all we note that the partial numbers of revolutions will be whole multiples of the fraction

$$\frac{1}{S+1} = \frac{1}{6}.$$

We also may state that the number of different arrangements will be

$$\left[\begin{matrix} S \\ n-1 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right] = 10.$$

The partial number of revolutions and their frequencies may be determined by the following considerations :

1 will be the number of revolutions for those permutations, where the first element after G_1 — i. e. the element being in position no. 1 — is a free terminal. There are as many of these permutations, as there are possible arrangements of the two other finders in the remaining 4 positions, i. e.

$$\left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right] = 6,$$

therefore according to formula (1)

$$f_1 = \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$$

2 cannot be a number of revolutions. If a terminal is in the first position, G_1 will stop there and if a finder is in the first position, this one will reach the terminal in position 2 sooner than G_1 .

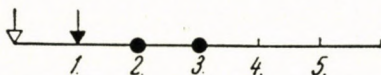


Fig. 8

3 number of revolutions are subject to the following conditions : a free terminal in the 3rd position, where G_1 may stop ; a terminal in the 2nd position,

because if there were a finder, this would seize the 3rd position sooner than G_1 ; a finder must be in the 1st position, otherwise G_1 would stop there.

The arrangement of the first three positions according to these conditions as shown in Fig.8 does not lead to a contradiction, the 1st finder seizes the terminal which is in position 2 and the 3rd position remains free for G_1 .

As many arrangements satisfy our conditions, as there are possibilities of placing the still remaining finder in the remaining 4th and 5th positions, i. e.

$$\left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] = 2,$$

therefore according to formula (1)

$$f_3 = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{30}.$$

$\frac{4}{6}$ cannot be a number of revolutions. For this case, it would be necessary that, in analogy to the three conditions enumerated in connection with f_3 , the 1st, 3rd and 4th positions should be filled in according to Fig. 9.

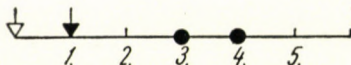


Fig. 9

Now, if in the free 2nd position there is a finder brush, G_1 may find a free terminal only in the 5th position, and if a terminal is in the 2nd position, G_1 stops in the 3rd position, but cannot stop at all in the 4th position. In the case of $\frac{5}{6}$ revolutions, the analogy of what has been stated for f_3 , a finder brush in the 1st position and terminals in the 4th and in the 5th positions. In the intermediate positions, 2 and 3, a terminal and a brush can be placed in two manners, so according to formula (1)

$$f_5 = \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{30}.$$

These 5 cases completely exhaust all possibilities of the stopping of G_1 . We have produced each member of formula (2), and so the average number of revolutions can be calculated :

$$F(3,3) = \frac{3}{30} + \frac{3}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}.$$

In the following chapter we will deduce the formula for the average number of revolutions $F(m, n)$ by this second method.

3. The formula for the average number of revolutions for the case of « m finders hunt amongst n free circuits»

Number of finder brushes : m

Number of free terminals : n

Number of positions : $S = m - 1 + n$

The number of different permutations of the $(m - 1)$ «running» finders and the n terminals is

$$\left[\begin{matrix} S \\ m - 1 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} m + n - 1 \\ m - 1 \end{matrix} \right].$$

The partial number of revolutions will be whole multiples of the fractions

$$\frac{1}{S + 1} = \frac{1}{m + n}.$$

We will prove, that *only odd whole multiples must be considered, i. e. finder G_1 can only stop on terminals being in a position with an odd order number.*

To prove this statement, let us assume the opposite, i. e. that G_1 will stop on the terminal occupying position $2k$. Between G_1 and the $2k$ -th position remain $(2k - 1)$ odd positions which may be filled in only if either the number of brushes is larger than the number of terminals, or if the inverse is the case. The brushes of these intermediate finders all proceed ahead of the brushes of finder G_1 . As for their stopping, there are two possibilities :

1a) All stop within the first $2k$ positions. This case may occur only if there are less finders than terminals ; but then there still remains a free terminal ahead of the terminal in position $2k$, which G_1 would therefore seize. The other case, i. e.

1b) every finder stops and there remains no free terminal — may not occur, because the number of finders is not equal to the number of terminals.

2. There remain finders which did not stop. But in continuing to rotate they seize the terminal at position $2k$, before G_1 arrives there.

The result of our considerations is therefore, that $\frac{2k}{m + n}$ number of revolutions leads to contradictions, or in other words, brush G_1 may stop only on a terminal of odd order number. In the case of an odd multiple, e. g. of $(2k + 1)$, G_1 stops at the terminal being in position $(2k + 1)$. In the intermediate

$2k$ positions there must be less finders than terminals. If there were namely less finders than terminals G_1 would seize an intermediate, not occupied terminal; if there were more finders than terminals, the intermediate finders could not stop in the meantime and would seize position $(2k + 1)$ before G_1 could arrive there.

The average number of revolutions F may be calculated, according to the formula (2) of the previous chapter, as the sum of the partial numbers of revolutions weighted by the relative frequency:

$$F = \sum_k f_{2k+1}.$$

f_{2k+1} with regard to the recursive character of the general formula on the one hand, and in the interest of more intuitive evidence, on the other hand, it is expedient to begin with concrete values of k .

$f_1; \frac{1}{m+n}$ is the number of revolutions in case there is a terminal in the 1st position. There are as many of such arrangements, as there are ways for placing the remaining $(m-1)$ brushes in the not yet filled-in

$$S - 1$$

positions, thus

$$\left[\begin{array}{c} S-1 \\ m-1 \end{array} \right].$$

f_1 , the partial number of revolutions weighted with the relative frequency, will be

$$f_1 = \frac{\left[\begin{array}{c} S-1 \\ m-1 \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{c} S \\ m-1 \end{array} \right]} \cdot \frac{1}{m+n}.$$

$f_3; \frac{3}{m+n}$. The conditions for this number of revolutions are:

- a free terminal in the 3rd position, on which G_1 may stop;
- a terminal in position 2, because if there were a finder, this one would seize position 3 before G_1 ;
- a finder must be in position 1, otherwise G_1 would stop there.

These conditions leave only one possibility for the arrangement of the 1st and 2nd positions which are ahead of the 3rd position. If we designate by g

the number of permitted arrangements of the intermediate elements, so in our case

$$g_3 = 1.$$

To $\frac{3}{m+n}$ numbers of revolutions lead as many arrangements, as the times when the remaining

$$m - 2$$

brushes can be disposed in the not yet filled-in

$$S - 3$$

positions, i. e.

$$\left[\begin{array}{c} S - 3 \\ m - 2 \end{array} \right].$$

With this

$$f_3 = \frac{\left[\begin{array}{c} S - 3 \\ m - 2 \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{c} S \\ m - 1 \end{array} \right]} \frac{3}{m + n}.$$

$f_5; \frac{5}{m+n}$. To this number of revolutions correspond, similarly to the conditions for f_3 :

a terminal in position 5,

a terminal in position 4,

a brush in position 1.

The elements in positions 1-4 must be composed of equal quantities of terminals and brushes, therefore in the 2nd and in the 3rd positions may be only one brush and one terminal, permitting a total of two arrangements. With this, the number of possible arrangements of the intermediate elements becomes :

$$g_5 = 2.$$

In the $(S - 5)$ positions which are consecutive to the first five ones, the still remaining $(m - 3)$ brushes may be placed in

$$\left[\begin{array}{c} S - 5 \\ m - 3 \end{array} \right]$$

manners. The above number of revolutions will therefore occur in

$$2 \left[\begin{array}{c} S - 5 \\ m - 3 \end{array} \right]$$

cases. With this

$$f_5 = \frac{2 \begin{bmatrix} S-5 \\ m-3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} S \\ m-1 \end{bmatrix}} \cdot \frac{6}{m+n}$$

f_7 ; $\frac{7}{m+n}$. Conditions:

a brush in position 1,
 terminals in positions 6 and 7,
 in the 2nd, 3rd, 4th and 5th positions 2 finder brushes and 2 terminals.
 But from the total of

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 6$$

combinations, the case of «first two terminals» (in the 2nd and 3rd positions) does not lead to the above $\frac{7}{m+n}$ value, because this arrangement would lead to the number of revolutions $\frac{3}{m+n}$. Therefore the number of arrangements, which conform to the conditions for f_7 , will be

$$g_7 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} - g_3 = 6 - 1 = 5.$$

In the remaining $S - 7$ positions, $(m - 4)$ brushes may be placed in

$$\begin{bmatrix} S-7 \\ m-4 \end{bmatrix}$$

ways.

The number of revolution $\frac{7}{m+n}$ may occur now

$$5 \begin{bmatrix} S-7 \\ m-4 \end{bmatrix} \text{ times.}$$

With this

$$f_7 = \frac{5 \begin{bmatrix} S-7 \\ m-4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} S \\ m-1 \end{bmatrix}} \cdot \frac{7}{m+n}$$

f_9 ; $\frac{9}{m+n}$. Conditions:

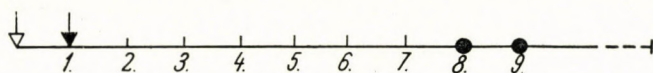


Fig. 10

a brush in position 1,
terminals in positions 8 and 9.

The number of inner positions is 6, in these 3 brushes and 3 terminals may be placed in

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = 20$$

ways. But from these lead to

f_3 those, where 2 terminals are in the 2nd and 3rd position. The number of such combinations is equal to the number of possible placings of the third finder in the remaining 4th, 5th, 6th and 7th positions, i. e.

$$g_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 4.$$

To f_5 lead those cases, where a terminal is in positions 4 and 5, and 1 finder + 1 terminal in positions 2 and 3 (see under f_5). The number of these combinations is — as there remain only two finders for placing in the 6th and 7th positions —

$$g_5 = 2.$$

f_7 The conditions for this are : in the 6th and 7th positions must be terminals and ahead of it, in the 2nd — 5th positions, must be 2 brushes and 2 terminals. But there is no such combination, because the intermediate elements consist of 3 brushes and 3 terminals instead of the required 2 brushes and 4 terminals.

Finally, the number of combinations of the intermediate elements which must be considered for the case of

f_9 is :

$$g_9 = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} - g_3 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} - g_5 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = 20 - 4 - 2 = 14.$$

The second factor of the combinations leading to $\frac{9}{m+n}$ numbers of revolutions is equal to the number of $(m-5)$ order combinations of the $(S-9)$ positions consecutive to position 10,

$$\begin{bmatrix} S-9 \\ m-5 \end{bmatrix}.$$

With this, the frequency of the above number of revolutions will be

$$14 \left[\frac{S-9}{m-5} \right].$$

Finally,

$$f_9 = \frac{14 \left[\frac{S-9}{m-5} \right]}{\left[\frac{S}{m-1} \right]} \frac{9}{m+n}.$$

In the general case of k :

$$f_{2k+1}; \frac{2k+1}{m+n}. \text{ Conditions:}$$

a finder brush in the 1st position,
 terminals in the $2k^{\text{th}}$ and $(2k+1)^{\text{th}}$ positions,
 in the intermediate $(2k-2)$ positions
 $k-1$ brushes and
 $k-1$ terminals.

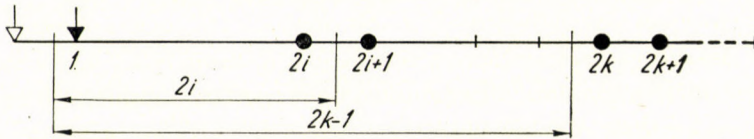


Fig. 11

The number of combinations of the elements between the finder G_1 and the terminal in position $(2k+1)$ is, as the 1st and $2k^{\text{th}}$ positions may be filled in only in one way, i. e. in conformity with the prescribed conditions,

$$\left[\frac{2k-2}{k-1} \right].$$

But amongst these combinations there are such as lead to a number of revolutions smaller than

$$\frac{2k+1}{m+n}.$$

So to

$$\frac{2i+1}{m+n}$$

numbers of revolutions lead those, where in position $(2i+1)$ there is a terminal and in the $2i$ intermediate positions between this position and G_1 there are i

terminals and i finders, arranged in g_{2i+1} kinds of permutations, leading to $\frac{2i+1}{m+n}$ numbers of revolutions (see Fig. 11).

In the subsequent

$$(2k-1) - (2i+1) = 2(k-i-1)$$

positions, which may be filled in variously, may be placed

$$k-1 - (i+1) = k-i-2$$

terminals, arranged in

$$\left[\begin{matrix} 2(k-i-1) \\ k-i-2 \end{matrix} \right] \text{ combinations.}$$

With this, the number of combinations of the intermediate elements leading to $\frac{2i+1}{m+n}$ revolutions becomes

$$g_{2i+1} \left[\begin{matrix} 2(k-i-1) \\ k-i-2 \end{matrix} \right].$$

The value of i may vary from 0 to $(k-2)$.

On the occasion of calculating f_1 , we have given no definition for the value g_1 of g_{2k+1} , belonging to the parameter $k=0$, as in this case there have been no elements between G_1 and the 1st position. Nevertheless, it is useful to introduce also the value

$$g_1 = 1.$$

In algebra, the same situation occurs with the definition

$$\left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right] = 1,$$

the sense of which «no element may be selected in one way only from no element, i. e. in no manner», we may apply here literally as well.

i cannot be equal to $(k-1)$.

In such a case, G_1 would stop in the position having the order number

$$2i+1 = 2(k-1) + 1 = 2k-1.$$

One of the conditions for G_1 stopping there is, that in the intermediate $(2k - 2)$ positions the number of finder brushes and the number of terminals are equal. On the other hand, the initial conditions prescribe that the elements between G_1 and the $(2k + 1)$ -th position be uniformly distributed, too, between brushes and terminals. These two conditions cannot be fulfilled simultaneously, because, the initial conditions require also that in positions $2k$ and $(2k - 1)$ there should be terminals.

The arrangement to the contrary is shown in Fig. 12.

Therefore, the intermediate elements may not be arranged in such a manner, which, corresponding to $i = k - 1$, would lead to a number of revolutions

$$\frac{2k - 1}{m + n}$$

Therefore the number of combinations of the intermediate elements which lead to $\frac{2k + 1}{m + n}$ numbers of revolutions is

$$g_{2k+1} = \left[\begin{matrix} 2(k-1) \\ k-1 \end{matrix} \right] - \sum_{i=1}^{i=k-2} g_{2i+1} \cdot \left[\begin{matrix} 2(k-i-1) \\ k-i-2 \end{matrix} \right]. \tag{I}$$

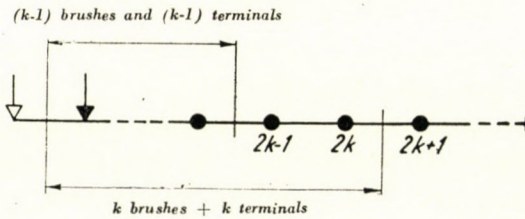


Fig. 12

The other factor affecting the total number of combinations is the number of different arrangements to which the remaining $(m - k - 1)$ finders and as many terminals may combine in the $(m + n - 2k - 2)$ positions not yet filled in. Taking into account this as well, the total number of combinations leading to $\frac{2k + 1}{m + n}$ number of revolutions is

$$g_{2k+1} \left[\begin{matrix} m + n - 2k - 2 \\ m - k - 1 \end{matrix} \right]$$

The relative frequency of our number of revolutions can now already be obtained as the ratio of this number, and of the value

$$\left[\begin{matrix} S \\ m - 1 \end{matrix} \right]$$

which is the number of different possible arrangements of the $(m - 1)$ brushes in the S positions. With this

$$f_{2k+1} = \frac{2k+1}{m+n} \cdot \frac{g_{2k+1} \begin{bmatrix} m+n-2k-2 \\ m-k-1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} S \\ m-1 \end{bmatrix}}. \quad (\text{II})$$

The average number of revolutions of finder G_1 is obtained by summation of the partial values. The upper limit of k is determined by the condition, that in the $2k$ positions ahead of position $(2k + 1)$, the number of brushes and the number of terminals must be equal. According to this, the number of finders in intermediate positions, including G_1 as well, is $(k + 1)$. In the case of the maximum value of k we just exhaust the number of finders m , from where

$$\begin{aligned} k_{\max} \cdot + 1 &= m \\ k_{\max} \cdot &= m - 1. \end{aligned}$$

The average number of revolutions $F(m, n)$ of our finder G_1 in the case of « m finders hunt amongst n free terminals» is :

$$F(m, n) = \sum_{k=0}^{m-1} f_{2k+1} \quad (\text{III})$$

g_{2k+1} may also be calculated by the following, simpler formula :

$$g_{2k+1} = \frac{1}{2k+1} \begin{bmatrix} 2k+1 \\ k \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} 2k \\ k-1 \end{bmatrix}. \quad (\text{IV})$$

To prove the correctness of this relation is a purely mathematical task, therefore we omit it from the present paper.

Substituting formula IV into II and then summing according to III formulae I—III are replaced by one single formula :

$$F(m, n) = \frac{1}{(m+n) \begin{bmatrix} m+n-1 \\ m-1 \end{bmatrix}} \sum_{k=0}^{m-1} \begin{bmatrix} 2k+1 \\ k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m+n-2k-2 \\ m-k-1 \end{bmatrix}. \quad (\text{V})$$

The average hunting time may be calculated either by the formulae I—III or by the formula V. In the following chapter formulae I—III will be used, and V only for the purpose of control. The mathematical work involved will be approximately the same, regardless of which group of formulae is used.

4. Diagrams of the number of revolutions in the general case

By the calculations of f_{2k+1} carried out for concrete values of k in the previous chapter, we have obtained the following series of the values

$$g_{2k+1}$$

$$k = 0; \quad g_1 = 1$$

$$k = 1; \quad g_3 = 1$$

$$k = 2; \quad g_5 = 2$$

$$k = 3; \quad g_7 = 5$$

$$k = 4; \quad g_9 = 14$$

As an example, let us calculate the value of g_{11} :

$$k = 5; \quad g_{11} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 4 \\ 4 \end{bmatrix} - g_3 \begin{bmatrix} 6 \cdot \\ 2 \end{bmatrix} - g_5 \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} - g_7 \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 70 - 1 \cdot 15 - 2 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 42.$$

In the possession of the above values for g_{2k+1} let us calculate the average value of $F(m, n)$ for the case of $m = 6, n = 6$, by the formulae I–II–III.

$$f_1 = \frac{1}{12} \frac{\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 11 \\ 5 \end{bmatrix}} = \frac{252}{12 \cdot 462}$$

$$f_3 = \frac{3}{12} \frac{\begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}}{462} = \frac{210}{5544}$$

$$f_5 = \frac{5}{12} = \frac{2 \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}}{462} = \frac{200}{5544}$$

$$f_7 = \frac{7}{12} \frac{5 \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}}{462} = \frac{210}{5544}$$

$$f_9 = \frac{9}{12} \frac{14 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}}{462} = \frac{252}{5544}$$

$$f_{11} = \frac{11}{12} \frac{42 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}{462} = \frac{462}{5544}$$

$$F(6,6) = \frac{252 + 210 + 200 + 210 + 252 + 462}{5544} = \frac{1586}{5544} = 0,286.$$

The numbers of revolutions obtained for various values of m and n are condensed in the diagram Fig. 13. The number of finders has been chosen as parameter and the curves show the average number of revolutions per call as

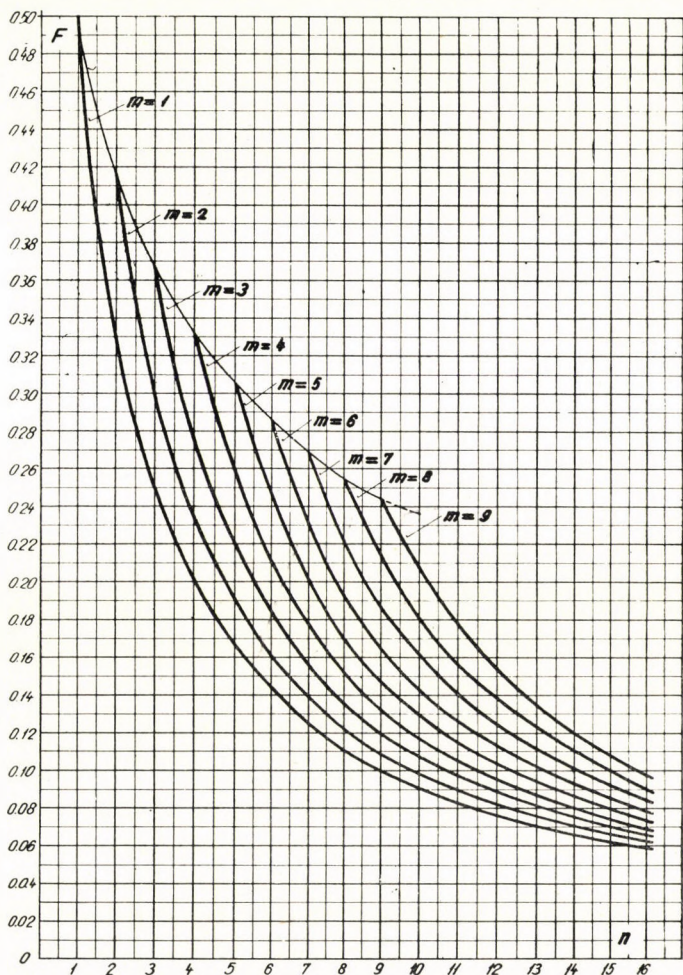


Fig. 13. The average number of revolutions if m finders hunt amongst n free terminals

a function of the number of free terminals. The values belonging to the parameter $m = 1$ may be got from the Kruthof formula

$$\frac{1}{n+1}$$

Kruthof carried out the calculations for the case of « m finders hunt for 1 terminal», but they apply as well to the case of 1 finder hunting amongst n terminals, because the terminals and the finder brushes may be interchanged

without altering the mathematical conditions. The formula we have just deduced gives the same result, because on the one hand, in the case of $m = 1$

$$F(1, n) = f_1,$$

on the other hand according to formula II with $k = 0$:

$$F = f_1 = \frac{1}{1+n} \frac{\begin{bmatrix} 1+n-2 \\ 1-1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1+n-1 \\ 1-1 \end{bmatrix}} = \frac{1}{n+1} \frac{\begin{bmatrix} n-1 \\ 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix}} = \frac{1}{n+1}.$$

Thus Kruithof's formula is a special case of our formula, as has been mentioned already in the introduction.

5. Utilization of the results

The exact determination of the number of revolutions of a finder during the busy hour in the case of «several finders hunt amongst several terminals» is a lengthier work than in the case of «several finders hunt for one terminal». The proper order of the exact calculations is the following:

The case of $F(m, n)$ number of revolutions corresponds to m circuits of the hunting circuit group being available, and n circuits being available of the hunted-for link circuits. The probability of this is

$$P_m^M \cdot P_n^N,$$

where P_m^M is the probability that m of the hunting circuits are free, P_n^N is the probability that n of the hunted-for circuits are available. If the total number of hunting circuits M is given as well as the number N of hunted-for circuits, and the traffic is known, the probability P can be calculated, e. g. by the Erlang formula.

The m finders may be combined from the M circuits in

$$\begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix}$$

manners.

In these combinations, our chosen finder occurs as many times, as there may be combined $(m - 1)$ elements of the remaining $(M - 1)$ ones, i. e.

$$\begin{bmatrix} M-1 \\ m-1 \end{bmatrix}$$

times.

The probability of our finder being among the just now hunting m circuits is thus :

$$\frac{\binom{M-1}{m-1}}{\binom{M}{m}} = \frac{(M-1) \cdot (M-2) \dots (M-m+1)}{M(M-1)(M-2) \dots (M-m+1)} = \frac{1}{M} = \frac{m}{M}.$$

The number of revolutions $F(m, n)$ must be weighted with the probability which indicates, that the chosen finder is hunting, together with $m-1$ other ones, amongst n free circuits.

But our finder may also hunt for available circuits alone, and also as a member of a group of M finders; and also the number of free circuits may vary from 1 to N . With this, the yet not definitive average number of revolutions is

$$\sum_{m=1}^M \frac{m}{M} P_m^M \cdot \sum_{i=1}^N P_i^N F(m, i).$$

This formula is not complete, because it does not account for those cases, where the number of hunting circuits is larger than the number of hunted-for ones. In such a case there will be $(m-n)$ circuits, which rotate until the starting ceases. The average number of revolutions may be calculated for this case too, if we start from the general arrangement described in chapter 2. But here one must take into account that the unsuccessfully hunting finders rotate not only until the successful conclusion of the hunting, but still after that, during the not negligible time elapsing until the suppression of the starting.

The very laborious calculations needed for this latter case of $(m > n)$ are of little practical signification. The probability of the described case is very small, because it is just for the wear which may occur in such cases, that the starting method «several finders hunt amongst several circuits» is used only where the number of hunting circuits is considerably smaller than the number of hunted-for circuits. E. g. the so-called linkfinder circuits concentrate the traffic from the link circuits towards the registers, and so the number of the multiplied link finders is less than that of the link circuits, forming one group from the point of view of starting, multiplied on their arcs. If the link circuit-group, which forms a unit from the point of view of starting, is considerably larger than the link finder group, the average number of revolutions is considerably reduced, according to the diagram, as compared to the case of «several finders hunt for one terminal». In the latter case, the average number of revolutions per call is given by the relation

$$\frac{1}{m+1},$$

leading to the lowest values, i. e. the lowest curve of our diagram, but because of the smaller group of finders we arrive at the begin of the curve, leading to large numbers of revolutions. In the case of «several finders hunt for several terminals» we move on the curves with parameters $m > 1$, i. e. on curves which are situated higher up, but we are using their sections belonging to large values of n and leading thus to small numbers of revolutions.

The above statements are very well confirmed by the following example, which shows the use of the diagram for approximate calculations.

Let there be, e. g., the traffic of a 14-circuit group 160 calls per busy hour (EBHC). One circuit carries the 14-th part of the traffic, i. e. 11,5 EBHC. The switch will be occupied during 23 minutes, and during this time — supposed the holding time of one call is 24 seconds — it handles

$$\frac{11,5 \text{ EBHC} \cdot 120 \text{ sec/EBHC}}{24 \text{ sec/call}} \cong 59$$

calls, starting 59 times to hunt. During $60 - 23 = 37$ minutes of the busy hour the circuit is free, during this time

$$\frac{160 \text{ EBHC} \cdot 120 \text{ sec/EBHC}}{24 \text{ sec/call}} \cdot 37 \text{ min}/60 \text{ min} = 492$$

calls arrive, our finder will start at each one of these, but without result. The number of starts of the switch is thus equal to the sum of the successful and of the unsuccessful starts,

$$492 + 58 = 550.$$

Supposing an equal distribution of the calls, we may consider the 160 occupations of 2 minutes each to be composed of

$$\frac{160 \text{ EBHC} \cdot 2 \text{ min/EBHC}}{60 \text{ min}} = 5,3$$

simultaneous finder occupations. In the mean, there are thus $14 - 5,3 = 8,7$ free circuits. So many start, in the average, to hunt for a call.

1. If the concentration is carried out by the method of «several finders hunt for one circuit», and the average number of free circuits is known, so the approximate average number of revolutions is given immediately by Kruthof's formula :

$$F = \frac{1}{8,7 + 1} = 0,103.$$

The number of revolutions of one finder during the busy hour is the product of the average number of revolutions per call and the number of starts during the same hour. In our case

$$0,103 \cdot 550 = 57 \text{ revolutions per hour.}$$

The yearly average number of revolutions per finder may be determined by taking into account that at present, the daily traffic of the Budapest Area is equal to the traffic of 10 busy hours. If we count only the working-days, of which there are 300 a year, the yearly number of revolutions of our finder will be

$$57 \text{ rev} \cdot \text{p} \cdot \text{hour} \cdot 10 \text{ hours} \dots / \text{day} \cdot 300 \text{ days/year} = 174.000$$

revolutions per year.

2. If the concentration is carried out by the method of «several finders hunt for several circuits», then we must determine what is the average number of available, hunted-for circuits.

Let us suppose that there are connected to the arcs of the 50-point finders 33 single-line circuits with a traffic of 560 EBHC and 17 two-party-line circuits with a traffic of 240 EBHC. Of the single-line link circuits there are in average

$$\frac{560 \text{ EBHC} \cdot 2 \text{ min/EBHC}}{60 \text{ min}} = 18,7$$

occupied simultaneously, free are therefore

$$33 - 18,7 = 14,3 \text{ circuits.}$$

Of the two-party-line link circuits there are, in average,

$$\frac{240 \text{ EBHC} \cdot 2 \text{ min/EBHC}}{60 \text{ min}} = 8$$

occupied simultaneously, thus there are

$$17 - 8 = 9 \text{ free circuits.}$$

The group of 14 circuits, now, too, comes from 560 single-line and 240 party-line subscribers: they originate a total of 800 calls. From the point of view of number of revolutions it is an essential difference, whether the call comes

from a single-line or a party-line subscriber, and which was the origin of the previous call. The number of the single-line link circuits is larger than the number of the party-line ones, so the same number of finders find a free circuit among more circuits after less revolutions. On the other hand, starting e. g. for a single call, the link finders — with one exception — have seized in vain a link circuit, as it is not these ones which have been connected to the calling line. But in the case of a fresh call, these finders are not compelled to rotate again, being already placed on the terminal of an available link circuit. Only the finders which have been released in the meantime are starting. But if the single-line call is followed by a two-party-line call, so the finders must move away from the single-line link circuits and must hunt for the party-line links.

According to the above, the average number of revolutions must be calculated separately for the different types of calls, and summated. The probabilities of the various cases are :

$$\begin{aligned} \text{probability of single-line calls: } & \frac{560}{800} = 0,7 \\ \text{« « party-line « } & \frac{240}{800} = 0,3. \end{aligned}$$

With these partial probabilities, the probability of
 a single-line call being followed by a single-line call is : $0,7 \cdot 0,7 = 0,49$
 « « « « « « party-line « « $0,7 \cdot 0,3 = 0,21$
 « party-line « « « « single-line « « $0,3 \cdot 0,7 = 0,21$
 « « « « « « party-line « « $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$

Amongst the 550 starts of a finder there are $550 \cdot 0,21 = 115$ such single-line starts, which have been preceded by a party-line start. In such a case our finder will move always, either it is after an unsuccessful or after a successful hunt. During this, it accomplishes an average of

$$F(8,7; 14,3) = 0,112$$

revolutions, according to the fact that in the average 8,7 finders are hunting amongst an average of 14,3 available finders. This value is, of course, only an approximate one, because we have not taken into account the curvature of our diagram.

On the other hand, there are 115 such party-line starts, which have been preceded by a single-line start. The average number of revolutions is now :

$$F(8,7; 9) = 0,236.$$

In the case of two calls of equal type succeeding each other, two cases must be distinguished.

If the connection of the finder with a link circuit during the previous start has been resultless, because the calling line has come into connection with another circuit, the finder must not hunt again for a link during the new starting.

If the previous connection of our finder to a link circuit has been successful, so in the case of a new call it must move away from the link circuit and hunt for a new one.

One finder is hunting successfully 58 times during the busy hour.

Amongst the 58 starts consecutive to the successful connections there are

$$58 \cdot 0,49 = 28$$

of those single-line starts, which have been preceded by a single-line start. In our calculations we suppose that in such a case our finder hunts alone amongst several free circuits. In the case of our example we may neglect the probability of two or more finders being released at the same time.

From the 8,7 finders, free in the average,

$$8,7 - 1 = 7,7$$

finders have previously been connected with success to a single-line link circuit. From these, there are only

$$14,3 - 7,7 = 6,6$$

available and our finder will occupy one after

$$F(1; 6,6) = 0,133$$

average numbers of revolutions.

Amongst the startings following the 58 successful connections, there will be

$$58 \cdot 0,09 = 5$$

the number of those party-line starts, which have been preceded by a party-line call. In these cases our finder hunts for a free one amongst

$$9 - 7,7 = 1,3$$

circuits, accomplishing an average of

$$F(1; 1,3) = 0,435$$

revolutions.

Summated, our finder will accomplish during the busy hour

$$F = 115 \cdot 0,112 + 115 \cdot 0,236 + 28 \cdot 0,133 + 5 \cdot 0,435 =$$

$$= 12,9 + 27,2 + 3,7 + 2,2 = 46$$

revolutions.

Considering, that the probability of the case of $m > n$ — which has been treated already — is very small, the number of unsuccessfully hunting finders is very small as well, and the examined finder will only very seldom come into the situation of hunting in vain because there is no free link circuit. But anyhow, the unsuccessful rotation most probably will not increase substantially the already larger number of revolutions of the finders stopping later on, because until that time the hunting for the calling line will surely have come to a successful end. Therefore we may say that we are providing an ample margin if we estimate the increase of numbers of revolutions caused by unsuccessful hunting, as well as the error resulting from the approximative character of our calculations, to amount to a total of 10%. Thus the number of revolutions, during the busy hour, of one finder will be :

$$F = 50 \text{ revolutions per hour}$$

and its yearly number of revolutions will be :

$$50 \cdot 10 \text{ hours/day} \cdot 300 \text{ days/year} = 150.000 \text{ revolutions/year.}$$

SUMMARY

When evaluating wearing out of Rotary-type switches, the first questions concern the number of startings of the finders and the number of revolutions of the brushes. The number of startings is a rather simple problem, but the same cannot be said of the number of revolutions. J. Kruithof, in his pioneer paper, treats the calculation of the average hunting time of Rotary switches, for the case of «several finders hunting for one terminal». In the present paper, we have developed our method for the determination of the average number of finder revolutions for the case of the generalized circuit arrangement, i. e. where «several finders hunt amongst several free terminals». The mathematical proof of the correctness of our computations also applies to the formula for the average number of revolutions $(1 + n)^{-1}$, for the case of « n finders hunt for one specified terminal».

РАСЧЕТ СРЕДНЕГО ЧИСЛА ОБОРОТОВ ИСКАТЕЛЕЙ КРУГОВОЙ СИСТЕМЫ

Ф. ШИМОН

РЕЗЮМЕ

При определении ожидаемой нагрузки телефонных искателей круговой системы первым вопросом является число пусков машины и число оборотов щеток. Расчет числа пусков машины представляет собою менее сложную задачу, чем определение числа оборотов искателей, которое является довольно сложной проблемой. Й. Круитгоф в своей статье* первым в этой области занимается вопросом расчета времени искателей круговой системы. Среднее число оборотов искателей исследуется в случае, когда «ряд искателей производят поиск одной определенной контактной ламели». Ниже приведена методика расчета среднего числа оборотов искателей в случае общего включения, а именно, когда «ряд искателей производят поиск среди ряда свободных контактных ламелей». Математическое доказательство правильности расчетов одновременно служит также в качестве доказательства основной формулы $(1 + n)^{-1}$, по которой можно найти значение среднего числа оборотов в случае, когда « n искателей производят поиск одной определенной контактной ламели».

LE CALCUL DU NOMBRE DE TOURS MOYEN DES CHERCHEURS ROTARY

F. SIMON

RÉSUMÉ

Quand il s'agit d'évaluer la charge anticipée des chercheurs du type Rotary, les premières questions concernent le nombre des démarrages et le nombre de tours. Le calcul des démarrages est un problème relativement simple, mais on ne peut pas dire la même chose du calcul des nombres de révolutions. J. Kruithof traite dans son article — la première fois — le calcul du temps de recherche moyen des chercheurs Rotary, pour le cas où «un chercheur cherche une broche déterminée». Dans le présent article, l'auteur a exposé sa méthode de calcul pour le circuit généralisé où «plusieurs machines cherchent plusieurs broches libres». La preuve mathématique de ces calculs fournit en même temps la preuve de la formule fondamentale $(1 + n)^{-1}$ pour le cas où « n chercheurs cherchent une broche déterminée».

DIE BERECHNUNG DER DURCHSCHNITTLICHEN UMDREHUNGSZAHL
VON DREHWÄHLERN SYSTEM ROTARY

F. SIMON

ZUSAMMENFASSUNG

Bei Beurteilung der zu erwartenden Beanspruchung von Drehwählern richtet sich die erste Frage nach der Zahl der Eingangsetzungen und nach der Zahl der Umläufe. Die Bestimmung der Anzahl der Eingangsetzungen ist ein verhältnismässig einfaches Problem, viel weniger kann man dies jedoch von der Bestimmung der Umdrehungszahl behaupten. J. Kruithof behandelt in seiner — in dieser Hinsicht bahnbrechenden — Arbeit die Berechnung der Suchzeit von Drehwählern für den Fall »mehrere Wähler suchen einen bestimmten Kontakt«. Im vorliegenden Aufsatz leitet der Verfasser seine Methode für die Berechnung der durchschnittlichen Umdrehungszahl für den Fall der verallgemeinerten Schaltung ab, wo »mehrere Sucher mehrere Kontakte suchen«. Der mathematische Beweis für die Richtigkeit dieser Berechnungen ist zugleich auch der Beweis für die Richtigkeit der grundlegenden Formel für die durchschnittliche Umdrehungszahl $(1 + n)^{-1}$, im Falle » n Sucher suchen einen bestimmten Kontakt«.

BESTIMMUNG DER OBERFLÄCHENSPANNUNG VON GLASSCHMELZEN MITTELS INDIREKTER METHODE

G. KORÁNYI

KANDIDAT DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
FORSCHUNGSINSTITUT FÜR BAUMATERIALIEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 4. Mai 1954]

Die Literaturangaben über die Oberflächenspannungswerte der Glasschmelzen weichen voneinander stark ab. Die verschiedenen Bestimmungsmethoden führen selbst bei denselben Glaskompositionen zu unterschiedlichen Ergebnissen. Verschiedene Forscher gelangten mit derselben Methode bei einem Glase von der Zusammensetzung SiO_2 73%, Na_2O 16% und CaO 10% zu Oberflächenspannungswerten von $\sigma = 163$ bis 260 dyn/cm [1]. Die Ursache für diese starken Schwankungen liegt im unterschiedlichen selektiven Sublimationsvermögen der einzelnen Glaskomponenten bei hohen Temperaturen unter verschiedenen Erwärmungs- und Ofenkonstruktionsverhältnissen.

Der Minimaldurchmesser der Gasblasen, die bei der Läuterung der Glasschmelzen entstehen, hängt von der Oberflächenspannung ab. Der Durchmesser der sich in der Schmelze entwickelnden Gasblasen kann nämlich nicht unendlich klein sein, da die Oberflächenspannung, die das Gas bei Bildung einer neuen Oberfläche zu überwinden hat, einen endlichen und gut definierten Wert besitzt. Deshalb scheinen die in Glasschmelzen während der Läuterungsperiode entstehenden Gasblasen mit minimalem Durchmesser für die indirekte Bestimmung der Oberflächenspannung geeignet zu sein.

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung nach der Methode der kleinsten Blasen ist es notwendig, den Druck im Inneren der Gasblasen zu kennen. Einige Versuche mit hochviskosen Modellflüssigkeiten bewiesen, dass der Druck innerhalb der Blasen, die an der Spitze der eingetauchten Kapillare entstehen, ungefähr der Summe des atmosphärischen Druckes und des Druckes der sich über der Kapillarspitze befindenden Flüssigkeitssäule gleich ist.

In Glycerin von einer Dichte von 1,254 und einer Viskosität von $1,5 \cdot 10^3$ Poise war der Minimaldruck der Luftblasen, die aus der 83 mm tief eingetauchten Kapillarspitze austraten, gleich einer Hg-Säule von 20 mm. Der atmosphärische Druck entsprach einer Hg-Säule von 755 mm und die Dichte des Quecksilbers betrug 13,6.

In diesem Falle beträgt

der Druck im Inneren der Blasen	$20 + 755 = 775$ mm Hg
der Druck an der Kapillarspitze	763 « «
Überdruck im Inneren der Blasen	12 mm Hg

was im Verhältnis zum atmosphärischen Drucke einen Überdruck von 1,6% bedeutet. Bei ähnlichen Versuchen mit Honig von einer Viskosität von 10^5 Poise und einer Dichte von 1,425 war der Druck im Inneren der Blasen bei 104 mm Kapillarspitzentiefe um 0,9% höher als die Summe des atmosphärischen und hydrostatischen Druckes.

Die Modellversuche wiesen darauf hin, dass in hochviskosen Flüssigkeiten der Druck in den Gasblasen nicht wesentlich von der Summe des atmosphärischen und hydrostatischen Druckes abweicht, bzw. dass der Druck im Inneren einer Gasblase, die aus der Kapillarspitze austritt, von der Viskosität der Flüssigkeiten unabhängig ist. Es ist wahrscheinlich, dass der Gasdruck im Inneren von Gasblasen, die sich in Glasschmelzen befinden, gleichfalls nur um wenige mm Wassersäule von der Summe des Druckes der Ofenatmosphäre und der Schmelzsäule verschieden ist. Da der Ofenraumdruck in betrieblichen Glasschmelzwannen den atmosphärischen Druck nur um einige mm Wassersäule übertrifft, kann man annehmen, dass der erwähnte Satz auch für Glasschmelzen gültig ist.

Mehrere Forscher versuchten die Oberflächenspannung mittels eingetauchter Kapillare auch in hochviskosen Flüssigkeiten zu messen [2]. Da der Druck an der halbkugelförmigen Oberfläche der an der Kapillarspitze anstehenden Gasblase der Oberflächenspannung der Flüssigkeit entgegenwirkt, kann die Oberflächenspannung nach *Kohlrausch* [3] folgendermassen errechnet werden:

$$\sigma = \frac{r \cdot p}{2} \cdot g \cdot \left[1 - \frac{2r \varrho_2}{3p} - \frac{1}{6} \left(\frac{r \varrho_2}{p} \right)^2 \right] \quad (1)$$

wo σ die Oberflächenspannung in dyn/cm,
 r den Radius der Kapillarspitze in mm,
 ϱ_2 die Dichte der Flüssigkeit,
 g die Gravitationskonstante bedeuten.

Der Überdruck p innerhalb der Blase lässt sich durch folgende Gleichung berechnen

$$p = \varrho_1 \cdot h_1 - \varrho_2 \cdot h_2 \quad (2)$$

wo p den Überdruck im Inneren der Blase in mp/mm²,
 ϱ_1 die Dichte der Manometerflüssigkeit,
 h_1 die am Manometer abgelesene Niveaudifferenz in mm,

h_2 die Distanz zwischen Kapillarspitze und Flüssigkeitsoberfläche in mm bedeuten.

Bei äusserst kleinen Radien kann der sich in den eckigen Klammern befindende Korrektionskoeffizient in Gl. (1) vernachlässigt werden.

In Glasschmelzen kann man den Kapillarradius durch den Radius der kleinsten Blasen ersetzen, da der Gasdruck im Inneren dieser Blasen in diesem Falle der Oberflächenspannung der Schmelze entspricht.

Nach Schmelzen bei 1375° C im Versuchstiegelofen wurde ein Glas von der Zusammensetzung SiO₂ 72%, Na₂O 15,2%, K₂O 1%, CaO 8,8% und MgO 3% in der Läuterungsperiode eingefroren. Die an Splitterr durchgeführten mikroskopischen Untersuchungen bewiesen, dass die Durchmesserwerte der Gasblasen einen gut bestimmaren Minimalwert besitzen. Die Messung der Durchmesser von 900 Blasen ergab einen Durchmesser von 0,010 mm für die kleinsten Blasen. Die Höhe der Schmelze von der Dichte 2,5 betrug im Tiegel 40 mm. Die Tiefe der kleinsten Blasen konnte nicht bestimmt werden, weshalb man für die Berechnung des Druckes im Innern dieser Blasen zwei alternative Rechnungen für die Grenzbedingungen durchführen musste. Die Differenz zwischen diesen alternativen Rechnungen stellt zugleich den Fehler der Berechnungsmethode dar.

Der Druck im Inneren der Blasen wurde mittels Gl. (2) berechnet, bei Substitution der nachstehenden Werte :

$$h_1 = 760 \text{ mm}; \quad \varrho_1 = 13,6; \quad \varrho_2 = 2,5;$$

$$h_2 = 38 \text{ mm bzw. } 2 \text{ mm.}$$

$$p_1 = 760 \cdot 13,6 - 38 \cdot 2,5 = 0,9386 \cdot 10^4 \text{ mp/mm}^2$$

$$p_2 = 760 \cdot 13,6 - 2 \cdot 2,5 = 1,0286 \cdot 10^4 \quad \ll$$

Für die Errechnung der Oberflächenspannung setzt man den Durchschnittswert von p

$$p = \frac{386 + 10286}{2} = 9836$$

sowie für r den Radius der kleinsten Blase, d. h. $5 \cdot 10^{-3}$ mm, in Gl. (1) ein. In diesem Falle ist

$$\sigma = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,9836 \cdot 10^4}{2} \cdot 9,81 = 242 \text{ dyn/cm}$$

Für die Grenzbedingungen ergeben sich Oberflächenspannungen von 230 bzw. 252 dyn/cm.

Da r sehr klein und der Gasdruck im Inneren der Blasen ziemlich hoch (in der Größenordnung 10^4) ist, kann der Korrektionskoeffizient der Gl. (1) auch in diesem Falle vernachlässigt werden.

Das Resultat entspricht den Literaturangaben [4] für Gläser ähnlicher Zusammensetzung.

Bei Berechnung mit der Methode der kleinsten Blasendurchmesser erhielt man für die Oberflächenspannung eines Glases von der Zusammensetzung SiO_2 71,4%, Al_2O_3 0,86%, Na_2O 18,9%, CaO 7,4% und MgO 1,42% bei 1375°C ein Ergebnis von 382 dyn/cm.

Da der theoretische Fehler der Methode $\pm 5\%$ beträgt, kann die beschriebene Methode nur als Näherungsverfahren benutzt werden und eignet sich daher keinesfalls zur Bestimmung der Oberflächenspannung-Kompositionfunktion oder Oberflächenspannung-Temperaturfunktion der Gläser.

SCHRIFTTUM

1. Куколев, Г. В.: Химия кремния и физическая химия силикатов. Промстройиздат, 1951.
2. Евстропиев, К. С.—Торопов, Н. А.: Химия кремния и физическая химия силикатов. Промстройиздат 1953.
3. Keppeler, D.: Surface Tension of Glass. J. Soc. Glass techn. 21. 53 T. 1937.
4. Kohlrausch: Praktische Physik. Teubner 1950, I. Bd. S. 107.
5. Tillotson, E. W.: Relationship between Physical Properties and Chemical Composition. J. Ind. Eng. Chem. 1911, 8, S. 631; 1912, 4, S. 651.
6. Lecrenier, A.: Bull. Soc. Chim. Belgique, 1924, 3, S. 119; 1925, 4, S. 27.
7. Washburn, E.: Phys. Rev. 1922, 2, 20, S. 94.
8. Washburn—Shelton—Libman: Univ. Illinois Bull. 1924, 21, S. 33.
9. Appen, A.: Shurn. Phys. Chim. 26, 10, 1399, 1952 (ref. in Silikattechnik I, 5, 1953, S. 11—12).
10. Appen—Schischow—Katschalowa: Oberflächenspannung von Silikatschmelzen. Silikattechnik, 4, 1953, S. 104.

ZUSAMMENFASSUNG

1. Modellversuche beweisen, dass der Druck im Inneren von Blasen, die in hochviskosen Flüssigkeiten aufsteigen, nicht wesentlich von der Summe des atmosphärischen und hydrostatischen Druckes verschieden ist.

2. Die Oberflächenspannung von Glasschmelzen bei hohen Temperaturen kann, wenigstens der Größenordnung nach, aus dem minimalen Durchmesser der Blasen bestimmt werden, die in den in der Läuterungsperiode eingefrorenen Glasschmelzproben vorhanden sind.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ КОСВЕННЫМ МЕТОДОМ В СЛУЧАЕ СТЕКЛОМАССЫ

Д. КОРАНЬИ

РЕЗЮМЕ

1. На основе опытов на моделях в вязких жидкостях давление, господствующее в поднимающихся пузырьках газа, незначительно отличается от суммы атмосферного и гидростатического давлений.

2. Поверхностное напряжение стекломасс при высокой температуре может быть определено по величине, исходя из минимальных размеров пузырьков газа, имеющихся в образцах, отобранных из застывающей стекломассы, проходящей процесс осветления.

DETERMINATION OF SURFACE TENSION OF GLASS MELTS BY THE USE
OF AN INDIRECT METHOD

GY. KORÁNYI

Candidate of Eng. Sc.

SUMMARY

1. According to model tests, the pressure prevailing in gas bubbles rising in viscous liquids does not essentially diverge from the sum of the atmospheric and hydrostatic pressures.

2. The order of magnitude of surface tension of glassmelts may be determined at high temperatures by the minimum diameter of bubbles found in samples obtained by freezing the melt still in the process of refining.

DETERMINATION DE LA TENSION SUPERFICIELLE DU VERRE FONDU A L'AIDE
D'UNE METHODE INDIRECTE

GY. KORÁNYI

Candidat des Sciences Techniques

RÉSUMÉ

1. Les expériences faites sur modèles ont permis de constater, que la pression régnant dans les bulles de gaz qui montent dans les liquides visqueux ne diffère pas sensiblement de la somme de la pression atmosphérique et de la pression hydrostatique.

2. La tension superficielle du verre fondu a haute température peut être déterminée au moins par ordre de grandeur du diamètre minimum des bulles se produisant dans les échantillons obtenus du verre fondu refroidis pendant l'affinage.

THEORIE DU FOUR-TUNNEL ET CUISSON RAPIDE «SANDWICH»

I. PARTIE

ESSAIS SUR MODÈLES DE FOURS-TUNNEL THÉORIQUES

M. KORACH

DOCTEUR DES SC. TECHN.

INSTITUT CENTRAL DE RECHERCHES POUR LES MATERIAUX DE CONSTRUCTION, BUDAPEST

[Manuscrit présenté 19 Mai, 1954]

1. Introduction

La première impulsion pour cet ouvrage nous a été donnée par la constatation que, en général, *toute installation technologique avait une dimension optimum, à laquelle correspond le fonctionnement le plus rentable.*

La loi qu'exprime cette formule — et qui, semble-t-il, est une des lois fondamentales de la science technologique naissante — est particulièrement valable pour les installations destinées au traitement thermique (fours, séchoirs, colonnes, évaporateurs etc.) et elle fut appliquée par nous, avec un résultat pratique positif, à des fours-tunnel céramiques et autres fours de type semblable [1], [2].

Au cours des études, il est apparu, que sans une théorie des fours-tunnel appropriée, les dimensions de four optima ne pouvaient être calculées; cependant, une telle théorie n'existait pas. Dans la présente publication, nous résumons les résultats théoriques et pratiques de nos études, en partie déjà publiées [3].

Nous sommes convaincus que l'élaboration des dimensions optima des installations d'usine est une des tâches principale de la recherche scientifique dans les pays édifiant le socialisme. Or, la production d'installations et de machines dans les pays capitalistes s'est souvent développée dans le sens des installations surdimensionnées, c. à. d. au delà de la dimension optimum, parce que le profit du constructeur augmente, en général, avec les dimensions de l'installation. Selon nos expériences, l'extension que prend la construction de fours-tunnel céramiques de dimensions toujours plus grandes, parfois monstrueuses, fournit une preuve évidente de l'utilité de notre étude.

Dans cette première partie, nous allons développer la théorie générale des fours-tunnel, pour le cas limite idéal. Les conditions de départ y figurant seront vérifiées dans la deuxième partie qui traitera des questions fluidodynamiques et thermiques qui s'y rapportent. La troisième partie contiendra l'application de la théorie et les mesures effectuées sur les fours construits selon la théorie ainsi que des exemples pratiques.

Les notations employées sont les suivantes.

F	surface du four
F_r	surface de la barre
Gm	nombre de Grum (voir page 175)
$H (H'_1 H''_1 \dots H'_2 H''_2 \dots)$	longueur des différents fours
H_e	longueur de la section de préchauffage du four
H_h	longueur de la section de refroidissement
H_f	longueur de la zone de chauffage
k	coefficient de transmission de la paroi du four
K_0	constante de proportionnalité entre F et F_1
K_3	« « « « t_{H_e} et s^2
K_4	« « « « t_H et s^2
$K_5 (K'_5 K''_5 \dots)$	valeur de la production constante des différents fours
K_6	durée constante du traitement thermique
K_7	$= k \Delta T_{gm} Gm$
Q	quantité de chaleur
Q_f	perte spécifique de chaleur
$Q_f^{(I)} (Q_{f_1}^{(I)}, Q_{f_2}^{(I)} \dots)$	perte spécifique de chaleur en cas d'équilibre thermique, pour les différents fours
$Q_f^{(XII)} (Q_{f_1}^{(XII)}, Q_{f_2}^{(XII)} \dots)$	perte spécifique de chaleur en cas de durée constante du traitement thermique, pour les différents fours
$s (s_1, s_2)$	côté de la section de la barre
t	temps
t_H	durée du traitement thermique
t_{H_e}	durée du préchauffage
T_F	température de la surface du four
T_g	température de l'espace gazeux
T_{gm}	maximum de température de l'espace gazeux
T_e	température de l'air
v	vitesse d'avancement de la barre
V	volume de la barre
V_e	volume de l'unité de longueur de la barre
V_t	production
$V (V'_1, V''_1 \dots, V'_2, V''_2)$	vitesse des différentes barres
x	distance mesurée à partir de l'entrée du four
α	coefficient de transmission externe de chaleur
α_F	coefficient de transmission externe de chaleur de la surface du four
ΔT_F	différence de température entre la surface et l'atmosphère ambiante
ΔT_{F_1}	augmentation moyenne de température de la surface du four
$\Delta T_{F_1 H_e}$	augmentation moyenne de température de la section de préchauffage à la surface du four
$\Delta T_{F_1 H_f}$	augmentation moyenne de température de la section de chauffage à la surface du four
$\Delta T_{F_1 H_h}$	augmentation moyenne de température de la section de refroidissement à la surface du four
ΔT_g	augmentation de température dans l'espace gazeux
ΔT_{gm}	maximum de l'augmentation de température dans l'espace gazeux

2. Essais sur modèles de fours-tunnel théoriques

2—1 En première approximation, et pour plus de clarté, faisons abstraction des conditions, assez compliquées, de la transmission de chaleur dans le four réel, et analysons les circonstances de transmission de la chaleur sur une série de modèles géométriques et thermodynamiques, dans les conditions idéales suivantes :

2—11 Soit une série de tuyaux (dans la suite «four») de section rectangulaire, de longueur finie H , par lesquels passe une série correspondante de

barres également de section rectangulaire, d'une longueur pouvant être considérée infinie. Les côtés de la section de la barre sont s_1 et s_2 .

2—12 La section de volume V de la barre, qui se trouve à l'intérieur du four ($V = s_1 s_2 H$), est exposée de tous les côtés à la chaleur produite par les températures de l'espace gazeux en contre-courant autour de la barre, et représentées par le diagramme de température stabilisée, selon la fig. 1.*

2—13 La vitesse de la barre v reste invariable pendant la durée de chaque essai.

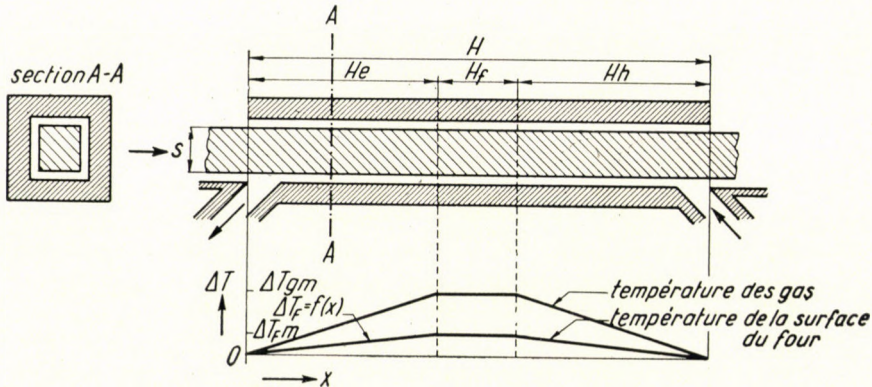


Fig. 1

2—14 Les surfaces des fours F sont proportionnelles à la section de surface correspondante de la barre qui se trouve à l'intérieur du four :

$$F = K_0 F_r = 2 K_0 H (s_1 + s_2) \quad (1)**$$

2—15 Dans la direction de l'axe longitudinal de la barre, il n'y a pas de propagation de chaleur. On suppose que la barre est divisée en un nombre assez considérable de lamelles, séparées par des couches parfaitement isolantes.

* On a supposé l'existence du contre-courant de gaz parce que celui-ci est généralement appliqué dans les fours-tunnel en vue de la récupération et de l'élimination des vapeurs produites par la cuisson, même au cas où le four-tunnel ne fonctionne qu'avec des radiateurs. Nous avons supposé une transmission de chaleur constante sur toute la surface de la barre, c. à. d. aussi d'en bas, vu l'importance pratique de cette distribution uniforme de chaleur pour la construction et le fonctionnement convenables des fours que nous verrons dans la 2^{ème} partie. La vérification du diagramme schématique du traitement thermique, représenté dans la fig. 1., sera également exposée dans les parties suivantes de l'étude.

** A l'exception des constantes typiques affectées, dans la thermotechnique ou la thermodynamique, de signes conventionnels, les constantes seront désignées, par la suite, par K_i , où i est un indice (nombre ou lettre).

2-16 La température de la barre à l'entrée et à la sortie du four est égale à celle, supposée constante, du gaz en contre-courant, et de l'espace ambiant.*

2-17 Chaque section de la barre avançant en contre-courant de gaz (fig. 1.) est soumise, dans la première section H_e du four, à une température s'élevant par rapport à la température de départ suivant une loi exprimée par une équation linéaire :

$$\Delta T_g = \frac{\Delta T_{gm}}{H_e} x \quad (2)$$

où ΔT_g est l'élévation de la température du gaz, x la distance mesurée à partir de l'entrée du four, ΔT_{gm} l'élévation de température maximum. $\Delta T_{gm}/H_e$ est donc la tangente de direction de la droite des températures qui correspondent à la section considérée.

Dans la section de chauffage H_f , la température est constante, c. à. d. l'élévation de température est

$$\Delta T_g = \Delta T_{gm} \quad (3)$$

Enfin, dans la section de refroidissement H_h :

$$\Delta T_g = \Delta T_{gm} \frac{H - x}{H_h} \quad (4)$$

Nos modèles de four sont construits de façon que $H_e = H_h$.

2-18 Les parois d'épaisseur constante s du four sont conductrices, c. à. d. que le processus est *adiabatique*. Ainsi, en vue de la stabilité des deux diagrammes de température (extérieure et intérieure) de la fig. 1., la perte des parois sur la section médiane H_f du four (la «zone de chauffage») sera constamment compensée à l'aide d'une source externe de chaleur.

2-19 Les coefficients de conductivité λ et de transmission externe de chaleur α sont constants, c. à. d. indépendants de la température.**

* En pratique, cette condition ne peut pas être satisfaite pour n'importe quelle vitesse de barre, si la longueur du four n'augmente pas avec la vitesse. Si v est grand et H insuffisant, la barre n'absorbe pas toute la chaleur dans la première section du four et elle ne la cède pas dans la troisième (section de refroidissement). Si cependant on règle convenablement l'alimentation de chaleur, la condition peut néanmoins être satisfaite, sous réserve de renoncer à l'équilibre thermique total dans la barre. Ce cas, ayant une certaine importance de principe, sera également examiné.

** La stabilité des coefficients de conductivité et de transmission (transmission totale, c. à. d. chaleur rayonnante et de convection) a été également postulée en vue de la schématisation de la théorie. Dans la 2^{ème} partie, nous analyserons les conséquences de la variation de ces facteurs.

2—20 Tous nos essais sont effectués au même maximum de température.

Dans les conditions indiquées sous 2—11 — 2—20 il faut résoudre le problème suivant :

«Quelle est la relation entre la «perte spécifique de chaleur», c. à. d. la perte des parois par unité de volume de la barre soumise au traitement thermique, et la section de la barre?»

2—2 La perte des parois soumises à un état de mouvement thermique stationnaire tel que nous l'avons supposé, est égale à la quantité de chaleur allant des gaz vers la paroi, et se propageant à travers celle-ci vers l'espace d'air extérieur ; cette quantité de chaleur est exprimée par l'équation de Newton :

$$dQ = \alpha_F dF t \Delta T_F \quad (5)$$

où α_F est le coefficient de transmission de chaleur de la surface du four, F la surface extérieure du four, t le temps, ΔT_F la différence de température entre la surface et l'atmosphère ambiante.

Soit t_H la «durée du traitement thermique», c. à. d. que la longueur du four s'exprime par :

$$H = vt_H \quad (6)$$

La perte de chaleur de chaque élément de surface dF pendant l'unité de temps sera alors :

$$\frac{dQ}{t_H} = \alpha_F dF \Delta T_F \quad (7)$$

et comme ΔT_F est fonction de la section correspondante du four x

$$\Delta T_F = f(x) \quad (8)$$

la perte de chaleur totale pendant l'unité de temps est :

$$\frac{Q}{t_H} = \alpha_F F \frac{1}{H} \int_{x=0}^{x=H} f(x) dx \quad (9)$$

où

$$\frac{1}{H} \int_{x=0}^{x=H} f(x) dx = \Delta T_{F_1} \quad (10)$$

est l'élévation moyenne de température à la surface du four.

La valeur de l'intégrale est facile à calculer pour les conditions 2-17.

A cette fin, nous démontrons qu'à la surface du four F la température de surface T_F , et l'élévation de la température extérieure ΔT_F sont également des fonctions linéaires de la longueur x .

Pour une propagation de chaleur stabilisée au cours du même essai sur un modèle de four, la perte de chaleur superficielle Q est constante, et comme en vertu de la propagation de chaleur, on peut écrire pour l'unité de surface

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{t_H} &= k(T_g - T_e) \\ \frac{Q}{t_H} &= \alpha_F(T_F - T_e) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

où k est le coefficient de transmission de la paroi, α_F le coefficient de transmission externe, T_g la température de l'espace gazeux du four, T_F celle de la surface extérieure, T_e celle de l'air ambiant, en éliminant la quantité Q/t_H de (11) et en résolvant l'équation ainsi obtenue pour T_F , nous aurons

$$T_F = \frac{k}{\alpha_F} T_g + \left(1 - \frac{k}{\alpha_F}\right) T_e \quad (12)$$

En substituant de (2) dans (12) :

$$T_F = \frac{k\Delta T_{gm}}{\alpha_F H_e} x T_e \quad (13)$$

Puisque cette équation, à l'exception de x et T_F ne contient que des constantes, nous avons prouvé que dans le même four T_F est une fonction linéaire de x . De même on peut vérifier que T_F est une fonction linéaire de x aussi pour les sections H_f et H_h .

L'équation (13) permet d'intégrer (10). De (8) et (13) il s'ensuit en effet que :

$$T_F - T_e = \Delta T_F = f(x) = \frac{k\Delta T_{gm}}{\alpha_F H_e} x \quad (14)$$

de sorte qu'en intégrant (10) pour la section H_e et en substituant (14) :

$$\Delta T_{F_1 H_e} = \frac{1}{H_e} \int_{x=0}^{x=H_e} f(x) dx = \frac{k\Delta T_{gm}}{\alpha_F H_e^2} \int_{x=0}^{x=H_e} x dx = \left[\frac{k\Delta T_{gm}}{2\alpha_F H_e^2} x^2 \right]_0^{H_e} = \frac{k\Delta T_{gm}}{2\alpha_F} \quad (15)$$

Sur la section H_f selon (14) :

$$\Delta T_{F_1 H_f} = \Delta T_{F_m} = \frac{k \Delta T_{gm}}{\alpha_F} \quad (16)$$

Enfin il est évident que sur la section H_h , (15) est également valable :

$$\Delta T_{F_1 H_h} = \Delta T_{F_1 H_e}$$

Ainsi l'équation (10) intégrée pour toute la longueur du four et compte tenu de ce que (2-17) $H_e = H_h$ on aura :

$$\Delta T_{F_1} = \frac{k \Delta T_{gm}}{\alpha_F H} \left(H_f + \frac{H_e + H_h}{2} \right) = \frac{k \Delta T_{gm}}{\alpha_F H} (H_f + H_e) \quad (16)$$

L'équation (16) permet de déterminer la perte de chaleur superficielle pendant l'unité de temps. En effet selon (9)

$$\frac{Q}{t_H} = \frac{\alpha_F F}{H} \int_{x=0}^{x=H} f(x) dx = \alpha_F F \Delta T_{F_1} = \frac{k \Delta T_{gm} F}{H} (H_f + H_e) \quad (17)$$

L'équation (17) peut être transformée selon (1) :

$$F = 2 K_0 H (s_1 + s_2)$$

En substituant dans (17) :

$$\frac{Q}{t_H} = 2 k \Delta T_{gm} K_0 (H_f + H_e) (s_1 + s_2) \quad (18)$$

2-3 L'équation (17) montre que dans les fours de longueur identique H , c. à. d. de longueurs de section H_f et H_e , la perte de chaleur pendant l'unité de temps n'est fonction que de la surface du four F .

Il est facile de vérifier que pour une section de barre déterminée, donc (fig. 1.) pour s_1, s_2 constants, la surface F [et par conséquent, selon (21), la perte de chaleur pendant l'unité de temps] présente un minimum. La surface de four correspondant à l'unité de longueur est selon (1)

$$F_e = \frac{F}{H} = \frac{K_0 F_r}{H} = 2 K_0 (s_1 + s_2) \quad (19)$$

Le volume correspondant à l'unité de longueur de la barre

$$V_e = \frac{V}{H} = s_1 s_2 \quad (20)$$

où V (2-12) est le volume de la partie de barre traitée au four. En substituant $s_1 = \frac{V_e}{s_2}$ dans (19)

$$F_e = 2 K_0 \left(\frac{V_e}{s_2} + s_2 \right) \quad (21)$$

La dérivée de (21) selon s_2

$$\frac{dF_e}{ds_2} = 2 K_0 - \frac{2 K_0 V_e}{s_2^2} \quad (22)$$

qui a un minimum ou un maximum là, où la dérivée de (22) est égale à 0, c. à. d. là où, en comparant avec (20),

$$V_e = s_1 s_2 = s_2^2$$

donc

$$s_1 = s_2$$

Comme la deuxième dérivée de (22) est

$$\frac{4 K_0 V_e}{s_2^3} > 0$$

(19) a un minimum si $s_1 = s_2 = s$. Par conséquent nous limiterons nos premiers essais aux modèles de section carrée.

2-4 Considérons maintenant une série de fours destinés au traitement thermique de barres et examinons le fonctionnement des fours dans le cas de toutes les combinaisons de paramètres, en vue de déterminer la «perte spécifique de chaleur» Q_f correspondant à l'unité de volume de la barre dans chacun des cas. Selon l'équation (18), si $s_1 = s_2 = s$

$$\frac{Q}{t_H} = 4 k K_0 \Delta T_{gm} (H_f + H_e) s \quad (23)$$

d'où la «perte spécifique» de chaleur

$$Q_f = \frac{Q}{V} = 4k K_0 \Delta T_{gm} (H_f + H_e) \frac{st_H}{V} \quad (24)$$

A l'aide de (24) nous allons obtenir une comparaison de l'économie réalisable avec les différents modèles de fours. A cette fin, il nous faut examiner les variables figurant dans les essais et leurs relations réciproques.

Du point de vue de notre théorie, les variables les plus importantes sont les suivantes :

T_{gm}	la température de cuisson
t_h	la température du traitement thermique
s	le côté de la section de la barre
V	le volume de la barre
$V_t = V_{t_H}$	la production (le volume de barre traité pendant l'unité de temps)
H_e	la longueur de la zone de préchauffage
H_f	la longueur de la zone de cuisson
H	la longueur du four
v	la vitesse d'avancement
Q_f	la perte spécifique de chaleur.

Comme nous allons voir, 4 de ces paramètres peuvent être choisis à volonté ; la valeur des autres dépend de la valeur des paramètres choisis. Dans les fours réels, ce sont presque sans exception les paramètres (1) et (5), c. à. d. la température de cuisson et la production qui sont déterminés et qui représentent «la tâche». La détermination des autres paramètres est l'affaire du constructeur du four.

En vue d'élaborer notre théorie, nous avons, comme il a été dit, supposé une température de cuisson donnée T_{gm} , afin d'éliminer ce paramètre du nombre des variables. Les équations en deviennent plus faciles à manier, car nous allons voir, que la variation de T_{gm} ne modifie que les constantes qui y figurent.

Il nous reste donc encore 3 variables indépendantes, parmi lesquelles notre choix se fixera sur la durée du traitement thermique t_H , la production V_t et le côté de la section de la barre s . Examinons leurs relations avec les autres facteurs.

La première variable que nous prendrons en considération est le côté de la section de la barre s . Il peut être choisi indépendamment de la durée du traitement thermique t_H , mais on peut aussi prescrire que la relation des deux variables soit telle qu'elle assure un équilibre thermique acceptable dans la barre de côté s . Selon la théorie de la propagation de la chaleur, si un corps est exposé à la transmission de chaleur dans un milieu qui se réchauffe suivant une certaine loi, l'équilibre thermique du corps est fonction de plusieurs paramètres dont tous n'ont pas été mentionnés dans ce qui précède (coefficients de conductivité et de transmission de chaleur, chaleur spécifique etc.) et dont l'influence sur les modèles en question sera étudiée par la suite.

Pour le moment supposons que la durée du traitement thermique t_{He} nécessaire pour obtenir, à la fin du préchauffage, un équilibre thermique *pratiquement* acceptable, soit proportionnelle au carré du côté s , c. à. d.

$$t_{H_e} = K_3 s^2 \quad (25)^*$$

Autrement dit, dans le cas de l'équilibre thermique t_H cesse d'être une variable indépendante. Puisque le refroidissement sur la section H_h nécessite la même durée de temps :

$$t_{H_e} = t_{H_h} = K_3 s^2$$

Enfin si le temps du traitement thermique sur la section de cuisson est t_{H_f} , alors

$$t_H = 2 K_3 s^2 + t_{H_f}$$

Puisque le volume de la barre est également proportionnel à s^2 et étant donné que la quantité de chaleur nécessaire aux transformations physico-chimiques est proportionnelle au volume, il est évident qu'ici aussi on aura besoin d'une durée de traitement thermique proportionnelle à s^2 sur la section H_f , c. à. d. $t_{H_f} = K_{H_f} s^2$. Il s'ensuit que la durée totale du traitement thermique est proportionnelle au carré du côté s , soit

$$t_H = 2 K_3 s^2 + K_{H_f} s^2 = (2 K_3 + K_{H_f}) s^2 = K_4 s^2 \quad (26)$$

La relation entre la durée du traitement thermique t_H et la production V_t est donnée par l'équation se rapportant à la production

$$V_t = \frac{V}{t_H} \quad (27)$$

Vu que le volume de la barre est $V = Hs^2$, en substituant dans (27), on obtient la relation entre V_t , s , H et t_H

$$V_t = \frac{Hs^2}{t_H} \quad (29)$$

* La constante K_3 est, comme nous verrons par la suite, fonction du nombre de Fourier

$$K_3 = F_0/\alpha$$

où α est le coefficient de conductivité de température. Cette constante, ainsi que l'équation (25) est d'une importance primordiale dans l'interprétation correcte du fonctionnement des fours-tunnel. Nous en reparlerons dans la 2^{ème} partie. Notons cependant dès maintenant que l'exposant figurant dans l'équation (25) ne peut pas être considérée comme l'expression d'une loi physique et ne donne que l'approximation parabolique des courbes assez compliquées de la transmission externe de chaleur. Nous verrons que cette approximation est très souvent vérifiée par la pratique.

La relation entre la longueur H , la durée du traitement thermique t_H et la vitesse d'avancement v est selon (6)

$$v = \frac{H}{t_H} \quad (30)$$

A l'aide de (29) et (30) le paramètre V_t peut être exprimé par la vitesse v et la durée du traitement thermique t_H :

$$V_t = vs^2 = \frac{vt_H}{K_4} \quad (31)$$

La relation entre la longueur du four et ses sections est :

$$H = H_f + 2 H_e \quad (32)$$

Enfin la relation entre la perte spécifique de chaleur $Q_f^{(1)}$ et les autres paramètres est donnée par l'équation (24), laquelle, après substitution de (28) peut s'écrire

$$Q_f^{(1)} = \frac{Q}{V} = \frac{4k \Delta T_{gm} K_0 (H_f + H_e) t_H}{Hs} \quad (33)$$

L'équation (33) peut être simplifiée. L'expression

$$\frac{4 K_0 (H_f + H_e)}{H}$$

comme nous allons immédiatement le démontrer, est une constante sans dimensions, désignée par G_m . Ainsi (33) prend la forme suivante :

$$Q_f^{(1)} = \frac{k \Delta T_{gm} G_m t_H}{s} \quad (34)$$

et en substituant de (26), on obtient l'équation

$$Q_f^{(1)} = k \Delta T_{gm} G_m (2 K_3 + K_{H_f}) s = k K_4 \Delta T_{gm} G_m s \quad (35)$$

loi de la perte de chaleur du four-tunnel de section carrée fonctionnant en équilibre thermique, où

$$K_4 = 2 K_3 + K_{H_f}$$

Selon (35) [première loi fondamentale]

(I) Dans un modèle de four-tunnel à section carrée, réglé sur une durée de traitement thermique proportionnelle au carré du côté de la barre, la perte spécifique de chaleur est proportionnelle à ce côté et indépendante de tout autre paramètre de grandeur.

Pour vérifier l'équation

$$\frac{4 K_0 (H_f + H_e)}{H} = Gm \quad (36)$$

nous allons démontrer d'abord que H_f est proportionnel à H . De (26) il s'ensuit que

$$\frac{t_{H_f}}{t_H} = \frac{K_{H_f} s^2}{K_4 s^2} = \frac{K_{H_f}}{K_4} \quad (37)$$

et comme la vitesse du traitement v est constante dans tous les essais et

$$H_f = v t_{H_f} \quad H = v t_H \quad (38)$$

de (37) et (38) on tire :

$$\frac{H_f}{H} = \frac{K_{H_f}}{K_H} \quad \text{et} \quad H_f = \frac{K_{H_f}}{K_4} H \quad (39)$$

autrement dit, la longueur de la zone de cuisson est proportionnelle à la longueur du four. En substituant de (39) dans (36) et en simplifiant, vu que

$$H_e = \frac{H - H_f}{2}$$

le premier membre de (36) est

$$\frac{4 K_0 (H_f + H_e)}{H} = 2 K_0 \left(\frac{K_{H_f}}{K_4} + 1 \right)$$

soit une constante sans dimensions.

En résolvant l'équation (35) par rapport à Gm :

$$Gm = \frac{Q_f^{(1)}}{k K_4 \Delta T_{gm} s} = 2 K_0 \left(\frac{K_{H_f}}{H_4} + 1 \right) \quad (40)$$

Selon l'équation (40) :

(II) *La relation des paramètres figurant dans les essais sur modèles de four tunnel, réglés pour une durée de traitement thermique proportionnelle au carré du côté de la barre, est caractérisée par le nombre Gm indépendant de toutes les dimensions correspondantes du four.**

De (II) il résulte que le principe de la similitude peut être appliqué à tous les modèles de four dont les rapports H_f/H et F/F_r sont invariables.

2—5 A l'aide des équations développées, nous allons diviser les séries d'essais sur modèles en deux groupes. Dans un des groupes, nous voulons obtenir un équilibre thermique, c. à. d. nous rapportons la durée du traitement thermique selon (26) au carré du côté de la barre, ce qui veut dire qu'il ne nous reste que deux variables indépendantes : s et V_t ; dans l'autre groupe, nous renonçons à l'équilibre thermique et nous appliquons un traitement thermique de durée arbitraire constante, indépendamment du côté s , ce qui transforme t_H également en variable indépendante.

Dans chacun des deux groupes d'essai, nous avons l'intention de modifier d'abord le côté s , tout en considérant comme constante la production V_t , pour travailler ensuite avec un s constant et une série de productions variables.

2—51 Dans la première série, nous réalisons donc les conditions suivantes :

$$t_H = K_4 s^2 \quad (26)$$

autrement dit le côté de la barre et par conséquent la durée du traitement thermique sont variables ; par contre

$$V_t = \frac{V}{t_H} = K_5 \quad (41)$$

c. à. d. la production est constante (fig. 2. séries verticales).

Quelles seront les dimensions des fours pouvant assurer un traitement thermique correspondant à ces conditions ?

On voit immédiatement que :

(III) *Dans le cas où le côté de la barre est variable et la production constante, la longueur de tous les fours est constante.*

En effet de (26), (28) et (41) il résulte que

$$H = \frac{V}{s^2} = \frac{V_t t_H}{s^2} = V_t K_4 = K_4 K_5 \quad (42)$$

ce qui signifie que les membres de la série de fours dans lesquels nous réalisons

* En souvenir du célèbre métallurgiste soviétique, Grum-Gjimaïlo, nous appellerons le nombre Gm «nombre de Grum».

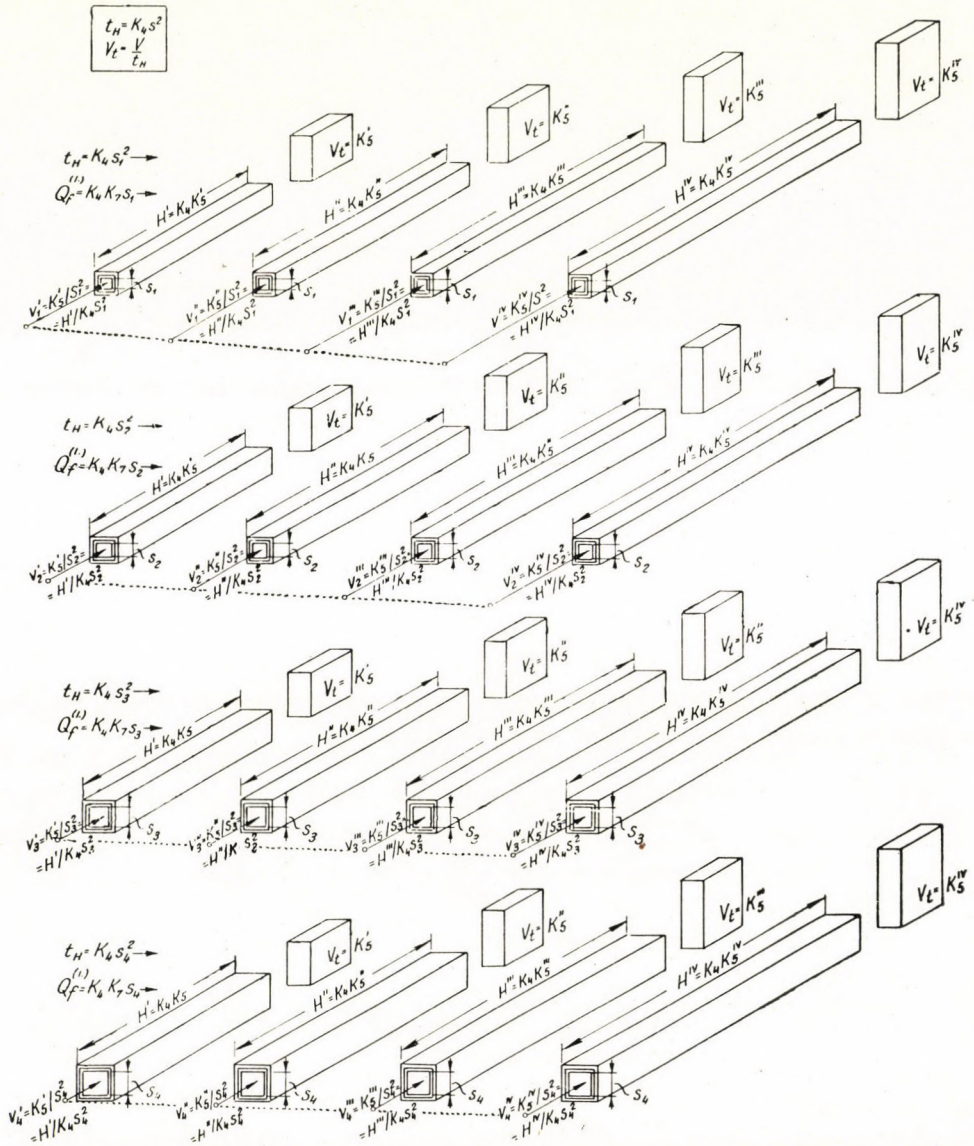


Fig. 2

Série d'essais sur modèles réglés sur une durée de traitement thermique proportionnelle au carré du côté de la barre

Derrière la sortie de chaque modèle de four est représenté le volume de la production. Celle-ci augmente avec la longueur du four (de gauche à droite), mais ne varie pas avec la section du four (de haut en bas). Sur chaque ligne figurent des fours de section identique, mais de longueur croissant de gauche à droite. La figure indique, que l'augmentation des sections ne modifie pas la longueur des fours (lignes verticales). La perte spécifique de chaleur est la même sur toutes les lignes horizontales; sur les lignes verticales, elle augmente. La vitesse d'avancement augmente de gauche à droite, elle diminue de haut en bas. Asymptotiquement il ressort de la figure que, pour des fours de longueur infinie et de section infinitésimale, la perte spécifique de chaleur tend vers zéro et la production vers l'infini.

le traitement thermique et qui doivent assurer la même production V_t pour différents côtés s , ne diffèrent que par leurs sections. En outre, de (26), (30) et (42) on voit aussi que

$$v = \frac{H}{t_H} = \frac{K_4 K_5}{K_4 s^2} = \frac{K_5}{s^2} \quad (43)$$

autrement dit,

(IV) *Dans le cas où le côté de la barre est variable et la production constante, la vitesse d'avancement varie inversement au carré du côté de la barre.*

Dans la série d'essais, il sortira donc de chaque four, par unité de temps, le même volume de barre K_5 , mais la durée du traitement thermique sera d'autant plus grande et la vitesse d'avancement d'autant plus petite que s est plus long.

En ce qui concerne finalement la perte spécifique de chaleur, l'équation (33) et la loi fondamentale (I) continuent d'être valables, puisque Q_f est indépendant de tous les paramètres excepté de s , donc aussi de la production V_t .

2-52 Les conditions dans la deuxième série sont les suivantes :

$$t_H = K_4 s_n^2 \quad (44)$$

c. à. d. le côté s_n (et par conséquent la durée du traitement thermique) est invariable dans chaque série. Par contre la production

$$V_t = \frac{V}{t_H} \quad (45)$$

est variable. (Fig. 2. séries horizontales : $n = 1, 2, 3 \dots i \dots$) En ce cas la longueur du four est

$$H = \frac{V}{s_n^2} = \frac{V_t t_H}{s_n^2} = K_4 V_t \quad (46)$$

autrement dit :

(V) *Dans le cas où le côté de la barre est constant et la production variable, la longueur du four est proportionnelle à la production désirée.*

En d'autres termes, les membres de la série de fours ne diffèrent que par leur longueur. Par conséquent, si avec la même barre de côté s_n on désire obtenir une production plus grande, il faut augmenter la longueur du four proportionnellement à la production. Selon les équations (30, (44) et (46), la vitesse est

$$v = \frac{H}{t_H} = \frac{H}{K_4 s_n^2} \quad (47)$$

(VI) *Dans le cas où le côté de la barre est constant et la production variable, la vitesse doit, elle aussi, être augmentée proportionnellement à la production.*

Enfin la perte spécifique de chaleur, selon (33), est constante en raison de l'invariabilité de s_n . Donc :

(VII) *La perte spécifique de chaleur, pour un côté de la barre constant et une production variable, est constante, donc indépendante de la variation de production.*

Ainsi, pour un côté donné s_n , la production peut être augmentée au-delà de toute limite par l'augmentation de la vitesse (et en même temps de la longueur du four) sans que la perte spécifique de chaleur soit modifiée.

2—53 En résumant les résultats de 2—51 et 2—52, examinons maintenant ce qui arrive, si le côté de la barre et la production sont variables. La série d'essais y relatives doit être imaginée de la façon suivante : on essaye d'abord selon 2—52 un four ayant un côté s_1 avec une production croissante V_t^i (ce qui selon (V) demande une longueur de four croissante), ensuite une série de fours ayant un côté s_2 , avec la même série de productions etc. (Fig. 2.)

En ce cas les équations

$$t_H = K_4 s^2 \quad (26)$$

et

$$V_t = \frac{V}{t_H} \quad (45)$$

sont également valables, c. à. d. s , de même que V_t , sont variables.

Il résulte alors de (26) et (29)

$$H = K_4 V_t \quad (48)$$

autrement dit la longueur du four est déterminée, ici encore, par l'équation correspondant à (V).

(VIII) *La longueur du four dans les modèles réglés sur un équilibre thermique n'est fonction que de la production et, par conséquent, indépendante de tout autre paramètre.*

Sur la base de (26), (30) et (31), la vitesse est égale à :

$$V = \frac{H}{K_4 s^2} = \frac{V_t}{s^2} \quad (49)$$

c. à. d. :

(IX) La vitesse d'avancement dans les modèles réglés sur un équilibre thermique est directement proportionnelle à la production et à la longueur du four et inversement proportionnelle au carré du côté de la barre.

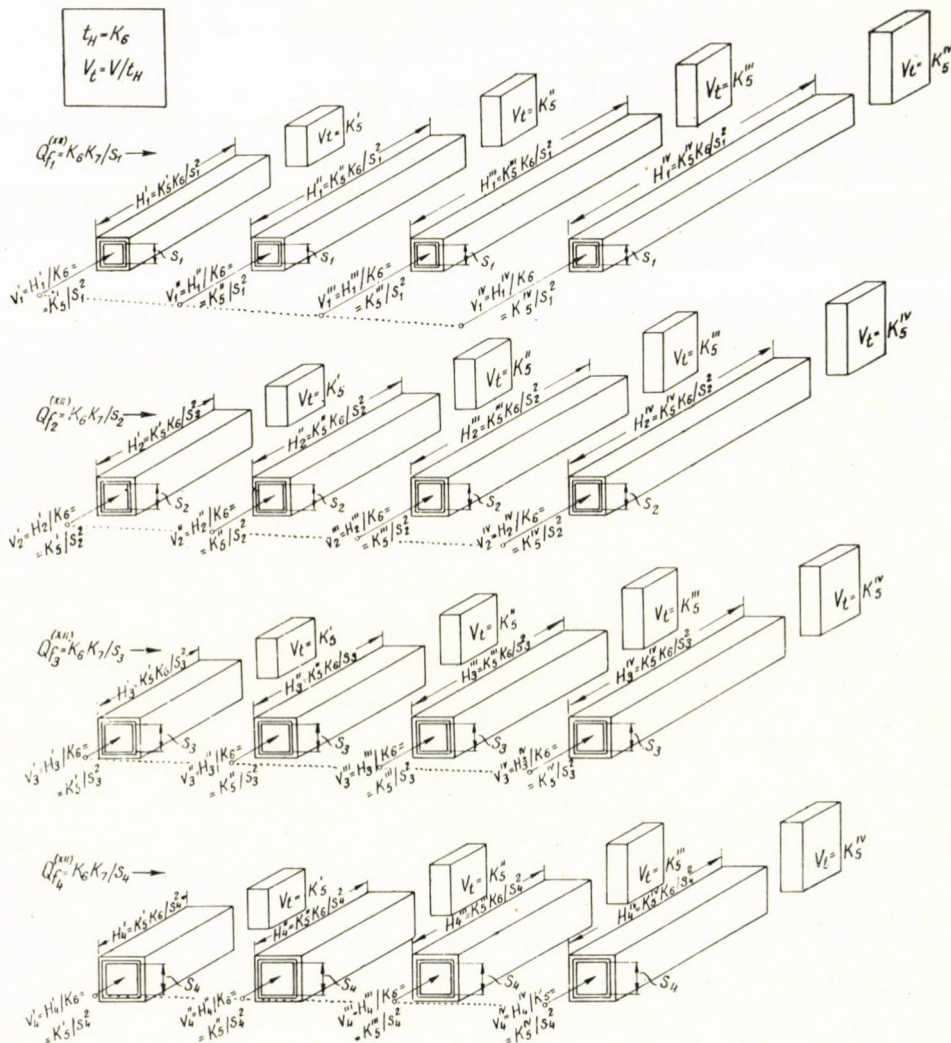


Fig. 3

Série d'essais sur modèles de four réglés sur un traitement thermique de durée constante. La production présente un aspect semblable à la fig. 2. Cependant, la longueur du four n'augmente pas seulement de gauche à droite, mais varie aussi en direction verticale, où elle diminue. La variation de la vitesse d'avancement, en direction horizontale et verticale, exerce un effet semblable à celui de la fig. 2. La perte spécifique de chaleur est dans ce cas aussi, invariable sur chaque ligne horizontale, mais diminue de haut en bas dans les lignes verticales. Asymptotiquement c'est ici le four de longueur et de section infinies qui donnerait une production infinie avec une perte spécifique de chaleur réduite à zéro.

La perte spécifique de chaleur est exprimée en ce cas également par (33) et la loi (I).

2—6 Passons maintenant au deuxième groupe d'essais sur modèles, dans lequel (2—5) nous renonçons à l'équilibre thermique, c. à. d. où nous choisissons une durée de traitement thermique arbitraire, indépendante du côté de la barre. (Fig. 3.)

Soit

$$t_H = K_6 \quad (50)$$

c. à. d. effectuons une série d'essais avec une durée de traitement thermique K_6 constante, mais une production V_t et un côté s variables. En ce cas (fig. 3. séries horizontales) la longueur du four sera donnée par

$$H = \frac{V_t t_H}{s^2} = K_6 \frac{V_t}{s^2} \quad (51)$$

donc :

(X) *Pour une durée de traitement thermique constante, donc dans les essais de cuisson effectués sans équilibre thermique, la longueur du four est directement proportionnelle à la production et inversement proportionnelle au carré du côté de la barre.*

Autrement dit, parmi plusieurs fours de production égale, le four le plus court sera celui dont la section transversale est la plus grande.

La vitesse d'avancement [(30) et (51)] :

$$v = \frac{H}{K_6} = \frac{V_t}{s^2} \quad (52)$$

autrement dit :

(XI) *Pour une durée de traitement thermique constante, donc dans les essais de cuisson effectués sans équilibre thermique, la vitesse d'avancement est directement proportionnelle à la longueur du four et à la production et inversement proportionnelle au carré du côté de la barre.*

Donc dans des fours de grande section et de faible production (51), la vitesse d'avancement, selon (52), est petite, comme dans le cas de (IX).

La perte spécifique de chaleur est dans ce cas (33) égale à

$$Q_f^{(XII)} = \frac{KK_6 \Delta T_{gm} Gm}{s} \quad (53)$$

car t_H étant constant, t_{H_f} l'est également ; par conséquent (36) y est également valable.

(53) montre que (deuxième loi fondamentale)

(XII) *Pour une durée de traitement thermique constante, donc dans les essais de cuisson effectués sans équilibre thermique, la perte de chaleur spécifique est inversement proportionnelle au côté de la barre.*

Enfin (fig. 3, séries verticales) considérons comme constante non seulement la durée du traitement thermique, mais aussi la production :

$$V_t = K_5 \quad (41)$$

Alors (51)

$$H = \frac{K_5 K_6}{s^2} \quad (54)$$

c. à. d. (54) est un cas spécial de (51) où $V_t = K_5$.

Les équations de la vitesse (52) et de la perte spécifique de chaleur (53) ne varient pas.*

En résumant les lois (I)–(XII) on voit que

(XIII) *La longueur du four est toujours directement proportionnelle à la production; dans les modèles de fours réglés sur un équilibre thermique, elle est indépendante des autres paramètres; dans les modèles réglés sur une durée de traitement thermique déterminée, elle diminue proportionnellement au carré du côté de la barre.*

(XIV) *La vitesse d'avancement est toujours directement proportionnelle à la longueur du four et à la production et inversement proportionnelle au carré du côté de la barre.*

(XV) *La perte spécifique de chaleur est directement proportionnelle au côté de la barre dans les modèles de four réglés sur un équilibre thermique et inversement proportionnelle à ce côté dans les fours réglés sur une durée de traitement thermique constante; elle est indépendante de la vitesse d'avancement, de la longueur du four et de la production.*

2—7 Les lois fondamentales (I) et (XII) et les équations (35) et (53) correspondant aux groupes de modèles 2—5 et 2—6 peuvent être écrites sous une forme plus simple, si on appelle K_7 le produit des paramètres $k\Delta T_{gm} Gm$, figurant dans les deux :

$$Q_f^{(I)} = K_4 K_7 s \quad (35^1)$$

$$Q_f^{(XII)} = \frac{K_6 K_7}{s} \quad (53^1)$$

La représentation graphique des deux équations (fig. 4) montre d'une manière caractéristique la différence fondamentale entre les méthodes de cuisson

* Fig. 3. correspond à une certaine durée $t_H = K_6$. Si l'on choisit une autre valeur de t_H , on obtient une figure semblable, mais différente en ce qui concerne le paramètre K_6 . Fig. 2. est donc unique, fig. 3 un élément d'une famille de figures.

appliquées dans les deux groupes d'essai. La droite $O_f^{(I)}$ dont les paramètres K_4 et K_7 sont constants pour une construction de four donnée est donc unique, tandis que les hyperboles $Q_f^{(XII)}$ représentent pour le même modèle de four une famille de courbes, dont le paramètre K_6 , la durée du traitement thermique, peut être modifié à volonté. Le graphique montre que dans le cas du groupe d'essais (35¹) la perte spécifique de chaleur augmente d'une façon linéaire avec le côté s , tandis que dans le cas de (53¹) elle diminue avec s suivant une hyperbole; par conséquent, au-delà des côtés $s_P^{(i)}$ correspondant aux points d'inter-

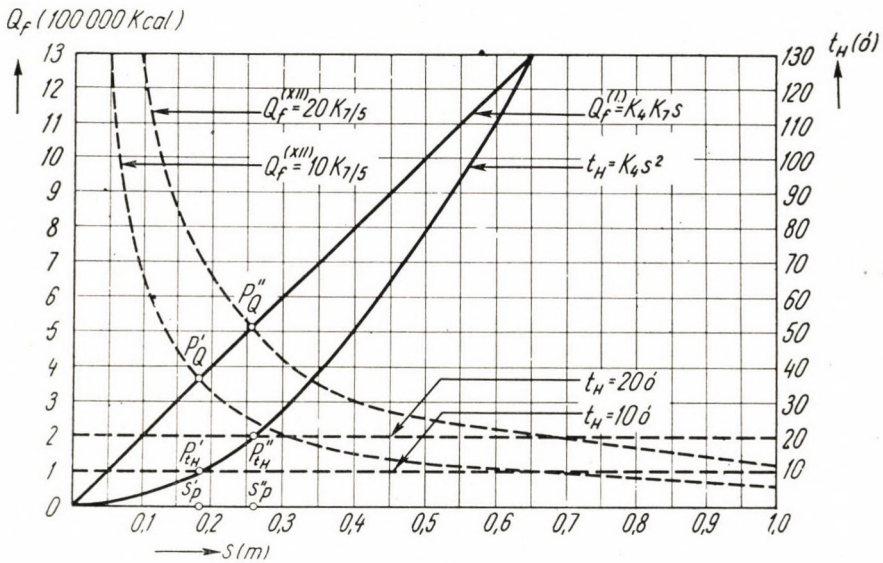


Fig. 4

section, cette méthode est plus avantageuse que l'autre. En considérant les équations (26) et (50) correspondant à l'équilibre thermique, on voit que (26) est une parabole $t_H = K_4 s^2$, et (50) une famille de droites $t_H = K_6$ parallèles à l'axe s dont le paramètre est également K_6 . Les points d'intersection $P_{t_H}^{(i)}$ de la parabole et de la famille de droites sont situés sur le même axe des ordonnées que les points $s_P^{(i)}$ et $P_Q^{(i)}$. Ce graphique (fig 4) montre qu'à droite du côté de section $s_P^{(i)}$, l'équilibre thermique ne peut pas être atteint avec la méthode de cuisson (50); par conséquent, celle-ci est moins appropriée de ce point de vue que la méthode (26). A gauche du côté $s_P^{(i)}$ la méthode représentée par l'équation (26) et par l'équation correspondante (35¹) est de toute façon plus avantageuse, car elle assure un traitement thermique convenable, en même temps que la perte spécifique de chaleur est plus petite que dans le cas de la méthode (50) et de la méthode correspondante (53¹).

En résumé : dans le cas d'une durée de traitement thermique $t_H = K_6^{(i)}$ donnée, les deux exigences : bon équilibre thermique et perte spécifique de chaleur minimum ne sont pas compatibles au-delà d'une certaine grandeur de $s_p^{(i)}$. Les points d'intersection $P_Q^{(i)}$ et $P_{t_H}^{(i)}$, dont la position ne dépend que de la valeur du paramètre K_6 , sont caractéristiques pour toutes les valeurs de $K_6^{(i)}$; au-delà des côtés de barre $s_p^{(i)}$ qui leur correspondent, c'est-à-dire dans le cas de barres de plus grandes dimensions, on doit se contenter d'un traitement thermique imparfait, si l'on veut éviter une perte de chaleur trop grande. C'est pourquoi nous appellerons les longueurs de côté $s_p^{(i)}$ «longueurs de côté critiques».

Vu qu'aux points d'intersection des courbes (35¹) et (53¹) correspond la même perte spécifique de chaleur, l'équation de la longueur de côté critique s_p peut facilement être déduite de (35¹) et (53¹), puisque

$$K_4 K_7 s_p = \frac{K_6 K_7}{s_p}$$

Après simplification

$$s_p^2 = \frac{K_6}{K_4} \quad (55)$$

d'où la longueur de côté critique

$$s_p = \sqrt{\frac{K_6}{K_4}} \quad (56)$$

2-8 La première partie de la théorie des fours-tunnel que nous venons d'exposer permet de tirer quelques conclusions qui, comme nous verrons dans les publications suivantes, ont une importance pratique. C'est pourquoi nous donnerons ici quelques exemples numériques qui constituent également la base du diagramme de la fig. 4.

2-81 Effectuons une série d'essais dans les conditions suivantes :

Soient la production :	$V_t = K_5' = 0,1 \text{ m}^3/\text{h}$	
l'augmentation maximum de la température	$\Delta T_{gm} = 1000^\circ \text{ C}$	
le coefficient de transmission de chaleur	$K = 0,5 \text{ kcal/m}^2\text{h C}^\circ$	
le coefficient d'équilibre thermique	$K_4 = 316,5 \text{ h/m}^2$	(26)
le rapport entre la surface de barre et la surface de four	$K_0 = 6$	(1)
le coefficient du traitement thermique dans la zone de cuisson	$K_{Hf} = 16,5 \text{ h/m}^2$	(26)
A l'aide de ces données, calculons le nombre de Grum :		

$$Gm = 2 K_0 \left(\frac{K_{Hf}}{K_4} + 1 \right) = 12,6 \quad (36^1)$$

d'où la valeur de la constante figurant dans (35¹) et (53¹)

$$K_7 = k \Delta T_{gm} Gm = 6300$$

et

$$K_4 K_7 = 2\,000\,000$$

Ceci dit, calculons les données et les pertes spécifiques de chaleur des fours pour la série suivante. Nous allons travailler dans trois fours, avec trois côtés de barre :

$$s_1 = 0,1 \text{ m} \qquad s_3 = 0,3 \text{ m} \qquad \text{et} \qquad s_5 = 0,5 \text{ m}$$

Quelles seront la longueur H , la longueur de côté du four H_0 , la durée du traitement thermique t_H , la vitesse d'avancement v et la perte spécifique de chaleur $Q_f^{(1)}$ des fours? Sur la base des équations précédentes, on obtient le tableau suivant :

TABLEAU 1

	$H = K_4 K_5$	$H_0 = K_0 s^*$	$t_H = K_4 s^2$	$v = \frac{K_5}{s^2}$	$Q_f^{(1)} = K_4 K_5 s$
$s_1 = 0,1 \text{ m} \dots$	31,6 m	0,6 m	3,2 h	10,— m/h	200 000 kcal
$s_3 = 0,3 \text{ «} \dots$	31,6 «	1,8 «	28,5 «	3,33 «	600 000 «
$s_5 = 0,5 \text{ «} \dots$	31,6 «	3,0 «	79,— «	2,— «	1000 000 «

En variant la production $V_t = K_5$, la longueur de four H et la vitesse d'avancement v varient aussi ; les autres valeurs numériques restent invariables (fig. 2).

Si par ex. $V_t = K_5'' = 0,2 \text{ m}^3/\text{h}$, $H = 63,2 \text{ m}$ et $v = 20,— \text{ m}$, $6,66 \text{ m}$, et $4,— \text{ m}$, valeurs correspondant aux côtés de barre s_1 , s_3 , s_5 .

2—82. Effectuons maintenant une série d'essais dans laquelle toutes les conditions précédentes restent invariables, sauf la condition $t_H = K_4 s^2$, au lieu de laquelle la durée constante du traitement thermique sera $t_H = K_6 = 10 \text{ h}$. On obtient alors le tableau suivant :

TABLEAU 2

	$H = \frac{K_4 K_5}{s^2}$	$H_0 = K_0 s$	$t_H = K_6$	$v = \frac{K_5}{s^2}$	$Q_f^{(XII)} = \frac{K_4 K_7}{s}$
$s_1 = 0,1 \text{ m} \dots$	100 m	0,6 m	10 h	10,— m/h	630 000 kcal
$s_3 = 0,3 \text{ «}$	11,1 «	1,8 «	10 «	3,33 «	210 000 «
$s_5 = 0,5 \text{ «}$	4,— «	3,— «	10 «	2,— «	126 000 «

En variant la durée du traitement thermique $t_H = K_6$, la longueur du four H , ainsi que la perte spécifique de chaleur $Q_f^{(XII)}$ varient aussi. En variant la production $V_t = K_5$, la longueur du four H et la vitesse d'avancement v avarient proportionnellement (fig. 3).

La fig. 4 a été établie à l'aide de ces tableaux.

Il en ressort qu'à droite de la longueur de côté critique, s_p , par ex. dans le cas d'une barre de côté de section $s = 0,5 \text{ m}$, si on prescrit un traitement thermique $t_H = 10 \text{ h}$, la perte spécifique de chaleur est de $130\,000 \text{ kcal/m}^3$, mais l'équilibre thermique est imparfait. Si par contre $t_H = 78 \text{ h}$, la perte spécifique de chaleur est de $\sim 780\,000 \text{ kcal/m}^3$, mais en raison de la durée plus longue du traitement thermique, l'équilibre thermique sera satisfaisant. A gauche de la

* La constante de proportionnalité figurant dans l'équation (1) exprime évidemment aussi le rapport de la longueur du côté du four et du côté de la barre.

longueur de côté critique, si par ex. $s = 0,1$ m, $t_H = 10$ h, la durée du traitement thermique est environ le double de ce qui est nécessaire, et de plus, la perte spécifique de chaleur est de 660 000 kcal/m³, au lieu de 200 000 kcal/m³. Si, comme il sera démontré par la suite, la théorie exposée est vérifiée par la pratique, les normes encore en usage, prescrivant pour des articles déterminés des durées de traitement thermique déterminées, sont erronées dans leur principe. D'autre part, il apparaît, que pour un côté de barre et un type de four donnés, il se produit une certaine perte spécifique de chaleur qui ne peut être réduite sans sacrifier l'équilibre thermique correspondant.

Finalement (fig. 2) un traitement thermique (équilibre thermique) approprié ne suffit pas. En vertu de notre théorie, *il est avantageux de construire les fours avec une section aussi petite et une longueur aussi grande que possible, car ainsi la production est grande, la perte spécifique de chaleur faible, et le four meilleur marché*; c'est précisément le contraire de la pratique répandue de nos jours.

LITTÉRATURE

1. Morelli: «L'Industria Ceramica e Silicati», 1949. No. 3, p. 14.
2. Korach M.: «Le four-tunnel et la cuisson rapide „sandwich”». Építőanyag, 1953. No. 8—9, p. 262.
3. Siliprandi G. L.: Dissertation. Université de Bologne, 1952.

RÉSUMÉ

Le but de l'étude est de démontrer les conséquences thermotechniques des dimensions du four-tunnel au cas de modèles de four fonctionnant dans des conditions idéales. Il est prouvé que la longueur du four est toujours proportionnelle au rendement et pour un équilibre thermique des éléments à cuire elle est indépendante de tout autre paramètre. La perte spécifique de chaleur est en ce cas directement proportionnelle à la longueur du corps de section carrée passant par le four. La perte de chaleur par conséquent est d'autant plus petite que la section du four est diminuée, indépendamment du rendement. Il est donc indiqué d'obtenir l'augmentation du rendement par la majoration de la longueur du four et non par celle de sa section, laquelle doit être réduite à une dimension minimum compatible avec les dimensions du produit.

Pour caractériser les fours-tunnel l'auteur propose un nombre indépendant des dimensions du four qu'il appelle nombre de Grum.

ТЕОРИЯ ТОННЕЛЬНОЙ ПЕЧИ И СКОРОСТНОЙ ПРОЦЕСС ОБЖИГА «СЕНДВИЧ». I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НА МОДЕЛИ ТРУБЧАТОЙ ПЕЧИ

Д-р техн. наук М. КОРАХ

РЕЗЮМЕ

Преследовалась цель показать теплотехнические следствия габаритных размеров тоннельной печи в случае моделей печей, работающих при идеальных условиях. Доказано, что во всех случаях длина печи пропорциональна производительности, а в случае теплового выравнивания обжигаемых предметов является независимой от прочих параметров. В этом случае удельные тепловые потери прямо пропорциональны длине стороны тела квадратного сечения, следующего через печь. Следовательно, тепловые потери будут тем меньшими, чем меньше поперечное сечение печи, независимо от производительности. Таким образом, повышения производительности целесообразно добиваться увеличением длины печи, а не увеличением поперечного сечения печи, далее поперечное сечение печи следует сократить до минимальных размеров, согласующихся с габаритными размерами обжигаемой продукции.

Для характеристики тоннельных печей данный труд предлагает применение безразмерного критерия, который называется числом Грума и независим от габаритных размеров печи.

THEORY OF TUNNEL KILNS AND THE SO-CALLED «SANDWICH» FAST SCHEDULE FIRING

I. THEORETICAL EXPERIMENTS ON KILN-MODELS

M. KORACH

D. Eng. Sc.

SUMMARY

Aim of the present study is to demonstrate the effect of the dimensions of tunnel kilns on the thermodynamical conditions prevailing with kiln models working under ideal circumstances. Evidence is furnished to the effect that the length of the kiln is, in any case, in direct proportion to the output and is, in the case of full equalization of temperature of the fired articles, independent of any other parameter. Specific loss of heat is, in this case, in direct proportion to the side length of the quadratic cross-section of the object to be fired passing through the kiln. Consequently, the loss of heat will be, independent of the output, the lower, the smaller is the cross-section of the kiln. It appears, therefore, practical to increase the output by increasing the length rather than the cross-section of the kiln, whilst the cross-section should be reduced to a minimum admitted by the dimensions of the article to be fired.

To characterize tunnel kilns, the author proposes the use of a dimensionless criterion called Grum-number, which is independent of kiln dimensions.

DIE THEORIE DES TUNNELOFENS UND DAS »SANDWICH«-SCHNELLBRENNEN

I. TEIL. THEORETISCHE ROHROFEN-MODELLVERSUCHE

M. KORACH

Doktor der Technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Das Ziel der vorliegenden Abhandlung ist die Darstellung der wärmetechnischen Folgen der Abmessungen des Tunnelofens bei Ofenmodellen, die unter idealen Verhältnissen arbeiten. Es wird der Beweis erbracht, dass die Ofenlänge immer proportional zur Leistung und — beim Temperatenausgleich der zu brennenden Gegenstände — von jedem anderen Parameter unabhängig ist. Der spezifische Wärmeverlust ist in diesem Falle der Seitenlänge der durch den Ofen hindurchgehenden Stange von quadratischem Querschnitt direkt proportional. Infolgedessen ist der Wärmeverlust desto geringer, je kleiner der Querschnitt des Ofens ist, u. zw. unabhängig von der Leistung. Es ist also zweckmässig, die Erhöhung der Leistung durch Vergrösserung der Ofenlänge und nicht durch Vergrösserung des Ofenquerschnittes zu erreichen, wobei der Ofenquerschnitt auf die kleinsten, mit den Abmessungen der Brennprodukte vereinbaren Abmessungen zu reduzieren ist.

Zur Charakterisierung der Tunnelöfen wird ein dimensionsloses Kriterium, die sog. Grumsche Zahl vorgeschlagen, die von den Abmessungen des Ofens unabhängig ist.

ZEITGEMÄSSE FORMELN FÜR REDUKTIONEN VON WINKELTREUEN ZYLINDERPROJEKTIONEN

Prof. I. HAZAY

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

LEHRSTUHL FÜR ANGEWANDTE GEODÄSIE DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT, SOPRON

[Eingegangen am 10. Juni 1954]

Die ungarische Landesvermessung führte im Jahre 1908 zur Darstellung ihrer geodätischen Ergebnisse drei schiefachsige, winkeltreue (konforme) Zylinderprojektionssysteme ein. Bei diesen drei Systemen ist die verzerrungsfreie Linie (der Berührungskreis von Kugel und Zylinder) der jeweilige sphärische Grosskreis, der sich senkrecht zum gleichen Meridian, zu dem durch den Haupttriangulierungspunkt »Gellérthegy« (auf dem Gellért-Berg in Budapest) hindurchgehenden Meridian befindet. Der Übergang vom Ellipsoid auf die Zylinderprojektion erfolgte auf Grund des von Gauss stammenden Prinzips der winkeltreuen Doppelprojektion [1], das zum ersten Mal auf der Welt im Jahre 1857 in Ungarn angewandt wurde, als noch (bis zum Jahre 1908) als Projektion auf eine Ebene einzig und allein die stereographische Projektion in Gebrauch stand.

Die Berechnungsformeln (mathematischen Reihen) und Berechnungsschemata der ungarischen Zylinderprojektionsmethoden finden sich in den unter [2] und [3] angeführten Arbeiten. Seinerzeit wurden die Berechnungen im allgemeinen mit Hilfe von logarithmischen Tabellen vorgenommen und die erwähnten Gleichungen dürfen auch für diese Berechnungsweise als völlig entsprechend betrachtet werden. Heute werden jedoch die Berechnungen fast ausnahmslos mit der Rechenmaschine durchgeführt, und für dieses neue Rechenverfahren erscheinen die alten Formeln und Gleichungen als schwerfällig. Vielleicht drückt man sich noch genauer aus, wenn man diesen Satz so formuliert, dass man — wenn man die je bessere Ausnutzung der Vorteile der maschinellen Rechnung im Auge hat — für dieses Rechenverfahren auch besser geeignete Gleichungen wird aufstellen können.

In der vorliegenden Abhandlung soll in erster Linie die sog. *zweite Richtungsreduktion* für eine winkeltreue Zylinderprojektion untersucht werden, bei der der Zylinder die Kugel berührt, bei der aber die Herleitung so nahe an den die Längenverzerrung ausdrückenden *Längenverzerrungsfaktor* herankommt, dass man mit einem kleinen Umweg auch zu diesem gelangt. Für die Richtungsreduktion wird nicht nur eine geeignetere Formel als die alte Formel angestrebt, sondern es sollen diesbezüglich auch gewisse Untersuchungen angestellt werden. In Verbindung mit der Längenverzerrung sei erwähnt, dass zu ihrer Beschreibung

bzw. zu ihrer Bestimmung früher eher die sog. *Längenreduktion* benutzt wurde, die sich für die logarithmischen Berechnungen eignet, während heute im allgemeinen der für maschinelle Berechnungen entsprechendere Faktor der Längenverzerrung Anwendung findet.

Obwohl die erwähnten Projektionsbegriffe als allgemein bekannt angesehen werden dürfen, seien sie hier dennoch kurz beschrieben, um so späteren Missverständnissen vorzubeugen.

Bei der winkeltreuen Projektion verändern sich die von den kürzesten Linien der Originalfläche (im vorliegenden Falle von den sphärischen Grosskreisen) eingeschlossenen Winkel im Laufe der Projektion nicht, wenn man

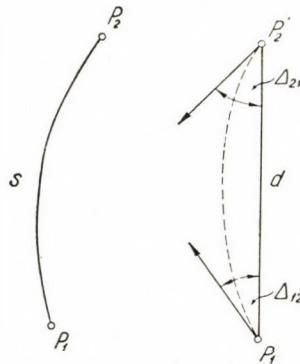


Abb. 1

die kürzesten Linien der Originalfläche *Punkt für Punkt* projiziert. (Unter dem punktweise projizierten Bild einer Linie ist zu verstehen, dass man jeden einzelnen Punkt der die Linie bildenden, aus unendlich vielen Punkten bestehenden Punktreihe projiziert, dass also das entstehende Bild tatsächlich das genaue, wahre Bild der Linie darstellt.) Bei der winkeltreuen Projektion ist somit die *erste Richtungsreduktion*, die bei der punktweise erfolgenden Projektion die Abweichung zwischen der Richtung der Originalfläche und der ihr entsprechenden Richtung auf der Bildfläche beschreibt, stets Null. Die Berechnung der Koordinaten erfolgt bei der geodätischen Darstellung mit trigonometrischen Formeln, die der Bildfläche entsprechen, im vorliegenden Falle mit Formeln der ebenen Trigonometrie. Demzufolge werden die Festpunkte mit den kürzesten Linien der Bildfläche, im vorliegenden Falle mit Geraden verbunden. Das punktweise projizierte wahre Bild der kürzesten Linie der Originalfläche fällt indessen auf der Bildfläche im allgemeinen nicht mit der kürzesten Linie der Bildfläche zusammen und ist auf der Bildebene im allgemeinen nicht eine Gerade, sondern irgendeine krumme Linie. Diejenigen Winkel, die auf der Bildfläche einerseits von den Tangenten der punktweise projizierten kürzesten Linie der Originalfläche (im vorliegenden Falle der Kugel) — nämlich der Linie zwischen den

Punkten P_1 und P_2 auf der linken Seite der Abb. 1, deren projizierte Punkte auf der Bildfläche mit P'_1 bzw. P'_2 bezeichnet werden — und andererseits von den Tangenten der kürzesten Linie der Bildfläche (im vorliegenden Falle die die Punktbilder P'_1 , und P'_2 verbindende Gerade) eingeschlossen werden (rechte Seite der Abb. 1), werden *zweite Richtungsreduktion* genannt. Die zweite Richtungsreduktion wird im folgenden mit Δ bezeichnet, wobei der erste Index auf den Ausgangspunkt der Richtung und der zweite Index auf den anderen Endpunkt der Richtung hinweist. Das Vorzeichen der zweiten Richtungsreduktion ist so zu verstehen, dass man — wenn die Richtungsreduktion zum Richtungswinkel des wirklichen Bildes addiert wird — den Richtungswinkel der kürzesten Linie der Bildfläche erhält. Im weiteren soll hier von der Bezeichnung »zweite Richtungsreduktion«, da es sich hier um eine winkeltreue Projektion handelt, bei der man nicht mit der ersten Richtungsreduktion rechnen muss, das Attribut »zweite« weggelassen und nur einfach Richtungsreduktion geschrieben werden.

Das Verhältnis m zwischen der Länge d der kürzesten Linie, die das auf die Bildfläche projizierte Bild von zwei Punkten der Originalfläche miteinander verbindet, und der Länge s der kürzesten, die beiden Punkte auf der Originalfläche verbindenden Linie wird Verhältnis oder *Faktor der Längenverzerrung* genannt (Abb. 1) :

$$m = \frac{d}{s} \quad (1)$$

Der Logarithmus des Faktors der Längenverzerrung trägt den Namen *Längenreduktion* und wird mit σ bezeichnet :

$$\sigma = \log d - \log s \quad (2)$$

Der Wert von σ pflegt in Einheiten der siebenten Logarithmenstelle ausgedrückt zu werden.

Bei winkeltreuen Projektionen kann die erste Feststellung, wenn die Originalfläche eine Kugel und die Bildfläche eine Ebene ist, auf Grund von Abb. 2 gemacht werden. Zu diesem Zwecke sei der Zusammenhang zwischen den Winkeln eines sphärischen Dreiecks und eines ebenen Dreiecks untersucht, das von den Linien gebildet wird, die das Bild der auf die Ebene projizierten Eckpunkte des sphärischen Dreiecks miteinander verbinden. Die Winkelsumme des sphärischen Dreiecks ist

$$180^\circ + \varepsilon''$$

wo ε'' der *sphärische Exzess* des Dreiecks ist. Da bei der winkeltreuen Projektion die Winkel zwischen dem punktweise projizierten Bild der Seiten des sphärischen Dreiecks (die gestrichelte Linie in Abb. 2) gleich gross sind wie die entsprechenden

Winkel des sphärischen Dreiecks, so beträgt die Summe der durch diese Seiten eingeschlossenen Winkel ebenfalls $180^\circ + \varepsilon''$, während die Winkelsumme des ebenen Dreiecks 180° ausmacht. Hieraus folgt, dass die Summe der an den Seiten des Dreiecks auftretenden insgesamt sechs Richtungsreduktionen gleich dem sphärischen Exzess zu sein hat :

$$\sum \Delta = \varepsilon'' \quad (3)$$

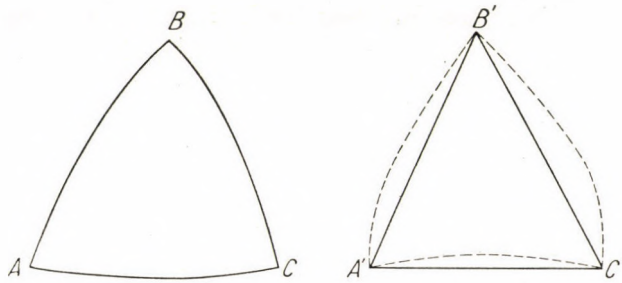


Abb. 2

Eine von den kürzesten Linien begrenzte beliebige Figur kann durch die kürzesten Linien in Dreiecke zerlegt werden, also besitzt der für die Summe der Richtungsreduktionen der Figur gegebene Zusammenhang (3) nicht nur für

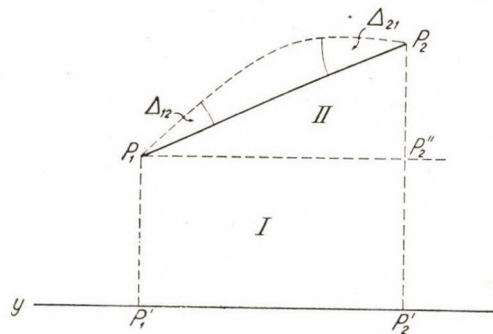


Abb. 3

Dreiecke, sondern auch für jede beliebige aus kürzesten Linien gebildete Figur Gültigkeit.

Es ist bekannt, dass bei der Zylinderprojektion die verzerrungsfreie Linie sowie das punktweise projizierte Bild der senkrecht zu dieser befindlichen sphärischen Grosskreise Geraden sind, so dass diese Linien keine Richtungsreduktion haben. Wenn man also die Richtungsreduktionen für den Linienabschnitt untersucht, der die in Abb. 3 angegebenen Punkte P_1 und P_2 verbindet, und von den

Punkten P_1 und P_2 eine Senkrechte auf die verzerrungsfreie Linie fällt, die als y -Achse unseres Ebenenkoordinatensystems betrachtet werden soll, dann verteilt sich der sphärische Exzess der Figur $P_1 P_2 P'_2 P'_1$ auf die zwei Richtungsreduktionen der Seite $P_1 - P_2$. Fraglich ist jedoch das Verhältnis, in dem diese Verteilung erfolgt, fraglich, wieviel auf Δ_{12} und wieviel auf Δ_{21} entfällt.

Wenn die untersuchte Seite parallel der y -Achse verlief (wie die Linie $P_1 - P'_2$), dann wären infolge der gleichen Lage der beiden Endpunkte zur y -Achse die beiden Richtungsreduktionen gleich gross wie die Hälfte des Exzesses

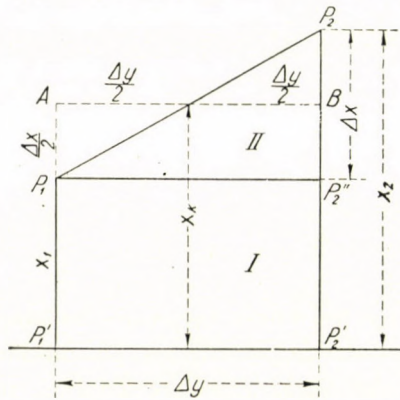


Abb. 4

der mit I. bezeichneten Figur. Der Unterschied zwischen der Grösse der Richtungsreduktionen der beiden Endpunkte der Seite $P_1 - P_2$ wird also durch die mit II. bezeichnete Figur verursacht. Setzt man nun voraus, dass ein Teil q des Exzesses dieser Figur auf Δ_{12} entfällt, so ist

$$|\Delta_{12}| = \frac{1}{2} \varepsilon_1 + \frac{1}{q} \varepsilon_{II} \quad (4)$$

$$|\Delta_{21}| = \frac{1}{2} \varepsilon_1 + \frac{q-1}{q} \varepsilon_{II}$$

Der sphärische Exzess lässt sich aus der Formel

$$\varepsilon'' = \frac{F}{R^2} \varrho'' \quad (5)$$

berechnen, wo F die Oberfläche der sphärischen Figur und R den Halbmesser der Kugel bezeichnet. Wenn es sich um eine kleinere Oberfläche handelt, dann kann F durch die Fläche der ebenen Figur ersetzt werden.

Zur Fläche des Rechteckes $P'_1 P_1 P'_2 P_2$ gelangt man, wenn man die Fläche des Rechteckes $P'_1 A B P'_2$ berechnet und von dieser die Fläche des Rechteckes $A B P'_2 P_1$ abzieht (Abb. 4). Wenn

$$x_k = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

ist, dann beträgt die Fläche von Figur I und Figur II

$$T_1 = x_k \Delta y - \frac{\Delta x \Delta y}{2} \quad (6)$$

bzw.

$$T_{11} = \frac{\Delta x \Delta y}{2} \quad (7)$$

Demgemäss ist (bei Weglassen des Wertes ϱ''):

$$|\Delta_{12}| = \frac{\frac{x_k \Delta y}{2} - \frac{\Delta x \Delta y}{2 \cdot 2} + \frac{\Delta x \Delta y}{2 \cdot q}}{R^2} = \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} + \frac{2 - q}{4 q} \frac{\Delta x \Delta y}{R^2} \quad (8)$$

$$|\Delta_{21}| = \frac{\frac{x_k \Delta y}{2} - \frac{\Delta x \Delta y}{2 \cdot 2} + \frac{(q - 1) \Delta x \Delta y}{2 \cdot q}}{R^2} = \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} + \frac{q - 2}{4 q} \frac{\Delta x \Delta y}{R^2} \quad (9)$$

Auf die Frage der Vorzeichen soll später noch zurückgekommen werden.

Falls die Figur $P'_1 P_1 P_2 P'_2$ gross ist, dann ist anstatt der Fläche der ebenen Figur $A B P'_2 P_1$ die Fläche der entsprechenden sphärischen Figur zu berechnen. Bei den übrigen Figuren kann der Unterschied zwischen der Fläche der ebenen Figur und der entsprechenden sphärischen Figur vernachlässigt werden. Da der Wert der Richtungsreduktion auf Grund der Ebenenkoordinaten der Endpunkte ermittelt wird, ist es gleichgültig, ob die Untersuchungen im nachstehenden für normale oder schiefachsige winkeltreue Zylinderprojektionen angestellt werden. Die Übersicht ist jedenfalls einfacher, falls man die normale Projektion — bei der die verzerrungsfreie Linie der Äquator ist — als Grundlage nimmt. So entspricht also der Seite $P'_1 P_2$ auf der Kugel der Äquator und der Seite $A B$ ein Abschnitt des Parallelkreises von einer geographischen Breite φ' . Die Liniestücke $A P'_1$ und $B P'_2$ sind auf der Kugel Meridianbogen. Demzufolge entspricht der ebenen Figur $A B P'_2 P_1$ auf der Kugel eine Kugelzone (die gestrichelte Figur in Abb. 5). Die Fläche dieser Zone beträgt

$$F = R^2 \Delta \lambda \sin \varphi' \quad (10)$$

wo $\Delta\lambda$ den Unterschied der geographischen Länge zwischen den beiden Meridianen bedeutet. Bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung gelangt man laut der Sinusreihe zu

$$\sin \varphi' \doteq \varphi' + \frac{\varphi'^3}{6} \quad (11)$$

Bei der winkeltreuen Zylinderprojektion ist, wenn man die Glieder höherer

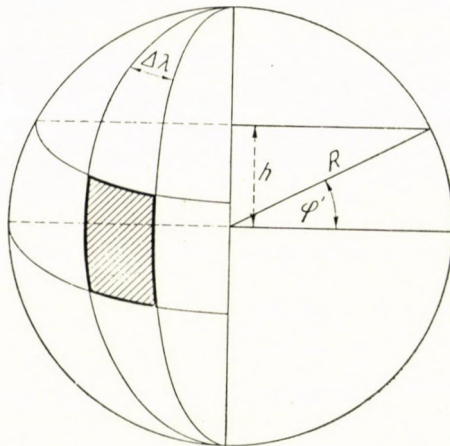


Abb. 5

Ordnung und den Wert von φ'' gleichfalls weglässt :

$$\varphi' \doteq \frac{x_k}{R} - \frac{x_k^3}{6R^3} \quad \text{und} \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta y}{R} \quad (12)$$

Setzt man den in Gl. (12) angegebenen Wert von φ' in Gl. (11) ein, so erhält man :

$$\sin \varphi' = \left(\frac{x_k}{R} - \frac{x_k^3}{6R^3} \right) - \frac{x_k^3}{6R^3} = \frac{x_k}{R} - \frac{x_k^3}{3R^3} \quad (13)$$

Nun sei der in Gl. (12) bzw. (13) ausgedrückte Wert von $\Delta\lambda$ und φ' in Gl. (10) eingesetzt :

$$F = R^2 \frac{\Delta y}{R} \left(\frac{x_k}{R} - \frac{x_k^3}{3R^3} \right) = x_k \Delta y - \frac{x_k^3 \Delta y}{3R^2} \quad (14)$$

Dementsprechend ergibt sich, wenn man auch das letzte Glied der Gl. (8) und (9) berücksichtigt,

$$|\Delta_{12}| = \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} - \frac{x_k^3 \Delta y}{6 R^4} + \frac{2-q}{4q} \frac{\Delta x \Delta y}{R^2} \quad (15)$$

$$|\Delta_{21}| = \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} - \frac{x_k^3 \Delta y}{6 R^4} + \frac{q-2}{4q} \frac{\Delta x \Delta y}{R^2} \quad (16)$$

Schliesslich ist auch noch der Wert q zu bestimmen, was aber nur dann geschehen kann, wenn man den Wert der Richtungsreduktionen auch auf Grund anderer Überlegungen ableitet. Hierzu sind jedoch zuvor auch noch andere Beobachtungen notwendig.

*

Zur Bestimmung der Richtungsreduktion der *Gauss-Krügerschen* Projektion wurde vom bulgarischen Akademiker *Hristow* ein sehr interessantes Verfahren ausgearbeitet [4]. Dieses Verfahren kann mit gewissen Modifikationen zweckmässig auch zur Ableitung der Richtungsreduktionen der winkeltreuen Zylinderprojektion herangezogen werden. Auch in diesem Fall sollen die Untersuchungen bei Annahme einer normalen Zylinderprojektion erfolgen.

Bei der winkeltreuen, normalen Zylinderprojektion stimmt der Richtungswinkel des Bildes eines sphärischen Grosskreises, d. h. der Winkel, der von der der x -Achse des Ebenenkoordinatensystems parallelen Geraden (dem Meridianbild) und der zum Bild des sphärischen Grosskreises gezogenen Tangente eingeschlossen wird, infolge der Winkeltreue mit dem vom sphärischen Grosskreis und dem Meridian eingeschlossenen Winkel, d. h. mit dem Azimut überein. Die Richtungsänderung des sphärischen Grosskreises sowie des Meridians und des hierzu stets senkrechten Parallelkreises kann zweckmässig so untersucht werden, dass man an jedem Punkte der Kugel, wo man die Verhältnisse untersuchen will, tangential zur Kugel eine Ebene setzt und die unendlich kleinen Abschnitte der zu untersuchenden Linien vom Mittelpunkt der Kugel auf diese Ebene projiziert. Da man bei dieser Projektion in der unmittelbaren, unendlichen Nähe des Berührungspunktes bleibt, darf angenommen werden, dass die Projektion verzerrungsfrei ist.

Zuerst sei ein vom Berührungspunkt ausgehender, unendlich kleiner Abschnitt des durch den Berührungspunkt hindurchgehenden Parallelkreises projiziert, wobei die sphärische Länge dieses Abschnittes dt_p betragen soll. Wenn nun die Bildlänge des untersuchten, unendlich kleinen Parallelkreisbogens auf der winkeltreuen Zylinderprojektion dy und der dem Berührungspunkt entsprechende Linearmodul, gleichfalls auf der Zylinderprojektion, l ist, dann ist

$$dt_p = \frac{dy}{l} \quad (17)$$

(Der *Linearmodul* ist der Quotient aus der Länge des Bildes einer unendlich kleinen Strecke der Originalfläche auf der Bildfläche und der Strecke auf der Originalfläche. Der Linearmodul ändert sich von Punkt zu Punkt, doch ist er bei der winkeltreuen Projektion in einem Punkt in jeder Richtung gleich gross.)

Auf der tangential zum untersuchten Punkt gestellten Fläche ist das Bild des Parallelkreisbogens von der Länge dt_p im allgemeinen eine krumme Linie, die infolge ihrer unendlichen Kürze im Berührungspunkt durch einen Krümmungskreisbogen ersetzt werden kann (Abb. 6). Der Halbmesser dieses Kreis-

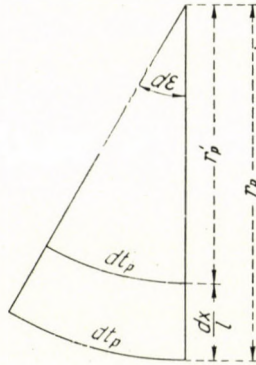


Abb. 6

bogens, der beim Berührungspunkt in der Richtung des Meridians liegt, sei mit r_p bezeichnet. Zum untersuchten Kreisbogen gehört auch der Verdrehungswinkel

$$d\varepsilon_p = \frac{dt_p}{r_p} = \frac{dy}{l r_p} \tag{18}$$

des Halbmessers.

Nun sei ein vom Meridian des Berührungspunktes ausgehendes Stück eines unendlich nahe zum vorigen Parallelkreis befindlichen anderen Parallelkreises projiziert; die Bildlänge dieses Stückes auf der Zylinderprojektion betrage ebenfalls dy . Die sphärische Länge dieses Stückes ist

$$dt'_p = \frac{dy}{l'} \tag{19}$$

wo l' der dem jetzt projizierten Parallelkreisbogen entsprechende Linearmodul für die Zylinderprojektion ist. Den Zusammenhang zwischen den beiden Bogenlängen erhält man auf Grund von Gl. (18) durch Differenzierung der Funktion

$$r_p d\varepsilon_p = \frac{dy}{l} \tag{20}$$

nach x , wie folgt :

$$dr_p d\varepsilon_p = \frac{1}{l^2} \frac{\partial l}{\partial x} dx dy \quad (21)$$

Der Wert dr_p , d. i. die Halbmesserdifferenz, entspricht mit Rücksicht darauf, dass die Richtung des Halbmessers mit der des Meridians zusammenfällt, der Entfernung zwischen den beiden Parallelkreisen (Abb. 6). Man kann also schreiben, dass

$$dr_p = \frac{dx}{l} \quad (22)$$

und so aus Gl. (21)

$$d\varepsilon_p = \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial x} dy \quad (23)$$

Nun setze man in diesen Zusammenhang die Gl. (18) ein, so gelangt man zu

$$\frac{dy}{lr_p} = \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial x} dy \quad (24)$$

und hiervon zu

$$\frac{1}{r_p} = \frac{\partial l}{\partial x} \quad (25)$$

Bei der winkeltreuen Zylinderprojektion ist der Linearmodul (bei Heranziehung der auf den Reziprokwert des Kosinuswertes bezüglichen bekannten Reihe)

$$l = \frac{1}{\cos \varphi} \doteq 1 + \frac{\varphi^2}{2} + \frac{5\varphi^4}{24} \quad (26)$$

Die geographische Breite φ kann aus der x -Koordinate der Zylinderprojektion durch die Formel

$$\varphi \doteq \frac{x}{R} - \frac{x^3}{6R^3} \quad (27)$$

ausgedrückt werden. Setzt man nun diese in die Gl. (26) ein (und vernachlässigt man die Glieder höherer Ordnung), so erhält man :

$$l = 1 + \frac{x^2}{2R^2} + \frac{x^4}{24R^4} \quad (28)$$

Die Ableitung des Linearmoduls nach x und so nach Gl. (25) ergibt :

$$\frac{1}{r_p} = \frac{\partial l}{\partial x} = \frac{x}{R^2} + \frac{x^3}{6R^4} \quad (29)$$

Wenn man ein unendlich kleines Stück des durch den Berührungspunkt hindurchgehenden Meridians sowie eines des unendlich nahe zu diesem gelegenen Meridians auf die tangentielle Fläche projiziert, dann würde man mit einer ähnlichen Ableitung

$$\frac{1}{r_m} = \frac{\partial l}{\partial y} \quad (30)$$

erhalten. Da aber der Linearmodul keine Funktion von y ist, weist die Gleichung den Wert Null auf, d. h. dass die Bilder der untersuchten Meridiankreisbogenstücke auf der Berührungsebene gerade sind.

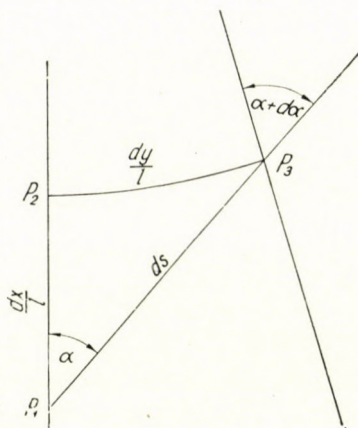


Abb. 7

In Abb. 7 wird nun eine unendlich kleine sphärische Figur auf der am Punkt P_1 anliegenden Ebene dargestellt, wobei die Seite $P_1 - P_2$ ein unendlich kleines Stück des durch den Punkt P_1 hindurchgehenden Meridians, die Seite $P_2 - P_3$ ein unendlich kleines Stück des durch den Punkt P_2 hindurchgehenden Parallelkreises und die Seite $P_1 - P_3$ das auf der tangentialen Ebene als Gerade erscheinende Bild eines unendlich kleinen Stückes der durch die Punkte P_1 und P_3 hindurchgehenden sphärischen Grosskreises sind. Zwischen den Punkten P_1 und P_3 tritt deshalb eine Veränderung da des Azimuts des sphärischen Grosskreises ein, weil die durch den Punkt P_1 und durch den Punkt P_3 hindurchgehenden Meridiane nicht parallel zueinander verlaufen, sondern miteinander einen Winkel da einschliessen. Die Krümmung der Meridiane kann man in zwei Teile zerlegen und dann so untersuchen, u. zw. dermassen, dass man zuerst

vom Punkte P_1 auf dem Meridianbild zum Punkte P_2 fortschreitet, und dann von diesem zum Punkte P_3 . Der erste Schritt ergibt keine Änderung, da man auf einer Geraden fortschreitet, während man beim zweiten Schritt die Veränderung $d\varepsilon_p$ erhält, die gerade dem gesuchten Winkel da gleich ist. Nach Gl. (23) ist also

$$da = d\varepsilon_p = \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial x} dy \quad (31)$$

Aus Abb. 7 ergibt sich in guter Näherung

$$\frac{dy}{l} = ds \sin a \quad \frac{dx}{l} = ds \cos a \quad (32)$$

und wenn man dies in Gl. (31) einsetzt :

$$\frac{da}{ds} = \frac{\partial l}{\partial x} \sin a \quad (33)$$

Berücksichtigt man auch noch Gl. (29), so wird die Veränderung des Azimuts durch die Gleichung

$$\frac{da}{ds} = \left(\frac{x}{R^2} + \frac{x^3}{6R^4} \right) \sin a \quad (34)$$

ausgedrückt.

Nach dieser Feststellung kann man folgende, sich aus der Theorie der Reihenentwicklung ergebende Zusammenhänge zwischen dem Projektionsbild zweier sphärischer Punkte ansetzen :

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 + \Delta y = y_1 + \left(\frac{dy}{ds} \right)_1 s + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{ds^2} \right)_1 s^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3y}{ds^3} \right)_1 s^3 + \dots \\ x_2 &= x_1 + \Delta x = x_1 + \left(\frac{dx}{ds} \right)_1 s + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2x}{ds^2} \right)_1 s^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3x}{ds^3} \right)_1 s^3 + \dots \quad (35) \\ \alpha_2 &= \alpha_1 + \Delta \alpha = \alpha_1 + \left(\frac{d\alpha}{ds} \right)_1 s + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\alpha}{ds^2} \right)_1 s^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3\alpha}{ds^3} \right)_1 s^3 + \dots \end{aligned}$$

wo s die sphärische Entfernung der zwei Punkte bezeichnet. Den Gleichungen (32) zufolge ist

$$\frac{dy}{ds} = l \sin a \quad \frac{dx}{ds} = l \cos a \quad (36)$$

Den Ausdruck des Linearmoduls nimmt man aus Gl. (28) und erhält so :

$$\left(\frac{dy}{ds}\right)_1 = \left(1 + \frac{x_1^2}{2R^2} + \frac{x_1^4}{24R^4}\right) \sin \alpha_1 \quad (37)$$

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)_1 = \left(1 + \frac{x_1^2}{2R^2} + \frac{x_1^4}{24R^4}\right) \cos \alpha_1$$

und laut Gl. (34) :

$$\left(\frac{da}{ds}\right)_1 = \left(\frac{x_1}{R^2} + \frac{x_1^3}{6R^4}\right) \sin \alpha_1 \quad (38)$$

Es seien nun die zweiten Ableitungen bis zum Gliede $\frac{1}{R^2}$ berechnet :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_1 &= \frac{x_1}{R^2} \frac{dx}{ds} \sin \alpha_1 + \left(1 + \frac{x_1^2}{2R^2}\right) \cos \alpha_1 \frac{da}{ds} \\ \left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)_1 &= \frac{x_1}{R^2} \frac{dx}{ds} \cos \alpha_1 - \left(1 + \frac{x_1^2}{2R^2}\right) \sin \alpha_1 \frac{da}{ds} \\ \left(\frac{d^2a}{ds^2}\right)_1 &= \frac{1}{R^2} \frac{dx}{ds} \sin \alpha_1 + \frac{x_1}{R^2} \cos \alpha_1 \frac{da}{ds} \end{aligned} \quad (39)$$

Setzt man nun die unter Gl. (37) und (38) berechneten Werte ein, wobei man nur die Glieder bis $\frac{1}{R^2}$ in Betracht zieht, so gelangt man zu

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)_1 &= \frac{2x_1}{R^2} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \\ \left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)_1 &= \frac{x_1}{R^2} \cos^2 \alpha_1 - \frac{x_1}{R^2} \sin^2 \alpha_1 \\ \left(\frac{d^2a}{ds^2}\right)_1 &= \frac{1}{R^2} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \end{aligned} \quad (40)$$

Die dritten Ableitungen sind :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^3y}{ds^3}\right)_1 &= \frac{2}{R^2} \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \\ \left(\frac{d^3x}{ds^3}\right)_1 &= \frac{1}{R^2} \cos^3 \alpha_1 - \frac{1}{R^2} \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_1 \end{aligned} \quad (41)$$

Die Entfernung der beiden Endpunkte des Linienstückes vom Mittelpunkt dieses Stückes beträgt $s/2$, und das Azimut der beiden Äste unterscheidet sich um 180° voneinander. Es seien nun die Ebenenkoordinaten der beiden Endpunkte und die Azimute an den beiden Endpunkten ausgedrückt, wobei man wie im obenstehenden vom Mittelpunkt aus geht. Die auf den Mittelpunkt des Linienstückes bezüglichen Angaben werden mit dem Index 0 bezeichnet. Die y -Koordinaten sind :

$$\begin{aligned}
 y_2 &= y_0 + \left(\frac{1}{2} + \frac{x_0^2}{4R^2} + \frac{x_0^4}{48R^4} \right) s \sin \alpha_0 + \\
 &+ \frac{x_0}{4R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + \frac{1}{24R^2} s^3 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 \\
 y_1 &= y_0 - \left(\frac{1}{2} + \frac{x_0^2}{4R^2} + \frac{x_0^4}{48R^4} \right) s \sin \alpha_0 + \\
 &+ \frac{x_0}{4R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - \frac{1}{24R^2} s^3 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0
 \end{aligned} \tag{42}$$

Aus den beiden Gleichungen erhält man

$$\begin{aligned}
 \Delta y = y_2 - y_1 &= \left(1 + \frac{x_0^2}{2R^2} + \frac{x_0^4}{24R^4} \right) s \sin \alpha_0 + \\
 &+ \frac{1}{12R^2} s^3 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0
 \end{aligned} \tag{43}$$

und

$$y_k = \frac{y_1 + y_2}{2} = y_0 + \frac{x_0}{4R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \tag{44}$$

Die x -Koordinaten sind :

$$\begin{aligned}
 x_2 &= x_0 + \left(\frac{1}{2} + \frac{x_0^2}{4R^2} + \frac{x_0^4}{48R^4} \right) s \cos \alpha_0 + \frac{x_0}{8R^2} s^2 \cos^2 \alpha_0 - \\
 &- \frac{x_0}{8R^2} s^2 \sin^2 \alpha_0 + \frac{1}{48R^2} s^3 \cos^3 \alpha_0 - \frac{1}{48R^2} s^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0 \\
 x_1 &= x_0 - \left(\frac{1}{2} + \frac{x_0^2}{4R^2} + \frac{x_0^4}{48R^4} \right) s \cos \alpha_0 + \frac{x_0}{8R^2} s^2 \cos^2 \alpha_0 - \\
 &- \frac{x_0}{8R^2} s^2 \sin^2 \alpha_0 - \frac{1}{48R^2} s^3 \cos^3 \alpha_0 + \frac{1}{48R^2} s^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0
 \end{aligned} \tag{45}$$

Aus den beiden Gleichungen erhält man

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \left(1 + \frac{x_0^2}{2R^2} + \frac{x_0^4}{24R^4} \right) s \cos \alpha_0 + \quad (46)$$

$$+ \frac{1}{24R^2} s^3 \cos^3 \alpha_0 - \frac{1}{24R^2} s^3 \sin^2 \alpha_0 \cos \alpha_0$$

und

$$x_k = \frac{x_1 + x_2}{2} = x_0 + \frac{x_0}{8R^2} s^2 \cos^2 \alpha_0 - \frac{x_0}{8R^2} s^2 \sin^2 \alpha_0 \quad (47)$$

Die Azimutwerte sind :

$$\alpha_2 = \alpha_0 + \left(\frac{x_0}{2R^2} + \frac{x_0^3}{12R^4} \right) s \sin \alpha_0 + \frac{1}{8R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \quad (48)$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 - \left(\frac{x_0}{2R^2} + \frac{x_0^3}{12R^4} \right) s \sin \alpha_0 + \frac{1}{8R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$$

Aus den beiden Gleichungen erhält man

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \left(\frac{x_0}{R^2} + \frac{x_0^3}{6R^4} \right) s \sin \alpha_0 \quad (49)$$

und

$$\alpha_k = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \alpha_0 + \frac{1}{8R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \quad (50)$$

das ist

$$\alpha_0 - \alpha_k = -\frac{1}{8R^2} s^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \quad (51)$$

Der auf die Sinus- und Kosinuswerte bezüglichen mathematischen Reihe zufolge ergibt sich — wenn man als Änderung den kleinen Wert $(\alpha_0 - \alpha_k)$ betrachtet — bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung :

$$\sin \alpha_0 = \sin \alpha_k + (\alpha_0 - \alpha_k) \cos \alpha_k \quad (52)$$

$$\cos \alpha_0 = \cos \alpha_k - (\alpha_0 - \alpha_k) \sin \alpha_k$$

Man setze diese in die Gl. (43), (46) und (49) so ein, dass die Differenzen $(y_k - y_0)$ und $(x_k - x_0)$ vernachlässigt werden :

$$\begin{aligned}\Delta y &= \left(1 + \frac{x_k^2}{2R^2} + \frac{x_k^4}{24R^4}\right) s \sin a_k - \frac{1}{24R^2} s^3 \sin a_k \cos^2 a_k \\ \Delta x &= \left(1 + \frac{x_k^2}{2R^2} + \frac{x_k^4}{24R^4}\right) s \cos a_k + \frac{1}{12R^2} s^3 \cos a_k \sin^2 a_k + \\ &\quad + \frac{1}{24R^2} s^3 \cos^3 a_k\end{aligned}\quad (53)$$

$$\Delta a = \left(\frac{x_k}{R^2} + \frac{x_k^3}{6R^4}\right) s \sin a_k$$

Nun drücke man aus den Gleichungen (53) die Werte $(s \sin a_k)$ und $(s \cos a_k)$ aus. Zieht man die bekannte mathematische Reihe

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots$$

in Betracht, so gelangt man zu

$$\begin{aligned}s \sin a_k &= \Delta y - \frac{x_k^2}{2R^2} \Delta y + \frac{5x_k^4}{24R^4} \Delta y + \frac{1}{24R^2} \Delta x^2 \Delta y \\ s \cos a_k &= \Delta x - \frac{x_k^2}{2R^2} \Delta x + \frac{5x_k^4}{24R^4} \Delta x - \frac{1}{12R^2} \Delta y^2 \Delta x - \frac{1}{24R^2} \Delta x^3\end{aligned}\quad (54)$$

Es seien die Gleichungen (54) ins Quadrat erhoben :

$$\begin{aligned}s^2 \sin^2 a_k &= \left(1 - \frac{x_k^2}{R^2} + \frac{2x_k^4}{3R^4}\right) \Delta y^2 + \frac{1}{12R^2} \Delta x^2 \Delta y^2 \\ s^2 \cos^2 a_k &= \left(1 - \frac{x_k^2}{R^2} + \frac{2x_k^4}{3R^4}\right) \Delta x^2 - \frac{1}{6R^2} \Delta x^2 \Delta y^2 - \frac{1}{12R^2} \Delta x^4\end{aligned}\quad (55)$$

(Die Glieder höherer Ordnung als die vierter Ordnung für die Glieder Δx und Δy bzw. für ihre Produkte wurden vernachlässigt.)

Addiert man die Gleichungen (55), so erhält man

$$s^2 = \left(1 - \frac{x_k^2}{R^2} + \frac{2x_k^4}{3R^4}\right) (\Delta y^2 + \Delta x^2) - \frac{1}{12R^2} \Delta x^2 (\Delta y^2 + \Delta x^2)\quad (56)$$

Das Quadrat der Entfernung der beiden Punktbilder auf der Ebene ist :

$$d^2 = \Delta y^2 + \Delta x^2 \quad (57)$$

So ist also das Quadrat des Reziprokwertes des Faktors der Längenverzerrung :

$$\frac{1}{m^2} = \frac{s^2}{d^2} = 1 - \frac{x_k^2}{R^2} + \frac{2 x_k^4}{3 R^4} - \frac{1}{12 R^2} \Delta x^2 \quad (58)$$

bzw. der Reziprokwert des Faktors der Längenverzerrung, wenn man die bekannte mathematische Reihe

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots$$

heranzieht :

$$\frac{1}{m} = \frac{s}{d} = 1 - \frac{x_k^2}{2 R^2} + \frac{5 x_k^4}{24 R^4} - \frac{1}{24 R^2} \Delta x^2 \quad (59)$$

Hieraus ist auf Grund der mathematischen Reihe

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$$

der Faktor der Längenverzerrung :

$$m = \frac{d}{s} = 1 + \frac{x_k^2}{2 R^2} + \frac{x_k^4}{24 R^4} + \frac{1}{24 R^2} \Delta x^2 \quad (60)$$

Die *Richtungsreduktion* ist, wie bereits erwähnt, der Winkel, der einerseits von der durch das Bild der Endpunkte hindurchgehenden Tangente des punktwise projizierten Bildes des die beiden Punkte der Linie verbindenden sphärischen Grosskreises und andererseits von der das Bild der beiden Endpunkte miteinander verbindenden Gerade eingeschlossen wird. Der Richtungswinkel der Tangente ist bei der normalen winkeltreuen Zylinderprojektion gleich dem Azimut, das dem sphärischen Grosskreise entspricht. Die Richtungsreduktionen sind also

$$\Delta_{12} = \delta_{12} - a_{12} \quad \text{und} \quad \Delta_{21} = \delta_{21} - a_{21} \quad (61)$$

wo für die Richtungswinkel die Identität

$$\delta_{12} = \delta_{21} + 180^\circ \quad (62)$$

gilt.

Da Δ ein kleiner Winkel ist, ist die Näherung $\sin \Delta \sim \Delta$ zulässig. Berücksichtigt man den goniometrischen Zusammenhang, der für den Sinus der Differenz zwischen den zwei Winkeln besteht, so ergibt sich auf Grund von Gl. (61):

$$\Delta_{12} = \sin \delta_{12} \cos a_{12} - \cos \delta_{12} \sin a_{12} \quad (63)$$

Der Wert a_{12} kann auch in der Form

$$a_{12} = a_k - \frac{1}{2} \Delta a \quad (64)$$

ausgedrückt werden, wo

$$a_k = \frac{a_{12} + a_{21} + 180^\circ}{2} \quad \text{und} \quad \Delta a = a_{21} + 180^\circ - a_{12} \quad (65)$$

Laut der auf den Sinus und Kosinus der Differenz zwischen den beiden Winkeln bezüglichen goniometrischen Zusammenhänge ist:

$$\sin a_{12} = \sin a_k - \frac{1}{2} \Delta a \cos a_k \quad \text{und} \quad \cos a_{12} = \cos a_k + \frac{1}{2} \Delta a \sin a_k \quad (66)$$

(Hier wurden die Näherungen $\cos \frac{\Delta a}{2} \sim 1$ und $\sin \frac{\Delta a}{2} \sim \frac{\Delta a}{2}$ angewandt.)

Nun multipliziert man die Gleichungen (54) mit dem Faktor der Längenverzerrung. Als Ergebnis erhält man die Längen $d \sin a_k$ und $d \cos a_k$, wo d die Entfernung der beiden Punktbilder auf der Ebene ist. Bei Reihenentwicklung bis zum Gliede $\frac{1}{R^2}$ ist:

$$\begin{aligned} d \sin a_k &= ms \sin a_k = \Delta y + \frac{1}{12 R^2} \Delta x^2 \Delta y \\ d \cos a_k &= ms \cos a_k = \Delta x - \frac{1}{12 R^2} \Delta y^2 \Delta x \end{aligned} \quad (67)$$

Diese Gleichungen seien noch durch d dividiert:

$$\sin a_k = \frac{\Delta y}{d} + \frac{1}{12 R^2} \frac{\Delta x^2 \Delta y}{d} \quad \cos a_k = \frac{\Delta x}{d} - \frac{1}{12 R^2} \frac{\Delta y^2 \Delta x}{d} \quad (68)$$

Die Werte Δa wurden bereits bei den Gleichungen (53) bestimmt:

$$\Delta a = \left(\frac{x_k}{R^2} + \frac{x_k^3}{6 R^4} \right) s \sin a_k \quad (69)$$

Man setze jetzt in diese Gleichung die Werte von $(s \sin a_k)$ aus den Gleichungen (54) ein :

$$\Delta a = \frac{x_k}{R^2} \Delta y + \frac{x_k^3}{6R^4} \Delta y - \frac{x_k^3}{2R^4} \Delta y = \frac{x_k}{R^2} \Delta y - \frac{x_k^3}{3R^4} \Delta y \quad (70)$$

Nach Substitution der Werte von Gl. (68) und (70) in die Gl. (66) erhält man :

$$\begin{aligned} \sin a_{12} &= \frac{\Delta y}{d} + \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta x^2 \Delta y}{d} - \left(\frac{\Delta x}{2d} - \frac{1}{24R^2} \frac{\Delta y^2 \Delta x}{d} \right) \left(\frac{x_k}{R^2} \Delta y - \frac{x_k^3}{3R^4} \Delta y \right) = \\ &= \frac{\Delta y}{d} + \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta x^2 \Delta y}{d} - \frac{x_k}{2R^2} \frac{\Delta x \Delta y}{d} + \frac{x_k^3}{6R^4} \frac{\Delta x \Delta y}{d} = \\ &= \frac{\Delta y}{d} + \left(-\frac{x_k}{2R^2} + \frac{x_k^3}{6R^4} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{d} + \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta x^2 \Delta y}{d} \end{aligned} \quad (71)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \cos a_{12} &= \frac{\Delta x}{d} - \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta y^2 \Delta x}{d} + \left(\frac{\Delta y}{2d} + \frac{1}{24R^2} \frac{\Delta x^2 \Delta y}{d} \right) \left(\frac{x_k}{R^2} \Delta y - \frac{x_k^3}{3R^4} \Delta y \right) = \\ &= \frac{\Delta x}{d} - \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta y^2 \Delta x}{d} + \frac{x_k}{2R^2} \frac{\Delta y^2}{d} - \frac{x_k^3}{6R^4} \frac{\Delta y^2}{d} = \\ &= \frac{\Delta x}{d} + \left(\frac{x_k}{2R^2} - \frac{x_k^3}{6R^4} \right) \frac{\Delta y^2}{d} - \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta y^2 \Delta x}{d} \end{aligned} \quad (72)$$

Für die die beiden Punktbilder verbindende Gerade ergibt sich :

$$\sin \delta_{12} = \frac{\Delta y}{d} \quad \cos \delta_{12} = \frac{\Delta x}{d} \quad (73)$$

Setzt man schliesslich die bereits bekannten Werte in Gl. (63) ein, so gelangt man zu :

$$\begin{aligned} \Delta_{12} &= \left[\frac{\Delta x}{d} + \left(\frac{x_k}{2R^2} - \frac{x_k^3}{6R^4} \right) \frac{\Delta y^2}{d} - \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta y^2 \Delta x}{d} \right] \frac{\Delta y}{d} - \\ &- \left[\frac{\Delta y}{d} + \left(-\frac{x_k}{2R^2} + \frac{x_k^3}{6R^4} \right) \frac{\Delta x \Delta y}{d} + \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta x^2 \Delta y}{d} \right] \frac{\Delta x}{d} = \\ &= \left(\frac{x_k}{2R^2} - \frac{x_k^3}{6R^4} \right) \Delta y \frac{(\Delta y^2 + \Delta x^2)}{d^2} - \frac{1}{12R^2} \frac{\Delta x \Delta y (\Delta y^2 + \Delta x^2)}{d^2} = \\ &= \frac{1}{2R^2} x_k \Delta y - \frac{1}{6R^4} x_k^3 \Delta y - \frac{1}{12R^2} \Delta x \Delta y. \end{aligned} \quad (74)$$

Nummehr ist es möglich, wieder zu der auf Grund der geometrischen Anschauung aufgestellten Gl. (15) zurückzukehren. Wenn man diese mit dem unter Gl. (74) erhaltenen Ergebnis vergleicht, dann ist ersichtlich, dass das erste und zweite Glied beider Ausdrücke auch in bezug auf ihre Form gleich sind. Da beide Formeln bei gleicher Lage ein zahlenmässig gleiches Ergebnis liefern müssen, muss auch das letzte Glied der Formeln zahlenmässig miteinander übereinstimmen, d. h. dass

$$\frac{2 - q}{4q} \frac{\Delta x \Delta y}{R^2} = - \frac{1}{12} \frac{\Delta x \Delta y}{R^2} \quad (75)$$

sein muss. Aus dieser Gleichung ergibt sich $q = 3$. Dieser Wert sei jetzt in die Gleichungen (4), (15) und (16) eingesetzt. Auf diese Weise erhält man für den Absolutwert der Richtungsreduktionen folgende Ausdrücke :

$$|\Delta_{12}| = \frac{1}{2} \varepsilon_1 + \frac{1}{3} \varepsilon_{11} \quad (76)$$

$$|\Delta_{21}| = \frac{1}{2} \varepsilon_1 + \frac{2}{3} \varepsilon_{11}$$

bzw.

$$|\Delta_{12}| = \frac{x_k \Delta y}{2R^2} - \frac{x_k^3 \Delta y}{6R^4} - \frac{\Delta x \Delta y}{12R^2} \quad (77)$$

und

$$|\Delta_{21}| = \frac{x_k \Delta y}{2R^2} - \frac{x_k^3 \Delta y}{6R^4} + \frac{\Delta x \Delta y}{12R^2} \quad (78)$$

Es sei hier erwähnt, dass der Zusammenhang (76) in der Praxis bereits seit langem nicht nur bei der winkeltreuen Zylinderprojektion, sondern auch bei anderen winkeltreuen Projektionen Verwendung findet, doch traf der Verfasser bislang nirgends auf seine mathematische Analyse.

Es seien nunmehr auch *die Vorzeichen der Richtungsreduktionen* untersucht, wobei vorläufig nur jene Anordnungen behandelt werden sollen, bei denen sowohl der Punkt P_1 als auch der Punkt P_2 auf derselben Seite der y -Achse (bei normaler Zylinderprojektion der Äquator bzw. das Bild des Äquators) liegen, d. h. dass das untersuchte Liniestück die y -Achse nicht schneidet. Diese Untersuchung wird vorerst *auf Grund rein geometrischer Anschauung* durchgeführt.

Bei der in Abb. 8 dargestellten Anordnung ist die Lage der Punkte P_1 und P_2 auf die y -Achse bezogen gleichförmig, so dass, wie bereits oben festgestellt wurde, auch die beiden Richtungsreduktionen sich in bezug auf ihre Grösse

gleich sein müssen. Aus der auf die y -Achse bezogenen gleichen Lage der beiden Punkte folgt ausserdem, dass in dem punktweise projizierten Bild der durch das sphärische Bild der Punkte $P_1 P_2 P_2' P_1'$ bestimmten sphärischen Figur der bei P_1 befindliche Winkel genau so gross ist wie der bei P_2 befindliche Winkel, d. h.

$$|\Delta_{12} + 90^\circ| = |\Delta_{21} + 90^\circ| \quad (79)$$

Hieraus, sowie aus dem Umstand, dass die Winkelsumme des punktweise projizierten Bildes der sphärischen Figur grösser ist als die Winkelsumme der durch die erwähnten Punkte bestimmten, doch von den Geraden begrenzten Figur, folgt, dass sowohl der Winkel Δ_{12} als auch der Winkel Δ_{21} auf der der y -Achse entgegengesetzten Seite der Geraden $P_1 - P_2$ liegen.

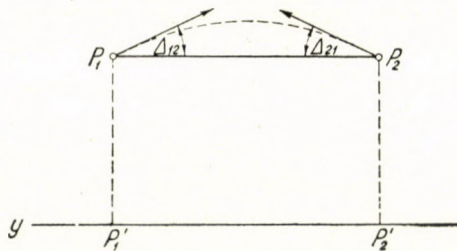


Abb. 8

Wenn man jetzt das Liniestück $P_1 - P_2$ z. B. um den Punkt P_1 dreht (Abb. 9) dann gelangt man von der Lage a.) ausgehend (bei der sich das Liniestück $P_1 - P_2$ parallel zur y -Achse befindet) zur Lage c.), bei der sowohl der Punkt P_1 als auch der Punkt P_2 auf demselben, zur verzerrungsfreien Linie senkrechten sphärischen Grosskreise (bei normal angeordneter Zylinderprojektion auf demselben Meridian) liegen und die Richtungsreduktionen Null werden. Der Übergang zwischen der Lage a.) und der Lage c.) hat kontinuierlich zu erfolgen, da auf Grund unserer vorhergehenden Untersuchungen keine der Richtungsreduktionen zwischen der Lage a.) und c.) zu Null werden kann. So bleiben also auch in der beliebig zwischen der Lage a.) und c.) gewählten Lage b.) die Winkel Δ_{12} und Δ_{21} auf der der y -Achse entgegengesetzten Seite der Geraden $P_1 - P_2$. Setzt man die Drehung des Liniestückes fort, so ist die Lage e.) ähnlich der Lage a.) und die Lage g.) ähnlich der Lage c.). Die Richtungsreduktionen weisen in den Lagen c.) und g.) den Wert Null auf, während sie in den übrigen Lagen auf der der y -Achse entgegengesetzten Seite des Liniestückes auftreten. Zur gleichen Feststellung wird man auch dann gelangen, wenn man das Liniestück um den Punkt P_2 dreht oder wenn man die Untersuchung in dem unterhalb der y -Achse gelegenen Teil durchführt. Bei letzterem zeigt sich das Spiegelbild der oberhalb der y -Achse befindlichen Figur. Die beiden Richtungsreduktionen haben also, wenn beide Endpunkte des Liniestückes auf derselben Seite der y -Achse liegen, stets entgegengesetzte Vorzeichen.

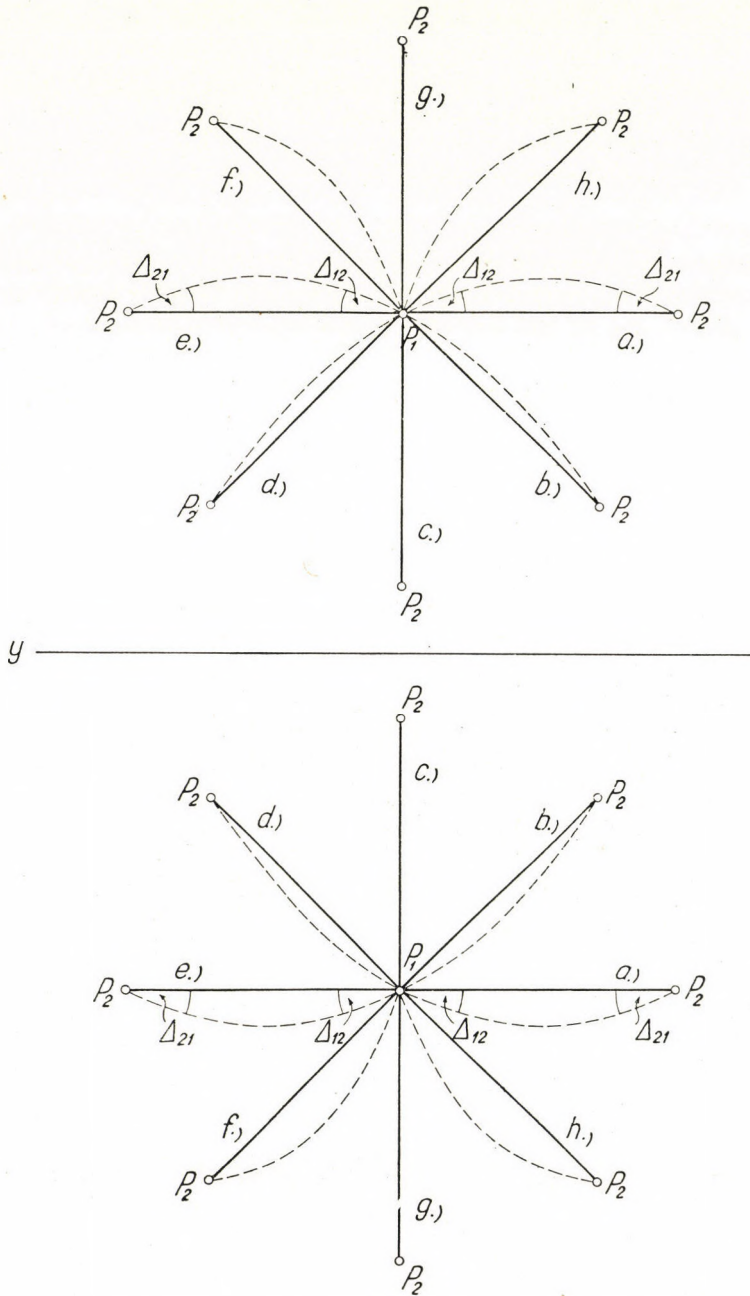


Abb. 9

Nun sei auf die *mathematische Behandlung* der Frage der Vorzeichen übergegangen. Bei der mathematischen Untersuchung kann von der von *Clairaut* stammenden bekannten Gleichung der Orthodrome (der kürzesten Linie, geodätischen Linie, auf der Kugel des sphärischen Grosskreises)

$$r \sin \alpha = k \quad (80)$$

ausgegangen werden. In der obigen Formel ist r der Radius des durch einen Punkt der Orthodrome hindurchgehenden Parallelkreises, α das Azimut der Orthodrome im gleichen Punkt und k die für die untersuchte Orthodrome charakteristische Konstante. Zur Vereinfachung der Benennungen sei angenommen, dass die Zylinderprojektion normal ist. Die nachstehenden Feststellungen werden auch für den Fall der schiefachsigen Zylinderprojektion Gültigkeit besitzen, nur hat man dann anstatt Äquator verzerrungsfreie Linie (jenen sphärischen Grosskreis, entlang welchem der Zylinder die Kugel berührt und welcher Hilfsäquator genannt werden kann), anstatt Parallelkreise parallel zur Ebene der verzerrungsfreien Linie gelegene ebene Schnitte (die Hilfsparallelkreise), anstatt Meridiane senkrecht zur verzerrungsfreien Linie gelegene sphärische Grosskreise (Hilfsmeridiane) und anstatt geographischer Breite und Azimut solche Winkel zu verstehen, die im System des Hilfsäquators und der Hilfsmeridiane eine ähnliche Bedeutung haben.

Bei der Kugel beträgt der Radius des Parallelkreises :

$$r = R \cos \varphi \quad (81)$$

wo R der Radius der Kugel und φ die dem Parallelkreis entsprechende geographische Breite bezeichnen. Setzt man diese Formel in Gl. (80) ein, so erhält man für den Wert von $\sin \alpha$:

$$\sin \alpha = \frac{k}{R} \frac{1}{\cos \varphi} \quad (82)$$

Nach der bekannten mathematischen Reihe ist

$$\frac{1}{\cos \varphi} \doteq 1 + \frac{\varphi^2}{2} + \frac{5\varphi^4}{24} \quad (83)$$

wobei bei der winkeltreuen Zylinderprojektion zwischen der geographischen Breite und der x -Koordinate bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung der Zusammenhang

$$\varphi \doteq \frac{x}{R} - \frac{x^3}{6R^3} \quad (84)$$

besteht. Setzt man Gl. (84) in Gl. (83) und dann diese in Gl. (82) ein, so ergibt sich :

$$\sin \alpha \doteq \frac{k}{R} \left(1 + \frac{x^2}{2R^2} + \frac{x^4}{24R^4} \right) \quad (85)$$

Das Azimut der Orthodrome ist dort am kleinsten oder am grössten, wo $\sin \alpha$ ein Minimum ist (es ist nämlich $\alpha_{\max} = 180^\circ - \alpha_{\min}$). Dies ist laut Gl. (85) beim Werte $x = 0$ der Fall. Das Azimut der Orthodrome erreicht also beim Äquator ihren Extremwert (es ist beim Äquator am kleinsten bzw. am grössten), wo

$$(\sin \alpha)_{\min} = \frac{k}{R} \quad (86)$$

Das Azimut der Orthodrome nimmt mit wachsender Entfernung vom Äquator ständig zu bzw. ab, bis es 90° erreicht. Wenn $\alpha = 90^\circ$, dann ist $\sin \alpha = 1 = (\sin \alpha)_{\max}$ und infolgedessen ist laut Gl. (82) in dieser Lage

$$k = R \cos \varphi_{\max} \quad (87)$$

Die Orthodrome kehrt dann um und strebt bei ständiger Zu- bzw. Abnahme des Azimuts wieder dem Äquator zu. Der in Gl. (87) stehende Wert φ_{\max} ist also die geographische Breite und der Wert k der Radius jenes Parallelkreises, der von der Orthodrome (vom sphärischen Grosskreis) gegen Süden oder Norden zu erreicht werden kann.

Auf der winkeltreuen Zylinderprojektion werden die Meridiane durch zueinander parallele und auf das Bild des Äquators (auf die y -Achse) senkrechte Geraden dargestellt. Da die Projektion winkeltreu ist, schliesst das punktweise projizierte Bild der Orthodrome mit den einzelnen Meridianbildern Winkel von der gleichen Grösse ein wie die entsprechenden sphärischen Azimute. Das punktweise projizierte Bild der Orthodrome verhält sich infolgedessen ebenso wie die Orthodrome selbst. Die Entfernung des Umkehrpunktes des Bildes der Orthodrome von der y -Achse auf der Projektionsebene kann aus Gl. (87) mittels der auf Grund der Reihe

$$\cos \varphi \doteq 1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi^4}{24} \quad (88)$$

und des Zusammenhanges (84) hergeleiteten Gleichung

$$k = R \left(1 - \frac{x_{\max}^2}{2R^2} + \frac{5x_{\max}^4}{24R^4} \right) \quad (89)$$

bestimmt werden. Lässt man das in Klammern befindliche, nur einen kleinen Wert darstellende letzte Glied ausser acht, so erhält man für den grössten x -Wert des Bildes der Orthodrome angenähert

$$x_{\max} \doteq R \sqrt{2 \left(1 - \frac{k}{R} \right)} \tag{90}$$

Jener Abschnitt des punktweise projizierten Bildes, der auf der einen Seite der y -Achse bleibt, d. h. die y -Achse nicht schneidet, kehrt laut der oben sowohl für die Veränderung des Azimutes der Orthodrome und ihres Bildes als auch für das Fortschreiten der Orthodrome und ihres Bildes gemachten Feststellung stets ihre konkave Seite der y -Achse zu. Daraus folgt, dass wenn man wo auch immer

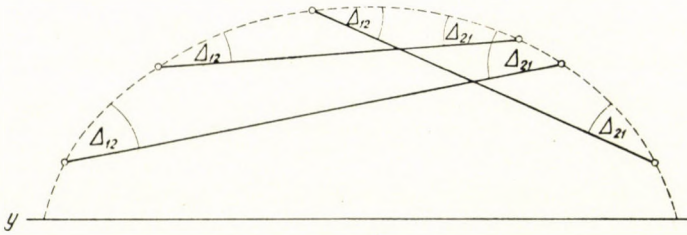


Abb. 10

auf einem solchen Abschnitt des punktweise projizierten Bildes zwei Punkte annimmt und sie miteinander durch eine Gerade verbindet, die von den Tangenten des Orthodromenbildes und von der die beiden Punkte verbindenden Geraden eingeschlossenen Winkel — die nichts anderes sind als die Richtungsreduktionen Δ_{12} und Δ_{21} — dann auf der der y -Achse entgegengesetzten Seite der Geraden liegen und infolgedessen ein entgegengesetztes Vorzeichen aufweisen werden (Abb. 10). Es hat also auch die mathematische Untersuchung zu demselben Resultat geführt wie die geometrische Anschauung. Wenn die Orthodrome mit einem Meridian (Hilfsméridian) identisch ist, d. h. $a = a_{\min} = a_{\max} = 0^\circ$ oder 180° , dann besitzt das punktweise projizierte Bild, da es eine senkrecht zur y -Achse befindliche Gerade ist, weder eine konkave noch eine konvexe Seite. Diese Tatsache widerspricht indessen keineswegs der obigen allgemeinen Feststellung, weil bei diesem Extremfall der Orthodrome die Nichtexistenz einer konkaven (oder konvexen) Seite durch den Wert Null der Richtungsreduktion zum Ausdruck gebracht wird. Ähnlich ist die Lage bei dem anderen Extremfall der Orthodrome, bei dem diese mit dem Äquator (Hilfsäquator) zusammenfällt. In diesem Falle ist die y -Achse das Bild des Äquators und es gilt $a = a_{\min} = a_{\max} = 90^\circ$ oder 270° .

Es seien nun die für die Anordnung der Richtungsreduktionen Δ_{12} und Δ_{21} gemachten Feststellungen mit den Ausdrücken (77) und (78) verglichen. In den in Abb. 9 oberhalb der y -Achse dargestellten Lagen $a.)$, $b.)$ und $h.)$ besitzt die Richtungsreduktion Δ_{12} entsprechend unserer Deutung ein positives und die Richtungsreduktion Δ_{21} ein negatives Vorzeichen. In den Lagen $d.)$, $e.)$ und $f.)$ ist hingegen Δ_{21} positiv und Δ_{12} negativ. In den unterhalb der y -Achse dargestellten entsprechenden Lagen gestalten sich die Vorzeichen gerade umgekehrt. Die Gl. (77) gibt für die Richtungsreduktion Δ_{12} in der oberhalb der y -Achse befindlichen Lage $a.)$ bzw. in der unterhalb der y -Achse befindlichen Lage $e.)$ dann ein positives und in der oberhalb der y -Achse befindlichen Lage $e.)$ bzw. in der unterhalb der y -Achse befindlichen Lage $a.)$ dann ein negatives Vorzeichen, wenn man dem Wert die Bedeutung

$$\Delta y = y_2 - y_1 \quad (91)$$

verleiht, vorausgesetzt dass man annimmt, dass der positive Ast der x -Achse unseres Ebenenkoordinatensystems in der bei den Zylinderprojektionen in Ungarn üblichen Weise nach Süden und dass der positive Ast der y -Achse dementsprechend nach Westen weist. Da nämlich bei den Lagen $a.)$ und $e.)$ $\Delta x = 0$ und der Absolutwert des zweiten Gliedes der Gl. (77) innerhalb der Grenzen der geodätischen Darstellung immer kleiner als der des ersten Gliedes ist, so wird das Vorzeichen des Ergebnisses durch das erste Glied bestimmt. Auf Grund einer ähnlichen Überlegung wird man für Δ_{21} dann einen Wert mit entgegengesetztem Vorzeichen erhalten, wenn man vor die Gl. (78) ein negatives Vorzeichen setzt. Die richtige Vorzeichen aufweisende Form der Ausdrücke (77) und (78) lautet also folgendermassen :

$$\Delta_{12} = + \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} - \frac{x_k^3 \Delta y}{6 R^4} - \frac{\Delta x \Delta y}{12 R^2} \quad (92)$$

$$\Delta_{21} = - \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} + \frac{x_k^3 \Delta y}{6 R^4} - \frac{\Delta x \Delta y}{12 R^2} \quad (93)$$

Es soll nun jener Fall behandelt werden, wo der eine Endpunkt des Liniestückes auf der entgegengesetzten Seite der y -Achse liegt als der andere Punkt, wo also das untersuchte Liniestück die y -Achse schneidet. Im Zusammenhang mit Gl. (86) ist hier festgestellt worden, dass die Orthodrome ihr kleinstes bzw. grösstes Azimut beim Äquator (Hilfsäquator) erreicht und dass ihr Azimut mit wachsender Entfernung vom Äquator ständig zu- bzw. abnimmt. Da das Azimut der Orthodrome beim Äquator einen Extremwert erreicht, müssen sowohl die Orthodrome als auch ihr punktweise projiziertes Bild beim Äquator bzw. bei dessen Bild eine Inflexion besitzen. Das punktweise projizierte Bild durchquert

also die y -Achse mit einer Inflexion, so dass das Vorzeichen der beiden Richtungsreduktionen von der Stelle abhängt, wo man die Endpunkte des Linienstückes auf der Orthodrome annimmt (Abb. 11). Ist das unterhalb der y -Achse befindliche Linienstück ebenso lang wie der Linienabschnitt oberhalb der y -Achse — in Abb. 11 Lage $a.$) —, so weisen die beiden Richtungsreduktionen infolge der vollständigen Symmetrie die gleiche Grösse und infolge der Inflexion auch das gleiche Vorzeichen auf. Wenn man auf dem Bild der Orthodrome vom Punkte P_1 gegen die y -Achse fortschreitet, wird sich auf diesem Wege eine Lage ergeben (Lage $b.$)), bei der die Gerade $P_1 - P_2$ das Bild der Orthodrome im Punkte P_1 als Tangente

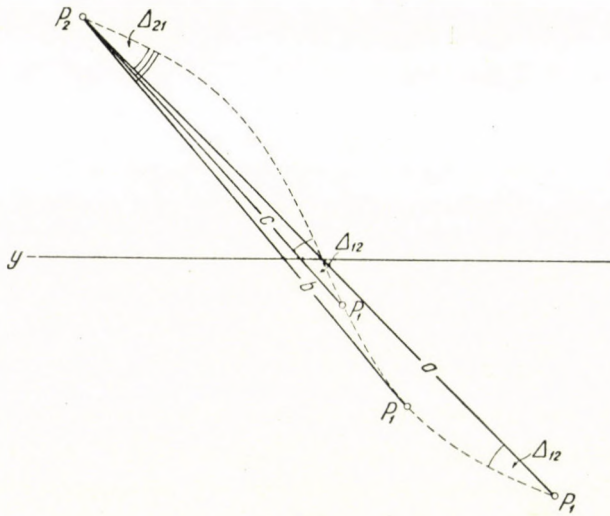


Abb. 11

berührt, d. h. bei der $\Delta_{12} = 0$ ist. Geht man von dieser Lage weiter, so sieht man — z. B. in der Lage $c.$) —, dass die beiden Richtungsreduktionen wieder ein entgegengesetztes Vorzeichen annehmen.

In der Gl. (92) bzw. (93) ist das zweite Glied innerhalb der Grenzen der geodätischen Darstellung stets ein überaus kleiner Wert, so dass es im nachstehenden vernachlässigt werden darf. Um mathematisch zu untersuchen, wie sich die Vorzeichen der Richtungsreduktionen bei dem die y -Achse schneidenden Linienstück verändern, können infolgedessen die richtige Vorzeichen aufweisenden Formen der Gl. (8) und (9) herangezogen werden, wobei man nach der Substitution $q = 3$ zu folgendem Ergebnis gelangt :

$$\Delta_{12} = + \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} - \frac{\Delta x \Delta y}{12 R^2} \tag{94}$$

$$\Delta_{21} = - \frac{x_k \Delta y}{2 R^2} - \frac{\Delta x \Delta y}{12 R^2} \tag{95}$$

In Abb. 12 ist ein die y -Achse schief schneidendes Liniestück dargestellt, dessen oberhalb der y -Achse gelegener Teil n -mal so lang ist wie der unterhalb der y -Achse gelegene Teil. Da hier

$$x_k = \frac{nx - x}{2} = \frac{(n-1)x}{2} \quad \text{und} \quad \Delta x = (n+1)x \quad (96)$$

lässt sich auf Grund von Gl. (94) und (95) schreiben :

$$\Delta_{12} = \frac{-2n+4}{12R^2} x \Delta y \quad \Delta_{21} = \frac{4n-2}{12R^2} x \Delta y \quad (97)$$

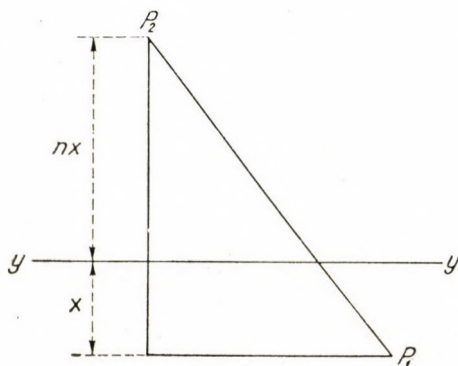


Abb. 12

Wenn nun $n = 1$, dann ist

$$\Delta_{12} = \frac{1}{6R^2} x \Delta y \quad \Delta_{21} = \frac{1}{6R^2} x \Delta y \quad (98)$$

d. h. dass die beiden Richtungsreduktionen in bezug auf ihre Grösse und ihr Vorzeichen gleich sind. Im Falle $1 < n < 2$ sind Δ_{12} und Δ_{21} in bezug auf ihre Grösse verschieden, in bezug auf ihr Vorzeichen aber gleich.

Wenn $n = 2$, dann ist

$$\Delta_{12} = 0 \quad \Delta_{21} = \frac{1}{2R^2} x \Delta y \quad (99)$$

Im Falle $n > 2$ sind Δ_{12} und Δ_{21} in bezug auf Grösse und Vorzeichen verschieden. Wenn schliesslich $n < 1$, dann ist das Verhältnis der beiden Punkte zueinander vertauscht.

Der Vollständigkeit halber seien noch die Ergebnisse untersucht, zu denen die Gleichungen (76) bei dem die y -Achse schneidenden Linienstück führen. Es soll z. B. jene Lage untersucht werden, bei der der oberhalb und der unterhalb der y -Achse befindliche Teil des Linienstückes gleich lang sind. In der hinsichtlich der Lage der Abb. 3 entsprechenden Abb. 13 hat man jetzt für den Exzess der Figur $P_1 P_1' P_2 P_2''$ ein negatives Vorzeichen anzunehmen, weil er entgegengesetzt gelegen ist als die entsprechende Figur in Abb. 3, während die Lage des

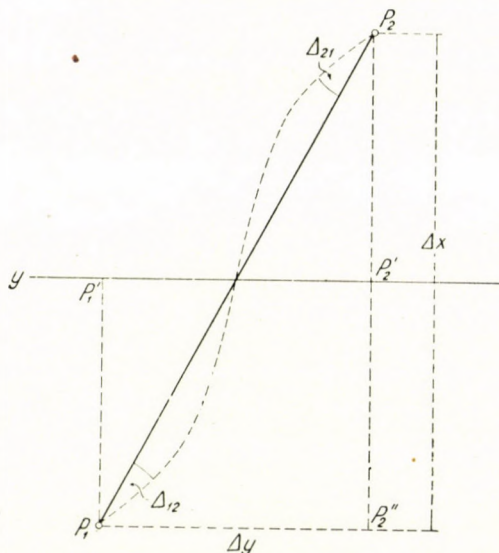


Abb. 13

Dreieckes $P_1 P_2' P_2$ in beiden Abbildungen die gleiche ist. Laut der richtige Vorzeichen aufweisenden Form der Gleichungen (76) ist :

$$\begin{aligned} \Delta_{12} &= + \frac{-\frac{\Delta x \Delta y}{2 \cdot 2} + \frac{\Delta x \Delta y}{3 \cdot 2}}{R^2} = - \frac{\Delta x \Delta y}{12 R^2} \\ \Delta_{21} &= - \frac{-\frac{\Delta x \Delta y}{2 \cdot 2} + \frac{2 \Delta x \Delta y}{3 \cdot 2}}{R^2} = - \frac{\Delta x \Delta y}{12 R^2} \end{aligned} \tag{100}$$

Diese Ergebnisse stimmen sowohl mit der im Zusammenhang mit Gl. (98) gemachten Feststellung als auch mit den aus Gl. (92) bzw. (93) errechenbaren Werten überein, wobei bei letzteren zu berücksichtigen ist, dass bei der untersuchten Lage $x_2 = 0$ ist.

*

Schliesslich sollen die fortschrittlichen Formeln der Richtungsreduktionen sowie des Faktors der Längenverzerrung, dessen Reziprokwertes und der Längenreduktion bei jener winkeltreuen Zylinderprojektion zusammengefasst werden, bei der der Zylinder die Kugel berührt. Der Ausdruck der Längenreduktion wurde im Laufe der vorstehenden Erörterungen nicht behandelt. (Er lässt sich aus der Formel des Faktors der Längenverzerrung mit Hilfe der bekannten mathematischen Reihe

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad (101)$$

und des logarithmischen Moduls herleiten.) Die Formeln besitzen für jedwede Lage des bezüglichen Linienstückes Gültigkeit, wenn man die in bezug auf ihre Vorzeichen richtig berechneten Werte

$$x_k = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \Delta x = x_2 - x_1 \quad (102)$$

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

in Betracht zieht.

1. Wenn

$$a = \frac{\varrho''}{2R^2} \quad b = \frac{\varrho''}{12R^2} \quad c = \frac{\varrho''}{6R^4} \quad (103)$$

dann betragen die Richtungsreduktionen in Sekunden :

$$\Delta''_{12} = + a x_k \Delta y - b \Delta x \Delta y - c x_k^3 \Delta y \quad (104)$$

$$\Delta''_{21} = - a x_k \Delta y - b \Delta x \Delta y + c x_k^3 \Delta y$$

2. Wenn

$$e = \frac{1}{2R^2} \quad f = \frac{1}{24R^2} \quad g = \frac{1}{24R^4} \quad (105)$$

dann ist der Faktor der Längenverzerrung :

$$m = 1 + e x_k^2 + f \Delta x^2 + g x_k^4 \quad (106)$$

und der Reziprokwert des Faktors der Längenverzerrung :

$$\frac{1}{m} = 1 - e x_k^2 - f \Delta x^2 + 5 g x_k^4 \quad (107)$$

3. Wenn

$$e' = \frac{\mu}{2R^2} \quad f' = \frac{\mu}{24R^2} \quad g' = -\frac{\mu}{12R^4} \quad (108)$$

wo μ den logarithmischen Modul bezeichnet, dann ist die *Längenreduktion* :

$$\sigma = e' x_k^2 + f' \Delta x^2 + g' x_k^4 \quad (109)$$

*

Zahlenbeispiel. Man berechne die Richtungsreduktionen, den Faktor der Längenverzerrung, den Reziprokwert des Faktors der Längenverzerrung sowie die Längenreduktion für die Seite, die durch die Ebenenkoordinaten der Endpunkte

$$\begin{array}{ll} y_1 = -218\,213,16 \text{ m} & x_1 = -78\,288,24 \text{ m} \\ y_2 = -237\,186,84 \text{ m} & x_2 = -69\,011,02 \text{ m} \end{array}$$

bestimmt wird. Bei den Berechnungen ist es zweckmässig, die Längenwerte in Einheiten von 100 000 m anzunehmen. Dementsprechend sind :

$$\begin{array}{ll} a = 25,3487 & e = 0,000\,122\,894 \\ b = 4,2248 & f = 0,000\,010\,241 \\ c = 0,0021 & g = 0,000\,000\,0025 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} e' = 0,000\,053\,372 \\ f' = 0,000\,004\,478 \\ g' = 0,000\,000\,0005 \end{array}$$

Die Koordinaten werden auf 5 Dezimalen genau genommen :

$$\begin{array}{ll} y_1 = -2,182\,13 & x_1 = -0,782\,88 \\ y_2 = -2,371\,87 & x_2 = -0,690\,11 \\ x_k = -0,736\,50 & \Delta y = -0,189\,74 \\ x_k^2 = +0,542\,43 & \Delta x = +0,092\,77 \\ x_k^3 = -0,399\,50 & \Delta x^2 = +0,008\,61 \\ x_k^4 = +0,294\,23 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} + 3,5423'' & - 3,5423'' \\ + 0,0744'' & + 0,0744'' \\ - 0,0002'' & + 0,0002'' \\ \hline \end{array}$$

$$\Delta_{12} = +3,6165$$

$$\Delta_{21} = -3,4677''$$

$$\begin{array}{r} 1,000\,000\,000 \\ + 0,000\,066\,661 \\ + 0,000\,000\,088 \\ + 0,000\,000\,001 \\ \hline m = 1,000\,066\,750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,000\,000\,000 \\ - 0,000\,066\,661 \\ - 0,000\,000\,088 \\ + 0,000\,000\,004 \\ \hline \frac{1}{m} = 0,999\,933\,255 \end{array}$$

+ 0,000 028 950

+ 0,000 000 038

+ 0,000 000 000

0,000 028 988

 $\sigma = 289,88$

SCHRIFTTUM

1. *Jordan—Eggert*: Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart 1941, 8. Aufl. III/2 Bd. S. 245—246.

2. A magyar országos háromszögelések és részletes felmérések új vetületi rendszerei (vetületi utasítás). [Die neuen Projektionssysteme der ungarischen Landestriangulierungen und ausführlichen Vermessungen (Projektionsverordnung). Nur ungar.] Budapest, 1909.

3. *A. Fasching*: A földméréstan kézikönyve (Handbuch der Geodäsie. Nur ungar.) Budapest, 1914.

4. *Wl. K. Hristow*: Die Gauss-Krügerschen Koordinaten auf dem Ellipsoid. Leipzig, 1943.

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Abhandlung werden in der Praxis gut brauchbare Formeln zur Berechnung der Reduktionen der winkeltreuen Zylinderprojektion hergeleitet und ausführliche Untersuchungen über das Vorzeichen der Richtungsreduktionen bei der Zylinderprojektion angestellt.

СОВРЕМЕННЫЕ ФОРМУЛЫ РЕДУКЦИИ КОНФОРМНЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ

Д-р техн. наук И. ХАЗАЙ

РЕЗЮМЕ

В статье выведены формулы расчета редукиций конформных цилиндрических проекций, которые обеспечивают легкость обращения в практике, далее детально занимается формированием знаков редукиций направлений цилиндрических проекций.

MODERN FORMULAE FOR THE REDUCTION OF ORTHOMORPHIC
CYLINDRICAL PROJECTIONS

Prof. I. HAZAY

D. Eng. Sc.

SUMMARY

In the paper, formulae for the reduction of the conformal (orthomorphic) cylindrical projection are developed which are well suited for practical calculations. The aspects of the sign of azimuthal reductions in cylindrical projection is dealt with in detail.

FORMULES MODERNES POUR LES RÉDUCTIONS DES PROJECTIONS CYLINDRIQUES
ORTHOMORPHIQUES

Prof. I. HAZAY

Docteur des sciences techniques

RÉSUMÉ

Dans cet article, des formules pour la réduction de la projection cylindrique conformable (orthomorphique) sont développées, qui se prêtent bien aux calculs pratiques. Les aspects du signe de la réduction azimuthale dans les projections cylindriques sont traités en détail.

DIE BERECHNUNG DER IN HAMMERFUNDAMENTEN AUFTRETENDEN KRÄFTE UND DES DYNAMISCHEN FAKTORS

Prof. Dr. A. GELEJI

MITGLIED DER UNGAR. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

und

G. DÉVÉNYI

LEHRSTUHL FÜR HÜTTENMASCHINENKUNDE UND BILDROME FORMUNG, TECHNISCHE UNIVERSITÄT, MISKOLC

[Eingegangen am 11. Juni 1954]

In der Fachliteratur findet man mehrere Versuche zur Ermittlung der in Schmiedehämmerfundamenten beim Schlag auftretenden Kräfte und im Zusammenhange damit zur Bestimmung des dynamischen Faktors [1—5], doch keine dieser Erörterungen führte zu einem befriedigenden Ergebnis.

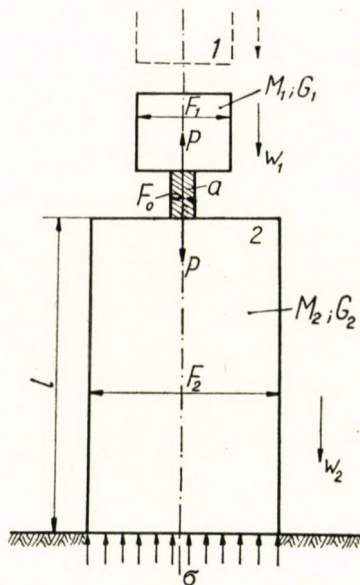


Abb. 1

In der Acta Technica Tom. I. 1951 befasste sich A. Geleji mit der «Dauer und dem Nutzeffekt des Stossvorganges beim Schmieden» [6, 7, 8] und unsere vorliegende Abhandlung knüpft sich an den Gedankengang der zitierten Arbeit. Diese prüfte zwecks Feststellung der Schlagdauer und des Wirkungsgrades von Hämmern mit stabiler Gründung jenen Fall des zentralen geraden Stosses, in dem beim Stoss zweier Körper Körper 2 eine Säule von der Länge l (Abb. 1) ist, und gegen diese Körper 1 von Gewicht G_1 derart stösst, dass die Kraft

des Stosses von dem an der Stirnfläche der Säule (des Körpers 2) sich bildsam deformierenden, prismatischen Körper a vom Querschnitt F_0 aufgenommen und auf die Säule übertragen wird. Es kann vorausgesetzt werden, dass im Körper « a » im Laufe des Stosses nur eine bleibende Verformung auftritt, ferner dass das Produkt

$$P = k_m \cdot F_0 \quad (1)$$

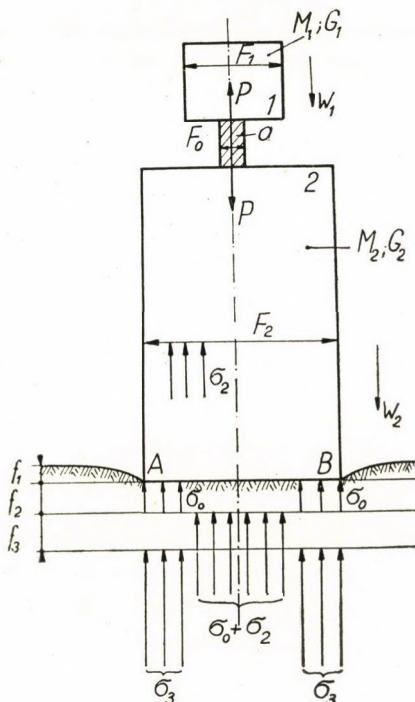


Abb. 2

d. h. die die Verformung hervorrufende Kraft während der ganzen Stossdauer konstant ist. In der obigen Formel bedeutet k_m den mittleren Verformungswiderstand.

Unter der Einwirkung des Stosses erhält Körper 2 [6–8] die Geschwindigkeit

$$w_2 = \frac{P}{F_2 \cdot \sqrt{E_2 \cdot \delta_2}} \quad (2)$$

in Richtung der Säule; somit ist die Bewegungsenergie des Körpers 2 [6, 7, 8] am Ende des Schlages

$$A_{m2} = \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2} = \frac{G_2 \cdot w_2^2}{2 \cdot g} \quad (3)$$

In diesen Formeln ist E_2 der Elastizitätsmodul des Werkstoffes vom Körper 2, δ_2 die auf die Volumeneinheit des Körpers 2 fallende Masse.

Unsere Aufgabe besteht nun darin festzustellen, wie gross die Spannung ist, die während der Schlagdauer längs der Auflagefläche des auf festem Baugrund stehenden Körpers auftritt, oder richtiger, wie gross die vom Gesichtspunkte der Bemessung des Grundkörpers (des Betonblockes) wichtige Bodenreaktion ist.

Der Einfachheit halber soll zunächst der in Abb. 1 bereits skizzierte, einfache Stossfall geprüft und das Ergebnis sodann auf den verwickelter scheinenden Fall der Hammergründungen übertragen werden.

Hammerfundamente stehen im allgemeinen auf mehr oder weniger elastischem Baugrund. Der untersuchte Körper 2 steht also gleichfalls auf elas-

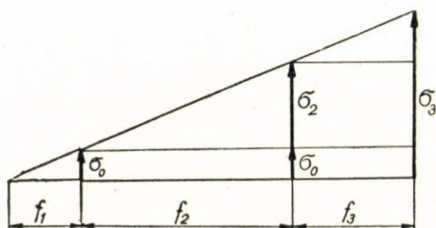


Abb. 3

tischen Grund, der unter dem Einfluss von Gewicht G_2 des Körpers 2 bis zur Tiefe l einsinkt (Abb. 2). f_1 ist die dem Ruhezustand entsprechende Einsenkung. Je grösser das Gewicht G_2 und je weicher die Federung ist, umso grösser ist die Einsenkung. Auf der Auflage-Grundfläche tritt eine Druckspannung

$$\sigma_0 = \frac{G_2}{F_2} \quad (4)$$

auf.

Beim Aufschlagen des Bären (Körpers 1) auf das Schmiedestück wird Körper 2 von der Druckkraft P belastet (Gleichung 1). Diese erregt in den wagrechten Querschnitten des Körpers 2 eine Spannung σ_2 und auf der Auflagefläche AB eine Spannung

$$\sigma_0 + \sigma_2 = \frac{G_2 + P}{F_2} \quad (5)$$

Die Spannung $\sigma_0 + \sigma_2$ bewirkt eine weitere Einsenkung f_2 des Bodens.

Beim Aufschlagen ruft die Kraft P nicht bloss Spannungen in den wagrechten Querschnitten des Körpers 2 (der Säule) bzw. an der Auflagefläche AB hervor, vielmehr wird sie teils verwendet das elastische Zusammenschrumpfen

der Körper 1 und 2 herbeizuführen, teils aber dazu, dem Körper 2 eine Geschwindigkeit w_2 zu erteilen (Gleichung 2), d. h. im Laufe des Schlages wird im Körper 2 nicht bloss elastische potentielle Energie, sondern auch Bewegungsenergie aufgespeichert. Diese Bewegungsenergie wird längs des Verformungsweges f_3 zu Null, d. h. das Niveau des elastischen Baugrundes erfährt eine weitere Einsenkung f_3 .

Im Endpunkte der Einsenkung f_3 wird im Boden eine Spannung erregt. Abb. 3 veranschaulicht die Beziehung zwischen den auftretenden Spannungen und Einsenkungen.

Die entlang der elastischen Einsenkung f_3 geleistete Arbeit zählt die Bewegungsenergie des Körpers 2 auf:

$$\left(\frac{\sigma_0 + \sigma_2 + \sigma_3}{2} \right) \cdot f_3 \cdot F_2 = \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2} \quad (6)$$

Die im Stosssystem auftretenden Spannungen können durch die Einsenkungen ausgedrückt werden:*

$$\sigma_0 = \frac{G_2}{F_2} = C \cdot f_1, \quad (7)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{F_2} = C \cdot f_2, \quad (8)$$

$$\sigma_3 - (\sigma_2 + \sigma_0) = C \cdot f_3, \quad (9)$$

womit

$$\sigma_3 = C \cdot f_3 + (\sigma_2 + \sigma_0). \quad (10)$$

Aus den so ausgedrückten Werten der auftretenden Spannungen ergibt sich:

$$\frac{\sigma_0 + \sigma_2 + \sigma_3}{2} = (\sigma_0 + \sigma_2) + \frac{C}{2} \cdot f_3. \quad (11)$$

Somit kann man die Gleichung (1) wie folgt schreiben:

$$\left[(\sigma_0 + \sigma_2) + \frac{C}{2} \cdot f_3 \right] \cdot f_3 \cdot F_2 = \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2}, \quad (12)$$

* Die statische Bettungszahl (C_{st}) und die dynamische Bettungszahl (C_{dyn}) weicht bei kleiner Belastungsfläche und grossen bleibenden Verformungen stark von einander ab; die dynamische Bettungszahl kann dabei das Drei- bis Vierfache der statischen betragen. Bei grosser Belastungsfläche und verhältnismässig dichtem Boden (mit geringer bleibender Verformung) ist diese Abweichung jedoch minimal und kann sogar vernachlässigt werden. Hammerfundamente weisen grosse Auflageflächen auf und stehen auf dichtem Baugrund. Die statische und die dynamische Bettungszahl kann also als identisch angenommen werden (Siehe das Beispiel).

nach Ordnen :

$$\left(\frac{C \cdot F_2}{2}\right) \cdot f_3^2 + [(\sigma_0 + \sigma_2) \cdot F_2] \cdot f_3 - \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2} = 0, \quad (13)$$

daraus ergibt sich die dynamische Einsenkung :

$$f_3 = -\frac{1}{C} \cdot (\sigma_0 + \sigma_2) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_0 + \sigma_2}{C}\right)^2 + \frac{M_2 \cdot w_2^2}{C \cdot F_2}} \quad (14)$$

Die statische Einsenkung (Gleichung 7 und 8) :

$$f_1 + f_2 = \frac{\sigma_0}{C} + \frac{\sigma_2}{C}. \quad (15)$$

Die Gesamteinsenkung :

$$f_{\max} = f_1 + f_2 + f_3 = \sqrt{(f_1 + f_2)^2 + \frac{M_2 \cdot w_2^2}{C \cdot F_2}}. \quad (16)$$

Nachdem

$$f_1 + f_2 = \frac{G_2 + P}{C \cdot F_2} \quad (17)$$

ist, kann man Gleichung (14) auch wie folgt schreiben :

$$f_3 = -\frac{G_2 + P}{C \cdot F_2} + \sqrt{\left(\frac{G_2 + P}{C \cdot F_2}\right)^2 + \frac{M_2 \cdot w_2^2}{C \cdot F_2}}, \quad (14a)$$

und Gleichung (16) wie folgt :

$$f_{\max} = \sqrt{\left(\frac{G_2 + P}{C \cdot F_2}\right)^2 + \frac{M_2 \cdot w_2^2}{C \cdot F_2}}. \quad (16a)$$

Der dynamische Faktor bringt zum Ausdruck, wie vielfach die infolge des Schlages auftretende Bodenspannung grösser ist, als die vom Fundamentgewicht stammende :

$$v = \frac{\sigma_3}{\sigma_0} = \frac{f_{\max}}{f_1}, \quad (18)$$

somit

$$v = \frac{\sqrt{\left(\frac{G_2 + P}{C \cdot F_2}\right)^2 + \frac{M_2 \cdot w_2^2}{C \cdot F_2}}}{\left(\frac{G_2}{C \cdot F_2}\right)}, \quad (19)$$

setzes mit Hilfe der nachstehenden Beziehung errechnet werden (Abb. 4) :

$$f_x = \sum \frac{G \cdot l}{F \cdot E} = \frac{G_1 \cdot l'_2}{F'_2 \cdot E'_2} + \frac{(G_1 + G'_2) \cdot l'_2}{F''_2 \cdot E''_2} + \dots \quad (22)$$

Verkürzt sich die Entfernung der beiden Schwerpunkte infolge des Hammer-schlages um die Länge x , dann ist die beim Stoss auftretende Kraft innerhalb des elastischen Bereiches :

$$P_x = G_1 \cdot \frac{x}{f_x} \quad (23)$$

Die Schlagenergie des Bären beträgt, wenn seine Geschwindigkeit w und seine Masse M_1 ist ;

$$U_1 = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} \quad (24)$$

Befindet sich kein Schmiedestück auf dem Amboss, dann setzt sich ein Teil dieser Energie in Bewegungsenergie der Schabotte um, während ein anderer Teil in der Schabotte und im Fundament sich als elastische Energie aufspeichert [6—8] und in elastische potentielle Energie umgesetzt wird.

$$U_2 = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} - \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2} \quad (25)$$

Da diese Arbeit von der Schlagkraft ausgeführt wird, kann man schreiben :

$$\frac{1}{2} \cdot P_x \cdot x = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} - \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2} \quad (26)$$

doch kann diese Gleichung mit Hilfe der Gleichung (23) auch wie folgt ausgedrückt werden :

$$\frac{1}{2} G_1 \cdot \frac{x^2}{f_x} = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} - \frac{M_2 \cdot w_2^2}{2} \quad (27)$$

Die in den Gleichungen (25, 26) und (27) vorkommende Masse M_2 bedeutet die gesamte durch den Schlag in Bewegung gesetzte Masse, deren Grösse, bei einer Schlagdauer t [6—8] :

$$M_2 = F_2 \cdot \sqrt{E_2 \cdot \delta_2} \cdot t \quad (28)$$

ist.

Die Schlagdauer [6—8] :

$$t = 2 \cdot \left(\frac{w_1 - w_2}{P_x} \right) \cdot M_1 . \quad (29)$$

Die Bewegungsgeschwindigkeit der Gründung :

$$w_2 = \frac{\sigma_x}{\sqrt{E_2 \cdot \delta_2}} . \quad (30)$$

Werden die in den Gleichungen (28) und (30) ausgedrückten Faktoren in die Gleichung (27) eingesetzt, so erhält man folgende Gleichung :

$$\frac{G_1}{2} \cdot \frac{x^2}{f_x} = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} - 2 \cdot \frac{F_2 \sqrt{E_2 \cdot \delta_2}}{2} \cdot \frac{\sigma_x^2}{E_2 \cdot \delta_2} \cdot \frac{(w_1 - w_2)}{P_x} \cdot M_1 \quad (31)$$

Nachdem

$$F_2 = \frac{P_x}{\sigma_x}$$

und

$$M_1 = \frac{G_1}{g}$$

ist, kann man schreiben :

$$\frac{G_1}{2} \cdot \frac{x^2}{f_x} = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} - 2 \cdot \frac{P_x}{\sigma_x} \cdot \frac{\sqrt{E_2 \cdot \delta_2}}{2} \cdot \frac{\sigma_x^2}{E_2 \cdot \delta_2} \cdot \frac{(w_1 - w_2)}{P_x} \cdot M_1 \quad (32)$$

bzw.

$$G_1 \cdot \frac{x^2}{f_x} = \frac{G_1 \cdot w_1^2}{2 \cdot g} - \frac{(w_1 - w_2) \cdot w_2}{g} \cdot G_1, \quad (33)$$

$$\frac{x^2}{f_x} = \frac{w_1^2}{g} - 2 \cdot \frac{w_2 \cdot w_1}{g} + \frac{w_2^2}{g} . \quad (34)$$

Wenn sich also kein Schmiedestück auf dem Amboss befindet, ist die bis zum Ende des Schlages auftretende grösste elastische Verformung :

$$x = \sqrt{\frac{f_x}{g} [w_1^2 - 2(w_1 \cdot w_2 - w_2^2)]}, \quad (35)$$

während die beim Schlag auftretende grösste Kraft :

$$P_x = G_1 \cdot \frac{x}{f_x} = G_1 \sqrt{\frac{1}{f_x \cdot g} [w_1^2 - 2(w_1 \cdot w_2 - w_2^2)]}. \quad (36)$$

Nachdem $w_1 \cdot w_2$ und w_2^2 im Verhältnis zu w_1^2 vernachlässigbar klein ist,

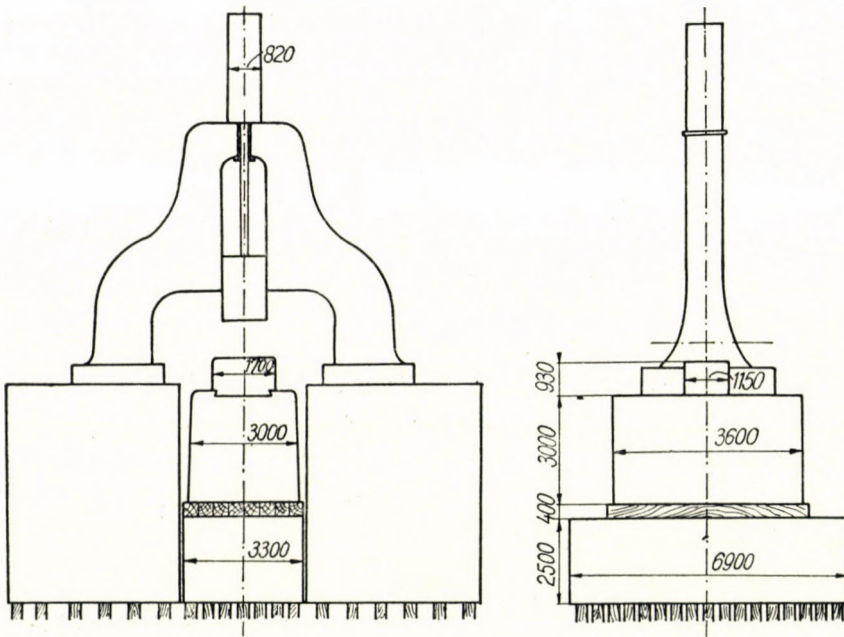


Abb. 5

kann man die grösste Schlagkraft, mit guter praktischer Näherung, wie folgt ausdrücken :

$$P_x = \frac{G_1 w_1}{\sqrt{f_x \cdot g}}. \quad (37)$$

Zwecks besserer Beleuchtung der obigen Ausführungen sollen die in einem Dampfhammerfundament auftretenden Kräfte (Abb. 5) berechnet werden. Die Schabotte ruht auf 119 Eichenpfählen und jedes Gerüstfundament auf je 54 Pfählen. Die Fundamente der Schabotte sind von jener der Gerüste unabhängig.

Kennzeichnende Hammerangaben :

Bärgewicht $G_1 = 15$ t,
Dampfzylinderdurchmesser $D = 820$ mm,

Dampfdruck	$p_a = 8 \text{ at,}$
Wirksame Fläche des Hammers	$b, s = 40 \cdot 20 = 800 \text{ cm}^2,$
Schmiedestückquerschnitt	$M \cdot s_1 = 30 \cdot 20 = 600 \text{ cm}^2,$
Schmiedestücktemperatur	$t = 1000^\circ\text{C,}$
Grösse der gedrückten Fläche	$f = b \cdot s_1 = 40 \cdot 20 = 800 \text{ cm}^2.$
Dampfzylinderdurchmesser :	

$$F_0 = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = \frac{82 \cdot 3,14}{4} = 5250 \text{ cm}^2$$

Indizierter mittlerer Dampfdruck [7, 8] :

$$p_m = \frac{p_a}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ at.}$$

Beschleunigung des sich abwärts bewegenden Bären :

$$\gamma_{ab} = \left(\frac{G_1 + F_0 \cdot p}{G_1} \right) \cdot g = \left(\frac{15\,000 + 5250 \cdot 4}{15\,000} \right) \cdot 9,81 = 23,6 \text{ m/sec}^2.$$

Bärhub :

$$L = \frac{40}{\gamma_{ab}} = \frac{40}{23,6} = 1,7 \text{ m.}$$

Maximale Bargeschwindigkeit im Anfangsmoment des Schlages :

$$w_1 = \sqrt{2 \cdot \gamma_{ab} \cdot L} = \sqrt{2 \cdot 23,6 \cdot 1,7} = 9 \text{ m/sec.}$$

Verformungsfestigkeit des gehämmerten Stahls [7, 8] :

$$k_{f_0} = 0,015 (1400 - t) = 0,015 \cdot 400 = 6 \text{ kg/mm}^2.$$

Reibungsfaktor längs der Druckflächen :

$$\mu = 0,3.$$

Grösse des Verformungswiderstandes im Anfangsmoment des Schlages [6, 7] :

$$k = \frac{k_{f_0} \cdot \left(1 + 0,02 \frac{w_1}{h} \right)}{1 - \mu \cdot \frac{b}{2h}} = \frac{6 \cdot \left(1 + 0,02 \cdot \frac{9}{0,3} \right)}{1 - 0,3 \cdot \frac{0,4}{2 \cdot 0,3}} = 12,2 \text{ kg/mm}^2.$$

Grösse der im Anfangsmoment des Schlages auftretenden Kraft [7, 8] :

$$P_2 = f \cdot k = b \cdot s_1 \cdot k = 40 \cdot 20 \cdot 1220 = 976\,000 \text{ kg} = 976 \text{ t.}$$

Bärmasse :

$$M_1 = \frac{G}{g} = \frac{15}{9,81} = 1,53 \text{ t} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{m}^{-1}.$$

Bewegungsenergie des Bären :

$$U = \frac{M_1 \cdot w_1^2}{2} = \frac{1,53 \cdot 9^2}{2} = 62 \text{ tm.}$$

Fundamentgewicht (Abb. 6) :

$$G_2 = G_2' + G_2^{II} + G_2^{IV} = (1,7 \cdot 0,93 \cdot 1,15 + 3,3 \cdot 3,6) \cdot 7,8 + 6,9 \cdot 2,5 \cdot 3,3 \cdot 2,4 = 403,6 \approx \\ \approx 404 \text{ Tonnen.}$$

Bei der Berechnung des Fundamentgewichtes wurde das Gewicht der Eichenunterlage vernachlässigt. Die Wichte des Stahlgusses wurde mit $7,8 \text{ t/m}^3$, die des Betons mit $2,4 \text{ t/m}^3$ angenommen.

Die Auflagefläche des Betonfundaments der Schabotte ist:

$$F_2 = 3,3 \cdot 6,9 = 22,8 \text{ m}^2$$

An der Auflagefläche der Schabotte ist die aus dem Eigengewicht sich ergebende Bodenspannung:

$$\sigma_0 = \frac{G_1}{F_2} = \frac{405}{22,8} = 17,7 \text{ t/m} (=) 1,8 \text{ kg/cm}^2.$$

Die durch die Kraft P_2 bedingte Bodenspannung beträgt:

$$\sigma_2 = \frac{P_2}{F_2} = \frac{976}{22,8} = 43 \text{ t/m}^2 = 4,3 \text{ kg/cm}^2.$$

An der Auflagefläche der Schabotte verursachen Fundamentgewicht und Schlagkraft P_2 zusammen eine Bodenspannung von

$$(\sigma_0 + \sigma_2) = \frac{G_2 + P_2}{F_2} = \frac{405 + 976}{22,8} = 61 \text{ t/m}^2 = 6,1 \text{ kg/cm}^2$$

du dieser Bodenspannung tritt noch ein von der Bewegungsenergie der Schabotte stammendes Dynamisches Plus hinzu.

Die durch den Schlag bedingte Geschwindigkeit der Schabotte:

$$w_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{E_2 \cdot \delta_2}} = \frac{4,3}{\sqrt{2,1 \cdot 0,25 \cdot 10^6}} = 0,06 \text{ m/sec} = 6 \text{ cm/sec},$$

wo $E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ t/m}^2$ der Elastizitätsmodul des Betons,

$$\delta_2 = \frac{\delta_2}{g} = \frac{2,4}{9,81} = 0,25 \text{ t} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{m}^{-4}$$

die Dichte des Betons ist.

Die Masse der Schabotte:

$$M_2 = \frac{G_2}{g} = \frac{405}{9,81} = 41 \text{ t} \cdot \text{sec}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Der dynamische Faktor (Gleichung 20):

$$\nu = \frac{\sqrt{(G_2 + P_2)^2 + C \cdot F_2 \cdot M_2 \cdot w_2^2}}{G_2} = \frac{\sqrt{(405 + 976)^2 + 25 \cdot 000 \cdot 22,8 \cdot 41 \cdot 0,06^2}}{405} = 3,5$$

Hier wurde die Bettungszahl C mit $25 \cdot 10^3 \text{ t/m}^3$ angenommen. Die Bettungszahl C hängt von der Bodenbeschaffenheit ab [9]:

bei sandigem Boden beträgt sie: $3 \cdot 10^3 \sim 10 \cdot 10^3 \text{ t/m}^3$,

bei lehmigem Boden: $5 \cdot 10^3 \sim 25 \cdot 10^3 \text{ t/m}^3$.

Diese Werte nehmen zu, wenn der Boden sich in der Zwischenzeit verhärtet, verdichtet. Laut der obigen Ausführungen beträgt die auftretende Spannung an der Berührungsfläche zwischen Gründung und Boden (Gleichung 21.):

$$\sigma_{dyn} = \sigma_0 \cdot \nu = \frac{G_2}{F_2} \cdot \nu = \frac{405}{22,8} \cdot 3,5 = 62 \text{ t/m}^2 = 6,2 \text{ kg/cm}^2$$

Die auftretende Spannung übersteigt die zulässige (etwa 3 kg/cm^2 bei hartem, lehmigem Boden [9]). Die Beschaffenheit des Baugrundes ist, wie auch die Abbildung zeigt, durch Verpfählung verbessert.

Nicht nur für die Hammergründung, sondern auch für die Kolbenstange ist jene Beanspruchung die gefährlichste, die auftritt, wenn der Hammer (Bär) mit voller Geschwindigkeit auf den Amboss so aufschlägt, dass sich auf diesem kein Werkstück befindet. Die Grösse der auftretenden Kraft P_x kann man in diesem Falle mittels Gleichung 37 errechnen, wenn f_x (Gleichung 22) bekannt ist.

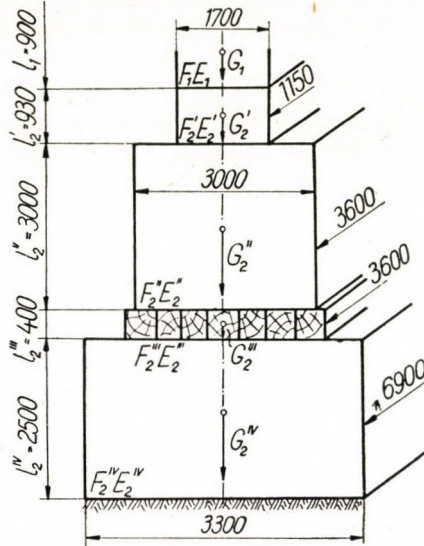


Fig. 6

Beträgt in der Gleichung 22 :

das Bärsgewicht	15 t,
das Ambossgewicht	15,4 t,
das Schabottgewicht	252,0 t,
das Gewicht der Holzunterlage	3,9 t,
der Elastizitätsmodul des Stahls	$21 \cdot 10^6$ t/m ² ,
der Elastizitätsmodul des Holzes	$1 \cdot 10^6$ t/m ² ,
der Elastizitätsmodul des Betins	$2 \cdot 1 \cdot 10^6$ t/m ² ,

dann ist im Sinne der Gleichung 22 :

$$f_x = \frac{G_1 \cdot l_1'}{F_2' \cdot E_2} + \frac{(G_1 + G_2') \cdot l_2'}{F_2'' \cdot E_2''} + \frac{(G_1 + G_2' + G_2'') \cdot l_2''}{F_2''' \cdot E_2'''} + \frac{(G_1 + G_2' + G_2'' + G_2''') \cdot l_2'''}{F_2'' \cdot E_2''} =$$

$$\frac{15 \cdot 0,93}{1,95 \cdot 21 \cdot 10^6} + \frac{29,3 \cdot 3}{10,8 \cdot 21 \cdot 10^6} + \frac{281,2 \cdot 0,4}{10,8 \cdot 1 \cdot 10^6} + \frac{285,2 \cdot 2,5}{10,8 \cdot 2,1 \cdot 10^6} = 43,13 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$$

Die beim Schlag auftretende maximale Kraft ist also (Gleichung 37) :

$$P_x = \frac{G_1 \cdot w_1}{\sqrt{f_x \cdot g}} = \frac{15 \cdot 9}{\sqrt{43,13 \cdot 10^{-6} \cdot 9,81}} = 6500 \text{ t}$$

die mittlere Bewegungsgeschwindigkeit der Gründung (Gleichung 31) :

$$w_2 = \frac{\sigma_x \max}{2 \sqrt{E_2 \cdot \delta^2}} = \frac{P_x}{2 \cdot F_2 \sqrt{E_2 \cdot \delta^2}} = \frac{6500}{2 \cdot 22,8 \sqrt{2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,25}} = 0,2 \text{ m/sec}$$

und der dynamische Faktor (Gleichung 20) :

$$v' = \frac{\sqrt{(G_2 + P_x \max)^2 + C \cdot F_2 \cdot M_2 \cdot w_2^2}}{G_2} = \frac{\sqrt{(404 + 6500)^2 + 25 \cdot 000 \cdot 22,8 \cdot 41 \cdot 0,2^2}}{404} =$$

$$= 17,5$$

Die auf der Auflagefläche des Betonfundaments auftretende Bodenspannung beträgt in diesem Falle :

$$\sigma'_{dyn} = \sigma_0 \cdot v' = \frac{404}{22,8} \cdot 17,5 = 310 \text{ t/m}^2 = 31 \text{ kg/cm}^2.$$

SCHRIFTTUM

1. E. Rausch : Hammerfundamente. Beton u. Eisen 1928. S. 321/327.
2. E. Rausch : Richtige und fehlerhafte Maschinengründung. VDI. 1931. S. 1069.
3. E. Rausch : Maschinenfundamente. VDI. 1935. S. 967.
4. A. Föppl : Elastische Beanspruchung des Erdbodens unter Fundamenten. VDI. 1941. S. 625.
5. H. Haller : Gründung von schweren Schabotte-Gesenkschmiedehämmern. Stahl u. Eisen. 1949. S. 227.
6. A. Geleji : Die Dauer und der Nutzeffekt des Stossvorganges beim Schmieden (deutsch) Acta Technica. Tom. I. 1951. S. 299/318.
7. A. Geleji : Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle (deutsch) Akadémiai Kiadó (Akademischer Verlag). Budapest, 1952. S. 28/44.
8. A. Geleji : «Walzwerks- und Schmiedemaschinen». VEB Verlag Technik, Berlin, 1954. S. 43/58.
9. Széchy K. : Gründung. I. Verkehrsverlag, Budapest, 1952. S. 166.

ZUSAMMENFASSUNG

In Weiterentwicklung der Abhandlung von Geleji : «Die Dauer und der Nutzeffekt des Stossvorganges beim Schmieden» gibt die Abhandlung eine neue Methode für die Berechnung der in Hammerfundamenten auftretenden Kräfte und des dynamischen Faktors an.

РАСЧЕТ СИЛ (ДИНАМИЧЕСКОГО ФАКТОРА), ДЕЙСТВУЮЩИХ В ОСНОВАНИЯХ МЕХАНИЧЕСКИХ МОЛОТОВ

Академик А. ГЕЛЕЙИ и Д. ДЕВЕНЬИ

РЕЗЮМЕ

В развитие работы академика Гелейи «Определение продолжительности и эффективности сопровождающих удар явлений, связанных с процессомковки» дается новая методика расчета сил и динамического фактора, действующих в основаниях механических молотов.

COMPUTATION OF FORCES ARISING IN FOUNDATIONS OF POWER FORGE HAMMERS (DYNAMICAL FACTOR)

Prof. A. GELEJI,

Member of the Hungarian Academy of Sc.

and

G. DÉVÉNYI

SUMMARY

This article is a development of the paper : *Duration and Efficiency of the Thrust Process in Forging*, published by A. Geleji in Vol. I. of the *Acta Technica*, and it presents a novel method of computing forces arising in power hammer foundations and the dynamical factor.

CALCUL DES FORCES ENGENDRÉES PAR LE CHOC DANS LES BASES
DES MARTEAUX MÉCANIQUES (FACTEUR DYNAMIQUE)

Prof. A. GELEJI, Membre de l'Académie Hongrois des Sciences et G. DÉVÉNYI

RÉSUMÉ

L'étude — en tant que développement de l'article de Geleji, intitulé «Détermination de la durée et de l'intensité des phénomènes de choc liés au forgeage» — indique une nouvelle méthode du calcul des forces engendrées dans les bases des marteaux mécaniques et du facteur dynamique.

SPECIAL KIND OF SHELLS OF TRANSLATION WITH TWO VERTICAL PLANES OF SYMMETRY

Prof. P. CSONKA

D. ENG. SC.

DEPARTMENT FOR STRUCTURAL ANALYSIS, UNIVERSITY OF BUILDING SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received 23rd June, 1954]

I. Introductory

In a former paper of this periodical [1] the author dealt with shells of translation over rectangular bases, the shape and loading of which was symmetrical relative to two vertical planes. That paper established that the otherwise very cumbersome calculation of membrane forces can generally be very

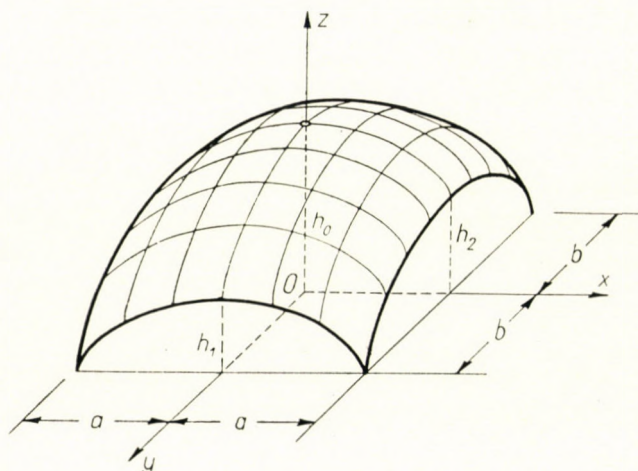


Fig. 1. Shell of translation with two vertical planes of symmetry, over rectangular base

much simplified by a proper assumption of the generating curves of the shell.

Calculation is especially simplified if the shell is loaded by vertical loads uniformly distributed over the base area. In this case the shape of the shell too, can be characterized by a very simple function.

The following investigations refer to the above mentioned special kind of shell. Their aim is to verify that the determination of the membrane forces of the shells discussed is simple not only in the case of uniform vertical loading but also in case of other vertical loads occurring in practice.

2. Assumptions

Let the horizontal projection of the shell with two vertical planes of symmetry be a rectangle the side lengths of which are $2a$ and $2b$ respectively, and let the cambers of the generating curves parallel to these sides accordingly be h_1 and h_2 . For the purposes of investigation the orthogonal system of coordinates $0(x, y, z)$ shown in Fig. 1 is introduced and it is agreed upon that:

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b}.$$

Let the equation of the middle surface of the shell to be treated be

$$z = f(xy) = \frac{1}{R(1)} \left[h_1 R(\xi) + h_2 R(\eta) \right],$$

where $R(1)$, $R(\xi)$ and $R(\eta)$ are the values of function

$$R(t) = \frac{1}{2} \left[(1+t) \ln(1+t) + (1-t) \ln(1-t) \right]$$

at loci $t = 1$, $t = \xi$, and $t = \eta$ respectively.

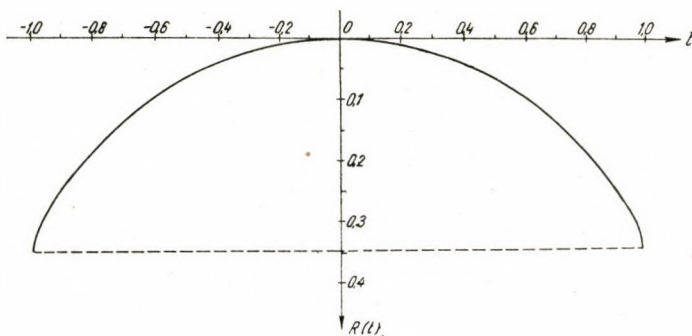


Fig. 2. Diagram of function $R(t)$

Diagram of function $R(t)$ is illustrated in Fig. 2, and its different values are tabulated in Table I of paper [1]. According to this table $R(1) = 0,6931$. The diagram line of function $R(t)$ is akin to the generating curves of the shell investigated.

Let the shell be loaded by a vertical system of forces symmetrical relative to the vertical planes of coordinates, and let it be agreed upon that the specific

value of the loading forces referred to unit area of the horizontal projection of the shell is expressed by the polynome

$$Z = \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n C_{i,k} \xi^{2i} \eta^{2k}. \quad (4)$$

Suppose that the shell is in a membrane state of stress, and its supporting walls or arches are resistant only to forces acting in their planes. Disturbing effects inconsistent with the membrane state due to different deformations of heterogeneous structures at the junction of the shell and of its supporting walls or arches, will be disregarded.

3. Differential equation of the problem

Internal forces of membrane shells thrusting upon vertical walls and arches and loaded by uniformly distributed vertical forces can be very simply computed if a function $F(x, y)$, the so-called *stress function*, can be found which satisfies the partial differential equation

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \cdot \partial y} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + Z = 0, \quad (5)$$

and the value of which is constant along the border line of the shell. This equation can be written with the homogeneous coordinates introduced under (1) as follows :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \cdot \partial \eta} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \cdot \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + a^2 b^2 Z = 0. \quad (6)$$

In the case dealt with, according to (2) and (3)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} = \frac{1}{R(1)} \cdot \frac{h_1}{1 - \xi^2}, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \cdot \partial y} = 0, \quad (7b)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = \frac{1}{R(1)} \cdot \frac{h_2}{1 - \eta^2}, \quad (7c)$$

so that the differential equation (6) can be written with consideration of (4) in the following form too :

$$\frac{1}{R(1)} \cdot \frac{h_1}{1 - \xi^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \frac{1}{R(1)} \cdot \frac{h_2}{1 - \eta^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + a^2 b^2 \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n C_{ik} \xi^{2i} \eta^{2k} = 0. \quad (8)$$

In the present case the stress function to be determined has to satisfy this differential equation. Besides that, the value of the function in question has to be constant along the border line of the shell, that is, at loci $\xi = \pm 1$ and $\eta = \pm 1$.

4. Solution of the problem

It is anticipated that the solution of differential equation (8) satisfying border conditions too, is as follows :

$$F = \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n D_{ik} \cdot (1 - \xi^2) \xi^{2i} \cdot (1 - \eta^2) \eta^{2k}. \quad (9)$$

Since the value of this function is zero, that is, constant along border lines of the shell, to verify the above statement it is sufficient to demonstrate that in case of proper choice of coefficients D_{ik} function (9) really satisfies differential equation (8). For this reason (9) will be substituted into differential equation (8) to find values of coefficients D_{ik} which really satisfy the resulting equation :

$$\begin{aligned} & \frac{2h_1}{R(1)} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n D_{i,k} \left[k(2k-1) \eta^{2k-2} - (k+1)(2k+1) \eta^{2k} \right] \cdot \xi^{2i} + \\ & + \frac{2h_2}{R(1)} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n D_{i,k} \left[i(2i-1) \xi^{2i-2} - (i+1)(2i+1) \xi^{2i} \right] \cdot \eta^{2k} + \\ & + a^2 b^2 \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n C_{i,k} \xi^{2i} \eta^{2k} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Coefficient $D_{m,n}$ first will be determined. For this members containing factor $\xi^{2m} \eta^{2n}$ will be picked out from equation (11), and it will be put

down that their sum is to be zero at any locus ξ, η . Hereby the following condition is obtained :

$$-\frac{2D_{m,n}}{R(1)} \left[(n+1)(2n+1)h_1 + (m+1)(2m+1)h_2 \right] + a^2 b^2 C_{m,n} = 0.$$

From this

$$D_{m,n} = \frac{R(1)}{2} \cdot \frac{a^2 b^2 C_{m,n}}{H_{m,n}}, \quad (12)$$

$$H_{m,n} \equiv (n+1)(2n+1)h_1 + (m+1)(2m+1)h_2.$$

With knowledge of value D_{mn} , the values of $D_{m-1,n}$ and $D_{m,n-1}$ can be determined. After these are known, coefficient $D_{m-1,n-1}$ is calculated. Proceeding thus yields all coefficients, one after the other. In the course of calculation the use of the following recurrent formula is expedient :

$$D_{ik} = \left[(k+1)(2k+1)h_1 D_{i,k+1} + (i+1)(2i+1)h_2 D_{i+1,k} + \frac{R(1)}{2} a^2 b^2 C_{ik} \right] \frac{1}{H_{ik}}, \quad (13)$$

$$H_{i,k} \equiv (k+1)(2k+1)h_1 + (i+1)(2i+1)h_2. \quad (13a)$$

Formula (13) which, in fact, includes formula (9) too, can also be used for computing values $D_{m,k}$ and $D_{i,n}$, supposed that values $D_{m,k+1}$ and $D_{i+1,n}$ are known already. Of course in such cases zero has to replace values of $D_{m+1,k}$ and $D_{i,n+1}$ to be substituted into the formulae.

With coefficients $D_{i,k}$ computed, the stress function of the problem has become perfectly known, and the membrane forces can be computed. This can be done by the known formulae (2) :

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}, \\ n_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}, \\ n_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} = -\frac{1}{ab} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \cdot \partial \eta}. \end{aligned} \quad (14)$$

If (9) is substituted therein, the formulae of membrane forces assume the following form :

$$n_x = \frac{2}{b^2} (1 - \xi^2) \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n D_{ik} \left[k(2k-1) \eta^{2k-2} - (k+1)(2k+1) \eta^{2k} \right] \cdot \xi^{2i} \quad (15)$$

$$n_y = \frac{2}{a^2} (1 - \eta^2) \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n D_{ik} \left[i(2i-1) \xi^{2i-2} - (i+1)(2i+1) \xi^{2i} \right] \cdot \eta^{2k}, \quad (15b)$$

$$n_{xy} = - \frac{4}{a \cdot b} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n D_{ik} \left[i - (i+1) \xi^2 \right] \cdot \xi^{2i-1} \cdot \left[k - (k+1) \eta^2 \right] \cdot \eta^{2k-1}. \quad (15c)$$

5. Numerical example

As an example of what has been demonstrated the shell illustrated in Fig. 3, serving already as a numerical example for paper [1], will be treated.

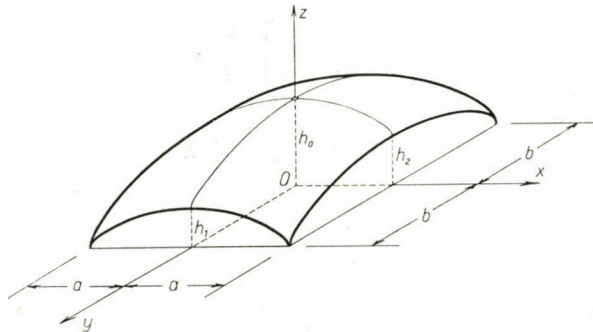


Fig. 3. Numerical example

Let the thickness of the shell be :

$$d = 0,04 \text{ m,}$$

and other data of the shell :

$$\begin{array}{lll} a = 8,0 \text{ m,} & h_1 = 3,2 \text{ m,} & h_1/a = 0,4, \\ b = 12,0 \text{ m,} & h_2 = 4,8 \text{ m,} & h_2/b = 0,4. \end{array}$$

Let the dead weight referred to unit area of the base be

$$g = 120 + 9,2 (x^2/a^2 + y^2/b^2) = [120 + 9,2 (\xi^2 + \eta^2)] \text{ kg/m}^2,$$

and the snow weight

$$p = 80 \text{ kg/m}^2.$$

Membrane forces of the shell have to be determined : a) for dead weight, b) in case of snow load.

a) *Case of dead weight.* In the case under discussion

$$m = n = 1,$$

and the values of coefficients $C_{i,k}$

$$\begin{aligned} C_{0,0} &= 120, & C_{0,1} &= 9,2, \\ C_{1,0} &= 9,2, & C_{1,1} &= 0. \end{aligned}$$

Coefficients $D_{i,k}$ figuring in the formula of the stress function calculated by formula (12) and (13)

$$\begin{aligned} D_{1,1} &= 0, \\ D_{1,0} &= \frac{R(1)}{2} \cdot \frac{a^2 b^2 C_{1,0}}{1 \cdot 1 h_1 + 2 \cdot 3 h_2} = 918 \text{ mkg}, \\ D_{0,1} &= \frac{R(1)}{2} \cdot \frac{a^2 b^2 C_{0,1}}{2 \cdot 3 h_1 + 1 \cdot 1 h_2} = 1224 \text{ mkg}, \\ D_{0,0} &= \left[1 \cdot 1 h_1 D_{0,1} + 1 \cdot 1 h_2 D_{1,0} + \frac{R(1)}{2} a^2 b^2 C_{00} \right] \cdot \frac{1}{1 \cdot 1 h_1 + 1 \cdot 1 h_2} = 48951 \text{ mkg}. \end{aligned}$$

Internal forces after formulae (15) :

$$\begin{aligned} n_x &= -\frac{2}{b^2} (1 - \xi^2) \left[D_{0,0} + D_{1,0} \xi^2 + D_{0,1} (6\eta^2 - 1) \right], \\ n_y &= -\frac{2}{a^2} (1 - \eta^2) \left[D_{0,0} + D_{1,0} (6\xi^2 - 1) + D_{0,1} \eta^2 \right], \\ n_{xy} &= -\frac{4\xi\eta}{ab} \left[D_{0,0} + D_{1,0} (2\xi^2 - 1) + D_{0,1} (2\eta^2 - 1) \right]. \end{aligned}$$

Herefrom after substitution of numerical values of the problem :

$$\begin{aligned} n_x &= -\frac{2}{12,0^2} (1 - \xi^2) \left[48951 + 918\xi^2 + 1224(6\eta^2 - 1) \right], \\ n_y &= -\frac{2}{8,0^2} (1 - \eta^2) \left[48951 + 918(6\xi^2 - 1) + 1224 \eta^2 \right], \\ n_{xy} &= -\frac{4 \xi \eta}{8,0 \cdot 12,0} \left[48951 + 918 (2\xi^2 - 1) + 1224 (2\eta^2 - 1) \right]. \end{aligned}$$

Maximum normal stresses $|\sigma_x|$, $|\sigma_y|$ arise at $\xi = \eta = 0$, that is at the top point of the vault. Their values :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{n_x(0,0)}{d} = -16\,572 \text{ kg/m}^2, \\ \sigma_y &= \frac{n_y(0,0)}{d} = -37\,526 \text{ kg/m}^2. \end{aligned}$$

The maximum shearing stress $|\tau_{x,y}|$ arises at the corner points of the vault. For instance at the corner point $\xi = \eta = 1$

$$\tau_{xy} = \frac{n_{xy}(1,1)}{d} = -53\,222 \text{ kg/m}^2.$$

b) *Case of snow load.* Here

$$m = n = 0,$$

and the value of the only coefficient $C_{i,k}$ other than zero :

$$C_{0,0} = 80 \text{ kg/m}^2.$$

Accordingly, with exception of $D_{0,0}$ all coefficients, $D_{i,k}$ are eliminated, and the value of $D_{0,0}$

$$D_{0,0} = \frac{R(1)}{2} \cdot \frac{a^2 b^2 C_{0,0}}{1 \cdot 1 h_1 + 1 \cdot 1 h_2} = \frac{0,6931}{2} \cdot \frac{8,0^2 \cdot 12,0^2 \cdot 80}{3,2 + 4,8} = 31\,940 \text{ mkg}.$$

Thus the formulae of internal forces :

$$n_x = -\frac{2}{b^2} (1 - \xi^2) D_{0,0} = -\frac{2}{12,0^2} (1 - \xi^2) \cdot 31\,940 \text{ kg/m}.$$

$$n_y = -\frac{2}{a^2} (1 - \eta^2) D_{0,0} = -\frac{2}{8,0^2} (1 - \eta^2) \cdot 31\,940 \text{ kg/m}.$$

$$n_{xy} = -\frac{4 \xi \eta}{a b} D_{0,0} = -\frac{4 \xi \eta}{8,0 \cdot 12,0} \cdot 31\,940 \text{ kg/m}.$$

The maximum normal stresses arise at $\xi = \eta = 0$ and their values

$$\sigma_x = -\frac{n_x(0,0)}{d} = -11\,090 \text{ kg/m}^2,$$

$$\sigma_y = -\frac{n_y(0,0)}{d} = -24\,953 \text{ kg/m}^2.$$

The maximum shearing stress originates at the corner points. For instance at corner point $\xi = \eta = 1$

$$\tau_{xy} = \frac{n_{xy}(1,1)}{d} = -33\,271 \text{ kg/m}^2.$$

The latter values are precisely in the relation of loads, that is, according to ratio 80 : 200, lower than the stresses calculated in the numerical example of paper [1].

REFERENCES

1. Csonka, P. : Results on Shells of Translation. *Acta Technica Hung.*, **10**, pp. 59—71.
2. Laffaille, B. : Mémoire sur l'étude générale de surfaces gauches minces. *Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes*, **3** (1935), pp. 295—332.

SUMMARY

The author treated in a previous paper [1] shells of translation over rectangular bases, with two vertical planes of symmetry. According to this paper, by the proper selection of the generating curves of the shell depending upon its loading, the determination of the membrane forces of the shell can be rendered very simple.

In connection with the previous paper, the present analysis demonstrates that the calculation of the membrane forces of the shell pattern found practicable for uniformly distributed vertical loads, can also be executed very simply in case of other kinds of vertical loads occurring in practice.

The paper expresses the loading of the shell by a polynome the members of which have the form of

$$C_{i,k} \xi^{2i} \eta^{2k},$$

and demonstrates that the stress function of the shell can also be written in the form of a finite series, the members of which are

$$D_{i,k} \cdot (1 - \xi^2) \xi^{2i} \cdot (1 - \eta^2) \eta^{2k} .$$

Parameters $D_{i,k}$ are determined by the method of unknown coefficients.

The practical applicability of the principles demonstrated in the paper is elucidated by a numerical example.

О СПЕЦИАЛЬНОМ ВИДЕ ДВУХОДНЫХ ОБОЛОЧЕК

Д-р техн. наук П. ЧОНКА

РЕЮМЕ

Автор в одной из своих работ занимался двуходными (оформленными по трансляционной поверхности) оболочками, построенными над прямоугольным четырехугольником. Согласно упомянутой выше работы — в случае правильного выбора действующей на оболочку и зависящей от нагрузки кривой оболочки — определение мембранных усилий оболочки становится исключительно простым.

Данная работа, примыкая к предыдущей работе, показывает, что в случае вертикальных равномерно распределяющихся нагрузок расчет мембранных усилий найденной целесообразной формы оболочки может быть осуществлен очень простым приемом также в случае прочих видов вертикальных нагрузок, встречающихся на практике.

В работе нагрузка оболочки выражается таким полиномом, члены которого имеют вид

$$C_{i,k} \xi^{2i} \eta^{2k}$$

и доказывается, что функция напряжения оболочки может быть также записана в виде конечного ряда, членами которого являются

$$D_{i,k} \cdot (1 - \xi^2) \xi^{2i} \cdot (1 - \eta^2) \eta^{2k}$$

Параметры $D_{i,k}$ определяются методом неизвестных коэффициентов.

Практическое применение рассмотренного в статье материала освещается числовым примером.

D'UN TYPE SPECIAL DES VOILES DE TRANSLATION

P. CSONKA

Docteur des Sciences Techniques

RÉSUMÉ

Dans une de ses études précédentes, l'auteur s'est occupé des voiles de translation, couvrant une zone rectangulaire. Il y démontre qu'en choisissant convenablement les courbes directrices du voile en fonction de la charge appliquée, la détermination des forces membranes du voile devient extrêmement simple.

Dans l'étude présente, faisant suite à l'étude mentionnée, l'auteur prouve que la méthode de calcul des forces membranes du voile de la forme considérée convenable pour des charges verticales, réparties uniformément, peut être appliquée au cas d'autres charges verticales rencontrées dans la pratique.

La charge du voile est exprimée par un polynome, dont les membres ont la forme

$$C_{i,k} \xi^{2i} \eta^{2k} .$$

La fonction de tension du voile peut aussi être écrite dans la forme d'une série finie, dont les membres sont :

$$D_{i,k} (1 - \xi^2) \xi^{2i} (1 - \eta^2) \eta^{2k} .$$

Les paramètres $D_{i,k}$ sont déterminés par la méthode des coefficients inconnus.

L'application des principes démontrés est illustrée par un exemple numérique.

ÜBER EINE BESONDERE ART DER TRANSLATIONSSCHALEN

P. CSONKA

Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

In einer früheren Arbeit [1] befasste sich der Verfasser mit der Berechnung von Translationsschalen über rechteckigem Grundriss. Es wurde nachgewiesen, dass die Bestimmung der Membrankräfte solcher Schalen durch eine zweckmässige Wahl der Schalenform ausserordentlich vereinfacht werden kann.

In der vorliegenden Abhandlung, die sich eng an die vorige Arbeit anschliesst, wird der Beweis erbracht, dass die Berechnung der Membrankräfte einer Schale, deren Form im Falle einer gleichmässig verteilten lotrechten Belastung als zweckmässig befunden wurde, nicht nur bei dieser Belastung, sondern auch im Falle anderer, in der Praxis vorkommender lotrechter Belastungen auf keine grösseren Schwierigkeiten stösst.

Die Belastung der Schale wird durch ein Polynom ausgedrückt, dessen Glieder die Form

$$C_{i,k} \xi^{2i} \eta^{2k}$$

besitzen. Es wird nachgewiesen, dass auch die Spannungsfunktion der Schale in der Form einer endlichen Reihe geschrieben werden kann, deren Glieder

$$D_{i,k} (1 - \xi^2) \xi^{2i} (1 - \eta^2) \eta^{2k}$$

sind. Die Parameter $D_{i,k}$ werden mit der Methode der unbekanntenen Koeffizienten ermittelt.

Die praktische Anwendung der Ausführungen wird durch ein Zahlenbeispiel verdeutlicht.

ON THE APPLICATION OF THE MATRIX THEORY TO THE CALCULATION OF CHAIN-BRIDGES

Prof. E. EGERVÁRY

MEMBER OF THE HUNG. ACADEMY OF SC.

DEPARTMENT FOR MATHEMATICS, UNIVERSITY OF BUILDING SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received 29th August, 1954]

In the theory of the suspension bridges generally the following model is adopted [1]. A flexible cable and an elastic beam are connected by infinitely many vertical hangers and one has to determine the stresses and strains in this structure when an arbitrary load-distribution acts on the beam. The mathematical treatment of this model leads to an inhomogenous linear differential equation of fourth order with constant coefficients, which can be solved by the aid of Green's function or by Fourier expansion.

In spite of the fact, that this method cannot furnish the tension of the hangers, whose number is obviously always finite, it seems to be the most appropriate tool of the mathematical investigation of a bridge which is suspended on a *flexible* cable.

In contrary to this, if the bridge is suspended on a *chain*, then the assumption of a flexible cable and of infinitely many hangers seems to be a rather unsatisfactory approximation of the reality, thus it is natural to ask, whether the whole method can be finitized in such a way that instead of the differential equation one should have to solve a system of linear equations only.

However such a simplification of the theory will be possible only if we abandon the precise prescription of the live load by a continuous distribution-function, and confine ourselves to the consideration of live loads which are concentrated at the lower end points of the hangers. The principle of Saint-Venant will warrant then that the substitution of the continuously distributed live load by the statically equivalent concentrated loads at the end points of the hangers supply a sufficient approximation to the reality.

Accepting this approximation of the live load and using Clapeyron's equation in it's general form it will be indeed possible to develop a finitized method of computation for bridges which are suspended on chains.

This finitized method reduces the whole problem to the solution of an inhomogenous system of linear equations, or, what is the same thing, to the inversion of a matrix, whose order is equal to the number of the hangers. Hence one can conclude, that e. g. in the case of a bridge with 50 hangers the solution by the way direct of computation of the inverse matrix will be a

tedious work. Fortunately, the matrix which must be inverted, turns out to be a rational function of the continuant matrix

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{bmatrix}$$

whose canonical form (spectral decomposition) is known. Applying this canonical form and some well-known propositions of the matrix theory we shall arrive automatically to the finite Fourier expansion of the solution of the above-mentioned linear equations.

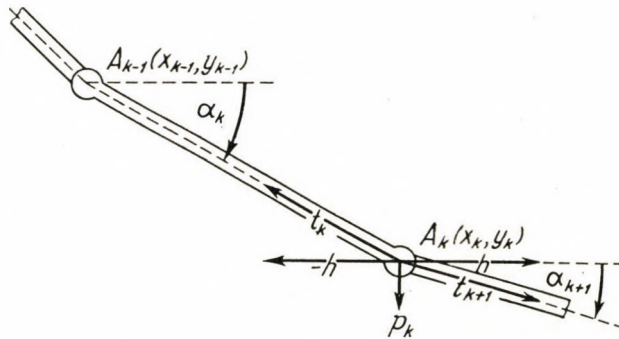


Fig. 1

Using this form of the solution, the stresses and strains of the bridge can be computed by the aid of a calculating machine without much trouble.

I. The connection between the deformation of a chain and the vertical forces acting on its joints

Consider the chain $A_0 A_1 \dots A_n$ consisting of the n rigid straight rods (links) $A_k A_{k+1}$ which are situated in a vertical plane. Denote by α_{k+1} the angle between $A_k A_{k+1}$ and Ox and let the vertical forces p_k act at the joints A_k ($k = 1, 2, \dots, n-1$), further denote the tension of the rod $A_k A_{k+1}$ by t_{k+1} .

Then the equilibrium conditions for the joint A_k ($k = 1, 2, \dots, n-1$) are

$$t_{k+1} \sin \alpha_{k+1} - t_k \sin \alpha_k = -p_k; t_{k+1} \cos \alpha_{k+1} - t_k \cos \alpha_k = 0 \quad (1)$$

Hence

$$t_k \cos \alpha_k = h = \text{const.}; t_k = \frac{h}{\cos \alpha_k} \tag{2}$$

and substituting this in (1), (2) we have

$$h (\text{tg } \alpha_{k+1} - \text{tg } \alpha_k) = -p_k \tag{3}$$

or

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} - \frac{y_k - y_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} = \frac{-p_k}{h}, \tag{4}$$

where x_k, y_k denote the coordinates of A_k .

Suppose now

$$x_{k+1} - x_k = l = \text{const.} (k = 1, 2, \dots, n - 1).$$

Then we have

$$\frac{y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1}}{l} = \frac{-p_k}{h}. \tag{5}$$

This means that if in the equilibrium configuration the vertical forces p_k are equidistant, then these forces are proportional to the second differences $\Delta^2 y$ of the ordinates of the joints.

Suppose that the end points A_0 and A_n of the chain lie on the x axis. Then we have $y_0 = y_n = 0$ and the equations (5) take the form

$$\begin{aligned} -2y_1 + y_2 &= -\frac{l}{h} p_1 \\ y_1 - 2y_2 + y_3 &= -\frac{l}{h} p_2 \\ y_2 - 2y_3 + y_4 &= -\frac{l}{h} p_3 \\ &\dots\dots\dots \\ y_{n-2} - 2y_{n-1} &= -\frac{l}{h} p_{n-1}. \end{aligned} \tag{6}$$

Introducing the matrices

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_{n-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

these equations can be written in the form

$$\mathbf{C} \mathbf{y} = \frac{l}{h} \mathbf{p}. \quad (8)$$

The matrix \mathbf{C} is non-singular, therefore we can deduce from (8) the equation

$$\mathbf{y} = \frac{l}{h} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p} \quad (9)$$

which gives the ordinates y_k of the joints as explicit functions of the vertical forces p_k .

In particular if all the forces p_k are equal to the common value p then the joints lie on the parabola

$$y = \frac{p}{h} \frac{x(nl-x)}{2l}; \quad y_k = \frac{p}{h} \frac{k(n-k)}{2} l. \quad (10)$$

In this case the load p , the horizontal tension h , and the inclination of the first link are connected by the equation

$$h = \frac{n-1}{2} \frac{l}{y_1} p \quad (-)$$

and the deepest points of the chain have the ordinate (s)

$$y_{\max} = \frac{p}{h} \frac{n^2}{8} l \quad \text{for } n \text{ even,} \quad (-)$$

$$y_{\max} = \frac{p}{h} \frac{n^2-1}{8} l \quad \text{for } n \text{ odd.} \quad (-)$$

II. The connection between the deformation of a beam and the transversal forces acting on it

Consider a uniform straight beam hinged at its end points $(x_0, 0)$, $(x_n, 0)$ and loaded at the points $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, $(x_3, 0)$, \dots , $(x_{n-1}, 0)$ by the vertical forces $q_1, q_2, q_3, \dots, q_{n-1}$. Under the action of these forces their points of application undergo the transversal displacements η_k and come to the equilibrium positions (x_k, η_k) ($k = 1, 2, \dots, n - 1$).

We wish to find the connection between the applied forces q_k and the transversal displacements η_k of their points of application.

To this end we have to use the following two well-known propositions of the theory of elasticity.

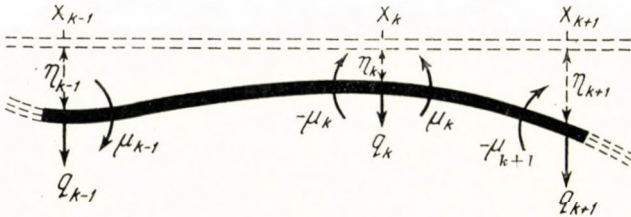


Fig. 2

a) If the points $(x_k, 0)$ of the beam are loaded by the transversal forces q_k ($k = 1, 2, \dots, n - 1$), then the bending moments μ_k at the points of application are determined by the equations [2]

$$-q_k = \frac{\mu_{k+1} - \mu_k}{x_{k+1} - x_k} - \frac{\mu_k - \mu_{k-1}}{x_k - x_{k-1}}. \tag{1}$$

β) If the transversal displacements η_k of the points $(x_k, 0)$ of the beam are given, then the bending moments μ_k at the section x_k of the beam are determined by the equation [3]

$$\frac{\eta_{k+1} - \eta_k}{x_{k+1} - x_k} - \frac{\eta_k - \eta_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} = \frac{-1}{6EJ} \left\{ \mu_{k+1} (x_{k+1} - x_k) + 2\mu_k (x_{k+1} - x_{k-1}) + \mu_{k-1} (x_k - x_{k-1}) \right\}. \tag{2}$$

Eliminating from these equations (1), (2) the bending moments μ_k we get the required connection between the forces q_k and the displacements η . This elimination can be made most conveniently by the aid of the matrix-

algebra. Further, in the theory of the suspension bridges we need only the particularly simple form of these equations, which corresponds to the equidistant subdivision of the beam. In this case we have

$$x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \dots = x_n - x_{n-1} = l$$

and the equations (1), (2) become

$$\begin{aligned} + 2\mu_1 - \mu_2 &= lq_1 & \mu_0 &= 0 \\ - \mu_1 + 2\mu_2 - \mu_3 &= lq_2 \\ &\dots & & \\ &\dots & & \\ - \mu_{n-2} + 2\mu_{n-1} &= lq_{n-1} & \mu_n &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} + 2\eta_1 - \eta_2 &= \frac{l^2}{6EJ} (4\mu_1 + \mu_2) \\ - \eta_1 + 2\eta_2 - \eta_3 &= \frac{l^2}{6EJ} (\mu_1 + 4\mu_2 + \mu_3) \end{aligned} \tag{4}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$- \eta_{n-2} + 2\eta_{n-1} = \frac{l^2}{6EJ} (\mu_{n-2} + 4\mu_{n-1}).$$

Introducing the matrices (I. 7.) and

$$\mathbf{K} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 4 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_{n-2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n-1} \end{bmatrix} \tag{5}$$

the equations (3), (4) can be written as follows

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\mu} = l\mathbf{q} \tag{6}$$

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\eta} = \frac{l^2}{EJ} \mathbf{K}\boldsymbol{\mu} \tag{7}$$

As the matrices \mathbf{C} and \mathbf{K} are non-singular, the elimination of $\boldsymbol{\mu}$ can be immediately done and leads to the following equations

$$\mathbf{q} = \frac{EJ}{l^3} \mathbf{C}\mathbf{K}^{-1} \mathbf{C}\boldsymbol{\eta}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{l^3}{EJ} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{K}\mathbf{C}^{-1} \mathbf{q}. \tag{9}$$

These equations give the explicit connection between the transversal forces q_k and the transversal displacements η_k .

III. The equilibrium equation of the chain-bridge and its matrix solution

We consider the bridge-structure as a combination of a chain (the suspension chain) and a beam (the bridge truss) (Fig. 3). The peculiar feature of this combination is that whereas the deflection of the beam has to be considered small, the deflection of the chain (i. e. its deviation from a straight line) is of

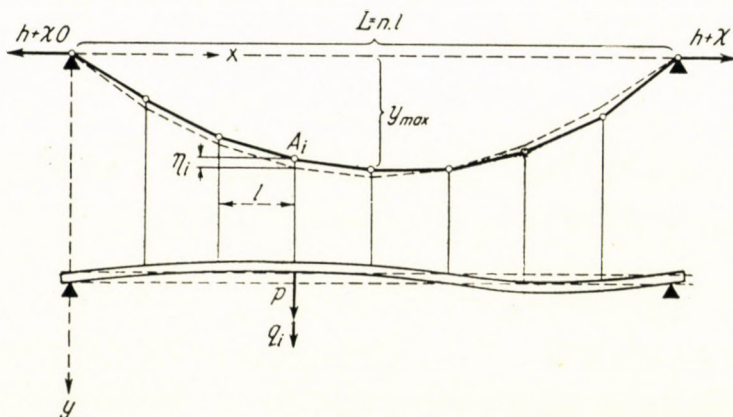


Fig. 3

finite magnitude. However if we assume — as usually in the analysis of suspension bridges — that the chain carries its own weight, the weight of the hangers and the dead weight of the truss without producing a deviation of the beam from a straight line [4], then the additional deformations of the chain and the truss due to the live load are of small magnitude and can be calculated by means of *linear* equations.

We shall use the following notations :

α) The number of the links is denoted by n (number of the joints : $n - 1$), the distance of two consecutive hangers by l .

β) The dead load of the system (chain, hanger, truss) on each hanger is equal to p ; the live load on the i -th hanger is q_i .

γ) The horizontal tension in the chain, when loaded by the dead weight only, is denoted by h ; the additional tension produced by application of the live load by χ . The shape of the chain corresponding to the initial loading condition is given by the coordinates $x_k = kl$, $y_k = \frac{p}{h} \frac{k(n-k)}{2} l$, ($k = 1, 2, \dots$,

$n - 1$) of the joints of the chain (y being considered positive downwards from the horizontal line connecting the end points of the chain). The additional vertical displacements of the joints due to the live load we denote by η_k . It will be assumed that the elastic deformation of the hangers can be neglected and the vertical deflections of the truss at the point x_k is equal to the vertical displacement of the k -th joint of the chain. This implies, in addition to the assumption of rigid hangers, disregard of the horizontal displacement of the joints of the chain.

δ) The moment of inertia of the cross section of the truss is assumed to be constant and equal to J ; Young's modulus is denoted by E . We consider a chain with n links extended between the points $(0, 0)$ and $(nl, 0)$ and a beam hinged at $(0, m)$ and (nl, m) .

The difference equation for the shape of the chain in the initial loading condition is, according to (I. 5)

$$\frac{-y_{k+1} + 2y_k - y_{k-1}}{l} = \frac{p}{h} \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (1)$$

and the boundary conditions are

$$y_0 = 0; \quad y_n = 0. \quad (2)$$

The difference equation (1) and the boundary conditions (2) can be united in the matrix equation

$$\mathbf{C} \frac{\mathbf{y}}{l} = \frac{p}{h} \mathbf{e}, \quad (3)$$

where \mathbf{C} and \mathbf{y} denote the matrices (I. 7) introduced in Section I and \mathbf{e} denotes a column all of whose elements are equal to 1.

If the live loads q_1, q_2, \dots, q_{n-1} are added, then certain portions $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_{n-1}$ of this live load are carried by the chain, while the loads $q_k - \tilde{q}_k$ are carried by the bending stiffness of the truss.

The horizontal chain tension will be increased to $h + \chi$ and the displacements η_k are added to the ordinates y_k . Hence the equilibrium condition of the chain under the action of the live loads will be expressed by the equation

$$\mathbf{C} \frac{\mathbf{y} + \boldsymbol{\eta}}{l} = \frac{p\mathbf{e} + \tilde{\mathbf{q}}}{h + \chi}. \quad (4)$$

On the other hand, the equilibrium equation of the beam in matrix form is, according to (II. 8)

$$\frac{EJ}{l^3} \mathbf{CK}^{-1} \mathbf{C}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{q} - \tilde{\mathbf{q}}, \quad (5)$$

or in dimensionless form

$$\frac{EJ}{l^2 h} \mathbf{CK}^{-1} \mathbf{C} \frac{\boldsymbol{\eta}}{l} = \frac{\mathbf{q} - \tilde{\mathbf{q}}}{h}. \quad (6)$$

Three unknown quantities occur in equations (4) and; 6), viz. the two vectors $\boldsymbol{\eta}$ and $\tilde{\mathbf{q}}$ and the parameter χ .

Let us assume first that χ is known. Then by substituting $\tilde{\mathbf{q}}$ from equation (4) into equation (6) we obtain

$$\frac{EJ}{l^2 h} \mathbf{CK}^{-1} \mathbf{C} \frac{\boldsymbol{\eta}}{l} + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \mathbf{C} \frac{\mathbf{y} + \boldsymbol{\eta}}{l} = \frac{\mathbf{q} + p\mathbf{e}}{h}. \quad (7)$$

Taking into account equation (3), this reduces to

$$\left\{ \frac{EJ}{l^2 h} \mathbf{CK}^{-1} \mathbf{C} + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \mathbf{C} \right\} \frac{\boldsymbol{\eta}}{l} = \frac{p}{h} \left(\frac{\mathbf{q}}{p} - \frac{\chi}{h} \mathbf{e} \right). \quad (8)$$

This is the fundamental equation of the theory of the chainbridge. The quantities occurring in (8) are arranged in such a manner, that each term is dimensionless. It is seen from here that the dimensionless quantities

$$\frac{EJ}{l^2 h} \quad \text{and} \quad \frac{p}{h}$$

are the characteristic parameters of the unloaded bridge [5].

As the matrix occurring in the bracket $\{ \}$ on the left in (8) is non-singular (see below Section IV), the fundamental equation can be immediately solved in the form

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{lp}{h} \left\{ \frac{EJ}{l^2 h} \mathbf{CK}^{-1} \mathbf{C} + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \mathbf{C} \right\}^{-1} \left(\frac{\mathbf{q}}{p} - \frac{\chi}{h} \mathbf{e} \right). \quad (9)$$

This formula supplies the vertical displacements of the joints (hangers) provided that the additional chain tension χ is known.

Using these values of the displacements η_k , the bending moments μ_k acting at the sections x_k of the beam can be calculated by the aid of (II. 7) in the form

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{EJ}{l^2} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \boldsymbol{\eta} = lp \left\{ \mathbf{C} + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \frac{hl^2}{EJ} \mathbf{K} \right\}^{-1} \left(\frac{\mathbf{q}}{p} - \frac{\chi}{h} \mathbf{e} \right). \quad (10)$$

These formulae (9) and (10) give the exact and explicit values of the deflections and bending moments for an arbitrary live load distribution. However, as we pointed out in the introduction, the effective computation of the inverse matrix

$$\mathbf{R} = \left\{ \frac{EJ}{l^2 h} \mathbf{CK}^{-1} \mathbf{C} + \left(1 + \frac{\chi}{h} \right) \mathbf{C} \right\}^{-1} \quad (11)$$

occurring in (9) for a large number of hangers is so tedious that the solution in the form (9) seems to be very inconvenient for practical calculations.

In order to bring our results in a practicable form, we shall transform the matrices occurring in (9) and (10) to their canonical form.

Owing to the fortunate circumstance, that the matrix \mathbf{K} is a linear function of \mathbf{C} , it will turn out that the canonical form of the resolvent matrix (11) demands comparatively simple calculations and supplies automatically the Fourier expansion of the solution.

IV. The calculation of the additional chain tension

We consider two cases. In the first, we assume that the chain is inextensible, and, in the second, we assume a certain given modulus of elasticity E and a temperature coefficient β of the chain.

The length l_k of the k -th link in the initial state is given by the equation

$$l_k^2 = (x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2$$

and after the displacements (ξ_k, η_k) by

$$(l_k + \Delta l_k)^2 = (x_k + \xi_k - x_{k-1} - \xi_{k-1})^2 + (y_k + \eta_k - y_{k-1} - \eta_{k-1})^2.$$

Neglecting the squares and products of the small quantities, we get from here

$$l_k \Delta l_k = (x_k - x_{k-1})(\xi_k - \xi_{k-1}) + (y_k - y_{k-1})(\eta_k - \eta_{k-1}). \quad (1)$$

For an inextensible chain we have $\Delta l_k = 0$.

Substituting for $x_k - x_{k-1}$ the common distance l of two consecutive hangers and summing up the equations (1) we obtain in this case

$$\sum_{k=1}^n l_k \Delta l_k = l \sum_{k=1}^n (\xi_k - \xi_{k-1}) + \sum_{k=1}^n (y_k - y_{k-1})(\eta_k - \eta_{k-1}) = 0.$$

The end points of the chain are fixed: $\xi_0 = \xi_n = 0$, $\eta_0 = \eta_n = 0$, hence

$$\sum_{k=1}^n (\xi_k - \xi_{k-1}) = 0, \text{ consequently}$$

$$\sum_{k=1}^n (y_k - y_{k-1})(\eta_k - \eta_{k-1}) = - \sum_{k=1}^{n-1} (y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1}) \eta_k = 0. \quad (2)$$

But in the initial loading condition we have by (I. 10) $y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1} = \text{const.} \neq 0$, thus in the case of an inextensible chain the sum of the vertical displacements η_k must vanish, i. e.

$$\sum_{k=1}^{n-1} \eta_k = 0$$

or in matrix form

$$\mathbf{e}^* \boldsymbol{\eta} = 0. \quad (3)$$

Let us now substitute in this equation the value (III. 9) of $\boldsymbol{\eta}$. We obtain

$$\mathbf{e}^* \mathbf{R} \left(\frac{\mathbf{q}}{p} - \frac{\chi}{h} \mathbf{e} \right) = 0. \quad (4)$$

The additional chain tension χ occurs in this equation apparently only linearly and solving it we get for χ

$$\chi = \frac{h}{p} \frac{\mathbf{e}^* \mathbf{R} \mathbf{q}}{\mathbf{e}^* \mathbf{R} \mathbf{e}}. \quad (5)$$

But in reality this is an algebraic equation of high degree for χ , because χ is involved also in \mathbf{R} . In order to get a first approximation we put $1 + \frac{\chi}{h} \approx 1$ in \mathbf{R} , neglecting χ in comparison with h . Then, we calculate χ from (5) and, if necessary, correct \mathbf{R} and repeat the calculation.

If the chain is extensible then the relative dilatation of the k -th link under the action of the additional *horizontal* tension χ and the increase of the temperature is given by

$$\frac{\Delta l_k}{l_k} = \frac{\chi}{EQ} \frac{l_k}{l} + \beta \vartheta. \quad (6)$$

Here Q denotes the area of the cross-section of the chain and $\chi \frac{l_k}{l}$ is the total additional tension of the k -th link.

Substituting this into the equation (1) we get

$$\frac{\chi}{EQ} \sum \left(\frac{l_k}{l} \right)^3 + \beta \vartheta \sum \left(\frac{l_k}{l} \right)^2 = \frac{P}{hl} \sum \eta_k = \frac{P}{hl} \mathbf{e}^* \boldsymbol{\eta}. \quad (7)$$

Using the value (III. 9) of $\boldsymbol{\eta}$, we obtain again an equation, from which χ can be calculated approximately as above.

V. The Fourier expansion of the solution

The resolving matrix \mathbf{R} in (III. 9) is a rational function of the matrices \mathbf{C} and \mathbf{K} . But we have obviously $\mathbf{K} = \mathbf{E} - \frac{1}{6} \mathbf{C}$, hence, \mathbf{R} is a rational function of \mathbf{C} , viz.

$$\mathbf{R} = \varphi(\mathbf{C}); \varphi(x) = \frac{1 - \frac{x}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} x^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) x \left(1 - \frac{x}{6}\right)}.$$

On the other side, the canonical form of the matrix \mathbf{C} is known to be [6].

$$\mathbf{C} = \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k \boldsymbol{\mu}_k \boldsymbol{\mu}_k^* =$$

$$= \sum_{k=1}^{n-1} \left(4 \sin^2 \frac{k\pi}{2n} \right) \frac{2}{n} \begin{bmatrix} \sin \frac{k\pi}{n} \\ \sin \frac{2k\pi}{n} \\ \vdots \\ \sin \frac{(n-1)k\pi}{n} \end{bmatrix} \left[\sin \frac{l\pi}{n}, \sin \frac{2k\pi}{n}, \dots, \sin \frac{(n-1)k\pi}{n} \right].$$

Furthermore it is known [7], that any rational function $\varphi(\mathbf{C})$ of \mathbf{C} has the canonical form

$$\varphi(\mathbf{C}) = \sum_{k=1}^{n-1} \varphi(\lambda_k) \boldsymbol{\mu}_k \boldsymbol{\mu}_k^*.$$

The application of these theorems furnishes the resolving matrix **R** in the following canonical form

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{\mathbf{E} - \frac{1}{6} \mathbf{C}}{\frac{EJ}{l^2 h} \mathbf{C}^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \mathbf{C} \left(\mathbf{E} - \frac{1}{6} \mathbf{C}\right)} = \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1 - \frac{\lambda_k}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} \lambda_k^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \lambda_k \left(1 - \frac{\lambda_k}{6}\right)} \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^* \end{aligned} \tag{1}$$

and using this in (III. 9) we get

$$\eta = l \frac{P}{h} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1 - \frac{\lambda_k}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} \lambda_k^2 + \left(1 + \frac{\chi}{h}\right) \lambda_k \left(1 - \frac{\lambda_k}{6}\right)} \mathbf{u}_k \left(\frac{\mu_k^* \mathbf{q}}{P} - \frac{\chi}{h} \mathbf{u}_k^* \mathbf{e} \right). \tag{2}$$

Obviously this formula can be applied only after the preliminary computation of the approximate value of the additional tension χ by means of the equation

$$\mathbf{e}^* \boldsymbol{\eta} = \sum_{k=1}^{n-1} \varphi_0(\lambda_k) (\mathbf{e}^* \mathbf{u}_k) \left(\frac{\mathbf{u}_k^* \mathbf{q}}{P} - \frac{\chi}{h} \mathbf{u}_k^* \mathbf{e} \right) = 0, \tag{3}$$

where $\varphi_0(\lambda)$ means the value of $\varphi(\lambda)$ for $\chi = 0$.

Taking into account that

$$\mathbf{e}^* \mathbf{u}_{2k} = 0, \quad \mathbf{e}^* \mathbf{u}_{2k+1} = \sqrt{\frac{2}{n}} \operatorname{ctg} \left(\frac{2k+1}{2} \frac{\pi}{n} \right),$$

we obtain from here

$$\chi = \frac{h}{P} \frac{\sum \varphi_0(\lambda_{2k+1}) (\mu_{2k+1}^* \mathbf{q}) (\mu_{2k+1}^* \mathbf{e})}{\sum \varphi_0(\lambda_{2k+1}) (\mu_{2k+1}^* \mathbf{e})^2}. \tag{4}$$

Substituting this value of χ in the equation (2) we can compute the vertical deflections η_k and afterwards — using the equation (III. 10) — the bending moments μ_k .

VI. Arrangement of the numerical calculation

First of all one has to calculate the following quantities :

1. The numerical values of $\frac{EJ}{hl^2}$ (stiffness parameter of the bridge);
 $\frac{P}{h}$ (geometrical parameter of the bridge); $\lambda_k = 4 \cdot \sin^2 \frac{k\pi}{2n}$;

$$\mathbf{u}_k^* = \sqrt{\frac{2}{n}} \left[\sin \frac{k\pi}{n}, \sin \frac{2k\pi}{n}, \dots, \sin \frac{(n-1)k\pi}{n} \right], \quad (k = 1, 2, \dots, n-1).$$

2. The Fourier coefficients of the given arbitrary load distribution $\mathbf{q}^* = [q_1, q_2, \dots, q_{n-1}]$

$$\mathbf{q}^* \mathbf{u}_k = \sqrt{\frac{2}{n}} \sum_{\nu=1}^{n-1} q_\nu \sin \frac{\nu k \pi}{n}.$$

3. The Fourier coefficients of the uniform load distribution

$$\mathbf{e}^* \mathbf{u}_k = \sqrt{\frac{2}{n}} \sum_{\nu=1}^{n-1} \sin \frac{\nu k \pi}{n} = \begin{cases} 0 & \text{for } k \text{ even} \\ \sqrt{\frac{2}{n}} \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{2n} & \text{for } k \text{ odd.} \end{cases}$$

4. The values of $\varphi_0(\lambda)$ for $\lambda_k = 4 \sin^2 \frac{k\pi}{2n}$

$$\varphi_0(\lambda_k) = \frac{1 - \frac{\lambda_k}{6}}{\frac{EJ}{l^2 h} \lambda_k^2 + \lambda_k \left(1 - \frac{\lambda_k}{6} \right)},$$

Then the additional tension χ can be calculated by means of equation (V. 4).

Substituting this value of χ in $\varphi(\lambda)$ the values of $\varphi(\lambda_k)$ can be calculated. Finally one has to form the products

$$A_k = l\varphi(\lambda_k) \left(\frac{\mathbf{u}_k^* \mathbf{q}}{h} - \frac{P\chi}{h^2} \mathbf{u}_k^* \mathbf{e} \right); \quad (k = 1, 2, \dots, n-1),$$

and these numbers A_k are already the Fourier coefficients of the deflection distribution

$$\boldsymbol{\eta}^* = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-1}].$$

The corresponding formulae of the bending moments μ_k can be deduced in a similar manner.

REFERENCES

- [1.] *Timoshenko S.*: Steifigkeit von Hängebrücken. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. Band 8. (1928.) Seite 1.; *Th. v. Kármán—M. Biot*: Mathematical methods in engineering. 1940. Page 277.; *K. Klöppel—K. H. Lie*: Lotrechte Schwingungen von Hängebrücken. Ingenieur-Archiv, Band XIII. (1942/43.), Seite 211.; *A. D. de Pater*: Some new points of view in calculating suspension bridges. Publications of the International Association for Bridge and Structural Engineering. Eleventh Volume. (1951.) Page 41.
- [2., 3.] See for instance: «Hütte». Des Ingenieurs Taschenbuch. I. Band. 1949. Seite 680.
- [4.] More exactly we assume that the points B_0, B_1, \dots, B_n of the beam lie in a horizontal straight line.
- [5.] Values of the characteristic parameters for some suspension bridges: (See A. D. de Pater, loc. cit. p. 220.).

Bridge	p kg/cm	$L = n \cdot l$ cm	f cm	fL	EJ kgcm ²	h kg	$\frac{hL^2}{EJ}$
Breslau 1910	108	12,000	1,200	0,1	$0,546 \cdot 10^{12}$	$1,62 \cdot 10^6$	1,034
Manhattan 1910	85	44,800	4,360	0,098	$0,810 \cdot 10^{12}$	$4,88 \cdot 10^6$	1,728
Second Tacomabridge 1945	126	85,500	8,550	0,1	$1,131 \cdot 10^{12}$	$13,45 \cdot 10^6$	4,53
Zweden 1941	13,6	14,000	1,680	0,12	$0,196 \cdot 10^{12}$	$0,198 \cdot 10^6$	7,04
First Tacomabridge 1940	84	85,300	7,100	0,333	$2,40 \cdot 10^9$	$10,78 \cdot 10^6$	2810

6. See: Egerváry, E.: On hypermatrices whose blocks are commutable in pairs and their application in lattice-dynamics. Acta Szeged. 1954.

7. See for instance: Frazer, R. A.—Duncan, W. J.—Collar, A. R.: Elementary matrices, 1938. Pg. 67.

SUMMARY

In contrary to the theory of suspension bridges available up to date, where differential equations are used, the author presents a method of finite computation. There the chain bridge is considered as a system possessing a finite degree of freedom, which is attacked by the live charges at the lower endpoints of the suspension rods. With the live charges considered in this manner, the deformation of the stiffening truss is determined by the so-called Clapeyron equations of applied mechanics. Using these equations, and the equations of equilibrium of the chain, the author develops such a system of linear equations written in matrix form, which, from the given load, determines directly the deformation of the stiffening girder, thus its bending stresses as well. The solution of this system of equations, i. e. the inversion of its matrix is performed with the aid of the canonical reduction of the matrix in such a form — suitable also for numerical calculations — which in principle may be considered to be the harmonic analysis of the solution.

Besides the inversion of the matrix, the key to the problem is the calculation of the increase of chain stress due to the action of the live load. The author indicates a method of solving this equation by successive approximations, which corresponds to that graphical method where the roots of a quadratic equation are found by the points of intersection of a hyperbola and a straight line.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАТРИЦ ПРИ РАСЧЕТЕ ПОДВЕСНЫХ МОСТОВ

Академик Э. ЭГЕРВАРИ

РЕЗЮМЕ

Автор, в противоположность действовавшей до настоящего времени теории подвесных мостов, в которой применялись дифференциальные уравнения, дает новый метод расчета цепных мостов. По разработанной автором методике цепной мост принимается в качестве системы с конечной степенью свободы, на которую действуют живые нагрузки в нижних конечных точках подвесных стержней. При учете такого рода живых нагрузок деформация стрингерной балки определяется уравнениями Клайперона технической механики. Наряду с использованием вышеуказанных уравнений и уравнений равно-

веса цепи автор выводит линейную систему уравнений, записанную в форме матрицы, которая на основе данных нагрузок определяет деформацию стрингерной балки, следо, вательно, одновременно и напряжения изгиба. Решение этой системы уравнений, т. е. инверсию фигурирующей в этом уравнении матрицы автор при помощи канонического преобразования матрицы, осуществляет в такой пригодной для цифрового расчета форме, которая может считаться по существу гармоническим анализом решения.

Кроме указанной инверсии матрицы ключом проблемы является расчет роста напряжения цепи вследствие действия живой нагрузки. Автор для решения этого уравнения дает постепенно приближенный метод, который соответствует графическому методу, при котором корни уравнения второй степени получаются точкой пересечения гиперболы и прямой.

DE L'APPLICATION DE LA THEORIE DES MATRICES AU CALCUL DES PONTS SUSPENDUS

Prof. E. EGERVÁRY

Membre de l'Académie Hongroise des Sciences

RÉSUMÉ

A l'encontre de la théorie des ponts suspendus appliquée jusqu'à maintenant et contenant une équation différentielle, l'auteur indique un procédé fini pour le calcul des ponts suspendus. Le pont suspendu y est considéré un système ayant un degré de liberté fini, soumis aux charges mobiles dans les points d'aboutissement inférieurs des barres de suspension. En interprétant la charge mobile de cette façon-là, la déformation de la poutre de raidissage est déterminée par les équations dites de Clapeyron de la mécanique technique. A l'aide de ces équations et en appliquant les équations d'équilibre de la chaîne, l'auteur déduit un système d'équations linéaires en forme de matrice, qui à la base de la charge donnée détermine directement la déformation de la poutre de raidissage, donc en même temps ses efforts de flexion. La solution du système d'équations, c'est à dire l'inversion de la matrice y figurant s'effectue moyennant la décomposition canonique de la matrice dans une forme se prêtant aussi au calcul numérique et pouvant être considérée en essence l'analyse harmonique de la solution.

En dehors de l'inversion de la matrice en question, la clé du problème est le calcul de l'augmentation de la tension de la chaîne sous l'effet de la charge mobile. L'auteur résout cette équation par une méthode d'approximation graduelle, correspondant au procédé graphique qui permet de trouver les racines d'une équation de second ordre par les points d'intersection d'une hyperbole et d'une droite.

DIE ANWENDUNG DER MATRIZENTHEORIE ZUR BERECHNUNG VON KETTENBRÜCKEN

Prof. E. EGERVÁRY

Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Abhandlung wird im Gegensatz zur bisherigen Theorie der Kettenbrücken, die auf einer Differentialgleichung beruht, eine finitisierte Methode zur Berechnung von Kettenbrücken angegeben. Bei dieser Methode betrachtet man die Kettenbrücke als ein System mit einem endlichen Freiheitsgrad, das die lebenden Belastungen in den unteren Endpunkten der Hängestäbe angreifen. Bei einer solchen Berücksichtigung der lebenden Belastung wird die Verformung des Versteifungsträgers durch die in der technischen Mechanik wohlbekannten sog. Clapeyronschen Gleichungen bestimmt. Mit Hilfe dieser Gleichungen sowie der Gleichgewichtsgleichungen der Kette wird ein lineares Gleichungssystem in Matrixform hergeleitet, aus dem man die Verformung des Versteifungsträgers, also zugleich auch seine Biegespannungen, auf Grund der gegebenen Belastung unmittelbar berechnen kann. Die Lösung dieses Gleichungssystems, d. h. die Inversion der in ihr vorkommenden Matrix erfolgt mit Hilfe der kanonischen Zerlegung der Matrix in einer auch für numerische Berechnungen geeigneten Form, die sich im wesentlichen als harmonische Analyse der Lösung auffassen lässt.

Ausser der Inversion der genannten Matrix bildet die Berechnung der infolge der lebenden Belastung eintretenden Spannungszunahme der Kette den Schlüssel des Problems. Zur Lösung dieser Gleichung wird ein sukzessives Näherungsverfahren angegeben, das jenem graphischen Verfahren entspricht, bei dem die Wurzeln einer Gleichung zweiten Grades durch die Schnittpunkte einer Hyperbel und einer Geraden dargestellt werden.

THE MECHANISM OF RECEPTION BY DIRECTIONAL ANTENNAE

D. OF ENG. SC. E. ISTVÁNFFY

RESEARCH INSTITUTE FOR TELECOMMUNICATION, BUDAPEST

[Manuscript received 18th October, 1954]

Hertz's solution of the wave equation explained clearly the radiation of the elementary dipole, and it made possible the calculation of the radiation of linear antennae and of other known current distributions. To the diverging wavefront leaving the dipole belongs the current flowing there, and the existence of the induction fields, inherent to this current and charges.

This explanation of radiation leads one to believe that the existence of currents in conductors always causes radiation in free space, and so do the currents induced in the receiving antenna too. This view has been strongly supported by the behaviour of the receiving dipole, in which at the reception of plane waves, the current flowing in the antenna really causes radiation. If the receiving dipole is terminated by a resistance equal to its own radiation resistance, then the antenna absorbs half of the received power and reradiates the rest.* This may be interpreted as if half of the power would be lost in the internal resistance of the antenna as a generator; i. e. in this case the absorption cross section of the antenna equals its scattering cross section. In the example mentioned the fact should be noted that the received waveform essentially differs from the reradiated one.

This conception leads to contradiction in the case of sharply directional antennae. It can be proved by the aid of the reciprocity theorem that in the case of plane unidirectional broadside array of great linear dimensions relative to the wavelength, the absorption cross section of the antenna would fairly approximate its actual aperture area. Consequently in matched condition essentially the total received power would be absorbed by the terminating resistance without reradiation of the antenna.

Similar conditions are possible in the case of a small directional receiving antenna placed in the focus of a paraboloid reflector, where the contradiction is still more accentuated.

The mechanism of the reception by directional antennae can not be the same, as by a dipole receiving a plane wavefront. For the discussion of direc-

* In this paper the loss resistance of the antenna was neglected.

tional receiving antennae we introduce the concept of the elementary absorbing dipole, analogous to the concept of the elementary radiating dipole. We shall prove that if a converging wavefront arrives to the dipole, and if it has the same form which the former would radiate, then — in matched condition — the incident wave will be totally absorbed without reradiation.

We attempt first to verify the above statement by the method accepted in classical physics. The realisation of the convergent wave could be imagined in such a way that at great distance from the dipole a concentric sphere would be placed, having infinite surface conductivity. Let us suppose the dipole working as a transmitter, then it produces divergent waves. The time of transmission should be short, but very long compared to the time of the oscillating

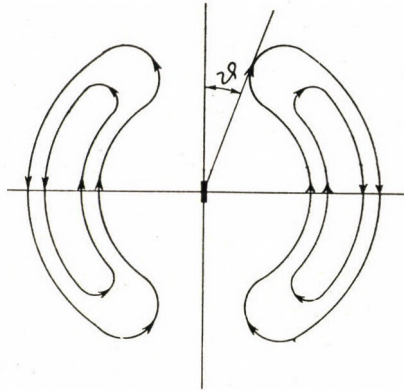


Fig. 1. The reniform electric field of the dipole

period. When the divergent wave train has reached the surface of the sphere, it will be reflected and returned to the dipole as a convergent spherical wave. When the wavefront crosses the midpoint it becomes divergent, while the directions of both the magnetic and the electric fields are reversed. The current induced in the dipole — assumed radiating in this case — causes divergent waves too. If the amplitudes of the two waves are equal, then the destructive interference cancels the diverging waves. Consequently the converging wave remains alone, which is absorbed by the load resistance of the dipole.

It follows from the above statements, that *if a convergent wavefront arrives for the dipole, and if it has the same form which would radiate the dipole, then — in matched condition — the total current induced in the elementary dipole would serve for the reception of the field, without causing radiation.*

In this trial proof we took into account only the radiating fields. In order to decide whether the above method, generally used in classical physics, is suitable in such cases, we shall examine the role of the nearby fields too.

The field of the radiating dipole located at the origin is shown in Fig. 1. The electric field, showing reniform cross section, must be closed at the top and at the bottom, and for this purpose a radially directed electric field is necessary. The radiating field, however, contains no radial component, therefore the radial member must be supplied by the field of the higher inverse power terms of the distance. By the radiating dipole, according to the Hertzian solution, the kidneys are closed by the r^{-2} term of the radial electric field, travelling outwards with the same velocity as the radiating field. (Although the amplitude of this member is proportional to r^{-2} , it is possible to choose θ small enough to make it equal at any distance to the amplitude of the radiating field.)

At the absorbing dipole, however, the r^{-1} terms of the field are convergent, and at the same time the nearby fields of the dipole — defined by the Hertzian solution — are divergent. *The radial field travelling outwards, cannot keep closed the convergent field travelling in the opposite direction.*

On the other hand, the radiation originates from the induction and static fields, and therefore its existence follows from the nature of these fields. If these fields are considered in time lag relative to the current and to the charges respectively, then in the case of a decreasing current, the magnetic energy stored in space can not be totally recovered and transformed to static energy. The same consideration holds, when the current is increasing and the stored static energy is transformed to magnetic energy. Consequently, *induction fields with negative phase constants cause in any case radiation, which is incompatible with the dipole absorbing convergent waves.*

Since with the dipole, absorbing convergent spherical waves, the classical method leads to contradiction, the author tried to find the solution of the problem, starting from the wave equation.

Hertz's solution of the wave equation was presented in many textbooks. The Hertzian vector is :

$$\bar{\Pi} = \bar{M} \frac{e^{j\omega(t - \frac{r}{c})}}{r} = \bar{M} \frac{e^{j(\omega t - \beta r)}}{r}, \quad (1)$$

where r is the radial distance measured from the origin of the system of coordinates, $\omega = 2\pi$ times the frequency, c is the velocity of light, and $\beta = 2\pi/\lambda$ the phase constant. For determining the radiation of the current element (elementary dipole), the value of M is :

$$\bar{M} = \frac{\bar{p}_0}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{and} \quad \bar{p}_0 = \frac{Il}{\omega}. \quad (2)$$

The direction of \bar{p}_0 (dipole moment) vector agrees with that of the current element, I is the amplitude of the current flowing in the current element, l is

the length of the current element, and ε_0 the electric inductive capacity of free space (in the rationalized MKS system).

The Hertzian vector is also a solution of the wave equation, which, in this case, in spherical coordinates has the following form :

$$\frac{\partial^2 \bar{\Pi}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{\Pi}}{\partial t^2}. \quad (3)$$

The fields calculated from the Hertzian vector by Eq. (4) and (5) satisfy not only the wave equation, but also all of Maxwell's equations :

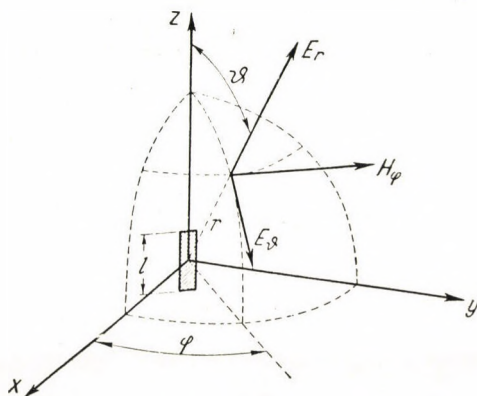


Fig. 2. Field components of the elementary dipole lying in the z direction

$$\bar{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \bar{\Pi} \quad (4)$$

$$\bar{E} = \text{rot rot } \bar{\Pi} \quad (5)$$

The Hertzian vector in spherical coordinates, as indicated in Fig. 2, may be resolved in the following components :

$$\Pi_r = \Pi \cos \vartheta; \quad \Pi_\vartheta = -\Pi \sin \vartheta; \quad \Pi_\varphi = 0 \quad (6)$$

where the expression of Π contains $p_0 = |\bar{p}_0|$.

Using Eqs. (6), the field components may be calculated by the simpler formulae : [1]

$$\begin{aligned} H_\varphi &= -\varepsilon_0 \sin \vartheta \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t \partial r} \\ E_\vartheta &= \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Pi}{\partial r} \right) \\ E_r &= -\frac{2 \cos \vartheta}{r} \frac{\partial \Pi}{\partial r} \end{aligned} \quad (7)$$

From these formulae the following well known expressions may be derived for the fields induced by the radiating current element :

$$H_{\varphi} = \frac{j\omega p_0}{4\pi} \sin \vartheta e^{j(\omega t - \beta r)} \left[\frac{1}{r^2} + \frac{j\beta}{r} \right] \quad (8a)$$

$$E_{\vartheta} = \frac{P_0}{4\pi\epsilon_0} \sin \vartheta e^{j(\omega t - \beta r)} \left[\frac{1}{r^3} + \frac{j\beta}{r^2} - \frac{\beta^2}{r} \right] \quad (8b)$$

$$E_r = \frac{P_0}{2\pi\epsilon_0} \cos \vartheta e^{j(\omega t - \beta r)} \left[\frac{1}{r^3} + \frac{j\beta}{r^2} \right] \quad (8c)$$

These equations describe the diverging spherical waves which leave the current element lying in the $\vartheta = 0$ direction. The radiating field is represented by the r^{-1} terms of H_{φ} and E_{ϑ} . Besides the radiating field there will be produced also nearby fields decreasing with higher powers of distance.

The wave equation (3) will be satisfied also by the function

$$\bar{H}' = \bar{M} \frac{e^{j\omega\left(t + \frac{r}{c}\right)}}{r} = \bar{M} \frac{e^{j(\omega t + \beta r)}}{r} \quad (9)$$

differing from the Hertzian vector by the argument of the exponential term, in which the retarded time is replaced by the advanced time. The expression of the fields calculated from Eq. (7) and (9) is as follows :

$$H'_{\varphi} = \frac{j\omega p_0}{4\pi} \sin \vartheta e^{j(\omega t + \beta r)} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{j\beta}{r} \right] \quad (10a)$$

$$E'_{\vartheta} = \frac{P_0}{4\pi\epsilon_0} \sin \vartheta e^{j(\omega t + \beta r)} \left[\frac{1}{r^3} - \frac{j\beta}{r^2} - \frac{\beta^2}{r} \right] \quad (10b)$$

$$E'_r = \frac{P_0}{2\pi\epsilon_0} \cos \vartheta e^{j(\omega t + \beta r)} \left[\frac{1}{r^3} - \frac{j\beta}{r^2} \right] \quad (10c)$$

The comparison of Eq. (8) and (10) shows, that in the r^{-1} terms the sign of H'_{φ} was changed, that of E'_{ϑ} remained unaltered, hence the power flow is directed toward the current element contrary to the radiating current element of Eq. (8), where the power flow was directed outwards. Consequently Eq. (10) describe convergent spherical waves, absorbed by the elementary receiving dipole.

The values and the signs of the r^{-2} term of H'_φ , and of the r^{-3} terms of E'_ϑ and E'_r were not changed, hence the magnetic and static fields near the dipole remained the same, which proves that the reception of the field requires the same current and charges that were necessary for the radiation. Furthermore, it can be stated that the signs of the r^{-2} terms of E'_ϑ and E'_r were changed.

The necessary condition of the absorption is, that the current should correspond to the field, i. e. the relation between the amplitude of the current and that of the field should be the same as it was at the radiating current element, furthermore, that the load resistance connected to the current element should absorb the same power as is delivered by the field. These conditions may be satisfied when the terminating resistance just equals the radiation resistance of the current element, which in this case is a *negative radiation resistance*, but its absolute value is equal to the positive radiation resistance of the radiating current element.

For closing the reniform fields, the field component corresponding to the r^{-2} term of Eq. (8c) is needed in the case of the radiating dipole, and that of Eq. (10c) in the case of the absorbing dipole. This r^{-2} term is in phase quadrature to the r^{-1} term of E_ϑ in both equations, which is just the condition of closure of the kidneys. The r^{-2} term in Eq. (10c) has opposite sign to that in Eq. (8c), furthermore its phase constant has positive sign corresponding to the approaching field. Accordingly, the r^{-2} term of Eq. (10c) is such as is necessary for the physical picture of the phenomenon. The existence of the field component corresponding to this r^{-2} term is in any case necessary, even if there is no dipole in the centre. [The latter case is to be obtained by addition of Eqs. (10) and (8), substituting $+p_0$ in Eq. (10), and $-p_0$ in Eq. (8).]

However, in Eq. (10) *all induction terms have positive phase constants, for which there is no example in classical physics.* Biot-Savart's law was concerning magnetic effects produced by steady current. Hertz's solution has presented this law in new form applying the retarded time (with negative phase constant), in conjunction with radiating fields. *One proof of the correctness of Hertz's solution was just the fact that in points sufficiently close to the dipole, the induction and static fields change into Biot-Savart's and Coulomb's law respectively.* The other solution of Hertz's equation treated here shows, that in the case of the absorbing dipole the induction and static fields have positive phase constant, but in points close to the dipole *they also change into Biot-Savart's and Coulomb's law respectively.*

In the case of the absorbing dipole the energy flows from the space toward the antenna. For this it is necessary that the dipole should take up more energy from the space when the current decreases, than it was previously flowing outward when the current was increasing. Such effect may be imagined only with positive phase constant.

The absorbing dipole in question is rather inaccessible to direct experimental work and it is not found in practice. However, with its aid may be established relations of considerable practical importance.

Experiences relative to receiving dipoles relate to plane waves, when the total current flowing in the dipole radiates and introduces a positive radiation resistance into the antenna. In the case of the dipole absorbing convergent waves, the radiation resistance introduced is negative. When mismatching is present, more or less current is produced in the absorbing dipole, than it would be necessary for the reception of the incident wave. However, a definite amount of current pertains in any case to the reception and the remainder radiates according to Eq. (8).

It is well known, that the radiation pattern of linear antennae or of other current distributions may be determined by integrating the effects of the individual current elements. This method may also be applied to receiving antennae. The form of the inverse radiation pattern is identical to that of the radiation pattern, but the power flow is directed toward the antenna. From that it follows logically, that *when the incident wavefront has the same form, but it is oppositely directed to that which the antenna would radiate, then in matched load condition the incident field may be totally absorbed.* This proof was carried out without any restriction relative to the antenna, therefore it holds for any antenna, either sharply directed, or omnidirectional.

The concept of the inverse radiation pattern introduced here differs from the concept of the receiving pattern derivable from the reciprocity theorem by the fact, that the latter relates to plane waves arriving from different directions, while the inverse radiation pattern represents a convergent wavefront characterized by the pattern and arriving simultaneously from all directions. Both patterns have identical forms.

When a paraboloid reflector is illuminated by a primary feed producing at the aperture of the reflector a plane wavefront of uniform amplitude and phase, and the total radiation of the feed is incident upon the surface of the reflector, then at reception the reflector transforms the plane wavefront into a converging one corresponding to the primary feed, and in principle the total absorption of the radiation incident to the aperture area may be secured, hence the scattering cross section would be zero.

In reality these conditions can be only approximated, and actually, in order to decrease the side lobe level, the amplitude is held usually non uniform over the aperture. Absorption without reradiation is the less securable, the higher is the difference between the transmitted and received waveforms.

It is known from the transmission line theory, that when the load resistance equals the characteristic impedance of the line, reflectionless termination can be achieved. The current flowing in the terminating member does not radiate in this case, because it is bound to the reception of the incident waves.

This is in full agreement with the principle exposed above. Namely, if the terminating resistance were excited by a source of energy, then the waves radiated into the transmission line would have the same form as the incident waves, which is one of the conditions of total absorption of radiation.

In the case of a receiving antenna where the transmitted and received waveforms are identical, it is easy to calculate by a method analogous to that of the transmission line theory the reflection resulting from mismatching and the current in the antenna.

Let R be the load resistance, and R_s the radiation resistance of the antenna relative to the point where the load resistance is connected. R_s may be either positive or negative according to the radiating or absorbing current respectively. In this case R_s is a concept corresponding to the characteristic impedance of the line, because it is the value of free space impedance transformed to the point of the terminating impedance.

Let be I_t the total current flowing in the antenna considered as the sum of two currents: I_i and I_r belonging to the incident and to the reradiated (reflected) fields respectively:

$$I_t = I_i + I_r \quad (11)$$

The total voltage U_t appearing at the load resistance may be similarly expressed by the sum of the voltages resulting from the incident and reflected waves:

$$U_t = U_i + U_r \quad (12)$$

Moreover, since:

$$U_t = RI_t; \quad U_i = R_s I_i; \quad U_r = -R_s I_r \quad (13)$$

Substituting Eqs. (13) in (12):

$$\frac{R}{R_s} I_t = I_i - I_r \quad (14)$$

By addition and subtraction of Eqs. (11) and (14), the following equations may be obtained:

$$\begin{aligned} 2 I_i &= I_t \left(1 + \frac{R}{R_s} \right) \\ 2 I_r &= I_t \left(1 - \frac{R}{R_s} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

From these the current reflection coefficient :

$$\Gamma = \frac{I_r}{I_i} = \frac{R_s - R}{R_s + R} \quad (16)$$

The incident power :

$$P_i = I_i^2 R_s \quad (17)$$

The reflected power :

$$P_r = I_r^2 R_s = I_i^2 R_s \left(\frac{I_r}{I_i} \right)^2 = P_i |\Gamma|^2 \quad (18)$$

The power absorbed by the load resistance :

$$P_t = P_i - P_r = P_i (1 - |\Gamma|^2) . \quad (19)$$

For example, when the antenna is terminated with zero resistance ($R = 0$) then $|\Gamma| = 1$, $I_i = I_r$, and $I_t = 2I_i$. Under such circumstances the total incident power is reflected and the current in the antenna has the double value of that in matched condition. The one half of the total current is required for the reception of the incident wave, and the other half for the reradiation of the reflected wave.

A case analogous to this is the reflection of a plane wavefront by a plane metal sheet of large linear dimensions. The wavefront reflected by the sheet is identical also in this case with the wavefront incident to the sheet. It is well known, that when the sheet has infinite conductivity, the surface current density is :

$$K = 2(\bar{n} \times \bar{H}_i) , \quad (20)$$

where \bar{H}_i is the magnetic field vector of the incident wave, and \bar{n} is the unit vector normal to the sheet. Here holds too, that the one half of the surface current is necessary for the reception of the incident field, and the other half for the radiation of the reflected field.

The examples relative to the reflecting plane sheet and (previously) to the matched transmission line, were mentioned for proving, that the conclusions drawn are in all cases in agreement with experience and with the results deduced by other methods (not connected with radiation).

The equivalent circuit of the antenna in question — in mismatched load condition — is shown in Fig. 3, where the generator is replaced by the negative radiation resistance — R_{s1} . The load is the sum of the load resistance R and

the positive radiation resistance R_{s2} . The positive and negative resistances must be equal, therefore :

$$R_{s1} = R + R_{s2} , \quad (21)$$

where the radiation resistances relate to the total current flowing in the antenna I_t and may be calculated by the following formulae :

$$P_i = I_i^2 R_s = I_t^2 R_{s1} \quad (22)$$

$$P_r = I_r^2 R_s = I_t^2 R_{s2} \quad (23)$$

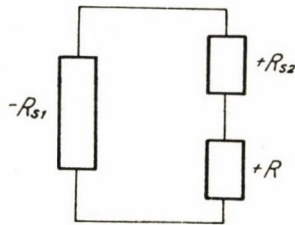


Fig. 3. Equivalent circuit of receiving antenna tuned to resonance

with Eqs. (15) :

$$R_{s1} = \frac{(R_s + R)^2}{4R_s} \quad (24)$$

$$R_{s2} = \frac{(R_s - R)^2}{4R_s} . \quad (25)$$

From Eqs. (24) and (25) it can be readily seen that the requirement stated in Eq. (21) is fulfilled.

It is interesting to note that if the antenna is a simple dipole receiving a plane wavefront, and if it is matched, then the corresponding radiation resistances are : $R_{s1} = 2R_s$ and $R_{s2} = R_s$. In this case by changing the load resistance, only R_{s1} varies and R_{s2} remains constant.

From the above statements several important conclusions may be drawn. (1) In the case of reception the induction and static fields advance relative to the current and charges, if the incident wavefront corresponds to the inverse radiation pattern of the antenna. (2) The current excited in the receiving antenna does not necessarily cause radiation, but it may be bound partially or totally to the reception of the incident wave. (3) In the case of adequate waveforms, a current is belonging to absorption, as well as to radiation. (4) The total ab-

sorption of the incident wave may be possible without reradiation, when the incident wavefront corresponds to the inverse radiation pattern of the antenna.

(5) The introduction of negative and positive radiation resistance may be used favourably both for calculations and for the establishment of equivalent circuits.

The discussion of the above principles has the purpose of determining the reception of radio waves, starting directly from the wave equation. Calculations in connection with directional receiving antennae have been possible so far only by means of the reciprocity theorem for the case of plane wavefront and for matched condition.

This interpretation of the mechanism of reception contribute favourably to the ideas created about radiation and helps to improve our physical concept. It seems probable that the improvement of this method will make possible other calculations too, not yet possible with the presently used methods.

REFERENCE

1. *Emil Cohn* : Das elektromagnetische Feld. J. Springer, Berlin, 1927, p. 231.

SUMMARY

The wave equation may be solved by such a modified Hertzian vector, in which the retarded time is replaced by the advanced time. The solution describes the field of the elementary dipole absorbing convergent spherical waves. To the absorption of the incident wave belongs the same current which is necessary for the radiation of the same field. The induction and static fields precede the current and the charges respectively, and the necessity of this could be explained by simple logical consideration. By the aid of the absorbing dipole can be deduced a general law, valid for any receiving antenna, that in accordance with the condition of the total absorption of the incident wave, the incident wavefront should correspond to the inverse radiation pattern of the antenna. The latter is identical with that of the radiation pattern, but the power flow is directed toward the antenna. In such cases calculations, analogous with the transmission line theory, are applicable to the antennae. The conclusions drawn from the treated principle are in accordance with the experiences, and clearly explain the characteristics of the directional receiving antennae.

ПРИНЦИПЫ ПРИЕМА В СЛУЧАЕ НАПРАВЛЕННЫХ АНТЕНН

Д-р техн. наук Э. ИШТВАНФФИ

РЕЗЮМЕ

Волновое уравнение может быть решено вместо использования запаздывающего потенциала вектора Герца опережающего потенциала. Решение описывает поле диполя, поглощающего сферическую волну, сходящуюся к центру. Ток поглощения волны соответствует по своей абсолютной величине току излучения аналогичной волны. Индукционное и статическое поля опережают соответственно ток и заряд; законность этого явления может быть доказана также физическим путем. Использование поглощающего диполя дает возможность вывести действительный для любых приемных антенн закон: условием полного поглощения (без какого-либо обратного излучения) принятых волн является соответствие принимаемого волнового фронта обратной характеристике излучения антенны. Последняя отличается от обычной характеристики излучения тем, что поток энергии направлен в сторону антенны. В таких случаях при расчетах антенн могут быть использованы методики расчета, аналогичные методикам расчета фидерных линий. Выводы, сделанные на основе рассмотренного принципа, согласуются с опытными данными и дают объяснение свойств направленных приемных антенн.

PRINCIPES DE RECEPTION AUX ANTENNES DIRIGÉES

E. ISTVÁNFY Docteur des Sc. Techn.

RÉSUMÉ

L'équation ondulatoire peut également être résolue à l'aide du vecteur Hertzien où le temps avancé entre en jeu à la place du temps retardé. La solution décrit le champ du dipôle absorbant l'onde convergente. Un courant identique se rapporte tant à l'absorption d'un champ incident qu'à la radiation du même champ. Les champs d'effet proche sont en avance par rapport au courant et à la charge, ce qui peut être prouvé par une considération purement physique. A l'aide de l'élément de courant absorbant, on peut déduire la loi applicable à n'importe quelle antenne réceptrice; loi selon laquelle la condition d'absorption parfaite est déterminée si le front d'ondes reçu correspond à la caractéristique de radiation inverse de l'antenne. Cette dernière se distingue de la caractéristique de radiation par le sens du flux d'énergie, celui-ci se dirigeant vers l'antenne. En ce cas les méthodes de calcul analogues à ceux des lignes de transmission peuvent être appliquées aux antennes. Les conclusions issues du principe traité concordent avec les résultats expérimentés et donnent une explication lucide des qualités des antennes réceptrices à effet directif.

DIE GRUNDLAGEN DES EMPFANGES BEI RICHTANTENNEN

E. ISTVÁNFY

Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Die Wellengleichung kann auch mit einer modifizierten *Hertz*schen Funktion gelöst werden, bei der an Stelle der verzögerten Zeit die voreilende Zeit gesetzt wird. Die Lösung beschreibt das Feld des elementaren Dipols, das konvergente Kugelwellen absorbiert. Zur Absorption der einfallenden Welle gehört ein ebenso grosser Strom, wie für eine Strahlung von derselben Feldstärke notwendig ist. Das Induktions- und das statische Feld eilen dem Strom bzw. der Ladung zeitlich voraus; die Notwendigkeit dieser Erscheinung kann auch auf Grund der physikalischen Anschauung bestätigt werden. Mit Hilfe des absorbierenden Dipols lässt sich auch ein für alle Empfangsantennen gültiger Satz ableiten, demzufolge die totale Absorption der einfallenden Wellen dadurch bedingt ist, dass die Wellenfront der inversen Strahlungscharakteristik der Antenne entspricht. Die inverse Strahlungscharakteristik unterscheidet sich insofern von der Strahlungscharakteristik, als der Energiefluss nach der Antenne gerichtet ist. In solchen Fällen lassen sich für die Antennen Rechnungsverfahren anwenden, die der Übertragungsleitungstheorie analog sind. Die vom hier erörterten Grundsatz abgeleiteten Folgerungen stehen mit den Erfahrungen im Einklang und geben für die Eigenschaften der gerichteten Empfangsantennen eine richtige Erklärung.

IN MEMORIAM DR. JÓZSEF JÁKY ACADEMICIAN

K. SZÉCHY

CORRESPONDING MEMBER OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

and

Á. KÉZDI

[Manuscript received 20th October, 1954]

The Department of Technical Sciences of the Hungarian Academy of Sciences decided an international conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering to meet in October 1955 at Budapest, with the objective of summing



up the practical and theoretical results achieved in Hungary in this comparatively young branch of technical sciences.

The sub-committee for Soil Mechanics and Foundation Engineering of the Board of Structural Sciences thought fit to devote the conference to the memory of Dr. József Jáky, Kossuth awardee professor of the Technical University,

academician, the first to undertake the scientific study of the mechanics of soils in Hungary, and a world famous authority on the subject, who died at an early age. The reason for this is not only that the development of that science in Hungary owes much to his efforts, but also the fact that he left behind a rich legacy of theories elaborated and ideas broached, all of them new, original contributions to the various fields of soil mechanics, and having a fundamental effect on its progress even now, more than four years after his death.

Although Prof. Jáky was a researcher and scientist in the true sense of the word, who worked with the weapons of science, he never considered science to be destined to serve its own ends, but rather a means serving the realisation of practical problems, and the progress of his country and people.

To propagate this new science, he first wrote a book — the first in Hungarian — on soil mechanics, which is incidentally one of the first textbooks on the subject in the world. The book elicited considerable international appreciation and response. Later, he published a book on Soil Mechanics of Highway Engineering. By giving at the same time practical training to the best of the roadbuilding engineers in his laboratory at the Technical University of Budapest, he laid down the foundations for scientific highway construction and for the improvement of Hungary's road network.

In his scientific work, he never failed to keep in close contact with reality, also in other fields of applied soil mechanics. Due to his unfading merit, as a combined result of his activity in engineering education and of his function as an expert, the science and practical application of soil mechanics have been universally adopted. Economic savings effected through the clear solution of jobs believed to be unfeasible, and his overwhelming knowledge gradually achieved to convince his fellow engineers that soils were not to be considered merely empirically. It was not necessary either to overdimension foundations, or to make their stability unsafe, for the behaviour and stability of soils could be predicted by means of physical properties, and the forces acting in them could at least be estimated by means of formulae of approximative stress distribution, just like in other building materials.

His expert opinions were supported by new scientific theories. This is an evidence of the powerful stimulus that his scientific work derived from practical work.

The most important of Prof. Jáky's scientific works was the improvement of the theory of earth pressure, a more accurate definition of the intensity of earth pressure, its direction and distribution, and the application of the theory to different soils. His theories concerning the state of stress in the soils and the distribution of pressures are highly significant: thus e. g. the theory of limit depths, complex states of stress such as cleft-resistance, etc.

He worked out a novel theory of the bearing capacity of soils, for the determination of pressure on tunnel linings, for the limit equilibrium of plastic earth

masses, and for the bearing capacity of piles. The theoretical exploitation of these basic ideas is still in progress, comprising a precious inheritance for the Hungarian and international scientific world.

As a scientist, but also as a teacher and pedagogue, he earned high esteem not only for himself, but also for the Technical University of Budapest. Due to the clarity of his logic and the superior command of his subject, his lectures built up on a thorough, comprehensive and extensive knowledge of detail and delivered with exemplary precision, made the most difficult problem easy to understand. He was a fascinating, pleasant speaker, capturing the interest of even the least attentive student and holding it fast to the end. He was severe, but always fair as a professor, exacting in his demands, but never failing to provide ample means and possibilities for his disciples to acquire knowledge in a perfect manner. For this reason, he was held in great respect and high esteem by the body of his students, who were devoted to him.

József Jáky was born in Szeged, on July 15, 1893. In 1911 he registered at the Technical University of Budapest. After graduation in 1915, the then most respected professor of the University, Szilárd Zielinski offered him the post of assistant at his chair. This move determined the life work of the young engineer: he devoted himself to the theory of earth pressure while working at Zielinski's chair. He avidly absorbed the contemporary literature concerning earth pressure, catching up with French and German results accomplished in the 19th century, and with his professor's work in the field. There was a break in his scientific work caused by his term of military service. After the first world war, the high number of students at the Technical University imposed a strain on the professorial staff. It was at that time that he became proficient in teaching and lecturing, still as assistant professor, and that he became passionately concerned with the propagation of science and the training of engineers. He never tired of trying to infuse his own zeal for his vocation into his disciples. His clear style, his understanding and, if necessary, his severity earned him the affectionate respect of his students, who did not lose touch with him for decades after their graduation. At the beginning of the ninetwenties, he was engaged at the chair of Communications and Railway Engineering; in 1924, he prepared his engineering doctoral thesis.

When he first worked at the chair, he released a treatise on the transition curve of railways [1]* and in his spare time, he worked as practical engineer, designing bridges, railroads, reinforced concrete structures, gradually acquiring the skill and experience on which he could draw in his subsequent scientific work. His work led him to a problem of earth statics, which he solved in an original, individual manner; this was the first landmark in the career of the future great researcher in the field of soil mechanics. In 1925, he published a paper on «The

* Numbers in parenthesis refer to the bibliography listed at the end of the paper.

Theoretical Slope and its Application in Underground structures» [4], the same year marked the birth of the science of the mechanics of soils; for the recent history of that science is reckoned from the appearance of *Terzaghi's* «Erdbau-mechanik» in 1925. In his paper referred to above, Prof. Jáky discussed the problem of free earth slopes. Although he could not yet rely on the knowledge of the physical properties of soils, building up on the accurate observation of natural phenomena, he demonstrated that the curved shape of natural slopes could be theoretically proved, and gave evidence of sound engineering sense by pointing out the economic significance of the curved or broken slope construction. The excellent treatise earned Prof. Jáky the Hollán award of the Hungarian Engineering Society. Later, he was engaged with problems of material testing, stress distribution and stability, which in a way, served as preliminary studies for his subsequent work. He contributed some original ideas to these fields too, as shown by his papers [7, 8, 10, 11, 12]; in both of these, he applied to soils and rigid matter the theorems that had been successfully employed in other fields.

He realised that soils could be examined, classified, mathematically approached and defined by theories and tests in the same manner as other building materials.

In 1927, he spent a year at the Cambridge (USA) Massachusetts Institute of Technology on the Jeremiah Smith scholarship. There he was engaged with research into soil mechanics; he attended lectures and worked in the laboratory until *Terzaghi*, the ace of this new field of science recognised his gifts and ambition, and made him his assistant. Thereafter, the two worked jointly on disclosing the static and physical properties of soils, that material which up to then had been enveloped into a mystic haze. He learned new methods of research, his vision broadened and his mind was enriched with impressions and experience gathered in his travels. While in the United States, he did not confine himself to learning, but contributed also some new scientific results. *Terzaghi* published an account of his scientific research; it was at that time that he worked out the method of examining the stability of slopes, which has since become a public asset in the international literature dealing with the mechanics of soils.

Returning to Hungary, he took up the work to which he remained faithful until the end of his life. Under primitive circumstances, he established one of the first laboratories for soil mechanics in Europe. He was untiring in pursuing his tests, in collecting material, in reading the sparse literature published on the subject, and began to promulge the new principles. At first, he met with indifference and obtuseness. Instead of being discouraged, he arranged laboratory demonstrations, lectured at the Engineering Society fighting fanatically for the recognition of the facts clearly discerned by him. In 1933, he wrote the world's first modern comprehensive work on the mechanics of soils [16], the English publication of which was seriously considered due to its thoroughness, originality and convincing force. In the wake of the book, the peculiar new science — the

tests of which had been disparagingly called «mud-kneading» — acquired followers, Prof. Jáky received collaborators, and soon after, the first applications of soil mechanics were made in Hungary. His expert opinions — into which he was forced to include the fundamental notions on soil mechanics, complete with explanations and illustrations, in addition to the technical problem on hand — stood the test of practice: his «forecasts» proved correct, and as a result, the vast economic significance of the new science became evident. One by one, he eliminated the error and prejudice that had been governing building construction in connection with soils, and confirmed the reason for the existence of this new science by facts. Let us mention only one of his early expertises: in planning to build an additional story on an old house, the boring tests disclosed that the building rested on a peat bog; therefore, the builder was afraid to venture the work. By estimating the settlement and bearing capacity, Jáky proved that under proper control, the story could be raised safely. Tests measuring the settlement during and after the construction fully verified Jáky's estimates.

Cases like the one above helped to make Jáky's name well known to all engineers on Hungary, and his international reputation was not long to follow. He worked out a problem that had engaged him for a long time; the theory of earth pressure with curved slip surfaces. He submitted a report on it to the Congress on Applied Mechanics held at Cambridge (England) in 1934 [19]. In 1935, it was published in Hungarian [22] and in 1938 again by the International Association for Bridge and Structural Engineering. The treatise brought fame to the young Hungarian scientist from all over the world. Several foreign papers commented on it, what is more, a French congressional report reprinted it [28]; comments and letters kept pouring in from all parts of the world. Essentially, he solved the theory of earth pressure with curved slip surfaces; his assumptions were put forward on the base of earth pressure tests; he set up the differential equation of the curved slip surfaces by means of the *Kötter* equation, and elaborated approximative methods for the practical determination of earth pressure by ingenious mathematical reasoning. The treatise emanates accuracy, thoroughness and minute care of detail coupled with ease and a masterful handling of the subject. In a paper published in German [34], handling a similar subject, he gave a general mathematical discussion of the influence of wall movement on earth pressure.

He submitted a paper to the First International Conference on Soil Mechanics held in 1936; [25] dealing with the «Stability of Earth Slopes». The paper revealed a mature, fully developed inquisitive mind. By handling mathematical methods with magic skill, he extended the application of *Kötter's* equation — one of the theorems underlying the theory of earth pressure — to cohesive soils, and derived a theoretically faultless method for the investigation of the stability of slopes — although he still worked on the basis of the *Fellenius* substitutive slip circle.

He was a member of the national committee of the international congress for soil mechanics, and chairman of the Hungarian delegation; he collaborated with several American research committees, and as Hungarian delegate, he was considered an authority in the field of international research, and was repeatedly consulted in scientific debates.

In the meantime, he accomplished pioneer work in the field of highway construction. He cooperated in the construction of the first Hungarian concrete roads constructed without stone base; he published a treatise on the dimensioning of the concrete pavement of roads and on the compaction of ground work [26, 24]. In collaboration with his assistants he wrote a compendium on «The Soil Mechanics of Road Construction» at a time when a comprehensive survey of the topic was still lacking in international literature [27]. He contributed several papers to the 1938 international highway congress in The Hague [30, 31, 32, 33], and attained that highway design in Hungary be based on a thorough soil exploration and on soil tests. He gave post-graduate engineering courses, imparting the rudiments of soil mechanics to engineers, groups of whom took turns in receiving training and experience in his laboratory.

He was, however, fully aware that lasting results could only be achieved, and the mechanics of soils would only become an integral part of engineering practice and science in Hungary, if its first principles were absorbed by engineers during their years at the university. With a view to this, as soon as in 1928, he acquired the degree of lecturer, and took up lecturing on the subject as the first in Europe. As from 1938, he taught the mechanics of soils to students of road-building, railway construction and hydraulic engineering, but after 1940, the subject was declared compulsory for all engineering undergraduates. In 1936, he was appointed associate professor, and was promoted in 1939 to professor of the chair of Communications and Railway Construction. In 1941, he gave up that chair and took over the chair of Railway Engineering and Earthworks, a subject closer to him.

The following years were absorbed in creative work, in teaching, in engineering practice and in social activities, in harmonious coordination. He worked incessantly, never sparing himself. He released a series of papers, each of which containing the solution of some important problem of earth pressure and foundation engineering. He began to elaborate the pressure problems of plastic earth masses [40, 41], and derived a simple method for the calculation of stress distribution arising in plastic subsoils under rigid foundation bodies [47].

Perhaps the most significant of his treatises published about that time was the «Novel Theory of Earth Pressure» [44], wherein he defined the earth pressure acting on a horizontally moving wall, taking into account arching effect, with the aid of a single slipline. Reviewing *Terzaghi's* theory of earth pressure and *Hertwig's* comments, he demonstrated that both lead to *Coulomb's* earth pressure formula. In strict observance of the laws of equilibrium, he determined the

distribution of shearing stresses acting on a slip surface. He applied the general equation determining earth pressure on the timbering of cuts; he quoted *Spilker's* measured results to confirm his theory.

He worked out his new course of lectures at the university, bringing railway substructure lectures up to date, and drawing up a course on foundation engineering which he first delivered in 1941.

As an expert, investigation of the subsoil of the complete Szeretfalva—Déda railway track, of the Mátra-range power plant, and of 1800 kms of state highways were his most outstanding jobs.

In appreciation of his work, the official body of scientists, the Hungarian Academy of Sciences elected him a corresponding member in 1942. Besides he was involved in the work of a number of professional societies.

The dark years that befell the country did not crush his ambition and creative power. He published in book form the treatises on soil mechanics [42] — originally written for a Civil Engineering handbook — in completed form — as mentioned in the preface of the book — «in order to lay down the contemporary standing of science, and to provide his students with an expedient». During the standstill of international relations, during the siege and in the midst of inflation, he carried on research into ever new topics. When in 1944, the Technical University evacuated to Germany, Jáky and several of his fellow professors refused to follow. Early in 1945, he was among the first to claim his share in the reconstruction of the Technical University. After the restoration of his chair and his laboratory, he cooperated in all public works of importance as a soil expert. He was consulted on the subsoil of the site of the Trade Union Council headquarters, of the Budapest subway, of the Tisza bridge at Szeged, of the Ferihegy airfield, and of the Stálin Iron Works. These were the most noteworthy of the great number of expert reports which gave substantial aid in the economic design of the structures. His expertises were still marked by a careful and thorough treatment of the subject, by the individual solution of each and every problem, and frequently by new scientific theories worked out for some difficult problem arisen.

All the while, he continued to work on his pet problems, primarily on diverse questions pertaining to the theory of earth pressure. In his inaugural lecture at the Academy dealing with «Errors in the Theory of Earth Pressure» [50] he demonstrated the contradictions, faults and errors in the commonly adopted earth pressure theories, and introducing the condition of the moment of equilibrium, he brought the problem of the earth pressure's point of attack to a standstill. In 1946, the Academy awarded him the Marcibányi-prize and medal in recognition of his achievements in earth pressure study. He elaborated in detail the pressure problems of plastic earth masses, which appeared in French in the *Bulletin of the Technical University* [51]. A special reprint was sent to all scientists concerned with the problem. The response in foreign periodicals was a

lively one, and his fellow scientists congratulated him heartily on his accomplishment. Prof. *Schultze* published a several pages long review of it in the German periodical «Bauplanung und Bautechnik», calling it one of the greatest achievements in the theory of plasticity. To mention only the greatest, *Terzaghi*, *Timoshenko*, *Frontard*, *Fröhlich* and *Nádai* paid him tribute on his work, which is the comprehensive, strictly mathematical basis of the analysis known as the $\sigma = 0$ method. He derived the law governing stress distribution in plastic earth masses, demonstrated the possibility of composite circle and plane slip surfaces, and applied the universal law to numerous practical problems.

He contributed seven papers to the 1948 congress on soil mechanics in Rotterdam, bearing witness to the advanced rank of that science in Hungary [53–59].

In those articles, he rendered account of laboratory research (subsidence of sand and gravel as an effect of rising water table [57], compression and shearing resistance of sand at high stress [58]), theoretical studies (pressure in silos [55], bearing capacity of piles [56], theory of minimum earth pressure [53], pressure on struts [54]), and of points of principle (examination of *Coulomb's* law [59]). They were partly new, and partly the first international release of results presented in his university lectures or in Hungarian publications. The general proceedings of the congress (Vol. VI.) stated that the earth pressure problem has been dealt with particularly by József Jáky.

In 1948, the government rewarded him with the Kossuth-prize, for his important contributions to the reconstruction work and for his achievements in the field of science.

In 1950, he was elected regular member of the Academy of Sciences. In the spring of that year, he delivered his inaugural address on the «Network of Sliplines in Soil Stability Problems» [64], treating the principles of earth pressure on a very high level. Having recognized the principle of the curved slipline family, he wrote up the two basic partial differential equations of equilibrium, discussing contingent solutions, and deriving the approximate solutions of the quadratic and secondary differential equations determining the shape of the slip surface; on these premises, he determined the extreme values of earth pressure acting on retaining walls.

That was the last of his works of great moment. On September 13, 1950 he died suddenly, without premonition.

The constant strain of work had undermined his health, and his heart no longer obeyed the will that had produced such admirable feats in science. His last years were a constant struggle against the disease, which cast a shadow over his mood and spirit. Yet, he went on working and teaching without sparing himself. He was aware that he might succumb to illness any moment — as betrayed by a note found in his briefcase upon his death — still, he went on working hard, lecturing and experimenting, all for the sake of his country.

His life shows him as a genuine researcher, teacher and pedagogue, a man of strong character, always in the quest of truth and justice, deeply concerned with the fate of his mother-country, warmhearted, fond of nature and of music, altogether worthy of being the ideal of youth.

The loss that befell Hungarian and international science with Prof. Jáky's early departure is enormous. The legacy he bequeathed on us is great; it is our duty to follow in his footsteps, on the road covered by him.

REFERENCES

1. *Janicsek, J.* : * Az átmeneti görbéről. (On the Transition Curve of Railroads.) *Technikus* 1920.
2. *Janicsek, J.* : A gurítódomb alakja és a guruló kocsik menetellenállása. Doktori értekezés. (The Form of the Double Incline and The Resistance of Rolling Cars. Doctor's Thesis.) 1923.
3. *Dr. Janicsek, J.* : Újabb felépítmény méretezési formulák a Zimmermann-féle elmélet alapján. (New Formulas for Dimensioning Railroad-Tracks.) *Technika* 1924. Ism. Organ f. Fortschritte d. Eisenbahnwesens 1933. Hf. 9-ben.
4. *Dr. Janicsek, J.* : Az elméleti részü és alkalmazása a mélyépítésben. (The Theoretical Earth Slope and Its Application in Earthwork Construction.) *M. M. É. E. Közlönye*, 1925.
5. *Dr. Janicsek, J.* : Fa-, vas-, vagy vasbeton keresztgerenda? (What kind of Material must be Preferred for Sleepers?) *M. M. É. E. Közlönye*, 1926.
6. *Dr. Janicsek, J.* : Még egy szó a fa-, vagy vaskeresztgerenda kérdéséhez. (Once more on the Material of Sleepers.) *M. M. É. E. Közlönye*, 1926.
7. *Dr. Janicsek, J.* : Újabb összefüggések a törési igénybevételek között. (New Relations between Failure Stresses.) *Magy. Mérnök és Építész Egyl. Közl.* 1926.
8. *Dr. Janicsek, J.* : Alkalmas-e a kocka a törőszilárdság megállapítására? (Testing of the Compression Strength with Cubes.) *Technika*, 1927.
9. *Dr. Janicsek, J.* : Van-e a földművek csúszásában sík szakadólap? (Is There a Plane Slip Surface?) *Magy. Mérnök és Építész Egylet Közlönyének havi füzetei* V. évf. 11–12. sz. 1928. 117. old.
10. *Dr. Janicsek, J.* : Adalékok a síkbeli feszültségi állapot problémájához. (Contributions to the Problem of Plane Stressed State.) *Technika*, X. évf. 1. sz. 1929.
11. *Dr. Janicsek, J.* : A Mohr-féle burkoló görbéről. (On Mohr's Envelope Curve.) *Technika*, X. évf. 8–9. sz. 1929.
12. *Dr. Janicsek, J.* : Még egyszer a Mohr-féle görbéről. (Once more on Mohr's Envelope Curve.) *Technika*, XI. évf. 1. sz. 1930.
13. *Dr. Janicsek, J.* : Zur Frage der einheitlichen Berechnung des Eisenbahnoberbaues. *Organ f. d. Fortschritte d. Eisenbahnwesens* 1933. Hf. 9.
14. *Dr. Janicsek, J.* : Ist die Bettung elastisch? *Organ* 1933. Hf. 9.
15. *Dr. Janicsek, J.* : Mártony Károly, az első magyar földnyomáskutató emlékezete. (In Memoriam Károly Mártony, the First Hungarian Scientist in Earth Pressure Theory.) *Vízügyi Közlemények*, 1933. 2. sz.
16. *Dr. Jáky, J.* : A talajmechanika alapfogalmai és technikai alkalmazásuk. (The Fundamentals of Soil Mechanics and their Technical Applications.) Budapest, 1938. Kir. Magy. Egyet. Nyomda. 118. old.
17. *Dr. Jáky, J.* — *Janicsek* : Zur Frage d. einheitlichen Berechnung des Eisenbahnwesens II. *Organ* 1934. Hf. 11.
18. *Dr. Jáky, J.* — *Janicsek* : *Organ f. d. Fortschritte d. Eisenbahnwesens* 1935. Hf. 5.
19. *Dr. Jáky, J.* : The Classical Earth Pressure Theory. *Proceedings of the 4th International Congress for Applied Mechanics*. Cambridge 1934.
20. *Dr. Jáky, J.* : Földnyomás. (Earth Pressure.) *Dr. Möller Károly: Építési zsebkönyv I.* Budapest, 1934.
21. *Dr. Jáky, J.* : Talajmechanikai vizsgálatok az útépítésre tekintettel. (Soil Mechanics in Road Construction.) *Magyarország Útügyi Évkönyve*. 1934.
22. *Dr. Jáky, J.* : A klasszikus földnyomás-elmélet. (The Classical Earth Pressure Theory.) *Vízügyi Közlemények*. 1935. 3. szám.

* The former name of Prof. Jáky.

23. Dr. Jáky, J.: Görbe csúszólapos földnyomáselmélet. (Earth Pressure Theory with curved Slip Surface.) Magyar Mérnök és Építész Egylet Közlönye. 1936. évf. 3—4. sz.
24. Dr. Jáky, J.: Az altalaj fagyveszélyessége és térfogatváltozása. (Frost Action in Soils; Effect of Shrinkage.) Vállalkozók Lapja. 1936.
25. Dr. Jáky, J.: Stability of earth slopes. (Proceedings of the 1st International Conference on Soil mechanics. 1936.)
26. Dr. Jáky, J.: A betonburkolat méretezése. (The dimensioning of concrete slabs.) Magyar Mérnök és Építész Egylet Közlönye, 1937. évf. 9—10. szám.
27. Dr. Jáky—Wárlám: Az útépités talajmechanikája. (Soil Mechanics in Road Construction.) K. K. M. 1937.
28. Dr. Jáky, J.: Theorie Classique de la poussée des terres. Bulletin de l'Association Internationale Permanente des Congrès de Navigation, 1937. Janvier.
29. Dr. Jáky, J.: Szivárgók vonalvezetése. (Tracing of French Drains.) Technika, 1938. 2. szám.
30. Dr. Jáky, J.: Die Trassierung von Sickerschlitten. Internationaler ständiger Verband der Strassen-Kongresse. VIII. Kongress Haag, 1938. A teilung I—II. 6. Frage.
31. Dr. Jáky, J.: Bestimmung der Senkung von Bauwerken. Ibidem.
32. Dr. Jáky, J.: Über die Dichtebestimmung des Strassenuntergrundes. Ibidem.
33. Dr. Jáky, J.: Die Bedeutung und praktische Anwendung der Erdbaumechanik im ungarischen Strassenbauwesen. Ibidem.
34. Dr. Jáky, J.: Die klassische Erddrucktheorie mit besonderer Rücksicht auf die Stützwandbewegung. Abhandlungen 5. d. Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, 1938. Zürich.
35. Dr. Jáky, J.: Elméleti és gyakorlati talajmechanika. (Soil Mechanics: Theory and Practice.) Építési zsebkönyv, VIII. fejezet, 1940.
36. Dr. Jáky, J.: Az új városháza alapozási kérdései. (Foundation Problems of the New Town Hall.) M. M. É. E. 1941, II.
37. Dr. Jáky, J.: A rugalmasságtan összeférőségi egyenleteiről. (The Equations of Compatibility of the Theory of Elasticity.) Technika, 1941. 9. sz.
38. Dr. Jáky, J.: Rugalmasság és képlékenység. (Elasticity and Plasticity.) Technika. 1942. 4. sz.
39. Dr. Jáky, J.: Földmunkák tömörítése. (Compaction of Earth-Works.) Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása. Magyar Egyetemi Nyomda, 1942.
40. Dr. Jáky, J.: A képlékeny állapotú földtestek nyomás problémáiról. (Pressure Problems of Plastic Earth-Masses.) Technika, 1944. 2. sz.
41. Dr. Jáky, J.: Feszültségelosztás a képlékeny földtömegben. (Distribution of Stresses in Plastic Soil.) Technika, 1944. 3. sz.
42. Dr. Jáky, J.: Talajmechanika. (Soil Mechanics.) Budapest, 1944. Magyar Egyetemi Nyomda.
43. Dr. Jáky, J.: Földművek csúszólapjai. (Slip Surfaces in Earth-Works.) M. M. É. E. Közlönye, 1944. 17. sz.
44. Dr. Jáky, J.: Az új földnyomáselmélet. (Novel Theory of Earth Pressure.) M. M. É. E. Közlönye, 1944. 19. sz.
45. Dr. Jáky, J.: A módosított Coulomb-elmélet. (Coulomb's Theory Improved.) M. M. É. E. Közlönye 1944.
46. Dr. Jáky, J.: A nyugalmi nyomás tényezője. (Coefficient of Earth Pressure at Rest.) M. M. É. E. Közlönye 1944.
47. Dr. Jáky, J.: Feszültségeloszlás merev alaptestek alatt. (Stress-Distribution under Rigid Foundations.) Technika, 1944. 7. sz.
48. Dr. Jáky, J.: A földnyomás irányszögéről. (Angle of Direction of Earth Pressure.) Technika 1944. 9. sz.
49. Dr. Jáky, J.: Összetett nyomófeszültségi állapotok. (Combined Stressed States.) I. Technika, 1945. 1—2. sz. Anyagvizsgálati Közleményekben.
50. Dr. Jáky, J.: Tévedések a földnyomáselméletben. (Errors in the Theory of Earth Pressure.) Magyar Technika, 1946. 3. sz.
51. Dr. Jáky, J.: Sur la stabilité des masses de terre complètement plastiques. I., II., III. Műegyetemi Közlemények 2—3. 1947—1948.
52. Dr. Jáky, J.—Szilvágyi, I.: Sur les valeurs de résistance du bitume. Műegyetemi Közlemények 2. 1947.
53. Dr. Jáky, J.: Minimum Value of Earth Pressure. Proceedings of the IInd Int. Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rotterdam, 1948.
54. Dr. Jáky, J.: Novel Theory of Earth Pressure. Ibidem.
55. Dr. Jáky, J.: Pressure in Silos. Ibid.

56. *Dr. Jáky, J.*: On the Bearing Capacity of Piles. *Ibid.*
 57. *Dr. Jáky, J.*: Influence of Ground Water Level Oscillation on Subsidence of Structures. *Ibid.*
 58. *Dr. Jáky, J.*: State of Stress in Great Depth. *Ibid.*
 59. *Dr. Jáky, J.*: Validity of Coulomb's Law of Stability. *Ibid.*
 60. *Dr. Jáky, J.* és *Kézdi A.*: A szegedi közúti Tiszahíd altalaj vizsgálata. (Investigation of the Soil at the Site of the Tisza-Bridge at Szeged.) *Magyar Technika*, 1948.
 61. *Dr. Jáky, J.*: Adalékok a talajok fizikai tulajdonságaihoz. (Contributions to the Physical Properties of Soils.) *Építéstudományi Közlemények* 1948. 4.
 62. *Dr. Jáky, J.*: A talajmechanika vasútépítési vonatkozásai. (Soil Mechanics as Related to Railway Engineering.) *Magyar Közlekedés, Mély- és Vízépítés*. 1950. II. k. 3. sz. 6—15. o.
 63. *Dr. Jáky, J.*: Strebendruck in Kohärenten Böden. *Acta Technica*, Tom. III. 1—2.
 64. *Dr. Jáky, J.*: Network of Slip Lines in Soil Stability. *Acta Technica*, Tom. VI. 1—2.

ВОСПОМИНАНИЯ ОБ АКАДЕМИКЕ ЙОЖЕФЕ ЯКИ

Член-корр. К. СЕЧИ и А. КЕЗДИ

РЕЗЮМЕ

Академия наук Венгрии желает посвятить созываемую в мае м-це 1955 года в Будапеште Конференцию по механике грунтов и сооружению фундаментов памяти покойного академика Йозефа Яки. Йозеф Яки первым в нашей стране ввел учение о механике грунтов и в этой области развернул значительную научную деятельность; этим он приобрел для себя и своей отчизны известность и международное признание. Он работал в качестве профессора, исследователя и эксперта, и всегда поддерживал тесную связь с практикой. Он был автором первой венгерской книги по механике грунтов. Теоретические исследования охватывали множество различных областей, но особо сильно занимали его вопросы давления грунтов. Результаты его работы в этой области стали сокровищем науки. Он принял участие в работе ряда международных конгрессов. Им опубликовано более 70 специальных статей. Ранняя его смерть является большой утратой для нашей страны. Оставленное им наследство обязывает нас продолжать его работу, которая была им столь успешно начата.

COMMEMORATION DE L'ACADÉMICIEN JÓZSEF JÁKY

K. SZÉCHY, membre corresp. et Á. KÉZDI

RÉSUMÉ

L'Académie Hongroise des Sciences désire consacrer la conférence de la Mécanique des Sols et des Fondations qui se tiendra au mois d'octobre 1955 à Budapest, à la mémoire de l'académicien József Jáky, le premier qui introduisit la science de la mécanique des sols en Hongrie. Ses travaux scientifiques lui ont valu une réputation mondiale qui fait honneur à sa patrie. En tant que professeur, chercheur et expert, son activité fut toujours intimement liée à la pratique. Il est l'auteur du premier livre hongrois traitant de la mécanique des sols. Ses recherches théoriques embrassent beaucoup de domaines, mais se rapportent en premier lieu au problème de la poussée du sol. Les résultats de ses travaux y relatifs sont devenus des valeurs universellement reconnues de la science. Il a participé à un grand nombre de congrès internationaux et a publié plus de 70 articles scientifiques. Sa mort prématurée fut une perte sensible à la Hongrie. L'héritage qu'il nous a laissé comprend une grande et noble obligation, celle de continuer le travail qu'il a commencé avec tant de succès.

ERINNERUNG AN AKADEMIKER J. JÁKY

K. SZÉCHY

korresp. Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften,

und

Á. KÉZDI

ZUSAMMENFASSUNG

Die Ungarische Akademie der Wissenschaften beabsichtigt die im Oktober 1955 von ihr in Budapest zu veranstaltende Konferenz für Bodenmechanik und Grundbau dem Andenken des verstorbenen Akademikers J. Jáky zu widmen. J. Jáky war es, der die Wissenschaft der Bodenmechanik als erster in Ungarn einführte und auf diesem Gebiete eine bedeutende wissenschaftliche Tätigkeit entfaltete, die ihm und seinem Vaterland Ruhm und internationale Anerkennung einbrachten. Er wirkte als Professor, als Forscher und als Sachverständiger, wobei er stets in enger Beziehung mit der Praxis stand. Das erste ungarische Buch über Bodenmechanik hatte ihn zum Verfasser. Seine theoretischen Forschungen erstreckten sich über zahlreiche Gebiete, doch befasste er sich vornehmlich mit den Fragen des Erddrucks. Auf diesem Felde wurden die Ergebnisse seiner Forschungen zu einem Gemeingut der Wissenschaft. Er nahm an der Arbeit zahlreicher internationaler Kongresse teil. Die Zahl der von ihm geschriebenen Abhandlungen beträgt mehr als 70. Sein früher Tod bedeutet einen grossen Verlust für Ungarn. Das von ihm hinterlassene Erbe stellt eine grosse und edle Verpflichtung für uns dar, die Arbeit fortzusetzen, die er so erfolgreich begonnen hat.

Имре Перени :

ЖИЛОЙ РАЙОН ГОРОДОВ

(*Perényi Imre : A város lakóterülete*)

Akadémiai Kiadó, Budapest 1954, 217 стр., 109 рис., 40 фop.

Книга отпечатана на бумаге для художественной печати и иллюстрирована множеством рисунков, содержит множество диаграмм и обширный список литературы. В книге рассматриваются проблемы проектирования жилых районов городов, являющихся наиболее значительным и относительно наиболее крупными ее территориальными ансамблями. Книга имеет вводную часть и разбита на шесть глав, которые посвящены следующим вопросам: территория города, элементы жилого района, структура жилого района, жилой квартал, жилой участок, баланс жилого района. Введение детально занимается классификацией городов, исходя из населенности, характера и центрального значения городов, далее — значением местных условий (климат, наличие строительных материалов, строительные традиции), указывая, какое действие оказывают все эти факторы на создание жилого района. При рассмотрении территории города дается анализ отдельных частей территории города, затем дается определение и характеристика характерных территориальных ансамблей, одним из которых является жилой район города. Книга занимается также другим важным территориальным ансамблем — промышленным районом города, а также его связью с жилым районом города, затем переходит к рассмотрению всего города — как единого целого, т. е. как пространственной композиции. Среди элементов жилого района прежде всего анализируются вошедшие в практику типы жилых зданий и методы застройки, а затем отдельные элементы жилого района, из которых состоит весь комплекс жилого района (зеленые насаждения, бульвары, площади, дороги, общественные заведения и т. д.). Анализируя структуру жилого района, в первую очередь рассматриваются система поясов, затем единицы жилого района (жилой поселок, жилой квартал, жилой участок и т. д.). Специальная глава посвящена принципам планирования, показателями, определению размеров, территориальному балансу жилого квартала и жилого участка и, наконец, дается общий территориальный баланс всего жилого района города.

Для изложения всей темы и, соответственно, всех глав является характерным, что в них дается обзор и критический анализ имеющихся до настоящего времени достижений, современный заграничный и в основном советский опыт, кроме того даются предложения в отношении развития отечественной практики, введения новых показателей и применения новых принципов. Весь материал иллюстрируется большим числом рисунков. При изложении темы за основу взят принцип, с одной стороны, критического анализа конкретных предложений, а с другой — приведения детально разработанных схем проектирования (система поясов, жилой квартал, жилой участок и т. д.).

Данная рецензия не охватывает множество таких рассматриваемых в книге вопросов, которые представляют собою тему дискуссии, и можно предположить, что эти вопросы будут рассмотрены и уточнены при обсуждении книги. Подводя итог, можно сказать, что значение книги состоит в том, что она систематизировано и детально рассматривает одну из важнейших тем планировки застройки, далее, во многих отношениях развивает имеющуюся практику, и в основном, путем детально разработанных показателей и территориальных балансов, итак, является ценным справочником в области планирования застройки.

П. Гранстои

I. Perényi :

RESIDENTIAL AREA OF TOWNS

(Perényi Imre : A város lakóterülete)

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. 217 pp. 109 figs. Price Ft. 40

The book treats the problem of planning one of the most significant and relatively most expansive units of the town area, notably the residential area. It is printed on art paper and contains numerous illustrations and tables, as well as an index of literature. The preface is followed by six chapters, dealing with the town area, the elements composing the residential, its structure, the block of flats, the district and the mutual ratio of the elements making up the residential area.

The preface deals with the classification of towns according to population, character, and their role as regional centres, further with the influence of local circumstances (climate, building materials, building traditions) and their potential effect on the development of the housing area. In discussing the town area, the author gives an analysis of its parts, then proceeds to define and characterize the different area units, among them the residential area. The book deals also with the other important area unit, the industrial area and its relation to the housing area, and discusses the town in its entirety as an undivided spatial unit. Among the elements making up the dwelling house area, the author first examines the types of dwelling houses developed and their arrangement in rows, groups or independent units; this is followed by a survey of public works, parks, roads and squares, being the elements composing the complex unit of the housing area. Analysing the structure of the residential area, the author first discusses the zone system, and secondly the units of the dwelling house area and their various kinds, such as the building site, the block of flats, the district, the quarter. Several chapters are devoted to the principles of planning the block of flats and the district, their dimensions, indices, the ratio of area to the population, and finally the interrelation of the elements making up the residential area as a whole.

The authors method of discussing the subject in its various sections is giving a survey and critical analysis of past practices and achievements, as well as of contemporary foreign methods, especially as followed in the Soviet Union. He makes recommendations concerning the development of the methods employed in Hungary, their guiding principles and characteristic indices. The material is supported by numerous illustrations, partly substantiating the criticism of some concrete solutions, and partly covering the basic principles of designing the zone system, the block of flats, the district or the quarter, with schemes showing the principles of design in full detail.

This review does not go into controversial points of some minor detail, as these should be cleared by a professional panel. On the whole, the significance of the book appears to be in its systematic and fully detailed treatment of one of the most important subjects in the planning of housing, in developing existing practices in several fields, mainly by working out the characteristic indices and the ratio of area vs. population: for these reasons, it may serve as a useful textbook dealing with the planning of settlements.

P. Granasztói

I. Perényi :

LA ZONE RÉSIDENTIELLE DE LA VILLE

(Perényi Imre : A város lakóterülete)

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954, 217 pp. 109 figs. Prix Ft 40

Dans son livre imprimé sur du papier chromo et contenant beaucoup de figures, de tableaux et une liste bibliographique, l'auteur traite des problèmes de l'étude d'une des unités territoriales les plus importantes et relativement la plus grande de la ville, de l'étude de la zone résidentielle de la ville. Le livre comprend une introduction et six chapitres s'intitulant: le territoire de la ville, les éléments de la zone résidentielle, la structure de la zone résidentielle, l'îlot, le rayon d'habitation, le bilan territorial de la zone résidentielle. Dans l'introduction il s'occupe en détail de la classification des villes selon leur caractère et leur rôle central, de même qu'avec l'importance des conditions locales (climat, matériaux de construction, traditions architecturales), tout en indiquant la manière dont ces facteurs peuvent influencer la formation de la zone résidentielle. En traitant des parties territoriales de la ville, il établit et caractérise les unités principales dont l'une est la zone résidentielle. Il s'étend aussi sur l'autre unité territoriale importante, la zone industrielle et son rapport avec la zone résidentielle, puis passe à l'analyse de la ville dans son ensemble, considérée comme une composition dans l'espace. Parmi les élé-

ments de la zone résidentielle il examine en premier lieu les types existants des maisons d'habitation et les modes de l'emplacement puis les édifices publics, les plantations, les routes, les places comme des ouvrages formant l'unité complexe de la zone résidentielle. En analysant la structure de la zone résidentielle il expose d'abord le système de zonage, ensuite les unités de la zone résidentielle, dans leur ordre d'importance (terrain à construire, îlot, rayon d'habitation, quartier résidentiel). Des chapitres spéciaux portent sur les principes directeurs de l'étude et le dimensionnement des îlots et rayons, leur indices et bilans territorial, enfin sur le bilan territorial de toute la zone résidentielle.

L'exposé du sujet entier, voire de tous les chapitres est caractérisé par le fait que l'auteur passe en revue et analyse d'une manière critique les différents objectifs et résultats, les réalisations de l'étranger, surtout celles de l'Union Soviétique, fait des propositions concernant le développement de la pratique hongroise, les principes et indices à appliquer. Tout cela est illustré par de nombreuses figures : d'une part la critique des solutions concrètes, d'autre part des schémas de principe pour les plans élaborés aussi en détail (système de zonage, système de principe du rayon d'habitation et du quartier résidentiel).

Dans le compte rendu présent nous ne désirons pas nous étendre sur quelques constatations et données de détail, lesquelles — fort probablement — feront de toute façon l'objet d'une discussion entre spécialistes. En résumant nous pouvons dire que l'importance du livre réside en ce qu'il traite d'un des sujets les plus importants de l'urbanisme de manière systématique et détaillée, développe en nombreux points la pratique courante, surtout par l'application d'indices et bilans territoriaux élaborés en détail et peut par conséquent servir de manuel aux urbanistes.

P. Granasztói

I. Perényi :

DAS WOHNGBIET DER STADT

(Perényi Imre : A város lakóterülete)

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. 217 S., 109 Abb., Preis Ft. 40

Das vorliegende Werk behandelt die Planungsprobleme einer der bedeutendsten und verhältnismässig grössten Einheiten der Stadt, des Wohngebietes. Das Buch ist auf Kunst- druckpapier gedruckt und enthält zahlreiche Abbildungen und Tabellen sowie ein reichhaltiges Literaturverzeichnis. Es besteht aus einer Einleitung und den folgenden sechs Kapiteln: das Stadtgebiet, die Elemente des Wohngebietes, die Struktur des Wohngebietes, der Wohnblock, der Wohnbezirk, Bilanz des Wohngebietes.

In der Einleitung befasst sich der Verfasser ausführlich mit der Klassifizierung der Stadt nach ihrer Einwohnerzahl, ihrem Charakter und ihrer Rolle als Zentrum, sowie mit der Bedeutung der örtlichen Verhältnisse (Klima, Baustoff, Bautraditionen), wobei er darauf hinweist, in welcher Weise diese Faktoren die Ausbildung des Wohngebietes beeinflussen können. Bei der Erörterung des Stadtgebietes werden dessen einzelnen Teile und charakteristischen Flächeneinheiten definiert und gekennzeichnet, von denen die eine das Wohngebiet ist. Das Buch befasst sich auch mit der zweiten wichtigen Flächeneinheit, dem Industriegebiet und mit dessen Verhältnis zum Wohngebiete, um dann die Stadt als ganzes, als einheitliche, räumliche Komposition zu behandeln. Von den Elementen des Wohngebietes werden in erster Linie die sich ausgebildeten Typen der Wohngebäude und Bauungsarten untersucht, und in zweiter Linie die öffentlichen Gebäude, Parkanlagen, Strassen, Plätze, als Objekte, aus denen sich das Wohngebiet als komplexe Einheit zusammensetzt. Bei der Analyse der Struktur des Wohngebietes wird als erstes die Zoneneinteilung erörtert, darauf folgen die Wohngebietseinheiten bzw. deren Abstufungen, die Wohnparzelle, Wohnblock, Wohnbezirk, Wohnviertel.

Verschiedene Kapitel befassen sich ausführlich mit den Richtlinien zur Planung des Wohnblockes und Wohnbezirkes, mit deren Bemessung, Kennwerten, Flächenbilanz, und schliesslich mit einer zusammenfassenden Flächenbilanz des ganzen Wohngebietes.

Das Thema bzw. die Behandlung aller Kapitel ist dadurch charakterisiert, dass stets eine Übersicht und kritische Analyse der bisherigen Bestrebungen und Ergebnisse, sowie der ausländischen, hauptsächlich sowjetischen Praxis gegeben wird. Der Verfasser macht Vorschläge zur Entwicklung des einheimischen Praxis, hinsichtlich der anzuwendenden Richtlinien und Kennwerte. All dies wird durch zahlreiche Abbildungen veranschaulicht, die einerseits die Kritik konkreter Lösungen, andererseits detailliert ausgearbeitete prinzipielle Planungsschemata (grundsätzliche Anordnung der Zoneneinteilung, des Wohnblocks, Wohnbezirkes, Wohnviertels) enthalten.

In der vorliegenden Besprechung soll nicht auf verschiedene, eher auf Einzelheiten bezügliche Feststellungen und Angaben eingegangen werden, die anfechtbar sind, da anzunehmen ist, dass sie im Laufe der fachlichen Diskussion eine Klärung erfahren werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Bedeutung dieses Werkes darin liegt, dass es eines der wichtigsten Probleme der Siedlungsplanung systematisch und ausführlich behandelt, in mancher Beziehung — hauptsächlich durch die gut ausgearbeiteten Kennwerte und Flächenbilanzen — die bisherige Praxis fördert und somit als nützliches Taschenbuch in der Siedlungsplanung dienen kann.

P. Granasztói

Виктор Жак:

СЫРЬЕ ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

(Zsák Viktor: A vaskohászat nyersanyagai)

Энциклопедический справочник черной металлургии, том I, Akadémiai Kiadó, Budapest 1954, 216 стр., 39 рис., 40 фот.

Из печати недавно вышел первый том (посвященный сырью черной металлургии) серии книг, ожидавшейся с большим интересом. Как нам известно, такой по содержанию книги не выпущено еще ни в Венгрии, ни за границей. В литературных ссылках также не упоминается схожей книги. Таким образом, автору самому необходимо было точно разграничить вопросы, входящие в рассматриваемую им тему, и произвести группирование по отдельным группам рассматриваемых предметов. Автор разбил тему на три части. В первой части излагаются вопросы о садках в производстве доменного чугуна. Во второй части книги приводятся данные о садках в производстве стали. В третьей части разбираются вопросы о шлакообразователях черной металлургии. Такая разбивка материала является правильной и логичной. Основные главы первой части посвящены железным рудам, заменителям железных руд, марганцевым рудам и хозяйственной оценке железных руд. Во второй части книги излагаются вопросы качества доменного чугуна, железного и стального лома, а также лигатур, применяемых в черной металлургии (технология их производства и использования).

Первая часть книги разработана автором очень тщательно как в отношении месторождения и возможности использования руд, так и в отношении их хозяйственной оценки.

Во второй части (по мнению рецензента книги) изложению различных сортов доменного чугуна необходимо было бы уделить больше внимания и исходить при обсуждении этого вопроса из более широкой основы. Здесь автор, по всей вероятности, исходил из того, что производству доменного чугуна посвящен отдельный том данной серии. Следует отметить, что во второй части уделено слишком много внимания вопросу, разбираемому в главе «Железный и стальной лом». Известно, что автор имеет заслуги в отношении обеспечения наиболее выгодного использования имеющихся небольших запасов железного лома внесенными им предложениями и прочитанными докладами. Несмотря на это, данная глава по своему объему слишком обширна, так как составляет более одной пятой части объема всей книги. Вследствие множества лишних иллюстраций одна часть данной главы приобретает характер преискуранта. Приведенная на странице 133 иллюстрация кроме того, что она является совершенно лишней, повернута еще на 90°.

Третья и в то же время последняя глава второй части книги очень подробно занимается вопросами производства, сортами и технологией использования лигатур. Эта глава составляет одну четверть всего объема книги, то есть 66 страниц, и написана в результате очень тщательной работы. При составлении главы у автора имелись в распоряжении очень хорошие и богатые источники. Так, например, работы Елютина—Павлова—Левина, далее Р. Дуррера и Мауриц—Вендля. Металлурги-практики будут рады этой главе.

В третьей главе дается (несколько сжато: всего на восьми страницах) правильный и хороший информационный материал по качеству и использованию шлакообразователей.

Э. Котелъ

V. Zsák :

METALLURGICAL RAW MATERIALS

(Zsák Viktor : A vaskohászat nyersanyagai)

Encyclopedia of Metallurgy. Vol. I. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954., 216 pp. 39 figs.
Price : Ft. 40

The first volume of a series expected with lively interest has appeared recently in the Hungarian book market. It deals with metallurgical raw materials. The book has no forerunner either in Hungary or abroad, nor does the author quote any in his literary references. In this manner, the author had to rely on himself in mapping out his topic and in breaking it up into headings according to subject. The author divided the material into three parts. The first deals with the charge used in pig iron smelting, the second with the charge used in steel production, the third with fluxing materials in metallurgy. The grouping of the material is both right and reasonable. The headings in the first part deal with iron ores and their substitutes, manganese ores, and the economic evaluation of iron ores. The second part handles problems concerning the quality of pig iron, scrap iron and steel scrap, further of iron alloys, their processing and their uses.

The author devoted considerable care to the elaboration in the first part, of the occurrence and use of ores, and of their economic evaluation.

It is, however, felt that the various species of pig iron should have been discussed more extensively. No doubt, the author failed to do so, because a separate volume is under way on the subject of pig iron smelting. On the other hand, too much space has been devoted in the second part to the chapter dealing with «Scrap iron and steel». In due appreciation of the author's merits in the campaign for the most economic utilization of the spare stocks of scrap iron by making lectures and recommendations, this chapter is found rather long, taking up more than one fifth of the entire volume. The often unnecessary illustrations lend the aspect of a catalogue to a part of this chapter. What is more, the utterly unnecessary figure on page 133 has been inserted turned away by 90°.

The third and last chapter in the second part is an extensive survey dealing with the production of alloys, their various kinds and uses. It covers one fourth (66 pp.) of the book, and incorporates the result of thorough research. Here, the author had excellent and ample sources to draw on, such as the books of Yelyutyin—Pavlov—Levin, further of R. Durrer and Mauritz—Vendl. This chapter will be hailed by all foundrymen.

The third part gives correct and useful information on the quality and use of slag forming materials, in concise form (altogether 8 pages).

E. Cotel †

V. Zsák :

LES MATIERES PREMIERES DE LA SIDERURGIE

(Zsák Viktor : A vaskohászat nyersanyagai)

Encyclopédie de la métallurgie du fer, tome I. (Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954., 216 pp.
39 figs Prix Ft. 40

Le premier volume de cette série, attendue avec beaucoup d'intérêt, qui traite des matières premières de la sidérurgie, vient de paraître. Ce livre n'a pas eu de prédécesseur ni en Hongrie ni à l'étranger et l'auteur n'en mentionne non plus dans la bibliographie. Le sujet est divisé en trois parties. La première traite des matières premières pour la fabrication de la fonte brute, la deuxième a pour sujet les matières premières pour la fabrication de l'acier et la troisième partie s'occupe des matières scorifiques. Cette division est judicieuse et logique. Les principaux chapitres de la première partie traitent des minerais de fer, d'autres matières contenant du fer des minerais de manganèse et de l'évaluation des minerais de fer du point de vue économique. La deuxième partie a pour contenu les questions relatives à la qualité de la fonte, des ferailles et des débris d'acier, ainsi que les questions concernant les matières d'alliage dans la métallurgie du fer (leur fabrication et leur mode d'utilisation).

La première partie a été élaborée avec beaucoup de soins, aussi bien en ce qui concerne les gisements de minerai et leurs possibilités d'utilisation, qu'en ce qui concerne leur évaluation économique.

Le sujet de la deuxième partie : les divers types de fonte brute, aurait dû — selon l'opinion du critique — être placé sur des assises plus larges. Ce qui a empêché l'auteur de la faire

est le fait, qu'un tome entier sur la fabrication de la fonte est en préparation. Par contre, le chapitre «Feraille et débris d'acier» est d'une étendue relativement trop grande. On connaît les mérites de M. Zsák qui par des conférences et des propositions ne cesse de faire des efforts en vue d'assurer l'utilisation la plus économique des maigres stocks de ferraille. Néanmoins ce chapitre, constituant la cinquième partie du livre semble être trop long. Les figures souvent de trop font presque un genre de catalogue d'une partie de ce chapitre. La figure entièrement superflue de la page 133 est détournée de 90°.

Le troisième et dernier chapitre de la deuxième partie expose avec beaucoup de détails la fabrication, les catégories et l'utilisation des matières d'alliage. Ce chapitre comprenant un quart du livre (66 pages) est le résultat d'un travail approfondi. Ici l'auteur avait à disposition des sources excellentes et abondantes, en premier lieu les oeuvres de Ielioutine—Pavlov—Levine, celles de R. Durrer et de Mauritz—Vendl. Chaque praticien métallurgiste accueillera avec joie ce chapitre.

La troisième partie fournit (un peu brièvement, sur huit pages en tout) de bonnes et correctes informations sur la qualité et l'utilisation des matières scories.

E. Cotel †

V. Zsák:

DIE ROHSTOFFE DES EISENHÜTTENWESENS

(Zsák Viktor: A vaskohászat nyersanyagai)

I. Bd. der Enzyklopädie des Eisenhüttenwesens. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954, 216 S., 39 Abb., Preis Ft. 40

Der erste Band der mit grossem Interesse erwarteten Buchserie, der sich mit den Rohstoffen des Eisenhüttenwesens befasst, ist vor kurzem auf dem Büchermarkt erschienen. Dieses Buch besitzt keine Vorgänger, weder im Inland noch im Ausland. Auch der Verfasser des Buches gibt keine solchen in den Schrifttumshinweisen an. So war denn der Verfasser gezwungen, selber seinen Themenkreis genau abzugrenzen und in Themengruppen zu gliedern. Hierbei teilte er sein Werk in drei Teile. Der erste Teil befasst sich mit den Einsatzmaterialien der Roheisenherzeugung, der zweite mit den Einsatzmaterialien der Stahlerzeugung und der dritte mit den schlackenbildenden Materialien der Eisenmetallurgie. Diese Einteilung ist richtig und logisch. Die Hauptabschnitte des ersten Teiles behandeln die Eisenerze, die Eisenträger, die Manganerze und die wirtschaftliche Bewertung der Eisenerze. Der zweite Teil beschäftigt sich mit den Qualitätsfragen des Roheisens und Eisen- bzw. Stahlschrotts sowie mit den Legierungsmaterialien der Eisenmetallurgie (mit den Methoden ihrer Erzeugung und Anwendung).

Der erste Teil wurde vom Verfasser sowohl in bezug auf das Vorkommen und die Verwendbarkeit der Erze als auch in bezug auf ihre wirtschaftliche Rolle mit grosser Sorgfalt ausgearbeitet.

Im zweiten Teil hätte der Verfasser — nach Ansicht des Rezensenten — die Behandlung der Roheisenarten auf eine breitere Basis stellen sollen. Darin wurde der Verfasser wohl durch das Bewusstsein gehemmt, dass über die Roheisenherzeugung ohnehin ein besonderer Band in dieser Schriftenreihe in Vorbereitung ist. Dagegen weist in diesem zweiten Teil das Kapitel »Eisenschrott und Stahlschrott« eine zu grosse Ausdehnung auf. Es ist zwar bekannt, dass sich der Verfasser durch Vorträge und Vorschläge grosse Verdienste um die je wirtschaftlichere Verwendung der knappen Schrottvorräte erworben hat, doch ist der Umfang dieses Kapitels trotzdem zu gross, da es mehr als ein Fünftel des Umfangs des ganzen Buches ausmacht. Ausserdem verleihen die vielfach überflüssigen Abbildungen diesem Kapitel gleichsam den Charakter eines Preiskataloges. Die ebenfalls völlig überflüssige Abbildung auf S. 133 ist zudem noch um 90° verkehrt gesetzt.

Das dritte und zugleich letzte Kapitel des zweiten Teiles schildert die Erzeugung, die Sorten und die Anwendungsweisen der Legierungsmaterialien mit grosser Ausführlichkeit. Dieses Kapitel umfasst ein Viertel des Buches (66 Seiten) und ist das Ergebnis einer äusserst gründlichen Arbeit. Hier standen dem Verfasser sehr gute und reichliche Quellen zur Verfügung, so in erster Linie die einschlägigen Werke von Jeljutin—Pawlow—Lewin sowie von R. Durrer und Mauritz—Vendl. Dieses Kapitel wird jeder praktische Hüttenmann freudigst begrüssen.

Der dritte Teil gibt eine richtige und gute (nur etwas kurze, insgesamt 8 Seiten lange) Übersicht über die Qualität und Verwendung der schlackenbildenden Materialien.

E. Cotel †

INDEX

- Hevesi, Gy.* : Bericht über die Tätigkeit der Klasse für Technische Wissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften im Jahre 1953—54 — *Хевеши, Дь.* : Отчетный доклад о работе Отделения технических наук Академии Наук Венгрии за 1953/54 гг. — Report on the Activities in 1953—54 of the Engineering Sciences Section of the Hungarian Academy of Sciences — Comptes rendus sur les activités en 1953—54 de la Section Technique de l'Académie Hongroise des Sciences .. 3
- Sztrókey, P.* : Les relations des tensions dans la traction électrique à 50 périodes — *Строкау, П.* : Режим напряжений при тяге с током частотою 50 периодов в секунду. — Voltage Conditions in 50-cycle Railway Traction — Die Spannungsverhältnisse der 50-Hz-Traktion 23
- Kereszty, P.* : Forces directrices provenant de l'appui des véhicules de chemin de fer sur leurs bogies — *Кересту, П.* : Направляющие усилия от опоры поворотных тележек железнодорожных вагонов — Directional Forces Due to Supports in Railcar Bogies — Die von der herrührenden Richtkräfte Aufstützung in den Drehgestellen der Eisenbahnwagen 37
- Bardócz, Á.* : Untersuchungen über Lichtquellen für Spektralanalyse VIII — *Бардоц, А.* : Прерывистый дуговой возбудитель для спектрального анализа с тиратронным управлением — A Thyatron Tube Controlled Interrupted Arc Source for Spectrum Analysis — Une génératrice d'arc interrompu pour l'analyse spectrale commandée par thyatron 65
- Popovics, S.* : Problems of Calculation of Concrete Mixtures — *Попович, Ш.* : Проблема в области проектирования бетона — Problèmes relatifs à la composition du béton — Probleme aus dem Bereich der Betonplanung 87
- Vidéky, E.* : Influence of Contact Ratio on Involute Spur Gears — *Видеки, Э.* : Воздействие числа зубьев находящихся в сцеплении, при конструировании торцевых шестерен — L'influence du rapport de contact dans les études des engrenages — Der Einfluss des Überdeckungsgrades beim Entwurf von Stirnrädern 99
- Simon, F.* : Calculation of the Average Number of Revolutions of Rotary Finders — *Шимон, Ф.* : Расчет среднего числа оборотов искателей круговой системы — Le calcul du nombre de tours moyen des chercheurs rotary — Die Berechnung der durchschnittlichen Umdrehungszahl von Drehwählern System Rotary 121
- Korányi, G.* : Bestimmung der Oberflächenspannung von Glasschmelzen mittels indirekter Methode — *Кораньи, Д.* : Определение поверхностных напряжений косвенным методом в случае стекломассы — Determination of Surface Tension of Glass Melts by the Use of an Indirect Method — Détermination de la tension superficielle du verre fondu a l'aide d'une méthode indirecte 155
- Korach, M.* : Théorie du four-tunnel et cuisson rapide «Sandwich», I. partie: Essais sur modèles de fours-tunnel théoriques — *Корач, М.* : Теория тоннельной печи и скоростной процесс обжига «сэндвич». I. Теоретические исследования на модели трубчатой печи — Theory of Tunnel Kilns and the So-called «Sandwich» Fast Schedule Firing I. Theoretical Experiments on Kiln-models — Die Theorie des Tunnelofens und das »Sandwich«-Schnellbrennen. I. Teil. Theoretische Rohrofen-Modellversuche 161

<i>Hazay, I.</i> : Zeitgemässe Formeln für Reduktionen von Winkeltreuen Zylinderprojektionen — <i>Хазай, И.</i> : Современные формулы редукции конформных цилиндрических проекций — Modern Formulae for the Reduction of Orthomorphic Cylindrical Projections — Formules modernes pour les réductions des projections cylindriques orthomorphiques	185
<i>Geleji, A., Dévényi, G.</i> : Die Berechnung der in Hammerfundamenten auftretenden Kräfte und des dynamischen Faktors — <i>Гелей, А., Девенны, Д.</i> : Расчет сил (динами- ческого фактора), действующих в основаниях механических молотов — Computation of Forces Arising in Foundations of Power Forge Hammers (Dyna- mical Factor) — Calcul des forces engendrées par le choc dans les bases des marteaux mécaniques (facteur dynamique)	217
<i>Csonka, P.</i> : Special Kind of Shells of Translation with two Vertical Planes of Symmetry — <i>Чонка, П.</i> : О специальном виде двухродных оболочек — D'un type spécial voiles de translation — Über eine besondere Art der Translationsschalen	231
<i>Egerváry, E.</i> : On the Application of the Matrix Theory to the Calculation of Chain-bridges — <i>Эгервари, Э.</i> : Применение теории матриц при расчете подвесных мостов — De l'application de la théorie des matrices au calcul des ponts suspendus — Die Anwendung der Matrizen-theorie zur Berechnung von Kettenbrücken	241
<i>Istvánffy, E.</i> : The Mechanism of Reception by Directional Antennae — <i>Иштванффи, Э.</i> : Принципы приема в случае направленных антенн — Principes de reception aux antennes dirigées. — Die Grundlagen des Empfanges bei Richtantennen...	257
<i>Széchy, K., Kézdi, Á.</i> : In Memoriam Dr. József Jáky Academician — Commémoration de l'académicien József Jáky — <i>Сеччи, К., Кезди, А.</i> : Воспоминания об академике Йожефе Яки. — Commemoration de l'académicien József Jáky. — Erinnerung an Akademiker J. Jáky	269
Обзор книг — Book Review — Compte rendu de livres — Buchbesprechung	281

Les Acta Technica paraissent en russe, français, anglais et allemand et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction et écrits à la machine à l'adresse suivante :

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultúra» (Budapest, VI., Sztálin út 21. Compte-courant No.: 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in Russian, French, English and German.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be typed and addressed to :

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica, is 110 forints a volume. Orders may be placed with »Kultúra« Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest, VI., Sztálin út 21. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in russischer, französischer, englischer und deutscher Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfangs. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind, mit Maschine geschrieben, an folgende Adresse zu senden :

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussehndels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin út 21. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

72,- Ft

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY,
G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XI

FASCICULI 3—4



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY U. 21

Az Acta Technica orosz, francia, angol és német nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az «Akadémiai Kiadó»-nál (Budapest, V., Alkotmány utca 21. Bankszámla: 04-878-111-46), a külföld számára pedig a «Kultúra» Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Sztálin út 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy külföldi képviselőiteinél és bizományosainál.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, французском, английском и немецком языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде) следует направлять по адресу:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» – 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultúra» (Budapest, VI., Sztálin út 21. Текущий счет № 43-790-057-181), или его заграничные представительства и уполномоченные.

VOILEMENT DES PLAQUES MINCES EN CAS D'UNE COURBURE INITIALE

Ö. CSELLÁR

E. ÉLIÁS

CHAIRE I DE CONSTRUCTION DE PONTS DE
L'UNIVERSITÉ TECHNIQUE, BUDAPEST

INSTITUT DE PROJETS DE ROUTE ET DE
CHEMIN DE FER

[Manuscrit présenté 20. Janvier 1954]

Dans le calcul des barres comprimées les nouveaux règlements de ponts hongrois se sont écartés de la théorie basée sur la déformation en partie élastique, en partie plastique de la barre à axe droite et déterminent la charge critique des barres comprimées tout en posant une excentricité initiale, toujours par la méthode élastique,* quel que soit l'élançement de la barre. Par là le problème de la stabilité est réduit à un problème de la résistance, de sorte qu'il s'adapte bien au système unitaire des autres calculs et de plus fait bien valoir la nouvelle conception de la sécurité.

Dans notre présente étude nous nous sommes proposé le but de résoudre le problème du voilement, ce phénomène du flambage des plaques minces, de même que le flambage des barres comprimées, en *supposant un voilement initial*. Le problème du voilement est bien entendu beaucoup plus complexe, étant un problème de deux dimensions. Nous voudrions dans la mesure du possible faire ressortir l'analogie existant entre la solution des deux tâches, c'est pourquoi nous nous occuperons brièvement aussi du flambage de la barre.

I. Notations employées

x, y, z	— coordonnées rectangulaires
σ, τ	— tension normale ou tension de cisaillement
σ_x, σ_y, τ	— composantes du tensor de contrainte P
σ_H, τ_H	— contrainte limite prescrite par le règlement
σ_{KH}	— contrainte limite du flambage
σ_{red}	— tension reduite de Huber—Mises—Hencky
$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$	— contrainte critique d'Euler
$P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$	— charge critique d'Euler
σ_0	— tension caractérisant la courbure initiale
$\lambda = \frac{l}{i}; \quad \lambda = \frac{b}{h}$	— élançement de la barre (plaque)
l	— longueur de la barre comprimée
i	— rayon d'inertie de la section transversale de la barre

* Prof. I. Korányi : Étude du flambage des pièces comprimées. Acta Technica V. 3. 1952.

n	— sécurité existant au flambage à la charge critique d'Euler, au voilement au tensor de contrainte voilant la plaque initialement plane
n_0	— valeur limite de la sécurité à exiger à la charge critique fournie par la théorie classique de la stabilité, si $\lambda \rightarrow \infty$
a	— longueur de la plaque examinée au voilement
b	— largeur de la plaque
h	— épaisseur de la plaque
w	— déplacement transversal de certains points de la plaque
μ	— facteur de contraction (valeur réciproque du coefficient de Poisson)
E	— module d'élasticité
φ	— coefficient figurant au voilement, fonction des dimensions de la plaque et de la manière de la sollicitation
$D = \frac{Eh^2}{12(1-\mu^2)}$	— coefficient de rigidité de la plaque
w_0	— déplacement transversale de certains points de la plaque initialement courbe
$\Delta \equiv \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}$	— opérateur de Laplace
$w_{xx} \ w_{yy} \ w_{xy}$	— dérivées partielles de deuxième ordre

II. Bref examen de la question du flambage

Pour la solution du problème du flambage on a pendant longtemps considéré comme base les hypothèses d'Euler, c'est à dire

1. la barre possède un axe droit, une section transversale constante au moins un plan de symétrie et le flambage a lieu dans ce plan ;
2. les déplacement et le premier quotient différentiel sont faibles et le carré de ce dernier est négligeable par rapport à l'unité ;
3. le matériau de la barre est homogène, isotrope et suit la loi de Hook jusqu'à la fin.

Partant de ces hypothèses, les différents auteurs cherchèrent la solution chacun à sa manière ; nous n'en mentionnerons que trois :

1. la relation entre le moment et la déformation, appliquée aussi par Euler, qui signifie mathématiquement la solution d'une *équation différentielle* ;
2. la méthode énergétique de Ritz—Timoshenko, — mathématiquement un *problème de variation*, et enfin
3. la méthode d'approximation successive, s'attachant au nom de Vianello, — *en essence* la solution à *itération d'une équation intégrale*.

Avec chacune des méthodes de solution on arrive à un problème de valeur propre. C'est à dire aussi longtemps que la force s'exerçant sur la barre est inférieure à une certaine forme dépendante des dimensions de la barre, la barre reste droite. Pour une force égale à la valeur propre deux états d'équilibre sont possibles : la forme droite et la forme flambée, mais en ce dernier cas le flambage peut être de grandeur quelconque.

La solution selon Euler donne un résultat qui pour des barres élancées s'approche bien de la réalité, mais pour des barres courtes fournit une valeur de rupture trop grande. En effet la résistance du matériau fournit également

une limite supérieure à la charge critique, de sorte que pour des barres courtes le problème de la stabilité et de la résistance s'enchaînent (fig. 1.). Ainsi la limite supérieure de la charge critique serait déterminée d'une part par la résistance à la rupture du matériau, d'autre part par l'hyperbole d'Euler et la condition nécessaire de la non-rupture de la barre est que le point représentant le couple de valeurs (σ, λ) se trouve dans l'aire hachurée de fig. 1.

Cette manière de résoudre le problème est une approximation grossière, bien qu'elle ait été utilisée encore récemment à divers endroits. Il faudrait cependant rendre plus obtus l'angle autour du point d'intersection de la droite

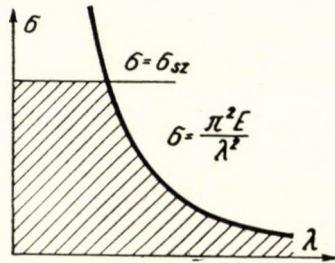


Fig. 1

et de l'hyperbole, vu qu'il est évident que le couple de valeurs (σ, λ) se trouvant dans cet angle produit déjà la rupture et la courbe représentant la vraie relation passe quelque part plus en bas.

A la base de ses essais, Tetmajer a coupé l'angle par une droite. D'autres examens théoriques ont exigé la modification des hypothèses d'Euler. C'est ce qu'ont fait les règlements de ponts hongrois en partant du fait que la barre à l'origine est déjà *courbe*, excentrique, mais *libre de tensions*. Sous l'effet de la force appliquée, l'excentricité de la barre s'accroît, mais la barre reste en équilibre aussi longtemps que la charge de compression est inférieure à la charge critique. Bien entendu l'accroissement de l'excentricité engendre des tensions dans la barre initialement libre de tensions ; en faisant la somme de ces tensions et des tensions provenant de la compression s'exerçant sur la barre, le résultat obtenu ne peut non plus dépasser la valeur de la tension limite.

La solution relie donc manifestement le problème de la stabilité et celui de la résistance, puisque d'une part on a tenu compte des déformations, d'autre part la limite supérieure est la tension permise, — c'est à dire chez nous, la tension limite. La méthode appliquée assure une transition tranquille et continue entre les deux problèmes (il n'y a pas de coude dans le diagramme), et en même temps elle est plus proche de la réalité, puisque la barre à axe parfaitement droite et homogène est en pratique irréalisable.

L'application de la méthode fait immédiatement surgir deux questions :

1. quelle forme la courbure initiale doit-elle avoir,

2. de quelle grandeur l'excentricité de la barre doit-elle être?

La courbe initiale de la barre a été considérée par les élaborateurs des règlements de ponts une courbe sinusoïdale. En effet il est prouvé expérimentalement et aussi théoriquement par Massonet, que quelle que soit la courbure initiale de la barre, celle-ci se rompra au cours du flambage de la même façon que si sa forme courbe initiale était semblable à la forme critique correspondant

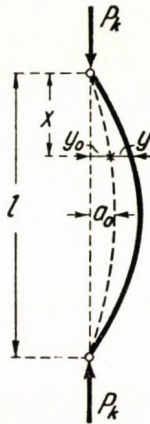


Fig. 2

à la première valeur propre que la barre parfaitement droite prend au cours du flambage; cette première forme critique est la courbe sinusoïdale.

La grandeur de l'excentricité initiale peut être caractérisée par une tension fictive — désignée par σ_0 — qui se produirait dans la fibre extrême de la barre, si une barre initialement droite et libre de tensions était recourbée dans la forme correspondant à l'excentricité initiale. Nous soulignons que cette tension n'est que fictive, une quantité caractérisant le taux de la courbure initiale, puisque la barre initialement n'est que courbe, mais libre de tensions.

Examinons ensuite le flambage d'une barre courbe, articulée aux deux extrémités, comprimée par une force P_k (fig. 2.). En cas d'une barre à axe droit, l'équation différentielle linéaire et homogène du flambage selon Euler est

$$EJ y'' + P_k y = 0. \quad (1)$$

Cette équation différentielle n'a de solution satisfaisant aussi aux conditions au contour que si la force P_k prend une certaine valeur propre, la charge critique P_E d'Euler.

L'équation différentielle non-homogène de deuxième ordre pouvant être écrite pour la barre initialement courbe est

$$EJ y'' + P_k (y_0 + y) = 0. \quad (2)$$

Puisque la courbure initiale est semblable à la forme du flambage, avec la substitution $y = \eta y_0$ on aboutit à une équation différentielle homogène

$$EJ y_0'' + P_k \frac{1 + \eta}{\eta} y_0 = 0 \quad (3)$$

semblable à (1) qui a une solution satisfaisant aussi aux conditions au contour, d'après ce qui a été dit, si

$$P_k \frac{1 + \eta}{\eta} = P_E$$

d'où

$$\eta = \frac{1}{\frac{P_E}{P_k} - 1} = \frac{1}{n - 1} \quad (4)$$

Ici c'est n (pour le moment quantité inconnue) qui représente la sécurité à la charge de rupture d'Euler, soit

$$n = \frac{P_E}{P_k} = \frac{\sigma_E}{\sigma_{KH}} \quad (5)$$

et par là $y = \eta y_0 = \frac{1}{n - 1} y_0$, soit la courbure initiale pour une force $P_k = \frac{P_E}{n}$ augmente de $\frac{1}{n - 1}$ fois.

Dans la suite exprimons avec cette quantité n , pour le moment inconnue, les tensions se présentant dans la fibre extrême de la barre. Si la barre avait initialement un axe droit, il se produirait dans la fibre extrême — pendant le temps que la déformation atteint la valeur correspondant à la courbure initiale — une tension σ_0 . La déformation ultérieure, de grandeur y , provenant de compression P_k engendre une tension proportionnelle $\sigma = \sigma_0 \frac{1}{n - 1}$. Vu qu'à l'état initial la barre est courbe, mais libre de tensions, cette dernière ne se présente qu'en conséquence de l'accroissement du flambage. On doit y ajouter ensuite la tension provenant directement de l'effort de compression — dont la valeur permise du point de vue du flambage de la barre est désignée par σ_{KH} — et nous posons la condition que la somme de ces tensions au cas extrême soit égale à la tension limite, c'est à dire

$$\sigma_{KH} + \sigma_0 \frac{1}{n - 1} = \sigma_H \quad (6)$$

d'où on obtient la relation

$$n - 1 = \frac{\sigma_0}{\sigma_H - \sigma_{KH}} = \frac{\sigma_E}{\sigma_{KH}} - 1 \quad (7)$$

à l'aide de laquelle on peut déterminer la relation existant entre la tension limite σ_{KH} et l'élanement λ :

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2 E}{\sigma_{KH}} \frac{\sigma_H - \sigma_{KH}}{\sigma_0 + \sigma_H - \sigma_{KH}} \quad (8)$$

Cette équation indique pour $\sigma_{KH} = \frac{P_k}{F}$ donné l'élanement λ avec lequel la barre se recourbe de façon que dans sa fibre extrême il se produise précisément σ_H .

La valeur de σ_0 peut être déterminée à partir des cas extrêmes survenant au flambage. En effet si $\sigma_{KH} \rightarrow \sigma_H$ alors $\lambda^2 \rightarrow 0$, si par contre $\lambda \rightarrow \infty$, alors $\sigma_{KH} \rightarrow 0$ et en effectuant la transition de limite on obtient la relation

$$\lim_{\sigma_{KH} \rightarrow 0} n = n_0 = \frac{\sigma_0 + \sigma_H}{\sigma_H}$$

Compte tenu de ce que nos règlements prescrivent une sécurité de $n_1 = 2,6$ au changement de stabilité et $n_2 = 1,7$ à l'écoulement, de sorte que $\frac{n_1}{n_2} = \frac{2,6}{1,7} = 1,53 \sim 1,5$ on aura donc

$$\lim \frac{P_E}{P_k} = n_0 = 1,5.$$

d'où

$$\sigma_0 = 0,5 \sigma_H \quad (9)$$

La quantité n_0 peut être interprétée aussi du point de vue des déformations, l'écart maximum de la forme flambée de la droite étant $1 + \eta = \frac{n}{n-1}$ fois la valeur initiale de l'écart. En cas de λ croissants, après la substitution $\lim n = n_0 = 1,5$ la valeur en est 3, c'est à dire qu'en cas de barres comprimées on limite les déformations de manière que celles-ci ne dépassent pas la valeur de la courbure initiale multipliée par trois.

De la relation (8) on peut calculer pour un σ_{KH} donné l'élanement λ y correspondant. Dans la pratique on utilise la relation naturellement de façon inverse : l'équation (8) est représentée dans un tableau ou un graphique et on cherche la tension limite de flambage σ_{KH} correspondant à un élanement λ donné. Fig. 3. représente les courbes calculées avec les constantes des règlements de ponts hongrois, ainsi que l'hyperbole d'Euler.

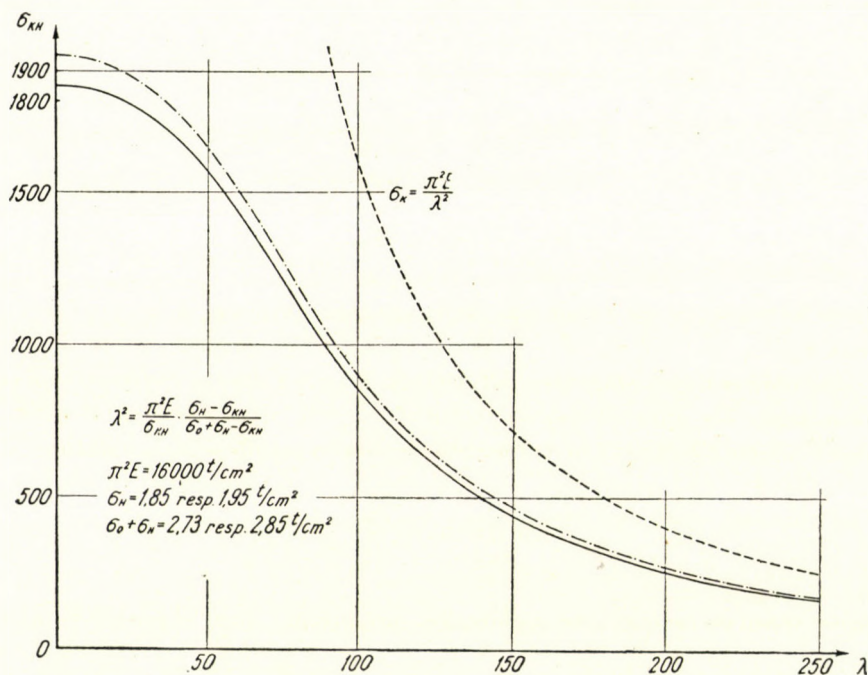


Fig. 3

On a donc brièvement exposé une méthode pour la solution du flambage excentrique, méthode que nous estimons apte à fournir — après une transformation correspondant au caractère du problème de deux dimensions — une solution également satisfaisante dans un autre domaine important des questions de la stabilité, celui du voilement des plaques minces.

III. Du voilement en général

1. Considérations fondamentales

Le voilement, phénomène de flambage des plaques sollicitées dans leur plan, est également un problème de stabilité. Les recherches plus anciennes portaient de l'hypothèse que la plaque était initialement parfaitement plane.

Sous l'effet des sollicitations extérieures, il se produit dans chaque point de la plaque mince appuyée de façon quelconque sur ses bords, un système de tensions $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, en général de point en point différent. Même si la plaque était initialement parfaitement plane, il existe un système de tensions $n\sigma_x, n\sigma_y, n\tau_{xy}$, pour lequel la stabilité de la plaque cesse et la plaque se voile. Ce système de tensions — de manière semblable à la solution du flambage selon Euler — peut être obtenu à l'aide du calcul de la valeur propre par des méthodes que nous appellerons par la suite «méthodes classiques». Évidemment de même que pour la solution du flambage on avait utilisé le résultat fourni par la méthode classique, la tension critique d'Euler, on fera usage des solutions des théories classiques aussi dans le problème du voilement.

L'hypothèse des théories classiques selon laquelle la plaque est initialement parfaitement plane est en pratique aussi peu réalisable, que la barre à axe parfaitement droit, supposée par Euler en cas de flambage. Il se présente tout naturellement la solution de supposer, que la barre déjà à l'origine possède une certaine courbure. Ceci soulève immédiatement deux questions :

1. quelle est la forme du voilement initial et
2. quelle en est la grandeur.

La première question est rapidement résolue. Pour des raisons déjà exposées à propos du flambage nous posons la condition, que le voilement initial soit semblable à la forme définitive. Cette condition signifie cependant que la forme initiale voilée ne dépend pas seulement des dimensions géométriques de la plaque, mais également de ses sollicitations (compression dans une ou plusieurs directions, cisaillement, flexion etc.).

La grandeur du voilement initial est caractérisée par la tension maximum fictive naissant à la surface de la plaque, si une plaque parfaitement plane et libre de tensions était courbée à la forme voilée initiale. Notons cependant qu'en cas d'une plaque on a affaire à un état de tension plane, par conséquent la tension fictive σ_0 ainsi définie doit être une tension réduite. Il est opportun de réduire l'état de tension suivant la théorie de déformation généralement utilisée de Huber—Mises—Hencky. (On pourrait aussi utiliser une autre tension réduite, mais cela ne modifie nullement nos considérations générales.) La tension réduite — élevée au carré à cause de la racine difficile à manier — est donc

$$\sigma_{red}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2. \quad (10)$$

Naturellement on doit travailler avec une tension réduite, aussi en comparant les tensions engendrées à la surface de la plaque avec la tension limite. Ici on doit faire la somme des tensions provenant des déformations de voilement et les tensions dues à la charge et comparer l'état de tension ainsi obtenue après réduction avec la tension limite.

2. Tensions provenant du voilement initial

Selon nos hypothèses la forme initiale de la plaque est semblable à la surface de voilement définitive et cette forme initiale peut être exprimée mathématiquement par une fonction à deux variables $w_0(x, y)$. Selon la théorie des plaques, il existe entre les tensions et les déplacements la relation suivante :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{Ez}{1 - \mu^2} (w_{xx} + \mu w_{yy}) \\ \sigma_y &= \frac{Ez}{1 - \mu^2} (w_{yy} + \mu w_{xx}) \\ \tau_{xy} &= \frac{Ez}{1 - \mu^2} (1 - \mu) w_{xy} .\end{aligned}\tag{11}$$

On obtient la plus grande tension provenant du voilement initial en posant dans la formule précédente $w = w_0$ et $z = \frac{h}{2}$. La tension réduite tirée des composantes de tension ainsi obtenues (également élevée au carré à cause de la racine) sera

$$\sigma_0^2 = \left(\frac{E \frac{h}{2}}{1 - \mu^2} \right)^2 \left[(\Delta w_0)^2 (1 + \mu^2 - \mu) - 3(1 - \mu)^2 (w_{0xx} w_{0yy} - w_{0xy}^2) \right]_{\max} .$$

En cas de voilement il nous faut chercher chaque fois séparément le lieu où cette tension réduite atteint sa valeur maximum, car vu le caractère plan du problème ce lieu à priori n'est pas connu (au flambage dans une barre articulée à ses deux extrémités : au milieu).

3. Voilement en cas d'une courbure initiale

La relation entre le déplacement w des points de la plaque et les composantes de tension au moment du voilement d'une plaque initialement plane est exprimée par l'équation aux dérivées partielles de quatrième ordre :

$$D \Delta \Delta w + \sigma_x w_{xx} + \sigma_y w_{yy} + 2\tau_{xy} w_{xy} = 0 .\tag{13}$$

La solution triviale de cette équation différentielle est $w(x, y) = 0$, soit la plaque reste plane. A part cela il n'y a qu'un certain système de tensions σ_x ,

σ_y, τ_{xy} qui satisfasse à cette équation différentielle, donc par ex. on peut poser arbitrairement la *proportion* de σ_x, σ_y et τ_{yx} , mais leur grandeur ne peut être déterminée qu'après avoir calculé la valeur propre de l'équation différentielle. Comme σ_x, σ_y et τ peuvent être considérés les coordonnées d'un tenseur de contrainte \mathbf{P} , on peut également exprimer tout ceci en disant que le voilement de la plaque a lieu pour certaines valeurs du tenseur de contrainte \mathbf{P} .

Compte tenu du voilement initial, l'équation différentielle linéaire, non-homogène de quatrième ordre du voilement est

$$D\Delta\Delta w + \sigma_x (w + w_0)_{xx} + \sigma_y (w + w_0)_{yy} + 2\tau (w + w_0)_{xy} = 0. \quad (14)$$

Puisqu'on avait posé la condition que la forme initiale soit semblable à la forme finale dûe au voilement, c'est à dire $w = \eta w_0$ l'équation (14) peut être écrite aussi dans la forme

$$D\Delta\Delta w_0 + \frac{1+\eta}{\eta} (\sigma_x w_{0xx} + \sigma_y w_{0yy} + 2\tau w_{0xy}) = 0. \quad (15)$$

Par là on aboutit de nouveau à une équation différentielle homogène, pareille à l'équation (13). Celle-ci n'a de solution que si le tenseur de contrainte $\frac{1+\eta}{\eta} \mathbf{P}$ prend la valeur de \mathbf{P}_E , où \mathbf{P}_E représente le tenseur formé des composantes σ_x, σ_y et τ qui est la valeur propre de l'équation différentielle relative au voilement de la plaque initialement plane; soit

$$\frac{1+\eta}{\eta} \mathbf{P} = \mathbf{P}_E.$$

D'ici — en désignant par n la sécurité vis à vis du tenseur de contrainte voilant la plaque initialement plane (exactement comme au flambage de la barre) et considérant n pour le moment une quantité inconnue — on aura

$$\eta = \frac{1}{n-1}, \quad \text{si} \quad n = \frac{\mathbf{P}_E}{\mathbf{P}}.$$

Exprimons avec la quantité n pour le moment inconnue les tensions engendrées au cours du voilement à la surface de la plaque. Si à la surface de la plaque il se présente de w_0 correspondant au voilement initial la tension fictive réduite σ_0 , la tension réduite dûe au voilement w sera η fois σ_0 , soit

$$\eta \sigma_0 = \frac{1}{n-1} \sigma_0.$$

Cette constatation reste bien entendu valable pour les composantes de tension. Ces tensions dues au voilement doivent être additionnées avec les composantes de tension calculées de sollicitations de la plaque. De la somme ainsi obtenue on doit former une tension réduite et poser la condition que cette tension réduite soit égale au cas extrême avec la tension limite. Ainsi

$$\begin{aligned} \sigma_H^2 = & \left[\sigma_x + \frac{1}{n-1} \frac{E \frac{h}{2}}{1-\mu^2} (w_{0xx} + \mu w_{0yy}) \right]^2 + \left[\sigma_y + \frac{1}{n-1} \frac{E \frac{h}{2}}{1-\mu^2} (w_{0yy} + \right. \\ & \left. + \mu w_{0xx}) \right]^2 - \left[\sigma_x + \frac{1}{n-1} \frac{E \frac{h}{2}}{1-\mu^2} (w_{0xx} + \mu w_{0yy}) \right] \cdot \left[\sigma_y + \right. \\ & \left. + \frac{1}{n-1} \frac{E \frac{h}{2}}{1-\mu^2} (w_{0yy} + \mu w_{0xx}) \right] + 3 \left[\tau + \frac{1}{n-1} \frac{E \frac{h}{2}}{1-\mu^2} (1-\mu) w_{0xy} \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

D'ici au prix de quelques transformations on obtient l'équation exprimant la comparaison avec la tension limite

$$\sigma_H^2 = \sigma_{red}^2 + \left(\frac{1}{n-1} \right)^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{n-1} \sigma_0 \sigma_{r.d} 2\varphi. \quad (17)$$

Dans cette équation 2φ est une quantité** sans dimensions, dont la valeur dépend de la forme, de la plaque et de la manière de la charge

$$2\varphi = \frac{\sigma_x [w_{0xx}(2-\mu) + w_{0yy}(2\mu-1)] + \sigma_y [w_{0yy}(2-\mu) + w_{0xx}(2\mu-1)] + 6\tau (1-\mu) w_{0xy}}{\sqrt{(\Delta w_0)^2 (1 + \mu^2 - \mu) - 3(1-\mu)^2 (w_{0xx} w_{0yy} - w_{0xy}^2)}} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2} \quad (18)$$

Quand il s'agit de résoudre des problèmes concrets, il faut évidemment calculer la valeur de φ ; ces calculs ont été effectués par les auteurs et les résultats — en fonction de la forme de la plaque — seront exposés au cours de l'analyse des différents cas de charge.

En arrangeant l'équation 17. on obtient pour $(n-1)$ une équation de deuxième degré, dont la solution est

$$\boxed{n-1 = \frac{\sigma_0}{\sigma_H^2 - \sigma_{red}^2} [\sigma_{red} \varphi + \sqrt{\sigma_H^2 - \sigma_{red}^2 (1 - \varphi^2)}]}. \quad (19)$$

* En fait φ est fonction des variables x et y . Dans nos calculs on n'a besoin que de la valeur de φ à l'endroit de l'accumulation des tensions maximum, de sorte qu'il peut être considéré constant.

C'est de cette formule qu'on peut déterminer la sécurité nécessaire au voilement d'une plaque initialement plane. La contrainte de voilement d'une plaque plane σ_{kr} peut être établie en se basant sur la théorie classique du voilement (Timoshenko, Bleich etc.). σ_0 est une constante dépendant du voilement, σ_H une autre dépendant du matériau. Si l'ensemble des tensions sollicitant la plaque se dirige vers zéro, $\sigma_{red} \rightarrow 0$. Dans l'esprit des règlements de ponts on pose ici aussi

$$\lim_{\sigma_{red} \rightarrow 0} n = \lim_{\sigma_{red} \rightarrow 0} \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{red}} = n_0$$

c'est à dire que la sécurité de la stabilité à l'écoulement soit $n \rightarrow n_0$. De l'équation (19) on a donc

$$n_0 - 1 = \frac{\sigma_0}{\sigma_H^2} \sqrt{\sigma_H^2}$$

soit

$$\sigma_0 = (n_0 - 1) \sigma_H. \quad (20)$$

On reviendra plus loin sur la détermination de la valeur numérique de n_0 . Pour des barres comprimées on a $\sigma_{KH} \rightarrow \sigma_H$, si $\lambda \rightarrow 0$. L'analogie en cas de plaques est $\sigma_{red} \rightarrow \sigma_H$. Dans tous les deux cas il est nécessaire que $n \rightarrow \infty$ (s'il s'agit d'une plaque, ce n'est pas le voilement, mais le cisaillement de l'âme qui est déterminant); l'équation (19) satisfait visiblement aussi à cette condition. L'avantage de notre procédé est que précisément à cause de cela on n'est pas obligé d'examiner séparément la condition d'écoulement.

Au flambage de la barre on avait établi une seule relation entre l'élanement λ et la tension limite de flambage $\sigma_{KH} = \frac{P_K}{P}$, en travaillant avec une barre articulée à ses deux extrémités (les règlements de ponts n'indiquent également que les points d'une seule courbe). Lorsque les conditions d'appui de la barre étaient différentes, on utilisait les mêmes courbes, tout en réduisant l'élanement. Pour déterminer ce dernier on comptait en ce cas non avec la longueur réelle de la barre, mais avec sa valeur multipliée par un facteur dépendant de la manière de l'appui.

C'est la même méthode unitaire que nous désirons suivre pour le voilement, où cependant au lieu d'une seule courbe, on aura, conformément aux différentes valeurs de φ un faisceau de courbes, nommées courbes $(\sigma_{red}, \lambda_0)$. Leur forme est semblable à celle des courbes de flambage (σ_{KH}, λ) de la fig. 3.

λ est, suivant les théories classiques du voilement le quotient $\frac{b}{h}$ où h est l'épaisseur, b la hauteur de la plaque. Ce λ qu'on peut aussi nommer l'élanement de la plaque sera ensuite réduit selon les différents cas de charge de divers

facteurs k , fonctions du rapport des côtés de la plaque $\left(\alpha = \frac{a}{b}\right)$ et c'est ainsi qu'on obtient λ_0 .

Les formules de la théorie classique du voilement peuvent être amenées à la forme suivante :

$$\sigma_{kr} = \frac{1}{k^2} \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (21)$$

d'où

$$\lambda^2 = \frac{1}{k^2} \frac{\pi^2 E}{\sigma_{kr}}.$$

A la base de l'équation (19) on est à même de déterminer la valeur de n , donc par la substitution

$$\sigma_{kr} = n \sigma_{red}$$

on aura

$$k\lambda = \lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{n \sigma_{red}}}. \quad (22)$$

On détermine donc à la base de la relation (19) la grandeur de n qui pour une valeur fixe de φ correspond à chaque valeur de σ_{red} (n est la sécurité nécessaire à la tension voilant la plaque initialement plane). Ensuite on calcule, utilisant l'équation (22), les différents points de la courbe $(\sigma_{red}, \lambda_0)$ nécessaires à l'examen du voilement des plaques et dans la pratique l'ingénieur ne doit travailler qu'avec cette dernière courbe (fig. 6.).

4. Résumé

Dans un cas général il faut donc procéder de la manière suivante :

1. On détermine l'élancement $\lambda = \frac{b}{h}$ de la plaque.
2. On réduit cet élancement, c'est à dire on le multiplie par un nombre k ; la valeur de ce dernier peut être calculée simplement selon les diverses sollicitations de la plaque des différentes fonctions de la relation $\alpha = \frac{a}{b}$ caractérisant la longueur des côtés de la plaque, voire dans certains cas c'est un nombre constant.
3. On détermine la valeur de φ pour les dimensions données de la plaque, dans le cas de la charge en question. En analysant les différents cas de la sollicitation on indiquera la valeur de φ sous forme de tableaux où de courbes en fonction de $\alpha = \frac{a}{b}$ caractérisant les dimensions de la plaque.

4. Sur la courbe appartenant au φ obtenu (fig. 6.) on cherche σ_{red} correspondant à l'élanement réduit $\lambda_0 = k\lambda$. La tension réduite, pouvant être calculée des sollicitations effectives de la plaque, ne peut pas être plus grande que celui-ci.

5. Remarques

5.1. En général à tous les points de la plaque correspondent deux tenseurs de contrainte: le tenseur des contraintes de charge et le tenseur des contraintes provenant du voilement (flexion). Au cours du calcul il faut faire d'abord la somme de ces deux tenseurs de contrainte, ensuite réduire leur somme.

Désignons par \mathbf{P} le tenseur des contraintes de charge, par \mathbf{W}_0 celui des contraintes virtuelles provenant du voilement initial. Selon notre condition

$$\left(\mathbf{P} + \frac{1}{n-1} \mathbf{W}_0\right)_{red} = \sigma_H,$$

ce qui, écrit en composantes est identique à l'équation (16). Cependant la réduction n'étant pas une opération linéaire, en général

$$\mathbf{P}_{red} + \frac{1}{n-1} \mathbf{W}_{0,red} \neq \left(\mathbf{P} + \frac{1}{n-1} \mathbf{W}_0\right)_{red}.$$

Par contre on peut prouver que

$$\mathbf{P}_{red} + \frac{1}{n-1} \mathbf{W}_{0,red} \geq \left(\mathbf{P} + \frac{1}{n-1} \mathbf{W}_0\right)_{red}.$$

Le facteur φ figurant dans l'équation (17) exprime précisément cette inégalité qui ne se transforme en égalité que si les tenseurs de contrainte \mathbf{P} et \mathbf{W}_0 sont conformes. En ce cas $\varphi = 1$ et l'équation (17) est identique à l'équation 6. figurant au flambage.

Cette constatation peut être utile en cas de plaques à bords libres. En effet le voilement et les contraintes provenant du voilement des plaques de forme courante atteignent leur maximum au bord libre. Ici cependant la direction des contraintes ne peut être que parallèle au bord de la plaque, c'est à dire il'y règne un état de tension uniaxial et les tenseurs de contrainte sont conformes. C'est pourquoi en cas de plaques à bords libres la valeur de φ est toujours 1.

Dans les calculs il faut toujours travailler avec la valeur absolue de φ . Si cette valeur est négative, cela veut dire que les tensions ont été additionnées à la surface de la plaque où elles sont des sens contraire. De l'autre côté par contre les tensions s'additionnent et φ change aussi de signe.

5.2. Puisqu'on peut prouver ainsi que $0 \leq \varphi \leq 1,0$, il est permis de supposer que φ est le sinus d'un angle ψ . Cette supposition par contre nous donne la possibilité de représenter graphiquement au moins la partie se trouvant entre parenthèses de l'équation (19) (fig. 4.).

5.3. On avait considéré comme la grandeur du voilement initial le maximum de la tension fictive réduite σ_0 , engendrée à la surface de la plaque. Il faudrait cependant déterminer selon le cas l'endroit du maximum de cette tension fictive, étant donné que celui-ci ne coïncide pas toujours avec l'endroit du maximum des tensions réduites provenant du système de charge, ni avec celui du maximum des tensions réduites calculées de la résultante des deux systèmes-

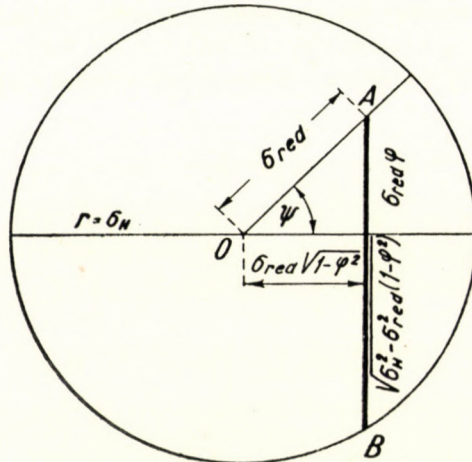


Fig. 4

de tensions. En écrivant notre formule finale nous avons superposé les tensions à l'endroit de σ_0 . On peut prouver que pour une compression unidirectionnelle et un cisaillement pur la tension réduite atteint sa valeur maximum effectivement à l'endroit de σ_0 , en cas de flexion et de sollicitations composées on devra cependant recourir à des considérations spéciales.

5.4. Selon la théorie classique du flambage, une barre comprimée est détériorée immédiatement au moment où la charge critique se présente, elle flambe et s'écarte définitivement de la direction de la charge. Par contre la capacité de charge d'une plaque ne cesse pas au cours du voilement, simplement ses efforts se regroupent. Quelle en est la cause?

a. Selon la théorie des plaques utilisées pour la théorie du voilement le feuillet moyen est toujours libre de tensions. Cependant ce n'est qu'une approximation, car le feuillet moyen n'est libre de tensions que si-même après déformation — il peut être développé en plan, c'est à dire sa courbure de Gauss est égale à zéro. Dans tous les autres cas il s'y présente des tensions normales et des déformations correspondantes.

b. Le feuillet moyen de la plaque voilée possède une aire plus grande que sa projection, soit son aire initiale. Ceci n'est possible que si les bords de la plaque peuvent se déplacer au-dessus du point d'appui. En pratique les plaques se joignent à des brides plus ou moins rigides, des raidisseurs, de sorte que ce déplacement ne peut pas avoir lieu librement. Il s'ensuit que des contraintes de traction apparaissent dans le feuillet moyen.

Aux tensions mentionnées sous a. et b. la littérature internationale a donné le nom de tension de membrane. Elles agissent en contresens des contraintes

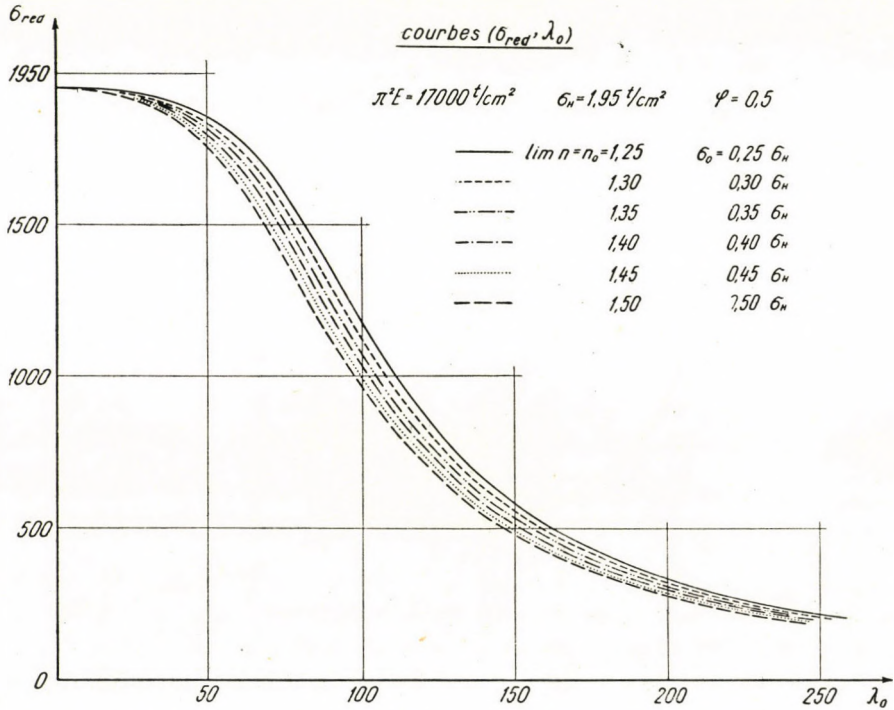


Fig. 5

de voilement et réduisent ce dernier. Leur effet est d'autant plus grand que la plaque est plus élancée.

La prise en considération effective de l'effet de membrane se heurte à de grandes difficultés mathématiques, vu qu'elle nécessite la solution simultanée de deux équations aux dérivées partielles de quatrième ordre, satisfaisant également aux conditions au contour. C'est pourquoi généralement la théorie classique du voilement ne tient pas compte numériquement des tensions de membrane.

5.5. Le phénomène du voilement n'annule pas la capacité de charge de la poutre de sorte que la charge critique des plaques est plus grande que la charge critique voilant la plaque. Le développement du voilement est aussi

entravé par l'effet de membrane. C'est pourquoi en fait on ne connaît pas la charge critique et la notion de la sécurité s'efface aussi. On peut cependant constater que la sécurité nécessaire au voilement est inférieure, la déformation permise par contre supérieure à celle du flambage.

Si on veut donc déterminer la grandeur de l'excentricité initiale donnée selon la formule (20) par la quantité n_0 avec σ_H , il devient nécessaire de limiter les déformations. On a vu à propos du flambage que n_0 peut être interprété

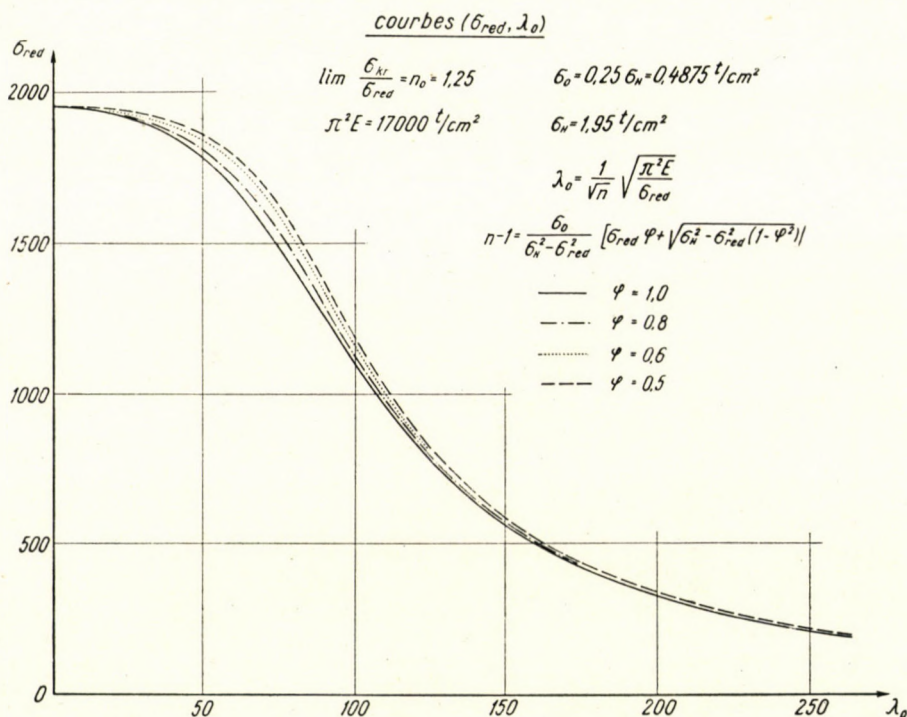


Fig. 6

aussi du point de vue des déformations. Ainsi en suivant le même ordre d'idées que pour le flambage on fixe le maximum des déformations de la plaque possédant un voilement initial dans une valeur comprenant cinq fois le voilement initial, ce qui est équivalent à

$$n_0 = 1,25 \text{ voire } \sigma_0 = 0,25 \sigma_H. \quad (23)$$

Les courbes de fig. 5. illustrent comment en cas de $\varphi = 0,5$ la variation de la valeur de n_0 modifie le tracé des courbes. Il est à voir que l'effet de n_0 se manifeste avant tout en cas de grands λ .

C'est dans fig. 6. que nous avons représenté les courbes (σ_{red}, λ_0) nécessaires à l'examen du voilement. Elles montrent que la variation de la valeur de φ n'a qu'une influence relativement faible sur la forme des courbes.

5.6. Dans la théorie exposée on a travaillé avec un matériau idéalement plastique, ne tenant compte que des déformations élastiques de celui-ci. On avait en effet posé la condition que nulle part dans la plaque il ne peut se produire de tension supérieure à la limite d'écoulement. On avait négligé par conséquent le domaine du voilement plastique — sujet de beaucoup de discussions — difficile à manier mathématiquement et presque incontrôlable par des essais, et on a pu donner une solution générale théorique au voilement d'une plaque de dimensions et de sollicitation quelconques.

6. Comparaison de la théorie et des résultats d'essai

Nous n'avions pas la possibilité de procéder à des essais censés d'étayer notre théorie. Il ne nous reste qu'à nous référer aux essais effectués à l'étranger, figurant dans la littérature énumérée à la fin de notre étude et dont les résultats semblent justifier notre analyse théorique. Notamment :

1. Les comptes rendus et évaluations de tous les essais mentionnent que le caractère initialement non plan des plaques fausse en quelque sorte les résultats de la théorie classique du voilement. Dans notre théorie, la courbure initiale des plaques figure non comme une circonstance gênante, mais comme une condition de départ.

2. Selon le témoignage des essais, quel que soit le voilement initial de la plaque, en cas d'une charge suffisamment grande, la forme de la plaque voilée correspond bien avec la forme calculée à la base de la théorie classique du voilement. On a donc le droit de supposer que la forme voilée initiale est conforme à la forme définitive.

3. Selon des essais suédois, la déformation maximum des plaques dans leur phase précédant la destruction — soit entre les limites de la proportionnalité — était 4 à 6 fois plus grande que le voilement initial. Ceci motive notre constatation qu'en posant $n_0 = 1,25$ on limite le maximum de la déformation de la plaque à une valeur comprenant cinq fois le voilement initial.

4. Tous les auteurs sont d'accord pour dire que le phénomène du voilement — contrairement au flambage — n'est pas momentané. Le voilement n'annule pas immédiatement la capacité de charge de la poutre, il transforme simplement le jeu des efforts. La destruction a lieu en conséquence du flambage, voire l'écoulement des autres parties de la poutre (bride, rivetage de bride etc.). Les différentes phases du phénomène de voilement ne peuvent pas être nettement séparées, la poutre passe d'une manière continue de l'une dans l'autre.

Les auteurs sont d'avis qu'une sécurité moindre est permise au voilement que celle exigée au flambage. En ce qui concerne la valeur numérique de la sécurité ils ne font que des propositions réservées, tout en insistant sur le fait

que le danger du voilement est plus près du danger des simples sollicitations statiques (flexion, cisaillement) que de celui du changement de stabilité.

Vu que notre théorie n'a pas pu être soutenue par des essais spéciaux, la valeur des constantes figurant dans les formules ne doit pas être considérée comme définitive, n'étant que les résultats de considérations théoriques des auteurs et des propositions basées sur des essais étrangers. Ce sont les spécialistes de la pratique qui sont appelés à déterminer les valeurs définitives de ces quantités.

IV. Analyse de quelques cas de charge

1. Compression unidirectionnelle

En cas d'une compression unidirectionnelle (fig. 7.) $\sigma_x \equiv \sigma_{red}$; $\sigma_y = \tau = 0$.

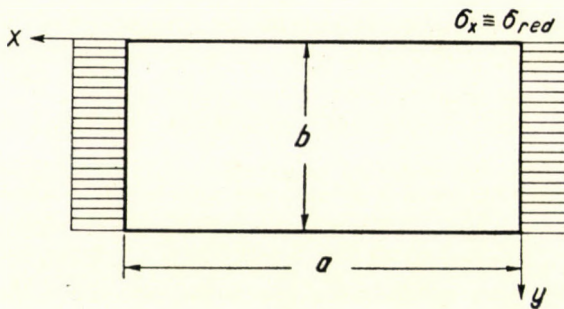


Fig. 7

a) Plaque librement appuyée sur ses quatre bords

Pour résoudre le problème il faut connaître la relation existant entre le rapport $\alpha = \frac{a}{b}$ caractérisant les dimensions de la plaque et la quantité φ . Il suffit si, pareillement à la théorie classique du voilement — avec une négligence à l'avantage de la sécurité — on ne s'occupe que du domaine $0 < \alpha = \frac{a}{b} < 1$. Ici le voilement initial conforme à la forme voilée est

$$w_0 = \sin \frac{\pi}{a} x \cdot \sin \frac{\pi}{b} y. \quad (24)$$

Il est simple à démontrer que le plus grand voilement et en même temps la plus grande accumulation des tensions dans une plaque appuyée à ses quatre bords a lieu au centre de la plaque. On aura donc un maximum à l'endroit de $x = \frac{a}{2}$ et $y = \frac{b}{2}$. Ici la valeur des dérivées partielles de deuxième ordre est

$$w_{0xx} = -\frac{\pi^2}{a^2}, \quad w_{0yy} = -\frac{\pi^2}{b^2} \quad \text{et} \quad w_{0xy} = 0.$$

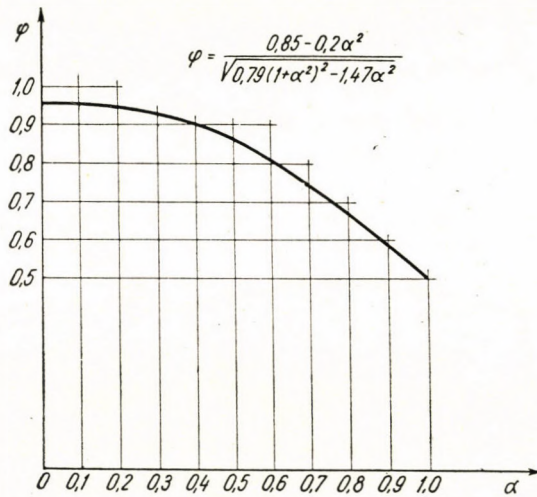


Fig. 8

En substituant ces valeurs dans l'équation 18. et en tenant compte de ce que pour l'acier $\mu = 0,3$, on obtient pour φ l'expression suivante :

$$\varphi = \frac{0,85 - 0,2 a^2}{\sqrt{0,79 (1 + a^2)^2 - 1,47 a^2}}. \quad (25)$$

En résolvant l'expression pour les différentes valeurs de a on trouve les résultats représentés dans fig. 8.

Pour résoudre un problème concret, il faut connaître en outre le facteur k nécessaire à la réduction de l'élanement, en fonction des dimensions de la plaque.

Selon la théorie classique du voilement la contrainte voilant la plaque initialement plane est, en cas d'une compression unidirectionnelle

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 D}{b^2} \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2. \quad (26)$$

Après la substitution convenable

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{b}{h}\right)^2} \frac{\left(\frac{1}{a} + a\right)^2}{12(1-\mu^2)} = \frac{\pi^2 E}{(k\lambda)^2}$$

d'où

$$k = \frac{\sqrt{12(1-\mu^2)}}{\frac{1}{a} + a} = \frac{3,304}{\frac{1}{a} + a} \quad (27)$$

La formule n'est valable que si $0 < a = \frac{a}{b} < 1$; si $a > 1$, $k = 1,652$ et $\varphi = 0,5$.

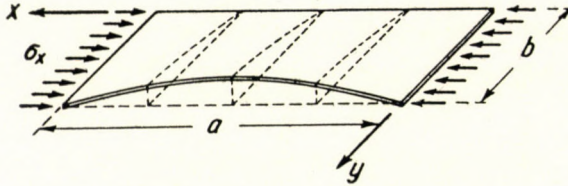


Fig. 9

b) *Plaque ayant un bord libre d'un côté*

Ceci se produit souvent en cas de petites poutres à treillis. Dans fig. 9- on voit la forme voilée d'une telle plaque. On peut s'en rendre compte directement, mais on peut aussi le prouver sur la voie mathématique que pour les plaques de forme courante le voilement maximum et la plus grande accumulation des tensions ont lieu au point $x = \frac{a}{2}$, $y = b$.

Selon point 1. des «Remarques» dans la partie générale, $\varphi = 1,0$, en cas de plaques à bord libre indépendant des conditions d'encastrement le long des trois autres côtés de la plaque. Ces derniers n'ont d'influence que sur la valeur du facteur k nécessaire à la réduction de l'élançement. La détermination du facteur k n'est par contre pas aussi facile c'était le cas pour la plaque appuyée librement sur ses quatre bords, où on avait pu le produire en termes finis. Ici le facteur k correspondant aux différentes conditions au contour possibles peut être obtenu d'équations transcendentes. Les calculs onéreux peuvent cependant être évités en tenant compte de ce qu'entre le facteur k nécessaire à la réduction de l'élançement et la quantité figurant dans la théorie classique

du voilement (p. ex. chez Timoshenko) que nous avons désigné par k_T il existe la simple relation suivante :

$$k = \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_T}} = \frac{3,304}{\sqrt{k_T}}. \quad (28)$$

Si la plaque est appuyée librement le long de trois côtés et le côté $y = b$ est libre, on aura

$\alpha = \frac{a}{b}$	0,5	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	∞
k	1,58	2,75	3,10	3,39	3,72	3,80	3,96	4,23	4,40	4,60	4,64	4,89

Si ce sont les côtés $x = 0$ et $x = a$ qui sont appuyés librement, le côté $y = 0$ encasté et le côté $y = b$ est libre :

$\alpha = \frac{a}{b}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
k	2,54	2,64	2,73	2,78	2,83	2,85	2,86
$\alpha = \frac{a}{b}$	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4	∞
k	2,86	2,85	2,83	2,82	2,74	2,72	2,87

c) Exemple de l'application

Un examen du voilement a lieu en général sur les barres comprimées des poutres à treillis, en cas d'une compression unidirectionnelle. On exige que la capacité de charge des barres comprimées s'annule en conséquence du flambage et non à cause de la destruction de certains de ces éléments, due par ex. au voilement. C'est pourquoi les nouveaux règlements de ponts hongrois prescrivent par ex. que «l'épaisseur de l'âme raidie seulement à un de ses bords doit comporter au moins $\frac{1}{15}^e$ de la hauteur libre . . .». On voit immédiatement que la prescription ne tient pas compte de l'élançement de la barre dont elle veut protéger l'âme contre le voilement. D'autre part il est évident que si la barre est élançée, de sorte que la contrainte de compression y apparaissant est aussi limitée, le danger du voilement est aussi moindre.

La courbe de fig. 10. indique le rapport b/h permis d'une plaque infiniment longue, encastrée d'un côté et libre de l'autre, en fonction de l'élanement, en supposant que la barre est entièrement utilisée du point de vue du flambage. La courbe n'atteint la valeur $b/h = 15$ prescrite dans le règlement que pour $\lambda = 54$. En cas de barres pour lesquelles on applique dans la pratique une plaque à bord libre, l'élanement dépasse la valeur mentionnée, de sorte que la prescription des règlements peut être considérée convenable.

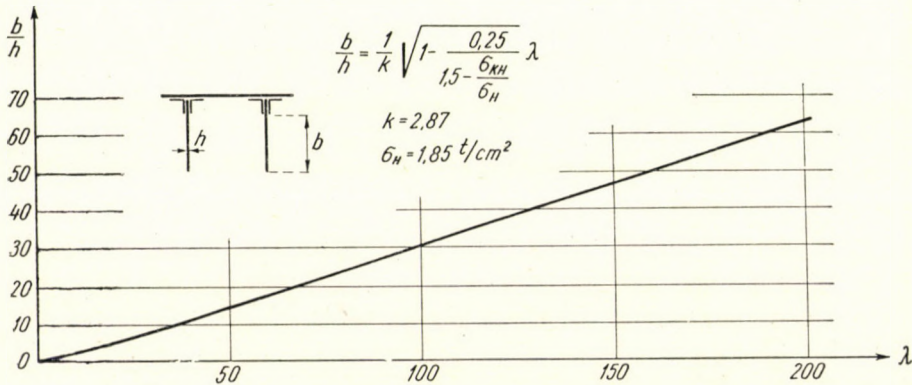


Fig. 10

2. Cisaillement pur

Un cas très important pour la pratique. En effet la sollicitation de l'âme dans la proximité des appuis en cas de poutres à deux appuis et âme pleine est représentée par l'effort de cisaillement.

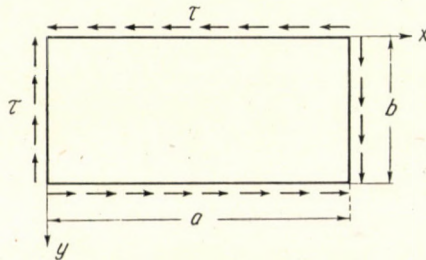


Fig. 11

Pour examiner le voilement on doit connaître le facteur φ . En cas d'un cisaillement pur (fig. 11) $\sigma_x = \sigma_y = 0$, de sorte que

$$\varphi = \frac{w_{0xy}}{\sqrt{(\Delta w_0)^2 \frac{1-\mu+\mu^2}{3(1-\mu)^2} - (w_{0xx} w_{0yy} - w_{0xy}^2)}} \quad (29)$$

Malheureusement dans le cisaillement pur on ne peut pas produire une expression aussi simple pour φ qu'en cas d'une compression unidirectionnelle. Nous nous bornerons donc à définir les valeurs caractéristiques de φ . Pour cela il est nécessaire de connaître la forme voilée de la plaque, car dans la formule (29) de φ on retrouve une forme semblable. La forme voilée d'une plaque à dimensions finies peut être approchée par une double série de Fourier

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y. \quad (30)$$

Pour une plaque carrée et un nombre varié de membres E. Seydel a déterminé les coefficients de la série de Fourier. Le maximum du voilement a lieu en ce cas aussi au centre géométrique de la plaque et en utilisant les calculs d'E. Seydel on constate que pour une plaque carrée φ en ce moment est égal à 0,5.

Pour une plaque infiniment longue la solution de l'équation différentielle relative au cisaillement pur

$$\Delta \Delta w + w_{xy} \frac{2\tau}{D} = 0. \quad (31)$$

a pu être fournie en termes finis par R. V. Southwell et S. W. Skan. En utilisant cette solution $\varphi = 0,4285$.

La différence entre les valeurs de φ correspondant à ces deux cas extrêmes — plaques carrée et plaque infiniment longue — est très petite. La valeur de φ correspondant à une plaque de dimensions finies est située entre ces deux valeurs extrêmes. On sait en outre que la diminution de la valeur de φ est accompagnée par l'augmentation de σ_{red} , par conséquent il est donc avantageux du point de vue de la sécurité de calculer toutes les fois avec $\varphi = 0,5$.

Le problème suivant est la détermination du facteur k nécessaire à la réduction de l'élanement. La valeur fournie par les théories classiques du voilement est $k_T = 5,35 + \frac{4}{a^2}$. Pareillement à la déduction indiquée pour la compression unidirectionnelle — compte tenu que selon notre théorie nous travaillons avec la tension réduite de Huber—Mises—Hencky, de sorte que $\tau = \frac{\sigma_{red}}{\sqrt{3}}$, on peut constater qu'en cas de cisaillement pur

$$k = \frac{1,26}{\sqrt{1,34 + \frac{1}{a^2}}}. \quad (32)$$

La variation du facteur k en fonction de $a = \frac{a}{b}$ est représentée dans fig. 12.

L'examen du voilement exposé est plus sévère que les prescriptions actuellement en vigueur, puisque conformément à la théorie de rupture de Huber—Mises—Hencky, il ne tolère pour $\lambda = 0$ que $0,58 \sigma_H$, contrairement à la prescription $\tau_H = 0,65 \sigma_H$ des règlements de ponts. Cependant cette différence peut être éliminée sans la transformation de l'essence de la solution générale, en choisissant par ex. une autre théorie de rupture.

D'autre part un avantage en est le fait qu'il assure une transition continue et tranquille entre le problème de stabilité et le problème de résistance, tout en représentant peut être une méthode de calcul plus réelle et approchant mieux de la réalité. Ceci pourrait avoir comme conséquence un allègement

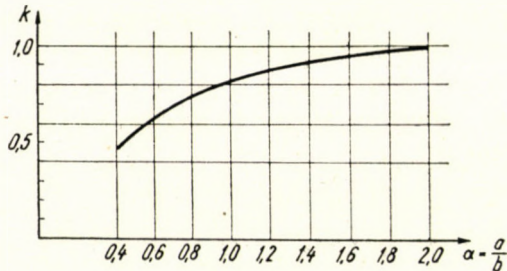


Fig. 12

de nos prescriptions actuelles trop sévères, pour les raidissements prescriptions basées sur la fausse conception de la «poutre à treillis». Les raidissements pourraient être calculés en ce cas avec une sévérité convenable, mais en évitant les exagérations, ce qui par rapport aux prescriptions actuelles entraînerait certainement une économie de matériaux.

Les cadres de notre étude ne nous permettent bien entendu pas de nous étendre sur l'analyse détaillée de cette question, de même que nous ne nous sommes pas occupés par ex. du problème de la compression excentrique, de la flexion et des sollicitations composées. Nous estimons cependant que les deux cas de charge exposés — la compression unidirectionnelle et le cisaillement pur — montrent bien que selon notre théorie générale il est possible de résoudre les problèmes relatifs au voilement et obtenir des résultats utilisables dans la pratique.

LITTERATURE

- Bergman, St.* : Behaviour of buckled rectangular plates under the action of shearing forces. Stockholm 1948.
- Bleich, F.* : Theorie und Berechnung der eisernen Brücken 13. §. Berlin, 1924.
- Collatz, L.* : Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen. Leipzig 1949.
- Föppl, Aug.* : Drang und Zwang. Berlin 1920.
- Hartmann, F.* : Knickung, Kippung, Beulung. Leipzig 1937.
- Hu P. C., Lundquist, E. E., Baidorf, S. B.* : Effect of small deviations from flatness on effective width and buckling of plates in compression. N. A. C. A., techn. note N° 1124. 1946.
- Kantorovitch L. V., Krilov, V. I.* : A felsőbb analízis közelítő módszerei. Budapest, 1953.

- Korányi, I.* : Étude du flambage des pièces comprimées. Acta Technica 5 (1952) 247/289.
- Massonnet, Ch.* : Réflexions concernant l'établissement de prescriptions rationnelles sur le flambage des barres en acier. — L'Ossature Métallique. 1950. No. 7—8.
- Recherches expérimentales sur la résistance au voilement de l'âme des poutres à âme pleine. — Bulletin du centre d'étude de recherches et d'essais scientifiques des constructions du génie civil et d'hydraulique fluviale. 1951. V.
- Roark, Raymond, I.* : Formulas for stress and strain. New York—London 1943.
- Rockey, K. C.* : Stability Problems associated with The Design of Plate Girder Webs. — Civil Engineering 1952—1953.
- Schleicher, F.* : Stabilität leicht gekrümmter Rechteckplatten. — Abh. Int. V. B. u. H. I. Band 1932.
- Stabilitätsprobleme vollwandiger Stahlwerke. Übersicht und Ausblick. — Der Bauingenieur 1934.
- Stabilität versteifter Rechteckplatten mit anfänglicher Ausbiegung. — Der Bauingenieur 1937.
- Einfluss der Stabilität der Stegbleche auf die Gestaltung vollwandiger Balkenbrücken. — II. Kongr. Int. V. für G. u. H. Vorbericht 1936.
- Unelastische Beulung versteifter Stegbleche. — Der Bauingenieur 1939.
- Seydel, E.* : Über das Ausbeulen von rechteckigen, isotropen oder orthogonal-anisotropen Platten bei Schubbeanspruchung. — Ing. Archiv. IV. Band 1933.
- Southwell R. V., Skan Sylvia W.* : Stability under shearing forces of a flat elastic strip. — Proceedings of the royal society series A. vol. 105. 1924.
- Timoshenko S.* : Theory of elastic stability. New York—London 1936.
- Über die Stabilität versteifter Platten. — Der Eisenbau 1921.
- Wästlund G., Bergman St.* : Buckling of Webs in Deep Steel I. Girders. — A Report of an Investigation made at the Institution of Structural Engineering and Bridge Building Royal Institute of Technology, Stockholm, 1947.

RÉSUMÉ

Les nouveaux règlements hongrois déterminent la charge de rupture des barres comprimées en posant une excentricité initiale. Ils supposent que la barre est déjà courbe, mais libre de tension à l'origine et exigent que sous l'effet de la compression et la flexion provenant de la courbure initiale il ne se produise pas de tension plus grande que la tension limite dans la fibre extrême.

La question du voilement peut être résolu sur la même base. On suppose que la plaque est déjà initialement courbe. La courbure initiale est conforme à la forme finale, sa grandeur peut être caractérisée par une tension fictive. On a posé la condition que la tension réduite pouvant être calculée de la déformation du voilement et la charge ne dépasse pas la tension limite.

Après avoir exposé la théorie générale les auteurs en présentent l'application dans le cas d'une compression unidirectionnelle et d'un cisaillement pur.

ВМЯТИЕ ТОНКИХ ПЛАСТИН В СЛУЧАЕ НАЧАЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

Э. ЧЕЛЛАР и Э. ЭЛИАШ

Резюме

Новые ТУ на мостовые конструкции определяют разрушающее усилие сжатых стержней с учетом начальной эксцентricности. Предполагается, что стержень является изогнутым с самого начала и без приложения усилий, т. е. свободным от напряжений, и ставится условием, чтобы под общим действием изгиба, образующегося от давления и начального изгиба, в крайнем волокне не образовалось напряжений, превышающих предельные напряжения.

Аналогичным образом возможно решить также вопрос вмятия. Предполагается, что пластина является изогнутой уже без приложения усилий. Начальное вмятие является аффинной с конечной формой, а величина вмятия характеризуется виртуальным на-

пряжением. Ставится условием, чтобы редуцированное напряжение от деформации вмятия и нагрузки не превышало бы предельного напряжения.

После рассмотрения общей теории практическое применение теории демонстрируется в случае одностороннего давления и чистого среза.

BUCKLING OF THIN PLATES IN CASE OF INITIAL CURVATURE

Ö. CSELLÁR and E. ÉLIÁS

SUMMARY

The new Hungarian Specifications fix the ultimate load of compressed bars by assuming an initial excentricity. The bar is supposed to have an initial curvature but unstressed, and it is required that under simultaneous effect of compression and of bending due to initial curvature, no greater stress than the limit stress should arise in the extreme fibre.

The problem of buckling can be solved in a similar manner. The plate is supposed to be curved from the beginning. Initial curvature is similar to the final shape; its magnitude can be expressed by a virtual stress. The reduced stress calculable from deformation due to buckling and from the loading is required not to exceed limit stress.

After demonstration of the general theory its practical applicability is shown in the case of longitudinal compression and pure shear.

DIE BEULUNG DÜNNER PLATTEN BEI ANFÄNGLICHER WÖLBUNG

Ö. CSELLÁR und E. ÉLIÁS

ZUSAMMENFASSUNG

Nach den neuen ungarischen Stahlbaubestimmungen wird die Bruchlast der gedrückten Stäbe bei Annahme einer anfänglichen Exzentrizität berechnet. Es wird vorausgesetzt, dass der Stab bereits am Anfang gekrümmt, doch ohne Spannungen ist, und die Forderung aufgestellt, dass die gemeinsame Wirkung des Druckes und der aus der anfänglichen Krümmung stammenden Biegung keine grösseren Spannungen in der Randfaser hervorrufe als die Grenzspannung.

Auf ähnliche Weise lässt sich auch die Frage der Plattenbeulung lösen. Es sei angenommen, dass die Platte bereits am Anfang gewölbt ist. Die anfängliche Wölbung ist der endgültigen, ausgebeulten Form affin, ihre Grösse kann durch eine virtuelle Spannung gekennzeichnet werden. Es wird nun hier gefordert, dass die reduzierte Spannung, die aus der Beulungsdeformation und aus der Belastung berechnet werden kann, die Grenzspannung nicht überschreite.

Nach Schilderung der allgemeinen Theorie wird ihre praktische Anwendbarkeit für die Fälle des einfachen Druckes und des reinen Schubes vorgeführt.

DIE EINSTELLUNG DURCHLAUFENDER BALKENBRÜCKEN AUF GRUND VON STÜTZPUNKTREAKTIONSMESSUNGEN

O. DÉNES

UNGARISCHES VERKEHRSMINISTERIUM, ABTEILUNG FÜR EISENBAHNBRÜCKEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 17. Februar 1954]

I. Einleitung

Gleichzeitig mit dem Erscheinen weitgespannter durchlaufender Konstruktionen zeigte sich die Notwendigkeit, jederzeit auch die im Verhältnis zueinander eingenommene relative plangemässe Höhenstellung der Stützen der durchlaufenden Träger zu sichern, da die senkrechten Stützenverschiebungen im Träger innere Kräfte hervorrufen. Doch gibt es abgesehen von dieser Anforderung geometrischen Charakters auch eine zweite und noch viel wichtigere Anforderung, dass nämlich diese Konstruktionen auch vom statischen Gesichtspunkt planmässig funktionieren. Die Erfüllung dieser beiden Bedingungen — wenn man eine ideale, planmässige Werkarbeit und auch eine planmässig durchgeführte Montage der Konstruktion voraussetzt — führt theoretisch gesondert und unabhängig voneinander an den einzelnen Stützen zu derselben Stützpunktstellung. Allerdings bedeutet die Erfüllung der geometrischen Bedingung praktisch nicht auch die Erfüllung der statischen Bedingung, da sich infolge der Werkarbeit und der Montage unvermeidlich Ungenauigkeiten ergeben. Angesichts dieser Tatsache wird deshalb die Konstruktion nach durchgeführter Montage auf ihre planmässige Höhe eingestellt (Erfüllung der geometrischen Bedingung) und in den letzteren Zeiten sogar danach die Erfüllung der statischen Bedingungen mit Hilfe von Messungen der Stützpunktreaktionen sorgfältig überprüft; falls diese nicht erfüllt sind wird die Konstruktion auf Grund der Messergebnisse auch zu Lasten der geometrischen Bedingung geregelt.

Die ersten Versuche zur Messung der wirklichen Stützpunktreaktionskräfte wurden im Jahre 1930 im Zusammenhang mit der Erstellung der kombinierten Strassen- und Eisenbahnbrücke über die Donau bei Dunaföldvár angestellt. Diese Brücke war die erste moderne, grosse durchlaufende Balkenbrücke in Ungarn. Die damaligen Verhältnisse, der Mangel an notwendiger Ausrüstung und verschiedene andere Gründe liessen es jedoch seinerzeit nicht zu, umfangreichere Messungen zur Klärung dieser Frage durchzuführen.

In den Jahren 1936 und 1937 folgten dann die ersten eigentlichen Reaktionsmessungen, die an der ehemaligen Brücke am Boráros-Platz in Budapest bereits nach einer gewissen systematischen Vorbereitung durchgeführt wurden und die nachher die Grundlage einer erfolgreichen Auswertung bildeten. Wegen zwingender Umstände blieb indessen auch damals die Veröffentlichung und die Aufarbeitung der Versuchsergebnisse aus. Im Laufe der Kriegereignisse wurde dann das Material über die Messergebnisse und über ihre Auswertung vernichtet. Der Gedanke dieses Versuches wurde seinerzeit von Ing. *A. Kováts*, dem Bauleiter der erwähnten zwei Brücken aufgeworfen und von ihm auch in Wirklichkeit umgesetzt, wobei er auch die Auswertung des Versuches gemeinsam mit Ing. *I. Palotás* durchführte. Nach den Kriegereignissen der Jahre 1944/45 begann man sich wieder mit diesen bahnbrechenden Messungen zu befassen, und es wurden an drei wiederhergestellten weitgespannten Eisenbahnbrücken mit durchlaufenden Hauptträgern solche Messungen durchgeführt. Jede einzelne Messung brachte neue Erfahrungen und lenkte die Aufmerksamkeit auf neue Erscheinungen und neue Probleme. Obwohl sich diese Messmethoden im Laufe der einzelnen Messungen vervollkommneten, waren diese Messungen dennoch nicht ganz massgebend, einesteiis weil ständig unerwartete Hindernisse auftauchten und die Messung durch Fehler verfälscht wurde, anderenteils weil die Theorie, die als Grundlage der Auswertung der Messergebnisse dienen sollte, nicht genügend ausgearbeitet war.

Aus diesem Grunde hat nun die Eisenbahnbrückenabteilung des Ungarischen Verkehrsministeriums die Erfahrungen, die aus den vorherigen Messungen gewonnen wurden, an einer neulich gebauten grossen durchlaufenden Balkenkonstruktion nach entsprechend sorgfältiger Vorbereitung angewandt und dabei auch die Stützpunktreaktionsmessungen, sowie die not-

wendig gewordenen Regelungen mit maximaler Genauigkeit ausgeführt, um im Besitze der nun zur Verfügung stehenden Messergebnisse bei der Auswertung der Stützpunktregelung der durchlaufenden Balken und der mit ihr eng verbundenen Fragen objektive Folgerungen ziehen zu können. Das Ziel dieser Abhandlung ist nun die Veröffentlichung einestils der Theorie und der Vorbereitung der Stützpunktreaktionsmessungen, anderenteils der allerletzten Messergebnisse und der aus diesen hervorgehenden interessanteren Folgerungen und Lehren.

2. Theoretische Grundlage der Reaktionsmessung und der Stützpunktregelung und die damit zusammenhängenden Berechnungen

a) Genaue Bestimmung der Reaktionswerte durch Berechnung

Schon in der Einleitung wurde darauf hingewiesen, dass wenn beim Bau einer Brücke die der Konstruktion gegenüber gestellte statische Bedingung mit Hilfe der Stützpunktregelung erfüllt wird, an den einzelnen Auflagerpunkten

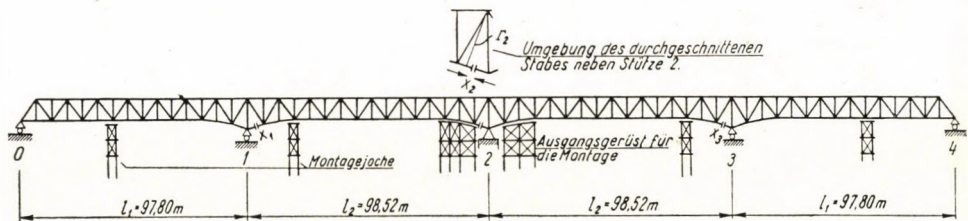


Abb. 1

dieselben Stützpunktreaktionen wirken müssen wie an den berechneten. Darum haben die aus der ständigen Last der Durchlaufträger herrührenden Reaktionen bekannt zu sein. Diese müssen wiederum jederzeit bei Berücksichtigung der ungleichen Verteilung der ständigen Last bestimmt werden.

Wird die in Abb. 1 dargestellte Konstruktion, die hier die Rolle des Messobjektes spielt, in Betracht gezogen, so sind die auf Grund der wirklichen Gewichtsverteilung berechneten genauen theoretischen Werte der Reaktionen (weiter kurz theoretische Reaktionen genannt und mit R_{0t}, \dots, R_{4t} bezeichnet) aus Tabelle I ersichtlich. Diese theoretischen Werte wurden gesondert für den rechten und gesondert für den linken Hauptträger angeführt (oben mit einem Komma bzw. mit zwei Komma bezeichnet), da die Reaktionen der zwei Hauptträger infolge der sich nur auf der einen Seite befindlichen Fussgängerstege ungleich sind.

Zu den späteren Berechnungen wurden die sogenannten Querverteilungszahlen (α_n) festgestellt. Aus diesen Zahlen ist ersichtlich, wie sich die auf einen Pfeiler entfallende Reaktionssumme zwischen dem rechten und dem linken

TABELLE I

	Theoretischer Wert der Stützpunktreaktionen (R_t) in t					Auf einen Hauptträger entfallende Reaktionssumme in t
	Stützenbezeichnung					
	0	1	2	3	4	
Rechter Hauptträger (R'_t)	112	334,5	273	334,5	112	$R'_t = 1166$
Linker Hauptträger (R''_t)	126	376,5	307	376,5	126	$R''_t = 1312$
Summe der auf einen Pfeiler entfallenden Reaktionen des linken und rechten Hauptträgers	238	711	580	711	238	Eigengewicht* der Brücke: $G = 2478$

* Stahlgewicht und Fahrbahngewicht.

Hauptträger verteilt. Diese Werte sind für den rechten bzw. für den linken Hauptträger folgende:

$$\alpha'_0 = \frac{R'_{0t}}{R'_{0t} + R''_{0t}} = \frac{112}{112 + 126} = 0,47 = \alpha'_1 = \alpha'_2 = \alpha'_3 = \alpha'_4 = \alpha$$

$$\alpha''_0 = \frac{R''_{0t}}{R'_{0t} + R''_{0t}} = \frac{126}{112 + 126} = 0,53 = \alpha''_1 = \alpha''_2 = \alpha''_3 = \alpha''_4 = \alpha''$$

Aus dieser Formel geht mit voller Deutlichkeit hervor, dass die Querverteilungszahlenwerte an jedem Pfeiler gleich sind. Es wurden ferner die sogenannten Längsverteilungszahlen bestimmt (β_n), die die Längsverteilung des auf einen Hauptträger entfallenden Reaktionsbetrages kennzeichnen. Diese sind nichts anderes als das Verhältnis der für die einzelne Stützpunkte berechneten Reaktionskräfte zu der auf einen Hauptträger entfallenden Reaktionssumme. Die Werte dieser Längsverteilungszahlen sind folgende:

$$\beta'_0 = \frac{R'_{0t}}{\sum_0^4 R'_{nt}} = \frac{112}{2 \cdot 112 + 2 \cdot 334,5 + 273} = 0,096 = \beta''_0 = \beta'_4 = \beta''_4$$

$$\beta'_1 = \beta''_1 = \beta'_3 = \beta''_3 = 0,287 \quad \text{und} \quad \beta'_2 = \beta''_2 = 0,234$$

Es lässt sich überprüfen, dass die auf einen Pfeiler entfallenden Längsverteilungszahlenwerte für beide Hauptträger gleich sind (wenn die entsprechenden Querschnitte der beiden Hauptträger gleich sind, oder aber bei verschiedenen Hauptträgern ihr Verhältnis gleich ist) und die Summe der zu einem Hauptträger gehörenden Zahlen notwendigerweise gleich 1 ist

$$\left(\sum_0^4 \beta_n = 1 \right).$$

Alle diese Angaben, u. zw. sowohl die Grösse der theoretischen Reaktionen als auch die Längs- und Querverteilungszahlen können schon vor den Messungen berechnet werden.

b) *Genauere Auswertungsmethode für die durch Messung ermittelten Reaktionen und die Querrichtungsregelung*

Sind die genauen Werte der theoretischen Reaktionen bekannt, so wird im Laufe der Reaktionsmessung, um die wirklichen Werte der Stützkräfte durch Messung überprüfen zu können, die Konstruktion auf eine später zu schildernde Weise an den einzelnen Stützen mit Hilfe von hydraulischen Pressen gehoben. Die Hebung hat in einem derartigen Ausmass ausgeführt zu werden, dass das Gewicht der Konstruktion mit vollkommener Sicherheit auf den Pressen ruht und dass sich an beiden Hauptträgerseiten die mit dem gehobenen Hauptträger verbundene Kippplatte vollständig vom Zapfen abhebt. Wird die Grösse dieser senkrechten Verschiebung (δ) mit Hilfe von Verschiebungsmessuhren gemessen, so kann man den genauen Wert der zu der wirklichen, nicht gehobenen Trägerstellung gehörenden Reaktionskraft (im weiteren kurz wirkliche Reaktion genannt und mit Index w bezeichnet) — z. B. bei einem vierfeldrigen Träger — auf Grund der untenstehenden Formel bestimmen. Da die beiden Hauptträger vom Gesichtspunkt der untenstehenden Berechnung als gleich angenommen werden, können die Indexe Komma 1 und Komma 2 weggelassen werden :

$$R_{0w} = R_{0m} - b_{00} \delta_0 - b_{01} \delta_1 - b_{02} \delta_2 - b_{03} \delta_3 - b_{04} \delta_4$$

.....

$$R_{4w} = R_{4m} - b_{40} \delta_0 - b_{41} \delta_1 - b_{42} \delta_2 - b_{43} \delta_3 - b_{44} \delta_4$$

In diesen Formeln bezeichnet R_{nw} die zu der nicht gehobenen Trägerstellung gehörende, auf Grund von Messungen berechnete wirkliche Reaktion an der mit n bezeichneten Stütze, R_{nm} die zur gehobenen Trägerstellung gehörende gemessene Reaktion (mit dem Index m bezeichnet) während δ die an den Stützen gleichzeitig gemessene Grösse der senkrechten Verschiebung zwischen dem Zapfen und der Kippplatte und endlich b_{nk} die an der mit n bezeichneten Stütze entstehende Reaktion bedeutet, wenn die mit k bezeichnete Stütze um 1 cm gehoben wird. Mit dem ersten Index wird immer die Stelle bezeichnet, wo die Reaktion entsteht, und mit dem zweiten Index immer die Ursache, nämlich die Stelle, wo die Hebung um 1 cm stattgefunden hat. Da im Laufe der Reaktionsmessung gleichzeitig immer nur an einer einzigen Stelle, u. zw. an der Stelle

der zu messenden Reaktion gehoben wird, vereinfachen sich die obigen Formeln wie folgt :

$$\begin{aligned}
 R_{0w} &= R_{0m} - b_{00} \delta_0 \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 R_{4w} &= R_{4m} - b_{44} \delta_4
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Die in der Formel stehenden Werte b_{00}, \dots, b_{44} sind von der Messung unabhängige, statisch berechenbare, ein Vorzeichen aufweisende Grössen (wobei die aufwärts gerichtete Reaktion als positiv angenommen wird). Da die obigen Koeffizienten mit gleichem Index immer positiv sind, ist aus Gl. (1) ersichtlich, dass der Wert der wirklichen Reaktion immer kleiner ist als der Reaktionswert, der für die gehobene Trägerstellung gemessen wurde.

Für die Grundgleichungen der Regelung (siehe weiter unten) werden ausser den obenerwähnten Koeffizienten mit gleichem Index auch die Koeffizienten mit gemischtem Index benötigt. Deshalb ist es notwendig, die zu den in Rede stehenden durchlaufenden Trägern (Abb. 1) gehörenden Werte der Koeffizienten b zu ermitteln.

In Tabelle II sind die Werte von b für den aus Abb. 1 ersichtlichen Träger in t/cm angegeben, wobei die aufwärts gerichtete Reaktion als positiv bezeichnet wurde.

TABELLE II

	Wert der infolge der Stützenhebung an den Stützen entstehenden Reaktionen in t/cm				
	Stützenbezeichnung				
	0	1	2	3	4
Infolge der Hebung um 1 cm der Stütze 0	$b_{00} = +0,99$	$b_{10} = -2,22$	$b_{20} = +1,55$	$b_{30} = -0,39$	$b_{40} = -0,07$
Infolge der Hebung um 1 cm der Stütze 1	$b_{01} = -2,22$	$b_{11} = +5,72$	$b_{21} = -5,43$	$b_{31} = +2,32$	$b_{41} = -0,39$
Infolge der Hebung um 1 cm der Stütze 2	$b_{02} = +1,55$	$b_{12} = -5,43$	$b_{22} = +7,76$	$b_{32} = -5,43$	$b_{42} = +1,55$
Infolge der Hebung um 1 cm der Stütze 3	$b_{03} = -0,39$	$b_{13} = +2,32$	$b_{23} = -5,43$	$b_{33} = +5,72$	$b_{43} = -2,22$
Infolge der Hebung um 1 cm der Stütze 4	$b_{04} = +0,07$	$b_{14} = -0,39$	$b_{24} = +1,55$	$b_{34} = -2,22$	$b_{44} = +0,99$

Als Kontrolle für die Richtigkeit der Berechnung der Koeffizienten dient der Umstand, dass die Summe der sich in einer Kolonne befindlichen Werte

von b Null ausmacht. Daraus geht hervor, dass wenn sämtliche Stützen um 1 cm gehoben werden, die relative Lage der Stützen zueinander unverändert bleibt, und dass die gemeinsame Wirkung der äusseren belastenden Bewegungen auf keiner Stütze eine Reaktion hervorrufen kann.

In ähnlicher Weise macht auch die Summe der sich in einer Reihe befindlichen Koeffizienten b Null aus. Dies kann einerseits mit Hilfe des *Maxwellschen* Satzes von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen aus der vorhergehenden Nullwertigkeit der Summe der Kolonnen nachgewiesen werden und andererseits ist es auch unmittelbar ersichtlich, da die in einer Reihe befindlichen Koeffizienten b — mangels einer äusseren Belastung — ein im Gleichgewicht befindliches Kräftesystem bilden.

Da die Koeffizienten b bekannt sind, kann nun aus der gemessenen Reaktion auf Grund der Formel (1) der Wert der wirklichen Reaktion berechnet werden. Auf diese Art erhält man für jeden Hauptträger eine Reaktionsreihe :

$$R_{0w}, R_{1w}, R_{2w}, R_{3w} \text{ und } R_{4w},$$

die im allgen einen nicht mit den durch Berechnung gewonnenen theoretischen Reaktionswerten

$$R_{0t}, R_{1t}, R_{2t}, R_{3t} \text{ und } R_{4t}$$

übereinstimmt.

Der Unterschied zwischen der wirklichen und theoretischen Reaktion kann sich abgesehen von den kleineren Messungenauigkeiten, von der sich eventuell auf der Brücke befindlichen Mehrlast, von der fehlerhaften Höhenstellung der Lager und von den Montagefehlern auch daraus ergeben, dass die zur Reaktionsbestimmung benutzten Metergewichte nur mit einer gewissen begrenzten Genauigkeit mit den tatsächlichen wirklichen Metergewichten übereinstimmen. Ferner ist es auch umständlich, die infolge der Stösse, Aussteifungen und Nietköpfe entstandene Gewichtszunahme im Laufe der Berechnung genau in Betracht zu ziehen. Deshalb wird bei den weiteren Berechnungen als Grundlage von den wirklichen Reaktionen ausgegangen, deren auf den rechten und auf den linken Hauptträger entfallende Summe

$$\left(G = \sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right)$$

im allgemeinen dem wirklichen Eigengewicht der Brücke gleich zu sein hat. Die Verteilung dieser Summen der wirklichen Reaktionen hat aber sowohl in der Längsrichtung der Brücke an den einzelnen Pfeilern als auch in der Quer-

richtung an einem Pfeiler auch weiterhin den auf Grund der theoretischen Reaktionen berechneten Längs- und Querverteilungszahlen zu entsprechen. Es ist nämlich theoretisch leicht einzusehen, dass die sich aus dem Unterschied zwischen dem wirklichen Metergewicht und dem im Laufe der Berechnung in Betracht gezogenen Metergewicht ergebende Mehrlast, da sie sich nach derselben Gesetzmässigkeit verteilt wie das Eigengewicht, den Wert der Längs- und Querverteilungszahlen unverändert lässt, so dass die auf Grund der theoretischen Reaktionen (R_{nt}) feststellbaren Längs- und Querverteilungszahlen auch weiterhin zur Längs- und Querrichtungsverteilung der Summe der wirklichen Reaktionen anwendbar ist. Die auf der Brücke befindliche gleichmässig verteilte Mehrlast, die im Laufe der Berechnungen nicht in Betracht gezogen werden kann, verursacht in den Längs- und Querverteilungszahlen nachweisbar nur so geringfügige Änderungen, dass sie vernachlässigt werden dürfen. Man gewinnt also mit Hilfe der Verteilungszahlen bei Berücksichtigung der wirklichen Last jenen berechneten Reaktionswert R_a , den man durch die Höhenregelung zu gewinnen anstrebt (mit dem Index a bezeichnet). Teilt man das Brückengewicht mit den Querverteilungszahlen, so ergeben sich die auf den rechten und linken Hauptträger entfallenden Reaktionssummen

$$\alpha' G = \alpha' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right) \quad \text{für den rechten Hauptträger und}$$

$$\alpha'' G = \alpha'' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right) \quad \text{für den linken Hauptträger}$$

Wenn nun die auf diese Weise gewonnene Reaktionssumme in der Längsrichtung verteilt wird (mit Hilfe der Längsverteilungszahlen), erhält man die angestrebten auf die einzelnen Pfeiler des Hauptträgers entfallenden Reaktionen. Der Wert dieser Reaktionen für den rechten Hauptträger ist:

$$R'_{0a} = \beta'_0 \alpha' G = \beta'_0 \alpha' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right)$$

.....

$$R'_{4a} = \beta'_4 \alpha' G = \beta'_4 \alpha' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right)$$

und für den linken Hauptträger:

$$R''_{0a} = \beta''_0 a'' G = \beta''_0 a'' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right)$$

.....
.....
.....

$$R''_{4a} = \beta''_4 a'' G = \beta''_4 a'' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right) \quad (2)$$

Mit Hilfe der in Abschnitt 3. geschilderten Regelung der Höhenstellung der Lager werden dann — in Kenntnis der angestrebten Reaktionen — die auf einen Pfeiler entfallenden Reaktionen auf ein den Querverteilungszahlen entsprechendes Verhältnis eingestellt. Beispielsweise im Falle der Stütze 0 auf die Werte $a' \cdot (R'_{0w} + R''_{0w})$ bzw. $a'' \cdot (R'_{0w} + R''_{0w})$. Wenn diese Querrichtungsregelungen beendet sind, werden die Längsrichtungsregelungen durchgeführt.

c) Die Bedingungsgrundgleichungen der Längsrichtungsregelung und ihre Lösung

Nach erfolgter Querrichtungsregelung kann die Reihe an die Regelung der Reaktionen in der Längsrichtung kommen. Da schon im Laufe der vorhergehenden Querrichtungsregelung sichergestellt wurde,* dass während der Längsrichtungsregelung zur Hervorrufung der angestrebten Reaktion beide auf einen Pfeiler entfallenden Hauptträger in demselben Ausmass gehoben werden, können im folgenden während dieser Regelung der rechte und der linke Hauptträger als miteinander gleichwertig ersetzt und ausgetauscht werden. In diesem Zustande besitzt man also eine wirkliche Reaktionsreihe, die mit Hilfe der nach der Querrichtungsregelung durchgeführten Messung gewonnen wurde und deren Wert — wenn man eine ideale Durchführung der Querrichtungsregelung voraussetzt — beispielsweise für den rechten Hauptträger folgendermassen lautet :

$$a' \cdot (R'_{0w} + R''_{0w}), a' \cdot (R'_{1w} + R''_{1w}), a' \cdot (R'_{2w} + R''_{2w}), a' \cdot (R'_{3w} + R''_{3w}) \text{ und } a' \cdot (R'_{4w} + R''_{4w})$$

Ausserdem ist die Reihe der auf Grund von Gl. (2) berechenbaren und durch die Längsrichtungsregelung angestrebten Reaktionen bekannt :

$$R'_{0a}, R'_{1a}, R'_{2a}, R'_{3a} \text{ und } R'_{4a}$$

* Vorausgesetzt, dass man von der — infolge der Wechselwirkung zwischen Quer- und Längsrichtungsregelung entstandenen — Einwirkung der aufeinanderfolgenden Querrichtungsregelungen auf die Reaktionspaare der Nachbarstützen absieht. Diese Einwirkung ist in der Praxis so geringfügig, dass sie vernachlässigt werden darf (was auch aus einem Vergleich von Tabelle VII und Tabelle VIII hervorgeht).

Im allgemeinen sind diese obigen einander entsprechenden Reaktionswerte (R'_{na} und $a' \cdot (R'_{nw} + R''_{nw})$) ungleich, so dass die zwischen den beiden bestehenden Unterschiede berechenbar sind (die nach oben wirkende Reaktion wird hierbei als positiv genommen)

$$\begin{aligned} \Delta R_0 &= R'_{0a} - a' (R'_{0w} + R''_{0w}) \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta R_4 &= R'_{4a} - a' (R'_{4w} + R''_{4w}) \end{aligned} \tag{3}$$

Für die Richtigkeit der Berechnung dieser Glieder ΔR_n gibt es eine einfache Kontrolle, da die Summe der Glieder ΔR_n gleich Null zu sein hat. Dies folgt aus der Tatsache, dass die Reaktionsunterschiede ΔR_n als der Unterschied zweier auch an sich im Gleichgewicht befindlichen Kräftesysteme gewonnen werden, so dass auch die Reaktionsunterschiede ΔR_n ein im Gleichgewicht befindliches paralleles Kräftesystem bilden. Ein im Gleichgewicht befindliches

Kräftesystem hat aber ausser dem Projektionssatz $\left(\sum_0^4 R_n = 0 \right)$ auch den

Momentensatz zu befriedigen, d. h. das Moment für einen beliebigen Punkt der Reaktionsunterschiede (zweckmässig für einen Stützpunkt) ist gleich Null. Diese Bedingung $\Sigma M = 0$ wird wegen der die Messergebnisse belastenden unvermeidlichen Fehler im allgemeinen nicht erfüllt, so dass die Momentengleichung einen Schlussfehler von der Grösse S aufweist. Der Wert des Schlussfehlers ergibt sich z. B. im Falle der in Abb. 1 dargestellten Konstruktion bei Aufstellung des Momentensatzes für die mit 2 bezeichnete Mittelstütze (bei Annahme von positiven nach oben zeigenden Reaktionsunterschieden ΔR_n) wie folgt :

$$\Sigma M = \Delta R_0 (l_1 + l_2) + \Delta R_1 l_2 - \Delta R_3 l_2 - \Delta R_4 (l_1 + l_2) = S \tag{4}$$

Um diesen Schlussfehler auszuschalten, werden die einzelnen Reaktionsunterschiede mit den Werten ε korrigiert. Diese korrigierten Reaktionsunterschiede (mit dem Index k bezeichnet) sind folgende :

$$\begin{aligned} \Delta R_{0k} &= \Delta R_0 + \varepsilon_0 \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta R_{4k} &= \Delta R_4 + \varepsilon_4 \end{aligned}$$

Diese Korrekturen ε sind so zu wählen, dass ihre Quadratsummen entsprechend dem Prinzip der kleinsten Quadrate ein Minimum betragen und dass ausserdem die mit ihrer Anwendung gewonnenen Werte ΔR_{nk} gleichzeitig die Momentensatzgleichung $\Sigma M = 0$ befriedigen. Ohne Ableitung sei hier angegeben, dass die Lösung der obigen relativen Extremwertaufgabe für einen Träger, dessen Feldeinteilung unserem Falle entspricht (Abb. 1), zur nachstehenden Verteilung des aus Gl. (4) feststellbaren Schlussfehlers führt, wodurch die korrigierten Reaktionsunterschiede (ΔR_{nk}) folgende Form erhalten :

$$\begin{aligned}\Delta R_{0k} &= \Delta R_0 - S \frac{l_1 + l_2}{2(l_1^2 + 2l_2^2 + 2l_1 l_2)} \\ \Delta R_{1k} &= \Delta R_1 - S \frac{l_2}{2(l_1^2 + 2l_2^2 + 2l_1 l_2)} \\ \Delta R_{2k} &= \Delta R_2 \\ \Delta R_{3k} &= \Delta R_3 + S \frac{l_2}{2(l_1^2 + 2l_2^2 + 2l_1 l_2)} \\ \Delta R_{4k} &= \Delta R_4 + S \frac{l_1 + l_2}{2(l_1^2 + 2l_2^2 + 2l_1 l_2)}\end{aligned}\quad (5)$$

Als Kontrolle für die Richtigkeit der Schlussfehlerverteilung dient der Umstand, dass wenn man die korrigierten Werte der Reaktionsunterschiede in Gl. (4) einsetzt, die linke Seite gleich Null sein wird.

Diese für jede einzelne Stütze berechneten korrigierten Reaktionsunterschiede können im Laufe der Regelung durch Hebung bzw. Senkung der Stütze eliminiert werden. Um die gegebenen Reaktionsunterschiede zu eliminieren, hat man das Ausmass der an den einzelnen Stützpunkten benötigten Höhenänderungen (δ) zu kennen. Diese gewinnt man nach Lösung des aus den Bedingungsgleichungen der Längsrichtungsregelung gebildeten Gleichungssystems als Wurzeln.

Diese Gleichungen, die für jede einzelne Stütze aufgestellt werden können, drücken aus, dass die Summe der an den betreffenden Stützen auftretenden Reaktionsänderungen ($\Sigma b_{nk} \delta_n$) infolge der Höhenänderungen (δ) der eigenen und der benachbarten Stützen gerade dem zu eliminierenden korrigierten Reaktionsunterschiede (ΔR_{nk}) gleich ist. Zur Aufstellung der Gleichungen werden die aus Tabelle II ersichtlichen Koeffizienten herangezogen (die Bedeutung von b_{nk} ist — wie bereits erwähnt — die an der Stütze n infolge der an der Stütze k durchgeführte Hebung um 1 cm auftretende Reaktion). In Kenntnis

Abb. 2, dass der Wert der Stützpunktverschiebungen auf die Stütze 0 bezogen wird (die in Abb. 2 von der punktierten Linie an gemessenen Werte). Wird ausser $\delta_0 = 0$ auch der Wert von δ_4 als Null angenommen ($\delta_4 = 0$), so erhält man den auf die die zwei äusseren Stützen verbindende Geraden bezogenen Wert der notwendigen Stützpunktverschiebungen (die in Abb. 2 von der strichpunktierten Linie an gemessenen Werte). So können, wenn man zur Berechnung der drei restlichen δ -Werte von den fünf Bedingungsgleichungen der Längsrichtungsregelung drei beliebige Gleichungen auswählt — der Symmetrie halber zweckmässig diejenigen, die sich auf die inneren drei Stützen beziehen —, nunmehr auch die drei unbekanntenen Werte δ_1 , δ_2 , und δ_3 berechnet werden. Man kann die Lösung durch Einsetzung dieser δ -Werte in eine der verbleibenden zwei Gleichungen überprüfen, die bei richtigen Wurzeln immer befriedigt werden,

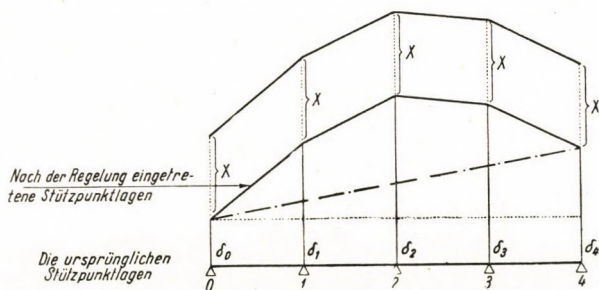


Abb. 2

da der zwischen den Gleichungen bestehende Widerspruch mit Hilfe der korrigierten Reaktionsunterschiede ΔR_{nk} eliminiert wurde. Letztere Tatsache lässt sich folgendermassen nachweisen. Die (schon korrigierten) Werte ΔR_{nk} , die man durch die Regelung zu erreichen wünscht, bilden ein im Gleichgewicht befindliches Kräftesystem, doch kann auch durch die Stützpunktverschiebungen — wie aus statischen Überlegungen hervorgeht — immer nur ein sich im Gleichgewicht befindliches Kräftesystem ΔR_n hervorgerufen werden. Ist es also gelungen, an den drei inneren Stützen durch die feststellbaren Verschiebungen der inneren drei Stützpunkte die Reaktionsunterschiede ΔR_{1k} , ΔR_{2k} und ΔR_{3k} zu erzielen, so können die als Folge dieser Verschiebungen an den Stützen 0 und 4 entstehenden Reaktionen nur ΔR_{0k} und ΔR_{4k} sein, weil zur Kräftegruppe ΔR_{1k} , ΔR_{2k} und ΔR_{3k} — da es sich um ein im Gleichgewicht befindliches Kräftesystem handelt (durch Regelung lässt sich nämlich nur ein solches herstellen) — bloss durch den Projektions- und Momentensatz bereits eindeutig bestimmte Werte ΔR_{0k} und ΔR_{4k} gehören können.

Hier sei erwähnt, dass die bei Festsetzung der Werte von δ für die beiden äusseren Stützen ($\delta_0 = \delta_4 = 0$) berechneten δ -Werte (in Abb. 3 die dünn ausgezogenen Ordinaten) auch dann anwendbar sind, wenn die zwei äusseren Stützen aus irgendeinem Grunde (beispielsweise Fahrbahnübergang) nicht in

der vor der Regelung bestehenden Stützenstellung beibehalten werden können, sondern — in einem ganz allgemeinen Falle — an diesen beiden Stützen schon im vorhinein angegebene senkrechte Verschiebungen von einer beliebigen Grösse a und b notwendig sind. In diesem Falle ist es bei Berücksichtigung der Gesetze der kleinsten Bewegungen nachweisbar, dass wenn die für die einzelnen Stützen durch lineare Verteilung gewonnenen Werte der notwendigen senkrechten Verschiebungen a und b (in Abb. 3 die gestrichelten Ordinaten) um die ursprünglichen Werte $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, vergrössert werden (in Abb. 3 die punktierten Ordinaten), man wieder zu einer Stützpunktstellungsreihe gelangt, bei der die relative Lage der Stützen und somit die Verteilung der Reaktionen unverändert bleibt. Kinematisch wurde nämlich nichts anderes ausgeführt, als dass die ursprüngliche Stützpunktstellungsreihe bei Beibehaltung ihrer relativen Lage um den Punkt Z

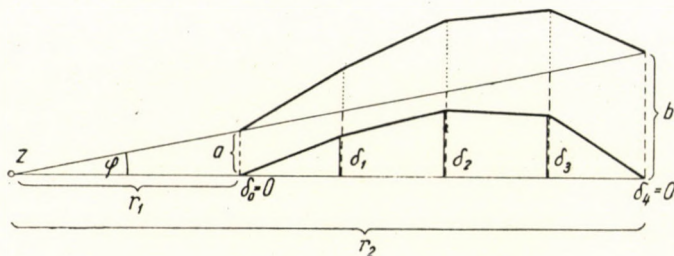


Abb. 3

um den Winkel $\varphi = \frac{a}{r_1} = \frac{b}{r_2}$ verdreht wurde. Dies lässt sich auch in einem ganz allgemeinen Fall anwenden, wenn die Zahl der Stützpunkte des Durchlaufträgers n beträgt.

Im vorliegenden Abschnitt wurden die mit der Regelung zusammenhängenden theoretischen Grundlagen erörtert. Gestützt auf diese soll in den folgenden Abschnitten die praktische Anwendung der Reaktionsmessung und der Stützpunktregelung behandelt werden.

3. Die Reaktionsmessung und die praktischen Mittel und Methoden der Stützpunktregelung

a) Die geometrische Regelung

Nach Beendigung der Montage der Brücke werden die für die Regelung notwendigen Massnahmen in Angriff genommen. Unmittelbar nach der Beendigung der Montage ist der durchlaufende Träger an den einzelnen Stützpunkten mit Hilfe der die Höhenregelung ermöglichenden Keilplatten der Lager (s. weiter unten), nach der in der Werkstatt auf Zulagen ausgelegten Trägerform oder, falls diese nicht feststellbar ist, auf Grund der planmässigen relativen Anordnung der Stützpunkte einzustellen. Durch diese Einstellung wird die Erfüllung der geometrischen Bedingung der Träger gewährleistet, so dass sich das richtige Kräftespiel auszubilden vermag.

Bei der praktischen Ausführung dieser Einstellung wurden die aus Abb. 4 und 5 ersichtlichen Speziallager verwendet. Durch Keile, die unter die Zapfen geschoben wurden, und durch unter die Keile gelegte Platten von 10 mm Dicke (maximal 3 Stück) stand bei der Einstellung ein Spielraum von 40 mm Höhe zur Verfügung. Die Regelung konnte mit Hilfe der Keile mit einer Genauigkeit von 0,3 mm durchgeführt werden.

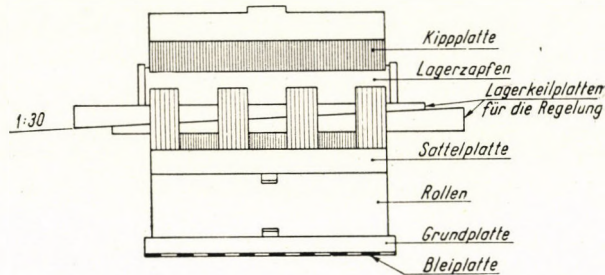


Abb. 4

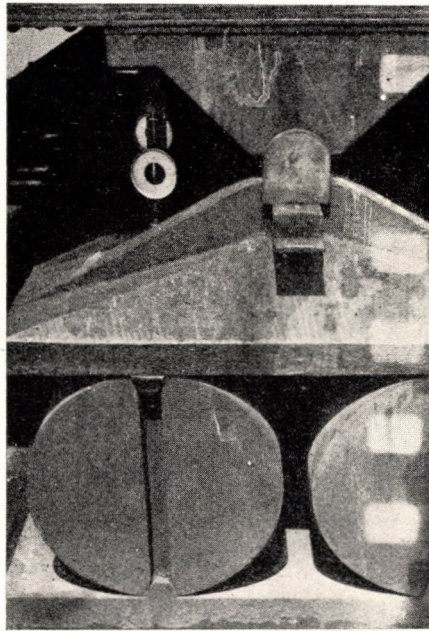


Abb. 5

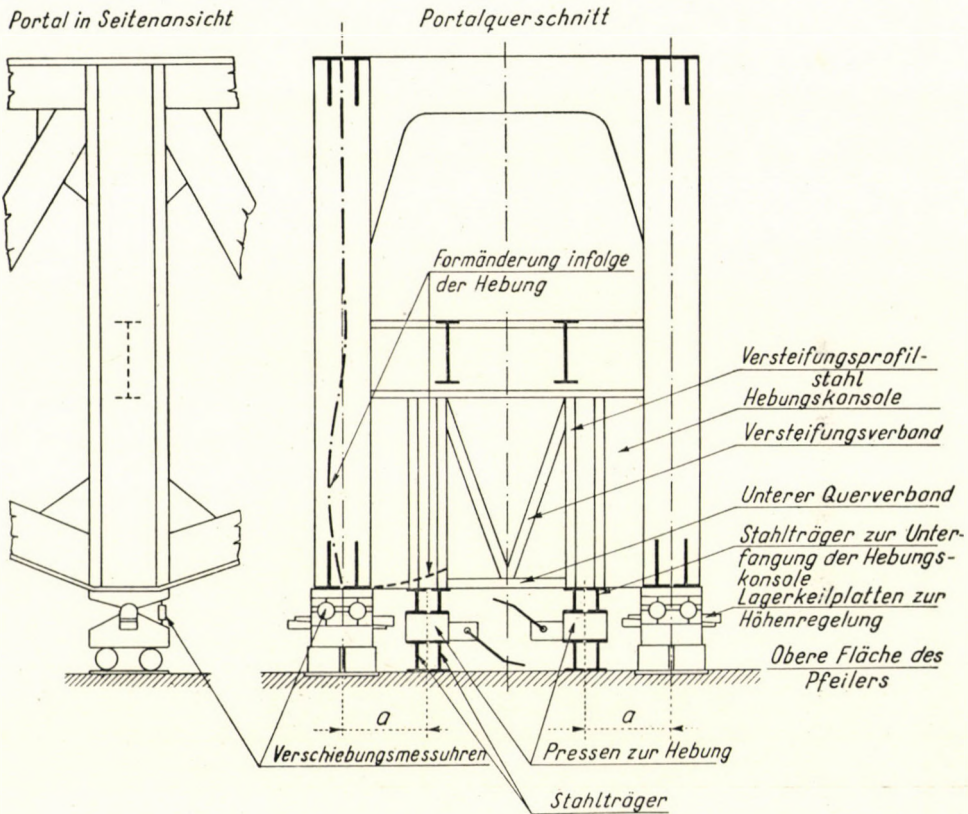
b) Stützpunktreaktionsmessung

Da die geometrische Regelung, wie schon in der Einleitung erwähnt, nur bei idealer Werkarbeit und Montage (die in der Wirklichkeit niemals gesichert werden können) auch die gleichzeitige Erfüllung der statischen Bedingung bedeutet, ist nach der geometrischen Regelung die Messung der Reaktionskräfte durchzuführen. Als hauptsächliches Instrument dieser Messung findet eine hydraulische Presse mit Manometer Verwendung.

Im Interesse der Messung sowie der Hebung durch die Presse wird das Stegblech der Pfosten der über dem Stützpunkt befindlichen Portalrahmen unterhalb des Querträgers

herausgestreckt und dadurch eine Konsole gebildet, die eine Unterfangung und Hebung des Hauptträgers an den einzelnen Stützpunkten ermöglicht (schematisch dargestellt in Abb. 6). Frühere Messungen hatten darauf hingewiesen, dass man auf eine starke und steife Ausbildung der Hebungskonsole besonders achten muss, weil sonst an diesen Stellen unangenehme Verbiegungs- und Beulungserscheinungen auftreten. Aus diesem Grunde wurde bei den neuesten Konstruktionen sowohl bei der Berechnung als auch beim Entwerfen mit der grössten Sorgfalt vorgegangen. So wurde bei der Berechnung die äusserst

Anordnung der Hebungskonsole und der Messinstrumente



Abl. 6

unvorteilhafte Beanspruchungsmöglichkeit bei der einseitigen Hebung in Betracht gezogen, die sich einerseits im Laufe der Querrichtungsregelung und andererseits dann ergeben kann, wenn die unter dem einen Hauptträger befindlichen Pressen in der gehobenen Lage infolge Dichtungsfehler versagen und sich ihre Kolben plötzlich senken. Am inneren Rande der Hebungskonsole wurden im Laufe der Konstruktionsausbildung sehr steife Profileisen angewandt, die mit horizontalen Querschottenplatten miteinander und auch mit dem Pfosten des Hauptträgers ausgesteift wurden. Aus Abb. 7 ist die Ausbildung so einer aus der Hauptträgerenebene hervorspringenden Hebungskonsole samt den sich unter ihr befindlichen Pressen ersichtlich. Die I-Träger, die sich zwischen der unteren Fläche der Hebungskonsole und den Pressen befinden, dienen zur Überwindung der grossen Höhendifferenz zwischen der Hebungskonsole und der oberen Fläche der Pressen. Um die Biegung der Konsole zu verringern, die als Folge der Hebung durch die von der Pfostenachse in einer Entfernung von »a« funktionierenden Presse auftritt (in Abb. 6 gestrichelte Linie), ist der an beiden Seiten befindliche Hebungsglied in seiner Ebene selbst mit einem Quer-

verband versteift (Abb. 7). Endlich wurden, um die Hebungskraft der Pressen zentrisch auf das Hebungsglied zu übertragen und eine gleichmässige Kräfteverteilung zu gewährleisten, bei einigen Brücken zur Hebung auch an die untere Fläche des Hebungsgliedes befestigte Punktkipplager angewandt. Ein besonderer Vorteil dieser Hebungslager besteht darin, dass sich ihr unterer Lagerkörper immer vollständig an die obere Ebene der Kolben anpassen kann, so dass die Hebungskolben immer einer genau senkrechten Belastung unterworfen sind. Auf diese Weise entstehen keine Kolbenreibungen, die sonst infolge der ungleichen halbseitigen Belastung des Querschnitt der Brücke infolge der schrägen Endausbildung des Hauptträgers an den Endstützen zu einem Querträger entartet, wurden die sich über den diesen Stützpunkten befindlichen Querträger durch entsprechende Versteifungen so ausgebildet, dass sie auch gleichzeitig zur Hebung geeignet waren. Die sorgfältige Ausbildung der obenerwähnten Hebungskonsolen ist von ausserordentlicher Wichtigkeit, da die Stützpunktreaktion der Brücke durch sie auf die

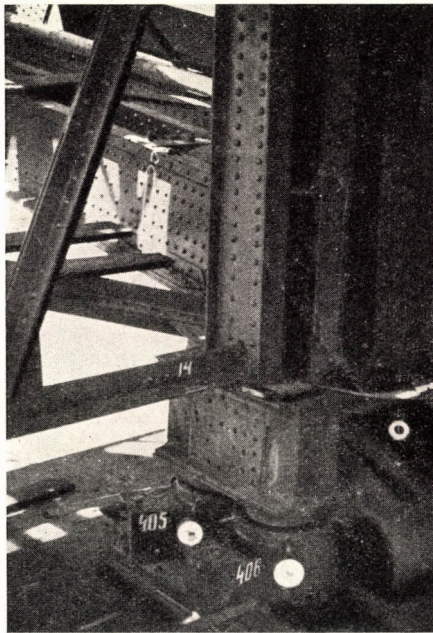


Abb. 7

Pressen übertragen wird. Ebenfalls sind es diese Hebungskonsolen, die man beim Freivorbau anwendet, um die Brückenkonstruktion auf das Lager zu heben, sobald ein konsolartig montierte r Teil bis zum Pfeiler oder zum Widerlager gelangt. Endlich wird die Trägerkonstruktion bei einer eventuellen Umordnung der Lager mit ihrer Hilfe gehoben.

Danach erfolgt die Messung der Lagerreaktion, u. zw. in der Weise, dass der Kolben der in der Ebene des Portalrahmens unter der Hebungskonsole angebrachten Pressen durch eine Bewegung des Druckhebels mit der unteren Seite des Hebungslagers oder in Ermangelung eines solchen mit der unteren Fläche der Hebungskonsole in Berührung gebracht wird. Die Druckkraft der Kolben nimmt durch weitere Betätigung des Druckhebels ständig zu, bis endlich, wenn der Wert der Stützreaktion erreicht ist, die Kolben die Hebungskonsole und mit ihr auch die ganze Brückenkonstruktion zu heben beginnen. In diesem gehobenen Zustande löst sich die an den Hauptträger geschraubte Kippplatte vom Lagerzapfen ab und die Kolben der Pressen übernehmen vollständig die auf diese Stütze entfallende Reaktion der Brücke. Sowohl das Ausmass der Hebung als auch das der Abhebung vom Zapfenlager wird durch die Forderung bedingt, dass die Stützkraft der Brücke mit völliger Sicherheit auf den Pressen zu ruhen hat. In der Praxis bedeutet das eine Hebung von 2 bis 3 mm. Da sich die Grösse der Reaktion infolge der mit der Hebung einhergehenden Stützpunktbewegung ändert, ist das Ausmass der Abhebung vom

Zapfenlager an beiden Seiten der Hauptträgerlager mit den zwischen die Kippplatte und die Sattelplatte montierten Verschiebungsmessuhren zu messen (schematisch dargestellt in Abb. 6, Lichtbild in Abb. 8). Wird nachher in einem gegebenen Zeitpunkt das Ausmass der Verschiebung (δ) an den Verschiebungsmessuhren und der im Presszylinder herrschende Druck (p) an den Manometern gleichzeitig abgelesen, so ist der Wert der Reaktion auf Grund der in Abschnitt 2. b) angegebenen Formel $R_w = R_m - b \cdot \delta$ genau berechenbar. In der Formel ist der Wert der gemessenen Reaktion $R_m = pF$, d. h. das Produkt von Kolbenquerschnitt und dem am Manometer abgelesenen Druck.

Im Laufe der Reaktionsmessung ist sorgfältig darauf zu achten, dass die Brücke von Anfang bis Ende der Messungen mit keiner neuen Last belastet, dass keine Last von ihr entfernt oder an eine andere Stelle übertragen werde. Dies würde nämlich zu einer Änderung der sich sonst durch die ständige Last der Brückenkonstruktion ausbildenden Reaktionsverteilung führen. Ist die obenerwähnte Bedingung gesichert, so ist es nicht notwendig, die Reaktion an allen Pfeilern und am Widerlager gleichzeitig zu messen (was praktisch ohnehin nicht ausführbar ist), sondern die Messungen können auch nacheinander durchgeführt werden, indem man von Pfeiler zu Pfeiler fortschreitet

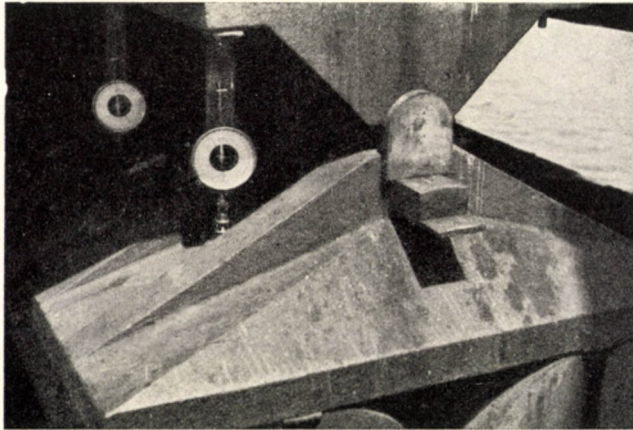


Abb. 8

und nur an einer einzigen Stelle auf einmal hebt. Würde man an mehreren Stellen Messungen durchführen, so wäre die gleichzeitige Messung allerdings eine unerlässliche Bedingung.

c) Statische Regelung

Als Ergebnis der Reaktionsmessungen erhält man die Werte der unter den Hauptträgerlager entstehenden wirklichen Reaktionen. Die mit Hilfe dieser gemessenen Reaktionswerte berechneten Querverteilungszahlen (α_n) und Längsverteilungszahlen (β_n) stimmen im allgemeinen wegen der Stützpunktanordnungs-, Werkarbeits- und Montagefehler nicht mit den auf Grund genauer Berechnungen gewonnenen Werten der entsprechenden Quer- und Längsverteilungszahlen überein. Dies macht eine Regelung notwendig. *Im Laufe der Regelungen werden zuerst die Reaktionen der auf einem Pfeiler ruhenden zwei Hauptträger durch eine mit Hilfe der Keilplatten ausgeführten Änderung der im Verhältnis zueinander eingenommenen Höhenstellung der Lager auf ein den Querverteilungszahlen entsprechendes Verhältnis eingestellt. Nachdem an allen Pfeilern die Querrichtungsregelung durchgeführt ist, wird im weiteren eine der Berechnung entsprechende Längsverteilung der Reaktionen so angestrebt, dass die beiden Hauptträger an den einzelnen Stützpunkten in einem mit den Grundgleichungen (6) berechenbaren gleichen Ausmasse (δ) gemeinsam gehoben und gesenkt werden.* Im Laufe dieser Längsrichtungsregelung wird die notwendige Hebung bzw. Senkung der Lager wieder mit Hilfe von Keilplatten ausgeführt. Da im obigen der praktische Verlauf der Regelung geschildert wurde, sollen in den folgenden Abschnitten die im Zusammenhang mit der in Rede stehenden Brücke durchgeführten Vorbereitungen zur Messung, die Durchführung der Messungen, ihre Ergebnisse und die damit verbundenen Folgerungen behandelt werden.

4. Die Vorbereitung der Reaktionsmessung und der Stützpunktregelung

a) Kontrollmessung der Portalrahmen an der fertigen Brücke

Im Laufe der Vorbereitung und Durchführung der Reaktionsmessungen und Stützpunktregelungen der in Rede stehenden Brücke wurde äusserste Genauigkeit angestrebt, da die Ergebnisse von derartigen bisherigen Messungen einestheils wegen unvorhergesehener Schwierigkeiten und Unannehmlichkeiten beim Messen nicht vollständig massgebend waren und uns anderenteils über

Vergleich der Anordnung der oberen Fläche der Regelungskeilplatten und der oberen Kante des Querträgersteiges im Portalrahmen mit der planmässigen Lage

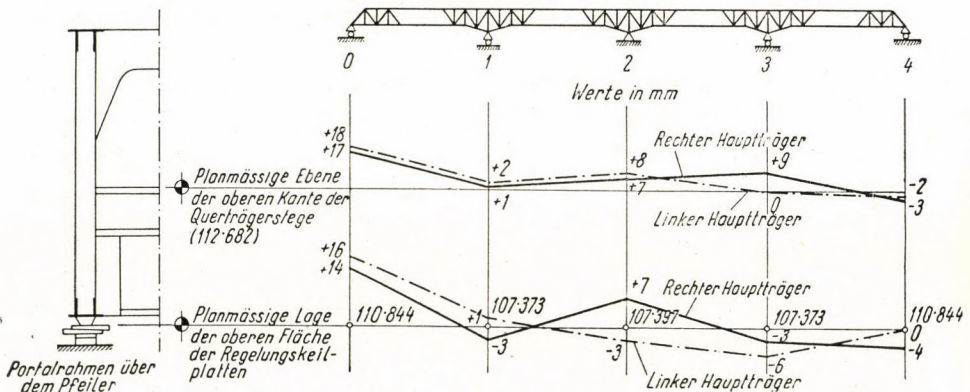


Abb. 9

die erzielbare Messgenauigkeit und über die praktische Berechtigung der Messung im unklaren liessen. Als erstes wurde während der Vorbereitungen das von der Werkstatt gelieferte Stabnetz der Hauptträger durch wirkliche Längenmessungen an den auf den einzelnen Stützen ruhenden Portalrahmen der fertigen Konstruktion überprüft, um die Grösse der von der Werkarbeit herrührenden Reaktionsverteilungsfehler festzustellen. Auf Grund dieser Messungen konnte im Einklang mit den bei der Werkstattsabnahme durchgeführten Messungen festgestellt werden, dass die Abweichung des Stabnetzes der Hauptträger von der planmässigen Form im Maximum + 4 mm ausmachte. Im weiteren wurde vor der Regelung an beiden Hauptträgerseiten durch mehrmaliges Nivellieren die absolute Höhe sowohl der oberen Fläche der die Stützpunkte regelnden Keilplatten als die der oberen Kante des Portalquerträgersteiges (Abb. 9a) zur Kontrolle der geometrischen Anordnung festgestellt. Nach Auswertung der Ergebnisse wurde die im Vergleich zur eigenen planmässigen Ebene eingenommene Lage der zwei obigen Höhenangaben in Abb. 9b in mm angegeben.

Aus der Abbildung geht hervor, dass die Abweichung von der planmässigen Lage insbesondere bei Stütze 0 gross ist. Die Konstruktion wurde trotz Kenntnis dieser Messergebnisse vor der Lagerreaktionsmessung geometrisch nicht geregelt, da aus den Erfahrungen früherer Messungen bekannt war, dass man wegen unvermeidlicher Werkarbeits- (Stabnetz-) und Montagefehler selbst dann keine richtige, auch statisch entsprechende Reaktionsreihe gewinnen kann, wenn die Konstruktion geometrisch geregelt ist, so dass nach der geometrischen Regelung auf alle Fälle noch die statische Regelung vorgenommen werden muss. Die gegebene Stützpunktstellungreihe wurde darum anstatt zweimal zweckmässig nur einmal, u. zw. sofort statisch geregelt.

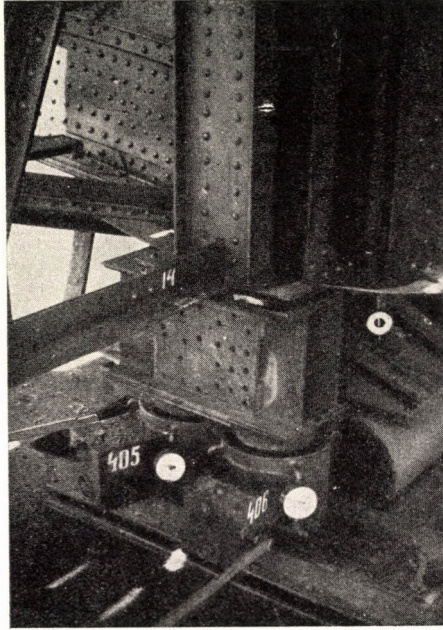
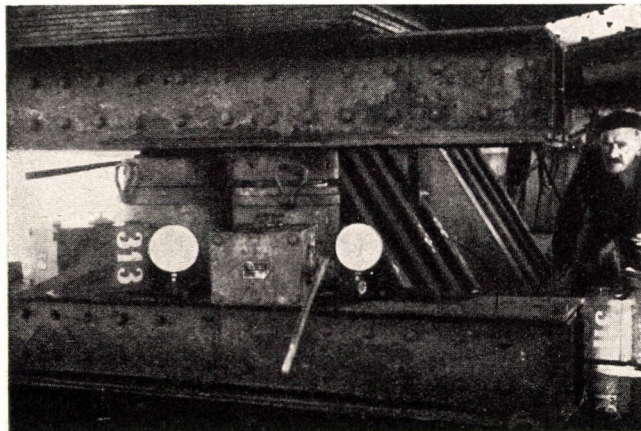
b) Prüfung der Pressen im Laboratorium

Um unbedingt den Erfolg und die Genauigkeit der Messung zu gewährleisten, wurden im Zusammenhang mit den Pressen und Manometern ausgedehnte Versuche an der geeichten 500-t-Prüfmaschine des I. Lehrstuhles für Brückenbau der Technischen Universität für Bauindustrie in Budapest ausgeführt.* Im Laufe dieser Messungen wurden die an den Pressen angebrachten Manometer mit der obigen Prüfmaschine geeicht und mit Hilfe der auf diese Weise erhaltenen Angaben die zu jedem einzelnen Manometerwert gehörende Hebungskraft mit einer Genauigkeit von $\pm 0,5$ t festgestellt.

c) Die Messeinrichtung zur Reaktionsmessung an der fertigen Brücke

Nach der Beendigung der obigen Prüfungen wurde der Ort der Messungen entsprechend eingerichtet. Wie bereits in Abschnitt 3. Punkt b) geschildert, wird die Trägerkonstruktion im Laufe der Stützpunktreaktionsmessungen mit Hilfe der unter die Hebungskonsolen angebrachten Pressen an jeder Stütze gehoben (Abb. 7). Da der Höhenunterschied zwischen der oberen Fläche der Stütze und der unteren Fläche der Hebungskonsole grösser ist als die Höhe der Pressen (40—50 cm), müssen die Pressen in eine höhere Lage gebracht werden. Früher wurde zu dieser Unterstützung Schwellenholz benutzt, doch erwies sich dieses als ungeeignet, weil es während der Hebung der Konstruktion in beträchtlichem Ausmass zusammengedrückt wurde, so dass mit einer derartigen Unterstützung keine gleichmässige Hebung erzielt werden konnte. Aus diesem Grunde wurde bei den jetzigen Messungen die Unterstützung der Pressen durch gut ausgesteifte Stahlträger gesichert (Abb. 10 und 11). Unter jede Hebungskonsole wurden bei Berücksichtigung der berechneten Reaktionen (Tabelle I) so viele Pressen angebracht, dass sie nur bis ungefähr zur Hälfte ihrer Tragfähigkeit ausgenutzt

* Die ausführliche Beschreibung dieser Versuche siehe in [1].

*Abb. 10**Abb. 11*

waren. So wurden bei den äusseren Stützen 0 und 4 je eine 200-t-Pressen, an den Stützen 1 und 3 je zwei 300-t-Pressen und endlich bei der Stütze 2 je zwei 400-t-Pressen angebracht. Durch diese Anordnung sollte einerseits die Möglichkeit des Auftretens von Störungen an den Pressen im Laufe der Messung vermindert werden, und andererseits wollte man erreichen, dass wenn sich eine der beiden an derselben Seite angebrachten Pressen aus irgendeinem Grunde plötzlich als betriebsunfähig erweist und die ganze Hauptträgerbelastung auf die benachbarte Presse fällt, diese dann nur bis zur Grenze ihrer Belastungsfähigkeit belastet werde.

Um eine symmetrische Anordnung und Hebung zu gewährleisten, müssen die Pressen unterhalb der Hebungskonsole, genau gleich von der Achsenlinie des Hauptträgerpfostens entfernt angebracht werden.

Zur Bestimmung des wirklichen Wertes der mit Hilfe der Presse gemessenen Reaktion ist es notwendig das Ausmass der Hebung des Hauptträgers zu kennen [s. Gl. (1)]. Diese Grösse wurde mit Verschiebungsmessuhren (Fabrikat Staeger—Leuner) von einer Messempfindlichkeit von $\frac{1}{100}$ mm gemessen. Zu diesem Zwecke wurden zwischen jede Sattelplatte und der an den zu hebenden Hauptträger geschraubten Kippplatte je zwei Verschiebungsmessuhren montiert, u. zw. eine an der äusseren Seite des Lagers und die andere an der inneren, der Hebungskonsole zu gerichteten Seite des Lagers. Die Anbringung von zwei Messuhren ist deshalb erforderlich, weil die an der inneren Seite angebrachte Uhr eine grössere Verschiebung anzeigen wird als die an der äusseren Seite montierte Uhr. Dies ist die Folge davon, dass sich das Hebungsglied im Laufe der Hebung als Konsole verformt (es verbiegt sich nach oben), wogegen sich der an die Hebungskonsole anschliessende untere Pfosten teil des Hauptträgers nach innen verbiegt (schematisch die strichpunktierte Linie in Abb. 6). Deshalb wurde im Laufe der Berechnung der wirklichen Reaktion zur Bestimmung der Korrektur der gemessenen Reaktion das arithmetische Mittel der an den zwei Seiten gemessenen Verschiebungen genommen, d. h. die in der Pfostenachse des Hauptträgers entstehende Verschiebung.

Im Zusammenhang mit der Querrichtungsregelung (also wenn der sich an demselben Pfeiler befindliche eine Hauptträger im Laufe der Regelung im Verhältnis zum anderen Hauptträger gehoben wird) wurden mit Hilfe von Huggenberger-Tensometern auch Spannungen gemessen, u. zw. bei allen Portalrahmen mit einer Messlänge von 2 cm sowie bei den vor und nach dem Portal befindlichen Querträgern mit einer Messlänge von 10 cm. Diese Messergebnisse sollten eine Antwort auf die Frage geben, ob durch die Querrichtungsregelung nicht zu grosse Spannungen auf den Portalrahmen und seine Umgebung übertragen werden. Diese Frage ist von grösster Bedeutung, da die Spannungen auch nach Durchführung der Regelung in den Trägerelementen verbleiben und sich dort sowohl den von der ständigen Last als von der Nutzlast hervorgerufenen Spannungen superponieren.

5. Durchführung und Ergebnisse der Reaktionsmessung und die diesbezüglichen Erfahrungen

Das Messprogramm wurde bei Berücksichtigung der Aufgaben und der mit diesen verbundenen Arbeiten folgendermassen zusammengestellt:

1. Messung der Reaktionen durch gemeinsame Hebung der Hauptträger um 3 mm.

2. Als Grundangabe für die Querrichtungsregelung wird die Reaktionsänderung gemessen, die dann entsteht, wenn der die kleinere Reaktion aufweisende Hauptträger im Verhältnis zum anderen Hauptträger um 1 cm gehoben wird, wobei man von obiger um 3 mm gehobenen Stellung ausgeht.

3. Nach Senken der Hauptträger auf die Lager werden die zwei Hauptträger neuerdings gehoben, u. zw. jetzt gemeinsam zuerst um 1 cm, und dann durch Weiterheben um 2 cm. Hierdurch erhält man Angaben für die Längsrichtungsregelung.

Die obigen mit 1, 2 und 3 bezeichneten Messungen werden so durchgeführt, dass man sie zuerst an der einen Stütze vornimmt, dann an der nächsten usw., wobei immer nur die beobachtete Stütze gehoben wird. In Kenntnis der so gewonnenen Angaben kann dann die Regelung in Angriff genommen werden.

4. Die Reaktionen der sich an einer Stütze befindlichen Hauptträger wird auf ein der Berechnung entsprechendes Verhältnis (Querverteilungszahl a_n) geregelt (Querrichtungsregelung). Im Laufe dieser Regelung werden auch Spannungen gemessen.

5. Die Verteilung der in Querrichtung geregelten Reaktion zwischen den einzelnen Pfeilern wird entlang der Brücke auf das durch Berechnung gewonnene Verhältnis (Längsverteilungszahl β_n) geregelt (Längsrichtungsregelung).

6. Als Kontrolle die Messung der Reaktionen nach der Längsrichtungsregelung.

Auf Grund der obigen Angaben erfolgten die Reaktionsmessung und die Regelung der Brücke, deren Ergebnisse nun im nachstehenden zusammenfassend erörtert werden sollen.

a) Messung der Reaktionen

Die beiden Hauptträger wurden während der Messung mit Hilfe der unter die Hebungskonsole angebrachten Pressen nacheinander an den einzelnen Stützpunkten um 3 mm gehoben, wonach alle Verschiebungsmessuhren und Manometer gleichzeitig abgelesen wurden. Auf Grund dieser Angaben wurde die wirkliche Reaktion gemessen. In Tabelle III wird beispielsweise der Verlauf der Berechnung einer solchen Reaktionsmessung geschildert.

TABELLE III

	Stütze 2, linker Hauptträger								
	Ableseungen an den an die Pressen angebrachten Manometern			Zur gehobenen Trägerstellung bestimmbare, gemessene Reaktion in t $R_m = \frac{(p_1 + p_2) \cdot 0,616}{0,616}$	Ableseungen an den Verschiebungsmessuhren in mm		Verschiebung in der Pfostenachse (arithmetisches Mittel der Ableseungen an der inneren und äusseren Uhr)	Wert der Reaktionskorrektur in t $b_{22} \delta = 5,72 \delta$	Wert der wirklichen Reaktion in t $R_{2W} = R_m - b_{22} \delta$
	an Presse Nr. 1 P_1	an Presse Nr. 2 P_2	$P_1 + P_2$		innere	äussere			
Ableseung vor Beginn der Hebung ..	0	0	0	0	3,0*	3,0*	3,0 mm	0	0
Ableseung nach Hebung des Hauptträgers um 3 mm	310	310	620	382	5,76	6,00	5,88 mm	0,165	381,8
$\delta = 0,288 \text{ cm}$									

* Die Uhren wurden bei diesen Anfangsablesungen auf ganze mm eingestellt.

In der Tabelle ist die Formel für die Berechnung der gemessenen Reaktionen bei Berücksichtigung von gleichen Manometerkonstanten (c) und des Pressentyps (Kolbenfläche) angegeben. Im obigen Falle beträgt z. B. der Wert der gemessenen Reaktionen in t :

$$R_m = (p_1 + p_2) \cdot F \cdot \frac{1}{c} = \frac{p_1 + p_2}{1000} \cdot 708 \cdot \frac{1}{1,15} = (p_1 + p_2) 0,616$$

Dieser gemessene Wert der Reaktionskraft wurde dann auf Grund der Gl. (1) noch durch den Wert der in der Pfostenachse gemessenen Hebung (δ) korrigiert und auf diese Weise der Wert der zu der nicht gehobenen Trägerstellung gehörenden wirklichen Reaktion gewonnen.**

Nach mehrmaliger Messung wurden für den durchlaufenden Träger die in Tabelle IV angeführten Reaktionsreihen ermittelt.

** Die Reaktionswerte, die durch die zwischen den beiden Hauptträgererebenen angebrachten Pressen gemessen wurden, stimmen wegen der Asymmetrie des Brückenquerschnittes (infolge des nur auf einer Seite befindlichen Fussgängersteiges) nachweisbar nicht genau mit den Reaktionen jener Pressen überein, die sich in Hauptträgererebene befinden. Die sich daraus ergebende Korrektur kann aber — da ihr im vorliegenden Falle keine wesentliche Bedeutung zukommt — vernachlässigt werden.

TABELLE IV

	Durch Messung gewonnener wirklicher Wert der Stützpunktreaktionen (R_w) in t					Auf einen Hauptträger entfallende Reaktionssumme in t
	Stützenbezeichnung					
	0	1	2	3	4	
Rechter Hauptträger (R'_w)	115,7	341,0	259,2	350,3	127,2	$R'_w = 1193,4$
Linker Hauptträger (R''_w)	150,6	381,8	291,7	393,0	142,3	$R''_w = 1359,4$
Auf einen Pfeiler entfallende Reaktionssumme des rechten und linken Hauptträgers.....	266,3	722,8	551,1	743,3	269,5	Eigengewicht der Brücke : $G = 2552,8$

Im Zusammenhang mit den Messergebnissen konnten — ohne die Folgerungen aus ihnen zu ziehen (diese werden in Abschnitt 6. besprochen) — bereits folgende Feststellungen gemacht werden. Das gemessene Eigengewicht der Brücke beträgt 2553 t im Gegensatz zu dem in Tabelle I angegebenen theoretischen Gewicht von 2478 t. Diese Mehrlast entspricht dem Gewichte der sich während der Messung noch auf der Brücke befindlichen gleichmässig verteilten Gerüste, die man während der Messung nicht entfernen konnte. Diese gleichmässig verteilte Mehrlast verändert — wie schon in Abschnitt 2. darauf hingewiesen wurde — die Querverteilungszahlen (α_n) und Längsverteilungszahlen (β_n) der Brücke in einem nur so geringen Ausmass, dass sie vernachlässigt werden darf. Diese durch Messung bestimmten wirklichen Querverteilungszahlen sind folgende (s. Tabelle V):

TABELLE V

	Querverteilungszahlen (α) auf Grund der durch Messungen ermittelten Reaktionen					Durch Berechnung gewonnene Querteilungszahlen (α) für alle Stützen
	Stützenbezeichnung					
	0	1	2	3	4	
Rechter Hauptträger (α')	0,435	0,472	0,470	0,470	0,472	0,470
Linker Hauptträger (α'')	0,565	0,528	0,530	0,530	0,528	0,530

Es ist ersichtlich, dass die Übereinstimmung der Reaktionen in der Querrichtung mit Ausnahme der Stütze 0 zufriedenstellend ist, was man den auf Grund der früheren Reaktionsmessungen getroffenen Massnahmen bei der Montage zu verdanken hat (siehe Abschnitt 6.). Die Werte der Längsverteilungs-

zahlen (β_n) sind auf Grund der auf eine Stütze infolge des Eigengewichts der Brücke entfallenden Reaktionssumme (Reihe 3 in Tabelle IV) in Tabelle VI ange-

TABELLE VI

	Die Werte der Längsverteilungszahlen (β) auf Grund der auf eine Stütze entfallenden Reaktionssummen				
	Stützenbezeichnung				
	0	1	2	3	4
Bei Berücksichtigung der gemessenen Reaktionen.....	0,104	0,284	0,215	0,291	0,106
Bei Berücksichtigung der berechneten Reaktionen.....	(0,096)	(0,289)	(0,234)	(0,287)	(0,096)

führt. Die Abweichungen von den berechneten Werten sind auf diese Art auffällender, als wenn die Werte gesondert für den rechten und gesondert für den linken Hauptträger berechnet würden. Vergleicht man die auf Grund der Messungen gewonnenen Längsverteilungszahlen mit den in Klammern gesetzten theoretischen Werten, so kann man feststellen, dass die wirkliche auf eine Stütze entfallende Reaktionssumme an den zwei äusseren Stützen 0 und 4 viel grösser und an Stütze 2 viel kleiner ist, als man es auf Grund der theoretischen Längsverteilungszahlen hätte erwarten können. Bezüglich der sich neben der mittleren Stütze befindlichen Pfeiler (mit 1 und 3 bezeichnet) lässt sich eine solche einheitliche Regelmässigkeit nicht mehr feststellen.

b) Die Querrichtungsregelung

Auf Grund der Reaktionsmessergebnisse konnte festgestellt werden, dass abgesehen von Stütze 0 keine Querrichtungsregelung notwendig ist. In der um 3 mm erhöhten Stellung des Trägers wurde trotzdem nacheinander an allen Stützen die eine Hauptträgerseite im Vergleich zur anderen Seite um 1 cm mehr gehoben (im weiteren: einseitige Hebung). Auf diese Weise wurde die infolge der ungleichen Hebung entstehende Reaktionsumlagerung bestimmt. Aus den so erhaltenen, für die Querrichtungssteifigkeit charakteristischen Angaben ging hervor, was für Reaktionsänderungen hervorgerufen werden, wenn die eine Seite des Hauptträgers im Vergleich zur anderen um 1 cm mehr gehoben wird. In der Praxis wird die Messung so durchgeführt, dass man, wenn die Hebung um 3 mm erreicht ist, die Pressen der einen Seite abstellt, während man die der anderen Seite weiterarbeiten lässt. Während der Hebung werden die Manometer alle 2 mm, also bei den Höhen von 0,5, 0,7, 0,9, 1,1 und 1,3 cm abgelesen, ohne während der Ablesungen auch nur für eine Minute mit dem

Antrieb der Pressen durch Betätigung des Druckhebels aufzuhören (es würden sonst innere Reibungsverluste entstehen, die die Ergebnisse verfälschen würden). Auf Grund der so gewonnenen Messwertreihe lässt sich sofort angeben, in welche gehobene Stellung der die kleinere Reaktion aufweisende Hauptträger mit Hilfe der Keilplatten zu bringen ist, um die richtige Querrichtungsreaktionsverteilung erreichen zu können. In Tabelle VII werden für jeden einzelnen Pfeiler

TABELLE VII

	Der wirkliche Wert der durch Messung ermittelten Reaktionen an den einzelnen Stützpunkten (R_w) in t bei einer um 1 cm grösseren Hebung des linken Hauptträgers im Vergleich zum rechten				
	Stützenbezeichnung				
	0	1	2	3	4
Rechter Hauptträger (R_w)	97 (-19)	263 (-79)	160 (-99)	279 (-71)	112 (-17)
Linker Hauptträger (R_w)	176 (+16)	462 (+80)	392 (+100)	458 (+65)	150 (+8)

die bei Hebung des linken Hauptträgers um 1,3 cm und des rechten Hauptträgers um 0,3 cm ermittelten und nur zur endgültigen gehobenen Stellung gehörenden Reaktionswerte angegeben. In Klammern steht die Differenz, die sich aus dem Vergleich mit den gemessenen wirklichen Reaktionswerten (Tabelle IV) ergibt. *Aus den Ergebnissen geht hervor, dass die Konstruktion auf die Querrichtungsregelung sehr empfindlich reagiert, da bei einem Stützenhöhenunterschied von 1 cm an den mittleren Stützen sehr grosse Reaktionskraftzunahmen bzw. -abnahmen (60 bis 100 t) entstehen.* Die weit geringere Reaktionsänderung an den äusseren Stützen findet ihre Erklärung darin, dass sich das hier in schräger Ebene befindliche Portal gegenüber solchen einseitigen Hebungen viel nachgiebiger verhält als die sich an den mittleren Stützen in vertikaler Ebene befindlichen Portale. Die Tatsache, dass die bei einseitiger Hebung entstehende Reaktionszunahme, an dem einen Lager nicht jener Reaktionsabnahme gleich ist, die bei dem anderen Lager auftritt, wird einesteils durch die Messungenauigkeiten verursacht und andererseits durch den Umstand, dass bei einer Hebung um 1 cm ausser der Steifigkeit des Portalrahmens auch die von der Hebung des Hauptträgerstützpunktes herrührende Reaktionszunahme bereits eine gewisse Wirkung ausübt.

Gleichzeitig mit der einseitigen Querrichtungsregelung wurden auch Spannungsmessungen durchgeführt, um klarzustellen, was für innere Kräfte bei einer eventuell notwendigen Querrichtungsregelung dauernd auf den Portalrahmen und auf die Elemente seiner unmittelbaren Umgebung übertragen werden. Da in jedem Querschnitt 3 Huggenberger-Tensometer angebracht

in der Aufnahme der Hebungskraft besteht, was durch seine Verbiegung erfolgt (siehe das Formänderungsschema des Querträgers über Stütze 4 in Abb. 13), während die Rolle der infolge der einseitigen Hebung um 1 cm entstandenen und in Abb. 12a angegebenen Spannungsverteilung wegen der Nachgiebigkeit der die Einspannung der Querträger bildenden Hauptträger verblasst. Die am unteren gedrückten Gurt auftretenden verhältnismässig grossen Spannungen sind eine Folge der in der unmittelbaren Nähe der Pressen hervorgerufenen lokalen Verformungen. Es sei noch erwähnt, dass die bei einseitiger Hebung des rechten Hauptträgers (um 1 cm) gemessenen Reaktionszunahmen bzw. Reaktions-

Gemessene Spannungen bei einseitiger Hebung des linken Hauptträgers um 1 cm im Vergleich zum rechten Hauptträger

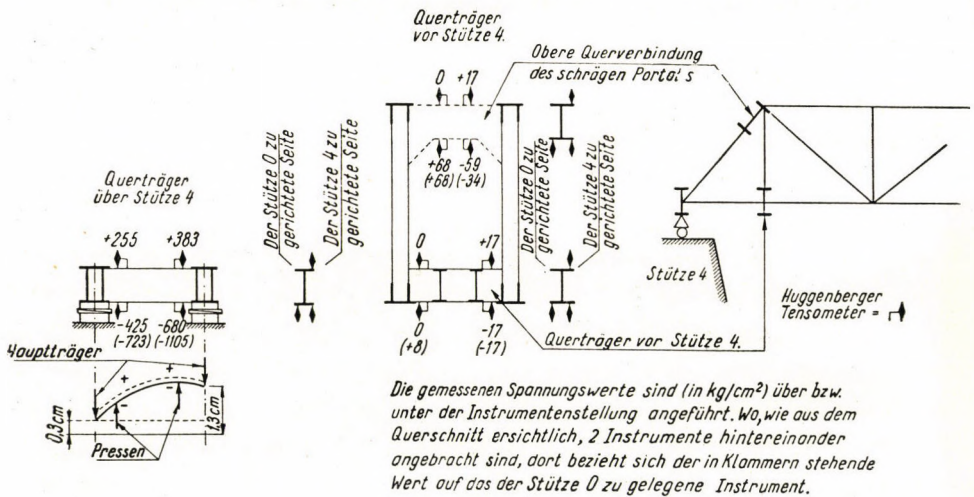


Abb. 13

verminderungen nur in geringem Masse von den bei Hebung des linken Hauptträgers ermittelten und aus Tabelle VII ersichtlichen Werten abweichen.

Im Besitze obiger Ergebnisse konnte die Querrichtungsregelung der Konstruktion, die — wie bereits erwähnt — nur an der Stütze 0 notwendig war, in Angriff genommen werden. Hier änderte sich der gemessene Reaktionswert nach der einseitigen Hebung des rechten Hauptträgers durch die Keilplatten um 4 mm am rechten Hauptträger auf 128,3 t und am linken Hauptträger auf 140 t, so dass ihre Summe 268,3 t betrug. An den übrigen Stützen war eine Querrichtungsregelung nicht erforderlich, so dass die zur Längsrichtungsregelung benötigten Reaktionswerte — ausser für die Stütze 0 — mit den in Tabelle IV angegebenen identisch sind. Nach dieser Regelung des Trägers in Querrichtung konnte man an die Längsrichtungsregelung herangehen.

c) Die Längsrichtungsregelung

Vor Beginn der Längsrichtungsregelung sollte zuerst durch Messung die Übereinstimmung der bei den Bedingungsgrundgleichungen so wichtigen durch Berechnung gewonnenen Koeffizienten b (s. Tabelle II) mit den gemessenen Werten überprüft werden. Zu diesem Zwecke wurden die beiden Hauptträger der Reihe nach über jeder Stütze gleichförmig um 0,3 cm gehoben, wobei gleichzeitig immer nur an einer Stütze gehoben wurde. Danach wurden die Manometer abgelesen und die Hauptträger bis 1,3 cm weitergehoben. Während der Hebung wurde bei den einzelnen Teilablesungen die Betätigung der Pressenhebel nicht unterbrochen, da dies eine Fehlerquelle hätte bilden können. Der Unterschied der auf diese Art erhaltenen, zur Hebung um 0,3 cm und um 1,3 cm gehörenden Reaktionen gab die Reaktionszunahme an, die infolge der Hebung um 1 cm entsteht, d. h. den Wert des Koeffizienten b . Da der Träger in Querrichtung schon geregelt war, erhielt man für beide Hauptträger den gleichen Wert. Der Wert dieser gemessenen Koeffizienten wird mit den berechneten Werten in Tabelle VIII verglichen.

TABELLE VIII

	Der Wert der Reaktionszunahme (b) in t infolge der gemeinsamen Hebung der Hauptträger um 1 cm				
	Stützenbezeichnung				
	0	1	2	3	4
Auf Grund der Messung	2	6	8	8	2
Auf Grund der Berechnung	0,99	5,72	7,76	5,72	0,99

Bei Prüfung der Werte dieser Koeffizienten lässt sich feststellen, dass der Wert sämtlicher durch Messung gewonnener Koeffizienten b grösser ist als die berechneten Werte. Praktisch bedeutet dies, dass die in Rede stehende Konstruktion in Längsrichtung steifer war, als sie den Berechnungen gemäss sein sollte. Es wurden auch Versuche angestellt, ob die auf eine jeweilige Mehrhebung um 1 cm entfallenden Reaktionszunahmen der Theorie entsprechend gleich sind, wenn die Stabspannungen innerhalb der Proportionalitätsgrenze bleiben und die Hauptträger an den einzelnen Stützen bis 0,3, 1,3, 2,3 und 3,3 cm gemeinsam gehoben werden. Für Stütze 3 betragen die Reaktionszunahmen infolge der obigen Mehrhebung um je 1 cm der Reihe nach 8 t, 6,5 t und 9 t, d. h. sie sind, der Theorie entsprechend annähernd gleich. Die kleineren Abweichungen sind den Messungenauigkeiten zuzuschreiben. Es wurde auch die Möglichkeit geprüft, die Werte der Koeffizienten b mit gemischtem Index durch Messung zu bestimmen und dann die Regelungsgrundgleichungen mit den gemessenen

Koeffizienten b , also mit den der wirklichen Steifigkeit der in Rede stehenden Konstruktion entsprechenden Koeffizienten anzusetzen. Im Falle eines Koeffizienten mit gemischtem Index, z. B. im Falle von b_{12} , würde dies die Aufgabe bedeuten, dass die Konstruktion an Stütze 2 um 1 cm gehoben wird und dass man nach Fixierung der Pressenkolben in dieser Stellung auf die Stütze 1 übergeht, wo die in dieser gehobenen Stellung der Stütze 2 entstehende Reaktion gemessen wird. Danach lässt man die Pressen an Stütze 2 herunter und misst die Reaktion an Stütze 1 auch in dieser Stellung. Das Ergebnis des Unterschiedes der zwei Reaktionswerte ist der gesuchte Wert von b_{12} . Praktisch konnte man diese Messungen nicht ausführen, da das Fixieren der Pressenkolben in gehobener Stellung nur bei einem Teil der benutzten Pressen möglich war. Deshalb wurden bei der Lösung der Grundgleichungen der Längsrichtungsregelung [siehe Gl. (6)] die berechneten Koeffizienten b herangezogen, ohne die Tatsache aus dem Auge zu verlieren, dass die auf diese Art gewonnenen Werte der an den einzelnen Stützen notwendigen senkrechten Verschiebungen in Wirklichkeit etwas kleiner sein können. Da die Querrichtungsregelung der Stützenreaktion schon durchgeführt worden war, kann für die Berechnung die Reaktionsreihe jedes der beiden Hauptträger benutzt werden*. So beträgt z. B. die wirkliche Reaktionsreihe des rechten Hauptträgers, an dem schon die Querrichtungsregelung vorgenommen worden war und so dem Wert $R'_n = \alpha' \left(\sum_0^4 R'_{nw} + \sum_0^4 R''_{nw} \right)$ entspricht :

$$R'_0 = 128,3 \text{ t} \quad R'_1 = 341,0 \text{ t} \quad R'_2 = 259,2 \text{ t} \quad R'_3 = 350,3 \text{ t} \quad \text{und} \quad R'_4 = 127,2 \text{ t} \quad \text{und} \quad \sum_0^4 R'_n = 1206 \text{ t}$$

Die auf Grund von Gl. (2) berechenbaren und angestrebten Reaktionsreihen sind folgende :

$$R_{0a} = \beta'_0 \sum_0^4 R'_n = 0,096 \cdot 1026 = 115,78 \text{ t} = R_{4a}$$

$$R_{1a} = \beta'_1 \sum_0^4 R'_n = 0,287 \cdot 1206 = 345,84 \text{ t} = R_{3a}$$

$$R_{2a} = \beta'_2 \sum_0^4 R'_n = 0,234 \cdot 1206 = 281,97 \text{ t} \quad (7)$$

Auf Grund der beiden Reaktionswertreihen können die Vorzeichen aufweisenden Reaktionsunterschiede berechnet werden :

$$\Delta R_0 = 115,78 - 128,3 = - 12,52 \text{ t}$$

$$\Delta R_1 = 346,12 - 341,0 = + 5,12 \text{ t}$$

$$\Delta R_2 = 282,20 - 259,2 = + 23,00 \text{ t}$$

$$\Delta R_3 = 346,12 - 350,3 = - 4,18 \text{ t}$$

$$\Delta R_4 = 115,78 - 127,2 = - 11,42 \text{ t}$$

$$\text{Kontrolle : } \sum_0^4 \Delta R_n = 0$$

* Hierbei wird selbst im Falle einer asymmetrischen Querschnittsanordnung der Brücke kein Fehler entstehen, der praktisch ins Gewicht fällt.

Auf Grund von Gl. (4) lässt sich dann der Schlussfehler berechnen, der infolge der Unbefriedigung des Momentensatzes auftritt:

$$\Sigma M = -12,52 \cdot 196,32 + 5,12 \cdot 98,52 + 4,18 \cdot 98,52 + 11,52 \cdot 196,32 = S = +700,284 \text{ tm}$$

(wobei $l_1 = 97,80 \text{ m}$, $l_2 = 98,52 \text{ m}$ und $l_1 + l_2 = 196,32 \text{ m}$).

Auf Grund der Gleichungen (5) gelangt man bei Anwendung des Schlussfehlers S zu den korrigierten Reaktionsunterschieden:

$$\begin{aligned} \Delta R_{0k} &= -12,52 - 1,424 = -13,944 \text{ t} \\ \Delta R_{1k} &= +5,12 - 0,714 = +4,406 \text{ t} \\ \Delta R_{2k} &= +23,000 \text{ t} \\ \Delta R_{3k} &= -4,18 + 0,714 = -3,466 \text{ t} \\ \Delta R_{4k} &= -11,42 + 1,424 = -9,996 \text{ t} \end{aligned} \quad (8)$$

Die Verteilung des Schlussfehlers kann durch Einsetzen der korrigierten Reaktionsunterschiede in die Momentengleichung überprüft werden. Im vorliegenden Fall ist $\Sigma M = 0,47 \approx 0$, die Verteilung ist also richtig. In Kenntnis der korrigierten Reaktionsunterschiede ergeben die auf Grund von Gl. (6) für die mittleren Stützpunkte aufgestellten Regelungsgleichungen:

$$\begin{aligned} 5,72 \delta_1 - 5,43 \delta_2 + 2,32 \delta_3 &= +4,406 \\ -5,43 \delta_1 + 7,76 \delta_2 - 5,43 \delta_3 &= +23,000 \\ 2,32 \delta_1 - 5,43 \delta_2 + 5,72 \delta_3 &= -3,466 \end{aligned}$$

Die Lösung des Gleichungssystems gibt für den Wert der notwendigen senkrechten Stützpunktverschiebungen folgende Wertreihe:

$$\delta_1 = 38,729 \text{ cm} \quad \delta_2 = 55,546 \text{ cm} \quad \delta_3 = 36,415 \text{ cm}$$

Man kann sich davon überzeugen, dass die obige Wertreihe gleichzeitig auch die für die Stützen 0 und 4 aufstellbaren Gleichungen befriedigt, also wirklich die Lösung der Regelungsbedingungsgleichungen bildet. *Es ist ersichtlich, dass die für das Eliminieren der gemessenen Reaktionsunterschiede berechnete Stützpunktstellungsreihe an den mittleren Stützen sehr grosse Hebungen (von 30 bis 50 cm) beansprucht (bei unveränderter Lage der äusseren Stützen), was praktisch nicht ausführbar ist.* Die Ursache hierfür ist in der bedeutenden Abweichung der wirklichen Längsrichtungsverteilung der Reaktion von der berechneten zu suchen, was in Abschnitt 6. erklärt werden soll.

Auch die Wirkung der Reaktionsabweichung auf die (von der Eigenlast bzw. gemeinsam von der ständigen Last und Nutzlast herrührenden) theoretischen Stabkräfte wurde einer Untersuchung unterworfen.

Da zwischen dem im Gleichgewicht befindlichen Kräftesystem [s. Gl. (7)] der theoretisch angestrebten Reaktion (R_a) und dem ebenfalls im Gleichgewicht befindlichen Kräftesystem der wirklichen Reaktion (R_w) [s. Gl. (8)] durch das im Gleichgewicht befindliche Kräftesystem der korrigierten Reaktionsunterschiede (ΔR_k) die statische Gleichwertigkeit

$$(R'_a - \Delta R_k) \doteq R_w$$

ausgedrückt werden kann, sind die von den wirklichen Reaktionen herrührenden

Stabkräfte leicht auszurechnen. Die von R_a herrührenden Stabkräfte sind aus der statischen Berechnung ersichtlich, während die von $-\Delta R_k$ herrührenden Stabkräfte auf Grund von Abb. 14 bestimmt wurden. Die Stabkräfte, die im Feld neben der mittleren Stütze 2 infolge der Wirkung von R_a , $-\Delta R_k$ und R_w entstehen, wurden in Tabelle IX zusammengestellt, wo gleichzeitig auch die von den gemessenen, korrigierten Reaktionsunterschieden (ΔR_k) stammende Änderung der Werte der theoretischen Stabkräfte in Prozenten angeführt wurden (Kolonne 5 und 6).

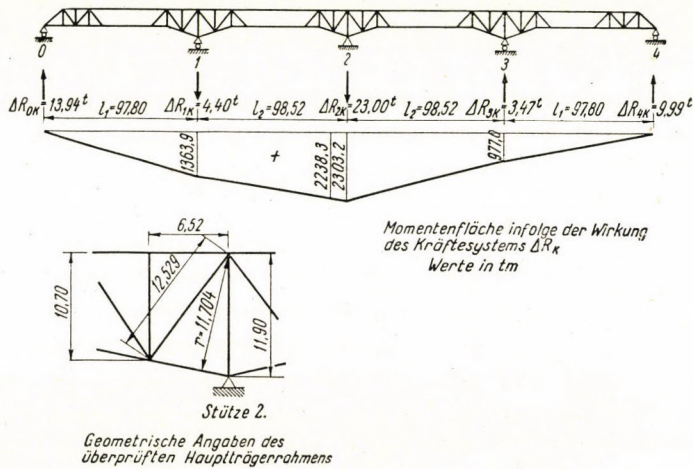


Abb. 14

TABELLE IX

	Die entstehende Stabkraft in t					
	1. von der ständigen Last auf Grund der theoretischen Verteilung der gemessenen Reaktionssumme S_g	2. von der ständigen Last auf Grund des Unterschiedes zwischen der theoretischen Verteilung der Reaktionssumme und der wirklichen Verteilung der Reaktionen ΔS_k	3. von der ständigen Last auf Grund der gemessenen wirklichen Reaktionsverteilung S_w	4. von der Nutzlast auf Grund der Multiplikation mit dem Schwingbeiwert μS_p	5. von ΔS_k , bezogen auf die von der ständigen Last herrührende theoretische Stabkraft in % $\frac{\Delta S_k}{S_g} \cdot 100$	6. von ΔS_k , bezogen auf die aus der ständigen Last und aus der Nutzlast herrührende Stabkraftsumme in % $\frac{\Delta S_k}{S_g + \mu S_p} \cdot 100$
Oberer Gurtstab	+166	-209,1	- 43,1	+565	126,0	23,6
Füllungsstab	+125	+ 30,5	+155,5	+357	24,4	6,3
Unterer Gurtstab	-229	+196,8	- 32,3	-648	86,0	22,4
Portalpfosten	-237	- 48,2	-285,2	-514	20,2	6,4

Aus den Angaben der Tabelle können folgende bemerkenswerte Feststellungen gemacht werden. Die auf Grund der Messung festgestellten Reaktions-

umlagerungen bewirken eine bedeutende Veränderung der aus den theoretischen Reaktionen berechenbaren und von der ständigen Last herrührenden Stabkräfte (Kolonne 1 und 3 in Tabelle IX). Die prozentualen Werte der sich daraus ergebenden Stabkraftänderungen weisen darauf hin, dass diese Änderungen hauptsächlich bei den Gurten beträchtlich sein können (obwohl sie bei den sich in der Nähe der Stützen befindlichen Stäben ein entgegengesetztes Vorzeichen besitzen als die von der ständigen Last und der Nutzlast herrührende Stabkraft). Obgleich diese Stabkraftänderung bei Berücksichtigung der Nutzlast in Prozenten ausgedrückt (Kolonne 6) abnimmt, stellt sie aber im Verhältnis zur 3%igen Genauigkeit, die bei den statischen Berechnungen im Laufe der Stabkraftbestimmungen verlangt wird, noch immer einen beträchtlichen Wert dar. Diese Änderung ist besonders an jenen Stellen mit Aufmerksamkeit zu verfolgen, wo die infolge der Reaktionsänderungen hervorgerufene Wirkung dasselbe Vorzeichen wie die von der Nutzlast herrührende besitzt, weil dort deswegen Überbeanspruchungen auftraten. Dies ist der Fall bei den in der Mitte der Öffnung befindlichen Gurtstäben. Hinsichtlich der Momentenfläche kann noch festgestellt werden, dass die von diesen Reaktionsänderungen herrührende Stabkraftänderung für die in der Mitte der zweiten Öffnung befindlichen Gurtstäbe noch immer ziemlich gross ist, da sie etwa 14—16% erreicht. Zur Verminderung des gemessenen Reaktionsunterschiedes und der aus diesem stammenden weiter oben nachgewiesenen Stabkraftunterschiede wurde — innerhalb der durch die Lagerkeile gebotenen Möglichkeit — dennoch versucht, die Konstruktion in Längsrichtung zu regeln.

Vorhergehend wurden die beiden Hauptträger an den zu regeln gewünschten Stützen gemeinsam um 2 cm gehoben, wobei die Instrumente bei jeder Teilhebung um 0,2 cm abgelesen wurden. Aus der durch diese Ablesungen ermittelten Kräftereihe wurde darauf geschlossen, was für Reaktionsänderungen durch die Regelung der Keilplatten hervorgerufen werden können. Auf Grund dieser Angaben wurde zuerst die Stütze 1 wegen der dort geringeren Reaktion um 1,3 cm und nachher die Stütze 2 um 2,3 cm gehoben. Durch diese vom theoretischen Gesichtspunkt keineswegs vollkommene Regelung änderten sich die auf eine Stütze entfallenden Reaktionssummen um die in Tabelle X angegebenen Werte.

TABELLE X

	Auf eine Stütze entfallenden Reaktionssummen in t				
	Stützenbezeichnung				
	0	1	2	3	4
Vor der Regelung auf Grund der Messung	268	722	551	743	269
Nach der Regelung auf Grund der Messung	267	725	563	735	270
Theoretisch berechneter Wert	246	732	597	732	246

Da aus diesen Resultaten hervorging, dass wegen der beschränkten Hebungsmöglichkeiten keine Aussicht auf eine weitere bedeutendere Reaktionsänderung vorhanden ist, wurde von einer Fortsetzung der Stützpunktregelung abgesehen.

6. Auswertung der Messergebnisse

Im nachstehenden sollen auf Grund der Ergebnisse der Quer- und Längsrichtungsregelungen Folgerungen über die Regelung selbst und darüber hinausgehend über das Montageverfahren der Konstruktion gezogen werden. Die Montage übt nämlich eine bedeutende Wirkung auf das Kräftespiel der Konstruktion aus, wobei es von ihrer technisch richtigen oder falschen Durchführung abhängt, ob die Regelung notwendig oder überflüssig ist.

a) *Folgerungen im Zusammenhang mit der Querrichtungsregelung*

Die Ergebnisse der Querrichtungsregelung erbrachten den Nachweis, dass die Konstruktion sehr empfindlich auf sie reagiert. An den gemessenen Brücken befinden sich zwei Windverbände und über den Stützen ein starker Querverband. Deswegen entstehen durch sehr kleine einseitige Hebungen je nach der Steifigkeit der den Querschnitt bildenden Elemente grosse Reaktionsunterschiede und bedeutende innere Kräfte, die durch die Regelung bleibend auf die Konstruktion übertragen wurden. Diese Feststellung bedeutet beim Brückenbau, dass durch die im Laufe der Montage entstehenden verhältnismässig geringen Ungenauigkeiten beim Zusammenstellen und durch die in dieser Lage durchgeführte Vernietung sehr bedeutende Kräfte von dem einen Hauptträger auf den anderen Hauptträger übertragen werden. Dies zeigte sich auch tatsächlich bei einer früheren Reaktionsmessung, wo wegen der in falscher Lage durchgeführten Vernietung des letzten und verhältnismässig sehr steifen Querverbandes die an demselben Widerlager gemessenen zwei Hauptträgerreaktionen wesentlich voneinander abwichen.

Auf Grund der Messergebnisse kann auch festgestellt werden, dass die Korrektur dieser Fehler durch eine nachträgliche Regelung nur um den Preis von durch die Querrichtungsregelung bleibend übertragener grosser Spannungen möglich ist, und auch dann nur bei jenen Feldern, die sich in unmittelbarer Nähe der Lager befinden. Die hier bleibend übertragenen Spannungen können zusammen mit den infolge einer fehlerhaften Montage übertragenen eine Überbeanspruchung verursachen, können aber in einem günstigen Falle die von der Montage herrührenden Spannungen auch vermindern. Bei den von den Lagern entfernteren Feldern lässt sich die Überbeanspruchung, die von der Vernietung in falscher Lage herrührt, durch Stützpunktregelungen nicht beseitigen, so dass es not-

wendig ist, besonders darauf zu achten, dass die Montage richtig durchgeführt wird.

Die Erstellung von weitgespannten durchlaufenden Balkenbrücken erfolgt in den letzten Zeiten im Freivorbau. Bei einer solchen Montagemethode hat man noch mehr als sonst auf die in richtiger Lage durchgeführte Vernietung der Querrichtungselemente zu achten. Bei unseren vorhergehenden Konstruktionen wurden die Hauptträger und die im vorhinein ausgebohrten Querrichtungselemente beim Fortschreiten des Freivorbauens um einen Felderabstand sofort aufgerieben und vollständig vernietet, wodurch bei falscher relativer Lage der Hauptträger während der Montage einesteils grosse Zwangsspannungen auf die Querrichtungselemente übertragen wurden und anderenteils die beiden Hauptträger wegen der falschen Lage der Querrichtungselemente nicht gleichförmig arbeiteten. Diese Verhältnisse bieten eine Erklärung dafür, dass bei unseren vorherigen Konstruktionen das an den einzelnen Pfeilern festgestellte Verhältnis der Reaktionen vor der Regelung nur selten mit dem entsprechenden theoretischen Wert übereinstimmte. *Auf Grund der obigen Erfahrungen und der gegenwärtigen Brückenbauten und Messungen kann festgestellt werden, dass die Querrichtungselemente nicht im vorhinein vernietet, sondern im Laufe des Freivorbauens des Hauptträgers nur geschraubt bzw. gedornit werden dürfen. Erst nachdem der Hauptträger über die Stützen gelangt und auf die Lager gehoben ist, also nachdem die Konstruktion ihre durch die ständige Last verursachte Biegelinie angenommen hat, können die Querrichtungselemente mit dem endgültigen Durchmesser aufgerieben und vernietet werden.* Praktisch wird das folgendermassen durchgeführt: nachdem die Konstruktion auf das Lager gehoben ist, werden von der recht grossen Anzahl von Dornen bzw. Schrauben, die den Querträger und das Hauptträger-eckblech (mit Hilfe der Decklasche) zusammenhalten und die wegen der mit dem Kran durchgeführten Montage benötigt werden, mit Ausnahme von den 2—3 in die Schwerlinie des Querträgers fallenden Dornen bzw. Schrauben herausgezogen, wodurch der Querträger gleichsam entspannt wird (die in der Schwerlinie befindlichen Verbindungselemente lassen nämlich bereits geringe Verdrehungen der Endquerschnitte zu). Danach werden alle Querträger- und Eckblechverbindungen in dieser Lage mit endgültigem Durchmesser aufgerieben und vernietet. Bei ungleichen Hauptträgergewichten, also wenn sich die beiden Hauptträger im Laufe der Montage verschieden stark durchbiegen, führt allein diese Methode zum Ziele. Die Angaben der Tabelle V bestätigen in überzeugender Weise, dass bei Einhaltung der obigen Vorschrift selbst bei verschiedenen Hauptträgergewichten stets ein gutes Mitwirken der Querträger mit dem Hauptträger in der Querrichtung gesichert werden kann. Da wegen der Torsionsnachgiebigkeit der Hauptträgerenden bei den äusseren Stützen 0 und 4 durch die einseitige Hebung des Querträgers keine bedeutende Reaktionsumlagerung erreicht werden kann (s. Tabelle VII), hat man auf die genaue Einstellung des oberen Querverbandes des schrägen Eingangsportals und des Endquerträgers besonders zu achten. Diese genaue Einstellung lässt sich dadurch gewährleisten, dass man die obigen Querelemente erst dann vernietet, nachdem der Hauptträger auf den Stützpunkt gehoben wurde.

b) Folgerungen im Zusammenhang mit der Längsrichtungsregelung

Sowohl die Ergebnisse der gegenwärtigen als auch die der früheren Reaktionsmessungen erbrachten den Nachweis, dass die Längsrichtungsverteilung der Reaktionen nicht den durch Berechnung gewonnenen Längsverteilungszahlen entspricht. *Aus der bei der jetzigen Messung bereits entwickelten Theorie der Längsrichtungsregelung ging hervor, dass die in Längsrichtung auftretenden Unterschiede zwischen der berechneten und wirklichen Reaktion so gross sind, dass es unmöglich ist, sie innerhalb der durch die Keilplatten gegebenen Möglichkeiten auszuschalten.* Aus diesem Grunde schien die Aufhellung der Ursache dieser Reaktionsunterschiede von besonderem Interesse. Diese Reaktionsunterschiede lassen sich auf nachstehende Ursachen zurückführen :

1. Nichtberücksichtigung der wirklichen Gewichtsverteilung.
 2. Vom Plan abweichende geometrische (Höhen-) Lage der Hauptträgerlager.
 3. Ungenauigkeiten im Stabnetz der Hauptträger im Verhältnis zur planmässigen Trägerform.
 4. Veränderungen im Kräftespiel infolge des Freivorbaues.
- Im nachstehenden seien diese Ursachen gesondert untersucht :

1. *Nichtberücksichtigung der wirklichen Gewichtsverteilung*

Diese besteht im vorliegenden Fall nicht, da die Längsverteilungszahlen der Reaktionen bei vollständigster Berücksichtigung der wirklichen Gewichtsverteilung auf Grund einer genauen Reaktionsberechnung festgestellt wurden.

2. *Vom Plan abweichende geometrische (Höhen-) Lage der Hauptträgerlager*

Die Lagerkonstruktionen werden, bevor man die über die Stützen gelangten Hauptträger im Laufe der Montage auf die Lager hebt, in die geometrisch richtige Höhenstellung gebracht. Die danach verbleibenden und praktisch messbaren Höhenabweichungen können aber nicht die Ursache für die ziemlich beträchtlichen Reaktionsumlagerungen bilden. Das geht klar aus den in Tabelle II angeführten Koeffizienten b (die durch Hebung der Stütze um 1 cm hervorgerufenen Reaktionsänderungen) hervor. Auf Grund der Werte dieser Tabelle lässt sich ferner feststellen, dass der verhältnismässig grosse Fehler von 1 cm, der während der Höhenregelung z. B. der Stütze 0 begangen wurde, nur eine Reaktionsänderung von 1 t verursacht (auf Grund der Messergebnisse laut Tabelle VIII jedoch von 2 t), so dass der grosse Reaktionsunterschied zwischen dem theoretischen und gemessenen Wert an den äusseren Stützen eine andere Ursache besitzen muss.

3. *Ungenauigkeiten im Stabnetz der Hauptträger im Verhältnis zur planmässigen Trägerform*

In der Werkstatt kann die Konstruktion im eigenlastfreien, auf Zulagen ausgelegten Zustande wegen des bloss beschränkt zur Verfügung stehenden Raumes, nur in Teilstücken zusammengestellt werden. Von den auf diese Weise gewonnenen Teilstücken der Konstruktion darf im Laufe des Fortschreitens der Werkarbeit nur soviel zerlegt werden, dass für die weitere Zusammenstellung ein genügend langer steifer Teil in der Werkstatt verbleibt, um die Verlängerung der Grundlinie mit befriedigender Genauigkeit zu ermöglichen. Hierbei wird die Grundlinie des neuen Teilstückes durch Extrapolation vom verbliebenen Teilstück ausgehend ausgesteckt, so dass laut der Werksmessungen in einem ungünstigen Falle eine Anhäufung der Grundlinienverschiebung eintreten kann. Die auf diese Weise entstehende Stabnetzänderung

kann bereits die Ursache für einen Teil der im vorliegenden Fall eintretender Reaktionsänderung bilden. *Um diese Reaktionsänderung zu vermindern, wäre es also wünschenswert — wie dieses Bestreben ja auch in der Vergangenheit vorhanden war — im Laufe der Werkstattzusammenstellung des Hauptträgers bei Anwendung einer je längeren Grundlinie je mehr Felder zu einem Teilstück zusammenzustellen und die noch notwendigen Grundlinienverlängerungen mit äusserster Genauigkeit durchzuführen.*

4. Veränderungen im Kräftespiel infolge des Freivorbaues

Die hier behandelte Brücke wurde im Freivorbau erstellt, indem man vom mittleren Stützpunkt aus nach beiden Seiten gegen die Widerlager zu bei Verwendung von Montagejochen konsolartig vorbaute. Im nachstehenden sei versucht eine Erklärung für die Reaktionsumlagerungen in Längsrichtung auf Grund der obigen Montagemethode zu geben. Um die Tendenz der Reaktionsumlagerung feststellen zu können, soll bei der Berechnung ein idealer Zustand vorausgesetzt werden, u. zw. :

a) Die Stützweiten des Trägers seien gleichförmig.

β) Der Träger wurde von der Mitte ausgehend konsolartig montiert, wobei die Konsolen ohne Montagejoch zur nächsten Stütze gelangen (diese Annahme dient zur Verminderung der Rechenarbeit).

Bei der Montage des Hauptträgers geht man von der mittleren Stütze aus und gelangt so zur nächsten Stütze (I. Montagezustand). Hierbei entstehen im Träger in der Nähe der mittleren Stütze infolge der ständigen Last an der Proportionalitätsgrenze liegende Spannungen, und es treten über den erreichten Stützen senkrechte Durchbiegungen von der Grösse f auf (Tabelle XI, Kolonne a). Diese Durchbiegungen bestehen aus zwei Teilen, u. zw. aus einem elastischen Teil (f_e), der von der Dehnung der Stabelemente herrührt, und aus einem Wert der bleibenden Verformung (f_b). Dieser bleibende Teil stammt von der Verschiebung der Nietanschlüsse der Hauptträger. Laut der diesbezüglichen Versuche (Rudeloff, Talbot, Findeisen) besteht diese Verschiebung aus zwei Komponenten, u. zw. aus dem Wert des Gleitens, das bei der verhältnismässig niedrigen Spannung von 400—800 kg/cm² wegen des nichtausgefüllten Zustandes des Nietloches auftritt und ferner aus der einen grösseren Wert aufweisenden Deformation, die bei 1600—1700 kg/cm² entsteht und mit der Verbiegung der Nietschaft zusammenhängt. Aus den diesbezüglichen Versuchen geht ferner hervor, dass auch diese bleibende Nietverschiebung annähernd der Belastungskraft proportional ist [2] und infolgedessen auch der elastischen Dehnung selbst ($f_b = \eta f_e$). *Es wird also, wenn die Konstruktion über die Stütze gelangt und auf das Lager gehoben ist, nicht nur die elastische sondern auch die von der bleibenden Nietverschiebung herrührende senkrechte Durchbiegung unabsichtlich aufgehoben.* Die Konstruktion wird somit an den Stützpunkten in diese planmässige Lage

durch die Kräfte P gebracht, die durch die Betätigung der hier eingesetzten Pressen ausgelöst werden (Tabelle XI, Kolonne b). Es lassen sich also die infolge dieser Kraftwirkung entstehenden vertikalen Durchbiegungen berechnen, die nur aus

TABELLE XI

		Im Endzustand der I. Montagephase		
		a.) Wenn der Träger über die Stütze gelangt, doch vor der Hebung auf das Lager	b.) Infolge der Wirkung der an den zwei äusseren Stützen nach oben gerichteten Kraft P	c.) Bei Hebung der zwei äusseren Stützen des Trägers auf das Lager
1.) Belastung und Reaktion				
2.) Momentenfläche				
3.) Elastische senkrecht durchbiegung über den Stützen				
4.) Von der Verschiebung der Nietanschlüsse herrührende bleibende Durchbiegung über den Stützen	$f_{1b} = \frac{\eta DL^4}{8EJ}, f_{2b} = 0, f_{3b} = \frac{\eta DL^4}{8EJ}$	$f_{1b} = f_{2b} = f_{3b} = 0$		
5.) Gesamte Durchbiegung (3.) + 4.) über den Stützen	$f_1 = \frac{pL^4}{8EJ}(1+\eta), f_2 = 0, f_3 = \frac{pL^4}{8EJ}(1+\eta)$	$f_1' = \frac{pL^3}{3EJ}, f_2' = 0, f_3' = \frac{pL^3}{3EJ}$		

einem elastischen Teil (f_e') bestehen (dieser Durchbiegungsanteil wird oben mit einem Komma bezeichnet).

Man kann diese Annahme folgendermassen begründen. In dem konsolartig herausragenden Zustand entsteht über der mittleren Stütze ein Moment

$\frac{pl^2}{2} = \frac{4pl^2}{8}$. Dieses Moment nimmt zwar bei Hebung der zwei Konsolenden auf die Stützen auf $\frac{pl^2}{8}$ ab (Abb. 15), doch entstehen an einem Teil der Konstruktion, hauptsächlich in der Nähe des eine grosse bleibende Nietverschiebung erlittenen Stützpunktes, noch immer Momente mit gleichem Vorzeichen wie die vorherigen. Hieraus folgt, dass das Gleiten und die Schaftverformung, die aus den vorherigen grösseren, von der ständigen Last stammenden Konsolenmomenten herrührten, selbst im Falle des Wirkens der Kraft P bleiben und dass so *infolge der Wirkung der Kraft P keine Nietverschiebung im entgegengesetzten Sinn als bisher auftritt ($f'_b = 0$)*.

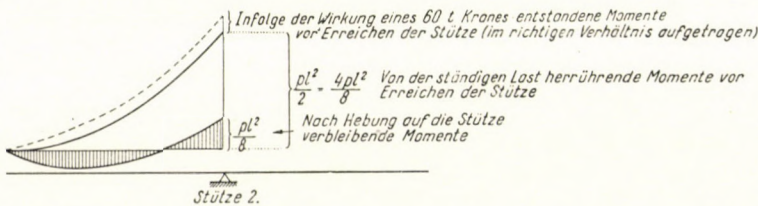


Abb. 15

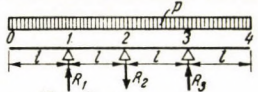
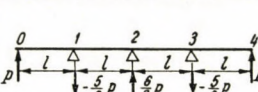
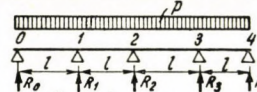
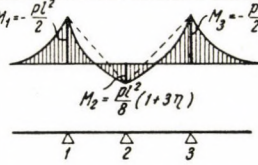
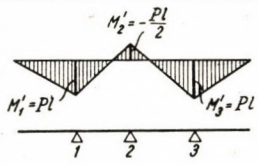
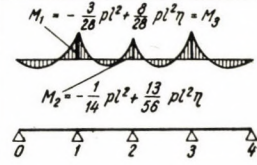
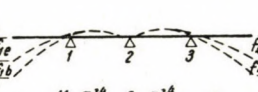
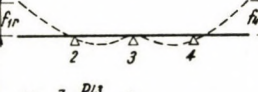
Die Richtigkeit der obigen Ausführungen wird noch besser durch die Tatsache unterstützt, dass die Konsole, wenn sie über die Stütze gelangt, auch noch durch einen Kran von 60 t belastet wird, was gleichfalls die die Nietverschiebungen hervorrufenden Konsolenmomente erhöht (Abb. 15, gestrichelte Linie). Da die Konsolenmomente, wenn der Träger auf die Stütze gehoben wird, wieder nur auf den vorigen von der ständigen Last herrührenden (ein negatives Vorzeichen aufweisenden) Wert $\frac{pl^2}{8}$ abnimmt, bleibt die infolge des bei der Montage entstandenen Konsolenmomentes eingetretene bleibende Nietverschiebung. Hierzu sei bemerkt, dass die entgegengesetzt gerichtete Nietverschiebung, die infolge des beim Zurückheben auftretenden kleinen positiven Momentes in einem Teilstück des Trägers entsteht, vernachlässigt werden kann, da sie im Vergleich zu den im Laufe der Montage eingetretenen sämtlichen bleibenden Nietverschiebungen, die hauptsächlich in der Nähe des mittleren Stützpunktes auftreten und auch nach der Hebung zurückbleiben, äusserst gering ist.

Auf Grund obiger Angaben wird die Grösse der für die Hebung auf die Stütze notwendigen Kraft P aus der Bedingung festgestellt, die ausdrückt, dass bei der Einsetzung des Trägers in die planmässige Lage die elastische und bleibende Durchbiegung der Konsole nur durch die infolge der Aufhebung des Trägers hervorgerufenen elastischen Durchbiegung beseitigt werden kann ($f_e + f_b = f'_e$). Nachdem der wirkliche Wert der Kraft P auf diese Weise festgestellt wurde, gelangt man durch Superposition der Kolonnen a) und b) der Tabelle XI zu

der zur Endstellung der I. Montagephase gehörenden endgültigen Reaktions- und Momentenverteilung.

Die in der II. Montagephase auftretende Reaktions- und Momentenverteilung wird wieder auf Grund derselben Überlegung bestimmt. Wenn

TABELLE XII

		<i>Im Endzustand der II. Montagephase</i>		
		a.) Wenn der Träger über die Stütze gelangt, doch vor der Hebung auf das Lager	b.) Infolge der Wirkung der an den zwei äusseren Stützen nach oben gerichteten Kraft P	c.) Bei Hebung der zwei äusseren Stützen des Trägers auf das Lager
1.) Belastung und Reaktion		 $R_1 = \frac{17}{8} pl + \frac{3}{8} pl\eta$ $R_2 = \frac{2}{8} pl - \frac{30}{40} pl\eta$ $R_3 = \frac{17}{8} pl + \frac{3}{8} pl\eta$		 $R_0 = \frac{11}{28} pl + \frac{8}{28} pl\eta = R_4$ $R_1 = \frac{32}{28} pl - \frac{19}{28} pl\eta = R_3$ $R_2 = \frac{26}{28} pl + \frac{3}{28} pl\eta$
	2.) Momentenfläche	 $M_1 = -\frac{pl^2}{2}$ $M_2 = -\frac{pl^2}{8} (1 + 3\eta)$ $M_3 = -\frac{pl^2}{2}$	 $M'_1 = -Pl$ $M'_2 = -\frac{Pl}{2}$ $M'_3 = -Pl$	 $M_1 = -\frac{3}{28} pl^2 + \frac{8}{28} pl^2\eta = M_3$ $M_2 = -\frac{1}{14} pl^2 + \frac{13}{56} pl^2\eta$
3.) Elastische senkrechte Durchbiegung über den Stützen		 $f_{0e} = \frac{11}{48} \frac{pl^4}{EJ} - \frac{3}{48} \frac{pl^4}{EJ} \eta = f_{4e}$ $f_{1e} = f_{2e} = f_{3e} = 0$	 $f_{0e} = \frac{7}{12} \frac{Pl^3}{EJ} = f'_{4e}$ $f'_{1e} = f'_{2e} = f'_{3e} = 0$	
	4.) Von der Verschiebung der Nietanschlüsse herrührende Bleibende Durchbiegung über den Stützen	<p>Dieses Glied wird im weiteren wegen seiner geringen Grösse vernachlässigt</p> $f_{0b} = \frac{11}{48} \frac{pl^4}{EJ} \eta - \frac{3}{48} \frac{pl^4}{EJ} \eta^2 = f_{4b}$ $f_{1b} = f_{2b} = f_{3b} = 0$	$f'_{0b} = f'_{1b} = f'_{2b} = f'_{3b} = f'_{4b} = 0$	
5.) Gesamte Durchbiegung [(3.) + 4.)] über den Stützen		$f_0 = \frac{11}{48} \frac{pl^4}{EJ} + \frac{8}{48} \frac{pl^4}{EJ} \eta = f_4$ $f_1 = f_2 = f_3 = 0$	$f'_0 = \frac{7}{12} \frac{Pl^3}{EJ} = f'_4$ $f'_1 = f'_2 = f'_3 = 0$	

man sich hierbei zweckmässig auf die bereits zur Verfügung stehenden Ergebnisse der I. Montagephase stützt und die äusseren Felder dementsprechend belastet, erhält man die Ergebnisse der Kolonne a) in Tabelle XII. Im Laufe der Berechnung wird angenommen, dass auch in den äusseren Feldern das

Verhältnis der elastischen und bleibenden Durchbiegungen gleich ist ($f_b = \eta f_e$). Werden die so ermittelten Ergebnisse ausgewertet, so lässt sich feststellen, dass die im Endzustande der I. und II. Montagephase erhaltenen Reaktions- und Momentenwerte (Kolonne c) aus zwei Gliedern bestehen, von denen das erste immer den theoretischen Werten eines 2- bzw. 4feldrigen Trägers entspricht, während das zweite Glied die Wirkung der bleibenden Nietverschiebung ausdrückt. Diese bleibenden Nietverschiebungen verursachen nicht nur im vorliegenden Falle, sondern in jeder statisch unbestimmten Konstruktion Beanspruchungsumlagerungen, da sie für die Konstruktion sogenannte belastende Bewegungen bedeuten.

Nimmt man 10% der elastischen Durchbiegung als bleibende Durchbiegung an, wobei dieser Wert für den vorliegenden Fall als ziemlich mässig angesprochen werden kann, so ist die auf die theoretische Reaktionsverteilung des vierfeldrigen Trägers bezogene Reaktionszunahme der Reihe nach für die einzelnen Stützpunkte +7,3%, -3%, +1,1%, -3% und +7,3%. Es ist also ersichtlich, dass die Wirkung der von der Montage herrührenden Reaktionsumlagerung an den äusseren Stützen grösser ist und gegen die Mitte zu abnimmt. Dadurch findet die im Laufe sämtlicher Messungen an den äusseren Stützen festgestellte Reaktion, die sich immer als grösser als die theoretische erwies, eine Erklärung. Bei Untersuchung der Angaben von Tabelle X (Vergleich des Wertes der theoretischen Reaktion mit den Angaben vor der Regelung) lässt sich ferner feststellen, dass die von der oben festgestellten Montage herrührenden Reaktionsänderungen bei den mittleren Stützen (2 und 3) nicht mit den Messergebnissen übereinstimmen. Die Ursache hierfür liegt ausser in den Messungenauigkeiten noch darin, dass bei der Berechnung des obigen idealen Falles die Wirkung der im Laufe der Montage benutzten Joche nicht in Betracht gezogen wurde.

Die von der oben beschriebenen Montage herrührenden Reaktionsumlagerungen üben — wie schon aus Abschnitt 5. ersichtlich — eine beträchtliche Wirkung auf die von der ständigen Last stammenden Gurtstabkräfte aus. Als Folge der während der Montage auftretenden Reaktionsumlagerungen können innere Kräfte entstehen, die selbst die von der ständigen Last herrührenden Stabkräfte übertreffen. *Da wegen der erforderlichen grossen Höhenänderungen keine Möglichkeit zur Regelung dieser schon vorhandenen und von den theoretischen abweichenden Reaktionsverteilungen besteht, ist in gesteigertem Ausmass dafür zu sorgen, dass sie während der Montage ausgeschaltet oder, falls dies nicht möglich ist, zumindest verringert werden.* Dies lässt sich auf zweierlei Weise erreichen. Die eine Möglichkeit ist, dass man die Trägerenden bei ihrer Hebung auf die Stützen höher hebt als planmässig vorgesehen, so dass dadurch ein Moment auf den Träger übertragen wird, das ein entgegengesetztes Vorzeichen besitzt als das infolge der ständigen Last entstehende Konsolenmoment und womöglich genau so gross ist wie dieses. Es darf angenommen werden, dass es hierdurch möglich ist, die bleibende Nietverschiebung des Trägers auszuschalten, so dass danach der Träger

ohne Auftreten einer Reaktionsänderung auf seine planmässige Stütze gesenkt werden kann. Die andere Möglichkeit besteht darin, dass man mehr Montagejoche anwendet als bisher (Abb. 1), wodurch sich die bleibende Nietverschiebung der Konsole vermindern lässt. Hierzu sei jedoch bemerkt, dass man dadurch den wirtschaftlichen Vorteil des Freivorbaues vermindern würde.

Es wäre nicht uninteressant, in der Zukunft zu beobachten, welche Änderung der von der ständigen Last stammenden Reaktionen der konsolenartig im Freivorbau erstellten und infolgedessen bleibende Nietverschiebungen aufweisenden Brücke durch die öftere Durchfahrt der Nutzlast hervorgerufen wird. Die während der Montage eingetretene Reaktionsumlagerung wird allerdings mit der Zeit infolge der Wirkung der Nutzlast nicht geringer. Dies würde bei in diesem Falle auftretenden wesentlichen Reaktionsänderungen bedeuten, dass die Stützpunktreaktionsmessungen in Zukunft nur dann an Brücken durchzuführen sind, wenn sie der Wirkung der Nutzlast schon ausgesetzt waren und somit die davon herrührende bleibende Nietverschiebung bereits erlitten haben. Ferner wäre es zweckmässig, an ein oder zwei Stäben, wo infolge der Reaktionsumlagerung sehr ansehnliche Stabkräfte auftreten, diese Tatsache auch durch Röntgen Spannungsmessungen zu überprüfen.

Schliesslich wären die Reaktionsmessungen, um die in der Praxis an einer Stütze auftretende Querverteilung der Reaktion aufzuhellen und die Längsverteilung der Reaktion zu kontrollieren, auf Konstruktionen auf zwei Stützen auszudehnen (diese weisen 4 Stützpunkte auf anstatt der theoretisch genügenden 3 Stützpunkte). Dies würde einerseits gestatten, auf Grund der einfacheren, an den eine statisch bestimmte Reaktionsverteilung (in Längsrichtung) aufweisenden Konstruktionen durchgeführten Messungen Folgerungen zu ziehen, und würde andererseits ermöglichen, den Einfluss der bei durchlaufenden Konstruktionen in der Längsrichtung auftretenden Reaktionsumlagerungen auf die Messergebnisse auszuschalten.

7. Schlussfolgerungen

Im vorstehenden wurden die Stützpunktreaktionsmessungen und Stützpunktregelungen geschildert, die an einer von der Abteilung für Eisenbahnbrücken des Ungarischen Verkehrsministeriums neulich erstellten durchlaufenden Balkenbrücke durchgeführt wurden. Des weiteren wurden die Theorie dieser Messungen und Regelungen sowie die aus den Messergebnissen zu ziehenden Folgerungen erörtert. Diese hier beschriebenen Messungen dürfen als bahnbrechend angesprochen werden. Über solche sich bis in die kleinsten Einzelheiten erstreckende Messungen und über die Durchführung von Versuchen zur Längsrichtungs- und Querrichtungsregelung der Konstruktion sind im ausländischen Schrifttum — unseres Wissens — bisher noch keine Arbeiten erschienen, so dass die Erfahrungen im Zusammenhang mit der Theorie und der Praxis der Messungen erst selbst erworben werden mussten. Auf Grund der somit gemachten Erfahrungen kann man — gestützt auf die alten, insbesondere aber auf die neuen, hier beschriebenen Messergebnisse — folgende objektive Feststellungen machen.

Die Messungen bestätigen die Notwendigkeit und Bedeutung der Reaktionsmessungen, sowie gleichzeitig auch ihre praktische Berechtigung. Man kann füglich behaupten, dass die praktische Bedeutung der Reaktionsmessung nicht nur gleich wichtig wie die Probelastung ist, sondern dass sie deren Angaben sogar

bis zu einem gewissen Grade ergänzt. So wird man das statisch richtige Verhalten der Konstruktion ausschliesslich auf Grund der Reaktionsmessung kontrollieren und sicherstellen können. Ferner gehen aus den Messergebnissen die Reaktionsumlagerungen in der Längs- und Querrichtung hervor, die infolge der unvollkommenen Montage und anderer Ursachen auftreten. Die Reaktionsmessung deckt auch die Kraftverteilungs- und Querrichtungs-Mitwirkungsfehler auf, die in der nächsten Nähe des Portals infolge der Vernietung der Querelemente in unrichtiger Lage entstehen, und schliesslich kann durch die gemeinsame oder bloss einseitige Hebung der auf einen Pfeiler entfallenden Stützpunkte um 1 cm ein Wert gewonnen werden, der für die Steifigkeit der Konstruktion in Längs- und Querrichtung charakteristisch ist und sich mit den Angaben der statischen Berechnung gut vergleichen lässt. Die auf Grund der Messergebnisse durchgeführten statischen Regelungen erbrachten zugleich den Beweis, dass sich die Stützpunkte der statisch richtig geregelten Konstruktion infolge von Fehlern bei der Werkarbeit und der Montage nicht in der planmässigen geometrischen Lage befinden, *woraus man die Folgerung ziehen kann, dass die Anordnung der Stützpunkte solcher durchlaufender Konstruktionen bloss auf geometrischer Grundlage — ohne Stützpunktregelung auf Grund der Reaktionsmessungen — statisch nicht befriedigen kann.*

Im vorstehenden wurden die praktische Ausführungsmethode der Stützpunktreaktionsmessungen und ihre Ergebnisse sowie die auf Grund deren durchgeführte Regelung eingehend geschildert. Die Messergebnisse und die auf ihnen beruhenden theoretischen Untersuchungen führten auch zu Folgerungen hinsichtlich der Montage der Konstruktion, die im folgenden kurz zusammengefasst sind:

a) *Die im Laufe der Montage in unrichtiger Lage vernieteten Querelemente (Querträger, Querverbände) verändern — wie aus den Messungen hervorgeht — das Zusammenwirken der Hauptträger in beträchtlichem Ausmass.* Die Korrektur der hieraus entspringenden Fehler durch Querrichtungsregelung an den Stützpunkten ist nur in der unmittelbaren Nähe der Stützpunkte möglich, doch auch dort nur um den Preis von dauernd übertragenen Zwangsspannungen. Aus diesem Grunde dürfen die Querelemente in den ersten Phasen der Montage nur zusammengeschraubt bzw. gedornet werden. Erst nach Hebung der Hauptträger auf die Stützen, also erst wenn die Konstruktion ihre durch die Eigenlast bewirkte endgültige Form angenommen hat, dürfen die Elemente mit dem endgültigen Durchmesser aufgerieben und miteinander vernietet werden (dies besitzt auch für die auf dem Gerüst montierte Konstruktion Gültigkeit).

b) *Aus den Messergebnissen war ersichtlich, dass sich die Längsverteilung der Reaktionen infolge des Freivorbau insbesondere in den äusseren Stützen stark verändert.* Aus diesen Reaktionsumlagerungen entstehen dann bedeutende Stabkraftänderungen. Da die Eliminierung dieser auf der fertiggestellten Brücke bereits vorhandenen Reaktionsunterschiede durch Längsregelung theoretisch

nachweisbar nicht möglich ist (wegen der erforderlichen grossen senkrechten Stützpunktverschiebungen) empfiehlt es sich, den Freivorbau bei Berücksichtigung der geschilderten Methoden auszuführen. Auf diese Weise kann man an den einzelnen Stützen diese bedeutenden und grösstenteils aus der Ausführungsweise des Freivorbaus herrührenden Reaktionsumlagerungen ausschalten oder zumindest verringern.

Es wurde auch auf eine zweite mögliche Ursache der Reaktionsumlagerungen hingewiesen, nämlich auf den Umstand, dass die Hauptträger in der Werkstatt wegen des beschränkten Raumes nur in Teilstücken zusammenmontiert werden können und dass dies zu Stabnetzfehlern der Hauptträger führen kann. Zur Verringerung der hieraus stammenden Reaktionsumlagerungen wäre es angezeigt, bei Anwendung einer je längeren Grundlinie je mehr Felder in einem Teilstück zusammenzumontieren und die noch notwendigen Verlängerungen der Grundlinie mit möglichst grösster Genauigkeit durchzuführen.

Wie ersichtlich, brachten die hier beschriebenen Reaktionsmessungen eine ansehnliche Bereicherung der diesbezüglichen Erfahrungen, doch warfen sie darüber hinausgehend auch eine Reihe neuer Gesichtspunkte und Probleme auf, auf die versucht werden soll, in zukünftigen, sich auch auf diese Probleme erstreckenden Messungen eine endgültige Antwort zu erhalten.

SCHRIFTTUM

1. O. Dénes: Többitámaszú hidak beszabályozása támaszponti reakciómérések alapján. (Die Einstellung durchlaufender Balkenbrücken auf Grund von Reaktionsmessungen. Nur ungarisch.) Mélyépítési Szemle, März—April 1954, S. 198—223.

2. F. Bleich: Theorie und Berechnung der eisernen Brücken. Verlag Springer, Berlin 1924, S. 311—312.

ZUSAMMENFASSUNG

In Ungarn werden die nach dem Krieg wiederhergestellten weitgespannten durchlaufenden Eisenbahnstahlbrücken nach Beendigung ihrer Montage auf Grund der genauen Messung ihrer Stützpunktreaktionen sorgfältig geregelt. Das Ziel dieser Reaktionsmessungen und der mit ihnen verbundenen Regelungsarbeiten ist, das planmässige Kräftespiel der durchlaufenden Brückenkonstruktionen unbedingt sicherzustellen. In der vorliegenden Arbeit werden nun

- a) die ausgearbeitete Theorie,
- b) die Mittel und Methoden der praktischen Ausführung und
- c) die bisherigen Ergebnisse und Erfahrungen

der Reaktionsmessungen und Regelungen geschildert. Schliesslich werden die wichtigeren Massnahmen angegeben, die auf Grund der erhaltenen Messergebnisse bei der Werkarbeit und hauptsächlich bei der Montage der Stahlkonstruktionen einzuhalten sind.

ВЫВЕРКА МНОГООПОРНЫХ БАЛОК НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ПРОТИВОДЕЙСТВУЮЩИХ СИЛ В ТОЧКЕ ОПОРЫ

О. ДЕНЕШ

Резюме

В статье излагаются измерения противодействующих сил башмаков и выверка в точке опоры, проводившиеся Отделом железнодорожных мостов Министерства путей сообщения на построенном за последнее время многоопорном мосту, а также теория измерения и, наконец, выводы, которые можно сделать на основе данных измерений. Изложенные выше измерения прокладывают новый путь в этой области. До настоящего времени в иностранной литературе еще не сообщалось о столь детальных по своему выполнению измерениях и об осуществлении операций, ставящих целью выверку в поперечном и продольном направлениях. Таким образом, опыт по теории и практике проведения этих измерений необходимо было приобрести самому автору. Имея уже вышеупомянутый опыт и опираясь на данные прежних и в особенности описанных в данной статье последних измерений, можно было сделать нижеследующие объективные выводы. Проведенные измерения показали необходимость и важность производства измерений противодействующих сил и одновременно доказали их практическую обоснованность. Можно сказать, что практическое значение измерения противодействующих сил не только соперничает с испытательной нагрузкой, но и с некоторой точки зрения дополняет данные последней. *Только при помощи его одного можно проверить и обеспечить правильную динамическую работу конструкции. Данные измерений противодействующих сил показывают еще перемещения поперечных и продольных противодействующих сил, образующихся вследствие монтажа и прочих рассмотренных в статье причин, и дающих основу к выверке. Далее, показывает неправильность распределения сил и совместной работы в поперечном направлении, имеющие место в непосредственной близости к portalу и образующиеся вследствие укрепления заклепками поперечных элементов при их неправильном положении, и, наконец, что путем совместного или же одностороннего поднятия (на один сантиметр) точек опор, размещающихся на некоторой опоре, для жесткости конструкции в продольном и поперечном направлениях можно вывести параметр, хорошо сравнимый с данными статических расчетов.* Динамическое регулирование, осуществленное на основе данных измерений, одновременно показывает, что опорные точки конструкции, правильно отрегулированной с динамической точки зрения — вследствие ошибок, допущенных при производстве и монтаже — не располагаются в проектных геометрических точках, и из этого можно сделать вывод, что *размещение опорных точек многоопорных конструкций только с учетом геометрических требований, — без регулирования опорных точек на основе данных измерения противодействующих сил башмаков, — с точки зрения обеспечения правильной динамической работы конструкции является неудовлетворительным.*

Детально рассматривались практические методы измерения противодействующих сил башмаков и полученные при этом данные, а также процессы регулирования, проведенные на основе этих данных. При помощи теоретических исследований, проведенных на основе данных измерений, были сделаны выводы в отношении монтажа конструкции, которые кратко могут быть сведены в следующие пункты.

а) *Поперечные элементы (поперечные балки), укрепленные в процессе монтажа в неправильном положении, вносят на основе данных проведенных измерений значительные изменения в отношении взаимодействия главных балок. Эффективное исправление регулированием в поперечном направлении при опорных точках ошибок от вышеуказанных причин возможно лишь в непосредственной близости опорных точек, но и в том случае ценою внесенных неизменно остающихся принудительных напряжений.*

Поэтому поперечные элементы в процессе монтажных работ следует предварительно укреплять только путем их скрепления винтами или же шпильками, и только после размещения главных балок на опоры, то есть после того, как конструкция приняла окончательную форму вследствие действия собственного веса, можно приступить к просверливанию в элементах отверстий окончательного диаметра и к их укреплению заклепками (этот вывод относится также к конструкциям, монтируемым при помощи помостов).

б) *Данные измерений показали, что распределение противодействующих сил в продольном направлении вследствие причин, вытекающих из метода монтажа без применения лесов, — сильно изменяется особенно на крайних опорных точках. Вследствие этих перемещений противодействующих сил возникают значительные изменения стержневых*

усилий. Ввиду того, что устранение этих разностей противодействующих сил, уже существующих в конструкции возведенного моста, согласно теоретическим соображениям (из-за значительных перемещений опорных точек) не представляется возможным, поэтому монтаж мостовых конструкций без применения лесов целесообразно проводить с учетом рассмотренных в статье методов. При помощи этих методов возможно устранить или же уменьшить значительные по своей величине перемещения противодействующих сил, в значительной мере вытекающих из метода монтажных работ без применения лесов. В статье обращено внимание и на другую возможную причину перемещения противодействующей силы, которая возникает вследствие того, что главные балки в процессе их сборки на производстве могут быть смонтированы только отдельными частями. *В интересах снижения смещения противодействующих сил, возникающих вследствие вышесказанного, было бы желательным использованием возможно наибольшего по длине базиса, собирать на каждом участке возможно большее число рам и необходимые еще удлинения базиса следует осуществлять — стремясь достичь крайней точности.*

Как это видно из вышесказанного, проведенные измерения противодействующих сил обогатили нас практическим опытом, но сверх этого подняли дополнительные проблемы и задачи, которые будут решены при помощи измерений, которые будут проведены в будущем и охватывающих также и эти вопросы.

ADJUSTMENT OF CONTINUOUS TRUSSES BY REACTION MEASUREMENTS

O. DÉNES

SUMMARY

In Hungary long-span, continuous steel truss railway bridges rebuilt after the war are carefully adjusted after erection on the basis of precisely measured support reactions. These reaction measurements and the subsequent adjustments aim at assuring the planned play of forces in such structures. The present paper demonstrates :

- a) the theory of reaction measurements and of adjustments elaborated,
- b) means and methods of their practical execution, and
- c) results hitherto obtained and experience gathered.

Finally on the basis of measurement results instructions are given on the fabrication of steel structures and more particularly on their erection.

AJUSTEMENT DES POUTRES CONTINUES EN TREILLIS À LA BASE DE LA MESURE DES RÉACTIONS

O. DÉNES

RÉSUMÉ

Les ponts métalliques à treillis, à grande travées continues, reconstruits après la guerre en Hongrie ont été soigneusement ajustés après l'achèvement du montage, à la base de la mesure exacte des réactions d'appui. Ces mesures de réactions et les procédés d'ajustement ont pour but d'assurer l'équilibre statique et élastique prévue dans le projet de ces constructions. L'article contient

- a) la théorie élaborée,
- b) l'équipement et les méthodes de l'exécution pratique,
- c) les résultats et expériences obtenus jusqu'ici des mesures de réactions et des procédés d'ajustement.

Finalement et à la base des renseignements des mesures exécutées, l'article donne les indications les plus importantes relatives à la fabrication et surtout au montage des constructions métalliques.

REDUCTION IN COAL GAS OF HIGH-IRON AND HIGH-SILICA BAUXITE OF SZŐC (HUNGARY). MAGNETIC SEPARATION OF RED MUD OBTAINED BY BAYER-METHOD

Z. HORVÁTH

CANDIDATE OF TECHNICAL SCIENCES,

N. WIEDER, A. HORVÁTH

METALLURGICAL DEPARTMENT, TECHNICAL UNIVERSITY, MISKOLC (HUNGARY)

[Manuscript received 15th March, 1954]

The object of this paper is to present results of investigations conducted to establish the practicability of a combined method — proposed by T. Fehér and V. Mosóczy — to be applied in processing bauxite in which the drying process should be substituted by a reduction roasting of the bauxite, whereas the separation of red mud from the aluminate lye would be carried out in a magnetic field. The product obtained from this latter process could, due to its high iron content, be served to the blast furnace, following an agglomerating process, whilst from the remaining part thus reduced and poor in iron, containing, in the red mud, most of the sodium oxide and alumina, a substantial part of these compounds could be obtained by a pyrogenic process. An alleged advantage of this method as compared to the original combined one is that the separation of red mud and aluminate lye may proceed at a quicker rate resulting in reduction of the period of decomposition of sodium aluminate to be reduced, and that the greater part of the iron appears in the high-iron magnetic product, allowing it to be put to the most profitable production, and, finally, it is but a reduced quantity which requires pyrogenic treatment.

The investigations were carried out with a bauxite obtained from the locality of Szőc, of the following composition :

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = 53,00\%$$

$$\text{SiO}_2 = 6,31\%$$

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = 21,60\%$$

$$\text{TiO}_2 = 3,70\%$$

$$\text{CaO} = 0,45\%$$

$$\text{Ignition losses} = 14,94\%$$

$$H = \frac{53,00}{6,31} = 8,4.$$

We first examined the effect of the conditions of reduction, i. e. those of temperature and the period of time, on the process of dissolving the alumina

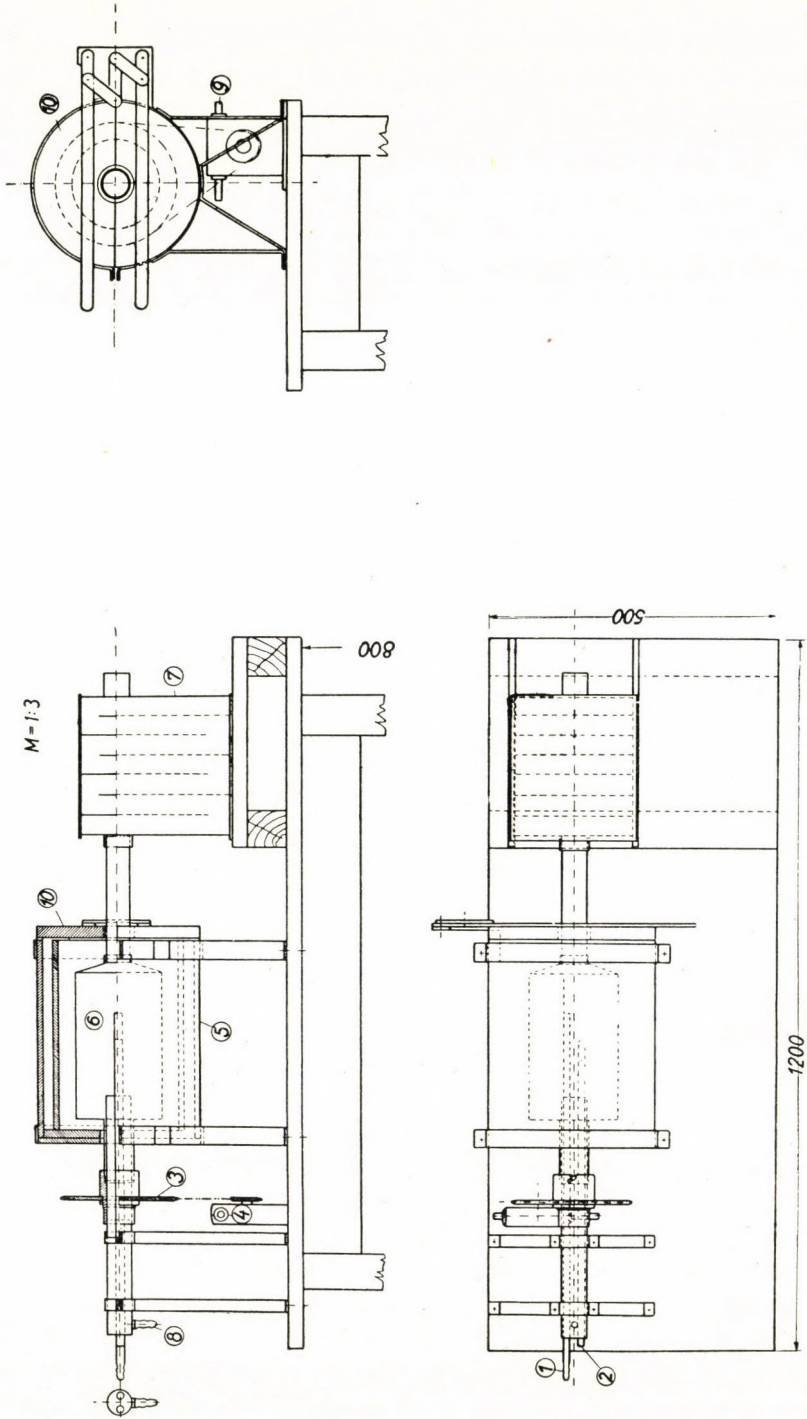


Fig. 1. Laboratory rotary furnace

contained in the bauxite, and, further on the influence of the magnetic separation.

We made the tests on proofs mostly of 100 g each. After reducing the bauxite to hazel-nut or walnut size, it was fed into a laboratory rotary kiln shown in Fig. 1, heated in a stream of coal gas to the temperature required and then we kept it at an even temperature for one, two and three hours, respectively, after which we disconnected the heating of the furnace. After cooling, the material was ground and fed into an autoclave shown in Fig. 2 with as much of a NaOH-solution of 40° Bé as allows the pulp to be produced to contain 1,8 moles of sodium oxide for each mole of aluminium oxide. The pulp was held in the autoclave at 6 atm. pressure for 3 hours, then the solu-

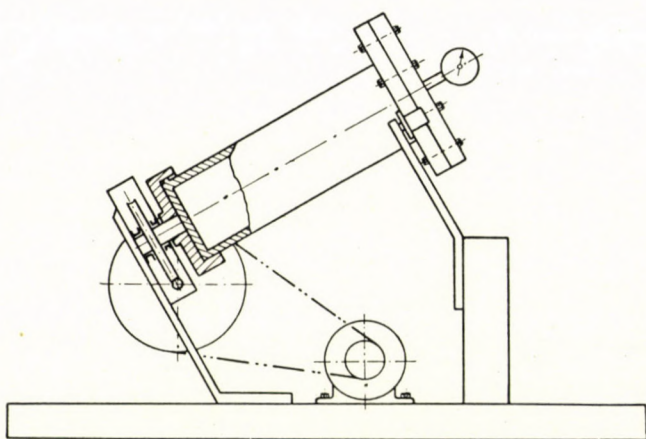


Fig. 2. Laboratory autoclave

tion was diluted, following complete dissolving, to 30° Bé. The pulp thus obtained was divided into three parts by magnetic separation, then washed first with NaOH-solution of 30° Bé, then with hot water. The material remaining on the filter was then analyzed. Fig. 3 represents in a schematic way the arrangement of the magnetic separation equipment, consisting of an I-shaped soft-iron core and a coil around it. The whole device is surrounded by a brass case and closed below by soft-iron base plate.

From the experiments carried out at the initial stage of operations it was learned by way of preliminary information, that under the given circumstances, when cooling the material — after reduction roasting — in an oxidizing atmosphere, wholly or in part, the red mud obtained will possess magnetic properties but to a slight extent, whereas cooling, after reduction roasting, of the material in a stream of coal gas will result in the red mud showing highly increased magnetic properties and allowing to be separated by a magnet of varying field

strength into whatever number of parts. For this reason, in all the experiments, the reduced material was always cooled in a reducing atmosphere.

Tables 1 and 2 demonstrate the effect of the temperature and period of time of the reduction on the process of dissolving the alumina content of

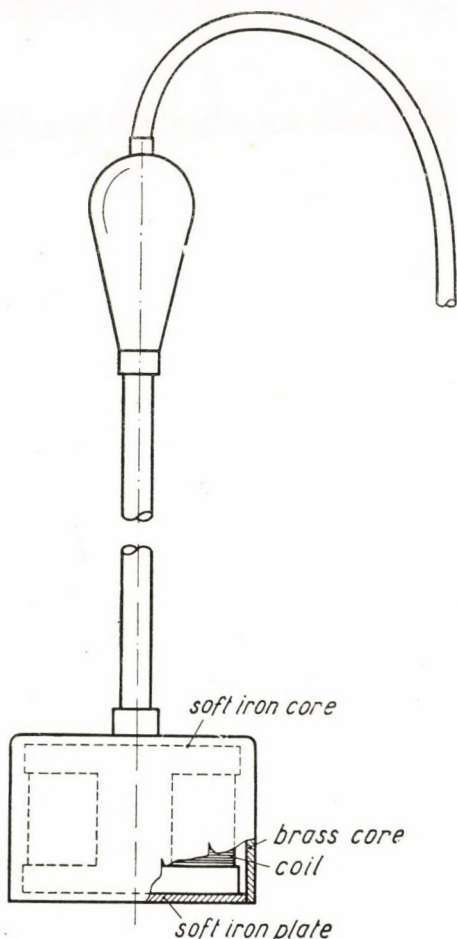


Fig. 3. Hand-operated magnetic separator

the bauxite and, further, on the quantity and composition of the products capable of being magnetically separated.

The evaluation of the data furnished by these tables is, however, fraught with some difficulty, as the amounts of magnetic products obtained from the experiments are greatly differing. In order to offer data more suitable for the purposes of comparison, Tables 4—15 were compiled, by using the values figuring in Tables 1—2.

TABLE 1

No. of experiment	Amount tested g	Temperature °C		Weight of reduced material		Material weighed for dissolving g	Weight of material						Weight of red mud g resp. %	Dissolvability %
		Period Hours	of reduction	g	%		highly		medium		slightly			
							magnetic							
							g	%	g	%	g	%		
1.	150	300	1	138,5	92,3	100	19,1	37,5	7,0	13,8	24,9	48,7	50,9	86,4
2.	150	350	1	132,5	88,4	100	14,4	27,1	6,5	12,4	32,3	60,5	53,2	83,0
3.	150	400	1	138,2	92,0	100	21,8	37,6	5,5	9,2	30,6	53,2	57,8	77,7
4.	150	450	1	135,6	90,2	100	18,4	31,0	8,3	13,8	32,8	55,2	59,5	81,0
5.	150	300	2	143,0	95,3	100	10,7	20,1	7,5	14,2	35,0	65,8	53,2	91,2
6.	150	350	2	141,5	94,3	100	15,6	29,5	11,3	21,4	25,9	49,1	52,8	95,0
7.	150	400	2	136,8	91,2	100	24,4	46,4	7,7	14,7	20,4	38,9	52,3	84,6
8.	150	450	2	134,0	89,3	100	16,7	33,9	6,9	14,1	25,8	52,0	49,4	90,2
9.	150	300	3	139,2	93,7	100	13,3	27,1	9,5	19,5	26,1	53,4	48,9	92,1
10.	150	370	3	134,4	89,4	100	10,4	22,4	8,3	17,8	27,8	59,8	46,6	88,0
11.	150	400	3	129,2	86,1	100	28,2	45,7	6,0	9,7	27,5	44,6	61,7	80,5
12.	150	450	3	128,8	85,8	100	22,9	42,5	15,3	28,4	15,6	29,0	53,6	81,0

Before proceeding, however, to the evaluation of these tables, it appears important first to make known some fundamental terms of ore dressing.

Yield by weight (s) denotes the percentage of the concentrate obtained relative to the total amount of crude ore. Knowing the weight of crude ore (x) and that of concentrate (y), the yield is determined by the formula

$$s = \frac{y}{x} 100. \quad (1)$$

This value may be, however, determined also in the knowledge of the amount of metal contained in crude ore, in the concentrate and, finally, in the tails.

Denoting by z (kg) the weight of tails resulting from the crude ore of x (kg) then the weight of metal contained in the crude ore by a (%), that in the concentrate by b (%) and that in the tails by c (%) we may write two equations, of which the first runs as follows :

$$x = y + z \quad (2)$$

i. e. the weight of crude ore equals the sum of the weights of the concentrate and of the tails ; whereas the second

$$\frac{x \cdot a}{100} = \frac{y \cdot b}{100} + \frac{z \cdot c}{100} \quad (3)$$

TABLE 2

	SiO ₂ , %			Oxides, %			Fe ₂ O ₃ , %			TiO ₂ , %			Al ₂ O ₃ , %			CaO, %			Na ₂ O, %		
	Highly	me- dium	slightly	Highly	medium	slightly	Highly	medium	slightly	Highly	me- dium	slightly	Highly	me- dium	slightly	Highly	me- dium	slightly	Highly	me- dium	slightly
	magnetic			magnetic			magnetic			magnetic			magnetic			magnetic			magnetic		
1.	7,07	11,0	17,5	82,8	74,8	61,2	64,8	53,5	34,2	6,6	8,1	8,8	11,4	13,2	18,1	0,7	0,8	0,9	4,28	6,56	10,05
2.	4,4	10,6	14,3	88,7	82,5	68,5	70,8	57,9	38,1	5,6	5,8	6,5	12,1	18,8	24,0	0,8	0,8	1,0	3,94	3,38	13,15
3.	6,58	8,12	14,2	83,8	80,5	67,5	60,4	54,8	30,4	7,0	5,8	10,2	16,4	19,8	26,9	0,7	0,6	1,0	3,7	4,6	8,7
4.	4,6	10,9	14,9	82,82	75,87	59,79	68,2	51,1	26,2	6,5	5,6	5,7	8,0	19,2	27,9	1,1	0,8	1,0	3,9	7,3	11,0
5.	6,12	9,8	16,2	83,3	79,4	62,7	63,5	55,6	38,8	5,6	6,5	6,9	11,2	12,7	17,0	0,8	1,0	0,9	—	—	—
6.	7,4	9,6	16,9	86,2	75,6	62,9	67,2	55,9	40,2	4,6	5,1	5,3	11,4	17,0	19,1	0,8	1,9	0,9	—	—	—
7.	8,26	14,20	18,66	89,6	64,9	53,6	59,4	41,2	29,9	6,9	7,4	7,8	13,1	16,2	18,7	0,9	1,0	1,2	8,6	11,4	12,7
8.	3,35	8,02	12,73	90,3	80,7	69,3	75,1	62,2	45,2	4,9	6,4	9,1	10,3	12,1	15,0	0,7	1,1	1,3	9,5	14,2	21,3
9.	7,67	12,06	17,70	79,1	73,5	60,1	68,2	60,3	38,9	3,9	6,0	7,5	6,9	7,1	13,6	0,6	0,8	0,9	4,0	8,9	17,1
10.	1,49	3,2	14,5	93,2	92,5	67,3	75,2	72,1	37,3	6,2	5,6	9,1	12,9	14,5	20,9	1,0	1,0	1,3	6,3	6,5	7,7
11.	7,7	15,7	18,45	79,4	64,1	58,4	57,4	35,5	27,5	5,3	8,0	8,3	16,7	20,5	23,6	0,7	0,8	0,9	10,1	15,7	16,6
12.	5,86	12,56	15,43	84,8	71,0	64,9	58,3	42,5	31,7	6,3	7,8	8,9	17,8	20,6	24,3	0,6	1,0	1,2	2,0	6,4	6,7

means that the metal content of the amount of crude ore is equal to the sum of metal contents found in the concentrate and in the tails.

Reducing these two equations :

$$\frac{y}{x} = \frac{a - c}{b - c} \quad (4)$$

Substituting this value in (1)

$$s = \frac{a - c}{b - c} 100. \quad (5)$$

Yield of metal (k) denotes the percentage of the amount of metal contained in the concentrate relative to that contained in crude ore. The metal content of the concentrate of y (kg) weight resulting from crude ore of x (kg) weight being $\frac{y \cdot b}{100}$ (kg) and the amount of metal contained in crude ore $\frac{x \cdot a}{100}$ (kg), then

$$k = \frac{\frac{y \cdot b}{100}}{\frac{x \cdot a}{100}} \cdot 100 = \frac{y \cdot b}{x \cdot a} 100 \quad (6)$$

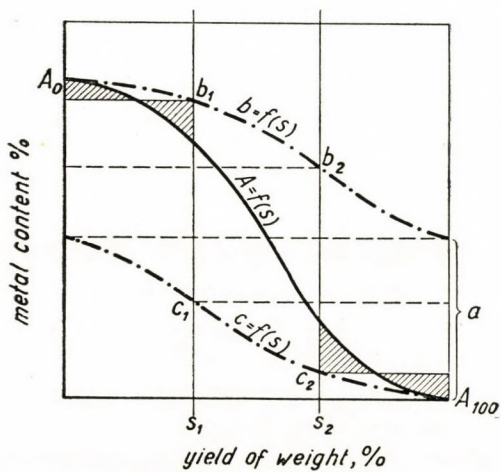
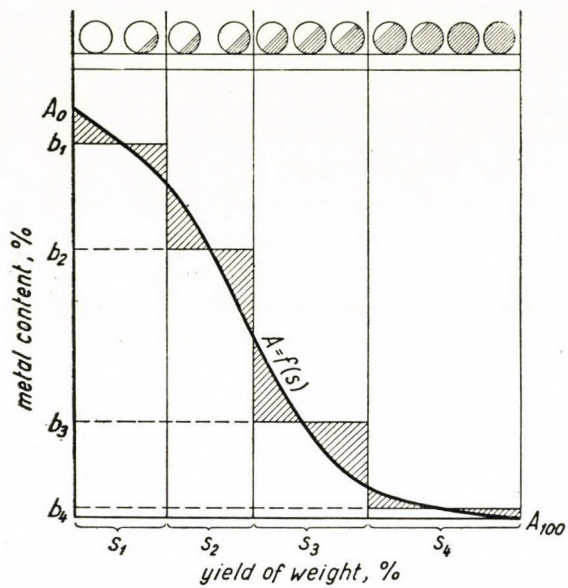
or, as

$$\frac{y}{x} 100 = s$$

then

$$k = s \cdot \frac{b}{a}. \quad (7)$$

Of the diagrams representing various features of ore dressing it is the so-called primary curve which conveys the most important information. This curve represents, as a function of yield by weight, the metal content in the differential amounts of the products obtained, in different yields, from a given ore (Fig. 4). Providing that four products are obtained from the preparation of a given ore and the percentage of their amounts relating to the amount of crude ore are denoted by s_1, s_2, s_3 and $s_4\%$, respectively, whilst the metal content in percentage of the product obtained at a yield of s_1 is b_1 , and those of the rest b_2, b_3 and b_4 respectively, then the ordinates b_1, b_2, b_3 and b_4 rising from the points corresponding to the values of $s_1, s_1 + s_2, s_1 + s_2 + s_3$ and $s_1 + s_2 + s_3 + s_4$, respectively, and the horizontal lines drawn at the top ends of these ordinates will enclose, with the horizontal axis, an area, the ratio of



which to the whole area of the square-shaped graph gives the metal content of 1 kg crude ore. Naturally, the higher the number of products obtained from ore dressing, the more continuous will be the curve representing these areas, and with an infinite number of products this graph representing the change of metal contents of the products with the yield will take an entirely continuous shape. This continuous curve may, however, be plotted also from the data serving as a basis for plotting graph 4. The terminal points of the curve may be established by the following considerations.

If the yield by weight hardly exceeds 0%, then the part separated will consist, practically, of mineral grains containing only useful mineral; if, however, this yield only amounts to almost 100%, the classified part will practically, contain nothing but tails. This means that the primary curve starts from point A_0 corresponding to the percentage of the metal content of the pay mineral, whilst it ends at the point referring, with a yield by weight of 100%, to a metal content of 0. The points lying between these extremes may be determined on the consideration that an ordinate drawn to any point of the continuous curve [$f(s)$] means the metal content expressed in per cent of the grain which is to be added to the concentrate separated from the crude ore, in order to obtain the yield by weight referring to the point in issue of the curve. This means that the curve should pass through the centre of each horizontal step, and accordingly, the area located below the continuous curve should exactly equal with that lying below the stepped curve.

According to what has been stated before it follows that

A) The ratio multiplied by 100 of the area below the entire primary curve as referred to the area of the whole square-shaped diagram gives the metal content in per cent of the crude ore.

B) The ratio of the area above the primary curve, as referred to the entire area of the square-shaped diagram means the amount of tails contained in 1 kg of crude ore.

C) At a given yield by weight the amount of metal contained in the concentrate is in a proportion to the amount of tails as the part below the fundamental curve of the left side area cut out of the diagram by the ordinate referring to the given yield is to the corresponding left side area located above the primary curve.

D) In the case of separation at a given yield by weight, the ordinate drawn to this point means that the grains having a metal content higher than the value indicated by this ordinate will go to the concentrate.

Fig. 5 shows the way of plotting, with the aid of the primary curve, the curves b and c , respectively, representing the change in metal content of the concentrate and, respectively, of the tail, with changing values of yield by weight. Any ordinate drawn to the curve b gives the percentage of metal content in the concentrate at a yield relative to this ordinate, whereas

ordinates of the curve c give information concerning the amount of useful metal contained in the tails when concentrating at yields referring to the ordinates drawn. As seen from the diagram, the value of b_1 may be plotted, at a given yield by weight from the primary curve by squaring the left-side part of the area below the primary curve, cut out by the ordinate referring to the given yield by weight. When determining the value of c_1 pertaining to yield by weight s_1 the part proportionate to the metal content in the tails, lying to the right of the ordinate rising from the point s_1 of the area below the fundamental curve, is to be transformed to a square of a base of $100 - s_1$, the height c_1 of which gives the required amount of metal in the tails at a yield by weight s_1 . Obviously, the curve b starts from the point A_0 representing the metal content in the mineral carrying the useful metal, and at a yield amounting to 100% it terminates at point a referring to the metal content of the crude ore. The ordinate of curve c showing the change of metal content in the tails with the change of the yield by weight is equal, at a yield of 0%, to the percentage a of the metal content in the crude ore, and, at a yield by weight of 100% to 0%.

In the knowledge of the curves of ore dressing, we may now proceed to the interpretation in the terms of algebra, of the change in the metal content of the crude ore, of the concentrate and of the tails, as well as of the change of the yield of metal with the change of the yield by weight.

As it appears from Fig. 5, the percentage of metal content (a) of the crude ore may be determined from the primary curve by transforming the area below the primary curve to a square of a base of $s = 100\%$, i. e.

$$a = \frac{\int_0^{100} f(s) ds}{100} \quad (8)$$

The metal content (b) of the concentrated part may be obtained, as already known, by transforming the area cut out, by the ordinate rising from the point at yield by weight $s\%$, from the left part of the area lying below the fundamental curve — to a square of a base of s , where the height of the square is equal to the required metal content of the concentrate, i. e.

$$b = \frac{\int_0^s f(s) ds}{s} \quad (9)$$

According to what was stated before, the percentage of metal content (c) in the tails equals the height of a square having a base of $100 - s$ and obtained

by squaring the area cut out by the ordinate rising from the point at s % from the right side of the figure below the primary curve. Accordingly

$$c = \frac{\int_s^{100} f(s) ds}{100 - s} = \frac{100a - \int_0^s f(s) ds}{100 - s}. \quad (10)$$

As from equation b

$$\int_0^s f(s) ds = b \cdot s \quad (11)$$

we may write :

$$c = \frac{100a - b \cdot s}{100 - a}. \quad (12)$$

The same result may be obtained by expressing c from equation (5).

As seen, the yield of metal may be calculated from equation (7), i. e.

$$k = s \cdot \frac{b}{a}. \quad (7)$$

Remembering that

$$s \cdot b = \int_0^s f(s) ds, \quad (11)$$

it follows that

$$k = \frac{\int_0^s f(s) ds}{a}. \quad (13)$$

These tables furnish information about the content of silica, ferric oxide, titania, alumina, calcium oxide and sodium oxide and, further, about the yield of metal (i. e. the ratio k of the amount of compound in the magnetic part to that in the red mud) in the magnetic part (b), and, respectively, in the slightly magnetic product (c) by assuming that the portion rich in iron consisted only of the highly magnetic part ; or of the total of the highly and medium magnetic parts and, finally, of the whole amount of red mud.

Column 1 of the tables presents the denomination of the products ; Column 2 the percentages of the separated parts ; Column 3 the percentage of SiO_2 -, Fe_2O_3 -, Al_2O_3 -, CaO - and Na_2O -contents ; Column 4 the yield by weight (s), i. e. the total of the figures in Column 2 ; Column 5 the products of the figures in Column 2 and 3 ; Column 6 the total of the figures in Column 5 ; Column 7 the percentage of SiO_2 -, Fe_2O_3 -, TiO_2 -, Al_2O_3 -, CaO - and Na_2O -content (b) in the concentrate. The latter is equal to the quotient of the oxide contents of the products, passing into the concentrate and of the yield by weight i. e. the quotient of the figures in Columns 6 and 4. Column 8 contains the sum of the two last figures and then the last figure in Column 5, i. e. the amounts of oxides coming in the tails ; Column 9 the percentage of the amounts of tails ; Column 10 the quotient of the figures in Columns 8 and 9, i. e. the percentage of oxide content (c) in the tails and, finally, Column 11 presents the yield of metal (k), i. e. the ratio of oxide content in the concentrate to that in the red slime ($k = s \frac{a}{b}$).

In Table 3, the foregoing items are referring to silica, summarised up in a general way.

TABLE 3

1	2	3	4	5	6	7
	s_n	$\text{SiO}_2, \%$	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$
Highly magnetic	s_1	b_1	s_1	$s_1 \cdot b_1$	$s_1 b_1$	$\frac{s_1 b_1}{s_1}$
Medium magnetic	s_2	b_2	$s_1 + s_2$	$s_2 \cdot b_2$	$s_1 b_1 + s_2 b_2$	$\frac{s_1 b_1 + s_2 b_2}{s_1 + s_2}$
Slightly magnetic	s_3	b_3	$s_1 + s_2 + s_3$	$s_3 \cdot b_3$	$s_1 b_1 + s_2 b_2 + s_3 b_3$	$\frac{s_1 b_1 + s_2 b_2 + s_3 b_3}{s_1 + s_2 + s_3} = a$

1	8	9	10	11
	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$100 - s$	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100 - s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic	$s_2 b_2 + s_3 b_3$	$100 - s_1$	$\frac{s_2 b_2 + s_3 b_3}{100 - s_1}$	$s_1 \frac{b_1}{a}$
Medium magnetic	$s_3 b_3$	$100 - s_2$	$\frac{s_3 b_3}{100 - s_2}$	$\frac{s_1 b_1 + s_2 b_2}{a}$
Slightly magnetic	0	$100 - s_3$	0	$k = 100$

TABLE 4
II. Bauxite 1 hour 300 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,5	7,07	37,5	265	265	7,07	1004	62,5	16,7	13,45
Medium magnetic.....	13,8	11,00	51,3	152	417	8,13	852	48,7	17,5	32,86
Slightly magnetic.....	48,7	17,50	100,0	852	1269	12,69	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,5	64,8	37,5	2430	2430	64,8	2407	62,5	38,50	50,24
Medium magnetic....	13,8	53,55	51,3	739	3169	61,77	1668	48,7	34,25	65,10
Slightly magnetic.....	48,7	34,25	100,0	1668	4837	48,37	0	0	0	100,00
	s_n	TiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,5	6,6	37,5	247	247	6,6	542	62,5	8,66	31,30
Medium magnetic.....	13,8	8,1	51,3	114	361	7,03	428	48,7	8,80	45,75
Slightly magnetic.....	48,7	8,8	100,0	428	789	7,89	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,5	11,4	37,5	426	426	11,4	1066	62,5	17,05	28,55
Medium magnetic.....	13,8	13,25	51,3	183	609	11,8	883	48,7	18,13	40,81
Slightly magnetic.....	48,7	18,15	100,0	883	1492	14,92	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,5	0,7	37,5	26,25	26,25	0,7	57,31	62,5	0,92	31,25
Medium magnetic.....	13,8	0,8	51,3	11,08	37,33	0,73	46,23	48,7	0,95	44,44
Slightly magnetic.....	48,7	0,95	100,0	46,23	83,66	0,84	0	0	0	100,00
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,5	4,28	37,5	160,0	160,0	4,28	579	62,5	9,4	22,00
Medium magnetic.....	13,8	6,56	51,3	90,0	250,0	4,87	489	48,7	10,0	33,9
Slightly magnetic.....	48,7	10,05	100,0	489,0	739,0	7,39	0	0	0	100,00

TABLE 5
II. Bauxite 1 hour 350 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,1	4,4	27,1	119	119	4,4	996	72,9	13,6	10,6
Medium magnetic.....	12,4	10,6	39,5	131	250	6,33	863	60,5	14,3	22,4
Slightly magnetic.....	60,5	14,3	100,0	865	1115	11,15	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,1	70,8	27,1	1918	1918	70,8	3020	72,9	41,4	38,8
Medium magnetic.....	12,4	57,9	39,5	718	2636	66,7	2302	60,5	38,0	53,4
Slightly magnetic.....	60,5	38,1	100,0	2302	4938	49,38	0	0	0	100,00
	s_n	TiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,1	5,7	27,1	154	154	5,7	464	72,9	6,4	24,9
Medium magnetic.....	12,4	5,9	39,5	72	226	5,7	392	60,5	6,5	36,6
Slightly magnetic.....	60,5	6,5	100,0	392	618	6,2	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,1	12,2	27,1	331	331	12,2	1683	72,9	20,4	16,4
Medium magnetic.....	12,4	18,8	39,5	233	564	14,3	1450	60,5	24,0	28,0
Slightly magnetic.....	60,5	24,0	100,0	1450	2014	20,1	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,1	0,8	27,1	21,7	21,7	0,8	67,7	72,9	0,9	24,4
Medium magnetic.....	12,4	0,82	39,5	10,2	31,9	0,82	57,5	60,5	0,95	35,8
Slightly magnetic.....	60,5	0,95	100,0	57,45	89,3	0,89	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,1	3,9	27,1	106,0	106,0	3,9	838	72,9	11,5	11,2
Medium magnetic.....	12,4	3,4	39,5	42,0	148,0	3,7	796	60,5	13,2	15,6
Slightly magnetic.....	60,5	13,3	100,0	796,0	944,0	9,4	0	0	0	100,0

TABLE 6
II. Bauxite 1 hour 400 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,6	6,58	37,6	247	247	6,58	830	62,4	13,2	22,8
Medium magnetic.....	9,2	8,12	46,8	75	322	6,85	755	53,2	14,2	29,8
Slightly magnetic.....	53,2	14,22	100,0	755	1077	10,77	0	0	0	100,0
	s_n	Fe ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,6	60,4	37,6	2260	2260	60,4	2115	62,4	33,7	51,6
Medium magnetic.....	9,2	54,8	46,8	505	2765	59,1	1610	53,2	30,2	64,0
Slightly magnetic.....	53,2	30,4	100,0	1610	4375	43,7	0	0	0	100,0
	s_n	TiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,6	7,0	37,6	263	263	7,0	598	62,4	9,6	30,7
Medium magnetic.....	9,2	5,8	46,8	53	318	6,7	545	53,2	10,1	36,7
Slightly magnetic.....	53,2	10,2	100,0	545	861	8,6	0	0	0	100,0
	s_n	Al ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,6	16,4	37,6	612	612	16,4	1612	62,4	25,9	27,5
Medium magnetic.....	9,2	19,8	46,8	182	794	17,1	1430	53,2	26,8	35,4
Slightly magnetic.....	53,2	26,9	100,0	1430	2224	22,2	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,6	0,76	37,6	28,4	28,4	0,76	58,72	62,4	0,94	33,5
Medium magnetic.....	9,2	0,60	46,8	5,52	33,92	0,73	53,2	53,2	1,00	39,2
Slightly magnetic.....	53,2	1,00	100,0	53,2	87,12	0,87	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	37,6	3,75	37,6	141,0	141,0	3,75	506,8	62,4	8,1	21,7
Medium magnetic.....	9,2	4,65	46,8	42,8	183,8	3,93	464	53,2	8,7	28,3
Slightly magnetic.....	53,2	8,70	100,0	464	647,8	6,48	0	0	0	100,0

TABLE 7
II. Bauxite 1 hour 450 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	31,0	4,6	31,0	143	143	5,6	974	69,0	14,12	12,8
Medium magnetic.....	13,8	10,9	44,8	150	293	6,54	824	55,2	14,95	26,28
Slightly magnetic.....	55,2	14,9	100,0	824	1117	11,17	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	31,0	68,2	31,0	2110	2110	68,2	2149	69,0	31,10	49,4
Medium magnetic.....	13,8	51,1	44,8	707	2817	63,8	1442	55,2	26,13	66,25
Slightly magnetic.....	55,2	26,2	100,0	1442	4259	42,59	0	0	0	100,00
	s_n	TiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	31,0	6,55	31,0	203	203	6,55	387	69,0	5,62	34,45
Medium magnetic.....	13,8	5,59	44,8	77	280	6,24	310	55,2	5,64	47,35
Slightly magnetic.....	55,2	5,64	100,0	310	590	5,90	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ , %	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	31,0	8,1	31,0	250	250	8,1	1803	69,0	26,5	12,2
Medium magnetic.....	13,8	19,2	44,8	264	514	11,5	1539	55,2	27,9	25,0
Slightly magnetic.....	55,2	27,9	100,0	1539	2053	20,5	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	31,0	1,1	31,0	32,6	32,6	1,1	66,1	69,0	0,96	33,0
Medium magnetic.....	13,8	0,8	44,8	10,9	43,5	0,9	55,2	55,2	1,00	44,0
Slightly magnetic.....	55,2	1,0	100,0	55,2	98,7	0,99	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	31,0	3,9	31,0	121,0	121,0	3,9	707	69,0	10,2	14,6
Medium magnetic.....	13,8	7,3	44,8	100,0	221,0	4,9	607	55,2	11,0	26,7
Slightly magnetic.....	55,2	11,0	100,0	607,0	828,0	8,3	0	0	0	100,0

TABLE 8
II. Bauxite 2 hours 300 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	20,1	6,12	20,1	125	125	6,1	1207	79,9	15,1	15,3
Medium magnetic.....	14,1	9,8	34,2	139	264	7,8	1068	65,8	16,3	19,9
Slightly magnetic.....	65,8	16,2	100,0	1068	1332	13,3	0	0	0	100,0

	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	20,1	63,5	20,1	1300	1300	63,5	3250	79,9	50,7	28,5
Medium magnetic.....	14,1	55,6	34,2	700	2000	58,4	2550	65,8	37,1	43,6
Slightly magnetic.....	65,8	38,8	100,0	2550	4550	45,5	0	0	0	100,0

	s_n	TiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	20,1	5,6	20,1	115	115	5,1	546	79,9	6,85	17,4
Medium magnetic.....	14,1	6,5	34,2	92	207	6,1	454	65,8	6,9	31,2
Slightly magnetic.....	65,8	6,9	100,0	454	661	6,6	0	0	0	100,0

	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	20,1	11,2	20,1	231	231	11,2	1299	79,9	16,2	15,1
Medium magnetic.....	14,1	12,7	34,2	179	410	12,1	1120	65,8	17,0	27,4
Slightly magnetic.....	65,8	17,0	100,0	1120	1530	15,3	0	0	0	100,0

	s_n	CaO,%	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	20,1	0,8	20,1	16,2	16,2	0,8	74	79,9	0,93	18,2
Medium magnetic.....	14,1	0,8	34,2	11,3	27,5	0,8	62,7	65,8	0,95	34,2
Slightly magnetic.....	65,8	0,9	100,0	62,7	90,2	0,9	0	0	0	100,0

TABLE 9
II. Bauxite 2 hours 350 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	29,5	7,4	29,5	218	218	7,4	1036	70,5	14,7	17,3
Medium magnetic.....	21,4	9,6	50,9	206	424	8,3	830	49,1	16,9	33,7
Slightly magnetic.....	49,1	16,9	100,0	830	1254	12,54	0	0	0	100,0
	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	29,5	67,2	29,5	1970	1970	67,2	3170	70,5	44,9	38,3
Medium magnetic.....	21,4	55,9	50,9	1195	3165	62,4	1975	49,1	40,2	61,7
Slightly magnetic.....	49,1	40,2	100,0	1975	5140	51,4	0	0	0	100,0
	s_n	TiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	29,5	4,6	29,5	136	136	4,62	369	70,5	4,9	38,9
Medium magnetic.....	21,4	5,1	50,9	109	245	4,83	260	49,1	5,3	48,7
Slightly magnetic.....	49,1	5,3	100,0	260	505	5,1	0	0	0	100,0
	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	29,5	11,4	29,5	336	336	11,4	1303	70,5	18,5	20,6
Medium magnetic.....	21,4	17,0	50,9	363	689	13,7	940	49,1	19,1	42,6
Slightly magnetic.....	49,1	19,1	100,0	940	1639	16,4	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	29,5	0,85	29,5	25,1	25,1	0,85	67,3	70,5	0,95	27,1
Medium magnetic.....	21,4	0,9	50,9	19,3	44,4	0,87	48,0	49,1	0,98	48,2
Slightly magnetic.....	49,1	0,98	100,0	48,0	92,0	0,92	0	0	0	100,0

TABLE 10
II. Bauxite 2 hours 400 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	46,44	8,26	46,44	384	384	8,26	933	53,56	17,35	29,12
Medium magnetic.....	14,69	14,20	61,13	208	592	9,68	725	38,87	18,86	44,93
Slightly magnetic.....	38,87	18,66	100,00	725	1317	13,17	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	46,44	59,50	46,44	2763	2763	59,50	1767	53,56	32,87	60,95
Medium magnetic.....	14,69	41,22	61,13	605	3368	55,09	1162	38,87	30,12	73,94
Slightly magnetic.....	38,87	29,92	100,00	1162	4530	45,30	0	0	0	100,00
	s_n	TiO ₂ , %	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	46,44	6,93	46,44	322	322	6,93	407	53,56	7,60	43,2
Medium magnetic.....	14,69	7,46	61,13	101	423	6,90	306	38,27	7,86	58,0
Slightly magnetic.....	38,87	7,87	100,00	306	729	7,29	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	46,44	13,18	46,44	612	612	13,18	965	53,56	17,9	38,90
Medium magnetic.....	14,69	16,24	61,13	238	850	13,87	727	38,87	18,8	53,70
Slightly magnetic.....	38,87	18,72	100,00	727	1577	15,77	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	46,44	0,95	46,44	44,0	44,0	0,95	64,0	53,56	1,19	40,8
Medium magnetic.....	14,69	1,05	61,13	15,0	59,0	0,97	49,0	38,87	1,26	54,5
Slightly magnetic.....	38,87	1,26	100,00	49,0	108,0	1,08	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	46,44	8,65	46,44	402	402	8,65	661	53,56	12,35	37,8
Medium magnetic.....	14,69	11,40	61,13	167	569	9,28	494	38,87	12,72	53,5
Slightly magnetic.....	38,87	12,72	100,00	494	1063	10,63	0	0	0	100,0

TABLE 11
Bauxite 2 hours 450 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	33,9	3,35	33,9	113	113	3,35	775	66,1	11,72	12,75
Medium magnetic.....	14,1	8,02	48,0	113	226	4,72	662	52,0	12,73	25,45
Slightly magnetic.....	52,0	12,73	100,0	662	888	8,88	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	33,9	75,11	33,9	2564	2564	75,11	3227	61,1	48,8	44,1
Medium magnetic.....	14,1	62,20	48,0	877	3423	71,4	2350	52,0	45,8	59,5
Slightly magnetic.....	52,0	45,21	100,0	2350	5773	57,73	0	0	0	100,0
	s_n	TiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	33,9	4,90	33,9	162	162	4,90	566	66,1	8,56	22,30
Medium magnetic.....	14,1	6,40	48,0	91	253	5,26	475	52,0	9,12	34,80
Slightly magnetic.....	52,0	9,12	100,0	475	728	7,28	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	33,9	10,32	33,9	350	350	10,32	956	66,1	14,45	26,9
Medium magnetic.....	14,1	12,15	48,0	171	521	10,85	785	52,0	15,00	40,0
Slightly magnetic.....	52,0	15,01	100,0	785	1306	13,06	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	33,9	0,75	33,9	25,4	25,4	0,75	86,2	66,1	1,30	22,7
Medium magnetic.....	14,1	1,15	48,0	16,2	41,6	0,87	70,0	52,9	1,35	37,2
Slightly magnetic.....	52,0	1,35	100,0	70,0	111,6	1,12	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	33,9	9,56	33,9	324	324	9,56	1384	66,1	19,7	19,9
Medium magnetic.....	14,1	14,2	48,0	200	524	10,90	1108	52,0	21,3	32,2
Slightly magnetic.....	52,0	21,3	100,0	1108	1632	16,32	0	0	0	100,0

TABLE 12
II. Bauxite 3 hours 300 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,08	7,67	27,08	208	208	7,67	1189	72,82	16,32	11,32
Medium magnetic.....	19,46	12,06	46,54	235	443	9,52	946	53,46	17,69	25,35
Slightly magnetic.....	53,46	17,70	100,00	946	1389	13,89	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,08	68,23	27,08	1850	1150	68,23	3252	72,82	44,66	53,40
Medium magnetic.....	19,46	60,33	46,54	1172	3022	64,80	2080	53,46	38,92	59,02
Slightly magnetic.....	53,46	38,92	100,00	2080	5102	51,02	0	0	0	100,00
	s_n	TiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,08	3,92	27,08	106	106	3,92	520	72,82	7,15	17,56
Medium magnetic.....	19,46	6,03	46,54	117	223	4,81	403	53,46	7,55	35,78
Slightly magnetic.....	53,46	7,52	100,00	403	626	6,26	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,08	6,96	27,08	189	189	6,96	868	72,82	11,90	17,96
Medium magnetic.....	19,46	7,14	46,54	137	326	7,01	731	53,46	13,66	31,02
Slightly magnetic.....	53,46	13,66	100,00	731	1057	10,57	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,08	0,62	27,08	18	17	0,62	65	72,82	0,89	18,21
Medium magnetic.....	19,46	0,86	46,54	17	34	0,73	48	53,46	0,90	41,46
Slightly magnetic.....	53,46	0,90	100,00	48	82	0,82	0	0	0	100,00
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	27,08	4,03	27,08	112	112	4,03	1094	72,82	15,03	9,08
Medium magnetic.....	19,46	8,92	46,54	174	286	6,13	920	53,46	17,18	23,60
Slightly magnetic.....	53,46	17,18	100,00	920	1106	11,06	0	0	0	100,00

TABLE 13
II. Bauxite 3 hours 370 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_{II}	SiO ₂ , %	s	$s_{\text{II}} \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	22,4	1,5	22,4	33	33	1,5	924	77,6	11,9	3,4
Medium magnetic.....	17,8	3,2	40,2	57	90	2,24	867	59,8	14,5	9,4
Slightly magnetic.....	59,8	14,5	100,0	867	957	9,6	0	0	0	100,0
	s_{II}	Fe ₂ O ₃ , %	s	$s_{\text{II}} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	22,4	75,2	22,4	1683	1683	75,2	3516	77,6	44,2	32,3
Medium magnetic.....	17,8	72,1	40,2	1283	2966	73,8	2233	59,8	37,3	56,8
Slightly magnetic.....	59,8	37,4	100,0	2233	5199	51,9	0	0	0	100,0
	s_{II}	TiO ₂ , %	s	$s_{\text{II}} \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	22,4	6,3	22,4	140	140	6,3	646	77,6	8,3	17,8
Medium magnetic.....	17,8	5,7	40,2	101	241	6,0	545	59,8	9,2	30,7
Slightly magnetic.....	59,8	9,1	100,0	545	786	7,9	0	0	0	100,0
	s_{II}	Al ₂ O ₃ , %	s	$s_{\text{II}} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	22,4	13	22,4	290	290	13,0	1508	77,6	19,4	16,1
Medium magnetic.....	17,8	14,5	40,2	258	548	13,6	1250	59,8	20,9	30,5
Slightly magnetic.....	59,8	20,9	100,0	1250	1798	17,9	0	0	0	100,0
	s_{II}	CaO, %	s	$s_{\text{II}} \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	22,4	1,0	22,4	22,4	22,4	1,0	99,1	77,6	1,3	18,5
Medium magnetic.....	17,8	1,1	40,2	18,9	41,3	1,0	80,1	59,8	1,3	34,1
Slightly magnetic.....	59,8	1,3	100,0	80,2	121,5	1,2	0	0	0	100,0
	s_{II}	Na ₂ O, %	s	$s_{\text{II}} \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_{\text{II}} \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	22,4	6,4	22,4	143	143	6,4	578	77,6	7,5	19,8
Medium magnetic.....	17,8	6,6	40,2	116	259	6,5	462	59,8	7,7	35,9
Slightly magnetic.....	59,8	7,7	100,0	462	721	7,2	0	0	0	100,0

TABLE 14
II. Bauxite 3 hours 400 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	45,7	7,7	45,7	352	352	7,7	698	54,3	17,8	26,7
Medium magnetic.....	9,7	15,1	55,4	146	498	9,1	822	44,6	18,5	37,7
Slightly magnetic.....	44,6	18,5	100,0	822	1320	13,2	0	0	0	100,0
	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	45,7	57,4	45,7	2621	2621	57,3	1555	54,3	28,7	62,5
Medium magnetic.....	9,7	35,5	55,4	329	2950	53,2	1226	44,6	27,5	70,9
Slightly magnetic.....	44,6	27,5	100,0	1226	4176	41,7	0	0	0	100,0
	s_n	TiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	45,7	5,3	45,7	243	243	5,3	448	54,3	8,2	35,2
Medium magnetic.....	9,7	8,1	55,4	78	321	5,8	370	44,6	8,3	46,5
Slightly magnetic.....	44,6	8,3	100,0	370	691	6,9	0	0	0	100,0
	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	45,7	16,7	45,7	763	763	16,7	1254	54,3	23,1	37,8
Medium magnetic.....	9,7	20,6	55,4	199	962	17,4	1055	44,6	23,7	47,7
Slightly magnetic.....	44,6	23,7	100,0	1055	2017	20,2	0	0	0	100,0
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	45,7	0,76	45,7	34,7	34,7	0,7	51,8	54,3	0,95	39,9
Medium magnetic.....	9,72	0,84	55,4	8,2	42,8	0,7	43,7	44,6	0,98	49,2
Slightly magnetic.....	44,6	0,98	100,0	43,7	86,5	0,9	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	45,7	10,1	45,7	461	461	10,1	893	54,3	16,1	34,1
Medium magnetic.....	9,7	15,7	55,4	154	625	11,3	739	44,6	16,6	46,2
Slightly magnetic.....	44,6	16,6	100,0	739	1354	13,5	0	0	0	100,0

TABLE 15
II. Bauxite 3 hours 450 °C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	s_n	SiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{SiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{SiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	42,55	5,86	42,55	249	249	5,86	808	57,45	14,06	22,62
Medium magnetic.....	28,44	12,56	70,99	358	607	8,57	450	29,01	15,43	57,71
Slightly magnetic.....	29,01	15,43	100,00	450	1057	10,57	0	0	0	100,00
	s_n	Fe ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	42,55	58,30	42,55	2482	2482	58,30	2138	57,45	37,21	53,85
Medium magnetic.....	28,44	42,56	70,99	1213	3695	55,70	925	29,01	31,72	85,57
Slightly magnetic.....	29,01	31,72	100,00	925	4620	46,20	0	0	0	100,00
	s_n	TiO ₂ ,%	s	$s_n \cdot \text{TiO}_2$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{TiO}_2}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	42,55	6,33	42,55	269	269	6,33	479	57,45	8,31	36,13
Medium magnetic.....	28,44	7,86	70,99	221	490	6,94	258	29,01	8,9	65,88
Slightly magnetic.....	29,01	8,90	100,00	258	748	7,48	0	0	0	100,00
	s_n	Al ₂ O ₃ ,%	s	$s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Al}_2\text{O}_3}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	42,55	17,85	42,55	758	758	17,58	1274	57,45	22,10	36,81
Medium magnetic.....	28,44	20,61	70,99	567	1325	18,70	707	29,01	24,30	63,98
Slightly magnetic.....	29,01	24,30	100,00	707	2032	20,32	0	0	0	100,00
	s_n	CaO, %	s	$s_n \cdot \text{CaO}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{CaO}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	42,55	0,6	42,55	25,5	25,5	0,6	58,0	57,45	1,01	30,6
Medium magnetic.....	28,44	1,0	70,99	28,4	55,9	0,8	29,6	29,01	1,00	34,2
Slightly magnetic.....	29,01	1,2	100,00	29,6	83,5	0,83	0	0	0	100,0
	s_n	Na ₂ O, %	s	$s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	$b = \frac{\downarrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{s}$	$\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}$	100-s	$c = \frac{\uparrow \Sigma s_n \cdot \text{Na}_2\text{O}}{100-s}$	$k = s \frac{b}{a}$
Highly magnetic.....	42,55	2,04	42,55	87	87	2,04	381	57,45	6,63	18,52
Medium magnetic.....	28,44	6,41	70,99	186	273	3,85	196	29,01	6,77	57,93
Slightly magnetic.....	29,01	6,77	100,00	196	469	4,69	0	0	0	100,00

TABLE 16

Reduction		SiO ₂ , %		Fe ₂ O ₃ , %		Al ₂ O ₃ , %		TiO ₂ , %		Na ₂ O, %	
temperature °C	period hours	Highly	slightly	Highly	slightly	Highly	slightly	Highly	slightly	Highly	slightly
		magnetic		magnetic		magnetic		magnetic		magnetic	
300	1	7,2	16,8	65,2	34,0	11,2	17,1	6,6	8,6	—	—
350	1	6,1	14,2	66,0	38,0	14,2	23,8	5,6	6,5	—	—
400	1	6,5	13,7	60,0	30,0	16,2	26,0	6,8	9,6	3,8	8,2
450	1	5,2	14,3	64,2	27,8	8,1	27,0	6,3	5,7	4,5	10,7
300	2	8,2	16,2	57,0	35,0	12,5	17,0	6,2	6,8	—	—
350	2	7,3	15,6	65,0	41,0	12,8	18,8	4,6	5,3	—	—
400	2	5,0	16,8	64,0	38,0	13,0	17,4	6,6	7,7	8,5	12,3
450	2	4,0	12,1	74,0	47,0	10,5	14,7	5,1	8,8	10,0	20,4
300	3	8,4	16,2	65,0	42,0	6,8	12,8	4,4	7,3	4,3	15,0
370	3	2,0	13,8	76,7	35,8	14,8	20,0	6,0	9,3	6,3	7,4
400	3	4,0	8,6	67,5	50,0	57,8	10,6	6,2	5,9	7,2	4,8
450	3	4,8	14,0	58,0	39,0	17,6	22,0	6,3	8,3	1,8	6,5

Making use of the data contained in the above table, Figs. 6—26 have been plotted, of which Figs. 6—17 present diagrams of ore dressing for each experiment, whereas Figs. 18, 19 and 20 show the curves *b* by which the composition of magnetic portions obtainable by magnetic separation, at various yields by weight may be determined. Figs. 21, 22 and 23 present curves *c* serving to find the composition of the material going on magnetic separations at various yields by weight into the feebly magnetic part. The curves *k* in Figs. 24, 25 and 26 are available for the determination of the percentages relative to the amounts of silica, ferric oxide, titania, alumina and sodium oxide, deriving from red mud, and going into the highly magnetic part. Fig. 27 presents the rate of change in dissolvability with the change in temperature and time of roasting.

As will be seen later, the efficiency of ore dressing is the highest at concentrations showing yields by weight of 40—50 per cent. Tables 16 and 17 present, therefore, the composition of the portions amounting to 40—50%.

The above mentioned figures and tables allow to draw the following conclusions :

1. As it appears from Figs. 18, 19 and 20, the best results concerning the iron content of the products separated in a magnetically were obtained with a reduction carried out at 370 °C for three hours. In this case the calculated composition of the highly magnetic product obtained at a yield of 40% was as follows :

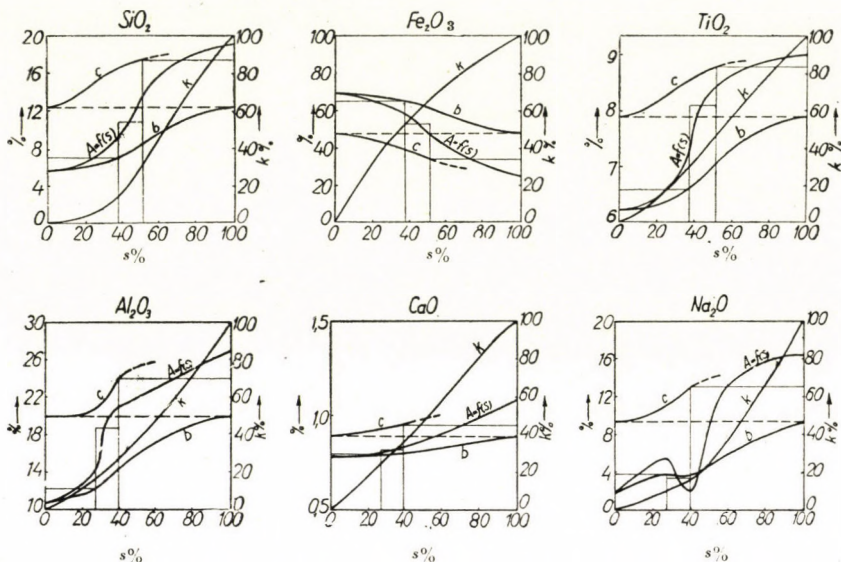


Fig. 6. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 300° C during one hour

Ore Dressing Curves
(350° C, 1 hour)

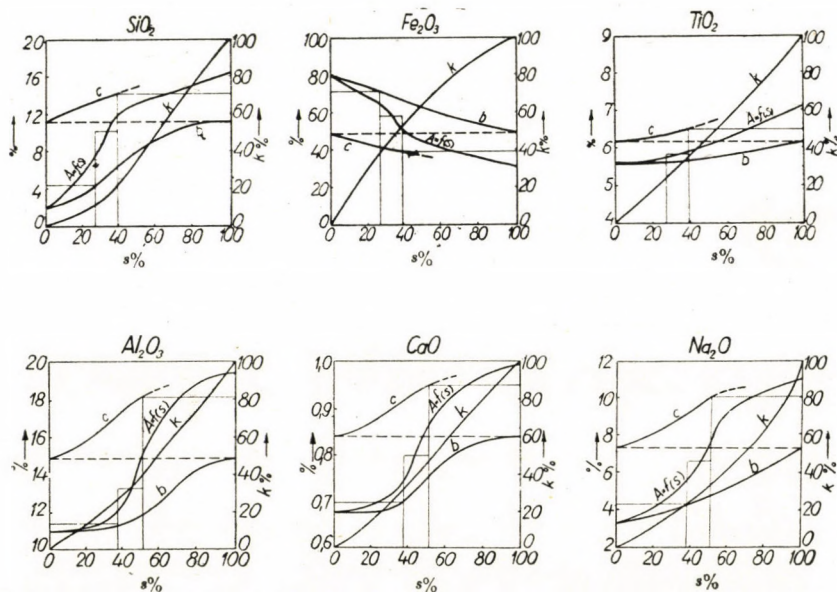


Fig. 7. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 350° C during one hour

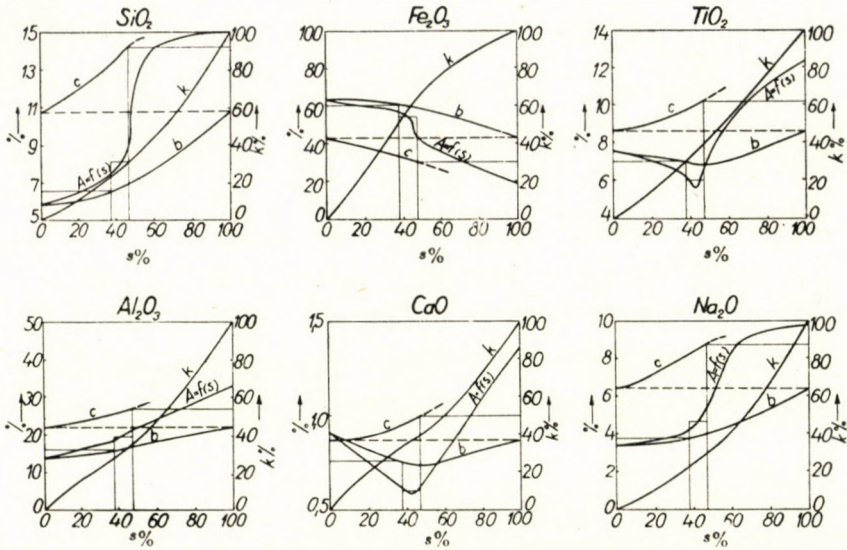


Fig. 8. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 400° C during one hour

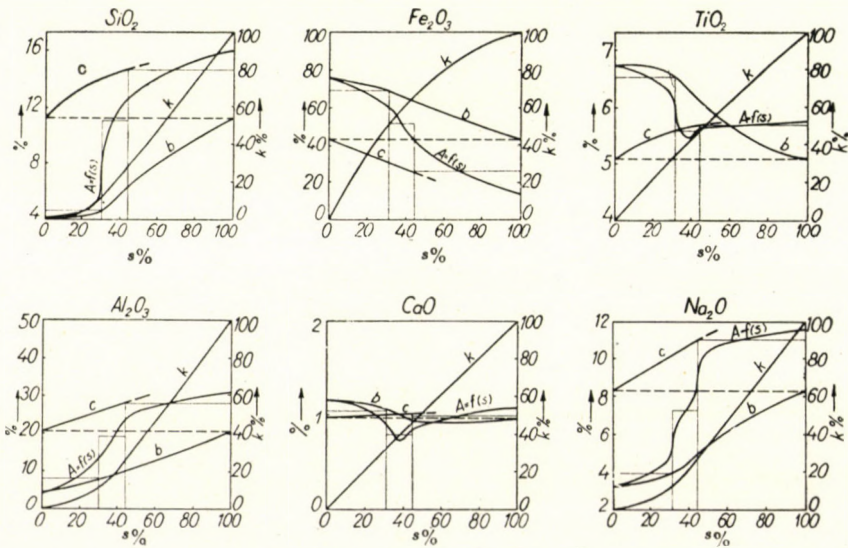


Fig. 9. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 450° C during one hours

Ore Dressing Curves
(300 °C, 2 hours)

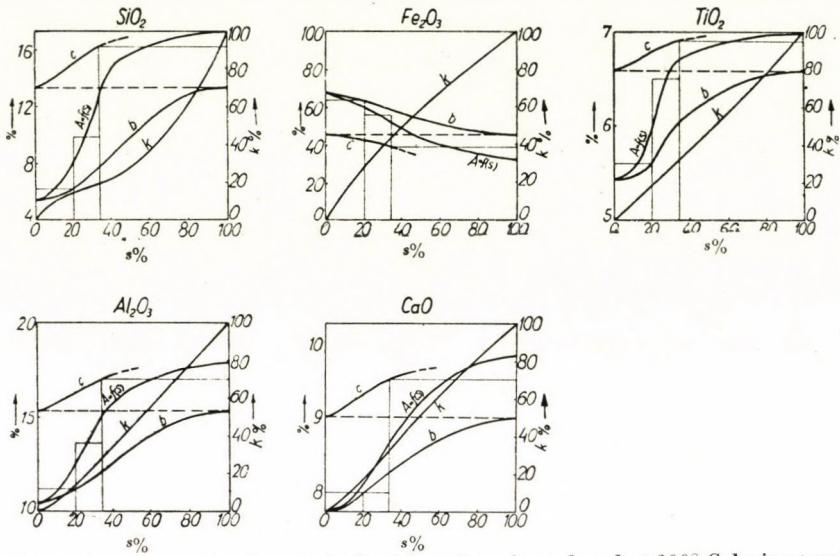


Fig. 10. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 300° C during two hours

Ore Dressing Curves
(350 °C, 2 hours)

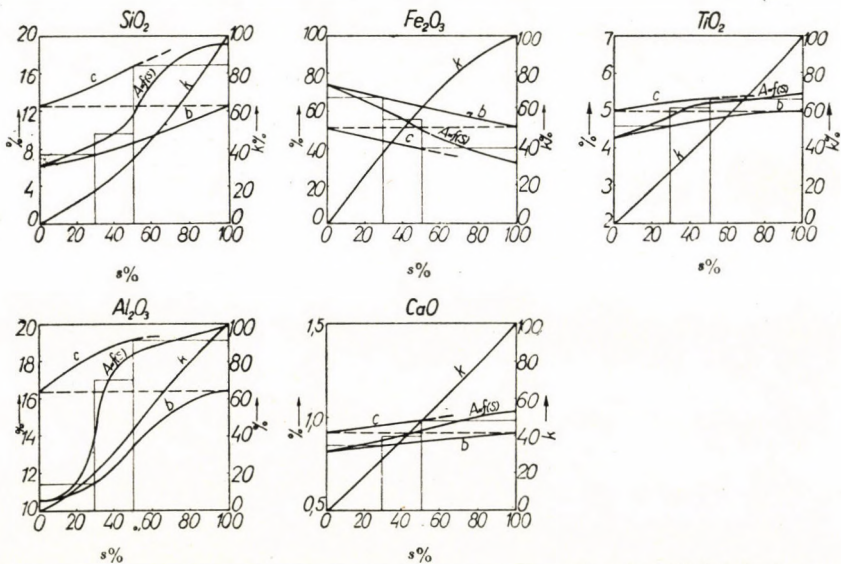


Fig. 11. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 350° C during two hours

Ore Dressing Curves
(400 °C, 2 hours)

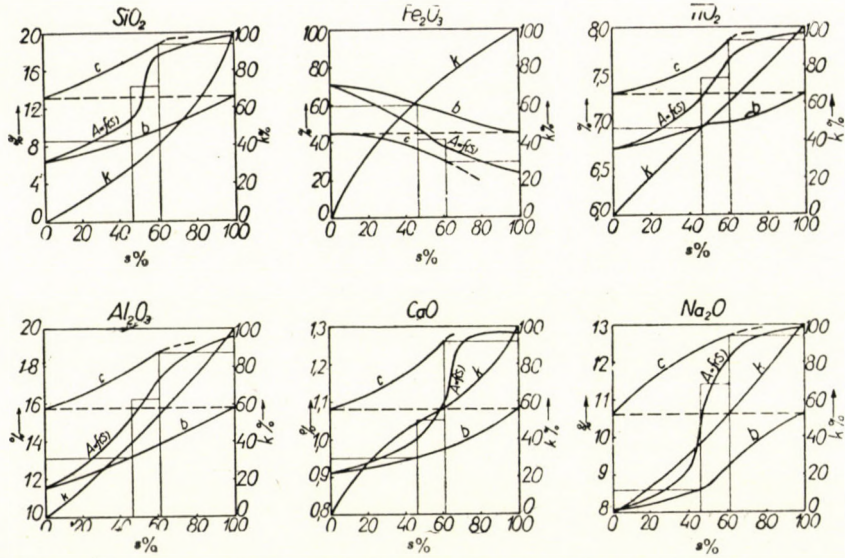


Fig. 12. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 400° C during two hours

Ore Dressing Curves
(450 °C, 2 hours)

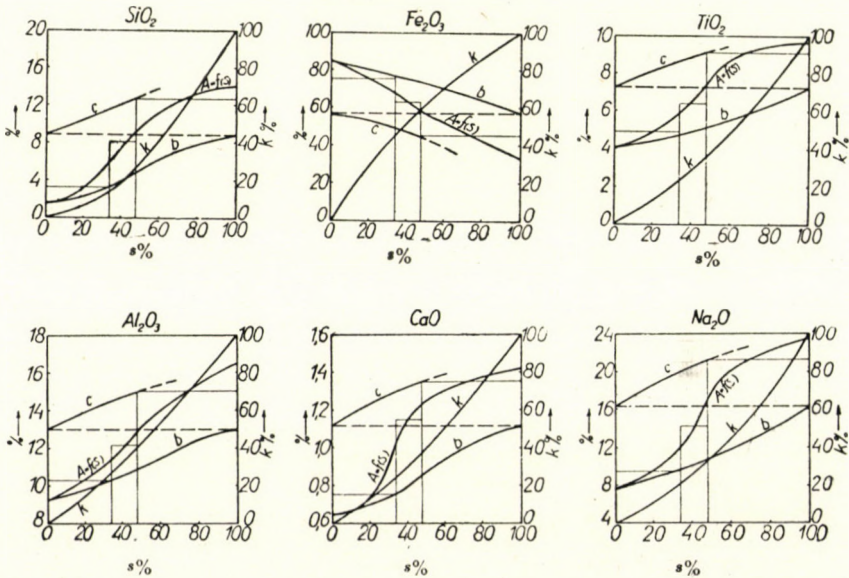


Fig. 13. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 450° C during two hours

Ore Dressing Curves
(300 °C, 3 hours)

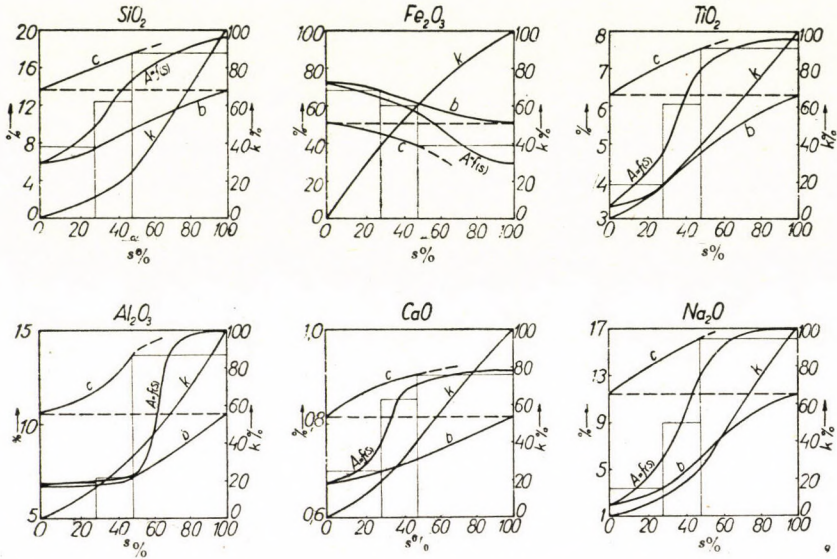


Fig. 14. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 300° C during three hours

Ore Dressing Curves
(300 °C, 3 hours)

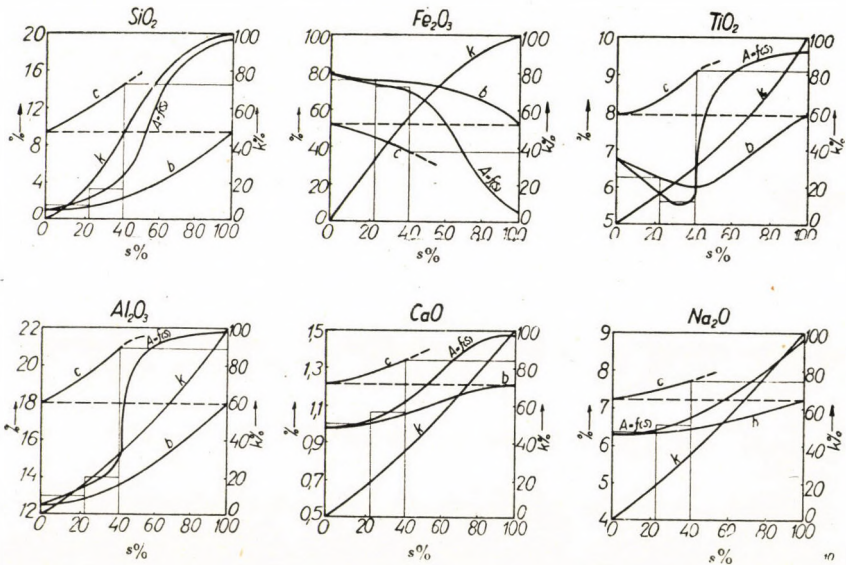


Fig. 15. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 370° C during three hours

Ore Dressing Curves
(400 °C, 3 hours)

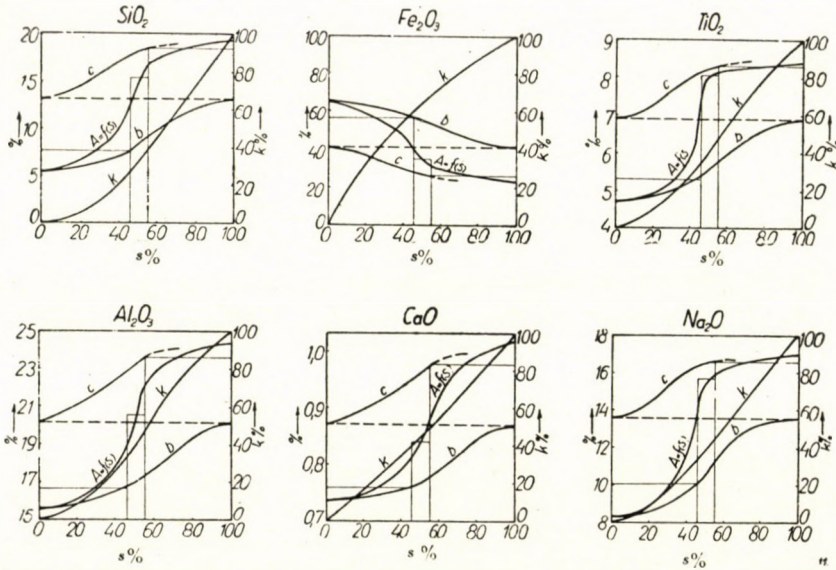


Fig. 16. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 400° C during three hours

Ore Dressing Curves
(400 C, 3 hours)

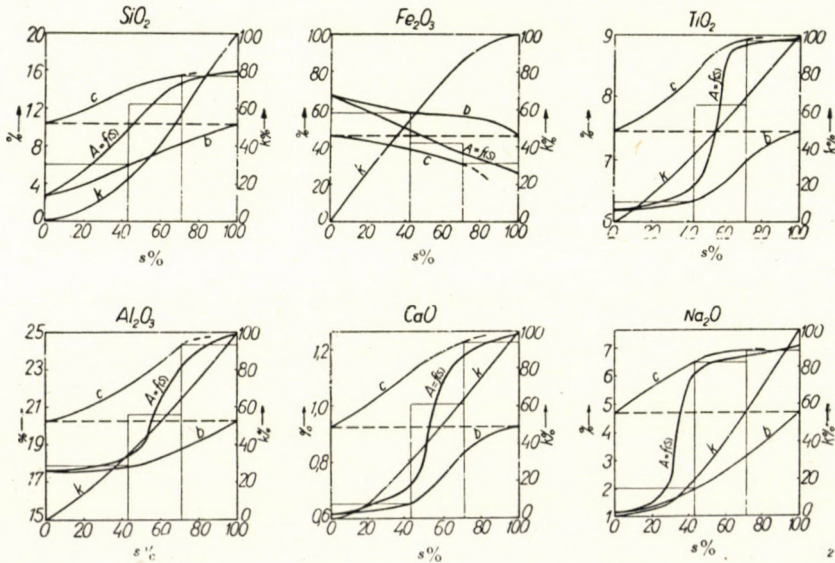


Fig. 17. Separation curves of red mud obtained from bauxite reduced at 450° C during three hours

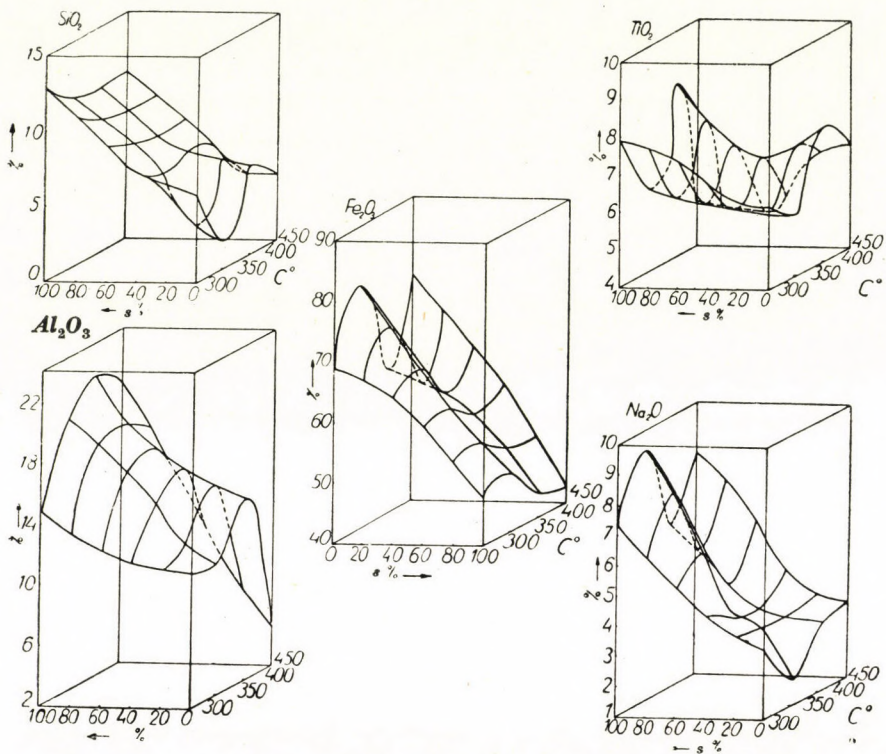


Fig. 18. Variation of b with yield and temperature during roasting for one hour

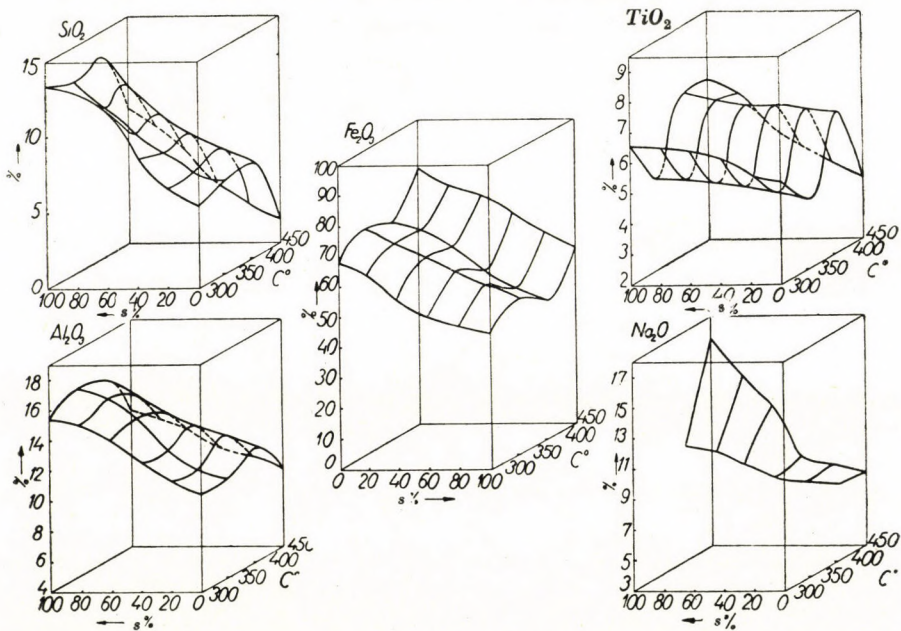


Fig. 19. Variation of b with yield and temperature during roasting for two hours

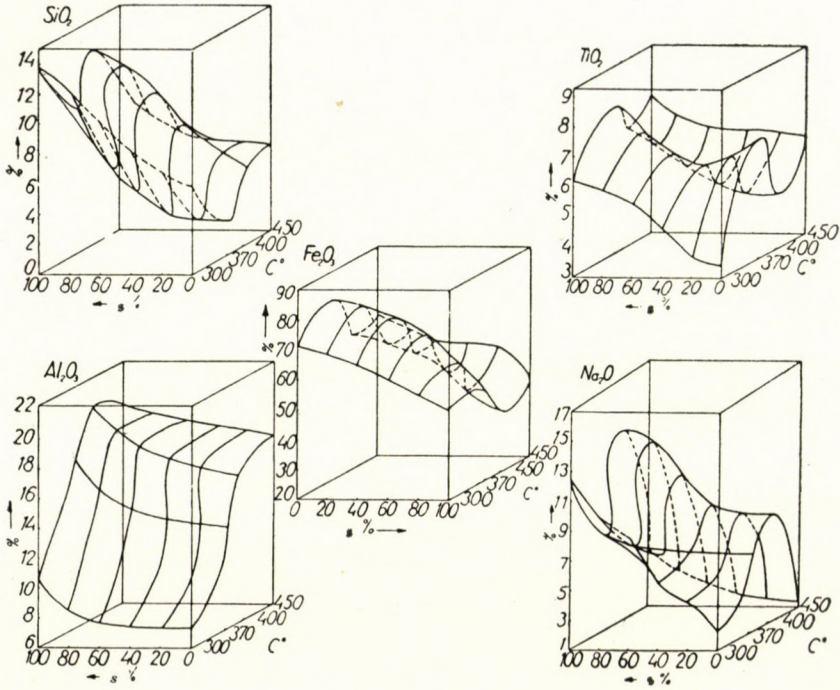


Fig. 20. Variation of *b* with yield and temperature during roasting for three hours

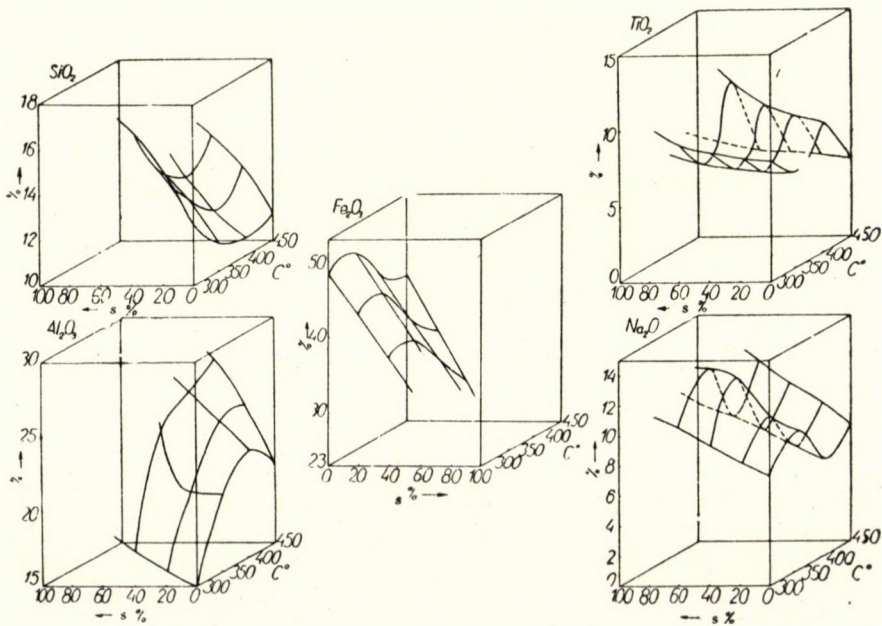


Fig. 21. Variation of *c* with yield and temperature during roasting for one hour

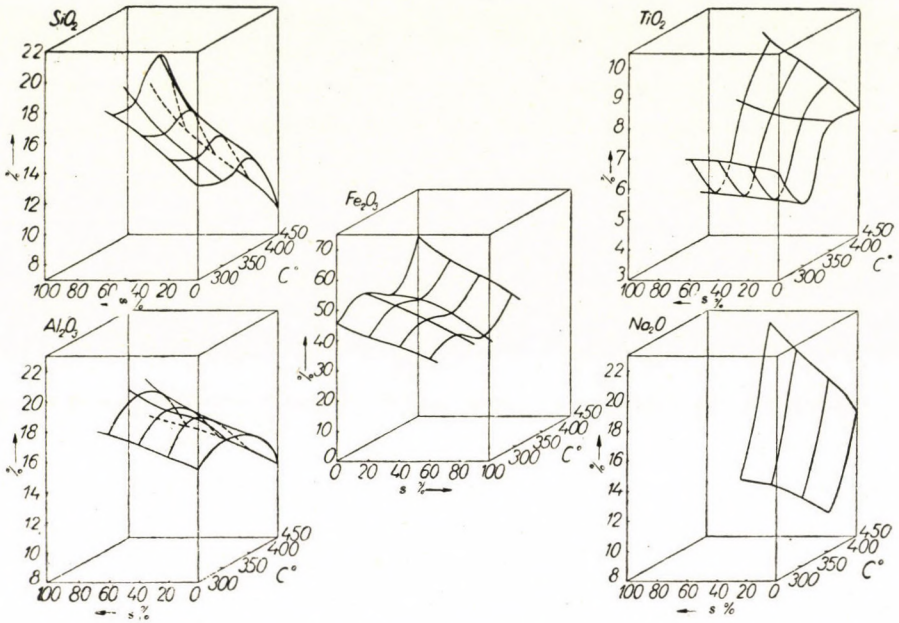


Fig. 22. Variation of c with yield and temperature during roasting for two hours

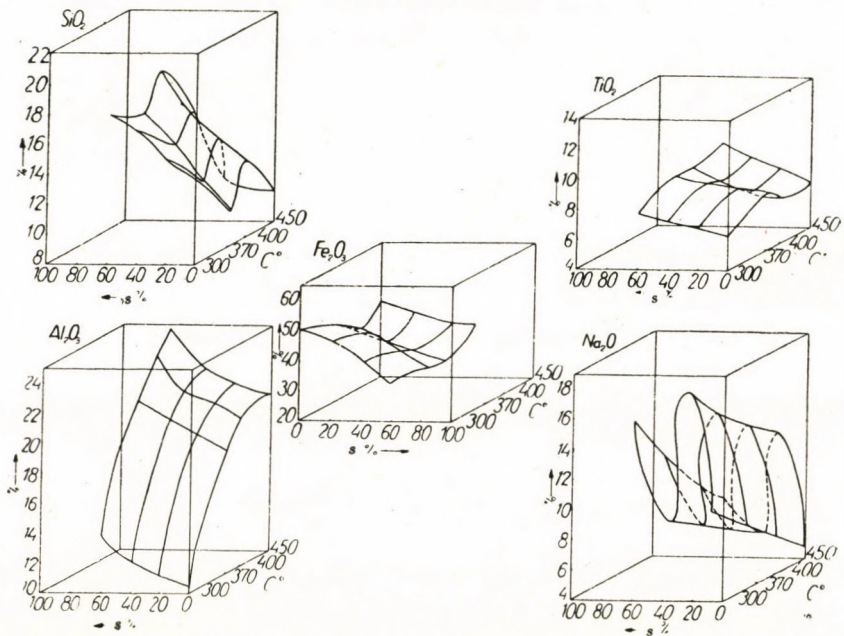


Fig. 23. Variation of c with yield and temperature during roasting for three hours

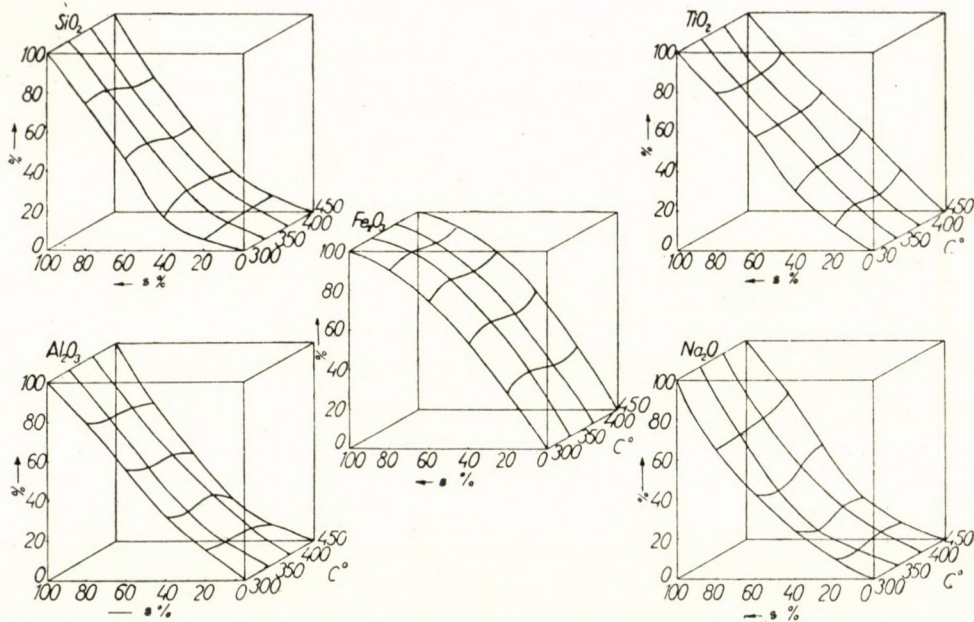


Fig. 24. Variation of k with yield and temperature during roasting for one hour

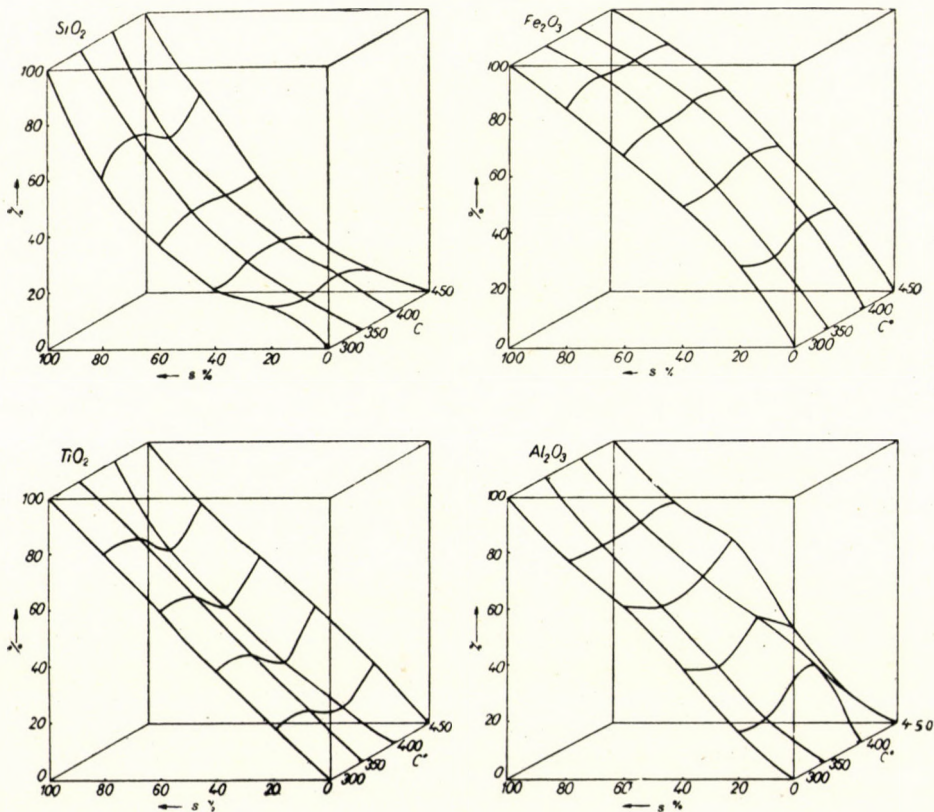


Fig. 25. Variation of k with yield and temperature during roasting for two hours

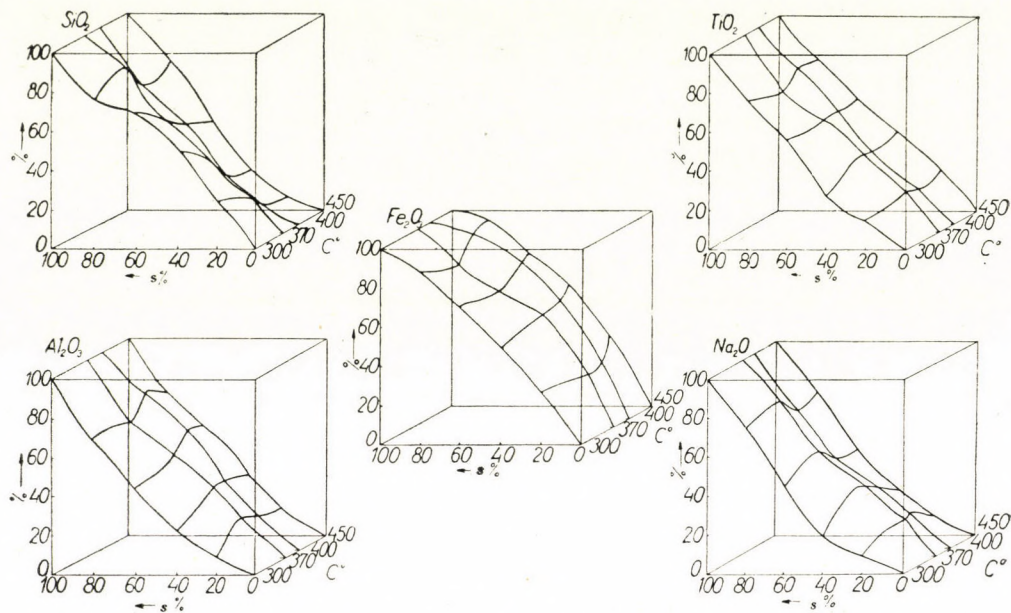


Fig. 26. Variation of k with yield and temperature during roasting for three hours

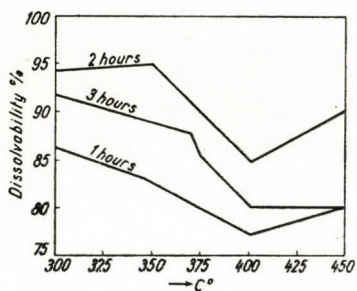


Fig. 27. Variation of dissolvability with roasting temperature and time

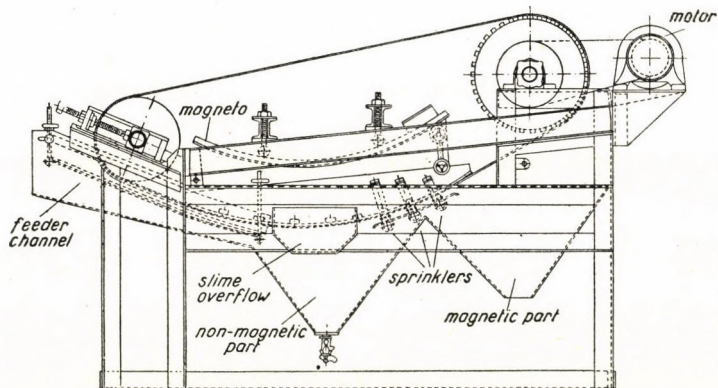
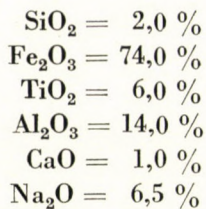


Fig. 28. Crockett separator



By reducing the material for 3 hours at 370 °C (see Figs. 24, 25 and 26) 10% of silica, 60% of ferric oxide, 30% of titania, 30% of alumina, 30% of calcium oxide and about 35% of sodium oxide contained in the red mud will go to the highly magnetic part produced at a yield by weight of 40%.

TABLE 17

Reduction		SiO ₂ , %		Fe ₂ O ₃ , %		Al ₂ O ₃ , %		TiO ₂ , %		Na ₂ O, %	
temperature °C	period	Highly	slightly	Highly	slightly	Highly	slightly	Highly	slightly	Highly	slightly
		magnetic		magnetic		magnetic		magnetic		magnetic	
300	1	8,2	17,5	62,2	35,3	11,6	18,0	7,1	8,7	—	—
350	1	7,5	15,0	62,0	36,0	15,8	25,8	5,7	6,7	—	—
400	1	7,1	14,7	57,0	29,0	18,2	27,2	7,0	10,4	4,0	9,0
450	1	6,8	14,7	59,0	20,0	10,1	28,0	5,8	5,6	5,3	11,4
300	2	7,0	16,8	53,0	33,0	13,2	17,5	6,3	6,9	—	—
350	2	8,4	16,3	62,0	39,0	13,0	19,0	4,7	5,3	—	—
400	2	8,8	17,8	58,0	37,0	13,3	18,1	6,7	7,8	8,8	12,4
450	2	5,0	12,8	72,0	44,0	11,0	15,2	5,4	9,2	10,5	21,2
300	3	9,2	17,6	62,0	38,0	7,1	13,6	4,8	7,5	5,2	17,0
370	3	2,8	16,3	75,2	30,2	14,2	21,4	6,2	9,4	6,4	8,0
400	3	4,3	9,2	63,0	43,0	8,2	10,5	6,2	5,8	6,5	4,8
450	3	6,4	14,4	57,0	46,0	18,0	22,5	6,4	8,6	2,2	6,6

2. Considering the *iron content* of the highly magnetic product and taking a yield by weight of 40% as a basis, the efficiency of the treatment will diminish, as it appears from Table 16, according to the order of sequence of the series of experiments carried out with the conditions here enumerated :

- | | | | |
|-----------------|---------|------------------|---------|
| 1. 370 °C | 3 hours | 7. 300 °C | 1 hour |
| 2. 450 °C | 2 hours | 8. 400 °C | 2 hours |
| 3. 350 °C | 1 hour | 9. 400 °C | 1 hour |
| 4. 300 °C | 3 hours | 10. 300 °C | 2 hours |
| 5. 450 °C | 1 hour | 11. 400 °C | 3 hours |
| 6. 350 °C | 2 hours | 12. 450 °C | 3 hours |

3. According to Fig. 24 the highest *yield of iron* is obtained by a reducing treatment at 370 °C for 3 hours, carried out before dissolving.

4. According to Fig. 24 the order of sequence of efficiency relative to the *yield of iron*, at a yield by weight of 40%, is as follows :

1. 370 °C	3 hours	7. 400 °C	3 hours
2. 450 °C	1 hour	8. 450 °C	2 hours
3. 300 °C	1 hour	9. 450 °C	3 hours
4. 400 °C	1 hour	10. 300 °C	3 hours
5. 350 °C	1 hour	11. 350 °C	2 hours
6. 400 °C	2 hours	12. 300 °C	2 hours

5. As regards the *yield of alumina* the most favourable result may, obviously, be expected in the case where a minimum amount of alumina goes into the highly magnetic portion which occurs in the case of a concentration with a yield by weight of 40% on a reducing treatment carried out at 450 °C for 1 hour, after which about 18% of the amount of alumina contained in the red slime goes into the highly magnetic product, the composition of which was :

SiO ₂	=	6,0%
Fe ₂ O ₃	=	68,0%
TiO ₂	=	6,5%
Al ₂ O ₃	=	10,0%
CaO	=	1,0%

6. Concerning the yield of alumina with a concentration at a yield by weight of 40%, the efficiency diminishes according to the order of sequence of the following experiments :

1. 450 °C	1 hour	7. 300 °C	1 hour
2. 300 °C	3 hours	8. 370 °C	3 hours
3. 350 °C	1 hour	9. 400 °C	2 hours
4. 350 °C	2 hours	10. 450 °C	3 hours
5. 450 °C	2 hours	11. 400 °C	3 hours
6. 400 °C	1 hour	12. 300 °C	2 hours

7. The sequence of efficiency concerning dissolvability is as follows :

1. 350 °C	2 hours	7. 400 °C	2 hours
2. 300 °C	3 hours	8. 400 °C	1 hour
3. 300 °C	1 hour	9. 300 °C	2 hours
4. 450 °C	2 hours	10. 450 °C	3 hours
5. 370 °C	3 hours	11. 400 °C	3 hours
6. 350 °C	1 hour	12. 450 °C	1 hour

A summary of the foregoing is presented in Table 18, each column of which gives the numbers representing the sequence of efficiency respective of the different conditions in issue, whereas the last column gives the total of the numbers figuring in the preceding columns. The efficiency of an experiment is therefore to be considered the higher, the lower the respective number figuring in the column «Total». From this table we may draw the conclusion that

optimum results of dissolving and of magnetic separation are offered by a magnetizing roasting carried out for about 3 hours at 370 °C.

TABLE 18

Temperature °C	Period of time hours	Numbers representing sequence in efficiency relative to the				Total
		content of iron in the magnetic product	yield of iron	yield of silica	dissolvability	
300	1	7	3	7	3	20
350	1	3	5	3	6	17
400	1	9	4	6	8	27
450	1	5	2	1	12	20
300	2	10	12	12	9	43
350	2	6	11	4	1	22
400	2	8	6	9	7	30
450	2	2	8	5	4	19
300	3	4	10	2	2	18
370	3	1	1	8	5	15
400	3	11	7	11	11	40
450	3	12	9	10	10	41

8. The efficiency of ore dressing attains maximum values with concentrations at yields by weight contained, on the basis of Figs 6–17, in Table 19. It appears from this table that the most convenient way to achieve magnetic separation is to allow the amount of highly magnetized portion to equal 40–50% of the amount of red mud, in which case the composition of the products obtained in the experiment of optimum result, i. e. carried out with a reduction at 370 °C for 3 hours will be as follows :

a) In the highly magnetic part

$$\text{SiO}_2 = 2-3\%$$

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = 72-74\%$$

$$\text{TiO}_2 = 6\%$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = 13-14\%$$

$$\text{CaO} = 1\%$$

$$\text{Na}_2\text{O} = 6,5\%$$

In the slightly magnetic part

$$\text{SiO}_2 = 14-15\%$$

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = 34-38\%$$

$$\text{TiO}_2 = 9,5\%$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = 20-21\%$$

$$\text{CaO} = 1\%$$

$$\text{Na}_2\text{O} = 6,5\%$$

Thus it may be stated from the results of experiments made that the realisation of the scheme propounded in the initial part of this paper appears to offer appreciable advantages in that by reducing the bauxite at 370 °C for 3 hours — instead of drying it — and, after dissolving the product in the usual way, by separating the red mud from the aluminate lye in a magnetic separator e. g. in a Crockett-equipment (Fig. 28) — instead of allowing the red mud to settle — not only the time necessary for the separation of the red mud from the lye may be reduced, even if applying a subsequent filtration, to about 1/10—1/20 of that hitherto used, but the highly magnetic part obtained taking over 10% of silica, 60% of ferric oxide, 30% of titania, 30% of alumina, 30% of calcium oxide and 35% of sodium oxide from the respective amounts contained in red mud may, after agglomeration, be delivered to the blast furnace, whilst the slightly magnetic part can be submitted to pyrogenic treatment.

TABLE 19

Temperature °C	Period of time hours	SiO ₂	Fe ₂ O ₃	TiO ₂	Al ₂ O ₃	CaO	Na ₂ O
		Percentage of yield by weight					
of reduction							
300	1	48	48	42	48	48	—
350	1	38	42	52	32	54	—
400	1	50	44	58	50	62	54
450	1	40	42	—	40	—	42
300	2	34	46	30	40	42	—
350	2	54	46	36	36	44	—
400	2	53	50	49	50	56	46
450	2	45	49	48	49	39	47
400	3	42	56	39	62	33	44
370	3	52	60	46	44	53	58
400	3	48	44	43	50	52	42
400	3	46	41	55	55	53	35

By taking 85% as a basis for the yield of dissolving, 90% for the recovery of iron in smelting, and 70% for the yield of alumina in the pyrogenic process, the amounts of useful products in 100 kg of bauxite treated in the experiments will assume the following figures and percentages :

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = 0,85 \cdot 53 + 0,15 \cdot 53 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 49 \text{ kg} = 92,5\%$$

$$\text{Fe} = 0,6 \cdot 21,6 \cdot \frac{112}{160} \cdot 0,9 = 8,2 \text{ kg} = 54 \% .$$

REFERENCES

- Dr. István Vitélis* : Iron ores of high alumina content (bauxite) in Hungary. B. K. L. 1931, Vols. 23, 24.
Dr. István Vitélis : The Bauxites of the region of Halimba and their utilization. B. K. L. 1932. Vol. 18—19.
B. Vécsey : Reduceability of aluminium-iron ores B. K. L. 1949. Vol. 5.
J. Finkey : Magnetic separation of reduced bauxites. B. K. L. 1939. Vol. 15—16.
А. Е. Беляев : Металлургия легких металлов. Москва, 1949.
Ф. А. Мазель : Производство глинозема. Metallurgizdat, 1950.
Széki—Horváth : General Metallurgy. Tankönyvkiadó Budapest, 1953.

SUMMARY

In the series of experiments made, the bauxite high in iron and silica content, has been roasted in a reducing atmosphere, dissolved by Bayer-process and finally, the red mud separated from aluminate lye in a magnetic field of varying strength. From the results obtained, this new processing appears, with bauxites rich in iron and silica, to have an advantage over the Bayer-process heretofore in use, in that it offers a more convenient way of separating red mud from aluminate lye, and, further, the highly magnetic part of the product may after agglomeration be delivered to the blast furnace, whilst from the slightly magnetic portion amounting to some 50—60% of the quantity of red mud, the greatest part of alumina and sodium oxide may be produced most efficiently, by pyrogenic processing.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ БОКСИТА МЕСТОРОЖДЕНИЯ СЁЦ, БОГАТОГО ЖЕЛЕЗОМ И КРЕМНЕКИСЛОТОЙ, В ТОКЕ ОСВЕТИТЕЛЬНОГО ГАЗА И МАГНИТНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ КРАСНОГО ШЛАМА, ПОЛУЧЕННОГО ПРОЦЕССОМ БАЙЕРА

Д-р тех. наук З. ХОРВАТ, Н. ВИДЕР и А. ХОРВАТ

Резюме

В процессе исследований боксит месторождения Сёц, богатый железом и кремнекислотой, был заключен в атмосферу восстанавливающего газа, восстановленное вещество разлагалось процессом Байера и, наконец, отделение красного шлама от алюминатного раствора производилось в магнитном поле переменной силы. На основе полученных результатов можно установить, что в случае бокситов, богатых железом и кремнекислотой, по сравнению с процессом Байера эта технология является более выгодной, так как, с одной стороны, становится возможным легче производить отделение красного шлама от алюминатного раствора, а с другой стороны, сильно намагниченная часть, полученная при сепарации в магнитном поле, после гранулирования может быть подана на домну, а из слабо намагниченной части красного шлама в количестве до 50—60% возможно более выгодно получить пирогенным процессом основную часть окиси алюминия и окиси натрия.

REDUCTION DE LA BAUXITE RICHE EN FER ET EN SILICE DE LA MINE DE SZŐC DANS UN COURANT DE GAZ D'ÉCLAIRAGE ET SÉPARATION MAGNÉTIQUE DE LA BOUE ROUGE OBTENUE PAR LE PROCÉDÉ BAYER

Par
 Prof. Z. HORVÁTH Cand. des Sc. Techn.,
 N., WIEDER, A. HORVÁTH

RÉSUMÉ

Au cours des études la bauxite riche en fer et en silice de la Mine de Szőc fut séchée dans une atmosphère réductrice, le produit de la réduction fut dissout par le procédé Bayer et la boue rouge obtenue séparée de la solution d'aluminate dans un champ magnétique d'intensité variable. Les résultats démontrent l'avantage de cette méthode sur le procédé Bayer original

pour le traitement des bauxites riches en fer et en silice. D'une part la séparation de la boue rouge et de la solution d'aluminate est plus facile, d'autre part les concentrés fortement magnétiques obtenus à la séparation magnétique peuvent être chargés dans le haut fourneau après agglomération; du produit faiblement magnétique, représentant 50—60% de la boue rouge, on peut retirer la majeure partie de l'alumine et de la soude caustique par un procédé de pyrogénéation plus économique.

DIE REDUKTION DES EISEN- UND KIESELSÄUREREICHEN BAUXITS VON SZŐC IM LEUCHTGASSTROM UND SEINE MAGNETISCHE TRENNUNG VON DEM DURCH DAS BAYER-VERFAHREN ERHALTENEN ROTSCHLAMM

Prof. Z. HORVÁTH, Kandidat der technischen Wissenschaften, N. WIEDER und A. HORVÁTH

ZUSAMMENFASSUNG

Im Laufe der Untersuchungen wurde der eisen- und kieselsäurereiche Bauxit von Szőc in Ungarn in reduzierender Atmosphäre getrocknet, das reduzierte Material nach dem Bayer-Verfahren aufgeschlossen und schliesslich die Abscheidung des Rotschlammes von der Aluminatlösung in einem magnetischen Feld von wechselnder Stärke durchgeführt. Aus den Ergebnissen geht hervor, dass diese Arbeitsmethode bei den eisen- und kieselsäurereichen Bauxiten vorteilhafter ist als das ursprüngliche Bayer-Verfahren, weil einestheils die Trennung von Rotschlamm und Aluminatlösung leichter ist und andernteils weil der durch die magnetische Separation erhaltene stark magnetische Teil des Rotschlammes nach Agglomeration in den Hochofen geführt werden kann, während sich aus dem 50—60% ausmachenden schwächer magnetischen Teil der überwiegende Teil des Aluminiumoxyds und des Natriumoxyds nach dem Pyrogenverfahren wirtschaftlicher gewinnen lässt.

EINFLUSS DER STRÖMUNGSGESCHWINDIGKEIT DER FLÜSSIGKEIT AUF DIE DIFFUSION INNERHALB DES RÜBENKÖRPERS

M. TEGZE und Frau M. TEGZE

FORSCHUNGSINSTITUT FÜR ZUCKERINDUSTRIE, BUDAPEST

[Eingegangen am 22. Juli 1952]

In unserer vorherigen Arbeit [1] wurde die Anwendbarkeit des *Fickschen* Gesetzes auf die Diffusion innerhalb des Rübenkörpers untersucht und die Gültigkeit des *Fickschen* Gesetzes in dieser Hinsicht bewiesen. In der vorliegenden Arbeit soll nun untersucht werden, was für einen Einfluss die Strömungsgeschwindigkeit der Auslaugeflüssigkeit auf die Diffusion des Zuckers ausübt, was in der Praxis von Bedeutung sein kann.

In allen unseren bisherigen theoretischen Arbeiten über Diffusionsvorgänge [2] wurde im Einklang mit der Mehrzahl der ausländischen Forscher [3] die Auslaugungsflüssigkeit, sofern sie mit dem Rübenkörper (Schnitte, Zylinder) in Berührung kommt, in einem gegebenen Augenblick (im Gegenstromsystem in einem gegebenen Augenblick und in einem gegebenen Querschnitt) als homogen angesehen, d. h. es wurde vorausgesetzt, dass der Konzentrationsausgleich in der Flüssigkeit augenblicklich erfolgt. Diese Annahme ist selbstredend nur annähernd wahr und keineswegs zutreffend für jene Flüssigkeitsschicht, die mit dem Rübenkörper unmittelbar in Berührung kommt und sozusagen an diesem haftet. An der Oberfläche der Flüssigkeitsschicht ist die Konzentration der durchschnittlichen Flüssigkeitskonzentration gegenüber immer überlegen. Vom Standpunkt der Diffusion aus stellt diese Schicht, da die Konvektion darin sehr gering ist, gewissermassen einen Diffusionswiderstand dar, wie hierauf *Dronow* und *Golowin* hingewiesen haben [4]. Zuzufolge des Vorhandenseins der anhaftenden Schicht erfolgt die Diffusion langsamer, als sich dies aus der theoretischen Ableitung unter Anwendung der für die Vorgänge ausserhalb des Rübenkörpers gültigen Diffusionskonstante ergeben würde.

Der Einfluss und die Wirkung dieses »Oberflächenwiderstandes« wird von den einzelnen Autoren, die sich mit der Diffusion theoretisch befassen (z. B. *Silin*, *Golowin*, *Dronow*, *Bartenev*), verschiedenartig beurteilt, doch sind sich alle darüber einig, dass die aus den gemessenen Werten ohne Rücksicht auf den Oberflächenwiderstand berechneten Diffusionskonstanten der »wirklichen« (von *Dronow* »molekular« genannten) Diffusionskonstante gegenüber etwas geringer sind. Dieser Unterschied ist selbstredend auch eine Funktion der geometrischen Abmessungen des Rübenkörpers (bei kleineren Rübenkörpern ist die

Wirkung relativ grösser). Aus diesem Grunde ist es am zweckmässigsten, einen Begriff einzuführen, mit dessen Hilfe an den theoretischen (also die »wirkliche« Diffusionskonstante enthaltenden) Formeln eine Korrektur durchgeführt werden kann, die lediglich von der Art und Geschwindigkeit der Strömung, von der Beschaffenheit der Oberfläche, also im allgemeinen von den Faktoren, die das hydrodynamische Bild des Vorgangs beeinflussen, abhängig ist.

Dronow korrigiert zu diesem Zweck die Diffusionskonstante selbst, und zwar in folgender Weise :

$$\frac{1}{D_{\text{resultierend}}} = \frac{\delta}{4 \cdot D_M} + \frac{1}{\beta}$$

wo δ die Dicke der Schnitte, D_M die Diffusionskonstante innerhalb des Rübenkörpers, von *Dronow* »molekular« genannt und β den sog. »konvektiven Diffusionskoeffizienten« bezeichnet. Im wesentlichen nimmt also *Dronow* die Additivität der sog. Diffusionswiderstände an. Er stellt fest, dass letztere eine Funktion der Strömungsgeschwindigkeit ist, genauer gesagt : der Wert von β wird auf Grund von theoretischen Erwägungen und durchgeführten Versuchen mit der Diffusionskonstante in der Flüssigkeit, ferner mit hydrodynamischen Charakteristiken (die für den Abstand der Schnitte voneinander charakteristische Zahl, *Reynoldsche Zahl*) in Zusammenhang gebracht.

Auf Grund einer einfachen mathematischen Untersuchung kann bewiesen werden, dass — falls bei der Beschreibung des Diffusionsvorganges die aus dem zweiten *Fickschen* Gesetz abgeleiteten Formeln angewendet werden — diese Annahme nur im stationären Falle gültig ist. Daher ist bei der Beschreibung des Diffusionsvorganges im Betriebe die Erscheinung anders zu erfassen.

Bei unseren Berechnungen wird deswegen der Diffusionswiderstand der Flüssigkeitsschicht an der Oberfläche so in den Formeln zu berücksichtigen versucht, dass jene fiktive Schichtdicke berechnet wird, mit der die geometrischen Abmessungen des Rübenkörpers vergrössert werden sollen, damit die theoretischen Formeln richtige Resultate ergeben. Es sei jedoch betont, dass eine solche Deutung nicht gleichbedeutend damit ist, dass eine Flüssigkeitsschicht von genau diesen Abmessungen tatsächlich an der Grenzfläche haftet. Diese »Schicht« ist zeitlich veränderlich, sie wird gebildet, löst sich ab, wird neugebildet ; der hier angewandte Begriff bezieht sich auf den statistischen Durchschnitt der Erscheinung. Ferner ist in der ganzen Erscheinung auch jener Diffusionswiderstand implizite inbegriffen, der von den an der Rübenoberfläche haftenden Gasblasen verursacht wurde. Diese Gasblasen entstehen teils aus den in der Auslaugeflüssigkeit gelösten Gasen infolge der Druckverminderung, grösstenteils jedoch aus solchen Blasen, die zufolge der Wärmebehandlung (Auslaugung mit heissem Wasser) unmittelbar aus der Rübensubstanz befreit werden, an die Oberfläche hinausdiffundieren und dort haften bleiben [5]. Schon wegen dieser Erscheinung kann die »Grenzschicht« nicht als eine wirklich definierte Flüssigkeitsschicht

angesehen werden. Es erscheint also als begründet, den gesamten Diffusionswiderstand durch eine hiermit gleichwertige Vergrößerung der Rübenabmessungen zu ersetzen.

Diese Deutung führt auch zu mathematisch sehr einfachen Ausdrücken: in sämtlichen Formeln, die sich auf die Diffusion beziehen, ist an Stelle der Abmessungsbezeichnungen $\frac{l}{2}$ bzw. R , der Ausdruck $\frac{l}{2} + \Delta l$ bzw. $R + \Delta R$ zu setzen, wo Δl bzw. ΔR diese gleichwertige Vergrößerung der Rübenabmessungen bezeichnen. Im weiteren werden diese Werte der Kürze halber »Grenzschichtdicke« genannt. In dieser Schicht wird definitionsgemäss dieselbe Diffusionskonstante angenommen, die die Zuckerdiffusion innerhalb des Rübenkörpers beschreibt. Im Einklang mit *Dronow* wird ferner angenommen, dass Δl bzw. ΔR die Funktion der Strömungsgeschwindigkeit, im allgemeinen die Funktion der hydrodynamischen Strömungscharakteristiken ist.

Laboratoriumsmethode und Berechnungsverfahren zur Bestimmung der »Grenzschichtdicke«

Im Laufe der Untersuchungen wurde einerseits versucht, die Dicke der Grenzschicht, andererseits ihre infolge der Schwankung der Strömungsgeschwindigkeit entstehende Veränderung festzustellen.

(a) Die Dicke der Grenzschicht kann bei einer gegebenen Strömungsgeschwindigkeit bestimmt werden, wenn Rübenkörper von verschiedenen Abmessungen, ansonsten aber unter identischen Verhältnissen, ausgelaugt werden. In unserer vorhergehenden Veröffentlichung [1] wurde auf jene Vorteile hingewiesen, die eine Auslaugeflüssigkeit von »unendlicher Menge« und die Anwendung von Rübenzylindern bei solchen Untersuchungen bieten. Bei den folgenden Messungen wurde ebenfalls diese Methode benutzt. Die Einzelheiten sind aus der erwähnten Arbeit ersichtlich, zum Teil werden die dort angeführten Messergebnisse zur Beweisführung herangezogen.

Im Laufe der Versuche wurde bei identischen Strömungsgeschwindigkeiten, aus möglich homogenem Rübenmaterial (identische Diffusionskonstanten D , und Anfangskonzentrationen c_0) die Werte c_1/c_0 und c_2/c_0 nach einer Auslaugung von zwei Rübenzylindergruppen von verschiedenem Radius (R_1 und R_2) nach einer Auslaugungszeit t_1 und t_2 bestimmt, wo c_1 und c_2 die gemessenen durchschnittlichen Zuckerkonzentrationen in den ausgelaugten Rübenzylinder bezeichnen. Eine in der vorangehenden Veröffentlichung angeführte Gleichung ergibt den Zusammenhang zwischen den Werten $\frac{c}{c_0} = \alpha$ und $\frac{Dt}{R^2} = \Gamma$ (es werden die Abkürzungen α und Γ eingeführt), wo die ursprüngliche Bezeichnung R laut unserer gegenwärtigen Deutung den Radius eines durch die Grenzschicht ver-

grösserten Rübencylinders darstellt. Aus den durch Messung erhaltenen Konzentrationswerten ergeben sich die Werte Γ_1 und Γ_2 auf graphischem Wege. Da die Strömungsgeschwindigkeit bei beiden Versuchen dieselbe ist, darf angenommen werden, dass der Wert ΔR ebenfalls bei beiden Versuchen identisch ist. Es darf also geschrieben werden :

$$\Gamma_1 = \frac{Dt_1}{(R_1 + \Delta R)^2} \quad (1)$$

und

$$\Gamma_2 = \frac{Dt_2}{(R_2 + \Delta R)^2} \quad (2)$$

Nach Division der Gleichung (1) durch Gleichung (2) und Einführung der

$$k^2 = \frac{\Gamma_1 t_2}{\Gamma_2 t_1} \quad (3)$$

ergibt sich :

$$k = \frac{R_2 + \Delta R}{R_1 + \Delta R} \quad (4)$$

Nach einfacher Umformung erhält man für den Wert von ΔR :

$$\Delta R = \frac{R_2 - kR_1}{k - 1} \quad (5)$$

Zur Feststellung der Genauigkeit der Messergebnisse wurde auch die Fehlerberechnung durchgeführt. Es ergibt sich :

$$d\Delta R = \frac{1}{k - 1} \sqrt{(dR_2)^2 + kdR_1)^2 + \left(\frac{R_1 - R_2}{k - 1}\right)^2} \quad (6)$$

wo $d\Delta R$ den Fehler der Grenzsichtdicke und dR_1 sowie dR_2 den Fehler der Radiusbestimmung darstellen. Aus den Messungen kann der Fehler von k (dk) nicht unmittelbar bestimmt werden, wohl aber der Fehler von

$$k^2 = \frac{\Gamma_1/t_1}{\Gamma_2/t_2} ,$$

u. zw. aus der Streuung der Messergebnisse. Der Zusammenhang zwischen den beiden wird durch folgende Formel gegeben :

$$dk = \frac{1}{2k} d(k^2) \quad (6a)$$

(b) Die Wirkung der Strömungsgeschwindigkeit auf die Grenzschichtdicke wurde in ähnlicher Weise wie vorhin festgestellt, mit dem Unterschied jedoch, dass bei dieser Versuchsreihe zweckmässigerweise gleich dicke Rübenzylinder genommen und nur die Strömungsgeschwindigkeiten verändert wurden.

Bezeichnet man die bei höheren Geschwindigkeiten entstehende Grenzschichtdicke ΔR , die zu niedrigeren Geschwindigkeiten gehörende mit $\Delta R + \Delta'R$, so ergibt sich :

$$\Gamma_1 = \frac{Dt_1}{(R + \Delta R)^2}, \quad (7)$$

$$\Gamma_2 = \frac{Dt_2}{(R + \Delta R + \Delta'R)^2}. \quad (8)$$

Ähnlich wie vorhin :

$$k' = \frac{R + \Delta R + \Delta'R}{R + \Delta R} = 1 + \frac{\Delta'R}{R + \Delta R} \simeq 1 + \frac{\Delta'R}{R} \quad (9)$$

woraus

$$\Delta'R \simeq R(k' - 1). \quad (10)$$

Das Ergebnis der Fehlerberechnung (bei Vernachlässigung der sehr geringen Wirkungen und bei Anwendung von Annäherungen) ist :

$$d\Delta'R \simeq \frac{R}{2} d(k^2) \quad (11)$$

wo $d(k^2)$ ebenfalls einen aus der Streuung der Messungen ermittelbaren Fehler (die mittlere Abweichung vom Durchschnitt) darstellt.

Messergebnisse. Sämtliche Versuche wurden unter Anwendung der im erwähnten Aufsatz [1] beschriebenen Versuchsmethode bei einer Temperatur von 75 ± 1 C° durchgeführt. Die Durchmesser wurden möglichst klein gehalten, um Abmessungen zu erhalten, die denen der Rübenschnitte, wie sie in den Diffusionssystemen der Betriebe zur Auslaugung gelangen, nahe liegen. Für die Anwendung von kleinen Dimensionen spricht auch der Umstand, dass in solchen Fällen der Einfluss der Grenzschicht ein bedeutender ist.

Bei sämtlichen Messungen erfolgte der Versuch in Glasröhren von identischem Durchmesser (2,20 cm) : diesem gegenüber war der Durchmesser der verwendeten Rübenzylinder genügend klein. Die im folgenden angegebenen Strömungsgeschwindigkeiten bezeichnen die durchschnittliche Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit ; offensichtlich ist die Geschwindigkeit in der Nähe der Rübfläche geringer. Es soll daher wiederholt betont werden, dass die auf diese Weise bestimmte »Grenzschichtdicke« mit dem ähnlichen Begriff bzw. Wert,

wie er in der Hydrodynamik und auf anderen Fachgebieten existiert, nur auf eine grössenordnungsmässige Übereinstimmung Anspruch erhebt.

a) Vier Versuchsreihen sind zur Bestimmung des Wertes ΔR durchgeführt worden. Die durchschnittliche Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit neben den Rübenzylindern betrug $v = 1,0$ cm/sec. Die Messergebnisse werden in folgender Tabelle wiedergegeben :

TABELLE I

Versuchsreihe	Zahl der Messungen innerhalb einer Reihe	Radius der verwendeten Rübenzylinder		ΔR cm	$\pm d(\Delta R)$ cm
		R_1 cm	R_2 cm		
1	17	0,264	0,143	0,002	$\pm 0,007$
2	17	0,264	0,396	0,016	$\pm 0,016$
3	17	0,143	0,396	0,003	$\pm 0,005$
4	8	0,143	0,262	0,014	$\pm 0,009$

Die Ergebnisse der Versuchsreihen wurden in einem gewogenen Mittelwert zusammengefasst und als Gewicht der Teilergebnisse in üblicher Weise der Kehrwert des Quadrates des mittleren Fehlers genommen. Für den zusammengefassten Mittelwert ergab sich :

$$\Delta R = 0,0053 \pm 0,0029 \text{ cm.}$$

b) Bei drei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten wurde je eine Versuchsreihe durchgeführt. Der Radius der Rübenzylinder betrug bei diesen Versuchen : $R = 0,263$ cm.

TABELLE II

Versuchsreihe	Zahl der Messungen innerhalb einer Reihe	Angewandte Strömungsgeschwindigkeiten		ΔR cm	$\pm d(\Delta R)$ cm
		v_1 cm/sec	v_2 cm/sec		
1	8	0,2	1,0	0,0023	$\pm 0,0015$
2	8	1,0	8,0	0,0004	$\pm 0,0014$
3	8	0,2	8,0	0,0022	$\pm 0,0014$

Folgerungen aus den Messergebnissen. Auf Grund der angeführten Messergebnisse beträgt die Grenzschichtdicke, d.h. die mit dem Oberflächenwiderstand gleichwertige Vergrösserung der Rübenaussparung etwa 0,05 mm. Der Fehler der Messergebnisse ist ziemlich gross. Dieser Wert bezieht sich auf eine Strömungsgeschwindigkeit von 1 cm/sec, was ungefähr bei der unteren Grenze der in der

Diffusionsbatterie der Betriebe herrschenden Geschwindigkeiten liegt. (Unter Betriebsverhältnissen ist die durchschnittliche Strömungsgeschwindigkeit 1,0 bis 2,2 cm/sec, u. zw. ist sie je nach Betrieb verschieden, wenn auch in den einzelnen Betrieben fast konstant.) Auf eine Abhängigkeit von den Strömungsgeschwindigkeiten darf also — zufolge der verhältnismässig hohen Fehlergrenzen — nur qualitativ gefolgert werden, doch ist es auf Grund der Messergebnisse wahrscheinlich, dass die Strömungsgeschwindigkeit bei Geschwindigkeiten oberhalb von 1 cm/sec keine zu grosse Wirkung ausübt. Im übrigen darf die Übereinstimmung, wenn man die Ergebnisse mit jenem Wert vergleicht, die *Brünner* [6] für die Dicke der an der Oberfläche von festen Körpern anhaftenden Flüssigkeitsschichten angibt ($3 \cdot 10^{-3}$ cm), als vorzüglich angesehen werden. Es sei bemerkt, dass der von uns angegebene *R*-Wert in derselben Grössenordnung liegt wie der numerische Wert für den allgemein verbreiteten Begriff der »wirklichen« Grenzschichtdicke, was begreiflich ist, wenn man bedenkt, dass sich die Diffusionskonstanten des Zuckers im Wasser und in der wärmebehandelten Rübe nicht wesentlich voneinander unterscheiden.

Man muss sich ferner darüber im klaren sein, dass die derart festgestellte »Grenzschichtdicke« nur unter den angegebenen Versuchsverhältnissen (regelmässige, freie Rübenoberflächen) ein genaues Bild über den Ablauf der Erscheinungen vermittelt und dass bei praktischen Schnitten ein etwas höherer durchschnittlicher Oberflächenwiderstand zu gewärtigen ist. Bei den praktischen Schnitten ist die Rübenoberfläche ganz gewiss weniger glatt, die Fasern sind bei Schnitten, die mit beschädigten Messern geschnitten worden sind, sozusagen aus den Schnitten herausgerissen, die Ränder sind »zerfetzt«, nicht zuletzt aber entsteht auch zufolge der eckigen (z. B. Dachziegel-)Formen oder der ungeordnet übereinander gelagerten Schnitten ein ganz abweichendes hydrodynamisches Bild. Diese Frage soll in einem späteren Aufsatz eingehend behandelt werden. Trotzdem ist es interessant zu untersuchen, was für eine Wirkung dieser — unter unseren Versuchsverhältnissen gemessene — Oberflächenwiderstand auf die Auslaugung ausübt.

In den Formeln, die sich auf die Auslaugung im Betriebe beziehen, enthält die exponentielle Funktion den Ausdruck

$$\psi = 12 \frac{D}{l^2} T \frac{p-1}{p} .$$

Diese Formel kann genau nur für den theoretischen Fall angewandt werden, wenn der Diffusionswiderstand der Oberflächenschicht zu vernachlässigen ist und wenn *l* die wirkliche (geometrische) Schnittenabmessung bezeichnet. Für den praktischen Fall ist es richtiger, den folgenden Ausdruck zu gebrauchen :

$$\psi' = 12 \frac{D}{(l + 2\Delta l)^2} T' \frac{p-1}{p}$$

wo T' die wirkliche, effektive Auslaugungszeit bezeichnet. Im theoretischen Fall (ohne Grenzschicht) genügt — unter ansonsten identischen Bedingungen (identisches D und p) — zur gleichen Auslaugung eine kürzere »ideelle« Auslaugungszeit: $T < T'$.

Als Vorbedingung identischer Verluste gilt: $\psi = \psi'$, woraus sich das Verhältnis der effektiven und ideellen Auslaugungszeiten wie folgt ergibt:

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{l + 2\Delta l}{l} \right)^2 \approx 1 + \frac{4\Delta l}{l}.$$

Den praktischen Verhältnissen entsprechend wird an Stelle von l 0,11 cm, an Stelle von Δl 0,005 cm geschrieben. Also:

$$\frac{T'}{T} = 1 + \frac{4 \cdot 0,005}{0,11} = 1,18$$

woraus hervorgeht, dass die erforderliche tatsächliche Auslaugungszeit um etwa 18% höher liegt (oder, was aufs gleiche herauskommt, sich die scheinbare Diffusionskonstante bei identischer Auslaugungszeit um ebensoviel verringert), als im theoretischen Fall, ohne Oberflächenwiderstand.

Dieselbe Berechnung ergibt, falls die Geschwindigkeit von 0,2 auf 1,0 cm/sec verändert wird (für Δl 0,0002 cm angenommen):

$$\frac{T'}{T} = 1,074$$

also »verbessert« sich die Auslaugung um etwa 7%. Die Messungen *Barteneus* ergeben wesentlich höhere Werte (die Differenz zwischen 1,5 cm/sec und 2,5 cm/sec beträgt 13%), was offensichtlich den vollständig verschiedenen Versuchsverhältnissen (der Untersuchung von praktischen Rübenschnitten uns nicht bekannter Abmessungen) zuzuschreiben ist. Die Übereinstimmung der Grössenordnungen ist jedoch befriedigend.

Eine ähnliche Berechnung kann auch hinsichtlich der Wirkung der Flüssigkeitsschicht bei der Bestimmung der Diffusionskonstante mit der in unserem jüngsten Aufsatz beschriebenen Methode durchgeführt werden. Zwischen der scheinbaren Diffusionskonstante D (die also infolge der Grenzschichtwirkung mit einem kleinen Fehler belastet ist) und der »wirklichen« Diffusionskonstante D_w besteht auf Grund der Berechnung folgender Zusammenhang:

$$\frac{D_w}{D} = \left(1 + \frac{\Delta R}{R} \right)^2 = e$$

Der Wert von ϱ ist aus folgender Tabelle ersichtlich :

TABELLE III

$v = 1 \text{ cm/sec}$	$\Delta R = 0,005 \text{ cm}$
R cm	ϱ
0,15	0,168
0,20	1,051
0,25	1,040
0,30	1,034
0,40	1,025

Die Ermittlung von D_w kann also entweder in der Weise erfolgen, dass an Stelle des gemessenen Wertes R der Wert $R + \Delta R$ in die Formel eingesetzt wird, die zur Berechnung der Diffusionskonstante dient, oder aber dass man mit dem gemessenen R -Wert rechnet und das Ergebnis mit den ϱ -Werten der vorangehenden Tabelle multipliziert.

Hiermit ist also die scheinbare Abweichung vom II. Fickschen Gesetz — wie dies in unserer jüngsten Veröffentlichung dargelegt wurde — gedeutet.

Als letzte Folgerung kann festgestellt werden, dass unter den angewandten Versuchsverhältnissen der Wert der als Diffusionswiderstand erscheinenden Grenzsichtdicke in einer Größenordnung von $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ liegt. Aus diesem Zahlenwert, wie auch aus den bei verschiedenen Geschwindigkeiten durchgeführten Messungen lässt sich die Folgerung ziehen, dass der Strömungsgeschwindigkeit des Saftes unter Betriebsverhältnissen oberhalb gewisser Geschwindigkeitsgrenzen in dieser Hinsicht keine allzugrosse Bedeutung zuzuschreiben ist. Genauere zahlenmässige Angaben werden aus den Messungen mit praktischen Rübenschnitten zu erhalten sein.

SCHRIFTTUM

1. Frau M. Tegze—M. Tegze: Methode zur Bestimmung der Diffusionskonstante. Beweis der Anwendbarkeit des Fickschen Gesetzes auf die Diffusion des Zuckers innerhalb des Rübengewebes. Acta Techn. Hung. **10** (1954) 485/503.
2. G. Oplatka: Cukorgyári diffúziós folyamat elmélete I. (Theorie des Diffusionsprozesses in Zuckerfabriken I. Nur ungar.) Magyar Kémikusok Lapja **4** (1949), 573—581, 645—660.
- Г. Оплата—К. Вуков: Теоретические и опытные исследования системы закрытых диффузий. Acta Chim. Hung. **1** (1), 1950.
3. П. М. Силин: Технология свеклосахарного производства. Москва, 1948.
4. С. Ф. Дронов: Динамическая теория извлечения веществ диффузионном методом. Сахарная промышленность **23** (1949) № 10. стр. 15, № II, стр. 24.
- П. В. Головин: Технология свеклосахарного производства. Москва, 1949.
5. С. И. Бартедьев: Некоторые новые факторы в процессе диффузии. Сахарная промышленность **23** (1949) № 8. стр. 23.
6. Der Chemie-Ingenieur. Herausg. von A. Eucken u. M. Jacob, Leipzig 1935. III. Teil 1.
7. G. Oplatka—M. Tegze: Theorie des Diffusionsprozesses in Zuckerfabriken III. (Ideale Gegenstromextraktion. Das Robertsche System.) Acta Chim. Hung. **2** (4), 1952.

ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Zuckerdiffusion aus Rübenschnitten bedeutet die an der Grenzfläche zwischen Rübenkörper und Flüssigkeit aus hydrodynamischen Ursachen entstehende »Grenzschicht« einen Diffusionswiderstand. Zu seiner zahlenmässigen Ermittlung wurde der Diffusionswiderstand mit einer ihm gleichwertigen Vergrößerung der Rübenabmessung ersetzt. Zur Bestimmung dieser fiktiven Rübedicke erfolgten anhand einer früher angegebenen Methode Versuche mit Rübenzylindern von verschiedenem Durchmesser und bei verschiedenen Flüssigkeitgeschwindigkeiten. Für die Schichtdicke ergibt sich bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $1,0 \text{ cm/sec}$ etwa $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$, während zwischen den Strömungsgeschwindigkeiten $0,2\text{--}8,0 \text{ cm/sec}$ die Veränderung der Schichtdicke in einer Grössenordnung von ungefähr $2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ liegt. Schliesslich wird der Einfluss der hydrodynamischen Schicht auf die Diffusionskonstante und Extraktion erörtert.

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ТОКА ЖИДКОСТИ НА ДИФФУЗИЮ САХАРА В СВЕКЛОВИЧНОЙ СТРУЖКЕ

M. TEGZE и Ю. TEGZE

Резюме

При диффузии сахара из свекловичной стружки на граничной поверхности между кусочками свекловичной стружки и жидкостью по гидродинамическим причинам образуется «граничная пленка», которая при диффузионных процессах оказывает сопротивление. В интересах количественного определения величины этого сопротивления вводится новое понятие, которое замещает сопротивление диффузии эквивалентным с первым — увеличением размера кусочков свекловичной стружки.

Экспериментальное определение толщины этого фиктивного слоя свекловичной стружки производилось нахождением коэффициента диффузии с использованием свекловичных цилиндров различного диаметра и соответствующими расчетами. Толщина фиктивной пленки при скорости движения тока жидкости в 1 cm/sec равна приблизительно $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$. При изменении скорости движения тока жидкости в пределах $0,2\text{--}8,0 \text{ cm/sec}$ толщина пленки изменяется по величине приблизительно на $2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$.

INFLUENCE OF THE VELOCITY OF FLUID FLOW ON SUGAR DIFFUSION IN COSSETTES

M. TEGZE and Mrs. M. TEGZE

SUMMARY

In sugar diffusion from cossettes the «border layer», formed on the border surface of the sugar beet body and of the fluid due to hydrodynamical actions, constitutes a resistance to diffusion. For the calculation of the latter a new concept has been introduced in which this resistance to diffusion has been replaced by an equivalent increase of thickness of the cossette. For the determination of this fictitious thickness of cossette tests were made on cylindrical cossettes of different diameters according to a method described in a previous paper of the authors. The thickness of layer was found to be at 1 cm/sec velocity of flow about $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$; between velocities of flow of $0,2\text{--}8,0 \text{ cm/sec}$ the variation of the layer thickness was of the order of magnitude of about $2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$.

L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE COURANT DU LIQUIDE SUR LA DIFFUSION DE SUCRE À L'INTÉRIEUR DU TISSU DE LA BETTERAVE

Par

Mme M. TEGZE et Mr. M. TEGZE

RÉSUMÉ

«La couche limite» qui se présente par suite de causes hydrodynamiques à la surface de limite entre les cossettes et le liquide, représente une résistance de diffusion; pour déterminer numériquement cette résistance, on introduit une nouvelle notion, dans laquelle elle est remplacée par une majoration correspondante des dimensions de la betterave. Des essais ont été faits avec des cylindres de betterave de diamètres différents, pour déterminer cette épaisseur fictive des cossettes. Pour une vitesse de courant de 1 cm/sec l'épaisseur de la couche est égale à $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ environ, quant aux vitesses de courant entre $0,2\text{--}8,0 \text{ cm/sec}$, la variation de l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ environ.

DETERMINATION OF THE EJECTOR-LOSS COEFFICIENT

E. LITVAI

DEPARTMENT FOR THEORY OF FLOW, TECHNICAL UNIVERSITY, BUDAPEST

[Manuscript received 28th July 1954]

1. Introduction

The process taking place in ejectors is essentially as follows : A jet of «primary» fluid of comparatively high velocity carries with it a certain amount of «secondary» fluid arriving at lower velocity and produces an increase of pressure in the latter. Consequently in the ejector the following losses of energy occur ; *the mixing loss* due to the difference of velocities, *the friction loss* because of flow, while in the diffuser producing increase of pressure *the diffuser loss* is originated.

These losses are very considerable and the energy balance of the ejector is very unfavourable. The efficiency of ejectors in service nowadays is in general less than 20%, yet their use is commendable because of their simple construction and low cost. Of course they have to be designed to cut down losses and increase efficiency as far as possible.

In a previous paper [1] the author expounded a method of calculation of the so-called «ventilating ejectors» fit for producing low pressure differences. The procedure considers and calculates mixing losses as *Borda—Carnot loss*, but accounts for friction and diffuser losses by estimating factor A , the «*ejector loss coefficient*». Principal dimensions of the calculated ejector thus depend on value A . In possession of a sufficiently large number of experimental data the magnitude of A can be assessed of course with satisfactory precision.

This paper aims at contributing to the theory of ejectors by presenting a method with the aid of which the loss coefficient can be determined with knowledge of the characteristic curve of the ejector.

2. Determination of the loss coefficient

In the following the ejector lay-out shown in Fig. 1 is investigated. *Densities of the primary and of the secondary fluids are assumed to be identical and constant.*

The following notations are used :

ρ kg sec ² /m ⁴	density of fluid
v m/sec	velocity
V m ³ /sec	flow rate of fluid
p_t kg/m ²	total head
p_{st} kg/m ²	static head
p_d kg/m ²	dynamic head
F m ²	cross-sectional area

Subscripts correspond to numbering in Fig. 1. The figure also indicates pressure conditions and relative notations.

The momentum equation can be written for the sections between cross-sections 1, 3, and 5 as follows :

$$V_1 \rho v_1 + V_2 \rho v_3 = (V_1 + V_2) \rho v_5 + F_5 \left(p_5 - p_3 + \frac{\rho}{2} v_5^2 \zeta \right) \quad (1)$$

with assumption that $p_1 = p_3 = p_4$, that is, that mixing of the two fluids takes place at constant pressure as far as cross-section 4, and that the pressure increases only in the throat. It is supposed, moreover, that the velocity distribution, in the cross sections considered is uniform. This is evidently only an approximation.

Expression $\frac{\rho}{2} v_5^2 \zeta$ gives the loss of head caused by friction in the mixing chamber and the throat, ζ is the friction loss coefficient related to velocity v_5 , which depends among others on the smoothness of the inner surface of the ejector and on the length of the throat.

With the aid of relationship

$$p_0 - p_5 = \eta_d \frac{\rho}{2} v_5^2, \quad (2)$$

where η_d is the diffuser efficiency and $\frac{\rho}{2} v_0^2$ can be neglected, the last member of equation (1) can be written also in the following form :

$$\begin{aligned} F_5 \left(p_5 - p_3 + \frac{\rho}{2} v_5^2 \zeta \right) &= F_5 \left(p_5 - p_0 + p_0 - p_3 + \frac{\rho}{2} v_5^2 \zeta \right) = \\ &= F_5 \left(p_0 - p_3 - \frac{\rho}{2} v_5^2 \eta_d + \frac{\rho}{2} v_5^2 \zeta + 2 \frac{\rho}{2} v_5^2 - 2 \frac{\rho}{2} v_5^2 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

With these and with notation

$$A = 2 + \zeta - \eta_d \quad (4)$$

that is by the introduction of the *ejector loss coefficient* equation (1) takes the form

$$V_1 \rho v_1 + V_2 \rho v_3 = (V_1 + V_2) \rho v_5 - 2F_5 \frac{\rho}{2} v_5^2 + F_5 (p_0 - p_3) + F_5 \frac{\rho}{2} v_5^2 A \quad (5)$$

A expressed therefrom

$$A = \frac{V_1 \rho v_1 + V_2 \rho v_3 - (V_1 + V_2) \rho v_5 + 2F_5 \frac{\rho}{2} v_5^2 - F_5 (p_0 - p_3)}{F_5 \frac{\rho}{2} v_5^2} \quad (6)$$

This formula allows the computation of A , if geometrical proportions of the ejector, the volumetric rates of flow and the depression p_{2st} produced by the ejector are known.

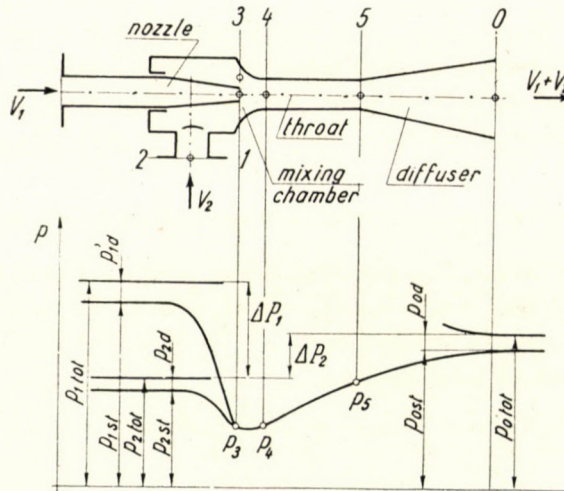


Fig. 1. Pressure conditions of ventilating ejector

With knowledge of V_1 and V_2 velocities are computable :

$$v_1 = \frac{V_1}{F_1} ; v_3 = \frac{V_2}{F_3} ; v_5 = \frac{V_1 + V_2}{F_5} \quad (7)$$

For the determination of the value of $(p_0 - p_3)$ a new approximation is necessary. It may be assumed that the kinetic energy of the secondary fluid entering through the suction orifice of cross-sectional area F_2 of the ejector (Fig. 1) is fully converted to loss in the relatively large space between the suction flange and the mixing chamber and thus

$$p_3 = p_{2st} - \frac{\rho}{2} v_3^2 \quad (8)$$

that is

$$p_0 - p_3 = p_0 - p_{2st} + \frac{\rho}{2} v_3^2 . \quad (9)$$

Thus if the magnitude of $p_0 - p_{2st}$ is measured through the static hole on the suction orifice, and flow rates of V_1 and V_2 are also metered, the value of A is determinable.

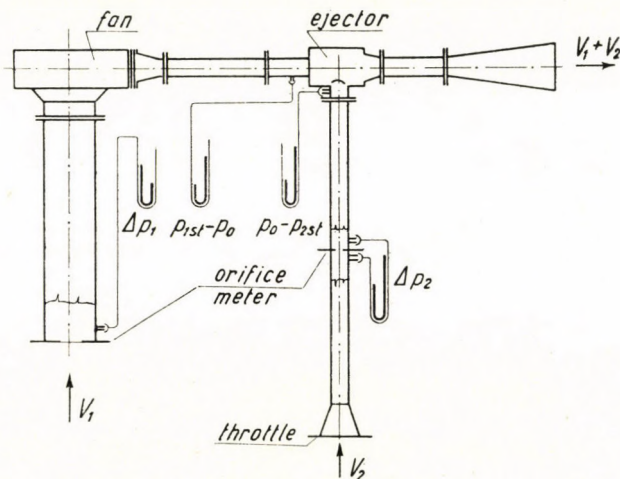


Fig. 2. Measuring setup suitable for the determination of the ejector's loss coefficient

Values of A obtained on the basis of results of measurements to be described later have been calculated with some transformation of formula [6] and use of notation

$$\frac{V_1}{V_2} = x \quad (10)$$

from formula

$$A = 2 \frac{F_5}{F_1} \left(\frac{x}{1+x} \right)^2 + \frac{1}{(1+x)^2} \left[2 \frac{F_5}{F_3} - \left(\frac{F_5}{F_3} \right)^2 \right] - \frac{2}{\rho} (p_0 - p_{2st}) \left(\frac{F_5}{V_1 + V_2} \right)^2 \quad (11)$$

3. Measuring setup and results

According to the above the ejector loss coefficient is a numerical value characterising losses arising in the mixing chamber, the throat and the diffuser.

Two problems have to be pointed out here: On the one hand the measuring method does not separate values of ζ and η_d . This means that the mixing cham-

ber, the throat and the diffuser are not investigated separately, but cumulative losses are determined. From this follows that the same numerical value is to be obtained for A if the experiment is made with the same mixing chamber-throat-diffuser assembly but with primary nozzles of different diameter.

On the other hand, the value of the loss coefficient has to be independent of variations in operational conditions of the ejector at least in the neighbourhood of the point of calculation, of the working point. In other words: values of A pertaining to different points of the characteristic curve of the ejector have to be identical.

To settle these problems and to present the procedure of determination of the loss coefficient experiments were made on the setup shown in Fig. 2 at the Department of the Theory of Flow of the Technical University, Budapest.

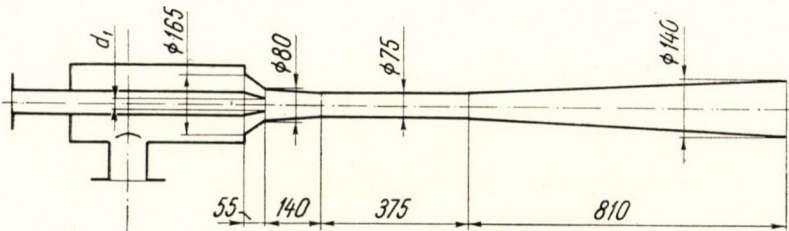


Fig. 3. Principal dimensions of the test ejector

Measurements of values V_1 and V_2 were executed with orifice meters and pertaining manometers. From pressure differences Δp_1 and Δp_2 , V_1 and V_2 are calculable by the known method. Beside pressure differences $p_0 - p_{2st}$, $p_{1st} - p_0$ were also measured, because this was necessary for plotting the characteristic curve of the ejector.

The test ejector is shown in Fig 3. Measurements were made with primary nozzles of three different diameters: $d_1 = 21$ mm, 24 mm, 27 mm. In the choice of the nozzle diameters optimal efficiency was aimed at; the median diameter was chosen according to the procedure referred to under [1], corresponding to coefficient A found by estimate and on the basis of previous experiments. With each primary nozzle the characteristic curve of the injector was plotted, and values of A were calculated.

Results of measurements are tabulated in Tables I—III and plotted in diagrams of Fig. 4—6. On the axis of the diagrams ratio V_2/V_1 is plotted.

Ratio $\Delta P_2/\Delta P_1$ plotted on the axis of ordinates is explained in Fig. 1; curve $\Delta P_2/\Delta P_1$ gives the characteristic curve of the ejector. A is interpreted by formula (6), and η_2 is obtained from relation

$$\eta_2 = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} \quad (12)$$

TABLE I

$$d_1 = 21 \text{ mm}; F_1/F_2 = 0,0784; \rho = 0,125 \text{ kgs}^2/\text{m}^4$$

$P_{1st} - P_0$ kg/cm ²	$P_0 - P_{2st}$ kg/m ²	V_1 l/s	V_2 l/s	V_2/V_1	$\Delta P_2/\Delta P_1$	η_s	A
350	57,8	28,0	0	0	0,141	0	2,48
340	52,1	27,5	12,1	0,442	0,131	0,058	2,11
341	48,2	27,4	23,6	0,862	0,122	0,105	1,77
347	42,0	27,6	41,6	1,510	0,103	0,155	1,66
346	31,9	27,5	64,0	2,330	0,072	0,169	1,59
343	22,2	27,3	82,2	3,010	0,041	0,124	1,57

TABLE II

$$d_1 = 24 \text{ mm}; F_1/F_2 = 0,1025; \rho = 0,125 \text{ kgs}^2/\text{m}^4$$

345	78,2	37,2	0	0	0,183	0	1,91
340	71,4	36,6	11,6	0,317	0,172	0,055	1,74
339	61,7	36,2	32,5	0,898	0,150	0,135	1,58
339	50,0	35,6	55,5	1,560	0,120	0,187	1,49
341	42,1	35,4	70,2	1,985	0,096	0,191	1,47
339	30,1	34,7	87,5	2,520	0,059	0,149	1,46

TABLE III

$$d_1 = 27 \text{ mm}; F_1/F_2 = 0,1299; \rho = 0,125 \text{ kgs}^2/\text{m}^4$$

330	94,9	47,2	0	0	0,220	0	2,12
329	80,2	46,4	25,9	0,559	0,192	0,107	1,69
328	62,8	45,8	53,9	1,176	0,152	0,178	1,58
329	46,9	45,5	77,4	1,700	0,108	0,184	1,54
327	38,8	45,2	87,9	1,945	0,083	0,161	1,53
327	31,0	45,0	97,9	2,172	0,057	0,124	1,52

From measurement results it appears that the value of A decreases with increase of V_2/V_1 in the beginning more rapidly, but near the point of optimum efficiency only very slightly, and there it may be considered with good approximation as constant. Portions that may be considered as constant of curves A , obtained with different primary nozzles, run closely to one another, so that A pertaining to the nozzle giving optimal efficiency is minimum.

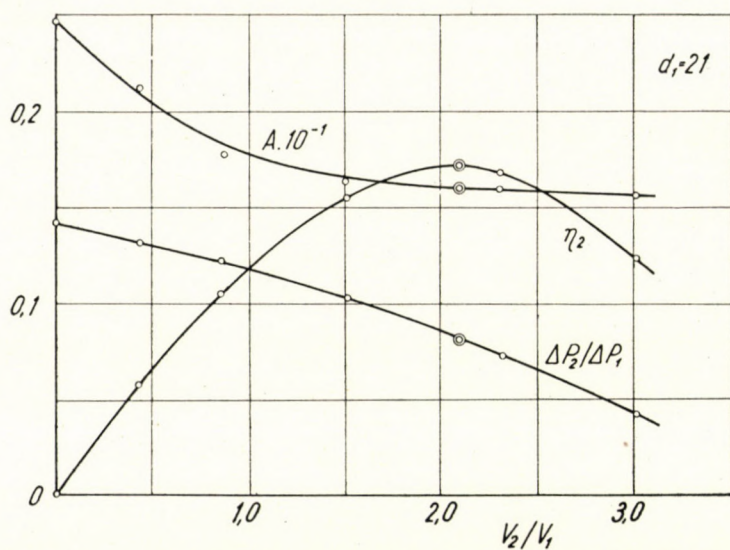


Fig. 4. Characteristic curve η_2 and A curve of ejector $d_1 = 21$ mm

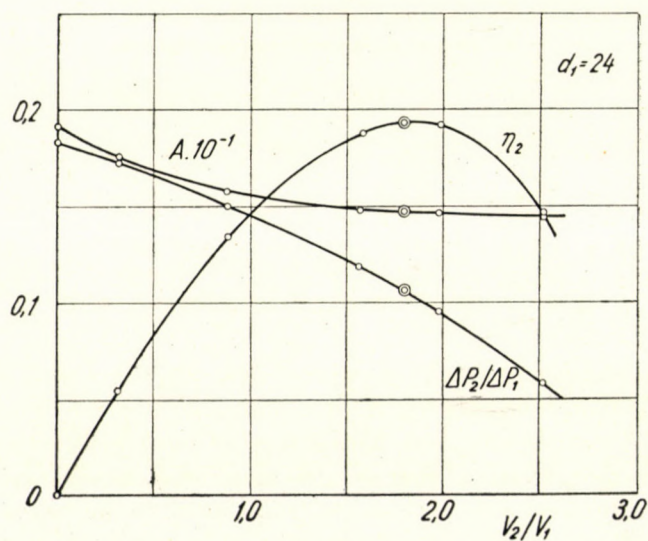


Fig. 5. Characteristic curve η_2 and A curve of ejector $d_1 = 24$ mm

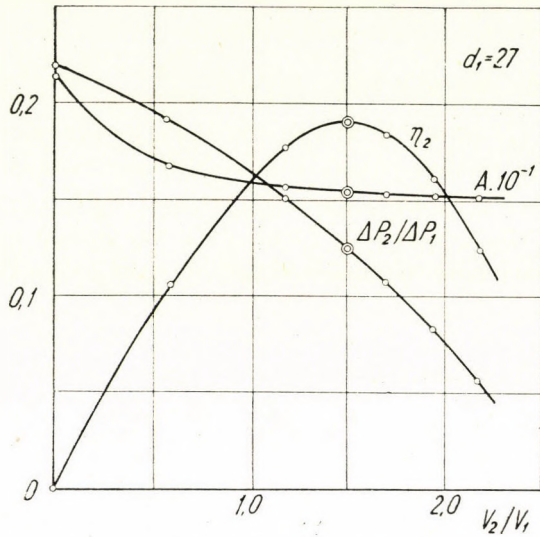


Fig. 6. Characteristic curve η_2 and A curve of ejector $d_1 = 27$ mm

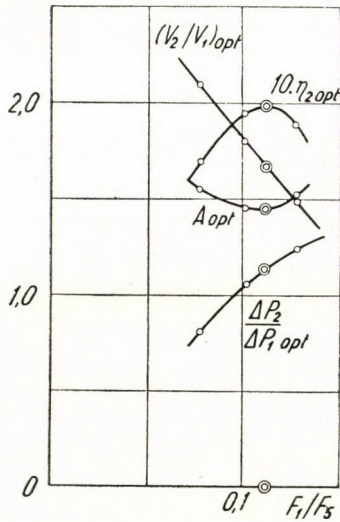


Fig. 7. Optimal values as functions of cross-sectional ratio F_1/F_5

In Fig. 7 optimal values attainable with the three nozzles are plotted together. As a function of cross-section ratio F_1/F_5 the optimum efficiency η_{2opt} and the values corresponding to this $\left(\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1}\right)_{opt}$, $(V_2/V_1)_{opt}$ and A_{opt} are plotted. With the aid of curves connecting these points the optimum efficiency attainable with the mixing chamber-throat-diffuser assembly, the pertaining cross sectional ratio F_1/F_5 , the values $\Delta P_2/\Delta P_1$ and V_2/V_1 can be found.

To compare the values thus found with the design method referred to, the results of the latter are summarized and brought to a suitable form for the purpose on hand.

According to *Butakov* [2] the efficiency of the ejector is supposed to be characterized by the relation:

$$\eta_1 = \frac{V_2 \cdot \Delta P_2}{V_1 \frac{\rho}{2} v_1^2} = \frac{\Delta P_2}{x \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2}. \quad (13)$$

η_1 is maximum, if the denominator is minimum.

Since [1]

$$v_1 = \frac{x+1}{2xv_5} \left[\frac{2}{\rho} \Delta P_2 + Av_5^2 + v_3^2 \right] - \frac{v_3}{x} \quad (14)$$

the denominator of (13) is a function of x , v_5 and v_3 .

Calculation of extremes shows that if postulates

$$v_{3opt} = \frac{1}{1+x} \sqrt{\frac{\frac{2}{\rho} \Delta P_2}{A - \frac{1}{(1+x)^2}}} \quad (15)$$

and

$$v_{5opt} = \sqrt{\frac{\frac{2}{\rho} \Delta P_2}{A - \frac{1}{(1+x)^2}}} \quad (16)$$

are simultaneously satisfied, (14) assumes minimum value

$$v_{1opt} = \frac{1+x}{x} \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_2} \cdot \sqrt{A - \frac{1}{(1+x)^2}}. \quad (17)$$

With this (13) assumes the form

$$\eta_1 = \frac{x}{A(1+x)^2 - 1} \quad (18)$$

the maximum of which can be proved to be at

$$(x)_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{A-1}{A}} \quad (19)$$

A expressed from (19) and substituted into (18) leads to the simple relation

$$\eta_{1\text{opt}} = 0,5 - 0,5x \quad (20)$$

graphed in Fig. 8.

On this basis with approximate or precise knowledge of A the optimum flow rate ratio can be calculated from (19), and afterwards the principal dimensions of the ejector can be determined from formulae (15), (16), (17) and (10), (7) respectively.

In Fig. 8 some theoretical relationships attainable by the described calculation method are diagrammatically summarized. Thus the cross-sectional ratio calculable by relations (7), (15) and (16) :

$$\frac{F_1}{F_5} = \frac{V_1}{v_1} \frac{v_3}{V_2} = \frac{x^2}{A(1+x)^2 - 1} = \eta_1 x \quad (21)$$

which will assume on the basis of (20) the form

$$\frac{F_1}{F_5} = 0,5x - 0,5x^2, \quad (22)$$

further from the relationship

$$\Delta P_1 = p_{1t} - p_{2t} = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_3^2) \quad (23)$$

by similar substitution the pressure ratio

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \frac{x\eta_1}{1 - \eta_1^2} = \frac{x(0,5 - 0,5x)}{1 - (0,5 - 0,5x)^2} \quad (24)$$

as well as the loss coefficient

$$A = \frac{1}{1 - x^2} \quad (25)$$

as a function of x , besides the already mentioned η_1 , are plotted.

The cross-sectional ratio F_5/F_3 can be proved, by calculation similar to (21), to be independent of x and to have the value

$$\frac{F_5}{F_3} = 1. \quad (26)$$

For efficiency η_2 is on the basis of formulae (24) and (10) the expression

$$\eta_2 = \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} = \frac{\eta_1}{1 - \eta_1^2} = \frac{0,5 - 0,5x}{1 - (0,5 - 0,5x)^2} \quad (27)$$

obtained. Fig. 8 shows this relationship as well.

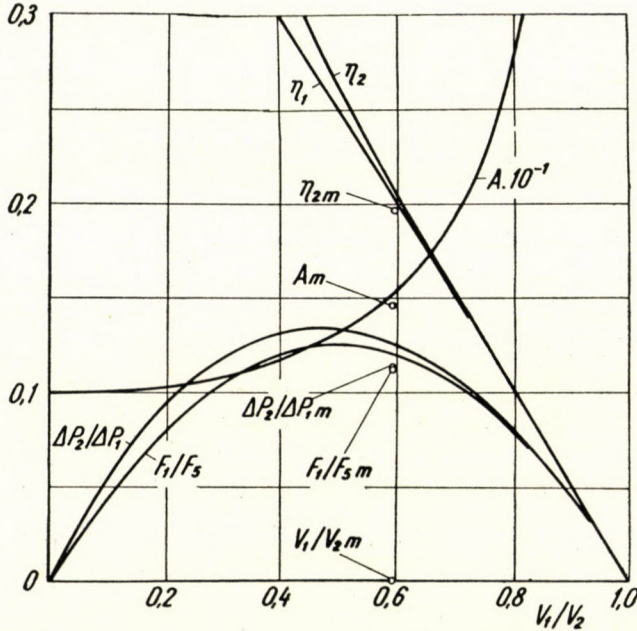


Fig. 8. Comparison of measurement results and of the calculatory method referred to

Finally are graphed in Fig. 8 the optimal values

$$\eta_{2m}, A_m, F_1/F_{5m}, \Delta P_2/\Delta P_{1m} \text{ and } V_1/V_{2m} = x_m$$

that can be read from the measurement results, taken from Fig. 7. These measured values sufficiently support the utility of the calculation method.

The efficiency $\eta_2 = 19,5\%$ attained at the experiments is remarkable, since the throat of the ejector was produced from steel pipe without subsequent finish, the diffuser was cast iron, so that the tests were made under not quite favourable conditions of surface smoothness.

The probable cause of the difference between theoretical and experimental results, altogether only $5 + 10\%$, is besides unavoidable measuring errors to be sought in omissions; the speed distribution in the individual cross sections of the ejector is actually not uniform. Discrepancies may further be caused by the fact that the calculation method disregards losses in the primary and the secondary nozzles. Consideration of all these factors would supposedly result in better agreement, however, anyway at the cost of substantially more cumbersome calculatory work.

REFERENCES

1. E. Litvai : «Calculation of Ventilating ejectors». Acta Techn. Acad. Sc. Hung. Tom. IX. Fasc. 1—2. pp. 121—134.
2. C. E. Butakov : Aerodynamics of industrial ventilation systems (Russian). Moscow, 1949, p. 86—104.
- C. E. Бутаков : Аэродинамика систем промышленной вентиляции. Москва, 1949.

SUMMARY

The loss factor of an ejector with given mixing chamber, throat and diffuser is relatively easily determinable by the described method. If by way of trial the value of A is determined for an ejector with a primary nozzle of arbitrary dimension, it will be on the one hand near to the value of A obtainable at an optimal cross-sectional ratio; on the other hand, it will be higher than the latter. The final value of A is easier to determine hereafter.

This procedure linked with the calculatory method referred to under [1] allows the design of ejectors of fairly good efficiency.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОТЕРЬ ИНЖЕКТОРА

Э. ЛИТВАИ

Резюме

Коэффициент потерь инжектора, имеющего данные сместительную камеру, горловину и диффузор, относительно легко опытным путем можно определить приведенным в статье методом. Если, например, значение величины A определить опытным путем при помощи первичного сопла любого размера, тогда это значение будет, с одной стороны, близко лежать к значению величины A для случая оптимального отношения сечений, а с другой стороны, это значение будет больше последнего. После чего легче оценить окончательное значение величины A .

Связывая эту методику с расчетным методом (1), возможно конструировать вентиляционные инжекторы с относительно высоким к. п. д.

DÉTERMINATION DU COEFFICIENT DE PERTE DES ÉJECTEURS

E. LITVAI

RÉSUMÉ

La détermination du coefficient de perte d'un éjecteur muni d'un mélangeur, d'un confuseur et d'un diffuseur donnés relativement facile à la main de la méthode exposée. C'est à dire, si à titre d'essai la valeur du coefficient A est déterminée pour une busette de dimensions quelconques, cette valeur sera d'une part proche de la valeur trouvée pour les proportions les plus favorables, d'autre part elle sera plus grande que celle-ci.

La combinaison de cette méthode de calcul avec une autre présentée par l'auteur [1] permet la construction d'éjecteurs d'assez bon rendement.

DIE BESTIMMUNG DES VERLUSTFAKTORS BEIM INJEKTOR

E. LITVAI

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verlustfaktor eines Injektors mit gegebenem Mischaum, Diffusor und zwischen diesen liegendem Halsstück lässt sich experimentell mit Hilfe der in der Arbeit angegebenen Methode verhältnismässig leicht ermitteln. Wenn man nämlich probeweise den Wert A mit einer beliebigen grossen Primärdüse bestimmt, dann wird dieser einerseits nahe zu dem Werte A fallen, der sich bei einem optimalen Querschnitt ergibt, und wird andererseits grösser sein als dieser Wert. Danach wird man den endgültigen Wert von A durch Schätzung leichter feststellen können.

Die Verbindung dieses Verfahrens mit der unter [1] angeführten Bemessungsmethode ermöglicht den Entwurf von Lüftungsinjektoren von verhältnismässig gutem Wirkungsgrad.

CALCULATION OF CALOTTE SHELLS OVER RECTANGULAR BASES

Prof. P. CSONKA

D. ENG. SC.

DEPARTMENT FOR STRUCTURAL ANALYSIS, UNIVERSITY FOR BUILDING SCIENCES, BUDAPEST

[Manuscript received 30th September 1954]

1. Introductory

The calculation of calotte shells over rectangular bases (Fig. 1) is generally confronted with considerable difficulties [1]—[3]. It is mostly owing to these difficulties that these vaulting structures very advantageous from several points of view find only exceptional use in modern reinforced concrete construction. The present paper demonstrates a method simplifying the calculation of calotte shells over rectangular bases and making them a handy tool of the structural designer.

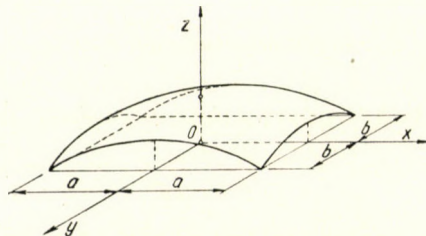


Fig. 1. Calotte shell over rectangular base

2. Assumptions

The thickness of the calotte in relation to the base area is supposed to be so small that the shell offers no resistance to flexural and torsional efforts normal to its middle surface, that is, it is in a membrane state of stress. Furthermore, the structures supporting the shell in vertical planes (limiting walls or border arches) are supposed to be so thin that they resist only to coplanar efforts. Disturbing effects inconsistent with the membrane state of stress, due to different deformations of the two kinds of structures at the junction of the shell and of the supports, are disconsidered.

The shell is assumed to be loaded only by vertical forces uniformly distributed and symmetrical relative to the bissectrices of the sides of the base rec-

tangle. Further the middle surface is assumed to be symmetrical relative to these planes.

3. Differential equation of the problem

The rectangular system of coordinates $O(x, y, z)$ is chosen in a way that the positive z half axis points upward. (Fig. 1.) Let the equation of the middle surface of the shell be in this system of coordinates

$$z = f(x, y), \quad (1)$$

and the specific value of the system of the uniformly distributed forces acting on the shell referred to unit base area be

$$Z = Z(x, y).$$

As known [4], internal forces of shells in a membrane state of stress are practically expressible by their projections in the base plane. In this case the specific values of the projections of forces parallel with the horizontal coordinate axes are expressible in the following way through the introduction of stress function $F(x, y)$:

$$n_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad n_{xy} = n_{yx} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y}, \quad n_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Stress function $F(x, y)$ has to satisfy the differential equation

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \cdot \partial y} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = Z \quad (3)$$

as well as border conditions of the problem. Since the supporting elements of the shell resist only to coplanar efforts, force components n_x have to vanish along borders $x = \pm a$, and force components n_y along borders $y = \pm b$. This postulate implies, with consideration of (2) and of symmetry, that function $F(x, y)$ has to be constant along the border lines.

If from coordinates x, y transition is made to homogeneous coordinates

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad (4)$$

the formulae of the components of internal forces under (2) take the following form :

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{1}{t^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}, \\ n_{yx} = n_{xy} &= -\frac{1}{ab} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \cdot \partial \eta}, \\ n_y &= \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

At the same time the differential equation of the problem under (3) may be written :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \cdot \partial \eta} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \cdot \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = a^2 b^2 Z. \quad (6)$$

4. Solution of the problem

For the solution of the problem attempt will be made at the formulation of the stress function of the problem. In this case namely the internal forces can be immediately computed from relations (5).

Any function F that satisfies differential equation (6), as well as border conditions of the problem, cannot be expressed in a closed form ; therefore instead of the accurate solution of the problem an approximation is resorted to. The approximation consists of producing instead of function F corresponding to the actual loading case, a function F^* which, although exactly meeting the border conditions of the problem, satisfies differential equation (6) only approximately, with some modification of the load member Z . After this procedure the accuracy of the solution is expressed by the deviation of the actual load value

$$Z = \frac{1}{a^2 b^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \cdot \partial \eta} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \cdot \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \right) \quad (7)$$

from the modified one

$$Z^* = \frac{1}{a^2 b^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \cdot \partial \eta} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial \xi \cdot \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial \xi^2} \right). \quad (8)$$

If the difference is not considerable the applied approximation is admissible.

A function F^* meeting border conditions of the problem can be produced in infinitely many ways. Let such functions linearly independent of one another be

$$F_1^*, F_2^*, F_3^*, \dots,$$

and the corresponding loading systems according to relation (8) be

$$Z_1^*, Z_2^*, Z_3^*, \dots$$

In this case the approximate stress function of the problem can be derived from functions $F_1^*, F_2^*, F_3^*, \dots$ in the following way :

$$F^* = k_1 F_1^* + k_2 F_2^* + k_3 F_3^* + \dots$$

Of course to coefficients k_1, k_2, k_3, \dots figuring here such values have to be imparted that the loading system

$$Z^* = k_1 Z_1^* + k_2 Z_2^* + k_3 Z_3^* + \dots$$

corresponding to function F^* should differ from the actual loading system Z acting on the shell as little as possible. For this it is necessary that the mean quadratic error

$$H^2 = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (Z^* - Z)^2 \cdot d\xi \cdot d\eta \quad (9)$$

be minimum, which is the case if

$$\frac{\partial H^2}{\partial k_1} = 0, \quad \frac{\partial H^2}{\partial k_2} = 0, \quad \frac{\partial H^2}{\partial k_3} = 0, \quad \dots$$

The conditions of minimum are therefore :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (Z^* - Z) Z_1^* \cdot d\xi \cdot d\eta &= 0, \\ \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (Z^* - Z) Z_2^* \cdot d\xi \cdot d\eta &= 0, \\ \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (Z^* - Z) Z_3^* \cdot d\xi \cdot d\eta &= 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (10)$$

Since thus as many equations, independent of one another, can be set up as coefficients k_i are at hand, from the above equations the coefficients

$$k_1, k_2, k_3, \dots$$

sought for can be univocally calculated.

5. Shell under uniformly distributed load over quadratic base

The above outlined procedure will in the following be applied to a shell on quadratic base the border arches of which have the same camber and the specific loading of which is constant over the entire extent of the shell. In this case therefore :

$$a = b, \quad Z = \text{const.}$$

Let the rise of the middle surface of the shell to be dealt with (Fig. 2) be h_0 , the camber of the border arches be h_1 , and the equation of the middle surface of the shell be

$$Z = f(\xi, \eta) = h_0 - h(\xi^2 + \eta^2 + c \xi^2 \eta^2), \quad (11)$$

where

$$h = h_0 - h_1, \quad c = \frac{2h_1 - h_0}{h_0 - h_1}. \quad (12)$$

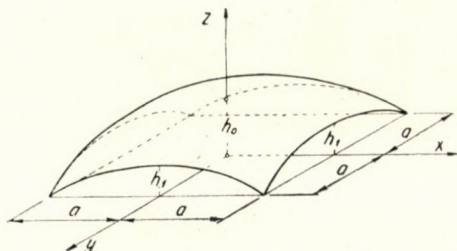


Fig. 2. Shell with surface of fourth order over quadratic base

Sections of the middle surface of the shell treated with the coordinate planes are quadratic parabolae with vertical axes. The shape of the shell can be varied within wide limits by a proper choice of factor c . If

$$c = 0, \quad (13)$$

the middle surface of the shell is a paraboloid of rotation. If on the other hand

$$c = \frac{h_0 h_1}{a^2} = \frac{a^2 + 3h_1^2 - \sqrt{a^4 + 6a^2 h_1^2 + h_1^4}}{-a^2 - h_1^2 + \sqrt{a^4 + 6a^2 h_1^2 + h_1^4}} \cong \frac{2h_1^2}{a^2 + h_1^2}, \quad (14)$$

the middle surface of the shell assumes a spheroidal-shape.

Functions that exactly satisfy the border conditions of the equation are easily expressed. E. g. such two functions are :

$$F_1^* = \frac{a^4 Z}{4h} (1 - \xi^2) (1 - \eta^2), \quad (15)$$

$$F_2^* = \frac{a^4 Z}{8h} (1 - \xi^4) (1 - \eta^4).$$

The loading systems Z_1^* and Z_2^* corresponding to these can be determined with the aid of formula (8). If in the course of calculation it is considered that in the case dealt with

$$a = b,$$

it will be found that

$$Z_1^* = \left[(2 - \xi^2 - \eta^2) + c (\xi^2 + \eta^2 + 6 \xi^2 \eta^2) \right] \cdot Z, \quad (16)$$

$$Z_2^* = \left[(3 (\xi^2 + \eta^2 - \xi^4 \eta^2 - \xi^2 \eta^4) + c (3 \xi^4 + 3 \eta^4 + 10 \xi^4 \eta^4)) \right] \cdot Z.$$

The linear combination of these two loading systems chosen for the approximate stress function

$$F^* = k_1 F_1^* + k_2 F_2^*, \quad (17)$$

the loading system corresponding to stress function F^* is as follows :

$$Z^* = k_1 Z_1^* + k_2 Z_2^*. \quad (18)$$

The mean error committed by approximation $Z^* \cong Z$ will be minimum according to (10) if

$$\int_0^+ \int_0^+ (k_1 Z_1^* + k_2 Z_2^* - Z) \cdot Z_1^* \cdot d\xi \cdot d\eta = 0, \quad (19)$$

$$\int_0^+ \int_0^+ (k_1 Z_1^* + k_2 Z_2^* - Z) \cdot Z_2^* \cdot d\xi \cdot d\eta = 0.$$

Into these condition equations, instead of values -1 and $+1$, 0 and $+1$ have been written as limits of integration with regard to the double symmetry.

In the execution of operations designated under (19) relations (16) have to be considered, as well as the circumstance that $Z = \text{const.}$ in the case dealt with. With consideration of these the values of the integrals in formulae (19) are as follows :

$$\begin{aligned}
 I_{11} &= \int_0^{+1} \int_0^{+1} Z_1^{*2} \cdot d\xi \cdot d\eta = \frac{8}{45} \left(11 + 14c + \frac{103}{5}c^2 \right) \cdot Z^2, \\
 I_{12} &= \int_0^{+1} \int_0^{+1} Z_1^* Z_2^* \cdot d\xi \cdot d\eta = \frac{16}{35} \left(\frac{61}{15} + \frac{134}{15}c + \frac{73}{7}c^2 \right) \cdot Z^2, \\
 I_{22} &= \int_0^{+1} \int_0^{+1} Z_2^{*2} \cdot d\xi \cdot d\eta = \frac{32}{5} \left(\frac{123}{245} + \frac{22}{21}c + \frac{419}{405}c^2 \right) \cdot Z^2, \quad (20) \\
 I_{01} &= \int_0^{+1} \int_0^{+1} Z Z_1^* \cdot d\xi \cdot d\eta = \frac{4}{3} (1 + c) \cdot Z^2, \\
 I_{02} &= \int_0^{+1} \int_0^{+1} Z Z_2^* \cdot d\xi \cdot d\eta = \frac{8}{5} (1 + c) \cdot Z^2.
 \end{aligned}$$

In possession of the above integral expressions, the conditions under (19) may be written in the form

$$\begin{aligned}
 I_{11}k_1 + I_{12}k_2 - I_{01} &= 0, \\
 I_{12}k_1 + I_{22}k_2 - I_{02} &= 0.
 \end{aligned}$$

From these two equations the coefficients k_1 and k_2 sought for are already calculable :

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \frac{I_{22}I_{01} - I_{12}I_{02}}{I_{11}I_{22} - I_{12}^2}, \\
 k_2 &= \frac{I_{11}I_{02} - I_{12}I_{01}}{I_{11}I_{22} - I_{12}^2}.
 \end{aligned}$$

After calculation it will be found that :

$$k_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}, \quad k_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_0}, \quad (21)$$

namely, if

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 4 (3\,020\,409 + 6\,329\,232 c + 7\,477\,778 c^2 + 2\,239\,160 c^3 + 1\,624\,733 c^4), \\ \gamma_1 &= 1470 (3\,807 + 10\,800 c + 10\,483 c^2 + 3\,490 c^3), \\ \gamma_2 &= 19\,845 (140 - 175 c - 422 c^2 - 107 c^3). \end{aligned} \quad (22)$$

In a given case coefficients k_1 and k_2 , as functions of factor c , are taken from Table I or from diagram in Fig. 3. After this, with consideration that in the case dealt with $a = b$, the internal forces of the shell can be computed from the following formulae on the basis of (5) :

$$n_x = -\frac{a^2 Z}{2h} \left[k_1 (1 - \xi^2) + 3 k_2 (1 - \xi^4) \eta^2 \right], \quad (23)$$

$$n_{xy} = -\frac{a^2 Z}{h} \left[k_1 \xi \eta + 2 k_2 \xi^3 \eta^3 \right], \quad (24)$$

$$n_y = -\frac{a^2 Z}{2h} \left[k_1 (1 - \eta^2) + 3 k_2 \xi^2 (1 - \eta^4) \right]. \quad (25)$$

TABLE I
Values of coefficients k_1 and k_2

c	k_1	k_2	h_0/h_1
0	0,4632	0,2300	2,000
0,04	0,4761	0,1998	1,962
0,08	0,4871	0,1710	1,926
0,12	0,4967	0,1437	1,893
0,16	0,5049	0,1180	1,862
0,20	0,5118	0,0940	1,833
0,24	0,5176	0,0716	1,807
0,28	0,5224	0,0507	1,781
0,32	0,5262	0,0313	1,758
0,36	0,5292	0,0134	1,735
0,40	0,5315	-0,0031	1,714

Finally — to check the procedure — the magnitude of the error committed in the course of calculation has to be determined. Being $Z = \text{const.}$, the error in question depends only on factor c characterizing the proportions of the shell, and its magnitude

$$H_r = \frac{1}{Z} \left[\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (Z_1^* + Z_2^* - Z)^2 \cdot d\xi \cdot d\eta \right]^{1/2}.$$

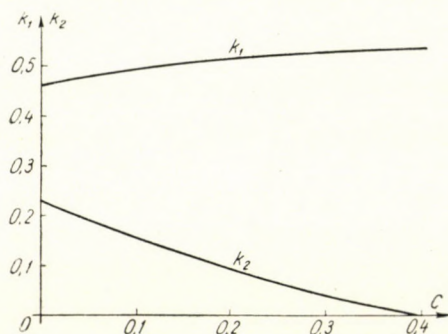


Fig. 3. Values of k_1 and k_2 as functions of factor c

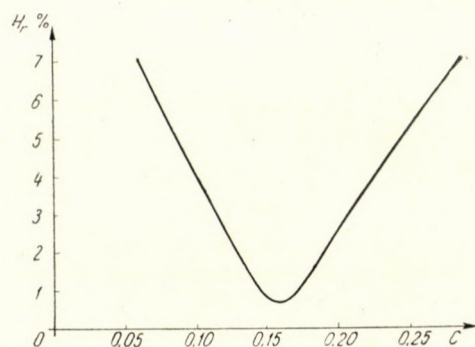


Fig. 4. Relative error H_r as function of factor c

More in detail:

$$H_r = \frac{1}{Z} \left[k_1^2 I_{11} + 2 k_1 k_2 I_{12} + k_2^2 I_{22} - 2 k_1 I_{01} - 2 k_2 I_{02} + 1 \right]^{1/2}.$$

The results of calculation are graphed in diagram 4.

As evidenced by the diagram, the relative error remains within limits

$$c = 0,08 \div 0,25$$

below 5%. The relative error becomes minimum if

$$c = 0,15925.$$

In such case

$$H_{r \min} = 0,7\% ,$$

which is a very small value.

It is to be noted that there is in general no practical difficulty to assume the shape of the shell in conformity with the case of $c = 0,15925$, optimum from the point of view of error committed. This case is on hand if according to (12)

$$h_0 = \frac{2+c}{1+c} h_1 = 1,8626 h_1 .$$

Simultaneously with this postulate it is easy to assure that the middle surface of the shell be a spheroidal calotte. For this the following relations are necessary

$$h_0 = 0,5446 a,$$

$$h_1 = 0,2924 a.$$

5. Numerical example

What has been exposed under 4 will be illustrated by the example shown in Fig. 5. The shell to be calculated is spheroidal, its principal proportions :

$$a = 10,0 \text{ m,}$$

$$h_0 = 5,4 \text{ m,}$$

$$h_1 = 2,9 \text{ m,}$$

$$d = 0,04 \text{ m.}$$

The equation of the middle surface of the shell

$$z = 5,4 - 2,5 \left(\frac{x^2}{10,0^2} + \frac{y^2}{10,0^2} + 0,16 \frac{x^2 y^2}{10,0^4} \right) ,$$

and thus

$$f(\xi, \eta) = 5,4 - 2,5 (\xi^2 + \eta^2 + 0,16 \xi^2 \eta^2).$$

In this case therefore

$$h = 2,5 \text{ m,} \quad c = 0,16.$$

The intensity of the vertical load system uniformly distributed on the shell

$$Z = 200 \text{ kg/m}^2.$$

The function including two free parameters is chosen for approximate stress function

$$F^* = k_1 \frac{a^4 Z}{4 h} (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) + k_2 \frac{a^4 Z}{8 h} (1 - \xi^4)(1 - \eta^4).$$

Parameters k_1 and k_2 figuring here can be determined with the aid of Table I.

Since in this case

$$c = 0,16,$$

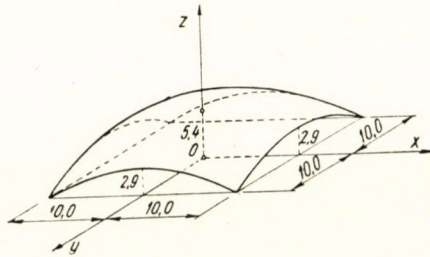


Fig. 5. Numerical example

the values of k_1 and k_2 are according to the above table

$$k_1 = 0,5049, \quad k_2 = 0,1180.$$

Knowing the values of k_1 and of k_2 the characteristics of internal forces, are calculable by formulae (23) – (25):

$$n_x = - \frac{10,0^2 \cdot 200}{2 \cdot 2,5} \left[0,5049 (1 - \xi^2) + 3 \cdot 0,1180 (1 - \xi^4) \eta^2 \right],$$

$$n_{xy} = - \frac{10,0^2 \cdot 200}{2,5} \left[0,5049 \xi \eta + 2 \cdot 0,1180 \xi^3 \eta^3 \right],$$

$$n_y = - \frac{10,0^2 \cdot 200}{2 \cdot 2,5} \left[0,5049 (1 - \eta^2) + 3 \cdot 0,1180 \xi^2 (1 - \eta^4) \right].$$

Let the above formulae be applied to three such points of the shell, at which internal forces are easily calculated by a direct method. Such point is e. g. $\xi = 0, \eta = 0$; that is, the crown of the dome. Here according to formulae (23) and (25)

$$n_x = n_y = - 2019 \text{ kg/m}.$$

Further such points are the crown points of border arches parallel with plane xz . At these points that is, at loci $\xi = 0, \eta = \pm 1$, according to (23)

$$n_x = - 3436 \text{ kg/m}.$$

Finally in the case of the corner points of the dome, at corner $\xi = 1, \eta = 1$ respectively, according to formula (24)

$$n_{xy} = -5928 \text{ kg/m.}$$

The above values can be easily checked on the basis of formula (6) if instead of the second derivatives of function F values under (2) are introduced, and the existing symmetry, or initial conditions are considered. This done, it is found that $\xi = 0, \eta = 0$

$$n_x = n_y = -2000 \text{ kg/m,}$$

at $\xi = 0, \eta = \pm 1$

$$n_x = -3448 \text{ kg/m,}$$

and at corner point $\xi = 1, \eta = 1$

$$n_{xy} = -6250 \text{ kg/m.}$$

As evidenced, there is no substantial difference between approximate and accurate values.

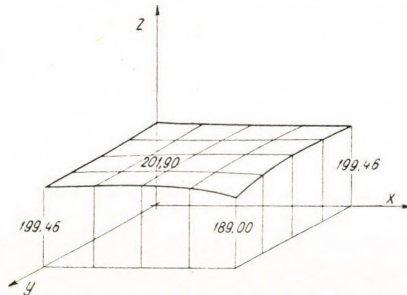


Fig. 6. The approximate Z^* loading system

Finally for the visualization of the error committed at the initial calculation the approximate load values Z^* are plotted in a three-dimensional diagram of Fig. 6. As shown by the fig. the surface illustrating values Z^* hardly deviates from the plane surface corresponding to the accurate load values $Z = 200 \text{ kg/m}^2$. This circumstance clearly proves that the applied approximation has been fully justified.

REFERENCES

1. *Aas-Jakobsen, A.*: Kugelschalen über vier- und vieleckigem Grundriss. Abhandlungen d. Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau **5**, (1937/8) pp. 1-17.
2. *I. Menyhárd*: Theory of Shell Structures II. (Hungarian.) Editions of the Institute for Post-graduate Training **19** (1942).
3. *K. Szmodits*: Statics of Shell Structures (Hungarian). Publishing House of the Hungarian Academy of Sc. Budapest (1953).
4. *B. Laffaille*: Mémoire sur l'étude générale de surfaces gauches minces. Mémoires de l'Association Internationale des Ponts et Charpentes **3** (1935), pp. 295-332.

SUMMARY

This paper treats the determination of the membrane forces of calotte shells on rectangular bases. The calculation supposes that the border arches do not offer any resistance against lateral forces.

The stress function of the problem is approached by the function

$$F^* = \sum k_i F_i^*$$

where values k_i are constants and values F_i^* are functions corresponding to border conditions of the problem. Constants k_i are determined in a way that the divergence of the loading system Z^* corresponding to the approximate stress function F^* from the actual loading system Z acting on the shell be minimum.

The case of the calotte over quadratic base, uniformly loaded over its entire surface, is specially treated. It has been substantiated that the error committed by approximation is negligibly small already in case of a function series including two members only. In case of favourable proportions the mean quadratic error reduces to 0,7 % only.

РАСЧЕТ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРЯМОУГОЛЬНО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНЫМ ПЛАНОМ

П. ЧОНКА

Д-Р Техн. наук

Р е з ю м е

Статья занимается определением мембранных усилий сферических оболочек с прямоугольно четырехугольным планом. Предполагается, что боковые дуги совершенно не сопротивляются боковым усилиям.

Функция напряжения задачи приближается в данной статье функциональным рядом в виде

$$F^* = \sum k_i F_i^*$$

где k_i — постоянные, F_i^* — функции, соответствующие периметрическим условиям задачи. Постоянные k_i определяются автором таким образом, чтобы система нагрузок Z^* , соответствующая приближенным функциям напряжений F^* , отклонилась бы возможно меньше от истинной системы нагрузок Z , действующей на оболочку.

Статья особо занимается также случаем сферических оболочек (построенных над прямоугольно четырехугольным планом), на которые действуют перпендикулярные силы, распределяющиеся равномерно по всей поверхности. Далее показано, что погрешность при приближенном расчете даже в случае функционального ряда только с двумя членами является столь незначительной, что ею можно пренебречь. В случае благоприятных соотношений значение средней квадратичной погрешности составляет всего лишь 0,7%.

PROCÉDÉ DE CALCUL DES VOILES EN FORME DE CALOTTE CONSTRUITS SUR DES PLANS RECTANGULAIRES

Prof. P. CSONKA Deux des Sc. Techn.

L'essai a pour but la détermination des forces de membrane des voiles en forme de calotte, construits sur des plans rectangulaires. Le calcul est basé sur l'hypothèse que les tympans n'exercent aucune résistance aux effets des forces latérales.

La méthode approche la fonction de la tension par une série de fonctions de la forme

$$F^* = \sum k_i F_i^*$$

où les valeurs k_i sont des constantes, les valeurs F_i^* représentent des fonctions correspondant aux conditions de contour. L'auteur établit les constantes k_i de façon que le système de charge Z^* correspondant à la fonction de la tension approximative s'écarte le moins possible du système de charge Z sollicitant effectivement le voile.

Le cas du voile en forme de calotte construit sur un plan carré, chargé dans toute son étendue par des forces verticales uniformément réparties est traité séparément. Il est démontré que l'erreur commise au cours du calcul d'approximation, même au cas d'une série de fonctions ne contenant que deux membres, est négligeable. Pour des proportions favorables, la valeur de l'erreur moyenne carrée relative n'est que de 0,7%.

BERECHNUNGSMETHODE FÜR KAPPENSCHALEN ÜBER RECHTECKIGEM GRUNDRISS

Prof. P. CSONKA

Doktor der technischen Wissenschaften

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Bestimmung der Membrankräfte von Kappenschalen über rechteckigem Grundriss. Bei der Berechnung wird angenommen, dass die Randbögen den seitlichen Kräftewirkungen keinerlei Widerstand entgegensetzen.

Die Spannungsfunktion der Aufgabe wird durch eine Funktionsreihe von der Form

$$F^* = \sum k_i F_i^*$$

approximiert, wo die Werte k_i Konstanten und die Werte F_i^* Funktionen bezeichnen, die den Umfangsbedingungen der Aufgabe entsprechen. Die Konstanten k_i werden so festgestellt, dass das der angenäherten Spannungsfunktion F^* entsprechende Lastsystem Z^* möglichst wenig von dem auf die Schale wirkenden wirklichen Lastsystem Z abweicht.

Es wird auch der Fall einer Kappenschale über quadratischem Grundriss behandelt, die von gleichmässig über ihre ganze Fläche verteilten vertikalen Kräften belastet ist. Hierbei wird nachgewiesen, dass der im Laufe der Näherungsrechnung begangene Fehler bereits im Falle einer lediglich zwei Funktionsglieder enthaltenden Funktionsreihe so geringfügig ist, dass er vernachlässigt werden darf. Bei günstigen Proportionen beträgt der mittlere quadratische Fehler insgesamt 0,7%.

DIE BEGRÜNDUNG DER GETRIEBELEHRE DURCH DIE MENGENLEHRE

G. ST. KALITZIN

INSTITUT FÜR TECHNISCHE FORSTWIRTSCHAFT, SOFIA

[Eingegangen am 7. Oktober, 1954]

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, die Getriebelehre auf der Mengenlehre aufzubauen.

1. Unter einem »starrten Gliede« werden wir die Menge materieller Punkte verstehen, die ein Teil eines veränderlichen Systems sind und bei deren Bewegung sich der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten nicht ändert.

Die verschiedenen Glieder des veränderlichen Systems bezeichnen wir mit grossen Frakturbuchstaben (Abb. 1):

$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \dots$

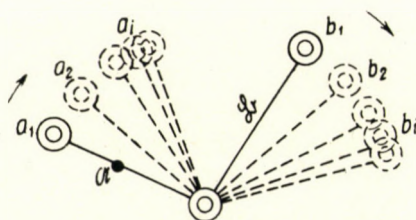


Abb. 1

Die einzelnen Verschiebungen der Glieder bezeichnen wir mit kleinen lateinischen Buchstaben:

$a_i, b_i, c_i, \dots (i = 1, 2, \dots)$

Die Mengen, die alle Verschiebungen der einzelnen Glieder einschliessen, bezeichnen wir mit grossen lateinischen Buchstaben:

A, B, C, \dots

Wir haben also

$$a_i \in A, \quad b_i \in B, \quad c_i \in C, \dots \quad (1)$$

Die einzelnen Verschiebungen eines gegebenen Punktes k des Gliedes \mathfrak{A} , \mathfrak{B} , \mathfrak{C} , ... bezeichnen wir mit kleinen kursiven lateinischen Buchstaben (Abb. 2):

$$a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, \dots \quad (i, k = 1, 2, \dots)$$

wo i den Index der Verschiebung des Punktes und k den Index der Lage des Punktes in dem Glied bedeutet.

Die Mengen, die alle Verschiebungen der einzelnen Punkte der Glieder einschliessen, bezeichnen wir mit grossen kursiven lateinischen Buchstaben:

$$A_k, B_k, C_k, \dots \quad (k = 1, 2, \dots)$$

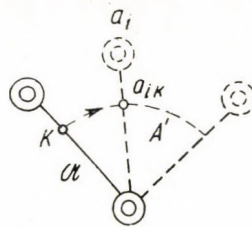


Abb. 2

Wir haben also

$$a_{ik} \in A_k, \quad b_{ik} \in B_k, \quad c_{ik} \in C_k, \dots$$

2. Die bewegliche Verbindung zweier starrer Glieder bilden das »kinematische Elementenpaar«.

In unserer Theorie erscheint das kinematische Elementenpaar als eine Menge materieller Punkte, die zu zwei benachbarten Gliedern gehören. Wenn wir nun eine Kugel mit dem Halbmesser $\varepsilon \rightarrow 0$ und als ihren Mittelpunkt einen beliebigen Punkt derselben Menge annehmen, dann wird die Kugel mindestens einen Punkt einschliessen, dessen Abstand vom Mittelpunkt sich bei der Relativbewegung seines Gliedes um das benachbarte Glied ändert.

Die Elementenpaare sind »niedere« oder »höhere«, je nachdem sich die beiden Glieder entlang einer Fläche oder einer Linie (Punkte) berühren.

Es seien die zwei Glieder \mathfrak{A} und \mathfrak{B} mit einem niederen Elementenpaar verbunden (Abb. 3):

a) dem Gliede \mathfrak{A} gehören Punkte an, deren Verschiebungen a_{ik} von den Verschiebungen des benachbarten Gliedes \mathfrak{B} verschieden sind. Für diese Verschiebungen können wir schreiben

$$a_{ik} \in A \setminus B$$

wo mit $A \setminus B$ die Menge jener Elemente von A , die nicht Elemente von B sind, bezeichnet wird.

b) dem Gliede \mathfrak{B} gehören Punkte an, deren Verschiebungen nicht mit den Verschiebungen a_{ik} zusammenfallen. Für diese gilt der Ausdruck

$$b_{ip} \in B \setminus A$$

wo $B \setminus A$ die Menge jener Elemente von B bedeutet, die nicht Elemente von A sind.

c) bei dem niederen Elementenpaar erleiden die Berührungspunkte beider Glieder Verschiebungen von gleicher Grösse, aber von entgegengesetzter Rich-

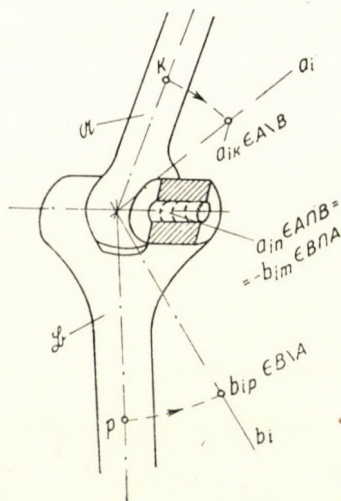


Abb. 3

tung, was hier mit einem Minuszeichen angegeben wird. Für diese Punkte gelten die Ausdrücke

$$a_{in} \in A_n, \quad A_n = A \cap B$$

$$b_{im} \in B_m, \quad B_m = B \cap A$$

wo \cap den Schnitt beider Mengen bezeichnet.

Bei den meisten Fällen wird für das höhere Elementenpaar der Ausdruck

$$a_{in} \neq b_{im}$$

gelten.

Für das niedere Elementenpaar gilt dagegen der Ausdruck

$$a_{in} = -b_{im}.$$

Das Glied \mathfrak{A} wird, wenn es durch ein niederes Elementenpaar mit dem Glied \mathfrak{B} verbunden ist, durch den Ausdruck

$$a_{ik}, a_{in} \in A \setminus B \cup A \cap B$$

beschrieben, wo \cup die Summe beider Mengen darstellt.

Für das Glied \mathfrak{B} ergibt sich :

$$b_{ip}, b_{im} \in B \setminus A \cup B \cap A.$$

3. Die Vereinigung von starren, mit kinematischen Elementenpaaren verbundenen Gliedern bildet eine »kinematische Kette«.

4. Eine kinematische Kette, wo die sich aus den Gliederverschiebungen ergebenden Mengen äquivalent sind, nennen wir »Getriebe«.

Es werden für das Getriebe die Ausdrücke

$$a_{ik} \in A_k, a_{iq} \in A_q, \quad A_k \sim A_q$$

$$a_{iq} \in A_q, a_{in} \in A_n, \quad A_q \sim A_n$$

gelten, wo \sim das Äquivalenzzeichen ist. Es folgt hieraus :

$$a_{ik} \in A_k, a_{iq} \in A_q, a_{in} \in A_n, b_{is} \in B_s, \dots$$

$$A_k \sim A_q \sim A_n \sim B_j \sim \dots$$

5. Es gibt stets bei dem Getriebe einen umkehrbar eindeutigen Zusammenhang (Abbildung) zwischen der Verschiebungsmenge eines gegebenen Punktes des Systems und der Verschiebungsmenge eines beliebigen Punktes desselben Systems. Es folgt hieraus, dass einem Element a_i der Menge A des Gliedes \mathfrak{A} das Element c_i der Menge C des Gliedes \mathfrak{C} entspricht, oder dass wir eine Abbildung der Menge A des Gliedes \mathfrak{A} auf die Menge C des Gliedes \mathfrak{C} haben.

Der Zusammenhang zwischen den Elementen a_i und c_i ist die Funktion f , deren Argumente alle Elemente der Menge A des Gliedes \mathfrak{A} sind und deren Beträge der Menge C des Gliedes \mathfrak{C} gehören.

Bei dem Getriebe gilt stets

$$c_i = f(a_i)$$

Während im allgemeinen

$$f(A) \subseteq C$$

ist bei den Getrieben

$$f(A) = C$$

wenn wir mit $f(A)$ die Bildmenge bezeichnen.

Ein Glied des Getriebes ist fest oder kann als fest betrachtet werden. Die übrigen Glieder sind beweglich.

Das Glied, dessen Menge durch den Ausdruck

$$A = f^{-1}(C)$$

gegeben ist, nennen wir »leitendes Glied«.

Die Abbildung f der Menge A auf die Menge C des Gliedes \mathcal{G} des Getriebes ist nur dann umkehrbar eindeutig, wenn $f^{-1}(c_i)$ nur aus einem Elemente a_i der Menge des leitenden Gliedes besteht.

6. Die Mengen der Verschiebungen der Glieder eines Getriebes bestehen bei den meisten Fällen aus unendlich vielen Elementen. Die einzelnen Elemente dieser Menge — die Verschiebungen — sind nach dem Bewegungsgesetz des entsprechenden Punktes geordnet.

7. Alle Verschiebungen, die vom Gliede \mathfrak{N}_i eines Getriebes durchgeführt werden, bilden die Menge N_i .

Alle Verschiebungen (alle Positionen) des ganzen Getriebes \mathcal{G} bilden die Menge G .

Alle Mengen N_i der einzelnen Glieder sind Teilmengen der Menge der Verschiebungen des ganzen Getriebes, d. h. es ist stets $N_i \subset G$.

8. Die Teilmengen des Getriebes sind geordnete Mengen, da alle ihre Elemente geordnet sind.

Ist $a_x \in A$ und stets $a_x > a_1 \in A$, wo das Zeichen $>$ »folgt« bedeutet, so ist a_1 die »erste Verschiebung« (Element, Lage) des Gliedes \mathfrak{A} , d. h. die untere Grenze der Menge A , oder $a_1 = \inf A$.

Ist stets $a_x < a_n \in A$ (das Zeichen $<$ bedeutet »ist gefolgt von«), so ist a_n die letzte Verschiebung (Element, Lage) des Gliedes \mathfrak{A} , d. h. die obere Grenze der Menge A , oder $a_n = \sup A$.

9. Als »Abstand« zweier Mengen A und B aus den Verschiebungen (Lagen) zweier Glieder eines Getriebes bezeichnen wir die nichtnegative Zahl

$$\varrho(A, B) = \inf \varrho(a, b)$$

d. h. die untere Grenze der Abstände $\varrho(a, b)$ eines Punktes a der Menge A von einem Punkte b der Menge B .

10. Gehört zu einer Menge B nur ein einziges Element (ein Punkt b), so wird der Abstand $\varrho(b, A)$ des Punktes b von der Menge A eines Gliedes des Getriebes durch den Ansatz

$$\varrho(b, A) = \inf \varrho(b, a)$$

ausgedrückt, wo a ein beliebiges Element aus A ist.

Ist $\varrho(b, A) = 0$, so nennen wir b ein Randelement der Menge A eines Gliedes des Getriebes.

11. Als »Durchmesser« einer Menge A des Gliedes \mathfrak{A} eines Getriebes bezeichnen wir die obere Grenze der Abstände zweier ihrer Punkte (Elemente, Lagen des Gliedes \mathfrak{A}). Dieser Durchmesser wird hier mit $\delta(A)$ bezeichnet.

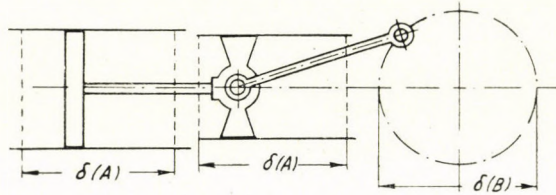


Abb. 4

Bei dem Getriebe der Pleuellagermaschine (Abb. 4) kann der Abstand zwischen den Totlagen des Pleuels als Durchmesser der Menge A aller Lagen, die der Pleuel einnehmen kann, angenommen werden. Für den Pleuellagerbolzen, der mit dem Pleuel ein einziges Glied bildet, beträgt der Durchmesser auch $\delta(A)$, für die Pleuellagerwelle ist der Durchmesser gleich $\delta(B)$. Ist das Pleuellagergetriebe

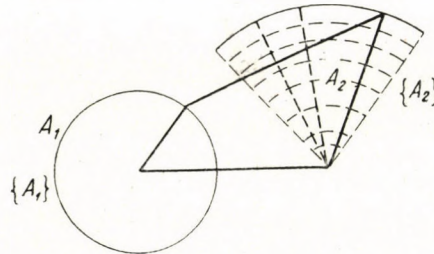


Abb. 5

koaxial, d. h. geht die Achse des Pleuels durch den Mittelpunkt der sich drehenden Pleuellagerwelle, so wird $\delta(A) = \delta(B)$.

12. Die Menge $\{A\}$, die aus sämtlichen Randpunkten der Menge der Verschiebungen des Gliedes \mathfrak{A} besteht, bezeichnen wir als »Hülle« der Menge A des Gliedes \mathfrak{A} des Getriebes. Unter »Randpunkt« oder »Randlage« verstehen wir die Lage, wo in jeder Umgebung dieses Punktes mindestens ein Punkt liegt, der nicht zu der Menge gehört. Es gilt z. B. für die Achse des Pleuellagerzapfens der Ausdruck $\{A_1\} = A_1$, d. h. dass die Hülle mit der Menge des Pleuellagerzapfens zusammenfällt.

Für den Pleuellager des Pleuellager-Balancier-Getriebes (Abb. 5) fällt die Hülle nicht mit der Menge Verschiebungen des Pleuellagers zusammen, sondern ist ihre Teilmenge. Hier gilt also der Ausdruck

$$\{A_2\} \subset A_2$$

Der Verfasser ist Prof. *Z. Terplán* und Doz. *Gáspár* für ihre Verbesserungsvorschläge und für das Durchlesen der Korrekturen zum besten Dank verpflichtet.

SCHRIFTTUM

1. *Kamke, E.*: Mengenlehre, Samml. Göschel, Berlin, 1928.
2. *Александров, П. С.*: Ведение в общую теорию множеств и функций, Гостехиздат, Москва 1948.
3. *Артоболовский, И. И.*: Теория механизмов и машин, Гостехиздат, Москва 1953.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird versucht, die Getriebelehre auf der Mengenlehre aufzubauen. Die Verschiebungen, die ein Punkt eines Gliedes einer kinematischen Kette vollziehen kann, werden als Elemente einer Menge betrachtet.

Eine kinematische Kette, bei der die sich aus den Gliederverschiebungen ergebenden Mengen äquivalent sind, wird ein Getriebe genannt. Es werden für das Getriebe die Ausdrücke

$$\begin{array}{lll} a_{ik} \in A_k, & a_{iq} \in A_q & A_k \sim A_q \\ a_{iq} \in A_q, & a_{in} \in A_n & A_q \sim A_n \end{array}$$

gelten, wo a_{ik} die einzelnen Verschiebungen eines materiellen Punktes i des Gliedes k und \sim das Äquivalenzzeichen sind. Es folgt hieraus

$$A_k \sim A_q \sim A_n \dots$$

Die Mengen von Verschiebungen der Glieder eines Getriebes bestehen in den meisten Fällen aus unendlich vielen Elementen. Die einzelnen Elemente dieser Mengen — die Verschiebungen — sind nach dem Bewegungsgesetz des entsprechenden Punktes geordnet. So können die Sätze der geordneten Mengen auf die Getriebelehre angewandt werden.

ОБОСНОВАНИЕ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ ПОСРЕДСТВОМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Г. С. КАЛИЦИН

Резюме

Сделана попытка построения теории механизмов на основе теории множеств. Перемещения, совершаемые каждой из точек какого-либо звена кинематической цепи, рассматриваются как элементы множеств.

Кинематическая цепь, у которой множества перемещений звеньев являются эквивалентными, называется «механизмом». Для механизма будут действительны выражения

$$\begin{array}{lll} a_{ik} \in A_k, & a_{iq} \in A_q & A_k \sim A_q \\ a_{iq} \in A_q, & a_{in} \in A_n & A_q \sim A_n \end{array}$$

где a_{ik} — отдельные перемещения материальной точки i звена k ; \sim — знак эквивалентности.

Следовательно,

$$A_k \sim A_q \sim A_n \dots$$

В большинстве случаев множества перемещений звеньев механизма состоят из бесконечного числа элементов. Отдельные элементы этого множества (перемещения), упорядоченные в согласии с законом движения соответствующей точки. В таком случае аксиомы и теоремы теории упорядоченных множеств возможно применить и к теории механизмов.

BUILDUP OF THE THEORY OF MECHANISMS ON THE THEORY OF MULTIPLICITIES

G. ST. KALITZIN

SUMMARY

In that work the author builds up the theory of mechanisms on the theory of multiplicities. Displacements of the points of a link of a kinematic chain are considered as elements of multiplicities.

A kinematic chain in which the link displacements compose equivalent multiplicities is called «mechanism». For the mechanism we can write

$$\begin{array}{lll} a_{ik} \in A_k, & a_{iq} \in A_q & A_k \sim A_q \\ a_{iq} \in A_q, & a_{in} \in A_n & A_q \sim A_n \end{array}$$

where a_{ik} are separate displacements of the point i of the link k and \sim is the sign of equivalency. Hence we have

$$A_k \sim A_q \sim A_n \dots$$

The multiplicities of displacements of links by the mechanism consist in the most cases of an infinite quantity of elements. The different elements of that multiplicities — the displacements — are regulated according to the law of motion of the correspondent point. In that way it is possible to apply the theorems and their consequences of the theory of the regular multiplicities to the theory of mechanisms.

MOTIVATION DE LA THÉORIE DES MÉCANISMES PAR LA THÉORIE DES ENSEMBLES

G. ST. KALITZIN

RÉSUMÉ

L'auteur tente de fonder la théorie des mécanismes sur la théorie des ensembles. Les déplacements que peut subir un point d'un membre d'une chaîne cinématique sont considérés comme les éléments d'un ensemble.

Une chaîne dans laquelle les ensembles équivalents sont produits par les déplacements des membres est appelé mécanisme. On y appliquera les expressions

$$\begin{array}{lll} a_{ik} \in A_k, & a_{iq} \in A_q & A_k \sim A_q \\ a_{iq} \in A_q, & a_{in} \in A_n & A_q \sim A_n \end{array}$$

où a_{ik} représente les déplacements d'un point matériel i du membre k et \sim est le signe de l'équivalence. Il s'ensuit que

$$A_k \sim A_q \sim A_n \dots$$

Les ensembles des déplacements des membres d'un mécanisme se composent dans la plupart des cas d'une multitude d'éléments. Les éléments de ses ensembles — les déplacements — s'ordonnent selon la loi de mouvement du point correspondant. C'est ainsi que les propositions des ensembles ordonnés peuvent être appliquées à la théorie des mécanismes.

GRUPPENTHEORETISCHE EIGENSCHAFTEN DER GETRIEBE UND ANWENDUNG DER MATRIZEN- RECHNUNG ZUR BERECHNUNG VON GETRIEBEN

G. ST. KALITZIN

INSTITUT FÜR TECHNISCHE FORSTWIRTSCHAFT, SOFIA

[Eingegangen am 7. Oktober 1954]

Diese Arbeit stellt eine Fortsetzung meiner Arbeit »Die Begründung der Getriebelehre durch die Mengenlehre« dar. Hier wird versucht, die Getriebelehre mit der Gruppentheorie zu verknüpfen.

1. Es gibt veränderliche Systeme aus starren Gliedern, bei denen die Verschiebungen eines beliebigen Punktes Gruppenelemente darstellen, d. h. es besteht:

a) Das Einheitselement — das In-Ruhe-Lassen — das mit I bezeichnet wird;

b) Das inverse Element einer Verschiebung a — die Verschiebung a^{-1} — die nach allen Verschiebungen des Prozesses den materiellen Punkt in die Anfangslage zurückbringt;

c) Zwischen zwei Elementen soll ein eindeutig bestimmter Verknüpfungsvorgang bestehen. Dieser Vorgang (Operation) ist die Gesamtheit der nacheinander ausgeführten Verschiebungen.

d) Zum Ergebnis der Verknüpfung gehöre dieselbe Menge der Elemente;

e) Bei Zusammensetzung von drei und mehr Verschiebungen muss das assoziative Gesetz Gültigkeit besitzen. Es hat also der Ausdruck

$$(a_3 a_2) a_1 = a_3 (a_2 a_1)$$

zu gelten.

Beispiel 1: Betrachten wir die Menge der Verschiebungen des Punktes M , der eine kreisförmige Bewegung um den Mittelpunkt O vollzieht (Abb. 1).

Ein dem Elemente a_1 , d. h. der Verschiebung von M bis M' inverses Element ist das Element a_1^{-1} .

Das In-Ruhe-Lassen sowie die Drehung um $2k\pi$ ist das Einheitselement I .

Ist $a_1 \in A$ (hier wird mit A die Menge aller Verschiebungen des Punktes M längs des Kreises mit dem Halbmesser OM bezeichnet) und $a_2 \in A$, so ist hier auch $a_2 a_1 \in A$. In diesem Fall bedeutet das Produkt $a_2 a_1$ die Verschiebung von M bis M' und von M' bis M'' und ist Ergebnis der nacheinander ausgeführten beiden Verschiebungen a_1 und a_2 .

Hier gilt auch der Ausdruck

$$(a_3 a_2) a_1 = a_3 (a_2 a_1)$$

d. h. das assoziative Gesetz.

Beispiel 2: Betrachten wir die in Abb. 2 aufgetragene Menge der Verschiebungen eines materiellen Punktes längs der Strecke RS (R und S sind Totlagen die man bei den Verschiebungen berücksichtigen muss).

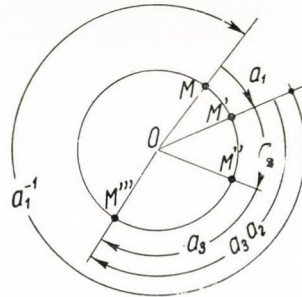


Abb. 1

Das dem Elemente b_1 inverse Element (Verschiebung von N bis N') ist b_1^{-1} , d. h. die Verschiebung von N' bis R und dann von R bis N .

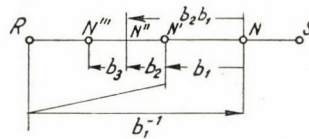


Abb. 2

Da $b_1 \in B$ ist (mit B ist die Menge aller Verschiebungen des Punktes N längs der Strecke RS bezeichnet) und $b_2 \in B$, so ist hier auch $b_2 b_1 = b_{21} \in B$, d. h. die Bewegung längs der Strecke NN' und dann längs der Strecke $N'N''$ ist gleich der Bewegung NN'' . Wir haben noch $(b_3 b_2) b_1 = b_3 (b_2 b_1)$, d. h. es gilt hier wieder das assoziative Gesetz.

2. Es gibt veränderliche Systeme von materiellen Punkten, wo die Bewegungsgruppen zweier beliebiger Punkte isomorph sind, also

a) dieselbe Anzahl von Elementen haben, d. h. von derselben Ordnung sind ;

b) jedem Elemente a_{ik} einer Bewegungsgruppe ist ein beliebiges Element b_{in} der Bewegungsgruppe eines beliebigen Punktes aus dem System umkehrbar eindeutig zugeordnet ;

c) dem Produkte der Elemente $a_{ik}a_{jk}$ einer Verschiebungsgruppe entspricht umkehrbar eindeutig das Produkt $b_{in}b_{jn}$ der Elemente einer beliebigen Verschiebungsgruppe desselben Systems.

3. Ein System aus materiellen Punkten, deren Verschiebungen isomorphe Gruppen darstellen, bezeichnen wir als »Getriebe« (»Mechanismus«).

Es sei das Schubkurbelgetriebe einer Kolbenpumpe als Beispiel genommen. Wir haben (Abb. 3):

a) die Menge der Verschiebungen des leitenden Gliedes — der Kurbel M —, die die Gruppe M bildet;

b) die Menge der Verschiebungen des Kolbens mit dem Kreuzkopf M , die die Gruppe N bildet;

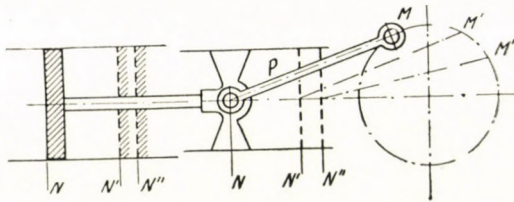


Abb. 3

c) die Menge der Verschiebungen der Schubstange P , die die Gruppe P bildet.

Betrachten wir die Abhängigkeit der Elemente der Gruppe N von den Elementen der Gruppe M , so ergibt sich:

a) die Anzahl der Verschiebungen des Punktes M ist der Anzahl der Verschiebungen des Punktes N gleich. In diesem Fall haben beide Gruppen unendlich viele Elemente;

b) Dem Elemente MM' , d. h. der Verschiebung von M bis M' der Kurbel entspricht das Element NN' , d. h. die Verschiebung von N bis N' des Kolbens. Es gilt für die Kurbel $MM' = a_{ik} \in M^*$, wo das Element a_{ik} die Verschiebung MM' und M die Verschiebungsgruppe der Kurbel ist.

Für den Kolben gilt $NN' = b_{in} \in B$, wo das Element b_{in} die Verschiebung NN' und B die Verschiebungsgruppe des Kolbens ist.

Auf diese Weise erhält man die Beziehung

$$a_{ik} \in M \sim b_{in} \in B$$

(wo \sim das Äquivalenzzeichen ist).

* Hier sind i die i -te Bewegung und k, n die verschiedenen Punkte der Kurbel und des Kolbens.

c) Dem Produkte $a_{2k} a_{1k} = a_{3k}$ der Elemente der Gruppe M (nacheinander ausgeführte Verschiebungen a_{1k} und a_{2k}) entspricht das Produkt $b_{2n} b_{1n} = b_{3n}$ der Elemente der Gruppe N .

Es gilt für das Getriebe $N \cong M$, wo N und M Verschiebungsgruppen materieller Punkte des gleichen Getriebes darstellen und wo \cong das Isomorphiezeichen ist.

4. Im allgemeinen Fall ist das Produkt zweier Elemente der Gruppen des Getriebes nicht kommutativ, d. h. es ist

$$a_{2k} a_{1k} \neq a_{1k} a_{2k}$$

5. Die Verschiebungen sämtlicher Glieder eines Getriebes bilden eine Gruppe, weil :

- a) zwei Elemente eindeutig verknüpft sind, das Verknüpfungsgesetz geht aus der Nacheinanderausführung der Verschiebungen hervor ;
- b) das Ergebnis der Verknüpfung ist wieder ein Element des Systems ;
- c) die Ausführung der Verschiebungen ist assoziativ ;
- d) das Einheitselement ist die Ruhelage des ganzen Getriebes ;
- e) jeder Verschiebung a des Systems entspricht eine inverse Verschiebung a^{-1} , die das Getriebe in die Anfangslage zurückführt.

6. Es sei \mathcal{G} eine Verschiebungsgruppe eines Gliedes des Getriebes mit den Elementen γ_1 . Es entspreche jedem Elemente γ_1 eine bestimmte Matrix Γ_1 . In diesem Fall sind alle Matrizen von derselben Ordnung und ihre Determinanten sind von Null verschieden.

7. Die Grundeigenschaft der Getriebe ist, dass jeder Verknüpfung $\gamma_2 \gamma_1$ die Matrix $\Gamma_2 \Gamma_1$ entspricht, die das Produkt der Matrizen Γ_2 und Γ_1 ist.

Die hier festgestellten gruppentheoretischen Eigenschaften der Getriebe erlauben uns, die Matrizenrechnung zur Auflösung von Aufgaben aus der Getriebelehre anzuwenden.

Beispiele

A) Das Schubkurbelgetriebe

Wir haben hier die folgende Gruppe : Drehung der Schubstange um den Kurbelzapfen A (Element a_α mit Matrix A), Drehung der Kurbel r um den Koordinatenanfangspunkt O des unbeweglichen Hauptsystems x, y (Element a_ϕ mit Matrix Φ) und Drehung der Schubstange um die $O - x$ -Achse (Element a_ψ mit Matrix Ψ).

Es sei die Lage des Punktes C der Schubstange in bezug auf das Hauptsystem x, y gesucht.

Mit den in Abb. 4 bezeichneten Koordinatensystemen können wir die folgenden Beziehungen anschreiben :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-1})$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + P \quad (\text{A-2})$$

wo die Matrizen

$$\Phi = \begin{pmatrix} \cos \varphi, & -\sin \varphi \\ \sin \varphi, & \cos \varphi \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} \cos \alpha, & \sin \alpha \\ -\sin \alpha, & \cos \alpha \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} z \\ 0 \end{pmatrix}.$$

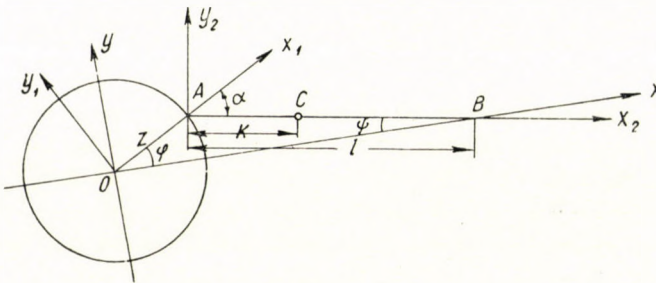


Abb. 4

Aus den Gleichungen (A - 1) und (A - 2) bekommen wir

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Phi A \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \Phi P \quad (\text{A-3})$$

Der Gruppencharakter des Getriebes erfordert, dass $\Phi A = \Psi$ ist, d. h. dass die nacheinander ausgeführten beiden Bewegungen als Ergebnis die dritte Bewegung des Elementes der Gruppe haben. In Wirklichkeit ist das Produkt

$$\Phi A = \begin{pmatrix} \cos(\alpha - \varphi), & \sin(\alpha - \varphi) \\ -\sin(\alpha - \varphi), & \cos(\alpha - \varphi) \end{pmatrix}$$

Es ist aber

$$\alpha - \varphi = \psi$$

Wir können also schreiben

$$\Phi A = \Psi$$

Der Punkt C hat im System x_2, y_2 die Koordinaten $x_2 = k, y_2 = 0$. Die Koordinaten desselben Punktes im System x, y lauten nach Gl. (A - 3) :

$$x = k \cos \psi + z \cos \varphi$$

$$y = -k \sin \psi + z \sin \varphi$$

oder

$$x = z \cos \varphi + k \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$$

$$y = (z - k\lambda) \sin \varphi$$

z/l mit λ bezeichnen, wo $l = \overline{AB}$ ist.

Die Gleichung (A-3) kann in der Form

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \Psi \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \Phi P$$

geschrieben werden, wo die Matrix

$$\Psi = \begin{pmatrix} \cos \psi, & \sin \psi \\ -\sin \psi, & \cos \psi \end{pmatrix}$$

ist.

Differenzieren wir Gl. (A-4) nach der Zeit, so bekommen wir die Gleichung für die Geschwindigkeit eines Punktes, der in bezug auf das System x_2, y_2 unbeweglich ist :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \frac{d\Psi}{dt} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \frac{d\Phi}{dt} P \quad (\text{A-5})$$

Der Differentialausdruck $\frac{d\Psi}{dt}$ ergibt :

$$\frac{d\Psi}{dt} = - \frac{d\psi}{dt} \begin{pmatrix} \sin \psi, & -\cos \psi \\ \cos \psi, & \sin \psi \end{pmatrix}$$

oder wenn wir ψ durch φ ausdrücken :

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\lambda \cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} \begin{pmatrix} \lambda \sin \varphi, & -1 \\ 1, & \lambda \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Die Geschwindigkeit eines Punktes der Schubstange ist also aus dem Ausdruck

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = -\lambda \omega \cos \varphi \Phi_1 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \omega \Phi' P \quad (\text{A-6})$$

berechenbar. Es ist hier $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

und

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \lambda \sin \varphi, -1 \\ 1, \lambda \sin \varphi \end{pmatrix}, \Phi' = \begin{pmatrix} \sin \varphi, \cos \varphi \\ -\cos \varphi, \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Für die Beschleunigung desselben Punktes gilt der Ausdruck

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} &= \frac{d}{dt} \left[-\lambda \omega \cos \varphi \Phi_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \omega \Phi' \cdot P \right] = \\ &= -\lambda \left(\cos \varphi \frac{d\omega}{dt} \Phi_1 - \omega^2 \sin \varphi \Phi_1 + \omega \cos \varphi \frac{d\Phi_1}{dt} \right) \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \quad (A-7) \\ &\quad - \left(\frac{d\omega}{dt} \Phi' + \omega \frac{d\Phi'}{dt} \right) P. \end{aligned}$$

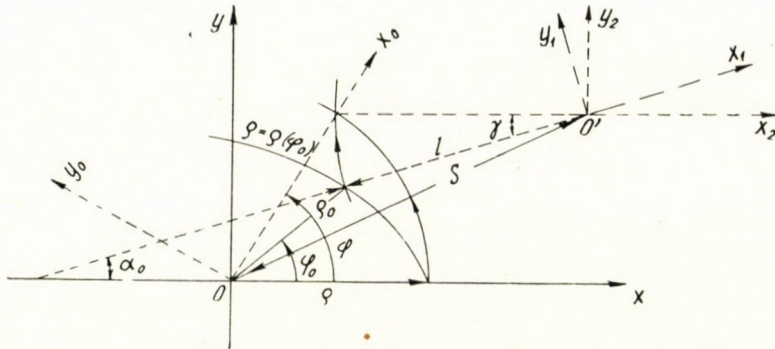


Abb. 5

B) Das Kurvenscheibengeriebe

Wir betrachten nun den Fall, wo man bei gegebener Gleichung der Kurve $\varrho = \varrho(\varphi_0)$ die Abhängigkeit der Elemente a_γ der Menge A (Drehungen des Gliedes l um den Punkt O') von den Elementen b_φ der Menge B (Drehungen der Kurvenscheibe 2 um den Punkt O) sucht.

Die verschiedenen Koordinatensysteme, die wir dem Getriebe zuordnen, sind aus Abb. 5 ersichtlich.

Wir können die folgenden Beziehungen schreiben :

$$X = \Phi X_0 \tag{B-1}$$

$$X = A_0 X_1 + S \tag{B-2}$$

$$X_2 = \Gamma X_1 \tag{B-3}$$

wo die Matrizen

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \Phi = \begin{pmatrix} \cos \varphi, & -\sin \varphi \\ \sin \varphi, & \cos \varphi \end{pmatrix}, X_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix},$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} \cos \alpha_0, & -\sin \alpha_0 \\ \sin \alpha_0, & \cos \alpha_0 \end{pmatrix}, X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \end{pmatrix}, S_x^2 + S_y^2 = \overline{00^1}^2$$

$$X_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma, & -\sin \gamma \\ \sin \gamma, & \cos \gamma \end{pmatrix}$$

sind.

Aus den Gleichungen (B-1), (B-2) und (B-3) bekommen wir

$$\Phi X_0 = A_0 \Gamma^{-1} X_2 + S \quad (\text{B-4})$$

oder

$$\Gamma^{-1} X_2 = A_0^{-1} \Phi X_0 - A_0^{-1} S \quad (\text{B-5})$$

Setzt man $S_0 = 0$, so ist $x_0 = \varrho$, $y_0 = 0$

Es ist noch $x_2 = -l$, $y_2 = 0$, also folgt

$$\Gamma^{-1} \begin{pmatrix} -\varphi \\ 0 \end{pmatrix} = A_0^{-1} \Phi \begin{pmatrix} \varphi \\ 0 \end{pmatrix} - A_0^{-1} S \quad (\text{B-6})$$

oder

$$\begin{aligned} - \begin{pmatrix} \cos \gamma, & \sin \gamma \\ -\sin \gamma, & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \alpha_0, & \sin \alpha_0 \\ -\sin \alpha_0, & \cos \alpha_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi, & -\sin \varphi \\ \sin \varphi, & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varrho \\ 0 \end{pmatrix} - \\ &- \begin{pmatrix} \cos \alpha_0, & \sin \alpha_0 \\ -\sin \alpha_0, & \cos \alpha_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Es folgt hieraus

$$- \begin{pmatrix} l \cos \gamma \\ -l \sin \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varrho \cos (\varphi - \alpha_0) \\ \varrho \sin (\varphi - \alpha_0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} S_x \cos \alpha_0 + S_y \sin \alpha_0 \\ -S_x \sin \alpha_0 + S_y \cos \alpha_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B-7})$$

oder

$$\begin{aligned} -l \cos \gamma &= \varrho \cos (\varphi - \alpha_0) - S_x \cos \alpha_0 - S_y \sin \alpha_0 \\ l \sin \gamma &= \varrho \sin (\varphi - \alpha_0) + S_x \sin \alpha_0 - S_y \cos \alpha_0 \end{aligned} \quad (\text{B-8})$$

Das letzte System ergibt

$$\gamma = f(\varphi)$$

C) Das Kardangelnk

Wir orientieren nach der Achse 1 (Abb. 6) das Koordinatensystem (x_1, y_1, z_1) , das im Anfangszustand durch die identische Transformation

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit dem unbeweglichen Grundsystem (x, y, z) verbunden ist.

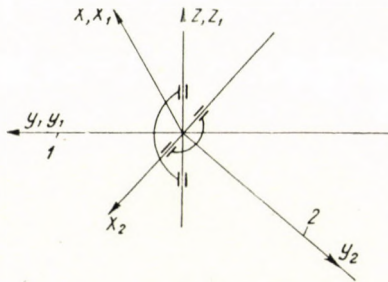


Abb. 6

Der Achse 2 ordnen wir das System (x_2, y_2, z_2) zu, so dass die y_2 -Achse mit der Achse 2, die mit der Achse 1 den Winkel α bildet, zusammenfällt. Es gilt der Ausdruck

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{C-1})$$

Verdrehen wir die Welle 1 um Winkel φ_1 , so dass die x_1' -Achse mit den Achsen y_1 und y_2 komplanar wird, oder

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \\ z_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & 0 & \cos \varphi_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{C-2})$$

Die Welle 2 wird sich um den Winkel φ_2 verdrehen :

$$\begin{pmatrix} x_2' \\ y_2' \\ z_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & 0 & \sin \varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_2 & 0 & \cos \varphi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C-3})$$

Auf Grund der Gleichung (C-1) bekommen wir

$$\begin{pmatrix} x'_2 \\ y'_2 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \sin \alpha & \sin \varphi_2 \cos \alpha \\ 0 & -\cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 \sin \alpha & \cos \varphi_2 \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{C-4})$$

Da die beiden Zapfenpaare senkrecht aufeinander stehen, wird die Achse x'_2 , die die um den Winkel φ_2 verdrehte Achse darstellt, in der Ebene $y_1 O y_2$ liegen.

Die Determinante, die aus den Projektionen auf das System $(x y, z)$ der Einheitsvektoren längs der Achsen x'_1, y'_2 und x'_2 gebildet ist, muss gleich Null sein:

$$\begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & -\sin \varphi_1 \\ 0 & -\cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \sin \alpha & \sin \varphi_2 \cos \alpha \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Also} \quad \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 = \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 \cos \alpha,$$

$$\text{oder} \quad \text{tg } \varphi_2 = \text{tg } \varphi_1 \cos \alpha$$

*

SCHRIFTTUM

1. Куров, А. Г.: Теория групп, Гостехиздат, Москва 1953.
2. Baumgartner, L.: Gruppentheorie, Samml. Götschen, Berlin 1921.
3. Kalitzin, G. St.: Die Begründung der Getriebelehre durch die Mengenlehre. Acta Techn. Hung. II (1955) 441/48.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird versucht, die Getriebelehre mit der Gruppentheorie zu verknüpfen. Es werden die Verschiebungen eines zu dem Glied einer kinematischen Kette gehörigen Punktes als Gruppenelemente betrachtet.

Der Verknüpfungsvorgang zwischen zwei Elementen ist die nacheinander erfolgende Ausführung der Verschiebungen.

Ein System aus materiellen Punkten, deren Verschiebungen isomorphe Gruppen darstellen, wird als »Getriebe« (»Mechanismus«) bezeichnet. Es wird für das Getriebe der Ausdruck $N \cong M$ gelten, wo N und M Verschiebungsgruppen zweier materieller Punkte des gleichen Getriebes darstellen und wo \cong das Isomorphiezeichen ist.

Es sei \mathcal{G} eine Verschiebungsgruppe eines Getriebeegliedes mit den Elementen γ_1 . Es entspreche jedem Elemente γ_1 eine bestimmte Matrix Γ_1 . Die Grundeigenschaft der Getriebe ist, dass jeder Verknüpfung $\gamma_2 \gamma_1$ die Matrix $\Gamma_2 \Gamma_1$ entspricht, die das Produkt der Matrizen Γ_1 und Γ_2 ist.

Die hier festgestellten gruppentheoretischen Eigenschaften der Getriebe erlauben, wie es die gegebenen Beispiele zeigen, die Matrizenrechnung zur Lösung von Aufgaben aus der Getriebelehre anzuwenden.

ГРУППОВЫЕ СВОЙСТВА МЕХАНИЗМОВ И ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ

Г. С. КАЛИЦИН

Резюме

Сделана попытка связать теорию механизмов с теорией групп. Перемещения точки одного звена кинематической цепи рассматриваются как элементы группы.

Последовательные перемещения представляют собою алгебраическую операцию группы.

Система материальных точек, перемещения которых представлены изоморфными группами, называется «механизмом». Для механизма будет действительно выражение

$$N \cong M$$

— группы перемещений двух материальных точечного механизма; где N и M \cong — знак изоморфизма.

Пусть G — группа перемещения звена механизма с элементами γ_i . Пусть каждому элементу \mathcal{G} соответствует матрица Γ_i . Основное свойство механизма состоит в том, что каждому из последовательных перемещений $\gamma_2 \gamma_1$ соответствует матрица $\Gamma_2 \Gamma_1$, представляющая собою произведение матриц Γ_1 и Γ_2 .

Установленные в работе групповые свойства механизмов дают возможность (как это видно из приведенных примеров) применить матричное исчисление для решения задач по теории механизмов.

GROUP PROPERTIES OF MECHANISMS AND APPLICATION OF THE MATRIX THEORY TO RESOLVING MECHANISM PROBLEMS

G. ST. KALITZIN

SUMMARY

In that work the author makes an attempt to connect the theory of mechanisms with the groups theory. The displacements of a point of a link of a kinematic chain are considered as elements of a group. The successive accomplishment of the displacements is the operation in the group.

A system of material points, where the displacements present isomorphous groups is determined «mechanism». For a mechanism we can write $N \cong M$, where N and M are displacement-groups of points of the same mechanism, \cong is the sign of isomorphy.

We note with \mathcal{G} the displacement-group of a link of mechanism with the elements γ_i . If a determined matrix Γ_i corresponds to each element γ_i , we obtain the fundamental property of mechanism, that to the successive accomplishment of the displacements $\gamma_2 \gamma_1$ corresponds the matrix $\Gamma_2 \Gamma_1$, which is the product of the matrices Γ_1 and Γ_2 .

The established group properties of the mechanism allowed, as is seen from the given examples, the application of the matrix theory to resolving mechanism problems.

PROPRIÉTÉS RELEVANT DE LA THÉORIE DES GROUPES DES MÉCANISMES ET APPLICATION DE LA MÉTHODE DES MATRICES AU CALCUL DES MÉCANISMES

G. ST. KALITZIN

RÉSUMÉ

Dans ce travail l'auteur essaye de relier la théorie des mécanismes à la théorie des groupes. Les déplacements des points appartenant à un membre d'une chaîne cinématique sont considérés des éléments de groupe.

On réalise la liaison entre deux éléments en effectuant successivement les déplacements.

Un système de points matériels dont les déplacements représentent des groupes isomorphes est nommé mécanisme. On applique au mécanisme l'expression $N \cong M$, où N et M sont les groupes de déplacement de deux points matériels du même mécanisme et \cong est le signe de l'isomorphie.

Soit \mathcal{G} un groupe de déplacement d'un membre du mécanisme avec les éléments γ_i . A chaque élément γ_i correspond une certaine matrice Γ_i . La propriété fondamentale des mécanismes est qu'à chaque liaison $\gamma_2 \gamma_1$ correspond la matrice $\Gamma_2 \Gamma_1$, qui est le produit des matrices Γ_1 et Γ_2 .

Les propriétés relevant de la théorie des groupes des mécanismes nous permettent — comme on vient de le démontrer — d'appliquer la méthode des matrices à la solution des problèmes de la théorie des mécanismes.

DIE BERECHNUNG DER KRÄFTE UND DES LEISTUNGSBEDARFS BEIM KALTPILGERN VON ROHREN

Prof. A. GELEJI

MITGLIED DER UNGAR. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 29. Oktober 1954]

Das Pilgerschritt-Kaltwalzverfahren wurde bereits vor 20 Jahren in die Industrie eingeführt. Trotzdem liegen bisher nur einzelne Arbeiten [1, 2, 3, 4, 5] über diese Verformungsart vor. Neuerdings wurde eine genaue Beschreibung der Technologie des Verfahrens der maschinellen Einrichtung und dessen Kinematik, sowie ausgedehnte Versuchsergebnisse in dem Buch von *P. I. Orro* und *J. E. Osada* veröffentlicht [4]. Auch wurden in der letzteren Zeit sehr lehrreiche Versuche von *W. Neumann* und *E. Siebel* auf einem Kaltpilgerwalzwerk durchgeführt [6].

Beschreibung des Kaltpilgerverfahrens

Die Walzsektoren *a* und *b* sind mit ihren Achsen *c* und *d* drehbar in einem durch Kurbel *e* hin und her bewegten Schlitten *f* gelagert (Abb. 1). Zum schritt-

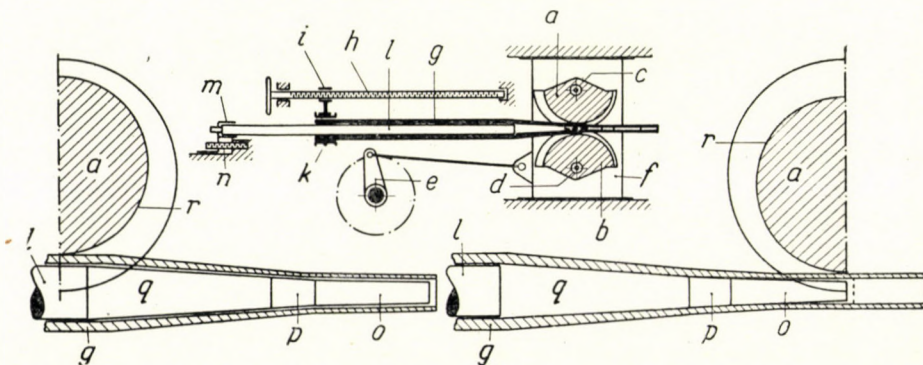


Abb. 1

weisen Vorschub des Werkstückes *g* dient die Gewindespindel *h* und die Mutter *i*, die mit einer das Werkstück umfassenden Spannmuffe *k* verbunden ist. Der Dorn

l kann mit seinem Halter m durch die Schraube n axial eingestellt werden. Das vordere Ende des Dornes ist in abgestuften Kegelflächen o, p, q verjüngt, und die aussenmittige Arbeitsfläche r der Walzwerkzeuge passt sich dieser Abstufung an, wobei aber die aussenmittige Strecke der Arbeitsfläche bereits vor dem Ende der letzten verjüngten Dornstufe endigt. Beim Auswalzen von Rohren in kaltem Zustande ohne Zwischenglühungen wird gleichzeitig die Wandstärke und der Durchmesser verringert, hierbei wird das Metall nach der Spitze des Dornes verschoben. Das Auswalzen des bei der Bearbeitung formschlüssig festgehaltenen oder auf andere Weise in formschlüssiger Berührung mit den Walzwerkzeugen gebrachten Werkstückes wird so abgestuft, dass durch das Zusammenspiel der aussenmittigen Arbeitsflächen der Werkzeuge und des Dornes die Neigung der Wand des sich verjüngenden Rohres gegen die Achse des Dornes beim Beginn des Auswalzens am stärksten ist, dann aber wieder stufenweise abnimmt, so dass eine sich vor den Walzwerkzeugen aufwerfende Metallwelle vermieden [7] wird.

Die Bestimmung der Abrollkurve des Streckkalibers

Die Abrollkurve (bzw. Abrollscheibe) des Streckkalibers muss aus der Voraussetzung bestimmt werden, dass während sich die Walzenachse längs einer Geraden bewegt, der arbeitende Umfang (die Abrollkurve) des Streckkalibers längs einer schiefen Geraden abrollt. Die Konstruktionsgrundlagen einer Abrollkurve (Abrollscheibe) werden wir fürs erste im allgemeinen vorführen.

Will man eine Abrollscheibe konstruieren, deren O Drehpunkt sich längs einer Geraden bewegt, während die Abrollscheibe längs einer $A-B$ Kurve (Bahn) abrollt, dann muss man folgenderweise vorgehen.

Man muss die y_1 lange Bahn ($C-D$) auf $2n$ gleich grosse Teile (y_0) aufteilen. Durch die einzelnen Teilungspunkte müssen $2n$ parallele Geraden gezogen werden, welche senkrecht zur Bahn y_1 sind. Diese Geraden teilen die Abrollbahn $A-B$ ebenfalls in $2n$ Teile ein. Wenn man nun die ungeradzahigen Teilungspunkte der Bahn $C-D$ mit den geradzahigen Punkten der Abrollbahn verbindet, dann erhält man eine Reihe gleichschenkliger Dreiecke, deren Basisseiten auf der Geraden $C-D$ stehen, und deren Spitzen auf der Abrollbahn sitzen. Die beiden Schenkel der einzelnen gleichschenkligen Dreiecke sind Halbmesser die mit dem gleichen Index versehen sind. Die Schenkel der gleichschenkligen Dreiecke bedeuten nämlich in zwei verschiedenen Lagen den betreffenden Halbmesser (Abb. 2/a). Die Konstruktion der Abrollscheibe erfolgt mit Hilfe der Halbmesser und der einzelnen Entfernungen ($x_1; x_2; \dots x_n$) der Dreieckspitzen voneinander auf der Abrollbahn (Abb. 2/b). Die Scheibe setzt sich nämlich aus den einzelnen Dreiecken zusammen deren Seiten r_i, r_{i+1} und x_i sind ($i = 1, 2 \dots n$).

Der Drehpunkt der Abrollscheibe (Kurve) der Kaltpilgermaschine bewegt sich auf einer geraden Bahn (C—D), der Umfang der Abrollscheibe (die Abrollkurve) rollt dabei längs einer Geraden ab (Abb. 3). Die Konstruktion erfolgt hier geradeso, wie wir es im Zusammenhang mit der Abb. 1. vorgetragen haben.

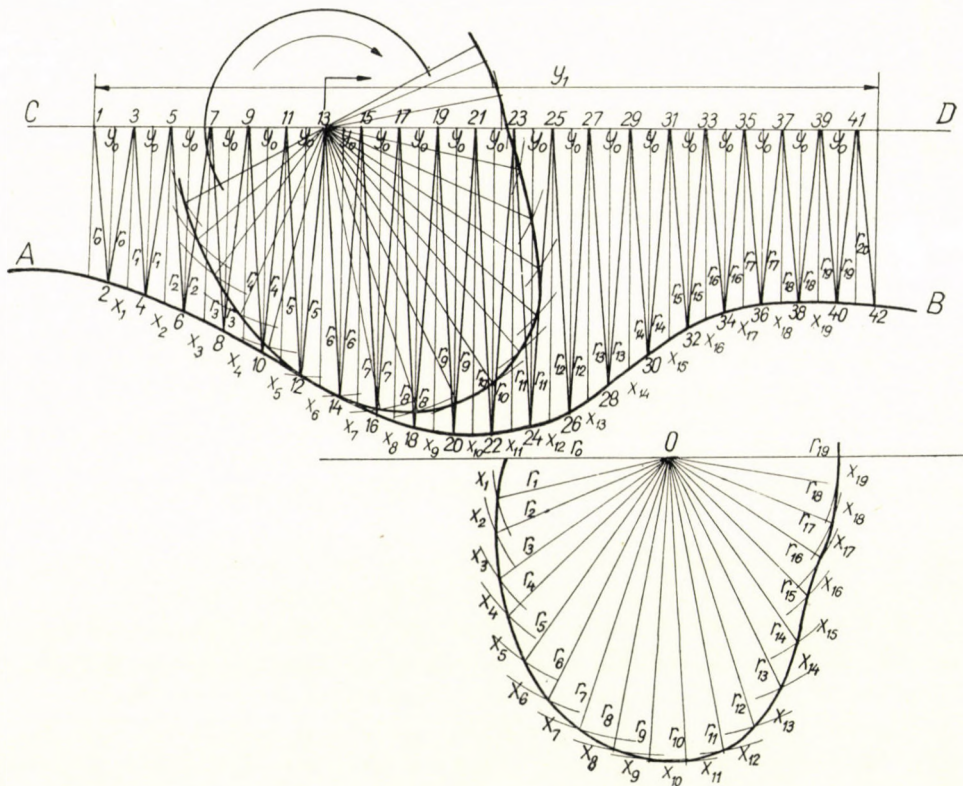


Abb. 2

Beim Konstruieren der Abrollkurve der Kaltpilgermaschine ist der Hub (y_1) der Arbeitswalzen, bzw. die Länge der Erzeugenden (x_i) des konischen Rohrteils (Abb. 5) gegeben. Es muss ferner bei dem Entwerfen der Abrollkurve erreicht werden, dass der erste (r_0) und letzte (r_n) Halbmesser mit einander einen Winkel von 180° einschliessen, bzw. in eine Gerade fallen (Abb. 3).

Für die Konstruktion stehen die folgenden Zusammenhänge zur Verfügung :
Laut Abb. 4. kann — soweit die Winkel klein sind — geschrieben werden :

$$\alpha_i = \beta_i. \tag{1}$$

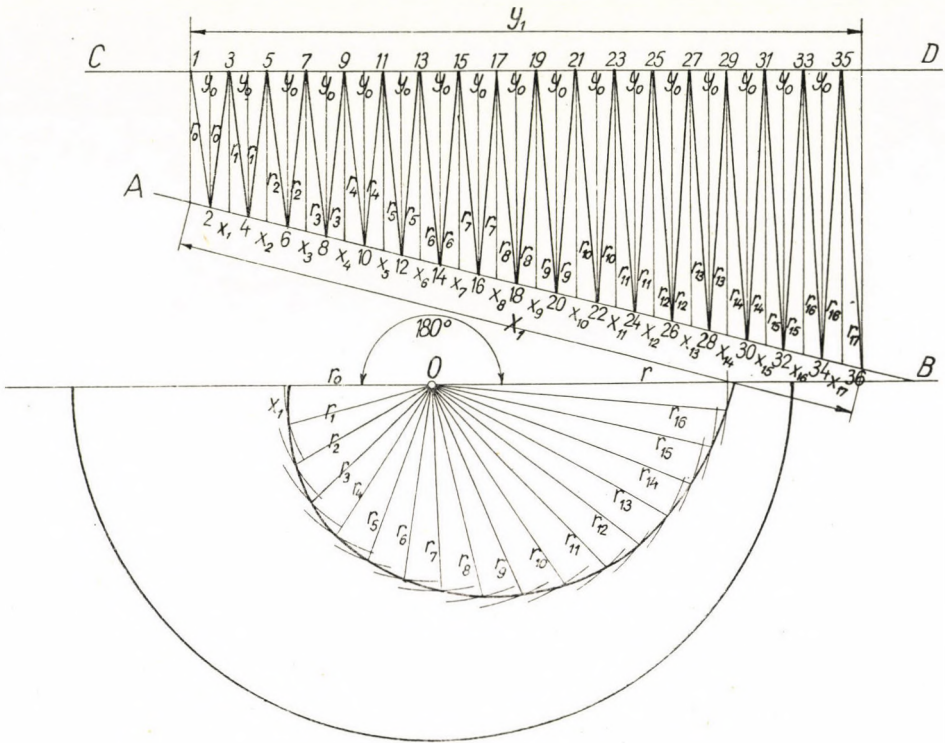


Abb. 3

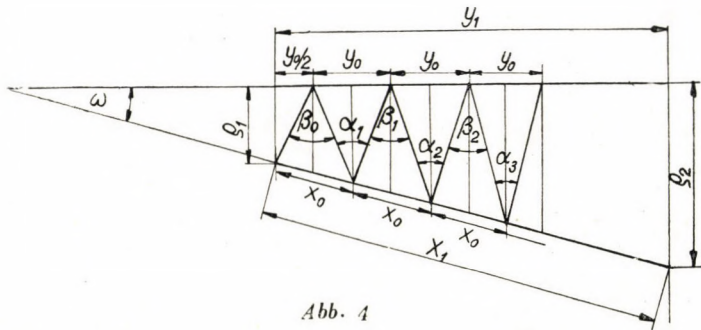


Abb. 4

Weiters mit guter Annäherung :

$$\alpha_i (=) \frac{y_0}{\varrho_i} \quad (2)$$

und im Mittel

$$\alpha_k = \frac{y_0}{2} \left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} \right). \quad (3)$$

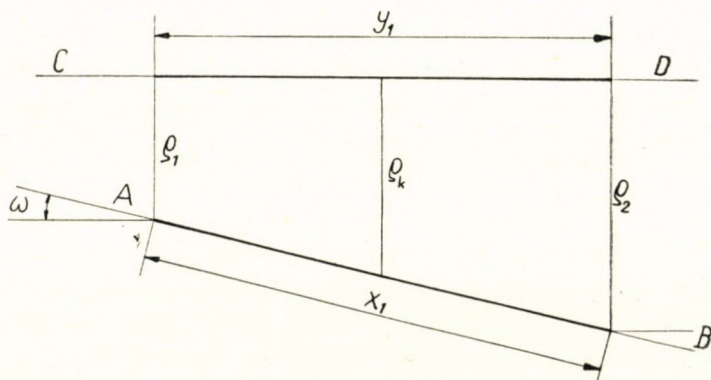


Abb. 5

Laut Abb. 5 ist

$$\varrho_k = \frac{\varrho_1 + \varrho_2}{2} \quad (4)$$

und

$$y_1 = x_1 \cdot \cos \omega \quad (5)$$

wo

$$\varrho_2 = \varrho_1 + x \cdot \sin \omega \quad (6)$$

und

$$\varrho_1 = \frac{2 \varrho_k - x \cdot \sin \omega}{2}. \quad (7)$$

Ist die Entfernung y_1 auf n gleichgroße y_0 lange Teile aufgeteilt und sollen der erste und letzte Halbmesser in eine Gerade fallen, dann muss

$$n \cdot \alpha_k = \frac{n \cdot y_0}{\varrho_k} = \pi \quad (8)$$

sein.

Aus dieser Gleichung ist

$$y_0 = \frac{\varrho_k \cdot \pi}{n} \quad (9)$$

n und ϱ_k kann vorher aufgenommen werden.

Die Ermittlung der Walzkkräfte beim Kaltpilgern

Beim Kaltpilgern vollbringt die Maschine gleichzeitig zweierlei Arbeiten :

1. sie reduziert den Rohrdurchmesser und
2. verjüngt die Rohrwand.

Diese zwei gleichzeitige Verformungsvorgänge bestimmen die Walzkkräfte und den Leistungsbedarf.

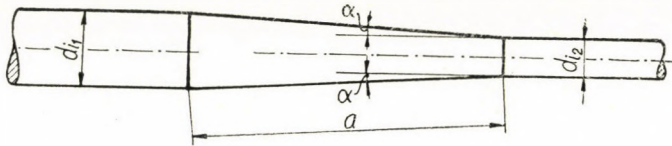


Abb. 6

Wie die Beschreibung des Kaltpilgerverfahrens zeigt, wird nach jedem Rücklauf der Walzen die Luppe auf dem Dorn (Abb. 6) um ein bestimmtes Stück, den Vorschub m , vorgeschoben (Abb. 7) und um einen Winkel (60°) gedreht.

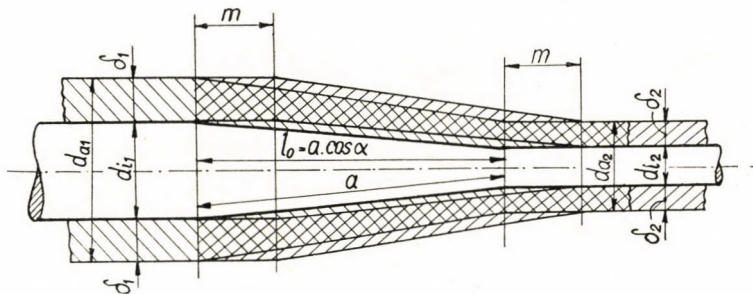


Abb. 7

Der arbeitende Walzenumfang rollt entlang den konischen Rohrteil ab, welcher konische Rohrteil auf dem konischen Teil des Dornes sitzt. Während des Abrollens der Walzen werden die Durchmesser des konischen Rohrteils in der Zeichenebene überall um Δd kleiner (Abb. 8).

Nach Abb. 9 ist

$$\frac{\Delta d}{2} = m \cdot \varphi, \quad (10)$$

wo

$$\varphi (=) \frac{(d_{i1} - d_{i2}) + 2(\delta_1 - \delta_2)}{2 \cdot a \cdot \cos \alpha} = \frac{(d_{i1} - d_{i2}) + 2(\delta_1 - \delta_2)}{2 \cdot l_0} \quad (11)$$

da

$$\delta_1 + \frac{d_{i1}}{2} = x + \delta_2 + \frac{d_{i2}}{2} \quad (12)$$

und

$$\varphi = \frac{x}{l_0} \cdot \quad (13)$$

Der Querschnitt des Kalibers und die dazu gehörende Abnahme können laut Abb. 10 bestimmt werden. In dieser Abbildung ist die Gerade $x - y$ die

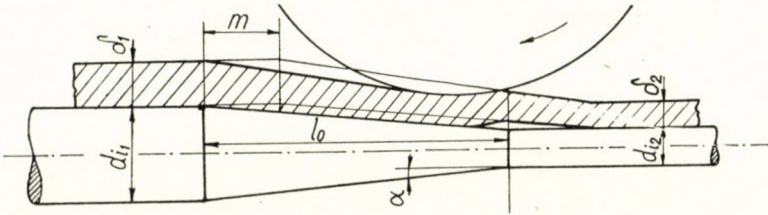


Abb. 8

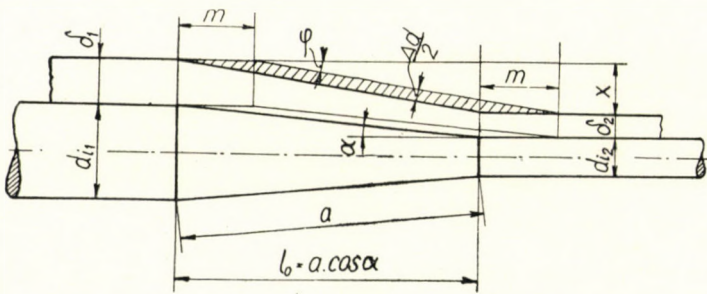


Abb. 9

Bahn der Walzenachse, die Gerade $u - v$ die Mittellinie des Dornes, die Gerade $A - B$ die Abrollgerade, bzw. die Erzeugende des unter Bearbeitung stehenden konischen Rohrteils. Die Kontur des Kaliberquerschnittes ist die durch die Punkte E , F und G bestimmte Kreislinie, deren Halbmesser r_{d2} ist. Die halbe Abnahmeffläche $\left(\frac{F_g}{2}\right)$ ist durch die beiden Kreislinien begrenzt, welche durch die Punkte E , F und G (Halbmesser r_{d2}) bzw. E , H und G (Halbmesser r_{d1}) bestimmt sind.

Die Gesamtabnahme ist

$$F_g = 1,2 \cdot \Delta d_h \cdot d_k \cdot \quad (14)$$

Diese Gesamtabnahme ergibt sich aus zwei Teilen : aus der Wandstärkeverminderung und aus der Rohrdurchmesserverminderung.

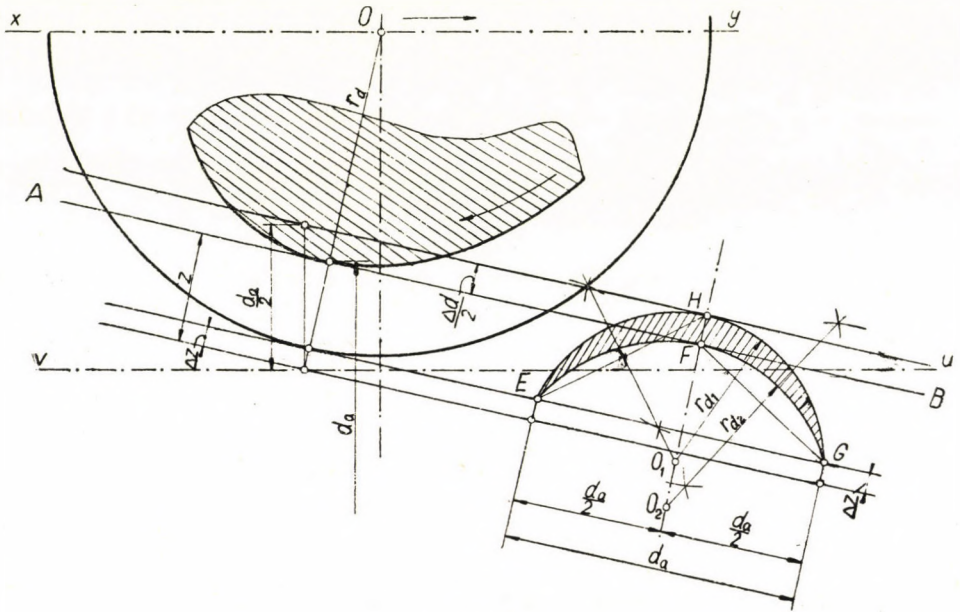


Abb. 10

Die $\Delta\delta$ Wandstärkeverminderung ist aus der Abb. 11 mit guter Annäherung :

$$\Delta\delta (=) 1,1 \cdot m \cdot \psi. \quad (15)$$

Hier ist m der Vorschub und ψ der Winkel den die aussere und die innere Erzeugende der konischen Rohrwand miteinander einschliessen.

Der Winkel ψ ist annähernd :

$$\psi (=) \frac{\delta_1 - \delta_2}{a} = \left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{l_0} \right) \cdot \cos \alpha. \quad (16)$$

Die Durchmessererminderung, welche durch Reduktion entsteht, ist :

$$\Delta d_r = \Delta d - 2 \cdot \Delta\delta. \quad (17)$$

Die Gesamtabnahme ergibt sich also aus zwei Teilen :
aus der Wandstärkeverminderung

$$F_w = 2,3 \cdot \Delta\delta \cdot d_k, \quad (18)$$

Hier ist r der arbeitende Radius des Kalibers (Abb. 12), d'_{ai1} ist der Durchmesser des unter Bearbeitung stehenden konischen Rohrteiles (Abb. 12). So ist die gedrückte Fläche :

$$S = \frac{2}{3} \cdot d'_{ai1} \cdot \sqrt{\frac{\Delta d}{2} \cdot r} \quad (24)$$

Bei Rohrreduktion ist der längs der gedrückten Fläche auftretende spezifische Druck [8] :

$$p = \frac{2 \cdot \delta}{d_{i11}} \cdot \sigma_f = \frac{2 \cdot \delta}{d_{i11}} \cdot k_f \quad (25)$$

wo

$$\delta = \frac{\delta'_1 + \delta'_2}{2} \quad (26)$$

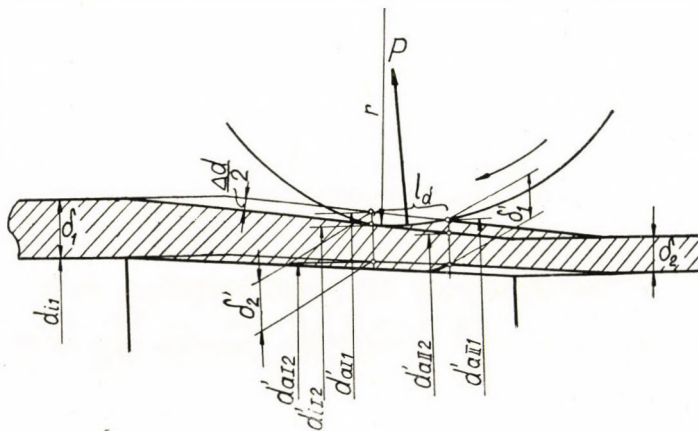


Abb. 12

die mittlere Wandstärke des unter Bearbeitung stehenden Rohrteiles, σ_f die Fließgrenze des Rohrwerkstoffes bedeuten.

Der zur Wandstärkeverminderung nötige Walzdruck :

$$P_w = k_m \cdot S \quad (27)$$

wo S die gedrückte Fläche (Gl. 22) und k_m den mittleren Verformungswiderstand bedeutet [8, 9] :

$$k_m = k_f \cdot \left(1 + 5,5 \cdot \mu \cdot \frac{l_l}{2 \cdot \delta} \sqrt[4]{v} \right) \quad (28)$$

In dieser Formel ist k_f die Verformungsfestigkeit, μ der Reibungskoeffizient zwischen Kaliber und Walzgut, l_d die gedrückte Bogenlänge (Gl. 23), δ die mittlere Wandstärke (Gl. 26), v die Walzgeschwindigkeit (Gl. 36 bzw. 47).

Der Gesamtwalzdruck ist also :

$$P = P_r + P_w. \quad (29)$$

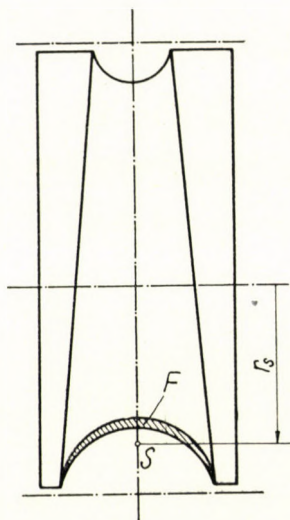


Abb. 13

Die Ermittlung des Walzdrehmoments

Das zur Wandstärkeverminderung nötige Walzdrehmoment ist [9]

$$M_w = F_w \cdot k_m \cdot r_s \quad (30)$$

das zur Rohrdurchmesserreduktion nötige Walzdrehmoment ist

$$M_r = F_r \cdot p_m \cdot r_s \quad (31)$$

In diesen beiden Gleichungen muss die Abnahme F_w mit Formel (18) die Abnahme F_r mit Formel (19), der mittlere Verformungswiderstand k_m mit Formel (28) und der mittlere spezifische Flächendruck mit Formel (25) berechnet werden.

Das Gesamtwalzdrehmoment ist

$$M = M_w + M_r = r_s \cdot (F_w \cdot k_m + F_r \cdot p_m). \quad (32)$$

Der in den Formeln (30), (31) und (32) vorkommende Radius r_s ist der zu dem Schwerpunkt der Abnahmenfläche gehörende Walzenradius (Abb. 13).

Das Walzdrehmoment ist laut der obigen Ausführungen eine veränderliche Grösse den Abrollweg entlang. Mit den Formeln (30), (31) und (32) kann nur das augenblickliche Walzdrehmoment berechnet werden, das einer gewissen Abnahme, Walzgeschwindigkeit usw. entspricht.

Die Berechnung des Leistungsbedarfs

Der Leistungsbedarf der Wandstärkeverminderung ist

$$N_w = \frac{F_w \cdot k_m \cdot v}{102} [kw] \quad (33)$$

und der Leistungsbedarf der Rohrdurchmesserreduktion beträgt

$$N_r = \frac{F_r \cdot p_m \cdot v}{102} [Kw]. \quad (34)$$

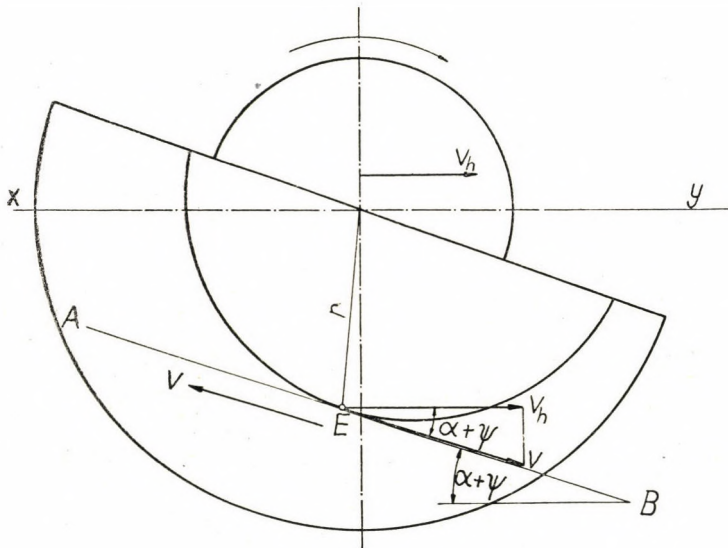


Abb. 14

Der Gesamtleistungsbedarf ist also :

$$N = N_w + N_r = \frac{v}{102} \cdot (F_w \cdot k_m + F_r \cdot p_m). \quad (35)$$

Der Leistungsbedarf des Kaltpilgers ist entlang den Abrollweg eine veränderliche Grösse.

Die Ermittlung der Walzgeschwindigkeit

Zur Ermittlung des mittleren Verformungswiderstandes und des Leistungsbedarfs ist die Kenntnis der genauen Walzgeschwindigkeit unbedingt nötig.

Die Achse der Arbeitswalze bewegt sich längs der Geraden $x - y$ (Abb. 14). Die Walzgeschwindigkeit im Berührungspunkt E der Abrollkurve und der Abrollgerade ($A - B$) ist

$$v = \frac{v_w}{\cos(\alpha + \psi)} \quad (36)$$

wo v_w die Bewegungsgeschwindigkeit der Arbeitswalzenachse bedeutet. α ist der Neigungswinkel der Erzeugenden des konischen Teils des Dornes (Abb. 7), ψ der Winkel der die äussere und die innere Erzeugende der konischen Rohrwand miteinander einschliesst (Abb. 11).

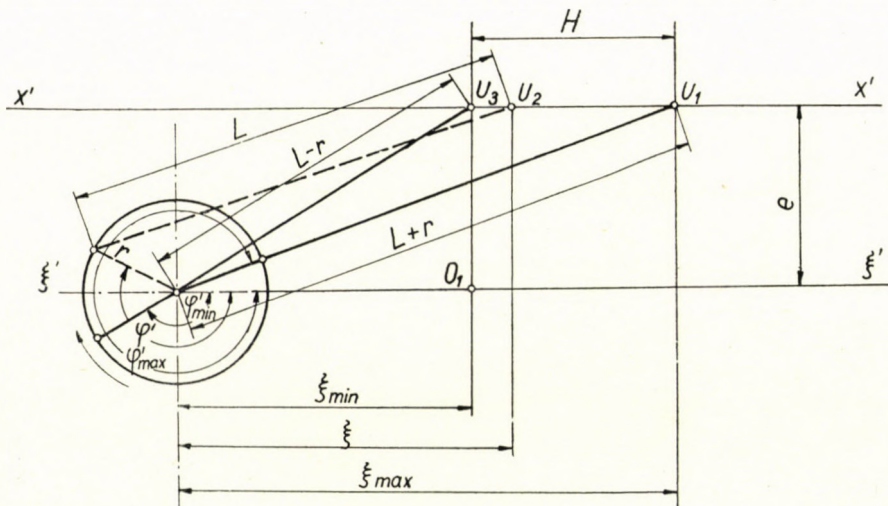


Abb. 15

Bei der Beschreibung des Kaltpilgerverfahrens haben wir schon darauf hingewiesen, dass die Walzen gemeinsam mit ihrem Ständer durch einen Kurbelmechanismus hin und her bewegt werden. Die Bewegungsgeschwindigkeit des Walzgerüsts kann an Hand der Abbildungen 15 und 16 ermittelt werden [4]. In diesen Abbildungen ist L die Länge der Schubstange, r der Kurbelhalbmesser, e die Entfernung der Bewegungsbahn der Schubstangenzapfe U von der Kurbelwellenachse, S der Hub der Schubstangenzapfe U , φ der Winkel den die Kurbel mit der horizontalen Geraden $\xi' - \xi'$ einschliesst.

Laut Abb. 15 kann geschrieben werden :

$$\xi = \sqrt{L^2 - (e + r \cdot \sin \varphi')^2} + r \cdot \cos \varphi' \quad (37)$$

bzw.

$$x = \sqrt{L^2 - \left[e + r \cdot \sin \left(\varphi + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) \right]^2} + r \cdot \cos \left(\varphi + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) - \sqrt{(L-r)^2 - e^2} \quad (45)$$

Ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Kurbel und z die Zeit, dann kann Gl. (45) folgenderweise aufgeschrieben werden :

$$x = \sqrt{L^2 - \left[e + r \cdot \sin \left(\omega z + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) \right]^2} + r \cdot \cos \left(\omega z + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) - \sqrt{(L-r)^2 - e^2} \quad (46)$$

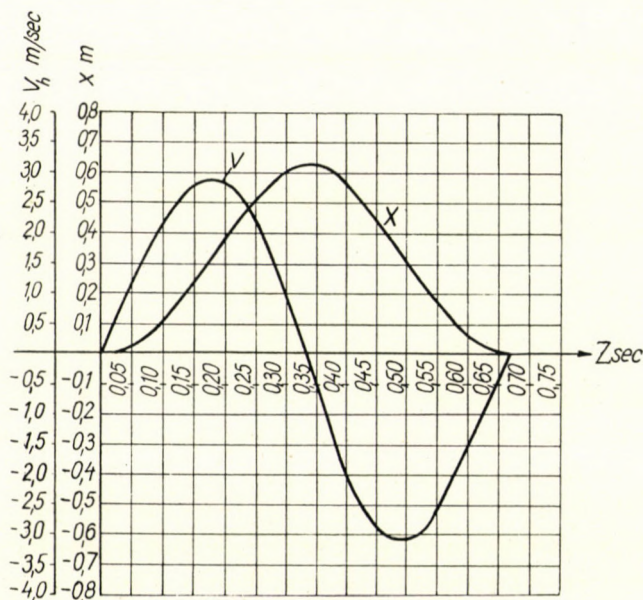


Abb. 17

Die horizontale Geschwindigkeit des Walzgerüsts und damit der Walzen (v_w) erhält man, wenn Gleichung (46) differenziert wird :

$$v_w = -r \cdot \omega \left\{ \frac{\cos \left(\omega z + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) \cdot \left[e + r \cdot \sin \left(\omega z + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) \right]}{\sqrt{L^2 - \left[e + r \cdot \sin \left(\omega z + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) \right]^2}} + \sin \left(\omega z + \arcsin \frac{e}{L-r} \right) \right\} \quad (47)$$

Mit Gl. (47) kann die Walzgeschwindigkeit (Gl. 36) berechnet werden.

Wenn wir mit Hilfe der Formeln (45) und (47) den Hub x und die Geschwindigkeit v_w in ein gemeinsames Diagramm als Funktion der Zeit z aufzeichnen,

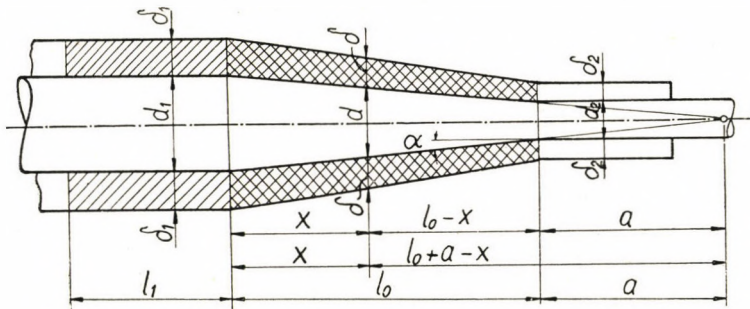


Abb. 18

dann ergibt sich das in Abb. 17 abgebildete Diagramm. Das Diagramm wurde auf Grund folgender Daten berechnet: $r = 0,3 \text{ m}$; $e = 0,5 \text{ m}$, $n = 90 \text{ Udr/Min}$,

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 9,43, \text{ } 1/\text{sec.}$$

Die Berechnung des Vorschubes

Um unsere Berechnungen ganz durchführen zu können, ist noch die Ermittlung des Vorschubes m nötig (Abb. 11). Die Grösse des Vorschubes m muss aus der Voraussetzung ermittelt werden, dass jeder Punkt der Oberfläche des unter Verformung stehenden konischen Rohrteils mehrmals ($u = 4 - 6$) mit den Walzen in Berührung kommen muss, da sonst die Oberfläche des Rohres nicht einwandfrei sein wird.

Wie wir wissen, erfolgt die Bearbeitung des Rohres beim Kaltpilgern entlang den konischen Teil des Dornes (Abb. 8). Nach jedem vollendeten Hub muss das Rohr, dessen Wandstärke δ_1 und Innendurchmesser d_1 ist, auf dem Dorn mit m Vorschub vorgeschoben werden. Das Volumen des vorgeschobenen Rohres muss der n -te Teil des Volumens des konischen Rohrteils sein (Abb. 18), d. h.:

$$d_1 \cdot \delta_1 \cdot \pi \cdot l_1 = \int_0^{l_0} d \cdot \delta \cdot \pi \cdot dx \quad (48)$$

wo

$$l_1 = u = m = \int_0^{l_0} \frac{d \cdot \delta}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot dx. \quad (49)$$

Das Volumen des l_0 langen konischen Rohrteils ist gleich dem Volumen des l_1 langen Rohres dessen Innendurchmesser d_1 und Wandstärke δ_1 ist.

In Gleichung (49) ist

$$d = \frac{x}{l_0} \cdot (d_1 - d_2) + d_2 \quad (50)$$

und

$$\delta = \frac{x}{l_0} (\delta_1 - \delta_2) + \delta_2. \quad (51)$$

Diese Werte in die Formel (49) eingesetzt, wird

$$\begin{aligned} l_1 &= \int_0^{l_0} \frac{d \cdot \delta}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot dx = \int_0^{l_0} \frac{\left[\frac{x}{l_0} \cdot (\delta_1 - \delta_2) + \delta_2 \right] \cdot \left[\frac{x}{l_0} \cdot (d_1 - d_2) + d_2 \right]}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot dx = \\ &= \frac{l_0}{d_1 \cdot \delta_1} \cdot \left[\frac{(\delta_1 - \delta_2) \cdot (d_1 - d_2)}{3} + \frac{\delta_2 \cdot (d_1 - d_2) + d_2 \cdot (\delta_1 - \delta_2)}{2} + d_2 \cdot \delta_2 \right] \end{aligned} \quad (52)$$

Der Vorschub ist also

$$\begin{aligned} m = \frac{l_1}{u} = \frac{l_0}{u \cdot d_1 \cdot \delta_1} \cdot \left[\frac{(\delta_1 - \delta_2) \cdot (d_1 - d_2)}{3} + \frac{\delta_2 \cdot (d_1 - d_2) + d_2 \cdot (\delta_1 - \delta_2)}{2} + \right. \\ \left. + d_2 \cdot \delta_2 \right] \end{aligned} \quad (53)$$

In dieser Formel beträgt im allgemeinen $n = 4 \sim 6$.

Die Ermittlung des Leistungsbedarfs des Kaltpilgerverfahrens

Mit dem oben vorgeführten Rechnungsverfahren können wir aus den Daten der Kaltpilgermaschine und aus den Daten der Lupe und des kaltgepilgerten Rohres die Walzgeschwindigkeit, den momentanen Walzdruck und den Leistungsbedarf, der in einem beliebigen Zeitpunkt einer beliebigen Lage der Kurbel entspricht, berechnen (Siehe Abb. 17). Wenn wir diese Werte für eine ganze Kurbelumdrehung ermitteln, erhalten wir den auf einen Kurbelhub entfallenden Arbeitsbedarf des Kaltpilgers. Wenn wir diesen Arbeitsbedarf mit der zu einer Kurbelumdrehung nötigen Zeit dividieren, dann erhalten wir den durchschnittlichen Leistungsbedarf der Verformungsarbeit des Kaltpilgers. Bei

der Berechnung des Leistungsbedarfs der Kaltpilgermaschine müssen noch der Leistungsbedarf der auftretenden Beschleunigungsarbeiten und die inneren Reibungsarbeiten des Mechanismus hinzugerechnet werden.

SCHRIFTTUM

1. Zacco, Y.: Tekn. T., Bergvetenskap, **67** (1937), Nr. 11. S. 89/96.
2. Unkel, H.: Archiv f. d. Eisenhüttenw. **12** (1938/39). S. 423/428.
3. Grüner, P.: Ind. Anz. **74** (1952), S. 168/172.
4. Орро, П. И. и Осада, И. Е.: Производство стальных тонкостенных бесшовных труб. Металлургиздат, Москва. 1954. стр. 191/328.
5. Ландихов, А. Д.: Производство труб, прутков и профилей из цветных металлов. Металлургиздат, 1952. стр. 259/283.
6. Neumann, F. W. u. Siebel, E.: Das Kaltpilgern von Rohren. Stahl u. Eisen **74** (1954). S. 134/145.
7. Stahl und Eisen. 1937. S. 383.
8. Geleji, A.: Schmiedemaschinen und Walzwerke. Verl. Technik, Berlin, 1954. S. 641/643. S. 310.
9. Geleji, A.: Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs usw. (deutsch) Verl. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952. S. 57. S. 69.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Abhandlung wird ein Rechenverfahren vorgeführt, das die Ermittlung der Kräfte und des Leistungsbedarfs bei dem Rohr-Kaltpilgerverfahren mit guter praktischer Genauigkeit ermöglicht. Es wird auch ein Konstruktionsverfahren gezeigt, mit Hilfe dessen die Abrollkurven der Walzwerkzeuge einwandfrei konstruiert werden können.

ХОЛОДНАЯ ПРОТЯЖКА ТРУБ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЗНИКАЮЩИХ УСИЛИЙ И МОЩНОСТИ

Академик А. ГЕЛЕЙИ

Резюме

Излагается методика расчета, которая дает возможность рассчитать усилия и мощность при холодной протяжке труб. Кроме того сообщается методика построения, при помощи которой можно построить кривую обкатки калибра валков.

COLD ROLL-DRAWING OF TUBING. FORCES DEVELOPED AND POWER DEMAND

Prof. A. GELEJI, D. Eng. Sc., Member of the Hungarian Academy of Sc.

SUMMARY

The paper presents a calculatory method of determining the forces developed and the power demand in cold pilger-rolling of tubing. A graphical method is also presented for drawing the roll-down curve of the passes.

ÉTIRAGE À FROID DE TUBES AU LAMINOIR À PAS DE PÉLERIN. EFFORTS DÉVELOPPÉS ET DEMANDE DE FORCE MOTRICE

Prof. A. GELEJI, membre de l'Académie Hongroise des Sc.

RÉSUMÉ

L'étude présente une méthode de calcul des efforts développés au laminage à froid au train à pas de pélerin, ainsi que de la demande de force motrice. Une méthode graphique est indiquée pour dessiner la courbe de déroulement des cannelures.

CONFERENCE ON MEASUREMENT TECHNICS CONVENED BY THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

A conference was held on October 4—7, 1954, in Budapest following the invitation of the Department of Technical Sciences of the Hungarian Academy of Sciences, dealing with Non-destructive Technics of Measurement. The Conference attracted numerous guests from foreign countries, several of whom contributed valuable reports to its success. The list of foreign attendants is the following :

U. S. S. R. : J. K. Sokolov, Member of the Soviet Academy of Sciences

N. P. Rayevsky, D. Techn. Sc.

N. D. Guenkin, Cand. Techn. Sc.

Great Britain : Dr. W. A. Wooster, Cambridge Univ.

Dr. Nora Wooster, X-ray crystallographer

German Democratic Republic: Prof. Dr. Ernst Schiebold from the Office for Testing Materials,

Prof. Dr. A. Eckardt, Physical Institute of the Schiller University, Jena, Thüringen,

Prof. Dr. R. Ritschl, Member of the German Academy of Sciences,

Dipl. Ing. K. Hormuth from the German Office for Weights and Measurements,

Dr. Hansgeorg Laporte from the German Office for Testing Materials

Czechoslovakia : Dr. M. Baimler, Member of the scientific staff of the Czechoslovak Research Institute for Materials and Technology,

Dr. Adela Kochanovska, scientific worker of the Technico-Physical Institute of the Czechoslovak Academy of Sciences,

Dr. M. Rossival, scientific worker of the Technico-Physical Institute of the Czechoslovak Academy of Sciences,

Poland : Prof. Ignaty Maleczky, Corresp. Member of the Polish Academy of Sciences,

L. Filipchinski, Cand. of Techn. Sc.

Rumania : Dr. E. Carafoli, Member of the Rumanian Academy of Sciences, Director of the Institute for Applied Mechanics

Bogdan Radu, Cand. of Techn. Sc.

Bulgaria : E. Djakov, Head of the Applied Electronics Laboratory of the Physical Institute under the Bulgarian Academy of Sciences.

The opening address was delivered by Gy. Osztrovszki, Corresponding Member and General Secretary of the Hungarian Academy of Sciences. As next, Dr. L. Gillemot, Corresponding Member of the Academy reported on the stand of the non-destructive testing of materials in the iron- and metal industry in Hungary. He pointed out that among the non-destructive testing technics, only X-ray coarse structural tests gained duly widespread application. The instruments in industrial use are, however, big and bulky, even for tests which could be conveniently performed with considerably lighter, cheaper, standardized sets. He urged the taking up of the manufacture of such instruments in Hungary.

Prof. Gillemot further urged the introduction of the isotopes for testing materials — a procedure hitherto employed in Hungary.

Dr. M. Baimler of the Czechoslovak Scientific Research Institute for Materials and Technology gave a general survey on advances made in Czechoslovakia, under the heading : «Non-destructive coarse structural testing of materials in Czechoslovakia». The lecture conveyed the impression that Czechoslovakia is well advanced in the application of the non-destructive technics of testing materials. In particular, they are well ahead of Hungary in the employment of ultrasonic tests.

Among the lectures dealing with special problems, one was devoted to X-ray coarse structural tests. T. Konkoly, assistant professor at the Institute for Mechanical Technology of the Technical University, Budapest, read a paper based on his own research : «Determination of the Data revealed by X-ray and Gamma-ray photographs on the Base of Lack of Interior Sharpness». The data and tables communicated might provide a foundation for the beginnings of the testing of materials in Hungary with the aid of isotopes.

Five papers were devoted to X-ray crystallography, among which Dr. W. A. Wooster of Cambridge, England reported on two highly interesting new instruments in his lecture : «New instruments for examining X-ray refraction». Dr. Adela Kochanovska, scientific co-worker at the Technico-Physical Institute of the Czechoslovak Academy of Sciences presented her own valuable findings in a paper on «Microstructural Changes in Graphite and Cobalt». K. Sasvári, scientific worker at the Hungarian Telecommunication Research Institute added an improvement to existing methods of measuring interior stress by construction a camera and working out a test procedure for determining the interinal tension in elastic metal wires. I. Szántó, postgraduate scholar, scientific worker of the Institute for Mechanical Technology, presented his lattice parameter determinations on titanium.

Prof. Dr. E. Schiebold (German Democratic Republic) read a highly valuable, extensive treatise on the «X-ray examination of the Microstructure of Natural and Synthetic Asbestos».

The above papers, dealing partly with the improvement of existing technics, and partly with the application of known methods to the solution of technical problems, clearly indicate that X-ray microstructur tests are an expedient in scientific technical research, hardly dispensable for industrial or scientific laboratories engaged in modern metal research.

Three papers dealt with ultrasonic tests, viz :

I. Egri, Department Head of the Institute for Measuring Technics and Instruments sponsored by the Hungarian Academy of Sciences reported on the «Ultrasonic examination of lamellar enclosures» ;

J. K. Sokolov, Soviet academician on : «Ultrasonic wave transmission in liquid and solid bodies» ;

Prof. I. Maleczky, Corresponding Member of the Polish Academy of Sciences, on «Scientific foundations of the application of ultrasonic testing methods in mining and geology».

Academician Sokolov's address stood out among the others, for the author is one of the greatest living scholars in this field, and can in point of fact, be looked upon as the father of the ultrasonic testing of materials. Only a single Hungarian paper was read on the subject, which shows the country's backwardness in the industrial application of the ultrasonic testing of materials.

Against this, the papers read in spectroscopy put scientific progress in Hungary in a more favourable light. B. Vorsatz, scientific worker at the Telecommunication Research Institute reported on a thoroughly elaborated method for determining impurities in high purity copper. T. Török and G. Szikora reported on a process for the non-destructive determination of carbon in steel by spectral analysis. There was only one foreign contribution to this subject, by Prof. R. Rietschl, member of the German Academy of Sciences, on «Timely topics of atomic spectroscopy».

Three Hungarian researchers and one foreign scientist discussed problems of electron microscopy :

P. Csokán and I. Sugár, co-workers of the Electron-microscope Laboratory of the Institute for Measuring Technics sponsored by the Hungarian Academy of Sciences, on the «Electron-microscopic examination of steel surfaces» ;

Prof. Dr. A. Eckardt of the Physical Institute of the Schiller University Jena, Thür. on : «Semblance and reality in the electronmicrogram» ;

F. Guba, Head-leader of the Electron-microscopic Laboratory of the Institute for Measuring Technics of the Hungarian Academy of Sciences, on : «Metal Investigations made at the Electron-microscope Laboratory» ;

The metal-industrial application of electron-microscopy has a past of but a few years in Hungary. Consequently, the Hungarian papers no more than indicated that advances were made also in this neglected field of science.

Three papers by Hungarian authors dealt with technics of measurement novel in Hungary, viz. :

Gy. László, member of the scientific staff of the Measuring Technics Department of the Institute for Measuring Technics and Instruments of the Hungarian Academy of Sciences reported on the : «Permeameter, an instrument for the non-destructive testing of materials» ;

P. Réti, leader of the Central Institute for Testing Materials of the Rákosi Works, on the : «Structural examination of ferromagnetic materials with the Permeameter» ;

T. Alkér and E. Schalk, scientific workers of the Measuring Technics Department of the Institute for Measuring Technics and Instruments of the Hungarian Academy of Sciences, on the : «Non-destructive measurement of the surfacelayer thickness of metals».

The above testing methods, based on the magnetic properties of materials, have not yet gained ground in industry, still the good independent results reported by a fairly large number of research workers indicate a marked progress in this area.

Five papers treated various mechanical uses of the non-destructive testing of materials ; one of them, contributed by Ing. K. Hormuth was somewhat beyond the scope of the conference.

Evaluating the results of the conference, we cannot fail to remark that among the conferences hitherto convened by the Technical Department of the Hungarian Academy of Sciences, this conference attracted the greatest number of foreign attendants, which lent it a genuine international atmosphere. The presence among the guests of such outstanding scientists as J. K. Sokolov, Prof. Dr. E. Schiebold, or Dr. W. A. Wooster, enabled the Hungarian researchers to benefit of a rich store of valuable experience displayed in the lectures and in the pertinent discussions. The three guests referred to above visited Hungarian scientific institutes, giving precious technical advice to their Hungarian fellow-research workers each in his respective field.

Another feature of the conference was the presentation of independent achievements by a number of young Hungarian researchers. In spite of that, it cannot be overlooked that it is only in the application of coarse structural X-ray tests and spectroscopy that Hungary keeps scientifically and industrially abreast in non-destructive material testing procedures. The employment of isotopes in testing materials is completely lacking, and though the papers presented on the subject of X-ray microstructure tests gave an account of good independent achievements — which is a promising symptom — we are still far from the point when that procedure will hold its duly deserved place in industry. This applies also to electron-microscopy and to magnetic tests, where the few years of scientific research accomplished promise a substantially more rapid development.

The main significance of the Congress was exactly that the major part of the Hungarian participants have only been engaged in their respective fields

of study for a few years. The results realised by them are encouraging, and we may confidently look forward to future development.

The resolutions adopted by the Conference have great significance also from this aspect. It has been resolved among others that it would be both desirable and expedient to publish regular reports on outstanding achievements in the field of the non-destructive testing of materials, and to provide opportunities for the personal interchange of scientific ideas. In view of this, the Conference moved that international meetings be convened biannually alternately in the countries where scientific work in this particular field is significant. The Conference further recommended that the Presidium of the Hungarian Academy of Sciences take up negotiations for the issuance of an international publication continuously communicating the scientific reports presented at conferences and the results attained between conferences, in internationally used languages.

КОНГРЕСС ПО ТЕХНИКЕ ИЗМЕРЕНИЙ АКАДЕМИИ НАУК ВЕНГРИИ

Резюме

Отделением технических наук Академии наук Венгрии между 4 и 7 октября 1954 года был созван Конгресс по технике измерений. Конгресс был посвящен методам испытания материалов без их разрушения, пригодных для использования таковых в промышленности. На Конгрессе приняли участие ученые делегаты Советского Союза, Англии, Германской Демократической Республики, Чехословакии, Польши, Румынии и Болгарии. Заслушанные доклады были посвящены вопросам испытания макро- и микро-структуры, методам испытания при помощи ультразвука, спектроскопии, электронной оптики, электромагнитным методам испытаний и методам измерения колебаний.

Резолюция, принятая на Конгрессе, определяет, что методы испытания материалов без разрушения являются важными средствами промышленности; Конгресс счел необходимым и предложил, чтобы Президиум Академии наук Венгрии начал переговоры по поводу организации систематического сообщения и обсуждения выдающихся успехов, достигнутых в области испытания материалов без разрушения, далее — издания международных сообщений, излагающих методы испытания материалов без разрушения и, наконец, обмена достигнутых успехов путем личных связей.

CONGRÈS DE LA TECHNIQUE DU MESURAGE ORGANISÉ PAR L'ACADÉMIE HONGROISE DES SCIENCES

RÉSUMÉ

La Section des Sciences Techniques de l'Académie Hongroise des Sciences a organisé entre le 4 et le 7 octobre, 1954, le Congrès de la Technique du Mesurage. Le Congrès a discuté les méthodes d'essai des matériaux sans destruction applicables dans l'industrie. Au Congrès ont participé les savants délégués par l'Union Soviétique, la République Démocratique Allemande, la Tchécoslovaquie, la Pologne, la Roumanie et la Bulgarie. Les rapports présentés ont traité l'examen de la structure grosse et fine, les méthodes d'examen ultrasonique, la spectroscopie, l'optique électronique, les méthodes d'essai électromagnétique et du mesurage de vibrations.

Dans son projet de résolution le Congrès a établi que la méthode d'essai de matériaux sans destruction est un outil indispensable de l'industrie et a recommandé à la Présidence de l'Académie Hongroise des Sciences d'entrer en pourparler pour la publication et la discussion systématiques des résultats promineuts dans ce domaine, la publication d'études internationales sur ce sujet et l'échange d'expérience au moyen de rapports personnels.

DER KONGRESS FÜR MESSTECHNIK DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZUSAMMENFASSUNG

Die Klasse für technische Wissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften veranstaltete vom 4. bis 7. Oktober 1954 in Budapest den Kongress für Messtechnik. Der Kongress befasste sich mit den in der Industrie anwendbaren zerstörungsfreien Werkstoffprüfmethoden. Am Kongresse nahmen Wissenschaftler aus der Sowjetunion, aus Grossbritannien, aus der Deutschen Demokratischen Republik, aus der Tschechoslowakei, aus Polen, Rumänien und Bulgarien teil. Die einzelnen Referate beschäftigten sich mit den Grob- und Feinstrukturuntersuchungen, mit Ultraschall-Prüfmethoden, mit Spektroskopie, mit Elektronenoptik, mit elektromagnetischen Prüfmethoden und mit Schwingungsmessverfahren.

Der Kongress stellte in einem Resolutionsentwurf fest, dass die zerstörungsfreie Werkstoffprüfung ein unentbehrliches Mittel der Industrie darstellt. Aus diesem Grunde fand der Kongress für notwendig und schlug vor, dass das Präsidium der Ungarischen Akademie der Wissenschaften die notwendigen Massnahmen treffen solle, um die hervorragenden Ergebnisse auf dem Gebiete der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung zu veröffentlichen und ihre systematische Diskussion zu gewährleisten, ferner um internationale Mitteilungen über die Methoden der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung herauszugeben und schliesslich um zu ermöglichen, dass die Anwendung der erzielten Ergebnisse auch durch persönlichen Erfahrungsaustausch gefördert werde.

ERNST COTEL

(1879—1954)

Mit Schmerz empfangen die ungarischen Hüttenleute die Kunde vom Ableben Ernst Cotel. Cotel war Universitätsprofessor im Ruhestande, mit goldenem Diplom ausgezeichneter Ingenieur, Doktor der technischen Wissenschaften und einer der auch international bestbekanntesten ungarischen Hütteningenieure. Das Diplom eines Hütteningenieurs erwarb er im



Jahre 1902. In der Zeit von 1903 bis 1923 war er in verschiedenen Eisenwerken Ungarns als Ingenieur, Obergeringieur und technischer Direktor tätig. Im Jahre 1923 erhielt er eine Berufung an den Lehrstuhl für Eisenhüttenwesen der Hochschule für Berg- und Forstingenieure in Sopron und übte dieses Lehramt bis zum Jahre 1945 aus. In seiner Eigenschaft als Professor bekleidete er mehrmals das Amt eines Dekans und Rektors.

Cotel entfaltete eine rege literarische Tätigkeit. In den verschiedenen in- und ausländischen Fachzeitschriften erschienen ungefähr siebzig Beiträge aus seiner Feder. In seinen wissenschaftlichen Arbeiten befasste er sich vor allem mit den Erscheinungen des Walzens (Voreilung, Breitung, Arbeitsbedarf usw.), wobei seine auf diesem Gebiete erzielten Erfolge von der gesamten wissenschaftlichen Welt übernommen und geschätzt wurden. Schon im Jahre 1931 schlug er in deutscher Sprache die Verringerung der Höhe des Hochofenschachtes vor und auf dem 1935 in Paris abgehaltenen VII. Internationalen Berg- und Hüttenmännischen Kongress regte er die Schaffung einer internationalen Kommission an, die sich mit dieser Frage beschäftigen sollte. Diese Kommission wurde auch tatsächlich in den letzten Jahren ins Leben gerufen.

Im Jahre 1928 erschien sein Werk »Die Grundprinzipien des Walzens«, im Jahre 1933 sein Buch »Die Roheisenerzeugung« und im Jahre 1937 »Die Martinstahlerzeugung«, ferner war er Mitarbeiter des von der Ungarischen Akademie der Wissenschaften im Rahmen der Enzyklopädie für Hüttenwesen herausgegebenen Werkes »Roheisenerzeugung« (1955). Sein Werk »Die Grundlagen des Walzens« wurde auch in deutscher Sprache in Deutschland veröffentlicht und erzielte drei Auflagen (1930, 1951, 1953). Auch sein Werk über die Martinstahlerzeugung ist in deutscher Sprache erschienen.

Mit Ernst Cotel hat sich ein guter Professor, ein guter Kollege, ein erstklassiger Fachmann und ausgezeichnete Gelehrter von uns entfernt. Wir werden sein Andenken mit Liebe und Stolz bewahren.

ЭРНЁ КОТЕЛЬ

(1879—1954)

Эрнё Котель — профессор, инженер, награжденный золотым дипломом, доктор технических наук и один из наиболее известных за границей венгерских инженеров-металлургов. В 1902 г. Эрнё Котель окончил институт по курсу черной металлургии и получил диплом инженера-металлурга. С 1903 г. по 1923 г. он работал на различных заводах черной металлургии Венгрии в качестве инженера, главного инженера и технического директора. В 1923 г. Эрнё Котель был приглашен в качестве профессора Кафедры черной металлургии при Шопронском горном и лесном институте; на этом посту он работает до 1945 г. За это время он часто заполнял пост декана и ректора.

Эрнё Котель плодотворно работал в области технической литературы и оставил богатое наследство своих трудов. Им опубликовано в отечественных и зарубежных технических журналах до семидесяти трудов. Опубликованные им научные труды были посвящены, в первую очередь, вопросам прокатки (опережение, раздача, потребная мощность и т. д.) и достигнутые им в этой области успехи были переняты и оценены соответствующим образом всем научным миром. В 1931 г. им была опубликована статья на немецком языке, в которой он предлагал уменьшить высоту шахты доменной печи, и на VII-ом Международном конгрессе металлургов в Париже предложил создать комиссию, занимающуюся этим вопросом. Своей инициативой им указан один из путей дальнейшего развития производства доменного чугуна.

В 1928 г. вышла из печати книга Эрнё Котеля «Основы прокатки», в 1933 г. «Производство доменного чугуна» и в 1937 г. «Производство мартеновской стали». Далее, он сотрудничал в написании тома «Производство доменного чугуна», входящего в издаваемый Академией наук Венгрии «Энциклопедический справочник по черной металлургии». Книга Эрнё Котеля «Основы прокатки» вышла изданием на немецком языке в Германии (1930) и переиздавалась два раза (1951, 1953). На немецком языке издана также книга «Производство мартеновской стали».

Смертью Эрнё Котеля мы потеряли высокообразованного профессора, прекрасного коллегу, первоклассного специалиста и выдающегося ученого. Его смерть — большая утрата венгерских металлургов. Память о нем мы будем хранить в наших сердцах с любовью и гордостью.

ERNEST COTEL

(1879—1954)

The death of Ernest Cotel deeply afflicted Hungary's metallurgists.

Ernest Cotel, professor emeritus, owner of the golden diploma of engineering, doctor of technical sciences, was one of the Hungarian metallurgical engineers whose name was internationally known. He received his degree in metallurgical engineering in 1902. From 1903 until 1923, he worked in turns as engineer, chief engineer and technical manager in various Hungarian ironworks. In 1923, he was invited to the chair of iron-metallurgy at the College of Mines and Forestry, Sopron, and held that position until 1945. During that time, he was repeatedly dean of the faculty and rector of the University.

Professor Cotel left a rich literary legacy: about seventy publications in Hungarian and foreign scientific periodicals. He was chiefly concerned with problems of rolling (forward slip, spreading, power demand etc.) and his results were adopted and appreciated by the entire scientific world. As early as in 1931, in a German treatise, he recommended the reduction of the height of blast furnace stacks and in 1935, at the 7th International Congress of Mining and Metallurgy in Paris, he proposed the formation of an international committee for the study of the problem. His initiative pointed out, in a way, the development of pig-iron manufacturing.

His book on the «Fundamentals of Rolling» appeared in 1928, another one on «Pig Iron Manufacturing» in 1933, and a third one on «The Open-Hearth Process of Steel Manufacturing» in 1937. He was co-author of the volume «Pig Iron Manufacturing» of the «Encyclopedia of Iron Metallurgy» published by the Hungarian Academy of Sciences in 1955. His book «Die Grundlagen des Walzens» was published in Germany in three editions (1930, 1951, 1953); also his book on the open-hearth process was published in German.

In Ernest Cotel, we lost an excellent professor, a good colleague, an outstanding expert and a great scientist. His loss will be severely felt by Hungary's metallurgists, who guard his memory with pride and affection.

ERNEST COTEL

(1879—1954)

La société des métallurgistes hongrois a accueilli avec douleur la nouvelle de la mort d'Ernest Cotel. Ernest Cotel professeur retraité, possesseur du diplôme d'or docteur des sciences techniques, était en relation internationale un des ingénieurs métallurgistes les plus renommés.

C'est en 1902 qu'il obtient son diplôme d'ingénieur de métallurgie. De 1903 à 1923 il exerce les fonctions d'ingénieur en chef et de directeur technique dans les diverses forges de la Hongrie. En 1923 il est invité à l'École Supérieure Minière et Forestière de Sopron où il occupe le poste de professeur jusqu'en 1945. En sa qualité de professeur il remplit à plusieurs reprises la charge de doyen et de recteur.

Ernest Cotel a développé une activité littéraire féconde. Il publia environ soixante dix études dans les périodiques scientifiques hongrois et étrangers. Dans ses études scientifiques il traite en premier lieu des éléments du laminage (avance, élargissement, demande de puissance etc.) ses résultats atteints dans ce domaine furent acceptés et appréciés par le monde scientifique entier. Déjà en 1931 il proposa en langue allemande de diminuer la hauteur de la cuve du haut fourneau. En 1935 au VII^e Congrès international de métallurgie qui eut lieu à Paris il a recommandé la constitution d'un comité international pour la discussion de ces problèmes. Par cette initiative il a pour ainsi dire frayé une voie nouvelle à la sidérurgie.

Son livre «Les principes fondamentaux du laminage» fût publié en 1928, «La sidérurgie» en 1933 et «La fabrication de l'acier Martin» en 1937; en outre il collabora au volume «La sidérurgie» de l'Encyclopédie Métallurgique paru en 1955. Son oeuvre «Die Grundlagen des Walzens» publiée en Allemagne en langue allemande atteignit trois éditions (1930, 1951, 1953). Son livre sur la fabrication de l'acier Martin parut également en langue allemande. Dans la personne d'Ernest Cotel nous avons perdu un bon maître, un bon collègue, un expert de premier ordre et un savant éminent. Sa mort est une grande perte pour la Société des Métallurgistes Hongrois. Nous conserverons sa mémoire avec affection et orgueil.

BERICHTIGUNG

Die deutsche »Zusammenfassung« der Abhandlung des Prof. Dr. Ing. H. Craemer (Lahore) erschienen in dieser Zeitschrift, Band X (1955) S. 82, enthielt bedauerlicherweise Irrtümer. Sie sollte folgendermassen lauten:

IRRTÜMER UND WIDERSPRÜCHE IN DER THEORIE DER PLASTIZITÄT

Prof. Dr. Ing. H. CRAEMER (LAHORE)

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird — im Gegensatz zu einigen Autoren — festgestellt, dass die Kurven, die die Verhältnisse zwischen *a*) Dehnungsbeanspruchung und Zugspannung (bei Zug), *b*) Belastung und Längenausdehnung der Randfasern (bei Biegung) und *c*) Belastung und Deformation (bei Biegung) darstellen, des öfteren mit einander verwechselt werden. Imaginäre plastische Gelenke unter Einzelbelastungen können nur dann richtig behandelt werden, wenn die Belastung als auf eine zwar kleine, doch immerhin endliche Strecke einwirkend aufgefasst wird. Die Verträglichkeitsbedingungen sind für alle Dehnungsbeanspruchung Zugspannung—Gesetzmässigkeiten von Gültigkeit.* In statisch unbestimmten Konstruktionen wird die volle Plastizierung in den am meisten beanspruchten Querschnitten gleichzeitig erreicht. Eine Kompensation der Momente kann nicht erfolgen, bevor dieser Zustand eingetreten ist.

Les Acta Technica paraissent en russe, français, anglais et allemand et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction et écrits à la machine à l'adresse suivante :

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultúra» (Budapest, VI., Sztálin út 21. Compte-courant No.: 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in Russian, French, English and German.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be typed and addressed to :

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica, is 110 forints a volume. Orders may be placed with «Kultúra» Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest, VI., Sztálin út 21. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in russischer, französischer, englischer und deutscher Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind, mit Maschine geschrieben, an folgende Adresse zu senden :

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aus-senhandels-Unternehmen «Kultúra» (Budapest, VI., Sztálin út 21. Bankkonto Nr. 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

INDEX

- Csellár, Ö., Éliás, É.*: Voilement des plaques minces en cas d'une courbure initiale — *Челлар, Э. и Элиаш, Э.*: Вмятие тонких пластин в случае начальной кривизны — Buckling of Thin Plates in Case of Initial Curvature — Die Beulung dünner Platten bei anfänglicher Wölbung 289
- Dénes, O.*: Die Einstellung durchlaufender Balkenbrücken auf Grund von Stützpunktreaktionsmessungen — *Денеш, О.*: Выверка многоопорных балок на основе измерения величины противодействующих сил в точке опоры — Adjustment of Continuous Trusses by Reaction Measurements — Ajustement des poutres continues en treillis à la base de la mesure des réactions 317
- Horváth, Z., Wieder, N., Horváth, A.*: Reduction in Coal Gas of High-Iron and Silica Bauxite of Szöc (Hungary). Magnetic Separation of Red Mud Obtained by Bayer-Method — *Хорват, З., Видер, Н. и Хорват, А.*: Восстановление боксита месторождения Сёц, богатого железом и кремнекислотой, в токе осветительного газа и магнитное отделение красного шлама, полученного процессом Байера — Réduction de la bauxite riche en fer et en silice de la mine de Szöc dans un courant de gaz d'éclairage et séparation magnétique de la boue rouge obtenue par le procédé Bayer — Die Reduktion des eisen- und kieselsäurereichen Bauxits von Szöc im Leuchtgasstrom und seine magnetische Trennung von dem durch das Bayer-Verfahren erhaltenen Rotschlamm 363
- Tegze, M., Frau M. Tegze*: Einfluss der Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit auf die Diffusion innerhalb des Rübenkörpers — *Тегзе, М. и Тегзе, Ю.*: Влияние скорости движения тока жидкости на диффузию сахара в свекловичной стружке — Influence of the Velocity of Fluid Flow on Sugar Diffusion in Cossettes — L'influence de la vitesse de courant du liquide sur la diffusion de sucre à l'intérieur du tissu de la betterave 405
- Litvai, E.*: Determination of the Ejector-Loss Coefficient — *Литвай, Э.*: Определение коэффициента потерь инжектора — Détermination du coefficient de perte des éjecteurs — Die Bestimmung des Verlustfaktors beim Injektor 415
- Csonka, P.*: Calculation of Calotte Shells over Rectangular Bases — *Чонка, П.*: Расчет сферической оболочки с прямоугольно четырехугольным планом — Procédé de calcul des voiles en forme de calotte construits sur des plans rectangulaires — Berechnungsmethode für Kappenschalen über rechteckigem Grundriss 427
- Kalitzin, G. St.*: Die Begründung der Getriebelehre durch die Mengenlehre — *Калицин, Г. С.*: Обоснование теории механизмов посредством теории множеств — Buildup of the Theory of Mechanisms on the Theory of Multiplicities — Motivation de la théorie des mécanismes par la théorie des ensembles 441
- Kalitzin, G. St.*: Gruppentheoretische Eigenschaften der Getriebe und Anwendung der Matrizenrechnung zur Berechnung von Getrieben — *Калицин, Г. С.*: Групповые свойства механизмов и применение матричного исчисления для решения механизмов — Group Properties of Mechanisms and Application of the Matrix Theory to Resolving Mechanism Problems — Propriétés relevant de la théorie des groupes des mécanismes et application de la méthode des matrices au calcul des mécanismes 449
- Geleji, A.*: Die Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs beim Kaltpilgern von Rohren — *Гелейи, А.*: Холодная протяжка труб. Определение возникающих усилий и мощности — Cold Roll-Drawing of Tubing. Forces Developed and Power Demand — Étirage à froid de tubes au laminoir à pas de pélerin. Efforts développés et demande de force motrice 461
- Conference on Measurement Technics Convened by the Hungarian Academy of Sciences — Конгресс по технике измерений Академии Наук Венгрии — Congrès de la technique de mesurage organisé par l'Académie Hongroise des Sciences — Der Kongress für Messtechnik der Ungarischen Akademie der Wissenschaften 479
- Ernst Cotel (1879–1954) — Эрнэ Котел (1879–1954) 485