ÉRTESITŐ

AZ ERDÉLYI MÚZEUM-EGYLET

ORVOS-TERMÉSZETTUDOMÁNYI

SZAKOSZTÁLYÁBÓL.

1894. *XIX. ÉVFOLYAM.*

A SZERKESZTŐ-BIZOTTSÁG TAGJAI:

FARKAS GYULA. *KOCH FERENCZ.*
KOCH ANTAL. *SZABÓ DÉNES.*

II. TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAK.

II. FÜZET.

TARTALOM. *Eredeti közlemények.* Adatok Erdély tertiär bryozoafaunájához (V—VI. tábla). Héjjas Imrétől. 113. l. — Az algebrai testek elméletének alkalmazása algebrai egyenletek redukcziójára. Szabó Pétertől. 153. l. — A lebegő kerék a Wellner-félével összehasonlítva. Dr. Martin Lajostól. 189. l. — *Vegyesek.* Az Erdélyi Múzeum-Egylet 1894. május 26-án tartott közgyűléséből a természetrajzi osztályok jelentései. 197. l. — Jegyzőkönyvi kivonatok a megtartott szakülésekről. 200. l.

INHALT DER REVUE. Beiträge zur Kenntniss der Tertiären Bryozoenfauna Siebenbürgens. (Mit Taf. V—VI.) Von Em. Héjjas. S. 201.

(2 *táblával.*)

KOLOZSVÁRT.

AJTAI K. ALBERT KÖNYVNYOMDÁJA.

1894.

Revue siehe auf Seite 201.

MONDANI VALÓK.

Az „Orvos-természettudományi Értesitő" 3 orvosi, 3 természettudományi és a népszerű estélyekről kiadott több füzetben jelenik meg és tartalmazza azon értekezéseket és előadásokat, melyek az Erdélyi Muzeum-Egylet orvos-természettudományi szakosztályának szakülésein és népszerű előadásain időről-időre előadatnak, továbbá a magyar orvosi és természettudományi szakirodalomban évről-évre megjelenő önálló dolgozatoknak névjegyzékét és a szakosztály ügyeire vonatkozó apróbb közleményeket.

A füzeteket az Erdélyi Muzeum-Egylet- vagy annak Orvos-természettudományi szakosztályának tagjai kapják, valamint megszerezhetők azok könyvárus útján is.

Az Erdélyi Muzeum-Egylet tagja lehet — az alapszabályok 8. §-a szerint — minden önálló és tudománynyal foglalkozó vagy tudománykedvelő honpolgár. A csatlakozni kivánó valamely tag által a választmányban jelenteti be magát. A tagválasztásnál, a tagok jogairól és kötelességeiről az alapszabályok következőleg intézkednek:

9. §. Az elésorolt feltételek mellett egyleti tagokká lehetnek egyes községek, testületek, erkölcsi személyek is; ezek jogaikat megbizottjaik vagy küldötteik által gyakorolhatják.

10. §. Az egylet tagjai kétfélék: rendesek és rendkivűliek.

A rendes tagok vagy igazgatók, vagy alapítók, vagy részvényesek, vagy szakosztályi tagok.

A rendkivűli tagok tiszteletbeliek, vagy levelezők.

11. §. Igazgató tagok azok, a kik az egylet pénzalapjába legalább 500— ötszáz osztrák forintot adományoznak, vagy a múzeumba felvehető ennyi értékű gyűjteményt ajándékoznak.

Az igazgató tagok az egyleti választmánynak holtokig rendes tagjai.

12. §. Alapító tagok azok, a kik akár az egylet pénzalapját, akár a múzeum gyűjteményeit 100 = egyszáz o. é. forinttal, vagy annyi értékű ajándékkal gyarapítják.

Az alapító ezen egyszerre lefizetett összeg által, minden részvényfizetés nélkűl, holtig rendes tagja az egyletnek.

13. §. Az igazgató- és alapító tagok által befizetett összegek a múzeum alaptőkéjéhez csatoltatnak; következőleg a folyó költségekre ezen összegeknek csak kamatjai fordíthatók; csak a közgyűlésnek van joga előfordulható rendkivűli kiadások fedezésére az egylet tőkéjéből is utalványozni.

14. §. Részvényes tagok azok, a kik kötelezik magokat, hogy az egylet pénztárába évenként az év első negyedében öt forintot fizetnek.

15. §. Szakosztályi tagok azok, a kik csupán egyik vagy másik szakosztályba lépnek be és ha helybeliek, évi 3 frt, ha vidékiek, 2 forint tagdíjt fizetnek.

Az egyszer belépő tag tag marad mindaddig, mig kötelezettségét teljesíti.

16. §. A beállási év január 1-ével kezdődik; időközben beálló részvényes és szakosztályi tag akként fizet, mintha azon év januáriusa 1-jén lépett volna be az egyletbe.

17. §. Évenkénti fizetés helyett tiz évre eső részvénydíjt egyszerre előre is lefizethetni 40 = negyven o. é. forinttal. A ki pedig husz évre akarná részvényét előre lefizetni, 60 = hatvan o. é. forinttal megteheti. Helybeli tagok 25, vidékiek pedig 15 forinttal válthatják meg tiz évi tagdíjaikat.

53. §. A fenn (12., 13., 14., 15., 17. §-okben) elésorolt fizetési kötelezettségen kivűl az egyletnek minden tagja felhivatik, hogy tehetsége szerint a múzeum gyűjteményeit gyarapítsa és tudományos törekvéseit előmozdítsa.

54. §. Közgyűléseken az egyletnek minden rendes tagja egyenlő szavazási joggal bir; kivéve a szakosztályi tagokat, kik csak a szakosztály gyűlésein birnak szavazási joggal; a választmányi 12 tag az alapító és részvényes tagok közül választatik.

ÉRTESITŐ

AZ ERDÉLYI MÚZEUM-EGYLET

ORVOS-TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAKOSZTÁLYÁBÓL.

II. TERMÉSZETTUDOMÁNYI SZAK.

XVI. kötet. 1894. *2. füzet.*

ADATOK ERDÉLY TERTIÄR BRYOZOA-FAUNÁJÁHOZ.

(V—VII. tábla.)

Héjjas Imre egyet. tanársegédtől.

Erdély tertiär bryozoa-faunája, bár az ezen irányu kutatások már a mult század végén megkezdődtek és azóta számos, elsőrangu palaeontologus által előbbre vitettek, korántsem mutatja azt a gazdagságot, a melyet, a tertiär rétegeknek az erdélyi medenczében való hatalmas kifejlődése után itélve, már a priori sejthetünk. Kétségkivül ennek oka első sorban abban keresendő, hogy nem állott módjában a vizsgálóknak nagyobb mennyiségü anyagra szert tenni, de másfelől lényegesen befolyhattak erre ama nehézségek is, melyeket a gazdag, igen elszórt, nehezen megközelithető irodalmi adatok támasztottak. Ez utóbbi nehézség legyőzésére minden irodalmi adatot feldolgoztam, a mihez csak hozzájuthattam; nem tartottam kicsinynek még egy sornyi közleményt sem, mert hamarosan beláttam, hogy midőn az adatokat így összegyűjtöm, szolgálatot tehetek a prioritás és a synonymok kérdésének, de másfelől lényegesen megkönnyithetem a jövő búvárainak munkáját, ha az elérhető adatokat egy helyen felsorolom. Első sorban az erdélyi lelőhelyekre vonatkozó irodalom pontos összeállítására törekedtem s így az erdélyi tertiär bryozoákról való ismereteink fejlődését következőkben vázolhatom.

Johann Ehrenreich von Fichel [1]) Al-Pestesről ír le egy kövületet 1780-ban, melyet a Milleporákhoz soroz és alakja után «Stern-

[1]) Nachricht von d. Verstein. d Grossfürst. Siebenbürgen. p. 80. Tab. IV. fig. 8 A, B, C.

milleporit» névvel jelez. Itt-ott hézagos leírásaiból, kevésbé jó rajzaiból itélve ez a kérdéses alak egy bryozoa és pedig kétségkivül a Cupularia genushoz tartozik; az eddig ismert Cupularia fajokkal összevetve mind a leirás, mind a rajz legjobban egyezik a Cupularia Haidingeri Reuss-sal s azt hiszem nem tévedek, ha J. Erenreich von Fichtel problematicus alakját e fajjal azonositom.

1862-ben Pávai Elek által Alsó-Hagymáson gyüjtött anyagából dr. Stoliczka [1]) Cellepora coronopus Lam., Eschara cervicornis Pall. és Lepralia sp. fajokat határoz meg, a melyek kövesitő rétegeiről dr. Koch Antal [2]) kimutatja, hogy azok a felső (második) mediterránhoz tartoznak.

1863-ban D. Stur [3]) Felső-Lapugy és Bujtur kövületeiről szóló enumeratiójában 31 faj bryozoát sorol fel Stoliczka meghatározása alapján; e fajok közül 14 esik Bujturra, 17 Lapugyra. Sturnak ezt az adatát a későbbi erdélyi palaeontologusok tévesen közlik, nevezetesen mind Nemes F., mind Mártonfi dolgozataiban csak 12 faj van fölemlítve Bujturról.

Az erdélyi bryozoák feldolgozása csak Reuss, Manzoni és Pergens munkálatai által nyert nagyobb lendületet. Erdély két legfontosabb lelőhelyének, Lapugy és Bujturnak bryozoa-faunája Reuss nevéhez füződik, kit azonban halála gátolt abban, hogy megkezdett vizsgálatait befejezhesse. Az oszt. magy. miocän bryozoa-fauna első része még az agg tudós tollából származik [4]) és 14 cheilostomatát sorol fel Erdély területéről, melyek közül 9 faj Lapugyra, 5 faj Bujturra esik.

Reussnak félbemaradt munkálatát folytatta a visszamaradt kéziratnak rendezésével és felhasználásával A. Manzoni, ki 1877-ben adta ki dolgozatát, melyben [6]) — mint második részben — az osztr. magy. miocän cheilostomatái befejezést nyernek. E dolgozatban Lapugyról 15, Bujturról 5 cheilostomata faj van felsorolva.

[1]) Jahrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt. Bd. XII. Verhandl. p. 194.

[2]) Erdélyi Muzeum III. Évfolyam. 1876. p. 59.

[3]) Jahrbuch d. k. k. geol. Reichsanstalt. Bd. XIII. p. 81.

[4]) Denkschriften d. k. Akademie d. Wissenschaften XXXIII. Bd. I Abth. 1874.

[5]) Note prèliminaire sur les bryozoaires fossiles des environs de Kolozsvár. Bruxelles 1887. Külön lenyomat.

[6]) Denkschrift. XXXVII. Bd. II. Parte.

Az osztr. magy. miocän bryozoa-faunájának befejezése egészen Manzonitól ered, kitől 1878-ban jelent meg a bezáró dolgozat, mint harmadik *rész*,[1]) *melyben* 10 *faj cyclostomata* van felemlítve és ezek közül 8 Lapugyra, 2 pedig Bujturra esik.

Az eddigi adatok kizárólag csak a miocän-rétegek bryozoa-faunájával foglalkoznak, annál becsesebb tehát Éd. Pergens dolgozata,[2]) *mely az erdélyi medenczében* oly hatalmasan kifejlődött eocänkori bryozoarétegek faunájával foglalkozik. Pergens vizsgálataiban tiz Kolozsvár vidékén lévő lelőhelyet dolgoz fel és 65 fajt említ. Lelőhelyei a következők:

Pappatak: 46 faj.
Papfalvi patak: 37 faj.
Papfalvi patak eleje: 25 faj.
K.-monostori kút, 7·5 m.: 23 faj.
» » 10—12 m.: 10 faj.
» » 22 m.: 32 faj.
Hója: 17 faj.
Kardosfalva: 15 faj.
Méra: 8 faj.
Szucság: 15 faj.

A felsorolt 65 faj közül 27 cyclostomata, 38 pedig cheilostomata.

Az utolsó adatot dr. Lőrenthey Imre[3]) szolgáltatja, ki a mult év folyamán közzétett «Jelentésében» Oláh Lapádról 7, Vládházáról 2, Bujturról 2 faj bryozoát említ.

Összefoglalva az eddigiekben felsorolt irodalmi adatok eredményeit, azok alapján az erdélyi tertiär bryozoa-fauna képét a következőleg állapíthatjuk meg:

I. Cyclostomata Busk:

Crisia erburnea L.,[4]) miocän: Bujtur; *Cr. Hörnesi* Rss., miocän: Bujtur, Lapugy.

---

[1]) Denkschrift. XXXVIII. Bd. III. Parte

[2]) Note *prélim.* sur les bryoz. foss. des environs de Kolozsvár. Kül. leny.

[3]) Orv. Term. tud. Értesitő. 1893. I. füzet.

[4]) E felsorolásban a fajok a mai systematica követelményeinek megfelelően vannak felsorolva, mert sok alak az egyes szerzők részéről synonym-nevek alatt van közölve.

Diastopora nova Perg et Meun., eocän: Kolozs-Monostor 22 m., Hója.

Defrancia Brongniarti Edw., eocän: Papfalvi p.; *Defr. diadema* Goldf., eocän: Pappatak, Papfalvi patak, Papfalvi p. eleje, Kolozs-Monostor 22 m., *Defr. formosa* Reuss, miocän: O. Lapád; *Defr. interrupta* Rss., eocän: Pappatak, Papfalvi p. eleje, Kardosfalva; *Defr. Michelini* Hagw., eocän: Kolozs-Monostor 10 m., *Defr. organisans* d'Orb., eocän: Papfalvi patak; *Defr. prolifera* Rss., miocän: O. Lapád; *Defr. radiata* Aud., eocän: Pappatak, Papfalvi p., Papfalvi p. eleje, Kolozs-Monostor 7·5 m., 22 m., Bács; *Defr. tenius* Rss., eocän: Pappatak, Papfalvi p., Kolozs-Monostor 22 m.

Reptotubigera disticha Mich., eocän: Kolozs-Monostor 22 m.

Tubulipora dimidiata Rss., miocän: Lapugy; *T. pluma* Rss., miocän: Lapugy.

Hornera concatenata Rss., eocän: Papp., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 22 m., Hója, Kardosfalva, Méra, Bács; *H. frondiculata* Lamx., eocän: Papp., Papf. p, Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 22 m., Hója, Kardosfalva Méra; *H. seriatopora* Rss., miocän: Lapugy; *H. striata* Edw., miocän: Lapugy: *H. subannulata* Phil., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., Hója, Kardosfalva, Méra, Bács.

Idmonea cancellata Goldf., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., *I. concava* Rss., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Hója, Kardosfalva, Méra, Bács; *I. cultrata* d'Orb., eocän: Papp., Bács; *I. gracillima* Rss., eocän: Papp., Paf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m. 10 m., 22 m., Kardosfalva, Hója, Méra, Bács; *I. pertusa* Rss., miocän: Bujtur; *I. pseudodisticha* Hagw., eocän: K.-Monostor 22 m., Bács; *I. punctata* Ob., miocän: Lapugy; *I. serpens* L., miocän: Lapugy; *I. subgradata* d'Orb., pocän: Papp., Papf. p.

Entalophora Geinitzi Rss., miocän: Bujtur, eocän; Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 22 m., Hója, Kardosfalva; *E. palmata* Bk., miocän: Bujtur, Lapugy; *E. probocidea* Edw., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Hója, Kardosfalva, Méra, Bács; *E. rugulosa* Manz., miocän: Lapugy; *E. sparsa* Rss., miocän: Lapugy; *E. tenuissima* Rss., eocän: Papp., K.-Monostor 7·5 m.

Filisparsa elegantissima Manz., miocän: Lapugy. *F. seriatopora* Rss., miocän: Lapugy; *F. varians* Rss., miocän: Bujtur; eocän: Pappatak, Bács.

Spiropora conferta Rss., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m.

Frondipora Marsiglii Mich., eocän: Papp.

Ceriopora arbusculum Rss., miocän: O. Lapád, *C. globulus* Rss., miocän: Lapugy.

Radiopora Goldfussi Reuss, miocän: Lapugy: *R. urnula f. interm.* P. et M., eocän: Papp., Papf. p.; *R. urnula f. sessilis* P. et M., eocän: Papp., Papf. p.

Heteropora variabilis d'Orb., eocän: Papf. p.

Heteroporella deformis Rss., miocän: Lapugy.

Tehát 3 miocän lelőhelyről (Bujtur, Lapugy, O. Lapád) 22 faj, 10 eocän lelőhelyről (Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Bács, Hója, Kardosfalva, Méra) 27 faj, összesen tehát eddig Erdélyből 47 faj (két faj u. n. Ent. Geinitzi Rss., Filisp. varians Rss. mind a miocänben, mind az eocänben előfordul) cyclostomata ismeretes.

II. Cheilostomata Busk:

Cellaria excavata d'Orb., eocän: Papp., K.-Monostor 7·5 m., *C. fistulosa* L., miocän: Lapugy; *C. hians* Rss., eocän: Papp., K.-Monostor 7·5 m. *C. Schreibersi* Rss., eocän: Papf. p. eleje, K.-Monostor 10 m.; *C. opuntioides* Pall., miocän: Bujtur, Lapugy; eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 22 m., Hója.

Scrupocellaria granulifera Rss., miocän: Lapugy; *S. scruposa* L., miocän: Lapugy.

Membranipora angulosa Rss., miocän: Lapugy, Bujtur, eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Hója, Kardosfalva, Bács; *M. elliptica* Hagw., miocän: Lapugy; eocän: Papfalvi patak; *M. reticulum* L. form. *subtilimargo* Rss., eocän: Papp., K.-Monostor 7·5 m., 22 m.; *M. semiaperta* Rss., miocän: Bujtur.

Amphiblestrum Urania D'ORB., eocän: K.-Monostor 10 m.

Micropora cucullata RSS., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Hója, Kardosfalva, Bács; *M. nobilis* ESP., miocän: Bujtur; *M. polysticha* RSS., eocän: Papp., Papf. p., K.-Monostor 7·5 m., 22 m.

Lepralia angistoma RSS., eocän: Papp., Papf. p., *L. clavula* MANZ., miocän: Lapugy; *L. granulifera* RSS., miocän: Lapugy; *L. turgescens* RSS., miocän: Lapugy.

Cribrilina radiata MOLL., eocän: K.-Monostor 22.

Micerporella violacea JOHNST., miocän: Bujtur.

Mucronella arrecta RSS., miocän: Lapugy, O. Lapád; *M. coccinea* ABILG., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, Hója, Kardosfalva; *M. circumornata* RSS., eocän: K.-Monostor 22 m.

Odontoporella sulcifera RSS., miocän: Lapugy; *O. anisostoma* RSS., miocän: Bujtur.

Porella Schlönbachii RSS., eocän: Papf. patak.

Schizoporella asperrima RSS., miocän: Lapugy; *Sch. auriculata* HASS., miocän: Lapugy; *Sch. goniostoma* RSS., miocän: Bujtur; *Sch. intermedia* RSS., miocän: Lapugy; *Sch. tetragona* RSS., miocän: Bujtur, Lapugy.

Eschara alifera RSS., eocän: Papp., Papf. p., Kardosfalva; *Esch. bisulca* RSS., eocän: Papp., Papf. p., K.-Monostor 22 m.; *Esch. cervicornis* PALL., miocän: Cs.-Hagymás, Lapugy; *Esch. coscinophora* RSS., miocän: Lapugy; *Esch. costata* REUSS, miocän: Lapugy; *Esch. duplicata* RSS., eocän: Papp.; *Esch. expansa* MANZ., miocän: Bujtur; *Esch. fenestrata* RSS., eocän: Papp., Papf. p. eleje, K.-Monostor 22 m., Hója, Kardosfalva; *Esch. Haueri* RSS., eocän: Papp.; *Esch. heterostoma* RSS., eocän: K.-Monostor 22 m.; *Esch. Hörnesi* RSS., eocän: K.-Monostor 22 m.; *Esch. monilifera* EDW., miocän: Bujtur, Lapugy; eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 22 m., Hója; *Esch. minax* MANZ., miocän: Lapugy; *Esch. neglecta* MANZ., miocän: Lapugy; *Esch. oculata* MANZ., miocän: Lapugy; *Esch. semilaevis* RSS., eocän: Bács; *Esch. semitubulosa* RSS., eocän: Papp., Papf. p., K.-Monostor 10 m., 22 m.; *Esch. stipitata* REUSS, miocän: Lapugy; *Esch. subchartacea* D'ARCH., eocän: Papf. p.; *Esch. Süssi* RSS., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor

7·5 m., 10 m., 22 m., Hója, Kardosfalva, Méra; *Esch. tessulata* Rss., miocän: Bujtur.

Hemeschara porosa Rss., miocän: Lapugy; *H. marginata* Rss., miocän: Lapugy.

Retepora Beaniana King, miocän: Bujtur, Lapugy; *R. cellulosa* L., miocän: Lapugy, Bujtur, O. Lapád, Vládháza.

Cellepora coronopus Wood, miocän: Cs.-Hagymás; *C. crassa* Manz., miocän: Lapugy; *C. globularis* Bronn, miocän: Lapugy, Bujtur; *C. globulus* Rss., miocän: O. Lapád, Vládháza, Bujtur; *C. polyphyma* Rss., miocän: O. Lapád; *C. verrucosa* Rss., miocän: Lapugy.

Cumulipora transilvanica Rss., miocän: Lapugy.

Batopora conica Hantk., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje; *B. multiradiata* Rss., eocän: Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 22 m., Bács; *B. scrobiculata* Kosch., eocän: Pap p., Papf. p., Papf. p. eleje, K.-Monostor 22 m.

Acropora coronata Rss., eocän: Papp., Papf. p. eleje, K.-Monostor 7·5 m., 22 m.

Vincularia impressa Rss., eocän: Papp.; *V. regularis* d'Orb., eocän: Papp.

Myriozoum truncatum Pall., miocän: Lapugy, eocän: Papp., Papf. p., Kardosfalva.

Cupularia bidentata Rss., eocän: Papp., Papf. p.; *C. Haidingeri* Rss., miocän: Al-Pestes, Bujtur, Lapugy; *C. canariensis* Bk., miocän: Lapugy.

Lunulites quadrata Reuss, eocän: K.-Monostor 10 m.

Tehát 6 miocän lelőhelyről (Al-Pestes, Bujtur, Csicsó-Hagymás, Lapugy, Oláh-Lapád, Vládháza) 43 faj, 10 eocän lelőhelyről (Papp., Papf. p., Papf. p. eleje, Kolozs-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Hója, Bács, Kardosfalva, Méra) 37 faj, összesen tehát eddig Erdélyből 74 faj (hat faj u. m.: Cellaria opuntioides Pall., Membranipora angulosa Rss., M. elliptica Hagw., Eschara cervicornis Pall., Esch. monilifera Edw., Myriozoum truncatum Pall. mind a miocänben, mind az eocänben előfordul) cheilostomata ismeretes. Összegezve a cyclostomatákat és cheilostomatákat, kijő, hogy eddig Erdély hat miocän és tiz eocän lelőhelyéről 121 faj bryozoa ismeretes, melyből a miocänre esik 57 faj, az eocänre 56 faj, 8 faj pedig mind a kettőben előfordul.

Vizsgálataim a következő lelőhelyekre vonatkoznak:

miocän: Bujtur, Csegez, Csicsó-Hagymás, Maros-Vásárhely, Oláh-Rákos;

eocän: Bánfi-Hunyad, Bács, Bogártelke, Egeres, Farnos, Hódosfalva, Hója, Kardosfalva, Ketesd, Kolozs-Monostor 7·5 m., 10 m., 22 m., Magyar-Nádas, Magyar-Sárd, Méra, Nagy-Petri, Papfalvi patak, Papfalvi patak eleje, Pappatak.

Első sorban főczélom volt az erdélyi tertiärmedenczében oly fontos szerepet játszó s az eocän-tengerekből leülepedett bryozoa-rétegek faunájának lehetőleg teljes képét alkotni s ezért minden anyagot átnéztem, a mit csak az Erd. Muz. Egylet ásványtani osztályának gyűjteménye nyújtott. Elért eredményeimet röviden a következőkben foglalhatom össze:

Öt miocän és tizenkilencz eocän lelőhelyen találtam összesen 177 bryozoa-fajt, melyből 66 faj cyclostomata, 111 faj pedig cheilostomata; a 177 faj közül továbbá 52 faj csak a miocänben, 99 faj csak az eocänben és 26 faj mind a kettőben élt.

A 66 faj cyclostomata közül 31 faj ezuttal van először leírva Erdély területéről,[1]) sőt közülük öt faj a tudományra nézve is új alak, u. m.

Crisia elliptica n. sp.
Diastopora bujturica n. sp.
Hornera curvirostra n. sp.
» circumsulcata n. sp.
Fasciculipora compressa n. sp.

A 111 faj cheilostomata közül 55 oly fajt találtam, a melyek eddig Erdélyből ismeretlenek voltak és ezek közül 7 faj a tudományra is újnak bizonyult:

Cellaria bipapillata n. sp.
» Coleoptera n. sp.
» Pergensi n. sp.
Cribrilina paucicostata n. sp.
Eschara sulcatoporosa n. sp.
Batopora aviculata n. sp.
Batoporella eocaenica n. sp.

---

[1]) Az Erdély területéről csak vizsgálataim által kimutatott, de egyéb területekről már ismeretes fajok mind a leirásban, mind a táblázatokban *-gal vannak jelölve.

Ha tehát irodalmi adataim és saját vizsgálataim alapján Erdély fossil bryozoa-faunájának képét akarjuk megállapitani, akkor a következő eredményekre jutunk:

Ismeretes Erdély területéről összesen 213 faj fossil bryozoa, ezek közül 78 faj cyclostomata és 135 faj cheilostomata.

Sajnos, hogy a bryozoákra nézve ez idő szerint még nincs egy összefoglaló, megbizható rendszer s így az alábbiakban következő részletes leírásnál C. Zittel rendszerét követtem (Handbuch d. Palaeontologie. 1. Bd. p. 575), tekintettel azonban Hinks, Pergens, Koschinsky stb. újabbkeletü munkálataira, a melyek által a rendszer itt-ott javittatott, bővittetett. Főleg a genusbélyegek pontos feltüntetésére törekedtem, mert rendszertani szempontból legfontosabbnak ezt tartom.

A cheilostomata genusok körének megszabásánál főleg az angol palaeontologusok (Hinks, Gray, Smitt) álláspontjára helyezkedtem, a mennyiben a száj viszonyait a genusokra nézve differentialis charakterül tekintem. Igy vált aztán szükségessé egy új genusnak a felállítása t. i. az Odontoporelláé, a mely szájának két oldali foga által van jellemezve. A másik általam felállított genus a Batoporella a sejtek elhelyezésén alapszik és közép helyet foglal el a Batopora Reuss meg a Kionidella Kosch. közt. Mind a három genus szabad, kúpos, de a Batopora Reuss sejtjei egy tengely mindenik oldalán helyezkednek el és a telep belül centralis ürrel nem bir; ettől a Kionidella Kosch. az által tér el, hogy a sejtek a telep centrumában belső végeikkel nem érintkeznek s így egy belső űr marad vissza. A Batoporella sejtjei végre nem egy képzelt vonal körül vannak elhelyezve, hanem egy medialis sík mellső és hátsó oldalán úgy, hogy a telep két, háti oldalával összenőtt, kúpos, lapitott, szabad coloniát alkot.

Nem lesz érdektelen Erdély két legfontosabb tertiärlelőhelyének: Bujturnak és Lapugynak összehasonlítása a bryozoa-fauna szempontjából.

Bujturon összesen 64 faj élt (16 cyclostomata, 48 cheilostomata), Lapugyon 49 faj (15 cyclostomata, 34 cheilostomata), tehát Bujtur gazdagabb, mit a cheilostomaták nagymérvü fellépése okoz, mert a cyclostomata fajok száma mind a két helyen majdnem egyenlő. Érdekes, hogy Lapugyon a szabad, ágas fajok száma (27) nagyobb, mint Bujturon (22). Mind a két hely faunájából hiányoznak a szabad, talajhoz nem erősített fajok, eltekintve a Cupularia Lamx-tól, a mely talán fiatal korban szintén a talajhoz volt erősítve. Általánosságban e két hely bryozoa-faunája nagy fokban egyezik. Lapugy 9 cyclostomata neme közül három (Hornera Lamx., Radiopora d'Orb., Heteroporella Busk) nem fordul elő Bujturon, viszont Bujtur 8 cyclostomata neme közül kettő (Diastopora Lamx., Reptotubigera d'Orb.) nem élt Lapugy tengereiben. Lapugy 14 cheilostomata neme közül egy (Hemeschara Busk) nem található Bujturon, ellenben Bujtur 17 cheilostomata neme között 4 van olyan (Micropora, Cribrilina Gray, Pachykraspedon Kosch., Microporella Hinks), a melyet Lapugyon hiába keresünk.

A bujturi fossil fauna legújabb képe tehát a következő lesz:

335 faj puhatestü,
64 faj bryozoa,
31 faj ostracoda,
2 faj féreg,
4 faj tüskebőrü,
141 faj protozoum.

Összesen 577 faj, ebből 341 faj esik a makro-, 236 faj a mikrofaunára.

A használt irodalmi források időrendes jegyzéke.[1])

*1780. Nachricht von den Versteinerungen des Grossfürstenthums Siebenbürgen. Johann Ehrenreich von Fichtel. Nürnberg.

1826. Petrefacta Germaniae. August Goldfuss. Düsseldorf.

1835. Bemerkungen über einige tertiäre Meerwasser-Gebilde im nordwestlichen Deutschland, zwischen Osnabrück und Cassel. Neues Jahrbuch für Mineralogie stb. G. Münster.

1839. Monographie der Rügen'schen Kreideversteinerungen, I. Abth. Ibid. Fried. v. Hagenow. (Nachträgen zu I. Abth. Ibid 1840.)

1840—47. Iconographie Zoophytologique. Hardouin Michelin. Paris.

1843. Über das Vorkommen von Versteinerungen im Rotheisen-

[1]) A *-gal megjelölt művek részben vagy egészben erdélyi lelőhelyekre vonatkoznak. A mely munka után valamely folyóirat czime nincs kitéve, az önálló.

stein von Weilburg an der Lahn. Neues Jahrbuch für Mineralogie stb. Guido Sandberger und Fridolin Sandberger.

1843. Beiträge zur Kenntniss der Tertiärversteinerungen des nordwestlichen Deutschlands. R. A. Philippi. Kassel.

1845—46. Die Versteinerungen der böhmischen Kreideformation. A. E. Reuss. Stuttgart.

1846. Verzeichniss der in der Gegend von Magdeburg aufgefundenen Tertiärversteinerungen. Palaeontographica I. Bd. R. A. Philippi.

1847. Roemers Classification der Celleporen. Neues Jahrbuch für Mineralogie stb. G. Giebel.

1847. A History of the British Zoophytes. George Johnston. London, II. kiadás.

1848. Die fossilen Polyparien des Wiener Tertiärbeckens. Naturw. Abhandl. II. Bd. A. E. Reuss.

1848. Über eine Eschara aus dem Kreide-Tuff von Maastricht. Neues Jahrbuch für Mineralogie. G. Giebel.

1850. Geognostisch-paläontologische Beschreibung der nächsten Umgebung von Lemberg. Naturw. Abhandl. III. Bd. Alois Alth.

1850—52. Paleontologie Française. Terr. crét. V. Bryozoaires. Alcide d'Orbigny. Paris.

1851. Die Bryozoen der Mastrichter Kreidebildung. Fried. v. Hagenow. Cassel.

1851—58. Lethaea geognostica. H. G. Bronn.

1852. Devonische Grauwacke und Kalke des Niederrheins und ihre Versteinerungen. Neues Jahrbuch für Mineralogie stb. Bauer.

1852. Übersicht der um Coblenz in den unteren Lagen der devonischen Schichten vorkommenden Petrefacte. Ibid. Wirtgen und Zeiler.

1852. Neue Beiträge zur Kenntniss der Kreideversteinerungen von Ost-Galizien. Denkschr. d. k. Ak. d. Wiss. in Wien. III. Bd. Rudolf Kner.

1853. Lethaea rossica. Eduard d'Eichwald.

1853. Beiträge zur näheren Kenntniss des Bayern'schen Voralpe. Neues Jahrbuch für Mineralogie stb. K. E. Schafhäutl.

1853. Über einige Foraminiferen, Bryozoen und Entomostraceen des Mainzer Beckens. Ibid. A. E. Reuss.

1853. Description des animaux fossiles de l'Inde. D'Archiac et I. Haime. Paris.

1854. Beiträge zur Charakteristik des Kreideschichten in den Ostalpen. Denkschr. d. k. Ak. d. Wiss in Wien. VIII. Bd. A. E. Reuss.

1856. Beitrag zur Palaeontologie des Thüringer Waldes. Ibid. XI. Bd. Rheinhard Richter und Franz Unger.

1857. Monograph of the fossil Polyzoa of the Crag. Palaeontographical Society. G. Busk.

1858. Neue Bryozoen-Arten aus der Tuffkreide von Maastricht. Palaeontographica V. Bd. J. C. Ubaghs.

*1861. Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt II. Heft.

1862. Oligocäne Bryozoen von Latdorf in Bernburg. Sitzungsberichte XLV. Bd. I. Abth Ferd. Stoliczka.

1862. Zur Palaeontologie des Urals. Palaeontographica. X. Bd. Rudolf Ludwig.

1863. Beschreibung der norddeutschen tertiären Polyparien. Ibid. XI. Bd. Fr. A. Römer.

*1863. Bericht über die geologische Uebersichtsaufnahme des südwestlichen Siebenbürgen. Jahrbuch d. k. k. geol. Reichsanstalt. XIII. Bd. Dionys Stur.

1863. Süd-Bayerns Lethaea geognostica. C. E. Schafhäutl. Leipzig.

1864. Kritische Bemerkungen zu Hernn Fr. A. Römers Beschreibung der norddeutschen tertiären Polyparien. Neues Jahrbuch für Mineralogie stb. F. Stoliczka.

1864. Die Tertiärfauna von Söllingen bei Jerxheim. Palaeontogr. IX. Bd. Oskar Speyer.

1865. Die Nummuliten-führenden Schichten des Kressenbergs in Bezug auf ihre Darstellung in der Lethaea geognostica von Südbayern. Ibid. C. W. Gümbel.

1865. Über Anthozoen und Bryozoen des Mainzer Tertiärbeckens. Sitzungsber. L. Bd. I. Abth. A. E. Reuss.

1865. Zur Fauna des deutschen Oberoligocäns. II. Abth. Ibid L. Bd. I. Abth. A. E. Reuss.

1865. Fossile Bryozoen d. Orakei-Bay. Beschreibung der Novara Reise. Geol. Th. I. Bd. F. Stoliczka.

1865. Verzeichniss der Versteinerungen im herzoglichen Naturaliencabinet zu Coburg. C. Schauroth. Coburg.

1866. Repertorium zu Goldfuss Petrefacten Deutschlands. C. Giebel. Leipzig.

1866. Die Foraminiferen, Anthozoen und Bryozoen des deutschen Septarienthones. Denkschr. d. k. Ak. d. Wiss. in Wien. XXV. Bd. A. E. Reuss.

1867. Die Bryozoën des adriatischen Meeres. Verhandl. d. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. XVII. Bd. Cam. Heller.

1867. Über die Zone des Ammonites Sowerbyi. Geognostisch-palaeontologische Beiträge. I. Bd. 3. Heft. W. Waagen.

1867. Die fossile Fauna der Steinsalzablagerungen von Wieliczka. Sitzungsber. LV. Bd. I. Abth. A. E. Reuss.

1867. Über einige Bryozoen aus dem deutschen Unteroligocän Ibid. A. E. Reuss.

1869. Palaeontologische Studien über die älteren Tertiärschichten der Alpen. Denkschr. d. k. Ak. d. Wiss. in. Wien. XXIX. Bd. A. E. Reuss.

1869. Zur fossilen Fauna der Oligocänschichten von Gaas. Sitzungsber. LIX. Bd. I. Abth. A. E. Reuss.

1869. Bryozoi Pliocenici Italiani. III. Contrib. Ibid. LIX. Bd. I. Abth. A. Manzoni.

1870. Bryozoi fossili Italiani. I—II. Contrib. Ibid. LX. Bd. I. Abth. A. Manzoni.

1870. Über tertiäre Bryozoen von Kischenew in Bessarabien Ibid. LX. Bd. I. Abth. A. E. Reuss.

1871. Az esztergomi barnaszénterület földtani viszonyai. A m. kir. Földt. Int. Évkönyve. Hantken Miksa.

1872. u. 74. Das Elbathalsgebirge in Sachsen. Palaeontographica XX. Bd. I. und II. Th. A. E. Reuss

*1874. Die fossilen Bryozoen der öster.-ungarischen Miocäns. Denkschr. d. k. Ak. d. Wiss. in Wien XXXIII Bd. A. E. Reuss.

* 877. I. Briozoi fossili del Miocene d'Austria ed Ungheria. Ibid. XXXVII. Bd. II. Parte. A. Manzoni.

1877. Beitrag zur Kenntniss der Bryozoen der böhmischen Kreideformation. Ibid. XXXVII, Bd. Ottomár Novák.

1877. Die Fauna der sogen. Beyrichien — oder Choneten — Kalke des norddeutschen Diluviums Zeitschr. d. d. geol. Gesellsch. XXIX. Bd. A. Krause.

1877. Bryozoaires du pliocène supérieur de l'île de Rhodes. Kül. leny. a »Mém. de la Soc. Géol. de France«-ból. A. Manzoni.

*1878. I. Briozoi fossili du Miocäne d'Austria ed Ungheria. III. Parte. Denkschr. d. k. Ak. d. Wiss. in Wien. XXXVIII. Bd. A. Manzoni.

1879. Die Bryozoen des mittleren Jura der Gegend von Metz. Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesellsch. XXXI. Bd. D. Brauns.

1879. Petrefaktenkunde Deutschlands. VI. Bd. II. Heft. F. A. Quenstedt.

1880. Le formazioni tertiaire nella provincia die Reggio (Calabria). Atti della R. Acc. dei Lincei. Serie terza, vol. VI. Róma. G. Seguenza.

1880. History of the British marine Polyzoa. The Ann. and Magaz. of nat. hist. vol. VI. London. Th. Hinks.

1880. On new Hydroida and Polyzoa from Barents Sea. Ibid. Th. Hinks.

1882. Beiträge zur Kenntniss der Miocänfauna Aegyptens und der libischen Wüste. Wien. Theodor Fuchs.

1885. Ein Beitrag zur Kenntniss der Bryozoenfauna der älteren Tertiärschichten des südlichen Bayerns. Palaeontographica XXXII. B. Koschinsky.

1886. Les bryozoaires du système Montien. Louvain. Kül. lenyom. A. Meunier et Éd. Pergens.

1886. La Faune des bryozoaires Garumniens de Faxe. Bruxelles. Kül. lenyom. Éd. Pergens et A. Meunier.

1887. Les bryozoaires du Tasmajdan a Belgrade avec note supplémentaire. Bruxelles. Kül. lenyom. Éd. Pergens.

*1887. Note préliminaire sur les bryozoaires fossiles des environs de Kolozsvár. Bruxelles. Kül. lenyom. Éd. Pergens.

1887. Pliocäne Bryozoën von Rodos. Ann. d. k. k. Naturhist. Hofmus. II. Bd. Éd. Pergens.

1890. Il calcare (Macco) di Palo e sua fauna microscopica. Atti della R. Acc. dei Lincei. Serie quarta. Roma. Guglielmo Terrigi.

*1893. »Jelentés« az Erd. Muz. Egyl. megbízásából 1891. nyarán tett földtani kirándulásaimnak eredményéről. Orv.-Term.-tud. Értesitő I. Fűzet. Dr. Lőrenthey Imre.

1893. On the British Palaeogene Bryozoa. Transactions of the zoological Society of London. Vol. XIII., part 6. I. W. Gregori.

A talált fajok rendszeres leírása.

A bryozoák classisa a tentaculumok elhelyezése és a szájnyilás fölött lévő húsos epistomium jelen, vagy jelen nem léte alapján két ordora oszlik:

1. *Ordo: Phylactolaemata* Allm.

A tentaculumok nem képeznek teljes kört a száj körül, hanem patkó-alakban úgy vannak elhelyezve, hogy a száj alsó része szabadon marad. Epistomium van.

2. *Ordo: Gymnolaemata* Allm.

A tentaculumok a száj körül teljes kört képeznek. Epistomium nincs.

E két ordo közül csak a másodikba tartozó bryozoák — ha nem is mind — bírnak meszes, tehát kövesülésre alkalmas vázrészekkel s igy palaentologiai fontosságuk csak ezeknek van. A Gymnolaemata Allm. négy subordora oszlik, a vázak anyaga s szájnyilás helyzete szerint, u. m.: Paludicellea, Cyclostomata, Cheilostomata, Ctenostomata; ezek közül az első és negyedik subordo tagjai csak szarus, bőrnemü vázakkal bírnak, s így kövesülve ismeretlenek. Annál nagyobb szerepet játszanak a palaeontologiában a Cyclostomaták és Cheilostomaták, melyek váza mindig meszes (egyes ritka esetekben, nevezetesen a Cheilostomatáknál még a vázon találunk bőrnemü részeket) s így a megtartásra felette alkalmas.

Subordo: **Cyclostomata Busk.**

A váz mindig teljesen meszes, összetett. A sejtek hosszúra nyújtottak (ritkán rövidek), csőalakuak; a szájnyilás mindig terminalis, átmérője a csősejtek átmérőjével egyenlő. A telep tagolt, vagy tagolatlan és ennek alapján két csoportra oszlanak:

Első csoport: *Articulata* Busk.

A telep többé-kevésbé kivehető egynemü ízekből áll, melyeket szarunemü anyag tart össze s ezért a kövesült alakoknál csak isolált ízek találhatók.

Familia: Crisiidae M. Edw.

A telep ízei vagy csak egy, vagy több sejtből állanak.

Crisia Lamx.

Minden íz a sejtek kisebb-nagyobb számu csoportjából áll; a sejtek többnyire az ízek jobb és bal oldalán egyszerü alternáló sorokba vannak szedődve.

Crisia eburnea Linn.

A sejtek hosszúra nyújtottak, felső végükön kisebb-nagyobb mértékben szabadok, kifelé hajlók, alsó részükön összeolvadtak, de egész lefutásukban kivehetők, mert határaik éles vonalak által vannak jelölve; mind a mellső, mind a hátsó oldalon apró, sürüen álló gödröcskék vannak. Gyakran a sejtek több-kevesebb rendetlen elhelyezése miatt a sorok alternálása csak nehezen vehető ki.

Miocän: Oláh-Rákos (gyakori), Bujtur (ritka); eocän: Egeres (ritka), Kolozs-Monostor 10 m. (ritka.)

**Crisia Edwardsi* Reuss.[1]) (VI. tábla, 9 ábra, a, b, c.)

A sejtek kevésbé hosszúak, felső végükön szabadok, kifelé hajlók, felületüket apró gödröcskék boritják, melyek néha jól kivehető hosszsorokba szedődnek. A sejtek szabályosan alternálnak, nem állanak nagyon sürüen és határukat alsó részükön éles vonalak jelzik.

Miocän: Oláh-Rákos (elég gyakori), Bujtur (gyakori); eocän: M.-Sárd (ritka), Bogártelke (ritka), Egeres (ritka), Hója (ritka), Kolozs-Monostor 10 m. (ritka).

Crisia Hörnesi Reuss.

Sokban hasonló az előbbihez, de az ízei amazéinál vastagabbak. A sejtek szabályos, alternáló sorokban tömötten állanak, rövidek, felső végük szabad, befelé görbült, rendszerint nincsenek egész lefutásukban elkülönitve. A fölület igen apró, sürüen álló gödröcskékkel borított. Gyakran úgy a mellső, mint a hátsó oldalon hullámos, harántirányu barázdák láthatók, mint azt A. Manzoni is feltünteti.[2])

---

[1]) A *-gal megjelölt fajok csak ezúttal vannak Erdély területéről kimutatva.

[2]) Denkschr. XXXVIII. Bd., p. 4, Taf. I., fig 3.

Miocän: Bujtur (gyakori), Oláh-Rákos (gyakori); eocän: Egeres (igen ritka), Kolozs-Monostor 10 m. (igen ritka).

* *Crisia elliptica n. sp.* (V. Tábla, 1. ábra a, b. c.)

Kicsiny bunkóalaku, fönt széles, alul nyélszerüen elkeskenyedett, hajtott íz, melynek átmetszete szabályos ellipsis (1. ábra c.) Az alternáló soru sejtek távol állók, csak kis, mellső végük szabad és gyűrüsen kiálló; a sejtek többi része a telep tengelyével egészen összeolvadt. Mind a mellső, mind a hátsó oldal egyformán domboru és sürüen elhintett, apró, kerek gödröcskékkel van borítva.

Legközelebb áll a Cr. Edwardsi Reusshoz, de attól eltér sejtjelnek összeolvadása, valamint elül és hátul egyforma domborusága által.

Miocän: Bujtur (egyetlen példány).

Második csoport: *Inarticulata* Bsk.

A telep tagolatlan.

Familia: Diastoporidae Bsk.

Kérgező, vagy szabad, ágas, leveles telepek, szabálytalan vagy legyező — félgömb — kúpos alakkal, rendszerint több egymáson fekvő sejtrétegből fölépítve.

Diastopora Lamx.

Kérgező v. szabad, ágas, leveles, gyakran belül üres hengert képező, ritkán köralaku coloniák. A sejtek soha sem hosszúra nyujtottak, gyakran mellső végükön kissé elszűkülnek és soha sincsenek csoportokká egyesítve, rendetlenül elszórtak, legfölebb radialis, illetőleg alternáló sorokká egyesültek.

Diastopora acupunctata Novák.

Gumós, félgömbös, belül üres telepek, melyek a sejtek több rétegéből vannak felépítve. A sejtek kevésbé nyúltak, szabálytalan sokszögüek, laposak, egy középpontból minden irányban szétsugárzók, felületüket apró gödröcskék borítják. A háti oldal finom anastomosáló hosszerekkel bír. A legtöbb tulajdonságára megegyezik O. Novák alakjával,[1]) de attól némileg eltér az által, hogy az aránylag

[1]) Denkschr. XXXVII. Bd. p. 99., Taf. VI., fig. 1—14.

nagy száj csak ritka esetben háromszögü, gyakrabban kerek v. nyúlt ellipticus vagy épen szabálytalan sokszögü; ez az eltérés azonban a hiányos megtartás kifolyása lehet; egyébként hasonló alaku szájjal biró alakok O. Novák példányai közt is vannak (l. Novák 3. ábráját).

Miocän: Bujtur (gyakori),

** Diastopora congesta* Reuss.

Szabálytalan lebenyes, köralaku, többrétegü; a sejtek csövesek, felületük sima, legnagyobb részüket a szegélyes ellipticus száj foglalja el. Az elmosódott határu, távol álló sejtek egy központból sugároznak ki többé-kevésbé szabályos radialis sorokban s a telep széleit rendszerint apró, szögletes sejtek sorai övezik. A telep alsó szabad részét epitheca borítja, melyen jól megtartott alakoknál concentricus sávolat és finom radialis hosszerek láthatók.

Eocän: Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), Pappatak (ritka).

Diastopora nova Perg. et Meun.

Különböző alaku, leggyakrabban legyezős kérgek, melyek tömötten álló, egymást érintő, gyakran görbült csőalaku sejtekből építvék föl; a sejtek határa ritkán elmosódott, csak kerek szegélyes szájuk által van helyük jelölve, gyakrabban azonban mellső szabad végükkel a közös alapból kinyúlnak. Leggyakrabban a sejtek símák, legfölebb finom haránt-sávolattal birnak.

Miocän: Oláh-Rákos (nem gyakori); eocän: Méra (gyakori), Egeres (ritka), Papfalvi patak (igen ritka), Bács (igen ritka), Bogártelke (igen ritka), Kardosfalva (ritka), Pappatak (igen ritka).

**Diastopora bujturica* n. sp. (V. Tábla, 2. ábra a, b, c, d).

Változatos alaku, leggyakrabban belül üres félgömbök v. hengerek, illetőleg azok töredékei. A telep több rétegekből áll (V. Táb. 2. ábra d.). A sejtek aránylag nagyok, kurta csöveket képeznek, melyek terminalis szája szegélyes, nagy, kerek, ritkábban kissé nyúlt, ellipticus. A fiatalabb telepek sejtjei (V. Tábla 2. ábra a) mellső végükön többé-kevésbé kiállanak egy középponttól minden irányfelé divergálva. Idősebb telepeken ellenben a sejtek (V. Tábla 2. ábra b) besülyedtek s a telepnek köztük lévő sejtektől ment része körülöttük többé-kevésbé hullámosan kiemelkedik. Úgy a telepek sejtektől ment részeit, mint a csősejtek kiálló végeit apró, nagyon sürüen álló gödröcskék borítják. A telep háti oldala szabad, egyenetlen, hullámos felületü és a központ felé hajló, finom, de éles, gyakran anastomosáló, radialis vonalak által van borítva s ezeken kivül apró, sürüen álló gödröcskék vannak elhintve az erek között.

Miocän: Bujtur (gyakori).

Defrancia Bronn.

Köralaku, többé-kevésbé szabad, lapos v. domboru, alul epithecával födött telepek. A csőalaku sejtek szabályosan elrendezettek, azaz a telep középpontjából sugároznak ki radialis erek alakjában; az erek laposak, máskor meg tarajszerüen kiállók s egy v. több sejtsorból állanak. A telep közepén gyakran kisebb-nagyobb centralis terület van s úgy ez, mint az erek köze sima lehet, vagy pedig porosus.

Bronn ezen genusát később több genusra szakították szét, ezek alapjául azonban oly bélyegek vétettek fel, a melyek genusjelleggel nem birnak, mert a felállított különböző genusok különböző fajainál előfordulhatnak. Ezért én e genust Bronn értelmében fogom fel s az Actinopora d'Orb., Lichenopora Defr., Domopora d'Orb., Pelagia d'Orb. genusokat synonymoknak tekintem.

Defrancia Brongniarti M. Edw.

Köralaku, nem igen domboru. Fölületét számos, sürüen álló ér borítja, melyek 2—3 kerekszáju sejtsorból állanak. Az erek közül 8—9 a telep centrumából a telep széléig ér s ezek közt rövidebb beiktatott sorok találhatók. Az erek kevéssé kiállók, közti terük porustalan.

Miocän: Oláh-Rákos (ritka); eocän: Hója (ritka), Pappatak (ritka).

* *Defrancia collis* d'Orb.

Köralaku, igen domboru. A telep tetején kevésbé mély, centralis depressio van, a melytől elmosódott, egy sejtsorból álló sugarak indulnak ki. A centralis tér és az erek közei porusokkal boritvák.

Eocän: Kolozs-Monostor, Pappatak (ritka).

Defrancia diadema GOLDF.

Köralaku; felületét nem igen sok, a telep centrumából a szélekig érő, tarajszerüen kiugró ér borítja, a melyek hátán 2—3 sejtsor foglal helyet.

Eocän: Hója (ritka), Papfalvi patak (elég gyakori), Kardosfalva (ritka), Méra (gyakori).

Defrancia interrupta REUSS.

Szabálytalan köralaku, többé-kevésbé hatalmas centralis depressióval, honnan a sejtek egysoros, távolálló sugarakban indulnak ki, a melyek száma nem sok. Az erek közti tere, valamint a centralis tér nagy kerek porusok által fedett.

Miocän: Oláh-Rákos (ritka); eocän: Hója (ritka) Egeres (ritka), Méra (gyakori), Papfalvi patak eleje (gyakori), Kardosfalva (igen gyakori).

Defrancia Michelini HAGW.

Szabálytalan, kerek, kicsi; az elég magas telep centrumából kevés számu (6—7), szabálytalan, vastag, néha görbült, részben kiálló ér indul ki, melyek több (3—4) sejtsorból állanak. Centralis tér nincs; az erek közti tere porosus.

Eocän: Kolozs-Monostor 7.5 m. (ritka), Pappatak (ritka).

Defrancia organisans D'ORB.

Szabálytalanul kerek, lapos telepek, melyek felületét sok, a központból kisugárzó, kiálló, soksejtü, egysoru ér borítja, melyek közt centralis terület nem marad vissza.

Eocän: Pappatak (gyakori), Papfalvi patak (gyakori).

Defrancia prolifera REUSS.

Köralaku, hatalmas centralis depressioval biró telepek; a kurta erek egysorosak, majdnem egyenlő hosszuak, köztük csak itt-ott van egy-egy rövidebb beiktatva. A hatalmas centralis depressio, valamint az erek közti tere nagy, kerek porusokkal boritott.

Mindig csak isolált telepekben fordul elő, soha sem összetett, mint Reuss[1]) alakja. Azonban F. Stoliczka megjegyzi[2]), hogy az

[1]) Naturw. Abh. II. Bd. p. 37, Taf. VI, Fig. 1 a—e.

[2]) Sitzungsber. XLV. Bd. p. 82 (mint Domopora polifera Reuss).

összetett telep igen könnyen szétesik az egyes telepekre; ugyanez az eset fordul elő alakunknál is.

Miocän: Oláh-Rákos (elég ritka).

Defrancia radiata AUD.

Sokban hasonló a Defr. *organisans* d'Orb.-hoz, de eltér attól hatalmas centralis depressioja által, melyen sejtek nincsenek (vagy csak nehány: Tubulipora complanata Men.) A radialis erek száma sok, tömötten álló, egyetlen sejtsoru.

Eocän: Papfalvi patak (ritka), Bogártelke (ritka), Méra (ritka), Pappatak (gyakori), Bács (gyakori).

* *Defrancia simplex* RÖM.

Kis lapos, kérgező telepek; a fölületet kevés (7—8) vastag, háromszögü ér borítja, melyeket széles, igen finoman porosus közti tér választ el; az erek hátán három-négy sor sejt van.

Eocän: Pappatak (nem gyakori).

Familia: Tubuliporidae BUSK.

Kérgező telepek, melyeknek csöves sejtjei felső végeiken többnyire szabadok, alul összeolvadtak.

Stomatopora BRONN.

A telep kérgező, ágas s a csőalaku, hengeres sejtek egyetlen sorából áll.

* *Stomatopora rugulosa* REUSS.

Kérgező, ágas-bogas telep, mely hosszura nyújtott hengeres sejteknek egyetlen sorából áll; a sejtek sokkal hosszabbak, mint szélesek, mellső végük szabad, fölfelé álló s rajta van a gyürüs, szegélyes, kerek száj; a sejtek a mellső végen kissé elszükülnek és felületüket finom, haránt-, félkör-alaku vonalak díszitik.

Eocän: Egeres (ritka), Kardosfalva (ritka, igen kopott), Bács (ritka), Kolozs-Monostor 22 m. (gyakori), Bogártelke (ritka).

Stomatopora minima RÖM.

Igen kicsi, dichotom, kérgező telep; sejtek majd közelebb, majd távolabb állók, felületük síma, határuk elmosódott, mellső végük nem áll ki; a száj elég nagy, kerek, vastagszélü. Sejtek a száj mögött nem keskenyednek el.

Eocän: Pappatak (egyetlen telep).

Proboscina AUD.

Kérgező, ágas, dichotomikus telepek, melyek a csősejtek több sorából állanak.

* *Proboscina echinata* MÜNST.

Nagy, dichotom, kérgező telep, mely a sejtek két-három sorából áll. A sejtek hosszuak, egész lefutásukban kivehetők, mellső végük kisebb-nagyobb részen szabad és fölálló; a száj terminalis, kerek, jól kifejlődött, gyürüalaku szegélylyel; a sejtek fölálete síma, gyakran azonban, főleg a száj közelében éles, haránt barázdákkal van ellátva.

Eocän: Egeres (egyetlen példány, az is meglehetősen kopott).

Reptotubigera D'ORB.

Tulajdonképen kérgező Idmoneák, a melyeknek dichotomikus telepe harántsorokba szedett csőalaku sejtekből áll. A kezdetben vékony telep később legyezőszerüen szétterül, megvastagszik.

Reptotubigera disticha MICH.

Dichotomikus, kérgező. A sejtek 2—4-enként harántsorokba szedve, melyek a telep közepétől jobbra és balra lefelé hajlók, alternálók; gyakran a sejtek rendetlenül elhelyezettek és vagy egészen összenőttek, határaikat éles vonalok jelezvén, vagy mellső végük többé-kevésbé szabad, fölfelé álló. A száj kerek, lekopott alakoknál nyúlt, ellipticus. A sejtek fölületét finom gödröcskék borítják sürüen.

Miocän: Bujtur (gyakori); eocän: Kolozs-Monostor 22 m. (gyakori).

* *Reptotubigera elavata* D'ORB.

Kezdetben keskeny, később legyezőszerüen elszélesedő, fokonként magasodó telep, melyen a sejtek kissé ferde harántsorokba vannak szedve; a harántsorok közelállók, a sejtek határa elmosódott; a száj kerek, szegélyes, nem áll ki.

Eocän: Kolozs-Monostor 22 m. (egyetlen példány).

Tubulipora Lamx.

Kérgező, félkörös v. legyezőalaku telepek, melynek csöves sejtjei alsó részükön összeolvadtak, felső végükön szabadok, többé-kevésbé kiállók. A sejtek egyenkint elhelyezettek, nem ritkán azonban többed magukkal csoportokká egyesülnek egyenes, vagy gyakrabban ívszerüen meghajtott, kiálló ereket alkotnak.

Tubulipora dimidiata Reuss.

Félkörös, legyezőalaku, szélein gyakran csipkés, csillagalaku telepek. A sejtek csövesek, hosszura nyújtottak, felületük síma. Rendesen a telep alsó részén a sejtek kisebb-nagyobb száma szabadon áll egy középpontból a telep minden oldala felé sugarasan divergálva. A telep többi sejtjei azonban csoportonként erekké olvadnak össze; ez ereket kisebb-nagyobb síma közti terek választják el. A két-három sejtsorból álló erek, mellső vége (hol a sejtek szájadzanak) szabadon a fölületre áll s a középvonaltól jobbra és balra széthajolván — gyakran félkörösen hajtogatva — a telepnek széttárt legyező alakot adnak.

Miocän: Bujtur (gyakori); eocän: Pappatak (elég gyakori).

* *Tubulipora plumula* Reuss.

Szabálytalanul lebenyes v. többé-kevésbé hosszura nyúlt, görbült telepek. A csöves sejtek mellső vége szabad, kiálló; a száj kerek, a sejtek fölülete síma. Némileg hasonlít az előbbihez, de attól eltér, mert a csősejtek soha sincsenek többed magukkal csoportokká egyesítve. [1]) Ed. Pergens leírása szerint [2]) a sejteken a szájjal párhuzamosan haladó harántsávolat van a sejtek szabad végén; a fölület e díszitményei az én alakjaimnál nem találhatók.

Miocän: Bujtur (gyakori), Csicsó-Hagymás (igen ritka).

Familia: Idmoneidae Busk.

A telep soha sem kérgező, hanem szabad, faalakulag elágazó, a csöves sejtek csak a telep mellső oldalán nyilnak és pedig rendetlenül, vagy szabályosan, harántsorokká egyesítve.

---

1) Lásd Naturwiss. Abh. II. Bd. p. 51. Tab. VII. Fig. 11, 12.

2) Ann. d. k. k. Naturh. Hofm. II. Bd. p. 9.

Hornera LAMX.

Faalakulag ágas, szabad telepek, melyeken a sejtek rendetlenül — igen ritkán egyrészük harántsorokká egyesítve — vannak elhelyezve. Mind a mellső, mind a hátsó oldalon mellékporusok vannak elhintve.

* *Hornera asperula* REUSS.

Kevésbé ágas, finom, vékony telepek, melyek mellső oldalán vannak a sejtek el szórva; a sejtek határa nem látszik, helyüket csak a kerek, távol álló, vastagszélü szájak jelzik. A szájak közt lévő területek nem porosusak, hanem némi érdességet mutatnak. A háti oldalt vastag, itt-ott anastomosáló erek borítják s közöttük kerek porusok sorai vannak elhelyezve.

Eocän: Kolozs-Monostor 7.5 m (ritka), Pappatak (ritka).

Hornera concatenata REUSS.

Ágas-bogas, cylindricus törzsek, a melyek mellső oldalán a kerek szegélyes szájak különböző számban egyenes v. ferde sorokká szedődnek; a sejtsorok közt itt-ott magánosan álló sejtek vannak beiktatva. A sejtek nem domboruak, határaikat kiemelkedő, éles vonalak jelzik. A száj alatt egy, ritkán két kerek mellékporus van. A törzs háti oldalát vastag, anastomosáló erek borítják és ezek közt kerek porusok sorai foglalnak helyet.

Eocän: Pappatak (gyakori), Bogártelke (gyakori), Méra (sok), Papfalvi patak eleje (gyakori), Kolozs-Monostor 22 m. (elég gyakori), Hója (nem gyakori), Bács (gyakori), Papfalvi patak (gyakori), Egeres (gyakori), Kolozs-Monostor 7·5 m. (elég gyakori).

Hornera frondiculata LAMX.

Ágas, cylindricus, gyakran mellső-hátsó irányban erősen összenyomott. A mellső oldalon vannak a sejtek rendetlenül v. hosszsorokban elhelyezve, határuk elmosódott s helyük csak a kerek, szegélyes száj által van jelölve. A sejtek közt anastomosaló barázdák kötegei vannak, melyek az egész mellső oldalt elfoglalják, de maguk közt orsóalaku, két végén hegyes mélyedéseket hagynak; e mélyedésekben ülnek a szájak. A szájak fölött és alatt egy vagy több kerek, néha vesszőalaku mellékporus van. A háti oldalt finom harántsávok által borított, vastag, anastomosaló erek fedik, melyeknek közti terein kerek porusoknak sorai láthatók. E faj nem ritkán tetemes mérveket ölt; így a papfalvi patak alakjai közt találtam egy igen ágas telepet, melynek hosszusága 3 cm., szélessége 2 cm.

Ferd. Stoliczka Latdorf oligocänjéből ír le egy alakot Hornera porosa Stol. néven[1]; mely Lamx. fajától nagyszámu mellékporusa által tér el. Em. A. Reuss attól szintén külön fajnak tekinti,[2]) míg Ed. Pergeus[3]) hajlandó a Horn. frondiculata Lamx-al egyesíteni. Nekem nagymennyiségü és részben igen jól megtartott törzs állt rendelkezésemre, a melyeken constatálhattam, hogy még ugyanazon törzsön is a mellékporusok száma igen változó; egyes sejteken alig volt 2—3 mellékporus, mások ellenben 8—9 mellékporust is mutattak. Ezek alapján Stol. faját a Lamx.-éval azonosnak tartom.

Eocän: Kolozs-Monostor 22 m. (gyakori), 10 m. (ritka), 7.5 m. (elég gyakori), Egeres (gyakori), Papfalvi patak eleje (igen gyakori), Bács (ritka), Papfalvi patak (igen gyakori), Bogártelke (nem ritka), Méra (gyakori), Hója (gyakori), Kardosfalva (gyakori), Pappatak (elég gyakori).

* *Hornera hippolitha* Defr.

Kevésbé ágas, dichotomikus, összenyomott törzsek. A sejtek a mellső oldalon alternáló soruak, laposak, szájuk kerek, szegélyes, felső széle néha erősebben — gyengébben kiálló. Gyakran a sejtek középső része annyira lenyomott, hogy a sejtfalak periphericus része erősen kidomborodó erek alakjában marad vissza. A szájak alatt itt-ott egy-egy mellékporus ül. A háti oldalt anastomosaló, vastag erek borítják, köztük kerek porusok sorai vannak.

Eocän: Pappatak, Papfalvi patak, Papfalvi patak eleje, Méra. Egeres, Hója, Kardosfalva, mindenütt igen ritka.

* *Hornera serrata* Reuss.

Kis, finom, alig ágas törzsek. A sejtek a mellső oldalon hosszsorokban v. rendetlenül állanak, mellső végük szabad, kiálló s így a telep szélein fürészfog-szerü, lefelé hajló csipkék keletkeznek. A sejtek

[1]) Sitzungsber. XLV. Bd. p. 79, Taf. I, fig. 3.
[2]) Ibid. L. Bd. p. 672.
[3]) Ann. d. k. k. Naturw. Hofm. p. 6.

határát kiálló éles vonalak jelzik; a száj kerek, vastag-szélü, alatta 1—1 hosszura nyúlt mellékporus van. A háti oldal a középponttól alternálva jobbra és balra hajló vastag erekkel van borítva s ezeken finom porusok elszórva.

G. Seguenza [1]) Reggio pliocänjéből ír le egy alakot Horn. serrata Reuss var. pliocänica Seg. néven, mely Reuss alakjától csak a mellékporusok hiánya által tér el; valószinüen ez egy rosszul megtartott Horn. serrata Reuss.

Eocän: Kardosfalva (ritka), Bogártelke (igen ritka), Pappatak (gyakori), Kolozs-Monostor 7.5 (igen ritka), Papfalvi patak (ritka), Bács (ritka).

* *Hornera sparsa* Reuss.

Vaskos, dichotomikus, kerek v. összenyomott telepek, melyek mellső oldalán a kerek, szegélyes szájak rendetlenül elszórtak és közöttük kisebb, nagyobb szegletes porusok vannak. A háti oldal kerek, vagy szögletes, teknő-alaku mélyedések által vannak borítva, a mely mélyedésekben 1—1 kerek porus ül.

Eocän: Bogártelke, Kardosfalva, Bács, mindenütt igen ritka,

Hornera subannulata Phil.

Ágas, cylindricus törzsek. A mellsö oldalon a kerek, szegélyes, sejtszájak sürübben, vagy ritkábban álló harántsorokká olvadnak, a melyek közt a sejthatárokat jelző éles vonalak láthatók; a szájak alatt lévő, két-két kiálló vonal által határolt területen 2, 3 kerek mellékporus ül egymás alatt. A háti oldalt vastag, anastomosáló barázdák borítják és ezen barázdák közeit kerek, vagy kissé nyúlt, öreg porusok sorai foglalják el.

Eocän: Bács (nem gyakori), Pappatak (gyakori), Papfalvi patak (nem sok), Papfalvi patak eleje (gyakori), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), 10 m. (ritka), Hója (ritka), Méra (gyakori), Kardosfalva (gyakori), Bogártelke (gyakori), Egeres (igen gyakori.)

**Hornera curvirostra n. sp.* (V. Tábla, 3. ábra a, b, c.)

Kicsi, hengeres, egyszerü, ritkán ágas telepek, kerek átmetszettel (V. Tábla, 3. ábra c.) A mellső oldalon vannak elhelyezve

[1]) Atti dei Lincei, Ser. III, vol. 6, p. 210, Taf. XV, fig. 19.

a sejtek 4—5, szabályosan álternáló hossz-sorban. A sejtek nyúltak, cylindricusok, felületük síma, határuk egész lefutásukban kivehető. A sejtek mellső vége rendszerint elszélesedik, bunkóalakuvá válik és térdszerüen meghajolva, hosszabb-rövidebb, többnyire lefelé irányuló csőrt képez (V. Tábla, 3. ábra a.); a csőr végén ül a száj, mely rendszerint kerek, ritkán kissé nyúlt, ellipticus; szegélye éles, a száj alsó részén gyenge, a felső részén ellenben hatalmasabb, patkóalaku. A telep háti oldala domboru, néha kissé lapított, éles, jobbra, balra divergáló, rendszerint hajtott barázdáktól borított (az egyes sejtek határai), a mely vonalak mind a két oldalán, kerek vagy kissé nyult, sürüen álló, nagy porusok egy-egy sora foglal helyet (V. Tábla, 3. ábra b). Néha a törzs tengelye körül kissé meg van csavarva, mint az a mellékelt ábrán is látható. (V. Tábla, 3. ábra b).

Eocän: Pappatak, Egeres, Kardosfalva; mindenütt ritka.

* *Hornera circumsulcata n. sp.* (V. Tábla, 4. ábra, a, b, c.)

Hengeres, egyszerü telep, melynek mellső oldalán a sejtek négy álternáló sorba szedettek. A sejtek határa elmosódott, helyüket csak a száj jelzi; a száj kerek, finomszélü s egy többé-kevesbé mély hosszbarázdában fekszik (V. Tábla, 4. ábra a). A sejteket patkóalakban majd szélesebb, majd keskenyebb, jobban vagy gyengébben kiálló ér fogja körül s ezen ereket finom transversalis barázdák ékesitik. A törzs háti oldalát vastag, itt-ott elágazó erek fedik, melyek a mellső oldalhoz hasonlóan barázdások. Az erek közti téren finom, kerek porusok egy-egy sora található. (V. Tábla, 4. ábra b.)

Még legtöbb hasonlóságot mutat a Hornera fragilis Eichw-dal [1]), de attól már azáltal is eltér, hogy sejtjei nincsenek élesen határolva és hogy Eichw. fajánál a sejtszájakat elválasztó harántbarázdás erek hiányoznak.

Eocän: Papfalvi patak (egyetlen példány).

Idmonea Lamx.

Ágas, cylindricus, szabad telepek, melyeknek mellső oldalán a sejtek harántsorokká vannak egyesítve; a mellékporusok hiányoznak.

[1]) Leth. ross. p. 35, Pl. II, Fig. 24.

* *Idmonea atlantica* FORB.

Hosszura nyújtott, petyhüdt, szabálytalanul ágas telepek. A mellső oldalon a sejtek harántsorokká egyesítettek, a harántsorok álternálók, minden harántsorban 3, ritkán 4 sejt van; e sejtek egymással összeolvadtak, de közös felső végük szabad, kifelé hajló tarajokat alkot. A sejtek símák; a száj kerete négy-oldalu; háti oldaluk finom hosszsávolattal van boritva.

Eocän: Bács (elég ritka), Egeres (ritka), Papfalvi patak eleje (igen ritka), Hója (gyakori), Pappatak (igen ritka), Bogártelke (igen ritka), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka.)

Idmonea cancellata GOLDF.

Hengeres v. összenyomott, ágas törzsek. A sejtek a mellső oldalon tömött, alternáló sorokban állanak, melyek lefelé hajlók és leggyakrabban 4 sejtből vannak összetéve; a sejtek határa elmosódott úgy, hogy csak a gyürüs szegélyü, kerek száj vehető ki belőlük; rendszerint a negyedik (külső sejt) a többitől isolált és legalantabb fekszik. Gyakran a sejtek harántsorai kiemelkednek úgy, hogy a törzs már szabad szemmel is fogazottnak, vagy csipkésnek látszik. Az erek közti tere, valamint a háti oldal kerek, sürüen álló porusokkal van fedve.

Eocän: Hója (ritka), Bogártelke (ritka), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), Pappatak (ritka), Papfalvi patak (gyakori), Papfalvi patak eleje (igen gyakori), Méra (igen sok.)

Idmonea concava REUSS.

Dichotomikus, gyenge törzsek. A domboru mellső oldalon vannak a sejtek alternáló harántsorokká szedve; egy-egy sorban négy, ritkán öt sejt van; a sejtek határa egész lefutásukon kivehető, mellső végük szabad, többé-kevesbé kifelé hajló; a száj kerek. A sejteket sürün álló apró porusok fedik. A háti oldal lapos, concav és két oldalt a sejtsorok álternáló végei láthatók, fölületét domboru részével fölfelé fordult, sürüen álló, ívalaku harántsávok díszitik.

Eocän: Pappatak (nem ritka), Papfalvi patak (gyakori), Papfalvi patak eleje (elég ritka), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), Hója (ritka), Bács (ritka), Kardosfalva (nem ritka), Méra (gyakori).

Idmonea cultrata D'ORB.

Mellső-hátsó irányban összenyomott, dichotomikus törzsek, ovális átmetszettel. A sejtek a telep legnagyobb részét elfoglalják, sürüen álló harántsorokat alkotnak; egy-egy harántsorban 8—9 sejt ül. A háti oldal hosszbarázdákkal ékesített. Általában teljesen egyezik d'Orb. alakjával.[1])

Eocän: Egeres (gyakori), Bogártelke (ritka), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), 22 m. (ritka), Kardosfalva (ritka), Méra (ritka), Pappatak (igen gyakori).

Idmonea gracillima REUSS.

Oldalt összenyomott, dichotomikus telepek; minden harántsorban 4—5 sejt van, melyek éles, kiálló vonalak által különitvék el; a száj kerek v. négyoldalu, szegélyes s minden harántsorban úgy van elhelyezve, hogy egy-egy harántsor szája domborulatával felfelé irányuló ívet képez. A sejtfölület finoman porusos. A telep háti oldala finom hosszbarázdákkal s itt-ott egy-egy porussal bir.

Eocän: Papfalvi patak (gyakori), Papfalvi patak eleje (gyakori), Pappatak (gyakori), Kolozs-Monostor 7·5 m. (gyakori), 10 m. (ritka), Hója (ritka), Bács (ritka), Egeres (ritka), Kardosfalva (gyakori), Méra (igen gyakori.)

Idmonea pertusa REUSS.

Igen ritka alak. Összenyomott, elliptikus; 4—5 sejt képez egy-egy harántsort, a sejtek határát éles vonalak jelzik, szájuk kerek, összeolvadt, mellső végük többé-kevésbé kiáll; a sejtek felülete síma. A háti oldal sokszögü területekre osztott; minden sokszögben 1—1 kerek porus ül.

Eocän: Hója (egyetlen példány.)

* *Idmonea ramosa* D'ORB.[2])

Nagyon összenyomott, szalagalaku, ágas telepek, melyek átmetszete hosszura nyujtott ékalaku. A sejtek az ellapított oldalokon

[1]) Pal. fr. Terr. crét. V. p. 909, Pl. 611, Fig. 6—10 et 768 Fig. 11—15. A faj a 611-ik táblán Reticulipora cultrata d'Orb., a 768-ik táblán meg Bicrisina cultrata d'Orb. néven van említve; a leírásban az utóbbi név szerepel.

[2]) Itt a Crisina romosa d'Orb.- [Pal. Fr. p 736. Pl. 611 Fig. 11—15.] ról van szó és nem az Idmonea ramosa d'Orb.-ról [Ibid. p. 851. Pl. 632. Fig. 1—3 és Pl. 633 Fig. 1—3. (a rajzban Idm. ramosa és cenomana d'Orb, a leírásban Proboscina romosa d'Orb. néven szerepel)], mert ez utóbbi alak identikus a Stomatopora major Johnst.-nal. (l. Busk, Crag Polyzoa p. 112.)

foglalnak helyet sürüen álló harántsorokban; egy-egy harántsor sejtjeinek száma igen sok, 16—18 közt változik, vagy még több is. A telep keskeny, lekerekített háti oldala szabálytalan hosszsávokat mutat.

Eocän: Bács (gyakori), Méra (elég gyakori).

* *Idmonea reticulata* Reuss.

Cylindricus, ágas telepek. A mellső oldalon vannak a távol álló, álternáló haránt sejtsorok, melyeknek összeolvadt felső vége kiáll; egy-egy harántsorban 4 (ritkán 3 v. 5) sejt van; a sejtek aránylag hosszuak, egész lefutásukon kivehető a határuk, fölületük finoman porusos. A telep háti oldalát vastag, szabálytalanul anastomosáló erek borítják, melyek mélyült közti terén egy-egy kerek porus van.

Eocän: Pappatak, Papfalvi patak, Papfalvi patak eleje, Kardosfalva, Bács, Kolozs-Monostor 7·5 m.; mindenütt igen ritka.

Idmonea pseudodisticha Hagw.

Villás, átmetszetben háromszögü törzsek, melyeknek lekerekített széles háti oldala finom hosszsávu. A mellső oldal háztető-alaku s rajta az elég tömött harántsejtsorok alternálnak; egy-egy sorban háromtól hat sejt van, melyek alig vagy nem állanak ki, felületük porusos.

A. Manzoni az osztrák-magyar miocänből ír le egy alakot Idmonea disticha Goldf. var.[1]) néven, melyen a harántsorok négy-négy sejtből állanak s a háti oldal hosszsávos; kétség kivül ez az alak egy valódi Id. pseudodisticha Hagw.

Eocän: Bogártelke (elég gyakori), Bács (ritka), Kolozs-Monostor 10 m. (ritka), Pappatak (gyakori), Egeres (ritka).

* ? *Idmonea serialis* Stol.

Egyszerü telep, háromszögü átmetszettel; a háti oldal csaknem egészen lapos és finom hosszsávu. Ferd. Solicka megjegyzi,[2]) hogy eredetileg a telep valószinüleg hátán hosszsávos volt, de ennek

[1]) Denkschr. 38 Bd. p. 5, Taf. 3, Fig. 13.

[2]) Foss. Bryoz. d. Orakei Bay, p. 118, Taf. XVIII, Fig. 11—12.

kopott példányain semmi nyoma; ábráin a háti oldal (11a) finoman harántsávosnak van feltüntetve. A telep mellső oldala háztető-alaku, nagyon éles szöget képez, jobb és bal oldalán alternálnak a harántsorok; a harántsorok fölfelé hajlók, 4—6 sejtből állanak, melyeknek végei nem ugranak ki; a sejtek határát éles vonalok jelzik, felületük finoman porusos; a sejtszáj többé-kevésbé nyúlt, elliptikus. Hogy példányom Stoliczkáéval azonos-e, azt teljes biztossággal a leírásból el nem dönthetem, az összehasonlitásra pedig nem volt alkalmam.

Eocän: Hója (egyetlen példány.)

Idmonea serpens L.

Ágas, kissé összenyomott törzsek. A mellső oldalon a sejtek négyesével alternáló harántsorokká egyesültek, határuk egész lefutásukban kivehető, felületük porusos. A háti oldalt anastomosáló hosszerek boritják, a melyek közti tere finoman porusos.

Eocän: Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), Egeres (igen ritka.)

Idmonea subgradata d'Orb.

Villás törzsek, melyek mellső oldalán a sejtek 3—4-enkint alternáló harántsorokká egyesültek; a sejtek határa alul elmosódott, felületük sima. A háti oldal hosszeres, s az erek közti terei mint hosszsorokba szedett, orsóalaku mélyedések tünnek fel.

Eocän: Kardosfalva (ritka), Pappatak (ritka), Méra (ritka.)

Familia: Entalophoridae Reuss.

Ágas, szabad telepek; a sejtek vagy a telepeken köröskörül helyezvék el egy képzelt hossztengely körül, vagy a telepnek csak egyik oldalán nyilnak. A mellékporus hiányzik.

Entalophora Lamx.

A sejtek csőalakuak, alsó részük összeolvadt, fönt többé-kevésbé szabadok és egy képzelt tengely körül vannak elhelyezve.

* *Entalophora clavula* Reuss.

Bunkóalaku, alul keskeny, fönt elszélesedő, egyszerü, nem ágas telepek. A csöves sejtek kevésbé nyújtottak, szájuk kerek, ritkán nyúlt, fölületüket apró gödröcskék fedik. A sejtek mellső, szabad vége rendszerint fölfelé hajlik.

Miocän: Oláh-Rákos (elég gyakori), eocän: Kolozs-Monostor 7·5 m. (igen ritka), Bogártelke (ritka), Egeres (ritka), Pappatak (nem gyakori.)

Entalophora Geinitzi Reuss.

Egyike a legváltozatosabb alakoknak. Kerek, cylindricus, dichotomikus törzsek; sejtjeik kétféle typust mutatnak. Az egyik typusnál a sejtek hosszúra nyúltak, alternáló soruak, határuk egész lefutásukon felismerhető, mindig domboruak, mellső végük szabad, csövesen kiugró. A másik typus sejtjei kurták, laposak, határaikat éles vonalak jelzik vagy egészen elmosódottak, nem ritkán hatszögüek, elül lekerekítve, mellső végük soha sem kiugró, legfölebb a gyürüs száj áll ki a közös fölületből; ez utóbbi typus sejtjei szabályosan alternáló hosszsorokba rendezettek, nem ritkán azonban örvöket képeznek úgy, hogy egészen Spiropora-jelleget vesz fel a törzs. Mind a két typusu sejtek közös jellemvonása az, hogy a száj kerek, szegélyes és hogy a fölületet apró gödröcskék borítják. A sejtek két alaptypusa közt az átmenet mindenféle neme föltalálható, melyeket gazdag anyagom szépen föltüntet.

A Pappatak alakjai közt találtam egy villás törzset, mely a kopás miatt a rendes alakoktól részben eltérő képet mutat. A törzs alsó osztatlan részét a második typus sejtjei borítják, melyek lassu fokozattal kezdenek megnyúlni, hatszögüvé válni és legnagyobb részüket a nagy kerek száj foglalja el; a sejtek megnyúlása fokozódik az ágakon s végre egészen nyúlt hatszögek állnak elő, melyek mellső végén nagy kerek, vagy részben hatszögalaku száj ül. A sejtek fala finoman porusos. Az egész telep feltünő egyezést mutat az Entalophora montensis Perg.-[1]) szel; hogy Pergens alakja szintén csak egy kopott Ent. Geinitzi példány-e, azt Pergens leírásából nem lehet megtudni. Nekem igen valószinünek látszik ez a feltevés a Perg. által mellékelt rajzra támaszkodva; a telep kopottságára utal ugyanis a szájak különböző alakja, egyenlőtlen nagysága s a hossztengely irányában való megnyújtás. A kérdés tisztázása, esetleg a

[1]) Les bryoz. du system. Montien, p. 13. Pl. III, Fig. 4.

synonymizálás azonban csak az originális példányok összehasonlítása alapján volna lehető.

Érdekesnek találom még megjegyezni, hogy ez a faj még legújabban is Entalophora pulchella Reuss néven szerepel az irodalomban, holott már O. Novák megjegyzi,[1]) hogy az Ent. pulchella Reuss nem más, mint az Ent. Geinitzi Reuss ifju alakja.

Miocän: Bujtur (elég ritka), eocän: Papfalvi patak (gyakori), Papfalvi patak eleje (igen gyakori), Méra (igen sok), Kardosfalva (igen sok), Kolozs-Monostor 7·5 m. (gyakori), 22 m. (elég gyakori), Hója (ritka), Egeres (gyakori), Bács (ritka), Bogártelke (nem gyakori), Pappatak (elég gyakori.)

Entalophora proboscidea M. Edw.

Ágas, többnyire hatalmas, vaskos telepek. A csöves sejtek alsó részükön összeolvadtak, felső részükön szabadok, néha csövesen kihúzottak. A sejtek felületét apró porusok borítják és nem ritkán sekélyebb-mélyebb harántbarázdák. Szintén változó alak; a sejtek majd finom csövesek, majd pedig vastagok, egyenetlenül elhelyezettek.

Miocän: Bujtur (gyakori), eocän: Bogártelke (gyakori), Kardosfalva (elég gyakori), Hója (nem gyakori), Egeres (gyakori), Kolozs-Monostor 7·5 m. (nem gyakori), 10 m. (ritka), Bács (gyakori), Méra (ritka), Pappatak (gyakori), Papfalvi patak (ritka), Papfalvi patak eleje (ritka), Magyar-Sárd (ritka.)

Entalophora tenuissima Reuss.

Gyengéd, alig ágas törzsek. A finom vékony sejtek igen hosszuak, legnagyobb részükön összeolvadtak, mellső végük szabad, kiálló; a száj kerek, a sejtek felületét apró gödrök borítják.

Eocän: Bács (igen ritka), Egeres (igen ritka), Bogártelke (ritka.)

Filisparsa d'Orb.

A sejtek csak a telep mellső oldalán nyilnak és leggyakrabban rendetlenül elszórtak, szabad mellső végeikkel minden irányba szétállók.

[1]) Denkschr. 37. Bd. p. 107.

* *Filisparsa astalis* Manz.

Elül domboru, hátul lapos v. homoru egyszerü törzsek. A mellső oldalon a sejtek elég távol álló, ferde harántsorokba szedődnek. A sejtek szája kerek, felületük síma. A háti oldal lapos, vagy többé-kevésbé bemélyülő és domborulatával felfelé irányuló, haránt, félköralaku barázdákkal födött.

Eocän: Kardosfalva (igen ritka), Bogártelke (ritka.)

* *Filisparsa typica* Manz.

Egyszerü, elég nagy telepek. A mellső oldal domboru s rajta a sejtek majd közel, majd távol álló harántsorokba szedvék, a harántsorok többé-kevésbé egyenesek, nem ritkán azonban domborulatokkal lefelé hajló íveket alkotnak. Egy-egy harántsorban 4—8 sejt van a törzs vastagsága szerint. A sejtek szája kerek v. kissé hoszszura nyúlt, felületük porusos. A háti oldalt finom hosszbarázdák és néha harántsávok borítják.

Eocän: Bács (gyakori), Pappatak (gyakori), Bogártelke (elég gyakori), Egeres (ritka), Kardosfalva (ritka), Méra (ritka), Papfalvi patak (ritka.)

Filisparsa varians Reuss.

Igen szabálytalan egyszerü v. ágas telepek. A sejtek mellső része szabad fölálló, görbült, kü'önböző irányba néző; elhelyezésük rendetlen, néha kivehető hosszusoruak, vagy itt-ott rendetlen harántsorokat alkotnak; a sejtek felülete porusos. A háti oldal lapos, finoman pontozott.

Miocän: Oláh-Rákos (gyakori); eocän: Bács (ritka), Egeres (rikta), Kolozs-Monostor 7·5 m. (gyakori), 10 m. (ritka), Kardosfalva (elég ritka), Pappatak (gyakori).

Spiropora Lamx.

A sejtek a törzsön körös-körül, egy képzeleti tengely minden oldalán vannak elhelyezve és pedig isolált teljes (ritkán háromnegyed) örvökben, vagy pedig a törzs körül fonódó spirális vonalakban; mind az örvök, mind a spirális szalagok állhatnak csak egyetlen v. pedig több sejtsorból is.

Spiropora conferta Reuss.

Dichotomikus, hengeres telepek. A mellső oldalon a sejtek örvökben állók, melyek a jobb és bal oldalra is átnyulnak, azonban hátul köztük keskeny sejtnélküli szalag marad vissza, tehát az örvök nem képeznek teljes gyürüket. Az örvök rendesen közelállók; a sejtek szája kerek, gyürüsszélü, kissé kiálló, fölületük sima, határukat éles vonalak jelzik. A háti oldal sejtektől mentes hosszövét vastag anastomosáló erek borítják.

Eocän: Hója (ritka), Papfalvi patak eleje (gyakori).

Familia: Frondiporidae Reuss.

A sejtek az ágas, cylindricus törzseken nyalábokká vannak egyesítve; a nyalábokat kisebb-nagyobb közti terek választják el.

Frondipora Imper.

Ágas telepek, melyeknek ágai gyakran szabálytalanul összeolvadnak. A sejtek csoportokba szedettek és nem csak az ágak végén vannak elhelyezve, hanem az ágak mellső oldalán is.

Frondipora Marsiglii Mich.

Mindig csak töredékekben találtam s igy az ágak összeolvadását nem észlelhettem; a hosszabb-rövidebb ágak csöves, sokszegletü sejtekből állanak és szájnyílásaik részben az ágak oldalára is lehúzódnak, sokszegletüek. A sejtek hosszura nyúltak, fölületük apró gödrökkel borított.

Ed. Pergens említi azt az érdekes fajt Erdély eocänjéből, de sajnos, leírását nem közli. [1]) A bécsi Hofmusem példányai némileg fajunktól eltérnek [2]), mert ennek sejtjei kevésbé nyújtottak, fölületük sima, rajtuk porusok nincsenek.

Eocän: Pappatak (igen gyakori).

Fasciculipora d'Orb.

Többé-kevésbé ágas telepek, melyeken a nyalábokká egyesített sejtek csak a végeken foglalnak helyet, de soha sem nyúlnak le az ágak oldalára is.

---

1) Note prél. sur les bryoz. foss. d. envir. de Kolozsvár p. 6.

2) Ed Pergens. Ann. d. k. k. Naturh. Hofm. p. 11. Taf. I. Fig. 3, 4.

* *Fasciculipora compressa n. sp.* (VI. Tábla, 5. ábra.)

Oldalról igen összenyomott, legyezőalaku, szabad telepek, a melyek alól keskenyek, fönt elszélesedők. A telep mellső és hátsó lapított oldalán láthatók a hosszura nyúlt néha meghajtott, lapos csőalaku sejtek, melyek határát néhol éles vonalok jelzik, másutt elmosódottak. A csövek fölületét finom porusok borítják s a telepet haránt irányu, görbült ránczok szelik át. A felső, legyezőszerüen szétterült részen ülnek a többnyire sokszögletü, tömötten álló szájak.

Eocän: Méra (elég ritka).

* *Fasciculipora sp.*

Oláh-Rákos bryozoái közt találtam egy kis gombostűfej-nagyságu, igen kopott töredéket. A telep alul keskenyebb, fönt bunkós, lekerekített és itt vannak elhelyezve a szabálytalan, szögletes szájak. A telep alsó részét a lapos csősejtek foglalják el, melyek falai igen kopottak, áttörtek, kisebb-nagyobb szabálytalan üregeket mutatnak; itt-ott egyes porus van elszórva.

Valószínü, hogy ez a töredék a Fasciculipora multifida Bk. egy hiányosan megtartott példánya.

Miocän: Oláh-Rákos (egyetlen töredék).

Familia: Cerioporidae Busk.

Változatos alaku gumós, ágas, lebenyes, kérgező, vagy szabad törzsek, melyek hosszura nyúlt, csöves, sokszögletü, egymással szorosan összenőtt sejtekből állanak. A telepet borító nyílások vagy mind egyenlő nagyok, vagy a nagyobbak közt kisebbek is vannak.

Ceriopora Goldf.

Gumós v. ágas, kérgező vagy szabad telepek, a melyek szorosan összenőtt csősejtjei mind egyenlőnagy szájnyílással bírnak és ezek nincsenek meghatározott rend szerint elhelyezve.

* *Ceriopora deplanata* Reuss.

Kicsiny, kerek, nyúlt ellipticus, nem igen domboru gumók, melyek többnyire más bryozoák telepeit kérgezik be. Az egész fölület tömötten álló, sokszögletü sejtszálakkal van borítva.

Eocän: Pappatak (gyakori), Papfalvi patak eleje (igen ritka), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka), Kardosfalva (nem gyakori).

* *Ceriopora depressa* Reuss.

Az előbbihez hasonló kerek v. kissé nyúlt, lapos telepek, melyek más bryozoák telepeit kérgezik be. A telep középső része kisebb-nagyobb területen benyomott, fészekszerü. A fölületet borító szájnyílások egyenlő nagyok, sokszögletüek.

Eocän: Egeres (ritka), Pappatak (ritka).

* *Ceriopora orbiculata* Reuss.

Kicsiny, lencsenagyságu kerek telepek, melyek alsó oldala homoru, felső oldala többé-kevésbé domboru; a felső oldalon vannak elhelyezkedve a kerek, elég nagy szájak, melyek — főleg a telep legdomborubb, középső részén — hajlandóságot mutatnak a radialis sorokba való szedődésre.

Reuss szerint [1]) e faj valószinüen azonos a Ceriop. seminula Röm.-rel.

Miocän: Bujtur (elég ritka).

* *Ceripora spongites* Goldf.

Változatos alak; Reuss [2]) a változatokat két alaptypusra viszi vissza: az első csoport magas gombaalaku, többé-kevésbé elszélesedett fejjel, a másik alacsony, kerek, fölső részén teknőalakuan benyomott. E két alaktypus mindenikét föltaláltam alakjaim közt Az egész fölületet kerek (vagy legömbölyödött szögletes) szájak borítják, melyek nagyok, sürüen állnak és itt-ott a nagyobbak közt kisebbek is vannak, de rendszer nélkül, elszórva.

Miocän: Bujtur (gyakori); eocän: Pappatak (igen ritka), Hója (elég ritka).

Radiopora d'Orb.

Gyömbös, gyakran nyeles telepek, szorosan összenőtt szögletes sejtekkel. A szájnyílás egyenlő nagy és mindig többé-kevésbé jól kifejlődött erekké csoportosított, mely erek a telep középpontjából minden irányban szétsugároznak.

---

[1]) Sitzungsber. L. Bd. p. 683.

[2]) Palaeontogr. XX. Bd. p. 126.

Radiopora Goldfussi Reuss.

Ezen alakot Reuss először a Defranciához sorozta [1]) mint Defr. stellata Goldf.-t; később a Ceriopora stellata Goldf. [2]) a Radioporához vonatott s így az eredeti stellata Goldf. nevet később Reuss [3]) megváltoztatta Goldfussi Reuss.-ra.

Néha magas, kerek, gömbös telepek, melyek középső része lenyomott; innen indulnak ki a széles radialis erek, a peripheria felé szélesedők; minden ér a sejtek több sorából áll. A szájnyílás kissé nyúlt, lekerekített sokszögü. A centralis depressiót, valamint az erek közti tereit elég nagy, kerek porusok borítják.

Miocän: Oláh-Rákos (elég gyakori).

Radiopora urnula d'Orb. *form. intermedia* Perg. et Meun.

A d'Orb. által felállított typusnak (Fasciculipora urnula d' Orb. Prodr. p. 268) Perg. et Meun. később [4]) két formáját különbözteti meg, u. m. forma intermedia-t, forma sessilis-t.

Kehelyalaku telepek, alul kurta nyéllé keskenyedve; a telepek középső részéből több, néha tarajszerüen hatalmasan kiugró radialis ér indul ki, melyek alul néha szabálytalanul összeolvadnak; minden ér három, ritkán négy sejtsorból áll, melyek egymással szorosan összenőttek úgy, hogy határaik csak a tarajok oldalán vehetők ki éles vonalok alakjában; a sejtek szája nyúlt, ellipticus.

Eocän: Kardosfalva (ritka), Pappatak (ritka), Hója (elég ritka)

Radiopora urnula d'Orb. *form. sessilis* Perg. et Meun.

Mint az előbbi, de a telep ülő, széles basissal fennőtt és alul nincsen nyél. Gyakran a radialis erek közül egyik, vagy másik igen hatalmas.

Eocän: Pappatak (igen gyakori), Papfalvi patak (elég gyakori), Méra (ritka), Hója (ritka).

Heteropora Blv.

Gumós, vagy ágas faalaku telepek, melyek fölületét kétféle, kisebb és nagyobb nyilások borítják s ezek vagy rendetlen elhelye-

---

1) Natwiss. Abh. II. Bd. p. 37. Taf. 6. fig. 2.

2) Petref. Germ. p. 39 et 85. Tab XI, fig. 11 a, b et Tab. XXX, fig, 12 a, b.

3) Sitzungsber. L. Bd. p. 676.

4) La faune des bryoz. Garumn. de Faxe p. 42, Pl. IX, fig. 1—5 et pl. X, fig. 6.

zésüek, vagy pedig oly formán csoportosulnak, hogy a kisebbek a nagyobbakat koszorukként övezik.

* *Heteropora dichotoma* Goldf.

Elég nagy, egyszerü, vagy ágas, dichotomikus, cylindricus törzsek, melyeknek fölületén nagyobb, kerek, szegélylyel ellátott nyílások vannak egyenlőtlenül elszórva; közti tereik majd kisebbek, majd nagyobbak és sürüen álló, apró, kerek nyílásokkal fedettek.

Eocän: Papfalvi patak (ritka), Méra (elég ritka).

Heteropora variabilis d'Orb.

Változatos alaku, rendszerint igen ágas, szabad, oldalról kissé összenyomott törzsek. A felületet nagy, kerek, szegélytelen szájak fedik, melyek nagyon sürüen állanak úgy, hogy közöttük csak igen keskeny közti terek maradnak vissza. E közti tereken igen apró nyílások vannak elhintve és pedig úgy, hogy minden nagyobb nyílást a kisebb porusok egy-egy koszoruja veszi körül; egy-egy koszoruban 4—5 kis kerek porus foglal helyet.

Eocän: Pappatak (gyakori), Méra (elég gyakori), Bogártelke (ritka), Kolozs-Monostor 7·5 m. (ritka).

Heteroporella Busk.

Kis kérgező, köralaku telepek, melyek kétféle sejtekből állanak, nagyobbakból és kisebbekből; a telep középső részén rendszerint centralis depressio van, a honnan szabálytalan, gyakrabban radialis erek futnak a telep szélei felé.

Heteroporella verrucosa Phil.

A. Philippi[1]) ezen először általa leírt fajt a Cerioporához sorozza. A telep kerek, kérgező; a felső oldal közepén kisebb, vagy nagyobb területen benyomott és innen indulnak ki a telep szélei felé az igen szabálytalan, hosszabb-rövidebb, keskenyebb-vastagabb, gyakran féregalakuan hajtogatott erek, melyeket mély közti barázdák választanak el; az erek hátán nagyobb, szegélyes szájak ülnek és köztük, még inkább a közti terekben apró, szegélytelen poruskák vannak elhintve.

Eocän: Bogártelke (ritka), Kardosfalva (ritka), Pappatak (ritka).

---

[1]) Beitr. z. Kenntn. d. Tertiärverstein. d. nordw. Deutschl. p. 67, Taf. I. fig. 12.

A cyclostomaták tér- és időbeli elterjedése.

Szám	A faj (v. varietas) neve	Miocän			Eocän												
		Bujtur	Csicsó-Hagymás	Oláh-Rákos	Bács	Bogártelke	Egeres	Hója	Kardosfalva	K.-Monost. 7 5 m	K.-Monost. 10 m.	K.-Monost. 22 m.	Magyar-Sárd	Méra	Papfalvi patak	Papfalvi p. eleje	Pappatak
1	Crisia eburnea L.	+		+			+				+						
2	* „ Edwardsi Reuss. 1)	+		+		+	+	+			+		+				
3	„ Hörnesi Reuss.	+		+			+				+						
4	* „ elliptica n. sp.	+															
5	*Diastopora acupunctata Nov.	+															
6	* „ congesta Reuss.									+							+
7	„ nova Perg. et Meun.			+	+	+	+		+					+	+		+
8	* „ bujturica n. sp.	+															
9	Defrancia Brongniarti M. Edw.			+				+									+
10	* „ collis d' Orb.																+
11	„ diadema Goldf.							+	+					+	+		
12	„ interrupta Reuss.			+			+	+	+					+		+	
13	„ Michelini Hagw.									+							+
14	„ organisans d' Orb.														+		+
15	„ prolifera Reuss.			+													
16	„ radiata Aud.				+	+								+	+		
17	* „ simplex Röm.																+
18	*Stomatopora minima Röm.																+
19	* „ rugulosa Reuss.				+	+	+		+			+					
20	*Proboscina echinata Münst.						+										
21	Reptotubigera disticha Mich.	+										+					
22	* „ elevata d' Orb.											+					
23	Tubulipora dimidiata Reuss.	+															+
24	* „ plumula Reuss.	+	+														
25	*Hornera asperula Reuss.									+							+
26	„ concatenata Reuss.				+	+	+	+		+		+		+	+	+	+
27	„ frondiculata Lamx.				+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+	+
28	* „ hippolitha Defr.						+	+	+					+	+	+	+
29	* „ serrata Reuss.				+	+			+	+					+		+
30	* „ sparsa Reuss.				+	+			+								
31	„ subannulata Phil.				+	+	+	+	+	+	+			+	+	+	+
32	* „ curvirostra n. sp.						+		+								+
33	* „ circumsulcata n. sp														+		
34	*Idmonea atlantica Forb.				+	+	+	+		+						+	+
35	„ cancellata Goldf.					+		+		+				+	+	+	+
36	„ concava Reuss.				+			+	+	+				+	+	+	+
37	„ cultrata d' Orb.					+	+		+	+		+		+			+
28	„ gracillima Reuss.				+		+	+	+	+	+			+	+	+	+
39	„ pertusa Reuss.							+									
40	„ pseudodisticha Hagw.				+	+	+				+						+
41	* „ ramosa d' Orb.				+									+			
42	* „ reticulata Reuss.				+				+	+					+	+	+
43	? * „ serialis Stol.							+									
44	„ serpens L.						+			+							+
45	„ subgradata d' Orb.								+					+			
46	*Entalophora clavula Reuss.			+		+				+							+
47	„ Geinitzi Reuss	+			+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+
48	„ proboscidea M. Edw.	+			+	+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+
49	„ tenuissima Reuss.				+	+	+										
50	*Filisparsa astalis Manz.					+			+								
51	* „ typica Manz.				+	+	+		+					+	+		+
52	„ varians Reuss.			+	+		+		+	+	+						+
53	Spiropora conferta Reuss.							+								+	
54	Frondipora Marsiglii Mich.													+			+
55	*Fasciculipora compressa n. sp																
56	* „ sp. an multifida Busk?			+													
57	*Ceriopora deplanata Reuss.								+	+						+	+
58	* „ depressa Reuss.	+					+										+
59	* „ orbiculata Reuss	+						+									+
60	* „ spongites Goldf.			+													
61	Radiopora Goldfussi Reuss.																
62	Radiop. urnula d' Orb. forma interm. P. et M.							+	+								+
63	„ „ „ „ sessilis P. et M.							+									+
64	*Heteropora dichotoma Goldf.					+								+	+		
65	„ variabilis d' Orb.					+				+				+			+
66	* Heteroporella verrucosa Phil.								+								+

1) A *-gal jelzett alakok ezúttal vannak először kimutatva Erdély területéről.

AZ ALGEBRAI TESTEK ELMÉLETÉNEK ALKALMAZÁSA ALGEBRAI EGYENLETEK REDUKCZIÓJÁRA.

Szabó Pétertől.

Kronecker és *Dedekind* mondották ki és alkalmazták először öntudatosan ama fontos principiumot, hogy algebrai tételek bebizonyitására csupán algebrai (szorosabban véve: arithmetikai) módszereket kell felhasználni.

Ennek a felfogásnak alapján a csoport elmélet alkalmazása algebrai kérdésekre idegenszerű, tehát kerülendő.

Ilyen törekvés szolgálatába szegődött ez a dolgozat, melynek megirására ösztönzést *G. Frobenius* urnak „Theorie der algebraischen Gleichungen" czimű, 1892—3-ban Berlinben tartott előadásaiból meritettem.

Czélom volt: Abel egyik tételének *O. Hőlder*-től származó általánosítását [1]) a *Dedekind* alkotta „algebrai testek" elméletének segélyével bebizonyitani.

Előre bocsátottam nevezett elméletet, az egyenletek tanára való alkalmazáshoz idomitva. Tettem ezt részint azért, mert *Dedekind* a maga elméletét a felsőbb arithmetikára való tekintettel fejleszti ki,[2]) részint mert sikerült egyes pontokban tovább kiterjesztenem. De ezektől eltekintve, magyar mathematikai irodalmunk hiányossága is késztetett erre, a mennyiben épen csak a mondottam elmélet pár alapfogalmát tárgyalja.[3])

Dolgozatomnak ez a része (I—III.) közel áll módszerére nézve

---

[1]) *O. Hölder* Zurückführung einer beliebigen algebraischen Gleichung auf eine Kette von Gleichungen. Math. Annalen XXXIV. p. 26—56.

[2]) *Dedekind.* Dirichlet's Vorlesungen ueber Zahlentheorie 3 Auflage. Braunschweig. 1879. XI. Supplement.

[3]) *König Gy.* Analizis I. 164 - 169 l és *Kürschák J.* Math. és Physikai Lapok. II. 373—380 l.

P. Bachmann egy értekezéséhez, [1]) csakhogy nála a „szorzat“ és „osztó“ fogalmak következetes használata hiányzik. E két fogalom jelentőségének felismerését és következetes felhasználását Frobenius úr említett előadásainak köszönöm. Ugyancsak az ő előadásai után közlöm a IV. 5. tételt is.

Az V. szakasz foglalatát teszi Hőlder említett tételének tárgyalása: az elmélet alkalmazása algebrai egyenletek redukcziójára. Az Abel-féle tétel, melynek általánosításáról szó van, következő:

Ha egy egyenlet gyökjelekkel megoldható, a megoldás hozható olyan alakra, hogy az összes előforduló gyökjelek az adott egyenlet gyökeinek és egység-gyököknek raczonalis függvényei, melyeknek együtthatói ugyanabban az értelemben raczionalisok, mint az adott egyenlet együtthatói.

Az egységgyökök nem mindig raczionalisok az adott egyenlet gyökeiben; ezért czélszerű az eljárás olyan módosítása, hogy tiszta egyenletek helyett először primszámfokú *Abel*-féle egyenletekre redukálunk.

Ha egy egyenlet Abel-féle egyenletek sorára redukálható, végezhető a redukczió úgy, hogy a segéd-egyenletek gyökei az eredeti egyenlet gyökeinek raczionális függvényei; egység-gyökök bevezetése fölöslegessé válik.

Az algebrailag „megoldhatatlan“ egyenleteknél is hasonlóan járhatunk el. Ilyen egyenleteket először egyszerű egyenletekre redukálunk, az az olyanokra, melyeknek Galois-féle csoportja egyszerű. Az egyszerű egyenletek redukálása normális egyenletre, melynek csoportja ugyanaz, második feladat, mely külön tárgyalható.

Az eljárás — általában — következő lesz: Állítsunk fel egy egyszerű segéd-egyenletet, melynek együtthatói az eredetileg adott racz. tartományba tartoznak. Adjungáljuk ennek összes gyökeit; az új racz. tartományban állítsunk fel más segéd-egyenletet, melynek csoportja szintén egyszerű. A második segéd-egyenlet összes gyökeit is adjungáljuk, s folytassuk e műveleteket így tovább. Az utolsó segéd-egyenlet gyökeinek adjungálása után legyenek az eredeti egyenlet összes gyökei raczionalisak.

---

[1]) *P. Bachmann.* Ueber Galois' Theorie der algebraischen Gleichungen. Math. Annalen XVIII. p. 449—468.

Kérdezhetjük: milyenek a segéd-egyenletek csoportjai, mennyire vannak ezek meghatározva, mekkora a segéd-egyenletek száma, és milyenek gyökeik?

Alább, a „csoport" helyére, mint az algebra körében aequivalens fogalom: az „algebrai test" lép.

A jelölésre nézve megállapitjuk, hogy minden függvény jel raczionalis függvényt jelentsen, melynek együtthatói az adott $R = [\mathfrak{R}', \mathfrak{R}'', \ldots, \mathfrak{R}^{(n)}]$ raczionalis tartományhoz [1]) — terminologiánkban testhez — tartoznak. Erre az R tartományra vonatkoztatva értendő, ha kifejezetten más kikötést nem tettünk, a függvények *reduktibilis* vagy *irreduktibilis* volta.

Az irreduktibilis egyenleteket, melyekről szó van, állandóan

$$F(y) \equiv y^r + c_1 y^{r-1} + c_2 y^{r-2} + \ldots + c_r = 0$$

alakban adottaknak szupponáljuk.

I.[2])

1 §. Számoknak olyan sokasága, melynek egyénei, végesszámú raczionalis műveletekkel összekapcsolva, ismétlődnek, *számtestet*, rövidebben *testet* (Zahlenkörper, *Dedekind* szerint) alkot.

Legegyszerűbb példa: a közönséges raczionalis számok alkotta test. Az algebrai számok összesége szintén test; az ebből kiváltható *algebrai* vagy *véges testekről* lesz szó a következőkben.

Az

$$F(y) = 0,$$

n-ed foku irreduktibilis egyenlet egyik gyöke legyen y_1, $F(y)$ együtthatói tartozzanak R raczionalis testhez; [3]) y_1-et *R-ből származott* algebrai számnak mondjuk.

y_1-nek összes raczonalis függvényei *testet* alkotnak, melyet

[1]) *Kronecker.* Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebr. Grössen. Crelle Journal Bd. 92. p. 3—5. és *I. Molk.* Sur une notion ... Acta Mathematica VI. p. 18—20.

[2]) L. *Dedekind.* Dirichlet's Vorlesungen ueb. Zahlentheorie 3-te Aufl. Supplement XI. és Sur la théorie des nombres entiers algébriques. Bull. des Sciences math. 1877. p. 144—157.

[3]) R helyett a következendők analogiájára $R\,(r)$ lenne írandó, (r első fokú egyenlet gyöke.)

R-ből származott n-ed foku algebrai testnek mondunk, s így jelöljük:

$$A = R(y_1).$$

A test számjainak összesége az $F(y) = o$ irreduktibilis egyenlet segélyével redukálható y_1-nek n-nél kisebb fokú raczionalis egész függvényeinek összeségére, úgy hogy

$$\varphi(y_1) = c_0 + c_1 y_1 + \ldots + c_{n-1} y_1^{n-1}$$

alakban, ha $c_0, c_1, \ldots$ *R* összes számait végig futják, *A*-nak minden száma elő van állítva és mindenik csak egyszer.

A fokszám magára, az algebrai testre nézve is jellemző, mert az *A n-ed foku algebrai testben mindig található lineárisan független n szám, és tetszés szerint választott n + 1 szám között lineáris relaczió áll fen.*

Válasszunk *A* testből *n* számot

$$\eta_k = \sum_{l=o}^{n-1} c_{k,l} y^l \qquad (k=0,1,\ldots,n-1)$$

Ha a

$$|c_{k,l}| \qquad (k, l = 0, 1, \ldots n-1)$$

determináns értéke nem zérus, η_k számok egymástól függetlenek. (Ez a $c_{k,i}$ mennyiségek igen sokféle választásával elérhető.)

Ezt feltévén, válasszunk egy (n + 1)-ik számot

$$\eta_n = \sum_{l=o}^{n-1} c_{n,l} y^l$$

Minthogy a

$$\| c_{k,l} \| \qquad \begin{pmatrix} k = 0, 1, \ldots n \\ l = 0, 1, \ldots, n-1 \end{pmatrix}$$

matrixból kiválthatő n-ed rendű determinánsok között van zérustól különböző, a

$$\sum_{i=o}^{n} U_i \eta_i = 0$$

relácziót kielégíthetjük olyan U_i értékekkel, melyek nem tünnek el mind.[1])

Ebből következik, hogy *A*-t *nem* származtathatja két olyan algebrai szám, melyek különböző fokú irreduktibilis egyenletek gyökei.

[1]) Mivel a tétel megfordítása is áll, a mint *Dedekind* i. h. megmutatja, ez is választható a definiczió alapjául.

Az $F(y) = 0$ egyenlet definiálta konjugált algebrai számok

$$y_1, y_2, \ldots y_n$$

származtatnak n testet:

$$R(y_1), R(y_2), \ldots, R(y_n);$$

ezeket *konjugált algebrai testeknek* nevezzük.

Két, ugyanabból a ráczionális testből származott algebrai testnek

$$A = R(y), B = R(z)$$

egymáshoz való viszonyát következő módon jellemezzük:

Ha A tartalmazza B összes számait, s azonkivül másokat is, *B osztója A-nak* és igy jelöljük:

$$A > B \quad \text{vagy } B < A.$$

Ha A tartalmazza B összes számait, és viszont, *A egyenlő B-vel:*

$$A = B.$$

Az értelmezésekből folyólag, ha

$$A > B, \quad B > C,$$

akkor:

$$A > C,$$

és ha

$$A = B, \quad B = C,$$

úgy

$$A = C.$$

Az alkalmazások czéljából két fontos fogalom: algebrai testek *legkisebb közös többszöröse* vagy *szorzata és legnagyobb közös osztója*, részletesebb kifejtésére lesz szükség.

2 §. Legyenek

$$A = R(y), B = R(z), C = R(u), \ldots, M = R(w)$$

sorrend szerint $a, b, c, \ldots, m$ fokú algebrai testek, számuk legyen ν.

A konjugált számok sora:

$$\begin{array}{l} y_1, y_2, \ldots\ldots, y_a; \\ z_1, z_2, \ldots\ldots, z_b; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ w_1, w_2, \ldots\ldots w_m; \end{array}$$

index nélküli betűk jelentsék a konjugált értékek valamelyikét.

$A, B, \ldots M$ testek *szorzatának*, vagy *legkisebb közös többszörösének* nevezzük azt a testet, mely ezek összes számait, és csakis ezeket tartalmazza, a melynek jele

$$\Omega = R\,(y, z, \ldots, w)$$

Kimutatjuk, hogy létezik Ω-ban olyan mennyiség, melylyel $y, z, \ldots w$ valamennyien raczionalisan kifejezhetők, tehát Ω *algebrai test.*

Vezessük be a határozatlan ρ mennyiséget és alakítsuk:

$$s = y + z\rho + u\rho^2 + \ldots + w\rho^{\nu-1} \qquad (1)$$

kifejezést; ρ-t meghatározhatjuk úgy, hogy $y, z, \ldots$ helyére beírva a konjugált értékeknek

$$N = abc \ldots m$$

számú kombinácziόit s összes értékei különbözők legyenek.

Valóban, az

$$y_\alpha + z_\beta\rho + \ldots + w_\mu\rho^{\nu-1} = y_\rho + z_\sigma\rho + \ldots + w_\tau\rho^{\nu-1}$$

egyenlőségek mindenike legfeljebb $\nu-1$ különböző ρ-érték mellett teljesül, úgy hogy összesen legfeljebb

$$\frac{1}{2} N(N-1)(\nu-1)$$

érték kizárásával, ρ számára még mindig végtelen sok raczionalis, sőt egész számú értéket választhatunk, melyeket (1) be írva s a követelésnek megfelelő szám lesz.

Ezzel az s számmal Ω-nak tetszőleges

$$\omega = \theta\,(y, z, u, \ldots, w) \qquad (2)$$

száma raczionalisan kifejezhető.[1])

Jelöljék

$$s_1, s_2, \ldots, s_N$$

s-nek $x, y, \ldots$ konjugált értékrendszereinél felvett, különbözőknek feltett értékeit;

$$\omega_1, \omega_2, \ldots \omega_N$$

ω értékeit $y, z, \ldots$ konjugált értékrendszerek ugyanazon sorrendje mellett.

---

[1]) E végből elég volna s-et csupán azzal szorítni meg, hogy $y, z, \ldots$ mennyiségekben raczionalis és számra N különböző értéke legyen.

A
$$\Phi(t) = \prod_{i=1}^{N} (t - s_i) \tag{3}$$
szorzat t határozatlan mennyiség raczionális egész függvénye; a következő kifejezés
$$\Phi(t) \sum_{i=1}^{N} \frac{\omega_i}{t - s_i} = \Psi(t) \tag{4}$$
szintén az, mert mindkettő $y, z, \ldots$ összes konjugált értékeiben szimmetrikus.

Irjuk itt
$$t = s$$
és vegyük tekintetbe hogy
$$\left[\frac{\Phi(t)}{t - s_1}\right]_{t = s_1} = \Phi'(s_1)$$
nem tűnik el, ezért (az indexet elhagyva)
$$\omega = \frac{\Psi(s)}{\Phi'(s)} \tag{5}$$
raczionalis függvénye s-nek.

E tételt [1]) következőképen is fogalmazhatjuk:

R raczionális testből származott, véges számmal levő $y, z, \ldots$ algebrai számokhoz mindig található olyan, ugyanabból a testből származott szám s, melynek mindenik raczionális függvénye.

Jegyzet. Az Ω test foka nem szükségképen N.

Ha
$$\Phi(t) = 0$$
egyenlet reduktibiiis, Ω foka $\Phi(t)$-nek azon irreduktibilis faktorának fokszáma, melynek s_1 gyöke.

3 §. A konjugált algebrai testek legkisebb közös többszörösét *ezek normájának* nevezzük.

Olyan test, mely konjugáltjaival egyenlö, (önnön magának normája) *normális test.*

Szükséges és elégséges feltétel arra, hogy A normális test, az: hogy y_1 konjugált számai között van olyan, a mely egy másiknak ráczionális függvénye.

---

[1]) *Abel.* Précis d'une théorie des fonctions elliptiques. Oeuvres compl. 1881. I. 547 l.

Minthogy: $y_1, y_2, \ldots y_n$ az n-ed foku

$$F(y) = 0$$

irreduktibilis egyenlet gyökei, abból hogy y_i az y_k-nak raczionalis függvénye, következik: hogy mindenik gyök minden másiknak raczionális függvénye; tehát $F(y) = 0$ normális egyenlet, és

$$R(y_1) = R(y_2) = \ldots = R(y_n).$$

De viszont

$$R(y_i) = R(y_k)$$

egyenlőség maga után vonja ezt:

$$y_i = \psi(y_k).$$

Ennek felhasználásával bizonyítható következő

Tétel: Algebrai test normája normális test.

Legyenek

$$A_i = R(y_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

n konjugált test.

Az n-ed foku irreduktibilis egyenlet, mely A_i-hoz tartozik, legyen mint előbb:

$$F(y) = 0.$$

A_i normáját jelölje

$$C = P(z),$$

hol (2.) szerint z alakja

$$z = y_1 + y_2\rho + \ldots + y_n\rho^{n-1}.$$

De most elég ρ-t úgy választani, hogy a konjugált értékrendszerek mellett z-nek $N = n!$ különböző értéke legyen:

$$z_1, z_2, \ldots z_N;$$

mert y_i konjugált mennyiségeknek ugyanennyi különböző (ismétlésnélküli) permutácziója van. Következő szorzat, hol t határozatlan mennyiség,

$$\Phi(t) = (t - z_1)(t - z_2) \ldots (t - z_N)$$

$y_1, y_2, \ldots y_n$-ben szimmetrikus, tehát t-nek raczionalis, egész függvénye. A

$$\Phi(t) = 0$$

egyenletnek együtthatói R-hez tartoznak, és z gyöke.

A ρ mennyiséget így választván:

$$y_1 = \varphi_1(z),\ y_2 = \varphi_2(z), \ldots\ldots, y_n = \varphi_n(z). \qquad (7)$$

Legyen

$$G(t) = 0 \qquad (8)$$

$\Phi(t)$-nek az az irreduktibilis faktora, melynek z_1 gyöke, egy másík gyökét jelölje z^α; mivel ez

$$z^\alpha = y_{\alpha_1} + y_{\alpha_2}\rho + \ldots + y_{\alpha_n}\rho^{n-1}$$

alakú; ($\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ az $1, 2, \ldots n$ valamely permutácziója), (7) tekintetbe vételével

$$z_\alpha = \Psi(z) \qquad (9)$$

honnan már következik, hogy $G(t) = 0$ normális egyenlet és C normális test.[1])

C szokásos elnevezéssel *az A_1-hez tartozó Galois-féle test*: $G(t) = 0$ az $F(y) = 0$ egyenlet *Galois-féle rezolvens egyenlete*. A Galois-féle egyenlet fokszámát (g) szokás az $F(y)$ egyenlet *rendjének* nevezni. A $G(t) = 0$ egyenletnek az a nevezetes tulajdonsága, hogy egy gyökével az $F(y) = 0$ egyenlet összes gyökei ráczionálisan kifejezhetők.

II.

1. §. A legnagyobb közös osztó fogalmának értemezése előtt egy test osztóival foglalkozunk.

Nyilvánvaló, hogy algebrai testnek minden osztója algebrai test. R-rel és önnönmagával minden algebrai test osztható; ha más osztója egy testnek nincsen: *primitiv testnek* mondjuk.

Legyenek:

$$A = R(y),\ B = R(z)$$

két R-ből származott n, illetőleg m-ed fokú algebrai test; az irreduktibilis egyenletek, melyeknek y, z gyökei sorrend szerint:

$$F(y) = 0,\ G(z) = 0;$$

---

[1]) v. ö. *A. Kneser.* Arithmetische Begründung algebraischer Sätze. Crelle J. 102. 29. l.

P. Bachmann. Ueber Galois' Theorie. Math. Annalen XVIII. 453. l.

y, z konjugált számai:

$$y, y_1, \ldots y_{n-1}; \quad z, z_1, \ldots z_{m-1}.$$

B osztója A-nak, ha minden száma, tehát z is, előfordul A-ban. (I. 1. §.) Azt, hogy z A-hoz tartozik, kifejezi

$$z = \varphi(y) \tag{1}$$

egyenlet. Az osztóknak alaptulajdonságát mondja ki következő

Tétel. *Az A, n fokú test minden osztójának fokszáma osztója n-nek.*

Jelöljék y konjugált értékeinél z értékeit

$$z = \varphi(y), \quad z_1 = \varphi(y_1), \ldots \quad z_{n-1} = \varphi(y_{n-1})$$

Ezekkel szerkesszük a

$$\Phi(t) \equiv (t-z)(t-z_1) \ldots (t-z_{n-1}) \tag{2}$$

vagy

$$\Phi(t) \equiv (t-\varphi(y))(t-\varphi(y_1)) \ldots (t-\varphi(y_{n-1}))$$

szorzatot, a mely $y_1, \ldots y_{n-1}$-ben szimmetrikus, együtthatói racziónálisak.

A

$$\Phi(t) = 0,$$
$$G(z) = 0$$

egyenleteknek közös gyöke

$$t = z = \varphi(y),$$

vagyis

$$\Phi(\varphi(u)) = 0,$$
$$G(\varphi(u)) = 0$$

egyenleteknek, hol u határozatlant jelöl, $u = y$ közös gyökük. Ezért $y_1, y_2, \ldots y_{n-1}$ is közös gyökeik; tehát ($z = \varphi(y), \ldots$ lévén)

$$z, z_1, \ldots z_{n-1}$$

mind gyökei $G(z) = 0$ egyenletnek.

A $t = z$ közös gyök miatt $\Phi(t)$ osztható $G(t)$-vel, tehát

$$\Phi(t) = G(t). \, Q_1(t)$$

Azonban $\Phi(t) = 0$ gyökei közül néhány $Q_1(t) = o$ nak is gyöke, de mindenik gyöke $G(t) = 0$-nak, tehát

$$Q_1(t) = G(t). \, Q_2(t)$$

Ez eljárást véges számszor ismételve, végül

$$\Phi(t) = (G(t))^r$$

honnan a két oldalon a fokszámokat összehasonlítva:

$$n = mr. \tag{3}$$

Két esetet különböztessünk meg:

$$r = 1,\ r > 1.$$

A. $$r = 1,\quad m = n$$

Most $$\Phi(t) = G(t),$$

tehát $1, z, z^2, \ldots z^{n-1}$ A testben n, egymástól lineárisan független mennyiség: ezért

$$\begin{aligned} 1 &= a_{00} + a_{01}\ y + \ldots + a_{0,n-1}\, y^{n-1} \\ z &= a_{10} + a_{11}\ y + \ldots + a_{1,n-1}\, y^{n-1} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ z^{n-1} &= a_{n-1,0} + a_{n-1,1}\, y + \ldots + a_{n-1,n-1}\, y^{n-1}, \end{aligned} \tag{4}$$

rendszer determinánsa

$$|a_{ik}| \qquad (i, k = 0, 1 \ldots n-1,)$$

nem zérus. A (4) egyenletrendszerből y kiszámítható mint

$$y = \chi(z)$$

hol χ együtthatói véges rácz. számok. Azaz A osztója B-nek; tehát minthogy feltevés szerint B osztója A-nak:

$$A = B.$$

Ha olyan mennyiségeket, melyeknek n—1 első hatványával A valamennyi száma linearisan előállitható *primitiv mennyiségeknek* nevezzük, következő tételt mondhatjuk ki:

Hogy y primitiv mennyiségnek ráczionális függvénye

$$z = \varphi(y)$$

primitiv mennyiség legyen, arra szükséges és elégséges, hogy z y konjugált értékeinél különböző értékeket vállaljon el.

B. $$r > 1,\ n = rm.$$

Mivel ebben az esetben

$$z, z_1, \ldots, z_{n-1}$$

sorban m különböző érték mindenike egyenlő-sokszor fordúl elő, megállapitható a jelölés úgy, hogy ezek

$$\begin{array}{l} z=\varphi(y)=\varphi(y')=\varphi(y'')=\ldots=\varphi(y^{(r-1)}), \\ z_1=\varphi(y_1)=\varphi(y'_1)=\varphi(y''_1)=\ldots=\varphi(y_1^{(r-1)}), \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ z_{m-1}=\varphi(y_{m-1})=\varphi(y'_{m-1})=\varphi(y''_{m-1})=\ldots=\varphi(y_{m-1}^{(r-1)}) \end{array} \qquad (5)$$

legyenek. A test minden osztójához tartozik olyan $\varphi(y)$ mely primitiv mennyiség, de nem minden $\varphi(y)$ származtatja A-nak osztóját.

Ha az eddigi raczionalis számokon kivül z-t is ismertnek tekintjük, a raczionális számok testét bővitettük, mert most B test összes számai ráczionálisok. Úgy beszélünk: A-hoz B-t *adjungáljuk*, és szimbolikusan, hányados alakban jelöljük:

$$\frac{A}{B}$$

(Ha $B=R$, $\frac{A}{R}=A$)

I. Tétel: *B osztónak adjungálása után A fokszáma redukálódik; ugy hogy A fokszámát B-ével osztjuk.*

Ennek bizonyitására megjegyezzük, hogy t-vel határozatlan mennyiséget jelölvén, most

$$\varphi(t)-z=0 \qquad (6)$$

ráczionalis együtthatókkal biró egyenlet, melynek gyökei közül

$$t=y,\ y',\ \ldots\ y^{(r-1)}$$

az

$$F(t)=0 \qquad (7)$$

egyenletnek is gyökei. A két egyenlet legnagyobb közös osztója

$$f(t,z)=(t-y')\ldots(t-y^{(r-1)})$$

melynek együtthatói B-hez tartoznak, (ez mindig ráczionalis uton meghatározható). Az

$$f(t,z)=0 \qquad (8)$$

egyenletnek gyöke $t=y$; kimutatjuk, hogy irreduktibilis egyenlet. Ugyanis ha $f_0(t,z)$ amaz irreduktibilis szorzója $f(t,z)$-nek, melynek $t-y$ osztója: akkor

$$f_0(t,\varphi(t))=0$$

egyenletnek $F(z)=0$ irredukt. egyenlettel $t=y$ közös gyöke lévén

$$f_0(y,\varphi(y))=0,\ f_0(y',\varphi(y'))=0,\ \ldots,\ f_0(y^{(r-1)},\varphi(y^{(r-1)}))=0,$$

vagy:

$$f_0(y, z) = 0, \ f_0(y', z) = 0, \ldots f_0(y^{(r-1)}, z) = 0;$$

következőleg:

$$f(t, y) \equiv f_0(t, y),$$

az az f maga irreduktibilis B-ben, fokszáma pedig

$$r = \frac{n}{m}$$

Következtetések.

1. *Az*
$$f(t, y_i) = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m-1)$$
egyenletek a konjugált B_i testekben irreduktibilisek.

Ezeknek szorzata:

$$f(t, z)\ f(t, z_1) \ldots f(t, z_{m-1})$$

t-nek n fokú egész függvénye, együtthatói R-hez tartoznak, mert z_i-ben szimmetrikus, azonkivül osztható $(t - y)$-nal — tehát

$$F(t) \equiv f(t, z).\ f(t, z_1) \ldots f(t, z_{m-1}). \tag{9}$$

2. A megelőző tételnek általánositása:

Ha $g(t, y)$ B-ben redukálható függvény, akkor $g(t, y_i)$ a konjugált B_i testben szintén olyan.

Feltévén ugyanis, hogy:

$$g(t, z) = g_1(t, z).\ h(t, z)$$

hol g_1 és h együtthatói B-hez tartoznak, jelöljünk u-val határozatlan mennyiséget, irjuk

$$\psi(t, u) \equiv g(t, u) - g_1(t, u).\ h\ (t, u),$$

s tekintsük pillanatra t-t ismertnek.

Minthogy a
$$G(u) = 0$$
$$\psi(t, u) = 0$$

egyenleteknek közös gyökük $u = z$, $G\ (u) = 0$ irreduktibilis voltánál fogva:

$$\psi(t, z_i) = 0; \qquad (i = 1, 2, \ldots m-1)$$

azaz

$$g(t, z_i) = g_1(t, z).\ h_i(t, z_i),$$

a mi bizonyitandó volt.

3. Ha B normális test;

$$z_i = \theta_i(z);$$

az $f(t, \theta_i(z))$ együtthatói B-hez tartoznak; ezért

$$F(t) \equiv f\ (t, z).\ f(t, \theta_1(z)) \ldots f(t, \theta_{m-1}(z))$$

$F(t)$-nek felbontása B-ben irreduktibilis szorzókra.

Mikor B épen egy

$$H(w) = 0$$

k-fokú egyenlethez tartozó Galois-féle test, melynek gyökei

$$w, w_1, \ldots w_{k-1},$$

ekkor

$$z = w + w_1\rho + \ldots + w_{k-1}\rho^{k-1};$$

B adjungálása egyértékü az összes w-k adjungálásával, melyek (I. 3. §.) z-nek, tehát y-nak is ráczionális függvényei. Ugy, hogy az eddigiekből még következő tétel vonható le:

Ha $F(t) = 0$, $H(w) = 0$ *irreduktibilis egyenletek együtthatói R-hez tartoznak, w ráczionalis függvénye az első egyenlet gyökeinek, és $H(w) = 0$ összes gyökeinek adjungálása után $F(y)$ reduktibilis lesz, egyenlő fokú irreduktibilis szorzókra esik széjjel.*[1])

2. §. Az (5) egyenletrendszer mutatja, hogy z_i konjugált értékek m r-tagú rendszerbe osztják y_i számokat. Kimutatjuk, hogy az a beosztás B-re nézve jellemző:

Ha $\eta = \lambda(y)$ *függvény m értékű és az y_i-k ugyanazon beosztása tartozik hozzá, mint z-hez, akkor z és η A ugyanazon B osztójának primitiv mennyiségei.*

Legyenek:

$$
\begin{aligned}
\eta &= \lambda(y) = \lambda(y') = \ldots = \lambda(y^{(r-1)}) \\
\eta_1 &= \lambda(y_1) = \lambda(y_1') = \ldots = \lambda(y_1^{(r-1)}) \qquad (10) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\eta_{m-1} &= \lambda(y_{m-1}) = \lambda(y'_{m-1}) = \ldots = \lambda(y_{m-1}^{(r-1)})
\end{aligned}
$$

az η-val konjugált számok, hol az y-k elrendezése épen az, mint (5) alatt. Szerkeszszük

$$G(t)\left\{\frac{\eta}{t-z} + \frac{\eta_1}{t-z_1} + \ldots \frac{\eta_{m-1}}{t-z_{m-1}}\right\}$$

kifejezést, a mely egész függvénye t határozatlan mennyiségnek, jelölje $Q(t)$.

Az (5) és (10) tekintetbe vételével a zárójelek közötti összegnek r-szerese mint az y_i-k szimetrikus függvénye irható:

1) Alább ki lesz mutatva, hogy a megszoritás: w ráczionális függvénye y-nak, nem szükséges.

$$G(t)\left\{\frac{\lambda(y)}{t-\varphi(y)}+\frac{\lambda(y')}{t-\varphi(y')}+\dots+\frac{\lambda(y^{(r-1)})}{t-\varphi(y^{(r-1)})}\right.$$
$$+\frac{\lambda(y_1)}{t-\varphi(y_1)}+\frac{\lambda(y'_1)}{t-\varphi(y'_1)}+\dots+\frac{\lambda(y_1^{(r-1)})}{t-\varphi(y_1^{(r-1)})}$$
$$+\ \dots\dots\dots\dots$$
$$\left.+\frac{\lambda(y_{m-1})}{t-\varphi(y_{m-1})}+\dots\dots+\frac{\lambda(y_{m-1}^{(r-1)})}{t-\varphi(y_{m-1}^{(r-1)})}\right\}=rQ(t)$$

A zárójelközi kifejezés raczionális R-ben, honnan $t=y$ irtával, (v. ö. II. 1. §.) következik

$$\eta=\frac{Q(y)}{G'(y)}$$

De η m-értékü függvény, tehát csakugyan *primitiv mennyiség B testben.*

Megfontolván még hogy n-et véges számú módon választhatjuk szét két szorzóra:

$$n=m_i\, r_i,$$

és r_i tagu cziklusokat n mennyiség közül szintén véges számszor választhatunk ki; következik, hogy *algebrai testnek véges számú osztói vannak.*

A mint Dedekind megmutatta, a tétel megforditása is igaz[1]; úgy, hogy ez volna szerinte az algebrai test legczélszerübb definicziójának alapja. Azonban ennél a fok fogalma nem lép közvetetlenül előtérbe.

3. §. Az adjungálás fogalma kiterjeszthető tetszésszerinti testekre is. Föl fogjuk tenni, hogy ezek ugyanabból a ráczionális testből származnak. Ebben az esetben az I. tétel következőleg általánosul:

II. Tétel. *Ha A, B sor szerint n, m foku testek és B ill. A adjungálása után A ill. B fokszámai n_1, m_1, akkor mindig*

$$n_1 m = n\, m_1.\text{[2]}$$

A bebizonyitásra segédeszköz: a két test szorzata.

Az A és B-hez tartozó n illetőleg m-fokú irreduktibilis egyenletek számára az eddigi jeleket

$$F(y)=0,\ G(z)=0$$

megtartván, legyen legkisebb közös többszörösük C, ennek primitiv mennyisége w,

---

[1] Az id. m. 2-te Aufl. § 159.

[2] A tétel Kroneckertől ered. Bizonyitva *A. Kneser:* Math. Annalen XXX. p. 194.

$$C = R(w);$$

hol ρ kellő megválasztása után

$$w = y + \rho z, \; y = \varphi(w), \; z = \psi(w).$$

Legyen az irreduktibilis egyenlet, melynek a w gyöke,

$$\mathfrak{H}(w) = 0$$

fokszáma pedig q.

Adjungáljuk C-hez B-t. A $C|B$ testben w eleget tesz

$$h(u, z) = 0 \tag{11}$$

$q : m$-fokú irreduktibilis egyenletnek, hol u határozatlan mennyiség. De az adjungálás után y és w egymásnak kölcsönösen raczionális függvényei: tehát y primitiv mennyiség $C|B$ testben, mely gyöke (11!) a következő irreduktibilis egyenletnek

$$h(u + \rho z, z) \equiv h_1(u, z) = 0, \tag{12}$$

melynek foka

$$n_1 = \frac{q}{m}. \tag{13}$$

Kimutatjuk, hogy $h_1(u, z)$ $F(u)$-nak osztója: $F(u)$ együtthatói B-hez is tartoznak, mert R minden testnek osztója; az

$$F(u) = 0$$
$$h_1(u, z) = 0$$

egyenletek közös gyöke $u = y$, tehát B adjungálása után F redukálható: $h_1(u, z)$-vel osztható.

Azonban ekkor (1. §.) szerint $F(u)$ osztható

$$h_1(u, z_i), \qquad (i = 1, 2, \ldots m-1)$$

konjugált függvények mindenikével is. Ez a z_i konjugált értékekben szimmetrikus, u-ban q fokú szórzat:

$$h_1(u, z)\, h_1(u, z_1) \ldots h_1(u, z_{m-1})$$

csakis $F(u) = 0$ gyökeinél tünik el, együtthatói R-hez tartoznak, tehát $F(u)$ hatványa, még pedig a dimenziók összehasonlítása révén:

$$(F(u))^{\frac{q}{n}} = h_1(u, z).\, h_1(u, z_1) \ldots h_1(u, z_{m-1}). \tag{14}$$

Épen így látható be, hogy $C|A$ testben w és z primitiv mennyiségek. Ha

$$\overline{h}(u, y) = 0$$

ama $q:n$ fokú irreduktibilis egyenlet, melynek w gyöke, z gyöke lesz

$$\bar{h}(\rho u+y,y)\equiv\rho^{m_1}h_2(u,y)=0,\qquad m_1=\frac{q}{n}\tag{15}$$

fokú egyenletnek,

$$(G(u))^{\frac{q}{m}}=h_2(u,\,y)\,h_2(u,\,y_1)\;.\;.\;.\;h_2(u,\,y_{n-1}).$$

(12) és (15) összehasonlításából látható, hogy tényleg

$$mn_1=nm_1.$$

Abban az esetben ha $m_1=1$, B osztója A-nak; ha $n_1=1$, $m_1=1$, y és z ugyanazon test primitiv mennyiségei.

A tétel még így is fogalmazható:

Ha A algebrai test foka B m-ed fokú test adjungálása után n_1, ugy A és B szorzata $q=mn_1$ fokú.[1])

4. §. A tétel következőleg átalánosítható:

Ha A', A'', . . . , $A^{(k)}$ testek közül a ν-ik a $\nu-1$ megelőző test adjungálása után r_ν fokú, szorzatuk fokszáma:

$$q=r_1r_2\;.\;.\;.\;r_k$$

Ez a tétel $k=2$ esetében igaz; csak az bizonyítandó be, hogyha egy bizonyos ($k=\nu$) határig helyes, $\nu+1$ re is áll. Ez pedig nem jár nehézséggel.

Feltévén ugyanis, hogy $y^{(i)}$ $A^{(i)}$-ben valamelyik primitiv mennyiség, és hogy

$$\xi=y'+y''\rho+y'''\rho^2+\ldots+y^{(\nu)}\rho^{\nu-1}$$

(ρ czélszerü választása után)

$$q'=r_1\,r_2\;.\;.\;.\;r_\nu$$

fokú egyenletnek tesz eleget; adjungáljuk $R(\xi)$ testhez $A^{(\nu+1)}$-t. A kettő legkisebb közös többszöröse

$$R(y^{(\nu+1)}+\rho'.\,\xi)$$

a megelőző tétel szerint $q''=q'.\,r_{\nu+1}$ fokú; mivel tételünk minden k értékre igazolva van.

Itt semmi megszorítás nincsen $A^{(i)}$ testeken, lehetnek közöttük egyenlők is.

Algebrai testek szorzatának fokszáma nyilván független az adjungálások rendjétől, bár különböző elrendezések mellett az r_ν számok változhatnak.

---

1) *A. Kneser*: Ueber die Gattung niedrigster Ordnung etc. Math. Annalen XXX. p. 198.

III.

1. §. Értelmezések.

a) Az $A^{(i)}_{(i=1,2,\ldots,k)}$ testek *legnagyobb közös osztója*, D, következőképen jellemezhető:

1. *D minden száma előfordul mindenikben.* Ha $A^{(i)}$-nek primitiv mennyisége $y^{(i)}$, D-nek t:

$$t=\theta_1(y')=\theta_2(y'')=\ldots=\theta_k(y^{(k)}).$$

2. *$A^{(i)}$ testek minden közös száma ráczionális függvénye t-nek;* az az: ha

$$t'=\chi_1(y')=\chi_2(y'')=\ldots=\chi_k(y^{(k)}),$$

ugy

$$t'=\chi(t).$$

D fokszáma az $A^{(i)}$ testek fokszámainak osztója, de nem szükségképen legnagyobb közös osztó.

b.) Jelöljünk R' és R''-vel két testet, a melyeket A' illetve A''-höz adjungálunk.

*$A'|R'$ test relative egyenlő $A''|R''$ testtel, ha van közös primitiv mennyiségük és fokszámuk egyenlő.**) E viszonyt igy jelöljük:

$$\frac{A'}{R'} \backsim \frac{A''}{R''}$$

2. §. Két testnek, továbbá legkisebb közös többszörösüknek és legnagyobb közös osztójuknak fokszámai között nevezetes összefüggés áll fenn.

Jelöljék az

$$A=R(y),\quad B=R(z)$$

m ill. n. foku testek legkisebb közös többszörösét és legnagyobb közös osztóját

$$C=R(w),\ D=R(t),$$

ezeknek fokszámait: q, r, hol

$$t=\theta_1(y)=\theta_2(z).$$

Bebizonyitjuk, hogy

$$mn \geq qr.$$

Legyenek az előbbi sorrendben, eme testekhez tartozó irreduktibilis egyenletek

$$F(y)=0,\qquad G(z)=0,$$
$$H(w)=0,\qquad L(t)=0,$$

*) A csoport elméletben, a relativ egyenlőség fogalmának megfelelő fogalom az *izomorfizmus*.

Adjungáljuk C-hez, B-t, A-hoz D-t. $C|B$ testben y gyöke a $q:n$ fokú irreduktibilis egyenletnek

$$h_1(u, z) = 0, \tag{1}$$

hol u határozatlan mennyiség, $A|D$ testben ennek:

$$f_1(u, t) = 0, \quad \text{vagy}$$
$$f_1(u, \theta_2(z)) = 0$$

melynek foka $m:r$ és együtthatói B-hez is tartoznak; B-ben ez az egyenlet reduktibilis és (1)-vel $u \doteq y$ közös gyöke, tehát

$$f_1(u, \theta_2(z)) = h_1(u, z).r_1(u, z);$$

honnan

$$\frac{m}{r} \geqq \frac{q}{n}.$$

$$mn \geqq qr.$$

Különös érdekü az az eset, midőn:

$$mn = qr.$$

Ekkor:

$$\frac{C}{B} \backsim \frac{A}{D},$$

(III. 1. §.!) mivel $\quad f_1(u, \theta_2(y)) \equiv h_1(u, y)$

3. §. Kérdés: az A, B testekre minő megszoritást ró az

$$mn = qr$$

egyenlőség?

Ezt a kérdést egész általánosságban nem tárgyaljuk. *Mindenesetre elégséges föltétele annak, hogy*

$$\frac{C}{B} \backsim \frac{A}{D}$$

az, hogy A/D normális test,

Bebizonyítás: Ha A/D normális test, úgy

$$f_1(u, t) = \prod_{i = 1, 2, \ldots m|r.} (u - y_i)$$

gyökei között

$$y_i = \vartheta_k^{(i)}(y_k) \qquad (i, k = 1, 2, \ldots : m|r)$$

alakú raczionális összefüggések állanak fenn.

De

$$f_1(u, t) = h_1(u, z). \ r_1(u, z)$$

egyenlőségből következik, hogy $h_1 = 0$ is normális egyenlet, együtthatói A-hoz és B-hez is tartoznak: az az D-hez.

Azonban D-ben $f_1(u, t)$ irreduktibilis, h_1-gyel $u = z$ közös gyöke, tehát h_1 is osztható f_1-gyel, a mi csak úgy lehet, ha

$$f_1(u, t) = h_1(u, z) \quad , \quad mn = qr;$$

az az:

$$\frac{C}{B} \backsim \frac{A}{D}.$$

Ezt a tételt kiegészíti a következő:

A $C/B \backsim A/D$ relativ egyenlőségből következik, hogy B/D normális test, tehát

$$\frac{C}{A} \backsim \frac{B}{D}.$$

Bebizonyitás:

$$f_1(u, t) = h_1(u, z) \tag{4}$$

egyenletbe beirva $t = \theta_2(z)$:

$$f_1(u, \theta_2(z)) = h_1(u, z) \tag{4'}$$

de, ez az egyenlőség igaz, z minden konjugált értéke mellett is:

$$f_1(u, \theta_2(z)) = h_1(u, z_i) \quad (i = 1, 2, \dots n-1)$$

Vegyük tekintetbe, hogy a z-k jelölésének czélszerű megállapítása után

$$L(t) = 0$$

egyenlet (2. §.!) gyökei:

$$\begin{aligned} t &= \theta_2(z) = \theta_2(z') = \dots = \theta_2(z^{(\mu-1)}) \\ t_1 &= \theta_2(z_1) = \theta_2(z_1') = \dots\dots = \theta_2(z_1^{(\mu-1)}) \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{r-1} &= \theta_2(z_{r-1}) = \theta_2(z'_{r-1}) \dots\dots = \theta_2(z_{r-1}^{(\mu-1)}), \end{aligned} \tag{5}$$

hol

$$m = r\mu.$$

A (4') egyenletből (5) alkalmazásával ezek következnek:

$$\begin{aligned} h_1(u, z) &= h_1(u, z') = \dots = h_1(u, z^{(\mu-1)}) \\ h_1(u, z_1) &= h_1(u, z') = \dots\dots = h_1(u, z_1^{(\mu-1)}), \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ h_1(u, z_{r-1}) &= h_1(u, z_{r-1}) = \dots = h_1(u, z_{r-1}^{(\mu-1)}) \end{aligned} \tag{6}$$

---

*) Csoport-elmélet köıében analog tételt *Hölder*: Zur Reduction algebraischer Gleichungen. Math. Annalen XXXIV. p. 36. 37.

Az egy sorban szereplő z-k ráczionalis függvényei ugyanahoz a testhez tartoznak, a mi csak úgy lehet, ha

$$z_i = \Theta_i^{(k)}(z_k),$$

a hol z_i z_k olyan értékek, a melyek ugyanabban a sorban fordúlnak elő. Ebből következik:

A z_i konjugált számok r cziklusra oszlanak; egy cziklus m/r tagja közűl bármelyiknek a többi ráczionalis függvénye : B/D normalis test.

Ezért még

$$\frac{C}{A} \backsim \frac{B}{D}, \tag{7}$$

A relativ-egyenlőségnek másik következése, hogy a II. (14) alatt levezetett

$$(F(u))^{\frac{q}{n}} = h_1(u, z)\, h_1(u, z) \ldots h_1(u, z_{m-1})$$

egyenlet mindkét oldala teljes $q:n$-ik hatvány, és így:

$$F(u) = h_1(u, z)\, h_1(u, z_1) \ldots h_1(u, z_{(r-1)}) \tag{8}$$

Ily módon nyerjük az $F(u)$ felbontását B és konjugáltjaiban irreduktibilis szorzókra.

Ha B maga normális test, (8) szolgáltatja $F(u)$ felbontását B-ben irreduktibilis szorzókra. Ezzel a II. 1. §-ban, az utolsó tételben tett megszorítás elesik.

Összefoglalás.

A
$$\frac{C}{A} \backsim \frac{B}{D}, \quad \frac{C}{B} \backsim \frac{A}{D}$$

relativ egyenlőségek bármelyike a másiknak következése. Az A/D, B/D testek közűl egyik minden esetre *normális test.*

IV.

1. §. A Galois-féle rezolvens egyenletet irreduktibilis egyenletekre nézve értelmeztük.*) Nehézség nélkűl értelmezhető redukálható egyenletekre nézve is. Erre vezet következő

I. Tétel. *Két test szorzatának normája egyenlő normáik szorzatával.*

*) l. I. 3. §.

Ha $$A = R(y) \quad , \quad B = R(z)$$
m, illet. n fokú testek normáit N_α, N_β ; szorzatukat
$$M = R(w)$$
ennek fokát q, normáját N_μ jelöli, a konjugált mennyiségek jelölését megtartva:
$$\begin{aligned} N_\alpha &= R(y, y_1, \ldots y_{m-1}) , \\ N_\beta &= R(z, z_1, \ldots z_{n-1}) , \\ N_\mu &= R(w, w_1, \ldots w_{q-1}). \end{aligned} \tag{1}$$
Azt mutatjuk meg, hogy $N_\alpha \cdot N_\beta$ és N_μ egymásnak kölcsönösen osztói.

Megfontolván hogy:
$$\begin{aligned} y &= \varphi(w),\ y_1 = \varphi(w_1), \ldots , \\ y &= \psi(w),\ z_1 = \psi(w_1), \ldots : \end{aligned}$$
nyilvánvalólag (I. 1. §.)
$$N_\alpha \cdot N_\beta = R(\varphi(w),\ \varphi(w_1), \ldots ;\ \psi(w),\ \psi(w_1), \ldots)$$
osztója N_μ -nek. De másfelől
$$w = \chi\,(y, x),\ w_1 = \chi\,(y_1, z), \ldots ;$$
ugy hogy
$$N_\mu = R(\chi(y, z),\ \chi(y_1, z), \ldots)$$
osztója
$$N_\alpha N_\beta = R(y, y_1, \ldots, y_{n-1};\ z, z_1, \ldots, z_{m-1})$$
testnek. Ebből már a tétel helyes volta világos.

A tétel akárhány, véges számu test szorzatára nehézség nélkül kiterjeszthető.

Következés: Ha $F(y) = 0$ R-ben redukálható, és irreduktibilis szorzókra bontva:
$$F(y) = F_1(y)\ F_2(y) \ldots F_h(y)$$
az $F_i(y)$-hoz tartozó Galois-féle test N_i. $F(y)$ Galois-féle teste:
$$N = N_1 . N_2 \ldots N_h$$
nem más mint az $F(y)$-beli irreduktibilis szórzók G.-féle testjeinek szorzata.

II. Tétel. *Algebrai test osztójának normája osztója a test normájának.*

Az
$$A = R(y)$$
n fokú testnek legyen osztója:
$$D = R(t),\ t = \varphi(y)$$
r fokú test. Normáikat sorra N_α, N_δ-val jelölve:
$$N_\alpha = R(y, y_1, \ldots y_{m-1}),$$
$$N_\delta = R(t, t_1, \ldots t_{r-1}).$$
Ha $t = \varphi(y)$ reláczióra tekintettel vagyunk
$$N_\delta = R\ (\varphi(y), \varphi(y_1), \ldots, \varphi(y_{n-1})),$$
ez az alak már mutatja állitásunk helyes voltát.

Következés: Alább megmutatjuk, hogy algebrai egyenlet redukálására elég csak olyan segédegyenleteket felállitani, melyeknek gyökei racz. függvényei az adott egyenlet gyökeinek. Ilyen segédegyenletek *Galois-féle testei osztói az adott egylet Galois-féle testjének.*

3. §. **Segédtétel**: *Két normális testnek legkisebb közös többszöröse és legnagyobb közös osztója normális testek.*

Hogy
$$A = R(y), \quad B = R(z)$$
normális testek, kifejezik
$$y_\varkappa = \xi_\varkappa(y) \qquad (\varkappa = 1, 2, \ldots, m-1) \tag{2}$$
$$z_\lambda = \eta_\lambda(z) \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, n-1)$$
egyenletek.

Jelölje legkisebb közös többszörösüket M, legnagyobb közös osztójukat D. A tételt először M re, aztán D-re bizonyitjuk.

A. Ha
$$M = R\ (w)$$
és $w = y + \rho z$, $\quad y = \varphi(w),\ z = \psi(w)$

továbbá w konjugált számjai közül egyik w_ν, akkor találhatunk olyan $\varkappa$ és λ indexeket, hogy
$$w_\nu = y_\varkappa + \rho z_\lambda,$$
(mert $w = \varphi(w) + \rho\ \psi(w)$ reláczió minden konjugált w érték mellett teljesül), vagy még
$$w_\nu = \xi_\varkappa(\varphi(w)) + \rho\eta_\lambda(\psi(w)),$$
az az:
$$w_\nu = \zeta_\nu(w). \tag{3}$$

B. D-nek primitiv mennyiségét t-vel jelölvén:

$$D = R(t) \quad , \qquad t = \Psi_1(y) = \Psi_2(z)$$

Ha t_μ t-vel konjugált szám:

$$t_\mu = \Psi_1(y_\varkappa) = \Psi_2(z_\lambda);$$

vagy, (2)-re tekintettel:

$$t_\mu = \Psi_1(\xi_\varkappa(y)) = \Psi_2(\eta_\lambda(y)),$$

tehát t_μ közösen tartozik A-hoz és B-hez. De ekkor a legnagyobb közös osztó értelmezéséből (1. §.!) folyólag:

$$t_\mu = \Theta(t). \tag{4}$$

(3) és (4) a tétel igazolói.

Innen következik, hogy normális testeknek vannak olyan osztóik, melyek maguk is normális testek; ezeket röviden *normális osztók*-nak fogjuk nevezni.

4. §. **Tétel.** *Ha G normális test H adjungálása után redukálódik, ugyanolyan mértékben redukálódik a két test legnagyobb közös osztójának adjungálása után*)*

A két test sorrend szerint legyen g és h fokú; szorzatuk (T) és legnagyobb közös osztójuk (D) legyenek t, illet. d fokuak.

Minthogy G, és egyszersmind G/D is, normális test:

$$\frac{T}{H} \backsim \frac{G}{D},$$

és

$$gh = td, \qquad t = gh/d. \tag{5}$$

A II. 3. §. szerint: ha H adjungálása után G foka g', G adjungálása után amannak foka h':

$$g' = t/h \quad , \qquad h' = t/g$$

az az:

$$g' = g/d \quad , \qquad h' = h/d. \tag{6}$$

honnan a bizonyítandó tétel következik.

Következések.

α) G normális test redukálásánál osztóinak adjungálása elkerülhetetlen.

β) Ha H normális test, melynek *normális osztója nincsen*, csak akkor redukálódhatik adjungálása után G, ha H osztója G-nek.

5. §. Algebrai egyenlet megoldása alatt, algebrai szempontból összes gyökeinek megadását értjük.

---

*) V. ö. *O. Hölder.* Zur Reduction der algebr. Gleichungen. Math. Annalen XXXIV. p. 47.
C. Jordan. Traité des subst. pg. 269., 270.

Ha egy egyenlet összes gyökei adva vannak, ismeretesek, azaz ráczionálisak a hozzájuk tartozó konjugált algebrai testek összes számai; tehát szorzatuknak, (az egyenlethez tartozó Galois-féle testnek) számai is ismeretesek. De viszont a Galois-féle rezolvens egyenlet egy gyökének megadása után az eredeti egyenlet összes gyökei ráczionalisok és a hozzájuk tartozó konjugált testek összes számai ismeretesek. (I. 3. §.)

Az egyenlet megoldása tehát teljesen aequivalens az ő Galois-féle rezolvensének megoldásával.

Az a kérdés: milyen egyszerübb müveletekre redukálható a Galois-féle rezolvens megoldása, ujra egy értékü avval a másikkal: milyen módon redukálható a hozzá tartozó normális test, kisebb fokú testekre. Itt és a következőkben jelölje algebrai egyenlet Galois-féle testét **G**.[1])

Az előbbi §. szerint redukczióra elég az adott egyenlet gyökeinek a IV. 4. §. értelmében való raczionalis függvényeit adjungálni.[2]) Ha a szimmetrikus függvényeken kivül ilyenek nem léteznek, és igy **G**-nek nincsen önmagától és R-től különböző normális osztója; ekkor **G**-t *egyszerü normális test*-nek nevezzük. Ha léteznek, mindenik gyöke egy-egy irreduktibilis egyenletnek: Ezeknek Galois-féle testjei normális osztói **G**-nek; ekkor azt mondjuk **G** *összetett normális test.*

Az összetett normális testek redukcziójának tárgyalása előtt segédtételt bocsátok előre.

Segédtétel. *Ha A, B normális testeknek szorzatuk M, legnagyobb közös osztójuk D, M-nek nincsen olyan normális osztója, mely osztója A-nak (B-nek) és D-t tartalmazza.*

Jelöljék A, B, M, D testek fokszámait sorra: m, n, q, r.

Minthogy A, B normális testek:

$$mn = qr.$$

Tegyük fel, hogy van olyan normális osztója M-nek, mely A-t osztja és D-t tartalmazza: legyen ez A', akkor (I. 1. §.):

[1]) A jelölés-változtatás részint a következő tárgyalások könnyebb áttekinthetéseért, részint csoport-elméleti azonlagos-jelölések kedvéért történik.

[2]) *F. Klein* szerint ezek a „természetes" irraczionalitások.

$$A > A' > D.$$

Ebből a föltevésből ellenmondásra jutunk.

Ha A' és B szorzatát M' jelöli, nyilvánvaló, hogy

$$M \geqq M' \geqq B.$$

Megmutatjuk, hogy egyenlőségek M'-el nem állhatnak fenn.

Először, nem lehet

$$M' = M.$$

Ugyanis, ha D', A'-nak és B-nek legnagyobb közös osztója és A', M', D' fokszámait m', q', r' jelölik, a miatt hogy ezek normális testek:

$$q'r' = m'n. \qquad (8)$$

Állitjuk, hogy

$$D' = D.$$

Mert D A'-t és B-t is osztja, de D' feltevésünk szerint legnagyobb közös osztó lévén,

$$D' > D;$$

másfelől D' osztója A és B-nek, de ezeknek D a legnagyobb közös osztójuk; tehát

$$D > D',$$

a mi csak ugy lehet, ha

$$D' = D, \; r' = r.$$

A (7) és (8)-ból láthatólag:

$$\frac{q}{q'} = \frac{m}{m'};$$

mivel feltettük, hogy $m' < m$, innen $q' < q$ és

$$M > M'$$

következik.

Másodszor, nem lehet

$$M = B$$

sem. Mert ekkor A' osztója B-nek is, következőleg

$$A' < D$$

volna, a mi $A' > D$ feltevésünkkel ellenkezik, tehát:

$$M > M' > B.$$

Azonban *ilyen M' nem létezik*; következésképen nem létezhetik olyan A' sem, mely A-nak osztója és D-t tartalmazza. (B és D-re nézve a bizonyitás épen igy megy.)

Értelmezések: **G** normális testnek *G' maximális normális osztója*, ha nincsen olyan normális test, mely **G**-t osztja és G'-t tartalmazza. G normális test normális osztói G', G'', ... G^{μ}, R *hiánytalan sort* alkotnak, ha

$$G, G', G'', \ldots, G^{(\mu)}\ G^{(\mu+1)}$$

sorban mindenik test maximális osztója a megelőzőnek. Mivel G-nek csak véges számu normális osztói lehetnek, a sor utolsó tagja

$$G^{(\mu+1)} = R$$

Gondolható, hogy G-nek több maximális osztója van, úgy hogy többféle módon szerkeszthetünk ilyen hiánytalan sort.

Ezekről következő tétel áll:

III. Tétel. *Ha G-hez tartozó maximális normális osztóknak két hiánytalan sora*

$$G, G', G'', \ldots G^{(\mu)}, R, \tag{9}$$

$$G, H', H'', \ldots H^{(\nu)}, R; \tag{10}$$

akkor: 1) a két sorban az osztók száma egyenlő $\mu = \nu$

2) *a*

$$\frac{G}{G'}\ \frac{G'}{G''}, \ldots, \frac{G^{(\mu)}}{R};$$

és

$$\frac{G}{H'}, \frac{H'}{H''}, \ldots, \frac{H^{(\nu)}}{R};$$

„hányados" testek, sorrendtől eltekintve, relative egyenlők.[1])

A bebizonyításnál a teljes indukczió módszerét használjuk. Feltesszük, hogy $\mu-1$ osztóra igaz a tétel. Szerkesszünk két új sort, G' és H' legnagyobb közös osztójának, D-nek felhasználásával:

$$G, G', D', D'' \ldots, D^{(\lambda-1)}, R; \tag{11}$$

$$G, H', D', D'', \ldots, D^{(\lambda-1)}, R. \tag{12}$$

G legkisebb közös többszöröse G'-nek és H'-nek, mert nincsen olyan test, mely mindkettőjüket tartalmazza és osztója G-nek, ezért igazak a következő relativ egyenlőségek:

$$\frac{G}{G'} \backsim \frac{H'}{D'}, \frac{G}{H'} \backsim \frac{G'}{D'},$$

[1]) l. *Netto.* Substitutionentheorie 1882. p. 92–95; 276.

Bachmann: Ueber Galois, Theorie Math. Annalen XVIII. p. 458. a tételt hiányosan adja.

s a bebizonyitott segédtétel értelmében $\mathfrak{G}$, G', D'; $\mathfrak{G}$, H', D', hiánytalan sorok; ezért (11) és (12) sorokra a tétel igaz.

Azonban

$$G', G'', \dots G^{(\mu)}, R,$$

$$G', D', \dots D^{(\lambda-1)} R;$$

és a

$$H', H'', \dots, H^{(\nu)}, R,$$

$$H' D', \dots D^{(\lambda-1)}, R$$

sorokra, feltevésünk szerint helyes lévén a tétel:

$$\lambda = \mu = \nu;$$

De már akkor a (9), (11); és (10), (12) sorokra is igaz, tehát (9) és (10)-re nézve is: a mit bizonyitani kellett.

Minthogy hiánytalan sor két egymásutáni testjének hányadosa egyszerű test, előállitható $\mathfrak{G}$, mint egyszerű normális testek szorzata. Ha

$$\frac{\mathfrak{G}}{G'} = \mathfrak{G}', \frac{G'}{G''} = \mathfrak{G}'', \dots, \frac{G(\mu)}{R} = \mathfrak{G}^{(\mu)+1)}$$

ugy ez a szorzat így jegyezhető:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}'. \mathfrak{G}'' \dots \mathfrak{G}_{(\mu)}$$

6. §. A III. tétel $\mathfrak{G}$ osztóinak másként szerkesztett sorozatára is kiterjeszthető. Eljárásunk egyszerüsitéseért segédtételt bocsátok előre.

Segédtétel. *Ha A, B egyszerü normális testeknek legkisebb közös többszörösük M, nincsen olyan A',(B') test, mely M-nek osztója, A-t, (B-t) tartalmazza, úgy hogy A (B) adjungálásaután A'/A, illetőleg B'/B egyszerü normális test volna.*

A testek fokszámait — mint előbb — m, n, q, (illetőleg m', n') jelölje, Minthogy A és B legnagyobb közös osztója R:

$$q = mn. \tag{13}$$

$$\frac{M}{A} \backsim B, \quad \frac{M}{B} \backsim A$$

[1]) V. ö. *Netto.* Substitutionentheorie p. 87—90.

Feltesszük, hogy A' olyan osztó, hogy

$$M > A' > A$$

és $A'|A$ egyszerü normális test. Kimutatjuk, hogy feltevésünkből ellenmondásra jutunk.

Vegyük e végre B és A' legnagyobb közös osztóját D-t, jelölje ennek fokszámát r; akkor, minthogy B normális test, és M, A'-nak és B-nek is legkisebb közös többszöröse:

$$\frac{M}{B} \backsim \frac{A'}{D} \qquad m'n = qr;$$

(13) tekintetbe vételével pedig

$$m' = mr. \tag{14}$$

Ebből következik, hogy A'-nek és D-nek legnagyobb közös osztója R, tehát

$$\frac{A'}{A} \backsim D,$$

de $A'|A$ egyszerü normális test, D is ilyen volna, s minthogy feltevésünk értelmében $m' > m$: (14)-ből $r > 1$ következnék. De ez ellenkezik ama föltevéssel, hogy B egyszerü test, tehát A' nem létezhetik.

Szerkesszünk $\mathbf{G}$ normális test osztóiból egy sorozatot, következő módon: Kiválasztván G_σ egyszerű (minimális) normális osztót, adjungáljuk $\mathbf{G}$-hez; $\mathbf{G}|G_\sigma$-nak keressük ujra minimális normális osztóját: $G_{\sigma-1}$, G_σ, a hol $G_{\sigma-1}$ maga nem szükségképen normális test. Az eljárást addig folytatjuk, a mig véges számu ismétlés után $\mathbf{G}|G_{\sigma-k}$ egyszerü testhez jutunk. Igy nyerjük a $\mathbf{G}$ *relativ-normális osztóinak* hiánytalan sorát.

Ezután a III. tétel általánositását igy fogalmazhatjuk, (ha az indexes jelölést czélszerüen módositjuk.)

IV. Tétel.

Ha

$$\mathbf{G},\ G_1,\ G_2, \ldots\ G_\sigma,\ R; \tag{15}$$

$$\mathbf{G},\ H_1,\ H_2, \ldots\ H_\rho,\ R \tag{16}$$

$\mathbf{G}$ *relativ-normális osztóinak két különböző hiánytalan sora; akkor*

1) *az osztók száma mindkét esetben egyenlő*: $\sigma = \rho$.

2) *a* $\frac{\mathbf{G}}{G_1}, \frac{G_1}{G_2}, \ldots \frac{G_{\sigma-1}}{G_\sigma}, \frac{G_\sigma}{R},$

és $\frac{\mathbf{G}}{H_1}, \frac{H_1}{H_2}, \ldots \frac{H_{\rho-1}}{H_\rho}, \frac{H_\rho}{P}$

sorokban álló „hányados" testek sorrendtől eltekintve, relative egyenlők.

A bebizonyitásnál követett gondolatmenet megegyezik avval, a melyet a III. tétel bebizonyitásánál használtunk, különbség csak az, hogy a G_σ és H_ρ testek legkisebb közös többszörösével ($T_{\tau-1}$) a a most jelzett módon szerkesztett sort

$$\mathbf{G},\ T_1,\ T_2, \ldots\ T_{\tau-2},\ T_{\tau-1}$$

vesszük segitségül. Valóban erre a két sorra:

$$\mathbf{G},\ T_1,\ T_2, \ldots,\ T_{\tau-1},\ G'_\sigma,\ R; \tag{17}$$

$$\mathbf{G},\ T_1,\ T_2, \ldots,\ T_{\tau-1},\ H_\sigma,\ R; \tag{18}$$

a segédtétel értelmében az állitás helyes; és ha bebizonyitottnak tesszük föl minden indexre, mely $< \sigma$, a tétel helyes volta a (15), (17) illetve (16), (18) sorok összehasonlitása révén azonnal belátható.

Egymásutáni relativ normális osztók hányadosai is egyszerü normális testek. Az 5. §. végén álló szimbolikus szorzat-alakban érthetünk $\mathbf{G}'$, $\mathbf{G}''$, . . . alatt ilyen általánosabb sor osztóiból alakitott hányadosokat is.

V.

1. §. A megelőző tárgyalásokban a csoport-elméletet teljesen kikerültük, azért a most következő alkalmazások is attól függetlenek lesznek.

Előbb a IV. 4. §—6. §-ban foglalt eredményeket forditom át olyan alakba, a melyikben az algebrai egyenletekhez való vonatkozások előtérbe lépnek. Azután tárgyalom *Hölder*-nek a bevezetésben emlitett tételét.

A IV. 4. §. tételéből vont következések ezekkel aequivalensek:

a) Algebrai egyenlet redukcziójára elégséges gyökeinek ráczionális függvényeit adjungálni.

b) Ha algebrai egyenlet, egyszerü segédegyenlet összes gyökeinek adjungálása után redukálódik, ezek a gyökök az eredeti egyenlet gyökeinek ráczionális függvényei.

2. §. A IV. 5. §. 6. §. III., IV. tételei szolgáltatják összetett Galois-féle testtel biró algebrai egyenlet redukczióját egyszerü egyenletekre, a melyet *C. Jordan* után *Netto* is közöl.

Legyen

$$F(u) = 0 \tag{1}$$

az adott egyenlet, a melyről csak azt tesszük fel, hogy gyökei

$$u = y,\ y_1, \ldots, y_{m-1}$$

egymástól különbözők és együtthatói R ráczionális testhez tartoznak. Jelöljék: a hozzá tartozó Galois-féle testet $\mathbf{G}$, a rezolvens egyenletet

$$\mathfrak{G}_0(t) = 0 \tag{2}$$

ennek fokát g_0, egyik gyökét w^0.

Ha $\mathbf{G}$ normális osztóinak egyik hiánytalan sora

$$G_1,\ G_2, \ldots\ G_q,\ R$$

hozzájuk tartozó irreduktibilis normális egyenletek sora:

$$\mathfrak{G}_1(t) = 0,\ \mathfrak{G}_2(t) = 0, \ldots, \mathfrak{G}_q(t) = 0. \tag{3}$$

a hol $\mathfrak{G}_i(t) = 0$ egyenlet foka g_i, egyik gyöke $w^{(i)}$, a IV. 5. §. szerint a (2), (3) egyenleteknek következő jellemző tulajdonságai vannak:

1) Két egymásután következő egyenlet közül a másodiknak gyökei racziónális függvényei az első egyenlet összes gyökeinek, azaz: (ezeknek normális voltát tekintve)

$$w^{(i)} = \theta_i(w^{(i-1)}) \qquad (i = 1, 2, \ldots q$$

a hol θ_i együtthatói R-hez tartoznak.

2) A $w^{(i)}$ adjungálása után $\mathfrak{G}_{i-1}(t) = 0$ egyenlet G_i testben irreduktikilis, $g_{i-1} : g_i$ fokú tényezőkre esik széjjel, ezek bármelyike, zérussal egyenlitve *egyszerü normális egyenlet.* Jelöljék ezeknek egy sorát:

$$\mathfrak{g}_{i-1}(t, w^{(i)}) = 0; \qquad (i = 1 \ldots, q) \tag{4}$$

a melyekhez, mint utolsó $\mathfrak{G}_q(t) = 0$ csatlakozik.

A (4) egyszerü egyenleteknek megoldására redukálható az $F(u) = 0$ egyenlet megoldása.

Kiemelendő, hogy az elkerülhetetlen segédegyenleteknek *számuk* és *fokszámaik* a normális osztók hiánytalan sorának minden lehetséges megválasztásánál *invariánsok*.

Ugyanilyen következtetések fűzhetők a IV. 6. §-hoz, avval a különbséggel, hogy a (3) egyenleteknél a ráczionális test, melyhez az együtthatók tartoznak, nem mindenütt R.

Egyéb jelöléseinket megtartván, legyen p a relativ-normális osztók száma; ők maguk pedig:

$$G_1, G_2, \ldots, G_p .$$

a (3) segédegyenletek helyére ilyenek lépnek:

$$\mathfrak{G}_1(t, w^{(0)}) = 0, \mathfrak{G}_2(t, w^{(1)}) = 0, \ldots \mathfrak{G}_p(t, w^{(p-1)}) = 0, \qquad (5)$$

a hol általánosan $\mathfrak{G}_{i-1}$ együtthatói G_i testhez tartoznak és erre a testre vonatkoztatva

$$\mathfrak{G}_{i-1}(t, w^{(i)}) = 0$$

normális egyenlet. (Az olyan egyenletsort, mint (5), egyenlet-lánczolatnak nevezhetjük.)

Evvel az általánositással az előbbi következtetések most is érvényesek.

Megemlitem ezekkel a tételekkel kapcsolatban, hogy *Galois* tétele, a mely a megoldható egyenletekre vonatkozik, következő két alakban mondható ki:

a) Szükséges és elégséges feltétel arra, hogy algebrai egyenlet algebrailag megoldható az, hogy $\mathfrak{G}$ normális test *normális osztóinak* hiánytalan sorában egymásután következő két test fokszámának hányadosa *primszám-hatvány*.

b) Szükséges és elégséges feltétel arra, hogy algebrai egyenlet algebrailag megoldható az, hogy $\mathfrak{G}$ normális test *relátiv-normális osztóinak* hiánytalan sorában egymásután következő két test fokszámának hányadosa *primszám*.

Minthogy ezek a tételek most csoport-elméleti fogalmak nélkül fogalmazhatók, kivánatos volna bebizonyitásukat is a csoportelmélettől függetlenül eszközölni.

3. §. Eddig a redukczió kérdését az egyenlet Galois-féle testjéből kiindulva tárgyaltam; most arra a kérdésre térek át: ha algebrai egyenlet adott segédegyenletek összes gyökeinek adjungálása

után megoldható, milyenek lesznek ezeknek gyökeik, G-féle testjeik mekkora a számuk.[1])

Legyen

$$F(u) = 0$$

adott algebrai egyenlet, a hol u határozatlan mennyiség, legyenek gyökei egymástól különbözők.

$$\mathfrak{F}_1(u) = 0,\ \mathfrak{F}_2(u) = 0,\ \ldots\ldots,\ \mathfrak{F}_m(u) = 0 \qquad (6)$$

a segéd-egyenleteknek olyan sora, melynek egyéneit megoldván, gyökeikkel az $F(u) = 0$ egyenlet összes gyökei raczionálisan kifejezhetők.

A (6) egyenletekről csakis azt szupponáljuk, hogy nincsenek többszörös gyökeik. Jelölje $F(u) = 0$ Galois-féle testjét $\mathfrak{G}$, az i-dik segédegyenletét $\mathfrak{G}_i$.

A segédegyenletek együtthatóira nézve állapodjunk meg úgy, hogy az utolsónak együtthatói tartozzanak R-hez, a megelőzőnek együtthatói $\mathfrak{G}_m$-hez; és általánosan $\mathfrak{F}_i(u) = 0$ együtthatói számára raczionális test R_i, legyen az utána következő összes $\mathfrak{G}_{i+1}$, $\mathfrak{G}_{i+2}$ ... testek szorzata:

$$R_i = \mathfrak{G}_{i+1}\mathfrak{G}_{i+2}\ \ldots\ \mathfrak{G}_m$$

(Ez a megállapítás általános, mert nem zárja ki, hogy egy kiválasztott egyenlet együtthatóiban nem fordúl elő az utána következőknek mindenik gyöke.)

A $\mathfrak{G}_i$ testek közül az összetetteket redukáljuk (2. §!) egyszerü relativ-normális testek szorzatára; az egyszerü testek legyenek

$$\mathbf{H}_1,\ \mathbf{H}_2,\ \ldots\ \mathbf{H}_s,$$

tartozzanak hozzájuk

$$f_1(u) = 0,\ f_2(u) = 0,\ \ldots\ldots,\ f_s(u) = 0 \qquad (7)$$

egyszerü egyenletek. Ezeket sokféle módon választhatjuk a velük aequivalens egyenletek közül; közöttük a (6) segédegyenletek (vagy velük aequivalensek) is előfordulnak.

A $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2$, ... testek a $\mathfrak{G}_1$, $\mathfrak{G}_2$, ... testeknek relativ normális osztóinak »hányadosaiból« alakított *egyszerü normális tényezőik* (IV. 4. §.); ha valamelyik a $\mathfrak{G}_i$-k sorában többször fordult elő, ugyanannyiszor felsoroljuk $\mathbf{H}_k$ sorban is.

[1]) *Hölder:* id. dolgozat. Math. Annalen XXXIV. p. 49—56.

4. §. A ráczionális számok testét változtatni fogjuk:

Az $f_s = 0$ egyenlet számára marad R, az előtte levő $f_{s-1} = 0$ egyenlet számára adjungáljuk $\mathbf{H}_s$-et ($f_s = 0$ összes gyökeit). Az adjungálásnál ugyan feltettük eddig, hogy a két egyenlet együtthatói ugyanahoz a raczionális testhez tartoznak, de R minden testnek osztója s igy $f_s = 0$ együtthatói is felfoghatók az uj raczionális testhez tartozókul.

Két eset lehetséges: vagy egyáltalában nem redukálódik $f_{s-1} = 0$ az adjungálás után, vagy ha redukálódik, lineáris szorzókra esik szét. Tehát valóságos redukálás esetén $f_{s-1} = 0$ egyenlet gyökei az adjungálás után raczionálisak; az egyenlet, mint fölösleges, elhagyható. Járjunk el igy tovább: $\mathbf{H}_s$ testet adjungáljuk az $f_s = 0$ előtt álló egyenletek mindenikéhez, s a feleslegeseket hagyjuk ki. Ugyanis, folyton-folyvást érvényes az a tétel, hogy ha ezután az adjungálás után valamelyik egyenlet redukálódik, az ő gyökei raczionálisok az utána álló egyenletek összes gyökeiben.

Ilyen eljárással találunk uj egyenlet sort:

$$f_a(u) = 0,\ f_b(u) = 0, \dots .\ f_n(u) = 0,\ f_s(u) = 0$$

a melyhez

$$\mathbf{H}_a, \mathbf{H}_b \dots, \mathbf{H}_n, \mathbf{H}_s$$

normális testek tartoznak. Ennek a sornak épen azok a tulajdonságai vannak meg, mint előbb, csak az f_s-et megelőző egyenletekhez $\mathbf{H}_s$ adjungálva lőn.

Ez az uj sor a (7) alattiból adjungálásokkal és — esetleg — nehány egyenlet kihagyásával származott.

Most az $f_n(u) = 0$ egyenlet $\mathbf{H}_n$ testét adjungáljuk az előtte állókhoz és ismételjük az előbbi eljárást.

Igy folytatva tovább is, egyenlet-lánczot nyerünk:

$$f_c(u) = 0,\ f_h(u) = 0, \dots ,\ f_i(u) = 0,\ f_s(u) = 0, \tag{8}$$

a melyben mindenik egyenlethez adjungálva lőnek az utána következőknek összes gyökeik. Az utolsó számára a raczionális test R

A hozzájuk tartozó *Galois*-féle testek:

$$\mathbf{H}_c, \mathbf{H}_h, \dots, \mathbf{H}_i, \mathbf{H}_s$$

mind egyszerü testek; összes gyökeikkel az $F(u) = 0$ egyenlet összes gyökei ráczionálisan kifejezhetők.

A (8) egyenletek a (7) egyenletek sorának egy része.

5. §. Ha most az

$$F(u) = 0$$

egyenlethez adjungáljuk $\mathbf{H}_s$-et, redukálódjék $\mathbf{G}$, $\mathbf{G}'_s$-re.

Azonban (IV. 6. §.) $\mathbf{G}'_s$ vagy egyenlő $\mathbf{G}$-vel, vagy valóságos redukálás esetében

$$\frac{\mathbf{G}}{\mathbf{G}'_s} = \mathbf{H}_s,$$

de ekkor $f_s(u) = 0$ egyenlet összes gyökei ráczionális függvényei az $F(u) = 0$ egyenlet gyöke.nek.

Általánosan is: ha $\mathbf{H}_i$ adjungálása után az $F(u) = 0$ egyenlethez tartozó normális test, $\mathbf{G}'_k$ redukálódik, az $f_i(u) =$ segédegyenletnek gyökei ráczionális függvényei az eredeti egyenlet és az utána következő összes segédegyenletek gyökeinek.

Az adjungálás után $\mathbf{G}'_k$ két tényezőre esik szét; ezek közül egyik az egyenlet uj Galois-féle testje, a másik egyenlő $\mathbf{H}_i$-vel.

Ebből következik:

A $\mathbf{G}$ *test előállitható, mint a (8) egyszerü segédegyenletek Galois-féle testjei egy részének szorzata.*

Ha $\mathbf{G}$ egyszerü relativ-normális tényezőinek száma q, a (8) egyenletek száma r, akkor

$$r \geqq q.$$

Akkor lesz $r = q$, ha $\mathbf{G}$ mindenik adjungálás után valóban redukálódik.

6. §. Visszatérünk a megadott segédegyenletekhez:

$$\mathfrak{F}_1(u) = 0,\ \mathfrak{F}_2(u) = 0, \ldots \mathfrak{F}_m(u) = 0.$$

A hozzájuk tartozó Galois-féle testek összes egyszerü relativ-normális tényezői

$$\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \ldots \mathbf{H}_{s-1}, \mathbf{H}_s$$

Ezekből lőn kiválasztva a

$$\mathbf{H}_e, \mathbf{H}_h, \ldots \mathbf{H}_i, \mathbf{H}_s.$$

sor.

Az s, r, q számok következőleg viszonyulnak egymáshoz:

$$s \geqq r \geqq q.$$

Az $s = q$ egyenlőségből következik ez a kettő:

$$r = q, \; s = r.$$

Az első azt mondja, hogy a (8) segédegyenletek gyökei $F(u) = 0$ gyökeinek ráczionális függvényei; a másodikból meg következik, hogy az adjungálások folyamán a (7) egyenletsorból egyet sem hagytunk ki, ez tehát azonos az

$$f_c(u) = 0, \; f_h(u) = 0, \ldots, f_s(u) = 0$$

egyenletek sorával. De abban az $\mathfrak{F}_i(u) = 0$ segédegyenletek előfordulnak, tehát előfordulnak ebben a sorban is, a honnan kimondhatjuk:

Ha $s = q$, az $\mathfrak{F}_i(u) = 0$ segédegyenletek gyökei ráczionális függvényei az $F(u) = 0$ egyenlet gyökeinek.[1]

7. §. **Összefoglalás.**

Ha algebrai egyenlet a (6) segédegyenletekkel megoldható, ezeknek Galois-testjei tartalmazzák az egyenlethez tartozó G test összes relativ normális tényezőit. Ezeknek a száma a segédegyenletek összes Galois-testjeinek egyszerű relativ-normális tényezőire nézve *minimum*.

Ha az egyszerü relativ-normális tényezők épen minimális számmal vannak jelen, mindenik segéd-egyenletnek összes gyökei ráczionális függvényei az egyenlet gyökeinek.

Föltévén, hogy a segédegyenletek eredetileg egyszerüek, q a szükséges segédegyenletek számának a *minimuma*.

Igazítások:

7. lap. 1 sor alulról „mely egy másiknak" helyett: „melynek a többi."

8. lap 3 sor felülről. „y_i az y_k-nak" után beiktatandó:

$$(i = 1, 2, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n)$$

A LEBEGŐ KERÉK A WELLNER-FÉLÉVEL ÖSSZEHASONLÍTVA.

Dr. Martin Lajos egyet. tanártól.

Alig hogy *„lebegő kerék"* czímű találmányomra belföldi szabadalmat kértem volt, Wellner György brünni műegyetemi tanár *»vitorlás kerekű repülőgép«* czímű tervezetével lépett fel. A dolog annak idején elég sok port vert fel úgy a magyar, mint a külföldi sajtóban. Mind a kettő kerékszerkezetből állván, s mind a kettő ugyanarra a czélra szolgálván, közel feküdt a gondolat, hogy az egyik talán csak utánzata vagy módosítása a másiknak; noha később kitűnt, hogy a két tervezet úgy elvi, mint szerkesztési szempontokból véve egymástól lényegesen eltér.

Most febr. hóban egy berlini czéget biztam meg, hogy találmányomra német birodalmi szabadalmat szerezzen. A szabadalmazás azonban külföldön egészen más mederben mozog, mint minálunk és különösen Németországban a közmondásos »deutsche Gründlichkeit« nehezíti az eljárást. Ott ugyanis vannak czégek, melyek *egy-egy szabadalmat megtámadnak, s csakis bizonyos* »Schweiggeld« mellett vonják vissza megtámadásukat. Odiózus egy kenyér lehet ugyan másnak a kárából élni, de épen azért, hogy a szabadalmazás meg ne hiusíttassék, a legnagyobb elővigyázat szükséges, nehogy a «Kaiserliches Patentamt« okot találjon a szabadalmat megtagadni, vagy a már megadott szabadalmat megsemmisíteni. Berlini czégem a szabadalmazás keresztülvitelében fennakadást látott. Első nehézség volt — véleménye szerint — hogy Wellner engem megelőzött, miután ő már deczemberben Berlinben járt s az alkalommal — állítólag — lépéseket tett a szabadalmazás iránt; Wellner tehát ez által engem három hóval megelőzött. A czégem tehát szükségesnek tartotta: mutassam ki azt a leírásomban, hogy miben tér el saját találmányom az övétől, mert különben attól kell tartani, hogy a „Patentamt« a gyanú miatt fog elútasítani, hogy saját találmányom a Wellner-félének utánzása.

A kivánságnak nem feleltem meg; mert bebizonyított tény, hogy én, habár kevesebb reklámmal, de elébb felléptem, mint ő. Tehát nem hogy Wellner engem megelőzött volna, hanem megfordítva, én előztem meg őt. S miután prioritási jogom legalább itt belföldön szept. 8-tól számít, az övé pedig legfeljebb november 18-tól számítható, mely napon t. i. a bécsi mérnök-egyletben azt a hírneves előadást tartotta, mely a bécsieket annyira elragadta, azt hiszem a Reichspatentamt nem fogja valószinűnek találni, hogy én szept. havân azt utánoztam, a mit Wellner novemberben tervezni fog. S nem hogy én igazoljam magamat, hanem fordítva, neki volna kötelessége magát igazolni.

De noha berlini czégemnek ezt a kivánságot megtagadtam, a dolog szeget vert a fejembe. Már csak is tudományos érdekből tudni akartam, hogy a két tervezet közt melyik előnyösebb. Belemélyedvén a kérdésbe, oly dolgokra jöttem, melyek megérdemlik hogy közre adjam.

Két kereket kell összehasonlítani: a lebegő kereket, melyet október havân e helyen bemutattam, és a Wellner-féle vitorlás kereket, melynek leírásával most nem foglalkozom s felteszem, hogy szerkezete már egyébként ismeretes.

Két gép között mindig az az előnyösebb, melynek nagyobb haszonhatása van. Hogy tehát mondhassuk, miszerint a két kerék közt melyik előnyösebb, mind a kettőnek a haszonhatását kell ismernünk. Lássuk először a lebegő kerék haszonhatását.

A kísérletek közt, melyeket a multkor bemutatott mintakerékkel tettem volt, kiválasztom azt, a melynél az $S = 5$ kgnyi hajtósúly a kerekeket $L = 0{\cdot}15625$ m. kgnyi m. p. munka fejlesztés mellett $u = 1$ m. p-kénti forgásba hozta. Ha a kerék forog, minden lapát körútja lefelé tartó részében ki van nyújtva, felfelé tartó részében be van vonva; kinyújtva pozitiv, bevonva negativ hatású. A kétféle munkát $L_1 \cdot L_2$-vel jelölvén, világos, hogy $L_1 - L_2$ a levegő ellenállásának a munkája; ez képezi az elért eredményt. A motor mindkét munkát végezvén, összesen $L = L_1 + L_2$ munkát fejleszti; ez a motor munkája; ennélfogva a haszonhatás:

$$\eta = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2}$$

Ezt az η értéket most kétféle módon fogjuk kiszámitani.

Az egyik mód szerint legyen p_1 P_1 f a b a_1 k u v egymásután a levegő nyomása egy lapátra, a nyomása az egész kerékre, egy lapát területe, a lapátcsúcs sugara, a lapát szélessége, a keréktest sugara, a nyom. pont sugara, a forgások száma m-p-ként s a nyom. pont gyorsasága. Kiindúlási pontúl szolgál az ismeretes képlet:

$p_1 = \frac{\alpha \gamma f v^2}{2 g}$. A berlini »Zeitschrift für Luftschiffahrt« etc. 1892. évi febr. havi füzetében: »Bemerkungen zu Lilienthals Vogelflug« etc. megjelent czikkben bebizonyítottam hogy: $\alpha \gamma = \frac{40}{g}$; ennélfogva

$p_1 = 20$ f $\left(\frac{v}{g}\right)^2$. A lapát derékszögény, de mely a csúcstól a keréktestig ér, területe:

$f = b\ (a - a_1) = ab \left(1 - \frac{a_1}{a}\right)$. A minta-keréknél: $\frac{a_1}{a} = {}^1/_5$

tehát:

$f = {}^4/_5$ ab. Másfelől a gyorsaság: $v = 2\ \pi$ u k és $k = 0{\cdot}63$ a.

Ezeket betévén:

$$p_1 = 16\,ab \left(\frac{2\ \pi\ u\ 0{\cdot}63\ a}{g}\right)^2 = 16 \left(\frac{2\ \pi\ 0{\cdot}63}{g}\right)^2 . a^3 b$$ és miután

$a = 0{\cdot}28$, $b = 0{\cdot}045$

$p_1 = 16\ (0{\cdot}16303) \times 0{\cdot}02195 \times 0{\cdot}045 = 0{\cdot}00258$ kg.

Ez egy lapátnak nyomása s a keréknek tizenkét ilyen lapátja lévén, az egész kerék nyomása:

$P_1 = 12 \times p_1 = 0{\cdot}03096$, a melynek a másodpercz munkája:

$L_1 = \frac{P_1\ g}{2} = 0{\cdot}15179$. Ez a lebegési munka pozitiv része. A negativ rész meghatározására szolgál: $L = 0{\cdot}15625$. Ez a motor munkája volt, tehát:

$L = L_1 + L_2$. Ebből $L_2 = L - L_1$;

azaz: $L_2 = 0{\cdot}15625 - 0{\cdot}15179 = 0{\cdot}00446$. Ennél fogva:

$$\eta = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2} = \frac{0{\cdot}15179 - 0{\cdot}00446}{0{\cdot}15179 + 0{\cdot}00446} = \frac{14733}{15625} = 0{\cdot}942.$$ Azaz a minta-kerék ez alkalommal $94{}^2/_{10}$ százalék haszonhatással dolgozott.

Lássuk ezek után a másik számítási módot.

Kiindúlási pontúl szolgál megint a képlet:

$p = \frac{\alpha \gamma f v^2}{2g}$; legyen ez a lapát igenleges nyomása, akkor a nemleges nyomását:

$q = \frac{\alpha_1 \gamma f_1 v_1^2}{2g}$ képlet által lesz kifejezve. Ámde tizenkét lapát működvén:

$P = \frac{12 \alpha \gamma f v^2}{2g}$ és $Q = \frac{12 \alpha_1 \gamma f_1 v_1^2}{2g}$. Legyen h a m. p-nyi út, akkor:

$L_1 = Ph$ és $L_2 = Qh_1$ ennélfogva:

$\eta = \frac{Ph - Qh_1}{Ph + Qh_1}$. Ámde lebegésnél $h = h_1$ tehát:

$\eta = \frac{P - Q}{P + Q} = \frac{\alpha f v^2 - \alpha_1 f_1 v_1^2}{\alpha f v^2 + \alpha_1 f_1 v_1^2}$. A lebegő keréknél $f = f_1$, mert az f és f_1 területek csak fekvésükre nézve különböznek egymásnál, továbbá mivel a lapát körútjában mindig csak ugyanazon egy oldalával dolgozik: $\alpha = \alpha_1$ tehát:

$$\eta = \frac{v^2 - v_1^2}{v^2 + v_1^2}$$

A v és v_1 gyorsaságok a forg. sugarakkal, ezek megint derékszögvényeknél a magasságokkal arányosak lévén: $v : v_1 = k : k_1 = a : a_1 = 5 : 1$ miből: $v : = 5 v$, végre:

$$\eta = \frac{v^2 - v^2_1}{v^2 + v^2_1} = \frac{25 - 1}{25 + 1} = \frac{12}{13} = 0{\cdot}923.$$

Azaz: a kerék haszonhatása ezen számítás szerint $92^3/_{10}$ százalékot tesz ki. Ez olyan érték, mely mint látjuk, az előbbi értéket megközelíti. Az eltérés könnyen megmagyarázható, ha felteszszük, hogy a mechanikus, a ki a kis mintát készítette, a keréktest sugarát egy szikrával nagyobbra vette, még pedig elég volt, hogy ha $a_1 = 56$ m. m. helyett $a_1 = 56{\cdot}03$ m. m. mért volt.

Lássuk most a Wellner-féle kereket.

A kerék szerkezete az ismeretes Morgan-féle lapátkerék szerkezetén alapszik, azon eltéréssel, hogy a lapát-igazító excentre Wellnernél úgy van alkalmazva, hogy görbe felületű a lapát körútja legmagasabb pontjában a homorú — legmélyebb pontjában a domború oldalát fordítja az ellenálló közeg felé.

Wellner eddigelé már tett kísérletet, de hír szerint nagyon csekély eredménynyel; ez annyival inkább serkent a szerkezet elméleti haszonhatását megtudni. Ezt még maga Wellner sem vizsgálta, vagy ha vizsgálta, jónak találta elhallgatni, remélvén, hogy majd később sikerül szerencsésebb módosításra jutni, mely kedvezőbb eredményt fog adni.

Mert ezen keréknél is úgy, mint minden bármily szerkezetű repülőgépnél, a dolgozó alkotórészek váltakozva, majd pozitiv majd negativ hatásúak, s a gépezet haszonhatása annál nagyobb, mennél nagyobb a pozitiv és negativ hatások differentiája. Lássuk most, hogy alakúlnak a viszonyok Wellnernél.

A Wellner-féle kereket forgásba helyezvén, minden lapátja körben forog, ezen körök sugarai egyenlők. A lapát maga a körút legmagasabb pontjában a homorú — legalsó pontjában a domború oldalával üt a nyugvó közegre, ama pontban pozitiv, ebben negativ nyomást fejleszt. Mindkét nyomás munkát végez, amaz pozitiv, ez negativ, s az eredő munka azok különbségiből fog állani. A motor mindkét munkát kénytelen levén végezni, összmunkája ama munkák összegéből fog állani. Legyen L_1 az igenleges, L_2 a nemleges lapátmunka, akkor:

$L_1 - L_2$ az eredő — és

$L_1 + L_2$ a motor munkája. Ennélfogva az elért haszonhatás

$\eta = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2}$. Legyenek továbbá P_1 és P_2 a lapátnyomások és h_1 h_2 ezek útjai m. p-ként, akkor:

$\eta = \frac{P_1 h_1 - P_2 h_2}{P_1 h_1 - P_2 h_2}$. Legyenek végre α_1 α_2 f_1 f_2 v_1 és v_2 a levegő ellenállási coëfficiensei, a lapátterületek és a nyom. pontok gyorsaságai, akkor:

$\eta = \frac{\alpha_1 f_1 v^2_1 h_1 - \alpha_2 f_2 v_2{}^2 h_2}{\alpha_1 f_1 v^2_1 h_1 + \alpha_2 f_2 v_2{}^2 h_2}$. Ámde Wellnernél szerkesztés miatt: $f_1 = f_2$; $h_1 = h_2$ és $v_1 = v_2$, ennélfogva:

$\eta = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$, a hol α_1 a homorú — és α_2 a domború lap coëfficiense. Már most igaz, mert minden közönséges esernyővel meggyőződhetünk, hogy a homorú fölület nagyobb, a domború kisebb ellenállást fejleszt, de a különbség a két ellenállás közt csak nehány

% tesz ki. Már ebből is látni való, hogy η csak igen kis érték lehet. De bármi legyen is a dologban, annyi bizonyos, hogy a $\alpha_1 - \alpha_2$ különbség a kérdésben dönt. Ezt azonban nem ismerjük, maga Wellner sem ismerte, mert ha ismerte volna, rájött volna, hogy találmánya nem practikabilis.

Számos kísérlet történt már az ellenállások meghatározására, de sajnos mind elégtelen volt, mert nem adnak elég biztos alapot, hogy azon egy pár egészséges és észszerű ellenállási elméletet le hessen felépíteni. Hogy azonban ez iránt legalább némi tájékozást adjak, hasonlítsuk össze a sík és görbe fölületek ellenállásait.

Ha sík fölület nyugvó közegben mozog, mindegy, melyik oldala megy elől; az ellenállás mindig ugyanaz. Ha görbe fölület mozog, vagy a homorú vagy a domború oldala lehet elől; a homorú homloknál az ellenállás nagyobb mint a síknál, domború homloknál az ellenállás kisebb, mint a sík homloké. Ez tény, melyről bármikor is meggyőződhetünk. Legyenek tehát α_1 α_0 és α_2 egymásután a homorú, a sík s a domború ellenállás, akkor:

$$\alpha_1 > \alpha_0 > \alpha_2.$$

Az α_1 és α_2-re nézve kétségkivül a fölület görbülése fogja a főszerepet vinni. A mint a homlok, legyen az akár homorú, akár domború, görbülési viszonyai megváltoznak, az ellenállások is megfognak változni még pedig olyan formán, hogy úgy az α_1, mint az α_2, annál inkább fog α_0 felé közeledni, mennél jobban közeledik a görbe fölület a síkhoz. De egy görbe fölület csak úgy közeledhetik a síkhoz, ha görbülési sugara a ∞ felé növekedik. Az α_1 és α_2-nek tehát az a sajátsága, hogy mind a kettő α_0-ba megy át, ha a görb. sugár ∞ felé halad. Ebből látnivaló, hogy α_1 és α_2 a görbülési sugárnak a függvényei; és ha $\alpha_1 = \varphi\,(r)$ és $\alpha_2 = \psi\,(r)$ [a hol r a görb. sugár] akkor: $\alpha_0 = \varphi\,(\infty)$ és $\alpha_0 = \psi\,(\infty)$ úgy hogy $\varphi\,(\infty) = \psi\,(\infty)$.

Ez mind az, amit α_1 és α_2-ről mondhatunk; magukat a φ és ψ függvény formákat nem ismerjük.

Az α_1 és α_0 közötti viszony meghatározására nézve a Lilienthal-féle kísérletek adnak elég biztos támpontot. L. ugyanis még 1890. előtt sík szárnyakkal experimentált; ezen kísérletekből kiszámítottam volt, hogy: $\alpha\,\gamma = \frac{40}{g}$, mely érték, mint fennebb láttuk volt, a lebegő keréknél be is vált, ; — most jelenleg megint mereven tartott homorú szárnyakkal experimentál. Elébbi alkalommal tapasztalta volt, hogy $8m^2$ szárnyfölülettel 40 kg.-ot bir lebegve tartani; most megint 14 m^2 homorú fölület 80 kg.-nyi tehernek elég. Összehasonlítván a két kísérletet, látjuk, hogy 16 m^2 sík fölület épen annyit bír el, mint 14 m^2 homorú fölület. E szerint áll az egyenlet:

$16\alpha_0 = 14\alpha_1$. Ebből következik:

$\alpha_1/\alpha_0 = 8/7$. Ez határozza meg az α_1 és α_0 közötti viszonyt.

Kényesebb a dolog az α_0 és a_2 közötti viszony meghatározásánál; kísérletek nem léteznek, csak analogia útján haladhatunk. Az előbbiekre vissza emlékezvén: $\alpha_1 > \alpha_0 > \alpha_2$ tehát: $\alpha_1/\alpha_0 > 1$ és $\alpha_2/\alpha_0 < 1$; de mind a két viszonyszám sem a felületek területeitől, sem a gyorsaságoktól, hanem egyes-egyedül a görbülési sugaraktól fog függni. Még pedig, ha a görb. sugár növekedik, α_1/α_0 kisebbedni, α_2/α_0 nagyobbodni fog, mert mind a kettő az egységbe megy átal, ha a görb. sugár ∞.

Már most ha ugyanazon görbe fölületnek egyszer homorú, másszor domború oldalát használjuk homlokúl, tekintve azt, hogy a görb. sugár mind a két esetben ugyanaz, világos, hogy α_2 és α_0 közt csak ugyanazon viszony állhat, mely α_1 és α_0 közt fennállott volt; ámde tekintve azt, hogy a mondottak szerint kell, hogy $\alpha_1 > \alpha_0 > \alpha_2$ legyen, tehát ezen egyenlet fog állani:

$\alpha_1/\alpha_0 = \frac{\alpha_0}{\alpha_2}$. A miből:

$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = \alpha_0^2$ következik. Azaz; α_0 mértani középarányosa α_1 és α_2-nek.

Ha ezt a hypothezist, mely megengedem még bebizonyítandó, elfogadjuk:

$$\eta = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{\alpha_1/\alpha_0 - \alpha_2/\alpha_0}{\alpha_1/\alpha_0 + \alpha_2/\alpha_0} \text{ azaz ha } \alpha_2 \text{ elimináltatik;}$$

$$\eta = \frac{\alpha_1^2 - \alpha_0^2}{\alpha_1^2 + \alpha_0^2} = \frac{(\alpha_1/\alpha_0)^2 - 1}{(\alpha_1/\alpha_0)^2 + 1} = \frac{(8/7)^2 - 1}{(8/7)^2 + 1} = \frac{64 - 49}{64 + 49} = \frac{15}{113} = 0{\cdot}132$$

A Wellner-féle kerék ezek szerint csak $13^2/_{10}$ százalék haszonhatást tesz kilátásba.

Ezen számítás azonban oly hypothezisen alapszik, mely kisérletileg még nincs kipróbálva, s noha első látszatra helyesnek látszik, még is kétségbe vonható. De van ennek ellenében más két hypothezis, mely közűl az egyik olyan eredményt ad, mely a szigorú és pontos eredményt bizonyosan felűlhaladja. Lássuk azt.

Tegyük fel hogy α_0 az α_1 és α_2-nek a számtani középtani arányosa. E szerint:

$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$. Ebből nyerjük:

$\alpha_2 = 2\alpha_0 - \alpha_1$. Ennélfogva:

$$\eta = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{\alpha_1 - (2\alpha_0 - \alpha_1)}{\alpha_1 + (2\alpha_0 - \alpha_1)} = \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} - 1 = {}^8/_7 - 1 = {}^1/_7 = 0{\cdot}143.$$

Ha tehát a sík ellenállás a homorú és domború ellenállás számtani középarányosa, a kerék csak $14{}^3/_{10}$ százalék haszonhatást tesz kilátásba.

Már most látván az eredményt azon két esetben, ha a sík ellenállás vagy a mértani vagy a számtani középarányos, vizsgáljuk még a harmadik esetet. Ez abból áll, ha felteszszük, hogy a sík ellenállás a homorú és domborúnak a harmonikus középarányosa. Most:

$\alpha_0 = \frac{2\alpha_1\,\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$. Ebből α_2-őt kikeresvén:

$\alpha_2 = \frac{\alpha_1\,\alpha_0}{2\alpha_1 - \alpha_0}$. Ennélfogva:

$\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{\alpha_1\,2(\alpha_1 - \alpha_0)}{2\alpha_1 - \alpha_0}$ és $\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{2\alpha_1{}^2}{2\alpha_1 - \alpha_0}$. Ezt helyettesítvén:

$$\eta = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{2\alpha_1\,(\alpha_1 - \alpha_0)}{2\alpha_1{}^2} = 1 - \frac{\alpha_0}{\alpha_1} = 1 - 7{,}8 = \frac{1}{8} = 0{\cdot}125.$$

Ha tehát a sík ellenállás harmonikus középarányosnak tekintetik a kerék csak $12{}^1/_2$ százalék haszonhatást tesz kilátásba.

Hogy a három hypothezis közt melyik a helyes, azt csak a tapasztalás döntheti el, addig is mind a három egyenlő jogosúltsággal bír. Noha tekintetbe véve a fennforgó körűlményeket, azt hiszem, hogy a számtani középarányos hypothezise nagyobb valószinűséggel bír, mint akár a harmonikus, akár a számtani középarányos hypothezise. De akármelyiket is teszünk fel, mind a háromra nézve az η egy feltünő kis érték, a mint az a Wellnerféle keréknél az másként nem is lehet, miután nála a haszonhatás mértékfoka csak azon különbségen alapszik, mely a felső és alsó lapát ellenállása közt fenáll, a mely pedig csak egy nehány százalékot tehet ki.

VEGYESEK.

Az Erdélyi Múzeum-Egylet 1894. május 26-án tartott közgyűléséből a természetrajzi osztályok jelentései:

I. Az Ásvány-földtani osztályról.

Mélyen tisztelt erd. múz.-egyleti Közgyűlés!

Az ásvány-földtani osztály *állapotáról* és *múlt évi gyarapodásáról* van szerencsém a következőket jelenthetni.

Az elmúlt évben az ásvány-földtani osztályban külsőleg semmi változás nem történhetett, mivel a rendelkezésre álló tér kellően rendezett és kiállított gyűjteményekkel teljesen be van töltve, és igy egyelőre újabb gyűjtemények kiállítása lehetetlen. Munkásságunk mostan a meglevő gyűjtemények gondozására, fentartására, valamint a még föl nem dolgozott fiókgyűjtemények és a beszerzett új anyagnak földolgozására és kellő elhelyezésére irányúl, hogy azon esetre, ha majd idővel nagyobb és czélszerűbb helyiségeket kapunk, a fiókokban fölgyűlő anyagból a legszebbett ismét kiállíthassuk.

Gyűjteményeink a múlt évben is gyarapodtak, és pedig a következő módokon és tárgyakkal:

a) *Ajándékozások folytán:*

1 db. hegyijegőcz diszpéldány Vöröspatakról (Gauri és Carpi hegyrész, Szt. János-Borbála bánya), *Moldován* Lajos vöröspataki gyógyszerész úrtól;

1 db. Rodochrosit és Calcit Vöröspatakról (Nagy-Kirnik h.), *Tenki* N. gyógyszerész segéd úrtól;

100 db felső-krétakori kövület Borsómezőről, *Herepey* Károly nagy-enyedi coll. tanár úrtól;

3 db Limonit, 1 db Gyps Székről és Elephas primigenius zápfoga a szamosfali kavicsbányából, *Orosz* Endre tanító úrtól.

Fogadják a szíves adományozók e helyről is hálás köszönetünket.

b) *Csere útján:*

2 db. Pinolith, 1 db. Aragonit Styriából és 1 db Citrin Csehországból, 1 db facebájai termés Tellurért, *Fodor* Antal nyug. udv. titkártól Gráczban;

1 db Andorit Felsőbányáról feles erdélyi ásványokért, dr. *Kreuner* József nemz. múz. igazgatótól.

c) *Vásárlás útján:*

6 db halmaradvány a felső durvamészből Andrásháza puszta vidékéről;
12 db Lepidotus maximus fog a turi felső-jura mészkőből;
2 db aranystufa a verespataki legújabb előfordúlásból.

d) *A választmány megbizásából eszközölt gyűjtés útján:*

Magam a múlt nyáron 23 teljes napot szenteltem e czélra. April 7—9 napjain bejártam volt Maros-Vásárhely és Nyárád-Szereda vidékeit, junius 19-ikétől 24-ikig Tövis és Csáklya, Balázsfalva, Küküllővár, Dicső-Szt.-Márton, Báznafürdő és Medgyes környékeit. Jun. 25-ikétől 28-ig folytattam az oltmenti basaltvidéknek tavalelőtt megkezdett beható tanulmányozását. Aug. 25-iktől 30-ig dr. Apáthy István collegám társaságában átútaztam a gyalui havasokon, meglátogatva Verespatakot is. Végre Szeptember 12-iktől 15-ig Nagy-Enyedről keletre, Erzsébetváros környékén és az Erzsébetváros—Maros-Vásárhely közti útvonal mentén tanulmányoztam az erdélyi medencze még alig ismeretes képződményeit.

Eme kirándulásaimon gyűjtöttem volt: 20 db ásványt, 130 db kőzetet, 180 db kövületet és egy új praehistoriai lelőhelyről (Balázsfalvánál) cserép- és csonttöredékeket.

A tett megfigyelések és a gyűjtött anyag tudományos földolgozása is megtörtént, a miről Értesitőnk f. évi I. számában és a „Földtani Közlöny" f. évi 4—5. füzetében megjelent értekezéseim tanúskodnak.

Elismeréssel ki kell emelnem mostani assistensem, Héjjas Imre úrnak az Erdélyi Múzeum anyagján végzett szép paläontologiai tanulmányait is, mivel ezek által múzeumunk egy-egy jól meghatározott, kis kövült Ostracoda- és Bryozoa-gyűjteménynyel gyarapodott. E tanulmányok is az Értesitő jelen évfolyamában fognak megjelenni.

Osztályunk a múlt nyáron 24 vasár- és ünnepnapon volt a nagy közönség számára nyitva, mely azt szép számmal látogatta. Egyesek és kisebb társaságok a rendes nyitási időn kivűl is megnézték gyűjteményeinket, s nem kell külön hangsúlyoznom, hogy szívesen látom, ha bármely időben jelentkeznek tudvágyó látogatók.

Jelentésemet kegyes tudomásvételre ajánlva, kiváló tisztelettel maradok az Erdélyi Múzeum Egylet Nagytekintetü Közgyűlésének

Kolozsvár, 1894. évi május hó 17-én, alázatos szolgája:

Dr. Koch Antal,
m. az ásvány-földt. osztály őre.

II. A növénytani osztályról:

Mélyen tisztelt Múzeum-Egyleti Közgyűlés!

Azok a balsejtelmek, a melyeket a múlt jelentésem alkalmával tárolról érinteni bátorkodtam, hogy be fog következni egyszer egy idő, a mikor az Erdélyi Múzeum növénytani osztályában a munka nem oly serényen fog folyni, mint eddigelé, sajnos, sokkal előbb valósúltak meg, mint a hogy azokat magam is hittem; egy régibb időben ismert jó munkaerőt a múlt tél kezdetével beállítottam a növénytani osztályba, de Szakács György úr, a ki már több év előtt a növénytani osztályban dolgozott, más irányban vállalt súlyos kötelezettségei miatt nem működhetett oly intensive, mint a hogy ő kivánta s mint a hogy én kivántam; ennek következtében több hónap óta mindennemű segéderőt nélkülözök s a magam működését csak a legszükségesebbre szoríthattam. A conserválásnál Farkas Kálmán szokott pontossággal és ügyességgel serénykedett; nevezetesen a mennyiben a növény-gyüjtemények jókarban tartása körűl fáradhatatlanúl forgolódott. A régibb szerzeményű növények felragasztását talán ebben az évben be lehetett volna fejezni, ha a papirosra nézve, melyre a növényeket fel kell ragasztani, nem álltak volna váltig nehézségek elő; már az utolsó években nem kaphattunk oly jó papirost, mint az előbbiekben és miután a legutolsó hozatal elannyira silány volt, hogy arra a Múzeum becses gyűjteményeinek felragasztását lelkiismeretemmel össze nem egyeztethettem, az Igazgató-Válaszmánytól, a mely kivánságaimat mindenkor a legelőzékenyebben teljesíti, kieszközöltem a felhatalmazást, hogy egy gyárban egyenesen a mi kivánalmainknak megfelelő papirost rendelhessek. A papiros csak a legközelebbi napokban érkezett meg s így remélhetőleg legközelebb a felragasztási munkálatok is serényebben fognak folyhatni. Reménylem, hogy Szakács György urnak körűlményei olyan kedvezően fognak megváltozni, hogy nemsokára a növénytani osztályban ismét fog működhetni s igy a rendezési és feldolgozási munkák is jobban fognak haladhatni.

A legsürgősebb irni valókat Vas Domokos úr, a mathematikai-természettudományi kar dijnoka, végezte teljes készséggel.

Új szerzemény az osztály számára a Wittrock és Nordstedt Algae exsiccatae 22—25. füzete és a még Darwin-tól kezdeményezett Index Kewensis első két része.

Miután a jövő évre a mostani gyűjteményi helyiségeket el kell hagynunk, csak a folytatások beszerzésére szorítkozom s új vásárokat csak akkor indítványoznék az Igazgató Választmánynak, ha azok az Erdélyi Múzeumnak már is igen becses gyűjteményének valóban nyereségére szolgálnának.

A mélyen tisztelt Múzeum-Egyleti Közgyűlésnek

alázatos szolgája:
Kanitz Ágost.
E. M. növénytári főőr.

III. Az állattárnak 1894-ik évi gyarapodásáról.

I. Ajándék:

Spalax typhlus Pall. Parády Ferencz úr ajándéka.
Tinnunculus alaudarius Br. ♂ adult. Gáborek Vilmos úr ajándéka.
Nyctale funerea Bp. „ „ „ „

Négyszarvu berbécsfej. Papp Miklós főszolgabiró úr ajándéka.
Egy kis krokodilus bőre szárítva. Teleky Sámuel gróf ajándéka.

II. Gyűjtés.

A múlt év nyarán az erdélyi részekben gyűjtött nagyszámú féreg, a melyek azonban még rendezésre és részben meghatározásra várnak.

III. Vásárlás.

Nautilus pompilius L. ♂

A tartalék gyűjtemény a következő tárgyakkal gyarapodott: Emlős állat egy faj (2 drb), madár 7 faj (hét drb).

Kolozsvár, 1894. május havában.

Dr. Apáthy István,
az állattár főőre.

Jegyzőkönyi kivonatok a megtartott szaküléseкről.

III. F. évi május hó 4-én dr. *Farkas* Gyula elnöklete mellett a physikai intézetben tartott ülésen következő tárgyak kerültek elé:

1. Dr. *Martin* Lajos. A lebegő kerék a Welner-félével összehasonlitva. (l. a jelen füzetben)

2. Dr. *Héjjas* Imre. Adatok Erdély tertiär bryozoa-faunájához. II. Cheilostomhta. (A III. füzetbe jő).

IV. F. évi junius hó 8-án *Farkas* Gyula elölülése mellett a physikai intézetben tartott ülésnek tárgyai voltak:

1. *Koch* Ferencz: B:r-e befolyással a glycerin jelenléte a fejérjék kiváválasztására? (A jövő füzetbe jő).

2. *Szabó* Péter. Az algebrai egyenletek elmélete, azok alkalmazására való tekintettel, és Dedekintől származó algebrai testek elméletének alkalmazása. (Lásd a jelen füzetben).

3. *Fberhardt* Béla. Egy ezer elempárból összeállított Zamboni-oszlop villamos potentiálisának változásai. (A következő füzetbe jő).

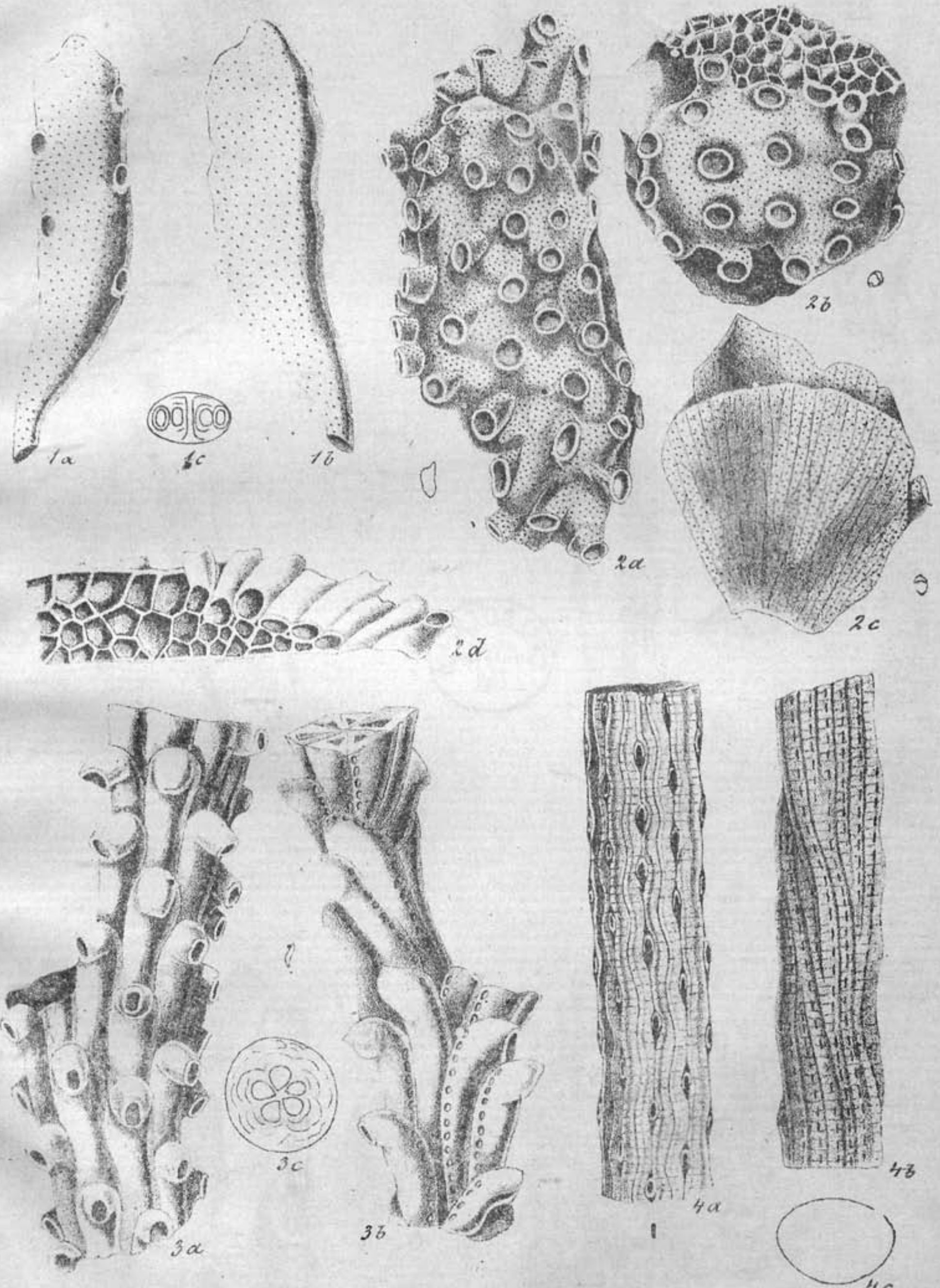
4. *Lóky* Béla Steinernek egy tételét oldja meg analytikailag. (L. a következő füzetben).

V. A f. évi junius hó 15-én *Farkas* Gyula elnöklete alatt tartott ülésnek tárgyai voltak:

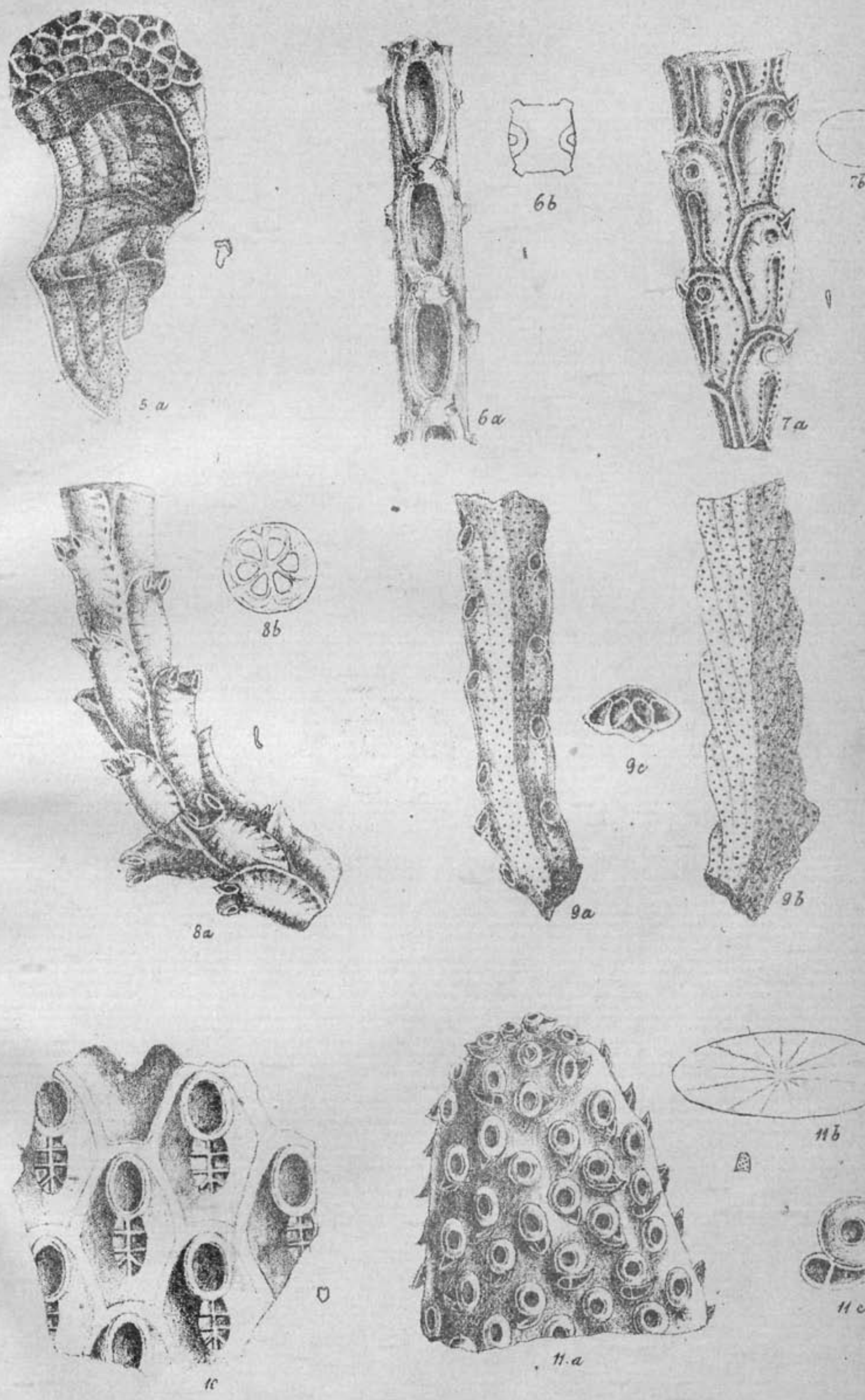
1. *Abt* Antal. a) Az Auer-féle láng világító- és hőhatásáról. b) A szabad mágnesség eloszlásának egyszerű vizsgálása módjáról. (A következő füzetbe jő).

2. *Kacsóh* Pongrácz. Az Antolik-féle új hangskáláról. (A követkkező füzetbe jő.)

3. *Téglás* Gábor. A rómaiak bányászati technikája az erdélyi Érczhegység leletei szerint. (A követk. füzetbe jő).



HEJJAS. I. Erdélyrészi tertiaer Bryozoák. Rajz. szerző.



HÉJJAS. I. Erdélyrészi tertiaer Bryozoák. Rajz. szerző.

KÉZMŰVELŐDÉS KŐNYOMDA KOLOZSVÁRT

Az egylet tagjai az egylet kiadványait ingyen kapják, szakosztályi tagok csak az illető szak kiadványait.

55. §. Az egyleti tagnak joga van amuzeum gyűjteményeibe oly meghatározott napokon is bemenni, melyeken azok a nagy közönség előtt zárvák.

56. §. Megszünik tagja lenni az egyletnek:

a) A ki meghal.

b) A ki önkéntesen kilép.

c) Amely részvényes kötelességeit a választmány ismételt felszólítására sem teljesíti

d) A ki az egyletből kizáratik.

A tagdijak a szakosztály titkárához, *Koch Ferencz* dr. egyet. tanárhoz (ásványtani intézet) küldendők be.

Új tagok az Értesitő 1876., 1877., 1878-ki folyamának egyes füzete példányait egy-egy forintért, az 1879—1893-ki folyamokat két-két forintért a titkári hivatal útján megszerezhetik.

Az Erdélyi Muzeum-Egylet kiadásában megjelent Herbich Ferencz dr. hátrahagyott műve: **Paläontologiai adatok a romániai Kárpátok ismeretéhez.** I. A Dambovitia forrásvidékének krétaképződményei, 17 kőnyomatú táblával magyar és német nyelven. Ezen munka bolti ára 1 frt 50 kr., az egylet tagjainak azonban csak 1 frt, mely összegnek beküldése után bérmentve megküldjük azt a megrendelőknek.

A titkár.

A t. munkatársaknak tudomásvételre.

A tiszteletdíjat és a különlenyomatokat illetőleg szakosztályunk választmánya a következőkben állapodott meg:

a) A népszerű előadás tiszteletdíja 35 frt, mely összeg csak a kézírat benyujtása után adatik ki; ezenkivül csupán 25 különlenyomatra tarthat igényt a szerző.

b) A szakdolgozatok egy nyomatott ivének tiszteletdíja 16 forint, a petittel szedett közleményeké ellenben 24 frt, mely tiszteletdij a dolgozat megjelenése után adatik ki.

c) Egy füzetben egy szerzőtől 2 ivnél több nem díjazható; ha pedig valamely értekezés 2 ívnél többre terjedne, a nyomdai költség az illető szerzőnek 2 ív után járó tiszteletdíjából levonatik.

d) A szakdolgozatok és népszerű előadások csak azon esetben díjaztatnak, ha a szakosztály közlönyében látnak először napvilágot.

e) Különlenyomatok csakis a szerzők költségére adhatók ki. Ezek ára a szerzők tiszteletdíjából levonatik.

A külön lenyomatok ára, ha külön lapszámozni és tördelni nem kell úgy füzve készen a következőre van szabva:

25	példány	1	ives	különlenyomaté . . .	1 frt 50 kr.
„	„	2	„	„ . . .	2 frt 30 kr.
„	„	3	„	„ . . .	2 frt 80 kr.
„	„	4	„	„ . . .	3 frt 80 kr.
50	„	1	„	„ . . .	2 frt 60 kr.
„	„	2	„	„ . . .	4 frt 20 kr.
„	„	3	„	„ . . .	5 frt 30 kr.
„	„	4	„	„ . . .	6 frt 50 kr.

100 példánynál 10% engedmény.

Tagdijaikat befizették:

1893-ra: (Helybeliek) Bánfi István dr., Bogár Kálmán dr., Eckert Jenő, Farkas Géza dr., Kórtani intézet, Pálfy Mór, Reich Albert, Sárkány Lajos dr., Weisz Mór, Wettenstein József. (Vidékiek) Barabás Albert dr., Bikfalvy Károly dr., Chyzer Kornél dr., Dirner Gusztáv dr., Fodor László dr., Gencsy Endre dr., Fuchs Károly, Herepey Károly, Jahn Károly dr., Jancsik Imre dr., Klatrobecz Gyula dr., Lázár Ernő, Novák Antal, Preysz Gusztáv, Ráczkövy Samu dr., Réthy Mór dr., Ruzsicska József, Simon Ferencz, Szokol Pál dr., Vidovich Béla.

1894-re: (Helybeliek) Bakonyi József dr., gr. Csáky József dr., Davida Leo dr., Eberhard Béla, Ember Bogdán dr., Engel Gábor dr., Feldmann Ignácz dr., Filep Gyula, Fries József, Gazsi József, Genersich Gusztáv dr., Hantz Mihály dr., Héjjas Imre, Höncz Kálmán dr., Jancsó Miklós dr., Kacsoh Pongrácz, Laki Béla, Pálfy Mór, Papp Gábor dr., Perl József, Rudas Gerő dr., Rosenberger Mór dr., Ruzitska Béla dr., Scheitz Vilmos dr., Szőcs Mózsi, Szombathelyi Gábor, Török Imre dr., Turcsa János dr., Wagner Dániel dr., Wolf János. (Vidékiek) Chyzer Kornél dr., Dirner Gusztáv dr., Forgó György, Jancsik Imre dr., Perényi Vilmos, Ráczkövy Samu dr., Simó Ferencz, Simon Ferencz, Vidovich Béla, Winkler Gyula dr.