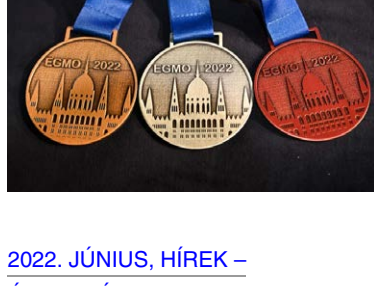




24. szám 2022. június

2022. JÚNIUS, GAZDASÁG –
TECHNIKA – MŰVÉSZETA zene tisztá
matematika – Bali
János

Bali János először matematikusként szerzett diplomát az ELTE-n 1988-ban. Liszt Ferenc-díjas karnagy és furulyaművész, zeneszerző, tudós, pedagógus. Előadóművészként repertoárja a középorktól napjaink zenéjéig terjed. A Műpa *Matematika a zenében* sorozatában a *Püthagorasz hírvirja* című előadása egyfelől megmutatta a zenében a matematikát, másfelől a számokat tette érzékileg hallhatóvá. A matematika és a zene művészetének évezredek kapcsolatáról *Oláh Vera beszélgetett vele.*

2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOKMagyar sikerek az
egri Európai Lány
Matematika
Diákolimpián

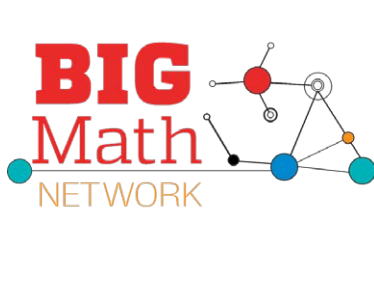
100 éve még tabudöntőnek tűnt női matematikust professzori állásban alkalmazni, és ma is riasztónak számít, ha egy nő kiugróan intelligens, főleg olyan hagyományosan inkább férfiak által dominált tudományterületen, mint a matematika. Az EGMO létrejöttének elsődleges kiváltó oka az, hogy a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián és a tudományos-gazdasági életben is a statisztikák alapján nehezebbnek tűnik érvényesülni lányoké, nőké. *Janzer Orsolya Lili, Kabos Eszter, Molnár-Sáska Gábor, Nagy Zoltán Lóránt* beszámolója [erre is kitér.](#)

2022. JÚNIUS, PORTRÉ –
INTERJÚMatematikus
történetek: Frankl
Péter

Frankl Péter egyetemista korában ismerkedett meg Erdős Pál révén Ronald Graham nemzetközi híru matematikussal, akitől megtanulta, hogyan lehet három golyót egyszerre dobálni a levegőben. 20 év elteltével egyetemi tanárként Japánban rendszeresen zsonglorködött (és hozzá kalapozott is) az utcán, így lett belőle ott híres tv-személyiség. Hosszú éveken át ő vezette a japán csapatát a Matematikai Diákolimpiákon. A video [itt](#) következik.

2022. JÚNIUS, PORTRÉ –
INTERJÚElhunyt Csákány
Béla professor

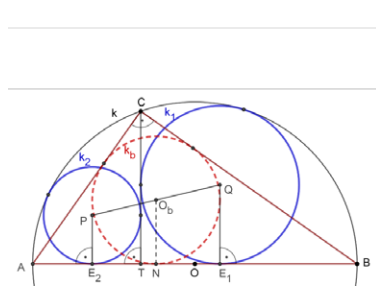
Dr. Csákány Béla, a Szegedi Tudományegyetem TTK Bolyai Intézet Algebra és Számelmélet Tanszékének professor emeritusa, a matematika- és számítástudományok doktora, a JATE egykori rektora 2022.március 13-án, életének 90. évében elhunyt. Kollégái, tanítványai nevében *Szendrei Ágnes* és *Waldhauser Tamás* búcsúztak tőle. Az [intézet honlapján](#) megjelent nekrológot [közzöljük.](#)

2022. JÚNIUS, GAZDASÁG –
TECHNIKA – MŰVÉSZETBIG karrier az
egyetemtől a
versenyzféráig

„Jelenleg az Indeed.com egyik fejlesztőcsapatát vezetem, ahol adatanalitikai eszközöket fejlesztünk belső használatra. Sok olyan álláslehetőség van a gazdaságban, amelyek jól illenek egy matematikushoz, és arra is van lehetőség, hogy különböző feladatköröket próbáljunk ki”. *Peter D. Horn* amerikai egyetemen doktorált, majd posztdoktori állást kapott, és szép egyetemi karrier állt előtte, amikor úgy érezte, [váltania kell...](#)

2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOKPólya György
iskola, Erdős Pál
kollégium

„A tanítás céljáról régimódi felfogást vallok: *először és elsősorban GONDOLKODNI kell tanítanunk!*” – *Pólya György*. 2022 tavaszán az EÖLYE Nagytétényi úti kollégiuma Erdős Pál, egy tatabányai általános iskola pedig Pólya György nevét vette fel. Szerkesztőségünk utólag értesült az eseményekről, itt osztjuk meg a [híreket](#) olvasóinkkal.

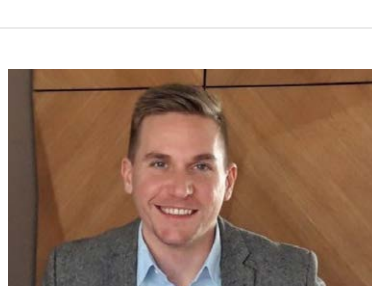
2022. JÚNIUS, TANÓRA –
SZAKKÖR

Mire jó az inverzió?

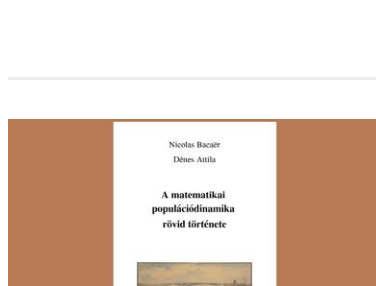
A legutóbbi matematika OKTV-döntő egyik geometriai feladatának állítása meglepő és érdekes. A hivatalos megoldás koordinátageometriát használ. Írásunkban három további megoldást mutatunk, rábízva az olvasóra a döntést, neki melyik tetszik legjobban. A harmadik megoldás kapcsán arra keresi a választ *Horváth Eszter* és *Kiss Emil*, [mire lehet jó az inverzió?](#)

2022. JÚNIUS, TANÓRA –
SZAKKÖRÁtadták a 2021. évi
Ericsson-díjakat

2019 után végre ismét személyesen adhattuk át az Ericsson-díjakat! – írta [Facebook-oldalán](#) 2022. máj 31-én az Ericsson Magyarország. A cég kutatás-fejlesztési igazgatósága alapította a díjat huszonhárom éve. Azóta minden évben kiírják a pályázatot, amelynek eleinte évente 4, később 8 nyertese volt. A 2020-as online díjátadó után a 2021-es díjazottak ünneplésére [most került sor.](#)

2022. JÚNIUS, PORTRÉ –
INTERJÚUgródeszkák
matek szakon –
Biszak Előd

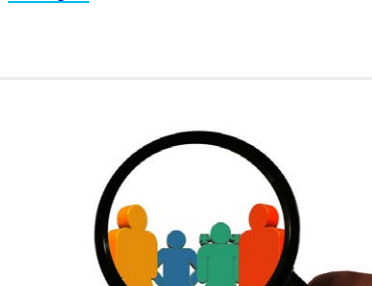
Az *Ugródeszkák matek szakon* 2. részében *Biszak Előd*, az Arcanum Adatbázis Kft. 34 éves ügyvezetője beszél arról, miért is volt számára hasznos, hogy matematikus szakra járt. Nem lett belőle sem kutató, sem oktató, viszont egy nagyon sikeres céget vezet, ahol alkalmazza az egyetemen tanultakat. *Bérczi-Kovács Erika* készítette az [interjút.](#)

2022. JÚNIUS, KÖNYVESPOLC –
AJÁNLÓA matematikai
populációdinamika
rövid története

Különleges, több tudományterületet érintő, érdekes mű született *Nicolas Bacaër* és *Dénes Attila* együttműködéséből: A matematikai populációdinamika rövid története. *Izsák János* ny. egyetemi tanárt kértük fel a recenzióra, aki nemcsak az MTA doktora biológiából, de egyúttal alkalmazott matematikusként is szakértője a témának. [Ezt írja...](#)

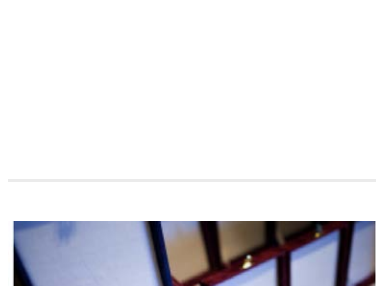
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOKMatematikusok
Nemzetközi
Kongresszusa
2022

Az eredetileg Szentpétervárra tervezett rendezvényt a háború miatt nem lehet a hagyományos módon megtartani, ezért a Nemzetközi Matematikai Unió kissé szokatlan, hibrid (online, illetve több helyszínes) formában hirdette meg az ICM 2022-t **július 6. és 14. között. A kongresszuson a részvétel ingyenes, de regisztrációhoz kötött**, így a korábbiaknál több érdeklődő vehet rajta részt. Az idei ICM-nek négy magyar meghívott előadója van: Abért Miklós, Hausel Tamás, Lugosi Gábor, és Varjú Péter. [Ennyit lehet előzetesen tudni...](#)

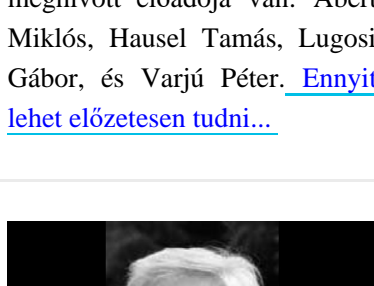
2022. JÚNIUS, TUDOMÁNY –
TÖRTÉNET – MI IS...?

A keresés elmélete

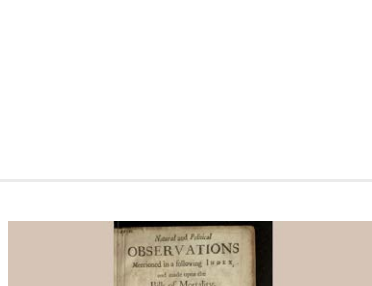
Ebben a cikkben röviden összefoglalom a keresés (avagy csoportos tesztelés) nevű matematikai problémakört. Mutatok néhány való életből vett, illetve játékos példát idetartozó problémákra, és felsorolok néhány további kérdést. Végül felidézem azt, amikor néhány évvel ezelőtt a magyar sajtóban már találkozhattunk ezzel a témakörrel, méghozzá nem is csak ismeretterjesztő cikkek formájában, hanem az életünket alapvetően befolyásoló lehetőségeként.– *Gerbner Dániel* írása [következik.](#)

2022. JÚNIUS, TUDOMÁNY –
TÖRTÉNET – MI IS...?Matematikus
díjazottak az MTA
195. közgyűlésén

A Magyar Tudományos Akadémia 195. közgyűlésének ünnepi ülésén, 2022. május 2. és 4. között, illetve a Közgyűléshez kapcsolódó osztályrendezvényeken számos rangos tudományos díjat és elismerést adtak át. A díjazottak névsorában jónéhány kiváló matematikai, sőt egy matematikai intézetet is megtalálhatunk. Gratulálunk! Képünkön az Akadémiai Aranyérem (forrás: mta.hu). Pár sorban bemutatjuk a [kítüntetetteket és kutatásaikat.](#)

2022. JÚNIUS, TANÓRA –
SZAKKÖRBúcsúzó Herceg
Jánostól

Életének 88. évében, április 30-án elhunyt *Herczeg János* neves matematikatanár, az Élet és Tudomány nyugalmazott főszerkesztője. „*Ha nem találkozom Fejes Tóth Lászlóval, valószínűleg festő vagy irodalmár volnék. Néha megkérdem magamtól: Talán úgy jobb lett volna?*” Az újságírók, matematikusok és barátok nevében *Staar Gyula* [búcsúzik tőle.](#)

2022. JÚNIUS, GAZDASÁG –
TECHNIKA – MŰVÉSZETBevezető a
populációdinamika
történetébe

A populációdinamika több tudományterület – a matematika, a társadalomtudományok (demográfia), a biológia (populációgenetika és ökológia) és az orvostudomány (epidemiológia) – metszéspontjában áll. *Nagy Noémi* könyvajánlójából rengeteg tudománytörténeli érdekesség kiderül *Nicolas Bacaër* és *Dénes Attila* „A matematikai populációdinamika rövid története” című művéből. [Íme...](#)

2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOKTau nap – de most
tényleg?

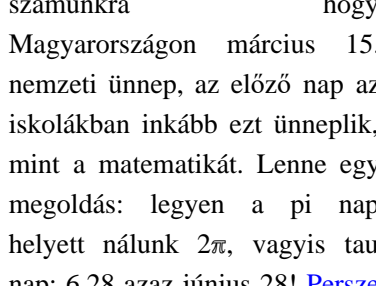
Idén harmadszor rendezték meg a [Matematika Világnapját](#) március 14-én, a π szám napján (a dátum, a 3,14 a π két tizedes jegyre kerekítve az angolszász írásmóddal). Sajnos a tavalyi és az idei események is csak online ünneplésre adtak lehetőséget. További nehezítés számunkra hogy Magyarország on március 15. nemzeti ünnep, az előző nap az iskolákban inkább ezt ünneplik, mint a matematikát. Lenne egy megoldás: legyen a π nap helyett nálunk 2π , vagyis tau nap: 6.28 azaz június 28! [Persze nem mi találtuk ki...](#)

2022. JÚNIUS, KÖNYVESPOLC –
AJÁNLÓHajók, festmények,
nagymamák

Hujter Bálint, *Lenger Dániel* és *Szűcs Gábor* a matematikai feladványairól híres Óxisz mesebeli szigetére invitálja a 12 éven felüli olvasót, aki egyúttal Albrechtel, Dürerrel is megismerkedhet (kicsit másképp). A szellemes, játékos példátartat *Juhász Péter* [ajánlja.](#)

2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOKIn memoriam
Szántó Ágnes

Szántó Ágnes, az USA-ban és itthon is elismert matematikus 56 évesen hosszú betegség után elhunyt. Generációjának egyik legkiemelkedőbb magyar női matematikusa volt, kutatási területe hatékony algoritmusok kifejlesztése algebrai problémákra. ELTE-s évfolyamtársa, *Sárközy Gábor* és *Rónyai Lajos* [emlékeznek meg róla.](#) Társaság honlapján

2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOKBudapesti
konferenciák:
Rényi 100 és
CERME 13

A Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet szervezésében két előkészületben lévő nemzetközi konferenciáról számolunk be. Az egyik az intézet névadójának 100. születésnapját ünnepli 2022. júniusában, a másik 2023 júliusában a matematikaoktatást kutatók európai társaságának rendezvénye lesz az ELTE TTK-n. [Tovább...](#)

Aktuális szám: 24. szám 2022. június

nka
Nemzeti Kulturális Alap



A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A HÍREK - ÚJDONSÁGOK ROVAT A MATEMATIKÁHOZ ÉS A BOLYAI TÁRSULATHOZ KAPCSOLÓDÓ ESEMÉNYEKRŐL, ÚJDONSÁGOKRÓL SZÓL. (ROVATSZERKESZTŐ: RÁKÓCZI ILDIKÓ.)



Szerkesztő
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOK

Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa 2022

Az eredetileg Szentpétervárra tervezett rendezvényt a háború miatt nem lehet a hagyományos módon megtartani, ezért a Nemzetközi Matematikai Unió kissé szokatlan, hibrid (online, illetve több helyszínes) formában hirdette meg az ICM 2022-t július 6. és 14. között. A kongresszuson a részvétel ingyenes, de regisztrációhoz kötött, így a korábbiaknál több érdeklődő vehet rajta részt. Az idei ICM-nek négy magyar meghívott előadója van: Abért Miklós, Hausel Tamás, Lugosi Gábor, és Varjú Péter. [Ennyit lehet előzetesen tudni...](#)



Sárközy Gábor, Rónyai Lajos
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOK

In memoriam Szántó Ágnes

Szántó Ágnes, az USA-ban és itthon is elismert matematikus 56 évesen hosszú betegség után elhunyt. Generációjának egyik legkiemelkedőbb magyar női matematikusa volt, kutatási területe hatékony algoritmusok kifejlesztése algebrai problémákra. ELTE-s évfolyamtársa, Sárközy Gábor és Rónyai Lajos [emlékezik meg róla](#).

Társaság honlapján



Szerkesztő
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOK

Pólya György iskola, Erdős Pál kollégium

„A tanítás céljáról régimódi felfogást vallok: először és elsősorban GONDOLKODNI kell tanítanunk!” – Pólya György. 2022 tavaszán az ELTE Nagytétényi úti kollégiuma Erdős Pál, egy tatabányai általános iskola pedig Pólya György nevét vette fel. Szerkesztőségünk utólag értesült az eseményekről, itt osztjuk meg a [híreket](#) olvasóinkkal.



Janzer Orsolya Lili, Kabos Eszter, Molnár-Sáska Gábor, Nagy Zoltán Lóránt
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOK

Magyar sikerek az egi Európai Lány Matematika Diákolimpián

100 éve még tabudöntőnek tűnt női matematikust professzori állásban alkalmazni, és ma is riasztónak számít, ha egy nő kiugróan intelligens, főleg olyan hagyományosan inkább férfiak által dominált tudományterületen, mint a matematika. Az EGMO létrejöttének elsődleges kiváltó oka az, hogy a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián és a tudományos-gazdasági életben is a statisztikák alapján nehezebbnek tűnik érvényesülni lányként, nőként. Janzer Orsolya Lili, Kabos Eszter, Molnár-Sáska Gábor, Nagy Zoltán Lóránt beszámolója [erre is kitér](#).



Backhausz Ágnes, Csapodi Csaba
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOK

Budapesti konferenciák: Rényi 100 és CERME 13

A Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet szervezésében két előkészületben lévő nemzetközi konferenciáról számolunk be. Az egyik az intézet névadójának 100. születésnapját ünnepli 2022. júniusában, a másik 2023 júliusában a matematikaoktatást kutatók európai társaságának rendezvénye lesz az ELTE TTK-n. [Tovább...](#)



Fried Katalin
2022. JÚNIUS, HÍREK –
ÚJDONSÁGOK

Tau nap – de most tényleg?

Idén harmadszor rendezték meg a [Matematika Világnapját](#) március 14-én, a π szám napján (a dátum, a 3.14 a π két tizedes jegyre kerekítve az angolszász írásmóddal). Sajnos a tavalyi és az idei események is csak online ünneplésre adtak lehetőséget. További nehezítés számunkra hogy Magyarországon március 15. nemzeti ünnep, az előző nap az iskolákban inkább ezt ünneplik, mint a matematikát. Lenne egy megoldás: legyen a pi nap helyett nálunk 2π , vagyis tau nap: 6.28 azaz június 28! [Persze nem mi találtuk ki...](#)

[TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE](#)



Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa 2022

(Egy rendhagyó ICM)

A matematikusok nemzetközi kongresszusának célja és szellemisége most is ugyanaz, mint négy évvel ezelőtt (akkor [Maga Péter számolt be róla](#)), a világ azonban nagyot változott. Ahogy a neve is mutatja (International Congress of **Mathematicians**, nem pedig International Congress of **Mathematics**), a kongresszus fókuszában maguk a matematikusok, a matematikus közösség áll, amellel persze hogy szép és érdekes eredményeket lehet megismerni. A kongresszuson mindenki megpróbál kilépni a szűkebb környezetéből, megismerkedik más területek fontos kérdéseivel és meghatározó kutatóival. Ezért is akkora megtiszteltetés, ha valakit felkérnek előadónak: a kongresszus az a hely, ahol a matematikus közösség egy igazán nagy szeletének be lehet mutatni sok évtized munkáját és annak gyümölcsét.

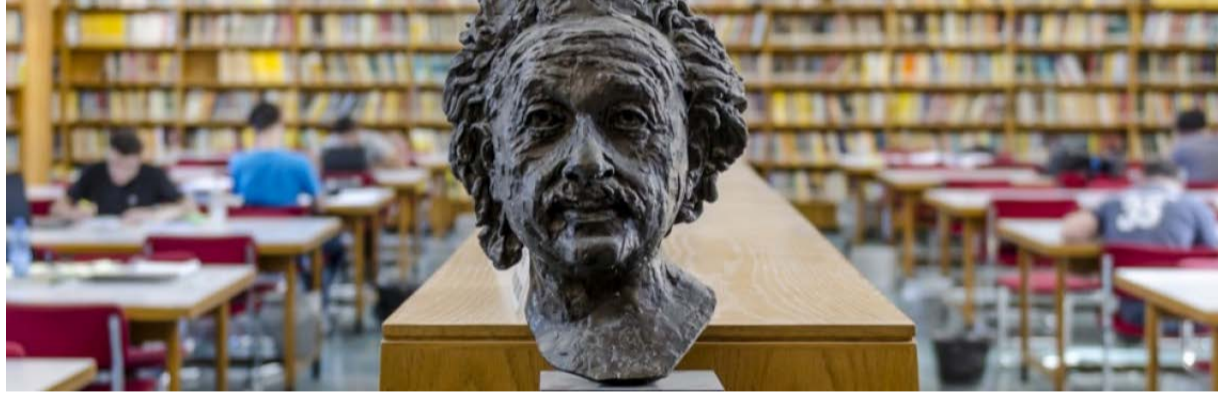
Azonban az eredetileg Szentpétervárra tervezett rendezvényt a háború miatt nem lehet a hagyományos módon megtartani. Már korábban is volt erre példa: 1916-ban az I. világháború miatt, az 1936 és 1950 között pedig a II. világháború miatt maradt el a kongresszus. A modern technológiának és a Nemzetközi Matematikai Unió találékonyságnak hála, ebben az évben, még ha nagyon szokatlan formában is, de július 6. és július 14. között megrendezik az ICM-et.



A járványhelyzet az utóbbi években rákényszerítette a tudományos élet szereplőit arra, hogy megtanuljanak online konferenciát szervezni, és megszokják, hogy online konferencián vegyenek részt. Persze a hagyományos, sokkal inkább konkrét matematikai problémakörökre és eredményekre fókuszáló kisebb konferenciák legfőbb értéke is a személyes kontaktus, a kongresszust illetően pedig még inkább ez a helyzet. Egy nagy létszámú Zoom eseménnyel nem lehet pótolni azokat a (sokszor rövid és nagyon koncentrált) beszélgetéseket, amelyek egy hagyományos konferencia előadások közti szüneteiben spontán jönnek létre, és amelyekből sokszor egy új, közös kutatási irány születik. Mivel a kongresszus átköltöztetése ilyen rövid idő alatt lehetetlen feladat lett volna, természetes ötlet volt a Nemzetközi Matematikai Unió részéről egy hibrid megoldás.

Így például személyesen adják át az ICM-mel összefonódott hatalmas presztízsű díjakat Helsinkiben, 2022. július 5-én: a Fields-érmét, az Abacus-érmét, a Chern-érmét, a Carl Friedrich Gauss-díjat, és a Leelavati-díjat. Az eseményt online is lehet majd követni. Másnap a Fields- és Abacus- éremmel kitüntetett tudósok egy hagyományos nyílt rendezvényen tartják meg ilyenkor szokásos ünnepi előadásait.

A másik kezdeményezés, hogy a kongresszus bizonyos szekcióit élőben is megrendezik a világ valamely pontján. Így például a „[Dynamics](#)” szekciót, (amelynek egyik meghívott előadója [Abért Miklós](#)) egy egész hetes rendezvénné duzzasztva személyes részvétellel tartják a Jeruzsálemi Héber Egyetem Einstein Intézetében.



A kongresszus meghívott előadóira visszatérve: négy évvel ezelőtt a körülbelül 250 meghívott előadója közül hét is magyar volt, név szerint Babai László, Balogh József, Máthé András, Némethi András, Szegedy Balázs, Tardos Gábor és Tóth Bálint. Az idei ICM-nek négy magyar meghívott előadója van: Abért Miklós, Hausel Tamás, Lugosi Gábor, és Varjú Péter.



Abért Miklós az ELTE-n szerzett doktori fokozatot Pálffy Péter Pál és Pyber László témavezetése alatt. Tudományos munkásságát korábban Grünwald Géza Emlékéremmel, Erdős Pál-díjjal és Rényi Alfréd-díjjal is elismerték. 2015-ben „Diszkrét csoportok, ritka gráfok és lokálisan szimmetrikus terek aszimptotikus invariánsai” című pályázatával elnyerte az Európai Kutatási Tanács „ERC Consolidator Grant”-jét. Jelenleg a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet tudományos főmunkatársa. A kongresszuson a „Dynamics” szekcióban lesz meghívott előadó.



Hausel Tamás Cambridge-ben szerzett doktori címet Nigel James Hitchin témavezetésével, kutatási területe az algebrai geometria. A doktori cím megszerzése után az Oxfordi Egyetemen, és az EPFL-en (École Polytechnique Fédérale de Lausanne) dolgozott. Munkásságát 2008-ban Whitehead Díjjal ismerték el, 2013-ban elnyerte az Európai Kutatási Tanács „ERC Advanced Grant”-jét. Jelenleg az Institute of Science and Technology Austria professzora. A kongresszuson az „Algebraic and Complex Geometry” szekcióban lesz meghívott előadó.

Lugosi Gábor az MTA-n szerzett doktori címet Györfi László témavezetésével. Jelentős eredményeket ért el a matematika és számítástudomány több területén: gépi tanulásban, információelméletben, valószínűségszámításban és matematikai statisztikában. Elnyerte az Institute of Mathematical Statistics „Medallion lecturer” díját, és a French Statistical Society „Le Cam lecturer” díját. Jelenleg ICREA kutatóprofesszor a Pompeu Fabra Egyetemen Barcelonában. A kongresszuson a „Statistics and Data Analysis” szekcióban lesz meghívott előadó.



Varjú Péter Szegeden a Bolyai Intézetben végezte egyetemi tanulmányait, majd Princetonban szerzett doktori címet Jean Bourgain témavezetésével. Munkásságát 2016-ban a berlini Európai Matematikai Kongresszuson EMS Prize-zal, 2018-ban Whitehead Díjjal ismerték el. Varjú Péter jelenleg a University of Cambridge professzora. A kongresszuson a „Probability” szekcióban lesz meghívott előadó.

Az előadások magyar idő szerint minden nap 9:00 és 18:00 között lesznek. A kongresszuson való részvétel ingyenes, de regisztrációhoz kötött. A szervezők egyelőre dolgoznak a megvalósításon, minden aktuális információ elérhető, [ezen](#) a linken lehet megtalálni. A cikket a későbbiekben frissíteni fogjuk, ha ismertté válnak a technikai részletek. A konferenciáról [Facebook-oldalunkon](#) is hírt adunk.



In memoriam Szántó Ágnes

Néhány napja jött a szörnyű hír, hogy elment az Ági. Tudtuk, hogy nagy a baj, már régóta bátran küzdött a betegséggel, de mégis ez felfoghatatlan. Generációjának egyik legkiemelkedőbb magyar női matematikusa, a fiatalos, csinos, mindig jókedvű, életerős Ági nincs többé. Nincsenek szavak...



Az ELTE matematikus szakán végeztünk együtt, ahol Ági egy jelenség volt, szó szerint fényt, életet hozott az ELTE komor falai közé. Jobban vártuk Ágival a kávézást a szünetekben, mint az órákat. A matematikán kívül sok minden más is érdekelt, a tánc, a filmek, zene, irodalom stb. Végzés után 2 évig a SZTAKI-ban dolgozott, majd mint oly sokan mások, az USA-ban folytatta tanulmányait, ahol a nagynevű Cornell egyetemen szerzett PhD fokozatot Dexter Kozen irányításával. Ezután a North Carolina állami egyetemen kapott állandó állást, ahol rendkívül sikeres karriert futott be, a legnépszerűbb professzorok közé tartozott. Kutatási területe hatékony algoritmusok kifejlesztése volt algebrai problémákra, egyaránt otthonosan mozgott a matematikában és a számítógéptudományban is. A magyar matematikusok közül főleg Ivanyos Gáborral és Rónyai Lajossal dolgozott együtt. Számos tanulmányt publikált vezető folyóiratokban, kutatásait több díjjal támogatták, például a nagybecsű NSF CAREER díjjal.

Ági 2017 és 2020 között elnöke és korábban is vezető tisztségviselője volt az FoCM-nek (Foundations of Computational Mathematics). Az FoCM elsősorban a matematika és a számítások világának közös vonulatait támogató nemzetközi szakmai társaság. Jeles folyóiratuk szintén az FoCM nevet viseli és a fő tématerületén (Computational Mathematics) D1-es minősítésűnek számít. A [Társaság honlapján](#) olvasható a megemlékezés korábbi elnökekről. Ági érdeme volt például, hogy 2011-ben Budapest és a BME adhatott otthont a nagyon sikeres, több mint 450 résztvevős [FoCM 2011 konferenciának](#).

A North Carolina State University Department of Mathematics is [honlapján](#) emlékezett meg professzoráról.



Főbb eredményei elsősorban a szimbolikus számítások területéről valók. Több munkájában foglalkozott sokváltozós polinom-egyenletrendszerek megoldásával kapcsolatos kérdésekkel.

Ivanyos Gáborral közös dolgozatukban a nevezetes LLL rácsredukciós algoritmust kiterjesztették indefinit bilineáris függvény esetére. Ennek alkalmazásaként egy szép nullosztókereső algoritmust adtak.

Több dolgozata foglalkozik a polinomok algebrájából ismert rezultáns általánosításaival, a szubrezultánsokkal, velük kapcsolatos elméleti kérdésekkel illetve alkalmazási lehetőségeikkel. A WolframMathWorld szerint az egyik ilyen tárgyú, társszerzőkkel közös dolgozata a témakör mértékadó forrásai közé tartozik ([Subresultant – from Wolfram MathWorld](#).)

Az utóbbi években a polinom-egyenletrendszerek tanúsítványainak problémáin dolgozott. Ennek lényege: adott egy pontos (racionális együtthatós) egyenletrendszer és egy P pont. Olyan algoritmikus tanúsítványt (certificate) keresünk, amely garantálja, hogy az egyenletrendszernek P közelében van (pontos, tehát nem csak közelítő) megoldása. A Notices of the [AMS 2016 novemberi számában megjelent](#) előadásában széles matematikus közönség számára jól követhető összefoglalót találunk a problémakörrel és a túlhatározott rendszerek megoldásainak tanúsítására kidolgozott saját algoritmusokról.

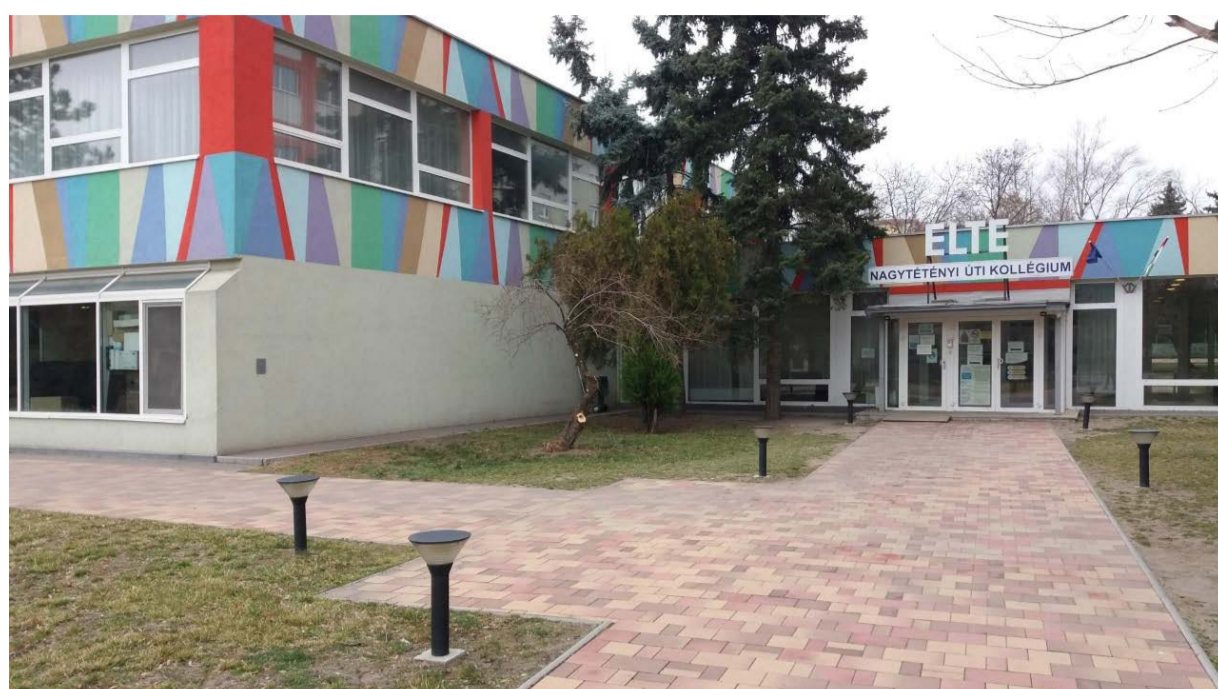
Pályája derekán ment el.

Gyászolják férje, lánya, családja, barátai, diákjai.

Ági, emlékedet örökre megőrizzük!

Sárközy Gábor (Rónyai Lajos segítségével)


Pólya György iskola, Erdős Pál kollégium



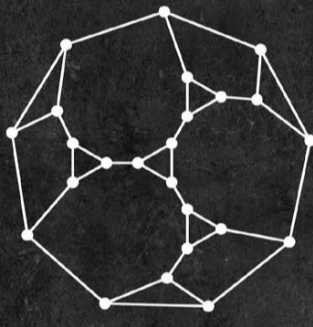
2022. március 26-án avatták fel Erdős Pál emléktábláját az ELTE Nagytétényi úti kollégiumában. A [Digitális Jólét Program](#) és a Nemzeti Adatgazdasági Tudásközpont szervezte azt a zártkörű, a hálózatkutatással kapcsolatos tudományos műhelykonferenciát, amelynek keretében a felújított kollégium felvette Erdős Pál nevét, születésének 109. évfordulóján. A hálózatkutatás eddigi hazai gyakorlati alkalmazási területei, valamint az ezzel kapcsolatos kutatási eredmények az Erdős által lerakott matematikai alapokból indultak ki. Az emléktábla-avatásra dr. Darázs Lénárd, az ELTE általános rektorhelyettese, Németh Zsolt, a Magyar Országgyűlés Külügyi Bizottságának elnöke és dr. Gál András Levente, a Nemzeti Adatgazdasági Tudásközpont vezetője, a Digitális Jólét Program szakmai vezetője voltak a meghívottak.

„Bizonyos szempontból a matematika az egyetlen határtalan emberi cselekvés. Elképzelhető, hogy az emberiség előbb vagy utóbb mindent megismer a fizikában vagy a biológiában, a matematika azonban végtelen, ezért kimeríthetetlen.”

Erdős Pál



1913-1996



Erdős-Gyárfás-sejtés

Készült: Erdős Pál születésének 109. évfordulójára
Digitális Jólét Program

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Az [infostart](#) számolt be a műhelykonferenciáról, amelyen nem matematikus kutatók vettek részt. Maga a névadó is meglepődött volna, hogy hozzájárult a hatékony digitális államkormányzáshoz.

Az eseményről az ELTE videóját [itt](#) nézhetik meg.

A Rényi Intézet honlapja [számolt be](#) egy másik névadó ünnepségről: 2022. április 23.-án Tatabányán, a Vértess Agorájában rendezték meg a Pólya György Általános Iskola névadó ünnepségét. A Sárberki Általános Iskola Pólya György születésének 135. évfordulója alkalmából vette fel a nemzetközi hírű matematikus nevét. A részletekről a [boldoguljtatabanyan](#) blogon olvashatnak, fényképünk az iskoláról is onnan származik. Az ünnepségen köszöntőt mondtak: Szűcsné Posztovics Ilona, polgármester, Hajnal Gabriella, a Klebelsberg Központ elnöke, Laczkovich Miklós, matematikus, akadémikus, Szemerédi Endre, Pólya- és Abel-díjas matematikus, Lovász László, Pólya- és Abel-díjas matematikus, Kosztolányi József, az SZTE Bolyai Intézet egyetemi docense, a BJMT Oktatási Szakosztályának elnöke, Tuska Ágnes, Californiai State University és Vancsó Ödön, ELTE Matematikatanítási és Módszertani Központ.

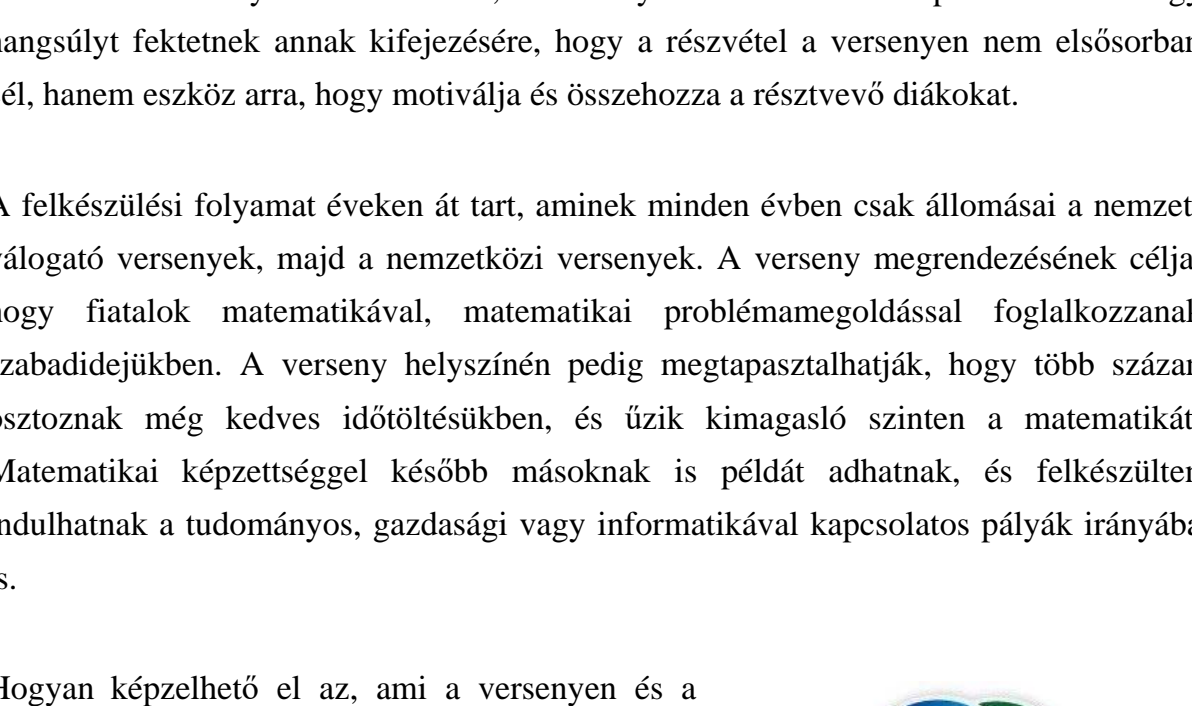


„A tanítás céljáról régimódi felfogást vallok: először és elsősorban GONDOLKODNI kell tanítanunk!” – Pólya György

Janzer Orsolya Lili, Kabos Eszter, Molnár-Sáska Gábor, Nagy Zoltán Lóránt
2022. JÚNIUS, HÍREK – UJDCSÁGOK

Magyar sikerek az egri Európai Lány Matematika Diákolimpián

Április 12-én ért véget az Európai Lány Matematika Diákolimpia (European Girls' Mathematical Olympiad, EGMO), amelyet ezúttal **Magyarország rendezett Egerben**. Legutóbb hasonló nemzetközi matematikaversenyt 40 éve rendezett az ország, akkor megközelítőleg fele ennyi résztvevővel. Az egyhetes verseny leginkább egy nemzetközi fesztiválra hasonlított, ahol középiskolás lányok találkozhattak egymással, akik mindannyian kedvelik a matematikai problémamegoldást. Persze emellett a jó szereplés is fontos volt mind a versenyen résztvevő lányoknak, mind a kísérőiknek.



Matematika és Olimpia?

A verseny, amelyet az angol elnevezés miatt hívnak olimpiának, hasonló a többi nemzetközi diákolimpiához (pl. Nemzetközi Matematikai vagy Fizikai Diákolimpia (IMO, IPhO)). Bár már a versenyre kijutni is nagyon nagy dolog, és a résztvevők egy életre szóló élményben részesülnek, a verseny szervezői és a csapatvezetők is nagy hangsúlyt fektetnek annak kifejezésére, hogy a részvétel a versenyen nem elsősorban cél, hanem eszköz arra, hogy motiválja és összehozza a résztvevő diákokat.

A felkészülési folyamat éveken át tart, aminek minden évben csak állomásai a nemzeti válogató versenyek, majd a nemzetközi versenyek. A verseny megrendezésének célja, hogy fiatalok matematikával, matematikai problémamegoldással foglalkozzanak szabadidejükben. A verseny helyszínén pedig megtapasztalhatók, hogy több százan osztotnak még kedves időtöltésükben, és úzik kimagasló szinten a matematikát. Matematikai képzettséggel később másoknak is példát adhatnak, és felkészülten indulhatnak a tudományos, gazdasági vagy informatikával kapcsolatos pályák irányába is.

Hogyan képzelhető el az, ami a versenyen és a felkészülés során történik? Nem úgy, ahogyan a legtöbben a középiskolában találtak a matematikával. Nem nagy számokat kell összeadni vagy szorozni, de még csak nem is ismeretlen képletekre kell behelyettesíteni az bizonytalan helyére számokat. A versenyen érdekes, gondolkodtató matematikai problémákból kell két egymást követő nap három-három megoldani, ami leginkább a kreativitást és az összetett, innovatív gondolkodásmódot méri.



Feladatok korábbi EGMO versenyekről:

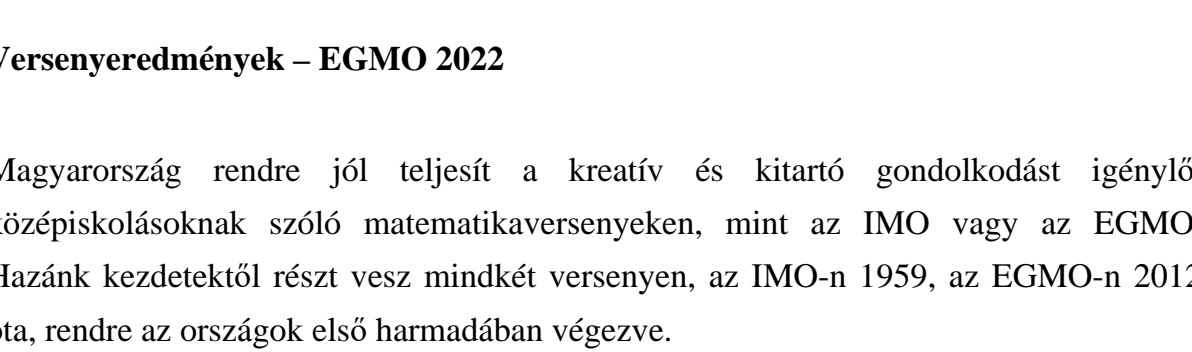
EGMO 2016, 3. feladat

Legyen m pozitív egész és tekintsünk egy $4m \times 4m$ -es, egységnyezetekből álló táblázatot. Ha a táblázat két különböző mezője közös sorban vagy közös oszlopban van, akkor azt mondjuk, hogy kapcsolatban állnak. Önmagával semelyik mező nem áll kapcsolatban. Miután néhány mezőt kékre színeztünk, teljesül, hogy minden mező legalább két kék mezővel kapcsolatban áll. Határozzuk meg a kék mezők számának minimumát.

EGMO 2017, 3. feladat

Adott 2017 egyenes a síkon, melyek közül semelyik háromnak nincsen közös metszéspontja. Turbó, a csiga az egyenesek közül az egyiknek valamely pontjából elindul, és ezen egyenesek mentén halad a következőképpen: addig csúszik egy egyenesen, amíg el nem érkezik az egyenes és egy másik egyenes metszéspontjába. A metszéspontban a másik egyenesen folytatja útját, mégpedig úgy, hogy felülre kanyarodik jobbra és balra az általa elért metszéspontokban. Irányt csak metszéspontokban válthat. Lehetséges-e, hogy egy útszakaszon mind a két irányban végighalad mozgása során?

Az ilyen és ehhez hasonló feladatok megoldásában – akár órákra – el tudnak múlni a versenyzők. Ezek megoldása, vagy a haladás a megoldás felé vezető úton, és az összefüggések fókuszos felfedezése és leírása sokszor jár együtt egyfajta flow-élménnyel. Ez a tapasztalat későbbi munkájuk során is segítheti őket, akár motivációban, akár a lényegkiemelő, összefüggéseket feltáró elmélyült munkában a matematikához kötődően vagy azon kívül is.



Magyarországon, részben Varga Tamás úttörő munkájának köszönhetően, hagyományra van az úgynevezett **felkészítő matematikaoktatásnak**. Az ennek művelésével foglalkozó, Pósa Lajos által alapított A Gondolkodás Öröme Alapítványt ezt vallja: „A legfontosabb, hogy megpróbáljuk gondolkodni tanítani a gyerekeket. Vagyis azt próbáljuk elérni, hogy ne képletek, megoltszerek, alkalmazható tételek után kutassanak a fejükben, hanem engedjék szabadjára a fantáziájukat, és bátran ötleteljenek.”

Miért pont lányoknak?

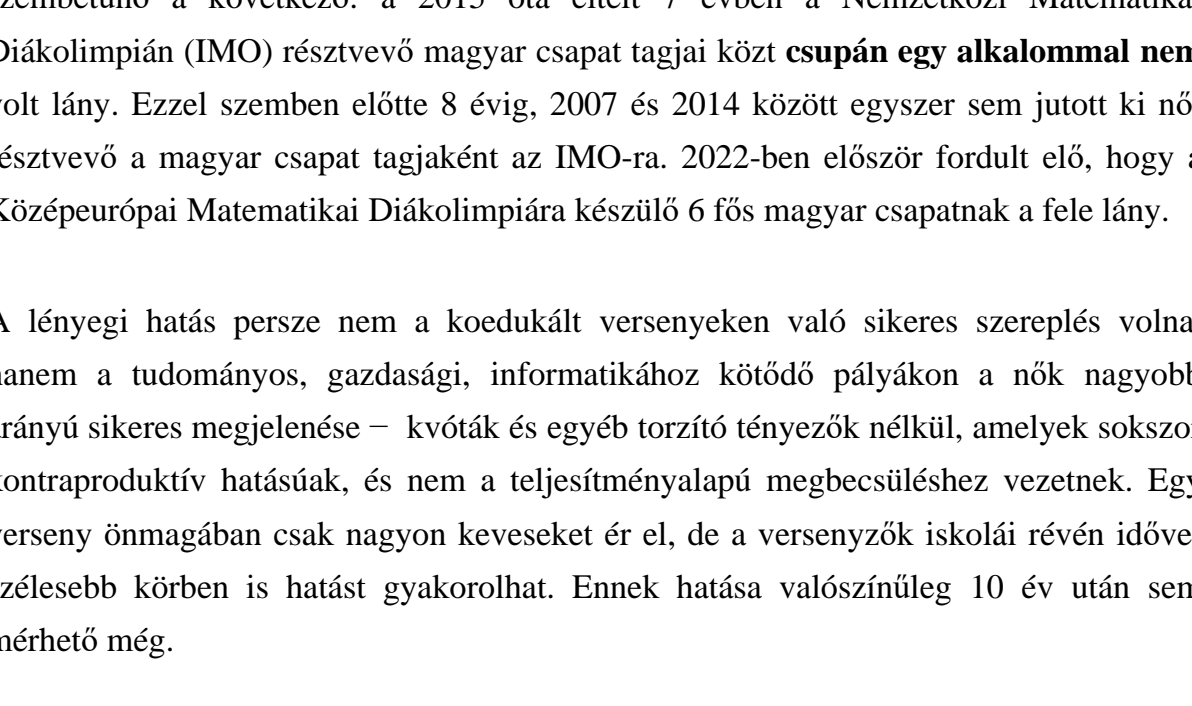
Az EGMO létrejöttének elsődleges kiváltó oka az, hogy a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián, és a tudományos-gazdasági érben is a statisztikák alapján nehezebbnek tűnik érvényesülni lányoknak, nőként. Számos írás szól arról, hogy miért jobb az egész társadalomnak, ha a terület iránt érdeklődő nők **rész vesznek** a kvantitatív tudományok művelésében, és arról is, hogy milyen társadalmi és környezeti hatások, szokások, sztereotípiák hatnak a lányokra, akik érdeklődnek a tudomány vagy kifejezetten a matematika iránt.

Röviden szólva: a **lányok többsége** több szempontból is **jelentősen nehezebb pályán játszik**. A lányoknak szülői különbségként hazánk két négyfős csapatot küldhetett ellenérzéseket váltanak ki. Ez tipikusan olyankor fordul elő, amikor az emberek a körülmények ismerete nélkül formálnak véleményt. Valójában a többségi társadalomban még ma is riasztónak számít, ha egy nő kiugróan intelligens, főleg olyan hagyományosan inkább férfiak által dominált tudományterületen, mint a matematika. Ez lecsapódik a családi elvárások, iskolai, tanári visszajelzések szintjén, és persze az önismereti fejlődés kulcsfontosságú szakaszában, a kamacszkorban a kortársak visszajelzéseiben is. Érdekes tény, hogy régebbi korok legkiemelkedőbb női matematikusai számára is a férfi álneven való publikálás nyújtott elismertséget, de még 100 éve is tabudöntőnek tűnt olyan női matematikust profizsori állásban alkalmazni Németországban, **akinek** munkásságát szerte a világon tanítják.

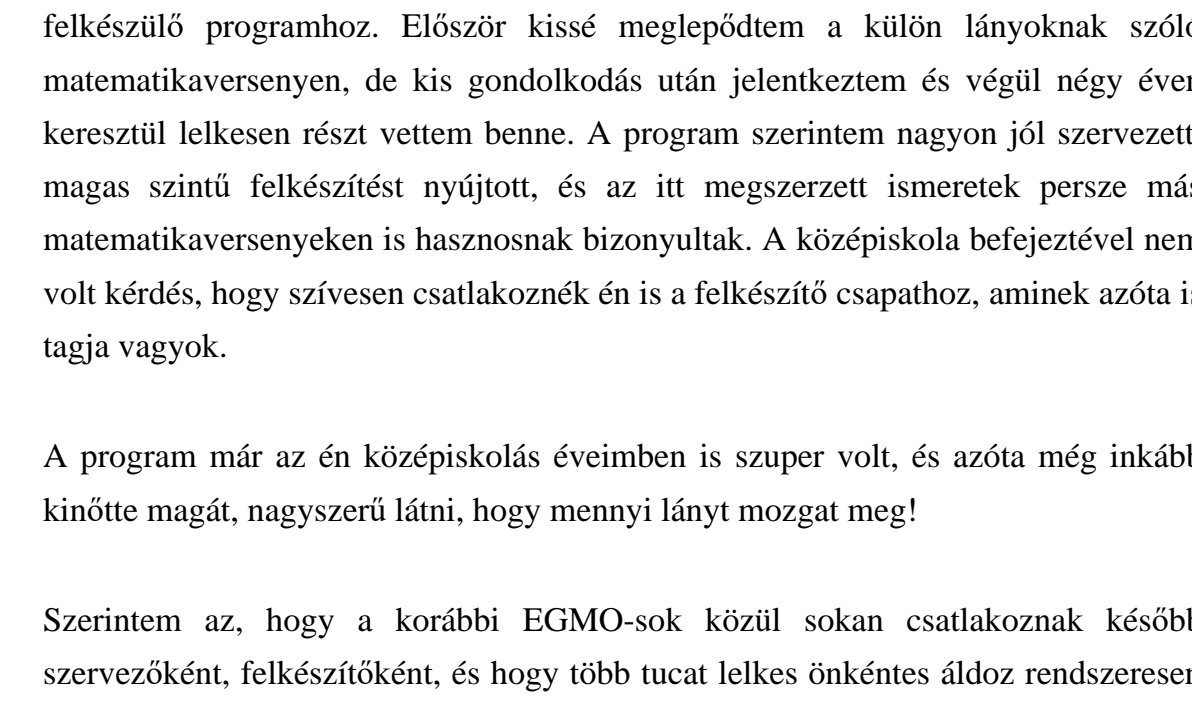
A lány matematikaversenyen a részvétel **nagy lökést adhat egy kritikus életkorban** a 16–18 éves tehetséges lányoknak, hogy ők is STEM (science, technology, engineering, and mathematics) pályán induljanak és legyenek, vagy esetleg később kutatókká váljanak. Egy ilyen versenyre készülvé lány kortársaikkal egyenleg a környezetükből érkező elbátortató jelzések mellé megerősítéseket kaphatnak több szinten. Saját tehetségük és képességük valós elismerése mellett itt a közösségi környezet is elfogadó és támogató.

Versenyeredmények – EGMO 2022

Magyarország rendre jól teljesít a kreatív és kitartó gondolkodást igénylő, középiskolásoknak szóló matematikaversenyeken, mint az IMO vagy az EGMO. Hazánk kezdetektől részt vesz mindkét versenyen, az IMO-n 1959, az EGMO-n 2012 óta, rendre az országok első harmadában végezve.



A képen balról jobbra: Baran Zsuzsa (csapatvezető-helyettes), Kercsó-Molnár Anita (ezüstérmes), Fülöp Csilla (aranyérmes), Sztranyák Gabriella (bronzérmes), Janzer Orsolya Lili (csapatvezető-helyettes), Páhán Anita Dalma (ezüstérmes), Somogyi Dalma (ezüstérmes), Ungár Éva (bronzérmes), Beinschroth Ninett, Kiss Melinda Flóra (csapatvezető). Nincs a képen: Nagy Leila (bronzérmes).



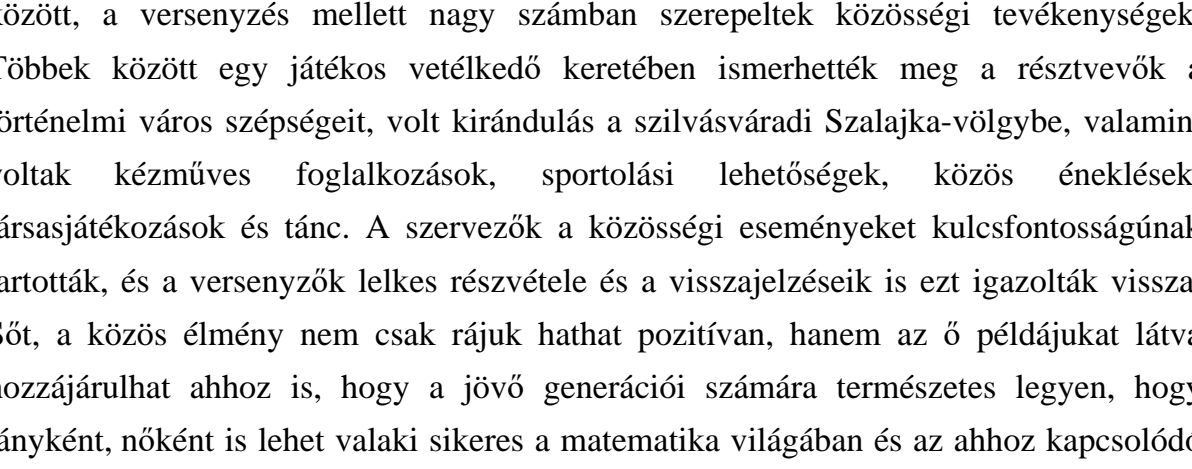
A képen az egri eseményen résztvevő korábbi és 2022-es EGMO versenyzők, csapatvezetők és csapatvezető-helyettesek szerepelnek.

Idén Magyarország az **ithon rendezett EGMO-n** a **hivatalos európai országok rangsorában az 5. helyen végzett**. Szervezőként hazánk két négyfős csapatot küldhetett a megmérettetésre, az A csapat tagjai 1 arany- és 2 bronzérmes, a B csapat tagjai 2 ezüst- és 1 bronzérmes szerezték. **Fülöp Csilla** (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium), a legjobban teljesítő magyar versenyző az európai versenyzők között megosztott **3. helyet szerezett a 123 fős mezőnyben!** A kiemelkedő eredmények mögött a versenyzők rengeteg munkája és felkészítő tanáraik kitartó támogatása is áll.

A magyar csapat beszámolója a KöMaL 2022. májusi számában jelent meg.

Idén 56 ország vett részt a versenyen, köztükük többen Európán túlról is

Az Európai Lány Matematikai Diákolimpián résztvevő csapatok száma évről évre nő. Mindez nem magyarázható másként, mint hogy a résztvevők jellemzően elköteleződnek a verseny mellett, és idővel egyre több ország véli úgy, hogy érdemes bekapcsolódnia. Idén 56 ország vett részt, és több olyan távoli ország is első részvételre óta szinte mindig eljön, mint az USA, Japán, vagy épp Mexikó, Ecuador vagy Costa Rica.



Nagy Leila a nemzeti zászlóikba öltözött lányok között.

Ausztria és Németország 2018-ban vett részt először, és azóta minden évben eljönnek. Az európai országok közül idén 37 csapat indult az EGMO-n.

Az EGMO 2022 verseny részletes eredményei **itt** találhatóak.

Van-e eredménye a lányoknak rendezett eseményeknek?

A lány matematikaverseny, valamint az arra szabott előkészítő foglalkozások és versenyfelkészítő programok nagy lökést adhatnak tehetséges lányoknak, hogy reáltudományok területén induljanak el. A hatást többféle szinten mérhetjük.

A legkönnyebben mérhető hatás a nemzetközi versenyszinten, vagy hazai országos versenyek szintjén sikeres lányok arányában érhető tetten. Mivel az EGMO 10 éve jött létre, statisztikailag még nem mondható szignifikánsnak a változás. Viszont nagyon szembetűnő a következő: a 2015 óta eltelt 7 évben a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián (IMO) résztvevő magyar csapat tagjai közt **csupán egy alkalommal** nem volt lány. Ezzel szemben előtte 8 évig, 2007 és 2014 között egyszer sem jutott ki női résztvevő a magyar csapat tagjaként az IMO-ra. 2022-ben először fordult elő, hogy a Közép-európai Matematikai Diákolimpiára készülő 6 fős magyar csapatnak a fele lány.

A lényegi hatás persze nem a koedukált versenyeken való sikeres szereplés volna, hanem a tudományos, gazdasági, informatikához kötődő pályákban a nők nagyobb arányú sikeres megjelenése – kvóták és egyéb torzító tényezők nélkül, amelyek sokszor kontraproduktív hatásúak, és nem a teljesítményalapú megbecsüléshez vezetnek. Egy verseny önmagában csak nagyon keveseket ér el, de a versenyzők iskolái révén idővel szélesebb körben is hatást gyakorolhat. Ennek hatása valószínűleg 10 év után sem mérhető még.

Néhány személyes gondolat korábbi EGMO versenyzőkről

Érdekes viszont személyes szinten is megvizsgálni, hogy a résztvevők miként tekintenek vissza a lányoknak kiírt verseny szerepére pályafutásukban.

Baran Zsuzsa, matematikus PhD hallgató, Cambridge-i Egyetem, EGMO versenyző 2015–2017, csapatvezető-helyettes 2022.

Én kilencedik osztályos koromban hallottam először az EGMO-ról; egy matematikatanárom javasolta, hogy csatlakozzak a magyarok által szervezett felkészítő programhoz. Először kissé meglepődtem a külön lányoknak szóló matematikaversenyen, de kis gondolkodás után jelentkeztem és végül négy éven keresztül lelkesen részt vettem benne. A program szerencsére nagyon jól szervezett, magas szintű felkészítést nyújtott, és az itt megszerzett ismeretek persze más matematikaversenyeken is hasznosnak bizonyultak. A középiskola befejeztével nem volt kérdés, hogy szívesen csatlakoznék én is a felkészítő csapathoz, aminek azóta is tagja vagyok.

A program már az én középiskolás éveimben is szuper volt, és azóta még inkább kinötte magát, nagyszerű látni, hogy mennyi lányt mozgat meg!

Szerintem az, hogy a korábbi EGMO-sok közül sokan csatlakoznak később szervezőként, felkészítőként, és hogy több tucats lelkes önkéntes áldoz rendszeresen a szabadidejéből arra, hogy az EGMO felkészítő programjában segítsenek, azt mutatja, hogy sokan érzik úgy, hogy ennek van helye és értelme.

Janzer Orsolya Lili, MSc in Advanced Computer Science hallgató, Oxfordi Egyetem, EGMO versenyző 2017–2018, csapatvezető-helyettes 2022.

Amikor először javasolta a matektanárom, hogy csatlakozzak be az EGMO felkészítésbe és versenyekbe, még azt sem nagyon tudtam, hogy van-e esélyem kijutni a versenyre, de az EGMO egy konkrét célt adott, amiért dolgozhattam. Öszintén gondolom, hogy az a motiváció, amit az EGMO adott, nagyban hozzájárult, hogy pár évvel később kijuthattam a Nemzetközi Matematika Diákolimpiára, és ott érmet szerezhettem.

De a sok-sok felkészülés, matekozás, gondolkodás nem csak a gimnáziumi versenyeken volt hasznos, ez a fajta gondolkodás az egyetemen is nagyon sokszor jól jött, és biztos vagyok benne, hogy a gyakori pozitív hatásai elkísérnek majd az egész karrierem során.

Kocsis Anett, másodéves matematikus BSc hallgató, ELTE, EGMO versenyző 2018–2020, koordinátor és feladatkiértő-bizottsági tag 2022

Tizedikes koromban vettem először részt olimpiai válogató versenyen, és sikerült is bejutnom a lány olimpiai csapatba. Mivel csak később szereztem tudomást a felkészítőről, így abban az évben már nem tudtam csatlakozni. Azonban tizenegyedikben amint csak lehetett, jelentkeztem a programra. Ez abból állt, hogy havonta kaptunk tematikus feladatokat, az adott témához kapcsolódó jó tanácsokat a hasznosságokkal. A feladatokot leírva beküldtük, és mindegyikre egyéni visszajelzést kaptunk, ami nagyon sokat segített szakmailag és emberileg is. Azóta én is csatlakoztam a felkészítők közé.

Tizenkettedikben részt vettem a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián is, amihez rengeteget segített az EGMO felkészítésen megszerzett tapasztalatom és tudásom. De ami még nagyon sokat jelentett nekem, hogy az IMO-n az EGMO csapatvezetőnk és egy csapattársam támogatott lelkileg a legjobban, főlkül kaptam az egyik legtöbb biztatást és segítséget.

A versenynek 2022-ben Eger adott otthont

Az EGMO idén Egerben került megrendezésre április 6. és 12. között. A programok között, a versenyzés mellett nagy számban szerepeltek közösségi tevékenységek. Többek között egy játékos vetélkedő keretében ismerhették meg a résztvevők a történelmi város szépségeit, volt kirándulás a szilvásvárad Szalajka-völgybe, valamint voltak kézműves foglalkozások, sportolási lehetőségek, közös éneklések, társasjátékosok és tánc. A szervezők a közösségi eseményeket kulcsfontosságúnak tartották, és a versenyzők lelkes részvétele és a pozitív hangulat is ezt igazolta vissza. Sőt, a közös élmény nem csak rájuk hathat pozitívan, hanem az ő példájukat látva hozzájárulhat ahhoz is, hogy a jövő generációi számára természetes legyen, hogy lányként, nőként is lehet valaki sikeres a matematika világában és az ahhoz kapcsolódó területeken.

A versenynek az egri Eszterházy Károly Katolikus Egyetem adott otthont. A rendezvény főszervezője Nagy Zoltán Lóránt, az ELTE munkatársa, korábbi csapatvezető volt. A szervező csapat a következő tagokból állt: Backhausz Ágnes, Dankowsky Anna Zóra, Fekete Panna, Földvári Viktória, Kabos Eszter, Kiss Melina Flóra, Takáts Marcella, Juhász Tibor, Kunszenti-Kovács Dávid, Lengner Dániel, Molnár-Sáska Gábor, Nagy Zoltán Lóránt.



Budapesti konferenciák: Rényi 100 és CERME 13

A Rényi 100 konferencia elé

Néhány nap múlva, 2022. június 20-án kezdődik és négy napon át tart a Rényi100 konferencia a Magyar Tudományos Akadémián. Az 1921-ben született Rényi Alfréd nevét szerteágazó kutatómunkája nyomán világszerte ismerik. A Rényi-szita a számelméletben sokat használt

módszer, a Rényi-entrópia fogalma számos információelméleti munkában alapvető fontosságú, az Erdős-Rényi-féle véletlen gráfok a véletlen hálózatok elméletével és alkalmazásaival kapcsolatos kutatómunka egyik kiindulópontja lett. A Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet ezért is ünnepli nemzetközi konferenciával alapítója születésének 100. évfordulóját (a világvárvány okozta nehézségek miatt egy év késéssel, a Clay Mathematics Institute-tal együttműködve). A konferenciára a dinamikai rendszerek, információelmélet, számelmélet, valószínűségelmélet számos kiváló, elismert kutatója érkezik és tart előadást, többek között a Fields-érmes Martin Hairer és Wendelin Werner.

A résztvevők száma 180 körül várható. További részletek találhatóak a rendezvény honlapján: <https://conferences.renyi.hu/renyi100>.

*Backhausz Ágnes
Rényi Intézet*

Conference celebrating the 100th anniversary of Rényi's birth
Budapest, Hungary
20-23 June 2022

RÉNYI 100

Alfréd Rényi was born in 1921. To celebrate this occasion, the Alfréd Rényi Institute of Mathematics and the Hungarian Academy of Sciences are organising a high-profile conference, representing modern probability, graph theory and networks, information theory, dynamical systems, number theory and other fields in Rényi's spirit.

<https://conferences.renyi.hu/renyi100> Pre-registration opens: 20 March 2022

Plenary Speakers:
Alon, Noga
Barron, Andrew
Bollobás, Béla
Erdős, László
Hairer, Martin
Pintz, János
Shcherbina, Mariya
Virág, Bálint
Werner, Wendelin
Winter, Andreas
Young, Lai-Sang

Invited Sessions:
- Ergodic Theory and Dynamical Systems
- Entropy and Dimension
- Information Theory (classical)
- Number Theory
- Probability and Statistics
- Quantum Information Theory
- Random Graphs and Networks
- Stochastics with Interactions

Scientific Program Committee:
Csizsár, Imre
Harcos, Gergely
Katona, Gyula
Lovász, László (chair)
Stipsicz, András
Szász, Domokos (co-chair)
Tóth, Bálint

Logos: Bernoulli Society for Mathematical Statistics and Probability, IMS, CMI, ERDŐS CENTER, Magyar Tudományos Akadémia, Katok Center for Dynamical Systems and Geometry, Ri

CERME13 konferencia a Rényi és az ELTE szervezésében 2023-ban

2023. július 10. és 14. között Magyarországon rendezik meg a 13. CERME konferenciát (Conference of the European Society for Research in Mathematics Education). Ez a legnagyobb európai matematikatanítással foglalkozó rendezvény, amelyre két évente kerül sor. (A járvány miatt a legutóbbi, 12. CERME 2021 helyett 2022-ben online zajlott le.) A budapesti konferencián közel 1000 fő részvételére számítunk.

A CERME13 helyi szervezőbizottságának elnöke Csapodi Csaba, alelnökei Vancsó Ödön és Gosztanyi Katalin. Mindhárman az ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központjának és a Rényi Alfréd Matematika Kutatóintézet Módszertani Osztályának munkatársai.

A konferencia nemzetközi programbizottságát Paul Drijvers, az Utrechti egyetem oktatója, a Freudenthal Intézet tudományos igazgatója vezeti.

A konferencia helyszínéül az ELTE TTK Lágymányosi Campusának két épülete fog szolgálni.

A korábbi CERME konferenciákról itt olvashatnak, egyben a CERME13 rövid kedvcsináló videóját is megtekinthetik: <http://erme.site/cerme-conferences/>

A konferenciával kapcsolatos további információkat rendszeresen meg fogjuk osztani az Érintő olvasóival az elkövetkező egy évben.

*Csapodi Csaba
ELTE TTK és Rényi Intézet*



CERME 13
13TH CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH
IN MATHEMATICS EDUCATION

10-14 July 2023
Budapest
Hungary



Fried Katalin 2022. JÚNIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Tau nap – de most tényleg?

Sok szeretettel és mély tisztelettel ajánlom ezt az írást Herczeg Jánosnak, egykori matematikatanáromnak, aki matematikán túl emberségre is tanított, akitől elleshettem a tanári szakma néhány alapfogását. Legutóbb megígértem neki, hogy lesz még folytatása [a \$\pi\$ -ről szóló cikknek](#)... Tanár úr, ez lenne az..., csak ezt sajnos Ön már nem olvashatja.

Azt írja Halmos Pál *How to write mathematics?* című cikkében¹, hogy igyekezzünk minél kevesebb jelet használni, és próbáljuk meg elkerülni, hogy azok rögzített jelentéssel szerepeljenek. Pedig elképzelhetetlen, hogy a koordináta-rendszer tengelyeit ne x , y , z jelölje, vagy hogy a természetes alapú logaritmus alapszáma ne e , a parciális deriválás jele ne ∂ (vajon milyen jel is ez?) legyen.

És az a sok betűtípus! A vektorokat félkövér, a halmazrendszereket írott, a kategóriákat gót betűkkel írjuk. A geometriában a szöveget, az analízisben a „kicsiny, de pozitív mennyiségeket” görög, a számosságot héber betű jelöli, és még mi minden van! Kész káosz!

Na meg aztán ott van az a hányatott sorsú π , amit végképp lehetetlen lenne egyszer csak más betűvel jelölni. Pedig görög betű, és mint ilyen, feltételezhető, hogy szöveget jelöl. Hát, ahogy vesszük, akár az is lehet! Az egyenes szög mértéke.

Erre felbukkan Michael Hartl², a τ Manifesto (kiáltvány) alapítója, és azt javasolja, hogy a teljes szöveget jelöljük τ -val. A kör kerülete ezek szerint $r\tau$ (na, tessék, még egy berögzült jelölés: r a kör sugara). Én ugyan eddig is le tudtam írni a kör kerületét két jellel: $d\pi$ (na, igen, újabb berögzült jel, d a kör átmérője). Azt viszont elhallgatja Hartl, hogy a kör területe így $\frac{r^2\tau}{2}$. Brrr!

Hartl azt állítja például a Google központban 2010-ben tartott előadásában³, hogy ő Bob Palais 2001-ben megjelent cikkére⁴ reagált. Palais szerint ugyanis a π csak a kör fele, a teljes fordulat mértéke 2π , ennek jelölésére a τ -t javasolja. Ráadásul magára a jelre is szolgál kellő magyarázattal. Míg a π a periféria, kerület szó első (görög) betűje, a τ a görög *τορνοσ* [tornosz], vagyis *fordulat* kifejezés kezdőbetűje. Hozzáfűzi még, hogy a τ olyan, mint egy π , aminek eltávolították az egyik lábát. A kampány valódi indoka pedig az, hogy rengeteg képletben szerepel a 2π , amit nyilván egyszerűbb lenne egyetlen jellel írni.

Azt is megtudhatjuk a videóból, hogy Joseph Lindenberg már 1991-ben foglalkozott ezzel a kérdéssel, és ő már akkor javasolta, hogy az egység sugarú kör kerületét jelöljük τ -val. Lindenberg még egy honlapot is szentelt a témának „mielőtt menő lett a τ ”: [tau before it was cool](#).

Hartl elismeri, hogy van hátránya egy új konstans bevezetésének, például vannak más konstansok, amelyeket τ jelöl, de felhívja rá a figyelmet, hogy több más konfliktus is van a műszaki jelölésrendszerben, mégis mindenki érti, melyik képlet mit takar. Azután hosszan sorolja az előnyöket, amelyekkel viszont sokat nyerhetünk.

A π két tizedesre kerekítve 3,14 – innen jött az ötlet, hogy a π -t a harmadik hónap 14. napján, március 14-én ünnepeljük. A τ két tizedesjegyre kerekítve 6,28 – logikus tehát, hogy ünnepeljük a τ -t június 28-án.

Hát, jó! Ünnepeljük a τ -t! Szeretem az ünnepeket!

... nem akarok ünneprontó lenni, de a τ jel inkább a fele a π jelnek. Választhattunk volna jobbat a 2π jelölésére, például π . És hogy nincs ilyen? Annál jobb, így felszabadul egy görög betű a szöveg jelölésére.

Fried Katalin

ELTE TTK

Matematikai Intézet

Lábjegyzetek

¹A cikk eredetileg angolul jelent meg, amelyben többször szó esik a jelek ideális megválasztásáról, a magyar fordításból sajnos ez kimaradt. Az angol nyelvű cikk a [https://bookstore.ams.org/hwmAmerican Mathematical Society](https://bookstore.ams.org/hwmAmericanMathematicalSociety) (1973) kiadásában jelent meg, a magyar fordítást a *Természet Világa: Természettudományi Közlöny*, 1977, 12. száma 556–561. oldalán közölte.

²2010, <https://tauday.com/>

³<https://youtu.be/k7MuXC01E6M>

⁴ π is wrong – a π hibás – The Mathematical Intelligencer Springer-Verlag New York Volume 23, Number 3, 2001, pp. 7-8., <http://www.math.utah.edu/~palais/pi.pdf>

Aktuális szám: 24. szám 2022. június

nka
Nemzeti Kulturális Alap



A kiadvány a
Magyar Tudományos Akadémia
támogatásával készült.

AZ **INTERJÚ-PORTRÉ** MENÜPONT JÓL VAGY KEVÉSBÉ ISMERT MATEMATIKUSOKAT, VAGY OLYAN, EGYKOR MATEMATIKUSKÉNT VÉGZETTEKET SZERETNE BEMUTATNI, AKIK MA MÁS SZAKMA ELISMERT KÉPVISELŐI, SPORTOLÓK, MŰVÉSZEK...(ROVATSZERKESZTŐ: OLÁH VERA.)



Szendrei Ágnes, Waldhauser
Tamás
2022. JÚNIUS, PORTRÉ –
INTERJÚ

Elhunyt Csákány Béla professzor

Dr. Csákány Béla, a Szegedi Tudományegyetem TTIK Bolyai Intézet Algebra és Számelmélet Tanszékének professor emeritusa, a matematika- és számítástudományok doktora, a JATE egykori rektora 2022.március 13-án, életének 90. évében elhunyt. Kollégái, tanítványai nevében *Szendrei Ágnes* és *Waldhauser Tamás* búcsúztak tőle. Az [intézet honlapján](#) megjelent nekrológot [közzöljük](#).



Bérczi-Kovács Erika
2022. JÚNIUS, PORTRÉ –
INTERJÚ

Ugródeszkák matek szakon – Biszak Előd

Az *Ugródeszkák matek szakon* 2. részében *Biszak Előd*, az Arcanum Adatbázis Kft. 34 éves ügyvezetője beszél arról, miért is volt számára hasznos, hogy matematika szakra járt. Nem lett belőle sem kutató, sem oktató, viszont egy nagyon sikeres céget vezet, ahol alkalmazza az egyetemen tanultakat. *Bérczi-Kovács Erika* készítette az [interjút](#).



Szerkesztő
2022. JÚNIUS, PORTRÉ –
INTERJÚ

Matematikus történetek: Frankl Péter

Frankl Péter egyetemista korában ismerkedett meg Erdős Pál révén Ronald Graham nemzetközi híru matematikussal, akitől megtanulta, hogyan lehet három golyót egyszerre dobálni a levegőben. 20 év elteltével egyetemi tanárként Japánban rendszeresen zsonglörködött (és hozzá kalapozott is) az utcán, így lett belőle ott híres tv-személyiség. Hosszú éveken át ő vezette a japánok csapatát a Matematikai Diákolimpiákon. A video [itt](#) következik.

[TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE](#)

Elhunyt Csákány Béla professzor

Csákány Béla 1932. szeptember 18-án született Karcagon. Gyermekkora jó részét Gyulán töltötte, itt érettségizett a Karácsonyi János Katolikus Gimnáziumban 1950-ben. Előbb a debreceni egyetemre jelentkezett vegyésznek, majd a szegedi egyetemre jogásznak; mindkét szakra fel is vették, ám végül 1951-ben mégis matematika-fizika szakon kezdte meg tanulmányait a Szegedi Tudományegyetemen. Középiskolai tanári oklevelét 1955-ben szerezte, majd 1957-től tanársegéd volt a Bolyai Intézet Algebra és Számelmélet Tanszékén. 1958-tól három évet Moszkvában töltött, ahol a neves algebrista, A. G. Kuros aspiránusa volt a Lomonosov Egyetemen. Szegedre visszatérve kandidátusi fokozatot (CSc) szerzett 1962-ben, ettől az évtől adjunktusként, majd 1964-től docensként dolgozott az egyetemen. A matematikai tudományok doktora fokozatot (DSc) 1975-ben érte el, ezután 1976-ban egyetemi tanárnak nevezték ki. A nyolcvanas-kilencvenes években néhány hónapot töltött vendégkutatóként illetve vendégprofesszorként Kanadában, Németországban és az Amerikai Egyesült Államokban. Nyugdíjba vonulása után, 2002-ben kapta meg a professor emeritus címet.



Rendkívül tájékozott és széles látókörű volt, már-már legendás műveltséggel rendelkezett, s matematikai előadásai is gyakran szőtt kultúrtörténeti érdekességeket. Kiváló tanár volt, hallgatók generációival ismertette és szerette meg az algebrát, nemcsak előadásain, hanem közvetve, az általa frott algebrajegyzeten keresztül is. Sok fiattal vezetett be a matematikai kutatásba, tanítványai közül tizenketten szereztek doktori fokozatot; az Algebra és Számelmélet Tanszék jelenlegi tagjainak több, mint fele az ő matematikai „leszármazottja”. A tanszék vezetését 1968-ban vette át Rédei Lászlótól, és egy kétéves megszakítástól eltekintve 1993-ig vezette a tanszékét. Nem kis részben Csákány Bélának köszönhető, hogy Szegedet ma is az univerzális algebra nemzetközi híru kutatóhelyeként tartják számon. Ebben szerepet játszik a szegedi algebrakonferenciák sorozata is, amelynek 1971-es „kezdőtagját” az ő kezdeményezésének köszönhetjük; ezt azóta számos konferencia követte, közülük hármat is Csákány Béla (70., 75. és 80.) születésnapjának szenteltünk.

Magasabb szinten is részt vett az egyetem vezetésében: 1969 és 1972 között rektorhelyettese, majd 1985 és 1990 között rektora volt a József Attila Tudományegyetemnek. Ezek a rendszerváltás körüli évek a felsőoktatásban is eseménydúsak voltak, és Csákány Béla komoly szerepet vállalt az egyetem későbbi átalakulásához vezető folyamatok elindításában. 1986-ban Szegedre hívta a nagy tudományegyetemek (a budapesti, a pécsi és a debreceni egyetem) rektorait; ez az informális egyeztető tanácskozás az 1988-ban megalakult Magyar Rektori Konferencia előfutárának tekinthető. Ugyancsak alapító tagja volt az 1990-ben létrehozott Szegedi Felsőoktatási Tanácsnak – ez volt az első lépés a szegedi felsőoktatási intézmények integrációjához vezető úton, amely 2000-ben elvezetett a Szegedi Tudományegyetem létrejöttéhez. Csákány Béla rektori periódusa alatt kapta meg az egyetem a mai Károlyi Mihály Kollégium épületét, felújították az Eötvös Loránd Kollégiumot, megalakult az Informatikai Tanszékcsoport és létrejött a Szegedi Csillagvizsgáló Alapítvány. Utóbbinak Csákány Béla alapító tagja volt, és rektori munkája befejeztével is szívügyének tekintette: sokat tett azért, hogy az alapítvány összegyűjtse a csillagvizsgáló felépítéséhez szükséges összeget, és így végül 1992-ben Szegedre kerülhessen az 1985-ben az odesszai testvéregyetemtől kapott teleszkóp, amely megfelelő épület híján addig Baján működött.

A tudományos közéletnek az egyetemi kereteken túl is aktív résztvevője volt: 60 évig volt tagja a Bolyai János Matematikai Társulatnak, s több cikluson át vett részt a Tudományos Minősítő Bizottság Matematikai Szakbizottságának és az MTA Matematikai Szakbizottságának a munkájában. Tudományos és közéleti tevékenységét számtalan egyetemi, akadémiai és állami díjjal, kitüntetéssel ismerték el. Elnyerte többek közt a Bolyai János Matematikai Társulat Szele Tibor-emlékérmét (1981), az MTA Akadémiai Díját (1994), az Oktatási Minisztérium Szent-Györgyi Albert-díját (1996), a Szegedért Alapítvány Szőkefalvi-Nagy Béla-díját (2002), a Szegedi Tudományegyetem Pro Universitate díját (2002), az MTA Eötvös József-koszorúját (2005), s az SZTE Bolyai Intézetének Szőkefalvi-Nagy Béla Érmét (2006).

Tudományos kutatómunkájának döntő része az általános algebrák elméletébe tartozik. Alapvető jelentőségű eredményeket ért el a modulusvarietások és a velük rokon varietások (pl. a félmodulusok, illetve az affin modulusok varietásainak) nyelvfüggetlen, csak algebrai tulajdonságokon alapuló jellemzésében. Ezen tételek következményeként adódik például Megyesi Lászlóval közös eredménye, mely szerint az idempotens, mediális kvázicsoportok varietása lényegében affin R -modulus varietás az $R = \mathbb{Z}[x, 1/x, 1/(1-x)]$ gyűrűre. Az általános kommutátor-elmélet születését jóval megelőzve, már az 1960-as évek közepén szisztematikusan vizsgálta az általa „Abel-féle tulajdonságok”-nak nevezett feltételeket, amelyek a modulusvarietások jellemzéseiben léptek fel. 1970-ben elsők között – három szerző egyikeként, akik egymástól függetlenül publikáltak ilyen eredményt – adott Malcev-feltételt varietások kongruencia-regularitásának jellemzésére, s nevéhez fűződik varietások számos más fontos tulajdonságának Malcev-feltétellel, illetve Malcev-szerű feltétellel történő jellemzése is. Később, az 1970-es évek végétől, érdeklődése a véges algebrák és a véges alaphalmazon értelmezett klónok felé fordult. A homogén algebrák vizsgálatával ő indította el véges algebrákban annak a kérdésnek a felderítését, hogy milyen szimmetria-feltétel esetén teljesül, hogy majdnem minden szimmetrikus véges algebra függvényteljes. Klónokról szóló eredményei közül kiemelendő a minimális klónok meghatározása 3-elemű alaphalmazon, a konzervatív minimális klónok két típusának teljes leírása tetszőleges véges alaphalmazon, továbbá teljességi tételek ko-klónokra.



Idősebb korában sokat foglalkozott matematikai játékokkal (persze már fiatal korától remek sakkozó volt), feleségével közösen publikáltak is ebben a témában, az egyetemen pedig elindította a Diszkrét matematikai játékok című kurzust, amelyhez tankönyvet is írt. Nemcsak az egyetemen, de azon kívül is oktatta, népszerűsítette a matematikát: ismeretterjesztő cikkeit jelentek meg a *Polygon* folyóiratban, előadásokat tartott egyetemi rendezvényeken, és évtizedeken át volt tagja és előadója a zombói Wesselényi Népfőiskolának. A matematika mellett matematikatörténettel és helytörténettel is foglalkozott, ilyen témájú cikkei többek között a Szeged és a Szegedi Műhely című folyóiratokban

jelentek meg, a Bolyai Intézet honlapján pedig olvasható az intézet történetéről Varga Antallal közösen készített írása. Mindezek mellett szabadidejében szívesen foglalkozott bumerángokkal (nemcsak gyűjtötte és dobálta őket, de maga is készített bumerángokat), kertészkedéssel és természetjárással – az utóbbi tevékenységének egyik csúcsteljesítménye, hogy 1996-ban (azaz 63 évesen!) megmászta a Kilimandzsárót.

Csákány Béla halálával egy nagyszerű tudóst, tanárt, kollégát veszítettünk el. Hiányozni fog derűs bölcsessége, ami megnyilvánult megjegyzéseiben – bármilyen témához érdekes és értékes hozzászólást tudott tenni, megosztva velünk lenyűgöző műveltségének egy-egy darabkáját.

Waldhauser Tamás és Szendrei Ágnes

Szegedi Tudományegyetem, Bolyai Intézet

A professzorral szóló kisfilm az [SZTE videogalériájában](#) tekinthető meg.

nekrológ



Ugródeszkák matek szakon – Biszak Előd

Matematikusból cégvezető

Beszélgetés Biszak Előddel (Arcanum Adatbázis Kft.)



Mivel foglalkozol most?

Az [Arcanum Adatbázis Kft.](#)-ben vagyok vezető fejlesztő és emellett ügyvezető is. Az Arcanumban régi újságok, könyvek digitalizálásával foglalkozunk. Egy saját weboldalt fejlesztünk, ahol előfizetésért cserébe hozzáférést lehet kapni ezekhez az újságokhoz.

Hogyan kerültél erre a munkahelyre?

Nekem az édesapám a kft. alapítója, 1989-ben alapították a céget. Már gyerekkoromban is dolgoztam itt, volt például olyan, amikor a térképek sarkait kellett bejelölni vagy szkennelni, vagy OCR (optikai karakterfelismerő) programokat futtatni. Amikor egyetemre jártam, nem volt ennyire egyértelmű, hogy ide fogok jönni, de tetszett, hogy itt egyből el tudok kezdeni programozni, és bele tudok tanulni, így már a mesterképzés alatt elkezdtem itt dolgozni. Direkt úgy terveztem, hogy kevés órát vettem fel, és 3 év alatt végeztem el a képzést, közben a cégnél félállásban dolgoztam. Annyira megtetszett, hogy nem is volt azóta soha más munkahelyem. 24 éves koromban lettem édesapámmal együtt társügyvezető.

Gyerekként miért szeretted a matekot?

Gyerekkoromban azért tetszett, mert nagyon könnyen megértettem, és rengeteg sikerélményem volt benne. Nem voltam valami jó gyerek, sem szorgalmas, sőt, emlékszem, hogy állandóan piszkált a tanár, mert lassan olvastam. Viszont a számolás nagyon-nagyon könnyen ment, és ez pozitív élmény volt.

Aztán az a része, hogy leülni gondolkodni egy problémán, és lassan kiforr, hogy miért is igaz, az később jött, de az is nagy élmény volt. Arra emlékszem, hogy gimi elején adott a tanárunk felvételi feladatokat a matek szakra (akkor még más jellegű volt a felvételi). Sokat gondolkodtam rajtuk akkor, ez az élmény megmaradt. Leginkább az egyetemen találkoztam aztán ezzel a fajta problémamegoldással.

Mennyire volt nagy a váltás az egyetemi matek a korábbihoz képest?

Emlékszem, hogy nagyon frusztrált, ha nem érttem valamit elsőre, például egy hosszú levezetésben egyszer csak jön egy lépés, amin sokat kell töprengeni. Ez nagyon más volt, mint a középiskolában megszokott, többnyire egyszerű matek.

Arra is emlékszem, hogy nagyon akartam teljesíteni, és nagyon motivált voltam. Volt olyan, hogy egy egész hétvégén keresztül gondolkodtam a feladatokon, hogy csak azért is rájövök a megoldásra. A vizsgák előtt pedig 5-7 napig mindent beleadva tanultunk, ez nagyon új volt. Itt is nagy élmény volt az, hogy tudtam, hogy ez már nagyon magas szintű matek, és mégis meg tudtam csinálni.

Úgy általában szerinted kinek való a matek szak?

Nekem az az elképzelésem, hogy mindenkit meg lehetne tanítani matematikára. Inkább az a szűrő, hogy ki élvezi a gondolkodást a matek problémákon, és ki nem. Matek szakon megvan az idő arra, hogy részleteiben megértse az ember a dolgokat. Más szakokon is van matek, de sokkal kevesebb, sokszor csak felszínesen tanulják, és nincs idő megérteni a lényegét.

Mik voltak a kedvenc tantárgyaid?

Az elején inkább az algebra, de aztán később kifejezetten az algoritmusokkal kapcsolatos témák. Mesterképzés alatt, amikor már programoztam mellette, akkor közvetlenül használható, nagyon jó dolgokat tanultam, és akkor az nagyon tetszett. Tanultam valamit, és próbáltam egyből alkalmazni.

Milyen helyzetekben érzed hasznosnak a matekos háttervedet?

Tulajdonképpen az egész munkafolyamat kialakításához programozók kellene, tehát a digitalizálás, a weboldal és a szolgáltatás működéséhez.

Az a tapasztalatom, hogy a matekos háttér, az analitikus gondolkodás nagyon jó alap a programozáshoz, ebből a szempontból nagyon örülök, hogy matek szakot végeztem.

Elég nagy szabadságom van abban, hogy merre menjen a fejlesztés, és mivel szeretem a matematikát, ezért mindig keresem azokat az irányokat, ahol jobban ki lehet használni. Tehát biztos vagyok benne, hogy ha más háttérű ember vinné a fejlesztést, akkor nem pont ezek lennének azok, amiket mi csinálunk.

A mesterséges intelligencia manapság fontos szerepet játszik a képfeldolgozásban, nálatok ez hogyan jelenik meg, és használtak-e itt matematikát?

Annak, amit csinálunk, van egy neurális háló és computer vision területe. Ott megjelennek matekos fogalmak. Bár az ott alkalmazott matematika nagyon egyszerű ahhoz képest, amit az egyetemen tanultunk, mégis nagyon hasznos, hogy készség szinten tudjuk ezeket használni. Több területen is előjön ez.

Az arckerésés például egy olyan szolgáltatásunk, amit nagyon szeretnek az emberek. Azt nem mi fejlesztettük, magát a tanítást nem mi végeztük, mert léteznek már ehhez elérhető felhő alapú szolgáltatások. Mi a meglévő képeinket szabtuk át ezekhez megfelelő módon.

Azért lett ez egy nagyon sikeres alkalmazásunk, mert lehetővé teszi régi filmekben, képeken szereplők beazonosítását.

A legnagyobb, saját fejlesztésű újdonságunk most az újság szegmentálás. Van egy újságoldal, egy kép, és azon egyrészt szegmentáljuk a cikkeket, illetve detektáljuk a címeket, a szerzőket, a képeket, képaláírásokat. Azelőtt, ha futtattuk a karakterfelismerést, az visszaadott egy folyó szöveget, de nem biztos, hogy jó sorrendben, mert például nem biztos, hogy a szkennelt hasábkok jó sorrendben voltak. Ezzel az új módszerrel azonban egy sokkal strukturáltabb adatbázist tudunk létrehozni.

Számos nem várt hozadék is van ennek, például az alkalmazás outputja segítségével megkeressük a hasábkokat elválasztó vonalakat, és azokat berajzoljuk az automatikus karakterfelismerés előtt, és az segít az OCR-nek, hogy szétválassza az adott szövegrészt.

A feladatot úgy oldottuk meg, hogy a DeepLab nevű neurális hálót tanítottuk be, ami szemantikus szegmentációs feladatokra használt módszer. Ezt a feladatot egyébként egy szintén matematikus végzettségű kolléga implementálta.

Ez nagyon sikeres projekt, egy svájci cég például nemrég minket választott, mert bennünket talált a piacon a legjobbnak.

Egyéb, matematikai jellegű kérdésekkel találkozol a cégnél?

Érdekes az úgynevezett színhűség problémája, hogy minél színhűbben szeretnénk visszaadni a színeket. Ez nálunk például festmények fotózásánál nagyon fontos.

Arról van szó, hogy a színeket a számítógép háromdimenziós koordináta-rendszerben ábrázolja. Amikor fényképeziünk vagy szkennelünk, tehát a valóságot digitalizáljuk, akkor ilyen háromdimenziós koordinátákra képezzük le a tér pontjait. Persze a látott szín attól függ, hogy milyen fényvel világítjuk meg, ezért a pontos viszonyításhoz vannak bevezetett standardok. Van olyan eszköz is, ami zárt, saját magának adja a fényt, így valamihez odatéve le tudja mérni a standard megvilágítás melletti színt. Például egy szkennelt kép javításához veszünk egy minél több színt tartalmazó referenciatablát, azt beszkenyeljük, és megnézzük, hogy a mi szkennelünk a tábla egy adott részén milyen színt felvételezett, és ezt összevetjük a standard szerint mért színekkel. Itt kell egy transzformációval átkonvertálni az egyik háromdimenziós koordináta rendszerből a másikba.

Veszem a felvételzett színeket a háromdimenziós térben, meg a kívánt színeket egy másikban, és ezekből a pontpárokból kiindulva lehet kiterjesztéseket csinálni a két tér pontjai között. Az egy érdekes kérdés, hogy milyen tulajdonságokkal kell rendelkeznie egy ilyen kiterjesztésnek ahhoz, hogy a kapott transzformáció úgy mond a szemünkkel mérve is jó átalakítást adjon. Érdekes, hogy az euklideszi távolság ebben a rendszerben nem jól adja vissza azt, amit a szemünk tapasztal, ezért további transzformációkra van szükség a jó méréséhez.

Egy cég vezetése sokrétű kihívást jelent, te melyik részét szereted a legjobban?

Nagyon élvezem, hogy sokféle dolgot, problémát kell megoldani. Nemrég egy 3.5 tonnás teherautót kellett vezetnem, hogy Romániából az anyagot el tudjuk hozni. Azt is ki kellett találni, hogyan érdemes a nagy mennyiségű feldolgozandó anyagot szállítani.

Vagy ott volt a kábelrendezés, amikor a kiépített hálózatunk kábeleit kellett rendbe tenni, mert teljes káosz volt benne.

Az az érdekes, hogy én ezeket a kihívásokat ugyanúgy élvezem. Ugyanúgy feladatként tekintek rá, amit optimalizálni kell. Nem tudom, mások is így vannak-e vele, de én ugyanúgy meglátom a kihívást benne, és az izgalmat, szinte nem is érzem köztük a különbséget.

Nagy hatással volt rám a matematika szak, jó hatással, de ezt konkrétan bizonyítani néhány helyzetben nehéz lenne. Mégis úgy érzem, a cég ma nem tartana ott, ahol, ha nem matekra jártam volna.

Az interjút készítette: Bérczi-Kovács Erika

□ matematikus-karrier □ mesterséges intelligencia

Aktuális szám: 24. szám 2022. június Válasszon: >




A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

facebook

Szerkesztő 2022. JÚNIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

Matematikus történetek: Frankl Péter

[Frankl Péter](#) tehetséges fiatal matematikusként eleinte csoportelmélettel, majd extrémális kombinatorikával foglalkozott a Matematikai Kutatóintézetben, Katona Gyula, Hajnal András, T. Sós Vera, Erdős Pál voltak rá nagy hatással. A magyar televízióban 2004-ben mutatták be a következő riportfilmet (rendező: Pataki Éva, szakértők Ács Katalin, Pataki János, Presidents Productions Kft 2001-2002), a *Matematikus történetek* sorozat keretében. Szóba kerül a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet alapítója, aki mellett több más neves matematikust is megismerhetünk a Japánban élő tudós nem mindennapi történetéből.

A most következő videó közlési jogát 3 évre vásárolhattuk meg. Felhívjuk olvasóink figyelmét, hogy az MTVA által az Érintő elektronikus folyóirat weboldalán 3 éves felhasználásra átadott, 2004-ben műsorra tűzött felvételt harmadik fél semmilyen formában nem használhatja!

Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.
[További információ](#)

□ Erdős Pál □ Rényi Intézet □ gráfok □ csoportelmélet □ videofelvétel

Copyright ©



Bolyai János Matematikai Társulat



Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet.



A honlapot

készítette a [PANEM MULTIMÉDIA STÚDIÓ](#)

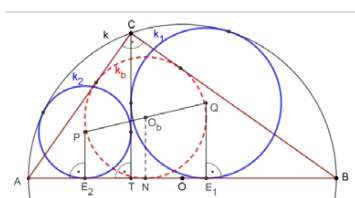
Aktuális szám: 24. szám 2022. június

nka
Nemzeti Kulturális Alap



A kiadvány a
Magyar Tudományos Akadémia
támogatásával készült.

SOKSZOR TALÁLKOZUNK OLYAN FELADATTAL, ÖTLETTEL, AMIT SZÍVESEN ELTESZÜNK KÉSŐBBI HASZNÁLATRA. A TANÓRA – SZAKKÖR ROVAT SZERETNE HOZZÁJÁRULNI A MATEMATIKATANÁROK ESZKÖZTÁRÁNAK GAZDAGÍTÁSÁHOZ, FÓRUMOT KÍVÁN ADNI A GONDOK, NEHÉZSÉGEK MEGTÁRGYALÁSÁRA IS.
(ROVATSZERKESZTŐ: HORVÁTH ESZTER.)



Horváth Eszter, Kiss Emil
2022. JÚNIUS, TANÓRA –
SZAKKÖR

Mire jó az inverzió?

A legutóbbi matematika OKTV-döntő egyik geometriai feladatának állítása meglepő és érdekes. A hivatalos megoldás koordinátageometriát használ. Írásunkban három további megoldást mutatunk, rábízva az olvasóra a döntést, neki melyik tetszik legjobban. A harmadik megoldás kapcsán arra keresi a választ Horváth Eszter és Kiss Emil, [mire lehet jó az inverzió?](#)



Szerkesztő
2022. JÚNIUS, TANÓRA –
SZAKKÖR

Átadták a 2021. évi Ericsson-díjakat

2019 után végre ismét személyesen adhattuk át az Ericsson-díjakat! – írta [Facebook-oldalán](#) 2022. máj 31-én az Ericsson Magyarország. A cég kutatás-fejlesztési igazgatósága alapította a díjat huszonhárom éve. Azóta minden évben kiírják a pályázatot, amelynek eleinte évente 4, később 8 nyertese volt. A 2020-as online díjátadó után a 2021-es díjazottak ünneplésére [most került sor.](#)



Staar Gyula
2022. JÚNIUS, TANÓRA –
SZAKKÖR

Búcsúzó Herceg Jánostól

Életének 88. évében, április 30-án elhunyt Herceg János neves matematikatanár, az Élet és Tudomány nyugalmazott főszerkesztője. „Ha nem találkozom Fejes Tóth Lászlóval, valószínűleg festő vagy irodalmár volnék. Néha megkérdezem magamtól: Talán úgy jobb lett volna?” Az újságírók, matematikusok és barátok nevében is [Staar Gyula búcsúzik tőle.](#)

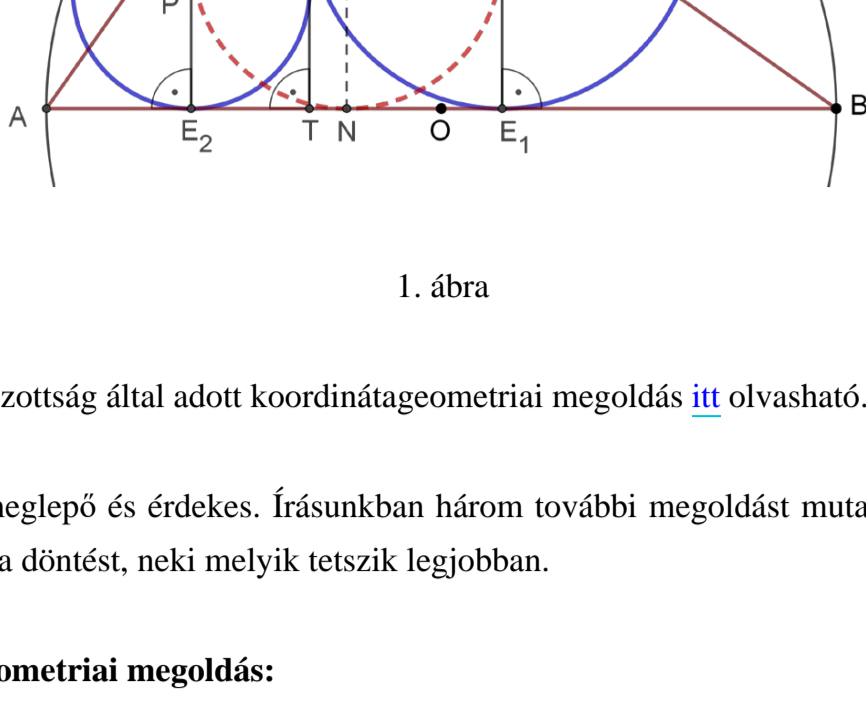
[TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE](#)

Mire jó az inverzió?

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny feladatsorai minden évben a matematika sok területét érintik, változatos megoldások születnek, és továbbgondolásra is lehetőséget adnak.

A 2021/2022. tanévi OKTV II. kategóriás döntőjének 2. feladata így szól:

Az ABC háromszögben $\angle C < 90^\circ$, a C -hez tartozó magasság talppontja az AB oldalon T . Legyen az AB oldalt, a CT magasságot és az ABC háromszög köré írt kör C -t tartalmazó AB ívét belülről érintő két kör középpontja P és Q . Bizonyítsuk be, hogy PQ felezőpontja az ABC beírt körének középpontja.

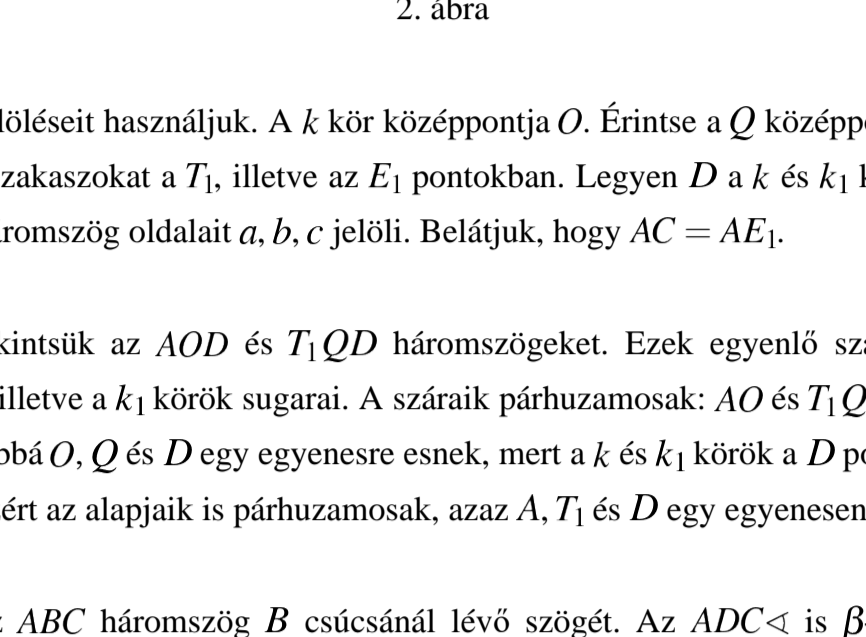


1. ábra

A versenybizottság által adott koordinátageometriai megoldás [itt](#) olvasható.

Az állítás meglepő és érdekes. Írásunkban három további megoldást mutatunk, rábízva az olvasóra a döntést, neki melyik tetszik legjobban.

1. Elemi geometriai megoldás:



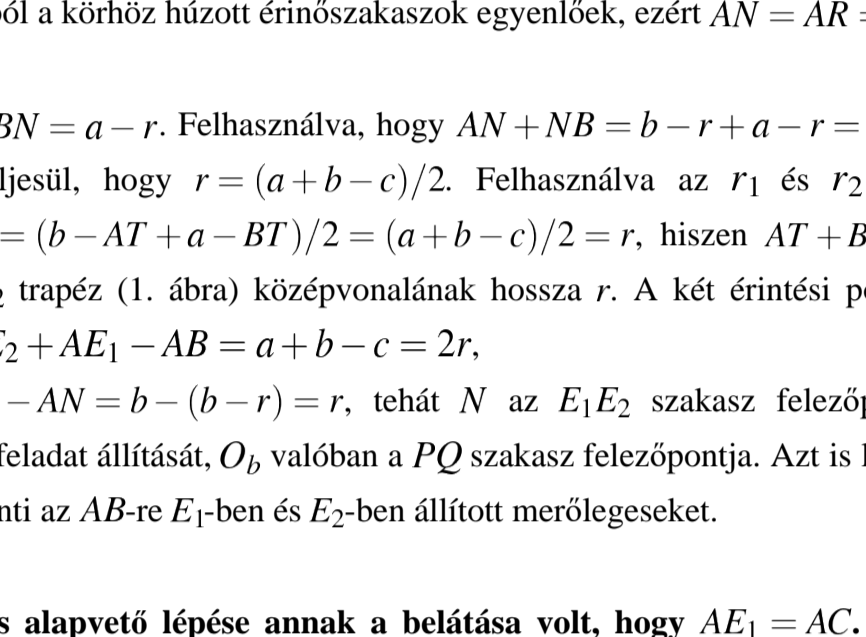
2. ábra

A 2. ábra jelöléseit használjuk. A k kör középpontja O . Érintse a Q középpontú k_1 kör a CT és TB szakaszokat a T_1 , illetve az E_1 pontokban. Legyen D a k és k_1 körök érintési pontja. A háromszög oldalait a, b, c jelöli. Belátjuk, hogy $AC = AE_1$.

Elsőként tekintünk az AOD és T_1QD háromszögeket. Ezek egyenlő szárúak, hiszen szárai a k , illetve a k_1 körök sugarai. A szárai párhuzamosak: AO és T_1Q is merőleges CT -re, továbbá O, Q és D egy egyenesre esnek, mert a k és k_1 körök a D pontban érintik egymást. Ezért az alapjaik is párhuzamosak, azaz A, T_1 és D egy egyenesen vannak.

Jelölje β az ABC háromszög B csúcsánál lévő szögét. Az $ADC < \beta$ is β -val egyenlő, hiszen a k körben szintén az AC ívhez tartozó kerületi szög. $\angle ACT < \angle ABC < \beta$, mert merőleges szárú szögek. Az ACD és ACT_1 háromszögek A -nál lévő szöge közös, egy további szögük β , ezért a két háromszög hasonló. A megfelelő oldalak aránya egyenlő: $AC : AT_1 = AD : AC$, átrendezve $AC^2 = AT_1 \cdot AD$.

Az A pont k_1 körre vonatkozó hatványai $AE_1^2 = AT_1 \cdot AD$, tehát $AC = AE_1$. Ez azt jelenti hogy a k_1 kör r_1 sugara $b - AT$. Hasonlóan a P középpontú, AT -t érintő k_2 kör sugara $r_2 = a - BT$.



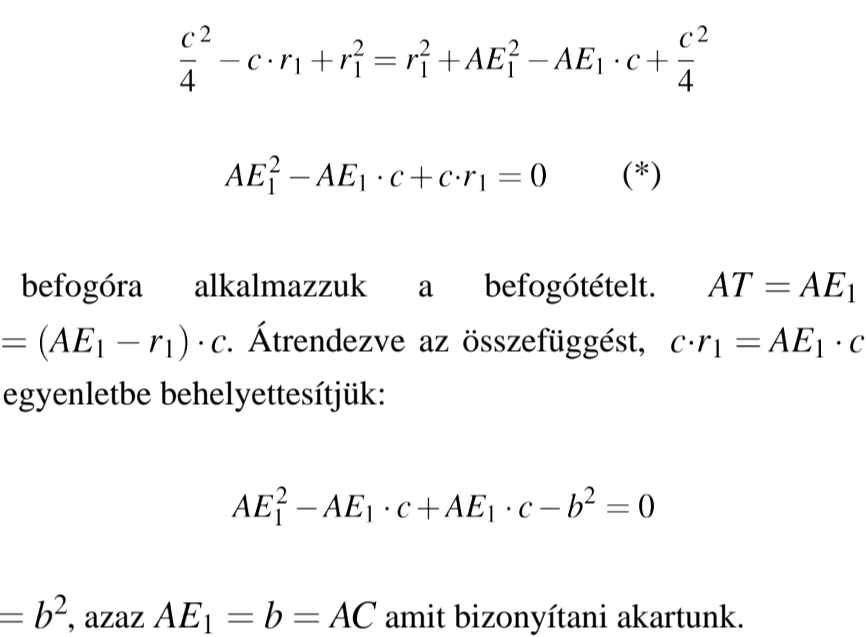
3. ábra

A 3. ábrán a beírt kör sugarát r jelöli. Az O_bSCR négyszög négyzet, ezért $AR = b - r$. Külső pontból a körhöz húzott érintőszakaszok egyenlőek, ezért $AN = AR = b - r$.

Hasonlóan $BN = a - r$. Felhasználva, hogy $AN + NB = b - r + a - r = c$, a beírt kör sugarára teljesül, hogy $r = (a + b - c)/2$. Felhasználva az r_1 és r_2 értékeket, $(r_1 + r_2)/2 = (b - AT + a - BT)/2 = (a + b - c)/2 = r$, hiszen $AT + BT = c$. Ezért az E_1QPE_2 trapéz (1. ábra) középvonalának hossza r . A két érintési pont távolsága $E_1E_2 = BE_2 + AE_1 - AB = a + b - c = 2r$, továbbá $E_1N = AE_1 - AN = b - (b - r) = r$, tehát N az E_1E_2 szakasz felezőpontja. Ezzel igazoltuk a feladat állítását, O_b valóban a PQ szakasz felezőpontja. Azt is látjuk, hogy a beírt kör érinti az AB -re E_1 -ben és E_2 -ben állított merőlegeseket.

A megoldás alapvető lépése annak a belátása volt, hogy $AE_1 = AC$. Erre adunk további két bizonyítást.

2. Használjuk ki két kör érintkezésének feltételét, számoljunk!



4. ábra

Thalesz tétele miatt a k kör sugara $\frac{c}{2}$. Ha két kör érinti egymást, akkor a körök középpontjai és az érintési pont egy egyenesen vannak, így $OQ = \frac{c}{2} - r_1$. Felhasználjuk, hogy az érintési pontba húzott sugár merőleges az érintőre, ezért az E_1QT_1T négyszög négyzet, $E_1T = r_1$. Ezek alapján $OE_1 = AE_1 - AO = AE_1 - \frac{c}{2}$. Az $OQE_1\Delta$ -ben alkalmazzuk a Pitagorasz-tételt:

$$\left(\frac{c}{2} - r_1\right)^2 = r_1^2 + \left(AE_1 - \frac{c}{2}\right)^2$$

$$\frac{c^2}{4} - c \cdot r_1 + r_1^2 = r_1^2 + AE_1^2 - AE_1 \cdot c + \frac{c^2}{4}$$

$$AE_1^2 - AE_1 \cdot c + c \cdot r_1 = 0 \quad (*)$$

Az AC befogóra alkalmazzuk a befogótételt. $AT = AE_1 - r_1$, ezért $b^2 = AT \cdot c = (AE_1 - r_1) \cdot c$. Átrendezve az összefüggést, $c \cdot r_1 = AE_1 \cdot c - b^2$ adódik. Ha ezt a (*) egyenletbe behelyettesítjük:

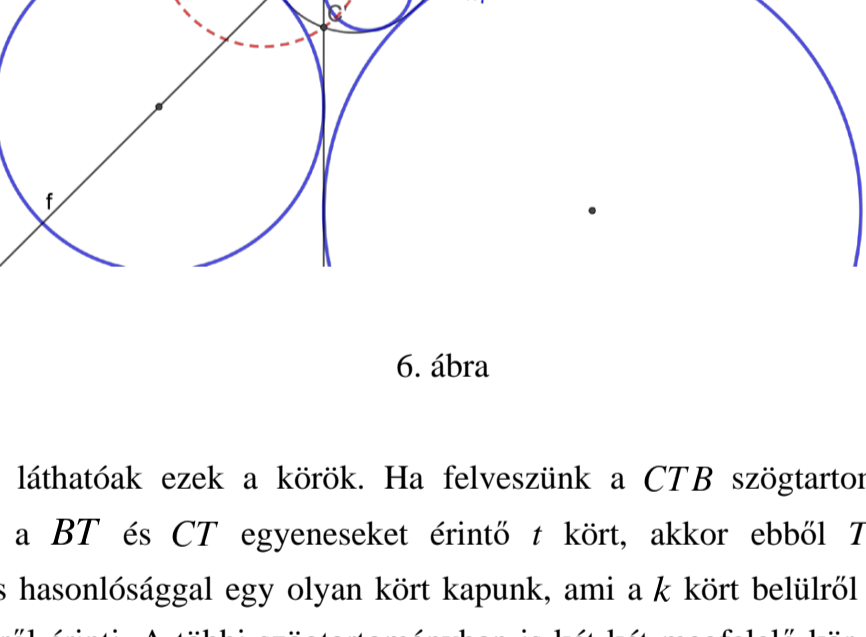
$$AE_1^2 - AE_1 \cdot c + AE_1 \cdot c - b^2 = 0$$

Innen $AE_1^2 = b^2$, azaz $AE_1 = b = AC$ amit bizonyítani akartunk.

Hasonlóan bizonyíthatjuk, hogy $BE_2 = a = BC$.

3. Megoldás inverzióval:

Ennek a megoldásnak az alapötlete Moussong Gábortól (ELTE Geometriai Tanszék) származik.



5. ábra

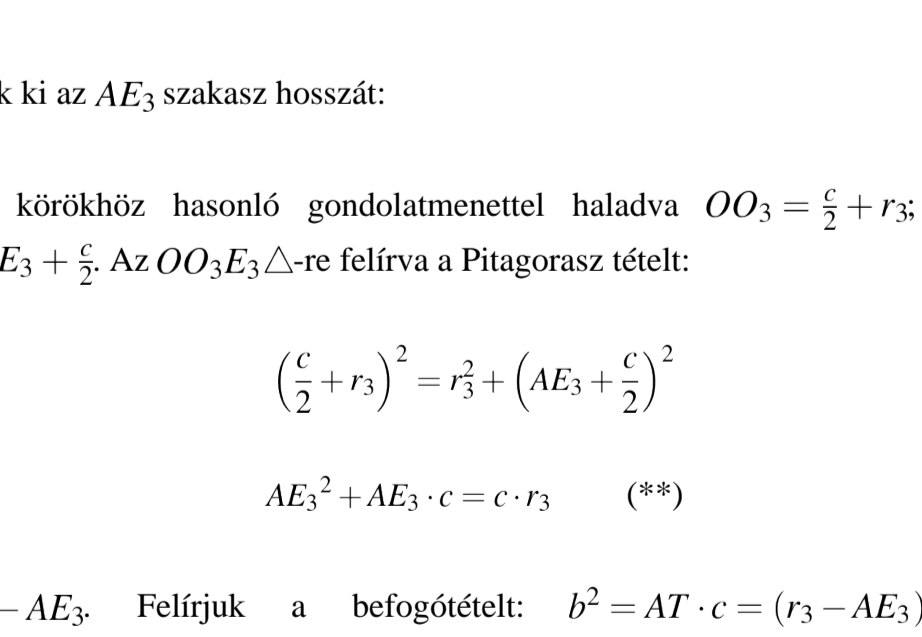
Tekintsük az A középpontú, C -n átmenő, azaz b sugarú körre vett inverziót. A befogótétel miatt $AT \cdot AB = AC^2 = b^2$, tehát ennél az inverzióval T és B helyet cserél, és BT szakasz képe önmaga.

Az inverzió alapkörének minden pontja fix, ezért a C pont képe C , ez igaz az AB egyenesre vonatkozó C' tükrökre is. Ezért a CT egyenes képe olyan kör, amely az A, C, C' pontokon áthalad, azaz a k kör. Egy kör képe inverzióval kör vagy egyenes. Akkor lesz egyenes, ha a kör átmeny az inverzió középpontján, így a k képe a CC' egyenes, azaz a CT egyenes. Az AB egyenes képe önmaga, mert áthalad az inverzió középpontján.

A k_1 kör képe legyen k' . Az inverzió érintéstartó transzformáció. A k_1 kör érinti az AB és CT egyeneseket és a k kört, így k' is érinti ezeket. Ez azt jelenti, hogy $k_1 = k'$ és az E_1 érintési pont az inverzióval fixen marad. Ebből következik, hogy E_1 rajta van az inverzió körén, $AE_1 = b = AC$.

Megjegyzés:

Ennek a megoldásnak van egy kis hiányossága. Azt mondjuk, hogy a k_1 kör és k' kör érinti az AB és CT egyeneseket és a k kört, ezért azonosak. Gondoljuk meg, hogy hány ilyen kör van? Ha több is van, akkor miért lesz k_1 képe önmaga?



6. ábra

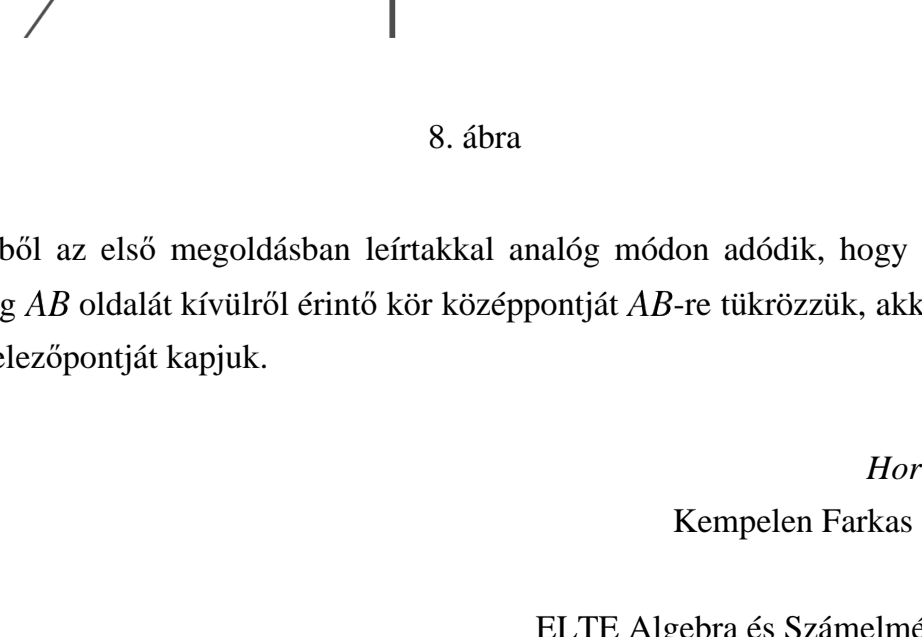
A 6. ábrán láthatóak ezek a körök. Ha felvesszünk a CTB szögtartományban egy tetszőleges, a BT és CT egyeneseket érintő t kört, akkor ebből T középpontú középpontos hasonlósággal egy olyan kört kapunk, ami a k kört belülről és egy olyat, amely kívülről érinti. A többi szögtartományban is két-két megfelelő kör adódik, így 8 kört kapunk.

Az inverzió az alapkör belsejét a külsejébe képezi le, és viszont. Ezért k_1 képe valóban önmaga.

Mit mondhatunk a többi kör inverz képéről?

A k_1, k_3, k_6, k_8 köröket az inverzió önmagukba viszi. k_2 és k_4 , illetve k_5 és k_7 egymás inverzei. (A B középpontú, a sugarú inverzió esetén az analóg állítások megfogalmazhatóak.)

Ezek után kíváncsiak lehetünk arra, hogy az OKTV-feladat állítása hogyan változik, ha olyan köröket vizsgálunk, amelyek a k kört kívülről érintik.



7. ábra

Az 1. megoldás gondolatmenete átvihető a külső érintőkörök esetére, ha belátjuk, hogy A, G és T_3 egy egyenesen van.

A 2. megoldás módszerével így dolgozhatunk (7. ábra):

Számoljuk ki az AE_3 szakasz hosszát:

A belső körökhez hasonló gondolatmenettel haladva $OO_3 = \frac{c}{2} + r_3$; $E_3T = r_3$; $OE_3 = AE_3 + \frac{c}{2}$. Az $OO_3E_3\Delta$ -re felírva a Pitagorasz-tételt:

$$\left(\frac{c}{2} + r_3\right)^2 = r_3^2 + \left(AE_3 + \frac{c}{2}\right)^2$$

$$AE_3^2 + AE_3 \cdot c = c \cdot r_3 \quad (**)$$

$AT = r_3 - AE_3$. Felírjuk a befogótételt: $b^2 = AT \cdot c = (r_3 - AE_3) \cdot c$, tehát $c \cdot r_3 = b^2 + AE_3 \cdot c$. A (**) egyenletbe helyettesítve: $AE_3^2 + AE_3 \cdot c = b^2 + AE_3 \cdot c$, azaz $AE_3 = b$. Hasonlóan kapjuk a $BE_4 = a$ összefüggést. A körök sugarai pedig $r_3 = b + AT$; $r_4 = a + BT$.

Hogyan bizonyíthatjuk ugyanezt inverzióval?

Az A középpontú, b sugarú kört használva a k_3 kör inverz képe önmaga, az E_3 pont fixpont, tehát $AE_3 = b$. A B középpontú, a sugarú kört használva $BE_4 = a$.

Érdekes kérdés, hogy milyen pont az O_3O_4 szakasz felezőpontja...

8. ábra

A fentiekből az első megoldásban leírtakkal analóg módon adódik, hogy ha az ABC háromszög AB oldalát kívülről érintő kör középpontját AB -re tükrözzük, akkor az O_3O_4 szakasz felezőpontját kapjuk.

Horváth Eszter
Kempelen Farkas Gimnázium

Kiss Emil

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Átadták a 2021. évi Ericsson-díjakat

2019 után végre ismét személyesen adhattuk át az Ericsson-díjakat! – írta [Facebook-oldalán](#) 2022. máj 31-én az Ericsson Magyarország. A cég kutatás-fejlesztési igazgatósága alapította a díjat huszonhárom éve. Azóta minden évben kiírják a pályázatot, amelynek elnyerte évente 4, később 8 nyertese volt. A 2020-as online díjátadó után a 2021-es díjazottak ünneplésére most került sor. A 2022-es pályázat is csúszik, de remélhetőleg hamarosan megjelenik.



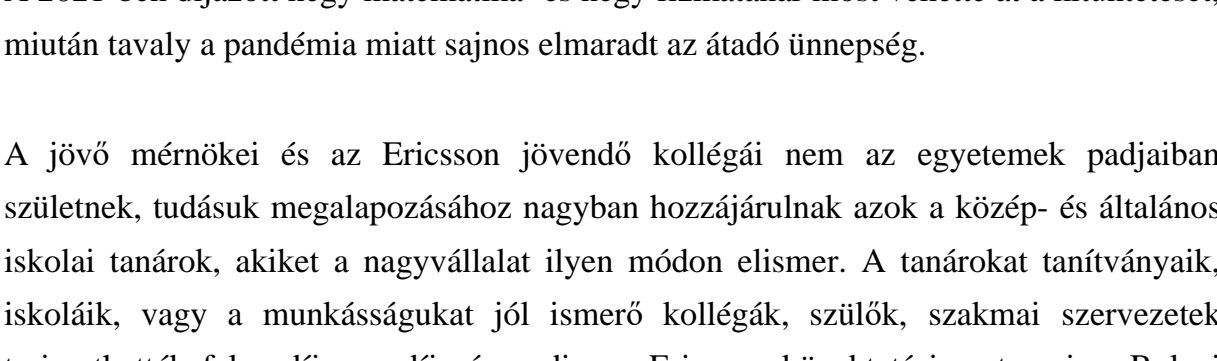
Az Ericsson Magyarország 2021-ben ismét nyolc kiváló pedagógust díjaz két kategóriában:

1. „Ericsson a matematika és fizika népszerűsítéséért”
2. „Ericsson a matematika és fizika tehetségeinek gondozásáért”

Az elismerés díjazottanként **400.000 forint** jutalommal jár.

A pályázatok leadásának határideje: 2021. november 3. (éjfél)

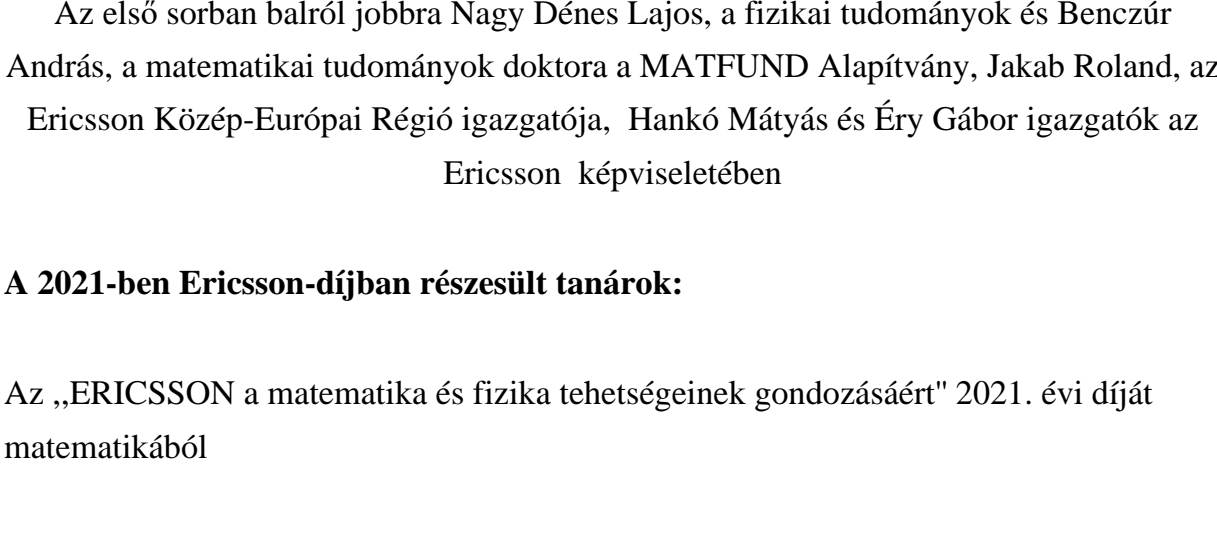
Az Ericsson Házban bensőséges ünnepség keretében a középiskolai matematika- és fizikaoktatásban kiemelkedő szerepet vállaló pedagógusok közül nyolcan vehették át „A matematika és fizika népszerűsítéséért” és „A matematika és fizika tehetségeinek gondozásáért” kitüntetések, amelyekkel 400.000 forint pénzzutomol is járt. Az elismerésben olyan tanárok vesznek részt, akik áldozatos, és sokszor az iskolatermen túlmutat munkájukkal generációkkal szeretették meg a legtöbbünk által nehéznek gondolt természettudományokat.



Éry Gábor, az Ericsson Magyarország vezérigazgatója, Hankó Máttyás, az Ericsson budapesti K+F központjának igazgatója és az ünnepeltek

A 2021-ben díjazott négy matematika- és négy fizikatanár most vehette át a kitüntetését, miután tavaly a pandémia miatt sajnós elmaradt az átadó ünnepség.

A jövő mérnökei és az Ericsson jövőendő kollégái nem az egyetemek padjaiban születnek, tudásuk megalapozásához nagyban hozzájárulnak azok a közép- és általános iskolai tanárok, akiket a nagyvállalat ilyen módon elismer. A tanárokat tanítványaik, iskoláik, vagy a munkásságukat jól ismerő kollégák, szülők, szakmai szervezetek tekinthetik fel a díjra, a díjazás pedig az Ericsson Fizikai Társulati partnerei, a Bolyai Terjesztési Társulat és az Eötvös Loránd Központi Társulat bírálatára, és a MATFUND Alapítvány kuratóriumának jóváhagyása alapján történik.



Az első sorban balról jobbra Nagy Dénes Lajos, a fizikai tudományok és Benczúr András, a matematikai tudományok doktora a MATFUND Alapítvány, Jakab Roland, az Ericsson Közép-Európai Régió igazgatója, Hankó Máttyás és Éry Gábor igazgatók az Ericsson képviselőit

A 2021-ben Ericsson-díjban részesült tanárok:

Az „ERICSSON a matematika és fizika tehetségeinek gondozásáért” 2021. évi díjat matematikából

Madarász Péter, a Miskolci Hermann Ottó Gimnázium igazgatója és tanára és

Orosz Gyula, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium tanára kapta.

Az „ERICSSON a matematika és fizika tehetségeinek gondozásáért” 2021. évi díjat fizikából

dr. Schramek Anikó, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium tanára és

dr. Seres István, a Premontrei Szent Norbert Gimnázium és Gödöllői Református Líceum fizikatanára és a gödöllői Szent István Egyetem Fizika és Folyamatirányítási Tanszékének oktatója kapta.

Az „ERICSSON a matematika és fizika népszerűsítéséért” 2021. évi díjat matematikából

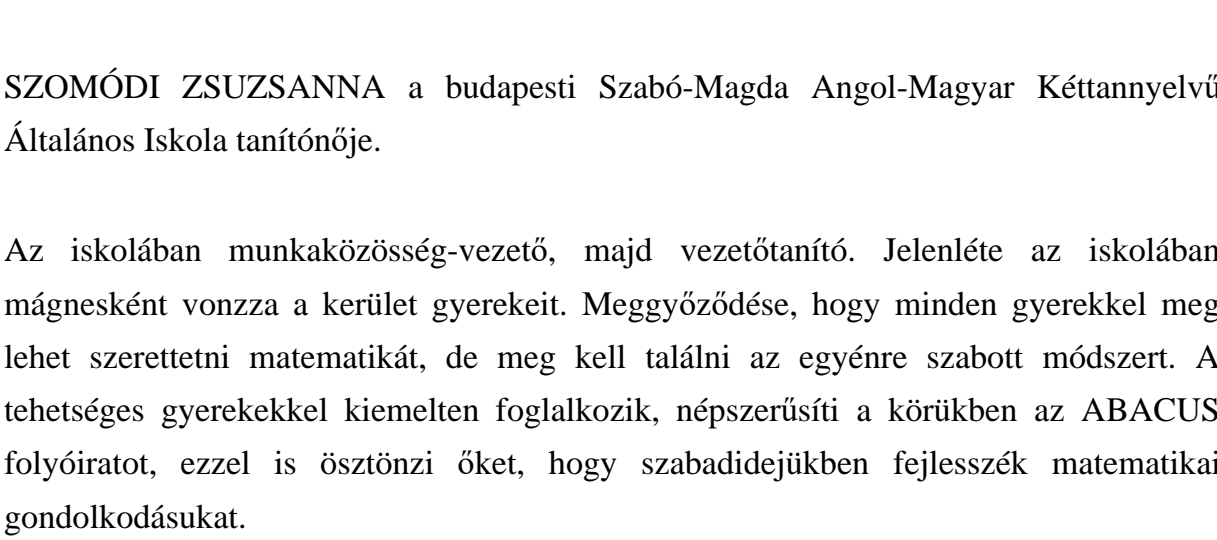
Szomódi Zsuzsanna, a budapesti Szabó Magda Angol-Magyar Kéttannyelvű Általános Iskola tanítónője és

dr. Berkéné Várbíró Beáta, a Keszthelyi Vajda János Gimnázium tanára kapta.

Az „ERICSSON a matematika és fizika népszerűsítéséért” 2021. évi díjat fizikából

dr. Stonawski Tamás, a nyíregyházi Képes Géza Általános Iskola tanára és

Poócza József, a győri Kazinczy Ferenc Gimnázium és Kollégium tanára kapta.



Hankó Máttyás, az Ericsson budapesti K+F központjának igazgatója üdvözlő a megjelenteket

A díjakat Éry Gábor, az Ericsson Magyarország vezérigazgatója és Hankó Máttyás, az Ericsson budapesti K+F központjának igazgatója adta át. Minden kitüntetett tanárról kisfilm készült, amelyet utólag is megnézhetnek az érdeklődők, [itt](#).

Néhány szóban ismertetjük a díjátadón elhangzott méltatásokat.

SZOMÓDI ZSUZSANNA a budapesti Szabó-Magda Angol-Magyar Kéttannyelvű Általános Iskola tanítónője.

Az iskolában munkaközösség-vezető, majd vezetőedző. Jelenléte az iskolában mágnesként vonzza a terület gyerekeit. Meggyőződése, hogy minden gyerekkel meg lehet szeretetni matematikát, de meg kell találni az egyénre szabott módszert. A tehetséges gyerekekkel kiemelten foglalkozik, népszerűsíti a körükben az ABACUS folyóiratot, ezzel is ösztönzi őket, hogy szabadidejükben fejlessék matematikai gondolkodásukat.

Versenyeke készíti fel csoportjait, a házi versenyek szervezését is ő irányítja. Tanítványai több országos, körzeti versenyen szerepeltek eredményesen. Évek óta korhatár nélkül látogatható logikai klubot vezet. Hosszú évek során nagyon sok tanítójáról járt hozzá tanuló/tanítvány, akiket később is támogatott szakmai tanácsokkal. Az ELTE Tanítók Klubjában, a Rátz László Vándorgyűlésen, a Varga Tamás Napokon nem csak részt vesz, hanem szemináriumokat, előadásokat is tart. Munkája során számtalan nyári tábort és versenyt szervezett. Óravázlatait, fejlesztő feladatokat, versenyekre felkészítő feladatait önzetlenül megosztja akár a kerületi, akár más iskolák tanítóival. Eddigi munkáját 2017-ben Beke Manó díjjal ismerték el.

DR. BERKÉNÉ VÁRBÍRÓ BEÁTA a Keszthelyi Vajda János Gimnázium tanára.

Iskolájában pedagógusjelöltek szakmai gyakorlatát vezeti és mentorálja őket. Az évenként megrendezett Tudományos nap során előadásokat szervez. Egyedi házi feladat-rendszert dolgozott ki, és ezt alkalmazza a tanítás során. Az iskolai diáknapi pontozási rendszerét is ő dolgozta ki.

Mind az általános iskolások számára szervezett természettudományi verseny (Newton Kupa), mind a gimnazisták számára szervezett természettudományi verseny (Kunc Adolf verseny) matematika szakágának szervezője. Több városban tartott szakmai előadást és kerekasztal-beszélgetést határon túli magyar pedagógusoknak és oktatóknak.

Tanítványai rendszeresen részt vesznek a hazai matematikai versenyeken. Több alkalommal jelentek meg konferenciakiadványai és cikkei különböző folyóiratokban.

DR. STONAWSKI TAMÁS a nyíregyházi Képes Géza Általános Iskola tanára.

2013-tól a Nyíregyházi Egyetem adjunktusa, 2016-tól az MTA-ELTE Fizika Tanítása Kutatócsoport tagja. *Fizikai segédletek* címen jelent meg 2004-ben tankönyvkiegészítője. A Mozaik tankönyvkiadó oktatásifilm-anyagának létrehozásában, bővítésében vesz részt 2009-től. Rendkívül széleskörű tevékenységet folytat a fizika népszerűsítésében, többek között fizikashow évenkénti országos Szakcsoportha immár 32. éve szervezi meg a 8. osztályosok számára az Öveges József Kárpát-medencei Fizikaversenyt. Ennek a rangos versenynek az utóbbi két évtizedben a Győri Kazinczy Ferenc Gimnázium és Kollégium ad otthont. A nyugodt helyszín és a verseny szakmai-technikai feltételei maradéktalan meglétének első számú biztosítója Poócza József személye.

MADARÁSZ PÉTER 2003-tól a Miskolci Hermann Ottó Gimnázium tanára, majd igazgatóhelyettese, 2013-tól igazgatója.

Munkájával tiszteletet, megbecsülést vívott ki diákjai, kollégái körében, és az országos tehetséggondozásnak is aktív elharcosa. Számára a minőség munka nem öncélú, mindig a gyermek érdekeit szolgálja. Szabadidejéből rengeteget áldoz tanítványai fejlesztésére, miközben ő maga is fejlődik, hogy még színvonalasabban felelhessen meg hivatásának.

Az elmúlt tíz évben tevékenykedve eredményeképpen közel száz országos versenyeredmény és vele az ötvennél több győztes tanuló is mutatja, hogy micsoda erő, akarat, kitartás, ugyanakkor kiváló emberi kapcsolatok jellemzik.

Igazgatói feladatkörén túl szakkör-vezető a miskolci tehetséggondozó programban, 2019-től a 60 ösztöndíjas tanuló számára szervezett városi tehetséggondozó projekt vezetése. A szakköri foglalkozások 2021 tavaszán néki köszönhetően nem szünek meg, hanem új támogatással megújultak.

Tíz éve egyik fő szervezője a bükkai matematika tábornak. A tavalyi tanévben kapcsolódott be tanárként az Erdős Pál Matematika Tehetséggondozó Iskola munkájába. Ennek keretében az online térben tart interaktív foglalkozásokat az ország különböző pontjain lévő tanulóknak. A Miskolci Egyetemmel közös projektben tanítványai több évben előadóként vettek részt nemzetközi ifjúsági matematika konferenciákon.

A Bolyai János Matematika Társulat Borsod-Abaúj-Zemplén megyei titkára. A Kalmár László Matematikaverseny dolgozatainak rendszeres javítója. Szaktanárként, iskolavezetőként is elkötelezett támogatója a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok használatát az iskolai tehetséggondozásban. Eddigi tehetséggondozó munkáját 2011-ben Pro Progressio, 2011-ben Graphisoft-díjat kapott.

OROSZ GYULA három évtizede a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium tanára.

Az *Érthető Matematika* tankönyvsorozat és a *Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény* sorozat egyik szerzője. Tankönyvszerzőként rengeteget tett a matematika eredményes oktatásáért és népszerűsítéséért.

Páratlan feladatkinccset halmozott fel, évek óta gyűjti és rendszeresen kezeli számítógépén a hazai és a külföldi versenyek anyagainak legjavát. Ezeket publikálja, elektronikus elérhetőséget biztosítva nem csupán a tanított diákjainak, hanem kollégáinak, más iskolák diákjainak is.

Rendszeres résztvevője a Rátz László Vándorgyűléseknek, ahol többször is szerepelt szemináriumvezetőként. Diákjait ösztönzi a részvételre a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok pontversenyében. Ennek is köszönhető, hogy egy tanítványa a Lány Matematikai Diákolimpián ezüstérmét szerzett. Pályája kezdete óta folyamatosan vannak OKTV és Arany Dániel díjnyertes tanítványai, köztük olyanok is, akik díjat vagy dicsőretekaptak. Eddigi eredményes tanári munkájáért 2013-ban Pro Progressio, 2014-ben Beke Manó díjat kapott.

DR. SCHRAMEK ANIKÓ 2015-től a Fővárosi Fazekas Mihály Gimnázium aktív, gyakorló tanára.

2018-ig az általános iskolásoknak szóló ABACUS folyóirat felkirovatának vezetője volt. Szakköri keretekben és egyénilig is ábecus díjazott fizika diákokat neveltek. Diákjai rendre kiemelkedően szerepelnek a Fizikai (IphO) és Csillagászati Nemzetközi Diákolimpiákon (IOAA), az OKTV-ken és a Mikola Sándor Versenyeken.

Eredményes lett a Wigner Fizikai Kutatóintézettel közös detektorépítési projektje is, amelyben a kiválasztott, érdeklődő diákok a tanárok kíséretében és fizikusokkal együttműködve heti, kétheti rendszerességgel detektort felépítettek és építettek a Részecskefizika és Magfizika főosztály kutatólaboratóriumában.

Az egyéni tehetségek felkarolását és kibontakozását segíti az általa a Fazekasban elindított és sikeresen vezetett mentorprogram. Ennek keretében a kiemelkedően előadóképű és szorgalmas diákok mentorok vezetésével kutatómunkát végezhetnek más egyetemeken, intézeteken kutatóival, amiből már számos eredmény született.

Munkáiról több szakmai közleményben számolt be, amelyek jelentős részét képezték a 2021-ben sikeresen megvédett doktori disszertációjának. Kísérleti kvantummechanika tananyaga mellett tankönyvfejezetet is írt társszerzőként *Hulláman* címmel.

DR. SERES ISTVÁN a Premontrei Szent Norbert Gimnázium és Gödöllői Református Líceum fizikatanára és a gödöllői Szent István Egyetem Fizika és Folyamatirányítási Tanszékének oktatója.

A Premontrei Szent Norbert Gimnázium tehetséges diákjaival rendszeresen vesz részt különböző fizikaprogramokban. Szakkör keretében 2006-ban kezdtek el a megújuló energiaforrásokkal foglalkozni, és kisebb kutatási projekteket végezni. TUDOK regionális konferenciákon többször ért el első helyezést diákjaival. Tanítványai egyéb versenyeredményei is jelentősek, komoly helyezéseket értek el az OKTV-n és egyéb versenyeken.

A 2017-től bevezetésre került, új elemeket tartalmazó érettségi követelményekhez készített, interneten is elérhető segédanyag társszerzője. A fizikai közeletben is aktívan részt vesz, szerepet vállal konferenciák, ankétok szervezésében. Kísérleti bemutatói, műhelyfoglalkozásai mindig nagy érdeklődésre tarthatnak számot.

Szakmai szervezetek aktív tagja, jelentős szerepet vállal, többek között, a Magyar Napenergia Társaságban és az Eötvös Loránd Fizikai Társulatban. Munkája minden szempontból kiemelkedő, messze túlmutat a klasszikus „tanári” munkán.

Staar Gyula | 2022. JÚNIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Búcsúszom Herczeg Jánostól

„*Berzenyista gimnáziumi tanítványainak egy részhalmozásával (későbbi matematika szak) erősítettem a Varsói Szerződés haderejét... Egyébként szám szerint kettő darab tanárról hazamánáztak, A Gartneről meg A Herczegről.*
Garms és Herczeg – ez úgy belém ivódott, mint Stan és Pan vagy Schüller és Goethe...“^[1]

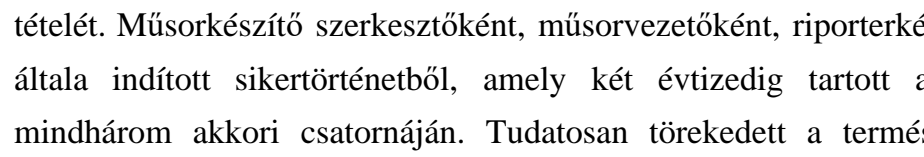
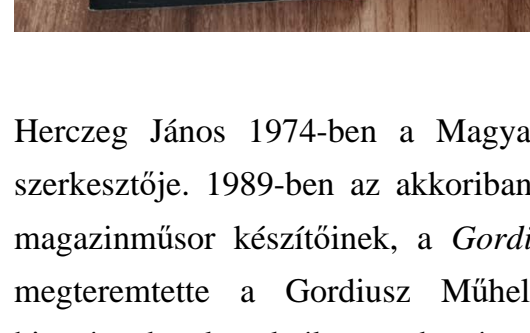
Esterházy Péter

Nagy veszteség érte a tudományos újságírók közösségét és a matematikusok társadalmát. Életének 88. évében, április 30-án elhunyt Herczeg János neves matematikatanár, az Élet és Tudomány nyugalmazott főszerkesztője.

Herczeg János 1934. augusztus 17-én született Budapesten. Az óbudai Árpád Gimnáziumban érettségizett, majd az Eötvös Loránd Tudományegyetemen szerzett matematika-fizika szakos tanári diplomát 1956-ban. („*Ha nem találkozom Szerez Tóth Lászlóval, valószínűleg festő vagy írodalmár volnék. Néha megkérdezem magamtól: Talán úgy jobb lett volna?“*)^[2]

Először Ócsán, a Bolyai János Gimnáziumban, majd Kispesten egy kísérleti szakmunkásképző középiskolában tanított, eközben felállásban az ELTE Geometriai Tanszékén is. Végül a Berzenyi Dániel Gimnáziumba került, ahol a speciális matematika tagozatos osztályokban oktatott. *„Az iskolának a matematika szépségét kellene elsősorban megmutatnia – vallotta.“*^[3]

Egyetemista korától, 1954-től lett állandó szerzője az Élet és Tudománynak: Bizám Györgyvel közösen írta a *Logar Miska feladatai* rejtvenyrosorozatot, melyből 1958-ban könyvet is megjelentetett. Utóbb a loppban Fenyő Béla főszerkesztő javaslatára Bizám és Herczeg országos mozgalmat indítottak *A gondolkodás iskolája* feladatmegoldó versenyükkel. A cikksorozatból a Műszaki Könyvkiadó gondozásában két könyv született, a *Játék és logika 85 feladatban* és a *Sokszínű logika*. Mindkettőt többször kiadták magyarul, de lefordították német, orosz, lengyel, szlovák és cseh nyelvre is. A gondolkodás iskoláját később Reiman Istvánnal, utóbb Pataki Jánossal 2008-ig szerkesztette.



Herczeg János 1974-ben a Magyar Rádió munkatársa lett, az *Iskolarádió* egyik szerkesztője. 1989-ben az akkoriban kialakult tematikus tudományos ismeretterjesztő magazinműsor készítőinek, a *Gordiusz Műhelynek* a vezetője lett. Megálmodta és megteremtette a Gordiusz Műhely műsorstruktúráját és módszereit. Alázzal, hivatásúszolgálat szolgált a tudomány eredményeinek közérthető terjesztését, közkinccsé tételét. Műsorvezető szerkesztőként, műsorvezetőként, riporterként is kivette részét az általa indított sikertörténetből, amely két évtizedig tartott a kétszolgálati rádió mindhárom akkori csatornáján. Tudatosan törekedett a természettudományok és a humán kultúra összefonódó területeinek bemutatására. Rádiós pályafutásának kiemelkedő teljesítménye a 221 adást megélt, Vekérdi Lászlóval készített riportesszé sorozata, *A véges végtelen*, ami átfogó tudomány- és művelődéstörténeti remekmű, igazi kultúraterjesztő misszió. A *Csillagórák Vekérdi Lászlóval* című könyve pedig 2011-ben jelent meg a Typotex kiadónál. („*Nehéz riporteri feladat volt, melynek megoldásában sokat segített a tanári múltam. Mert a tanári munka is abban áll, hogy tisztességesen felkészülünk különböző válaszokat adnak. Ilyenkor nem szabad rájuk erőltetnünk a saját gondolatmenetünket, a legjobb, ha az övékén indulunk tovább, úgy próbálunk eljutni a bizonytáshoz. A folyamatos óra borzástól a gondolatmenetek alakítására felpörgeti az ember agyát, egy-egy ilyen óra borzástól elválasztja a tanárt. Egy nap ily módon, ilyen ütemben, 2-3 óránál többet nem lehet tanítani. Sohasem értettem, miért akarják megemelni a tanárok óraszámát. Ez biztosan a tanítás színvonalának a rovására megy.“*)^[4]



Herczeg János lapkészítő emberként is maradandót alkotott. Az *Élet és Tudomány* ismeretterjesztő hetilapnak 1995–2004 között volt a főszerkesztője. A lap új fénykora fűződik a nevéhez. Szélfelbuccsással és rendíthetetlen kitartással vitte végig elképzeléseit, miközben megteremtette az alkotómunkához elengedhetetlen nyugalmat a szerkesztőségében.

Megerősítette a felgyorsult kutatómunka fontosabb eredményeit bemutató *Első kézből* rovatot, a *Diákoldal* melléklettel fiataloknak és tanáraiknak adott válogatott feladatokat, tanfolyamsorozatokat. A *Mindentudás Egyetemével* együttműködve, az előadások előtt megjelentetett érdekes interjúkkal egészítette ki az elhangzottakat. Érpülni kezdett az Élet és Tudomány interjues változata és archívuma, mind a 32 oldala színes lett. Idejében a lap igazi tudásfeldolgozó műhellyé vált.

Nyugdíjba vonulása után társadalmi munkában haláláig szerkesztette az *ÉT-Galéria* képes rovatot. Kiderült, művészlelek rejtezik a matematikus képzettség mögött. A lap amatőrforrás olvasóiból közösséget épített, beküldött képeket gondolatábrákkal, gyémántszerszámú kis esszéekkel fűzte össze. A galériában meglepettet fotók szerzőinek biztatásként leírta meglátásait. Nagyon jellemzi őt az itt idézett szöveg. A fotón, amire írt, egy sziklamélyedésben felgyűlt esővízben úszó színes falevelek láthatók. Rájuk két, keresztet formáló faágacska esett. A kis vízfoltban visszatrükközök a kék égbolt. János erről ezt írta a felvétel készítőjének: »*Talányos ablak, amelyen át látunk egy másik Világba. Fenti vagy lenti? Ránk bízta a döntést... Mint ahogy abban is, hogy elvágjuk-e oda, vagy inkább maradunk? „Azt mond meg nekem, hol lesz majd lakóhelyünk / Maradunk itt, vagy egyszer majd továbbmegyünk?“ – halljuk Cseh Tamás rekedtes hangját. És tüprenghetünk, hogy ez a kép egy ősi pogány mondatvilágra utal-e, vagy a krisztianizálódott ég-föld leképeződés-filozófia. Rács vagy feszület a két merőleges pálcá? Valójában vízszintesek, és vektoridális szorzatok adja a menny-föld tengely irányát.*

Mekkora a valószínűsége, hogy két lehullott ágdarab közel derékszögbe kerüljön? Ha nem így lett volna, ez a kép sem született volna meg, de még kellett a kis töcsdi szegélyező fényszalag, és főként a két piros bogó.»

Az ezredfordulón összefogtunk, és lapjainkat, az Élet és Tudományt és a Természet Világa folyóiratot népszerűsítő *Ezrednyitó Tudományos Esték* címmel előadássorozatot szerveztünk. Jeles szerzőinkkel együtt bejártuk a hazai iskolavárosokat, határainkon túli magyar tantervű iskolákat, népszerűsítettük lapjainkat és a természettudományt. Személyes jelenlétünkkel is építettük a kapcsolati hálót, megismerve sok tanárt, értelmes diákok közös ügyünknek. Erdélyben egy idő után már el is várták megjelenésünket a Bolyai Nyári Akadémia nevezetesebb rendezvényeinken. Matematikatanárok lévén, különösen jó kapcsolatokat ápolunk az erdélyi Bolyai-kutatókkal.

Amikor a neves marosvásárhelyi professzor, Weszely Tibor új könyve – *Bolyai János - Az első 200 év* – megjelent, Herczeg János ezt nyílt levél formájában így méltatta a Természet Világában:^[5]

” Kedves Tibor!

Az idei szabadságomon azzal ajándékoztam meg magam, hogy első szavától az utolsóig elolvastam könyvedet. Vesélyes vállalkozásnak bizonyult.

Közben a mi szelíd Dunánk – megunva a németek, osztrákok gátlástalan (vagy inkább nagyon is gátlós) természetátlakítását – nyújtózkodott egy nagyot, és jött bizony fel a víz az én tálheli kertem aljában is. Szomszédnőm épp a legérdekesebb részek olvasásakor kiabált át a kerítésen, hogy a polgármesteri hivatalban osztják a homokzsákokat, menjek érte. Én azonban lementem a vízpartra, ami akkor már kertünk lejtőjét annak alsó harmadában keresztelte. A vízfelszínről a várható maximális emelkedés távolságában elképzeltem egy hiperszférát, és úgy becsültem (euklideszi geometriával közelítve), hogy az még a házam alatt marad, így – bízva a geometriában – visszatértem könyvedhez. (Egy-egy fejezet közti meditálásként azért át-ámentem a szomszédnak homokzsákokat tolni.)

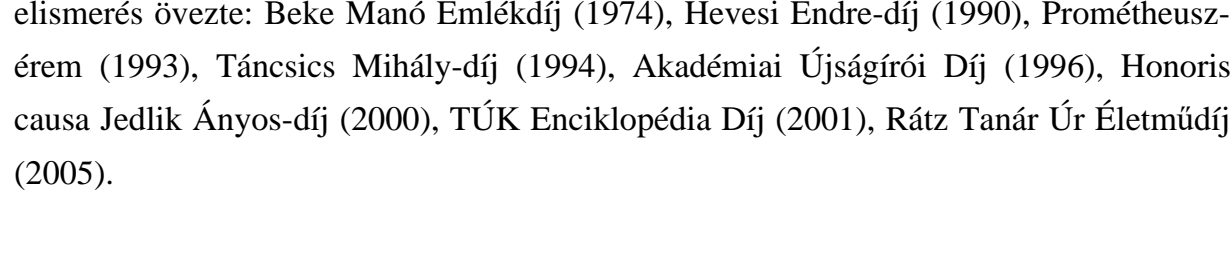
Alighanem az ismeretterjesztés remekművét alkottad meg. Tökéletes arányérzékkel adtál mindenből sokat, de nem többet a kelleténél... Ennek a kötetnek ott kellene lennie minden műveltség magyar ember könyvtárában, és az iskolákban felvenném a kötelező olvasmányok listájára. Magam is gazdagodtam általa, pedig már tudtam egyet s mászt ebben a témakörben.”



Együtt Erdélyben. Jobbról: Herczeg János, Staar Gyula, Toró Tibor, Velencei András

Weszely Tiborral az Élet és Tudomány szerkesztőségében 2006-ban

Mind ezt azért is idéztem, hogy említés essék Herczeg János nagy szerelméről, a Dunáról, hiszen ő ezt egy matematikátörténeti munka méltatásába is becsépesztte. E vonzalom bővebb kifejtése egy nagyobb írás témájára lehetne.



Duna-parti ártéri erdőben, 2020-ban egy téli délelőtt (Sárospatakiné Herczeg Anna szívességéből)

Herczeg János a Tudományos Újságírók Klubjának évtizedig volt elnökségi tagja és a Hevesi Endre-díj Alapítvány kuratóriumi elnökeként is dolgozott. Munkásságát számos elismerés övezte: Beke Manó Emlékdíj (1974), Hevesi Endre-díj (1990), Prométheusz-érem (1993), Táncsics Mihály-díj (1994), Akadémiai Újságírói Díj (1996), Honoris causa Jedlik Ányos-díj (2000), TÚK Enciklopédia Díj (2001), Rátz Tanár Úr Életműdíj (2005).

Nemrég még azt írtam neki egyik szép munkájának elismeréseként: „Folytasd tovább A véges végtelenig!” Most meg már a halálhírével kellene megbirkózzom valahogyan. Kedves János! Sokunknak nagyon fogsz hiányozni!

Staar Gyula

Lábjegyzetek

^[1] Esterházy Péter: Ez az érdes, karcos (*Élet és Irodalom*, 2004. április 23.)

^[2] Gordon Győri János–Halmos Mária–Munkácsy Katalin–Pálfalvi Józsefné: A matematikatanítás mestersége. Matematikatanárok a matematikatanításról (*Gondolat Kiadó, Budapest, 2007*)

^[3] Uo.

^[4] A csillagórákból könyv született. Herczeg Jánossal beszélget Staar Gyula (*Forrás*, 2012. 2. sz.)

^[5] Herczeg János: Nyílt levél Weszely Tibornak (*Természet Világa*, 2002. 11. sz.)

Megjegyzés
A Tudományos Újságírók Klubjának honlapján megjelent nekrológot – engedélyükkel és felkérésünkre bővítette a szerző.

Staar Gyulát a Természet Világa főszerkesztőjeként ismertem meg talán 25 évvel ezelőtt, akkor Herczeg Jánossal, az Élet és Tudomány főszerkesztőjével együtt küzdötték a folyóiratok anyagi megbecsüléséért, mert azt, hogy a lapok tartalma nagyon is megérdemelte a kiemelt figyelmet, senki nem vitatta. Náluk felkészültebb, gondosabb, szakmáját a legmagasabb fokon művelő, mégis szerény és jó ember kevés akadt, elképzelt természettudományos ismeretterjesztő munkájukra példaként tekintettem.

Herczeg Jánossal viszont 14 éve, a budapesti Berzenyi Gimnáziumban találkoztam először: azt hiszem, nem értem meg a kezét, a sok kiváló matektanár közül is kiemelkedett, órai élményét, széleskörű általános műveltsége, tudása imponáló volt. Anyukám is matematikát tanított a Berzenyiben, később a Műszaki Könyvkiadónál ő szerkesztette a *Játék és logika* és *Sokszínű logikát*, tőle tudom, hogy a rajzokat, ábrákat is mind János készítette. Most én örözöm az oroszra, lengyelre, németre lefordított *Játék és logika* könyvek egy példányát. A legnagyobb élmény volt Hercz eget a rádióban hallgatni, nekem a *Reggeli csúcs* műsora tetszett a legjobban, amit milliók hallgattak munkája megett vagy otthon. Ki tudná ma elképzelni, hogy valaki gondolkodott, megérthető, érdekes matematikai, logikai feladatokat tűz ki, magyarul el kedves hangon, humorosan – és mindig úgy a hallgatók közül, aki megoldotta!

János rendszeresen eljött a Bolyai Társulat rendezvényeire is, általában csendesen, távolról figyelt. Az Érintőben 2019-ben jelent meg írása *Kristálynévesszék* címmel. Abban az évben meglátogattam, megcsodáltam festményeit, műveit, rendezésre váró könyvtárát, emlékeit, sajnós, utóljára. (*Oláh Vera szerk.*)

matematikátörténet | nekrológ | matematikatanítás

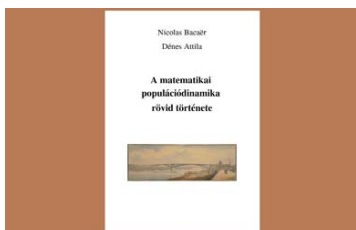
Aktuális szám: 24. szám 2022. június Válasszon: >



Nemzeti Kulturális Alap


A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A **KÖNYVESPOLC - AJÁNLÓ** ROVATBAN ELSŐSORBAN OLYAN KÖNYVEKRŐL SZERETNÉNK TUDÓSÍTANI ÉS OLYAN ELEKTRONIKUSAN ELÉRHETŐ ÍRÁSOKAT AJÁNLUNK, AMELYEK A MATEMATIKA BÁRMELY RÉSE VAGY KAPCSOLATAI IRÁNT ÉRDEKLŐDŐK SZÁMÁRA KÍVÁNATOSAK LEHETNEK. (ROVATSZERKESZTŐ: TÓTH JÁNOS.)



Izsák János
2022. JÚNIUS, KÖNYVESPOLC –
AJÁNLÓ

A matematikai populációdinamika rövid története

Különleges, több tudományterület érintő, érdekes mű született *Nicolas Bacaër és Dénes Attila* együttműködéséből: A matematikai populációdinamika rövid története. *Izsák János* ny. egyetemi tanárt kértük fel a recenzióra, aki nemcsak az MTA doktora biológiából, de egyúttal alkalmazott matematikusként is szakértője a témának. [Ezt írja...](#)



Juhász Péter
2022. JÚNIUS, KÖNYVESPOLC –
AJÁNLÓ

Hajók, festmények, nagymamák

Hujter Bálint, Lenger Dániel és Szűcs Gábor a matematikai feladványairól híres Óxisz mesebeli szigetére invitálja a 12 éven felüli olvasót, aki egyúttal Albrechtel, Dürerrel is megismerkedhet (kicsit másképp). A szellemes, játékos példatárát *Juhász Péter* [ajánlja](#).

[TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE](#)



Izsák János 2022. JÚNIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A matematikai populációdinamika rövid története

N. Bacaër, Dénes A.: A matematikai populációdinamika rövid története, 2022.

<http://www.ummisco.ird.fr/perso/bacaer/hu.pdf>.

A francia eredetiből fordított mű mintegy 160 oldalon, 26 fejezetben tárgyalja a címbeli kérdéskört. Az olvasói célközönség a szerzők szerint érdeklődő középiskolai és egyetemi diákok, ismereteiket bővíteni kívánó adott szakterületi kutatók, tudománytörténészek.

Az egyes témakörökhöz köthető kutatók szakmai pályájának rövid bemutatása nagyon érdekes, és számos tanulságos adattal szolgál. A szakmai életrajzokat záró, tisztségekre és szakmai elismerésekre vonatkozó adatok viszont néha talán feleslegesek.

A témakörök tárgyalása aránytartó és letisztult. Értékes az olvasásra ajánlott és sok tekintetben hiánypótló szakirodalom is. A mű terjedelmével magyarázható, hogy a modellek tényleges alkalmazhatóságáról, egyáltalán a biológiai oldalról kevés szó esik (bár ezt a mű címe nem is ígéri).

A könyv első fejezete – nem meglepően – a Fibonacci-féle klasszikus nyúlzaprodási modellről, lényegében egy demográfiai kérdésfelvetésről szól. A 2. fejezetben ismertetett demográfiai modell mintegy 500 évvel később, 1693-ban keletkezett, amikor is az (amúgy csillagász) Halley egy nevezetes halandósági tábla tulajdonságait elemezte. A tárgyalt problémakör a racionálisan megállapítható életjáradékok megállapításával és egyben a várható élettartamok kérdésével volt kapcsolatban.

Még mintegy 50 évnek kellett eltelnie Euler – hasonló demográfiai adatokra vonatkozó – elemzéseinek közléséig (ld. a 3. fejezetet). Eulernek egy későbbi elemzése szintén az emberi populáció méretére vonatkozik, ennek megértéséhez már jelentősebb matematikai ismeretanyagra volt szükség.

Új populációdinamikai vizsgálati perspektívát nyitott D. Bernoullinak 1760-ban közölt, számos biológiai szempontot is számba vevő epidemiológiai tárgyú matematikai értekezése a himlőoltás hatékonyságának vizsgálatáról (4. fejezet). Nincs új a Nap alatt, jegyezheti meg a recenzens mostanában, a COVID járvány idején...

A mű következő fejezeteiben Malthus, majd a logisztikus összefüggést bevezető Verhulst munkássága kerül röviden szóba.

A méltatlanul elfeledett Bienaymé tevékenységéről szól a 7. fejezet. Lényegi tárgya férfiak által „átörökített” családnevek populációbeli fennmaradásának esélye az egymást követő generációkban. A kérdéssel egyébként foglalkozott Galton, majd Watson is, amint az a könyv 9. fejezetéből is kiderül.

A 8. fejezet Mendel genetikai megfigyeléseinek jól sikerült, lényegi bemutatását tartalmazza. Egyébként a mendeli megfigyelések és interpretálásuk tulajdonképpen magukban is modellalkotásnak minősülnek, ezért indokolt kitérni rövid tárgyalásukra a könyvben.

Túljutva Lotkának a 10. fejezetben ismertetett, az ún. stabil populációkra vonatkozó alapozó eredményein, a 11. fejezetben a közismert, még a mendeli jelenségkörhöz is kapcsolható Hardy–Weinberg-törvény letisztult és pontos tárgyalását olvashatjuk.

A 12. fejezetben Rossnak regénybe illő járványterjedési megfigyeléseiről és a rájuk vonatkozó alapvető epidemiológiai következtetéseiről olvashatunk. A modellalkotás közönséges nemlineáris differenciálegyenlet-rendszerek felállításán alapul. (Ross 1902-ben kapott orvosi Nobel-díjat.)

A 13. fejezetben tárgyalt ragadozó-zsákmány populációdinamikai modell Lotka, illetve Volterra 1920 és 1926 közötti kutatásain alapul. A modell konkrétan az intraspecifikus versengés közismert tankönyvi modellje. Említhető lett volna e tárgyban a közönséges nemlineáris differenciálegyenlet-rendszerek kvalitatív elemzésére általában is gyakran használt, nullklínákon alapuló vizsgálati módszer.

A következőkben olvashatunk arról a kérdésről és megoldásáról, hogy bizonyos előnytelen allélek a populációban látszólag indokolatlanul sokáig fennmaradhatnak (Fisher 1922).

A 15. fejezetben felidézett evolúciós folyamatok kapcsán alkalmazott modell az ún. Yule-folyamaton alapul. Utóbbi segítségével magyarázható például az, hogy miért hatványfüggvény jellegű egy nagyobb rendszertani egységben a génuszok csökkenő sorrendben felsorolt fajszámai és utóbbiak sorozatbeli rangszámának kapcsolata.

A 16. fejezet az epidemiológiában gyakran használt SIR-modell átfogó leírása.

További kérdéskörök bemutatását követően kerül sor az életkor vagy fejlődési stádium szerint strukturált populációk generációnkénti változásainak elemzésére szolgáló közismert Leslie-mátrix alkalmazásának leírására (21. fejezet).

A 23. fejezet ismerteti a játékelméletben használt (bi)mátrixjátékok alkalmazhatóságát állatok közötti konfliktusok modelljében. Alapvető itt az a (számos leírásból kimaradó) megjegyzés, hogy a klasszikus héja-galamb „stratégiai” játéokra vonatkozó játékelméleti eredmény választ ad arra a korábban felvetett kérdésre, miért mellőzött veszedelmes „eszközök” használata az állatok közötti konfliktusokban.

May foglalkozott azzal a kérdéssel 1974-ben (24. fejezet), hogy egy egyszerű, rekurzív formulán alapuló populációdinamikai modellben a populációméret alakulásának generációról generációra történő változása bizonyos modellparaméter beállításával meglepő módon kaotikus viselkedésűvé válik. (Magyarul is megjelent: Alkalmazott Matematikai Lapok 8 (1982) 427–446.)

A könyv két utolsó fejezete Kína egykepolitikájának demográfiai aspektusaival és néhány aktuális populációdinamikai problémával foglalkozik.

Összefoglalásként elmondható, hogy a magas fokú ismeretterjesztést célul kitűző mű a deklarált célt kiválóan teljesíti. A tárgyalásmód letisztult és megfelelő didaktikai tapasztalatot is elárul. A gépi fordításnak tulajdoníthatóan előforduló néhány fogalmazási gyengeség szinte említést sem érdemel. A témakör iránt érdeklődők számára mindenképpen ajánlható a könyv megismerése.

Izsák János

ny. egyetemi tanár,

ELTE TTK Állatrendszertani és Ökológiai Tanszék

Juhász Péter 2022. JÚNIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Hajók, festmények, nagymamák

Ha a cím alapján arra gondolnánk, hogy előkerült Erich Kästner egyik elveszettnek hitt regénye, tévednénk. Hujter Bálint, Lenger Dániel és Szűcs Gábor közelmúltban megjelent könyve, a *Hajók, festmények, nagymamák* ugyanis matematikai kalandozásra invitálja az olvasót.

A három szerzőt sok éve jól ismerem, és az általuk képviselt matematikatanítási felfogás is nagyon közel áll hozzám. Ezért elképzelhető, hogy elfogult vagyok velük szemben, amit érdemes idejében leszögezni.

A mű 13+1 fejezetből áll, minden fejezet 6 feladatot tartalmaz, vagyis 84 kellemes, szórakoztató, olykor hosszú és komoly fejtörést igénylő matematikai probléma elé állítja az olvasót. A feladatok jelentős részéhez bőven elegendő az általános iskolában tanult matematika, de sok esetben kitartó gondolkodásra van szükség. Olykor nem árt, ha rendelkezésre áll komoly kreativitás, ötletesség, olykor pedig a feladat teremtette helyzet precíz elemzése, és az abban való eligazodás segít. Az utolsó néhány feladat már kifejezetten nehéz, szinte mindenkit komoly gondolkodásra készítet.

A könyv feladatainak jelentős részét a szerzők, illetve a [Dürer Verseny](#) szervezői találták ki, vagyis ez alapvetően nem egy válogatás mások feladataiból. Ez persze nem jelenti azt, hogy nincs benne olyan feladat, amit ne ismerhetne máshonnan is az olvasó.

A Dürer Verseny Szűcs Gábor és Farkas Ádám ötlete nyomán indult el, és mára a diákok egyik kedvenc csapatversenye az országban. Ötödiktől nyolcadik osztályig Borsod-Abaúj-Zemplén, Szabolcs-Szatmár-Bereg és Heves megye iskoláinak tanulói vehetnek részt a versenyben, a kilencedik-tizenkettedik osztályok számára szervezett versenyen viszont már nincs ilyen korlátozás, bárki elindulhat. A szabályok megkövetelik, hogy lányok is legyenek a csapatokban, illetve a kategóriák meghatározásánál a korábbi évek versenyeredményeit is figyelembe veszik, ezzel évről évre megteremtik a lehetőséget, hogy újabb és újabb diákoknak legyen komoly esélye a jó eredmény elérésére. Akit ennél részletesebben érdekel a verseny, annak ajánlott felkeresni a [honlapjukat](#).

A matematikai feladatgyűjtemények szerzőinek többsége vélhetően azt a célt tartja szem előtt, hogy az olvasó gondolkodjon a feladatokon, és ne lapozzon azonnal a *Megoldások* részhez, de ez a szerzőhármás különösen nagy gondot fordít erre a szemléletre. A könyvben persze nem tudják megakadályozni az olvasót, hogy hátralapozzon, de amikor tanítanak, akkor komoly erőfeszítést tesznek azért, hogy minél többen, minél több megoldást, saját maguk találjanak ki. Ez a szemlélet a könyvükön is tükröződik, és nagyon bízom benne, hogy az olvasók megfogadják a szerzők tanácsát, és kitartóan gondolkodnak a feladatokon, mielőtt az ötletekhez, majd a megoldásokhoz lapoznának.

Egy-egy fejezet akár egy-egy szakkör anyaga is lehet, de a normál iskolai oktatásban is fel lehet használni a problémákat. Több esetben is visszatér egy feladat nehezebb formában, vagy egy korábban hasznosnak bizonyult gondolat, megközelítés egy későbbi feladatnál is segít a megoldásban.

A *Megoldások* fejezet lényegesen több a megoldások pusztá közlésénél. Rendszeresen előfordul, hogy egy feladat kapcsán több megoldást is olvashatunk, és arra is találunk példát, hogy hibás gondolatmenetet közölnek a szerzők. Egy hibás gondolatmenetből is nagyon sokat tanulhatunk, nem egy esetben egy rossz megoldás, és a benne lévő hiba megértése lényegesen hozzájárul ahhoz, hogy a jó megoldást még jobban megértjük. Olykor általánosítás, illetve csatlakozó kérdés felvetése is megjelenik a feladat megoldása után.

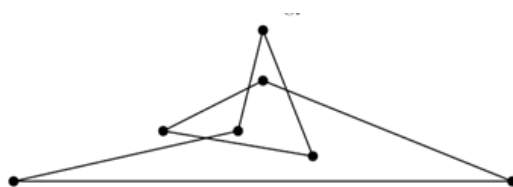
Minden fejezet utolsó feladata egy kétszemélyes, stratégiás játék. Feltételezhető, hogy a szerzők is fontos eszköznek tartják az ilyen típusú problémákat a matematikaoktatásban, hiszen 14 különböző játék szerepel a könyvben. Az ilyen játékok nagy motivációt jelentenek a diákoknak, nagyon szívesen gondolkodnak rajtuk. Kettőn érdemes megfejteni a stratégiát, hiszen kettőn könnyű játszani a játékokat. Ebből kifolyólag a hatékony közös munka fejlesztésére is kiválóan alkalmasak. Az is indokolja, hogy minden fejezetben szerepel egy ilyen játék, mert a Dürer Verseny döntőjében is hagyományosan minden évben az egyik feladat egy stratégiás játék elemzése, ahol a jó megoldást úgy kell bizonyítani, hogy le kell győzni a játékban a verseny szervezőit.

Számomra a feladatok azért is voltak nagyon szórakoztatóak, mert rendszeresen valamilyen kedves történetbe vannak ágyazva, sokszor ötletes elnevezések jelennek meg bennük (személyes kedvencem a babonapehely), és nem egyszer irodalmi, képzőművészeti utalásokkal is találkozhatunk.

Ízeltől és kedvcsinálás gyanánt álljon itt két feladat a könyvből, közülük az egyik egy stratégiás játék, hiszen azoknak kiemelt szerep jut a könyvben is.

- Egy hurkolt sokszöget egyszerűen önmetszőnek nevezünk, ha mindegyik oldala pontosan egy másik oldalát metszi, és egyetlen oldala sem megy át a végeitől különböző csúcson.
 - a) Rajzolj egy egyszerűen önmetsző hurkolt sokszöget.
 - b) Legkevesebb hány oldala lehet egy ilyen sokszögnek?

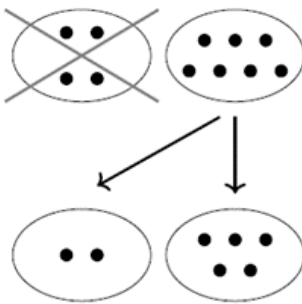
Az alábbi ábra egy olyan hurkolt hétszöget mutat be, amely sajnos nem egyszerűen önmetsző, mivel az alsó oldala egyetlen másik oldalt sem metsz.



- Két kupac korong van az asztalon. Két játékos felváltva lép a következő módon:

a soron lévő előbb az egyik kupacot teljes egészében kiveszi a játékból, majd a másik kupacot szétosztja két kisebb kupacra. Szétosztani csak olyan kupacot lehet, amelyben legalább két korong van. Egy lépést követően tehát újra két kupac marad, mindegyikben legalább egy korong. Az a játékos veszít, aki nem tud szabályosan lépni.

Hogyan érdemes játszani ezt a játékot, ha a kezdőhelyzet ismeretében eldöntheted, hogy kezdeni szeretnél, vagy átadod a kezdés jogát?



Ahogy a két példából is látszik, a feladatokhoz remek illusztrációk is tartoznak, amik Szűcs Júlia munkáját dicsérik.

Számomra a könnyebb használatot segítette volna, ha a feladatok szövege, akár kisebb betűmérettel, de újra megjelenik a megoldások előtt is.

A könyv nagyszerű forrás matematikasakkörök anyagához, de az iskolai tananyagba is jól beépíthető feladatokat tartalmaz. Ajánlom mindenkinek, aki örömmel töri a fejét szellemes, de nem feltétlenül könnyű problémákon. Garantáltan jól fog szórakozni.

Juhász Péter

Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Hujter Bálint, Lenger Dániel, Szűcs Gábor: Hajók, festmények, nagymamák

Matematikai kalandok Óxisz szigetén

Typotex kiadó, 2022

Elektronikus formában elérhető:

https://www.typotex.hu/book/12334/hujter_lenger_szucs_hajok_festmenyek_nagymamak_matematikai_kalandok_oxisz_szigeten

Aktuális szám: 24. szám 2022. június

nka
Nemzeti Kulturális Alap



A kiadvány a
Magyar Tudományos Akadémia
támogatásával készült.

A **TUDOMÁNY** MENÜPONT TÖBBFÉLE, A MATEMATIKA TUDOMÁNYÁHOZ KAPCSOLÓDÓ FUNKCIÓT TAKAR..A **TUDOMÁNY- TÖRTÉNET ROVAT** CÉLJA ELSŐSORBAN MATEMATIKATÖRTÉNETI JELLEGŰ ÍRÁSOK KÖZLÉSE. A **MI IS ...?ROVAT** A MAI MATEMATIKA TUDOMÁNYÁRÓL KÍVÁN SZÓLNI A HOZZÁÉRTŐKNEK.
(ROVATSZERKESZTŐK: *BESENYEI ÁDÁM; STIPSICZ ANDRÁS.*)



Gerbner Dániel
2022. JÚNIUS, TUDOMÁNY –
TÖRTÉNET – MI IS...?

A keresés elmélete

Ebben a cikkben röviden összefoglalom a keresés (avagy csoportos tesztelés) nevű matematikai problémakört. Mutatok néhány való életből vett, illetve játékos példát idetartozó problémákra, és felsorolok néhány további kérdést. Végül felidézem azt, amikor néhány évvel ezelőtt a magyar sajtóban már találkozhattunk ezzel a témakörrel, még hozzá nem is csak ismeretterjesztő cikkek formájában, hanem az életünket alapvetően befolyásoló lehetőségként.– *Gerbner Dániel* írása [következik](#).



Szerkesztő
2022. JÚNIUS, TUDOMÁNY –
TÖRTÉNET – MI IS...?

Matematikus díjazottak az MTA 195. közgyűlésén

A Magyar Tudományos Akadémia 195. Közgyűlésének ünnepi ülésén, 2022. május 2. és 4. között, illetve a Közgyűléshez kapcsolódó osztályrendezvényeken számos rangos tudományos díjat és elismerést adtak át. A díjazottak névsorában jónéhány kiváló matematikust, sőt egy matematikai intézetet is megtalálhatunk. Gratulálunk! Képzünkön az Akadémiai Aranyérem (forrás: mta.hu). Pár sorban bemutatjuk a [kitüntetetteket és kutatásaikat](#).

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

A keresés elmélete

Ebben a cikkben röviden összefoglalom a keresés (avagy csoportos tesztelés) nevű matematikai problémakört. Feltutorok néhány való életről vett, illetve játékos példát idetartozó problémákra, és feladatok néhány további kérdést. Égül felidézem azt, amikor néhány évvel ezelőtt a magyar sajtóban már találkozhattunk ezzel a témakörrel, méghozzá nem is csak ismeretterjesztő cikkek formájában, hanem az életünket alapvetően befolyásoló lehetőségként.

1. A barkochba matematikája

Feltételezem, hogy a legtöbb olvasó ismeri a barkochba játékot, de röviden összefoglalom: két játékos játszik, mondjuk András és Barnabás. András gondol valamire (bármire), és Barnabás eldöntendő kérdéseket tesz fel erről a számára ismeretlen dolgról vagy személyről. András megválaszolja ezeket, és Barnabás célja kitalálni, hogy András mire gondolt. Általában van egy olyan megkötés is, hogy Barnabás csak egyszer kérdezhet konkrétan rá a megfejtésre, ha például megkérdezi, hogy „Anyukámra gondoltál?” és a válasz nem, akkor Barnabás veszít. De ez könnyen megkerülhető, ha például azt kérdezi „Valamelyik szülőmre gondoltál?” miközben egy korábbi válaszból kiderült, hogy a megfejtés egy nő.

Nincs a kimondott célok között, hogy minél gyorsabban megtalálja Barnabás a megfejtést, de azért bizonyos értelemben erre szokás törekedni. Mi most azt vizsgáljuk, hogy mennyi a legkevesebb kérdés, amivel Barnabás mindenféleképpen megtalálja a megfejtést (tehát nem számolunk azzal, hogy szerencséje van-e, például hogy elsőnek is kérdezi, hogy kacsá-e, amikor András Donald kacsára gondolt). Ez azon múlik, hányféle dologra gondolhat András.

Az egyszerűség kedvéért nézzük azt, hogy Barnabás már kitalálta, hogy András valamelyik hónapra gondolt, de semmi többet nem tud. Ekkor 12-féle megfejtés lehet. Egy lehetséges megközelítés, hogy Barnabás először kitalálja, melyik évszakraól van szó. Mondjuk végigkérdezi: Tavasz? Nyár? Ősz? Ekkor a telet már nem kell megkérdeznie, három nemleges válasz esetén biztos, hogy egy téli hónapról van szó. Akkor megkérdezi, hogy december-e (illetve valami kerülő kérdés: „Ebben a hónapban van karácsony?”), majd hogy január-e, és kész is vagyunk, hisz két nemleges válasz esetén február a megfejtés. Így öt kérdést tett fel Barnabás. Ennél lehet gyorsabban is: az első kérdéssel kiderítjük, melyik félév, a másodikkal, melyik negyedév, a megmaradó három opcióból pedig egy-egy kérdéssel ki tudunk zárni kettőt, tehát négy kérdés elég.

Azt állítom, hogy ez az optimális. Egy kérdés csak akkor elég, ha összesen két lehetséges megfejtés van, hiszen három vagy több opció esetén valamelyik válaszhoz két megfejtés is tartozik, és kell további kérdés. Két kérdés akkor elég, ha legfeljebb négy opció van, különben nem további válasszal marad legkevesebb három opció, és ahhoz nem elég a megmaradó egyetlen kérdés. Hasonlóan, három kérdés csak akkor elég, ha legfeljebb nyolc opció van, különben valamelyik válasz után marad legalább öt opció, amihez nem elég a megmaradó két kérdés.

Ez általánosan is igaz: k kérdés csak akkor elég, ha legfeljebb 2^k lehetséges megfejtés van. Általánosan k -ra vonatkozó teljes indukcióval: láttuk a $k \leq 3$ esetet, általánosan pedig ha több mint 2^k lehetséges megfejtés van, akkor valamelyik válasz után marad több mint 2^{k-1} lehetséges megfejtés, amihez az indukciós hipotézis miatt nem elég $k - 1$ kérdés. Hasonlóan lehet belátni, hogy k kérdés viszont elég: megint teljes indukciót használunk, és ha legfeljebb 2^k lehetséges megfejtés van, akkor olyat kérdez Barnabás, aminél az igen és a nem válasz esetén is legfeljebb 2^{k-1} megfejtés marad. Átfoglalmazva: ha n lehetséges megfejtés van, akkor $\log_2 n$ kérdés kell és ennyi elegendő is.

Persze a játék szépségét az adja, hogy Barnabásnak nincs listája arról, hogy pontosan mikre gondolhat András. Érdekeség, hogy angolul a játék neve twenty questions, azaz húsz kérdés, mert húsz kérdéssel kell Barnabásnak kitalálnia, amire András gondolt. Ha tehát András legfeljebb 1048576-féle dologra tud gondolni, akkor Barnabás mindig nyerhet (ha elég ügyesen játszik).

Ezt a matematikai problémát teljesen megoldottuk, de hogyan lesz ebből a keresésnek külön elmélete? Ahhoz az kell, hogy az alaprobléma különböző változatait is vizsgáljuk. Ezek egyikét csak némi csalással tudtam kikerülni: amikor azt írtam, hogy k kérdés mindig elég, akkor indoklás nélkül írtam, hogy Barnabás tud olyan kérdést feltenni, aminél az igen és a nem válasz esetén is legfeljebb 2^{k-1} megfejtés marad.

Kimondatlanul arra gondoltam, hogy a lehetséges megfejtések halmazának bármilyen részhalmazát ki tudja választani úgy, hogy azokra jöjjön igen válasz, és tud hozzá egy kérdést kreálni. Például, ha András megkérdezi, hogy január, július vagy szeptember-e, akkor megkérdezi: „Ebben a hónapban született valamelyik unokatesóm?” (Persze ez is lehet, hogy trükközés nélkül csak megkérdezi, hogy január, július vagy szeptember hónapok egyikére gondolt-e András.) Ez mindenesetre mutat rágton egy, illetve sok lehetséges variánst: rögzítjük, hogy milyen kérdéseket tehet fel Barnabás.

Erről és más változatokról is beszélünk még, de előbb nézzünk néhány más, az életből vett példát.

2. Rényi autója, cylonok, szifilisz és kémia

Rényi Alfrédnek egyszer elromlott az autója. A szervíz nem állt a helyzet magaslatán, így saját maga akarta megkeresni, hogy melyik alkatrész a hibás. Különböző tesztekre fért, pl. ráadta a gyújtást, beindította a motort, elfordította a kormányt... Ha valamelyik tesztnél rendesen működött a dolog, akkor a hozzá tartozó alkatrészek nem voltak hibásak, ellenkező esetben valamelyikük az volt. Egy teszt tehát megfelelt annak a barkochbakérdéseknek: „ezek között az alkatrészek között van-e a hibás?” A témáról sok egyéb érdekességet meg lehet tudni Katona Gyula „Rényi and the Combinatorial Search Problems” című [5] cikkéből.

Christopher Bilder [1] vetette fel, hogy hasonló módszerek segíthetnének a Battlestar Galactica tévésorozat egyik problémájában. Ebben konfliktus van az emberek és a cylonok között. A cylonok teljesen embernek kinéző kémeket építenek be az emberi hadseregbe. Az emberek kidolgoznak egy vértesztet, ami azonosítja a cylonokat, de 61 évig tartana mindenkit letesztelni. Ez a történetzártí elhal. Pedig fel lehetne gyorsítani a dolgot azzal, hogy több vértesztet egybeűntünk. Ha az egyik egyetlen cylonnak a H halmazát a közös mintába, akkor azt kimutatja a teszt. Tehát ha katonák egy V halmazát teszteljük, az eredmény a válasz arra az eldöntendő kérdésre, hogy van-e cylon a H halmazban. Matematikailag ez pontosan ugyanaz, mintha azt kérdeznénk: „a H halmaz egyik elemére gondoltál?”. Bilder számítása szerint így akár 101 nap alatt kideríthető, kik a kémek.

Az előbbi persze egy játékos ötlet. De hasonló (teljesen komoly) probléma merült fel az amerikai hadseregben a második világháború idején, csakohogy nem cylon kémeket, hanem szifilisz betegetek kivágás tesztelését megalátni. Ugyanaz az volt az alapötlet, mint amit az előbb leírtam. Dorfman [3] állt elő az ötlettel és a szükséges számításokkal, de végül nem alkalmazták a javaslatait. Valószínűleg azért (és ez az előző példában is gondot okozhatna), mert ha túl sok vértesztet összeűntünk, de csak egyetlen szifilisz volt a sok minta között, akkor azt már nem mutatja ki a teszt.

Láthatjuk, hogy egy egyszerű játék mellett sok egyéb esetben is használhatunk ilyen módszereket. De ami miatt szerintem érdemes ezt a témakört vizsgálni, az nem a sok különböző probléma, hanem az, hogy ez a megismerés általános modellje. Ha bármi ismeretlennel állunk szemben, és csak részleges információkat tudunk apránként beszerezni, akkor az egy keresési probléma. Ha például van egy folyadékunk, amit azonosítani akarunk, akkor kísérletezünk. Melegítjük, hűtjük, összekeverjük valami más anyaggal, rázzuk, lakmuszpapírt teszünk bele stb. Mindegyik egy teszt, ami a lehetséges folyadékok alaphalmazát szűkíti.

Az eddigi példáknak közös volt, hogy egy kérdés vagy teszt egy alaphalmaz valamely részhalmazára vonatkozott, és a válasz az volt, hogy benne van-e egy keresett elem ebben a részhalmazban. Angolul ezt a témakört group testingnek, azaz csoporttesztelésnek is hívják. Elég szerencsétlen elnevezés, mivel a *csoport* (egy művelettel ellátott halmaz) a modern matematika egyik legfontosabb fogalma, de itt a csoport egyszerűen a köznapri értelemben több elem összessége, azaz egy halmaz, amit egyszerre tesztelünk.

Azonban a felsorolt példák között óriási különbségek is vannak. Míg a barkochbában a szabályok szerint csak egyetlen dologra gondolhat András, az autóban akár több dolog is tönkremehet. A folyadék egyféle folyadék a cylonok valószínűleg egynél több, de nem sok kémek küldenek, szifilisz viszont biztos, hogy rengeteg volt a seregben. További fontos dolog, hogy az autóban minden hibás részt meg akarunk találni, különben semmit sem ér a tesztelés. A cylonok közül is hibás akarjuk találni, de ha csak néhányat találunk, az is már siker. A szifiliszeknél viszont az a lényeg, hogy az egyiküket megtalálják, néhány beteg a hadseregben nem olyan veszélyes, mint néhány kém.

3. Változatok

Vizsgáljuk meg az alaprobléma néhány változatát! A célom az, hogy egy kis fízeltőt adjak a problémák tárházából. Ebből ki fog derülni, miért beszélhetünk önálló témakörként a keresésről.

Már említettem azt az esetet, amikor nem minden kérdés megengedett. Adott egy \mathcal{F} halmazrendszer, és csak olyat kérdezhetünk, hogy ha veszünk egy $F \in \mathcal{F}$ halmazt, a keresett elem benne van-e F -ben? Ide tartozik a szám legfőbbit vizsgált keresési probléma, a *sorarendezés*. Adott n különböző talán és nagyság szerint növekvő sorrendbe akarjuk rakni őket páronkénti összehasonlításokkal. Itt az alaphalmaz az $n!$ féle lehetséges sorrend, ezek egyikét (a tényleges sorrendet) akarjuk megtalálni. Egy összehasonlítás az egy kérdés: $x < y$? Jelölje A azon sorrendeket, ahol $x < y$. Ekkor ez a kérdés úgy is megfogalmazható: a keresett sorrend A -ban van?

Már említettem azt is, hogy több dolgot, például több beteget is kereshetünk egyszerre. Ilyenkor egy kérdés így hangzik: „Van-e F -ben legalább egy beteg?” Vagy további változat lehet, hogy másféle kérdéseket használunk, például van-e F -ben legalább 10 beteg?” De azt is tisztázni kell, összesen mit tudunk, hány beteg van. Lehet azt vizsgálni, hogy pontosan 100, legalább 100, legfeljebb 100 van-e, de itt át is kereshetünk egy másik variánst: a véletlen használatára.

Valójában az egész témakörnek két nagy és elkülönülő ága van: a *kombinatorikus keresés* és a *véletlenes keresés*. Eddig csak a kombinatorikus keresésről beszéltem, részben azért, mert ez jobban érthető magasabb matematikai ismeretek nélkül, de főleg azért, mert én ehhez értek. Gondoljunk vissza a szifilisz példára, és nézzük meg, hogy mi a lehetséges, és mi a fontos gyakorlati szempontból. Azt nem tudjuk, hogy konkrétan hány beteg van. Ehelyett valami előzetes elképzelésünk van arról, hogy milyen lehet a betegek számának eloszlása. Persze emiatt nem fogjuk tudni pontosan megmondani, hogy hány kérdésre lesz szükség, de ez nem is fontos. Inkább úgy akarjuk megtervezni a kérdéssorozatot, hogy *átlagosan* kevés kérdésre legyen szükség.

Egy újabb variáns, amit az eddigi példák indokolnak, amikor nem csak kétféle válasz lehet. Már a barkochba során is szokás is-is választ adni, egy autónál is van átmenet aközött, hogy működik-e vagy sem, egy kémiai kísérletnél pedig lehet, hogy a folyadék zöld lesz vagy kék vagy lila vagy bármilyen más színű.

Eddig úgy kezeltük, hogy csak a kérdések száma számít, az nem, hogy milyen kérdést teszünk fel. Pedig nyilván egyszerűbb egy vértesztet tesztelni, mint összeönteni tizet és azt tesztelni (pláne ha van millió vértesztünk, és ki kell keresni közülük azt a tizet, amit összeűntünk). Egy kémiai kísérletnél is lehet, hogy valamilyen teszthez drága anyagok, eszközök kellene.

Mindeddig feltételeztük, hogy a tesztek eredménye mindig pontos. A barkochbában is előfordulhat, hogy a válaszoló rosszul tud valamit, vagy lehet egy félreértés is. Az persze világos, hogy egyetlen rossz válasz is elegendő félrevezethet, és Barnabás hosszasan találgathatja, melyik meséhsőre gondolt András, mielőtt kiderül, hogy rosszul hallotta és nem kitalálta személyről van szó. Lehet vizsgálni, hogy mi van, ha összesen 10-szer tévedhet András, vagy ha öt kérdésenként egyszer. A gyakorlati alkalmazásoknál tipikusan inkább azt érdemes feltételezni, hogy minden válasz hibás valamekkora eséllyel. Vérteszt tesztelésénél és kémiai kísérleteknél ezt az esélyt jól meg lehet becsülni.

A barkochbának úgy van értelme, ha minden válasz után töpreghet egy kicsit Barnabás, hogy kitalálja a következő kérdést. A vértesztakat viszont lehet egyszerre is tesztelni. A *nem adaptív* változatban az összes feltesztelés egyszerre tesszük fel. Átmeneti változat, hogy adott számú forduló alatt kell feltenni a kérdéseket, és a fordulók végén egyszerre kapjuk meg a válaszokat a forduló kérdéseire, és ezek alapján kell kitalálnunk a következő forduló kérdéseit. Érdekeség, hogy ha mindenféle kérdést megengedünk, akkor ez egyáltalán nem lassít le minket, $\log_2 n$ kérdés továbbra is elég. Tegyük fel, hogy n lehetséges megfejtés van, rakjuk őket sorba tetszőlegesen. Legyenek a kérdések a következők: „Ha a megfejtés a sorrendben az i -edik, akkor i kettes számszerbenbeli alakjának a j -edik számjegye 1?”. Ha $j = 1, 2, \dots, \log_2 n$, akkor az i kettes számszerbenbeli alakjának összes számjegyét megtudjuk, tehát megtudjuk i -t, vagyis a megfejtés is.

Ezeket a változatokat és még sok más is, illetve ezek kombinációját is mind vizsgálják. Így lesz egyetlen könnyen megoldható kérdésből egy óriási témakör.

4. Covid

Nem is olyan régen a koronavírus kapcsán is felvetődött ugyanez, az csoportos teszteléssel a sajtóban. A koronavírus megcsán is felvetődött ugyan, hogy ezzel lehetne felgyorsítani a tesztelést, pontosabban elém azt, hogy mindenkit tesztelni tudjunk belátható idő alatt. Glatfelder Tamás közgazdász és Török Ákos informatikus a meglévő matematikai kutatások ismerete nélkül jutott erre az ötletre. Egy nyilvános fórumon vitatták meg, és rengeteg különféle szakember csatlakozott hozzászólásával, hogy kisebb-nagyobb mértékben segítsen megoldani a felmerülő biológiai, informatikai, szervezési, technológiai és egyéb problémákat. Közérthető összefoglalókat találunk itt: [10] és [11]. További részleteket találunk itt: [9], és a teljes nyilvános kommunikációt itt: [7].

A matematikai részt főként Csóka Endre vállalta magára. A felmerülő problémákról egy matematikai cikket is írt [2]. Az következő példa jó arra, hogy a valóságban mennyi probléma felmerülhet, ami a matematikusoknak eszükbe se jut: említettük az adaptív, többkörös és nemadaptív változatot. Kiderült, hogy itt ezek egyikének sincs értelme, folyamatosan érkeznek a minták, és folyamatosan kell az eredményeknek is jönniük, hiszen senki se várhat hetekig a teszteredményére. Az első tesztben szereplő minták következő kérdésével nemhogy nem várhatjuk meg az ezredik teszt eredményét, de azt se várhatjuk meg, hogy beérkezzenek azok a minták, amik az ezredik tesztben szerepelnek.

Másoknak is eszébe jutott ez az ötlet, hogy COVID-19 teszteléssel kapcsolatosan vizsgálják a csoportos tesztelést. Egy 2022-es cikk [4] 20 olyan szakcikket idéz, ami ennek a matematikáját vizsgálja. Ez persze csak a probléma kisebb része, egy 2020-as cikket, ami a COVID csoporttesztelés biológiai részével foglalkozik, már 297 másik cikk idéz.

Magyarországon az állam úgy döntött, hogy csak azokat kell tesztelni, akik kontaktaik vagy tüneteik miatt fertőzékenysáruk, de több más országban volt tömeges tesztelés, akár milliókat is teszteltek rövid időn belül. Ezzel együtt nem tudok olyan esetről, amikor ténylegesen csoporttesztelést alkalmaztak. Valószínűleg volna sok emberrel (csak olyat, ahol tesztelték, hogy jól működik-e a csoporttesztelés).

Végül kötelességem megemlítenem a matematikai eszköztár határait is. Egy kommentemet idézem [8], ahol azzal számoltam, hogy 16 embert lehet egyszerre vizsgálni, és az egyszerűség kedvéért tízmillió magyar van és körülbelül 0,1%-uk fertőzött. A legegyszerűbb algoritmus, ami matematikai ismeretek nélkül is sokaknak eszébe jut, hogy teszteljünk 16-osával az embereket, és ha a teszt azt mutatja, hogy van közöttük fertőzött, akkor mind a 16-ot egyenként teszteljük. Ekkor a tízmillió teszt helyett biztosan elég valamivel kevesebb mint nyolcszáz ezer. Az viszont biztos, hogy az első csoportos tesztelésen mindenki részt kellene vennie, ezért kell legalább 625000 teszt. Minden további matematikai gondolkodás azért kell, hogy ehhez minél közelebb tudjunk kerülni. Tehát az alapötlet több mint 90 százalékkal csökkenti a tesztek számát a tesztelésenként számához képest, és minden egyéb ötlet próbál még 2 százalékpontot spórolni.

Irodalomjegyzék

- [1] C. R. Bilder. Human or Cylon? Group testing on „Battlestar Galactica”. *Chance*, 22(3), 46–50, 2009.
- [2] E. Csóka. Application-oriented mathematical algorithms for group testing. *arXiv preprint* arXiv:2005.02388, 2020.
- [3] R. Dorfman. The detection of defective members of large populations. *The Annals of Mathematical Statistics*, 14(4), 436–440, 1943.
- [4] D. Hong, R. Dey, X. Lin, X. B. Cleary, E. Dobrian. Group testing via hypergraph factorization applied to COVID-19. *Nat. Commun.* 13(1), 1–13, 2022.
- [5] G.O.H. Katona. Rényi and the Combinatorial Search Problems. *Studia Sci. Math. Hungar.*, 26, 363–378, 1991.
- [6] S. Lohse, T. Pfühl, B. Berkó-Göttel, J. Rissland, T. Geißler, B. Gärtner, S.L. Becker, S. Schneitler, S. Smola. Pooling of samples for testing for SARS-CoV-2 in asymptomatic people. *The Lancet Infectious Diseases* 20(11), 1231–1232, 2020.
- [7] <https://groups.google.com/g/suppress-covid19-pandemic>
- [8] <https://groups.google.com/g/suppress-covid19-pandemic/c/Qkzu1e-GjJE/m/ef7RY-7dBwAJ>
- [9] <https://sites.google.com/a/torokcsalad.hu/poroly/home>
- [10] <https://qubit.hu/2020/03/31/egy-pofonegyszeru-es-olcso-rutinmegoldással-napok-alatt-le-lehetne-tesztelni-a-teljes-magyar-nepesseget>
- [11] <https://qubit.hu/2020/04/09/ed-kiterjedt-tesztelessel-emberi-eletoeket-es-a-gazdasagot-is-meg-lehetne-menteni>

Gerbner Dániel
Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

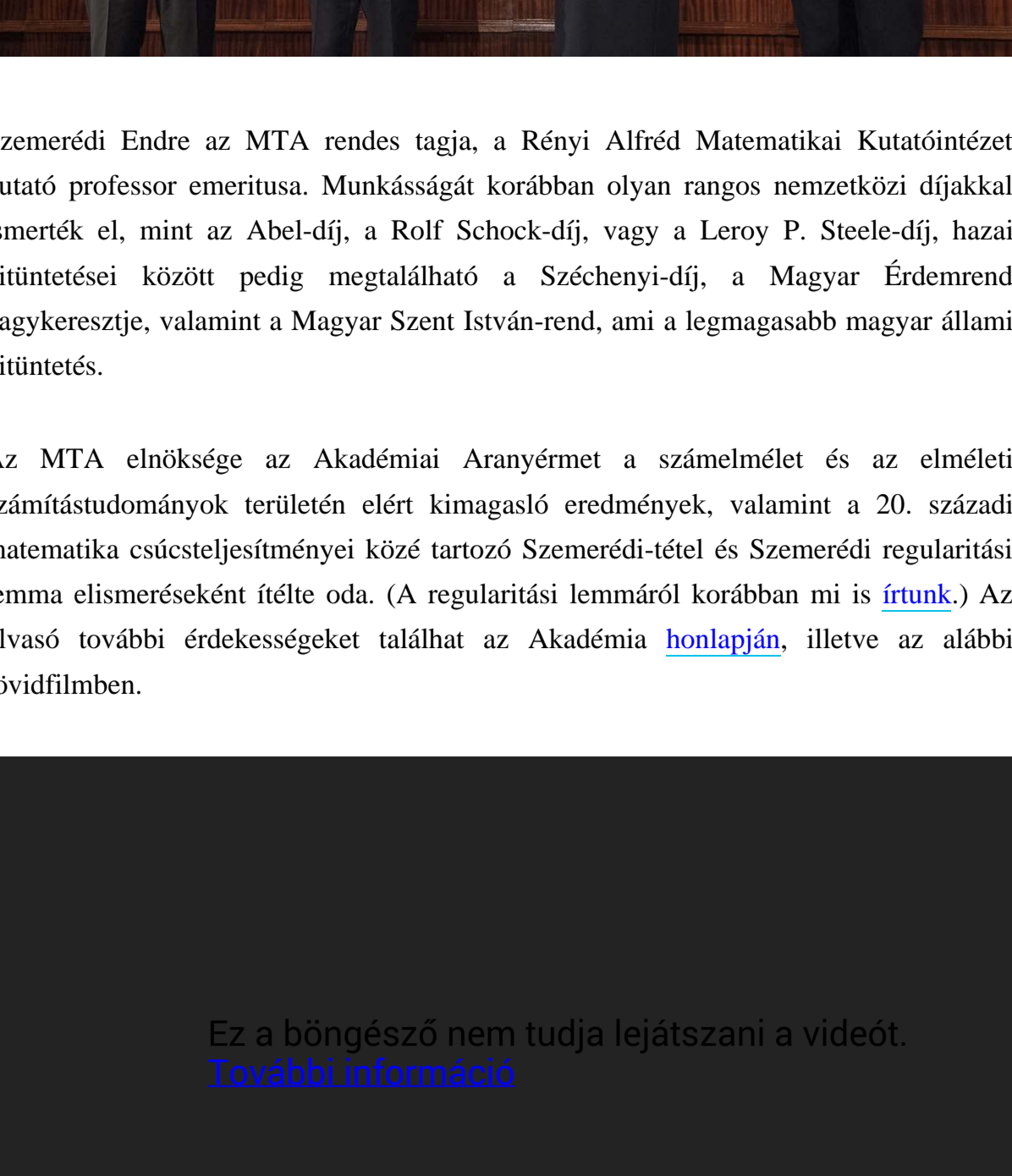
(A főoldalon Gerd Altman képe a Pixabay-ról.)

Szerkesztő: 2022. JÚNIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Matematikus díjazottak az MTA 195. közgyűlésén

Akadémiai Aranyérem

Az **Akadémiai Aranyérem**, ami az MTA legrangosabb tudományos díja, a Magyar Tudományos Akadémia elnöksége 2022-ben **Szemerédi Endre** professzornak ítélte oda. A díjat Freund Tamás elnök adta át az Akadémia 195. ünnepi közgyűlésén.



Szemerédi Endre az MTA rendes tagja, a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet kutató professor emeritusa. Munkásságát korábban olyan rangos nemzetközi díjjal ismerték el, mint az Abel-díj, a Rolf Schock-díj, vagy a Leroy P. Steele-díj, hazai kitüntetései között pedig megtalálható a Széchenyi-díj, a Magyar Érdemrend nagykeresztje, valamint a Magyar Szent István-rend, ami a legmagasabb magyar állami kitüntetés.

Az MTA elnöksége az Akadémiai Aranyéremet a számelmélet és az elméleti számítástudományok területén elért kimagasló eredmények, valamint a 20. századi matematika csúcsteljesítményei közé tartozó Szemerédi-tétel és Szemerédi regularitási lemma elismeréseként ítélte oda. (A regularitási lemmáról korábban mi is [írtunk](#).) Az olvasó további érdekességeket találhat az Akadémia [honlapján](#), illetve az alábbi rövidfilmben.

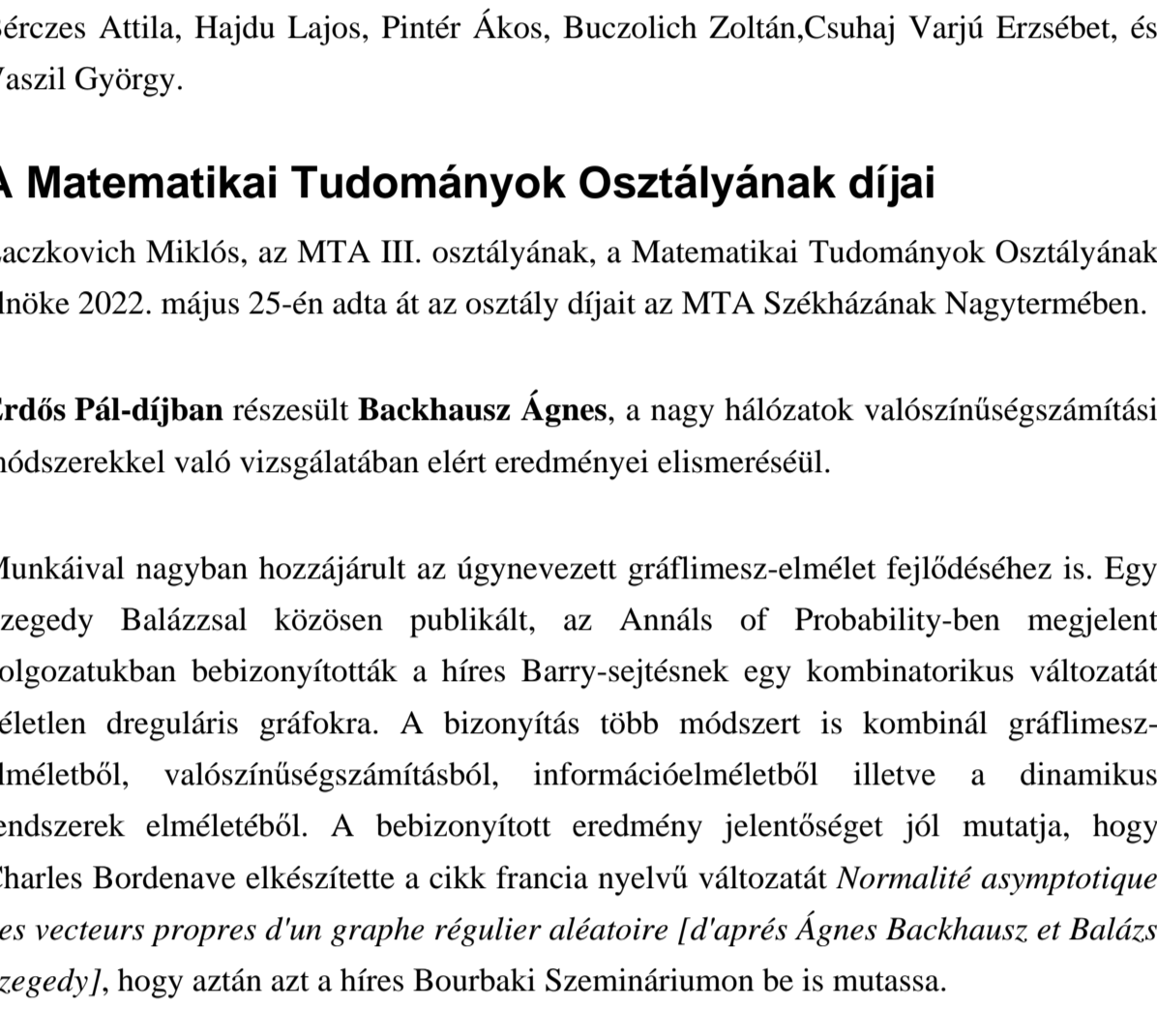


Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.
[További információ](#)

Az Akadémiai Aranyérem a Magyar Tudományos Akadémia legrangosabb tudományos díja, amellyel a díjazott teljes tudományos munkásságát ismerik el. Csak életműdíjként adományozható. Az 1960-ban létrehozott díjat összesen hat alkalommal ítélték matematikusnak. A korábbi öt díjazott Székelyfalvi-Nagy Béla, Erdős Pál, Fejes Tóth László, Császár Ákos, és T. Sós Vera.

Akadémiai Díj

Az Akadémia 195. ünnepi közgyűlésén adták át az **Akadémiai Díjakat** is. Az idei év egyik díjazottja **Szegedy Balázs**, a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet tudományos főmunkatársa. Az időnként szert az Akadémiai Díjat a matematika több területén, többek között a gráflimeszek elméletében és a magasabb rendű Fourier-analízisen elért kiemelkedő eredményei, valamint a mesterséges intelligenciával kapcsolatos hazai alaputakban betöltött vezető szerepe elismeréseként kapta.



Szegedy Balázs korábban több tudományos díjat is elnyert, többek közt a Fulkerson-díjat, a Coxeter-James Díjat, az Erdős Pál-díjat, illetve a Rényi Díjat. Torontóból hazatérve saját kutatócsoportot alapíthatott 2013-ban az MTA Lendület pályázatán, majd 2014-ben az Európai Unió ERC Consolidator Grantjának segítségével. 2017-ben az Érintőben közöltünk egy írást, amelyben Szegedy Balázs a most Akadémiai Díjjal elismert kutatásáról is [beszél](#):

„Kutatásom lényege, hogy nagyon nagy rendszerek viselkedésében olyan vezérelveket találjunk, amelyek megkönyítik a rendszer viselkedésének megértését. Ennek következtelen használható lehet olyan korban, amikor óriási információmennyiség áll rendelkezésünkre, amelyből a lényeget ki kell szűrni. A téma egyik kiemelten fontos iránya a nagy hálózatok tanulmányozása, mint például a szociális hálózatok vagy az emberi agy.

A témának rengeteg kapcsolódási pontja van más kutatási területekhez. Kiemelném a statisztikus fizikát, az információelméletet, a gráfelméletet, a dinamikus rendszerek elméletét. A kutatási programom egyik eleme az úgynevezett magasabbrendű Fourier-analízis, ami bizonyított rezgésekkel foglalkozik. Ezeket a területeken közvetlen alkalmazásaink is vannak idősorok elemzésében.”

Az Akadémiai Díjat az MTA kutatóknak vagy kutatócsoportoknak adományozza az elmúlt években elért kiemelkedő kutatási munkájáért és eredményeik elismeréseként. Az Akadémiai Díj korábbi matematikus kitüntetettjei: Kálai Tibor, Fényes Imre, Mahunka Imre, Trón Lajos, Arató Mátyas, Schmidt Tamás, Gáttai Imre, Szemerédi Endre, Gécség Ferenc, Csirik János, Makay Árpád, Szabados József, T. Sós Vera, Dömölki Bálint, Futó István, Köves Péter, Szeredi Kuth, Frizd József, Major Péter, Szász Domokos, Krámlai András, Demetrotics János, Knuth Előd, Békessy András, Gyepesi György, Csizsár Imre, Andó Györgyi, Benczúr András, Füredi Zoltán, Hannák László, Heppes Aladár, Katona Gyula, Remszó Tibor Móricz Ferenc, Schipp Ferenc, Laczkovich Miklós, György Kálmán, Pethő Attila, Brinda Béla, Gaál István, Simonovits Miklós, Csákány Béla, Szabó László, Szendrei Ágnes, Czéldi Gábor, Balog Antal, Pintz János, Ruzsa Z. Imre, Sárközy András, Hatvani László, Juhász István, Bárány Imre, Fejes Tóth Gábor, Imre, Komjáth Péter, Daróczy Zoltán, Tusnád György, Sárközy András, Babai László, Mórincz Ferenc, Beck József, Pintz János, Csörgő Sándor, Laczkovich Miklós, Ruzsa Z. Imre, Komjáth Péter, Szendrei Ágnes, Balog Antal, Pálfi Péter Pál, Tóth Bálint, Bárány Imre, Pyber László, Szőnyi Tamás, Soukup Lajos, Molnár Lajos, Tardos Gábor, Makay Géza, Károlyi Gyula, Bíró András, ifj. Mártony Károly, Pintér Ákos, Domokos Mátyas, Jordán Tibor, Tóth Géza, Elek Szabolcs, Abért Miklós, Gyarmati Katalin, Balázs Márton, Szegedy Balázs, Pete Gábor, Varjú Péter, Maróti Attila, Kun Gábor, Csóka Endre, Bárány Balázs, Csikvári Péter (forrás: [mta.hu](#))

A Matematikai Tudományok Osztályának díjai

Laczkovich Miklós, az MTA III. osztályának, a Matematikai Tudományok Osztályának elnöke 2022. május 25-én adta át az osztály díjait az MTA Székházának Nagyteremben.

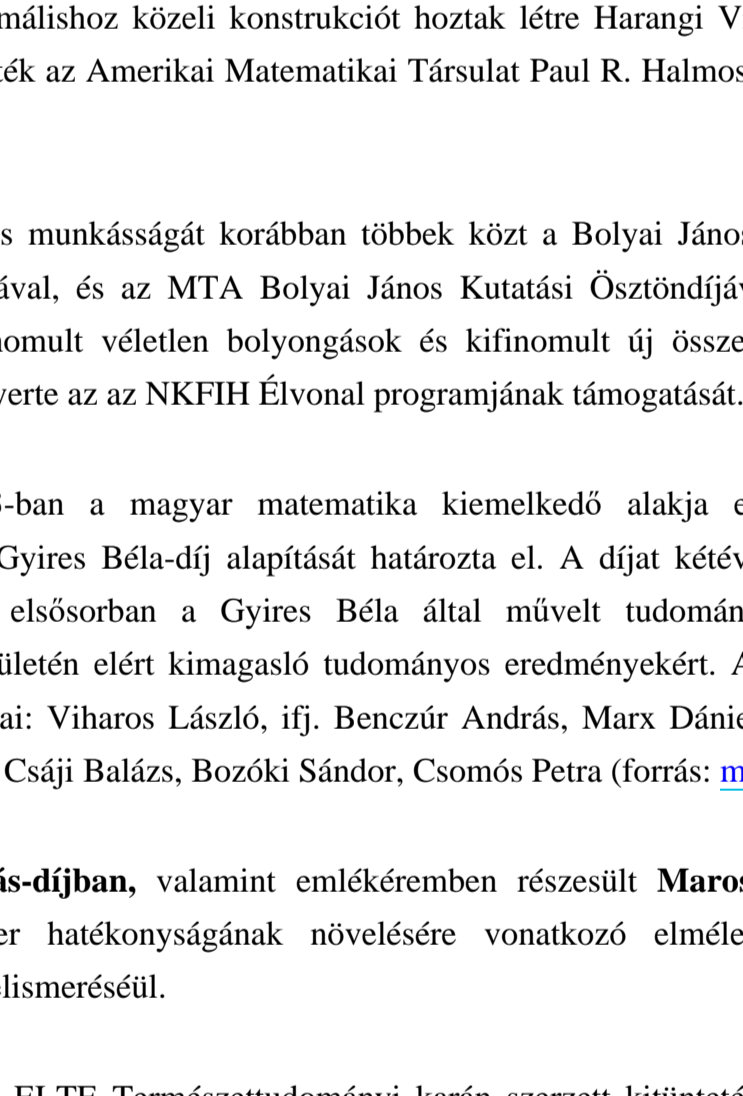
Erdős Pál-díjban részesült **Backhausz Ágnes**, a nagy hálózatok valószínűség-számítási módszerekkel való vizsgálatában elért eredményei elismeréséül.

Munkáival nagyban hozzájárult az úgynevezett gráflimesz-elmélet fejlődéséhez is. Egy Szegedy Balázssal közösen publikált, az Annals of Probability-ben megjelent dolgozatukban bebizonyították a híres Bolyai János Kutatói Ösztöndíjját. Jelenleg az ELTE Matematika Intézetének egyetemi adjunktusa, és a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet tudományos munkatársa. Tudományos munkája mellett rengeteg erőt is időt szán a fiatalok képzésére. A szokásos egyetemi oktatás mellett évekel elvezet részt vett a lány olimpiai csapat szakmai felkészítésében (Luxembourgnban és Cambridgében mint a magyar csapat vezetője), idén pedig egyik szervezője volt az Egerben rendezett EGMO-nak, vagyis a „European Girls’ Mathematical Olympiad”-nak. Ezt alkalommal is készült vele videointerjú az Érintőben: <https://ematlap.hu/interju-portre-2018-12/810-miert-szeretem-a-matematika-backhausz-agnes/> és <https://ematlap.hu/interju-portre-2020-12/999-matematikuss-portrek-backhausz-agnes/>.

Az MTA Elnöksége 1972-ben – Erdős Pál akadémikus kezdeményezésére, szülei emlékére – a tudományos munkára való ösztönzés és a tudományos utánpótlás támogatása érdekében a matematika és annak ágazatai bármelyikében elért, világszerte elismert eredmény elismerésére megalapította a Matematikai Díjat. Erdős Pál halála után a díj nevét az osztály Erdős Pál-díjra változtatta. A díjat évente ítéltek oda, az elbírálás előtti három év folyamán elért teljesítményért. Az Erdős Pál-díj korábbi díjazottjai: Juhász István, Halász Gábor, Major Péter, Szemerédi Endre, Lovász László, Schipp Ferenc, Daróczy Zoltán, Tusnád György, Sárközy András, Babai László, Mórincz Ferenc, Beck József, Pintz János, Csörgő Sándor, Laczkovich Miklós, Ruzsa Z. Imre, Komjáth Péter, Szendrei Ágnes, Balog Antal, Pálfi Péter Pál, Tóth Bálint, Bárány Imre, Pyber László, Szőnyi Tamás, Soukup Lajos, Molnár Lajos, Tardos Gábor, Makay Géza, Károlyi Gyula, Bíró András, ifj. Mártony Károly, Pintér Ákos, Domokos Mátyas, Jordán Tibor, Tóth Géza, Elek Szabolcs, Abért Miklós, Gyarmati Katalin, Balázs Márton, Szegedy Balázs, Pete Gábor, Varjú Péter, Maróti Attila, Kun Gábor, Csóka Endre, Bárány Balázs, Csikvári Péter (forrás: [mta.hu](#))

Alexits György-díjban részesült **Dénes Attila**, a nemautonóm járványtani modellek vizsgálatában elért eredményei elismeréséül.

Dénes Attila 2011-ben szerzett PhD fokozatot a Szegei Tudományegyetemen populációdinamikai modellek elméleti és számítógépes vizsgálatával Hatvani László akadémikus irányítása mellett. A fokozatszerzést követően csatlakozott a Röst Gergely által vezetett Epidémiá Kutatócsoportnak, ahol járványok terjedésének matematikai modellezésével kezdett foglalkozni, és ért el jelentős tudományos sikereket.



Dénes Attila 2013-ban Magyar Zoltán Posztdoktori Ösztöndíjját, 2015-ben Farkas Gyula Emlékdíjat nyert, 2017-ben elnyerte a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatói Ösztöndíjait. Jelenleg a Szegei Tudományegyetem Bolyai Intézetének egyetemi docense.

A díj az Alexits György által elsősorban művelt tudományág, az analízis és annak alkalmazása területén elért kimagasló tudományos eredményekért ítélték oda. Az Alexits György-díj korábbi díjazottjai: Totik Vilmos, Major Péter, Lempert László, Szabó Zoltán, Kroó András, Simon Péter, Kérchy László, Páles Zsolt, Székelyhídi László, Simányi Nándor, Buczolic Zoltán, Pap Gyula, Fridli Sándor, Weisz Ferenc, Gát György, Stipsicz András és Simon Károly, Németh Zoltán, Gilányi Attila, Keleti Tamás, Ispány Márton, Szenes András, Simon L. Péter, Matolcsi Máté, Bátkai András, Tóth Imre Péter, Farkas Bálint, Bálint Péter, Röst Gergely, Besenyei Mihály, Házy Attila, Kevei Péter, Gselmann Eszter, Titkos Tamás (forrás: [mta.hu](#))

Gyires Béla-díjban részesült **Gerencsér Balázs**, az alkalmazott valószínűség-számításban, így a konszenzuses algoritmusok vizsgálatában elért eredményeinek elismeréséül.

Gerencsér Balázs 2013-ban az ELTE Doktori Iskolájában szerzett PhD fokozatot, doktori tanulmányai alatt egy évet az MIT-n töltött Fullbright ösztöndíjként. 2013 és 2015 között a Université catholique de Louvain belga egyetemen volt posztdoktori ösztöndíjas kutató. Jelenleg a Rényi Intézet tudományos főmunkatársa és az ELTE Matematika Intézetének egyetemi adjunktusa.



Kutatási területe elsősorban az alkalmazott valószínűség-számítás. A konszenzuses algoritmusok viselkedésének vizsgálatára mellett két további témát is érdemes megemlíteni: az első a Markov folyamatok keverési idejének javítása, a másik pedig a véges matematika egy régóta kutatott problémája olyan pontrendszerekről, amelyek által alkotott szakaszok hegyesszögeket zárnak be. Ez utóbbi témában az eddigieknél sokkal erősebb, az optimálishoz közeli konstrukciókat hoztak létre Harangi Viktorral, amelyért 2020-ban elnyerték az Amerikai Matematikai Társulat Paul R. Halmos – Lester R. Ford Díját.

Gerencsér Balázs munkásságát korábban többek közt a Bolyai János Társulat Farkas Gyula Emlékdíjával, és az MTA Bolyai János Kutatói Ösztöndíjával is elismerték. 2021-ben „Kifinomult véletlen bolyongások és kifinomult új összeköttetések” című pályázatával elnyerte az NKFIH Élvoal programjának támogatását.

Az MTA 2003-ban a magyar matematika kiemelkedő alakja emlékének méltó megörökítésére Gyires Béla-díj alapítását határozta el. A díjat évente ítéltek oda a matematikában, elsősorban a Gyires Béla által művelt tudományágak és annak alkalmazásai területén elért kimagasló tudományos eredményekért ítélték oda. A Turán Pál-díj (továbbiakban díj) alapítását határozta el. A díj a matematikában, elsősorban a Turán Pál által művelt tudományágak és annak alkalmazásai területén elért kimagasló tudományos eredményekért ítélték oda. A Turán Pál-díj korábbi díjazottai: Hajdu Lajos, Harcos Gergely, Szamuely Tamás, Tengely Szabolcs, Kiss Viktor, Vidnyánszky Zoltán, Gerbner Dániel, Maga Péter (forrás: [mta.hu](#))

Kiváló Kutatóhely

Május 4-én adták át az **MTA Kiváló Kutatóhely** minősítésről szóló oklevelet. Az egyik ilyen oklevelet Stipsicz András vehette át, mint a Kiváló Kutatóhely minősítést nyert **Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet** igazgatója.

A Magyar Tudományos Akadémia a Kutatóhelyeket Minősítő Tanács javaslata alapján kiemelkedően magas színvonalú tudományos munkájá elismeréseként az MTA által Kiválóknak Elismert Kutatóhely minősítést adományozta 95 magyarországi tudományos műhelynek és intézetnek. A Magyar Tudományos Akadémia már évtizedek óta egyfajta minőségbiztosítási feladatot lát el, amikor az MTA doktora címmel ismeri el a egyéni tudományos kiválóságot. Bár kutatóhálózatát elvesztette, az továbbra is egyértelmű, hogy az Akadémia Operatív Kutatási Tervezési Bizottság bázisa a hazai kutatói közösségnek. Az Akadémia ezt a szerepét erősítette meg, amikor Freund Tamás MTA elnök kezdeményezésére létrehozta a Kiváló Kutatóhely minősítést.

Az MTA Kiváló Kutatóhely minősítés megalapításával a legkiemelkedőbb magyar kutatóhelyeknek méltó elismerést, a feltérkövöknék helyi perspektívát, az érdeklődő hazai és külföldi döntéshozóknak objektív realitásképet, a hazai tudományi kiválóságában érdeklő társadalomnak pedig tájékoztatói lehetőséget kíván biztosítani az Akadémia.

Az MTA Kiváló Kutatóhely minősítés öt évig érvényes, és az Akadémia által kiírt kutatástámogatási pályázatok elbírálása során előnyt jelent a minősítés birtoklása. Az Akadémia által adott minősítés bizonyonnyal hazai és nemzetközi elismerést hoz majd az azt elnyerőknek. (forrás: [renyi.hu](#))

díjazottak MTA

Aktuális szám: 24. szám 2022. június



A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

A GAZDA(G)SÁG NEVET ADTUK A GAZDASÁG - TECHNIKA - MŰVÉSZET ROVATNAK, AMELYBEN BEMUTATJUK, HOL, MIKÉPPEN HASZNÁLJÁK FEL A MATEMATIKÁT, MILYEN GAZDAG IS AZ A KÖR, AMELYIK ÉRINTI EZT A TUDOMÁNYÁGAT. (ROVATSZERKESZTŐK: ILLÉS TIBOR, MOLNÁR-SÁSKA GÁBOR ÉS RÖST GERGELY.)



bolyaisuperadmin
2022. JÚNIUS, GAZDASÁG –
TECHNIKA – MŰVÉSZET

A zene tiszta matematika – Bali János

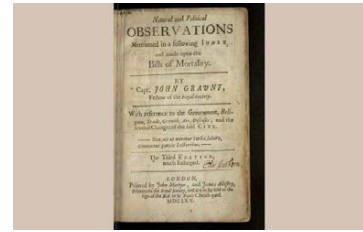
Bali János először matematikusként szerzett diplomát az ELTE-n 1988-ban. Liszt Ferenc-díjas karnagy és furulyaművész, zeneszerző, tudós, pedagógus. Előadóművészként repertoárja a középkortól napjaink zenéjéig terjed. A Műpa *Matematika a zenében* sorozatában a *Püthagorasz húrja* című előadása egyfelől megmutatta a zenében a matematikát, másfelől a számokat tette érzékileg hallhatóvá. A matematika és a zene művészetének évezredes kapcsolatáról *Oláh Vera* [beszélgetett vele.](#)



Peter D. Horn, ford. Kurics Tamás
2022. JÚNIUS, GAZDASÁG –
TECHNIKA – MŰVÉSZET

BIG karrier az egyetemtől a versenyszféráig

„Jelenleg az Indeed.com egyik fejlesztőcsapatát vezetem, ahol adatanalitikai eszközöket fejlesztünk belső használatra. Sok olyan álláslehetőség van a gazdaságban, amelyek jól illenek egy matematikushoz, és arra is van lehetőség, hogy különböző feladatköröket próbáljunk ki”. Peter D. Horn amerikai egyetemen doktorált, majd posztdoktori állást kapott, és szép egyetemi karrier állt előtte, amikor úgy érezte, [váltania kell...](#)



Nagy Noémi
2022. JÚNIUS, GAZDASÁG –
TECHNIKA – MŰVÉSZET

Bevezető a populációdinamika történetébe

A populációdinamika több tudományterület – a matematika, a társadalomtudományok (demográfia), a biológia (populációgenetika és ökológia) és az orvostudomány (epidemiológia) – metszéspontjában áll. Nagy Noémi könyvajánlójából rengeteg tudománytörténeti érdekesség kiderül *Nicolas Bacaër* és *Dénes Attila* „A matematikai populációdinamika rövid története” című művéből. [Íme...](#)

TOVÁBBI CIKKEK KERESÉSE

A zene tisztá matematika – Bali János

Bali János *először matematikusként szerzett diplomát az ELTE-n 1988-ban. Liszt Ferenc-díjas karnagy és furulyaművész, zeneszerző, tudós, pedagógus. A Széchenyi Irodalmi és Művészeti Akadémia címzetes tagja. Előadóművészként repertoárja a középkortól napjaink zenéjéig terjed, népszerű műveiről készített a nagyszabású reneszánsz vokális művekre specializálódott A:N:S Chorus alapítója és vezetője; lemezeiket a legjelentősebb nemzetközi elismerések szereztek meg. „A furulya” (Editio Musica Budapest, 2007) című könyve a világ valaha írott legnagyobb monográfiája a hangszerről.*

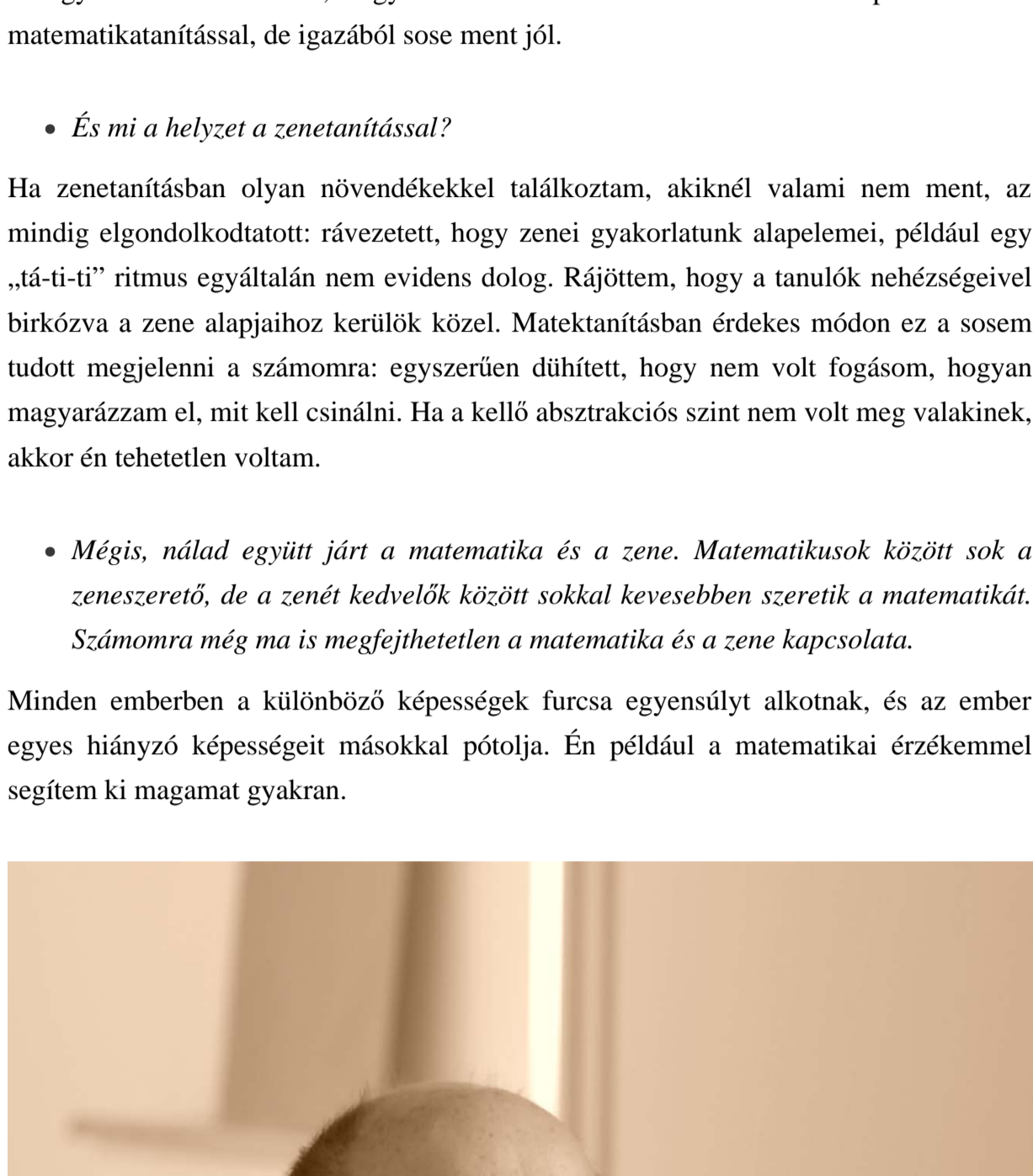


- *Hova jártál középiskolába?*

A budapesti Fazekasba, speciális matematika tagozatra. Megnyertem a matematika OKTV-t az érettségi évében, bekerültem az ELTE matematikus szakára, végzés után pár évig ott is maradtam tanítani az Analízis tanszéken.

- *Végül a zene lett a hivatásod.*

A zene 12 éves koromban robbant be az életembe, egyszerre három ponton is. Karácsonyra kaptam egy furulyát, és már aznap este D-dúrban furulyáztam az *Őrömödát*. Másrészt volt egy fizikus rokonom, aki szintetizátort épített, ami felkeltette az érdeklődésemet: elkezdett foglalkoztatni az elektronikus zene, hamar rátaláltam az újavantgárdra, benne [Stockhausen](#)el, s magam is nekiálltam komponálni. Végül pedig egy osztálytársam bátyja énekel egy középkeri zenét játszó együttesben, elmentem a koncertjükre, ahol kérdés-kérdés hátán merült fel, a hallott zene problémái kezdtek izgatni. Így hát már 13 éves koromban két pólus, a középkori és az avantgárd zenei köre szerveződött zenei világom.



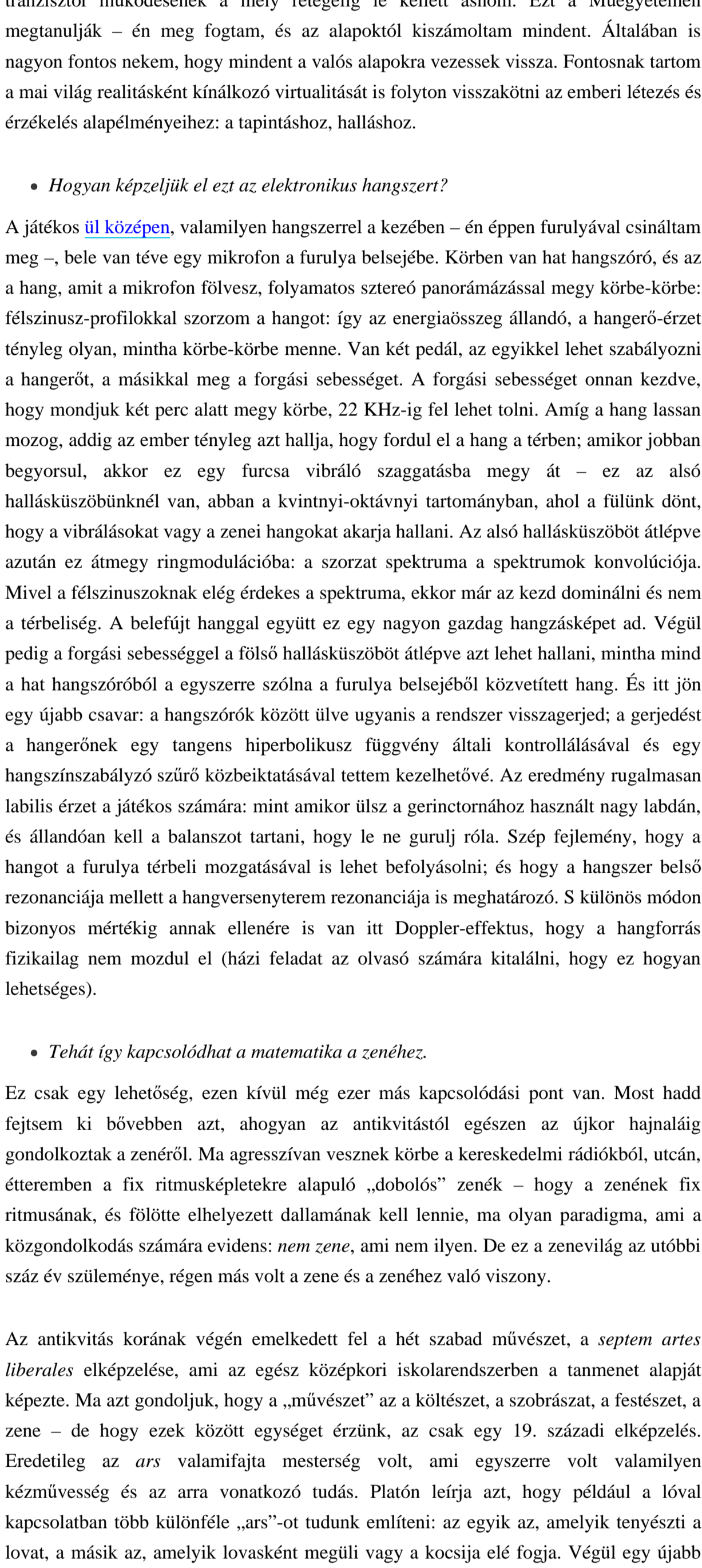
A matek nekem mindig nagyon jól ment, de főleg azért szerettem, mert lenyűgöztek a matematikai objektumok szellemi szépségei; de nem éreztem vonzónak, hogy üljek egy szóban és azon gondolkozzam, hogy lehet-e még azt a becslést, hogy $5\pi/3$, javítani vagy sem. Jobban foglalkoztatott az emberekkel való személyes kontaktus, és az, hogy az életnek van egy érzéki valósága. Az egyetemi matematikai létből ezért szerettem leginkább a tanítást. De hamar kiderült, hogy matekot tanítani azonban igazából nincs titélmem: viszonylag gyorsan vág az agyam, és amikor nem érti meg valaki a dolgokat, én egyszerűen nem értem, hogy mit nem ért. Életem során többször próbálkoztam matematikatanítással, de igazából sose ment jól.

- *És mi a helyzet a zenetanítással?*

Ha zenetanításban olyan növendékekkel találkoztam, akiknél valami nem ment, az mindig elgondolkodtatót: rávezetett, hogy zenei gyakorlatunk alapelemei, például egy „tá-ti-ti” ritmus egyáltalán nem evidens dolog. Rájöttem, hogy a tanulók nehézségeivel birkózva a zene alapjaihoz kerülök közel. Matektanításban érdekes módon ez a sosem tudott megjelenni a számomra: egyszerűen dühíthet, hogy nem volt fogásom, hogyan magyarázom el, mit kell csinálni. Ha a kellő absztrakciós szint nem volt meg valakinek, akkor én tehetetlen voltam.

- *Mégis, nálad együtt járt a matematika és a zene. Matematikusok között sok a zeneszerző, de a zenét elkövetők között sokkal kevesebben szerkesztik a matematikát. Számomra még ma is megfigyelhető a matematika és a zene kapcsolata.*

Minden emberben a különböző bázisok képessége furcsa egyensúlyt alkotnak, és az ember egyes hiányzó képességeit másokkal pótolja. Én például a matematikai érzékemmel segítem ki magamat gyakran.



Pár évvel ezelőtt csináltam egy saját fejlesztésű elektronikus hangszert, amivel azóta is játszom – nagyon-nagyon izgalmas dolog. A tervezés mérnöki munka volt, de azt a mérnöki tudást, ami nekem nem volt meg, azzal pótoltam, hogy pusztá kézzel nekiestem, differenciálegyenlet differenciálegyenlet hátán..., bizonyos pontokon a tranzisztor működésének a mély rétegeiig le kellett ásnom. Ezt a művegytemen megtanulják – én meg fogtam, és az alapoktól kiszámoltam mindent. Általában is nagyon fontos nekem, hogy mindent a valós alapokra vezessek vissza. Fontosnak tartom a mai világ realitásként kínálkozó virtualitását is folyton visszakötni az emberi létezés és érzékelés alapélményeire: a tapintáshoz, halláshoz.

- *Hogyan képzeljük el ezt az elektronikus hangszert?*

A játékos [ül középen](#), valamilyen hangszerezet a kezében – én éppen furulyával csináltam meg –, bele van téve egy mikrofon a furulya belsejébe. Körben van hat hangszóró, és az a hang, amit a mikrofon fölvesz, folyamatos sztereó panorámázással megy körbe-körbe: félszínusz-profilokkal szorozom a hangot: így az energiaösszeg állandó, a hangerő-érzet tényleg olyan, mintha körbe-körbe menne. Van két pedál, az egyikkel lehet szabályozni a hangerőt, a másikkal meg a forgási sebességet. A forgási sebességet onnan kezdve, hogy mondjuk két perc alatt megy körbe, 22 KHz-ig fel lehet tolni. Amíg a hang lassan mozog, addig az ember tényleg azt hallja, hogy fordul el a hang a térben; amikor jobban begyorsul, akkor ez egy furcsa vibráló szagzgatásba megy át – ez az első hallásküszöbünkönél van, abban a kvintnyi-óktávnyi tartományban, ahol a fülünk dönt, hogy a vibrálókat vagy a zenei hangokat akarja hallani. Az első hallásküszöböt átlépve azután ez átmeleg ringmodulációba: a szorzat spektruma a spektrumok konvolúciója. Mivel a félszínusznak elég érdekes a spektruma, ekkor már az kezd dominálni és nem a térbeliség. A belefűtési hanggal együtt elvált az hangzavar, a tudomány képzésében a hat hangszóróból a egyszerre szóló a furulya belsejéből közvetített hang. És itt jön egy újabb csavar: a hangszórók között ülve ugyanis a rendszer visszagerjed; a gerjedést a hangszóróknak egy tangens hiperbolikus függvény állati kontrollálásával és egy hangszabályzó szűrő közbeiktatásával tettem kezelhetővé. Az eredmény rugalmas labilis érzet a játékos számára: mint amikor ülsz a gerinctornához használt nagy labdán, és állandóan kell a balansot tartani, hogy le ne gurulj róla. Szép fejlemény, hogy a hangot a furulya térbeli mozgásával is lehet befolyásolni; és hogy a hangszerezet belső rezonanciája mellett a hangversenyterem rezonanciája is meghatározó. S különös módon bizonyos mértékig annak ellenére is van itt Doppler-effektus, hogy a hangforrás fizikailag nem mozdul el (házi feladat az olvasó számára kitalálni, hogy ez hogyan lehetséges).

- *Tehát így kapcsolódhat a matematika a zenéhez.*

Ez csak egy lehetőség, ezen kívül még ezer más kapcsolódási pont van. Most hadd fejtssem ki bővebben azt, ahogyan az antikvitástól egészen az újkor hajnaláig gondolkodtak a zenéről. Ma agresszívan vesznek körbe a kereskedelmi rádiókból, utcán, étteremben a fix ritmusképletekre alapuló „dobolós” zenék – hogy a zenének fix ritmusának, és fölőtte elhelyezett dallamának kell lennie, ma olyan paradigma, ami a közgondolkodás számára evidens: *nem zene*, ami nem ilyen. De ez a zenevilág az utóbbi száz év szüleménye, régen más volt a zene és a zenéhez való viszony.

Az antikvitás korának végén emelkedett fel a hét szabad művészet, a *septem artes liberales* elképzelése, ami az egész középkori iskolarendszerben a tanmenet alapját képezte. Ma azt gondoljuk, hogy a „művészet” az a költészet, a szobrászat, a festészet, a zene – de hogy ezek között egységet érzünk, az csak egy 19. századi elképzelés. Eredetileg az *ars* valamifajta mesterség volt, ami egyszerre volt valamilyen kézművesség és az arra vonatkozó tudás. Platon leírja azt, hogy például a lóval kapcsolatban több különféle „ars”-ot tudunk említeni: az egyik az, amelyik tenyésztés a lovast, a másik az, amelyik lovasként megüli vagy a kocsija elé fogja. Végül egy újabb ars, amelyik képes szobrot készíteni a lóorr. Tehát a lótenyésztő, a zseké, a lószerszámkészítő, a lórról szobrot vagy festményt alkotó, ezek mind-mind „ars”-ként egy kategóriába kerülnek. A *septem artes liberales*, a hét szabad művészet középkori iskolai curriculum alapját a három nyelvi műveltség képezte, ezt hívták *triviumnak*, a mai „trivialis”, mint „alapvető”, azaz „magától értetődő” kifejezés is ebből fakad. A trivium, a nyelvi közlés világa abszolút minden emberi érintkezésnek az alapja. A három nyelvi műveltséget ebben a sorrendben tanították: *grammatikát*, azaz nyelvotan, *dialektikát*, azaz a vitaközétes tudomány (de annakidején az egész logikát ebbe tartoztatták), és a *retorikát*, a nyilvános megszólalás művésze. A retorikába beletartozott az is, hogy hogyan kell artikulálni, hogy egy térből halljanak, de az „ars”-nak az a része is benne volt, hogy hogyan kell a mondanókat úgy *folápitni*, hogy meggyőzzem a hallgatókat. Erre a három nyelvi rétegre egyetemesen *quadrivium*, a tudomány „megyei” ága, amelyik a zenéből, a geometriából, az aritmetikából és a csillagászatból állt.

Ahogy a trivium sorrendje a grammatikától az emelkedettebb fokozatok felé halad, úgy a quadrivium is a zenétől a csillagászatig emelkedik – és ez talán magyarázatra szorult. Az antik elképzelés szerint a világ négy elemből tevődik össze, legalul van a Föld, az az veszi körül a Víz, fölőtte a Levegő, és fölőtte a Tűz szférája. A föld, a víz és a levegő szférája fölött van a Hold, ezért szubulláris világunk neveztek azt, ami a Hold alatt van, ez volt tulajdonképpen a mi fizikai világunk. Mindezt körbevette még egy óriási szféra, a csillagos égbolt: amelyek elváltatva a Holdon túli világokat a tűz világától; s a csillagok apró lukak, ahol a tűz világába benne az egész világosság. Ilyen módon a csillagászat mint olyan, meghatározta, hogy a Nap, a Hold és a többi mozgó égitestek hogyan hatnak ki a földi életre. Ez az ősi mitológikus elképzelés a babiloni kultúrának egy nagyon lényeges pontja volt, és ilyen módon volt a csillagászat a legmagasabb tudomány.

A zenében a hangköz-matematika alapvető dolog volt, lényege és legmélyebb ereje. A negyedik század végén [Szent Ágoston](#) azt írja, hogy a zene meghatározása: *musica est scientia bene modulandi*, tehát úgy „a zene a helyes moduláció tudománya”, és leírja, hogy a *moduláció* az olyan kifejezés, amit egyes zeneben használnak, és azt jelenti, hogy a számok hogyan teszik istenivé a hangnak az anyagát. Ahogyan a számok világa megjelenik függőlegesen a hangközökben és vízszintesen a ritmikában, ezeken keresztül válik a zenének egyébként érzéki és ennél fogva alantas anyaga istenivé. Látszik, hogy az aritmetika ilyen módon kulstudománya a zenének, és a kettő között a geometria közvetít. Hiszen, ha egy húrban meg kell találni a hangközöket, ahhoz, hogy behangoljuk, akkor azt az ember a párhuzamos szelők tételével szerkeszti meg. Az aritmetika tisztán a fejünkben van, a geometriában már a látás is szerepet kap, a zenében meg a hallás. Ilyen módon egymásnak a kulstudományai. Igazából a *musica* ezer szállal kötődik a nyelvhez is, tehát így ez egy sorozat, egészen a grammatikától a csillagászatig, a három nyelvi ars plusz a négy matematikai típusú ars, amelyek legelső foka a zene. A zene ebben a hetes sorozatban éppen középen állt. Innenlőtt, az antikvitástól kezdve a zenének a pozíciója, mint a hét szabad művészet egyike, ez lényegében a barokk megjelenéséig megmaradt. A zene az ősi számok világát a világharmóniát közvetítette az érzeléink számára: ez volt a fő feladata; a szórakoztatás vagy bármilyen egyéb, később előtérbe kerülő funkció csak alantas rétegként jelent meg, amely csak azért tud működni, mert a magasban a számok alakítják a hangok birodalmát.

A hangközök és a kis egész számok arányai között érdekes és nagyon fontos kapcsolat áll fenn – Püthagorasznak tulajdonítják ennek a felfedezését. Ha adott egy októv hangköz, akkor egy a kettőhöz a két hang rezgésszámának aránya, vagy, ha hullámhosszban gondolkodunk, akkor egy hárt a felénél felezve pont egy októvát fog magasabban szólni, mint ha a teljes hosszát hagyom rezegni. Tehát az 1:2 arány megfelel az októvnak. Ugyanígy a 2:3 arány felel meg a kvintnek. Erősen hangsúlyozom az „arányt”, ratio szót, ami ugyanaz a szó, mint amit arra mondtunk, hogy „hát persze, ez egy racionális magyarázat”: arányos, azaz két dolog között helyes arányt talál. Amikor ketten énekelve megszólaltatunk egy kvintet, az gyönyörű! A tiszta kvinttől tényleg lebegésmentes. Van egy pont, amikor a kvint teljesen tiszta, és ha a kettő az én elmozdulunk, akkor ott már olyan furcsa lebegések, zörgések jönnek be. Ha éneklünk egy kvintet, ez kettőnk között egy misztikus unió, mert ha bármelyikünk ebből kilép, akármelyikünk mozdul is el, akkor ez a kvint megszűnik, összetörik a varázslat, nincsen tovább. Amikor a kvint tiszta, akkor megjelenik egy olyan minőség, ami előtte és utána nincs jelen, tehát ez a dolog nem folytonos, ez egy szinguláris pont (mivel a felhangok sorozata a hangok többségénél végtelen, ezért az aránytól való bármilyen kis eltéréshez tesz egy-egy olyan felhangja a két hangnak, amik bántóan interferálnak egymással). A tiszta hangközökben megjelenő számokat az istenség világharmóniát ünnepelték, ez a csoda, hogy éneklünk egy kvintet és ez tiszta, ez egy mérhetetlen öröm: epifánia, az istenség megjelenése. A püthagoreusi elképzelés szerint a szám, mint a világ legfontosabb rendező elve, itt megjelenik az érzelékek szintjén, ez gyönyörűséget okoz. Keresztény szemmel nézve ez az ige megtestesülése. Szent Ágoston is ezt írja, hogy a számokom keresztül válik istenivé a zene anyaga.

A középkori zeneelméletek azt mondták, hogy a zenének van három fajtája, az első a *musica mundana*, a világ zenéje, vagy szokták a szférák zenéjének is nevezni, ami az egész világrend összhangja. Az ezt a világot alkotó négy elemnek halljuk, ez azért van, mert mi végessz vagyunk. Ha ez a mai fizikai nyelvletlen lefordítanak, igenis, a Hold keringésének a ritmusa 28 naponként periodikus azaz 0,00000413... Hz a frekvenciája – és az ember húsz Hertz alatt már nem nagyon hall. Valóban, a mi végességünk miatt nem halljuk, ha hallanánk ezt a nagyon pici frekvenciát, akkor hallanánk a Holdat, hiszen az rezgeti a Földet (ennek jele például az ár-apályi jelenség). Ugyanakkor a *musica mundana* befolyásolja az egész emberi létezést, a társadalom egész létét. Tényleg, gondoljunk bele, a Napnak, a Holdnak a mozgása, az egész életritmusunk, az egész emberi létezésünk ezen múlik. A Nap mozgásához igazodik az alvási ciklusunk, a mezőgazdasági tevékenység az évszakokhoz, a Holdciklust a női menstruációs ciklussal kapcsolják össze, stb.

A következő réteg az ember zenéje (az ember belső harmóniája), az, hogy saját magunkon belül harmónia van-e vagy szakadás: ez az ember zenéjének a kérdése. Amikor az ember saját magát belül meghasonlítja, amikor azt érzem, hogy egyszerre két dolgot szeretnék csinálni, vagy lelkiismeretfurdalásom van, akkor az olyan, mint egy diszsonancia, aminek aztán föl kell oldódnia egy újabb harmóniában, egy konzonanciában. Ez az ember zenéje, ami a világ zenéjének a befolyása alatt áll.

Végül az, amit mi ténylegesen zenének hívunk, az a *musica instrumentalis*, mert hát a hangszálunk is eszköz, amin keresztül hangot adunk ki, és az a fajta zene már csak az érzelék szintjén van. Számos kultúrában alapvető hagyományos felosztás a szellemi, lelki és testi. Ha úgy tetszik, a *musica mundana* a szellemi réteg, a *musica humana* a pszichikai réteg, és a *musica instrumentalis* a testi réteg. Ezt az elosztást az alacsonyabb és az elképzelés az, hogy a zene a magasabb szellemi réteg közvetítése az alacsonyabb felé. Az pedig evidens volt, hogy a zene az tisztá matematika.

- *Erről tartottál iskolásoknak most tavasszal előadást a Múpában.*

A *matematika a zenében* sorozatot szervező Körmenyi Zsolt folkert, hogy beszéljek a püthagoreusi matematikáról. A püthagoreusok számára az Egy nem szám volt: az Egy az ösleges, ami nem csupán filozófiailag létezik, de naponta átéltem, amikor érzem, hogy egy vagyok magammal, vagy ha valakivel beszéllek, és érzem, hogy valamifajta egység van közöttünk. A püthagoreusoknál a kettővel kezdődnek a számok, de a kettő az nem egy meg egy, mert az Egyből csak egy van, abból nincs másik, nem lehet az Egyhez még Egyt hozzáadni, mert olyan nincs. A kettő úgy meletszik, hogy az egy *hasad*, a számok világa az hasadással kezdődik. Ez abszolút rímel arra, hogy majdnem minden teremtménstisz valamifajta fölösztással kezdődik. Például a héber Biblia is: „kezdetben teremtette Isten az eget és a földet”, ez rögtön egy polaritás, valamifajta szétesés. Tehát a kettő az Egyre az osztás révén jön létre, és ha a kettő elfelejtí, hogy honnan jött, az maga az ösbün, a rossz. Amikor mi, emberek elfelejtjük, hogy egyek vagyunk, akkor elkezdjük gyilkolni egymást. Igazából a kettő is az tudja életben tartani, hogy valamilyen módon emlékezik még az Egyre. Emiatt a számok világában, ahol már van összeadás-kivonás, a kettőtől ki lehet venni az egyiket, de az nem az Egy, hanem a kettőből az egyik, és ami ott marad, az sem az Egy, hanem a kettőből a másik egy. Hozzá is lehet tenni, és akkor az ember megkapja a hármait; és a három már emlékezik arra a viszonyra, hogy az Egyhez a kettő hogyan viszonyul, az ös-egyhez a kettővel együtt nézve egy hármasság, ahol az Egyhez való viszonyra tartja össze ezt a kettőt. Emiatt a 3 a számok világában és a világban a kettő létezésének a megjelenése, hiszen van közepe, ami kisugárzik a két szélére: emlékeztet az Egyre a hasadásban is. Az antikvitásban, a középkorban és még Newtonék idejében is ebben a számfogalomban éltek. Newton azt gondolta, hogy amit ő csinál, az hozzájárulás ehhez a harmonikus világhoz. A számnak a régi világban volt egyszerre filozófiai, érzelki vetülete is, amin keresztül a szám nem pusztán absztrakció.

Nekem nagyon fontos, hogy az teljesen világos legyen, hogy a matematikában nemcsak az absztrakció van, hanem az, hogy az absztrakció honnan jön: az adja a testét a dolognak.

Boldog voltam, hogy megcsinálhattam ezt a műsört, mert akár kicsiket tanítok, akár nagyokat, ezek borzasztóan fontos dolgok. Évtizedeken át párhuzamosan tanítottam gyerekeket is, nemcsak egyetemistákat: egyszerre voltam közoktatásban és felsőoktatásban, a közvetítés a két életkor között igazad és alapvető tapasztalat volt számomra tanárként. A Múpas programra igyekeztem abból a korból hozni zenéket, amikor a számokkal való kapcsolat még a létezés evidenciája volt. A gyerekeknek persze megmutattam a koncerten, hogy, hogyan kell a húrban kiszerezteni a konzonanciákat, szóval ezt az érzelki kapcsolatot valamilyen módon megteremtteni. Az előadásom egyfelől a zenébe felmúttam a matekot, másfelől meg a számokat tette érzékelileg hallhatóvá. Ez egy elképesztően izgalmas világ, és ha a zene és a matematika viszonyáról beszélünk, akkor nem szabad azt gondolni, hogy a dobolós zenék száz éve fönnálló világa „a” zene, s ugyanúgy nem szabad azt gondolni, hogy a százötven éve immortalizált és a gazdaság szolgálatába állított matematika lenne „a” matematika. Az előző két-három ezer év legalább annyira érdekes.

Az interjú Bali Jánossal Oláh Vera készítette.

[FUGAKonzertek: Bali János és Pétery Dóra kamarestje, 2020. december 20.](#)

[Furulya XXI –Techné –Furulya-hang a 21. században, Bali János koncertje \(2015\)](#)

BIG karrier az egyetemről a versenyszféráig

Nagy örömmre szolgál, hogy megoszthatom tanácsaimat a matematika iránt érdeklődő fiatalokkal, hogy hozzájáruljak karrierjük építéséhez.

Úgy érzem, hogy annak idején, fiatal matematikusként akkori mentoraim tanácsai, véleményei nem tártak elém minden lehetőséget. Ez persze nem az ő hibájuk volt, hanem az enyém, ugyanis én csak a tanáraink véleményét kértem ki, ami tipikus esete a szelekciós torzításnak. Ezért az első tanácsom az, hogy építs kapcsolatokat minél több, matematikával foglalkozó emberrel, akik különböző karrierutakat jártak be, hogy legyen valami fogalmad arról, mi van az egyetem falain kívül. (A posztok olvasgatása a <https://bigmathnetwork.org> oldalon jó kezdőlépés lehet.)

Amikor matematika szakos tanulmányaim végéhez közeledtem, úgy éreztem, hogy még mindig nagyon sok mindent tudnék tanulni, így belevágtam a doktori képzésbe az alacsony dimenziós topológia témakörében. Miután megszereztem a PhD fokozatot, bátorítottak, hogy pályázzak egy posztdoktori helyre. A posztdok ösztöndíj közepe táján már a professzori állás lebegett a szemem előtt. Végül még három évet sem töltöttem ebben a pozícióban, amikor átértékeltem az addigi szakmai életemet, és arra jutottam, hogy boldogabb lennék, ha inkább valami mást csinálnék.

Megkerestem néhány régi egyetemi barátomat, akik a kormányzatnál és az iparban dolgoztak, valamint néhány volt kutatót, akik pénzügyi és mérnöki területekre váltottak. Végeztem egy kis kutatást, és arra jutottam, hogy az adattudomány (data science) kellően széles terület ahhoz, hogy kielégítse intellektuális kíváncsiságomat (például a gépi tanulási algoritmusok iránt), ugyanakkor rengeteg lehetőséget is kínál. Az egyetem elhagyása után először adattudósként dolgoztam nonprofit kutatás-fejlesztést végezve különböző szövetségi ügynökségeknek. Az első évemben szakpolitikai elemzéseket készítettem gépi tanulós és ágens-alapú modellekkel, valamint egy webes szimulációs eszköz prototípusát fejlesztettem az Amerikai Veteránügyi Minisztérium számára munkaerő-stratégiák feltárására. Az azóta eltelt időben a szoftverfejlesztés felé fordultam. Jelenleg az Indeed.com egyik fejlesztőcsapatát vezetem, ahol adatanalitikai eszközöket fejlesztünk belső használatra. Sok olyan álláslehetőség van a gazdaságban, amelyek jól illenek egy matematikushoz, és arra is van lehetőség, hogy különböző feladatköröket próbáljunk ki.

Amikor az iparban kezdtem állást keresni, észrevettem, hogy az egyetemi világban eltöltött éveim és néhány hobbi nagyon vonzó jelöltté tesznek. Mint matematika mesterszakos hallgató, doktorandusz és egyetemi oktató, sok tapasztalatot gyűjtöttem arról, hogyan tanuljak meg komplex, absztrakt fogalmakat. A munkaadók olyan munkavállalókat keresnek, akik bizonyítani tudják, hogy könnyen tanulnak új dolgokat. Mialatt előadásokat tartottam, gyakorlatokra készültem, rengeteg tapasztalatom halmozódott fel, hogyan magyarázzak el nehéz szakmai tartalmakat nem szakmai közönségnek. A munkaadók szívesen alkalmaznak tanárokat, mert őket az ügyfél elé lehet vinni, vagy fiatal kollégák mentorálására használhatók. Matematikusként te is biztosan szereztél hasonló tapasztalatokat. Keresd a lehetőségeket a szuperképességeid kiemelésére!

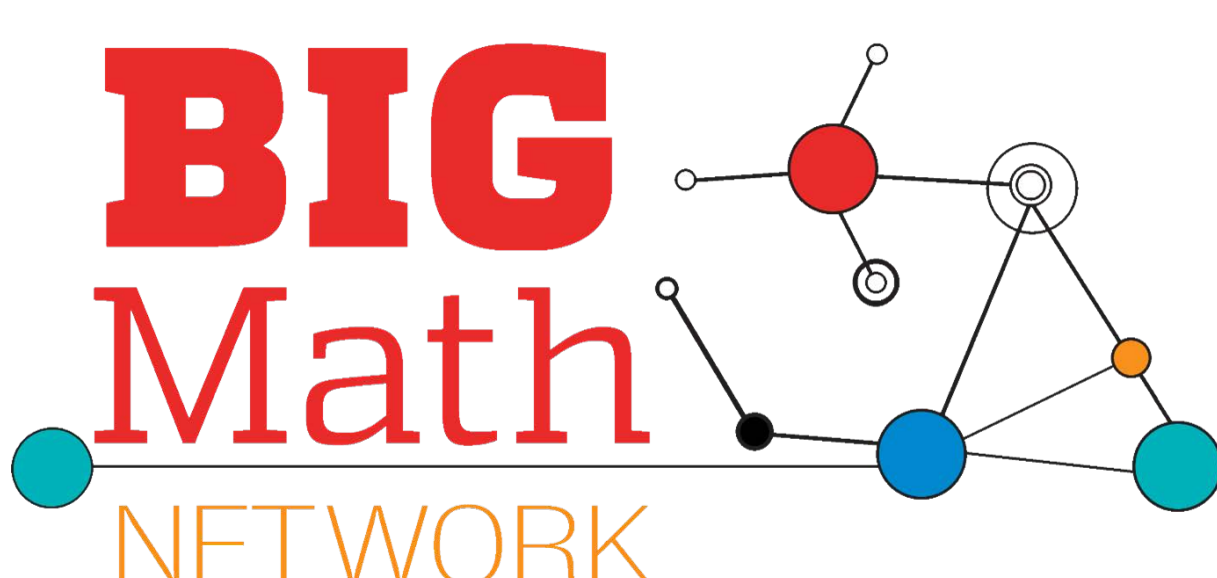
Programozási készségekre szükséged lesz! Nekem szerencsém volt, hogy megtanultam kódolni. A főiskolán tanultam egy kis Java-t egy bevezető informatikai tantárgy keretében. Az egyetemen a matematika tanszék weboldalát tartottam karban megbízási szerződéssel. A beadandóimat LaTeX-ben csináltam. Sokszor kellett számításokat végezni a Mathematica, Maple, Matlab vagy a Sage programcsomagok valamelyikében. Posztdokként, miközben egy nyáron éppen unatkoztam, megírtam néhány kártyajátékot Objective-C-ben. Egy cikkhez egy adott nemkommutatív gyűrű feletti mátrixokat kellett diagonalizálnom, és ehhez egy teljesen saját Python programot írtam. Még mielőtt bármit is hallottam volna az adattudományról, már 10 programnyelv volt a tarsolyomban, ezeket mind beleírtam az önéletrajzomba, hogy lehessen tudni, számomra a kódírás nem probléma. Ha nincs programozási tapasztalatod, a Pythont ajánlanám, ami egy jó, általános célú programozási nyelv. Válasszatok egy feladatot és álljatok neki Pythonban (pl. kódoljátok be önállóan a mátrix-szorzást).

Az utolsó tanácsom, hogy szereztek az adott területről tudást és építsetek kapcsolatokat. A legnagyobb akadályt számomra azt jelentette, hogy megtanuljam, hogyan kell kommunikálni a potenciális munkaadókkal. Online kurzusokat vettem fel adatelemzés és gépi tanulás témakörben és ezekből megtanultam, hogy az iparban dolgozókat mi érdekli, hogyan beszélnek, és milyen eszközöket használnak. Online programozási és adatelemzői versenyeken is indultam. Mivel korábbról nem volt tapasztalatom a versenyszférában, ezeket a versenyeket tudtam felmutatni bizonyítékkul arra, hogy képes lennék adattudósként dolgozni. Érdemes részt venni a területeteken szervezett szakmai találkozókön. Az odajáró emberek általában barátságosak és segítőkészek.

Az egyetemi világból az átmenet az iparba ijesztő volt, de egyik legjobb döntésemnek bizonyult. Először aggódtam, hogy én nem az vagyok, akit a munkaadók keresnek, de kiderült, hogy sok cégnél fontos, hogy különböző háttérű embereket válogassanak össze. Nem kell beleerőszakolni magunkat valamilyen számunkra idegen szerepbe. Beszéljete a volt évfolyamtársaitokkal, a barátaitokkal, a barátaitok barátaival, minden támogatást meg fogtok kapni, amire szükségetek van.

Peter D. Horn

A cikk eredeti címében a BIG rövidítés a Business, Industry and Government (üzlet, ipar és kormányzati szektor) szavakból származik. A BIG Math Network matematikus egyetemi hallgatók karrierét támogatja.



<https://bigmathnetwork.org/> Promoting careers in Business, Industry and Government to students and departments of the mathematical sciences.

BIG karrier az egyetemről a versenyszféráig. Peter D. Horn írása eredetileg a BIG Math Network honlapján jelent meg, a Notices of AMS 2022. áprilisi számában engedéllyel újraközölték. Az Érintőben megjelenő magyar fordítást az AMS engedélyezte.

Fordította: Kurics Tamás.

Peter D. Horn, "Academia Trained Me for a BIG Career." *Notices Amer. Math. Soc.* 69 (April 2022), 567-68. © 2022 by the American Mathematical Society.

<https://www.ams.org/journals/notices/202204/rmoti-p567.pdf>

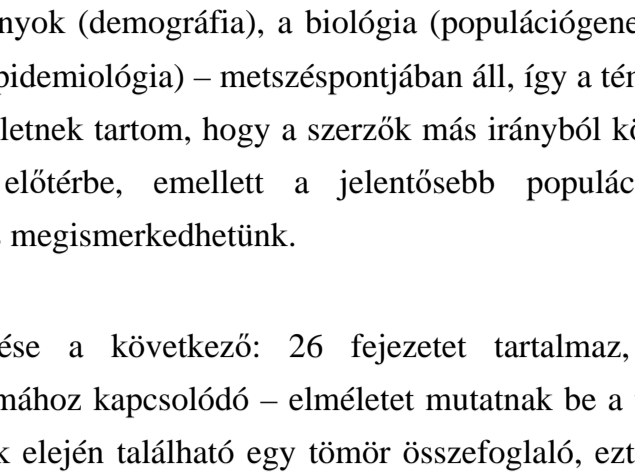
□ adatbányászat □ matematikus-karrier

Bevezető a populációdinamika történetéhez

Könyvajánló: „A matematikai populációdinamika rövid története” című alkotásához, avagy izgalmas olvasmány a matematika és a tudománytörténet iránt érdeklődőknek

Nicolas Bacaër
Dénes Attila

A matematikai populációdinamika rövid története

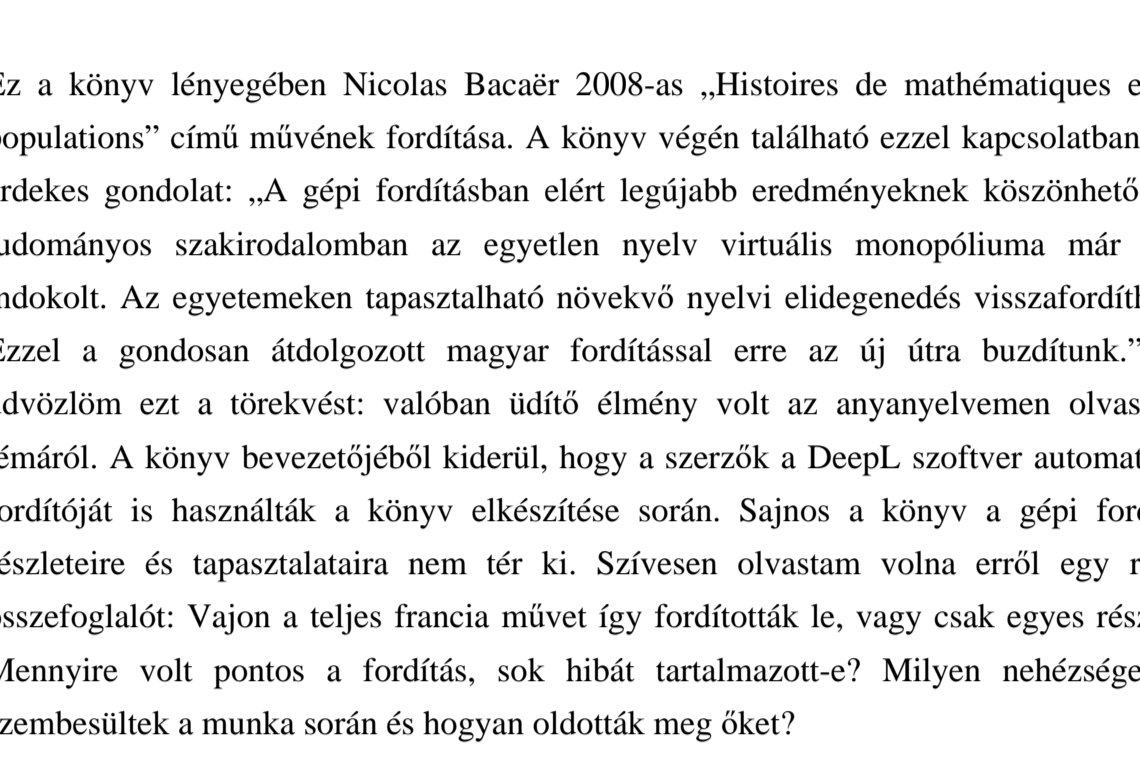


1. Kicsiknek és nagyoknak is

„A matematikai populációdinamika rövid története” című könyv magyar nyelvű változata <http://www.unmense.isc.rud.fr/perso/bacaer/bu.pdf>.

Kaptam az alkalmon és gyorsan nekilátam: izgalmas olvasmányok ígérkeztek, tekintve hogy a járványterjedés modellezésével foglalkozom. Mint a könyv bevezetőjében is olvasható, a populációdinamika az a tudományterület, amely egyszerű mechanizmusok módján próbálja megmagyarázni a biológiai populációk méretének és összetételének időbeli változásait. A populációdinamika több tudományterület – a matematika, a társadalomtudományok (demográfia), a biológia (populációgenetika és ökológia) és az orvostudomány (epidemiológia) – metszéspontjában áll, így a téma sokféle szemszögből bemutatható. Jó ötletnek tartom, hogy a szerzők más irányból közelítettek és a történeti szempont kerül előtérbe, emellett a jelentősebb populációdinamikai kutatások matematikailag is megismerkedhetünk.

A könyv felépítése a következő: 26 fejezetet tartalmaz, amelyekben egy-egy jelentősebb – a témához kapcsolódó – elméletet mutatnak be a teljesség igénye nélkül. Az egyes fejezetek elején található egy tömör összefoglaló, ezt követi a kutatók rövid életrajza. A könyv így a matematikában kevésbé jártasok, viszont a tudománytörténet iránt érdeklődők számára is érdekes olvasmány lehet. De a matematika szerelmesei se maradnak kiélgetlenül: a fejezetekben a matematikai elméleteket, modelleket is bemutatják, a számítások részleteivel és bizonyításokkal is megismerkedhetünk vizlatosan, diagramok és táblázatok is segítik a megértést. Azonban a műnek nem célja a megértéshez, a bonyolultabb matematikai részeket akár át is ugorhatók. Az elméletet a könyvet főként lelkes középiskolásoknak, egyetemi hallgatóknak és matematikatanároknak ajánlják, de bárki élvezettel foghatja meg az alkotást, aki informálódna a matematika, a tudománytörténet, a demográfia vagy akár az epidemiológia populációdinamikai vonatkozásában. Az írók az olthatatlan kíváncsisággal megáldott olvasókra is gondolnak: az egyes fejezetek végén részletes hivatkozási listák találhatóak, esetenként olyan linkekkel, amelyekről az eredeti publikációk letölthetők (1. ábra).



1. ábra. A hivatkozások az eredeti műveket bemutató oldalakra kalauzsolhatnak minket.

A könyv a fontosabb populációdinamikai elméletek kialakulását mutatja be kronológiai sorrendben napjainkig. Az egyes fejezetek külön-külön is olvashatók, de bizonyos fejezetek témái egymáshoz kapcsolódnak. A szerzők ígéretekhez tartottak, a bemutatott elméletek között: a fejezetekben jelzik, ha a témáról még kutatást, továbbfejlesztést is ismertetnek egy későbbi részben. Számomra hasznosnak bizonyult egy önkényes kategorizálást készíteni a könyv nagyobb témaköréhez a jobb áttekinthetőség kedvéért: betekintést nyerhetünk a populáció növekedésére vonatkozó létszámok (1., 3., 5., 6., 10., 13., 16., 21., 24., 25. fejezetek), a járványterjedés korai modelljeire (1., 2., 16., 22. fejezetek), a populációgenetika kezdetébe (8., 11., 14., 17., 19., 20. fejezetek), az evolúció folyamatának megértéséhez (15., 23. fejezetek) és a kihálási probléma kezeléséhez (2., 7., 9., 18. fejezetek) is. Személyes élméletem alapján az első két témakörrel az ajánlóban később részletebben foglalkozom. (A könyvből néhány eredeti mondatot is tartalmaz a következő cikk szakasz.) Az utolsó fejezet a populációdinamika számos izgalmas korszak problémáit jelenti át röviden, mint például a népesség előregzés a demográfiaiban, új betegségek (AIDS, SARS, stb.) és a vakcinázási politika a járványtamban, illetve a halászlé politika az ökológiában.

Ez a könyv lényegében Nicolas Bacaër 2008-as „Histoires de mathématiques et de populations” című művének fordítása. A könyv végén található ezzel kapcsolatban egy érdekes gondolat: „A gépi fordításban elért legújabb eredményeknek köszönhetően a tudományos szakirodalomban az egyetlen nyelvi monopóliuma már nem indokolt. Az egyetemenek tapasztalható növekvő nyelvi elidegenedés visszarfordítható. Mazar a gondosan átdolgozott magyar fordítással erre az új útra buzdítunk.” Én üdvözlöm ezt a törekvést: valóban üdítő élmény volt az anyanyelvemen olvasni a témáról. A könyv bevezetőjéből kiderül, hogy a szerzők a DeepL szoftverrel automatikus fordítóját is használták a könyv elkészítésére. Sajnos a könyv egyéni fordítás részleteire és tapasztalataira nem tér ki. Szívesen olvastam volna erről egy rövid összefoglalót: Vajon a teljes francia művet így fordították le, vagy csak egyes részeit? Mennyire jó a pontosság a fordítás, sok hibát tartalmaz-e? Milyen nehézségekkel szembesültek a munka során és hogyan oldották meg őket?

A könyv logikusán van felépítve, jól érthető, olvasmányos és izgalmas alkotás. A szerzők alapos munkát végeztek, a matematikai számításokat precízen átnézték (olyannyira, hogy esetenként még hibákat is felfedeztek a tudósok eredeti kalkulációiban). A művet azoknak ajánlom, akiket érdekel, hogy az utóbbi évszázadok kutatóit a világ mely problémáit foglalkoztatták és hogyan próbálták rájuk megoldást találni, illetve azoknak, akiket érdekel, hogy a most használatban lévő matematikai fogalmaknak és elméleteknek kik rakták le az alapköveit. Véleményem szerint a könyv jól használható olyan középiskolai vagy egyetemi ismeretterjesztő kurzusokon is, ahol az egyes fejezeteket a hallgatók dolgozgatják fel, majd előadás formájában prezentálják az órán, de az oktató által összeválogatott előadás részeit is az alapja lehet. A könyv bevezetését szolgálhat a matematikai modellezés világába, emellett a hivatkozási listák a további kutatómunkát is segíthetik.

2. Populáció növekedésére vonatkozó modellek

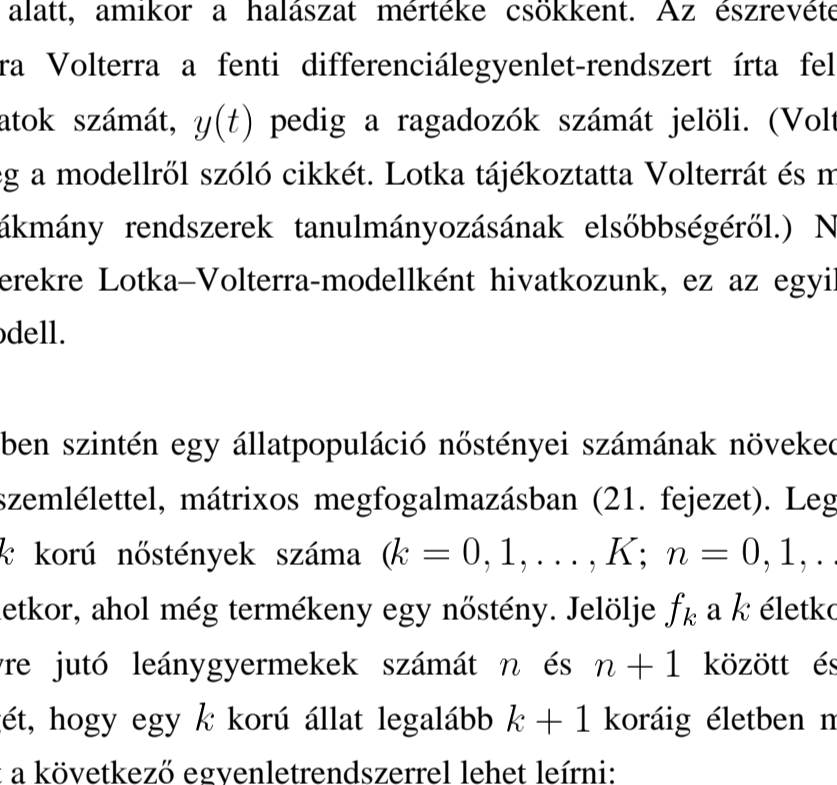
Sok kutató érdeklődést felkeltette, hogy az egyes populáció típusok hogyan növekednek. A kapcsolódó fejezetek feldolgozása során szépen nyomon követhetők a populációs modellek egyes fejlődési szakaszai. A továbbiakban néhány jelentős eredményt, illetve érdekességet emlek ki, amelyek kedvszínalók lehetnek az olvasóknak.

Az 1. fejezet a nyílpopuláció növekedésének leírására Fibonacci-sorozatról szól, ami egyet legkorábbi populációdinamikai problémát megoldása. 1202-es könyvében mutatta be Fibonacci a ma közismert rekurzív sorozatot, viszont a XIX. századi (amikor kiadta Fibonacci összes művét) a nyulakkal kapcsolatos példája és megfigyelései felelősként merültek, és nem befolyásolták a matematikai populációdinamikai modellek fejlődését.

A következő jelentősebb elméletek megjelenésére a XVIII. századig kell várnunk, ekkor Leonard Euler a népesség exponenciális növekedését vizsgálta több modell segítségével. Ez a rész fejezetek. Ez a munka a XX. században kidolgozott, a demográfiaiban fontos szerepet játszó stabil népességszámelmélet előfutára. Euler azt állította, hogy a P_0 kezdeti állapotról kiindulva, $x > 0$ növekedési ráta mellett az n -edik évi népesség a következőképpen adódik:

$$P_n = (1 + x)^n P_0$$

Ezt hívjuk geometriai vagy exponenciális növekedésnek. Euler több példát ismertetett a népesség exponenciális növekedésére, és a számításaihoz a 1614-ben John Napier által bevezetett logaritmus fogalmát is felhasználta. Egy kedves példája – amiről a fejezetben említett teszünk – Noé bárkájának történetéhez kapcsolódik: a matematikus kiszámolta, hogy ha az özönvíz után minden ember egy hatfős népességből származik, és feltételezzük, hogy a népesség kétszáz évvel később egy millió fő volt, akkor az éves növekedési ütem 6,25 százalékos. Ez nem tűnt számára irreálisnak, így vallásos emberként és matematikusként sem kérdejezte meg a bibliai történet igazságtartalmát. További észrevétele volt, hogy ha feltételezzük, hogy a növekedés ilyen ütemben folytatódna tovább évszázadokig, akkor a Föld nem lenne képes fenntartani az emberiséget. Ez a gondolatmenet Thomas Malthus később továbbfejlesztette (5. fejezet): azt állította, hogy az élelmiszer-előállítás nem tudja hosszú ideig követni az emberi népesség növekedésének exponenciális tendenciáját. Ha a népesség viszonylag állandó marad, az azért van, mert az emberiség egy része nyomorra, éhezésre és járulékokra van kényszerítve: ezek azok a csapások, amelyek lassítják a népesség növekedését, és amelyek Malthus véleménye szerint a társadalom fejlődésének legfőbb akadályai. Malthus tézisei befolyásolták Darwin és Wallace evolúcióelméletét, Marx kritizálta, de a gyakorlatban is megvalósult a kínai geopolitikával. Érdekes arról olvasni, hogy napjaink égető problémájára, a túlnépesedés kérdéssére már a korábbi évszázadokban is sok kutató tekintett aggodalommal.

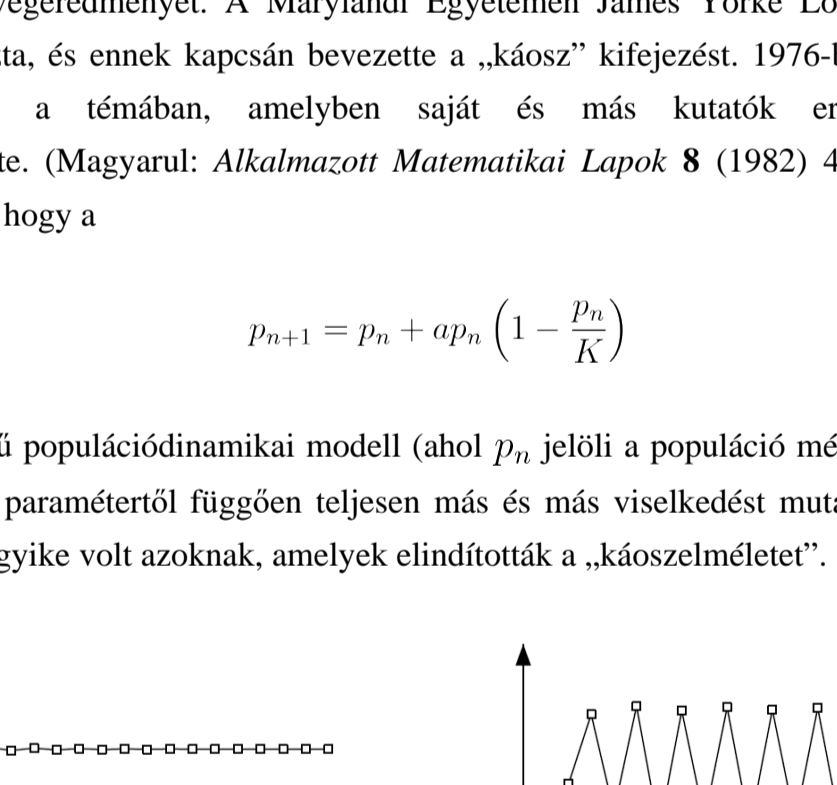


2. ábra. Euler (1707–1783)

A Föld eltartóképességének véggességét is figyelembe véve Verhulst előlalt egy realisztikusabb modellel, a logisztikus egyenlettel (6. fejezet):

$$\dot{P} = rP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

ahol $P(t)$ a populáció mérete a t időpontban, $r > 0$ paraméter, K pedig a maximális populáció-létszám, ami később eltartóképesség néven vált ismertté. Verhulst belátta, hogy ha populáció mérete kicsi a K paraméterhez képest, akkor a növekedés közelítőleg exponenciális és $t \rightarrow +\infty$ esetén a populáció K -hoz tart monoton növeleg (3. ábra).



3. ábra. Belgium lakossága (millió) és a logisztikus görbe. Az adatpontok az 1815-ös, 1830-as és 1845-ös éveknak felelnek meg. A paraméterek értékei Verhulst 1845-ös cikkének értékei.

Alfred Lotka amerikai kémikus és matematikus 1907-ben kezdte el tanulmányozni a születési ráta, az életkori halálozási arányok és a népességnövekedés üteme közötti kapcsolatot integrálegyenletek segítségével. A 10. fejezetből értesülhetünk arról, hogy Lotka és Dublin vezette be a máig használatos \mathfrak{D}_0 paramétert, ami Lotka modelljében az egy ember várható fiúgyermekének számát adja, és $\mathfrak{D}_0 > 1$ azzal ekvivalens, hogy a férfiak születési rátáját egy monoton növekvő exponenciális függvényvel meg lehet adni. Számítások során rájött, hogy korfa az idők folyamán megváltoztat ugyanazt az alakot, de a teljes népesség exponenciális növekszik vagy csökken. Ezt nevezte Lotka „stabil populációnak”. Lotka termékeny kutató volt, a könyvében két fejezetet is a munkássága főtárgyának szentelt: a 13. fejezet a jól ismert Lotka–Volterra-egyenletek alakulását leírta 1920-ban a matematikus felfedezte, hogy a 13. fejezetben a matematikus felfedezte, hogy a populációk akár tartósan is oszcillálhatnak, tehát az exponenciális növekedés nem természetes tulajdonsága minden populációnak: míg az emberekre a járványok és az éhezés réme leselkedik, addig a növény- és állatvilág egyedjeinek száma se növekedhet korlátlanul. A Lotka által vizsgált példa egy növényvilág állatból álló, növényekkel táplálkozó populáció volt. Legyen $x(t)$ a növények összértéke és $y(t)$ a növényevők összértéke a t időpontban. Lotka a következő differenciálegyenlet-rendszeres modellt alkalmazta:

$$\dot{x} = ax - bxy,$$

$$\dot{y} = -cy + dxy,$$

ahol az a, b, c és d paraméterek mind pozitívak. Az a paraméter a növények növekedési rátája, ha nincsenek növényevők, míg a c paraméter a növényevők populációjának növekedési rátája, ha nincsenek növények. A $-bxy$ és dxy tag kifejezi, hogy minél több állat és növény van, annál nagyobb a tényleges növekedési ráta az állatok felé. Lotka észrevette, hogy két egyenlőtlen azot van: $(x^* = 0, y^* = 0)$, azaz a növények és az állatok létszáma is kihaltak, illetve $(x^* = \frac{c}{a}, y^* = \frac{d}{b})$, ekkor a növények és az állatok együtt élnek, számuk nem változik. Ha a kezdeti állapot nem ezen egyensúlyi helyzetek egyike, akkor a növények és az állatok összértéke is periodikusan fog változni. Érdekeség, hogy Lotka csak egy későbbi munkájában említi meg, hogy két fajból, egy gazda- és egy parazitafajból vagy egy zsákmány- és egy ragadozófajból álló rendszernek ugyanezzel a modellel írható le. A fejezetben megduhadhatjuk, hogy a híres matematikus, Volterra nem sokkal később egy halászlé probléma tanulmányozása során Lotkától függetlenül fedezte fel ugyanezt a modellt. D’Ancona zoológus észrevette, hogy a ragadozó halak aránya megnőtt az első világháború alatt, amikor a halászat mértéke csökkent. Az észrevétel matematikai magyarázatára Volterra a fenti differenciálegyenlet-rendszert írta fel, ahol $x(t)$ a zsákmányállatok számát, $y(t)$ pedig a ragadozókat számát jelképezi. (Volterra 1926-ban jelentette meg a modelltől eltérő cikket a Lotka tájékoztatójával. Erről és más tudósok a ragadozó-rendszerek tanulmányozásának elsősíkjéről.) Napjainkban az ilyen rendszerekre Lotka–Volterra-modellként hivatkozunk, ez az egyik legismertebb ökológiai modell.

Leslie 1945-ben szintén egy állatpopuláció nőstényei számának növekedését vizsgálta, azonban új szemlélettel, mátrixos megfogalmazásban (21. fejezet). Legyen $P_{k,n}$ az n időpontban k korú nőstények száma ($k = 0, 1, \dots, K$; $n = 0, 1, \dots$), ahol K a maximális életkor, ahol még termény egy nőstény. Jelölje f_k a k életkorúak eselén az egy nőstényre jutó leánygyermek számát n és $n + 1$ között és s_k annak a valószínűségét, hogy egy k korú nőstény legalább $k + 1$ koráig életben marad. Ekkor a korstruktúrára a következő egyenletrendszer lehet felírni:

$$P_{0,n+1} = f_0 P_{0,n} + f_1 P_{1,n} + \dots + f_K P_{K,n}$$

$$P_{1,n+1} = s_0 P_{0,n}$$

$$P_{2,n+1} = s_1 P_{1,n}$$

⋮

$$P_{K,n+1} = s_{K-1} P_{K-1,n}$$

Látható, hogy a rendszer mátrixos alakban is felírható:

$$P_{n+1} = MP_n,$$

ahol $P_n = (P_{0,n}, \dots, P_{K,n})$ és M a megfelelő együtthatómátrix. Leslie a megoldást $P_n = r^n V$ alakban kereste, így teljesülnie kell a $MV = rV$ összefüggésnek. Ezek alapján Leslie rájött, hogy az r növekedési ráta egy sajátértéknek, míg a Lotka által vett értelemben) stabil korstruktúra egy sajátvektorok felel meg. A népesség exponenciálisan növekszik pontosan akkor, ha $\mathfrak{D}_0 = f_0 + s_0 f_1 + s_0 s_1 f_2 + \dots + s_0 s_1 \dots s_{K-1} f_K > 1$, ahol \mathfrak{D}_0 egy nőstény egyed növekvő utódainak átlagos számát fejezi ki. Ebből is jól látszik, hogy a modell Lotka munkájának egyfajta diszkrét változata.

A 24. fejezetben az eddigiektől teljesen eltérő és elsőre meglepő gondolat jelenik meg: 1974-ben Robert May a diszkrét idejű logisztikus egyenlet tanulmányozása közben észrevette, hogy az egyszerű matematikai populációdinamikai modellek is kuszákban viselkedhetnek. 1963-ban Edward Lorenz, amerikai meteorológus szintén hasonlóan tapasztalt: számítógépes numerikus szimulációk segítségével megállapította, hogy a légtér mindössze három differenciálegyenletet tartalmazó egyszerűsített modellje a kezdeti feltételek apró módosítása következtében teljesen megváltoztathatja a szimuláció végeredményét. A Marylandi Egyetemen James Yorke Lorenz munkáját tanulmányozta, és ennek kapcsán bevezette a „káosz” kifejezést. 1976-ban jelent meg May cikke a témában, amelyben saját és más kutatók eredményeit is összegyűjtötte. (Magyarul: *Alkalmazott Matematikai Lapok* 8 (1982) 427–446.) May megmutatta, hogy az

$$p_{n+1} = p_n + \alpha p_n \left(1 - \frac{p_n}{K}\right)$$

diszkrét idejű populációdinamikai modell (ahol p_n jelöli a populáció méretét az n -edik időpontban) az α paramétertől függően teljesen más és más viselkedést mutat (4. ábra). May cikke egyike azoknak, amelyek elindították a „káoszelmélet” teret.

4. ábra. Az összes ábrán: n a vízszintes tengelyen, p_n a függőleges tengelyen és $p_0 = \frac{K}{10}$. Az egyenesek az (n, p_n) koordinátái pontok összekötésével jönnék létre. Balra fent: $0 < \alpha < 2$ (egyensúlyi helyzet). Jobbra fent: $2 < \alpha \leq 2,419$ (2 periódusú ciklus). Balra lent: $2,450 \leq \alpha \leq 2,544$ (4 periódusú ciklus). Jobbra lent: $2,570 \leq \alpha \leq 3$ (esetleg káosz)

Elérkeztünk az utolsó idevágó fejezethez, ami a kínaiak geopolitikájával foglalkozik (25. fejezet). Ez a rész bizonyos tekintetben kakuokkójóság és eddigiekhez képest, ugyanis a téma fő érdekessége nem a matematikai elmélet, hanem annak társadalmi hatásai. A szerzők bemutatják az ötlet 1980-as hivatalosválasztásánál előzményeit: hogyan vezettek egy ilyen intézkedés bevezetéséhez az irányításelmélet alkalmazásait és egy 1972-es, a gazdasági növekedés határaitól szóló tanulmányt? Ismertetik a Song Jian és csapata által kidolgozott matematikai modellt is: a népesség konstruktorjainak alakulását leíró parciális differenciálegyenlet (illetve annak egy diszkrét változatát), amely hozzájárult ahhoz, hogy a politikusok bevezették az egykeplőt. Azonban még ennél is érdekesebbek ennek a politikai döntésnek a következményei, tanulságai. Talán nem is lehet találni a matematikai modellezés történetében még egy olyan esetet, amely ilyen nagy mértékben befolyásolta az emberek életét. A társadalmi „kísérlet” érdekessége, hogy a 2000-ban körülírt 1,2 milliárd fős célt nagyjából sikerült tartani, azonban a nemek aránya erősen a fiúk irányába tolódott el (a nemek alapján elvégzett abortuszok miatt). A könyv szerzői felvetik a kérdést, hogy mennyire tekinthetők szentírásnak a matematikai modellek eredményeit? Vajon egy modell tényleg hű képet ad a valós életről? Milyen következményekkel járhat, ha egy elméletből fontos szemponokat kihagyunk? Megfelelő lesz-e 2000-ban a 1,2 milliárd fős lakosság? A kínai születésszabályozás kapcsán mi olvasók is elgondolkothattunk ezekkel a kérdésekkel.

3. Járványterjedés matematikája

Betegségterjedési modellekből sincs hiány a könyvből, bár sajnos nem foglalkozik olyan sok fejezettel a témával, mint az előzőkkel.

Nagy örömmel szolgált, hogy az első járványterjedési modellt is ismertetik a 4. fejezetben. Daniel Bernoulli 1760-ban azt a kérdést vizsgálta, hogy a himlő elleni inokuláció ösztönzőn kell-e, annak ellenére, hogy az oltás néha halálos. A ma is aktuális kérdésről Franciaországban nem foglaltak egyértelműen állást. Bernoulli matematikai modell segítségével próbálta meg összehasonlítani az inokuláció hosszútávú hasznát az azonnali halálozási kockázattal. Bevezette a ma is használt jelöléseket: legyen $S(t)$ a himlőre „fogékony” emberek száma az x életkorban, míg $I(t)$ a betegségét túlélt x életkori emberek száma. Ezen változókra felírt egy differenciálegyenlet-rendszert és azt különböző paraméterek mellett vizsgálta. Végül Bernoulli azt a megállapítást tette, hogy az oltás akkor előnyös, ha a halálozási kockázat kisebb, mint 11 százalékos. D’Alembert bírálta Bernoulli munkáját és egy másik modellt dolgozott ki a probléma megoldására. Érdekeség, hogy Bernoulli munkáját csak később sikerült megjelentetni, míg d’Alembertnek az elméletét egyből publikálták. Bernoulli Eulernek írt leveleiben arra céloz, hogy ellopják az ötletét, családtagjában fel is hagvott a populációdinamikai kérdések további vizsgálatával. Ennek matematikus barátja az oltást, de ennek ellenére nem vezették be azt Franciaországban. Az inokulációs dilemma akkor oldódott meg, amikor Edward Jenner 1798-ban felfedezett egy biztonságos vakcinázási módszert.

Ronald Ross orvos 1911-ben a malária terjedésének megfékezésén dolgozott (12. fejezet): a maláriával fertőzött emberek (I) számára és a maláriával fertőzött szúnyogok (g) számára felírt két differenciálegyenletből álló rendszer segítségével azt próbálta igazolni, hogy a betegség a szúnyogok számának csökkentésével felszámolható. Megmutatta, hogy a rendszernek két egyensúlyi helyzete van, melyek közül az egyik a maláriamentes állapotnak felel meg, míg a másik egyensúlyi állapotban az I és g értékek pontosan akkor lesznek pozitívak (ami azt jelenti, hogy a betegség állandóan jelen van), ha a maláriamentes szám egy kritikus küszöbérték felett van. Ross ebből arra következtetett, hogy ha a szúnyogok száma a küszöbérték alá esik, akkor csak a maláriamentes egyensúlyi helyzet marad, tehát a betegség el fog tűnni. Ebben a modellelben is szerepel az \mathfrak{D}_0 érték, ami azt méri, hogy egy fertőzött emberől átlagosan hány emberre terjed át a fertőzés (természetesen a fertőzött emberről a szúnyogokra és ezekről a szúnyogokról a többi emberre továbbfertőzve). Levezethető, hogy pontosan akkor lesz $\mathfrak{D}_0 > 1$, ha a szúnyogok száma a már említett küszöbérték felett van.

5. ábra. McKendrick (1876–1943) és Kermack (1898–1970)

1926-ban Anderson Gray McKendrick bevezetett egy folytonos idejű matematikai modellt járványterjedés (16. fejezet). Egy N méretű populációban egy személy három állapotban lehet: kezdetben a fogékony S állapotban, majd a fertőzött I állapotban és végül a gyógyult R állapotban (5. ábra). Jelölje $p_{i,r}(t)$ annak a valószínűségét, hogy a populációban t időpontban pontosan i ember van az I állapotban és r ember az R állapotban ($1 \leq i + r \leq N$). Ekkor ezen valószínűségekre a következő egyenletek igazak:

$$\dot{p}_{i,r} = a(N - i - r + 1)(i - 1)p_{i-1,r} - a(N - i - r)p_{i,r} + b(i + 1)p_{i+1,r-1} - bp_{i,r},$$

$$1 \leq i + r \leq N,$$

ahol a és b pozitív paraméterek. (A jobb oldalon szereplő első tag eltűnik, ha $i = 0$, míg a harmadik tag eltűnik $r = 0$ esetén. A kezdeti feltételek: $p_{i,r}(0) = 0$ minden (i, r) mellett, kivéve, hogy $p_{1,0}(0) = 1$.) McKendrick kiszámította a $\lim_{t \rightarrow +\infty} p_{i,r}(t)$ határértéket, ami megadja annak a valószínűségét, hogy a járvány n embert fertőz meg. Érdekeség, hogy ez a valószínűség a fenti rendszer megoldása nélkül is kiszámítható, az ötletet az érdeklődők elolvashatják a könyvből. William Ogilvy Kermack 1927-től együtt kutatott McKendrickkel, az ő nevével is fűződik a klasszikus három differenciálegyenletből álló SIR modell:

$$\dot{S} = -aSI,$$

$$\dot{I} = aSI - bI,$$

$$\dot{R} = bI,$$

ahol $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$ jelöli rendre a fogékony, a beteg és a gyógyult emberek számát a t időpontban, a a fertőződési, míg b a gyógyulási ráta. A rendszer ebben a formában nem megoldható, de több tulajdonságát már akkor is ismerték:

- $S(t) + I(t) + R(t) = N$ minden t -re,
- $S(t) \geq 0$, $I(t) \geq 0$, $R(t) \geq 0$ minden t -re,
- $t \rightarrow +\infty$ esetén $S(t)$ monoton fogyólag tart az $S_\infty > 0$ értékhez, $I(t)$ tart 0-hoz és $R(t)$ monoton növeleg tart az $R_\infty < N$ értékhez,
- fennáll a következő összefüggés:

$$-\log \frac{S_\infty}{S(0)} = \frac{a}{b}(N - S_\infty).$$

A kutatók ehhez a modellelhez is meg tudtak adni egy $\mathfrak{D}_0 = \frac{a}{b} N$ értéket, ami azt méri hogy egy, a járvány kezdetén megfertőzött személy átlagosan hány személyt fertőz meg. McKendrickék érveit alapján a járvány pontosan akkor fertőzi meg a népesség jelentős részét, ha $\mathfrak{D}_0 > 1$. Ez azt jelenti, hogy ha a reprodukciós küszöb mint $\frac{b}{a}$ akkor nem alakul ki járvány. Manapság az \mathfrak{D}_0 paraméter nevével is hivatkoznak rá, és a legutóbbi modellelben részletesen foglalkozunk a meghatározásával. Kermack és McKendrick az 1930-as években több járványmodell is kidolgozott, amelyek a mai elméletek alapjai.

Az utolsó járványterjedéssel kapcsolatos modellről 12. fejezetben olvashatunk. John Michael Hammerley és Simon Ralph Broadben az 1957-es munkájuk a perkolációelmélet kiindulópontja. Egyik példájuk egy járvány terjedése egy gyümölcsösben, a kérdés a következő: egy négyzet alakú hálózat csomópontjában elhelyezett fák milyen valószínűséggel adják tovább szomszédainak a fertőzést, hogy a beteg fák száma végtelen legyen. Először csak elméleti úton vizsgálták a problémát, azonban az 1970-es években a modern számítógépek fejlődésével már szimulációkat is végeztek. Tapasztalataikat az 1964-es Monte Carlo módszerek című könyvben ismertette Hammerley David Handscorn-mal közösen.

A könyvből bemutatott modellek nagyon hasonlóak a napjainkban használtakhoz, a járványtani modellek alapköveinek tekinthetők. Számomra nagyon érdekes volt végigolvasni, hogy a matematikusok és a kutatók milyen számítási módszereket alkalmaztak egy-egy évszázaddal ezelőtt. Meglepően sok információt meg tudtak állapítani a modellekről a modern számítógépek nélkül is, amelyek manapság elengedhetetlenül kezei a járványterjedési modellezésnek.

Nagy Noémi
adjunktus

BME Analízis Szűzsek

Aktuális szám: 24. szám 2022. június



A kiadvány a
Magyar Tudományos Akadémia
támogatásával készült.

100

Cím	Szerző
Budapesti konferenciák: Rényi 100 és CERME 13	Írta: Backhausz Ágnes, Csapodi Csaba
Tau nap – de most tényleg?	Írta: Fried Katalin
In memoriam Szántó Ágnes	Írta: Sárközy Gábor, Rónyai Lajos
Magyar sikerek az egri Európai Lány Matematika Diákolimpián	Írta: Janzer Orsolya Lili, Kabos Eszter, Molnár-Sáska Gábor, Nagy Zoltán Lóránt
Matematikusok Nemzetközi Kongresszusa 2022	Írta: Szerkesztő
Pólya György iskola, Erdős Pál kollégium	Írta: Szerkesztő
Matematikus történetek: Frankl Péter	Írta: Szerkesztő
Ugródeszkák matek szakon – Biszak Előd	Írta: Bérczi-Kovács Erika
Elhunyt Csákány Béla professzor	Írta: Szendrei Ágnes, Waldhauser Tamás
Búcsúszom Herczeg Jánostól	Írta: Staar Gyula
Átadták a 2021. évi Ericsson-díjakat	Írta: Szerkesztő
Mire jó az inverzió?	Írta: Horváth Eszter, Kiss Emil
Hajók, festmények, nagymamák	Írta: Juhász Péter
A matematikai populációdinamika rövid története	Írta: Izsák János
Matematikus díjazottak az MTA 195. közgyűlésén	Írta: Szerkesztő
A keresés elmélete	Írta: Gerbner Dániel
BIG karrier az egyetemtől a versenyszféráig	Írta: Peter D. Horn, ford. Kurics Tamás
Bevezető a populációdinamika történetébe	Írta: Nagy Noémi
A zene tiszta matematika – Bali János	Írta: bolyaisuperadmin