

fizikai szemle

Országos Szilárd Leó FizikaVerseny 2021 Versenyző kódja: Zsuri2021

Diagnosztikai asztal Grafikonok Betöltés Súgó Vége

Detektorok (cm) 106

Blende (cm) 2,7

FORGATÁS 90

Min.scan (cm) 0

Max.scan (cm) 200

Blende (cm) 0,9

Időzítés (ms) 100

Detektor #1 0

Koincidenciák 0

Detektor #2 0

MÉRÉS

Kézi mérés start

Egy mérés

Auto scan #1

Auto scan #2

Auto scan #3

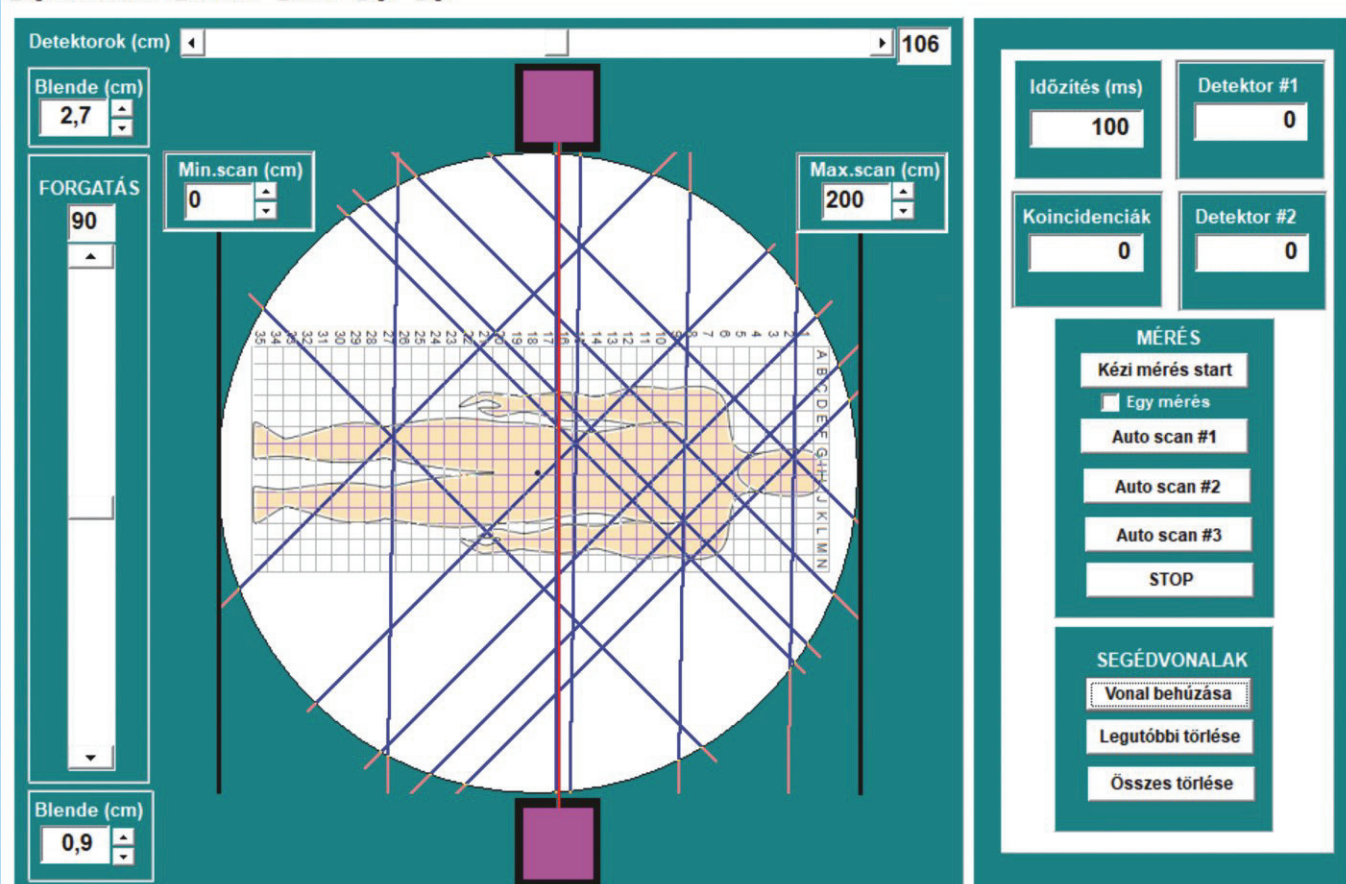
STOP

SEGÉDVONALAK

Vonal behúzása

Legutóbbi törlése

Összes törlése



2022/4

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Matematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Matematikai és Fizikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.

Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, Nemzeti Kulturális Alap

Főszerkesztő:
Lendvai János

Szerkesztőbizottság:
Bíró László Péter, Bokor Nándor, Czitrovsky Aladár, Füstöss László, Gyürky György, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Ormos Pál, Pálfalvi László, Papp Katalin, Simon Ferenc, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

Műszaki szerkesztő:
Kármán Tamás

A folyóirat e-mailcíme:
szerkesztok@fizikaiszemle.hu
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

A folyóirat honlapja:
http://www.fizikaiszemle.hu



A címlapon:

Az Országos Szilárd Leó Fizikaverseny döntőjében szereplő szimulációs feladat, egy PET-modell mérésének visszaolvasott adatai. Nagy valószínűséggel ott vannak a daganatra utaló források, ahol egyszerre három vonal metszi egymást a testen belül.

TARTALOM

Angeli István: Út az első Bohr-féle atommodellhez – Schrödinger és Pauli nélkül 93

Az utat építő kutatók bozzájárulásainak fizikatörténeti elemzése.

Pálfi Krisztina, Horváth Gábor, Slíz-Balogh Judit: A Föld felszínén fellépő gyorsulások a dobósportok biomechanikája hátteréről 99

– 1. rész: árapály és forgásslussulás

Milyen batással van négy fiktív tehetetlenségi gyorsulás a dobások eredményeire?

www.fizikaiszemle.hu/mellekletek

Kovács Zoltán, Udvarnoki Zoltán, Papp Eszter, Horváth Gábor: Festményeken megfigyelhető holdillúzióról szóló videoklip 103

100 festménnyel szemléltetett kiegészítés egy korábban megjelent cikkhez, zenei aláfestéssel.

LEVÉL A SZERKESZTŐNEK

Gesztai Tamás: Jó dolog kutatni a kvantummechanika alapjait 104

Hozzászólás a múlt havi számunkban Sabine Hossenfelder könyvéről megjelent ismertetőhöz.

A FIZIKA TANÍTÁSA

Tóth Ábel Levente, Tél Tamás: A lépcsőn pattogó labda projekt 105

– A káosz nyomában

Milyen feltételek esetén jogos ezt a viszonylag könnyen megfigyelhető jelenséget a kaotikus mozgás szemléltetéseként használni?

Beszeda Imre, Stonauski Tamás: Ingamozgás módosított pályákon 111

– A cikloidális inga, mint korabeli GPS

Szakköri és projekt munkában alkalmazható vizsgálat, amelynek tanulságait a normál fizikaóra keretein belül is érdemes lehet ismertetni.

Sükösd Csaba: XXIV. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny – 3. rész 117

HÍREK – ESEMÉNYEK

Gnädig Péter, Patkós András, Rácz Zoltán: Gálfi Lászlóra (1944–2022) emlékezünk 121

Gyászol a szegedi fizikustársadalom, elhunyt Hevesi Imre 122

Groma Géza: Váró György (1947–2021) 123

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Küldöttgyűlése 124

I. Angeli: Road to the first Bohr model – without Schrödinger and Pauli

K. Pálfi, G. Horváth, J. Slíz-Balogh: Terrestrial accelerations as background for the biomechanics of throwing sports – Part 1

www.fizikaiszemle.hu/mellekletek

Z. Kovács, Z. Udvarnoki, E. Papp, G. Horváth: Video clip on Moon illusion in paintings

LETTER TO THE EDITOR

T. Gesztai: It is good to research the foundations of quantum mechanics

TEACHING PHYSICS

Á. L. Tóth, T. Tél: The bouncing ball on the stairs project – Tracking the chaos

I. Beszeda, T. Stonauski: Pendulum motion on modified orbits – The cycloidal pendulum as the predecessor of GPS

Cs. Sükösd: 24th Szilárd Leo National Nuclear Study Competition – Part 3

EVENTS

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

megjelenését támogatják:



EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA



Nemzeti Kulturális Alap



ÚT AZ ELSŐ BOHR-FÉLE ATOMMODELLHEZ – SCHRÖDINGER ÉS PAULI NÉLKÜL

Angeli István

Debreceni Egyetem, Kísérleti Fizikai Tanszék

Ernest Rutherford 1911 februárjában a Manchesteri Irodalmi és Tudományos Társaság (*The Manchester Literary & Philosophical Society*) ülésén megteszi történelmi bejelentését: a nagyszögű α -szórás nem sok kisszögű szórás összegződésének eredménye, hanem egyetlen nagyszögűé [1, 19. old.]. Ennek értelmezéséhez pedig fel kell tételezni, hogy az atom egy *pontszerű* elektromos töltésből és azt egyenletes gömbszimmetrikus eloszlással körülvevő, azonos mennyiségű ellentétes töltésből áll:

– “In order to explain these and other results, it is necessary to assume ... a type of atom which consists of a central electric charge concentrated at the point and surrounded by a uniform spherical distribution of opposite electricity equal in amount.”

1911 áprilisában beküldi a részletes cikket a *Philosophical Magazine*-nak [2]. Ebben már a szórási hatáskeresztmetszetre vonatkozó számítások részleteit is közli. Számszerű becslést ad az α -rész legkisebb megközelítési távolságára ($b = 3,4 \cdot 10^{-12}$ cm) [2, 671. old.]; ami egyúttal felső határ a magsugárra. A számításokhoz – egyszerűsítő feltételként – a magot pontszerűnek fogadja el, de már számol azzal a lehetőséggel, hogy *a mag kiterjedt és összetett*, és hogy ez további vizsgálat tárgya lehet [2, 686. old.]:

– “It is of interest to examine how far the experimental evidence throws light on the question of the extent of the distribution of the central charge.”

Előbb azonban más feladat vár megoldásra: a „*magos atom*” (*nuclear atom*) *szerkezetének felderítése*.

Előzmények: Maxwell köpenyéből

1856-ban a 25 éves *James Clark Maxwell* elnyeri a Cambridge-i Egyetem által meghirdetett kitüntető Adams-díjat a Szaturnusz bolygó gyűrűinek stabilitásáról készített munkájával: *On the Stability of the mo-*

tion of Saturn's Rings [3]. A bevezető részben Maxwell kiemeli, hogy a kérdés megoldása elvi jelentőségű: vagy meg lehet magyarázni a Szaturnusz-gyűrűket a mechanika alapján, vagy eddig ismeretlen törvényeket kell feltételezni [3, 291. old.]:

– “We must either explain its motion on the principles of mechanics, or admit that, in the Saturnian realms, there can be motion regulated by laws which we are unable to explain.”

Mintha csak egy mai szöveget olvasnánk a standard modellen túli új fizika kereséséről!

A jelentős matematikai apparátust alkalmazó, 89 oldalas pályamunka következtetése két pontban foglalható össze [3, 372. old.]:

A Szaturnusz körül látható gyűrű nem lehet egyetlen összefüggő, szilárd szerkezet, mert – amint a számítás kimutatta – ahhoz csak egyetlen stabil helyzet tartozik. Ha a szilárd gyűrű ebből a helyzetéből egy külső hatás bármilyen kis mértékben is eltértené, akkor az eltérés rohamosan növekedne, és a gyűrű végül a bolygóba csapódna.

Ha a gyűrű sok kis szilárd „szatellitből” áll, amelyek mozgását elsősorban a központi bolygó határozza meg, és csak kis mértékben az egymás közötti vonzás, akkor ezek mozgása különböző lehet, azonban az általuk alkotott teljes gyűrű *csaknem változatlan marad!* Maxwell szükségesnek látja kiemelni az impulzusmomentum megmaradásának fontosságát: *érvényes a stabilitás akkor is, ha a szatellitek esetleg ütköznek egymással; az impulzusmomentum akkor is megmarad* [3, 352. old.]:

– “Such collisions however will not affect what is called the Angular Momentum of the system about the planet, which will therefore remain constant.”

Nagaoka atommodellje

Csaknem fél évszázaddal később, 1903. december 5-én, a Tokiói Matematikai és Fizikai Társulat ülésén *Hantaro Nagaoka* ismerteti atommodelljét, amelyet vonal- és sávspektrumok értelmezésére dolgozott ki [4–6]. A modell szerint egy *nagy tömegű, pozitív töltésű központ körül keringő sok elektron* oszcillációjával magyarázhatók az atom által kibocsátott spektrumvonalak. Nagaoka egyenletei hasonlóak Maxwell Szaturnusz-gyűrűit leíró egyenleteihez, azzal a különbséggel, hogy itt nemcsak vonzás, hanem taszítás is fellép a relatív töltéseknek megfelelően [6]:

– “Small oscillations of this kind have already been treated by Maxwell in his essay, on the stability of Saturn's rings; the system will be the same if the re-

Megköszönöm *Zolnai Dóra* könyvtárosnak az évszázados források beszerzésében nyújtott segítségét.



Angeli István a Debreceni Egyetem ny. egyetemi tanára. Az ELTE TTK fizikus szakán végzett 1955-ben. Részt vett azon kísérletekben, amelyek a magyarországi szenek urántartalmának elődúsítására irányultak. Munkatársaival totális neutron-hatáskeresztmetszeteket mért; az értelmezéshez kifejlesztették az optikai modell félklasszikus változatát. A töltéssugárban héj- és deformációs effektusokat tártak fel. 2004-ben és 2013-ban magsugártáblázatokat közölt az *Atomic Data and Nuclear Data* folyóiratban.

pling particles of the present system be substituted by the attracting satellites.”

Több ilyen elektrongyűrűt is fel kell tételezni, a különböző elemek atomjaiban. Cikke végén még utal arra, hogy az atomok kapcsolódásával a molekula-képződés és a radioaktivitás is értelmezhető. Kérdésre válaszolva megerősíti, hogy az ő modelljében az atom elektronjainak száma jóval nagyobb, mint a központi pozitív töltés, tehát *az atom elektromosan nem semleges* [7]. Egy későbbi közleményében ezt részletesebben is kifejti: könnyű elemek atomjaiban több száz, a nehéz elemekében pedig százezer is lehetséges [8, 518. old.]:

– „...ein chemisches Atom mit Elektronen verbunden ist, welche in dem leichtesten Element sich auf mehrere Hunderte belaufen, während ihre Anzahl in schweren Atomen hunderttausend erreichen kann.“

Ez a sokelektronos atom a Maxwell-féle Szaturnusz-gyűrűkre emlékeztet.

Nagaoka munkásságának összefoglalását megtalálhatjuk *Takasbi T. Inamura* 2016-os cikkében [9]. Itt jegyezzük meg, hogy Nagaoka többször hivatkozik a kor ismert európai fizikusaira (*Balmer, Kayser, Runge, Rydberg, Hertz*), de *nem említi Planck nevét*, pedig ő három évvel azelőtt közzétette a kvantumos hő-sugárzás-elméletet (1900).

A Thomson-féle atommodell

Joseph John Thomson az elektron felfedezése (1897) után időszerűnek látja egy kvantitatív atommodell kidolgozását [10]. A Thomson-féle atommodell alapfeltevései közé tartozik, hogy az atom pozitív részének nagyjából egyenletesen tölti ki az atom teljes térfogatát. Ez teszi lehetővé, hogy stabil elektronpályák alakuljanak ki. *Planckról és az energia kvantáltságáról ő sem tesz említést.* (A Thomson-modell részletesebb ismertetése a *Fizikai Szemle* 2021. július–augusztusi számában olvasható [11]).

Ad astra:

Nicholson klasszikus és kvantumos modellje

John William Nicholson, angol csillagász és matematikus, a portsmouth-i brit tudományos társaság (The British Association for the Advancement of Science, Portsmouth) 1911. őszi találkozásán beszámol arról a munkájáról, amellyel értelmezte a különböző kémiai elemek atomjainak összetételét és atomsúlyát [12]. A héliumot előbb fedezték fel a Nap spektrumában, mint a laboratóriumban; ez vezette Nicholsont arra a gondolatra, hogy az égitestek spektrumának vizsgálatával új elemeket lehet felfedezni. Szerinte minden atom négy alapvető egységből, „protíl”-ből épül fel. Ezek néhány nagy tömegű pozitív részt és két, három, négy, illetve öt elektront tartalmaznak. A két-elektronos protíl könnyebb, mint a hidrogénatom, feltételezhetően nemes gáz; ez a *Coronium*, amely a

napkoronában található. A három-elektronos protíl a hidrogén. A négy-elektronos a *Nebulium* [13], amelynek spektruma a kozmikus ködökben, például az Orion-ködben található; az öt-elektronos pedig a *Protofluorin*. A szokatlan – és nagyrészt kihalt – kémiai elnevezések iránt érdeklődő olvasó bőséges gyűjteményt talál [14]-ben. A nebulium spektrumáról később kiderült, hogy kétszeresen ionizált oxigén- és nitrogénatom vonalairól van szó; a protofluorinnak tulajdonított vonalak pedig erősen ionizált vasatomokból származnak. Egy-elektronos protíl nem létezhet, mert a sugárzási veszteség miatt nem lehetne stabil.

A rövid szóbeli ismertetést egy részletesebb, de még mindig előzetesnek mondott folyóiratcikk követte [15]. Ebben, több elektron esetére, a sugárzási veszteségre vonatkozó kérdést azzal hárítja el, hogy a kör mentén egyenletesen elosztott, azonos gyorsulású elektronok gyorsulásvektorának eredője zérus, tehát nincs kisugárzás [15, 866. old.]:

– „...if n electrons are rotating at equal distances round the same circle, they each have an acceleration of the same amount towards the centre, and the vector sum of these accelerations is zero. This is Larmor's condition for the absence of radiation.”

Mérlegeli, hogy az atomban lévő pozitív töltés vajon milyen térbeli eloszlás esetén vezet helyes eredményre. A Thomson-féle egyenletes térfogati eloszlást csak mint ideiglenes, számítást megkönnyítő feltevésnek tekinti. Szerinte kis méretű és nagy tömegű pozitív részt kell feltételezni, mert meg van győződve arról, hogy *a tömeg kizárólag elektromos eredetű:*

$$m = \frac{2}{3} \frac{e^2}{ac^2},$$

ahol e a részecske töltése, a a sugara és c a fénysebesség [16, 165. old.]; tehát a kis sugárhoz nagy tömeg tartozik – és viszont.

Nagyon érdekes, ahogyan Nagaoka szaturnuszi rendszerére (*Saturnian system*) utal, mint amit Rutherford új életre keltett. Itt érdemes őt magát idézni [15, 866. old.]:

– “Evidently the difficulty is extreme on Sir J. J. Thomson's view of the atom, which, it must borne in mind, was only a provisional one, adopted mainly for purposes of mathematical simplicity. It is none the less extreme on Rutherford's more recent view, a revival of the suggestion of Nagaoka, of a simple Saturnian system in the atom, involving only a single positive nucleus.”

Próbálkozik egyenletes sűrűségű felületi eloszlással is, de az nem vezet használható eredményre.

Még a bevezető részben utal arra, hogy elméletének alapfeltevéseit a ködök és a napkorona spektrumának vizsgálata igazolja. A nebuláris spektrumokban, például az Orion-ködben találtak olyan vonalakat, amelyeket nem lehetett a már ismert hidrogén- vagy héliumspektrumhoz rendelni. Modellje és a Thomson-modell dinamikája alapján számításokat

végez az atom rezgési frekvenciáira. Az eredmények azt mutatják, hogy a nebuláris vonalak a *szabad nebuliumhoz* rendelhetők (*in uncompound form*) [17, 64. old.]:

– "...it is possible to say that the element nebulium as defined is a probable source of the nebular lines."

A protofluorinra utaló vonalat nem talál a nebuláris spektrumokban, azonban a napkoronáéban valószínűsíthető volt [18], ezért további vizsgálatot tervez.

„Sir J. J. közbelép...”

Ez nem egy Rejtő-regény fejezetcíme, hanem egy fizikatörténeti jelentőségű esemény: 1912 tavaszán Thomson – éppen a klasszikus atommodell kidolgozója! – előadást tart az akadémián (Royal Institution), amelyben, Planck munkájára utalva, azt fejtegeti, hogy *a kvantum jelleg az átalakuló atom tulajdonsága, nem pedig az energiáé*. Egy későbbi közleményében ezt le is írja [19, 792. old.]:

– "...Planck's relation depends on the properties of the atom, the agent by which the energy is transformed, rather than upon the existence of a structure in the energy itself."

(Marx György találó hasonlata szerint: ahogy a hordóból kifolyó bort palackozzák: *kvantálják*.)

Feltehetően ez motiválja Nicholont [16, 171. old.], hogy amikor újra, részletesebb vizsgálat alá veszi a protofluorin spektrumát, akkor *figyelembe veszi Planck kvantumelméletét*. Számításaival előre jelez egy eddig még nem észlelt nebulium-vonalat, amelyet még ugyanebben az évben két obszervatórium is megfigyel. Elmélete számára ez a siker drámai megerősítést jelent. És ezzel fontos felismerésre jut: az ő modellatomjai, mint rezgő rendszerek, *ugyanolyan törvényszerűséget követnek, mint a Planck-féle oszcillátorok* [20]:

– "It is evident that the model atoms with which we deal have many of the essential characteristics of Planck's 'resonators'."

Ezt tudomásul véve, további munkája során történelmi jelentőségű szabályosságot fedez fel: *egy atom impulzusmomentuma a sugárzási átmenet során csak diszkrét értékekkel változhat* [20, 679. old.]:

– "...the angular momentum of an atom can only rise or fall by discrete amounts."

A folytatásban kiemeli, hogy ha az atom kvantumokban veszít energiát, akkor a sugárzás nem folytonos spektrumú, hanem éles vonalakból áll [21, 730. old.]:

– "If it loses energy by definite amounts, instead of in a continuous manner, it should show a series spectrum with lines corresponding to each of the stages."

W. M. Wilson nekrológja [22] szerint a kvantált impulzusmomentum-változás felismerése tekinthető Nicholson legjelentősebb tudományos eredményének. Megtudjuk a nekrológból azt is, hogy *ez az eredmény inspirálta tanítványát, Niels Bohrt*:

– "There is no doubt that this work inspired his pupil, Niels Bohr, to explore the consequences..."

Nicholson atomelméletéről a [16] közleményben található bőszéges tájékoztatást az érdeklődő olvasó. A nekrológ szerzőjétől pedig olvashatunk egy részletes életrajzi ismertetést is [23], amelyből itt csak egy momentumot emelünk ki – Nicholson tudományos kvalitásának jellemzésére: kétszer is elnyerte az Adams-díjat, 1913-ban és 1917-ben – amit Maxwell 1856-ban.

Az első Bohr-féle atommodell

Rutherford ösztönzésére Niels Bohr vállalkozik egy új atommodell megszerkesztésére [24]. Emlékeztetünk arra, hogy még *nincs Schrödinger-egyenlet* (1926); a 13 éves *Wolfgang Pauli* és a 12 éves *Werner Heisenberg* pedig még csak a gimnázium padját kopatja. A modell felépítésénél az egyetlen megkötést a *Planck-féle energiakvantálás* jelenti, amit Nicholson nyomán Bohr is bevezet. Egyébként azonban *az első Bohr modell csaknem klasszikus mini bolygórendszer*.

Bohr szembesül a klasszikus elektrodinamika alkalmazhatóságának korlátaival: sugárzásmentes elektronállapotok az atomban? A megoldást a Planck-féle kvantum sugárzáselmélet alkalmazása adja. Ennek alapján elfogadja, hogy az atomi kisugárzás nem folyamatosan, hanem *hν* energiaadagokban történik. Magyar szempontból nem érdektelen feljegyezni a kezdeti lépést (1913. február 7.) [16, 178. old.]:

– "In a letter to his friend G. Hevesy..., Bohr gave a full description of the foundations of his theory..."

Az új atommodellben minden sugárzásmentes elektronállapothoz egy τ kvantumszám tartozik, amely meghatározza az állapot tulajdonságait. Ezeket a tulajdonságokat Bohr a klasszikus, nem-relativisztikus mechanika alapján számítja ki ($v_{el} \ll c$), és a tapasztalt hidrogénatom-spektrummal jó egyezést talál. A W ionizációs energia a $\tau = 1$ értéknél a legnagyobb; ez a rendszer legstabilabb állapota. Tehát a Planck-féle kvantum sugárzáselmélet alkalmazásának hatására *a rendszer mechanikai leírása is kvantumossá vált*. A minibolygó-modellt a hidrogén atomra alkalmazva, az átmeneti frekvenciákra a

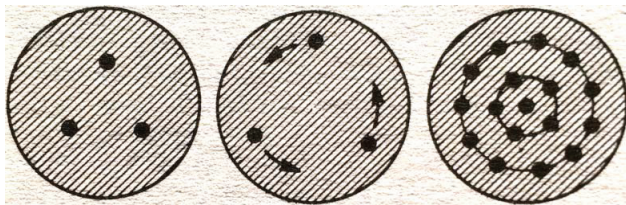
$$\nu = \frac{2\pi m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right)$$

kifejezést kapja, a tapasztalattal (Balmer-sorozat) egyezésben. Ez egyúttal jóslás az akkor még nem mérhető ultraibolya és infravörös átmenetek frekvenciáira is.

Elvi fontosságú eredmény, hogy Bohr *észreveszi*, hogy a stacionárius pályák egy egyszerű feltételt teljesítenek: a mag körül keringő elektron M impulzusmomentuma egy univerzális állandó egész számú (τ) többszöröse:

$$M = \tau M_0,$$

ahol



1. ábra. A Thomson-féle atommodell [25, 326. old.].

$$M_0 = \frac{h}{2\pi}$$

– “...the angular momentum of the electron round the nucleus in a stationary state of the system is equal to an entire multiple of a universal value” [24, 15. old.].

Bohr ezzel megerősíti J. W. Nicholson korábbi észrevételét, mely szerint az atom impulzusmomentuma csak diszkrét értékeket vehet fel.

Több-elektronos rendszert vizsgálva feltételezi, hogy az elektronok egy kör kerülete mentén, egyenlő szögintervallumokkal helyezkednek el, és ezek együttes stabil mozgását vizsgálja. Az egyelektronos esethez hasonlóan itt is *azt kapja, hogy minden egyes elektron impulzusmomentuma $h/2\pi$!*

– “As for the case of a single electron we get that the the angular momentum of each of the electrons is equal to $h/2\pi$...” [24, 22. old.].

Amint növekszik az elektronok száma, fellépnek olyan konfigurációk, amelyekben az elektronok nem egyetlen gyűrűben rendeződnek el, 1. ábra [25, 326. old.], ez emlékeztet a Thomson-modellre.

Itt az egyetlen megkötés a Planck-féle energiakvantálásból eredő *impulzusmomentum-kvantálás*, amit a korábbi tapasztalatok alapján – és Nicholson nyomán – a sugárzásmentes stacionárius állapot feltételül Bohr most már *posztulátumként előír!* Ehhez járul még az a követelmény, hogy stabil állapotban *valamennyi elektron a legalacsonyabb energiájú állapotban ($\tau = 1$) legyen* [24, 23. old.]; hiszen még nincs Pauli-elv!

Következő munkájában kitér arra, hogy ha az elektron sebessége nem elhanyagolható a fénysebességhez képest, akkor az impulzusmomentum-követelményből nem következik pontosan az energia körfrekvenciával való arányossága [26, 479. old.]; azonban megszűnik ez a probléma, ha az m elektrontömeg helyett

$$\frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

értéket használ.

Részletes táblázatban közli a könnyű atomok elektronelrendeződését [26, 497. old.]. A táblázatot szemlélve érthető, hogy Bohrnak is feltűnik az a periodicitás, amely az elemek kémiai tulajdonságaiban érvényesül. Érdekes ezt a Bohr-féle táblázatot összehasonlítani a modern kvantummechanikai számítások eredményével, 2. ábra [27, 280. old.].

Itt érdemes idézni Bohr cikkének utolsó, összefoglaló bevezetését:

1 (1)	1	H	1				
2 (2)	2	He	2				
3 (2, 1)	3	Li	2	1			
4 (2, 2)	4	Be	2	2			
5 (2, 3)	5	B	2	2	1		
6 (2, 4)	6	C	2	2	2		
7 (4, 3)	7	N	2	2	3		
8 (4, 2, 2)	8	O	2	2	4		
9 (4, 4, 1)	9	F	2	2	5		
10 (8, 2)	10	Ne	2	2	6		
11 (8, 2, 1)	11	Na	2	2	6	1	
12 (8, 2, 2)	12	Mg	2	2	6	2	
13 (8, 2, 3)	13	Al	2	2	6	2	1
14 (8, 2, 4)	14	Si	2	2	6	2	2
15 (8, 4, 3)	15	P	2	2	6	2	3
16 (8, 4, 2, 2)	16	S	2	2	6	2	4
17 (8, 4, 4, 1)	17	Cl	2	2	6	2	5

2. ábra. Elektronelrendeződések: balra az első Bohr-modell szerint [26, 497. old.]; jobbra mai ismereteink szerint [27, 280. old.].

– “In the present paper it has been attempted to show that the application of Planck’s theory of radiation to Rutherford’s atom-model through the introduction of the hypothesis of the universal constancy of the angular momentum of the bound electrons, leads to results which seem to be in agreement with experiments.”

Mester és tanítványa

Különösen érdekes az az időszak, amikor a sikeres Nicholson és a négy évvel fiatalabb, a témával éppen csak foglalkozni kezdő Niels Bohr párhuzamosan dolgozik [16, 173. old.]. Figyelik egymás munkáját, tapintatos kritikai megjegyzéseket tesznek; próbálják megfogalmazni, hogy megközelítésük miben egyezik és miben különbözik [16, 184. old.].

– “After 1913 the interaction between Bohr and Nicholson was no longer one-way. It was now Nicholson’s turn to come to terms with another’s ideas, seemingly so close to his own at times, and at other times so at odds.”

Gyökeres a különbség a kisugárzás mechanizmusának elképzelésében. Nicholson klasszikus felfogása szerint a sugárzás frekvenciája az atomokban mozgó töltések keringési frekvenciájával egyezik meg. Ezzel ellentétben Bohr a sugárzásmentes állapotok között történő átmenet $\varepsilon = h\nu$ energiának megfelelő ν frekvenciákkal jut a kísérletekből kapott Balmer-formulárra. A formulában szereplő Rydberg-állandó az ismert e , m és h értékekkel kifejezhető; nincs szükség illesztet paraméterre. Ez elméletének nagy sikere.

Epilógus

Az 1913-at követő években egy ideig még megoszlik a fizikus és csillagász közösségek véleménye a kétféle atommodellről. 1913-ban *Jeans* a British Association egy ülésén kedvezően nyilatkozik Bohr elméletéről.

W. M. Hicks viszont 1914-ben az ausztráliai találkón rámutat, hogy a Nicholson által számított frekvenciák az első megnyugtató elméleti leírást adják a csillagászok által mért spektrumokról [16, 183. old.]. Ezen az ülésen Nicholson is részt vesz, és magabiztosan így nyilatkozik Bohr elméletéről:

– "...the balance of experimental evidence is against Bohr's theory at present."

A Nicholson által továbbra is alkalmazott „protíll”-kép egyre kevésbé tartható. Ezt azonban ő nem hajlandó tudomásul venni. A negatív jelzések alapján úgy érzi, hogy nem akarják elismerni munkájának jelentőségét. Valamiféle ellene irányuló összeesküvésre gyanakszik, és ez végül is teljes testi-lelki leromláshoz, depresszióhoz vezet. 1930-ban megválnak az egyetemről, hamarosan kórházba kerül, és 25 év szenvedés után, mindenkitől elfeledve, a warnefordi kórházban meghal [14, 480. old.]:

– "Nicholson had unwisely dragged in nonexistent primary substances on which he based part of his theoretical work. Consequently, his scientific credibility was greatly diminished and his academic career, to use an astronomical term, was as brief as a meteor.

– ...he began to nurse a growing resentment toward the founding fathers of quantum mechanics. He maintained that he had been the victim of a conspiracy for not having received adequate recognition for his contributions to physics, and he pointed the finger at the most influential people in the discipline. He found consolation at the university tavern so much so that, by 1930, he was no longer able to accomplish his academic duties, and he lost his job. Nicholson fell into a profound state of depression and alcoholism; he passed the last 25 years of his life, practically forgotten, in the hospital at Warneford."

Kiváló tudós volt, Bohrra gyakorolt hatása fizika-történeti jelentőségű. Jobb sorsot érdemelt volna.

Az atommag töltése

Az új atommodellhez tudni kell, mekkora a központi mag elektromos töltése. Rutherford [2] cikkében azt írja, hogy egy atom elektronjainak száma közel fele az atomsúlynak: $A/2$. Itt *kémiai atomsúly* értendő, az $A = N + Z$ tömegszám csak a neutron 1932-es felfedezése után lett értelmezhető. Ugyanebben az évben – a méltatlanul elfeledett – *Antonius van den Broek*, holland amatőr fizikus azt állítja, hogy az elemek lehetséges száma egyenlő a lehetséges atomi töltések számával, vagyis minden lehetséges atomi töltéshez egy lehetséges elem tartozik [28]:

– "...the number of possible elements is equal to the number of possible permanent charges of each sign per atom, or to each possible permanent charge (of both signs) per atom belongs a possible element."

1913-ban a Manchesteri Egyetemen – Rutherford javaslatára – *Johannes Wilhelm Geiger* és az egyetemi hallgató *Ernest Marsden* részletes mérésorozatot végez a Rutherford-formula kísérleti ellenőrzésére

[29]. A bevezető részben megjegyzi, hogy bár a vékony fóliákon történő szóródás többsége leírható sok, egymás után következő ütközés összegeként, de körülbelül 1/8000 része semmiképpen nem magyarázható többszörös ütközéssel. A szóródás szögeloszlása és a beeső α -részek sebességétől való függése megfelel a Rutherford-modell által jósoltak. Megjegyzik végül, hogy az atom központi töltése az atomsúly felével egyenlő ($A/2$); ez az eredmény azonban körülbelül $\pm 20\%$ bizonytalanságú.

Rutherford és *Nuttall* [30] gázokon (H, He, CH₄, CO₂, SH₂) végez α -szórás-kísérletet. Ezt nehezebb végrehajtani, mint szilárd fóliákon; azonban az elérhető pontosságon belül azt kapják, hogy ha a Geiger–Marsden-kísérlet alapján elfogadják, hogy a szénatom elektromos töltése $n_C = 6$ egység, akkor a hidrogéné $n_H = 1$, a héliumé pedig $n_{He} = 2$. Ez utóbbit támasztja alá az a korábbi tapasztalat is, hogy az α -részek eltéréseiből $|n| = 2$ adódott. Ebben a közleményben Rutherford már határozottan *pozitív töltésű atommagról* beszél; kezdetben ugyanis még mindkét szereposztást lehetségesnek tartotta [2]. A cikk végén Niels Bohr munkájára [24] hívja fel a figyelmet:

– "This simple structure for hydrogen and helium atoms has been assumed by Bohr in a recent interesting paper on the constitution of atoms, and has been shown by him to yield very promising results."

Van den Broek egy újabb rövid közleményben [31] azt állítja, hogy jobb az egyezés a Rutherford-féle szórás-kísérlet és az elmélet között, ha a mag töltése nem $A/2$ -vel, hanem M -mel arányos, ahol M az adott elem Mengyelejev-rendszerben elfoglalt helyét jelöli. Részletesebben tárgyalja ugyanezt a kérdést egy későbbi cikkében [32], ahol megemlíti, hogy *Moseley* mérései szerint a karakterisztikus röntgensugárzás sem A -tól, hanem M -tól függ. Egy évvel később Van den Broek ismét foglalkozik a magban lévő töltések M számával [33]. Pontokba foglalja ma is érvényes állításait:

– " $M =$

(1) the charge on the nucleus on Rutherford's theory;
(2) the number of electrons surrounding that nucleus;
(3) the atomic number of an element in Mendeléeff's series."

Rutherford és munkatársai az α -szórás-kísérletekből eddig arra következtettek, hogy a mag töltése közelítőleg a (kémiai) atomsúly fele [34, 496. old.]:

– "We have seen that from an examination of the scattering of α -particles by matter, it has been found that the positive charge on the nucleus is approximately equal to $\frac{1}{2}Ae$, when A is the atomic weight and e the unit charge."

De rögtön azt is megemlíti, hogy van den Broek javaslata szerint a mag töltése és így az atomi elektronok száma, a periódusos rendszer szerinti sorszám kellene, hogy legyen:

– "...an interesting suggestion by van den Broek that the number of units of charge on the nucleus, and consequently the number of external electrons, may be equal to the number of the elements when arranged in order of increasing atomic weight."

Ez utóbbi javaslat később nagyon hasznosnak bizonyult, mert Bohr már ezt fogadta el modelljének kidolgozásához:

– “This view has been taken by Bohr in his theory of the constitution of simple atoms and molecules.”

A kérdés fontossága miatt a háború után Chadwick újabb, pontosabb α -szórás kísérleteket végez platina-, ezüst- és rézfóliákon. Az eredményül kapott magtöltések értéke [35, 745. old.]: Pt: 77,4 (78) [98], Ag: 46,3 (47) [54], Cu: 29,3 (29) [32].

Az első szám a Chadwick által mért érték; kerek zárójelben a Van den Broek és Moseley javaslata szerinti atomszám, míg a szögletes zárójelben a megfelelő fél-atomsúly ($A/2$) egészre kerekített értéke. Chadwicknek ez a precíz ($\pm 1\%$) mérése eldöntötte a kérdést – Van den Broek javaslatát igazolva.

Irodalom

1. E. Rutherford: The Scattering of the α and β Rays and the Structure of the Atom. *Manchester Mem.* 55 (1911, March, 7th) 18.
2. E. Rutherford: The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom. *Phil. Mag. Ser. 6*, 21 (1911, April/May?) 669.
3. J. C. Maxwell: On the Stability of the motion of Saturn's Rings. *Collected Papers*, I (1856) 288.
4. H. Nagaoka: Motion of particles in an ideal atom illustrating the line and band spectra and the phenomena of radioactivity. *Proc. Tokyo Math. Phys. Soc.* 2 (1904) 92.
5. H. Nagaoka: Kinetics of a System of Particles illustrating the Line and the Band Spectrum and the Phenomena of Radioactivity. *Phil. Mag. Ser. 6*, 7/41 (1904) 445.
6. H. Nagaoka: On a Dynamical System illustrating the Spectrum Lines and the Phenomena of Radio-activity. *Nature* 69 (1904, Feb. 25.) 392.
7. H. Nagaoka: A Dynamical System illustrating the Spectrum Lines. *Nature* 70 (1904, Jun. 9.) 124.
8. H. Nagaoka: Über ein die Linien- und Bandenspektren, sowie die Erscheinungen der Radioaktivität veranschaulichendes dynamisches System. *Phys. Zeitsch.* 5 (1904) 517.
9. T. T. Inamura: Nagaoka's atomic model and hyperfine interactions. *Proc. Jap. Acad.* B92 (2016) 121.
10. J. J. Thomson: On the Structure of the Atom: an Investigation of the Stability and Periods of the Oscillation of a number of Corpuscles arranged at equal intervals around the Circumference of a Circle; with Application of the results to the Theory of Atomic Structure. *Phil. Mag. Ser. 6*, 7 (1904) 237.
11. Angeli István: Út a nagyszögű α -szóráshoz. *Fizikai Szemle* 71/7–8 (2021) 190. ([10] magyar nyelvű ismertetése.)
12. J. W. Nicholson: On the Atomic Structure of the Elements, with Theoretical Determinations of their Atomic Weights. *Rep. 80th Meeting British Assoc. Advancement. Sci. Portsmouth* (1911, Aug. 31. – Sept. 7.) 320.
13. M. L. Huggins: Teach me how to name the ... light. *Astrophys. J.* 8 (1898) 54.
14. M. Fontani, et al.: *The Lost Elements: the Periodic Table's Shadow side*. Oxford University Press, 2015.
15. J. W. Nicholson: *A Structural Theory of the Chemical Elements*. *Phil. Mag. Ser. 6*, 22 (1911) 864.
16. R. McCormach: The Atomic Theory of John William Nicholson. *Archive for History of Exact Sciences* 3/2 (1966. Aug. 25.) 160.
17. J. W. Nicholson: The Spectrum of Nebulium. *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* 72 (1912) 49.
18. J. W. Nicholson: The Constitution of the Solar Corona. *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* 72 (1912) 139.
19. J. J. Thomson: On the Structure of the Atom. *Phil. Mag. Ser. 6*, 26 (1913, Sept.) 792.
20. J. W. Nicholson: The Constitution of the Solar Corona. II. *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* 72 (1912) 677.
21. J. W. Nicholson: The Constitution of the Solar Corona. III. *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* 72 (1912) 729.
22. W. M. Wilson: Dr. J. W. Nicholson, F.R.S., Obituary. *Nature* 176 (1955) 1051.
23. W. M. Wilson: John William Nicholson, 1881–1955. *Biogr. Mem. Roy. Soc.* 2 (1956) 209.
24. N. Bohr: On the Constitution of Atoms and Molecules. I. *Phil. Mag. Ser. 6*, 26 (1913, July) 1.
25. Simonyi Károly: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest, 1978.
26. N. Bohr: On the Constitution of Atoms and Molecules. Part II. – Systems containing only a Single Nucleus. *Phil. Mag. Ser. 6*, 26 (1913, July) 476.
27. Marx György: *Kvantummechanika*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1964.
28. A. Van den Broek: The number of Possible Elements and Mendeleeff's "Cubic" Periodic system. *Nature* 87 (1911, July. 20) 78.
29. H. Geiger, E. Marsden: The Laws of Deflexion of a Particles through Large Angles. *Phil. Mag. Ser. 6*, 25 (1913) 604.
30. E. Rutherford, J. M. Nuttall: Scattering of a Particles by Gases. *Phil. Mag. Ser. 6*, 26 (1913) 702.
31. A. Van den Broek: Intra-atomic Charge. *Nature* 92 (1913, Nov. 27) 372.
32. A. Van den Broek: Intra-atomic Charge and the Structure of the Atom. *Nature* 92 (1913, Dec. 25) 476.
33. A. Van den Broek: Atomic Models and Regions of Intra-atomic Electrons. *Nature* 93 (1914, March) 7.
34. E. Rutherford: The Structure of the Atom. *Phil. Mag.* 27 (1914, March) 488.
35. J. Chadwick: The Charge on the Atomic Nucleus and the Law of Force. *Phil. Mag.* 40 (1920) 734.

SZÁMÍTUNK RÁD, LÉGY



A FIZIKA BARÁTJA!

Támogasd adód 1%-ával az Eötvös Társulatot!

Adószámunk: 19815644-2-43

A FÖLD FELSZÍNÉN FELLÉPŐ GYORSULÁSOK A DOBÓSPORTOK BIOMECHANIKÁJA HÁTTERÉÜL

1. rész: árapály és forgásslassulás

Pálfi Krisztina, Horváth Gábor – ELTE Biológiai Fizika Tanszék
Slíz-Balogh Judit – ELTE Csillagászati Tanszék

A földfelszíni gyorsulások nagyságrendi sorrendje

A négy fő, olimpiai dobósportág (súlylökés, kalapácsvetés, diszkoszvetés, gerelyhajítás) technikáinak, valamint elméleti és kísérleti (bio)mechanikai tanulmányozásának fejlődése nem állt le [1]. E fejlődés azonban korántsem folyamatos, inkább ugrásszerű, egy-egy új dobótechnikának vagy vizsgálati módszernek köszönhetően. A lézeres távolságméréssel a dobótávok mérési pontossága (1/100 mm) elérte a távhitelesítés maximumát, aminél nagyobb precizításra már nincs szükség. Azon területek egyike – ahol még jelentősebb fejlődés várható – az eldobott (lökött/vetett/hajított) repülő sportszer mozgásának elméleti (számítógépes) és kísérleti (filmelemzéses) vizsgálata. A dobótávok hitelesítése és világcsúcsként való elfogadása terén is még van mit tenni, mert az egymást követő világcsúcsek közti különbség tendenciózusan egyre csökken, mivel a sportolók teljesítőképessége kezd elérni a felső határát.

A dobótávok növekedési ütemének telítődési görbével leírható lassulása eredményeként már érdemes lenne figyelembe venni a környezeti tényezők dobótávra kifejtett hatását. Ilyen tényezők a szélesebbesség, tengerszint fölötti magasság, légnyomás, léghőmér-

séklet és a dobópálya síkjának vízszintestől való eltérése, valamint a dobóhely földrajzi szélessége és a dobás azimutiránya. Az utóbbi két tényező a Föld tengely körüli forgásából származó tehetetlenségi erőkön keresztül fejti ki hatását a dobótávra. Egy $\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$ lineárisan gyorsuló és a t időben változó $\boldsymbol{\omega}(t)$ szögsebességvektorú forgást végző rendszerben (amilyen például a Föld is) eldobott m tömegű sportszer (súly, kalapács, diszkosz, gerely) Newton II. törvénye szerinti mozgásegyenletében az \mathbf{F} eredő valódi külső erő által okozott \mathbf{F}/m gyorsuláson túl a következő négy fiktív tehetetlenségi gyorsulás lép fel:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{\mathbf{F}}{m} - \mathbf{a}_{\text{lineáris}} + \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + 2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}) = \\ &= \frac{\mathbf{F}}{m} - \mathbf{a}_{\text{lineáris}} + \mathbf{a}_{\text{Euler}} + \mathbf{a}_{\text{Coriolis}} + \mathbf{a}_{\text{centrifugális}}, \end{aligned} \quad (1)$$

ahol $-\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$ az $\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$ lineáris gyorsulással ellentétes irányú tehetetlenségi gyorsulás, $\mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}$ az $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ szöggyorsulásvektor keltette Euler-gyorsulás, $2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$ és $\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega})$ pedig az $\boldsymbol{\omega}$ szögsebességvektor keltette Coriolis- és centrifugális gyorsulás. *Mizera* és *Horváth* [2], *Horváth* [3], valamint *János* és *Bántay* [4] vizsgálták a centrifugális és Coriolis-gyorsulás súlylökés és kalapácsvetés dobótávjait csökkentő/növelő hatásait a forgó és keringő Földön, a Föld lineáris és Euler-gyorsulását elhanyagolhatónak tételezve fel a gravitációs, centrifugális és Coriolis-gyorsulásához, valamint a légellenállás miatti lassuláshoz képest.

Cikkünk célja, hogy a csillagászati és geofizikai szakirodalom áttekintésével a Föld (1)-beli négy tehetetlenségi gyorsulását számszerűen becsüljük meg, és nagyságrendi sorba rendezzük annak érdekében, hogy ténylegesen melyikük hatását érdemes figyelembe venni s melyikük hanyagolható el a forgó és keringő Föld felszínén űzött dobósportok dobótávjaira [5]. A hazai és nem-



Pálfi Krisztina 2021-ben szerzett Fizika BSc diplomát az ELTE TTK-n. A *Forgó és keringő Föld tehetetlenségi gyorsulásai a dobósportok biomechanikája hátteréül* című szakdolgozatát az ELTE Biológiai Fizika Tanszékén írta Horváth Gábor témavezetésével. Tanulmányait jelenleg a BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar egészségügyi mérnök mesterszakán folytatja. Érdeklődési köre a biofizika és a programozás.



Horváth Gábor fizikus, az MTA doktora, egyetemi tanár, az ELTE Biológiai Fizika Tanszék Környezetoptika Laboratóriumának vezetője. A vizuális környezet optikai sajátosságait és az állatok látását tanulmányozza, továbbá biomechanikai kutatásokat folytat. Számos szakmai díj és kitüntetés tulajdonosa. Évtizedek óta aktív tudományos ismeretterjesztői munkát is folytat előadások és cikkek formájában.



Slíz-Balogh Judit a BME-n végzett matematikus-mérnökként, majd menedzserként dolgozott a Graphisoft SE szoftverfejlesztő cégnél. A Pázmány Péter Katolikus Egyetem Hittudományi szakán hittanári, majd az ELTE-n csillagász diplomát szerzett, ahol 2020 őszén doktorált a Fizika Doktori Iskola Rézecskefizika és Csillagászat programjában. Fő kutatási területe az égi mechanika, azon belül a Naprendszer Lagrange-pontjainak kaotikus dinamikája és képalakító polarimetriája.

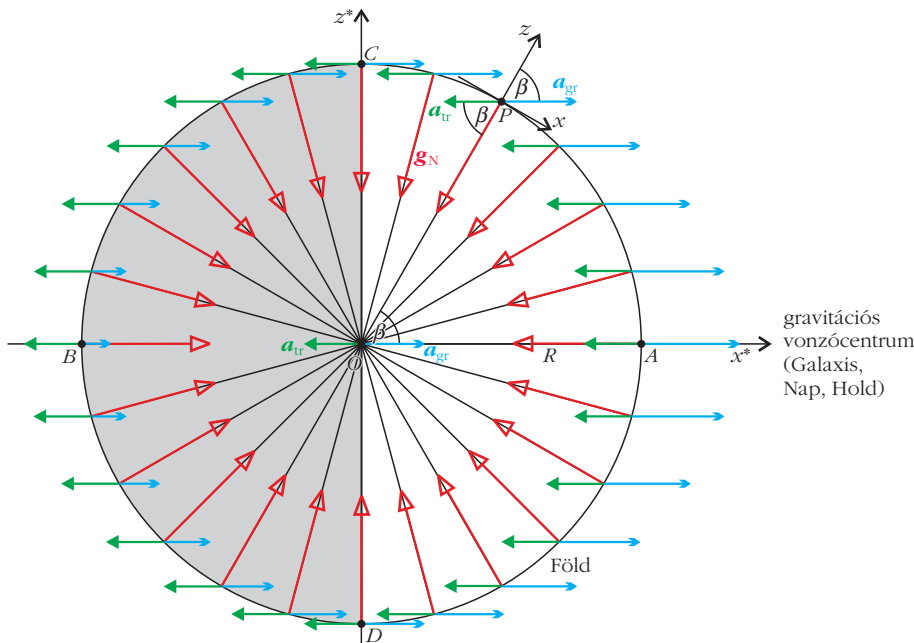
zetközi szakirodalomban egyaránt hiánypótlónak számít az itt közölt csillagászati és geofizikai számítások/becslések egyetlen közleménybeli tömör összefoglalása, ami jól alkalmazható az oktatásban is.

Földfelszíni árapálygyorsulások

A Föld eredő lineáris gyorsulásának három összetevője a Föld Föld-Hold rendszer tömegközéppontja körüli \mathbf{a}_{FH} centripetális gyorsulásából, a Föld (és Hold) Nap körüli \mathbf{a}_{FN} centripetális gyorsulásából és a Naprendszerbeli Föld Tejútrendszer (továbbiakban Galaxis) centruma körüli \mathbf{a}_{FG} centripetális gyorsulásából tevődik össze. Eltekintve az Euler-, Coriolis- és centrifugális gyorsulásoktól, valamint a légellenállástól, vegyük sorra a három gravitációs eredetű centripetális (a Földdel együtt mozgó koordináta-rendszerben centrifugális) gyorsulást külön-külön, s az egyszerűség kedvéért közelítsük a gravitációs vonzócentrum (Galaxis, Nap, Föld-Hold rendszer tömegközéppontja) körüli keringési pályát körrel, ami elsőre megtehető a valódi ellipszis pályák kis excentricitása miatt. Ekkor az (1)-beli \mathbf{F} a vonzócentrumnak az m_{F} tömegű Föld O tömegközéppontjára ható \mathbf{G} gravitációs erejével egyenlő, ami az O $\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$ centripetális gyorsulását váltja ki. Az O -val együtt keringő, centripetálisan gyorsuló koordináta-rendszerben O nyugalomban van, azaz (1) szerint $\mathbf{a} = \mathbf{G}/m_{\text{F}} - \mathbf{a}_{\text{lineáris}} = 0$, ami annak felel meg, hogy a \mathbf{G}/m_{F} gravitációs gyorsulást éppen kompenzálja a $-\mathbf{a}_{\text{lineáris}}$ centrifugális gyorsulás (súlytalansági állapot).

Mindebből azonban nem az következik, hogy a Föld felszínén eldobott sportszerre semmi hatása sincs a vonzócentrum körüli keringésnek, hiszen a Föld nem pontszerű, hanem elsőre egy R átlagos su-

1. ábra. A földfelszíni árapálygyorsulás számításához. A nyilakkal szemléltetett \mathbf{a}_{tr} és \mathbf{a}_{gr} gyorsulásvektorok \mathbf{g}_{N} gravitációs gyorsuláshoz képesti hossza nem méretarányos, de az ábra jól szemlélteti az \mathbf{a}_{gr} vektor hosszának csökkenését a β szög növekedésével. Az \mathbf{a}_{tr} és a \mathbf{g}_{N} hossza állandó.



garú gömbbel közelíthető. Márpedig ekkor a Föld felszínén fellép a vonzócentrum (Galaxis, Nap, Hold) helyfüggő gravitációs ereje miatti $\mathbf{a}_{\text{árapály}}$ árapálygyorsulás [6]. E fejezetben e három árapálygyorsulás nagyságát becsüljük meg a Föld sarkain mérhető

$$g_{\text{Newton}} = 9,832 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

Newton-féle gravitációs gyorsuláshoz képest, ami a Föld egész felszínére lenne érvényes, ha a Föld nem forgana.

A galaxiscentrum körüli keringésből származó árapálygyorsulás

A Galaxis (Tejútrendszer) korongjában a centrum körül keringő égitestek a kis pályadőlésszögük miatt jó közelítésben a főkis párhuzamos körpályákon mozognak a rendszer középpontja körül [7]. A Föld O centrumának távolsága a Galaxis középpontjától $r_{\text{FG}} = 25\,800$ fényév $= 2,441 \cdot 10^{20}$ m, keringési ideje pedig $T_{\text{FG}} = 238 \cdot 10^6$ év $= 7,505568 \cdot 10^{15}$ másodperc. A Föld e körmozgásából eredő \mathbf{a}_{FG} lineáris gyorsulása a galaxiscentrum felé mutató centripetális gyorsulással egyezik meg, aminek nagysága:

$$a_{\text{FG}} = r_{\text{FG}} \omega_{\text{FG}}^2 = r_{\text{FG}} \left(\frac{2\pi}{T_{\text{FG}}} \right)^2 \quad (3)$$

A Föld O centrumában a centrifugális erő egyenlő a Galaxis gravitációs vonzerejével:

$$r_{\text{FG}} \left(\frac{2\pi}{T_{\text{FG}}} \right)^2 = \frac{\gamma m_{\text{G}}}{r_{\text{FG}}^2}, \quad (4)$$

itt $\gamma = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ az egytetemes gravitációs állandó.

Mivel eltekintettünk a Föld tengely körüli forgásától, ezért a Föld kör menti translációt végezz, miáltal az O tömegközéppontjával együtt minden más pontja is r_{FG} sugarú körpályán mozog

$$\mathbf{a}_{\text{tr}} = \mathbf{a}_{\text{FG}} \quad (5)$$

transzlációs centripetális gyorsulással. Mivel a Föld igen messze van a galaxiscentrumtól, ezért a földfelszín különböző pontjaibeli \mathbf{a}_{tr} gyorsulásvektorokat nyugodtan tekinthetjük egymással párhuzamosnak. Így a Földhöz rögzített koordináta-rendszerben a földfelszín 1. ábra szerinti tetszőleges P pontjában három gyorsulás hat, \mathbf{a}_{tr} , \mathbf{g}_{N} és

$$a_{\text{gr}} = \frac{\gamma m_G}{(r_{\text{FG}} - R \cos \beta)^2}, \quad (6)$$

ahol m_G a Galaxis tömege az r_{FG} sugarú gömbön belül a galaxiscentrumban összegezve, a β szöget pedig a Galaxis és a Föld centrumát összekötő egyenestől mérjük (1. ábra). A P pontbeli x - z koordináta-rendszerben eldobott sportszer dobótávját elsősorban a helyi \mathbf{a}_{tr} , \mathbf{a}_{gr} és \mathbf{g}_N gyorsulásvektorok függőleges összetevőinek lefelé mutató $g(\beta) = g_N + (a_{\text{tr}} - a_{\text{gr}}) \cos \beta$ eredője határozza meg, ami a Föld O centruma felé irányul. A szóban forgó gyorsulásvektorok vízszintes komponenseinek eredője a dobótávot kevésbé módosítja. Az egymással ellentétes irányú \mathbf{a}_{tr} és \mathbf{a}_{gr} gyorsulásvektorok vízszintes komponenseinek eredője a repülő sportszer pályáját téríti el jobbra vagy balra attól függően, hogy melyikük a nagyobb, továbbá ugyanez a vízszintes összetevő okozza a földi tengerek/óceánok árapálymozgását. Tehát mindkét jelenséget az $\mathbf{a}_{\text{tr}} - \mathbf{a}_{\text{gr}}$ árapálykeltő eredő gyorsulásvektor a felelős. A Föld az 1. ábra szerinti A és B pontjaiban $\beta_A = 0^\circ$ és $\beta_B = 180^\circ$, míg a C és D pontokban $\beta_C = 90^\circ$ és $\beta_D = -90^\circ$, ahol az eredő függőleges gyorsulások rendre $g_A(\beta_A = 0^\circ) = g_N + (a_{\text{tr}} - a_{\text{gr}})$, $g_B(\beta_B = 180^\circ) = g_N - (a_{\text{tr}} - a_{\text{gr}})$, $g_{C,D}(\beta_{C,D} = \pm 90^\circ) = g_N$. Az árapálygyorsulás függőleges komponensének nagysága:

$$a_{\text{árapály, FG}}(\beta) = |(a_{\text{tr}} - a_{\text{gr}}) \cos \beta| = \left| r_{\text{FG}} \left(\frac{2\pi}{T_{\text{FG}}} \right)^2 - \frac{\gamma m_G}{(r_{\text{FG}} - R \cos \beta)^2} \right| |\cos \beta|, \quad (7)$$

aminek $\beta = 180^\circ$ -nál van maximuma, mert

$$a_{\text{árapály, FG}}(\beta = 0^\circ) = \gamma m_G \left[\frac{1}{r_{\text{FG}}^2} - \frac{1}{(r_{\text{FG}} - R)^2} \right] < < a_{\text{árapály, FG}}(\beta = 180^\circ) = \gamma m_G \left[\frac{1}{r_{\text{FG}}^2} - \frac{1}{(r_{\text{FG}} + R)^2} \right]. \quad (8)$$

(4)-ből kapjuk:

$$\gamma m_G = r_{\text{FG}}^3 \left(\frac{2\pi}{T_{\text{FG}}} \right)^2, \quad (9)$$

amit (8)-ba helyettesítve adódik:

$$a_{\text{árapály, FG}}(\beta = 180^\circ) = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{FG}}} \right)^2 r_{\text{FG}} \left[1 - \left(\frac{r_{\text{FG}}}{r_{\text{FG}} + R} \right)^2 \right] = 8,924657 \cdot 10^{-24} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,08 \cdot 10^{-25} g_{\text{Newton}}, \quad (10)$$

ahol $r_{\text{FG}} = 2,441 \cdot 10^{20}$ m, $T_{\text{FG}} = 7,505568 \cdot 10^{15}$ s, továbbá $R = 6,3675 \cdot 10^6$ m.

A Nap körüli keringés miatti árapálygyorsulás

A Föld Nap körüli ellipszis alakú Kepler-pályáját egy $r_{\text{FN}} = 1,496 \cdot 10^{11}$ m sugarú körpályának tekinthetjük, ami jó közelítés a valódi ellipszispálya kis $e = 0,0167$ excentricitása miatt. E kört az $R = 6,3675 \cdot 10^6$ m átlagsugarú Föld $T_{\text{FN}} = 1$ év = $365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ s = $3,15576 \cdot 10^7$ s alatt járja be. (10)-et a Föld Nap körüli keringésére alkalmazva kapjuk a Nap által kifejtett árapálygyorsulás földfelszínre merőleges, azaz függőleges komponensének maximumára:

$$a_{\text{árapály, FN}} = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{FN}}} \right)^2 r_{\text{FN}} \left[1 - \left(\frac{r_{\text{FN}}}{r_{\text{FN}} + R} \right)^2 \right] = 5,048 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5,13 \cdot 10^{-8} g_{\text{Newton}}. \quad (11)$$

A Föld-Hold rendszer tömegközéppontja körüli keringésből eredő árapálygyorsulás

A Föld-Hold rendszer K tömegközéppontja a Föld $R = 6,3675 \cdot 10^6$ m sugarának 73,4%-nál van. A Föld O középpontjának K -tól mért r_F távolsága:

$$r_F = r_{\text{FH}} \frac{m_{\text{H}}}{m_{\text{H}} + m_{\text{F}}} = 4,67349 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad (12)$$

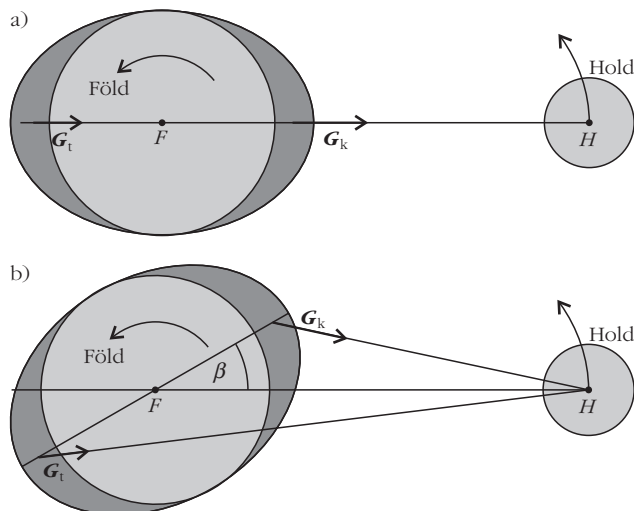
ahol $r_{\text{FH}} = 3,84401 \cdot 10^8$ m a Föld és a Hold középpontjainak távolsága, r_{H} a Hold középpontjának távolsága K -tól, $m_{\text{F}} = 5,9736 \cdot 10^{24}$ kg és $m_{\text{H}} = 7,352 \cdot 10^{22}$ kg pedig a Föld és a Hold tömege. A Holdnak a Föld-Hold rendszer K tömegközéppontja körüli keringési ideje $T_{\text{H}} = 27,3$ nap = $2,35872 \cdot 10^6$ másodperc. A Föld K körüli kis $e = 0,0554$ excentricitású ellipszispályája is elsőre közelíthető. (10)-et a K körül keringő Földre alkalmazva adódik:

$$a_{\text{árapály, FH}} = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{H}}} \right)^2 r_F \left[1 - \left(\frac{r_F}{r_F + R} \right)^2 \right] = 2,72 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2,77 \cdot 10^{-6} g_{\text{Newton}}. \quad (13)$$

A Föld forgás miatti gyorsulásai

A tengely körüli forgás lassulása

A Föld tengely körüli forgásának szögsebesség-változása rövid- és hosszútávon egyaránt föllép. Rövid periódusúnak nevezik az egy évnél nem hosszabb időtartam alatti változásokat. Űrgeodéziai módszerek-



2. ábra. A földi naphossz holdi árapályhatás miatti lassú növekedésének magyarázatához [9] alapján.

kel egy nap vagy néhány óra alatti ingadozások is kimutathatók. Ezek fő oka az árapály, de befolyásolhatják különböző meteorológiai jelenségek vagy meteorbecsapódások is. Egy napnál hosszabb távon a Hold és a Nap keltette árapály okozza a földi nap hosszának igen lassú növekedését [8]. Csillagászati megfigyelések alapján a földi nap hossza évszázadonként átlagosan 1,72 ezredmásodperccel nőtt a 19. és 20. század folyamán [9].

Az Ekliptika északi pólusától lefelé tekintve, a 2.a ábra szemlélteti a Földnek a Hold felé és azzal ellentétesen kidudorodó ellipszoid alakját abban az esetben, ha a Föld anyaga ideálisan rugalmas lenne, vagyis időzés nélkül követne bármiféle okból eredő alaktorzulást. Ezen ellipszoid oka a Hold gravitációja és a Föld-Hold rendszer K tömegközéppontja körüli keringés keltette centrifugális gyorsulás, ami a Föld egész testében és annak felszínén (például tengermozgás) is az árapályt eredményezi. Ilyen ideális esetben az ellipszoidba írható gömbhöz képesti két kidudorodás, azaz árapályúp a Föld és a Hold középpontján átmenő FH egyenesen lenne (2.a ábra). Mivel azonban a Föld rugalmatlanul, viszkózus testként reagál a Hold (és Nap) hatására, ezért ezen árapályúpok nem az FH egyenesen vannak, hanem egy olyanon, ami a Föld forgásának irányába kis β szöggel fordul el (2.b ábra). Az árapályúpokra a Hold (és Nap) által kifejtett G_k (közelebbi) $> G_t$ (távolabbi) gravitációs erők a Föld forgásával ellentétes irányú eredő forgatónyomatékokat eredményeznek, ami csökkenti a forgás szögsebességét, vagyis növeli a földi nap hosszát. Az árapályúpokban megnyilvánuló állandó alaktorzulás folyamatos disszipációt kelt a Föld anyagában, mely árapályúsírlódás fűti a Földet [8, 10]. A világóceánok árapálytérképe alapján a szóban forgó késleltetési szög becsült értéke $\beta \approx 5,2^\circ$ a földtörténet utolsó 500-600 millió évében [9].

Az archaikum és proterozoikum földtörténeti eonokra visszamenőleg megbecsülték az akkori földi napok hosszát különféle csillagászati, őslény- és üledéktani

(kagylók, korallok, pörgekarúak, sztramatolitok) adatok alapján. A Föld forgási szögsebességének lassulása miatt a Föld felszínén fellép az (1) szerinti $a_{\text{Euler}} = \mathbf{r} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}$ Euler-féle gyorsulás. A Föld jelenlegi forgásiideje $T_1(\text{jelen}) = 1 \text{ nap} = 24 \text{ óra} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$, míg 570 millió évvel ezelőtt $T_2(-570 \cdot 10^6 \text{ év}) = 21 \text{ óra} = 7,56 \cdot 10^4 \text{ s}$ volt [9]. Így a mostani és múltbeli szögsebességek:

$$\omega_1(\text{jelen}) = \frac{2\pi}{T_1} = 7,2722 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{s}},$$

$$\omega_2(-570 \cdot 10^6 \text{ év}) = \frac{2\pi}{T_2} = 8,3111 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{s}}.$$

Tehát a $\Delta t = 570 \cdot 10^6 \text{ év} = 1,797552 \cdot 10^{16} \text{ s}$ idő alatti szögsebesség-változás $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = 1,0389 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ nagyságú. Ezek ismeretében az $R = 6,3675 \cdot 10^6 \text{ m}$ átlagsugarú Föld felszínén a tengelyforgás lassulása miatt fellépő Euler-féle gyorsulás maximuma:

$$\begin{aligned} a_{\text{Euler}}^{\text{max}}(\text{forgáslassulás}) &= R \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \\ &= 3,68 \cdot 10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \quad (14) \\ &= 3,74 \cdot 10^{-16} g_{\text{Newton}}. \end{aligned}$$

A földi naphossznövekedés őslénytani bizonyítékai

A fák évgyűrűihez hasonlóan más növények és állatok (kagylók, korallok, pörgekarúak, sztramatolitok) is rendelkeznek periodikus növekedéssel, ami követi a környezeti tényezők ritmusát. Ebből nemcsak az egyedek korára és növekedési ütemére lehet következtetni, hanem a földi naphossz változására is. Mivel ezen állatok vázburkában egy nap alatt egy-egy nappali és éjjeli növekedési sáv keletkezik, amely sávpár színe, vastagsága, kémiai összetétele és keménysége évszakosan is változik, ezért jól beazonosíthatók az évek kezdő napjai a napgyűrűk sorozatában. Ez tette lehetővé, hogy megszámlálják az egy év alatt keletkezett napgyűrűpárokat, vagyis hogy hány nappal állt az év az ismert (becsült) korú kagylók, korallok, pörgekarúak, sztramatolitok különböző földtörténeti korokbeli keletkezésekor [11].

Irodalom

- White, C.: *Projectile Dynamics in Sport: Principles and Applications*. Routledge, Abingdon, Oxon, UK, 2011.
- Mizera, F., Horváth, G.: Influence of environmental factors on shot put and hammer throw range. *Journal of Biomechanics* 35 (2002) 785–796.
- Horváth Gábor: *Biomechanika: A mechanika biológiai alkalmazásai*. Egyetemi tankönyv, 3. átdolgozott, bővített kiadás, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2009.
- Jánosi, I., Bántay, P.: Statistical test of throwing events on the rotating Earth: lack of correlations between range and geographic location. *European Physical Journal B* 30(2002) 411–415.
- Pálfi K.: *A forgó és keringő Föld tehetetlenségi gyorsulásai a dobósportok biomechanikája báterűl*. B.Sc. szakdolgozat, ELTE TTK, Biológiai Fizika Tanszék, Budapest, (2021) 38 o.
- Budó Á.: *Kísérleti fizika I. Mechanika, bangtan, hőtan*. 7. kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1978.

7. Marik M. (szerkesztő): *Csillagászat*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1989.
8. Brosche, P., Sündermann, J.: *Tidal Friction and the Earth's Rotation*. Springer: Heidelberg, Berlin, New York, 1978.
9. Varga P.: A naphosszúság változása – Hatásai a Föld és az élet fejlődésére. *Természet Világa* 145 (2014) 546–548.
10. Horváth G.: A holdak kötött keringése, az árapály-effektus és az árapályfűtés. *Fizikai Szemle* 41 (1991) 79–88.
11. Scrutton, C. T.: Periodic growth features in fossil organisms and the length of the day and month. In: Brosche P., Sündermann J. (editors) *Tidal Friction and the Earth's Rotation*. Springer: Heidelberg, Berlin, New York, 1978.

www.fizikaiszemle.hu/mellekletek

FESTMÉNYEKEN MEGFIGYELHETŐ HOLDILLÚZIÓRÓL SZÓLÓ VIDEOKLIP

Kovács Zoltán, Udvarnoki Zoltán, Papp Eszter, Horváth Gábor
Környezetoptika Laboratórium, Biológiai Fizika Tanszék, ELTE

Holdillúzióknak nevezzük azt a vizuális érzékszálódást, amikor a horizont közelében lévő hold- és napkorongot vagy csillagképet nagyobbak érzékeljük, mint az égbolton magasabban, például a zenit közelében elhelyezkedőt. A *Fizikai Szemle* 2020. decemberi és 2021. januári számában jelent meg *A holdillúzió pszichofizikai vizsgálata festményeken és természetfotókon* című kétrészes cikkünk. Ennek 1. részében a holdillúziót magyarázó fontosabb elméleteket foglaltuk össze, valamint áttekintettük e vizuális érzékszálódást vizsgáló jelentősebb pszichofizikai kísérleteket és azok eredményeit [1]. A 2. részben pedig a saját holdillúziós pszichofizikai kísérleteinket és eredményeinket mutattuk be [2].

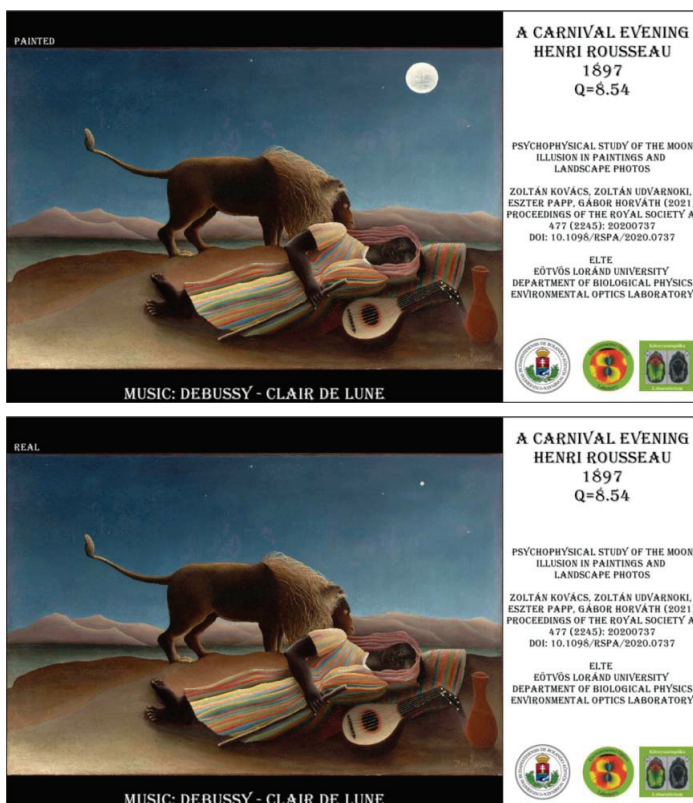
Időközben elkészítettünk egy videoklipet, amelyben a cikkünkben vizsgált 100 holdas/napos festmény minden egyes eredeti képe után annak olyan változata látható, amin a hold/napkorongot a valódinak becsült méretében ábrázoltuk. Mindezt négy klasszikus zeneszám háttérkíséretével: Claude Achille Debussy (1862–1918): *Clair de lune*, Ludwig van Beethoven (1770–1827): *Mondscheinsonate*, Eric Alfred Leslie Satie (1866–1925): *Gnossienne 1*, Fryderyk Franciszek Chopin (1810–1849): *Nocturne*, opus 9, numero 2.

A klipp szövegrészei angol nyelvűek. Minden festmény mellett megjelenik a címe, a festő neve, az alkotás éve (ahol ismert) és a holdillúzió százalékban mért $Q = r_{\text{festett}}/r_{\text{valós}}$ mértéke, ahol r_{festett} a festő által ábrázolt hold/napkorong sugara, $r_{\text{valós}}$ pedig a valódi sugár becsült értéke. A becslés módját részletesen leírtuk a cikkünkben [1, 2]. Ha $Q > 1$, akkor a festett hold/napkorong nagyobb a valódinál, azaz a festő megtévesztette a holdillúziót. $Q < 1$ esetén a művész a valósnál kisebbnek festette a hold/napkorongot. Az 5 perc 33 másodperc időtartamú videoklip a <http://fizikaiszemle.hu> „mellék-

letek” menüpontján keresztül, illetve a <http://fizikaiszemle.hu/extra/holdilluzio> helyen tekinthető meg.

Irodalom

1. Kovács Z., Udvarnoki Z., Papp E., Horváth G.: A holdillúzió pszichofizikai vizsgálata festményeken és természetfotókon. 1. rész: Amit a holdillúzióról tudni érdemes. *Fizikai Szemle* 70/12 (2020) 412–418. + címlap
2. Kovács Z., Udvarnoki Z., Papp E., Horváth G.: A holdillúzió pszichofizikai vizsgálata festményeken és természetfotókon. 2. rész: A holdillúzió festményeken és fényképeken mért értéke. *Fizikai Szemle* 71/1 (2021) 3–10.



JÓ DOLOG KUTATNI A KVANTUMMECHANIKA ALAPJAIT

Gesztli Tamás

ELTE Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Egy kérdéssel kezdem, tudja-e az Olvasó, mi az a nemezelés? A válasz: a textilkészítés egy nemrég még elmúlni látszott, de mára újra feltámadó módja. Állati szőr vagy gyapjú rengeteg felhalmozott kicsi szálját felöntik vízzel és ülepedni hagyják. Ami már leülepedett, abból keményen összetartó anyag – nemez, filc – lesz; ami még nem, az a tetején ott lebeg a vízben.

Valahogy így fejlődik a természettudomány is: rengeteg megfigyelést és gondolatot öntünk fel a kutatómunka áradatával; ami már leülepedett és összetartó ismeret lett, azt tekintjük természettörvénynek, ami még nem, az ott lebeg a kutatók keze ügyében. Időközben megtanultuk, hogy a törvények akkor válnak teljessé, ha már látjuk az érvényességi körük határait, így lett törvény a newtoni mechanika és a maxwelli elektrodinamika, valamint a kettő átmenetileg csikorogva ütköző érvényességi köreit összebékítő relativitás elmélete.

A kvantummechanika ezen a téren különösen kemény diónak bizonyult. A hullámmozgás dinamikájára épülő elmélet az atomok, molekulák világában páratlan pontossággal ír le rengeteg kísérleti eredményt, megmagyarázza jelenségek óriási sokaságát, utat mutat új és hasznos anyagok készítéséhez, a számítógépeinkben és telefonjainkban használt félvezetőktől a gyógyszerként életeket mentő molekulákig. Amivel máig is adós a fizika, az annak felderítése, hogy miként tűnik el ez a hullámszerű mozgás a sokkal nagyobb, kézzelfogható méretek világából: mi történik kvantum és klasszikus határán. Igaz, ami igaz: ez a kísérletek terén is kemény dió; hagyományosan ez a részecske-detektorok világa, ahol a mikrovilág jelenléte makroszkopikusan látható-megszámolható-mérhető jeleket ad. A jelek feldolgozására van egy roppant jól működő empirikus recept, a neve *Born-szabály*: a látszólag véletlenszerű mérési eredmények bármelyikének valószínűségét egy hozzá tartozó hullámmáplítódó négyzete adja. Ha ezt hozzá-

tesszük a hullámmozgást leíró egyenletekhez, így már bármelyik illetékes hivatal jó szívvel kiadhatja a „természettörvény” minősítést.

Ezzel a fizika nagy része nagyon jól elvan, a kvantummechanika ontja a szép, jó és hasznos eredményeket, de vannak, akiket zavar, hogy a véletlen mögött nem látják a dobókockát, és szeretnék közelebbről megnézni, mi történik a kvantum és klasszikus határán. Ez ötven éve még néhány kutató hobbiszerű magánügye volt, de mára – nagyrészt a kísérleti technikák felfutásának következtében – megbecsült, külön kutatási irányvá vált. Különösen fontos, hogy a detektorok mellett egy újabb szereplő is megjelent a színpadon: egyre kisebb mechanikai oszcillátorok gyártásán és megfigyelésén keresztül kezdünk valamennyire közvetlenül is rálátni a nevezetes határvidékre. A kvantummechanikához kapcsolódó közismert abszurd mesék – Schrödinger macskája, párhuzamos világok – azonban változatlanul élő részei a témakör közbeszédének, arról tanúskodva, hogy a történet még messze van a lezárástól.

Ezt a kutatási irányt időnként meglepően durva humorral támadja több írásában *Sabine Hossenfelder*. 2018-as, azóta magyarul is megjelent könyvében¹ több más téma mellett a kvantumalapok problémakörének hosszantartó megoldatlanságára hivatkozva az egész elméleti fizikát valami haszontalan pénzrabló játéknak állítja be. Következtetéseit némi óvatossággal tartással mutatja be *Radnóti Katalin* a *Fizikai Szemle* előző, márciusi számában megjelent ismertetésében, de úgy éreztem, hogy az elméleti fizika, mint szakma védelmében erre a felvetésre határozottabban kell reagálni.

Reagálásom rövid lesz. Két hiba van Hossenfelder érvelésében: 1) a fizika aktívan kutatott területeinek „a kvantummechanika alapjai” témakör csak egy jól körülhatárolt része, miközben a fizikusok túlnyomó többsége más témákon dolgozik sikeresen, olyanokon, amelyek nélkül szegényebb lenne a világunk; 2) a természettudománynak nem az a dolga, hogy rejtélyeket gyártson, hanem hogy a felmerülő rejtélyeket eltakarítsa, ezért bármilyen fantasztikusan jól működik a kvantummechanika a Born-szabály fenomenológiájával, a mögötte rejlő fizikát előbb vagy utóbb tisztázni kell, ezt megköveteli a szakma becsülete.



Gesztli Tamás fizikus, az ELTE emeritus professzora. Nyugdíjasként az utóbbi húsz évben „a kvantummechanika alapjai” néven ismert területen végez kutatómunkát.

¹Sabine Hossenfelder: *Fizikusok útvesztőben – hogyan csábít tévutakra a matematikai szépség* (Park Kiadó, 2020); Radnóti Katalin ismertetése: *Fizikai Szemle* 2022/3, 88. oldal.

Még egy megjegyzést érdemel a könyv alcíme: a matematikai szépség csábítása nem újdonság, csak egy leágazása Occam közismert borotvájának – eddig is tudtuk, hogy hasznos, de óvatosan kell vele élni, mert néha fájdalmas sebeket ejt.

A kvantumfizika csodás üstje a természettudomány nemezelésének. Alján sok-sok erős és szétszakíthatatlan szövet gyűlt már össze, ezeknek életünk bőségesen hasznát is veszi, becsljük meg hát azokat, akik az üst tetején még kavargó kérdésekkel töltik életük éveit.

A FIZIKA TANÍTÁSA

A LÉPCSŐN PATTOGÓ LABDA PROJEKT

A káosz nyomában

Toth Ábel Levente – Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium
Tél Tamás – MTA–ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport

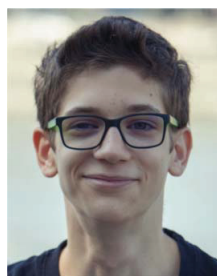
Gruiz Márton (1972–2017) emlékére,
aki elindította a projektet.

A kezdetek

2014 táján Gruiz Márton a Budapesti Osztrák Iskolába járó magántanítványai révén megtudta, hogy fizika-könyvük a labdák lépcsőn történő pattogását kaotikus mozgásként mutatja be. Ez változatlanul szerepel a ma is használt (a káosznak két oldalt szentelő) [1] tankönyvben (*1. ábra* a következő oldalon).

Márton az egyikünkkel (TT) folytatott beszélgetések során rámutatott arra, hogy a lépcsőn pattogás kaotikus jellege nem nyilvánvaló, hiszen a lépcsőfokok egyenes szakaszai síktükörként hatnak a labdákra, a visszapattanás nem okoz széttartást, az élre való pattanás viszont nagyon ritka, főleg kis görbületi sugarak esetén. Ráadásul az ábra mindössze 4 pattanás alapján vonja le a következtetést, de a mozgások kaotikussága csak hosszú idejű megfigyelés után dönthető el.

Köszönetünket fejezzük ki *Meszéna Tamásnak* a témában folytatott számos eszmecsereért. Tá hálás középiskolai fizikatanárnőjének, *Schramek Anikónak*, amiért elindította a kutatásban és támogatta a munka során. TT köszöni *Hömöstrei Mihálynak*, hogy segítséget nyújtott az [1] osztrák könyv új kiadásának megtalálásában, valamint az NFKIH K-125171 pályázat által biztosított támogatást.



Toth Ábel fizikushallgató az ELTE-n, a Budapesti Fazekas Mihály Gimnáziumban tanult speciális matematika tagozaton. 2019-ben 10. osztályosként kezdte el a tudományos kutatást a témában. Még abban az évben részt vett a kari TDK-n junior első díjat szerezve, majd 2021-ben az egyetemi OTDK-n dicséretben részesült. Az IPhO és EuPhO fizika diákolimpiákon a magyar csapat tagja volt, bronz és ezüstérmet hozott.

Mielőtt a részletes vizsgálatok eredményeit bemutatnánk, érdemes röviden összevetni a lépcsőn pattogás jelenségét a lejtőn történő pattogásával.

A lejtőn pattogó labda

Mind a lejtőn, mind a lépcsőn történő pattogásban a gravitáció és az ütközési veszteség játszik fontos szerepet. Utóbbit az ütközési együtthatóval vesszük figyelembe: a felületre merőleges visszapattanási sebesség nagysága az ilyen irányú beeső sebességkomponens $k < 1$ -szerese. A légellenállást itt és a továbbiakban elhanyagolhatónak tekintjük. Ennek megfelelően csak kis sebességű mozgásokra szorítkozhatunk.

Az $m = \tan \alpha$ meredekségű lejtő esetén a gravitációs gyorsulást felbonthatjuk a lejtőre párhuzamos és arra merőleges komponensre. A mozgás egészét tekinthetjük egy lejtőirányú és egy erre merőleges irányú mozgás szuperpozíciójaként. A merőleges irányú mozgás éppen olyan, mint egy vízszintes síkon pattogó labdáié, k ütközési együtthatóval, $g \cos \alpha$ nagyságú gravitációs gyorsulás mellett. Ezért tudjuk, hogy az egyes



Tél Tamás az ELTE-n szerzett fizikus diplomát 1975-ben. Jelenleg ott emeritusz professzor. Kutatási témái a nemegyensúlyi és kaotikus rendszerektől a klímadinamikáig terjednek. A Kármán környezeti áramlások laboratórium egyik alapítója. 2007 és 2021 között a Fizika tanítása doktori program, 2011 és 2021 között az MTA–ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport és a 2016 és 2021 között létező MTA–ELTE Fizika Tanítása Kutatócsoport vezetője volt.

ütközések utáni pillanatban jellemző merőleges sebességek sorozata geometriai sort alkotva nullához tart. Hosszú távon, a lejtőn véges vízszintes elmozdulásokat okozó pattogások *nem alakulhatnak ki*.

Az n -edik és $n+1$ -edik pattogás közötti t_n idő egyre rövidebb, az emelkedés ezért egyre kisebb. A lejtő menti mozgás állandó, $g \sin \alpha$ nagyságú gyorsulású. Az ilyen irányú w sebesség változása a két ütközési pillanat között $w_{n+1} = w_n + g \sin(\alpha) t_n$. Sok pattanás után t_n tekinthető egy kis Δt időnövekménynek, amelyhez $\Delta w = w_{n+1} - w_n$ sebességnövekmény tartozik. A pattogások sorozata végül is – az Achilles és a teknősbéka probléma szellemében – a $\Delta w / \Delta t = g \sin \alpha$ differenciálegyenletű *folytonos idejű* mozgásba megy át. A pattogások sorozatának vége a lejtőn mindig a *csúszásba* történő átmenet.

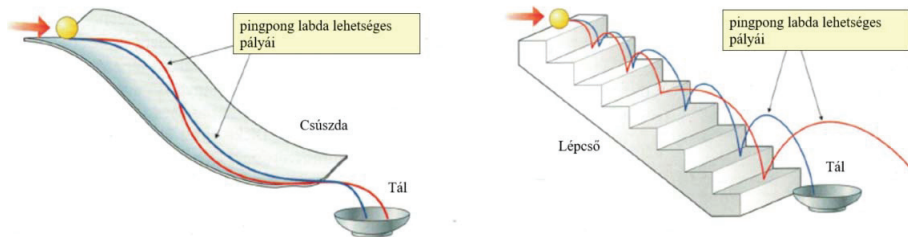
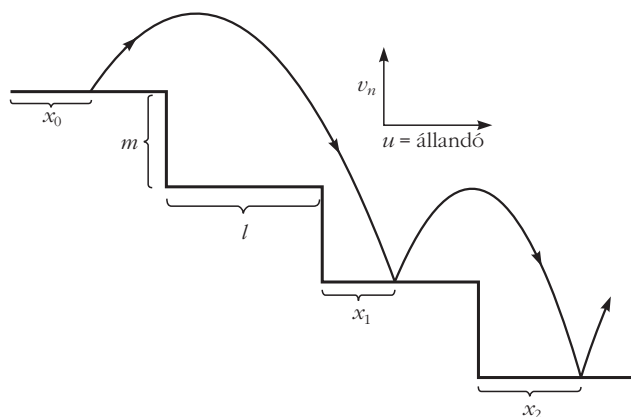
A lépcsőn pattogás sajátos vonása, hogy a végállapot állandósult pattogás is lehet, akkor ugyanis főleg a vízszintes felületeken történik ütközés, és a veszteség a függőleges sebességkomponenst csökkenti csak.

Pattogás a derékszögű lépcsőn

Elsőként természetesnek tűnt annak vizsgálata, hogy lehetséges-e kaotikus pattogás a derékszögű lépcsőfokokból álló lépcsőn. A labdát az egyszerűség kedvéért pontszerűnek tekintjük. A lépcsősor alakját és a mozgást a 2. ábra mutatja.

A léghellenállást továbbra is elhanyagolva, adott k ütközési együttható mellett a mozgás egyértelműen követhető kizárólag a pattogások adatainak követésével. Erre két adat elegendő, egy hely- és egy sebes-

2. ábra. A derékszögű lépcső és a követett pattogás adatai: a lépcsőfok hosszában mért távolságot használva a fokok magassága m (ez egyben a lépcsőre illesztett lejtő α hajlásszögének tangense). Az n -edik pattogás helye a lépcsőfok elejétől számolva x_n , a függőleges sebesség az elpattanás pillanatában v_n . Ahogy a betétrajz mutatja, a vízszintes sebesség nem változik, hiszen a labdára sohasem hat vízszintes irányú erő.



1. ábra. Az ábra az előre jelezhető és előre jelezhetetlen, vagyis kaotikus mozgások példaként a labda csúszdán való lecsúszását (bal oldali kép) és lépcsőn történő pattogását (jobb oldali kép) mutatja be. Az utóbbi esetben a közel induló mozgások az élre eső pattanások miatt gyorsan eltávolodnak, nem esnek ugyanabba a tálba, [1] alapján.

ség-koordináta. Ezeknek az n -edik pattanás esetére az elért lépcsőfok elejétől mért x_n távolságot és az elpattanás v_n függőleges sebességét választjuk. A teljes mozgást jellemző parabolaívек a ferde hajítás szabályai szerint rekonstruálhatók. Az n -edik és az $n+1$ -edik ütközés közötti

$$(x_n, v_n) \rightarrow (x_{n+1}, v_{n+1}) \quad (1)$$

kapcsolat középiskolai módszerekkel meghatározható. Ebben a sebességet a kezdeti u_0 vízszintes komponens egységében, hosszt pedig a lépcső hosszában érdemes mérni. Ezáltal fellép egy fontos mennyiség, a

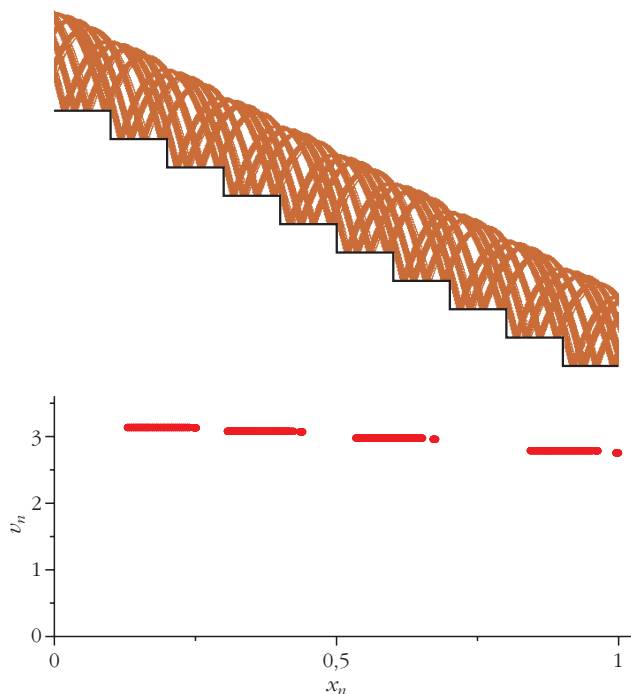
$$H = \frac{gL}{u_0^2} \quad (2)$$

dinamikai paraméter, amely a gravitációs gyorsulás dimenziótlan mértékének is tekinthető. Az (1) leképezés részletes levezetése, amely megtalálható [2, 3]-ban, *explicit*, egyszerű képleteket tartalmazó alakra vezet. Az említett cikkekben egyben iskolai projekt-munkát lehetővé tevő feladatok is találhatók.

A kapott szabály nemlineáris, ezért kizárólag matematikai alakját ismerve, nem lehet kizárni a káosz lehetőségét. Ha az esetet a legörbített élű lépcső háttérzetének tekintjük, az r görbületi sugár $1/r$ reciprok, a görbület, nagyon nagy szám, és domború tükörként ez szabja meg a szétszóródás mértéket. A görbületre esés valószínűsége viszont nagyon kicsi, r -rel arányos. A káosz erőssége tehát egy nullaszer végtelen típusú kifejezésként írható fel, így az eredmény részletes elemzés nélkül nem kapható meg.

A labda derékszögű lépcsőn történő mozgásának követése tehát csak az (1) szabály állandó ismétlésével, iterálásával történhet. *Meszéna Tamás* és *Páll Csaba* a pécsi Nagy Lajos Gimnázium oldalán kialakítottak egy bárki által könnyen futtatható szimulálást.¹ Ebben minden paraméter szabadon változtatható és így ellenőrizhető, hogy a kezdeti feltételtől függetlenül, véges idő alatt általában állandósult pattogások alakulnak ki, attraktorok léteznek. A $k < 0,4$ tartományban megfigyelhető a csúszásba történő átmenet is, éppúgy, mint a lejtőn. A numerikus vizsgálat azt mutatja, hogy *kaotikus pattogás nem létezik*. Érdekeség azonban, hogy a gyakran a káosz közvetlen ellen-

¹Lásd: <https://pallcsabamatek.hu/lepcső/>



3. ábra. Állandósult kváziperiodikus mozgás $k = 0,75$ ütközési együttható esetén. Itt és a további ábrákon is $m = 1/2$, $H = 4$. Felső ábra: mozgás a valódi térben. A pályáivék a 10. lépcsőfok elhagyása után a kezdő felett újra ugyanabban a magasságban lépnek be a képbe. Egymáshoz közel haladnak, vastag nyálábokban, a szétartásnak semmi jele. Az x_n , v_n változók által definiált fázistérben (alsó ábra) a mozgás gyakorlatilag négy intervallumot jár be. A periodikus mozgás a felső valódi térben egyetlen görbének, az alsó fázistérben pedig egyetlen pontnak felel meg, vagyis jóval kevésbé összetett, mint a kváziperiodikus.

tétének tekintett periodikus mozgás csak nagyon ritkán, kivételes, diszkrét k értékekre fordulhat csak elő. Az N lépcsőfok átugrásával kialakuló periodikus mozgás k_N ütközési paraméterére [2, 3] szerzői a

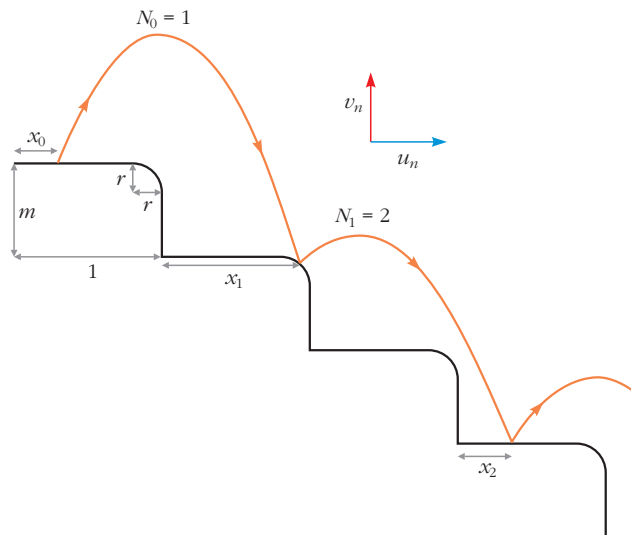
$$k_N = 1 - \frac{2}{1 + \frac{NH}{2m}} \quad (3)$$

kifejezést találták.

A periodikus attraktorhoz tartozó k értékek tehát olyan ritkák, mint a hidrogénatom energiaszintjei az összes lehetséges energia között. Az egylépcsős ($N = 1$) eset a tipikus $m = 1/2$, $H = 4$ paraméterekkel például a $k = 0,6$ -ra valósul meg, a két lépcsőfok átugrásához tartozó érték $k = 7/9$.

Milyenek akkor a tetszőleges k értékhez tartozó állandósult pattogások? Ezek az iskolában ritkán vizsgált kváziperiodikus mozgások típusába tartoznak. Az elnevezés arra utal, hogy a mozgás majdnem periodikus: ugyan nem érkezik vissza pontosan oda, ahonnan indult, de az eltérés rendszerint kicsi. Ez jól megfigyelhető a pattogó pályák mintázatában (3. ábra felső képe), de érdekes a mozgást jellemző mennyiségek terében, az x_n , v_n úgynevezett fázistérben megjelenő mintázat is (3. ábra alsó grafikonja).

A kváziperiodicitásnak ez a gyakori előfordulása vezette Meszéna Tamás tanár urat arra a felismerésre,



4. ábra. A lekerekített lépcső és a követett pattogás adatai: az n -edik pattogás helye a lépcsőfok elejétől számolva x_n , a függőleges sebesség az elpattanás pillanatában v_n , a vízszintes pedig u_n . Ahogy a betétrajz mutatja, a vízszintes sebesség most változik, hiszen a görbületre pattanás (mint a lejtőn történő is) változtatja a vízszintes sebességet.

hogy érdemes iskolai tananyagot kidolgozni az ilyen típusú mozgásokra, a lépcsőn történő pattogás jelenségétől függetlenül is [4].

Pattogás lekerekített élű lépcsőn

E cikk szerzői 2019 elején kezdtek foglalkozni a lekerekítés hatásával. Munkahipotézisként a [2] cikk záró mondatát követték, miszerint: „Ha a lépcsők éles sarka helyett lekerekített átmeneteket vennénk, a körívek jelenléte a problémát szóró biliárddá tenné, és abban eléggé nagy görbületi sugarak esetén már kiterjedt, robusztus káoszt várhatunk.” Látni fogjuk, hogy a mondat káoszra vonatkozó része igaznak bizonyul, a robusztusság feltételezése azonban túlzott elvárás volt.

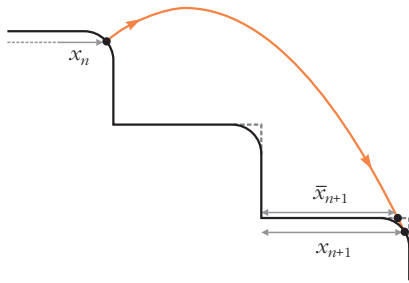
Első lépésként kizárólag a geometriát változtattuk, s az (egységnyi hosszúságú) lépcsőfokok végére r sugarú negyedköríveket illesztettünk (4. ábra).

Az ütközési adatokat összekapcsoló leképezés most

$$(x_n, u_n, v_n) \rightarrow (x_{n+1}, u_{n+1}, v_{n+1}) \quad (4)$$

alakú, ahol u és v a visszapattanási utáni sebességkomponensek a kezdeti vízszintes u_0 sebességkomponens egységében. Az y_n függőleges koordináta nem újabb változó, hiszen a lépcső alakja ismeretében x_n értékéből már következik. A (4) kapcsolat meghatározása most nehezebb, mint a derékszögű lépcső esetén, hiszen az új ütközési pont nem adható meg képlettel. E hely meghatározására az [5] cikkben az 5. ábra szerinti eljárást követtük.

Az (1) és a (4) leképezések közötti különbség nemcsak az, hogy az utóbbi 3-változós, hanem az is, hogy



5. ábra. Az új ütközés x_{n+1} koordinátáját két lépésben határozzuk meg. Először az elképzelt derékszögű lépcsővel történő ütközés \bar{x}_{n+1} koordinátáját a ferde hajítás szabályai szerint kapott analitikus képlettel, majd onnan a görbületen megvalósuló ütközés adatát numerikus eljárással.

nem explicit, egy numerikus eljárás alkalmazásával válik megadhatóvá. Az [5] cikk eredményeit az alábbiakban csak röviden és a derékszögű esettel való összehasonlításban foglaljuk össze, hiszen a részletek megtalálhatók az említett cikkben, amelyben [2, 3]-hoz hasonlóan iskolai projekt munkát lehetővé tevő feladatok is találhatóak.

Az ütközési veszteségről továbbra is feltéve, hogy csak a felületre merőleges sebességet csökkenti, azt tapasztaljuk, hogy a labda már nagyon kis görbületi sugarak esetén is egyre nagyobbakat ugrik, „elszáll”, vagyis nincs attraktor (6. ábra).

Nagy sebességgel azonban kilépünk a ferdehajítás-közelítés érvényességi tartományából (a közegellenállás nem hanyagolható el), ezért leállítjuk a szimulációt, ha u_n nagy. Ugyan itt még nem jellemző, de a későbbiek szempontjából megjegyezzük, hogy szimulációt leállítjuk akkor is, ha v_n nagysága olyan kicsi, amely csúszás elkezdődését jelzi. Káosz, ha létrejön is, csak véges idejű lehet. Nem találunk nagyon hosszú ideig érvényes pattogássorozatot.

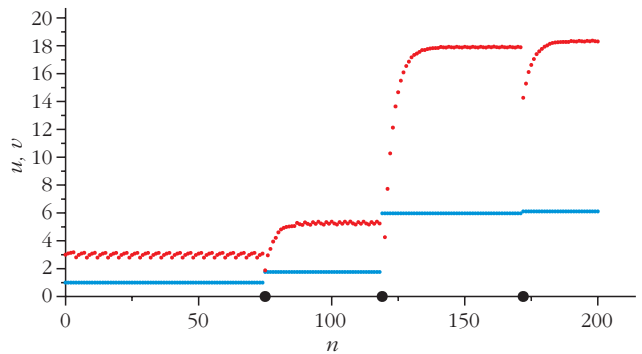
A jelentősebb ütközési veszteség biztosítása érdekében második lépésként érdemes módosítanunk az ütközési szabályt. A görbületen történő ütközéskor bevezetünk egy, a felülettel párhuzamos sebességkomponenst csökkentő ütközési együttthatót is. Ezt tangenciális ütközési együttthatónak nevezzük, és j -vel jelöljük. A módosított ütközési szabály tehát így írható:

$$\begin{aligned} v_{t,n+1} &= j v'_{t,n} \\ v_{r,n+1} &= -k v'_{r,n} \end{aligned} \quad (5)$$

ahol a t index a tangenciális, az r pedig a radiális, avagy normális komponensre utal, a vessző a beesési sebességeket jelöli (7. ábra). A többletdisszipáció ahhoz vezet, hogy a csúszásba való átmenet is jellemzővé válik.

A teljes jelenség tanulmányozására egyikünk (TÁ) írt egy szimulációt, amelyet a kapcsolódó weblapról² bárki letölthet. Ebben minden paraméter szabadon változtatható és így ellenőrizhető, hogy a k és j értékek megválasztásával könnyen találunk ezer pattanásig tartó mozgásokat is, anélkül, hogy a labda elszállna vagy csúszásba menne át. A pattogások számát –

²Lásd: http://theorphys.elte.hu/fiztan/stairsH/index_hu.html



6. ábra. Ha a 3. ábra esetét vizsgáljuk azzal az egyetlen különbséggel, hogy $r = 0,01$ görbületi sugarat alkalmazunk, az ütközések v, u sebességkoordinátái a görbületre pattanáskor (amiket fekete pontok jeleznek a vízszintes tengelyen) mindig előbb-utóbb növekednek, a labda tehát messzire elszáll. Már ezen az első legörbített esetben is jól látszik, hogy a vízszintes sebesség (alsó, kék pontsorozat) nem állandó a legkisebb görbületi sugarakra sem. A mozgást jellemző változókról most és később az n indexet elhagyjuk.

mielőtt ez a két esemény egyike bekövetkezne – a mozgás élettartamának nevezzük.

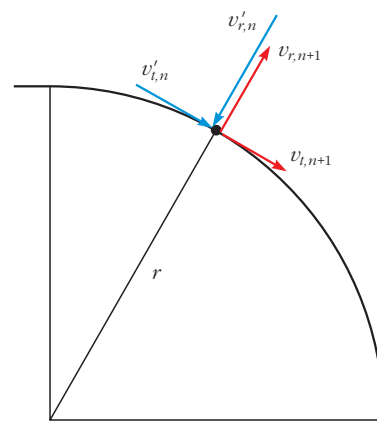
A 8. ábrán a 3. ábrához hasonlóan egy tipikus lekerekített lépcsőn kialakuló mozgást ábrázoltunk, érdemes egymás mellé állítva összevetni a két mintázatot. Mind a felső, mind az alsó ponthalmaz térbeli kiterjedése és bonyolultsága is nagyban megnövekedett a görbület bevezetésével. E két tulajdonság jelenléte a kaotikus mozgásokra jellemző.

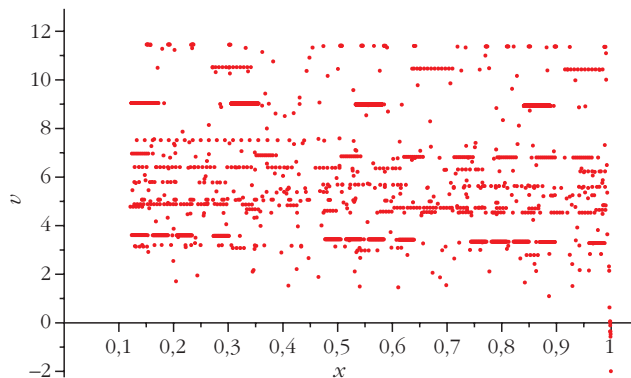
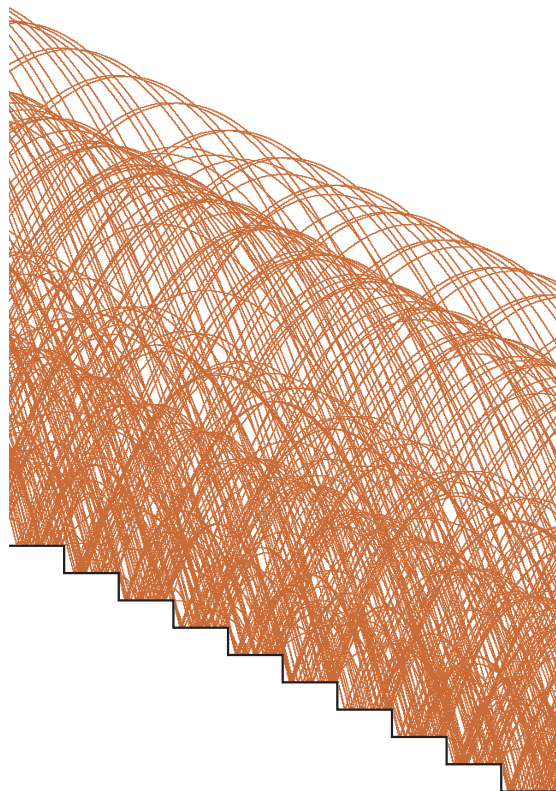
A káosz egyik meghatározó tulajdonsága a kezdőértékekre való érzékenység. Két közel elindított mozgás időben átlagosan exponenciális mértékben távolodik egymástól, exponensét Ljapunov-exponensnek nevezik, amely a kaotikus mozgások egyik legalapvetőbb, kvantitatív jellemzője. Az [5] cikkben nagyságrendi becslést sikerült adnunk a λ -val jelölt Ljapunov-exponensre kis görbületi sugarak esetén:

$$\lambda \sim r \ln\left(\frac{1}{r}\right). \quad (6)$$

A (6) összefüggésből világos, hogy az $1/r$ -től való függés logaritmikus. Mivel a logaritmus függvény sokkal gyorsabban csökken, mint a lineáris függvény, az

7. ábra. A módosított ütközési szabály grafikus összefoglalása.



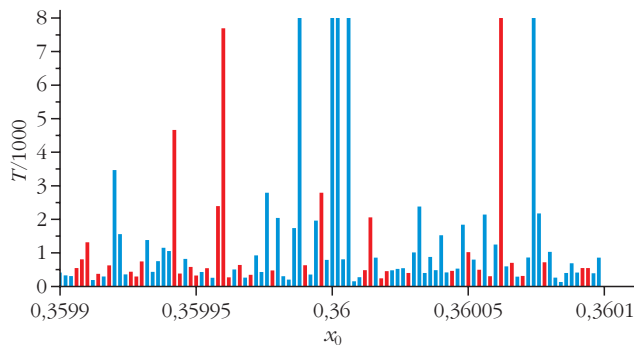
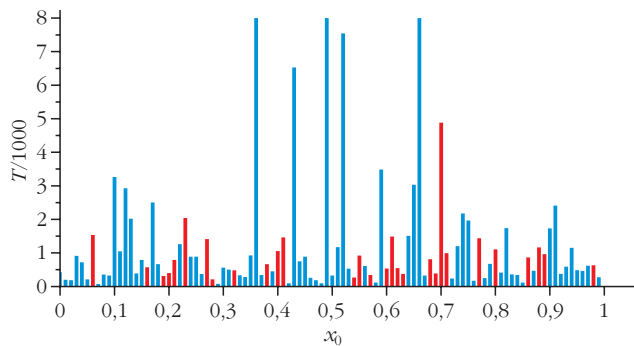


8. ábra. Tipikus mozgás lekerekített sarkú lépcsőn, $k = 0,75$, $j = 0,2$ és $r = 0,01$ görbületi sugár mellett (az első és utolsó 30 ütközés elhagyása után). Felső ábra: a mozgás valódi térbeli képe a 3. ábrához hasonló módon, de csak az első 700 pattogásig mutatva. Alsó ábra: a mozgás az $x-v$ síkon. Ez a mozgás 3260 pattanás után csúszásba való átmenettel ér véget. A 3. ábrával való összehasonlítás mutatja, hogy a kaotikus mozgás összehasonlíthatatlan bonyolultabb a kváziperiodikus mozgásnál, a periodikusról nem is beszélve.

$r \rightarrow 0$ határesetben a derékszögű lépcsőn a Ljapunov-exponens nullának adódik – a [2, 3] cikkek megfigyelésével összhangban –, nem lehet káosz.³ A (6) összefüggés azt is mutatja, hogy *tetszőlegesen kicsi görbületek esetén is már megjelenik a káosz*.

Ahogy láttuk, tetszőleges hosszúságú pattogássorozatok nem alakulnak ki. Ez két okból sem lehetséges: vagy csúszásba átmenet vagy elszállás történik. Ezt a tulajdonságot és egyben a kezdőértékre való érzékeny-

³Ha (6)-ban az $1/r$ -től való függés lineáris lenne, véges Ljapunov-exponenst kapnánk. Azt, hogy nem ez a helyzet, nem lehet előre látni a projekt kezdetekor.



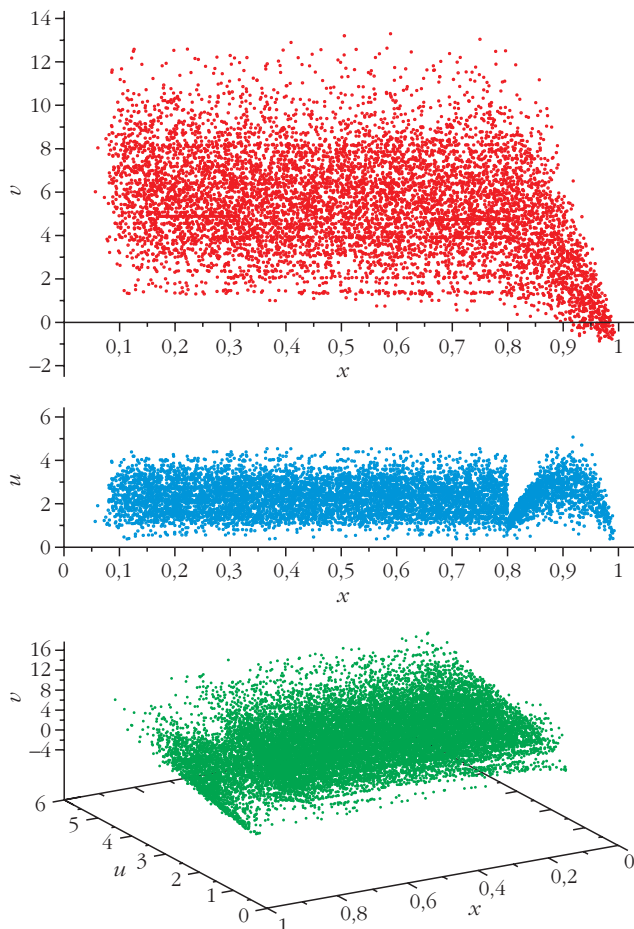
9. ábra. A mozgások élettartama (vagyis az elszállás vagy csúszásba átmenet előtti pattanások száma) az x_0 kezdőhely függvényében, $j = 0,2$, $k = 0,75$, $r = 0,01$ mellett, azonos, $v_0 = 3$ kezdősebességgel. A mozgás végállapota kék színű oszlop esetében csúszásba történő átmenet, piros oszlop esetében elszállás. Mivel minden oszlop vagy kék, vagy piros színű, reális állandósult mozgás nem lehetséges, a káosz tranzien formája van jelen. A mintázatok hasonló szabálytalansága, az elszállás fraktáljellege a tranzien káosz általános tulajdonsága.

séget is szemléltethetjük. A 9. ábra felső grafikonján azt mutatjuk, hogy a különböző kezdőhelyekről elindított labdák mennyi pattogás után mennek át csúszásba vagy szállnak el, a két szokési lehetőséget különböző színnel jelölve. Azt láthatjuk, hogy az egymást követő oszlopok látszólag szabályszerűség nélkül változtatják a színüket és magasságukat. Ez a tulajdonság akkor is megmarad, ha a kezdőérték egyenesen egy adott pontra igazán ránygítunk, és a szomszédos oszlopok távolsága csupán $2 \cdot 10^{-6}$ (9. ábra alsó grafikonja).

Végtelen élettartam az ütközési együtthatók tetszőleges finomhangolásával sem érhető el, mert azok az ütközési együtthatók, amelyek elég kicsik, hogy kizárják az elszállás lehetőségét, már bőven nem elég nagyok, hogy a csúszásba átmenet lehetőségét is elvegyék. A végtelen élettartam eléréséhez tehát olyan ütközési együtthatók kellene, amelyek a nagy sebességeket jobban csökkentik, mint a kis sebességet. Ezen megfontolás alapján vezettük be az érintőirányú együtthatóra az alábbi, sebességfüggő kifejezést:

$$j = \exp(-\delta v'_i), \quad (7)$$

ahol δ egy állandó, v'_i pedig az érintőirányú (tangenciális) beesési sebesség. Ez a sebességfüggő ütközési együtthatók csak egy lehetséges változata, más kifejezésekkel is hasonló eredmények adódhatnak. A bevezetett sebességfüggés tekinthető úgy is, mint a léghelénállás hatásának beépítése az ütközéses leírásba.



10. ábra. A lépcsőn pattogó labda kaotikus attraktora. A rendszer teljes x, v, u fázistérben a $k = 0,75, r = 0,2$ paraméterekhez és a (7) sebességfüggő ütközési együtthatóhoz ($\delta = 0,3$) tartozó attraktor. Felül pirossal az x, v , középen kézzel az x, u vetület, alul zölddel a 3-dimenziós kaotikus attraktor egésze látható.

Ezzel az apró, kizárólag a görbületet érintő változtatással elértük, hogy a két szökési mechanizmus eltűnjön. Még nagy görbületi sugarak esetében is a mozgások gyakorlatilag végtelen hosszú élettartamúak, és robusztus, permanens káoszt kaptunk. Az

ehhez tartozó fázistérbeli mintázatot kaotikus attraktornak nevezik, hiszen az már a kezdőértéktől teljesen függetlenül minden hosszú mozgást egyaránt jellemez. Ezt láthatjuk a 10. ábrán.

Mi lehet érdekes még?

A labda pattogásának itt bemutatott leírása mellett bonyolódó modellek egész sorozata is elképzelhető:

- A labdák kiterjedése fontos szerepet játszik a valóságban megfigyelhető pattogás folyamatában. Érdekes lehet ezért kiterjedt labdákat vizsgálni: korong vagy gömb alakúakat, ismert tehetetlenségi nyomatékkal. A leírás jellege még leképezés marad, a forgási energia felhalmozódása miatt feltehetően nem tapasztalunk elszállást.

- A légellenállás már kiterjedés nélküli labdákra is figyelembe vehető. Ez a differenciálegyenlet folyamatos megoldását teszi szükségessé, az eddig követett billiárdszemléletet el kell hagyni.

- A kiterjedt labdákra ható légellenállás figyelembevétele jelentené a legteljesebb leírást.

Az eddigi részletes vizsgálatok alapján azonban már most mondhatjuk, hogy az [1] osztrák könyv helyes benyomást kelt a labdák lépcsőn történő pattogási dinamikájáról.

Irodalom

1. A. Nussbaumer, P. Nussbaumer: *Basiswissen, Physik-Compact 5*. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH, Wien (2017) 12.
2. Gruiz M., Meszéna T., Tél T.: Kaotikus vagy csak összetett? Labdák pattogása lépcsőn. *Fizikai Szemle* 66/4 (2016) 128., http://theophys.elte.hu/tel/magyar/pdf_pub/Tel-201604.pdf
3. M. Gruiz, T. Meszéna, T. Tél: Chaotic or just complicated? Ball bouncing down the stairs. *Eur. J. Phys.* 38 (2017) 055003., http://theophys.elte.hu/tel/pdf_pub/EJP38.pdf
4. Meszéna T.: *Nemlineáris jelenségek tanítása a középiskolában*. Doktor értekezés, ELTE Fizika Doktori Iskola, 2021., <http://fiztan.phd.elte.hu/kozkincs/doktorik/ertekezések/meszena.pdf>
5. Á. Tóth, T. Tél: Ball bouncing down rounded edge stairs: chaotic but tricky. *Eur. J. Phys.* 42 (2021) 035004., <http://elmfiz.elte.hu/kcs/pub/EJP42.pdf>

Az Eötvös Társulat fönt van a facebook -on!



<https://www.facebook.com/pages/Eötvös-Loránd-Fizikai-Társulat/434140519998696?fref=ts>

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: elft@elft.hu

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítkár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (évente egyszer duplaszámmal), egyes szám ára: 1100.- Ft (duplaszámé 2200.- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015-3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588-0540** (online)

INGAMOZGÁS MÓDOSÍTOTT PÁLYÁKON

A cikloidális inga, mint korabeli GPS

Beszeda Imre, Stonawski Tamás
Nyíregyházi Egyetem

Előzmények

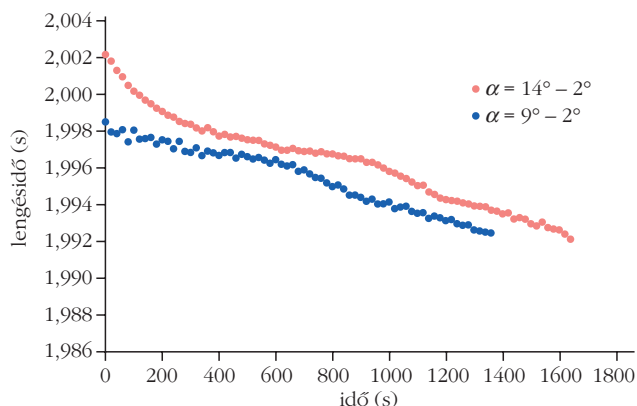
A fizikatankönyvek szerint a mérési eredmények azt mutatják, hogy kis kitérések esetén (körülbelül 5° -ig) az inga lengésideje nem változik lényegesen, nagyobb kitéréseknél viszont nő. Az 5° -nál kisebb szögekre érvényes lengéside-állandóságot azzal magyarázzák, hogy ilyenkor az inga trajektóriájának görbülete elhanyagolható, az inga mozgása jó közelítéssel harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető (ahol a rezgéside független az amplitúdótól).

Ez az 5° -os határ valójában nem a mérési eredményekre támaszkodik, hanem a (3) differenciálegyenletre (amit – a matematikai alapok hiányában – az általános és a középiskolában nehéz lenne magyarázni), amelynél 5° alatt alkalmazható a $\sin\alpha \approx \alpha$ közelítés, így egy lényegesen egyszerűbb egyenletet kapunk.

Kíváncsiak voltunk, hol is lehet ez a határ a mérésnél, és hogy valójában kimérhetően teljesül-e ez az amplitúdófüggettség ezen érték alatt.

Méréseinket digitálisan, elméletileg mikroszekundum (de a gyakorlatban ennél kisebb) pontossággal végeztük (a mérés leírását lásd később).

A közel 1 méteres ingával technikai okok miatt (lásd a mérés kivitelezése résznél) 2° -os kitérés alatt nem tudtunk mérni (1. ábra), de ezen értékig a lengéside nem állandósult. Ahhoz, hogy a kitérés szögét még jobban le tudjuk csökkenteni, a fonál hosszát kellett növelnünk: így esett a választás egy korábban



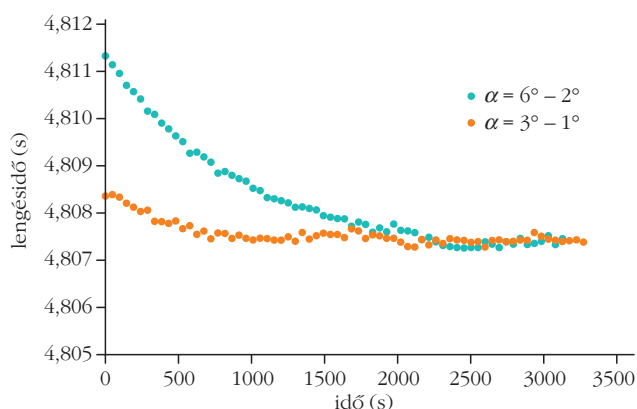
1. ábra. 98 cm-es fonálinga lengésidejének változása az idő függvényében.

elkészített Foucault-ingára, amely 573 cm hosszú volt. Ennél körülbelül 2° -os kitéréstől kezdődően jól megfigyelhető a lengéside állandósulása (2. ábra). Ahhoz, hogy kisebb hosszúságú ingáknál is megfigyelhessük ezt a jelenséget (és ne kelljen ilyen kezelhetetlenül hosszú ingával dolgozni), először a matematikai leírásra érdemes koncentrálni, a fentebb említett közelítés figyelembevétele nélkül.

A matematikai inga amplitúdófüggettsége

Galilei egyik központi témája, a szabadesés törvényszerűségének vizsgálatához keresett megfelelően pontos, kis időtartamok mérésére alkalmas időmérő eszközöket. Speciális vízórája mellett az ingamozgás tanulmányozásával jutott arra a felismerésre, hogy a matematikai inga T lengésideje független a felfüggesztett test súlyától és anyagi minőségétől, kis kitérések esetén pedig az amplitúdótól is.

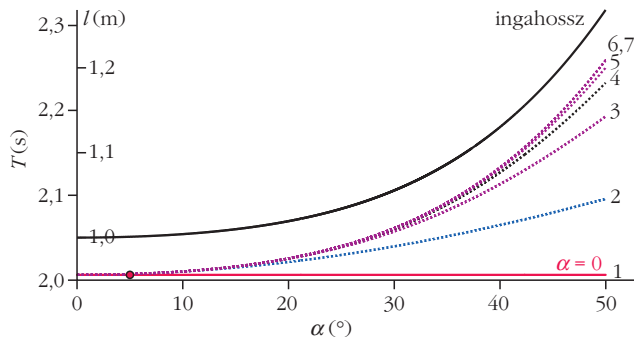
2. ábra. 573 cm-es fonálinga lengésidejének változása az idő függvényében.



Beszeda Imre, matematika–fizika–számítás-technika szakos középiskolai tanár, anyagtudományi mérnökfizikus, a Nyíregyházi Egyetem Műszaki és Agrártudományi Intézet fizikatanára. 2006 óta foglalkozik tudomány- (elsősorban fizika-) népszerűsítéssel és tehetséggondozással. A Kreatív Fizika Tábor megálmodója és szervezője.



Stonawski Tamás a Nyíregyházi Egyetemen főiskolai adjunktus. Doktori címét 2016-ban az ELTE Fizika Tanítása doktori program keretében szerezte. Kutatási területe a digitális média alkalmazása a tanulói kreativitás, problémamegoldás és önálló kísérletezés fejlesztésére általános és középiskolában.



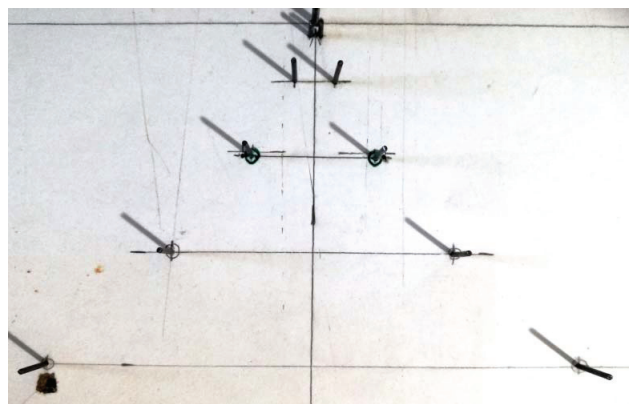
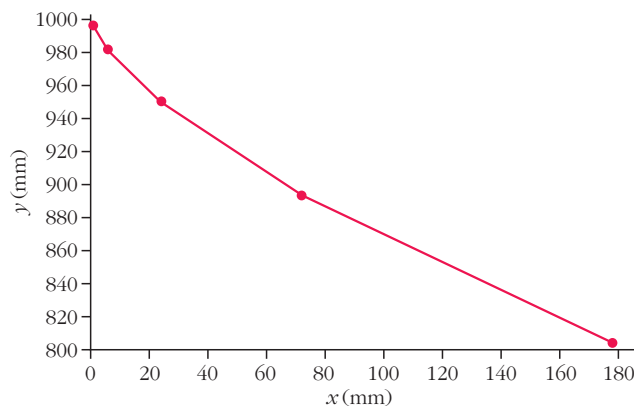
3. ábra. A matematikai inga amplitúdófüggése a (4) összefüggés szerint a zárójelben szereplő (1, 2, 3, 4) tagok hozzáadásával ($l = 1$ m, $g = 9,81$ m/s²). 50°-nál már 6 tag figyelembevételével is jól közelítünk az általános (4) összefüggéshez. A grafikon jól mutatja, miért is csak 5°-nál kisebb kitérés esetén használható pontosan az (1) kifejezés. A grafikonról az is leolvasható, hogy milyen, időben változó hosszúságú inga rendelkezne amplitúdófüggetlen lengésidevel.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

A kis kitérésre való megkötés az ingamozgás egyenletének meghatározásakor megengedett $\sin \alpha \approx \alpha$ közelítés eredménye. Írjuk fel ugyanis az inga helyzetét meghatározó, érintőirányú gyorsulást:

$$m a_t = -m g \sin \alpha, \quad (2)$$

4. ábra. Az 1. táblázat alapján 0–50°-ig (technikailag elég 20°-ig) kiszámíthatjuk az akadályok helyét, amelyekbe az ingafonál ütközik, így hossza (az érintkezési ponttól számítva) lerövidül. Felül az 1. táblázat alapján számított pontok helyei, alul a grafikon pontjai szerint elkészített szöges akadály.



1. táblázat

1 m hosszú fonálinga rövidítésének mértéke azonos periódusidő eléréséhez						
kitérés szöge (°)	0	10	20	30	40	50
fonálcökkentés (mm)	0	4,1	19,4	55,6	130,1	268,3

amit fejezzünk ki a kitérés α szöge és a fonál l hossza segítségével:

$$m l \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -m g \sin \alpha. \quad (3)$$

A (3) differenciálegyenlet megoldása lényegesen egyszerűbben megkapható a $\sin \alpha \approx \alpha$ közelítéssel, és eredményül a jól bevált (1) formulát kapjuk. Ha viszont általános megoldást keressük, akkor elliptikus integrál megoldásával és a Wallis-képlettel kapjuk [1]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha_0}{2} + \dots \right] =$$

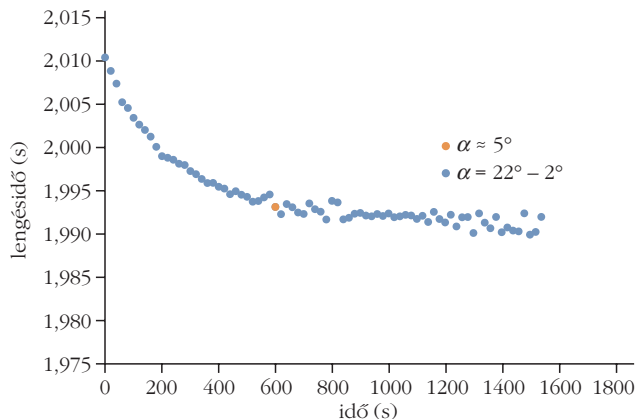
$$= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \sin^{2n} \frac{\alpha_0}{2} \right]. \quad (4)$$

A (4) egyenlet alapján látható a lengésideő amplitúdófüggése, a relatív hiba $\alpha_0 = 5^\circ$ -nál 0,05%, $\alpha_0 = 22^\circ$ -nál 1%, $\alpha_0 = 90^\circ$ -nál 18% (3. ábra). Mivel a valóságban az inga csillapodó mozgást végez, a lengésideők csökkennek. Ha a kitérített ingának nem adunk külsőleg megfelelő időben egy bizonyos lendületet, ami az állandó kitérést biztosítja (ezzel itt nem foglalkozunk), akkor ingánk egyre lassuló tik-tak jeleket produkál (3. ábra). Az ideális kis kitéréshez érve pedig – a további csillapodások miatt – csak kis időtartamban használhatnánk időmérésre.

A 3. ábra ingahossz-grafikonjából arra következtethetünk, ha valamilyen eljárással csökkenteni tudnánk a grafikon értékei szerint az ingahosszokat (nagyobb kitérésűknél intenzívebb csökkenést idéznénk elő), akkor előállíthatnánk az amplitúdófüggetlen ingát. Egy ilyen megoldás lehet, ha különböző szögeértékekhez, például 10 fokonként akadályokat helyezünk (lásd a szögeket) a fonál útjába: így a hossza lerövidülne (1. táblázat).

A 4. ábra fotóján látható „szöges felfüggesztésen” futó 99 cm hosszúságú inga lengésideő-idő grafikonját mutatja az 5. ábra, amelyen jól látszik, hogy lengésideje 5° kitérés alatt durva közelítéssel állandónak adódott (1,993 s-ról 1,991 s-ra csökken).

Az inga útjába helyezett akadályok tehát lerövidítik az inga hosszát. A gyakorlati kivitelezésnél ez az eljárás azonban nem teljesen pontos, hiszen a keletkezett töröttvonal durvasága miatt a rövidülés kissé eltérő (közelítő megoldás lehet még, ha fokenkénti finomításban csökkentjük a töröttvonalak hosszát/növeljük a szögek számát). A pontosabb számítások (azaz az



5. ábra. A „szögese-inga” lengésidő-idő grafikonja ($l = 99$ cm).

ideális görbe egyenletének megtalálása) részben vagy egészben meghaladják a középiskolai matematikai tudásszintet.

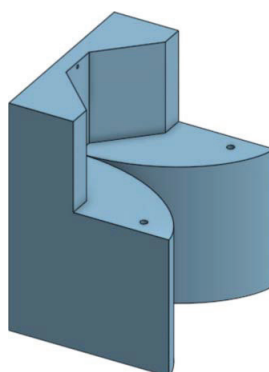
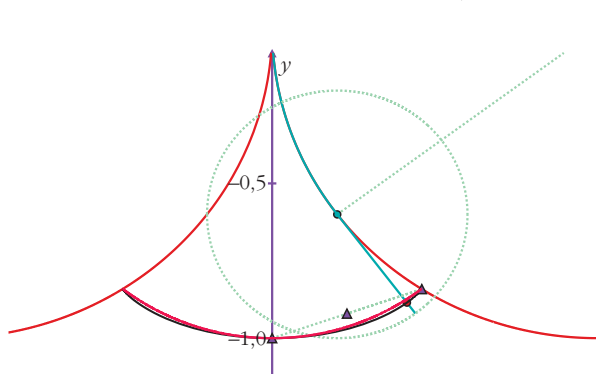
A továbbiakban most mégis keressük azt a görbét, amire a kitérített inga fonala lengés közben rásimulna, lengésideje független lenne az amplitúdótól, azaz a kezdeti kitérés nem befolyásolná a lengésidőt, ami állandó lenne. Ez azt jelentené, hogy ugyanannyi idő alatt érne függőleges helyzetbe két különböző mértékben kitérített inga. A fizika ezt a tulajdonságot tautochronnak nevezi. (A tautochron-tulajdonság a brachistochron-probléma megoldásánál is fellelhető.) Huygens 1659-ben lefektetett XXV. tételében bebizonyította, hogy az ilyen tautochron tulajdonságú pálya a ciklois [2].

A ciklois paraméteres egyenlete:

$$\begin{aligned} x &= r(t - \sin t), \\ y &= r(1 + \cos t). \end{aligned} \quad (5)$$

Ha viszont az ingatest ciklois- (és nem kör-) pályán halad, akkor már nem igaz az $l = r =$ állandó összefüggés ($r =$ állandó: annak a körnek a sugara, amelyik a cikloist generálja, $l \leq$ állandó: az ingahossz, ami kitérésfüggő). A cikloistrajektóriát bizonyos akadályozó lemezek behelyezésével érhetjük el, így a ciklois-sablon alakja fogja meghatározni az ingatest trajektó-

6. ábra. Balra: a cikloispálya megszerkesztése az evolútájával. A szerkesztés a technikai kivitelezést is sugallja: két cikloislemez kényszerítheti az ingát erre a pályára. Szerkesztés a Graph-programmal [5]. Jobbra: 3D-nyomtatóval előállított ciklois-pofa [6], amely alkalmas több bifilárisan függesztett (2 cikloidális és egy kör-) inga egyidejű vizsgálatához is.



riáját is. Huygens másik érdeme e témában, hogy bizonyítani tudta azt, hogy ciklois alakú lemezt alkalmazva az ingatest pályája is ciklois lesz (egy olyan görbe, amely fontos szerepet játszott a 17. század matematikájában) [3]. Ez a tény abból a matematikai tételből következik, hogy a ciklois evolútája (görbületi középpontjainak halmaza) maga is ciklois. Ennél a mozgásnál a fonál bizonyos része rásimul a lemezre, a további része pedig a lemez érintőjének irányába feszül (6. ábra). Mivel (5) alapján r -nek más különböző értékeket adhatunk, különböző ívű cikloisokat kapunk. Felmerül a kérdés, melyik cikloisív lesz jó az elkészítendő ingánkhoz? A lengésidő (vagy ingahossz) és a ciklois egyenlete között a következő összefüggés áll fenn [4]:

$$r = \frac{T^2}{\pi^2} g. \quad (6)$$

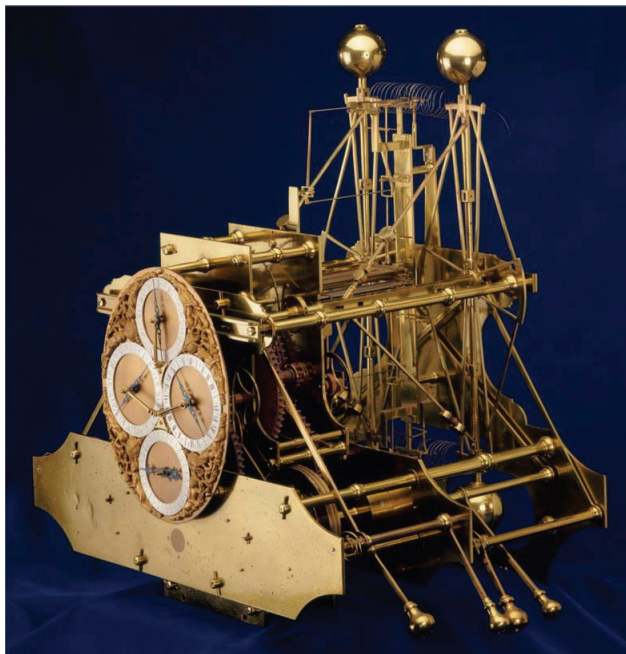
Ebből kiolvasható, hogy egy ingához egy ciklois szerkeszthető (vagy egy adott cikloisívhez keressük a megfelelő ingahosszt).

Huygens kezdeti motivációja abból adódott, hogy észrevette, az ingamozgás periódusa kitérésfüggő: a legkisebb és a 90° -os kitérés periódusai $29/34$ arányban állnak egymással. Huygens először úgy próbálta kompenzálni a változó lengésidőt, hogy nagy kilengéseknél bizonyos akadályok közbeiktatásával csökkentette az inga hosszát (hasonlóan lásd fent). Az empirikusan, kísérlettel meghatározott akadályok viszont nem adtak sokkal pontosabb értékeket. Csak évek múlva sikerült elméletileg is meghatározni a pofa alakját.

Huygens tehát megvalósította azt a tervet (1656-tól 1693-ig), amely életének utolsó éveiben Galileit is foglalkoztatta: olyan ingaórát épít, amely akár tengeri kronométerként is használható. A 17. században a pontos óra megépítése egyet jelentett egy olyan eszköz megalkotásával, amellyel a földrajzi hosszúság meghatározható egy hajó fedélzetén (felfogható korabeli GPS-ként). Huygens 1657. január 12-én levelében ezt írta: „ezekben a napokban egy olyan új óra-konstrukciót találtam, amellyel az idő annyira pontosan mérhető, hogy nem kis remény van a földrajzi hosszúság meghatározására, még akkor is, ha az órát a tengeren szállítják”.

Azaz, ha egy pontos órát vinne egy hajó magával, a nap helyi delelésének és az otthoni időnek az összevetésével meghatározható lenne a földrajzi hosszúság.

Természetesen egy ilyen pontos óra (aminek járását még a hajó imbolygása sem tudja befolyásolni) technikai kivitelezésére még várni kellett: 1714-ben Anna királynő



7. ábra. John Harrison első, tengeri navigációra alkalmas órája.

pályázatát gyakorlatilag egy élet munkájával, négy különböző konstrukció kidolgozásával az időközben technikátörténeti fogalomként vált *John Harrison*¹ alkotta óra (7. ábra) [7] nyerte el.

A mérés kivitelezése

A ciklois alakú felfüggesztő profilt meg is szerkeszthetjük [8], majd fából kivághatjuk, de 3D-nyomtatóval is megalkothatjuk [6]. Mi az utóbbit választottuk.

A periódusidő mérését a pontosság növelése érdekében a kézi stopper helyett Arduino-val a micro() parancs segítségével végeztük, így elméletileg mikroszekundum pontosságú időmérésre lett volna lehetőségünk, de a gyakorlatban ezt a pontosságot nem tudtuk elérni. Ennek oka lehet a szenzor saját pontatlansága, lévén ez a beszerezhető legolcsóbb IR-szen-

¹John Harrison (1693–1776) egy – földméréssel és órák javításával is foglalkozó – ács fia volt. Már ifjú korában igen pontosan járó órát készített fából, amelynek ingája kilenc, felváltva sárgarézből és vasból készült rúdból állott és ciklois alakú ívek között lengett. Ezen órát Harrison Huygens munkái ismerete nélkül készítette. Amikor az angol parlament a hosszúsági fok meghatározására alkalmas eszköz elkészítésére 20 000 font sterlinges (mai áron mintegy 1,4 milliárd forint) díjat tűzött ki, Harrison e célnak megfelelő, hordozható órák fejlesztésével kezdett foglalkozni. Egy ilyen tervét *Halley*-nek és *Graham*-nek mutatta meg és utóbbi azt tanácsolta, hogy csak a kész művel lépjen a nyilvánosság elé. 1735-ben Harrison megjelent Londonban a már megalósított tengeri órájával, miután azzal Portsmouth-ből Lisszabonba és onnan visszautazott, és számításainál mindig ugyanazon hosszkülönbséget kapta. 1758-ig már négy ilyen órát készített, amelyek közül az utolsó oly pontosra sikerült, hogy négy hónapnyi utazás alatt csak 1 perc és 54,5 másodpercnyi hibát mutatott fel. Harrison 5000 font sterlinget kapott a kifizetett díjból, 1765-ben pedig, az óra második megvizsgálása után 10 000 font sterlinget, a díj felét. A rostélyinga-kompensációt Harrison már 1725-ben, Graham előtt alkalmazta. Forrás: Wikipedia [7].

zor (de úgy gondoljuk, hogy az ilyen iskolai szintű méréshez bőven elegendő pontosságú). Az ingaállvány sem végtelenül merev test, hanem kismértékben bizonyára mozdul (billog, hajlik stb...), így az inga nem feltétlenül mindig pontosan ugyanott és ugyanabban az időpillanatban lép be a szenzor látómezejébe. A pontosságot növelhetjük volna még a visszaverő felület csökkentésével, de a 100 grammos akasztós súly fizikai méretei adottak voltak.

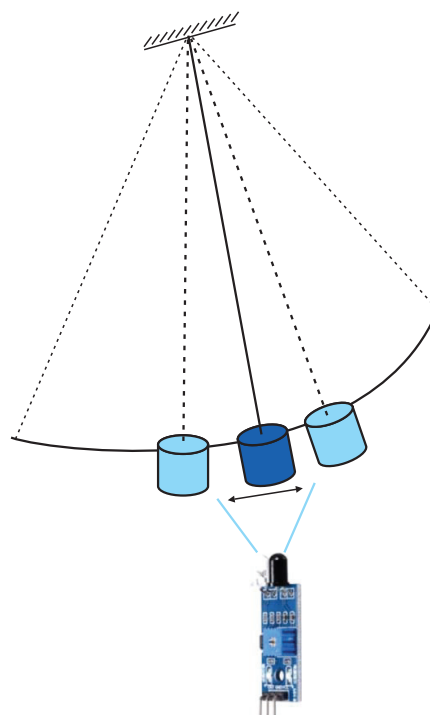
A mérés fő alkatrésze egy úgynevezett IR akadályelkerülő szenzor (IR obstacle avoidance sensor) volt, amit az inga egyensúlyi helyzetében az inga alatt helyeztünk el, az aljától 2 cm távolságban (8. ábra). A szenzor működése közben IR-jeleket bocsát ki. Ha a szenzor előtt néhány cm-es távolságon belül van valamilyen tárgy, akkor az arról visszaverődött IR-jeleket érzékeli; ekkor a szenzor kimeneti lába nulla jelet ad, egyébként 1-et. Ezt a jelet egy Arduino Nano D3 bemenetére vittük. (Arra viszont figyelni kell ennél a szenzornál, hogy ne kapjon sok nap- vagy lámpafényt, mert működését megzavarhatja.)

Előbbiek alapján a mérés elve a következő:

Az akadály (az inga) a szenzor előtt, a „látómezejében” van (a kimenő jel 0), majd lengés közben kimegy a látómezőből (például jobbra), akkor a kimenő jel 1-esre változik. Visszafelé jövet bekerül a látómezőbe, a kimenő jel 0 lesz, majd ismét kimegy balra, a kimenő jel ismét 1. Ezután ismét visszafelé megint bekerül a látómezőbe, a kimenő jel újból 0: most telt le az egy periódus, ezt az időt kell megmérni. Tehát minden második olyan esetben kell mérni, amikor a szenzor nulla jelet ad.

A T periódusidő helyett $10 T$ -t mértünk folyamatosan, hogy kisebb legyen a szórás és abból írtuk ki a

8. ábra. A mérés technikai ábrája IR akadályelkerülő szenzorral.




```

int pin = 3; //a szenzor jele megy a D3 bemenetre
unsigned long elozo_ido; // az ido folyamatosan telik az Arduino-n; ennek pillanatnyi
                        // értékét tudjuk a micros() utasítással kiolvasni mikroszekundum
                        // pontossággal
unsigned long ido; // ez lesz a legutoljára kiolvasott időérték, az elozo_ido pedig az eggyel
                  // korábban kiolvasott érték
unsigned long delta_t; // ez lesz a periódusidő, amit az ido és az elozo_ido különbségeként
                       // fogunk kapni
boolean most_kell_merni = true; // a most_kell_merni értékét kezdetben igaz-ra állítjuk
long i = 0; // ez egy számláló, amivel tudjuk majd követni, hogy minden második esetben
            // tudjuk kiolvasni az időt
void setup()
{
  Serial.begin(9600); // az időket a soros monitorra írjuk majd ki (10 T lépésenként)
  pinMode(pin, INPUT); // az Arduino 3-as lábát bemenetre állítjuk
  elozo_ido = micros(); // induláskor a micros() használatával leolvassuk az idő pillanatnyi
                        // értékét
}
void loop()
{
  if (digitalRead(pin) == 0) // ha a szenzor nulla jelet ad, vagyis az inga a szenzor előtt
                             // (egyensúlyi helyzetben) van
  {
    if (most_kell_merni) // ha most kell mérni (kiolvasni az időt), akkor
    {
      ido = micros(); // kiolvasuk az aktuális idő pillanatnyi értékét és betesszük az ido
                      // nevű változóba
      most_kell_merni = false; delay(1); // a most_kell_merni értékét hamisra állítjuk, hogy
                                          // visszafelé ne mérjen
      if (i%20 == 0) // 10 T mérés! minden második esetben kellene a periódusidőt
                    // kiszámolni, de 10 T esetén ez minden huszadikat jelenti
      {
        delta_t = ido - elozo_ido; // kiszámoljuk az előző kiolvasás óta eltelt időtartamot, ez
                                   // lesz a delta_t-vel jelölt 10 T
        elozo_ido = ido; // az elozo_ido értéke legyen az éppen kiolvasott időérték –
                          // innentől mérünk ismét
        Serial.println(delta_t); // a soros monitorra µs-ban írjuk ki az időt, hogy ne legyen
                                 // benne tízedespont, majd később például excelben
                                 // átszámoljuk szekundumba
      }
      i++; // a számlálót eggyel megnöveljük
    }
    else
    {
      most_kell_merni = true; delay(1); // a most_kell_merni értékét visszaállítjuk igazra
    }
  }
}

```

9. ábra. A periódusidő méréséhez használt program.

T -t az idő függvényében (így T -t „mikroszekundumban” kaptuk). (Kézi stopperórával legfeljebb század másodperc pontosságból indulhatunk ki, amihez hozzájárul még a kézi indítás és a megállítási bizonytalansága is.)

A mérés előnye a sokkal nagyobb pontosság a manuálissal szemben (elvileg mikroszekundum, de tízed másodpercnél nagyobb különbségek már csak szórásként jelentkeznek), hátránya viszont, hogy 2 cm-nél kisebb amplitúdókat nem tudunk mérni: az IR-szenzor viszonylag széles látószögű, a súly az inga végén szintén elég széles (2,5 cm átmérőjű); ezek összességében azt adják, hogy az amplitúdónak 2 cm-nél nagyobbak kell lennie, hogy mindkét irányban biztosan kilépjön a látómezőből (8. ábra).

Így például az 1 m-es ingánál a 3 cm-es amplitúdó 1,72°-os kitérést jelent, tehát ennél kisebb kitéréssel nem tudunk mérni. A Foucault-ingánál (573 cm) viszont egy 7 kg-os golyó a súly; ennek aljára erősítet-

tünk a méréshez egy 4 cm átmérőjű korongot, amit az IR-szenzor érzékelni tudott. Ebben az esetben a 10 cm-es amplitúdó is csak 1°-os kitérésnek felel meg, így a méteres ingához képest jóval kisebb kitérések lengésidejének mérése sem okozott problémát.

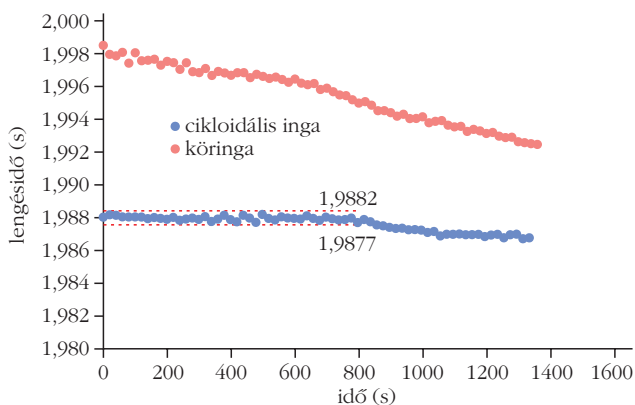
A periódusidő méréséhez a 9. ábrán látható programot használtuk.

Az azonos kezdeti amplitúddal indított kör-, illetve cikloidális ingák mozgásának összehasonlítására végzett méréseink eredményeire mutat példát a 10. ábra.

Látható, hogy míg az azonos hosszúságú köringa lengésideje folyamatosan csökken, addig a cikloidális inga lengésideje körülbelül 830 másodpercig (13-14 percig) állandó, és a további 8 perc alatt is csak egy ezredmásodpercet csökken. Megállapíthatjuk, ha az adott ingahosszhoz sikerül a megfelelő alakú cikloisfelfüggesztést elkészíteni (vagy esetleg adott ciklois-hoz a megfelelő ingahosszt megtalálni), akkor ténylegesen állandó, az amplitúdótól független lengésidejű ingát kapunk.

Érdekes egymással összehasonlítani a fenti (nem manuális) mérések állandósult szakaszaira a g értékét a tematikai ingák esetén a (4)-ből a első 7 tagot figyelembe véve, amelyet a 2. táblázat tartalmaz (az in-

10. ábra. 98 cm hosszúságú és 15 cm ($\alpha \approx 9^\circ$) amplitúdóval indított kör-, illetve cikloidális inga lengésideinek változása az idő függvényében. Az ábráról leolvasható 0,5 ms-os statisztikai szórás.



gahosszak mérésének becsült hibája ± 1 mm). A táblázat értékei jól közelítik a Budapesten mérhető g -t (ami feltételezhetően \approx „nyíregyházi g -vel”). Az inga fejlesztése (a köringától a cikloidális ingáig) 9,81-hez folyamatosan közelít, kiugró értéket mutat a szöges-inga értékeire kapott g érték: feltételezhető, hogy a szögeknek ütközés befolyásolhatta az ingatest mozgását, ugyanis az inga sokszor kitérült a lengési síkjából, míg ez a folytonos illeszkedés esetén (3D-nyomtatóval készített cikloissablon alkalmazásával) nem volt tapasztalható. Megállapíthatjuk azt is, hogy nemcsak az amplitúdófüggetlenséget sikerült a fenti fejlesztésekkel nagyobb szögtartományokra kiterjeszteni, de elértük azt is, hogy még rövidebb ingával is pontosabb g értéket kaptunk a cikloisív használatával.

A cikloidális inga a fizikaoktatásban

A téma kifejtését érdeklődő, tehetséges középiskolásokra bízhatjuk szakköri és projekt munkában, de a konklúziót a normál fizikaóra keretein belül is érdemes megosztani a nagyobb osztályközösségben is. A korábban említett matematikai nehézségeket „könnyedén” áthidalhatjuk egy kis tudománytörténeti barangolással és a ciklois tulajdonságainak megismerésével, a sablon elkészítéséhez szükséges programokat, rajzokat pedig megtaláljuk a cikk irodalomjegyzékében.

A tanulóknak a témával való találkozásuk alkalmával az első érdekesség az lehet, hogy ezeknél a méréseknél időt ábrázolunk az idő függvényében. A grafikon elemzése mindenképpen hasznos az absztrakt gondolkodás fejlesztésében.

A probléma felvetése természetesen azért is indokolt, mert a diákok már több alkalommal is tanulták az ingamozgást (7. és 10. osztály), és a középszintű szóbeli érettségiben is szerepel a nehézségi gyorsulás mérésének fonálinga segítségével. Viszonylag könnyű mérés, egyfajta átjárást biztosít két különböző időben tanult ismeret, a szabadesés és a periodikus mozgások között:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}. \quad (7)$$

Tudománytörténeti szempontok is említhetők a mérés elvégzésénél: a nehézségi erőterben magára hagyottan mozgó testek ejtési idejének mérése csak igen nagy hibával végezhető el, hiszen kis magasságoknál az emberi reakcióidő az ejtési idővel közel azonos. Az inga alapján végzett méréseknél (10 lengés idejének mérése) azonban már jóval kisebb hiba adódik. A szóbeli felelet alkalmával mindenképpen hangsúlyozni kell (a diáknak), hogy csak kis kitérések esetén – körülbelül 5° -ig – kapunk állandó értéket, nagyobb kitérések esetén a lengésidő változik, illetve a felelőnek még be kell számolnia a várt és a mért érték közötti különbség okairól.

2. táblázat

Különböző ingák segítségével kapott nehézségi gyorsulás-értékek	
inga típusa, jellemzői	g (m/s ²)
köringa, $l = 98 \pm 0,1$ cm, $\alpha = 2^\circ$ (1. ábra)	$9,750 \pm 0,001$
köringa, $l = 573 \pm 0,1$ cm, $\alpha = 1,7^\circ$ (2. ábra)	$9,788 \pm 0,001$
szöges inga, $l = 99 \pm 0,1$ cm, $\alpha = 2^\circ$ (5. ábra)	$9,849 \pm 0,001$
cikloidális inga, $l = 98 \pm 0,1$ cm, $\alpha = 2^\circ$ (8. ábra)	$9,789 \pm 0,001$

Az IR-szenzoros mérések előtt a problémafelvetést érdemes mérésekkel kezdeni: egy hosszabb inga lengésidejét mérjük meg különböző kitérések esetén (adott kitéréseknél legalább három méréssel). A mérési adatok elemzése során ki fog derülni a fonálinga amplitúdófüggése.

Bár konkrétan nem a problémához kapcsolódik, mégis érdemes a következő feladatot megoldani a továbblépéshez [9], lásd a megoldásvideót [10]:

Egy fonálingát nyugalmi helyzetébe képest 90° -kal kitérítünk, majd elengedünk. Amikor az inga átlendül a függőleges helyzetben, a fonál egy szögbe ütközik. A fonál hosszának bányadrészénél lehet a szög, ha azt akarjuk, hogy a fonál végére kötött test további pályája teljes egészében kör legyen?

A példa az akadályok lehetőségét villantja fel az eredeti probléma megoldásához. Ezt követően egy jól elhelyezett szögakadállyal újból mérjenek lengésidőket (például 30° -os amplitúdónál). A tapasztalat szerint a lengésidő csökkenni fog. Ezt követően adjuk ki feladatnak az inga általános megoldása összefüggésének keresését, majd elemezzük, ábrázoljuk azt! A grafikon alapján lépésről-lépésre határozzák meg a fonál rövidülését és a szögek helyét! Különböző amplitúdóknál ismét végezzenek lengésidőméréseket! A hiba elemzése után ismerkedjenek meg az általános megoldás görbéjével: a cikloissal és tudománytörténeti háttérrel! Ábrázolják a ciklois különböző módszerekkel: táblai rajz, füzetbe rajzolva és számítógép segítségével! Ha van rá lehetőség, nyomtassák ki 3D nyomtató segítségével, vagy sablont használva készítsék el az akadályt! Az első méréseket végezzék el újra, és hasonlítsák össze az akadállyal és anélkül történő méréseket! Vonják le a megfelelő következtetéseket! Lehetőség szerint – a tanár segítségével – végezzék el az IR-szenzoros méréseket is! Hasonlítsák össze a stopperes mérésekkel!

Készítsenek bemutatót a témáról és először egymásnak, majd az osztálytársaknak mutassák be!

A bemutató órán, mint érdekességet ismertessék, közben hangsúlyozzák ki, hogy ez az inga nagyobb kitérések esetén is az (1) összefüggés alapján számolható lengésidővel rendelkezik, míg a fonálingás feladatokban szereplő, körpályán haladó ingatestre csak kis kitéréseknél igaz ez a megállapítás!

Látványos hatást érhetünk el, ha közel azonos függőleges helyről, de különböző kezdeti amplitúdókkal indítunk egymással szemben két cikloidális

ingát (úgy, hogy ne ütközzenek össze: 6. ábra). Ekor – tautochron tulajdonságuknak köszönhetően – minden egyes alkalommal egyszerre érnek a függőleges helyzetükbe.

Hasonlóan érdekes „fizikai játékot” is készíthetünk a cikloidális ingánkból kiindulva. Ha ugyanis az ingatest mozgatása közben megrajzoljuk a trajektóriáját, akkor a trajektória alapján egy ciklois ívű brachistochron lejtőt készíthetünk el. A lejtőt alkalmasan kialakítva egyszerre engedjük le rajta egy golyót az ingatest indításával! Azt tapasztaljuk, hogy a golyó és az ingatest azonos periódusidővel mozog. Természetesen a golyó jóval hamarabb csillapodik a nagyobb mértékű súrlódás miatt, de a lejtő tautochron tulajdonsága miatt az egyre kisebb kimozdulások is szinkronban lesznek az ingával.

Irodalom

1. Nagy Károly: *Elméleti mechanika*. Nemzeti Tankönyvkiadó Budapest (1993) 76–79.
2. Simonyi Károly: *A fizika kultúrtörténete*. Gondolat Kiadó, Budapest (1978) 231.
3. Simon Gindikin: *Történetek fizikusokról és matematikusokról*. Typotex, Budapest (2003) 110.
4. https://en.wikipedia.org/wiki/Tautochrone_curve
5. https://1drv.ms/u/s!An0er2QwwGjyyQ_4DK7LSYuGCe7V?e=2Z8SWS
6. <https://www.myminifactory.com/object/3d-print-160984?fbclid=IwAR0Gw423zwdUc943A4VopdaDNCSuyBzH4jSz5jL6O1IolZcQCo-ydPvVao>
7. https://en.wikipedia.org/wiki/John_Harrison
8. <https://1drv.ms/u/s!An0er2QwwGjyyQ1Z5DVkqUXdC2ER?e=uTdgqV>
9. Dér János, Radnai Gyula, Soós Károly: *Fizikai feladatok I.* Holnap kiadó (2006) 6.30. feladat
10. <https://www.youtube.com/watch?v=aIDMn8t3cgs>

XXIV. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY – 3. rész

Sükösd Csaba
BME Nukleáris Technikai Intézet

Az előző két részben bemutattuk a 24. Országos Szilárd Leó Fizikaverseny elődöntőjében, illetve a döntőben feladott elméleti feladatokat és megoldásukat. A mostani, befejező részben a döntő számítógépes szimulációs feladatát, valamint a verseny eredményét ismertetjük. A számítógépes feladatra másfél óra áll rendelkezésre 2021. április 23-án pénteken délután. A feladatot – a koronavírus-járvány miatt – a versenyzők iskolájában kellett megtartani az Internetről leválasztott számítógépeken, nem fizika vagy természettudományi szakos tanárok felügyelete mellett.

Komoly izgalmat okozott, hogy a Budapesti Szent István Gimnáziumban a döntő reggelén megszűnt az áramszolgáltatás – a Budapesti Elektromos Művek tervezett karbantartása miatt. Így kérdésessé vált, hogy a diákok egyáltalán részt tudnak-e venni a döntőben. A délelőtti elméleti fordulót úgy hajtották végre, hogy a felügyelő tanár kézzel másolta le a feladatokat a telefonjáról, és adta oda a versenyzőknek. A szimulációs feladatot azonban áram nélkül nehezen lehetett volna végrehajtani. Szerencsére délutánra visszakapta az iskola az áramot.



Sükösd Csaba (1947) a BME címzetes egyetemi tanára, az ELFT elnökségi tagja. Kísérleti magfizikus, aki kísérleti munkáját nagyrészt külföldi kutatóintézetekben végezte. Kutatási területe a magreakciók, óriásrezonanciák és némely asztrofizikailag releváns magreakció vizsgálata radioaktív ionnyalábokkal. Marx György tanítványaként részt vett a 70-es évek MTA oktatási kísérletében. Azóta is szoros kapcsolata van a fizikatanárok közösségével, több tanár- és oktatókkal kapcsolatos program vezetője.

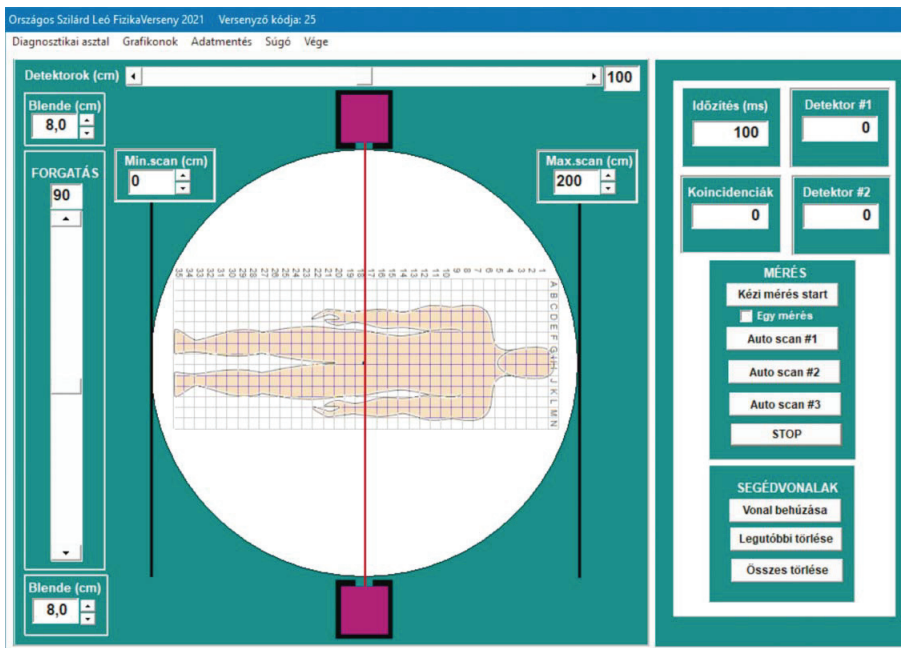
Két iskolában volt probléma a program telepítésével. Bár minden iskolában – a versenybizottság előzetes kérésének megfelelően – a rendszergazda jelen volt, mégis voltak gépek, amelyekre – valószínűleg a Windows 10 ottani biztonsági beállításainak „köszönhetően” – nem sikerült a szimulációs programot feltelepíteni. Hála a tanár kollégák segítőkészségének előkerültek Windows 7 rendszeres gépek, és azokon probléma nélkül futott a program. Megjegyezzük, hogy a program fut Windows 10 alatt is, természetesen. A többi iskolában nem is volt probléma ezzel. A problémát valószínűleg egyedi biztonsági beállítás okozta.

Számítógépes, szimulációs feladat

A számítógépes szimulációs feladatot Sükösd Csaba tervezte és kódolta egy, az ELTE Neutronfizikai Laboratóriumában régebben látott valós mérés alapján, de a program fejlesztésében és tesztelésében a versenybizottság több tagja is tevékenyen részt vett.

A feladat egy virtuális betegben lévő rákosdaganatgócok megtalálása volt egy pozitronannihilációs tomográf (PET) modell segítségével.

A szimulációban szereplő modell sokban különbözik egy valóságos PET-készüléktől. Egyedül a működést biztosító fizikai folyamat – a pozitronannihiláció – azonos. Ennek ellenére a szimuláció segít megérteni azt, hogy ez a folyamat milyen módon használható a testben lévő pozitronbomló centrumok felderítésében. Emellett segít felismerni néhány mérés technikai probléma (szög szerinti felbontás, detektálási határfok, véletlen koincidenciák stb.) szerepét is.



1. ábra. A program indítása után megjelenő diagnosztikaiasztal-kép.

Ezt követően rövid leírást kaptak a versenyzők az *irányfelbontás*, a *detektálási hatások* és a *véletlen koincidenenciák* fogalmáról, szerepéről és kezelésükről. Ezeket a leírásokat itt nem ismételjük meg.

Feladatok

1. feladat (0 pont). Alaposan olvassuk végig a leírást és a feladatokat! Ezek után ismerkedjünk meg a programmal! (Lásd külön, a „Program kezelése” útmutatót!)

2. feladat (3 pont). Egy tetszőlegesen választott beállítás mellett vizsgáljuk a blendék hatását a beütésszámokra! Próbáljuk meghatározni, hogy a beütésszám a blende méretének milyen függvénye szerint változik!

3. feladat (5 pont). Állítsuk be az asztalt 90 fokra, és a blendék méretét állítsuk maximumra! Scanneljük végig a beteget az *Autoscan#1* gombbal! Ez után állítsuk a blendék méretét 2,2 cm-re, és scanneljük végig a beteget az *Autoscan#2* gombbal (az asztal helyzetén ne változtassunk)! Hasonlítsuk össze a két mérési adathalmazt a *Grafikonok* táblán! A jegyzőkönyvbe írjuk le a tapasztalatainkat és az ebből fakadó következtetéseinket!

4. feladat (10 pont). A fenti tapasztalatok alapján állítsuk be az általunk legmegfelelőbbnek ítélt blendeméreteket, valamint az *Időzítés* értékét. A különböző szögbeállításoknál behúzott „segédvonalak” segítségével *határozzuk meg a betegben lévő rákos góccok koordinátáit!*

5. feladat (5 pont). Határozzuk meg a berendezésben lévő koincidenencia-áramkör Δt koincidenencia „ablakát” (felbontási idejét). Ne felejtjük el, hogy egy adat megadásához az adat bizonytalanságának megadása is hozzátartozik.

6. feladat (0 pont). Amikor készen vagyunk, ne felejtjük el elmenteni az eredményeinket az *Adatmentés* menüpont segítségével. A zsűri ennek segítségével tudja visszaállítani a végleges konfigurációnkat, ezt is vizsgálja a pontozáskor.

7. feladat (2 pont). Készítsünk jegyzőkönyvet a mérésről. A pontokat a logikus munkára, a gondolatmenet követhetőségére, a mérés reprodukálhatóságára stb. adjuk.

A feladatok mellett a versenyzők megkapták a *Program kezelési útmutatót*, amelynek összefoglalóját itt ismertetjük.

A program indítása és a versenyző kódjával történő bejelentkezés után a *Diagnosztikai asztal* képét látjuk, rajta egy „beteggel” (1. ábra).

A versenyzőknek az alábbi feladatokat kellett végrehajtaniuk, jegyzőkönyvet készíteniük és beadniuk.

A feladat

A betegnek pozitronbomló radioaktív izotópot (többnyire ^{18}F) adnak be intravénásan. A radioaktív izotópot cukormolekulához kötik, ezért az a megnövekedett anyagcseréjű, rákos daganatsejteken dúsul fel. Ha a testben több helyen is van rákos daganat, ezeken a helyeken dúsul fel a cukormolekulához kötött radioaktív izotóp. *A feladat az, hogy találjuk meg ezeket a rákos daganatokat!*

A működési elv

A pozitronbomláskor kibocsátott pozitron – elektronos töltésű részecske lévén – nagyon gyorsan lefékeződik a testszövetben, és a kibocsátás helyének közelében (kevesebb, mint 1 mm távolságra) találkozik egy elektronnal, amellyel szétsugárzódik (annihilálódik). A szétsugárzásakor két, egyenként 511 keV energiájú gamma-foton keletkezik, amelyek egymással ellentétes irányban (180° -ban) bocsátódnak ki. Ezek a fotonok az útjuk során szóródhatnak, vagy akár el is nyelődhetnek a testben, de annak is van valószínűsége, hogy kölcsönhatás nélkül kilépnek a testből. Minket ez utóbbiak érdekelnek, mivel ha ezeket detektáljuk (mindkettőt egyszerre, úgynevezett *koincidenenciában*), akkor ennek alapján meghatározhatunk egy irányt, amely mentén ezek kibocsátódtak. Ha több ilyen – egymást „keresztelő” – irányt is meg tudunk határozni, akkor a kibocsátás helye meghatározható. (A valódi PET-készülékben ezeket a különféle irányokat a sok detektort tartalmazó detektorkoszorúban egyszerre megszólaló detektorok segítségével lehet meghatározni. A szimulációban csak két detektorunk van, itt viszont a beteget tartalmazó asztalt lehet forgatni.)

A betegre négyzethálót rajzoltunk. A megtalált daganatok koordinátáit ezek segítségével tudjuk majd megadni. A két lila négyzet jelzi a két detektort, amelyek körbe vannak véve sugárzásárnyékoló ólomburkolattal (fekete). Sugárzás a detektort csak a „blende” nyílásán át érheti el (oda viszont akármilyen irányból jöhet sugárzás, nemcsak a két detektort összekötő piros vonal irányából!). A blendék nyílását a bal oldalt fent és lent található szabályozókkal tudjuk változtatni. Az asztal 0° és 180° között forgatható az ugyancsak bal oldalon található toló-szabályozóval. A detektorok vízszintes irányban mozgathatók 0 és 200 cm között a fent lévő toló-szabályozóval.

A jobb oldali panelen az *Időzítés* egyetlen mérési pont idejét állítja be scannelés során. A program kijelzi a mérés ideje alatt a két detektort külön-külön ért beütésszámot, valamint a koincidenciák számát is. A kézi mérés mellett lehetőség van a beteg automatikus scannelésére. A program három scannelés (*Autoscan#1, 2, 3*) adatsortát őrzi meg, amelyeket a *Grafikonok* menüponttól indulva lehet megtekinteni. A jobb oldalt lent található gombok a „segédvonalak” kezelését végzik. A *Vonal behúzása* gomb az éppen aktuális piros vonal helyzetét őrzi meg. A címlapon látható ábra egy mérés visszaolvasott adatait mutatja. A vonalakat az asztal három különböző szöggel elforgatott helyzetében húzta be a versenyző. Nagy való-

színűséggel ott vannak a források, ahol egyszerre három vonal metszi egymást a testen belül.

A *Grafikonok* menüpont az autoscanmérések koincidenciaadatait mutatja grafikus formában (2. ábra). Ebből az ábrából lehet viszonylag gyorsan meghatározni, hogy a detektorok mely pozíciójában vannak „valódi” koincidenciák (ott, ahol a „csúcsok” vannak).

Értékelés

A szimulációs feladat megizzasztotta a versenyzőket. A maximális 25 pontból elért átlag 13,65 volt az I. kategóriás, és csak 8,2 a Junior versenyzők esetén. Az I. kategóriában a két legjobb versenyző 21 és 19 pontot, a Junioroknál pedig 13 és 11 pontot ért el, a többiek csak ennél kevesebbet.

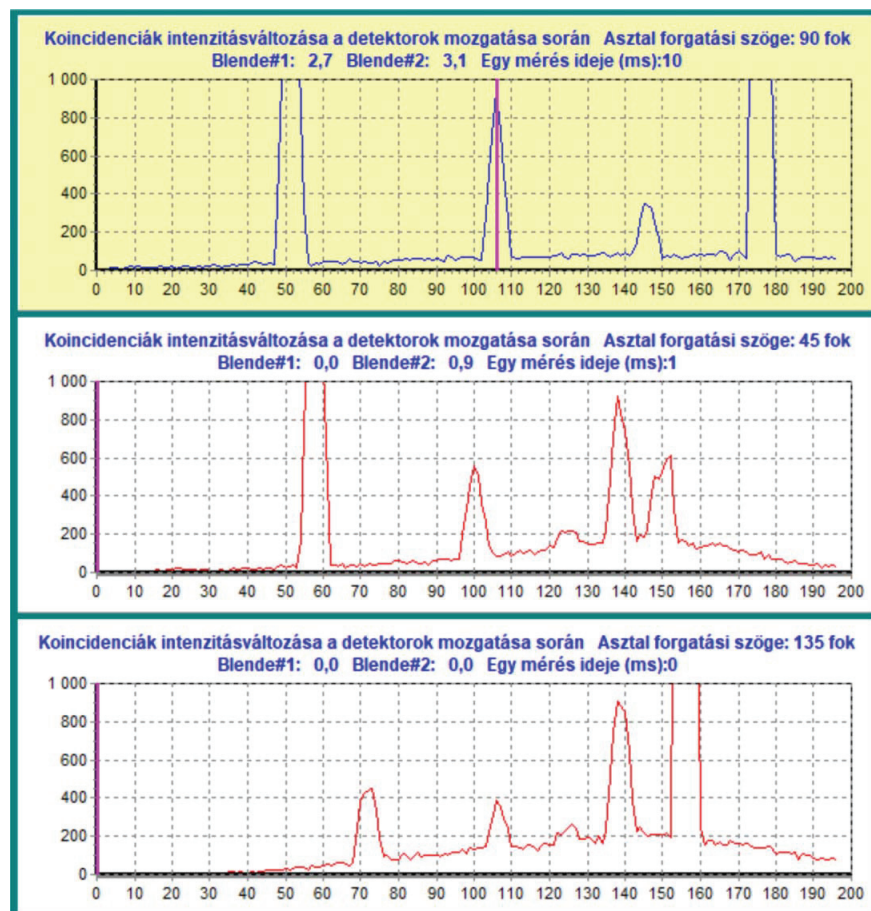
A legtöbb versenyző esetén hiányzott a logikus gondolkodás (vagy annak leírása), a többség inkább próbálkozott, semmint az első feladatok tapasztalatai alapján próbált volna vizsgálni. A testben lévő öt gócból a legjobbak is csak négyet találtak meg; igaz viszont, hogy két góc olyan helyzetben volt, hogy a legjobb eredményt adó 90 fokos szögnél éppen „takarták” egymást. Mindezek ellenére a visszajelzések szerint a versenyzőknek (és tanáraiknak) tetszett a szimulációs feladat.

A szimulációs program „nyilvános” változata a verseny után felkerült a webre az Országos Szilárd Leó Versenyen használt korábbi szimulációs programok mellé: <https://sukjaro.hu/scs/letoltesek/oszlv-szimulaciok/>. Ez az Internetre felkerült változat bővebb, mint amit a versenyzők kaptak. Egyrészt vissza is lehet olvasni az elmentett eredményeket (amit a versenyen csak a zsűri tudott megtenni), másrészt a program lehetőséget ad többféle, véletlenszerű „góc-elrendezés” létrehozására is, azaz a programmal hosszabban el lehet játszani. Több egyéb módosulás is van a kezelő felületen. Ennek megfelelően természetesen módosult a program használati útmutatója is.

A verseny eredményei

Sajnos a pandémiás helyzet nem tette lehetővé a személyes jelenlétet, ezért a verseny ünnepélyes eredményhirdetését online tartottuk április 30-án, pénteken délután, egy Zoom szoftverrel támogatott videokonferencia keretében.

2. ábra. Az autoscanmérések koincidenciaadatai grafikus formában (részlet), a csúcsok a „valódi” koincidenciákat mutatják.





Ebben az évben is sor került több különdíj átadására. A Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány a két kategória első három helyezettjét arany, ezüst és bronz bevonatú Szilárd Leó éremmel jutalmazta, valamint pénzjutalmat is kaptak. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat idén is egy-egy éves *Fizikai Szemle* előfizetést ajánlott fel a két kategória első öt helyezettjének, továbbá az első három helyezettnek egy-egy Eötvös Emlékalbumot. A Magyar Nukleáris Társaság (MNT) könyvjutalmakat ajándékozott a versenyzőknek, valamint kedvezményes részvételi jegyeket az MNT által szervezett Nukleáris Szaktáborra a két kategória első három helyezettjének, amelyet *Mester András* tanár úr, az MNT Tanári Szakcsoportjának az elnöke ítélte

3. ábra. Balra: Delfin-díj a legjobb eredményt elért tanárnak, amelyet 2021-ben Pálovics Róbert érdemelt ki. Jobbra: Marx György Vándordíjat a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium nyerte el.

A versenybizottság vezetőjének rövid köszöntője után *Papp Gergely* ismertette az elméleti feladatok megoldásait és a tipikus hibákat, *Tarján Péter* pedig a szimulációs feladatról beszélt röviden, hasznos útmutatásokat adva a versenyzőknek a következő megmértetésekre.

Ezt követően *Sükösd Csaba* ismertette a Junior és a Szenior kategória helyezéseit és díjait, amelyeket az eredményhirdetés után a Magyar Nukleáris Társaság postán küldött ki a versenyzőknek.

2021-ben a következő diákok érték el a legjobb helyezéseket:

I. kategória (11–12. osztályosok)

- I. helyezett: *Varga Vázsony* (76%), Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, tanára *Schramek Anikó*
- II. helyezett: *Ludányi Levente* (74,7%), SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola, Szeged, tanára *Nagy Tibor*
- III. helyezett: *Bokor Endre* (73,3%), Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, tanára *Schramek Anikó*

„Junior” kategória

- I. helyezett: *Bencz Benedek* (56%), Baár-Madas Gimnázium, Budapest, tanára *Horváth Norbert*
- II. helyezett: *Nemeskéri Dániel* (53%), ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium, Budapest, tanára *Zsigri Ferenc*
- III. helyezett: *Barna Benedek* (49%), Szent István Gimnázium, Budapest, tanára *Gyimesi Éva*

oda. Az MNT Nőtagozatának (WIN) különdíját *Radnóti Katalin*, az MNT WIN budapesti alelnöke hirdette ki. A díjat a legjobb eredményt elért lányversenyző, *Trombitás Karolina*, a Pécsi Janus Pannonius Gimnázium tanulója kapta.

A záróülésen a tanulói díjak, különdíjak és oklevelek átadása után került sor az idei *Delfin-díj* átadására, amelyet minden évben a tanárok pontversenyében legjobb eredményt elért *tanárnak* ítélte oda a versenybizottság. Ebben az évben a Delfin-díjat (3. ábra, bal oldala) *Pálovics Róbert*, a Zrínyi Miklós Gimnázium (Zalaegerszeg) tanára kapta. A tanár úr már 2001-ben, 2005-ben és 2009-ben is kapott Delfin-díjat! Gratulálunk!

A *Marx György Vándordíjat* (3. ábra, jobb oldala) – amelyet minden évben a pontversenyben legkiválóbb eredményt elért *iskolának* ítélte oda a Versenybizottság – idén a *Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium* nyerte el.

Az ünnepélyes eredményhirdetés végén *Sükösd Csaba* köszönetét fejezte ki a versenyt támogató Emberi Erőforrás Támogatáskezelőnek, a Nemzeti Tehetségprogramnak, a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítványnak, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetének, a Magyar Nukleáris Társaságnak, az Eötvös Loránd Fizikai Társulatnak, a Paksi Atomerőműnek, a paksi Energetikai Technikumnak és Kollégiumnak, valamint minden támogatónak és különdíjat felajánló szervezetnek a verseny megrendezésében nyújtott segítségükért. Külön köszönet illeti a Versenybizottságot és mindazokat az iskolai szervező és tanárkollégákat, akik a szokatlan pandémiás körülmények ellenére is lelkesen és fáradtságot nem ismerve dolgoztak a verseny sikeréért.

GÁLFI LÁSZLÓRA (1944–2022) EMLÉKEZÜNK

Kiváló feladatmegoldó matematikus diákként ismertük meg. A Középiskolai Tanulmányi Versenyen III. díjat nyert, tagja volt a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián szerepelt magyar csapatnak. *Rábai Imre*, a Fazekas Gimnázium speciális matematika osztályának legendás alapító-tanára életinterjújában elismerően emlékezett Laci segítségére az első „zseniosztály” tanítási programjának elindításában.

Sokan meglepődtek ezért, amikor a fizikus szakot választotta. Az ELTE-n *Marx György* témavezetésével írta diplomamunkáját az akkor felfedezett CP-szimmetria-sértés témaköréből és ebből publikálta első cikkét. Az Elméleti Fizikai Tanszék friss munkatársaként csatlakozott a mélyen rugalmatlan elektron-proton ütközési kísérletek értelmezésére *Kuti Gyula* körül szerveződő kutatócsoporthoz. A bécsi Egyetem Elméleti Fizikai Intézetének munkatársával, *Reinbart Kögerlerrel* elsők között kereste proton-berillium ütközésekben keletkező elektron-pozitron párok energiaeloszlásában tapasztalt rejtélyes szerkezet titkát.

Végül kiderült, hogy a J/Ψ részecskét rejtették a mérések. E kutatásaiból írott *Egyrészecske-eloszlások aszimptotikus viselkedéseinek vizsgálata* című dolgozatával nyerte el a fizikai tudomány kandidátusa fokozatot 1974-ben.

Életében a kutatással egyenrangú helyet foglalt el az elméleti fizika sokszintű tanítása. Egész pályafutása az ELTE Elméleti Fizika Tanszékhez kötötte. Főleg fizikatanár-szakosoknak tartott előadásokat. Az elméleti elektrodinamika tárgyhoz írott jegyzetét a diákok magasra értékelték. A jegyzetet folyamatosan csiszolta, utolsó munkája ennek átdolgozott e-könyv kiadása volt. Alkotó lektori munkáját dicséri *J. D. Jackson Klasszikus Elektrodinamika* tankönyvének magyar kiadása. Szerkesztője volt a Landau–Lifsic tankönyvsorozat magyar kiadásának. Pontos és élvezetes fordításában két kiadásban is sikert aratott *Roger Penrose A császár új elméje* című műve. A *Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok* szerkesztő bizottságának három évtizeden át volt tagja, több tucat feladatot tűzött ki és fáradhatatlanul részt vállalt a beküldött megoldások javításában.

Tematikus korlátot nem ismerő érdeklődéssel csatlakozott úttörő célokra kitzűző kutatásokhoz. Az 1980-

as és '90-es évek fordulóján az egyensúlytól távoli állapotokon át zajló kémiai reakciókban megjelenő mintázatok eredetét kutatta. Az 1990-es évtized végén a Collegium Budapest vendégkutatójaként a kvantummechanikai méréselmélet *Károlyházy Frigyes* által javasolt megközelítésén dolgozott.

Gnädig Péter, Patkós András, Rácz Zoltán



Játszva kutatott, kutatva játszott

Gálfi László szenvedélyes sakkozó volt, nagyra értékelte a sakkban rejlő gondolatok mélységét és változatosságát. *Boschán Péterrel* gyakran próbáltuk tesztelni tudását, de általában a matt rossz oldalára kerültünk. Laci szerette a megismerést és az új jelenségekkel kapcsolatos feladatok megoldását is játéknak tekinteni. Az 1980-as években a személyi számítógépek megjelenése nagyot emelt e megközelítés értékén. A tanszék első PC-in gyakran szó szerint játék folyt, de közben láthatóvá vált, hogy könnyedén

lehet leírni és megérteni olyan fizikai problémákat, amelyek megoldásáról addig nem is álmodhattunk. Ilyen jelenségkörhöz tartoztak az egyensúlytól távoli kémiai reakciókban megfigyelhető varázslatos mintázatok. A mintázatok szépségét (például a Lieseganggyűrűk esetén) mindenki láthatta a kémialaborokban, de létrejöttük magyarázata hiányzott. Az elmélet megszületéséhez vezető úton alapvető fontosságú volt annak felismerése, hogy a mintázatok gyakran kémiai reakciófrontok mögött jönnek létre, s először ezeket a frontokat kell jellemezni. Gálfi László itt jelentőset alkotott, munkái nemzetközileg elismertek, s a kémiai reakciózónákkal kapcsolatos kutatások kiindulópontját jelentik ma is.

Rácz Zoltán



Gálfi Lászlót („Lacit”) egyetemista korom (az 1960-as évek vége) óta ismertem. A sors szakmailag és emberileg is összehozott bennünket, és a kapcsolatunk öt évtizeden keresztül tartott. Együtt csöppentünk bele a Kuti Gyula vezette kis csoport („kvark-bag maffia”) csapatmunkájába, együtt éltük át az elméleti részecs-

kefizikai kutatás többnyire felemelő, néha azonban kétségekkel teli mindennapjait. Amikor ez a közös munka megszakadt, nagyon jó, baráti kapcsolatban maradtunk, egymástól egy emeletnyi távolságban. (Mindkettőnknek az ELTE volt az első és utolsó munkahelyünk.)

Károlyházy Frigyes mindkettőnknek adott kisebb, alkalmi számolnivalót, amivel az ő (K. F.) általános relativitáselmélettel összekapcsolt kvantum-méréselméleti munkáját próbáltuk segíteni. Ez a „kisinas” tevékenységünk az 1990-es évek vége felé hivatalossá is vált, amikor Károlyházy lehetőséget kapott, hogy csaknem egy éven keresztül egy „fókuszcsoporthoz” irányítson a Collegium Budapest – Institute for Advanced Study budavári épületében. Három „szárnysegédet” választhatott, akik a korábbihoz hasonlóan segítségére lehettek a munkájában. Ő *Perjés Zoltánt*, Gálfi Lászlót és engem nevezett meg, így (Laci szobartársaként) sok időt töltöttünk együtt.

Nagyon sokat tanultam ezalatt tőle, mert a fizika számos területén otthonosan mozgott. Akkori munkáját a Collegiumban rendezett nemzetközi műhelyen (amelynek vendége volt a későbbi Nobel-díjas Roger Penrose is) is előadta. Ám Károlyházy olyan magasra

állította a mércét saját maga és munkatársai előtt, hogy Laci cikkének publikálásához nem járult hozzá („nincs a munkánk még olyan stádiumban, hogy ...”). Ez némi csalódást és törést okozott Laci tudományos alkotókedvében.

Gimnazista korában sikeres feladatmegoldó volt a *Középiskolai Matematikai Lapok (KöMaL)* éves matematika pontversenyében. Később – immár fizikusként – hobbiból, agytornaként rendszeresen oldott meg matematika- és fizikaproblémákat, és nagyon hosszú ideig a *KöMaL* fizika szerkesztő bizottságának tagja volt. Ő képviselte közöttünk azt a szakmai biztonságot, amellyel (felülről nézve, nem középiskolás fokon) csiszolhatta a kitűzésre váró feladatokat.

Amikor – kezdődő betegsége miatt – úgy érezte, hogy hamarosan már nem lesz képes olyan színvonalú munkát végezni, amilyent saját magától elvárt, önként félreállt. Kevés emberben van meg ez az emberi nagyság, hogy még tiszta fejjel szembe tudjon, szembe merjen nézni a helyzetével. Megrázó volt Laci szükségzavú búcsúja egy fizika feladatkitűzési értekezlet végén. Amikor kiment a teremből, sokáig nem tudtunk megszólalni.

Gnädig Péter

GYÁSZOL A SZEGEDI FIZIKUSTÁRSADALOM, ELHUNYT HEVESI IMRE

Életének 93. évében 2022. január 10-én rövid súlyos betegségben elhunyt *Hevesi Imre*, az SZTE TTIK Kísérleti Fizikai Tanszékének professor emeritusa.

Hevesi Imre Szegeden nemcsak a Kísérleti Fizikai Tanszék múltjában és jelenében, hanem a Természettudományi Kar, illetve az Egyetem életében is fontos szerepet töltött be. Hevesi Imre 1929. október 23-án született Mindszentben. Az elemi iskolát osztatlan tanügyi iskolában kezdte, majd Hódmezővásárhelyen a polgáriban folytatta. Jó tanuló volt, tudatosan készült a középiskolai továbbtanulásra. Szegeden a Tanítóképző Intézetbe nyert felvételt, és ott érettségizett. 1948-ban a Szegedi Pedagógiai Főiskolán kezdte meg felsőfokú tanulmányait. Két év után átiratkozott a Szegedi Tudományegyetemre II. éves matematika-fizika szakos hallgatónak. Végig kiváló tanuló volt. Harmadéves korában *Budó Ágoston* a Kísérleti Fizikai Tanszékre hívta demonstrátornak, majd 1953-ban végzés után tanársegéd lett a Tanszéken. *Kalmár László* is szívesen látta volna a Matematika Intézetben, de a kísérletezés, kutatás szeretete a fizika irányába vitte. Budó professzor precízsege, tankönyvírási alaposága példa volt számára munkássága során. Talán a példa és az oktatás jobbá tételének vágya inspirálta jegyzetek, tankönyvek írására. Fizika feladatgyűjteményeket készített társszerzőkkel. Hiány-

pótló tankönyveket írt, és fordított (*Szilárdtestek fizikája*, *Félvezetők fizikája*, *Demonstrációs alapkísérletek*, a több kiadást megért *Elektromosság* stb.) A tanszék szinte minden oktatási feladatában dolgozott. Elvárta hallgatóitól, hogy óráin figyeljenek, együtt dolgozzanak vele. Szigorú oktató volt, de mindig a hallgatók és munkatársainak segítése volt a célja. Szakdolgozatos, doktori munkát végző hallgatókat irányított munkájukban.

Kutatási területe a félvezető kristályok és rétegek optikai tulajdonságainak vizsgálata, szilárd testek és lézerezés kölcsönhatásának tanulmányozása volt. 1968-ban a *Vanádiumpentoxid egykristályok optikai tulajdonságainak vizsgálata* című értekezésével szerzte meg a fizikai tudomány kandidátusa fokozatot, 1986-ban a *Vanádium-oxidok előállítás, lineáris és nemlineáris optikai jellemzőik meghatározása* című értekezése alapján lett a fizikai tudomány doktora. A Félvezetős Kutatócsoport vezetőjeként a Tanszék meghatározó eredményeket elérő kutatásait irányította. Végigjárták az utat, amelyen a kutatóknak a kísérleti eszközök legnagyobb részét össze kellett állítani, és a félvezetők esetében a minták előállításának módját is ki kellett dolgozni.

Oktató és tudományos munkájának elismeréseként 1958-ban adjunktus lett, 1969-ben docens, 1987-ben

egyetemi tanári kinevezést kapott. 1988-ban a tanszékvezetője lett a Kísérleti Fizikai Tanszéknek. Az oktató-nevelő és tudományos munkájával, valamint az ismeretterjesztés területén kifejtett több évtizedes tevékenységével mind az egyetemen, mind pedig a Magyar Tudományos Akadémia különböző bizottságaiban, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat megyei és országos szintű testületeiben elismerést vívott ki. Több éven keresztül elnöke is volt az ELFT Csongrád Megyei Csoportjának. A Szegeden folyó egyetemi fizikaoktatásban mindig kezdeményező szerepet vállalt, és hosszabb időn keresztül vezető szerepet töltött be.

1988-ra nagy létszámúvá vált a Kísérleti Fizikai Tanszék és az MTA Lézerfizikai Tanszék Kutatócsoportja. Célszerűnek tűnt egyrészt a kutatási, másrészt az oktatási feladatok alapján két tanszék kialakítani. A kettéosztásra vonatkozó terveket Hevesi Imre dolgozta ki. Az elképzelést a kar vezetése elfogadta, így jött létre 1989-ben a Kísérleti Fizikai Tanszék nevet továbbvivő, Hevesi Imre vezette rész mellett az Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék *Bor Zsolt* vezetésével.

Hevesi Imre professzor igen sokoldalú közéleti munkát végzett az egyetemen és a tudományos közéletben. Volt a Fizikus Tanszékcsoport vezetője, továbbá a Természettudományi Kar dékánhelyettese két dékáni cikluson keresztül. Tanszékvezetése alatt az 1990-es évek elején kezdte meg működését a Csillagvizsgáló. Az Odesszai Egyetemtől a jó együttműködésnek köszönhetően a Tanszék egy távcsövet kapott.

Energiát nem kímélve elérte, hogy felépüljön a Csillagvizsgáló, amely a természettudományos ismeretterjesztésben ma is fontos szerepet tölt be.

Kitervezte és megvalósította a fizikai műszerek múzeumát. A tanszékvezetői poszttól való megválás nem jelentett számára visszavonulást. A Kísérleti Fizikai Tanszék professor emeritusa lett. Talán a korábbiaknál is nagyobb lendülettel folytatta a tankönyvek írását, és ha szükség volt rá, órát is tartott.

Több egyetemi és akadémiai kitüntetést kapott oktató és tudományos munkája elismeréseként. Legbüszkébb volt a Köztársasági Érdemrend Lovagkeresztje kitüntetésre, és az adományozás indoklására: „A természettudományos ismeretterjesztésben, a felsőfokú fizikaoktatásban végzett tevékenysége, oktató-nevelő munkássága” elismeréseként kapta.

Egészséges életszemléletét, sokoldalúságát bizonyítja sportos életmódja is. Az egyetemi kispályás foci bajnokságban, asztaliteniszben egyéniben, párosokban legtöbbször bajnok volt. Örökifjú alkatát jól tükrözi, hogy 63 évesen kezdett teniszezni, és még 80 éves korában is rendszeresen játszott.

Hevesi Imre oktatóként, kutatóként és magánemberként is tiszteletet és nagyrabecsülést váltott ki, sok tulajdonsága példaértékű számunkra.

Emlékét kegyelettel megőrizzük.

Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Fizikai Intézete



VÁRÓ GYÖRGY (1947–2021)

Váró György Székelyudvarhelyen született, élete nagy részét az Alföldön töltötte, oda is varázsolva egy kicsit az erdélyi hegyek hangulatából. Fizikus diplomáját 1970-ben szerezte a kolozsvári Babeş-Bolyai Tudományegyetemen, majd középiskolai tanárként helyezkedett el Nagyváradon. 1978-ban áttelepült Magyarországra, és a Szegedi Biológiai Kutatóközpont (SZBK) Biofizikai Intézetében kezdte meg kutatói munkásságát, ahol nyugdíjba vonulásáig (2017) dolgozott. A néhány évvel azelőtt létrehozott kutatóintézet akkoriban tele volt lelkes fiatalokkal, technikai színvonal és demokratikus légköre valamelyest hidat tudott képezni a fejlettebb világ tudományos élete felé.

Gyuri a *Keszthelyi Lajos* által vezetett, nagy létszámú Membrán Biofizikai Kutatócsoporthoz csatlako-

zott, amelynek legfontosabb kutatási területe a bakteriorodopszin (bR) fehérje működési mechanizmusának felderítése volt. Ez a membránfehérje akkor a nemzetközi biofizikai kutatások homlokterében állt, mivel funkciója a fotoszintézisnél lényegesen egyszerűbb fényindukált protontranszporton alapul. 1980-ban Keszthelyi Lajos és *Ormos Pál* kimutatták, hogy a bR-t tartalmazó sejtmembránfragmentumok elektromos térben orientálhatók, így ez a töltéstranszport makroszkopikus elektromos jelként detektálható. Gyuri első tudományos munkája során kidolgozott egy meglehetősen hatékony eljárást arra, hogy szárított, orientált membrán multirétegeket hozzon létre. Ezeket a kompakt mintákon nagyon nagy elektromos jeleket lehetett mérni, ráadásul igen időtállóknak bi-

zonyultak, az akkoriban készített preparátumai ma is változatlanul működnek. Ezt az eredményt 1981-ben a külföldön szinte ismeretlen *Acta Biologica Academiae Scientiarum Hungaricae* folyóiratban publikálta, amelyre minden várakozást felülmúlva több mint száz hivatkozást kapott, és a szárított, orientált minta elindult a siker útján. A szegedi egyetem Kísérleti Fizikai Tanszékén *Szabó Gáborral* együttműködve egy ilyen objektumon mutattuk ki a fényindukált elektromos jel pikoszekundumos komponensét, ezt az eredményt 1984-ben a *Nature*-ben publikáltuk.

Gyuri már pályafutása legelején bekapcsolódott a nemzetközi tudományos közösség életébe. Kiváló és hosszantartó munkakapcsolatot alakított ki a University of California Irvine egyetemen működő *Lányi János* professzorral, aki akkoriban a bR- és egyéb rodopszinféherje-kutatások egyik vezető szaktekintélye volt. Az 1989–1991, illetve 1994–1996 évi, majd néhány későbbi rövidebb tanulmányútja során jelentős számú közös publikációjuk jelent meg a bR fényindukált fotociklusának időfelbontásos spektroszkópiái módszerekkel vizsgált részletes mechanizmusáról, és az annak során megvalósuló protonpumpa egyes lépéseiről. Ehhez társult a genetikailag módosított bR-minták, illetve a kloridiont és protont egyaránt pumpálni képes halorodopszin-fehérje fotociklusának leírása. Egyik legfontosabb közös eredményük annak kimutatása, hogy a protonpumpa egy kiterjedt hidrogénhid-rendszerben végbemenő folyamattal írható le. Ezeket az eredményeket igen rangos folyóiratokban publikálták, ami rekord mennyiségű hivatkozást eredményezett.

Az 1990-es évek végétől itthon folytatta a natív és genetikailag módosított bakteriorodopszin-, halorodopszin- és proteorodopszin-mintákon spektroszkópiái és elektromos módszerekkel mért kinetikák együttes vizsgálatát. Ebbe a munkába egyre több fiatal munkatársat, PhD hallgatót vont be, gyakran a határon túlról is. Egyik legsikeresebb tanítványa *Gergely Csilla*, aki ma a montpellier-i egyetem professzora, és ottani laboratóriumában is végzett közös kutatásokat Gyurival. A 2000-es évek elején újabb típusú vizsgálatok kezdődtek a szárított, orientált bR-mintákon. A University of Michigan, Ann Arbor munkatársaival együttműködve az elektrooptikai mintavételezés módszerével ezeken tanulmányozták a fényindukált töltésszétválás pikoszekundumos kinetikájának részleteit. Ugyanebben a kollaborációban monolitikusan integrált bR-félvezető hibrid konstrukción alapuló optoelektronikai eszközöket hoztak létre. Az École Polytechnique, Palaiseau (Fr) és a müncheni Ludwig-Maximilians-University munkatársaival, valamint *Hebling János* professzorral (Pécsi Tudományegyetem)

együttműködve femtoszekundumos időfelbontású kísérleteket hajtottunk végre a bR retinál kromofórján történő fényindukált elektrontranszlokáció és az ahhoz társuló koherens nukleáris vibrációk követésére.

A fentiekkel párhuzamosan az új évezredben Gyuri érdeklődése mindinkább egy akkoriban nagyon ígéretes modern vizsgálati technika, az atomerő-mikroszkópia (AFM) irányába fordult. Az AFM minden eddigi mikroszkópiás eljárásnál nagyobb képfelbontást tett lehetővé, hatalmas távlatokat nyitva a biológiai struktúrák részletes jellemzésére. 2004-ben Gyuri és *Szegletes Zsolt* létrehozták az Atomerő mikroszkópia biológiai alkalmazásai munkacsoportot, amelyhez ismét sok hallgató csatlakozott. A csoport megalakulásától kezdve részben szolgáltató laboratóriumként is működött, igen nagyszámú kollaborációt kialakítva az SZBK-n belül és kívül egyaránt. Kutatásainak szerteágazó tematikája magába foglalta többek között a bakteriorodopszin fotociklusa során fellépő szerkezeti változások követését, a muslica repülő izomrostok elaszticitásának meghatározását, csakúgy, mint a fotoszintetikus reakciócentrumok és nanostruktúrák, az agyi endotél sejtek és különböző típusú rákos sejtek, az antimikrobiális fehérjék és baktériumok, valamint az antigének és antitestek kölcsönhatása közben fellépő erőhatások jellemzését. *Bálint Zoltán* – egykori PhD hallgatója, jelenleg a Babeş-Bolyai Tudományegyetem Biomolekuláris Fizika Intézetének docense – így emlékszik vissza: „Mindezek mögött az intézeti ebédok és közös kávézások közben felmerülő ötletek és tervek álltak. Mindig türelmesen meghallgatta a legnagyobb marhaságainkat is, és aztán lassan rávezetett, hogy hol tévedtünk. Minden ötletet együtt mérlegeltünk, azután vagy mérés, vagy csak elmélet lett az arra érdemesekből. A mindennapi beszélgetések segítették hallgatói munkáját, és miközben figyelt, óvatosan terelt a megfelelő megoldás felé. Számíthattunk rá szakmai kérdésekben, és kérésre, a magánéletben is.”

39 évet töltöttünk el vele egy dolgozószobában. Saját pályafutásom három legértékesebb közleménye az általa készített szárított bR-mintákon végzett méréseken alapul. Már nyugdíjasként és nagybetegesen is sokszor bejött, hogy fiatal munkatársaimnak megmutassa az ilyen minták készítésének apró fortélyait, és megnézze, mi minden történik az AFM laborban. Barátok voltunk, a két család összejárt. Most üres a szoba másik fele.

A szegedi ELI-ALPS lézerközpontban újabb izgalmas kísérletekbe kezdünk azokkal a mintákkal, amelyek az 1981-es első cikkében publikált módszer alapján készültek. Nyugodj békében, Gyuri! Folytatjuk munkádat.

Groma Géza



Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Küldöttgyűlése



Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2022. május 7-én, szombaton 10:00 órai kezdettel tartja Küldöttgyűlését¹ az Eötvös Loránd Tudományegyetem északi épülettömb 0.83-as Eötvös-termében (Budapest XI. Pázmány Péter sétány 1/A). A Küldöttgyűlés nyilvános, azon bárki részt vehet. A vitákban a Társulat tagjai részt vehetnek, felszólalhatnak, de a szavazásban csak a területi és szakcsoportok által megválasztott, küldöttigazolvánnyal² rendelkező küldöttek vehetnek részt.

A Küldöttgyűlés a hagyományos, napirend előtti, szakmai előadással kezdődik, amelyet

Derényi Imre (ELTE Biológiai Fizika Tanszék):

Szomatikus evolúció fizikus szemmel – Miért élhetnek sokáig a többsejtű élőlények?

címen tart.

Az ELFT Elnöksége által javasolt napirendi pontok:

1. A levezető elnök megnyitója
2. A napirend elfogadása
3. A Szavazatszámoló Bizottság és a jegyzőkönyv-hitelesítők felkérése
4. Főtitkári beszámoló
 - 4.1 A Társulat 2021. évi közhasznúsági jelentése
 - 4.2 A Társulat 2022. évi költségvetése
5. A Felügyelő Bizottság jelentése
6. Vita és pontonkénti nyílt szavazás a 4–5. napirendi pontokról
7. A szavazás eredményének kihirdetése
8. Egyebek
9. Zárszó

¹ Fontos információ: ha a küldöttgyűlés a meghirdetett időpontban nem lenne határozatképes, akkor minimum 3 nap elteltével, de maximum 15 napon belül ismét összehívjuk. Az ilyen módon ismételt összehívott Küldöttgyűlés – tekintet nélkül a megjelent küldöttek létszámára – határozatképes.

² Kérjük, hogy a küldöttek a küldöttigazolványukat hozzák magukkal és azt a regisztrációnál mutassák be.

THE EPS FORUM

02-04 JUNE 2022

CONFERENCE CENTER
SORBONNE UNIVERSITY
PARIS, FRANCE



- CONFERENCES ·
- ROUND TABLES ·
- WORKSHOPS ·

IN 2022 THE EUROPEAN PHYSICAL SOCIETY (EPS) JOINS FORCES WITH ITS 42 MEMBER SOCIETIES, 18 DIVISIONS AND GROUPS 40 ASSOCIATE MEMBERS TO ORGANISE THE FIRST EPS FORUM AT SORBONNE UNIVERSITY, PARIS.

The EPS Forum is a three-day international meeting of interest for all European researchers, PhD students and Post Docs who wish to be introduced to exciting research opportunities in large companies and start-ups, and encourage a dialogue with representatives of the industry sector.

The EPS Forum will also host a general conference in physics on various topics, addressed from a more fundamental point of view and sponsored by high-profile scientists. Round tables will be dedicated to societal issues.

THE FORMAT OF THE EPS FORUM WILL INCLUDE A SERIES OF CONFERENCES, ROUND TABLES AND WORKSHOPS ON:

- Condensed matter physics: from quantum materials to additive manufacturing
- Energy and sustainability, transportation and technology
- Accelerators, high-energy particle physics, nuclear physics
- Quantum technologies and photonics
- Machine learning and artificial intelligence
- Biophysics, technological sequencing of proteins, pandemic, cancer treatments

REGISTRATION FEES

LOW PARTICIPATION FEES

Non EPS Members → €20
EPS Members → €15

FOR OUR INDUSTRIAL PARTNERS

Non EPS Associate Members → €100
EPS Associate Members → €50

Stands will be made available at attractive rate.
For more information, please contact us:
contact-forum-eps@eps.org

THURSDAY, 2nd

Physics Meets Industry

Day 1 of the EPS Forum will be dedicated to the employment of young physicists in Europe and favour direct exchanges with CEO, directors and engineers of major industrial companies in these fields.

Involving EPS Young Minds Members and EPS Associate Members, Day 1 will bring together early career researchers, interns, PhD students, and Postdocs with physics-based enterprises in order to discuss exciting research and career opportunities in industry.

FRIDAY, 3rd

Scientific Colloquium & Societal Challenges

Day 2 will look at scientific and societal challenges facing the physics community. The latest achievements in physics will be highlighted by the most outstanding physicists in Europe and beyond, including a strong participation from the EPS Member Societies and Divisions and Groups.

SATURDAY, 4th

EPS council

Day 3 will be devoted to the regular business of the EPS Council, open to EPS Council Delegates.

REPRESENTING 42 NATIONAL PHYSICAL SOCIETIES AND 130'000 RESEARCHERS, THE EUROPEAN PHYSICAL SOCIETY (EPS) ADVOCATES PHYSICS AND ITS CONTRIBUTION TO THE ECONOMIC, TECHNOLOGICAL, SOCIAL AND CULTURAL DEVELOPMENT IN EUROPE. IT PROMOTES EXCELLENCE IN PHYSICS RESEARCH AND COOPERATION WITH PHYSICS-BASED INDUSTRIES, EDUCATION AND STUDENT MOBILITY, PUBLICATION AND OUTREACH.

The EPS Young Minds Programme gives young researchers the opportunity to lead teams, organise events for networking, public outreach and career development. It is open to all enthusiastic young researchers in Europe and gathers the next generation of leaders in science.

Associate Members are represented in the EPS committees and Council. EPS Associate Membership is an exclusive opportunity to valorise physics research, industrial applications and societal projects.



$$H(t)|\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle$$

FOR MORE INFORMATION VISIT:
WWW.EPS.ORG/FORUM