

ÉVFOLYAM
Volume

V

2002

**G E O M A T I K A I
K Ö Z L E M É N Y E K**

Publications in Geomatics

SZERKESZTŐ
Editor

ZÁVOTI J, BÁNYAI L, PAPP G

Geomatika Továbbképző Szeminárium

Sopron, 2002. október 17-18.

HU ISSN 1419-6492

MTA FFK GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓINTÉZET, SOPRON

Geomatikai Közlemények

Publications in Geomatics

kiadja az

MTA FKK GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓ INTÉZET

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8. Pf. 5.

tel.: 99 - 508-340 fax.: 99 - 508-355

E-mail: geomatika@ggki.hu

felelős kiadó:

Závoti József

igazgató

szerkesztő:

Závoti József, Bányai László és Papp Gábor

technikai szerkesztő:

AnKa

készült a

LÖVÉR PRINT Kft. nyomdájában

9400 Sopron, Ady Endre u. 5.

tel.: 99 - 329-977

megjelent 150 példányban

Sopron, 2002

HU ISSN 1419-6492

GEOMATIKA

TOVÁBBKÉPZŐ SZEMINÁRIUM

Sopron, 2002. október 17-18.

szervezte:

MTA FKK Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézet

Szervező bizottság:

Závoti József zavoti@ggki.hu

Papp Gábor papp@ggki.hu

Bányai László banyai@ggki.hu

TARTALOMJEGYZÉK

Globális geodézia

Biró Péter	7
Kozmikus geodéziai alapfogalmaink újragondolása <i>Some ideas on geodetic praxis of ITRS</i>	
Szentpéteri László	24
A ma és a holnap műholdas navigációs rendszerei <i>Satellite based navigation systems in the present and in the future</i>	
Borza Tibor	35
Digitális országok születése <i>Birth of “digital countries”</i>	
Takács Bence	45
GPS kódmerések pontossági vizsgálata <i>Investigation of the precision of GPS code measurements</i>	

Geodinamika

Völgyesi Lajos	55
A pólusmozgás fizikai alapjai <i>Physical backgrounds of polar motion</i>	
Völgyesi Lajos	75
A Föld precessziós mozgásának fizikai alapjai <i>Physical backgrounds of the Earth's precession</i>	
Mentes Gyula	91
Földcsuszamlás monitorozása fúróluk-dőlésmérőkkel <i>Monitoring of landslides using borehole tiltmeters</i>	
Gribovszki Katalin, Vaccari Franco, Szeidovitz Győző	99
Földrengés okozta Talajmozgások modellezése Debrecen belterületére <i>Modeling of seismic ground motion and site effect along two profiles in the city of Debrecen, Hungary</i>	

Térinformatika

Sárközy Ferenc	115
Válaszok az új kihívásra – térbeli adatraktárak, automatikus generalizálás <i>Solutions for the New Challenges - Spatial Data Warehouses, Automatic Generalization</i>	
Gribovszki Katalin	135
Térinformatikai eszközök alkalmazása Debrecen város földrengés kockázatának meghatározásában <i>GIS tools applications to determine the seismic hazard in the city of Debrecen</i>	

Németh András	
Térinformatikai alapszabványosítás	155
<i>Basic standardisation in spatial information systems</i>	

A nehézségi erőter modellezése

Tóth Gyula	163
Az Eötvös geodéziai peremértékfeladat	
<i>The Eötvös geodetic boundary value problem</i>	
Papp Gábor, Nagy Dezső, Benedek Judit	175
Függővonal-elhajlások és nehézségi rendellenességek vizsgálata Kanadában	
<i>Comparison of deflection of vertical data and gravity anomalies in Canada</i>	
Benedek Judit	191
Polihedron térfogatelem alkalmazása a nehézségi erőter paramétereinek kiszámításában	
<i>The application of polyhedron volume element in the calculation of gravity related quantities</i>	

Geomatematika

Závoti József	207
A spline interpoláció alkalmazása geodinamikai modellekben	
<i>Application of spline-interpolation in geodynamic models</i>	
Kádár István	215
Kísérletek a virtuális valóságot modellező (VRLM) nyelvvel	
<i>Attempts to apply the Virtual Reality Modelling Language (VRML)</i>	
Csepregi Szabolcs	253
Forgatás. II. rész	
<i>Rotation. Part II.</i>	
Patvaros József	269
Gondolatok az optimális paraméter tartományról	
<i>Reflections on the optimum parameter interval</i>	
Kratochvilla Krisztina	275
A felsőrendű háromszögelési alaphálózat és az OGPSH közötti transzformáció vizsgálata	
<i>Examination of the transformation between the primary triangulation and the national GPS networks of Hungary</i>	

A mérés technika gyakorlati kérdései

Kenyeres Ambrus	285
<i>A GPS-sel végzett EOMA III. rendű hálózatsűrítés tapasztalatai</i> <i>GPS-heighting experiences at the Hungarian 3rd order leveling network</i>	
Busics György	295
<i>GPS alkalmazásokon alapuló tapasztalatok a GEO gyakorlatából</i> <i>Experiences from the practice of College of Geoinformatics based on GPS measurements</i>	
Bácsatyi László, Gyimóthy Attila	303
<i>GPS technika erdővel fedett területeken</i> <i>The GPS on the territories of different forest cover</i>	
Bányai László	309
<i>A dunaföldvári magaspart geodéziai mozgásvizsgálata</i> <i>Deformation measurements of the high bank of river Danube in the area of Dunaföldvár</i>	
Virág Gábor	319
<i>A hazai szintézisek komparálási problémáiról</i> <i>On the problem of comparison in the Hungarian levelling works</i>	

Fotogrammetria és Távérzékelés

Lovas Tamás, Barsi Árpád	327
<i>Lézeres felmérési technológiák alkalmazása közlekedési adatnyerésre</i> <i>Applying Laser Scanning Technologies for Transportation Data Acquisition</i>	
Kovács Gyula, Király Géza	335
<i>Halszemoptikával készült amatőr zenitfelvételek erdészeti alkalmazása</i> <i>Application of amateur fisheye zenith images in forestry</i>	
Papp-Váry Árpád Mivel járult hozzá hazánk a világ térképészetéhez	345
Hibaüzeneti jegyzék	349

KOZMIKUS GEODÉZIAI ALAPFOGALMAINK ÚJRAGONDOLÁSA

*Biró Péter**



Some ideas on geodetic praxis of ITRS - In connection with the terrestrial reference systems (such as the ITRS) it was felt a need to check some basic concepts and definitions of celestial and terrestrial systems of co-ordinates and time systems. It was aimed to find an exact and completely consistent terminology by which the concepts of celestial and terrestrial reference systems can be clearly separated.

A földi vonatkoztatási rendszerekkel (mint az ITRS) kapcsolatban szükségét éreztük az égi és a földi koordináta rendszerek és az időrendszereink néhány alapfogalmának és meghatározásának (definíciójának) újragondolását. Ennek során arra törekedtünk, hogy szabatosan meghatározott, olyan következetes (konzistens) fogalomrendszert találjunk, amelyben világosan elkülönülnek az égi és a földi vonatkoztatási rendszerhez kapcsolódó fogalmak.

Kulcsszavak: égi és földi vonatkoztatási rendszerek, időrendszerek, ITRS

Bevezetés

A kozmikus geodéziában alkalmazott vonatkoztatási (koordináta-) rendszerek és a hozzájuk kapcsolódó helymeghatározó adatok (koordináták) értelmezése jórészt a csillagászat több évezredes fejlődéstörténete során alakult ki. Ennek következtében alapvetően csillagászati szemléletmódot tükröz. Az utóbbi száz év – ezen belül is a legutóbbi évtizedek – földfizikai felismerései (pl. a pólusmozgás, a felszínmozgások, stb.), valamint a mérés technika rohamos fejlődése (pl. az atomórák, a mesterséges holdak mérése, extragalaktikus rádióforrások interferométeres mérése, stb.) megkívánták, és ugyanakkor lehetővé is tették a kozmikus geodéziai helymeghatározások alapfogalmainak pontosítását. Ennek során egyre inkább érzékelhető a geodéziai igények kielégítésére irányuló törekvés.

Ennek a fejlődésnek az 1884-től az 1980-as évekig tartó mintegy száz évről ad kiváló összefoglalást Ádám József (1982). Jelen keretek között az utolsó 1-2 évtized további eredményeit figyelembe vevő legújabb fejlődést kívánjuk bemutatni. Ebben támaszkodunk a *Nemzetközi Csillagászati Unió* (International Astronomical Union = IAU), a *Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió* (International Union of Geodesy and Geophysics = IUGG) és ezen belül a *Nemzetközi Geodéziai Szövetség* (International Association of Geodesy = IAG) utóbbi két évtizedben kifejtett tevékenységére és közgyűlési ajánlásaira.

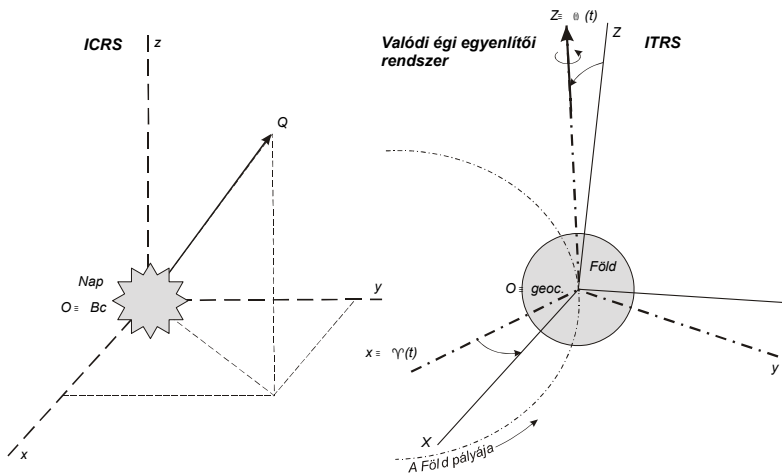
Egyben bemutatjuk kozmikus geodéziai alapfogalmainknak – elsősorban a geodézia szempontjából – újragondolt, egységes rendező elvek alapján kialakított rendszerét.

Jelen tanulmányban nem adunk új módszereket kozmikus geodéziai feladataink megoldásához, csupán az eddig is követett eljárások egyes lépéseinek (munkafázisainak) célszerű csoportosításával és a fogalmak (elnevezések), jelölések következetes használatával igyekszünk célunkat elérni.

A továbbiakban tárgyalandó vonatkoztatási rendszereket együttesen az 1. ábrán mutatjuk be. (Az ábra magyarázata a későbbiekben található.)

Égi vonatkoztatási rendszerek és helymeghatározó adatok

A természetes és a mesterséges égitestek mozgásának, helyzetének leírásához ún. *inerciális rendszer* szükséges, amelyben pontosan érvényesek a newtoni mozgástörvények. Az ilyen rendszer alapvető jellemzője, hogy *gyorsulásmentes*, azaz vagy nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez (forgó mozgása nem lehet). Ilyen rendszer megfelelő megegyezéssel elvileg meghatározható, ezt nevezzük *Egyezményes Inercia Rendszernek* (Conventional Inertial System = CIS). Ennek jó gyakorlati közelítése az IAU által 1991-ben elfogadott, a térben rögzített, baricentrikus (a Naprendszer tömegközéppontjába helyezett) *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer* (International Celestial Reference System = ICRS), amit *Csillagászati Alaprendszernek* is szokás nevezni (1. ábra). Ennek kezdőpontja (origója) tehát a Naprendszer *Bc* tömegközéppontjában van, +z tengelye az éggömbön az *Égi Vonatkoztatási Pólust* (Celestial Reference Pole = CRP) dőfi ki.



1. ábra. A kozmikus geodézia vonatkoztatási rendszerei: ICRS = *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer*, ITRS = *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer*.

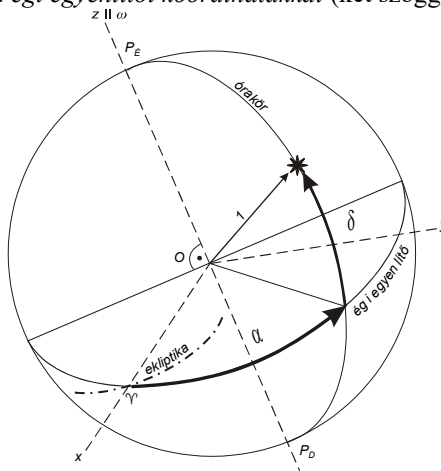
Ezt a vonatkoztatási (koordináta-) rendszert gyakorlatilag az 1. ábrán Q-val jelölt egyes, jól meghatározott távoli rádióforrások koordinátái valósítják meg. Ezen kiválasztott égitestek együttese képezi a *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Keretpontokat* (International Celestial Reference Frame = ICRF).

1998-tól a *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Keretpontokat* (ICRF) alapvetően a több mint 600 (közülük is mintegy 200 különösen jól meghatározott) extragalaktikus rádióforrás képezi (Ma et al. 1997). A 1,5 milliárd fényévnél is távolabbi rádióforrások nem mutatnak mérhető sajátmozgást, így a hozzájuk kötött vonatkoztatási (koordináta-) rendszer gyakorlatilag forgásmentesnek, *inerciarendszernek* (CIS) tekinthető. A rádió-

források iránymeghatározásának középhibája általában $\pm 0,001''$, a legjobbaké eléri a $\pm 0,0003''$ -et).

Az ICRS legjobb *optikai* megvalósulásának napjainkban a közel 120 000 csillagot tartalmazó *HIPPARCOS katalógust* tekintik.

Az égi vonatkoztatási rendszerekben a látszólagos éggömbre vetített pontok (természetes és mesterséges égitestek, vagy a Zenitpont) irányát megadhatjuk (x,y,z) derékszögű összetevőkkel, ill. (a látszólagos éggömböt egység sugarúnak tekintve) iránykoszinuszokkal, vagy az ún. *égi egyenlítői koordinátákkal* (két szöggel) (2. ábra).



2. ábra. Az égi egyenlítői koordináták: α rektasznczió, δ deklináció.

Az (x,y,z) derékszögű összetevők (az iránykoszinuszok) és az égi egyenlítői koordináták összefüggése:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\alpha,\delta} = \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Az égi vonatkoztatási (koordináta-) rendszerek egyik alapiránya ($+z$ tengelye) a Föld forgástengelye (az ω forgási szögsebességvektor hatásvonala, mely a látszólagos éggömböt a P_N északi és a P_D déli pólusban döfi). Alapsíkja az $([x,y])$ sík az *égi egyenlítő* síkja, mely merőleges a forgástengelyre. Másik alapiránya ($+x$ tengelye) az égi egyenlítő síkja és a Föld keringési síkja (az ekliptika síkja) metszévonalában kijelölt Υ Tavaszpont irányába mutat. A $+y$ tengely a $+x$ és a $+z$ tengellyel jobbsodrású rendszert alkot.

A Föld precessziós és nutációs mozgása miatt a forgástengelynek a csillagokhoz viszonyított térbeli helyzete időben jelentősen változó. Ezért beszélünk a forgástengely (és vele együtt az égi egyenlítő és a Tavaszpont, tehát az egész koordináta-rendszer) *valódi (pillanatnyi)* helyzetéről (ha a t (észlelési) időpontra számításba vesszük mind a precessziós mozgást, mind pedig a nutáció hatását): *valódi (pillanatnyi) égi egyenlítői rendszer*. A 2. ábrán (és a későbbiekben is) az ω általában a forgástengely irányát jelöli, ami a konkrét esetben lehet az $\omega(t)$ *valódi* forgástengely, és ennek megfelelően az (α, δ) koordináta-pár is lehet „*valódi*” (pillanatnyi) égi egyenlítői koordináta-pár. (Adott esetben, amikor ennek jelentősége van, külön jelöljük.)

A Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszerben (ICRS) megadott ún. katalógus-koordinátákból a t (mérési) időpontra vonatkozó $\alpha(t)$, $\delta(t)$ valódi (pillanatnyi) égi egyenlítői koordinátákat az (1) felhasználásával az

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_t = \mathbf{R}^N(t) \cdot \mathbf{R}^P(t) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{ICRS} \quad (2)$$

koordináta-átszámítással kapjuk. A (2)-ben \mathbf{R}^P és \mathbf{R}^N az IAU 1976. évi precessziós és 1980-as nutációs modellel, a *Nemzetközi Földforgás Szolgálat* (International Earth Rotation Service = IERS) által adott paraméterekkel számított forgatási mátrix (McCarthy 1996). (Megjegyezzük, hogy érzékelhető sajátmozgást mutató közeli csillagok esetében a (2) még az ezt számbavevő $\mathbf{R}^S(t)$ forgatási mátrixszal kiegészül.)

Az IAU 2000. évi közgyűlése bevezette az IAU 2000 A/B jelű új precessziós és nutációs modellt, amelynek használatát 2003. január 1.-től ajánlja.

Ha a valódi égi egyenlítői rendszer kezdőpontját (origóját) a Föld tömegközéppontjába, illetve az álláspontunkba helyezzük, *geocentrikus* (vagy *látszó*), ill. *topocentrikus* valódi égi egyenlítői koordinátákról beszélünk.

Végezetül hangsúlyozzuk, hogy a *térben rögzített* égi vonatkoztatási (koordináta-) rendszereket alapvetően *égi pontok* helyzetének (irányának) megadására használjuk.

Földi vonatkoztatási rendszerek

A csillagászati geodézia története során egészen a XX. század kezdetéig a földfelszíni (földi) pontok helyzetét is a valódi (pillanatnyi) forgástengelyre és (égi egyenlítőre) vonatkoztatva határozták meg. Az 1800-as évek második felére érte el a mérés technika azt a megbízhatóságot, ami mellett a földi pontok csillagászati-geodéziai mérésekkel meghatározott koordinátaiban szabályos időbeli változásokat lehetett kimutatni.

Ezek vezettek arra a felismerésre, hogy a Föld forgása nem a tehetetlenségi fő-tengely körül indult meg, és így a földtest a forgástengelyhez viszonyítva egyrészt billeg (mint a rosszul centírozott autókerék) (*pólusingadozás*), másrészt lassan, folyamatosan áthelyeződik (*pólusvándorlás*). A két jelenséget együttesen a *pólusmozgás* tartalmazza.

Ennek folyamatos meghatározására szervezték meg és működtették 1899-től a *Nemzetközi Szélesség Szolgálatot* (International Latitude Service = ILS), amelynek munkáját 1962-től kibővített obszervatóriumi hálózattal a *Nemzetközi Pólusmozgás Szolgálat* (International Polar Motion Service = IPMS) folytatta. Ehhez járult még az a felismerés is, hogy a Föld forgási sebessége is különböző jellegű változásokat mutat. Folyamatos meghatározásukra szervezték és működtették 1912-től a *Nemzetközi Időszolgálatot* (Bureau International de l'Heure = BIH).

A szolgálatok mérési eredményeivel számszerűen is alátámasztott említett föld-fizikai felismerések vezettek arra, hogy a földi pontok helyzetének meghatározását nem célszerű a (valódi) forgástengelyhez kötni, mert akkor a koordináták a mérési megbízhatóságot egyre inkább meghaladó periódusos, szekuláris és szabálytalan változásokat mutatnak. Ezért alakult ki az a törekvés, hogy a földi pontok helymeghatározását inkább a *földtesthez* (minél jobban) *kötött* és a Földdel együttforgó vonatkoztatási (koordináta-) rendszerben kell végezni. Ennek megvalósítására határozták meg az 1900.0-1906.0 kö-

zötti pólushelyzetek középértékeként az *Egyezményes Nemzetközi Kezdőpontot* (Conventional International Origin = CIO), valamint a *Greenwichi Közepes Szintfelületi Meridiánt* (Greenwich Mean Astronomic Meridian), amit *BIH kezdőmeridiánnak* is neveztek. Rájuk építve vezette be az IUGG 1967. évi közgyűlése az *Egyezményes (Közepes) Földi Koordináta-rendszert* (Conventional Terrestrial System = CTS), amit *CIO-BIH rendszernek* is neveznek. Ennek több, későbbi változata volt az 1900 –as évek utolsó 1-2 évtizedéig (Ádám 1982).

Ezzel véglegesen elvált a földi pontok helymeghatározására szolgáló *földi* vonatkoztatási (koordináta-) rendszer az *égi* vonatkoztatási (koordináta-) rendszertől. A földi és a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer közötti kapcsolat kellő megbízhatósággal matematikailag nem modellezhető. Ezért nincs más lehetőség, mint a kapcsolatot biztosító ún. *földforgás paraméterek* (Earth Rotation Parameters = ERP), u.m. a valódi (pillanatnyi) pólus (Celestial Ephemeris Pole = CEP), azaz a valódi forgástengely földfelszíni dőféspontjának x_P , y_P derékszögű koordinátái az egyezményes kezdőponthoz, a CIO-hoz viszonyítva; a Föld forgási szögsebessége és az (UT1–UTC) világidők különbsége szolgálatszerű, folyamatos számszerű meghatározása mérések alapján. Ezt a feladatot látták el csaknem az egész XX. sz. folyamán a már említett nemzetközi szolgálatok (Ádám 1982).

Az IAU és az IUGG ennél bővebb feladatkör ellátására – a korábbi szolgálatokra támaszkodva – megszervezte és 1988. január 1-től működteti a *Nemzetközi Földforgás Szolgálatot* (International Earth Rotation Service = IERS), amelynek feladatává tette a nemzetközi égi és földi vonatkoztatási rendszer és gyakorlati megvalósításának folyamatos fenntartását, valamint a két rendszer kapcsolatát jellemző *Föld Tájékozási Paramétereinek* (Earth Orientation Parameters = EOP) folyamatos meghatározását és közlését (Reigber et al. 1997). A Szolgálat alaptevékenysége a keretében több mint 300 helyen működő csillagászati és geodéziai állomás mérési eredményeinek folyamatos gyűjtése, feldolgozása és modellezése. Az állomások a legkorszerűbb kozmikus geodéziai mérés-technikát (u.m. VLBI, Holdra és mesterséges holdakra végzett lézertáv mérés, GPS és DORIS) használják. A mérési eredmények feldolgozásával folyamatosan meghatározzák és szolgáltatják

- a *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer (ICRS)* gyakorlati megvalósítását szolgáló extragalaktikus rádióforrások (ICRF), valamint
- a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer* (International Terrestrial Reference System = ITRS) *megvalósítására* szolgáló földi állomások (ITRF) koordinátáit ($\pm 0,01$ m megbízhatósággal); továbbá
- a *Föld Tájékozási Paramétereinek (EOP)* naponkénti értékét, ezen belül
 - a precessziós és a nutációs mérőszámokat,
 - az x_P , y_P póluskoordinátákat ($\pm 0,003''$ megbízhatósággal),
 - a nap hosszának időtartamát,
 - a Föld forgási szögsebességét; valamint
- egyéb információkat (pl. az (UT1–UTC), stb).

Az x_P , y_P póluskoordinátákkal kapcsolatban megjegyezzük, hogy ezek 1988. január 1-től a valódi forgástengelynek (valódi égi pólusnak = CEP) a földi *IERS Vonatkoztatási Pólushoz* (IERS Reference Pole = IRP) viszonyított helyzetét mutatják, vagyis ez utóbbi átvette a CIO szerepét (ettől mintegy $\pm 0,03''$ -en belül különbözik).

Ezen előzményekkel együtt megvolt minden előfeltétele annak, hogy az IUGG 1991-ben bevezesse a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszert* (International Terrest-

rial Reference System = ITRS, (1. ábra)), amely az IERS által kozmikus geodéziai mérések és elméleti modellek alapján meghatározott, a Földdel együttforgó, geocentrikus földi vonatkoztatási rendszer. Ez alkalmas a földi pontok helymeghatározásához és ugyanakkor a Föld Tájékozási Paramétereinek (EOP) felhasználásával a valódi (pillanatnyi) forgástengelyen keresztül bármikor szabatos kapcsolatba hozható a térben rögzített *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszerrel (ICRS)*. Ezt a kapcsolatot az

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ITRS} = \mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P) \cdot \mathbf{R}_z(GAST) \cdot \mathbf{R}^N(t) \cdot \mathbf{R}^P(t) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{ICRS} \quad (3)$$

mátrixszorzat biztosítja, ahol \mathbf{R}_x , \mathbf{R}_y és \mathbf{R}_z a koordinátatengelyek körüli forgatási mátrixok a t (észlelési) időpontban. (A GAST értelmezésére később visszatérünk.) Ez a kapcsolat (és a benne szereplő mennyiségek számszerű ismerete) teszi lehetővé, hogy bármely t időpontra megadjuk a földtest térbeli helyzetét (tájékoztását) a térben rögzített *Nemzetközi Égi Vonatkoztatási Rendszer (ICRS)* alapirányaihoz és rajtuk keresztül a csillagokhoz viszonyítva.

A *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszert (ITRS)* a Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) a következőképpen határozta meg:

- Z \equiv IERS vonatkoztatási pólushelyzet (IERS Reference Pole = IRP),
- X az IERS kezdő szintfelületi meridánsíkban (IERS Reference Meridian = IRM),
- O \equiv geocentrum (\pm néhány milliméterre)
- Y tengely a +X és a +Z tengellyel jobbsodrású rendszert képez.

A *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszert (ITRS)* az IERS keretében mintegy 300 helyen működő állomás több mint 550 pontjának koordinátái ($\pm 0,5$ - $2,0$ cm) és mozgássebessége (± 1 - 3 mm/év) valósítja meg a természetben. Ezek alkotják a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Keretpontokat* (International Terrestrial Reference Frame = ITRF). Ezt rendszeresen javítják, így ma már beszélünk ITRF93, ITRF97 és ITRF2000-ről.

Az európai országok annak érdekében, hogy az európai tábla mozgása kisebb mértékben befolyásolja a rajta fekvő állomások (alappontok) földi koordinátáit, az 1980-as évek végétől az európai táblához kötött *Európai Földi Vonatkoztatási Rendszert* (European Terrestrial Reference System 1989 = ETRS89) vezette be (Ádám et al. 2000). Ennek gyakorlati megvalósulása az európai állomásoknak az EUREF folyamatos (permanens) GPS-hálózat mérése és az IERS tevékenysége alapján számított koordinátái és mozgássebessége. Az állomáskoordinátákat a bevezetésükkor úgy határozták meg, hogy ETRS89-es koordinátáik azonosak legyenek az ITRF89-es koordinátáikkal. Azóta az állomások ETRS koordinátái szabályosan (mintegy 3 cm/év sebességgel ÉK irányban) eltolódnak az ITRS koordinátáikhoz viszonyítva. Az európai és a nemzetközi földi rendszer kapcsolata mintegy ± 1 cm-re megbízható.

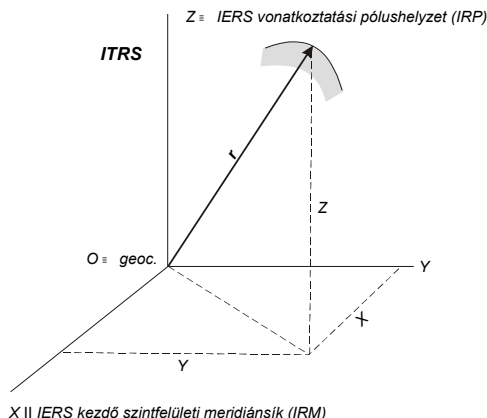
Hangsúlyozni kívánjuk, hogy a Földhöz (lehetőségig) kötött, és vele együttforgó vonatkoztatási rendszer(ek)e)t alapvetően *földi* pontok helyzetének megadására használjuk

Helymeghatározó adatok a földi vonatkoztatási rendszerben

A földi pontok helyzetét a Földhöz (lehetőségig) kötött és a Földdel együttfogó *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS)* többféleképpen adhatjuk meg:

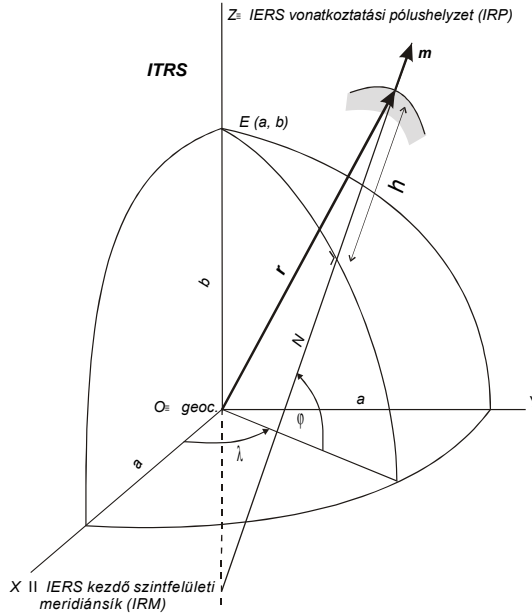
- *geocentrikus helyvektorokkal* (ill. ennek derékszögű összetevőivel), vagy
- *ellipszoidi felületi koordinátáikkal*, vagy
- a földi nehézségi erőterhez kapcsolódó *szintfelületi koordinátáikkal*.

A *geocentrikus helyvektorok* (3. ábra) tisztán *geometriai* rendszerben teljes körű térbeli helymeghatározást adnak. Földi pontok helyzetének megadásán kívül használjuk őket a földkörüli pályán keringő mesterséges holdak pályapontjainak megadására is (éppen azért, hogy a rájuk végzett mérések alapján a földi pont ITRS koordinátáit kapjuk). A helyvektorok használata a mesterséges holdas helymeghatározások (pl. GPS) egyre szélesebb körű alkalmazásával mindjobban elterjed. Hátrányuk, hogy pusztán a pontok egymáshoz (és a vonatkoztatási rendszer kezdőpontjához, valamint tengelyeihez) viszonyított geometriai helyzetét mutatják, de a pontoknak a földi nehézségi erőter szintfelületeihez (pl. a tengerszinthez) viszonyított (magassági) helyzetét nem jellemzik.



3. ábra. Az r helyvektor és összetevői a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS).

A geodéziai gyakorlatban a földi pontok helyzetének megadására igen kiterjedten használjuk a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer* kezdőpontjára (a Föld tömegközéppontjára) és koordináta-tengelyeire illesztett a és b méretű $E(a,b)$ forgási ellipszoidhoz kapcsolódó ellipszoidi felületi koordinátákat, a φ és a λ *ellipszoidi földrajzi szélességet* és *hosszúságot*, valamint a h *ellipszoid feletti magasságot* (4. ábra).



4. ábra. Az ellipszoidi földrajzi koordináták a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS): φ az ellipszoidi földrajzi szélesség, λ az ellipszoidi földrajzi hosszúság, továbbá a az ellipszoid fél nagytengely-, b a fél kistengely-hossza és N a harántgörbületi sugár.

A φ és a λ ellipszoidi földrajzi koordináták geometriai értelemben a ponton átmenő ellipszoidi felületi normális térbeli helyzetét adják meg a vonatkoztatási (koordináta-) rendszer alapirányaihoz viszonyítva. Belőlük az ellipszoidi normális irányát kijelölő \mathbf{m} egy-
ségevektor összetevői (iránykoszinuszai) az

$$\mathbf{m} = \begin{vmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{vmatrix} \quad (4)$$

összefüggéssel számíthatók.

A h ellipszoid feletti magasság pusztán a pontok geometriai helyzetét jellemzi, de - a helyvektorokhoz hasonlóan - ez sem mutatja a földi nehézségi erőter szintfelületeihez (a tengerszinthez) viszonyított elhelyezkedésüket (így például széleskörű felhasználásra szolgáló térképi ábrázolásra, építő, vízrajzi és egyéb tevékenységekhez közvetlenül nem alkalmas).

Az ellipszoidi földrajzi koordináták és az ellipszoid feletti magasság adathármasa az ellipszoid geometriai jellemzőivel együttesen a geocentrikus helyvektorral egyenértékű teljes körű térbeli helymeghatározást ad tisztán *geometriai* rendszerben. Kapcsolatuk:

$$\mathbf{r} = \begin{vmatrix} (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ [(1 - e^2)N + h] \sin \varphi \end{vmatrix}, \quad (5)$$

ahol

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad \text{és} \quad N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

az ellipszoid (első) numerikus excentricitása, ill. harántgörbületi sugara.

Az (ún. vonatkoztatási) ellipszoid méretei (vagy mérete és alakja) elvileg tet-szés szerint megválasztható, azonban célszerűségi okokból a geodézia arra törekszik, hogy az ellipszoid a Föld (pontosabban a geoid) alakjához lehető legjobban simuljon. Az ismeretek és a mérés technika fejlődésével több különböző ilyen ellipszoid méretet hatá-roztak meg az idő folyamán. A gyakorlat számára azonban nem célszerű ezeket túl sűrűn változtatni.

Itt említjük meg, hogy a *Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG)* által ajánlott GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*) és a mesterséges holdas helymeghatározó rendszer (GPS) által használt WGS84 (*World Geodetic System 1984*) vonatkoztatási ellipszoidjának (egymással azonos) mérete és (egymástól igen kevésbé különböző) la-pultsága (excentricitása) a jelenlegi gyakorlatban elterjedt korszerű ellipszoidi jellemzők. E két utóbbi vonatkoztatási rendszer megalkotásakor azonban a geocentrikus ellipszoidot nem az ITRS alapirányaira, hanem a korábbi *Egyezményes (Közepes) Földi Koordináta-rendszer (CTS)*, vagy más néven *CIO-BIH rendszer* (Ádám 1982) alapirányaira illesztet-ték rá (tájékozták). A CIO és az IERS vonatkoztatási pólus, valamint a BIH és az IERS szintfelületi kezdő meridiánsík csekély iránykülönbsége miatt sem a GRS80, sem a WGS84 koordináták *elvileg* nem ITRS koordináták. Azonban az alapirányok csekély különbségét és a rendszerek megvalósításának véges megbízhatóságát ($\pm 0,05$ m) figye-lembe véve mondhatjuk, hogy *ezen a megbízhatósági szinten* mind a GRS80, mind a WGS 84 koordináták *gyakorlatilag* az ITRS koordináták megvalósulásának tekinthetők.

Megjegyezzük, hogy az egyes nemzeti geodéziai alaphálózatokban más méretű, alakú és helyi (nem geocentrikus) elhelyezésű ellipszoidra vonatkozó (pl. Magyarorszá-gon a HD72) koordinátákkal is találkozunk. Ezeket az ún. dátumparaméterek ismereté-ben koordináta-átszámítással lehet a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerbe (ITRS)* átszámítani.

Az \mathbf{r} helyvektor, illetve a vele egyenértékű (φ, λ, h) ellipszoidi koordináta-hármas mesterséges holdakra végzett mérésekkel vagy a hagyományos földi geodéziai (vízszintes, magassági és gravimetriai) alaphálózati mérésekkel (beleértve a csillagászati geodéziai munkákat is) határozható meg.

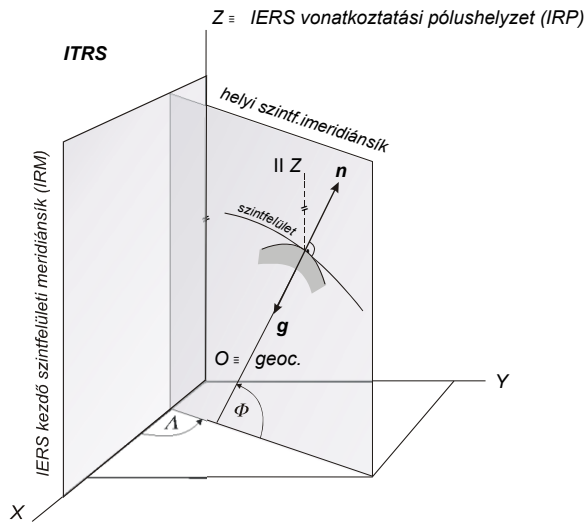
A földi pontok térbeli helyzete megadásának harmadik módja a *földi nehézségi erőtérhez* (ennek szintfelületeihez és függővonalaihoz, gyakorlatilag ennek érintőjéhez (a helyi függőleges irányához) kapcsolódik. Ez esetben a pont ún. vízszintes helyzetét a Φ és a A *szintfelületi földrajzi szélességgel és hosszúsággal* jellemezzük, amit a teljes térbeli helymegadáshoz még ki kell egészíteni a szintfelületekre merőleges (függőleges irányú) harmadik koordinátával.

Ez utóbbi elvileg lehet a pont W_P *potenciálértéke*, de mivel ezt mérni nem tud-juk, gyakorlatilag a pontnak valamely középtengerszint magasságában kijelölt magassági alap- szintfelülethez (röviden a tengerszinthez, vagy más szóval a geoidhoz) viszonyított $W_P - W_o$ potenciálkülönbségét (*geopotenciális értékét*) és a geoid W_o potenciálértékét használjuk. Általános használatra az említett potenciálkülönbséget (geopotenciális érté-ket) hosszegységben kifejezhető mérőszámmá alakítjuk át, így a $W_P - W_o$ potenciálkü-

lönbségnek a pont alapszintfelület feletti (*ortométeres*) magassága, a geoid W_0 potenciálértékének pedig a szóban lévő földfelszíni pont geoidi megfelelőjének geometriai koordinátái (helyvektora) szolgálnak. Az utóbbi időben egyre gyakoribb, hogy a fizikai fogalmakhoz kötődő helymeghatározó adatokat a Föld (többé-kevésbé szabálytalan eloszlású) valódi nehézségi erőtere helyett, ezt megközelítő, de szabályos (forgási és egyenlítői szimmetriás) eloszlású ún. *normál nehézségi erőterben* értelmezzük. Ez utóbbi esetben harmadik koordinataként a *normálmagasságról* és a *kvázi-geoid* pontjainak meghatározásáról beszélünk.

A Föld nehézségi erőteréhez kötődő helymeghatározó adatok tekintetében a továbbiakban csak a *vízszintes értelmű* (földrajzi) helyzetet megadó koordinátákkal foglalkozunk, a függőleges (magassági) mérőszámokra jelen keretek között nem térünk ki. Pusztán annyit jegyzünk meg, hogy bármilyen (geometriai, vagy fizikai) elven, bármilyen módszerrel is végezzük a földi pontok helymeghatározását, végeredményként a felhasználó számára minden esetben a szintfelületek közötti (tengerszint feletti) magasságokat kell megadnunk. Ezt követi a szabad folyadékfelszín, ezt igényli minden építési tevékenység, ezért ezt ábrázolják a térképeink, stb. A magassági (függőleges) helyzet megadására végül is ezeket kell kiszámítani a helyvektorral megadott térbeli helyzetből is. Ez teszi a mesterséges holdas helymeghatározások korában is *elkerülhetetlenül szükségessé* a geoid – mint magassági alapszintfelület – részletes meghatározását.

A Φ és a Λ *szintfelületi földrajzi koordináták* egy egyenesnek, a földi pont *helyi függőlegesének* (a ponton átmenő szintfelületre merőleges iránynak) térbeli helyzetét adják meg a Földdel együttforgó *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* alapirányaihoz viszonyítva (5. ábra).



5. ábra. A szintfelületi földrajzi koordináták a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS): Φ a szintfelületi földrajzi szélesség, Λ a szintfelületi földrajzi hosszúság, \mathbf{g} a nehézségi térerősség vektora, és \mathbf{n} a helyi függőleges irány egységvektora.

A helyi függőleges \mathbf{n} egységvektorának összefüggése a szintfelületi földrajzi koordinátákkal:

$$\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{g}}{g} = \begin{bmatrix} \cos \Phi \cos \Lambda \\ \cos \Phi \sin \Lambda \\ \sin \Phi \end{bmatrix}, \text{ ahol } |\mathbf{n}| = 1. \quad (6)$$

Az 5. ábráról leolvasható a szintfelületi földrajzi koordináták mai, korszerű értelmezése. A Φ szintfelületi földrajzi szélesség a helyi függőleges iránynak a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) $[X,Y]$ síkjával, (vagy más fogalmazásban: az IERS vonatkoztatási pólushelyzet (IRP) irányára merőleges sikkal) bezárt szöge. A Λ szintfelületi földrajzi hosszúság a helyi szintfelületi meridiánsíknak az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkkal (IRM) bezárt szöge. A helyi szintfelületi meridiánsík a szóban lévő pont helyi függőlegesen sorozott síkok közül az, amelyik párhuzamos a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) Z tengelyével. A szintfelületi meridiánsíkot tehát a szóban lévő pont helyi függőlegese és ugyanezen pontban a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer Z tengelyével párhuzamos egyenes feszíti ki.

A szintfelületi földrajzi koordináták szabatos meghatározása csillagászati-geodéziai módszerrel, csillagészleléssel (földrajzi helymeghatározással) lehetséges. Nagy előnyük, hogy több pont szintfelületi földrajzi koordinátáinak ismerete lehetővé teszi a szintfelületek (elsősorban a geoid) alakjának nagypontosságú meghatározását.

Mivel az észlelt csillagok koordinátáit a mérés pillanatában a Föld valódi forgástengelyére illeszkedő valódi égi egyenlítői koordináta-rendszerben ismerjük, földi álláspontunk helyzetét viszont a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszerben (ITRS) kívánjuk meghatározni, ismerni kell a két rendszer kapcsolatát.

Az égi és a földi vonatkoztatási rendszer kapcsolata

A valódi égi egyenlítői és a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) kapcsolatot az álláspontunk köré írt egységsugarú gömb segítségével érzékeltetjük. A 6. ábrán folytonos vonallal ábrázoltuk a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS), eredményvonallal a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer X,Y,Z ill. x,y,z alapirányait párhuzamos egyeneseket, vastagítással pedig a helyi függőleges (az \mathbf{n} egységvektor, a Zenitpont) iránya Φ és Λ szintfelületi földrajzi, ill. α_{Zenit} és δ_{Zenit} valódi égi egyenlítői koordinátáinak megfelelő ivdarabokat.

A közös kezdőpontú két koordináta-rendszer kapcsolatát 3 forgatási szöggel, úm. a valódi forgástengely iránya és az IERS vonatkoztatási pólus (IRP) iránya által bezárt szög x_p és y_p derékszögű összetevőjével (az ívmásodpercben kifejezett póluskoordináták), valamint az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík (IRM) és a Tavaszpont iránya között bezárt szöggel, (ami éppen az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík valódi csillagideje (GAST), és a Föld elfordulásának mértékét fejezi ki) adhatjuk meg:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\Phi, \Lambda} = \mathbf{R}_y(-x_p) \cdot \mathbf{R}_x(-y_p) \cdot \mathbf{R}_z(GAST) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(\alpha, \delta)_{Zenit}} \quad (7)$$

A (7)-ben az (x,y,z) , ill. az (X,Y,Z) iránykoszinuszok az (1) és a (6)-nak megfelelően értelmezendők, és belőlük

$$\Lambda = \arctg \frac{Y}{X} \quad \text{és} \quad \Phi = \arctg \frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} \quad (8)$$

Mivel az x_P, y_P póluskoordináták kicsi szögek ($<1''$), a $\cos x_P \approx \cos y_P \approx 1$; $\sin x_P \approx x_P$; $\sin y_P \approx y_P$ és az $x_P, y_P \approx 0$ közelítéssel az x és az y tengely körüli forgási mátrixok szorzata az

$$\mathbf{R}_y(-x_P) \cdot \mathbf{R}_x(-y_P) \approx \begin{vmatrix} 1 & 0 & x_P \\ 0 & 1 & -y_P \\ -x_P & y_P & 1 \end{vmatrix} \quad (9)$$

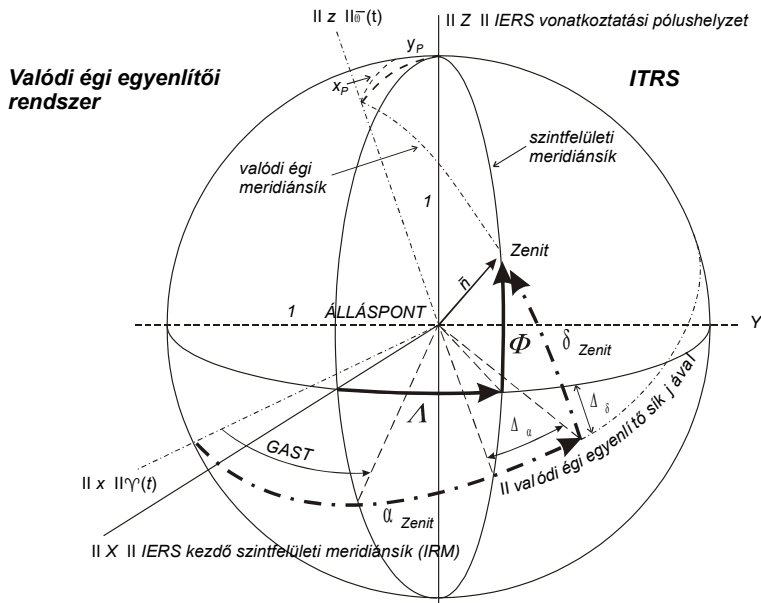
alakkal közelíthető.

Az x_P, y_P póluskoordinátákat a Nemzetközi Földforgás Szolgálat (IERS) folyamatosan szolgáltatja, a legkorszerűbb technikákkal végzett mérések alapján.

A harmadik forgatási szög, a Föld elfordulásának mértéke, az IERS kezdő szintfelületi meridiánsik GAST valódi csillagideje az UTC koordinált világidőből nyerhető az ugyancsak az IERS által szolgáltatott UT1-UTC különbség segítségével. A t (mérés) időpontban az UT1 világidő:

$$\text{UT1} = \text{UTC} + (\text{UT1} - \text{UTC}), \quad (10)$$

amit valódi csillagidőbe átszámítva (tulajdonképpen visszszámítva) kapjuk az IERS kezdő szintfelületi meridiánsik GAST valódi csillagidejét. (Az időfogalmak értelmezésére a későbbiekben visszatérünk).



6. ábra. A valódi égi egyenlítői és a Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS) kapcsolata.

A 6. ábra mutatja, hogy az álláspontnak az égi és a földi vonatkoztatási (koordináta-) rendszernek megfelelő *kétféle meridiánsíkját* kell élesen megkülönböztetnünk. Az egyik az álláspont helyi függőlegesén (az \mathbf{n} egységvektor hatásvonalán) sorozott (függőleges) síkok közül az, amelyik tartalmazza a valódi forgástengellyel párhuzamos irányt (egyenest), azaz párhuzamos a *valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer* z tengelyével (a valódi forgástengellyel). Ez az álláspontunk *valódi égi meridiánsíkja*.

A másik az álláspont helyi függőlegesén sorozott (függőleges) síkok közül az, amelyik tartalmazza az IERS vonatkoztatási pólus irányával párhuzamos irányt (egyenest), tehát, amelyik párhuzamos a Nemzetközi *Földi Vonatkoztatási Rendszer* Z tengelyével. Ez az, amit korábban már álláspontunk *szintfelületi meridiánsíkjának* neveztünk.

A kétféle meridiánsík egymással (a póluskoordinátáknak és az álláspont szintfelületi földrajzi szélességének megfelelő) szöget zár be, amit földrajzi helymeghatározásainkban az égi és a földi rendszer közötti átszámítással veszünk figyelembe.

A 6. ábrából leolvasható a szintfelületi földrajzi koordináták meghatározásának (a *földrajzi helymeghatározásnak*) az alapelve is. Ennek megfelelően első lépésben csillagészlelések és az észlelt csillag(ok) ismert valódi égi egyenlítői koordinátái alapján meghatározzuk az álláspontunk *Zenitpontjának* α_{Zenit} és δ_{Zenit} *valódi égi egyenlítői koordinátáit*. Az ezt követő második lépésben (az észlelés időpontjában a póluskoordináták és az UTC világidő, majd ebből a GAST ismeretében) a *valódi égi egyenlítői* koordináta-rendszer és a Földdel együttforgó *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* közötti (7) szerinti koordináta-átszámítással meghatározzuk az álláspont Zenitje pillanatnyi égi egyenlítői koordinátáinak az ITRS-ben megfelelő Φ , Λ *szintfelületi földrajzi koordinátákat*.

Mivel az x és az y tengely körüli forgatási szögek (a póluskoordináták) kicsi ($<1''$) szögek, a forgatások Δ_δ és Δ_α hatása (a mátrixszorzás elvégzésével) viszonylag egyszerűen kiszámítható, a z tengely körüli forgatás pedig kivonássá egyszerűsödik. Ezek figyelembevételével a *koordináta-átszámítás gyakorlati összefüggései*

$$\Phi = \delta_{Zenit} - \Delta_\delta = \delta_{Zenit} - (x_p \cos \Lambda - y_p \sin \Lambda), \quad (11.a)$$

$$\begin{aligned} \Lambda &= \alpha_{Zenit} - \Delta_\alpha - \text{GAST} = \\ &= \alpha_{Zenit} - 1^s/15'' (x_p \sin \Lambda + y_p \cos \Lambda) \cdot \text{tg} \Phi - \text{GAST}. \end{aligned} \quad (11.b)$$

Itt jegyezzük meg, hogy közelítő helymeghatározások esetén, ha a póluskoordináták $x_p \approx y_p < 1''$ kis értékétől eltekintünk (vagyis a földi vonatkoztatási rendszer alapirányait a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer alapirányával azonosnak tekintjük), akkor (és *csak akkor*), a pólusmozgás elhanyagolásával

$$\Phi \approx \delta_{Zenit} \quad \text{és} \quad \Lambda \approx \alpha_{Zenit} - \text{GAST}. \quad (11.c)$$

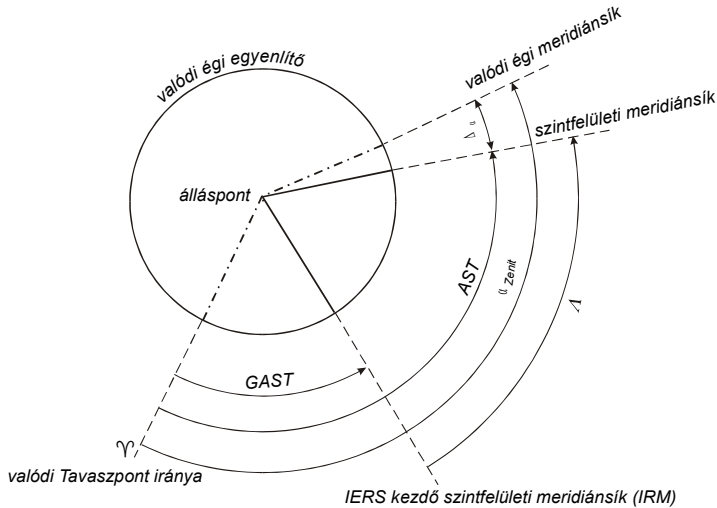
Ez az oka annak, hogy a földi és az égi vonatkoztatási rendszerben értelmezett koordináták gyakran összefolynak, és a szakirodalomban a Φ , Λ szintfelületi földrajzi koordinátákat is többnyire az égi egyenlítői rendszerben ábrázolják. Ez a szemléleti mód feltehetően abból az időből származik, amikor a pólusmozgást még nem ismerték fel, és így a földi és az égi vonatkoztatási rendszer még nem különült el egymástól. Ma már ezt a szemléleti módot túlhaladottnak tekintjük és ezért törekszünk a (11.a) és (11.b)-ben (és mindenhol) a földi és az égi helymeghatározó adatok következetes szétválasztására.

Tekintve, hogy a Földdel együttforgó földi vonatkoztatási rendszer helyzetét (az égi egyenlítői rendszer x alapirányához viszonyított elfordulási szögét) időmértékben az IERS kezdő szintfelületi meridiánjának GAST valódi csillagidejében adjuk meg, célszerű röviden meghatározni a Föld forgásához kapcsolódó *időrendszereket* is. (Az eddigi gondolkodás módunknak megfelelően, itt is arra törekszünk, hogy minden fogalomnak csakis egyetlen értelmezési módja legyen és következetesen szétválasszuk a *földi* és az *égi* vonatkoztatási rendszerhez kapcsolódó fogalmakat. Ugyanakkor az egyes vonatkoztatási rendszerekhez kapcsolódó fogalmak együttese pedig ellentmondásmentes (homogén, konzisztens) rendszert képezzen.)

A csillagidő és a világidő

A 7. ábrán topocentrikus ábrázolásban feltüntettük az álláspontunk *valódi égi* (eredményvonal) és *szintfelületi* (teljes vonal) meridiánsíkjának, továbbá az *IERS kezdő szintfelületi* meridiánsíkkal párhuzamos síknak a valódi égi egyenlítő síkjával párhuzamos síkkal alkotott metszévonalát, valamint a Υ valódi Tavaszpont irányát (ami a valódi égi egyenlítői koordináta-rendszer $+x$ kezdőiránya).

Valamely földi pont *valódi csillagidejét* (Apparent Sidereal Time = AST) a pont *szintfelületi* meridiánsíkjának a valódi Tavaszpont irányával bezárt szögeként ábrázolhatjuk (7. ábra).



7. ábra. Az AST valódi helyi csillagidő és kapcsolata a Λ szintfelületi földrajzi hosszúsággal.

Csillagészleléssel az álláspontunk valódi *égi* meridiánsíkjának a valódi Tavaszpont irányára által bezárt szögét, azaz a Zenitpont α_{Zenit} rektaszenczióját tudjuk meghatározni. Ebből a helyi csillagidőt a *valódi égi egyenlítői* és a *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer (ITRS)* közötti (koordináta-) átszámítással kapjuk, aminek hatása az ábrán bejelölt Δ_α szöggel fejezhető ki, és ezzel a valódi csillagidő

$$AST = \alpha_{Zenit} - \Delta_\alpha, \quad (12)$$

ahol Δ_a értelmezése megegyezik a (11.b)-ben adottal. Szabatos értelemben tehát *helyi valódi csillagidőként* a Zenitpont rektaszencenziójának az ITRS-ben megfelelő szöveget értjük.

Az IERS szintfelületi kezdő meridiánsíknak a Tavaszpont irányával bezárt GAST szögét – a korábbi elnevezés megtartásával – gyakran *greenwichi valódi csillagidőnek* (Greenwich Apparent Sidereal Time) nevezzük.

A 7. ábráról az az alapvető összefüggés is leolvasható, hogy (általában) két földi pont *helyi csillagidejének különbsége* azonos a pontok *szintfelületi hosszúságkülönbségével*. Az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíkhhoz (IRM) viszonyított szintfelületi földrajzi hosszúságkülönbség maga a Λ *szintfelületi földrajzi hosszúság*.

Ilyen értelemben az (11.b) és a (12) figyelembevételével a szintfelületi földrajzi hosszúság a

$$\Lambda = \text{AST} - \text{GAST} \quad (13)$$

alakban írható.

Valamely álláspont Λ szintfelületi földrajzi hosszúságának meghatározásakor a gyakorlatban az észlelés pillanatában az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíknak GAST valódi csillagidejét (a már korábban a (7)-tel kapcsolatban leírt módon) az észlelés UTC koordinált világuidejéből a (10) alapján levezetett UT1 világuidejébe átszámításával (tulajdonképpen visszaszámításával) határozzuk meg. Ehhez szükség van a „*világuidej*” fogalmának megismerésére.

Hangsúlyozzuk, hogy a *csillagidő helyi idő*, azaz azonos időpillanatban a Föld minden meridiánján más és más. Kozmikus geodéziai (és egyéb más, pl. navigációs) feladatok megoldásához azonban olyan időrendszer bevezetése volt szükséges, ami az egész Földön, sőt a Földön kívüli térségben egységes időmeghatározást biztosít. Erre a célra vezették be már korábban a *világuidej* (Universal Time = UT) fogalmát. Ennek UT0, UT1 és UT2 változata van, amelyek közül az UT1 játszik fontos szerepet a kozmikus geodéziában.

Az UT1 világuidejt az IERS keretében működő, ezzel foglalkozó obszervatóriumok helyi csillagidejének rendszeres meghatározásából, egyezményesen elfogadott Λ_0 szintfelületi hosszúságuk figyelembe vételével, középképzéssel és átszámítással vezetik le. Az így meghatározott UT1 világuidejnek az UTC koordinált világuidejével összehasonlításából határozza meg az IERS rendszeres időközökben az (UT1-UTC) különbségeket.

Mivel a *csillagidő* és a *világuidej* egymásba (viszonylag egyszerű módon) szabatosan átszámítható (pl. Seber 1989, 1993), az IERS kezdő szintfelületi meridiánsík GAST valódi csillagideje is tulajdonképpen az előbbi módon (középképzéssel) levezetett idő.

Mindebből az is következik, hogy IERS szintfelületi kezdő meridiánsík nem a természetben kijelölt valamely pont meridiánsíkja, hanem középképzéssel nyert képzeletbeli fogalom, jöllehet a greenwichi obszervatórium hagyományos átmeneti műszere által kijelölt szintfelületi meridiánsíkhhoz közel áll. (Ezért használjuk még ma is gyakran a „*greenwichi*” jelzőt.

Az UT1 világuidej a Föld forgásának valódi jellemzője, de a forgási sebesség különböző jellegű változásai miatt ennek időegysége a mai megbízhatósági követelmények mellett nem eléggé egyenletes.

Az atomórák létrehozása lehetővé tette ennél nagyságrendekkel állandóbb időegység, a Nemzetközi Mértékrendszer (SI) másodpercegységére épülő *nemzetközi atomidő* (TAI) bevezetését.

Mivel ennek időegysége eltér a világidő időegységétől, ezért az atomidő az idő folyása során egyre jobban eltér a Föld forgásához kapcsolódó UT1 világidőtől. Ennek áthidalására, de ugyanakkor az időegység egyenletességének kihasználására vezették be a *koordinált világidőt* (Universal Time Coordinated = UTC), ami szükség szerint (évente 1-2 alkalommal 1-1 másodperccel) eltolt, egyenletesen folyó atomidő. Az eltolásokkal (ugrásokkal) az

$$(UT1 - UTC) \leq 0,9 \text{ s} \quad (14)$$

feltételt elégítik ki.

Az UTC *koordinált világidő* 1964-től a nemzetközi rádióidőjel adások időrendszere, amit a kozmikus geodézia 1978-tól használ a gyakorlati munkában. Fenntartása és szolgáltatása a korábbi BIH *Nemzetközi Időszolgálatból* továbbfejlesztett szolgálat, a *Nemzetközi Mértékügyi Hivatal Időszolgálatának* (Bureau Internationale des Poids et Mesures Time Service = BIPM Time Service) feladata.

Az UTC és a különböző más világidő-rendszerek közötti különbségek (pl. (UT1-UTC), stb.) tapasztalati (gyakorlati) meghatározása és közzététele a *Nemzetközi Földforgás Szolgálat* (IERS) egyik állandó feladata. Ők összesítik, és a már említett módon dolgozzák fel az egyes obszervatóriumok időmeghatározásait.

Zárómegjegyzések

Az idegen nyelvű szakirodalomban a szintfelületi földrajzi koordinátáknak általában az „*astronomic latitude / longitude* (pl. Mueller 1969), ill. az *astronomische Breite / Länge*” (pl. Sigl 1975) kifejezés a megfelelője. Sajnos azonban az „*astronomic / astronomische*” jelzőt ezek a nyelvek nem kizárólag ebben az értelemben, hanem az *égi* vonatkoztatási (koordináta-) rendszerbeli egyes fogalmak jelzésére is használják. Például az „*astronomical meridian*” kifejezés egyaránt jelölheti a (valódi) *égi* és a *szintfelületi* meridiánt is (Vaniček et al. 1986). De arra is látunk példát, hogy a kettőt a „*celestial*” és az „*astronomic*” jelzővel (helyesen) megkülönböztetik (Torge 2001). Az is előfordul, ami még jobban megnehezíti a megértést, hogy mindkét rendszerben egyszerűen „*meridian*”-t mondanak.

A szakirodalomban (a magyar nyelvűt is beleértve) általában a szintfelületi koordináták és a Φ , Λ jelölésük egyaránt használatos mind az *égi*, mind a *földi* vonatkoztatási rendszer elemeihez (pólushelyzet, meridiánsík, stb.) kapcsolódóan. Jó esetben alsó vagy felső indexszel különböztetik meg a Φ és a Λ kétféle értelmezését (Sigl 1975, Vaniček et al. 1986). Ennek, a következetlenség mellett, az is hátránya, hogy a későbbi (felsőgeodéziai) felhasználásban az index elmarad, és a két görög betű, valamint a koordináták értelmezésében összefolyik az *égi* és a *földi* vonatkoztatási rendszer, nehezítve a tisztánlátást.

Ezért törekedtünk olyan következetes (konzisztens) fogalom- és jelölésrendszer bemutatására, melynek célja az, hogy élesen megkülönböztessük egymástól a – már nemzetközi megegyezésekkel – egymástól világosan elválasztott *égi* és *földi* vonatkoztatási rendszert és a velük kapcsolatos fogalmainkat. E mellett törekedtünk a teljes egyértelműségre, azaz arra, hogy az egyes fogalmainkat és jelöléseinket kizárólagosan egyet-

len értelemben használjuk. Mindezt annak érdekében tettük (a mellett hogy magunk is világos képet kapjunk), hogy a kozmikus geodézia (és a felsőgeodézia) ismeretanyagát elsajátítani kívánóknak ezt megkönnyítsük.

Talán különösen szokatlanak tűnik a *helyi csillagidő* értelmezése, amire azért van így szükség, hogy a földi vonatkoztatási rendszerben értelmezett *szintfelületi földrajzi hosszúság* megegyezzen az IERS kezdő *szintfelületi* meridiánsík és az álláspontbeli szintfelületi meridiánsík helyi csillagidejének különbségével, így a helymeghatározó és az időadatok egymással összhangban legyenek.

Mindezek arra hívják fel a figyelmet, hogy a szakirodalom tanulmányozásakor nagyon körültekintőnek kell lenni (különösen az idegen nyelvek esetében, amelyek a magyar szaknyelvnél kevésbé árnyaltak. Ezért szakszövegek fordításakor a szövegkörnyezet (és a tartalom) gondos mérlegelésével kell az egymásnak megfelelő fogalmakat megtalálni.

Összefoglalás

Kozmikus geodéziai alapfogalmaink nagy része a csillagászat fejlődésével alakult ki. Ezért hely- és időmeghatározási fogalmaink hagyományosan a Föld forgástengelyéhez kötődtek. A korábbi *Egyezményes* (CIO-BIH) és a jelenlegi *Nemzetközi Földi Vonatkoztatási Rendszer* (ITRS) bevezetésével azonban véglegesen elkülönültek egymástól az égi és a földi vonatkoztatási rendszerek. Az *égi* koordináta-rendszerek továbbra is a Föld forgástengelyéhez és a Tavaszpont irányához kötődtek, míg a *földi* vonatkoztatási rendszer alapirányait az IERS Vonatkoztatási Pólus (IRP) és az IERS Kezdő Szintfelületi Meridiánsík (IRM) határozza meg. *Égi* pontok helyzetét a rájuk mutató irány egységvektorának iránykoszinuszai, vagy két szöggel (égi egyenlítői koordinátaikkal), a rektaszenciával és a deklinációval jellemezzük. Valamely *földi* pont helyzetét a pont helyvektorával, vagy ellipszoidi földrajzi koordinátaival, vagy (a földi nehézségi erőterhez is kötődő) szintfelületi földrajzi koordinátaival adhatjuk meg.

Csillagászati geodéziai hely- és időmeghatározásainkban fontos szerepe van a meridiánsíknak. Ennek egyik meghatározó eleme az álláspont helyi függőlegese (természetbeni irány, amely azonos a földi és az égi egyenlítői rendszerben). Másik meghatározó eleme a koordináta-rendszer egyik alapiránya (a +Z tengelye), ami viszont az égi és a földi rendszerben más és más. Ezért élesen meg kell különböztetnünk egymástól az *égi* és a *szintfelületi meridiánsík* fogalmát.

Valamely földi pont földrajzi helyzetét jellemző *helyi függőleges irányát* az *égi* rendszerben a Zenitpont égi egyenlítői koordinátaival, míg a *földi* rendszerben a szintfelületi koordinátaival adhatjuk meg. Következtelenség, ami értelmezési zavarra vezet, ha az égi egyenlítői rendszerben is használjuk a szintfelületi földrajzi szélességet (amire a szakirodalom sajnos elég sok példát ad).

Az *égi* és a *földi* koordináta-rendszer kapcsolatát három forgatási szöggel: az x_P , y_P szögmértékben kifejezett póluskoordinátaikkal és az IERS kezdő szintfelületi meridiánsíknak a GAST valódi csillagidejével jellemezzük. Ezek segítségével a földi és az égi rendszerre vonatkozó koordináták *egymásba átszámíthatók*. Ezt használjuk fel földrajzi helymeghatározásaink során, amikor az ismert koordinátájú csillagokra végzett mérésekből először meghatározzuk az álláspont Zenitjének égi egyenlítői koordinátáit, majd ezeket a földi rendszerbe átszámítva kapjuk meg a szintfelületi koordinátákat.

Újra kellett gondolni a *helyi csillagidő* fogalmát is. Mivel az ITRS-ben a szintfelületi földrajzi koordinátáink értelmezése a szintfelületi meridiánsíkhöz kapcsolódik, az időfogalmakat is ugyanerre vonatkozóan (az ITRS-ben) kell értelmezni annak érdekében, hogy a helyi idők különbsége megegyezzen a pontok szintfelületi hosszúságkülönbségével.

Hivatkozások

- Ádám J** (1982): A kozmikus geodézia koordináta-rendszerei. Budapest, *Geodézia és Kartográfia* 38., 84-92.
- Ádám J, Augath W, Boucher C** (2000): The European Reference System coming of age. IAG Symposium Proceed. 121, Springer, Berlin.
- Ma C, Feissel C M** (eds)(1997): Definition and Realization of the International Celestial Reference Frame by VLBI Astrometry of Extragalactic Objects. Paris, *IERS Technical Note 23*, I-IV.
- McCarthy D D** (ed.)(1996): IERS Conventions Paris, *IERS Technical Note 21*, 1-95.
- Mueller I** (1969): Spherical and Practical Astronomy. Ungar, New York.
- Reigber CH, Feissel C M** (eds)(1997): IERS missions, present and future. Report on the 1996 IERS Workshop. Paris, *IERS Technical Note 22*, 1-50.
- Seeber G** (1989): Satellitengeodäsie. Walter de Gruyter, Berlin; (1993): Satellite Geodesy, Walter de Gruyter, Berlin.
- Sigl R** (1975): Geodätische Astronomie. Wichmann, Karlsruhe.
- Torge W** (2001): Geodesy 3. ed. Walter de Gruyter, Berlin.
- Vaniček P, Krakiwsky E** (1986): Geodesy: The Concepts 2. ed. North-Holland, Amsterdam.

A MA ÉS A HOLNAP MŰHOLDAS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREI

Szentpéteri László*



Satellite based navigation systems in the present and in the future - The recent GPS space segment developments (GPS IIR and IIR-M) and the future navigation satellite developments (GPS IIF, GPS III, next generations of GLONASS and Galileo) are presented. As a part of the article the reader finds a short description of the WAAS and EGNOS augmentation systems, also.

A szerző bemutatja a GPS űrszegmens legutóbbi fejlesztéseit (GPS IIR és IIR-M), valamint a közeljövő navigációs műhold fejlesztéseit (GPS IIF, GPS III, GLONASS következő generációi és Galileo). A cikk egy részében az olvasó röviden megismerkedhet a WAAS és EGNOS rendszerekkel is.

Kulcsszavak: GPS fejlesztések, GLONASS fejlesztések, SBAS, WAAS, EGNOS

Bevezetés

Miközben a NAVSTAR és a GLONASS GPS rendszereket egyre többen és többen használták, egyre nyilvánvalóbbá váltak e rendszerek korlátjai. Ezek a problémák:

- a hihetetlenül kicsi jelerősség a földfelszínen,
- az erre visszavezethető meglehetősen zavar-, illetve interferencia-érzékenység,
- a viszonylag korlátozott pontosság.

Ezekon túlmenően igen fontos megemlíteni (bár ritkábban beszélünk róla):

- a korlátozott rendelkezésre állást (azaz, hogy adott szolgáltatási szintet mennyire képes az év 365 napjában, illetve a nap 24 órájában nyújtani egy helymeghatározó és navigációs rendszer),
- az integritás problémáját (azaz, hogy milyen sebességgel képes a felhasználót az esetleges rendszer-problémákról tájékoztatni egy helymeghatározó és navigációs rendszer), végül
- a polgári felhasználók egy részét zavaró, irritáló, katonai üzemeltetést.

A fentiekon túlmenően feltétlenül meg kell említeni a *GLONASS* esetében az igen *alacsony műhold élettartamot*.

Nyilvánvaló, hogy a NAVSTAR és a GLONASS rendszerek továbbfejlesztésének célja a fenti problémák kiküszöbölése, illetve hatásaik csökkentése. Mint látni fogjuk bizonyos fejlesztések (új generációs NAVSTAR, illetve GLONASS holdak) elsősorban a katonai üzemeltetők igényeit veszik figyelembe. Ugyanakkor, pl. a különféle "kiterjesztő-rendszerek" (augmentation systems), mint amilyen a GBAS és az SBAS, illetve az évtized végének európai rendszere a Galileo, elsősorban a nagy integritási fokhoz, és magas rendelkezésre állási szinthez szokott, illetve azt igénylő polgári felhasználók (elsősorban a légi közlekedés és a tenger-hajózás) igényeit vette és veszi figyelembe.

A fejlesztési irányok

GPS modernizáció

A katonai igények

Az 1996-os elnöki direktíva (PDD) a katonai felhasználók igényeinek figyelembevételével célul tűzte ki a rendszer katonai használhatóságának javítását úgy, hogy közben a polgári felhasználóknak nyújtott szolgáltatások lehetőség szerint ne sérüljenek. Az elképzelést három P betűvel jelölték:

Protection, Prevention, Preservation, azaz védelem, megelőzés és megtartás/ megőrzés, vagyis:

- a katonai szolgáltatás védelme egy adott hadszíntéren,
- az illetéktelen használat megelőzése és
- a polgári szolgáltatások megtartása, megőrzése a hadszíntéren kívül.

A három P *megvalósítása érdekében* több lépést is tesznek a jövőben.

Mindenekelőtt felkészítik a rendszert arra, hogy egy adott hadszíntéren a polgári használatot korlátozni lehessen (hangsúlyozzuk, hogy csak egy adott területen és csak konfliktus-helyzetben), miközben a katonai használat érintetlen marad. Ehhez az adott frekvenciasávokban spektrálisan szétválasztják egymástól a polgári és a katonai kódot. Az új katonai kódot épp ezért új névvel (M-kód) is illetik.

- Az új katonai-kódot (M kód)_ráadásul tovább titkosítják, így annak feltörése még bonyolultabb lesz, mint a P- (Y-) kódé.
- Ezen túlmenően az ún. Block III műhold-sorozatát már arra is felkészítik, hogy az M-kódot terület-specifikusan sugározza, szükség esetén akár 20dB értékkel nagyobb jelerősséggel, mint ahogy az ma a P kóddal történik.

Az ismertett módosításoknak köszönhetően a jövőben az amerikai és szövetséges katonai felhasználók a jelenleginél jóval nagyobb zavarvédelemmel és titkossággal rendelkező GPS rendszert tudnak használni mint ma.

A polgári igények

Az amerikai polgári felhasználók igényei közül a legfontosabb a *pontosság javítása* és a *C/A kód újabb frekvenciákon történő elérhetősége*, volt. Ennek megfelelően 1998-ban Al Gore (akkor az USA alelnöke) döntést hozott arról, hogy

- a lehető legrövidebb időn belül meg kell kezdeni a C/A kód sugárzását az addig csak P- (Y-) kód sugárzására használt L2-es frekvencián (1227,6MHz), L2c néven és
- ezzel párhuzamosan fel kell készülni egy új, *harmadik polgári frekvencia (L5)* 2005-ig történő kialakítására. (Kevesebb, mint egy év elteltével, 1999 januárjában ki is jelölték az L5-ös frekvenciát: 1176,45MHz.)

A polgári felhasználók számára a második és harmadik frekvencia azt jelentené, hogy abszolút-módban (tehát DGPS korrekciók nélkül) is nagyobb pontosságot, nagyobb redundanciát, nagyobb integritást biztosít a rendszer, s nem utolsósorban a zavarokra is kevésbé lesz érzékeny. Nem csak azért, mert egy C/A kódú vevő a jövőben akár három frekvencia közül is válogathat, hanem azért is, mert az L5 egy fokozottan védett sávban (a légi közlekedési rádió navigációs szolgálatok sávjában (ARNS)) üzemel. A kinematikus technikát használók számára a további frekvenciák azonos vektorhosszak esetében

rövidebb inicializálási időt jelentenek, illetve lehetővé teszik a vektorok hosszának további növelését.

A megvalósítás: Block IIR, IIR-M, IIF műholdrendszerek

Lévén a felsorolt igények óriásiak, a megvalósítás is csak fokozatosan történhet, mint ahogy azt a rendszer korábbi fejlesztései során is megszokhattuk. Az időben kicsit visszanyúlva a *Block I* típusú műholdak feladata a rendszer beüzemelése volt. Start-tömegük 845 kg, tervezett élettartamuk 4,5 év volt, indításukra 1978 és 1985 között került sor. A *Block II* és *IIA* sorozat tagjai voltak az elsők, melyek képesek voltak az S/A alkalmazására. Ez utóbbiak 1989 és 1997 között kerültek pályára, induló-tömegük 1500 kg, tervezett élettartamuk 7,5 év volt. A sorozat tagjai földi bemérés nélkül 30 napig biztosíthatták a rendszer üzemelését.

A sorozatban ezeket a *Block IIR* holdak követték, ezek e sorok írásakor is pályán vannak, és még jó néhány darab várja raktáron az indítást. A *Block IIR* holdakat a Lockheed Martin építi, összesen 21 darabra kaptak megrendelést. Ezek képesek egymást is követni, ennek köszönhetően a földi hálózat kiesése esetén akár 180 napig tudják sugározni navigációs üzeneteiket, tervezett élettartamuk kb. 10 év. A sorozat valamennyi tagja Delta-II rakétával került pályára 1997-től fokozatosan. Miután nyilvánvalóvá vált az igény

- az L2c frekvenciára (tehát a C/A kód L2 vivőn történő sugárzására),
- a korábbinál nagyobb teljesítményű jelsugárzásra és
- az új katonai kód (M-kód) használatára,

a DoD igen gyorsan módosította az utolsó 10 darab műholdra vonatkozó szállítási elvárásokat, és azokat GPS *Block IIR-M* névre keresztelték át (utalva itt arra, hogy ezek már az M-kódot is sugározzák). Az új *Block IIR-M* műholdak első tagjának indítási dátuma e sorok írásakor 2004, és a tervek szerint az utolsó ilyen hold is pályára kerülne 2006-ban. Természetesen a felsorolt új szolgáltatáson túl valamennyi korábbi is tartalmazni fogják, így a korábbi rendszerekkel lefele *kompatibilisek* lesznek.

A következő valóban új műhold-generáció első három példányának legyártására a Boeing 2002 novemberében kapott utasítást. A *Block IIF* nevű műholdakból összesen mintegy tucat épülhet (a megrendelés 6 fix, és 6 opciós tételt tartalmaz), az első indítást e sorok írásakor 2005-re teszik. A *Block IIF* holdak tervezett élettartama mintegy 11 év és (a *Block IIR-M* tulajdonságain túl) ezek már tartalmazni fogják a harmadik polgári frekvenciát (L5) is. Eközben, hála a földi állomáshálózat további fejlesztésének, várható, hogy a rendszer robusztussága és pontossága tovább javul.

Áttekintve az elmúlt időszak és a közeljövő földi- és űr-szegmens fejlesztéseit, azt találjuk, hogy 1,5 PDOP értéket feltételezve az abszolút helymeghatározás 1szigma pontossága az alábbiak szerint alakul(t):

- | | |
|---|--------|
| • SPS* S/A-val: | 75,0 m |
| • SPS* S/A nélkül: | 22,5 m |
| • SPS* S/A nélkül, két frekvencián: | 09,0 m |
| • SPS* és PPS a pontosság javítás után: | 07,5 m |

(* SPS - Standard Positioning Service, a polgári (C/A) kóddal nyújtott pontosság.)

GLONASS modernizáció

Nyilvánvalónak tűnik, hogy az oroszok a GLONASS fejlesztésekor hasonló problémákkal találkozottak mint az amerikaiak és a megoldási lehetőségeket is nagyjából azonos

módon látják. Erre abból következtethetünk, hogy a rendszer fejlesztése kísértetiesen emlékeztet arra, amit korábban a NAVSTAR GPS esetében láttunk. Összefoglalva:

Az *első generációs GLONASS* holdak tömege kb. 1400 kg, a polgári frekvenciák száma 1, míg a katonaié 2. A közeljövő típusának, a *GLONASS-M* nevűnek a tömege azonos lesz, azonban már ez is két polgári frekvencián fog sugározni. Az első példány indítását 2002 novemberében valamikor 2003-ra ígérték. A *GLONASS-K* egy alapjaiban új mesterséges hold lenne, jóval kisebb (750 kg-os) tömeggel, 3-3 polgári és katonai frekvenciával, és külön kutató-mentő (SAR) szolgáltatással. Első darabjának indítására semmiképp sem kerül sor az évtized közepe előtt.

Amennyiben egyszer végre lenne 24 működő GLONASS hold, annak óriási volna a jelentősége, hisz egyes számítások szerint 24 NAVSTAR és 24 GLONASS műhold együttesen képes lenne *1 körüli PDOP* értéket biztosítani bárhol a világon! Ugyanakkor úgy tűnik, hogy a GLONASS alapvető problémái még sokáig megmaradnak. Az első generációs műholdak hihetetlenül *rövid élettartammal* (mindössze 3 éves) rendelkeztek, és ma kissé optimistának tűnik az orosz publikációkban olvasható 7, illetve 10-12 éves tervezett élettartam a GLONASS-M, illetve -K esetében, figyelembe véve az ország ür- és háttér-iparának, illetve gazdaságának általános helyzetét. Ez a dolog azért kritikus, mert az oroszok továbbra is csak évi egy (maximum kettő) indítással számolnak, és bár egy-egy starttal 3 (Proton/GLONASS, illetve Proton/GLONASS-M), esetleg 2 (Szojuz/GLONASS-K), vagy 6 (Proton/GLONASS-K) műhold is pályára kerülhet, de amennyiben az élettartamok továbbra is alacsonyok maradnak, szinte elérhetetlen a 24 darabos kiépítés. Mindenesetre, figyelembe véve, hogy a működő GLONASS holdak száma e sorok írásakor csak fél tucat, és e mellé téve a tervezett orosz indítási ütemtervet, könnyen kiszámolható, hogy 24 darabos GLONASS kiépítésre legkorábban 2008-ban (!) van esély.

Polgári fejlesztések: GBAS

Az amerikai NAVSTAR GPS és az orosz GLONASS is rendelkezik egy-két olyan alapvető korláttal, amelyek miatt használatuk bizonyos navigációs feladatokra nem engedélyezett. Mik tehát a fenti rendszerek jelenlegi legnagyobb korlátai? Ezek

- a pontosság,
- a rendelkezésre állás, illetve
- az integritás.

Az első paramétert mindannyian ismerjük, ám itt most a *GARANTÁLT pontosságról* beszélünk, vagyis arról, hogy az üzemeltető (Amerikai Védelmi Minisztérium és Amerikai Légihaderő) mit VÁLLAL? Mit ismert a (legegyszerűbb GPS-vevők által is használt) C/A kóddal elérhető garantált pontosság 10 m vízszintes és 15 m függőleges értelemben. Ez végül is a legtöbb navigációs feladathoz (pl. nyílt tengeri hajózás, vagy útvonalrepülés) bőven elegendő, ám a probléma a következő két paraméterrel van. A *rendelkezésre állás* azt jelenti, hogy egy navigációs rendszert a fenti pontossággal milyen gyakran tudunk használni. Nos a mai GPS esetében a GARANTÁLT paraméter 95%, azaz, a nap 24 órájának "csak" 95%-ban igaz a fenti GARANTÁLT pontosság, a maradék 5%-ban, akár háromszor rosszabb is lehet, ráadásul nem tudjuk, hogy ez miképp van "szétszórva"! A harmadik adat - az *integritás* - definíciója szerint - az a paraméter, mely megmondja, hogy egy navigációs rendszer mennyire gyorsan képes a felhasználó tudomására hozni, ha egy adott navigációs feladatra többé nem használható. Nos a mai GPS rendszert használva egyes esetekben akár 2 óra is eltelhet, mire a felhasználó (mármint vevőberendezése) értesül arról, hogy a rendszerrel gondok vannak. Nyilvánvaló, hogy

egy partvonalhoz ködben közeledő hajó, vagy egy repülőteret megközelítő repülőgép esetében ez elfogadhatatlan. Nos épp ezen problémák megoldására kezdtek el az elmúlt években több országban is fejleszteni a GBAS és SBAS rendszereket.

Az GBAS (Ground Based Augmentation System, azaz földi telepítésű kiterjesztő rendszerek), olyan, a folyamatos navigációt támogató rendszerek, melyek lokális területekre folyamatosan biztosítják az integritás adatokat és a differenciális korrekciót. Ezek megvalósítását az IMO (nemzetközi tengerhajózási szervezet), illetve az ICAO (nemzetközi polgári repülésügyi szervezet) ajánlásai alapján a helyi társszervek végzik. Az információ-szórás, a használatos tengerészeti, illetve repülési frekvenciák és szabványok alapján történik, így a hajóknak RTCM-SC104-es korrekciót szórnak a tengerészeti rádiókra történő MSK modulációval, míg léginavigációs rendszerek esetében RTCA szabványú információ-közvetítés zajlik védett repülési frekvenciákban.

Polgári fejlesztések: SBAS

Az említett GBAS megoldásoknak - minden előnyük ellenére - azonban marad egy jelentős korlátjuk, mégpedig az alkalmazhatóság viszonylag kis (mondjuk országnyi, vagy repülőternyi) területe, kiterjedése. A probléma áthidalására jelenleg folynak az ún. SBAS (Satellite Based Augmentation Service - Műhold-alapú kiterjesztő szolgálat) fejlesztések. A célkitűzés négyes:

- a meglévő GPS (esetleg GLONASS) nyújtotta függőleges és vízszintes pontosság javítása,
- a helymeghatározás hozzáférhetőségének, folytonosságának és integritásának biztosítása,
- addicionális műholdas távolság-mérés (ranging) biztosítása,
- a GBAS megoldások területi korlátainak részbeni csökkentése.

A fentieket olyan szinten kell megvalósítani, hogy a szolgáltatási területeken az eddiginél jobb navigációs szolgáltatások legyenek elérhetők.

A *polgári légi közlekedés* esetében beleértve például

- nem csak a teljes útvonalrepülést, de például
- az ICAO CAT-I előírások szerint precíziós megközelítést és leszállást,
- vagy akár a teljesen új bevezetési és megközelítési eljárások kidolgozását (pl. a repülőgépek járatsűrűségének növelése, vagy a zajártalom csökkentése végett).

A *tengerhajózás és folyami hajózás* esetében például

- kikötőkbe történő biztonságos bejutást, vagy
- a hajók összeütközésének megakadályozását.

Napjainkban összesen négy SBAS rendszert emlegetnek, ezek:

- a WAAS (Wide Area Augmentation System, az Egyesült Államokban)
- a CWAAS (Canadian WAAS, Kanadában)
- az MSAS (MT Sat-Based Augmentation System, Japánban) és
- az EGNOS (European GNSS Overlay System, Európában),

sőt, legutóbb már India és Kína is kifejezte érdeklődését területén használható SBAS rendszerrel kapcsolatban.

A felsorolt SBAS megoldások lényege, hogy polgári követő és ellenőrző, valamint DGPS hálózat segítségével igyekeznek javítani a GPS-rendszer említett négy korlátján. Ennek érdekében mindegyik régióban több tucatnyi *referencia-állomást* telepítenek,

melyek egyrészt folyamatosan nyomon követik a navigációs műholdrendszert, másrészt, lehetővé teszik, hogy a vezérlő állomások *terület-specifikus* (ún. virtuális) *korrekciókat* (VBS, vagy VRS) számoljanak. Ezután a számolt korrekciókat, valamint a GPS-műholdakra és a földi állomás-hálózatra vonatkozó *integritás-adatokat* felküldik (a Föld felett állni látszó) *geostacionárius* műholdakra. Ezek azután az L1-es GPS frekvencián, kódolt üzenet formájában lesugározzák azokat, és az erre felkészített GPS-vevők a jelet véve, képesek javítani saját méréseik pontosságát, sőt még arról is lesz információjuk, hogy a DGPS korrekció mennyire jó, vagy, hogy néhány másodperce (!) meghibásodott egy GPS-műhold.

Nos itt hatalmas, és (a navigáció igényeinek megfelelően) többszörösen túlbiztosított rendszerekről van szó. Példaként megemlíthetjük, hogy az Észak-Amerikában teljesen kiépített de jelenleg még mindig tesztelés alatt álló WAAS mintegy két tucat monitoring állomást és két vezérlő-állomást (keleti- és nyugati-parti) használ. Ezen túlmenően két geostacionárius Inmarsat műholdon van átjászójuk az adatok vételéhez, majd szétsugárzásához. Ezek az Inmarsat-3-F4/AOR-W (Atlanti-óceáni régió - nyugat), és az Inmarsat-3-F3/POR (Csendes-óceáni régió), melyek KISÉRLETI jeleket és a korrekciókat, mint PRN122 és PRN134 GPS-holdak sugározzák.

Európában a helyzet még bonyolultabb, itt ugyanis közel négy tucat monitoring állomást kívánnak telepíteni, melyek négy vezérlő-állomással és három geostacionárius műhoddal - az Inmarsat-3-F2/AOR-E (Atlanti-óceáni régió – kelet), az Inmarsat IOR (Indiai-óceáni régió) és az ESA (Európai Űrügynökség) ARTEMIS kísérleti holdjával állnának majd kapcsolatban. Az európai EGNOS rendszer kiépítését - folyamatos halasztások közepette - jelenleg 2004-re ígérik. Napjainkban kevesebb, mint egy tucat monitoring állomás, és egyetlen vezérlő állomás üzemel, ráadásul ezek sincsenek a kontinensen egyenletesen terítve! A geostacionárius holdak közül, pedig csak egy üzemel, az Inmarsat-3-F2/AOR-E, mely PRN120-as GPS műholdként jelentkezik.

Amikor a WAAS Észak-Amerikában, illetve az EGNOS Európában (és annak környezetében) működni fog, a kombinált *GPS/SBAS* rendszer pontossága 10 m 2D, illetve 15 m 3D lesz, a nap 24 órájának 99,9%-ban. Amint egy GPS műhold meghibásodik, akkor erről a felhasználó *6 másodpercen* belül tudomást fog szerezni. A gyakorlati tesztek alapján persze úgy tűnik, hogy a rendszerrel nagyon sok vevő igen gyakran el fogja érni a 3-5 m 2D, illetve az 5-10 m 3D pontosságot, de ugye az, hogy egy VEVŐ "gyakran" milyen pontos, illetve, hogy a RENDSZER "mit garantál", két külön fogalom.

Mint láttuk, a WAAS elég előrehaladott állapotban van az EGNOS rendszerhez képest, ám egyik sem működik, nincs többszörözve, és jelenleg CSAK TESZT-ADATOKAT SUGÁROZ. Ezen túl az, hogy Európában csak néhány monitoring-állomás üzemel, azt is jelenti, hogy a korrekció (ha egyáltalán szórják) még meg sem közelíti a majdani pontosságot (vagyis a rendszer csak a rendszer belső tesztelésére megfelelő).

Az évtized vége: GBAS és SBAS rendszerek korlátai

Bár a különféle GBAS és SBAS rendszerek a mai helyzethez képest óriási előrelépést jelentenek mind a pontosság, mind az integritás-javítás, mind pedig a rendelkezésre állás szempontjából, azért a polgári felhasználók számára egy zavaró tényező mindenképpen megmarad. Arról van szó, hogy hiába a polgári ellenőrző és riasztó hálózat, illetve a műholdakkal sugárzott integritás- és korrekciós-adatok, ha az alaprendszer(ek)e(t) (NAVSTAR és GLONASS) továbbra is *katonai szervezetek* üzemeltetik. Ez az aggodalom Európát önálló műholdas navigációs rendszer fejlesztésére (Galileo) sarkalja, mi-

közben az USA továbbra is elégedett saját filozófiájával és csak azon gondolkodik, hogy mi lesz a GPS Block IIR-M és IIF után (Block III). Az alábbiakban tehát ismerkedjünk meg a Galileo és a GPS III rendszerekkel.

GALILEO

A Galileo a tervek szerint az első olyan műholdas helymeghatározó és navigációs rendszer lenne, melynek tervezésekor a polgári igényeket veszik figyelembe. A program teljes költségét mintegy 3,2-3,4 milliárd euróra becsülik, de meg kell említeni, hogy egyes becslések szerint a programnak köszönhetően 2010-ig százezer új munkahely születik, és a vevőeszközök és szolgáltatások nyújtotta piac árbevétele eléri a 10 milliárd eurót.

A Galileo földi- és űrszögense, a program megvalósítása

A Galileo műholdrendszere maximum harminc mesterséges holdat tartalmazna, három pályasíkban (ezek hajlásszöge az Egyenlítőhöz, azaz az inklináció 56°). A műholdak keringési magassága 23.616 km, ehhez 14 órás keringési idő tartozik. A műholdak a GPS holdakhoz képest kicsinek számítanak, tömegük mindössze 700 kg, és a Föld felé forduló antennarendszer alkotta tengely körüli lassú forgással stabilizálnák őket. A kisebb tömeg lehetővé teszi, hogy indítóeszközként többféle hordozórakéta is szóba jöjjön. Így felmerült az európai Ariane-5 rakétával végzett nyolcas indítás épp úgy, mint a Zenit, Szozjuz, illetve Proton rakétákkal végezhető egyes és többes indítások.

A Galileo műholdak összesen 10 féle jelet sugároznak, ebből hat lesz nyitott, illetve az élet közvetlen védelmével összefüggő, kettő kereskedelmi és kettő kormányzati ellenőrzésű. Ezeket az adásokat a következő frekvenciákon sugározzák:

- E5A-E5B (1164-1215MHz)
- E6 (1260-1300MHz)
- E2-L1-E1 (1559-1591MHz) - megosztva a NAVSTAR GPS-szel.

A jelenlegi forgatókönyv szerint

- a fejlesztési és orbitális pályán történő ellenőrzési szakaszra 2001-2005 között kerülne sor. Ekkor kéne egyértelművé tenni az elérendő célokat, kifejleszteni az első néhány (maximum 4) műholdat, valamint a földi követő és vezérlő hálózatot, majd a rendszer tesztjeit elvégezni (ekkor erre naponta még csak néhány óra állna rendelkezésre).
- A megvalósítás második szakaszában (2006-2007) elkészülne, és pályára kerülne további 26 műhold, és véglegesítenék a földi követő és vezérlő hálózatot.
- Ma úgy tűnik, hogy a Galileo rendszer 2008-ban megkezdheti működését, és
- reményt látnak arra, hogy 2015-re már ne kelljen közpénzekből finanszírozni a rendszer működését.

A Galileo szolgáltatásai

A jelenlegi elképzelések szerint a Galileo ötféle szolgáltatást nyújtana, ezeket az OS, SoL, CS, PRS és SAR rövidítésekkel jelölik.

* OS (Open Service - nyilvános szolgáltatás)

A tömeg-igények kielégítése a cél ingyenesen, és mindenféle egyedi-, vagy csoportos-regisztráció nélkül, természetesen a legolcsóbb egyfrekvenciás vevőkkel. A pozíció és időmérés pontossága nem lehet rosszabb, mint a jelenlegi és a jövőben tervezett GPS-

SPS (beleértve a GPS IIR-M, IIF és III rendszereket) abszolút meghatározások esetében. Ez a szolgáltatás semmiféle integritás-információt nem tartalmaz, és a sugárzott jellel kapcsolatos bármiféle számításokat csak a felhasználók vevőberendezései (sőt azok közül is csak a RAIM algoritmussal (Receiver Autonomous Integrity Monitoring) rendelkezők) fognak számolni. Az előbbiek azt is jelentik, hogy az üzemeltetők erre a szolgáltatásra semmiféle garanciát nem vállalnak.

** SoL (Safety-of-Life Service - élet-biztonsággal kapcsolatos szolgáltatás)*

E szolgáltatás felhasználói a közlekedési szektor azon képviselői lesznek, akiknek a kezében életek vannak (légi-, folyami-, tengeri- és vasúti-közlekedés). Épp ezért - bár ez a szolgáltatás nem lesz pontosabb, mint az OS - a sugárzott integritás-információknak köszönhetően az alkalmazók folyamatosan tisztában lesznek a rendszer állapotával. Az elképzelések szerint a felhasználók egy jelentős része az SoL szolgáltatást az EGNOS rendszerrel együtt fogja használni. (Ez azt is jelenti, hogy jelenleg nem tervezik az EGNOS lekapcsolását a Galileo rendszerbeállítás után, annál is inkább, mivel az a NAVSTAR GPS és a GLONASS rendszerről nyújt integritás információkat.) Az SoL egy sor navigációs feladatra és eljárásra engedélyezett (certified) szolgáltatás lesz, ám igénybevételéhez szabványosított kétfrekvenciás (!) vevők kellene, melyek a védett légi közlekedési frekvencia-sávokban (L1 és E5) működnek. Természetesen az SoL szolgáltatásra az üzemeltetők garanciákat nyújtani, illetve pénzügyi (és egyéb) felelősséggel rendelkeznek.

** CS (Commercial Service - kereskedelmi szolgáltatás)*

A CS jelű kereskedelmi szolgáltatás bevezetésének célja előfizetési díjért igénybe vehető értéknövelt szolgáltatások biztosítása. A felhasználók azok lesznek, akiknek pl. az OS által nyújtott információ nem elégséges. Így a CS például lehet precíz időszolgálati információ, ionoszféra modell, vagy nagy pontosságú és terület-specifikus DGPS korrekciók, stb. sugárzása. A fentiekben túl szóba jöhet többféle olyan adatsugárzás, amire ma még nem is gondolunk. Erre a célra két szignál áll rendelkezésre, melyek használatát jogilag előfizetői szerződésekkel, műszakilag pedig a vevő-hardverekbe épített kulcs-kódokkal védik.

** PRS (Public Regulated Service - kormányzati ellenőrzésű szolgálat)*

A PRS elsődleges felhasználói az európai hadseregek, haderők, határőrségek, rendőrségek és tűzoltóságok, valamint a veszélyes áruk szállítását végző szervezetek lehetnek. A PRS pontossága és zavarvédelme sokkal jobb lesz, mint az OS szolgálaté, és az ilyen morzsákkal (chipset) szerelt vevőberendezések vásárlását szigorúan ellenőrizni kívánják. A PRS szolgálattal szemben elvárás az igen megbízható működés (különösen krízishelyzetben), működését az európai politika befolyásolja.

** SAR (Search and Rescue - kutató és mentő szolgáltatás)*

Ez az utolsó szolgáltatás egy ma meglévő rendszer hátrányait igyekszik áthidalni. Napjainkban a bajbajutott hajók, légi járművek, vagy terepjárók vészjeleit (meghatározott védett frekvenciákon) a KOSZPASZ-SARSAT műholdas mentőrendszer alig több mint fél tucat alacsony-pályás, illetve geostacionárius műholdja veszi. Az információkat azután a pozíció adatokkal együtt küldik a mentést koordináló központokba. A műholdak darabszáma, pályája és az alkalmazott technika miatt azonban a helymeghatározás pontosság mindössze 5 km, míg a riasztási idő kb. 1 óra. Ilyen adóvevő-egységeknek a Galileo műholdakra helyezésével remény van arra, hogy a bajbajutottak pozícióját az évtized végén már néhány méteres pontossággal határozhatják meg, és ez az adat már néhány percen belül a mentést koordinálókhoz jusson. A SAR szolgáltatást az ESA és az EU a

KOSZPASZ-SARSAT Szervezettel közösen alakítja ki, működtetését pedig az IMO (nemzetközi tengerhajózási szervezet) és az ICAO (nemzetközi polgári repülésügyi szervezet) előírásai szerint végzi.

GPS-III

A már építés, illetve tervezés alatt álló Block II sorozatú műholdak kielégítik az amerikai *polgári és katonai* felhasználók igényeit nagyjából 2010-ig. Annak érdekében viszont, hogy az Egyesült Államok polgári és katonai navigációs igényeit 2030-ig is kielégítsék, már most elkezdtek azon gondolkodni, hogy milyen is lehetne az amerikai műholdas navigációs rendszer harmadik - Block III – generációja.

Az egyik ilyen elvárás az M kód teljesítmény-szintjének emelése (kb. 136 dBW értékre), amely a szándékos és véletlen zavarásokkal szembeni védelem egy újabb, magasabb szintjét jelentené. Egyeztetések folynak arról is, hogy a Block III holdak esetleg DGPS korrekciókat sugároznának, illetve, hogy az M-kód sugárzására irányítható nyalábot használnának, így a terület-specifikusan lenne alkalmazható.

A jelenlegi elképzelések szerint a rendszernek 2,5 m vízszintes, 4,5 m függőleges és 5,7 nsec időmérési pontosságot (95%) kéne biztosítania a legegyszerűbb vevőberendezésekkel is. A jóval fejlettebb (fázismérésre is felkészített) vevőkkel az abszolút pontmeghatározás pontossága (95%) remények szerint elérhetné a 0,5 m vízszintes, és az 1,1 m függőleges pontosságot, miközben az időmérés pontossága 1,3 nsec lenne.

Zárszó

Végigolvasva az újabb és újabb műhold-generációk fejlődéséről készített fenti összeállítást, az emberben tudatosodnia kell, hogy a GPS fejlődése nem csak és nem elsősorban a felhasználók által használt hardverek és szoftverek fejlődését, illetve nem csak alkalmazás-fejlesztéseket jelent. A fejlődés épp úgy sajátja az űrszegmenteknek (műholdrendszer) és a földi ellenőrző-, követő- és felügyelő-hálózatoknak, mint a vevőberendezéseknek. Egyik visszahat a másikra, egyik gerjeszti a másikat. Ez az, ami miatt egy átlagos felhasználónak is érdemes tisztába lennie azzal, hogy az űrszegment miképp változik, alakul.

“DIGITÁLIS ORSZÁGOK” SZÜLETÉSE

*Borza Tibor**



Birth of “digital countries” - The current integrity and absolute accuracy of the GPS is not sufficient for several users. For the improvement of the precision and integrity of the existing GPS systems co-operative developments were commenced under the name of GNSS. In this paper a few existing Ground-Based Augmentation Systems are introduced pointing out that there are two levels of establishment. The current status of the Hungarian GNSS infrastructure will also be presented such as the plans for its realisation.

A GPS integritása, valamint a jelenlegi abszolút pontossága a felhasználók nagy részét nem elégíti ki. E két kritikus tulajdonság megjavítására világszerte kutatásfejlesztési kezdeményezések indultak be, amelyeket együttesen GNSS-nek nevezünk. A három fő területről (geoszinkron holdas, légi, földi) amelyre a kiterjesztés vonatkozik, ebben a cikkben csak ez utóbbival (Ground-Based Augmentation Systems) foglalkozunk. A GBAS megvalósításának példákon keresztül, bemutatjuk a két szintjét, majd a hazai GNSS fejlesztések jelenlegi állapotát és terveit ismertetjük.

Kulcsszavak: globális helymeghatározás, aktív GPS hálózat, navigáció, valósídejű kinematikus technika, infrastruktúra

Bevezetés

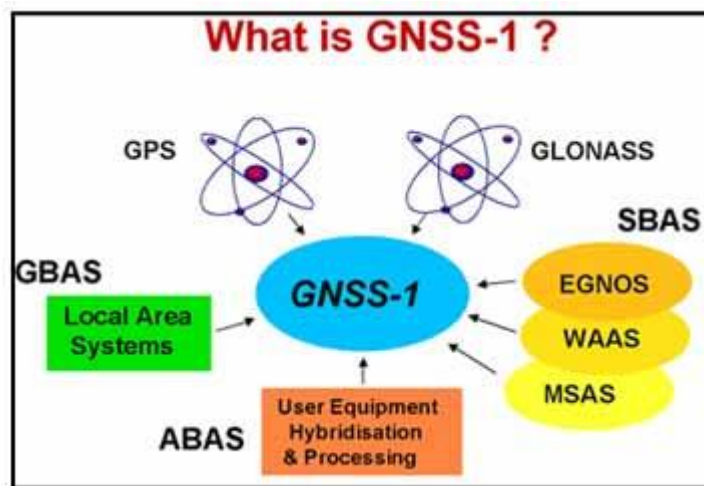
A GPS technika 10 méterre becsült abszolút pontossága néhány esetet kivéve (hajózás nyílt tengeren, országúti navigálás, kisméretarányú térképek használata, javítása, stb.) nem elegendő. Az önkiszolgáló relatív GPS meghatározás (amikor a felhasználó gondoskodik a bázisállomásról) ismert technika, de amellett, hogy drága (a bázisállomás fenntartása költségnövelő), az esetek többségében nem kényelmes (pl. vonalas létesítmények felmérése), vagy nem is alkalmazható (pl. navigálásnál). A cél éppen ezért az abszolút technika feljavítása, vagy olyan differenciális (relatív) technológia kidolgozása, amely a felhasználó számára észrevétlen marad. Más szóval a felhasználók azt igénylik, hogy egyetlen GPS vevőjükkel képesek legyenek szubméter, dm ill. cm pontos helymeghatározást végezni utólagosan és ha lehet, valósídejben is.

A megoldások nélkülözhetetlen alapelemei a permanens GPS állomásokra támaszkodó aktív GPS hálózatok. Valósídejű alkalmazásnál a permanens állomások méréseit, vagy az azokból származtatott adatokat, valósídejben kell eljuttatni a felhasználókhoz, ahol megtörténik az abszolút mérés javítása.

Megkülönböztetünk kontinens méretű és országos rendszereket. Az előbbieket általában geoszinkron pályán keringő műholdak felhasználásával oldják meg. Összefoglaló néven Satellite-Based Augmentation System (SBAS)-ként említik. Ide soroljuk az amerikai WAAS, az európai EGNOS, és a távolkeleti MSAS rendszereket (1.ábra) Az SBAS rendszerek a geodéziai igényeket, tehát a cm pontosságot nem képesek kielégíteni, alapvetően azért, mert ehhez a feladathoz a hálózat nem elég sűrű.

Földi telepítésű rendszerek

A nagyobb pontosság elérésének feltétele a sűrűbb, általában országos szinten realizált aktív GPS hálózat. A kommunikációt földi módszerekkel oldják meg. Az európai országokban kialakuló gyakorlat szerint 30 - 100 km az állomások sűrűsége, attól függően, hogy mi az elérendő cél. Egységes elnevezéssel Ground-Based Augmentation System (GBAS) lehet említeni ezeket a rendszereket, melyek általában országonként egységesek. Az ábrán látható még egy ABAS rövidítés is, amely légi alkalmazásra specializált rendszert jelent. A továbbiakban kizárólag GBAS megoldásokkal foglalkozunk, megemlítve a csak utófeldolgozásra kiépített, ill. alkalmas rendszereket is.



1. ábra. A GNSS felosztása.

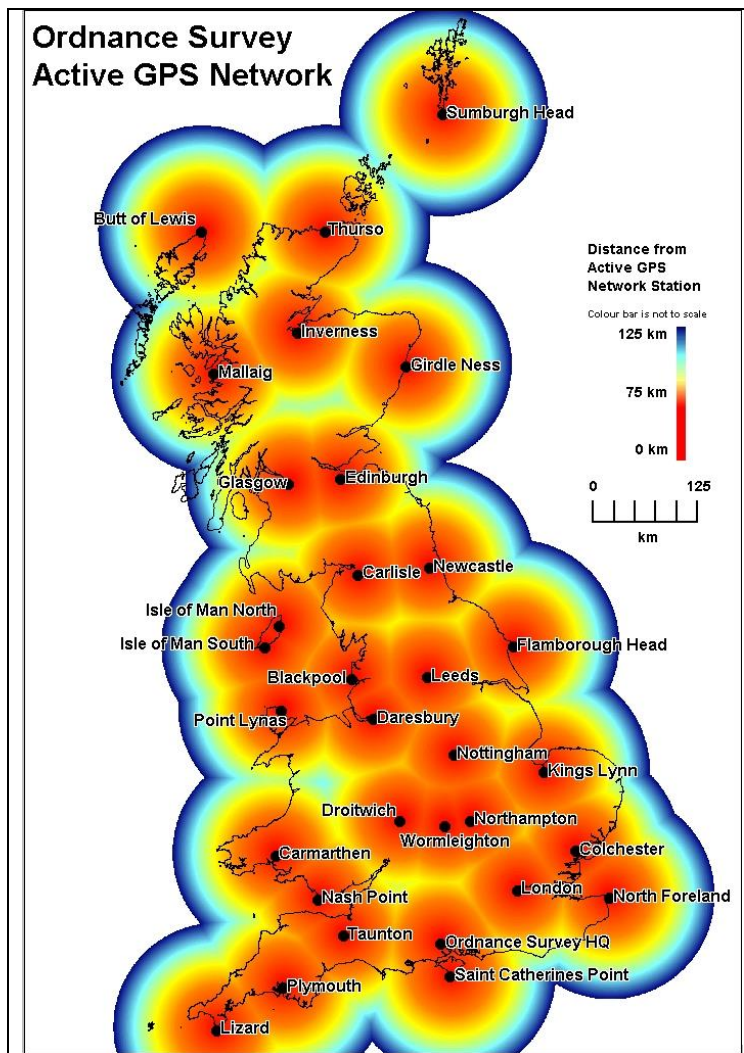
Utólagos feldolgozással a rutinszerűen végzett mérések cm-es pontosságához elegendő 100 km-ént egy permanens állomás. Egy ilyen aktív GPS hálózat ugyanakkor valószínűleg, csak a szubméteres pontosság elérésére képes. Ha a mai geodézia toplistán álló cm pontos valósidejű helymeghatározást tűzzük ki mint elérendő célt, akkor 30-40 km sűrűségben kell telepíteni az állomásokat. Ez az állomássűrűség azonban a tapasztalatok szerint 70 km-ig ritkítható, virtuális állomások képzésével, ill. helyfüggő korrekciók számításával

Hazai törekvéseink alátámasztására lássunk két megvalósult európai példát.

Az angol rendszer

A Brit aktív GPS hálózat 30 db permanens állomást üzemeltet (2.ábra) Szolgáltatja az 1-5 cm vízszintes pontosságú helymeghatározáshoz az adatokat az ország egész területén. Az ehhez a pontossághoz javasolt mérési idő, attól függően, hogy milyen távol van a permanens állomás, 20-60 perc. A központ Southhampton-ban van. A 3. ábrán a southhamptoni állomás referenciapontját ill. a GPS vevő antennáját láthatjuk. A pont stabilitása mozgásvizsgálati szempontból kifogásolható, de ha biztosítani kívánjuk a pont kitakarás mentességét, biztonságát, hálózati kapcsolatot és tápellátást is szeretnénk, akkor nem marad más lehetőség, mint az épületek teteje. Nem véletlen, hogy a Japán és Új-

Zélandi példákat leszámítva, csak magas hegyekben telepítettek magára hagyott állomásokat, tehát ahol viszonylagos biztonságban vannak. A 3. ábrán látható megoldásnál ügyeltek arra, hogy a tető ne sérüljön, ezért a referenciapont egy fémállvány tetejére került.



2. ábra. Az angol hálózat permanens állomásai.

Az adatfájlokat óránként zárják le, már 90 perccel a mérést követően, hozzá lehet férni a Rinex formátumú mérési adatokhoz.

Az országos valósidejű adatszolgáltatás nincs megoldva, a 30 állomás ehhez kevés. Ez a rendszer megfelel a mi tervezett 12 pontos aktív GPS hálózatunknak, azzal a nem elhanyagolható különbséggel, hogy már kiépült. A permanens állomások méréseire támaszkodva ez a hálózat biztosítja Nagy Britanniában a cm pontosságú utólagos helymeghatározást, ETRS89 rendszerben.



3. ábra. A központi állomás referencia pontja.

Megoldották ezenkívül az ETRS89 és az országos rendszer közötti Interneten elérhető on-line transzformációt. Ennek azért van nagy jelentősége, mert a GPS helymeghatározás eredményeként kapott ETRS89 koordinátákat óhatatlanul át kell számítani a hagyományos rendszerbe. Ha az átszámítás nem egységesen azonos paraméterek alapján történik, akkor a földmérők ellentmondásokba ütköznek, amint tapasztalhatjuk ezt itthon is. Szeretném hangsúlyozni, itt nem 7 vagy 11 db térbeli Helmert transzformációból származó paraméterről van szó. A 900 pontból álló angol passzív GPS hálózat pontjainak ETRS89 koordinátáit először átszámították sík rendszerbe. Ezután 1 km-es cellákra osztották az országot és minden cella sarokpontjaiban kiszámolták az eltéréseket a GPS és a nemzeti hálózat között. Az aktuális korrekciót, a sarokpontokban lévő eltérések ismeretében interpolációval határozzák meg. A módszer pontossága lényegében megegyezik a nemzeti alaphálózat pontosságával. A paraméterek (sarokponti adatok) száma 2 millió. Durva átszámítás céljaira, közreadták, egy 5 m pontos országos transzformáció paramétereit is.

Mind a Rinex mérési adatokhoz, mind a precíz transzformációhoz felhasználói név és kulcsszó szükséges, ami arra utal, hogy fizetni kell az adatokért.

Dán rendszer

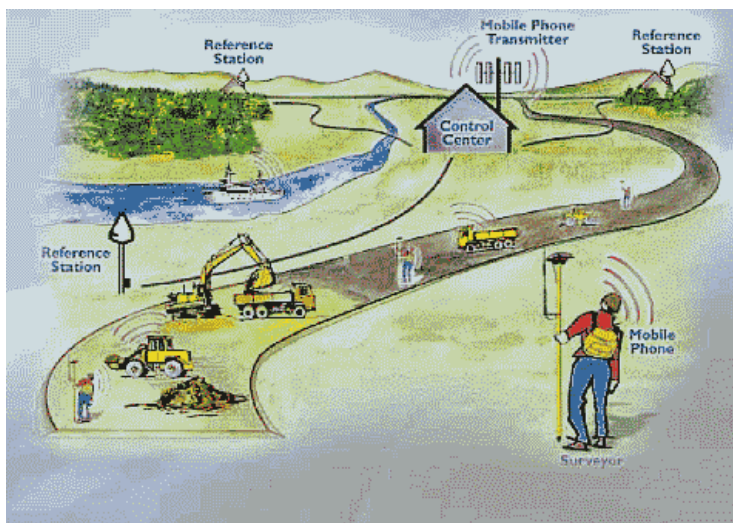
A Dán rendszer, jó példa a legfejlettebb geodéziai infrastruktúrára. Az első digitális ország, írják magukról. És valóban, az ország egész területén valós időben megoldották a cm pontos kinematikus helymeghatározást. Irigylésre méltó rendszer, hiszen az egész ország területén cm pontosan lehet pillanatok alatt tereppontokat bemérni, vagy kitézni.

A rendszer legfontosabb tulajdonságai:

- A 100%-os lefedés garantálása
- Egységes vonatkozási rendszer biztosítása.
- Egységes pontosság biztosítása.
- 24 órás szolgáltatás.
- Gazdaságosság, a felhasználóknak csak a mérendő pontokra kell figyelniük.

A fenntartók szlogenje: „felejsd el a bázisállomást, mi gondoskodunk arról” Kétféle szolgáltatást végeznek: Utólagos feldolgozáshoz lehet méréseket igényelni valamennyi állomásról és valós időben a GSM-re támaszkodva lehet cm pontos helymeghatározásra alkalmas korrekciókhoz jutni.

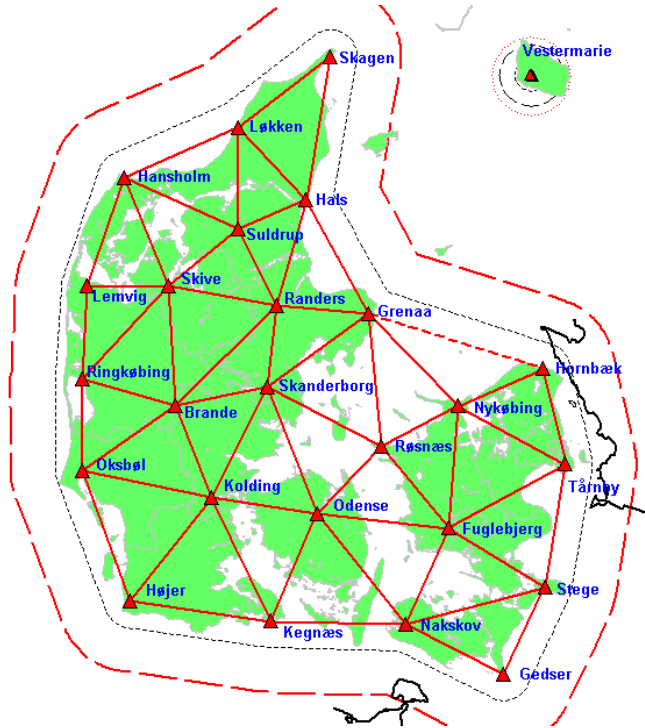
A technológia a Trimble által kidolgozott „Virtuális Referencia Állomás” (VRS) koncepcióra épül (4. ábra).



4. ábra. Az RTK sematikus ábrázolása.

A módszer lényege, hogy a mozgó vevőt közrefogó permanens állomások méréseit felhasználva, a mozgó vevőhöz közeli pontra fiktív méréseket generálnak, számolnak. A mozgó egység ezt úgy érzékeli, mintha a közelben lenne egy igazi bázisállomás, tehát minden további nélkül alkalmazza az RTK technikát. A mozgó egység csakis a központtal áll kapcsolatban a GSM hálózatra támaszkodva. A mérés kezdetekor elvégzendő inicializálás ideje, az esetek 90%-ban nem több mint 1 perc. A valós időben végzett vízszintes helymeghatározás pontossága komponensenként az esetek 90%-ban kisebb mint 13 mm. A rendszer 26 permanens GPS állomásból álló aktív GPS hálózatra (5. ábra) támaszkodik, használata díjfizetéssel jár.

A díjszámítás első ránézésre borsosnak tűnik, de ha utána számolunk, még ezekkel az árakkal is rendkívül gazdaságos a rendszer használata, mert a bázisvevő beszerzésének és működtetésének a költsége jóval meghaladja az itt felmerülő kiadásokat. Nem szabad megfeledkezni arról sem, hogy ez a technológia biztosítja a jelenlegi leggyorsabb digitális helymeghatározást, hiszen a bemérhető, vagy kitézhető pontok számát, itt már nem a méréssel eltöltött idő szabja meg, hiszen az egy pontra fordított mérési idő, másodpercekben mérhető.



5.ábra. A dánok aktív GPS hálózata.

Tanulságok és következtetések

A következőkben feltételezésekre is támaszkodva összevetjük a bemutatott példákat a hazai terveinkkel.

Mindkét példa alapvetően geodéziai megoldást mutat be. Az angol minta megfelel a mi első ütemünkben tervezett rendszernek, a dán példa pedig a második ütemünk rendszerével azonos.

A valósídejű differenciális technikát (DGPS), hajós nemzetek lévén, nyilvánvalóan már évek óta alkalmazzák mindkét országban. A tengerparton telepített állomások 100 km-es hatósugárral, lefedik a szigetországok belsejének is nagyrészt, tehát gépkocsi navigálásra, jármű követésre és egy sor valósídejű térinformatikai feladathoz (kb. 1 méteres pontosságig) ez a rendszer megfelel. A felhasználóknak lényegesen kisebb fele az, akiket nem elégít ki ez a pontosság. Mindenek előtt a földmérők azok. Azon országokban, ahol a GPS technikára korábban mozdultak a navigációs felhasználók, ott a földmérés nehezebb helyzetbe került, mert számára a meglévő DGPS rendszer nem elég pontos, ugyanakkor DGPS üzemeltetőknek nem érdekük a cm pontosság biztosítása. Saját rendszerrel kell tehát kiépíteni. De milyen legyen ez a rendszer?

Nem lebecsülendő az utólagos feldolgozásra létrehozott GNSS infrastruktúra sem (első ütemben ezt tervezzük), hiszen a geodéziában a leggyakrabban ezt alkalmazzák. Ehhez elegendő 100 km-ént egy állomás. A geodéziai pontosságú valósídejű infrastruktúrának (a második ütem célkitűzése) két nehézsége van. Egyrészt a lényegesen több permanens állomás kiépítése és üzemeltetése költséges, másrészt a rádiós úton tör-

ténő adattovábbítás megoldása körülményes. Az adattovábbításban áttörést jelent a GSM rendszerek új szolgáltatása a GPRS. Itt arról van szó, hogy a ki nem használt kapacitásokon adatok továbbítását lehet végezni, a díj pedig az adatmennyiséggel arányos, tehát már nem jelentős tétel. A kitűnően kiépített GSM hálózatokkal legfeljebb az RDS veheti fel a versenyt, más rádiós rendszereknek lefedettségi problémáik vannak. A GSM további előnye, hogy a vevő oldal gyakorlatilag minden felhasználónál megvan. Nem véletlen, hogy a dánok kifejezetten erre építették a hálózatukat.

Áttérve a hazai helyzetre, mindenek előtt meg lehet állapítani, hogy tengerünk nem lévén, nálunk elsőként a földmérés alkalmazta a GPS technikát, melynek bevezetésében, elterjesztésében vezető szerepet játszott. A közlekedés és más térinformatikai felhasználók csak most, elsősorban külföldi hatásra kezdenek foglalkozni a járműkövetés, gépkocsi navigálás, intelligens közlekedési rendszerek háttérének a megteremtésével és ezen keresztül jutnak el a GPS technikához, ill. annak ismerőjéhez, szerencsére egyelőre még nagyobb számban földméréssel foglalkozókhoz. Ha tehát mire az igazi nagy felhasználók színrelépnek, és létezik a földmérésnek aktív GPS hálózata, akkor minden valószínűséggel erre fognak támaszkodni, hiszen ami a geodéziát kielégíti minden további nélkül képes kiszolgálni minden navigációs igényt is. Ez esetben az előállított korrekcióért kapott adatérték díj, a földmérésnél jelentkezik, ezzel is javítva a megtérülés arányát. Az 1 méteres valósidejű helymeghatározási pontosság biztosításához a tervezett 12 állomásos hálózatunk alkalmas (Borza 1999). A GPRS alkalmazásával nem jelent komoly műszaki problémát az adatok, felhasználókhoz való juttatása sem. (Máris folytak a kísérletek ezirányban.) Különböző fórumokon felajánlottuk alig elkezdett hálózatunkat egy több ágazatot érintő GNSS infrastruktúra alapjául. A fogadtatás egyelőre kedvező, de a jelenlegi fejlesztési ütem szerint 2010-re fejezzük be a 12 pontos hálózatot, amit bizonyosan nem fognak megvárni leendő partnereink. Legjelentősebb érv tehát amellett, hogy a földmérés legyen a hazai GNSS infrastruktúra egyik főszereplője, az aktív GPS hálózat mielőbbi befejezése.

Eddigi terveinkben a valósidejű kinematikus (RTK) technika háttérül szolgáló infrastruktúra kiépítése nem szerepelt. Az indok érthető, ha nincs elegendő forrás a 12 állomásos hálózat kiépítésére, akkor értelmetlen egy 30 állomásosról beszélni (Borza 2000, 2002). Ezt a lépést láttuk, még az angolok sem tették meg.

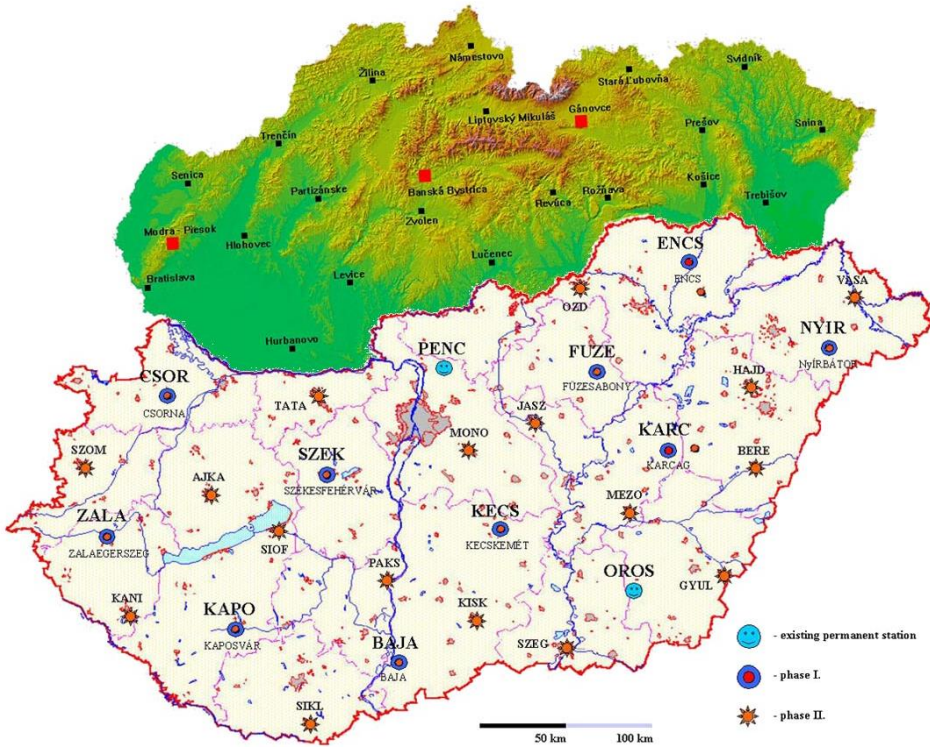
Van azonban még egy példa, amely közelebb áll a mi viszonyainkhoz, és ahol a „digitális ország” ugyancsak megvalósult, Németország. Van ugyan tengerpartja, de nem jellemző, ezért a szárazföldön is meg kellett oldani a pontosabb navigálás lehetőségét. A földmérők vezetésével, létrehozták a SAPOS rendszert, amely a földmérés mellett, minden más jelentkező igény kielégítésére is alkalmas.

EUPOS koncepció

Német kezdeményezésre ez év elején rendeztek egy konferenciát Berlinben, amelynek célja nem titkoltan a Németországban sikeresen kiépített, működő rendszernek, a SAPOS-nak a közép/kelet-európai országokba történő „exportálása”. A SAPOS, GPS adatokat szolgáltat. A cm pontos valósidejű geodéziai felhasználóktól az intelligens közlekedési rendszerekig minden igényt képes kielégíteni. Többféle átviteli megoldással juttatja el a korrekciókat a felhasználókhoz, így használják az RDS, GSM, GPRS, ISDN sőt Internet-et is. A felhasználónál elhelyezett berendezés választja ki a legkedvezőbb átviteli lehetőséget. Az állomások 40-70 km sűrűségben kerültek telepítésre. A SAPOS jelenleg több mint 250 permanens állomásra támaszkodik. A rendszer európai elterjesztése, a

nyilvánvaló gazdasági előnyök mellett, a befogadó országok számára is rendkívül előnyös, hiszen 10-11 szomszédos ország egymással kompatibilis rendszert fog üzemeltetni.

A tervezett egységes rendszert a soronkövetkező varsói összejövetelen EUPOS-nak nevezték el. Közös fellépéssel - amelyre irányuló szándék megvan - ezen országok jó eséllyel indulhatnak az EU ISPA pályázaton. Az összehangolás első eredménye máris megvan. A határmentén az állomásokat egyeztetve jelölik ki, így egymás állomásainak felhasználásával, csökkenthető azok száma. A valósídejű kinematikus technika alkalmazásához, miként a dán példa is mutatta nem elegendő a mi 12 pontos hálózatunk. Az elfogadott pontsűrűség 40-50 km (Fejes 2002).



6. ábra. Az EUPOS permanens állomásai magyar és szlovák területen.

Ennek megfelelően mi is tovább sűrítettük a 12 pontos hálózatot, amit a szlovák partnereinkkel már egyeztettünk is (6.ábra). Terveink szerint hazánkban további 17 állomás telepítésére kerül sor egy második ütemben (az ábrán csillagokkal jelölve). Ezek az állomások a már jól bevált koncepciónak megfelelően földhivatalokban kerülnek kialakításra, ahol a Takarnet hálózatán kívül szakemberek is rendelkezésre állnak és a rendszer biztonságja is garantált.

A költségekről annyit, hogy egy állomás kiépítése, és technikai berendezésekkel történő ellátása kb. 10 mFt. Számolni kell a rendszer fenntartásával is: A teljes kiépítés után évi 6 állomást kell lecserélni, hogy 5 évente valamennyi állomásra új berendezés

kerüljön. Folyamatosan kell gondoskodni tartalék eszközökről. A fenntartására évi 55-60 mFt-ot szükséges fordítani. A kiépített rendszer bevételekre is számíthat. Németországban jelenleg 50%-ra becsülik a megtérülést. Az aktív GPS hálózatok létrehozását, fenntartását azonban nem szabad piaci szemlélettel megközelíteni. A hagyományos geodéziai hálózataink sem térültek meg soha, hiányukban viszont nem rendelkezünk pontos térképekkel. Az aktív GPS hálózat nem csupán a térinformatikai igényeket elégíti ki, hanem a közlekedés területén az intelligens rendszerek kiépítését (közúti, vasúti), járműnavigációt, a mezőgazdaságot, vízügyet és környezetvédelmet egyaránt támogatja, hozzájárul az ország versenyképességének és termelékenységének mutatóinak a javításához. Európában ezekért a GPS szolgáltatásokért általában fizetni kell, de ez nem általános. Mivel a rendszer fenntartása közpénzekből történik, Ausztráliában, Új-Zélandon az adatok ingyenesen hozzáférhetők. Teljes megtérüléssel persze Európában sem számolnak.

Jelenlegi hazai helyzet

Már két éve ismert a 12 db permanens állomásból álló magyar aktív GPS hálózat. Építése meglehetősen lassan halad, aminek oka az anyagi források szűkös volta. Ezértől kissé optimistábbak lehetünk, mert először sikerült külső forráshoz is jutni. Az OM Alapkezelő Igazgatósága által meghirdetett pályázat keretében közel 30 mFt-os támogatást nyertünk, ami a hasonló összegű saját hozzájárulással már jelentősnek mondható. A végcél szempontjából azonban már nem olyan rózsás a kép, hiszen a projekt végét, 2005-öt tekintve, még mindig csak 6 db permanens állomásunk lesz, ami mindössze az első ütem 50%-os készletét jelenti. Természetesen sokkal grandiózusabb terveink és reményeink is vannak, de azokról majd akkor, ha látható közelségbe kerülnek.

Jelenleg három állomás üzemel: Penc, Orosháza és Nyírbátor. Az adatok a Tarkarnet hálózaton keresztül jutnak el a penci központba. Penc és Orosháza, mint EUREF állomás óránként rögzíti a méréseket, a többi állomáson egyelőre 6 órás blokkokba tervezzük az adatgyűjtést. A 6 órás periódus bezárása után félórával már lehet adatokért fordulni a központhoz. Igény esetén mi is áttérhetünk az 1 órás adatgyűjtésre. Mivel országos szinten egyelőre csak foltokban tudjuk biztosítani a bázisméréseket, az adatkérések száma igen alacsony, ezért még nem indokolt kiépíteni az automatikus adatletöltést és számlázást sem. Megtörtént az első ütem további 9 állomásának a helyszíni szemléje, Zalaegerszegen pedig az állomás kiépítése és a referenciapont meghatározása. Kellő igény esetén, ideiglenesen üzemeltetjük az állomást.

Előre tekintés

A magyar aktív GPS hálózat tehát két ütemben valósul meg. Már a 12 állomásos (első ütem) állapot is gyökeres változást hoz a geodéziai pontosságú helymeghatározásban. Az aktív GPS hálózat átveszi a hagyományos hálózataink szerepét nem csak vízszintes, de magassági értelemben is. Példáinkban (Angol, Dán) a megvalósult hálózatok garantálják magassági irányban is a 2-3 cm abszolút pontosságot. (Két egymástól néhány km-re levő pont esetében a relatív pontosság ennél lényegesen jobb.) Az aktív hálózat biztosítja a vonatkozási rendszert, garantálja a mérések pontosságát. A második ütem megvalósításával a hálózat az RTK igényeit is kielégíti. Ekkor valósul meg a „digitális ország”, ahol a helymeghatározás a koordináták leolvasására, ill. rögzítésére egyszerűsödik. (Természetesen fedett helyeken, ahol a GPS technika nem működik, továbbra is a hagyományos eszközökkel kell dolgozni.)

Jelenlegi elképzelésünk szerint valamennyi permanens állomás mérése a KGO-ba kerül. Onnan lehet on-line rendszerben letölteni az igényelt adatmennyiséget az utólagos feldolgozáshoz. A KGO-ba történik a másodpercenként valós időben beérkező adatok feldolgozása, a területfüggő korrekciók számítása is, amelyek GSM, esetleg Internet közvetítésével jutnak el a terepi felhasználókhoz.

Az aktív GPS hálózatoknak a minőség szempontjából, három fontos jellemzőjük van.

- **Pontosság:** A kínálatot célszerű szélesíteni, a 2-3 m-től a cm-ig hogy minden felhasználó megfelelő áron megkaphassa a neki szükséges adatokat. (SAPOS minta).
- **Rendelkezésre állás:** A hagyományos hálózatok adatainak hozzáférhetőségével szemben időben: a nap 24 órájában, az év minden napján el lehet érni a szolgáltatást, ami a felhasználói kényelem mellett, hatékonyság növekedést is jelent. A folyamatos rendelkezésre állást, a megfelelő biztonsági rendszer mellett létesített on-line kapcsolat garantálja. A térbeli rendelkezésre állásról azt lehet mondani, hogy az egész ország területén igaz, kivéve ahol nincs GSM kapcsolat, vagy szabad kilátás az égboltra.
- **Integritás:** E fogalom alatt a rendszer önellenőrző képességét értjük. Az integritás javítása tehát azt jelenti, hogy fokozzuk a rendszer felkészítettségét saját hibáinak észrevételére és elhárítására. Az integritás növelése érdekében elengedhetetlen az adatok gyűjtésének, feldolgozásának, folyamatos ellenőrzése. (Így pl. az ideális permanens állomáson három GPS vevő dolgozik. Ebből az ellenőrző rendszer kettőnek a méréseit összehasonlítja, és csak akkor engedi tovább, ha azok igazolják egymást. Ellenkező esetben kerül sor a harmadik vevő adatainak a bevonására. A több vevős megoldás lehetőséget ad arra is, hogy minőségi jellemzőt rendeljünk a mérési adatokhoz.) Ezek mellett felügyeletet kell biztosítani a meghibásodott Hw elemek gyors cseréjére, a hibák elhárítására. Mindezt az üzemeltető és az ellenőrző központ végzi el. Az üzemeltető tevékenység lényegében rutin munka, az ellenőrzés színvonala viszont a technikai fejlődéssel együtt változik, tehát folytonos kutatás-fejlesztést igényel. Mindkét feladatnak ideális helye a penci Observatórium, amelynek jelentősége, szerepe felértékelődik. A KGO a GNSS infrastruktúra fenntartásával az ország geometriai rendjének aktív felelőse lesz, aminek infrastruktúra fejlesztéssel és személyi állomány növekedéssel is együtt kell járnia.

Hivatkozások

- Borza T** (2000): A hazai aktív GPS hálózat kiépítésének és fenntartásának aktuális kérdései. *Geod. és Kart.* 9, 21.
- Borza T** (2001): Permanens GPS állomások az állami földmérésben. *OTÉK, 2001 szept. 26-28. Szolnok. CD konferencia kiadvány.*
- Borza T** (2002): Aktív GPS hálózat: Több mint vonatkozási rendszer. *GIS OPEN 2002 Székesfehérvár. 2002 március 11-13. Előadás és CD kiadvány.*
- Fejes I** (2002): EUPOS (European Positioning Service) infrastruktúra létrehozása Magyarországon. *FÖMI 2002, (ISPA pályázat koncepció, belső kiadvány).*
- www.gps.gov.uk: Az angol nemzeti GPS hálózat.
- www.gpsnet.dk: A dán GPS hálózat.
- www.sapos.de: SAPOS.

GPS KÓDMÉRÉSEK PONTOSSÁGI VIZSGÁLATA

Takács Bence*



Investigation of the precision of GPS code measurements - Nowadays according to the general use of geoinformatic systems there is a great demand on data acquisition methods with GPS technique. After turning off SA the accuracy of GPS single point positioning is at least ten times better than before, so the applications extended significantly. Some of the most important results of our own developed processing software are presented. We compare the accuracy of single point positioning with using differential corrections, first processing the measurements of a permanent station, then processing kinematic measurements recorded by a moving car with approx. 100 km/hour velocity in a highway. Accuracy of standalone GPS in both cases can be characterised with a few meters accuracy, applying the differential corrections the errors decrease to some decimeter. The effect of ionosphere, probably the most problematic of the systematic errors on zero differenced code measurements, is investigated. We show the strong correlation (more than 0.6) on the south part of Europe between the errors of single point positioning and the ionosphere activity.

Napjainkban a térinformatikai rendszerek rohamos terjedése miatt egyre nagyobb az igény a GPS-szel végezhető adatnyerési eljárások iránt. A SA felfüggesztése után az abszolút helymeghatározással elérhető pontosság legalább tízszeresére nőtt, ez jelentősen növelte a GPS alkalmazási lehetőségeit. A cikkben egy saját fejlesztésű feldolgozó szoftver néhány eredményét mutatjuk be, először összehasonlítjuk az abszolút helymeghatározással és a differenciális korrekciókkal elérhető pontosságot: (1) permanens állomáson végzett mérések; illetve (2) autópályán mintegy 100 km/óra sebességgel végzett kinematikus mérések feldolgozásán keresztül. Az eredmények azt mutatják, hogy az abszolút helymeghatározás mindkét esetben néhány méteres pontossággal jellemezhető, a differenciális korrekciók alkalmazásával a pontosság néhány deciméterre fokozható. A cikkben foglalkozunk az abszolút helymeghatározást terhelő egyik legfontosabb szabályos hibával, az ionoszféra jelkésleltető hatásával. Megmutatjuk, hogy Európa déli részén az abszolút helymeghatározás hibái és az ionoszféra állapota között erős korreláció (több, mint 0.6) figyelhető meg.

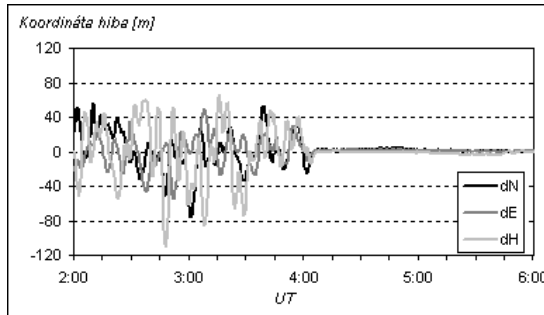
Kulcsszavak: GPS, DGPS, SA, abszolút helymeghatározás, kinematikus mérések, pontosság, ionoszféra

Bevezetés

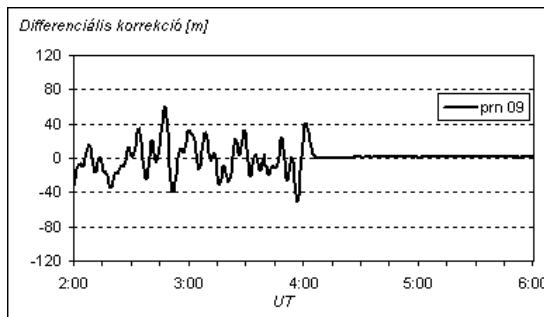
Clinton elnök döntésére 2000. május 2-án felfüggesztették a GPS jelek pontosságának mesterséges rontását (1. és 2. ábra). A hivatalos közlés szerint a valós idejű helymeghatározás pontossága tízszeresére nőtt, azaz a vízszintes helymeghatározás hibája mintegy tíz méterre csökkent. A gyakorlati tapasztalatok ennél kedvezőbbek. 2000 nyarán különböző GPS vevőkkel végeztünk statikus méréseket, és a vevők által meghatározott abszolút pozíciók pontosságát vizsgáltuk (Takács, 2000). Az eredmények azt mutatták, hogy a különböző vevők eltérő algoritmusok alapján számítják az abszolút pozíciókat, illetve bizonyos vevők szoftverében egyes szabályos hibák modellezése nem megfelelő. Felme-

*BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék,
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
E-mail: bence@agt.bme.hu

rült az igény, hogy további vizsgálatok szükségesek, de a vevők által számított pozíciók mellett kívánatos lenne a „nyers” mérési eredmények rögzítése is, továbbá a mérések feldolgozása egy erre valóban alkalmas szoftverrel. Több ilyen szoftver is létezik a kereskedelmi forgalomban, azonban ezek tudományos vizsgálatok elvégzésre nem alkalmasak. Az igények miatt egy új GPS feldolgozó szoftver kifejlesztése mellett döntöttünk.



1. ábra. A penci permanens állomás méréseiből számított abszolút pozíciók hibája 2000. május 2-án hajnalban, a SA felfüggesztése idején.



2. ábra. A penci permanens állomás méréseiből számított differenciális korrekciók 2000. május 2-án hajnalban, a SA felfüggesztése idején.

A cikkben az új szoftverrel végzett vizsgálatok fontosabb eredményeit mutatjuk be, a szoftverben alkalmazott algoritmusokat terjedelmi okok miatt csak röviden ismertetjük. Foglalkozunk a differenciális korrekciók pontosságnövelő hatásával, a kinematikus mérések pontosságával, illetve megmutatjuk az ionoszféra abszolút helymeghatározásra gyakorolt hatását is.

A szoftverről

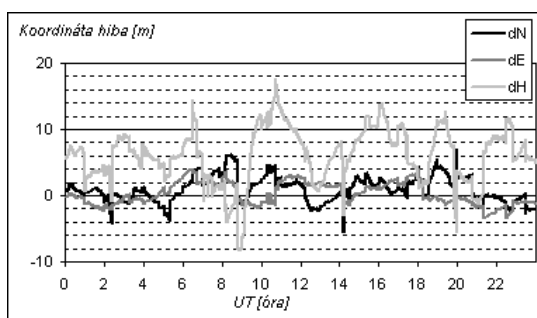
A BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszékén kifejlesztett szoftver magja Sam Storm van Leeuwen honlapján található program (<http://home2.worldonline.nl/~samsvl/software.htm>). Az itt található programot a következőkkel egészítettük ki:

1. A helymeghatározás normálegyenlet-rendszerét az együtthatómátrix LU faktORIZÁCIÓJÁVAL oldottuk meg.
2. A programot alkalmassá tettük RINEX állományok fogadására, és az állományban található összes mérés feldolgozására.
3. A pszeudótávolságok ionoszféra hatásától mentes (ún. L3) kombinációján is elvégezhetővé tettük a helymeghatározást.

A szoftver egyelőre csak kódmérési eredmények feldolgozására alkalmas, fázismérési adatok feldolgozására nem, emiatt elsősorban a térinformatikai alkalmazások területén használható.

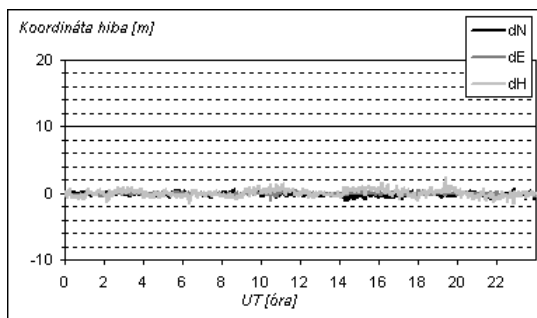
Abszolút vagy differenciális helymeghatározás?

A differenciális korrekciók hatásának vizsgálata céljából a BME permanens állomásának egy napi adatait három különböző módon dolgoztuk fel. Az első esetben abszolút helymeghatározást végeztünk (3. ábra), a második esetben az eredményeket megjavítottuk a penci permanens állomás méréseiből levezetett differenciális korrekciókkal (4. ábra), a harmadik esetben a korrekciókat a grazi állomás méréseiből vezettük le (5. ábra). A BME-PENC távolság 38 km, míg a BME-GRAZ 273 km.



3. ábra. A BME permanens állomásának méréseiből számított abszolút pozíciók hibája (2002. június 15.).

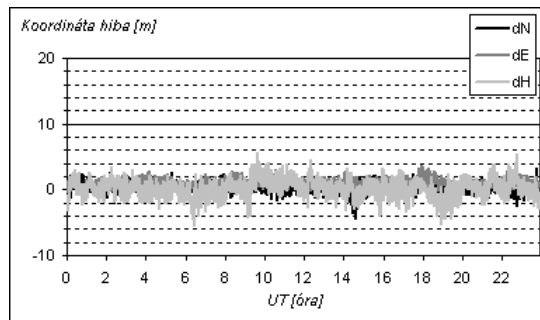
Az abszolút helymeghatározás valódi hibáiból számított szórás vízszintes értelemben mintegy 2m, magassági értelemben pedig 4m. A legnagyobb vízszintes hiba 8m-nél, a legnagyobb magassági hiba 18m-nél kevesebb (1. táblázat). A pontossági mérőszámok összhangban vannak a korábbi vizsgálatok eredményeivel (Takács, 2000).



4. ábra. A BME permanens állomásának méréseiből számított pozíciók hibája a penci állomás méréseiből levezetett differenciális javítások alkalmazása után (2002. június 15.).

A differenciális javítások alkalmazása után a hibák jelentősen csökkennek. Ha a differenciális korrekciókat a penci permanens állomás méréseiből számítjuk, akkor a szórások vízszintes értelemben néhány deciméter nagyságúak. A legnagyobb hiba vízszintes értelemben alig több 1m-nél, magassági értelemben 2,4m. A 24 órás mérés valódi hiba-

sorozatának számtani középértéke mindhárom koordináta esetében kevesebb, mint 15 cm (1. táblázat).



5. ábra. A BME permanens állomásának méréseiből számított pozíciók hibája a grazi állomás méréseiből levezetett differenciális javítások alkalmazása után (2002. június 15.).

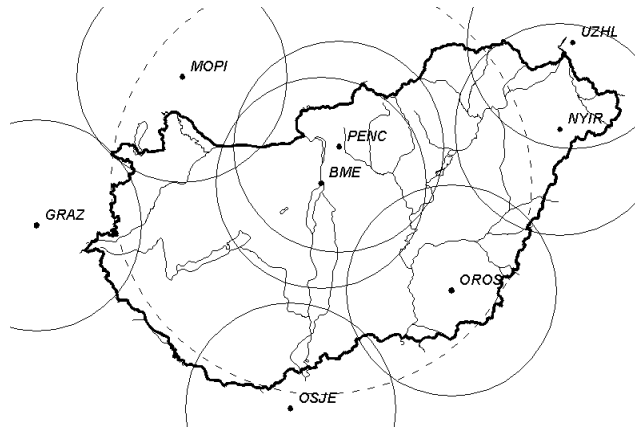
Ha a differenciális korrekciókat a lényegesen messzebb található grazi permanens állomás méréseiből vezetjük le, akkor a hibák valamelyest nagyobbak (1. táblázat), de a pontossági mérőszámok még mindig lényegesen kedvezőbbek az abszolút helymeghatározás megfelelő mérőszámainál.

1. táblázat. A BME permanens állomásának méréseiből levezett pozíciók hibájának statisztikai jellemzői.

		Abszolút hely- meghatározás [m]	Differenciális javítások Pencről [m]	Differenciális javítások Grazból [m]
Max	dN	7,1	0,7	3,4
	dE	4,0	0,6	3,5
	dH	17,6	2,4	5,7
Min	dN	-5,5	-1,2	-4,3
	dE	-3,4	-1,0	-0,5
	dH	-8,3	-1,5	-5,6
Átlag	dN	1,0	-0,1	0,3
	dE	0,3	0,0	1,1
	dH	6,1	0,0	0,2
Szórás	dN	2,0	0,3	0,7
	dE	1,7	0,2	0,6
	dH	4,2	0,5	1,4

Megállapítható, hogy érdemes a differenciális javításokat akár távolabbi állomásokról is levezetni, annál is inkább, mert pillanatnyilag (2002. november) a tervezett országos permanens GPS hálózatnak (Borza, 2002) mindössze két állomása (Penc és Orosháza) működik (a harmadik, Nyírbátor hamarosan működni fog). Az országhatár közvetlen közelében viszont az Európai Permanens GPS Hálózat (European Permanens GPS Network, EPN) további négy állomása (GRAZ, MOPI, UZHL, OSJE) található (6. ábra). Az ábrán feltüntettük a BME permanens állomását is. Az ország lefedettségét ábrázolandó

feltüntettük az állomások 100 km-es körzetét folytonos vonallal, illetve a BME állomás 200 km-es körzetét szaggatott vonallal.



6. ábra. Hazánkban és környezetében található permanens állomások.

A kinematikus mérések pontossága

Az előző fejezetben permanens GPS állomások méréseinek feldolgozását mutattuk be, ahol ideális körülmények között nagy teljesítményű geodéziai vevőket használnak. Felmerül a kérdés, hogy a kinematikus mérések pontossága mennyire marad el, (vagy elmarad-e egyáltalán) a statikus mérések pontosságától?

Statikus mérések esetén egyszerű a pontosság vizsgálata: a méréseket ismert ponton végezzük, majd összehasonlítjuk a „mért” koordinátákat az ismert és hibátlanak tekintett koordinátákkal. A kinematikus mérések pontosságának vizsgálata sokkal bonyolultabb, hiszen nem egyszerű feladat egy mozgó jármű helyzetét „hibátlanul” meghatározni.

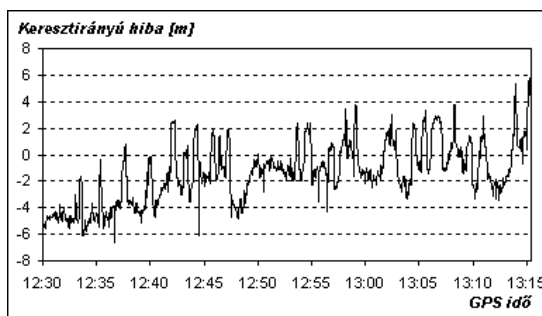
A kinematikus mérések vizsgálata – Magyarországon talán elsőként – Busics (1995) dolgozatában jelent meg, ahol a szerző az M7 autópálya egy szakaszán vizsgálta egy GPS-antennával felszerelt gépkocsi mozgáspályáját, majd egy másik elrendezésben egy modellvasút ismert sugarú körpályája jelentette a mozgó antenna „hibátlan” haladási vonalát. GPS mérések térinformatikai rendszerbe illesztéséről olvashatunk Lovas (2001) tanulmányában.

Tegyük fel, hogy ismert valamely út geometriája, például egy korábbi geodéziai felmérés eredményeként. Ha ezen az úton haladva végzünk GPS méréseket, akkor az út (vagy az adott forgalmi sáv) tengelyvonala tekinthető a mozgó jármű „hibátlan” mozgáspályájának. Természetesen ez elhanyagolásokat tartalmaz, hiszen a jármű nem feltétlenül a forgalmi sáv közepén halad. A módszer tehát csak a navigációs, esetleg a térinformatikai, de semmiképpen sem a geodéziai célú GPS mérések pontosságának vizsgálatára alkalmas. A pontosság mérőszáma a „mért” pozícióknak az elméleti mozgáspályájától vett merőleges távolságából vezethető le. Ez az eltérés a navigációból keresztirányú hiba (cross-track error) néven ismert. A merőleges távolság, tehát az oldalirányú kitérés nem tekinthető a „mért” pozíció teljes hibájának, mivel nem tartalmazza sem a hiba

mozgásirányú (hosszirányú hiba, along-track error), sem pedig a függőleges irányú (magassági) összetevőjének értékét.

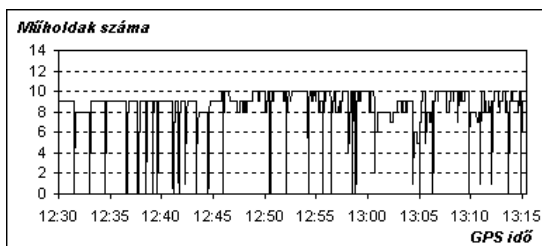
A vizsgálatok során több alkalommal végeztünk kinematikus méréseket az M3 autópályán. Az autópálya digitális térképe kutatási célra rendelkezésünkre áll, így lehetőség volt a mérések pontosságának becslésére az előbbieket szerint. A mérések fontosabb tapasztalatait egy másik tanulmányban foglaltuk össze (Takács 2002).

A 7. ábrán egy egyfrekvenciás geodéziai vevővel (Geotracer 3140) rögzített és az új szoftverrel feldolgozott mérésekből levezethető keresztirányú eltérések láthatók. A mérést hétköznap délután, erős forgalom mellett kb. 120 km/h sebességgel haladó (és emiatt gyakran előző) gépkocsival végeztük (az ábrán a kiemelkedések felelnek meg az előzéseknek).



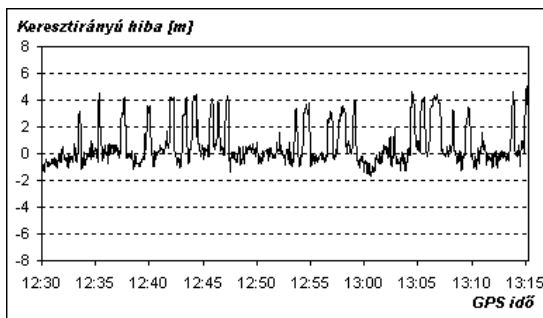
7. ábra. Keresztirányú eltérés (mérés az M3 autópályán Ludas és Budapest között 2002, március 13-án).

A 8. ábra a mérés során észlelt műholdak számát mutatja. Szembetűnő, hogy a műholdak száma bizonyos (meglehetősen gyakori) időpontokban a kritikus négy alá csökken. Ezek az időpontok mindig egy-egy, az autópályán átívelő műtárgy alatti áthaladáshoz köthetők. Az ábra szerint a kinematikus mérés során egyébként zavartalan körülmények között a mozgó geodéziai vevő több alkalommal is 10 műholdra tudott méréseket végezni.



8. ábra. Az egyidejűleg észlelt műholdak száma (mérés az M3 autópályán Ludas és Budapest között 2002, március 13-án).

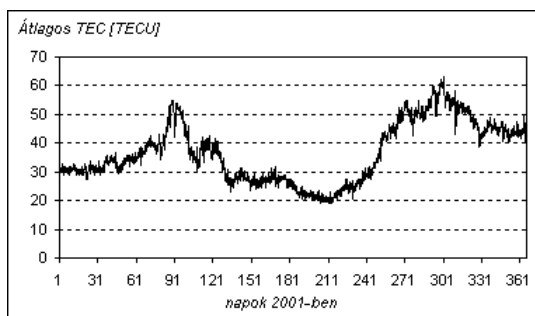
A méréseket nem csak abszolút, hanem relatív (differenciális) helymeghatározásként is feldolgoztuk, a BME permanens állomását használva bázisállomásként. A feldolgozás során csak a kódmérési eredményeket vettük figyelembe, a fázismérési eredményeket nem. A 9. ábrán a differenciális javítások alkalmazásával levezetett pozíciók keresztirányú hibái láthatók. Az ábrán jól felismerhetők az előzések.



9. ábra. Keresztirányú eltérés a differenciális korrekciók alkalmazása után (mérés az M3 autópályán Ludas és Budapest között 2002, március 13-án).

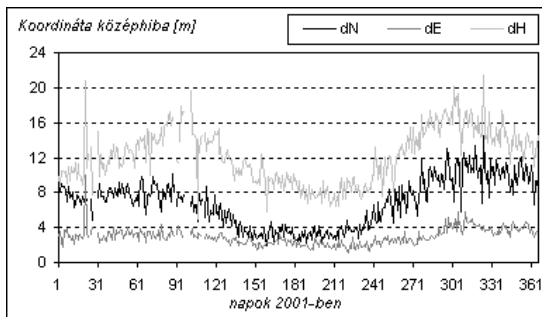
Az ionoszféra állapota és az abszolút helymeghatározás hibái közötti kapcsolat

Az abszolút helymeghatározást terhelő szabályos hibák közül az ionoszférikus késés modellezése az egyik legnehezebb feladat. Ebben a fejezetben megmutatjuk, hogy az ionoszféra szempontjából aktív területeken az abszolút helymeghatározás hibái, illetve az ionoszféra állapota között erős korreláció figyelhető meg. A téma különösen időszerű, hiszen a napfolttevékenység 11 éves periódusú változásának maximumát a 2000-2001 években észlelték, a GPS teljes kiépítettsége óta először. A 10. ábra az ionoszféra aktivására jellemző szabad elektrontartalom (TECU) változását mutatja a 2001. évben.



10. ábra. Az ionoszféra átlagos elektrontartalma 2001-ben (a vízszintes tengelyen az osztásközök közel egy-egy hónap időtartamnak felel meg).

A vizsgálatokhoz az Európai Permanens GPS Hálózat Egyenlítőhöz legközelebb eső állomásának, MAS1 (Maspalomas, Spanyolország, $\varphi=27^{\circ}\text{N}$) nevű állomásának adatait dolgoztuk fel. A 11. ábrán az abszolút helymeghatározás valódi hibáiból számított középhibákat láthatjuk. Jól látható a középhibák és az ionoszféra állapota közötti erős korreláció (2. táblázat).



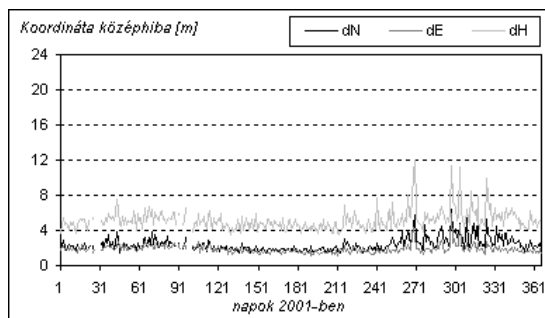
11. ábra. Az abszolút helymeghatározás napi középhibái MAS1 (Maspalomas, Spanyolország) állomáson a 2001. évben (feldolgozás L1 frekvencián).

A feldolgozást ezután megismételtük az ionoszféra hatásától mentes ún. L3 kombinációk alkalmazásával is, hiszen az állomás vevője kétfrekvenciás vevő. Az így kapott napi középhibákat a 12. ábrán tüntettük fel. Az ábrán jól látható, hogy a középhibák éves periódusú trendje az L3 „frekvencián” megszűnik, továbbá a középhiba mindhárom összetevő esetében jelentősen csökken. Érdekes, hogy az őszi hónapokban bizonyos napokon a középhiba lényegesen nagyobb, mint a többi napon. A jelenség pontos magyarázatát egyelőre nem ismerjük, de valószínűleg az ionoszféra-viharokra vezethető vissza. Egy későbbi vizsgálat során érdekes lenne az ionoszféra viharok GPS mérésekre gyakorolt hatását elemezni, erről egyébként részletesen olvashatunk Skone (2002) munkájában.

2. táblázat. Az ionoszféra átlagos elektrontartalma és MAS1 állomás L1 frekvencián végzett méréseiből levezett abszolút pozíció-összetevők napi középhibája közötti korrelációs együtthatók.

középhiba összetevők	dN	dE	dH
korrelációs együttható	0.78	0.60	0.84

A MAS1 állomással végzett vizsgálatokat elvégeztük a BME permanens állomására is, de sem az ionoszféra éves változását, sem az ionoszféra-viharok hatását nem tudtuk kimutatni, valószínűleg azért, mert hazánk az ionoszféra szempontjából nyugodt területen található.



12. ábra. Az abszolút helymeghatározás napi középhibái MAS1 (Maspalomas, Spanyolország) állomáson a 2001. évben (feldolgozás L3 kombinációban).

Összefoglalás

A cikkben a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszékén kifejlesztett GPS feldolgozó programmal végzett vizsgálatok legfontosabb eredményeit ismertettük. A programmal egyelőre csak kódmérési eredmények dolgozhatók fel abszolút és differenciális módon, emiatt az eredmények elsősorban a térinformatikai alkalmazások területén hasznosíthatók.

Bemutattuk egy 24 órás mérés során nyert pozíciók pontosságát először abszolút helymeghatározás eredményeként, majd differenciális korrekciók alkalmazása után. Előbbi esetben a vízszintes koordináták középphibája 2m, a magassági koordinátáké pedig 4m, utóbbi esetben a középphibák vízszintes és magassági értelemben egyaránt 0,1dm nagyságrendűek.

Kinematikus mérések feldolgozásával is foglalkoztunk. A pontosság becslésére a keresztirányú hibákat vezettük le, ez abszolút helymeghatározás esetében 6m-nél kisebbre adódott, vagyis az abszolút pozíciók pontossága valamelyest elmarad a statikus mérések pontosságához képest. A differenciális javításokkal meghatározott pozíciókból levezethető keresztirányú hibák 0,5m-nél kisebbek.

Bemutattuk az ionoszféra abszolút helymeghatározásra gyakorolt hatását is az Európai Permanens GPS Hálózat egyik legdélibb fekvésű állomásának méréseinek vizsgálatára útján. Az ionoszféra állapota és a koordinátahibák között nagyon erős korreláció (mintegy 0,8 az észak-déli és a magassági összetevő esetében és 0,6 a kelet-nyugati összetevő esetében) figyelhető meg. Hasonló jelenség hazánk területén és az ionoszféra szempontjából más nyugodtnak tekintett területeken nem mutatható ki.

Köszönetnyilvánítás. A cikkben ismertetett vizsgálatok a T030645 számú OTKA pályázat támogatásával folytak, a támogatásért ezúton is köszönetet mondunk.

Irodalomjegyzék

- Borza T** (2002): „Digitális országok születése”. Sopron, *Geomatikai Közlemények V.* 35-44.
- Busics Gy** (1995): A globális helymeghatározó rendszer és geodéziai alkalmazása, *Egyetemi doktori értekezés*, Székesfehérvár, kézirat.
- Lovas T, Barsi Á, Eppel G** (2001): Processing of GPS measurements for navigational GIS, Presented at the “*Vistas for Geodesy in the New Millenium*” IAG 2001 Scientific Assembly, Budapest, Hungary, 2-7 September 2001.
- Skone S, Hoyle V, Lee S and Poon S** (2002): Variations in Point Positioning Accuracies for Single Frequency GPS Users during Solar Maximum. *Geomatica* 56:2, 131-140.
- Takács B** (2000): A GPS pontossága SA nélkül. Sopron, *Geomatikai Közlemények III.* 225-230.
- Takács B** (2002): Kinematikus GPS mérések tapasztalatai. *Geodézia és Kartográfia*, LIV. 5. 22-25.

A PÓLUSMOZGÁS FIZIKAI ALAPJAI

Völgyesi Lajos*



Physical backgrounds of polar motion - Rotation of the Earth is quite involved process. Deep knowledge of certain area of physics is indispensable for its understanding and researching. It is necessary to clarify the physical elements of rotation of rigid bodies because the usage of precession and nutation's elements by experts are generally not suitable, and are confused. After the discussion some theoretical physics's concept concerning to rotational mechanics, the nutation of the Earth (polar motion, wobble, polar wandering, free nutation, forced nutation) are discussed here.

Földünk tengely körüli forgása nehezen átlátható, meglehetősen bonyolult folyamat. Megismeréséhez és kutatásához nélkülözhetetlen az igen alapos tájékozottság a fizika megfelelő területein. A szakemberek által a nutációval kapcsolatosan használt bizonyos fogalmak nem egységes - időnként hibás - használata, a precesszió és a nutáció jelenségek keveredése szükségessé teszi a fizikai alapfogalmak tisztázását. Jelen tanulmányban a forgó testek mechanikájához kapcsolódó fontosabb elméleti fizikai alapfogalmak tárgyalását követően a Föld nutációs mozgásával (pólusmozgás, pólusingadozás, pólusvándorlás, szabadnutáció, kényszernutáció jelenségeivel) foglalkozunk.

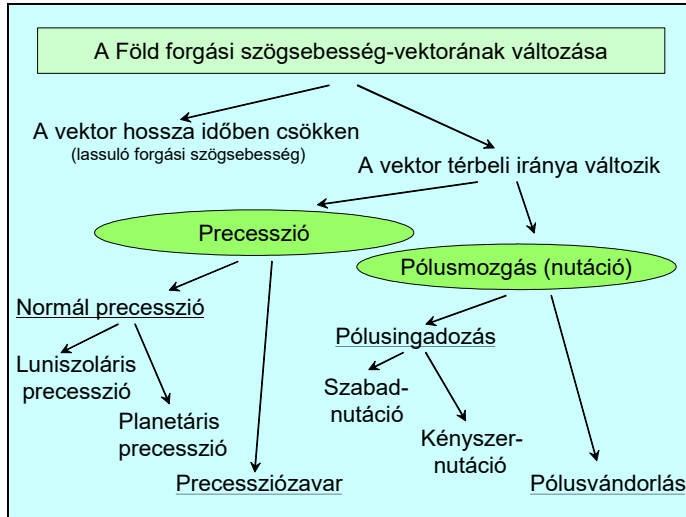
Kulcsszavak: a Föld forgása, nutáció, pólusmozgás, pólusingadozás, pólusvándorlás, szabadnutáció, kényszernutáció, pörgettyű-mozgás, Euler-egyenletek

A Föld tengelykörüli forgása

A Föld saját tengelye körüli forgását az $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség-vektora jellemzi, ezért a Föld forgásának leírásához ismernünk kell a szögsebesség-vektor térbeli irányát és nagyságát, valamint a forgástengely és a Föld tömegének relatív helyzetét, mint az idő függvényét.

A tengelykörüli forgás során a szögsebesség-vektor térbeli iránya és nagysága állandóan változik. A változásokat az 1. ábrán láthatjuk összefoglalva. Az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektor abszolút értékének (illetve a napok hosszának) változásaival most nem foglalkoztunk; csupán megjegyezzük, hogy a forgási szögsebesség szekuláris lassulása elsősorban a Hold és a Nap által okozott ún. dagálysúrlódás eredménye, az évszakos változást felszíni (meteorológiai) tényezők, a rendszertelen változásokat pedig a Föld belső tömegátrendeződései okozzák (VÖLGYESI, 1999).

Az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektor térbeli irányának változásait két csoportra oszthatjuk: a precessziós és a nutációs mozgás által okozott változásokra. A precessziós mozgást ezzel párhuzamos másik tanulmányban tárgyaljuk (VÖLGYESI, 2002), a továbbiakban a nutációs mozgással foglalkozunk.



1. ábra. A Föld forgási szögsebesség-vektorának tér- és időbeli változása.

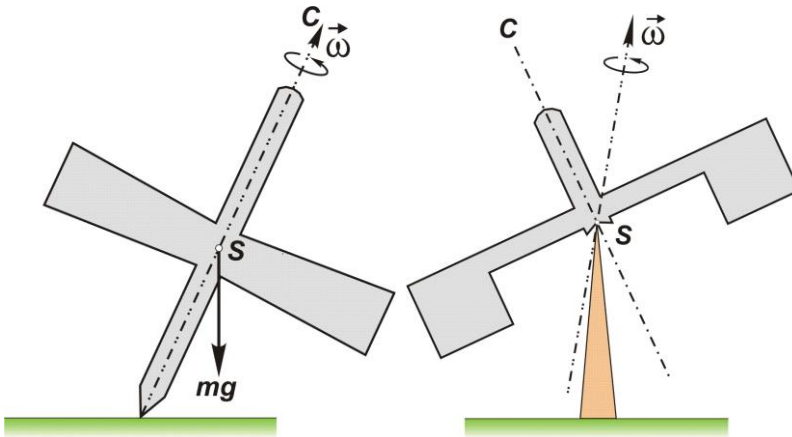
Az alábbiakban a fizikai alapfogalmak tisztázását követően megvizsgáljuk a Föld forgástengelyének a Föld tömegéhez viszonyított mozgását, a pólusmozgás, a pólusingadozás és a pólusvándorlás jelenségét és lehetséges okait.

A pörgettyűk

Pörgettyűnek nevezzük minden olyan tetszőleges alakú és tömegeloszlású merev testet, amely egyetlen rögzített pontja körül szabadon foroghat, vagy általánosabban pörgettyűnek nevezzük a rögzített pont nélküli testet akkor is, ha a tömegközéppontja körüli forgása a tömegközéppont mozgásától függetlenül tárgyalható (BUDÓ, 1964). Két alapvetően fontos fajtája a 2. ábrán látható ún. *súlyos* és az *erőmentes* pörgettyű. A súlyos pörgettyű a súlypontjára ható forgatónyomaték hatására megfelelő $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség esetén *precessziós* mozgást végez, azaz a forgástengely a testtel együtt egy kúppalást mentén $\vec{\omega}_{pr} \ll \vec{\omega}$ szögsebességgel körbe vándorol. Az erőmentes pörgettyű ettől abban különbözik, hogy a külső erőknek a súlypontjára vonatkozó forgatónyomatéka zérus (ilyen pl. a súlypontjában alátámasztott pörgettyű). Az erőmentes pörgettyű nutációs mozgást végez, amennyiben a forgástengelye és a szimmetriatengelye nem esik egybe. Ekkor a test forgástengelye folyamatosan változtatja a testhez viszonyított helyzetét, a forgástengely a test szimmetriatengelye körül kúppalást mentén körbe vándorol.

A pörgettyűk dinamikai viselkedését a tömegeloszlásuk, azaz a tehetetlenségi nyomaték tenzorok főátlójában lévő A, B és C fő tehetetlenségi nyomatékok szabják meg. Az $A = B = C$ (pl. homogén gömb, vagy kocka) esetén *gömbi* pörgettyűről-, az $A = B \neq C$ (pl. homogén forgásszimmetrikus testek) esetén *szimmetrikus* pörgettyűről- az általános esetben $A \neq B \neq C$ esetén pedig *asszimmetrikus* pörgettyűről beszélünk.

A pörgettyűk mozgását legegyszerűbben az Euler-féle pörgettyű egyenletekkel írhatjuk le.



2. ábra. A súlyos és az erőmentes pörgettyű.

Az Euler-egyenletek

Minden merev test forgása során a forgási tehetetlensége miatt igyekszik megtartani forgási állapotát, más szóval az impulzusnyomaték megmaradási törvénye értelmében bármely zárt rendszer \mathbf{N} impulzusnyomatéka állandó, tehát időbeli változása:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = 0 \quad . \quad (1)$$

Ha a forgó merev testre külső erők is hatnak, akkor, az impulzusnyomaték megváltozása a külső erők \mathbf{M} forgatónyomatékával egyenlő, így az $\vec{\omega}$ szögsebességgel forgó merev test kinetikai egyensúlyának feltétele valamely $K(x, y, z)$ inerciarendszerről (tehát a testtel nem együttforgó koordinátarendszerről) szemlélve

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M} \quad . \quad (2)$$

Térjünk ezek után át a $K(x, y, z)$ inerciarendszerről a merev testtel együtt forgó (a 3. ábrán látható) $K'(x', y', z')$ koordinátarendszerre. Ha a forgó K' koordinátarendszeren belül az \mathbf{N} vektor nem változna, akkor a K inerciarendszerről szemlélve az \mathbf{N} vektor változása csak a forgásból állna:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \vec{\omega} \times \mathbf{N} \quad .$$

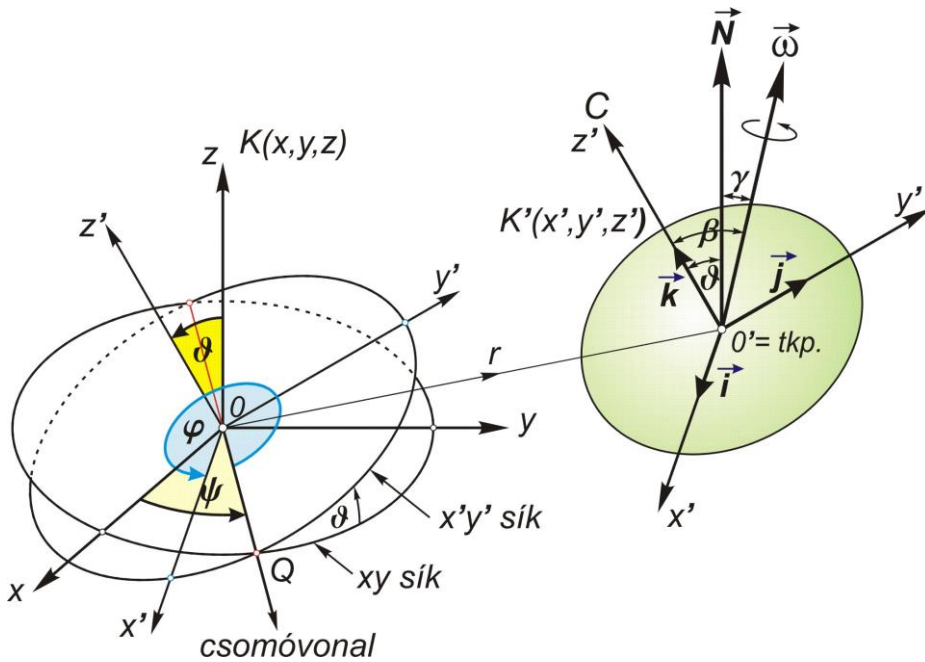
Ha \mathbf{N} a K' rendszerből szemlélve is változik, akkor:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \frac{d'\mathbf{N}}{dt} + \bar{\omega} \times \mathbf{N} . \quad (3)$$

Ennek – az egyébként bármely tetszőleges vektorra érvényes általános vektortranszformációnak – a felhasználásával a (3) átírható a

$$\frac{d'\mathbf{N}}{dt} + \bar{\omega} \times \mathbf{N} = \mathbf{M} \quad (4)$$

alakra; ami a merev testtel együtt forgó megfigyelő számára a forgási egyensúly feltétele (az Euler-féle vektoregyenlet).



3. ábra. Merev testek forgásának leírásához használt koordináták.

Az Euler-féle vektoregyenlet összetevőkre bontásához először számítsuk ki a (4) összefüggésben szereplő $\bar{\omega} \times \mathbf{N}$ vektoriális szorzatot a $K'(x', y', z')$ koordináta-rendszerben:

$$\begin{aligned} \bar{\omega} \times \mathbf{N} &= \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_{x'} & \omega_{y'} & \omega_{z'} \\ N_{x'} & N_{y'} & N_{z'} \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{i}(\omega_{y'} N_{z'} - \omega_{z'} N_{y'}) + \mathbf{j}(\omega_{z'} N_{x'} - \omega_{x'} N_{z'}) + \mathbf{k}(\omega_{x'} N_{y'} - \omega_{y'} N_{x'}) \end{aligned}$$

és bontsuk fel ennek segítségével a (4) vektoregyenletet az x', y', z' koordináta irányok szerinti skalár-egyenletekre:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d' N_{x'}}{dt} + \omega_{y'} N_{z'} - \omega_{z'} N_{y'} &= M_{x'} \\ \frac{d' N_{y'}}{dt} + \omega_{z'} N_{x'} - \omega_{x'} N_{z'} &= M_{y'} \\ \frac{d' N_{z'}}{dt} + \omega_{x'} N_{y'} - \omega_{y'} N_{x'} &= M_{z'} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

A következő lépésben számítsuk ki az \mathbf{N} impulzusnyomaték-vektor $N_{x'}$, $N_{y'}$ és $N_{z'}$ összetevőit. Az impulzusnyomaték-vektort a tehetetlenségi-nyomaték tenzor és a forgási szögsebesség-vektor szorzata adja:

$$\mathbf{N} = \mathbf{I} \vec{\omega} \quad (6)$$

ahol

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{x'x'} & -I_{x'y'} & -I_{x'z'} \\ -I_{y'x'} & I_{y'y'} & -I_{y'z'} \\ -I_{z'x'} & -I_{z'y'} & I_{z'z'} \end{bmatrix}$$

a merev test tehetetlenségi-nyomaték tenzora, melynek főátlójában az adott testnek az x', y' és a z' tengelyre vonatkozó

$$I_{x'x'} = \int (y'^2 + z'^2) dm$$

$$I_{y'y'} = \int (x'^2 + z'^2) dm$$

$$I_{z'z'} = \int (x'^2 + y'^2) dm$$

tehetetlenségi nyomatékai szerepelnek, a főátlón kívüli elemek pedig az ún. centrifugális nyomatékok :

$$I_{x'y'} = I_{y'x'} = \int x' y' dm$$

$$I_{x'z'} = I_{z'x'} = \int x' z' dm$$

$$I_{y'z'} = I_{z'y'} = \int y' z' dm$$

Ha a K' koordinátarendszert úgy vesszük fel, hogy az x', y' és a z' tengelye egybeessen a test tehetetlenségi főirányával, akkor ezek a centrifugális nyomatékok zérusok lesznek. Ekkor az általában szokásos jelölés szerint:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}$$

és így:

$$\left. \begin{aligned} N_{x'} &= A\omega_{x'} \\ N_{y'} &= B\omega_{y'} \\ N_{z'} &= C\omega_{z'} \end{aligned} \right\}$$

Behelyettesítve ezeket a (5) egyenletekbe, a merev testek forgását leíró *Euler-féle mozgásegyenleteket* (az ún. pörgettyű-egyenleteket) kapjuk, a merev testtel együtt forgó K' koordinátarendszerre vonatkozóan:

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d'\omega_{x'}}{dt} + (C - B)\omega_{y'}\omega_{z'} &= M_{x'} \\ B \frac{d'\omega_{y'}}{dt} + (A - C)\omega_{x'}\omega_{z'} &= M_{y'} \\ C \frac{d'\omega_{z'}}{dt} + (B - A)\omega_{x'}\omega_{y'} &= M_{z'} \end{aligned} \right\} . \quad (7)$$

Ez három elsőrendű nem lineáris differenciálegyenlet a testhez rögzített $K'(x', y', z')$ koordinátarendszerre vonatkozó $\omega_{x'}$, $\omega_{y'}$, $\omega_{z'}$ szögsebesség összetevőkre, és abban az esetben érvényes, ha a merev test tehetetlenségi főirányai egybeesnek az x' , y' és a z' koordináta irányokkal, továbbá a koordinátarendszer kezdőpontja a test tömegközéppontjában van.

Az Euler-egyenletek integrálásával tehát meghatározható a forgó testek mozgásállapota, vagyis az $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség-vektor összetevői időbeli változásának $\omega_{x'}(t)$, $\omega_{y'}(t)$, $\omega_{z'}(t)$ függvénye. A következő feladat az adott test térbeli helyzetének meghatározása az idő függvényében, azaz meg kell adni a merev testtel együtt forgó $K'(x', y', z')$ rendszer helyzetét a térben rögzített $K(x, y, z)$ inerciarendszerhez viszonyítva. A K' rendszer K -hoz viszonyított helyzete legegyszerűbben a ϑ, ψ, φ Euler-féle szögekkel jellemezhető.

Az Euler-szögek értelmezéséhez először a 3. ábrán látható módon toljuk el önmagával párhuzamosan a merev testhez rögzített $K'(x', y', z')$ rendszert úgy, hogy az O' kezdőpontja egybeessen a $K(x, y, z)$ rendszer O kezdőpontjával. Így az xy és az $x'y'$ sík az OQ csomóvonal mentén metszi egymást, amelyet úgy irányítunk, hogy a Q felől a z tengelyt a z' -be az óramutató járásával ellentétesen lehessen forgatni. Ekkor ϑ a z és a z' tengely közötti szög (az xy és az $x'y'$ sík hajlásszöge), ψ az x tengely és az OQ irány közötti-, φ pedig az OQ és az x' közötti szög a 3. ábra jelöléseinek megfelelő értelmezésben.

A K' mozgó koordinátarendszerben az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektor összetevői az Euler-féle szögekkel az

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x'} &= \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta \sin \varphi + \frac{d\vartheta}{dt} \cos \varphi \\ \omega_{y'} &= \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta \cos \varphi - \frac{d\vartheta}{dt} \sin \varphi \\ \omega_{z'} &= \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta + \frac{d\varphi}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

összefüggéssel fejezhetők ki (LANDAU-LIFSIC, 1974). Ezért ha a (7) Euler-féle egyenletekből ismertek a $\omega_{x'}(t)$, $\omega_{y'}(t)$, $\omega_{z'}(t)$ megoldások, akkor a (8) három elsőrendű differenciálegyenletből meghatározhatók a $\vartheta(t)$, $\psi(t)$, $\varphi(t)$ Euler-féle szögek mint az idő függvényei. A (8) összefüggéseket a (7) Euler-egyenletekbe írva az így adódó három másodrendű differenciálegyenletből természetesen közvetlenül is megkaphatjuk a megoldást a ϑ, ψ, φ szögekre.

A Föld, mint erőmentes szimmetrikus pörgettyű

Amennyiben a (7) Euler-féle egyenleteket erőmentes szimmetrikus pörgettyűnek feltételezett Földre alkalmazzuk, az alábbi egyszerűsítő feltevéseket tehetjük:

1. a Föld alakváltozásra képtelen *merev test*, azaz eltekintünk a rugalmasságától,
2. $M_{x'} = M_{y'} = M_{z'} = 0$, azaz a Földre semmiféle külső forgatónyomaték nem hat (erőmentes pörgettyű esete),
3. $A = B$ vagyis az egyenlítő síkjába eső tehetetlenségi nyomatékok megegyeznek (szimmetrikus pörgettyű esete),
4. helyezzük el a Földhöz rögzített és vele együtt forgó $K'(x', y', z')$ koordinátarendszer O' kezdőpontját a Föld tömegközéppontjába ($O \equiv tkp.$),
5. a forgástengely menjen át a tömegközépponton,
6. a Földhöz rögzített koordinátarendszer z' tengelyének iránya essen egybe a legnagyobb tehetetlenségi nyomaték C irányával ($C > A$).

Ekkor a (7) Euler-féle mozgásegyenletek az

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d'\omega_{x'}}{dt} + (C - A) \omega_{y'} \omega_{z'} &= 0 \\ A \frac{d'\omega_{y'}}{dt} - (C - A) \omega_{x'} \omega_{z'} &= 0 \\ C \frac{d'\omega_{z'}}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

alakra egyszerűsödnek.

Mivel $C \neq 0$, a harmadik egyenlet megoldása:

$$\omega_{z'} = \omega_{z'0} = \text{áll.} \quad (10)$$

tehát a z' tengely körüli forgás szögsebessége (az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektornak a szimmetriatengelyre vonatkozó vetülete) állandó.

Ezt követően osszuk el a (9) első két egyenletét A -val és vezessük be a

$$k = \frac{C - A}{A}$$

jelöléssel a *dinamikai lapultság* fogalmát. Ekkor a (9) első két egyenlete:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d'\omega_{x'}}{dt} + k\omega_{z'0}\omega_{y'} &= 0 \\ \frac{d'\omega_{y'}}{dt} - k\omega_{z'0}\omega_{x'} &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (11)$$

Differenciáljuk a (11) első egyenletét t szerint és helyettesítsük be az így keletkező $d'\omega_{y'}/dt$ differenciálhányados kifejezését a (11) második egyenletébe. A rendezés után:

$$\frac{d'^2\omega_{x'}}{dt^2} + (k\omega_{z'0})^2\omega_{x'} = 0$$

amely másodrendű differenciálegyenletnek az $\omega_{x'} = 0$ triviális megoldása mellett az

$$\omega_{x'} = m \cos[(k\omega_{z'0})t + \tau] \quad (12)$$

is megoldása; melyben m és τ integrálási állandók (a harmonikus rezgőmozgás differenciálegyenletének megoldásához hasonlóan m a legnagyobb kitérést, τ pedig a kezdőfázist jelöli).

Ha a (12) megoldást t szerint differenciáljuk és behelyettesítjük a (11) első egyenletébe, akkor az $\omega_{y'}$ is kiszámítható:

$$\omega_{y'} = m \sin[(k\omega_{z'0})t + \tau] . \quad (13)$$

Legyenek a $t = 0$ időpontban $\omega_{x'} = m$ és $\omega_{y'} = 0$ kezdeti feltételek (vagyis a kezdő időpontnak azt választjuk, amikor az $\vec{\omega}$ vektor éppen az $x'z'$ síkban fekszik). Ekkor a (12) és a (13) szerint $\tau = 0$.

Bevezetve az

$$\alpha = (k\omega_{z'0})t \quad (14)$$

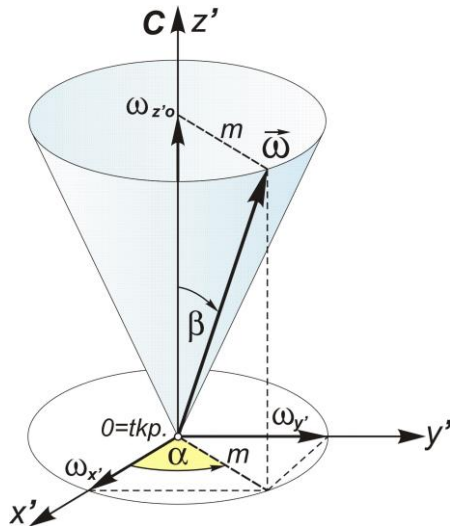
jelölést, a (10), (12) és a (13) alapján az $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség-vektor összetevői:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_{x'} \\ \omega_{y'} \\ \omega_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \cos \alpha \\ m \sin \alpha \\ \omega_{z'0} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Az eddig kapott eredményeket a 4. ábrán foglaltuk össze. Eszerint az $\vec{\omega}$ vektor összetevőiben szereplő α nem más, mint a z' koordinátatengely és az $\vec{\omega}$ vektor által meghatározott síknak az $x'z'$ síkkal bezárt szöge. Mivel az α a (14) szerint a t időnek lineáris függvénye, ezért

$$\frac{d\alpha}{dt} = k\omega_{z'0} = \frac{C-A}{A}\omega_{z'0} = \text{áll.} \quad (16)$$

tehát az $\vec{\omega}$ vektor állandó szögsebességgel járja körül a test tömegéhez rögzített koordinátarendszer z' tengelyét.



4. ábra. Nutációs mozgás a forgó testhez rögzített koordinátarendszerből szemlélve.

Az $\vec{\omega}$ (15) összetevőit megvizsgálva látható, hogy az $\vec{\omega}$ vektor végpontja a z' tengely körül a (16) szerint állandó szögsebességgel

$$m = \sqrt{\omega_{x'}^2 + \omega_{y'}^2}$$

sugarú kört ír le, így maga a forgási szögsebesség-vektor – azaz a Föld forgástengelye – egy 2β nyílásszögű kórkúp palástja mentén mozog a tehetetlenségi fő tengellyel azonos z' koordinátatengely körül, ahol

$$\beta = \arctg \frac{m}{\omega_{z'0}} . \quad (17)$$

A Föld forgása tehát nem a C szimmetriatengely körül (azaz nem a Föld tömegéhez kötött állandó helyzetű z' tengely-) hanem mindig a *pillanatnyi forgástengely* körül történik. A Föld felszínén az $\vec{\omega}$ vektor végpontja által leírt kör (a pillanatnyi forgástengelynek a földfelszíni nyomvonala) a *merev Föld póluspályája*, vagy pollódiuma.

Ez az erőmentes szimmetrikus pörgettyű *nutációs mozgásának* lényege a testtel együtt forgó koordináta-rendszerből szemlélve.

Határozzuk meg ezek után a Föld esetében a pillanatnyi forgástengely egy teljes körülvándorlásának idejét. Jelölje T_E azt az időt, amely alatt a forgástengely egyszer körüljárja a z' tengelyt; ekkor a (14) alapján:

$$k\omega_{z'0}T_E = 2\pi$$

tehát :

$$T_E = \frac{2\pi}{\frac{C-A}{A}\omega_{z'0}}$$

Mivel a forgás jó közelítéssel a z' tengely körül történik, ezért $\omega_{z'0} \approx |\vec{\omega}|$ azaz

$$\frac{2\pi}{\omega_{z'0}} \approx \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ csillagnap} = 0.9973 \text{ szoláris nap} ,$$

tehát:

$$T_E \approx \frac{A}{C-A} .$$

Csillagászati megfigyelések szerint:

$$\frac{A}{C-A} = 0.003295$$

így tehát

$$T_E \approx 303 \text{ nap} .$$

Mivel a mozgásegyenletek fenti levezetése EULERTŐL származik, a forgástengely állandó szögsebességű körbevándorlásának *303 napos* periódusát *Euler-féle periódusnak* (gyakran Euler-féle *szabadnutációs* periódusnak) nevezzük. Az elnevezésben a "szabad" jelző arra utal, hogy a jelenség külső erőhatásoktól teljesen független és a kialakult mozgás periódusidejét kizárólag a merev test (esetünkben a Föld) tömegeloszlása határozza meg.

Mindezekből az következik, hogy ha valamely merev test tengelykörüli forgása nem a C főtehetetlenségi nyomaték tengelye körül indult meg, akkor ez a mozgási

állapot megmarad, tehát a forgástengely nem billen vissza olyan állapotba, hogy a főtehetetlenségi tengellyel egybeessék. Ekkor viszont a pillanatnyi forgástengely állandó szöggel hajlik a főtehetetlenségi tengelyhez, miközben állandó sebességgel járja körül.

Amikor a forgástengely pontosan egybeesik a szimmetriatengellyel ($\beta = 0$), vagy az $A = B = C$ esetén a mozgás ugyan olyan mint egy rögzített tengely körüli állandó szögsebességű forgás, azaz nutáció nem lép fel.

Mindez, amit eddig tárgyaltunk, a Földdel együtt forgó K' koordinátarendszerből szemlélve látható. A következő feladat az Euler-szögek meghatározása, ami lehetővé teszi az erőmentes szimmetrikus pörgettyű nutációs mozgásának leírását külső inerciarendszerből szemlélve.

Induljunk ki a (8) differenciálegyenletekből! Ezeknek elegendő egy partikuláris megoldása, mivel az általános megoldásban szereplő három integrációs állandót a K koordinátarendszer szabad választásával automatikusan megadjuk (BUDÓ, 1964). Vegyük fel a térhez rögzített K koordinátarendszerünk z tengelyét a 3. ábrán szemléltetett módon úgy, hogy iránya megegyezzen az (1) miatt a térben állandó helyzetű \mathbf{N} impulzusnyomaték vektor irányával, továbbá tételezzük fel, hogy a z és a z' irányok közötti ϑ szög nagysága időben nem változik, tehát

$$\vartheta = \vartheta_0 = \text{áll.} \quad (18)$$

Ekkor behelyettesítve a (8) differenciálegyenletekbe a (10), (12) és a (13) megoldásokat

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta_0 \sin \varphi &= m \cos[(k\omega_{z'0})t + \tau] \\ \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta_0 \cos \varphi &= m \sin[(k\omega_{z'0})t + \tau] \\ \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta_0 + \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_{z'0} \end{aligned} \right\} . \quad (19)$$

Az első két egyenletből a koordinátarendszerek 3. ábrán látható értelmezése mellett (BUDÓ, 1964) szerint az alábbi két összefüggés adódik:

$$\frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta_0 = m$$

és

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - (k\omega_{z'0}t + \tau) .$$

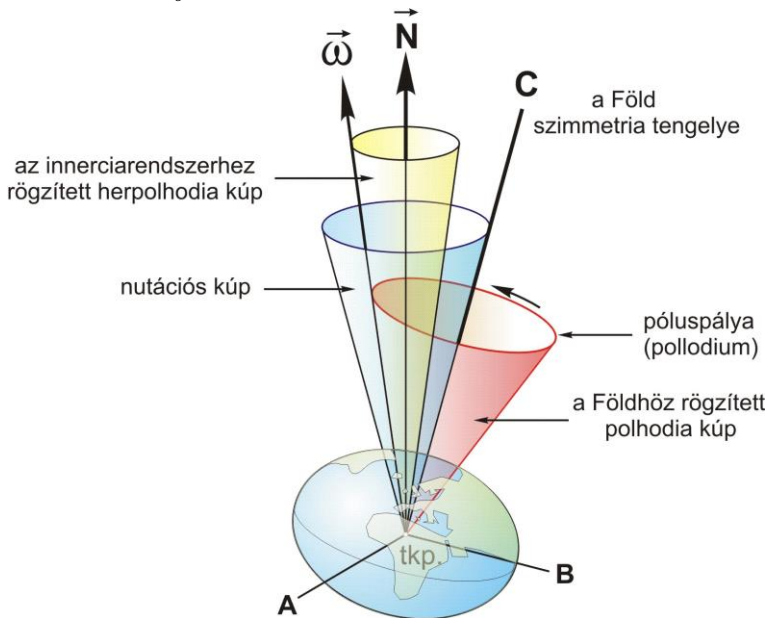
Beírva ezeket a (19) harmadik egyenletébe, kiszámítható a ϑ_0 értéke:

$$\text{tg} \vartheta_0 = \frac{m}{\omega_{z'0}} \frac{A}{C} .$$

Összefoglalva végül az Euler-szögekre kapott megoldást:

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \vartheta_0 = \arctg\left(\frac{m}{\omega_{z'0}} \frac{A}{C}\right) \\ \psi &= \psi_0 + \frac{m}{\sin \vartheta_0} t \\ \varphi &= \varphi_0 - \frac{C-A}{A} \omega_{z'0} t \end{aligned} \right\} . \quad (20)$$

Az első két összefüggés azt mutatja, hogy külső inerciarendszerből szemlélve az erőmentes pörgettyű C szimmetriatengelye a térben állandó helyzetű \mathbf{N} impulzusnyomaték vektor körül $2\vartheta_0$ nyílásszögű ún. nutációs kúp palástja mentén állandó $m/\sin \vartheta_0$ szögsebességgel mozog körbe, miközben a harmadik egyenlet szerint ehhez még hozzájön egy további forgás a C szimmetriatengely körül. Az \mathbf{N} vektornak a C szimmetriatengellyel bezárt ϑ_0 szögét a (20) első összefüggése, míg a C szimmetriatengelynek az ω pillanatnyi forgástengellyel bezárt β szögét pedig a (17) összefüggés adja. Ebből viszont az ω pillanatnyi forgástengelynek az \mathbf{N} vektorral bezárt γ szöge is meghatározható. Két alapeset lehetséges: a $C > A$ esetben $\gamma = \beta - \vartheta_0$, míg a $C < A$ esetben $\gamma = \vartheta_0 - \beta$.

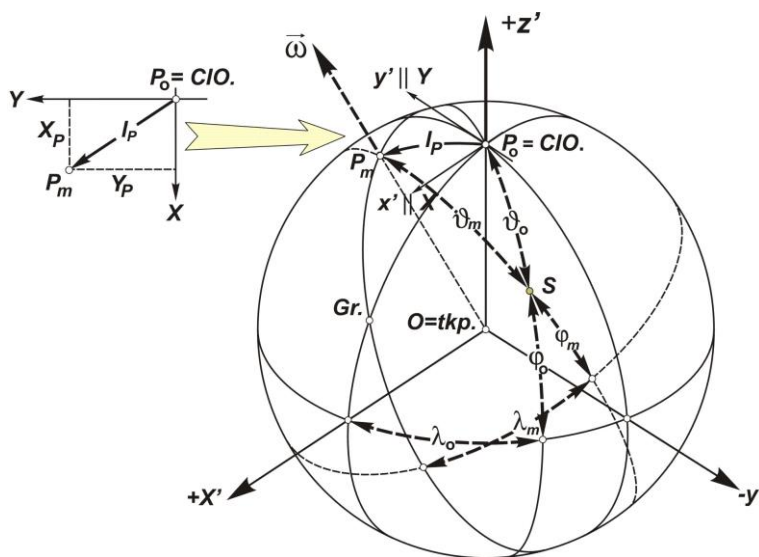


5. ábra. Az Euler-féle szabadnutáció inerciarendszerből szemlélve.

Összefoglalva a fentieket: a *szabadnutáció* esetén a külső térben rögzített koordináta-rendszerben (a K inerciarendszerben) mind a Föld forgástengelyének, mind a Föld C szimmetriatengelyének az iránya folyamatosan változik, csupán az \mathbf{N} impulzustengely iránya változatlan, az impulzusnyomaték (1) szerinti megmaradási törvénye értelmében. A mozgást legegyszerűbben az 5. ábra alapján érthetjük meg – ami egyébként az erőmentes pörgettyű szabadnutációs mozgását mutatja a külső térben rögzített inerciarendszerből szemlélve. A Föld pillanatnyi forgástengelye (a $C > A$ esetén) a kisebb nyílásszögű ún. herpolhoida kúp palástja mentén, a C szimmetriatengely (a Föld tehetetlenségi főiránya) pedig a nagyobb nyílásszögű ún. nutációs kúp palástja mentén kerüli meg az \mathbf{N} impulzusnyomaték vektort. Eközben az $\vec{\omega}$ vektor az ún. polhodia kúp palástja mentén a C tengely körül is vándorol. A mozgás során az $\vec{\omega}$, az \mathbf{N} és a C mindig egy síkban van, miközben a Föld tömegéhez rögzített helyzetű polhodia kúp és az inerciarendszerben rögzített helyzetű herpolhodia kúp palástja állandóan az $\vec{\omega}$ vektor iránya mentén érintkezve csúszásmentesen gördül egymáson.

A pólusmozgás megfigyelése

A Föld forgástengelyének a tömegéhez viszonyított elmozdulása abban nyilvánul meg, hogy a pontok földrajzi koordinátái: a földrajzi szélesség és a hosszúság periódusos változást mutatnak. A pólus helyzetének megváltozásáról tehát a megfigyelő állomások φ szélességének és λ hosszúságának – illetve a szélesség pótszögének a ϑ sarkmagasságnak – a megváltozása révén szerezhetünk tudomást. Ennek megfelelően a 6. ábrán látható l_p nagyságú pólus-elmozdulás esetén a $t = 0$ időpontban az S megfigyelési hely eredetileg φ_0, λ_0 koordinátái helyett a $t = m$ időpontban φ_m, λ_m értékek mérhetők.



6. ábra. Valamely S pont koordinátaváltozása a pólusmozgás következtében.

A Föld pillanatnyi forgástengelyének mozgását, a pólusmozgást a Föld tömegéhez rögzített K' koordinátarendszerben írhatjuk le. Mivel a pólus elmozdulása a Föld méreteihez viszonyítva rendkívül kicsi, ezért a 6. ábrán látható x', y', z' térbeli derékszögű geocentrikus (balsodrású) koordinátarendszer helyett a CIO kezdőpontú X, Y síkkoordináta-rendszert alkalmazzuk; amelynek X és Y tengelye párhuzamos az előbbi geocentrikus koordinátarendszer x' és y' tengelyével. Ebben az X, Y koordinátarendszerben a pillanatnyi forgástengelyhez tartozó P_m pólushely a P_0 ponttól (pl. a $P_0 \equiv CIO$ középpólustól) $l_P(X_P, Y_P)$ távolságra van. Kiszámítható, hogy a 6. ábrán látható S pont φ_0, λ_0 koordinátáinak $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ megváltozása a pólus X_P, Y_P elmozdulásának hatására:

$$\Delta\varphi = \varphi_m - \varphi_0 = X_P \cos \lambda_0 + Y_P \sin \lambda_0 \quad (22)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_m - \lambda_0 = (X_P \sin \lambda_0 + Y_P \cos \lambda_0) \tan \varphi_0 \quad (23)$$

Több megfigyelőállomáson végzett $\Delta\varphi$, illetve $\Delta\lambda$ meghatározások alapján, a (22), illetve a (23) felhasználásával, legkisebb négyzetes kiegyenlítéssel a keresett X_P, Y_P póluskoordináták kiszámíthatók.

A (22) összefüggés felhasználásával számított póluskoordináták szórása azonban a vártnál lényegesen nagyobbak adódtak, ezért az összefüggést egy további taggal kiegészítve módosították:

$$\Delta\varphi = X_P \cos \lambda_0 + Y_P \sin \lambda_0 + z \quad ,$$

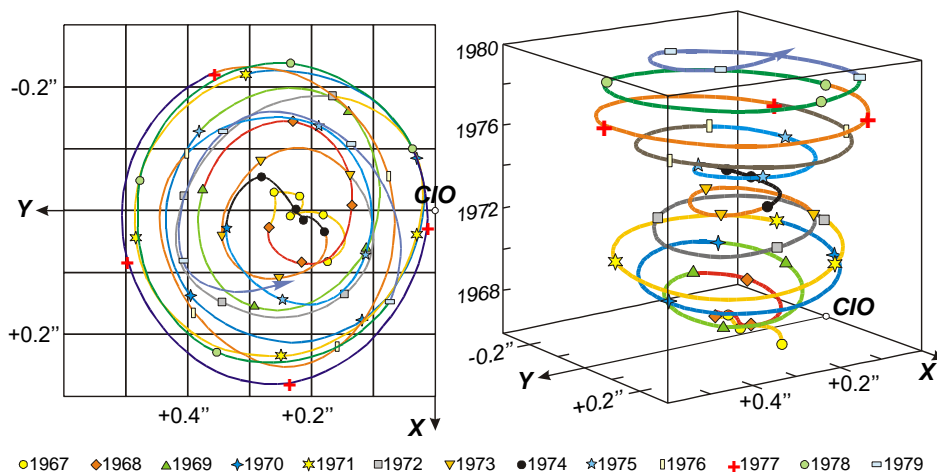
ahol z az ún. KIMURA-féle tag. Jelenléte arra utal, hogy az egyes földi állomások szélességének változásában mutatkozó ingadozások nem tisztán a pólus mozgásából erednek. A vizsgálatok szerint a Kimura-féle tagban kétféle hatás összegeződik: az egyik minden állomásban közös, a másik az egyes állomások egyéni jellemzője. Az utóbbi a helyi refrakcióviszonyokkal és a kérdéses helyet magán viselő földkéreg-darab horizontális mozgásával, esetleg a nehézségi erőter időbeli változásával hozható kapcsolatba.

A pólusingadozás valódi periódusa

A valódi Föld pillanatnyi forgástengelyének a fötetheatlenségi irányát jól közelítő (megállapodással definiált) tengelyéhez viszonyított - mérésekkel meghatározható - mozgását *pólusingadozásnak* nevezzük. Az eddigi feltevések (pl. merev és forgásszimmetrikus Föld esete) a valóságban nem érvényesek, ezért a megfigyelt pólusingadozás jelentősen eltér az elméleti megfontolások fenti eredményeitől.

Ha mérésekkel bármikor meghatározzuk a valódi póluspályát, a *pollodiumot* (a forgástengely mozgásának földfelszíni nyomvonalát) akkor a 7. ábra baloldalán láthatóhoz hasonló képet kapunk. A 7. ábrán az 1967 és 1979 közötti póluspálya látható olyan koordinátarendszerben, amelynek $+x$ tengelye a greenwichi kezdőmeridián irányába,

+ y tengelye pedig erre merőlegesen, nyugat felé mutat; a kezdőpontja pedig az 1900 és 1905 közötti időtartamra meghatározott közepes pólushely: a *CIO* (Conventional International Origin). Látható, hogy a pólus valóban periodikus mozgást végez, a pólus elmozdulása kb. $0.5'' \approx 10m$ sugarú körön belül marad, de az amplitúdó nem állandó és a periódus sem egyenlő az Euler-féle 303 napos periódussal, hanem ennél lényegesen hosszabb: 405 és 457 nap között ingadozik – átlagosan mintegy 435 nap.



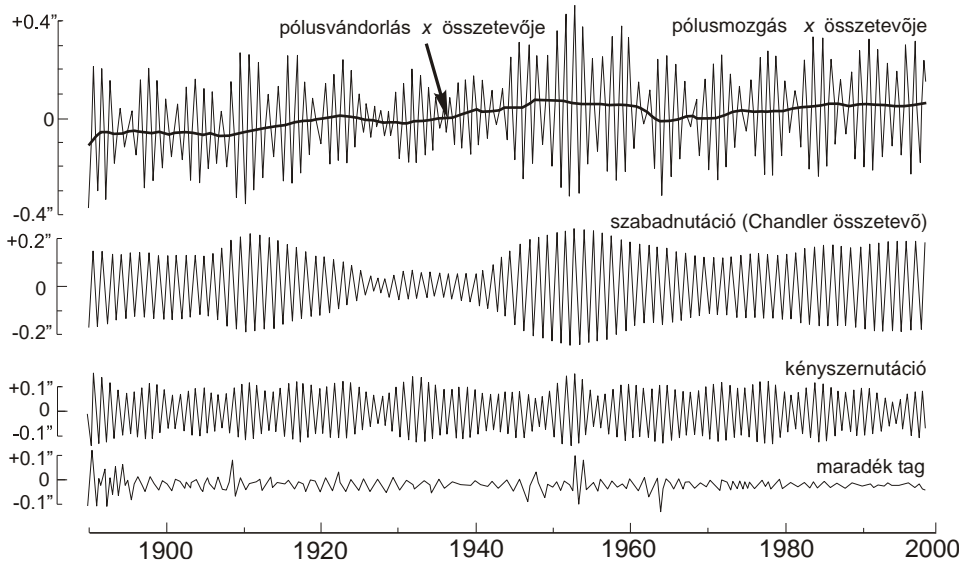
7. ábra. A póluspálya 1967-1979 között.

A pólusmozgás felfedezése utáni években CHANDLER amerikai csillagász kimutatta, hogy a pólusmozgás két domináns periódusból, egy 12 és egy 14 hónapos periódusból tevődik össze (MUNK-MACDONALD, 1960). Az utóbbit tiszteletére *Chandler-periódusnak* nevezték el. Néhány hónappal CHANDLER felfedezése után NEWCOMB már elméleti magyarázattal is szolgált: a 14 hónapos összetevő a Föld *szabadnutációja*, míg a 12 hónapos összetevő az ún. *kényszernutáció*, mely az azonos periódusú globális meteorológiai jelenségek (pl. légtömegmozgások, hőtömegek olvadása és újraképződése stb.) következménye.

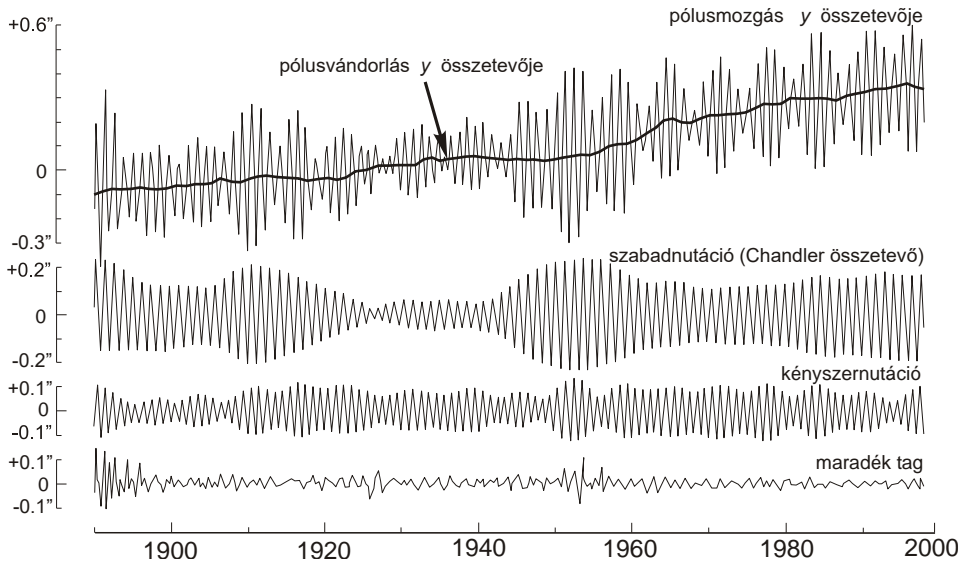
A 7. ábrán látható, hogy a pólus az óramutató járásával ellentétes irányban többé-kevésbé szabályos spirális pályán mozog. Ezek a spirális pályák kb. hat évenként hasonló jellegűek, a két frekvencia összeadódásából kialakuló *lebegés* következtében. Jól látható ez a lebegés a 7. ábra jobb oldalán, a pólusmozgás 1967 és 1979 közötti időszakra vonatkozó 3 dimenziós képén. Ugyancsak ezt szemlélteti a 8. és a 9. ábra is, ahol a felső görbe a pólusmozgás x illetve y irányú összetevője, alatta pedig a szétválasztott 14 hónapos, 12 hónapos és a maradék összetevők láthatók. Megállapítható, hogy a szabadnutáció és a kényszernutáció külön-külön is meglehetősen bonyolult folyamat. A Chandler-összetevőn pl. felismerhető egy fél évszázad körüli periódus, amely több más földfizikai folyamatban is jelentkezik, okát azonban egyelőre nem ismerjük.

Az átlagosan 427 napos Chandler-periódus és a 303 napos Euler-periódus közötti különbség oka a Föld rugalmas viselkedése. Ha ugyanis a Föld nem merev – mint ahogyan Euler feltételezte – akkor a forgástengely elmozdulásának megfelelően a megváltozó centrifugális erő hatására úgy deformálódik a tömege, hogy a tehetetlenségi főtengelye közeledik a forgástengelyhez. (Szélső esetben, ha a Föld folyadékserűen viselkedne, akkor a tehetetlenségi főtengelye teljes mértékben követné a forgástengely el-

mozdulását – tehát a periódus végtelen nagy lenne, és így pólusingadozásról nem is lehetne beszélni.)



8. ábra. A pólusmozgás x összetevője 1890-2000 között.



9. ábra. A pólusmozgás y összetevője 1890-2000 között.

Ennek megfelelően a T_E Euler-féle, és a T_C Chandler-periódus hányadosa kapcsolatba hozható a Föld rugalmasságát jellemző Love-féle k számmal:

$$\frac{T_E}{T_C} = 1 - k \frac{m}{2f - m} \quad (21)$$

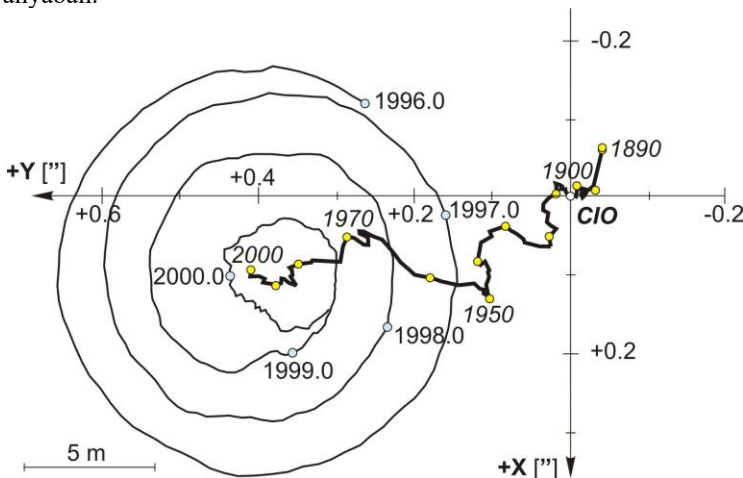
ahol f a Föld geometriai lapultsága, m pedig a centrifugális és a nehézségi gyorsulás egyenlítői értékének hányadosa (BÜTTNER, 1979). Az 1. táblázatban a (21) összefüggés alapján kiszámított, néhány szóba jöhető k értékhez tartozó Chandler-periódus hosszát tüntettük fel. A táblázatból látható, hogy a szabadnutáció Chandler-periódusa annál hosszabb, minél kevésbé merev a Föld. Az árapály jelenségek megfigyeléséből származó 0.29 és 0.31 közötti k értéknek 440 és 454 nap közötti periódus felel meg, viszont a pólusmozgás megfigyeléséből a 428-440 nap közötti Chandler-periódus tűnik a legvalószínűbbnek, amihez a táblázat adatai szerint $k = 0.27-0.29$ érték tartozik (BÜTTNER, 1979).

1 táblázat. A Föld rugalmassága és a Chandler-periódus hossza közötti összefüggés.

K	0	0.26	0.27	0.28	0.29	0.30	0.31	0.32
T_C [nap]	303	421	428	434	440	447	454	461

A pólusvándorlás

Ha meghatározzuk egy-egy teljes periódushoz a 7. ábrán látható póluspályák közepes pólushelyzeteit, akkor azt tapasztaljuk, hogy ezek a közepes pólushelyek az idő függvényében folyamatosan eltolódnak. A jelenséget szekuláris pólusmozgásnak, vagy *pólusvándorlásnak* nevezzük. A 10. ábrán látható, hogy pl. az 1890 és 2000 közötti póluspálya már teljes egészében az 1900 és 1905 között meghatározott CIO középpóluson kívül halad. Az ábrán látható, hogy a közepes pólus 110 év alatt több mint 10m-t mozdult el Kanada irányában.



10. ábra. A pólus vándorlása 1890 és 2000 között.

A megfigyelések szerint a pólusvándorlás mértéke viszonylag csekély, – évente legfeljebb néhány dm (néhány ezred szögmásodperc) nagyságrendű – a földtörténeti időskálán azonban ez az elmozdulás jelentős (több 10^0) mértékű is lehet. Ezért a pólusvándorlás problémája a geológia és a geofizika sokat tárgyalt kérdése; különösen a paleoklimatológiai és újabban néhány globális tektonikai kérdés megválaszolása szempontjából igen fontos.

A pólusmozgás geodéziai és csillagászati hatása

Kizárólag a pólusmozgás hatását figyelembe véve az $\vec{\omega}$ forgási szögsebességvektornak az állócsillagokhoz viszonyított helyzetét gyakorlatilag állandónak tekinthetjük. Ekkor viszont állandó az égi egyenlítő síkjának helyzete is, tehát a csillagok saját mozgásától eltekintve, ezek égi egyenlítői (ekvatoriális) koordinátái az időben változatlanok.

Ugyanakkor a Föld felszínén fekvő pontoknak a forgástengelyhez viszonyított helyzete a Föld tömegének a forgástengelyhez viszonyított elmozdulásával folyamatosan változik, így a pontok szintfelületi földrajzi koordinátái is folyamatosan változnak (BIRÓ, 1971).

A pólusmozgás oka

A pörgettyűmozgás elmélete szerint a szabad tengely körül forgó merev testek helyzete akkor stabil, ha a forgás megindulásakor a test forgástengelye megegyezik a tehetetlenségi főtengelyével. Ellenkező esetben, vagyis ha a forgás nem a tehetetlenségi főtengely körül indul meg, akkor a forgó test helyzete – erőmentes térben is – állandóan változik, azaz a test szabadnutációs mozgást végez. Így ha valamely merev bolygó esetében valamikor kialakult a szabadnutációs mozgás, akkor ennek fenntartásához semmiféle mechanizmusra nincs szükség.

Mivel a Föld nem merev test, rá ez a megállapítás nem érvényes. A Föld esetében a minimális mozgási energiájú állapot a tehetetlenségi főtengely körüli forgás. Ettől eltérő helyzetű forgástengely esetén olyan belső tömegátrendeződések lépnek fel, amelyek a két tengely közeledését illetve egybeesését igyekeznek előidézni. A Chandler-összetevő vizsgálata alapján az a csillapítási idő, amely alatt a mozgás amplitúdója e -ed részére csökken kb. 10-30 év közötti értékre becsülhető (BÜTTNER, 1979). Az ennél jóval hosszabb idejű megfigyelések azt bizonyítják, hogy léteznie kell valamilyen gerjesztő folyamatnak, amely a pólusmozgás ismeretlen módon elnyelődő energiáját valamilyen formában pótolja.

A lehetséges disszipációs és gerjesztési folyamatok napjainkban még tisztázatlanok, mivel az eddig felmerült lehetőségek általában más módon nehezen ellenőrizhetők és a számítások igen bonyolultak.

A fentiek szerint az viszont nyilvánvaló, hogy a Föld nutációs mozgásának oka a Föld bonyolult belső tömegeloszlása és a tömegek állandó mozgása, áthelyeződése. A Földön kívüli tömegek eloszlásának, a különböző égitesteknek a pólusmozgásra semmilyen hatása nincs!

Köszönetnyilvánítás

A Föld forgásával kapcsolatos kutatásaink az MTA Fizikai Geodézia és Geodinamika Kutatócsoport, valamint a T-038123 és a T-037929 sz. OTKA anyagi támogatásával folytak. A támogatást ezúton is köszönjük.

Hivatkozások

- Biró P** (1971): A felszínmozgások vizsgálata és a Föld geodinamikai folyamatai. *Geodézia és Kartográfia*, 29. 9-18.
- Budó Á** (1964): Mechanika. *Tankönyvkiadó*, Budapest.
- Budó Á, Pócsa J** (1965): Kísérleti Fizika. *Tankönyvkiadó*, Budapest.
- Büttner, Gy.** (1978): Pólusingadozás. Csillagászati évkönyv 1979, 224-247. *Gondolat Kiadó*, Budapest.
- Landau LD, Lifsic EM** (1974): Elméleti Fizika I. *Tankönyvkiadó*, Budapest.
- Munk WH, Macdonald GJF** (1976): The rotation of the Earth. Cambridge *University Press*, Cambridge.
- Völgyesi L** (1999): Geofizika. *Műegyetemi Kiadó*, Budapest.
- Völgyesi L** (2002): A Föld precessziós mozgásának fizikai alapjai. Sopron, *Geomatikai Közlemények V.* 75-90.

A FÖLD PRECESSZIÓS MOZGÁSÁNAK FIZIKAI ALAPJAI

Völgyesi Lajos*



Physical backgrounds of the Earth's precession - Exact physical elements are required to understand and to do researches on the quite involved phenomenon of rotation of the Earth. It is necessary to clarify the physical elements of rotation of rigid bodies because the usage of elements connecting to precession and nutation by experts are generally not suitable, and are confused. After a distinction of precession and nutation's concept the precession of the Earth is discussed in this paper, and a new expressions e.g. the disturbed precession is proposed instead of the widely speeded deceptive expression astronomical nutation.

A Föld meglehetősen bonyolult forgási jelenségeinek megismeréséhez és kutatásához pontos fizikai alapismeretek szükségesek. A szakemberek által a precesszióval kapcsolatosan használt bizonyos fogalmak nem egységes - időnként hibás - használata, a precesszió és a nutáció jelenségének keveredése szükségessé teszi a fizikai alapfogalmak tisztázását. A tanulmányban a szimmetrikus súlyos pörgettyűk precessziós és a nutációs mozgásának áttekintését követően a Föld precessziós mozgásának részletes ismertetésével foglalkozunk. Az alapfogalmak tisztázását követően javasoljuk a szaknyelvben széleskörűen elterjedt hibás elnevezések helyett újak, pl. a csillagászati nutáció helyett a precessziózavar fogalmának bevezetését és használatát.

Kulcsszavak: a Föld forgása, precesszió, nutáció, luniszoláris precesszió, planetáris precesszió, csillagászati nutáció, normálprecesszió, precessziózavar

Szimmetrikus súlyos pörgettyű precessziós mozgása

Minden merev test forgása során a forgási tehetetlensége miatt igyekszik megtartani forgási állapotát, más szóval az impulzusnyomaték megmaradási törvénye értelmében bármely zárt rendszer **N** impulzusnyomatéka állandó, tehát időbeli változása:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = 0 . \quad (1)$$

Ha a forgó merev testre külső erők is hatnak, akkor. az impulzusnyomaték megváltozása a külső erők **M** forgatónyomatékával egyenlő:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M} . \quad (2)$$

A forgatónyomaték vektora az **F** erő és az **r** erőkar vektoriális szorzata:

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (3)$$

az impulzusnyomaték pedig a mechanikából ismert összefüggés szerint:

$$\mathbf{N} = \mathbf{I} \vec{\omega} \quad (4)$$

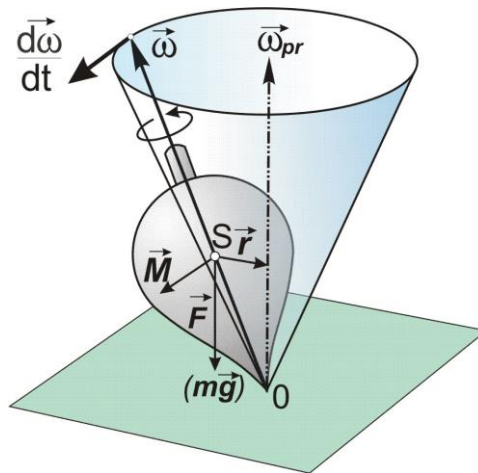
ahol \mathbf{I} a merev test tehetetlenségi nyomaték tenzora, $\vec{\omega}$ pedig a forgási szögsebesség vektora. Behelyettesítve a (3) és a (4) összefüggést a (2)-be:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{I} \vec{\omega} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (5)$$

Mivel adott merev test esetén $\mathbf{I} = \text{áll.}$, ezért az \mathbf{I} kiemelhető a differenciálási jel elé, tehát (5) az

$$\boxed{\frac{d}{dt} \mathbf{I} \vec{\omega} = \mathbf{F} \times \mathbf{r}} \quad (6)$$

formában is írható. Ebből viszont már közvetlenül látható, hogy külső forgatónyomaték hatására a nehézségi erőterben megfelelően gyorsan forgó merev testek (az ún. súlyos pörgettyűk) $\vec{\omega}$ szögsebesség vektorának térbeli iránya folyamatosan változik; az $\vec{\omega}$ vektor mindenkor az \mathbf{F} és az \mathbf{r} irányára merőleges irányban mozdul el. Ennek megfelelően az 1. ábrán látható ferde tengelyű gyorsan forgó pörgettyű (pl. a mindenki által jól ismert játék: a bűgőcsiga) nem dől el, hanem a forgástengelye függőleges tengelyű körkúp palástja mentén állandó $\vec{\omega}_{pr} \ll \vec{\omega}$ precessziós szögsebességgel lassan körbevándorol. A pörgettyű forgástengelyének ezt a mozgását *precessziós mozgásnak* nevezzük.



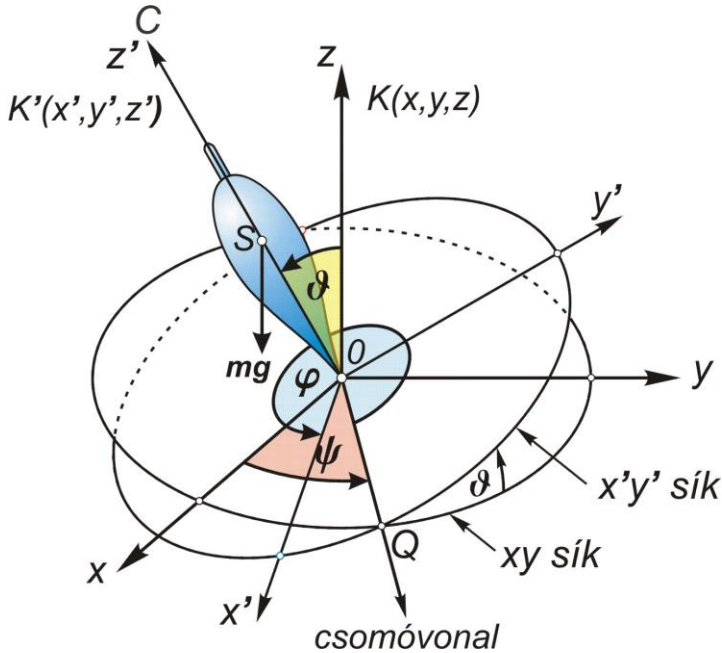
1. ábra. A súlyos pörgettyű precessziós mozgása.

Ettől teljesen független az *erőmentes* (forgatónyomaték nélküli, súlypontjában alátámasztott) szimmetrikus pörgettyűk *nutációs* mozgása. A precesszióval ellentétben a nutáció során a test forgástengelye a szimmetriatengely körüli kúppalást mentén vándorol egyenletes sebességgel körbe, amennyiben forgástengely és a szimmetriatengely nem esik egybe (VÖLGYESI, 2002).

Szimmetrikus súlyos pörgettyű mozgásának analitikus tárgyalása

A szimmetrikus súlyos pörgettyű mozgásáról az eddigieknél pontosabb képet nyerhetünk az analitikus tárgyalás során.

Vizsgáljuk meg a súlyos pörgettyű mozgását abban az esetben, amikor mind a rögzített O pontja, mind az S súlypontja a szimmetriatengelyen van, és jelölje s az \overline{OS} távolságot. A térben rögzített $K(x, y, z)$ koordinárendszer z tengelye mutasson a 2. ábrán látható módon függőlegesen felfelé, a testhez rögzített $K'(x', y', z')$ rendszer tengelyei pedig mutassanak rendre az A, A, C fő tehetetlenségi nyomatékok irányába. Legyenek a K' rendszerben az $\vec{\omega}$ forgási szögsebesség-vektor összetevői $\omega_{x'}, \omega_{y'}, \omega_{z'}$ és jellemezzük a K' rendszer helyzetét a K -ban a 2. ábrán látható módon a ϑ, ψ, φ Euler-féle szögekkel. A feladatunk ezek után a szimmetrikus súlyos pörgettyű mozgásának leírása a K rendszerben.



2. ábra. A súlyos pörgettyű mozgásának leírásához használt koordináták.

A feladat megoldásához induljunk ki az energia megmaradásának törvényéből. Eszerint a súlyos pörgettyűre a forgási és a 2. ábra szerinti $mgs \cos \vartheta$ potenciális energia összege állandó:

$$\frac{I}{2} (A\omega_{x'}^2 + A\omega_{y'}^2 + C\omega_{z'}^2) + mgs \cos \vartheta = \text{áll.} \quad (7)$$

Emellett - amint a 2. ábrán is látható - a nehézségi erő \mathbf{M} forgatónyomaték vektora a z és a z' tengelyre is merőleges, ezért az \mathbf{M} -nek e két tengelyre vonatkozó összetevője zérus:

$$M_z = 0 \quad (8)$$

és

$$M_{z'} = 0. \quad (9)$$

Ebből további fontos összefüggés következik az

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d\omega_{x'}}{dt} + (C - B)\omega_{y'}\omega_{z'} &= M_{x'} \\ B \frac{d\omega_{y'}}{dt} + (A - C)\omega_{x'}\omega_{z'} &= M_{y'} \\ C \frac{d\omega_{z'}}{dt} + (B - A)\omega_{x'}\omega_{y'} &= M_{z'} \end{aligned} \right\}$$

Euler-féle pörgettyű egyenletek harmadik tagjának felhasználásával. Figyelembe véve a (9)-et, illetve a szimmetria miatti $A = B$ egyenlőséget:

$$C \frac{d\omega_{z'}}{dt} = 0$$

amiből a $C \neq 0$ miatt:

$$\omega_{z'} = \omega_{z'0} = \text{áll.} \quad (10)$$

Ugyanakkor a (8) összefüggésből az impulzusnyomaték megmaradására vonatkozó (2) összefüggés alapján:

$$N_z = \text{áll.}$$

amiből további fontos megállapítások tehetők, ha ezt a 2. ábra alapján a K' koordináta-irányok szerinti összetevőkre felbontva átírjuk:

$$N_z = N_{x'} \cos(x', z) + N_{y'} \cos(y', z) + N_{z'} \cos(z', z) = \text{áll.}$$

Ebből az $N_{x'} = A\omega_{x'}$, $N_{y'} = A\omega_{y'}$ és $N_{z'} = C\omega_{z'}$ figyelembe vételével:

$$N_z = A\omega_{x'} \cos(x', z) + A\omega_{y'} \cos(y', z) + C\omega_{z'} \cos(z', z) = \text{áll.} \quad (11)$$

Fejezzük ki a (11)-ben szereplő iránykoszinuszokat az Euler-féle szögekkel. Megfelelő gömbháromszögtani összefüggések felhasználásával (BUDÓ, 1964) szerint az egyes iránykoszinuszok az Euler-féle szögekkel az 1. táblázatban összefoglalt módon fejezhetők ki. (A táblázat alapján pl. $\cos(x', z) = \sin \varphi \sin \vartheta$.)

1. táblázat. Iránykoszinuszok kifejezése az Euler-féle szögekkel.

	x'	y'	z'
x	$\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \cos \vartheta$	$-\sin \varphi \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi \cos \vartheta$	$\sin \psi \sin \vartheta$
y	$\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \cos \vartheta$	$-\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi \cos \vartheta$	$-\cos \psi \sin \vartheta$
z	$\sin \varphi \sin \vartheta$	$\cos \varphi \sin \vartheta$	$\cos \vartheta$

Beírva a (11) összefüggésbe az 1. táblázatból a megfelelő iránykoszinuszokat:

$$N_z = A(\omega_{x'} \sin \varphi \sin \vartheta + \omega_{y'} \cos \varphi \sin \vartheta) + C\omega_{z'} \cos \vartheta = \text{áll.} \quad (12)$$

Mivel a testtel együtt forgó K' koordináta-rendszerben az $\vec{\omega}$ szögsebesség-vektor összetevői az Euler-féle szögekkel (LANDAU-LIFSIC, 1974; illetve BUDÓ, 1964) szerint az

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x'} &= \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta \sin \varphi + \frac{d\vartheta}{dt} \cos \varphi \\ \omega_{y'} &= \frac{d\psi}{dt} \sin \vartheta \cos \varphi - \frac{d\vartheta}{dt} \sin \varphi \\ \omega_{z'} &= \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta + \frac{d\varphi}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

összefüggésekkel fejezhetők ki, ezért lehetőségünk van a (7), (10) és a (12) összefüggésekben az $\omega_{x'}$, $\omega_{y'}$, $\omega_{z'}$ szögsebesség összetevőket az Euler-szögek felhasználásával átírni. Így a (7), (10) és a (12) összefüggések:

$$\left. \begin{aligned} A \left(\left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \sin^2 \vartheta + \left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)^2 \right) + 2mgs \cos \vartheta &= \text{áll.} \\ \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta + \frac{d\varphi}{dt} = \omega_{z'0} &= \text{áll.} \\ A \frac{d\psi}{dt} \sin^2 \vartheta + C \omega_{z'0} \cos \vartheta &= \text{áll.} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ahol az első egyenlet *áll.* értékében már benne szerepel a $C\omega_{z'0}^2$ is. Ez három egymástól független elsőrendű differenciálegyenlet, amelyekből a három ismeretlen $\vartheta(t)$, $\psi(t)$, $\varphi(t)$ numerikus integrálással meghatározható, vagyis a súlyos szimmetrikus pörgettyű mozgása a térben rögzített K rendszerben megadható.

A (14) differenciálegyenlet rendszer megoldásához először megfelelő kezdeti feltételeket kell választanunk. Kezdeti feltételként válasszuk azt az esetet, amikor a súlyos pörgettyű szimmetriatengelye ϑ_0 szöget zár be a függőleges irányú z tengellyel, és ekkor a pörgettyűnek csak a szimmetriatengelye körül legyen $\omega_{z'0}$ forgási szögsebessége. Vagyis a:

$$t = 0 \text{ idődőpontban: } \vartheta = \vartheta_0, \quad \frac{d\vartheta}{dt} = 0, \quad \frac{d\psi}{dt} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega_{z'0}.$$

Béírva a (14)-be a kezdeti feltételeknek megfelelő állandók (sorrendben: $2mgs \cos \vartheta_0$, $\omega_{z'0}$ és $C \omega_{z'0} \cos \vartheta_0$) értékét, átrendezés után:

$$\left. \begin{aligned} A \left(\left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \sin^2 \vartheta + \left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)^2 \right) &= 2mgs(\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta) \\ \frac{d\psi}{dt} \cos \vartheta + \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_{z'0} \\ A \frac{d\psi}{dt} \sin^2 \vartheta &= C \omega_{z'0} (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

A (15) harmadik egyenletéből a $d\psi/dt$ -t kifejezve és béírva (15) első egyenletébe, kisebb átrendezés után:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \sqrt{\frac{\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta}{A} \left(2mgs - \frac{C^2 \omega_{z'0}^2 (\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta)}{A \sin^2 \vartheta} \right)}.$$

Ennek egy jól közelítő megoldása a megfelelően gyorsan forgó pörgettyűk esetére (BUDÓ, 1964):

$$\vartheta = \vartheta_0 + \frac{A mgs \sin \vartheta_0}{C^2 \omega_{z'0}^2} \left(1 - \cos \frac{C}{A} \omega_{z'0} t \right). \quad (16)$$

Bevezetve az

$$\omega_{pr} = \frac{mgs}{C \omega_{z'0}} \quad \left(= \frac{M}{N_z \sin \vartheta} \right) \quad (17)$$

(átlagos precessziós szögsebesség) és az

$$\omega_{nu} = \frac{C}{A} \omega_{z'0} \quad (18)$$

(nutációs szögsebesség) jelöléseket:

$$\boxed{\vartheta = \vartheta_0 + \frac{\omega_{pr}}{\omega_{nu}} \sin \vartheta_0 (1 - \cos \omega_{nu} t)}. \quad (19)$$

Ennek felhasználásával:

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{pr} (1 - \cos \omega_{nu} t), \quad (20)$$

majd integrálással a $t = 0$ -ra a $\psi = \psi_0$ kezdeti feltétellel:

$$\psi = \psi_0 + \omega_{pr} \left(t - \frac{\sin \omega_{nu} t}{\omega_{nu}} \right) \quad (21)$$

Végül a (15) második egyenletéből (20) helyettesítésével:

$$\varphi = \omega_{z'0} t - \omega_{pr} \cos \mathfrak{G}_0 \left(t - \frac{\sin \omega_{nu} t}{\omega_{nu}} \right) \quad (22)$$

Összefoglalva az eddigi eredményeket, a (19), (21) és a (22) összefüggések a $t = 0$ időpontban az $\vec{\omega}$ szögsebességgel megpörgetett és a $\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_0$, $\varphi = 0$, $\psi = 0$, $d\psi/dt = \omega_{z'0}$ Euler-szögeknek megfelelő kezdeti helyzetű súlyos szimmetrikus pörgettyű mozgását írják le a térhez rögzített K inerciarendszerben.

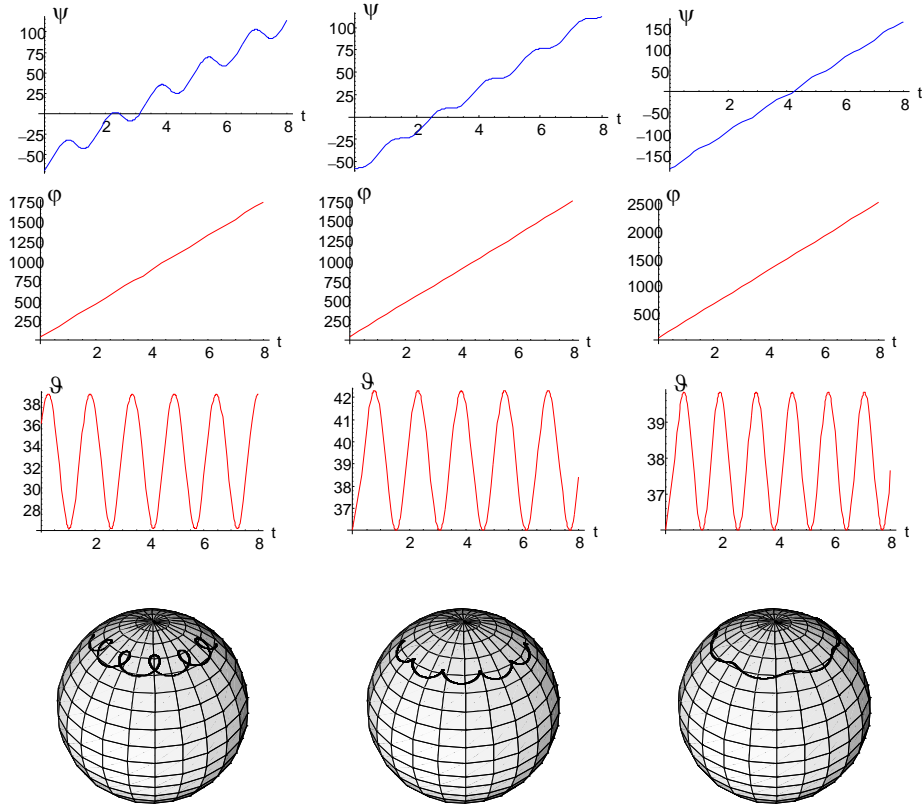
A (21) összefüggés azt mutatja, hogy a szimmetriatengely vízszintes vetülete folyamatosan egy irányban mozog a z tengely körül a (20) szerint ω_{pr} átlagos precessziós szögsebességgel. Ehhez a (19) szerint hozzájárul egy másik mozgás, ugyanis a szimmetriatengelynek a függőlegessel bezárt \mathfrak{G} hajlásszöge periodikusan ingadozik a kezdeti \mathfrak{G}_0 és ettől kissé eltérő érték között. Ennek az ingadozásnak, vagy *nutációnak* az amplitúdója $(\omega_{pr} / \omega_{nu}) \sin \mathfrak{G}_0$, szögsebessége pedig ω_{nu} . A megoldásból világosan látszik, hogy a precesszió annál lassúbb, a nutáció viszont annál gyorsabb és annál kisebb amplitúdójú, minél nagyobb az $\omega_{z'0}$ kezdeti forgási szögsebesség értéke. Mivel (17) szerint a precesszió szögsebessége $\omega_{z'0}$ értékével-, a nutáció amplitúdója viszont (16) szerint $\omega_{z'0}$ értékének négyzetével fordítva arányos, ezért megfelelően nagy forgási szögsebesség esetén a nutáció már alig figyelhető meg, a precesszió látszólag szabályos (pszeudoreguláris precesszió). Fontos megjegyezni, hogy alkalmas kezdőfeltételek mellett szigorúan szabályos precesszió is lehetséges (BUDÓ, 1964).

Jól lehet szemléltetni a szimmetrikus súlyos pörgettyű mozgását, ha a pörgettyű alátámasztási pontja köré egység sugarú gömböt képzelünk el, amelynek felületére a pörgettyű szimmetriatengelye felrajzolja a mozgásának megfelelő görbét. Ilyen görbék a (14) differenciálegyenlet-rendszer különböző

$$A, C, mgs, \omega_{x'0}, \omega_{y'0}, \omega_{z'0}, \psi_0, \varphi_0, \mathfrak{G}_0$$

értékű kezdeti feltételek melletti numerikus integrálásával állíthatók elő. Számításainkat a *Mathematica* szoftver alkalmazásával (BELLOMO, PREZIOSI, ROMANO 2000) számítógépen végeztük el. A megoldások szerint a pörgettyű szimmetriatengelye minden esetben ciklois-szerű görbét rajzol az elképzelt gömb felületére, a görbék alakja a kezdeti feltételektől függően hurkolt ciklois, ciklois vagy elnyújtott ciklois lehet. Tisztán szinu-

szos jellegű görbét a megoldások között nem találunk – aminek azért van jelentősége, mert a későbbiekben tárgyalásra kerülő „csillagászati nutáció” szinuszos változás, ami szintén arra utal, hogy a csillagászati nutáció az elnevezésével ellentétben nem nutáció, hanem precessziós mozgás. A 3. ábrán feltüntetve a ψ , a φ és a ϑ Euler-féle szögek időbeli változását is, az egyes oszlopokban a (14) differenciálegyenlet-rendszer megoldásainak három legfontosabb alapesetét szemléltettük.



3. ábra. Szimmetrikus súlyos pörgettyű mozgásának fontosabb alapesetei.

A luniszoláris precesszió

Alkalmazzuk az eddigi elméleti megfontolásainkat a Föld esetére! Földünk forgástengelye a külső erők hatására a fentiekben tárgyalt súlyos pörgettyű mozgásához teljesen hasonló mozgást végez, a különbség mindössze annyi, hogy a Föld esetében az $\vec{\omega}$ vektor iránya (a forgástengely körbevándorlásának iránya) ellentétes. Ennek oka az, hogy az 1. ábrán látható pörgettyűre olyan irányú forgatónyomaték hat, ami a forgástengelyét fekvő helyzetbe igyekszik hozni; a Föld esetében viszont a Napnak és a Holdnak az

egyenlítői tömegtöbbletre gyakorolt vonzása olyan erőpárt hoz létre, amely a Föld forgástengelyének irányát az ekliptika síkjának normálisa irányába felállítani igyekszik.

Ezek után vizsgáljuk meg kissé részletesebben a Föld precessziós mozgását és ennek okát.

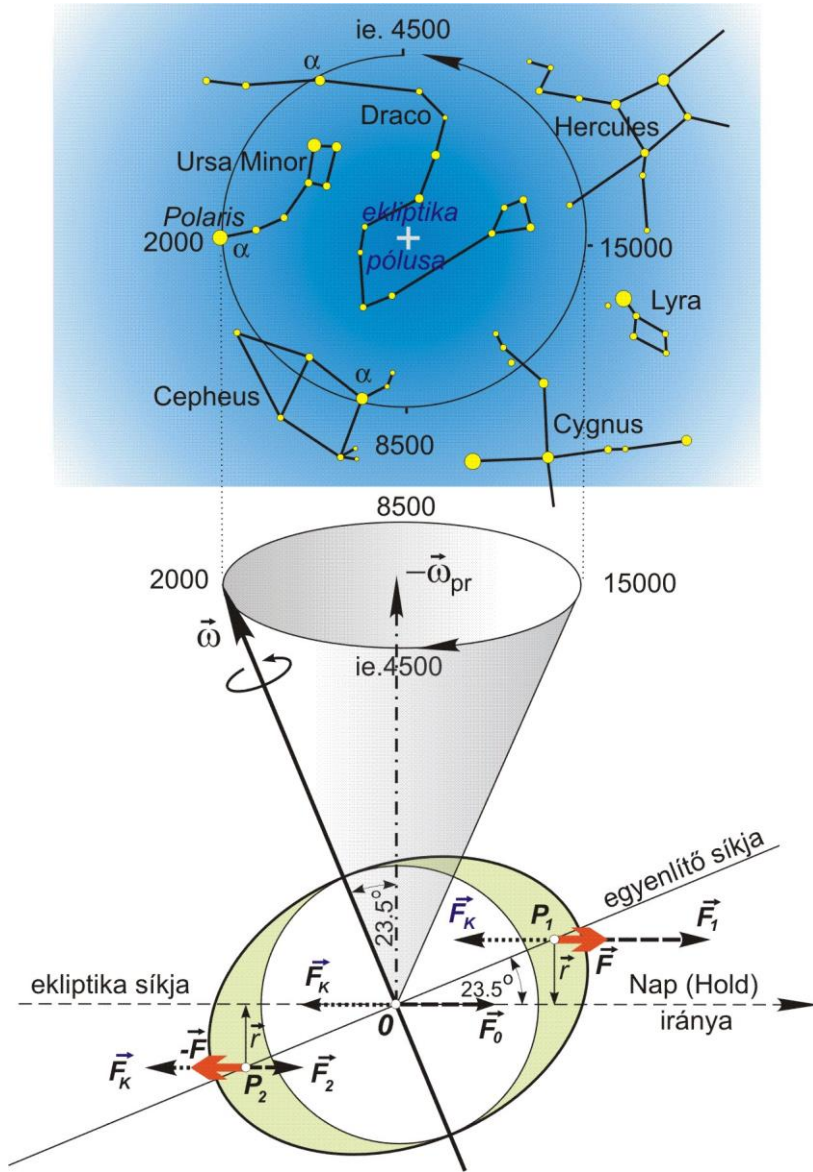
A Föld jó közelítéssel forgási ellipszoid alakú, melynek az egyenlítői sugara (fél nagytengelyének hossza) mintegy 21 km-rel nagyobb a sarkok felé mérhető távolságnál (a fél kistengelyének hosszánál). Ugyanakkor a Föld egyenlítői síkja mintegy 23.5 fokkal hajlik a Föld pályasíkjához (azaz az ekliptika síkjához), amelyben a Nap, és amelynek közelében a Hold és valamennyi bolygó található. A Föld tömegeloszlásának a gömb-szimmetrikus tömegeloszláshoz viszonyított eltérése miatt főleg a Hold és a Nap olyan forgatónyomatékokat fejt ki a Föld egyenlítői tömegtöbbletére, amely ezt az ekliptika síkjába igyekszik beforgatni, azaz a forgástengelyt az ekliptika normálisának irányába igyekszik állítani. Ha a Föld nem forogna, akkor ez be is következne - pontosabban már régen bekövetkezett volna. A Föld azonban saját tengelye körül kellőképpen gyorsan forog, ezért a forgatónyomaték hatására a bemutatott ún. súlyos pörgettyű mozgásához hasonló precessziós mozgást végez.

Egyelőre az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk meg csupán a Nap tömegvonzásából adódó forgatónyomaték hatását.

A Föld lényegében a Nap tömegvonzási erőterében végzi a keringését és dinamikus egyensúlyban van; azaz a Napnak a Föld tömegközéppontjára ható \mathbf{F}_0 tömegvonzásával a Föld Nap körüli keringéséből származó - az \mathbf{F}_0 erővel egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú $-\mathbf{F}_K$ keringési centrifugális erő tart egyensúlyt.

Az \mathbf{F}_K keringési centrifugális erő a Nap-Föld közös tömegközéppontja körüli excenter mozgás következtében a Föld minden pontjában azonos irányú és egyenlő nagyságú (VÖLGYESI, 1999).

A gömbszimmetrikus tömegeloszlástól tapasztalható eltérés miatt osszuk a Földet a 4. ábrán látható belső gömbszimmetrikus tömegtartományra és az egyenlítő menti gyűrűszerű részre; majd ezt a gyűrűt vágjuk a forgástengelyen átmenő és a rajz síkjára merőleges síkkal két további tömegrészre. A Naphoz közelebb eső gyűrűrész tömegközéppontja legyen P_1 , a távolabbi részé pedig P_2 . A Napnak a Föld gömbszimmetrikus tömegtartományára ható tömegvonzását úgy értelmezhetjük, mintha ez csak a gömb O tömegközéppontjában lépne fel. A gyűrűrészekre ható vonzóerőt viszont a P_1 és a P_2 tömegközéppontban ható vonzóerőkkel helyettesíthetjük. A Newton-féle tömegvonzási törvénynek megfelelően a P_1 -ben nagyobb, a P_2 -ben pedig kisebb vonzóerő hat, mint az O tömegközéppontban. Mivel azonban a keringési centrifugális erő mindhárom pontban ugyanakkora, ezért a P_1 -ben és a P_2 -ben a kétfajta erő nincs egymással egyensúlyban; a P_1 -ben a vonzóerő, a P_2 -ben a keringési centrifugális erő nagyobb. A két erő eredője a P_1 pontban: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_K$, a P_2 pontban pedig $\mathbf{F} = \mathbf{F}_K - \mathbf{F}_2$. Ez a két egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú erő a 4. ábra síkjából merőlegesen kifelé mutató \mathbf{M} forgatónyomaték-vektort eredményez.



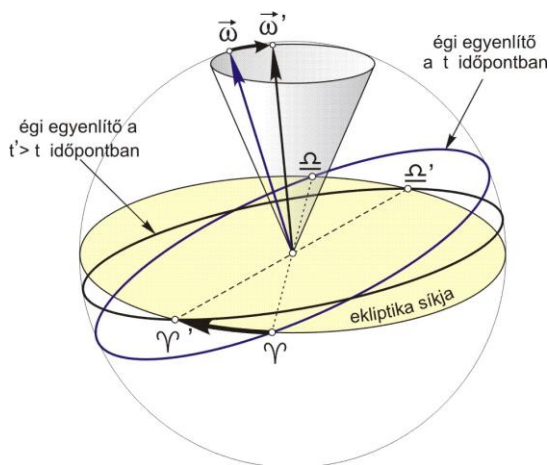
4. ábra. A Föld forgástengelyének precessziós mozgása (luniszoláris precesszió).

A Naphoz hasonlóan a Hold is forgatónyomatékokot fejt ki a Földre, sőt a Hold által keltett forgatónyomaték a Hold közelsége miatt jóval nagyobb.

Az így módon keletkező forgatónyomatékok együttes hatásának eredménye a Földnek a 4. ábrán bemutatott precessziós mozgása: az ún. *luniszoláris precesszió*.

A luniszoláris precesszió a csillagászati megfigyelések szerint elsősorban abban nyilvánul meg, hogy az égi pólus (a Föld forgástengelyének és az éggömbnek a metszéspontja) az ekliptika pólusa körül lassan körbevándorol. Mivel az égi egyenlítő síkja merőleges a Föld forgástengelyére, ezért a forgástengely irányának elmozdulása az égi

egyenlítő síkjának elfordulásával is jár. Ennek megfelelően az 5. ábrán látható módon az ekliptika és az égi egyenlítő síkjának metszésvonalában levő Υ tavaszpont és Ω őszpont is elmozdul az ekliptika mentén, mégpedig a Nap járásával ellentétes irányban. A tavaszpont eltolódása a luniszoláris precesszió hatására, nyugati irányban mintegy $50.37''/\text{év}$.



5. ábra. A tavaszpont precessziós vándorlása.

Összefoglalva az eddigieket: a luniszoláris precesszió során a Föld forgástengelye, az ekliptika és az égi egyenlítő síkja 23.5° -os hajlásszögének megfelelően, $2 \times 23.5^\circ = 47^\circ$ -os nyílásszögű kúp palástja mentén mozog úgy, hogy egy teljes körüljárat közel 25 730 év alatt végez. Ez az 5. ábra tanúsága szerint azt jelenti, hogy a Föld forgástengelyének északi iránya kb. 5000 évvel ezelőtt az α *Draconis* csillag közelébe mutatott, az égi pólus jelenleg az α *Ursae Minoris* (Polaris) közelében van és kb. 5000 év múlva az α *Cephei* közelében lesz. Így a jelenleg élő generációknak csupán véletlen szerencséje az, hogy az égi északi pólus helyéhez közel viszonylag fényes csillag, a Sarkcsillag található.

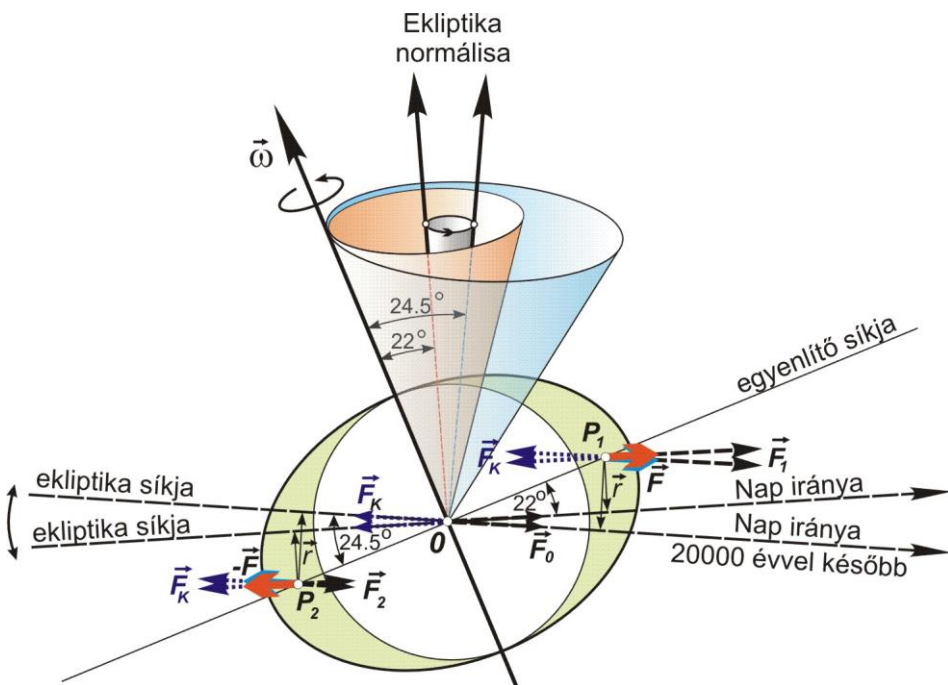
A planetáris precesszió

Mivel a csillagászati koordinátarendszereinkben a tavaszpont helyzete alapvető szerepet játszik, a precesszió következtében fellépő helyváltozásainak ismerete rendkívül fontos. Az előző pontban megállapítottuk, hogy a luniszoláris precesszió hatására a tavaszpont helyzete az ekliptika mentén folyamatosan, évente mintegy $50.37''$ értékkel nyugati irányban eltolódik.

A tavaszpont helyzete azonban nemcsak az égi egyenlítő síkjának elfordulása miatt, hanem az ekliptika síkjának mozgása következtében is változik. A Naprendszer bolygóinak hatására ugyanis a Föld keringési síkja állandóan lassú ingadozásban van a bolygók közepes pályasíkjához képest, tehát ennek következtében lassan változik az ekliptika pólusának helyzete is. Ha az égi pólus mozgását az ekliptika pólusához viszonyítjuk, akkor ennek mozgását is a forgástengely precessziós mozgásaként észleljük. Ezt a jelenséget *planetáris precesszió*nak nevezzük. A planetáris precesszió hatására a tavasz-

pont direkt irányban - azaz a luniszoláris precesszió hatására bekövetkező elmozdulással ellentétes irányban - évente mintegy $-0.11''$ értékkel tolódik el.

A planetáris precessziót tehát az ekliptika síkjának elmozdulása okozza. A planetáris precesszió során az egyenlítő és az ekliptika síkjának hajlásszöge közel 40000 éves periódussal kb. 22° és 24.5° között ingadozik. Hatása a 6. ábra segítségével kétféleképpen is megérthető. Egyrészt mivel a precessziós kúp tengelye az ekliptika normálisa, nyilvánvalóan az ekliptika síkjának billegésével az ekliptika normálisa kb. 2.5 fokokos nyílásszögű kórkúp palástja mentén közel 40000 éves periódussal körbevándorol. Ez a precesszió szemszögéből úgy mutatkozik, mintha az a "koordináta irány" változtatná folyamatosan a helyzetét, amelyhez a precessziós mozgást viszonyítjuk, vagyis a precessziós kúp tengelyének ezzel a mozgásával 40000 éves periódussal hol kissé szétnyílik, hol kissé összehúródik a precessziós kúp palástja, ily módon a luniszoláris precessziós kúp nyílásszöge nem stabilan 47 fokokos, hanem közel 40000 éves periódussal kb. 44 és 49 fok között változik.



6. ábra. A planetáris precesszió.

Valójában az történik, hogy az ekliptika síkjának mozgása miatt 40000 éves periódussal folyamatosan más-más irányban látható a Földről a Nap és a Hold, és ezzel a 6. ábra tanúsága szerint folyamatosan változik a P_1 és P_2 rész-tömegközéppontok távolsága az ekliptika síkjától. Ezzel pedig folyamatosan változik (ingadozik) a precessziós mozgást előidéző forgatónyomaték, mivel folyamatosan változik az erő karja.

A luniszoláris és a planetáris precessziós mozgás eredője az *általános precesszió*, más néven a *normálpredictzió*. A normálpredictziós mozgás során az ekliptika pólusának billegése miatt az égi pólus nem pontosan az 5. ábra felső részén látható körpálya mentén mozdul el, hanem az állócsillagokhoz viszonyítva a körpályát jól közelítő,

de valójában *önmagában nem záródó görbe* mentén vándorol. A normálp recesszió hatására a tavaszpont az ekliptika mentén évente mintegy $50.26''$ értékkel nyugati irányban toódik el; ennek megfelelően egy teljes körüljárás ideje kb. 25786 év, azaz közel 26000 év.

A precesszió zavar

A Hold, a Nap és a bolygók Földhöz viszonyított relatív helyzetváltozásai következtében a Földre időben változó forgatónyomaték hat, ezért a normálp recessziós mozgás különböző rövidebb periódusú ingadozásokat mutat. A forgástengely precessziós mozgásának ezen rövidperiódusú változásait sokan helytelenül *csillagászati nutációnak* nevezik. A továbbiakban ezt a jelenséget inkább *precesszió zavarnak* tekintjük.

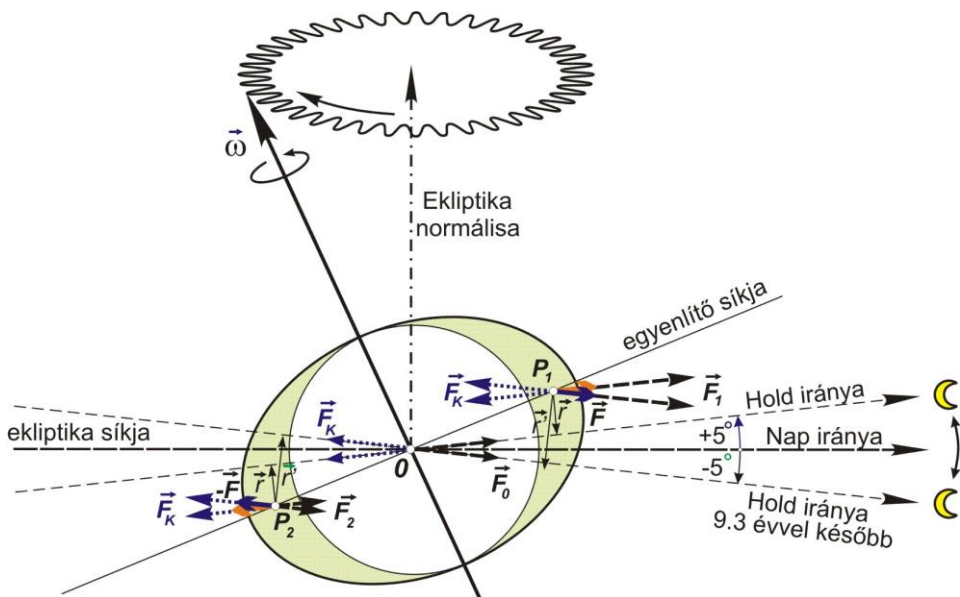
A precesszió zavar több különböző periódusú és amplitúdójú mozgásból tevődik össze és rakódik rá a hosszúperiódusú (szekuláris) precessziós mozgásra.

A Nap és a Föld egymáshoz viszonyított helyzetváltozásai miatt két fontosabb periódusa van. A Nap által a Föld egyenlítői tömegtöbbletére kifejtett forgatónyomaték nagysága a Nap deklinációjának szögétől (a Föld egyenlítő síkja feletti magasságától) függ. A 4. ábra pl. a téli napforduló helyzetében ábrázolja a Földet, amikor $\delta = -23.5^\circ$. Ekkor és a nyári napforduló napján (amikor $\delta = +23.5^\circ$) a Nap maximális forgatónyomatékat fejt ki a Földre. A két helyzet között csökken, illetve növekszik a forgatónyomaték. A tavaszi és az őszi napéjgyenlőség pillanatában a Föld két egyenlítő tömegtöbbletének 2. ábrán értelmezett P_1 és P_2 súlypontja azonos távolságra van a Naptól, ekkor tehát a precessziót okozó forgatónyomaték nulla. Ennek megfelelően, a Nap deklinációjának változása miatt, féléves periódussal változik a Föld precessziós mozgása. Ehhez egyéves periódusú precessziós változás is járul, ami annak a következménye, hogy a Föld ellipszis alakú pályán kering a Nap körül és ezáltal egyéves periódussal változik a Naptól mért távolsága, illetve ennek megfelelően a forgatónyomaték.

Többek között teljesen hasonló jellegű, de rövidebb periódusú és nagyobb amplitúdójú változásokat okoz a Hold a Föld körüli keringése során. A Hold a Föld körüli pályáját közel 28 nap alatt futja be, ezért a Hold deklinációjának változása miatt adódó precessziós periódus kb. 14 napos, az ellipszis pályán történő keringés miatti változó Föld-Hold távolságból származó periódus pedig 28 napos.

Van azonban a Hold mozgásának az eddigieknél jóval fontosabb hatása is. Ez annak a következménye, hogy a Hold nem ugyanabban a síkban kering a Föld körül, mint amelyben a Föld kering a Nap körül. Így a Hold pályasíkja közel $5^\circ 09'$ szöget zár be az ekliptika síkjával és a Hold pályasíkjának az ekliptika síkjával alkotott metszésvonala (a holdpálya csomóvonala) az ekliptika síkjában 18.6 éves periódussal hátráló irányban körbevándorol. Ennek következménye a precesszió szempontjából jól látható a 7. ábrán.

A hatás kísértetiesen hasonlít a planetáris precesszió 6. ábrán bemutatott hatásához. Valójában itt is az történik, hogy a holdpálya síkjának mozgása miatt 18.6 éves periódussal folyamatosan más-más irányban látható a Földről a Hold, és ezzel a 7. ábra tanúsága szerint folyamatosan változik a P_1 és a P_2 rész-tömegközéppontok távolsága a holdpálya síkjától. Ezzel pedig folyamatosan változik (ingadozik) a precessziós mozgást előidéző forgatónyomaték, mivel folyamatosan változik az erő karja.

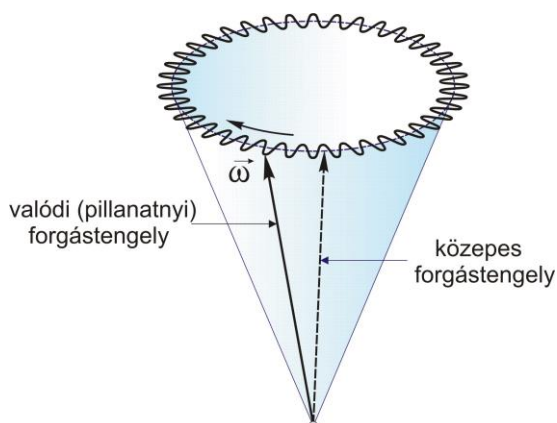


7. ábra. A precessziózavar lunáris főtágjának hatása.

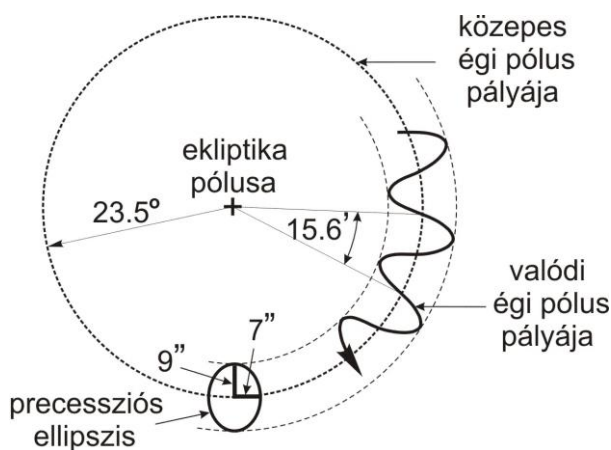
A precessziózavarnak a holdpálya csomóvonalának mozgásából származó tagja sokszorosán nagyobb, mint a precessziót alkotó összes többi ingadozás együttesen, ezért ezt a *precessziózavar lunáris főtágjának* nevezzük.

A Föld forgási szögsebesség-vektora tehát az ekliptika síkjának a Föld tömegközéppontján átmenő normálisa körül jelenleg kb. 47° -os közepes csúcshözzel a 7. illetve a 8. ábrán látható hullámos kúppalást mentén közel 26000 éves periódussal vándorol körbe. Ennek megfelelően az égi pólusok (az északi és a déli pólus) az ekliptika pólusaitól 23.5° közepes pólustávolságban hullámos körpálya mentén mozognak. A hullámok közül kiemelkedően legnagyobb a precessziózavar főtágjának 18.6 éves periódusú hulláma. Az ekliptika pólusa körül az égi pólusok által leírt precessziós körön a precessziózavar lunáris főtágjának mintegy $26000/18.6 \approx 1400$ hulláma van. Ezeknek a hullámoknak kb. $9''$ az amplitúdója (ennyi a forgástengely hajlásának ingadozása: az ún. ferdeségi tag), a hullámhossza pedig közel $15.6'$.

A precessziós mozgást a precessziózavar főtágjával együttesen szokás a 9. ábrán látható ún. precessziós ellipszissel is szemléltetni. (Megjegyezzük, hogy nem tartjuk szerencsésnek a gyakorlatban eddig elterjedt nutációs ellipszis elnevezést, hiszen ennek a nutációhoz semmi köze nincs.) Eszerint az ekliptika pólusa körül 23.5° pólustávolságban a precessziós ellipszis középpontja vándorol egyenletes sebességgel és tesz meg egy teljes kört 26000 év alatt, miközben a valódi a (pillanatnyi) égi pólus a precessziós ellipszis mentén mozog 18.6 éves periódussal. A precessziós ellipszis $9''$ távolságú fél nagytengelye mindig az ekliptika pólusa irányába mutat, a $7''$ távolságú fél kistengelye pedig erre merőleges.



8. ábra. A valódi és a közepes forgástengely.



9. ábra. A precessziós ellipszis.

A fenti megfontolásokból, illetve a pólusmozgás fizikai alapjainak tisztázása után (VÖLGYESI, 2002) világosan látható, hogy a Hold, a Nap és a bolygók Földhöz viszonyított relatív helyzetváltozásai miatt az időben változó forgatónyomaték következtében kialakuló rövidebb periódusú ingadozások nem nevezhetők fizikai értelemben nutációknak. Az érintett égitestek bonyolult mozgása miatt ugyanis a precessziót előidéző forgatónyomaték változik, ami következtében a Föld tömege a hozzá képest rögzített helyzetű forgástengelyével együtt végzi a *változó* precessziós mozgását. Ezzel szemben a nutációs mozgás során a Föld forgástengelye nem együtt mozog a Föld tömegével, hanem mindenféle forgatónyomaték hatásától függetlenül, a Föld tömege illetve a szimmetriatengelye különválva a forgástengelytől végzi a bonyolult sajátmozgását (ami pusztán abból adódik, hogy a forgás nem a szimmetriatengely körül történik). Egyszerűbben fogalmazva a *precessziós mozgás felelősei a Földön kívüli tömegek, a nutációs mozgásért viszont kizárólag a Föld saját tömege (tömegeloszlása) a felelős.*

Ennélfogva indokoltnak tűnik a félrevezető *csillagászati (asztronómiai) nutáció* helyett a továbbiakban a *precessziózavar* fogalmát használni.

A precesszió csillagászati és geodéziai hatása

A Föld precessziós mozgása a csillagászati megfigyelések szempontjából abban nyilvánul meg, hogy az égi pólus (a Föld forgástengelyének és az éggömbnek a metszéspontja) az ekliptika pólusa körül lassan körbevándorol. Mivel az égi egyenlítő síkja merőleges a Föld forgástengelyére, ezért a forgástengely irányának elmozdulása az égi egyenlítő síkjának elfordulásával is jár. Ennek megfelelően a 5. ábrán látható módon az ekliptika és az égi egyenlítő síkjának metszéspontjában levő Υ tavaszpont is elmozdul az ekliptika mentén, ami viszont a csillagászatban használatos ekvatoriális (égi egyenlítői) koordinátarendszer kiinduló iránya. Így a normálprecesszió és a precessziózavar az égitestek égi egyenlítői koordinátáinak (α rektaszcenziójának és δ deklinációjának) folyamatos változását okozzák.

Mivel a Föld tömege a forgástengelyével együtt végzi a leírt precessziós mozgásokat, a földfelszíni pontoknak a forgástengelyhez viszonyított földrajzi koordinátái a precessziós mozgástól függetlenek. Így a szintfelületi földrajzi szélesség és hosszúság értékek a normálprecesszió és a precessziózavar hatására nem változnak (BIRÓ, 1971).

Köszönetnyilvánítás

A Föld forgásával kapcsolatos kutatásaink az MTA Fizikai Geodézia és Geodinamika Kutatócsoport, valamint a T-038123 és a T-037929 sz. OTKA anyagi támogatásával folynak. A támogatást ezúton is köszönjük.

Hivatkozások

- Bellomo N, Preziosi L, Romano A** (2000): *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica*. Birkhauser, Boston.
- Biró P** (1971): A felszínmozgások vizsgálata és a Föld geodinamikai folyamatai. *Geodézia és Kartográfia*, 29. 9-18.
- Budó Á** (1964): *Mechanika*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Landau LD, Lifsic EM** (1974): *Elméleti Fizika I.* Tankönyvkiadó, Budapest.
- Völgyesi L** (1999): *Geofizika. Műegyetemi Kiadó*, Budapest.
- Völgyesi L** (2002): A pólusmozgás fizikai alapjai. Sopron, *Geomatikai Közlemények* V. 55-73.

FÖLDCSUSZAMLÁS MONITOROZÁSA FŰRÓLYUK-DŐLÉSMÉRŐKKEL

Mentes Gyula*



Monitoring of landslides using borehole tiltmeters - A test site was established in Dunaföldvár by the Geodetic and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences for the investigation of landslides. Besides repeated geodetic measurements – GPS, precise levelling, gravity measurements – the monitoring of the movements is carried out continuously by two borehole tiltmeters. In this paper the measuring method and the preliminary results obtained till now are presented.

Az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet Dunaföldváron egy geodéziai teszterületet létesített a földcsuszamlások vizsgálatára. Az ismételt geodéziai mérések – GPS, szabatos szintezés, gravitációs mérések – mellett két fúrólyuk-dőlésmérővel folyamatosan történik a partfal mozgásának monitorozása. A cikk ismerteti a dőlésmérőket, a mérés módját, valamint az eddig kapott, előzetes eredményeket.

Kulcsszavak: partfal, földcsuszamlás, fúrólyuk dőlésmérés

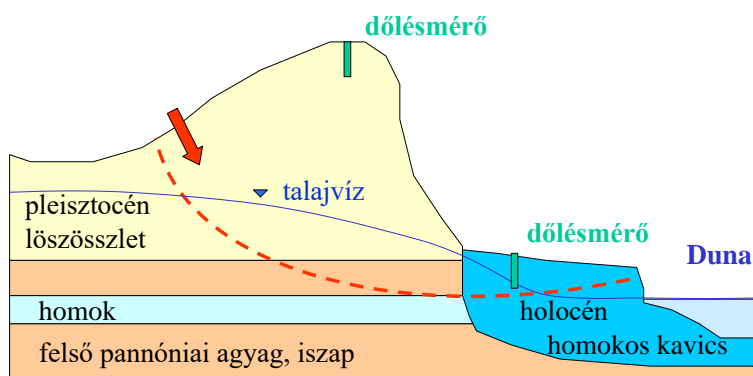
Bevezetés

A földcsuszamlások tetemes anyagi károkat és sok emberéletet követelnek Földünkön. Hazánkban is sok olyan csúszás-veszélyes terület van, ahol lakott települések, ipari létesítmények, közlekedési útvonalak vannak veszélyben. Ezért az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézetben kiemelt fontosságú kutatási téma lett a földcsuszamlások vizsgálata. Ezt a témát a Magyar Tudományos Akadémia - a Földtudományi Kutatóközpont keretén belül - 2001-től három éven át kiemelten támogatja. 2001-ben egy geodéziai teszterületet létesítettünk Dunaföldváron, ahol GPS mérésekkel, szabatos szintezéssel (Bányai, 2002) és gravitációs mérésekkel vizsgáljuk a meredek dunai partfal mozgását. A geodéziai mérések mellett két fúrólyuk-dőlésmérővel regisztráljuk a partfal dőlését, hogy információt kapjunk a partfal - két geodéziai mérés közötti - folyamatos mozgásáról is. Ebben a cikkben a dőlésmérők alkalmazását és az eddig kapott eredményeket ismertetjük.

A teszterület ismertetése

A földcsuszamlások vizsgálata céljából Dunaföldvárt választottuk ki teszterületként. Ennek egyik oka, hogy itt 1970. szeptember 15-én az Alsó-Öreghegyen, a Duna-hídtól délre következett be egy szeletes földcsuszamlás, amelynek következtében a 30-50 m magas partfal megcsúszott és kb. 1 millió m³ lösz mozdult meg (Kleb és Schweitzer, 2001). Másik ok, hogy a partfalon és a partfal előtt lakóházak vannak, ezért egy partfalcsúszás emberéleteket veszélyeztetne. Dunaföldvárnál előtérrel és folyóvízi üledékekkel védett magaspárt található, ezért az védett a Duna eróziós hatásától. Ezekon a szakaszokon a forrásvizek szabadon távozhatnak, és így nem nedvesítik át a löszfalat. A dunaföldvári magaspárt felépítését az 1. ábra mutatja. A partfal a Duna-hídtól északra 15-20

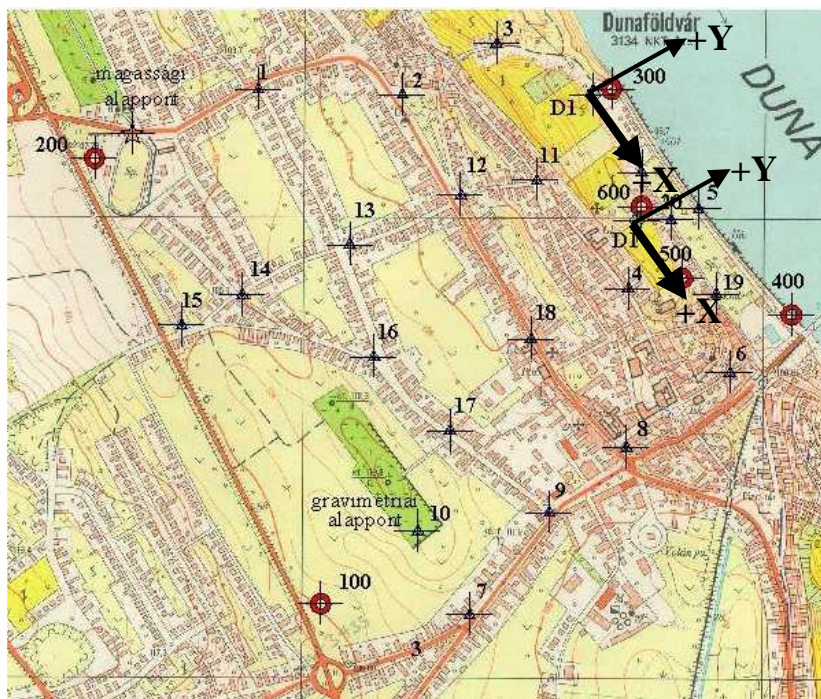
m magas és nagyon meredek. Ezen a szakaszon inkább az omlások jellemzőek. Itt létesítettük a teszterületet, mivel a Duna partján épületek (pl. kemping), a partfalon lakóházak, iskola található. A vizsgált partfal a 2. ábrán látható. A 3. ábra térképvázlata a mérési pontokat tünteti fel. A piros körökkel jelölt pontok a GPS mérések céljára szolgáló mélyalaposzást alapponthoz helyét jelölik, míg a kereszt és a háromszög a szintezési és a gravitációs pontokat mutatják. A D1 és D2 jelű pontokon helyezkednek el a dőlésmérők. A D1 jelű a Duna partján, a vízmű területén, a D2 jelű pedig a partfalon, az iskola kertjében. A dőlésmérők helyét az 1. ábrán is bejelöltük. A két dőlésmérő nem a partfalra merőleges, közös síkban helyezkedik el, mivel ebben az esetben nem tudtuk volna biztosítani a műszerek védett elhelyezését. A parti dőlésmérő a vízparttól kb. 50 m a partfal lábától pedig kb. 10 m távolságra helyezkedik el, míg a partfalon installált műszer 8m-re van a partfal szélétől.



1. ábra. A dunaföldvári magaspart földtani felépítése (Kleb és Schweitzer, 2001).



2. ábra. A vizsgált partfal.



3. ábra. A dunaföldvári teszterület.

Az alkalmazott dőlésmérők felépítése és műszaki adatai

Az Applied Geomechanics Inc. Model 722A fűrlyuk-dőlésmérők érzékelője kétkomponensű folyadéklibella, amelynél a buborék elmozdulását ellenállásos mérőátalakító érzékeli. A folyadéklibella a hozzátartozó elektronikus egységgel együtt egy 0,85 m hosszú és 54 mm átmérőjű vízmentesen lezárt rozsdamentes acélsőben helyezkedik el. A műszerbe beépítettek egy 0,1 °C pontosságú hőmérőt is a dőlésmérő és a fűrlyuk hőmérsékletének mérésére. A dőlésmérő 8 m hosszú kábelének végén helyezkedik el a „switch box” csatlakozó egység, amelyhez az adatgyűjtő és a dőlésmérő tápfeszültségét biztosító +12 V-os és -12 V-os akkumulátorok csatlakoztathatók. A dőlésmérő két méréshatárral rendelkezik és az analóg kimenőjelet közvetlenül vagy egy szűrőn keresztül szolgáltatja. A dőlésmérő legfontosabb adatai:

Nagy érzékenységű „high gain” üzemmód:

Méréshatár: $\pm 800 \mu\text{rad}$

Pontosság: $\pm 0,1 \mu\text{rad} \cong \pm 0,02$ szögmásodperc

Skálátényező: $0,1 \mu\text{rad/mV}$

Kis érzékenységű „low gain” üzemmód:

Méréshatár: $\pm 2000 \mu\text{rad}$

Pontosság: $\pm 1 \mu\text{rad} \cong \pm 0,2$ szögmásodperc

Skálátényező: $1 \mu\text{rad/mV}$

Hőmérséklet kimenet: 0,1 °C/mV

Tápfeszültség: ±12 V

Áramfelvétel: 11 mA (+12 V-ról) 6 mA (-12 V-ról)

Dőlésmérő méretei: Ø 54 mm x 850 mm

Működési hőmérséklettartomány: -25 °C - +70 °C

A dőlésmérők installálása

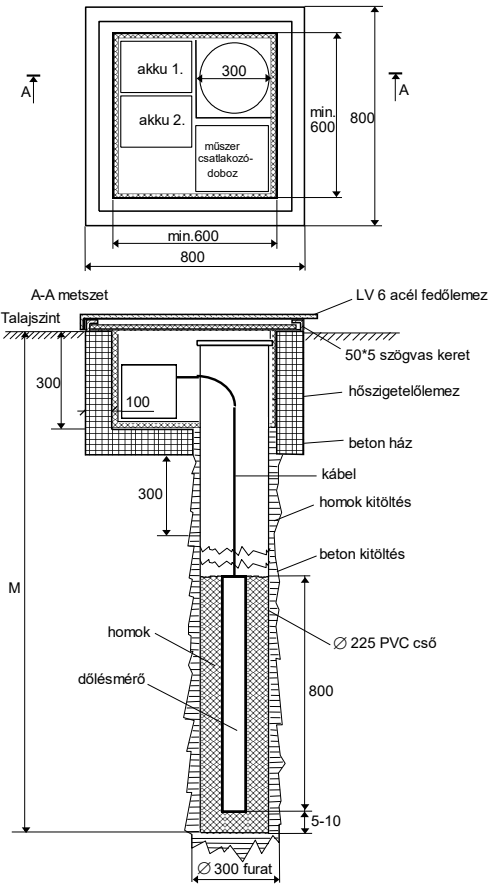
A dőlésmérőket a jó hőmérsékletstabilitás érdekében - a 4. ábrán látható módon - 3 m mély 22,5 cm átmérőjű PVC csővel bélelt fúrólukban helyezték el. A PVC cső és a

fúróluk (lőszerű) közötti szoros kapcsolatot betonkiöntés biztosítja, amelyet a hővezetés csökkentése érdekében a

felszín közelében homokfeltöltés helyettesít. A dőlésmérőt a fúrólukban homokdöngöléssel rögzítettük.

Az adatgyűjtő, az akkumulátorok és a csatlakozóegység egy a földben elhelyezett, lezárható acél ládában helyezkednek el. A belülről hungaroccellal hőszigetelt láda foglalja magába a

fúróluk felső nyílását is. Az 5. ábra az acélláda elhelyezését mutatja a fúróluk felett.



4. ábra. Az Applied Geomechanics Inc. Model 722A fúróluk-dőlésmérők installálása fúrólukban.



5. ábra. A fúróluk felső része az acélládaival.

A képen jól látható a fúrólukat bélelő PVC cső vége. A dőlésmérő installálását a döngölőruddal a 6. ábra mutatja. A dőlésmérő "high gain" üzemmódban, bekapcsolt kimeneti szűrővel dolgozik. Az adatgyűjtő mintavételi ideje 1 óra.



6. ábra. A dőlésmérő rögzítése a fúrólyukban.

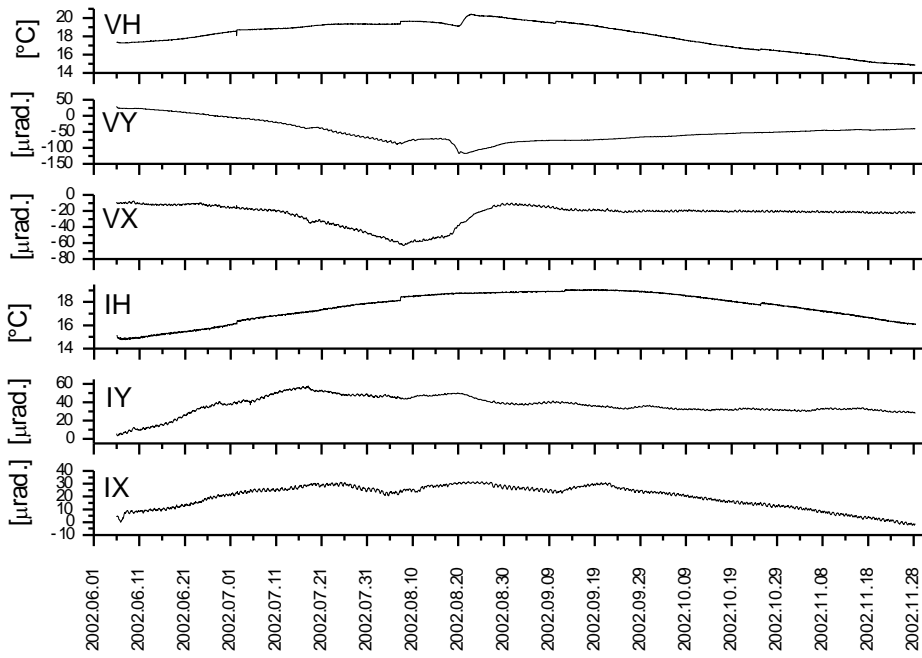
A fúrólyuk-dőlésmérések eredményei

A fúrólyuk dőlésmérőket 2002 június 6-án helyeztük üzembe és azóta megszakítás nélkül folyamatosan működnek. Az eddig kapott regisztrátumot (2002. 11. 26) a 7. ábra mutatja. Az ábrán V a dunaparton, a vízmű területén elhelyezett dőlésmérővel regisztrált adatokat, I pedig a partfalon, az iskola kertjében mért adatokat jelöli. Ennek megfelelően VX, VY, VH a parton mért x és y irányú dőlést, valamint a fúrólyuk hőmérsékletét, míg IX, IY, IH a partfalon mért dőléskomponenseket és a fúrólyuk hőmérsékletét jelenti.

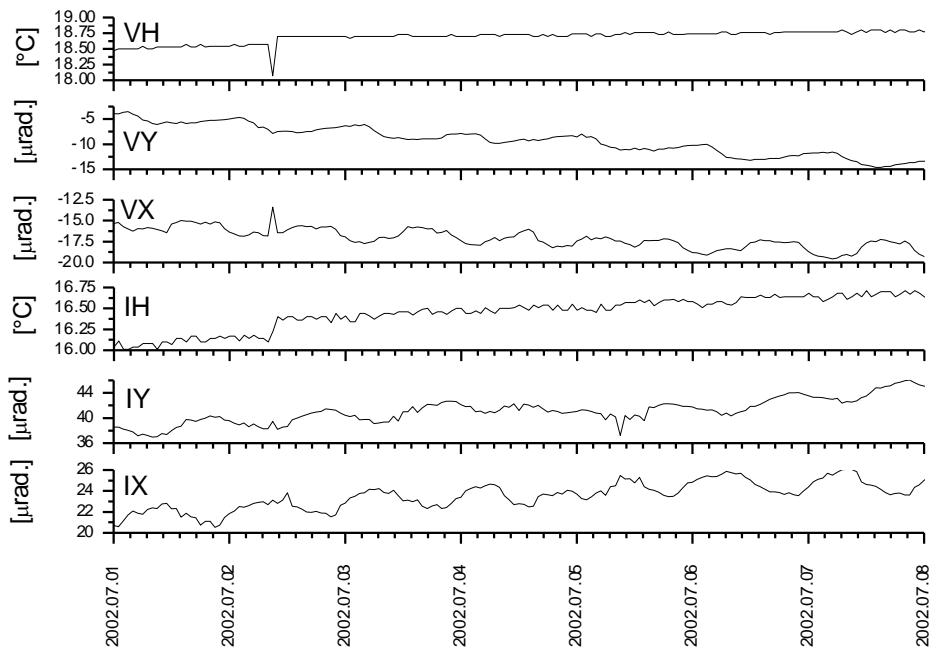
A dőlésmérők az installálás után gyakorlatilag beállási drift nélkül kezdtek üzemelni. Valószínűleg ez annak köszönhető, hogy a fúrólyukak az előző évben készültek és így elegendő idő állt rendelkezésre a fúrólyukak stabilizálódására. Egyedül az IX komponens elején látszik egy igen rövid ideig tartó, tipikus beállási szakasz.

A 7. ábrából azonnal kitűnik a regisztrált dölések és a hőmérséklet közötti szoros korreláció. Az augusztus 10-től 30-ig terjedő időszakban, különösen a VX és VY komponenseken látható "gyors" változás a dunai árvíz következménye. Dunaföldvárnál az árvíz augusztus 18-án tetőződött. Különösen az ezt megelőző időszakban, a gyors vízszint emelkedés idején volt a parti dőlés (VX, VY) gyors jellegű, majd a tetőződést követően egy lassú, nagy döléssel járó visszaállási szakasz következett. Ezt követően a dőlésmérők gyakorlatilag visszaálltak az árvízet megelőző helyzetbe, természetesen a hőmérsékletváltozásnak megfelelően. Az árvíz tetőzésének idején a parti hőmérsékletben (VH) is láthatunk egy ugrásszerű növekedést. Ennek oka az, hogy a Duna vizének hőmérséklete nyáron lényegesen magasabb, mint 3m mélységben a talajvízé. Mivel áradáskor a talajvízszint emelkedése a parthoz közel a Duna vizéből származott, ezért a fúrólyuk hőmérséklete is megemelkedett. Érdekes módon a partra merőleges (VY) és a parttal párhuzamos (VX) dőléskomponensek közel egyformák, kb. 50 mikroradián voltak az árvíz idején.

A dunai árvíz hatása a partfalon mért dölések (IX, IY) esetében alig érzékelhető. Tehát a talajvízszint, ill. a Duna vízszintjének változása nem okoz számottevő dölést a partfalon. Ez is alátámasztja Kleb és Schweitzer (2001) állítását, hogy ez a partszakasz csúszás szempontjából viszonylag stabil, mivel a talajvíz szabadon áramolhat.



7. ábra. A dunaföldvári magasparton 2002.06.06 és 2002.11.26. között regisztrált dőlések.



8. ábra. Napi dőlésváltozások.

A rövididejű dölések hőmérsékletfüggésének bemutatására a 8. ábra egy egyhetes regisztrátumot mutat, amelyen jól látszik a 24 órás periódus, amely a napi hőmérsékletváltozás következménye. Itt a felszíni hőmérsékletet nem mérjük, de ez más helyen végzett mérésekből nyilvánvaló (Mentes 2001, Mentes 2002). A 8. ábrából az is látható, hogy a fúrólyukban a hőmérsékletváltozás sokkal kisebb, mint a felszínen, tehát már 3 m mély fúrólyuk is megfelelő hőmérsékletstabilitást biztosít a műszereknek.

Az eddig regisztrált adatok még nem elegendőek ahhoz, hogy a partfal mozgását egyértelműen kimutassuk. A szezonális hatások (pl. hőmérséklet) és egyéb lokális zavarok leválasztásához még legalább egy év folyamatos regisztrálásra van szükség. Egy többéves adatsort korrelálva a Duna vízállásával pontos összefüggést állapíthatunk meg a partfaldőlés és a vízállás között is. Néhány év múlva a geodéziai mérések eredményei is bevonhatók lesznek a mozgásanalízisbe.

Köszönetnyilvánítás

Ez a tanulmány az MTA földtudományi programjának, az EVG1- 2001-00061-OASYS EU5 és az OTKA T 031713 számú projektjének keretében készült. A méréseket az M 27206 számú OTKA pályázat keretében beszerzett dőlésmérőkkel végeztük.

Hivatkozások

- Kleb B, Schweitzer F** (2001): A Duna csuszamlásveszélyes magaspartjainak településkörnyezeti hatásvizsgálata. In: Glatz F (Ed.): Földtudományok és a földi folyamatok kockázati tényezői. *Magyar Tudományos Akadémia*, Budapest, 169-193.
- Mentes Gy** (2001): Investigation of ground and object motions at the TV tower in Sopron, Hungary, *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 36(4), 391-398.
- Mentes Gy** (2002): Monitoring of Local Geodynamical Processes by Borehole Tiltmeters in the Vicinity of the Mecsek-alja-fault in Hungary. In: Kahmen, H. Niemeier, W. Retscher, G. (Eds.): Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering II., Department of Applied and Engineering Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics, *Vienna University of Technology*, Vienna, Austria, 278-287.
- Bányai L** (2002): A dunaföldvári magaspart geodéziai mozgásvizsgálata. Sopron, *Geomatikai Közlemények V.* 309-318.

FÖLDRENGÉS OKOZTA TALAJMOZGÁSOK MODELLEZÉSE DEBRECEN BELTERÜLETÉRE

Gribovszki Katalin*, Vaccari Franco**,
Szeidovitz Győző



Modeling of seismic ground motion and site effect along two profiles in the city of Debrecen, Hungary - The aim of our study is to determine the design ground acceleration values at different parts of the city of Debrecen along two profiles. Synthetic accelerograms along a profile going through the hypocenter and the city of Debrecen were computed by applying the so called "hybrid technique". Two computations were performed with two different seismic sources and profiles. The seismic sources are located in the "Mobile zone". The focal mechanism and the heterogeneous and homogeneous parts of the profiles are known from the geophysical, geological and geotechnical data of the investigated area.

The maximum response spectra ratio values of the horizontal components are situated below 1 Hz all along the whole profile, and the frequencies below 1 Hz coincide with the self-frequencies of the multistorey buildings. The computed EPA values along one of the profiles agree with the higher than 6° MSK macroseismic intensity, which was estimated from the assessments of damages' records of 1834 Érmellék earthquake.

Vizsgálataink elsődleges célja a tervezési talajgyorsulás-értékek meghatározása volt két, Debrecen városán keresztül húzódó, metszet mentén. Az úgynevezett "hibrid módszer" alkalmazásával szintetikus szeizmogramokat hoztunk létre. A metszetek a földrengések hipocentrumait kötötték össze Debrecennel. Két önálló számítást hajtottunk végre, amelyeknél máshol voltak a földrengésforrások, és így a metszetek is. A földrengésforrások mindkét esetben az úgynevezett Mobil zónában helyezkedtek el. A fészekmechanizmust és a metszet homogennek és heterogénnek tekintett részét a vizsgált terület geofizikai, geodéziai és geotechnikai adatai alapján ismerjük.

A horizontális komponensre számított válaszspektrum-arány maximális értékei 1 Hz alatt helyezkednek el a metszet teljes hosszában, és tudjuk azt, hogy az 1 Hz alatti frekvenciákon találhatóak a többemeletes épületek sajátfrekvenciái is. A kiszámított EPA értékek jó egyezést mutatnak az 1834-es érmelléki földrengés után készített kárfelmérési jegyzőkönyvekből megállapított makroszeizmikus intenzitásértékekkel.

Kulcsszavak: földrengés, determinisztikus földrengéskockázat-számítás, a talajgyorsulás számításba vett csúcsértéke, szeizmikus zónatérkép

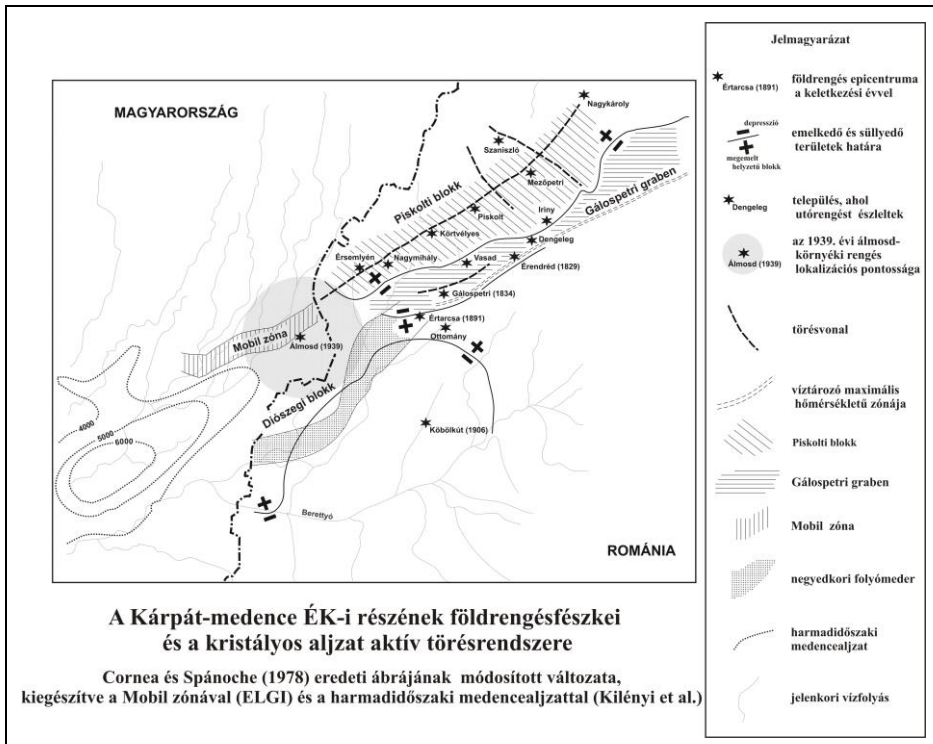
Bevezetés

Debrecen 300 ezer fős lakosságával, Budapest után, Magyarország második legnagyobb városa. A város az ország keleti részén található, nem messze a román-magyar határtól. Debrecen város földrengéskockázatának számításában az érmelléki szeizmikusan aktív terület a legfontosabb figyelembe veendő szeizmogén zóna (1. ábra). A két, az epicentrumban pusztító erejű földrengés – amelyek 1829-ben és 1834-ben pattantak ki Érmellé-

*NYME, Geomat. és Mérn. Lét. Int., Elm. Geod. Tsz
9400 Sopron, Ady E. u. 5.
E-mail: kgribovs@ggki.hu

**Department of Earth Sciences, University of Trieste
I-34127 Trieste, v. Weiss 4., Italy
E-mail: vaccari@geosun4.units.it

ken, és hatással voltak a debreceni épületállományra – intenzitása MSK skálán 6° és $6,5^\circ$ közötti értékűnek tekinthető (Szeidovitz, 2000). A magas intenzitásértékek miatt szükség van a földrengés okozta talajmozgás meghatározására, és Debrecen mikrozonációs térképének elkészítésére azért, hogy ennek a területnek a földrengés veszélyeztetettségét elemezni tudjuk.



1. ábra. A Kárpát-medence ÉK-i részének földrengéshézfűszkei és a kristályos aljzat aktív törérendszere.

Ideális esetben a szeizmikus talajmozgást meghatározhatjuk egy adott helyen, egy bizonyos ismert intenzitású és epicentrális távolságú földrengéshez kapcsolódva, nagy mennyiségű szeizmogramot tartalmazó adatbázis felhasználásával, ha csoportosítjuk a szeizmogramokat a földrengésforrás, a terjedési út és a helyi altalajviszonyok befolyásoló hatása szempontjából. Ilyen adatbázis nem áll rendelkezésre Debrecen városára vonatkozólag, de a földrengés hézfűszke mechanizmusának, a földrengéshullámok terjedési tulajdonságainak és a vizsgált terület geológiai szerkezetének ismerete lehetőséget teremt számunkra, hogy az úgynevezett „hibrid módszer” segítségével modellezzünk egy adott földrengéshez kapcsolódó szeizmikus talajmozgást, akár laterálisan inhomogén anelasztikus közeg esetében is (Fäh, 1992).

Mivel nem áll rendelkezésünkre a város közelében rögzített szeizmogram – az északkeleti ország rész szeizmométer-hálózatának túlságosan ritka volta miatt –, ezért a szintetikus szeizmogramjainkat nem tudjuk valódiakkal összehasonlítani.

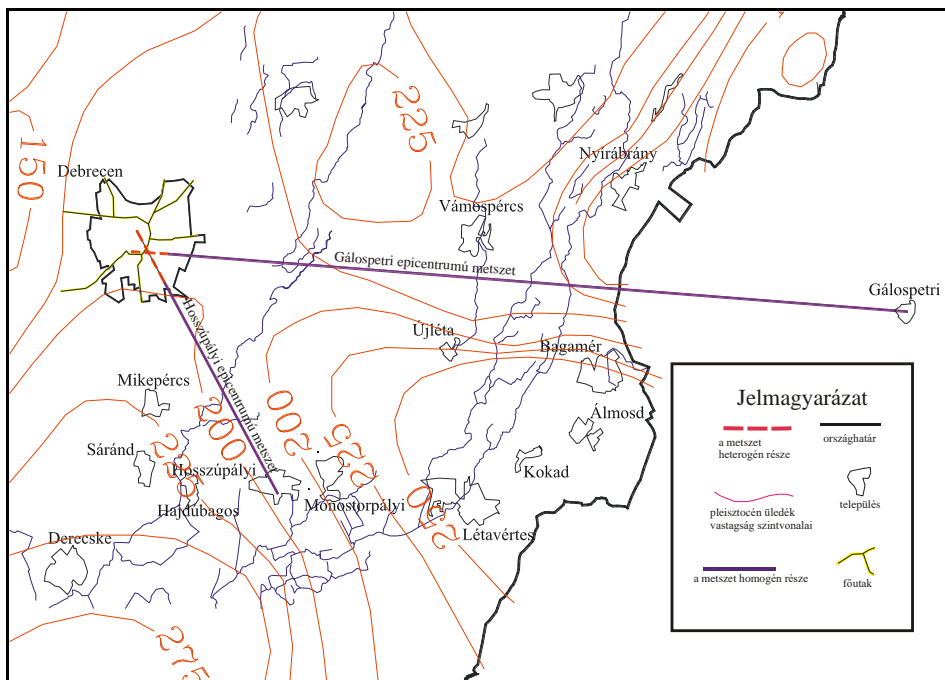
Érmellék és környezetének geológiai felépítése

A Pannon-medence kialakulása során nagymértékű oldaleltolódás játszódott le az ALCAPA és a TISZA blokkokat elválasztó KMV (Közép Magyarországi Vonal) mentén a kainozoikumtól kezdődően (Bada et al., 1999). A Mobil zóna és a Gálospetri árok a KMV folytatásának tekinthető (Horváth et al., 1999).

A syn-rift és a post-rift fázis között a szarmata végén kompressziós tér alakult ki a Pannon medencében. A jelenkori kompresszió a késői pliocénben kezdődött és ez okozta a felgyorsult jelenkori süllyedést az Alföldön és emelkedést a nyugati és keleti szárnyakon. Bada szerint a főfeszültség iránya a Nyírségben kb. DNY-ÉK-i irányú.

Az Érmelléket átszelő fő törésvonal a harmadidőszakban keletkezett. Ez a tektonikus vonal, az úgynevezett Mobil zóna a Szilágyság dombvidéke, a Nagyalföld és a Sárret mélyedése között helyezkedik el (Szeidovitz et al., 2002) (1. ábra).

A Mobil zóna törése folytatásának a romániai területen a Gálospetri árok tekinthető (Szeidovitz et al., 2002). Ennek az ároknak a felső-pannóniai felszínen igen éles, 600-1000 m-es szintkülönbségű határa van északon, amely a Piskolti blokkot választja el. (Úgy gondoljuk, hogy a korábban említett két romboló földrengés ebben a mély árokban keletkezett.) Ez az árok összegyűjtötte az Északi-Kárpátok nagy folyóit. Az ősi folyók valaha a Nyírségen folytak keresztül az Ér völgye és a Sárreti depresszió felé. A pleisztocén folyamán az ősfolyók hatalmas mennyiségű üledéket szállítottak erre a területre a Kárpátokból és óriási hordalékkúpot alakítottak ki a hegylábtlól egészen a Sárreti süllyedékterületig.



2. ábra. Debrecen és az epicentrumok közötti metszetvonalak.

A korai holocénben bekövetkezett a Szatmár-Beregi sík megsüllyedése, és a Tisza már nehezen talált utat magának az Ér völgye felé. A második fenyő-nyír korszakban a Tisza már nem folyt többé ebbe az irányba, és a mogyoró korszakban az Ér folyó elkezdett kiszáradni majd el is tűnt (Borsy Z., 1953). Azonban véleményünk szerint a Szatmár-Beregi sík megsüllyedése nem adott elegendő okot arra, hogy a Tisza folyásiránya megváltozzon. Az úgynevezett Hoportyó blokk – ami körülbelül 30 km-re található Debrecentől északra – elkezdett emelkedni, és ez a mozgás szintén hozzájárult a folyásirány megváltozásához. A Hoportyó kiemelkedését támasztja alá a pleisztocén üledékvastagság térkép is (Szeidovitz, Bus, 1998 és Szeidovitz et al., 2002). (2. ábra)

Az érmelléki földrengésaktív terület történelmi rengései

Két pusztító földrengés keletkezéséről tudunk az érmelléki aktív területen, ezek 1829-ben és 1834-ben pattantak ki. Több szerző, többféleképpen és eltérő eredményekkel számította ki a földrengések paramétereit (Szeidovitz, 2000). Az 1929-es rengés intenzitása az epicentrális területen körülbelül 7° volt az MSK skála szerint, az 1834-esé pedig körülbelül 8°. A szükséges adatok hiánya miatt az epicentrális terület kiterjedését nem tudjuk pontosan megállapítani. Az 1829-es rengés epicentrális területéhez a következő települések tartoznak: Iriny, Dengeleg, Mezőpetri, Szodoró, Hatvan, Piskolt, Vasad, Endréd, az 1834-eséhez pedig: Gálospetri, Érendréd, Dengeleg és Piskolt. Mindkét földrengés hatása érezhető volt Debrecenben olyannyira, hogy azok károkat is okoztak. Az 1829-es rengés körülbelül 6° MSK intenzitású volt a városban, míg az 1834-es 6° és 7° közötti volt. Az 1834-es rengés kárfelmérési jegyzőkönyvei előkerültek, így a városban az intenzitásértékek változásai megbecsülhetők (3. ábra).

Érmelléken az említett nagyobb rengések óta keletkeztek újabb földrengések is. Ezek közül érdemes megemlíteni három közepes erősségűt. Az egyik 1906-ban keletkezett Kőbölkúton, epicentrális intenzitása 5° MSK volt. 1939-ben Almosd, Bagamér, Hajdúsámson, Hosszúpályi, Kokad, Nagykereki, Nagyléta, Vámospercs and Vértes térségében pattant ki rengés körülbelül 5.5° MCS intenzitással. Végül Újléta és Létavértes térségében is volt egy közepes erősségű, 5° MCS intenzitású, rengés 1940-ben.

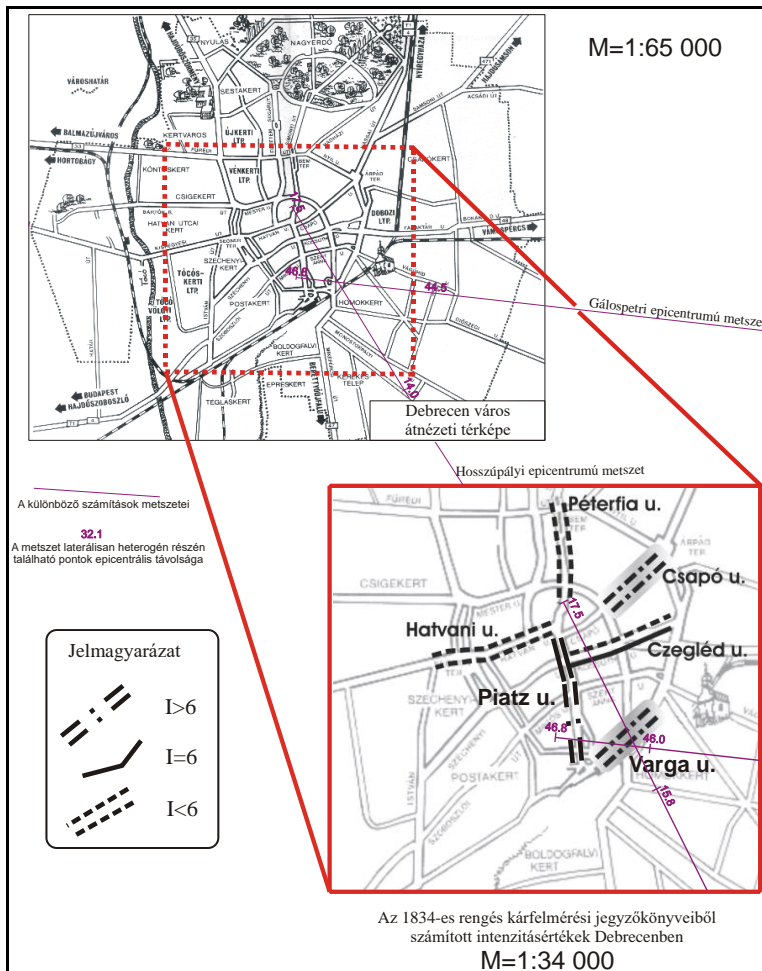
A számos kis és közepes méretű rengés alapján azt mondhatjuk, hogy a terület jelenleg is aktívnek tekinthető.

A cél és a módszer

Tanulmányunk fő célja a tervezési gyorsulás-értékek meghatározása volt Debrecen város különböző részein, két egymástól különböző metszeten mentén, két eltérő hipocentrumból kiinduló rengés esetén. A földrengések paramétereinek meghatározásánál figyelembe vettük a 1834-es rengés utólagosan megállapított paramétereit (hiszen ez volt az a rengés, amely az eddigi legnagyobb károkat okozta Debrecenben) és még egyéb, a magyarországi rengésekre jellemző adatokat is.

Valódi szeizmikus talajmozgás-megfigyelés hiányában a város szeizmikus zónatérképét csak determinisztikus földrengés-kockázati módszer felhasználásával készíthetjük el. Részletes talajmozgás-modellezést végezhetünk a hibrid módszer alkalmazásával, melynek segítségével figyelembe vehetjük a helyi geofizikai, geológiai paramétereiket is. A hibrid technika kombinálja a módusösszegzés – ami a laterálisan homogén anelasztikus közegben terjedő hullám modellezését jelenti, amellyel az alapkőzetbeli terjedést közelítjük – (Panza, 1985; Panza és Suhadolc, 1987; Florsch et al., 1991) és a vé-

ges differenciák – ami a laterálisan heterogén anelasztikus közeg modellezését jelenti – (Fäh et al., 1990; Fäh et al., 1994a; Panza et al., 2000) módszerét.



3. ábra. Debrecen belvárosának térképe a korabeli intenzitásértékekkel.

A hullámterjedést a hipocentrumtól a laterálisan heterogén szerkezetig a módusösszegzés módszerével modellezzük. Ez a laterálisan homogén anelasztikus szerkezeti modell reprezentálja a hullámút menti átlagos kéreg és felső köpeny paramétereit a földrengésfészektől egészen a laterálisan heterogén modellel közelített területig. Ezt a laterálisan homogén szerkezetet a továbbiakban alapkőzet-modellnek nevezzük. Az alapkőzet-modell számos rétegből áll, melyek mindegyike a vastagságával, sűrűségével, P- és S-hullámsebességével és a frekvencia-független Q értékével (jósági tényező) jellemzett.

A hullámok ezután a rácshálóval modellezett heterogén (2 dimenziós metszet) terület-részben terjednek tovább a véges differenciák módszere szerint. A hibrid modell laterálisan változó része a helyi geológiai adatok eredményeit tükrözi.

Ez a módszer figyelembe veszi a földrengésfészek, a terjedési út, és a helyi talajviszonyok befolyásoló szerepét is, és ezért lehetőséget biztosít a hullámterjedés részletes

tanulmányozására még nagy távolságban az epicentrumtól is. A szintetikus szeizmogramokat a most ismertetett hibrid eljárás segítségével hoztuk létre.

A feltételezett földrengések hipocentruma és fészekmechanizmusa

Amint azt korábban említettük, a nagyméretű történelmi rengések a Gálospetri árokban és a Mobil zónában keletkeztek (1. ábra). Általánosan elfogadott az a megállapítás mely szerint, ha egy törésvonal mentén valaha keletkezett már rengés, akkor ott bármikor keletkezhet egy újabb. Az előzőek alapján tudjuk azt, hogy az említett törésvonalban már számos földrengés keletkezett korábban is.

A hipotetikus földrengés paramétereit az 1834. október 15-i pusztító rengés becsült értékeit és a helyi geológiai adottságokat figyelembe véve határoztuk meg. A földrengés intenzitásértékei alapján az említett földrengés magnitúdója $M=5.5$ -től $M=7.1$ -ig terjedhet több, különböző szerző, egymástól eltérő véleményét figyelembe véve (Szeidovitz, 2000).

A fészekmechanizmus általunk feltételezett paramétereit a következők: dőlés: $\delta=70^\circ$; csúszás: $\lambda=0^\circ$ (strike-slip); fészekmélység= 10 km; $M=6.0$, és csapásirány= 250° . A földrengés-aktív vető paramétereit az érmelléki epicentrális terület geológiai szerkezte alapján állapítottuk meg, amelyet Rumpler és Szabó (1985) szerzőtársak törésrendszer-térképének ábrázolásában találtunk meg elsősorban, de Pogácsás et al. (1989) vagy Dank et al. (1986) térképére is hivatkozunk itt. A számítások során alkalmazott csapásirány is a Mobil zóna törésrendszer szerkezetéből következett. A fészekmélység megállapításakor a Kárpát-medencében a műszeres mérések óta eddig bekövetkezett rengések átlagos mélységét vettük alapul. Figyelembe véve azt a tényt is, hogy az Érmelléki rengésekre megállapított fészekmélység-értékeket nem tartjuk elfogadhatónak, azok a túl kevés korabeli kárfelemelési adataira támaszkodó, és ennél fogva bizonytalan és túlértékelt izoszeiztákon alapszanak. Továbbá tekintetbe vettük a fészekmélység megállapításakor azt is, hogy kockázatbecsléskor a bekövetkező legnagyobb károkozás meghatározása a cél, ezért nem választottunk mélyebb kipattanási mélységet. A földrengés magnitúdójának megállapításakor arra támaszkodtunk, hogy a Kárpát-medence területén ennél nagyobb magnitúdójú rengés a feljegyzések óta még nem keletkezett.

Az előzőekhez hozzátehetjük még azt, hogy a hipocentrum koordinátáinak pontatlan ismerete nem teszi lehetővé, hogy a makro-szeizmikus adatokat a fészekmechanizmus meghatározására felhasználjuk (Panza et al., 1991).

Az első számítás során az epicentrumhoz legközelebbi település Hosszúpályi volt – azért választottuk ezt a helyet, mert ez a település esik a legközelebb Debrecen városához az aktív Mobil zónában, azaz ez jelenti a legnagyobb kockázatot – a második számítás epicentrumát pedig Gálospetriben helyeztük –, mert a pusztító 1834-es rengésnek is e település közelében lehetett az epicentruma – (2. ábra).

Az 1D alapkőzetmodell és a 2D laterálisan heterogén modell bemenő adatai a számításokhoz

A következő hat mélyfúrás adatait használtuk fel a sebesség és sűrűségértékek meghatározásához: Debrecen-Józsa-5; Bojt-2; Has-d-1; Ebes-D-1; (Szabó és Páncsics, 1994), Álmosd (Álm-1), Derecske (Der-1) (MOL adattár). A mélyfúrások talpmélysége 1000 és 4000 méter között volt. Ezekon az adatokon kívül még a különböző geológiai korok és a különböző köztípusok szerinti a Kárpát-medencére vonatkozó sebesség és sűrűségada-

tokat is figyelembe vettünk (Szabó és Páncsics, 1994). Ezekből az adatokból határoztuk meg az alapkőzetmodell paramétereit úgy, hogy a különböző geológiai korokhoz tartozó szintfelületekhez a mélyfúrások adatai alapján rendelhető sebesség és sűrűségértékeket átlagoltuk a metszenvonaltól – ami a hipocentrum és Debrecen között húzódik – való távolság szerinti lineáris súlyozással.

Az alapkőzet-modell paramétereinek meghatározásakor felhasználtuk a különböző geológiai szintfelület metszenvonalon vett mélységét. A geológiai korok szintfelületeinek mélységadatait a 3D digitális geológiai szintfelület-modellekből készített metszettek segítségével olvastuk ki (Gribovszki, 2003).

A különböző geológiai korokhoz tartozó 3D térképek

Általánosan azt mondhatjuk, hogy a rendelkezésünkre álló különböző témájú geológiai térképek méretaránya $M=1:500\,000$. A továbbiakban közöljük a felhasznált geológiai térképek jegyzékét:

—**Mohorovičić-diszkontinuitás**

1 km szintvonalközü térkép a teljes Kárpát-medencére és annak szűkebb környezetére vonatkozóan (Posgay et al., 1989).

—**harmadidőszaki medencealjzat**

500 m-es szintvonalközü térkép (Kilényi és Sefara, 1989), (Fülöp és Dank, 1987)

—**alsó pannóniai, felső pannóniai medencealjzat**

(Csiky és Erdélyi, 1987).

—**pleisztocén üledékvastagság-térkép**

Rendelkezésre állt egy kisméretarányú ($M=1:500\,000$), egész országra kiterjedő pleisztocén üledékvastagság-térkép (Franyó F. et al. 1992), és egy nagyobb méretarányú térkép a Nyírségről, 25 m-es szintvonalközökkel (Jámbor, 2000) (2. ábra)

—**jelenlegi topográfia**

500 m-es hálóközü X, Y koordinátákat tartalmazó rács mentén adottak voltak a Z koordináták, ezek alapján készítettük el a jelenlegi topográfia térképét, amely 10 m-es szintvonalközöket tartalmaz. (DDM 500, MH Tóth Ágoston Térképészeti Intézete)

—**pleisztocén felszín térképének elkészítése**

A pleisztocén felszín térképét úgy készítettük, hogy a jelenlegi topográfiaiból kivontuk a pleisztocén üledékvastagságot. Az így létrehozott térkép 10 m-es szintvonalközü.

A felső, a felszíntől kb. 200 m mélységig elhelyezkedő kőzetek fizikai paramétereinek nagymértékben befolyásolhatják a szeizmikus hullámok felszíni pusztító hatását. Ennek a felső rétegnek a heterogén anelasztikus szerkezettel történő jellemzéséhez a következő Debrecenben található fúrások eredményeit használtuk fel: a HOSSZUP metszet esetén: B-2096; B-2095 (Konzervgyár); B-1817; B-1760; B-1651; B-1239 (Tejüzem); B-856 (Nagytemplom) (MÁFI adattár) (4. ábra), a GALOSP metszet esetén: B-2151 (Hűtőház); B-2268 (Börgyár); B-1651; B-1239 (Tejüzem) (MÁFI adattár) (5. ábra). (A fúrások a felsorolásban az epicentrumtól való távolság növekedésének sorrendje szerint szerepelnek.)

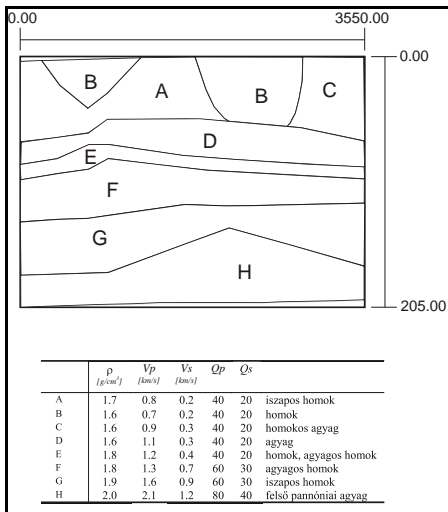
Az alapkőzetmodell rétegeihez tartozó sebességértékek meghatározásánál, ha a réteg mélyebben helyezkedett el, mint az alkalmazott mélyfúrások talpmélysége, akkor a PGT-1 jelzésű szeizmikus reflexió metszetét használtuk fel (Hegedűs és Takács, 1998).

A szintetikus szeizmogram-számításoknak a módusösszegzési felében Bus et al. (2000) VI. sz. Kárpát-medencei szerkezeti egységét használtuk referencia modellként, ami azt jelenti, hogy ennek az adatait alkalmaztuk az alapkőzet-modell mélyebb részein. A szerzők a Kárpát-medence területét hat regionális szerkezeti elemre osztották a geofizikai és geológiai adatok alapján. Minden egyes szerkezeti egység a litoszféra egy-egy elemét határozza meg, amelyeket sík, homogén és izotróp anelasztikus rétegekkel jellemeztek teljesen hasonlóan ahhoz, ahogy mi számításaink módusösszegzéses részében készítettük modellünket. Tudjuk azt, hogy Bus et al. a mélyebb rétegek paramétereit IASPE91 globális modelljéből (Kennett and Engdahl, 1991), és Mónus (1995) Kárpát-medencére kiszámított modelljéből vette át.

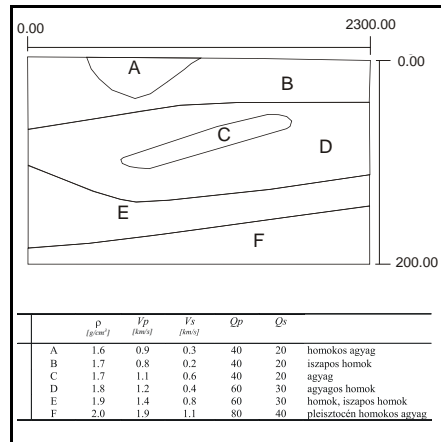
A számítás második felében alkalmazott véges differenciák módszer 2D modelljének paramétereit, a modellben szereplő rétegek anyagminőségei alapján, az anyagminőségek megfelelően Szénástól vettük (1958). A V_p és V_s arányhoz a Reynolds (1997) által meghatározott értékét használtuk. A Q jósági tényező legfelső rétegekhez tartozó értékeit pedig Costa et al. (1994) –től vettük át. A sűrűségadatokat pedig – mérések hiányában – a következő képlet szerint számítottuk az előzőekből: $\rho = 0.32 \times V_p + 0.77$ (Berteussen, 1977).

A 2D metszeteket alkotó kőzettípusok

Eddig még nem készült olyan részletes vizsgálat, amely a Debrecen alatti felső 200 m-es tartomány sebesség- és sűrűségértékeit kutatta volna. A számításoknál alkalmazott 2D metszeteket ezért a helyi geológiai viszonyok alapján számos sekélyfúrás ismeretében hoztuk létre. A modell így megkonstruált laterálisan változó részét a 4. és 5. ábrákon láthatjuk.



4. ábra. HOSSZUP metszet laterálisan heterogén része.



5. ábra. GALOSP metszet laterálisan heterogén része.

A sekélyfúrások adatai alapján próbáltunk különböző tulajdonságú rétegeket megkülönböztetni egymástól a negyedidőszaki üledékben, de úgy, hogy azok elegendő mélységi kiterjedéssel rendelkezzenek, és így használhatóak legyenek a programfuttatáshoz. (A program megköveteli, hogy a minimális rétegvastagság 10 m legyen.) A következő rétegeket különítettük el a laterálisan heterogén 2D metszetben: iszapos homok, agyag, homok, kavics, homokos agyag és agyagos homok, homokos iszap, iszap, felső-pannon agyag és pleisztocén homokos agyag.

Két önálló számítást végeztünk el (a továbbiakban HOSSZUP és a GALOSP nevéket). A teljes metszet hossza a Hosszúpályi epicentrum és Debrecen között 17.5 km. Ebből a laterálisan homogén metszetrész 14 km, míg a heterogén rész (2D metszet) 3.5 km hosszú. A Gálospetritől Debrecenig tartó metszet teljes hossza 46.8 km. Ebből 44.5 km a laterálisan homogén, és 2.3 km a heterogén metszetrész. (2. ábra)

A Hosszúpályi epicentrumú rengéshez tartozó számítások paraméterei

A módusösszegzés technikát a modell homogén, 17.5 km hosszú, 1D, úgynevezett alapkőzet részén alkalmaztuk, amely a földrengésház és a helyi, laterálisan heterogén szerkezet között húzódik. A szeizmogramokat 10 Hz frekvenciáig készítettük el és 6 Hz-es aluláteresztő Gauss-szűrővel simítottuk.

A hullámok a modell laterálisan homogén részéből kiérve, ahol terjedésüket módusösszegzéses eljárással modelleztük, a modell laterálisan heterogén részében terjednek tovább a véges differenciák módszere szerint.

A HOSSZUP metszet esetén a véges differenciák módszerhez tartozó háló, amellyel a 2D modellt jellemeztük, $(400 \text{ m} / 4 \text{ m} + 14\,000 \text{ m} / 28 \text{ m}) \times 3\,972 \text{ m} / 4 \text{ m} = 600 \times 994$ darab rácspontból állt. A hálóköz 4 m volt. A mélység növekedésével az első 100 pont után a hálóköz 28 m-re növekedett. A teljes modell 14400 m mélyséig terjedt. A dz szorzótényezőre 7 -et alkalmaztunk, míg Dz a felszíntől számított 400 m mélységtől változott meg. A szintetikus szeizmogramokat 30 s hosszan rögzítettük, 0 s-tól 30 s-ig, ahol a 0 s a hullámoknak a 2D metszet epicentrumhoz legközelebb eső felszíni pontjába történő első beérkezésének időpontját jelenti.

A számítások eredményeként P-SV (radiális és vertikális komponensek) és SH (transzverzális komponens) szintetikus elmozdulás szeizmogramokat, sebesség szeizmogramokat és akcelerogramokat kaptunk a felszín 99 helyén, a 3.5 km hosszú, laterálisan heterogén metszet mentén. A felsorolt típusú idősorokat ugyanezekre a felszíni helyekre mind a módusösszegzés, mind a véges differenciák módszerével kiszámítottuk, mert a számítások közben a paraméterértékeket a részeredmények összehasonlítása alapján módosítanunk kellett. A számítások végén a földrengés magnitúdójának megfelelően méreteztük az akcelerogramjainkat Gusev (1983) szerint (Romanelli, Vaccari, 1999). A válaszspektrum-arányt a módusösszegzéssel (1D) illetve a véges differenciák módszerével kiszámított (2D) akcelerogramokból hoztuk létre (2D/1D).

A Gálospetri epicentrumú rengés számítási paraméterei

A GALOSP metszet esetén a véges differenciák hálója $(220 \text{ m} / 4 \text{ m} + 15\,232 \text{ m} / 28 \text{ m}) \times 2\,716 \text{ m} / 4 \text{ m} = 600 \times 680$ darab rácsponttal közelíti a laterálisan változó modellt. A hálóköz 4 m-es. A mélység növekedésével az első 55 pont után a hálóköz 28 m-re növekszik. A teljes 2D modell 15452 m mély. A dz szorzótényező 7 m, és a Dz 220 m-rel a szabad felszíntől változik meg. A szeizmogramok teljes figyelembe vett ideje 30 s, 10 s-tól 40 s-ig. A számítások eredményeként P-SV (radiális és vertikális komponensek) és SH (transzverzális komponens) szintetikus elmozdulás szeizmogramokat, sebesség szeizmogramokat és akcelerogramokat kaptunk a felszín 97 helyén, a 2.3 km hosszú, laterálisan heterogén metszet mentén.

Eredmények

Háromféle eredmény ábrát készítettünk:

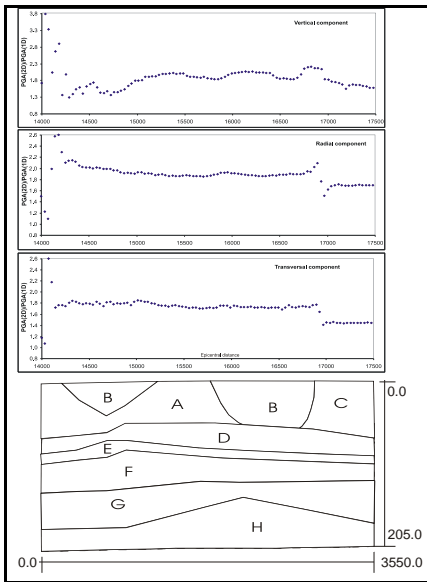
- A 2D metszet mentén a talajgyorsulás csúcsértékének felerősödését mutatja a $(PGA(2D)/PGA(1D))$ görbe;
- Relatív válaszspektrum-arány $(Sa(2D)/Sa(1D))$;
- EPA és PGA a GALOSP számítás esetén.

Az első 2 típusú ábrát azért hoztuk létre, hogy megállapíthassuk, mekkora a helyi altalajviszonyok befolyása a szeizmikus hatásra a metszet laterálisan változó részén. Pontosabban a válaszspektrum-arány megmutatja azt, hogy mekkora az alapkőzet-modell hatásán felül a helyi altalaj szerepe a válaszspektrum-függvény kialakításában. A válaszspektrum-arányt a szintetikus akceleroogramokból állítottuk elő 5%-os csillapítást alkalmazva.

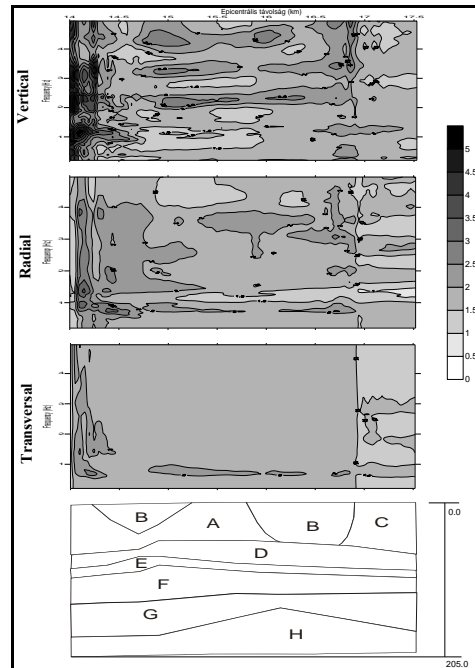
A Hosszúpályi epicentrumú számítások eredményei, (HOSSZUP metszet)

A metszethatár effektus (a 2D metszet első néhány száz méteres szakaszára vonatkozóan érdemi következtetés nem vonható le a modellezés korlátaiból adódóan) következtében a 2D metszet kezdeti 0.5 km-es részét (a szeizmogramok és az ezekből képzett egyéb eredmények esetén) nem lehet figyelembe venni. Ennek megfelelően a 2D metszet további részében a transzverzális komponens maximális gyorsulásértéke 0.540 g (a metszet első harmadában), a radiális komponensé 0.232 g (16900 m epicentrális távolságban), a vertikális komponensé pedig 0.106 g (metszetnek a radiális komponens maximumával azonos helyén).

A PGA(2D)/PGA(1D) ábrán (6. ábra) azt látjuk, hogy a transzverzális komponens többé-kevésbé állandó (1.7 átlagos értékkel) egészen 16900 m epicentrális távolságig, ezután pedig egy gyors csökkenés következik be az arányban 1.4 értékig. Ugyanazon a helyen, ahol az arányérték a legkisebb az altalajban egy magasabb impedanciájú réteg kezdődik a 2D metszet felső 70 m-ében.



6. ábra. HOSSZUP metszet menti jelerősítés PGA(2D)/PGA(1D).



7. ábra. HOSSZUP metszet menti válaszspektrum arány.

A PGA arány radiális komponense többé-kevésbé állandó (az értéke kb. 1.9) egészen 16900 m epicentrális távolságig, ezután egy gyors növekedés következik be, ahol az arány 2.1-ig növekszik. Ezután egy gyors csökkenés jön 1.5 értékig, majd nagyobb vál-

tozások nélkül 1.7-es átlagértékkel folytatódik tovább a görbe. A vertikális komponens aránygörbéje dinamikusabb változásokat mutat, mint az előző két komponens értékei, 2.2 és 1.3 értékek között. Körülbelül azon a helyen, ahol a másik két komponensben a legalacsonyabb arányértékek tapasztalhatóak, ott éri el ez a görbe a maximumát 2.2 értékkel. Ezután pedig 1.5 értékre csökken le.

A relatív válaszspektrum-arány ábra (7. ábra) azt mutatja, hogy mindhárom komponens esetén az összes frekvenciára vonatkozóan 16900 m epicentrális távolságnál távolabb az arányértékek kisebbek, mint a kisebb epicentrális távolsághoz tartozó ugyanezen értékek.

A maximális arányérték a transzverzális komponensnél 2, és ez az érték a 0.5 és 1.0 Hz közötti tartományban található a teljes 2D metszet mentén kivéve az utolsó 600 m-t.

A radiális komponens esetén a maximális arányérték 2.5, 16700 m epicentrális távolságnál, 0.8 és 3.0 Hz közötti tartományban helyezkedik el. 2.0-nél nagyobb arányértékeket találunk azonos Hz tartományban és epicentrális távolságban, mint a transzverzális eseténél, és ezen kívül 2.0 és 4.0 Hz között 15900 m epicentrális távolságban, és 15300 és 16500 m epicentrális távolságok között, 3.0 és 4.0 Hz közötti tartományban. Ugyancsak 2.0 arányértéknél nagyobbakat találunk közvetlenül 16900 m előtt és a 2D metszet első 1 km-ében (természetesen a metszethatár effektusú részt nem tekintve).

A vertikális komponens maximális arányértéke szintén 2.5 és 15000 és 15700 m epicentrális távolságok között található 2.3 Hz-nél, illetve 14800 és 15200 m-ek között 3.3 Hz-nél, és 4.0 és 4.7 Hz között, illetve 16800 m távolságnál 3.0 és 5.0 Hz között.

A válaszspektrum-arány értékek és a 2D metszet felső rétegében a talajminőségben megmutatkozó különbségek elhelyezkedése a 2D szelvény mentén hasonlóságot mutatnak.

Néhány fontos megállapítás az válaszspektrum-aránnyal (RSR) kapcsolatosan

A fészekből történő hullámterjedési karakterisztika és a regionális terjedés hatásának a megállapítása érdekében Fáh et al. (1994b) a relatív spektrális gyorsulásokat vagy más szóval a spektrális jelerősítést $S_a(2D)/S_a(\text{alapkőzet})$ alkalmazza az abszolút helyett. Ennek megfelelően az RSR értékekből érdemes következtetéseket levonni. (A válaszspektrum az akcelerogramnak megfelelő gerjesztés során fellépő maximális amplitúdókat mutatja meg egy adott minimális és maximális érték közé eső sajátperiódussal rendelkező objektumcsoportra vonatkozóan. A földrengés hatása akkor a legnagyobb egy bizonyos épületre vonatkozóan, ha az épület sajátfrekvenciája egybeesik a válaszspektrum-függvény – vagy a talajgyorsulás – maximális amplitúdót mutató frekvenciájával.)

Közismert, hogy a talajgyorsulás-értékek közül a horizontális komponensek okozzák az igazán jelentős károkat. Az RSR értékeket bemutató ábrán azt látjuk, hogy a teljes metszet mentén egészen 16900 m epicentrális távolságban 1.0 Hz alatt helyezkednek el az RSR maximális horizontális komponensei, illetve vannak még maximális RSR értékek 3.0 és 4.0 Hz közötti tartományban 15700 és 16900 m epicentrális távolságok között is. Ezek a frekvencia-tartományok az első esetben a 10 emeletes, míg a másodikban a 2 és 3 emeletes épületek sajátfrekvenciájával esnek egybe (Csák et al., 1981)

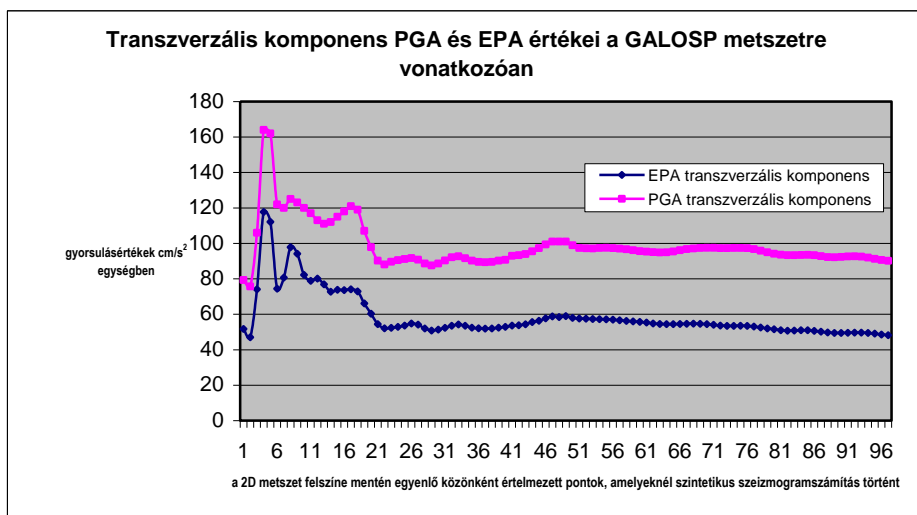
A 2D metszet utolsó 1750 méterén a a talajgyorsulás-értékek és az RSR értékek jó egyezést mutatnak az 1834-ben bekövetkezett érmelléki rengés után Debrecenben rögzített kárfelmérési jegyzőkönyvek adataiból megállapított makroszeizmikus intenzitásértékekkel, mely szerint az epicentrális távolság növekedésével az értékek csökkennek. (A gyorsulásértékeket ebben az esetben nem lehet összehasonlítani a makroszeizmikus intenzitásértékekkel, mert nem egyezik a történelmi rengés és a számítás epicentruma.) A HOSSZUP metszet utolsó szakasza (15800 m és 17550 m epicentrális távolságok között) a kárfelmérési jegyzőkönyvek által felmért területen (belváros) keresztülhalad (3. ábra). A makroszeizmikus intenzitásértékek ezen metszet mentén valamivel 6° fölötti értékről lecsökkennek 6° alá, és az RSR értékek szintén csökkennek kb. 0.5-t, a

transzverzális talajgyorsulás-értékek (a horizontális komponensek 10-szeresei a vertikálisnak) pedig 0.48 g-ról 0.36 g-re csökkennek a Hosszúpályi epicentrumú számítás során ezen szakasz mentén

A Gálospetri epicentrumú számítások eredményei, (GALOSP metszet)

Hasonlóképpen, mint ahogy azt már a Hosszúpályi epicentrumú számítások eredményeinél leírtuk a metszethatár effektus miatt az eredmény szeizmogramokat és a belőlük képzett egyéb eredményeket nem lehet figyelembe venni a 2D metszet kezdeti 0.4 km-es szakaszán. A 2D metszet így fennmaradó részén a transzverzális komponens maximális gyorsulásértéke 0.097 g, a radiálisé 0.040 g, a vertikálisé pedig 0.012 g, melyek mindegyike a metszet elején található.

Az 1834-ben kipattant érmelléki rengés Debrecen városában okozott intenzitásértékeit megbecsülhetjük ezen Gálospetri epicentrumú számítás szintetikus szeizmogramjainak intenzitásértékekké alakításával a 2D metszet utolsó 800 méterére vonatkozóan, hiszen ez húzódik a belvárosban (amiről korabeli kárfelmérés készült). (3. ábra). A számítások eredményeként kapott talajgyorsulás csúcsértékeit átkonvertálhatjuk intenzitásértékekké és összehasonlíthatjuk a makroszeizmikus intenzitásértékekkel (Panza et al., 1999). A szintetikus idősorokból 0.097 és 0.090 g közötti PGA értékeket kapunk a szelvény utolsó 80 méterén. Ezek az értékek 7° és 8° MSK körüli intenzitásértéknek felelnek meg.



8. ábra. EPA és PGA transzverzális komponens a GALOSP metszetre vonatkozóan.

Felismerve, hogy a mérőeszközök által szolgáltatott csúcsértékek (PGA, PGV, PGD) az esetek többségében nem adnak elegendő információt az adott földrengés tulajdonképpeni pusztító hatásáról az Applied Technology Council (1978) bevezette a talajgyorsulás számításba vett csúcsértékét, az EPA-t. Az EPA-t a 0.1 és 0.5 s közötti spektrális gyorsulásértékek 2.5-tel vett hányadosában határozták meg (a standard jelerősítést 5%-os csökkentéssel véve figyelembe). Az EPA azt a gyorsulásértéket reprezentálja, ami összefüggésben van a földrengés károkozó hatásával (Newmark and Hall, 1982). Kiszámított-

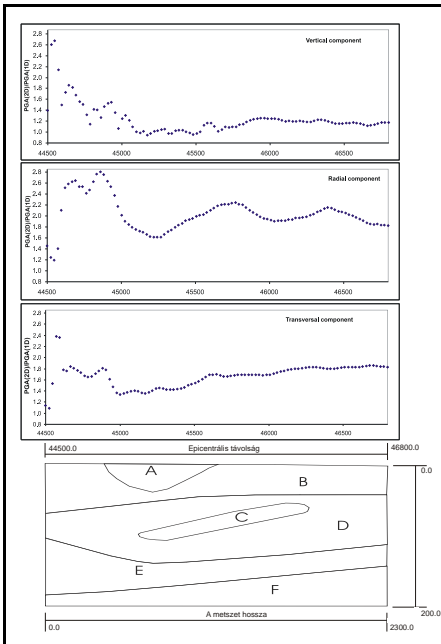
tuk a Gálospetri metszet esetén mindhárom komponensre vonatkozólag az EPA értékeket (a transzverzális komponens mutatja be a 8. ábra). Az EPA értékek görbéjének lefutása teljesen azonos a megfelelő PGA görbéjével, de az értékei mindig alacsonyabbak annál. A metszet utolsó 800 m-ében a transzverzális komponens EPA értékének intenzitásértékekké alakításával 6° és 7° MSK közötti intenzitásértékeket kaptunk. Ez az eredmény egybevág a korabeli kárfelmérési jegyzőkönyvekből megállapíthatóakkal.

A 9. ábrán látható a 2D és 1D talajgyorsulás csúcserőértékének aránygörbéje (PGA(2D)/PGA(1D)) a transzverzális komponens esetén 1.3-as értékről 1.8-ra növekszik egy kisebb csúccsal ott, ahol a 2D metszetben a felszínhez közel egy magasabb sebességű réteg véget ér.

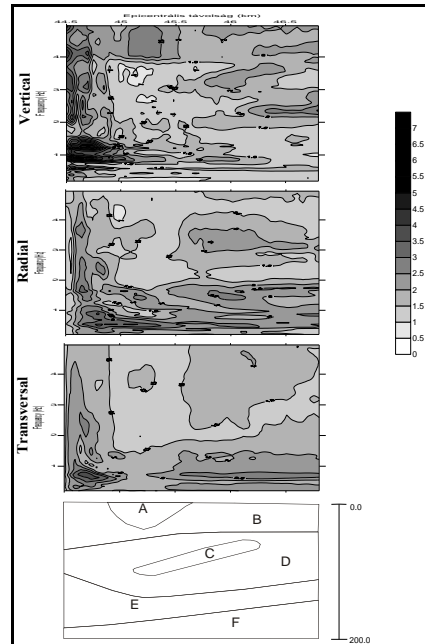
A radiális komponens görbéje nem áll állandó értéken, hanem két csúcst is tartalmaz. Az egyik csúcst a 2D metszet azon részén alakult ki, ahol az alacsonyabb sebességű réteg, ami közelebb került a felszínhez eltűnt. A másik csúcst nem köthető közvetlenül a rétegek határozott megváltozásához. A radiális arány átlagos értéke 1.9.

A vertikális esetben ez az aránygörbe 0.9-ről 1.2-re növekedett egy csúccsal ott, ahol a felszínen lévő magasabb sebességű réteg véget ér, azaz ugyanott, ahol a transzverzális komponensben is csúcserőérték van. Ezután a csúcst után a görbe nem mutat nagy változásokat.

Az RSR érték transzverzális komponensének csúcserőértéke a metszet azon részén található, ahol az alacsonyabb sebességű réteg van a metszet tetején, ami azt jelenti, hogy 45500 m epicentrális távolságtól kezdődően a metszet végéig. Ez a maximális RSR érték 2.5, és 0.5 és 1.0 Hz között található (10. ábra).



9. ábra. GALOSP metszet menti jelerősítés PGA(2D)/PGA(1D).



10. ábra. GALOSP metszet menti válaszspektrum-arány.

A radiális komponens maximális értéke ugyanazon a helyen található, ahol a magasabb sebességű réteg van a metszet felszínén. Ez 0.5 Hz-nél van és az értéke 3.5. 3.0 és 4.0 Hz

közötti frekvenciáknál az RSR egy magasabb arányértéke (2.0) található a metszet azon részén, ahol az alacsonyabb sebességű réteg van a felszínen. 2.5-ös arányérték található továbbá a következő helyeken: 1.4 és 1.7 Hz között 45200 m epicentrális távolságban és 45700 és 46100 m között, és 1.7 Hz frekvenciánál 46200 m epicentrális távolságtól a metszet legvégéig.

A vertikális komponens esetén 2.5 arányérték található 4.0 Hz fölött a metszet azon részén, ahol a magasabb sebességű réteg található a felszínen, és 2.3 Hz-nél szintén van egy 2.5-ös maximális arányérték végig a metszet 700m hosszúságú utolsó szakaszán.

Általánosságban azt a megállapítást tehetjük, hogy az RSR minden komponense esetén, minden frekvenciatartományban a legmagasabb arányérték ott található, ahol az alacsonyabb sebességű réteg helyezkedik el a metszet tetején. A kivétel ez alól a szabály alól a vertikális komponensben 4.0 Hz-nél, a radiális komponensnél 1.0 Hz alatt található. Ezek a csúcsertékek a magasabb sebességű réteg felszíni előfordulásával esnek egybe. A horizontális komponenseknél maximális arányértékeket találunk 1.0 Hz alatt a teljes metszet mentén, úgy mint ahogyan az a Hosszúpályi számításnál láttuk, azt pedig tudjuk, hogy az 1.0 Hz alatti frekvenciák a sokemeletes (10 vagy több emeletes) épületek sajátfrekvenciájával egyeznek meg (Csák et al., 1981).

Összefoglalás

Debrecen városának determinisztikus földrengés-kockázati számításaiban az érmelléki szeizmoaktív zóna a legfontosabb figyelembe veendő földrengésaktív terület. Két különböző 2D metszeten és különböző epicentrumokon (az egyik Hosszúpályi, a másik Gálospetri település melletti) alapuló számítást végeztünk el a hibrid módszer felhasználásával. A feltételezett fészekparamétereket az 1834-ben az érmelléki területen kipattant földrengés adatainak és a helyi szeizmotektonikai viszonyoknak a figyelembevételével határoztuk meg. A számítások eredményeiből meghatároztuk a válaszspektrum-arányt ($S_a(2D)/S_a(1D)$) mindkét számítás esetén azért, hogy a 2D (laterálisan heterogén) metszet által jellemzett helyi általaj befolyását a szeizmikus hatásra megállapíthassuk.

Mindkét számítás eredményei esetén a horizontális komponens maximális RSR értéke (2.5) 1.0 Hz alatt található. Ez azt jelenti, hogy többemeletes épületek nagyobb károsodást szenvedhetnek, mint a földszintesek vagy néhányemeletesek. Ebből következően, ha egy az 1834-es rengéshez hasonló keletkezne napjainkban, akkor ez a történelmi rengésnél nagyobb károkat okozhatna Debrecenben, hiszen 1834-ben még csak földszintes, vagy 1-2 emeletes épületek voltak a városban, még napjainkban többemeletes lakóházak és ipari épületek is vannak, amelyek a RSR eredményei alapján nagyobb károsodást szenvedhetnek, mint az alacsonyabbak.

A Hosszúpályi epicentrumú számítás esetén az RSR értékek változási trendje (a 2D metszetek utolsó néhány száz méteres szakaszán, ami a belvárost szeli át) jó egyezést mutat az érmelléki 1834-es földrengés Debrecen városában észlelt makroszeizmikus intenzitásaival, amelyek csökkennek az epicentrális távolság növekedésével.

A GALOSP metszet esetén a transzverzális komponens akcelerogramjából kiszámított EPA értékek, amelyek a PGA-nál jobban mutatják a földrengések pusztító képességét, a metszet utolsó 800 m-én 6° és 7° MSK intenzitásnak felelnek meg. Ez az érték megegyezik a korabeli kárfelmérési jegyzőkönyvekből megállapítottakkal.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők megköszönik Prof. F. G. Panza sokirányú segítségét, személyes tanácsait, megjegyzéseit. G. K. trieszti tartózkodásának és munkájának összes költségét az Európai Unió Marie-Curie Project EVK2-CT-2000-57002 programja finanszírozta. A cikkben szereplő vizsgálatok elvégzésében segítségünkre volt a **T038099** számú, „A Kárpát-medence jelenkori és paleorengéseinek komplex vizsgálata” című OTKA projekt pénzügyi támogatása.

Hivatkozások

- Bada G, Cloetingh S, Gerner P és Horváth F** (1998): Sources of recent tectonic stress in the Pannonian region: inferences from finite element modelling. *Geophys. J. Int.*, 134, 87-102.
- Berteussen KA** (1977): Moho depth determinations based on spectral ratio analysis of NORSAR long-period P waves, *Phys. Planet Interiors*, 31, 313-326.
- Borsy Z.** (1953): A Bodrogköz felszínének kialakulása. *Földr. Értesítő* 3. füzet.
- Bus Z, Szeidovitz Gy, Vaccari F** (2000): Synthetic Seismogram Based Deterministic Zoning for the Hungarian Part of the Pannonian Basin, *Pure Appl. Geophys.* 157, 203-219.
- Costa G, Panza GF és Vuan A** (1994): Imaging of the weathered zone and estimation of Q in sediments. Second workshop on three-dimensional modelling of seismic waves generation, propagation and their inversion, 7-18 November, ICTP, Trieste.
- Csák B, Hunyadi F és Vértes Gy** (1981): A földrengések hatása építményekre, Műszaki Kiadó, Budapest.
- Csiky G, Erdélyi Á, Jámbor Á, Kárpátiné Radó D, Kőrössy L** (1987): Magyarország Pannóniai (S.L.) Képződményei, A Dunántúli Főcsoport — =Felsőpannóniai képződmények — Talpmélység Térképe, M=1: 500 000, MÁFI, Budapest.
- Csiky G, Erdélyi Á, Jámbor Á, Kárpátiné Radó D, Kőrössy L** (1987): Magyarország Pannóniai (S.L.) Képződményei, A Peremartoni Főcsoport — =Alsópannóniai képződmények — Talpmélység Térképe, M=1: 500 000, MÁFI, Budapest.
- Dank V. és Fülöp J (főszerk.) Ádám O, Balla Z, Barabás A, Bardócz B, Bérczi I, Brezsnyszky K, Császár G, Haas J, Hámos G, Horváth F, Jámbor Á, Kassai M, Nagy E, Pogácsás Gy, Ráner G, Rumppler J, Síkhegyi F, Szederkényi T, Völgyi L, Zelenka T** (1986): Magyarország tektonikai térképe 1: 500 000 méretarányban.
- Fäh D** (1992): A hybrid technique for the estimation of strong ground motion in sedimentary basins. Phd. Thesis, Nr. 9767, Swiss Fed. Inst. Technology, Zurich 161.
- Fäh D, Suhadolc P, Panza GF** (1990): Estimation of Strong Ground Motion in Laterally Heterogeneous Media: Modal Summation-Finite Differences, Proceedings of the 9th European Conference of Earthquake Engineering, Sept. 11-16, 1990, Moscow 4A, 100-109.
- Fäh D, Suhadolc P, Mueller St, Panza G F** (1994a): A Hybrid Method for the Estimation of Ground Motion in Sedimentary Basins: Quantitative Modeling for Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.* 84, 383-399.
- Fäh D, Iodice C, Suhadolc P, Panza GF** (1994b): Estimation of strong ground motion and micro-zonation for the city of Rome, *Preprint IC/94/48*, ICTP, Trieste, Italy.
- Florsch N, Fäh D, Suhadolc P, Panza GF** (1991): Complete Synthetic Seismograms for High-frequency Multimode Love Waves, *Pure Appl. Geophys.* 136, 529-560.
- Franyó F** (1992): A negyedidőszakú képződmények vastagsága Magyarországon, M=1: 500 000. MÁFI, Budapest.
- Fülöp J és Dank V** (1989): Magyarország földtani térképe a Kainozoikum elhagyásával, M=1: 500 000, MÁFI, Budapest.
- Gribovzski K** (2003): Térinformatikai eszközök alkalmazása Debrecen város földrengéskockázatának meghatározásában. Sopron, *Geomatikai Közlemények* V. 135-153.
- Gusev AA** (1983): Descriptive Statistical Model of Earthquake Source Radiation and its Application to an Estimation of Short Period Strong Motion, *Geophys. J. R. Astron. Soc.* 74., 787-808.
- Hegedűs E, Takács E** (1998): Egységes sebességmodell meghatározása a PGT jelű mélyszeizmikus reflexiók szelvények nyomvonalán DK-Magyarországon, ELGI, Budapest.
- Horváth F, Tóth L, Mónus P, Zsíros T** (1999): szerkesztésében: Földrengések Magyarországon (456-1998), GeoRisk kiadásában, Budapest.
- Jámbor Á** (2000): A Nyírség déli része kvarter képződményeinek vastagsága, M=1: 200 000, Budapest.

- Kilényi E és Sefara J** (1989): Pre-tertiary Basement Contour Map of the Carpathian Basin Beneath Austria, Czechoslovakia and Hungary. Carpatho-Balkan region. M=1: 2 000 000, Budapest, Kartográfiai Vállalat.
- Kennett BLN és Engdahl ER** (1991): Travel Times for Global Earthquake Location and Phase Identification, *Geophys. J. Int.* 105, 429-465.
- Mónus P** (1995): Travel time curves and crustal velocity model for the Pannonian basin, MTA GGKI Technical Report.
- Newmark és Hall** (1982): Earthquake Spectra and Design, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, California, USA.
- Panza GF** (1985), Synthetic Seismograms: The Rayleigh Waves Modal Summation, *J. Geophys.* 58, 125-145.
- Panza GF, Romanelli F és Vaccari F** (2000): Seismic wave propagation in laterally heterogeneous an elastic media: theory and applications to the seismic zonation. *Advances in Geophysics*, Academic press, 43, 1-95.
- Panza GF és Suhadolc P** (1987): Complete Strong Motion Synthetics. In Bolt, B. A. (ed.), *Seismic Strong Motion Synthetics*, Computational Techniques 4 (ed. Bolt, B. A.), Academic Press, Orlando, 153-204.
- Panza GF, Vaccari F és Cazzaro R** (1999): Deterministic seismic hazard assessment. In Wenzel, F. and Lungu, D. (eds) *Vrancea Earthquakes; Tectonics, hazard and risk mitigation*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 269-286.
- Posgay K, Albu I, Mayerová M, Nakládálová Y, Ibrmajer I, Herrmann H, Bližkovsky M, Aric K and Gutdeutsch R** (1989): Contour map of the Mohorovičić' discontinuity beneath Cenral Europe. M=1: 1 000 000, Budapest, ELGI
- Reynolds JM** (1997): An introduction to applied and environmental geophysics, John Wiley Sons Ltd.
- Pogácsás Gy, Lakatos L, Barvitz A, Vakarcz G és Farkas Cs** (1989): Pliocen-Quarter oldaleltolódások a Nagyalföldön. *Általános Földtani Szemle* 24. 149-169.
- Romanelli F, Vaccari F** (1999): Site response estimation and ground motion spectrum scenario in the Catania area, *Journal of Seismology* 3, 311-326.
- Rumpler J és Szabó Z** (1985): Magyarország pannonnál idősebb képződményeinek törérendszerek térképe. M=1:500000. A Magyar Állami Földtani Intézet megbízásából készítette a „GEOS” Gmk., Budapest
- Szeidovitz Gy** (2000): Érmelléki földrendések, *Magyar Geofizika* 41;2, 78-84.
- Szeidovitz Gy, Gribovszki K és Hajósy A** (2002): Az érmelléki földrendések epicentrális területének földtani szerkezete, geomorfológiai, geodéziai, geofizikai és egyéb sajátosságai, *Magyar Geofizika* 43;4, 112-131.
- Szeidovitz Gy, Bus Z** (1998): Earthquake-activity of Hungary, Technical Report, HAS GGRI.
- Szabó Z, Páncsics Z** (1994): A Pannon medence kőzetfizikai paraméterei ELGI, Budapest.
- Szénás Gy** (1958): Geofizikai teleptan, Akadémiai Kiadó.
- MÁFI adattár**, Vízkutató fúrások jegyzőkönyvei, Budapest
- MOL adattár**, Fúrási jegyzőkönyvek, Magyar Olaj és Gázipari RT., Budapest.

VÁLASZOK AZ ÚJ KIHÍVÁSRA – TÉRBELI ADAT- RAKTÁRAK, AUTOMATIKUS GENERALIZÁLÁS

Sárközy Ferenc*



Solutions for the New Challenges - Spatial Data Warehouses, Automatic Generalization - There are several factors changing the demands on and the possibilities of accessing geographic information. This phenomenon is caused among others by the rapid development of wide area networking, by the proliferation of new navigation techniques, location based services and the growing efforts to exploit geography for the business.

This new situation results in a large number of people becoming new users of GIS on the one hand, and new requirements to serve them on the other.

The new users are spread over the world; they need not only spatial data with new characteristics but new data about new places.

The facts above have several consequences, some of those will be considered in the present paper.

We will present new approaches facilitating the cumbersome process of data-base and also data warehouse modelling, sketch out the problems of multi-scale representation, deal with the possibilities of agent technology in GIS, show its application for generalization and finally make some conclusions.

Despite the complexity of the topics listed above we try to give a sharp and directed picture supporting the GIS community in new developments based on the today's achievements.



Számos tényezőt találunk, melyek megváltoztatták mind a térbeli adatokhoz való hozzáférés lehetőségét, mind pedig az elérhető földrajzi információval szemben támasztott igényeket. Mindenek előtt a hálózatok gyors ütemű fejlődésére kell utalnom, de nem hagyhatom figyelmen kívül a mobil telefonok helyalapú szolgáltatásainak viharos fejlődését, az új gépkocsi navigációs módszereket, illetve az üzleti tevékenység egyre nagyobb igényét a térinformatikai alkalmazásokra.

A fentebb vázolt folyamatok eredményeképpen egyre több olyan ember kerül kapcsolatba a GIS-szel, akik nem rendelkeznek térinformatikai szakismeretekkel és ezért térinformatikai kiszolgálásukhoz új módszerekre van szükség. Mivel az új felhasználók a világ minden pontján jelentkeznek, nem csak új típusú térbeli adatokra van szükségük, de arra is, hogy ezek az adatok azokra a területekre vonatkozzanak, ahonnan az új felhasználók jelentkeztek, illetve amelyek vizsgálatában érdekeltek. A vázolt jelenségek számtalan következménnyel járnak, melyek közül a jelen publikációban néhány fontos megoldást szeretnék bemutatni.

Olyan korszerű eljárásokat ismertetek, melyek megkönnyítik az adatbázis és adatraktár tervezés fárasztó, aprólékos munkáját, felvázolom a többméretarányú reprezentálás legfontosabb problémáit, foglalkozom az ágens technológia szerepével a GIS-ben, bemutatom alkalmazását az automatizált generalizálásban, végül röviden összefoglalom az eredményeket. A felsorolt témák bonyolultsága ellenére megpróbálok olyan irányított, éles képet nyújtani, mely segíti a GIS közösséget, hogy fejlesztő munkájában a legújabb eredményekből indulhasson ki.

*BME Általános és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műgyetem rkp. 3.
E-mail: sarkozy@agt.bme.hu

Kulcsszavak: térbeli adatmodellek, modellező eszközök, adatraktárok, több méretarányú reprezentáció, intelligens ágens technológia, térkép generalizálás intelligens ágensek felhasználásával

Bevezetés

Az Internet gyakorlatilag a világ összes országát behálózza, elérhető szinte minden munkahelyről és számtalan otthonból is. Ezen túlmenően a harmadik generációs sejttelefon rendszerek és kapcsolódó helyalapú szolgáltatásaik lehetővé teszik, hogy az emberek különböző célokból használni kívánt digitális térképekkel a kezükben sétáljanak az utcán.

Napjainkban rohamosan nő az elérhető digitális térbeli adatok mennyisége. Ez a tény, valamint a térinformatikai alkalmazásokkal kapcsolatos kutatások sikere azt eredményezte, hogy a GIS egyre több vállalati információs rendszer integráns részévé vált.

E változások következtében a térinformatika igen nagy számú új felhasználóval gazdagodott. Az új felhasználók zömének azonban nincs térinformatikai képzettsége, ezért olyan szoftver megoldásokra van szükségük, melyek megkönnyítik a hálózaton szétosztott adatok kiválogatását és felhasználását.

A legtöbb alkalmazásban szükség van a méretarány többszöri gyors megváltoztatására, ami új követelményeket támaszt a többszörös reprezentálással és/vagy az automatizált, jelen idejű, népszerűbb nevén „röptében” végzett generalizálással szemben.

A kihívásra adott válaszokat két szinten próbálom meg áttekinteni: először az adatmodellezés területén jelentkező új gondolatokkal foglalkozom, majd bemutatom az intelligens ágensek fogalmát és felvázolom térinformatikai alkalmazásukat, különös hangsúllyal az automatizált térkép generalizálásra.

Adatbázisok, adatáruházak, adatboltok

A Földfelszín bizonyos részét ábrázoló térbeli adatok gyakran különböző alapfelületekre vonatkoznak, más és más formátumúak és változó felbontásúak. A heterogén adategyüttesek feldolgozása rendszerint különféle transzformációkkal kezdődik, melyeket röviden adatintegrálásnak nevezünk.

A korszerű GIS szoftverek az integrált adatokat rendszerint relációs vagy objektum-relációs adatbázisokban tárolják.

Ezeket az adatbázisokat úgy tervezik, hogy minimalizálják a redundanciát, legyenek normalizáltak és konzisztensek. Amikor egy GIS szoftverben használjuk az adatbázisban tárolt adatokat, akkor a GIS és az adatbázis közötti adatáramlás rendszerint a háttérben folyik ún. tranzakciók formájában. A felhasználó kiválasztja a napi munkájához szükséges adatokat és betölti a nézetet a GIS-be. A napi feladat elvégzése után a megváltozott adatokat visszaküldi az adatbázisba, melynek állománya azonban csak akkor változik az új értékekre, ha a konzisztencia és integritás ellenőrzése pozitív eredménnyel zárul. Ellenkező esetben az állomány mindaddig változatlan, míg a felhasználó el nem végzi a szükséges javításokat. Az ilyen adatbázisokat tranzakció-orientáltak nevezik.

Az Internet használatakor gyors választ várunk a kérdésünkre, ezt azonban a tranzakció-orientált adatbázis képtelen nyújtani. Ennek a kérdésnek a megoldására dolgozták ki az utóbbi tíz évben az adatáruházak (data warehouses) és ezen belül a térbeli adatáruházak fogalmát, melyből a térbeli megoldásokra legfeljebb 3-4 év jutott.

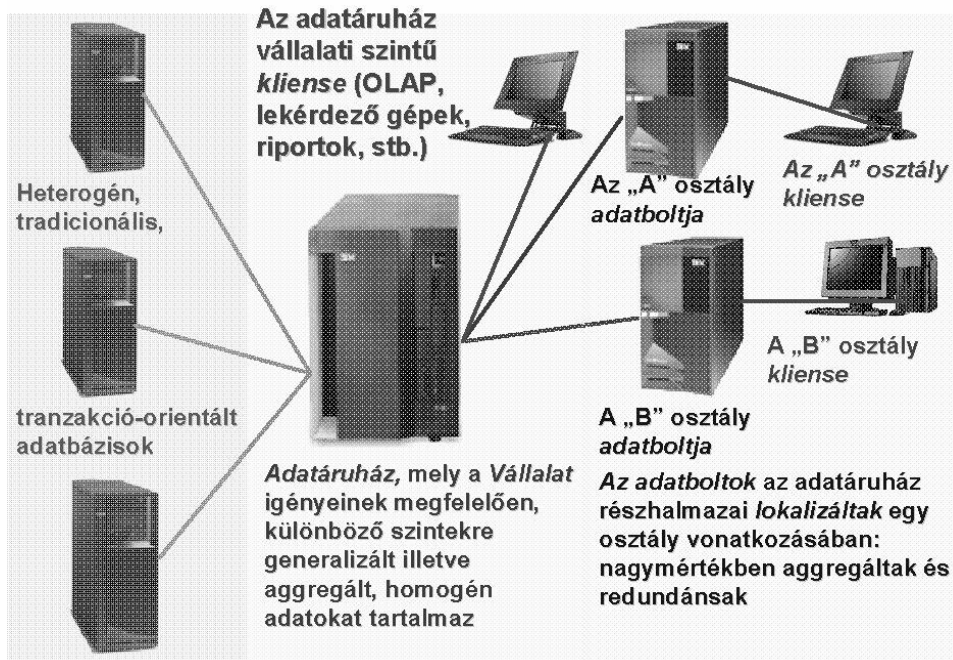
Az adatáruháznak számtalan definíciója van. Például Devlin (1997) szerint: „Az adatáruház egyedi, teljes és konzisztens tára azoknak az adatoknak, melyek különböző forrásokból származnak, és oly módon lettek elérhetővé téve a végfelhasználó számára, hogy azokat konkrét üzleti összefüggésben értelmezhesse és használhassa”.

Egyszerűbben fogalmazva az adatáruház olyan előregyártott, előfeldolgozott, célorientált, különböző felbontású és aggregátságú adat együttes, melyet a kliens szoftver könnyen el tud érni.

Nem nehéz elképzelni, hogy az adatáruháznak olyan, csak olvasható adat együttesnek kell lennie, melyet a felhasználó által igényelt adatbázis nézetek alkotnak, s amely következésképpen redundáns és nem normalizált.

Az adatáruházak esetében éles különbség van az adat előállítás és adat használat között. A valós világ változásai változásokat eredményeznek azokban a forrásanyagokban, melyek az előfeldolgozás alapját képezik. Ugyanakkor, mivel az ismételt újbóli előállítás igen kevésbé hatékony, olyan módszerek jelentek meg, melyek a materializálódott nézeteket inkrementálisan próbálják frissíteni. Ezekben a megközelítésekben a felújított materializálódott nézetet a forrás frissítésekből és az eredeti nézetből számolják. Az adatáruháznak rendszerint idő dimenziója is van. Ez pedig azt jelenti, hogy az új objektumokkal csak a megjelenésük időpontjához rendelt reprezentációt kell javítani.

Az adatáruház elvet eredetileg az egész szervezetet (pld. vállalatot) érintő döntéshozás támogatására dolgozták ki. Az adatáruház kliensei olyan szoftver modulokkal (OLAP, lekérdező-gép, riport-generátor) vannak ellátva, melyek gyors elérést biztosítanak a vállalati döntésekhez szükséges információhoz. A vállalat szervezeti egységeinek



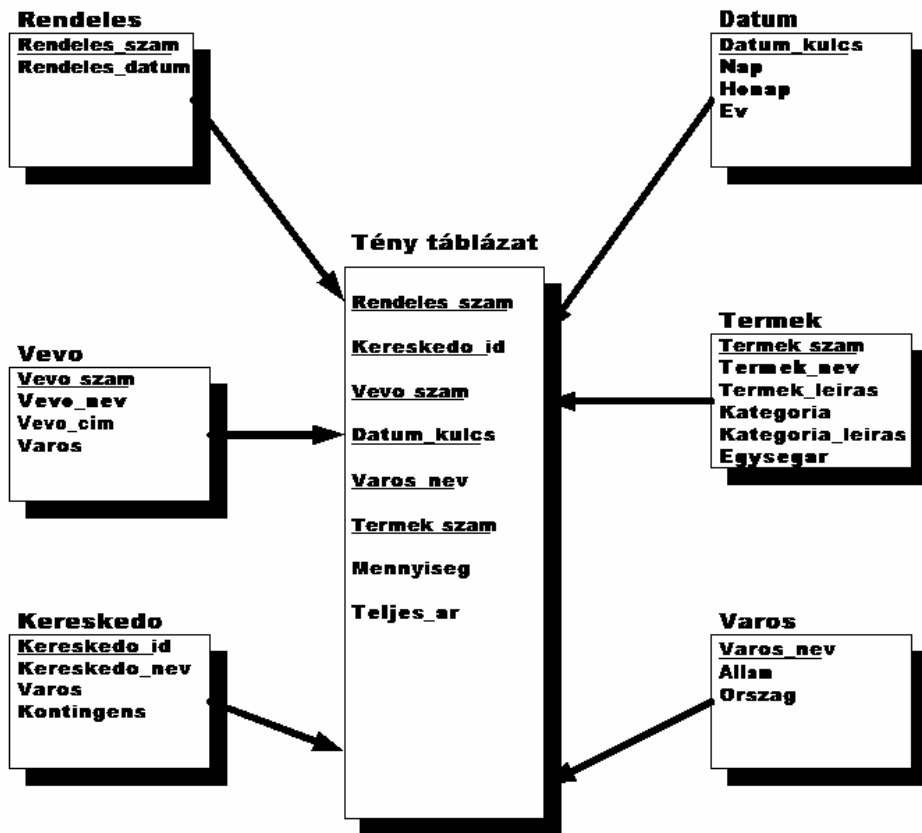
1. ábra. Adatbázisok, adatáruházak, adatboltok.

(pld. az osztályoknak) azonban feladataikhoz rendszerint nincs szükségük az adatáruházban tárolt teljes adatmennyiségre, számukra elég az összes adat egy részhalmaza. Ezt, az egy konkrét részleg információit tartalmazó kisebb adatbázist adatboltnak (datamart) nevezik (magyar szerzők néha adat-piacnak is fordítják) (1. ábra). Az adatboltban található adatok, a magas szintű elemzés céljából, rendszerint nagymértékben aggregáltak és összegzettek.

A természetes redundancia következtében (pld. ugyanannak az objektumnak különböző méretarányokban más a geometriai reprezentációja, de azonosak az attribútumai, vagy ugyanaz az objektum különböző időpontokban más attribútumokkal rendelkezik, de geometriai reprezentációja változatlan, stb.) az adatáruházakat módosított adatbázis kezelő rendszerek, az ún. többdimenziós adatbázis kezelők működtetik.

A többdimenziós adatbázisokat gyakran relációs adatbázisokból generálják az úgy nevezett csillag séma alapján (2. ábra), ritkábban a hópehely sémát alkalmazzák, mely a csillag séma tovább fejlesztésének tekinthető, mivel a dimenziós táblázatok normalizálásának segítségével explicite kifejezi a dimenziók hierarchiáját (3. ábra).

Mielőtt felvázoljuk e szerkezet lényegét, érdemes megemlítenünk, hogy az adatbázis jelzőjeként szereplő „dimenziós” szónak semmi köze sincs a térbeli vagy topológiai dimenzióhoz.

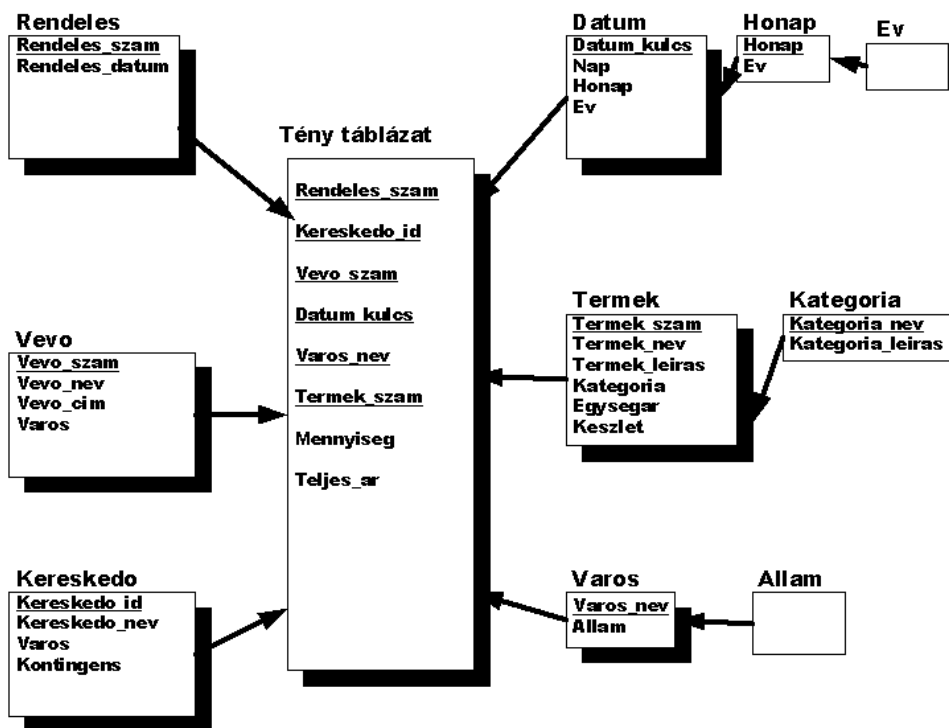


2. ábra. Többdimenziós adatbázis csillag sémában.

Visszatérve a csillag sémához, azt látjuk, hogy az egy nagyméretű „tény táblázat”-ból és több kisebb „dimenzió táblázat”-ból áll. A tény táblázat minden rekordja tartalmazza a dimenzió táblázatokra mutató összetett kulcsot, valamint azokat a mértékeket, melyeket a dimenziók által reprezentált „koordináták” hoznak létre. Minden dimenzió táblázatnak van egy kulcsa, mely pontosan megegyezik a tény táblázat összetett kulcsának megfelelő részével, valamint oszlopokként jelentkező attribútumai. A nem térbeli, többdimenziós adatbázisokban a mértékek rendszerint pénzben kifejezett, numerikus értékek.

A csillag sémát térbeli adat áruházakra Han J. et al. (1998) terjesztették ki. Térbeli adatok esetén a dimenziók az alábbi típusok valamelyikét vehetik fel:

- Tisztán attributív dimenzió, mely a generalizálás során is attributív marad (például a hőmérséklet, mely „hideg” és „meleg” értékekre generalizálható).
- A térbeliből – bizonyos szintű generalizálás során – nem térbelivé, attributívvá váló dimenzió, például egy város, mely alapszinten térbeli, de egy bizonyos általánosítási (generalizálási) szinten átalakulhat a „kis város”, „közepes város”, „nagy város” fogalmakká.
- Tisztán térbeli dimenzió, mely a generalizálás során is térbeli marad.



3. ábra. Többdimenziós adatbázis hópehely sémában.

A mértékek a térbeli többdimenziós adatbázisok esetében vagy numerikusak vagy térbeliek.

1. A numerikus mértékek csak számadatokat tartalmaznak. Például, egy régió havi vízfogyasztása olyan számszerű mérték, mely összegezhető (felgöngyölíthető) egy éves időszakra.
2. A térbeli mérték egy vagy több mutatót tartalmaz, mely(ek) térbeli objektumo(ka)t jelöl(nek) meg. Például, azok a régiók, melyekben a hőmérséklet azonos intervallumba esik, térbeli nézetet alkotnak és e régiókra mutató pointerok képezik a nézet térbeli mértékét.

Az adat áruházz, ahogy már korábban említettük, azt a célt szolgálja, hogy a felhasználó gyorsan elérhesse a nyers adatokból a számára szükséges információt. Ezt a célt az úgy nevezett OLAP (On-Line Analytical Processing = On-line analitikus feldolgozás) technika teszi lehetővé. A legfontosabb OLAP operátorok, melyek tulajdonképpen összetett lekérdezéseket helyettesítenek, a következők:

1. **Slicing** és **dicing** (a szeletelés és kockázás) segítségével kiválaszthatjuk a többdimenziós adatbázis azon részhalmazát, mely egy vagy több konstans attribútum értékhez tartozik egy vagy néhány dimenzióban.
2. **Pivoting** (a forgatás) a mértékek meghatározására szolgál különböző kereszt-tabulált elrendezésekben.
3. **Roll-up** (a felgöngyölítés) egy vagy több dimenzió generalizálására szolgál, melyet a mértékek aggregálásával nyerünk.
4. **Drill-down** (a lefúrás) a választott dimenzió(k) részletes nézetét szolgáltatja.

Nem térbeli adat áruházak esetére ezek a műveletek jól ismertek és különböző szoftvereknek köszönhetően a gyakorlatban is széleskörűen használatosak. Térbeli adatraktárak esetében az első három operátor (Slicing, Dicing és Pivoting) ugyanúgy implementálható, mint a nem térbeli esetben. A Roll-up operátor a térbeli aggregációt (régiók egymásba olvasztását, átfedését) kell, hogy elvégezze, melyre vonatkozó első megoldásokat a Han J. et al. (1998)-ben találunk. A Drill-down-t, mely a Roll-up inverze, hatékonyan működtethetjük, ha több generalizálási szintnek megfelelő nézetet tárolunk az adat áruházban.

Úgy tűnik azonban, hogy a SOLAP (Spatial On-Line Analytical Processing) hatékony implementálásához olyan új gondolatokra is szükség lehet, melyek túlmutatnak a hagyományos, nem térbeli OLAP rendszereken.

A 'vuel' (a view element = nézet elem szavak rövidítése) ötlete és implementálása Bédard et al. (2002a) mindenek előtt az Internet alapú, igény szerinti térkép készítés realizálását tűzte ki céljául. A 'vuel' mint „a szemantikus, geometriai és grafikai előfordulás viszonyok egyedi kombinációja” egy adatbázis nézet látható eleme. Ennek az elvnek az alapján lehetséges a valós világ ugyanazon részét, azonos vagy különböző felbontásban, különböző szempontoknak megfelelően bemutatni. A modellnek három fő alkotóeleme van: a szemantika – az érdeklődésre számot tartó leíró adatok, a geometria – pont, vonal, terület, raszter, stb. és a grafikus reprezentáció – színek, textúrák, stb.

A rendszer elvi modellje, összhangban a többdimenziós adatbázisok felépítésével, egy, a 'vuel'-eket tartalmazó központi tény táblázatból és egy, a szemantikát, a geometriát és a grafikát tartalmazó három dimenziós táblázatból áll. Maga a térkép - a 'vuel'-ek aggregációjából származó adatbázis nézet. Az elvi modell az UML jelölések felhasználásával készült.

A 'vuel' SOLAP prototípusát VisualBasic-ben programozták olymódon, hogy a VB programmal összekapcsoltak két kereskedelmi szoftvert: a Microsoft ACCESS-t és az Intergraph GeoMedia Professional-t.

A SOLAP gondolata az utóbbi néhány évben keletkezett. Elmélete, de különösen gyakorlati implementálása még igen korai stádiumban van. Érett és széleskörűen használható megoldásokig e területen egy vagy két év hátra van.

Új eszközök a térbeli adatbázis modellezésben

Ahogy láttuk, a térbeli adatraktárok és adatboltok térbeli adatbázisokon alapulnak. Az 1. ábra bal oldalán 'tradicionális' relációs, objektum-relációs vagy objektum orientált adatbázisokat szimbolizáltunk. Maguk a (térbeli) adatáruházak is, ahogy ez a 2. és 3. ábrából látható, adatbázis táblázatokból állnak. Ezek a táblázatok, ahogy láttuk, gyakran tárolhatják az objektumok többszörös geometriai reprezentációját. A fentiekből következik, hogy az adatbázis modellezés nemhogy megőrizte a jelentőségét, de a feladatai még bővültek is egyrészt a **többszörös reprezentációval**, másrészt a **módszereknek**, mint az objektum orientált séma szerves alkotó elemének a megjelenésével.

A térbeli adatmodell fejlődéséről szóló cikkemben Sárközy (2001) utaltam rá, hogy az objektum orientált elvek egyre elterjedtebb alkalmazása a térbeli adatok koncepcionális modellezésében igényli az adat és folyamat modellezésben gyakorlati szabvánnyá vált UML (Universal Modeling Language) térbeli kiterjesztését. Ezzel kapcsolatban utaltam a REGIS szoftverre, mely CASE eszköz alkalmassá teszi megfelelő kiterjesztésekkel az UML-t a térbeli modellezésre.

Jelen cikkben a Perceptory Bédard (1999) nevű vizuális modellező CASE szoftverre szeretném felhívni az olvasók figyelmét, mely ingyenes program letölthető Dr Yvan Bédard professzor honlapjáról (URL: <http://sirs.scg.ulaval.ca/Perceptory/download2000B.htm>). A Perceptory a jól ismert Visio 2000 nevű viszonylag olcsó rajzoló programból hívható, használata előtt tehát a Visio-t telepíteni kell.


A szoftver segítségével egyszerűen inicializálhatjuk az adatbázis sémáját, osztályokat definiálhatunk attribútumokkal és módszerekkel, kijelölhetjük az osztályok kapcsolatait és a kapcsolatok kardinalitásait, generalizálhatjuk az osztályokat, azaz meghatározhatjuk az osztály hierarchiát és valamennyi elemhez szöveges leírást fűzhetünk az adatszótárban. Szabványos formátumú riportot készíthetünk a modellről és generálhatjuk kódolási vázlatát az Oracle 8i spatial adatbázis kezelő rendszer számára.


A szoftver legfigyelemreméltóbb tulajdonsága, hogy lehetővé teszi az osztályok és attribútumaik térbeli és időbeli tulajdonságainak piktogramokkal történő megjelölését az úgy nevezett PVL (Plug-in for Visual Languages = kiterjesztés vizuális nyelvek számára) modul segítségével. Az így kialakított diagram igen informatív és elősegíti az ábrázolt adatmodell gyors áttekintését. Illusztrációképpen, a részletekben való elmélyedés nélkül lássunk néhány példát a piktogramokra.



Az egyszerű geometriai típusok jelzései a következők:



 - a pont,  - a vonal és  - a terület.

Az összetett típusok több egyszerű típus piktogramját kombinálják háromféleképpen. Az első esetben, amint látni fogjuk, az egyszerű típusok elválasztó vonal nélkül kerülnek összekapcsolásra, a második esetben elválasztó vonallal, de szorosan egymás mellett helyezkednek el, a harmadik esetben az elválasztó vonalon kívül még szóköz is van az egyszerű típusok között.



 - az összetett alakzat, például egy vízrajzi hálózat esetében, melyet részben vonalak (folyók), részben területek (tavak) képviselnek az elemi piktogramok között nincs választóvonal.

 - ha van elválasztó vonal, de nincs szóköz, akkor az összetett piktogram olyan objektum osztályt jelöl, mely méreteitől függően, vagy az egyik, vagy a másik egyszerű típussal kerül ábrázolásra, mint például az épületek, melyeknek 500 m² alatt pont, felette terület felel meg a reprezentációban.

  - a többszörös reprezentációban az objektum a méretarány függvényében a szóközzel elválasztott egyszerű típusok valamelyikével van ábrázolva.

  - ha a többszörös reprezentáció során az egyszerűbb típus a részletesebből kerül levezetésre, például, ha a nagy méretarányban területként ábrázolt várost kisebb méretarányban a terület súlypontjával ábrázoljuk, úgy a levezetett típust dőlt piktogrammal ábrázoljuk.

A Perceptory képes az adatok időbeli vonatkozásainak a modellezésére is. Az időbeliség modellezésénél két fő csoportot különböztetünk meg.

Az első az objektum létezését jellemzi. Ha csak egy időpontot – a keletkezés dátumát kapcsoljuk az objektumhoz, akkor a  piktogramot használjuk. Ha mind a keletkezés, mind a megszűnés rögzítése indokolt, úgy ezt a  piktogram jelzi. E piktogramok bármelyike az osztály négyzet jobb felső sarkában helyezkedik el (4. ábra).




4. ábra. Térbeli, időbeli objektum a Perceptory-ban.



5. ábra. Időben térbelileg változó objektum a Perceptory-ban.

A második csoport a térbeli jellemzők időbeli fejlődésére utal. A pillanatnyi vagy tartós változások jellemzésére a térbeli piktogramot kiegészítjük a megfelelő időbelivel. Példá-

ul a területi objektum tartós változását a következő piktogram jelzi: . Ha a 4. ábra példáján modellezett házat folyamatos toldalékokkal bővítik és ez a reprezentáló terület objektum változását eredményezi, úgy az osztály négyszöget az 5. ábrán láthatóra módosítjuk.

Mindkét piktogram családot alkalmazhatjuk az attribútumok mellett is, ez az opció elősegíti a modell finomítását.

Természetesen a Perceptory nem az egyetlen új eszköz, mely elősegíti a térbeli-időbeli adatbázis modellezést. Számomra ingyenes elérhetősége, azaz kipróbálhatósága és könnyű használata, amit részben a jól ismert UML szerkezetek használatának tudhatunk be, teszi szimpatikussá a szoftvert.

A Lausanne-i Műszaki Egyetem Adatbázis Laboratóriumának kutatói dolgozták ki a másik megvizsgált, térbelileg és időbelileg kiterjesztett, koncepcionális adatmodellt a MADS-t (Modeling of Application Data with Spatio-temporal features = térbeli-időbeli vonásokkal rendelkező alkalmazási adatok modellezése) Parent et al. (1999). A modell az ERC+ nevű objektum orientált tulajdonságokkal kiegészített entitás-kapcsolat modellen alapul Spaccapietra et al. (1995). A MADS vizuális modellező szoftverét SUPER-G-nek hívják.

A MADS modell főbb tervezési szempontjait az alábbiakban foglalhatjuk össze:

- A modell legyen elvi,
- A létrehozott sémák legyenek olvashatók és könnyen érthetőek,
- Rendelkezzen intuitív vizuális jelölés-rendszerrel,
- Az elveket formálisan is határozza meg,
- A térbeli és időbeli dimenziók minden modell elemhez kapcsolhatóak legyenek,
- *Az entitások közötti térbeli-időbeli kapcsolatok legyenek explicite kifejezhetőek,*
- Legyen képes leírni és összekapcsolni a tér folyamatos és diszkrét nézetét.

A MADS segítségével a térbeli jellemvonást vagy attribútumként, vagy objektumként írhatjuk le attól függően, hogy milyen az alkalmazás absztrakciós szintje. A **térbeli objektum típusnak** előre definiált attribútuma a **geometria**, melynek értéktartománya térbeli absztrakt típusú. A térbeli attribútum egy vagy többértékű egyszerű attribútum a térbeli absztrakt típus tartományból. A MADS támogatja az alábbi absztrakt térbeli típusok hierarchiáját: pont, vonal, irányított vonal, egyszerű terület, összetett terület, pont halmaz, vonal halmaz, irányított vonal halmaz, geo. Ez utóbbi teljesen általános és arra utal, hogy később meghatározandó térbeli típusról van szó.

Az alkalmazás térbeliségét egyrészt a benne résztvevő térbeli entitások, másrészt a köztük fennálló térbeli kapcsolatok határozzák meg. Ilyen kapcsolatok például a metrikus kapcsolatok, topológiai kapcsolatok, a térbeli aggregáció, stb. Az utóbbi kettő előre definiált kapcsolat kategória, de bármilyen más térbeli kapcsolat is explicite deklarálható.

A MADS kétféle lehetőséget biztosít az idő információ modellezésére. Az **időbélyegzés** segítségével megjelölhetjük az objektumokat, attribútumokat, relációkat, aggregációkat, biztosítva ezzel érvényességük illetve életciklusuk rögzítését. A másik lehetőség **az objektumok közötti dinamika** figyelembe vétele az alábbi időbeli relációkkal:

- *Átmenet*, mely az osztályozás időbeli változását rögzíti, például egy fa-lu esetében, mely idővel várossá válik;

- *Generálás*, amikor valamely objektum új objektumokat generál, például egy telek, melyet idővel több telekre osztanak;
- *Időzítés*, mely arra utal, hogy az egyik jelenség megelőzi, követi vagy egyidejű a másikkal, például a vihar megelőzi a földcsuszamlást;
- *Idő alapú aggregáció*, mely hozzáköti az időbeli entitásokat a felvételi időponthoz, például összegezzük a város területének növekedését a vizsgálati időpontig.

A létrehozott koncepcionális adatmodell a MADSTRA nevű fordító modul segítségével alakítható át logikai adatmodellé. A fordító a következő két célrendszer kódját képes generálni:

1. 'INTERLIS' – a térbelileg kiterjesztett relációs adatbázisok szabványos formátuma Svájcban;
2. A Texas Instrument Software Information Engineering Facility (IEF) nevű CASE szoftvere, mely támogatja a James Martin tervezési módszert az üzleti alkalmazásokban.

Sajnos az Adatbázis Laboratórium honlapja (<http://lbd.epfl.ch/e/>) semmilyen utalást sem tartalmaz a vizuális szoftver, illetve a szöveges adat definíciós nyelv elérhetőségére. A modell további hátránya, hogy nem épül a szabványos UML nyelvre, valamint, hogy fordítási célrendszerei nem igazán ismertek a nemzetközi GIS felhasználók előtt.

A térbeli adatok többszörös reprezentációja

A térbeli adatáruház tervezésekor a többszörös reprezentációnak meghatározó szerepe van. Legalább három olyan szempont van, melyeket a többszörös reprezentációval kapcsolatban tárgyalnunk kell, ezek a következők:

1. az elemzés megkívánt pontossága;
2. a SOLAP alkalmazást kezdeményező szakemberek szempontjai;
3. az adatok időbeli tulajdonságai.

A hagyományos papírtérképekkel szerzett tapasztalatok mindenki számára világossá tették, hogy a különböző feladatokhoz különböző méretarányú térképekre van szükség. Általános áttekintéshez olyan térképre van szükségünk, mely az egész érdeklődésre számot tartó régiót olyan méretű lapon ábrázolja, hogy az emberi érzékszervekkel azonnal felfogható legyen, ha viszont egy konkrét teret vagy utca kereszteződést keresünk, akkor olyan térképre van szükségünk, mely olvashatóan bemutatja ezeket a részleteket is. A komputer térképek, különösen a mobil eszközökön, sokkal kisebb méretűek a papír térképeknél, ezért a megfelelő használathoz igen rugalmas nagyítási (kisebbitési) lehetőségekkel kell rendelkezniük.

A földrajzi információt a legkülönbélebb szakterületek művelőin kívül számtalan, különböző érdeklődésű, hétköznapi ember is használja. Ugyanannak a térbeli objektumnak, például egy városnak más és más a jelentése egy járványügyi elemzés vagy busz járat tervezés szempontjából, hasonlóképpen egyes járókelők busz vagy villamos járatszámokat keresnek ismert céljuk eléréséhez, míg mások a célokat, például közel fekvő olcsó éttermeket akarnak megtalálni a térkép segítségével.

Konkrét földrajzi jellemzők (pld. növényzet, népesség, hőmérséklet, ingatlanok, városi területek, stb.) változásainak elemzéséhez olyan térbeli adatokat kell használnunk, melyek különböző időpontokban rögzítették a valóságot. Ebben az esetben tehát a kérdéses jelenség tanulmányozásához időben többszörös adat együttesekre van szükség.

A különböző felbontásban történő megjelenítés esetében a valós világ objektumai statikusak és mi arra törekszünk, hogy tulajdonságaikat a lehető legjobban mutassuk be a képernyőn.

Az objektumok a második esetben is változatlanok, azonban tulajdonságaik részben vagy egészben különbözőeknek mutatkozhatnak az egyes szempontok számára. Ezen túlmenően, egyes objektumok irrelevánsak, esetleg zavaróak is lehetnek.

A harmadik eset a legbonyolultabb, mivel maguk a valós világ objektumai is változhatnak a felmérési időpontok között. Kézenfekvő, hogy ebben az esetben valamennyi időhöz kapcsolt alap felmérési eredményt tárolni kell az adatbázisban, de ezen kívül, az időbeli összehasonlítások megkönnyítésére, az adatáruházban célszerű tárolni az egyes korszakokhoz tartozó, előre kiszámolt aggregációkat is.

A különböző felbontású térbeli adatok modellezésekor elvileg lehetséges volna csak a legnagyobb felbontású adatokat tárolni az adatbázisban, a többi felbontást pedig – igény esetén – ezekre az adatokra támaszkodva jelen idejű generalizálással levezetni. A széles méretarány tartományt felölelő automatikus generalizálás azonban egyelőre nem mindig lehetséges, de ha lehetséges is, végrehajtása igen nagy időt vesz igénybe. E problémák elkerülése érdekében a térbeli adat áruházak rendszerint több fontos méretarányban tárolják a térbeli adatokat, melyeket manuális vagy fél-automatikus generalizálással vezettek le a legnagyobb felbontású adat együttesből az előfeldolgozási munka fázisban. Az adatáruház – SOLAP rendszernek a több felbontású megjelenítés során három fő célja lehet:

- **Drill-down** és **roll-up** kizárólag a tárolt, fontos méretarányokra;
- **Drill-down** és **roll-up** a tárolt méretarányok mellett még néhány, előre kijelölt méretarányra;
- **Drill-down** és **roll-up** folyamatosan a tárolt méretarányok között.

A második és harmadik esetben automatikus, „röptében” végrehajtott generalizálásra van szükség, melyet az adatbázisban tárolt függvények hajtanak végre. Kézenfekvő, hogy ezekben az esetekben a gyors válasz követelményét csak a három rétegű (tradicionális adatbázisok – adat áruház – adatbolt) architektúrában (1. ábra) lehet biztosítani, feltételezve, hogy az adatbolt csak egy kis részét tartalmazza az adatáruházban tárolt munkaterületnek.

A harmadik esetre nagyon ígéretes demo szintű megoldást fejlesztettek ki, Cecconi et al. (2001). A projekt rövid leírása, az implementáció kartográfiai és technikai alapelvei, valamint egy demo, mely tetszőleges folyamatos méretarányban generalizálja egy svájci topográfiai térkép kis részét, a következő Internet címen található: <http://www.geo.unizh.ch/gis/research/webmap/gendem/>.

A rendszer két alapelven nyugszik: a térbeli adatállomány automatikus generalizálásra alkalmas és alkalmatlan rétegekre való osztályozásán, illetve a méretarány intervallumoknak a fő méretarányokhoz való hozzákapcsolásán.

Az automatikus generalizálásra alkalmatlan térképi objektumokat (pld. utak, épületek) a fő méretarányokra előre generalizálják és a prototípus adatbázisában SVG (Scalable Vector Graphics) rétegekben tárolják. A többi térképi objektumot (pld. hidográfia, feliratok, határok) a legnagyobb felbontásban tárolják a JavaScript-ben kódolt adatbázisban. Amikor a kliens megkeresést küld egy adott méretarányú térképre, a program megkeresi az előre generalizált objektumok reprezentációi közül azt a fő méretarányt, mely a kérdéses méretarány intervallumhoz kapcsolódik és átalakítja azt a kért méretarányra, ezzel párhuzamosan a generalizáló modul elvégzi az automatikus generalizálást ugyanerre a méretarányra és a két adatfolyam a kliens képernyőjén megjeleníti a kívánt méretarányú térképet.

A többszörös reprezentációt tartalmazó adatbázisok koncepcionális modellezésének támogatására számos kutatással találkozhatunk. Jelen cikkben röviden utalunk a Spaccapietra et al. (2000) és Vangenot et al. (2002) által javasolt MurMur projektre, majd ismertetjük a Bédard et al. (2002b) által javasolt, a Perceptory-n alapuló módszert.

A harmadik részben bemutatott MADS nevű objektum orientált adatmodellen alapuló MurMur projekt a többszörös reprezentáció két aspektusának modellezését kívánja támogatni: a többszörös térbeli felbontását és a többszörös felhasználói szempontokét. Mindkét többszörösség modellezésére az úgy nevezet reprezentációs bélyegzőt használja. A bélyegző egy meta adat jellegű címke, mely egyrészt a kérdéses szempont-ra, másrészt a felbontásra mutat, azaz minden bélyegző két értéket tartalmaz, az első érték a szempontra (pld. „közúti közlekedés”), a második a felbontásra (pld. „100 méter”) hivatkozik. Az adatbázis séma minden eleme egy vagy több bélyegzőt visel. Amikor egy olyan objektum típust deklarálunk, mely egynél több bélyegzőt visel, akkor valamennyi attribútumát el kell látnunk egy vagy több bélyegzővel. Például, ha deklaráljuk az ÚT objektumot a közúti közlekedésre 100 m felbontással és a vízrajzi hálózatra 500 m felbontással, akkor az objektumnak négy féle attribútuma lehet: a legegyszerűbb mind a két reprezentációra közös (pld. „ÚT_SZÁM”), a következő azonos típusú (pld. string), de különböző értékeket tárolhat (pld. az „ÚT_NÉV” teljes verzió lehet a közútnál és rövidítés a vízrajznál), a következő attribútum fajtát külön kell definiálni minden bélyegzőre (pld. a „GEOMETRIA” terület értékű a nagyobb felbontásra és vonal a kisebbre), végül pedig olyan attribútumok is vannak, melyek csak az egyik bélyegzőre vonatkoznak.

A Perceptory-val szemben a MADS képes a topológiai kapcsolatok explicit modellezésére is. Alapértelmezésben a relációk nincsenek bélyegezve, de elérhetők azok által a reprezentációk által, amelyek bélyegzői megtalálhatók a reláció által összekapcsolt mindkét objektumban. Elképzelhető azonban, hogy a topológiai reláció megváltozik a generalizálással. Erre az esetre lehetőség van a reláció direkt bélyegzésére azzal a bélyegzővel, amire érvényben marad.



A fentiekben ismertetett módszer azon a feltételezésen alapult, hogy a többszörösen reprezentált állományok egy integrált adatbázisban kerülnek tárolásra. Bizonyos esetekben azonban a nagymértékű szempont eltérések következtében ez nehezen oldható meg. Erre az esetre dolgozták ki a MurMur projektben az inter-relációs módszert, melynek az a lényege, hogy az egyes reprezentációkhoz megtervezett egyedi adatbázis sémákat úgy nevezett *megfelelési relációkkal* kapcsolják össze. Bár [9] 7. részében azt olvashatjuk, hogy a MurMur projekt prototípusa letölthető a <http://lbd.epfl.ch> Internet címről, a letöltési lehetőségre, sajnos, nem sikerült rátalálnom és így nem tudtam kipróbálni az ismertetett modellezési lehetőségeket. Ezért egy kissé talán részletesebb ismertetést szentelek az UML alapú módszernek [11], mivel ennek vizuális modellező szoftvere szabadon letölthető és minden érdeklődő által kipróbálható.



A feladat olyan vizuális segédeszköz készítése, mely megkönnyíti a többszörösen reprezentált adatokat tároló adatbázisok koncepcionális modellezését. A létrehozott adatbázisok azután alkalmasak lesznek az igény szerinti térképezésre, illetve egyéb SOLAP műveletek kiszolgálására. Ahogy a harmadik részben láttuk, a Perceptory lényegéből következően képes a többszörösen reprezentált adatok modellezésére. Az egyetlen kiegészítő információ, amivel az eredeti modellt ki kell egészítenünk, arra vonatkozik, hogy miként jönnek létre a többszörösen állományok és hogy tárolásra kerülnek-e vagy pedig minden kérés esetén újra generálandók. A [8] szerint az igény szerinti térképezés az előre generalizálás és „röptében generalizálás” megfelelő kombinációjával éri el a legjobb hatékonyságot. Az adatbázisnak csak akkor kell rögzítenie a multiplicitás létre-









jöttének módját, ha a generalizálás automatikusan történik és az adatbázis tárolja a generalizáló függvényeket.

A modellezésnél három szabályt kell figyelembe vennünk:

- A modellezést számtalan iterációban végezzük, mivel az induláskor még nem tudjuk, hogy mely állományokat lehet és érdemes automatikusan generalizálni; az első iterációban valamennyi többszörösen reprezentált objektum-négyszög műveleti részébe beírjuk a GEN módszer hivatkozást, de az utolsó modell variánsban csak ott tartjuk meg, ahol automatizált generalizálásra utal;
- A többszörös reprezentációt az objektum osztályhoz adott, megfelelő, többszörös geometriát képviselő piktogramok határozzák meg;
- Ezeket akkor kell hozzáadni az objektum osztályhoz, ha kérdéses reprezentációt tároljuk is.

Ez utóbbi szabály némi magyarázatot igényel. Ha a generalizálás manuális vagy félig automatikus módszerrel történt, akkor az eredeti nagyfelbontású állomány piktogramja után el kell helyezni a generalizált állomány piktogramját is. Azaz, ha például a vízrajzi hálózat nagy méretarányban vonallal és területtel, kis méretarányban pedig ponttal és vonallal fejezhető ki, úgy a vízrajz osztály piktogramjai   lesznek.

Ha a vízrajzi hálózat generalizálása automatikusan történt, de túl hosszú időt vett igénybe és a modellező úgy dönt, hogy a levezetett állományt is tárolni kell, úgy a vízrajz osztály piktogramjai a következőkre változnak:  .

 
VIZFOLYAS
foldrajzi_nev fontosság
GEN  20K->  00K GEN  20K->  100K GEN  20K->  250K

6. ábra. Többszörösen reprezentált objektum.

A 6. ábrán bemutatjuk a „VIZFOLYAS” osztály komplett osztály diagramját (helykímélés miatt a diagramban csak két attribútum szerepel).

Az eredeti 1:20000 méretarányban az osztálynak (mérettől függően) változó geometriai alakja van – vonalak és területek, a folyó szélessége függvényében. Az automatikus generalizálás eredményeképpen a vonalakkól továbbra is vonalakat kapunk az 1:100000 méretarányban, a területekből pedig vonalakat és területeket kapunk az 1:100000 és 1:250000 méretarányban. Az 1:100000 méretarányba történő generalizálás eredményét nem tároljuk, mivel folyamat meglehetősen gyors, az 1:250000-be történő generalizálás azonban túl sokáig tart, ezért érdemes tárolni. Ezt foguk tenni és következőképpen hozzáadjuk az osztály diagramhoz a generalizáláskor nyert geometriai alak piktogramjának dölt változatát (mivel levezetett állományról van szó).

A generalizáláshoz használt függvényeket és azok sorrendjét a Perceptory az adat szótárban tárolja. Természetesen, mivel csak egy vizuális modellező programról

van szó, a generalizáló eljárások megválasztása a modellező feladata marad. A generalizálási eljárások új elveiről a következő részben szólnunk.

Ennek a résznek a befejezéseként három érdekes összehasonlítást tehetünk a MADS és az UML alapú módszer között.

1. A MADS alkalmas a térbeli relációk explicit kifejezésére, előre definiált típusa van a topológiai relációra és a térbeli aggregációra;
2. A MADS saját meghatározása szerint „objektum + reláció” jellegű modell, de ennek ellenére a MurMur megközelítés nem használja az objektum orientált paradigma összes kellékét, többek közt nem tárolja az automatikus generalizáláshoz szükséges módszereket az adatbázisban;
3. Az UML szabványos, a MADS nem. Ez pedig azzal jár, hogy az utóbbi implementálása sokkal több gonddal jár, a kereskedelmi szoftverek gyártói interfészeit rendszerint szabványos modellekhez és formátumokhoz készítik el.

Az intelligens ágensek szerepe a generalizálásban

A kilencvenes évek kezdetétől az intelligens ágensek koncepciója egyre nagyobb szerepet kap a mesterséges intelligencia kutatásokban. Ismerünk fizikai ágenseket, melyek robotok formájában valósulnak meg és szoftver ágenseket, melyek egy különleges program osztályt alkotnak. Tárgyalásunkban csak ez utóbbiakat érintjük.

Az intelligens szoftver ágenseknek számtalan, gyakran ellentmondó meghatározása ismert, például: „Egy **ágens (agent)** bármi lehet, amit úgy tekinthetünk, mint ami az **érzékelői (sensors)** segítségével **érezkeli (percepts)** a környezetét és **beavatkozó szervei (effectors)** segítségével **megváltoztatja (acting) azt**” Russel et al. (2000), vagy „Egy autonóm ágens egy olyan rendszer, mely valamely környezetben helyezkedik el, s egyben annak része is, mely érzékeli a környezetet és idővel megváltoztatja azt az általa kitzűött cél érdekében, úgy hogy befolyásolja azt, amit a jövőben érzékelné fog” Franklin et al (1996).

Ha megpróbáljuk összefoglalni az intelligens szoftver ágensek legfontosabb tulajdonságait, akkor azt látjuk, hogy az ágensek:

- Valakinek – másik ágensnek vagy a felhasználónak - a megbízásából fejtik ki működésüket;
- Autonóm módon működnek, valamely előre meghatározott cél érdekében;
- Képesek környezetük megváltoztatására és a környezet megváltozását figyelembe tudják venni további működésük során;
- Alkalmazkodók, képesek kommunikálni és esetenként mobilak.

Az „autonóm” szó azt jelenti, hogy az ágens a felhasználó közvetlen irányítása nélkül, önállóan választja ki a célhoz vezető legmegfelelőbb utat.

Az alkalmazkodási képesség abban jut kifejezésre, hogy kezelni tudják azokat az eseteket, amikor környezetük előre nem várható módon változik.

A bonyolult feladatokban rendszerint több ágensre is szükség van, melyeknek kommunikálniuk kell egymással a feladat rájuk eső részének a megoldásához.

Bizonyos ágensek mobilak, ami azt jelenti, hogy a kliens számítógépről áttöltődnek a célszámítógépre, ott megoldják a feladatot és az eredményt visszaküldik a kliensnek.

Az általános információ technológiában négy fő alkalmazási területen használják az ágenseket Shahriari et al. (2002), ezek:

1. **az intelligens felhasználói interfészek**, melyek támogatják a felhasználókat az egyszerűbb és hatékonyabb komputer-használatban (például a „varázslók”);
2. **az osztott ágens technológia**, mely a bonyolult feladatokat feldarabolja és a hálózat különböző részein található ágensekkel oldja meg, melyek a megoldás folyamatában, kommunikációs képességeiket kihasználva, dinamikus kapcsolatban állnak egymással;
3. **a mobil ágensek**, melyek a hálózaton vándorolva megkeresik azt a számítógépet, mely a kívánt szolgáltatásokkal rendelkezik, elvégzik az összes operációt a távoli gépen, majd hazatérnek a bázis számítógépre.

Az új GIS fejlesztések különböző térinformatikai célokra használják az ágenseket.

A GIS szoftver bonyolultsága miatt reális igény merül fel ágens alapú intelligens interfészek használatára a szoftver vezérlés folyamatában. Különösen igaz ez a SOLAP alkalmazásokra, melyek lényegéből fakad az egyszerű kezelhetőség, a maximális felhasználóbarátság.

Az ágens technológia másik ígéretes területe az osztott térbeli erőforrások fűzőjének támogatása. Az osztott térbeli adatok rendszerint különböző globális és lokális referencia rendszerre vonatkoznak, különböző formátumúak és az általuk lefedett terület is különbözhet. Az adatok elemzéshez történő alkalmassá tételére Sengupta et al. (2001) olyan rendszert javasolnak, melyben az intelligens ágensek támogatják a felhasználókat a szükséges adatok és transzformációs eszközök megtalálásában és az adatintegráció végrehajtásában.

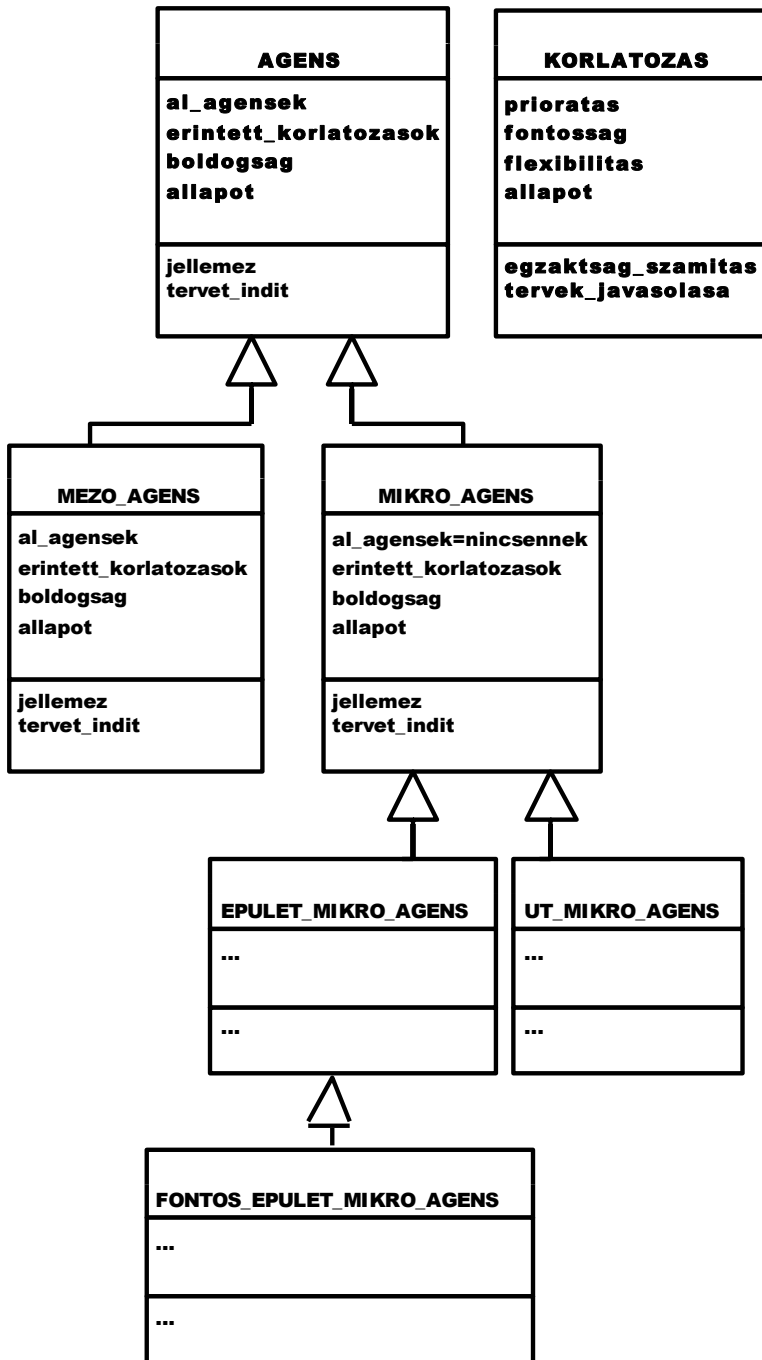
Témánk szempontjából az intelligens szoftver ágensek legérdekesebb alkalmazása a térkép generalizálás. Az ágens alapú generalizálás legátfogóbb projektje az AGENT (<http://agent.ign.fr>) kutatási program volt, melyet, mint az Esprit program részét, az Európai Bizottság finanszírozott az 1997 – 2000 években Barrault et al (2001).

A 7. ábra az ágens keretrendszer osztálydiagramját mutatja be (mivel a Perceptory-val készült magyar ékezetes betűket nem fogad el). A keretrendszer két alap osztálya az **ÁGENS** és a **KORLÁTOZÁS**.

A korlátozások az absztrakt osztály realizációi konkrét nevekkal, a prioritás, fontosság, flexibilitás, cél-érték, stb. attribútumok konkrét értékeivel és az aktuális érték számítására, az egzaktság meghatározására és az új terv javasolására szolgáló konkrét módszerekkel.

Minden korlátozás az ágens valamelyik tulajdonságára vonatkozik (pld. az olvashatósági szabályra), melyet figyelembe kell venni az optimalizálási folyamatban.

A generalizálási folyamat alatt a korlátozások számolják az egzaktsági értéket (az aktuális érték és a célérték eltérését) a kérdéses tulajdonság vonatkozásában és olyan terveket javasolnak, melyek csökkentik a különbséget. Az ágens figyelembe véve az egyes korlátozások prioritását, fontosságát, flexibilitását, egzaktságát rangsorolja az általuk javasolt terveket.



7. ábra. Az AGENT projekt blokk vázlatja.

Az ágens az egyes korlátozások fontosságukkal súlyozott egzaktságainak összegzésével meghatározza a saját megelégedettségét ('boldogságát'). Ha az ágens 'boldogsága' egy megadott küszöbérték alatt van, akkor beindítja az első javasolt tervet a rangsorolt javaslatokból. Ha ez nem javítja a helyzetet, úgy az ágens visszatér a terv indítása előtti állapotba és beindítja a sorrendben második javaslatot. Ez a folyamat mindaddig folytatódik, míg az ágens 'boldogsága' nem növekszik, illetve míg minden javaslaton végig nem fut. Az első esetben új egzaktságok, 'boldogságok', javaslatok kerülnek számításra mindaddig, amíg az ágens el nem éri a célt. A második esetben, ha a 'boldogság' tovább nem javítható, az ágens visszatér arra a korábbi állapotra, mely a legnagyobb 'boldogságot' biztosította. A visszatérésre azért van lehetősége, mivel az ágens tárolja minden korábbi állapotát.

A hierarchikus több ágenses rendszernek három szintje van:

- A *makro szintnek* egy makro ágense van, melynek az a feladata, hogy a felhasználó elképzeléseinek megfelelően létrehozza a felső szintű mezo ágensek korlátozásait azok beindítása előtt;
- A *mezo szint* főfeladata, hogy kezelje a tematikus objektum csoportok közötti generalizálást. Minden objektum csoporthoz (pld. a régió úthálózata, városi körzetek, vízrajzi hálózat, stb.) tartozik egy mezo ágens. A túlbonyolítás elkerülése érdekében a mezo ágensek, szükség esetén, képesek az osztódásra. Erre akkor kerülhet sor, ha a generalizálási konfliktusokhoz vezető helyzet egy régió belül is nagyon különböző, például, ha a régió úthálózata részben síkságon, részben hegyvidéken helyezkedik el.
- A *mikro szinten* minden objektum típushoz külön mikro ágens van hozzárendelve, mely a többi objektumtól függetlenül végzi a generalizálást.

Az AGENT projektet 2000 decemberében fejezték be, ezt követően a prototípust kereskedelmi szoftverre alakította át a kutatási konzorciumban részt vevő Laser-Scan Ltd cég. A francia és dán állami térképészet a szoftvert a termelésbe is bevezette.

Maga a prototípus bővíthető, új algoritmusokkal egészíthető ki, ezen kívül az ágensek közötti kommunikáció vonatkozásában további javításokra is szükség lehet, ahogy ez készítői állítják. Számomra úgy tűnik, hogy a korábbi konzorcium tagjai egymástól függetlenül igyekeznek a rendszert egyik vagy másik irányban fejleszteni.

M. Galanda és R. Weibel svájci kutatók a területekkel felosztott tér generalizálását kívánják megoldani az AGENT projekt több ágens alapú keretrendszerére támaszkodva Galanda et al. (2002).

A feladat tehát olyan térképek generalizálása, mely folyamatos, egymással kihagyások nélkül érintkező poligonokból áll (pld. földhasználati térképek, népsűrűségi térképek, stb.). Ezek a térképeken minden pont valamelyik poligonhoz tartozik, mely a kérdéses jellemvonást reprezentálja. Az ilyen adatoknak az a sajátossága, hogy valamely poligon megváltozása mindazoknak a poligonoknak a megváltozását is eredményezi, melyeknek az eredetileg megváltozott poligonon közös határuk van.

A poligon generalizálásra szolgáló több ágenses keretrendszernek négy szintje van.

A legfelső szinten helyezkedik el a térkép ágens. Minden térképnek csak egy **térkép ágense** van, mely azokhoz a korlátozásokhoz kapcsolódik, melyek az egész térképet érintik. Feladata a térkép szintű műveletek vezérlése (pld. újraosztályozás), vala-

mint a hierarchiában alatta helyet foglaló csoport ágensek konkretizálása (az absztrakt osztályból konkrét ágensek létrehozása).

A **csoport ágensek** poligon csoportokhoz vannak rendelve. E csoportok geometriai minták (pld. sűrűsödések, vonalba rendeződések), tartalmi azonosság vagy hasonlóság, topológiai particionálás, illetve földrajzi régiók alapján alakíthatók ki. A csoport ágens a kontextuális generalizálásért felelős: a poligonok közötti konfliktusokat próbálja feloldani a generalizálás során. A csoport ágens több specializáltabb csoport ágenssé képes felosztódni, ha a körülmények megkövetelik.

A **poligon ágens** a poligont generalizálja, függetlenül a többi objektumtól. Mivel azonban egy poligon megváltozása a szomszédaiban is változásokat okoz, e változásokat figyelembe kell venni.

A poligonok határoló vonalait a **vonali ágensek** generalizálják. Mivel egy határvonal mindig két poligonhoz tartozik, egy vonali ágens mindig két poligon ágens vezérel. A vonali ágens is képes az osztódásra, ami lehetővé teszi, hogy homogén vonali szakaszokkal foglalkozzon.

A generalizálást egy előfeldolgozási szakasz előzi meg, melyben a térképi helyzet, illetve a felhasználói igények alapján meghatározásra kerül az összes korlátozás. Ezt követően a térkép ágens aktiválódik és a generalizálási folyamat az AGENT projekttel kapcsolatban már megismert módhoz hasonlóan megy végbe.

A poligon generalizáláshoz használt operátorok és azoknak az ágenseknek a szintje, melyekhez kapcsolódnak a következők:

- Újra osztályozás – térkép szint;
- Aggregáció (azonos vagy hasonló tulajdonságú poligonok egybe olvasztása) – csoport szint;
- Tipizálás (a poligon csoport bonyolultságának csökkentése egyes poligonok törlésével, áthelyezésével, egybe olvasztásával, nagyításával) – csoport szint;
- Áthelyezés (a poligon elmozdítása torzítás nélkül) – poligon vagy csoport szint;
- Összenyomás (a poligonból vonalat vagy pontot csinál) – poligon szint;
- Eliminálás (objektum törlése) – poligon szint;
- Nagyítás (a poligon globális nagyítása vagy kicsinyítése) – poligon szint;
- Torzító nagyítás (a poligon lokális nagyítása vagy kicsinyítése) – poligon vagy csoport szint;
- Egyszerűsítés (töréspontok eltávolítása) – vonal szint;
- Simítás – vonal szint.

Amikor az ágensek életciklusa befejeződik, a felhasználó részletes jelentést kap a generalizálás eredményeiről, és szükség esetén futtathat egy interaktív generalizálási munka fázist.

Mind a hivatkozott tanulmányok, mind egyéb információ források (főként szóbeli viták a konferenciákon) arról tanúskodnak, hogy a kutatók megközelítik a „röptében” generalizálás megoldását és ígéretes eredményeket érnek el bizonyos speciális területeken de az átfogó, általános eljárás kidolgozására még várunk kell három vagy négy évet.

Következtetések

Az utóbbi néhány évet mind az egyszerű emberek, mind a legkülönbözőbb szakmai alkalmazások oldaláról a térbeli információ iránti rohamosan növekvő igény jellemzi.

Az előzőek következtében, az új felhasználók jelentős része nem rendelkezik geomatikai képzettséggel és ezért egyszerű módszereket igényel a térbeli információ eléréséhez.

Az új térbeli alkalmazások az alábbi három csomópont körül koncentrálnak:

- Az igény szerinti térképezés az Interneten;
- A helyzet alapú szolgáltatásokhoz kapcsolódó navigációs térképek;
- Az integrált vállalati adatbázisok számtalan új térbeli alkalmazással.

A nem térbeli vállalati adatbázisok továbbfejlesztése eredményeképpen a kilencvenes évek elejétől megkezdődött az adatáruházak kialakítása, melyek olyan elő-feldolgozott, redundáns, nem normalizált adat együtteseket tartalmaztak, melyek alkalmasak az OLAP szoftver architektúra által támogatott gyors adat megjelenítésre és feldolgozásra. Az OLAP a többdimenziós adatbázis modellen alapul.

Közel tíz éves késés után megjelent a *térbeli adatáruházak* fogalma és alkalmazásuk OLAP jellegű rendszerekben. Napjainkban a SOLAP rendszerek kutatása talán az egyik legfontosabb feladata a geomatikai kutatás-fejlesztésnek.

A térbeli többdimenziós adatbázisoknak adatmodellekre és olyan vizuális eszközökre van szükségük, melyek segítik a modellezést. Bemutatásra került a MADS adatmodellen alapuló MurMur projekt és az UML térbeli-időbeli kiterjesztése a Perceptory nevű vizuális eszköz segítségével. Ez utóbbinak előnye, hogy az UML szabványos nyelv és a Perceptory támogatott, ingyenes szoftver.

Az igény szerinti térképezés, valamint a helyzet alapú szolgáltatások a megjelenítést folyamatos méretarány tartományban hivatottak biztosítani. Mivel lehetetlen az adatáruházban végtelen számú, előzetesen generalizált reprezentációt tárolni, az automatikus, „röptében” végzett generalizálás nem kerülhető el ezekben az esetekben.

Az intelligens szoftver ágensek döntő szerepet játszanak az új szoftver fejlesztésekben, különösen a hálózat orientált alkalmazásokban. E mellett azonban úgy tűnik, hogy a legígéretesebb kísérletek az automatizált generalizálás általános esetének a megoldására is ezzel a technológiával készültek.

Az Európai Unió által támogatott AGENT project megbízható, rugalmas keretet alkotott azokhoz a jövő fejlesztésekhez, melyekkel az automatizált generalizálás általános megoldása megvalósítható lesz.

Köszönetnyilvánítás

A publikáció alapját képező kutatás az OTKA T 030643 és T 031719 számú témák keretében anyagi támogatásban részesült.

Hivatkozások

- Devlin B** (1997): Data Warehouse from Architecture to Implementation. Addison Wesley Longman 432.
Han J, Stefanovic N, Koperski K (1998): Selective Materialization: An Efficient Method for Spatial Data Cube Construction. *Proceedings Pacific-Asia Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, Melbourne, Australia, 144-158.

- Bédard Y, Bernier E** (2002a): Supporting Multiple Representations with Spatial View Management and the Concept of "VUEL". Joint Workshop on Multi-Scale Representations of Spatial Data, ISPRS WG IV/3, ICA Com. on Map Generalization. Ottawa, CANADA, July 7th-8th. (<http://sirs.scg.ulaval.ca/YvanBedard/slideshow/publication/310/310.htm>).
- Sárközy F** (2001): A GIS adatmodell harmadik évtizede. Sopron, *Geomatikai Közlemények IV*, 21-42. (http://bme-geod.agt.bme.hu/public_h/adatmodell/adatmodell.htm).
- Bédard Y** (1999): Visual modelling of spatial databases: towards spatial PVL and UML. *Geomatica*, 53 2, 169-186.
- Parent C, Spaccapietra S, Zimanyi E** (1999): Spatio-Temporal Conceptual Models: Data Structures + Space + Time. *7th ACM Symposium on Advances in GIS*, Kansas City, Kansas, November 5-6.
- Spaccapietra S, Parent C, Sunye M, Yetongnon K, Dileva A** (1995): ERC+: an object + relationship paradigm for database applications, in *Readings in Object-Oriented Systems*, D. Rine (Ed.), IEEE Press,.
- Cecconi A, Weibel R** (2001): Map Generalization for On-demand Mapping. *GIM International*, 15(12) 12-15.
- Vangenot C, Parent C, Spaccapietra S** (2002): Modelling and Manipulating Multiple Representations of Spatial Data. *Proceedings CD of Joint International Symposium ISPRS Commission IV, SDH 2002, 95th Annual CIG Conference: 'Geospatial Theory, Processing and Applications'*, Ottawa, CANADA, July 8-12.
- Spaccapietra S, Parent C, Vangenot C** (2000): GIS Databases: From Multiscale to MultiRepresentation in *Abstraction, Reformulation, and Approximation*, B.Y.Choueiry and T.Walsh (Eds.), LNAI 1864, Springer, 200 (Proceedings 4th International Symposium, SARA-2000, Horseshoe Bay, Texas, USA, July 26-29.), also in *Proceedings of the International Workshop on Emerging Technologies for Geo-Based Applications*, May 22-25. Ascona, Switzerland, EPFL-DI-LBD Publisher.
- Bedard Y, Proulx MJ, Larrivee S, Bernier E** (2002b): Modeling Multiple Representations into Spatial Datawarehouses: A UML-based Approach. *Proceedings CD of Joint International Symposium ISPRS Commission IV, SDH 2002, 95th Annual CIG Conference: 'Geospatial Theory, Processing and Applications'*, Ottawa, CANADA, July 8-12.
- Russell SJ, Norvig P** (2000): MESTERSÉGES INTELLIGENCIA MODERN MEGKÖZELÍTÉSBE, Panem – Prentice-Hall.
- Franklin S, Graesser A** (1996): Is it an Agent, or just a Program?: A Taxonomy for Autonomous Agents. *Proceedings of the Third International Workshop on Agent Theories, Architectures, and Languages*, Springer-Verlag, (URL: <http://www.mscl.memphis.edu/~franklin/AgentProg.html>).
- Shahriari N, Tao C** (2002): GIS Applications Using Agent Technology. *Proceedings CD of Joint International Symposium ISPRS Commission IV, SDH, 95th Annual CIG Conference: 'Geospatial Theory, Processing and Applications'*, Ottawa, CANADA, July 8-12.
- Sengupta R, Benett D** (2001): Making Rich Depositories of Geographic Data Usable with Intelligent Systems Technologies. Chapter 5 in the book: Miller H., Han J. (eds.): *Geographic Data Mining and Knowledge Discovery*. Taylor and Francis. (December).
- Barrault M, Regnaud N, Duchene C, Haire K, Baeijs C, Demazeau Y, Hardy P, Mackness W, Ruas A, Weibel R** (2001): Integrating Multi-Agent, Object-Oriented, and Algorithmic Techniques for Improved Automated Map Generalization. *Proceedings of the 20th International Cartographic Conference*, Beijing China, August 6 to 10. 3, 2110-2116.
- Galanda M, Weibel R** (2002): An Agent-Based Framework for Polygonal Subdivision Generalization. *Proceedings CD of Joint International Symposium ISPRS Commission IV, SDH 2002, 95th Annual CIG Conference: 'Geospatial Theory, Processing and Applications'*, Ottawa, CANADA, July 8-12.

TÉRINFORMATIKAI ESZKÖZÖK ALKALMAZÁSA DEBRECEN VÁROS FÖLDRENGÉSKOCKÁZATÁNAK MEGHATÁROZÁSÁBAN

*Gribovszki Katalin**



GIS tools applications to determine the seismic hazard in the city of Debrecen - The Érmellék seismoactive region and its surroundings were investigated in detail. The aims of this investigation were to reveal the recent tectonic movements in the study area and to determine the design ground acceleration values at different parts of the city of Debrecen along two profiles. For both of these aims GIS tools and possibilities were used to collect, present and analyse our spatial data and to create profiles from the different surfaces of geological ages quickly and efficiently.

Részletes kutatást végeztünk az érmelléki szeizmogén zónát és annak tágabb környezetét magában foglaló mintaterületünkön a terület jelenkori mozgásainak feltárása, valamint aktív vetők (Mobil zóna) létezésének alátámasztása céljából. További célja volt még kutatásunknak a különböző maximális talajgyorsulás-értékek kiszámítása determinisztikus földrengés kockázati számítás felhasználásával Debrecen városán keresztülmenő szelvények mentén. Mindkét esetben a térinformatika eszközeit hívtuk segítségül az egyes munkarészekhez kapcsolódó műveletek elvégzésének megkönnyítésére, illetve az összegyűjtött térbeli információk megjelenítésére, tárolására és elemzésére.

Kulcsszavak: felületmodellezés, térinformatika (GIS)

Bevezetés

Jelen cikk az Érmellék kistájhoz és annak tágabb környezetéhez (Nyírség és a Hajdúság egy része) kapcsolódó részletes szeizmológiai kutatáshoz felépített térinformatikai rendszer bemutatását tűzi ki célul, különös tekintettel annak felületmodellező elemeire.

A terület kutatását az indokolta, hogy a XIX. sz. elején két epicentrumban közepes erejű, de a magyarországi viszonyokhoz mérten igen jelentős károkat okozó rengés keletkezett Érmellék területén (1829, 1834, $M=6$), amelyek hatására Debrecenben, sőt Egerben is keletkeztek épületkárok. Korábbi kutatásaink megmutatták, hogy ezek a rengések a ma Romániában található Gálospetri árokhoz köthetőek (Szeidovitz et al., 2002).

A kutatott terület (határait Gribovszki, 2002 vagy Gribovszki et al., 2002 munkákban olvashatjuk) jelenkorban aktív területeinek kutatásánál két célt tűztünk ki:

1. Bizonyítani akartuk a Mobil-zóna létezését, amely alapvetően meghatározza Debrecen város földrengéskockázatát;
2. Alá kívántuk támasztani a Hoportyó kiemelkedése alatt található Nyírség blokk hipotézisét, mely szerint a Nyírség blokk a pleisztocén folyamán gyorsan kiemelkedést kellett, hogy mutasson a környező területekhez viszonyítva.

(Az első pont egyben magában foglalja azt is, hogy pontosan tisztáznunk kellett a Gálospetri árok geológiai, geofizikai stb. tulajdonságait, ahhoz hogy az esetleges folytatását a magyarországi területrészen azonosíthassuk.)

Kutatásunkhoz összegyűjtöttük a téma szempontjából lényegesnek tekinthető térképeket (geofizika, geológia, geodézia témában), fűrési adatot, szeizmikus szelvényt. A térképeket ArcView 3.2 segítségével egységes térinformatikai rendszerbe szerveztük. Az így felépített térinformatikai rendszer lehetőségeit felhasználtuk a determinisztikus földrengéskockázat-elemzés során, amelyet a Debrecen városában elhelyezkedő két metszetre vonatkozóan, különböző epicentrumokat feltételezve végeztünk el.

A munka során térinformatikai módszereket használtunk a számítások bemeneti paramétereinek meghatározásához:

- az aktív vető és az ahhoz kapcsolódó földrengéshézagok kijelölésekor;
- a hullámterjedés közegének, azaz az alapkőzet-modell paramétereinek meghatározásakor;
- és azt fogunk használni a jövőben, a tervezett részletes földrengés-kockázati zónatérkép elkészítése során is.

A térinformatikai rendszer

A térinformatikai rendszer létrehozásának indokai

A térinformatika segítségünkre lehet a vizsgált területen korábban kipattant rengések okainak tisztázásában, és így támpontot nyújthat számunkra egy, a jövőben esetleg bekövetkező rengés helyének körvonalazásában is. A földrengések keletkezési helyének térinformatikai rendszerrel történő meghatározására hazánkban korábban még nem történtek próbálkozások.

Korábbi kutatások bizonyítják a Pannon-medencének a világ egyéb területeihez viszonyítva speciális földrengés előrejelzési adottságait. Ismert tény, hogy a világ más tájain napjainkra a földrengés-kockázat megbecslésére kidolgozott eljárások hazai viszonyok közötti alkalmazása bizonyos esetekben helytelen eredményt szolgáltat (Szeidovitz et al., 2001). (Ezen módszerek döntő hányadát az aktívabb területek tanulmányozása során fejlesztették ki.) Ezért hazánkban egyre nagyobb igény merül fel a több szakterület ismereteire kiterjedő, komplex földrengéskutatásra. Így például a nehézségek áthidalásához a Magyarországon keletkezett nagyobb rengések környezetét tanulmányozva a potenciális fészkek felderítésére szeizmológus és geológus kutatók munkahipotézist állítottak fel, melynek segítségével elkészítették (Jámbor, Szeidovitz, 1995) Magyarország kvarter kinematikai térképét 1:500 000 méretarányban.

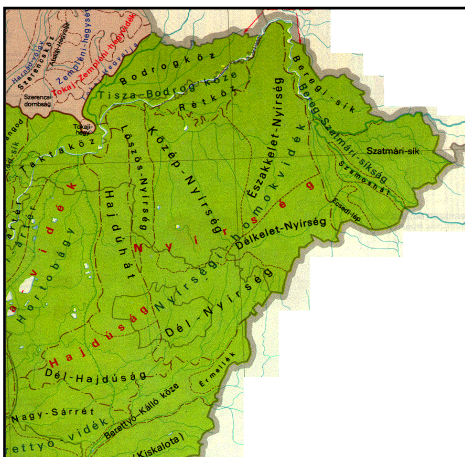
A kinematikai térképet a földrengésadatokkal egybevetve megállapították, hogy a rengések nagyrésze a kinematikai térképen megjelölt szerkezetek környezetében keletkezett, de voltak olyan rengések is, amelyek keletkezési helyére a kinematikai térkép nem adott magyarázatot. Ennek okait kutatva arra a következtetésre jutottak, hogy a potenciális földrengéshézagok feltárása az eredeti elgondolásnál bonyolultabb problémához vezet, ezért a hagyományos elemzés már nem kecsegtet eredménnyel. A megnőtt adathalmaz kezeléséhez mindenképpen számítógépes feldolgozásra van szükség, amint ezt egy korábbi cikkünkben szintén részletesen megindokoltuk (Gribovszki, Szeidovitz, 2000). A most bemutatandó, komplex adatokat magában foglaló térinformatikai rendszer ezt az elképzelést célozza, de nem az ország teljes területére, hanem csak az Érmelléknyírségi mintaterületre vonatkozóan. A kutatás célja elsősorban olyan ismeretanyag

gyűjtése, amely lehetővé teszi a potenciális földrengésfészkek felismerését, nevezetesen az érmelléki aktív terület magyarországi folytatásának felderítését.

A rendszer földrengéskutatáshoz kapcsolódó elméleti alapját következő két cikkből merítettük: Gribovszki és Szeidovitz (2000), Szeidovitz et al. (2002).

A térinformatikai rendszer célja, felépítése

A vizsgált terület (Érmellék és tágabb magyarországi környezete, a Nyírség és Hajdúság) elhelyezkedése, fontosabb jellemzői



1. ábra. Nagytájak és kistájak Érmellék környezetében hazánk területén.

Érmellék hazánk K-i határa mentén, a Rézhegység ÉNy-i előtere és az Alföld között található. Az érmellék kistáj a Berettyó-Kőrös-vidék nagytáj, Berettyó-vidék középtáj részét képezi (1. ábra). A kistáj jelentős hányada átnyúlik a mai Románia területére.

Vizsgálataink kiindulópontját az Érmelléken a XIX. sz. első felében kipattant két nagyobb rengés (1829-ben és 1834-ben) jelentette. A rengések súlyos épületkárokat okoztak Érendréd, Piskolt, Dengeleg és Gálospetri térségében. Az epicentrális terület ma ugyan Romániához tartozik, de a földrengések hatására Debrecenben, Egerben, Békéscsabán és Kassán is keletkeztek épületkárok (Réthly, 1952 és Szeidovitz, 2000). E rengések kipattanásá-

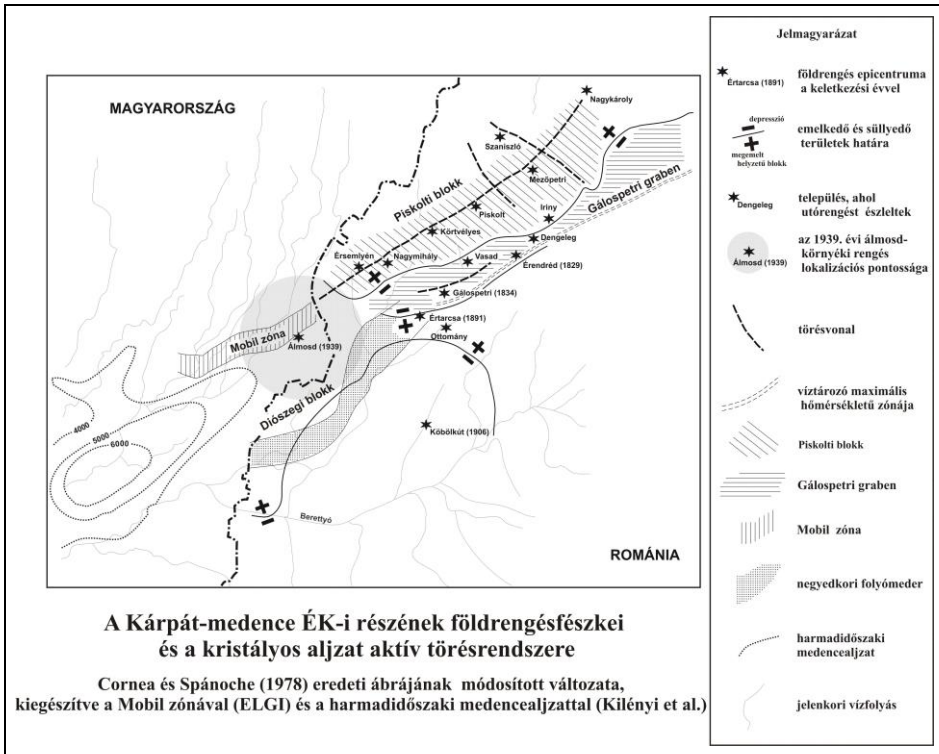
nak okát tektonikus eredetűnek tekinthetjük. Az elmúlt 150-200 év földrengései (amelekről viszonylag megbízható adataink vannak) azt mutatják, hogy ez a mély árok még a jelen korban is aktív. Hazánk Érmellékkal határos tágabb térségének földrengéskockázatát e fészkek gondos tanulmányozása nélkül nem képzelhetjük el.

Az érmelléki múlt századi rengések epicentrumához közel, az elmúlt 150 év során keletkezett több kisebb intenzitású rengés. Ezek közül a három legnagyobb, a következő volt:

- Kőbölkút epicentrum, 1906-ban, 5° MSK alatti;
- Álmosd, Bagamér, Hajdúsámson, Hosszúpályi, Kokad, Nagykereki, Nagyléta, Vámospércs és Vértes epicentrális területű, 1939-ben, 5,5° MCS;
- Újléta and Létavértes, 1940-ben, 5° MCS.

A most leírásra kerülő térinformatikai rendszer célja segítséget nyújtani annak felderítésében, hogy létezik-e a Gálospetri-ároknak folytatása a magyarországi területen, azaz a későbbiekben várhatóak-e a múlt századi rengésekhez hasonló méretűek és kipattanási mélységűek hazánkban is. (Mint ahogyan azt kimutattuk, a Gálospetri-ároknak keletkezett rengések a kéreg alján kipattanó, nagyobb intenzitású rengések voltak (Szeidovitz et al., 2002)). De elképzelhető az is, hogy az Érmelléki terület magyarországi részén eddig kipattant rengések nem tektonikai, hanem inkább medencén belüli jellegűek, és így más paraméterekkel rendelkeznek, és ezért a továbbiakban is csak ilyenekre kell számítanunk (2. ábra). Azaz, másképpen megfogalmazva, keressük az érmelléki terület magyarországi részén, és az attól nyugatra található területen kipattant földrengések okát.

A Gálospetri-árok nyugati folytatását legvilágosabban talán először az ELGI 1979-es kutatási jelentésében megjelenő 'Mobil zóna' néven szereplő vetőrendszer mutatja. Ezen jelentés szerint Monostorpályi-Bagamér vonalában 2-2,5 km széles mozgási övezet (több vetőből álló zóna) van, amely az idősebb, legalább harmadidőszaki rétegektől a pleisztocén rétegekig folytatódik.



2. ábra. A Gálospetri-árok és a Mobil zóna elhelyezkedése a földréngésfészkekkel.

A rendszer előállítás, felhasznált szoftverek, a rendszert tartalmazó rétegek

A térinformatikai rendszer az ArcView 3.2 szoftverben került megvalósításra, de a felület-modellizációs megoldásokat a program 3D Analyst modulja mellett az AutoCAD Land Development Desktop 3 és a Surfer 7.0 programokkal is elvégeztük, részben a különböző szoftverek kínálta lehetőségek kiaknázása és összehasonlítása céljából, részben pedig, mert a 3D Analyst megvásárlására csak később nyílt lehetőségünk.

A térinformatikai rendszer tartalmaz mind vektoros, mind raszteres elemeket:

- VEKTOROS:**
- pont (földréngés epicentrumok helye, mélyfúrások helye);
 - vonal (a különböző törésvonalak, Mobil zóna, Joó I. méréseinek eredményei, folyók, pleisztocén folyók, utak stb.);
 - poligon (süllyedék-területek, települések, erdők, tavak, kvarter kinematikai térkép területei, hőáram térkép);
- RASZTERES:**
- scannelt térképek Image Data-ként beolvasva (Bouguer-anomália térkép, Eötvös inga mérés térképe, kistájakat bemutató térkép);
 - felületmodellek a 3D vagy a Spatial Analyst modullal létrehozva.

Felsorolászerűen a térinformatikai rendszerben szereplő témák:

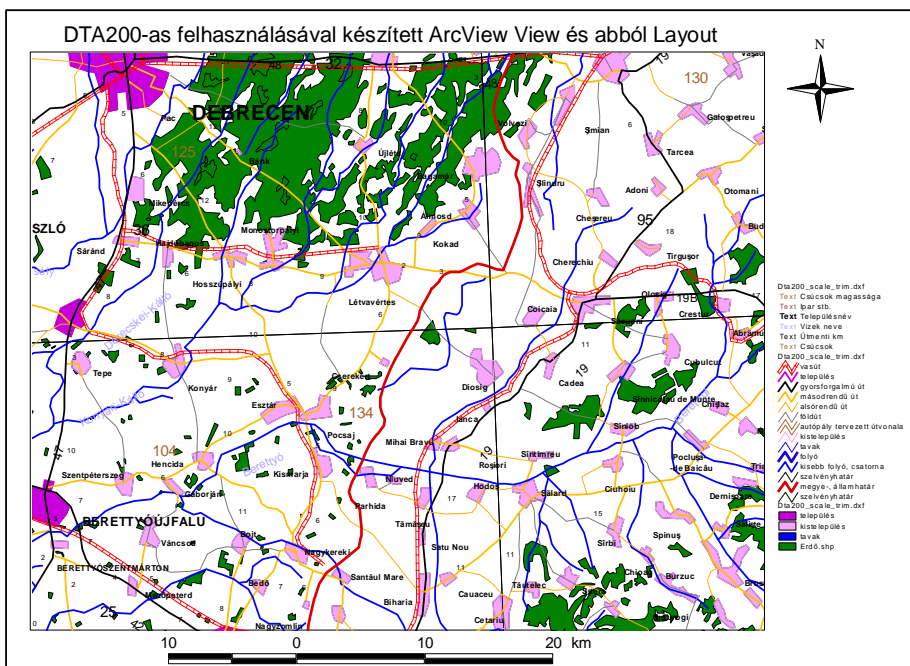
- Földrengés epicentrumok helye;
- Pleisztocén folyók;
- Eötvös inga mérések térképe;
- Pleisztocén törésvonalak, és egyéb más szerzőktől származó törésvonal-térképek;
- Joó I. geodéziai méréseinek eredményei;
- Kvarter kinematikai térkép;
- Domborzatmodellek: jelenlegi terepfelszín, pleisztocén medencealjzat, felső pannóniai-, alsó pannóniai-, harmadidőszaki medencealjzat, Mohorovičić-diszkontinuitás.
- Mobil zóna, Gálospetri-árok;
- Bouguer-anomália térkép;
- Tájakat ábrázoló térkép;
- DTA200 rétegeiből készített utak, vizek, települések, erdők stb. témája;
- Mélyfúrások helye;
- Hőáram térkép;

A bemutatásra kerülő GIS rendszer még korántsem teljes. A vizsgált terület jelenkori mozgásaira utaló nyomok bizonyításához további térképek rendszerbe illesztése lehetséges és szükséges.

A térinformatikai rendszer elkészítésének részletes leírása

DTA200 mintaterületi részének beillesztése a térinformatikai rendszerbe

A DTA200 (a Honvédelmi Minisztérium Térképészeti Közhasznú Társaságától vásárolt 1:200 000 méretarányú topográfiai térkép alapján készített digitális, dgn vagy dxf formátumú adatállomány hazánk területére) mintaterületre vonatkozó részének kivágása és térinformatikai rendszerbe illesztése volt a megoldandó feladat.



3. ábra DTA200-as beillesztése a térinformatikai rendszerbe.

A DTA200 által tartalmazott rétegekre (utak, vizek, felszínborítás, városok helye stb.) a mintaterületen történő alapvető tájékozódás céljából van szükség. Az 1:200 000 méretarányú térképek használatából adódó hiányosság jelen munkánk szempontjából, hogy a vízfolyások közül az adatállomány csak a nagy-, és a középvizeket tartalmazza, míg a kisvizeket nem. Ezt a hiányosságot papírtérképről digitalizáló tábla felhasználásával történő digitalizálás útján küszöböltük ki.

A mintaterületnél bővebb határ mentén a *Map/Tools/Boundary Trim* művelettel az AutoCAD Map 2000 programban levágtuk a szükséges részt a DTA200-as állományból. A dgn fájl AutoCAD-beli behívása után a főliák színeit bármilyen, de látható színre kellett állítani. AutoCAD-ből a módosított DTA200-at 14-es dxf formátumba mentettük. Ezt a formátumot az ArcView 3.2 be tudja olvasni, ha a *File* menü *Extensions* almenüjében a Cad Reader extension-t bekapcsoljuk. Beolvasáskor választhatjuk a teljes rajzon belül a csak vonal, csak poligon stb. elemeket, és ezzel a módszerrel a vonalakon kívül területeket, feliratokat is átvehetünk a dxf fájlból az ArcView-ba.

A dxf fájlt három különböző témaként (annotation, amely a szövegfeliratokat tartalmazza, vonal és poligon) hívtuk be az ArcView programba. Ahhoz, hogy a különböző témák eltérő tematikájú vonalai, poligonjai, szövegei megfelelő módon elkülönüljenek egymástól, a Legend Editor (*Theme/Edit Legend*) segítségével beállítottuk a térképen látható vonalak, poligonok stb. vonalvastagságát, színét és vonaltípusát (3. ábra).

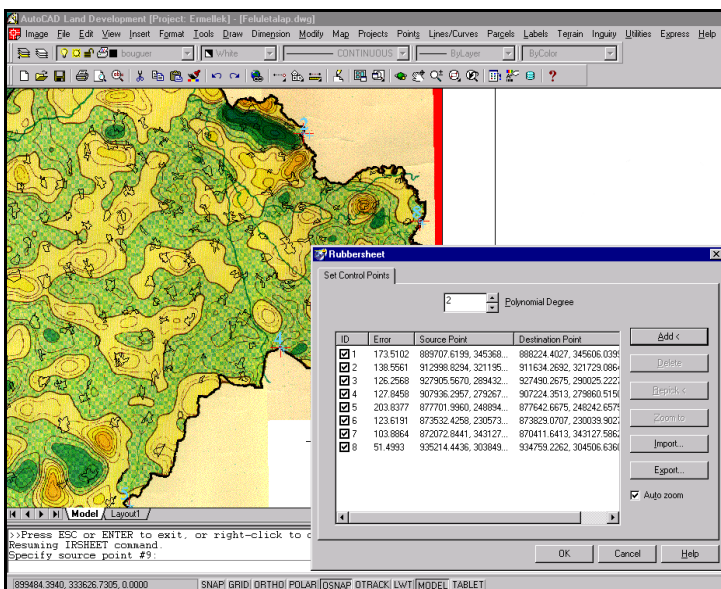
Bouguer-anomália térkép

A Bouguer-anomália térkép használatakor felmerülő igények, amelyek indokolják a térkép beillesztését a földrengések kipattanási okainak kutatására létrehozott térinformatikai rendszer esetén, amellett, hogy a nevezett térkép további, érdemleges információt szolgáltat a földrengések kipattanási helyeire vonatkozóan:

- 1, legyen lehetőség a térképen ábrázolt izovonalak helyeinek pontos beazonosítására, hiszen az eredeti analóg térképen elhelyezett néhány város helyének ábrázolása a térképen ezt nem minden esetben teszi lehetővé;
- 2, legyen lehetőség a térkép gyors és pontos összehasonlítására más tematikájú térképekkel, amelyek szintén a vizsgált mintaterületre vonatkoznak.

A térinformatikai rendszerbe a Bouguer-anomália térkép (Szabó és Sárhidai, 1987) raszterizált és tájékozott változata került be. A munkafolyamat első lépése a papírtérkép digitális térképpé alakítása volt. A képkalkotást HP Scan Jet II cx típusú A4-es formátumú síkágyas reflexív színes scanner esetén a Sharp Millions of Colors (600*600) előre definiált típusú technikával végeztük el. A következő lépés a scannelt kép beolvasása a CAD Overlay programba. A CAD Overlay program az AutoCAD 2000 alatt működő programcsomag, amelynek installálásakor egy új legördülő menü — IMAGE névvel — jelenik meg az AutoCAD menüsorában. A CAD Overlay segítségével tudjuk tájékozni raszterképünket oly módon, hogy a tájékozott kép a tájékozás paramétereit megőrizve egy másik programban is koordinátahelyesen fog megjelenni, és ezzel az eljárással a scanneléskor létrejött ferdeségi hibák is kiküszöbölhetőek.

Négyféle geometriai transzformációs lehetőség van a CAD Overlay programban a raszterképek beillesztés utáni tájékozására: Match, Displace, Scale, Rubbersheet. Ezek közül mi a munkánk során az azonosító-pontok megadásával dolgozó Rubbersheet eljárást alkalmaztuk (4. ábra). A tájékozott kép ezután a külön fájlban tárolt transzformációs paraméterekkel elmenthető a rajztól függetlenül, és már a helyes transzformációval illeszthető be bármely más AutoCAD rajzba, vagy más térinformatikai programba így az ArcView-ba is.



4. ábra Rubbersheet művelet alkalmazása CAD Overlay környezetben.

Az ArcView-ba beolvasott (*View/Add Theme*, Image Data Source fájl típusok közül kell választani a beolvasáskor) helyes koordinátájú raszterképet a vektoros állományok alá kell behelyezni, hogy azokkal együtt legyen látható. A raszterképhez tartozó fontos megjegyzéseinket (pl. térkép adatai) a *Theme/Properties* ablak *Comments* rovatában helyezhetjük el.

Eötvös inga mérések térkép

Előállítását a Bouguer-anomália térkép készítésével azonos módon végeztük (papírtérkép scannelése és tájékozása).

A földtani szerkezetek pontosabb megismerését a modern szeizmikus mérések tették ugyan lehetővé, de célszerűnek láttuk eredményeiket az 1941-1942-es ELGI-féle Eötvös-inga mérésekkel (Basso, 1942) kimutatott szerkezetekkel is összehasonlítani. Ezt azért is célszerű volt megtenni, mert az egész vizsgált területen egységes méréseket hajtottak végre, vagyis nem álltak meg a jelenlegi román-magyar határon (5. ábra).

A térképből levonható tanúságok: az ELGI graviméteres és Eötvös-inga mérései alapján a Gálospetri-árok nyugati része és a Mobil zóna között egy É-D-i irányú vető körvonalazódik, amelynek létezése egy esetleges cáfolatát jelentheti az árok és a Mobil zóna egyveretőségének.

A mintaterület tájait bemutató térkép

Előállítását szintén a Bouguer-anomália térkép készítésével azonos módon végeztük el (Pécsi et al., 1989) (1. ábra).

A törésvonalak

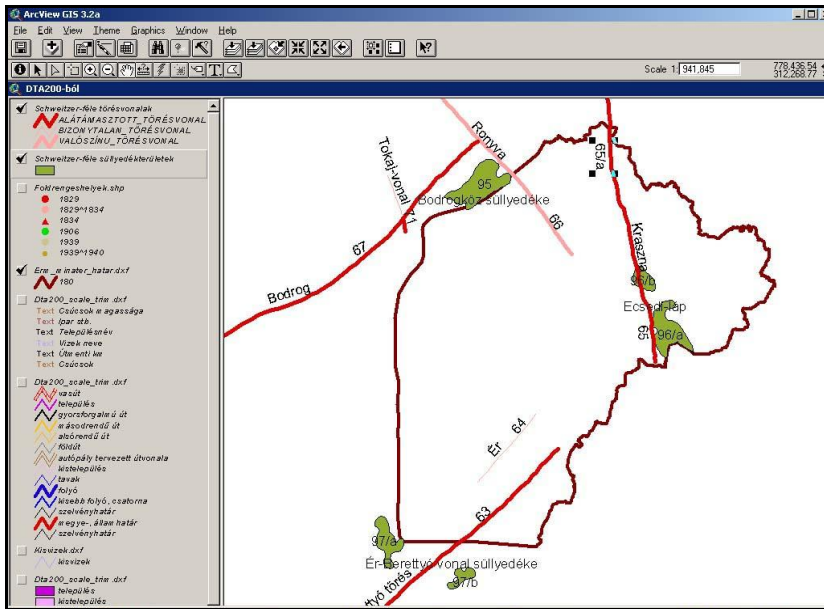
A törésvonalak ábrázolása térinformatikai rendszerünkben az egyik legfontosabb elemet képviseli, hiszen a felvetett és megoldandó problémák szempontjából (jelenleg is aktív

területek felkutatása) sarkalatos kérdésként szerepel a feltételezett vagy részben bizonyított vetők elhelyezkedése mintaterületünkön.

A törésvonalak különbözőek lehetnek attól függően, hogy mely földtörténeti korú képződményekben mutathatók ki. De különbözőek lehetnek attól függően is, hogy mely kutatócsoport által készített térképen szerepelnek, hiszen az egyes vetők létezésében (a probléma komplex voltából, és az ország különböző területeinek nem azonos mértékű megkutatottságából következően) sajnos nagyon megoszlanak hazánkban a vélemények. Így például hazánk pleisztocénben aktív törésvonalainak 1:500 000 méretarányú térképét két egymástól független kutatócsoport is elkészítette (Jámbor et al., 1993 és Schweitzer et al., 1993). Az előző két kutatócsoport ábrázolásával nem azonos elhelyezkedésű vetőket mutatnak be az alsó-, és felső-pannóniai képződmények térképén (Csiky et al., 1987 és Csiky et al., 1987a), illetve Rónai, Sümeghy, Pogácsás, Scheffer, Hajdú, Horváth, Rumpler hasonló témájú munkáiban is (Rónai, 1977), (Sümeghy, 1943), (Pogácsás et al., 1989), (Scheffer et al., 1957), (Hajdú et al. 1982), (Horváth et al., 1999), (Rumpler és Szabó, 1985).

a) A különböző szerzők törésvonalainak kapcsolódása a Gálosperti-árokhoz

Részletes leírást ezzel kapcsolatban a Szeidovitz et al. (2002) cikkben közöltünk. Itt csak annyit jegyezni meg, hogy a rendelkezésre álló források sokfélesége miatt a különböző szerzők munkáinak egységes rendszerbe illesztése a térképi anyagok összehasonlítását nagyban megkönnyítette.



5. ábra Törésvonalak és süllyedék területek (Schweitzer, 1993) térképe ArcView környezetben.

b) A törésvonalak témájának elkészítése

A törésvonalak dxf állományát a következő módon hoztuk létre. Numonics A0-ás digitizáló táblát használtunk az AutoCAD programban történő pontbevitelre. A dxf-ként beolvasott majd shp fájlra konvertált vonalas (törésvonalak) poligonos (süllyedék-terü-

letek) témák attributum-táblázatait az Attributes of 'aktuális Theme' ablak *Table/Start Editing* parancsával szerkesztettük. Új oszlopokat adtunk a táblázathoz az *Edit/Add Field* parancs használatával. Az új oszlopok a törésvonalak számát és nevét tartalmazzák, amelyeket a View ablak *Theme/Auto Legend* parancsa segítségével ki is írathatjuk a térképre az adott rajzi objektumok mellé (5. ábra).

A Mobil zóna

A Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet (ELGI) részletes kutatásai (Albu et al., 1975, 1976 és 1977) során meghatározott Mobil-zóna határokat tüntettük fel ebben a vonalas témában.

A földrengés-epicentrumok és a mélyfúrások témáinak előállítás

ArcView-ban pont típusú témát hoztunk létre, shp formátumú fájlt készítettünk. A földrengés-epicentrumokat az egyes települések helyeihez rajzoltuk, hiszen a rengések kipatanásakor még nem léteztek földrengésjelző állomások, ezért az epicentrumhelyek pontosabb meghatározására nem volt mód. A mélyfúrások helyeit katonai sztereografikus koordináták alapján ismertük, ezeket átszámítottuk EOVB-ba, majd ezeket az EOVB koordinátákat ábrázoltuk AutoCAD fájlban, utána pedig ArcView-ban.

Borsy-féle folyómeder-változások a pleisztocén folyamán

A térinformatikai rendszerbe vonalas témaként bekerültek a jelenlegi folyómedreken kívül a pleisztocén folyómedrek is. A téma elkészítése a törésvonalak témájával azonos módon történt.

Borsy munkájának felhasználása a kutatásban az ősföldrajzi kép tanulmányozását jelenti. Tudjuk Borsy (1953, 1961) és Benedek (1960) tanulmányából, hogy a közelmúltban is mozgások történtek a vizsgált területen. Ennek bizonyítékeként elég Érmellék tágabb környezetében a pleisztocén folyamán bekövetkezett folyómeder változásokra utalni. Részletesen erről is a már hivatkozott Szeidovitz et al. (2002) cikkben olvashatunk. Az ott leírtakból világosan látszik, hogy a pleisztocén folyamán mozgások voltak a vizsgált területen, és ez különösen igaz a Mobil zóna környékére. A Mobil zónától északra elterülő rész (Hoportyó blokk) a folyómeder változásokból következően emelkedést kellett hogy mutasson az elmúlt kb. 2,4 millió év során.

Bizonyos támpontot adnak a fiatalabb mozgásokra a pannon és pleisztocén mélység és rétegvastagság térképek is, amelyeket „A geológiai korok szintfelületei és metszeteik” című fejezetben mutatunk be.

Joó (1989) geodéziai méréseinek eredmény izovonalai

A jelenlegi mozgások vizsgálata geodéziai mérések segítségével megtörtént. Ennek eredményeképpen megjelent „Magyarország területének jelenlegi szintváltozási térképe” című munka Joó I. szerkesztésében (Joó, 1989). Ez a térkép Debrecen városa alatt erőteljes süllyedést mutat. A süllyedés magyarázatának esetleges okairól Bendefy (1968) tanulmányában olvashatunk. Saját véleményünk szerint a süllyedés antropogén hatás miatt következik be, azaz a nagyarányú vízkitermelés okozhatja, ezért nem tulajdonítunk tektonikus jellegű okot a mozgásnak (Szeidovitz et al., 2002).

Kvarter kinematikai térkép

Jámbor Á. és Szeidovitz Gy. (1995) kvarter kinematikai térképének törésvonalait és körülhatárolt területeit ábrázoltuk egy vonalas és egy poligonos témában.

Hóáram térkép

“Hóáram a Pannon-medence ÉK-i részén és az Erdélyi-medencében” c. térkép, mint poligonos téma került be a térinformatikai rendszerbe (Dövényi et al, 1983). A Gálosperti-árok magyarországi folytatása egybeesik egy magasabb hóáramú terület szélével.

A geológiai korok szintfelületei és metszeteik

Az Érmelléki mintaterület tágabb környezetének felületmodelljei

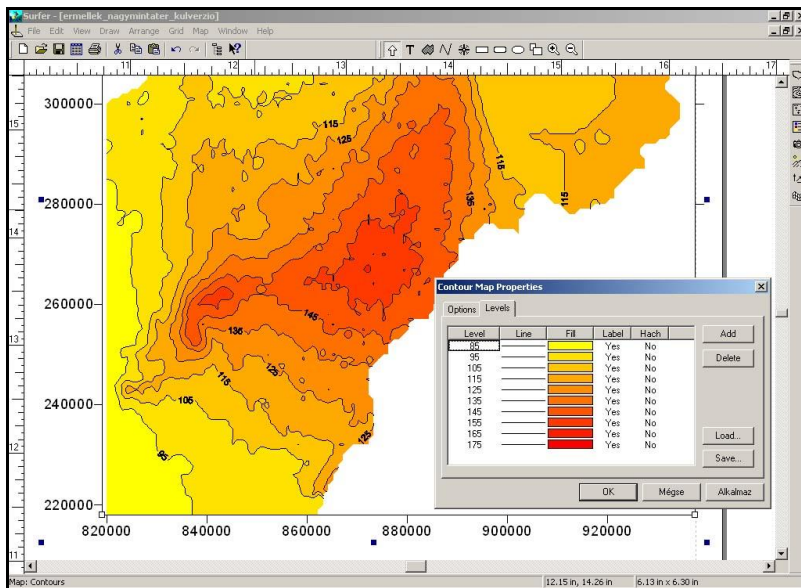
Az elkészítés célja

A földrengések kipattanási helyének meghatározásakor a különböző geológiai korokhoz tartozó szintfelületek ismerete tájékoztatást nyújthat számunkra a jelenkori mozgásokról (gondolunk itt különösen a pleisztocén medencealjazat és a jelenkori topográfia közötti különbségekre). Az elkészült felületmodellekből levezethető lejtőkategória-térképek pedig arról adhatnak tájékoztatást, hogy hol fordulnak elő a medenceperemeken az üledékek megcsúszására alkalmas lejtés-viszonyok. A felületmodellekből készített metszettek adtak módot arra, hogy a determinisztikus földrengés-kockázati számításokhoz az alapkőzet-modell fizikai paramétereit megbecsülhessük.

A felületmodellek elkészítése

a) A terepfelszín és a pleisztocén felület elkészítése DDM500-ból Surfer 7.0 programmal

DDM500 (MH Tóth Ágoston Térképészeti Intézetétől beszerezve) nevű, szisztematikusan tárolt magassági adatokat tartalmazó adatállományt használtuk fel a terepfelszín modelljének elkészítéséhez.



6. ábra A Surfer 7.0 szintvonallal ábrázolt felületmodellje.

A DDM500 állomány tulajdonságai miatt (mivel az lényegében csak magassági koordinátákat tartalmaz) az adatállományból először elő kellett állítani az adott hely vízszintes koordinátáit is, hiszen a Surfer 7.0 programba csak mindhárom koordinátával adottan, lehet a felületet meghatározó pontokat beolvasni. Ezt egy C program segítségével tettük meg, amibe beépítettük az EOVS koordinátarendszer eltolási paramétereit is, majd ezután az egész országra vonatkozó pontokból leválogattuk azokat, amelyek az Érmelléki mintaterület pontjai. Az így előállt adatállomány beolvasható volt már a Surfer programba (*Grid/Data* parancs), ahol a program által használandó rácsháló távolságközének, az adatállományunknak megfelelően 500 m-t adtuk meg. Az így létrehozott grd kiterjesztésű fájl adatállománya levágható egy bln fájl segítségével (*Grid/Blank* parancs), ami tartalmazza a mintaterületet határoló vonal töréspontjainak koordinátáit önmagába záródóan. A szintvonalas felületet a *Map/Contour Map* paranccsal hozzuk létre, kiválasztva a megfelelő grd fájlt és beállítva a szintvonal-megjelenítés paramétereit (szintvonalközök kitöltése és a kitöltés tulajdonságai, szintvonalköz mértéke, magasságok kiírása stb.). (6. ábra)

A Surfer program alkalmas (az AutoCAD Land Dev. programmal ellentétben) felületek különbségeinek létrehozására, mintegy újabb felületet kreálva a *Grid/Math*, rácscok közötti műveleteket végző paranccsal. A program ezen funkcióját a pleisztocén korú felszín létrehozásánál használtuk ki, amelyet a terepfelszín és a pleisztocén üledékvastagság térképek különbségeiből állítottunk elő.

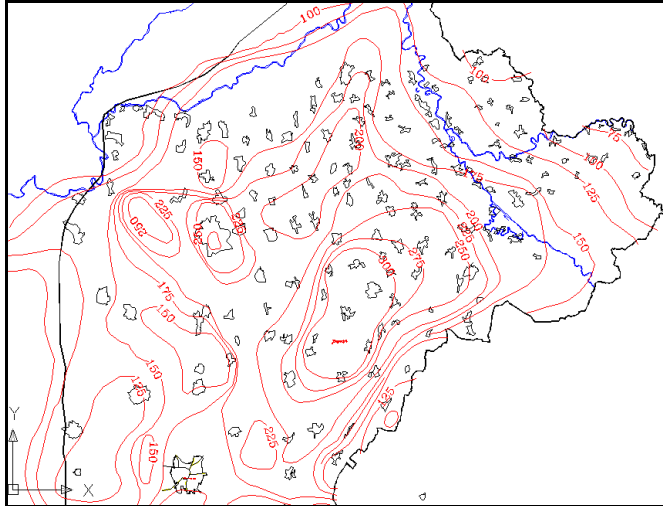
b) AutoCAD Land Development Desktop 3 programmal

Scanneltük és tájékoztuk a különböző geológiai térképekhez tartozó szintfelületeket ábrázoló tematikus térképeket. Sorrendben:

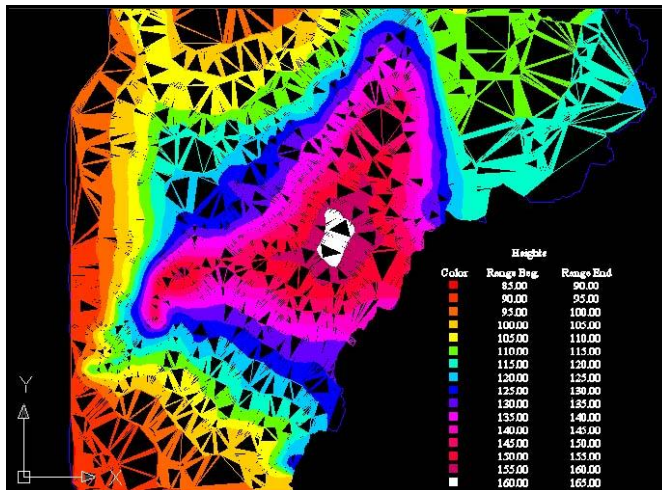
- Posgay et al. (1989): Mohorovičić-diszkontinuitás, M=1: 1 000 000, Budapest, EL-GI;
- Fülöp, J. és Dank, V. (1989): Magyarország földtani térképe a Kainozoikum elhagyásával, M=1:500 000, MÁFI, Budapest;
- Csiky, G., Erdélyi, Á., Jámber, Á., Kárpátiné Radó, D., Kőrössy, L. (1987): Magyarország Pannóniai (S.L.) Képződményei, A Peremartoni Főcsoport — =Alsópannóniai képződmények — Talpmélység Térképe, M=1:500 000, MÁFI, Budapest;
- Csiky, G., Erdélyi, Á., Jámber, Á., Kárpátiné Radó, D., Kőrössy, L. (1987): Magyarország Pannóniai (S.L.) Képződményei, A Dunántúli Főcsoport — =Felsőpannóniai képződmények — Talpmélység Térképe, M=1:500 000, MÁFI, Budapest;
- Franyó F. szerk. (1992): A negyedidőszaki képződmények vastagsága Magyarországon, MÁFI, M=1:500 000;
- Jámber, Á. (2000): A Nyírség déli része kvarter képződményeinek vastagsága, M=1:200 000, Budapest.

(Az utolsó két térkép összeillesztésével készült el a vizsgált terület teljes kiterjedésére vonatkozó negyedidőszaki üledékvastagság térkép végleges változata — 7. ábra —, mivel a Jámber-féle részletes térkép csak a vizsgált terület egy részét fedte le. Az összeillesztett térkép papírtérképen történt megrajzolása után a digitalizálása a fent felsorolt többi térképével azonos módon történt meg. A digitalizálás során polyline-ok töréspontjaiként adtuk meg a szintvonalak jellemző pontjait, és minden egyes polyline magasságát a szintvonalnak megfelelően állítottuk a *Polyline/Properties* parancs Elevation sorában. A pontkiolvasás 3 koordinátával adott pontok állományába a *Points/Create/Polyline Contour –Automatic* paranccsal történt. A pontokat egy Point Group-ba csoportosítva, könnyen menthettük txt formátumú állományba.)

A szintvonalakból szintfelületeket a Terrain menü parancsainak segítségével hozhatunk létre. Itt először a különböző felületeket definiáljuk a Terrain Model Explorer ablak *Manage/Create Surface* parancsával. A Terrain Model Explorer ablakban együtt tudjuk kezelni az összes, a rajzban található felületünket. A felület létrehozása után hozzá kell rendelnünk az adott felülethez az azt felépítő, meghatározó 3D polyline-okat, amelyeket korábban digitalizáltunk. Ezt úgy tesszük, hogy a Terrain Model Explorer ablakban az adott felület előtti + jel lenyitása után a Point Files sorban a már elkészített Point Group-ra hivatkozunk. (Természetesen sok egyéb más módon is fel lehet építeni felületet a Terrain menü parancsainak segítségével.)



7. ábra AutoCAD Land Development Desktop rajz a pleisztocén üledékvastagság digitalizálható szintvonalával, a Tiszával, a települések határvonalával és a mintaterület határvonalával.



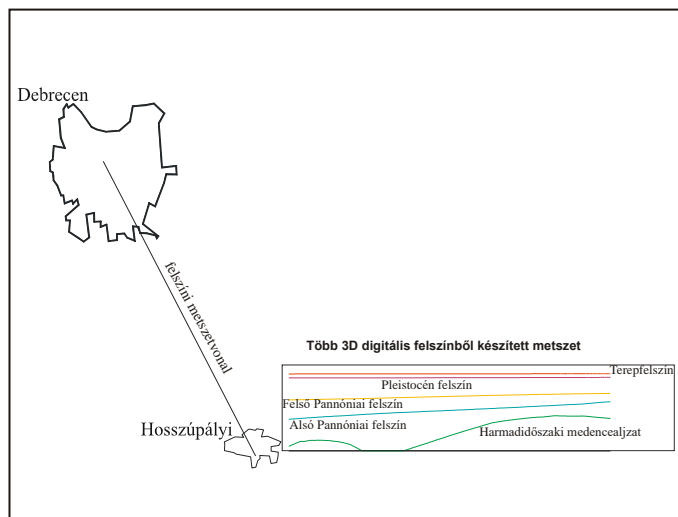
8. ábra A terepfelület AutoCAD Land Development Desktop által létrehozott felületmodellje (TIN modell).

(A 8. ábra az AutoCAD Land. Dev. Deskt.-ban létrehozott felület egy esetleges megjelenítését mutatja be. A kép jobb alsó részén a magassági színskála látható.)

A létrehozott felületek felhasználásával elkészíthetjük a metszetet, az összes fontos szintfelületből egyetlen parancs kiadásával. Ehhez ismét a Terrain menü parancsait kell használnunk. Először ki kell választanunk a létrehozott felületek közül azokat, amelyeket használni akarunk a metszet elkészítése során, ezt a *Terrain/Sections/Define Multiple Surfaces* parancs Multiple Surface Select ablakában tehetjük meg. A használandó felületek kiválasztása után a *Terrain/Sections/Define Section* parancssal hozzuk létre a metszetet, annak minden azonosítójával együtt. Itt meg kell adnunk a metszetkészítéshez használandó metszetszövetet is. Az elkészült metszet megjelenítéséhez azt be kell olvasnunk beillesztési pont megadása mellett a rajzunkba a *Terrain/Sections/Import Section* parancs felhasználásával (9. ábra).

c) ArcView 3.2, 3D Analyst extension programmal

Ezzel a szoftverrel az AutoCAD Land Development Desktop által bedigitalizált felületeket meghatározó szintvonalak pontállományából igen egyszerűen, gyorsan és látványosan jeleníthetjük meg a különböző geológiai korokhoz tartozó szintfelületeinket, és hozzuk létre metszeteket is belőlük.



9. ábra AutoCAD Land Development Desktop rajz két település közötti felszíni metszetszövetrel és a különböző földtörténeti korú felszínek metszetével.

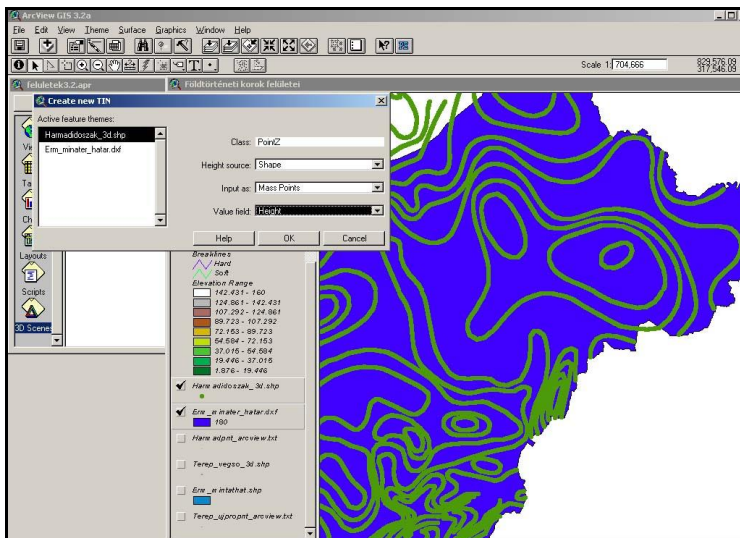
Az AutoCAD Land Development Desktop az egyes felületekhez tartozó pontállományt (ha a felületet csak Point File-ből építettük fel) Land Projects/Aktuális Project neve/Dtm/Felület neve/Felületnévpnt.txt elérési útvonalú fájlban tárolja.

Ezt a txt fájlt az ArcView-ba beolvashatjuk, de előtte szükséges, hogy például az Excel program segítségével nevet adjunk a fájlban szereplő oszlopoknak. Az Excel programban lehetőségünk van arra is, hogy megváltoztassuk az eredetileg txt fájlban lévő adatok formátumát számformátumúra, az újonnan beírt oszlopneveket pedig szöveges formátumúra. Az így átalakított fájlt Excelben txt formátumban mentjük el.

ArcView-ban beolvassuk táblázatként a txt fájlt (*.apr ablak, Tables, Add, txt formátumot választjuk, és kijelöljük a szükséges, felületi pontokat tartalmazó fájlt).

Ezután a View-ban, ahol meg akarjuk jeleníteni a beolvasott txt állomány pontjait a *View/Add Event Theme* parancsot választjuk. Az így létrehozott új View témát a *Theme/Convert to Shapefile* parancssal ArcView saját formátumú, shp kiterjesztésű fájljává konvertáljuk át.

Ezt követően kétféle módszer áll rendelkezésünkre, miután az Extensions-ban bekapcsoltuk a 3D Analyst Extension-t, a *Create TIN from Features* vagy az *Interpolate Grid*. Mindkettő a *Surface* menü parancsa. Csak a mintaterületre vonatkozólag úgy ábrázoltathatjuk és hozhatjuk létre a programmal a TIN modellt, hogy aktívvá tesszük a pontokat tartalmazó shp fált, és a korábban a mintaterület határvonalából létrehozott mintaterületet lefedő poligont, és választjuk a *Surface/Create TIN from Features* parancsot. A parancs aktiválásakor megjelenik a *Create new TIN* ablak, ahol meg kell adnunk, hogy milyen típusúak a kijelölt témáink, azaz milyen szerepet játszanak a felület létrehozásában. A mi esetünkben a pontokat tartalmazó shp fájl beállításai a 10. ábrán láthatóak (Class: PointZ, Height source: Shape, Input as: Mass Point, Value field: Height).



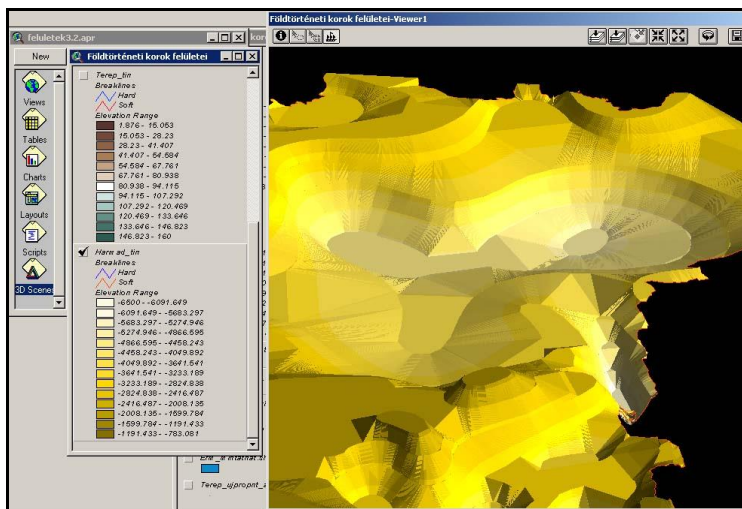
10. ábra TIN felületmodell létrehozása ArcView 3.2, 3D Analyst program segítségével pontállományból határoló poligonnal.

A mintaterületet határoló poligon beállításai pedig a következők: Class: Polygon, Height source: <none>, Input as: Hard Clip Polygon, Value field:<none>. A beállítások után egy új témaként a program létrehozza a TIN modellt, amelyet megjeleníthetünk akár a View-ban, akár a 3D Analyst saját 3D Scenes ablakában, ahol árnyékolhatjuk, forgathatjuk és a magassági arányait is növelhetjük, torzíthatjuk (11. ábra).

A 3D Analyst program 3D Scenes ablakában található széleskörű és nagyon gördülékeny vizuális megjelenítési lehetőségek segítségével könnyedén hasonlíthatjuk össze a földkéregnek egy-egy egymás alatt elhelyezkedő rétegét. Ilyen összehasonlítást végeztünk a pleisztocén aljzat és a jelenlegi terepfelszín között is (12. ábra).

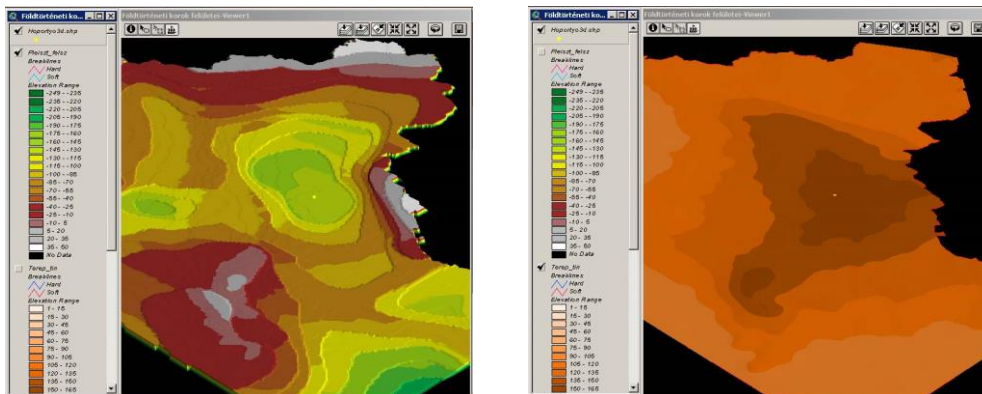
Az összehasonlítás eredményeképpen világossá vált számunkra, hogy a jelenlegi terepfelszínnek a vizsgált területen a legmagasabb pontja a Hoportyó, a pleisztocén korú üledékek lerakódása előtt az egyik legmélyebb pontja volt a területnek. Annak magyarázata, hogy a legmagasabb pontban van a legnagyobb üledékvastagság, vélemé-

nyünk szerint, csak úgy történhetett, ha a Hoportyót a vízfolyások kikerülték, mert magasabban volt a környező területektől, azaz vagy a Hoportyó emelkedett ki vagy a környező területek süllyedtek le.



11. ábra TIN felületmodell bemutatása 3D Scenes ablakban megfelelő árnyékolással, döntéssel és elforgatással.

A Hoportyó blokk emelkedése egyben azt is jelenti, hogy a blokknak valahol el kell válnia a környező kéregrészekről, és könnyen elképzelhető, hogy ez az elválás a blokktól délre a Mobil zóna vetődésében ölt testet.



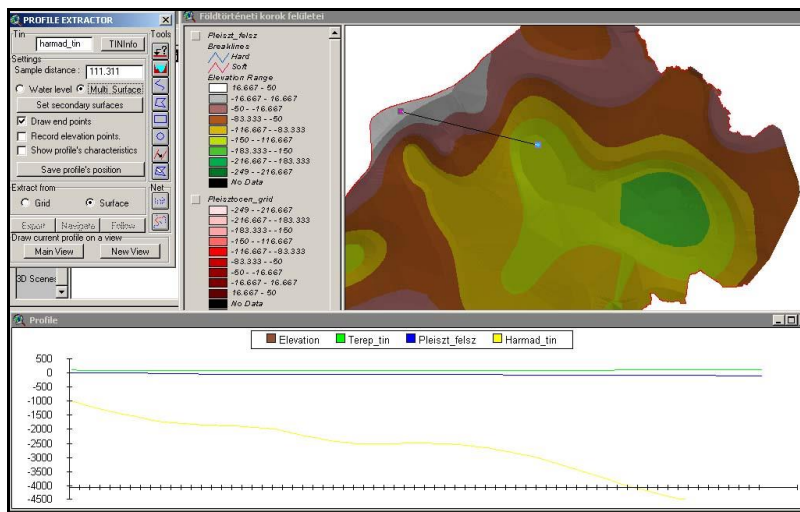
12. ábra ArcView 3D Analyst programban megjelenített pleisztocén- és terepfelszín. Világosabb ponttal a Hoportyó legmagasabb pontját jelöltük.

Az alapkőzet-modell paramétereinek meghatározása a különböző geológiai korú szintfelületekből készített metszetekkel


A korábbi rengések vélt és a térinformatikai rendszer segítségével megállapított kipattanási helyeinek felhasználásával determinisztikus földrengés-kockázati számításokat készítettünk Debrecen városára vonatkozólag. A földrengés-kockázati modellezés során

szükséges tudnunk az egyes geológiai korokhoz tartozó rétegek fizikai paramétereinek értékeit (úgy mint a sűrűség és sebességértékek) a hullám terjedési útvonala mentén, azaz a földrengés hipocentrumától az észlelés, vagy beérkezés helyéig. A vizsgált területen az említett fizikai paraméterértékek meghatározásához mindössze 5-6 mélyfúrási kút adatai állnak rendelkezésünkre. Ahhoz, hogy az ezen kutak helyein ismert mélység–sűrűség és mélység–sebesség értékeket alkalmazni tudjuk a földrengéshullám terjedési útvonala mentén figyelembe veendő sűrűség és sebesség eloszlás meghatározásához szükséges, hogy ismerjük egy–egy földtörténeti korhoz tartozó szintfelület mélységét a fúrási helyen és a terjedési útvonal mentén is. Ami térinformatikai szempontból azt a problémát veti fel, hogy számos egymás alatt található szintfelületből metszetet kell tudnunk készíteni egy felszíni vonal (ami az epicentrumot köti össze a beérkezési hellyel) mentén.

Erre a feladatra mind az AutoCAD Land Development Desktop programban, mind az ArcView 3D Analyst programban van lehetőség. AutoCAD Land Dev. Deskt.-ban erre a célra használandó műveletsort egy korábbi fejezetben már közöltük.



13. ábra ArcView 3D Analyst-ban használt Profile Extractor extension által létrehozott több felületen keresztüli metszet.

ArcView 3D Analyst-ban több felületből, egy időben metszetet, egy azonos felszíni metszetsvonal esetén a külön, ingyenesen letölthető és sokféle beállítási lehetőséggel rendelkező Profile Extractor extension segítségével készíthetünk (13. ábra). A szóban forgó extension bekapcsolása után a View-ban megjelenő  nyomógomb segítségével hozhatjuk elő az ábrán is látható Profile Extractor ablakot. Ebben az ablakban beállíthatjuk:

Settings/Multi Surface /Set secondary surfaces, hogy mely felületek felhasználásával készítjük a metszetet;

Tools, hogy milyen módon adjuk meg a metszetsvonalat, stb..

Tervek a jövőre vonatkozóan

A jövőben a szeizmikus kockázat meghatározása a célunk Debrecen város bármely pontjára vonatkozóan a következő képlet felhasználásával:

$$\text{KOCKÁZAT} = \text{VESZÉLYEZTETETTSÉG} \times \text{Sérülékenység}$$

Ezen vizsgálat eredményeként a városra vonatkozó szeizmikus kockázati zónatérképet szeretnénk elkészíteni.

Eddig mindössze két metszet mentén modelleztünk hullámterjedést (a cikkben már említett determinisztikus módszer felhasználásával) Gribovszki et al.(2002), és 2 rövid szakasz mentén becsültük meg a városban egy feltételezett földrengés gyorsulás, sebesség és elmozdulás idősorait illetve az idősorokból származtatott frekvenciákhoz tartozó amplitúdó-értékeket. Az egész város területére meghatározhatjuk ezeket az értékeket, ha több, egymást sűrűn követő további metszet mentén is modellezzük a hullámterjedést. Előállítjuk a szintetikus szeizmogramokat, és azok alapján, azok transzformációjával a város egy-egy pontjára kiszámíthatjuk a frekvenciákhoz tartozó amplitúdó-értékeket. A program, amellyel a szintetikus szeizmogram-számítást végezzük 100 m vagy akár annál sűrűbben is szolgáltat szintetikus szeizmogramot egy-egy metszet mentén, azaz 100*100 méteres raszterrel lefedhetjük a város területét. Ezzel a kiindulási képlet veszélyeztetettségi része meghatározott lesz.

A másik szorzótényező a képletben a sérülékenység. Nem mindegy, hogy milyen típusú épületről van szó: másképpen reagálnak a talajfelszín megrázottságára a magas tornyok, a panelházak, a toronyházak, a téglalapú épületek, a hidak, a magas gyárkélmények, vagy a fáfödemes épületek. Az épületállomány feltérképezése alapján határozhatjuk meg a sérülékenységet a város bármely 100*100 méteres négyzetére vonatkozóan. Így például az épületmagasságok alapján minden épülethez rendelhetünk egy frekvenciaértéket, ami például az adott épület magasságából is adódhat, és amely frekvencia különösen nagy kárt okozhat benne, ezért például a magasságból adódó frekvenciaértékekből a leggyakoribbat hozzárendelhetjük az épület helyét lefedő négyzethez (Csák et al. 1981).

Az így létrehozott két raszter között elvégezve a szorzási műveletet Debrecen városára vonatkozóan egyféle maximális földrengés kockázati térképet kapuk. A raszterművelet elvégzésére számos térinformatikai program, eszköz áll rendelkezésünkre. A különböző raszteres rétegek közötti műveleteket elvégezhetjük akár az ArcView Spatial Analyst, akár a Surfer vagy akár az Idrisi programokkal.

Összefoglalás

Eredeti célunk, a Gálospetri-árok magyarországi folytatásának bizonyítása, részben, de nem mindenre kiterjedően, igazolást nyert egy korábbi munkánkban részletesen bemutatottak szerint. A Mobil zóna létezésének, és a Gálospetri árokkal való hasonlóságának alátámasztására felépített térinformatikai rendszer hatékonynak bizonyult az érmelléki aktív terület folytatásának kutatása során. A több különböző témájú réteget magában foglaló rendszer használata során a térinformatikai lehetőségek segítséget nyújtottak a területről összegyűjtött információk megjelenítésében, összehasonlításában és elemzésében.

A térinformatikai rendszer egyes rétegeinek leírásánál már részletesen szóltunk arról, hogy milyen geológiai, geomorfológiai, geofizikai stb. bizonyítékok szólnak a Mobil zóna mellett és ellene. Így például a különböző szerzők feldolgozásában készült törésvonalakat ábrázoló térképek szinte mindegyike alátámasztja a Mobil zóna létezését, illetve a mélyszerkezetekben (a különböző geológiai korokhoz tartozó szintfelületeknél) is láthatóak a Mobil zóna helyén a környezettől eltérően kirajzolódó szerkezet nyomai, vagy például a folyómeder-változásokból kikövetkeztethetők a pleisztocén folyamán történt mozgások. De ellentmondások is kimutathatóak a Mobil zóna és a Gálospetri-

árok azonos egyveretűségét illetően, hiszen például az Eötvös inga mérések a két szerkezet közötti vetőről adnak számot.

Megjegyezzük még, hogy itt csak a térinformatikai rendszer segítségével közvetlenül, vizuális megjelenítés útján, illetve térképi elemzéssel nyert eredményeket említettük meg részletesen. A térképekből eredő, és azoktól független részletes kutatási eredményeket Szeidovitz et al. (2002) cikkében közzé tettük. A determinisztikus kockázat-elemzés eredményeiről, amelynek bemeneti paramétereit részben a térinformatika eszközeivel az itt bemutatott rendszer segítségével szolgáltatottuk, ugyanebben a Geomatika kiadványban számolunk be (Gribovszki et al., 2002).

Köszönetnyilvánítás

Ezúton köszönöm meg doktori munkám témavezetőjének Dr. Szeidovitz Győző tudományos főmunkatársnak és intézetünk az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet igazgatójának Prof. Dr. Závoti Józsefnek, hogy mind a hardvereszközök, mind a térinformatikai szoftverbeszerzések során tekintettel és támogatással voltak véleményemre, felmerülő igényeimre. A kutatómunka a **T 038099** nyilvántartási számú, „*A Kárpát-medence jelenkori és paleorengéseinek komplex vizsgálata*” című OTKA projekt támogatásával készült.

Hivatkozások

- Albu I, Bodoky T, Draskovich P, Jánvári J, Pintér A, Szeidovitz Gy-né, Varga G és Zsille A** (1975, '76, '77): Geofizikai kutatás az Alföldön, (1975, 1976 és 1977 évi vizsgálatok). *Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet (ELGI) Évi Jelentései*.
- AutoCAD Land Development Desktop User's Guide**
AutoCAD Map User's Guide
ArcView 3.0, 3.2 User's Guide
- Basso I** (1942): Jelentés a Magyar Királyi báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet működéséről az 1942 évben. A Magyar Kir. Iparügyi Minisztérium X. Szakosztályának megbízásából összeállította Basso Imre. Pátia Irodalmi Vállalat és Nyomdai Részvénytársaság.
- Bendefy L** (1968): Debrecen városi belsősége süllyedésének hidrogeológiai vonatkozásai. *Hidrologiai Közlemény*. XLVIII. 549-559.
- Benedek Z** (1960): Geomorfológiai vizsgálatok Érmellék és Nagykároly környékén. (Geomorphological studies in the region of Érmellék and Carei-Nagykároly, in Hungarian), *Földrajzi Közlemények Új Évfolyam* VIII. 2, 141-158.
- Borsy Z** (1953): A Bodroghköz felszínének kialakulása. *Földr. Értesítő* 3. füzet.
- Borsy Z** (1961): A Nyírség természeti földrajza. (Physical Geography of Nyírség, in Hungarian), *Akadémiai Kiadó*, Budapest, 227.
- CAD Overlay User's Guide**
- Cornea I és Spánoche E** (1978): Contributii la studiul seismogeologic al părții de nord-est a depresiunii panonice (zona Oradea-Carei). *Studii și cercetări de geologie, geofizică, geografie* Geofizica Tomul 16.
- Csák B, Hunyadi F és Vértés Gy** (1981): Földrengések hatása az építményekre. Budapest, *Műszaki Kiadó*
- Csiky G, Erdélyi Á, Jámbor Á, Kárpátiné Radó D és Körössy L** (1987): Magyarország Pannóniai (S.L.) Képződményei, A Peremartoni Főcsoport — =Alsópannóniai képződmények — Talpmélység Térképe, M=1: 500 000, *MÁFI*, Budapest.
- Csiky G, Erdélyi Á, Jámbor Á, Kárpátiné Radó D és Körössy L** (1987a): Magyarország Pannóniai (S.L.) Képződményei, A Dunántúli Főcsoport — =Felsőpannóniai képződmények — Talpmélység Térképe, M=1: 500 000, *MÁFI*, Budapest.
- Detrekői Á és Szabó Gy** (1995): Bevezetés a térinformatikába. *Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.*, Budapest.
- Dövényi P, Horváth F, Liebe P, Gálfi J és Erky I** (1983): Magyarország geotermikus viszonyai. (Geothermal Conditions of Hungary) *Geofizikai Közlemények* 29;1. 59-114.
- Franyó F** (1992): A negyedidőszaki képződmények vastagsága Magyarországon. *MÁFI*, M=1:500 000.
- Fülöp J és Dank V** (1989): Magyarország földtani térképe a Kainozoikum elhagyásával. M=1:500 000, *MÁFI*, Budapest.

- Goodchild MF, Kemp KK** (1994): NCGIA Core Curriculum, magyar változata Márkus B: Bevezetés a térinformatikába. *EFE FFFK*, Székesfehérvár.
- Gribovski K és Szeidovitz Gy** (2000): Potenciális földrengésszettek felkutatása térinformatikai rendszer felhasználásával. Sopron, *Geomatikai Közlemények* III. 255-264.
- Gribovski K** (2002): Földrengés-vizsgálat térinformatikai módszerekkel, BME szakmérnöki diplomaterv, *Kézirat*, 1-35.
- Gribovski K, Vaccari F, Szeidovitz Gy** (2002): A földrengés okozta talajmozgás, és a talaj felerősítő hatásának modellezése két Debrecen városán keresztül húzóódó szelvény mentén. Sopron, *Geomatikai Közlemények* V. 99-114.
- Hajdú D, Pap S és Völgyi L** (1982): Új felismerések az Alföld medencealjzatának tektonikájában. *Földtani Kutatás* XXV. 1. szám.
- Horváth F** (1999): **Tóth L, Mónus P, Zsíros T szerkesztésében:** Földrengések Magyarországon (456-1998). *GeoRisk kiadásában*, Budapest.
- Jámbor Á, Bihari D, Chikán G, Franyó F, Kaiser M, Radócz Gy, Sikhegyi F** (1993): Magyarország pleisztocénban aktív törésvonalainak térképe. *Magyar Állami Földtani Intézet Adattára*, Budapest.
- Jámbor Á** (2000): A Nyírség déli része kvarter képződményeinek vastagsága. M=1: 200 000, Budapest.
- Jámbor Á, Szeidovitz Gy** (1995): Preliminary Investigation of the seismic hazard of the areas identified for siting a new NPP. *ETV-ERŐTERV*.
- Jóó I** (1989): Magyarország területének jelenlegi szintváltozási térképe, Budapest.
- Kilényi E és Sefara J** (1989): Pre-tertiary Basement Contour Map of the Carpathyan Basin Beneath Austria, Czechoslovakia and Hungary. Carpatho-Balkan region. M=1: 2 000 000, Budapest, Kartográfiai Vállalat.
- Pécsi M. szerk.** (1989): Magyarország Nemzeti Atlasza. *Kartográfiai Vállalat*, Budapest..
- Pogácsás Gy, Lakatos L, Barvitz A, Vakarcz G és Farkas Cs** (1989): Pliocén-Quarter oldaleltolódások a Nagyalföldön. *Általános Földtani Szemle* 24. 149-169.
- Posgay K, Albu I, Mayerová M, Nakládlová Y, Ibrmajer I, Herrmann H, Bližkovsky M, Aric K and Gutdeutsch R** (1989): Contour map of the Mohorovičić' discontinuity beneath Cenral Europe. M=1: 1 000 000, Budapest, ELGI.
- Réthy A** (1952): A Kárpát medence földrengései (455-1918). *Akadémiai Kiadó*, Budapest.
- Rónai A** (1977): A negyedidőszaki kéregmozgások a Magyar-medencében. *Földt. Közl.* 107 (3-4): 431-436.
- Rumpler J és Szabó Z** (1985): Magyarország pannonnál idősebb képződményeinek törérendszer térképe. M=1:500000. *A Magyar Állami Földtani Intézet megbízásából készítette a „GEOS” Gmk*. Budapest.
- Surfer User's Guide**
- Scheffer V** (1957): Adatok a Kárpát-medencék regionális geofizikájához. Geofizikai Közlemények. A Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet kiadványa VI;1-2. 73-103.
- Schweitzer F** (1993): Pleisztocénban aktív főbb törésvonalak és süllyedék területek. Jelentés az ETV-ERŐTERV Rt megbízásából lefolytatott országos neotektonikai értékelésről a geomorfológiai formatispusok és a publikációk alapján az atomerőmű telepítésre alkalmatlan területek kizárása céljából, *MTA Földrajztudományi Kutató Intézet*.
- Sümegey J** (1943): Földtani adatok az Ér-völgyéből és környékéről. *Földt. Int. Évi Jel.* 1943-ról.
- Szabó Z és Sárhidai A** (1987): Magyarország 1:100000 méretarányú Bouguer-anomália térképsorozata. *ELGI kézirat*.
- Szeidovitz Gy** (2000): Érmelléki földrengések. *Magyar Geofizika* 41;2. 75-84.
- Szeidovitz Gy, Bus Z and Gribovski K** (2001): Research for seismogenic zones in the Pannonian Basin, A deterministic seismic hazard estimation for Budapest, *Acta Geod. Geoph. Hung.* 36;4, 417-438.
- Szeidovitz Gy, Gribovski K és Hajósy A** (2002): Az érmelléki földrengések epicentrális területének földtani szerkezete, geomorfológiai, geodéziai, geofizikai és egyéb sajátosságai. *Magyar Geofizika* 43;4, 112-131.

TÉRINFORMATIKAI ALAPSZABVÁNYOSÍTÁS

Németh András*



Basic standardisation in spatial information systems - Recently the data transfer of the objects among GIS and other type of databases is obstructed by the absence of proper data connections. The registered technical objects should guarantee these connections itself, at the database level, which can be achieved by means of proper standardisation only. It is necessary to define and standardise the most frequent object classes (public utilities and special industrial areas) and their topological connections as GIS base data. In that case the authenticity of the objects can be expected also, because the data should be originated only from the owner (or the user) of the objects in standardised form. In the Nuclear Power Station of Hungary (PA Rt.) a unique electrical industrial spatial information system is being prepared, which already requires a basic level of standardisation among the different applications and their databases.

A térinformatikai adatbázisokban szereplő objektumok más típusú adatbázisok közötti adatforgalmát jelenleg az alkalmazói rendszerek közötti adatkapcsolatok hiánya akadályozza. A kapcsolatot adatbázis szinten maguknak a nyilvántartott műszaki objektumoknak kell biztosítaniuk, amit azonban csak a szükséges mértékű alapszabványosítás útján lehet elérni. Szükséges az előforduló szakterületek (általában a közmű és speciális iparterületi) objektumosztályok és azok topológiai kapcsolatainak GIS alapadat szintű meghatározása, majd ezek alapszabványosítása. Ekkor már elvárható lesz objektum szinten a hitelesség is, hiszen az adatok csak az objektumot üzemeltető tulajdonostól (vagy megbízottjától) származhatnak szabványosított formában. Az Atomerőmű a hazai energetikai ipar egy speciális iparterületi térinformatikai adatbázisát építi, amely már a PA Rt-n belül igényli a minimális szintű szabványosítást a különböző célú alkalmazások és azok adatbázisai között.

Kulcsszavak: térinformatika, objektum, alapszabványosítás, minimalizált műszaki objektum, műszaki hely, tervezés, létesítés, üzemeltetés, karbantartás, megszüntetés, hitelesítő, objektum életciklus, törzsadat

Bevezetés

A Paksi Atomerőmű Rt. területén a részvénytársaság feladatai között a térinformatikai alkalmazás kifejlődése és annak folyamatos bevezetése már az 1-4 blokki beruházás befejezése előtt, 1982-ben elkezdődött. Ez a tevékenység először szinte kizárólagosan csak az üzemi terület térképi adatainak digitális formában történő tárolását jelentette azzal a céllal, hogy megbízható tervezési alaptérképet biztosítson a beruházás generáltervezői feladatainak ellátásához. A tevékenységet a generáltervező ERŐTERV (Szívós 2003) koordinálása mellett BME Geodéziai Intézete (dr. Sárközy et al. 2002) végezte, a beruházás mérnökgeodéziai kivitelezői feladatait végrehajtó FTV és PGTV részvételével.

A beruházás befejezése után az igény átalakult, egyre nagyobb szükség lett a már működő udvartéri közműrendszerek és létesítmények hiteles, a változásokat folyamatosan

*PA Rt. MIG MFO ÉMO, 7030 Paks, Pf.: 71.
E-mail: anemeth@npp.hu

követő digitális nyilvántartására, a térképen ábrázolt objektumok műszaki adatainak gyűjtésére. A feladat végrehajtása és koordinálása a beruházás befejezésétől az építészeti szakterületen történik.

Az elmúlt 20 év az adatgyűjtés és adatbázis kialakítás különböző, de egymásra épülő technológiai folyamatait eredményezte. Együtt fejlődtek a különböző műszaki, dokumentációkezelési és gazdasági célú nyilvántartások, valamint kialakult a telephely területét lefedő közmű objektumok (vezeték, kábel, szerelvény) szintjéig feldolgozott objektum orientált térinformatikai alapadatbázis. Elkerülhetetlenül elérkezett az ideje annak, hogy a térinformatikai szempontból gyűjtött adatainknak úgy találjuk meg a helyét a vállalat folyamataiban, hogy azok integráltan illeszkedjenek a folyamatosan fejlődő műszaki és gazdasági célú nyilvántartásokhoz is. A nyilvántartások alapját képező objektumok azok a berendezések, technológiai és nem technológiai rendszerek, épületek, építmények, létesítmények, stb., amiket üzemeltetünk, karbantartunk. A róluk alkotott különböző célú és tartalmú alkalmazások közé „ékelődik” a GIS alkalmazás. A térinformatikai adatbázisban is meglévő műszaki objektumok adatait különböző alkalmazásoknak kell átadni, illetve azokból szükség szerint adatokat kell átvenni.

Szükséges az iparterületi térinformatikai adatbázisokat alkotó objektumok és azok törzsadatainak meghatározása, valamint ezek alapszabványosítása. Csak ezen az úton juthatunk el az objektum szintű, hiteles és az alkalmazói rendszerektől függetleníthető adatforgalomhoz.

Összeállításomban az atomerőmű telephelyét érintő térinformatikai adatbázis és más kapcsolódó adatbázisok kialakításának problémáját tekintem át, a gyakorlati oldalról megközelítve. A műszaki objektumok életútját vizsgálva bemutatom a különböző műszaki szakterületek és gazdasági nyilvántartások kapcsolatát a valós objektummal. Javaslatot teszek a szabványosítandó „közmű” objektumok körére és azok tulajdonság adataira.

Minimalizált térinformatikai adatbázis

Térképeink digitalizálásával folyamatosan haladtunk abba az irányba, ahol a térben elhelyezkedő objektumokat olyan adatbázisban képezzük le, amely már nem csak a digitális térképi igényt elégíti ki, hanem biztosítani tudja a műszaki területek szakmai alapinformációit is, a műszaki és gazdasági tervezéshez szükséges kapcsolódó adatokat, akár az objektumok helyszínen történő módosításából eredő műszaki alapadataival együtt. Az adatnyilvántartást olyan környezetben kell megoldani, ahol a társ szakterületek is használnak adatbázisokat az objektumokról, esetenként grafikus megjelenítéssel is, csak ezt nem térinformatikának, hanem műszaki tervezésnek, tervfeldolgozásnak (CAD), gazdasági nyilvántartásnak (SAP), munkatervezési (irányítási) rendszernek (MIR), integrált műszaki dokumentációs rendszernek (IMDR), vagy integrált műszaki rendszernek (IMR) hív az adatbázisra épülő támogatott funkcióknak megfelelően. A teljes felsorolás elkerülésével is már jelentős számú az érintett adatbázisok köre, amelyek mögött az objektumokról beszélünk. A szakterületi nézőpontok az objektumokat más-más „szemüvegen” keresztül nézik. A „szemüvegek” mögött keletkező adatbázisok halmazai írják le környezetünket és benne elhelyezett valós és fiktív, vagy asszociatív objektumainkat. A közös bennük, maga a műszaki objektum.

A társaság tevékenységei az objektumokhoz kapcsolódó folyamatokhoz kötődnek, amely tevékenységeket különböző szoftverek és azok adatbázisai támogatnak.

A térinformatikai adatbázis az objektummal szoros kapcsolatban van annak teljes „élete” során. A műszaki objektumok léte a tervezéssel kezdődik, a létesítés folyamatában véglegesítődik a térben elfoglalt helye, majd az aktiválást követően az üzemeltetés és ahhoz kötődő karbantartás időszakos követezik, amit a megszüntetés időpontja, - az aktív nyilvántartási állapotának a vége-, zár le. Ezek az objektum jogi állapotát jelző tulajdonság adatok, vagy státuszok.

Mi a lényege és ebből következően a legfontosabb feladata a térinformatikai adatbázisnak?

Egyszerűen az objektum bármely jogi állapotához kapcsolódóan a hely egyértelmű térbeli azonosítása informatikai eszközök alkalmazásával. Vagyis a természetes és mesterséges objektumok helyének beazonosítása térinformatikai eszközökkel, a hely illetve a helyhez kapcsolódó műszaki objektumok nyilvántartása úgy, hogy azt a térben (a helyszínen) bárki egyértelműen azonosítani tudja, vagyis megtalálja.

A hely fogalom a gazdasági nyilvántartási rendszerben (SAP) műszaki helyet jelent, ahol valamely „berendezés” megtalálható, azonban ez lehet vezeték, vagy kábel objektum is! A műszaki hely és a berendezés együttesen alkotják az üzemelési helyet, amely egy üzemelő rendszer esetében kaphat egy olyan azonosítót is, amely a rendszeren belüli kapcsolatokat (topológiát vagy sémát) rögzíti. Ilyen például az atomerőműben alkalmazott alfanumerikus azonosító rendszer, amelynek lényege, hogy segítségével egy-egy technológiai rendszer működési séma szerinti kapcsolatát (topológiáját) egészen berendezés szintig lehet leírni vele. Az EJR egy belső szabványként alkalmazott karaktersorozat (Egységes Jelölési Rendszer).

A technológiai rendszerek közötti kapcsolatokat az alfanumerikus jelölés nem kezeli le, azonban ennek a lehetőségét a térinformatika biztosítani tudja a helyek, műszaki helyek azonosítási rendszerén keresztül.

A helyek azonosítási rendszerének kereteit országos szinten a digitális földmérési alaptérkép, DAT1 szabályzat (FM FTF 1996) objektum osztályai határozzák meg, az MSZ 7772-1 szabványban megfogalmazottak szerint. Azonban a DAT1 szabályzat a műszaki objektumok közül csak az alaptérképen ábrázolandó objektumokat szabályozza. Hiányzik a műszaki objektumoknak egy jóval nagyobb halmaza, amit a beruházások tervezői-adatbázisai, és az üzembe helyezett objektumok specifikus, az üzemeltetést támogató műszaki adatbázisai alkotnak. Ilyenek a szakági-, és egyesített közműnyilvántartások, valamint a különböző üzemterületi (üzemeltetői, karbantartói) adatbázisok is. Ezek a műszaki térinformatika különböző alkalmazásait jelentik, amiknek a hagyományos végrehajtási és dokumentálási szabályozását, - a geodéziai oldalról szemlélve-, az M1. Mérnökgeodéziai Szabályzat (MÉM OFTH 1975) és az egységes közmű jelkulchhoz kapcsolódó 3/1979(ÉP.ÉRT.11) ÉVM utasítás, és módosítása a 3/1984(ÉP.ÉRT.26) ÉVM utasítás tartalmazza (ÉVM 1984). A napi gyakorlat az informatikai eszközökkel való adatnyilvántartás területén már régen túlhaladta a szabályozás előírásait, de egységes műszaki megoldás nem tudott kialakulni, még a térinformatikai alkalmazások területén sem (Remetey-F 2002). Ráadásul ezeket az objektumokat más nem térinformatikai (műszaki, gazdasági) alkalmazások is érintik. Ezen adatbázisok közötti közös kapcsolatot a térbeli hely jelenti a műszaki objektummal.

A „hely” egyértelmű beazonosítása térinformatikai (GIS) feladat. A térinformatikai adatbázis tartalmazza az előfordulható műszaki objektumok teljes halmazát, ezért lényeges, hogy az adattartalom szabványos és egyszerűsített legyen a szükségszerű adatkapcsolatok miatt.

Vagyis meg kell találni azt a minimális adattartalmat, amely szükséges a térinformatikai adatbázis működtetéséhez, vagy az abban használt térinformatikai funkciókhoz. Ezt nevezhetjük egy minimalizált térinformatikai adatbázisnak. Minden további adat és funkció használata az adatbázisban már valamely felhasználói irányba való elhajlást jelent, pl. ilyen a tervezés esetében a CAD, vagy a gyártási folyamatban a CAM, illetve a fentebb már említett adatbázisok bármely funkciója. Ha a minimalizált térinformatikai adatbázis adatköre meghatározható, akkor egyúttal megkapjuk a szabványosítandó térinformatikai alapadatokat is, amelyek biztosítani tudják a térinformatikai rendszerek közötti, vagy a térinformatikai adatbázissal kapcsolatba kerülő más adatbázisok rendszerfüggetlen adatforgalmát is.

Adatainknak ilyen értelmű áttekintése egyben tisztázza azt a kérdést is, hogy a vállalati folyamatokban a kapcsolódó adatbázisoknak mik a kulcsadatai a térinformatikai oldalról szemlélve. A kulcsadatok a műszaki objektumok törzsadatait jelentik.

Módszer a szabványosítás kulcsadatainak megtalálásához

A műszaki objektumok adatbázisainak integrálása sok szempontot vet fel. Többek között azt is, hogy csökkenjen a szükséges alkalmazások száma. Szerencsés esetben ez meg is valósulhat (egy cégen belül, ha nem bonyolult a működés folyamata), de az a jellemző hogy az objektumok adatait át kell adni más adatbázisoknak is. Ekkor az adatforgalom csak szabványos adattartalommal és formában történhet.

Ha meghatározható, hogy milyen felhasználói körök kerülnek kapcsolatba a műszaki objektumokkal, és ők milyen adatokat használnak az informatikai támogatást biztosító adatbázisukban, akkor az adatok közös halmazából csak azokat kell kiemelni, amelyek az objektum hely azonosítását és objektumkapcsolatát adják meg. Ezek lesznek az objektum térinformatikai törzsadatai, vagyis a szabványosítandó kulcsadatok. Ezek a GIS rendszerek minimálisan szükséges adatai, amiket kezelniük kell.

A szükséges adatkörök lehatárolását az alábbi kérdések segítik:

- Mi az üzemeltető legfontosabb szempontja?
- Ki az objektum hiteles adatforrása?
- Kik azok, akik a műszaki objektumokkal kapcsolatba kerülnek?
- Milyen objektumokra van szükség?

A kérdésekre adott válaszok halmazainak metszete adja meg a szabványosítás kulcsát, vagyis az objektumok törzsadatait. Ezek az adatok az alapvető térinformatikai kérdéshez a „Hol van?” kérdés válaszához kapcsolódnak.

Az objektumok azon adatai, amelyeket egynél több szervezet (cég) használ ugyan arról az objektumról, mindenképpen részét képezi a szabványosítandó adatkörnek, mert az adatok felhasználása más-más szoftver környezetben történhet. Az atomerőműben az

informatikai alkalmazások integrálása során törekszünk az alkalmazott közmű objektumok alapszabványosítására, meghatározva az adatoknak azon körét, amely szorosan csak a térinformatikai adatbázis részét jelentik.

Üzemeltetői szempontok

Az üzemeltető legfontosabb szempontja a műszaki objektumok gazdaságos és biztonságos üzemeltetése. Ehhez szükségesek az információkat biztosító fő adatterületek:

- **Üzemgazdasági adatok**
Az objektummal kapcsolatosan felmerülő mindenfajta költség üzemgazdasági szempontból való gyűjtése, (üzemeltetés tárgyi, személyi erőforrásai, karbantartás, felújítás, beruházás). Napjainkban az erőmű esetében is az SAP nyújtotta lehetőségek alkalmazása az üzemelési helyekre és berendezésekre fókuszálva az immateriális objektumok mellett.
- **Üzemeltetést kiszolgáló részletes műszaki adatok**
Az egyes szakterületek szakmai szempontból fontos adatainak gyűjtése, amelyek a gazdaságos üzemeltetés műszaki megalapozását támogatják (üzemeltetés és karbantartás tervezés, ezek végrehajtása, beruházás tervezése, a létesítés végrehajtása, megvalósult állapot rögzítése és műszaki dokumentálása).

A térinformatikai adatbázisban lévő objektumok adatai egységesen támogatják az üzemgazdasági és műszaki szakterületek adatgyűjtéseit, elsősorban az objektumok térbeli beazonosíthatósága területén. Közöttük a műszaki objektumon keresztül biztosít kapcsolatot a GIS adatbázis.

Hitelesítő adatforrások

A vállalati folyamatok tevékenységeit végrehajtó szervezetek felelős és feljogosított személyei a hitelesítők. A beosztott, felelős munkakörrel rendelkező munkatársak a vállalat Szervezeti és Működési Szabályzata (SzMSz) szerint látják el feladataikat. A tevékenységek végrehajtását támogató szoftverek adatbázisai jelentik az objektumok adatainak hitelesítő adatforrásait. Ezek a tevékenységi körök szereplői egy objektumfeladat osztályt alkotnak, amelynek típusai a következők:

- Tervező (aki új objektum(ok) elhelyezésében gondolkodik, vagy régi objektum karbantartását tervezi)
- Beruházó (aki az új objektum létrehozásának pénzügyi feltételeit teremti meg)
- Létesítő (aki megépíti, és üzembe helyezi az objektumot)
- Üzemeltető (aki az objektumot működteti)
- Karbantartó (aki időszakos, és rendkívüli javítást végez az objektumon)

A fenti feladat típusok szereplői a vállalati folyamatban az SzMSz szerint feljogosított személyeket jelentik. Mindegyik tevékenységi kör mögött a saját feladatukat támogató adatbázisok találhatóak, amit az integrációval lehet közössé tenni. Ők a műszaki objektumokon keresztül mindig kapcsolatba kerülnek a térinformatikai adatbázis objektumaival is.

Adatkérdezők köre

Az adatkérdezők körét első sorban a hitelesítő adatforrások felelős gazdái jelentik. A tevékenységek résztvevői ideális esetben egy szervezeten belül vannak, és a közös adatbázist, közös alkalmazói felülettel érik el. Azonban ez az ideális állapot a gyakorlatban nem így van. Valójában nem egy szervezetben dolgoznak, és a folyamattól függően még nem is egy gazdasági társaság (cég) alkalmazottai az adatkérdezők. Ilyen példa tipikusan a műszaki tervezés folyamata.

A piaci körülmények között semmiképpen nem feltételezhető az azonos felhasználói környezet, de még a közös felhasználási cél sem.

Azon adatok, amiket csak egy objektumfeladat osztályba tartozó szereplők igényelnek (használnak), nem képezik részét a szabványosítandó adathalmaznak. Ha azonban a tevékenység típus szereplők közül legalább ketten ugyanazt az adatot akarják felhasználni, akkor az információ tartalma már a szabványosítandó adatok halmazába sorolandó, mert az adat másik felhasználói szoftver feldolgozási folyamatába kerülhet.

Az objektumról mindegyik szereplő kérdez adatot, információt, majd a régít módosítja, vagy új adatot hoz létre. A lekérdezés tartalma jelenti az ő "szemüvegét", amely csak az őt érdeklő adatokat mutatja meg az objektumról, a többi adat valójában nem is érdeklí, nincs is rá szüksége, pedig ugyanazzal az objektummal dolgozik mindegyik.

Az objektumok létezése (jogi állapota, státusza) már az előzetes helyfoglalással kezdődik (tervezés előtti állapot, megvalósíthatósági tanulmány), és egészen az objektum megszüntetéséig tart. Adatainak keletkezése, azok adatbázisba szervezése, felhasználása és karbantartása ugyan ezt az „objektum életciklus”-t követi.

Az objektum „élete” során nagyon sokféle szoftverrel kerülhet kapcsolatba és jellemzően ezek között nincs adatkapcsolat, legfeljebb a grafikus adatokra a „dxf” formátum szerint. Az azonos program felület használata még egy cégen belül sem képzelhető el minden esetben, a szakterületi specialitások miatt. A szoftverfejlesztő cégek pedig nem érdekeltek az adatok rendszerek közötti mozgásában. Piaci körülmények között ez természetes is, de mindenképpen szükséges az objektumok szabványosítása legalább alapadat szinten, főleg a társaságon kívüli hiteles digitális adatszolgáltatások biztosítása érdekében (export-import).

Az adatok nagy többsége jelenleg egymástól független adatbázisokban (alfa-numerikus, grafikus), más-más felhasználói program környezet mögött helyezkedik el.

Az objektum adataihoz minden olyan tevékenységi körbe tartozó személynek hozzá kell férnie, aki az objektum "életébe" valamilyen szinten beavatkozik, azt módosítja akár fizikai állapotában, akár műszaki dokumentálásában, vagy éppen gazdasági célú nyilvántartásba vételével. Ezek az adatok csak olyan személyeken keresztül keletkezhetnek, akik az objektumokkal kapcsolatosan végzett munkájukra jogosítványokkal rendelkeznek. (pl. a szükséges szakmai felkészültséggel rendelkező regisztrált tervező, beruházási tevékenységet engedélyező ügyintéző, a létesítési és karbantartási folyamatban felelősen résztvevő műszaki ellenőr, az adott berendezés, vezeték, kábel üzemeltető gazdája stb.)

Műszaki objektumok meghatározása

Az Atomerőmű térinformatikai adatbázisa a DAT objektum osztályai mellett a közmű rendszerek hierarchikus topológiai kapcsolatát is rögzítő objektum orientált adatbázis, amelyben a telephely területén haladó technológiai és nem technológiai rendszerek egyedi objektumait rögzíti.

Az alkalmazott objektum osztályokkal bármely műszaki objektum elhelyezhető a térinformatikai adatbázisban, a hierarchikus és topológiai rendszerkapcsolataival együtt.

Szükséges műszaki objektumosztályok (Geoview 2002):

Szerelvény (szakaszképző, nem szakaszképző)

Vezeték /csővezeték/(gerinc, bekötő, csatlakozó bekötővezeték)

Kábel /erős és gyengeáramú/(szakaszképző szerelvények között)

Akna /szerelvény típus/ pl. ivóvíz, fűtés stb./ (szakaszképző, nem szakaszképző)

Alépitmény (elektromos, fűtés, hírközlés, stb.)

Védőcső (csővezeték külső nyomás elleni védelmét biztosító műszaki objektum, pl. út, vagy vasúti átvezetés alatt alkalmazva)

Az objektum osztályokkal az objektum típuson keresztül, bármely műszaki objektum leírható. Alrendszerekbe szervezve biztosítani tudják az informatikai nyilvántartások helyazonosító adatbázisát.

Törzsadatok meghatározása

Az áttekintéssel most érkeztünk el a szabványosítandó tulajdonság adatokhoz, vagyis meg kell határoznunk azt a minimális adatkört, amelyeken keresztül a műszaki objektum térinformatikai adatbázisban való létezése kapcsolódik annak más adatbázisokban leképeződő adataihoz.

A keresett törzsadatok a következő kérdésekre adott válaszokból következnek:

- „Ki az?” kérdésre, amelyre a válasz az objektum neve, azaz egyedi azonosítója, (geokódja),
- „Mi az?” kérdésre, amelyre a válasz az objektumosztály típusa, ahova tartozik,
- „Hol van?” kérdésre, a térbeli hely (x, y, z) koordináták, amely az objektum fizikai üzemelési helyét is jelenti. (Open GIS elemek /shape, polyline, polygon, text/)

Az objektumok törzsadatai kötelezően részét képezik a térinformatikai adatbázisnak. Ezért ha más típusú adatbázisokban ezen adatokra szükség van, akkor minimálisan az integrálás során kell a kapcsolatot megteremteni, de külső adatkapcsolat esetén (gazdasági társaságok között) optimálisabb megoldás a szabványosítás végrehajtása.

A hiteles adatszolgáltatás biztosítása miatt szorosan ide kapcsolódó további adat a tulajdonos, vagyis a ”Kíé?” kérdésre adott válasz is.

Nem szabványosítandó, de fontos szempont az objektumok térinformatikai adatbázisban való létezésének dokumentálása, amely a minőségbiztosítási követelmények miatt szükséges (Szabóné 2002).

Az objektumok "életét" dokumentáló legfontosabb hitelesítő információk:

- Dokumentáció kapcsolatok (tervdokumentációk a tervtárakban és bemérési dokumentumok a megvalósult állapot rögzítésére /IMDR/)
- Adatkarbantartó tulajdonság (az adatbevitel személye, vagy módosítója és időpontjának rögzítése automatikusan)
- Hozzáférési jog (az objektumokkal végrehajtható műveleti engedélyek és, használatok korlátozó beállításai.) Idekapcsolódik a „TÜK” előírások érvényesítése is.

Összefoglalás

Jelenleg Magyarországon a térinformatikai adatbázisoknak csak a kataszteri térképi objektum osztályai tartoznak a szabványosított objektum halmazok közé (DAT digitális földmérési alaptérkép), a közmű objektumok (szerelvények, vezetékek, kábelek) nem.

A térinformatikai adatbázist létrehozó közmű üzemeltető cégek a saját adatbázisukkal homogén és integrált megoldásokra törekednek (Niklasz 2002), de nem megoldott az esetenként szükségszerű digitális adatcsere az egyes szoftver környezetek között az objektumok szintjén.

Ennek oka, mert jelenleg:

- nincs jogi kényszer az adatok cseréjére (pedig az objektum tulajdonosa lehet csak a hiteles adatszolgáltató adatgazda),
- vannak eltérő adatszerkezetű redundáns adatbázisok,
- az egyedi objektumoknak a redundáns rajz „file” típusú nyilvántartásai a jellemzőek,
- a felhasználói környezetek ezt nem támogatják (ellenérdekeltek a szoftverfejlesztő cégek)

Ugyanarra az objektumra vonatkozóan a térinformatikai azonosítónak egy cégen belül célszerűen meg kell egyeznie a más szakmai adatbázisokban már használt azonosítójával, pl.: az Atomeróműben alkalmazott „alfanumerika” azonosítóval, vagy SAP eszköz-azonosítóval, de szükséges egy külső adatkapcsolatot biztosító „geokód” azonosító is.

Meghatározhatók a szükséges objektum osztályok és azok szabványosítható tulajdonság adatai. A szabványosítás megteremtheti a térinformatikai adatbázisok objektum szintű adatforgalmát az alapadatok szintjén, a minimalizált térinformatikai adatbázis kialakítását.

Hivatkozások

225 éves a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke (2002): Dr. Kiss A, dr. Czako J, dr. Csemniczky L, Deák O, dr. Detrekői Á, Homolya A, dr. Kis Papp László, dr. Sárközy F (2002): A Tanszék Paksi Atomerómű építésénél és üzeménél végzett műszaki ellenőrző, mérnökgeodéziai és fotogrammetriai feladatai, Geodézia és Kartográfia 2002/10, Budapest HU ISSN 0016-7118.

FM Földügyi és Térképészeti Főosztály (1996): DAT1 Szabályzat, Budapest.

Geoview Systems Kft (2002): Paksi Atomerómű Rt. Udvardéri Térinformatikai Információs Rendszer, Fejlesztési koncepció, Budapest.

MÉM OFTH (1975): M.1. Mérnökgeodéziai Jelkulcs, Budapest.

ÉVM (1984): Egységes közműjelkulcs, 3/1984 (ÉP.ÉRT.26) ÉVM sz. utasítás, Budapest.

Remetey-Fülöp Gábor (2002): Téradat-infrastruktúra tervezés tapasztalatai a GSDI6 konferencia tükrében. XII. Országos Térinformatikai Konferencia, Szolnok.

Niklasz L. (2002): Minőségbiztosítás és (tér)informatikai rendszerek workshop összefoglaló. XII. Országos Térinformatikai Konferencia, Szolnok.

Szabóné dr. Szalánczi Erika (2002): Minőségügy – Térinformatika – Önkormányzatok. XII. Országos Térinformatikai Konferencia, Szolnok.

Szívós Károly (2003): „Teljes présben voltunk”. Mérnök Újság X;1, Budapest.

AZ EÖTVÖS GEODÉZIAI PEREMÉRTÉKFELADAT

Tóth Gyula*



The Eötvös geodetic boundary value problem - We have investigated such geodetic boundary value problems, where the disturbing potential (geoid height) and gravity anomalies can be expressed by closed integral formulas containing the W_{xy} , $W_{xx}-W_{yy}$, W_{xz} , W_{yz} gradients measured by the Eötvös' torsion balance. The kernel functions of the integrals are either vector- or tensor-valued and can multiplicatively be decomposed into an isotropic scalar function (the Eötvös kernel) and an azimuth-dependent vector resp. tensor function. We have investigated the important practical case when the measured gravity gradients are not available for the whole Earth's surface.

Olyan geodéziai peremértékfeladatokat vizsgáltunk meg, amelyekben a nehézségi erőter zavarópotenciálja (a geoid-ellipszoid távolságok) illetve a nehézségi rendellenességek előállíthatók zárt integrál alakjában az Eötvös-inga által mérhető W_{xy} , $W_{xx} - W_{yy}$, W_{xz} , W_{yz} gradiensek (a nehézségi erő potenciálfüggvénye második deriváltjai) segítségével. Az integrálokban szereplő magfüggvények vektor illetve tenzor értékűek és szétbonthatók egy azimuttól független (izotróp) skalár értékű függvény (az Eötvös magfüggvény) és egy azimuttól függő vektor illetve tenzor értékű függvény szorzatára. Elemeztük azt a gyakorlat számára fontos esetet, amikor a mért gradiensek nem a teljes földfelszínen, hanem csak egy korlátozott területre ismertek.

Kulcsszavak: peremértékfeladat, Eötvös-inga, magfüggvény, csonkítási hiba

Bevezetés

A geodéziai peremértékfeladatok fontos szerepet játszanak és egyben hosszú múltra tekintenek vissza a geodéziában. A legismertebb ezek közül a Stokes-féle peremértékfeladat, amelyben a Föld külső nehézségi erőterének a potenciálfüggvényét, pontosabban annak valamely referencia (normál) erőterhez viszonyított eltérését (a potenciálzavart) határozzuk meg a földfelszínen ismert nehézségi rendellenességek (peremértékek) függvényében. A Stokes (1849) által megadott megoldás egy olyan integrál (1), amelyben a Δg nehézségi rendellenességek és egy speciális függvény ($S(\psi)$ súlyfüggvény vagy magfüggvény, a számítandó P pont és a Q futópont ψ_{PQ} gömbi szögtávolságának függvényeként értelmezett ún. Stokes függvény) szorzata szerepel és az integrált a teljes földfelszínre (pontosabban a peremfelületként felvett gömbfelszínre) ki kell terjeszteni.

$$N(P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\text{Föld}} S(\psi_{PQ}) \Delta g(Q) dF_Q \quad (1)$$

A Stokes által levezetett megoldás egyrészt megkívánja azt, hogy a Föld fizikai felszínén végzett méréseinket átszámítsuk arra a peremfelületre (ez egy R sugarú gömb felszíne), amelyre a peremfeladat megoldása előállítható, másrészt szükséges az, hogy a peremfelület feletti tömegeket valamilyen redukciós eljárással eltávolítsuk. Erre azért van szükség, hogy a peremértékfeladat megoldására alkalmazható legyen a Laplace-egyenlet,

amely a tömegeken kívüli térben érvényes. A Stokes által felírt integrálösszefüggés ezen lépések után most már alkalmas arra, hogy előállítsa a kívánt megoldást az R sugarú gömb teljes külső terében.

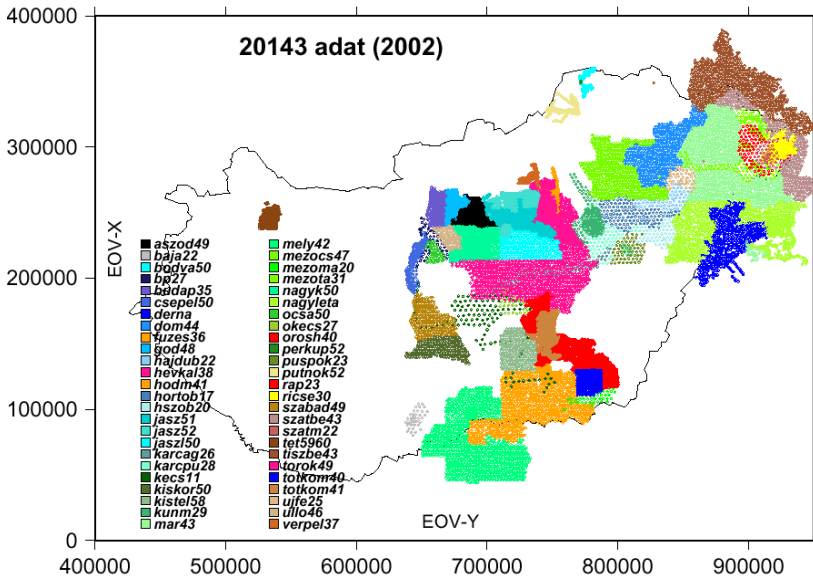
E tanulmányban ismertetett geodéziai peremértékfeladat esetére megmutatjuk, hogy a Stokes-féle megoldáshoz hasonló alakú (2) integrálösszefüggés található az Eötvös-inga által mérhető gradiensekből (ezt jelöli δE) a potenciálzavar illetve a nehézségi rendellenességek kiszámítására:

$$\left\{ \begin{array}{l} N(P) \\ \Delta g(P) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} R^2 \\ 4\pi\gamma \\ R \\ 4\pi \end{array} \right\} \iint_{\text{Föld}} \left\{ \begin{array}{l} G_N(P, Q) \\ G_{\Delta g}(P, Q) \end{array} \right\} \delta E(Q) dF_Q. \quad (2)$$

A peremértékfeladat megoldásának egyik lényeges kérdése éppen a megfelelő $G(P, Q)$ súlyfüggvények megtalálása.

Ez a peremértékfeladat azért viselheti joggal Eötvös Loránd nevét, mivel amint majd látni fogjuk az Eötvös-féle torziós inga által mérhető összes gradiens, és csakis ezek szerepelnek benne mint mérési eredmények. Az Eötvös peremértékfeladat, mivel abban a nehézségi erő potenciálfüggvényének második deriváltjai szerepelnek másodrendű, ún. gradiometriai peremértékfeladat. Az Eötvös peremértékfeladat megoldásának a jelentősége abban áll, hogy a segítségével a rendelkezésre álló nagyszámú magyarországi Eötvös-inga mérés felhasználható lesz a nagypontosságú geoidmeghatározás számára, mivel ezeket akár közvetlenül, akár a nehézségi rendellenességekkel együttesen képesek leszünk felhasználni az erőter modellezésére. Az 1. ábrán láthatjuk azt, hogy az ELGI adatbázisában már jelenleg is 20143 Eötvös-inga mérési adat található és ezek folyamatos adatbázisba vitele tovább folytatódik az ELGI és a BMGE között kutatási együttműködés keretében.

A cikkben a továbbiakban tárgyaljuk, hogy pontosan milyen kombinációban lehetséges az Eötvös-inga mérések felhasználása a peremértékfeladatban. Látni fogjuk azt,



1. ábra. Számítógépes adatbázisban szereplő Eötvös-inga mérési pontok eloszlása 2002-ben.

hogy egy vektor és egy tenzor értékű matematikai kombinációra van szükség. Ezután tárgyaljuk a megoldáshoz szükséges matematikai apparátus egy fontos részét, a vektor és tenzor gömbfüggvényeket. Ezek teszik majd lehetővé azt, hogy a tértartományban adott függvényeinket a spektrális tartományba transzformáljuk. A következő lépésben elvégezzük a peremértékfeladat megoldását a spektrumban. Ezt követően rátérünk a tértartománybeli megoldás megkeresésére és a zárt alakú magfüggvények (az Eötvös függvények) felírására. A következő fejezetben a megoldás csonkítási sajátosságait tekintjük át, majd pedig a befejezésben összefoglaljuk az eredményeket és vázoljuk a további kutatások néhány lehetséges területét.

Eötvös-inga mérési kombinációk

A nehézségi erőtér \mathbf{E} gradiens tenzorának kilenc eleme van és ezek a potenciálfüggvény másodrendű deriváltjai. A Földünk külső terében azonban ezek közül csak öt független, mivel a gradiens tenzor (Eötvös tenzor) szimmetrikus és a Laplace egyenlet miatt a főátlóban levő elemek összege zérus. Az Eötvös-ingával mérhető négy mennyiségben a tenzornak mind az öt független eleme szerepel, azonban ezek közül kettőnek csak a különbsége mérhető.

Megállapodás szerint általában olyan helyi derékszögű koordináta-rendszerben dolgozunk, amelynek tengelyei a helyi szintfelületi koordináta-rendszer tengelyirányai-val azonosak és a csillagászati északi, keleti illetve a helyi szintfelületi normális irányában lefelé mutatóan helyezkednek el. Az Eötvös-tenzor elemeit át kell számítanunk a peremfelületre, jelen esetben a tengerszint magasságára, valamint figyelembe kell vennünk a szintfelületi és gömbi koordináta-rendszerek közötti elfordulást is. Az első művelet topografikus redukcióval és azután analitikus lefelé folytatással oldható meg. Ennek a részleteivel most nem foglalkozunk, pusztán megjegyezzük azt, hogy az Eötvös-ingával mért gradiens vizszintes helyzetváltozásból adódó korrekciói első közelítésben csekélyek (100 m-en mindössze 0,07 E) és mindegyik független a magassági helyzet kicsiny megváltozásától. A helyi szintfelületi és a gömbi koordináta-rendszerek közötti elforgatás miatti változás pedig Hein (1981) tanulmánya szerint kisebb 0,1 Eötvösnél, ezért figyelembe véve a méréseink pontosságát, elhanyagolható.

A szintfelületi helyi koordináta-rendszerben különbséget tehetünk az Eötvös-tenzor elemei között aszerint, hogy az adott összetevő csupán vízszintes irányú, vagy csak függőleges irányú, vagy pedig vegyesen vízszintes és függőleges irányú deriváltat tartalmaz. Ennek megfelelően beszélhetünk különböző típusú gradiometriai peremértékfeladatokról. A tisztán függőleges irányú deriváltakat tartalmazó peremértékfeladat elég könnyen megoldható és a megoldás ismert (Heck, 1979). Ugyancsak viszonylag egyszerű a tenzor főátlóbeli elemei ismeretében a peremértékfeladat megoldása (Petrovskaya és Zieliński, 1998). Ezzel szemben korántsem egyszerű a tisztán vízszintes és vegyes vízszintes és függőleges deriváltakat tartalmazó peremértékfeladatok megoldása. Ennek az oka, hogy csupán a szokásos skalár értékű gömbfüggvényeket használva nincs megoldás. Az Eötvös peremértékfeladat esetében viszont éppen ezek az összetevők szerepelnek. Látni fogjuk azonban azt is, hogy vektor és tenzor értékű gömbfüggvényeket használva ez a peremértékfeladat is megoldhatóvá válik.

Ahogy az a geodéziai peremértékfeladatok esetében szokásos, most is a peremértékeket linearizáljuk egy alkalmasan választott U potenciálfüggvénnyel jellemezhető referencia (normál) nehézségi erőtér segítségével. Mivel a mérési pontjaink térbeli helyzete

ismertnek tekinthető, ezért most nem rendellenességeket, hanem az Eötvös-tenzor elemeinek a referencia erőtérhez viszonyított eltéréseit (gradiens zavar) számíthatjuk ki az alábbi tenzoregyenlet szerint:

$$\delta \mathbf{E} = \mathbf{E} - \mathbf{grad} U = \begin{bmatrix} \delta W_{xx} & \delta W_{xy} & \delta W_{xz} \\ \delta W_{xy} & \delta W_{yy} & \delta W_{yz} \\ \delta W_{xz} & \delta W_{yz} & \delta W_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Az egyik kombináció, amire szükségünk lesz, egy vektor értékű *gradiens kombináció*, $\delta \mathbf{E}^{(1)}$ amely tulajdonképpen a nehézségi zavar vízszintes gradiens vektora,

$$\delta \mathbf{E}^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta W_{xz} \\ \delta W_{yz} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

A másik kombinációt *nyírási tenzor kombináció*nak fogjuk nevezni, mivel ez a $\delta \mathbf{E}^{(2)}$ tenzor teljesen hasonló alakú (szimmetrikus és zérusátlójú tenzor) mint a deformációelméletből ismert síkbeli nyírási deformáció tenzora:

$$\delta \mathbf{E}^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta W_{\Delta} & -2\delta W_{xy} \\ -2\delta W_{xy} & -\delta W_{\Delta} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

ahol $\delta W_{\Delta} = \delta(W_{xx} - W_{yy})$. Annak az oka, hogy miért éppen ezekre a kombinációkra van szükség, az, hogy csak ezek a kombinációk transzformálhatók egyszerű módon a megfelelő vektor és tenzor értékű gömbfüggvények segítségével a spektrális tartományba. Ezt fogjuk látni a következő pontban.

Vektor és tenzor értékű gömbfüggvények

Az Eötvös geodéziai peremértékfeladat megoldásához három különböző bázisfüggvényrendszerre van szükségünk. Ezek közül egyik a jól ismert (most komplex értékű) Y_{lm} skalár gömbfüggvények rendszere. Ezeket a (φ, λ) gömbi földrajzi koordináták függvényében így definiáljuk:

$$Y_{lm}(\varphi, \lambda) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_m(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (6)$$

Itt $P_m(\sin \varphi)$ -vel jelöltük a Legendre függvényeket. Minden gömbfelületen értelmezett skaláris mennyiség sorba fejthető ezek szerint a gömbfüggvények szerint, így a számunkra szükséges potenciálzavar illetve nehézségi rendellenesség függvényei is, most a teljes külső térben

$$T(\varphi, \lambda, r) = U_0 \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} \sum_{m=-l}^l T_{lm} Y_{lm}(\varphi, \lambda), \quad (7a)$$

$$\Delta g(\varphi, \lambda, r) = \gamma_0 \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+2} \sum_{m=-l}^l \Delta g_{lm} Y_{lm}(\varphi, \lambda), \quad (7b)$$

a megfelelő T_{lm} és Δg_{lm} együtthatókkal, amelyek a spektrális tartományban jellemzik megfelelő módon az Eötvös peremértékfeladat ismeretlen függvényeit. A (7a,b) összefüggésekben az $U_0 = kM/R$ és $\gamma_0 = U_0/R$, ahol kM a Föld geocentrikus gravitációs állandója és R a Föld sugara.

Az Eötvös-inga méréseinkből számítható peremértékeket kétféle bázisfüggvény rendszer segítségével transzformálhatjuk át a spektrumba. Ezek a (komplex) \mathbf{S}_{lm} szferoidális vektor, illetve a \mathbf{Z}_{lm} nyírási tenzor gömbfüggvények. Az előállításuk úgy történik, hogy egy megfelelő differenciál operátort alkalmazunk a komplex skalár gömbfüggvényekre, az alábbiak szerint:

$$\nabla^{(1)} Y_{lm}(\varphi, \lambda) = \sqrt{\frac{(l+1)!}{(l-1)!}} \mathbf{S}_{lm}(\varphi, \lambda), \quad (8)$$

$$\nabla^{(2)} Y_{lm}(\varphi, \lambda) = \sqrt{\frac{(l+2)!}{(l-2)!}} \mathbf{Z}_{lm}(\varphi, \lambda). \quad (9)$$

Ezek a differenciáloperátorok azok, amelyeket a nehézségi erőter T potenciálzavar függvényére alkalmazva éppen a megfelelő gradiens vektor és nyírási tenzor mérési kombinációkat kapjuk. Ebből következik, hogy ezek a mérési kombinációk átvihetők a spektrális tartományba az alábbi vektor és tenzor gömbfüggvénysorok segítségével:

$$\delta \mathbf{E}^{(1)}(\varphi, \lambda, r) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+3} \sum_{m=-l}^l \delta E_{lm}^{(1)} \mathbf{S}_{lm}(\varphi, \lambda), \quad (10a)$$

$$\delta \mathbf{E}^{(2)}(\varphi, \lambda, r) = E_0 \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+3} \sum_{m=-l}^l \delta E_{lm}^{(2)} \mathbf{Z}_{lm}(\varphi, \lambda). \quad (10b)$$

Ezekben az összefüggésekben $E_0 = \gamma_0/R$. A megfelelő gömbfüggvény együtthatókat a vektor és nyírási tenzor gömbfüggvények ortonormalitása segítségével megkaphatjuk:

$$\delta E_{lm}^{(1)} = \frac{1}{E_0} \left(\frac{r}{R}\right)^{l+3} \iint_S \delta \mathbf{E}^{(1)} \cdot \bar{\mathbf{S}}_{lm} dS, \quad (11a)$$

$$\delta E_{lm}^{(2)} = \frac{1}{E_0} \left(\frac{r}{R}\right)^{l+3} \iint_S \delta \mathbf{E}^{(2)} : \bar{\mathbf{Z}}_{lm} dS. \quad (11a)$$

Az integrálást a teljes S egységgömbfelszínre ki kell terjeszteni és az integrandusban a vektor értékű mennyiségek skaláris szorzatát illetve a tenzor értékűek skaláris értékű belső szorzatát (más néven kontrakcióját – ezt a műveletet jelöli a kettőspont) kell meghatározni (a felülvonás a komplex mennyiség konjugáltját jelzi).

Most már teljes a matematikai eszköztárunk, hogy felírjuk és megoldjuk az Eötvös peremértékfeladatot a spektrális tartományban.

A peremértékfeladat megoldása a spektrumban

Az Eötvös-inga mérési adatokból a (11) összefüggések szerint két együttható sorozat számítható, viszont a (7a,b) egyenletek szerint csak egy-egy ismeretlen T_{lm} illetve Δg_{lm} együttható sorozatunk van. Matematikai értelemben tehát túlhatározott feladattal van dolgunk és ez lehetővé teszi azt, hogy például a legkisebb négyzetek értelmében optimális becslést adjunk az ismeretlen együtthatókra. Ez a helyzet jól ismert a peremértékfeladatok esetében és ilyenkor túlhatározott geodéziai peremértékfeladatról beszélünk. A megoldást a legkisebb négyzetek szerinti becsléssel kaphatjuk meg, ahogyan ezt van Gelderen és Rummel (2001) részletesen kifejtik a cikkükben.

Esetünkben az együtthatók optimális becslését az alábbi összefüggés szerint végezzhetjük el:

$$\hat{T}_{lm} = \frac{\lambda_l^{(1)} p_l^{(1)} \delta E_{lm}^{(1)} + \lambda_l^{(2)} p_l^{(2)} \delta E_{lm}^{(2)}}{(\lambda_l^{(1)})^2 p_l^{(1)} + (\lambda_l^{(2)})^2 p_l^{(2)}}, \quad (12a)$$

$$\Delta \hat{g}_{lm} = \frac{(l-1)(\lambda_l^{(1)} p_l^{(1)} \delta E_{lm}^{(1)} + \lambda_l^{(2)} p_l^{(2)} \delta E_{lm}^{(2)})}{(\lambda_l^{(1)})^2 p_l^{(1)} + (\lambda_l^{(2)})^2 p_l^{(2)}}. \quad (12b)$$

Ezekben az összefüggésekben $\lambda_l^{(1)}$ és $\lambda_l^{(2)}$ jelöli a (8) és (9)-es képletekben szereplő differenciáloperátorok sajátértékeit és $p_l^{(1)}$ valamint $p_l^{(2)}$ alkalmasan választott spektrális súlytényezők. Ha a legegyszerűbb választásként a súlytényezőket egységnek vesszük fel, akkor az együtthatókra a következő becslés adható:

$$\begin{Bmatrix} \hat{T}_{lm} \\ \Delta \hat{g}_{lm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (g_l^{(1)})_T \\ (g_l^{(1)})_{\Delta g} \end{Bmatrix} \delta E_{lm}^{(1)} + \begin{Bmatrix} (g_l^{(2)})_T \\ (g_l^{(2)})_{\Delta g} \end{Bmatrix} \delta E_{lm}^{(2)}. \quad (13)$$

A fenti összefüggésben szereplő g_l szorzótényezőket az 1. táblázatban foglaltuk össze.

1. táblázat. A (13)-as összefüggésben szereplő g_l szorzótényezők.

mérési kombináció	T potenciálzavar	Δg nehézségi rendellenesség
(1)	$\frac{1}{(2l+1)\sqrt{l(l+1)}}$	$\frac{l-1}{(2l+1)\sqrt{l(l+1)}}$
(2)	$\frac{\sqrt{l-1}}{(2l+1)\sqrt{l(l+1)(l+2)}}$	$\frac{(l-1)^{3/2}}{(2l+1)\sqrt{l(l+1)(l+2)}}$

Megoldás a tértartományban és az Eötvös magfüggvények

A tértartománybeli (2) alakú megoldás megkereséséhez induljunk ki az együtthatók (13)-as összefüggés szerinti becsléseiből. Ha ezeket a becsléseket beírjuk a (7) egyenletekkel kifejezett gömbfüggvénysorokba és figyelembe vesszük az együtthatók (11)-es képletekkel megfogalmazott értékeit, az integrálás és az összegzés felcserélése után az alábbi alakú egyenletekre jutunk:

$$\begin{Bmatrix} \hat{T}(P) \\ \Delta\hat{g}(P) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R^2/(4\pi) \\ R/(4\pi\gamma_0) \end{Bmatrix} \iint_S \left(\delta\mathbf{E}^{(1)}(Q) \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{G}_T^{(1)}(P, Q) \\ \mathbf{G}_{\Delta g}^{(1)}(P, Q) \end{Bmatrix} + \delta\mathbf{E}^{(2)}(Q) : \begin{Bmatrix} \mathbf{G}_T^{(2)}(P, Q) \\ \mathbf{G}_{\Delta g}^{(2)}(P, Q) \end{Bmatrix} \right) dS(Q).$$

A fenti kifejezésben szereplő négy vektor illetve tenzor értékű függvény elnevezése: a peremértékfeladatot megoldó Green-függvények. Ezek a függvények végtelen sor alakjában szerepelnek a megoldásban és a következőképpen írhatóak fel mind a potenciálzavar mind a nehézségi rendellenesség függvényeire:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{G}^{(1)}(P, Q) \\ \mathbf{G}^{(2)}(P, Q) \end{Bmatrix} = 4\pi \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{l+2} \begin{Bmatrix} \hat{g}_l^{(1)} \\ \hat{g}_l^{(2)} \end{Bmatrix} \sum_{m=-l}^l \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_{lm}(Q) \\ \bar{\mathbf{Z}}_{lm}(Q) \end{Bmatrix} Y_{lm}(P). \quad (14)$$

A döntő lépés a fenti végtelen sorok összegzése céljából az, hogy figyelembe vesszük a sferoidális vektor és nyírási tenzor gömbfüggvények összegzési tételeit. Ezek hasonlóak a skalár gömbfüggvényekre vonatkozó jól ismert összegzési tételekhez és a segítségükkel az m index szerinti összegzést el tudjuk végezni. Ha a P és Q pontok gömbi szögtávolságát ψ -vel jelöljük és a P pontnak a Q pontban mért északi azimutját α^* jelöli, az összegzési tételek a következők:

$$\sum_{m=-l}^l \bar{\mathbf{S}}_{lm}(Q) Y_{lm}(P) = \frac{2l+1}{4\pi} \sqrt{\frac{(l-1)!}{(l+1)!}} P_{l,1}(\cos\psi) \begin{bmatrix} \cos\alpha^* \\ \sin\alpha^* \end{bmatrix}, \quad (15a)$$

$$\sum_{m=-l}^l \bar{\mathbf{Z}}_{lm}(Q) Y_{lm}(P) = \frac{2l+1}{4\pi} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} P_{l,2}(\cos\psi) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos 2\alpha^* & -\sin 2\alpha^* \\ -\sin 2\alpha^* & -\cos 2\alpha^* \end{bmatrix}. \quad (15b)$$

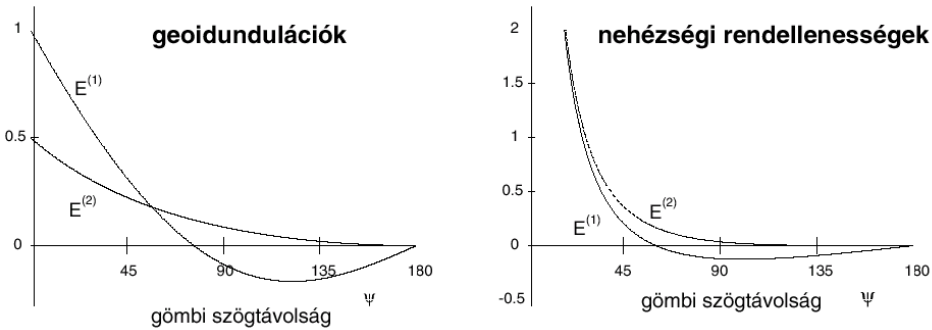
Mivel az összegzési tételekben első- és másodrendű Legendre függvények végtelen sora szerepel, ezért az Eötvös peremértékfeladat Green függvényei láthatóan szétbonthatók két rész szorzatára. Az egyik rész csupán a P és Q pontok gömbi szögtávolságaitól függ és Legendre függvények végtelen sora, míg a másik rész egy vektor illetve tenzor értékű rész, amelyik az azimut függvénye. Megjegyezzük, hogy ez az azimut nem azonos azzal az azimuttal, amelyik a Vening-Meinesz integrálban szerepel, mivel ott a Q pont azimutja szerepel a P pontból nézve, itt viszont a P pont azimutja kell a Q pontból nézve.

A zárt alakú megoldás megtalálásának az utolsó lépése az, hogy összegezzük a megfelelő g_l együtthatókkal felírt végtelen Legendre függvénysorokat. Ennek matematikai részleteivel most nem foglalkozunk, pusztán annyit jegyünk meg, hogy ez az összegzés a legkönnyebben a Legendre függvények és a Jacobi polinomok közötti kapcsolat és a Jacobi polinomok generátorfüggvénye segítségével végezhető el. A megtalált magfüggvényeket elnevezhetjük *Eötvös magfüggvényeknek*. Az $r=R$ speciális esetben az Eötvös magfüggvények az alábbi egyszerű alakot öltik:

$$E_T^{(1)}(\psi) = \frac{1}{\cos \frac{\psi}{2}} - \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \left(1 + \cos^2 \frac{\psi}{2}\right), \quad E_T^{(2)}(\psi) = \frac{1}{1 + \sin \frac{\psi}{2}} - \frac{1}{2}, \quad (16a)$$

$$E_{\Delta g}^{(1)}(\psi) = \frac{\cos \frac{\psi}{2} \left(\frac{1}{2} - \sin \frac{\psi}{2}\right)}{\sin \frac{\psi}{2} \left(1 + \sin \frac{\psi}{2}\right)}, \quad E_{\Delta g}^{(2)}(\psi) = \frac{\left(1 - \sin \frac{\psi}{2}\right)^2}{2 \sin \frac{\psi}{2} \left(1 + \sin \frac{\psi}{2}\right)}. \quad (16b)$$

Az Eötvös magfüggvények képe a 2. ábrán látható. Észrevehetjük azt, hogy a potenciálzavar esetében a függvények korlátosak a zérus gömbi szögtávolság értékére, míg a Stokes-függvényhez hasonlóan a nehézségi rendellenességhez tartozó Eötvös magfüggvények ugyanitt szingulárisak (végtelenbe futnak). Ennek a ténynek jelentős következményei vannak a csonkítási tulajdonságokra nézve, ahogyan azt majd a következő fejezetben látni fogjuk.



2. ábra. Az Eötvös magfüggvények a gömbi szögtávolság függvényében.

A fejezet végén felírjuk a geoidmagasságokra és nehézségi rendellenességekre vonatkozó most megtalált integrálösszefüggéseket végső formájukban. Ezt oly módon tesszük, hogy a megfelelő mérési kombinációk (4) vektorát és (5) tenzorát beírva az azimuttól függő (a 15-ös egyenletekben látható) résszel vett skalárszorzatot illetve a tenzorok kontrakcióját kiszámítjuk. Ekkor kapjuk (a Bruns összefüggést is figyelembe véve) a következő *Eötvös integrálokat*:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N(P) \\ \Delta g(P) \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} R^2 / (4\pi\gamma_0) \\ R / (4\pi\gamma_0) \end{Bmatrix} \iint_S \begin{Bmatrix} E_T^{(1)} \\ E_{\Delta g}^{(1)} \end{Bmatrix} (\psi_{PQ}) (\delta W_{xz} \cos \alpha^* + \delta W_{yz} \sin \alpha^*) (Q) + \\ &+ \begin{Bmatrix} E_T^{(2)} \\ E_{\Delta g}^{(2)} \end{Bmatrix} (\psi_{PQ}) (\delta W_{\Delta} \cos 2\alpha^* + \delta 2W_{xy} \sin 2\alpha^*) (Q) dS(Q). \end{aligned} \quad (17)$$

Szeretnénk hangsúlyozni azt, hogy a geoidundulációra illetve a nehézségi rendellenességekre felírt Eötvös integrálokban szereplő zárt alakú magfüggvények azzal a feltétellel érvényesek, hogy a legkisebb négyzetek szerinti megoldás során egységnyi spektrális súlyokat vettünk fel. Más súlyok választása esetén más alakúak lesznek ezek a függvények és a legtöbb esetben zárt alakban ki sem fejezhetőek.

Egy másik megfigyelés az, hogy az integrálok kiszámításához a teljes földfelszínre ismernünk kellene az Eötvös-ingával mért gradiens értékeket. Mivel ez a feltevés irreális, ezért a következő részben azzal foglalkozunk, hogyan tudjuk meghatározni az így fellépő elhanyagolást, az ún. csonkítási hibát.

Az Eötvös integrálok csonkítási tulajdonságai

Az Eötvös integrálok csonkítási sajátosságainak analitikus vizsgálata jórészt azon a matematikai eszköztáron alapul, amelyet Mologyenszkij fejlesztett ki a peremértékfeladatok vizsgálata során. Ha az integrálást nem a teljes S egységgömb felszínre, hanem csak egy ψ_0 gömbi szögtávolságon belüli területre végezzük el, akkor a csonkítási hibát egy olyan (17) alakú integrál jellemzi, amelyben az $\bar{E}^{(i)}(\psi)$ csonkítási magfüggvények szerepelnek (i a mérési kombinációt jelzi és értéke 1 vagy 2 lehet). Ezek a csonkítási magfüggvények a ψ_0 gömbi szögtávolságon belül zérus értékűek, azon kívül pedig a megfelelő Eötvös magfüggvénnyel azonosak. A fő megállapításunk ebben a részben az, hogy a csonkítási hiba végtelen sorba fejthető és mindegyik mérési kombinációra az alábbi alakú lesz:

$$\left\{ \begin{matrix} N_{cs}^{(i)} \\ \Delta g_{cs}^{(i)} \end{matrix} \right\} (P) = \left\{ \begin{matrix} R/2 \\ \gamma_0/2 \end{matrix} \right\} \sum_{l=2}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} (Q_l^{(i)})_N \\ (Q_l^{(i)})_{\Delta g} \end{matrix} \right\} (\psi_0) E_{l,i}^{(i)}(P). \quad (18)$$

A fenti összefüggésben a $Q_l^{(i)}(\psi_0)$ csonkítási együtthatók szorzata szerepel a megfelelő mérési kombinációhoz rendelhető l -edfokú $E_l^{(i)}(\varphi, \lambda)$ felületi gömbfüggvénnyel. Ezek a felületi gömbfüggvények kiszámíthatóak a potenciálzavar gömbfüggvénytörvényének az együtthatóiból.

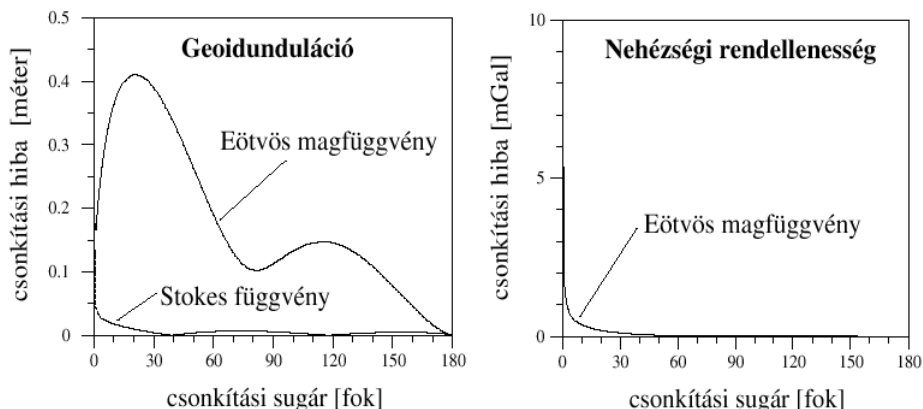
A csonkítási együtthatók meghatározásának matematikai részleteit most mellőzve (lásd Tóth et al, 2002) arra mutatunk rá, hogy azok a négyféle Eötvös magfüggvényből határozhatók meg az alábbi integrálok kiszámításával:

$$\left\{ \begin{matrix} (Q_l^{(i)})_N \\ (Q_l^{(i)})_{\Delta g} \end{matrix} \right\} (\psi_0) = \sqrt{\frac{(l-i)!}{(l+i)!}} \int_{\psi_0}^{\pi} \left\{ \begin{matrix} E_N^{(i)} \\ E_{\Delta g}^{(i)} \end{matrix} \right\} (\psi) P_{l,i}(\cos \psi) \sin \psi d\psi. \quad (19)$$

A gyakorlatban – például a Stokes integrál esetében – sokszor úgy járunk el, hogy a geoidmeghatározás során kiszámítjuk a rendelkezésre álló nehézségi rendellenesség adatokból a geoidunduláció értékét és azt kiegészítjük a csonkítási hibának valamely geopotenciális modellből meghatározható becsült értékével, természetesen a végtelen számú csonkítási együttható helyett csak egy adott fokszámig végezve el a (18)-as összefüggésből a számítás. Ezzel az eljárással az adott körülmények között a lehető legteljesebb mértékben figyelembe vesszük a távolabbi területek hatását. Ugyanez az eljárás alkalmazható az Eötvös integrálok esetében is. Hogy közelítő képet kaphassunk a csonkítási hiba várható nagyságáról, elvégeztük a következő számítás.

Jellemezzük a nehézségi erőteret egy magas fokszámig és rendig felhasznált gömbfüggvénytörvénnyel, amelyet jelen esetben a GPM98CR modell (Wenzel, 1998) képvisel 720 maximális fok- és rendszámig. Megvizsgáltuk a csonkítási hiba átlagos értékét arra az esetre, amikor ezt az erőteret csak egy helyileg korlátozott területre ismerjük és a távoli területek hatását (a csonkítási hibát) az EGM96-os modell 360 maximális fok- és

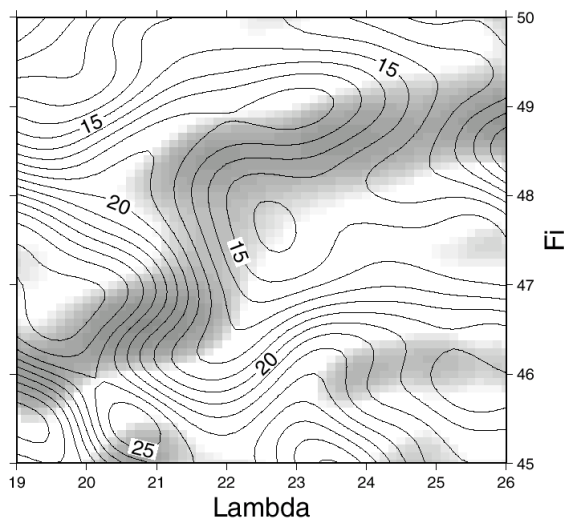
rendszerű terjedő együtthatói segítségével becsültük meg. Az így meghatározott átlagos csonkítási hibát a csonkítási sugár függvényében a 3. ábrán láthatjuk.



3. ábra. Átlagos csonkítási hiba a GPM98CR (max. foksám: 720) és az EGM96 (max. foksám: 360) geopotenciális modellek különbségéből számítva, az Eötvös és Stokes magfüggvények esetében.

A csonkítási hiba szempontjából a gyakorlat számára az az eset a kedvező, amikor a csonkítási hiba a csonkítási sugár növelésével gyorsan csökken. Ez az eset áll elő a Stokes integrál illetve a nehézségi rendellenességekhez tartozó Eötvös integrálok esetében, ahogyan azt az ábrán is láthatjuk. Viszont a geoidundulációk számítása esetében az Eötvös magfüggvények csonkítási tulajdonságai kedvezőtlenek, mivel a csonkítási hiba nem csökken, sőt növekedve mintegy 40 cm-es értéket ér el kb. 20°-os csonkítási sugár esetén. Ez az eredmény még további vizsgálatokat igényel, de nyilván az Eötvös magfüggvény korlátosságából adódik és erősen korlátozza az integrálkifejezés alkalmazhatóságát a gyakorlat számára. Elképzelhető, hogy a magfüggvény megfelelő módosításával javítható lesz ez a kedvezőtlen sajátosság. Addig is azt javasoljuk, hogy a geoidundulációk számítását ne közvetlenül, hanem a nehézségi rendellenességeken keresztül közvetetten végezzük el, mert mint láttuk, ez esetben a Stokes és Eötvös magfüggvények csonkítása megfelelő eredményeket szolgáltat.

A fejezet végén egy példával illusztráljuk a (18)-as összefüggés alkalmazását. Ha a GPM98CR modell gömbfüggvény együtthatóival számolunk és az összegzést a végtelen helyett csak az együtthatók 720 fok- és rendszámáig végezzük el, akkor kiszámíthatjuk akár a geoidundulációk akár a nehézségi rendellenességek csonkítási hibáját. Ezt a nehézségi rendellenességek esetében a 4. ábrán illusztráljuk, ahol láthatjuk a nehézségi rendellenességek csonkítási hibájának eloszlását a földfelszín egy $5^\circ \times 7^\circ$ -os kiterjedésű területére $3,8^\circ$ -os csonkítási sugár esetén. A csonkítási hiba értéke 10 és 25 mGal közötti és sima területi eloszlást mutat.



4. ábra. A nehézségi rendellenességek csonkítási hibája [mGal] a GPM98CR (max. fokszám: 720 geopotenciális modelltől számítva az Eötvös magfüggvény esetében, $3,8^\circ$ -os csonkítási sugarat felvéve.

Összefoglalás és kitekintés

Az Eötvös gradiometriai peremértékfeladat megoldása során láttuk azt, hogy megfelelő matematikai eszközöket használva (ezek a sferoidális vektor illetve nyírási tenzor gömbfüggvények) a megoldás a Stokes integrálhoz hasonló zárt alakú Eötvös integrálok (17-es összefüggés) segítségével megkapható. A megfelelő magfüggvények, az Eötvös függvények (16a,b kifejezések) zárt alakban megkaphatók akkor, ha a túlhatározott peremértékfeladatot úgy oldjuk meg, hogy az Eötvös-inga mérési kombinációkhoz rendelhető spektrális súlyokat egységnek vesszük fel. Láttuk azt is, hogy az Eötvös integrálok azimutfüggőek, mégpedig nem úgy mint a Vening-Meinesz integrál, mert az azimutot nem a számítási pontban, hanem az integrálási pontban kell meghatároznunk. Ez a sajátosság azzal függ össze, hogy most nem a meghatározandó mennyiség van derivált kapcsolatban a potenciálzavarral, hanem maguk az Eötvös-inga mérések.

Láttuk azt is, hogyan határozható meg a korlátozott adatterületből eredő elhanyagolás, a csonkítási hiba a peremértékfeladat megoldását előállító integrálkifejezésekre. Megállapítottuk azt, hogy a magfüggvények eltérő sajátossága felelős azért, hogy a csonkítási hiba jellege más a geoidundulációk és más a nehézségi rendellenességek esetében.

A kutatásainkat tovább folytatva a közeljövőben szeretnénk a gyakorlatban is alkalmazni az Eötvös gradiometriai peremértékfeladat megoldását. Ehhez elkészült már a megfelelő számítógépes szoftver is Fortran 95 nyelven, amely jelenleg tesztelés alatt áll. Nagy segítség e tekintetben az a szintetikus gradienseket tartalmazó adatbázis, amelyet Papp Gábor, az MTA GGKI munkatársa bocsátott rendelkezésünkre. Ez az adatrendszer a Pannon-medence litoszféra modelljét felhasználva készült és minden fontos nehézségi erőter jellemző konzisztens értékrendszerét tartalmazza, tehát ellenőrizni tudjuk majd a segítségével a peremértékfeladat megoldásával számított értékeinket.

Tervezzük azt is, hogy új kombinált geoidmegoldást állítunk elő Magyarország területére gravimetriai és Eötvös-inga adatokból. További, Magyarország számára világviszonylatban is egyedülálló lehetőség ezeknek az adatoknak a felhasználására az, hogy a jövőben felbocsátandó GOCE gradiométeres műhold kalibrációjához szolgáltatassunk adatokat közvetlenül a felszínen mért gradiométeres mérések analitikai felfelé folytatása révén. Az ehhez szükséges új integrálkifejezések megtalálása izgalmas kihívás lesz, mivel előzetes vizsgálataink szerint a szokásos Legendre függvények helyett a Jacobi polinomokra vonatkozó összefüggések alkalmazása fog célhoz vezetni. Mindenképpen elmondhatjuk tehát, hogy Eötvös Loránd közel száz éve végzett kutatásai ilyen módon közvetlen alkalmazást nyerhetnek a geodézia és napjaink legkorszerűbb mérési technológiái számára.

Köszönetnyilvánítás

A szerző megköszöni a T-030177 és T-037929 sz. OTKA pályázatok által a kutatásai megvalósításához nyújtott támogatást.

Hivatkozások

- Heck B** (1979): Zur lokalen Geoidbestimmung aus terrestrischen Messungen Vertikaler Schweregradienten. *Dissertationen Reihe C, Heft 259*, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- Hein GW** (1981): Untersuchungen zur terrestrischen Schweregradiometrie. *Dissertationen Reihe C, Heft 264*, Deutsche Geodätische Kommission, München.
- Petrovskaya MS és Zieliński** (1998): Application of spatial gradiometry for constructing quasigeoid models. In Vermeer, M. and Ádám, J., editors, *Second Continental Workshop on the Geoid in Europe*, 98:4, *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, 107-112.
- Stokes GG** (1849): On the variation of gravity at the surface of the Earth. *Trans. Camb. Phil. Soc.* 8, 672-712; In: *Mathematical and physical papers by George Gabriel Stokes, vol. II*. Johnson Reprint Corporation, New York, 131-171.
- Tóth Gy, Rózsa Sz, Ádám J és Tziavos IN** (2002): Gravity field modelling by torsion balance data – a case study in Hungary; in Ádám J. and Schwarz, K.-P., editors, *Vistas for Geodesy in the New Millennium, IAG Symposya 125*, 193-198, Springer Verlag.
- van Gelderen M és Rummel R** (2001): The solution of the general geodetic boundary value problem by least squares. *Journal of Geodesy*, 75, 1-11.
- Wenzel G** (1998): Ultra-high degree geopotential models GPM98A, B and C to degree 1800. *Paper presented at the Joint Meeting of the IGeC/IGC*, September 7-12, Trieste.

FÜGGŐVONAL-ELHAJLÁSOK ÉS NEHÉZSÉGI RENDELLENESSÉGEK VIZSGÁLATA KANADÁBAN

*Papp Gábor**, *Benedek Judit**, *Nagy Dezső****



Analysis of deflection of vertical data and gravity anomalies in Canada - There are a large number of gravity related parameters, measurable or obtainable from modeling, which can be directly applied to solve geodetic problems. It is important to compare the properties of them, because it may indicate which combination of data and procedures provides better accuracy and resolution. It is also a frequent problem to establish the equivalence of the different approaches. The recent study presents a comparison between the deflections of the vertical and the gravity anomaly data over a selected area in Canada.

In the early 1960s, based on the developments of the required analytical equations (transformation of astrogeodetic deflections, weight function, 2-D surface fitting, etc.) a computer algorithm has been developed by Nagy to calculate gravimetric deflections of the vertical at the centers of 50 km x 50 km gridcells. The study area contained 85 astro-geodetic deflections, which were visually compared with the calculated gravimetric deflections. The computations were based on about 5100 irregularly distributed point gravity anomaly data.

Today this area is covered by about 120 000 gravimetric stations, whereas the number of astrogeodetic deflections increased to 177. The method applied to calculate the plane approximation of the Vening-Meinesz integral is based on the appropriate spectral convolution technique. The integral was directly evaluated at the astrogeodetic points. In addition to the visual and statistical comparisons, quantitative error estimates were also derived applying the method of least squares adjustment of astronomical levelling network. The basic conclusion of the test was that in spite of the significantly increased gravity information, the local slope of the geoid could not be derived with the same accuracy as obtained from the astrogeodetic deflections.



A nehézségi erőter szerkezetének tanulmányozására számos mérhető és modellezhető paraméter áll rendelkezésre, melyek közül több is közvetlenül felhasználható valamely geodéziai feladat megoldásához. Célszerű tehát megvizsgálni a paraméterek tulajdonságait az erőter szerkezetéről hordozott információ tartalom szempontjából, mivel ezek összevetésével megállapítható, hogy egy adott feladatra az adott körülmények között melyik felhasználása ad pontosabb és megfelelőbb felbontású megoldást. Az is sokszor felmerülő kérdés, hogy milyen szinten tekinthetők a rendelkezésre álló különböző adattípusok egyenértékűnek. A tanulmányban ez utóbbi értelemben kerülnek összehasonlításra a függővonal-elhajlások és a nehézségi rendellenességek Kanada egy kiválasztott területén.

Az 1960-as évek elején Nagy által kidolgozott számítógépes megoldás a szükséges analitikus egyenletek (a csillagászati függővonal-elhajlás transzformációs képletei, súlyfüggvény, kétváltozós felület-illesztés, stb.) levezetése után lehetővé tette a gravimetriai függővonal-elhajlás értékeknek egy 50 km x 50 km-es rácshálózat középpontjaiban történő kiszámítását. A számításba bevont területen 85 csillagászati függővo-

**, ** MTA GGKI H-9401 Sopron, POB 5
E-mail: papp@ggki.hu*

** Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada, 615 Booth Street, Ottawa, K1A 0E9*

nal-elhajlás állt rendelkezésre. A számítások eredményeinek értékelése vizuális összehasonlítással történt. Az adatbázist kb. 5100 gravitációs állomás képezte.

Jelenleg ugyanezen a területen a gravitációs állomások száma közel 120 000, míg a csillagászati függővonal-elhajlások száma 177. A Vening-Meinesz integrál síkközelítést spektrális konvolúcióként értelmezve, a számításokat most közvetlenül az adott csillagászati függővonal-elhajlási pontokban lehetett elvégezni egy adaptív rácsgeneráló eljárás alkalmazásával. A gravimetriai és a csillagászati függővonal-elhajlási adatok vizuális és statisztikai összehasonlításán túl a csillagászati szintezési hálózat legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítésével lehetőség nyílt az információ tartalom mennyiségi meghatározására is. Erre a kiegyenlítésből nyert javítási rendszer és a megbízhatósági mérőszámok adnak lehetőséget. A vizsgálatok alapján úgy tűnik, hogy a kb. hússzorosára növekedett nehézségi adatbázis sem teszi lehetővé a geoid helyi érintősíkjának olyan pontosságú meghatározását, mint amelyet a csillagászati függővonal-elhajlás adatok biztosítanak.

Kulcsszavak: csillagászati függővonal-elhajlás, gravimetriai függővonal-elhajlás, csillagászati szintezés, a geoidundulációk pontossága, információ tartalom, az erő-tér változékonysági paramétere

Bevezetés

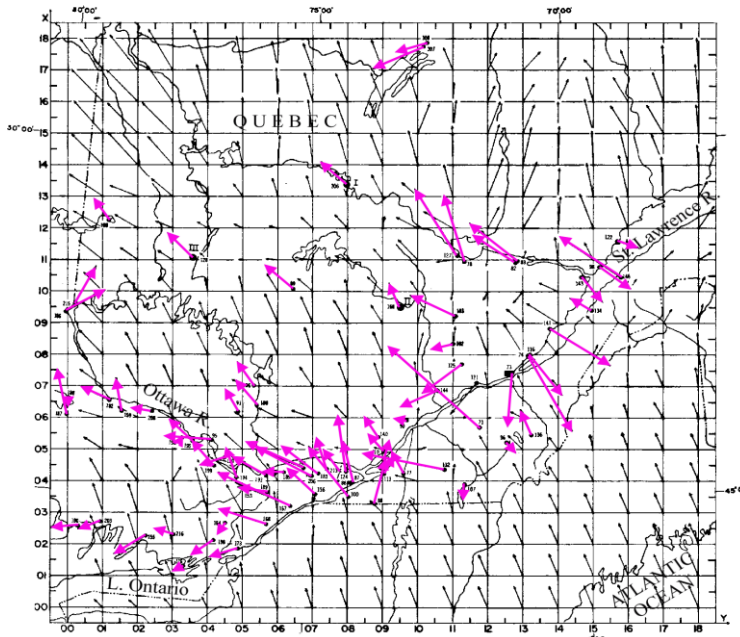
A geoid meghatározás megbízhatósága elsősorban a felhasznált adatoktól és az alkalmazott eljárásoktól függ. Mivel mind az adatok mind a módszerek tekintetében széles választék áll rendelkezésre, célszerű összevetni a különböző adat-módszer kombinációkat a legoptimálisabb megoldás érdekében. Mivel azonban a geoid valódi felülete nem ismert, ezért a megoldások csak egymástól többé-kevésbé független, de általánosan egyenértékű becslésként értelmezhetők. Amíg a módszerek vizsgálatára az ún. szintetikus nehézségi erőter modellezés, mint objektív eljárás használható (Benedek, 2001), addig a különböző adattípusok összevetése az erőter szerkezetéről hordozott információ tartalom és annak megbízhatósága szempontjából nem egyszerű feladat. Már az sem egyértelműen igaz, hogy több adat felhasználása egy eljárásban pontosabb eredményeket szolgáltat, pedig ez általános vélekedés a geoid meghatározása során. A tapasztalatok szerint ugyanis a különböző módszerek és állandóan bővülő-változó adatbázisok felhasználásával sem sikerült az utóbbi 5-8 évben az ún. rövid hullámhosszúságú geoidundulációk ellentmondásait $\pm 3 - \pm 5$ cm alá csökkenteni Magyarország területén (Papp, 1996; Tziavos és mások, 1998; Tóth, 1998; Kenyeres, 2002, Rózsa 2002). Ennek magyarázata egyrészt az alkalmazott numerikus megoldásokban, másrészt az adatok reprezentációs képességében keresendő. Ez utóbbi kérdés kerül górcső alá e tanulmányban a nehézségi rendellenesség és a függővonal-elhajlások viszonylatában.

Relatív geoid magasságok bizonyos feltételek mellett meghatározhatók a csillagászati szintezés néven ismert módszerrel (pl. Homoródi, 1966). Bár a módszer alkalmazására több, főként európai példa is akad, egy idő óta csak mint elvi lehetőséget tartják számon. Ugyanis a nehézségi rendellenesség adatok rohamosan növekvő száma miatt lehetőség nyílt egyrészt a geoidundulációk meghatározására a Stokes-féle integrál alkalmazásával, másrészt a függővonal elhajlási adatok kiszámítására a Vening-Meinesz (VM) integrál segítségével. Ez utóbbi integrál biztosítja egy a nehézségi erőteret valami-

lyen tulajdonság alapján jellemző mérhető mennyiség (csillagászati függővonal-elhajlás) és egy másik, számítható paraméter (gravimetriai függővonal-elhajlás) közvetlen összehasonlíthatóságát. Erre példa egy Kanadában végzett vizsgálat (Nagy, 1963).

A 1960-as módszer rövid ismertetése

A vizsgálatba bevont területet és a számítási eredmények egy részét az 1. ábra mutatja.



1. ábra. A tanulmányba bevont terület Kanada dél-keleti részén a St. Lőrinc folyó mentén. A szürke, vastag vektorok a csillagászati, a vékony, fekete vektorok a gravitációs függővonal-elhajlásokat ábrázolják az 1960-as helyzet szerint. A geodéziai koordináták ívfok, a síkkoordináták 100 km egységben adóttak.

A VM integrál numerikus kiértékeléséhez 5098 db nehézségi rendellenesség adat állt rendelkezésre míg a csillagászati függővonal-elhajlási adatok száma 85 db volt. A számításba bevont terület 50 km × 50 km-es hálózattal lett felosztva (1. ábra). A cellákba eső pontok számától függően átlagérték, elsőfokú vagy másodfokú (kétváltozós) felületet határoztak meg, amiből integrál átlagot vezettek le. Az így meghatározott értékek képezték a számításokhoz szükséges adatbázist. A cellához tartozó pontok síkbeli eloszlásáról a felületek számításánál meghatározott mátrixok inverzei nyújtottak információt.

A számításhoz szükséges súlyfüggvény a jól ismert Vening-Meinesz formula gömbi képleteiből (Vening-Meinesz, 1928) lett levezetve sík koordináta rendszerre (Nagy, 1963). A számítás kezdetén a súlymátrix, programozás technikai okokból csak egyszer került kiszámításra. Számítási pontként a cella középpontja szolgált. A numerikus integrálás két lépésben történt. A pontot tartalmazó cella hatását (a függvény jól ismert szingularitása miatt) a horizontális deriváltakból kellett meghatározni. Más esetekben, amikor elegendő számú pont állt rendelkezésre, az átlagértékek a legkisebb négyzetek módszere által meghatározott felületekből lettek kiszámítva. Ehhez aztán hozzáadódott a külső területről számított hatás.

A sík koordináta-rendszer kezdőpontja egybeesett egy csillagászati ponttal. Három ilyen, nagyrészt egymást átfedő területegységet dolgoztak fel. Az összehasonlítás a csillagászati függővonal-elhajlás és a gravimetriai függővonal-elhajlás értékek között grafikusán történt, az elhajlások vektorként való ábrázolásával (1. ábra). Mivel azonban a számítások nem közvetlenül a mérési pontokra szolgáltatott eredményeket, hanem a szabályos rácsháléhoz kötöttek, ezért az értékelés csak a tendenciák megállapítására korlátozódhatott.

Az újraszámítás módszerének ismertetése

A újraszámítás az ún. *remove-restore* séma alapján történt. A nehézségi rendellenességek függővonal-elhajlásokká alakítására szolgáló Vening-Meinesz integrált az elméletnek megfelelően a teljes földfelszínen kellene kiértékelni. Ez azonban a szükséges adatok hiánya ill. a meglévő adatbázisok korlátozott hozzáférhetősége miatt közvetlen úton nem lehetséges. A földi nehézségi erőter globális illetve regionális szerkezetéről hiányzó információ az ún. *Globális Potenciál Modellek* (GPM) alkalmazásával pótolható. E modelleknek (pl. OSU91, EGM96) nagy előnye, hogy az erőter funkcionáljain keresztül a különböző erőter paraméterek között ellentmondásmentes rendszert képeznek. Így bármely, az adott GPM-ből meghatározott paraméterre vonatkozóan kiszámítható a neki megfelelő valamely másik paraméter értéke.

Jelen feladatban ez úgy hasznosult, hogy a Δg_{sz} szabadlevegő nehézségi rendellenesség adatokat tartalmazó adatbázis (2. ábra) minden pontjában (3. ábra) meghatározásra került az N_{EGM96} geoidunduláció, a függővonal-elhajlás ξ_{EGM96} és η_{EGM96} komponensei, valamint a Δg_{EGM96} nehézségi rendellenesség. A sorfejtés maximális fok- és rendszáma 360 volt. A maradék nehézségi anomáliák képzése

$$\Delta g_m = \Delta g_{sz} - \Delta g_{EGM96} \quad (1)$$

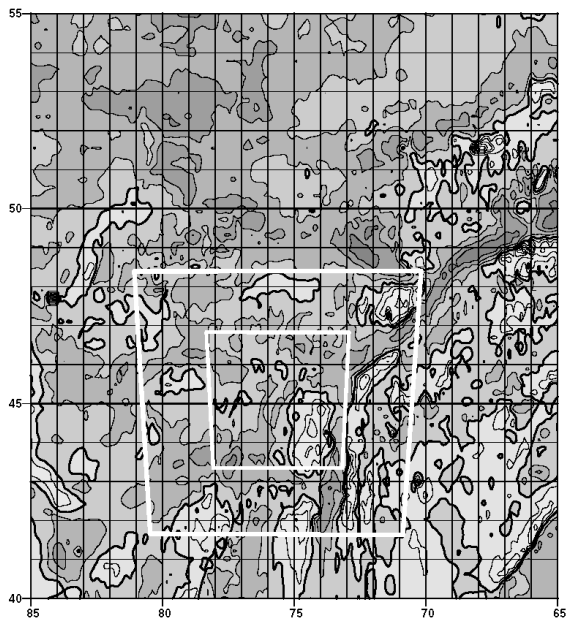
szerint történt. A Δg_m adatokból számított függővonal-elhajlás összetevők és a GPM-ből számított függővonal-elhajlás értékek (ξ_{EGM96} , η_{EGM96}) összegezésével előállítható:

$$\xi_g = \xi_{VM} + \xi_{EGM96} \quad \eta_g = \eta_{VM} + \eta_{EGM96} \quad (2)$$

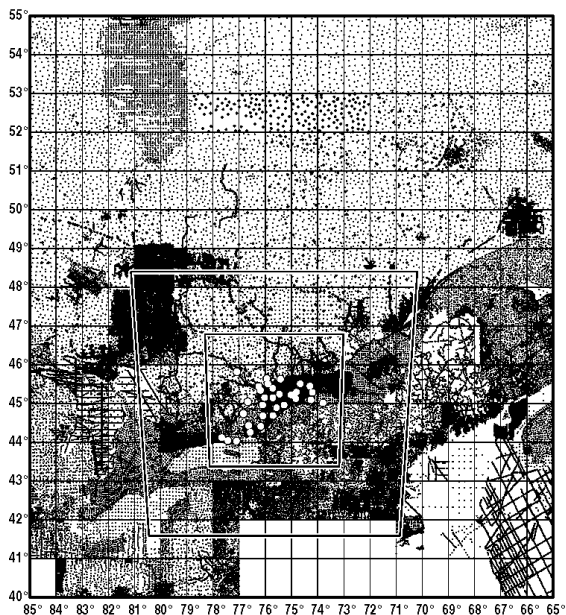
ahol ξ_g és η_g a gravimetriai függővonal-elhajlás komponensei, ξ_{VM} és η_{VM} a VM integrállal a Δg_m maradék nehézségi rendellenességekből számított függővonal-elhajlás komponensei. A statisztikák alapján (1. táblázat) megállapítható, hogy a GPM-ből meghatározott nehézségi rendellenességek eltávolításával sikerült csillapítani az erőter hosszú hullámú összetevőit. A Δg_m adatok szórása kb. 35%-al csökkent az eredeti adatok szórásához viszonyítva és a középértéke közel zérus lett. Az eredeti rendellenességek és a maradékok spektrális illetve statisztikai tulajdonságainak további vizsgálatához, valamint az erőter változékonyságának mennyiségi jellemzéséhez jól használható a tapasztalati autokovariancia függvény (ACF) (4. ábra).

1. táblázat. Az eredeti (Δg_{sz}) és az EGM96 GPM-el redukált (Δg_m) nehézségi rendellenességek statisztikái. Az értékek mGal-ban adottak.

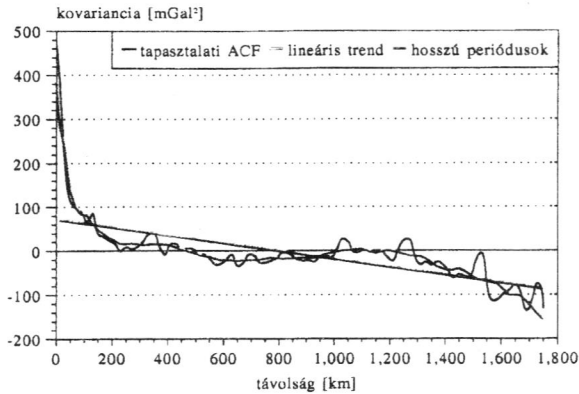
adatsor	min	max	Középérték	variancia
Δg_{sz}	-143.04	144.42	-11.24	± 21.60
Δg_m	-132.32	109.75	-0.99	± 14.01



2. ábra. A szabadlevegő nehézségi rendellenességek térképe a teljes vizsgálati területen. Szintvonalköz: 20 mGal. A világos területeken a rendellenességek negatív előjelűek. A nulla értékű szintvonalakat a vastag vonalak jelölik. A koordináták ívfok mértékegységben adottak. Az ábrán látható a részletes vizsgálatokhoz kijelölt két centrálisan elhelyezkedő részterület körvonala is.



3. ábra. A nehézségi mérések ponteloszlásának térképe a teljes területen. Az ábrán látható a részletes vizsgálatokhoz kiválasztott két centrálisan elhelyezkedő részterület körvonala és a 31 db csillagászati függővonal-elhajlási pont is (fehér körök). A koordináták ívfok mértékegységben adottak.



4. ábra. A teljes vizsgálati területre eső 118 354 db szabadlevegő nehézségi rendellenességéből számított tapasztalati autokovariancia függvény.

Annak ellenére, hogy az EGM96 modell elégségesen reprezentálja a területen a nehézségi erőter hosszuhullámú összetevőit, a maradékok még mindig tartalmaznak egyrészt regionális (esetleg lineáris) jellegzetességeket, másrészt lokális periodicitásokat (5. ábra). Ez utóbbiak különösen a GPM térbeli felbontásának határát jelentő kb. 100 km hullámhossznál karakterisztikusak és közelítőleg 16 mGal^2 varianciájú jelet okoznak.

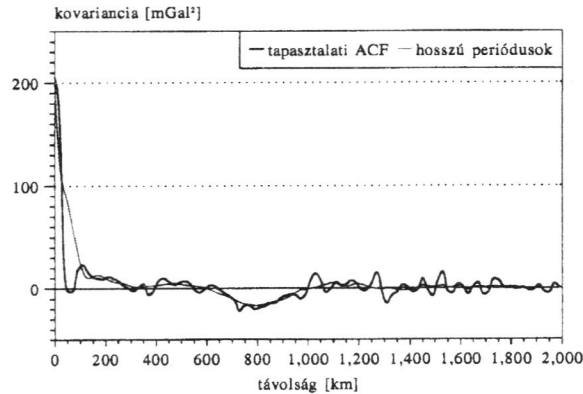
A teljes terület nagysága miatt a számítások a 3. ábrán kijelölt részterületekre korlátozódtak. Ezek kiválasztásában nem csak a kiterjedés, de a környező nehézségi adatok nagy pontsűrűsége és a csillagászati függővonal-elhajlási pontok viszonylag magas száma (31 db) is szerepet játszott (2. táblázat). Megemlíthető a nyilvánvalóan egyenlőtlen ponteloszlás, melynek következtében helyenként nagy eltérések tapasztalhatók a pontsűrűségben. Ilyen, átlagtól eltérő területnek számít 7 függővonal-elhajlási pont közvetlen környéke, ahol átlagosan 2 km^2 -ként található egy gravimetriai pont.

A különböző kiterjedésű, de a 31 csillagászati függővonal-elhajlási pontra központosított elhelyezkedésű részterületek kialakítása arra adott alkalmat, hogy vizsgálat alá kerülhessen az integrálási határok változtatásának hatása a meghatározott gravimetriai függővonal-elhajlási értékekre.

A számítás meggyorsítása érdekében a VM integrál numerikus kiértékeléséhez a konvolúciós integrálok szokásos spektrális reprezentálása választható, így a feladat a gyors Fourier transzformáció (FFT) alkalmazásával oldható meg. A felhasznált számítógépi program a GEOFOUR (1996), a GRAVSOF programcsomag része.

2. táblázat. A teljes és a szűkített területekre vonatkozó nehézségi és függővonal elhajlási adatok területi eloszlásának jellemzői. ζ_{cs} és η_{cs} a csillagászati függővonal-elhajlási adatok komponenseit jelölik.

adat típus	adatsor	terület [km^2]	pontok száma	pontsűrűség [km^2/pont]
	teljes	2 267 428	118 354	19.0
Δg_{sz}	I. részterület	577 600	46 276	12.5
	II. részterület	141 374	9 745	14.5
ζ_{cs}, η_{cs}	II. részterület		31	



5. ábra. A teljes vizsgálati területre eső 118 354 db maradék nehézségi rendellenességéből számított tapasztalati autokovariancia függvény.

A számítások a Kanadában használatos Lambert-féle szögtartó síkvetületi koordináta rendszerben történtek (Nagy, 1990). Mivel az FFT egyenközű rácsra interpolált adatokon alkalmazható, ezért a rendelkezésre álló 118 354 db nehézségi rendellenesség adat alapján a GMT programcsomag folytonos görbületű felület-interpolációs modulja (Smith és Wessel, 1990) segítségével különböző kiterjedésű és rácstávolságú ponthalmazokat kellett levezetni. Annak érdekében, hogy a csillagászati függővonal-elhajlási mérési pontokra az interpolálás elkerülhető legyen, a rácscsok konfigurálása úgy történt, hogy az éppen vizsgált mérési pont egybeessen a rácscsok egyik pontjával. Így a rácsponthoz kötötten számított gravimetriai függővonal-elhajlási érték közvetlenül összehasonlítható a mérési eredménnyel. Igaz, hogy ez jelentősen megnövelte a szükséges számítások mennyiségét, de a folyamat jó automatizálhatósága következtében nem okozott gondot ennek az ún. adaptív rácshálózatnak a létrehozása. A fenti sémából adódóan a kiválasztott részterület 31 pontjában történt gravimetriai függővonal-elhajlás számítás.

A használt gravimetriai adatrendszerek (rácscsok) geometriai jellemzőit a 3. táblázat összegezi. A rácstávolságok kiválasztásában a fő szempont az volt, hogy egyrészt megfelelően reprezentálják az átlagos illetve a lokális pontsűrűséget (v.ö. 2. táblázat), másrészt a rácspontok számával egyetemben biztosítsák az azonos területi lefedést az I. és a II. részterület vonatkozásában.

3. táblázat. Az I. és II. részterületeket lefedő négyzet alakú rácshálózatok jellemző adatai.

kiterjedés [km]	rácspontok száma	rácstávolság [km]
766	512	1.5
382	256	1.5
765	256	3.0
381	128	3.0
762	128	6.0
378	64	6.0
756	64	12.0
372	32	12.0

Az (2) egyenletnek megfelelően az integrálásból kapott függővonal-elhajlási értékekhez hozzáadva az EGM96 GPM hozzájárulását, a teljes gravimetriai függővonal-elhajlás érték előállítható.

A különböző rácson végzett számításokból egyrészt követhető, hogy az integrálásba bevont terület nagysága illetve a pontok területi sűrűsége milyen hatással van a számított eredményekre, másrészt mutat-e konvergenciát a mért és a számított adatrendszer.

Sajnos az 1960-ban rendelkezésre álló adatbázis, a területi kiterjedést tekintve éppen megszakad a kijelölt teszterület központi részén. Ezért nem az eredeti adatbázissal történt vizsgálat annak megállapítására, hogy a nehézségi adatok számának nagyarányú növekedése miképpen mutatkozik meg a számítások eredményeiben. A '60-as állapothoz hasonló pontsűrűség a jelenlegi adatbázis ritkításával (tizedelésével) lehetett előállítani. Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy ez utóbbi lépés elvileg nem azonos hatású a rácsávolság növelésével. Ugyanis a ritkább adatrendszerből (az 1960-asból), a nehézségi tér változékonyságának függvényében pontatlanabb értékek interpolálhatók, mint a sűrűbb lefedettséget biztosító jelenlegi adatbázisból. Ennek megfelelően a pontsűrűség hatását kétféle értelemben lehet és kell vizsgálni.

A mért és a számított függővonal-elhajlások összehasonlítása

A csillagászati és a gravimetriai függővonal-elhajlások a meghatározás módját tekintve függetlenek egymástól. Így a kétféle adatrendszer különbségeinek elemzésével megállapítható, hogy milyen jellegű szabályos és véletlenszerű hatások terhelik az eltéréseket és ezeken keresztül a függetlennek tekintett szintfelület meghatározások középértékeként számítható geoidot. Arra vonatkozóan azonban, hogy melyik megoldás van közelebb a valósághoz nem kapunk a statisztikákból információt. Azonban az mindenképpen igaz, hogy míg a csillagászati mérésekből közvetlenül meghatározható a helyi szintfelület normálisának iránya, addig a Vening-Meinesz integrál és különösen annak lokalizált megoldása csak közvetett meghatározást tesz lehetővé. Alapvető tény, hogy mindkét megoldás az alkalmazott vonatkozási-rendszerrel függő adatokat szolgáltat, hiszen a csillagászati mérésekből a geodéziai koordináták segítségével számíthatók a függővonal-elhajlási értékek, míg a VM integrál helyi megoldása feltételezi egy globális geopotenciál modell alkalmazását (1) és (2) szerint. Ennek értelmében a $\Delta\xi = \xi_{cs} - \xi_g$ és $\Delta\eta = \eta_{cs} - \eta_g$ differenciákban megjelennek a vonatkozási rendszerek közötti szisztematikus különbségek is. Az összehasonlításban tehát nem lehet egyik adatrendszernek sem kitüntetett szerepe.

A különböző rácshálózatokon (3. táblázat) számított gravimetriai függővonal-elhajlások összevetéséből megállapítható, hogy milyen az FFT-vel numerikusan megoldott VM integrál belső konzisztenciája és ha a különböző megoldásokat a felbontás és az integrálási tartomány kiterjedése függvényében a közvetlen mérésekkel vetjük össze (4. táblázat), akkor megfigyelhető, hogy van-e és milyen mértékű a konvergencia a függővonal-elhajlási értékek között (6. és 7. ábra).

4. táblázat. A gravimetriai és a csillagászati függővonal-elhajlások pontonkénti különbségeinek statisztikái a rácstávolság és a terület nagyság függvényében. A statisztikák kiszámítása 31 pont alapján történt.

rácspontok száma	rácstávolság [km]	min ["]		max ["]		Átlag ["]		szórás ["]	
		ξ	η	ξ	η	ξ	η	ξ	η
512	1.5	-2.00	-1.42	5.11	5.07	0.27	0.71	±1.40	±1.18
256	1.5	-2.00	-1.65	5.14	4.94	0.38	0.53	±1.37	±1.19
256	3.0	-2.11	-1.41	5.18	5.27	0.27	0.72	±1.42	±1.21
128	3.0	-2.01	-1.69	5.14	5.12	0.35	0.50	±1.37	±1.23
128	6.0	-1.93	-1.36	5.15	5.27	0.25	0.72	±1.42	±1.20
64	6.0	-1.69	-1.62	5.16	5.13	0.33	0.49	±1.38	±1.24
64	12.0	-2.20	-1.47	5.16	5.37	0.24	0.65	±1.52	±1.28
32	12.0	-2.44	-1.75	5.06	5.17	0.25	0.40	±1.47	±1.37

A geoid helyi felületdarabjának meghatározása a teszterületen

Az eddig ismertetett vizsgálatok csak annak vizsgálatára használhatók, hogy a '60-as évekbeli helyzethez viszonyítva a kb. hússzorosára megnőtt adatmennyiség hogyan hat a gravimetriai függővonal-elhajlás értékekre. Pusztán a mért és a számított értékek közeledése a geoidundulációk pontosságának vonatkozásában nem ad kvantitatív eredményt mivel a geoid tényleges felülete nem ismert. Ha azonban a kialakított csillagászati hálózat kiegyenlítésével mind a mérésekből (ξ_{cs} és η_{cs}), mind a számítási eredményekből (ξ_g és η_g) meghatározásra kerülnek a hálózati pontok geoidundulációi, akkor megbecsülhetők az input és az output paraméterek (a csillagászati-, a gravimetriai függővonal-elhajlási adatok, valamint a geoidundulációk) középhibái is, melyek jól jellemzi azok belső összhangját. Természetesen a kapott unduláció értékeket is össze lehet hasonlítani, de ez a fajta direkt módszer nem alkalmas annak objektív megállapítására, hogy melyik adatsorból számítható pontosabb geoid kép.

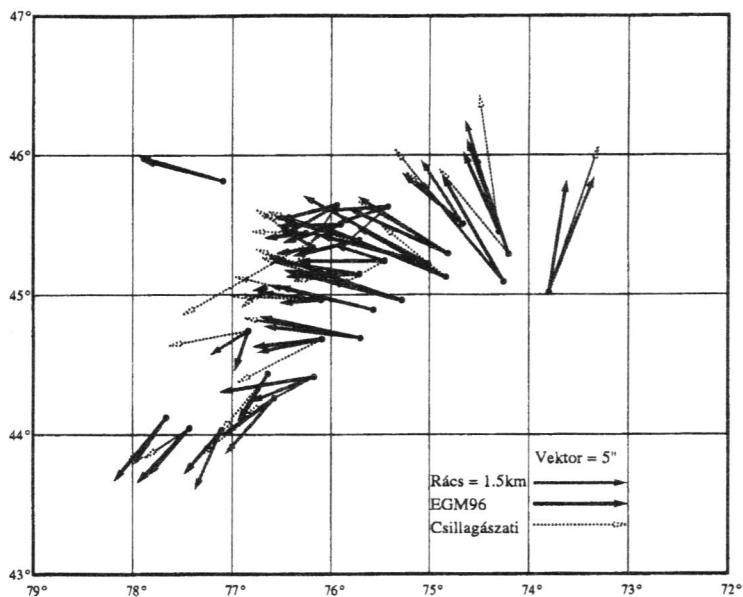
A tanulmányhoz kiválasztott 31 pontra a háromszög hálózat meghatározása Delaunay-trianguláció segítségével történt (8. ábra) majd a hálózat oldalaira a csillagászati szintezés egyenlete felírásra került oda-vissza értelemben:

$$\Delta \hat{N}_{ij} = t_{ij} (\xi_i \cos \alpha_{ij} + \eta_i \sin \alpha_{ij}) \tag{3}$$

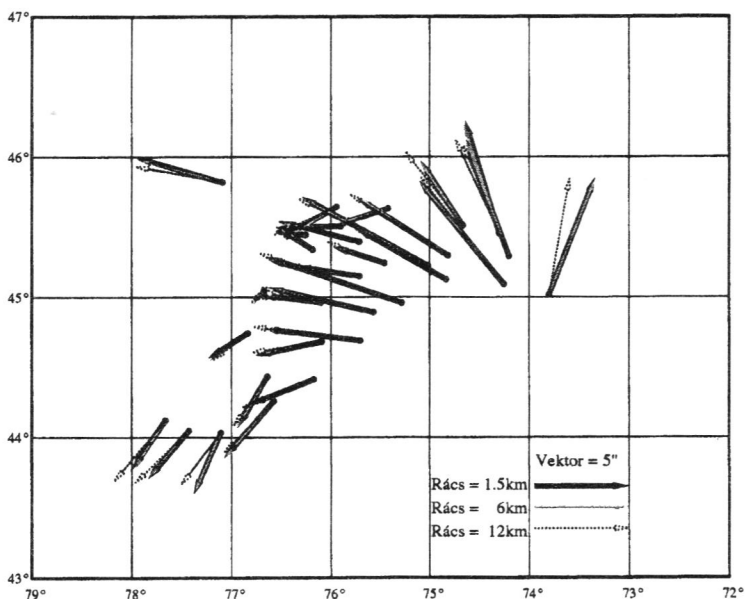
$$\Delta \hat{N}_{ij} = t_{ij} (\xi_j \cos(\alpha_{ij} + 180^\circ) + \eta_j \sin(\alpha_{ij} + 180^\circ))$$

ahol $\Delta \hat{N}_{ij}$ az i -edik és a j -edik pontok által meghatározott oldalra számítható unduláció különbség előzetes értéke és α_{ij} az i -edik pontból a j -edik pontba mutató irány irányszöge.

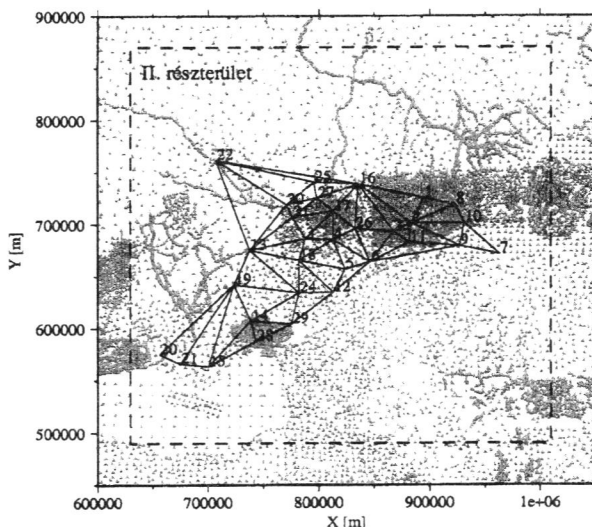
Ez összesen 148 egyenletet eredményezett 30 ismeretlenre vonatkozóan. Rögzített geoid magasságú pontnak a hálózat középpontjában elhelyezkedő 4. sz. pont tűnt alkalmasnak (8. ábra).



6. ábra. Függővonal-elhajlások összehasonlítása a kiválasztott 31 mérési pontban. A gravimetriai függővonal-elhajlások 1.5 km felbontású 512 × 512 pontot tartalmazó rácson (I. részterület) lettek meghatározva.



7. ábra. Gravimetriai függővonal-elhajlások összehasonlítása a kiválasztott 31 mérési pontban.



8. ábra. A 31 pontból álló asztrogeodéziai hálózat. Az ábra a pontszámok mellett a gravimetriai pontok eloszlását és az II. sz. részterület kiterjedését is mutatja. A koordináták a Lambert-féle vetületi rendszerben adták, méter egységben.

Mivel a csillagászati pontok egyenlőtlen ponteloszlásúak és meglehetősen nagy távolságra vannak egymástól (az átlagos ponttávolság 42.09 km), ezért meg kellett állapítani, hogy ezen a hálózaton mekkora átlagos belső pontossággal határozható meg a geoid felülete az erőter adott szerkezete mellett. Ez a feladat a hálózati pontokra vonatkozó ξ_{EGM96} , η_{EGM96} adatok csillagászati szintézissel kombinált kiegyenlítésével oldható meg. Ugyanis a kiegyenlítésből kapott súlyegység középhiba (a mérési hibáktól eltekintve) arról ad tájékoztatást, hogy az adott geometriai és fizikai konfigurációban milyen mértékben helyettesíthető a geoid görbült felülete annak érintősíkjával. Természetesen minél kisebb a görbület egy adott pontban ill. a görbület változás a pontok között, a csillagászati szintézis lineáris modellje annál jobb közelítésnek számít.

A továbbiakban a mért (csillagászati) függővonal-elhajlási adatok, majd a különböző felbontású és területi kiterjedésű nehézségi rendellenesség adatokból számított függővonal-elhajlások kerültek feldolgozásra. Mivel az EGM96 GPM 110 km hullámhossz felett már nem tartalmaz összetevőket ezért az adott hálózaton a ξ_{EGM96} és η_{EGM96} adatok ± 11.3 cm-es a posteriori középhibával illeszkedtek a csillagászati szintézis modelljéhez. A csillagászati függővonal-elhajlásokból ± 18.5 cm középhibával lehetett a hálózati pontok közötti unduláció különbségeket meghatározni. Fell kell hívni a figyelmet arra, hogy bár az egység súlyú mérési eredmény középhibája dimenzió nélküli szám, egynemű dimenzióval bíró mennyiségek kiegyenlítése esetén a középhiba ellátható mértékegységgel a jobb szemléltetés kedvéért. Az 5. táblázatban látható, hogy a gravimetriai függővonal-elhajlások illesztése átlagosan ± 13 cm pontossággal elvégezhető és ez az érték csak elhanyagolható mértékben függ a használt nehézségi adatok pontsűrűségétől és kiterjedésétől. A középhiba

értékét még az sem befolyásolja lényegesen, hogy a szabályos rácshálóra interpolált adatok milyen pontsűrűségű (ti. eredeti vagy ritkített) adatbázis alapján lettek levezetve.

5. táblázat. A csillagászati szintezés kiegyenlítése során meghatározott súlyegység középhibák. A *d* jelű eredmények a ritkített, tizedére csökkentett állományból származnak.

rácspontok száma	rácstávolság [km]	μ_0 [cm]
512	1.5	± 13.1
256	1.5	± 13.2
256	3.0	± 13.2
128	3.0	± 13.2
128	6.0	± 13.0
64	6.0	± 13.0
128 <i>d</i>	6.0	± 13.0
64 <i>d</i>	6.0	± 12.9
64	12.0	± 13.0
32	12.0	± 12.9
64 <i>d</i>	12.0	± 13.1
32 <i>d</i>	12.0	± 12.8

Ezek az eredmények összhangban vannak a várakozásokkal, hiszen ismert, hogy a legkevesebb helyi ill. rövid hullámhosszúságú információt a GPM szolgáltatja. Ennek következtében az ebből számított geoid kép sima, kis görbületű felületet ad, amely általában nagyobb távolságokig helyettesíthető az érintősíkjal, mint a geoid valódi felülete. Az illeszkedés középhibájának alig ± 2 cm-es növekedése a gravimetriai függővonal-elhajlásokból meghatározott unduláció különbségek kiegyenlítése esetén azt jelzi, hogy a nehézségi mérések által reprezentált helyi tömegeloszlási rendellenességek átlagosan ilyen mértékben "zavarják" meg a geoid felületét. Azaz pontról-pontra növekszik a felület változékonysága (ti. a görbülete), amely fokozottabb eltérést jelent az érintősíktől a távolság függvényében. Mivel azonban minden adattípus esetén a kiegyenlítés ugyanazon a hálózaton történt, feltételezhető, hogy a hálózat alakjából és méretéből adódó geometriai hatások egyformán érvényesülnek mindegyik megoldásban.

Természetesen a kedvezőtlenebb illeszkedést a mérési hibák is eredményezhetik, de ez most a gravimetriai adatok vonatkozásában nem kerül tárgyalásra.

A súlyegység középhibáját befolyásoló tényezők

Az 5. táblázat alapján úgy tűnik, hogy jelentős különbség (± 5.5 cm) van a csillagászati és a gravimetriai függővonal-elhajlási adatok között a csillagászati szintezés matematikai modelljéhez való illeszkedés tekintetében. Elméletileg ez a különbség egyrészt értelmezhető úgy, hogy a csillagászati adatok jóval nagyobb hibával terheltek, mint a nehézségi rendellenességekből számítható függővonal-elhajlások. Másrészt azonban az is lehetséges, hogy a gravimetriai függővonal-elhajlási adatok a rendelkezésre álló pontsűrűségben nem képesek a csillagászati függővonal-elhajlási adatokkal egyenértékű pontossággal reprezentálni a geoid valódi görbületi viszonyait a Vening-Meinesz integrál numerikus megoldásán keresztül.

A függővonal-elhajlásokban bizonyosan meglévő mérési hibák hatását szimuláció útján lehet vizsgálni. Mivel az EGM96 GPM-ből számított elhajlási adatok és az N_{EGM96} undulációk szintetikus voltak miatt ellentmondásmentes rendszert alkotnak, megfelelő szórású véletlen hibával terhelve azokat olyan adatrendszer hozható létre, mely statisztikai jellemzőiben hasonlíthat a mérés útján nyert adatokhoz. A szimulált hibával terhelt adatok kiegyenlítése során megfigyelhető, hogy a véletlen hatások következtében mennyire romlik a mérések és a csillagászati szintezés modelljének általános illeszkedése (6. táblázat).

6. táblázat. A EGM96 GPM-ből meghatározott és véletlen hibával terhelt függővonal-elhajlási adatok kiegyenlítése során meghatározott súlyegység középhibák a hiba intervallumok függvényében.

hiba intervallum	μ_0 [cm]
-1" - +1"	± 12.5
-2" - +2"	± 16.6

Az egyenletes eloszlású mérési hibák (valószínűségi változók) szimulálása véletlen-szám generátorral történt, kétféle intervallumban, 10-10 hibasorozatot realizálva.

Látható, hogy még valószínűtlen nagyságú (6. táblázat, utolsó sor) hibák esetén sem éri el a súlyegység középhiba a csillagászati függővonal-elhajlási adatok kiegyenlítéséből adódó ± 18.5 cm értéket. Tehát az a tény, hogy a csillagászati adatok kevésbé illeszkednek a csillagászati szintezés modelljéhez nem indokolható pusztán azzal, hogy a mérések hibával terhelték.

A mérési javítások és a hálózati oldalhosszak kapcsolata

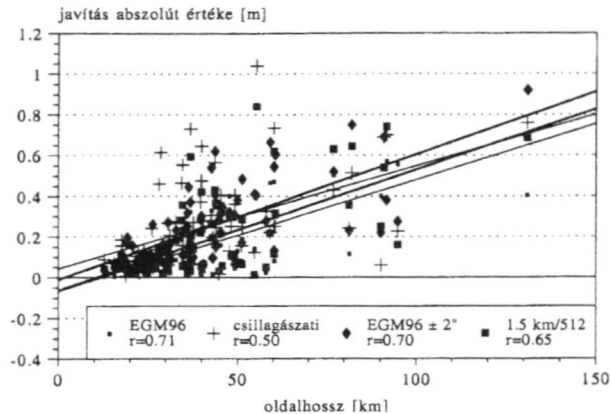
Részletesebb tanulmányozást tesz lehetővé a kiegyenlítésből nyert javítási rendszer:

$$\Delta \hat{N}_{ij} + v_{ij} = N_j - N_i \quad (4)$$

ahol v_{ij} az ij végpontú oldalra vonatkozó unduláció különbség előzetes értékének javítása az i -edik pontból a j -edik pontba mutató irány értelmének megfelelően.

Minden hálózati oldalra 2-2 (oda-vissza) javítás számítható és ezek abszolút értékének középértéke jól jellemzi azt, hogy az oldal által meghatározott irányban mennyire lineárisan változik a geoidunduláció értéke. A középértékek korrelálhatók pl. az oldalhosszakkal (9. ábra) és ezáltal megállapítható a javítások oldalhossz függésének mértéke, amely viszont kapcsolatba hozható a görbület változás nagyságával. Ugyanis minél kisebb a görbületváltozás az oldalak mentén, a javítás értéke annál inkább a távolságtól függ.

A 9. ábra szerint éppen a csillagászati függővonal-elhajlások esetében nincs jelentős korreláció, hiszen a korrelációs együttható értéke mindössze $r = 0.50$, míg az EGM96 GPM-ből számított adatok javítási rendszere esetén a korreláció már statisztikailag szignifikánsnak mondható $r = 0.71$. Az is megállapítható, hogy a korrelációt csak kis mértékben módosítják a véletlen jellegű hibák (ld. a 9. ábrán az EGM96 $\pm 2''$ jelkulsú adatsort). Ebből viszont az következik, hogy a csillagászati függővonal-elhajlási adatokra jóval nagyobb hatással vannak az erőter helyi szerkezeti jellemzői (és ami ennél is fontosabb ezek a jellemzők meg is jelennek a mérésekben), mint amit a nehézségi rendellenesség adatok az adott felbontásban reprezentálni tudnak. A kérdés csak az, hogy ez az információ tartalom hogyan számszerűsíthető.



9. ábra. Korreláció a hálózati pontok távolsága és a hálózati oldalakra vonatkozó javítások abszolút értékeinek középértéke között.

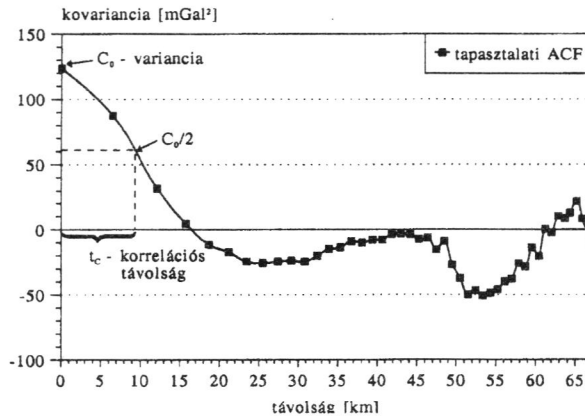
A mérési javítások és az erőter szerkezetének kapcsolata – a változékonysági paraméter

Annak eldöntésére, hogy a súlyegység középhibájának értéke az adott esetben valóban a kiegyenlített mennyiségeknek az erőter helyi részleteire vonatkozó reprezentációs képességét tükrözi, szükség van egy az erőter változékonyságát leíró mennyiségre. A nehézségi rendellenességek autokovariancia függvénye alkalmas az adatok térbeli kapcsolatainak statisztikai jellemzésére, hiszen a kovariancia értékek távolság szerinti változása modellezhető vele. Ezen tulajdonság alapján bevezethető az ún. változékonysági paraméter, melynek definíciója:

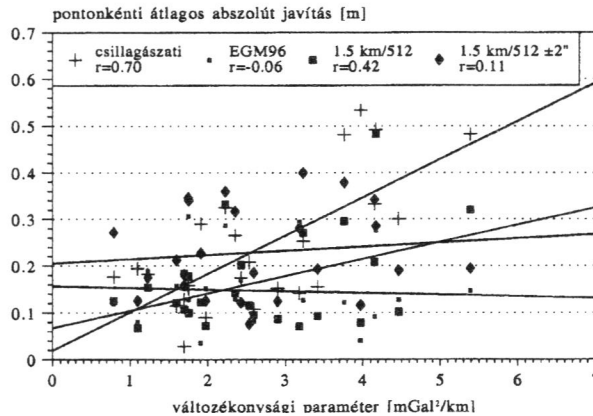
$$V_{\Delta g} = C_0 / (2t_c) \quad (5)$$

ahol C_0 a nehézségi rendellenességek varianciája és t_c az ún. korrelációs távolság (Moritz, 1980). Az adatok értelmezése a 10. ábrán látható. Természetesen, ha a helyi változékonyság meghatározása a cél, akkor korlátozni kell az ACF meghatározásban használt adatok területi kiterjedését. Ennek értelmében a 31 csillagászati függővonal-elhajlási pont 50 km × 50 km-es környezetébe eső gravimetriai pontok alapján 31 ACF került meghatározásra. Minden egyes ACF-ből kiszámítható (5) alapján a pontra vonatkozó változékonysági paraméter, ha a korrelációs távolságot pl. lineáris interpoláció segítségével meghatározzuk. A $V_{\Delta g}$ érték korrelálható a kiegyenlítés során a vizsgált pontból kiinduló oldalakra kapott javítások abszolút értékeinek középértékével (11. ábra).

A 11. ábrán feltüntetett korrelációs együtthatók értékei egyértelműen azt igazolják, hogy a csillagászati függővonal-elhajlási adatokra meghatározott javítások statisztikailag szignifikáns korrelációban ($r = 0.70$) vannak a pontonkénti változékonysági paraméterrel, még hozzá olyan értelemben, hogy minél nagyobb ennek értéke, annál nagyobbak a pontokra vonatkozó átlagos abszolút javítások. A többi esetben szignifikáns korreláció nem mutatható ki ($r < 0.50$).



10. ábra. A nehézségi rendellenességek változékonysági paraméterének értelmezése.



11. ábra. Korreláció a változékonysági paraméter és a pontonkénti átlagos abszolút javítás között.

Következtetések

Az eredmények alapján megállapítható, hogy a nehézségi rendellenességek még akkor sem képesek a csillagászati függővonal-elhajlási adatokkal egyenértékű pontossággal reprezentálni az erőter ill. szintfelületeinek görbületi viszonyait, ha a pontsűrűség a 2 km²/pont érték körül van. Ez viszont azt jelenti, hogy az ebből fakadó átlagos információ veszteség, azaz pontosság csökkenés, geoidundulációra átszámítva kb. ±2 cm – ±3 cm. Az igen kis mértékűnek tűnő konvergencia, amit a tizedére ritkított ill. az eredeti pontsűrűségű adatbázis feldolgozása eredményezett arra figyelmeztet, hogy a hiányzó információ gravimetriai mérésekkel történő pótlása valószínűleg csak irreális mértékű pontszámnöveléssel oldható meg.

Annak eldöntéséhez, hogy mekkora pontsűrűség esetén kapunk a csillagászati függővonal-elhajlási értékekkel azonos információ tartalmú gravimetriai elhajlásokat, szintetikus modellezés szükséges. Ugyanis a modellezéssel, amely pl. egy derékszögű hasábokkal definiált geológiai sűrűségmodellen alapulhat a gravitációs függővonal-

elhajlás úgy analitikusan, mint numerikus integrálással a szintén analitikus úton kiszámított nehézségi adatokból meghatározható. Így az integrálás pontossága és a nehézségi állomások pontsűrűsége közötti összefüggés feltevésmentes körülmények között vizsgálható. A numerikus integrálásból számított gravitációs függővonal-elhajlásokból csilágászati szintezéssel a geoid helyi felületdarabja is meghatározható, ami pedig közvetlenül összehasonlítható a modelltől számított pontos unduláció értékekkel (Nagy, 1980).

Köszönetnyilvánítás

Papp Gábor nevében köszönet illeti a T 030177 sz. OTKA kutatási programot a vizsgálatok támogatásáért.

Hivatkozások

- Benedek J** (2001): The effect of point density of gravity data on the accuracy of geoid undulations investigated by 3D forward modelling. In: Meurers, B (ed.), *Proceedings of the 8th International Meeting on Alpine Gravimetry, Leoben 2000*, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, 26, 159–166.
- GEOFOUR** (1996): in KMS – GRAVSOF: A System for Geodetic Software Package, Danish Geodetic Institute National Survey and Cadastre, Copenhagen.
- Homoródi L** (1966): *Felsőgeodézia*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Kenyeres A** (2001): A geoid hosszúhullámú komponense a Stokes-integrál módosítási eljárásaiban és a GPS-gravimetriai geoidban. *PhD értekezés*, FÖMI KGO, Penc.
- Nagy D** (1963): Gravimetric deflections of the vertical by digital computers. *Publ. Dom. Obs.* Ottawa, Canada. XXVII, 1, 72.
- Nagy D** (1980): Gravity anomalies, deflections of the vertical and geoidal heights for a three-dimensional model. *Acta Geodetica, Geophysica et Montanistica Hungarica*, 15, 17–26.
- Nagy D** (1990): The Lambert Conformal Conic Projection: A short algorithm to calculate the direct and the inverse transform. *CISM Journal*, 44:2, 158–164.
- Papp G** (1992): A comparative study on the prediction of free-air gravity anomalies by the method of least-squares collocation. In: Völgyesi, L. (ed.) *Global and local geoid investigations*, Research report, National Scientific Research Fund No. 5-204, Dept. of Geodesy, Technical University of Budapest, Budapest, 88-155.
- Papp G** (1996): A Pannon-medence nehézségi erőterének modellezése. *Kandidátusi értekezés*, MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet, Sopron, 107.
- Rózsa Sz** (2002): Magas frekvenciás adatok felhasználása a geoidmeghatározásban. *PhD értekezés*, Budapesti Műszaki Egyetem, Budapest, 126 oldal.
- Smith WHF, Wessel P** (1990): Gridding with continuous curvature splines in tension. *Geophysics*, 55, 293–305.
- Tóth Gy** (1998): A gravimetriai geoidmeghatározások újabb eredményei. Sopron, *Geomatikai Közlemények* I. 71–79.
- Tziavos IN, Ádám J, Tóth Gy, Andritsanos VD, Rózsa Sz** (1998): Recent geoid computations in Hungary and the surrounding area. In: Vermeer M, Ádám J (eds) *Proceedings of the second continental workshop on the geoid in Europe*, Reports of the Finnish Geodetic Institute, Masala, 98:4, 257–262.
- Vening-Meinesz FA** (1928): A formula expressing the deflection of the plumb-line in the gravity anomalies and some formulae for the gravity-field and the gravity-potential outside the geoid. *Köninkl. Akad. Wetenschap.*, Amsterdam, 31, 315–331.

POLIHEDRON TÉRFOGATELEM ALKALMAZÁSA A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR PARAMÉTEREINEK KISZÁMÍTÁSÁBAN

*Benedek Judit**



The application of polyhedron volume element in the calculation of gravity related quantities -The reliability of synthetic modeling of gravity field is determined by description of geological and geometrical parameters of the applied density model. We can fulfill this requirement on the one hand by accurate density determination of the rocks, on the other hand by precise determination of boundary of homogeneous geological structures. The application of polyhedron volume element can provide a more realistic geometrical description of boundary surface (e.g. topographic surface, without height jumps) than the description made by rectangular parallelepiped (prism) models. Using the polyhedron density model the second derivatives of the disturbing potential generated by it are a more smooth and realistic functions than the ones provided by prism model. In case that the calculation level is near to the gravity source surface or a density jump level, the accuracy of gravity related quantities (e.g. geoid undulation, gravity disturbance) can increase by description of this surface in the calculation point vicinity with the highest accuracy which is possible. The disadvantage of application of polyhedron volume element in gravity field modeling is related with the required computational time which is approximately two times more than the computational time using instead of polyhedron elements the prism volume elements.

A tömegvonzási erőter szintetikus modellezésének pontosságát elsősorban az alkalmazott sűrűségmodell geológiai és geometriai paramétereinek pontosításával lehet növelni. Ez egyrészt a kőzet-sűrűségek szabatosabb meghatározásával, másrészt a homogénnek tekinthető geológiai egységeket elválasztó határfelületek egzaktabb geometriai leírásával valósítható meg. A modellezésben a mérhető és egyben modellezhető paraméterek összehasonlítása az ellenőrzés és a visszacsatolás lehetőségét biztosítják, a nem mérhető paraméterek számítása pedig az erőter pontosabb megismerését teszi lehetővé. Az eddigi vizsgálatok során a sűrűségmodell alkotóelemeként a derékszögű hasáb (prizma) került alkalmazásra, amelynek tömegvonzási potenciálja és a potenciál magasabbrendű deriváltjai könnyen programozható analitikus formában felírhatók. A polihedron térfogatelemek alkalmazása a határfelületek (pl. felszíni topográfia) geometriájának a derékszögű hasábhöz viszonyítva realisztikusabb leírását teszi lehetővé. A derékszögű hasábról a polihedronra való áttéréssel a topográfiai felszín szakadásmintesen tudjuk leírni. Ha a számításokat a topográfiai felszín közelében végezzük, a derékszögű hasábmodell lépcsős szerkezete miatt a tömegvonzási potenciál z szerinti másodrendű deriváltjaiban ugrásokat tapasztalunk még viszonylag egyenletesen változó terepfelszín esetében is. A polihedron térfogatelem használatával a felszín leírható az alkalmazott térfogatelem geometriájából fakadóan kényyszerű magasságugrások nélkül, ezzel a modelltől a jelenlegi számításokban vizsgált potenciál z szerinti másodrendű parciális deriváltja egy sokkal simább, a valódi erőteret jobban jellemző függvény lesz. A ható felszínéhez, vagy sűrűségugrás felszínéhez közeli pontban a gravitációs mennyiségek (geoidunduláció, gravitációs anomália) leírása pontosabbá tehető ha a pont környezetében a határfelületet minél részletesebben tudjuk leírni.

*Földtudományi Intézet, Sopron, Csatka u. 6-8.

E-mail: benedek@ggki.hu

A polihedron térfogatelem alkalmazásának hátránya, hogy a modell tömegvonzási erőterét leíró analitikus képletek számítása időigényesebb, kb. kétszeresére nő a számítások időtartama.

Kulcsszavak: gravitációs erőter szintetikus modellezése, gravitációs potenciál, gravitációs potenciál deriváltjai, polihedron

Bevezetés

A föld tömegvonzási erőterének lokális leírására alkalmazható sűrűségmodellek részletes vizsgálata számos hazai publikációban is megtalálható (Papp 1996a, Papp 1996b, Papp and Kalmár 1995, Papp and Kalmár 1996, Papp 2000, Papp and Benedek 2000). Ezekben a vizsgálatokban a térfogatelemként a derékszögű hasábelem került alkalmazásra.

Polihedron (poliéder) alatt síklapok által határolt testet értünk, tehát a polihedront a derékszögű hasáb (prizma) általánosításaként is felfoghatjuk. A polihedron térfogatelemnek a gravitációs erőter modellezésben való alkalmazásával kapcsolatosan Götze és Lahmeyer (1988), Werner és Scheeres (1997) közöltek eredményeket. Jelenlegi vizsgálatok célja kiszámítani és összehasonlítani a kétféle térfogatelemmel előállított sűrűségmodellek által generált erőteret leíró potenciált, a potenciál első és magasabbrendű deriváltjait. Ezekkel a mennyiségekkel a valódi (mérhető) nehézségi erőter lokális hozzájárulását tudjuk modellezni (Papp 1996a). Célunk megbecsülni lokális szinten (Pannon-medence illetve Magyarország területén) ezeknek a hozzájárulásoknak az eltérését a kétféle modellelem használatából adódóan. Egy másik cél a sóskúti mikróhálózat területén a potenciál magasabbrendű deriváltjainak vizsgálata. A sóskúti terület topográfiajának részletes polihedron modellje segítségével a mérési pontokban számolt vertikális gradienseket összehasonlítottuk a mérési értékekkel.

A polihedron térfogatelem által generált tömegvonzási potenciál és a potenciál magasabbrendű parciális deriváltjait leíró képletek

A legegyszerűbb hatónak, a tömegpontnak (az egyszerűség a tömegvonzási potenciál és a potenciál magasabbrendű deriváltjainak képleteire vonatkozik) egy általánosítása a derékszögű hasáb térfogatelem, ugyanis a derékszögű hasáb gravitációs hatása dimenzióhoz viszonyítva nagy távolságban helyettesíthető egy tömegpont hatásával. A derékszögű hasáb tömegvonzási potenciálja, a potenciál magasabbrendű deriváltjai felírhatóak analitikus alakban (Nagy et al 2000). A polihedron definíciója alapján a derékszögű hasáb egy speciális polihedron. Potenciálemlemből ismert tény, hogy bármilyen ható esetén, abban az esetben is ha a ható sűrűségeloszlása nem folytonos (sűrűségugrást tartalmazó ható), a tömegvonzási potenciál és a potenciál elsőrendű deriváltjai folytonos függvények az egész térben, tehát a sűrűségugrással jellemzett pontok környezetében is. A tömegvonzási potenciál másodrendű parciális deriváltjai folytonosak a sűrűségugrásmentes tartományokban (Tyhonov and Samarski 1964).

Polihedron tömegvonzási potenciáljának és a potenciál magasabbrendű deriváltjainak képletei több publikációban is megtalálható (pl. Götze and Lahmeyer 1988, Pohánka 1988, Tsoulis 1999). Feltételezzük, hogy a számítási pont a koordináta rendszer kezdőpontja (ez mindig elérhető a koordináta rendszer párhuzamos eltolásával). A polihedron lapjainak száma legyen K . Válasszunk ki egy tetszőleges lapot, jelöljük ezt k -val és rendeljünk a laphoz az élekre vonatkozóan egy körbejárási irányt. A k -dik lap csúcs-

pontjainak számát L_k -val, a laphoz tartozó normálist pedig \mathbf{n}_k -val jelöljük (1. ábra). Az l -dik csúcspontokhoz tartozó helyzetvektort $\mathbf{a}_{k,l}$ -l, az l és $(l+1)$ -dik csúcspontokhoz tartozó él hosszát $d_{k,l}$ -l jelöljük, ahol $k = \overline{1, K}$ és $l = \overline{1, L_k}$. Az élnek a lap körbejárási irányával megegyező irányítású egységvektora legyen $\boldsymbol{\mu}_{k,l}$. Az l -dik csúcspontokhoz tartozó \mathbf{n}_k és $\boldsymbol{\mu}_{k,l}$ egységvektorok segítségével értelmezzük a $\mathbf{v}_{k,l}$ egységvektort azzal a tulajdonsággal, hogy a három vektor egymásra páronként merőleges és \mathbf{n}_k , $\boldsymbol{\mu}_{k,l}$, $\mathbf{v}_{k,l}$ jobbsodrású rendszert alkotnak. $u_{k,l}$, $w_{k,l}$, z_k skalár mennyiségek az \mathbf{n}_k , $\boldsymbol{\mu}_{k,l}$, $\mathbf{v}_{k,l}$ vektoroknak az $\mathbf{a}_{k,l}$ vektorra eső előjeles vetületei (az előjel pozitív ha a skalár mennyiség számításánál használt két vektor által bezárt szög hegyesszög, negatív ha a szög tompaszög). Ismertnek tekintjük a polihedron csúcspontjainak koordinátáit. Minden csúcspontokhoz a következő vektor és skalár mennyiségeket rendeljük hozzá:

$$d_{k,l} = |\mathbf{a}_{k,l+1} - \mathbf{a}_{k,l}| \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k,l} = \frac{\mathbf{a}_{k,l+1} - \mathbf{a}_{k,l}}{d_{k,l}}, \quad \mathbf{n}_k = \frac{\boldsymbol{\mu}_{k,l-1} \times \boldsymbol{\mu}_{k,l}}{|\boldsymbol{\mu}_{k,l-1} \times \boldsymbol{\mu}_{k,l}|}, \quad \mathbf{v}_{k,l} = \boldsymbol{\mu}_{k,l} \times \mathbf{n}_k \quad (2)$$

$$u_{k,l} = \boldsymbol{\mu}_{k,l} \cdot \mathbf{a}_{k,l}, \quad w_{k,l} = \mathbf{v}_{k,l} \cdot \mathbf{a}_{k,l}, \quad z_k = \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{a}_{k,l} \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_{k,l} = u_{k,l} + d_{k,l} \quad (4)$$

A vektor és skalár mennyiségek segítségével felírhatók a tömegvonzási potenciált, a potenciál első és másodrendű deriváltjait megadó analitikus képletek:

$$V(P) = k\rho \int_V \frac{1}{r} dx dy dz = -\frac{k\rho}{2} \sum_{k=1}^K z_k \sum_{l=1}^{L_k} \theta(u_{k,l}, v_{k,l}, w_{k,l}, z_k, \varepsilon) \quad (5)$$

$$(\mathbf{g}_x, \mathbf{g}_y, \mathbf{g}_z) = \text{grad}V(P) = k\rho \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k \sum_{l=1}^{L_k} \theta(u_{k,l}, v_{k,l}, w_{k,l}, z_k, \varepsilon) \quad (6)$$

$$V_{ij} = -k\rho \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{e}_i \left[\sum_{l=1}^{L_k} \theta_1(u_{k,l}, v_{k,l}, w_{k,l}, z_k, \varepsilon) \cdot v_{k,l} \cdot \mathbf{e}_j \right] - \\ - k\rho \sum_{k=1}^K \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{e}_i \left[\sum_{l=1}^{L_k} \theta_2(u_{k,l}, v_{k,l}, w_{k,l}, z_k, \varepsilon) \cdot \text{sign}_k \cdot \mathbf{n}_k \cdot \mathbf{e}_j \right], \quad (7)$$

ahol V_{ij} , $i, j = \overline{1,3}$ a potenciál másodrendű deriváltjait (pl. V_{13} a $\partial^2 V / \partial x \partial z$ parciális deriváltat jelenti), \mathbf{e}_i a P kezdőpontú koordináta-rendszer egységvektorait jelöli, ρ a homogén polihedron sűrűsége, k a tömegvonzási (gravitációs) állandó, sign_k a k -dik laphoz rendelt előjel, attól függően, hogy a P pont a lap fölött (az előjel pozitív), vagy a lap alatt (az előjel negatív) helyezkedik el. A képletekben szereplő θ , θ_1 , θ_2 függvények definíciói:

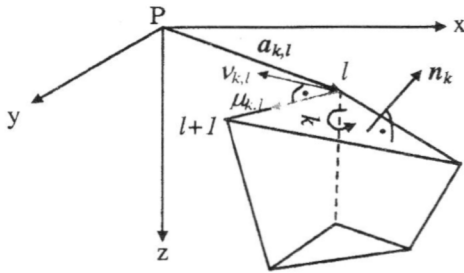
$$\theta(u, v, w, z, \varepsilon) = w \left(\text{sign}(v) \cdot \ln \left(\frac{V_\varepsilon + |v|}{W_\varepsilon} \right) - \text{sign}(u) \cdot \ln \left(\frac{U_\varepsilon + |u|}{W_\varepsilon} \right) \right) - \\ - 2z \cdot \tan^{-1} \frac{2wd}{(T_\varepsilon + d) \cdot |T_\varepsilon - d| + 2T_\varepsilon |z|_\varepsilon} \quad (8)$$

$$\theta_1(u, v, w, z, \varepsilon) = \text{sign}(v) \cdot \ln \left(\frac{V_\varepsilon + |v|}{W_\varepsilon} \right) - \text{sign}(u) \cdot \ln \left(\frac{U_\varepsilon + |u|}{W_\varepsilon} \right) \quad (9)$$

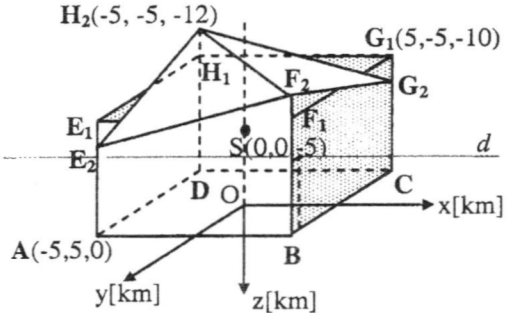
$$\theta_2(u, v, w, z, \varepsilon) = 2 \tan^{-1} \frac{2wd}{(T_\varepsilon + d) \cdot |T_\varepsilon - d| + 2T_\varepsilon |z|_\varepsilon} \quad (10)$$

$$|z|_\varepsilon = |z| + \varepsilon, W_\varepsilon = \sqrt{w^2 + z_\varepsilon^2}, U_\varepsilon = \sqrt{u^2 + W_\varepsilon^2}, V_\varepsilon = \sqrt{v^2 + W_\varepsilon^2}, T_\varepsilon = U_\varepsilon + V_\varepsilon \quad (11)$$

ε a képletek programozása szempontjából szükséges mennyiség (programunkban 10^{-50} értéket használtunk), bevezetése a nullával való osztás elkerülésének érdekében történt.

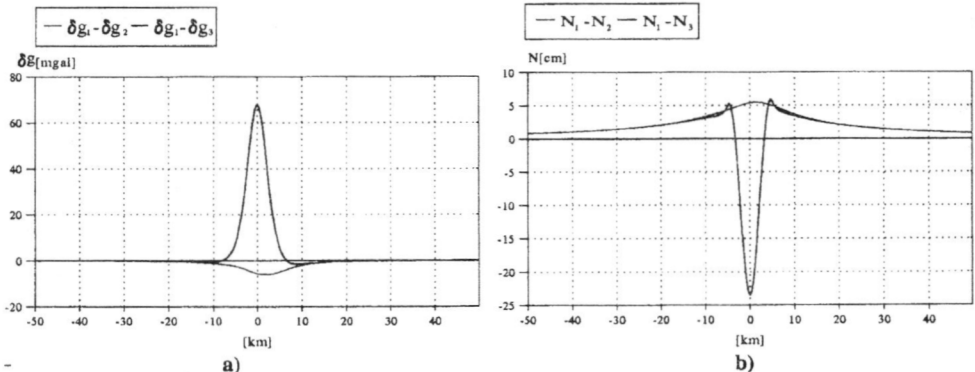


1. ábra. A polihedron gravitációs erőterének jellemzésénél használt vektorok.



2. ábra. Az $S(0, 0, -5)$ tömegpontú és $10 \text{ km} \times 10 \text{ km} \times 10 \text{ km}$ méretű $ABCDEF_1G_1H_1$ derékszögű hasáb és az $ABCDEF_2G_2H_2$ polihedron ábrázolása derékszögű koordináta rendszerben. A d egyenesnek a vetülete az y tengelyre 4 km , a z tengelyre pedig 6 km .

A vizsgált három különböző modell tömegvonzási erőterének összehasonlítását azonos tömegközéppontú ($S(0 \text{ km}, 0 \text{ km}, -5 \text{ km})$) és tömegű (10^{12} t) modelleken keresztül végeztük el (2. ábra). A számított mennyiségek a modellek által generált δg_z gravitációs zavar - amely esetünkben egyenlő a modell tömegvonzásának függőleges összetevőjével - illetve az N geoidunduláció (3.a, 3.b ábra). A számításokat egy, az x tengellyel párhuzamos d egyenes pontjaiban végeztük el. A 3.a ábrán az egyes modellekből a számítási pontokban kapott gravitációs zavar értékek közötti eltérések, a 3.b ábrán a geoidundulációkban megmutatkozó eltérések láthatók.



3. ábra. A három modellből számított a) gravitációs zavar közötti eltérések a d egyenes mentén b) geoidunduláció értékek közötti eltérések a d egyenes mentén.
 1- a polihedron, 2- a derékszögű hasáb, 3- a tömegpont modellből történő számítást jelenti.

A polihedron alkalmazása a Pannon-medence tömegvonzási erőterének modellezésében

A vizsgálatok célja a tömegvonzási erőteret leíró függvények (potenciál, potenciál magasabbrendű deriváltjai) számítása a topográfia polihedron térfogatelemmel előállított 3D sűrűségmodelljéből és az eredmények összehasonlítása a topográfia derékszögű hasábmodelljéből kapott eredményekkel. A kétféle reprezentáció alapján került összehasonlításra 1) a topográfiai tömegek által generált gravitációs zavar, 2) a geoidunduláció. Ennek alapján lokális modellezés esetében becslést tudunk adni ezeknek az eltéréseknek a nagyságrendjére.

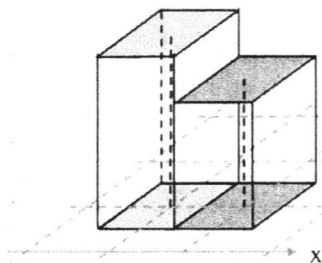
A földfelszíni topográfia 3D derékszögű hasáb és polihedron modelljeit két területre, a Pannon-medencét és Magyarországot lefedő területre készítettük el, az előbbit az 5 km x 5 km-es horizontális felbontású digitális terepmodellből (ETOPO5), az utóbbit a magyarországi 500 m x 500-es digitális terepmodellből (DTM500) vezettük le (Papp 1996a). Az ETOPO5 [-700 km, 700 km] x [-300 km, 680 km], a DTM500 pedig [-266 km, 310 km] x [-168 km, 184 km] centrális EOVS síkkoordinátákkal jellemzett területeket fednek le (7. és 8. ábra).

A derékszögű hasábelemekből álló modell előállítását két módszerrel, a Kalmár et al. (1995), Papp and Kalmár (1996) által közölt algoritmus alapján illetve a digitális terepmodellek rácspontjaihoz hozzárendelt elemi prizmák generálásával történtek. Az elemi prizmák magasságai megegyeznek a rácspontok magasságértékeivel, a hasáb alapjának méretei pedig a DTM ráctávolságával azonosak (4. ábra). Az elemi derékszögű hasábokkal előállított modell az adott DTM alapján elkészíthető derékszögű hasábmodellek közül a legrészletesebben írja le a tömegvonzási teret. A másik esetben a modell az elemi prizmák összevonásával keletkezik, a modell változó dimenziójú derékszögű hasábokból épül fel. Ez a prizmamodell a részletes prizmamodellnek egy közelítése. Tetszőleges pontosságú közelítés érhető el egy tolerancia paraméternek nevezett érték megválasztásával (Magyarország területén ez 10 m volt). A számításoknál nyilván fontos a minél kevesebb elemes számot tartalmazó modell használata.

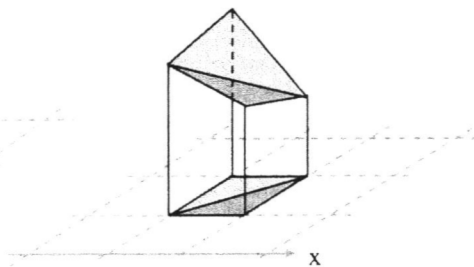
A Pannon-medence topográfiájának az ETOPO5 alapján készített közelítő prizmamodellje 34003 derékszögű hasábot, míg a magyarországi 500 m x 500 m-es DTM alapján készült 3D topográfiai modell 127428 derékszögű hasábot tartalmaz. Az ETOPO5 alapján generált elemi derékszögű hasábokból álló topográfia sűrűségmodelljében az alkotóelemek száma 54466, a DTM 500 alapján hasonlóan generált topográfia modellje 463169 térfogategységet tartalmaz. Megfigyelhető, hogy Magyarország, vagyis a kisebb kiterjedésű modellezett terület topográfia modelljei közel egy nagyságrenddel több térfogatelemet tartalmaznak mindkét derékszögű hasábmodell generálás esetében, mint a nagyobb terület (Pannon-medence) topográfia modelljei. Ez a két DTM horizontális felbontásának eltéréseiből adódik. A továbbiakban a két DTM alapján a két terület topográfiájának 3D polihedron elemekből álló modelljeit állítottuk elő. Az 1400 km x 980 km horizontális kiterjedésű terület topográfiájának polihedron modellje 108182 térfogatelemet (6. ábra), az 576 km x 352 km-t lefedő terület topográfiájának modelljében az alkotóelemek száma 929628. Mivel a modellezett területek kiterjedése még megengedi a sík közelítést, sajátos polihedronokat, háromszögalapú csonkahasábokat használtunk (5. ábra). A háromszögalapú csonkahasábok alapjának csúcspontjai szomszédos rácspontok, oldaléleinek hossza rácspontokhoz tartozó magasságértékek (5. ábra).

A topográfia kétféle prizma modelljéből és a polihedron modelljéből számított gravitációs mennyiségek összehasonlítása lehetővé teszi a különböző topográfiai mo-

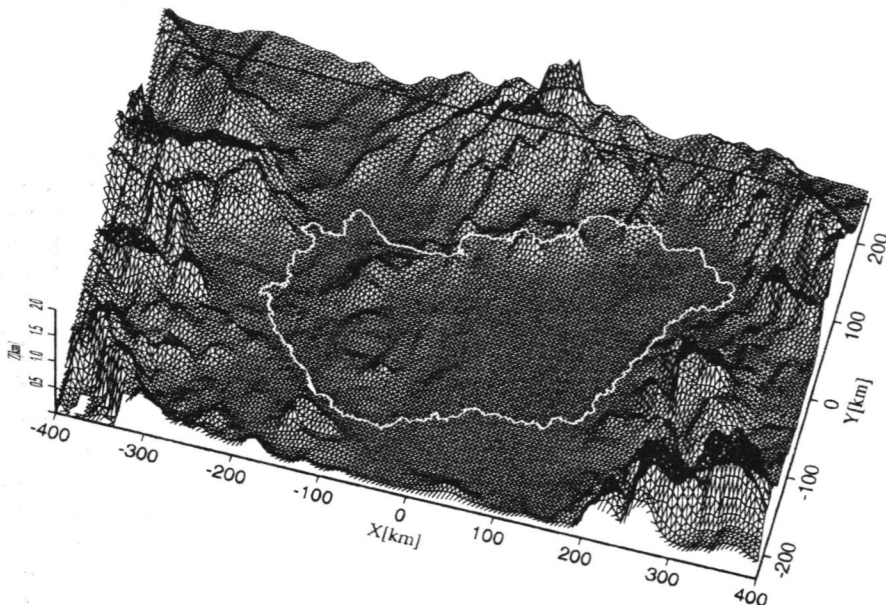
dellekből számolt gravitációs mennyiségek közötti eltérések vizsgálatát, amely a topográfiai felszín kétféle, a lépcsős és az ugrásmentes leírásból adódik. Másrészt megvizsgálhatjuk, hogy a lokális modellezésnél milyen esetben helyettesíthetjük a részletesebb, ám nagyszámú térfogatelemet tartalmazó polihedron modellt olyan derékszögű hasábmoddellel, amely jól közelíti ezt a tömegvonzási teret, illetve milyen esetben indokolt a polihedron modell alkalmazása. Az ETOPO5 alapján előállított Pannon-medence topográfiájának különböző sűrűségmodelljeinek (derékszögű hasáb, polihedron modellek) összehasonlítása az általuk generált gravitációs zavarok illetve geoidundulációk összehasonlításával történtek. A számításokat a $[-400 \text{ km}, 400 \text{ km}] \times [-230 \text{ km}, 350 \text{ km}]$ ún. centrális EOVS koordinátákkal megadott területen, $5 \text{ km} \times 5 \text{ km}$ -es rácsháló pontjaiban a $z = 0$ magassági szinten végeztük (18837 számítási pont). A számítási terület magába foglalja Magyarország területét (7. ábra). Magyarország topográfiájának a DTM500 alapján készített derékszögű hasáb és polihedron modelljei által generált erőterek összehasonlítása az Észak-közép Magyarország $[-25 \text{ km}, 140 \text{ km}] \times [-50 \text{ km}, 100 \text{ km}]$ centrális EOVS koordinátákban jellemzett, $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ -es rácsháló pontjaiban, a $z = 0$ magassági szinten történtek (25066 pont).



4. ábra. A DTM rácspontjaiban adott magasság értékekkel generált derékszögű hasábok.



5. ábra. A DTM szomszédos rácspontjaihoz tartozó magasságértékekkel előállított háromszögalapú csonkahasábok.



6. ábra. Részlet a Pannon medence topográfiájának az ETOPO5 alapján készített polihedron modelljéből.

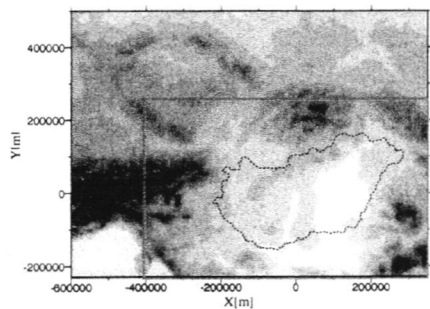
A rácspontokban számolt $T = V - V_{ref}$ mennyiséggel, ahol V a modellből, V_{ref} pedig egy alkalmas vonatkozási (átlag) modellből számolt tömegvonzási potenciál, a valódi erőter által generált potenciálzavart tudjuk modellezni (Papp 1996b). Hasonlóan a modell által generált potenciál elsőrendű deriváltja segítségével modellezhető a valódi gravitációs zavar a

$$\delta g_z = \partial V / \partial z - (\partial V / \partial z)_{ref} = g_z - (g_z)_{ref} = \partial T / \partial z \quad (12)$$

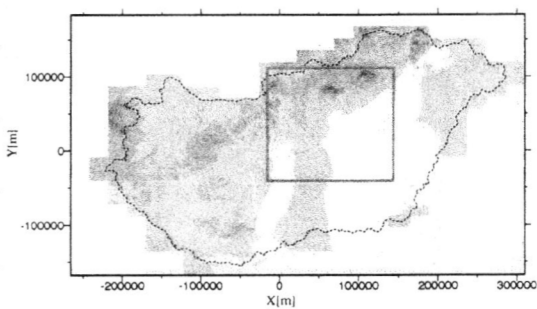
egyenlőség alapján, ahol $\partial V / \partial z$ a modellre, $(\partial V / \partial z)_{ref}$ az átlagmodellre vonatkozó mennyiségek. A geoidundulációt a sűrűségmodellből az $N = T / \gamma$ Bruns képlet alapján számítjuk, ahol γ a normál nehézségi gyorsulás. A topográfiát különböző részletességgel leíró modellek által generált tömegvonzási erőtereket összehasonlítottuk, a polihedron modell tömegvonzási erőterét viszonyítottuk rendre mindkét prizmamodell erőteréhez. Az eltéréseket geoidundulációkban és gravitációs zavarban fejeztük ki.

A nagyobbik kiterjedésű terület (Pannon-medence) topográfiai modelljei alapján 18837 rácspontban számított geoidunduláció értékek alapján megállapítható, hogy a Pannon medence topográfiáját leíró polihedron és a részletes prizma modellekből számolt geoidundulációk közötti eltérések statisztikái hasonló értékek, mint a polihedron és a prizmamodellekből számítottak. A különbségek átlaga 3 cm, szórása pedig ± 2.5 cm körüli értékek, a polihedron és a prizma modellek által generált geoidundulációk közötti eltérések elérhetik a -9 cm-t is. A 9. és 10. ábrán látható, hogy a Pannon-medence topográfiája két térfogatelemmel előállított modelljeinek tömegvonzási erőterei közötti eltéréseket geoidundulációban kifejezve Magyarország területén elérheti a 4 cm-t.

A Pannon-medence topográfiájának polihedron és a prizma modellekből számolt gravitációs zavar (δg_z) közötti eltérések átlaga a számítási területen -0,1 mgal, a szórás $\pm 0,5$ mgal, az eltérések minimuma -3,2 mgal, maximuma 5,5 mgal körüli értékek (1.b táblázat). A 11. és 12. ábrán a különböző modellek összehasonlításával kapott gravitációs zavarban megmutatkozó eltérések szürkéségi térképei láthatók.

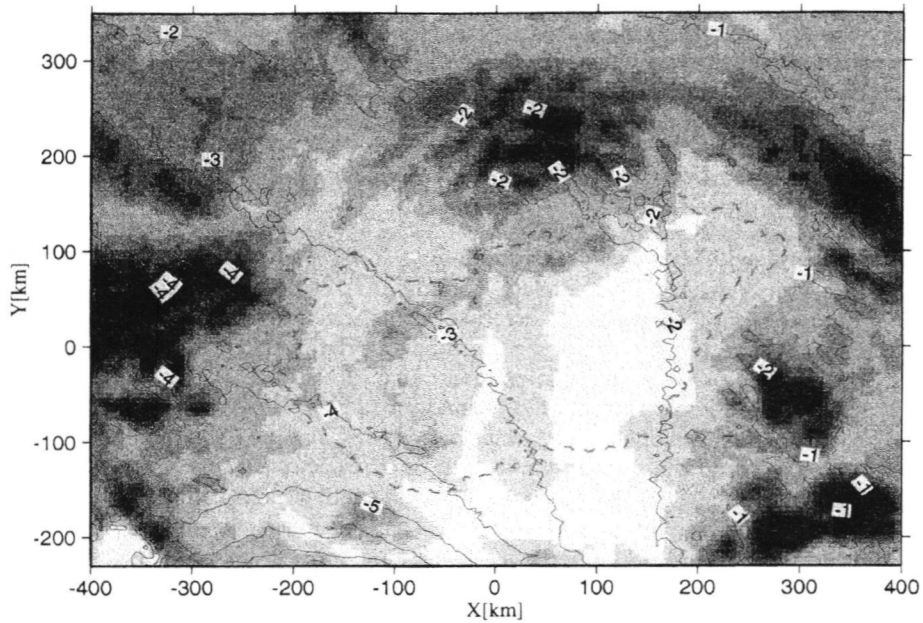


7. ábra. Az 5 km x 5 km-es DTM-ből a Pannon-medencére készített domborzati térkép részlete.

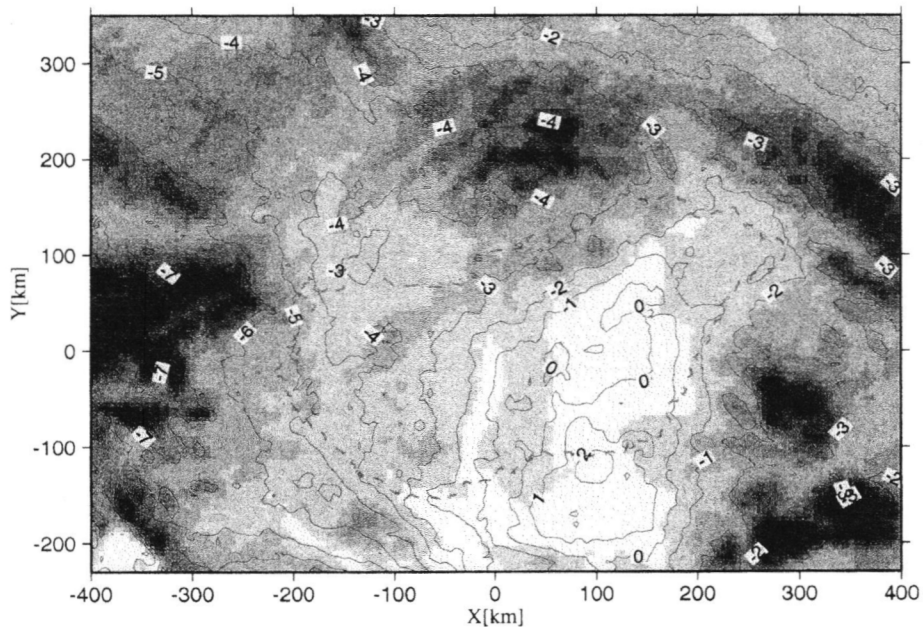


8. ábra. Magyarországi 500 m x 500 m-es DTM-ből készített domborzati térkép.

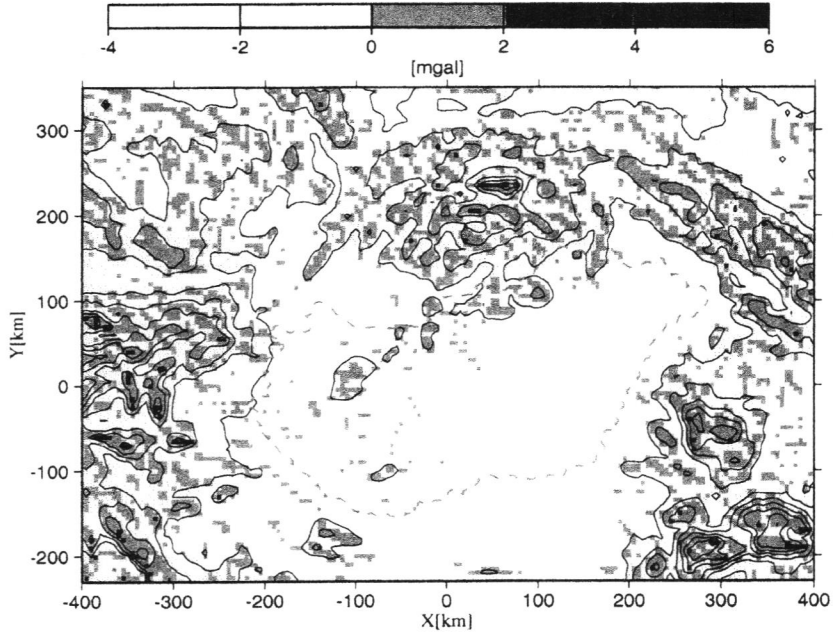
A koordináták centrális EOV rendszerben adtak. A számításokat a téglalap által lefedett területen végeztük.



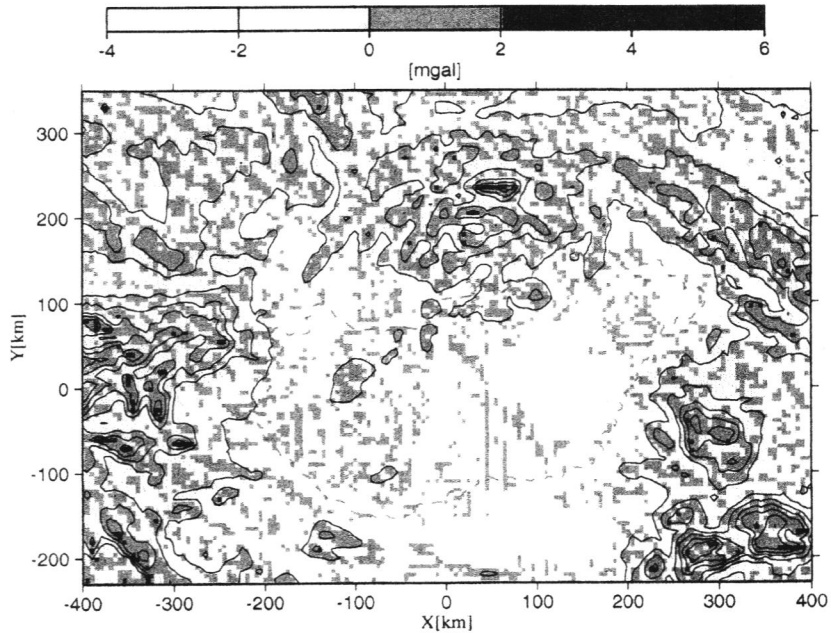
9. ábra. Geoidunduláció különbségek az ETOPO5 alapján a topográfia polihedron térfogatelemmel illetve rácspontokban generált prizmaelemmel szerkesztett részletes 3D modellekből számolva. Szintvonalköz: 1 cm. Háttérben a domborzati térkép látható.



10. ábra. Geoidunduláció különbségek az ETOPO5 alapján a topográfia polihedron modelljéből illetve a közelítő prizmamodellből számolva. Szintvonalköz: 1 cm. Háttérben a domborzati térkép látható.



11. ábra. Gravitációs zavar különbségek szürkéségi térképe az ETOPO5 alapján a topográfia polihedron illetve a részletes derékszögű hasábmodellekből számolva. A szintvonalak a terület topográfiájára vonatkoznak, szintvonalköz 250 m.



12. ábra. Gravitációs zavar különbségek szürkéségi térképe az ETOPO5 alapján a topográfia polihedron modelljéből illetve közelítő prizmamodellből számolva. A szintvonalak a terület topográfiájára vonatkoznak, szintvonalköz 250 m.

1. táblázat. A topográfiaának az ETOPO5 alapján, különböző térfogatelemekkel generált sűrűségmodelljeiből, 800 km x 580 km kiterjedésű, 5 km x 5 km-es rácsháló 18837 pontjában számított:

a) geoidunduláció értékek különbségeinek statisztikái

Modellek	geoidunduláció különbségek átlaga [cm]	geoidunduláció különbségek szórása [cm]	különbségek minimuma [cm]	különbségek maximuma [cm]
N_1-N_2	-2.6	± 1.4	-8.7	1.1
N_1-N_3	-3.4	± 2.3	-9.4	2.5

b) gravitációs zavar értékek különbségeinek statisztikái

Modellek	gravitációs zavar különbségek átlaga [mgal]	gravitációs zavar különbségek szórása [mgal]	különbségek minimuma [mgal]	különbségek maximuma [mgal]
$\delta g_1-\delta g_2$	-0.06	± 0.4	-3.2	5.5
$\delta g_1-\delta g_3$	-0.2	± 0.6	-3.2	5.4

$_1$ – a polihedron, $_2$ – a részletes prizmamodell, $_3$ – a közelítő prizma modellből történő számítást jelenti

A DTM500 digitális terepmodell alapján Magyarország topográfiájának két különböző módon előállított derékszögű hasábmodellje és a polihedron modellje alapján a számítások a 8. ábrán látható téglalap által lefedett, 165 km x 150 km kiterjedésű, 1 km x 1 km rácsháló pontjaiban történtek (25066 pont). Magyarország topográfiáját különböző részletességgel leíró modellekből a 25066 rácspontban számolt geoidunduláció értékek közötti eltérések szintvonalas térképe a 13. ábrán, a gravitációs zavarban megmutatkozó eltérés szintvonalas térképek pedig a 14. és a 15. ábrán látható. Az eltérések statisztikáit a 2.a és 2.b táblázatok tartalmazzák. A gravitációs zavar és a geoidunduláció a polihedron és a részletes prizmamodell esetében azonosnak tekinthető a számítási területen. A 13. ábra geoidkülönbség térképén látható, hogy az eltérések a viszonylag alacsony és simább területen, a számítási terület D-i részén (Alföldi és Északi Középhegység találkozásánál) nagyobbak, amely a közelítő prizmamodell előállítási módjával magyarázhatók. A közelítő prizmamodell a tolerancia paraméternél (esetünkben 10 m) kisebb magasságváltozásait a topográfiaának nem tudja modellezni. Ha a tolerancia paraméter kisebb, mint a terület magasságváltozása a közelítő prizmamodell algoritmus az a területet egy prizmával modellezi. A geoidunduláció és a gravitációs zavar számítása a $z = 0$ magassági szinten (a geoid szintjén) történtek. Az alacsony területeken (< 150 m) a számolt gravitációs mennyiségek 10 m-nél kisebb magasságváltozásra (z koordinátaváltozásra) már nem elhanyagolható változásokkal járnak. Magasabb területeken kis mértékű magasság változás a gravitációs mennyiségekben már nem mutatkozik ennyire jelentősen. Így a részletes polihedron modellből és a közelítő derékszögű hasábmodellből számolt geoidunduláció értékek közötti eltérés az alacsony területen 3 cm körüli érték (13. ábra). A részletes polihedron modellel és a közelítő prizma modellel számolva a gravitációs zavarban mutatkozó eltérések minimuma az alacsonyabb területeken kb. -1.5 mgal, maximuma kb. 1.2 mgal (15. ábra). Tehát a topográfiaának a DTM500-ből előállított közelítő prizmamodelljének és a polihedron modellje erőtereinek összehasonlításával az alacsonyabb területeken a számított gravitációs mennyiségekre (geoidunduláció, gravitációs zavar) kapott relatíve nagyobb eltérések a közelítő modell generálási módjával magyarázhatók. A számítási szinthez közeli magassági szinten, esetünkben az alacsony területeken, amely területeket általában kis magasságváltozás jellemez, a közelítő priz-

mamodell és a polihedron modell horizontális felbontásából adódó különbségek hatása erőteljesebben jelentkeznek, mint a magasabb területeken (13., 15. ábra).

2. táblázat. Magyarország topográfiajának a DTM500 alapján, különböző térfogatelemekkel generált sűrűségmodelljeiből, 150 km x 165 km kiterjedésű, 1 km x 1 km-es rácsháló 15066 pontjában számított:

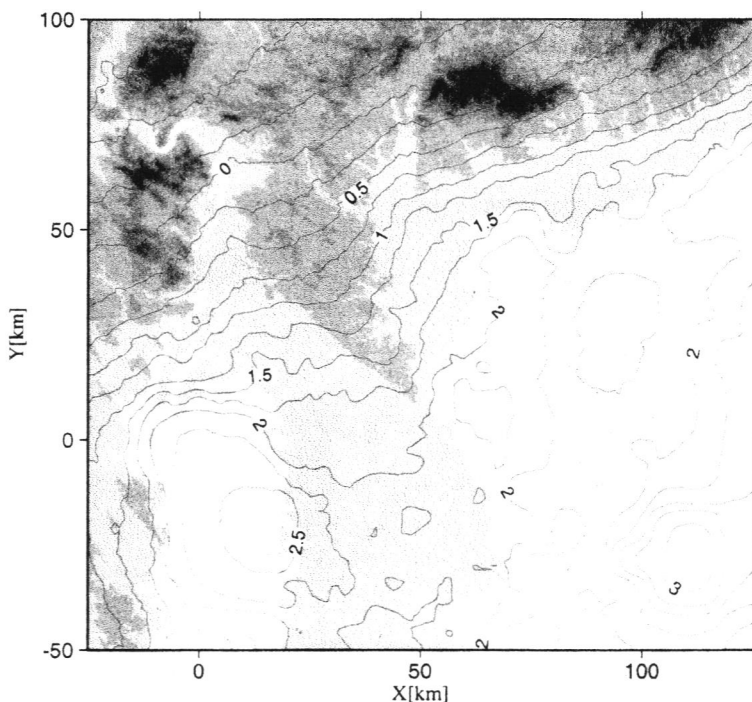
a) geoidunduláció értékek különbségeinek statisztikái

Modellek	geoidunduláció különbségek átlaga [cm]	geoidunduláció kü- lönbségek szórása [cm]	különbségek minimuma [cm]	különbségek maximuma [cm]
N_1-N_2	-0.5	± 0.0	-0.7	-0.4
N_1-N_3	1.4	± 1.0	-1.0	3.2

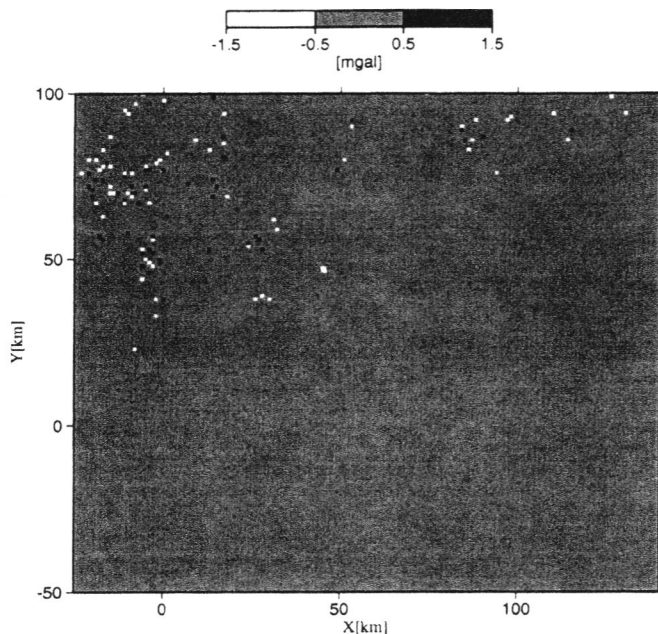
b) gravitációs zavar értékek különbségeinek statisztikái

Modellek	gravitációs zavar különbségek átlaga [mgal]	gravitációs zavar különbségek szórása [mgal]	különbségek minimuma [mgal]	különbségek maximuma [mgal]
$\delta g_1-\delta g_2$	0.0	± 0.1	-1.2	0.9
$\delta g_1-\delta g_3$	-0.2	± 0.5	-1.5	1.2

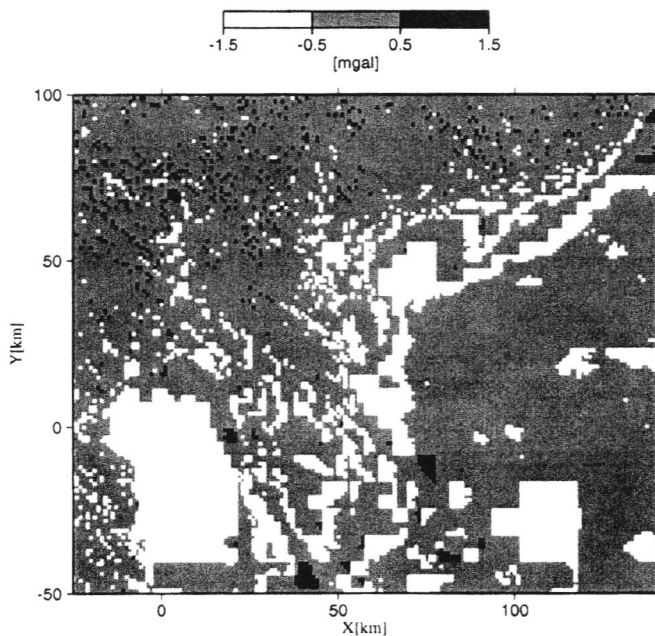
$_1$ – a polihedron, $_2$ – a részletes prizmamodell, $_3$ – a közelítő prizma modellből történő számítást jelenti



13. ábra. Geoidunduláció különbségek a magyarországi 500 m x 500 m DTM-ből polihedron térfogatelemmel illetve a rácspontjaiban generált derékszögű hasábelelemmel szerkesztett részletes 3D sűrűségmodelljeiből számolva. Szintvonalköz: 0.25 cm. Háttérben a domborzati térkép látható ($h_{min} = 70$ m, $h_{max} = 983$ m).



14. ábra. Gravitációs zavar különbségek szűrkeségi térképe a DTM500 alapján Magyarország topográfijának a polihedron térfogatelemmel illetve a DTM rácspontjaiban generált derékszögű hasábelelemmel szerkesztett részletes 3D modelljeiből számolva.



15. ábra. Gravitációs zavar különbségek szűrkeségi térképe a DTM500 alapján Magyarország topográfijának a polihedron sűrűségmodelljéből illetve a közelítő prizmaelemekkel számolva.

A polihedron alkalmazása a sóskúti mikróhálózat területének modellezésében. Mért és modellezett vertikális gradiensek

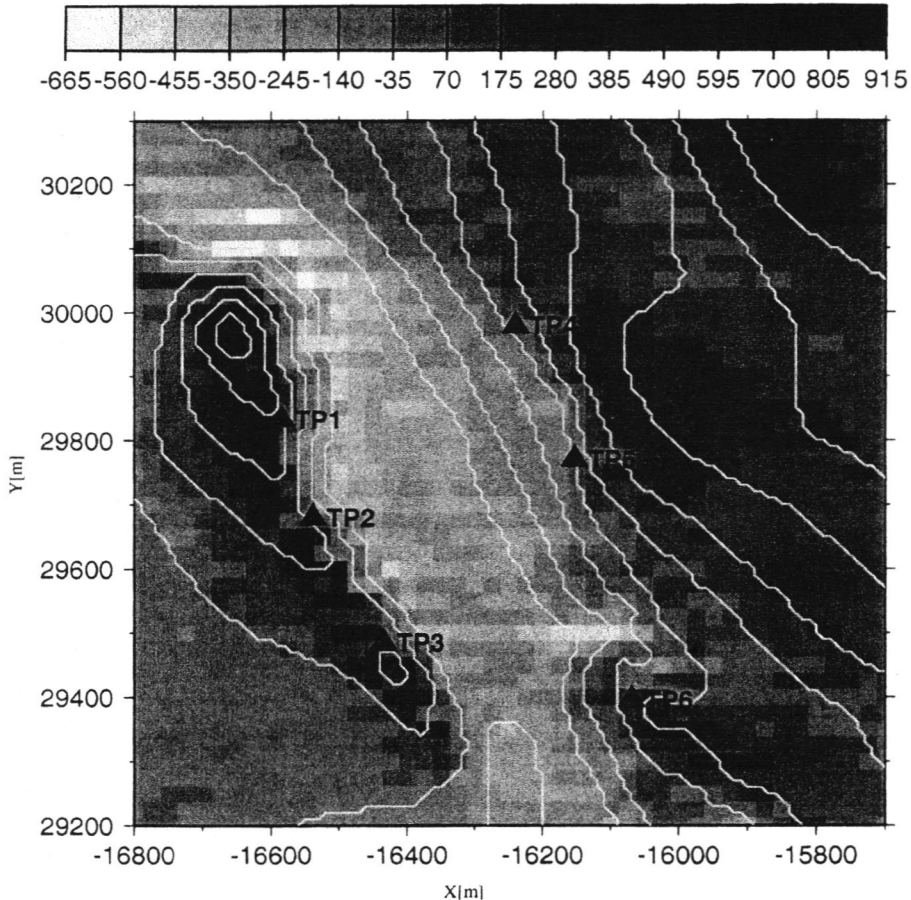
Az alábbiakban ismertetett vizsgálat a sóskúti teszterületen végzett mérési és modellezési eredményekhez kapcsolódik (Papp 2000b, Csapó és Papp 2000). A Pannonmedence litoszféra prizma modelljéből a felszín 1 m felett magasságban számított a potenciál zavar z szerinti másodrendű deriváltjai kerültek kiszámításra a sóskúti teszterület pontjaiban. Az eredmények alapján a szomszédos számítási pontokban (50 m-es távolság) nagy eltérések adódtak, amely sok esetben a topográfiai felszín változékonyságának kis mértéke miatt nem tekinthető indokoltnak. Ugyanezeket a számításokat elvégeztük a topográfia derékszögű hasáb modellje helyett polihedron modellt használva, így a felszínt leíró lépcsős függvényt ugrásmentes (folytonos) függvénnyel tudtuk helyettesíteni.

A fent említett publikációkban a sóskúti teszterületre vonatkozó számítások a litoszféra derékszögű hasábmodellje alapján történtek. A litoszféra felső szerkezeti egységét, a topográfia prizma modelljét helyettesítettük egy részletesebb, a polihedron elemekből álló modellel, a többi szerkezeti egységek derékszögű hasábmodelljeit változatlanul hagytuk. Azért fontos részletesebb topográfiai modell használata, mivel a számítások a modell felszín felett 1 m magasságban történtek, így ennek a szerkezeti egységnek van a legnagyobb hatása a számítási pontokban kapott értékekre. A topográfia polihedron modellje a valódi topográfia geometriáját pontosabban leírja mint a prizma modellek. A topográfia három egymásba skatulyázott különböző felbontású polihedron modellje 2288603 térfogatelemet tartalmaz, amely a rendelkezésünkre álló DTM-ek alapján (ETOPO5, DTM500, Sóskút 10 m x 10 m) a legrészletesebben írja le a gravitációs teret. Előállítottuk a topográfia részletes prizma modelljét is (1145015 térfogatelem). A egymásba skatulyázott közelítő prizma modell (Papp 2000b, Csapó és Papp 2000), 587015 térfogatelemet tartalmaz. A másik három szerkezeti egységet összesen 19200 derékszögű hasáb írja le. Az említett publikációkban közölt vizsgálatokat megismételtük a topográfia derékszögű hasábmodellje helyett polihedron modellt alkalmazva. A topográfiának a polihedron sűrűségmodelljét használva, a litoszféra modellből a potenciálzavar z szerinti másodrendű deriváltjait a modell felszíne felett 1 méter magasságban, $[-36.14 \text{ km}, 3.86 \text{ km}] \times [49.5 \text{ km}, 9.5 \text{ km}]$ centrális EOVS koordinátákkal megadott területű, 50 m x 50 m rácsháló pontjaiban számítottuk. A potenciálzavar z szerinti másodrendű deriváltja a modellből a

$$\partial^2 T / \partial z^2 = \partial^2 V / \partial z^2 - \left(\partial^2 V / \partial z^2 \right)_{\text{ref}} \quad (13)$$

különbség alapján kerültek kiszámításra. A topográfiát polihedron modellel leíró litoszféra modellből a rácspontokban kapott potenciálzavar z szerinti másodrendű parciális derivált értékek alapján előállított térkép a 16. ábrán látható. A szűrkeségi térkép kis négyzeteinek (rasztereinek) mérete azonos a rácstávolsággal (50 m x 50 m), színezése a rácspontban kapott értéknek megfelelően történt. A szűrkeségi fokozat -665 Eötvös (minimum érték a számítási tartományon) és 915 Eötvös (maximális érték a számítási tartományon) között mozog. A 16. ábrán látható, hogy a szűrkeségi árnyalatok közötti átmenet fokozatos és a potenciálzavar z szerinti másodrendű deriváltjának térképe korrelál a topográfiával, ami összhangban van az elmélettel. A topográfia prizma modelljét használva a potenciálzavar z szerinti másodrendű deriváltjainak értékeiben a szomszédos pontok (50 m) esetében is az eltérések igen nagyok lehetnek. A prizma modellel történt számítások alapján elkészített szűrkeségi térképen (Papp 2000b, Fig. 8.) nem fokozatos

az árnyalatok közötti áttérés, mivel a z szerinti másodrendű derivált érzékenyen viselkedik a prizmamodell lépcsős szerkezetére.



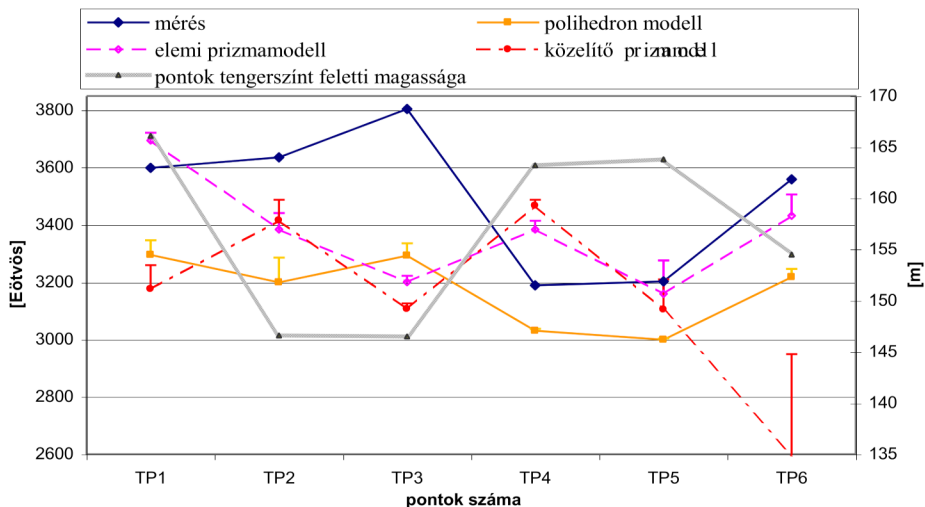
16. ábra. A litoszféra modell által generált potenciálzavar másodrendű deriváltjának (T_{zz}) szűrkeségi térképe. A topográfia szerkezetét polihedron modell írja le. A szintvonalak a Sósút topográfiajára vonatkoznak, szintvonalaköz 5m. A síkkoordináták centrális EOVS rendszerben adottak.

A vertikális gradiens (VG) litoszféra modellből való számítására a Csapó és Papp (2000) által közölt képletet használtuk:

$$\frac{\partial g}{\partial H} \equiv \frac{\partial \gamma}{\partial h} + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)_{\text{modell}} \quad (14)$$

A közelítő képlet első $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ tagját 3086 Eötvös értékkel helyettesítettük, a második tagot a különböző térfogatelemekkel előállított litoszféra modellből számoltuk. A számolt VG értékeket összehasonlítottuk a rendelkezésünkre álló mérési értékekkel. A mérési pontok a 16. és 17. ábrán a TP1, TP2, ..., TP6 jelöléssel vannak feltüntetve. A számított pontbeli VG értéket úgy képeztük, hogy a mérési pont 4 m x 4 m, 1 méteres ráctávolsággal felvett környezetének pontjaiból (25 pont) átlagot számoltunk, ezzel az értékkel jellemeztük a pontbeli VG értéket. Az egyes mérési pontban a számításhoz használt 25 pont szórását a 17. ábrán a vizsgált pontokhoz rendelt függőleges szakaszok szemléltetik. A mérések középhibája 30 Eötvös (Csapó and Papp 2000). A 17. ábrán

látható, hogy a polihedron modellből kapott VG értékek egy átlagos értéktől eltekintve jól illeszkednek a mérési értékekhez ($r = 0.93$) míg a derékszögű hasábmódellekkel (a részletes és a minimális elemszámmal generált modellből) számított VG értékek nem képesek visszaadni a mérési értékekkel kapott relatív változásokat.



17. ábra. A mért és számított vertikális gradiens értékek a sóskúti geodéziai hálózatban, 0,6 m távolságra a topográfia felszínétől.

Összefoglalás

A polihedron térfogatelem használatának előnye a derékszögű hasábbal szemben, hogy alkalmazásával a modellezett geológiai szerkezet és így a szerkezet geometriája által keltett tömegvonzási erőtér pontosabban leírható. Ez főleg a z szerinti másodrendű deriváltak modellezésében mutatkozott meg. Hátránya a számítások nagyobb időigényessége, kb. kétszeresére nő a számítások időtartama a derékszögű hasábmódellekhez képest.

Lokális modellezés esetében geoidunduláció illetve gravitációs zavar pontosabb leírására az alacsony területeken célszerű a topográfiát minél részletesebben leíró modelljének, így pl. a polihedron térfogategységekből előállított modell használata. Általában megállapítható, hogy a domináns ható felszínéhez, vagy sűrűségugrás felszínéhez közeli pontban a geoidunduláció és a gravitációs anomália leírása pontosabbá tehető ha a pont környezetében a határfelületet minél részletesebben tudjuk leírni.

A lokális tömegvonzási erőtér pontosabb szintetikus meghatározása a polihedron (lokális hatások leírása) és a derékszögű hasáb (regionális hatás leírása) térfogatelem kombinálásával adhat optimális megoldást.

A vertikális gradiens modellezésére nem elégséges a topográfiát lépcsős szerkezettel (prizma modell) leírni, szükséges a polihedron térfogatelem alkalmazása. A sóskúti mintaterületen nagyfelbontású 10 m x 10 m-es DTM alapján készített részletes polihedron modell felhasználásával számított VG értékek kivéve egy eltolódást, illeszkednek a mérésekkel kapott VG értékekhez.

Hivatkozások

- Csapó G, Papp G** (2000): A nehézségi erő vertikális gradiensének mérése és modellezése hazai példák alapján. Sopron, *Geomatikai közlemények* III. 109-123.
- Götze H J, Lahmeyer B** (1988): Application of three-dimensional interactive modeling in gravity and magnetics. *Geophysics*, 53;8, 1096-1108.
- Nagy D, Papp G, Benedek J** (2000): The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy* 74: 552-560.
- Papp G, Benedek J** (2000): Numerical modeling of gravitational field lines - the effect of mass attraction on horizontal coordinates. *Journal of Geodesy*, 73/12/99, 648-659.
- Papp G, Kalmár J** (1995): Investigation of sediment compaction in the Pannonian basin using 3-D gravity modeling. *Phys. Earth Planet. Int.*, 88: 89-100.
- Papp G, Kalmár J** (1996): Toward the physical interpretation of the geoid in the Pannonian basin using 3-D model of the lithosphere. *IGeS Bull* 5: 63-87.
- Papp G** (1996a): A Pannon-medence nehézségi erőterének modellezése. *Kandidátusi disszertáció*, MTA Geod. Geof. Kut. Int., Sopron.
- Papp G** (1996b): On the application of physical filtering in 3D forward gravity field modeling. In: Meurers B (ed.), Proceedings of the 7th International Meeting on Alpine Gravimetry, *Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik* Heft 14: 145-154.
- Papp G** (2000a): A nehézségi erőter Prey-féle gradiensének meghatározása. Sopron, *Geomatikai Közlemények* III. 173-184.
- Papp G** (2000b): On some error sources of geoid determination, In: Meurers B (ed.), Proceedings of the 8th International Meeting on Alpine Gravimetry, *Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik* Heft 26: 167-179.
- Pohánka V** (1988): Optimum expression for computation of the gravity field of a homogeneous polyhedral body. *Geophysical Prospecting* 36: 733-751.
- Tsouliis D** (1999): Analytical and numerical methods in gravity field modeling of ideal and real masses. *Dissertationen*, Heft 510.
- Tyhonov AN, Samarsky AA** (1964): Differential equations of Mathematical Physics, vol. 1. *Holden-Day*, San Francisco.
- Werner R A, Scheeres D J** (1997): Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 65: 313-344.

A SPLINE INTERPOLÁCIÓ ALKALMAZÁSA GEODINAMIKAI MODELLEKBEN

Závoti József*



Application of spline-interpolation is geodynamic models - The tracks of the satellites were approximated by cubic splines. We have given new identities for the spline interpolation of points with second degree derivatives positioned in the end-points of the intervals of interpolation. Model-computations have shown that – utilizing only the positional parameters – this method is suitable to determine the velocity-vector and the acceleration-vector, and it can be seen that the given spline-method is more reliable than the Newton – interpolation.

A geodinamikai modellekben gyakran van szükség arra, hogy az általunk mért adatokat egy alkalmasan választott függvénnyel valamilyen elv alapján közelítsük (Papp 2001). Egy speciális geodéziai feladat kapcsán megadunk egy általánosan használható interpolálási módszert, amely előnyös tulajdonságai alapján széleskörű geodéziai és geofizikai alkalmazásra találhat.

Kulcsszavak: mesterséges holdak, pálya meghatározás, geodinamikai modell, interpoláció, spline, numerikus módszer

1. Bevezetés

Egy mesterséges hold pályáját egy adott időpillanatban a helyzet és a sebesség vektorral lehet megadni. A Föld gravitációs mezejére vonatkozóan információkat lehet szerezni abból, hogy a gravitáció milyen mozgásra kényszeríti a mesterséges holdat. Ugyanis a 3D gravitációs vektort analitikusan le lehet vezetni a GPS mérésekből, mivel a mesterséges hold helyének ismeretében a sebesség meghatározható.

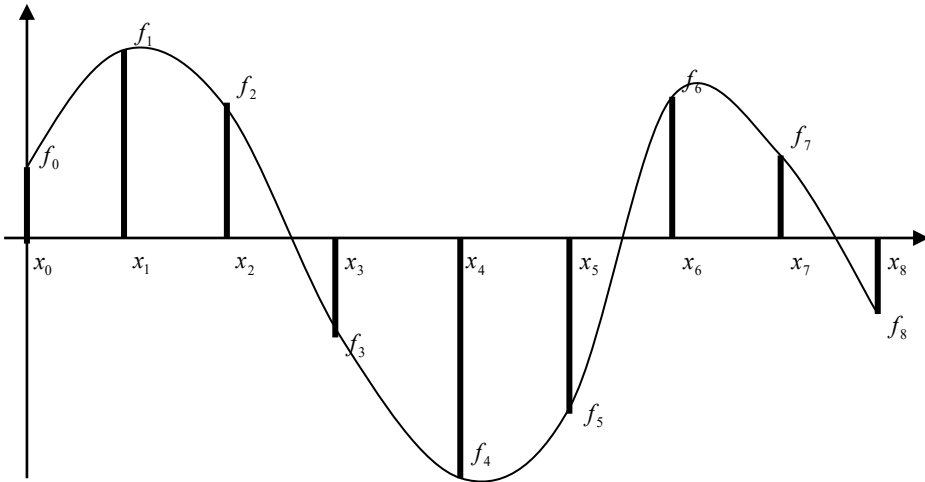
A mesterséges holdak állapot vektora:

$$\bar{x}(t) = [x(t), y(t), z(t), \dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t), g_x(t), g_y(t), g_z(t)] \quad (1.1)$$

A fenti képletben egy mesterséges hold helyzet-vektorát WGS84 referencia rendszerben végzett GPS mérések szolgáltatják (Bányai 2000). A mesterséges hold helyzetét leíró vektor három koordinátájára kb. 10 másodpercenként történnek mérések, így előáll három idősor, amelynek adatai külön-külön egy-egy függvénnyel interpolálhatók. Ezen függvényekből analitikusan előállíthatók az első- és második differenciálhányados függvények, amelyek a sebesség és gravitációs gyorsulás vektorral hozhatók kapcsolatba. A feldolgozás során általában nyolc részintervallum képez egy számítási egységet, ezért célszerű ennek megfelelően kidolgozni az eljárásunkat. Grafarend E, Schaffrin B (1993) erre a célra a Newton-interpolációt javasolta, Závoti J (1999) a spline interpolációt részesíti előnyben.

2. Az interpoláció alapfeladata

Legyen adott egy $f(x)$ függvény az $[x_0, x_8]$ intervallumon. Egyenlő h lépésközzel végezzünk méréseket az x_i ($i=0,1,\dots,8$) pontokban, a mérés eredményei legyenek az f_i ($i=0,1,\dots,8$) értékek. Ezen értékek hibával terhettek, így az $f(x)$ függvény közelítésének tekinthetők. Az alapfeladatot szemlélteti az 1. ábra.



1. ábra. Az interpoláció alapfeladata.

Minden rész-intervallumra illesszünk 3. fokú spline polinomokat, és a csatlakozási pontokban követeljük meg az első- és második differenciálhányadosok folytonosságát. Ezen túlmenően az intervallum végpontjaiban írjuk elő a második differenciálhányadosok értékét.

3. Spline interpoláció

A szakaszonként harmadfokú polinom, az első és második differenciálhányadosának alakja:

$$\left. \begin{aligned} g_k(x) &= a_k(x_k - x)^3 + b_k(x_k - x)^2 + c_k(x_k - x) + d_k \\ g'_k(x) &= -3a_k(x_k - x)^2 - 2b_k(x_k - x) - c_k \\ g''_k(x) &= 6a_k(x_k - x) + 2b_k \end{aligned} \right\} k = 1, 2, \dots, 8 \quad (3.1)$$

Az első és második differenciálhányados függvények fizikai tartalma: sebesség és gyorsulás.

Követelmény, hogy az interpoláló függvény, valamint első és második differenciálhányadosai folytonosak legyenek a csatlakozási pontokban is. A folytonossági feltételekből a következő egyenletek írhatók fel:

$$\left. \begin{aligned} g_k(x_k) &= g_{k+1}(x_k) \\ g'_k(x_k) &= g'_{k+1}(x_k) \\ g''_k(x_k) &= g''_{k+1}(x_k) \end{aligned} \right\} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.2)$$

A második differenciálhányadosokra a szakirodalommal ellentétben nem azt írjuk fel, hogy az intervallum végpontjaiban tűnjenek el, hanem esetünkben adott értékeket vegyenek fel.

$$\begin{aligned} g''_1(x_0) &= 2\lambda \\ g''_8(x_8) &= 2\mu \end{aligned} \quad (3.3)$$

Bebizonyítható Marcsuk (1976) alapján, hogy az interpolált függvény minimális görbületére felírt variációs feladat megoldásából a következő egyenletek származtathatók:

$$-6a_1 + p(g_1(x_0) - f_0) = 0 \quad (3.4a)$$

$$-6(a_{k+1} - a_k) + p(g_k(x_k) - f_k) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.4b)$$

$$-6a_8 + p(g_8(x_8) - f_8) = 0 \quad (3.4c)$$

- ahol p érték a simítás szabályozására vonatkozó, általunk választott mennyiség.

Összefoglalva a fentieket, a 3.2 ismeretlenre vonatkozó 3.2 egyenlet alakja:

$$d_k = a_{k+1}h^3 + b_{k+1}h^2 + c_{k+1}h + d_{k+1} \quad (3.5a)$$

$$c_k = 3a_{k+1}h^2 + 2b_{k+1}h + c_{k+1} \quad (3.5b)$$

$$b_k = 3a_{k+1}h + b_{k+1} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.5c)$$

$$a_{k+1} - a_k = \frac{p}{6}(d_k - f_k) \quad (3.5d)$$

$$3a_1h + b_1 = \lambda \quad (3.5e)$$

$$b_8 = \mu \quad (3.5f)$$

$$a_1 = \frac{p}{6}(a_1h^3 + b_1h^2 + c_1h + d_1 - f_0) \quad (3.5g)$$

$$a_8 = -\frac{p}{6}(d_8 - f_8) \quad (3.5h)$$

Az ismeretlenek számának csökkentésével átalakítjuk az egyenleteket. A (3.5c) és (3.5e) egyenletek felhasználásával kapjuk:

$$a_k = \frac{1}{3h}(b_{k-1} - b_k) \quad k = 1, 2, \dots, 8 \quad (3.6)$$

- ahol $b_0 = \lambda$.

A (3.5d) és (3.5h) összefüggésekből adódik:

$$d_k = -6 \frac{a_k - a_{k+1}}{p} + f_k \quad k = 1, 2, \dots, 8 \quad (3.7)$$

- ahol $a_9 = 0$.

A (3.6) és (3.7) egyenletek összevonásából nyerjük:

$$d_k = -\frac{2}{hp} (b_{k-1} - 2b_k + b_{k+1}) + f_k \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.8a)$$

Speciálisan fenn áll:

$$d_8 = -\frac{2}{hp} (b_7 - \mu) + f_8 \quad (3.8b)$$

A fenti egyenletek összefoglaljuk mátrix formában:

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{pmatrix} = \frac{2}{hp} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1 - \frac{2\lambda}{hp} \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 - \frac{2\mu}{hp} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

A (3.9) összefüggés leírására vezessük be a következő rövidített formát:

$$\bar{d} = \frac{2}{hp} H\bar{b} + \bar{f} \quad (3.10)$$

Az ismeretlenek redukálásával a következő egyenleteket nyerjük:

$$c_1 = -\frac{d_1}{h} - \left(\frac{2}{h^2 p} + \frac{2h}{3} \right) b_1 + \lambda \left(\frac{2}{h^2 p} - \frac{h}{3} \right) + \frac{f_0}{h} \quad (3.11a)$$

$$c_k = \frac{d_{k-1} - d_k}{h} - \frac{h}{3} (2b_k + b_{k-1}) \quad k = 2, 3, \dots, 8 \quad (3.11b)$$

- ahol $b_8 = \mu$.

További egyszerű átalakításokkal kapjuk:

$$h(b_k + b_{k+1}) + c_{k+1} - c_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (3.12)$$

A (3.11a) és (3.11b) összefüggések figyelembe vételével adódik:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{6}{h^2 p} + 4h \right) b_1 + \frac{h}{3} b_2 + \frac{2d_1 - d_2}{h} = \lambda \left(\frac{2}{h^2 p} - \frac{h}{3} \right) + \frac{f_0}{h} \quad k=1 \quad (3.13a)$$

$$\frac{h}{3} (b_{k-1} + 4b_k + b_{k+1}) + \frac{-d_{k-1} + 2d_k - d_{k+1}}{h} = 0 \quad k = 2, 3, \dots, 6 \quad (3.13b)$$

$$\frac{h}{3} (b_6 + 4b_7 + \mu) + \frac{-d_6 + 2d_7 + \frac{2}{hp} (b_7 - \mu) - f_8}{h} = 0 \quad k = 7 \quad (3.13c)$$

Mátrix formában a következő alakhoz jutunk:

$$\frac{h}{3} \begin{pmatrix} \frac{6}{h^3 p} + 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{6}{h^3 p} + 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \end{pmatrix} + \frac{1}{h} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{f_0}{h} + \lambda \left(\frac{2}{h^2 p} - \frac{h}{3} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{f_8}{h} + \mu \left(\frac{2}{h^2 p} - \frac{h}{3} \right) \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

A fenti kifejezésbe (3.10) összefüggést helyettesítve röviden így írjuk:

$$\frac{h}{3} S\bar{b} + \frac{1}{h} H \left(\frac{2}{hp} H\bar{b} + \bar{f} \right) = \bar{f}_T \quad (3.15)$$

A (3.15) egyenlet egyszerű átrendezése után kapjuk:

$$\left(\frac{h}{3}S + \frac{2}{h^2p}H^2\right)\bar{b} = \bar{f}_T - \frac{1}{h}H\bar{f} \quad (3.16)$$

A (3.16) egyenlet jobb oldala a következő módon fejezhető ki:

$$\begin{pmatrix} \frac{f_0 - 2f_1 + f_2}{h} + \lambda\left(\frac{6}{h^2p} - \frac{h}{3}\right) \\ \frac{f_1 - 2f_2 + f_3}{h} - \frac{2\lambda}{h^2p} \\ \frac{f_2 - 2f_3 + f_4}{h} \\ \frac{f_3 - 2f_4 + f_5}{h} \\ \frac{f_4 - 2f_5 + f_6}{h} \\ \frac{f_5 - 2f_6 + f_7}{h} - \frac{2\mu}{h^2p} \\ \frac{f_6 - 2f_7 + f_8}{h} + \mu\left(\frac{6}{h^2p} - \frac{h}{3}\right) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

A H^2 mátrix explicite formában könnyen meghatározható:

$$H^2 = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 5 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

A (3.18) összefüggés segítségével a (3.16) egyenlet együttható mátrixa, azaz a

$$\frac{h}{3}S + \frac{2}{h^2p}H^2 \quad (3.19)$$

mátrix is könnyen kezelhető alakra hozható:

$$\left(\begin{array}{cccccccc} \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{2}{h^2 p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{2}{h^2 p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{h^2 p} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{2}{h^2 p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{h^2 p} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{2}{h^2 p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{h^2 p} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{2}{h^2 p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{h^2 p} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{2}{h^2 p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{h^2 p} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{h^2 p} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} & \frac{12}{h^2 p} + \frac{4h}{3} & \frac{h}{3} - \frac{8}{h^2 p} \end{array} \right)$$

(3.20)

A (3.16) összefüggésből meghatározható \bar{b} , ezután (3.8a) és (3.8b) képletekből nyerhető \bar{d} , a (3.6) összefüggés alapján kapható \bar{a} , és végül (3.11a) és (3.11b) formulák szolgáltatják \bar{c} -t.

A fenti módszer a Kalmár (2001) robusztus elv alapján eredményesen általánosítható lehet. A spline interpoláció előnyös tulajdonságai alapján javasoljuk, hogy a módszer a geodinamikai alkalmazásokon túlmenően (Somogyi 2001, Battha 2001) a digitális fotogrammetriában is bevezetésre kerüljön.

4. Összefoglalás

A mesterséges holdak pályáját 3. fokú spline függvényekkel modelleztük. Az interpoláció intervallumainak végpontjában adott második deriváltakkal rendelkező pontok spline interpolációjára új összefüggéseket vezetünk le.

Modellszámítások azt mutatják, hogy ez a módszer alkalmas a sebesség vektor és a gyorsulás vektor meghatározására - csupán a helyzeti paraméterek felhasználásával, és megállapítható, hogy a kidolgozott spline módszer a Newton interpolációs eljárásnál megbízhatóbb eredményeket szolgáltat.

Hivatkozások

- Battha L** (2001): Relative orientation of images taken by non-metric cameras using 2D projective transformations and robust estimation. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 36:339-344.
- Battha L** (2001): A relatív tájékozás paramétereinek robusztus becslése. Sopron, *Geomatikai Közlemények* IV. 61-67.
- Bányai L** (2000): A GPS vevők kalibrálási lehetőségei. Sopron, *Geomatikai Közlemények* III. 71-80.
- Grafarend E, Schaffrin B** (1993): Ausgleichsrechnung in linearen Modellen. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim Leipzig Wien Zürich.
- Kalmár J** (2001): Robusztus becslési módszerek a geodéziában. Sopron, *Geomatikai Közlemények* IV. 69-82.
- Marcusok GI** (1976): A gépi matematika numerikus módszerei. *Műszaki Könyvkiadó*, Budapest, 1-326.

- Papp G** (2001): On some error sources of geoid determination. In: Proceedings of the 8th International Meeting on Alpine Gravimetry, Leoben 2000, *Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik*, (Ed Meurers B), 167-179.
- Somogyi J** (2001): A projektív invariánsok és szerepük a digitális fotogrammetriában. Sopron, *Geomatikai Közlemények* IV. 155-164.
- Závoti J** (1999): A geodézia korszerű matematikai módszerei. Sopron, *Geomatikai Közlemények* II. 1-149.

KÍSÉRLETEK A VIRTUÁLIS VALÓSÁGOT MODELLEZŐ (VRML) NYELVVEL

*Kádár István**



Attempts to apply the Virtual Reality Modeling Language (VRML) - We go on with experiments different „spatial” vector/matrix arithmetics over specific data structures. It uses direct vector/matrix digits instead of coordinates as operands to various spatial operations. For the expressive representation of the space filling we used the Virtual Reality Modeling Language (VRML).

Különböféle „térbeli” vektor/mátrix aritmetikákkal végzünk kísérleteket különleges adatszerkezetek alkalmazásával. A különböző térbeli műveletek végre-hajtásánál operandusokként – koordináták helyett – közvetlen vektor/mátrix számjegyeket használunk. A térkitöltés szemléltetéséhez a VRML nyelvet választottuk.

Kulcsszavak: virtuális valóság, számkohászat, számvegyészet, dimenzióváltóztatás, lineáris térbeli indexek, térbeli Voronoi-diagramok, vektor/mátrix-aritmetikák, lineáris négyágú/nyolcágú fák, tesszelációk, tesszelációs aritmetikák

Mottó: *Dobja el a térképét,
mert nem látja a tér képét.
Teret látni akarna,
ha a Föld nem takarna.*

Bevezetés

Amilyen régi a térképészet, csaknem olyan régiek a földrajzi alapfogalmak is, mint pl. az *égtájak* (a szélrózsza), a *fokhálózat* (a földalag modellezése), a *vetületek* (vetületi rendszerek), a *koordináták* (koordináta-rendszerek) stb. Ahogy azonban egyre erőteljesebben kezd az ember a földfelszíntől elszakadni (űrkutatás!), ezek a fogalmak is egyre szűkebbeknek bizonyulnak, kiegészítésre, átalakításra szorulnak. A szélrózsát *térbeli mellékégtájakkal* kellett kibővíteni, a fokhálózat mellett és helyett *térbeli Voronoi-diagramokat* kellett alkalmazni, a vetületi rendszerek közé be kellett sorolni az *egydimenziós számte-
rekre* történő vetítés eszközeit is, a geometriai számítások tökéletesítése érdekében pedig a *közvetlen* (koordináták nélküli) *vektor-, mátrix- és egyéb aritmetikák* bevetésére is sor került (számítástechnika!). A papír-térkép egyre kevésbé felel meg a meggyorsult világ igényeinek, és ezért tudomásul kell vennünk, hogy a jövő adathordozóinak a mindenkorai számítógépes rendszerekkel kell kompatibiliseknek lenniük. Ezért a térbeli modellezés (térképezés) közvetlen médiái *maguk a számítógépes adathordozók* lesznek

Más változások is előre jelezhetők. Az ún. *objektum-orientált rendszerek* egyik legfontosabb tulajdonsága a *polimorfizmus*, a sokszínűség, mely az egyformaság, egységes és egyöntetűség tagadása. Szöges ellentétben áll az ún. *egységes rendszerek* mai gyakorlatával. Az igazi egységet valójában már egy egyszerű *mágnesű* is nagyon jól szimbolizálja: a pozitív és negatív sarkainak *békés-egymás-mellett-élésével*. A polimorfizmust az a természetes igény fogja kiváltani, mely más és más nyelvet (más nyelvtant és más szókinccset is) kíván meg az információ-közvetítés szinte minden fázisának. A

polimorfizmus édestestvére az *adaptivitásnak*, a mindenkori viszonyokhoz való alkalmazkodásnak. Nyilvánvalóvá válik – ha még eddig nem lett azzá – hogy nem lehet, pl. ugyanazt a koordináta-rendszert az adatgyűjtés, -tárolás, -továbbítás, -feldolgozás, -megjelenítés, -keresés, -közlés stb. feladataihoz hatékonyan alkalmazni, hogy csak a legfontosabbakat említsem. Sőt még egy-egy ilyen részfeladat esetében sem lehet eltekinteni a használt műszer, az uralkodó környezet, sőt a felhasználó speciális kívánalmaitól sem. A szöveg- fájlok minősége szinte művészi fokra emelhető, már csak a hihetetlenül gazdag rendelkezésre álló infrastruktúra (fonttípusok, méretek, színek választéka stb.) következtében is, noha az *Unikód* elterjedése még mindig hátra van.

Célkitűzésünk

Amikor Dávid Hilbert (1891) a róla elnevezett *Hilbert-görbét* megalkotta, egyúttal azt is bizonyította, hogy a sík és a számegegyenes pontjai *kölcsönösen egyértelmű módon* megfeleltethetők egymásnak (*izomorfizmust* alkotnak). Később ezt a gyakorlati szempontból is fontos megállapítást más kutatók a három-, sőt magasabb dimenziójú terek pontjaira is kiterjesztették. Csakhamar az is kiderült, hogy ez a leképezés egy vagy több aritmetikai műveletre nézve is *művelettartó*, előbbi esetben *homomorfizmust*, utóbbiban *epimorfizmust* alkotnak.

Könnyen belátható, hogy a *szorzás*, az *osztás*, továbbá a *gyökvonás* volt az a nehéz művelet, amely a *lineáris skálán* (a számegegyenesen) csak nagy időráfordítással lett volna manuálisan végrehajtható, a *logaritmus skálára* való áttérés viszont megkönnyítette a munkát. Ugyanez mondható el a *szögfüggvény skálákról* is, ami mindjárt érthetővé teszi, hogy miért ezeket a skálákat használták az említett számítási segédeszközök.

Ma már a számítógépek vették át a munka nehezét az embertől, de ez nem azt jelenti, hogy most már nincsenek könnyű és nehéz műveletek, hogy most már semmiféle segédrendszerre sincsen szükség és ezért a homomorfizmus és az epimorfizmus nyugodtan a matematika lomtárába kerülhetne. Épp ellenkező a helyzet. A számegegyenes (vagyis az egydimenziós euklideszi tér) használata annyira lelassítja a magasabb dimenziójú terekben (a síkon, a térben és a hiperterekben) végzendő munkát, hogy megfelelő művelettartó leképezéssel sok esetben már *nemcsak ideiglenesen, hanem véglegesen is érdeemesnek látszik a számegegyenesről a számsíkra, illetve a számtérre áttérni*.

Dolgozatunkban három saját tervezésű *térbeli számrendszert és aritmetikát* mutatunk be: az „*Androméda*” *térbeli binárist*, az „*Alfavektoriális*” *térbeli hármasrendszert*, valamint két *síkbeli* és egy *térbeli Decimálist*. Ezek megjelenítéséhez a VRML-nyelv kiváló eszköznek bizonyult, a magyar nyelvű Ames et al (2000) kézikönyve különösen nagy segítséget jelentett. Mindhárom számrendszer *alaki értékeként* egyszerű karaktereket (számjegyeket, betűket) használ, azonban ezeket ún. *számjegyektorokként* (vagy *vektor-számjegyekként*) értelmezi. A sokjegyű számok képzése ezekből – a hagyományos számrendszerekhez hasonlóan – polinomok kialakításával történik, alapszámként azonban valóság mellett esetenként komplex-számokat, sőt mátrixokat is alkalmaz. Ennek következtében egy-egy szám információkapacitása egy koordinátapár, ill. koordináta-hármasával azonos, tehát a bemutatott számrendszerek a hagyományos koordináta-rendszerek is képesek helyettesíteni. Előnyük, hogy a különféle vektor- és mátrix-aritmetikai műveletek segítségével, sokkal egyszerűbben – koordinátákra bontás nélkül – is elvégezhetők.

Dr. Homoródi Lajos (1961) egyik könyvbírálatában (Szarka 1961) – megérezve a közeljövő kínáló nagy lehetőségeit – többek között a következőket írta.

„Mondjuk meg nyíltan: a gyakorlati geodétát nem kápráztatja el az, hogy a feltehető mérések kiegyenlítésének megoldása három betűvel szimbolizálható, mikor tudja, hogy e szimbólum kihámozásához a ketős szorzatokat, az oszlopok és sorok szorzását a számszerű eredmény érdekében mégis csak el kell végeznie. Neki tehát azt kell bemutatni, ahol e szimbólumokkal való operálás valóban a számszerű megoldást segíti elő... Ne vegye rossznéven a szerző ezeket a megjegyzéseket, csupán azt a hiányt akartuk erősen hangsúlyozni, amelyet a geodéták éreznek...”

Abban az időben, amikor ezek a sorok íródtak lényegében még csak *mátrix/vektor algebra* létezett. Amiben Homoródi hitt és bízott az *mátrix/vektor aritmetika* néven kezdett beszivárogni nem sokkal ezután a köztudatba – elsősorban Knuth (1969) közvetítésével. Jelen dolgozatunk is ezt a még ma is fennálló hiányt igyekszik szerény eszközeink segítségével pótolni.

Egy síkbeli bináris rendszer

Knuth (1987) a helyiértékes számrendszerekkel foglalkozó 4.1 fejezetben többek között egy olyan $\rho = i-1$ alapú *bináris komplex számrendszert* ismertet, melynél a valós és a képzetes részeket – a modern kor *számkohászatának*, ill. *számvegyészetének* iskola-példájaként – már nem lehet, de nem is szükséges megkülönböztetni egymástól. Egy tetszőleges valós komplex-számot a $\sum_k a_k (i-1)^k$ alakban lehet felírni,

ahol $k = \dots, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots$ és $\dots, a_3, a_2, a_1, a_0, a_{-1}, a_{-2}, a_{-3}, \dots$ zérusok és egyesek végtelen sorozata. Vagyis

$$(\dots a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 a_{-1} \dots)_{i-1} = \dots -4a_4 + (2+2i)a_3 -2ia_2 + (i-1)a_1 + a_0 -0.5(i+1)a_{-1} + \dots$$

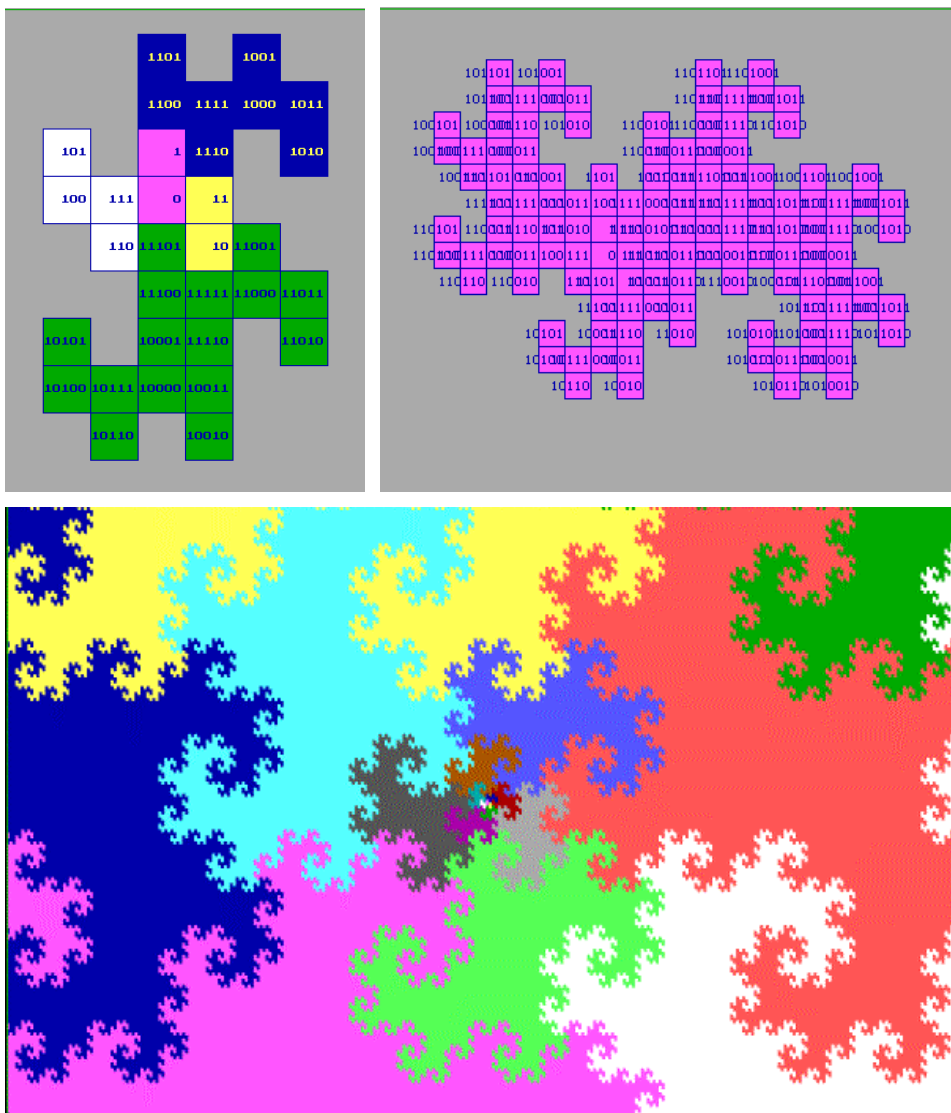
A konverziót a komplex szám szokásos alakjából a bináris alakra egy példán keresztül mutatjuk be. Legyen a szám $(2+3i)$.

Ennek modulója $2^2 + 3^2 = 13$. Mivel ez páratlan, 1-el csökkentjük a komplexszámot, majd az $(1+3i) : (i-1) = (1-2i)$ egész osztást végrehajtva, leírunk 1-et:

$\text{Mod}(1-2i) = 5$, tehát csökkentünk, $(0-2i) : (i-1) = (-1+i)$ és elé írunk még egy 1-et: 11

$\text{Mod}(-1+i) = 2$, ezért most 0-val csökkentünk $(-1+i) : (i-1) = 1$, és 0-t írunk eléje: 011

Végül $\text{mod}(1)=1$ páratlan, ezért $0 : (i-1) = 0$, majd 1-et elé írva a végeredmény: 1011.



1. ábra. Az $(i-1)$ alapú síkbeli bináris rendszer.

Mivel a komplex alapú bináris rendszerben maga az algebrai struktúra (a *számtest*) érintetlen marad, *minden olyan művelet végrehajtható*, amelyet a *szokásos komplex számok között definiálni lehet*. Sőt, egy kicsit tovább menve, azt is mondhatjuk, hogy *ami csak a hagyományos síkkoordináta-rendszerekben (koordináták közvetítésével) elvégezhető* (Halmos et al 1971, 1973abc, 1974ab, 1975, 1976, 1977). Itt – mintegy ízelítőül – csak a négy alpműveletre mutatunk be egy-egy kicsiny példát.

Összeadás: $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$, $1+1=1100$.

$$\begin{array}{r}
 \text{Példa: } 1111 \quad = (2+i) \\
 + 1110 \quad = (1+i) \\
 \hline
 0001 \\
 110 \quad \text{átvitel} \\
 110 \quad \text{átvitel} \\
 110 \quad \text{átvitel} \\
 \hline
 1001 \quad = (3+i),
 \end{array}$$

mivel az elhagyott 1, 11 és 110 zérust adnak eredményül és kicsurognak a regiszterből.

Előjelváltás: minden 1 jelet az 11101 = -1 jelsorozattal felcseréljük és összeadjuk.

Kivonás: A kisebbítendőhöz — előjelváltás után — a kivonandót hozzáadjuk.

Szorzás: $0*0=0$, $0*1=0$, $1*0=0$, $1*1=1$, mint szokásos.

Példa: $(2+3i) = 1011$ és $(1-2i) = 101$ szorzata binárisan is kétféleképpen végezhető el:

$$\begin{array}{r}
 1011 * 101 \qquad \qquad \qquad 101 * 1011 \\
 + 1011 \\
 \hline
 100111 \\
 + 110 \quad \text{átvitel} \\
 \hline
 1000111 \\
 + 110 \quad \text{átvitel} \\
 \hline
 111000111
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 101 \\
 + 101 \\
 \hline
 100111 \\
 + 110 \quad \text{átvitel} \\
 \hline
 1000111 \\
 + 110 \quad \text{átvitel} \\
 \hline
 111000111
 \end{array}$$

A kapott közös eredményt visszakonvertálva

$$\rho^8 + \rho^7 + \rho^6 + \rho^2 + \rho^1 + \rho^0 = (16) + (-8-8i) + (8i) + (-2i) + (-1+i) + (1) = (8 - i).$$

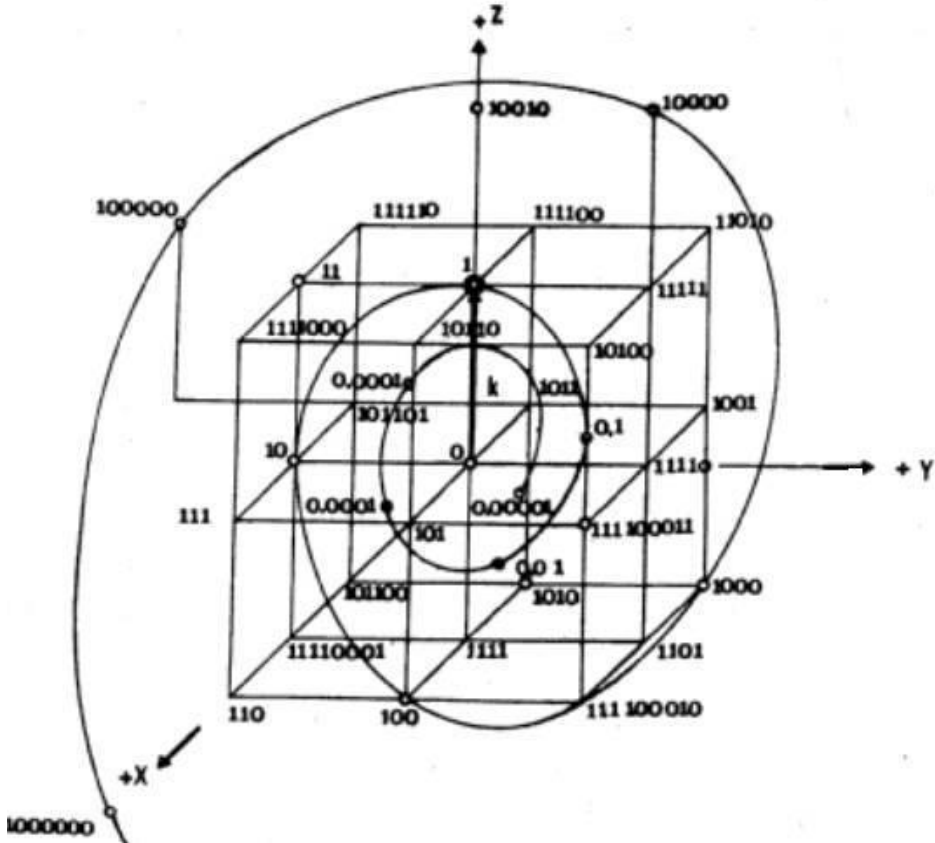
Ezt a szokásos szorzással is ellenőrizhetjük: $(2+3i) * (1-2i) = (2+6) + (-4+3)i = (8 - i)$.

Osztás: helyette az osztó reciprokával szorzunk.

Végül az említés nélkül hagyott sok-sok további részlet-kérdés és továbbfejlesztési lehetőség közül csupán egyet szeretnénk még kihangsúlyozni. Itt is megtehetjük, mint a 8-as (oktális) vagy a 16-os (hexadecimális) rendszerek bevezetésénél, hogy a biteket egy-egy számon belül kettesével, hármasával, illetve négyesével csoportosítva, a bináris rendszerről 4-es, 8-as vagy 16-os rendszerre térünk át. Ilyenkor az alkalmazható számjegyek száma 2-ről 4-re, 8-ra, ill. 16-ra fog növekedni, de a ρ alapszámot is megfelelően a ρ^2 , ρ^3 , illetve a ρ^4 hatványaival kell felcserélni. Ezáltal az emberi szemlélethez közelebb álló, rövidebb (azaz kevesebb számjegyet tartalmazó) komplex számokhoz, illetve síkvektorokhoz juthatunk.

Térbeli bináris rendszerek

Az Androméda számrendszer



2. ábra. Mátrix alapú térbeli bináris rendszer.

Knuth (1987) síkbeli bináris rendszerét könnyen kiterjeszthetjük a háromdimenziós térre is, ha sikerül megfelelő alapszámot, illetve 3D számjegy-vektorokat találni. Az alábbiakban erre tettünk kísérletet (Halmos et al 1975, 1976, 1977).

A rendszer alapszáma: $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $\det(A) = 2$,

$A^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, a két bináris számjegy jelentése: '0' = $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ és '1' = $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

1. példa: Az '110.11' kódnak megfelelő koordináta-hármas értelmezése:

$$(A^2 + A + A^{-1} + A^{-2}) e =$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & -0.5 \\ -0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & -0.5 & 0.25 \\ 0.5 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -0.25 \\ -1.5 \end{bmatrix}.$$

2. példa: Az '1111' kódnak megfelelő koordináta-hármas:

$$(A^3 + A^2 + A^1 + A^0) e =$$

$$\left(\begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Műveletek

Összeadás: $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$, $1+1=10010$.

Példa: 11111

$$\begin{array}{r} 11111 \\ + \quad 101 \\ \hline 11010 \\ 1001 \quad \text{átvitel} \\ \hline 1001 \quad \text{átvitel} \\ 1000000 \\ 1001 \quad \text{átvitel} \\ 1001 \quad \text{átvitel} \\ \hline 1001 \quad \text{átvitel} \\ 10100 \end{array}$$

mivel az elhagyott 1111 és 1 számok zérust adnak eredményül és kicsurognak a regiszterből

Előjelváltás: minden 1 jelet az 1111 jelsorozattal felcserélni és összeadni.

Példa: 101 → 1111

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + \quad 1111 \\ \hline 110011 \\ 1001 \quad \text{átvitel} \\ + \quad 1001 \quad \text{átvitel} \\ \hline 1011 \end{array}$$

mivel az elhagyott 1111 és 1 zérust ad eredményül.

Kivonás: A kisebbítendőhöz — előjelváltás után — a kivonandót hozzáadjuk.

Példa: 10100 → 10100

$$\begin{array}{r} - \quad 101 \\ \hline + \quad 1011 \\ \hline 11111 \end{array}$$

(lásd az összeadási példát!)

Az oktavektoriális rendszer

Egy másfajta bináris rendszert publikált Hmel'nik (1969), mely a vektor-algebrából jól ismert tengelyirányú i, j, k egységvektorok kiterjesztésén alapszik. Ha vesszük ennek a háromelemű halmaznak a *hatványhalmazát*, és a kapott elemeket összegezzük, akkor az 1. táblázat 1. oszlopában feltüntetett *sámjegy-vektorokhoz* jutunk.

1. táblázat. A helyi érték jelölések értelmezése.

ALGEBRA	ARITMETIKA			HALMOS	HMELNIK	BELL
generálás	z	y	x	1976	1969	1990
	0	0	0	0	a	0
i	0	0	1	1	e	b
j	0	1	0	2	c	d
i+j	0	1	1	3	g	f
k	1	0	0	4	b	h
i+k	1	0	1	5	f	j
j+k	1	1	0	6	d	l
i+j+k	1	1	1	7	h	n

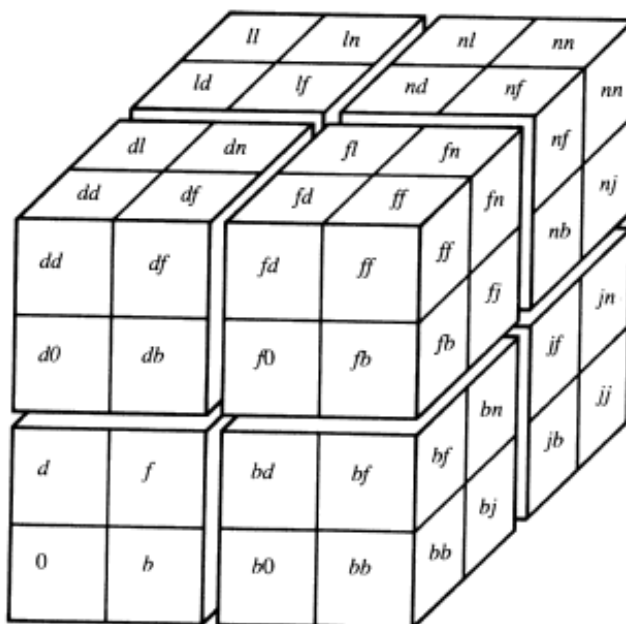
Könnyen belátható, hogy ezek egy térbeli derékszögű koordináta-rendszer első tényolcadában elhelyezkedő egységkocka csúcsainak rádiusz-vektorai. Amennyiben a három alapvektor azonosításához szükséges sorszámokat ügyesen választjuk meg ($1=2^0$, $2=2^1$, $4=2^2$), akkor a többi sorszámát ezek megfelelő összegezésével állíthatjuk elő (a táblázat 3.oszlopa). Már maga ez is egy *homomorfizmus* (művelettartó leképezés), mivel a vektorok helyett, illetve mellett az azonosítójukat is ugyanúgy összegezzük. A hatványhalmaz elemeinek száma szintén a 2 hatványa ($8=2^3$). Ha végül a tervezett térbeli számrendszer alapszámát is 2-nek választjuk, akkor minden okunk meg lesz rá, hogy *binárisnak* nevezzük el. Ennek ellenére a használt alaki értékek (számjegyvektorok) száma alapján a rendszert *oktavektoriálisnak* is szokás nevezni.

Azokat a számrendszereket, amelyeknél az alaki értékek lehetséges száma nagyobb az alapszámánál, *redundáns* számrendszereknek hívják. Esetünkben is ez a helyzet. A redundáns jelző itt egyáltalán nem fölöslegességet jelent, hisz mint látni fogjuk, a térkitöltéshez mind a nyolc számjegyvektorra szükség van. Abból a célból, hogy ne csak az 1. tényolcadban lehessen a rendszert használni, Hmel'nik nem a számjegyvektoroknak adott előjelet, hanem az alapszámot választotta -2 -nek, ezért az alapszáma után *negabinárisnak* kellene rendszerét nevezni. A hatvanas években Magyarországon is alkalmaztak ilyen negatív alapszámmal dolgozó számítógépet. A lengyel tervezésű és gyártású UMC-1 gépet előbb a KSH, majd a BGTV üzemeltette néhány évig. Példaképpen talán érdemes itt néhány decimális egész szám negabináris kódját is megadni.

$$-3=1101, -2=10, -1=11, 0=0, +1=1, +2=110, +3=111.$$

Térbeli bináris számrendszert használt munkáihoz Bell *SBM*, valamint Diaz *BM* is, melyekből csupán a szemléletes térstruktúrájukat mutatjuk be a 3. ábrán. Ezt Bell et al (1990) cikkéből idéztük. Ők $+2$ alapszámot használtak rendszerükhöz, de hogy annak hatáskörét valamennyi tényolcadra ki tudják terjeszteni, az alaki értékeket a *kiegészítő kettes kódhoz* hasonlóan kódolták.

Halmos et al(1977) saját rendszerük művelet tábláit is közlik terjedelmes tanulmányukban, melyek közül az alábbiakban csak a legfontosabbakat adjuk meg. A részletek ismertetésétől megkímélve az olvasót, itt csupán újólag az 1. táblázatra utalunk, melyben az említett három oktavektoriális rendszer eltérő jelöléseit hasonlítottuk össze.



3. ábra. Egy 8-ágú fa (octtree) első két szintje.

2. táblázat. Művelet-táblázatok az oktavektoriális rendszerhez.

ÖSSZEADÁS

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	110	3	112	5	114	7	116
2	2	3	220	221	6	7	224	225
3	3	112	221	330	7	116	225	334
4	4	5	6	7	440	441	442	443
5	5	114	7	116	441	550	443	552
6	6	7	224	225	442	443	660	661
7	7	116	225	334	443	552	661	770

EIŐJELVÁLTÁS

-	0	1	2	3	4	5	6	7
0	00	11	22	33	44	55	66	77

SZORZÁS SKALÁRRAL

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7

SKALÁRIS SZORZÁS

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1
2	0	0	1	1	0	0	1	1
3	0	1	1	110	0	1	1	110
4	0	0	0	0	1	1	1	1
5	0	1	0	1	1	110	1	110
6	0	0	1	1	1	1	110	110
7	0	1	1	110	1	110	110	111

VEKTORIÁLIS SZORZÁS

X	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	4	4	22	22	26	26
2	0	44	0	44	1	45	1	45
3	0	44	4	0	23	67	27	23
4	0	2	11	13	0	2	11	13
5	0	2	15	17	22	0	37	15
6	0	46	11	57	1	47	0	46
7	0	46	15	13	23	45	26	0

Síkbeli hármas rendszer

A bináris térbeli rendszerek közös hibája, hogy nem tudják biztosítani azt a *szemet gyönyörködtető többszörös szimmetriát*, amelyet a térbeli koordináta-rendszerekben annyira megszoktunk. Igaz, hogy ott ezt a számok (koordináták) előjelezésével egyszerűen meg lehetett oldani, az összetevőmentes lineáris térbeli azonosítókat (vagy magukat a számjegy-vektorokat) azonban kényelmetlen dolog lenne többszörös előjellel ellátni, ha ily módon próbálnánk szimmetriát teremteni. E helyett egy ötletesebb megoldást is választhatunk – az ún. *kiegyensúlyozott számrendszerek* alkalmazását.

Már a mechanikus számológépek tökéletesítése során is felmerült az a természetes kíváncsóság, hogy a negatív számok ábrázolásához használt ún. *kiegészítő decimális kód* aszimmetriáját valamilyen módon meg kellene szüntetni. Az volt a helyzet, hogy például a $+1$ szám még viszonylag elfogadható módon a számológép regiszterében 00000001 formában jelent meg, a -1 azonban már csak ún. *dekadikus* alakban: 99999999 . A számjegyek természetesen mindkét esetben fehér színűek voltak. A szükséges-nehézvári Felsőfokú Földmérési Technikum (a Geoinformatikai Főiskolai Kar elődje) egyik tanárának *Zelcsényi Gézának* 1935-ben (*Ács Endrével* közösen) szabadalmaztatott ötlete alapján, egyetlen fogaskerék közbeiktatása elég volt ahhoz, hogy *a negatív számok is pontosan olyan formában jelenjenek meg, mint a pozitívok, csak piros színű számjegyekkel*. Az új gépeket *váltós gépeknek* nevezték el, és csak később derült ki, hogy ezzel a megoldással sokkal többről volt szó, mint egyszerű mechanikai megoldásról – az első lépés megtételéről egy minőségileg új számaábrázolás (számrendszer) születéséhez.

A kiegyensúlyozott hármas számrendszer

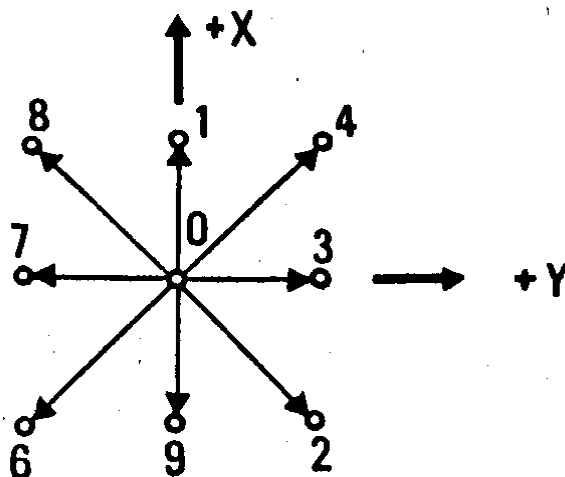
Knuth (1987) 200. oldalán olvashatjuk: „Talán az összes közül a legszebb számrendszer a *kiegyensúlyozott ternáris*, ahol az alapszám 3 és a -1 , 0 és $+1$ ún. *'trit'*-eket (ternáris jegyeket) használjuk a 0 , 1 , 2 helyett”. Csak az első pillanatra látszik ellentmondásnak, hogy a gyakorlatban a -1 számjegy helyett mégis 2-es számjegyet írnak. Ezért lesz például ebben a rendszerben

$$-3=20, -2=21, -1=2, 0=0, +1=1, +2=12, +3=10.$$

A számítógépet, illetve az aritmetikát ez azonban még sem téveszti meg, a 2-eseket minden esetben -1 -eknek értelmezi. A szovjet SZETUN számítógép már ilyen aritmetikával dolgozott. A kiegyensúlyozott hármas számrendszer természetesen még nem redundáns rendszer, mivel az alapszáma is és az alkalmazott számjegyek száma is egyforma. Mint látni fogjuk, redundánssá akkor válik, ha a számegyenes helyett a számsíkon vagy a

számterben alkalmazzuk. De redundánssá vált akkor is, amikor a 10-es alapú számrendszer 10 fehér számjegye mellé a kiegyensúlyozást megvalósító további 9 számjegyet piros színnel létrehozták (a Zelcsényi-féle váltós gépeknél).

A nanovektoriális számrendszer



4. ábra. A nanovektoriális rendszer számjegy-vektorai

Holmes (1978) cikkében asztali és zsebszámítógépek számára javasolta kiegyensúlyozott (szimmetrikus) hármas számrendszerét, mely, mint a 4. ábrából kitűnik, 9 számjegyeket használ, vagyis redundáns rendszer. Az összeadás és kivonás, valamint a háromféle szorzás művelet tábláját az alábbiakban adjuk meg.

3. táblázat. Művelet-táblázatok a nanovektoriális rendszerhez.

ÖSSZEADÁS

+	0	1	2	3	4	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	6	7	8	9
1	1	19	3	4	12	7	8	16	0
2	2	3	28	36	37	91	9	0	94
3	3	4	36	37	38	9	0	1	2
4	4	12	37	38	46	0	1	19	3
6	6	7	91	9	0	64	72	73	98
7	7	8	9	0	1	72	73	74	6
8	8	16	0	1	19	73	74	82	7
9	9	0	94	2	3	98	6	7	91

KIVONÁS

-	0	1	2	3	4	6	7	8	9
0	0	9	8	7	6	4	3	2	1
1	1	0	16	8	7	12	4	3	19
2	2	94	0	9	91	37	36	28	3
3	3	2	1	0	9	38	37	36	4
4	4	3	19	1	0	46	38	37	12
6	6	98	73	72	64	0	9	91	7
7	7	6	74	73	72	1	0	9	8
8	8	7	82	74	73	19	1	0	16
9	9	91	7	6	98	3	2	94	0

SKALÁRIS SZORZÁS

x	0	1	2	3	4	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	0	1	2	0	1	2
2	0	2	1	1	0	0	2	2	1
3	0	0	1	1	1	2	2	2	0
4	0	1	0	1	1	2	2	0	2
6	0	2	0	2	2	1	1	0	1
7	0	0	2	2	2	1	1	1	0
8	0	1	2	2	0	0	1	1	2
9	0	2	1	0	2	1	0	2	1

VEKTORIÁLIS SZORZÁS

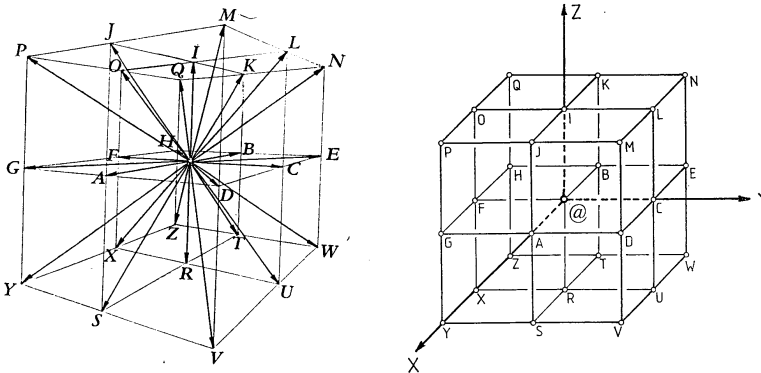
X	0	1	2	3	4	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	2	2	2	0
2	0	2	0	2	21	12	1	0	1
3	0	2	1	0	2	1	0	2	1
4	0	2	12	1	0	0	2	21	1
6	0	1	21	2	0	0	1	12	2
7	0	1	2	0	1	2	0	1	2
8	0	1	0	1	12	21	2	0	2
9	0	0	2	2	2	1	1	1	0

KOMPLEX SZORZÁS

*	0	1	2	3	4	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	6	7	8	9
2	0	2	73	6	91	19	4	37	8
3	0	3	6	9	2	8	1	4	7
4	0	4	91	2	37	73	8	19	6
6	0	6	19	8	73	37	2	91	4
7	0	7	4	1	8	2	9	6	3
8	0	8	37	4	19	91	6	73	2
9	0	9	8	7	6	4	3	2	1

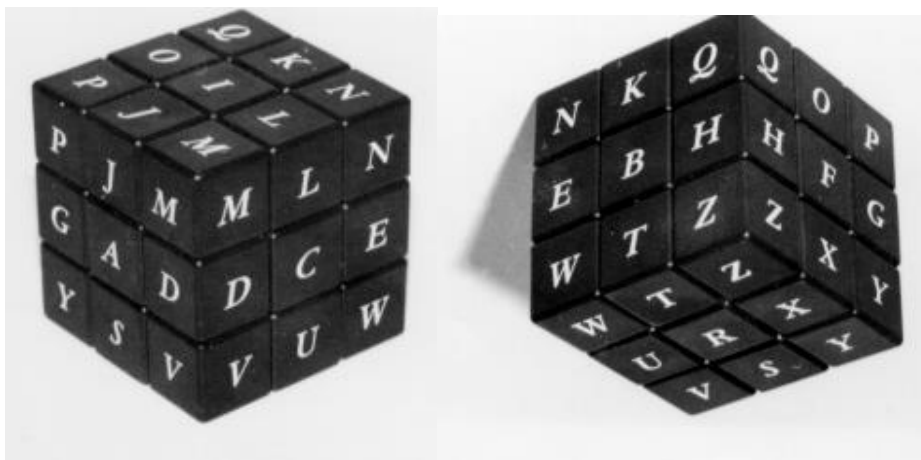
Térbeli hármas rendszer

Az alfavektoriális számrendszer

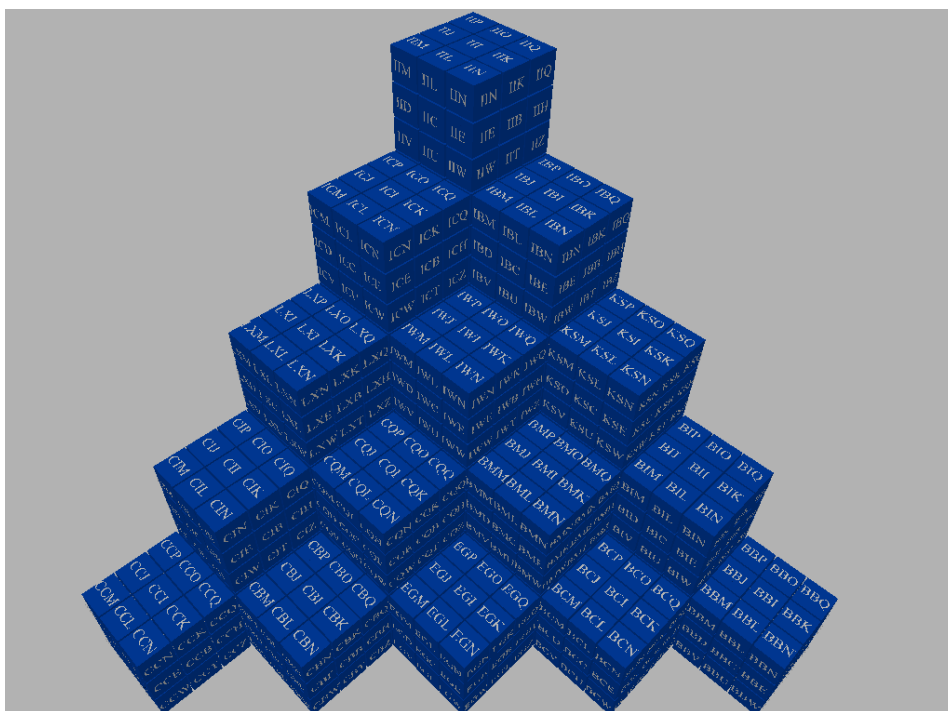


5a. ábra. Az alfavektoriális rendszer számjegy-vektora.

Amint az ábrákból kitűnik, a vektor-algebrából örökölt i, j, k egységvektorok itt már igazi térbeli szélrózsává bővültek, hogy a Rubik-kocka motiválta pontszimmetrikus rendszer hatóköre mind a nyolc tényolcadra egyformán kiterjeszhető legyen. Ezt a rendszert részletesebben először a *Halmos et al (1976)* tanulmányunkban ismertettük, de a fejlesztés kezdetei 1971-ig visszanyúlnak (lásd részletes irodalom-jegyzékünket).



5b. ábra. Az alfa-rendszer modellezése a Rubik-kockával.



5c. ábra. 3-jegyű alfavektorok egy csoportja.

A Kádár *et al* (1996)-ból átvett 5.b ábra ún. *voxelekkel* (térbeli raszterekkel) szemléltet, míg a VRML rendszerrel készült 5.c ábra a 3-jegyű „alfaszámok” egy csoportját mutatja.

4. táblázat. Az ALFA-számjegyek értelmezése.

ALFA	X	Y	Z	ALFA	X	Y	Z	ALFA	X	Y	Z
@	0	0	0	I	0	0	1	R	0	0	-1
A	1	0	0	J	1	0	1	S	1	0	-1
B	-1	0	0	K	-1	0	1	T	-1	0	-1
C	0	1	0	L	0	1	1	U	0	1	-1
D	1	1	0	M	1	1	1	V	1	1	-1
E	-1	1	0	N	-1	1	1	W	-1	1	-1
F	0	-1	0	O	0	-1	1	X	0	-1	-1
G	1	-1	0	P	1	-1	1	Y	1	-1	-1
H	-1	-1	0	Q	-1	-1	1	Z	-1	-1	-1

5. táblázat. Az alfa egységvektorok értékei.

alfa	x	y	z	Alfa
@	0	0	0	@
a	1	0	0	A
b	-1	0	0	B
c	0	1	0	C
d	0.7071067812	0.7071067812	0	D.H@D@DHDDD@@@HHHDD@@HD
e	-0.7071067812	0.7071067812	0	E.G@E@EGEEEE@@EGGEE@@GE
f	0	-1	0	F
g	0.7071067812	-0.7071067812	0	G.E@G@GEGGG@@@EEEGG@@GE
h	-0.7071067812	-0.7071067812	0	H.D@H@HDHHH@@@DDDDH@@HD
i	0	0	1	I
j	0.7071067812	0	0.7071067812	J.T@J@JTJJJ@@@TTTJJ@@TJ
k	-0.7071067812	0	0.7071067812	K.S@K@KSKKK@@@SSSKK@@SK
l	0	0.7071067812	0.7071067812	L.X@L@LXLLL@@@XXXLL@@XL
m	0.5773502692	0.5773502692	0.5773502692	M.ZZMZMZ@Z@@@ZZMM@@Z@Z
n	-0.5773502692	0.5773502692	0.5773502692	N.YNYNYN@Y@@@YNN@@Y@Y
o	0	-0.7071067812	0.7071067812	O.U@O@OUOO@@@UUUOO@@UO
p	0.5773502692	-0.5773502692	0.5773502692	P.WWPWP@W@@@WPP@@W@W
q	-0.5773502692	-0.5773502692	0.5773502692	Q.VVQVVQ@V@@@VVQQ@@V@V
r	0	0	-1	R
s	0.7071067812	0	-0.7071067812	S.K@S@SKSSS@@@KKKSS@@KS
t	-0.7071067812	0	-0.7071067812	T.J@T@TJTJT@@@JJJT@@JT
u	0	0.7071067812	-0.7071067812	U.O@U@UOUUU@@@OOOU@@OU
v	0.5773502692	0.5773502692	-0.5773502692	V.QQVQVQ@Q@@@QQVV@@Q@Q
w	-0.5773502692	0.5773502692	-0.5773502692	W.PPWPPW@P@@@PPWW@@P@P
x	0	-0.7071067812	-0.7071067812	X.L@X@XLXXX@@@LLLXX@@LX
y	0.5773502692	-0.5773502692	-0.5773502692	Y.NNYNNY@N@@@NNYY@@N@N
z	-0.5773502692	-0.5773502692	-0.5773502692	Z.MMZMMZ@M@@@MMZZ@@M@M

Az 5. táblázat utolsó oszlopa azt mutatja, hogy az alfarendszerben nemcsak egész számokat, hanem ún. „harmados-törteket” is lehet ábrázolni, sőt ezekkel ugyanúgy lehet számolni, mint az egészekkel. Az alfavektorokkal irracionális és transzcendens művele-

teket is lehet végezni (gyökvonás, logaritmus-keresés stb.), amennyiben ezekre vektor-algebrai értelmezést lehet találni.

6. táblázat. Az IGS földi állomások derékszögű koordinátái.

Azonosítók	X	Y	Z
ALGONQUIN	918034.909	-4346132.228	4561971.136
BERMUDA	2307209.568	-4874215.823	3394317.885
GOLDSTONE	-2356494.024	-4646607.695	3668426.653
HARTEBEESTHOEK	5085442.785	2668263.330	-2768697.188
HOBART	-3950236.334	2522347.473	-4311562.919
KOOTWIJK	3899225.389	396731.669	5015078.252
KOUROU	3839591.474	-5059567.510	579956.772
MADRID	4849336.787	-360488.958	4114748.700
MASPALOMAS	5439189.208	-1522054.957	2953464.119
MATERA	4641938.944	1393002.864	4133325.408
METSAHOVI	2890652.901	1310295.212	5513958.602
ONSALA	3370606.178	711917.365	5349830.649
PENTICTON	-2058840.306	-3621286.372	4814420.734
PIETOWN	-1640953.574	-5014816.047	3575411.968
RICHMOND	961258.157	-5674090.035	2740533.774
SANTIAGO	1769693.000	-5044504.441	-3468435.101
SHANGHAI	-2831686.637	4675733.799	3275327.829
ST. JOHNS	2612631.412	-3426807.001	4686757.698
TAIPEI	-3024781.775	4928936.927	2681234.588
TIDBINBILLA	-4460894.394	2682361.548	-3674748.775
TROMSO	2102904.226	721602.401	5958201.264
TSUKUBA	-3957172.891	3310237.922	3737709.034
USUDA	-3855355.321	3427427.626	3740971.371
WESTFORD	1492206.755	-4458130.499	4296015.503
WETTZELL	4075540.048	931735.120	4801629.280
YELLOWKNIFE	-1224124.437	-2689530.677	5633555.419

A 6. táblázat 27 mérőállomás decimális koordináta-hármasait tartalmazza, melyeket a 7. táblázatban alfavektoros formában is megadtunk. Mindkét táblázatot a *Kádár et al (1996)*-ból vettük át.

7. táblázat. Az IGS földi állomások alfa-vektorai.

<i>AZONOSÍTÓK</i>	<i>ALFAVEKTOROK</i>
ALGONQUIN	OAEZVNWOHDXTAUE.FNJTHFH
BERMUDA	OSAPCLMKCFNCMNL.EZFGU@@
GOLDSTONE	OTKEZCJHMAJMVDF.U@HVFSE
HARTEBEESTHOEK	VOPTKCPFACQYZGB.WJIAZNG
HOBART	WGQHWFACWS@TLON.ELUOURH
KOOTWIJK	JBDPLFRMCNPTZDT.PSKTNQZ
KOUROU	GBPDNUIJQXZDFYE.VMDEYSW
MADRID	J@XUJRG@MOFPFPB.TALAWDQ
MASPALOMAS	JXASWCG@IIMVYYC.AKCKUEW
MATERA	JCRZJHFEBBZXHIC.IQYDAAJ
METSAHOVI	JEQMDLFQKVKUVEI.UZIPUOH
ONSALA	JBLDIRVQPZZJDTG.VBETYYB
PENTICTON	OEHCPXSSNHPPERF.ZIYTJQF
PIETOWN	OTIXQSWFBRRREG.AAXHNQZ
RICHMOND	OYWEJJOWHQBYOYP.RJGATCM
SANTIAGO	XJRPOOXKDNZUPQH.FX@IUIO
SHANGHAI	NSAHLLOPSBX@NIA.YLMQGJN
ST. JOHNS	PEBXQJBPBCBQUGR.SAK@SXD
TAIPEI	NSRDFNMUFEGRCFA.SZL@SEX
TIDBINBILLA	WOYBKVM@QYYYQUY.QZAGLSE
TROMSO	IJVLREXBKBOHAI@.MWOFCMN
TSUKUBA	NYKEHICXHQVRUCG.@GL@ZJS
USUDA	NYKEDK@MUYGROMK.Q@OAF@L
WESTFORD	OAUHJYQYPFHMREP.ZYZYXPV
WETZELL	JCHHCOCATTWJFKD.ICSVXBC
YELLOWKNIFE	ONVTXMNSDZJAOVZ.NKRPBWM

Az alábbiakban néhány vektor-aritmetikai alpművelet művelet-táblázatát közöljük és számítási példákat is bemutatunk *BUDAPEST* és *TORONTO* operanduszok alkalmazásával. Ezért a táblázatokban csak azok a betűk (számjegy-vektorok) szerepelnek, amelyek ezekhez a példákhoz szükségesek. Mivel a 27 lehetséges betű között csak 3-féle típus létezik (lásd az 5. ábrákon: *lapközép*-, *élközép*- és *csúcs-típus*) és ezek mindegyikéből található példát a művelettáblákban is, ezért a hiányzó sorok és oszlopok pótlása szükség esetén nem fog gondot okozni.

8. táblázat. Az összeadás művelet-táblázata.

+	A	B	C	D	E	G	N	O	P	R	S	T	U	V
A	AB	@	D	AE	C	AH	L	P	AQ	S	AT	R	V	AW
B	@	BA	E	C	BD	F	BM	Q	O	T	R	BS	W	U
C	D	E	CF	CG	CH	A	CQ	I	J	U	V	W	CX	CY
D	AE	C	CG	DH	CF	AB	CO	J	AK	V	AW	U	CY	DZ
E	C	BD	CH	CF	EG	@	EP	K	I	W	U	BV	CZ	CX
G	AH	F	A	AB	@	GE	I	FM	GN	Y	AZ	X	S	AT
N	L	BM	CQ	CO	EP	I	NY	IT	IR	E	C	BD	CH	CF
O	P	Q	I	J	K	FM	IT	OU	OV	F	G	H	@	A
P	AQ	O	J	AK	I	GN	IR	OV	PW	G	AH	F	A	AB
R	S	T	U	V	W	Y	E	F	G	RI	RJ	RK	RL	RM
S	AT	R	V	AW	U	AZ	C	G	AH	RJ	SK	RI	RM	SN
T	R	BS	W	U	BV	X	BD	H	F	RK	RI	TJ	RN	RL
U	V	W	CX	CY	CZ	S	CH	@	A	RL	RM	RN	UO	UP
V	AW	U	CY	DZ	CX	AT	CF	A	AB	RM	SN	RL	UP	VQ

9. táblázat. A példában szereplő három alfavektor koordinátái.

AZONOSÍTÓK	X	Y	Z
TORONTO	-741	-262	-533
BUDAPEST	-1843	954	-706
TNJAXGIH	-2584	692	-1239

10. táblázat. Egy összeadási példa.

ADD A

@ @ T O R O N T O	NB. 1. összeadandó
@ B U D A P E S T	NB. 2. "összeadandó
@ B N J S V P I H	NB. 1. "összeg (O + T = H, maradék: nincs, T + S = I, maradék: R stb.)
@ R @ @ O E R @ @	NB. 1. maradék
@ T N J G X G I H	NB. 2. "összeg (P + R = G, maradék: nincs, V + E = X, maradék: C stb.)
@ @ @ @ C @ @ @ @	NB. 2. maradék
@ T N J A X G I H	NB. 3. "összeg (G + C = A, nincs maradék)
@ T N J A X G I H	NB. végleges összeg

12. táblázat. A skaláris szorzás művelet-táblázata.

x	A	B	D	E	N	O	P	R	S	T	U
A	1	2	1	2	2	0	1	0	1	2	0
B	2	1	2	1	1	0	2	0	2	1	0
D	1	2	12	0	0	2	0	0	1	2	1
E	2	1	0	12	12	2	21	0	2	1	1
N	2	1	0	12	10	0	2	2	21	0	0
O	0	0	2	2	0	12	12	2	2	2	21
P	1	2	0	21	2	12	10	2	0	21	21
R	0	0	0	0	2	2	2	1	1	1	1
S	1	2	1	2	21	2	0	1	12	0	1
T	2	1	2	1	0	2	21	1	0	12	1
U	0	0	1	1	0	21	21	1	1	1	12

Példa skaláris szorzásra

1.példa:

B U D A P E S T

1	0	1	1	1	1	1	2										
	2	1	2	1	2	2	2	2									
			1	0	0	2	0	1	1								
				2	1	2	1	2	2	2	2						
					1	0	0	2	2	1	1	0					
						1	0	1	1	1	1	1	2				
							2	1	2	1	2	2	2	2			

**T
O
R
O
N
T
O**

1 0 2 1 1 2 1 1 2 0 0 2 1 2

2.példa:

T O R O N T O

1	0	0	0	1	1	0											
	1	0	1	0	0	1											
		2	2	0	2	0	2	2									
			2	0	0	0	2	2	0								
				2	2	0	2	2	2	2							
					1	2	0	0	2	1	2						
							2	0	1	1	0	2					
								1	2	2	1	2	1	2	2		

**B
U
D
A
P
E
S
T**

1 0 2 1 1 2 1 1 2 0 0 2 1 2

13. táblázat. A skalár-vektor szorzás művelet-táblázata

*	A	B	D	E	N	O	P	R	S	T	U
0	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@	@
1	A	B	D	E	N	O	P	R	S	T	U
2	B	A	H	G	Y	U	W	I	K	J	O

Példa skalár-vektor szorzásra

1. példa:

B U D A P E S T

A	O	H	B	W	G	K	J				
	B	U	D	A	P	E	S	T			
		@	@	@	@	@	@	@			
			A	O	H	B	W	G	K	J	
				A	O	H	B	W	G	K	J

**2
1
0
2
2**

A Q T D P X K U T X R J

A fenti ábrákból és táblázatokból sok minden kitűnik, azonban az alfa-rendszerbe történő konvertálásra egy számpéldát is be kívánunk mutatni. Tegyük fel, hogy adva van a következő koordináta-hármas: $X = 5$, $Y = 13$ és $Z = -9$.

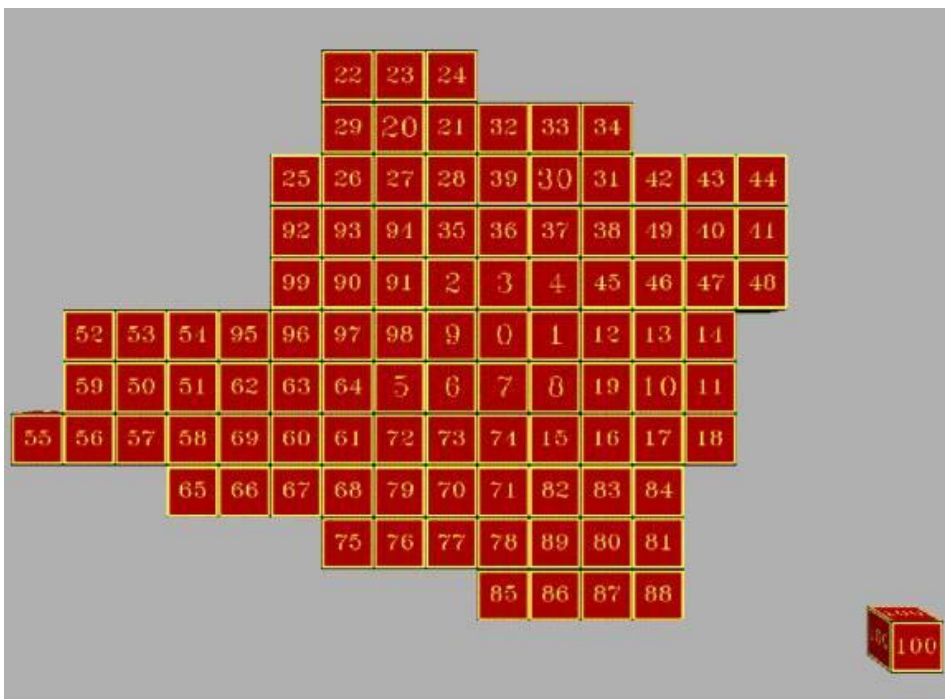
Először ezeket - külön-külön - szimmetrikus hármas rendszerbe kell átalakítani, ami alig különbözik a decimális rendszerből bináris számrendszerbe történő konvertálástól. Csakhogy itt nem 2-vel, hanem 3-mal kell egymás után osztogatni és a hányadosok meghatározásánál arra is ügyelni kell, hogy az osztás-maradékok csupán -1 , 0 vagy 1 értékek lehetnek. Ezért amikor az első koordinátát kezdjük osztogatni az első hányados 2 lesz és így -1 maradékot kapunk, a második osztásnál szintén, és csak a harmadik osztás ad $+1$ maradékot. A maradékokat jobbról-balfelé írjuk le és arra is vigyázzunk, hogy -1 helyett 2 -t írjunk. Így X kódjaként 122 -t kapunk. Hasonlóan eljárva, $Y = 111$ és $Z = 200$ lesz. Most már csak a kapott kódokat kell egyesítenünk. Ebből a célból egymás alá írjuk a három számot, éspedig az X -et változatlanul, az Y számjegyeit azonban 3-mal, a Z -jét pedig 9-cel megszorozva. Azután az egymás alatt álló számjegyeket összeadjuk. Tehát

$$\begin{array}{r}
 1\ 2\ 2 \\
 3\ 3\ 3 \\
 \underline{18\ 0\ 0} \\
 22\ 5\ 5
 \end{array}$$

A kapott számok az angol ábécében lévő azon betűk sorszámai, amelyeket egymás mellé írva az adott koordináta-hármas helyettesítő alfa-kódot kapjuk. Az eredmény VEE lesz. A 4.táblázatban feltüntetett betűkódok további egyszerű példákat mutatnak. A 6. és 7. táblázatban lévő nagyobb koordináták már nem egész számok, ezért a tört-részek kódolásánál nem osztogatni, hanem szorozgatni szükséges.

Síkbeli decimális rendszer

1. változat: a számjegyek komplex-számok



6. ábra. 3-i alapú síkbeli decimális rendszer.

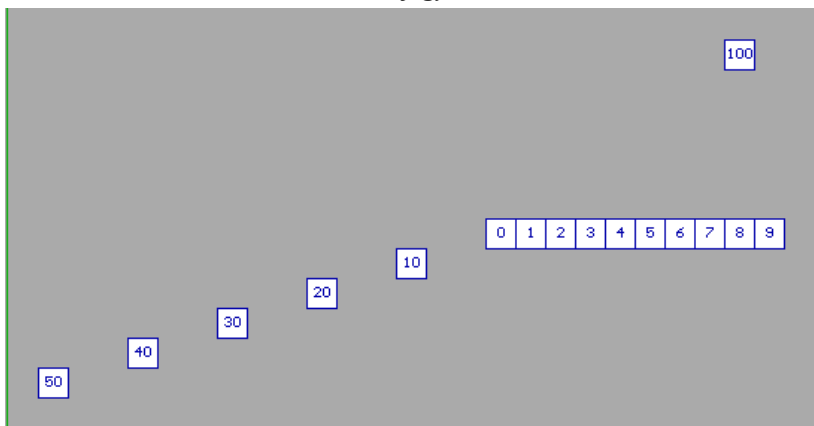
A nanovektoriális rendszer 4. ábráját szemlélve bizonyára feltűnt, hogy a kissé erőltetett szimmetria kedvéért az 5-ös számjegy hiányzik az alaki értékek közül. A cél ott az volt a számjegyek kiosztásánál, hogy a szemben fekvő (átellenes) számjegyek összege mindig zérus legyen moduló 10 értelmezésben, az 5-ösnek viszont csak saját maga lehetett volna a párja. Ennek ellenére megpróbáltuk, hogy az 5 meghagyásával hogyan lehetne a síkot mégis parkettázni. Így született meg a most ismertetésre kerülő kétféle decimális rendszer és aritmetika. Az alapszám, mint látjuk a 10-es *raszterpont* (*komplexszám* vagy *síkvektor*, annak tekinthetjük, aminek akarjuk) koordinátáit mutatja, modulója $3^2+1^2=10$, míg a 100-as pont helye ennek négyzete: $8-6i$, a modulója pedig $8^2+6^2=100$ lett.

Ami az *összeadási műveletet* illeti, nagyon hasonlít a számegyenesen értelmezethez, mivel ha bármely két *raszterpont*on át fektetünk is egyenest (nevezzük ezeket *általánosított számegyeneseknek*), a számlálás a szokásos decimális összeadás szabályának felel meg, csupán az átvitel nem egyezik. Ebben a szabálytalan helyzetűnek látszó 5-ös pont sem kivétel. Azonban a szokatlan átvitelek is szabályosak abban az értelemben, hogy *helyiérték-függetlenek*, tehát művelet-táblázatba foglalhatók. Az előjelváltásnak megfelelő *ellentett számjegyek képzése* dekadikus képzést jelent, amiben csak az 5-ös számjegy a kivétel, melynek ellentettje az ábra alapján 45.

Szorzásból legalább négyféle képzelhető el: 1. *komplex-számok szorzása*, ami mint tudjuk, *forgatást és méretarány-változtatást*, azaz *síkbeli Helmert-transzformációt* eredményez. 2. *vektoriális szorzás*, ami az elemi *terület-számítás* eszköze, 3. *skaláris (vagy belső) szorzat*, ami *oldalvetület-képzéshez* alkalmas, végül 4. *külső szorzás*, amikor a tényezők számjegyeit szorozzuk össze minden kombinációban és a szorzatokból egy 2×2 méretű mátrixot képezünk. Ez a kiegyenlítéseknél felmerülő ún. *rész-normálegyenlet-rendszerek* előállításához alkalmas. Bármelyikhez – akár az ábra alapján – egyszerű művelet-táblázat is készíthető.

Osztás, gyökvonás, sőt bizonyos transzcendens műveletek is végrehajthatók anélkül, hogy koordinátákra kelljen visszatérnünk.

2. változat: a számjegyek valós számok

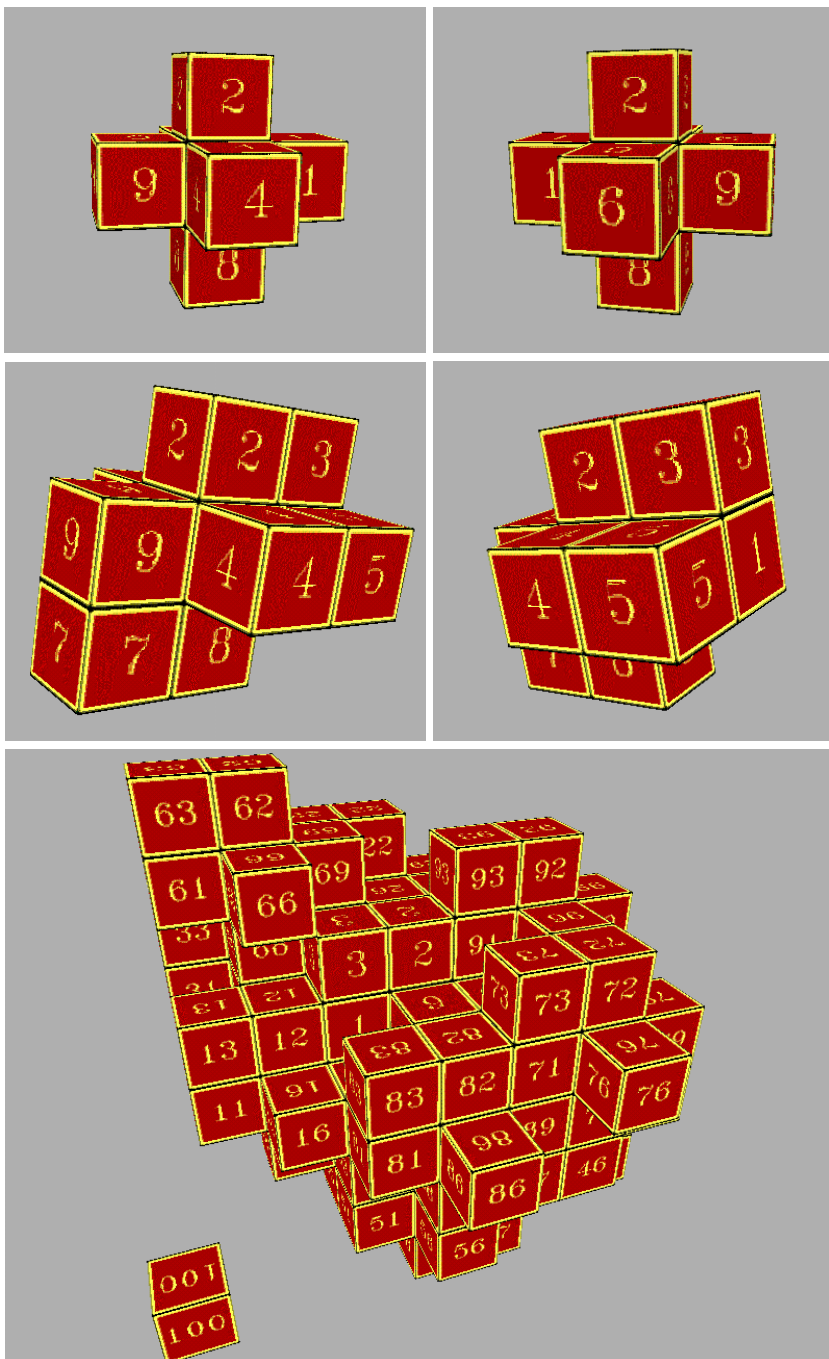


7. ábra. -3 -i alapú síkbeli decimális rendszer.

Az alapszám itt csak a komplex-szám valós részének előjelében különbözik, mégis jelentős eltérést mutat az előző rendszerhez képest. Az alaki értéket képező 10 skalár számjegy mintegy méretarány-készletet alkot egy-egy „*decimális gyertya*” felépítéséhez. Ha ugyanis az ábrát 90° -fokkal elforgatva képzeljük el (a geodéziai X-tengelyt választva felfelé mutatónak), akkor a teljes síkot ilyen egymással párhuzamos helyzetben és szoros érintkezésben lévő gyertyák töltik ki (az ábrán mindössze egyetlen gyertya látszik és néhány „gyertyatartó”). Ezért talán találóbb lenne a rendszer jellemzésére a gyertyahasonlat helyett az „*orgonásíp*” elnevezés.

A lényeg természetesen nem az elnevezésben, hanem a szerkezetben van. Az pedig most is, mint az összes eddig bemutatott rendszernél a *helyiértékes vagy polinomos* felépítés. Ennek velejárója természetesen az is – ami az ábrából nem tűnik ki –, hogy *tizedes törtek is képezhetők*, hisz a polinomokban negatív kitevőjű hatványok is előfordulhatnak. Ezzel a megállapítással kénytelenek vagyunk befejezni ezt a fejezetet is.

Térbeli decimális rendszer



8. ábra. Térbeli decimális rendszer.

Elképzelhető, hogy térben is lehetséges *gyertya- vagy orgonasíp-parkettázást* kialakítani (azaz *skalár decimális számjegyeket* bevezetni), de eddig még nem sikerült a fenti ábrákon látható szerkezetnél egyszerűbbet létrehozni. Az egyértelmű térkitöltés úgy látszik sikerült, amit a VRML-rendszer nagyszerű lehetőségeinek kihasználásával – ha *bizonyítani nem is* – de érzékelni és érzékeltetni (egy-egy véges kockahalmaz egyenkénti felépítésével vagy szétbontásával) valóban lehetséges.

A számrendszer alapszámát lineáris egyenletrendszer megoldásából határoztuk meg. Ugyanis, ha modellezésből (tapasztalat útján) ismerjük, pl. az 1, 2 és 4, valamint a 10, 20 és 40 pont koordinátáit, akkor ebből a három közös pont-párból már meghatározható annak a 3x3-as méretű transzformációs mátrixnak mind a kilenc eleme, amelynek hatványai a sokjegyű szám polinomjában szerepelnek. Az így kapott alapszám-mátrix:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{determinánása } \det(A) = 10.$$

14. táblázat. Néhány térbeli decimális szám koordinátái.

DECI	X	Y	Z	DECI	X	Y	Z	DECI	X	Y	Z
0	0	0	0	00	0	0	0	000	0	0	0
1	0	0	1	10	0	-1	2	100	-2	-3	4
2	0	1	0	20	2	1	0	200	0	-3	-4
3	0	1	1	30	2	0	2	300	-2	-6	0
4	1	0	0	40	-1	-2	-2	400	-3	2	-2
5	1	0	1	50	-1	-3	0	500	-5	-1	2
6	-1	0	0	60	1	2	2	600	3	-2	2
7	0	-1	-1	70	-2	0	-2	700	2	6	0
8	0	-1	0	80	-2	-1	0	800	0	3	4
9	0	0	-1	90	0	1	-2	900	2	3	-4

15. táblázat. Az összeadás művelet-táblái.

ÖSSZEG

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8

ÁTVITEL

C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	84	0	3	84	0	1	0
2	0	0	43	43	2	6	43	0	0	9
3	0	84	43	6	6	6	84	0	0	0
4	0	0	2	6	2	3	0	26	67	26
5	0	3	6	6	3	3	0	67	67	0
6	0	84	43	84	0	0	8	4	8	7
7	0	0	0	0	26	67	4	4	4	26
8	0	1	0	0	67	67	8	4	67	0
9	0	0	9	0	26	0	7	26	0	9

Az *összeadás*, amint az ábrából és a táblázatból is láthatjuk, csak az átvitelben különbözik a megszokottól, azonban utóbbi kétjegyű szám is lehet. De ez nem meglepő, ha arra

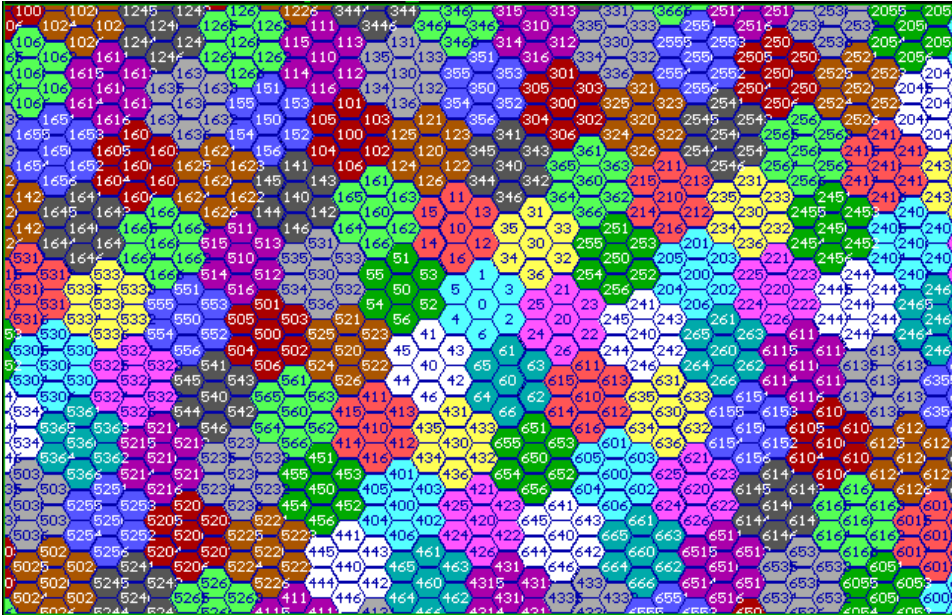
gondolunk, hogy két X, Y és Z koordináta-hármas külön-külön – koordinátákként – történő összeadása esetén még három átvitel is előfordulhat egyszerre. Igaz, hogy ezek egyjegyűek, de összességükben három számjegyet jelentenek, ami még egy jeggyel több is, mint az itteni.

A *kivonással*, illetve az *ellentett-képzéssel* nincs probléma, annál inkább a *szorzással*. Az A alap-mátrix ugyanis alkalmazásakor affin-transzformációt végez, ami szögtorzulásokhoz vezet. Ezért pl. az egymásra kölcsönösen merőleges 1, 2 és 4 számjegyvektorok – miközben a 10, 20 és 40 vektorokká alakulnak – már elvesztik ezt a kedvező tulajdonságaikat. Ebből következik, hogy a számjegyvektorok skalár- és vektor-szorzata *helyiérték-függővé* válik, ennél fogva műveletábrázat nem definiálható számukra. Ez *nem azt jelenti, hogy nem lehet térbeli decimális számokkal sem skaláris, sem vektoriális szorzást végrehajtani, csupán azt, hogy ez a megszokott számjegyenkénti szorzással nem lehetséges.*

Nos, itt kerülhet közvetlen kapcsolatba a jövő és a már korábban említett múlt. Az objektum-orientált szemléletmód – a jövő – sok más tulajdonsága mellett ismeri és alkalmazza az *elrejtés (hidden)* tevékenység fogalmát is. A számítástechnika logaritmus táblázatos korszaka – a múlt – ezt sikerrel is alkalmazta. Nem magát a rejtést, hanem ami e fogalom mögött volt: *átterni ideiglenesen egy segéd-rendszerre, elvégezni az eredeti rendszerben csak nehezen végrehajtható feladatot, majd visszatérni az eredeti rendszerbe.*

Az *affin*, de különösen a *projektív geometria* (más nézőpontból az *axonometrikus* és a *perspektív ábrázolás*), jelentősen különbözik az *euklideszitől* (a Monge-féle *ortogonális vetítéstől*, ill. *ábrázolástól*). Ennek ellenére már mindegyik bizonyította létjogosultságát a maga helyén. Noha az előbbi kettőnél torzulnak a derékszögek és csak az utóbbinál maradnak torzítatlanok, *az emberi agy ezt többnyire nem érzékeli annyira súlyos hibának, hogy egyszer s mindenkorra használhatatlannak nyilvánítsa őket.* Amikor ugyanis ezeket használjuk vagy érzékeljük – nem valamilyen számítógép – hanem magának az embernek az agya (rejtve és tudat alatt) végzi el azt a konverziót (korrekciót), ami *a torzult és a torzítatlan rendszer közötti szakadék áthidalásához* szükséges. E gondolatmenettel megerősített hasonlóság valószínűleg hozzá segíthet ahhoz, hogy *a valódi és a virtuális rendszerek közötti kapcsolatot jobban megértsük.*

Síkbeli hatszöges rendszer



9. ábra. Síkbeli hetes számrendszer.

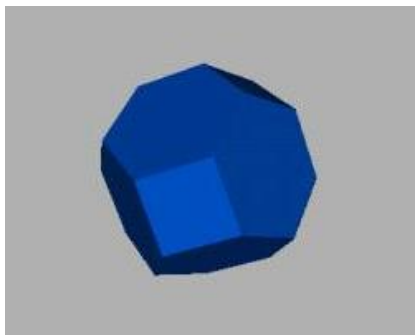
A számjegyek számát tekintve ez egy 7-es számrendszer, alapszáma az $\frac{1}{2}(-\sqrt{3} + 5i)$ komplex-szám. Bővebb ismertetése a Gibson et al (1982)-ben található meg.

16. táblázat. Összeadó táblázat a síkbeli hatszöges rendszerhez .

+	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1	1	12	3	34	5	16	0
2	2	3	24	25	6	0	61
3	3	34	25	36	0	1	2
4	4	5	6	0	41	52	43
5	5	16	0	1	52	53	4
6	6	0	61	2	43	4	65

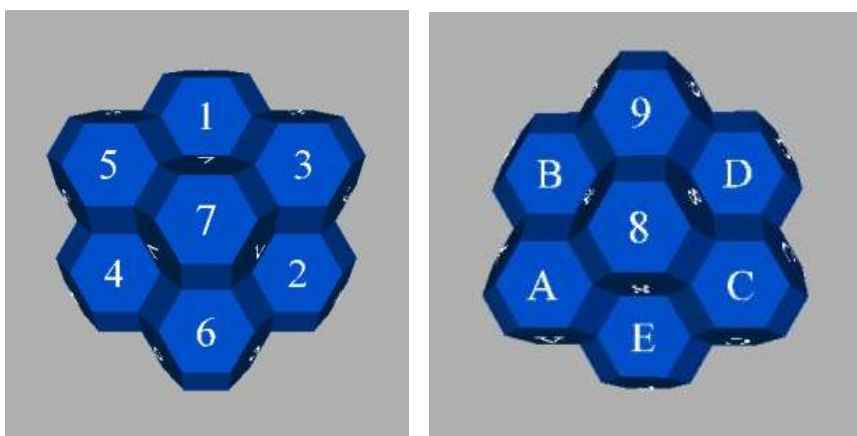
Az ábrából és a fenti táblázatból látható, hogy az összeadás csak az átvitelben különbözik a megszokottól. Egyébként teljes értékű síkbeli számrendszer és aritmetika, minden művelet elvégezhető vele, ami szokásos komplex-számok, illetve síkvektorok között definiálható.

Térbeli hatszöges rendszer

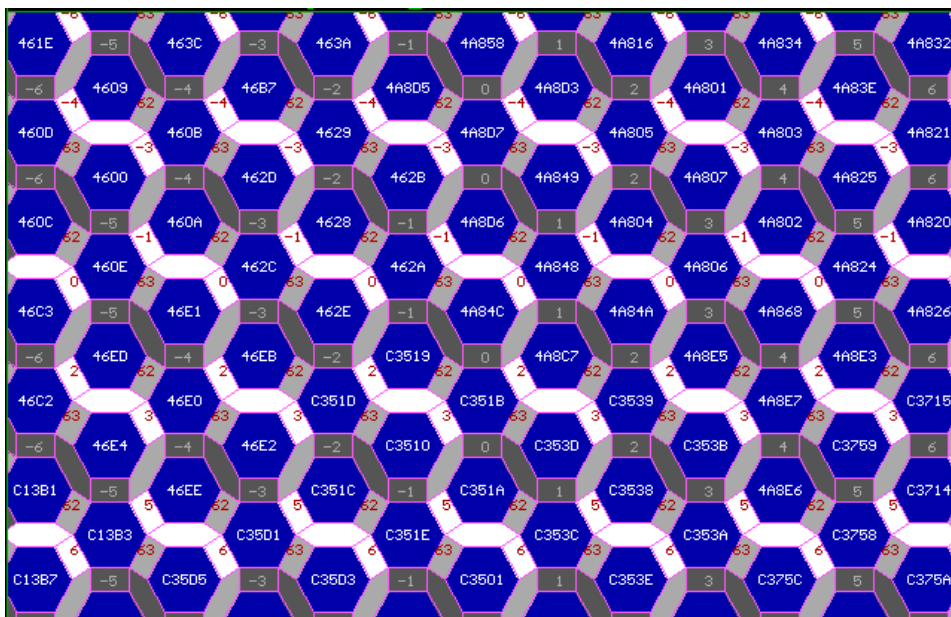
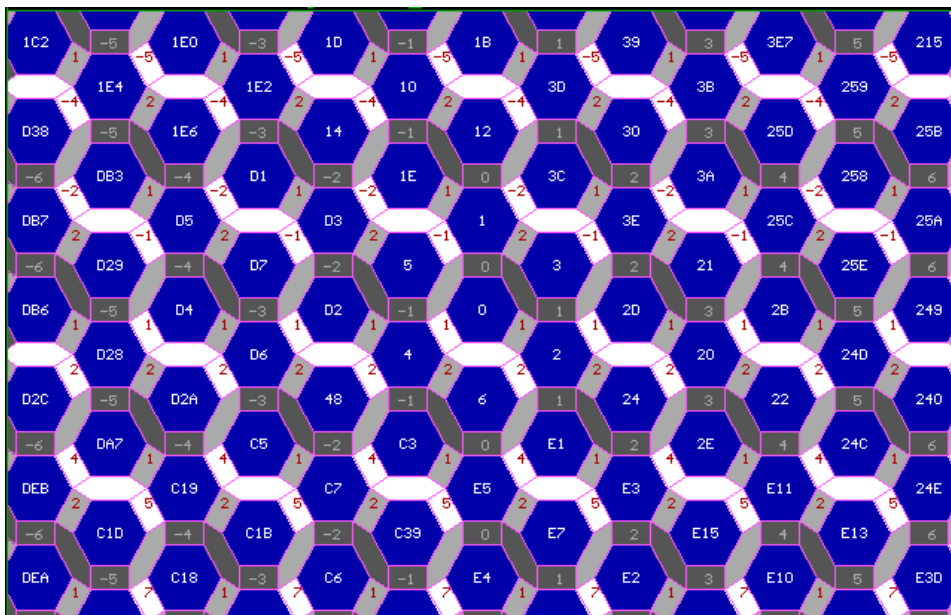


10. ábra. Egyetlen csonka-oktaéder.

Ha a térbeli kockarács minden egyes kockájának középpontjába sűrítés céljából még egy ponthelyet felvesszünk, akkor ezek a ponthelyek önmagukban is egy ugyanolyan sűrűségű kockarácsot fognak képezni, mint amilyen az eredeti kockarács volt, csupán az élhosszak felével egyenlő eltolást szenved. Ezért az eredeti pontsűrűség meg fog duplázódni, a kerekítési hibából származó maradék bizonytalanság pedig felére fog csökkenni. Az ábrákon a pontok *Voronoi-diagramjai* láthatók, melyek a szomszédos pontok felező síkjából keletkeznek. Ezek alakja *csonka oktaéder (truncated octahedron)*, mely a lemetezett csúcsok helyén egy-egy négyzetet tartalmaz, míg az oktaéder eredeti háromszög-lapjaiból csak egy-egy hatszög marad. Így összesen 14 lapja lesz mindegyik poliédernak, melyek sokkal jobban közelítik meg a gömböt, mint az eredeti rácskockák. A poliéderek térfogata csak a fele a rácskockák térfogatának, ezért ezzel a megoldással – azonos koordináta-felbontóképesség mellett – a meghatározás pontossága kétszeresére növekedhetne. A módszert Gibson et al (1982) dolgozta ki, de az alábbi ábra-sorozatot, továbbá még néhány demonstrációs programot Pascal, J és VRML nyelveken az utóbbi években magunk készítettük el.



11. ábra. A 14 számjegyvektor a csonka-oktaédeses számrendszerhez.



13. ábra. Térkitöltés hatszöglapjaik szembeállításával.

A fekete számok itt is csak ebben a képp koordináta-rendszerben értelmezett x, y és z koordinátákat jelölnek.

A számrendszer alapszáma: $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $A^{-1} = 1/15 \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix}$, $\det(A)=15$.

15. táblázat. A számjegyektorok értelmezése.

HEXA	X	Y	Z	HEXA	X	Y	Z	HEXA	X	Y	Z
0	0	0	0	00	0	0	0	000	0	0	0
1	1	-1	1	10	3	-3	1	100	9	-7	-1
2	-1	1	1	20	-3	1	3	200	-9	-1	7
3	0	0	2	30	0	-2	4	300	0	-8	6
4	1	1	-1	40	3	3	-1	400	9	7	1
5	2	0	0	50	6	0	0	500	18	0	0
6	0	2	0	60	0	4	2	600	0	6	8
7	1	1	1	70	3	1	3	700	9	-1	7
8	-1	-1	-1	80	-3	-1	-3	800	-9	1	-7
9	0	-2	0	90	0	-4	-2	900	0	-6	-8
A	-2	0	0	A0	-6	0	0	A00	-18	0	0
B	-1	-1	1	B0	-3	-3	1	B00	-9	-7	-1
C	0	0	-2	C0	0	2	-4	C00	0	8	-6
D	1	-1	-1	D0	3	-1	-3	D00	9	1	-7
E	-1	1	-1	E0	-3	3	-1	E00	-9	7	1

Példák: $A * E = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = E0$, $A * E0 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} = E00$.

A **D8** hexadecimális számhoz milyen X,Y,Z tartozik? (lásd a 13. ábra felső felét)

$$A * D + 8 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

A fordított feladat: a 2, -2, -4 koordinátákhoz milyen hexadecimális szám tartozik?

$$\text{Az } S = 15 * A^{-1} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

mátrix-vektor szorzatot – a szokásos osztáshoz hasonlóan – a számjegyektorok X,Y,Z koordinátáival végig kell próbálgatni mindaddig, amíg egy olyan M számjegyektor nem találunk, amelyik az eredményül kapott S vektor elemeiből képezett

$[\text{abs}(S_x) \bmod 15] + [\text{abs}(S_y) \bmod 15] + [\text{abs}(S_z) \bmod 15]$ összeget zérussá nem teszi. Esetünkben egyedül a **8**-as hexadecimálisnak (a 15. táblázatban található) $-1, -1, -1$ koordinátái teszik ezt lehetővé, ezért ez lesz a keresett hexadecimális utolsó számjegye.

$$\text{Ugyanis ilyenkor } \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \\ 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -15 \\ -15 \end{bmatrix} = S,$$

tehát fenti összeg zérus lesz. Ha most S értékét 15-tel elosztjuk, akkor a kapott $1, -1, -1$ hányadossal meg kell ismételnünk az eljárást, hogy a keresett hexakód következő számjegyét megkaphassuk. De mivel ez a vektor már magának egy *HEXA*-számjegynek, a **D**-nek, a koordináta-hármasa, ezért a konverzió a **D8** eredménnyel véget is ér.

16. táblázat. Összeadó-tábla a csonka-oktaédes számrendszerhez.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E
1	1	12	3	34	5	16	7	78	9	1A	B	3C	D	1E	0
2	2	3	24	25	6	7	68	69	A	B	2C	2D	E	0	E1
3	3	34	25	36	7	78	69	7A	B	3C	2D	3E	0	1	2
4	4	5	6	7	48	49	4A	4B	C	D	E	0	C1	D2	C3
5	5	16	7	78	49	5A	4B	7C	D	1E	0	1	D2	D3	4
6	6	7	68	69	4A	4B	6C	6D	E	0	E1	2	C3	4	E5
7	7	78	69	7A	4B	7C	6D	7E	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	A	B	C	D	E	0	81	92	83	B4	85	96	87
9	9	1A	B	3C	D	1E	0	1	92	93	B4	B5	96	97	8
A	A	B	2C	2D	E	0	E1	2	83	B4	A5	B6	87	8	E9
B	B	3C	2D	3E	0	1	2	3	B4	B5	B6	B7	8	9	A
C	C	D	E	0	C1	D2	C3	4	85	96	87	8	C9	DA	CB
D	D	1E	0	1	D2	D3	4	5	96	97	8	9	DA	DB	C
E	E	0	E1	2	C3	4	E5	6	87	8	E9	A	CB	C	ED

17. táblázat. Előjelváltó-tábla a csonka-oktaédes számrendszerhez.

-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E
0	0	E	D	C	B	A	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Az összeadás műveletéről most is elmondható, hogy csak az átvitel értékében tér el a szokásos hexadecimális számrendszertől, no és abban, hogy itt az *E* betű már nem szerepel a számjegyek között.

Számpéldák

Kivonás: $4A8D5 - 462E$ (lásd a 13. ábra alsó felét)

Előjelváltás: $462E \longrightarrow B9D1$ (lásd a 17. táblázatot)

Összeadás:

$$\begin{array}{r}
 4A8D5 \\
 + \underline{B9D1} \\
 4\ 62B6 \\
 + \underline{B9D1} \text{ átvitel} \\
 0\ 0\ C\ 6 \\
 + \underline{3} \text{ átvitel} \\
 3\ C\ 6
 \end{array}$$

Összeadás: $46C3$ (lásd ugyanazt az ábrát)

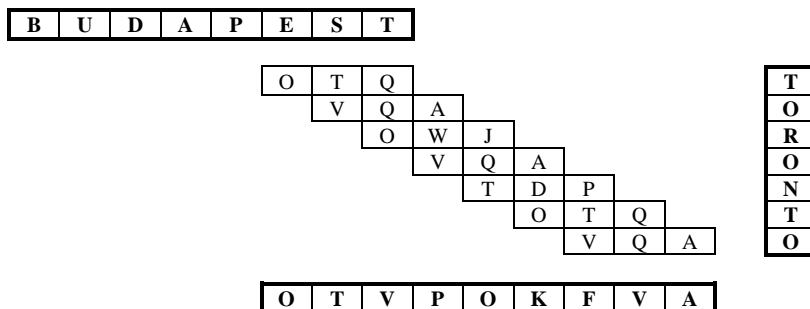
$$\begin{array}{r}
 + \underline{3C6} \\
 4999 \\
 + \underline{6C6} \text{ átvitel} \\
 A609 \\
 + \underline{49} \text{ átvitel} \\
 44\ 609 \\
 + \underline{B} \text{ átvitel} \\
 4609 \text{ (lásd az ábrát)}
 \end{array}$$

Megállapítható továbbá az is, hogy a rendszer alapmátrixának következményeként a számjegyenkénti vektor-szorzások itt sem valósítható meg. A 15.táblázatból kitűnik, hogy például a **3**, **5** és **6** számjegy-vektorok kölcsönösen merőlegesek egymásra és hosszuk is egyforma, azonban a **30**, **50** és **60** vagy a **300**, **500** és **600** vektor-hármasok már nem egyforma hosszúságúak, noha még mindig kölcsönösen merőlegesek. A rendszernek ezen a hibáján a *virtuális szorzás* fogalmának bevezetése épp úgy segíthetne, amint azt a térbeli decimális rendszer tárgyalásakor már említettük.

A mátrix-aritmetika kezdetei

Mátrix-vektor szorzás

1.példa:



ahol

MATRIX 'BUDAPEST'	VEKTOR 'TORONTO'	VEKTOR 'OTVPOKFVA'
2 _5 2	_741 _262 _533	_1238 _6162 3993
4 _0 6		
0 _1 _7		

a MATRIX és VEKTOR pedig J programnyelven írt konvertáló függvények azonosítói, továbbá a decimális számok előtt álló _ aláhúzó jelek pedig ezen nyelv szintaxisának megfelelő mínusz jelek.

A bemutatásra kerülő mátrix-aritmetika – és ezért az első szorzás-példa is – az alfavektoriális rendszer kezdetleges kiterjesztése, egyelőre csak a 3-soros mátrixokra. Amíg ugyanis az Unikód karakterkészlet nem terjed el általánosan, *közvetlen mátrix-számjegyeket* még nem tudunk definiálni. Legegyszerűbb esetben is 512 különböző karakterre lenne szükség (ennyiféle 3x3 méretű bináris mátrix létezik), míg ternáris (háromas) esetben csaknem húszezerre, pontosabban 3^9 -re.

Ideiglenes kompromisszumként a 3x3-as alfamátrix-számjegyeket három egymás mellé írt betűvel, három alfavektor-számjeggyel szimbolizáljuk, melyek megállapodászerűen a mátrix oszlopvektorainak az alfakódjai.

A jobb megvilágítás kedvéért a 'BUDAPEST' betűsorozatnak megfelelő fenti mátrixot – egyelőre csak decimális mátrix-számjegyekkel – a 3 alapszám polinomjaként is fel fogjuk írni:

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 4 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} 3^2 + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} 3^1 + \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} 3^0.$$

Helyettesítsük most be az oszlopvektorok helyébe a megfelelő alfakódokat a 4. táblázatból:

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 4 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & -7 \end{bmatrix} = [@BU]3^2 + [DAP]3^1 + [EST]3^0,$$

majd elhagyva a szögletes zárójeleket, a helyiértékeket mutató hatványokat, valamint a felesleges szókezdő @ null-vektort és a maradék "számjegyeket" a többjegyű számok szokásos írásához hasonlóan egymás mellé írva, kapjuk

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 4 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & -7 \end{bmatrix} = \text{BUDAPEST},$$

További konverziók

SKALAR 'BUDAPEST' SKALAR 'TORONTO' NB. alfából skalar
29114782850 7973515329

skalar 29114782850 skalar 7973515329 NB. skalárból alfa
BUDAPEST TORONTO

ahol

SKALAR='11.0":27#.(27{.64}.a.i.y.' :"

skalar='.s#~.*^\["@'=s=(27{.64}.a.){~(8#27)#:".y.' :"' NB. J-nyelvű függvények

MATRIX 'BUDAPEST' MATRIX 'TORONTO' NB. alfából mátrix
2 _5 2 _1 _1 _9
4 _0 6 _2 0 _4
0 _1 _7 _4 _4 _5

VEKTOR 'BUDAPEST' VEKTOR 'TORONTO' NB. alfából vektor ''
_1843 954 _706 _741 _262 _533

ahol

MATRIX='.'|."1|.3#.|:|.8 3 3\$,|j-3*2=j=.3 3 3#:_24{.64~a.i.y.' :"'

VEKTOR='3#.|:|.j-3*2=j=.3 3 3#:(h=#y.),1)\$64~a.i.y.' :"'

1 MATR 'BUDAPEST' 1 MATR 'TORONTO' NB. 1 oszlopos mátrix
_1843 _741
954 _262
_706 _533

2 MATR 'BUDAPEST' 2 MATR 'TORONTO' NB. 2 oszlopos mátrix
_14 5 _1 _30
6 30 _12 2
2 _28 _11 _32

9 MATR 'BUDAPEST' 9 MATR 'TORONTO' NB. 9 oszlopos mátrix
0 _1 0 1 1 1 _1 1 _1 0 0 _1 0 0 0 _1 _1 0
0 0 1 1 0 _1 1 0 0 0 0 0 _1 0 _1 1 0 _1
0 0 _1 0 0 1 0 _1 _1 0 0 _1 1 _1 1 1 1 _1

ahol

MATR='.'|."1|.3#.|:|.*(15,x.,3)\$,|j-3*2=j=.3 3 3#:(-15*x.){.64~a.i.y.' NB. függvény

Mesterséges hold koordinátáinak meghatározása egyetlen mátrix-vektor szorzással alfa-rendszerben

NB. Az 5 Kepler-féle pályaelem

a =: 1.128647

e =: 0.085763

O =: 105 22 52

o =: 28 49 37

i =: 65 12 00

T =: Aug.25.0586727

d0 =: 6378388.0

t0 =: 86400

NB. nagy féltengely

NB. excentricitás

NB. nagy omega (Ω)

NB. kis omega (ω)

NB. inklináció

NB. perigeum-átmenet időpontja

NB. távolság-egység m-ben

NB. idő-egység mp-ben

NB. Az 5 Kepler-féle pályaelem mátrixa (röviden: pálya)

```
C =: _0.4823515833 _0.2546100246 0.04136791884
      _0.8928254174 _0.6323718943 _0.07657138627
      0.4940078691 0.8942897059 _0.04236759688
```

NB. Az excentrikus anomália (röviden: idő)

E =: 100 47 42

NB. fok, perc, másodperc-ben

NB. Konverzió után:

orbit

```
CO@.KE@QSFKVI@@CPYBLUAACOSPPKGUKAWBQCWYBQHBSNMFDMVMFMARLZQNAVVUEUFHTMRRX
XLZEIIGA
```

NB. valós alfa-mátrix

time

NB. valós alfa-vektor

L.BAAFHGAD@GA@DDF@@BH@DACG

NB. Koordináta-számítás (mátrix-vektor szorzás)

orbit X time

```
-----
O.ESXAHGEHOKGMDEFNEFGQ
FSVSRFABUWOPFAAZ@CIVOK
CKQKICBAOPUWCBBM@FRQUS
CKQKICBAOPUWCBBM@FRQUS
UGKG@WXBKSSAPVKCQZXGZS
SZDZRTXAWJELNWTQTGZE@
CFZYOLZZIXZMUJWJMEKLC@K
CKQKICBAOPUWCBBM@FRQUS
KMHMIJLBPTGXYPYPRJVJEMG@
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
CFZYOLZZIXZMUJWJMEKLC@K
CKQKICBAOPUWCBBM@FRQUS
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
KMHMIJLBPTGXYPYPRJVJEMG@
KMHMIJLBPTGXYPYPRJVJEMG@
UGKG@WXBKSSAPVKCQZXGZS
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
FSVSRFABUWOPFAAZ@CIVOK
SZDZRTXAWJELNWTQTGZE@
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
KMHMIJLBPTGXYPYPRJVJEMG@
-----
```

O.RNUHJYELSZ@LBQTUMTVLOBSMLFAZEUWAXBZTLQOMG@

NB. a m.hold helyvektora

Konvertálás egész decimális koordinátákká:

```

]R =. VEKTOR 'O.RNUHJYELSZ@LBQTUMTVLOBMSMLFAZEUWAXBZTLQOMG@'
x= 84994885277714947598611
y= 620963697133005143371415
z= 533808054966910636287457

16j4 ":6378388 * R % 3^50
_755163.4990 _5517145.1406 4742783.7248
_755163.4991 _5517145.1404 4742783.7248
-----
0.0001 _0.0002 0.0000

```

NB. mértékegység-váltás

NB. „van”- érték m-ben

NB. „kell”- érték m-ben

NB. eltérések m-ben

Összefoglalás

Ahogy a tanulmányunkat bevezető négysoros versikénkől talán kitűnik, *az üres (puszta) tér modellezésére (térképezésére) tettünk kísérletet*. Minden létező fizikai anyag – így maga a Föld és a földfelszín is – ebből a szempontból számunkra csupa zavaró tényezőnek látszott. Ami viszont a gyakorló (mezei) földmérő számára egyáltalán nem látszik – a *feltételezett térstruktúrák*, amelyek a jövő aritmetikai rendszerei számára esetleg *adat-szerkezetül* szolgálhatnak, de ma még csak egyes kutatók elképzeléseiben vagy esetleg a szakirodalomban vannak jelen – számunkra kutatási tárgyat, *virtuális valóságot* jelentenek és jelentenek. Szerencsére éppen rendelkezésünkre állt a VRML számítógépes nyelv, mely pontosan az ilyen – valóságtól többé-kevésbé elrugaszkodott – elképzelések (azt is mondhatni *fantáziák*) megjelenítésére szolgál.

Nekem – Knuth-tal egyetértésben – legjobban a *kiegyensúlyozott (szimmetrikus) hármas rendszerek* tetszenek, ezek közül is az *Alfavektoriálisnak* keresztelt térbeli számrendszer és aritmetika. Talán azt is érdemes kihangsúlyozni, hogy az ilyen „*egykoordinátás*” térbeli azonosítók valójában nem is a számítás, hanem a sokkal nagyobb volumenű *információ-keresés* munkájának a meggyorsítására alkalmasak. Azt is megállapíthatjuk, hogy ugyanezen okból *a számítógép legfontosabb alapl művelete nem az összeadás, de nem is a szorzás, hanem az összehasonlítás*, mely mindenféle keresési tevékenység alapja.

Carducci bíborosnak tulajdonítják a szólás-mondást, mely szerint „*Aki három szóval mondja el azt, amit egyetlen szóval is el lehetne mondani, az más egyéb csúnya dologra is képes*”. Nagy kérdés, hogy reménykedhetünk-e egyáltalán abban, hogy a három szó alatt az *X, Y és Z* geodéziai koordinátákat többé már nem kell értenünk? Talán a ma még *geokódoknak* nevezett adatformák lesznek azok a csirázó magok, amelyekből a jövő virága és majdani termése ki fog bontakozni?

Irodalomjegyzék

- Ames, AL, Nadeau DR, Moreland JL (2000): VRML 2.0 Alapkönyv. Panem Kft, Budapest.
- Bell SBM, Diaz BM, Holroyd FC, Jackson MJ (1983): Spatially Referenced Methods of Processing [Storing and Handling] Raster and Vector Data. *Image and Vision Computing* 1, 4, 211-220.
- Bell SBM, Diaz BM, Holroyd FC (1984): Tesseral Image Processing. *Remote Sensing Society Workshop in 'Digital Image Processing in Remote Sensing' 28 March 1984, Imperial College, London* 1-11.
- Bell SBM (1986): Tesseral Addressing and Arithmetic - Practical Concerns. *Proceedings of the Workshop on Spatial Data Processing using Tesseral Methods, Swindon, UK, Natural Environment Research Council*, 11-16.
- Bell SBM, Diaz BM, Holroyd FC (1986): Constructive Tesseral Inverse in: Diaz BM, Bell, SBM (eds.), *Spatial Data Processing using Tesseral Methods. Natural Environment Research Council, Swindon*.
- Bell SBM, Holroyd FC (1986): Tesseral Algorithms in: Diaz BM, Bell SBM (eds), *Spatial Data Processing using Tesseral Methods. Natural Environment Research Council, Swindon*.

- Bell SBM, Diaz BM, Holroyd FC** (1986): Tesseral Square Roots in 2D in: *Diaz BM, Bell SBM (eds.), Spatial Data Processing using Tesseral Methods, Natural Environment Research Council, Swindon.*
- Bell SBM, Diaz BM, Holroyd FC** (1986): Tesseral Quaternions for 3D in: *Diaz BM, Bell SBM (eds.), Spatial Data Processing using Tesseral Methods, Natural Environment Research Council, Swindon.*
- Bell SBM, Diaz BM, Holroyd FC** (1988): Capturing Image Syntax using Tesseral Addressing and Arithmetic in: *Digital Image Processing in Remote Sensing, Muller JP (ed.), Taylor and Francis, Basingstoke.*
- Bell SBM, Mason DC** (1990): Tesseral Quaternions for the Octree. *The Computer Journal* 33, 5, 386-397.
- Bell SBM, Chadwick RA, Coopert APR, Mason DC, O'Connell M, Young PAV** (1990): Handling Four Dimensional Geo-Coded Data. *Proceedings of the 4th International Symposium on Spatial Data Handling, Zürich* 2, 918-927.
- Bell SBM, Holroyd FC** (1996): Lattice rings: coordinates for self-similar hierarchies and their relevance to geographic information systems. *International Journal of Geographical Information Systems*, 10, 2, 147 – 177.
- Diaz BM, Bell SBM (eds.)** (1986): *Spatial Data Processing Using Tesseral Methods (collected papers from Tesseral Workshops 1 and 2) Swindon, Reading, UK, Natural Environment Research Council, Unit for Thematic Information Systems.*
- Diaz BM** (1986): Tesseral arithmetic - overview *Proceedings of the Workshops on Spatial Data Processing using Tesseral Methods, Swindon, UK, Natural Environment Research Council*, 1-10.
- Díaz O, Gray PMD** (1991): Semantic-Rich User-Defined Relationship as a Main Constructor in Object Oriented Databases. in: *Object-Oriented Databases: Analysis, Design and Construction (DS-4), Meersman, Kent and Khosla (eds.), North-Holland* 207-224.
- Díaz O, Paton NW** (1991): Sharing Behaviour in an Object-Oriented Database using a Rule-Based Mechanism in: *British National Conference on Databases (BN-COD), Wolverhampton, Butterworth Publishers*, 17-37.
- Díaz O, Gray PMD, Paton NW** (1991): Rule Management in Object Oriented Databases: A Uniform Approach. in: *International Conference on Very Large Data Base, Barcelona*, 317-326.
- Díaz O, Embury SM** (1992): Generating Active Rules from High-Level Specifications. in: *Gray PMD, Lucas RJ (eds.): Advanced Database Systems Proceedings of the 10th British National Conference on Databases, BNCOD 10, Aberdeen, Scotland, July 6-8, 1992. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 618, Springer-Verlag, Berlin*, 227-243.
- Duprat J, Herreros Y, Kla S** (1993): New redundant representations of complex numbers and vectors. *IEEE Transactions on Computers*, 42;7. 817-824.
- Dutton, G** (1989): Modeling Locational Uncertainty via Hierarchical Tessellation. *Paper Read at the Specialist Meeting of Initiative I, NCGIA: Accuracy of Spatial Databases, Montecito, CA, Dec 12-16, 1988. Goodchild, M. - Gopal, S. (eds.), London, Taylor & Francis*, 125-140.
- Dutton G** (1989): Planetary modelling via hierarchical tessellation. *Proceedings of the Auto Carto 9 Conference, Baltimore, Falls Church, Virginia, USA, American Society for Photogrammetry and Remote Sensing/American Congress for Surveying and Mapping*, 462-471.
- Dutton G** (1989): Modeling locational uncertainty via hierarchical tessellation in: *Goodchild M, Gopal S (eds.), Accuracy of Spatial Databases. London, Taylor & Francis*, 125-140.
- Dutton G** (1991): Polyhedral hierarchical tessellations. The shape of GIS to come. *Geo Info Systems* 1;2, 49-55.
- Gibson L, Lucas D** (1982a): Spatial data processing using generalized balanced ternary. *IEEE Computer Society Conference on Pattern Recognition and Image Processing, Las Vegas (June 14-17)* 566-571.
- Gibson L, Lucas D** (1982b): Vectorization of raster images using hierarchical methods. *Computer graphics and image processing*, 20, 82-89.
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1972): Egydimenziós sík- és térkoordináta-rendszerek. *Pályamunka. Magyar Tudományos Akadémia*, 1-94
- Halmos F, Kádár I** (1972): Simpler Solution for Solving Fundamental Problems in Geodesy. *International Symposium on Satellite and Terrestrial Triangulation, Graz, June 1-2 1972. Mitteilungen der Geod. Institut der Technische Hochschule in Graz, Folge 11, Part II.* 333-346.
- Halmos F, Kadar I, Karsay F** (1971): Geodaetische Rechnungen in der eindimensionalen Ebene- und Raumkoordinaten-Systemen, *Internationale Konferenz über Rechnerentechnik in der Geodaesie, Sofia* 7-11 Oktober, 1-36.
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1973a): A koordináták információtartalma és szerkezete. *Geodézia és Kartográfia* 25;4, 241-248.
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1973b): Egydimenziós sík- és térkoordináta-rendszerek. *Geodézia és Kartográfia* 25;5, 325-337.
- Halmos F, Kadar I, Karsai F** (1973c): One dimensional plane and spatial coordinate systems. *Földmérési Intézet, Budapest.*

- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1974a): Geodéziai számítások egydimenziós sík- és térkoordináta-rendszerekben. *Geodézia és Kartográfia* 26;1, 13-27.
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1974b): Szatellita-geodéziai és egyéb geodéziai feladatok megoldása közvetlen vektor- és mátrix-aritmetikákkal feladat-orientált számrendszerekben. *Az EFE 1974 évi kutatási beszámoló jelentése*, Sopron 262-265.
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1975): The solution of satellite geodetical and other geodetical problems with direct vector and matrix arithmetics in problem-oriented number-systems, *Nabljudenija Iskustvenni'h Sputnikov Zemli*, No. 15, 1975 (Publikacija Nauchni'h Rezultatov Szotrudnicsesztva Interkoszmos, Astronomiceskij Sovjet Akademii Nauk SSSR, Moskva) 492-520. (in russian)
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1976): Szatellita geodéziai és egyéb geodéziai feladatok megoldása közvetlen vektor-mátrix aritmetikával feladat-orientált számrendszerekben. *Kozmikus geodéziai szemináriumok. I. kötet*. Budapest. MTE SZ Központi Asztronautikai Szakosztálya 81-134.
- Halmos F, Kádár I, Karsay F** (1977): The Solution of Satellite Geodetical and Other Geodetical Problems with Direct Vector and Matrix Arithmetics in Problem-Oriented Number-Systems, *Mitteilungen aus dem Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn*. 48, 1-82.
- Hilbert D** (1891): Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück. *Mathematische Annalen* (38) 459-460.
- Hmel'nik SzI** (1969): Kodirovanie vektorov. *Kibernetika* 5, 54-57. (in russian)
- Holmes WN** (1978): Representation for Complex Numbers, *IBM Journal of the Research and Development*, 22;4. 429-430.
- Homoródi L** (1961): Szarka Zoltán: A mátrixszámítás kiegyenlítő számítási alkalmazásai. (Felsőoktatási Jegyzetellátó V. Budapest, 1961). *Szakirodalom - Geodézia és Kartográfia*, 304-305.
- Kádár I** (1973): Korszerű számrendszerek és koordináta-rendszerek alkalmazása a geodéziában. *Előadás Pécen, az OFTH FÖMI Kozmikus Geodéziai Observatóriumában* (dec. 18).
- Kádár I** (1977a): Az EOTR fejlesztésének lehetőségei. *EFE FFFK Tudományos ülése* (dec. 16).
- Kádár I** (1977b) Számítógépes lehetőségek az egykoordinátás rendszerek alkalmazásához. *Előadás. FÖMI KGO*, Péc (febr. 8).
- Kádár I** (1982a): Térbeli geometriai feladatok megoldása alfavektoriális rendszerben. *GKE előadás*, Békéscsaba, febr. 5.
- Kádár I** (1982b) Térbeli geometriai feladatok megoldása alfavektoriális rendszerben. *TIT előadás*, Bicske, máj. 26.
- Kádár I** (1985): Mik a legfontosabb teendőink geodéziai térszemléletünk módosításához. *Továbbképző előadások absztraktjai*, FÖMI KGO, Péc, 17.
- Kádár I** (1992): Eredményközpontú aritmetikák. *Előadás. BME Villamosmérnöki Kar Folyamat szabályozási Tanszék* (márc 10).
- Kádár I, Papp E** (1995): Connection Establishment by Means of Virtual Coordinates Among Object-Oriented Position Systems, *Joint European Conference and Exhibition on Geographical Information 'From Research to Application through Cooperation'*. *The Hague*, Netherlands, March 26-31. 2, 386-387.
- Kádár I, Busics Gy, Papp E** (1996): GPS data integration by simulated vector arithmetics in J. *J User Conference*, Toronto, Ontario, June 24-25.
- Knuth DE** (1969): The art of computer programming. Seminumerical algorithms. *Addison-Wesley Publishing Company*, Reading; Massachusetts Menlo Park, California.
- Knuth DE** (1987): A számítógép-programozás művészete. Szeminumerikus algoritmusok. *Műszaki könyvkiadó*, Budapest (1. ábra 200. old.).
- Milos I**: (1980): Számítógépes kísérletek: Térbeli pontcsoportok transzformálása alfavektoriális számrendszerben. *EFE FFFK záródolgozat*, Székesfehérvár 57 old. (Lelt. sz: 834)
- Podolcsák Á** (1981): Kísérleti számítások alfavektoriális térbeli koordináta-rendszerben síkbeli és térbeli sokszög vonalak töréspontjainak kiegyenlítővel történő meghatározásához. *EFE FFFK záródolgozat*, Székesfehérvár 45 old. (Lelt. sz: 893)
- Penney W** (1965): A 'Binary' System for Complex Numbers. *Journal of the ACM* 12;2, 247-248.
- van Roessel JW** (1988): Conversion of Cartesian Coordinates from and to Generalized Balanced Ternary Addresses. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54;11. 1565-1570.
- Szarka Z** (1961): A mátrixszámítás kiegyenlítő számítási alkalmazásai, *Felsőoktatási Jegyzetellátó V.* Budapest.

FORGATÁS II. RÉSZ

Csepregi Szabolcs*



Rotation. Part II - The first part of this paper was published in the Publications in Geomatics IV. Now, we continue the previous chapters, and in Chapter 7 we deal with direct determination of rotation matrix, as a non-adjustment solution. In Chapter 8 we introduce other solutions on the basis of adjustment theory. We give two answers to the calculations of slanted symmetric parameters. In the other solution we trace the rotation axis back to own vector determination.

A dolgozat első része a Geomatikai Közlemények IV. számában jelent meg. Itt a folytatásban foglalkozunk, a 7. fejezetben a forgatási mátrix közvetlen meghatározásával, mint nem kiegyenlítési megoldásokkal. A 8. fejezetben kiegyenlítési megoldásokat mutatunk be. A ferdén szimmetrikus paraméterek számítására két megoldást adunk. A másik megoldással a forgástengelyt sajátvektor meghatározására vezetjük vissza.

Kulcsszavak: forgatási mátrix, Euler szögforgatások, ferdén szimmetrikus paraméterek, forgástengely, elfordulási szög, kiegyenlítés, legkisebb négyzetek módszere, sajátérték, sajátvektor, iteráció stabilitása

Bevezetés

A dolgozat első része a Geomatikai Közlemények IV., előző számában jelent meg. Itt 6 fejezetben mutattuk be a forgató mátrix paramétereinek meghatározását. A forgatási mátrix felírásánál foglalkoztunk a térbeli forgástengely és az elfordulási szög paraméterként való megadásával, a ferdén szimmetrikus paraméterekből felírható forgató mátrixszal. Hangsúlyosan foglalkoztunk az Euler szimmetrikus paramétereivel. Euler három tengely körüli forgatás megadásának nagyon fontos szerepe van a különböző gyakorlati alkalmazásokban. Ezen kívül még több lehetőséget is bemutatunk. Foglalkoztunk a kis szögekkel végzett forgatással és ezzel kapcsolatban más, kis paraméterváltozások értékével is.

A forgató mátrix kiegyenlítéssel történő meghatározásával a következő két iterációs változatban foglalkoztunk az előző részben: a forgató mátrix inverzének kényszereinek felírásánál, megállapítottuk, hogy a megoldás csak a kényszerek kettős felírásával kapjuk legkisebb javítási négyzetösszeget. A másik vizsgálatban a paraméterek elemi változásaival meghatározott kiegyenlítés különböző eseteit a gyakorlatban is vizsgáltuk. A különböző lehetőségek elvégzése alapján megállapítottuk, hogy a forgástengely meghatározása adja a leggyorsabb iterációt és ez gyorsabb, mint a három tengely körül végzett iteráció, amit a gyakorlatban legtöbbször használnak.

A jelen dolgozatban folytatjuk a forgatás kiegyenlítéssel történő meghatározását.

A FORGATÓMÁTRIX KÖZVETLEN MEGHATÁROZÁSA

7.1. A forgatás megadása koordinátákkal

A forgatást koordinátákkal is megadhatjuk. Ekkor megadjuk a pontok koordinátáit mindkét koordináta rendszerben.

Külön meg kell adni annak a pontnak a koordinátáit, mely körül történt a forgatás. Ez kétszer három koordináta megadását jelenti. Ezek az adatok a két rendszer eltolását jelentik.

A forgatás megadásához még két pont mindkét rendszerbeli koordinátájának megadását teszi szükségessé. Ez 12 adatot jelent. Ezek azonban nem függetlenek egymástól. Közöttük teljesülni kell, hogy mindkét rendszerben az egymásnak megfelelő pontok a forgásponttól azonos távolságra legyenek. Továbbá a forgástengelyhez viszonyítva az elfordulási szög azonos legyen. Ez $12 - 3 = 9$ független adatot jelent.

Az adott forgáspontra vonatkoztatott koordinátákat jelöljük az alábbi módon

$$\begin{array}{ll} x'_1 = x'_{1e} - x'_F & x'_2 = x'_{2e} - x'_F \\ y'_1 = y'_{1e} - y'_F & y'_2 = y'_{2e} - y'_F \\ z'_1 = z'_{1e} - z'_F & z'_2 = z'_{2e} - z'_F \\ \\ x_1 = x_{1e} - x_F & x_2 = x_{2e} - x_F \\ y_1 = y_{1e} - y_F & y_2 = y_{2e} - y_F \\ z_1 = z_{1e} - z_F & z_2 = z_{2e} - z_F \end{array}$$

7.1.-1

ahol *veszővel* jelöltük a második, *vesző nélkül* az első rendszerben lévő koordinátákat. A 1 és 2 indexek a pontok sorszámát jelölik, az *e* index az eredeti koordinátákra utal, az *F* index a forgástengely koordinátáit jelzi. Az első oszlopban az \bar{Y}_1 vektor, a másodikban \bar{Y}_2 vektor, a harmadikban \bar{X}_1 , és a negyedikben az \bar{X}_2 vektor elemei vannak.

7.2. A forgástengely és az elfordulási szög meghatározása koordinátákból

A forgatás során a pontok egy-egy köríven mozognak el. A körívek középpontja a forgástengelyre esnek, síkjuk merőleges a forgástengelyre. Az ívek hosszához minden pontnál azonos középponti szög tartozik. Ha képezzük a megfelelő pontok koordináta különbségét, akkor azok a körívhez tartozó húrok lesznek, ezek merőlegesek a forgástengelyre. Ez alapján a forgástengely irányát a két húrra merőleges egyenes adja. Ezt a két vektor vektorialis szorzataként határozhatjuk meg. A vektorok értéke

$$\Delta x_i = x'_i - x_i \qquad \Delta y_i = y'_i - y_i \qquad \Delta z_i = z'_i - z_i$$

A vektoriális szorzat a forgástengely

$$\begin{aligned} kc_1 &= \Delta y_1 \cdot \Delta z_2 - \Delta z_1 \cdot \Delta y_2 \\ kc_2 &= \Delta z_1 \cdot \Delta x_2 - \Delta x_1 \cdot \Delta z_2 \\ kc_3 &= \Delta x_1 \cdot \Delta y_2 - \Delta y_1 \cdot \Delta x_2 \end{aligned}$$

A vektor hosszát számítsuk át egységhosszra

$$k = \sqrt{(kc_1)^2 + (kc_2)^2 + (kc_3)^2}$$

és így

$$c_1 = \frac{kc_1}{k} \quad c_2 = \frac{kc_2}{k} \quad c_3 = \frac{kc_3}{k} \quad .$$

7.2.-1

A forgástengely meghatározása után számítsuk ki az elfordulási szöget. Ehhez képezzük a $\bar{X}_1 \times \bar{C} = \bar{E}$ és $\bar{Y}_1 \times \bar{C} = \bar{F}$ vektorokat, ezek merőlegesek a \bar{C} forgástengely vektorára. A köztük lévő szög az elfordulási szög. Ezt számíthatjuk a vektoriális szorzatból a

$$\sin \varphi = \frac{\bar{E} \times \bar{F}}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|} = \frac{[(\bar{X} \times \bar{C}) \times (\bar{Y} \times \bar{C})]}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|} = \frac{[|\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{C}| \cdot \bar{C}]}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|} = \frac{[\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{C}]}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|}$$

7.2.-2

összefüggéssel, ahol a $[\bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot \bar{C}]$ a három vektor vegyes szorzatát jelenti, ezt a vektorokból alkotott 3x3-as determináns értékeként számíthatjuk ki, ami egyszerűen elvégezhető. Az elfordulási szög koszinuszát

$$\cos \varphi = \frac{\bar{E} \cdot \bar{F}}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|} = \frac{(\bar{X} \times \bar{C}) \cdot (\bar{Y} \times \bar{C})}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|} = \frac{(\bar{X} \cdot \bar{Y}) - (\bar{X} \cdot \bar{C}) \cdot (\bar{Y} \cdot \bar{C})}{|\bar{E}| \cdot |\bar{F}|}$$

7.2.-3

képlettel is meghatározhatjuk. Az előző két összefüggés hányadosaként az elfordulási szög tangensét is számíthatjuk, a következő összefüggéssel

$$\tan \varphi = \frac{|\bar{E} \times \bar{F}|}{\bar{E} \cdot \bar{F}} = \frac{c_x(y \cdot z' - z \cdot y') + c_y(z \cdot x' - x \cdot z') + c_z(x \cdot y' - y \cdot x')}{x \cdot x' + y \cdot y' + z \cdot z' - (x \cdot c_1 + y \cdot c_2 + z \cdot c_3) \cdot (x' \cdot c_1 + y' \cdot c_2 + z' \cdot c_3)}$$

7.2.-4

A nevezőben a második tag két tényezője egyenlő egymással. Ebben az összefüggésben a számláló a szinusszal és a nevező a koszinusszal arányos, és ez meghatározza az elfordulási szög szögnegyedét is. Az elfordulási szög és a forgástengely vektorának ismeretében a forgató mátrixot a 2.1.-2 alapján írhatjuk fel.

Egy további lehetőség az elfordulás számítására, ha a 7.-1 ábra alapján képezzük az $\bar{Y} - \bar{X} = \bar{D}$ különbség vektort és az $\bar{Y} + \bar{X} = \bar{A}$ összeg vektort. Az elfordulási szöget a

$$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{|\bar{Y} - \bar{X}|}{|(\bar{Y} + \bar{X}) \times \bar{C}|} = \frac{|\bar{D}|}{|\bar{A} \times \bar{C}|}$$

7.2.-5

képlettel is számíthatjuk.

7.3. Ferdén szimmetrikus paraméterek meghatározása koordináták-ból

Az előző részben 5.1.-1 alatt már felírtuk a forgatás egyenletét, most ezt írjuk fel az eltolás nélkül

$$Y = R \cdot X \quad \text{és} \quad X = R^T \cdot Y$$

Az R forgató mátrixot az $R = (E + S) \cdot (E - S)^{-1}$ formában is felírhatjuk, így az előző első összefüggést rendezés után a

$$(E + S)^{-1} \cdot Y = (E - S)^{-1} \cdot X = W$$

formában kapjuk, ahol W segédmenyiség.

Fejezzük ki az X és Y koordinátákat a segédmenyiséggel

$$Y = (E + S) \cdot W \quad X = (E - S) \cdot W$$

7.3.-1

Képezzük az előző két egyenlet összegét és különbségét

$$Y + X = (E + S + E - S) \cdot W = 2 \cdot W$$

$$Y - X = (E + S - E + S) \cdot W = 2 \cdot S \cdot W$$

Az első egyenletet írjuk be a másodikba

$$Y - X = S \cdot (Y + X)$$

7.3.-2

Az S mátrix a ferdén (anti) szimmetrikus mátrix, melyet már a 2.2.-1 alatt felírtunk.

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -g & +f \\ +g & 0 & -e \\ -f & +e & 0 \end{bmatrix}$$

Az e, f, g elemek meghatározására a következő egyenleteket írhatjuk fel, 7.3.2 alapján

$$\begin{bmatrix} x' - x \\ y' - y \\ z' - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & + (z' + z) & - (y' + y) \\ - (z' + z) & 0 & + (x' + x) \\ + (y' + y) & - (x' + x) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e \\ f \\ g \end{bmatrix}$$

7.3.-3

Ezt az egyenlethármas két pontra írjuk fel és, mint javítási egyenletekből képezzük a normál egyenletrendszer, és ennek megoldásaként kapjuk az e, f, g paramétereket. Ezekből a forgató mátrixot a 2.2.3 segítségével írhatjuk fel.

Hivatkozások: Dr. Somogyi József [1969], Schut, G. H.[1958], Ezt a forgató mátrixot Schut vezette le mátrix és quaternió algebra segítségével. Klaver J. vektor algebrai megoldást ad rá. A levezetett összefüggések gyakorlatilag azonosak az Euler-Cayley képlettel.

7.4. Számpéldák

A példát a már korábban felvett 1. példából alakítottuk ki. A eredeti pontok közül az 1 és 2 pontokat meghagytuk, a forgástengely is az eredeti súlyponton megy keresztül.

	Első rendszer				Második rendszer		
	Eredeti koordináták						
	X	Y	Z		X	Y	Z
1	104	209	351		503	112	258
2	972	217	329		743	937	384
forgáspont	551	491	455		458	547	572
	Forgáspontra vonatkozó koordináták						
1	-447	-282	-104		+45	-435	-314
2	+421	-274	-126		+285	+390	+188
	Forgáspontra vonatkozó távolságok és eltérések						
	Első rendszer		Második rendszer		Eltérés (1-2)		
1. pont	538.654805975033		538.373476315466		+0.281329659566		
2. pont	517.873536686323		518.332904608612		-0.459367922289		

Forgástengely és az elfordulási szög meghatározása.

A 7.2 fejezet szerint

	pontszám	X	Y	Z
Első rendszer forgásponti koordinátái	1	-447	-282	-104
	2	+421	-274	-126
Második rendszer forgásponti koordinátái	1	+45	-435	-314
	2	+285	+390	-188
Koordináta különbségek	1	+492	-153	-210
	2	-136	+664	-62
Koordináta különbségek vektoriális szorzata		+148926	+59064	305880
Távolság		345297.095226705		

Forgás-tengely vektora	+0.43129815471579	+0.17105269872375	+0.88584585340683
Forgástengely vektora			
E vektor	-232.019049993456	+351.118088382411	+0451.65523300336
Távolság			423.269035064199
E egység vektora = e	-0.54815975366179	+0.82953880226357	+0.10670641969707
F vektor	-331.632398832714	-175.290683984065	+195.312068743937
Távolság			422.910955218918
F egység vektora = f	-0.78416601589582	-0.41448603262908	+0.46182787731955

Elfordulási szög szinusza, koszinusza	+0.99080522392097	+0.13529600234636	
Elfordulási szög φ°	82.22426338746287	82.22426338746284	82.22426338746284
	<i>Elfordulási szög számítása koordináta összegből</i>		
Koordináta összeg	-402	-719	-418
7.2.4 számlálója, nevezője	556.946137431619	898.370713925843	
Elfordulási szög φ°	7.2.4 szerint	41.11213309478093	82.22426618956186

	<i>A forgató mátrix</i>		
	+0.29614659554879	-0.81390740961178	+0.49985190059047
<i>R</i>	+0.94149398867666	+0.16059639887178	-0.29630704675240
	+0.16089208566792	+0.55835788276737	+0.81384901027216

	<i>javítások</i>		
1. pont	+0.15976363880617	-0.32006455805970	-0.01598230226108
2. pont	-0.29299251473054	-0.29975616719031	+0.20053289364361

Matlab program koo.m

Ferdén szimmetrikus paraméterek meghatározása.

A 7.3 fejezet szerint

Első rendszer forgásponti koordinátái	-447	-282	-104
	+421	-274	-126
Második rendszer forgásponti koordinátái	+45	-435	-314
	+285	+390	-188
Koordináta különbségek	+492	-153	-210
	-136	+664	-62
Koordináta összegek	-402	-717	418
	+706	+116	-314

<i>Javítási egyenletrendszer és tisztatagja</i>			
0	-418	+717	492
0	-314	-116	-136
+418	0	-402	-153
+314	0	+706	664
-717	+402	0	-210
+116	-706	0	-62

<i>Normál egyenlet rendszer és tisztatagja</i>			
+800865	-370130	+53648	+287920
-370130	+933360	-263282	-203600
+53648	-263282	+1187585	+898830
			772809

<i>A súlykoefficiens mátrix *E+5</i>		
0.15342756213568	0.06281586039258	0.00699503909398
0.06281586039258	0.14000469317832	0.02820073540086
0.00699503909398	0.02820073540086	0.09014047513272

paraméterek	e=+0.37672905503018	f=+0.14928653993484	g=+0.77293305191870
		<i>javítások</i>	
1. pont	-0.20877546705685	-0.24634186869955	-0.10154340283626
2. pont	-0.53620756210759	-0.01634206592337	+0.30427318950617

<i>A javítások négyzetösszege</i>			
Pótnormál egyenletből	0.49495036120061	javításból	0.49495036121102

<i>A forgatási mátrix</i>	+0.29643614426701	-0.81366657786322	+0.50007230721214
R=	+0.94136731292036	+0.16060983435167	-0.29670197720040
	+0.16109995200871	+0.55870491422386	+0.81356968004277

A kétféle megoldás nem azonos eredmény ad, ennek oka, hogy a felvett adatokban el-
lentmondás van.

7.5. Forgatási paraméterek meghatározása affin transzformációs mátrixból

A forgatási mátrixot közvetlenül meghatározhatjuk affin transzformációs mátrixból is. A megoldás során először a közös pontok koordinátáiból kiegyenlítéssel számítjuk az affin transzformációs mátrixot az alábbiak szerint. A javítási egyenletet az alábbi formában írjuk fel az 5.1.-1. egyenlet alapján, melyet most közvetlenül súlyponti koordinátákkal írjuk fel.

$$B = A \cdot R^T$$

$$B = \begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 & z'_1 \\ x'_2 & y'_2 & z'_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_n & y'_n & z'_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n \end{bmatrix} \quad R^T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

7.5.-1

Ezekben a mátrixokban az átszámítandó koordinátákat A , az átszámítottakat a B mátrixban foglaltuk össze. A javítási egyenletet úgy írjuk fel, hogy csak az átszámított pontokat tekintjük hibátlannak, így a javítási egyenlet a következő lesz:

$$B + V = A \cdot R^T \quad V = A \cdot R^T - B$$

7.5.-2

ahol:

$$V = \begin{bmatrix} v_{x1} & v_{y1} & v_{z1} \\ v_{x2} & v_{y2} & v_{z2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{xn} & v_{yn} & v_{zn} \end{bmatrix}$$

Ez a felírás tulajdonképpen három független kiegyenlítés elvégzését jelenti, egymástól független x , y és z irányú kiegyenlítést foglal magába. A meghatározott R mátrix nem forgató mátrix hanem egy affin transzformációs mátrix lesz. A normálegyenlet rendszer

$$A^T A \cdot R = A^T B$$

Az R affin transzformációs mátrix meghatározása után ezt úgy kezeljük, mint forgató mátrixot. A együttható mátrix elemeiből a 4. fejezet szerint számíthatjuk valamelyik forgatási paramétereket. Ebből határozzuk meg a forgatási mátrixot a 2. fejezetben leírtak szerint.

Minden megoldásnál számítottuk a forgató mátrixot is és meghatároztuk a forgatómátrixból a három tengely körüli forgatás szögértékeit is, ezzel összehasonlítási lehetőségünk is lesz.

Szám példa

Koordináta adatok azonosak az 6.1 fejezet 1 számú példájával.

Affin	+0.29650753665320	+0.94148600297293	+0.16086187724415
transzformációs	-0.81420698012090	+0.15946963655326	+0.55902070580721
mátrix	+0.50011990784863	-0.29600116327520	+0.81339858883903

Ortogonalitási	+0.00018915663660	-0.00135495513292	+0.00045319376851
feltétel	-0.00135495513292	+0.00086772098121	+0.00030233544077
eltérése	+0.00045319376851	+0.00030233544077	-0.00064612478788

Javítások				
	V_x	V_y	V_z	<i>Hossza</i>
1	+0.05502909385385	-0.03055985629635	-0.14255140502786	0.15583006469435
2	-0.09272290480288	-0.03292659131540	+0.06295473489610	0.11681179793400
3	+0.41899342219645	-0.10380227601212	-0.08694391536687	0.44032901876723
4	-0.46777368424006	+0.15442403541994	+0.13101096329301	0.50972823630427
5	+0.11309437312474	-0.20002421460998	-0.20002421460998	0.24257296126724
6	+0.31467019292060	+0.08709841560898	+0.10665179024670	0.34347935698832
7	-0.25775601670529	-0.01934178291776	-0.03103188169613	0.26033679416444
8	-0.08353447634742	+0.14513227012276	+0.03763755857017	0.17163324382166
m	+0.34386546386296	+0.14537748194444	+0.11730567281955	0.22593412784102

Javítások négyzetösszege			
	+0.59121728618845	-0.11670902803325	-0.08177005216311
Javításból		+0.10567306128254	+0.06243897288292
			+0.06880310437823
Pót normál	+0.59121728624450	-0.11670902802143	-0.08177005217294
egyenletből	-0.11670902805054	+0.10567306145094	+0.06243897287641
	-0.08177005220205	+0.06243897287641	+0.06880310439738
Mindhárom irányban, pvv	0.76569345184922		

Affin transzformációs mátrixból forgató mátrix számítása

Három tengely körüli forgatás

α - β - γ forgás szögek	+19.99678346580554	+30.00526094467442	+69.99003169779336
R forgató mátrix	+0.29632400147695	+0.94150145771332	+0.16052131096018
pvv=	-0.81370299420779	+0.16086650746531	+0.55857801961158
2.20004504754744	+0.50007951704300	-0.29613674527083	+0.81377116238807

Ferde paraméterek számítása affin transzformációs mátrixból

<i>e-f-g paraméterek</i>	-0.37676522477341	-0.14949398697142	-0.77364578068435
R forgató mátrix	+0.29562919114543	+0.94175680562535	+0.16111301540198
pvv=	-0.81393617746847	+0.15991645560349	+0.55874370651142
2.09204258766660	+0.50037104600646	-0.29627816257098	+0.81370017207375
α - β - γ forgás szögek	20.00718238065914	30.02024915428468	70.03850758165812

Rodrigues paraméterek számítása

<i>a-b-c paraméterek</i>	-0.75353044954682	-0.29898797394283	-1.54729156136870
R forgató mátrix	+0.29562919114543	+0.94175680562535	+0.16111301540198
pvv=	-0.81393617746847	+0.15991645560349	+0.55874370651142
2.09204258766660	+0.50037104600646	-0.29627816257098	+0.81370017207375
α - β - γ forgás szögek	20.00718238065914	30.02024915428468	70.03850758165812

Két tengely körüli forgatás

ξ_1 - η - ξ_2	+99.69590393338418	+72.75372426202233	-58.44001768714109
R forgató mátrix	+0.29647949744681	+0.94139697144054	+0.16084666535636
pvv=	-0.81378194505311	+0.16087042817520	+0.55846186194252
1.99443590076736	+0.49985883357130	-0.29646660436094	+0.81378664218543
α - β - γ forgás szögek	20.01693896349402	29.99066094364696	69.98215327825683

Térbeli tengely körüli forgatás

<i>c1-c2-c3</i>	-0.43144102910415	-0.17118840949989	-0.88591650670860
φ	82.26057609391572		
R forgató mátrix	+0.29574209816392	+0.94175792394168	+0.16111880279670
pvv=	-0.81393505915214	+0.16002698789154	+0.55874600285050
1.92740855614264	+0.50037683340118	-0.29627586623190	+0.81382214440894
α - β - γ forgás szögek	20.00427886622928	30.01836770647069	70.03146101007833

Euler szimmetrikus paraméterek

<i>l=</i>	<i>m=</i>	<i>n=</i>	<i>r=</i>
-0.28275151927555	-0.11219095914212	-0.58262688370294	+0.75366483361023
R forgató mátrix	+0.29591820614673	+0.94165511501848	+0.16036851196673
pvv=	-0.81476645843282	+0.16119498546793	+0.55693069126493
6.09710822564216	+0.49858603418442	-0.29546881564645	+0.81492953406828
α - β - γ forgás szögek	19.92911393517704	29.90649678252005	70.03928731452200

8. A FORGATÓMÁTRIX KÖZVETLEN SZÁMÍTÁSA KIEGYENLÍTÉSEL

8.1. Ferdén szimmetrikus paraméterek meghatározása

Korábban már felírtuk a kiegyenlítés estén a javítási egyenletet

$$V = X \cdot R^T - Y \quad .$$

Ebből a normál egyenletrendszer

$$X^T X \cdot R^T - X^T Y = 0 \quad .$$

Az R^T paramétert felírhatjuk az alábbi alakban:

$$R^T = (E + S) \cdot (E - S)^{-1} \quad .$$

Ezt írjuk be a normál egyenletrendszerbe

$$X^T X \cdot (E + S) \cdot (E - S)^{-1} - X^T Y = 0 \quad .$$

Rendezzük át a fenti egyenletet

$$X^T X \cdot (E + S) = X^T Y (E - S) \quad ,$$

amiből fejezzük ki az S értékét

$$(X^T Y + X^T X) \cdot S = X^T Y - X^T X \quad .$$

Az egyenletrendszer megoldásakor még ehhez hozzáírjuk a kényszerfeltételeket, mely az S mátrix ferdén szimmetrikus voltából adódik. Ez a következő lesz

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A kényszerfeltétel első három sora az átlós elemek 0 értékét biztosítják, a következő három feltétel az átlón kívüli elemek egyenlőségének és ellenkező előjelének kényszerét adják. Kényszerfeltételi egyenletek helyett felírhatunk három ismeretlenes egyenletet is, mint ahogy korábban már megtettük.

$X^T X$			$X^T Y$		
1304660	76298	40376	344912	1228535	285364
76298	523402	42781	-382139	142637	339664
40376	42781	73394	13845	23111	90109

$Y^T X + X^T X$			$X^T Y - X^T X$		
1649572	1304833	325740	959748	-1152237	-244988
-305841	666039	382445	458437	380765	-296883
54221	65892	163503	26531	19670	-16715

Ferdén szimmetrikus paraméterek	R forgató mátrix		
e=-0.37697257874132	+0.29599342036213	-0.81349777300273	+0.50060889766556
f=+0.14964778472580	+0.94152594594046	+0.16014957893734	-0.29644730642582
g=-0.77331688907535	+0.16098691941663	+0.55908271810689	+0.81333248188607

Javítások				
p.sz.	V _x	V _y	V _z	V hossza
1	+0.03398772767746	-0.19375922742967	-0.20905760152954	0.28705902634145
2	-0.56510133065552	-0.14620077824793	+0.10693559546817	0.59342177500246
3	+0.37650329349708	+0.11656914608943	-0.01833895492121	0.39456230572847
4	-0.14673295857114	+0.31526822792466	+0.09810657523517	0.36131636660158
5	+0.53070559994785	-0.08903651341814	-0.11743078726323	0.55078664139114
6	+0.34917645147534	-0.11860749258949	+0.04245613614663	0.37120675513759
7	-0.52999039275409	-0.20716128166197	-0.00732724394016	0.56908637440657
8	-0.04854839061699	+0.32292791933310	+0.10465628080419	0.34291737259589

Javítások négyzetösszege	V ^T PV		
	+1.17059936141056	+0.07910998468078	-0.13752900364106
	+0.07910998468078	+0.34109320285787	+0.09439927015103
1.60339322288511	-0.13752900364106	+0.09439927015103	+0.09170065861668

A megoldás eredményéből láthatjuk, hogy az eredmény nem egyezik meg azokkal a közelítő megoldásokkal, melyek a legkisebb négyzetösszeget adja. A javítások négyzetösszege nagyobb, mint más megoldásoknál kaptunk. Ezért ezt a számítást csak, mint közelítő lehetőséget fogadhatjuk el.

8.1.1. A ferdén szimmetrikus paraméterek beírása a javítási egyenletekbe

Az előző fejezetben már felírtuk a kiegyenlítés javítási egyenletét:

$$Y + V = X \cdot R^T \quad .$$

Ebbe írjuk be a forgató mátrix kifejezését

$$R^T = (E + S) \cdot (E - S)^{-1} \quad .$$

Beírás és rendezés után a koordinátákat kapjuk

$$(Y + V) \cdot (E - S) = X \cdot (E + S) = W \quad .$$

Fejezzük ki az S ferdén szimmetrikus mátrixot:

$$Y + V - (Y + V) \cdot S = X + X \cdot S \quad ,$$

amiből kifejezhetjük az V javítást

$$V = (Y + V + X) \cdot S - (Y - X) \quad .$$

Ez a javítási egyenlet az együttható mátrixban is tartalmazza az ismeretlen V javításokat. Ez két megoldás lehetőségét adja.

Az első megoldás során mondjuk azt, hogy a V javítások kicsik az Y koordinátához képest, és így elhanyagoljuk az alakmátrixban a V értékeket. A kiegyenlítést ezzel a közelítéssel végezzük el. Így egy közelítő megoldást hozunk létre. A közelítés mértéke attól függ, hogy a V javítások milyen nagyok. Szigorú megoldásnak azonban semmiképpen nem tekinthető.

Normál mátrix az első megoldás után			Tisztatag vektor
+2543920	-1182386	-192706	-633106
-1182386	+977508	-701716	+543038
-192706	-701716	+4396048	-3221348

Súlykoefficiens mátrix az első megoldás után Q (E-6)			paraméterek
+0.49459147745599	+0.20939192375498	+0.05510504171572	-0.37693357635503
+0.20939192375498	+0.43762846468824	+0.07903507327179	-0.14951787228738
+0.05510504171572	+0.07903507327179	+0.24250855487585	-0.77317273265330

p.sz.	Javítások			
	V_x	V_y	V_z	<i>hossza</i>
1	+0.13362130370786	+0.25720361022701	+0.15518958702552	+0.32877371829200
2	+0.63664888602091	-0.21709222870925	-0.16467702229143	+0.69250946672835
3	-0.55529262857283	+0.21479261095052	-0.00082232940272	+0.59538764287808
4	-0.07680969180008	-0.56867802110514	+0.13397226180527	+0.58927327054237
5	-0.43301030012978	+0.43904503986016	+0.08621122522874	+0.62264824933483
6	-0.17213721470864	+0.34155967736132	-0.13278838506233	+0.40487898080078
7	+0.70397421481612	-0.10459643994005	-0.08139168090547	+0.71634120089154
8	-0.23699456933355	-0.36223424864460	+0.00430634360242	+0.43289562411733

Javítások négyzetösszege	$V^T P V$		
	+1.50630135070370	+0.41612821677488	+0.16672929300429
	+0.41612821677488	+0.93439091665099	+0.00124945938488
2.54155212098421	+0.16672929300429	+0.00124945938488	+0.10085985362953

A második lehetőség, hogy egy iterációs megoldás hozunk létre, azzal, hogy a V ismeretlen javításokat minden iterációs megoldás után beírjuk az alakmátrixba. A közelítés gyorsasága természetesen attól is függ, hogy a várható javítások mekkorák lesznek.

Normál mátrix az utolsó iteráció után N (E+6)			Tisztatag vektor (E+6)
+2.54390007725256	-1.18125054707181	-0.19211410499583	-0.63341604046834
-1.18125054707181	+2.97864122233780	-0.70186236421971	+0.54279594306043
-0.19211410499583	-0.70186236421971	+4.39697790812043	-3.22180855433252

Súlykoefficiens mátrix az utolsó iteráció után Q (E-6)			Paraméterek
+0.49428023728435	+0.20896702376903	+0.05495235586771	-0.37670454826248
+0.20896702376903	+0.43718949590885	+0.07891610401654	-0.14931095905135
+0.05495235586771	+0.07891610401654	+0.24242681866479	-0.77302516073966

p.sz.	Javítások			
	V_x	V_y	V_z	<i>hossza</i>
1	+0.24330734429776	+0.12886396616940	+0.06194037631732	0.28220736309400
2	+0.31725972492157	-0.32879458697266	-0.11296173804474	0.47065907804049
3	-0.29559005180738	+0.42087670516977	-0.09977367603264	0.52389451811517
4	-0.33884395588846	-0.27738216593775	+0.31354692257290	0.53857939533313
5	-0.08728443097405	+0.37209345161989	+0.04454173665289	0.38478055425518
6	+0.07257743132328	+0.16786575562256	-0.28244597778001	0.33648495629422
7	+0.43816534832663	-0.38183918344185	-0.00552397554183	0.58122332092882
8	-0.34959141019920	-0.10168394222941	+0.08067633185607	0.37291077849015

Javítások négyzetösszege		$V^T PV$	
	+0.68912998400338	-0.25543299342324	-0.15253020598982
	-0.25543299342324	0.70156310390231	-0.12077518608303
1.60385539296581	-0.15253020598982	-0.12077518608303	0.21316230506012

Az iterációk lefutása:

Iteráció száma	e	f	g	Javítások négyzetösszege
1	-0.376933576355	-0.149517872287	-0.773172732653	2.541552120984
5	-0.376728674525	-0.149335668168	-0.773032651974	1.874169764551
10	-0.376705562432	-0.149310655847	-0.773024799903	2.213875040792
15	-0.376704385719	-0.149310799592	-0.773025103721	1.621671764440
20	-0.376704538534	-0.149310959128	-0.773025160202	1.470778250498
25	-0.376704548372	-0.149310959571	-0.773025160381	1.604977560912
30	-0.376704548093	-0.149310958932	-0.773025160561	1.639444533215
35	-0.376704548203	-0.149310959018	-0.773025160695	1.603942116200
40	-0.376704548248	-0.149310959044	-0.773025160729	1.594822357950
45	-0.376704548259	-0.149310959050	-0.773025160737	1.603857794152
50	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160739	1.606178828266
55	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160739	1.603856398806
60	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603259811879
70	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.604008196103
80	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603816198399
100	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603852813934
150	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603855395831
200	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603855392963
250	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603855392966
300	-0.376704548262	-0.149310959051	-0.773025160740	1.603855392966

8.2. A forgástengely meghatározása koordinátákból

8.2.1. A forgatás geometriai tulajdonságai

Az elgondolás ismertetése előtt nézzük át a forgatás geometriai tulajdonságait. Forgatás-kor a pontok egy tengely körül mozdnak el. Az elmozdulás jellemzőit a következőkben foglaljuk össze.

A pontok mind egy-egy köríven mozdnak el. A körívek középpontjai a forgástengelyre esnek és síkjuk merőleges a forgástengelyre. Ezeket nevezzük az egyes pontok elmozdulás síkjainak.

Az elmozdulás húrja, azaz a pontok elmozdulás vektorai ugyancsak az elmozdulások síkjába esnek. Az elmozdulások vektorait a koordináták különbségeként számíthatjuk.

Az elmozdulás vektorok hossza arányos a pont forgástengelytől mért távolságával. A forgástengely közelében lévő pontok vektorai rövidebbek, a távolabb fekvőké hosszabb. A hurok felezőpontján átmenő, a húrra merőleges síkok mind illeszkednek a forgástengelyre.

A koordináta összegek vektorai és a koordináta különbségek vektorai mind merőlegesek egymásra, mert az eredeti és az elforgatott pontok távolsága a forgásponttól azonos.

Minden koordináta összeg vektora abban a síkban fekszik, amely átmege az elmozdulás húrjának felező pontján és merőleges a húrra, valamint illeszkedik a forgástengelyre.

8.2.2. A forgástengely meghatározása sajátérték és sajátvektor számításával

Az előzőekben láttuk, hogy az elforgatás vektora merőleges a forgástengelyre. Ezek az egyenesek mind egymással párhuzamos síkokban fekszenek, melyek merőlegesek a forgástengelyre.

Először képezzük a súlypontra vonatkozó koordinátákat. Ezzel elérjük, hogy a forgástengely átmege a koordináta rendszer kezdőpontján. A következőkben számítjuk a koordináta különbségek vektorát. A korábban már megismert jelöléseknek megfelelően

$$D = Y - X \quad , \quad 8.2.-1$$

ahol a D mátrix a koordináta különbségek mátrixa, első oszlopa az x koordináta különbségek vektora a második az y , a harmadik az z különbségeket foglalja magába. A sorok száma a közös pontok számával azonos.

Ebből számítjuk a normálegyenletnek megfelelően az

$$N = D^T D \quad 8.2.-2$$

kvadratikusszorzatot. Ez egy olyan térbeli ellipszoidot határoz meg, mely a D pontthalmaznak három egymásra merőleges síkban mutatja a síktól való eltéréseket. Ezek közül a legkisebb azokat az eltéréseket mutatja melyek a legkisebb sajátérték irányára merőlegesen a legkisebb eltéréseket adják, legkisebbet úgy értelmezve, mint abban az irányban a javítások négyzet összege a legkisebb.

Ez tulajdonképpen a térbeli kiegyenlítő sík meghatározása. Ha a pontokat abba a koordináta rendszerbe számítjuk át, melyek egybe esnek a három sajátértékkel akkor egy olyan koordinátákat kapunk, melyek mutatják, hogy a kiválasztott koordináta tengely irányában, mely két tengely irányában legkisebbek az eltérések, javítások négyzetösszege.

A sajátvektorok meghatározása után számítsuk át a koordinátákat egy olyan koordináta rendszerbe melynek x tengelye a legkisebb sajátvektor irányába mutat. Ehhez ismerjük a az eredeti x tengely irány koszinuszát és a sajátvektor irányát

$$\bar{X} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad , \quad \bar{C} = [c_1 \quad c_2 \quad c_3] \quad .$$

A transzformációt az \bar{F} forgástengely és egy ε forgásszöggel kell elvégezni:

$$\bar{F} = \bar{X} \times \bar{C} = [0 \quad -c_3 \quad +c_2] \quad \varepsilon = \arctan \frac{\sqrt{c_2^2 + c_3^2}}{c_1} \quad . \quad 8.2.-3$$

Ezek ismeretében felírhatjuk a forgató mátrixot a térbeli tengely körüli forgatásnak megfelelően. A transzformált koordináták az alábbiak

$$X_2 = X \cdot R_F \quad Y_2 = Y \cdot R_F \quad . \quad 8.2.-4$$

Az új koordináta rendszerben az X_2 és Y_2 koordináták x koordinátái közel egyenlők, különbségük a forgástengely irányú javítások.

Az elfordulás szögét az y és z koordináták alapján határozhatjuk meg. Ezt a transzformációt már síkban végezzük. Az elfordulási szöget a síkbeli hasonlósági –

Helmert - transzformációval számíthatjuk, mert ez azonos az egybevágósági transzformációban meghatározhatóval. A Helmert transzformáció együtthatói x , y helyett y és z koordinátákkal felírva

$$a = \frac{\sum y \cdot y' + \sum z \cdot z'}{\sum y \cdot y' + \sum z \cdot z'} \quad b = \frac{\sum y \cdot z' + \sum z \cdot y'}{\sum y \cdot y' + \sum z \cdot z'}$$

Az elfordulási szög ezután a következő:

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

8.2.-5

Az forgatási mátrixot a térbeli tengely képleteinek megfelelően írhatjuk fel.

Különbség vektorok ellipszoidja $D^T D$		
+1035170	-510406	-405712
-510406	+1410682	-23834
-405712	-23834	+202254

Sajátvektor			Sajátérték
+0.60178397314915	-0.67205685550274	+0.43150391960282	1797151.27005978
-0.78605357587248	-0.59401023012867	+0.17108951563605	850954.62260600
-0.14133586069684	+0.44214412749041	+0.88573853083561	0.10733422

Forgató mátrix		
+0.29610781098814	+0.94147782403421	+0.16105797441797
-0.81376801155838	+0.16037791136102	+0.55862379909183
+0.50010177727751	-0.29647669790269	+0.81363368905460

Javítások				
	V _x	V _y	V _z	Hossza
1	+0.11180291090497	-0.23358176522004	-0.14272957040578	0.29568913101153
2	-0.37900034396165	-0.22531985877760	+0.22464145792426	0.49484753621792
3	+0.38039718746279	+0.15953255198838	-0.12914988146275	0.43224107539123
4	-0.21110616079028	+0.38511491836346	-0.05044981045087	0.44206842778492
5	+0.37529967282393	-0.01704606475863	-0.23075435663273	0.44089452916824
6	+0.34997876495282	-0.15938607457866	+0.14562210166923	0.41121144583056
7	+0.49827176086649	-0.27673547187783	+0.15512803497126	0.59069617935659
8	-0.12910027052608	+0.36742176486086	+0.02769202438742	0.39042602546200

Javítások négyzetösszege	$V^T P V$		
	+0.87368559082963	+0.06694288246605	-0.25608311537727
	+0.06694288246605	+0.51636937907515	-0.10934120031931
1.57940028509598	-0.25608311537727	-0.10934120031931	+0.18934531519119

8.2.3. A forgástengely meghatározása a forgástengely sugársíkjaival

A forgástengelyt meghatározhatjuk síkok metszésvonalaiaként is.

Egy pont elforgatásakor a eredeti ponthelyet és az elforgatott ponthelyet meghatározó két vektor összege és a forgástengely vektora egy síkban fekszenek., ugyanebben a síkban van a két vektor különbségének és a két vektor összegének vektoriális szorzat

vektora. Egy pont eredeti és elforgatott helyzetvektora összegének és különbségének vektoriális szorzata is, mint vektor átmegy a forgástengelyen. E két vektor segítségével meghatározhatunk egy forgástengelyen átmenő síkot.

Két pont esetén két, ilymódon felvett sík metszésvonala a forgástengelyt határozza meg.

A forgástengelyen átmenő sík meghatározására vegyük fel egy pontjának p helyzetvektorát és ezen áthaladó két e és f egyenesét:

$$\overline{p} = \overline{a} + \overline{b} \qquad \overline{e} = -(\overline{a} + \overline{b}) \qquad \overline{f} = (\overline{a} + \overline{b}) \times (\overline{b} - \overline{a}) \qquad 8.2.-6$$

A sík egyenletét paraméteres alakban írjuk fel:

$$S = \overline{p} + \overline{e} \cdot u + \overline{f} \cdot v = \overline{e} \cdot (u - 1) + \overline{f} \cdot v = \overline{e} \cdot w + \overline{f} \cdot v \qquad 8.2.-7$$

A fenti egyenletet két pontra felírva:

$$\overline{kc} = \overline{e}_1 \cdot w_1 + \overline{f}_1 \cdot v_1, \qquad \overline{kc} = \overline{e}_2 \cdot w_2 + \overline{f}_2 \cdot v_2,$$

ahol a kc a forgástengely vektora, nem egységvektor.

A két sík metszésvonalát a

$$\begin{aligned} kc_x - e_{1x} \cdot w_1 - f_{1x} \cdot v_1 &= 0 & kc_x - e_{2x} \cdot w_2 - f_{2x} \cdot v_2 &= 0 \\ kc_y - e_{1y} \cdot w_1 - f_{1y} \cdot v_1 &= 0 & kc_y - e_{2y} \cdot w_2 - f_{2y} \cdot v_2 &= 0 \\ kc_z - e_{1z} \cdot w_1 - f_{1z} \cdot v_1 &= 0 & kc_z - e_{2z} \cdot w_2 - f_{2z} \cdot v_2 &= 0 \end{aligned} \qquad 8.2.-8$$

egyenletrendszer megoldása adja, az egyenletrendszer az ismeretlenekre – a négy sík paraméterre és a három irány koszinusszal arányos mennyiségre – inhomogén, ezért a triviális megoldástól eltérő megoldás számításához valamelyik ismeretlent fel kell venni 0-tól eltérő értékkel, ezt célszerűen úgy vesszük fel, hogy a legnagyobb kc értéket vesszük fel 1 értékkel.

Hivatkozások

- Detrekői Á** (1991): *Kiegészítő számítások*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Euler L** (1915): Demonstratio theorematibus Fermatianis omnem numerum sive integrum ... (L. Euleri Opera Omnia, Series I.) Teubner, Leipzig, II, 338-372.
- Euler L** (1921): Problema algebraicum ob affectiones prorsus singulares memorabile (L. Euleri Opera Omnia Series I.) Teubner, Leipzig/Bern, VI, 287-315.
- Fazekas F** (1972): *Mátrixszámítás, Műszaki Matematikai Gyakorlatok C. IV.* Tankönyvkiadó, Budapest.
- Gellert W, Küstner H, Hellwich M, Kästner H** (1985): *Kleine Enzyklopädie Mathematik*. VEB Bibliographisches Institut Leipzig.
- Korn GA, Korn TM** (1975): *Matematikai kézikönyv műszakiaknak*. Műszaki könyvkiadó, Budapest.
- Mirski L** (1955): An Introduction to Linear Algebra, *Clanderon Press*, Oxford, Ch. VIII.
- Rinner K** (1957): Über räumliche Drehungen. Deutsche Geodätische Kommission Reihe A, Heft 25. München, *Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften*.
- Rózsa P** (1974): *Lineáris algebra és alkalmazásai*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Sain M** (1986): *Nincs királyi út! Matematika történet*. Gondolat kiadó, Budapest.
- Schut G H** (1958): Construction of Orthogonal Matrices and their Application In Analytical Photogrammetry, *Photogrammetria XV*, 4.
- Somogyi J** (1969): A forgatási mátrix elemeinek meghatározása közvetlen úton. *Geodézia és Kartográfia* 264-267.
- Ugrin N** (1978): *A fotogrammetria geometriai alapjai*. Budapesti Műszaki Egyetem, egyetemi jegyzet.
- Závoti J** (1999): A geodézia korszerű matematikai módszerei. Sopron, *Geomatikai Közlemények II*, 1-150.
- Zhizhuo W** (1990): Principles of Photogrammetry. Press of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, Publishing House of Surveying and Mapping, Beijing.

GONDOLATOK AZ OPTIMÁLIS PARAMÉTER TARTOMÁNYRÓL

Patvaros József



Reflections on the optimum parameter interval - In practice it is more suitable to determine optimum parameter interval instead of one optimum point on the basis of the cost functions.

This can be carried out by taking into consideration the confidence interval of the total cost function or considering the changes of its minimum to the permissible extent. The global optimum parameter interval will clearly outline the field within which one can yieldingly conform to various technical – economic – safety – and environmental requirements.

A gyakorlatban a megfelelő költségfüggvények alapján az optimális pont helyett célszerűbb optimális paraméter tartományt meghatározni.

Ez történhet az összköltség függvény konfidencia intervallumának, illetve annak minimális értéke megengedett mértékű változásának figyelembevételével. A globálisan optimális paramétertartomány azután egyértelműen kijelöli azt a mozgási területet, amelyen belül rugalmasan lehet alkalmazkodni a legkülönbözőbb műszaki – gazdasági – biztonsági – környezetvédelmi követelményekhez.

Kulcsszavak: minimum of total cost, optimal parameter interval, cost effect area, global technical – economical – safety – and environmental effectivity requirements

Bevezetés

A gyakorlatban számos olyan feladat jelentkezik, amikor egy vagy több jellemző paraméter optimumát lehet, vagy kell meghatározni az ahhoz kapcsolódó költségek függvényében.

A meghatározó paraméterrel kapcsolatos (pl. kiterjedés, termelési kapacitás, megbízhatósági szint) összes költségfüggvény a rendelkezésre álló információk alapján két úton állítható elő:

- egyrészt a már működő megoldások tényadatait felhasználva, korrelációszámítással, a megfelelő típusú és kellő szorossággal simuló függvény készítésével,
- a technikai-technológiai fejlődést figyelembe véve a fajlagos költség-együtthatók előrejelzéses kalkulálásával,

Mindkét esetben fennáll bizonyos fokú bizonytalanság, s ezért az előállított költségfüggvény deriválásával leszámaztatott egyetlen optimális paraméter érték megvalósítása a gyakorlatban szinte sohasem lehetséges. Irányt mutató tudásként természetesen nagyon hasznos a szélsőérték számítással meghatározható optimális paraméter érték - többváltozós esetben értelemszerűen az optimális paraméter értékek - megállapítása.

A gyakorlat számára egy rögzített ponttal szemben sokkal hasznosabb egy globálisan hatékony optimális paraméter értéktartomány kiszabása, amelyben bármely paraméter

A környezetvédelem hatékonyságával összefüggő kiadások, a külsődleges (externális) költségek formájában jelentkeznek. Ezek belsővé alakítása gyakran igen körülmenyes, de a kedvező társadalmi megítélés szempontjából elengedhetetlenül fontos.

Az optimális paraméter tartomány meghatározása

Egy meghatározó paraméter optimális tartományának meghatározására tételezzük fel a legegyszerűbb esetet, vagyis azt amikor a fajlagos beruházási költség (k_b) lineáris növekedését a fajlagos üzemviteli költség hiperbolikus ($k_{\bar{u}}$) csökkenése kíséri

$$k = k_b + k_{\bar{u}} = k_0 + k_1 \cdot x + k_2/x \quad [F/t, \text{€}/t \text{ vagy } \$/t]$$

Ennek a költségfüggvénynek a derékszögű koordináta rendszerben az x-szerinti első deriváltnak megfelelően szélsőértéke van. (Bronstein IN, Szemengyajev KA, 1987)

$$dk/dx = k_1 - k_2/x^2 = 0$$

Amelyből az optimális paraméter érték:

$$x_0 = (k_2/k_1)^{1/2}$$

A fenti összefüggésből a második derivált képzésével megállapítható, hogy az adott típusú fajlagos összköltség függvénynek x_0 -nál minimuma van.

$$d^2k/dx^2 = 2 \cdot k_2/x^3 > 0$$

Az x_0 behelyettesítésével a fajlagos költségfüggvény minimumára a következő kifejezés nyerhető.

$$k_m = k_0 + 2 \cdot (k_1 \cdot k_2)^{1/2}$$

Abban az esetben, ha az üzemi jellegű fajlagos költségek együtthatója $(1+p)$ értékűre nő, a beruházási ráfordítások együtthatója pedig $(1-p)$ mértékűre csökken, akkor az optimális paraméter érték a korábbi összefüggések alapján. (Bronstein IN, Szemengyajev KA, 1987)

$$x_{01} = [(1-p)/(1+p) \cdot k_2/k_1]^{1/2}$$

Ha viszont a beruházási költségegyüttható $(1+p)$ -szeresére nő, az üzemi jellegű pedig $(1-p)$ értékűre csökken, akkor az optimális paraméter érték a következő lesz:

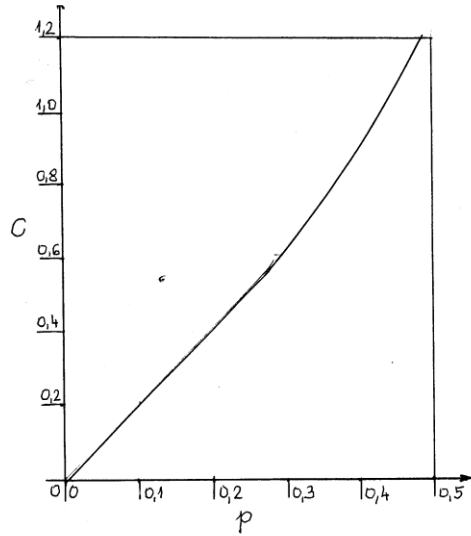
$$x_{02} = [(1+p)/(1-p) \cdot k_2/k_1]^{1/2}$$

Az x_{01} és az x_{02} a korrelációs számításal előállított k fajlagos költségfüggvényt meghatározott valószínűségi szinten (90; 95 %) lehatároló konfidencia tartomány határgörbéinek az optimumai.

Meghatározott valószínűségi szinthez tartozó konfidencia intervallummal rendelkező költségfüggvény optimális paraméter tartományának terjedelme a következő összefüggéssel számítható:

$$\Delta x_0 = \{ [(1+p)/(1-p)]^{1/2} - [(1-p)/(1+p)]^{1/2} \} \cdot (k_2/k_1)^{1/2} = C \cdot (k_2/k_1)^{1/2}$$

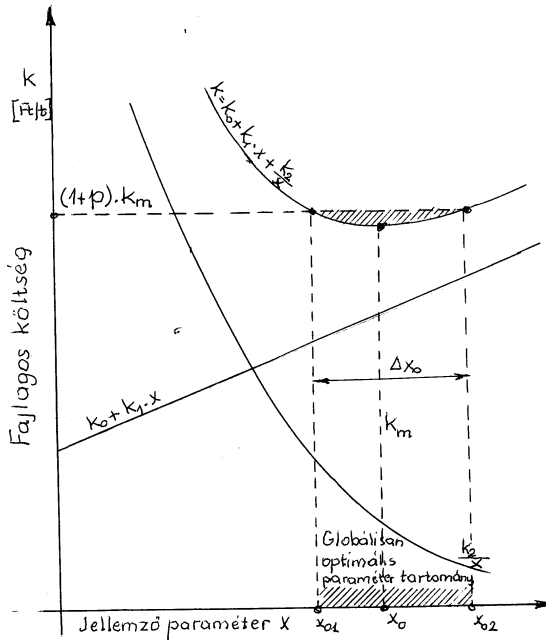
A C módosító tényező alakulását a p együttható változásának függvényében a 2. ábra mutatja be.



2. ábra. Az optimális paramétereket x_0 módosító C tényező változása a p együttható függvényében.

A valóságos helyzetekben a fajlagos üzemi költséggyűtható $(1 \pm p)$ -szeres változását a fajlagos beruházási kiadások $(1 \pm r)$ -szeres változása idézi elő. Ezzel a feltételezéssel általános esetben a meghatározott megbízhatósági szintű optimális paraméter tartomány terjedelme a következő képlettel állapítható meg:

$$\Delta x_0 = \{ [(1+r)/(1-p)]^{1/2} - [(1-p)/(1+r)]^{1/2} \} * (k_2/k_1)^{1/2}$$



3. ábra. A globálisan optimális paramétertartomány kiszabása.

Új technikák, illetve technológiák bevezetése esetén az optimális paraméter tartomány terjedelmének megállapítására a 3.ábra szerint megengedhető a következő egyenlőség

$$(1+p) \cdot k_m = k = k_0 + k_1 \cdot x + k_2/x$$

amelyben p - a kalkulációs alapadatokban meglévő bizonytalanságot figyelembevéő együtttható, amelynek értéke többnyire 0,1 ; 0,2 .

A fenti összefüggés átrendezésével a következő másodfokú egyenlet nyerhető:

$$k_1 \cdot x^2 - (1+p) \cdot (k_m - k_0) \cdot x + k_2 = 0$$

Ennek megoldása révén az optimális paraméter tartományt kiszabó gyökök értékek a következők lesznek. (Bronstein IN, Szemengyajev KA, 1987)

$$x_{01} = [(1+p)/(k_m - k_0) - \{[(1+p) \cdot (k_m - k_0)]^2 - 4 \cdot k_1 \cdot k_2\}^{1/2}] / 2 \cdot k_1$$

és

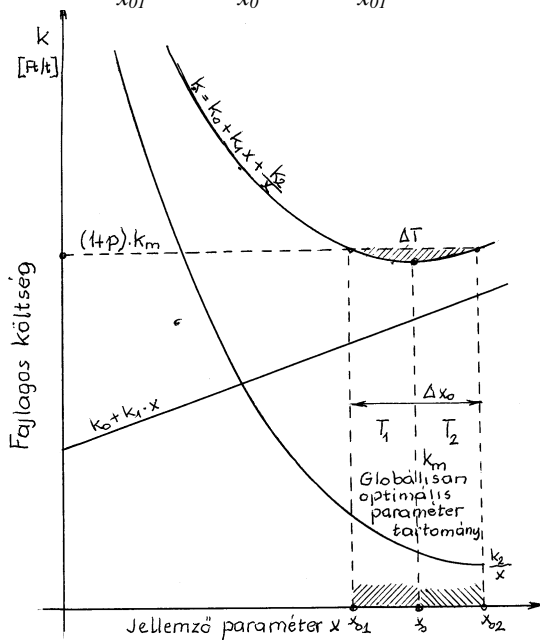
$$x_{02} = [(1+p)/(k_m - k_0) + \{[(1+p) \cdot (k_m - k_0)]^2 - 4 \cdot k_1 \cdot k_2\}^{1/2}] / 2 \cdot k_1$$

Ezek segítségével a globálisan optimális paraméter tartomány terjedelme:

$$\Delta x_0 = x_{02} - x_{01} = \{[(1+p) \cdot (k_m - k_0)]^2 - 4 \cdot k_1 \cdot k_2\}^{1/2} / k_1$$

Az optimális paraméter tartományhoz tartozó költségthatás terület a következő összefüggéssel állapítható meg, a 4.ábra alapján:

$$T = T_1 + T_2 = \int_{x_{01}}^{x_0} \zeta \cdot k \cdot dx + \int_{x_0}^{x_{02}} \zeta \cdot k \cdot dx = \int_{x_{01}}^{x_{02}} \zeta \cdot (k_0 + k_1 \cdot x + k_2/x) \cdot dx$$



4. ábra. A globálisan optimális paramétertartomány költségthatás területei.

A kijelölt műveletek elvégzése után az optimális paraméter tartományhoz tartozó költségthatás terület. (Bronstein IN, Szemengyajev KA, 1987)

$$T = k_0 \cdot (x_{02} - x_{01}) + k_1 \cdot (x_{02}^2 - x_{01}^2) / 2 + k_2 \cdot (\ln x_{02} - \ln x_{01}) =$$

$$= k_0 \cdot (x_{02} - x_{01}) + k_1 \cdot (x_{02} - x_{01}) \cdot (x_{02} + x_{01}) / 2 + k_2 \cdot \ln x_{02} / x_{01}$$

A többlet költséghatás terület pedig:

$$\Delta T = (x_{02} - x_{01}) \cdot (1 + p) \cdot k_m - [k_0 \cdot (x_{02} - x_{01}) + k_1 \cdot (x_{02}^2 - x_{01}^2) / 2 + k_2 \cdot \ln x_{02} / x_{01}]$$

A költséghatás terület százalékos növekedése a következő összefüggéssel számítható:

$$r = [\Delta T / (1 + p) \cdot k_m \cdot (x_{02} - x_{01})] \cdot 100 \text{ [\%]}$$

A fentiek alapján a ΔT -t alkotó ΔT_1 és ΔT_2 költséghatás területek nagysága és azok százalékos részaránya is viszonylag egyszerűen meghatározható.

A globálisan optimális paraméter tartomány kiszabása a gyakorlat számára azért nagyon lényeges, mert ezzel megállapítható az a mozgási terület, amelyen belül rugalmasan lehet alkalmazkodni a legkülönbözőbb műszaki, gazdasági, biztonsági és környezetvédelmi követelményekhez anélkül, hogy megengedhetetlenül eltérnénk a matematikai értelemben szigorúan vett költségminimumtól. (Patvaros J, 1990), (Zambó J, 1989)

Következtetések

Az optimális paraméter tartomány a vázolttól eltérő típusú egyváltozós fajlagos összes költségfüggvények esetén is viszonylag egyszerűen meghatározható. (Bronstein IN, Szemengyajev KA, 1987)

Általános esetben az egyváltozós fajlagos költségfüggvény a következő formában írható fel:

$$k = k_b + k_{\bar{u}} = k_0 + k_1 \cdot x^{\mu} + k_2 / x^{\nu}$$

amelyben

- μ - a fajlagos beruházási költségfüggvény kitevője, amely lehet $1 < \mu < \infty$, attól függően, hogy az x paraméter függvényében a változás degresszív, lineáris vagy progresszív
- ν - a fajlagos üzemi költségfüggvény kitevőjére ugyancsak érvényes, hogy annak értéke $1 < \nu < \infty$ lehet.

Deriválással az említett kitevőkkel jellemzett függvénycsaládokra a x_0 aránylag könnyen megállapítható és a korábbiakban ismertetett módon az optimális paraméter tartomány Δx_0 terjedelme is. (Bronstein IN, Szemengyajev KA, 1987)

Két vagy többváltozós költségfüggvények esetén is bár kissé hosszadalmasabban, de meghatározható a globálisan optimális paraméter tartomány, egyesítve a matematikai tudást és az általánosan értékelő bölcsességet.

Hivatkozások

- Bronstein IN, Szemengyajev KA** (1987): Matematikai zsebkönyv. 6. Átdolgozott kiadás, *Műszaki Könyvkiadó*, Budapest, p. 1190.
- Patvaros J** (1990): Bányászati technológiai rendszerek szintézise. *Akadémiai doktori értekezés*, Miskolc, p. 109.
- Zambó J** (1989): Bányatelepítés és építés. *Tankönyvkiadó* Budapest, p. 251.

A FELSŐRENDŰ HÁROMSZÖGELÉSI ALAPHÁLÓZAT ÉS AZ OGPSH KÖZÖTTI TRANSZFORMÁCIÓ VIZSGÁLATA

*Kratochvilla Krisztina**



Examination of the transformation between the primary triangulation and the national GPS networks of Hungary - Solving the determination of the seven transformation parameters by the least squares method, formulas of the adjustments have been deduced by using weightmatrix. Computations were carried out with different weightmatrices. Finally, the obtained results are summarized.

A hét transzformációs paraméter legkisebb négyzetek módszere szerinti meghatározásakor a kiegyenlítés összefüggéseit súlymátrix alkalmazásával vezettem le. Különböző súlymátrixok felvételével számításokat végeztem 81 közös pont alapján a HD72 és az ETRS89 rendszerek közötti hét transzformációs paraméter meghatározásával. A paraméterek számítását L1 normában is elvégeztem. A különböző módszerek alapján felvett súlyokkal számított paraméterek és középhibáik összehasonlításával vizsgáltam a súlymátrix bevezetésének szükségességét és gyakorlati alkalmazhatóságát.

Kulcsszavak: koordináta-transzformáció, paraméterek, közös pontok, ETRS89, HD72, legkisebb négyzetek módszere, L1 norma, súlymátrix, hibaellipszis

Bevezetés

A különböző koordináta-rendszerekből származó adatok összhangjának biztosításához koordináta-transzformáció számítására van szükségünk. A transzformáció során azon paramétereket határozzuk meg, amelyek segítségével két koordináta-rendszer közötti kapcsolat teremthető meg. A transzformáció jellege meghatározza a paraméterek számát, ez pedig a mindkét rendszerben ismert, ún. közös pontok szükséges mennyiségét adja meg. A rendelkezésre álló közös pontokból a koordináta-transzformáció paramétereinek számítását kiegyenlítéssel végezzük. A kiegyenlítés folyamatában, a rendszerekben szereplő pontok koordinátái azonos (egységnyi) súlyokkal vesznek részt.

Jelen tanulmány az európai GPS-hálózat térbeli derékszögű vonatkozási rendszere, az ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989) és hazánk térbeli geodéziai rendszere, a HD72 (Hungarian Datum 1972) közötti transzformációs paraméterek meghatározásával, ill. a közös pontokat jellemző koordináták súlyozási lehetőségeivel foglalkozik. A két rendszer közötti transzformációs paraméter meghatározásával több tanulmány is foglalkozik (Virág 1999, Ádám 2000, Husti et al. 2000).

Vizsgálataimban a térbeli hasonlósági transzformáció számításához a Bursa – Wolf-féle modellt alkalmaztam. Ennek megfelelően a koordináta-rendszerek közötti kapcsolatot a hétparaméteres transzformáció esetén hét paraméter: a ΔX , ΔY , ΔZ eltolási vektor összetevők, az ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z tengelykörüli forgatási szögek, valamint a κ méretarány-különbségi tényező biztosítja. A transzformációban 81 közös pont (1. ábra) szerepel, mivel a felsőrendű vízszintes alaphálózat pontjai közül 81 rendelkezik a HD72 koordinátákon kívül ETRS89 rendszerbeli koordinátákkal is (Ádám 2000). A paramétereket a

Paraméterek meghatározása

II. kiegyenlítési csoport

A legkisebb négyzetek módszere szerinti paraméter-meghatározás egyik legelterjedtebb módszere. Előnyére írható az egyszerűsége, mivel csak az egyik rendszer koordinátái kapnak súlyokat, valamint kiegyenlítésből visszamaradt javításokat. Ez az egyszerűség hátrányként is jelentkezhet, mert azon rendszer koordinátáit, amelyekhez nem rendelünk súlyokat, hibátlanak tekintjük. Továbbá a kiegyenlítés során számítható pontossági és megbízhatósági mérőszámok nem biztos, hogy a valós helyzetet mutatják. Ellenben programozáskor jól kihasználható a normálmátrix rögzített mérete.

Az ETRS89 rendszer GPS-szel mért pontok hálózatának vonatkozási rendszere, míg a HD72 hagyományos geodéziai módszerekkel meghatározott vízszintes hálózat vonatkozási rendszere. Számításaimban a kevésbé pontosabbnak feltételezett hálózat vonatkozási rendszeréhez (HD72) rendeltem súlyokat. A független, de különböző pontosságú koordináták súlyait diagonálmátrixba foglaltam.

A transzformáció alapösszefüggése a II. kiegyenlítési csoport alapján:

$$\begin{bmatrix} X + vx \\ Y + vy \\ Z + vz \end{bmatrix}_{HD72} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + \kappa) \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}_{ETRS89}, \quad (1)$$

ahol a vx , vy , vz a HD72 koordinátákhoz rendelt javítások értékei, valamint az \mathbf{R} a forgatási mátrix:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon_Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A fenti (1) kifejezés, valamint a megfelelő módon felvett súlymátrix alapján felállított normálegyenlet programozása könnyen megoldható. Eredményül a transzformáció paramétereit kapjuk. Továbbá számíthatók a javítások és lineáris eltérések, ezek jellemző mennyiségei (pl. szórások), valamint pontossági és megbízhatósági mérőszámok, úgy mint a paraméterek középhibái, ill. az ezekből levezethető kovariancia- és korrelációmátrix elemei.

Figyelembe véve, hogy a transzformációban részt vevő közös pontok eloszlása nem a legkedvezőbb két geocentrikus (ETRS89) ill. geocentrum közeli (HD72) elhelyezésű vonatkozási rendszer tekintetében, indokolt lehet a forgatási centrum áthelyezése, más szóval a súlyponti koordináták bevezetése. Ekkor a forgatási pont a közös pontok koordinátáiból számítható súlypont. Ezáltal elérhető a paraméterek nagyobb függetlensége, tehát az eltolások és a forgatások hatásának szétválasztása, ill. a kiegyenlítés fo-

lyamán felállítható egyenletrendszer gyengén kondicionáltságának kiküszöbölése. Ezen módszer alkalmazásakor a kiegyenlítésből nyerhető paraméterek közül, az előbbi változathoz képest csak az eltolások értékei változnak meg.

A kiegyenlítés alapjául szolgáló egyenletrendszer az alábbiak szerint módosul:

$$\begin{bmatrix} X + vx \\ Y + vy \\ Z + vz \end{bmatrix}_{HD72} = \begin{bmatrix} \Delta X' \\ \Delta Y' \\ \Delta Z' \end{bmatrix} + (1 + \kappa) \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} U - U_S \\ V - V_S \\ W - W_S \end{bmatrix}_{ETRS89}, \quad (3)$$

ahol $\Delta X'$, $\Delta Y'$, $\Delta Z'$ a HD72 rendszer kezdőpontjából az ETRS89 rendszerbeli pontok súlypontjába mutató vektor összetevői, U_S , V_S , W_S a súlypont koordinátáit jelölik.

V. kiegyenlítési csoport

A legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítés V. csoportjának alkalmazásakor mind a HD72, mind az ETRS89 koordináta-rendszerben szereplő pontok koordinátáit javítással látjuk el. Ennek megfelelően mindkét rendszer koordinátáihoz rendelünk súlyokat. Mivel ekkor lehetőségünk van a két hálózat pontossága közötti különbségek, valamint a hálózaton belüli pontossági viszonyok, tehát a hálózatok inhomogenitásának figyelembe vételére, így ez a módszer feltehetőleg pontosabb eredményeket szolgáltat, mint a II. csoporttal történő kiegyenlítés.

Az V. csoport esetében a kiegyenlítés (1) alapösszefüggése annyiban módosul, hogy az ETRS89 koordinátákat tartalmazó $[U \ V \ W]^T$ vektor bővül a hozzájuk rendelt $[vu \ vv \ vw]^T$ javításokkal. Az így felállított egyenletrendszer alapján meghatározhatók a korreláták és a keresett transzformációs paraméterek vektora, valamint a kiegyenlítés jellemző mennyiségek (ld. II csoport esetében).

Az V. kiegyenlítési csoport esetében is lehetőségünk van súlyponti koordináták bevezetésére. Ekkor a (3) összefüggés a fent bevezetett javítások értékeivel módosul.

Kiegyenlítés L1 normában

Az eddig tárgyalt legkisebb négyzetek módszerének hátránya a mérések normális eloszlásának, tehát csak a véletlen jellegű hibák jelenlétének feltételezése. A szabályos és a durva hibák hatását is figyelembe vevő módszerek a robusztus becslési eljárások, amelyek között is a leginkább alkalmazott módszer az L1 norma. Ekkor a keresett valószínűségi változók legvalószínűbb értékét (itt: transzformációs paramétereket) a javítások abszolút értékei összegének minimalizálásával kapjuk (Závoti 1999).

A paraméterek meghatározását az MTA/GGKI-ban, Fortran nyelvű programmal végeztük. A számítások során, a transzformációra felírható lineáris egyenletrendszer alapján felállítható az ún. szimplex tábla, melynek megoldása a Barrodale – Roberts-algoritmus segítségével történik. A felhasznált modellben a közös pontok koordinátáit súlypontra redukáltuk, ill. közös méretarányra hoztuk. A méretarány-különbségi tényező értékét a korábbi L2 normás meghatározás eredményéből vettük át. Ennek megfelelően, paraméterként közvetlenül csak a három tengely körüli forgatási szöveget kapjuk eredmé-

nyül. Több iterációs lépést követően a program egy általunk megadható hibahatár alapján megjelöli azon pontokat, amelyek feltehetően durva hibával terheltek.

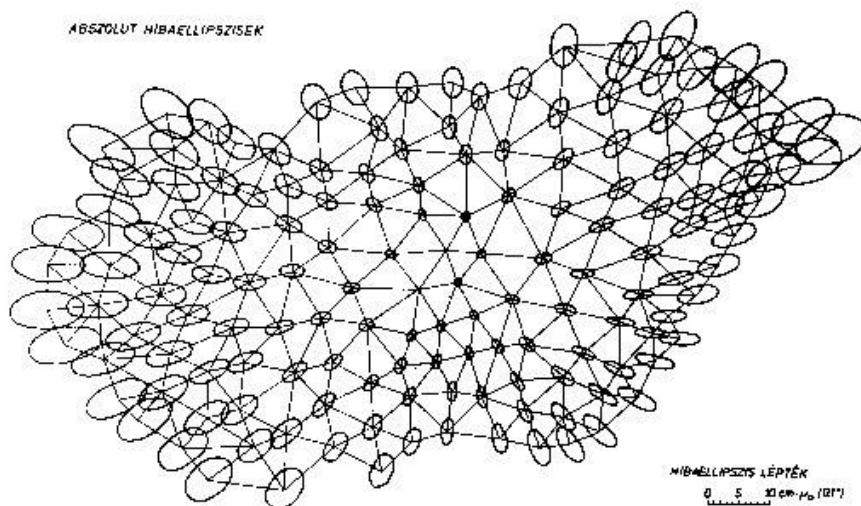
Az L1 normás becslési eljárás a paraméter-meghatározás során csökkenti a durva hibás pontok hatását annak következtében, hogy a nagy javításokat nem osztja szét az egész ponthalmazra. Ebből következőleg az L1 normával végzett becslés megbízhatóbb eredményeket szolgáltat, mint a legkisebb négyzetek módszere.

Súlymátrix alkalmazása

Hétparaméteres transzformáció számításakor általában a közös pontok koordinátáit mindkét rendszerben azonos pontosságúnak tételezik fel. Figyelembe véve azonban a transzformációban szereplő rendszerek különbözőségét, érdemes megvizsgálni a súlymátrix bevezetésének lehetőségét.

A GPS-technikával végzett helymeghatározás tapasztalataink szerint pontosabb minden más földi geodéziai mérési eljárás biztosította helymeghatározásnál. Az EUREF hálózatának pontjai, így az OGPSH pontjainak abszolút pontossága vízszintes értelemben 1-2 cm (Borza 1998), míg a HD72 rendszer esetében a valóságos és a transzformált koordináták közötti eltérés 30-40 cm (Virág 1999, Husti 2000). A fellelt szakirodalom alapján a hálózati pontok koordinátaiban, tehát a koordináta-rendszerekben is jelentkező egy nagyságrendbeli pontosságkülönbség figyelhető meg. Ennek megfelelően, első közelítésben a HD72 rendszerben szereplő pontok, a két térbeli rendszer pontossági viszonyait megközelítve $p = 0.1$ nagyságú súlyokat kaptak. A kiegyenlítés folyamatában a HD72 súlymátrixa különböző pontosságú, de függetlennek feltételezett koordináták esetében diagonálmátrixként építhető fel.

A súlyok felvételének másik módját az I. rendű háromszögelési alphálózatunk pontjaira szerkesztett abszolút hibaellipszisek ábrája (3. ábra) (Földváryné 1994) biztosítja.



3. ábra. Abszolút hibaellipszisek.

Az abszolút hibaellipszisek jól jellemzik a hálózati pontok kezdőponthoz viszonyított elhelyezkedésére vonatkozó pontossági viszonyait. A hibaellipsziseket jellemző szám-
adatok, tehát a pontok síkkoordinátáit jellemző középhibák értékét – a hibaterjedés álta-
lános törvényének felhasználásával – térbeli rendszerbe átszámítva, a HD72 rendszerbeli
koordináták súlyozása megoldható.

Azonban figyelembe kell vennünk, hogy az abszolút hibaellipszisek a pontok-
nak csak a hálózaton belüli elhelyezkedésére adnak információt, magát a hálózatot még
nem jellemzik. A Szőlőhegy nevű pontban végzett, ellipszoidi elhelyezésre (és tájéko-
zásra) vonatkozó földrajzi szélesség és hosszúságmérés eredményeit jellemző középhi-
bákból térbeli derékszögű koordinátákhoz kapcsolódó középhibákat számítva, a hálózat
abszolút elhelyezésére vonatkozó megbízhatósági mérőszámait kaphatjuk eredményül.
Mivel a hálózat feltételezéseink szerint többnyire merev egységet alkot, a Szőlőhegyre
számított középhibák abszolút értelemben a hálózati pontokat is terhelik. Ennek megfe-
lelően a hálózat pontjainak geodéziai koordinátáit jellemző középhibák a két középhiba
összegeként adhatók meg.

Az így számított középhibákból meghatározhatók a koordinátákhoz rendelt sú-
lyok az alábbi képlet alapján:

$$P = \frac{c^2}{m^2}, \quad (4)$$

ahol m a középhibát, c pedig egy tetszőlegesen felvehető konstans értékét jelöli.

A II. kiegyenlítési csoport esetében csak az egyik, a kevésbé pontosabbnak feltételezett
rendszer (HD72) koordinátáihoz rendelünk súlyokat. A súlyfelvétel a fent leírt módsze-
rek alapján történhet.

Az V. csoport összefüggéseivel végzett kiegyenlítés esetében mindkét rend-
szerhez rendelhetők súlyok. A HD72 súlyozása az előzőek alapján végezhető, ill. új
súlyozási módszert jelenthetne az adott pontbeli, lokális geodéziai rendszerekben értel-
mezett vízszintes és a magassági értelmű súlyok felbontásának lehetősége. Az ETRS89
rendszerre vonatkozó súlyok pedig az OGPSH teljes variancia-kovariancia mátrixának
ismeretében vezethetők le. Jelen tanulmányban ezek lehetőségét még nem vizsgáltam.

A transzformáció vizsgálata, az eredmények értékelése

Az alábbi táblázatban a különböző módszerekkel és elvek alapján felvett súlyokkal szá-
mított transzformációk legfontosabb eredményeit foglaltam össze.

Megjegyzés: a táblázatban nem szerepelnek az V. csoporttal végzett kiegyenlítések
megoldásai, mivel ezek értékei nem térnek el jelentős mértékben a II. csoport esetében
kapott eredményektől.

1. táblázat. Paraméterek és középhibáik.

Paraméter	Legkisebb négyzetek módszere, II. csoport			L1 norma
	p = 1	hibaellipszis	súlyp. koord. p = 1	
dX [m]	-59.308 ± 1.236	-59.327 ± 1.226	-57.064 ± 0.017	
dY [m]	71.521 ± 1.228	71.689 ± 1.237	70.130 ± 0.017	
dZ [m]	21.979 ± 1.342	22.018 ± 1.366	9.292 ± 0.017	
k [ppm]	-1.277 ± 0.128	-1.286 ± 0.129		(-1.277)
ex [”]	-0.268 ± 0.039	-0.270 ± 0.039		-0.246
ey [”]	-0.432 ± 0.051	-0.433 ± 0.052		-0.397
ez [”]	-0.325 ± 0.030	-0.320 ± 0.031		-0.288

1. A hibaellipszisek esetében a térbeli koordinátákat jellemző súlyok meghatározása középhibákból, a (4) összefüggés segítségével történik. A képletben *c*-vel jelölt mennyiség értékének szabad megválasztása a súlyfelvétel bizonytalanságához vezet, amely a transzformációs paraméterek értékének pontosságát befolyásolja.

2. Ha a HD72 rendszerben mindhárom koordináta azonos súlyokat kap ($p = 1$ és $p = 0.1$), a transzformációs paraméterek értékeiben változást az egységsúllyal számított megoldáshoz képest nem tapasztalunk. Ennek oka, hogy ekkor minden ponthoz tartozó koordináta-hármas azonos mértékben változik meg.

3. A hibaellipszisek alapján felvett súlyozás esetén a paraméterek értékében csak „kis-mértékű” változás észlelhető, csak az eltolások esetében kapunk viszonylag nagyobb, kb. 2, 17, és 4 cm-es eltéréseket. Annak eldöntésére, hogy melyik megoldás biztosít számunkra pontosabb eredményeket, a középhibák értékeinek vizsgálatával adhatunk választ. A táblázatból kiolvasható az egységsúlyos megoldás előnye a hibaellipszisek alapján számított transzformációval kapott megoldással szemben.

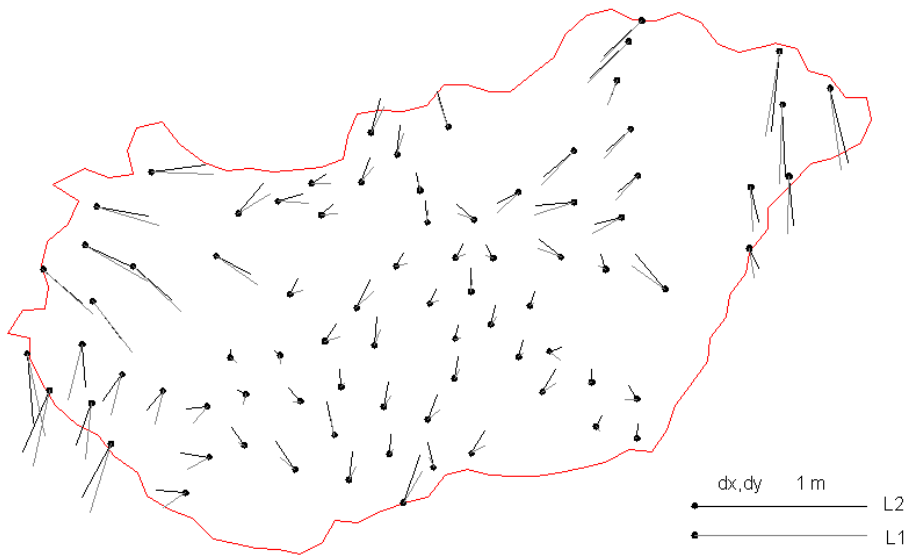
4. Óvatosan kell bánnunk a súlyponti koordináták bevezetésével, mert a súlypont helyzete nagyban függ a kiegyenlítés folyamatába bevont közös pontok számától és ezek helyzetétől. A transzformáció számításakor a súlypont helyzete pedig a paraméterek értékeiben jut kifejezésre.

Mivel csak a forgatás középpontját helyeztük át, a paraméterek közül csak az eltolások értékei módosulnak, a többi paraméter változatlan marad. Elmondható, hogy a kétféle súlyozással számított megoldás között számottevő különbség nem tapasztalható.

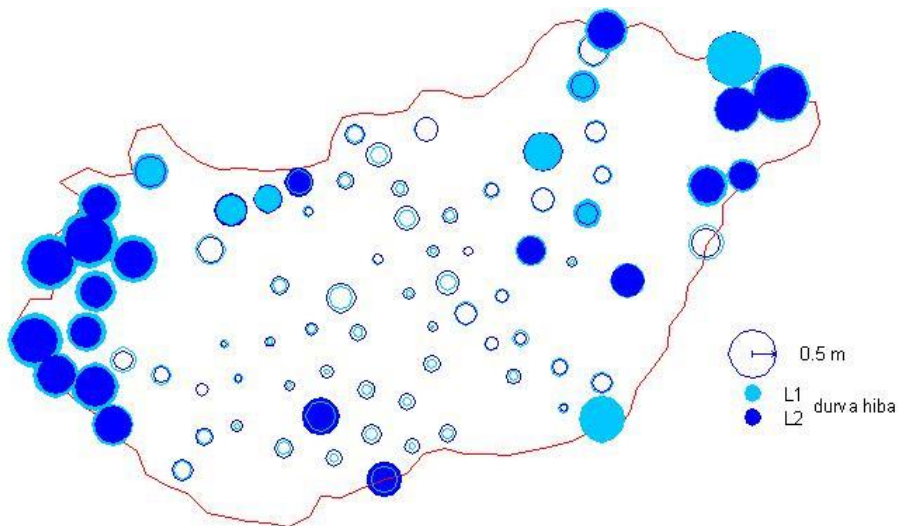
5. Az L1 normával meghatározott paraméterek a kiegyenlítés minimumfeltételeinek, ill. a mérések eloszlásában feltételezett különbségek, valamint a számítás során alkalmazott iteráció következtében eltérnek az előzőekben meghatározott értékektől.

Az L1 és L2 normával végzett számítás mindegyike hasonló eredményeket hozott a durva hibák kimutatásában, körülbelül ugyanazon pontokban feltételezhetőek a durva hibák jelenléte. Ezek a pontok az L1 normában nagyobb javítást kapnak, viszont a durva hibák hatásától mentes, kis javítással bíró pontokhoz az L1 norma kisebb javításokat

rendel, mint a legkisebb négyzetek módszere. A módszerek közti különbségeket jól érzékelteti a vízszintes javítások (4. ábra), valamint a lineáris eltérések ábrája (5. ábra).



4. ábra. Vízszintes javítások L1 és L2 normában.



5. ábra. Lineáris eltérések L1 és L2 normában.

6. Az egység, ill. a hibaellipszisek segítségével végzett súlyozással meghatározott paraméterekkel számítható a transzformáció inverz művelete. A kétféle súlyozással kapott transzformált koordináták közötti eltérések maximuma 10, 2, ill. 3 mm, amelyek számot-

tevő különbséget nem jelentenek, mivel a transzformált és az eredeti koordináták különbsége (a javítás, mint lineáris eltérés) kb. 0.05 és 0.6 m értékek között változik.

Összefoglalás, kitekintés

A súlymátrix bevezetésének lehetőségét mérlegelve a HD72 és az ETRS89 térbeli koordináta-rendszerek közötti hétparaméteres transzformáció számításakor, belátható, hogy a két rendszer közötti pontosság-különbség figyelembe vétele nem okoz a transzformációs paraméterek értékeiben nagymértékű változást. Tehát az eddig elvégzett vizsgálatok eredményei alapján elmondható, hogy a nemzetközi gyakorlatban alkalmazott, egység-súllyal kapható megoldás a két rendszer közötti hétparaméteres transzformáció számításakor elegendő pontosságot biztosít.

A kutatásaim következő lépéseként a már fent is említett újfajta súlyozási lehetőségek vizsgálatát, valamint a legkisebb négyzetek módszerével kapott eredmények statisztikai elemzésével a durva hibák kimutatását tervezem. Helytálló, végső következtetések csak ezután vonhatók le.

Hivatkozások

- Ádám J** (2000/12): Magyarországon alkalmazott geodéziai vonatkozási rendszerek vizsgálata. *Geodézia és Kartográfia*, 9-15.
- Borza T** (1998/1): Elkészült az országos GPS-hálózat.
- Földvály SZ-né** (1994): Alaphálózatok II. *Műegyetemi Kiadó*, Budapest.
- Husti Gy, Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics GY, Krauter A** (2000): Globális helymeghatározó rendszer (bevezetés). *Nyugat-Magyarországi Egyetem*, Sopron.
- Virág G** (1999/5): Az Egységes Országos Vízszintes Alaphálózat vizsgálata az OGPSH tükrében. *Geodézia és Kartográfia*, 22-29.
- Závoti J** (1999): A geodézia korszerű matematikai módszerei. Sopron, *Geomatikai Közlemények* II, 1-149.
- Kratochvíla K** (2002): A felsőrendű háromszögelési alaphálózatunk és az OGPSH közötti transzformáció vizsgálata. Diplomamunka. BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, Budapest.

A GPS-SZEL VÉGZETT EOMA III. RENDŰ HÁLÓZATSŰRÍTÉS TAPASZTALATAI

Kenyeres Ambrus , Csizmadia Mihályné* , Horváth Jenő** , Kis-
asszondi Ferenc****



GPS-heighting experiences at the Hungarian 3rd order levelling network -
The GPS-heighting technology, elaborated at the FOMI SGO is effectively applied since 2000 in the III.rd order densification of the Hungarian Levelling Network (EOMA). The creation of the appropriately fitted gravimetric, the so-called GPS-gravimetric geoid and the sophisticated GPS data processing are the crucial elements of the technology. According to the experiences the RMS error of the produced sea-level heights was better than 6 mm at all cases conforming to the EOMA accuracy requirements. The EOMA densification with the extensive help of this technology can be completed by 2005.

A FÖMI KGO által kidolgozott GPS magasságmeghatározási technológiát 2000-től kezdődően sikerrel alkalmazzák az EOMA III. rendű sűrítési munkálatoknál. A technológia kulcselemei a szélső pontosságú GPS adatfeldolgozás és a megfelelően illesztett gravimetriai geoid változat, a GPS-gravimetriai geoid alkalmazása. Az eddigi tapasztalatok szerint a meghatározott szintezett jellegű magasságok becsült középhibája jobb, mint 6 mm, ami megfelel az EOMA III. rendű pontossági követelményeknek. Az EOMA sűrítése a hatékony GPS technológia alkalmazásával 2005-ben befejezhető lesz.

Kulcsszavak: GPS, magasságmeghatározás, geoid, szintezési hálózatok

Bevezetés

Magyarországon a GPS technikának a magassági hálózatokban történő alkalmazásában 1998 hozta meg az áttörést. A FÖMI KGO munkatársai korábbi, többéves tapasztalataik alapján kidolgoztak és a gyakorlatban sikerrel teszteltek egy mérési/feldolgozási technológiát, amely lehetővé tette – a GPS technikára és az alkalmasan módosított geoid ismeretére alapozva – tengerszint feletti magasságok hatékony meghatározását. Az 1998-as tesztmérések során az EOMA 10. poligonnak a Gödöllői-dombság délkeleti nyúlványánál elhelyezkedő Monor-Isaszeg-Jászberény-Hatvan által határolt II. rendű poligonja III. rendű vonalainak kiválasztott, ismert EOMA magasságú pontjait mérték meg. A tesztmérés során az ismert magasságokat 5 mm-es középhibával sikerült reprodukálniuk (Kenyeres, 1999). Az eredmények statisztikai elemzése bizonyította, hogy az eljárás a III. rendű pontossági szinten alkalmas tengerszint feletti magasságok meghatározására. A kidolgozott technológiát (Kenyeres, Borza 1999) az MTA Geodézia Tudományos Bizottság javaslata alapján az EOMA dunántúli sűrítő munkálatainál 2000 óta sikeresen alkalmazzák. Az eljárás hatékonyságának, gyorsaságának nem kis szerepe van abban, hogy a hosszú ideig stagnáló EOMA-sűrítés új lendületet kapott és várhatóan 2005 végéig a Dunántúl mérésével sikeresen lezárható lesz.

* FÖMI Kozmikus Geodéziai Observatórium, H-1373 Budapest, Pf.546
e-mail: kenyeres@sgo.fomi.hu

** Geodéziai Rt

*** PGT Kft

A GPS-re alapozott technológia

A GPS technikának a magassági hálózatokban való alkalmazhatóságát pontossági jellemzői korlátozzák ill. korábban gátolták. Mindenki által ismeretes, hogy a GPS-szel meghatározható koordináta magassági komponense 2-3-szor pontatlanabb a vízszintes összetevőénél. Ennek elsődleges oka a jelterjedést befolyásoló valós légköri viszonyok (elsősorban páratartalom) korlátozott modellezhetősége, figyelembevehetősége. A mai mérési és feldolgozási megoldások azonban már lehetővé teszik a magassági komponens szub-cm-es pontosságú meghatározását akár termelési szinten is, de még a szélső pontossági követelmények betartásával. A mérések tervezése mellett a pontosság javításában elsődleges szerepe van a legfejlettebb feldolgozási módszerek alkalmazásának. A méréseket tehát nem ipari, hanem tudományos igényű szoftverrel kell feldolgozni, követve a legfrissebb kutatások eredményeit.

A GPS technikával meghatározható magasság pontosságának másik fontos korlátozó tényezője a geoid. Ahhoz, hogy a geometriai úton meghatározott ellipszoid feletti magasságból (h) a fizikai jelentéssel bíró szintezett, tengerszint feletti magasságot (H) kaphassunk, az alábbi egyszerű összefüggés alapján szükséges a geoidnak (N) az abszolút értelemben vett szub-centiméteres ismerete.

$$H = h - N \quad (1)$$

E feltételnek a klasszikus módon meghatározott gravimetriai geoid-megoldások még napjainkban sem képesek megfelelni, mindenképpen szükséges a gravimetriai geoid illesztése ismert szintezett GPS mérési pontok alapján. Ráadásul olyan illesztési eljárást célszerű alkalmazni, amely kiszűri és kiegyenlíti az illesztéshez felhasznált ismert (esetünkben a kiválasztott és GPS-szel megmért I-II. rendű szintezési) pontokban levő véletlen és szisztematikus hibákat. Ezen illesztés eredménye az ún. GPS-gravimetriai geoid, meghatározásának részletes leírása található a (Kenyeres, 1992 - Kenyeres, 2001) munkákban, erre itt nem térünk ki.

A mai ismereteink szerinti legkifinomultabb mérési/feldolgozási technikák alkalmazása teszi lehetővé, hogy az általános geodéziai alkalmazásokkal szemben, a magasság-komponenst az ott megszokott és elvárható több cm-es pontossági szint helyett szub-cm-es pontossággal határozhatjuk meg. Figyelembe véve a klasszikus szintezés képességeit és az EOMA pontossági követelményeit az elért kiváló kutatás-fejlesztési eredmények ellenére a technológia még csak a III. rendű hálózatsűrítési feladatokat vált-hatja ki sikeresen.

A fenti alapelvekből következően a kidolgozott magasságmeghatározási technológia főbb elemei a következők (részletes leírás az A4.1-es szabályzatban található meg):

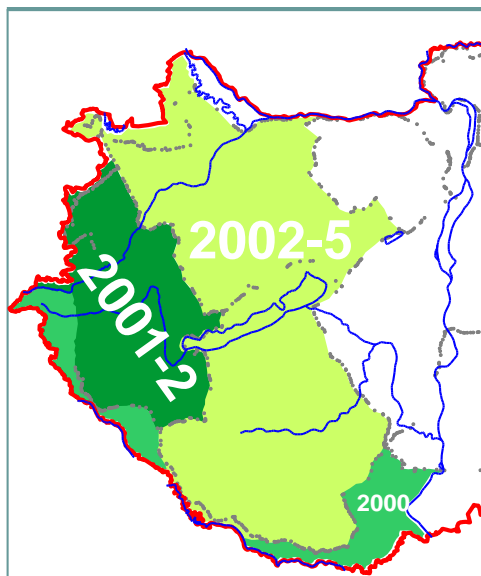
1. a klasszikus szintezési hálózatok vonalmenti struktúrájával szemben e hálózat egyenletes területi lefedést biztosít 5 km-es átlagos pontsűrűséggel úgy, hogy minden település kap legalább egy pontjelet,
2. a pontjelek megegyeznek a klasszikus köben-gomb állandósítással, minden ponthoz további két, 1 km-en belüli örponthoz tartozik, amelyeket felsőrendű szintezéssel kell a főponthoz bekötni,
3. a pontok kiválasztásában elsődlegesek a GPS technika szempontjai (lehetőleg kitarakás- és zavarmentes környezet),
4. egy-egy pont meghatározásához legalább 6 óra GPS észlelési idő kell, legalább 8 vevő szimultán mérésével,

5. ismert magasságú szintezési pontokat (ún. illesztőpontokat) is be kell vonni a mérésekbe a lokális GPS-gravimetriai geoid előállíthatósága érdekében,
6. a GPS méréseket tudományos célú szoftverrel (pl. Bernese) kell feldolgozni,
7. a geoid illesztésénél az ismert pontokra számítható maradék ellentmondások középhibája nem lehet nagyobb 6 mm-nél,
8. a kapott magasságokat áttekintő ellenőrzés céljából össze kell vetni az esetlegesen ismert, Bendefy-féle magasságokkal.

A fenti szabályzat alapján kerültek közbeszerzési pályázati kiírásra 2000-tól kezdődően a Dunántúlon a 15-20 jelű félpolygonok, 2001-ben a 3. polygon, majd 2002-ben a 2-4. polygonok szintezési munkái, ahol már a III. rendű hálózatsűrítést a bemutatott, GPS-re alapozott technológiával kell végezni (ld. 1. ábra).

A munkálatokat a Geodéziai Rt. és a PGT Kft megosztva végzi, amelyet a FÖMI szakmai tanácsadással támogat.

Jelen cikkünkben az eltelt 3 év alatt összegyűlt tapasztalatokat foglaljuk össze.



1. ábra. Az EOMA sűrítés dunántúli ütemterve.

A technológia a gyakorlatban

A sikeres tesztmérést és a szabályzat elfogadását követően a technológia mintaszerű gyorsasággal a geodéziai gyakorlat részévé vált és mint az 1. ábra mutatja, szinte a teljes Dunántúl III. rendű EOMA hálózatának mérése e GPS alapú technikával történik.

A meghatározandó hálózat paramétereit (pontok száma, települések szerinti leosztás) a FÖMI által kiírt közbeszerzési pályázatok tartalmazzák, a konkrét helyszín kiválasztása, az állandósítás a vállalkozók feladata. Az eddigi tapasztalatok szerint a pontkiválasztás és állandósítás néhány szélsőséges, de később korrigált esettől eltekintve, megfelelő volt.

Az 1. táblázat foglalja össze az egyes GPS mérési kampányok főbb jellemzőit. A nagyobb hatékonyság érdekében valamennyi mérés 6-10 napos kampányokban történt

(a 17-19 félpolygonok mérésére összevontan került sor). A táblázat “*mért pontok*” oszlopa a mért új pontok és az illesztőpontok számát tartalmazza. Amint a következő oszlopban látható, minél kisebb a munkaterület, viszonylagosan annál több illesztőpont bevonására van szükség, annál kevésbé költséghatékony a mérés. Szélső példaként említhető, hogy egyetlen új pont meghatározásához legalább 3 ismert pont bevonására lenne szükség. Az illesztőpontok kiválasztásának főbb szempontjai a megfelelő hálózati geometria (egyenletes területi lefedés) és a megbízható magasság (K-pontok) voltak. A GPS mérés szempontjai másodlagosak, mert e pontok külpontosan is mérhetőek.

1. táblázat. Az egyes mérési kampányok jellemzői.

<i>Munkaterület</i>	<i>mért pontok</i>	<i>új pontok és illesztőpontok aránya</i>	<i>referencia pont</i>	<i>illesztési hiba [mm]</i>	<i>kiszűrt pontok</i>
20 fp.	59+18	23 %	CSER	5	2
17 fp.	44+14	24 %	KOND	6	1
19 fp.	12+ 8	40 %	IHAR	5	0
3P/1. ütem	62+17	22 %	IHAR	5	4
3P/2. ütem	74+21	21 %	KOND	6	5
3P/3. ütem	112+24	18 %	ZALA	5	5

Habár egy-egy új ponton 6 óra a tényleges mérési idő, az illesztőpontok szükségszerű mérése miatt (e pontokon 12-24 órát mérnek) a végelszámolásnál több mint 10 órára nőtt meg az egy új pont meghatározására fordított átlagos mérési időtartam.

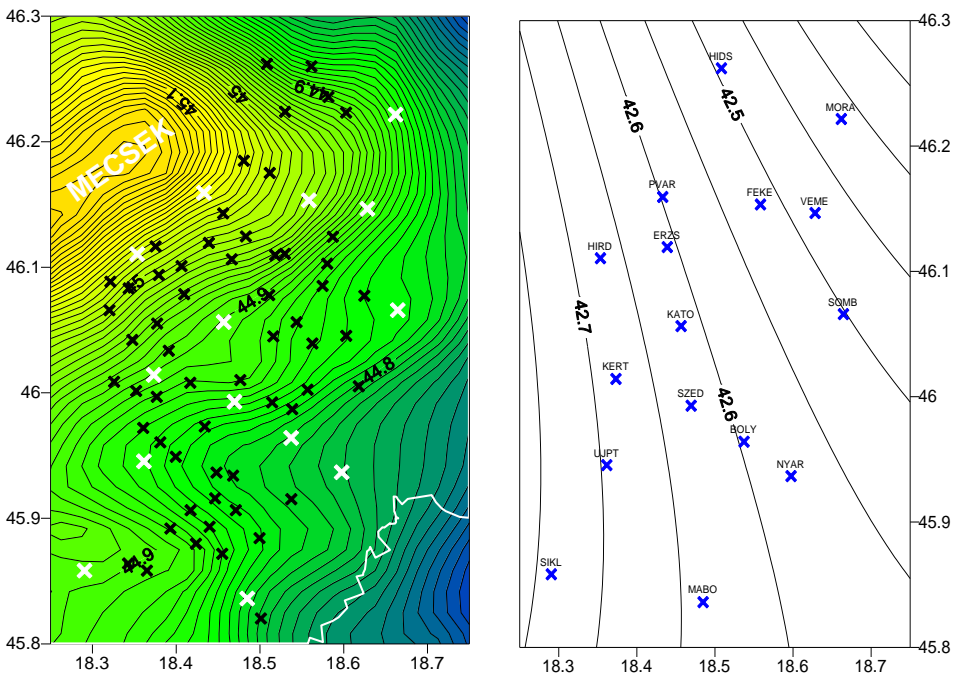
A fenti technológiával meghatározandó szintezési hálózat pontjai az állandósításnak és az adekvátabb mérési/feldolgozási eljárásoknak köszönhetően a jelenlegi OGPSH hálózatnál megbízhatóbbak, ezért e pontok kiegészíthetők és részben kiválthatják az OGPSH ponthálózatát. Az egységes ETRS89-es vonatkozási rendszer biztosítása érdekében ezért rögzített referenciapontokként valamennyi GPS mérési kampányba bevonásra kerültek OGPSH keretpontok is, azonosító kódjukat a táblázat 4. oszlopa tartalmazza. Az EUREF rendszere hazai megvalósításának 2002 végén befejeződött újrameghatározása, pontosítása miatt azonban szükséges lesz a korábban meghatározott EOMA/ETRS89-es koordináta adatbázis frissítésére is.

A GPS mérések feldolgozása két szinten történik. Az első szint, az ún. terepi feldolgozás kereskedelmi szoftverrel (esetünkben GPSurvey) folyik, célja a napi mérések konzisztenciájának ellenőrzése, az esetleges hibás mérések, pontok kiszűrése, szükség esetén pótmérés elrendelése (az eddigi kampányokban pótmérésre nem volt szükség).

A végleges feldolgozást a kampányt követően tudományos szoftverrel (Bernese) végzik a legújabb eljárások szerint. Az alkalmazott stratégia főbb elemei a következők: 10 fokos kitakarási szög, IGS precíz pálya, a mérések magassági szög szerinti súlyozása. E feldolgozás szolgáltatja a végleges koordinátákat, így a későbbiekben a magasságmeghatározáshoz használt ellipszoid feletti magasságokat.

A technológia kulcsfontosságú lépése a lokális érvénnyel illesztett GPS-gravimetriai geoid előállítás, amellyel az ellipszoid feletti magasságokból egyszerű kivonással megkapható a kívánt geoid feletti magasság. Az illesztéshez felhasznált gravimetriai geoidot a legmegbízhatóbb adatbázis alapján kell meghatározni, ezért amennyiben szükséges, gravimetriai méréseket kell végezteni. A Dunántúl adathiányos terü-

letein így több száz gravimetriai pont mérésére kerül sor. Az adott munkaterületen a GPS mérésekbe bevont ismert I. és II. rendű EOMA pontok felhasználásával történik a gravimetriai geoidfelület illesztése, pontosítása és egyben a GPS/szintezési adatok hibaszűrése. Az illesztőpontoknak egyenletesen *kell lefedniük és körbezárniuk* a munkaterületet, felületillesztéssel a GPS-gravimetriai geoid térbeli extrapolációjára csak nagyon korlátozottan van mód. Emiatt az eljárás csak sűrítő mérések végzésére alkalmas, ismert pontok nélkül önállóan nem állja meg a helyét. A GPS-gravimetriai geoid meghatározási technológiájából következően az illesztés alacsony fokszámú (legfeljebb 2. fokú) polinommal kell történni (lásd 2. ábrán a 20. félpolygon példáján keresztül), amely mint egyfajta kiegyenlítés minimalizálja az illesztőpontokban a gravimetriai geoid és a GPS-geoid ($NGPS=h-H$) közötti ellentmondásokat.



2. ábra. A 20. félpolygon területére meghatározott gravimetriai geoid és az illesztésnél használt hosszúhullámú geoid összetevő (az ábrák szemléltetik, hogy a ténylegesen összetett geoid struktúra helyett az illesztést a geoid hosszúhullámú összetevőjével elvégezve az alacsony fokszámú polinom kényszere kiszűri a zaj jellegű hibákat).

Az illesztés egyben a durva hibák szűrését is jelenti. Az 1. táblázat utolsó oszlopa tartalmazza a kiszűrt pontok számát, ahol a szűrés kritériuma az 1 cm fölötti eltérés volt. Mint látható a 3. polygon meghatározásánál több volt a 'durva' hibás pont, azonban a megfelelő számú fölös méréssel az illesztést így is megbízhatóan lehetett elvégezni. Miután az illesztőpontokon több független periódusban is mérnek, a kiugró pontok esetében a pontjel elmozdulása ill. hibás magassági adat vélelmezhető. Ez utóbbira kiváló példa a 19. félpolygon illesztőpont hálózata, ahol e hálózatba IHAR OGPSH keretpontot is bevonták, amelynek csak előzetes magassága volt. Mint a 2. táblázatban látható az illesztés után 3 cm-t meghaladó volt a magassági hiba. IHAR 2001-ben elvégzett szintezése ($H=240.300$) a GPS technológiával meghatározott magasságot erősítette meg.

2. táblázat. A 19. felpoligon keretpontjainál az eredeti szintezett (Hlev) és a GPS-szel meghatározható (Hgps) magasságok eltérései. IHAR egy OGPSH keretpont, előzetes magassággal.

pid	fi	la	Hgps	Hlev	eltérés
IHAR	46.36896	17.09063	240.306	240.274	0.032
POSZ	46.39643	17.05738	177.534	177.532	0.0018
RIGY	46.45823	16.83673	193.512	193.512	0.0008
MOLN	46.38100	16.83961	136.791	136.793	-0.0016
BCSA	46.39122	16.92714	139.147	139.141	0.0067
NKAN	46.42623	16.95210	153.444	153.450	-0.0060
SURD	46.30698	16.95981	218.887	218.891	-0.0036
PSZK	46.25337	17.02161	124.298	124.295	0.0032
CSUP	46.26771	17.07535	131.918	131.921	-0.0029

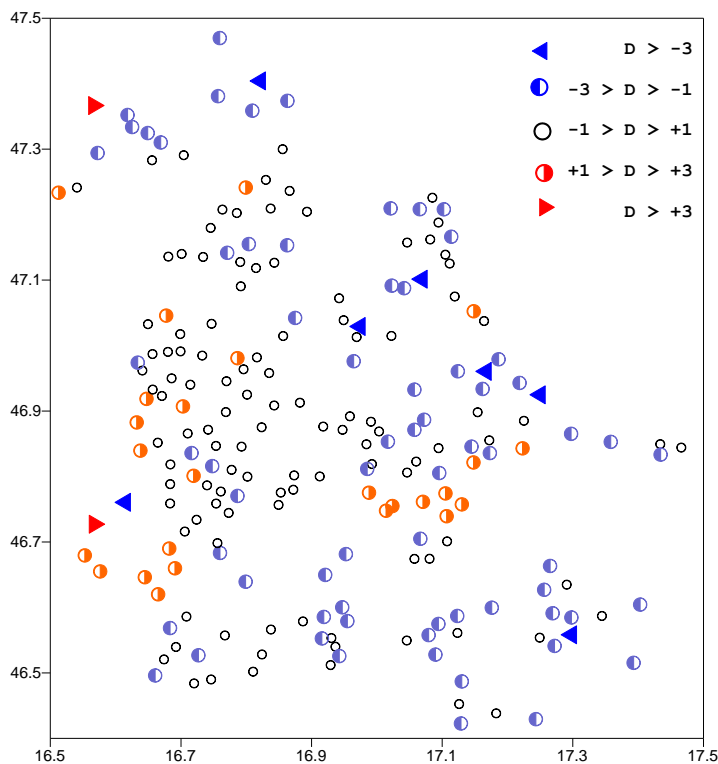
A kapott ellentmondásokból számított középhiba a magasságmeghatározás elsődleges minőségi paramétere (lásd 1. táblázat 5. oszlopa). Az eddigi tapasztalatok alapján megállapítható, hogy jelenleg e középhiba a legkifinomultabb mérési/feldolgozási megoldások ellenére sem vihető az 5 mm-es szint alá. Ez az érték azonban messze megfelel a III. rendű mérésekkel szemben támasztott követelményeknek.

Az EOMA III. rendű magasságok ellenőrzése

A magasságmeghatározási folyamat szerves részeként az illesztőpontokra számítható illesztési középhiba tehát az elsődleges minőségi paramétere az előállított magasságoknak. A szabályzat szerint ez nem haladhatja meg a 6 mm-t. Amint az 1. táblázatból látható ezt a feltételt valamennyi munkaterület esetében sikerült teljesíteni, viszont mint korábban megjegyeztük, jobb eredményeket nem sikerült elérni, úgy tűnik, hogy a technológia a jelenlegi műszaki/tudományos lehetőségek határán van. Előrelépés csak akkor várható, ha a GPS mérések feldolgozásában a valós légköri viszonyok modellezhetősége javul.

A meghatározott magasságoknak egyfajta korlátozott érvényű kontrollját jelentheti összehasonlításuk a korábbi, tehát az 1950-es években mért ún. Bendefy-féle szintezésekből kapott magasságokkal. Ez a vizsgálat azonban csak tájékoztató jellegű lehet és elsősorban az esetleges durva hibák ill. trendek kimutatására lehet alkalmas, hiszen az eltelt több évtized alatt a régi pontok elmozdulhattak. Másrészt közvetlen összehasonlításra nincs mód, hiszen a III. rendű hálózat valamennyi pontja újonnan állandósított, e pontokra Bendefy-magasság csak az abban a rendszerben is ismert mostani őrpontokról vezethető le szintezéssel. Ha viszont mindkét őrpontról kapunk magasságot azok összhangja vagy ellentmondása segíti az értelmezést.

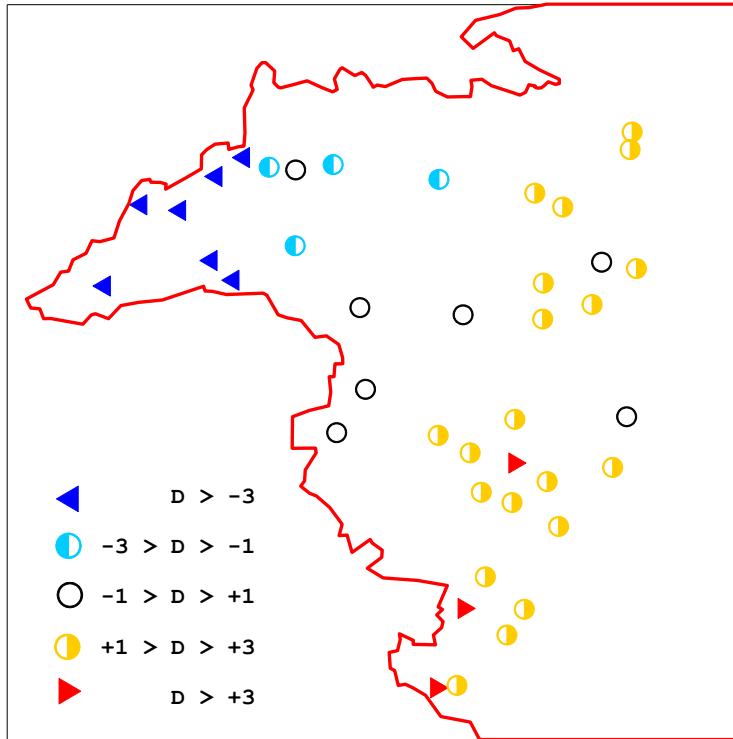
A korábban a 10. poligonnál az állami átvétel folyamán tapasztalt ellentmondások miatt a leadandó munkarészeknek ma már tartalmazniuk kell az EOMA és Bendefy magasságok összehasonlítását is, amelyet elvégeztünk a GPS-szel meghatározott III. rendű pontokra is. Az összehasonlítások szerint a III. rendű EOMA magasságok a korábban már ismert és megszokott 3-5 cm-es nagyságrendben térnek el a Bendefy-magasságoktól. Példaként a 3. ábrán bemutatjuk a 3. poligon Geodézia Rt. által mért részét, az ábrán területi eloszlásban láthatók az EOMA-Bendefy hálózatok közötti eltérések.



3. ábra. Az EOMA-Bendefy összehasonlítás a 3. poligonban. Az eltérések (D) cm egységben, különböző szimbólumokkal jelöltek.

A fenti összehasonlítás egyedül a 17. félpolygon területén mutatott trend jellegű eltérést. A 17. félpolygon a legegységesebb munkaterület, az osztrák-magyar határvidéken található, ahol Szentgotthárd térségében a magyar terület beékelődik Ausztriába. Ebben a beékelődésben néhány pont esetében az EOMA-Bendefy eltérések megközelítették a 10 cm-t (lásd 4. ábra). Ezek az értékek több forrásból adódhattak össze:

- a./** az eltérésekben (beleértve a II. rendű pontokat is) egy ÉNY-DK-i trend tapasztalható, levonásával felére csökkennek az értékek;
- b./** az inkriminált pontok a Bendefy-hálózatban terepi kényszerek miatt nem zárt körökben találhatóak;
- c./** hasonló geometriai kényszerek miatt a beékelődésben a GPS-gravimetriai geoid (2. fokú polinom) extrapolációjával kellett történnjen a GPS magasságmeghatározás.



4. ábra. Az EOMA-Bendefy összehasonlítás a 17. félpolygonban. Az eltérések (D) cm egységben, különböző szimbólumokkal jelöltek.

Összefoglalás

A GPS mérésekre és az alkalmasan módosított geoidra alapozott magasságmeghatározási technológia 2000 óta a magyar gyakorlati geodézia szerves részévé vált. A technológiát, figyelembe véve korlátait, sikerrel alkalmazzák az EOMA III. rendű hálózatsűrítési munkálatoknál, ahol hatékonyságával nagymértékben elősegíti, hogy 2005-ig szinte a teljes Dunántúl megmérésevel befejezhető lesz Magyarországon az EOMA. Ezzel tudomásunk szerint a világban egyedülálló ország vagyunk, mivel sehol másutt nem alkalmazzák a GPS-t természetesen a magassági hálózatokban. Az elmúlt három év tapasztalatai pedig bizonyították a technológia elvárt képességeit, mégpedig:

1. gyors: akár napi 10 új pont megmérhető (pl. a 3. polygon teljes harmadrendű hálózatát – 248 új pont és 60 illesztőpont – 24 nap alatt megmérték),
2. költséghatékony: a kisebb darabszám és a gyors mérési/feldolgozási módszerek miatt kisebb a költségigénye,
3. pontossága megfelel a klasszikus elvárásoknak is.

Miután a technológia a legfrissebb kutatás/fejlesztési eredményekre támaszkodik a teljes technológiai leírás minden egyes fázisát a pontkiválasztástól/állandósítástól a geoid frissítésén keresztül a mérések feldolgozásáig szigorúan be kell tartani.

Az EOMA sűrítés dunántúli lezárásával a kezünkben lesz egy nemcsak 3D, hanem 2+1D értelemben is cm alatti (szub-cm-es) pontosságú, egységes keretbe foglalt hálózat, amely még az eljövendő, az aktív GPS hálózatokra alapozott infrastruktúrában is hasznosítható lesz.

Hivatkozások

- Csapó G, Gázsó M, Kenyeres A** (1996): A geoidmeghatározás pontosságának növelése a gravitációs mérések sűrítésével. *11. Kozmikus Geodéziai Szeminárium kiadványa*, nov. 11-12. Budapest, 80-87.
- Kenyeres A.** (1992): GPS-gravimetric Geoid Determination Based on Combination of GPS/Leveling and Gravity Data. *Proceedings of the 1st Continental Workshop on the Geoid in Europe "Towards a Precise Pan-European Reference Geoid for the Nineties"*, Prague, 11-14 May, 1992, 482-490.
- Kenyeres A** (1994): A GPS szélső pontosságú alkalmazásának feltételrendszere. *Geodézia és Kartográfia*, 46, 2(72-79).
- Kenyeres A, Seeman J** (1999): Az OGPSH pontok tengerszint feletti magasságának meghatározása GPS technikával. *Geodézia és Kartográfia*, 1, 18-23.
- Kenyeres A** (1999): A III. rendű szintezési hálózat sűrítése GPS technikával. *A 12. Kozmikus Geodéziai Szeminárium kiadványa*, 110-116, Székesfehérvár, október 14-15.
- Kenyeres A, Borza T** (2000): Technológia fejlesztés a III. rendű szintezés GPS technikával történő kiváltására. *Geodézia és Kartográfia* 52, 1(8-14).
- Kenyeres A** (2001): A geoid hosszuhullámú komponense a Stokes-integrál módosítási eljárásaiban és a GPS-gravimetriai geoidban. *PhD értekezés*, BME.

GPS ALKALMAZÁSOKON ALAPULÓ TAPASZTALATOK A GEO GYAKORLATÁBÓL

*Busics György**



Experiences from the practice of College of Geoinformatics based on GPS measurements - GPS technology is in everyday use in College of Geoinformatics for ten years. In this paper we give some examples and experiences from last years. True (continuous) kinematic method was used economically to check heights of topographic contour map. GPS – as a complementary tool – is also available to determine horizontal coordinates of high geodetic control points (eg. towers). We used code measurement under poor circumstances (forest areas) with postprocessing and permanent station data to give coordinates and heights for many cave entrances. Last example is about of measuring coordinates of power line pylons with stop and go and other methods.

A Nyugat-Magyarországi Egyetem Geoinformatikai Főiskolai Kara (NyME GEO) az első GPS vevők hazai megjelenésétől kezdve bekapcsolódott az új technika aktív alkalmazásába. Ebben a cikkben néhány, az utóbbi években kapott konkrét munkafeladat kapcsán az alkalmazott technológiát, a tanulságokat és tapasztalatokat mutatjuk be. A végrehajtásban oktatók és hallgatók egyaránt részt vettek, tehát közös erőfeszítésekről számolunk be. Tesszük ezt abban a meggyőződésben, hogy ezzel a gyakorlat-orientált megközelítéssel is hozzájárulunk az elmélet megújításához, ösztönözzük a szakmai szabályozás fejlesztését, pillanatfelvételt készítenk az alkalmazott technológia mostani állásáról a jövő számára. A műholdas rendszer jelenlegi állapota, a rendelkezésre álló műszerek fejlettsége természetesen megszabta a feltételeket; a bemutatott példák így a jelent és saját korlátainkat tükrözik. Bízunk benne, hogy néhány tapasztalatunk mások számára is hasznos lehet. Reméljük, hogy a technológiai fejlődés a jövőben még gazdaságosabb módszerekkel és korszerűbb műszerekkel, az alkalmazási területek bővülésével fogja megörvendeztetni a GPS felhasználókat.

Kulcsszavak: GPS technológia, gyors statikus mérés, félkinematikus és folyamatos kinematikus GPS

Topográfiai térkép domborzatrajzi pontosságának ellenőrzése

Ismeretes, hogy Magyarország teljes területére az 1980-as években EOTR szelvényezésben, EOVS területben elkészült az 1:10000-es méretarányú polgári topográfiai térképmű, amely 1, 2 vagy 2,5 méteres alapszintközzel a domborzatrajzot is tartalmazza. A térkép domborzati tartalmának mai felhasználhatósága céljából a FÖMI 2000-ben egy pontossági vizsgálatot kezdeményezett, amely munkával a BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszékét (BME) és a NyME székesfehérvári főiskolai karát (GEO) bízta meg. A megbízás 40-40 db, egyenként 48*32 km területet lefedő szelvényen, szelvényenként 4-4 kiválasztott mintaterületen lévő, minimálisan 20-20 pont ellenőrzésére szólt. A BME térfotogrammetriai módszert választott a vizsgálathoz: korábbi, 1:6600-1:9300 ma-ú képeket felhasználva, analitikus plotteren a térmodellt előállítva, kimérték azon pontok magasságát, amelyeket előzőleg a topográfiai térképen beazonosítottak (koordinátáit

rögzítették) [1]. A GEO részéről kinematikus GPS-szel oldottuk meg a feladatot [2]. Önmagában is érdekes, hogy két, alapelveiben teljesen eltérő technológiával ugyanazt a célt kívánjuk elérni. Érdeemes lenne elemezni a két módszer hatékonyságát, gazdaságosságát. Erre most részleteiben nem vállalkozunk, de megemlítjük, hogy a GPS kétségtelen hátrányban van a fotogrammetriával szemben, hiszen el kell menni a helyszínre, a mérések a valódi terepi környezetben történnek, míg a fotogrammetriai kiértékelés kényelmes irodai körülmények közt végezhető (feltéve, ha van friss képanyagunk). Mindkét módszerhez a vonatkozási rendszerben már ismert pontok szükségesek: a fotogrammetriában illesztőpontok az abszolút tájékozáshoz, a GPS-hez referenciapontok a térbeli koordináták számításához és a helyi rendszerbe történő transzformáláshoz. E tekintetben a GPS módszer van előnyben, mivel az OGPSH megvalósult, felhasználható, ezzel biztosítható az 1-3 cm-es pontosság elérésének lehetősége mind vízszintes, mind magassági értelemben. A jelzett fotogrammetriai kiértékelésnél a kiinduló adatok átlagos középhibája (a légiháromszögelés és az abszolút tájékozás együttesen) 0,35-0,40 méterre adódott, s a domborzat jellegétől (síkvídek, dombvidék) függetlenül, ennyire tehető a fotogrammetriai kiértékelés középhibája is [1]. Régebbi munkáinknál, burkolt utakon, 60 km-es sebességgel végzett kinematikus útfelvételekkel igazoltuk, hogy a magasságmeghatározásban GPS-szel elérhető az 1-5 cm-es pontosság (Busics Gy, 1996). A mérési bizonytalanság tehát mind fotogrammetriai, mind GPS módszer esetén megfelelő, hiszen a vizsgált mennyiség (a térképi magasság) pontossága inkább méteres nagyságrendű.

Nézzünk néhány tényadatot a GPS méréssel és feldolgozással kapcsolatban. A kétfrekvenciás referenciavevőt mindig a munkaterület közepe-táján választott OGPSH ponton állítottuk fel, ez biztosította a megbízható, néhány cm-es magassági referenciát is. A gazdaságosság miatt igyekeztünk több mozgó vevőt működtetni a referenciapont 10 km-es körzetében, gépkocsik tetején elhelyezve azokat. A mozgó vevők típusai: Leica SR299 9 csatornás kétfrekvenciás vevő, Leica SR261 6 csatornás és SR510 12 csatornás egyfrekvenciás vevők. A kétfrekvenciás vevővel OTF (on the fly) menet közbeni (röptében történő) inicializálással is tudunk kinematikus mérést végezni. Ez azt jelentette, hogy gyakorlatilag idővesztés nélkül lehetett az útvonalat bejárni és teljes jelvesztés után is kiértékelhető volt a cm-es pontosságú pozíció. Ezzel a vevővel az OTF mérés feltétele azonban, hogy legalább 4 percig folyamatos legyen a jelvétele miközben legalább 7 hold észlelhető. A rendes (continuous) kinematikus mérésnél először statikus inicializálással indítottunk: ennek időtartama kétfrekvenciás vevővel 10 perc volt, egyfrekvenciás vevővel legalább 25 perc, a műholdak száma és a műhold-geometria függvényében. Az adatrögzítési időközt 10 másodpercrek választottuk. Ez az időköz a tárolt adatok mennyisége és a két rögzített pont között bejárt útszakasz hossza szempontjából optimálisnak mondható, figyelembe véve a földúton tartható 15-20 km-es utazási sebességet. A gépkocsival (gyakran személykocsival) bejárt útvonalak rendszerint földutak voltak, néha szántóban, réten és kopár, sziklás területen is közlekedtünk. Néhány útvonalat gyalogosan, félkinematikus (stop-and-go) módszerrel jártunk be. Ha lehetőség volt rá, ellenőrzés céljából oda-vissza is bejártunk utakat. A nagy mennyiségű adat azonosítására útvonalanként a mérőszemély nevének kezdőbetűjét és a mérés idejének hónap illetve nap sorszámát használtuk.

A GPS méréseket a Leica SKI 2.3 szoftverrel dolgoztuk fel. A pontszámok és antenna-magasságok ellenőrzésére különös gondot fordítottunk. A vektor-feldolgozás után csakis azokat az eredményeket tároltuk, ahol a fázis-többértelműség egész számként volt meghatározható, ennek a mért pontok 95%-a megfelelt. Az így megmaradt pontok „tisztítására”, pontosabban ritkítására is szükség volt azonban olyan esetekben, amikor hosszabb időre kényszerültünk a gépkocsival megállásra vagy nagyon lassan lehetett

haladni, miközben az adatrögzítés automatikusan folyt.

A GPS mérésből kapott EUREF rendszerű koordinátákat a szoftver transzformációs moduljával, 7 paraméteres hasonlósági transzformációval alakítottuk át EOVS koordinátákká illetve EOMA magasságokká. Olyan transzformációs övezeteket alakítottunk ki, amelyek közepe az aznapi referenciapont és körülötte még 4-6 db OGPSH pont található. Számunkra ennél a munkánál kifejezetten előnyös volt, hogy az OGPSH pontok eredeti (Balti) magasságát annak idején a GPS mérésekből újra meghatározták, hiszen így nem kellett tartani durva hibáktól és homogén magassági alapadatokkal számolhattunk (az ún. „Balti” és „EOMA” magasságok közötti néhány cm-es eltérésnek a konkrét feladatnál nincs jelentősége). A kis munkaterületek miatt a magassági transzformáció hibája 2-3 cm-re becsülhető.

A GPS-szel mért EOVS-koordinátájú pontokat AutoCad-ben felraktuk a térkép tisztázati domborzatrájzának digitalizált raszter-fóliájára, megállapítottuk a vizsgálati pontokban a GPS-szel mért és a térképen interpolált magasság eltérését, ami a vizsgálat alapját képezte. Megjegyezzük, hogy a BME munkatársai éppen fordítva jártak el: előbb a térképen választották ki a vizsgálati pontot, ennek a magasságát határozták meg egy új térmodellben, azonkívül a magassági eltérést a térképi magasság és az új fotogrammetriai kiértékelés különbségéként értelmezték.

Az eredmények részletes értékelésére itt nincs mód, de néhány megállapítást talán nem érdektelen közölni. Saját munkánkban 40 db szelvényen 154 útvonalat mértünk mintegy 250 km hosszban, összesen 4629 pontot. Egy útvonal hossza átlagosan 1600 méter volt, szintkülönbsége 19 m, a szomszédos pontok átlagos távolsága 54 m. Útvonalanként Excel táblákban összegeztük az adatokat (útvonal-statisztikák), majd ezekből összefoglaló táblázatok és hisztogramok készültek. A magassági eltéréseket 25 centiméterenként 25 kategóriába soroltuk, sík- és dombvidéki területeket kialakítva, körülbelül fele-fele arányban. Egy összegző táblázatban mutatjuk be a teljes munkaterületre jellemző számértékeket.

1. táblázat. A mintaterületek összefoglaló adatai két intézmény méréseiből.

	Összes pont	Minták száma	Eltérések átlaga	Átlagos eltérés	Szórás
BME	3127	158	-0,22	0,72	1,03
GEO	4629	154	-0,34	0,47	0,60

Az eltérések eloszlásának ilyen nagyszámú minta alapján szimmetrikusnak kellene lennie, azaz az eltérések átlaga elvileg zérus, a valóságban viszont -30 cm körül van. Ez azt jelenti, hogy a vizsgálatok alapján a topográfiai térkép „átlagosan” 30 cm-rel magasabb terepszintet jelez, mint a valóságos érték. Ennek lehetséges magyarázatául szolgálhat, hogy az EOVS 10000-es térképek domborzatát nem eredeti felmérésből vették, hanem átszerkesztették a katonai topográfiai térképekről, amelyek egy része még abban az időben készülhetett, amikor az Adriai (Nadapi) volt a hivatalos magassági alapszint. Az Adriai alapszintre vonatkozó magasságok 67 cm-rel nagyobbak mint a Balti magasságok, így a magassági eltérések negatív dominanciája érthető.

Tanulásként azt kívánjuk leszögezni, hogy a terepi hossz-szelvények felvételén alapuló kinematikus GPS a domborzat-ellenőrzés hatékony módszerének bizonyult, és a jövőben, amikor remélhetőleg már üzemel az aktív hálózat és RTK műszerek is nagy számban lesznek, még biztosabban és gazdaságosabban használható lesz. Ez akkor is így van, ha a GPS ez esetben elsősorban a vonal-menti felvételt támogatja (kevés olyan terep van, ahol a teljes terepfelület bejárására van mód gépkocsival), – az ellenőr-

zési funkciónak ez megfelel. A térkép minőségellenőrzését a múltban is fontosnak tartották elődeink, ma ehhez olyan új módszer áll rendelkezésünkre, amit akár a munkaközi ellenőrzéskor, akár az állami átvételkor érdemes lenne kihasználni, mert objektív, az eredeti fotogrammetriai kiértékeléstől független, cm-es ponthibájú tényadatokat szolgáltat.

A GPS szerepe magaspontok meghatározásánál

Ismeretes, hogy a geodéziai GPS vevők hazai beszerzését az 1990-es évek elején a negyedrendű vízszintes alapponthálózat gyorsított befejezése indokolta, s ez valóban sikeresen meg is történt. Már akkor felmerült, hogy az országos vízszintes hálózatban számos magaspont szerepel, amelyek GPS-szel közvetlenül ugyan nem mérhetők, de a magaspont körül létesíthető egy néhány (3-6), viszonylag közeli pontból álló GPS hálózat, amelynek pontjairól iránymérésekkel aztán a magaspont meghatározható. Mivel ez esetben a meghatározás sorrendje (a magaspont és a földi őrhálózat között) a klasszikus magaspont-levezetésnek éppen a fordítottja, ezt az eljárást „magaspont felvezetésnek” is mondhatjuk. A főiskolai terepgyakorlatokba 1993 óta ezt az eljárást beépítettük, arról régebbi írásunkban beszámoltunk (Busics Gy, 1995). Most azért hozzuk elő a témát, hogy újabb tapasztalatainkat megosszuk a kollégákkal, az eljárás szélesebb alkalmazását szorgalmazzuk. A magaspontok előnye minden gyakorló geodéta előtt nyilvánvaló (tájékozódó pontnak nagy területre kiterjedően használhatók, nem kell külön irányzandó pontjel elhelyezéséről gondoskodni, hosszabb távon fennmaradnak, mint a közel állandósított pontok), de a földi irány-és távmérési módszerekkel a követelmények betartása mellett meghatározásuk nem gazdaságos, ezért kerül előtérbe a GPS módszer.

Konkrét példaként a székesfehérvári Szent Donát kápolna magaspontként történő meghatározásáról szeretnénk beszámolni. A kápolna a város legmagasabb pontján, az Öreghegyen épült fel 1994-ben, egy negyedrendű pont helyén, tehát a pontpótlás indokolt. Az uralgó magassági helyen, egy platón lévő pontot azonban ma klasszikus módszerekkel, igen komoly jelépítés nélkül lehetetlen lenne meghatározni, annyira beépült a terület és a közeli negyedrendű pontok vagy elpusztultak, vagy nem használhatók. Bár távolról, a város határából minden oldalról kiválóan látható a torony, klasszikus negyedrendű meghatározása csak tetemes költségekkel lenne lehetséges. Ez esetben is a magaspontfelvezetés tűnik az egyedüli gazdaságos módszernek.

A magaspontfelvezetés két részre különíthető el: a mikrohálózat kialakítására (nevezhetjük ezt őrhálózatnak is, ha klasszikus módon vannak állandósítva a pontok) és az előmetsző irányok mérésére. Az őrhálózat tisztán GPS hálózat vagy vegyes (GPS és földi) hálózat lehet, a terepi adottságok függvényében. A Donát kápolna körül többféle megoldásra is volt lehetőség. 1994-ben és 1995-ben egy öt pontból álló őrhálózatot létesítettünk, amelyet GPS-szel (gyors statikus módszerrel) és irány- távmérési hálózatként is számítottunk. 2000-ben (miután a tereprendevezések miatt az előző hálózat elpusztult) csak a levezett pont lett GPS-szel meghatározva, amelyet két további őrhálózati ponttal egészítettünk ki, ezekről lett a torony előmetszve. A 3 pontos őrhálózatban a földi irány- és távméréseket mérőállomással, egy ütemben végeztük, mindegyik pontról tájékozó irányt mérve.

Ami a GPS mérést illeti, fontos szabály, hogy legalább két adott pontra (OGPSH pontra) támaszkodjon a hálózat, legyenek független vektorai, tehát ne egyetlen mérési periódusban, azonos műszer-felállítás mellett történjen a mérés. A mérés idejére az OGPSH pontokon lévő esetleges fejelőkövek eltávolítása szükséges. A GPS-meghatározásnál az 1 cm-es pontosság elérésére kell törekedni, így a gondos pontraállítás

és antennamagasság mérés, megfelelő időtartamú mérési periódus fontos követelmények. Kiemeljük a transzformációs paraméterek megfelelő dokumentálásának fontosságát, hogy a későbbiekben ugyanezeket lehessen felhasználni. Ismeretes ugyanis, hogy a negyedrendű magaspontok elmozdulásának vizsgálatakor 2 cm-es eltérést elmozdulásnak tekintünk, ezért nem engedhető meg, hogy ilyen mértékű, vagy akár nagyobb transzformációs hiba terhelje a különböző időpontú meghatározásokat.

Gyorsítja a munkát a kombinált műszerfelszerelés használata. Mi olyan mérőállomást illetve teodolitot használtunk, amelynek alhidádé oszlopaira a GPS antenna központosan ráhelyezhető. Így az iránysorozat mérésével egyidejűleg a gyors statikus mérés is megtörténhet.

A Donát kápolna EOv koordinátáit és Balti magasságait 1995-ben és 2000-ben is meghatároztuk. A két számítás során más volt az őrhálózat, más transzformációs paramétereket használtunk, mivel 1995-ben még nem épült ki az Országos GPS Hálózat, akkor lényegében egy helyi GPS rendszerben dolgoztunk. A két meghatározás között a következő eltérések adódtak: $dy=2$ cm, $dx=1$ cm, $dM=12$ cm. A magasság jelentősebb eltéréseiben szerepet játszik az, hogy 1995-ben a közös pontok esetében trigonometriai úton kapott magasságok alapján, 2000-ben pedig transzformált EOMA magasságok alapján történt az átszámítás.

Nemcsak ennek az egy példának a kapcsán merül fel a kérdés: érdemes-e a magaspont őrhálózatának állandósítására sok időt és energiát áldozni, ha az szükség esetén – megfelelő szabályok betartása mellett – GPS-szel gyorsan meghatározható? Véleményünk szerint az őrhálózat állandósítása elhagyható, mert a GPS mérés megismétlése olcsóbb.

Barlangbejáratok helyzetének megadása

A barlangkataszter felállítása jogszabályban előírt kötelezettség a hazai nemzeti parkok számára, de a kataszter megléte a barlangokhoz kötődő jogok ingatlan-nyilvántartási bejegyeztetése, a barlangok pontos azonosítása, felkeresése szempontjából is fontos. Barlangtérképeket, a környezetet ábrázoló helyszínrajzokat szervezeten, önkéntes munkával sok évtized óta készítene a barlangászok, de a bejáratok helyzetének néhány méteres pontosságú meghatározására a GPS technika teremtette meg a lehetőséget. 2001 nyarán megbízásunk a Balaton-felvidéki Nemzeti Park területén (a Bakonyban és a Balaton-felvidéken) található mintegy 800 barlang bejárati koordinátáinak megadására szolt, mind WGS84 mind EOv rendszerben [3]. Az elvárt pontosság 2 méter volt, vízszintes és magassági értelemben egyaránt, ez megfelelt a bejáratok azonosíthatóságának. Ezt a pontosságot az ún. térinformatikai adatgyűjtés elégíti ki, vagyis a navigációs vevőkkel elérhető pontosságnál (15-20 m) jobb, de a centiméteres geodéziai pontosságnál gyengébb meghatározásra van szükség. A kód mérésen alapuló DGPS technológia megfelelő erre a célra, akár valós időben, akár utófeldolgozással használjuk. Ha működne ma nálunk megbízható RTCM korrekció-szolgáltatás (illetve nem lenne túl drága a műholdas előfizetés), akkor egy korrekciós navigációs vevővel is megoldható lett volna a feladat, ennek hiányában az utófeldolgozást választottuk. Maga a GPS mérés tulajdonképpen nem jelentett semmi említésre méltót: néhány perces (nyílt terepen 5, takarásban 10 perces) észlelési idővel, a referenciaállomásoknak megfelelő 15 másodperces integrálási idővel a feladat teljesíthető, akár 150 km-es bázistávolság mellett is.

Kérdéses volt azonban, hogy egyáltalán működik-e a GPS a valóságos körülmények között: meredek domboldalakon, szűk völgyekben, sűrű erdőkből, ahol a barlangok többsége található. Az első mérések után nyilvánvaló lett, hogy csak az antenna

kiemelésével érhetünk el biztos eredményt. Bár erre a célra vannak teleszkópos szerkezetek, de mivel ezeket többnyire gyalogosan kellett volna cipelni, egyszerűbb megoldást kerestünk. A kereskedelmi forgalomban kapható, válltáskában szállítható, 1 méteres darabokból gyorsan összeilleszthető kítűzőrúd-készletet alkalmaztuk, a felső rúd tetejére erősített csavarral rögzítve az antennát. Az 5-6 m-re kiemelt antenna még magas növésű fák esetén, domboldalban is lehetővé tette az észlelést legalább négy műholdra, így gyakorlatilag minden mérésünk kiértékelhető volt. A nagyon zavart pontokon, vagy olyan helyen, ahol a kiemelt antennát sem lehetett felállítani, külpontosan helyeztük azt el. Az álláspontokról többnyire polárisan mértük be a bejáratot; az azimutot katonai tájolóval, a távolságot kézi lézertáv mérővel vagy mérőszalaggal mértük meg. Már kaphatók olyan integrált kis méretű GPS vevők, amelyekbe tájoló, távmérőt egyaránt beépítettek, ilyen azonban nem állt módunkban kipróbálni. Helyette meglévő, hozzáférhető vevőinket használtuk: jó tapasztalatokat szereztünk a Leica 510 és a Trimble ProXR műszerekkel egyaránt. Fontos megemlíteni a kísérő barlangász felvezetőik segítségét, akik nélkül a helyszínek felkeresése lehetetlen lett volna. A munka nehézségét – mint annyi más esetben – nem a szakmai feladat, hanem a mostoha körülmények, a terep- és időjárási viszonyok, az objektumok megtalálása jelentette.

Referenciapontként többnyire a BME permanens állomása adatait vettük át, de a munkaterülettől gyakorlatilag azonos távolságra esik a penci, az eszéki, a gráci és a Pozsony melletti európai permanens állomás, amelynek adatai Interneten ingyenesen hozzáférhetők. Ezért érdemesnek találtuk megvizsgálni, hogy az egyes állomásokhoz külön-külön számított pozíciók mennyire térnek el egymástól, mennyit javít az együttes kiegyenlítés, van-e szerepe a precíz pályaadatoknak vagy a fázismérés bevonásának (Tarsoly P, 2002). A végső megállapítás az volt, hogy a referenciapontok száma, távolsága, a precíz pályaadatok és a fázismérés hatása nem számottevő.

Ez a munka is csak erősítette azt a meggyőződésünket, hogy az aktív hálózat kiépítésére, a DGPS korrekciók sugárzására mielőbb szükség lenne, mert számos alkalmazást tenne kényelmesebbé és pontosabbá.

Magasfeszültségű vezetékoszlopok bemérése

A feladat: EOV koordináták meghatározása 150 kV-os távvezetékek oszlopai közép-pontjaira, 10 cm-en belüli pontossággal. A technológiai megoldás módszereit az alábbiakban röviden vázoljuk.

1.) Félkinematikus mérés gyalogosan vagy gépkocsival. Lényegében itt egy térbeli poláris mérésről van szó, ahol a referenciavevő és a mozgó vevő közötti távolság 10-15 km is lehet. A körülményektől, terepviszonyoktól függ, hogy sikerül-e hosszabb útvonalat bejárni jelvesztés (újrainicializálás) nélkül. Szántóban, réten haladó magasfeszültségű vezetékeknel ez több kilométeres szakaszon is lehetséges volt, ilyen esetben a félkinematikus mérés bizonyult a leghatékonyabb eljárásnak. Tapasztalat, hogy maga a 150 kV-os vezeték alatti mérés nincs hatással a pontosságra, kivéve az oszlop (vastraverz) belsejét. Éppen ezért nem a mérendő pontra (vastraverz közepére) helyeztük az antennát, hanem az oszlop átlóinak kihosszabbításában helyeztük azt el. Így egy oszlopnál négy ponthelyet mértünk, de ez nem okozott lényeges idővesztést, hiszen az oszlopsarkok kihosszabbításába beállni könnyű volt, az 5 másodperces integrálási időnek köszönhetően p4edig egy pont mérése legfeljebb 10 másodpercig tartott. A számítást utófeldolgozással végeztük, a metszékek (oszlop-középpontok) számítására külön programot írtunk. Ha lett volna lehetőségünk RTK rendszert használni, az ellenőrzésre, a mérés jóságát igazo-

ló visszajelzésre már a terepen lett volna lehetőségünk.

2.) Gyors statikus GPS mérés, majd előmetszés. Ezt az eljárást nehezen megközelíthető oszlopoknál alkalmaztuk, amelyek például tavakban vagy mocsaras, bozotos területen helyezkedtek el. Az ilyen oszlopok meghatározása előmetsző irányokkal történt, kettőnél több állaspontról, amihez mérőállomást használtunk. Ezeknek az iránymérési állasponthoz a meghatározását viszont gyors statikus GPS méréssel végeztük. Ideális esetben a vezetékkel párhuzamosan, attól néhány száz méterre haladt egy közlekedési út, amely mellett kitűztük a felmérési kisalappontokat és a GPS vektor-mérést is végrehajtottuk, egy bázisállomáshoz viszonyítva. Egy második ütemben pedig az iránymérésre került sor. Az utak menti GPS pontok meghatározása történhet ún. GPS sokszögeléssel is, amikor a szomszédos pontok közötti vektorokat mérjük egymás után, vagyis az elől haladó vevő a következő mérési ütemben a referencia-vevő szerepét veszi át, hasonlóan az ugróállásos sokszögeléshez. Az így megmért térbeli GPS sokszögvonalat két adott ponthoz kell csatlakoztatni.

3.) Egyedi statikus GPS pont külpontjáról történő poláris részletmérés. Nehéz terepviszonyok között, a nyiladékokban, hegyes, erdős területen áthaladó vezetékknél csak arra volt lehetőség, hogy minden mérendő tartóoszlop (vagy egymást követő 2-4 oszlop) mellett létesítsünk gyors statikus GPS méréssel egy felmérési kisalappontot, majd erről a pontról poláris részletméréssel történt az egy- vagy több oszlop felvétele. A poláris részletméréshez természetesen tájékozó irány(ok)ra is szükség van, így ha ilyenek nem voltak láthatók az állaspontról, azokat is GPS méréssel határoztuk meg. Tájékozó pont lehetett már előzőleg bemért oszlop; szomszédos állaspont (ha annak kitűzésekor az összelátást is sikerült biztosítani), vagy stop-and-go méréssel meghatározott pont. Utóbbi esetben az állaspont (inicializáló pont) mérése után vittük át az antennát a leendő tájékozó pont(ok)ra, amit néhány száz méteres körzeten belül, alkalmas helyen jelöltünk ki.

Összegzésként elmondhatjuk, hogy a legalkalmasabb technológiáról a helyszínen lehet csak döntést hozni, de hát éppen ez adja a munka szépségét. Az biztos, hogy GPS nélkül sokkal nagyobb költséggel és időráfordítással oldható meg nagyfeszültségű vezetékoszlopok tömeges bemérése vagy más hasonló feladat. Kiemeljük, hogy a távvezetékek, mint (közel) egyenesen kitűzött szakaszok, olyan geometriai kényszerjelenteknek, amely lehetőséggel az ellenőrzés során élni kell. Az ellenőrzés eredménye a következő volt: több kilométeres szakaszokon a bemért oszlop-középpontok 1-2 deciméterre valóban egy egyenesen helyezkednek el, ami a kitűző geodéták jó munkáját is jellemzi.

Irodalom

- [1] 1:10000 méretarányú EOTR topográfiai térképek domborzati tartalmának ellenőrzése. Összegző jelentés. *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék*, Budapest, 2000. június.
- [2] Zárójelentés az 1:10000 méretarányú, EOTR szelvényezésű topográfiai térképek domborzatának vizsgálatáról. *Nyugat-Magyarországi Egyetem, Földmérési és Földrendezői Főiskolai Kar*, Székesfehérvár, 2000. június.
- [3] Kutatási jelentés a Balaton-felvidéki Nemzeti Park területén lévő földalatti geológiai képződmények (barlangok, víznyelők) helyének meghatározásáról. A Geodézia Tanszék közös munkája. *NyME FFFK*, Székesfehérvár, 2001. júl. 30.
- Busics Gy** (1995): A magaspontok és a GPS. *Geodézia és Kartográfia*, 4, 201-209
- Busics Gy** (1996): Hossz-szelvények felvétele kinematikus GPS méréssel. A hazai kozmikus geodézia az ezredforduló küszöbén. 11. Kozmikus Geodéziai Szeminárium, *MH Térképészeti Hivatal kiadványa*.
- Husti Gy, Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Krauter A** (2000): Globális helymeghatározó rendszer (bevezetés). *NyME, Sopron*, 145.
- Tarsoly P** (2002): Barlangbejáratok koordinátáinak meghatározása. *TDK dolgozat, NyME GEO*.

GPS TECHNIKA ERDŐVEL FEDETT TERÜLETEKEN

Bácsatyai László*, Gyimóthy Attila**



The GPS on the territories of different forest cover - In our day the required accuracy for the geodetic practice can be achieved by using GPS technics, in fact in case of the horizontal positioning it can be more accurate. But the accuracy of the geodetic survey in forestry generally is a contradictory question. In our opinion temporarily the accuracy is provably appropriate for navigational aims. Making the measurement time longer the accuracy can be increased. But the questions are, how much the increasing degree is and it is worth the cost. We, at the University of West Hungary, Department of Surveying and Remote Sensing. – in cooperation with the Geodetic and Geophysical Research Institute of HAS – in our research financed by the OTKA look for the following question, in which kind of forest lands and in what condition can be apply the GPS technics for the geodetic aims.

Napjainkban a GPS technikával elérhető a geodéziai feladatoknál szükséges pontosság, sőt, a vízszintes helymeghatározásnál meg is haladható. Az erdőterületeken végzett mérések pontosságáról általánosságban viszont ellentmondásos információink vannak, megítélésünk szerint a pontosság egyelőre bizonyíthatóan navigációs célok kielégítésére alkalmas. A mérési idő növelésével a pontosság növelhető, de kérdés, mekkora a növekedés mértéke, s megéri-e a ráfordítást. A Nyugat-Magyarországi Egyetem Földmérési és Távérzékelési Tanszékén – együttműködésben a MTA Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézetével – a 2002. májusában OTKA támogatással megkezdett kutatás során választ keresünk arra, milyen erdőterületeken, milyen feltételek mellett lehet létjogosultsága a GPS geodéziai célú alkalmazásának.

Kulcsszavak: GPS, digitális fotogrammetria, erdő (GPS, digital photogrammetry, forest)

Bevezetés

A GPS erdészeti alkalmazásainál az egyes feladatok pontossági igénye, az erdőfedettség sűrűsége, a lombtakaró szezonális változása és minőségi jellemzői, valamint a szabdaltabb topográfia miatt eddig a navigációs alkalmazások kerültek előtérbe. Az utóbbi években az erdőműveléssel és a természeti erőforrások megőrzésével kapcsolatos erdőfeltárási és fotogrammetriai tevékenység a fedettebb területeken is igényli a geodéziai pontosság biztosítását, ezért kutatási programunkban széleskörűen vizsgáljuk a záródás, a fa méret és általános biológiai jellemzőinek hatását a különböző típusú GPS vevők és feldolgozási módszerek által elérhető pontosságra, a Magyarországon jellemző fedettségi viszonyok mellett.

A „GPS technika nagy pontosságú alkalmazásának vizsgálata erdővel fedett területeken” címmel a Nyugat-Magyarországi Egyetem Földmérési és Távérzékelési Tanszéke 2001-ben pályázatot nyújtott be az Országos Tudományos Kutatási Alaphoz. A kedvező elbírálásra talált pályázat keretében 2002 május 1-től elindulhatott a kutatás. Jelen tanulmány az eltelt időszak eredményeit, a további célokat és a kutatás programját mutatja be. A kutatásban közreműködik a MTA Geodéziai és Geofizikai Kutató Intézete.

*NYME, SEK, Földmérési és Távérzékelési Tanszék, 9400 Sopron, Ady E. u. 5.
E-mail: bacsaty@emk.nyme.hu

**MTA FKK GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.
E-mail: gyimothy@ggki.hu

Az eredményes kutatáshoz szükséges teszterületeket, ill. a mintapontokat - a soproni Tanulmányi Állami Erdőgazdaság hozzájárulásával és támogatásával – az Erdőgazdaság területén jelöltük ki.

GPS az erdőben

A GPS-sel történő helymeghatározás feltétele, hogy a GPS vevő egyszerre legalább 4 műholddal legyen kapcsolatban. Erdőterületeken a fák kitakarják a műholdakat, ami jelentősen megnöveli a mérési időt, szélső esetben a mérést lehetetlenné teszi. A vevő és a műholdak közötti kapcsolat szakadozottsága miatt a fázis-többértelműség meghatározása nem egyértelmű, ami a nagymértékben csökkentheti a helymeghatározás pontosságát. Nem ismeretesek a lomb és a faanyag által okozott többutas terjedés következményei sem.

A helymeghatározás bizonytalansága a faanyag és lomb mennyiségéhez és eloszlásához köthető. A bizonytalanságot több tényező is befolyásolja:

- a faállomány *lombos vagy örökzöld*;
- a *fafajok* összetétele;
- a *faállomány kora*;
- a *vegetációs ciklus*;
- az *erdőművelés*, az emberi tevékenység hatása.

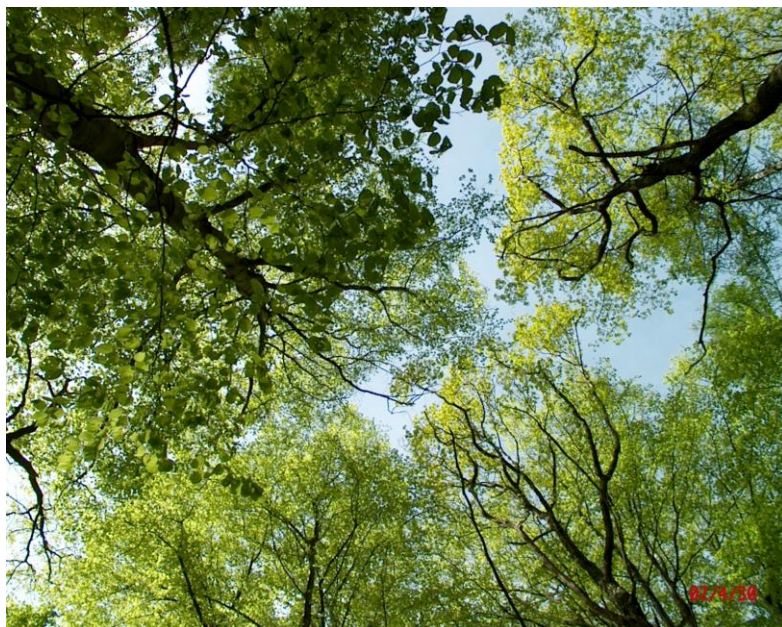
A fenti tényezők hatásai külön-külön nem vizsgálhatók: együttes meghatározásukhoz a kitakarás vizsgálata szükséges.

A kitakarás egzakt meghatározására először hagyományos fényképezőgéppel tettünk kísérletet, ám annak kis nyílásszöge nem fedte le az égboltot (1. ábra), több felvétel készítése pedig a felvételek fotogrammetriai kiértékelését igényli. Megoldásként a 180°-nál nagyobb nyílásszögű, s így a teljes égboltot lefedő halszemoptikával készült felvételeket használjuk majd (2. ábra, Király et al. 2003). A kamera kalibrálása után ui. a felvételek minden egyes pixeléhez hozzárendelhető egy irány- és magassági szög, melyekkel egy adott pillanatban a kitakarás és a műholdak között kapcsolat létesíthető.

Várható eredmények

A kutatás várható eredménye egy olyan műszaki dokumentáció, amely tartalmazza a GPS hazai erdőállomány alatti alkalmazásának alábbi kritériumait:

- *optimális pontkiválasztás*: a legmegfelelőbb fedettségű hely kiválasztása;
- *mérések szezonális megválasztása*: melyik vegetációs ciklusban, milyen hónapban történjen a mérés;
- *mérési idő javasolt hossza*: mennyi a mérés minimális ideje;
- *mérési periódusok javasolt hossza*: a mérések közötti időszakok hossza.
- *feldolgozás módszere*: statikus, gyorsstatikus, vagy fél-kinematikus módszer adja a legkielégítőbb eredményt.
- *várható megbízhatóság*.



1. ábra. Hagyományos fényképezőgéppel készült zenitfelvétel.



2. ábra. Halszemoptikával készült zenitfelvétel.

Kutatási terv

Mintapontok létrehozása: A kijelölt 10 mintapont hazánk erdeire jellemző helyeken, részben lombos, ill. örökzöld, részben fiatal-, közép- és időskorú erdőállományban, erdei úton, ill. útkereszteződésben helyezkedik el.

Mintapontok meghatározása hagyományos geodéziai módszerrel: A mintapontok pontos koordinátáit vízszintes és magassági sokszögeléssel, teljes mérőállomással határoztuk meg. Az összehasonlításhoz szükséges, a WGS84 és a HD-72 vonatkozási rendszerek közötti 7 paraméteres koordináta-transzformációhoz Sopron környékén elhelyezkedő azonos pontok, többségében eredeti OGPSH pontok felhasználásával kapott paramétereket használunk. A transzformációs paraméterek meghatározását és a transzformációt a Földmérési és Távérzékelési Tanszéken készült szoftver legutóbbi verziójával végezzük. A szoftver régebbi változatát a (Bácsatyai, 1999) tanulmányban mutattuk be.

GPS mérés a mintapontokon különböző vegetációs ciklusokban Trimble 4000 SST típusú vevőkkel, ezzel párhuzamosan zenitfelvételek készítése: A lombkorona változásának és a pozíciós hibák összefüggéseinek meghatározását a különböző vegetációs ciklusokban készített felvételek/mérések szolgálják. A cél annak a rögzítése, amit a GPS vevő „lát”, ezért a felvételeket a GPS antennájának helyéről készítjük, azzal egyező magasságban.

Az adatok térinformációs rendszerbe foglalása: A térinformatikai szoftverek lehetővé teszik nagyméretű felvételek és leíró adatok együttes tárolását, feldolgozását.

Felvétel statisztikák készítése: Az elkészült felvételek pixelszintű elemzésének alapján a különböző időpontban készült felvételek esetén megállapítható, hogy egy adott irány- és magassági szöghöz tartozó pixelnél égbolt, faanyag, vagy lomb látható.

A pozíciós hibák és a képstatisztikák közötti összefüggés meghatározása: a pozíciós hiba a hagyományosan és a GPS vevővel mért pozíciók közötti különbség, melynek vizsgálatához összehasonlítjuk az adott időpontokhoz tartozó ismert műholdpozíciók irány- és magassági szögét a felvétel-statisztikákkal.

Várható pontosság előrejelzési módszerének kidolgozása: Előre láthatólag a fák koronájának milyensége határozza meg a mérés pontosságát, de más tényezőket is figyelembe kell venni.

A kutatási terv ütemezése

2002

- Irodalom gyűjtése és tanulmányozása,
- ponthelyek kiválasztása, állandósítása, őrpontok elhelyezése,
- ponthelyek bemérése (GPS, sokszögelés),
- halszemobjektív vásárlása, zenitkamera kiépítése,
- a kamera hitelesítő rendszerének kiépítése, kamera hitelesítése,
- a feladatok megoldásához szükséges módszerek kidolgozása.

2003

- Zenitfelvételek készítése különböző biológiai ciklusokban,
- felvételstatisztikák készítése,
- GPS mérések és azok feldolgozása,
- mérési eredmények feldolgozása.

2004

- Zenitfelvételek készítése különböző biológiai ciklusokban,
- felvételstatisztikák készítése,
- GPS mérések és azok feldolgozása,
- mérési eredmények feldolgozása.

2005

- Adatok térinformációs rendszerbe foglalása
- A pozíciós hibák és a képstatisztikák közötti összefüggés meghatározása
- Várható pontosság előrejelzési módszerének kidolgozása zenitfelvételek alapján, különböző erdővel borított területeken

Elvégzett feladatok

Irodalom gyűjtése és tanulmányozása: a nemzetközi szakirodalomban hasonló kutatások publikációi fellelhetők. E kutatások csak rövid távúak (1-2 hetesek) voltak és nem a lombkorona milyenségének vizsgálatán alapultak.

Ponthelyek kiválasztása, állandósítása, őrpontok elhelyezése:

A mintapontokat az alábbi szempontok alapján választottuk ki:

- reprezentatívak legyenek: különböző korú és fafajú állományok alatt helyezkedjenek el,
- a domborzat ne takarjon ki 10 fok felett: az ionoszféra hatását kiküszöbölendő, a méréseknél 10^0 -os magassági maszkot alkalmazunk,
- legyen a közelben geodéziai alappont: szükséges feltétel a mintapontok hagyományos geodéziai módszerrel történő meghatározásához,
- a pontok viszonylag közel legyenek egymáshoz: így pontosabb a helymeghatározás, a koordináta-transzformáció, ezt mérés technikai-kényelmi szempontok is indokolják,
- jól megközelíthetők legyenek: a mérésnek folyamatosan kell történnie, ezért az időjárás nem befolyásolhatja.

A mintapontok állandósítása helyszínen csömöszölt betonnal történt ($d = 10$ cm, $h = 50$ cm), a pontjelölés acélcsappal.

Ponthelyek bemérése: hagyományos geodéziai módszerrel, Sokkia Powerset mérőállomással sokszöghálózatba foglalva, cm-en belüli vízszintes és magassági pontossággal.

Halszemobjektív vásárlása, zenitkamera kiépítése: (Király et al. 2003)

Kamera hitelesítő rendszerének kiépítése: a hitelesítés folyamatban van.

Összefoglalás

Jelen tanulmányban a 2002-2005 közötti időszakban végzett, az Országos Tudományos Kutatási Alap által támogatott kutatás során az eddig végzett munkáról és eredményekről, ill. az ezután elvégzendő feladatokról és célkitűzéseinkről számoltunk be. Meggyőződésünk, hogy a GPS erdőterületeken történő alkalmazásának vizsgálata nemcsak az erdőmérnök, hanem egyéb szakemberek, így a geodéták számára is sok hasznos tapasztalatot kínál majd.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton is köszönetet mondunk az Országos Tudományos Kutatási Alapnak, amelynek támogatása lehetővé tette, hogy T 037384 számmal jegyzett kutatásunk elinduljon.

Hivatkozások

- Bácsatyai L** (1999): Átszámítások vonatkozási rendszerek között. Sopron, *Geomatikai Közlemények* I. 1999, 163-178.
- Király G, Kovács Gy, Jobbágy Zs** (2003): Halszemoptikával készült amatőr zenitfelvételek erdészeti alkalmazása. Sopron, *Geomatikai Közlemények* V. 335-343.

A DUNAFÖLDVÁRI MAGASPART GEODÉZIAI MOZGÁSVIZSGÁLATA

Bányai László*



Deformation measurements of the high bank of river Danube in the area of Dunaföldvár - In this paper the elements and the results of geodetic design, measurements and data processing techniques are presented, which are developed for the investigation of the high riverbanks in Dunaföldvár. According to the available devices and techniques the results of geometric levelling and the full roving GPS measurements are summarised in more details. It was experienced in the investigated area that, the 1 mm change determined by rapid geometric levelling and 4-5 mm change determined by GPS technique can be interpreted as significant value at the 95% probability level.

Ebben a dolgozatban a dunaföldvári magaspart geodéziai mozgásvizsgálatára kidolgozott tervezési, mérési és adatfeldolgozási rendszer elemeit és eredményeit mutatjuk be. A rendelkezésünkre álló eszközök és technológiák közül itt részletesebben a szintezés és a teljes helycserés GPS mérési módszer eredményeit foglaljuk össze. A tapasztalataink alapján a vizsgált területen a gyorsított szintezési eljárással az 1 mm, a GPS technikával a 4-5 mm értéket meghaladó változások mutathatók ki szignifikánsan a 95% valószínűségi szinten.

Kulcsszavak: magaspart, mozgásvizsgálat, geodézia, GPS

Bevezetés

Az "MTA MŰHELYTANULMÁNYOK" sorozatában a "Földtudományok és a földi folyamatok kockázati tényezői" kötetben egy tanulmányt készítettünk a "Recens deformációterek meghatározása nagy pontosságú geodéziai mérésekkel" címen (Bányai et al. 2001), amely a rendelkezésünkre álló mérés technikai lehetőségeket és a hazai gyakorlatot foglalta össze.

A tanulmányok megjelenését követően az Akadémia földtudományi kutatóhelyei pénzügyi támogatásban részesültek a tanulmányokban szereplő két stratégiai jelentőségű kutatás gyakorlati végrehajtására. Intézetünk Geodéziai Főosztálya a dunaföldvári magaspart geodéziai módszerekkel történő mozgásvizsgálatát választotta, amely lehetőséget teremtett a rendelkezésünkre álló mérési módszerek többségének a vizsgálatára.

Célként fogalmaztunk meg egy olyan "gyorsreagálású" mérési, feldolgozási és döntés előkészítési rendszer kidolgozását, amely az alappontok építésétől az adatok értelmezéséig terjed, és egy térinformációs rendszer segítségével lehetővé teszi a szükséges döntések előkészítését is.

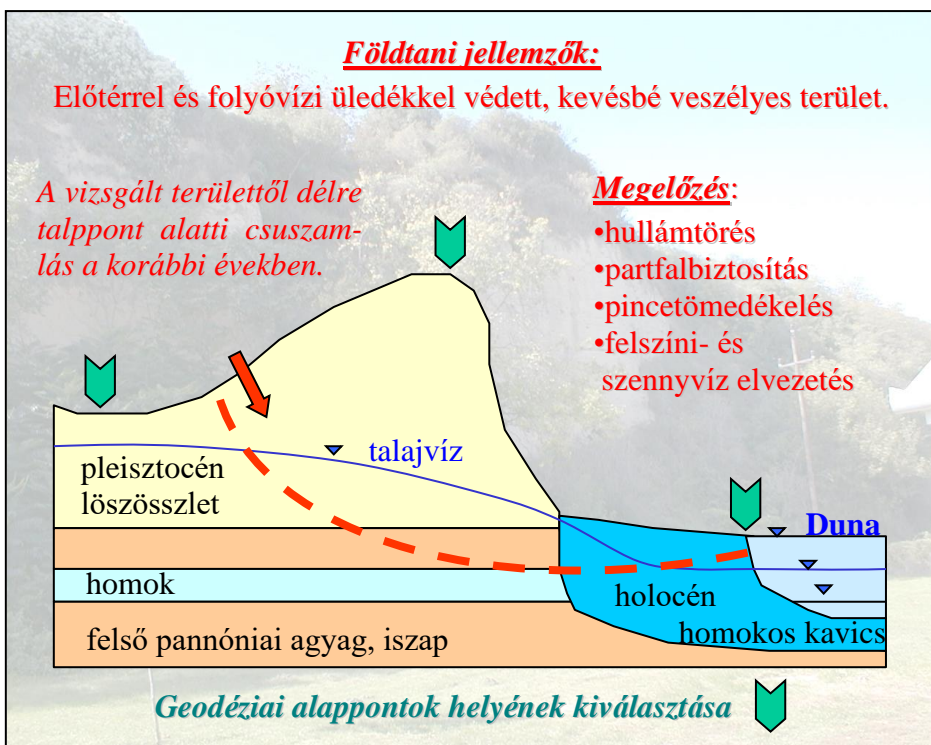
A mintaterület kiválasztásánál a tudományos szempontok mellett azt is figyelembe vettük, hogy Dunaföldvár térségében korábban is történtek földcsuszamlások és az önkormányzat már jelentős összegeket költött a belterületen lévő magaspart stabilizálására. A programunk ezért az eddigi munkák hatékonyságát is vizsgálja, amely találkozott az önkormányzat egyetértésével is.

A feladat gyakorlati végrehajtásához szabatos szintezést, GPS mérést, gravimetriai mérést és folyamatos dőlésmérést alkalmaztunk. Ebben a dolgozatban a program ter-

vezéséről, valamint a szabatos szintezés és a GPS mérések eredményeiről számolunk be. A dőlésmérések eddigi tapasztalatait Mentés (2002) foglalja össze. A gravimetriai mérések részletes feldolgozása még a közeljövő feladata lesz. A térinformációs rendszer bemutatására csak hosszabb adatsorok birtokában kerítünk sort, ahol már az esetleges mozgási trendek is elemezhetővé válnak.

A megfigyelési rendszer tervezése

A tervezési fázis első lépésében tanulmányoztuk a környezet földtani viszonyainak az irodalmát, amit az 1. ábrán Kleb és Schweitzer (2001) alapján foglaltunk össze.



1. ábra. A dunaföldvári magaspart földtani jellemzői, és a csuszamlás megelőzésének lehetőségei.

A vizsgált területtől délre korábban talppont alatti csuszamlás keletkezett, ahol a Duna partvonalaához közel kisebb "szigetek" is feltolódtak. A talppont alatti csuszamlás egy lehetséges síkját az 1. ábrán szaggatott vonal jelöltük. A geodéziai alappontok helyét ezért három zónában jelöltük ki: a partvonaltól mentén, a magaspart peremén és a feltételezhető csuszamlási zónától távolabb.

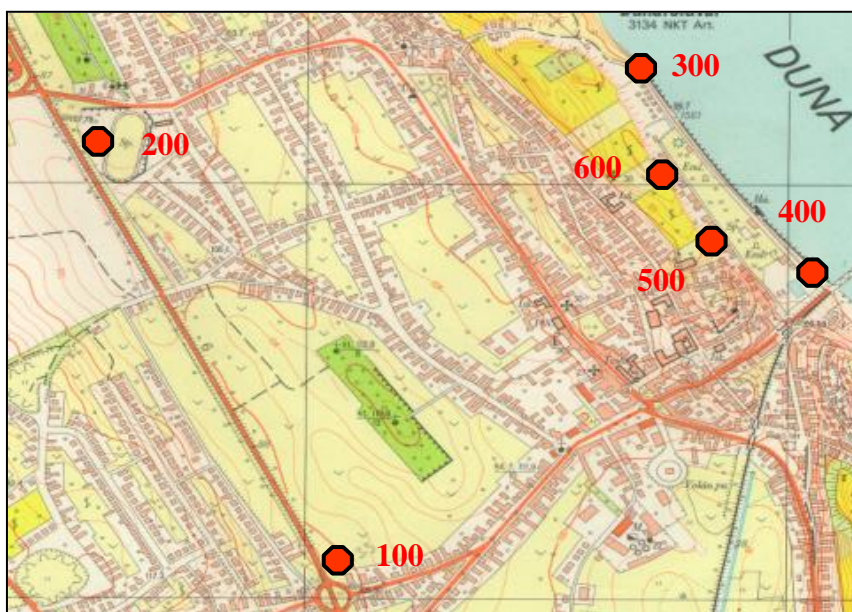
Mivel a vasbeton mérőpillérek építése és konszolidációja hosszabb időt venne igénybe, és a magaspart peremén nemkívánatos járulékos terhelést is okozna, ezért geodéziai alappontként olyan pontjelet választottunk, amely kézi erővel, 4-6 méter mély fúróluk vasbeton kitöltésével készült. A felszíni pontjel alkalmas szabatos szintezések és gravimetriai mérések végrehajtására is. A félgömbfejbe gravírozott koncentrikus körök

a vízszintes pontraállást teszik lehetővé (2. ábra). A "mozgásvizsgálat" felirattal az általános érdeklődést kívántuk kielégíteni.



2. ábra. Univerzális pontjelölés szintezés, GPS és gravimetriai mérések végrehajtásához.

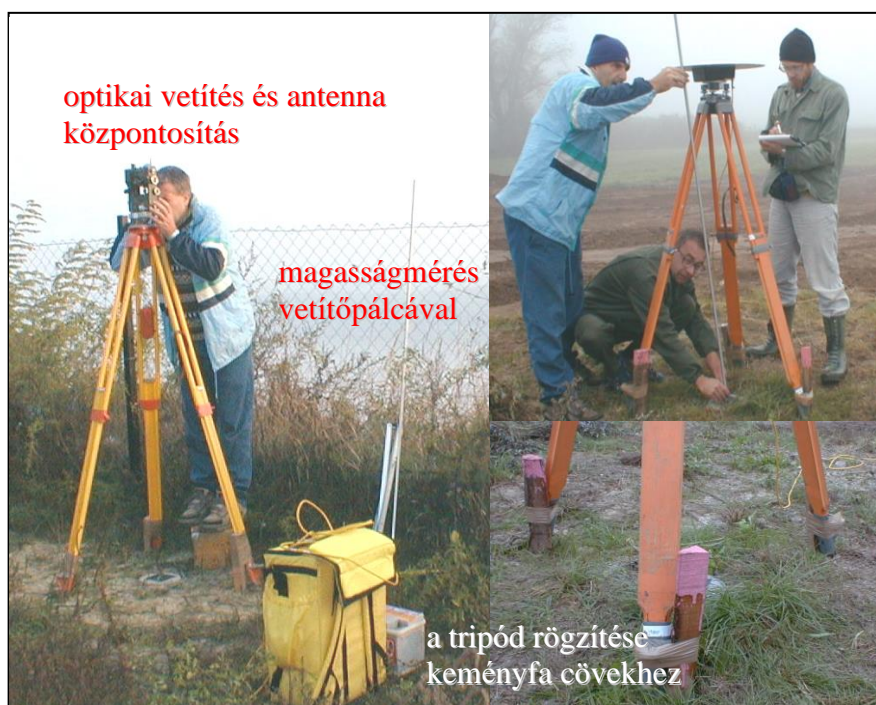
Az alappontok helyének kiválasztásánál a földtani viszonyok mellett a GPS mérések követelményeinek, a pont fennmaradásának és zavartalan felkeresésének is eleget kellett tenni, ezért két kivétellel közterületre, vagy önkormányzati tulajdonon tudtuk a pontokat állandósítani. A pontok vázlatát a 3. ábrán mutatjuk be.



3. ábra. A mozgásvizsgálati hálózat vázlata.
(A háttérben szereplő topográfiai térkép jogtulajdonosa a FÖMI.)

A Duna parton lévő 300 sz. pontot az egykori lőtéri épület konszolidálódott vasbeton alapjában, a 400 sz. pontot pedig a vízmérce vasbeton fejezetében helyeztük el, így furásra nem volt szükség. A partfal mentén az 500 sz. pontot a római katolikus templom mögött, a 600 sz. pontot a Templom utcai iskola gyakorló kertjében (az evangélikus templom közelében) helyeztük el. A partfal megerősítési munkái jelenleg ezen a szakaszon folynak. A magaparttól távoli 100 és 200 sz. pontokat a Penny Market, illetve a Moll benzinkút területén helyeztük el. A rendelkezésre álló fúróluk-dőlésmérőket a 300 és 600 sz. pontok közelében installáltuk, így a magaspart tetején és alján jelentkező dölések is regisztrálhatók.

A pontjelölés leggyengébb eleme a szabatos vízszintes pontráállítás és a GPS antennák magasságának a megmérése, amelynek a hibáit a 4. ábrán látható módon kívánunk minimalizálni. Szabatos optikai vetítővel rendelkező teodolittal álltunk pontra és az antennát a műszertalpra kényszerközponatosan helyeztük el. A fa műszerállványt keményfa cövekkel rögzítettük a talajhoz, és az antenna ferde magasságát mérőpálcával mértük meg.



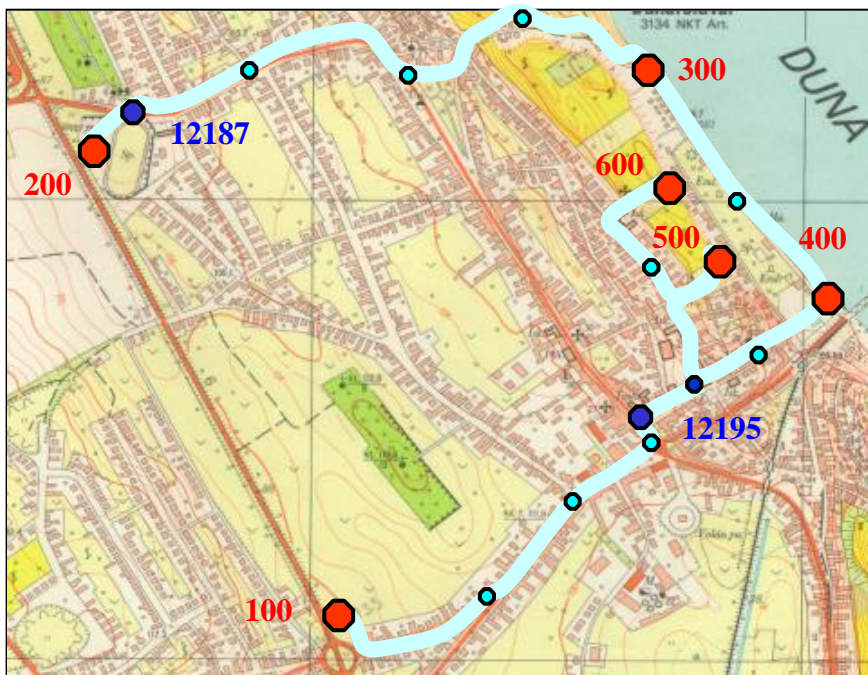
4. ábra. A szabatos vízszintes pontráállítás különböző elemei.

A mérések végrehajtása

A szintezések végrehajtásánál a mérések gyorsasága és a pontosság közötti ellentmondás kompromisszumos feloldására törekedtünk, ezért a szabatos szintezés szabályain enyhítettünk. A pontosságot a Leica NA3003 szabatos digitális szintezőműszer és a 0.15 mm tolarencia beállításával kívántuk biztosítani.

A városi környezet lehetővé tette a szintezési saruk alkalmazását, ezért cöveket csak indokolt esetben alkalmaztunk. A műszer és a kötőpontok kijelölése az "oda" mérés során történt, az előre-hátra távolságok azonossága csak közelítőleg lett biztosítva. A műszer és a kötőpontok helyét azonban felfestéssel megjelöltük, így a "vissza" mérés során azonos helyeken álltunk fel. Ezzel a módszerrel a szabályos hibák nagy része az oda-vissza mérés átlagából kijelölhető.

A magassági hálózat kötőpontjait az univerzális pontjel félgömbjelének többnyire járdában történő cementálásával állandósítottuk. Az alappontokat az úthálózatnak megfelelően minimális hosszúságú vonallal kötöttük össze, ezért a mérések ellenőrzésére csak az oda-vissza mérések statisztikáját használtuk fel. A magassági vonalakat és a mérések eredményeit az 5. ábrán és az 1. táblázatban foglaltuk össze. Az alappontok magasságát az első mérések alkalmával a 12187 országos alappont segítségével vezettük le.



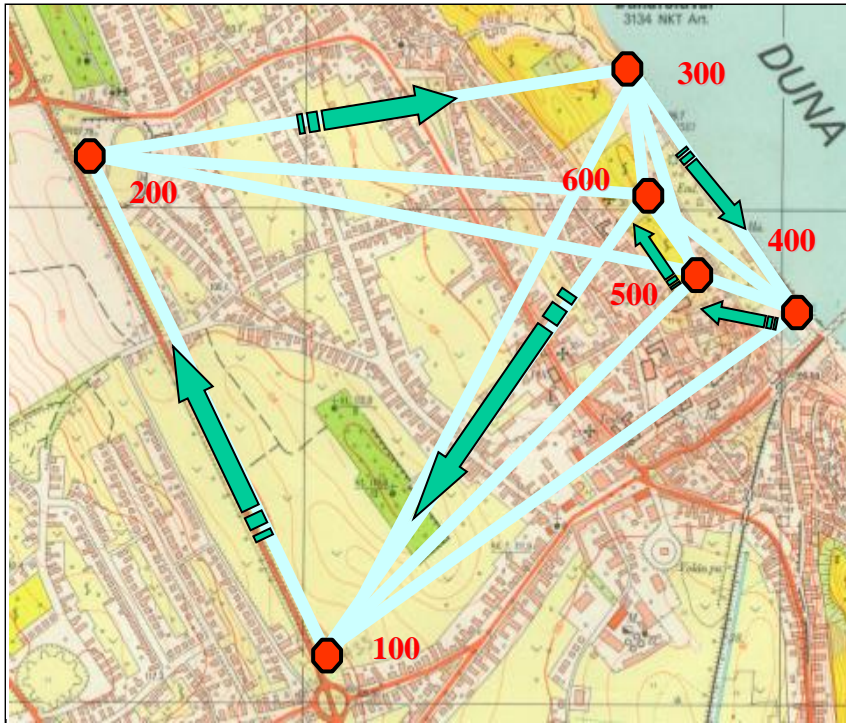
5. ábra. Szintezési vonalak, felhasznált országos alappontok és egyéb állandósított kötőpontok. (A háttérben szereplő topográfiai térkép jogtulajdonosa a FÖMI.)

1. táblázat. A szintezések statisztikai jellemzői.

mérési időpont	kilométeres középhiba	kilométeres átlagos hiba	a vonalak hossza	mérési időtartam
2001	0.29 mm/km	1.10 mm/km	4.39 km	4 nap
2002	0.29 mm/km	0.93 mm/km	4.41 km	5 nap

A GPS mérések végrehajtására a "teljes helycserés" módszerrel kísérleteztünk (Bányai 2000), amely elméletileg lehetővé teszi az alappontok és az átlagos fáziscentrum különosságok egyidejű meghatározását is. A méréseket mindig egymást követő két napon, közel azonos műhold-konfigurációban (nappali 10 órás mérések) hajtottuk végre. A 6

db. egyidejűleg mérő Trimble 4000SST műszerek teljes helycseréjét és a mindenkombinációban meghatározott vektorokat a 6. ábrán mutatjuk be.



6. ábra. Az egyidejű méréseket végző GPS műszerek teljes helycseréje.
(A háttérben szereplő topográfiai térkép jogtulajdonosa a FÖMI.)

Mind a két mérési időpontban (2001,2002) azonos műszereket, műszerlábakat és műszertalpakokat használtunk. Azért, hogy a pontraállítás kedvezőtlen hatását csökkentsük, amely a mérési módszer hatásosságát is ronthatja, a műszerlábakat és a műszertalpakokat is azonos módon tájékoztuk, és azonos műszermagasságok beállítására törekedtünk.

A minden kombinációra vonatkozó vektorokat a GPSurvey programmal L1 fázismérések feldolgozásával határoztuk meg. Az átlagos fáziscentrum külpontosságokat a GPS-NET programmal becsültük, az eredményeket a 2. táblázatban foglaltuk össze.

2. táblázat. Az antennák becsült fáziscentrum külpontosságai. **É, K, Z** az északi, keleti és zenit irányú komponens, és σ a becsült középhibák mm egységben.

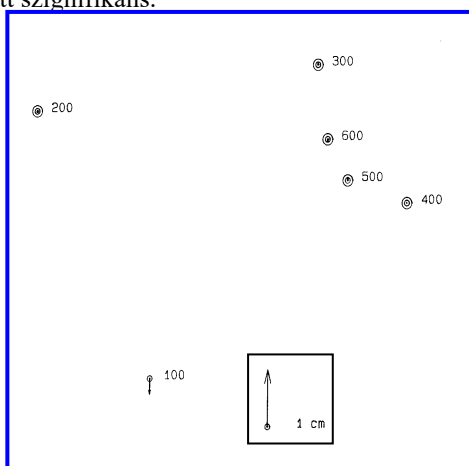
vevő	fáziscentrum külpontosság - 2001						fáziscentrum külpontosság - 2002					
	É	σ	K	σ	Z	σ	É	σ	K	σ	Z	σ
1	0,7	0,1	-0,7	0,1	0,8	0,7	-1,2	0,1	0,7	0,1	-0,6	0,8
2	0,8	0,1	-2,3	0,1	-2,0	0,7	-0,3	0,1	1,2	0,1	-0,9	0,9
3	-0,8	0,1	1,3	0,1	-1,7	0,7	2,0	0,1	-1,5	0,1	2,0	0,9
4	-0,7	0,1	1,0	0,1	-0,4	0,7	1,2	0,1	-0,4	0,1	2,3	0,9
5	-1,1	0,1	0,2	0,1	0,6	0,7	-0,9	0,1	-0,7	0,1	0,6	0,9
6	0,7	0,1	0,1	0,1	-3,1	0,7	-2,4	0,1	0,7	0,1	-1,6	0,8

Annak ellenére, hogy a külpontosságok az irodalomból ismert 0-3 mm intervallumban mozognak a két időpontra vonatkozó értékek nem tekinthetők azonosnak. Ennek a már említett pontra állási és a mérési hibák lehetnek az okai. A GPSurvey programmal történő vektor-meghatározásoknál a fázismérések becsült pontossága a 2001 év során 3-4 mm, a 2002 év során 3-6 mm értékek között mozgott, amely a kedvezőtlen külső körülményekre utal (a városi környezet okozta növényzet-, épületkitakarások, többutas terjedés stb.).

A mérések mozgásvizsgálati feldolgoása

Mozgásvizsgálati célra a szabadhálózatok elve szerinti kiegyenlítést alkalmaztuk. Az ismételt mérések feldolgozása során első lépésben feltételezzük, hogy az eltérések csak a véletlen jellegű mérési hibák következményei, ezért az előző időpont koordinátaíhoz viszonyított változások négyzetösszegét minimalizáljuk. A változások nullától való eltéréseinek szignifikanciáját adott valószínűségi szintre vonatkozó grafikus konfidencia intervallum vizsgálattal, vagy numerikus tesztekkel ellenőrizzük. Amennyiben a kezdő feltevésünk nem teljesült, a legszignifikánsabb eltérést mutató pontot kihagyjuk a változások négyzetösszegének minimalizálásából. Ezt a lépést addig ismételjük, amíg a normában szereplő pontok eltérései már véletlen jellegűnek tekinthetők. Ekkor egy olyan pontcsoporthoz jutunk, melynek az alakja és mérete a két vizsgált időpontban azonosnak tekinthető és a többi pont elmozdulását ehhez a pontcsoporthoz viszonyítva értelmezhetjük. A tesztek során természetesen mind a két időpontra vonatkozó variancia-kovariancia mátrixot is figyelembe kell venni.

A magassági hálózatunk esetében ugyan nincsenek fölös mérések, ennek ellenére a szabadhálózatos elvet itt is alkalmazhatjuk, mivel a magasságok szabadhálózatos variancia-kovariancia mátrixa a kilométeres középhiba segítségével a hibaterjedés törvényének megfelelően levezethető. A vizsgálatok végeredményét a 7. ábrán és a 3. táblázatban mutatjuk be, ahol a grafikus konfidencia vizsgálat alapján a 100 pont elmozdulása lett szignifikáns.



7. ábra. A 2001-2002 évek közötti színtezett magasságváltozások.

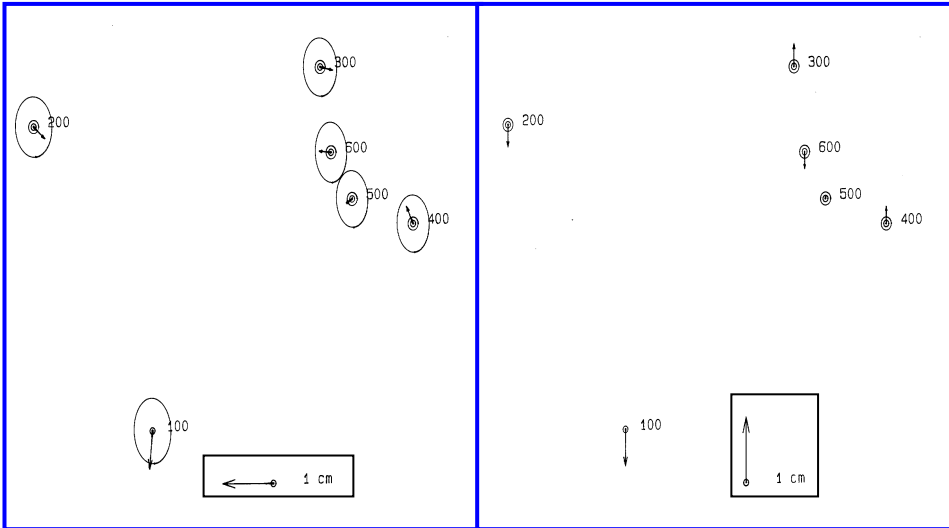
A 7. ábra a konfidencia intervallumokat nem tünteti fel.

3. táblázat. Színtezett magasságváltozások (dH), középhibáik (σ) és 95% konfidencia intervallumok (ki) mm egységben

	dH	σ	95% ki.
100	-2,7	0,3	0,5
200	-0,1	0,3	0,5
300	0,1	0,2	0,3
400	0,0	0,1	0,2
500	0,4	0,2	0,3
600	-0,4	0,2	0,4

A háromdimenziós GPS hálózat esetében ugyan már rendelkezünk fölös mérésekkel, de itt a problémát az jelenti, hogy az állomáskoordináták középhibái nagyon alul becsült ér-

tékek (0.1-0.2 mm), amit a vektorok ismételtősége a gyakorlatban nem támaszt alá. A grafikus intervallum vizsgálatoknál ezért a középhibákat 10-es tényezővel szoroztuk meg, amely a bázisvonalak 1mm konstans és 1mm/km távolságfüggő középhibájának felel meg. A vizsgálatoknak megfelelően itt is 100 pont horizontális elmozdulása adódott szignifikánsnak. Az eredményeket a 8. ábrán és a 4. táblázatban foglaltuk össze.



8. ábra. A 2001-2002 évek között GPS mérésekkel meghatározott horizontális (baloldal) és magasság változások (jobboldal). A magasságok esetében a 95% valószínűségi szintre vonatkozó felül becült konfidencia intervallumokat nem ábrázoltuk.

4. táblázat. GPS méréssel meghatározott horizontális (É - északi-, K - keleti komponens) és magasságváltozások (dH), középhibáik (σ) és 95% konfidencia intervallumok (ki) mm egységben.

	É(x)	σ	95% ki.	K(y)	σ	95% ki.	dH	σ	95% ki.
100	-5,8	2,0	5,0	-0,6	1,5	3,7	-5,6	12,5	24,5
200	-1,8	1,9	4,6	2,2	1,5	3,6	-3,4	11,6	22,6
300	-0,5	1,8	4,5	2,5	1,3	3,3	3,5	11,2	21,9
400	2,6	1,8	4,4	-1,3	1,3	3,2	2,6	11,0	21,5
500	-0,6	1,8	4,3	-1,1	1,3	3,1	-0,2	10,8	21,2
600	0,2	1,9	4,6	-2,3	1,3	3,1	-2,6	11,5	22,5

A méretezés következtében a horizontális elmozdulások középhibái ugyan reális eredményt szolgáltattak, de most a magassági komponens lett felülbecsült érték. Ha a 3. és 4. táblázatok alapján összehasonlítjuk a szintezésből és a GPS meghatározásból származó magasságváltozásokat, akkor a GPS magasságok 2-3 mm középhibával jellemezhetők.

A 100 sz. pontnál tapasztalt szignifikáns vízszintes és magassági változás technogén okokra vezethető vissza, amely majdnem meghiusította az eddigi fáradozásainkat. A Penny Market melletti teleken történő földmunkák során - az ígéretek ellenére - a pontjelet majdnem teljesen elpusztították. Mivel a többi pont gyakorlatilag változatlanul tekinthető, ezért a továbbiakban a pontot új koordinátákkal kell figyelembe venni.

Összefoglalás

A vizsgálatok során kialakított hálózat, pontjelölés, szintezési valamint GPS mérési és adat feldolgozási rendszer alkalmasnak bizonyult a dunaföldvári magaspart mozgásának és stabilitásának az ellenőrzésre.

A szintezések során tapasztalt 0.3 mm/km középhiba megfelel a szabatos szintezés követelményeinek, amellyel a vizsgált területen a 1 mm értéket meghaladó változások már szignifikánsan kimutathatók.

A vizsgált terület ideálisnak nem nevezhető városi körülményei között, a bemutatott eljárásnak megfelelően, a GPS technika horizontálisan 1-2 mm, magassági értelemben 2-3 mm középhibával jellemezhető, amellyel 4-5 mm értéket meghaladó változások a 95 % valószínűségi szinten már szignifikánsan kimutathatók.

A vizsgált területről megállapíthatjuk, hogy az eddigi mérések alapján stabilnak tekinthető, de megbízható kijelentések csak hosszabb megfigyelési sorozat elemzése alapján tehetők.

Köszönetnyilvánítás

Ez a tanulmány az MTA földtudományi programjának, az OTKA T 029052, valamint az EVG1- 2001-00061-OASYS számú EU5 pályázatok támogatásával készült. A GPS vevőket a FÖMI Kozmikus Geodéziai Observatóriuma és az NYME Földmérési és Távérzékelési Tanszéke bocsátotta a rendelkezésünkre.

Hivatkozások

- Bányai L, Mentés Gy, Varga P** (2001): Recens deformációterek meghatározása nagy pontosságú geodéziai mérésekkel. *MTA MŰHELYTANULMÁNYOK*, Földtudományok és a földi folyamatok kockázati tényezői. 33-44. Sorozatszerkesztő: Glatz Ferenc. Kiadja a Magyar Tudományos Akadémia. ISBN 963 508 3173, ISSN 1419-1822.
- Bányai L** (2000): A GPS vevők kalibrálási lehetőségei. Sopron, *Geomatikai Közlemények* III. 65-69.
- Kleb B, Schweitzer F** (2001): A Duna csuszamlásveszélyes magapartjainak településkörnyezeti hatásvizsgálata. *MTA MŰHELYTANULMÁNYOK*, Földtudományok és a földi folyamatok kockázati tényezői. 169-193. Sorozatszerkesztő: Glatz Ferenc. Kiadja a Magyar Tudományos Akadémia. ISBN 963 508 3173, ISSN 1419-1822.
- Mentés Gy** (2002): Földcsuszamlás monitorozása fűrőlyukdőlésmérőkkel. Sopron, *Geomatikai Közlemények* V. 91-97.

A HAZAI SZINTEZÉSEK KOMPARÁLÁSI PROBLÉMÁIRÓL

Virág Gábor*



On the problem of comparison in the Hungarian levelling works - The analyses of the results of conventional and digital levelling techniques show a systematic difference, which was caused by the error of comparison (calibration) of traditional levelling rods. The error of calibration can not be eliminated by measuring methods. In the case of calibration error, the height of points contain a systematic error which depends on the height of the particular point.

A hagyományos és a digitális szintezési technika mérési eredményeinek elemzése szabályos különbséget mutatott ki a kettő technológia között, melyet a hagyományos szintezőlécek kalibrálásának eredménye okozott. A kalibrálás hibája mérési módszerrel nem küszöbölhető ki. Kalibrálási hiba esetén a pontok magassága szabályos hibát tartalmaz, melynek nagysága az adott pont magasságával arányos.

Kulcsszavak: komparálás, kalibrálás, méretarány

Bevezetés

A geodéziai mérőeszközök gyártásában a műszergyártó cégek mindig igyekeztek - az adott kor technikai színvonalán - a lehető legnagyobb pontosság elérésére. Annak érdekében, hogy a különböző gyártók által előállított műszerek értékmutatásait egységes rendszerben lehessen értelmezni, a mérőeszközöket időnként meg kell vizsgálni, a műszerek értékmutatásait össze kell hasonlítani a mértékegység definícióját megvalósító etalonnal.

Így alakultak ki a szintezőműszerek különböző vizsgálatainak módszerei és így alakult ki a szintezőlécek komparálásának a folyamata, melynek célja egyrészt a szintezési hálózat egységes méretarányának a biztosítása, másrészt a lécosztás hibák meghatározása. A szintezőlécek terepi használatánál a külső fizikai és mechanikai hatások következtében az osztáshibák kis mértékben módosulhatnak, ezért a komparálásokat rendszeresen el kell végezni.

A komparálást a lehető legnagyobb gonddal kell végezni, ugyanis a komparálás hibáját a szintezés eredményéből nem lehet kiküszöbölni.

Előzmények

Az Egységes Országos Magassági Alaphálózat (EOMA) I. rendű szintezési vonalainak észleléseit 1975 és 1978 között végezték. Ezt követően kezdődött a Tiszántúlon a II. és III. rendű hálózatsűrítés, mely munkálatok a nyolcvanas évek végéig tartottak. Ezalatt a hálózatsűrítés kb. a Duna vonaláig készült el (Németh, Virág 2000).

A kilencvenes években a GPS technika megjelenése és elterjedése felvetette annak gondolatát, hogy az EOMA hálózatsűrítés munkáiba érdemes lenne ezt a technológiát is bevonni. 1998-ban a FÖMI-KGO munkatársai eredményes GPS mérési kampányt hajtottak végre a Gödöllői - dombtságban lévő teszterületen (Kenyeres, Borza 2000). A

tesztmérések bebizonyították, hogy a GPS magasságmeghatározás kiválthatja a III. rendű hálózatsűrítés szintezési munkáit, ha a területen már rendelkezésre áll egy megfelelő sűrűségű, homogén I. és II. rendű szintezési hálózat.

Ekkora azonban már az I. rendű hálózat észlelése óta több mint 20 év telt el. Tehát az új méréseket a több mint két évtizeddel korábban meghatározott pontok közé kellett beilleszteni, mely pontok az eltelt időszakban jelentősen mozoghattak. Felmerült a kérdés: újra kell -e mérni a korábban meghatározott I. rendű hálózatot és ebbe beilleszteni az új dunántúli sűrítő hálózatot.

Ennek eldöntésére 1998-ban a FÖMI elvégzett egy vizsgálatot, melynek során a 02 számú szintezési vonal kb. 36 km hosszú szakaszát (Komárom és Kisbér között) újramérték egy korszerű digitális szintezőműszerrel. A vizsgálat eredményeiről és a levonható következtetésekről egy tanulmány készült (Borza et al. 1998). A vizsgálat lényegét a korábbi mérésekkel való összehasonlítás adta. A Komárom főalappont adott magasságából kiindulva az 1998-as mérések alapján képeztük a többi pont magasságát. Az 1998-ban meghatározott magasságokat összehasonlítottuk az 1975-ben (az EOMA létesítésekor) meghatározott magasságokkal. A két mérés közötti különbség a vonal jelentős szakaszán szabályos tendenciát mutatott, Komáromtól távolodva folyamatosan növekedett (Az 1975-ös és az 1953-as mérések eredményeinek összehasonlításakor a két mérés között egy konstans eltérés volt kimutatható.). Ebből a vizsgálatból nem lehetett egyértelműen eldönteni, hogy az eltéréseket a két mérés között eltelt időben bekövetkezett pontmozgások, a terület süllyedése vagy a hagyományos és a digitális technológia közötti szabályos méretarány hiba okozta.

Mivel az EOMA II. rendű szintezési munkálataiban, továbbá a pontpótlásokkal kapcsolatos mérésekben is ma már egyre gyakrabban használunk új, korszerű, digitális szintezőműszert, ezért szükséges volt a két műszertípus mérési eredményeinek összehasonlítása. Célszerűnek látszott egy szintezési vonal adott szakaszának megmérése mind a hagyományos mind a digitális szintezőműszerekkel az érvényben lévő „Kéregmozgási szintezési hálózat” előírásainak (A.2. Szabályzat), vagyis az I. rendű szintezés követelményeinek megfelelően.

A Földművelésügyi és Vidékfejlesztési Minisztérium (FVM) Földügyi és Térképészeti Főosztálya (FTF) a 2001. évi állami alapmunka keretében biztosította ezen összehasonlító vizsgálatok elvégzését. Az elvégzett vizsgálatok eredményeit egy FÖMI tanulmányban foglaltuk össze (Virág et al. 2001).

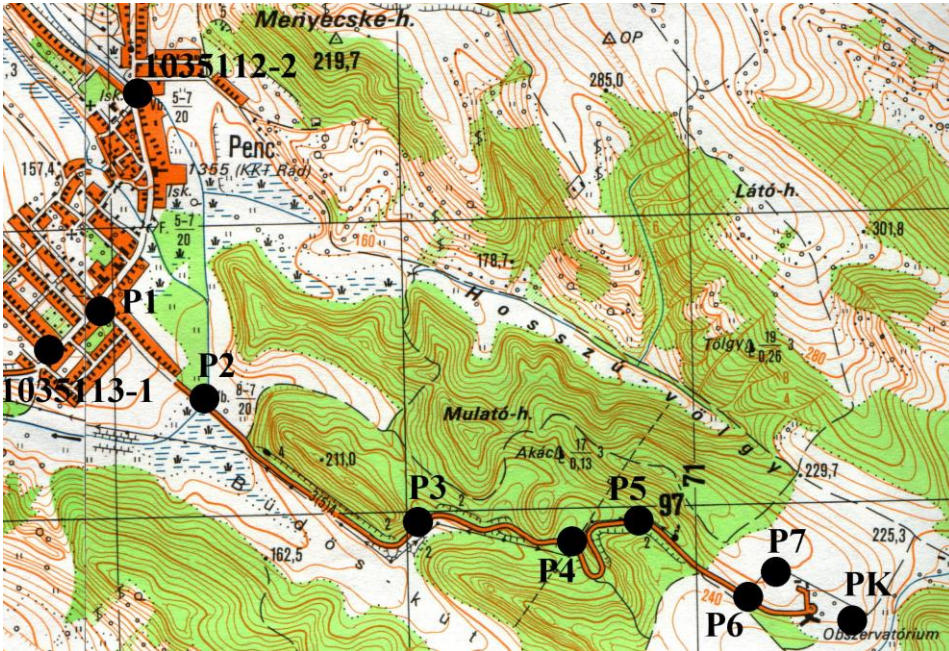
Az összehasonlító mérések tervezése

A szabatos szintezést sokféle szabályos és véletlen jellegű hiba terheli vagy terhelheti (Földváryné 1989). Megfelelő mérőfelszereléssel és mérési módszerrel, a hibaforrások jelentős részének hatása kiküszöbölhető vagy legalábbis csökkenthető.

A közutakon zajló szintezési méréseket napjainkban igen megnehezítik az erős gépjármű forgalom keltette rezgések. A műszer járműforgalom miatti rezgése a mérések pontosságát is rontja. Ezért a helyszín kiválasztás egyik fő szempontja az volt, hogy azon az úton, ahol a szintezési vonal halad, csak csekély gépjármű forgalom legyen, így a forgalomnak a mérési eredményekre kifejtett hatását minimálisra csökkentettük

A helyszín kiválasztásának másik fő szempontja az volt, hogy a szintezési vonalban jelentős magasságkülönbség legyen. Ha nagyobb magasságkülönbség (20-30 m) van egy szintezési szakaszban, akkor a komparálási (kalibrálási) és hőmérsékleti javítások értéke már tizedmilliméter nagyságrendű is lehet.

A fenti feltételek gondos mérlegelése alapján az összehasonlító vizsgálatok helyszínéül a Penc községet a Koszmos Geodézia Observatóriummal összekötő úton vezetett szintezési vonalat választottuk (1.ábra). A szintezési vonal a Penc községben található P1 nevű pontból indul és az Observatórium területén található kéregmozgási pontban (PK) végződik. A szintezési vonal teljes hossza 3.6 km, melyben hét szintezési szakasz található. A legalacsonyabban (P2) és a legmagasabban (P7) fekvő pontja közötti magasságkülönbség kb. 105 méter.



1. ábra. A vizsgált szintezési vonal vázlatja.

Az összehasonlító mérések eszközei és a mérések végrehajtása

A szintezési vonal észlelése (beleértve a pótméréseket is) szabatos (felsőrendű) szintezőműszerekkel történt 2001. október 13. és december 1. között. Az észlelés során az A.2. Kéregmozgási hálózat szabályzatának előírásait vettük figyelembe.

A méréseket Paulik Sándor és Virág Gábor földmérőmérnökök végezték. Mindkét műszerrel az oda- és a visszamérést egymástól függetlenül hajtottuk végre, ügyelve arra, hogy az oda- és a visszairányú méréseket mindkét technológia esetén más észlelő végezze. Az oda- és a visszamérésre - a tartósan borult időt kivéve - mindig elmentéses napszakban került sor.

A hagyományos technikával végzett mérést MOM Ni-A31 típusú kompenzátoros szintezőműszerrel hajtottuk végre. A műszer gyártó által megadott kilométeres középhibája ± 0.2 mm. A hagyományos méréshez ZEISS típusú fél cm osztású invárszalagbetétes szintezőléceket használtunk, amelyeket Székesfehérvárott a Nyugat-Magyarországi Egyetem, Földmérési és Földrendezői Főiskolai Karának komparátorán komparáltattuk. Ezen komparátor kvarcrúdját az Országos Mérésügyi Hivatal (OMH)

hitelesítette 1999-ben. A komparálási és hőmérsékleti javításokat ezen adatok alapján határoztuk meg.

A másik mérést kettő darab korszerűbb LEICA NA3003 típusú kompenzátoros digitális szintezőműszerrel hajtottuk végre. E műszereknek a gyártó által megadott kilométeres középhibája ± 0.4 mm. A digitális szintezőműszerekhez LEICA GPCL3 típusú vonalkód osztású invárszalag-betétes szintezőléceket használtunk, melyeket a Müncheneri Műszaki Egyetem, Geodéziai Intézetében lézinterferométerrel kalibráltattuk. A kalibrálási és hőmérsékleti javításokat ezen kalibrálás eredményei, valamint a gyártás után (szintén a Müncheneri Műszaki Egyetemen) meghatározott hőtágulási együtthatók alapján számítottuk.

A mérési eredmények kiértékelése

A kiértékelés első részeként a nyers magasságkülönbségeket komparálási (kalibrálási) és hőmérsékleti javításokkal látjuk el. Az így nyert értékeket nevezzük mért magasságkülönbségnek. A kétféle javításra egy összevont képletet szokás használni, melynek általános alakja egy szintezési szakaszra a következő:

$$h = h' \cdot [1 + (m_0 + \alpha_T \cdot (T - T_0)) \cdot 10^{-6}] \quad (1)$$

ahol

- h - a mért magasságkülönbség,
- h' - a nyers magasságkülönbség,
- m_0 - méretarány-tényező a T_0 hőmérsékleten,
- α_T - hőtágulási együttható értéke,
- T - a hőmérséklet a mérés időpontjában,
- T_0 - a komparálási (kalibrálási) hőmérséklet (vagy amelyre a komparálási vagy kalibrálási adatokat vonatkoztatják).

Vizsgálataink során a fenti összevont képletet a kétféle javításnak megfelelően felbontottuk két részre. A komparálási (kalibrálási) javítás képlete a következő:

$$v_{\text{komp}} = h' \cdot m_0 \cdot 10^{-6} \quad (2)$$

A hőmérsékleti javítás értéke pedig az alábbi összefüggéssel határozható meg:

$$v_{\text{höm}} = h' \cdot \alpha_T \cdot (T - T_0) \cdot 10^{-6} \quad (3)$$

Az 1. táblázat tartalmazza a MOM Ni-A31 műszerrel és ZEISS lécekkal meghatározott nyers magasságkülönbségeket, a hozzájuk tartozó komparálási és hőmérsékleti javításokat, a kétféle javítások összegeit valamint a mért magasságkülönbségeket.

A komparálási javítás képletében szereplő m_0 értéket a komparálási jegyzőkönyvből vettük ki (zárójelben az a hőmérséklet, amelyre a kalibrálási adatok vonatkoznak):

63215	$m_0 = -0.1046$ mm/m azaz -104.6 ppm	($T_0 = 20$ °C)
63216	$m_0 = -0.1230$ mm/m azaz -123.0 ppm	($T_0 = 20$ °C)
átlag	$m_0 = -0.1138$ mm/m azaz -113.8 ppm	($T_0 = 20$ °C)
átlag	$m_0 = -0.1378$ mm/m azaz -137.8 ppm	($T_0 = 0$ °C)

A hőmérsékleti javítás képletében szereplő hőtágulási együttható értékét (invár anyag esetén) a szakirodalmi adatok méterenként $\alpha_T = 0.0012 \text{ mm/m/}^\circ\text{C}$ -nak (azaz $\alpha_T = 1.2 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$) adják meg. Ezt az értéket használták a komparálási jegyzőkönyvben is.

1. táblázat. Komparálási és hőmérsékleti javítások számítása MOM Ni-A31 műszernél és ZEISS léceknél.

Szintezési szakasz	Mérési irány	Nyers magasságkülönbség (h')	Komparálási javítás (V_{komp}) (0°C)	Átlag hőmérséklet	Hőmérsékleti javítás ($V_{\text{hóm}}$)	Komp. és hőmérs. javítás	Mért magasságkülönbség (h)
		m	mm	$^\circ\text{C}$	mm	mm	m
P1 - P2	o	- 9.614 60	+ 1.32	+ 3.0	- 0.03	+ 1.29	- 9.613 31
	v	+ 9.615 00	- 1.32	+ 2.1	+ 0.02	- 1.30	- 9.613 70
P2 - P3	o	+ 17.722 06	- 2.44	+ 3.4	+ 0.07	- 2.37	+ 17.719 69
	v	- 17.721 01	+ 2.44	- 0.8	+ 0.02	+ 2.46	- 17.718 55
P3 - P4	o	+ 20.919 88	- 2.88	+ 0.8	+ 0.02	- 2.86	+ 20.917 02
	v	- 20.920 00	+ 2.88	- 0.2	+ 0.01	+ 2.89	- 20.917 11
P4 - P5	o	+ 36.562 22	- 5.04	+ 3.9	+ 0.17	- 4.87	+ 36.557 35
	v	- 36.561 60	+ 5.04	+ 0.1	- 0.00	+ 5.03	- 36.556 57
P5 - P6	o	+ 24.804 41	- 3.42	+ 3.6	+ 0.11	- 3.31	+ 24.801 10
	v	- 24.803 32	+ 3.42	- 0.1	+ 0.00	+ 3.42	- 24.799 90
P6 - P7	o	+ 5.052 48	- 0.70	- 2.2	- 0.01	- 0.71	+ 5.051 77
	v	- 5.052 10	+ 0.70	+ 3.6	- 0.02	+ 0.68	- 5.051 42
P7 - PK	o	- 11.235 21	+ 1.55	- 1.2	+ 0.02	+ 1.57	- 11.233 64
	v	+ 11.235 38	- 1.55	+ 3.2	+ 0.04	- 1.51	+ 11.233 87

A 2. táblázat tartalmazza a LEICA NA3003 műszerekkel és vonalkódosztású LEICA lécekkel meghatározott nyers magasságkülönbségeket, a hozzájuk tartozó komparálási és hőmérsékleti javításokat, a kétféle javítások összegeit valamint a mért magasságkülönbségeket.

A kalibrálási javítás képletében szereplő m_0 értékek a kalibrálási jegyzőkönyvek szerint a következők (zárójelben a kalibrálás hőmérséklete):

27055	$m_0 = + 3.54 \pm 0.58 \text{ ppm}$	($T_0 = 20.5^\circ\text{C}$)
26696	$m_0 = - 0.34 \pm 0.68 \text{ ppm}$	($T_0 = 20.4^\circ\text{C}$)
átlag	$m_0 = + 1.60 \text{ ppm}$	($T_0 = 20.4^\circ\text{C}$)
27323	$m_0 = + 0.60 \pm 0.52 \text{ ppm}$	($T_0 = 20.3^\circ\text{C}$)
27335	$m_0 = + 2.79 \pm 0.50 \text{ ppm}$	($T_0 = 20.5^\circ\text{C}$)
átlag	$m_0 = + 1.70 \text{ ppm}$	($T_0 = 20.4^\circ\text{C}$)

A hőmérsékleti javítás képletében szereplő α_T hőtágulási együttható értékei a kalibrálási jegyzőkönyvek szerint:

27055 $\alpha_T = 0.72 \pm 0.02 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

26696 $\alpha_T = 0.68 \pm 0.03 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

átlag $\alpha_T = 0.70 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

27323 $\alpha_T = 0.71 \pm 0.02 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

27335 $\alpha_T = 0.73 \pm 0.03 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

átlag $\alpha_T = 0.72 \text{ ppm/}^\circ\text{C}$

2. táblázat. Kalibrálási és hőmérsékleti javítások számítása LEICA NA3003 műszernél és LEICA léceknél.

Szintezési szakasz	Mérési irány	Nyers magasságkülönbség (h')	Kalibrálási javítás (v_{komp}) (20.4 °C)	Átlag hőmérséklet	Hőmérsékleti javítás ($v_{\text{höm}}$)	Kalibr. és hőmérs. javítás	Mért magasságkülönbség (h)
		m	mm	°C	mm	mm	m
P1 - P2	o	- 9.614 50	- 0.02	+ 9.8	+ 0.07	+ 0.06	- 9.614 44
	v	+ 9.614 38	+ 0.02	+ 13.5	- 0.05	- 0.03	- 9.614 34
P2 - P3	o	+ 17.722 22	+ 0.03	+ 1.8	- 0.24	- 0.20	+ 17.722 02
	v	- 17.722 28	- 0.03	+ 13.8	+ 0.08	+ 0.05	- 17.722 22
P3 - P4	o	+ 20.919 55	+ 0.03	+ 10.8	- 0.14	- 0.11	+ 20.919 44
	v	- 20.920 84	- 0.04	+ 1.0	+ 0.29	+ 0.26	- 20.920 58
P4 - P5	o	+ 36.561 72	+ 0.06	+ 10.9	- 0.24	- 0.19	+ 36.561 53
	v	- 36.561 43	- 0.06	+ 17.7	+ 0.07	+ 0.00	- 36.561 43
P5 - P6	o	+ 24.803 61	+ 0.04	+ 11.5	- 0.15	- 0.12	+ 24.803 50
	v	- 24.803 60	- 0.04	+ 20.3	+ 0.00	- 0.03	- 24.803 63
P6 - P7	o	+ 5.052 16	+ 0.01	+ 10.1	- 0.04	- 0.03	+ 5.052 13
	v	- 5.052 29	- 0.01	+ 13.9	+ 0.02	+ 0.02	- 5.052 27
P7 - PK	o	- 11.235 12	- 0.02	+ 10.1	+ 0.08	+ 0.07	- 11.235 05
	v	+ 11.235 68	+ 0.02	+ 13.1	- 0.06	- 0.04	+ 11.235 64

Az 1. és a 2. táblázat adatait összehasonlítva szembevetjük, hogy a hagyományos technika esetén a komparálási javítások két nagyságrenddel haladják meg a digitális technika kalibrálási javításait. Ez kitűnik az m_0 tényező értékeiből is:

ZEISS lécek $m_0 = -137.8 \text{ ppm}$

LEICA lécek $m_0 = +1.60 \text{ ppm}$

$m_0 = +1.70 \text{ ppm}$

Ugyanakkor a javítások előtti nyers mérési eredmények értékei a két mérési technika esetén közel állnak egymáshoz. A 3. táblázatban összefoglaltuk a kétféle technológiával meghatározott nyers illetve mért magasságkülönbségeket és ezek eltéréseit.

3. táblázat. A nyers és a mért magasságkülönbségek.

Szintezési szakasz	Nyers magasságkülönbség (h')			Mért magasságkülönbség (h)		
	MOM Ni-A31	LEICA NA3003	eltérés	MOM Ni-A31	LEICA NA3003	eltérés
	m	m	mm	m	m	mm
P1 - P2	- 9.614 80	- 9.614 44	- 0.36	- 9.613 50	- 9.614 39	+ 0.89
P2 - P3	+ 17.721 54	+ 17.722 25	- 0.71	+ 17.719 12	+ 17.722 12	- 3.00
P3 - P4	+ 20.919 94	+ 20.920 20	- 0.26	+ 20.917 06	+ 20.920 01	- 2.95
P4 - P5	+ 36.561 91	+ 36.561 58	+ 0.33	+ 36.556 96	+ 36.561 48	- 4.52
P5 - P6	+ 24.803 86	+ 24.803 60	+ 0.26	+ 24.800 50	+ 24.803 56	- 3.06
P6 - P7	+ 5.052 29	+ 5.052 22	+ 0.07	+ 5.051 60	+ 5.052 20	- 0.60
P7 - PK	- 11.235 30	- 11.235 40	+ 0.10	- 11.233 76	- 11.235 34	+ 1.58

Ameddig a nyers magasságkülönbségek esetén az átlagos eltérés 0.30 mm, és a legnagyobb eltérés 0.71 mm, addig a mért magasságkülönbségek esetén az átlag 2.37 mm, a maximális érték pedig 4.52 mm. A mért magasságkülönbségek esetén tehát 6-8 szoros indokolatlan különbség adódott. Ez egyértelműen mutatja, hogy a korrekció számításnál van a probléma, és miként már korábban láttuk, a hagyományos technika méretarány-tényezője okozza.

Korábbi komparálási eredmények

Az EOMA létesítésével és fenntartásával kapcsolatos tevékenységek elkészített munkarészei a Földmérési és Távérzékelési Intézet, Központi Adattárában találhatóak. Ezen leadott munkarészek között szerepelnek a komparálási (kalibrálási) jegyzőkönyvek és bizonyítványok is. Az utóbbi tíz évben leadott - három különböző helyről származó - komparálási (kalibrálási) jegyzőkönyvek és bizonyítványok elemzése alapján az alábbi tapasztalatokat lehet levonni.

Budapesten a Geodézia Rt. (korábban BGTV) Pusztay-féle - laboratóriumi - komparátorán vizsgált hagyományos ZEISS gyártmányú szintezőlécpárok méretarány-tényezője -27 ppm és +60 ppm között változott.

Székesfehérvárott a Nyugat-Magyarországi Egyetem, Földmérési és Földrendezői Főiskolai Karán található - szállítható (terepi) - ún. Soproni komparátoron vizsgált hagyományos ZEISS gyártmányú szintezőlécpárok méretarány-tényezője -123 ppm és -170 ppm között változott.

A megvizsgált leadott munkarészek között volt egy ZEISS szintezőlécpár, melyet mindkét magyarországi komparátoron komparáltak egy év különbséggel. A Pusztay-féle komparátoron 1998. februárjában meghatározott méretarány-tényező 0°C hőmérsékletre vonatkoztatva -35 ppm. Ugyanezen lécpárra a Soproni komparátoron 1999. februárjában -141 ppm méretarány-tényezőt kaptak.

A Münchener Műszaki Egyetem Geodéziai Intézetében lézer-interferométerrel kalibrált vonalkódosztású LEICA szintezőlécek méretarány-tényező (hasonlóan az összehasonlító mérésekben használt lécekhez) -3 ppm és +3 ppm között változott. Ezeknél a kalibrálásoknál megadták a meghatározás középhibáját, amelynek értéke kb. ±0.5 ppm.

Kalibrálás 2002-ben

2002. októberében a Münchener Műszaki Egyetemre kiszállítottuk az összehasonlító mérésekben használt ZEISS szintezőlécpárt kalibrálás céljából. Sajnos azonban mérés-technikai okokból nem sikerült meghatározni a lécek méretarány-tényezőjét, mivel az invárszalag közepén - a két osztásmezőt elválasztó - szaggatott függőleges vonal található, melyet az interferométer osztásnak érzékelt.

A Münchener Kalibráló Laboratórium végzi több nagy geodéziai műszergyártó cég léceinek kalibrálását, így nagy tapasztalattal rendelkeznek a szintezőléc kalibrálás területén. A laboratórium munkatársaival ismertettem a hazai komparálások eredményeit. Elmondták, ilyen nagyértékű méretarány-tényezővel még nem találkoztak, sem hagyományos sem vonalkódosztású szintezőléc esetében. Véleményük szerint is komparálási problémával állunk szembe.

Összefoglalás

Az elvégzett vizsgálatok alapján megállapíthatjuk, hogy a korábbinál sokkal nagyobb figyelmet kell tulajdonítani a komparálás (kalibrálás) témakörének. A nem megfelelő berendezésekkel végrehajtott komparálási (kalibrálási) eredmények figyelembe vétele a szintezési hálózatok számításakor szabályos hibát okoz, a pontok tengerszint feletti magasságának a függvényében (pl. 150 ppm méretarány-tényező 100 méter szintkülönbség esetén 1.5 cm-es szabályos hibát okoz). Ha a szintezőléceket egy helyen komparálják, ez a szabályos hiba ki sem mutatható.

Kéregmozgási szintezési hálózatok újramérése után, az egyes pontok magasságaiban bekövetkezett változásokat, csak nagyon gondos mérlegelés után lehet kéregmozgásnak tekinteni, mivel a magasságváltozást okozhatta valamilyen komparálási hiba is.

Hivatkozások

- (A.2.) Szabályzat a függőleges földkéregmozgás vizsgálatára szolgáló szintezési hálózat létesítési munkáiról. *MÉM OFTH*, Budapest, 1975.
- Borza T, Csizmadia M-né, Nagy Z, Németh Zs, Tóth J, Virág G** (1998): Az EOMA 01 sz. poligonját határoló I. rendű vonalhálózat ellenőrzésére végzett vizsgálatok. *FŐMI tanulmány*.
- Földváry Sz-né** (1989): Alapponthálózatok II., *BME Egyetemi Jegyzet*, Budapest.
- Kenyeres A, Borza T** (2000): Technológiafejlesztés a III. rendű szintezés GPS-technikával történő kiváltására. *Geodézia és Kartográfia* 1, 8-14.
- Németh Zs, Virág G** (2000): EOMA 2000-ben. *Geomatikai Közlemények* III. 193-201.
- Virág G, Borza T, Németh Zs** (2001): Hagyományos és digitális kompenzátoros szintezőműszerek mérési eredményeinek összehasonlító vizsgálata. *FŐMI tanulmány*.

LÉZERES FELMÉRÉSI TECHNOLOGIÁK ALKALMAZÁSA KÖZLEKEDÉSI ADATNYERÉSRE

Lovas Tamás*, Barsi Árpád**



Applying Laser Scanning Technologies for Transportation Data Acquisition - Our paper deals with the use of airborne laser mapping (Light Detection and Ranging - LIDAR) technology for transportation. LIDAR is a state-of-the-art remote sensing technology that is capable of rapidly acquiring accurate, spatial data in a relatively inexpensive way. For example, in order to provide transportation flow estimates (e.g. velocity, volume data, vehicle classification), several tasks have to be accomplished. First, the vehicles should be extracted from the data set. For extracting vehicles, several methods have been developed, and the deviation map based segmentation and thresholding methods were selected for the investigation. To classify vehicles, the statistical parameters (e.g. histogram shape) of the extracted points have been analyzed. In the next step, vehicles were classified (based on principal component analysis) into three main categories, such as passenger cars, multi-purpose vehicles, and trucks.

Tanulmányunkban a légi lézeres felmérés (angolul: Light Detection and Ranging - LIDAR) közlekedési alkalmazásával foglalkozunk. A LIDAR korszerű távérzékelési technológia, mely gyorsan, viszonylag olcsón szolgáltat térbeli adatokat. A járműforgalommal kapcsolatos adatok (pl. sebesség, mennyiség, osztályozás) becsléséhez számos feladatot kell megoldani. Először a járműveket le kell válogatni az adatállományból. A kiválogatáshoz több módszert fejlesztettünk ki, a szórástérképen alapuló szegmentálást és a küszöbölést választottuk vizsgálatainkhoz. A járművek osztályozásához a leválogatott pontok statisztikai paramétereit (pl. histogram-alak) elemeztük. A következő lépésben a járműveket három fő osztályba (személyautók, többcélú járművek és teherautók) soroltuk főkomponens analízis segítségével.

Kulcsszavak: közlekedési adatgyűjtés, lézeres felmérés, járművek osztályozása

Bevezetés

A közlekedési problémák megoldása újabb technológiák alkalmazását teszi szükségessé, melyek önállóan, vagy a hagyományos módszerekkel együtt segíthetnek a közlekedés irányításában, az utak biztonságának növelésében, a torlódások és a környezetszennyezés csökkentésében.

A forgalomirányításban jelenleg a legelterjedtebb adatgyűjtő eszközök a hurok-detektorok, forgalomfigyelő kamerák; statisztikák készítésére pedig a hagyományos forgalomszámlálás. Nagyobb léptékű forgalmi adatok gyűjtésére, egyszerre több adat gyűjtésére a hagyományos rendszerek nem alkalmasak. Számos kutatás folyik azonban a távérzékelési technológiák, különösen az utóbbi években nagy fejlődésnek indult nagyfelbontású űrfelvétel és az aktív távérzékelési rendszerek közlekedési alkalmazásában. Ilyen új, aktív távérzékelési rendszer a lézer-szkenner, vagy ismert rövidítéssel: a LIDAR (Light Detection and Ranging; lézeres felmérés).

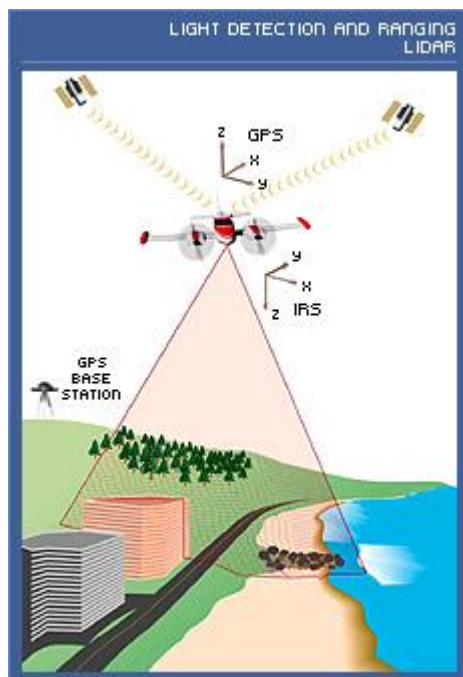
(<http://www.airbornelasermapping.com>)

LIDAR

A lézeres felmérés területén már több évtizede folynak kutatások, de a technika ipari, kereskedelmi alkalmazása csak az utóbbi 5-10 évben terjedt el. Ez a szenzorok árának csökkenésével illetve (légi alkalmazások esetén) a navigációs rendszerek pontossági növekedésének köszönhető. A közlekedési adatnyerésre most a légi alkalmazást vesszük számba, ahol a rendszernek két alapvető összetevője van: a lézer-szenzor és a navigációs rendszer [1. ábra].

A navigációs rendszer GPS-ből és INS-ből (Inertial Navigation System; inerciális navigációs rendszer) áll. A mai nagy pontosságú INS műszerek és a differenciális GPS technológia kielégítő pontosságot biztosít a legtöbb közlekedési alkalmazáshoz. A navigációs rendszer pontossági elemzése megkerülhetetlen kérdés a lézeres felmérés pontosságának vizsgálatakor, hiszen az elérhető pontosság nem lehet jobb, mint a navigációs rendszer pontossága.

A lézerszenzor tulajdonképpen egy nagy pontosságú távmérőnek tekinthető. A szenzor egy lézersugarat bocsát ki a földfelszín felé és a térképezendő objektum távolságának függvényében a lézersugár más-más időben érkezik vissza, ezt az időkülönbséget szabatosan mérve a szenzor és a tárgy közötti távolság meghatározható. A szenzor pozíciójának és irányának ismeretében (ehhez van szükség a navigációs rendszerre) a tárgy térbeli koordinátái is meghatározhatók. (Baltsavias 1999, Shrestha 1999)



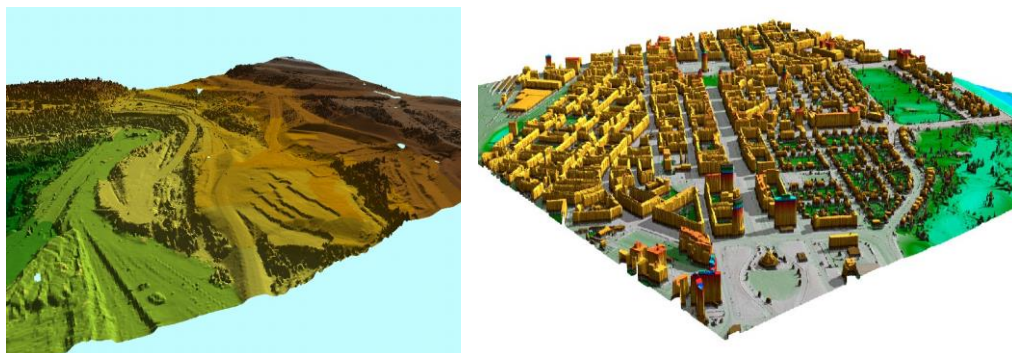
1. ábra. A LIDAR működési elve (<http://www.airborne1.com/technology/technology.htm>).

A lézeres felméréshez hasonlóan aktív távérzékelési technológiával, a radarral összehasonlítva számos különbséget állapíthatunk meg. A LIDAR szabatosabb távolságmeghatározást és pontos térbeli koordinátákat szolgáltat, ezért a radarral szemben a lézeres felmérésnek nem is a tematikus térképezés, hanem a pontos háromdimenziós

adatok nyerése a fő területe. A fotogrammetria a képek intenzitás értékeinek köszönhetően szintén alkalmas tematikus információk nyerésére, sztereoképes eljárással pedig térbeli pontmeghatározásra is. A LIDAR előnye a fotogrammetriai felületmodell meghatározással szemben az adatok nagyobb sűrűsége, a gyorsabb és egyszerűbb (ennél fogva olcsóbb) adatnyerés [2. ábra]. Itt jegyeznénk meg, hogy több éve folynak kísérletek a lézeres felmérésben az intenzitás-értékek rögzítésére, így a visszaverődés erősségét lehet meghatározni és abból következtetéseket levonni a térképezett objektumra vonatkozóan. Ezeket az intenzitás-értékeket ma már több szenzor mérni tudja, azonban az ilyen adatok felhasználása egyelőre alig valósult meg. (Shrestha 1999)

A rendszer működését tekintve többfajta megoldás létezik, legelterjedtebb rendszer a szkener, ahol a lézergusarat kibocsátó és a visszaverődést felfogó szenzor a repülés irányára merőlegesen pásztázza a felszínt és gyűjti az adatokat; sűrű cikk-cakk vonalak formájában térképezve a terepet (pl. Optech LIDAR system). Van azonban egyedi megoldás is, mint pl. a Toposys cég rendszere, amely egy sorban fixen rögzített szenzorokkal gyűjti az adatokat. Ez a megvalósulási mód egyszerűbb, mert a szenzor nem mozog, de ugyanakkor az egymásra merőleges irányokban eltérő pontsűrűség miatt korlátozottabb használhatóságúnak tekinthető. (<http://www.toposys.com/anwendungen>)

A LIDAR legfőbb alkalmazási területe az adatszolgáltatás digitális domborzatmodellhez.



2. ábra. Felszínmodell és városi környezet térképezése lézeres felméréssel [8].

Az adatnyerés gyorsasága és az adatok homogenitása a jó pontossággal együtt erre a célra kiválóan használható eszközzé teszik. Emiatt a LIDAR területén végzett kutatások nagy része a növényzet és az emberi létesítmények (pl. épületek) felismerésére irányul. A technológiának nagy szerepe van továbbá a városi térképezésben (épületek térbeli modellezése, láthatóság-vizsgálat, besugárzási térképek stb.), erdészeti alkalmazásokban (fák magasságának-, erdők sűrűségének meghatározása stb.), valamint a közlekedésben (főként utak térképezése).

Jelen tanulmány is egyfajta közlekedési alkalmazással foglalkozik, a technológia sajátosságai miatt talán meglepő módon a forgalmi adatok nyerésére helyezve a hangsúlyt.

LIDAR a közlekedésben

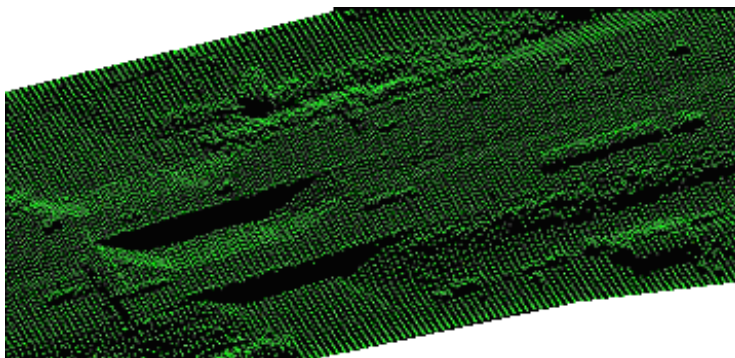
Tanulmányunk egy amerikai projektben való aktív együttműködésünk alapján készült, így a vizsgálatokhoz használt adatállomány is az USA-ból származik, mégpedig az Ohio állambéli Dayton autópályája felett végzett adatgyűjtésből [3. ábra].



3. ábra. Teszt terület, 35-ös autópályája, Dayton, Ohio, USA.

A szenzor repülőgépre felszerelt pásztázó rendszer, amely kb. 200 km/h-s sebesség mellett 1.5 pont/négyzetméteres adatsűrűséget nyújt.

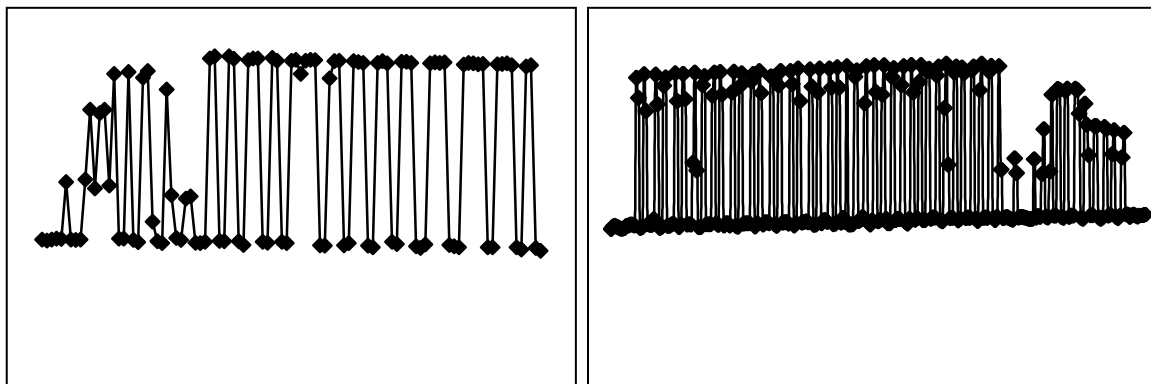
Tekintve, hogy a cél a járművekkel kapcsolatos adatok nyerése illetve levezetése, ez a pontsűrűség elsőre talán ritkának tűnhet, azonban a járművek számos esetben már ilyen pontsűrűséggel is azonosíthatóak [4. ábra].



4. ábra. LIDAR pontfelhő.

Nagyobb pontsűrűséggel természetesen még élesebben kirajzolódnak az élek, az úttest határai és az úthoz közeli egyéb objektumok kontúrjai. Mivel a repülési vonal nem pontosan a járművek felett található, így a haladási irányra merőlegesen pásztázó szenzorok

a járművek oldalait is „eltalálják”; sok pont innen verődik vissza, így nem tisztán felületi képeket kapunk. Ezek a pontok önmagukban és az esetleges többutas terjedés miatt elmoshatják a kontúrokat, mivel a jel nem közvetlenül a tárgyról, hanem onnan máshova verődve, késve érkezik vissza. Gyakorlatilag így a ténylegesnél nagyobb távolságot mérünk.



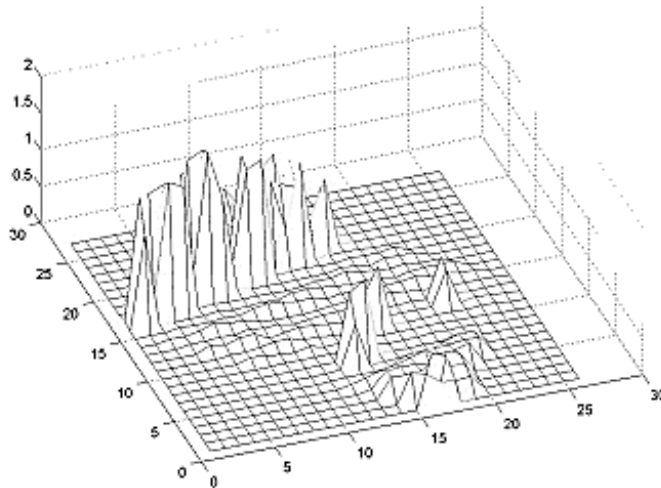
5. ábra. Objektumrövidítés és –megnyúlás (kamion).

A dinamikus adatok levezetésére a LIDAR adatok speciális tulajdonságát használjuk. Mivel az adatnyerés pásztázáson alapul, a mozgó objektumok a LIDAR adatállományban a haladási irányuknak, sebességüknek, valamint a repülőgép sebességének függvényében megnyúlnak ill. rövidülnek. Szemléletes példa a nagyméretű, a térbeli adathalmazban különösen kontrasztos kamion, amely a repülési iránnyal egyező irányban megnyúlt, hasonló méretű párja az ellenkező irányba haladva megrövidült [5. ábra].

Közlekedési LIDAR adatok feldolgozási lehetőségei

A közlekedési alkalmazások területén több feladat megoldását tűztük ki célul. Először is a járművekkel kapcsolatos információk levezetéséhez a járművek elkülönítésére van szükség [6. ábra]. Az adatállományban elkülönített járművekkel aztán már további adatokat is nyerhetünk, pl. a jármű-mennyiség vagy akár sebesség-bebecslés.

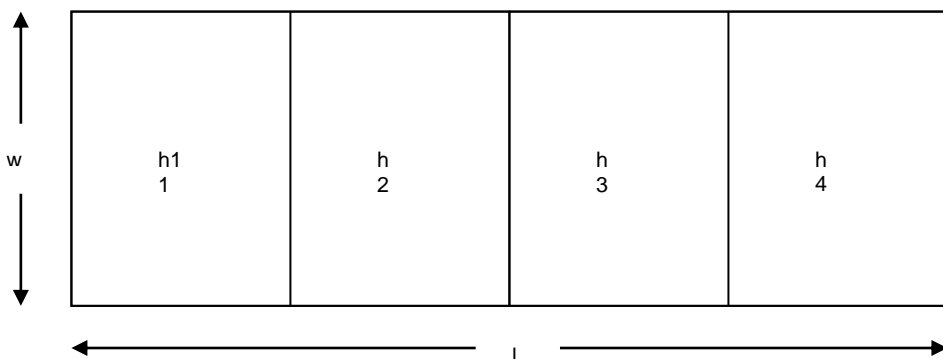
A LIDAR adatok szegmentálásához szórás értékek alapján végzett él-keresési és magasság szerinti küszöbölési módszereket alkalmaztunk (Pitas 2000, Horn 1986).



6. ábra. Élkeresés szórás térkép segítségével.

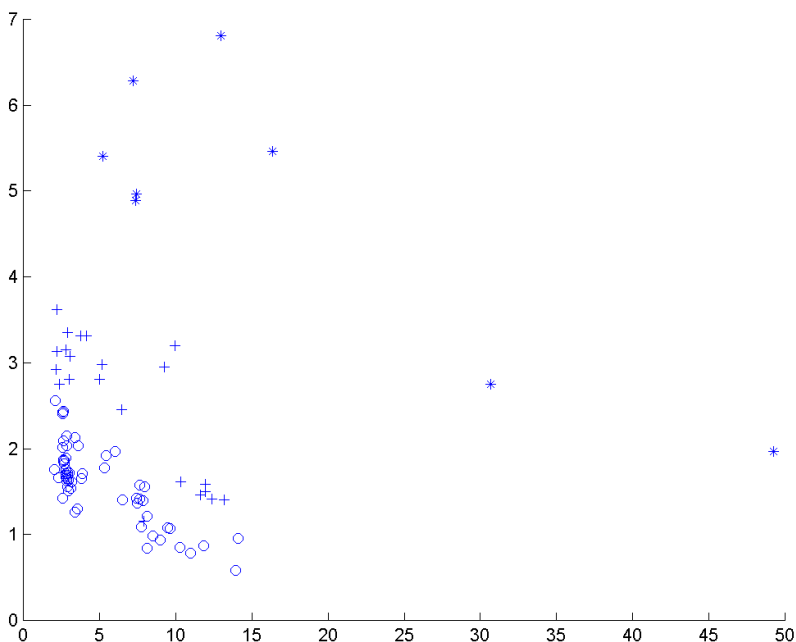
Az egyes szegmensek osztályozásához a járművek térbeli modelljét készítettük el, a szabad szemmel azonosíthatatlan (pl. túlzottan megrövidült) járművek esetén egyszerű statisztikai jellemzőket (jármű magasságát, magassági hisztogramjának alakját) használtunk a döntéshez. Az osztályozással kapcsolatos elemzésekhez pontosan elhatárolt járművekre volt szükségünk, a továbbiakban tehát az adathalmazból manuálisan kivágtott járműveket használtunk.

A járművek kategóriákba sorolásához először az osztályozásukhoz egyértelműen jellemzőnek mondható fizikai paramétereiket kell kiválasztani, majd azok számának csökkentéséhez főkomponens transzformációt alkalmaztunk. Legtriviálisabb paraméterekként a járművek szélességét, hosszúságát, valamint a hossz tengely mentén egyenlő részben felosztott szakaszokban a magassági értékeket vettük figyelembe, ezek képezték tehát a főkomponens analízis bemeneti mátrixát [7. ábra].



7. ábra. Az osztályozás alapját képező 6 fizikai paraméter (hosszúság, szélesség, átlag magassági értékek).

Az egyes paraméterek információtartalmának meghatározására a bemenetek kovariancia-mátrixának sajátértékei adnak támpontot. A szemléletes klaszterezéshez két főkomponensre, a két „legerősebb” sajátvektorra van szükség. A kiválasztott paraméterek alapján a járművek a bemeneti mátrix és a két sajátvektorból álló mátrix lineáris kombinációjaként írhatók le.



8. ábra. Pontdiagram az elkülönült osztályokkal (o személyautók; + többcélú járművek; * kamionok).

Az eredményként kapott ábrákból jól látható, hogy az előzetesen térbeli modelljük ill. statisztikai jellemzőik alapján 3 kategóriába (személyautó, többcélú jármű és teherautó) osztályozott járművek a pontdiagramon jól elkülöníthető klaszterekbe tömörülnek [8. ábra]. A bemeneti mátrixban akár 4 (a 4 magassági értéket), akár 6 paramétert (a magassági értékeket, a szélességet és hosszúságot) számításba véve az egyes kategóriák között nincs átfedés.

Összefoglalás

A lézeres felmérési technológia egyre több helyen bizonyítja sokrétű használhatóságát. A közlekedési terület óriási adatigénye felgyorsította a LIDAR és más távérzékelési technológia fejlesztését. A lézeres felmérési módszer fő előnyei közé sorolható az adatnyerés egyszerűsége, gyorsasága, az alkalmazáshoz megfelelő geometriai pontossága és a relatíve alacsony költségek.

Kutatásaink bizonyítják, hogy a technológia alkalmas a járművek automatikus leválogatására, osztályozására. Az ilyen módon nyert adatok fontos információkat nyújt-

hatnak egyes útszakaszok terheltségének, egyes jármű kategóriák eloszlásának, mozgásának vizsgálatához, így nagyban segíthetnek a forgalomirányításban vagy akár az úthálózat fejlesztésében.

Irodalom

Pitas I (2000): "Image Segmentation Algorithms". *Digital Image Processing Algorithms and Applications*, I, 275-318, Wiley.

Pitas I (2000): "Edge Detection Algorithms", *Digital Image Processing Algorithms and Applications*, I, 241-274, Wiley.

Horn B (1986): "Regions & Image Segmentation", *Robot Vision*, I, 90-102, MIT.

Horn B (1986): "Edges & Edge Finding", *Robot Vision*, I, 161-184, MIT.

Baltsavias EP (1999): Airborne laser scanning: basic relations and formulas, *ISPRS journal*.

Shrestha R, Carter W, Lee M, Finer P, Sartori M (1999): Airborne Laser Swath Mapping: Accuracy Assessment for Surveying and Mapping Applications, *Surveying and Land Information Systems*, 59, 2, June.

<http://www.airbornelasermapping.com>

<http://www.toposys.com/anwendungen>

<http://www.airborne1.com/technology/technology.htm>

HALSZEMOPTIKÁVAL KÉSZÜLT AMATŐR ZENITFELVÉTELEK ERDÉSZETI ALKALMAZÁSA

Király Géza , Kovács Gyula** , Jobbágy Zsigmond*



Application of amateur fisheye zenith images in forestry - . The paper presents the theory of fisheye lenses, the buildup of an amateur digital camera equipped with fisheye extension lens for recording the horizon of GPS measurement. It emphasizes the calibration of the equipment. The possibilities of forestry applications of the system are also presented beside the application of planning of GPS measurements.

A cikk bemutatja a halszemoptikák elvét, ismerteti egy ilyen optikával szerelt digitális fényképező kialakítását. Részletesen kitér a műszeregyüttes kalibrálására. Az elsődleges célon túl – a GPS mérések horizontkorlátozásának meghatározása – ismerteti az eszköz alkalmazási lehetőségeit az erdők faállomány-paramétereinek mérésére.

Kulcsszavak: halszemoptika, kalibrálás, zenitfelvétel, erdészet

Bevezetés

A Nyugat-Magyarországi Egyetem Földmérési és Távérzékelési Tanszékén folyó „A GPS technika nagy pontosságú alkalmazásának vizsgálata erdővel fedett területeken” című, T 037384. számú OTKA kutatás kapcsán merült fel bennünk először az a gondolat, hogy a GPS mérések során a pontosságot nagyban befolyásoló horizontkorlátozásokat valamint a kitakarásokat objektív módon tudjuk meghatározni és dokumentálni. Rövid körületekintés után jutottunk arra a gondolatra, hogy egy halszemoptikával készült zenitfelvétel segítségével lehetne a feladatot a legjobban megoldani. Korunk lehetőségeinek és követelményeinek megfelelően az eszközt valamilyen digitális felvevővel gondoltuk el.

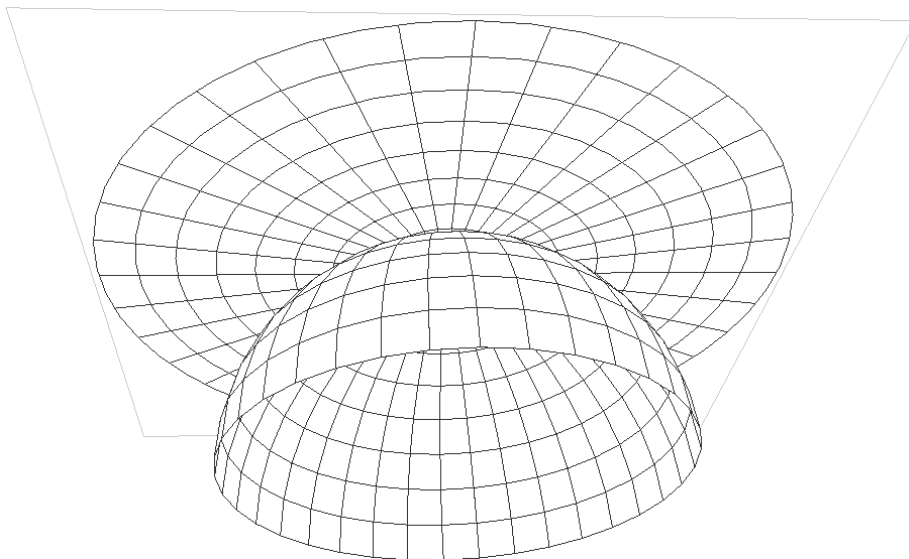
A cikkben ismertetésre kerül a halszemoptika, mint leképező eszköz, az általunk tervezett berendezés összeállítása és kalibrálása, valamint a szükségszerű alkalmazási lehetőségen túl, egyéb erdészeti alkalmazási lehetőségek ismertetése is.

Halszemoptika

A halszem (*fish-eye*) fogalom megalkotása Robert W. Wood nevéhez fűződik, aki az 1911-ben kiadott *Physical Optics* című művében használta először. Nemcsak a fogalmat, hanem a kamerát is megalkotta, amely gyakorlatilag egy vízzel töltött lyuk-kamera volt. Ennek segítségével igen érdekes és újszerű képeket készített. Később, 1924-ben R. Hill tervezte az első halszemoptikát, amelyet üvegből készített el a Beck of London cég.

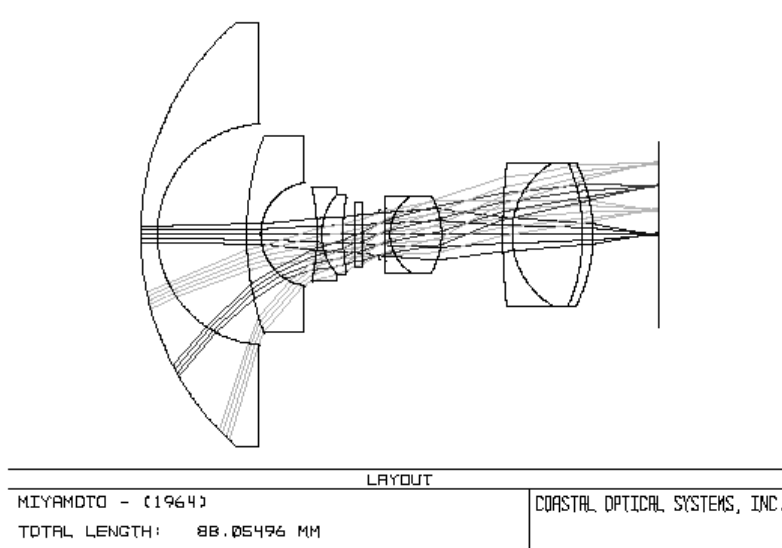
A halszemoptikák – ellentétben a hagyományos lencsékkel, amelyeknél az egyenes képe egyenes marad (*rectilinear*) – távolságtartó leképezéssel dolgoznak (*equidistance*)(1. ábra). A leképezés során a félgömböt (*hemisphere*) úgy vetítik az azt a zenitpontban érintő síkra, hogy közben a zenitpontból mért távolságok és irányok nem változnak. A 90°-os meridiánon, azaz a horizont mentén a hossztorzulás értéke $\pi/2$.

* , ** NyME FTT, 9400 Sopron, Bajcsy-Zs. u. 4.
E-mail: kiraly.geza@emk.nyme.hu, gykovacs@emk.nyme.hu



1. ábra. A halszemoptikák leképezése.

A mai halszemoptikák felépítésére jellemző, hogy az első lencsecsoportjuk jóval nagyobb negatív törésmutatóval rendelkeznek, mint egy hagyományos – fordított tele típusú – nagylátószögű objektív, és a hátsó lencsecsoport fókusz távolsága meglehetősen nagy az egész lencserendszer fókusz távolságához viszonyítva (2. ábra). Erre azért van szükség, hogy a teljes optika mérete ne legyen túl nagy. Másik jellegzetességük, hogy a torzítások csökkentésére a képsík oldalán legalább egy ún. kettőstagot alkalmaznak, amely egy alacsony törésmutatójú gyűjtőtagból, és egy magas törésmutatójú szórótagból áll. Ily módon sikerül elkerülni a képsík jelentős torzulásait (Petzval összeg), ugyanakkor ezek a kettőstagok a kromatikus aberrációt is csökkentik (Kumler – Bauer).



2. ábra. Korszerű halszemoptika felépítése.

Felépítés

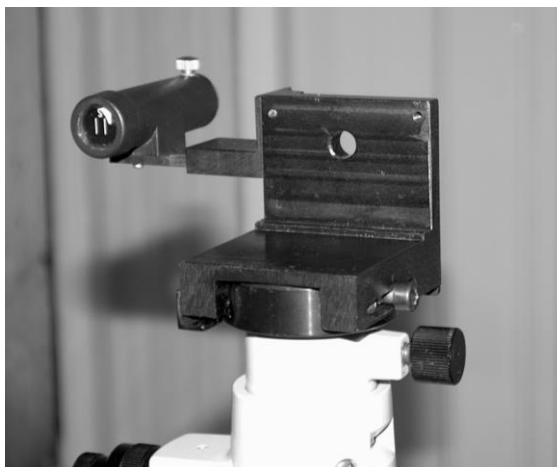
A rendszer felépítésekor alapvető szempontunk az volt, hogy tanszékünk két darab HP PhotoSmart 912 típusú digitális fényképezőgéppel rendelkezik, így egy olyan eszközt kellett kialakítani, amely erre a típusra épül. Mivel ennek a modellnek az objektívje nem cserélhető, ezért előtétlencsét kerestünk. Végül az alábbi előtétlencsét vehettük számításba (1. táblázat):

1. táblázat. Az alkalmazható halszem-előtétlencsék.

Gyártó	Típus	csatlakozás	Nagyítás	f (mm)	FOV (fok)
Nikon	FC-E8	M28	0.21	1.722	183
Olympus Century	FCOM-02		0.2	1.64	180
Optics	DS-FEWA-58	M58	0.3	2.46	117.8249894
Kenko	KUW-042	M46	0.42	3.444	99.66339577
Raynox	MX-3000Pro	M58	0.3	2.46	117.8249894
Panasonic		M49	0.42	3.444	99.66339577
Phoenix	Super Fish Eye		0.25	2.05	126.6454287

A legnagyobb látószög, valamint a könnyebb magyarországi beszerezhetőség miatt a Nikon FC-E8 típusú előtétlencse mellett döntöttünk. Az első megoldandó feladat az előtét és az optika összeillesztése volt. Ezt egy szűkítő-gyűrű (*step-down ring*) segítségével sikerült megvalósítani.

A következő feladat az volt, hogy biztosítsuk a GPS antenna és a fényképező berendezés azonos helyzetét. Ehhez egy olyan közdarabot alakítottunk ki, amely a kényeszközpontosítóba illeszkedve biztosítja a kamera és a műszertalp tengelyének egybeesését (3. ábra). A közdarabra szerelt kis tájoló segítségével biztosítható a felvételek É-i tájolása is.



3. ábra. A műszertalp és a fényképező közötti közdarab.

Ahhoz, hogy biztosítani tudjuk a GPS antenna és a kamera fókuszpontjának azonos felvételi magasságát, szükségünk volt még egy állítható magasságú műszerlábra is. A teljes műszeregyüttest mutatja be a következő ábra (4. ábra):



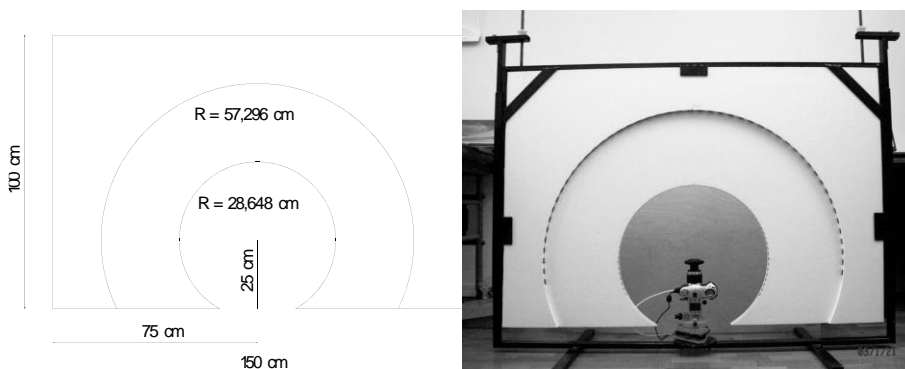
4. ábra. A teljes műszeregyüttes.

Kalibrálás

A kialakított készülékünk optikai szempontból rendkívül összetett, – zoom-optika + előtétlencse – ezért szükséges a rendszer kalibrációja. A kalibráció során az alábbi paraméterek meghatározására helyeztük a hangsúlyt:

1. fókuszpont helye
2. sugárirányú torzítások (*radial distortion*)
3. megvilágítottság (*relative illumination*)

A kalibráláshoz kialakítottunk egy berendezést, amelynek vázlatos felépítése a következő (5. ábra):



5. ábra. A kalibráló szerkezet (vázrajz és fénykép).

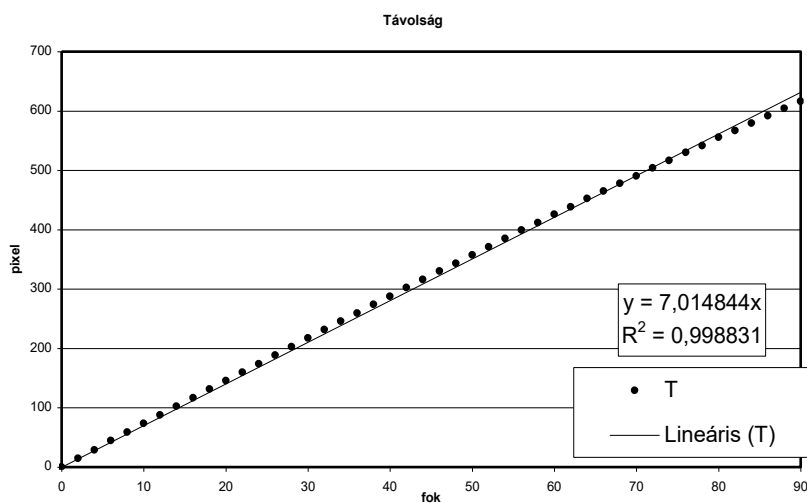
A két koncentrikus körnek a sugarát úgy választottuk meg, hogy a cm-es beosztás az 1° , illetve a 2° -nak feleljen meg. A fókuszpont-meghatározást a megfelelő fokértékek térbeli előmetszésével végeztük el. A komplex optikának köszönhetően a különböző beesési szögekhez különböző fókuszpont tartozik. Jó közelítéssel a fókuszpontok az optikai tengelyen helyezkednek el, egy kb. 4 mm hosszúságú szakaszon.

Az elméleti halszem-leképezést az alábbi képlet mutatja be:

$$r = \alpha * \theta \quad (1)$$

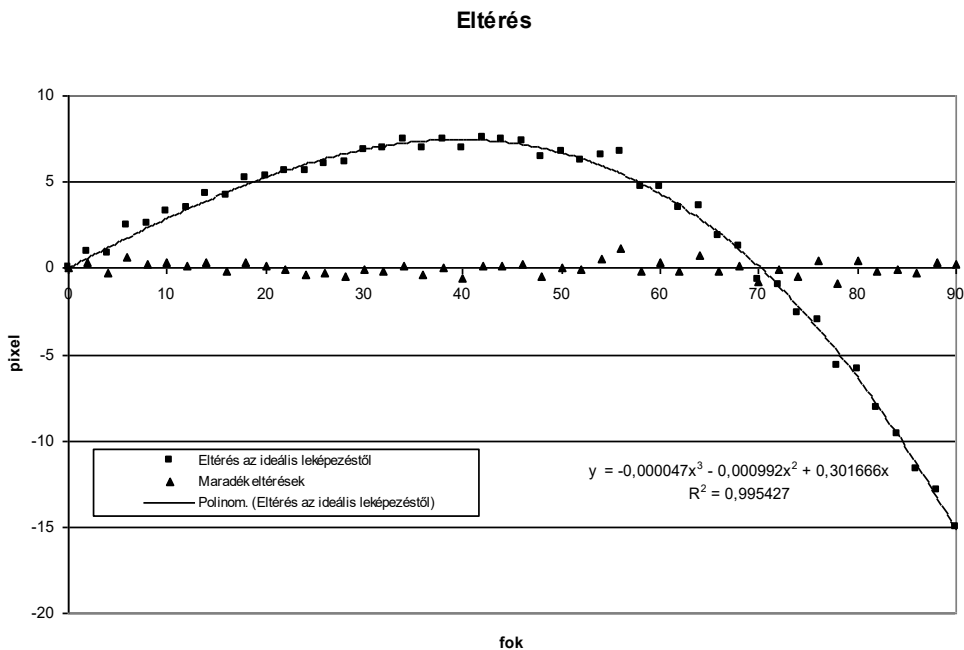
ahol: r a középponttól való távolság
 α méretarány-tényező
 θ beesési szög

Feltételezve az optika körszimmetriáját az egyik irányban mért távolságok és szögek az alábbiak (6. ábra):



6. ábra. A tényleges és az ideális leképezés.

A szakirodalomban fellelhető a leképzés körívvel való közelítése is (Mundhenk et al.), általánosabb és pontosabb a harmadfokú polinommal való közelítés. További torzítások kiküszöbölését teszi lehetővé az ötödfokú polinomos modellezés. Az egyenestől való eltéréseket, és azok harmadfokú polinommal történő kiegyenlítését, valamint a maradék-hibákat szemlélteti a következő ábra (7. ábra)



7. ábra. Az ideális leképezéstől való eltérések, azok kiegyenlítése harmadfokú polinommal, valamint a maradék hibák.

Ha az optikai tengelytől való távolságokra (6. ábra) közvetlenül harmadfokú polinomos kiegyenlítést illesztünk ugyanezt az eredményt kapjuk, mint a szemléletesebb a két lépéses megoldás, melynek során az α értékét is meghatározhatjuk. Esetünkben ez az érték ~ 7 , ami azt jelenti, hogy a kép felbontása átlagosan 7 pixel/°-nak felel meg. A maradék hibák pixel alattiak, célkitűzéseinknek megfelelnek, sőt azokat bizonyos tekintetben felül is múlják.

A megvilágítottság kalibrálását a következő elrendezés szerint végeztük. A körrök tengelyében, mindkét oldalra elhelyeztünk egy-egy szórt fényt sugárzó tejüveges izzót, majd mértük a felvételek esetében a fekete és a fehér pixel intenzitásértékváltozásait a beesési szög függvényében.

Természetesen még számos paraméter meghatározását végezhetnénk el, – többek között a kromatikus aberráció, nem sugárirányú torzítások, a blende hatása, stb. – de úgy gondoltuk, hogy ezek kevésbé befolyásolják a felvételek célkitűzéseinknek megfelelő kiértékelését.

Alkalmazás

A műszeregyüttest a fent említett OTKA kutatáshoz, a GPS mérések során fellépő horizontkorlátozások meghatározásához fejlesztettük ki. Magukról a mérésekről részletes tájékoztatás található a kiadvány másik cikkében (Bácsatyai – Gyimóthy, 2003). A horizontkorlátozás mérése több úton is lehetséges. Megvalósíthatjuk például úgy, hogy a felvételre vetítjük rá a fokhálót, és ez alapján mérjük a megfelelő szögértékeket. Másik lehetőség, hogy nagy pontossággal megmérjük a horizontkorlátozás töréspontjainak pixelkoordinátáit, és ebből számoljuk a zenitszöget (2) és az azimutot (3):

$$\theta = \frac{a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t}{\alpha} \quad (2)$$

ahol: α méretarány-tényező

a, b, c az inverz polinom együtthatói ($2.7187 \cdot 10^{-8}, -2.6257 \cdot 10^{-6}, 1.3730 \cdot 10^{-1}$)

$t = \sqrt{(X_p - X_0)^2 + (Y_p - Y_0)^2}$; a középponttól való távolság pixelben,

melyben:

X_0, Y_0 a zenitpont pixelkoordinátái

X_p, Y_p a horizontkorlátozás töréspontjának pixelkoordinátái

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X_p - X_0}{Y_p - Y_0}\right) \quad (3)$$

A horizontkorlátozás meghatározását mutatja be a következő ábra (8. ábra). A horizontkorlátozást együttesen ábrázolhatjuk a műholdak helyzetével a mérési időintervallumban (*sky plot*). A horizontkorlátozás segítségével figyelmen kívül hagyhatjuk azokról a műholdakról érkező jeleket, amelyek nem látszanak tisztán. Továbbmenve vizsgálhatjuk azt, hogy a különböző sűrűségű kitakarásokon – ágak és gallyak – keresztül vett jelek, milyen mértékben rontják a mérési pontosságot. Szeretnénk kidolgozni fél-automatikus, illetve automatikus képfeldolgozási eljárásokat ezen paraméterek (levélsűrűség, minőség, ágsűrűség) meghatározására. Távlati elképzelésünk pedig az, hogy adott mérési helyen a zenitfelvétel birtokában meg tudjuk tervezni a mérést, illetve adott biztonsággal meg tudjuk mondani azt is, hogy milyen időpontban milyen pontossággal lehet a mérést elvégezni.



8. ábra. A horizontkorlátozás meghatározása.

A műszernek a fent említett alkalmazásán kívül számos erdészeti alkalmazási lehetősége is van. Ezek közül az alábbi faállomány-paraméterek meghatározására lehet(ne) az eszközt alkalmazni:

1. körlapösszeg (G)
2. famagasság (H)
3. záródás (Z)
4. törzsalak / koronaalak
5. egészségi állapot / mortalitás

Jelen cikk keretében a körlapösszeg meghatározása kerül részletes ismertetésre. A körlapösszeg azt fejezi ki, hogy adott magasságban – ez általában a mellmagasság (1,3 m) a fák törzse milyen területet foglal el. Szokásos mértékegysége a m^2/ha . Mivel a felvételiünk hossztorzítása a horizont mentén $\pi/2$, ezért a körlapösszeget az alábbi képlettel számolhatjuk (4):

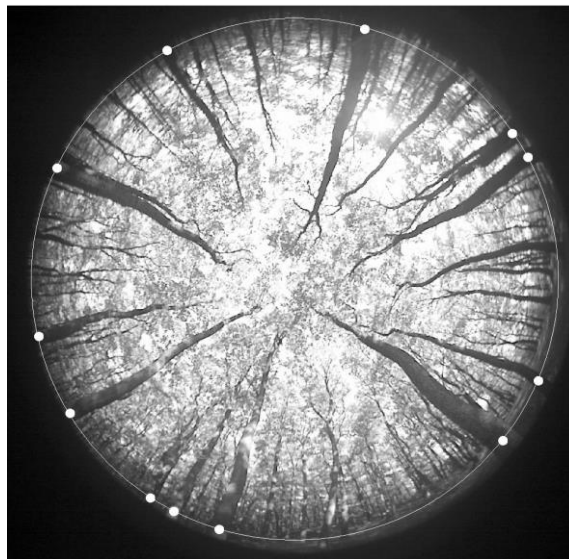
$$G = \text{darab}(\text{törzs}(\min(\beta \times \gamma))) \approx \text{darab}(\text{törzs}(\min(12.6263 \text{ pixel}))) \text{ m}^2 / \text{ha} \quad (4)$$

ahol: $\beta = \alpha \cdot \frac{\pi}{2} \approx 11.0189 \text{ pixel}/^\circ$; a méretarány-tényező a horizont mentén

$$\gamma = 2 \cdot \arctan\left(\frac{r}{R}\right) = 2 \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{\frac{1}{\pi}}}{\sqrt{\frac{10000}{\pi}}}\right) = 2 \cdot \arctan\left(\frac{1}{100}\right) \approx 1.146^\circ ; \text{ az } 1 \text{ m}^2/\text{ha} \text{ -hoz tartozó}$$

szögszámláló szögérték.

Vagyis megszámláljuk a horizont mentén, hogy hány törzs mérete haladja meg az adott határértéket (esetünkben $\sim 12,6$ pixel). Azokat a törzseket, amelyek mérete meg egyezik a határértékkel $\frac{1}{2}$ egységként vesszük számításba. Az alábbi ábra mutatja be az eljárást, a könnyebb áttekinthetőség kedvéért 2-es szorzótényezővel (9. ábra). Tehát az eredmény: $G = 23 \text{ m}^2/\text{ha}$. Az erdőállomány adattári adatok alapján ez az adott erdőrészlétben (Sopron 125 A) $22.1 \text{ m}^2/\text{ha}$.



9. ábra. Körlapösszeg mérése a felvételen.

A magasság meghatározására ott van lehetőség, ahol ismerjük a törzsek távolságát a felvételi helyzettől. A szakmában elterjedtek azon mintavételi eljárások, amelynél egy adott pont körül vesszük fel a fákat, az ún. körös mintavételek. Az ilyen mintapontok esetében a felvétel a számos paraméter mérésén és ellenőrzésén túl lehetőséget ad arra is, hogy dokumentáljuk terepi méréseinket, és kiváló alapot szolgáltat a monitorozásra is.

Összefoglalás

A fentiek alapján kijelenthetjük, hogy az általunk kialakított amatőr, alacsony költségű, halszemoptikával szerelt zenittengelyű felvevő-berendezés a GPS mérések tervezéséhez kiválóan alkalmas, de szükséges bizonyos paraméterek – főként a sugárirányú torzítás – kalibrálása a megkövetelt pontossági igények biztosítására. Bár a berendezés jól használható, további fejlesztések lehetségesek, és nagyobb pontossági igény esetén szükségessé is. A műszeregyüttes azon túl, hogy a GPS mérések tervezéséhez és pontossági vizsgálatához nyújt egy jól használható eszközt, számos egyéb területen is alkalmazható. Erdőterületeken a körös mintavételeknél kiválóan alkalmazható mérő és monitorozó, valamint archiváló eszközként. A műszer továbbfejlesztésén dolgozunk, mind a pontosságának javításán, mind az alkalmazásainak kiterjesztésén. A GPS-es és az erdészeti alkalmazásokon túl komplex ökológiai vizsgálatokat is segíthet, egyrészt abiotikus tényezők (pl. napsütéses órák száma, Napsugárzás intenzitása), másrészt biotikus tényezők (főként növényzet) monitorozására.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetünket fejezzük ki az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramok (OTKA) Bizottságának, hogy kedvező döntésükkel támogatták „A GPS technika nagy pontosságú alkalmazásának vizsgálata erdővel fedett területeken” című, T 037384. számú kutatásunkat, lehetővé téve a cikkben leírt vizsgálatokat, és további perspektívát nyitva ezzel a tanszéki digitális fotogrammetriai kutatásoknak.

Hivatkozások

- Bácsatyai L, Gyimóthy A** (2003): GPS technika alkalmazása erdővel fedett területeken. Sopron, *Geomatikai Közlemények V.* 303-309.
- Kumler J, Bauer M**: Fisheye lens designs and their relative performance. Coastal Optical Systems. <http://www.coastalopt.com/fisheyp.pdf>
- Willson Reg G** (1994): Modeling and Calibration of Automated Zoom Lenses. The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania 15213.
- Wood Robert W** (1911): Physical Optics, pp. 66-68, The Macmillan Company, New York.
- Mundhenk T Nathan, Rivett Michael J, Xiaoqun Liao, Hall Ernest L** (2000): Techniques for Fisheye Lens Calibration using a Minimal Number of Measurements. Robotics papers. University of Cincinnati. <http://www.robotics.uc.edu/papers/paper2000/fisheye.pdf>

MIVEL JÁRULT HOZZÁ HAZÁNK A VILÁG TÉRKÉPÉSZETÉHEZ

*Papp-Váry Árpád**

Magyar térképész által szerkesztett, az ország egész területét ábrázoló első térkép 1528-ban jelent meg Ingolstadtban. A térkép címfelirata is hangsúlyozza, hogy a térkép Magyarország területét ábrázolja, és szerzője Lázár nevű magyar férfi. Egy ország első térképe mindig nagy jelentőségű az adott ország, nemzet szempontjából. A Lázár-féle, egyetlen példányban fennmaradt térkép igazi jelentősége, hogy ez a világ harmadik, nyomtatott országtérképe. A térkép megjelenéséig a térképészek földrajzi egységeket ábrázoltak, rendszerint több ország területét szemléltették együtt. Az első, még kéziratos ország ábrázolás Konrad Türost munkája Svájc területéről (1497). Ezt követte Csehország (1518), Bajorország (1523), Magyarország (1528), majd jóval később a Brit-szigetek (1546) térképe. Hazánk első országtérképe részletességével és pontosságával is kiemelkedik az említett országábrázolások közül. Wolfgang Lazius 1556. évi Magyarország-térképének elterjedéséig a külföldi szerzők Lázár térképének felhasználásával szerkesztették meg hazánkat bemutató térképeiket.

A brassói születésű, erdélyi szász közösségből származó, Johannes Honterus kis atlasza a XVI. század derekának legismertebb térképészeti alkotása volt. 1542-ben Brassóban, saját nyomdájában jelentette meg 13 fametszetű térképből álló, kis atlaszsal kiegészített földrajzkiadványát. A kozmográfiai bevezető (*Rudimenta Cosmosgraphia*) a világ *első zsebatlasza* (mérete 9 × 12 cm). Ugyanakkor ez az atlasz az első, amelyik szakít Ptolemaiosz művének 1409. évi latin fordítása óta élő atlaszfelépítéssel, és csak a korabeli világot ábrázolja, egyéni szerkesztési elvek szerint kialakított térképein.

Pár évtizeddel később Zsámboky János Erdély, Magyarország és Horvátország térképeit készíti el. Ezek a térképek megjelentek Ortelius világatlaszában, mint a korabeli legfontosabb forrásmunkák Magyarországról.

Másfél száz évvel később, a török kiűzése után született csak újra olyan térképészeti eredmény Magyarországon, amelyre felfigyelt Európa. Mikoviny Sámuel 1732-ben elhatározta az ország teljes területének megyék szerinti térképezését. Térképkészítési elveit latin nyelvű kis könyvben teszi közzé. Mikoviny művében hangsúlyozza a földrajzi (csillagászati) szélesség- és hosszúságmeghatározásokkal ellenőrzött háromszögelési hálózatok kifejlesztésén alapuló térképezés fontosságát. Büszkén állapítja meg, hogy Franciaország (Cassini, Jean Dominique) után másodikként kezdett ilyen elven alapuló országtérképezésbe. Megyénként végzett térképezése befejezetlen maradt, ezért 1746-ban ismét javasolja az ország megyénkénti, földrajzi leírásokkal (ma azt mondhatnánk, térképmagyarázókkal) kiegészített térképsorozatának az elkészítését.

A XVIII. század második felében és a XIX. század elején néhány kisebb, de nemzetközileg is figyelemre méltó térképről tehetünk említést. 1764-ben Hell Miksa 18,5 cm átmérőjű holdtérképet tett közzé. Ez a munkája külföldön is jól ismert. Kevésbe vált ismertté a kutatás-módszertani szempontból újszerű Magyarország-térképe. 1772-ben ugyanis az 1100 körüli latin krónika (*Gesta Hungarorum*) földrajzi elnevezései alapján megkísérlti rekonstruálni a Kárpát-medence honfoglalás kori térképét

A sóbányászat, sófinomítás, sókereskedelem mindig állami monopólium volt, és területi sóhivatalok ellenőrizték. 1773-ban Miletz Imre a sóhivatalok körzeteit, a sóbányákat és a sószállítás útvonalait bemutató térképet rajzolt az ország területéről. A számszerű táblázatokkal kiegészített, egyszerű kivitelű, kéziratos térkép szakmatörténeti

érdekessége, hogy elsőnek ábrázolja a folyókon, illetve utakon szállított só mennyiségét egymás mellé rajzolt mozgásvonalakkal. Azaz egy vonal adott mennyiséget szemléltet, és több vonal egymással párhuzamos megrajzolásával az egységnyi mennyiség egész számú többszörösét fejezi ki. Sajnos erről az újszerű térképi ábrázolásmódról a külföldi szakirodalom a mai napig nem vett tudomást. A külföldi irodalom szerint a szállított mennyiség térképi bemutatásának első kísérlete Henry Drury Harness 1837. évi Írország-térképe. Ezen a térképen is párhuzamos vonalak kötege fejezi ki a szállított áruk mennyiségét. A magyarországi térkép 60 évvel előzte meg ezt a munkát.

Korabinszky János Magyarország természeti tulajdonságainak tükröre című 1795 körül készült térképe a világ első gazdaságföldrajzi és ugyanakkor a világ első nemzetiségi országtérképe.

1810. január 14-én Magyarországon ritka földrengés rázta meg Mór környékét. A földrengés sújtotta területet a budai egyetem két professzora (Kitaibel Pál és Tomcsányi Ádám) bejárta, és tapasztalataikról, még abban az évben latin nyelvű könyvet jelentettek meg. A könyvhöz mellékelte térképen a legnagyobb kárt szenvedett területeket pontsorrallal vették körül. A legsúlyosabb károkat szenvedett területek körülhatárolásával, korukat messze megelőzve, még megnevezés nélkül, lényegében elsőként alkalmazták az izoszeisztát (az azonos megrázottságú területeket határoló vonalakat). Az izoszeiszta elnevezést R. Maller angol természettudós vezette be az 1857. december 16-i nápolyi károkat ábrázoló térképén.

A Mikoviny javasolta országos felmérést 1766–1785 között a katonák hajtották végre. A felmérés során készített felmérési és az azokból levezetett térképek szigorúan titkosak voltak. A gazdasági életnek azonban szüksége volt áttekintő térképekre. 1806-ban jelent meg Lipszky János szerkesztésében az ország 1 : 480 000 méretarányú, 12 szelvényből álló térképe. Lipszky munkája az első részletesebb országtérkép, amely nagyobb számú csillagászati helymeghatározáson alapul. A térkép hátterét Lipszky által erre a célra kifejlesztett vetületi hálózata alkotja. A térkép szerkesztése, rajzolása, metszése és sokszorosítása is itthon, magyar földön készült. Ez volt az első részletes térkép, amelyből a XIX. század megismerte hazánk területét. A munkát nagy nemzetközi elismerés fogadta, több külföldi térképnek szolgált alapjául. A század derekán (1856) a korszak egyik kiemelkedő térképésze, Emil von Sydow áttekintő tanulmányt közölt az európai térképészet helyzetéről. Ebben azt írta Lipszky nagy térképéről, hogy „óriási szorgalom eredménye, méltán bámulatot gerjesztett, s amely a Magyarországról készült minden későbbi földképnek forrásává vált”.

Külföldön a legnagyobb elismerést kiváltott magyar térkép Aszalay Józsefnek az érdemrendek rajzával díszített (1 : 706 000 méretarányú), latin nyelvű munkája volt. Ez az első magyar térkép, amely könyomással készült. A szép kivitelű térkép szerzőjét munkája elismeréseképp V. Ferdinánd magyar király és osztrák császár, XII. Leó pápa, a portugál, a porosz és a württembergi király, továbbá a toscanai herceg különböző címekkel és elismerésekkel tüntette ki, a párizsi statisztikai társaság pedig tagjai közé választotta.

1867-ben Tóth Ágoston egy önálló, polgári célú térképészeti intézet felállítását szorgalmazta. Az új intézet feladatainak, felépítésének, költségvetési igényeinek pontosabb meghatározása érdekében két hónapos tanulmányútra ment, és 9 ország 20 térkép-készítő intézményét kereste fel. Hazatérve könyvben összegzi tapasztalatait. Az 1869-ben kiadott *A helyszínrajz és földképkészítés történelme, elmélete és jelen állása* című könyv világviszonylatban is a térképtudomány legelső összefoglalása. Könyvét németre is lefordította, de a magyar és a nemzetközi tudomány kárára nem talált rá kiadót.

A XIX. század második felében Európa legtöbb országa megkezdte területe rendszeres **földtani térképezését**. A kőzetek időbeli besorolásának nemzetközi egységesítése után szükségessé vált az azonos korú és típusú kőzetek térképi ábrázolásának az egységesítése is. Háromévi előkészítő munka után az 1881-ben, Bolognában tartott II. Nemzetközi Geológiai Kongresszus fogadta el az egységes térképi jel- és színelvetet, illetve földtani nevezéktant. A nemzetközi jelkulcs kidolgozásában jelentős szerepet vállaltak a magyarok Szabó József és Hantken Miksa személyében.

Jelentős szerepet vállaltak a magyar tudósok, elsősorban Lóczy Lajos (1849–1920) **a nemzetközi 1:1 milliós méretarányú világtérkép** tartalmának, ábrázolásmódjának és különösen névirási elveinek kidolgozásában az 1909. évi londoni tanácskozáson. Az itt elfogadott elvek alapján Magyarország 1912-ben elkészítette a Budapest-szelvény nyomtatát, és azt bemutatta az 1913. évi párizsi tanácskozáson. A tanácskozás ezt a szelvényt ajánlotta a későbbi térképek rajzi kivitelének típusául.

1909-ben adták ki azt a térképtörténeti könyvet, amelyet még ma is fontos forrásmunkaként tartanak nyilván. Teleki Pál **"Atlasz a japán szigetek cartographiájának történetéhez"** című németül és magyarul megjelent munkájáról van szó. Nemzetközi elismertségét jelzi, hogy a francia Société de géographie Teleki Pált Jomard-díjjal tüntette ki. A trianoni béketárgyalásokhoz készítette el a népsűrűség figyelembevételével készült nemzetiség térképét. A térkép úgy jelöli ki a lakott területek határait, mintha az ország népei mindenütt egyenlő sűrűségűek lennének, majd a népességszámmal arányosan, népenként eltérő színűre festette a lakott területeket. A lakott területek közötti lakatlan részeket, a hegyeket, pusztákat, ártereket fehérén hagyta. Mivel a térképen a magyarokat pirosra színezte, térképét az irodalom „vörös térképnek” (**carte rouge**) nevezte el.

1956-ban, az ENSZ-ben a szovjet küldött az az ideig befejezetlen nemzetközi 1:1 milliós világtérkép helyett az **1 : 2 500 000 méretarányú világtérkép** elkészítését javasolta. Az elutasított javaslatot Radó Sándor magáévá tette és a szocialista országoknak javasolta a térképmű elkészítését. Az egységes szerkesztésű, a tengereket is ábrázoló, méterrendszerű, 244 szelvényből álló térképsorozat 1964–1976 között készült el. Magyarország az Észak-Amerikát ábrázoló szelvényeket készítette.

Magyarország volt a világon az első állam, amelyik országa teljes területéről egységes szerkesztésű és felépítésű **regionális atlaszsortozatot** jelentetett meg, viszonylag rövid idő alatt. Az 1970. évi népszámlálás adatait feldolgozó sorozat 1974 derekán jelent meg.

A magyarországi térképészeknek szakmánk hazai és külföldi fejlődésére gyakorolt hatásáról beszélve feltétlenül meg kell emlékeznünk arról a néhány **magyar felfedező utazóról** is, akik elsőnek térképezték Földünk egyes tájait.

Reguly Antal (1818–1858) 1843–45 között az Észak-Urál területén végzett nyelvészeti kutatásokat, a magyarok finnugor nyelvrokonai (manysik, hantik) körében. Kutatómunkájának eredményeként nemcsak az Észak-Urál legelső térképét, de az egyik legkorábbi **nemzetiségi térképet** állította össze (1846).

Magyar László (1818–1864) elsőként járta be a mai Angola területét, és készített térképet róla. 1857. évi, bennszülött nevekkkel teli térképén expedíciós útjainak kiindulópontját Magyar Szállás néven jelöli.

Teleki Sámuel (1845–1916) 1886–1916 között Kelet-Afrikába vezetett expedíciót. Ennek során fedezték fel és térképezték a Rudolf (Turkana)- és a Stefania (Chew Bakir)-tavakat, illetve azok környékét. A Turkana-tó déli partján levő tűzhányó neve és a Kenya-hegyen egy tengerszem, illetve egy glaciális völgy neve a térképeken ma is őrzi az expedíció vezetőjének, Telekinek az emlékét.

A magyar térképészekről szólva nem mehetünk el szó nélkül a hazánkban született, de külföldre szakadt és ott jelentős eredményeket elért szakemberek tevékenysége mellett sem. **Koncság Nándor** (1703–1759) térképén először jelenik meg Kalifornia sziget helyett félszigetként. **Éder Xavér Ferenc** (1727–1773) több évig térképezett Peruban. Peru-térképe halála után 1791-ben jelent meg. **Czetz János** (1822–1905) a szabadságharc leverése után vándorolt ki Argentínába. Topográfusként kezdte itteni pályáját. Hamarosan a Térképészeti Intézet elnöke lett; ő kezdeményezte a Katonai Mérnöki Főiskola felállítását. Tevékenységére ma is szobor emlékeztet Buenos Airesben.