Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

25. szám 2022. szeptember

2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

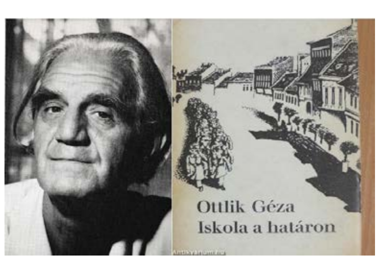
Háromszintű érettségi? − Vitaindító!

2 x 2 = 3, avagy hogyan lehetne kettő helyett háromszintű az érettségi matematikából? *Csapodi Csaba* és *Koncz Levente* több éve foglalkoznak a matematika érettségi rendszerével, feladatsoraival és tapasztalataival, statisztikáival. Kutatásaikon alapuló, megalapozott vitaindító ötlettel állnak most elő, amelyre várják az érintettek véleményét. Arra kíváncsiak, hogy a matematikatanári társadalom mit gondol javaslatukról szakmai, módszertani szempontból. Miért lenne hasznos a háromszintű matematika érettségi? Íme...

2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Őszi versenyek, rendezvények, határidők

Néhány szeptemberben–októberben esedékes rendezvényre szeretnénk felhívni olvasóink figyelmét, a Kutatók Éjszakájára, az Álmok Álmodói 20 kiállításra, a KöMaL Ankétra, a Varga Tamás Módszertani Napokra. Mostanában kell regisztrálni a 2022/23. tanév hagyományos matematikaversenyeire is, és ideje felterjeszteni a legkiválóbb pedagógusokat a Rátz Tanár Úr Díjra. Tovább…



2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

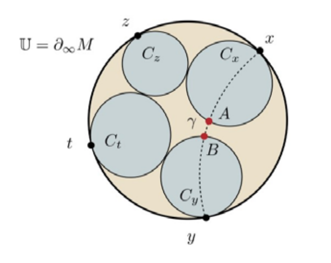
Fejér Lipót tanítványa voltam

Ottlik Géza (1912–1990) nemcsak Kossuth- és József Attila-díjas író, műfordító, de kiemelkedő tudású bridzsversenyző, valamint világhírű szakíró, a bridzsjáték megújítója volt. Fiatal korának helyszíne, az „Iskola a határon” sokak által ismert, de azt már kevesebben tudják, hogy az egyetemet matematika-fizika szakon végezte el Fejér Lipót tanítványaként. Életrajzi írásaiból az erre vonatkozó részleteket a Magyar Elektronikus Könyvtárból Lengyel Péter író (Ottlik jogörököse) engedélyével közöljük.

2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

IMO 2022 OSLO

A 2022-es oslói Nemzetközi Matematikai Diákolimpiai felkészülésről, a versenyt megelőző utolsó edzőtáborról, és magáról az IMO versenyről ír *Dobos Sándor*, a magyar csapat helyettes vezetője. A szakkört tartók, dolgozatokat javítók, koordinátorok, szervezők hosszú névsora mutatja, hogy azok, akik a korábbi évek versenyzői voltak, szinte kivétel nélkül önzetlenül segítik a mostani olimpikonokat, és ez a szép hagyomány egy széleskörű, összetartó fiatal matematikus generáció felnövekvését tudja támogatni. Tovább...



2022. SZEPTEMBER, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

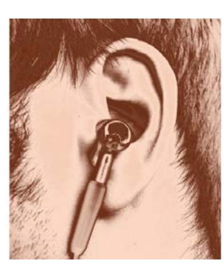
Mi is...egy kettősviszony?

A klasszikus kettősviszony fogalmának általánosításain keresztül *François Labourie* – eredetileg a Notices of the AMS folyóiratban megjelent – cikke betekintést nyújt a negatív görbületű felületek geometriájának és fundamentális csoportjuk ábrázolásainak, valamint a hiperbolikus dinamika néhány, ma is aktívan vizsgált témájába.. A *szöveget* fordította és megjegyzésekkel ellátta: *Szabó Szilárd.* Tovább...

2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa, ICM 2022

A 2022-es ICM, a matematikusok legjelentősebb konferenciája virtuálisan, és eddig példátlanul magas, 7000 fős részvétel mellett zajlott. Ám a személyes találkozás és a közösségi élmény még a legmodernebb technológiák használata mellett is pótolhatatlan. A Nature fotóján *Maryna Viazovska*, a második matematikus nő, aki megkapta a Fields-érmet, amit a kongresszus keretében vehetett át. *Földvári Viktória* cikke következik.



2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Zene matematikus füllel

Mitől találunk szépnek valamit? Az ember ősidők óta keresi a választ erre a kérdésre. Talán mindnyájan érezzük, hogy csakugyan, mint egy andalító dallam elvezethez, a szépség megélésének is elengedhetetlen a harmónia. A konszonancia és a disszonancia matematikai leírásához *Szendi Ágoston* matematikus MSc hallgató bevezetett egy mérőszámot és egy távolság fogalmat, amelyet először relatív prím frekvenciák között definiált. Írása egyaránt érdekelheti a zenében jártasakat és jártatlanokat is. Tovább...

2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

Sikeres Vándorgyűlés Egerben

Nagy várakozás előzte meg a matematikatanárok idei Rátz László Vándorgyűlését, hiszen az előző két évben a pandémia lehetetlenné tette a személyes megjelenést e nagy hagyományokkal rendelkező, rangos szakmai konferencián. A 2022-es egri Vándorgyűlésen több, mint 200 fő jelent meg, ami köszönhető a választott központi témának, az időben nyilvánosságra hozott neves előadóknak és az inspiráló történelmi helyszínnek. Az alsó tagozatos szekcióról *Kulman Katalin*, a felső tagozatosról *Ács Katalin* és *Juhász Nándor*, a középiskolai szekcióról pedig *Bíró Bálint* számol be.

2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

A Mesés Regula és a központi felvételi

„Ebben a cikkben röviden összefoglalom azokat a lehetőségeket, amelyeket a *Regula Falsi* módszerének alkalmazása jelent az általános iskolai oktatásban. Mutatok néhány megoldási ötletet a 8. osztályos matematika felvételi feladatsorokban található szöveges feladatok megoldására. Mivel a felvételin a szöveges feladatok megoldása sok tanuló számára jelent nehézséget, ezért vetettem fel azt az ötletet, hogy a Regula Falsi módszerét érdemes implementálni a magyar oktatási gyakorlatba.” – írja bevezetőjében *Fülöp Zsolt*. Tovább...

2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Ugródeszkák matek szakon – Windhager-Pokol Eszter

Egy konzultációs cég adattudós csapatának vezetője, alkalmazott matematikus végzettségű kétgyerekes anyuka, *Windhager-Pokol Eszter* az Ugródeszkák matek szakon sorozat 3. részének interjúalanya, akivel a munkájával kapcsolatos kihívásokról *Bérczi-Kovács Erika* beszélgetett.

2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

ELTE-hallgatók az idei nemzetközi matematikaversenyeken

Hosszú évek óta az ELTE matematikus hallgatói − talán a középiskolai hagyományok folytatásaként − egyetemista korukban is szívesen vesznek részt versenyeken. Az elmúlt húszegynéhány évben alapvetően két nemzetközi versenysorozaton szerepeltek. Az egyik a csehországi Ostravában megrendezésre kerülő, Vojtěch Jarník nemzetközi matematikaverseny, a másik a bulgáriai Blagoevgradban az IMC versenye. *Ágoston Tamás*, az ELTE-csapat vezetője ismertet meg bennünket az idei rendezvényekkel.

2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Varga Richárd (Richard S. Varga) emlékére

2022. február 25-én 93 éves korában elhunyt Varga Richárd amerikai matematikus, az alkalmazott matematika, és ezen belül a numerikus matematika egyik kiemelkedő alakja. Matrix Iterative Analysis című könyve a numerikus analízis egyik alapműve. Ricsi bácsi mindig büszke volt magyar származására, rendszeres kapcsolatot tartott a hazai matematikai élettel. *Faragó István* és *Horváth Róbert* emlékezik meg róla.

2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Rényi Alfréd centenáriumi konferencia

A hazai és a nemzetközi matematikai közösség Rényi Alfréd születésének századik évfordulóját ünnepelte – 2022 nyarára elhalasztva – egy nagyszabású konferencia keretében a Magyar Tudományos Akadémián. A rangos esemény kiváló lehetőséget biztosított az eszmecserére és új együttműködések kialakítására a matematika legújabb eredményeihez kapcsolódóan, amelyek jóval Rényi Alfréd halála után váltak önálló kutatási ággá, megalapozásukhoz mégis alapvetően járult hozzá a konferencia névadója. Következik *Bálint Péter* és *Ráth Balázs* beszámolója.

2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

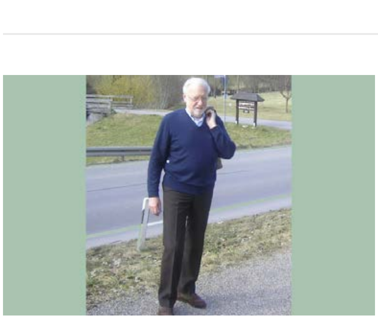
Hogyan lettem adattudós?

Azok az adattudósok a legkeresettebbek, akik az adattudomány minden aspektusával tisztában vannak, valamint egy-két részterületen specialistának számítanak. Némi felkészüléssel az adattudomány szépen elérhető karriert jelenthet matematika szakos hallgatók számára − írta az Illinois-i Egyetemen doktorált fiatal matematikus nő. E cikk megírásakor *Bolor Turmunkh* addattudósként dolgozott Chicagóban. Azóta Cupertinóba költözött, ahol az Apple-nél a gépi tanulás mérnök menedzsere. Tovább...

2022. SZEPTEMBER, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Matematikai könyvek ellenőrzött gépi fordítása

A gépi fordításban elért legújabb eredményeknek köszönhetően az automatikus fordítások minőségének javulása lehetővé teszi szakszövegek gyors átültetését számos nyelvre. A DeepL Translator neurális gépi fordítási szolgáltatás 2017-ben indult el hét nyelvvel, és 2021-re 13 európai nyelv között megjelent a magyar is. *Nicolas Bacaër* és *Dénes Attila*, „A matematikai populációdinamika rövid története” szerzője, illetve fordítója osztja meg tapasztalatait.



2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Owe Axelsson (1934–2022)

Ez év júniusában, 88 éves korában elhunyt Owe Axelsson, a numerikus analízis és a lineáris algebra kiemelkedő kutatója. A numerikus módszerek számtalan területén alkotott jelentőset, alapvető eredményeket ért el a numerikus lineáris algebrában, felkerült az ISI Highly Cited Mathematicians listájára is. *Faragó István* és *Karátson János* a következő sorokkal emlékeznek kiváló kollegájukra.

2022. SZEPTEMBER, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A végeselem-módszer és folyadékdinamikai alkalmazásai

A szokásostól eltérően ez egy olyan mű, amely sem nem magyar nyelvű, sem nem friss. Azonban több szempontból is igen hasznos olvasnivaló az alkalmazott matematika egy nevezetes területéről. A szerzők célja volt, hogy mind matematikusok, mind az elmélet iránt is érdeklődő mérnökök meríthessenek az anyag megfelelő részeiből..Elman, H. C., Silvester,D. J., Wathen, A. J.: *Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics* című könyvét *Karátson János* ismerteti.

Nemzeti Kulturális Alap
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A **HÍREK – ÚJDONSÁGOK** ROVAT A MATEMATIKÁHOZ ÉS A BOLYAI TÁRSULATHOZ KAPCSOLÓDÓ ESEMÉNYEKRŐL, ÚJDONSÁGOKRÓL SZÓL. (ROVATSZERKESZTŐ: *RÁKÓCZI ILDIKÓ.)*

Szerkesztő
2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Őszi versenyek, rendezvények, határidők

Néhány szeptemberben–októberben esedékes rendezvényre szeretnénk felhívni olvasóink figyelmét, a Kutatók Éjszakájára, az Álmok Álmodói 20 kiállításra, a KöMaL Ankétra, a Varga Tamás Módszertani Napokra. Mostanában kell regisztrálni a 2022/23. tanév hagyományos matematikaversenyeire is, és ideje felterjeszteni a legkiválóbb pedagógusokat a Rátz Tanár Úr Díjra. Tovább…

Földvári Viktória
2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa, ICM 2022

A 2022-es ICM, a matematikusok legjelentősebb konferenciája virtuálisan, és eddig példátlanul magas, 7000 fős részvétel mellett zajlott. Ám a személyes találkozás és a közösségi élmény még a legmodernebb technológiák használata mellett is pótolhatatlan. A Nature fotóján *Maryna Viazovska*, a második matematikus nő, aki megkapta a Fields-érmet, amit a kongresszus keretében vehetett át. *Földvári Viktória* cikke következik.

Ágoston Tamás
2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

ELTE-hallgatók az idei nemzetközi matematikaversenyeken

Hosszú évek óta az ELTE matematikus hallgatói – talán a középiskolai hagyományok folytatásaként – egyetemista korukban is szívesen vesznek részt versenyeken. Az elmúlt húszegynéhány évben alapvetően két nemzetközi versenysorozaton szerepeltek. Az egyik a csehországi Ostravában megrendezésre kerülő, Vojtěch Jarník nemzetközi matematikaverseny, a másik a bulgáriai Blagoevgradban az IMC versenye. *Ágoston Tamás*, az ELTE-csapat vezetője ismertet meg bennünket az idei rendezvényekkel.

Bálint Péter, Ráth Balázs
2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Rényi Alfréd centenáriumi konferencia

A hazai és a nemzetközi matematikai közösség Rényi Alfréd születésének századik évfordulóját ünnepelte – 2022 nyarára elhalaszva – egy nagyszabású konferencia keretében a Magyar Tudományos Akadémián. A rangos esemény kiváló lehetőséget biztosított az eszmecserére és új együttműködések kialakítására a matematika legújabb eredményeihez kapcsolódóan, amelyek jóval Rényi Alfréd halála után váltak önálló kutatási ággá, megalapozásukhoz mégis alapvetően járult hozzá a konferencia névadója. Következik *Bálint Péter* és *Ráth Balázs* beszámolója.

Dobos Sándor
2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

IMO 2022 OSLO

A 2022-es oslói Nemzetközi Matematikai Diákolimpiai felkészülésről, a versenyt megelőző utolsó edzőtáborról, és magáról az IMO versenyről ír *Dobos Sándor*, a magyar csapat helyettes vezetője. A szakkört tartók, dolgozatokat javítók, koordinátorok, szervezők hosszú névsora mutatja, hogy azok, akik a korábbi évek versenyzői voltak, szinte kivétel nélkül önzetlenül segítik a mostani olimpikonokat, és ez a szép hagyomány egy széleskörű, összetartó fiatal matematikus generáció felnövekvését tudja támogatni. Tovább...

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

Őszi versenyek, rendezvények, határidők

Ebben az évben is országosan több városban, egyetemen és kutatóhelyeken rendezik meg a **Kutatók Éjszakáját szeptember 30. – október 1-ig.** Minden információ megtalálható a https://kutatokejszakaja.hu/ honlapon.

Az **Álmok Álmodói 20** kiállítás 2023. január 31-ig tart nyitva a Millenárison: https://millenaris.hu/almokalmodoi. Gazda István tudománytörténésszel, a tárlat vezető kurátorával készült interjú: https://tehetseg.hu/aktualis-interjuk/valora-valt-magyar-almok.

2022. szeptember 29-én megnyitja kapuit a **27. Budapesti Nemzetközi Könyvfesztivál.** Ebből az alkalomból az „Álmok Álmodói 20" tudományos kiállítás kiemelt akcióval várja az olvasás szerelmeseit a Millenárison október 2-ig.

Október 6-án éjfélig lehet felterjeszteni **Rátz Tanár Úr Díjra** azokat a kiemelkedő teljesítményű pedagógusokat, akik példaképek lehetnek a fiatal tanárok számára is.

A díjra diákok, pedagógusok, magánszemélyek és szervezetek is jelölhetnek a közoktatás 5-12. évfolyamain biológiát, matematikát, fizikát vagy kémiát tanító, vagy egykor tanító tanárokat. A felterjesztés az alapítvány honlapján keresztül zajlik egy pályázati adatlap kitöltésével.

Az idei évtől 2 millió forintot kapnak az Alapítvány a Magyar Természettudományos Oktatásért kuratóriumának döntése alapján kitüntetett pedagógusok. Az alapítványt 22 éve az Ericsson Magyarország, a Graphisoft és a Richter Gedeon cég hozta létre, és azóta 160 pedagógus részesült az elismerésben.

A **Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok** idei **Ifjúsági Ankétja október 28–29-én** lesz, a tervek szerint hagyományosan az ELTE TTK Északi épületében. Amennyiben a helyszín változik, azt a www.komal.hu honlapján közzé teszik, ott jelentetik meg az előadások és a díjkiosztó ünnepség programját is október második felében.

A KöMaL K pontversenye, ami a 8. osztályosok számára az Abacus versennyel részben közös, és eddig csak 7 fordulós volt, az idei tanévtől a többi versennyel megegyező módon 9 fordulóban, azaz szeptembertől májusig tart.

2022. szeptemberétől színesedik a KöMaL: teljes tartalmában színes ábrákkal illusztrált tartalom várja az olvasókat. A folyóiratot a honlapon keresztül lehet megrendelni, a versenyzőknek regisztrálniuk kell, nevezni pedig az első dolgozatuk beküldésével lehet.

Az **Abacus folyóirat versenyére** a nevezési határidő: **2022. november 5**.

A **Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt 2022. október 7-én** (pénteken) 14.00 órai kezdettel rendezi a Bolyai János Matematikai Társulat középiskolai tanulóknak, illetve 2022-ben érettségizetteknek. A diákoknak regisztrálniuk kell legkésőbb 2022. október 5-én (szerdán) 16.00 óráig a https://forms.gle/YdoBSzcd38bLNsCc7 linken található regisztrációs űrlap kitöltésével. A versenyfelhívás és minden további tudnivaló: https://www.bolyai.hu/versenyek-kurschak-jozsef-matematikai-tanuloverseny/.

Több hagyományos tanulóversenyre is szeptember-október folyamán kell benevezni, a részletes információk megtalálhatók a versenyt szervezők honlapján:

- **Bolyai csapatverseny**: bolyaiverseny.hu
- **OKTV**: oktatas.hu
- **Kenguru**: zalamat.hu
- **Varga Tamás és Zrínyi Ilona versenyek**: mategye.hu
- **Arany Dániel**: bolyai.hu
- **Kalmár László**: titkalmarlaszlomatematikaverseny.hu.

Elindult a jelentkezés a 2022/23-as tanévi Medve Szabadtéri Versenyekre is, az őszi forduló az ország 160 pontján már meglévő Medve Matek GO pályák bármelyikén lejátszható. **Az őszi verseny szeptember 26. és október 2. között** egy szabadon választott időpontban, akár dupla matekórán, vagy iskola után is teljesíthető.

A **Logirintus** kalandjátékra **december 5–9.** között új pályákkal és történetekkel várják az érdeklődő 3-12. osztályos diákokat. Részletek a versenyekről és nevezés**:** medvematek.hu.

Az **Erdős Iskola** első foglalkozásának időpontja: 2022. szeptember 30. − október 2. Regisztrálni **2022. szeptember 17-ig** lehet: https://erdosiskola.mik.uni-pannon.hu/.

A **Varga Tamás Módszertani Napok** időpontja **2022. november 4–5.** Az előadások egy része jelenléti, más része online formában lesz megtartva. Előadónak október 10-ig lehet jelentkezni a csapodi.csaba@ttk.elte.hu email címen. A további információkat, a regisztráció módját és a programot október 20. után hirdetik meg.

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Földvári Viktória 2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa, ICM 2022

Rendhagyó módon, virtuálisan került sor a 2022-es Matematikusok Nemzetközi Kongresszusára (International Congress of Mathematicians, ICM).

A július 6-a és 14-e között zajló világkongresszust a matematikusok legjelentősebb konferenciájaként, e tudomány ünnepeként tartjuk számon. Négyévente kerül megrendezésre változó helyszíneken, és a matematika szinte minden területét felvonultatja előadások, tanácskozások és számos egyéb kísérő rendezvény formájában. Az ideit eredetileg Szentpéterváron szervezték volna, ám az orosz-ukrán háború miatt a Nemzetközi Matematikai Unió (International Mathematical Union, IMU) februárban úgy határozott, hogy online rendezik meg.

Természetesen ily módon egészen más hangulatúvá vált az esemény: a személyes találkozás mindig is fontos része volt a kapcsolatok építésének, és a mai modern technológia mellett is pótolhatatlan szerepet játszik a tudományos együttműködések megalapozásában. A szünetekben zajló beszélgetéseken és a közös asztal fölötti együtt gondolkodáson kívül a változatos szórakoztató programokról is nagyrészt le kellett mondania idén a közönségnek (összehasonlításképpen idézzük csak fel Maga Péter beszámolóját a 2018-as kongresszusról).

Ennek ellenére a 2022-es ICM eddig példátlan sikerként is elkönyvelhető: a virtuális eseményre sem regisztrációs díjat, sem utazási költséget nem kellett fizetni az érdeklődőknek, aminek köszönhetően a kongresszuson megszokott 3-4000 résztvevő helyett idén a 7000-ben korlátozott regisztrált helyek is gyorsan beteltek – nyilatkozta Helge Holden, az IMU főtitkára. Ráadásul az online előadások utólag is elérhetőek, így azokat nemcsak a kongresszusra regisztrált matematikusok, hanem bárki megtekintheti a következő oldalon: International Mathematical Union - YouTube

Ahogy arról korábban beszámoltunk, az előadók között idén is több magyart üdvözölhettünk: Abért Miklóst, Hausel Tamást, Lugosi Gábort és Varjú Pétert. Rövid bemutatásukat a júniusi számban olvashatták.

Hagyományosan az ICM keretei között adnak át néhány igen rangos matematikai elismerést. A díjátadó ceremónia szerencsére idén sem volt kevésbé fényes a szokásosnál, mivel azt az IMU a virtuális kongresszus ellenére is személyes részvétellel tartotta Helsinkiben. Így 600 jelenlévő és több ezer online résztvevő követhette a július 5-i ünnepséget, majd másnap a díjazottak előadását. A kitüntetések közül a leginkább közismert a *Fields-érem*, amit négyévente legfeljebb négy, 40 évesnél nem idősebb matematikus kaphat kiemelkedő eredményeiért. Idén Hugo Duminil-Copin (francia, Genfi Egyetem) fázisátalakulásokkal kapcsolatos, a statisztikus fizikában régóta fennálló problémák megoldásáért; June Huh (koreai-amerikai, Princetoni Egyetem) a Hodge-elméletben megjelenő ötletek kombinatorikai alkalmazásáért és számos fontos sejtés bizonyításáért; James Maynard (angol, Oxfordi Egyetem) az analitikus számelmélethez való hozzájárulásáért, amely nagyban segíti a prímszámok szerkezetének megértését és a diofantikus közelítést; valamint Maryna Viazovska (ukrán, École Polytechnique Fédérale de Lausanne) 8-dimenziós gömbök legsűrűbb elrendezésének leírásáért, továbbá Fourier-analízisbeli problémák megoldásáért részesülhetett az elismerésben. Említésre méltó, hogy a Fields-érem 1936 óta tartó története során Maryna Viazovska a második nő, aki elnyerte ezt a kitüntetést Maryam Mirzakhani (2014) után.

Az ICM-en átadott másik négy hatalmas presztízsű elismerés közül a *Chern-érmet* négyévente egy-egy olyan személy kaphatja, akit az IMU bizottsága a matematika terén nyújtott teljesítménye alapján a legmagasabb kitüntetésre érdemesnek talál. Idén Barry Mazur amerikai matematikus, a Harvard Egyetem professzora vehette át. Az *Abacus-érmet* a számítástudományok matematikai vonatkozásiban elért kimagasló eredményekért ítélik oda négyévente egy, legfeljebb 40 éves tudósnak. Az idei díjazott Mark Braverman izraeli matematikus (Princetoni Egyetem). A *Carl Friedrich Gauss-díjban* olyan tudós részesülhet, akinek matematikai eredményei fontossá váltak valamilyen matematikán kívüli alkalmazásban is. A 2022-es kitüntetett Elliott H. Lieb amerikai matematikus, szintén a Princetoni Egyetem professzora. A matematika tudományterület népszerűsítéséért járó *Leelavati-díjat* Nikolai Andreev orosz matematikus (Orosz Tudományos Akadémia) kapta munkásságáért.

A Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa idén is nagyszabású és sikeres rendezvényként zárult. Olyannyira, hogy az IMU tervei szerint a jövőben is felvétel készül majd az előadásokról, hogy azok a nagyközönség számára is elérhetővé váljanak. Ugyanakkor Helge Holden főtitkár egy interjú során azt nyilatkozta, soha többé nem szeretnének virtuális kongresszust rendezni, hiszen a személyes találkozás és a közösségi élmény még a legmodernebb technológiák használata mellett is pótolhatatlan. Bízzunk benne, hogy erre nem is lesz szükség, és a 2026-os Philadelphiában megrendezendő ICM-re – remélhetőleg magyar neveket is a programra tűzve – ismét a megszokott jelenléti formában kerülhet sor!

Földvári Viktória

Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Ágoston Tamás 2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

ELTE-hallgatók az idei nemzetközi matematikaversenyeken

Hosszú évek óta az ELTE matematikus hallgatói – talán a középiskolai hagyományok folytatásaként – egyetemista korukban is szívesen vesznek részt versenyeken. Az elmúlt húszegynéhány évben alapvetően két nemzetközi versenysorozaton szerepeltek. Az egyik a kora tavasszal a csehországi Ostravában megrendezésre kerülő, Vojtěch Jarníkról elnevezett nemzetközi matematikaverseny (**Vojtěch Jarník International Mathematical Competition**, honlapja: https://vjimc.osu.cz/), amelyből két év COVID-okozta kényszerszünet után az idén rendezték a harmincadikat. A másik a többnyire bulgáriai helyszínnel megrendezett nemzetközi matematikaverseny (**International Mathematics Competition for University Students**, honlapja: https://www.imc-math.org.uk/), amelyből idén rendezték a huszonkilencediket. Ez utóbbi verseny 2020-ban és 2021-ben sem szünetelt, de a versenyt sok más rendezvényhez hasonlóan az online térbe helyezték át. Az idén örvendetes módon ismét sikerült jelenléti formában (is) megrendezni a hagyományos helyszínen, a bulgáriai Blagoevgradban. (Az IMC-ről egyébként bővebben is olvashattunk egy ismertetőt Kós Géza és Kós Rita tollából a 2021 szeptemberében megjelent Érintő-számban.) Mindkét verseny helyi rendezvényként indult mintegy három évtizeddel ezelőtt, s abból vált először regionális versennyé, majd teljes mértékben nemzetközivé. A versenyek nyelve az angol: a diákok angolul kapják a feladatokat, és angolul írják a megoldásaikat is.

Az ELTE-n a csapatok kialakítását, a részvételt a versenyeken az idén is egy tavaszi válogatóverseny előzte meg. Az ott elért eredmények és a versenyek sajátosságai alapján jelöltük ki a két versenyre utazók névsorát. Az ostravai versenyen hagyományosan két fiatalabb (első- vagy másodéves) és két idősebb (harmadéves vagy mesterszakos) hallgató képviseli az egyetemet. Blagoevgradban nincsenek két csoportba – alsóbb- és felsőbbévesekre – osztva a versenyzők, ugyanakkor viszont ott már nem szerepelhetnek az ötödévesek, ők ugyanis a verseny augusztusi időpontjára már többnyire diplomát szereznek. És míg az ostravai verseny szigorúan egyéni verseny, Blagoevgradban nem hivatalosan ugyan, de csapatok is versenyeznek egymással. A csapatok létszáma ugyan nincs megszabva, de az értékelési szabályok alapján a 3-5 tagú csapatok a leggyakoribbak. Így az ELTE is hagyományosan 5 hallgatóval állít csapatot.

30. Vojtěch Jarník International Mathematical Competition, Ostrava, 2022. április 3.

A Jarník verseny, amelyet az ostravai egyetem szervez, általában háromnapos. A csapatvezetők, akik egy nappal korábban érkeztek, első nap a feladatok kiválasztásában, majd a választott feladatok javítókulcsának letisztázásában vettek részt. A második nap délelőttjén került sor a négyórás versenydolgozat megírására. A javítást a csapatvezetőkből álló zsűri rögtön megkezdte, a versenyzők pedig egy kvantummechanikáról szóló előadást hallgathattak meg. A harmadik nap délelőttjén véglegesítették a pontszámokat, a délután egyetlen programpontja pedig az eredményhirdetés volt.

Az idén az alsóbb- és a felsőbbévesek kategóriájában egyaránt mintegy negyven-negyven versenyző vett részt a versenyen, elsősorban közép-európai egyetemekről. Ez a létszám a járvány előttinek kb. a fele: nyilván időbe telik és a körülmények javulásától is függ, hogy mikorra sikerül a verseny korábbi népszerűségét elérni. (Ne feledjük: a COVID immáron sokadik hulláma tavasszal tetőzött sok országban, ezért nehéz volt így utazást tervezni.)

Az ELTE csapatának tagjai az idén is kiválóan szerepeltek. Az egynapos versenyen mindkét kategória versenyzőinek 4-4 feladatot kellett megoldani, és a feladatsorok nehézségét jelzi, hogy mindkét szinten a legsikeresebb versenyző 29 pontot szerzett a lehetséges 40-ből. Íme az ELTE-s hallgatók eredményei:

– Jánosik Áron (matematika BSc, 2. év) – megosztott **2-3. hely** az I. kategóriában

– Kocsis Anett (matematika BSc, 2. év) – megosztott **5-6. hely** az I. kategóriában

– Borbényi Márton (matematikus MSc, 2. év) – **1. hely** a II. kategóriában

– Matolcsi Dávid (matematika BSc, 3. év) – **2. hely** a II. kategóriában

A versenyfeladatok és az eredménytábla megtalálhatók a verseny honlapján.

29. International Mathematics Competition (IMC) for University Students, Blagoevgrad, 2022. augusztus 1−7.

Ezt a versenyt a blagoevgradi Amerikai Egyetem kampuszán rendezték, de a verseny hivatalos szervezője a University College London. A versenyzők többsége a szófiai repülőtérre érkezik, és a szervezők biztosítják az utat a repülőtérről Blagoevgradba. A bulgáriai verseny annyiban tér el az ostravaitól, hogy három nap helyett egy hétig tart, két nap is írnak dolgozatot a versenyzők (mint a diákolimpián), és mindkét nap 4 vagy 5 feladatot kell megoldaniuk. (Az idén 4-4 feladatot kaptak.) A megérkezés utáni napon a megnyitót követően a zsűri a feladatok kiválasztásában vesz részt, majd következik a két versenynap egy-egy négyórás dolgozattal. A dolgozat befejeztével a javítás is rögtön megkezdődik. A negyedik napon délelőtt kirándulást szerveznek (általában két különböző helyszín közül lehet választani, az egyik helyszín szinte mindig a nevezetes rilai kolostor), délután pedig a csapatvezetők reklamálhatnak, ha valamelyik csapattagjuk a véleményük szerint nem kapta meg a kellő számú pontot. A javítás, valamint a reklamációk kezelése minden nap jóval éjfél utánig tartott. Utolsó nap került sor az eredményhirdetésre, illetve a záró vacsorára. Végül, az érkezést követő hatodik napon távoztak a csapatok, többnyire a szervezők által biztosított buszokkal a szófiai repülőtér irányába.

Fontos különbség még a két verseny között a versenyzők létszáma. Már a járvány előtt is látható volt, hogy az IMC-n lényegesen többen vesznek részt, és sokkal nagyobb a résztvevő országok és egyetemek száma is. A versenyt a világjárvány miatt a legutóbbi két évben online módon szervezték meg, és ez érdekes módon nagyban megnövelte a népszerűségét (a 2019-es 360 versenyző után 2021-ben már 589-en vettek részt az eseményen). Az idei évben a számos nehézség (járvány, háború) ellenére is vissza lehetett térni a jelenléti formához, és örömteli, hogy ha nem is sikerült a járvány előtti létszámot elérni, de 168 hallgató mégis el tudott utazni a helyszínre. Ugyanakkor az elmúlt két év tapasztalata alapján a rendezők vállalták azt is, hogy más regisztrált hallgatók online módon csatlakozhassanak a versenyhez. Így a résztvevők összlétszáma (664 versenyző) még a tavalyi számot is meghaladta. A hibrid rendezés lényegesen bonyolultabbá tette a szervezők feladatát, és talán ennek tudható be, hogy a helyszínen a meghirdetett időben csak a jelenléti formában megírt dolgozatok eredményeit hirdették ki: az online verseny eredménylistáját (és a két versenyforma eredményeinek összesítését) csak három nap késéssel tették közzé.

Az IMC-ről érdemes még tudni, hogy az utóbbi években az egyik legjelentősebb és legszínvonalasabb versenysorozattá nőtte ki magát, amit matematikus egyetemi hallgatóknak rendeznek Európában (noha a versenyzők korántsem csak Európából érkeznek). Az 1994-es első versenyt még Plovdivban (Bulgáriában) rendezték, de az utóbbi évek többségében Blagoevgrad adott otthont a versenyzőknek. A korábbi években a 29 alkalomból volt már verseny Londonban, Tihanyban, Prágában, Varsóban, Kolozsváron, Szkopjében, Odesszában és Budapesten is. A résztvevők Európa és a világ számos egyeteméről kerülnek ki, s a hagyományosan erős csapatokat küldő orosz, ukrán, lengyel, cseh, magyar, izraeli, iráni, francia, román, spanyol, német és néhány más európai egyetemen kívül amerikai, kínai, brazil, vietnami, indonéz stb. hallgatók is rendszeresen szerepelnek a versenyen. Az idei évben a háború miatt az orosz és az ukrán hallgatók szinte kivétel nélkül online módon vettek részt, és az oroszországi egyetemek nem szerepelhettek a (nem hivatalos) csapatversenyben. Ugyanakkor az online versenyzés lehetősége lényegesen megnövelte az Európán kívüli távoli régiók résztvevőinek számát (pl. Közép- és Dél-Amerikából, Afrikából, Ázsia távol-keleti országaiból vagy Ausztráliából). Összesen 53 ország kb. 160 egyeteméről érkeztek versenyzők.

Az idei versenyen az ELTE a hagyományok folytatásában reménykedhetett: korábban már szép eredmények születtek mind az egyéni, mind a csapatversenyben. Az ELTE csapata többnyire az első öt között végzett, és egyéni sikereknek is lehettünk már tanúi: tavaly pl. Gáspár Attila végzett a verseny abszolút első helyén.

Az ELTE-t az idén öten képviselték Blagoevgradban, egy hallgató pedig Magyarországról online módon vett részt a versenyen. A csapat tagjai az alábbi eredményeket érték el:

– Csaplár Viktor (matematika BSc 1. év) – **2. díj**

– Gáspár Attila (matematikus MSc 1. év) – **kiemelt 1. díj**

– Győrffy Ágoston (matematika BSc 2. év) – **1. díj**

– Jánosik Áron (matematikus BSc 2. év) – **1. díj**

– Szabó Kristóf (matematika BSc 3. év) – **kiemelt 1. díj**

– Szemerédi Levente (matematikus MSc 1. év) – **1. díj**

A csapattagok közül Gáspár Attila 74 ponttal (a maximálisan megszerezhető 80 pontból) a megosztott 8–11., míg Szabó Kristóf 73 ponttal a 12. helyen végzett: kiemelt 1. díjuk hatalmas siker. De a csapat valamennyi tagjának a szereplése igen jónak mondható: pl. pontszáma (59) alapján Szemerédi Levente is bekerült a versenyzők legjobb 10%-ába. A teljes eredménylista, valamint a feladatok és azok megoldása itt is megtalálhatók a verseny honlapján.

A nem hivatalos csapatversenyben az adott egyetem (csapat) három legsikeresebb versenyzőjének összpontszámához adják hozzá a csapattagok átlagpontszámát. Ebben a versenyben is igen eredményes volt az ELTE csapata: összesítésben a 3. helyen végeztek 100 csapat vetélkedésében. (A Tel Aviv-i Egyetem csapata lett az első, a krakkói Jagelló Egyetem csapata pedig a második.) Ugyanakkor az ELTE mögött végzett pl. a Varsói Egyetem, az izraeli Weizmann Intézet, a bonni Friedrich Wilhelms Egyetem, a prágai Károly Egyetem, a kijevi Tarasz Sevcsenko Egyetem, a Barcelona Tech, vagy a párizsi École Polytechnique csapata.

Csapatvezetőként mindkét versenyen részt vehettem a zsűri munkájában, a feladatok kiválasztásában és a javításban, s mindkét helyszínen koordináltam is egy, illetve két feladat javítását. A bulgáriai verseny egyik fő szervezője Kós Géza, az ELTE Analízis Tanszékének adjunktusa volt.

A csapatok utazásának költségeiben segítségünkre volt a Bolyai Kollégiumért Alapítvány, a Matematika Oktatásért és Kutatásért Alapítvány, a Pázmány–Eötvös Természettudományi Információs Alapítvány, valamint az ELTE Tehetséggondozási Tanácsa. Ez úton is szeretnénk megköszönni valamennyi szervezetnek a támogatást.

Budapest, 2022. augusztus 31.

Ágoston Tamás
csapatvezető

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Bálint Péter, Ráth Balázs 2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Rényi Alfréd centenáriumi konferencia

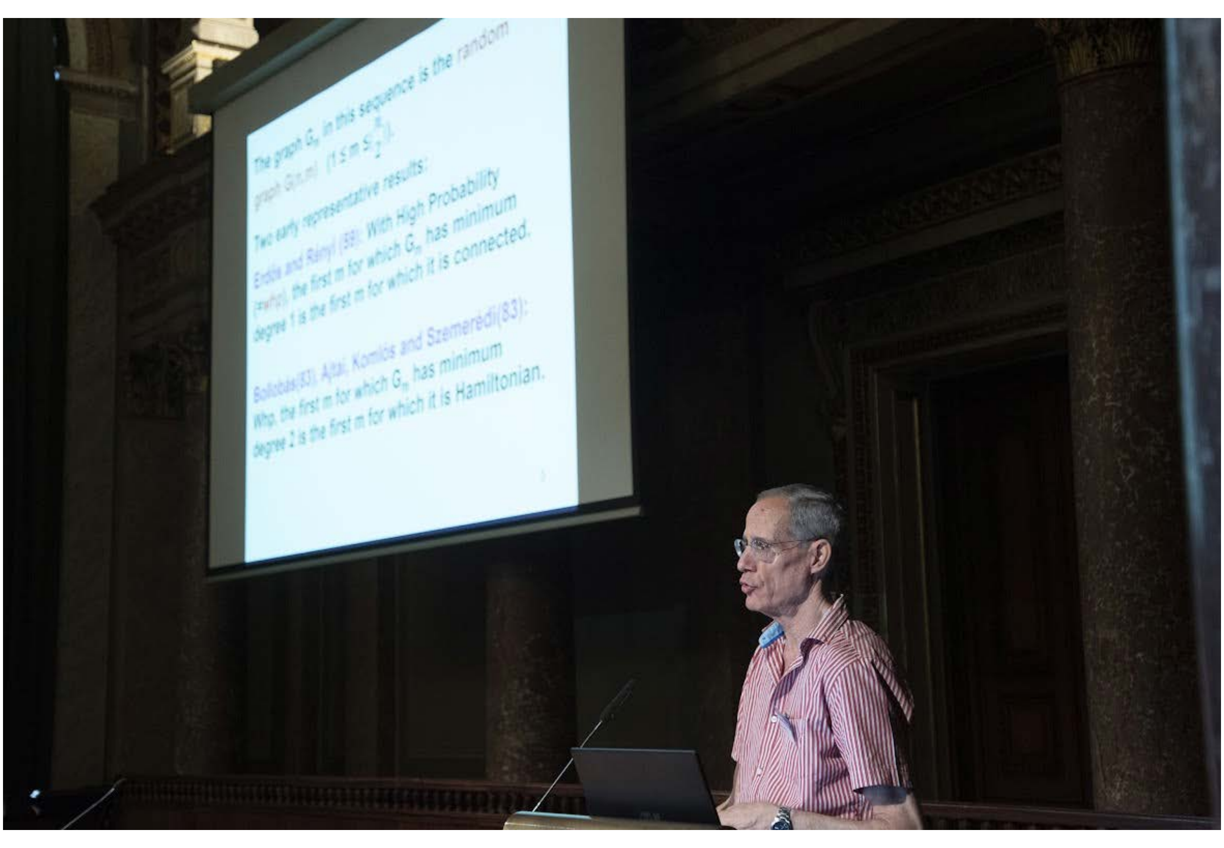
2022. június 20-tól négy napon át az év egyik kiemelkedően fontos tudományos rendezvényének adott otthont a Magyar Tudományos Akadémia székháza. A hazai és a nemzetközi matematikai közösség Rényi Alfréd születésének századik évfordulóját ünnepelte egy nagyszabású konferencia keretében, amely kiváló lehetőséget biztosított az eszmecserére és új együttműködések kialakítására a matematika legújabb eredményeihez kapcsolódóan.

Rényi Alfréd (1921–1970) a 20. századi magyar matematika meghatározó alakja, a ma róla elnevezett, világhírű Matematikai Kutatóintézet alapítója, tragikusan korai halála ellenére igazi iskolateremtő egyéniség volt. Ő alapozta meg a modern valószínűségszámítási iskolát Magyarországon. Tudományos munkássága lefedi a matematika számos ágát, sok területen ért el alapvető eredményeket, a számelmélettől és a kombinatorikától kezdve a valószínűségszámításon és az információelméleten át a káoszelméletig és a statisztikáig.

Rényi szellemiségét tükrözve, a konferencia programja rendkívül széles spektrumban mutatta be a matematika aktuális kérdéseit és eredményeit.

Különösen szembetűnő a szekciók programjának változatossága: a klasszikus matematika aktuális kérdései mellett olyan interdiszciplináris jellegű kutatások is hangsúlyos szerephez jutottak, amelyek csak a közelmúltban, jóval Rényi Alfréd halála után váltak önálló kutatási ággá, megalapozásukhoz mégis alapvetően járult hozzá a konferencia névadója. Érdemes megemlíteni például a nanotechnológiában is fontos szerepet betöltő kvantuminformáció-elméletet vagy a véletlen gráfok elméletét, mely olyan, korunkban kiemelten fontos struktúrák és jelenségek matematikai leírását adja, mint az internet, a járványterjedés, vagy a közösségi média.

A konferencia számos érdekes előadása közül a teljesség igénye nélkül említünk meg néhányat az alábbiakban. Rényi munkássága óta folyamatosan kutatottak és ma a hálózatelméleti vonatkozások miatt különösen aktuálisak az időben véletlenül fejlődő diszkrét struktúrák, mint pl. a híres Erdős–Rényi gráf. Kapcsolódó témákról tartotta a konferencia nyitó plenáris előadását Noga Alon (Princeton), továbbá a kilenc párhuzamos szekció közül kettő is a véletlen gráfokra és hálózatokra fókuszált.



Noga Alon (*Fotó: MTA*)

Martin Hairer (*Fotó: Szilágyi Gergely*)

A két Fields-érmes meghívott plenáris előadó, Martin Hairer (Imperial College, London) és Wendelin Werner (ETH Zürich) a sztochasztikus parciális differenciálegyenletek, illetve a véletlen konform geometria kurrens eredményeiről adott áttekintést. A magas matematikai színvonal mellett mindkét prezentációt a szélesebb matematikus közönség számára is magával ragadó előadásmód és a szemet gyönyörködtető vizuális eszköztár jellemezte.

Wendelin Werner (*Fotó: Szilágyi Gergely*)

Kiemelnénk még a véletlen mátrixokok témáját, amelynek friss eredményeiről két egymást követő plenáris előadást is hallhattunk, Mariya Shcherbinától (Kharhov University) és Erdős Lászlótól (IST Austria), vagy az alkalmazott matematika témájában Lai Sang Young (Courant Institute, NYU) előadását a látás matematikai modelljéről. A témák és előadók sokszínűségébe további betekintést nyerhet az olvasó a konferencia honlapján.

Mariya Shcherbina (*Fotó: Szilágyi Gergely*)

A matematikai élet legismertebb hírességei mellett számos fiatal kutató és doktorandusz, mintegy 160 matematikus vett részt a konferencián. Rényi nemzetközi elismertségét tükrözi, hogy úgy a plenáris-, mint a szekcióelőadók között mind a fiatalabb, mind a kevésbé fiatal generációk valóban legkiválóbb képviselőit üdvözölhettük.

Erdős László (*Fotó: Szilágyi Gergely*)

Különösen fontos, hogy az eredetileg 2021-re tervezett rendezvényt idén jelenléti formában lehetett megtartani, kiváló lehetőséget biztosítva így a matematika fejlődéshez elengedhetetlen személyes interakciókra, új kutatási együttműködések kialakítására. Számíthatunk rá, hogy az itt létrejött kapcsolatok jelentős hatással lesznek a magyar és a nemzetközi matematikai kutatások további fejlődésére.

Bálint Péter és Ráth Balázs

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Dobos Sándor 2022. SZEPTEMBER, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

IMO 2022 OSLO

A következő beszámoló a 2022-es matek diákolimpiára (a Nemzetközi Matematikai Diákolimpiára) való itthoni felkészülésről, és a Norvégiában, Oslóban lezajlott versenyről szól. A pandémia továbbra is rányomta a bélyegét mindkét eseményre, de az előző két év tapasztalatai sokat segítettek a helyzet kezelésében.

Szeptemberben már úgy indult az iskolai év, hogy a tanárok és a diákok nagy része oltott volt, így a szakköri munkát a korábbi évek gyakorlatának megfelelően lehetett kezdeni. Az online szakkörök sok utazást megspóroltak a távolabb lakó diákoknak, ezért megpróbáltuk a hibrid munkamódszert. Ez a gyakorlatban azt jelentette, hogy a szakkörre regisztrált diákok ugyanúgy megkapták a szakkörre a zoom-meghívót, de mindenki szabadon dönthette el, személyesen vesz részt a szakkörön, vagy online csatlakozik. Az őszi szakkörökön a résztvevők nagyjából kétharmada ott ült a teremben, a többiek a net segítségével kapcsolódtak be a munkába. Sajnos a járványügyi intézkedések miatt az intézmények egy idő után csak saját diákjaikat fogadhatták, így a szakkör is két hónapra teljesen az online térbe költözött. Mire újra lehetett személyesen találkozni, már a tavaszi válogatóversenyek időszaka következett.

Aki az olimpiai felkészítés munkáját nyomon követte, az tudja, hogy 2000-től kezdve húsz éven át december 27. és január 4. között angol−magyar olimpiai edzőtábort tartottunk. Ezen 20-20 diák vett részt a két országból, előadások, egyéni és csoportos feladatmegoldó alkalmak alkották a program gerincét. A járvány miatt két évig szünetelt ez a program. A hiány pótlására a téli szünetben egy kétnapos online „minitábort" rendeztünk. Ezen a szakkört vezető Dobos Sándoron kívül három korábbi olimpikon tartott előadást: Borbényi Márton, Fehér Zsombor és Kovács Benedek. Munkájukat hálásan köszönjük.

A Surányi-versenyt ismét több helyszínen lehetett megírni. A Matematikai Kutatóintézet nagyterme fogadta a budapesti diákokat. A rendezésben részt vevő iskolák névsorban: Bányai Júlia Gimnázium (Kecskemét), Fazekas Mihály Gimnázium (Debrecen), Földes Ferenc Gimnázium (Miskolc), Janus Pannonius Gimnázium (Pécs), Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium (Szeged), Révai Miklós Gimnázium (Győr), Táncsics Mihály Gimnázium (Kaposvár), Zrínyi Miklós Gimnázium (Zalaegerszeg). Ezúton is szeretném megköszönni a versenyre regisztrált diákok iskoláinak, az ottani tanároknak a segítőkész hozzáállást, a helyszín biztosítását, a felügyeletet, a diákok dolgozatainak beszkennelését és feltöltését. A dolgozatok gondos kezelését és javítását Kovács Benedek fogta össze. A válogatóverseny javításába több korábbi olimpikon bekapcsolódott a 2020-as csapatból: Beke Csongor, Nagy Nándor, Schrettner Jakab, Tóth Balázs és Weisz Máté. Ők mindannyian Cambridge-ben járnak egyetemre és ekkor éppen szünetük volt.

Az áprilisi kétnapos válogatót Budapesten rendeztük, erre a kvalifikációs versenyben legjobban szereplő 24 diák kapott meghívást. A kvalifikációs pontrendszer szeptembertől kissé változott, a Kürschák-versenyen elért eredmény és a KöMaL-ban megszerzett pontok közvetlenül bekerültek a pontszámításba. Ennek részletei megtalálhatók a szakköri honlapon. A diákok dolgozatait feladatonként javítottuk, ebben közreműködött Frenkel Péter, az IMO csapat vezetője, Dobos Sándor helyettes vezető, Lenger Dániel, a MEMO csapat vezetője, továbbá Borbényi Márton, Fraknói Ádám, Imolay András, Kocsis Anett, Kovács Benedek, Matolcsi Dávid, Szabó Kristóf, Váli Benedek és Williams Kada. A gondos és lelkiismeretes javításért ezúton is hálás köszönet. A verseny után kialakultak a csapatok, a nevek utáni szám az évfolyamot jelzi:

IMO: **Kovács Tamás** 12, **Molnár-Szabó Vilmos** 11, **Nádor Benedek** 11, **Németh Márton** 11, **Seres-Szabó Márton** 11, **Terjék András** 12;

MEMO: **Duchon Márton** 10, **Fülöp Csilla** 11, **Lovas Márton** 11, **Mezey Dorottya** 11, **Móricz Benjámin** 11, **Wiener Anna** 10.

Iskolák szerint Csilla a szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnáziumba, Lovas Marci a budapesti Veres Péter Gimnáziumba jár, a többiek a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium tanulói.

Májusban az írásbeli érettségik után egyhetes edzőtábor következett. Az érettségi rendszer visszaállt a megszokott rendszerbe, így a szóbelik után következhetett az olimpia előtti kéthetes tréning. Ennek első napjai a budapesti Fazekasban voltak. A foglalkozásokat Dobos Sándor, Frenkel Péter, Imolay András, Kovács Benedek és Lenger Dániel tartották.

Június végén sor kerülhetett **Dombóváron az olimpiai edzőtábor**ra. Mind a szakmai, mind a szabadidős programok jónak bizonyultak. Elismerés és köszönet illeti a tábor finanszírozását biztosító pályázat megírásáért, a gondos szervezésért Salamon Máriát, aki a KöMaL MATFUND Alapítványa részéről mindent kézben tartott. Köszönettel tartozunk továbbá a tábort támogató AIT-Budapestnek (Aquincum Institute of Technology), Rotter Barbara programigazgatónak, Bojár Gábor alapítónak, és a helyszínt biztosító Dombóvár-Gunaras üdülőközpontnak és vezetőjének, Tigelmann Péternek. A Nemzeti Tehetség Program keretében fogadta el a Miniszterelnökség az NTP-TSZM-21-0144 pályázatot, ez tette lehetővé mintegy 40 fiatal ingyenes táborozását. A társaság egyik fele inkább a matematika, a másik fele inkább a fizika területén kiváló. A matematikusok edzőtábora lassan hagyományossá váló módon párhuzamosan zajlott a fizikusok programjával. A tavalyihoz hasonlóan egyik este Honyek Gyula tanár úr és felesége, Baranyai Klára tanárnő igen érdekes kísérleti bemutatót tartott az összes táborozónak. A matematika szakmai programot délelőttönként Kiss Géza és Dobos Sándor, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium tanárai irányították, a délutáni programot Kovács Benedek és Imolay András egyetemisták vezették. A komoly munka mellett az egyik délután közös strandolással, röplabdázással kapcsolódtunk ki a Gunaras strandfürdőben. A körülményekre nem lehetett panasz, az Európa szállóban laktunk, annak alagsorában tágas, a kánikulában is kellemes hőmérsékletű termeiben dolgozhattunk, összességében véve remekül sikerült tábor volt.

Az idei évi olimpia kapcsán feltétlenül meg kell említeni, hogy áprilisban nálunk, Egerben volt az EGMO, az Európai Lány Matematikai Diákolimpia. **Kunszenti-Kovács Dávid** (Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet − ELTE TTK) mindkét versenyen meghatározó szervezőként vett részt. Meghívta Borbényi Mártont (ELTE TTK) és Kós Gézát (ELTE TTK Analízis Tanszék − SZTAKI) az IMO Feladatkiválasztó Bizottságába. A versenyek egyik kulcsfontosságú része a dolgozatok értékelése. Ehhez a rendező ország szervez úgynevezett koordinátorokat, akik a zsűrivel együtt kidolgozzák a pontozási útmutatókat, majd a csapatvezetőkkel és helyettesekkel minden egyes dolgozatot végignéznek, és egyeztetnek a pontszámról. A koordinátoroknak fontos szerepe van abban, hogy a pontozás egységes legyen. Képzeljük el, a közel hatszáz versenyző a két versenynap 4,5-4,5 órája alatt hány oldalt ír, hányféle nyelven! Mindezek elolvasása, áttekintése óriási feladat. Dávid az egri versenyen tapasztalatot szerzett magyar fiatalok közül többeket is meghívott Oslóba, így a 84 koordinátor között egy komoly magyar csapat volt: Borbényi Márton, Kós Géza, Beke Csongor, Csahók Tímea, Csapó Hajnalka, Fraknói Ádám, Gerencsér Balázs, Gyarmati Máté, Győrffy Ágoston, Hansel Soma, Imolay András, Jankó Zsuzsanna, Kerekes Anna, Kiss Melinda Flóra, Klász Viktória, Kocsis Anett, Kovács Benedek, Lenger Dániel, Nagy Kartal, Váli Benedek, Várkonyi Zsombor és Záhorský Ákos. A versenyt követő eseményeken a magyar csapat tagjait a koordinátorok körülvették, igazán otthonosan érezhettük magunkat.

A koordinálást picit nehezítette, hogy Frenkel Péter csapatvezető a második nap reggelén belázasodott, pozitív lett a tesztje, így online videohíváson keresztül vett részt a pontszámok egyeztetésén. A sok helyről érkező több mint 1000 ember a különböző eseményeken együtt kavargott, ennek ellenére tudomásom szerint 20 alatt volt a pozitív tesztek száma. Akiknek a tesztje pozitív lett, azokat a szállodai szobákban elkülönítették.

Az IMO feladatai és a részletes eredmények is megtalálhatók az olimpia hivatalos honlapján, az érdeklődők többet is megtudhatnak a KöMaL szeptemberi számából. A csapat tagjait már felsoroltuk, közülük **Tamás ezüstérmet szerzett**, **a többiek pedig mindannyian bronzot**, a csapat 32. lett. Az idei évben az éremhatárok a szokásosnál magasabbak voltak, négy teljes feladat megoldása sem volt elég az ezüstéremhez. A mezőny tömörült. Egy-egy megingás, vagy a nehezebb feladatokban elért siker az országok közti sorrendben jelentősen előre, vagy hátra vethette a csapatot. A mezőny első felébe tartozó, általában eredményes országok szinte hibátlanul megoldották az 1. 2. és 4. feladatot, így nagy mértékben az 5. feladaton elért eredményen múlt a végső helyezés. Szép fegyvertény, hogy a legnehezebb, hatos feladatot összesen 22 diák oldotta meg hibátlanul, köztük Nádor Benedek.

Az olimpikonok Oslóban: balról jobbra haladva: Németh Márton, Nádor Benedek, Kovács Tamás, Terjék András (Marvinnal), Molnár-Szabó Vilmos, Seres-Szabó Márton és Dobos Sándor csapatvezető-helyettes

[illegible]

Az oslói magyar nagykövetségen

A jövő évi olimpiát Japán rendezi majd. Jó felkészülést, eredményes versenyzést kívánunk a következő olimpiai csapatnak!

Dobos Sándor, IMO csapatvezető-helyettes

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

AZ **INTERJÚ-PORTRÉ** MENÜPONT JÓL VAGY KEVÉSBÉ ISMERT MATEMATIKUSOKAT, VAGY OLYAN, EGYKOR MATEMATIKUSKÉNT VÉGZETTEKET SZERETNE BEMUTATNI, AKIK MA MÁS SZAKMA ELISMERT KÉPVISELŐI, SPORTOLÓK, MŰVÉSZEK...(ROVATSZERKESZTŐ: *OLÁH VERA*.)

Bérczi-Kovács Erika

2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Ugródeszkák matek szakon – Windhager-Pokol Eszter

Egy konzultációs cég adattudós csapatának vezetője, alkalmazott matematikus végzettségű kétgyerekes anyuka, *Windhager-Pokol Eszter* az Ugródeszkák matek szakon sorozat 3. részének interjúalanya, akivel a munkájával kapcsolatos kihívásokról *Bérczi-Kovács Erika* beszélgetett.

Faragó István, Horváth Róbert

2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Varga Richárd (Richard S. Varga) emlékére

2022. február 25-én 93 éves korában elhunyt Varga Richárd amerikai matematikus, az alkalmazott matematika, és ezen belül a numerikus matematika egyik kiemelkedő alakja. Matrix Iterative Analysis című könyve a numerikus analízis egyik alapműve. Ricsi bácsi mindig büszke volt magyar származására, rendszeres kapcsolatot tartott a hazai matematikai élettel. *Faragó István* és *Horváth Róbert* emlékezik meg róla.

Faragó István, Karátson János

2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Owe Axelsson (1934–2022)

Ez év júniusában, 88 éves korában elhunyt Owe Axelsson, a numerikus analízis és a lineáris algebra kiemelkedő kutatója. A numerikus módszerek számtalan területén alkotott jelentőset, alapvető eredményeket ért el a numerikus lineáris algebrában, felkerült az ISI Highly Cited Mathematicians listájára is. *Faragó István* és *Karátson János* a következő sorokkal emlékeznek kiváló kollegájukra.

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Bérczi-Kovács Erika 2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Ugródeszkák matek szakon – Windhager-Pokol Eszter

Beszélgetés Windhager-Pokol Eszterrel (alkalmazott matematikus, Data science team lead, Starschema)

Mesélj magadról, mivel foglalkozol?

Most a Starschemánál vagyok, a data science (adattudós) csapat vezetőjeként dolgozom.

A Starschema egy konzultációs cég, tehát az ügyfeleink hozzánk fordulnak valamilyen problémájukkal, és mi adatalapú szolgáltatásokkal segítünk nekik megoldani. A cég data engineeringgel, adatvizualizációval és data science-szel foglalkozik.

Manapság sokat hallani a különféle adattudományhoz kapcsolódó munkakörökről, de nem mindig világos, melyik mivel foglalkozik. Mi a különbség például a data engineer, data analyst és a data scientist között?

A data engineerek feladata az, hogy legyen adat. Ők azok, akik összegyűjtik, megfelelő formára hozzák, betöltik különböző rendszerekbe az adatokat azért, hogy aztán azokat elemezni lehessen, és mi, data scientistek pedig végezzük az elemzéseket. Ezen belül is vannak analystek, akik elemzik az adatokat, és próbálnak összefüggéseket keresni közöttük. A data scientistek pedig azok, akik prediktív modelleket építenek, tehát mi vagyunk azok, akik például gépi tanuló algoritmusokkal foglalkozunk.

Általában olyan feladatokra alkalmazzuk a data science eszköztárát, amelyekre nem tudunk kész formulákat vagy kész algoritmusokat gyártani. A térképen két pont között a legrövidebb utat ki tudjuk számolni például Dijkstra algoritmussal, de vannak feladatok, amikor nem tudunk ilyen algoritmust készíteni.

Ennek két oka lehet, az egyik, amikor emberi viselkedéssel kapcsolatos dolgot szeretnénk előrejelezni, például hány liter tejet vesznek a boltban a jövő héten. Erre nem tudunk képletet adni, azt tudjuk csinálni, hogy megnézzük, az elmúlt két évben hogyan alakult a heti tejfogyasztás, és ebben machine learning, gépi tanuló algoritmusok segítségével keresünk mintázatokat, trendeket, szezonalitásokat stb. Ennek alapján tudunk adni egy előrejelzést, predikciót arra, hogy a jövő héten mi várható.

A másik ok, amikor lehetséges lenne valamilyen formulát adni a feladatra, de ez annyira bonyolult, hogy az emberek már nem látják át. Erre jó példa a computer vision, a számítógépes képfelismerés területe. A képek gyakorlatilag számhalmazok a számítógépek világában. Például egy kutya vagy macska felismerésére lehet, hogy tudnánk mondani jó szabályokat, mondjuk, ha ilyen a füle, akkor ez, ha amolyan a füle, akkor az, de ezt nehéz számszerű formulává átfordítani, emberi erővel gyakorlatilag lehetetlen. Viszont a gépi tanuló algoritmusok, tipikusan a mély neurális hálók rendkívül komplex feladatokat is meg tudnak oldani.

Hogyan képzeljünk el egy data science feladatot? Mesélnél egy konkrét projektről kicsit részletesebben?

A Richter Gedeon Gyógyszergyárnak csináltunk egy fejlesztést a tavalyi évben. A neurológiai gyógyszerkutatásban az egyik legfontosabb dolog az emberi sejteken belül a mitokondrium-hálózat morfológiája. Háromdimenziós mikroszkóppal készítenek felvételeket a mitokondrium-hálózatról, és attól függően, hogy egészséges vagy beteg egy sejt, más-más a tipikus alakja a mitokondriumoknak a hálózatban. Ennek a kutatásnak volt egy jól bejáratott módszertana két dimenzióban, de az idegsejtek vastagok, ezért kétdimenziós vizsgálatuk nem elegendő, ezért ezt a módszertant át kellett ültetni 3 dimenzióba. A képeken azonosítani kellett az egyes mitokondriumokat, ezt szegmentációnak hívják, utána az azonosított mitokondriumok alakjait kellett csoportokba sorolni. Erre két dimenzióban úgynevezett szakértői szabályokat alkalmaznak, például adott hosszúság vagy adott szélesség /hosszúság arány esetén a megfelelő morfológiai osztályba kerül a kép. Utána annak alapján, hogy az egyes morfológiai osztályokba a mitokondriumoknak hány százaléka tartozott, el tudják dönteni, hogy egészséges-e a sejt, vagy beteg. Azonban 3 dimenzióra nem voltak meg ezek az eszközök, különösen hiányoztak a morfológiai osztályok. El lehetett volna kezdeni megint csak „kézzel" szakértői szabályokat hozni, de mi nem ezt az utat választottuk, hanem a gépi tanuló algoritmusokat hívtuk segítségül. Fogtunk nagyon sok felvételt egészséges és beteg sejtekről, kiszámítottuk különböző geometriai tulajdonságaikat, például felszín, térfogat, konvex burok felszíne, térfogata, illetve ezeknek arányszámai, és ezeket adtuk oda egy döntési fa algoritmusnak, hogy próbálja megtalálni azokat a karakterisztikákat, amik egy egészséges, illetve beteg sejtre vonatkoznak. Így megkaptuk azokat a morfológiai osztályokat, vagyis a jellemző geometriai alakokat, amik az egészséges vagy a beteg sejtekre jellemzőek inkább. A módszer előnye, hogy a gépi tanuló algoritmusok által olyan összefüggések is feltárhatók, amelyeket a szakértők eddig nem ismertek. Itt fontos megjegyezni, hogy ez a mitokondrium-hálózat folytonosan változó, ezért mindenféle alakzat előfordul mind az egészséges, mind a beteg sejtekben, csak ezeknek az aránya különböző.

A módszertan használatával a gyógyszerkutatók könnyen el tudják dönteni, hogy ha van egy roncsolt sejt, az az alkalmazott kezelés hatására egészségessé vált-e.

Mi volt a legnagyobb kihívás ebben a problémában?

Sok esetben a data science-ben az iparági szakértők elsajátítása az, ami nehéz. Ebben az esetben onnan indultunk, hogy azt sem tudtam, mi az a mitokondrium. Utána kellett nézni az alapoknak, megérteni, hogy mi az alap problémakör, azt lefordítani egy data science feladattá. A matematikai, logikai gondolkodásmód az, amit nagyon gyakran használni kell, mélyebb matematikai ismeretek ritkábban kerülnek előtérbe. Data science módszertani szempontból az előbbi példa már egy viszonylag egyszerű feladat volt.

Annak idején honnan jött nálad az ötlet, hogy a matek szakot válaszd, mi volt ennek az előzménye?

Már gyerekkoromban is szerettem a matematikát. Ahogy mások rejtvényeket és sudokukat fejtenek meg, én időnként matek feladatokat oldottam meg csak úgy szórakozásból. Volt olyan is, hogy a 3 évvel idősebb bátyám matek házijait csináltam meg. Az tetszett benne, hogy nem nagyon kellett tanulnom, lexikális tudásra nincs szükség, ha az ember megértette a dolgokat, akkor onnantól kezdve tudja is. Például történelemből utáltam évszámokat magolni. Tehát részben egyfajta „lustaságból" mentem matek szakra. Az első évben, amikor jelentkeztem, nem vettek fel alkalmazott matematikusnak, matek tanári szakra vettek fel. Ott eltöltöttem egy évet, újra jelentkeztem, és akkor már sikerült a felvételi. Egyébként azt hiszem, hogy jobban jártam így, mert ez az egy év adott egy olyan biztos alapot, amivel aztán már később nem volt gond az alkalmazott matematikus szakon.

A munkád során mennyire számított az, hogy nőként kisebbségben vagy ebben a szakmában?

Az egyetemen még nem voltam kiugróan kisebbségben, később a munkahelyeimen már igen. Ennek vannak előnyei és hátrányai is. Az előnye például az, hogy ha valaki ügyes, akkor hamarabb felfigyelnek rá. Emellett sok konferencián ma már arra törekednek, hogy mindkét nem egyenlő mértékben kapjon lehetőséget, ezért női előadóként könnyebb bejutni.

A munkakörnyezet szempontjából én sohasem éreztem magam kirekesztettnek. Ám a karrier egy érdekesség, ott tapasztaltam nehézségeket. Volt olyan helyzet, amikor azt mondták, hogy nem gondolják, hogy én jó vezető lennék. Persze, hogy ez mennyire azért van, mert nő vagyok, vagy mennyire egyéb okok miatt, azt nem tudom, de több munkahelyváltásra volt szükség, mire eljutottam oda, hogy vezető pozícióba kerülhessek.

Hogy tetszik a vezetői szerepkör? Mennyire változatos ez a feladat?

Nagyon tetszik, nagyon élvezem. Földi Tamás, a cégvezető eleve úgy hívott ide, hogy egyáltalán nem volt előtte data science a cégnél, én voltam az első, így itt én építhettem fel az egész data science csapatot. Nagyon szuper csapat jött össze mind emberileg, mind szakmailag, és ezt nagyon élvezem.

Az embereket kiválogatni, aztán a csapatot egyben tartani, gondoskodni mindenkinek a fejlesztéséről, a karrierútjának a menedzseléséről tényleg kihívás. Mindemellett szakmai munkát is kell végeznem, tehát a munkámnak csak egy része, hogy emberekkel foglalkozom.

Mi az, ami számodra vezetőként nagyon fontos?

Az a jó, hogy nekem több kiváló főnököm is volt, így volt kiről példát venni. Ezek a főnökök mind nagyon demokratikusak voltak, tehát meghallgatták a véleményemet, volt döntési jogom bizonyos keretek között. Nekem ez nagyon tetszett, és próbálom a saját csapatomban is megvalósítani. Amennyire lehet, bevonom őket a döntésekbe, a munkában szabad kezet kapnak, hogy a saját ötleteiket meg tudják valósítani, emellett azért persze figyelek, nehogy rossz irányba haladjanak.

Ami még nagyon fontos, hogy mindenki biztonságban érezze magát, a csapatszellem, a csapatlégkör olyan legyen, hogy adhatunk egymásnak kritikákat, de annak konstruktívnak kell lennie, semmiképpen sem bántónak. És ez tökéletesen működik.

Te kétgyerekes anyuka is vagy, mennyire jelentett kihívást a munka és a magánélet összeegyeztetése?

Amikor az első gyerekünk születése után elkezdtem munkát keresni, a kicsi miatt részmunkaidőt kerestem, és meglepő módon találtam is. Az SPSS Hungary-hoz mentem napi 6 órában (később Clementine Consulting). Ott voltam 7 évig, és nagyon szuper munkahely volt. Onnan mentem tovább egy I-Insight nevű, szintén tanácsadó céghez, ahol ugyancsak nem volt probléma a részmunkaidő. Amikor a kisebbik gyerek is 6 éves lett, akkor mentem át a Balabithez, ahol napi 8 órában, de rugalmas munkaidővel dolgozhattam, és ez a munkarend azóta is megmaradt.

A lányaid mennyire fogékonyak erre a területre?

Ó, nagyon! A nagyobbik, a 16 éves most tette le az emelt szintű informatika érettségit, és robotikával szeretne foglalkozni, tehát ő abszolút ebbe az irányba megy. A kicsi nagyon tehetséges matekból, viszont ő inkább az állatokat szereti, és hogy mi lesz belőle, azt még nem tudjuk.

Mi az, amit különösen szeretsz a data science-ben?

Magát a data science-t a főzéshez szoktam hasonlítani. Az a lényeg, hogy függetlenül attól, hogy levest vagy tortát készítesz, ugyanazokat az eszközöket, a fakanalat, a serpenyőt stb. használod. Nálunk is megvannak az alapeszközök, például a Python programozási nyelv vagy a különféle gépi tanuló algoritmusok, és ezeket használjuk gyógyszerkutatásnál vagy filmajánló rendszerek készítésénél egyaránt. Azért jó ez a szakma, mert nagyon változatos.

Az interjút készítette: Bérczi-Kovács Erika

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Faragó István, Horváth Róbert 2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

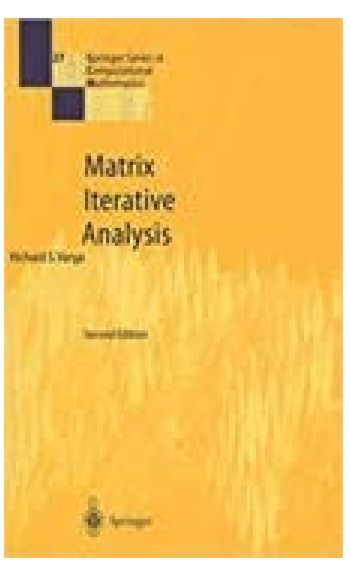
Varga Richárd (Richard S. Varga) emlékére

2022. február 25-én 93 éves korában elhunyt Varga Richárd magyar származású amerikai matematikus, az alkalmazott matematika, és ezen belül a numerikus matematika egyik kiemelkedő alakja. Munkássága elsősorban a lineáris algebra, parciális differenciálegyenletek, spline függvények, approximációelmélet és a Riemann-hipotézis területére terjedt ki. Hét monográfiát írt, amelyeket hat nyelvre lefordítottak. 243 cikke jelent meg, és 25 PhD hallgatónak volt a témavezetője. Matrix Iterative Analysis című könyve a numerikus analízis egyik alapműve, így nevével sokan találkozhattak ezen terület művelői közül.

Varga Richárd 1928. október 9-én született az Ohio állambeli Clevelandben. Szülei Magyarországról vándoroltak ki az I. világháború után, kint ismerkedtek meg és házasodtak össze Clevelandben, ami akkoriban a második legnagyobb magyar város volt a világon. Édesapja Steven Varga szerszámkészítéssel foglalkozott, édesanyja Ella Kraijcs pedig paszományokat készített és a helyi Szabadság című újságnál dolgozott titkárnőként. Mindketten jobb szakmát szerettek volna a fiúknak. Édesapja műszaki rajzolónak szánta, hiszen az sokkal tisztább munka, mint gépekkel dolgozni, édesanyja pedig azt szerette volna, ha egyetemen tanul tovább. Ennek megfelelően a clevelandi West Technical High School-ban műszaki rajzot tanult, és olyan kurzusokra járt, amelyek segítették abban, hogy egyetemre kerülhessen. Felvételt nyert a Case Institute of Technology gépészmérnök szakára, amely összhangban volt édesapja terveivel. Másodéves korában azonban az egyetem új szakként matematika szakot is indított. Varga Richárd, mivel közben nagyon megszerette a matematikát, úgy döntött, hogy szakot vált. Így szerzett 1951. júniusában matematika BSc diplomát.

A diploma megszerzése után biztos statisztikai és valószínűségszámítási tudását felhasználva aktuáriusként szeretett volna elhelyezkedni. Egyik tanára, Max Morris professzor mégis meggyőzte arról, hogy jelentkezzen a Harvard Egyetem matematika MSc szakára. Az első év elvégzésére édesapjától kért anyagi támogatást annak reményében, hogy a későbbi ösztöndíja már fedezni fogja a költségeket. Ez persze így is lett, de édesanyja is kellett ahhoz, hogy meggyőzzék édesapját: érdemes 1500$-t fia további tanulmányaiba fektetni. A Harvardon szerzi meg MSc diplomáját és 1954-ben PhD fokozatát is J.L. Walsh professzor irányításával. Kutatási területe a komplex approximációelmélet volt.

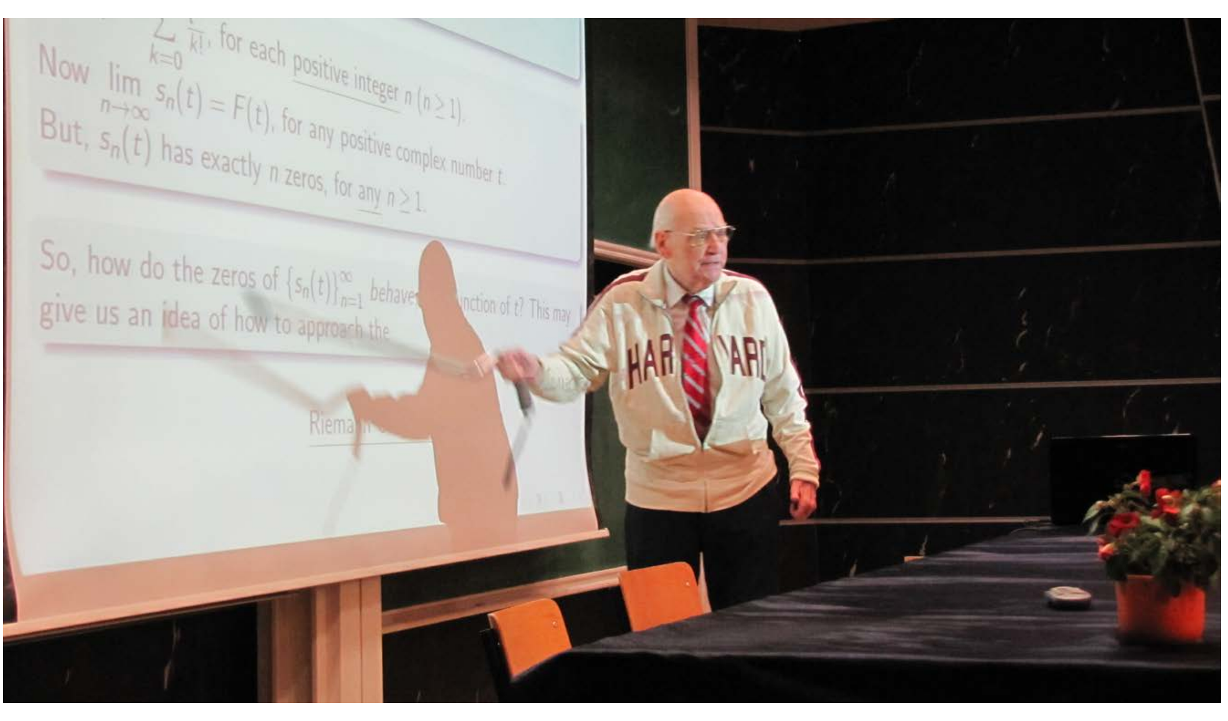
Ezután több helyről is kapott lehetőséget, hogy egyetemen tanítson, de mivel a koreai háború árnyékában tartott a besorozástól, hezitált ezeket elfogadni. Érdemes volt várnia, mert Henry L. Garabedian, a Northwestern University egyik matematika professzora, akkoriban szervezett egy kutatócsoportot a Pittsburgh-ben található Bettis Atomic Power Laboratory kutatóintézetbe. A Harvardról is keresett rátermett embereket. A nukleáris reaktorokkal kapcsolatos munka egy gyümölcsöző együttműködés lehetőségét sejtette matematikusok, fizikusok és mérnökök között, mindezt a számítógépek korszakának hajnalán. Varga Richárd örömmel csatlakozik a csoporthoz, annál is inkább, mert a kutatás államilag fontos jellege miatt itt a sorozástól sem kellett tartani. A kutatás során pl. a diffúziós egyenlet numerikus megoldásával foglalkozik, amelyhez nagy, ritka mátrixú egyenletrendszerek iterációs megoldásait használja. Több témában is együtt dolgozik Garrett Birkhoff-fal, a Harvard híres professzorával. Az eredményeket többek között tengeralattjárók és repülőgép-anyahajók nukleáris reaktorainak, ill. szárazföldi áramfejlesztők tervezéséhez használják fel. A matematikai kihívások és a számítógépek használatának lehetősége fűtik lelkesedését, és így rövid idő alatt érdeklődése az approximációelmélettől a numerikus analízis felé fordul.



Kutatásainak eredményeit első könyvében foglalja össze, amely Matrix Iterative Analysis címmel 1962-ben jelent meg. A könyv fontosságát jelzi, hogy javított kiadása azóta is elérhető a Springer kínálatában. A könyv több, akkoriban újnak számító témát is feldolgozott: pl. tárgyalja az M-mátrixokat, a nemnegatív mátrixok Perron–Frobenius-elméletét, gráfelméletet, mátrixok Padé-approximációját és másodrendű elliptikus parciális differenciálegyenletek véges differenciás és véges elemes megoldásait. Gene Golub, aki maga is több mátrixanalízissel foglalkozó könyv szerzője, így ír a második kiadás megjelenésekor: az első kiadás „állandó klasszikussá vált. Amiatt volt fontos, mert kombinálta a mátrixelméleti ismereteket és a numerikus analízist. Olyan eredményeket is bemutat a könyv, amelyeket nehéz más forrásokban megtalálni."

Egyetemi karrierje a Case Western Reserve University-n kezdődött, majd 1970 és 2007 között a Kent State University egyetemi tanára volt. 1980 és 1988 között ő vezette az egyetem számításmatematikai intézetét, majd 2007-ig kutatási igazgatója volt az intézetnek. Emellett több mint 25 helyen töltött be még különböző egyetemi pozíciókat. A témavezetőket arra bíztatta, hogy ne sajnálják az idejüket a hallgatóiktól, hiszen a hallgatók is tágabb családjukhoz tartoznak majd. A hallgatóknak pedig azt tanácsolta, amit neki is tanácsolt egykori tanára, hogy bízzanak magukban, mert az mindig meghozza a gyümölcsét.

Varga Richárd szinte egész életében Ohio államban élt, de szenvedélyes utazó volt és érdeklődött az idegen kultúrák iránt. Az évek során több mint 20 nemzetközi konferenciát szervezett és számos ország egyetemén töltött vendégkutatói időt. Kiemelkedő matematikai eredményeit számos díjjal ismerték el: pl. Guggenheim Fellowship (1963), Sherman Fairchild Distinguished Scholar (California Institute of Technology, 1974), President's Medal (1981), von Humboldt Prize-senior U.S. Award (1982, 1987), Hans Schneider Prize in Linear Algebra (2005), és még sokáig folytathatnánk. A folyóiratszerkesztésben is jártas volt. Sok neves numerikus folyóirat szerkesztője, több esetben főszerkesztője volt: pl. Numerische Mathematik (1965−2020, főszerkesztő 1988−2002), ETNA (Electronic Transactions on Numerical Analysis, alapító szerkesztő, főszerkesztő 1993-2009), Linear Algebra and its Applications (1968−2021), Journal of Computational Mathematics (1988−2020), Computational Mathematics (1982−2020).



Magyar származását mindig büszkén vállalta és hangsúlyozta. Tagja volt annak a Magyarországon született, de fiatalon kivándorolt, illetve első generációs külföldi magyar matematikus nemzedéknek, amelyik nemcsak jelentős tudósokat adott a világnak, hanem rendszeres kapcsolatot tartva a hazai matematikai élettel segítette az itthoni munkát. Közülük, Varga Richárd mellett talán *Halmos Pál*, *Kemény János*, *Lax Péter*, és *Kálmán Rudolf* neve a legismertebb.

A tudományos munkán kívül a magánélet is nagyon fontos volt számára. Vidám és barátságos ember volt, aki mindenkihez nagy figyelemmel tudott odafordulni. Kiegyensúlyozottságában nagy szerepet játszott felesége állandó támogatása. Esther Marie Pfister-rel 1951-ben házasodtak össze, és 64 évet éltek boldog házasságban felesége 2015-ös haláláig. Egy lányuk és két unokájuk született, akiknek büszkén és szívesen figyelték tanulmányi előrehaladásukat és látogatták koncertjeiket és teniszmérkőzéseiket. Varga Richárd az egyetemi évek alatt birkózott, ezen kívül jó asztalitenisz-játékosnak is tartották. Szerette az autóját maga javítani, így a vele való beszélgetések sokszor az autók felé terelődtek. Több nyelven beszélt, és mivel szép énekhangja is volt, sokszor szórakoztatta a társaságot különböző országok dalaival. Szívesen mesélt vicceket és anekdotákat, ezekkel sokak napját fel tudta vidítani. Igazi társasági ember volt.

Varga Richárd (Richard S. Varga) jelentős tudományos hagyatéka itt marad közöttünk és emlékét még sokáig megőrizzük.

Faragó István, Horváth Róbert

ELTE TTK Matematikai Intézet, BME TTK Matematikai Intézet

Felhasznált irodalom

- Reminiscences of Richard S. Varga, Numerical Algorithms 25: xv–xvi, 2000.
- Richard Varga (1928 -) - Biography - MacTutor History of Mathematics (st-andrews.ac.uk)
- RICHARD VARGA Obituary (1928 - 2022) - Cleveland, OH - The Plain Dealer
- Magyarország a XX. században / A magyar matematikai kutatások 1945–1970 között (oszk.hu)

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Faragó István, Karátson János 2022. SZEPTEMBER, PORTRÉ – INTERJÚ

Owe Axelsson (1934–2022)

Ez év júniusában, 88 éves korában elhunyt Owe Axelsson, a numerikus analízis és a lineáris algebra kiemelkedő kutatója, kiváló kollégánk. E sorokkal rá emlékezünk.

A numerikus módszerek számtalan területén alkotott jelentőset. Alapvető eredményeket ért el a numerikus lineáris algebrában, ezen belül döntő szerepe volt a prekondicionálás elvének létrehozásában, amely nélkül ma már elképzelhetetlen egy lineáris egyenletrendszer hatékony iterációs megoldása. Differenciálegyenletek igen sokféle típusának numerikus megoldása és ehhez kapcsolódó iterációs módszerek területén végzett nagy hatású kutatásokat, felkerült az ISI Highly Cited Mathematicians listájára is. Munkásságának részleteiről olvashatunk az emlékére létrehozott honlapon, de érdemes megnézni azt a méltatást is, amely nyugdíjba vonulásakor, 70 éves születésnapja alkalmából készült addigi eredményeiről. Számos szerkesztőbizottsági tagsága mellett ő alapította a *Numerical Linear Algebra with Applications* folyóiratot, amelynek két évtizeden át főszerkesztője is volt. Két kiemelkedő jelentőségű monográfiát írt [1,2], ezek a könyvek a végeselem-módszer, ill. a numerikus lineáris algebra területén kutatók számára alapkönyvként szolgálnak.

Tudományszervezési munkájának jól ismert és fontos részét alkotta az, hogy törekedett a kelet- és nyugat-európai kollégák közti kapcsolatok erősítésére. A rendszerváltás környékétől kezdve sokféle módon, posztdoktori ösztöndíjak, közös európai projektek, konferenciák szervezése révén szorgalmazta e lehetőségek bővítését. Szerkesztő volt az *East-West Journal of Numerical Mathematics* folyóiratnál is. Nijmegeni szemináriumait pezsgő nemzetközi tudományos élet jellemezte.

Különösképp emlékezünk szerény és kedves személyiségére. Szabadidejéből is sokat szentelt kollégáira, figyelmes házigazda volt. Konferenciái résztvevőinek szép emléke, hogy kirándulásokat szervezett a környékre saját kisbuszával. Magyar kapcsolataiból többek között Stoyan Gisbert, Arany Ilona és László Lajos is részesei voltak e vendégszeretetnek. Owe Axelsson több ízben, a 2010-es évek elején gyakran járt Budapesten, utolsó alkalommal előadást tartott a Farkas Miklós Szemináriumon. E sorok íróinak lehetősége nyílt vele közös kutatómunkát folytatni. Ennek során is tapasztalhattuk széleskörű tudását, inspiráló gondolatait és barátságos jelenlétét, melyet nem feledünk.

Faragó István, Karátson János

ELTE TTK Matematikai Intézet,
BME TTK Matematikai Intézet

Irodalomjegyzék

[1] *Finite Element Solution of Boundary Value Problems: Theory and Computation*, Academic Press, 1984 (V. A. Barkerrel közösen).
[2] *Iterative Solution Methods*, Cambridge University Press, 1994.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a
Magyar Tudományos Akadémia
támogatásával készült.

SOKSZOR TALÁLKOZUNK OLYAN FELADATTAL, ÖTLETTEL, AMIT SZÍVESEN ELTESZÜNK KÉSŐBBI HASZNÁLATRA. A **TANÓRA – SZAKKÖR** ROVAT SZERETNE HOZZÁJÁRULNI A MATEMATIKATANÁROK ESZKÖZTÁRÁNAK GAZDAGÍTÁSÁHOZ, FÓRUMOT KÍVÁN ADNI A GONDOK, NEHÉZSÉGEK MEGTÁRGYALÁSÁRA IS. (ROVATSZERKESZTŐ: *HORVÁTH ESZTER*.)

Ács Katalin, Bíró Bálint, Kulman Katalin, Juhász Nándor

2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

Sikeres Vándorgyűlés Egerben

Nagy várakozás előzte meg a matematikatanárok idei Rátz László Vándorgyűlését, hiszen az előző két évben a pandémia lehetetlenné tette a személyes megjelenést e nagy hagyományokkal rendelkező, rangos szakmai konferencián. A 2022-es egri Vándorgyűlésen több, mint 200 fő jelent meg, ami köszönhető a választott központi témának, az időben nyilvánosságra hozott neves előadóknak és az inspiráló történelmi helyszínnek. Az alsó tagozatos szekcióról *Kulman Katalin*, a felső tagozatosról *Ács Katalin* és *Juhász Nándor*, a középiskolai szekcióról pedig *Bíró Bálint* számol be.

Fülöp Zsolt

2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

A Mesés Regula és a központi felvételi

„Ebben a cikkben röviden összefoglalom azokat a lehetőségeket, amelyeket a *Regula Falsi* módszerének alkalmazása jelent az általános iskolai oktatásban... Mutatok néhány megoldási ötletet a 8. osztályos matematika felvételi feladatsorokban található szöveges feladatok megoldására. Mivel a felvételin a szöveges feladatok megoldása sok tanuló számára nehézséget jelent, ezért vetettem fel azt az ötletet, hogy a Regula Falsi módszerét érdemes implementálni a magyar oktatási gyakorlatba." – írja bevezetőjében *Fülöp Zsolt*. Tovább...

Csapodi Csaba, Koncz Levente

2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

Háromszintű érettségi? – Vitaindító!

2 x 2 = 3, avagy hogyan lehetne kettő helyett háromszintű az érettségi matematikából? *Csapodi Csaba* és *Koncz Levente* több éve foglalkoznak a matematika érettségi rendszerével, feladatsoraival és tapasztalataival, statisztikáival. Kutatásaikon alapuló, megalapozott vitaindító ötlettel állnak most elő, amelyre várják az érintettek véleményét. Arra kíváncsiak, hogy a matematikatanári társadalom mit gondol javaslatukról szakmai, módszertani szempontból. Miért lenne hasznos a háromszintű matematika érettségi? Íme...

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok
Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:
Nemzeti Kulturális Alap
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

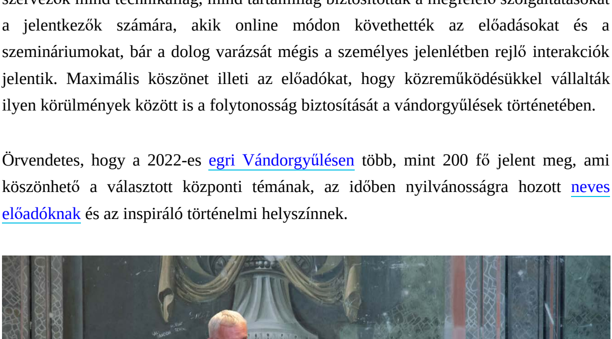
Ács Katalin, Bíró Bálint, Kulman Katalin, Juhász Nándor 2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

Sikeres Vándorgyűlés Egerben

RLV 2022, felső tagozatos szekció

Nagy várakozás előzte meg a matematikatanárok idei Rátz László Vándorgyűlését, hiszen az előző két évben a pandémia lehetetlenné tette a személyes megjelenést e nagy hagyományokkal rendelkező, rangos szakmai konferencián. 2020 volt az első olyan év 1961 óta, hogy elmaradt ez a nagyszerű többnapos szakmai fórum, ami ráadásul hagyományosan akkreditált tanártovábbképzés is. A következő évben, 2021-ben már a szervezők mind technikailag, mind tartalmilag biztosították a megfelelő szolgáltatásokat a jelentkezők számára, akik online módon követhették az előadásokat és a szemináriumokat, bár a dolog varázsát mégis a személyes jelenlétben rejlő interakciók jelentik. Maximális köszönet illeti az előadókat, hogy közreműködésükkel vállalták ilyen körülmények között is a folytonosság biztosítását a vándorgyűlések történetében.

Örvendetes, hogy a 2022-es egri Vándorgyűlésen több, mint 200 fő jelent meg, ami köszönhető a választott központi témának, az időben nyilvánosságra hozott neves előadóknak és az inspiráló történelmi helyszínnek.



Az egri Vándorgyűlés megnyitóján Kosztra Gábor, Kosztolányi József (BJMT Oktatási Bizottság) és Simon Péter (BJMT főtitkár)

Bizakodásra adhat okot az a tény is, hogy az utóbbi évtizedhez képest sok volt a fiatal, pályakezdő, vagy végzős hallgató. Hatékony mozgósító erővel bírt a számukra pályázatként meghirdetett kedvezményes részvételi díj.

Korosztálytól függetlenül a felső tagozatos szekció programjai állandó telt házzal zajlottak, kb. 50 fő kísérte figyelemmel folyamatosan az aktuális eseményeket. Ez annak a jele, hogy sikerült a szekció programjával kiváltani a kollégák érdeklődését, illetve eltalálni az előadások és a gyakorlati munkát közvetlenül segítő innovációk és információk ismertetésének a helyes arányát. Ezt elsősorban a kiváló előadók és a témáik, valamint a szemináriumvezetők sikeres, különleges, jól felépített és nagyon igényes feladatsorai tették emlékezetessé.

Köszönet ezért *Miklós Ildikónak*, *Erdős Gábornak* és *Nagy Tibornak* is. Valóban, más-más egyéniségként ugyan, de élmény volt végighallgatni, még inkább végig dolgozni foglalkozásaikat. Mindegy volt, hogy egy egyszerű tankönyvi példa, vagy egy emlékezetes versenyfeladat volt a kiinduló pont, pár apró lépés után már észrevétlenül olyan imponáló ívet futott be a közös gondolatmenet, amit nem lehetett nem élvezni. Szellemes, érdekes analógiákkal, pergő feladatmegoldásokkal találkoztunk. Volt, akit kétszer is végigneztek ugyanazok a kollégák. Az itt szereplő szemináriumvezetőink mesterei a „*szépet csinálás*"-nak, az alkotó gondolkodás fejlesztésének. Sok tipikus példát „öltöztettek új ruhába", feltárva a továbbgondolás módszereit, lehetőségeit.

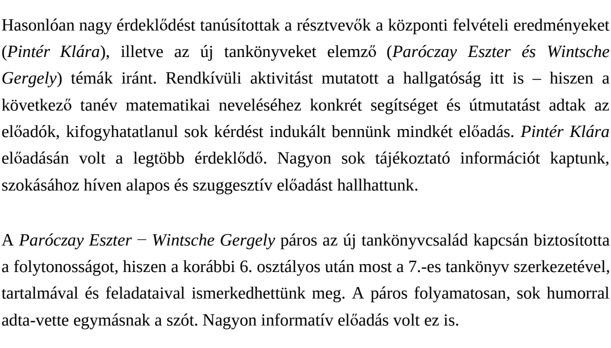
Hasonlóan nagy érdeklődést tanúsítottak a résztvevők a központi felvételi eredményeket (*Pintér Klára*), illetve az új tankönyveket elemző (*Paróczay Eszter és Wintsche Gergely*) témák iránt. Rendkívüli aktivitást mutatott a hallgatóság itt is – hiszen a következő tanév matematikai neveléséhez konkrét segítséget és útmutatást adtak az előadók, kifogyhatatlanul sok kérdést indukált bennünk mindkét előadás. *Pintér Klára* előadásán volt a legtöbb érdeklődő. Nagyon sok tájékoztató információt kaptunk, szokásához híven alapos és szuggesztív előadást hallhattunk.

A *Paróczay Eszter − Wintsche Gergely* páros az új tankönyvcsalád kapcsán biztosította a folytonosságot, hiszen a korábbi 6. osztályos után most a 7.-es tankönyv szerkezetével, tartalmával és feladataival ismerkedhettünk meg. A páros folyamatosan, sok humorral adta-vette egymásnak a szót. Nagyon informatív előadás volt ez is.

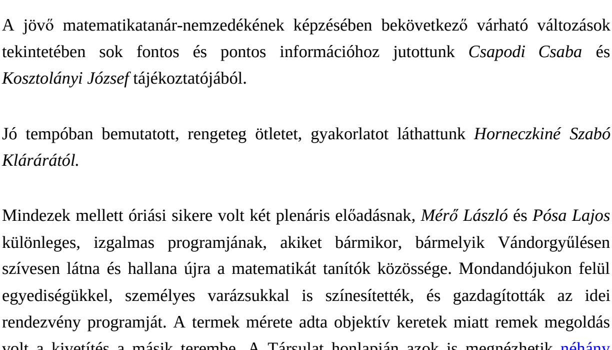
A jövő matematikatanár-nemzedékének képzésében bekövetkező várható változások tekintetében sok fontos és pontos információhoz jutottunk *Csapodi Csaba* és *Kosztolányi József* tájékoztatójából.

Jó tempóban bemutatott, rengeteg ötletet, gyakorlatot láthattunk *Horneczkiné Szabó Klárától*.

Mindezek mellett óriási sikere volt két plenáris előadásnak, *Mérő László* és *Pósa Lajos* különleges, izgalmas programjának, akiket bármikor, bármelyik Vándorgyűlésen szívesen látna és hallana újra a matematikát tanítók közössége. Mondandójukon felül egyediségükkel, személyes varázsukkal is színesítették, és gazdagították az idei rendezvény programját. A termek mérete adta objektív kereteket miatt remek megoldás volt a kivetítés a másik terembe. A Társulat honlapján azok is megnézhetik néhány előadás és szeminárium felvételét (köztük az említetteket), akik nem jutottak el Egerbe július 5.és 8. között.



Mérő László előadása a Vándorgyűlésen



Pósa Lajos és közönsége az RLV-n

Nagyon szép hagyományt sikerült tovább éltetni a Typotex kiadó legújabb kiadványainak bemutatását szolgáló, kedves hangulatú „Hangoskönyvek"-estével, amellyel egyúttal az esemény kitalálójára, a kiadó néhai vezetőjére, *Votisky Zsuzsára* emlékeztünk.

Az RLV helyszínén hallott vélemények és a saját tapasztalatunk alapján meggyőződéssel állíthatjuk, hogy hasznos, tartalmas, sokféle igényt kielégítő, jó hangulatú, szakmai és kulturális élményekben gazdag programunk volt – a többi szekcióhoz hasonlóan – felső tagozaton is.

A foglalkozások, előadások, étkezések és a szállás elhelyezése nagyon praktikusnak bizonyult.

Oláhné Téglási Ilona kedves, mindenben segítőkész háziasszonya, *Bíró Bálint* pedig körültekintő helyi szervezője volt az idei Vándorgyűlésnek.

Valamennyi szereplőnek és szervezőnek köszönettel tartozunk a sikeresen végzett munkájukért.

Ács Katalin és Juhász Nándor, a szakmai program szervezői

RLV 2022, alsó tagozatos szekció

[illegible]

digitális játékokat mutatott be, amelyekkel élményszerűvé varázsolható a matematikaóra. A játék fontos a gyermekek életében, nagy hatással van személyiségük és képességeik, készségeik fejlődésére. A játék során felélénkül érdeklődésük, tudásvágyuk. Úgy sajátítanak el új ismereteket, hogy közben örömüket lelik benne, átélik az alkotás izgalmát, megtanulják szeretni azt, amit csinálnak.

Bucz Lajosné (Hejőkeresztúri IV. Béla Általános Iskola) szemináriumán különböző táblajátékokkal és azok matematikaórán történő alkalmazásával ismerkedhetett meg a közönség. A táblajátékok használata nemcsak segíti a tanulókat a megfelelő matematikai alapok elsajátításában, hanem könnyebbé teszi a tananyag megértését, az ismeretek felidézését és növeli a tantárgy iránti érdeklődést. Általában igen motiválók mindkét fél részére, mind a szaktárgyi előrehaladás, mind az egyéb kompetenciák és készségek tekintetében.

Czapné dr. Makó Zita (EKKE TÓKI) és *Oláhné dr. Téglási Ilona* (EKKE MATINF) a Poliuniverzum játékcsaláddal örvendeztette meg a résztvevőket. Mivel a játék úgy jó, ha ki is lehet próbálni, ezért a szeminárium keretében a résztvevők nemcsak a játékkal ismerkedtek meg, hanem annak sokrétű alkalmazhatóságával a matematikaórán. Felhívták a figyelmet arra is, hogy tanórán kívül is érdemes játszani az eszközzel, hiszen: „A gyerek játék közben tanul. És a legfontosabb, hogy megtanul játszva tanulni" (O. Fred Donaldson).

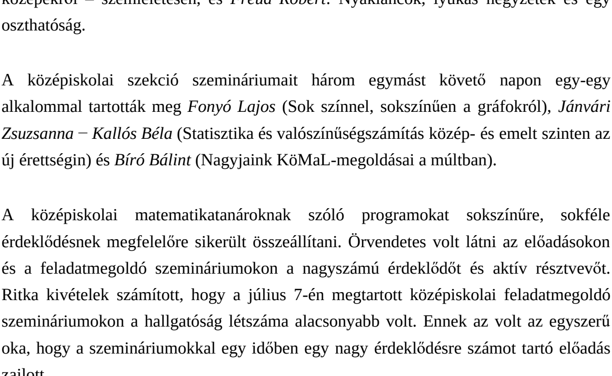
A korábbi évekhez hasonlóan az alsó tagozatos szekcióban színes programok várták a résztvevőket. Többségében a tevékenységhez, eszközökhöz, módszertanhoz kötődő előadások, szemináriumok voltak túlsúlyban, amelyek nem a matematika mélységeit kívánták feltárni. Elsősorban olyan jó gyakorlatok megosztásának színterei voltak ezek, amelyekkel nemcsak az alsó tagozaton tanító pedagógusok kaptak segítséget a matematika tanításában, hanem a felső tagozaton és a középiskolában tanító kollégák eszköztára is bővülhetett.

Kulman Katalin, ELTE TÓK

Középiskolai szekció

A vándorgyűlés szakmai programjának összeállítása minden évben a Bolyai Társulat Oktatási Bizottságának feladata. A középiskolai szekcióhoz tartozó előadások és feladatmegoldó szemináriumok szervezését, összeállítását *Somfai Zsuzsa* és *Bíró Bálint* végezte.

A plenáris előadások lehetséges témáit az Oktatási Bizottság részletesen megvitatta, a Társulat az előadókat ezután kérte fel. Ezek a plenáris előadások több tekintetben is kapcsolhatók a középiskolához. Ilyen volt *Röst Gergely*: A matematika évszázada című megnyitója és *Mérő László*: A 21. század motivációi című előadása.



Röst Gergely előadása a megnyitó ünnepségen

Mindezeken túl voltak olyan előadások is, amelyek az összeállított program szerint nem kifejezetten csak a középiskolai szekciónak szóltak, de a téma, illetve az előadó személye miatt szinte minden résztvevőt, így nagyon sok középiskolai tanár kollégát vonzottak: *Pósa Lajos*: Kooperatív játékok (ebből szemináriumok is voltak több alkalommal), *Csapodi Csaba − Kosztolányi József*: A matematikatanár-képzés szerkezeti, tartalmi és módszertani megújulása, *Lovász László*: A matematika egységéről

A középiskolai szekcióhoz tartozó előadások a konferencia egy-egy napján: *Koncz Levente − Csapodi Csaba*: Érdekességek az érettségiről, *Molnár István*: Nevezetes közepekről – szemléletesen, és *Freud Róbert*: Nyakláncok, lyukas négyzetek és egy oszthatóság.

A középiskolai szekció szemináriumait három egymást követő napon egy-egy alkalommal tartották meg *Fonyó Lajos* (Sok színnel, sokszínűen a gráfokról), *Jánvári Zsuzsanna − Kallós Béla* (Statisztika és valószínűségszámítás közép- és emelt szinten az új érettségin) és *Bíró Bálint* (Nagyjaink KöMaL-megoldásai a múltban).

A középiskolai matematikatanároknak szóló programokat sokszínűre, sokféle érdeklődésnek megfelelőre sikerült összeállítani. Örvendetes volt látni az előadásokon és a feladatmegoldó szemináriumokon a nagyszámú érdeklődőt és aktív résztvevőt. Ritka kivételek számított, hogy a július 7-én megtartott középiskolai feladatmegoldó szemináriumokon a hallgatóság létszáma alacsonyabb volt. Ennek az volt az egyszerű oka, hogy a szemináriumokkal egy időben egy nagy érdeklődésre számot tartó előadás zajlott.

Az előadásokon és a szemináriumokon az Eszterházy Károly Egyetem Matematikai és Informatikai Intézete által biztosított technikai körülmények (számítógép, projektor, táblai eszközök) tökéletesen megfeleltek az előadók igényeinek, az Egyetem ezen kívül állandó informatikai felügyeletet biztosított. Némely szeminárium esetén a terem befogadóképessége alatta maradt a szeminárium iránt érdeklődők számának.

A szokásoknak megfelelően a középiskolai tanárverseny feladatait az idén is *Fonyó Lajos* állította össze, a versenyen sokan vettek részt.

Az előadások és szemináriumok anyagát, a feladatokat és megoldásaikat, a prezentációkat az előadók a Vándorgyűlés után elküldik a Bolyai Társulatnak, és azok folyamatosan kerülnek föl a Társulat honlapjára, az RLV programjába. Több előadásról filmfelvétel is készült, a Társulat ezeket is megjelenteti.

Bíró Bálint szakmai programszervező

Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.
További információ

Érintő – Elektronikus Matematikai Lapok
Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember

Fülöp Zsolt
2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

A Mesés Regula és a központi felvételi

[illegible]

1. Nehézségek az aritmetikai módszerekről az algebrai eszközökre történő áttérés során

[illegible]

2. A hamis feltételezések módszere, avagy a Regula Falsi

[illegible]

Maróthi György

A módszerre vonatkozó legrégebbi írásos emlékek Kr.e. 2000 év körüliek. A módszer történelmi vonatkozásait egy másik tanulmányban már bemutattam [3], ezért itt csak a 18. századi európai aritmetika oktatásban fellelhető két mozzanatra térnék ki. Maróthi György Arithmetica című könyvében [10] bemutatja a Mesés Regula szabályát, amelyről a következőket írja: *„178. §. Amit deákul Regula Falsi-nak hívnak, azért nevezem magyarul Mesés Regulának, mert ezen szokták leginkább megfejteni a Meseforma kérdéseket, amelyekkel a Számvetők egymást próbálgatják. Deákul azért hívják Regula Falsinak, mert mikor rajta meg akarják fejteni a Mesét, elsőben csak ráfogják vaktában valamely számra, hogy az az, amelyet keresnek, jóllehet nem az. De osztán ebből a hamis számból találják ki a kérdésben levő igaz számot, amint mindjárt megmondjuk.”*

(235)

A' MESÉS REGULÁRÓL, vagy Regula Falsi-ról.

§. 178. A' mit Deákúl Regula Falsi-nak hívnak, azért nevezem Magyarúl Mesés Regulának, mert ezen szokták leg-inkább meg-fejteni a' Mese forma Kérdéseket, a' mellyekkel a' Számvetők edgymást próbálgatják. Deákúl azért hívják Regula Falsi-nak, mert mikor rajta meg-akarják fejteni a' Mesét; elsőben csak rá-fogják vaktában valamelly számra, hogy az az, a' mellyet keresnek; jóllehet nem az. De osztán ebből a' hamis számból találják-ki a' Kérdésben lévő igaz számot: a' mint mindjárt meg-mondjuk.

Azt a' vaktában fel-vett számot nevezhetjük Magyarúl Rá-fogásnak: Deákúl nevezik Positionak; vagy Görög szóval, Hypothesis-nek. (És innen a' Mesés Regulát is némellyek Regula Positionum-nak nevezik.)

Kétféle már a' Mesés Regula: Az edgyikben csak edgy a' Rá-fogás: a' Másikban kettő. Az elsőt hívják Edgyesnek; a' Másikat Kettősnek. (Deákúl Regula Falsi Simplex, & duarum positionum.) Az Edgyesen nem lehet mindent fel-vetni, a' mit a' Kettősön fel-lehet. De a' Kettősön mind fel-vethetni azokat-is, a' mellyeket az Edgyesen szoktak.

§. 179. Az Edgyes Mesés Regula (vagy Regula Falsi Simplicis positionis) ebből áll:

(1.) Minekutánna jól meg-értetted a' Kérdést, vagy Mesét; végy-fel akármelly számot: és fogd-rá, hogy az az, a' mellyet keresz. És mintha meg-akarnád próbálni, ha ugyan eleget tészen-é a' Kérdésnek? úgy véghez vigyed mindent, valamit a' Kérdés kíván.

(2) Ha nem tészen eleget a' Kérdésnek, (a' minthogy ritkán lehet igy edgyszeriben reá akadni,) azt a' számot, a' melly a' te fel-vett számodból ki-jött, ird elöl: utánna a' fel-vett számot, (vagy Rá-fogást:) 3-dik helyre pedig azt a' számot, a' mellynek ki-kellett volna jőni. E' három számhoz keress 4-diket a' Hármas Regulán. A' lészen az, a' melly eleget tészen a' Kérdésnek.

I. Péld.

Ezek után következik az ***egyes regula falsi*** módszerének bemutatása a következő feladat megoldásával.

> *Egy leánytól kérdik a Leányt kérők, hány esztendős? Az anyám úgymond harmadfél annyi idős, mint én: az Atyám pedig háromszor annyi idős. A hármunk ideje tészen 117 esztendőt. Kérdés, hány esztendős volt?*

A módszer lényege, hogy a lány életkorára egy tetszőleges számot választva kiszámítható a hármuk életkorának összege. Utána megvizsgáljuk ennek az összegnek és a 117-nek az arányát. A leány valós életkorát az általunk választott életkor és a kapott arány ismeretében számítjuk ki.

Az *egyes regula falsi* alkalmazására tekintsük az Országos Matematika Felvételi, 2014. január 18., 8. feladatát (a továbbiakban a felvételi feladatokra OMF 2014. január 18./8. módon fogunk hivatkozni).

> *A nekeresdi piacon 12 kg első osztályú és 8 kg másodosztályú almát vásároltunk. A másodosztályú alma kilogrammonkénti ára az első osztályú alma kilogrammonkénti árának 75%-a volt. Összesen 4176 tallért fizettünk. Hány tallér az első osztályú és a másodosztályú alma kilogrammonkénti ára? Írd le a számolás menetét is!*

Elsőként feltételezzük például, hogy az első osztályú alma kilogrammonkénti ára 100 tallér, míg a másodosztályú almáé 75 tallér. Ebben az esetben a 12 kg első osztályú és a 8 kg másodosztályú alma ára összesen 1800 tallér. A feladatban viszont összesen 4176 tallérba, vagyis az általunk feltételezett ár $4176 : 1800 = 2{,}32$-szorosába került a vásárlás. Tehát az almák valódi ára az általunk feltételezett ár 2,32-szerosa, így az első osztályú almából egy kg 232 tallérba, míg a másodosztályú almából 174 tallérba került.

A fenti gondolatmenettel könnyen megoldhatók az OMF 2018. január 25./10., OMF 2019. január 19./6. Az utóbbi feladathoz mellékelt javítási útmutatóban az egyik módszernél felfedezhetők az *egyes regula falsi* szabályának bizonyos jelei.

Edward Hatton könyvében találunk egy részletes leírást a ***kettős regula falsi*** számolási szabályaira vonatkozóan [7]. Ebben az esetben a megoldás során két feltételezést használunk ki, és a számolási szabály egy szigorú algoritmus mechanikus alkalmazásán alapul. A módszer viszonylag körülményes, ennek ellenére a 18. század aritmetikájában népszerű volt. Nagy hátránya viszont, hogy csak a feladat konkrét megoldására szolgált. Ezért eredeti formájában nem illeszthető be a mai oktatási stratégiák közé, mivel napjainkban a feladatok megoldásán túl a strukturális gondolkodás fejlesztése is egy alapvető célkitűzés. Ezért vizsgáltuk meg azokat a lehetőségeket, hogy a kettős feltételezésen alapuló feladatmegoldási módszereket milyen módon kell úgy átalakítani, hogy azokat bevezethessük a mai oktatási gyakorlatba. A továbbiakban néhány konkrét feladaton keresztül szemléltetnénk a módszer lényeges jegyeit.

3. Hogyan oldjunk meg szöveges feladatokat a Mesés Regulával?

Tekintsünk kezdetben egy olyan felvételi feladatot (OMF, 2006. január 28./8.), amelyhez hasonlókat már alsóbb osztályokban is tanítunk nemcsak aritmetikai módszerekkel, hanem különböző képi reprezentációkkal is (gondoljunk például a mindannyiunk által jól ismert feladatra, ahol egy udvarban tyúkok és nyulak vannak, az ismert adatok pedig a fejek, illetve a lábak száma, ebből kell kiszámítani az egyes állatok számát).

> *A szerelők 155 méter hosszú útvonalon vízvezeték csövet fektettek le nyolc méteres és öt méteres darabokból. Összesen 25 darab csövet használtak fel. Hány db 8 m-es és hány db 5 m-es cső kellett? Írd le a megoldás gondolatmenetét!*

A feladat algebrai modellje a $8 \cdot x + 5 \cdot (25 - x) = 155$ egyenlet, viszont ennek a felírása a tanulók többségének gondot okoz. Ennek egyik oka, hogy nem tudják helyesen felírni az adatok közötti összefüggéseket (ha a 8 m-es csövek száma x, akkor az 5 m-eseké $25 - x$), valamint az egyenlet felírásakor mellőzik a 8-as, illetve 5-ös szorzókat. Ezért a leggyakrabban előforduló *hibásan felírt egyenletek* a következők: $8 \cdot x + 5 \cdot x = 155$, $x + 25 - x = 155$, illetve az $x + x = 125$.

A többféle aritmetikai módszer közül a következőt emelnénk ki. Kezdetben feltételezzük, hogy minden cső 5 m-es. Ennek alapján a csövek együttes hossza $5 \cdot 25 = 125$ m, amely 30 m-rel rövidebb a feladatban szereplő adatnál. Viszont, ha egy 5 m-es csövet 8 m-esre cserélünk, akkor a csövek együttes hossza 3 m-rel növekszik (miközben a csövek száma változatlan marad), így összesen $30 : 3 = 10$ ilyen „cserére" van szükség. Tehát 10 darab 8 m-es és 15 darab 5 m-es csőre van szükség.

Hasonló gondolatmenettel oldhatók meg az OMF 2007. február 1./5. és OMF 2013. január 19./8. feladatok is.

A fentiekben bemutatott módszer a *kettős regula falsi* módszerének egy alapvető változata, mivel az első feltételezés 25 db 5 m-es és 0 db 8 m-es cső) és a második feltételezés (24 db 5 m-es és 1 db 8 m-es cső) során vizsgáljuk a feltételezés hibájának alakulását. Tehát a fenti gondolatmenet magában hordozza a *kettős reguls falsi* alkalmazásának szabályát, amelyet a következő feladatokban részletesebben bemutatunk. Kezdetben tekintsünk egy viszonylag egyszerű feladatot, amelyet a tanulók többsége algebrai módszerekkel is képes megközelíteni (OMF 2010. január 23./8.).

> *Egy kollégium négy épületében összesen 436 diákot helyeztek el. Az első épületben 10 diákkal több van, mint a negyedikben, a negyedikben pedig 8 diákkal több van, mint a harmadikban. A második épületben viszont 10 diákkal van több, mint a harmadikban. Hány diák lakik az egyes épületekben? Írd le a megoldás menetét is!*

1. feltételezés: Kezdetben feltételezzük, hogy az első épületben 50 diák van, majd a feladat adatai közötti összefüggéseket figyelembe véve adódik, hogy a másodikban 42, a harmadikban 32, míg a negyedikben 40 diák van, így a diákok száma összesen 164. A feladatban viszont összesen 436 diák szerepel, tehát a feltételezésünk hibája $436 - 164 = 272$.

2. feltételezés: Az előző feltételezéshez képest az első épületben lévő diákok számát eggyel növeljük. Így az első épületben 51, a másodikban 43, a harmadikban 33, a negyedikben pedig 41 diák van, ez összesen 168 diákot jelent. Így a feltételezés hibája $436 - 168 = 268$.

Belátható, hogy az első épületben lévő diákok számát eggyel növelve a feltételezés hibája 4-gyel csökken. Így, az első feltételezésből kiindulva, ha az első épületben elszállásolt diákok számát $272 : 4 = 68$-cal növeljük, akkor a feltételezés hibája 0-ra csökken. Tehát az első épületben 118, a másodikban 110, a harmadikban 100, a negyedikben pedig 108 diák lakik. Megfigyelhető, hogy a feladat megoldása során a tanulók az általuk választott számadatokkal dolgozhatnak, viszont a két feltételezés során következtetéseket kell megfogalmazniuk az adatok változása és a feltételezés hibájának az alakulása között, majd ezek alapján konkrét aritmetikai számításokkal megtalálják a helyes eredményt.

Hasonlóan gondolkodva oldhatjuk meg az OMF 2009. január 29./10., OMF 2017. január 21./6., OMF 2018. január 25./6. és 7., OMF 2019. január 24./10., OMF 2021. január 23./6., OMF 2022.január 27./8. feladatokat.

A fenti feladat esetében jogosan vetődik fel a kérdés, hogy miért szükséges ezzel a módszerrel dolgozni, amikor a megoldáshoz szükséges algebrai egyenlet viszonylag egyszerűen felírható, a vagy a tanulói dolgozat a szakaszos ábrázolás módszerével is (bár a javítókulcsban kizárólag az algebrai módszer jelenik meg). Viszont a tapasztalat szerint jelentős számban akadnak tanulók, akiknek még ilyen viszonylag egyszerű feladat is bonyolultnak tűnt okoz. Így hasznosnak bizonyulhat, ha egy megoldási módszerrel több van a tanulói tudástárban.

Léteznek viszont olyan felvételi feladatok is, amelyek megoldása a legtöbb tanuló számára gondot okoz, ehhez tekintsük például a következő felvételi feladatot (OMF 2013. január 24./8.):

> *Egy dobozban számkártyák vannak, minden kártyán van egy szám. Az összes kártya 75%-án páros szám van, a többi számkártyán páratlan szám van. Ha kiveszünk a dobozból öt páros, és öt páratlan számot tartalmazó számkártyát, akkor a dobozban maradó számkártyák pontosan hatodán lesz páratlan szám. Összesen hány számkártya volt eredetileg a dobozban? Írd le a számolás menetét is!*

A feladat megoldása során az első feltételezést könnyen megtehetjük a kártyák százalékos megoszlásából kiindulva.

1. feltételezés: 25 páratlan és 75 páros számkártya van a dobozban. Ha kiveszünk öt páros és öt páratlan számkártyát, akkor 20 páratlan és 70 páros számkártya marad. Mivel a dobozban maradó számkártyák között 5-ször annyi páros van, mint ahány páratlan, következik, hogy $5 \cdot 20 = 100$ darab páros számkártya kéne legyen. Tehát a feltételezés hibája $100 - 70 = 30$.

2. feltételezés: Eggyel növeljük a páratlan számkártyák számát, így 26 páratlan és 78 páros számkártya van (háromszor annyi páros számkártya van, mint páratlan). A megfelelő számú kártyákat kivéve 21 páratlan és 73 páros marad. Az 1. feltételezésnél bemutatott gondolatmenet szerint a feltételezés hibája $5 \cdot 21 - 73 = 32$ lesz.

Tehát a páratlan számkártyák számát eggyel *növelve* a feltételezés hibája kettővel *növekszik*. Így az első feltételezéshez képest a páratlan számkártyák számát 15-tel kell *csökkenteni* ahhoz, hogy a feltételezés hibája 0-ra csökkenjen. Ebből következik, hogy eredetileg 10 páratlan és 30 páros számkártya volt a dobozban.

Ebben a feladatban a legtöbb nehézséget az adatok közötti összefüggések betűszimbólummal való megközelítése, majd az egyenlet felírása okozza, ezzel magyarázható, hogy a legtöbb tanuló képtelen megbirkózni a feladattal. A hamis feltételezések módszerével viszont a tanulók konkrét, általuk választott számadatokkal dolgozhatnak, következtethetnek, kikerülve ezáltal a betűszimbólumokkal való manipulálás nehézségeit.

Hasonló gondolatmenettel oldhatók meg az OMF 2011. január 27./10., OMF 2020. január 18./10., illetve OMF 2021. január 23./8. feladatok is.

Adódnak olyan helyzetek is, amikor a feladatban szereplő számadatok miatt indokolt egy „visszafelé gondolkodás". Ehhez tekintsünk egy másik felvételi feladatot (OMF 2016. január 21./10.).

> *Az iskolai énekkarban kétszer annyi lány van, mint fiú. Betegség miatt az énekkari próbán 3 fiú és 3 lány nem tudott részt venni, a többiek viszont valamennyien ott voltak. Így az énekkari próbán részt vevő fiúk száma a lányok számának $\frac{4}{9}$ része volt. Hány lány és hány fiú tagja van az énekkarnak?*

Ebben az esetben könnyebben célt érünk, ha a bonyolultabb összefüggéseket tartalmazó végső helyzetből kiindulva fogalmazzuk meg a feltételezéseket.

1. feltételezés: A próbán résztvevő lányok száma 90, míg a fiúk száma 40. Tehát az iskolai énekkarban 93 lány és 43 fiú van. Mivel a lányok száma kétszerese a fiúk számának, ezért a feltételezés hibája $93 - 2 \cdot 43 = 7$.

2. feltételezés: A próbán résztvevő lányok száma 99, míg a fiúk száma 44. Így az iskolai énekkarban 102 lány és 47 fiú van, a feltételezés hibája $102 - 2 \cdot 47 = 8$. Ebből következik, hogy a lányok számát 9-cel emelve a feltételezés hibája eggyel növekszik.

Tehát ha azt akarjuk, hogy a hiba 7-tel csökkenjen, akkor a lányok számát $7 \cdot 9 = 63$-mal kell csökkenteni az első feltételezéshez képest. Így a lányok száma 27, míg a fiúk száma ennek a $\frac{4}{9}$ része, azaz 12. Ehhez hozzáadva a próbáról hiányzó 3 fiút és 3 lányt, adódik, hogy az énekkarban 30 lány és 15 fiú van. Ez viszont eleget tesz a feladatban szereplő feltételnek, amely szerint a lányok száma a fiúk számának a kétszeresével egyenlő.

A fenti gondolatmenet bonyolultnak tűnhet, viszont érdemes megjegyezni, hogy a felvételiző tanulók nagyon kis részaránya képes helyesen felírni a feladat megoldásához szükséges $x - 3 = \frac{4}{9} \cdot (2 \cdot x - 3)$ egyenletet.

Hasonlóan gondolkodva járhatunk el az OMF 2014. január 23./10., OMF 2015. január 17./10., OMF 2017. január 21./10. feladatok esetében is..

A törtegyütthatós egyenletek felírása során tapasztalható nehézségek főként a betűszimbólumokkal történő manipulációval kapcsolatosak, vagyis a tanulók nehezebben dolgoznak olyan algebrai kifejezésekkel, ahol az együtthatók törtszámok. Tekintsük például a következő feladatot (OMF 2015. január 22./8.).

> *Egy szám felének és harmadának az összege 49-cel nagyobb, mint a szám negyede. Melyik ez a szám? Válaszodat számítással indokold!*

A feladat megoldható tipikusan aritmetikai eszközökkel, viszont itt is gondot okozhat a törtrészek és a feladatban szereplő számadat (konkrétan a 49) megfeleltetése. A hamis feltételezések módszerével lehetőség adódik arra, hogy a tanuló általa gondolt konkrét számok törtrészeivel számoljon, ez jelentősen megkönnyíti a számolási eljárást. A feladat adatait figyelembe véve célszerű 12-vel osztható számokra gondolni. Így például kiindulhatunk a következő feltételezésekből.

1. feltételezés: Legyen a gondolt szám 12. Akkor a felének és harmadának összege 7-tel több a szám negyedénél, vagyis a feltételezés hibája $49 - 7 = 42$.

2. feltételezés: Legyen a gondolt szám 24. Ebben az esetben a felének és harmadának összege 14-gyel több a szám negyedénél, a feltételezés hibája pedig $49 - 14 = 35$.

Belátható, hogy a gondolt számot 12-vel *növelve* a feltételezés hibája 7-tel *csökken*, tehát az első feltételezéshez képest a gondolt számot $6 \cdot 12 = 72$-vel kell növelni, így a feladat megoldása $12 + 72 = 84$.

Megjegyezzük, hogy a fenti feladatot az *egyes regula falsi* szabályával is meg lehet oldani. Az első feltételezésnél a szám felének és harmadának összege 7-tel nagyobb a szám negyedénél. A feladatban viszont ez a különbség 49, így adódik, hogy a feltételezett számnak a hétszeresét véve megkapjuk a helyes eredményt, ami 84. Ez a módszer gyorsabb a *kettős regula falsi* alkalmazásánál, viszont bizonyos esetekben félrevezető is lehet.

A fenti feladatban alkalmazott *kettős regula falsi* módszere alkalmazható az OMF 2008. január 26./5., OMF 2009. január 24./8., illetve OMF 2015. január 17./8. feladatok esetében is.

Összefoglalva, a hamis feltételezések módszerének tanítása ***nem helyettesítheti, hanem hatékonyan kiegészítheti*** az iskolai tananyagban szereplő aritmetikai és algebrai módszereket. Olyan feladatok megoldására kínál egy alternatívát, amelyeknek a tanult aritmetikai vagy algebrai eszközökkel való megközelítése bonyolult. Egy évfolyamon belül lehetőséget nyújt a differenciálásra: azok a tanulók, akik számára az algebrai módszerek elsajátítása bonyolult, dolgozhatnak a hamis feltételezések módszerével, miközben társaik már az algebra eszközeit használják. Amint már említettük, a módszer jelentős szerepet játszik a strukturális gondolkodás fejlesztésében és így az algebrára való áttérésben. Mivel ***az algebrai ismeretek megszilárdulásával a hamis feltételezések módszere háttérbe szorul***, ezért nem kell attól tartani, hogy a hamis feltételezések módszere teljesen kiszorítaná a szöveges feladatok algebrai úton való megközelítését.

Irodalomjegyzék

[1] G. Boulton-Lewis, H. Pillay, L. Wills. Sequential development of algebra knowledge: a cognitive analysis. *Mathematics Education Research Journal*, Vol 10/2, 1998.
[2] E. Filloy, T. Rojano. Solving equations, the transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9 (2), 1989.
[3] Zs. Fülöp, Feladat megoldási módszerek összehasonlító vizsgálata a pedagógus, illetve a diák rendelkezésére álló ismeretek birtokában. *Doktori értekezés, Matematika és Számítástudományok Doktori Iskola*, Szeged, 2017.
[4] Zs. Fülöp. Regula falsi in lower secondary school education. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 14 / 2, 2016.
[5] Zs. Fülöp. Regula falsi in lower secondary school education II. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 18 / 2, 2020.
[6] Zs. Fülöp. Transition from arithmetic to algebra in primary school education. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 13/ 2, 2015.
[7] E. Hatton. An entire system of arithmetic or arithmetic in all its parts. *University of Michigan*, 1721.
[8] N. Herscovics, L. Linchevski. A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 1994.
[9] C. Kieran. Concepts associated with the equal symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 1981.
[10] Maróthi Gy., Arithmetica, Debrecen, 1782
[11] K. Stacey, M. McGregor. Learning the algebraic methods of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 18, 2000.

Fülöp Zsolt egyetemi adjunktus
Pedagógusképző Intézet
Károli Gáspár Református Egyetem, Pedagógiai Kar

Csapodi Csaba, Koncz Levente 2022. SZEPTEMBER, TANÓRA – SZAKKÖR

Háromszintű érettségi? − Vitaindító!

A kétszintű érettségi vizsgarendszer annak 2005-ös bevezetése óta a magyar közoktatás egyik legstabilabb eleme. A kezdetektől több kutatás középpontjában állt, és bár eleinte voltak, akik kritikával illették (ld. például Csapó Benő írását a 2008-as Zöld könyvben), az elmúlt időszakban nem merült fel az egész vizsga szerkezetét érintő érdemi változtatásra igény, oktatáspolitikai szándék.

Ezek a megállapítások a matematika tantárgyra is vonatkoznak. Jelen cikk szerzői több írásban, elemzésekben, doktori disszertációban vizsgálták a kétszintű matematika érettségi vizsga különböző elemeit, eredményességét, ezeket a cikk végén egy linkgyűjteményben gyűjtöttük össze. A kutatások alátámasztották az írásbeli vizsga méréselméleti megfelelőségét és a vizsgával való tanári elégedettséget, de jeleztek néhány problémás részterületet is, amelyekről az alábbiakban lesz szó.

Éppen ezek a kutatások, valamint a tantervi követelmények változásának következtében történt ugyan néhány módosítás a vizsgaleírásban és a vizsgakövetelményekben (2017, 2024), de a vizsga alapvető szerkezete nem változott meg az elmúlt 17 év során. (Itt jegyezzük meg, hogy az ezzel ellentétes olvasattal szemben nem változik a középszintű szóbeli vizsgák rendszere 2024-től, az továbbra is csak azok számára lesz kötelező, akik az írásbeli vizsgarészen 12 és 24% között teljesítenek.)

Van azonban néhány probléma, amelyeket nem szabad elhallgatni.

1. **Kevesen tesznek emelt szintű érettségi vizsgát matematikából.**

A kétszintű vizsgarendszer eredeti szándékától eltérően sok olyan egyetemi szak indul, ahol ugyan a tanulmányok eredményes elvégzéséhez szükséges lenne, hogy az oda bekerülő hallgatók emelt szintű érettségi vizsgával rendelkezzenek matematikából, azonban egyfelől az adott szak ezt nem írja elő kötelezően, másfelől a végzős diákok a felvételi pontszámítási rendszer sajátosságai miatt jobban járnak, ha középszintű vizsgát tesznek matematikából. Érdemes a „nagyobb" tárgyak emelt szintű vizsgáinak arányát áttekinteni az adott tárgy összes vizsgáját tekintve, még akkor is, ha tudjuk, hogy ez az egyes tárgyak esetében más-más okokra vezethető vissza: matematika 7,3%, magyar nyelv és irodalom 3,2%, történelem 11,1%, angol nyelv 30,0%, német nyelv 19,6%, biológia 59,2%, fizika 52,3%, kémia 92,0%, informatika 29,3%, földrajz 15,0% (2021 májusi adatok).

2. **Bizonytalan, hogy milyen ismeretekkel, kompetenciákkal rendelkeznek azok, akik szóbeli vizsgán érik el az elégségeshez szükséges pontszámot.**

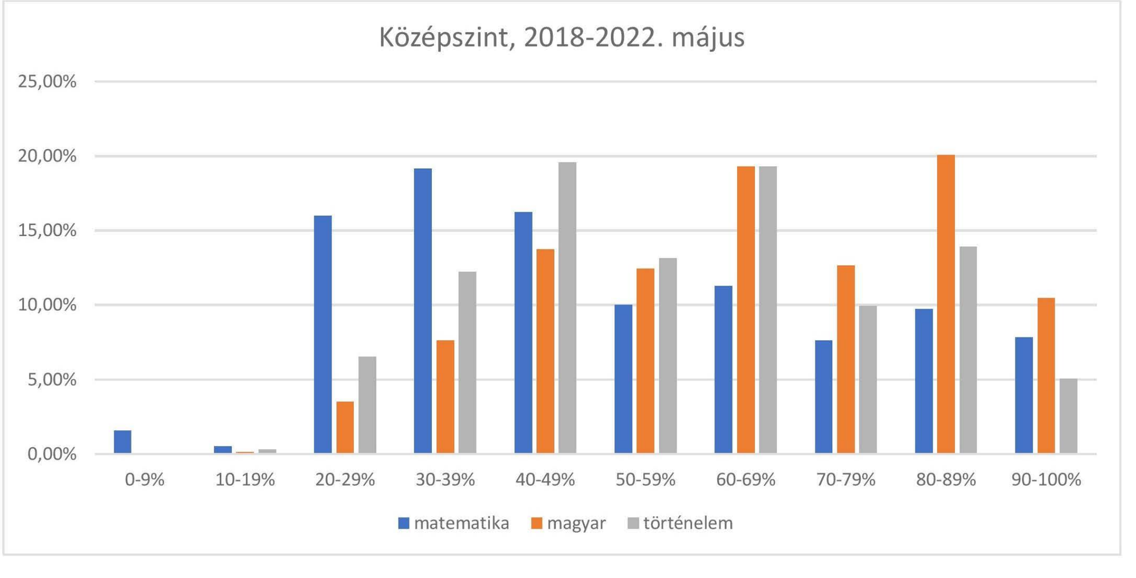
Nem szeretnénk ebbe a kérdésbe nagyon belemerülni, ezért csak azt jelezzük, hogy azok a diákok (bizonyos években 8-10 000 fő, 2013 óta a vizsgázók átlagosan 12%-a), akik a középszintű írásbelin nem érnek el 25%-ot, pár héttel később már remekül szerepelnek a szóbeli vizsgarészen (mindössze 2-300 diák bukik meg évente a szóbeli vizsgán). Kutatásaink alapján a középszintű szóbeli vizsga matematikából semmiféle méréselméleti alapelvnek nem felel meg. Valószínűsíthetjük, hogy sem a vizsgázók ezen jelentős részhalmaza, sem a középszinten legfeljebb elégséges osztályzatot szerző diákok (akik a teljes érettségiző korosztály 40% körüli részét teszik ki) jelentős része nem éri el azokat az eredményeket, amiket például a Nemzeti alaptanterv megfogalmaz a matematika fejlesztési céljait illetően.

Az egyik nehézséget az a tény okozza, hogy a matematika érettségi eredmények nagy szórást mutatnak, ami különösen akkor látványos, ha a három kötelező érettségi tantárgy eredményeit hasonlítjuk össze. Az alábbi táblázat tartalmazza a matematika, a magyar nyelv és irodalom, valamint a történelem írásbeli százalékos eredmények átlagos szórását a 2018−2022 évek májusi vizsgaidőszakaiban. (Az eredmények szórása meglehetősen stabil, az egyes tárgyakra nagyon jellemző mutató.)

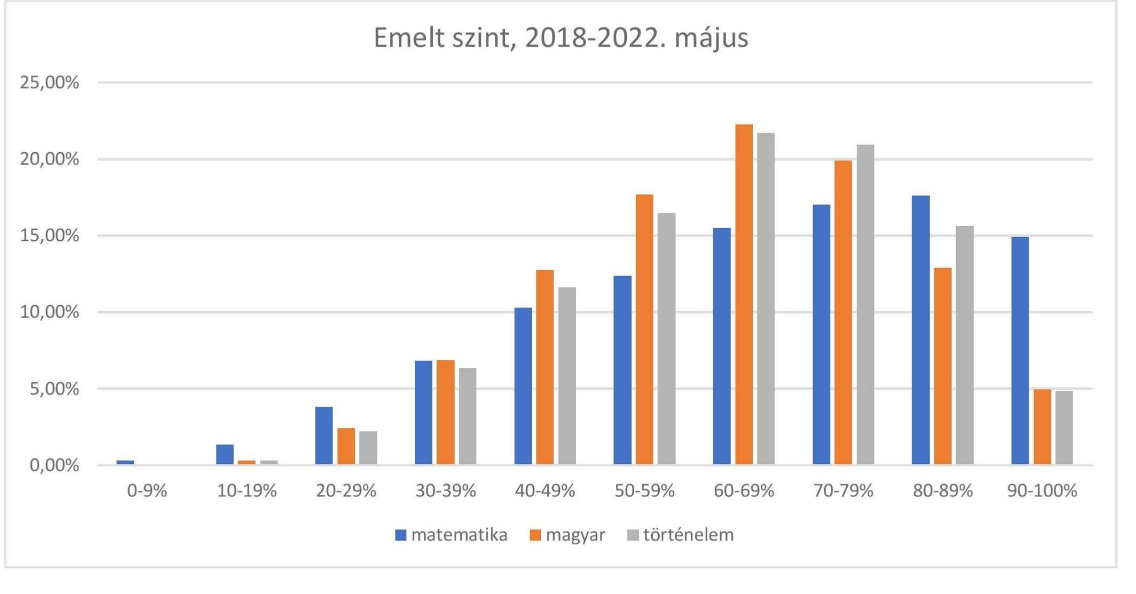
	matematika	magyar	történelem
középszint	24,2	19,2	18,7
emelt szint	24,9	16,0	16,2

Írásbeli százalékos eredmények átlagos szórása három tárgyból (2018−2022 májusi vizsgaidőszak).

A 2018 és 2022 közötti májusi eredményeken azt is látjuk, hogy míg matematikából középszinten 40% alatt átlagosan a vizsgázók 37%-a teljesít, addig ugyanez az arány magyarból 11%, történelemből pedig 19%. Ugyanakkor a középszinten kimagaslóan jók (tekintsük például a 90% feletti teljesítményt nyújtó diákokat) körében matematikából és magyarból is a diákok 8-10%-a található, míg a történelem esetében ugyanez az arány 5%. Az alábbi diagram mutatja a középszintű eredmények átlagos megoszlását 2018 és 2022 között.



Emelt szinten is hasonló jelenséget láthatunk, itt most az emelt szinten kiválóan (90% feletti eredménnyel) szereplő diákok az elmúlt 5 évet tekintve átlagos arányát emeljük ki: matematikából erre a vizsgázók 15%-a, magyarból és történelemből kb. 5%-a képes. Az alábbi diagramon az is látható, hogy emelt szinten is igaz, hogy matematikából nagyobb a gyengén teljesítők aránya, mint a másik két tárgyból.



A fentiek alapján tehát azt állapíthatjuk meg, hogy a matematika különleges helyzetben van a közoktatásban, és a (középszintű) matematika érettségi vizsga is nehéz kihívásoknak kell, hogy megfeleljen: egyszerre kell mérnie azokat a diákokat, akik alapvető ismeretekkel is alig rendelkeznek, és azokat, akik – a követelmények megvalósítása esetén – sokkal többre is képesek lennének. Ez utóbbiba soroljuk azokat a diákokat, akik jelenleg középszintű érettségit tesznek matematikából, de aztán olyan felsőoktatási intézménybe kerülnek be, ahol igen hamar igen magas elvárásokkal találkoznak matematikából.

Ide tartozó kérdés, hogy az egyes felsőoktatási szakok eredményes elvégzéséhez milyen matematikai ismeretek és kompetenciák szükségesek? Nem tudunk ezzel kapcsolatos átfogó kutatásról, de saját tapasztalataink és másoktól szerzett információk alapján a felsőoktatási szakokat három részre tudjuk osztani:

- az első csoportba azok a szakok tartoznak, ahol szinte semmilyen, a középiskolai ismereteket meghaladó matematikai tudásra nincs szükség. A teljesség igénye nélkül ilyen szakok például: tanítóképzés, művészeti felsőoktatás, bölcsészettudományi szakok egy része, jogi képzés.
- a második csoportba azokat a szakokat sorolhatjuk, ahol – sokszor az oda jelentkező hallgatók számára is meglepő módon – viszonylag komoly matematikai tanulmányok zajlanak, de ezek inkább gyakorlati jellegű kurzusok. Ezeken a szakokon elsősorban az alkalmazásra helyezik a hangsúlyt, kevés elméleti ismeretet kérnek számon a hallgatóktól. Ilyennek tekinthetjük például a szociológia és pszichológia szakok statisztika tárgyait, a gazdasági szakok analízis, algebra, valószínűségszámítási kurzusait. Ezeknek a szakoknak egy része tulajdonképpen elő kellene, hogy írja a kötelező emelt szintű érettségi vizsgát matematikából, de nem teszi.
- a harmadik csoportba pedig azok a szakok tartoznak, ahol komoly és elméletileg is megalapozott matematikaoktatás zajlik. Ilyen természetesen a matematikus szak, de ide sorolhatjuk a mérnöki tanulmányokat, illetve egyéb természettudományi alapszakokat, az elméleti jellegű gazdasági felsőoktatást, vagy akár az informatikus képzést.

Megoldás lenne, ha több, a második csoportba tartozó felsőoktatási szak írná elő kötelezően az emelt szintű érettségi vizsga letételét matematikából, de az elmúlt évtized tapasztalatai alapján erre nem érdemes várni. Sőt, a legújabb hírek szerint pont ezzel ellentétes irányú folyamat várható.

Egy másik megoldás lehetne – a többszintű érettségi vizsgarendszer eredeti koncepciójának megfelelően – egy harmadik, ún. alapszintű vizsga bevezetése. Ez azoknak a diákoknak jelentene lehetőséget a közoktatásbeli tanulmányaik lezárására, akik érettségi vizsgabizonyítványt szeretnének szerezni, de nem kívánnak a felsőoktatásban továbbtanulni. Nem tudunk olyan szándékról, ami ebbe az irányba terelné az érettségi vizsga rendszerét. Már csak azért sem, mert a többi tárgy valószínűleg kevésbé küszködik a fenti problémákkal.

Így akkor nem marad más lehetőség a matematika számára: a jelenlegi körülmények mentén kell megoldást találni a problémákra. Egy ilyen lehetséges megoldást vázolunk az alábbiakban. Hangsúlyozzuk, hogy nem foglalkozunk jogi, közigazgatási, szervezési, anyagi kérdésekkel. Arra vagyunk kíváncsiak, hogy a matematikatanári társadalom mit gondol az alábbi javaslatról szakmai, módszertani szempontból.

A javaslat lényege: kétféle matematika érettségi vizsgát lehessen tenni, az egyszerűség kedvéért nevezzük ezeket most Matematika I és Matematika II tárgyaknak. Mindenkinek kötelező lenne valamelyik matematika tárgyból érettségi vizsgát tenni.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A **KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ** ROVATBAN ELSŐSORBAN OLYAN KÖNYVEKRŐL SZERETNÉNK TUDÓSÍTANI ÉS OLYAN ELEKTRONIKUSAN ELÉRHETŐ ÍRÁSOKAT AJÁNLUNK, AMELYEK A MATEMATIKA BÁRMELY RÉSZE VAGY KAPCSOLATAI IRÁNT ÉRDEKLŐDŐK SZÁMÁRA KÍVÁNATOSAK LEHETNEK. (ROVATSZERKESZTŐ: *TÓTH JÁNOS.)*

Karátson János
2022. SZEPTEMBER,
KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A végeselem-módszer és folyadékdinamikai alkalmazásai

A szokásostól eltérően ez egy olyan mű, amely sem nem magyar nyelvű, sem nem friss. Azonban több szempontból is igen hasznos olvasnivaló az alkalmazott matematika egy nevezetes területéről. A szerzők célja volt, hogy mind matematikusok, mind az elmélet iránt is érdeklődő mérnökök meríthessenek az anyag megfelelő részeiből..Elman, H. C., Silvester,D. J., Wathen, A. J.: *Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics* című könyvét *Karátson János* ismerteti.

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

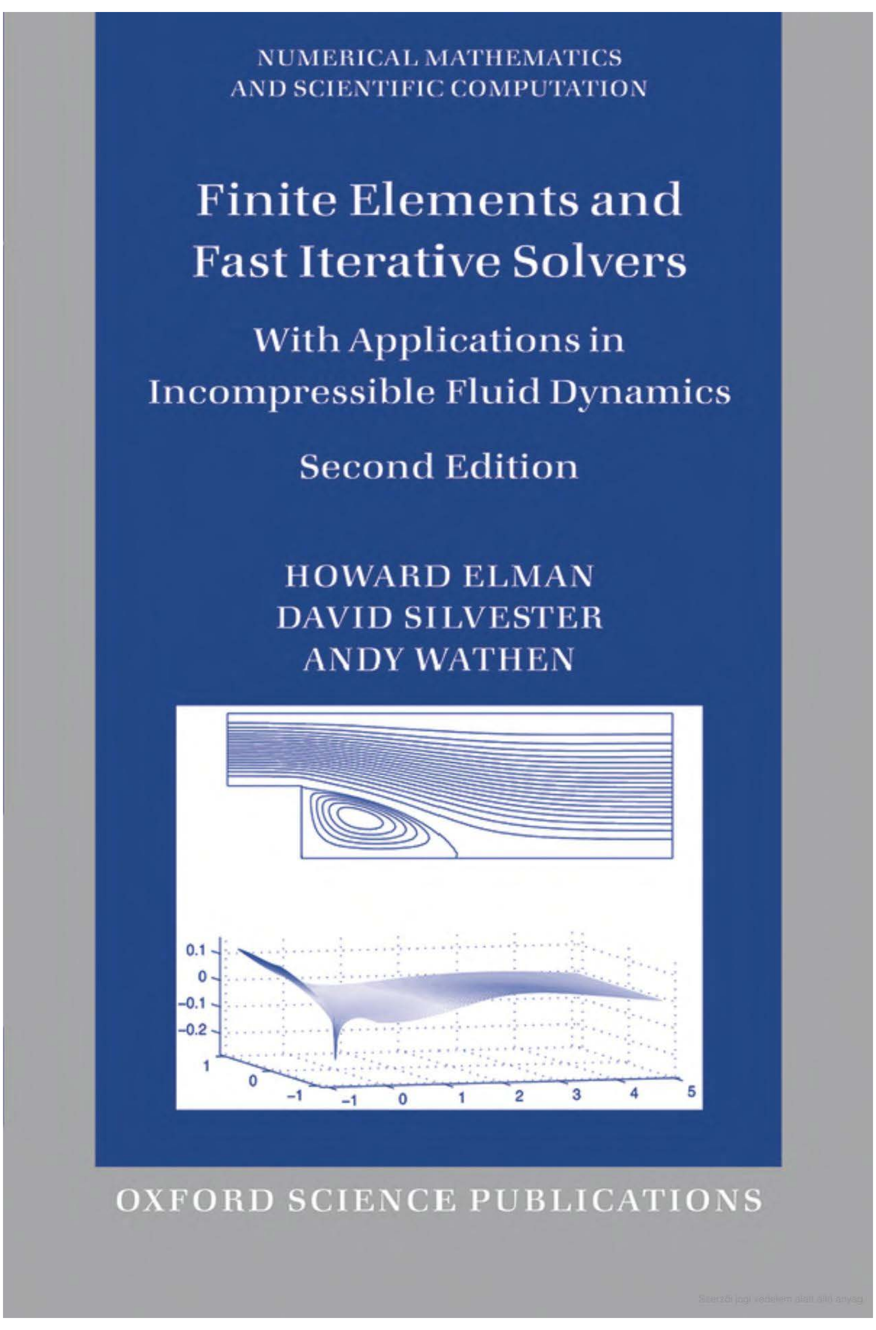
Karátson János 2022. SZEPTEMBER, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A végeselem-módszer és folyadékdinamikai alkalmazásai

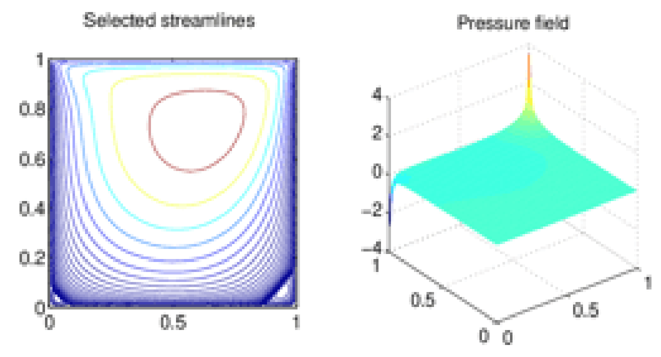
Elman, H. C., Silvester, D. J., Wathen, A. J.: *Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics*, Oxford University Press. First edition: 2005, Second edition: 2014.

E könyvismertető tárgya a szokásostól eltérően egy olyan mű, amely sem nem magyar nyelvű, sem nem friss. Azonban több szempontból is igen hasznos olvasnivaló az alkalmazott matematika egy nevezetes területéről, mind oktatói szempontból, mind elméleti és gyakorlati felhasználásra nézve is. Jó szolgálatot tesz, ha utána akarunk nézni felmerülő kérdéseinknek a témában.

A könyv a végeselem-módszert (FEM) mutatja be parciális differenciálegyenletek (PDE-k) többféle, áramlástanhoz kötődő típusára az összenyomhatatlan folyadékokra vonatkozó Navier-Stokes-egyenletek (NS) köré felfűzött szerkezetben. Utóbbi önmagában is jól ismert és alapvető jelentőségű matematikai modellt alkot, melynek elméleti megalapozása a milleniumi problémák közé tartozó és máig megoldatlan kérdéseket tartalmaz. Ezenkívül igen sokféle gyakorlati helyzetben és összetettebb áramlástani feladatok részeként is felbukkan, így numerikus megoldási módszereinek fejlesztése mindig időszerű kérdéskör.



Ahhoz, hogy a NS-egyenletekhez és numerikus megoldási módszereikhez eljussunk, a könyv több lépésen át viszi az olvasót. A részfeladatok egyrészt építőkövei maguknak az NS-egyenleteknek, másrészt önállóan is releváns PDE-modellek. A könyv első kiadása a stacionárius esetre szorítkozik, a legegyszerűbb Poisson-egyenlettől a konvekció-diffúziós egyenleten és a Stokes-feladaton át az időfüggetlen Navier–Stokes-egyenletekig terjed. E négyes tagolás lehetővé teszi a FEM jól érthető bevezetését, majd az adott újabb feladat sajátosságaihoz való adaptációinak bemutatását. Jól segíti a megértést a részek egységes szerkezete is. Mind a négy modellről két-két fejezet szól: az első a végeselemes diszkretizálásról, a második a kapott algebrai egyenletrendszerek iterációs megoldásáról. Az egyes modellek bevezetésekor mindig látunk ún. referenciaproblémákat, melyek megoldása vagy explicit, vagy tükröz valamely tipikus jelenséget (pl. határrétegek, visszaáramlások sarkokban). Egységes formában olvashatunk a FEM konstrukciójáról és hibabecsléseiről. Bizonyításokból a könyv annyit foglal az anyagba, hogy a lényeges dolgok világosak legyenek, de ne vesszünk el a részletekben. A második kiadás kiegészíti a fentieket az időfüggő eset rövid ismertetésével a NS-egyenletekre és egy erre épülő Boussinesq-típusú (felhajtóerőt figyelembe vevő) modellre, valamint PDE-feltétel melletti optimalizációs problémákra. E gyakorlatban is fontos feladatoknál jól használhatóak a korábbi fejezetek diszkretizációs és prekondicionálási technikái.



A sebességmező és a nyomás szemléltetése egy áramlási modellfeladat esetén nyitott szögletes üregben.

A könyv tág közönséget céloz meg. Első részei (Poisson-, konvekció-diffúziós és Stokes-egyenletek) mesterszakos és doktori hallgatók számára is megfelelő anyagot tartalmaznak, ilyen kurzusok jól meríthetnek belőle. A későbbi fejezetek már kutatási szintet érnek el, részben a szerzők eredményeit is beépítik, melyekben a numerikus módszer kihasználja a PDE-k szerkezetét. A szerzők célja volt, hogy mind matematikusok, mind az elmélet iránt is érdeklődő mérnökök meríthessenek az anyag megfelelő részeiből.

Az anyag feldolgozását nagyban segíti, hogy az egyes fejezetek végén elméleti és gyakorlati feladatok találhatóak. Utóbbiak számítógépes kísérletezést kívánnak meg, amit segít a könyvhöz illeszkedő, a szerzők által létrehozott ingyen elérhető programcsomag is.

Összességében elmondható, hogy bár a fenti témákban bőséges irodalom áll rendelkezésre, ez a könyv jó szívvel ajánlható, hiszen nagy témakört mutat be egységes, jól áttekinthető és széles kör számára hasznos módon.

Karátson János
ELTE TTK Matematikai Intézet,
BME TTK Matematikai Intézet

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

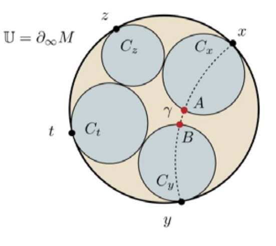
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A **TUDOMÁNY** MENÜPONT TÖBBFÉLE, A MATEMATIKA TUDOMÁNYÁHOZ KAPCSOLÓDÓ FUNKCIÓT TAKAR..**A TUDOMÁNY- TÖRTÉNET ROVAT** CÉLJA ELSŐSORBAN MATEMATIKATÖRTÉNETI JELLEGŰ ÍRÁSOK KÖZLÉSE. **A MI IS ...?ROVAT** A MAI MATEMATIKA TUDOMÁNYÁRÓL KÍVÁN SZÓLNI A HOZZÁÉRTŐKNEK.
(ROVATSZERKESZTŐK: *BESENYEI ÁDÁM; STIPSICZ ANDRÁS.*)

Nicolas Bacaër, Dénes Attila
2022. SZEPTEMBER, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Matematikai könyvek ellenőrzött gépi fordítása

A gépi fordításban elért legújabb eredményeknek köszönhetően az automatikus fordítások minőségének javulása lehetővé teszi szakszövegek gyors átültetését számos nyelvre. A DeepL Translator neurális gépi fordítási szolgáltatás 2017-ben indult el hét nyelvvel, és 2021-re 13 európai nyelv között megjelent a magyar is. *Nicolas Bacaër* és *Dénes Attila*, „A matematikai populációdinamika rövid története” szerzője, illetve fordítója osztja meg tapasztalatait.



Szabó Szilárd
2022. SZEPTEMBER, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Mi is...egy kettősviszony?

A klasszikus kettősviszony fogalmának általánosításain keresztül *François Labourie* – eredetileg a Notices of the AMS folyóiratban megjelent – cikke betekintést nyújt a negatív görbületű felületek geometriájának és fundamentális csoportjuk ábrázolásainak, valamint a hiperbolikus dinamika néhány, ma is aktívan vizsgált témájába.. A *szöveget* fordította és megjegyzésekkel ellátta: *Szabó Szilárd.* Tovább...

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

Nicolas Bacaër, Dénes Attila 2022. SZEPTEMBER, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Matematikai könyvek ellenőrzött gépi fordítása

Napjainkban a tudományos publikációk – cikkek, szakkönyvek – túlnyomó többsége angol nyelven születik. A gyakran csak szűk kör érdeklődésére számot tartó műveket nem éri meg lefordítani kisebb nyelvekre. Amellett, hogy így esetleg kevesebb emberhez juthatnak el az eredmények, nagyobb veszélyt jelent, hogy nem fejlődik a tudományos szaknyelv, ami azzal a következménnyel járhat, hogy az adott nyelv egy idő után alkalmatlanná válik új tudományos eredmények leírására. Gondoljunk a XIX. századi magyar nyelvújításra, amelynek egyik fő célja volt, hogy a fejlődésben a Nyugattól lemaradó országban a magyar nyelvet hamar alkalmassá tegye a modern tudomány művelésére.

A gépi fordításban elért legújabb eredményeknek köszönhetően a tudományos szakirodalomban az egyetlen nyelv virtuális monopóliuma már nem indokolt. Az automatikus fordítások minőségének javulása lehetővé teszi szakszövegek gyors átültetését számos nyelvre. Az esetek többségében ugyan szükség van arra, hogy a gépi fordítást szakértő nézze át, javítsa, ez azonban már sokkal kevesebb munkát és időt igényel, mint a teljes fordítás elkészítése. A gyors fordítás lehetősége arra is motiválhatja a szerzőket, hogy az újonnan születő szakkifejezésekre megfelelő szakszót alkossanak a saját nyelvükön.

Nicolas Bacaër 2017-ben kezdett foglalkozni a gépi fordítás felhasználásának lehetőségével a tudományos életben. Először cikkeit tette elérhetővé több nyelven, majd a fordítások minőségének javulásával, új fordítóprogramok (mint a DeepL) megjelenésével „A matematikai populációdinamika rövid története" és a „Matematika és járványok" című könyveinek fordítását is elkészítette számos nyelven. A magyar fordítás átnézését és javítását Dénes Attila végezte

Az alábbiakban ismertetjük, hogyan használható a DeepL fordító matematikai szakszövegek fordítására, valamint bemutatjuk a fordítás és az ellenőrzés nehézségeit is.

A DeepL története

A DeepL Translator neurális gépi fordítási szolgáltatás 2017-ben indult el hét nyelvvel (német, angol, francia, spanyol, olasz, lengyel és holland). A DeepL-t a kölni székhelyű Linguee cég fejlesztí, a fordítás Izlandon vízenergiával működtetett számítógépeken fut. A DeepL alapítója Jaroslaw Kutylowski. Az alapítást követő években számos összehasonlító teszt eredménye azt mutatta, hogy – bár kevesebb nyelvet tartalmaz – a DeepL fordításainak minősége jobb a Google-éinél. 2018-ban a meglévő hét nyelv mellett megjelent a portugál és az orosz, 2020-ban a kínai és a japán, 2021-ben 13 európai nyelv, köztük a magyar, majd 2022-ben a török és az indonéz. A DeepL-ben nem szereplő nyelvekhez más automatikus fordítót kell használni. Így például „A matematikai populációdinamika rövid története" ukrán nyelvű fordítása a Yandex fordítóval készült, forrásként az orosz nyelvű fordítással. A katalán nyelvű fordítás pedig a https://www.softcatala.org/traductor/ címen elérhető fordító segítségével készült a spanyol nyelvű fordítás alapján.

Hogyan fordítsunk matematikai szövegeket a DeepL ingyenes, 5000 karakterre korlátozott változatával?

1. módszer (elsősorban matematikai ismeretterjesztő művek fordítására alkalmas)

Különbséget kell tennünk a mondatokon belüli matematikai képletek (LaTeX-ben \$…\$) és a külön sorokba írt képletek (LaTeX-ben \$\$…\$\$) között.
Elsőként másoljuk az egér segítségével a DeepL-be a LaTeX fájl egy vagy két bekezdését, azonban a külön sorba írt képletek kihagyásával, majd válasszuk ki a célnyelvet. Ellenőrizzük, hogy a DeepL nem módosította-e a \$…\$ jelek között szereplő képleteket (például a DeepL néha lefordítja a "\to" utasítással megadott nyíl szimbólumot). Ha ezt a lépést kihagyjuk, nem jelent gondot, mert a problémát általában könnyen észrevehetjük a fordítás után. Ezután az egér segítségével másoljuk vissza a fordítást a forrásfájlba és helyezzük vissza a \$\$…\$\$ jelek között szereplő, külön sorba írt képleteket, majd folytassuk a következő bekezdéssel.
Egyes szakszavak esetében, amelyeket a fordító esetleg rosszul fordít le (pl. Fibonacci-sor Fibonacci-sorozat helyett), a Wikipédián találhatunk útmutatást. Ha a DeepL hibás fordítást javasolt, térjünk vissza a fordítási mezőbe, és kattintsunk a hibásan lefordított szóra (a célnyelvi oldalon). A DeepL gyakran különböző lehetséges fordítások listáját kínálja, és a Wikipédiában olvasható pontos szakkifejezés szinte mindig megtalálható a javaslatok között.

Végül pedig hozzáértő anyanyelvi lektorokat kell találni.

Ezzel a módszerrel készült „A matematikai populációdinamika rövid története" című könyv fordítása 16 nyelvre, köztük magyarra is. A „Matematika és járványok" című könyv spanyol fordítása is így készült.

2. módszer (alkalmasabb a nagyszámú képletet tartalmazó tudományos matematikai szövegek fordítására)

Alkalmazzuk a https://github.com/drgulevich/gtexfix programot, amelyet Dimitrij R. Gulevics orosz fizikus írt. Másoljuk a LaTex fájl néhány bekezdését (ezúttal a külön sorba írt, \$\$…\$\$ jelek közti képletekkel együtt) egy új tex fájlba, majd indítsuk el a programot a "to.py fajlnev.tex" utasítással. A program az összes matematikai képletet számokkal helyettesíti és egy txt fájlt hoz létre. Másoljuk ezt a txt fájlt a DeepL-be (fontos, hogy a fájl 5000-nél kevesebb karaktert tartalmazzon, különben a DeepL hibaüzenetet küld). Másoljuk a fordítást egy újabb txt fájlba, majd indítsuk el a programot a "from.py forditas.txt" utasítással. A program visszahelyezi a matematikai képleteket a megfelelő helyre és egy forditas.tex nevű fájlt hoz létre, amelyet másolhatunk és beilleszthetünk. Néha kisebb hibák keletkeznek (például a fordítás felcseréli egyes egyenletek sorrendjét, vagy ha a forrásfájl pl. 1.2 alakú számokat tartalmaz, amelyek könnyen összetéveszthetők az egyenletek számozásával). A program azonban megjeleníti a problémák magyarázatát, így manuálisan megoldhatjuk őket.

Ezzel a módszerrel készült a „Matematika és járványok" című könyv román és német nyelvű fordítása.

A gépi fordítás ellenőrzése

A gépi fordító által készített fordítás elkészültével a munka még közel sincs készen. Bár a DeepL által készített fordítások (ahogy fent is említettük) sokkal jobb minőségűek a korábbi gépi fordításoknál, sok esetben javításra van szükség. Különösen igaz ez abban az esetben, ha szakszövegről van szó. Matematikai szövegek esetében nem csak a szakkifejezések nehezítik a gépi fordító dolgát, hanem a szövegben szereplő képletek is, amelyeket sokszor hibásan kezel a fordító. Mindezek miatt feltétlenül szükség van arra, hogy az elkészült gépi fordítást a szöveg témájához értő anyanyelvi lektor is átnézze. Ez gyakran nem egyszerű feladat, hiszen egy könyv esetén a fordítás átnézése, javítása nem kevés időt igényel és sok munkával jár, a lektorokat – az anyanyelvi szaknyelv ügyének előremozdítása mellett – egy-egy nyomtatott példány motiválhatja, valamint az, hogy nevük megjelenik a lefordított mű címlapján. A lefordított művek pdf formátumban ingyenesen elérhetőek a szerző honlapján, illetve a nyomtatott példányok is önköltségi áron vásárolhatók meg – ha ez nem így lenne, alighanem még nehezebb lenne önkénteseket találni a fordítások javítására. Érdemes azonban megjegyezni, hogy a kutatók önkéntesen, minden ellenszolgáltatás nélkül, anonim módon vállalják cikkek bírálatát a nagy kiadók számára.

A magyar fordítás készítésénél talán mind a gépnek, mind a lektornak nehezebb dolga van, mint más nyelvek esetén: aki valaha használt gépi fordítót, észrevehette, hogy a magyarra/magyarról fordítás általában rosszabb minőségű, mint a világnyelvek közötti. Ez természetesen azt eredményezi, hogy a lektornak figyelmesebbnek kell lennie és többször kell felülbírálnia a gépi fordítást, mint sok más nyelv esetén.
Azt gondolhatnánk, hogy a kész fordítás ellenőrzése már sokkal könnyebb feladat, mint a teljes szöveg fordítása. Természetesen a fordító nagyban megkönnyíti a munkát, azonban az, hogy a teljes szöveg már magyarul van, különös figyelmet igényel a lektortól, mivel így sokkal könnyebb véletlenül átsiklani egy-egy hibásan fordított mondaton, esetleg olyan részleten, amely elfogadható, de nem a legválasztékosabb fordítása az eredetinek. Ha az ember maga végzi a fordítást, ilyen veszély nem áll fenn. Fontos, hogy a lektor folyamatosan figyelje az eredeti szöveget is, különben előfordulhat, hogy olyan mondat marad a szövegben, amely nyelvtanilag helyes ugyan, de nem az eredeti szöveg pontos fordítása.

Mivel esetünkben matematikai szakszöveg fordításáról és ellenőrzéséről volt szó, különösen kellett ügyelni arra, hogy vajon a gépi fordító helyesen fordította-e a szakkifejezéseket. Számos szakszó javítására volt szükség. Szerencsés, ha több, különböző szakterületekkel foglalkozó lektor is átnézi a fordítást, akik egyrészt egymás munkáját is ellenőrizhetik, másrészt pedig a saját területük szakkifejezéseit pontosan ismerik. A magyar szöveg ellenőrzésére nem sikerült több jelentkezőt találni, azonban a Wikipédia, illetve az interneten található szakszövegek sokat segítettek a matematika eltérő területeit alkalmazó modellek leírásában szereplő szakkifejezések pontos fordításában.

A lefordított könyvek terjesztésének kérdése

Mivel szakkönyvek esetén gyakran nem könnyű olyan kiadót találni, amelyik vállalja több száz, vagy akár több ezer példány nyomtatásának kockázatát, választhatjuk a saját kiadás lehetőségét: elegendő egy nyomdát találni a papír alapú könyvek nyomtatásához. Mindazonáltal a gépi fordítás nem összeegyeztethetetlen a hagyományos kiadóknál történő kiadással. Ez lesz a helyzet „A matematikai populációdinamika rövid története" japán változatával is, amely Hisashi Inaba professzor támogatásának köszönhetően idén jelenik meg a University of Tokyo Press kiadónál. A könyvek elektronikus terjesztéséhez elegendő a pdf fájlt a szerző vagy a lektorok honlapján vagy egy repozitóriumban elhelyezni. „A matematikai populációdinamika rövid története" fordításai pdf formátumban ingyenesen elérhetők a szerző, Nicolas Bacaër honlapján.

Nicolas Bacaër, Dénes Attila

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Szabó Szilárd 2022. SZEPTEMBER, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Mi is...egy kettősviszony?

Különböző egyenesek négyeseit[1] elláthatjuk egy egyértelmű invariánssal, a *projektív kettősviszonnyal*: két négyes akkor és csak akkor vihető át egymásba valamely lineáris transzformációval, ha megegyezik a kettősviszonyuk. A projektív kettősviszonnyal írható le a projektív egyenes geometriája. Négy egyenes projektív kettősviszonya kiszámolható mint két alkalmas, belőlük alkotott hármas osztóviszonyának hányadosa, innen az elnevezés.

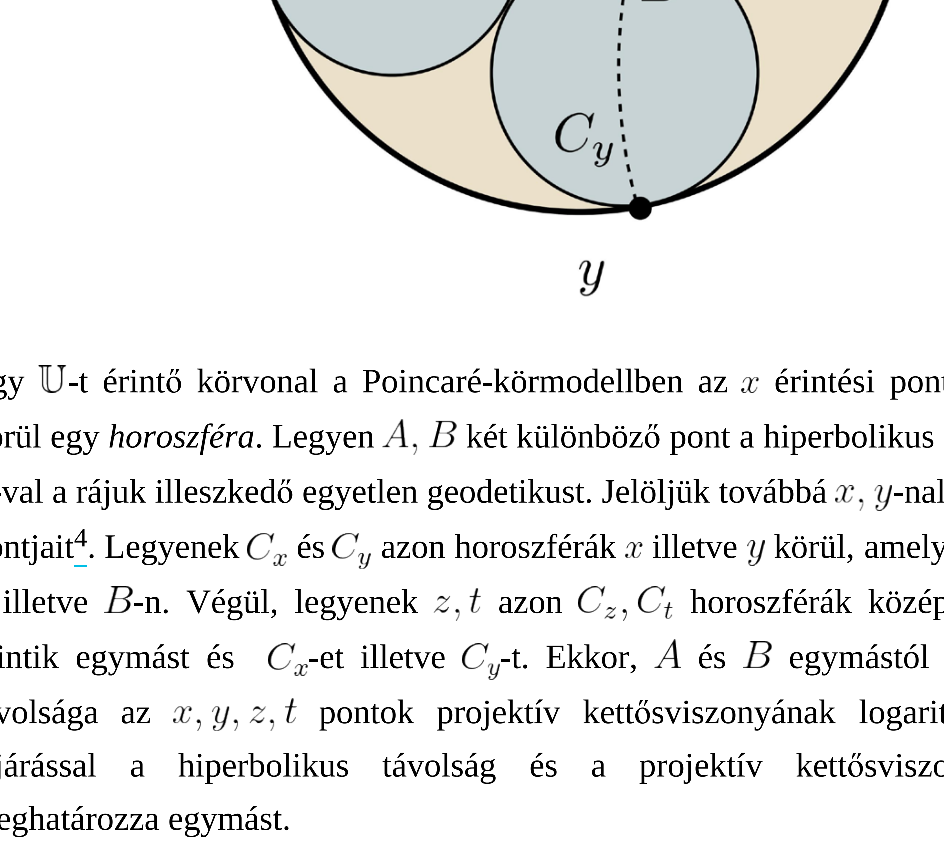
Tekintsünk négy, páronként különböző, az origón áthaladó (x,y,z,t) egyenest a síkon. Ekkor léteznek lényegében egyértelmű koordináták, amelyekben x az $(1,0)$ pontot, y a $(0,1)$-et, z az $(1,1)$-et, és t a $(b,1)$-et tartalmazó, fenti tulajdonságú egyenes, ahol $b=\mathbf{b}(x,y,z,t)$ a négy egyenes projektív kettősviszonya. A projektív kettősviszony kielégíti függvényegyenletek bizonyos $\mathcal{R}$ halmazát. Emeljünk ki ezek közül kettőt: az első két változóra vonatkozó *multiplikatív kociklus-szabályt* és egy *additív* szabályt:

$$\mathbf{b}(x,y,z,t) = \mathbf{b}(x,w,z,t)\mathbf{b}(w,y,z,t) \qquad (1)$$
$$\mathbf{b}(x,y,z,t) = 1-\mathbf{b}(t,y,z,x). \qquad (2)$$

Fordítva is igaz: *bármely halmaz, ellátva a négyesein egy olyan* $\mathbf{b}$ *függvénnyel, amely teljesíti* $\mathcal{R}$ *egyenleteit, előállítható a projektív egyenes valamely részhalmazaként úgy, hogy* $\mathbf{b}$ *a projektív kettősviszony megszorítása.* Ez az elemi, ám figyelemre méltó állítás azt jelenti, hogy a projektív kettősviszony teljesen meghatározza a projektív egyenest. Következésképpen, értelmezhetjük a projektív kettősviszonyt úgy, mint pontnégyeseken értelmezett, bizonyos függvényegyenleteket kielégítő függvényt.

A projektív kettősviszonynak sok leszármazottja létezik az algebrai geometriában: síkok, egyenesek vagy zászlók elrendezéseinek invariánsai. Ezek kifejtését most mellőzzük; ehelyett maradunk a valós és komplex projektív egyenesnél és a kettősviszony negatív görbületű sokaságokkal, hiperbolikus dinamikával és a Teichmüller-elmélettel való kapcsolatánál.

A valós hiperbolikus sík leírható a valós projektív egyenes metrikus kiterjesztéseként. A $\mathbb{C}$ komplex egyenesen (amelyet a komplex projektív egyenes egy affin térképeként tekintünk) a valós egyenesek részhalmaza egy körvonalat alkot[2], amely ezáltal bijekcióban áll a valós projektív egyenessel. A *Poincaré-féle körlap-modellben* a *hiperbolikus sík* az $\mathbb{U}$ egységkörvonal (mint valós projektív egyenes) által határolt körlap. A hiperbolikus sík *geodetikusai* az $\mathbb{U}$-ra merőleges körvonalak[3]. Az $\mathbb{U}$ valós projektív egyenes két tetszőleges pontjára pontosan egy geodetikus illeszkedik. A projektív kettősviszony a következő módon áll kapcsolatban a hiperbolikus távolsággal.



Egy $\mathbb{U}$-t érintő körvonal a Poincaré-körmodellben az x érintési pont mint középpont körül egy *horoszféra*. Legyen A, B két különböző pont a hiperbolikus síkon, és jelöljük γ-val a rájuk illeszkedő egyetlen geodetikust. Jelöljük továbbá x, y-nal γ végtelen távoli pontjait[4]. Legyenek C_x és C_y azon horoszférák x illetve y körül, amelyek áthaladnak A-n illetve B-n. Végül, legyenek z, t azon C_z, C_t horoszférák középpontjai, amelyek érintik egymást és C_x-et illetve C_y-t. Ekkor, A és B egymástól vett hiperbolikus távolsága az x,y,z,t pontok projektív kettősviszonyának logaritmusa. Evvel az eljárással a hiperbolikus távolság és a projektív kettősviszony kölcsönösen meghatározza egymást.

Megfordítva, a valós projektív egyenes a hiperbolikus sík *végtelenbeli pereme*. A Poincaré-körmodellben két irányított geodetikus akkor és csak akkor végződik azonos $\mathbb{U}$-beli pontban, ha *aszimptotikusak egymással*, azaz korlátos távolságban maradnak egymástól[5]. Ez lehetővé teszi a fentiek kiterjesztését Hadamard-felületekre. Egy M kétdimenziós Riemann-sokaság *Hadamard-felület*, ha egyszeresen összefüggő, negatív görbületű és teljes. M *végtelenbeli pereme* irányított geodetikusai aszimptotikus ekvivalencia-osztályainak $\partial_\infty M$ halmaza. A hiperbolikus sík végtelenbeli pereme a valós projektív egyenes. Egy *horoszféra* egy adott pontot tartalmazó metrikus körvonalak határértéke, amint azok sugara tart a végtelenbe.

J.-P. Otal a fenti eljárást visszájára fordítva általánosította a kettősviszonyt egy tetszőleges M Hadamard-felület $\partial_\infty M$ végtelenbeli peremére: négy, $\partial_\infty M$-beli x,y,z,t pontból kiindulva tekintsük az ábrán jelölt horoszférákat, és értelmezzük x,y,z,t kettősviszonyát úgy, mint az A és B pontok (meghatározott előjellel vett) távolságának exponenciálisát. Általában, az így nyert függvény kielégíti $\mathcal{R}$-et, *kivéve a (2) additív egyenletet*! Értelmezzünk most egy *kettősviszonyt* egy olyan függvénynek, amely kielégíti ezt a gyengített feltétel-rendszert. Ezt az ötletet felhasználva Otal bebizonyította, hogy egy felületen egy negatív görbületű metrikát határoz meg a zárt geodetikusainak hossza. Bourdon pedig hasonló kettősviszonyok segítségével értelmezett egy durva geometriát egy általános negatív görbületű metrikus tér végtelenbeli peremén.

Térjünk most át a hiperbolikus dinamikára és Teichmüller-elméletre! Tegyük fel, hogy M az univerzális fedőfelülete egy S zárt felületnek. Noha $\partial_\infty M$ fogalmát M metrikus geometriájából vezettük be, valójában kizárólag a $\pi_1(S)$ fundamentális csoporttól függ, tehát jelölhetjük a következőképpen is: $\partial_\infty\pi_1(S)$. Ez a végtelenbeli perem homeomorf a körvonallal, és természetes módon hat rajta $\pi_1(S)$. Tehát, *minden negatív görbületű Riemann-metrika* S*-en meghatároz egy* $\pi_1(S)$*-invariáns kettősviszonyt* $\partial_\infty\pi_1(S)$*-en.*

Egy kettősviszonynak létezik dinamikai interpretációja is: tekintsük $\partial_\infty\pi_1(S)$ páronként különböző ponthármasainak US hányadosát a $\pi_1(S)$ diagonális hatására nézve. Ez a hányados egy kompakt tér. Egy kettősviszony megadja US transzformációinak egy $\{\phi_t\}$ egy-paraméteres részcsoportját a következő szabály szerint: $\phi_t(x,y,z)=(x,y,w)$, ahol $t=\mathbf{b}(x,y,z,w)$. Ekkor az (1) multiplikatív kociklus-szabály így írható: $\phi_{ts}=\phi_t\circ\phi_s$[6]. Amennyiben a kettősviszony egy negatív görbületű Riemann-metrikából származik, e konstrukció éppen az adott metrika geodetikus áramát adja. Általánosságban, a kettősviszony közeli viszonyban áll a dinamikával.

Mi a $\partial_\infty\pi_1(S)$*-en értelmezett kettősviszonyok* $\mathcal{M}_S$ *tere?* Az S feletti hiperbolikus struktúrákat alkotó Fricke-tér (amelyet Riemann Uniformizációs tétele segítségével gyakran azonosítunk az S feletti komplex struktúrák $\mathcal{T}(S)$ Teichmüller-terével) alkotja $\mathcal{M}_S$-ben a projektív kettősviszonyok részhalmazát. Minden ilyen kettősviszony azonosítja $\partial_\infty\pi_1(S)$-et a projektív egyenessel, és ezáltal ábrázolja $\pi_1(S)$-et $\mathrm{PSL}(2,\mathbb{R})$-ben. Hasonlóan, a szerző megmutatta, hogy a $\pi_1(S)$ csoport $\mathrm{PSL}(n,\mathbb{R})$-beli ábrázolásainak egy altere – az úgynevezett *Hitchin-komponens* – megfelel a (2) bizonyos általánosításait kielégítő kettősviszonyok terének. Végül, $\mathcal{M}_S$ tartalmazza az S feletti negatív görbületű Riemann-metrikák terét is.

Az $\mathcal{M}_S$ tér feltehetőleg rendelkezik egy érdekes struktúrával, amely általánosítja a Hitchin-komponens Goldman által leírt *Poisson-struktúráját*. Egy Poisson-struktúra egy Y halmazon nem más, mint egy Lie-algebra struktúra az Y feletti függvények valamely osztályán, amely teljesíti a függvények szorzatára vonatkozó Leibniz-szabályt. E fogalom a klasszikus mechanikából ered, és a kvantummechanikához vezet. Definíció szerint, a végtelenbeli perem minden (x,y,z,t) pontnégyese megad $\mathcal{M}_S$-en egy $\mathbf{b}\mapsto\mathbf{b}(x,y,z,t)$ függvényt. E függvények megszorítása a Fricke-térre származtat egy természetes függvényosztályt, amelyen Wolpert és Penner kiszámolta a Poisson-struktúrát. Később Csehov, Fock és Penner kvantálta e függvényeket (azaz: ábrázolta őket egy Hilbert-téren ható operátorokként), egy agyafúrtabb módszerrel pedig Fock és Goncsarov a Hitchin-komponenst kvantálta.

Másrészt, a kettősviszonyok alapvetőek a klasszikus Teichmüller-elmélet több tulajdonságának – úgymint például a McShane-azonosságok – általánosításában egy *magasabb Teichmüller-Thurston elméletté*, ami a Hitchin-komponens vizsgálatát jelenti.

A komplex projektív kettősviszony továbbá szoros viszonyban áll a háromdimenziós hiperbolikus geometriával. Két friss és szép példa erre W. Neumann tanulmánya Hilbert harmadik problémájának hiperbolikus változatáról, és a Baseilhac, Bonahon, Benedetti, Kashaev, stb. által kidolgozott *kvantumhiperbolikus geometria*.

A mindenütt jelenlévő kettősviszony által kielégített egyszerű függvényazonosságok elég rugalmasak ahhoz, hogy leírjanak különféle geometriai és dinamikai kérdéseket, azonban elég merevek ahhoz, hogy fontos információt hordozzanak dinamikáról, Poisson-struktúráról és felületek fundamentális csoportjának ábrázolásairól.

François Labourie szövegét fordította és megjegyzésekkel ellátta: Szabó Szilárd

François Labourie, “What is...a Cross Ratio?” *Notices Amer. Math. Soc.* 55 (November 2008), 1234-1235.

Irodalomjegyzék

[1] F. Labourie, Cross ratios, surface groups, $\mathrm{PSL}(n,\mathbb{R})$ and diffeomorphisms of the circle, Publ. Math. IHES (2007), no. 106, 139-213.

[2] J.-P. Otal, Sur la géométrie symplectique de l'espace des géodésiques d'une variété à courbure négative, Rev. Mat. Iberoamericana (1992), no. 3, 441-456.

[3] W. D. Neumann, Hilbert's 3rd problem and invariants of 3-manifolds, The Epstein Birthday Schrift, 383-411 (electronic), Geom. Top. Monogr., 1, Geom. Topol. Publ., 1998

[4] W. Thurston, Three-Dimensional Geometry and Topology, vol. 1, Princeton University Press (1997).

Lábjegyzetek

[1] négyes alatt végig rendezett négyest értünk (a fordító megjegyzése)
[2] az eredeti szövegben tévesen a következő megfogalmazás szerepel: egy rögzített valós síkot elmetsző komplex egyenesek egy körvonalat alkotnak (a fordító megjegyzése)
[3] beleértve az origón áthaladó egyeneseket is (a fordító megjegyzése)
[4] azaz, γ metszéspontjait $\mathbb{U}$-val (a fordító megjegyzése)
[5] az irányítás szerinti pozitív időtartományra megszorítva (a fordító megjegyzése)
[6] az eredeti szövegben az azonosság bal oldalán ts helyett helytelenül $t+s$ áll, így valójában a t változó logaritmusában kapunk ábrázolást (a fordító megjegyzése)

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

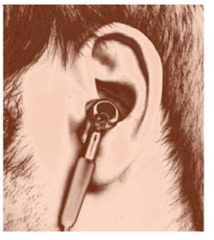
A **GAZDA(G)SÁG** NEVET ADTUK A **GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET ROVATNAK**, AMELYBEN BEMUTATJUK, HOL, MIKÉPPEN HASZNÁLJÁK FEL A MATEMATIKÁT, MILYEN GAZDAG IS AZ A KÖR, AMELYIK ÉRINTI EZT A TUDOMÁNYÁGAT. (ROVATSZERKESZTŐK: *ILLÉS TIBOR, MOLNÁR-SÁSKA GÁBOR ÉS RÖST GERGELY*.)

Bolor Turmunkh

2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Hogyan lettem adattudós?

Azok az adattudósok a legkeresettebbek, akik az adattudomány minden aspektusával tisztában vannak, valamint egy-két részterületen specialistának számítanak. Némi felkészüléssel az adattudomány szépen elérhető karriert jelenthet matematika szakos hallgatók számára – írta az Illinois-i Egyetemen doktorált fiatal matematikus nő. E cikk megírásakor *Bolor Turmunkh* addattudósként dolgozott Chicagóban. Azóta Cupertinóba költözött, ahol az Apple-nél a gépi tanulás mérnök menedzsere. Tovább...

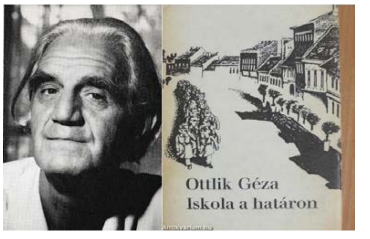


Szendi Ágoston

2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Zene matematikus füllel

Mitől találunk szépnek valamit? Az ember ősidők óta keresi a választ erre a kérdésre. Talán mindnyájan érezzük, hogy csakúgy, mint egy andalító dallam élvezetéhez, a szépség megéléséhez is elengedhetetlen a harmónia. A konszonancia és a disszonancia matematikai leírásához *Szendi Ágoston* matematikus MSc hallgató bevezetett egy mérőszámot és egy távolság fogalmat, amelyet először relatív prím frekvenciák között definiált. Írása egyaránt érdekelheti a zenében jártasakat és járatlanokat is. Tovább...



Ottlik Géza

2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Fejér Lipót tanítványa voltam

Ottlik Géza (1912–1990) nemcsak Kossuth- és József Attila-díjas író, műfordító, de kiemelkedő tudású bridzsversenyző, valamint világhírű szakíró, a bridzsjáték megújítója volt. Fiatal korának helyszíne, az „Iskola a határon” sokak által ismert, de azt már kevesebben tudják, hogy az egyetemet matematika-fizika szakon végezte el Fejér Lipót tanítványaként. Életrajzi írásaiból az erre vonatkozó részleteket a Magyar Elektronikus Könyvtárból Lengyel Péter író (Ottlik jogörököse) engedélyével közöljük.

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Bolor Turmunkh 2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Hogyan lettem adattudós?

Első lépések

Doktorjelölt koromban az Illinois-i Egyetemen, miközben gondolataim a közelgő védés körül forogtak, talán életemben először elkezdtem gondolkodni azon, hogy mi szeretnék lenni. Az előtte levő négy évet boldog, információtól elzárt remeteként éltem, a gondolataim a kutatási témám körül forogtak. Ennél hasznosabb lett volna, ha lépést tartok az aktuális karriertrendekkel, hogy milyen készségeket érdemes elsajátítani, vagy hogy milyen gyakornoki állások vannak. Azonban az előrejutás titka az elindulás, ahogy azt mondani szokták, így komolyan nekiláttam ennek a témának.

Némi Google-keresés után, összevetve az aktuális lehetőségeket és elvárt képességeket az én hátteremmel, természetes módon jutottam el az adattudományhoz. A következőkben újra végigjárom azt az utat, ami jelenlegi állásomhoz vezetett, ahol adattudósként dolgozom, és elmondom a különbségeket az egyetemi kutatás és az ipar között, így, ha ti is hasonló karrierútban gondolkodtok, jobb, ha előre tudtok az előnyökről és hátrányokról.

Mi az adattudomány?

Egy híres Venn-diagram szerint (keressetek rá: „data science Venn diagram") az adattudós rendelkezik azokkal a készségekkel, amelyek őt a programozás, statisztika és az adott terület megértésének metszetében helyezik el. Olyan emberek, akik megfogják az üzleti problémát, felkutatják a rendelkezésre álló és elérhető adatokat, átfogalmazzák a kérdést technikai feladattá, megtervezik és implementálják a statisztikai és gépi tanulásos algoritmusokat, és végül az eredményt az üzleti ügyfél számára interpretálva előállnak egy, az eredeti kérdésre adott válasszal. Ez úgy hangzik, mintha egy adattudósnak egyszerre kellene statisztikusnak és programozónak lennie, sok év iparági tapasztalattal a háta mögött. Ez azért nem teljesen így van.

A valóság az, hogy az adattudomány egyaránt kiterjed az új, gyorsan fejlődő részterületekre és a specializálódási lehetőségekre. Azok az adattudósok a legkeresettebbek, akik az adattudomány minden aspektusával tisztában vannak, valamint egy-két részterületen specialistának számítanak. Némi felkészüléssel az adattudomány szépen elérhető karriert jelenthet matematika szakos hallgatók számára.

Hogyan lettem adattudós?

Rengeteg online elérhető forrás van, amelyek az adattudóssá váláshoz vezető lehetséges utakról szólnak. Én most egyszerűen a saját tapasztalataimat írom le.

Attól a pillanattól kezdve, hogy rájöttem, el tudnám képzelni magam adattudósként, addig, amíg az első gyakornoki állásomat megtaláltam, 9 hónapot töltöttem neten elérhető ingyenes Python és gépi tanulás kurzusokkal, több tucat jelentkezést küldtem szét, voltam két állásinterjún, csúnyán leszerepeltem az egyiken, de szerencsém volt a másikon, mert az a cég hajlandó volt nekem megadni az esélyt. Ez egy kis San Francisco-i start-up volt, amely nagyvállalati környezetre fejlesztett egy NLP-szoftvert (NLP - Natural Language Processing, azaz természetesnyelv-feldolgozás). Mindössze a saját honlapjukon szerepelt a gyakornoki álláskiírás, én meg nagy merészen közvetlenül a cégalapítónak küldtem el a jelentkezésemet, amelyben legjobb alakításomat adtam elő, hogy miért én lennék a tökéletes jelölt. Ez a jelentkezési mód általában azért nem így működik egy nagyobb cégnél. Start-upoknál azonban minden elképzelhető, és az én esetemben ment minden, mint a karikacsapás.

A három hónapos gyakornoki idő alatt intenzíven tanultam. A technikai hiányosságaim néha elképesztő méreteket öltöttek. Itt azonban jól jött a kutatói múltam. Stresszes helyzetet kezelni anélkül, hogy megbénítana, nos a doktori fokozatért való kitartó küzdelem is erről szól. Nehezebb volt a munkahelyi szociális alkalmazkodás. Mint minden szakmának, ennek is vannak zsargonjai, népszerű és népszerűtlen vélemények, a legújabb és legvitriolosabb blogposztok, mindezeket elektronikusan megosztva egy nyílt terű, ám teljesen csendes irodában. De találtam mentorokat és szövetségeseket, akik segítettek abban, hogy otthon érezzem magam.

Ez a gyakornoki munka csak a kezdete volt az adattudóssá válásomhoz vezető útnak. Még további két évbe és egy sikertelen álláskeresési periódusba telt, mire a jelenlegi helyemre érkeztem.

Miben különbözik az adattudósi lét az egyetemi kutatói világtól?

- Nem vagy többé egyedül

Az egyetemi kutatói lét egyik legnehezebb része a szellemi izoláció. A saját matematikai területemen szervezett konferenciáktól, illetve a témavezetőmmel való konzultációktól eltekintve nem voltak társaim, akikkel gyakori szakmai beszélgetéseket folytathattam volna a saját munkám részleteiről. Ez az iparban nincs így. A kollégáim nemcsak készen állnak arra, hogy bekapcsolódjanak a projektembe, de hasonló jellegű projektekkel rengeteg tapasztalatuk van, és ezeket örömmel megosztják velem. Ilyen környezetben tanulni exponenciálisan hatékonyabb, mint egyedül.

- A projektek időkerete kisebb

A projektekre fordítható időkeret nagysága cégről cégre változik. Nagyobb cégek általában hosszabb kifutási idejű projekteken dolgoznak. A fejlesztőcsapatoknak tipikusan kisebb időkeretük van a munkájuk természetéből adódóan. A napi tevékenység hatásköre és stratégiai fontossága attól függ, hogy hol dolgozol. Az én esetemben a nagyobb projektek negyedéves időtávúak, a kisebbeknek pedig heti határidejük van. A rövid határidő gyakran segít, mert téged és a menedzseredet is rákényszeríti, hogy pontosan definiáljátok az elérendő célokat és a siker kritériumait is. Másrészt a rövidtávú célok gyakran rövidlátóknak tűnhetnek, ha a csapat prioritásai drasztikusan megváltoznak.

- Nem mindig te döntöd el, hogy min dolgozz

Itt is széles a spektrum. Olyan cégek, mint például az Apple, stratégiai célokat és hosszú távú víziót tűznek ki, majd ezeket a célokat felülről haladva lebontják részfeladatokra. Az alulról felfelé építkező cégeknél, mint például a Facebooknál, inkább a vállalkozói szemléletet részesítik előnyben. A legtöbb cég a kettő között van, azaz valamilyen mértékben te vagy felelős azért, amin dolgozni kell. Az én csapatom negyedéves célokat és projectterveket állított össze, amiket együtt átbeszéltünk, hogy biztosak legyünk abban, hogy ezek a javaslatok a cég céljaival azonos irányba mutatnak.

- Több erőforrásod van

Doktoranduszként a legfőbb erőforrás, amivel gazdálkodhattam, a saját időm volt, így hozzászoktam, hogy a feladataimat magam oldom meg. Azonban egy csapat tagjaként a cél egy feladat jó megoldása a lehető leghatékonyabb módon. Mindent egyedül csinálni nem hatékony. Segítséget kérni nemcsak ajánlott, de el is várják tőled.

- Jobb valamit lezárni, mint a tökéletességig csiszolni

A legtöbb kutatói háttérrel rendelkező embernek ez egy teljesen új dolog: mérlegelni az ár-érték arányt azzal kapcsolatban, hogy egy munkát gyorsan vagy tökéletesen csinálunk meg. Az iparban napi szinten kell ilyen döntéseket hozni.

Záró gondolatok

Egy adattudós képesítései és a projektek, amiken dolgozik, eléggé különböznek egy kutató matematikusétól, ugyanakkor a tényleges munka elég hasonló természetű. Egy adattudós idejének jelentős részét azzal tölti, hogy egy homályosan definiált problémát újra és újra átdefiniál, amíg az egyértelművé válik, és amit aztán meg lehet oldani.

Amikor valamilyen érdekes összefüggésre bukkanunk, nagyon fontos ennek kommunikálása a végfelhasználó felé.

Egy történet felépítése egy összetett probléma köré, adatokkal való alátámasztása, majd az eredmények tálalása egy konkrét ajánlással az ügyfél felé, ezek mind-mind központi elemei ennek a munkakörnek. Ebből a szempontból az egyetemi matematika, statisztika és operációkutatás kurzusok erős alapokat jelentenek, ha az adattudomány felé szeretnétek mozdulni. Sok szerencsét a karrierváltáshoz és az álláskereséshez!

E cikk megírásakor Bolor Turmunkh addattudósként dolgozott Chicagóban. Azóta Cupertinóba költözött, ahol az Apple-nél a gépi tanulás mérnök menedzsere. Ez az írás eredetileg a BIG Math Network honlapján jelent meg, a Notices of AMS 2022. áprilisi számában engedéllyel újraközölték. Az *Érintőben* megjelenő magyar fordítást az AMS engedélyezte.

Fordította: *Kurics Tamás*

Bolor Turkmunkh: How I Became a Data Scientist, Notices of AMS Vol. 69. No.4. (April 2022) p. 570-571. ©2022 American Mathematical Society

https://www.ams.org/journals/notices/202204/rnoti-p570.pdf

Illusztráció: 2216928 © Juan Fuertes | Dreamstime.com

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok
Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:
nka Nemzeti Kulturális Alap
A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

Szendi Ágoston 2022. SZEPTEMBER, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Zene matematikus füllel

Bevezetés

Mitől találunk szépnek valamit? Az ember ősidők óta keresi a választ erre a kérdésre. Talán mindnyájan érezzük, hogy csakúgy, mint egy andalító dallam élvezetéhez, a szépség megéléséhez is elengedhetetlen a harmónia.

A cikkben a zenei szépségnek csak apró szeletét fogjuk vizsgálni, amelyet a következő helyzet nagyszerűen szemléltet. Ha csukott szemmel leütünk egyszerre két billentyűt a zongorán, elképzelhető, hogy a két hang együttese kellemes érzéssel tölt el minket, azaz konszonáns, ám az is, hogy feszítő, fülsértő lesz a hatás, azaz disszonáns. A cikk elején fény derül rá, fizikailag milyen eszközzel lehet mérni ezt az érzetet, illetve bevezetünk egy mérőszámot is a matematikai leíráshoz. Itt természetesen a hangoknak megfelelő frekvenciákkal számolunk, hiszen a hangok és a frekvenciák között bijekció áll fenn. Bevezetünk egy zenészek által ugyan nem használt, ám a matematikai értelemben vett távolság fogalmának eleget tevő mennyiséget. Ennek segítségével kapcsolatba lehet hozni ezt a bizonyos szépségérzetet hangok távolságával. Ezt egy gráfstruktúrán is szemléltetni fogjuk. Eleinte relatív prím frekvenciák között definiálunk távolságot, de később ezt általánosítani fogjuk tetszőleges egész frekvenciákra is.

A zenei szakkifejezések definícióit a cikk végén találhatják.

Konszonancia- és disszonanciamérés

Mindenek előtt el kell különítenünk egy zenei hangban az alaphangot a felhangoktól. Az így megtisztított hangoknak már tudjuk nézni az interferálását, amellyel összefüggésbe hozható a konszonancia- és disszonanciaérzet. Ebben a fejezetben a megtisztítás metódusát mutatjuk be, majd az összefüggés leírására mérőszámokat vezetünk be.

Helmholtz[1] a rezonátor nevű eszközt használta, hogy kiszűrje a felhangokat egy összetett hangból, és számszerűsítse a disszonancia mértékét a lebegésre való tekintettel. Az 1. ábrán látható műszerek paramétereinek (üreg térfogata, nyak keresztmetszete, nyak hossza és ennek megváltoztatása) függvényében lehet mérni és számolni.

1. ábra: Helmholtz rezonátorai. Forrás: https://physics.case.edu/about/history/antique-physics-instruments/helmholtz-resonator-2/

Két interferáló hullám frekvenciáját folyamatosan változtatva Helmholtz rájött, hogy azok a frekvenciák, amelyek megtartanak egy racionális arányt, növelik a konszonanciaérzetet. Egy v_0 alaphang p-edik és q-adik felhangját tekintve a konszonancia mértéke nagyjából számszerűsíthető úgy, mint a $\frac{p}{q}$ hányados, ahol $1 \leq \frac{p}{q} < 2$. Tehát minél kisebb az arány, annál kisebb a konszonancia (leszámítva az 1 értéket).

arányszám	C_H / %	Δ_H
$1/1 = 1.000$	100	0.0
$2/1 = 2.000$	50	1.0
$3/2 = 1.500$	16.7	2.6
$4/3 = 1.333$	8.3	3.6
$5/3 = 1.667$	6.7	3.9
$5/4 = 1.250$	5	4.3
$7/4 = 1.750$	3.6	4.8
$6/5 = 1.200$	3.3	4.9
$7/5 = 1.400$	2.9	5.1
$8/5 = 1.600$	2.5	5.3
$7/6 = 1.167$	2.4	5.4
$9/5 = 1.800$	2.2	5.5
$8/7 = 1.143$	1.8	5.8
$9/7 = 1.286$	1.6	6.0
$9/8 = 1.125$	1.4	6.2

1. táblázat: Helmholtz táblázata az egy oktávon belüli fő felhangarányokról és a megfelelő hangközök elhangoltságából adódó lebegések relatív erősségéről (C_H %-ban). A jobb oldali Δ_H oszlop a C_H mennyiség reciprokának értékét méri logaritmikus skálán, így nincs dimenziója. A felhangsor hetedik vagy későbbi felhangjait tartalmazó arányok sorai szürkék.

Az 1. táblázatban a Helmholtz által vizsgált fontosabb felhangok arányát láthatjuk, valamint ezek erősségét. Ez a paraméter, amelyet Helmholtz a táblázat sorbarendezéséhez használ, a megfelelő hangközök elhangoltságából eredő relatív erősség, amely úgy kapható, hogy modellezzük a Corti-szervben képződő rezonancia erősségét. Ez a mennyiség a következő értékkel írható le:

$$C_H(p,q) = \frac{100}{pq}.$$

Helmholtz azt állította, hogy a hetedik felhang már nagyon halk a legtöbb hangszeren, és a távolabbi felhangoknak általában elhanyagolható a jelenléte. Így a hetedik vagy ennél magasabb felhangokat figyelmen kívül hagyva (ezek szürke sorok az 1. táblázatban) fönnáll a közelítési szabály, miszerint a hányados közvetlen kapcsolatban áll C_H értékével. Ezalól kivételt képez az $5/3$ hányados. A táblázat kiegészült még egy oszloppal, amely inverz kapcsolatot mutat C_H értékével logaritmikus skálán, így dimenzió nélküli mérőszám:

$$\Delta_H(p,q) = \log_2 \frac{100}{C_H(p,q)} = \log_2(pq) \in [0,\infty). \tag{1}$$

Melodikus távolság

A következő fejezetben bevezetünk egy zenészek által ugyan nem használt, azonban konszonanciával és disszonanciával kapcsolatba hozható függvényt a frekvenciákon, így egyben a hangokon is.

A hallás, csakúgy, mint a többi érzékelés, az inger relatív változását érzékeli, különös tekintettel a $v \in \Omega \equiv (0,\infty)$ frekvenciáéra. Más megközelítéssel ahhoz, hogy mérni tudjuk a frekvencia változását, bevezetünk egy I függvényt, amelyet a kövekező képlettel definiálunk:

$$I(v,v_0) \overset{\text{def}}{=} a \ln \frac{v}{v_0}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Az $I(v,v_0)$ dimenziómentes mennyiség a v és egy tetszőleges v_0 kezdőérték közötti frekvencia távolságát méri logaritmikus skálán. Feltéve, hogy a távolság egysége egy oktáv, azaz $I(2v_0,v_0)=1$, adódik, hogy $a = 1/\ln 2$. Tehát a távolság két tiszta hang között a következő módon számolható:

$$I(v,v_0) = \log_2 \frac{v}{v_0}. \tag{2}$$

Ez az egyenlet leírja azt a természetes feltételezést is, hogy $I(v,v_0) = -I(v_0,v)$, tehát a távolságnak van előjele és iránya. Másrészről az így értelmezett távolság abszolút értéke az Ω halmazbeli frekvenciák melodikus távolságát definiálja:

$$d(v,v_0) \overset{\text{def}}{=} |I(v,v_0)|. \tag{3}$$

Egy adott v_0 értékre a távolságfüggvény és a melodikus távolság a frekvenciák (általánosságban frekvenciaarányok) $(0,\infty)$ intervallumában definiáltak, és értéküket az előbbi esetben a hangmagasságok közti távolságok mérésére az $R(I) = (-\infty,\infty)$ intervallumból, az utóbbi esetben pedig az $R(d) = [0,\infty)$ intervallumból veszik föl.

Feltehető, hogy az alapfrekvencia az 1 egység. Ekkor az alaphang és egy v frekvenciához tartozó hang távolságát a következőképpen írhatjuk le:

$$I(v) \overset{\text{def}}{=} I(v,1). \tag{4}$$

Hasonlóan $|I(v)|$ az alaphang és a v frekvenciához tartozó hang melodikus távolsága. Mivel a távolságunknál az egységhossz egy oktáv, ezért a távolság értékének egészrésze,

$$\lfloor I(v) \rfloor = \lfloor \log_2 v \rfloor$$

mutatja, hogy hány oktávnyira helyezkedik el a v frekvenciához tartozó hang az alaphanghoz képest.

A (4) egyenletben leírt jelölést és a logaritmus azonosságait két frekvencia szorzatára használva teljesül, hogy

$$I(v_1 v_2) = I(v_1) + I(v_2),$$

valamint a (2) egyenlet kifejezhető úgy, mint

$$I(v,v_0) = I(v) - I(v_0).$$

Például a 12 fokú kiegyenlített hangolású skála hangjai egy oktávon belül az $\alpha_k = 2^{k/12};\ k = 0,\ldots,11$ frekvenciákat adják. Ez egy mértani sorozat, és az $I(\alpha_k) = k/12$ melodikus távolságaik pedig egy számtani sorozatot alkotnak. A bevezetett távolságfogalmunknak ezen tulajdonsága is egybevág a zenei szemléletmóddal, vagyis hogy egy kiegyenlített hangolású hangsor hangjai egyenlő távolságra vannak egymástól.

Relatív prím felhangok közti távolság

Ebben a fejezetben bevezetünk egy zenészek által ugyan nem használt, a matematikai távolság fogalmának azonban eleget tevő függvényt, amelyet először csak egymáshoz képest relatív prím frekvenciájú felhangokon értelmezünk. (Vegyük észre, hogy tisztán intonált hangközként hat az alaphang és egy felhangja, hiszen frekvenciaarányuk racionális. Éppen ezért a továbbiakban is az alaphanggal és felhangjaival fogunk számolni, erre értelmezünk távolságot.) Továbbá konstrukciót adunk a hanggráfra, amelyet mint geometriai szemléltetőeszközt arra fogunk használni, hogy kapcsolatba hozzuk az egyazon alaphanghoz tartozó két felhang közötti disszonanciát a melodikus távolsággal.

Szeretnénk összehasonlítani egy adott v_0 frekvenciához tartozó alaphang két felhangját:

$$v_p \overset{\text{def}}{=} pv_0; \quad v_q \overset{\text{def}}{=} qv_0.$$

Először feltesszük, hogy p és q pozitív egészek és egymáshoz képest relatív prímek. Tehát legnagyobb közös osztójuk $\mathrm{lnko}(p,q) = 1$ és legkisebb közös többszörösük $\mathrm{lkkt}(p,q) = pq$. Ekkor a legkisebb a és b természetes számok, amelyekre teljesül, hogy v_p egy felhangja megegyezik v_q egy felhangjával, azaz

$$apv_0 = bqv_0,$$

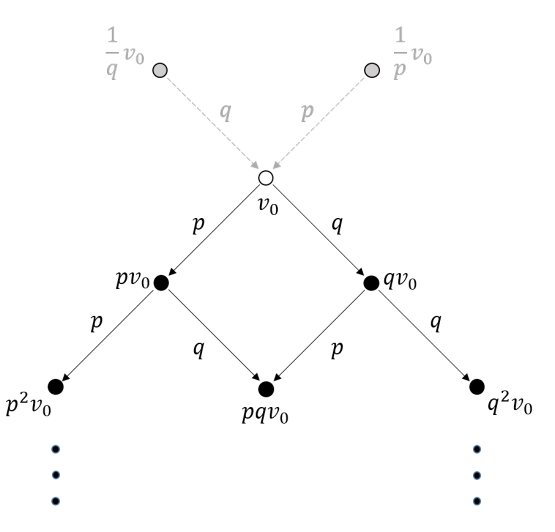
az nyilvánvalóan az $a = q$ és $b = p$. A fenti meggondolás alapján értelmezzük v_p és v_q legmélyebb közös felhangját (lmkf) mint:

$$\mathrm{lmkf}(v_p,v_q) \overset{\text{def}}{=} pqv_0 = \mathrm{lkkt}(p,q)v_0. \tag{5}$$

A melodikus távolság tehát egy v_0 alaphang és két felhangjának a legmélyebb közös felhangja között a (3) és (4) egyenletek alapján:

$$d(pqv_0,v_0) = I(pq) = \log_2 pq.$$

Most megépítjük a 2. ábrán látható irányított hanggráfot. A csúcsokban frekvenciák állnak, amelyeket az éleken feltüntetett arányuk szerint kötünk össze. Egy csúcsból az alatta lévő szintre mutat egy p-él az egyik irányba és egy q-él a másikba. Ezt a gráfot távolságmérésre fogjuk használni.



2. ábra: v_0 gyökerű hanggráf, melynek élein a p és q relatív prím frekvenciák állnak. v_0 felmenői szürkék.

A v_0 csúcsból indulunk. A p irány mentén haladva elérjük a pv_0, p^2v_0 stb. pontokat, a q irány mentén pedig a qv_0, q^2v_0 stb. pontokat. Általában tehát a $p^m q^n v_0;\ m,n \in \mathbb{N}$ frekvenciáknak megfelelő felhangok állnak a gráf csúcsaiban. A melodikus távolság két szomszédos pont között $\log_2 p$, ha egy p-éllel vannak összekötve, és $\log_2 q$, ha egy q-éllel.

A v_0 csúcsból a $p^m q^n v_0$ csúcsba bármilyen útvonalon eljuthatunk, amely m darab p-élt és n darab q-élt tartalmaz a sorrendtől eltekintve. Ezen útvonal melodikus hossza

$$d(p^m q^n v_0, v_0) = d(p^m v_0, v_0) + d(q^n v_0, v_0) = I(p^m) + I(q^n) = m\log_2 p + n\log_2 q, \tag{6}$$

amely egyenként kiszámolható a közös v_0 kezdőcsúcsból $p^m v_0$-ba és $q^n v_0$-ba menő távolságok összegeként. Irányított körmentes gráfokban ez a közös kezdőcsúcs a gyökér, amely itt a legmagasabb közös alhangnak felel meg (lmka). Ez az első olyan csúcs a p- és q-élekkel címkézett hanggráfban, amelynek van v_p és v_q leszármazottja is. Így

$$\mathrm{lmka}(p^m v_0, q^n v_0) \overset{\text{def}}{=} v_0; \quad m,n \in \mathbb{N}.$$

Vegyük észre, hogy a 2. ábra minden csúcsának közös osztója a legmagasabb közös alhang. Ennél fogva a korábban bevezetett távolságfogalom és műveleti tulajdonságai érvényesek maradnak, ha a legmagasabb közös alhangot választjuk egységnek.

Következésképpen minden p és q relatív prímre (de ez igaz marad minden p^m és q^m prímhatvány esetén is) a harmonikus távolság a $v_p = pv_0$ és $v_q = qv_0$ frekvenciákhoz tartozó hangok között úgy definiálható, mint a hangok legmélyebb közös felhangjának a legmagasabb közös alhangjától vett melodikus távolsága:

$$d_H(v_p,v_q) \overset{\text{def}}{=} d(\mathrm{lmkf}(v_p,v_q), \mathrm{lmka}(v_p,v_q)).$$

Amint azt a (6) egyenletnél is írtuk, ez megegyezik az $\mathrm{lmka}(v_p,v_q)$ legmagasabb közös alhang v_p és v_q csúcstól mért melodikus távolságának összegével:

$$d_H(v_p,v_q) = d(pqv_0,v_0) = d(pv_0,v_0) + d(qv_0,v_0). \tag{7}$$

Minden $v_0 \in \mathbb{R}$ alapfrekvencia esetén a harmonikus távolság két felhangra:

$$d_H(pv_0,qv_0) = d_H(p,q).$$

Ez az érték a hanggráfon lévő távolság a két frekvencia közös alaphangja és legmélyebb közös felhangja között.

Tetszőleges felhangok közti távolság

A következő fejezetben általánosítjuk az előbb bevezetett távolságfogalmat tetszőleges felhangok esetére, majd belátjuk, hogy egy alaphang immáron összes felhangján értelmezett függvény valóban metrika.

Most összehasonlítjuk egy v_0 frekvenciához tartozó alaphang két nem relatív prím felhangját. Ezek legyenek

$$v_P \overset{\text{def}}{=} Pv_0; \quad v_Q \overset{\text{def}}{=} Qv_0,$$

ahol $P,Q \in \mathbb{N}$, és

$$D \overset{\text{def}}{=} \mathrm{lnko}(P,Q) > 1.$$

Az előző fejezet jelöléseivel élve $v_P = pDv_0$ és $v_Q = qDv_0$, ahol $p \overset{\text{def}}{=} P/D$ és $q \overset{\text{def}}{=} Q/D$ relatív prímek, mert ha nem lennének, akkor D sem lehetne P és Q legnagyobb közös osztója. Ismeretes, hogy

$$\mathrm{lnko}(P,Q) \cdot \mathrm{lkkt}(P,Q) = PQ,$$

azaz

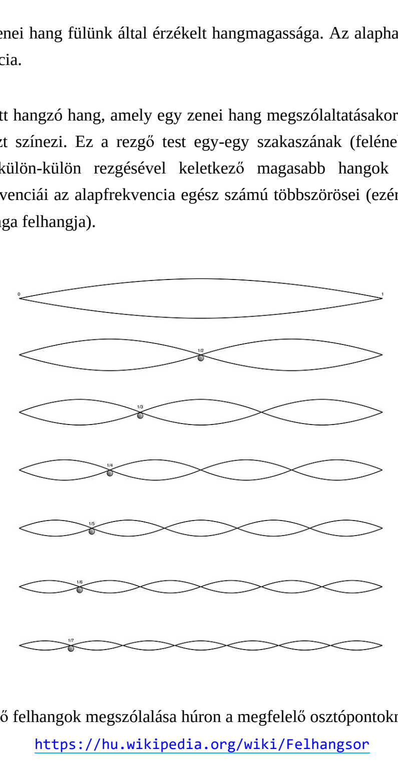
$$D \cdot \mathrm{lkkt}(P,Q) = pqD^2.$$

Leosztva az egyenlet mindkét oldalát D-vel:

$$M \overset{\text{def}}{=} \mathrm{lkkt}(P,Q) = pqD.$$

Ezek után az (5) egyenlethez hasonlóan értelmezhetjük a legmélyebb közös felhangot mint

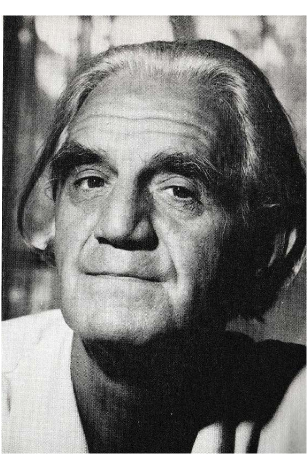
$$\mathrm{lmkf}(v_P,v_Q) \overset{\text{def}}{=} pqDv_0 = \mathrm{lkkt}(P,Q)v_0 = Mv_0,$$



Fejér Lipót tanítványa voltam

Részletek Ottlik Géza írásaiból

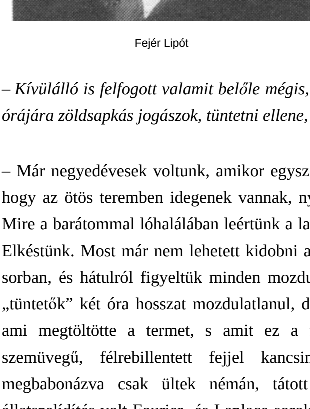
Félbeszakadt beszélgetés Réz Pállal



Ottlik Géza

[illegible]

elmondani, hogy milyen volt Fejér Lipót. Óriás volt. Földöntúli vigasztalás a puszta lénye. Aki nem ismerte, az valamit nem tud a világról, és sohasem is fogja megtudni.



Fejér Lipót

– Kívülálló is felfogott valamit belőle mégis, ahogy mesélted egyszer, amikor beültek az órájára zöldsapkás jogászok, tüntetni ellene, és végül meg sem moccantak…

– Már negyedévesek voltunk, amikor egyszer felrohantak értünk a lányok, kolleginák, hogy az ötös teremben idegenek vannak, nyilván meg akarják zavarni Lipi előadását. Mire a barátommal lóhalálában leértünk a laborból, Fejér Lipót már ott volt a katedrán. Elkéstünk. Most már nem lehetett kidobni az idegen hallgatókat, csak leültünk a hátsó sorban, és hátulról figyeltük minden mozdulatukat. Kár volt lerohannunk. Az elszánt „tüntetők" két óra hosszat mozdulatlanul, dermedten, hipnotizálva a delejes varázstól, ami megtöltötte a termet, s amit ez a finomszálú szőkeőszes hajú, nagykeretes szemüvegű, félrebillentett fejjel kancsin a levegőbe bámuló férfi árasztott, megbabonázva csak ültek némán, tátott szájjal, véges-végig. De hát ez csak állatszelídítés volt Fourier- és Laplace-sorokkal. Koromzay Dénes barátom, a világhírű Magyar Vonósnégyes brácsása, mesélte nekem vagy harminc évvel később, hogy egy előkelő amerikai fogadáson valahogyan egy nagynevű ottani matematikaprofesszor mellé került, aki láthatólag jól értett a zenéhez. Dénes, csak hogy mondjon valamit, megjegyezte, hogy az ő barátjának is, mármint nekem, volt egy zeneértő matematikaprofesszora, akit ők nagyra tartottak, Fejér Lipótnak hívták, de hát nem valószínű, hogy valaha is hallotta volna a nevét itt Amerikában. Mire az idős professzor felhördült, elvörösödött, hebegni kezdett, hátrált: „Hogy – hogy – hogy – hogy hallottam-e a nevét? Ember! Életem legnagyobb élménye, hogy egyszer egy kongresszuson ötlépésnyire álltam Fejér Lipóttól! Ott állhattam egészen közel hozzá! Ez évtizedekre erőt adott nekem!"

– Úgy tudom, Fejér Lipót Adyval is barátságban volt. Azt mondod, nagy hatással volt rád Ady Endre, de én ennek semmi nyomát nem látom az Iskola a határon-*ban. Egyébként dolgozol a folytatásán? Vagy mást csinálsz? Vagy semmit?*

– Ezt is csak a matematikus érti meg és a művész, hogy az ember mást csinál, másról beszél, vagy semmit sem csinál, csak van, borotválkozik, vagy megy át a Kálvin téren este nyolckor, és megvilágosodik előtte egy tiszta kép, forma, megoldása mindannak, ami hetek, hónapok, évek óta megoldatlan. S ami mélyen elmerülve munkálódott, készült valahol az emberben. Ehhez kell az írónak is a földtani türelem. Nem csupán növényi, ahogy Valéry írja a pálmafáról:

„Patience, patience,
Patience dans l'azur!

– Chaque atome de silence
Est la chance d'un fruit mûr!"

– Szóval a hallgatásod minden atomjában egy új regény esélye érlelődik…?

– Mondom, hogy geológiai türelem kell hozzá, nem elég a növényi. No de, hagyjuk abba, már túl hosszúra nyúlt úgyis.

– Nem, nem, beszéljünk a regényről.

– Sok lesz, fejezzük be inkább.

– Ki megy át a Kálvin téren este nyolckor, Bébé vagy Medve Gábor? Ez már a regényben lesz, fogadjunk…

– Nyertél. Jó füled van. Hát folytassuk. Egyelőre csak én mentem át a Baross utca felé, 1930-ban. Mint elsőéves, októberben beneveztem egy matematikai versenyre az egyetemen. Első feladatnak szándékosan egy könnyűt adtak. Ezen rögtön elvéreztem. Végül alig maradt időm a nehezebbekre. Olyan egyszerű volt, hogy te is megértheted: nézd, leírom. Számelméleti segédeszközök nélkül kellett bebizonyítani, hogy, ha p kettőnél nagyobb prímszám, akkor a

$$2/p = 1/x + 1/y$$

egyenletnek mindig van egy, és csakis egy, pozitív egész számú megoldása (a triviálistól, $x = y = p$, eltekintve). Egészen rosszul vágtam neki. A számelméletről még fogalmam sem volt, csak annyi, hogy akkor még utáltam. Tudod, csak egész számokkal foglalkozik, oszthatósággal, a gyönyörű, karteziánus folytonosság helyett. Milyen oldalról lehet ennek nekimenni? Órákat pocsékoltam rá. Dühömben végül felrajzoltam a görbéjét, aminek semmi köze a feladathoz:

$$f(x, y) = p/2 \cdot x - x \cdot y + p/2 \cdot y = 0$$

Ezen az alakján talán te is rögtön látod, hogy ez egy elforgatott hiperbola, a koordinátatengelyekkel párhuzamos aszimptotákkal. De azt az atyaisten se tudná megmondani, hogy van-e olyan pontja, melynek a koordinátái kifejezhetők pozitív egész számokban – és nem is kíváncsi rá! Persze a diophantoszi egyenleteket nem szabad emberszámba venni…

– Hagyjuk hát Diophantoszt, és gyerünk át a Kálvin térre inkább…

– Elfeledkeztem az egészről, pedig ez megint egy fontos vereség volt, de a filozófiai szótár-készítés mellett prózát, novellát vagy prózaversfélét próbáltam írni, jártunk a Fedett Uszodába a kolleginákkal, megjött a november, megjött a december, jártam a nővéremmel, akit nagyon szerettem, s aki zenekritikus volt, koncertekre, a Zeneakadémiára, s ami a fő, utána sörözőkbe, kávéházakba, az ő kollégáival, Lányi Viktorral, Tóth Aladárral, jártam a Mester utcába a szép Adi kedvéért, amíg a még szebb Sári meg nem jött Léváról, s karácsony hetében megint egyszer a nővéremékhez mentem, s ahogy átvágok a Kálvin téren, töprengve, hogy mutassam-e meg neki legújabb próza-művecskémet, abban a szempillantásban megjelenik a fejemben a nyavalyás kis diophantoszi egyenlet pofonegyszerű megoldása. Nézd, három sor az egész. Szorozd meg $x \cdot y$-nal:

$$(2 \cdot x \cdot y)/p = y + x,$$

ahol a jobb oldal egész szám, s a bal oldal csak akkor lehet egész szám, ha valamelyik ismeretlen osztható p-vel. Mondjuk: $x = k \cdot p$ ($k > 1$ és egész szám). Behelyettesítve a fentibe: $2 \cdot k \cdot y = y + k \cdot p$. Innen: $y = (k \cdot p)/(2 \cdot k - 1)$. Minthogy k és $(2 \cdot k - 1)$ relatív prímek (nincs közös osztójuk), y csak akkor lehet egész szám, ha a p (prímszám!) osztható $(2 \cdot k - 1)$-gyel: vagyis nyilván csakis akkor, ha $p = 2 \cdot k - 1$. Azaz, ha: $k = (p + 1)/2$. Tehát

$$y = k = (p + 1)/2 \text{ és } x = p \cdot [(p + 1)/2].$$

Kész. Érted?

– Véletlenül még értem is. De talán most már mégis hagyjuk abba…

– És, amint láthatod, *két* megoldása van mindig, nem *egy* és csakis *egy*…

És, amint láthattam, ha a matematikában is ki vagyok szolgáltatva az akaratomtól független ismeretlen beavatkozás súgásának, segítségének, helyettem való munkálkodásának, hát maradhatok nyugodtan az irodalomnál - - - - - -

[Egyetem, BH]

Sok minden félbeszakad, elakad, abbamarad. Felhagytam végül az újságírással is, miután még egy nagy reggeli lapnál megpróbálkoztam. Úgy látszik, a világ ilyen szakadásos. Ezeket a szakadásokat a lelkünk nem veszi szívesen, nem is mindig tudja követni, elfogadni, magáévá tenni: folytonosságot kíván. A folytonosság azonban előfeltételezi a végtelen fogalmát, tényleges létezését – hogy például a párhuzamos egyenesek ott találkozhassanak, vagy hogy egy görbének két, egymáshoz bármilyen közel fekvő pontja között mindig legyen még sok más pontja is. A természet világában, úgy látszik, nincsen folytonosság és végtelen. Emlékszem, a szó szoros értelmében fájdalmasan érintett Planck hatáskvantum-elmélete. De sok nagy matematikus sem szerette, ha csúfot űztek a folytonosságból. „Borzalommal és iszonyodva fordulok el ezektől a függvényektől, amelyeknek nincsen deriváltjuk", írta az egyik. Weierstrass már 1861-ben megmutatta, hogy az a sor, melynek általános tagja: $b^n \cos(\pi \cdot a^n \cdot x)$ (ahol a páratlan egész szám, b valódi tört 0 és 1 között) azzal a feltétellel, hogy: $a \cdot b > (3\pi/2) + 1$ az x-nek egy folytonos függvényét definiálja, melynek a változó semelyik értékénél nincs deriváltja. Ettől nem kisebb ember, mint Hermite fordult el „félelemmel és irtózattal".

Mindezzel talán ellentétben, beleszerettem váratlanul a csoportelméletbe, vagyis a félelmetesen absztrakt Van der Waerden *Modern Algebrá*-jába (de inkább csak a véges nem-kommutatív csoportokba). Talán a harmadik fejezetnél evvel is elakadtam. Már egy árva szót sem értettem belőle. De nem volt baj, jártunk át a Múzeum körútról a Műegyetemre is, számelméletet hallgatni, és útközben a Vámház körúton nemrég megnyílt automatabüfébe mindig betértünk; ez újdonság volt akkor Budapesten, elég drága, húsz fillért kellett bedobni, de csodálatos majonézes, velős, gombás, ringlis szendvicseket eresztett alá az üvegtornyos masina – amit választottál –, és a pohár sört is annyiért csurgatta ki, egy hatosért; a Van der Waerdent pedig sok-sok év múlva megint kivettem az Egyetemi Könyvtárból, százesztendőnyi fiatalság és hétévi háború múltával, épp nagyon jól jött a hűvös elvontsága, tömör eleganciája. A Múzeum körút földszintjén, az ötös teremhez kapcsolódva, volt egy Matematikai Szemináriumnak nevezett, tágas, klubszerű helyiségünk, saját kulcsunk hozzá, fiókunk, fehér köpenyünk, holmink benne, meg egy már kialakult szűkebb klikkünk a kollégákból: a Műegyetemre rendszerint velük, öt-hat fiúval és kedves, okos lánnyal, gyalog sétáltunk át, mert egy teljes üres óránk volt közben; s attól félek, elég zajosan, harsogva, meg-megállva. A sok nevetéstől kifulladva, éppen kellett útközben a vadonatúj automatabüfé.

Az egyetem miatt nem kellett volna feladnom az újságírást; elég volt déltájt bemennem, csak a kémiaprofesszorunk olvasott néha katalógust; ámbár ez veszélyes volt, mert a jámbornak látszó, öreg, unalmas fajankó, nevezzük Kovácsovszkynak, képes volt két abszenciáért elveszíttetni velünk a félévet, a gyenge és gyáva emberre jellemző durva kíméletlenségével – amit senki más professzor meg nem tett volna. De itt is megvédtük egymást, telefonáltak értem, ha a jóindulatú tanársegédje tüntetően kirakta az óra előtt a nagy katalógust, vagy jelentkezett valaki helyettem egyszerűen (és vakmerően).

…

Ottlik Géza

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 25. szám 2022. szeptember Válasszon:

Nemzeti Kulturális Alap

A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

100