

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

XXVIII. KÖTET

1-4. SZÁM



VI. OSZT. KÖZL.

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI

GELEJI SÁNDOR

XXVIII. KÖTET 1—4. SZÁM

SZERKESZTŐSÉG: BUDAPEST V., NÁDOR UTCA 7.
KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V., ALKOTMÁNY UTCA 21.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei változó terjedelmű füzetekben jelennek meg. Négy füzet alkot egy kötetet. Évenként általában egy kötet jelenik meg.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Magyar Tudományos Akadémia
Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei
Budapest V., Nádor utca 7.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Megjelent munkájáért minden szerzőt száz különnyomat illet meg. Közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttat a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A Közlemények előfizetési ára kötetenként belföldi címre 40 forint, külföldi címre 60 forint. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány utca 21. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat (Budapest I., Fő utca 32., Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának kiadványa az

Acta Technica

című idegen nyelvű folyóirat.

E lap hivatott a magyar műszaki tudományok eredményeinek legjavát a külföld felé tolmácsolni. A cikkek német, angol, francia vagy orosz nyelven jelennek meg, lehetőleg a szerző kívánsága szerint, összefoglaló pedig a cikk nyelvén és azonkívül a másik három nyelven. A cikkeket magyar vagy a szerző választotta idegen nyelven a következő címre kell beküldeni:

Acta Technica szerkesztősége, Budapest V., Nádor utca 7.

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTI
GELEJI SÁNDOR

XXVIII. KÖTET



VI. OSZT. KÖZL.

KAPCSOLT BEMETSZÉSEKKEL GYENGÍTETT RUDAK ALAKTÉNYEZŐI

HUSZÁR ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

ÉS

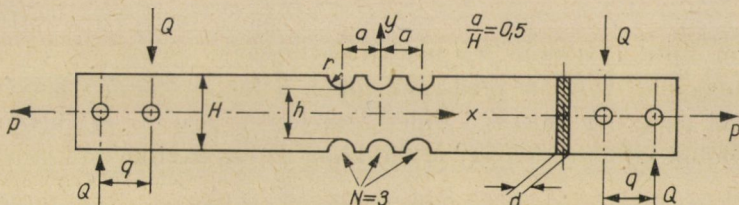
TELEKI ELEMÉR

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MECHANIKAI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1959. július 1-én]

Rudak méretezése során igen sokszor van dolga a tervezőnek bemetszések okozta feszültséggyűjtő helyekkel. Ilyen esetekben meg kell becsülnie, hogy hányszorosa a gyengített keresztmetszetben ébredő legnagyobb feszültség a bemetszés nélküli prizmatikus rúdban keletkező feszültségnek. Ezt a viszonyszámot az alaktényező fejezi ki.

Ha valamely rúdon egymás mellett több bemetszés fordul elő, akkor a bemetszések kapcsolásáról szokás beszélni [1]. Az alaktényező ilyenkor álta-



1. ábra

lánban más értékű, mint egyetlen feszültséggyűjtőhely példájában. Érdeemes tehát azzal a kérdéssel foglalkozni, hogy az alaktényező mekkora, és milyen tényezőktől függ. A kérdés részletes megoldása éppen az igen sokféle kialakítás és kapcsolási lehetőség miatt bonyolult. Ezért itt csupán egyetlen feladattal — az 1. ábrán feltüntetett bemetszett rúddal — foglalkozunk, amelyet mindkét oldalon félkör alakú, azonos méretű kivágások gyengítenek. Célul tűzzük ki megállapítani az egyes bemetszések helyén az alaktényezőket a bemetszések számának N függvényében, mégpedig külön tiszta húzás P és külön tiszta hajlítás Qq esetében.

A bemetszések távolságát vizsgálatunknál $a = 0,5 H$ értékre választottuk.

*

Mint ismeretes, a rendelkezésre álló alaktényezőik jelentős részét optikai feszültségvizsgálat segítségével határozták meg. A kitzűött feladat megoldá-

sára szintén ezt az eljárást használtuk fel. Mivel a feszültségi állapot síkbeli, a kéttengelyű optikai vizsgálat eredményre vezet.

Az alaktényezőt meghatározó kifejezés:

$$a_K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_k}. \quad (1)$$

A nevezőt az elemi szilárdságtan segítségével számíthatjuk, mivel ez a h magasságú prizmatikus rúdban ébredő feszültséget jelenti. Az 1. ábra jelölésével tiszta húzás, illetve tiszta hajlítás esetén:

$$\sigma_k = \frac{P}{h d}, \text{ illetve } \sigma_k = \frac{6Q q}{h^2 d}. \quad (2)$$

Az (1) kifejezés számlálóját viszont az optikai mérés adatai alapján az izokróm-ábrából határozzuk meg. Ennek egy-egy görbét ugyanis az M izokróm-rendszám jellemzi, amely a $\sigma_1 - \sigma_2$ főfeszültségkülönbséggel függ össze [2]:

$$M = K (\sigma_1 - \sigma_2) d. \quad (3)$$

Itt K az ún. optikai állandó, d a modell vastagsága.

A legnagyobb izokróm-rendszám éppen a feszültségcsúc helyén jelentkezik. Mivel pedig ugyanitt a terület terheletlen, azaz az egyik főfeszültség zérus, az előbbi kifejezés helyett példánkban az egyszerűbb

$$M_{\max} = K \sigma_{\max} d \quad (4)$$

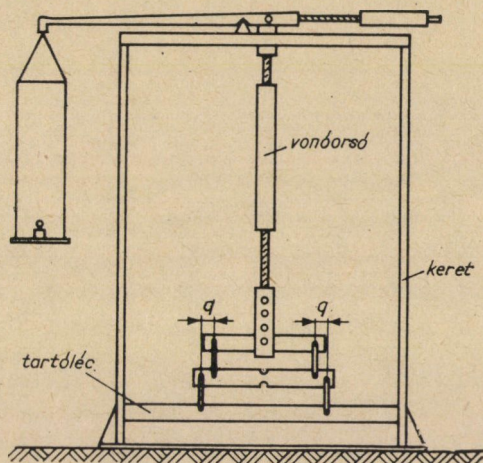
összefüggéssel számolhatunk. Ismerve K értékét, a feszültségcsúc:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{K d}. \quad (5)$$

*

Az optikai mérést juralit elnevezésű műgyanta-anyagból készült modellen végeztük el. A terhelést a 2. ábrán feltüntetett mérleggel valósítottuk meg. Ábránk a tiszta hajlítás esetét mutatja be. Tiszta húzás során a húzóerőt viszont a függőlegesen álló modellen úgy hoztuk létre, hogy felső furatát a mérlegkarral kapcsolódó vonóórsóhoz kötöttük, alsó furatát pedig a kerethez kapcsolódó tartóléchez rögzítettük.

Az optikai állandó meghatározására a modellt még a bemetszések kialakítása előtt a 2. ábrán feltüntetett módon tisztán hajlításra terheltük. Szá-

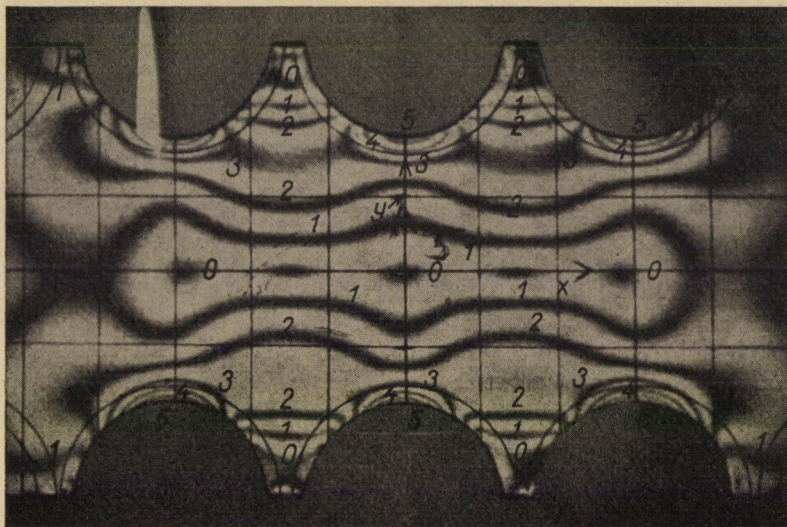


2. ábra

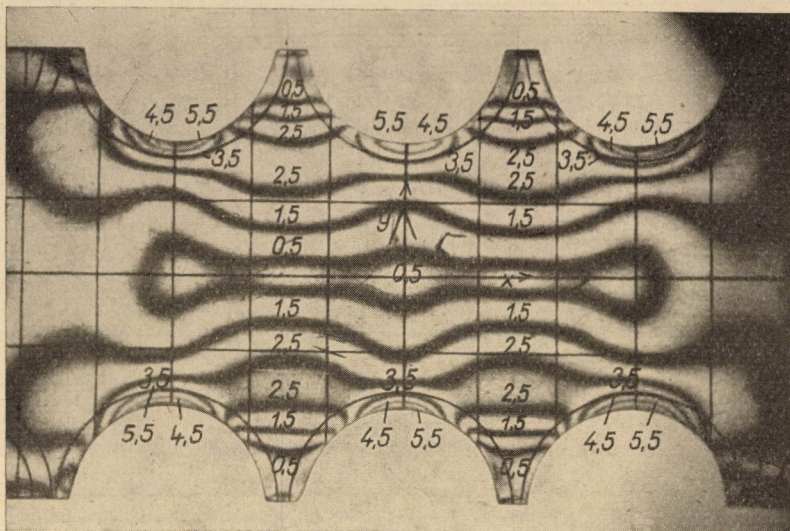
mítva a szélső szálban keletkező σ_0 feszültséget és meghatározva ugyanitt az M_0 rendszámot, az optikai állandó:

$$K = \frac{M_0}{\sigma_0 d}. \quad (6)$$

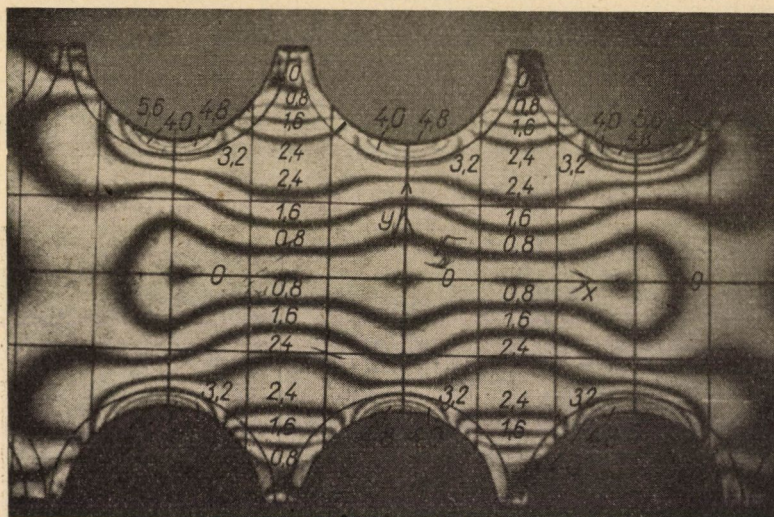
Az izokróm-képet higanygőzlámpával vettük fel körpoláros, zöld színű fényben. Viszonylag kis terhelést alkalmaztunk, ezzel biztosítva azt, hogy a



3. ábra



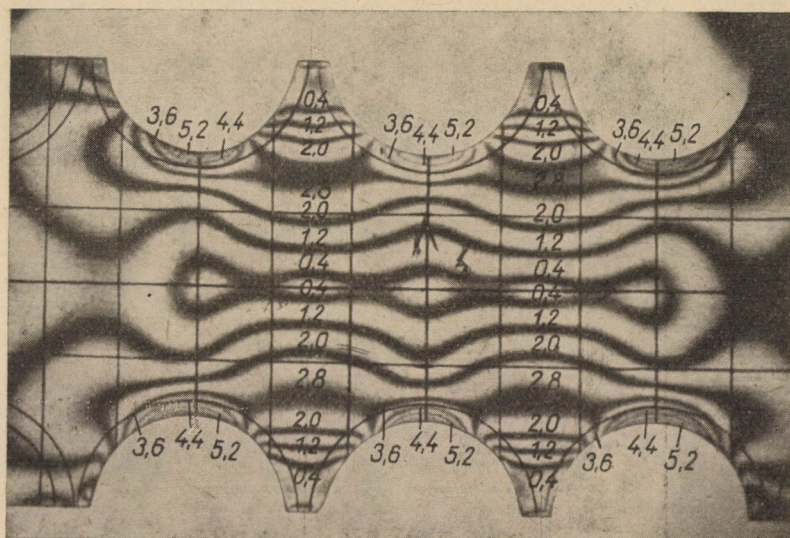
4. ábra



5. ábra

feszültség a rugalmassági határ alatt maradjon. Erről egyébként tehermentesítés után esetenként külön is meggyőződünk.

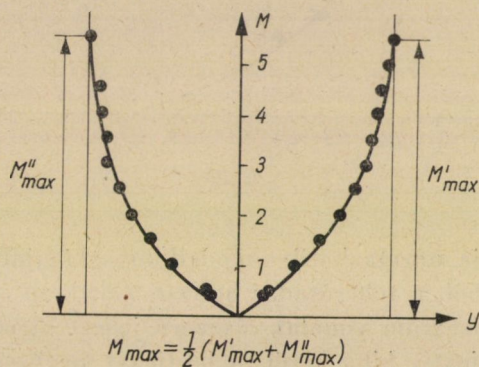
Az izokrómok sűrítését azzal értük el, hogy nemcsak P , és qQ , hanem $5/4 P$, illetve $5/4 Qq$ terhelésnél is felvételt készítettünk, másrészt kereszt és párhuzamos állásban levő polarizátorokkal dolgoztunk. Ilyen módon a rendel-



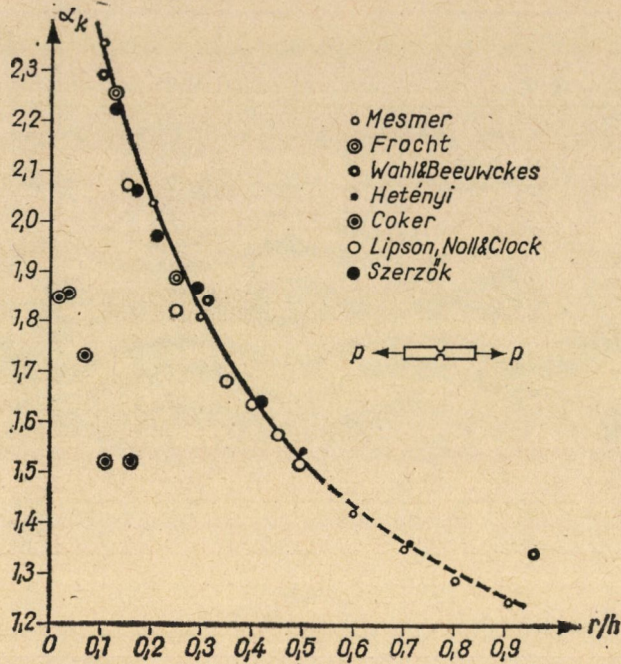
6. ábra

kezésünkre álló izokróm-rendszámok: 0—0,4—0,5—0,8—1—1,2—1,5—1,6—2—2,4—2,5—2,8—3 stb. Egy esetben 3—6. ábráink bemutatják a megfelelő négy felvételt. Ezeken a beírt számértékek az egyes izokrómrendszámokat tüntetik fel.

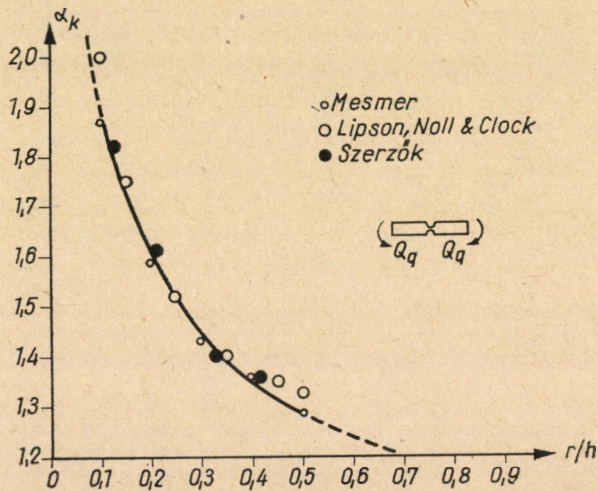
A bemetszéseknél jelentkező maximális rendszám meghatározása a következő: A filmekről nagyítást készítünk (lásd 3—6. ábra). Ezek segítségével a kérdéses — példákban az $x = 0$ — keresztmetszet nyomvonala mentén felvisszük közös diagramba a rendszámokat. Az egyes pontokat szemmértékre jól megközelítő görbe kimetszi a szélső helyeken a maximális rendszámokat (7. ábra). A keresett maximális izokróm-rendszámot a két görbeággal kimetszett értékek számtani közepe adja meg.



7. ábra

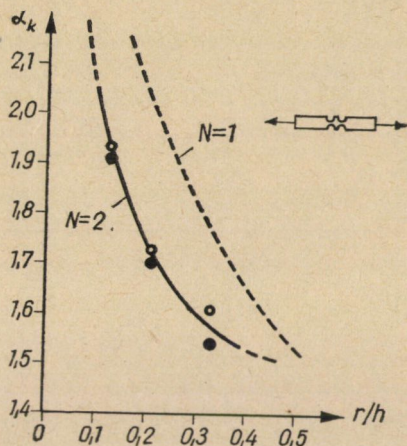


8. ábra

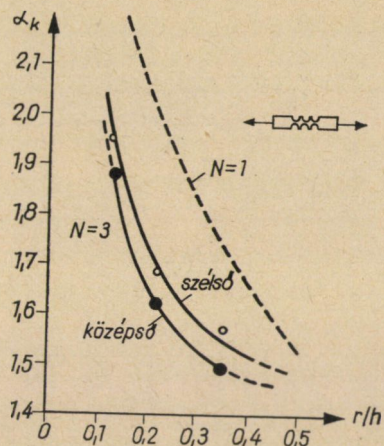


9. ábra

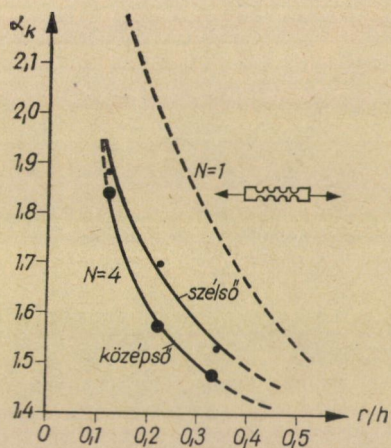
A mérés hibája származhatik a modell anyaghibájából, a modell tökéletlen megmunkálásából, a teherátadás helyein keletkező súrlódásból. További pontatlanságot az izokróm vonalak sávszerű jellege okoz, ami miatt a görbe felrajzolásába szubjektív hiba kerül. A fentieket megbecsülve $\pm 2\%$ hibával számolhatunk. Hogy ez kielégítő, annak megvilágítására 8. és 9. ábráink fel-



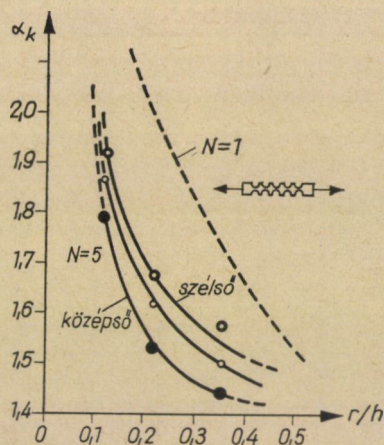
10. ábra



11. ábra



12. ábra

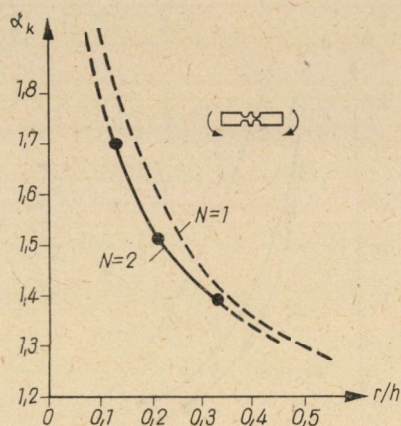


13. ábra

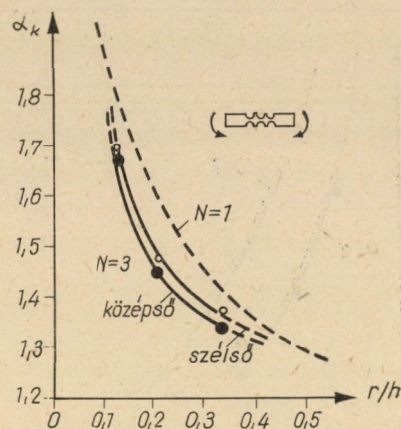
tüntetik különböző szerzők részéről egyetlen bemetszésre megadott α_k tényezőök diagramját [2, 3, 4]. Mint látható, a mérési eredmények szórása sok helyen nagyobb, mint a méréseinknél megbecsült 2% hiba. Mérési eredményeink egyébként jól összevágának a rendelkezésre álló irodalmi adatokkal.

*

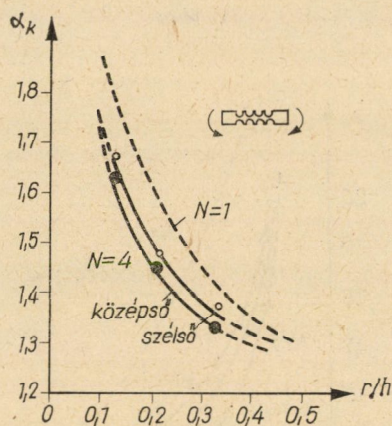
A feszültségcsúc minden bemetszés környezetében a bemetszés mélypontja közelében keletkezik. Erről az izokróm ábrák alapján (lásd 3–6. ábra) azonnal meggyőződhetünk, ugyanis itt helyezkedik el a legnagyobb rendszámú (M_{max}) izokróm vonal.



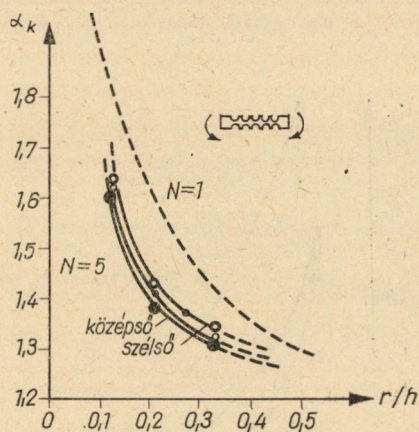
14. ábra



15. ábra



16. ábra

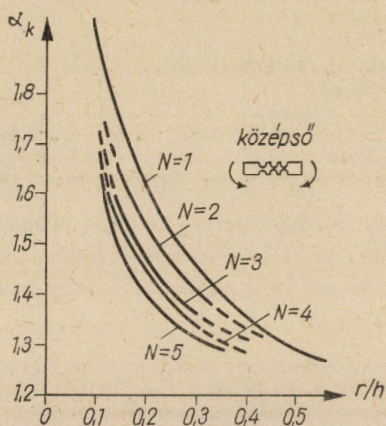


17. ábra

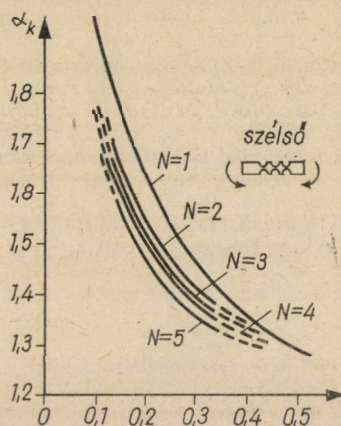
A húzott, illetve hajlított rúdra vonatkozó mérések eredményeit a 10—13. és a 14—17. ábrák tüntetik fel. E mérési eredmények alapján az alábbi megállapításokat tehetjük az ismert irodalmi adatokkal teljesen összhangzóan [1, 5, 6].

1. Az adott esetben az alaktényező értéke mindig a szélső bemetszésnél a legnagyobb, a középső bemetszés felé pedig csökken, legkisebb viszont a középső bemetszésnél. Magyarázata az, hogy a szélső bemetszés helyén mutatkozó feszültség-torlódás a közvetlen szomszédos részekben feszültség-csökkenést okoz. Az ebbe belenyúló következő bemetszésben tehát már csak kisebb feszültségcsúc alakulhat ki és így tovább.

2. A bemetszések számának nöttével mind a középső, mind pedig a szélső bemetszés helyén az alaktényező értéke csökken. A kölcsönhatás követ-



18. ábra



19. ábra

keztében az alaktényező még a szélső helyen is mindig kisebb, mint egyetlen bemetszésnél. Az elmondottak szemléltetésére a 18–19. ábrák a hajlításra igénybevett rúd alaktényezői közepén, illetve a szélső bemetszések helyein jelentkező értékeit mutatják be a bemetszések N számának függvényében.

Összegezve eredményeinket megállapíthatjuk, hogy a vizsgált esetben a sorozatosan alkalmazott bemetszés olyan kapcsolást jelent, amely a feszültségcsúcsot csökkenti. Ilyenkor tehát az egyes bemetszések egymásra való hatása a szerkezet szempontjából kedvező.

*

Érdeemes itt arra a másik kérdésre is rámutatni, hogy a DE SAINT VENANT-féle elv szerint valamely feszültségeloszlást zavaró kialakítás hatása lokális, azaz kis környezetre terjed. Ennek megfelelően két egymást követő bemetszés csak akkor jelent tényleges kapcsolást, ha egymáshoz elegendő közel fekszik. Található tehát — és ezt kísérlettel ki lehet mutatni — olyan a_{\min} érték, amelynél nagyobb a távolságok (lásd 1. ábra) esetén az egyes zavaró hatások egymásra nem hatnak. Ekkor az alaktényező megegyezik egyetlen bemetszés esetén kapott értékkel. Ha viszont a kisebb a jellemző a_{\min} távolságnál, akkor a kölcsönhatás érvényesül. Ilyenkor a vizsgált esetben mindig az alaktényező csökkenésével kell számolni. Azt, hogy milyen mértékben, természetesen újabb kísérlet-sorozattal lehet eldönteni.

IRODALOM

1. A. THUM, — O. SVENSON: Mehrfache Kerbwirkung. VDI April. 1950.
2. G. MESMER: Spannungsoptik. Springer. 1939. Berlin.
3. R. B. HEYWOOD: Designing by photoelasticity. Chapman. 1952. London.
4. CH. L. LIPSON, G. C. NOLL, L. S. CLOCK: Stress and Strength of Manufactured Parts. McGraw-Hill Book Company. 1950. New York.
5. R. E. PETERSON: Stress Concentration Design Factors. John Wiley & Sons. 1953. New York.
6. A. J. DURELLI, R. L. LAKE, E. A. PHILLIPS: Design Factors for Stress Concentration. Machine Design. Dec. 1951.

ÖSSZEFOGLALÁS

✓ Több bemetszéssel ellátott lapos rúd alaktényezőit határoztuk meg az optikai feszültségvizsgálat módszerével. Változónak választottuk a bemetszések számát. DURELLI, LAKE és PHILLIPS egy oldalon sorozatosan bemetszett nagy szélességű húzott rudat vizsgált. A szerzők viszont mindkét oldalon bemetszett keskeny rúd példáját tárgyalták külön tiszta húzásra és külön tiszta hajlításra végezve méréseket. A mérési eredményeket diagramok szemléltetik.

HÉZAGOKRA HATÓ ÉS AZOKBAN KIALAKULÓ FÖLDNYOMÁS

HÁROSY TEOFIL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1959. július 9.]

1. Hézagos megtámasztófalak

Jelen tanulmány címében felvetett kérdés a legtöbbször hézagos megtámasztófalak példájában merül fel. Nyomást kifejtő földterek határfelületén megtámasztófalakat építünk. Ilyen a támfal, a bélésfal, földalatti építmény biztosító falazata és egyéb.

Állandó építményeknél, rendszerint a vízzárás okából, a megtámasztófalaknak hézagmentes kivitelezésére törekszünk. Ideiglenes építményeknél viszont igen gyakran előfordul, hogy azoknak hézagos formájával is beérjük. Így dúcolt árkoknál, vagy földalatti tárokbán a pallók igen gyakran csak „ritkásan” épülnek.

A megtámasztófal ilyenkor *rostély* gyanánt működik, amely nemcsak a hézagokon át nem férő közetrészeket képes megtartani, hanem bizonyos előfeltételek között a hézagnál jóval kisebb szemcséket sem engedi át. A rostély áthatolhatatlanságát hézagainak megfelelő alakításával és azzal is fokozhatjuk, ha két különböző irányú rostélyből *rostát* (szitát) alakítunk ki. Rostélyok és rosták sorozata egymás mögött *térrácsot* alkot, amely természetesen még nagyobb ellenállást fejt ki egy-egy közetrészcseke átjutásával szemben. Ilyenek példája, többek között, az olcsó, kiváló, de sajnos nemigen tartós rőzsefonat.

Hézagok adódnak azonban állandó építményeknél is. Kiváltképpen és szükséggéppen akkor, ha a megtámasztófalak kész elemekből épültek.

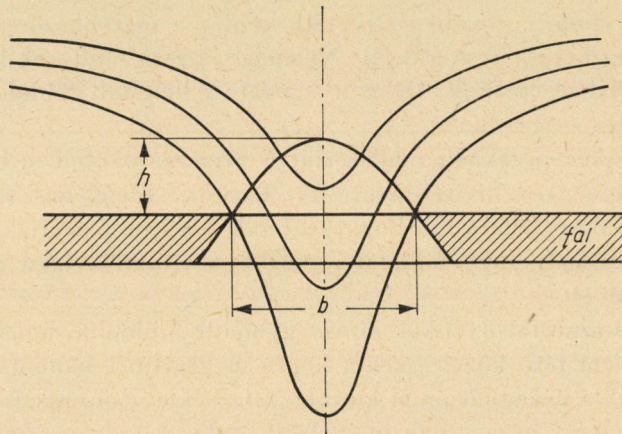
2. Átömlési jelenségek

Vizsgálatainkat legegyszerűbben a divergáló hézag példájával kezdjük. Falon átmenő olyan hézagot, amelynek keresztmetszete a nyomott oldal felől kisebb, mint a másik (szabad oldalon), *divergáló hézagnak* nevezhetünk. (L. 1. ábra.) Azok a talajrészecskék (szemcsék, rögök stb.), amelyeknek méretei a tér minden irányában nagyobbak a belső nyílásnál, abban minden bizonnyal meg fognak akadni. Nem bizonyos viszont, hogy azok a talajrészecskék, amelyeknek méretei nemcsak egyes irányokban, de mindenképpen fordulva is, kisebbek

a belső nyílásnál, átjutnak a hézagon, mert a hézag szájánál torlódások keletkezhetnek, amelyek a hézagot önműködően betömik.

Vízszintes rétegekben elrendezett képlékeny anyagokkal végzett kísérletek azt mutatják, hogy az átömlés az 1. ábrához hasonlóan a megtartandó anyagnak a hézagba való zsákszerű behúzódnásával kezdődik, majd a zsákoknak folyamatos leszakadása útján megy végbe. A behúzódnás *kontrakció* néven ismeretes.

Nem képlékeny anyag esetében a zsákok azonnal leszakadnak, így nem figyelhetők meg, de a bedugulások mégis létrejönnek. Ennek okául egy, a hézag szájánál keletkező *átboltozódást* kell tekintenünk.



1. ábra

3. A hézagra jutó nyomás

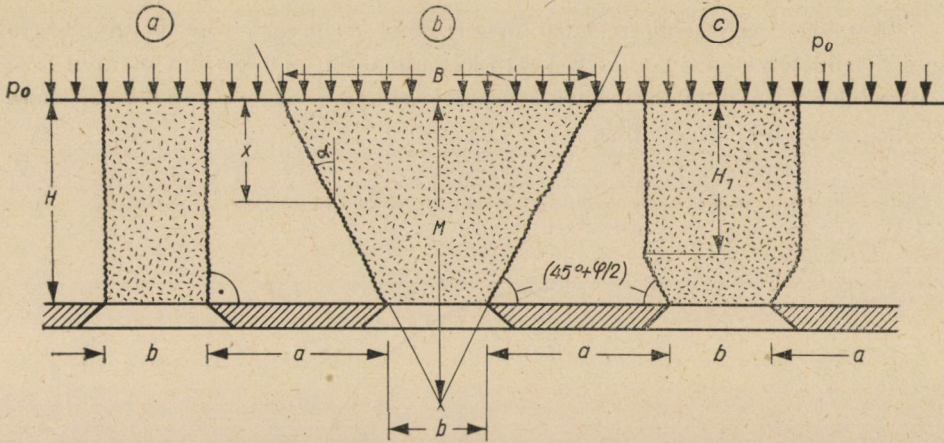
Az átboltozódás megismerése céljából mindenekelőtt a hézagra jutó nyomással kell foglalkoznunk.

Evégből a 2. ábra szerinti terhelést vizsgáljuk, amely H vastagságú vízszintes talajrétegből és ezenfelül p_0 egyenletesen megoszló nyomásból áll. A réteget alul vízszintes rostély határolja, amelyen b szélességű divergens hézagok vannak.

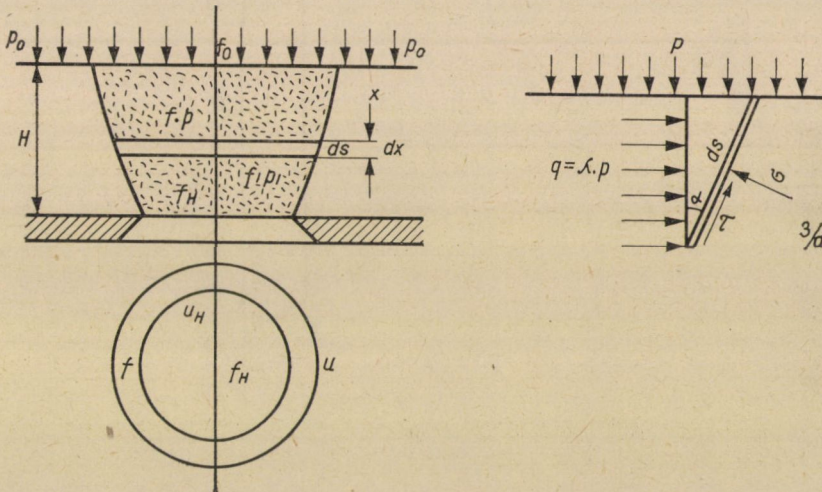
A hézagra jutó nyomás megállapítása nagymértékben attól függ, hogy a hézag feletti közetrészek lecsúszása milyen felület mentén történik. E tekintetben többféle felfogás lehetséges. A 2. ábra szerint:

A legközvetlenebb és legegyszerűbb felfogás az, hogy a lecsúszó felületek a hézag széleitől kiindulók, a rostélyra merőleges síkok (2a ábra).

Egy másik felfogás szerint a hézag feletti talajrészek a rostéllyal ($45^\circ + \varphi/2$) szöget képező ferde síkok mentén csúsznak le. φ a talaj súrlódási szöge (2b ábra).



2. ábra



3. ábra

A harmadik feltevés kompromisszum az első kettőből, egy bizonyos magasságig ferde síkok, azontúl függélyes síkok a törésfelületek (2c ábra).

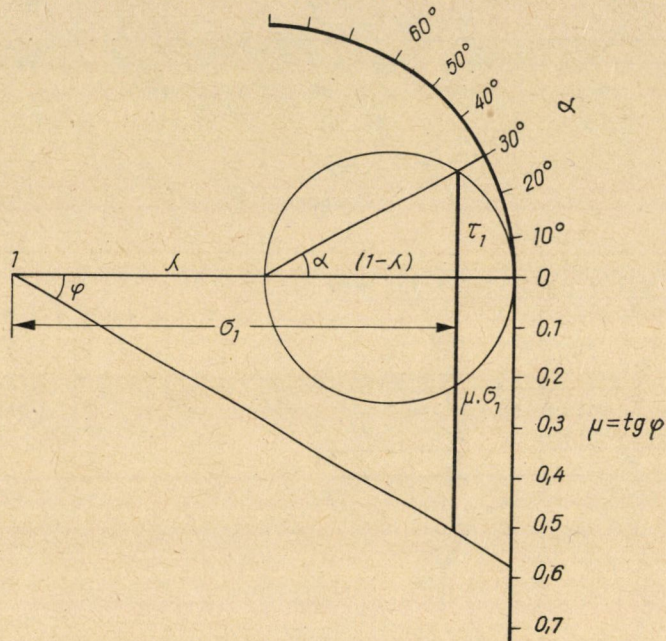
A negyedik változat szerint a csúszó felület görbe is lehet. Mivel azonban a görbe vonal egyenesekből álló tört vonallal is megközelíthető, ezzel a lehetőséggel ehelyütt részletesen nem foglalkozunk.

Az összes eshetőségek összehasonlítása céljából és egyben a későbbi alkalmazásuk végett is, egy általánosabb feladatot fogunk megoldani.

A 3. ábra szerint tetszőleges csúszófelületet úgy veszünk fel, hogy különböző x mélységekben megadjuk annak vízszintes síkmetszeteit. Utóbbiak u kerülete legyen párhuzamos f_H -nek u_H kerületével. Kérdés: miként változnak (egyenletes megoszlás feltételezésével) a (p) nyomások az x mélységgel.

Megoldás: az f felületre ható össznyomás $f \cdot p$ egy, tőle dx távolságra fekvő f_1 felületen pedig $f_1 \cdot p_1$. E kettő különbségét az u kerület mentén levő $u \cdot ds$ felületen (lásd 3a ábra) ható csúsztató erőnek és az $f \cdot dx$ szelet súlyának kell kiegyenlítenie. Képletben

$$f_1 \cdot p_1 - f \cdot p = -(\mu \cdot \sigma + \tau) u \cdot ds \cdot \cos \alpha + \gamma \cdot f \cdot dx$$



4. ábra

ha σ a ds elemre ható normális, τ pedig a nyíró feszültség, $\mu = \operatorname{tg} \varphi$ a súrlódási koefficiens

$$f_1 \cdot p_1 - f \cdot p = f_1 \cdot p_1 - f_1 \cdot p + f_1 \cdot p - f \cdot p$$

lévén $ds \cdot \cos \alpha = dx \rightarrow 0$ határátmenet után az alábbi differenciál egyenletre jutunk:

$$f \cdot p' + p \cdot f' = -(\mu \cdot \sigma + \tau) \cdot u + \gamma \cdot f$$

Az egyenlet jobb oldalának első tagja a 4. ábra szerint a Mohr-féle feszültségi kör segítségével állapítható meg, azzal a megfontolással, hogy az u kerület menti feszültségi állapot két főfeszültségének egyike p , másika $q = \lambda \cdot p$,

ahol $\lambda < 1$ egy a talajmechanikából jól ismert *oldalnyomási tényező* (l. 5. pont.)
Ezzel számolva:

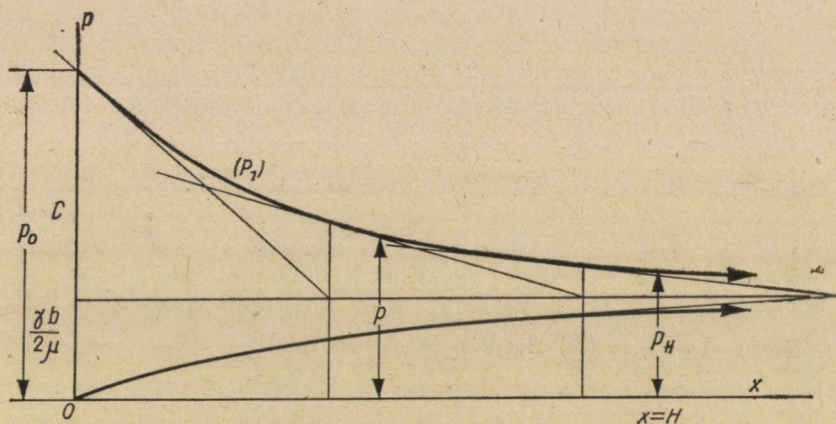
$$\mu \cdot \sigma + \tau = p \cdot S_{(\alpha)}, \text{ ahol } S_{(\alpha)} = \mu \cdot \sigma_1 + \tau_1 \text{ és} \quad (S)$$

$$\sigma_1 = \frac{1 + \lambda}{2} + \frac{1 - \lambda}{2} \cos 2\alpha \quad \text{továbbá} \quad \tau_1 = \frac{1 - \lambda}{2} \sin 2\alpha$$

$S_{(\alpha)}$ képletből számítható vagy a 4. ábra szerint szerkeszthető.

Előbbeni differenciál-egyenletet p -re, mint x -től függő változóra rendezve:

$$p' + p \left(\frac{f'}{f} + \frac{u}{f} \cdot S_{(\alpha)} \right) = \gamma,$$



5. ábra

amely differenciál-egyenlet általános megoldása

$$p = e^{-A(x)} \left(\int \gamma \cdot e^{A(x)} \cdot dx + c \right) \text{ ahol } A(x) = \int \left(\frac{f'}{f} + \frac{u}{f} S_{(\alpha)} \right) \cdot dx \quad (P)$$

(A levezetett eredmény nem egyéb, mint TERZAGHI egyik elméletének általánosabb alakja.)

Igen egyszerű a 2a ábrán vázolt példa. Ekkor a sávrés egységnyi hosszára vonatkoztatva $f = b \cdot 1$, a súrlódó kerület $u = 2$ és $S_{(\alpha)} = \mu$ állandó. (P) egyenlet szerint tehát

$$A_{(x)} = \int \frac{2}{b} \cdot \mu \cdot dx = \frac{2\mu}{b} \cdot x$$

és a nyomás változása párhuzamos csúszó felület esetén

$$p = \frac{\gamma \cdot b}{2\mu} + C e^{-2 \frac{\mu}{b} x}, \quad (P_1)$$

ha $x = 0$, $p = p_0$ tehát $C = p_0 - \frac{\gamma b}{2\mu}$.

(P_1) egyenletet az 5. ábrán ábrázoltuk. A görbének az x tengellyel párhuzamos asymptótája van. $p = 0$ tehát sohasem lehet.

Ha $p_0 = 0$ lenne, akkor a görbe a kezdőponttól kiindulva ugyanahhoz az asymptótához emelkedik. Egyenletét ugyancsak az 5. ábra ábrázolja.

*

Vizsgáljuk most a második, a 2b ábrán vázolt esetet, amidőn a talaj a hézag feletti térben a függélyeshez a szög alatt hajlító síkok mentén csúszik. Ekkor

$$f = B \left(1 - \frac{x}{M}\right) \cdot 1 \quad \text{ahol } B = b + 2H \cdot \operatorname{tg} a$$

a ferde csúszósíkok alkotta trapéz nagyobbik párhuzamos oldala és M a háromszöggé kiegészített trapéz magassága. Most is $u = 2$ és $S_{(a)} = S$ az a -val együtt állandó. Az (S) és (P) alapképlet szerint tehát

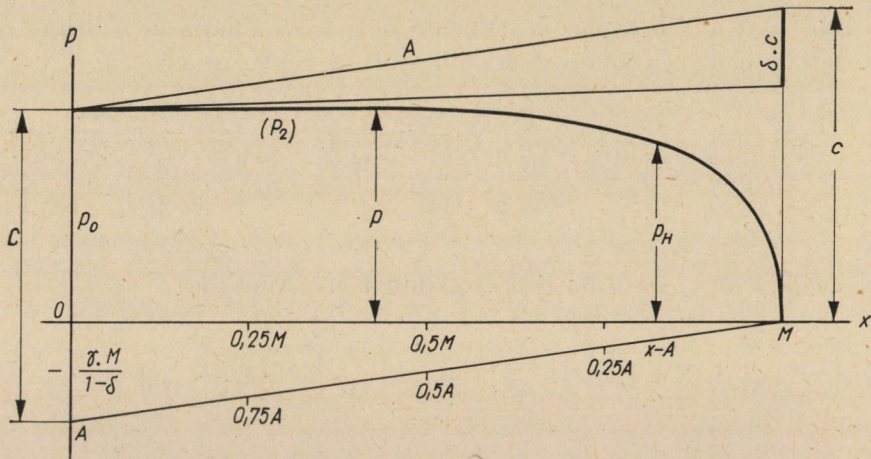
$$A_{(x)} = \ln \left(1 - \frac{x}{M}\right)^{-\delta} \quad \text{ahol } \delta = \frac{S}{\operatorname{tg} a} - 1 \text{ és}$$

$$p = \left(1 - \frac{x}{M}\right)^{\delta} \left(\int \gamma \cdot \left(1 - \frac{x}{M}\right)^{-\delta} \cdot dx + C \right) \text{ avagy}$$

$$p = -\frac{\gamma \cdot M}{1 - \delta} \left(1 - \frac{x}{M}\right) + C \left(1 - \frac{x}{M}\right)^{\delta} \quad (P_2)$$

ha $x = 0$, $p = p_0$ tehát $C = p_0 + \frac{\gamma \cdot M}{1 - \delta}$.

A (P_2) egyenletet $\lambda = 0,5$, $a = 30^\circ$ és $\mu = 0,58$ numerikus adatokkal (amikor $S_{(a)} = S = 0,724$, $\operatorname{tg} a = 0,578$, tehát $\delta \approx 0,25 = 1/4$) a 6. ábrán ábrázoltuk. Az ott látható görbevonallal nem egyéb, mint egy negyedrendű parabolának a csúcsrésze, de klinogonálisan és torzítva felrakva úgy, mintha A és C lenne az egység. Az A vonaldarab a (P_2) egyenlet első lineáris összeadandó



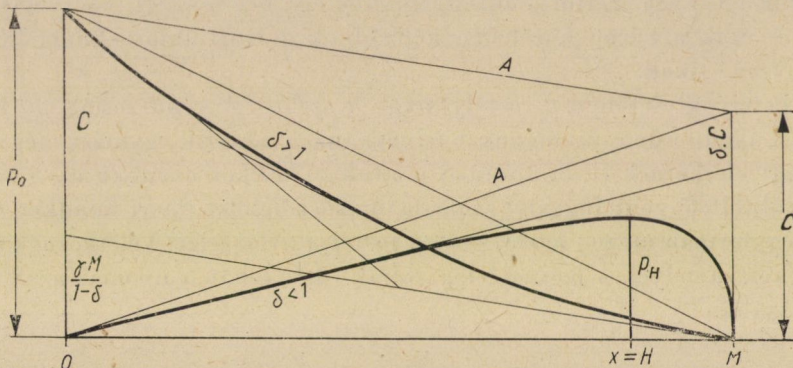
6. ábra

dójának metszéke az $(x \cdot p)$ tengelyek között. A görbe jellegzetes végérintői: az $x = M$ pontban p irányú, az $(x = 0, p = p_0)$ pontban a szemben fekvő \overline{MC} oldalból $\delta \cdot C$ darabot metsz ki.

Szembetűnő, hogy a nyomás az x mélységgel alig változik, csak az M pont közelében csökken, igen rohamosan, a nulláig. A hézag helyén tehát még igen tetemes p_H nyomás uralkodik.

A 7. ábrán nyomásgörbét szerkesztettünk arra az esetre is, amidőn $\delta = 0,25$ és $p_0 = 0$. Ekkor a görbe a kezdőponttól kiindulva emelkedik, hogy az $x = M$ helyen p rohamosan nullává legyen. A hézag helyén természetesen ekkor is nyomás van.

Lényegesen megváltozik a függvény képe, ha $\delta > 1$. Ekkor ugyanis (P_2) képletünkben az első tag pozitív, a második tagnak megfelelő parabola tengelye p irányú lesz. A 7. ábrán $\delta = 2$ esetére szerkesztettük a függvényt.



7. ábra

Ha $\delta = 1$ a (P_2) képlet közvetlenül nem használható, de a benne rejlő határozatlanságot igen könnyen feloldhatjuk. A képlet átalakítva:

$$p = \gamma \cdot M \frac{\left(1 - \frac{x}{M}\right)^\delta - \left(1 - \frac{x}{M}\right)}{1 - \delta} + p_0 \left(1 - \frac{x}{M}\right)^\delta.$$

Mivel pedig $x/M < 1$ felírhatjuk az alábbi konvergens sort:

$$\left(1 - \frac{x}{M}\right)^\delta = 1 - \binom{\delta}{1} \left(\frac{x}{M}\right) + \binom{\delta}{2} \left(\frac{x}{M}\right)^2 - \binom{\delta}{3} \left(\frac{x}{M}\right)^3 + \dots$$

kifejtve ezt, $\delta \rightarrow 1$ határátmenet után az alábbi képletre jutunk:

$$p = \gamma \cdot M \left\{ \left(\frac{x}{M}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{M}\right)^2 + \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{x}{M}\right)^3 - \dots \right\} + p_0 \left(1 - \frac{x}{M}\right).$$

Jelen feladatunkban ugyan nem, de általánosságban előfordulhat, hogy $\delta = 0$, sőt negatív is lehet.

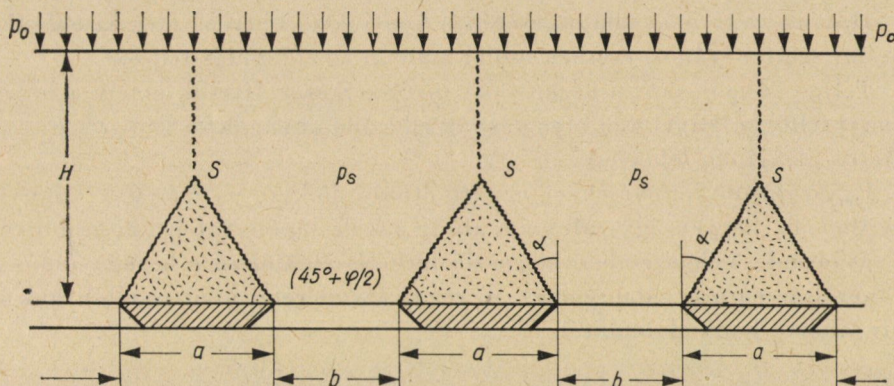
$\delta = 0$ esetében (P_2) egyenlet egyenest jelent, $\delta < 0$ esetén hiperbolikus képet kapunk, amelynek asymptótája M pontban van és p -vel párhuzamos. Utóbbi eshetőségeket nem ábrázoltuk, de könnyű meggyőződni arról, hogy a hézagnál ekkor is tetemes nyomás keletkezik.

*

A csúszófelületek harmadik eshetőségét (lásd 2c ábra) a leggyakrabban tételezzük fel. Ezek szerint a csúszófelületek egy bizonyos H_1 mélységig függélyesek és csak a hézag közelében képződnek a Hartmann—Lüders vonalak szerinti ferde síkok.

Rostélyok esetében a rostélytartók a szélessége rendszerint oly kicsiny, hogy széleiken ferde csúszólapokat felvéve, azok metszik egymást még mielőtt a külszint elérhetnék (l. 8. ábrán S pontokat). Ekkor azonban az S metszéspontoktól fölfelé vont függélyes már nem csúszófelület, mert mindkét oldalán a talaj egyformán mozog lefelé. Csak a rostélytartók felett keletkeznek mozdatlan ékek, amelyek a lecsúszást gátolják. Így tehát a nyomás az S pontok magasságában

$$p_s = p_0 + \gamma \left(H - \frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \right).$$



8. ábra

Innen pedig a nyomás a hézag felé (P_2) egyenlet szerint állapítandó meg. Ha az α szög, mint legtöbbször 30° körül van, a 6. ábra szerint ez a csökkenés oly jelentéktelen, hogy a hézag előtti nyomás csaknem pontosan $p_H = p_S$.

4. A hézag átboltozódása

Az előző fejezetben tárgyalt vizsgálataink végkonklúziója tehát az, hogy a csúszólapok felvételének bármely lehetséges változatánál a hézag előtt közvetlenül nyomás van. Ennek tényén mit sem változtat, ha a hézag nyílása nem vízszintes, avagy a földnyomás ferde, mert az ismert földnyomás-elméletek szerint meghatározható módon, a hézagnyomás minden bizonnyal működni fog.

A hézagnyomás további sorsa csak kétféle lehet:

1. A p nyomás mozgássá változik át. Az anyag a hézagon átömlik.
2. Az anyag tulajdonságainál fogva ellenáll a nyomásnak. A hézag eldugul.

A mozgás sebessége v általában energia-egyenletből számítható. Az egység-súlyú anyag: potenciális energiája a hézag előtt p/γ , mozgási energiája a hézag után $v^2/2g$, ahol γ az anyag térfogat-súlya, g a gravitáció. Ideális esetben a kétféle energiának egyenlőnek kellene lennie, a valóságban azonban

$$v = \zeta \sqrt{2g \frac{P}{\gamma}},$$

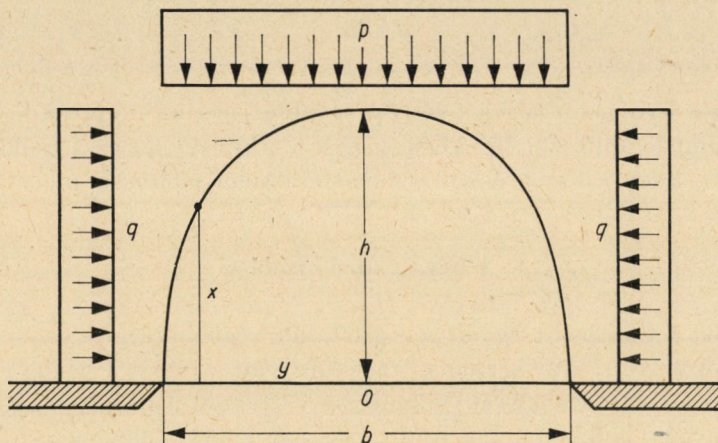
ahol $\zeta < 1$ az ún. *kontrakció tényező*.

Ez a kontrakció tényező már víz esetén is csak mintegy $\zeta = 0,65$, ami olyan ideális vízfolyásnak felel meg, amely az átömlési keresztmetszetnek kb. egyharmadában el van tömődve.

Homok vagy más talajok esetén a kontrakció tényező még kisebb. Tapasztalat szerint számos esetben nulla, amidőn az eldugulás teljes.

Teljes elduguláskor a hézag előtt tartószerkezet létesül, amely a hézagnyomást felfogja. Mivel csak nyomásnak ellenálló anyagokról van szó, ez csak *átboltozás* alakjában lehetséges.

Egyszerűsítő feltevésekkel az átboltozás alakját és méreteit könnyen levezethetjük. Legyen úgy, mint a 9. ábrán b szélességű, végtelen hosszú divergáló sávrésünk. Vele szemben megoszló terhelés alakjában a hézagnyomás p , erre merőlegesen a q oldalnyomás. A hézag kis méretei miatt eltekintünk az önsúly okozta bonyodalmaktól.



9. ábra

A 9. ábra szerint az átboltozódás nyomásvonalának egy (x, y) pontjára nézve az alábbi nyomatéki egyenlet írható fel.

$$M_{(x,y)} = \frac{pb}{2} \left(\frac{b}{2} - y \right) - \frac{p}{2} \left(\frac{b}{2} - y \right)^2 - \frac{qx^2}{2}.$$

Mivel a nyomásvonal mentén húzások nem lehetnek, kell hogy a fenti nyomaték nullává legyen. Ebből

$$py^2 + qx^2 - p \cdot \left(\frac{b}{2} \right)^2 = 0.$$

Az átboltozódás vonalának egyenlete tehát ellipszist jelent. Főtengelyének hossza vízszintes irányban a fél hézagszélesség, függőleges irányban pedig

$$h = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{p}{q}}.$$

5. Az oldalnyomás meghatározása

A p/q viszonyszámot elméletileg kétféleképpen szokták számítani:

A Coulomb-féle egyenes és a Mohr-féle feszültségi kör alapján a főfeszültségek összefüggése *törés előtt*

$$q = p \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) - 2c \cdot \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2),$$

ahol φ a kérdéses anyag súrlódási szöge, c a kohéziója. Avagy bevezetve az egyirányú nyomószilárdság fogalmát σ_{ny}

$$\frac{p}{q} = \frac{p}{p - \sigma_{ny}} \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ + \varphi/2), \text{ ahol } \sigma_{ny} = 2c \cdot \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2).$$

Egy másik, egyszerűbb számítás a Poisson-féle számmal lehetséges, amely azon alapszik, hogy a q irányú alakváltozás nulla. Eszerint

$$\frac{p}{q} = m - 1.$$

Az 1. táblázatban a talaj állapota szerint igen változékony adatokat közlünk.

1. táblázat

	Szemese átmérő D mm	Súrlódási szög φ°	Kohézió c kg/cm ²	Poisson-féle szám m
Kavics.....	100—2	30°—50°	—	6—10
Homok.....	2—0,1	25°—40°	—	5—6
Homokliszt....	0,1—0,02	20°—30°	—	4—5
Iszap.....	0,02—0,002	15°—25°	0—2	3—4
Agyag.....	0,002—és kisebb	5°—30°	0—3	2—3

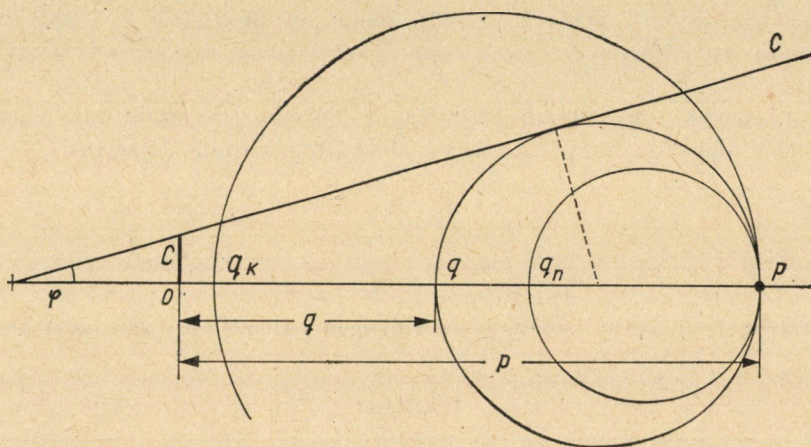
6. Az eltömődés feltételei

Nyomatékosan hangsúlyoznunk kell, hogy a Coulomb—Mohr-féle megállapítás a főfeszültségek összefüggését *éppen törés előtt* mutatja, amidőn az adott p -hez olyan q összetartó nyomás tartozik, amelynél a Mohr-féle feszültségi kör éppen érinti a Coulomb-féle egyenest (l. 10. ábra). Ha tehát az adott

p -hez a valóságos $q_n > q$ lenne, egyensúly van, mert a feszültségi kör nem éri a C egyenest. Ha viszont ugyanehhez a p -hez csak egy $q_K < q$ oldalnyomás állana rendelkezésre, az átboltozódás beomlása bizonyos, mert a feszültségi kör a C egyenest metszi. A 4. és 5. pont képleteiből levezethető

$$h = h_m = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{p}{p - \sigma_{ny}}} \cdot \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi/2), \quad (h_m)$$

tehát az átboltozódás ívmagasságának maximumát adja meg. Ennél kisebb h a valóságban lehetséges, nagyobb azonban nem, mert megindul az átömlés.



10. ábra

Különös figyelmet érdemel a fenti képlet négyzetgyökös tagja, mert képzetes, ha $p < \sigma_{ny}$. Ennek jelentőségét a 11. ábrán világítjuk meg: Ha $p > \sigma_{ny}$ a szükséges q oldalnyomás pozitív, ha $p < \sigma_{ny}$ az ábrából negatív q -t, tehát húzást állapítunk meg, ami lehetetlen.

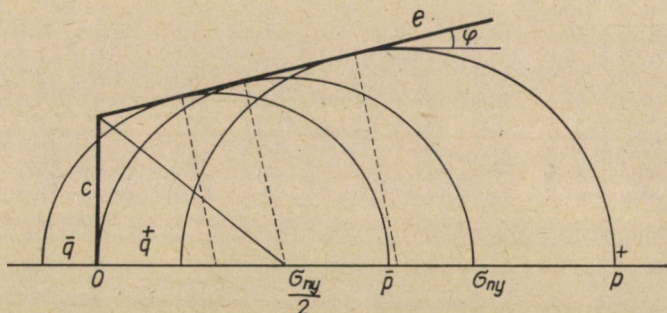
q legkisebb lehetséges értéke nulla, az ehhez tartozó p pedig σ_{ny} . A p -t tehát σ_{ny} -nek vehetjük akkor is, ha ennél valójában kisebb volna, mert a hozzátartozó q legalább nulla. Ha tehát $p \leq \sigma_{ny}$ a $h_m = \infty$, ami a valóságban annyit jelent, hogy nincs az a véges átboltozási magasság, amelynél átömlés megindulhatna. A bedugulás teljes.

A (h_m) képletének további nevezetessége, hogy kohézió nélküli anyag esetén ($\sigma_{ny} = 0$) az átboltozódás maximális ívmagassága a nyomástól független, és a hézagszélességen kívül csakis φ súrlódási szögtől függ. Valahányszor tehát a φ súrlódási szög valamilyen okból csökkenne, a h_m ívmagasság is kisebb lesz.

A súrlódás csökkenése igen könnyen bekövetkezhet, ha a megtámasztófalat ütjük, rázzuk, avagy a hézagokból az anyagot kaparjuk. Különösen hatá-

sosak az olyan mechanikai behatások, amelyek a hézag irányára merőlegesek. Ekkor az átboltozódások mintegy elvesztik támaszukat és újabb átboltozódás létrejöttéig az anyag a hézagon leperog, átömlik.

Szemcsés anyag alkotta hézagátboltozódás tehát általában labilis, annál inkább az, mennél kisebb a szemcsenagyság. Mert mennél több szemcséből épül fel az átboltozódás íve, annál valószínűbb, hogy annak egyes elemei kihullanak az átboltozódás ívéből. Az 1. táblázat tanúsága szerint a szemcsenagyság csökkenésével azonban φ és azzal a h_m és végül az átboltozódás ívhossza is csökken. Ámde ezzel szemben a szemcsenagyság csökkenése jóval rohamosabb. Az átboltozódás tehát végeredményben annál labilisabb, mennél



11. ábra

kisebb a szemcsenagyság, hacsak azt kohézió nem tartja össze. A kohéziót szemcsés anyagoknál különböző stabilizáló eljárásokkal mesterségesen is előidézhetjük, amikor a nyomás ismét jelentőséghez jut.

7. Különböző hézagok összehasonlítása

Kimutattuk, hogy a hézagok betömődése divergens hézagok példájában is lehetséges, ha a nyomás elegendő kicsi és az anyagnak kohéziója van. Most azt fogjuk vizsgálni, hogy a nyomást miként csökkenthetjük más, nem divergens hézagok esetében. Ez sokféleképpen lehetséges, amire a következőkben csak néhány legjellegzetesebb példát mutatunk be.

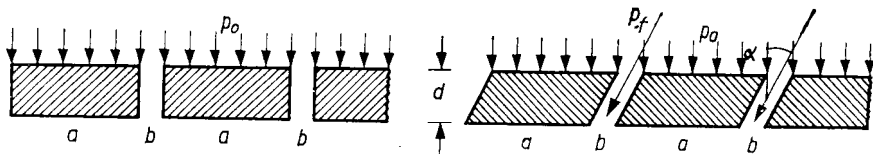
A legegyszerűbb eset az *egyenestőlés* (l. 12a ábra). Amidőn a támasztófalnak a nyomás irányába eső párhuzamos hézagai vannak. A (P_1) képletet vehetjük ismét elő, azzal a különbséggel, hogy most μ a hézagfállal képezett súrlódási tényezőt jelenti, továbbá azzal a könnyítéssel, hogy a hézag kis méretei miatt a nyomásnak önsúlyból eredő változását figyelmen kívül hagyjuk ($\gamma = 0$). Tehát

$$p = p_0 \cdot \varepsilon_1, \quad \text{ahol} \quad \varepsilon_1 = e^{-2\mu \frac{x}{b}}$$

Az ε_1 mennyiség kiszámításának megkönnyítésére a 2. táblázatot állítottuk össze, amely a mindenkori nyomást a kezdeti nyomás százalékában adja meg, ha μ a talaj súrlódási koefficiense és x/b a hézag szélességének és mélységének a viszonyzáma.

2. táblázat

		$\mu \rightarrow$									
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\left(\frac{b}{x}\right)$ ↓	0,1	13,5	1,8	0,2	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	36,8	13,5	5,0	1,8	0,7	0,2	0,1	—	—	—
	0,3	51,7	26,5	13,5	7,0	3,6	1,8	1,0	0,5	0,2	0,1
	0,4	60,6	36,8	22,3	13,5	8,2	5,0	4,0	1,8	1,0	0,7
	0,5	67,0	44,9	30,1	20,2	13,5	9,1	6,1	4,1	2,7	1,8
	0,6	71,9	51,7	36,8	26,4	19,0	13,5	9,7	7,0	5,0	3,6
	0,7	75,6	57,1	42,3	32,6	24,1	18,1	13,5	9,8	7,7	5,8
	0,8	77,9	60,6	47,2	36,8	28,6	22,3	17,4	13,5	10,5	8,2
	0,9	80,2	64,4	51,7	41,1	31,6	26,5	21,2	16,9	13,5	11,0
	1,0	81,9	67,0	54,9	44,9	36,8	30,1	24,7	20,2	16,5	13,5

 ε_1 

12a, b ábra

Legyen például a súrlódási tényező $\mu = 0,5$, a hézagszélesség $b = 1$ cm, a falvastagság $d = x = 5$ cm, akkor a táblázat szerint $p = 0,007 p_0$. Kisebb súrlódási tényező, például $\mu = 0,1$, kisebb nyomásesést eredményez. Az előbb-
benivel azonos falhézagon át $p = 0,36 p_0$; hogyha azonban a b/x hányadost ötödére csökkentjük, tehát vagy b -t 2 mm-re szűkítjük, vagy a falvastagságot 25 cm-re növeljük, úgy ismét az előzőekben kapott kisebb nyomás érhető el.

A táblázat néhány rovata adatot nem tartalmaz, ezeknek számadatai meghaladják a táblázat küszöbértékét (0,1%).

Ferde illesztés (12b ábra) példájában a hézag hossza is nő, de ezen túlmenően az eredeti p_0 nyomásnak is csak egy bizonyos hányada érvényesül. Ennek kiszámítására az (S) képleteket használhatjuk. Eszerint

$$p_f = \sigma_1 \cdot p_0, \text{ ahol } \sigma_1 = \cos^2 \alpha + \lambda \cdot \sin^2 \alpha$$

σ_1 számértékeit ugyancsak százalékban a 3. táblázat tartalmazza:

3. táblázat

		$\lambda \rightarrow$									
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
α ↓	10°	97,0	97,3	97,6	97,9	98,2	98,5	98,8	99,1	99,4	99,7
	20°	88,3	89,5	90,6	91,8	93,0	94,1	95,3	96,3	97,7	98,8
	30°	75,0	77,5	80,0	82,5	85,0	87,5	90,0	92,5	95,0	97,5
	40°	58,7	62,8	67,0	71,0	75,2	79,3	83,5	87,5	91,8	95,8
	50°	41,3	47,2	53,0	59,0	64,8	70,7	76,5	82,5	88,2	94,2
	60°	25,0	32,5	40,0	47,5	55,0	62,5	70,0	77,5	85,0	92,5
	70°	11,7	20,5	29,4	38,2	47,0	55,9	64,7	73,7	82,3	91,2
	80°	3,0	12,7	22,4	32,1	41,8	51,5	61,2	70,9	80,6	90,3
	90°	0	10,0	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0	70,0	80,0	90,0

Legyen pl. $\lambda = 0,5$ és az $\alpha = 40^\circ$, akkor

$$p_f = 0,793 p_0$$

ezen kívül a hézag hossza is több

$$x = d / \cos 40^\circ = 1,3 d.$$

Ha tehát úgy mint előző példánkban

$$\mu = 0,1 \quad b = 1 \text{ cm} \quad d = 5 \text{ cm} \quad b/x = 0,154$$

a II. táblázatból interpolálással

$$p = [0,135 + (0,368 - 0,135) 0,54]. \quad p_f = 0,255 p_f$$

$$p = 0,255 p_f = 0,255 \cdot 0,793 \cdot p_0 = 0,202 p_0.$$

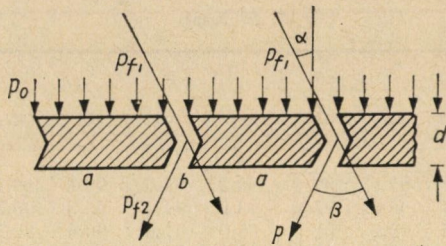
Amíg tehát egyenes illesztés esetén ugyanilyen számadatokkal a végnyomás a kezdeti nyomásnak 36%-a volt, most csak 20%-a.

A ferde nyomásnak velejárója egy falmenti csúsztató feszültség, amely ugyancsak az (S) képletek alapján számítható:

$$t = \tau_1 \cdot p_0, \quad \text{ahol} \quad \tau_1 = \frac{1 - \lambda}{2} \cdot \sin 2\alpha.$$

A 12c ábrán vázolt *fecskefark alakú illesztésnél* a kezdeti nyomás előbb p_f nyomásra redukálódik, amely a töréspontig csökken. A törésponton $\beta = 2\alpha$ szög alatt újabb törés-redukció után a fecskefark másik szárán újabb súrlódó-csökkenés megy végbe. A számítás menete a következő:

$$p_{f1} = p_0 \sigma_{1a},$$



12c ábra

a bejáratnál, a töréspontnál azonban $p_{f12} = p_{f1} \cdot \varepsilon_{11}$,

$$P_{f2} = p_{f12} \cdot \sigma_{1\beta},$$

a töréspont kezdetén, a hézag kijáratánál végül

$$P_{f22} = P = p_{f2} \cdot \varepsilon_{12},$$

végeredményben a csökkent nyomás

$$p = p_0 \cdot \sigma_{1\alpha} \cdot \sigma_{1\beta} \cdot \varepsilon_{11} \cdot \varepsilon_{12}.$$

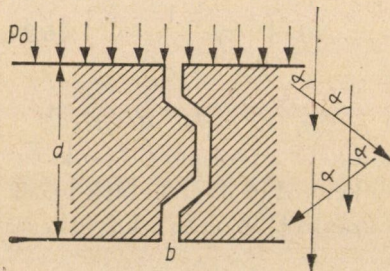
Feltéve, hogy a fecskefark csúcsa a fal közepén van és a hézag mindenütt egyforma széles, az előző számpélda adataival

$$\mu = 0,1, \quad b/x = 2,0,154 = 0,308, \quad \varepsilon_{11} = \varepsilon_{12} = 0,52 = \varepsilon_1$$

$$\sigma_{1\alpha} = 0,793 \quad \text{és} \quad \sigma_{1\beta} = 0,515,$$

végeredményben $p = 0,793 \cdot 0,515 \cdot 0,52^2 \cdot p_0 = 0,115 p_0$. Tehát csak feleannyi, mint az egyszerű ferdeillesztésnél.

A gyakorlatban leginkább elterjedt *hornyos illesztés* (l. 12d ábra) mentén a nyomás iránya négyszer töri és öt vonaldarabból áll. Ha egy vonaldarab



12d ábra

mentén az egységnyi nyomás csökkenése ε_1 , az irányváltozásból eredő csökkenés $\sigma_{1\alpha}$, akkor az előzők szerint a csökkent nyomás

$$p = \sigma_{1\alpha}^4 \cdot \varepsilon_1^5 \cdot p_0.$$

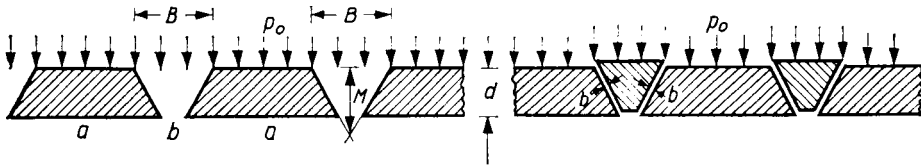
Az előző számpélda adataival számolva, de $b/x = 0,6$, tehát $\varepsilon_1 = 0,719$ és $\sigma_{1\alpha} = 0,793$

$$p = p_0 \cdot 0,793^4 \cdot 0,719^5 = 0,072 p_0$$

kevesebb, mint előző esetben.

Látnivaló tehát, hogy a hézagtörések számának növelése nyomáscsökkentés szempontjából igen hatásos. Még hatásosabb azonban a hézagszélesség csökkentése, illetve a súrlódási tényező növelése.

*



12e, f ábra

Áttérünk ezután a változó szélességű hézagtípusokra. A 12e ábra egy ilyen legegyszerűbb *konvergens* hézagot mutat. A (P_2) képlet felhasználásával, elhanyagolva az önsúlyt, a nyomás változását az alábbi képlet adja meg:

$$p = p_0 \left(1 - \frac{x}{M}\right)^\delta.$$

E mennyiség kiszámítását a 4. táblázat könnyíti meg.

4. táblázat

		$\delta \rightarrow$										
		1/8	1/6	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4	6	8
$\left(\frac{x}{M}\right)$ ↓	0,1	98,7	98,2	97,4	96,5	94,9	90,0	81,0	72,9	65,6	53,1	43,0
	0,2	97,1	96,3	94,7	92,8	89,4	80,0	64,0	51,2	41,0	26,2	16,8
	0,3	95,7	93,7	91,9	88,8	83,7	70,0	49,0	34,3	24,0	11,8	5,8
	0,4	93,7	91,6	88,0	84,3	77,5	60,0	36,0	21,6	13,0	4,6	2,1
	0,5	91,8	89,0	84,0	79,4	70,7	50,0	25,0	12,5	6,3	1,6	0,4
	0,6	89,2	85,8	79,4	73,7	63,2	40,0	16,0	6,4	2,6	0,4	—
	0,7	86,0	81,6	74,0	66,9	54,8	30,0	9,0	2,7	0,8	0,2	—
	0,8	81,6	76,5	66,8	58,5	44,7	20,0	4,0	0,8	0,1	—	—
	0,9	75,0	68,0	56,2	46,4	31,6	10,0	1,0	0,1	—	—	—

Példaképpen legyen a 12e ábra szerint
 $B = 66$ cm, $b = 20$ cm, $d = 40$ cm, tehát

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B-b}{2d} = 0,578 \quad \text{és} \quad \alpha = 30^\circ, \quad M = \frac{B}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} = 57,5 \text{ cm.}$$

Legyen továbbá úgy, mint (P_2) alatt

$$\lambda = 0,5, \quad \mu = 0,58 \quad \text{akkor} \quad \delta = 1/4 \quad \text{és}$$

$$x/M = d/M = 0,7 \quad \text{lévén a fentiek szerint} \quad p = 0,74 p_0.$$

Szűkebb bejárat esetén

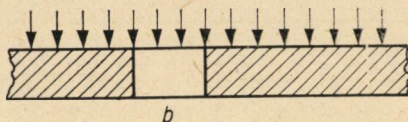
$$B = 34 \text{ cm, } b = 20 \text{ cm, } d = 40 \text{ cm, } \text{akkor}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,175, \quad M = 96,5 \text{ cm} \quad x/M = d/M = 0,415$$

és a változatlan $\lambda = 0,5$, $\mu = 0,58$ előbbeni számértékekkel (S) képletek alapján.

$$S_{(a)} = \mu \cdot \sigma + \tau_1 = 0,58 \cdot 0,985 + 0,086 = 0,657$$

$$S_{(a)}/\operatorname{tg} \alpha = 0,657/0,175 = 3,75 \quad \text{tehát} \quad \delta = 2,75 = 2 + 3/4$$



12g ábra

$$\left(1 - \frac{x}{M}\right)^\delta \approx 0,6^{2,75} = 0,6^2 \cdot \sqrt[4]{0,6^3} = 0,36 \cdot \sqrt[4]{0,21}$$

vagyis $p = 0,36 \cdot 0,68 \cdot p_0 = 0,24 p_0$.

Lényegesen kevesebb, mint előbb.

Tágabb bejárat esetén

$$B = 100 \text{ cm, } b = 20 \text{ cm} \quad d = 40 \text{ cm} \quad \text{akkor}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1 \quad M = 50 \text{ cm} \quad x/M = d/M = 0,8$$

és a változatlan $\lambda = 0,5$, $\mu = 0,58$ adatokkal

$$S_{(a)} = 0,58 \cdot 0,75 + 0,25 = 0,68 \quad \text{és} \quad \delta = 0,68 - 1 \approx -1/3$$

$$\left(1 - \frac{x}{M}\right)^\delta \cdot p_0 = (0,2)^{-1/3} \cdot p_0 = 1,7 \cdot p_0.$$

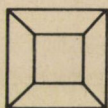
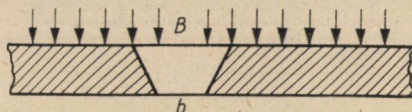
Ezen a hézagon tehát a nyomás nemhogy csökkenne, hanem nő. A konvergens hézag nyomáscsökkentő hatása csak akkor számottevő, ha az α szög kicsi, — legjobb megoldás tehát a párhuzamos rés.

Egy hatásos megoldás a 12f ábrán vázolt, amidőn a konvergens réseket azonos konvergenciájú hézagfedő elemekkel lefödjük. A konvergencia ekkor biztosítja, hogy a nyomás a keletkező b párhuzamos réseket önműködően szűkíti. A nyomáscsökkentés maga egyébként mint ferde illesztés számítható.

*

A zárt idomú hézagok legégyszerűbbjeit (négyzet, kör alakú lyukak) a 12g ábra szemlélteti. A nyomáscsökkenés vizsgálata céljából a (P) és (S) képlet-csoportra kell visszanyúlnunk. Az önsúlyt ismét elhanyagolva ($\gamma = 0$)

$$p = p_0 \cdot e^{-A(x)} \quad \text{ahol} \quad A(x) = \int \left(\frac{f'}{f} + \frac{u}{f} \cdot s(a) \right) \cdot dx$$



12h ábra

négyzet esetében

$$f = b^2, \quad u = 4b, \quad s_{(a)} = \mu, \quad \text{és így} \quad p = p_0 \cdot e^{-4 \frac{\mu}{b} x} = p_0 \cdot \varepsilon_1^2,$$

tehát éppen a négyzete annak, amit sávrés esetében találtunk.

Ugyanerre az eredményre jutunk környílás esetében is. Ekkor

$$f = 1/4 b^2 \pi, \quad u = b \pi, \quad S_{(a)} = \mu.$$

A 12h ábra zárt-idomú konvergens rést mutat. Ismét a (P) és (S) képleteket használva, most négyzet esetében

$$f = B^2 \left(1 - \frac{x}{M} \right)^2, \quad f' = -\frac{2B^2}{M} \left(1 - \frac{x}{M} \right), \quad u = 4B \left(1 - \frac{x}{M} \right).$$

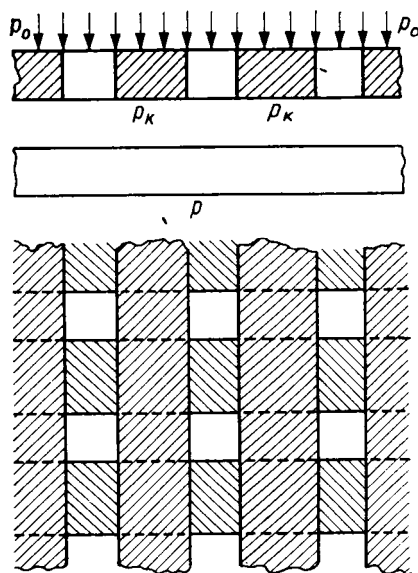
A (P) és (S) képletek szerint kijelölt műveleteket elvégezve

$$p = p_0 \left(1 - \frac{x}{M}\right)^{2\delta}$$

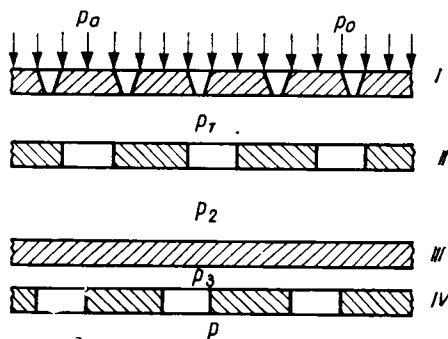
Tehát ismét pontosan a négyzete annak, amit sávérés esetén kaptunk. Ugyanilyen eredményt vezethetünk le konvergens környílás esetére is.

Hasonló eredményre jutunk, ha a 12i ábra szerint két rostélyt helyezünk egymás fölé, ekkor ugyanis az ábra szerint

$$p_K = p_0 \varepsilon_{11} \text{ és } p = p_K \cdot \varepsilon_{12}, \text{ tehát } p = p_0 \cdot \varepsilon_{11} \cdot \varepsilon_{12}.$$



12i ábra



12j ábra

Ezt a gondolatmenetet folytathatjuk tetszőleges rostélyokból és rosták-
ból álló tér-rács esetében is. Ha a 12j ábra szerint

$$p_1 = p_0 \varepsilon_{11} \quad p_2 = p_1 \cdot \varepsilon_{12} \quad p_3 = p_2 \cdot \varepsilon_{13} \quad p_4 = p_3 \cdot \varepsilon_{14},$$

akkor

$$p = p_0 \cdot \varepsilon_{11} \cdot \varepsilon_{12} \cdot \varepsilon_{13} \cdot \varepsilon_{14},$$

ami mutatja a tér-rács nagy nyomáscsökkentő képességét.

Amennyiben az egyes elemek közötti rétegek nem lennének párhuzamo-
sak, úgy még irányváltozási nyomáscsökkenéssel is számolhatunk, a ferde
illesztésnél említettek szerint.

Végeredményben (úgy mint a 4. pont alatt) ismét csak arra jutunk, hogy
szemcsés anyagok hézagnyomását teljesen megsemmisíteni nem lehet. Azt
azonban elérhetjük, hogy a hézagoknak célszerű alakításával a nyomást oly
kicsivé tehetjük, amennyire csak akarjuk. A fennmaradó nyomást a hézag
kijáratánál valamely kohéziós anyaggal fogjuk fel, a 6. pontban foglaltak
szerint.

IRODALOM

1. SZÉCHY KÁROLY: Alapozás I. és II. Közl. kiadó 1952.
2. SZÉCHY KÁROLY: Alapozás I. Műsz. Könyvkiadó 1957.
3. KÉZDI ÁRPÁD: Talajmechanika I. II. Tankönyvkiadó 1957.
4. PALOTÁS LÁSZLÓ: Minőségi beton. Közl. kiadó 1952.
5. PALOTÁS LÁSZLÓ: Mérnöki kézikönyv II. Műsz. Könyvkiadó 1957.
6. Közlekedési kiadó: Válogatott fejezetek a földalatti vasút és mélyépítés köréből 1952.
7. KARAFIÁTH LÁSZLÓ: Alkalmazott talajmechanika Ép. K. 1953.
8. KIRGIS, LUDWIG: Tiefbau Taschenbuch. Frankl Techn. 1939.
9. HAENDEL: Grundgesetze der Physik. Fachbuchverlag Leipzig 1954.
10. JOOS, G.: Theoretische Physik. Akademische Verlagsg., Leipzig 1950.
11. OBERMAYER: Physik. Wilhelm Braumüller, Wien 1900.
12. BOGDÁNFY: Hidraulika. Magy. Tud. Akadémia 1904.

ÖSSZEFOGLALÁS

A hézagos megtámasztásnak mind a földfalak ducolásánál, mind az alagút-építésben
az oldalfalak és homlokfalak megtámasztásánál nagy jelentősége van. Jelen dolgozat elméleti
alapot igyekszik adni arra, hogy a hézagokat a kőzet vagy talaj fizikai jellemzőitől és a mély-
ségtől függően miként válasszuk.

RUGALMAS ÁGYAZATON NYUGVÓ GERENDA GYAKORLATI SZÁMÍTÁSA

SZIDAROVSKY JÁNOS

„UVATERV” ÚT–VASÚTTERVEZŐ VÁLLALAT, BUDAPEST

[Beérkezett 1959. augusztus 31-én]

1. Bevezetés

A rugalmas ágyazaton nyugvó gerenda vizsgálatát a gyakorlatban a Winkler-féle [1] ágyazati tényezők érvényességének feltételezésével végzik el. Ennek alapján negyedrendű lineáris differenciálegyenlet vezethető le, aminek megoldása a gyakorlatban szóhajóvő terhelések esetében zárt alakban írható fel [1, 2, 3].

Általános esetben a nyomatékok meghatározása [3] igen nagy számítási munkát kíván olyankor is, ha a gerenda állandó merevségű.

Az alábbiakban a kérdés megoldására alkalmas gyakorlati módszer mutatunk be. Ez az eljárás a [4] alatt tárgyalt módszeren alapszik. Alkalmazása más hasonló feladatokra is célszerű lehet (pl. a megoszló rugalmas befogású tartó).

2. A módszer leírása

A gerenda x abszcisszáján a tartó süllyedése y , az ágyazati nyomás p , az ágyazati tényező c . Így, a Winkler-féle

$$p = cy \quad (2,1)$$

összefüggés érvényességét feltételezve, — azon a szakaszon, ahol koncentrált erő nem hat, továbbá a gerenda függőleges síkban való $E I$ merevsége és b talpszélessége, valamint a c ágyazati tényező állandó, — az

$$y^{IV} + \frac{4}{L^4} y = \frac{q}{EJ} \quad (2,21)$$

negyedrendű lineáris differenciálegyenlet vezethető le. Itt q a gerendát terhelő megoszló teher és

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 EJ}{cb}} \quad (2,22)$$

a helyettesítő hossz.

Azon a szakaszon, ahol a q megoszló teher az x abszcisszának legfeljebb harmadfokú polinomja, a (2,21) differenciálegyenlet általános megoldása

$$y = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) + \alpha_3 f_3(x) + \alpha_4 f_4(x) + \frac{q}{cb} \quad (2,3)$$

alakban írható fel. Itt az α tényezők állandók, az $f(x)$ függvények pedig a vizsgált szakaszon a (2,21) egyenlet homogén alakjának egymástól lineárisan független partikuláris megoldásai.

A számítási munka egyszerűsítése végett a fenti partikuláris megoldásokat válasszuk a következőképpen:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \operatorname{ch} \xi \cos \xi, \\ f_1'(x) &= -\frac{1}{L} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \\ f_1''(x) &= -\frac{2}{L^2} \operatorname{sh} \xi \sin \xi, \\ f_1'''(x) &= -\frac{2}{L^3} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \end{aligned} \quad (2,41)$$

$$\begin{aligned} f_2(x) &= \frac{L}{2} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \\ f_2'(x) &= \operatorname{ch} \xi \cos \xi, \\ f_2''(x) &= -\frac{1}{L} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \\ f_2'''(x) &= -\frac{2}{L} \operatorname{sh} \xi \sin \xi, \end{aligned} \quad (2,42)$$

$$\begin{aligned} f_3(x) &= \frac{L^2}{2} \operatorname{sh} \xi \sin \xi, \\ f_3'(x) &= \frac{L}{2} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \\ f_3''(x) &= \operatorname{ch} \xi \cos \xi, \\ f_3'''(x) &= -\frac{1}{L} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \\ f_4(x) &= \frac{L^3}{4} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \end{aligned} \quad (2,43)$$

$$f_4'(x) = \frac{L^2}{2} \operatorname{sh} \xi \sin \xi, \quad (2,44)$$

$$f_4''(x) = \frac{L}{2} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cos \xi),$$

$$f_4'''(x) = \operatorname{ch} \xi \cos \xi.$$

Itt

$$\xi = \frac{x - x_k}{L}, \quad x_k \leq x \leq x_{k+1} \quad (2,45)$$

és x_k , illetve x_{k+1} a szóbanlevő k -ik szakasz kezdő és végpontjainak abszcisszái.

A partikuláris megoldások fenti megválasztásakor ugyanis

$$f_1(x_k) = 1; \quad f_1'(x_k) = f_1''(x_k) = f_1'''(x_k) = 0, \quad (2,46)$$

$$f_2'(x_k) = 1; \quad f_2(x_k) = f_2''(x_k) = f_2'''(x_k) = 0, \quad (2,47)$$

$$f_3''(x_k) = 1; \quad f_3(x_k) = f_3'(x_k) = f_3'''(x_k) = 0, \quad (2,48)$$

$$f_4'''(x_k) = 1; \quad f_4(x_k) = f_4'(x_k) = f_4''(x_k) = 0, \quad (2,49)$$

Tételezzük fel, hogy a gerenda felosztható m olyan szakaszra, melyeken belül a gerenda merevsége, szélessége és az ágyazási tényező is állandónak vehető. Tételezzük fel továbbá, hogy az egyes szakaszokon belül koncentrált erő nem hat, csupán a szakaszhatárokon és a megoszló teher legfeljebb harmadfokú polinommal írható le.

Gyakorlatilag minden rugalmas ágyazaton nyugvó gerenda kellő sűrűségű felosztás mellett helyettesíthető a fent leírt modellel.

Legelőször is terjesszük ki a (2,21) differenciálegyenlet érvényességét a gerenda teljes hosszára azzal a megszorítással, hogy a szakaszhatárokon a csatlakozást külön feltételek biztosítják. Ilyenek az ott ható koncentrált terhelések, vagy a csatlakozási feltételeket biztosító egyéb feltételek.

(2,21) alatti differenciálegyenlet negyedrendű lineáris differenciálegyenlet, melynek általános megoldása a homogén alak négy egymástól lineárisan független, egyébként integrálási állandókkal szorzott tetszőleges partikuláris megoldásának és az inhomogén alak egy tetszőleges partikuláris megoldásának összege.

Ezek figyelembevételével a fent leírt gerenda lehajlását az

$$y = A_1 g_1(x) + A_2 g_2(x) + A_3 g_3(x) + A_4 g_4(x) + g_0(x) \quad (2,5)$$

összefüggés adja meg.

Itt A_1, \dots, A_4 integrálási állandók, a $g_1(x), \dots, g_4(x)$ függvények a (2,21) differenciálegyenlet homogén alakjának egymástól lineárisan független partikuláris megoldásai, $g_0(x)$ függvény pedig az inhomogén alak egy partikuláris megoldása.

A partikuláris megoldásokat úgy választjuk, hogy

$$g_1(0) = 1; \quad g_1'(0) = g_1''(0) = g_1'''(0) = 0, \quad (2,61)$$

$$g_2'(0) = 1; \quad g_2(0) = g_2''(0) = g_2'''(0) = 0, \quad (2,62)$$

$$g_3''(0) = 1; \quad g_3(0) = g_3'(0) = g_3'''(0) = 0, \quad (2,63)$$

$$g_4'''(0) = 1; \quad g_4(0) = g_4'(0) = g_4''(0) = 0 \quad (2,64)$$

legyen.

Az egyes x_k szakaszhatárokon a megelőző k -ik és a követő $(k+1)$ -ik szakasz alapján számolt $y(x_k)$, $y'(x_k)$, $y''(x_k)$ és $y'''(x_k)$ függvényértékek közt szilárdságtani alapon a következő összefüggések érvényesek:

1. A lehajlások egyenlők:

$$y_{(k+1)}(x_k) = y_{(k)}(x_k). \quad (2,71)$$

2. Az érintők közösek:

$$y'_{(k+1)}(x_k) = y'_{(k)}(x_k). \quad (2,72)$$

3. A nyomaték növekmény a koncentrált terhelő nyomatékkal egyenlő

$$\frac{1}{EJ_{(k+1)}} M(x) = -y''_{(k+1)}(x_k) = -\frac{J_{(k)}}{J_{(k+1)}} y''_{(k)}(x_k) + \frac{M_k}{EJ_{(k+1)}}. \quad (2,73)$$

4. A nyíróerőnövekmény a koncentráltan terhelő függőleges erővel egyenlő

$$\frac{1}{EJ_{(k+1)}} Q(x_k) = -y'''_{(k+1)}(x_k) = -\frac{J_{(k)}}{J_{(k+1)}} y'''_{(k)}(x_k) - \frac{P_k}{EJ_{(k+1)}}. \quad (2,74)$$

E képletekben

$$\frac{1}{EJ_{(k)}} = \frac{4}{L_{(k)}^4 c_{(k)} b_{(k)}}. \quad (2,75)$$

M_k és P_k pedig a k -ik szakaszhatáron terhelő külső terhelő nyomaték, illetve koncentrált erő.

A (2,74) képletben a P_k erő előjele azért negatív, mert a P külső erőt akkor tekintjük pozitívnak, ha lefelé hat, a Q nyíróerőt pedig akkor, ha felfelé irányul.

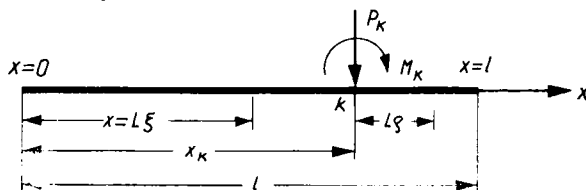
Az egyes $g_i(x)$ függvényektől a továbbiakban megkívánjuk, hogy a (2,6) alatti összefüggéseket elégítsék ki. Ez biztosítani fogja azt, hogy (2,5) összefüggést is kielégítik.

Az egyes szakaszokon érvényes $g_{i(k)}(x)$ függvények a (2,3), (2,4) és (2,7) képletek alapján láncolatossá számíthatókkal meghatározhatók az első szakaszra érvényes függvényértékek ismerete alapján. Az első szakaszra vonatkozó $g_{1(1)}(x), \dots, g_{4(1)}(x)$ függvények viszont a (2,3), (2,4) és (2,6) képletek alapján határozhatók meg.

A $g_0(x)$ függvénynek az első szakaszra érvényes alakját úgy választjuk, hogy a számítási munka egyszerű legyen.

3. Az ágyazási koefficiens és a gerenda szelvénye végig állandó

Ilyenkor a (2,21) homogén alakja a gerenda teljes hosszára érvényes. Ezért a $g_1(x), \dots, g_4(x)$ függvények a gerenda teljes hosszán az $f_1(x), \dots, f_4(x)$ függvényekkel azonosak (1. ábra).



1. ábra

Ily módon (2,3), (2,4) és (2,6) alapján

$$g_1(x) = \operatorname{ch} \xi \cos \xi, \quad (3,11)$$

$$g_2(x) = \frac{L}{2} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cos \xi), \quad (3,12)$$

$$g_3(x) = \frac{L^2}{2} \operatorname{sh} \xi \sin \xi, \quad (3,13)$$

$$g_4(x) = \frac{L^3}{4} (\operatorname{ch} \xi \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cos \xi). \quad (3,14)$$

A $g_0(x)$ függvény elvileg tetszőleges partikuláris megoldás lehet, a számítási munka egyszerűsítése végett azonban célszerű azt az alábbi módon felvenni:

a) Ha az x_k helyen P_k koncentrált erő hat, akkor

$$g_0(x) = 0, \quad x \leq x_k \quad (3,21)$$

$$g_0(x) = \frac{P_k}{cbL} (\operatorname{ch} \varrho \sin \varrho - \operatorname{sh} \varrho \cos \varrho), \quad x \geq x_k \quad (3,22)$$

ahol

$$\varrho = \frac{x - x_k}{L}. \quad (3,23)$$

Behelyettesítéssel igazolható, hogy (3,21) és (3,22) kielégíti a (2,71) — (2,74) egyenletrendszert. Ha több koncentrált erő hat, úgy az azokhoz tartozó $g_0(x)$ függvények összeadandók.

b) Ha az x_k helyen M_k koncentrált nyomaték hat, úgy

$$g_0(x) = 0, \quad x \leq x_k \quad (3,31)$$

$$g_0(x) = -\frac{2M_k}{cbL^2} \operatorname{sh} \varrho \sin \varrho, \quad x \geq x_k \quad (3,32)$$

Behelyettesítéssel igazolható, hogy (3,31) és (3,32) kielégíti a (2,71) — (2,74) egyenletrendszert.

c) S végül, ha x_k és x_{k+1} közt egyenletesen megoszló erő hat, úgy

$$g_0(x) = 0, \quad x \leq x_k \quad (3,41)$$

$$g_0(x) = \frac{q}{cb} (1 - \operatorname{ch} \varrho \cos \varrho), \quad x_k \leq x \leq x_{k+1} \quad (3,42)$$

$$g_0(x) = \frac{q}{cb} [\operatorname{ch} \beta \cos \beta + \operatorname{sh} \alpha \operatorname{sh} \beta \cos(\alpha - \beta) - \operatorname{ch} \alpha \operatorname{ch} \beta \cos(\alpha + \beta)], \quad x \geq x_{k+1} \quad (3,43)$$

$$\alpha = \frac{x_{k+1} - x_k}{L} \quad (3,43/a)$$

$$\beta = \frac{x - x_{k+1}}{L}. \quad (3,43/b)$$

Behelyettesítéssel igazolható, hogy a (3,41) és (3,42), továbbá a (3,42) és (3,43) függvénypárok kielégítik a (2,71) — (2,74) összefüggéseket.

A (2,5) egyenlet $A_1 - A_4$ integrálási állandói a kerületi feltételek alapján határozhatók meg.

Például legyen a tartó kezdő és végpontján az eredő és a nyomaték zérus.

Ekkor

$$M(0) = -EI y''(0) = 0,$$

$$Q(0) = -EI y'''(0) = 0,$$

$$M(l) = -EI y''(l) = 0,$$

$$Q(l) = -EI y'''(l) = 0,$$

vagyis

$$y''(0) = y'''(0) = y''(l) = y'''(l) = 0. \quad (3,5)$$

Így a (2,41)–(2,44) és (3,11)–(3,14) összefüggések figyelembevételével az $x = 0$ helyen levő feltételek alapján

$$A_3 = -g_0''(0), \quad (3,6)$$

$$A_4 = -g_0'''(0),$$

az $x = l$ helyen levő feltételekből viszont az

$$\begin{aligned} A_1 g_1''(l) + A_2 g_2''(l) &= -g_0''(l) + g_0''(0) g_3''(l) + g_0'''(0) g_4''(l), \\ A_1 g_1'''(l) + A_2 g_2'''(l) &= -g_0'''(l) + g_0'''(0) g_3'''(l) + g_0''''(0) g_4'''(l) \end{aligned} \quad (3,7)$$

egyenletrendszer írható fel, amelyből A_1 és A_2 már meghatározható.

A javasolt $g_0(x)$ függvények esetében

$$g_0(0) = 0$$

és

$$g_0'(0) = 0$$

valamint

$$A_3 = A_4 = 0. \quad (3,8)$$

Így a (3,7) egyenletrendszer jobb oldalán csak $-g_0''(l)$, ill. $g_0'''(l)$ marad.

Az alakváltozás, illetve igénybevételek meghatározása is lényegesen egyszerűbb, mert (2,5) alapján csak három segédfüggvény, vagyis $g_1(x)$, $g_2(x)$ és $g_0(x)$ értékeit kell meghatározni.

Többféle terhelés esetében az egyes terhelésből eredő alakváltozások és igénybevételek szuperponálhatók.

4. Az ágyazási együttható és a gerenda szelvénye szakaszosan változó

A (2,5) homogén partikuláris megoldásait az első szakaszra úgy választjuk, hogy azok a (2,6) egyenleteket kielégítsék, a $g_0(x)$ függvényt pedig úgy vesszük fel, hogy

$$g_0(0) = g_0'(0) = 0, \quad (4,11)$$

$$EI_{(1)} g_0''(0) = -M_0, \quad (4,12)$$

$$EI_{(1)} g_0'''(0) = P_0 \quad (4,13)$$

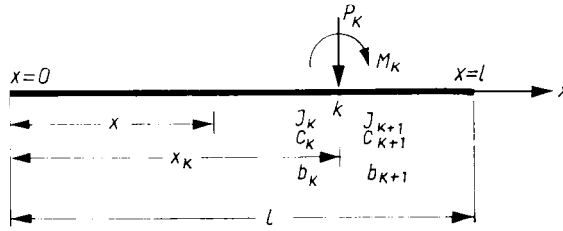
legyen, ahol M_0 és P_0 az $x = 0$ helyen ható terhelő nyomaték, illetve koncentrált erő.

(2,5) alapján az x_k abszcisszájú k -ik szakaszhatárt követő $(k+1)$ -ik szakaszra érvényes egyes partikuláris megoldások alakja

$$g_{i(k+1)}(x) = a_{i(k+1)1} f_1(x - x_k) + a_{i(k+1)2} f_2(x - x_k) + \\ + a_{i(k+1)3} f_3(x - x_k) + a_{i(k+1)4} f_4(x - x_k), \\ (i = 1, \dots, 4) \quad (4,21)$$

és

$$g_{0(k+1)}(x) = a_{0(k+1)1} f_1(x - x_k) + a_{0(k+1)2} f_2(x - x_k) + a_{0(k+1)3} f_3(x - x_k) + \\ + a_{0(k+1)4} f_4(x - x_k) + \frac{q_{(k+1)}}{c_{(k+1)} b_{(k+1)}}. \quad (4,22)$$



2. ábra

A szakaszjelt a lábindexben zárójelbe tettük; az előtte levő lábindex a tartóra érvényes $g(x)$ partikuláris megoldásra, a mögötte levő lábindex pedig az $f(x)$ segédfüggvény sorszámára utal (2. ábra).

S az egyes együtthatók a (2,3), (2,4) és (2,7) képletek alapján

$$a_{i(k+1)1} = g_{i(k)}(x_k), \quad (4,31)$$

$$a_{i(k+1)2} = g'_{i(k)}(x_k), \quad (4,32)$$

$$a_{i(k+1)3} = \frac{I^{(k)}}{I_{(k+1)}} g''_{i(k)}(x_k), \quad (4,33)$$

$$a_{i(k+1)4} = \frac{I^{(k)}}{I_{(k+1)}} g'''_{i(k)}(x_k), \quad (4,34)$$

$$(i = 1, \dots, 4)$$

és (2. ábra)

$$a_{0(k+1)} = g_{0(k)}(x_k), \quad (4,35)$$

$$a_{0(k+1)2} = g'_{0(k)}(x_k), \quad (4,36)$$

$$\alpha_{0(k+1)3} = \frac{I_{(k)}}{I_{(k+1)}} g_{0(k)}''(x_k) - \frac{M_k}{EI_{(k+1)}}, \quad (4,37)$$

$$\alpha_{0(k+1)4} = \frac{I_{(k)}}{I_{(k+1)}} g_{0(k)}'''(x_k) + \frac{P_k}{EI_{(k+1)}}, \quad (4,38)$$

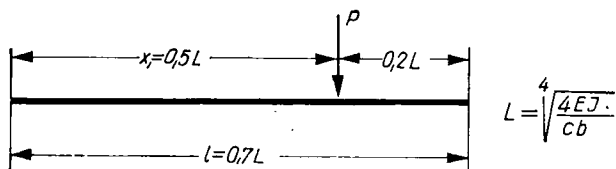
$$\frac{1}{EI_k} = \frac{4}{c_k b_k L_k^4}. \quad (4,39)$$

5. Feladatok

Az előadottak gyakorlati alkalmazását két feladattal mutatjuk be.

5.1. Feladat

Határozzuk meg a 3. ábrán feltüntetett gerenda nyomatékát a P koncentrált teher hatására.



3. ábra

A gerenda merevsége, szélessége és az ágyazási tényező állandó, így a differenciálegyenlet homogén alakjára választott partikuláris megoldásokat a (3,1) képletek adják meg.

Az inhomogén alak partikuláris megoldását (3,21) fejezi ki, ahol $\varrho = \frac{x}{L} = 0,5$.

A $g_0(x)$ függvény és bennünket érdeklő deriváltjainak számértékei az $l = 0,7L$ helyen (3,22) alapján

$$g_0''(0,7L) = \frac{P}{cbL} \frac{2}{L^2} (\operatorname{ch} 0,2 \sin 0,2 + \operatorname{sh} 0,2 \cos 0,2) = 0,8 \frac{P}{cbL^3},$$

$$g_0'''(0,7L) = \frac{P}{cbL} \frac{4}{L^4} \operatorname{ch} 0,2 \cos 0,2 = 4 \frac{P}{cbL^4}.$$

Ezenkívül a többi segédfüggvény továbbiakban szükséges számértékei

$$g_1''(0,7L) = -0,9774 \frac{1}{L^2},$$

$$g_1'''(0,7L) = -2,7776 \frac{1}{L^3},$$

$$g_2''(0,7L) = -0,2284 \frac{1}{L},$$

$$g_2'''(0,7L) = -0,9774 \frac{1}{L^2}.$$

(3,7) és (3,8) alapján

$$\begin{aligned} -0,9774 \frac{1}{L^2} A_1 - 0,2284 \frac{1}{L} A_2 &= -0,8 \frac{P}{cb L^3}, \\ -2,7776 \frac{1}{L^3} A_1 - 0,9774 \frac{1}{L^2} A_2 &= -4 \frac{P}{cb L^4}. \end{aligned}$$

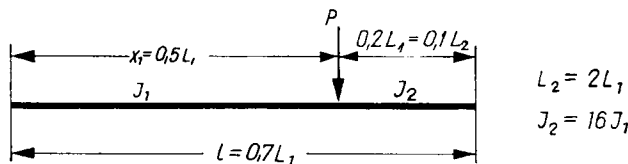
Innen

$$A_1 = -0,4104$$

$$A_2 = 5,2592$$

S így a P terhelő erő hatására a hajlítónyomaték

$$\begin{aligned} M(0,5) &= -EI y''(0,5L) = -EI[0,4104 \cdot 0,4996 - 5,2592 \cdot 0,0833] \frac{P}{cb L^3} = \\ &= -EI[0,2050 - 0,4381] \frac{P}{cb L^3} = 0,2331 \frac{P}{cb L^3} EI = 0,566 PL. \end{aligned}$$



4. ábra

5.2. Feladat

Határozzuk meg a 4. ábrán feltüntetett gerenda nyomatékát. Ez a feladat azonos az 1. feladattal, azzal a különbséggel, hogy a gerenda P erőn túli részén a tehetetlenségi nyomatékot az előbbi érték 16-szorosára növeltük.

A határfeltételek ugyanazok, mint az 1. feladatban.

Az $x = 0$, $y_0''(0) = y_0'''(0) = 0$ kezdeti feltételből, a (2,5), (2,6) és (4,1) egyenletek alapján

$$A_3 = 0$$

$$A_4 = 0$$

ezért csak $g_1(x)$, $g_2(x)$ és $g_0(x)$ meghatározására van szükség.

A tartót két szakaszra osztjuk. Az első $0,5L$ hosszú szakaszon, vagyis a P erőtől balra, a tartó merevsége EI , a második szakaszon, a P erőtől jobbra pedig a tartó merevsége $16EI$. A (2,3), (2,4) és (2,5) képletek alapján

$$g_{1(1)}(x) = \text{ch } \xi \cos \xi,$$

$$g_{2(1)}(x) = \frac{L}{2} [\text{ch } \xi \sin \xi + \text{sh } \xi \cos \xi],$$

$$g_{0(1)}(x) = 0.$$

A $g(x)$ függvények második szakaszra érvényes alakját a (4,2) képletek adják meg, az egyes α együtthatók számértékét a (4,3) képlet alapján az I—III. táblázatokban határoztuk meg.

I. táblázat
 $g_1(x)$

Szakasz	$g_1(x)$	$g_1'(x)$	$g_1''(x)$	$g_1'''(x)$	x	$x-x_{k-1}$	$\alpha_{1(2)1}$	$\alpha_{1(2)2}$	$\alpha_{1(2)3}$	$\alpha_{1(2)4}$
1	0,9895	$-\frac{0,0833}{L_1}$	$-\frac{0,4996}{L_1^2}$	$-\frac{1,9958}{L_1^3}$	$0,5L_1$	$0,5L_1$				
2							0,9895	$-\frac{0,0833}{L_1}$	$-\frac{0,0312}{L_1^2}$	$-\frac{0,1247}{L_1^3}$

II. táblázat
 $g_2(x)$

Szakasz	$g_2(x)$	$g_2'(x)$	$g_2''(x)$	$g_2'''(x)$	x	$x-x_{k-1}$	$\alpha_{2(2)1}$	$\alpha_{2(2)2}$	$\alpha_{2(2)3}$	$\alpha_{2(2)3}$
1	$\frac{0,4990}{L_1}$	0,9895	$-\frac{0,0833}{L_1}$	$-\frac{0,4996}{L_1^2}$	$0,5L_1$	$0,5L_1$				
2							$\frac{0,4990}{L_1}$	0,9895	$-\frac{0,0052}{L_1}$	$-\frac{0,0312}{L_1^2}$

III. táblázat
 $g_0(x)$

Szakasz	$g_0(x)$	$g_0'(x)$	$g_0''(x)$	$g_0'''(x)$	x	$x-x_{k-1}$	$\alpha_{0(2)1}$	$\alpha_{0(2)2}$	$\alpha_{0(2)3}$	$\alpha_{0(2)4}$
1	0	0	0	0	$0,5L_1$	$0,5L_1$				
2							0	0	0	$\frac{4P}{cb L_2^4}$

A $g(x)$ függvényeknek a második szakaszra érvényes alakja

$$g_{1(2)}(x) = 0,9895 f_1(x - x_1) - 0,0833 \frac{1}{L_1} f_2(x - x_1) - 0,0312 \frac{1}{L_1^2} f_3(x - x_1) -$$

$$- 0,1247 \frac{1}{L_1^3} f_4(x - x_1),$$

$$g_{2(2)}(x) = 0,4990 L_1 f_1(x - x_1) + 0,9895 f_2(x - x_1) -$$

$$- 0,0052 \frac{1}{L_1} f_3(x - x_1) - 0,0312 \frac{1}{L_1^2} f_4(x - x_1),$$

$$g_{0(2)}(x) = \frac{4P}{cb L_2^4} f_4(x - x_1) = \frac{P}{4cb L_1^4} f_4(x - x_1).$$

VI. táblázat

α	$f_1''(0,1 L_2) =$ $= -\frac{0,005}{L_1^2}$	$f_2''(0,1 L_2) =$ $= -\frac{0,0003}{L_1}$	$f_3''(0,1 L_2) =$ $= 1,0000$	$f_4''(0,1 L_2) =$ $= 0,2 L_1$	$f_1'''(0,1 L_2) =$ $= -\frac{0,05}{L_1^3}$	$f_2'''(0,1 L_2) =$ $= -\frac{0,005}{L_1^2}$	$f_3'''(0,1 L_2) =$ $= -\frac{0,0003}{L_1}$	$f_4'''(0,1 L_2) =$ $= 1,0000$
0,9895	$-\frac{0,0049}{L_1^2}$				$-\frac{0,0495}{L_1^3}$			
$-0,0833 \frac{1}{L_1}$		+0,0000				$+\frac{0,0041}{L_1^2}$		
$-0,0312 \frac{1}{L_1^2}$			$-\frac{0,0312}{L_1^2}$				0,0000	
$-0,1247 \frac{1}{L_1^3}$				$-\frac{0,0249}{L_1^2}$				$-\frac{0,1247}{L_1^3}$
	$g_1''(l)$				$-\frac{0,0610}{L_1^2}$	$g_1'''(l)$		$-\frac{0,1701}{L_1^3}$

 $g_1(x)$

V. táblázat

α	$f_1''(0,1 L_2)$	$f_2''(0,1 L_2)$	$f_3''(0,1 L_2)$	$f_4''(0,1 L_2)$	$f_1'''(0,1 L_2)$	$f_2'''(0,1 L_2)$	$f_3'''(0,1 L_2)$	$f_4'''(0,1 L_2)$
$0,4990 L_1$	$-\frac{0,0025}{L_1}$				$-\frac{0,0249}{L_1^2}$			
$0,9895$		$-\frac{0,0003}{L_1}$				$-\frac{0,0049}{L_1^2}$		
$-0,0052 \frac{1}{L_1}$			$-\frac{0,0052}{L_1}$				$0,0000$	
$-0,0312 \frac{1}{L_1^2}$				$-\frac{0,0062}{L_1}$				$\frac{0,0312}{L_1^2}$
	$g_2''(l)$			$-\frac{0,0142}{L_1}$	$g_2'''(l)$			$-\frac{0,0610}{L_1^2}$

 $g_0(x)$

VI. táblázat

	$f_4''(0,1 L_2)$		$f_4'''(0,1 L_2)$
$g_0''(l)$	$\frac{0,0500 P}{cb L_1^2}$	$g_0'''(l)$	$\frac{0,2500 P}{cb L_1^3}$

 $g_0(x)$

Az $x = l$ helyre vonatkozó határfeltételek alapján a IV—VI. táblázat adataiból

$$-0,0610 \frac{1}{L_1^2} A_1 - 0,0142 \frac{1}{L_1} A_2 + 0,05 \frac{P}{cb L_1^3} = 0,$$

$$-0,1701 \frac{1}{L_1^3} A_1 - 0,0610 \frac{1}{L_1^2} A_2 + 0,25 \frac{P}{cb L_1^4} = 0,$$

s így

$$A_1 = -0,3830 \frac{P}{cb L_1},$$

$$A_2 = 5,1682 \frac{P}{cb L_1^2}.$$

Ezek alapján az $x = 0,5L_1$ helyen a nyomaték

$$\begin{aligned} M(0,5 L_1) &= -EI_1 \left[0,4996 \frac{1}{L_1^2} 0,3830 \frac{P}{cb L_1} - 0,0833 \frac{1}{L_1} 5,1682 \frac{P}{cb L_1^2} \right] = \\ &= -EI_1 [0,1913 - 0,4305] \frac{P}{cb L_1^3} = 0,2392 \frac{PEI_1}{cb L_1^3} = 0,0598 PL_1. \end{aligned}$$

IRODALOM

1. WINKLER, E.: Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit, 1867. Prag.
2. ZIMMERMANN, H.: Die Berechnung der Eisenbahnoberbaues 1888, Berlin.
3. HAYASHI, K.: Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage, 1921. Berlin.
4. SZIDAROVSKY, J.: Eine praktische Methode zur Lösung von linearen Differentialgleichungen mit nicht konstanten Koeffizienten. Acta Technica 24 (1959) pp. 85—94.

ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány a Winkler-féle ágyazati tényező helyességének feltételezésével gyakorlati számítási eljárást mutat be, melynek alkalmazása a változó szelvényű gerendában fellépő hajlítónyomaték és a lehajlás számítását megkönnyíti.

SZABÁLYOS HÁROMSZÖG- ÉS HATSZÖG-ALAPRAJZÚ FORGÁSPARABOLOID-ALAKÚ HÉJAK SZÁMÍTÁSA RELAXÁCIÓVAL*

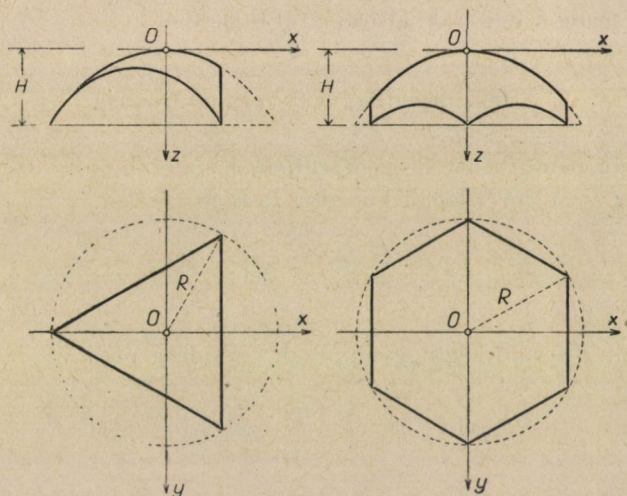
CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉS- ÉS KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1959. szeptember 28-án]

1. Bevezetés

A szabályos háromszög- vagy hatszög-alaprajz felett központosan elhelyezkedő forgásparaboloid-alakú héjak (1. ábra) számítása csak a legegyszerűbb terhelési esetekben végezhető el könnyű analitikai módszerrel. Ezért különös figyelmet érdemelnek azok a numerikus eljárások, melyek a szóban

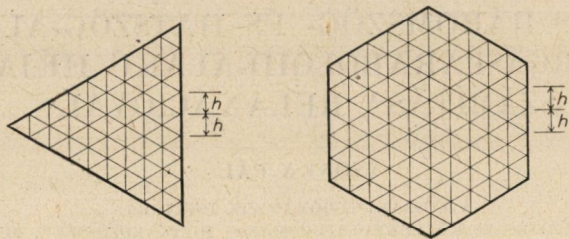


1. ábra. Forgásparaboloid-alakú héj szabályos háromszög-, illetve hatszög-alaprajz felett

forgó héjak számítására tetszőleges elrendezésű függélyes terhelés esetében is aránylag egyszerűen hajthatók végre. Az e célra alkalmas eljárások közt a legismertebb és a legkönnyebb a *relaxáció* módszere.

Szabályos háromszög- vagy hatszög-alaprajzú héjak esetében a relaxációt a héj alaprajzi vetületére illesztett szabályos *háromszög-rácsosaton* (2. ábra) célszerű elvégezni. Ily módon eljárva, a feszültségfüggvény értéke a rácspontokban aránylag egyszerűen számítható, s nem okoz nehézséget a belső

* Kivonat szerzőnek az Acta Technica XXXI. kötetében a 343—357. lapon angol nyelven megjelent tanulmányából.



2. ábra. Szabályos háromszög-rácszat

rácspontokban a vetületi feszítőerők meghatározása sem. Ezzel szemben a kerületi rácspontokban a számítás során különféle nehézségek mutatkoznak. A jelen tanulmány e nehézségek kiküszöbölésére alkalmas közelítő eljárásokat mutat be.

A tárgyalások alapját a membránhéjak ismert elmélete alkotja. Ezek feltevésein felül a dolgozat felteszi, hogy a peremtartók oldalnyomásmentesek, alakváltozásuk pedig a héj alakváltozásától független.

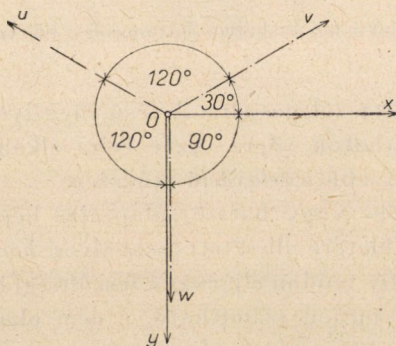
2. A feszültségfüggvény meghatározása

Az 1. ábrán bemutatott forgásparaboloid alakú héjak középfelületének egyenlete az $0(x, y, z)$ derékszögű koordináta-rendszerben

$$z = \frac{H}{R^2}(x^2 + y^2), \quad (1)$$

ugyanezen héjak F feszültségfüggvényének egyenlete pedig

$$F_{xx} + F_{yy} + \frac{R^2}{2H} Z = 0. \quad (2)$$

3. ábra. Az x, y és az u, v, w irányok

Itt $Z = Z(x, y)$ a vetületi terhelés fajlagos értékét jelenti. Ha az x, y irányokról a 3. ábrán feltüntetett u, v, w irányokra térünk át, a (2) differenciálegyenlet helyett a következőt írhatjuk:

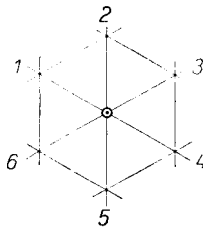
$$F_{uu} + F_{vv} + F_{ww} + \frac{3R^2}{4H} Z = 0. \quad (3)$$

Bevezetvén a

$$K \equiv \frac{3R^2 h^2}{4H} Z \quad (4)$$

jelölést, és a héj alaprajzi vetületét a 2. ábrán feltüntetett rácstartománnyal helyettesítve, a (3) differenciálegyenletet közelítésként a

$$\sum_0^6 F_i - 6F + K = 0 \quad (5)$$



4. ábra. A vizsgált \odot rácspont szomszédainak számozása

differenciaegyenlettel helyettesíthetjük. A fenti képletekben F , illetve Z a feszültségfüggvénynek, illetve a terhelésfüggvénynek a vizsgált rácspontban vett értékét jelenti, az F_i jelek pedig ($i = 1, 2, \dots, 6$) a feszültségfüggvénynek a vizsgált rácsponttal szomszédos 1, 2, ..., 6 jelű rácspontbeli értékét tüntetik fel (4. ábra).

3. A vetületi feszítőerők számítása

Feladatunk megoldásához az (5) differenciaegyenletet kell az $F = 0$ kerületi feltétel betartásával megoldanunk. Ezt a műveletet relaxációs számítás segítségével célszerű végrehajtani.

Az F függvény meghatározása után a vetületi feszítőerők értékét az

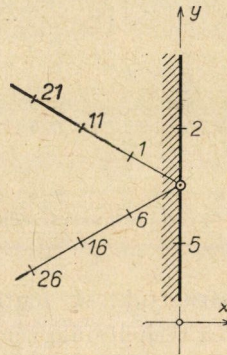
$$\begin{aligned} n_x &= F_{ww}, \\ n_{xy} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (F_{vv} - F_{uu}), \\ n_y &= \frac{1}{3} (2F_{uu} + 2F_{vv} - F_{ww}) \end{aligned} \quad (6)$$

képletekkel számíthatjuk, az ezekben előforduló deriváltakat azonban közelítésként a rácspontokban megállapított függvényértékek segítségével kell kifejeznünk.

A *belső* rácspontokban e célra a centrális differenciákat használhatjuk. Ezzel a (6) képletek helyett az

$$\begin{aligned} n_x &\cong \frac{1}{h^2} (F_2 + F_5 - 2F), \\ n_{xy} &\cong \frac{1}{\sqrt{3}h^2} (-F_1 + F_3 - F_4 + F_6), \\ n_y &= \frac{1}{3h^2} (2F_1 - F_2 + 2F_3 + 2F_4 - F_5 + 2F_6 - 6F) \end{aligned} \quad (7)$$

közelítő képleteket kapjuk.



5. ábra. Az x -normálisú oldalélen fekvő \odot rácspont szomszédainak számozása

A *külső* rácspontokban a centrális differenciák helyett a laterális differenciákat vehetjük segítségül. Ily módon eljárva, az x -normálisú oldalél rácspontjaiban az 5. ábrán magyarázott jelölést követve, az alábbi képletekkel dolgozhatunk:

$$\begin{aligned} n_x &= 0, \\ n_{xy} &\cong \frac{1}{\sqrt{3}h^2} (5F_1 - 5F_6 - 4F_{11} + 4F_{16} + 1F_{21} - 1F_{26}), \\ n_y &\cong \frac{1}{3h^2} (-10F_1 - 10F_6 + 8F_{11} + 8F_{16} - 2F_{21} - 2F_{26} + 8F). \end{aligned} \quad (8)$$

A fenti képletek éppen a laterális differenciák alkalmazása miatt — kevésbé pontosak. Hátrányként jelentkezik az is, hogy a szóban forgó képletek a három-

szög-alaprajzú héjak sarokpontjaiban, valamint az azokkal szomszédos első és második kerületi rácspontokban csődöt mondanak.

A felsorolt okok miatt célszerűbbnek mutatkozik a vetületi feszítőerők értékét a kerületi rácspontokban — ha lehetséges — oly módszerrel számítani, mely a laterális differenciák helyett centrális differenciákkal dolgozik. Ehhez az szükséges, hogy a rácsozást az alaprajz kerületén túl folytassuk, s a feszültségfüggvényt a kerületi rácspontokkal közvetlenül szomszédos külső rácspontokban is értelmezzük. A feszültségfüggvénynek ezen „folytatását”, a kerületi feltételeket betartva, az (5) összefüggés felhasználásával kell megszerkesztenünk. Ekkor a vetületi feszítőerők számítására a kerületi rácspontokban is a (7) képleteket használhatjuk.

Sajnos, a feszültségfüggvénynek a kerületen túl való folytatása általában csak háromszög-alaprajzú héjak esetében lehetséges. Hatszög-alaprajzú héjak esetében a szükséges folytatás nem mindig állítható elő. Ha ellenben a héj terhelése az alaprajzi hatszög oldalait merőlegesen felező síkokra nézve szimmetrikus (illetve antiszimmetrikus) elrendezésű, s ugyanakkor a háromszögrácsokat a hatszögdarabokat páratlan (illetve páros) részre osztja, a feladat mindenkor egyértelműen megoldható. Ezért egyéb terhelési esetekben a hatszög-alaprajzú héj számítására általában az előzőleg ismertetett — kevésbé pontos — eljárást kell alkalmazni.



FORGÁSPARABOLOID SZERINT ALAKÍTOTT FÜLKEHÉJAK*

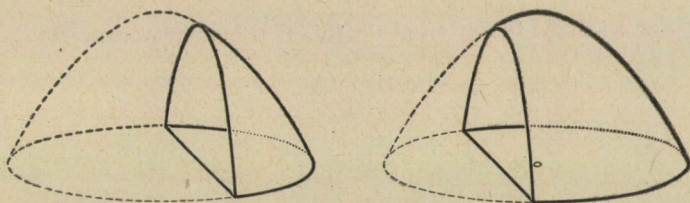
CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉS- ÉS KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1959. október 9-én]

Az alábbiakban oly fülkehéjak számításával foglalkozunk, melyek középfelülete függélyestengelyű forgásparaboloid. A héj egyoldalról nyitott, alaprajza félkör vagy körszelet alakú (1. ábra). Az efféle héjak kerti építmények, zenepavilonok, kiállítási csarnokok céljaira, továbbá összetett héjak elemeiként használatosak [1, 2].

Vizsgálataink során feltételezzük, hogy a héj alul vízszintes talpgyűrűre támaszkodik. A héj alsó peremén a vízszintes erőalkotókat ez, a függélyes erőalkotókat a talaj reakcióereje egyensúlyozza. A héj nyitott pereme teljesen szabad, ott legfeljebb a kihajlási veszély csökkentésére készül peremív.



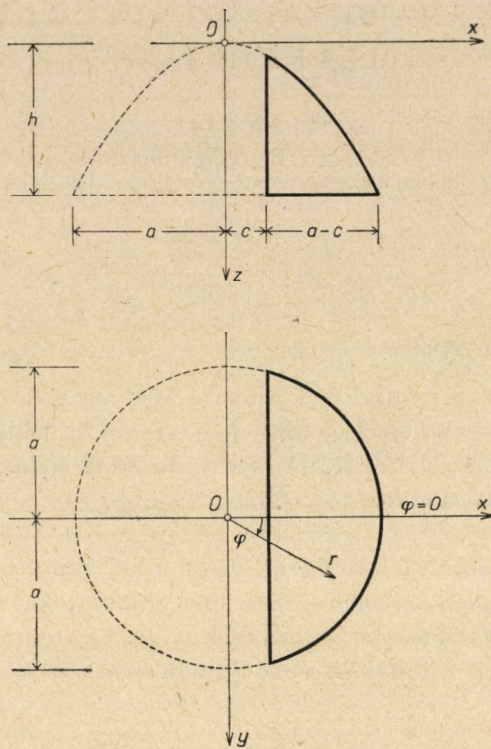
1. ábra. Fülkehéjak

Tárgyalásaink alapját a membránelmélet szokásos feltevései alkotják. A talpgyűrű környezetében, valamint a héj szabad peremét határoló esetleges peremív mentén keletkező zavaró hatásokat figyelmen kívül hagyjuk.

Koordináta-rendszerként a 2. ábrán feltüntetett koordinátarendszereket használjuk. E koordináta-rendszerekben a héj középfelületének egyenlete

$$z = \frac{1}{2k} (x^2 + y^2), \quad (1)$$

* Kivonat szerzőnek az Acta Technica XXXII. kötetében a 39—52. lapon angol nyelven megjelent tanulmányából.



2. ábra. Az $O(x, y, z)$, illetve $O(r, \varphi, z)$ koordináta-rendszer

illetve

$$z = \frac{1}{2k} r^2, \quad (2)$$

ahol

$$k = \frac{a^2}{2h}. \quad (3)$$

Terhelésként csak megoszló erőket, mégpedig csupán a meridián síkba eső megoszló erőket veszünk számításba. A terhelő erőket a középfelület alaprajzi területére vonatkoztatott fajlagos értékükkel jellemezzük. Ezen erők x, y, z , illetve r, z irányú alkotói X, Y, Z , illetve R, Z . A szóban forgó erőalkotók közt az

$$X = R \cos \varphi, \quad Y = R \sin \varphi \quad (4)$$

kapcsolatok állanak fenn.

A héj nyitott peremeinek x koordinátáját c betűvel jelöljük, s megállapodunk a

$$\xi = x - c \quad (5)$$

jelölésben.

A héj belső erőt feszültségfüggvény segítségével kívánjuk meghatározni. E függvény differenciálegyenlete az $O(x, y, z)$ derékszögű koordináta-rendszerben

$$F_{xx} + F_{yy} = q. \quad (6)$$

E differenciálegyenletben a q terhelésfüggvény értéke

$$q = \int_c^x X dx + \int_0^y Y dy + Xx + Yy - Zk. \quad (7)$$

A feszültségfüggvényt ismerve, a vetületi feszítő erőket az

$$\begin{aligned} n_x &= F_{yy} - \int_c^x X dx, \\ n_{xy} &= n_{yx} = -F_{xy}, \\ n_y &= F_{xx} - \int_0^y Y dy \end{aligned} \quad (8)$$

képletekkel számíthatjuk.

A feszültségfüggvény differenciálegyenletének megoldása során a teljesítendő kerületi feltételek:

$$[F_{yy}]_{x=c} = 0, \quad [F_{xy}]_{x=c} = 0. \quad (9)$$

A (6) differenciálegyenlet

$$q = x^m y^n$$

alakú terhelések esetében a kerületi feltételek betartásával aránylag egyszerűen megoldható. Erre nézve itt e kivonatos tanulmány angol eredetijére [4] hivatkozunk, melyből a szóban forgó megoldás kivehető. Ugyanez a dolgozat a gyakorlat szempontjából fontosabb terhelési esetekben célszerűen használható képletgyűjteményt is közöl.

Az eljárás célszerűségének jellemzésére itt mindössze három terhelési példával kívánunk foglalkozni.

a) *Önsúlyteher.* Ha a héjfal fajlagos súlya a középfelület felszínegységére vonatkoztatva

$$g = \text{konst},$$

akkor a terhelési függvény

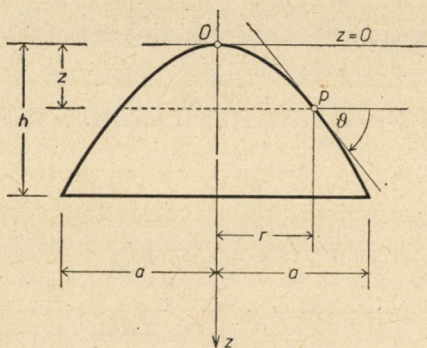
$$q = g \left(1 + \frac{r^2}{k^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ha ezt a terhelési függvényt valamely

$$q^* = A + Br^2$$

alakú közelítő terhelésfüggvénnyel helyettesítjük, akkor az ennek megfelelő közelítő feszültségfüggvény

$$F^* = A \frac{\xi^2}{2} + B \left[(y^2 + c^2) \frac{\xi^2}{2} + \frac{\xi^3}{3} \right].$$



3. ábra. A ϑ szög értelmezése

b) *Hóteher.* Ha a hótehernek az alaprajz területegységére vonatkoztatott fajlagos értéke

$$p = \text{konst.},$$

akkor a feladat pontos feszültségfüggvénye

$$F = -kp \frac{\xi^2}{2}.$$

c) Egyenletesen megoszló szélteher. Ha a $+x$ irányban fújó szél egyenletesen megoszló w_0 merőleges erőrendszert gyakorol a héjra, akkor (3. ábra)

$$Z = w_0 = \text{konst.},$$

$$R = w_0 \operatorname{tg} \vartheta = \frac{w_0}{k} r,$$

$$X = \frac{w_0}{k} x, \quad Y = \frac{w_0}{k} y.$$

Ilyenkor a feladat pontos terhelésfüggvénye

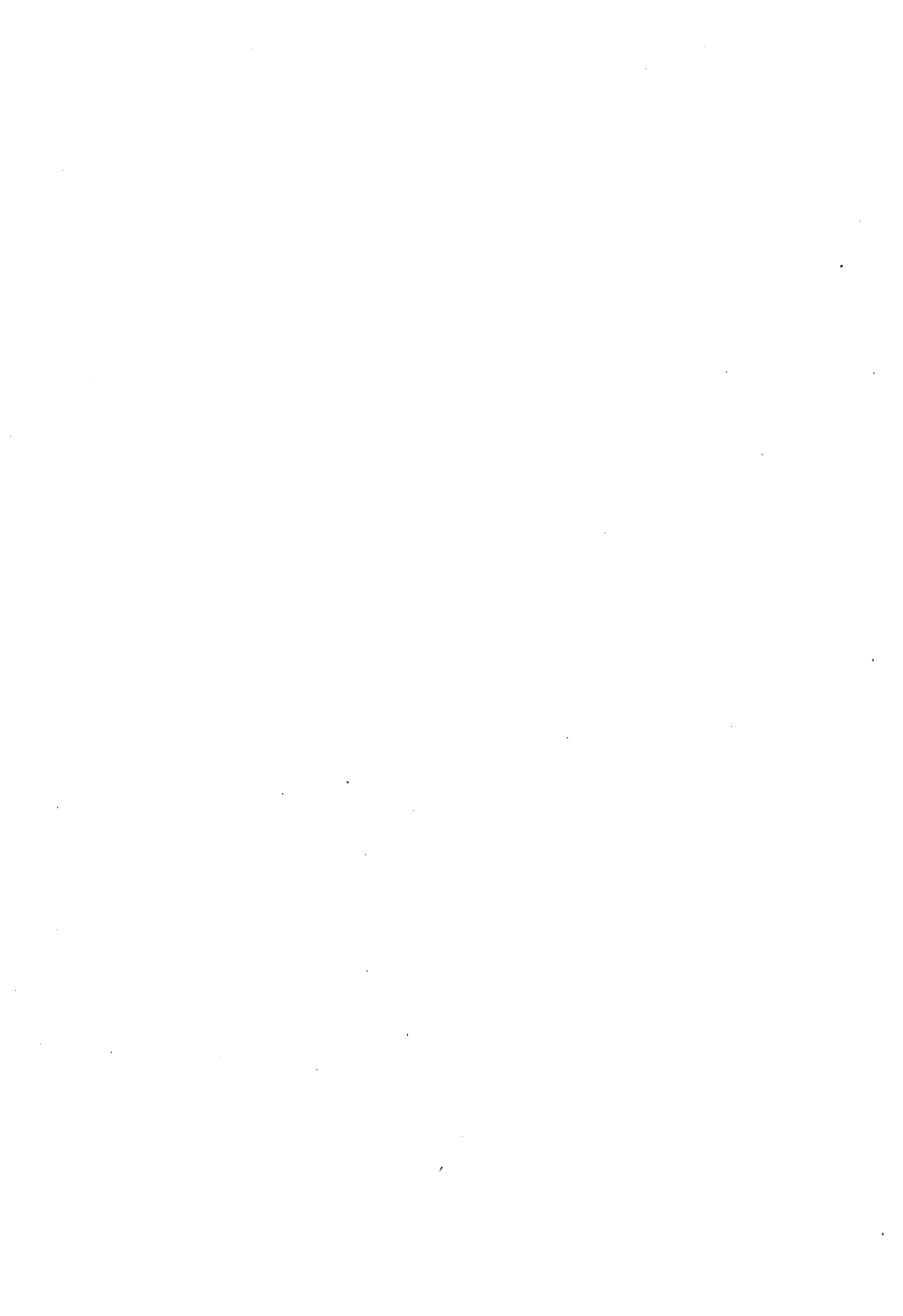
$$q = \frac{w_0}{2k} (3r^2 - c^2 - k^2),$$

a pontos feszültségfüggvény pedig

$$F = \frac{w_0}{4k} \left[(3y^2 + 2c^2 - k^2) \xi^2 + 2c\xi^3 \right].$$

IRODALOM

1. DISCHINGER, F.—FINSTERWALDER, H.: Weitere Entwicklung der Schalenbauweise „Zeiss-Dywidag“. *Beton und Eisen* 31 (1932), pp. 101—108, 149—155, 165—170, 181—184, 213—220, 229—235, 245—247.
2. PUCHER, A.: Die Berechnung der Dehnungsspannungen von Rotationsschalen mit Hilfe von Spannungsfunktionen. *Abhandlungen. Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau* 5 (1937) pp. 275—299.
3. PUCHER, A.: Über den Spannungszustand in doppelt gekrümmten Flächen. *Beton und Eisen* 33 (1934), pp. 298—304.
4. CSONKA P.: Apse-like Formed Paraboloid Shells of Revolution. *Acta Technica* 32 (1961), pp. 39—52.



KARAKTERISZTIKUS KIFEJEZÉSEK KÖZTI ÖSSZEFÜGGÉS MEGHATÁROZÁSA TORZIÓS (KAPCSOLT) LENGÉSEKNÉL

BALOGH ARTHUR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1960. február 11-én]

A torzióslengés karakterisztikus kifejezését a karakterisztikus determináns kifejtésével kapjuk. Az ilyen determináns alakja 5 tömeg esetére a következő:

$$B_5 = \begin{vmatrix} w^2 - u_{11} & u_{11} & 0 & 0 & 0 \\ u_{12} & w^2 - u_{12} - u_{22} & u_{22} & 0 & 0 \\ 0 & u_{23} & w^2 - u_{23} - u_{33} & u_{33} & 0 \\ 0 & 0 & u_{34} & w^2 - u_{34} - u_{44} & u_{44} \\ 0 & 0 & 0 & u_{45} & w^2 - u_{45} \end{vmatrix} \quad (1)$$

ahol w^2 a lengés körfrekvenciája és $u_{ik} = \frac{c_i}{I_k}$, ahol c_i a merevségi tényező és I_k a tömeg tehetetlenségi nyomatéka. A determináns kifejtése megtalálható az 1. táblázatban I. alatt. A tagok száma 16.

Ennek ismeretében — anélkül, hogy a determinánst kifejtjük — át kívánunk térni eggyel magasabb fokú karakterisztikus kifejezésre, tehát példánkban 5-ről 6-ra.

Felhasználjuk az Acta Technica XII/3—4 kötetében megjelent dolgozatot (8) képletét, amely szerint

$$B_6 = (w^2 - u_{55} - u_{56}) B_5 - u_{45} u_{55} B_4. \quad (2)$$

Tehát a hatodfokú kifejezés kiszámításához még ismerni kell B_4 -et a negyedfokú kifejezést is, amelyet az 1. táblázatban II. alatt találunk. B -vel a determinánst jelöltük, az indexe annak fokszáma.

Ezek után (2)-be behelyettesítjük a B_5 és B_4 -et, elvégezzük a beszorzásokat és megkapjuk a végeredményt.

A beszorzás műveleteink eredményét hatványok szerint csoportosítva 2—6. táblázatokban találjuk. E számításoknál azonnal látható, hogy döntő jelentőségű

$$w^2 \text{ és } -c_5 \left(\frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right)$$

és azonnal megállapítható, hogy ha B_5 -nél a tagok száma 16, akkor B_6 -nál ennek kétszerese, azaz 32 lesz.

A táblázatokból azonnal megállapítható az is, hogy B_4 -nek a tagszám-szaporulatra semmi befolyása nincs. Rendezés alapján a tagok beilleszthető alakot vesznek fel.

2. táblázatban w^{10} és w^8 együtthatóit találjuk. A tagok száma 1, illetve 5.

A 3. táblázatban V. alatt felírtuk az ide vágó anyagot. VI. alatt elvégeztük a rendezést, aminek figyelembevételével kapjuk VII. kifejezést. A tagok száma 10. Ezek a w^6 együtthatói.

Teljesen hasonlóan jártunk el a 4. táblázatnál. VIII. az összefoglalt anyag, IX. alatt találjuk a rendezéseket a B_4 figyelembevételével és X. adja a végeredményt. A tagok száma 10. Ezek a w negyedik hatványának együtthatói.

Az 5. táblázatban XI. találjuk az összefoglalt anyagot. A rendezést ekkor, mert újat nem nyújthattunk, csak egy esetben, XII-ben hajtottuk végre. A végeredmény XIII. alatt található. A tagok száma 5. Ezek a w^2 együtthatói.

A 6. táblázatban a 6-od fokú kifejezés utolsó tagjának kialakítása található és itt különösen világosan feltűnik, hogy csak a B_5 tagjának van jelentősége, a B_4 megfelelő tagja csak a rendezésben érvényesül. A tagok száma 1. Ez a w^0 együtthatója.

A tagok száma az ilyen alakú continuáns determinánsnál 6-od fok esetén: $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2 \times 16$. Ha 6 tömegről 7 tömegnek megfelelő kifejezésre térünk át, akkor

$$w^2, \quad -c_6 \frac{I_6 + I_7}{I_6 I_7}$$

kell B_6 -ot szorozni, tehát a karakterisztikus kifejezés tagjainak száma ennek kétszerese, azaz $32 \times 2 = 64$ s. i. t.

$$\text{Ámde } 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = \binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 2^5 = 32.$$

Ugyancsak 7 tömegre:

$$1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = \binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 2^6 = 64.$$

Ez az összeállítás folytatható és érdekes összefüggést állapít meg a tagok száma és a karakterisztikus kifejezést jellemző determináns között, és amely a continuáns determináns egyik értékes tulajdonsága.

1. táblázat

$$\begin{aligned}
 B_5 = w^8 & - \left(c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} + c_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} + c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right) w^6 + \\
 & + \left[c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} + c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \left(c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right) + \right. \\
 & \left. + c_2 c_3 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} + c_2 c_4 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_3 c_4 \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} \right] w^4 - \quad (I) \\
 & - \left(c_1 c_2 c_3 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} + c_2 c_3 c_4 \frac{I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_2 I_3 I_4 I_5} + c_1 c_2 c_4 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \right. \\
 & \quad \left. + c_1 c_3 c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_1 c_3 c_4 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} \right) w^2 + \\
 & \quad + c_1 c_2 c_3 c_4 \frac{I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_1 I_2 I_3 I_4 I_5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_4 = w^6 & - \left(c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} + c_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} + c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} \right) w^4 + \left(c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} + \right. \\
 & \left. + c_2 c_3 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} + c_1 c_3 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} \right) - \quad (II) \\
 & - c_1 c_2 c_3 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4}
 \end{aligned}$$

$$B_6 = \left(w^2 - c_5 \frac{(I_5 + I_6)}{I_5 I_6} \right) B_5 = \frac{c_4}{I_5} \frac{c_5}{I_5} B_4. \quad (III)$$

2. táblázat

$$\begin{aligned}
 w^{10} & - \left(c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} + c_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_5} + c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + \right. \\
 & \left. + c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) w^8 \quad (IV)
 \end{aligned}$$

3. táblázat

w^6

$$\begin{aligned}
 & + \left(c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} + c_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} + c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right) \cdot \left(c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) - \\
 & - \frac{c_4 c_5}{I_5 I_6} + \left[c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} + c_2 c_3 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} + c_3 c_4 \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} + \right. \\
 & \left. + c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \left(c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right) + c_2 c_4 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right] \quad (V)
 \end{aligned}$$

$$c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \cdot c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} - c_4 c_5 \frac{1}{I_5 I_6} = c_4 c_5 \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} \quad (VI)$$

$$\begin{aligned}
 & + \left[c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} + c_2 c_3 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} + c_3 c_4 \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} + c_4 c_5 \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} + \right. \\
 & \left. + c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \left(c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) + \right. \quad (VII)
 \end{aligned}$$

$$+ c_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \left(c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) + c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \Big]$$

4. táblázat

-10⁴

$$\begin{aligned} & \left[c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} + c_2 c_3 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} + c_3 c_4 \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} + c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \right. \\ & \left. \left(c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} + c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right) + c_2 c_4 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \right] \cdot \left(c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) + \\ & + \left(c_1 c_2 c_3 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} + c_2 c_3 c_4 \frac{I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_2 I_3 I_4 I_5} + \right. \end{aligned} \quad (\text{VIII})$$

$$+ c_1 c_2 c_4 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_1 c_3 c_4 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} \Big) -$$

$$- \left(c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{c_4 c_5}{I_5 I_6} + c_2 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{c_4 c_5}{I_5 I_6} + c_3 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} \frac{c_4 c_5}{I_5 I_6} \right)$$

$$c_1 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} - c_1 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{c_4 c_5}{I_5 I_6} =$$

$$= c_1 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} \quad (\text{IX})$$

$$c_3 c_4 c_5 \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} - c_3 c_4 c_5 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} \frac{1}{I_5 I_6} = c_3 c_4 c_5 \frac{I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{I_3 I_4 I_5 I_6}$$

$$c_2 c_4 c_5 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} - c_2 c_4 c_5 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{1}{I_5 I_6} =$$

$$= c_2 c_4 c_5 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6}$$

$$- \left[c_1 c_2 c_3 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} + c_2 c_3 c_4 \frac{I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_2 I_3 I_4 I_5} + \right. \quad (\text{X})$$

$$+ c_3 c_4 c_5 \frac{I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{I_3 I_4 I_5 I_6} + c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \left(c_4 \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) \Big] +$$

$$+ c_1 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \left(c_3 c_4 \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} + c_4 c_5 \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} + c_3 c_5 \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) +$$

$$+ c_2 c_3 c_5 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} + c_2 c_4 c_5 \frac{I_2 + I_3}{I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} \Big]$$

5. táblázat

+w²

$$\left(c_1 c_2 c_3 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} + c_2 c_3 c_4 \frac{I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_2 I_3 I_4 I_5} + c_1 c_2 c_4 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \right.$$

$$\left. \cdot \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} + c_1 c_3 c_4 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_3 + I_4 + I_5}{I_3 I_4 I_5} \right) \cdot \left(-c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) + \quad (\text{XI})$$

$$+ c_1 c_2 c_3 c_4 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_1 I_2 I_3 I_4 I_5} - \left(c_1 c_2 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \frac{c_4 c_5}{I_5 I_6} + c_2 c_3 \frac{I_2 + I_3 + I_4}{I_2 I_3 I_4} \right).$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \frac{c_4 c_5}{I_5 I_5} + c_1 c_3 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_3 + I_4}{I_3 I_4} \frac{c_4 c_5}{I_5 I_5} \Big) \\
 c_1 c_2 c_4 & \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5}{I_4 I_5} - c_1 c_2 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \frac{1}{I_5 I_5} = \\
 & = c_1 c_2 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} \tag{XII}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(c_1 c_2 c_3 c_4 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_1 I_2 I_3 I_4 I_5} + c_2 c_3 c_4 c_5 \frac{I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{I_2 I_3 I_4 I_5 I_6} + c_1 c_2 c_3 c_5 \cdot \right. \\
 & \cdot \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} + c_1 c_2 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \frac{I_4 + I_5 + I_6}{I_4 I_5 I_6} + \\
 & \left. + c_1 c_3 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \frac{I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{I_3 I_4 I_5 I_6} \right) \tag{XIII}
 \end{aligned}$$

6. táblázat

— w^0

$$\begin{aligned}
 c_1 c_2 c_3 c_4 & \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{I_1 I_2 I_3 I_4} \left(-c_5 \frac{I_5 + I_6}{I_5 I_6} \right) - c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{I_1 I_2 I_3 I_4} \cdot \\
 & \cdot \frac{1}{I_5 I_6} = c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 \left(\frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{I_1 I_2 I_3 I_4 I_5 I_6} \right) \tag{XIV}
 \end{aligned}$$

Tehát a 6 tömegű rendszer karakterisztikus egyenletét a 4. és 5-éből állapítottuk meg és

IV, VII, X, XIII, XIV.

alatti kifejezések az egyes hatványokhoz tartozó együtthatók.

Az együtthatókban előforduló kifejezések általános alakja a következő:

$$\begin{aligned}
 c_k c_{k+1} \dots c_{n-1} & \frac{I_k + I_{k+1} + \dots + I_n}{I_k I_{k+1} \dots I_n} \cdot \\
 & k < n.
 \end{aligned}$$

Állítsuk össze az egyes hatványok együtthatójában található c értékeket:

(6 tömeg esetére)

w^8	w^6	w^4	w^2	w^0
c_1	$c_1 c_2$	$c_1 c_2 c_3$	$c_1 c_2 c_3 c_4$	$c_1 c_2 c_3 c_4 c_5$
c_2	" c_3	" " c_4	" " " c_5	.
c_3	" c_4	" " " c_5	" " " $c_4 c_5$.
c_4	" c_5	" $c_3 c_4$	" $c_3 c_4 c_5$.
c_5	$c_2 c_3$	" " c_5	$c_2 c_3 c_4 c_5$.
	" c_4	" $c_4 c_5$		
	" c_5	$c_2 c_3 c_4$		
	$c_3 c_4$	" " " c_5		
	" c_5	" $c_4 c_5$		
	$c_4 c_5$	$c_3 c_4 c_5$		

A törvényszerűség minden további nélkül megállapítható és alkalmazható tetszőleges tömegszám esetére.

Az eddigiek alapján néhány esetre felírhatjuk az egyes hatványok melletti együtthatók tagszámát néhány tömegszámhoz.

6. táblázat

Tömegek száma:	9m	8m	7m	6m	5m
	$\binom{8}{0} = 1$	$\binom{7}{0} = 1$	$\binom{6}{0} = 1$	$\binom{5}{0} = 1$	$\binom{4}{0} = 1$
	$\binom{8}{1} = 8$	$\binom{7}{1} = 7$	$\binom{6}{1} = 6$	$\binom{5}{1} = 5$	$\binom{4}{1} = 4$
	$\binom{8}{2} = 28$	$\binom{7}{2} = 21$	$\binom{6}{2} = 15$	$\binom{5}{2} = 10$	$\binom{4}{2} = 6$
	$\binom{8}{3} = 56$	$\binom{7}{3} = 35$	$\binom{6}{3} = 20$	$\binom{5}{3} = 10$	$\binom{4}{3} = 4$
	$\binom{8}{4} = 70$	$\binom{7}{4} = 35$	$\binom{6}{4} = 15$	$\binom{5}{4} = 5$	$\binom{4}{4} = 1$
					16
	$\binom{8}{5} = 56$	$\binom{7}{5} = 21$	$\binom{6}{5} = 6$	$\binom{5}{5} = 1$	
				32	
	$\binom{8}{6} = 28$	$\binom{7}{6} = 7$	$\binom{6}{6} = 1$		
			64		
	$\binom{8}{7} = 8$	$\binom{7}{7} = 1$			
		128			
	$\binom{8}{8} = 1$				
	256				
Tömegek száma:	4m 8	3m 4	2m 2	1m 1	

Ezek alapján a karakterisztikus egyenlet tagjainak számát a következő táblázatból olvashatjuk ki:

n = 1	2 ⁿ = 2	n = 10	2 ⁿ =	1 024
2	4	11		2 048
3	8	12		4 096
4	16	13		8 192
5	32	14		16 384
6	64	15		32 768
7	128	16		65 536
8	256	17		131 072
9	512	18.		262 144
		19		524 288
		20		1 048 576

Ismert szabály:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

Hasonlóan:

$$\binom{n+1}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+1}{2} + \dots + \binom{n+1}{n+1} = 2^{n+1}$$

Példa: 12 tömeg esetén a karakterisztikus egyenlet tagjainak száma, amelynek táblázatunkban $n = 11$ felel meg, 2048. Ebből azonnal következik, ha számításainkhoz egyszerűsítést nem lehet alkalmazni, akkor a számolás nagyobb számú tömegből álló rendszernél szinte lehetetlen lenne.

M. T. A. Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei XXVII. 3—4. számában ismertettük ezt az egyszerűsítést. A dolgozat címe: Torzióslengés karakterisztikus egyenlete együtthatóinak kiszámítása.

Ezek után a karakterisztikus egyenlet egyes hatványaihoz tartozó tagok száma között fennálló kapcsolatot fogjuk bemutatni.

Írjuk fel az egyes tömegszámok karakterisztikus egyenletében az egyes hatványokhoz tartozó tagok számát a következő alakban:

2 tömegre	1	
3 „	1 + 2 + 1	= $2^2 = 4$
4 „	1 + 3 + 3 + 1	= $2^3 = 8$
5 „	1 + 4 + 6 + 4 + 1	= $2^4 = 16$
6 „	1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1	= $2^5 = 32$
7 „	1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1	= $2^6 = 64$
8 „	1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1	= $2^7 = 128$
9 „	1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1	= $2^8 = 256$

Ez egyébként a Pascal-féle binomiális háromszög.

Mint ezen összeállításból látható, az egymásután következő tömegszámok összes tagjainak számát az előzőből akként kapjuk meg, ha 2-vel szorozzuk, mint az már az előző levezetésből ismeretes.

Azonban a karakterisztikus egyenlet egyes hatványaihoz tartozó tagok számát az előző, tehát 1-gyel kisebb tömegszámából is megállapíthatjuk. E célból a fenti háromszögben a 7-es tömegből levezetjük a 8-as tömegét: ($1 + 6 = 7$, $6 + 15 = 21$, $15 + 20 = 35$, stb.) Az itt látható szabály szerint a 9-es tömeg adataiból állítottuk össze a 10-es tömegét, éspedig a következőképpen:

$1 + 8 = 9$, $8 + 28 = 36$, $28 + 56 = 84$, $56 + 70 = 126$, $70 + 56 = 126$, $56 + 28 = 84$, $28 + 8 = 36$, $8 + 1 = 9$

Ha még hozzávesszük ehhez a két szélső értéket: $1 + 1$ -et, akkor az eredmény az összes tagok számára $512 = 2^9$.

ÖSSZEFOGLALÁS

E torzióslengés karakterisztikus determinánsa a kontinuuans determinánsok sorába tartozik, amely kifejtve a lengés karakterisztikus kifejezését (egyenletét) adja. Az egymásután következő ily kifejezések tagszámai között fennálló törvényszerűséget vezetjük le. Mellőztük az n és k használatát, mert feleslegesen áttekinthetetlen és bonyolult kifejezésekhez vezetnek.

Az itt levezetett eredményeket disszertációmban is megadtam, de bizonyítás nélkül. Néhány értekezésemben is felvettem, de a bíráló hasonló oknál fogva kihagyatta. Ezért pótlólag ez alkalommal ismertetem a bizonyítást, amivel egy eddigi hiányt értekezéseimből küszöbölhettem ki.

WOLFRAM- ÉS MOLIBDÉN-DISZILICID KILÉPÉSI MUNKÁJA TISZTA ÁLLAPOTBAN ÉS BÁRIUM- OXIDDAL TÖRTÉNŐ BEPÁROLOGTATÁS UTÁN

VÁCZ ISTVÁN

MTA MŰSZAKI FIZIKAI KUTATÓ INTÉZET, ELEKTRONFIZIKAI OSZTÁLY

[Beérkezett 1960. szeptember 13-án]

I. A mérési eljárás kidolgozása

1. A jelleggörbe-eltolás módszere a kilépési munka mérésére

Mint azt egyik előző közleményünkben (3) ismertettük, a RICHARDSON-egyenes módszerével megállapított kilépési munka mérésekor a vizsgált anyag viszonylag magas hőmérsékleten (1500–2000 K°) van, és ezen a hőmérsékleten a vizsgált anyagban, illetőleg annak felületén szerkezeti változások mennek végbe. Ennek megakadályozása különösen ott fontos, ahol a vizsgálandó anyagot hőkezelés éri, vagy annak felületére más idegen anyagokat párologtatunk fel, és az így keletkező felület kilépési munkáját mérjük. Így pl. báriumnak wolfram alapfémre történő párologtatásakor, hogy a mérés folyamán a felületi szerkezet ne változzék, a hőmérsékletet 700–800 K° fölé nem emelhetjük. Ez a hőmérséklet azonban nem elegendő a Richardson-egyenes felvételéhez szükséges elektronáram létesítéséhez.

Olyan mérési módszert kell választani, aminél a vizsgált anyagot a mérés folyamán nem szükséges izzítani. Ilyen módszer a jelleggörbe (karakterisztika) -eltolás módszere, amely lényegében azon alapul, hogy két fém között (vákuumban) az ún. külső kontaktpotenciál (U_K) egyenlő a két fém kilépési munkájának (φ) különbségével.

$$U_K = \varphi_A - \varphi_B. \quad (1)$$

Bár egyes szerzők szerint (1) a jelleggörbe-eltolás nem tartozik a szorosan vett kontaktpotenciál mérési módszerekhez, véleményünk szerint azonban — ha közvetve is — a kontaktpotenciál-különbség elve érvényesül. Ha a két fém kilépési munkája nem egyenlő, akkor egyensúlyi esetben a két fém között (U_K) feszültség-különbség keletkezik, amely megakadályozza, hogy elektronok az egyik fémből a másikba átléphessenek.

$$U_K = U_A - U_B \quad (2)$$

Az áram, melyet az elektronok A -ból B -be való átlépése hoz létre:

$$I_A = I_{cA} \exp \left[\frac{\varepsilon U_K}{kT} \right]. \quad (3)$$

A B-ből A-ba folyó áram:

$$I_B = I_{eB}, \quad (4)$$

ahol I_{eA} és I_{eB} a testek emissziós áramsűrűsége.

Mint hogy egyensúly esetén az áram értékének 0-nak kell lennie:

$$I_{eB} = I_{eA} \exp \left[\frac{\varepsilon U_K}{kT} \right] \quad (5)$$

$$I_{eA} = A_0 T^2 \exp \left[\frac{-\varepsilon \varphi_A}{kT} \right] \text{ és } I_{eB} = A_0 T^2 \exp \left[\frac{-\varepsilon \varphi_B}{kT} \right] \quad (6)$$

az egyenlőségekből következik, hogy:

$$-\frac{\varepsilon \varphi_B}{kT} = -\frac{\varepsilon \varphi_A}{kT} + \frac{\varepsilon U_K}{kT} \quad (7)$$

ahonnan:

$$U_K = \varphi_A - \varphi_B$$

minthogy:

$$\varphi_A < \varphi_B \text{ így } U_K < 0.$$

A fenti egyenlet levezetésénél feltettük, hogy mindkét test hőmérséklete egyforma és a tértöltés hatása az elektronok mozgására elhanyagolható (2).

A karakterisztika-eltolás módszerével tehát közvetett módon a két fém közötti kontaktpotenciál-különbséget mérjük oly módon, hogy $I_a - U_a$ görbét veszünk fel a tértöltés, illetőleg az indulóáram-tartományban, két különböző anyagból készült anód áramának mérésével. Egyforma geometriát feltételezve, a vizsgált anódok és az elektronforrásként használt katód között a felvett két $I_a - U_a$ görbe alakja ideális esetben fedi egymást, kontaktpotenciál-különbség esetén egymáshoz képest a feszültségtengely irányában párhuzamosan tolódik el.

Ez esetben a két görbe egymástól való távolsága a vízszintes tengelyen voltban kifejezve a két fém kontaktpotenciáljának, illetőleg kilépési munkájának különbségét adja, elektronvolt egységekben.

A vizsgálandó anyag kilépési munkájának számszerű meghatározásához a kísérleti csőben, ismert kilépési munkájú anyagot kell anódként elhelyezni, összehasonlító, illetőleg viszonyító alapként, melynek kilépési munkáját előzőleg meg kell állapítani (3), és biztosítani kell ugyanazokat a feltételeket, amelyek mellett a kilépési munkát előzőleg meghatároztuk.

Eltérő geometria esetén a két $I_a - U_a$ görbe nem párhuzamos egymással, így a feszültségtengelyen leolvasott különbség a jelleggörbe különböző helyein nem azonos, ezért nem adja meg közvetlenül a kilépési munkák különbségét (4).

$$U_{a1} - U_{a2} = \varphi_{a1} - \varphi_{a2} + \frac{C_2^{2/3} - C_1^{2/3}}{C_1^{2/3} \cdot C_2^{2/3}} I_a^{2/3}, \quad (8)$$

ahol C_1 és C_2 az elektródák geometriai elrendezésétől függő tényező.

Felvéve az $I_a - U_a$ görbéket, az $U_{a1} - U_{a2}$ különbséget $I_a = 0$ áramértékre extrapoláljuk, és a kontaktpotenciálok különbségét a vízszintes tengelyen leolvassuk.

A kísérleti munka során a mérések pontosságának fokozása és ellenőrzése céljából szükségesnek mutatkozott az indulóáram-tartomány vizsgálata is.

A nagyszámú kísérleti cső szerelésénél egyrészt elkerülhetetlenül kisebb geometriai különbségek jelentkeznek, amelyek extrapoláció alkalmazásakor is bizonytalanná tehetik az egyes mérési eredmények értékelését, másrészt a párologtatott felületi rétegekben átmeneti ellenállások keletkeznek, amelyek szintén nehezen értékelhető mérési eredményeket adnak a tértöltéstartományban.

Az indulóáram-tartományban történő kontaktpotenciál mérésekre vonatkozó irodalmi adatok (5), és saját tapasztalataink is azt mutatták, hogy ez a módszer pontosság és reprodukálhatóság tekintetében előnyösebb.

Ezt igazolja az alábbi megfontolás is:

Ha a diódának tekinthető kísérleti csöveink meredekségét vizsgáljuk, a tértöltési (3/2-es törvény) és indulóáram-(exponenciális) tartományban, akkor a következő összefüggéseket találjuk:

A dióda meredeksége a tértöltéstartományban valamely I_a, U_a pontban:

$$S = \frac{dI_a}{dU_a} = \frac{3}{2} K U_a^{1/2} = \frac{3}{2} K^{2/3} I_a^{1/3}, \quad (9)$$

ahol K állandó a cső geometriájától (felület és elektródatávolság) függ.

Az indulóáram-tartományban a dióda meredeksége:

$$S = \frac{dI_a}{dU_a} = \frac{d}{dU} \left[I_s \exp \left(\frac{\varepsilon}{kT} U \right) \right] = \frac{\varepsilon}{kT} I_a, \quad (10)$$

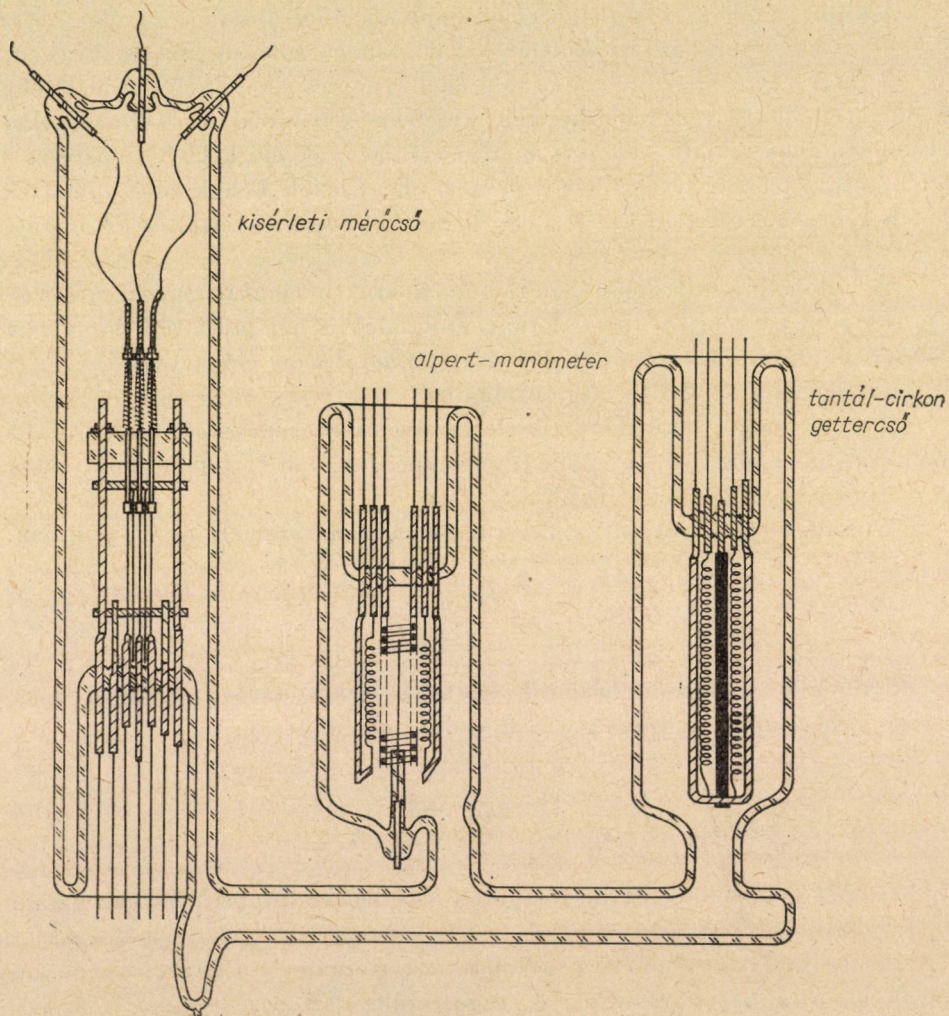
ahol bár, az áram a felülettől függ, a felület a képletben impliciten marad, hatása a mérési eredményre kisebb.

Méréseink értékelésénél az indulóáram-tartományban felvett anódáram értékek logaritmusát ábrázoltuk az anódfeszültség függvényében, és az így kapott görbék kezdeti egyenes részéből a vízszintes tengelyen az anódfeszül-

ségek különbségét képeztük, amely közvetve az anódoknak használt két fém kontaktpotenciál különbségét adta.

2. A méréshez felhasznált kísérleti csövek szerkezete

Kísérleti csöveink három, egy síkban párhuzamosan kifeszített 50 vagy 120 mm hosszúságú és általában 200 mikron átmérőjű wolframdrótot, illetőleg egyéb vizsgálendő huzalt tartalmaztak. A fonalak közötti távolság 3 vagy 4 mm volt. A fonalak kifeszítése wolfram- vagy tantálrugók segítségével történt oly módon, hogy egyrészt a fonalak egysíkú párhuzamos helyzetét, másrészt az áramvezetést biztosítsák (1. ábra).



1. ábra

A kísérleti üvegcső belső falának feltöltődését földpotenciálra kötött külső fémháló-árnyékolással semlegesítettük.

Egyes csöveinknél a feltöltődés megakadályozására a ballon belső falát földpotenciálra kötött átlátszó vezető réteggel (őndioxid) vontuk be.

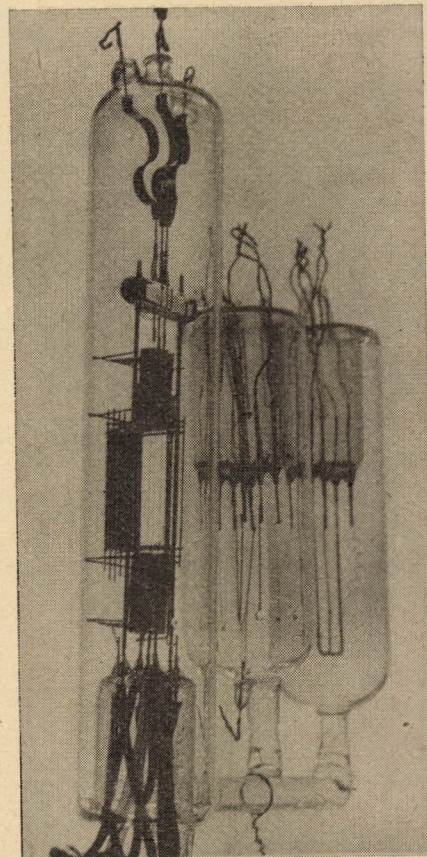
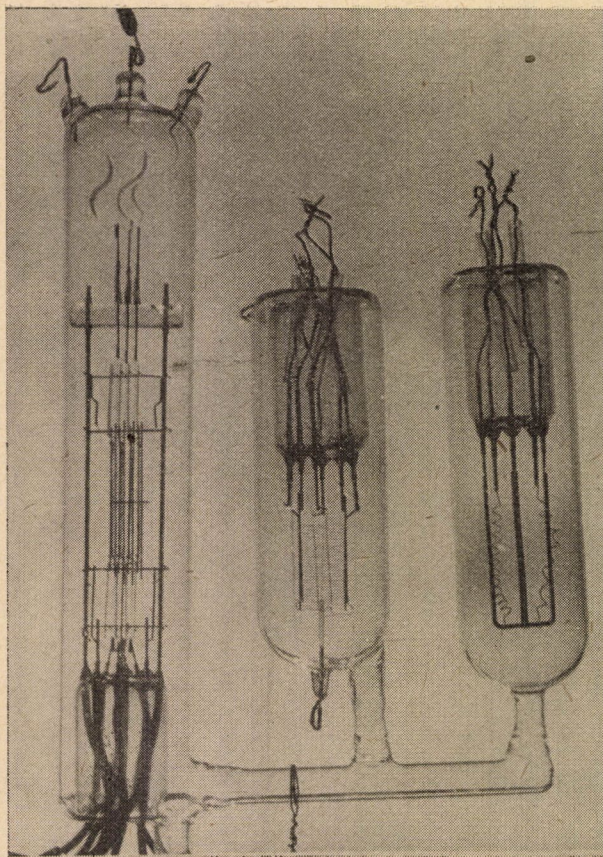
Mint fentebb említettük, az anódként használt drótoknak a katódtól való távolsága 3, illetőleg 4 mm volt. A kisebb anód—katód távolságú csöveinknél azt vizsgáltuk, hogy az alkalmazott mérési tartományban milyen anódfeszültség-értékeknél tudjuk a méréseinkhez szükséges áramsűrűséget elérni, illetőleg azt, hogy az anódfeszültségben kifejezett kilépési munka-különbség hányadrésze a görbe felvételéhez szükséges anódfeszültségnek, mert ez a kilépési munka-értékek meghatározásának pontosságára volt befolyással. Az eredmények értékelése alapján a 4 mm-es távolságot megfelelőbbnek találtuk.

A kísérleti csöveink egy részét 50 mm fonálhosszúsággal készítettük. A párologtatott felületi rétegek vizsgálatának során feltételeztük, hogy a végek hűlése miatt a párologtatott drót hőmérséklete annak hossza mentén nem egyenletes, ennek folytán a párologtatott felületek szerkezete a hőkezelés után nem lesz egységes, és ennek következtében kontaktpotenciál méréseinket meghatározatlan tényezők befolyásolhatják.

Ennek kiküszöbölésére készítettünk olyan kísérleti csöveket (2., 2/a. ábra), amelyeknél a fonálhossz 120 mm volt és a meghosszabbított fonálvégeket fémesen árnyékoltuk úgy, hogy a hatásos mérőfelület ezekben a csövekben is változatlanul 50 mm maradjon. Az így elkészített kísérleti csöveknél a drót mentén történő hőmérsékletcsökkenés az áram méréséhez használt szakaszon elhanyagolható. A csöveken végzett mérések azt mutatják, hogy a két kísérleti cső-típus között lényeges különbség a kilépési munka tekintetében nincs.

A pontos és reprodukálható áramértékek eléréséhez szükséges drótfelület kialakítását a fonalak mérés előtti hosszantartó (30—50 óra), 2400—2600 K°-on történő izzításával értük el. Az izzítási műveleteket egyrészt magában a vizsgálandó csőben végeztük, hogy az izzítási idő függvényében történő anyag szerkezeti és felületi változásokat is vizsgálni tudjuk, másrészt a fonalakat beszerelés előtt vákuumcsőben 80—100 óráig tartó 2800 K°-on izzítottuk, hogy a szennyezések kipárolgása utáni állapot kilépési munkáját a kísérleti csőben történő hosszas izzítás nélkül közvetlenül megállapíthassuk. Annak elérése céljából, hogy a csőben szükséges mérés előtti felületi kezelés alatt, és a szivattyún a BaCO₃ elbontása idején a vizsgálandó drótok felületeinek egymásra való hatását kiküszöböljük, a fonalak közé elmozgatható módon molibdén védőlemezeket helyeztünk el, amelyeket mérés alatt földpotenciálra kötöttünk. A kísérleti csövekben a három drótelektródán kívül szimmetrikus elrendezésben BaCO₃-al bevont két wolframszalagot is elhelyeztünk, melyeket a szivattyúzás alatt a szokásos módon oxiddá alakítottunk át. A párologtatás alatt a wolframszalag a keletkező báriumoxidot részben fémbáriumra redukálta, és így a párologtatás folyamán fémbárium és báriumoxid együttesen párologott. Minden kísérleti csővel egybeszereltünk egy titán vagy tantál és zirkon fémet tartalmazó ún. getter (oldógetter) csövet, amely a kísérleti csőben 10⁻⁷—10⁻⁸ Torr nyomást biztosított az izzítás, illetőleg a párologtatás folyamata alatt.

A csőben levő nyomás mérésére Alpert-rendszerű mérőcsövet alkalmaztunk, amelynek segítségével a nyomásértékek 10⁻¹⁰ Torr nagyságrendig mérhetők. A mérésre szolgáló elektronikus berendezést a Műszaki Fizikai Kutató Intézet Elektronfizikai Osztályán dolgoztuk ki [6].



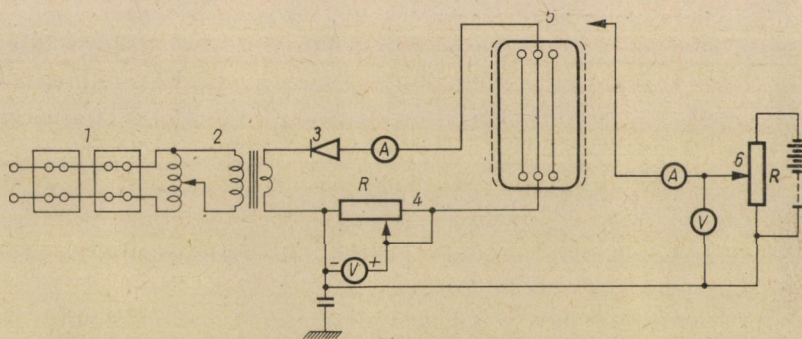
2. ábra

A kísérleti csöveket a szerelés után a szivattyún 4—12 óra hosszat hevítettük 10^{-5} Torr-nál kisebb nyomáson, 460 C° hőmérsékleten. A csőben felhasznált alkatrészek általában wolfram, molibdén és tantál fémből készültek. Nikkelt csak hegesztési alátétként használtunk. (Újabban itt platina alátétet használtunk.) A felhasznált anyagokat szerelés előtt kémiaiilag (elektrolitikusan) tisztítottuk, majd utána vákuumban izzítottuk. Az ily módon elkészített csövet és tartozékait a szivattyún gondosan gáztalanítottuk.

A kísérleti csövekben normál kifagyasztó alkalmazásakor 10^{-7} Torr, ún. kettősfalú kifagyasztó alkalmazása után 10^{-9} Torr nagyságrendű vákuumot értünk el. (7) Ez a vákuum a szivattyútól leválasztott csövekben a titán, zirkongetter és az Alpert-cső együttes szivattyúzójó hatására általában egy nagyságrenddel javult.

3. A mérési módszer ismertetése

Miután a mérési módszer két anódáram jelleggörbe egymásutáni leolvasásán, és összehasonlításán alapul, (az áramot a közös katódnak kiképzett elektroda szolgáltatja) azért e katódhőmérséklet állandó értéken tartását stabi-



3. ábra. 1. stabilizáló egység 2. feszültség szabályozó 3. szelén egyenirányító 4. előfeszültség egység 5. kísérleti cső 6. anódfeszültség egység

lizált áramforrással biztosítottuk. A katódáram értékének pontos megállapítását parallaxmentes optikai leolvasással fokoztuk. A hőmérséklet, illetve a katódáram értékének ilyen módon való állandósítása méréseink céljára teljesen megfelelő volt. Ezt a tényt az is alátámasztotta, hogy a mérőcsöveinkben a 10^{-5} A nagyságrendű emissziós áramértékek $\pm 1 \times 10^{-8}$ A-en belül hosszú időn keresztül (1—2 hónap) reprodukálhatók voltak. Hogy méréseinket a katóddrót hossza mentén keletkező feszültségesés ne befolyásolja, az anódáramok mérésénél olyan ismert kapcsolást (8) alkalmaztunk, amelynél anódáram csak akkor keletkezett, amikor a drót hossza mentén feszültségesés nem mutatkozott. (Erről oszcillográf útján meg is bizonyosodtunk). (3. ábra) A vázolt berendezés segítségével mind a tértöltési — mind az indulóáram-tartományban az anódfeszültség — anódáram jelleggörbék jól felvehetőek voltak.

Mérési felvételeink időtartama általában egy percen belül volt. (A szükséges felületi drótkézelést is beleértve.)

A kísérleti csövekben levő nyomás a mérések alatt általában 10^{-8} Torr nagyságrendű volt. Az aktív gázok nyomása ennél sokkal kisebb, mivel ezeket az oldó getterek nagymértékben lekötötték. A mérendő drótfelületek a mérési idő alatt nem változtak, és nem szennyeződtek a csőben levő maradékgázoktól.

4. A mérési módszer ellenőrzése ismert kilépési munkájú anyagokon

A kontaktpotenciál- és a kilépési munka méréseket három csoportba oszthatjuk:

- a) tiszta felületek kilépési munkája;
- b) vegyi úton átalakított felületek kilépési munkája;
- c) vegyi úton átalakított felületű drótra még rápárolgatott további rétegek kilépési munkájának mérése.

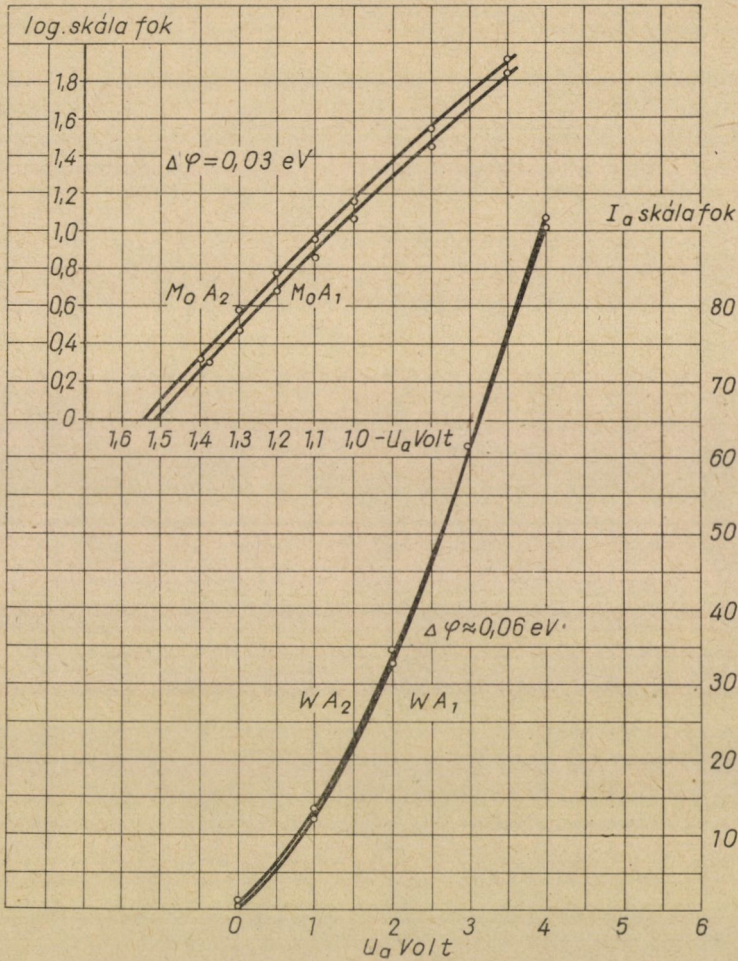
A tiszta felületek kilépési munkájának meghatározása során wolfram- és molibdénfelületek kontaktpotenciálját mértük meg. Ezeknél a méréseknél az elektronáramot szolgáltató katód GK-wolframdrótból készült, az összehasonlító, illetőleg viszonyító anód szintén megfelelően hőkezelt tiszta GK-wolframdrót volt, amelynek kilépési munkáját 4,42 eV-ban állapítottuk meg (3). A tiszta wolframfelület kilépési munkájának mérésénél a felület tisztasága és stabilitása a csőben elért 10^{-8} Torr-nyomásnál kielégítő.

A mérési módszer megbízhatóságának ellenőrzése céljából kísérleti csöveket készítettünk, amelyekben mint a katód, mind a két anód GK-wolframdrótból vagy molibdénből készült.

Ennél a módszernél mindig kilépési munka-különbséget állapítunk meg, ezért a kilépési munka abszolút értékének megállapításához szükség van jól definiálható kilépési munkával bíró vonatkoztatási anyagra. Ilyen vonatkoztatási anyagként az Egyesült Izzó GK-jelű wolframdrótját választottuk (kellő előkezelés után).

A továbbiakban a mért kilépési munka-különbséget negatív előjelűnek vesszük, ha a vizsgálandó anyag kilépési munkája kisebb, mint a vonatkoztatási anyagé, pozitív előjelet adunk a kilépési munka-különbségnek ellenkező esetben.

Mint ismeretes (3), a wolframdrótok csak hosszabb izzítás után érik el a rájuk jellemző kilépési munka értéket. Korábban ezért a drótokat a kísérleti csőben izzítottuk 30–60 óráig 2400–2600 K°-on. Később beépítés előtt külön csőben 2800–2900 K°-on 80–100 órán át izzítottunk, és az így előkezelt drótok kerültek beépítésre. A mért emissziós áram értékek mindkét esetben jól reprodukálhatók voltak. A beszerelés előtt előkezelt drótokkal készített kísérleti csövek mérési eredményeit a 4a, b ábra tünteti fel. Két GK-wolfram drótanód között a kilépési munka-különbség kb. 0,06 eV.

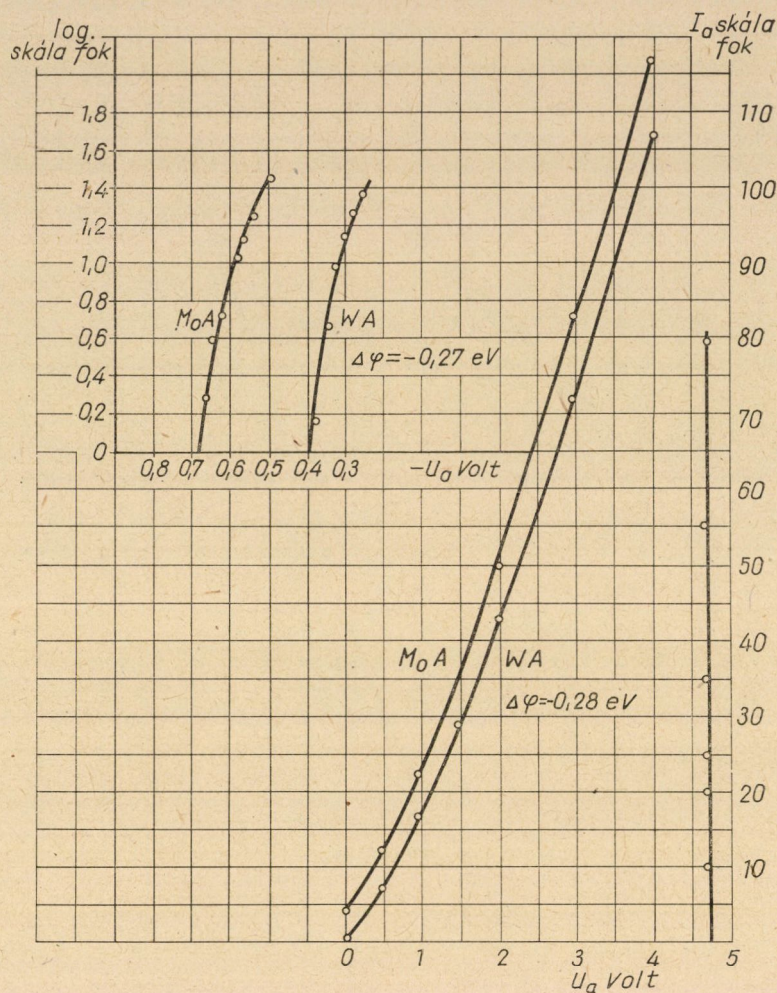


4, 4a ábra

A két molibdéndrót anód között a kilépési munkák különbsége 0,03—0,04 eV. A tiszta molibdén felületen az emissziós áram értéke nem volt annyira stabilis, mint amilyent a tiszta wolframdrótnál tapasztaltunk.

A rádiócsőgyártásban elektroncső rácsanyagként használt tiszta molibdénfelület kilépési munkája (5,5a ábra szerint) $U_K \approx 0,26 \text{ eV}$ lévén 4,16 eV. A tiszta molibdénra vonatkozó kilépési munka átlagos értéke az irodalomban (1) 4,24 eV. Az ábra jobboldalán $U_{a1} - U_{a2}$ -t felmérve az extrapoláció menetét is szemléltetjük.

Megmértük aranyozott felületű wolframdrót kilépési munkáját is, amely 0,3 eV-tal volt nagyobb a tiszta wolframdrótnál. A mérés itt utólagos igazolását szolgáltatatta a korábban már a gyakorlatban bevezetett elektroncső-rács



5, 5a ábra

aranyozás jelentőségének, amelyet mint rácsemissziót csökkentő eljárást az egész világon először az Egyesült Izzóban vezettek be (9).

II. A kilépési munka növelése magas olvadáspontú fémekből készült rácdrótok felületének sziliciddé alakításával

Jól kidolgozott mérési eljárás birtokában azt a feladatot tűztük magunk elé, hogy elektroncső rácanyagának céljaira alkalmas felületet alakítsunk ki, és a rác alapanyagának kilépési munkáját megnövelve, annak rácsemisszióját csökkentjük. Ennek a törekvésnek egyre nagyobb jelentősége van a rövidebb hullámhossz-tartományban működő elektroncsövekben, különösen adó

csövekben, ahol az elektród távolságok és az elektród méretek csökkentése szükségyszerű. Ilyenirányú kísérletek az egész világon folynak [9,10, 11, 12].

A rácsok felületének különböző kilépési munkát csökkentő anyagokkal való bevonása nemcsak azt a követelményt támasztja a bepárolgatott rács felületével szemben, hogy annak emissziója lehetőleg kicsi és kilépési munkája nagy legyen, hanem azt is, hogy az antiemissziós réteg a rács gyártásnál mutatózó mechanikai igénybevételt elviselje, és a rács üzemi hőmérsékleten stabilis maradjon, a felületről ne párologjon el. Fontos az a követelmény is, hogy a katódról üzem közben állandóan a rácsra párolgó aktív anyag (báriumoxid, thoriumoxid, bárium, thorium stb.) rácsrajutása után a kilépési munka nagyobb legyen, mint ha ezek az aktív anyagok a rácsdrótok tiszta felületére párologtak volna. Az általunk kidolgozott eljárás első lépése a rács elektróda alapanyagául szolgáló wolfram- és molibdéndrótokon wolfram- és molibdéndiszilicid létrehozása volt. Ezt kiegészítettük a kísérleti drótok ismételt, báriummal történő bepárolgatásával magában a mérőcsőben. A mérések igazolták, hogy eljárásunk, melyet egyelőre egyenes feszített drótokon próbáltunk ki, a fenti kettős követelményt egyaránt kielégíti, és segítségével a wolfram és a molibdén kilépési munkája jelentősen megnövelhető még akkor is, ha a felületére jelentős mennyiségű bárium vagy thorium kerül. Ezek a leírt kutatások alapját képezhetik termikus, rácsemmisszió szempontjából lényegesen javított rácsok és elektroncsövek gyártásának.

1. *A szilicizálás technikája és a szilicizáló berendezés leírása*

A wolfram- és molibdéndrótok és a belőlük készült rácsok szilicid réteggel történő bevonása kísérleteinkben szilícium tetraklorid és hidrogén keverékének termikus bontása útján történt.

A kilépési munka szempontjából vizsgált drótokat ilyen gáz keverékben 1000—1300 C° körüli hőmérsékleten izzítottuk. Ekkor a fémek és a hidrogén együttes hatására a drótokon szilícium vált le, amely részben a drótok anyagával különböző összetételű szilicidekké alakult [13].

A maximális kilépési munka elérése céljából a szilícium termikus leválasztása után a bevont drótokat tiszta hidrogénben 1000—1200 C°-on 5—10 percig tartó hőkezelésnek vetettük alá.

Ekkor a különböző szilicidekből és elemi szilíciumból álló réteg wolfram-illetőleg molibdénsziliciddé alakul, amely a termikus rácsemmisszió szempontjából a későbbi vizsgálatok szerint a legkedvezőbbeknek bizonyult [14].

1. *A hidrogéntisztító berendezésben a közelítőleg légköri nyomásra redukált és 10—100 l/óra sebességgel átáramló hidrogénből először a CO₂-t távolítjuk el nátronazbeszt segítségével. Az oxigéntartalom kivonása 350—400 C° hőmérsékleten palládium kerámia és palládium azbeszt kontaktkatalizátorokkal történik. A kontakton keletkezett és a már eleve*

jelenlevő víz megkötésére kénsavas mosóedény szolgált, zsugorüvegtárcsás porlasztó betéttel. A kénsavcseppeket G4 üvegszűrő és káliumhidroxiddal töltött torony fogja fel. A gáz végső szárítását magnéziumperkloráttal és foszforpentoxiddal töltött csövek végzik, amelyek a víztartalmat 10^{-4} — 10^{-5} g/l koncentrációra csökkentik.

2. *A telítettség* feladata a tisztított áramló hidrogénnek szilíciumtetraklorid gőzökkel történő telítése $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nak megfelelő 77,6 mm parciális gőznyomású értékre. A berendezés lényege egy elektromos fűtéssel melegített lombik, melyben a szilíciumtetrakloridot enyhe forrásig melegítjük, hogy a felette átáramló hidrogénbe főlös mennyiségű szilíciumtetrakloridot juttassunk. Az elegy azután olvadó jéggel hűtött kondenzáló toronyba kerül, amelyből a szilíciumtetraklorid feleslege visszacsepeg, és a gáz a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nak megfelelő telítettségi fok beállása után távozik.

3. *A reaktoredény* kemény üvegből készül, egyik végén zárt cső, melybe wolfram árambevezetővel ellátott csiszolt dugó illeszthető. A bevezetőkhöz csatlakozó rugós fonálfeszítő szerelvény molibdénből készült. A szerelvény hat darab, külön-külön izzítható 380 mm hosszúságú fonal befogadására alkalmas. A redukációs gázelegy bevezetése a cső végeihez közel két oldalsó csőcsonkon, a reakciótermék elvezetése pedig az edény közepén levő csőcsonkon át történik.

A bevonatok előállítása: a megfelelő vastagságú wolfram, illetve molibdéndrótokat a szennyezések eltávolítása céljából nagyvákuumban 80—100 órán át előizzítjuk. A molibdéndrótok izzítási hőmérséklete $2100\text{ }^{\circ}\text{K}$, a wolframdrótoké $2800\text{ }^{\circ}\text{K}$ volt. A bevonásra előkészített reakcióedényben 25 l/óra sebességgel tisztított hidrogént áramoltatunk legalább 10 percen át, ezután a fonalakat a szükséges (200 μ vastagságú fonalak esetében 6,5—7,5 A) áramerősséggel 1100—1200 $^{\circ}\text{C}$ -ra egyenként izzítjuk. A hőmérsékletet optikai pyrométerrel mértük.

A redukációs gázelegy beeresztése után, ha ez a reaktoredényt átöblítette, a bevonandó drótokat egyenként izzítjuk. A hőmérséklet állandósítása a szilicizálás folyamán az előzőleg tiszta hidrogénáramban beállított izzító áramérték állandó ellenőrzésével történik.

A párologtatás idejét 5 mp—5 percig terjedő határok között változtatjuk. A drótok kezelése után a reaktorcsövet 50 l/óra gázsebességgel tiszta hidrogénárammal alaposan kiöblítjük, majd a drótokat kb. 1000—1200 $^{\circ}\text{C}$ -on 5—10 percig utólagosan felizzítjuk.

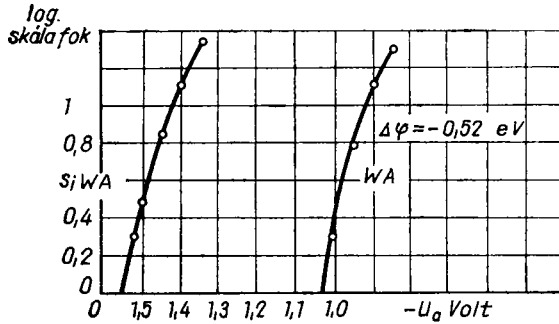
A bevont fonalak felülete egyenletes, matt-szürkésfehér. A mikrokristályos wolfram-, illetve molibdén-diszilicid rétegvastagsága a bevonás idejétől függően 1—50 mikron között változik. A rétegvastagságot csiszolatok készítése után mikroszkóppal mértük.

A vastagabb bevonatok kerámia-szerűen ridegek, a fonalat törékennyé teszik. A vékonyabb bevonatoknál az anyag mechanikai tulajdonságai nem változnak lényegesen.

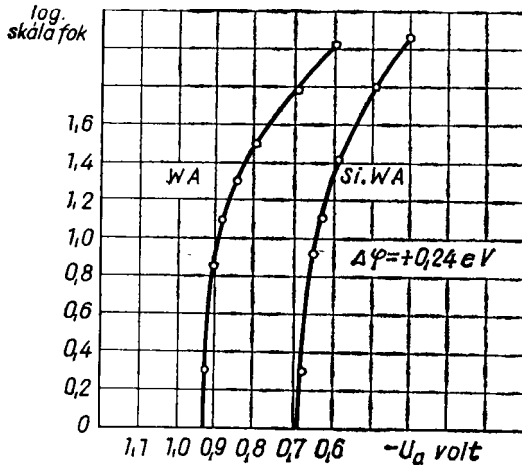
A wolfram és molibdén felületén képződő különböző szilicid vegyületek keletkezésének kérdésével több közlemény foglalkozott. Az idevonatkozó irodalmi adatok szerint [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22] a következő vegyületek keletkezhetnek: Molibdénnel MoSi_2 és Mo_3Si , Mo_3Si_2 , ezek létezése megállapított, adatai ismeretesek. A Mo_2Si_3 és a MoSi vegyületek keletkezése az irodalom szerint nem látszik valószínűnek. Wolframmal WSi_2 és W_3Si_2 létezése és adatai ismeretesek, az irodalom szerint W_2Si_3 keletkezése nem valószínű. Az általunk előállított wolfram- molibdén-szilicidok közül a molibdén-szilicidokat röntgenvizsgálatoknak vetettük alá [13], amelynek megállapítása szerint 25 mikron rétegvastagságnál MoSi_2 vegyület keletkezik, 40—50 mikron rétegvastagságnál pedig elemi szilícium MoSi_2 nyomokkal. A kísérleti csövekben a wolfram- és molibdén-szilicidok rétegvastagsága 5—25 mikron volt, így feltehető, hogy az előkezelés nélküli szilicidok MoSi_2 , illetve WSi_2 vegyületek voltak.

2. A szilicizált wolfram és molibdén felület kilépési munkájának összehasonlítása a tiszta wolfram és molibdén felület kilépési munkájával

A szilicizált felületek kilépési munkájának mérése során megállapítottuk, hogy wolframszilicid esetében — amely csupán előzetes néhány perces gáz-talanító hőkezelést kapott, és ahol még észrevehető szilíciumpárolgás nem



6. ábra



7. ábra

indult meg — a kilépési munka értéke 0,4—0,52 eV-tal kisebb, mint a tiszta wolframfelület kilépési munkája. Az így előállított szilicizált felületek kilépési munkája 3,90—4,02 eV. (6. ábra). Így ez a felület, amely feltételezésünk szerint olyan WSi_2 — amely [13] szerint még külső felületén elemi szilíciumréteggel bír — igazolni látszik L. ESAKI [23] mérési eredményeit.

Ha ezt a felületet további hőkezelésnek vetjük alá, amelyen már észrevehető szilíciumpárolgás is mutatkozik (7. ábra), akkor a kilépési munka folyamatosan nő, s mint látható, értéke 4,67—4,83 eV (1. táblázat).

I. táblázat

Szilicizált wolfram drótanód kilépési munkájának változása az izzítási hőmérséklet és idő függvényében, tiszta GK wolfram drótanódhoz viszonyítva

Izzítási idő, perc	Összes, izzítási idő, perc	Izzítási hőfok, K°	Wolfram drótanód, mérés előtti izzítása	Si · W _A és GK · W _A kilépési munkája különbségének változása ($\Delta\varphi$) eV-ban
—	—	—	15'' 2600 K°	—0,4
30	30	1900	15'' 2600 K°	—0,2
20	50	1980	15'' 2600 K°	+0,05
20	70	2050	15'' 2600 K°	+0,07
32	102	2050	15'' 2600 K°	+0,22
60	162	2120	15'' 2600 K°	+0,31
60	222	2120	15'' 2600 K°	+0,34
210	432	2120	15'' 2600 K°	+0,41

A szilicizált molibdénfelület kilépési munkájának mérésénél kétféle kísérletsorozatot végeztünk. Az egyikben viszonyító alapul a GK-wolframdrótot tartottuk meg, a másikban viszonyítási alapként molibdént alkalmaztunk.

Ennek az utóbbinak egyrészt az volt a célja, hogy magával a molibdénnel végezzük az összehasonlítást, illetőleg az ellenőrző mérést, másrészt hogy a molibdénnek viszonyítási alapként való felhasználásáról meggyőződhessünk.

A tiszta molibdénfelület, mint viszonyítási alap esetében a szilicizált felületek a csőben végrehajtott (7–30 óráig tartó) hőkezelés előtt 0,25–0,30 eV-tal adtak kisebb értéket, mint a viszonyítási alapként felhasznált tiszta molibdénfelület, melynek kilépési munkáját 4,16 eV-ban állapítottuk meg. Így a hőkezelés előtti szilicizált molibdénfelületek kilépési munkája 3,86–3,91 eV-nak adódott.

A további hőkezelés folyamán ezek kilépési munkája 0,33–0,40 eV-tal adott nagyobb értéket, mint a tiszta molibdénfelület, így a szilicizált molibdénfelületek kilépési munkája 4,49–4,56 eV (2. táblázat).

2. táblázat

Szilicizált molibdén drótanód kilépési munkájának változása az izzítási hőmérséklet és idő függvényében, tiszta molibdén drótanódhoz viszonyítva

Izzítási idő, perc	Összes izzítási idő, perc	Izzítási hőfok, K°	Molibdén drótanód mérés előtti izzítása	Si · M ₀ drótanód és a tiszta M ₀ drótanód kilépési munkája különbségének változása ($\Delta\varphi$) eV-ban
60	60	1600	15'' 2100 K°	—0,14
90	150	1725	15'' 2100 K°	+0,06
240	390	1725	15'' 2100 K°	+0,10
30	420	2100	15'' 2100 K°	+0,18
60	480	2100	15'' 2100 K°	+0,36

A szilicizált molibdénfelületet megmértük még tiszta GK-wolframdrót-hoz viszonyítva is. A feltételek azonosak voltak, mint molibdén esetében.

Méréseink eredményeként a következőket kaptuk: A szilicizált molibdénfelületek hőkezelés előtti állapotukban 0,4–0,5 eV-tal adtak kisebb kilépési munka értéket, mint a tiszta GK-wolframdrót (4,42 eV). Így a szilicizált molibdénfelületek hőkezelés előtti kilépési munka értéke 3,92–4,02 eV. A szilicizált molibdénfelületek kilépési munkája a további hőkezelés során (7–30 óráig 1600–2100 K°) az idő függvényében 0,02–0,07 eV-tal növekedett a tiszta GK-wolframfelülethez viszonyítva, így értéke 4,44–4,51 eV.

Amint az eredmények mutatják, a kétféle viszonyítási alap egymástól kis mértékben eltérő értéket ad, amely azonban a gyakorlati hibahatáron belül maradt.

A wolfram- és molibdén-szilicidek kilépési munkájára vonatkozóan az irodalomban semmiféle adat vagy utalás nem található. Az elemi szilícium kilépési munkájára vonatkozó adatok, amelyek a szilicidekre vonatkozóan bizonyos támponttal szolgálnának, az irodalomban egymástól eléggé különböző adatokat mutatnak [9, 23, 24, 25, 26].

Az eltérések oka ezideig nem tisztázott, de a szennyezések befolyása lényeges lehet. A kísérleteinkben alkalmazott anyagok tisztasága nem érte el azt a fokot, amely a félvezetők előállításához szükséges, és így megfelelő összehasonlítás a külföldi eredményekkel csak bizonyos feltételezéssel tehető.

3. *A szilicizált wolfram- és molibdénfelületek kilépési munkái báriummal és báriumoxiddal történő bepárolgatás után*

A szilicizált wolframfelületekre hőkezelés előtti és hőkezelés utáni állapotukban a kísérleti csőben báriumot párologtattunk és vizsgáltuk a párologtatási idő függvényében az így előállított felületek kilépési munkáját.

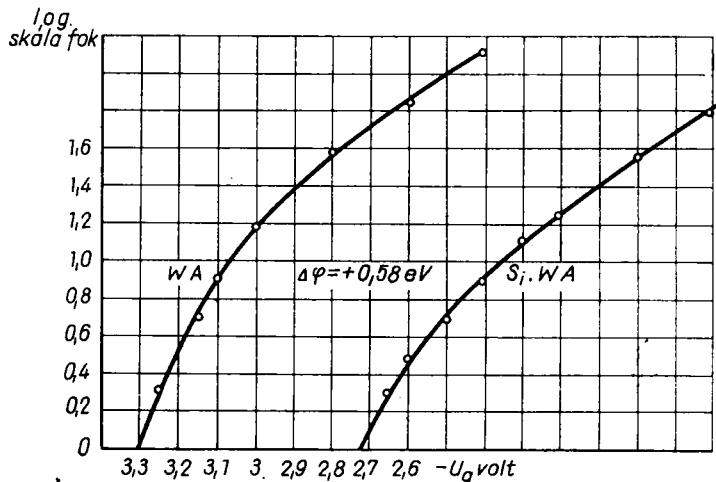
Ennek értékét az ugyancsak bepárolgatott tiszta wolframfelülethez viszonyítottuk. A mérések mindenkor egyértelműen azt igazolták — és ez idevonatkozó vizsgálataink legfontosabb része —, hogy a szilicizált felületek kilépési munkája a bepárolgatás folyamán mindenkor nagyobb volt a tiszta wolframfelületre párologtatott bárium kilépési munkájához viszonyítva. A kilépési munkák különbsége (+ 0,50)–(+ 0,58) eV (8. ábra). Ezek az adatok bizonyos mértékben összevethetők az irodalomban más fémek alkalmazásánál észlelt eredményekkel [10, 27, 28, 29].

A Richardson-egyenes módszerével előzőleg megmértük a tiszta wolframfelületre párologtatott bárium kilépési munkáját, amelynek értéke: 1,90–2,0 eV.

A wolframnál végzett kísérleti mérésen kívül még báriummal bepárolgatott tiszta molibdénfelületek kilépési munkáját is megmértük, jelleggörbe-eltolás módszerével. Ennek értéke 2,00–2,10 eV. Ezek az értékek jó egyezést

mutatnak az újabb irodalmi adatokkal [30, 31, 32] melyeknél kísérleteinkhez hasonlóan a bepárolgatott felületeket nem izzították. Ezek alapján megállapíthatjuk, hogy a báriummal bepárolgatott tiszta wolframfelületek kilépési munkája 2,00 eV, a báriummal bepárolgatott wolframszilicidek kilépési munkája: 2,50–2,58 eV.

Ez az érték a bárium bepárolgatás további folyamán csökken olyan mértékben, ahogy az alapfém szerkezeti tulajdonsága az egyre növekvő bárium rétegvastagsága miatt fokozatosan háttérbe szorul. De még hosszan tartó bárium bepárolgatás után is a tiszta wolframra párolgatott báriumfelület



8. ábra

kilépési munkája marad kisebb értékű. Ha a szilicizált molibdénfelületre ezután az ismert módon báriumot párolgatunk és mérjük kilépési munkáját a bepárolgatási idő függvényében, akkor a kilépési munka hasonló növekedését tapasztaljuk, mint a szilicizált wolfram, báriummal történő bepárolgatásakor. A báriummal bepárolgatott szilicizált molibdén felületek kilépési munkája: 2,53–2,58 eV.

A bárium rápárolgatást nem hőkezelt szilicizált wolfram és szilicizált molibdéndrótokon is elvégeztük. A 3. és 4. táblázat adatai mutatják, hogy a párolgatás előtti, illetőleg a párolgatás kezdeti szakaszában a szilicizált felületek kilépési munkái kisebb értékűek voltak, mint a tiszta wolfram és molibdénfelületek kilépési munkái. A táblázat azt is mutatja, hogy bár a szilicidréteggel bevont felületek kilépési munkája hőkezelés előtt kisebb az összehasonlító alapfém kilépési munkájánál, Ba—BaO-réteg rápárolgatása után ez a különbség ellentétes előjelűvé válik, tehát a szilicidréteg kilépési munkája lesz nagyobb, mint az ugyancsak Ba—BaO-dal bepárolgatott tiszta alapfémé.

Láthatjuk a 3. táblázatból, hogy a szilicizált wolframdrót kilépési munkája bepárolgatás előtt 0,42 eV-tal kisebb, mint a tiszta wolframfelület kilépési munkája.

3. táblázat

Báriumoxiddal bepárolgatott szilicizált wolfram drótanód kilépési munkájának változása a párolgatási idő függvényében, báriumoxiddal bepárolgatott tiszta GK wolfram drótanódhoz viszonyítva

Bepárolgatási idő, perc	Összes bepárolgatási idő, perc	Párolgatási hőfok, K°-ban	Wolfram katód mérés előtti izzítása	BaO-dal bepár. Si, W _A és ugyanolyan körülmények között bepár. tiszta GK, W _A kilépési munkája különbségének változása ($\Delta\phi$) eV-ban
—	—	—	15'' 2700 K°	-0,42
20	20	1050	15'' 2700 K°	+0,54
22	42	1050	15'' 2700 K°	+0,58
15	57	1050	15'' 2700 K°	+0,34
13	70	1050	15'' 2700 K°	+0,24
35	105	1050	15'' 2700 K°	+0,14

Rövid ideig tartó bepárolgatás után viszont már a báriummal bepárolgatott tiszta wolframfelület lett 0,58 eV-tal kisebb kilépési munkájú. Hasonló viselkedést mutat a 4. táblázat szerint a molibdén is.

4. táblázat

Báriumoxiddal bepárolgatott szilicizált molibdén drótanód kilépési munkájának változása a párolgatási idő függvényében báriumoxiddal bepárolgatott tiszta M₀ drótanódhoz viszonyítva

Párolgatási idő, perc	Összes bepárolgatási idő, perc	Párolgatási hőfok, K°	Wolfram katód mérés előtti izzítása	BaO-dal bepár. Si · M ₀ A és ugyanolyan körülmények között bepár. tiszta M ₀ A kilépési munkája különbségének változása ($\Delta\phi$) eV-ban
—	—	—	15'' 2700 K°	-0,21
5	5	1050	15'' 2700 K°	+0,2
25	30	1050	15'' 2700 K°	+0,24
30	60	1050	15'' 2700 K°	+0,41
30	90	1050	15'' 2700 K°	+0,50

Ezekre a körülményekre azért volt fontos rámutatni, mert ebből látható, hogy a bárium bepárolgatás utáni nagyobb kilépési munka elérése céljából nem szükséges a szilicizált felületeket előzetes hosszan tartó hőkezelésnek alávetni.

Ez a megállapítás a szilicizált rácok gyakorlati felhasználása szempontjából nagy jelentőségű.

Meg kell jegyeznünk, hogy a kontaktpotenciál-mérések során zavaró hatások is mutatkoztak, amelyek időnként az anódáram — anódfeszültség-

görbe-keresztvezésében nyilvánultak meg. Ennek oka, véleményünk szerint elsősorban a párologtatott felületek rétegellenállásában keresendő.

Ezt a jelenséget a szilicidekkel bevont felületeken tapasztaltuk, amely abban nyilvánult, hogy a közvetlenül szivattyúról leválasztott csövekben hőkezelés előtti felületen a tiszta fém felületi áramához viszonyítva aránytalanul kisebb áramot mértünk.

A szilicizált felületekre párologtatott bárium rétegvastagságát csak közvetett úton tudtuk megállapítani, és ezt a kilépési munka változásának függvényében vizsgáltuk, arra támaszkodva [33], hogy a minimális kilépési munka a párologtatott réteg egyatomos fedettségi állapotának felel meg.

Megkíséreltük a szilicizált wolframdrót kilépési munkáját *Richardson*-egyenes módszerével megmérni. A kapott eredmények laboratóriumunkban is azt mutatták, hogy ezeket a felületeket nem lehet felfűtött állapotban megfelelő pontossággal vizsgálni, mint ahogy erre az irodalomban is utalások vannak.

E vizsgálatok mégis hasznosak voltak, mert a valódi hőmérsékletméréshez meghatároztuk a felület-sugárzási részemissziós együtthatóját (feketeségi fokát). Az értéke 6500 \AA hullámhosszon $\varepsilon = 0,7 \pm 0,1$. A legújabb irodalmi adatok [34] erre egy hőmérséklettől függő értéket adnak meg: $0,64-0,46$ között.

IRODALOM

1. HERMAN és WAGENER: The Oxyde Coated Cathode. London, 1951. p. 87.
2. B. M. CARJEV: Kontaktnaja raznoszt potencialov. Moszkva, 1949. p. 27.
3. VÁCZ ISTVÁN: M. T. A. Műszaki Tudományok Osztálya Közl. 25, 313, 1960.
4. GYSE—WAGENER: Z. Phys. 110, 1938, 145.
5. MOORE—ALLISON: Phys. Rev. 77, p. 246, 1950.
6. Z. NAGY—VÁCZ I.: Ultravákuum előállítása és mérése. M. T. A. Műsz. Tud. Oszt. Közl. XXVII, 3—4, 27, 293, 1960.
7. M. T. A. Műszaki Fizikai Kutató Intézet Elektronfizikai Osztály jelentése. Ultravákuum előállítása.
8. GERMER L. B.—DEMSKI A.: Phys. Rev. 25, 795, 1925. Physik. Zeitschrift 30, 291, 1929.
9. WINTER ERNŐ: Rácsaranyozás. Találmány. (Egy. Izzó Elektroncsőlabor.) 1931.
10. BRAUN—BUSCH: Helv. Phys. Acta, 20, 33, 1947.
11. G. A. ESPERSEN, J. W. ROGERS: Phyl. Techn. Rdsch. 20, 390, 1959.
12. WINTER ERNŐ: 131 262 sz. magyar szab. 1941. 138 108 sz. magyar szab. 1944.
13. GADÓ—GEREY: Röntgenszerkezeti vizsgálatok felületükön diszilicideket tartalmazó W—Mo drótokon. (Megírás alatt álló közlemény.)
14. GEREY GYULA: Megírás alatt álló közlemény wolfram és molibdén diszilicidok előállításáról megfelelő alapfémeken.
15. GMELIN: Handbuch d. Anorg. Chemie 54 1933. VIII. 204.
16. GMELIN: Handbuch d. Anorg. Chemie 53 1933. 53.
17. J. E. CAMPBELL: High Temperature Technology. Wiley 1956. 254.
18. E. FITZER: Berg- und Hüttenmänn Monatsch. 97, 81, 1952.
19. MELLOR: Inorganic and Theor. Chem. Longmans, Green, 1929. London. VI. 168.
20. BEIDLER: JI. El. Chem. Soc. 98, 21, 1951.
21. KIEFFER: Z. Metallkunde, 43, 101, 1952.
22. J. E. CAMPBELL, Conzer, Power: USA Pat. 2 665, 475, 1954. USA Pat. 2 665, 997, 1954. USA Pat. 2 665, 998, 1954.
23. L. ESAKI: J. Phys. Soc. Japan 8, 347, 1953.
24. FAINSTEIN: Zavodkaja Labor 14, 64, 1948.

25. DILLON FARNSWORTH: JI. Appl. Phys. 29, p. 1199.
26. F. G. ALLEN, J. EISINGER, H. D. HAGSTRUM, U. T. LAW: JI. Appl. Phys. 30, 1563, 1959.
27. MOORE, ALLISON: J. Chem. Phys. 23, 1609, 1954.
28. G. BOZJAK, F. BIBIK, G. SZARBEI: Izvesztija Akad. Nauk No. 5. 561, 1958.
29. G. A. ESPERSEN: USA. Pat. 2, 846, 609.
30. A. SULMAN, T. KIRSZANOVE, V. PAVLOV: Radiotechnika i elektronika 5. 840, 1950.
31. V. M. GAVRILJUK: Ukr. Fiz. Zs. 1956. i. 83. } A. Sulman hivatkozása.
32. SZ. VEDULA, M. GAVRILJUK: Ukr. Fiz. Zs. 1958. 3, 632. }
33. BEKKER: Trans. Faraday Soc. 28, 151, 1932.
34. F. G. ALLEN: JI. Appl. Phys. 28, 1510, 1957.

ÖSSZEFOGLALÁS

1. Kutatási munkánk során mérési módszert fejlesztettünk ki, szobahőmérsékleten levő tiszta és preparált fémfelületek kilépési munkájának mérésére. A módszer a jelleggörbe-eltolódásának elvén alapul. A módszer pontossága végett külön tanulmányt végeztünk a vonatkoztatási alapul szolgáló tiszta wolfram kilépési munkájának lehető legpontosabb megállapítására és reprodukálására. [3]

2. A mérési módszer pontosságának ellenőrzése céljából megvizsgáltunk néhány ismert kilépési munkájú fémeket. Megmértük wolfram, molibdén és aranyozott wolfram felület kilépési munkáját. A mért értékek: 4,42 eV, 4,16 eV és 4,80 eV. Az értékek szórásának megállapítása céljából megvizsgáltuk két teljesen azonos állapotú wolfram és két molibdénfelület jelleggörbéi közötti eltolódásokat, ebből a berendezés sajátosságára és a módszer pontosságára következtettünk. A jelleggörbék eltolódását wolfram esetében 0,06 eV, molibdén esetén 0,04 eV-nak találtuk.

3. Ezen előkészítő mérések után módszerünkkel megmértük wolfram- és molibdén-diszilicidok jelleggörbéinek eltolódását a tiszta fémfelülethez viszonyítva. Ezenkívül, összehasonlítottuk a kísérleti csőben utólagosan báriummal bepárolgatott, felületükön a jelzett diszilicidokat tartalmazó wolfram- és molibdéndrótok kilépési munkáját, az azonos körülmények között bepárolgatott tiszta GK—wolfram- és molibdéndrótokhoz viszonyítva.

4. A szilicizált wolfram- és molibdénfelületeket bárium-bepárolgatás előtt, hőkezeléssel különböző állapotba hoztuk és utána mértük kilépési munkájukat. A szilicizált wolframfelületek kilépési munkája hőkezelés előtt: 3,90—4,02 eV. Ez az érték hőkezelés után 4,67—4,83 eV-ra növekszik. A báriummal bepárolgatott szilicizált wolframfelületek kilépési munkája az azonos körülmények között bepárolgatott tiszta GK—wolframfelülethez viszonyítva 0,50—0,58 eV-tal nagyobb. A báriummal bepárolgatott szilicizált wolframfelületek kilépési munkájának abszolút értéke 2,50—2,58 eV, szemben a bárium-, báriumoxiddal bepárolgatott tiszta — GK—wolframdrótok 1,90—2,00 eV kilépési munkájával.

5. A továbbiakban megmértük a szilicizált molibdénfelületek kilépési munkáját-hasonló körülmények között. Azt találtuk, hogy a hőkezelés előtti szilicizált molibdénfelületek kilépési munkája 3,86—3,92 eV. Hőkezelés után ez az érték 4,49—4,56 eV-ra emelkedett. A báriummal bepárolgatott szilicizált molibdénfelületek kilépési munkája, az azonos körülmények között bepárolgatott tiszta molibdénfelületekhez viszonyítva 0,43—0,50 eV-tal nagyobb. A báriummal bepárolgatott szilicizált molibdénfelületek kilépési munkájának abszolút értéke 2,53—2,60, szemben a bárium—báriumoxiddal bepárolgatott tiszta molibdéndrótok 2,00—2,10 eV kilépési munkájával.

6. Végezetül megmértük nem hőkezelt wolfram- és molibdén-szilicidok kilépési munkáját, amelyeknek kezdeti értéke kisebb volt, mint a tiszta fémek kilépési munkája. Ezekre báriumot párolgattunk és megállapítottuk, hogy rövid ideig tartó bepárolgatás után, mind a szilicizált molibdén-, mind a szilicizált wolframfelületek kilépési munkája 0,5—0,7 eV-tal nagyobb, az azonos körülmények között báriummal bepárolgatott tiszta wolfram- és molibdénfelületekhez viszonyítva. Ez annyit jelent, hogy a nagy kilépési munka, tehát kis rácsemmisszió elérése céljából a szilicizált rácok hosszan tartó előízzítása nem szükséges.

7. A szilicizált és nem szilicizált wolfram és molibdén drótanódok bepárolgatása Ba—BaO-dal szakaszosan, növekvő időtartamokkal történt. Megállapítottuk, hogy a szilicizált felületek kilépési munkája a felpárolgatott Ba—BaO réteg vastagodásával csökken, de hosszabb párolgatási idő után is nagyobb maradt, mint a bepárolgatott tiszta fémek kilépési munkája.

E helyen is kifejezem hálás köszönetemet WINTER Ernő akadémikus aspiránsvezetőnek, aki az általa kitűzött téma kidolgozásában munkámat mindvégig irányította és tanácsaival segítette.

Köszönetet mondok végül mindazon munkatársaimnak, akik munkámat, akár a szükséges berendezések összeszerelésében, akár a tárgykörre vonatkozó megbeszélésekkel előmozdították.

Elsősorban GEREY Gyulának, aki a wolfram- és molibdéndrótok szilicizálását és a szilicizáló berendezés továbbfejlesztését végezte, és a kísérletek figyelemmel kísérésénél értékes észrevételeivel nyújtott segítséget. Dr. SZELÉNYI Tibornak értékes elméleti tanácsaiért, valamint az irodalom feldolgozása terén nyújtott sokoldalú tevékenységéért. HAMMER Ferenc-, GUBICS János- és PETŐFI Sándornak a kísérleti csövek szerelése és a technológiai munkák elvégzése terén nyújtott segítségért. GEDE Andrásnak az üvegtechnikai munkák gondos elvégzéséért, BARANYI Jánosnének a kísérleti csövek szereléséért.

A FAKERETEK SZERELÉSE ÉS TERHELÉSE KÖZBEN KELETKEZŐ FESZÜLTSGEK NÉHÁNY KÉRDÉSE

Dr. DALOCSA GÁBOR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
FAIPARI KUTATÓ INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. március 14-én]

Bevezetés

A különböző fakeretek egyesítése a fafeldolgozásban, különösen a bútórész épületasztalosiparban csapos kötésekkel történik. Napjainkig azonban igen keveset tanulmányozott kérdés, hogy a csapos kötésekben, azok egyesítése során, továbbá a külső terhelés hatására milyen feszültségekkel kell számolnunk, figyelembevéve a kötelező biztonsági és gazdaságossági, nem utolsósorban esztétikai kérdéseket.

A csapos kötések szilárdságtani követelményeinek számításakor, a hasznos terhelések mértékének reális értékelésekor, nagyon sok ható tényező figyelembevétele szükséges. A fakötésekben ébredő feszültségeket is, az azokat kiváltó tényezők figyelembevételével két csoportra oszthatjuk: *belső feszültségek* (maradandó feszültség) — melyek hosszú időn keresztül megmaradnak a csapos kötésekben — s minden esetben előnyösen vagy hátrányosan, de hatást gyakorolnak mind a fa, mind a faszerkezetek és fakötések szilárdságára, és *normális feszültségek* — melyek a külső terhelés hatására ébrednek és mint két csoportbeli feszültségek, nemükre nézve lehetnek húzó-nyomó, hajlító, nyíró feszültségek.

Vizsgálatainkat a leggyakrabban alkalmazott két kötéstípusra

1. nyitott lapos kötésekre (ollós csapolás) Schlitz-kötés;

2. köldökcspas kötésekre („tiplis”-kötés),

mint a fakötések között legelterjedtebbekre és legjellemzőbbekre végeztük, mert ezek kerülnek a fafeldolgozó iparban a legkülönbözőbb területeken felhasználásra. A vizsgálatot két kérdéscsoport köré tömörítettük, úgymint

I. Feszítésből ébredő *belső* feszültségek a köldökcspas kötésekben.

II. Külső terhelés hatására ébredő feszültségek.

a) nyitott lapos kötésekben;

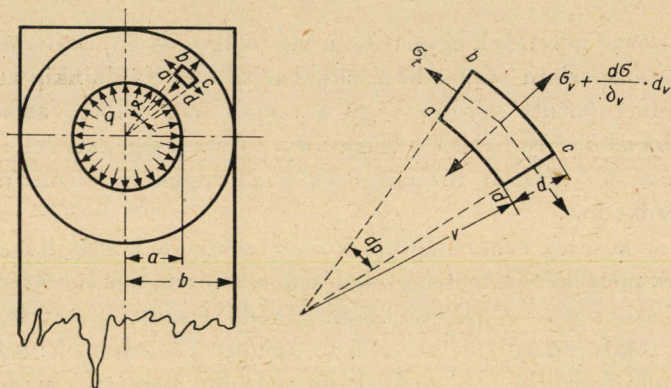
b) a köldökcspas kötésekben.

1. A feszítésből eredő *belső* feszültségek a köldökcspas kötésekben

Az ébredő *belső* feszültségek közül egyik legjelentősebb a kötések szerelésénél, a feszítés okozta feszültségek. A viszonylag nagy feszítés hatására az egyesí-

tendő darabokban repedések keletkeznek, ami arra mutat, hogy az ébredő belső feszültségek nagyobbak, mint a fa szilárdsága húzásra, a rostokhoz viszonyítva tangenciális és radiális irányban. Meg lehet azonban figyelni ennek ellenkezőjét is, amikor a feszítésből ébredő belső feszültségek előnyösen befolyásolják a csapok kötések szilárdságát. Így pl. 0,02 cm nagyságú feszítéssel elkészített csapok mintegy 15–25% nagyobb szilárdságot biztosítanak (5), a feszítésnélkülihez viszonyítva.

Az ébredő belső feszültségek számszerű értékének meghatározása végett kiindulunk a következő feltételekből:



1. ábra. A feszítésből ébredő belső feszültségek számításának vázlata köldökcsapos kötéseknél

- Az egyesítendő darabok repedhetnek radiális és tangenciális irányban.
- A szereléskor ébredő belső feszültség nem éri el a maximális feszültség értéket, ha az egyesítendő darabokon hasadás nem keletkezik.
- A relaxációt nem vesszük figyelembe.

A köldökcsapos kötésekben ébredő belső feszültségek meghatározását a rugalmasságtanból ismert LAME-féle feladat felhasználásával oldjuk meg (1), de figyelembe vesszük, a fa anizotróp tulajdonságát (3) és azt a feltevést, hogy a fa a képlékeny alakváltozás határáig követi a HOOKE-törvényt, továbbá a már egyéb létező belső feszültségeket elhanyagoljuk.

A számítások elvégzéséhez felhasznált vázlat és jelölések az 1. ábrán láthatók.

Az összes levezetéseket mellőzve (melyek a rugalmasságtan felhasználásával anizotróp testekre alkalmazva könnyen levezethetők) csak a végleges eredményeket közöljük:

A feszítés értékének hatására bekövetkező fajlagos belső nyomást (q) meghatározhatjuk a következő összefüggés alapján:

$$q = \frac{\delta E_t (1 - C^{2K}) \varrho^{K+1}}{a^{K+1} \left[-E (\mu_{tr} + K) \left(\frac{\varrho}{b} \right)^{2K} - (\mu_{tr} - K) \right]} \quad 1.01$$

ahol: δ — a feszítés nagysága (cm);

E_t — az egyesítendő faanyag rugalmassági együtthatója tangenciális irányban;

μ_{tr} — Poisson-féle együttható (az index „r” és „t” megegyezik a radiális és tangenciális irányok jelölésével);

K — a fa anizotróp tulajdonságát kifejező együttható, mely a különböző irányokban vett rugalmassági együtthatók függvénye, és meghatározható az alábbi kifejezésből:

$$K = \sqrt{\frac{E_t}{E_r}}$$

ϱ — a csapközponttól mért távolság;

C — az $\frac{a}{b}$ viszonya (az 1. ábra jelölése szerint).

Ismerve q fajlagos nyomás értéket, az ébredő belső feszültségek eloszlását és nagyságát radiális (σ_r) és tangenciális (σ_t) irányban meghatározhatjuk az alábbi összefüggésekből:

A radiális irányban ható feszültségek (σ_r)

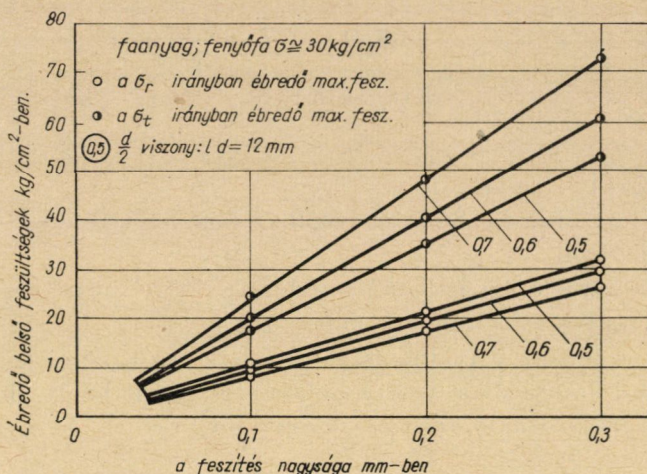
$$\sigma_r = \frac{q a^{K+1}}{[1 - (c)^{2K}] \varrho^{K+1}} \cdot \left[1 - \left(\frac{\varrho}{b} \right)^{2K} \right] \text{ kg/cm}^2 \quad 1.02$$

A tangenciális irányban ható feszültségek (σ_t)

$$\sigma_t = \frac{K q a^{K+1}}{[1 - (c)^{2K}] \varrho^{K+1}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\varrho}{b} \right)^{2K} \right] \text{ kg/cm}^2 \quad 1.03$$

A 1.02 és 1.03 egyenletben előforduló jelölések azonosak a fentebb leírtakkal.

A fenti összefüggések alapján a feszítés mértékének változásától függő, ébredő feszültségek értékét radiális (σ_r) és tangenciális (σ_t) irányban a 2. ábrán mutatjuk be, fenyőfa példájában. A 2. ábrából látható, hogy az ébredő belső feszültségek közül a tangenciális feszültségek (σ_t) a veszélyesebbek. Fenyőfában a megengedett feszültség (σ_t) értéke közelítően 30 kg/cm², s az ehhez tartozó feszítés mértéke 0,15—0,17 mm, ami nagyon jól megegyezik a nagyszámú kísérleti eredményeinkkel (5).



2. ábra. A feszítések hatására ébredő radiális és tangenciális feszültségek értékei fenyőfa esetére

2. A külső terhelés hatására ébredő normális feszültségek

A felhasználás folyamatában a csapos kötésekre különböző nagyságú és előjelű külső erők hatnak. Az erőhatások következtében a kötésekben feszültségek ébrednek. Ezek a feszültségek nemcsak hogy különbözőek a vizsgált kötések különböző pontjaiban, de adott pontban is különböző értékűek lehetnek, attól függően, hogy térbeli vagy síkbeli feladatokat vizsgálunk. A továbbiakban mi csak síkbeli feladatokkal foglalkozunk.

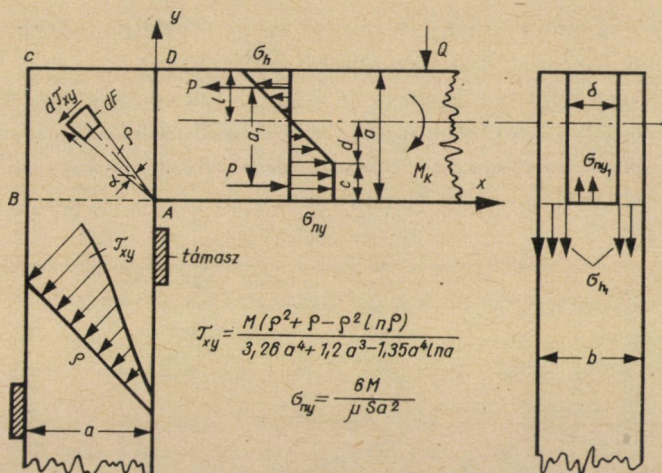
A további vizsgálatokat a nyitott csapos, valamint a köldökcspas kötésekre, sztatikus terhelésre végezzük.

a) Nyitott lapos kötésekben ébredő feszültségek

A külső terhelés hatására a nyitott lapos kötésekben normális feszültségek (σ) és nyírófeszültségek (τ) valamint a szilárdságot biztosító enyvrétegben nyírófeszültségek (τ_{xy}) ébrednek. A külső terhelések hatása, valamint a számításokhoz használt vázlat a 3. ábrán látható.

A nyitott lapos kötés külső terhelésének csak addig tud ellenállni, amíg létezik az enyvréteg rugalmassági deformációja, vagyis az enyvréteg nem veszti el szilárdító feladatát, és nem engedi elcsúszni az egymással érintkező felületeket.

Éppen ezért a nyitott lapos kötések szilárdsága elsősorban kifejezhető az ébredő nyírófeszültségek (τ_{xy}) függvényeként: ($M = f(\tau_{xy})$) és csak másodsorban mint a hajlító nyomaték okozta normális feszültségek (σ) függvénye: $M = f(\sigma)$. A nyíróerő (Q) folytán ébredő feszültség (τ) nem veszélyes feszültség.



3. ábra. A külső terhelés hatására ébredő normális feszültségek számításához használt vázlat, laposkötések példájában

1. Nyírófeszültség meghatározása az enyvrétegben

Az enyvrétegben keletkező nyírófeszültség (τ_{xy}) meghatározása végett kiindulunk a következő feltételekből:

- a) A nyitott lapos csapos kötés enyvvel történő erősítés után ismert rugalmas tulajdonsággal rendelkezik.
- b) Az enyvezett felület A B C D (lásd 3. ábra) a terhelés hatására az A pont körül elfordul valamilyen a szöggel.
- c) A csapvastagság és az enyvréteg vastagságának változását a számításoknál elhanyagoljuk.
- d) A normális feszültség (σ) nem jelentkezik veszélyes feszültségként.

A 3. ábra alapján felírható egyensúlyi egyenletből, valamint a rugalmasságtan határfeltételei alapján elvégezve az összes matematikai műveleteket és behelyettesítéseket a nyírófeszültség (τ_{xy}) és nagyságát, eloszlását a következő összefüggés alapján számíthatjuk:

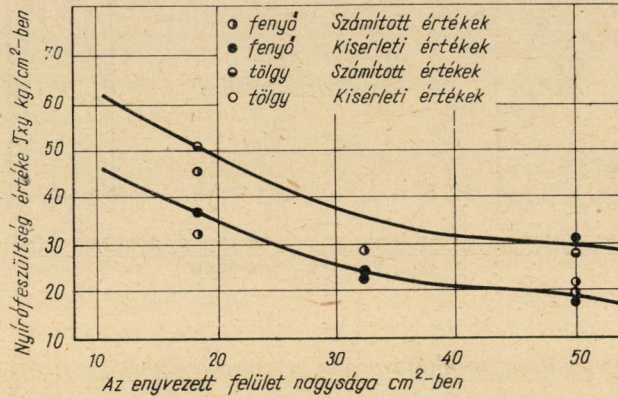
$$\tau_{xy} = \frac{M(\rho^2 + \rho - \rho^2 \ln \rho)}{3,26 a^4 + 1,2 a^3 - 1,33 a^4 \ln a} \text{ kg/cm}^2 \tag{2.01}$$

- ahol: M — a hajlító nyomaték (kgcm),
- ρ — az A ponttól mért tetszőleges távolság (cm),
- a — a csap hossza (cm).

Ez a kifejezés azonban csak akkor ad megbízható eredményt, ha az összeillesztendő faanyag vastagságának (b) és a csap vastagságának (δ) viszonya $\delta: b = 0,40 \pm 0,05$.

Kísérletek igazolják, hogy a faiparban gyakorlatilag ilyen arányokkal készített csapok biztosítják a legnagyobb szilárdságot.

A (II. 01) egyenlettel számított és a kísérletek során kapott eredmények összehasonlítása a 4. ábrán látható. Az összehasonlításból azt a következtetést vonhatjuk le, hogy alapvető feltételezéseink helyesek, és a kapott analitikai kifejezéssel megbízhatóan számolhatjuk az ébredő (τ_{xy}) feszültségeket.



4. ábra. A terhelés hatására ébredő feszültségek az enyvezett felületek nagyságától függően

2. A normális feszültségek meghatározása

Az ébredő normál feszültségek (σ) a kötés keresztmetszetének bármely pontjában arányosak az M hajlító nyomatékkal, a semleges száltól mért távolsággal (Z) és fordítva, a semleges szárra vonatkoztatott inercia nyomatékkal (J).

A faanyag anizotrópiájának következtében azonban a semleges szál (y) megállapítása eltérő a szilárdságtanból fémekre ismeretes megoldásoktól, tekintve, hogy a fa terheléskor különbözőképpen viselkedik húzásra és nyomásra (2).

Felhasználva a 3. ábrán közölt jelöléseket, az ébredő normál feszültségeket meghatározhatjuk az alábbi összefüggésekből.

A nyomott zónában ébredő feszültség (σ_{ny}):

$$\sigma_{ny} = \frac{M}{\mu W} \text{ kg/cm}^2 \quad 2.02$$

ahol: M — hajlító nyomaték (kgcm),

μ — együttható, mely kifejezhető a faanyag különböző szilárdsági ellenállásának értékeivel húzásra és nyomásra.

$$\mu = \frac{3 \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{ny}} - 1 \right)}{\left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{ny}} + 1 \right)}$$

Itt a σ_h — a faanyag szilárdsági értéke húzásra,
 σ_{ny} — a faanyag szilárdsági értéke nyomásra,
 W — a vizsgált kötés keresztmetszeti tényezője (cm³)

$$W = \frac{\delta h^2}{6}$$

δ — csap keresztmetszet szélessége (cm),
 h — a csap keresztmetszet magassága (cm).

Ezen összefüggések alapján a húzófeszültség (σ_h) meghatározható

$$\sigma_h = \sigma_{ny} \mu \text{ kg/cm}^2 \quad 2.03$$

A fenti összefüggések alapján számított feszültségek elengedő pontosságban tükrözik a valóságban keletkező feszültség nagyságokat és elosztásokat, melyek lényegesen kisebbek, mint a $[\sigma_h]$ és $[\sigma_{ny}]$ feszültségek.

b) A köldökcsapos kötésekben ébredő feszültségek

A feldolgozóiparban a nyitott lapos kötések helyett külföldön (de hazánkban is) egyre gyakrabban felhasználgják a köldökcsapos kötések, melyek ismert technológiai és gazdaságossági előnyökkel rendelkeznek.

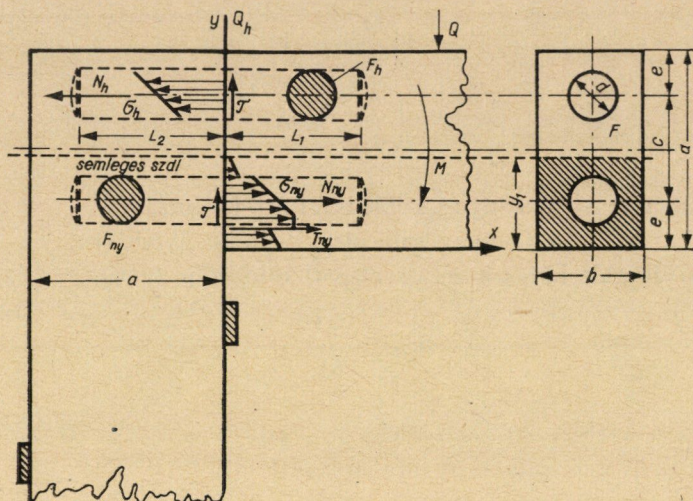
A külső terhelés hatására, a köldökcsapos kötésekben ébredő normális (σ) és nyírófeszültségek (τ) meghatározására felhasználjuk az 5. ábrán bemutatott jelöléseket és a következő kiinduló feltevéseket:

1. A csapok általában nagyobb szilárdsággal rendelkező faanyagból készülnek, mint az összeenyvezendő fa anyaga,
2. az összecsapolandó darabok szorosan illeszkednek egymással,
3. az enyvkötés szilárdsága nem kisebb, mint a fa szilárdsága,
4. a бүtü részén levő esetleges enyv szilárdító befolyását elhanyagoljuk,
5. külső terhelésként M hajlító-nyomaték és Q nyíróerő jelentkezik.

Az ébredő feszültségek lehetnek: nyírófeszültség (τ) normális feszültség (σ) és az enyvrétegben keletkező feszültség (τ_0).

A nyírófeszültségek nagyságát (τ), melyek csak helytelen illesztéskor jelentkeznek mint veszélyes feszültségek, meghatározhatjuk

$$\tau = \frac{Q}{2F} = \frac{2Q}{\pi d^2} \text{ kg/cm}^2 \quad 2.04$$



5. ábra. A külső terhelés okozta ébredő feszültségek számításához használt vázlat köldökcsapos kötések példájában

ahol: Q — a terhelő erő kg,

F — a körkeresztmetszetű csap felülete cm^2 .

A normális feszültségek meghatározására kiindulunk abból a tényből, hogy a két körkeresztmetszetű csappal elkészített kötésben (5. ábra) terheléskor a felső csap igénybevétele húzás, az alsó csapé nyomás, s ezért a semleges szál (y) elhelyezkedésére, anizotróp anyagról lévén szó, érvényes az alábbi kifejezés:

$$e + \frac{d}{2} < y < a - e + \frac{d}{2} \text{ (cm)} \quad 2.05$$

A semleges szál (y) meghatározására felhasználjuk az 5. ábrán bemutatott jelöléseket. A sztatikai egyensúlyi egyenletekből következik, hogy az (y) értéke egyenlő (levezetés mellőzve):

$$y^2 + \frac{2F_{ny} - \alpha_1 2F_{ny} + 2F_h a_2}{\alpha_1 b} y - \frac{2F_{ny} e + 2F_h (e + c)}{\alpha_1 b} = 0 \quad 2.06$$

Jelölve:

$$K = \frac{2F_{ny} - \alpha_1 2F_{ny} + 2F_h a_2}{\alpha_1 b}$$

$$t = \frac{2F_{ny} e + 2F_h (e + c)}{\alpha_1 b}$$

E jelölések behelyettesítésével másodfokú egyenletet kapunk:

$$y^2 + Ky - t = 0 \quad 2.07$$

Megoldva a (II. 07) egyenletet, a semleges szál (I) elhelyezkedésére kapjuk:

$$y = \frac{-K \pm \sqrt{K^2 + 4t}}{2} \text{ (cm)} \quad 2.08$$

A (II. 05—II. 08) egyenletekben előforduló jelölések a következők:

F_{ny} — a nyomásra igénybevett csap felülete cm^2 ,

F_h — a húzásra igénybevett csap felülete cm^2 ,

$F_{ny\perp}$ — az egyesítendő faanyag nyomásra igénybevett felülete cm^2

$$a_1 = \frac{E_{ny\perp}}{E_{ny\parallel}} \ll 1 \approx 0,05$$

ahol: $E_{ny\perp}$ — az enyvezendő darabok anyagának rugalmassági együtthatója a rostokra merőlegesen,

$E_{ny\parallel}$ — a csap anyagának rugalmassági együtthatója a rostokkal párhuzamosan (nyomásra)

$$a_2 = \frac{E_h\parallel}{E_{ny\parallel}} \geq 1 \approx 1,1$$

E_h — a csap anyagának rugalmassági együtthatója a rostokkal párhuzamosan (húzásra)

b — az enyvezendő darab szélessége (cm),

c — a két csap közötti távolság (cm),

e — a csap közép és az összekötendő darab felső éle közötti távolság (cm).

Ismerve a semleges szál (y) elhelyezkedését, felírhatjuk az inercia nyomaték (J) nagyságát a semleges szálra.

$$J = \frac{\Pi d^4}{32} + \frac{\Pi d^2}{4} (c + e - y)^2 + \frac{\Pi d^2}{4} (y - e)^2 + \frac{by^3}{3} \text{ cm}^4 \quad 2.09$$

Ezen összefüggések alapján meghatározhatjuk a felső csapban ébredő húzófeszültséget:

$$\sigma_h = \frac{M(c + e - y)}{J} \text{ kg/cm}^2 \quad 2.10$$

Ebből a húzóerő N_h

$$N_h = \sigma_h \frac{\Pi d^2}{4} = \frac{M(c + e - y)}{J} \frac{\Pi d^2}{4} \quad 2.11$$

Az arányokat kifejező egyenletek segítségével meghatározhatjuk az alsó csapban ébredő nyomófeszültséget (σ_{ny}), valamint az összeenyvezendő darabban keletkező nyomófeszültséget ($\sigma_{ny\perp}$), így

$$\sigma_{ny} = \frac{\sigma_h y}{a_2(c + e - y)} \text{ kg/cm}^2 \quad 2.12$$

$$\sigma_{ny\perp} = \sigma_{ny} a_1 = \frac{\sigma_h y a_1}{a_2(c + e - y)} \text{ kg/cm}^2 \quad 2.13$$

Ismerve a húzóerő nagyságát (N_h) az enyvrétegben, meghatározhatjuk a hatására ébredő nyíró-feszültségeket (τ_0)

$$\tau_0 = \frac{N_h}{d \Pi L_1} \text{ kg/cm}^2 \quad 2.14$$

ahol L_1 — a csap hossza (cm).

Ha ismeretes a megengedett nyíró-feszültség ($[\tau_0]$) értéke a II. 14 összefüggésből a szükséges csaphosszat meg tudjuk határozni.

IRODALOM

1. C. P. TIMOSENKO: Alkalmazott rugalmasságtan, 1931 (oroszul).
2. P. N. HUHRJÁNSZKIJ: A fa szilárdsága, 1955 (oroszul).
3. Sz. G. LEHNICKIJ: Anizotrop lemezek, 1957 (oroszul).
4. DEBROJNA N., GUBINKA P.: Adhézió, 1954 (oroszul).
5. DALOCSA G.: A különböző csapos kötések szilárdsági vizsgálata. Kandidátusi disszertáció, 1958 (oroszul).

ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány elemzi a különböző csapos kötésekben ébredő belső és normális feszültségek változását. Felhasználva a fa anizotróp tulajdonságával kapcsolatos eddigi megállapításokat, bemutatja az analitikai összefüggéseket az erőhatások és az ébredő feszültségek között. Az elméleti megfontolások helyességei kísérleti eredményekkel vannak igazolva. A kapott összefüggések lehetőséget adnak az ébredő feszültségek nagyságának és eloszlásának meghatározására a csapos kötések vizsgált keresztmetszeteiben.

HENGERSZIMMETRIKUS BUGÁK HEVÍTÉSE

VI. IDŐBEN VÁLTOZÓ HŐMÉRSÉKLETŰ KÖZEGBE HELYEZETT HENGERSZIMMETRIKUS TESTEK HEVÍTÉSI FOLYAMATÁNAK KÖZELÍTŐ MEGHATÁROZÁSA*

MASCHEK TIVADAR

GAMMA OPTIKAI MŰVEK, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. március 30-án]

Előző közleményünkben az „egyenértékű hőátadási tényező” segítségével az időben változó hőmérsékletű hevítést visszavezettük állandó hőmérséklettel történő hevítésre. Ezzel az n részre osztott hevítési tartomány egy-egy szakaszán belül az állandó kemencehőmérsékletű hevítésre érvényes megoldásból iterációs eljárással számítottuk a $\vartheta(r, t)$ hőmérsékleteloszlást.

Következőkben az V. közleményben ismertetett eljárás helyett egyszerűbb, gyorsabban számítható megoldást adunk a változó hőmérsékletű közegbe helyezett, hevítés szempontjából végtelen hosszúnak tekinthető hengerszimmetrikus test $\vartheta(r, t)$ hőmérsékleteloszlásának meghatározására.

I. A hővezetési differenciálegyenlet megoldása időben változó $\vartheta_k(t)$ kemencehőmérséklet mellett

A végtelen hosszú, hengerszimmetrikus, izotróp, szilárd test hőmérséklet-változását összekapcsoló differenciálegyenlet, mint ismeretes:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(k(\vartheta) r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) = r \gamma c(\vartheta) \frac{\partial \vartheta}{\partial t} . \quad (1)$$

A folyamatot konkretizáló feltételek:

$$(r, 0) = \vartheta_0 = \text{konstans } 0 \leq r \leq R \quad (2)$$

$$k(\vartheta) \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{r=R} = -h(\vartheta, \vartheta_k) [\vartheta - \vartheta_k] \Big|_{r=R} \quad (3)$$

(Newton-féle hőátadási törvény).

* Dr. ing. BORBÉLY Samu (Budapesti Műszaki Egyetem), CZIBERE Tibor (Ganz—Mávg, Budapest) és MASCHKEK Tivadar (Gamma Optikai Művek, Budapest) hővezetési munkaközösségének közleménye.

Az (1) differenciálegyenletet az $U = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} k(\vartheta) d\vartheta$ integráltranszformáció bevezetésével quasi-lineáris differenciálegyenletté alakíthatjuk át. Ha a szokásos sorbafejtéses alakban kívánjuk a differenciálegyenletet megoldani, közelítést kell bevezetnünk. A $c(\vartheta(r, t)); k(\vartheta(r, t))$ termikus paraméterek helyett a test

$$\tilde{\vartheta} = \frac{\int_0^R \vartheta(r, t) dr}{\int_0^R r dr}$$

átlaghőmérsékletéhez tartozó termikus paramétereket helyettesítjük a differenciálegyenletbe ($c(\vartheta(r, t)) \approx c(\tilde{\vartheta}(t)); k(\vartheta(r, t)) \approx k(\tilde{\vartheta}(t))$).

A fenti közelítést az integráltranszformáció bevezetése előtt is elvégezhetjük. Ekkor a transzformáció elmarad, egyszerűbb és áttekinthetőbb alakban kapjuk a differenciálegyenlet megoldását.

E közelítés és a $\varrho = \frac{r}{R}$ helyettesítés bevezetése után a differenciálegyenlet

$$\frac{\partial}{\partial \varrho} \left(\varrho \frac{\partial \vartheta}{\partial \varrho} \right) = \varrho \frac{R^2 \cdot \gamma \cdot c(\tilde{\vartheta})}{k(\tilde{\vartheta})} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \quad (4)$$

alakú lesz.

A határfeltételt egyelőre változatlan

$$k(\vartheta(\varrho, t)) \frac{\partial \vartheta}{\partial \varrho} \Big|_{\varrho=1} = -Rh(\vartheta; \vartheta_k) [\vartheta - \vartheta_k] \Big|_{\varrho=1} \quad (5)$$

alakban megtartjuk.

Az (5) hőátadási feltétel jobb oldalán álló

$$-h(\vartheta; \vartheta_k) [\vartheta - \vartheta_k]_{\varrho=1}$$

kifejezés t időpillanatban a felületegységen időegység alatt beáramló hőmennyiséget szolgáltatja. A beáramló hőmennyiséget jelöljük $Q(t)$ -vel.

A hevítési tartományt ugyanúgy, mint előző közleményeinkben szakaszokra bontjuk. Egy-egy szakaszon belül az $\frac{RQ(t)}{k(\vartheta(1, t))}$ függvényt linearizáljuk

$$\left(\frac{RQ(t)}{k(\vartheta(1; t))} = B_0 + B_1 \vartheta(1; t) \right).$$

A hőátadási feltétel így

$$\left. \frac{\partial \vartheta}{\partial \varrho} \right|_{\varrho=1} = B_0 + B_1 \vartheta(1, t) \quad (6)$$

alakba írható.²

A hevítési tartomány első szakaszában $(\vartheta_0 \dots \bar{\vartheta}_1)$ a $\frac{\gamma c(\bar{\vartheta})}{k(\bar{\vartheta})} = A(\bar{\vartheta})$ jelölés bevezetése után a

$$\frac{\partial}{\partial \varrho} \left(\varrho \frac{\partial \vartheta}{\partial \varrho} \right) = R^2 \varrho A(\bar{\vartheta}) \frac{\partial \vartheta}{\partial t}$$

differenciálegyenlet megoldását a $\vartheta(\varrho, 0) = \vartheta_0$ kezdeti és a $\left. \frac{\partial \vartheta}{\partial \varrho} \right|_{\varrho=1} = B_{01} + B_{11} \cdot \vartheta(1, t)$ határfeltétel mellett keressük.

A szokásos $\vartheta(\varrho, t) = v(\varrho) \cdot u(t)$ helyettesítés bevezetése és célszerű átrendezés után az

$$\frac{1}{R^2 A(\bar{\vartheta})} u(t) \frac{du}{dt} = \left(\frac{d^2 v}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dv}{d\varrho} \right) \frac{1}{v} \quad (7)$$

differenciálegyenletet kapjuk.

Ez az egyenlet csak akkor érvényes, ha

$$\frac{1}{R^2 A(\bar{\vartheta})} u(t) \frac{du}{dt} = \left(\frac{d^2 v}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dv}{d\varrho} \right) \frac{1}{v} = b \text{ (konstans).}$$

A parciális differenciálegyenlet így két közönséges differenciálegyenletre esik szét.

Az egyenlet baloldalán álló differenciálegyenlet megoldása

$$u(t) = K_1 e^{\frac{b}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt} \quad (8)$$

A $\left(\frac{d^2 v}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dv}{d\varrho} \right) \frac{1}{v} = b$ differenciálegyenlet partikuláris megoldása

$$b = \bar{v}^2 > 0 \text{ esetén } v(\varrho) = K_2 J_0(i\bar{v}\varrho) \quad (9)$$

$$b = -v^2 < 0 \text{ esetén } v(\varrho) = K_3 J_0(v\varrho). \quad (10)$$

² Feltételezzük, hogy $B_1 \neq 0$. A $B_1 = 0$ eset külön (elsősorban matematikai) vizsgálatot igényel. Ezzel jelen dolgozatunkban nem foglalkozunk. Gyakorlatilag megfelelő szakbeosztással e különleges eset mindig elkerülhető.

A hővezetési differenciálegyenlet konkrét megoldását tehát

$$\vartheta(\varrho, t) = C_{01} + C_1 J_0(i\bar{\nu}\varrho) e^{\frac{\bar{\nu}^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} + D_1 J_0(\nu\varrho) e^{-\frac{\nu^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (11)$$

típusú kifejezés megfelelő kompozíciójával kell keresnünk.

A (11) megoldásnak ki kell elégítenie a (6) hőátadási feltételt.

$$\begin{aligned} & -i\bar{\nu} C_1 J_1(i\bar{\nu}) e^{\frac{\bar{\nu}^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} - D_1 \nu J_1(\nu) e^{-\frac{\nu^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} = \\ & = B_{01} + B_{11} \left[C_{01} + C_1 J_0(i\bar{\nu}) e^{\frac{\bar{\nu}^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} + L_{1,0}(\nu) e^{-\frac{\nu^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

A határfeltételt a (11) megoldás kielégíti, ha

$$C_{01} = -\frac{B_{01}}{B_{11}} \quad (13)$$

$$-i\bar{\nu} J_1(i\bar{\nu}) = B_{11} J_0(i\bar{\nu}) \quad (14)$$

és

$$-\nu J_1(\nu) = B_{11} J_0(\nu) \quad (15)$$

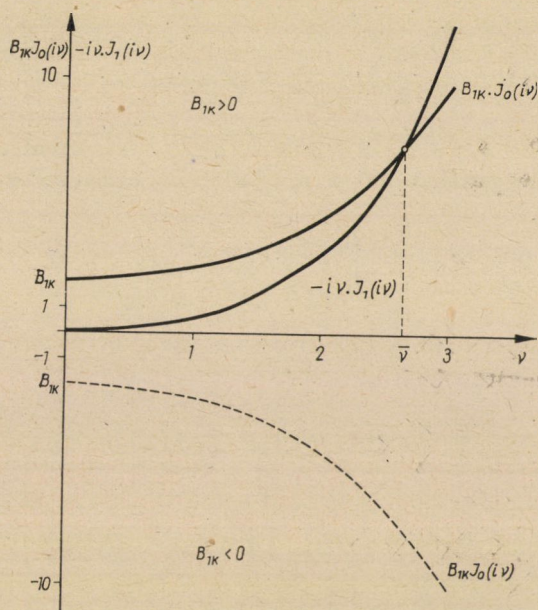
Amint az 1. ábrából is kitűnik, a (14) egyenletnek csak $B_{11} \geq 0$ esetben van valós gyöke ($\bar{\nu}_1$). Ennek következtében a (11) megoldás a határfeltételt csak $B_{11} > 0$ esetben fogja kielégíteni. $B_{11} < 0$ esetén a módosított Bessel-függvényt hordozó tag elmarad, a differenciálegyenlet megoldása a IV. közleményben ismertetett megoldással azonos

$$\vartheta(\varrho, t) = C_{01} + D_1 J_0(\nu\varrho) e^{-\frac{\nu^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt}. \quad (16)$$

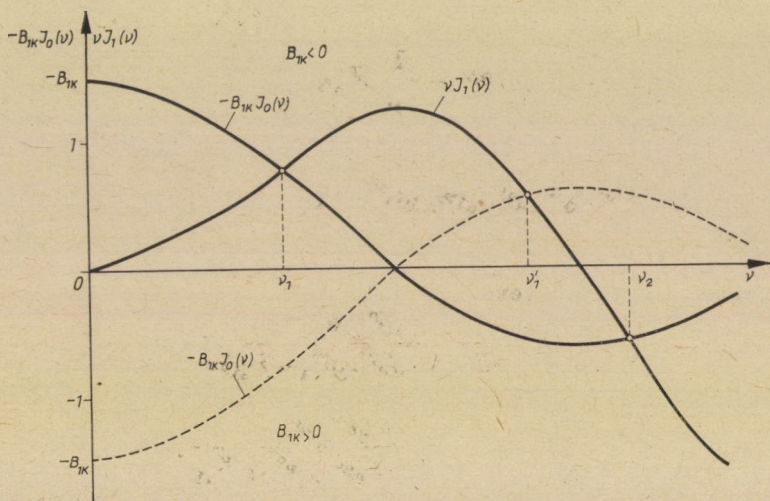
A határfeltételt kielégítő differenciálegyenlet megoldások a végtelen sok $\nu_{1\lambda}$ sajátérték figyelembevételével (2. ábra)

$B_{11} > 0$ esetén

$$\vartheta_1(\varrho, t) = -\frac{B_{01}}{B_{11}} + C_1 J_0(i\bar{\nu}_1\varrho) e^{\frac{\bar{\nu}_1^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} + \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} J_0(\nu_{1\lambda}\varrho) e^{-\frac{\nu_{1\lambda}^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (17)$$



1. ábra



2. ábra

$B_{11} < 0$ esetén

$$\vartheta_1(\varrho, t) = -\frac{B_{01}}{B_{11}} + \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} J_0(\nu_{1\lambda}\varrho) e^{-\frac{\nu_{1\lambda}}{R} \int_0^t \frac{1}{A(\vartheta)} dt} \quad (18)$$

alakba írhatók, ahol a $\bar{\nu}_1$; $\nu_{1\lambda}$ gyökök a (14), (15) egyenletek sajátértékei.

A C_1 és $D_{1\lambda}$ együtthatókat a $\vartheta_1(\varrho, 0) = \vartheta_0$ konstans kezdeti feltételből számítjuk.

$$A \quad \vartheta_1(\varrho, 0) = \vartheta_0 = -\frac{B_{01}}{B_{11}} + C_1 J_0(i\bar{\nu}_1\varrho) + \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} J_0(\nu_{1\lambda}\varrho)$$

egyenletet $\varrho J_0(i\bar{\nu}_1\varrho)$ -val, ill. $\varrho J_0(\nu_{1\lambda}\varrho)$ -val szorozva, $0 \leq \varrho \leq 1$ határok között integrálva, az átalakításoknál az

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0(i\bar{\nu}_1\varrho) J_0(\nu_{1\lambda}\varrho) d\varrho = 0 \quad (19)$$

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0^2(i\bar{\nu}_1\varrho) d\varrho = \frac{1}{2} [J_0^2(i\bar{\nu}_1) + J_1^2(i\bar{\nu}_1)] \quad (20)$$

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0(i\bar{\nu}_1\varrho) d\varrho = \frac{1}{i\bar{\nu}_1} J_1(i\bar{\nu}_1) \quad (21)$$

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0^2(\nu_{1\lambda}\varrho) d\varrho = \frac{1}{2} [J_0^2(\nu_{1\lambda}) + J_1^2(\nu_{1\lambda})] \quad (22)$$

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0(\nu_{1\lambda}\varrho) d\varrho = \frac{1}{\nu_{1\lambda}} J_1(\nu_{1\lambda}) \quad (23)$$

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0(\nu_{1\lambda}\varrho) J_0(\nu_{1k}\varrho) d\varrho = 0 \quad \text{ha } \lambda \neq k \quad (24)$$

[1] integrálokat figyelembevéve:

$$C_1 = \frac{2RQ(\vartheta_0)}{k(\vartheta_0) \cdot J_0(i\bar{\nu}_1)[\nu_{11}^2 - B_{11}^2]} \quad (25)$$

és

$$D_{1\lambda} = -\frac{2RQ(\vartheta_0)}{k(\vartheta_0) \cdot J_0(\nu_{1\lambda})[\nu_{1\lambda}^2 + B_{11}^2]} \quad (26)$$

Az első szakaszra érvényes $\vartheta_1(\varrho, t)$ megoldással addig számítunk, míg a test felületének hőmérséklete el nem éri az első szakasz végpontjának megfelelő

hőmérsékletet ($\vartheta_1(1; t) = \bar{\vartheta}_1$). A szakaszhatar elérése után a második szakaszra érvényes $B_{02}; B_{12}$ értékekkel számítunk tovább

$$\left(C_{02} = -\frac{B_{02}}{B_{12}}; -\bar{v}_2 J_1(i\bar{v}_2) = B_{12} J_0(i\bar{v}_2) \text{ és } -v_{2\mu} J_1(v_{2\mu}) = B_{12} J_0(v_{2\mu}) \right).$$

Így a differenciálegyenlet második szakaszra érvényes megoldása

$$B_{12} > 0$$

$$\vartheta_2(\varrho, t) = -\frac{B_{02}}{B_{12}} + C_2 J_0(i\bar{v}_2 \varrho) e^{\frac{\bar{v}_2}{R^2} \int_{t_1}^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} + \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{2\mu} J_0(v_{2\mu} \varrho) e^{-\frac{v_{2\mu}^2}{R^2} \int_{t_1}^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (27)$$

$$B_{12} < 0$$

$$\vartheta_2(\varrho, t) = -\frac{B_{02}}{B_{12}} + \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{2\mu} J_0(v_{2\mu} \varrho) e^{-\frac{v_{2\mu}^2}{R^2} \int_{t_1}^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (28)$$

A szakaszhaton az első szakasz t_1 végpontjához tartozó $\vartheta_1(\varrho, t_1)$ hőmérsékleteloszlást minden ϱ értékre nézve csatlakoztatjuk a második szakasz kezdőpontjához tartozó $\vartheta_2(\varrho, t_1)$ hőmérsékleteloszláshoz:

$$\vartheta_1(\varrho, t_1) \equiv \vartheta_2(\varrho, t_1). \quad (29)$$

E csatlakozási feltételből a 19 . . . 24 integrálformulák és a

$$\int_{\varrho=0}^1 \varrho J_0(\alpha \varrho) J_0(\beta \varrho) d\varrho = \frac{\alpha J_0(\beta) J_1(\alpha) - \beta J_0(\alpha) J_1(\beta)}{\alpha^2 - \beta^2}$$

integrál figyelembevételével határozzuk meg az együtthatókat.

$$\begin{aligned} & -\frac{B_{01}}{B_{11}} + C_1 J_0(i\bar{v}_1 \varrho) e^{\frac{\bar{v}_1}{R^2} \int_0^{t_1} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} + \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} J_0(v_{1\lambda} \varrho) e^{-\frac{v_{1\lambda}^2}{R^2} \int_0^{t_1} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \equiv \\ & \equiv -\frac{B_{02}}{B_{12}} + C_2 J_0(i\bar{v}_2 \varrho) + \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{2\mu} J_0(v_{2\mu} \varrho). \end{aligned} \quad (29a)$$

Az azonosságot $\varrho J_0(i\bar{\nu}_2\varrho)$ -val, illetve $\varrho J_0(\nu_{2\mu}\varrho)$ -val megszorozva, $0 \leq \varrho \leq 1$ határok között integrálva, és a 6 (14), (15) egyenleteknek megfelelő helyettesítéseket elvégezve

$$C_2 = \frac{2(B_{02} B_{11} - B_{12} B_{01})}{B_{11} M_2} + \frac{J_0(i\bar{\nu}_1) N_2}{(\bar{\nu}_1^2 - \bar{\nu}_2^2) M_2} C_1 e^{-\frac{\bar{\nu}_1^2}{R^2} \int_0^{t_1} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} -$$

$$- \frac{N_2}{M_2} \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} e^{-\frac{\nu_{1\lambda}^2}{R^2} \int_0^{t_1} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \cdot \frac{J_0(\nu_{1\lambda})}{\bar{\nu}_2^2 + \nu_{1\lambda}^2} \quad (30)$$

ahol $M_2 = (\bar{\nu}_2^2 - B_{12}^2) J_0(i\bar{\nu}_2)$ és $N_2 = 2(B_{11} - B_{12}) \bar{\nu}_2^2$

$B_{12} > 0$

$$D_{2\mu} = -\frac{2(B_{02} B_{11} - B_{01} B_{12})}{B_{11} M'_2} + \frac{N'_2 J_0(i\bar{\nu}_1)}{(\nu_{2\mu}^2 + \bar{\nu}_1^2) M'_2} C_1 e^{-\frac{\bar{\nu}_1^2}{R^2} \int_0^{t_1} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} +$$

$$+ \frac{N'_2}{M'_2} \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} e^{-\frac{\nu_{1\lambda}^2}{R^2} \int_0^t \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \cdot \frac{J_0(\nu_{1\lambda})}{\nu_{2\mu}^2 - \nu_{1\lambda}^2}, \quad (31)$$

ahol $M'_2 = (\nu_{2\mu}^2 + B_{12}^2) J_0(\nu_{2\mu})$ és $N'_2 = 2(B_{11} - B_{12}) \nu_{2\mu}^2$

$B_{12} < 0$

$$D_{2\mu} = -\frac{2(B_{02} B_{11} - B_{01} B_{12})}{B_{11} M'_2} + \frac{N'_2}{M'_2} \sum_{\lambda=1}^{\infty} D_{1\lambda} e^{-\frac{\nu_{1\lambda}^2}{R^2} \int_0^{t_1} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \cdot \frac{J_0(\nu_{1\lambda})}{\nu_{2\mu}^2 - \nu_{1\lambda}^2}. \quad (32)$$

Szakasról-szakaszra előre haladva az egész hevítési tartományon belül számíthatjuk a test $\vartheta(\varrho, t)$ hőmérsékleteloszlását.

A test átlagos hőmérsékletét a

$$\bar{\vartheta}(t) = \frac{\int_0^1 \vartheta(\varrho, t) \varrho d\varrho}{\int_0^1 \varrho d\varrho} \quad (33)$$

kifejezésből kapjuk.

$$B_{1i} > 0$$

$$\begin{aligned} \bar{\vartheta}_i(t) = & -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} + 2 B_{1i} C_i \frac{J_0(\bar{\nu}_i)}{\bar{\nu}_i^2} e^{-\frac{\bar{\nu}_i^2}{R^2} \int_{t-1}^t \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt} - \\ & - 2 B_{1i} \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{i\mu} \frac{J_0(\nu_{i\mu})}{\nu_{i\mu}^2} e^{-\frac{\nu_{i\mu}^2}{R^2} \int_{t-1}^t \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt} \end{aligned} \quad (34)$$

$$B_{1i} < 0$$

$$\bar{\vartheta}_i(t) = -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} - 2 B_{1i} \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{i\mu} \frac{J_0(\nu_{i\mu})}{\nu_{i\mu}^2} e^{-\frac{\nu_{i\mu}^2}{R^2} \int_{t-1}^t \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt} \quad (35)$$

A differenciálegyenlet megoldásában a B_{0i} ; B_{1i} értékek kiszámítása jelent gondot. A B_{0i} ; B_{1i} tényezőket meghatározó $Q[\vartheta(1, t_i); \vartheta_K(t_i)]$ beáramló hőmennyiségeket ugyanis csak iterációs eljárással számíthatjuk, mivel az összetartozó $\vartheta(1; t_i) = \bar{\vartheta}_i$; $\vartheta_K(t_i)$ hőmérsékleteket nem ismerjük. Természetesen ehhez ismernünk kell a változó kemencehőmérséklet mérés útján meghatározott $\vartheta_K(t)$ adatrendszerét.

Az első szakasz kezdőpontjában ($t = 0$) ismerjük a $\vartheta_K(t = 0)$ kemence és $\vartheta_F = \vartheta(1, 0) = \vartheta_0$ felületi hőmérsékleteket. A $\vartheta_K(0)$ és $\vartheta_F(0)$ értékekhez tartozó $Q_0(\vartheta_0; \vartheta_K(0))$ beáramló hőmennyiségeket számítás vagy kísérletek alapján összeállított táblázatokból kapjuk. Pl. Elektromos ellenállásfűtésű hevítés esetén a hőátadás túlnyomórészt sugárzás útján történik, a beáramló hőmennyiségeket a sugárzási törvényből számíthatjuk [2]:

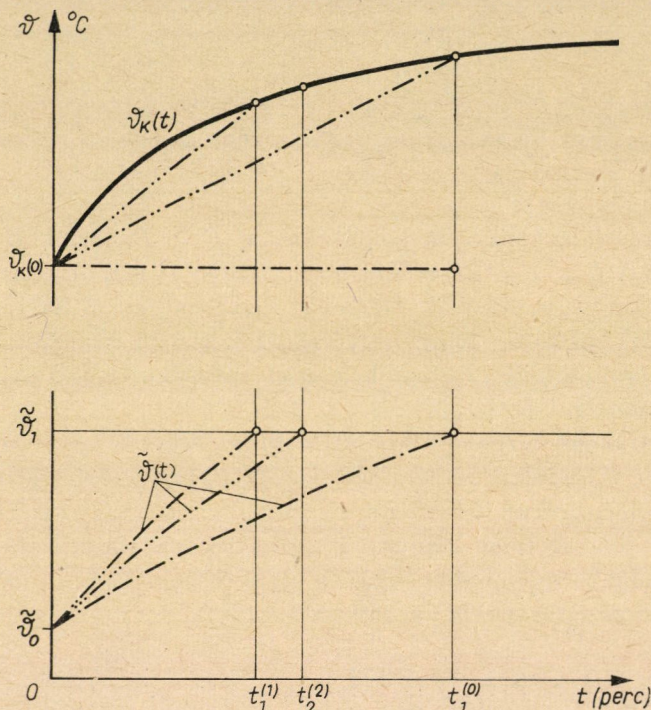
$$Q(\vartheta_F; \vartheta_K) = \varepsilon C_s \left[\left(\frac{\vartheta_K + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{\vartheta_F + 273}{100} \right)^4 \right] [\text{kal/m}^2 \cdot 0]. \quad (36)$$

Az első szakasz felső határához tartozó $Q_1(\bar{\vartheta}_1; \vartheta_K(t_1))$ (t_1 ismeretlen) beáramló hőmennyiséget közvetlenül nem tudjuk kiszámítani. Az iteráció első lépésében feltételezzük, hogy az első szakaszon belül a kemence hőmérséklete konstans, az ismert $\vartheta_K(t = 0)$ értékű. Ezen feltételezéssel $\bar{\vartheta}_1$; $\vartheta_K(t = 0)$ ismeretében a felső szakaszhatárhoz tartozó beáramló hőmennyiség „0”-ad rendű közelítése számítható ($Q_1^{(0)}(\bar{\vartheta}_1; \vartheta_K(0))$).

A Q_0 ; $Q_1^{(0)}$ közelítő értékekkel történő lineáris kiegyenlítéssel kapjuk a B_{01} , B_{11} tényezők 0-ad rendű közelítését. Ezen közelítő értékekkel a differenciálegyenlet megoldásából (17), (18) kiszámíthatjuk az első szakasz végpontjához ($\bar{\vartheta}_1$) tartozó felhevítési idő 0-ad rendű közelítését ($t_1^{(0)}$). Ez — természetesen — nem lesz a pontos felhevítési idő, mert a tényleges $\vartheta_K(t_1)$ kemencehő-

mérséklet helyett az egész intervallumban a $\vartheta_K(o) = \text{konstans}$ hőmérséklettel számítottunk (3. ábra).

Az iteráció második lépésében feltételezzük, hogy az első szakasz végpontjában a kemence hőmérséklete $\vartheta_K(t_1^{(0)})$ és hogy ez már az előző $\vartheta_K(t = o)$ hőmérsékletéhez viszonyítva a végponthoz tartozó valódi $\vartheta_K(t_1)$ kemencehőmérsékletnek jobb közelítése. A $\bar{\vartheta}_1$; $\vartheta_K(t_1^{(0)})$ segítségével kiszámíthatjuk a felső szakaszhatárhoz tartozó hőmennyiség elsőrendű közelítését ($Q_1^{(1)}(\bar{\vartheta}_1; \vartheta_K(t_1^{(0)}))$). Az alsó szakaszhatárhoz tartozó Q_0 és a felső szakaszhatárhoz tartozó $Q_1^{(1)}$



3. ábra

hőmennyiségek ismeretében a differenciálegyenlet megoldásából számítható a felhevítési idő elsőrendű közelítése ($t_1^{(1)}$).

Megismételve az iterációs lépést a *linearizáció keretén belül* mind pontosabb eredményt kapunk t időpontban beáramló hőmennyiségre, illetve a felhevítési időre. Az első szakasz iterációját befejezzük, ha $\vartheta_K(t_1^{(n-1)}) \approx \vartheta_K(t_1)$.

A második szakasz kezdőpontjában érvényes $\vartheta_K(t_1)$; $\vartheta_2(\varrho, t_1)$ hőmérsékletek csatlakoznak az első szakasz végpontjának $\vartheta_K(t_1^{(n)})$; $\vartheta_1(\varrho, t_1^{(n)})$ hőmérsékleteihez. Így az első szakasz iterációjának befejezésével a második szakasz kezdőpontjában a felület, a kemence és a beáramló hőmennyiség ismert. A második szakasz végpontjához tartozó Q kiszámításánál első lépésben (0-ad rendű

közelítés) ismét feltételezzük, hogy a kemence hőmérséklete az intervallumon belül nem változik ($\vartheta_K(t_1^{(n)})$). Ezzel a feltételezéssel most már az előbbieknél teljesen megfelelően számítható Q_2 0-ad rendű közelítése. Az első szakaszhoz hasonlóan az iterációs lépések számának növelésével a *linearizáció keretén* belül mind pontosabb értéket kapunk a beáramló hőmennyiségre és a felhevítési időre.

Ily módon szakasról-szakaszra előrehaladva meghatározhatjuk az egész hevítési tartományon belül a beáramló hőmennyiségeket és a felhevítési időket.

Konstans hőmérsékletű hevítőközeg esetén a beáramló hőmennyiségek iterációs úton való meghatározása elmarad. A szakaszhatárok felvételével a beáramló hőmennyiségeket meghatározó $\vartheta_F = \bar{\vartheta}_i$; $\vartheta_K =$ konstans hőmérsékletek ismertek, a $Q(\bar{\vartheta}_i; \vartheta_K = \text{konstans})$ és ezzel az approximáció együtthatói is közvetlenül számíthatók.

II. Egyszerűsített eljárás

Az előző fejezetben ismertetett eljárás alkalmazása hosszadalmas munkát kíván. Üzemeinkben ilyen terjedelmű számítási munka elvégzésére a legritkább esetben van lehetőség. Az egyszerűsített eljárással olyan közelítő módszert adunk, mely gyorsan számítható és a gyakorlati követelményeknek megfelelő pontosságú.

Az egyszerűsített eljárással előbb a próbatest átlagos hőmérsékletének időbeli változását határozzuk meg. Az átlaghőmérséklet és a felületi hőmérséklet egyenleteiből felállítjuk az átlaghőmérséklet változásának közönséges differenciálegyenletét. A differenciálegyenlet megoldásával az átlaghőmérséklet számítására igen egyszerű kifejezést kapunk. Az átlaghőmérséklet $\bar{\vartheta}(t_i)$ függvényének ismeretében azután t_i időpontokban *közelítőleg* meghatározhatjuk a test ϱ szerinti $\vartheta(\varrho, t_i)$ hőmérsékleteloszlását, ha a $\vartheta_i(\varrho, t_i)$ és $\bar{\vartheta}_i(t_i)$ átlaghőmérséklet (33), (34), ill. (39), (40) végtelen sorának csak az első tagját vesszük figyelembe.

1. Az átlaghőmérséklet időbeli változásának közelítő meghatározása

A test átlagos hőmérséklete

$$\begin{aligned} \bar{\vartheta}_i(t) = & -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} + 2B_i C_i \frac{J_0(i\bar{v}_i)}{\bar{v}_i^2} e^{-\frac{\bar{v}_i}{R^2} \int_{t-1}^t \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt} - \\ & - 2B_{1i} \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{i\mu} \frac{J_0(v_{i\mu})}{v_{i\mu}^2} e^{-\frac{v_{i\mu}}{R^2} \int_{t-1}^t \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt}. \end{aligned} \quad (34)$$

A (34) kifejezést t szerint deriválva

$$\frac{d\tilde{\vartheta}_i(t)}{dt} = 2 \frac{B_{1i}}{R^2 A(\tilde{\vartheta})} \left[C_i J_0(i\tilde{v}_i) e^{\frac{\tilde{v}_i^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^t \frac{1}{A(\tilde{\vartheta})} dt} + \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{i\mu} J_0(v_{i\mu}) e^{\frac{-v_{i\mu}^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^t \frac{1}{A(\tilde{\vartheta})} dt} \right]. \quad (37)$$

A (11) egyenletből

$$\vartheta_i(1;t) + \frac{B_{0i}}{B_{1i}} = C_i J_0(i\tilde{v}_i) e^{\frac{\tilde{v}_i^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^t \frac{1}{A(\tilde{\vartheta})} dt} + \sum_{\mu=1}^{\infty} D_{i\mu} J_0(v_{i\mu}) e^{\frac{-v_{i\mu}^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^t \frac{1}{A(\tilde{\vartheta})} dt}. \quad (38)$$

A (38) egyenletet a (37) összefüggésbe helyettesítve

$$\frac{d\tilde{\vartheta}_i}{dt} = \frac{2[B_{0i} + B_{1i} \vartheta_i(1;t)]}{R^2 A(\tilde{\vartheta})}. \quad (39)$$

A (39) egyenletet a

$$B_{1i} \vartheta_i(1;t) + B_{0i} = \frac{RQ_i[\vartheta_i(1;t); \vartheta_K(t)]}{k[\vartheta_i(1;t)]}$$

linearizáció figyelembevételével

$$\frac{d\tilde{\vartheta}_i}{dt} = \frac{2Q_i(\vartheta_F; \vartheta_K)}{k(\vartheta_F) A(\tilde{\vartheta})}$$

alakba írhatjuk.

Az $A(\tilde{\vartheta}) = \frac{\gamma c(\tilde{\vartheta})}{k(\tilde{\vartheta})}$ helyettesítéssel és a $k(\vartheta_F) \approx k(\tilde{\vartheta})$ közelítés bevezetésével a

$$\frac{d\tilde{\vartheta}_i}{dt} = \frac{2Q_i(\vartheta_F; \vartheta_K)}{R c(\tilde{\vartheta}) \gamma} \quad (40)$$

differenciálegyenletet kapjuk az átlaghőmérséklet időbeli változásának meghatározására.

A (40) egyenletet átrendezve és az adott $\bar{\vartheta}_i$; $\bar{\vartheta}_{i-1}$ t_i ; t_{i-1} határok között integrálva

$$\frac{R\gamma}{2} \int_{\bar{\vartheta}_{i-1}}^{\bar{\vartheta}_i} \frac{c(\tilde{\vartheta})}{Q(\vartheta_F; \vartheta_K)} d\tilde{\vartheta} = t_i - t_{i-1}. \quad (41)$$

Ha a $\frac{c(\tilde{\vartheta})}{Q(\vartheta_F; \vartheta_K)}$ függvény görbét $\bar{\vartheta}_i$; $\bar{\vartheta}_{i-1}$ között húrjával helyettesít-

jük, úgy a $|\bar{\vartheta}_i, \bar{\vartheta}_{i-1}|$ intervallumra eső felhevítési idő számítására a

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1} = \frac{R\gamma}{4} \left[\frac{c(\bar{\vartheta}_i)}{Q_i} + \frac{c(\bar{\vartheta}_{i-1})}{Q_{i-1}} \right] (\bar{\vartheta}_i - \bar{\vartheta}_{i-1}) \quad (42)$$

kifejezést kapjuk.

A $\bar{\vartheta} = \bar{\vartheta}_i$ átlaghőmérsékletéhez tartozó, a hevítés kezdetétől számított felhevítési időt a

$$t_i = \sum_{i=1}^i \Delta t_i \quad (43)$$

összegezés útján kapjuk.

A (41) kifejezésben előforduló Q beáramló hőmennyiség gyakorlati meghatározása az előző fejezetben ismertetett okokon túlmenően is nehézségbe ütközik. Az iterációs eljárás bevezetésénél ugyanis a Q -t meghatározó $\vartheta_F(t)$; $\vartheta_K(t)$ hőmérsékletek közül a felület hőmérsékletének értékeit ismertük ($\vartheta_F = \bar{\vartheta}_i$ felvettük). Jelen esetben viszont a szakaszhatárokon a test átlagos hőmérsékletét ismerjük (felvettük), a hozzájuk tartozó $\vartheta(1, t_i) = \vartheta_F$ felületi hőmérsékletet nem ismerjük. Az iteráció alkalmazása előtt kénytelenek vagyunk a $\vartheta_F \approx \bar{\vartheta}$ közelítést bevezetni, s így a felületi hőmérséklet helyett az átlaghőmérséklettel számítani a beáramló hőmennyiséget. E közelítés bevezetése után az előző fejezetben ismertetett iterációs eljárást értelemszerűen alkalmazhatjuk.

Megjegyezzük, hogy a $\vartheta_F \approx \bar{\vartheta}$ közelítésből eredő pontatlanság a következő fejezetben ismertetett összefüggések segítségével gyakorlatilag kiküszöbölhető.

2. A hőmérsékleteloszlás meghatározása adott t_i időpontokban

A továbbiakban feltételezzük, hogy már ismerjük (meghatároztuk) a $\bar{\vartheta}_i = \bar{\vartheta}_i$ átlaghőmérsékletéhez tartozó t_i felhevítési időket. A $\bar{\vartheta}_i$; t_i adatrendszer birtokában a differenciálegyenlet $\vartheta_i(\varrho, t)$ megoldásából, ill. a test átlaghőmérsékletének $\bar{\vartheta}_i(t)$ függvényéből t_i időpontokban közelítőleg meghatározhatjuk a test különböző ϱ helyeinek hőmérsékletét.

Amint azt már az I. fejezetből ismerjük, a test hőmérsékleteloszlása adott t_i időpontokban a (11), (16) egyenletek alapján határozható meg. Ugyanígy a test átlaghőmérséklete ($\bar{\vartheta}(t_i)$) a (34), (36) egyenletekből adódik.

Elegendő nagy $|\bar{\vartheta}_i, \bar{\vartheta}_{i-1}|$ intervallum esetén a végtelen sorok első tagjának figyelembevétele is kielégítő pontosságot biztosít, így

$$B_{1i} > 0$$

$$\vartheta_i(\varrho, t_i) \approx -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} + C_i J_0(i\bar{\nu}_i \varrho) e^{-\frac{\nu_i^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{A(\bar{\vartheta})} dt} \quad (44)$$

$$\bar{\vartheta}_i(t_i) \approx -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} + 2C_i B_{1i} \frac{J_0(i\bar{v}_i)}{\bar{v}_i^2} e^{-\frac{\bar{v}_i^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (45)$$

$$B_{1i} < 0$$

$$\vartheta_i(\varrho, t_i) \approx -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} + D_{i1} J_0(v_{i1}\varrho) e^{-\frac{v_{i1}^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (46)$$

$$\bar{\vartheta}_i(t_i) \approx -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} - 2B_{1i} D_{i1} \frac{J_0(v_{i1})}{v_{i1}^2} e^{-\frac{v_{i1}^2}{R^2} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{A(\bar{\theta})} dt} \quad (47)$$

Átrendezve és elosztva a megfelelő két egyenletet

$$B_{1i} > 0$$

$$\frac{\vartheta_i(\varrho, t_i) + \frac{B_{0i}}{B_{1i}}}{\bar{\vartheta}_i(t_i) + \frac{B_{0i}}{B_{1i}}} = \frac{\bar{v}_i \cdot J_0(i\bar{v}_i \varrho)}{2B_{1i} J_0(i\bar{v}_i)} \quad (48)$$

$$B_{1i} < 0$$

$$\frac{\vartheta_i(\varrho, t_i) + \frac{B_{0i}}{B_{1i}}}{\bar{\vartheta}_i(t_i) + \frac{B_{0i}}{B_{1i}}} = \frac{v_{i1}^2 J_0(v_{i1}\varrho)}{2B_{1i} J_0(v_{i1})} \quad (49)$$

A $-i\bar{v}_i J_1(i\bar{v}_i) = B_{1i} J_0(i\bar{v}_i)$, illetve a $-v_{i1} J_1(v_{i1}) = B_{1i} J_0(v_{i1})$ helyettesítés elvégzése után

$$\vartheta_i(\varrho, t_i) \approx -\frac{B_{0i}}{B_{1i}} (1 - E) - E\bar{\vartheta}_i(t) \quad (50)$$

ahol

$$B_{1i} > 0$$

$$E = \frac{\bar{v}_i J_0(i\bar{v}_i \varrho)}{-2i J_1(i\bar{v}_i)} \quad (51)$$

$$B_{1i} < 0$$

$$E = \frac{v_{i1} J_0(v_{i1} \varrho)}{2 J_1(v_{i1})} \quad (52)$$

A fenti eljárás alkalmazásának megkönnyítése céljából a $i\bar{v}_{i1} = 0, 1, \dots, 3, 0$; $v_{i2} = 0, 1, \dots, 2, 4$ saját értékekhez tartozó B_{1i} ; $E(\varrho_1 = 0)$; $E(\varrho_2 = 0, 5)$; $E(\varrho_3 = 1)$ értékeket kiszámítottuk (I. és II. táblázat). E táblázatból tetszőleges $B_{1i} \neq 0$ érték-

I. táblázat

\bar{v}_i	B_{ii}	$E(\varrho = 0)$	$E(\varrho = 0,5)$	$E(\varrho = 1)$
0,10	0,0049975	0,998814	0,9994007	1,0012984
0,12	0,0071861	0,9983361	0,9998346	1,0019301
0,14	0,0097801	0,9971509	0,9983475	1,0020369
0,16	0,0127663	0,9962640	0,9978580	1,0026401
0,18	0,0161413	0,9955752	0,9975664	1,0036394
0,20	0,0199010	0,9950249	0,9975125	1,0049751
0,22	0,0240628	0,9936766	0,9966576	1,0057001
0,24	0,0286013	0,9925558	0,9961890	1,0069479
0,26	0,0335162	0,9916095	0,9957743	1,0084669
0,28	0,0388271	0,9900990	0,9949505	1,0096040
0,30	0,0445042	0,9887937	0,9943309	1,0111404
0,32	0,0505674	0,9870450	0,9933621	1,0125108
0,34	0,0569915	0,9855072	0,9926029	1,0141855
0,36	0,0637591	0,9841443	0,9921159	1,0163258
0,38	0,0709475	0,9819121	0,9907493	1,0176537
0,40	0,0784314	0,9803922	0,9901961	1,0200000
0,42	0,0863840	0,9781090	0,9889660	1,0217327
0,44	0,0945434	0,9760436	0,9878527	1,0238687
0,46	0,1030809	0,9741635	0,9871199	1,0263787
0,48	0,1120181	0,9716599	0,9857490	1,0284048
0,50	0,1212505	0,9693680	0,9845871	1,0309229
0,54	0,1407559	0,9642857	0,9819321	1,0358357
0,58	0,1615176	0,9589947	0,9792295	1,0413723
0,62	0,1835051	0,9535528	0,9766288	1,0473824
0,66	0,2067434	0,9474591	0,9734195	1,0534798
0,70	0,2311374	0,9411132	0,9701936	1,0599758
0,74	0,2566051	0,9345794	0,9668224	1,0670093
0,78	0,2831710	0,9276879	0,9633111	1,0742626
0,82	0,3107530	0,9205209	0,9596430	1,0818882
0,86	0,3393599	0,9129512	0,9556773	1,0896986
0,90	0,3688293	0,9052505	0,9516899	1,0980689
0,94	0,3992752	0,8971178	0,9473474	1,1065051
0,98	0,4304534	0,8889695	0,9431344	1,1155678
1,00	0,4464102	0,8846426	0,9407997	1,1200460
1,10	0,5287664	0,8627451	0,9292369	1,1441726
1,20	0,6153692	0,8395131	0,9167903	1,1700294
1,30	0,7054312	0,8152515	0,9036655	1,1978490
1,40	0,7985966	0,7899786	0,8897529	1,2271528
1,50	0,8942430	0,7639808	0,8752546	1,2580472
1,60	0,9918171	0,7374631	0,8602581	1,2905604
1,70	1,0911151	0,7104944	0,8447423	1,3243331
1,80	1,1916735	0,6832831	0,8288156	1,3594327
1,90	1,2932294	0,6559686	0,8125352	1,3957306
2,00	1,3955492	0,6286778	0,7959501	1,4331276
2,10	1,4984180	0,6015468	0,7791294	1,4715519
2,20	1,6016636	0,5746856	0,7621251	1,5109288
2,30	1,7051608	0,5481933	0,7449837	1,5511732
2,40	1,8087956	0,5221659	0,7277583	1,5922196
2,50	1,9124942	0,4966782	0,7104833	1,6339918
2,60	2,0161676	0,4718043	0,6932126	1,6764481
2,70	2,1197915	0,4475964	0,6759735	1,7195085
2,80	2,2233103	0,4241062	0,6588066	1,7631367
2,90	2,3267046	0,4013719	0,6417375	1,8072773
3,00	2,4299570	0,3794231	0,6248036	1,8518845

II. táblázat *

$\%i$	$-B_{ii}$	$E(\varrho = 0)$	$E(\varrho = 0,5)$	$E(\varrho = 1)$
0,001	0,00000050	1,0000000	0,9999999	0,9999998
0,01	0,00005000	1,0000200	1,0000138	0,9999950
0,02	0,00020000	1,0000500	1,0000250	0,9999500
0,03	0,00045010	1,0001133	1,0000571	0,9998883
0,04	0,00080016	1,0002000	1,0001000	0,9997999
0,05	0,00125040	1,0003120	1,0001558	0,9996870
0,06	0,00180081	1,0004502	1,0002251	0,9995500
0,07	0,00245150	1,0006118	1,0003054	0,9993865
0,08	0,00320256	1,0008006	1,0004003	0,9991999
0,09	0,00405411	1,0010121	1,0005054	0,9989861
0,10	0,00500626	1,0012515	1,0006258	0,9987500
0,11	0,00605917	1,0015132	1,0007558	0,9984859
0,12	0,00721299	1,0018015	1,0009001	0,9981983
0,13	0,00846790	1,0021152	1,0010570	0,9978858
0,14	0,00982408	1,0024545	1,0012269	0,9975486
0,15	0,01128180	1,0028172	1,0014074	0,9971844
0,16	0,01284114	1,0032065	1,0016020	0,9967962
0,17	0,01450245	1,0036213	1,0018093	0,9963832
0,18	0,01626597	1,0040608	1,0020286	0,9959444
0,19	0,01813195	1,0045256	1,0022604	0,9954802
0,20	0,02010066	1,0050170	1,0025061	0,9949920
0,21	0,02217246	1,0055383	1,0027627	0,9944769
0,22	0,02434759	1,0060748	1,0030338	0,9939382
0,23	0,02662645	1,0066420	1,0033166	0,9933732
0,24	0,02900938	1,0072344	1,0036116	0,9927825
0,25	0,03149672	1,0078531	1,0039201	0,9921669
0,26	0,03408887	1,0084977	1,0042413	0,9915261
0,27	0,03678622	1,0091684	1,0045756	0,9908600
0,28	0,03958926	1,0098642	1,0049219	0,9901676
0,29	0,04249833	1,0105867	1,0052818	0,9894507
0,30	0,04551396	1,0113350	1,0056542	0,9887076
0,31	0,04863660	1,0121093	1,0060395	0,9879391
0,32	0,05186674	1,0129101	1,0064378	0,9871452
0,33	0,05520481	1,0137370	1,0068490	0,9863253
0,34	0,05865163	1,0145904	1,0072731	0,9854986
0,35	0,06220747	1,0154699	1,0077101	0,9846085
0,36	0,06587225	1,0163766	1,0081606	0,9837118
0,37	0,06964873	1,0173096	1,0086238	0,9827890
0,38	0,07353538	1,0182693	1,0091001	0,9818403
0,39	0,07753354	1,0192561	1,0095897	0,9808658
0,40	0,08164388	1,0202697	1,0100925	0,9798652
0,41	0,08586705	1,0213105	1,0106085	0,9788388
0,42	0,09020377	1,0223784	1,0111377	0,9777862
0,43	0,09465473	1,0234737	1,0116803	0,9767076
0,44	0,09922076	1,0245958	1,0122357	0,9756023
0,45	0,10390250	1,0257462	1,0128051	0,9744713
0,46	0,10870080	1,0269237	1,0133875	0,9733137
0,47	0,11361650	1,0281291	1,0139834	0,9721299
0,48	0,11865040	1,0293625	1,0145930	0,9709197
0,49	0,12380340	1,0306238	1,0152160	0,9696683
0,50	0,12907630	1,0319129	1,0158521	0,9684191

* Az egyszerűsített eljárással nem szükséges a táblázatban közölt adatokat hét tizedes pontossággal figyelembe venni.

ν_i	$-B_i$	$E(\varrho = 0)$	$E(\varrho = 0,5)$	$E(\varrho = 1)$
0,51	0,1344701	1,0332307	1,0165024	0,9671293
0,52	0,1399858	1,0345767	1,0171661	0,9658125
0,53	0,1456242	1,0359514	1,0178437	0,9644690
0,54	0,1513864	1,0373547	1,0185349	0,9630980
0,55	0,1572733	1,0387871	1,0192401	0,9617016
0,56	0,1632861	1,0402483	1,0199591	0,9602774
0,57	0,1694259	1,0417386	1,0206919	0,9588262
0,58	0,1756973	1,0432585	1,0214390	0,9573480
0,59	0,1820907	1,0448077	1,0221999	0,9558424
0,60	0,1886181	1,0463863	1,0229746	0,9543094
0,61	0,1952770	1,0479950	1,0237639	0,9526396
0,62	0,2020688	1,0496334	1,0245670	0,9511613
0,63	0,2089946	1,0513022	1,0253847	0,9495460
0,64	0,2160558	1,0530015	1,0262167	0,9479033
0,65	0,2232538	1,0547307	1,0270626	0,9462323
0,66	0,2305899	1,0564912	1,0279214	0,9445340
0,67	0,2380655	1,0582826	1,0287987	0,9428077
0,68	0,2456822	1,0601048	1,0296884	0,9410532
0,69	0,2534414	1,0619583	1,0305927	0,9392708
0,70	0,2613445	1,0638437	1,0315121	0,9374600
0,71	0,2693993	1,0657604	1,0324458	0,9356208
0,72	0,2775894	1,0677090	1,0333945	0,9337533
0,73	0,2859343	1,0696901	1,0343584	0,9318575
0,74	0,2944299	1,0717033	1,0353369	0,9299327
0,75	0,3030779	1,0737491	1,0363305	0,9279794
0,76	0,3118800	1,0758277	1,0373394	0,9259972
0,77	0,3208382	1,0779395	1,0383636	0,9239860
0,78	0,3299543	1,0800844	1,0394030	0,9219458
0,79	0,3392303	1,0822629	1,0404578	0,9198764
0,80	0,3486683	1,0844752	1,0415280	0,9177777
0,81	0,3582703	1,0867214	1,0426138	0,9156494
0,82	0,3680385	1,0890017	1,0437150	0,9134915
0,83	0,3779748	1,0913169	1,0448322	0,9113042
0,84	0,3880817	1,0936668	1,0459652	0,9090869
0,85	0,3983614	1,0960518	1,0471142	0,9068398
0,86	0,4088582	1,0983596	1,0481717	0,9044699
0,87	0,4194491	1,1009277	1,0494597	0,9022549
0,88	0,4302618	1,1034197	1,0506570	0,8999173
0,89	0,4412574	1,1059475	1,0518701	0,8975488
0,90	0,4524381	1,1085122	1,0531001	0,8951500
0,91	0,4638071	1,1111135	1,0543463	0,8927203
0,92	0,4753670	1,1137518	1,0556089	0,8902596
0,93	0,4871206	1,1164275	1,0568883	0,8877679
0,94	0,4990709	1,1191411	1,0581846	0,8852450
0,95	0,5112210	1,1218925	1,0594976	0,8826906
0,96	0,5235741	1,1246825	1,0608278	0,8801047
0,97	0,5361331	1,1275113	1,0621750	0,8774872
0,98	0,5489017	1,1303791	1,0635395	0,8748379
0,99	0,5618831	1,1332861	1,0649212	0,8721565
1,00	0,5758809	1,1362330	1,0663203	0,8694429
1,01	0,5884987	1,1392199	1,0677370	0,8666968
1,02	0,6021402	1,1422474	1,0691715	0,8639184
1,03	0,6160093	1,1453156	1,0706236	0,8611071
1,04	0,6301098	1,1484253	1,0720940	0,8582631
1,05	0,6444460	1,1515764	1,0735821	0,8553859
1,06	0,6590219	1,1547696	1,0750885	0,8524754

ν_{it}	$-B_{it}$	$E(q = 0)$	$E(q = 0,5)$	$E(q = 1)$
1,07	0,6738420	1,1580051	1,0766132	0,8495315
1,08	0,6889106	1,1612835	1,0781564	0,8465540
1,09	0,7042324	1,1646050	1,0797180	0,8435426
1,10	0,7198121	1,1679702	1,0812984	0,8404971
1,11	0,7356545	1,1713795	1,0828978	0,8374175
1,12	0,7517698	1,1748332	1,0845159	0,8343032
1,13	0,7681483	1,1783321	1,0861536	0,8311546
1,14	0,7848101	1,1818762	1,0878102	0,8279710
1,15	0,8017560	1,1854660	1,0894862	0,8247522
1,16	0,8189915	1,1891023	1,0911819	0,8214981
1,17	0,8365226	1,1927855	1,0928974	0,8182087
1,18	0,8543554	1,1965157	1,0946325	0,8148833
1,19	0,8724963	1,2002939	1,0963880	0,8115221
1,20	0,8908518	1,2041202	1,0981636	0,8081245
1,21	0,9097886	1,2079954	1,0999594	0,8046906
1,22	0,9288335	1,2119198	1,1017760	0,8012200
1,23	0,9482741	1,2158941	1,1036131	0,7977124
1,24	0,9680575	1,2199189	1,1054713	0,7941677
1,25	0,9881918	1,2239942	1,1073503	0,7905854
1,26	1,0086847	1,2281214	1,1092507	0,7869655
1,27	1,0295446	1,2323002	1,1111724	0,7833075
1,28	1,0507799	1,2365319	1,1131159	0,7796114
1,29	1,0723997	1,2408167	1,1150810	0,7758768
1,30	1,0944129	1,2451553	1,1170682	0,7721034
1,31	1,1168297	1,2495481	1,1190774	0,7682908
1,32	1,1396593	1,2539961	1,1211091	0,7644389
1,33	1,1629123	1,2584996	1,1231632	0,7605474
1,34	1,1865993	1,2630594	1,1252402	0,7566159
1,35	1,2107313	1,2676763	1,1273402	0,7526443
1,36	1,2353199	1,2723505	1,1294633	0,7486300
1,37	1,2603766	1,2770832	1,1316099	0,7445790
1,38	1,2859144	1,2818744	1,1337801	0,7404847
1,39	1,3119459	1,2867260	1,1359742	0,7363489
1,40	1,3384845	1,2916375	1,1381922	0,7321713
1,41	1,3655441	1,2966101	1,1404344	0,7279516
1,42	1,3931393	1,3016445	1,1427013	0,7236893
1,43	1,4212849	1,3067415	1,1449928	0,7193843
1,44	1,4499971	1,3119019	1,1473095	0,7150359
1,45	1,4792917	1,3171264	1,1496512	0,7106441
1,46	1,5091864	1,3224158	1,1520188	0,7062083
1,47	1,5396984	1,3277710	1,1544118	0,7017283
1,48	1,5708467	1,3331295	1,1568308	0,6972036
1,49	1,6026505	1,3386816	1,1592762	0,6926339
1,50	1,6351298	1,3442390	1,1617482	0,6880188
1,51	1,6683061	1,3498654	1,1642470	0,6833578
1,52	1,7022017	1,3555616	1,1667726	0,6786504
1,53	1,7368388	1,3613291	1,1693258	0,6738967
1,54	1,7722426	1,3671683	1,1719066	0,6690957
1,55	1,8084381	1,3730800	1,1745152	0,6642472
1,56	1,8454509	1,3790657	1,1771523	0,6593511
1,57	1,8833097	1,3851261	1,1798179	0,6544064
1,58	1,9220439	1,3912600	1,1825122	0,6494128
1,59	1,9616831	1,3974747	1,1852356	0,6443701
1,60	2,0022596	1,4037651	1,1879887	0,6392777
1,61	2,0438076	1,4101343	1,1907715	0,6341350
1,62	2,0863619	1,4165832	1,1935842	0,6289417

η_{it}	$-B_{it}$	$E(\varrho = 0)$	$E(\varrho = 0,5)$	$E(\varrho = 1)$
1,63	2,1299600	1,4231132	1,1964276	0,6236972
1,64	2,1746411	1,4297252	1,1993018	0,6184009
1,65	2,2204453	1,4364206	1,2022074	0,6130527
1,66	2,2674175	1,4432001	1,2051443	0,6076516
1,67	2,3156023	1,4500651	1,2081129	0,6021973
1,68	2,3650501	1,4570170	1,2111138	0,5966892
1,69	2,4158097	1,4640567	1,2141476	0,5911268
1,70	2,4679349	1,4711859	1,2172144	0,5850900
1,71	2,5214844	1,4784052	1,2203142	0,5798370
1,72	2,5765172	1,4857164	1,2234479	0,5741083
1,73	2,6330978	1,4931208	1,2266161	0,5683230
1,74	2,6912932	1,5006199	1,2298988	0,5624805
1,75	2,7511761	1,5082145	1,2330565	0,5565802
1,76	2,8128212	1,5159065	1,2363296	0,5506215
1,77	2,8763122	1,5236971	1,2396386	0,5446036
1,78	2,9417336	1,5315880	1,2429839	0,5385260
1,79	3,0091775	1,5395804	1,2463659	0,5323880
1,80	3,0787425	1,5476761	1,2497853	0,5261880
1,81	3,1505315	1,5558767	1,2532426	0,5199281
1,82	3,2246587	1,5641836	1,2567378	0,5136047
1,83	3,3012422	1,5725983	1,2602718	0,5072182
1,84	3,3804082	1,5811230	1,2628453	0,5007679
1,85	3,4629969	1,5897587	1,2674582	0,4942528
1,86	3,5470540	1,5985072	1,2711115	0,4876723
1,87	3,6348374	1,6073517	1,2748052	0,4810256
1,88	3,725818	1,6163450	1,2785405	0,4743119
1,89	3,8201784	1,6254507	1,2823177	0,4675305
1,90	3,9181179	1,6346839	1,2861482	0,4606843
1,91	4,0198490	1,6440114	1,2899997	0,4537608
1,92	4,1125604	1,6534773	1,2939056	0,4467709
1,93	4,2356343	1,6630696	1,2978562	0,4397098
1,94	4,3502113	1,6727902	1,3018512	0,4325767
1,95	4,4696356	1,6826408	1,3058917	0,4253684
1,96	4,5942230	1,6926246	1,3099784	0,4180903
1,97	4,7243338	1,7027429	1,3141117	0,4107351
1,98	4,8603515	1,7129981	1,3182923	0,4033042
1,99	5,0026974	1,7233928	1,3225212	0,3957968
2,00	5,1518401	1,7339292	1,3267987	0,3882108
2,01	5,3082922	1,7446096	1,3311257	0,3805461
2,02	5,4726164	1,7554367	1,3355029	0,3728016
2,03	5,6454420	1,7664127	1,3399309	0,3649758
2,04	5,8274616	1,7775402	1,3444107	0,3570680
2,05	6,0194488	1,7888220	1,3489430	0,3490768
2,06	6,2222643	1,8002609	1,3535285	0,3410013
2,07	6,4368761	1,8118593	1,3581681	0,3328400
2,08	6,6643701	1,8236202	1,3628624	0,3245918
2,09	6,9059665	1,8355466	1,3676129	0,3162555
2,10	7,1630447	1,8476414	1,3724199	0,3078300
2,11	7,4371839	1,8599072	1,3772839	0,2993136
2,12	7,7301634	1,8723476	1,3822066	0,2907054
2,13	8,0440434	1,8849658	1,3871889	0,2820037
2,14	8,3811865	1,8977647	1,3922312	0,2732071
2,15	8,7443102	1,9107480	1,3973350	0,2643147
2,16	9,1366122	1,9239186	1,4025007	0,2553244
2,17	9,5617964	1,9372803	1,4077297	0,2462351
2,18	10,0242465	1,9508371	1,4130234	0,2370452

ν_i	$-B_i$	$E(\varrho = 0)$	$E(\varrho = 0,5)$	$E(\varrho = 1)$
2,19	10,5291626	1,9645918	1,4183820	0,2277532
2,20	11,0827574	1,9785489	1,4238073	0,2183572
2,21	11,6925230	1,9927115	1,4293000	0,2088557
2,22	12,3675457	2,0070844	1,4348617	0,1992473
2,23	13,1190411	2,0216712	1,4404931	0,1895299
2,24	13,9608971	2,0364762	1,4461957	0,1797019
2,25	14,9106089	2,0515031	1,4519704	0,1697617
2,26	15,9905311	2,0667574	1,4578189	0,1597070
2,27	17,2296024	2,0822425	1,4637423	0,1495362
2,28	18,6660715	2,0979635	1,4697417	0,1392473
2,29	20,3514883	2,1139252	1,4758189	0,1288383
2,30	22,3570628	2,1301325	1,4819754	0,1183071
2,31	24,7840941	2,1465900	1,4882117	0,1076517
2,32	27,7817742	2,1633033	1,4945304	0,0968699
2,33	31,5782873	2,1802769	1,5009321	0,0859594
2,34	36,5439647	2,1975173	1,5074191	0,0749180
2,35	43,3183344	2,2150290	1,5139925	0,0637432
2,36	53,1117668	2,2328182	1,5206539	0,0524328
2,37	68,5247719	2,2508909	1,5274053	0,0409844
2,38	96,3482376	2,2692532	1,5342485	0,0293955
2,39	161,6955900	2,2879107	1,5411847	0,0176631
2,40	497,8845180	2,3068703	1,5482161	0,0057849

hez tartozó ν_i ; $i\bar{\nu}_i$; $E(\varrho_1 = 0)$; $E(\varrho_2 = 0,5)$; $E(\varrho_3 = 1)$ állandók interpolációval megfelelő pontossággal számíthatók.

Ezután visszatérünk az előző fejezetben bevezetett $\vartheta_F \approx \tilde{\vartheta}$ közelítésből eredő pontatlanság kiküszöbölhetőségének vizsgálatára.

A Q_i beáramló hőmennyiség meghatározásánál alkalmazott iteráció célszerű folytatásával az (50), (51), (52) összefüggések segítségével a $\vartheta_i \approx \tilde{\vartheta}$ közelítés kiküszöbölhető.

Adott $|\bar{\vartheta}_i, \bar{\vartheta}_{i-1}|$ intervallumban, miután a $\vartheta_1 \approx \tilde{\vartheta}_i$ közelítéssel az iterációt befejeztük $Q_i(t_i^{(n-1)}) \approx Q_i(t_i^{(n)})$, az utolsó lépéshez tartozó B_{0i} ; B_{1i} értékekkel az (50), (55), (52) egyenletekből kiszámítható a $\tilde{\vartheta}_i(t_i)$ átlaghőmérséklethez tartozó $\vartheta_i(1; t_i) = \vartheta_F$ felületi hőmérséklet közelítő értéke. Az így kapott felületi hőmérsékletből és a $Q_i(t_i)$ hőmennyiség számításánál figyelembe vett kemencehőmérsékletből (a $\vartheta_F \approx \tilde{\vartheta}_i$ közelítéssel végzett iteráció utolsó lépésekor kapott kemencehőmérséklet) számítható egy pontosabb $Q_i(\vartheta_F^{(0)})$; $\vartheta_K(t_i^{(n)})$ beáramló hőmennyiség, mellyel még egy iterációs lépést számítva a felhevítési idő értékét korrigálhatjuk.

III. Alkalmazás

Az egyszerűsített eljárás alkalmazását az V. közleményben ismertett konkrét hevítési folyamat meghatározásával fogjuk bemutatni. Számítási eredményeinket összehasonlítjuk a mérési eredményekkel, valamint az V. közlemény (B) számítása során kapott értékekkel [4].

A 80 mm átmérőjű 0,20% C, 0,18% Cr, 0,28% Ni, 0,42% Mn és 0,19% Si összetételű hengersizmetrikus acélestet termikus paramétereinek adatrendszerét az idézett közlemény I. és II. táblázataiban találjuk [3].

A testet $\vartheta_K(t)$ hőmérsékletű elektromos ellenállásfűtésű kemencében $\vartheta_0 = 20\text{ C}^\circ$ kezdő hőmérsékletről kiindulva $\vartheta_{\text{vég}} = 770\text{ C}^\circ$ véghőmérsékletre hevítjük. A kemence hőmérsékletét mérés útján meghatároztuk (V. közlemény. III. táblázat).

Az egyszerűsített eljárással meghatároztuk az átlaghőmérséklet $\bar{\vartheta}(t_i)$ adatrendszerét és egyes t_i időpontokban a felület ϑ_F és középpont ϑ_B hőmérsékleteit. A számítást a III. táblázatban foglaltuk össze.

A táblázat első sorában kiszámítottuk a $\vartheta_0 = 20\text{ C}^\circ$ test és $\vartheta_K = 929\text{ C}^\circ$ kemencehőmérsékletnek megfelelő $\frac{c(\vartheta_0)}{Q}$ értékét $\left(\frac{c(\vartheta_0)}{Q} = 1,22982 \cdot 10^{-6}\right)$. Az iterációs eljárás első lépésekor feltételeztük, hogy a kemence hőmérséklete a $\vartheta_0 - \bar{\vartheta}_1$ hőmérsékletnövekedés közben nem változik ($\vartheta_K = 929\text{ C}^\circ$). E feltételezésnek megfelelően a táblázat második sorában a $\bar{\vartheta}_1 = 200\text{ C}^\circ$ test és $\vartheta_K = 929\text{ C}^\circ$ kemencehőmérséklet mellett beáramló hőmennyiséget határoztuk meg $\left(Q = 68398 \frac{\text{Kal}}{\text{m} \cdot \text{o}}\right)$. E hőmennyiséggel számított $\frac{c(\bar{\vartheta}_1)}{Q}$ -hoz hozzáadtuk a $\bar{\vartheta}_0$ -hoz tartozó pontos $\frac{c(\bar{\vartheta}_0)}{Q}$ értékét, majd az így kapott összeget megszoroztuk $K \gamma \Delta \bar{\vartheta}_1$ -gyel. A $\Delta \bar{\vartheta}_1 = \bar{\vartheta}_1 - \vartheta_0$ hőmérsékletnövekedés ideje „0” rendű közelítésben $t_1^{(0)} = 2,60$ perc. A $t_1^{(0)} = 2,60$ percben mért kemencehőmérséklet $\vartheta_K(2,60) = 768\text{ C}^\circ$. E kemencehőmérséklettel megismételve a számítást a $\frac{c(\bar{\vartheta}_1)}{Q} = 2,60019 \cdot 10^{-6}$. Az összeadás és szorzás elvégzése után a felhevítési idő elsőrendű közelítésére $t_1^{(1)} = 3,20$ percet kaptunk.

Az iterációt az első szakaszon belül addig folytattuk, míg $|\vartheta_K(t_1^{(n)}) - \vartheta_K(t_1^{(n-1)})| \leq 1\text{ C}^\circ$ nem lett. Az így kapott $Q_0 = 89\,444$, illetve $Q_1 = 43\,227$ adatokból az I. táblázat segítségével, az (50) egyenlet alapján meghatároztuk a felületi hőmérséklet közelítő értékét ($\vartheta(1, t_1^{(n)}) = 210,2\text{ C}^\circ$). E felületi hőmérséklettel még egy iterációs lépést számítva a $\vartheta_F \approx \bar{\vartheta}$ közelítésből eredő pontatlanságot gyakorlatilag kiküszöböltük.

Szakasról-szakaszra előrehaladva az egész hevítési tartományon belül meghatároztuk a felvett $\bar{\vartheta}_i = \bar{\vartheta}_i$ átlaghőmérsékletekhez tartozó t_i felhevítési időket. A számítás során kapott közelítő felületi és központi hőmérsékleteket a IV. táblázatban közöljük.

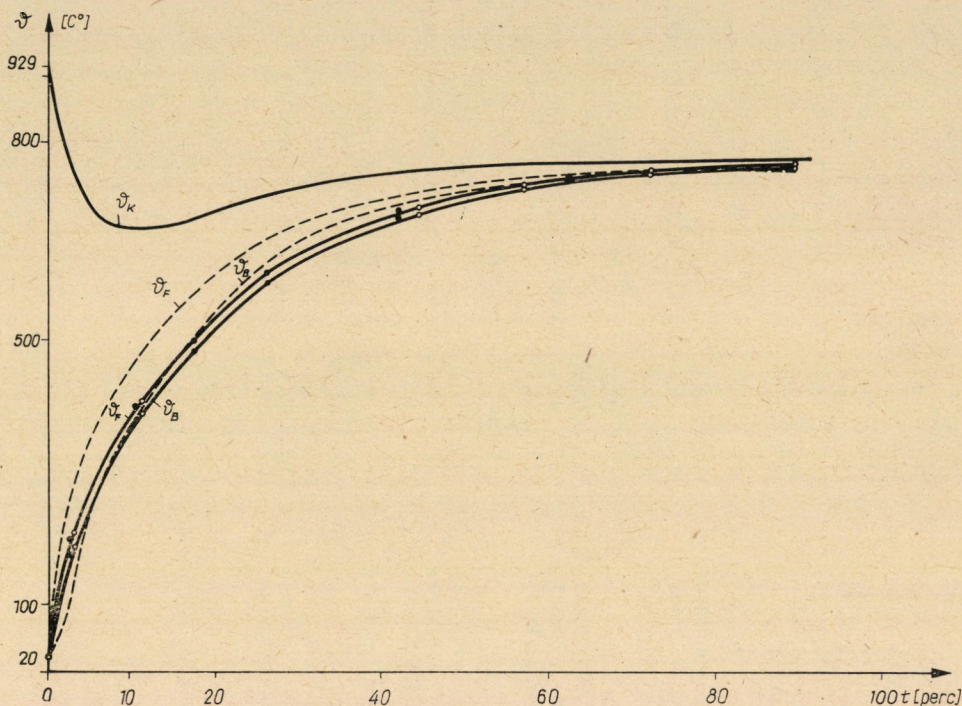
A 4. ábrán folytonos vonallal berajzoltuk az egyszerűsített eljárással kapott felületi és középponti hőmérsékletek görbéit, szaggatott vonallal pedig a mért felületi és középponti hőmérsékleteket. Az V. közlemény (B) számításának értékeit pontokkal jelöljük.

700	0,232	27,7 63,9 41,3 44,3 43,4 44,4	724 771 754 758 757 758	997 1044 1027 1031 1030 1031	973 973 973 973 977 977	3 445 12 571 9 316 10 068 9 219 9 408	67,35180 18,45590 24,90290 23,04420 25,16540 24,65990	100	36,2 13,6 16,6 15,7 16,7 16,5	63,9 41,3 44,3 43,4 44,4 44,2	27,36	14,71930	-0,07270	65,61098	16,2	687,4	703,6
737	0,280	44,2 58,4 56,4	758 769 769	1031 1042 1042	1010 1010 1011	4 785 5 981 5 771	58,81860 46,81490 48,51850	37	14,2 12,2 12,5	58,4 56,4 56,7	25,87	9,24778	-0,14788	118,2346	28,8	710,4	739,2
750	0,334	56,7 65,2 64,4	769 772 772	1042 1045 1045	1023 1023 1023,7	3 599 4 185 4 055	92,80360 79,80881 82,36740	13	8,5 7,7 7,9	65,2 64,4 64,6	25,16	6,65342	-0,19956	156,3234	37,8	713,8	751,6
760	0,300	64,6 74,4 73,5	772 774 774	1045 1047 1047	1033 1033 1033,5	2 313 2 709 2 614	129,70160 110,74200 114,76670	10	9,8 8,9 9,1	74,4 73,5 73,7	24,90	4,34483	-0,23086	179,7977	44,5	716,6	761,1
770	0,266	73,7 94,6 87,9 89,4	774 777 776 776	1047 1050 1049 1049	1043 1043 1043 1043,3	787 1 380 1 181 1 135	337,99241 192,7536 225,2140 234,3610	10	20,9 14,2 15,7 16,1	94,6 87,9 89,4 89,8	24,53	1,92581	-0,24190	188,1904	45,2	725,3	770,5

² Qi-t a sugárzási törvénnyel (36) számítjuk. Az $\epsilon Cs = 4,3$.

IV. táblázat

t_i [perc]	δ_F [C°]	δ_B [C°]	t_i [perc]	δ_F [C°]	δ_B [C°]
0	20	20	56,7	739,2	734,8
3,5	210	190	64,5	751,6	748,4
11,8	409	391	73,6	761,1	759,0
27,7	606	594	89,8	770,5	769,5
44,2	704	696			



4. ábra

Megállapítható, hogy az egyszerűsített eljárás, mely eléggé gyorsan számítható, a gyakorlati követelményeknek megfelelő pontossággal szolgáltatja a felhevítés teljes idejét.

IRODALOM

1. JAHNKE—EMDE: Tafeln höherer Funktionen. Leipzig. 1952.
2. Metals Handbook. Edition 1948. (313—314. o.)
3. W. HEILIGENSTAEDT: Wärmetechnische Rechnungen für Industrieöfen. Düsseldorf. 1951.
4. MTA Műsz. Tud. Osztályának Közleményei (XXV. kötet 199/228).

ÖSSZEFOGLALÁS

A szerző az időben változó hőmérsékletű közegben hevített test hőmérsékleteloszlását az állandó hőmérsékletű hevítésre érvényes differenciálegyenlet megoldásból iterációs eljárással határozza meg. Közelítő eljárást dolgoz ki a test átlaghőmérsékletének és hőmérsékleteloszlásának meghatározására.

ÚJ ELJÁRÁS KISMEREVSÉGŰ HEVEDEREKKEL BÍRÓ KERETTARTÓK SZÁMÍTÁSÁRA

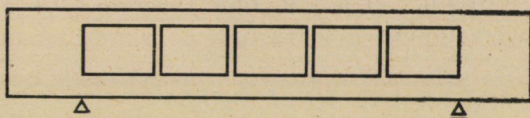
CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA
AZ MTA ÉPÍTÉS- ÉS KÖZLEKEDÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. március 31-én]

I. Bevezetés

Egyik előző dolgozatunkban [10] fokozatosan közelítő eljárást mutatunk be kismerevségű hevederekkel bíró kerettartók (1. ábra) számítására. Az alábbiakban ugyanezen feladat közelítő megoldására alkalmas analitikai eljárást ismertetünk.



1. ábra. Tömörvégű hevederes tartó

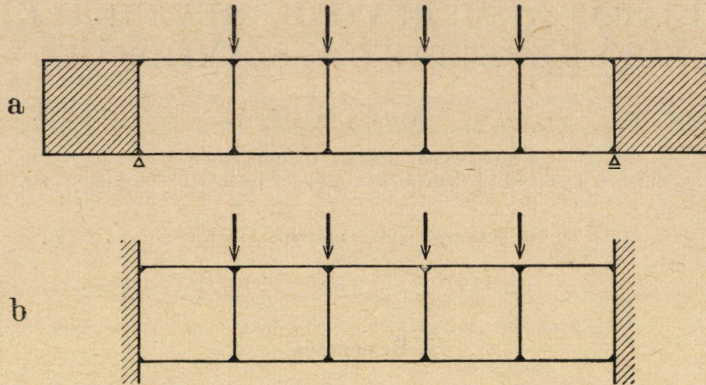
Az új eljárás az előbbivel szemben főleg akkor jelent egyszerűsítést, ha a tartónak sok hevedere van, a tartót terhelő összpontosított erők pedig jó közelítéssel valamely egyszerű megoszló terheléssel helyettesíthetők.

II. Számítási feltevések

Csak kéttámaszú elrendezésű, párhuzamos övű oly kerettartókkal foglalkozunk, melyek hevederei egyenlő osztástávolságokban helyezkednek el. Feltesszük, hogy a tartó övei végig azonos keresztmetszetűek, az összes hevederek pedig egyforma alakú, állandó, vagy változó keresztmetszetű rudak.

Terhelésként a csomópontokra ható függélyes erőket tételezünk fel.

Vizsgálatainkban csak a hajlítónyomatékok okozta alakváltozásokra vagyunk tekintettel. Oldalirányú elmozdulásokat nem engedünk meg, s az egyszerűség kedvéért a két öv alakváltozását egymással azonosnak tekintjük. E kikötések folytán a tömörvégű tartókat (2. ábra) befogott tartóként vehetjük számításba.



2. ábra. Tömörvégű helyettesítő tartó (a) erőtani vázlata (b)

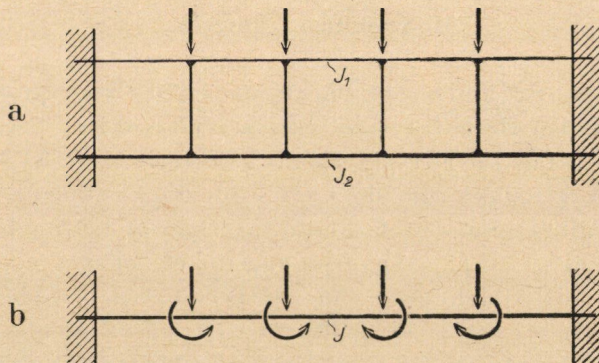
III. A helyettesítő tartó fogalma

Tárgyalásaink során célszerű lesz a hevederes tartót egyetlen övvel bíró oly tartóval helyettesíteni, melynek inercianyomatéka a hevederes tartó felső és alsó övkeresztmetszetének együttes inercianyomatékával egyenlő:

$$J = J_1 + J_2. \quad (1)$$

E tartót *helyettesítő tartónak* nevezzük. Ezen a hevedereknek a tartó alakváltozásra gyakorolt gátló hatását a csomópontok rugalmas befogásával pótoljuk (3. ábra). Ha a hevederek felső és alsó végének merevségét — a fent és lent egyidejűleg egységnyi szögforgást előidéző nyomatékokat — K_{12} , illetve K_{21} betűvel jelöljük, a helyettesítő tartó rugalmas befogásának ágyazási tényezője:

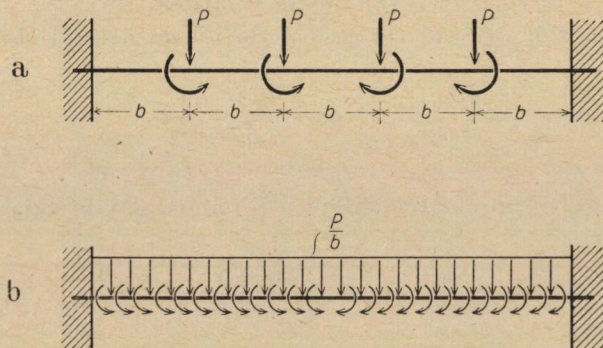
$$K = K_{12} + K_{21}. \quad (2)$$



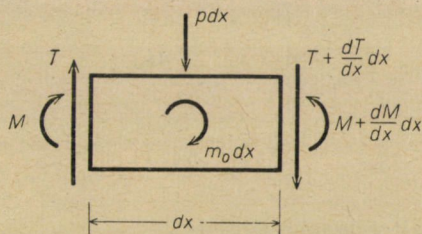
3. ábra. Hevederes tartó (a) és a helyettesítő tartó (b)

A helyettesítő tartóra ható összpontos erőket és a hevederek helyén működő befogásokat célszerű lesz folytonosan megoszló erőkkel, illetve a tartó teljes hossza mentén folytonosan működő rugalmas befogással helyettesíteni (4. ábra). Ha a hevederek osztástávolsága b , a P összpontos erőket helyettesítő megoszló terhelés fajlagos értéke

$$p = \frac{P}{b}, \quad (3)$$



4. ábra. A helyettesítő tartón működő összpontos (a) és megoszló (b) erőhatások



5. ábra. A helyettesítő tartó elemi szakaszán működő erőhatások

a tartó teljes hosszában működő rugalmas befogás ágyazási tényezője pedig

$$k = \frac{K}{b}, \quad (4)$$

IV. Az új eljárás ismertetése

Messük ki a helyettesítő tartó dx hosszúságú elemi szakaszát (5. ábra), s írjuk fel az erre működő erőhatások egyensúlyi egyenleteit:

$$p dx + \frac{dT}{dx} dx = 0, \quad (5)$$

$$m_0 dx + T dx - \frac{dM}{dx} dx = 0, \quad (6)$$

Ezekben az egyenletekben T a helyettesítő tartó keresztmetszetére jutó nyíróerőt, M a hajlító nyomatékot, m_0 pedig a rugalmas befogásból származó megoszló nyomaték fajlagos értékét jelenti. Utóbbi az elfordulás szögével arányos, nevezetesen

$$m_0 = -k \frac{dy}{dx}, \quad (7)$$

ha ti. $y = y(x)$ a tartó tengelyvonalának lehajlása.

Ha az x szerint derivált (6) egyenletbe dT/dx -nek (5) alatti értékét be-
visszük, a

$$\frac{dm_0}{dx} - p - \frac{d^2M}{dx^2} = 0 \quad (8)$$

egyensúlyi feltételt kapjuk. Utóbbiból a (7) alattiaknak, valamint a szilárdságtanból ismert

$$M = -EJ \frac{d^2y}{dx^2} \quad (9)$$

összefüggésnek a felhasználásával a következő egyenletet vezethetjük le:

$$EJ \frac{d^4y}{dx^4} - k \frac{d^2y}{dx^2} = p.$$

Innen az

$$a = \left(\frac{k}{EI} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

jelöléssel feladatunk differenciálegyenlete:

$$\frac{d^4y}{dx^4} - a^2 \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p(x)}{EJ}. \quad (11)$$

A fenti differenciálegyenlet általános megoldása

$$y = A \sinh ax + B \cosh ax + Cx + D + y_0(x), \quad (12)$$

ahol $y_0(x)$ a differenciálegyenlet valamely tetszőleges partikuláris megoldása, az A, B, C, D értékek pedig egyelőre ismeretlen együtthatók. Utóbbiak értékét a feladat határfeltételeiből lehet meghatározni. Ily módon a helyettesítő tartó tengelyvonalának lehajlásfüggvénye ismeretessé válik, s így a (7) képlet segítségével az $m_0 = m_0(x)$ nyomatékértékek is számíthatók.

A fentiekben a tartót teljes hosszában rugalmasan befogottnak tekintetük. Ha erről a képzeletbeli állapotról a b osztástávolságokban működő befogá-

sok esetére akarunk visszatérni, illetve a hevederek helyén a helyettesítő tartóra működő M_0 befogó nyomatékokat akarjuk meghatározni, akkor az előbbi m_0 értékeket a megfelelő szakaszhosszakkal meg kell szoroznunk. Ezek szerint a közbenső hevederállásokban

$$M_0 = bm_0, \quad (13)$$

a tartóvégeken pedig, aszerint, hogy a helyettesítő tartó végei szabadok, vagy befogottak,

$$M_0 = \frac{bm_0}{2}, \text{ illetve } M_0 = 0. \quad (14)$$

Ismervén a helyettesítő tartóra működő M_0 rugalmas befogó nyomatékokat, a helyettesítő tartó M^* hajlító nyomatékait a tartók tanából ismert módszerekkel állapíthatjuk meg.

Ezek után az eredeti tartó nyomatékainak meghatározása sem okozhat már nehézséget. Az eredeti tartó felső, illetve alsó övének hajlító nyomatékait (M_1^* -ot, illetve M_2^* -ot) ui. közelítőleg úgy kapjuk meg, hogy a helyettesítő tartó M^* hajlító nyomatékait az övek inercianyomatéka arányában szétosztjuk:

$$M_1^* = \frac{J_1}{J_1 + J_2} M^*, \quad M_2^* = \frac{J_2}{J_1 + J_2} M^*. \quad (15)$$

Hasonló módon határozhatjuk meg az M_0 nyomatékból a felső és az alsó övre jutó M_{12} , illetve M_{21} nyomatékreszleteket is. Utóbbiakat úgy kapjuk meg, hogy az M_0 nyomatékot a felső és alsó hevedervégek merevsége arányában szétosztjuk:

$$M_{12} = \frac{K_{12}}{K_{12} + K_{21}} M_0, \quad M_{21} = \frac{K_{21}}{K_{12} + K_{21}} M_0. \quad (16)$$

Megjegyezzük, hogy az M^* és M_0 nyomatékoknak a (15), (16) képletek szerint való szétosztása olyankor ad igen jó közelítést, amidőn

$$J_1 : J_2 = K_{12} : K_{21}.$$

Ha ez a feltétel nem teljesül, az eredmény kisebb pontosságú lesz, de az M_0 nyomatékok aránylag kis értékére való tekintettel a gyakorlat igényeinek általában így is meg fog felelni.

Megemlítjük még, hogy olyankor — mint pl. vagonvázak példájában — amidőn az övek hosszváltozása nem hanyagolható el, a számítás ugyanolyan elvek szerint végezhető el, mint az itt tárgyalt esetben, de természetesen, a számítási munka valamivel hosszadalmasabb. A számításnak ezt az általánosabb módozatát külön tanulmányban fogjuk ismertetni.

V. Egyenletes terhelés példája

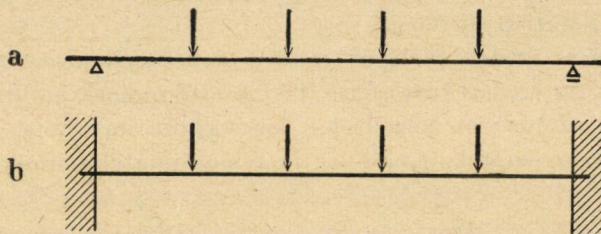
Mutassuk be, miként alakul a számítás olyankor, amidőn a tartó valamennyi hevederállására azonos P teher hat.

Ilyenkor a (12) képletben előforduló $y_0 = y_0(x)$ partikuláris megoldásként az

$$y_0 = -\frac{px^2}{2k}$$

függvényt célszerű választani. Így a lehajlásfüggvény általános alakja a következő lesz:

$$y = A \sinh ax + B \cosh ax + Cx + D - \frac{px^2}{2k}.$$



6. ábra. Szabad (a), illetve befogott (b) végű helyettesítő tartó

Ha a koordinátarendszer kezdőpontját a helyettesítő tartó középső keresztmetszetébe helyezzük, s a tartó teljes nyílását $2l$ betűvel jelöljük, az A, B, C, D együtthatókra, valamint a tartó lehajlásfüggvényére az alábbi kifejezéseket kapjuk

a) szabad tartóvégek esetében (6a ábra) a határfeltételek:

$$y(\pm l) = 0, \quad y''(\pm l) = 0.$$

Ilyenkor a lehajlásfüggvény (12) jelű képletében

$$A = 0, \quad B = \frac{P}{k a^2 \cosh al},$$

$$C = 0, \quad D = \frac{P}{k} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{1}{a^2} \right),$$

s így a keresett lehajlásfüggvény:

$$y = \frac{P}{k} \left(\frac{l^2 - x^2}{2} - \frac{\cosh al - \cosh ax}{a^2 \cosh al} \right). \quad (17)$$

Ekkor tehát a tartó teljes hosszán működő rugalmas befogás folytán a tartóra gyakorolt nyomatékok fajlagos értéke a (7) alattiak figyelembevételével:

$$m_0 = p \left(x - \frac{\sinh ax}{a \cosh al} \right). \quad (18)$$

b) befogott tartóvégek esetében (6b ábra) a teljesítendő határfeltételek

$$y(\pm l) = 0, \quad y'(\pm l) = 0.$$

Ilyenkor a (12) alatti általános megoldás képletében előforduló állandók

$$\begin{aligned} A &= 0, & B &= \frac{pl}{ka \sinh al}, \\ C &= 0, & D &= \frac{p}{k} \left(\frac{l^2}{2} - \frac{l \cosh al}{a \sinh al} \right). \end{aligned}$$

Igy a keresett lehajlásfüggvény

$$y = \frac{p}{k} \left[\frac{l^2 - x^2}{2} - \frac{l(\cosh al - \cosh ax)}{a \sinh al} \right], \quad (19)$$

a rugalmas befogás folytán a tartóra gyakorolt nyomatékok fajlagos értéke pedig

$$m_0 = p \left(x - \frac{l \sinh ax}{\sinh al} \right). \quad (20)$$

VI. Alkalmazási példa

Alkalmazzuk eljárásunkat a [10] dolgozatban példaként említett, a végein tömör kialakítású tartóra (7. ábra). Legyen e tartó felső, illetve alsó övének inercianyomatéka

$$J_1 = 4,0, \quad J_2 = 5,8,$$

az övrudak merevsége

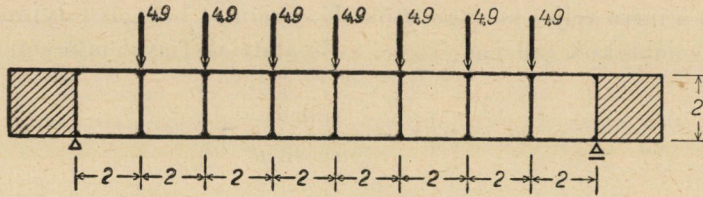
$$K_1 = \frac{EJ_1}{b} = 2,0E, \quad K_2 = \frac{EJ_2}{b} = 2,9E,$$

a hevedervégek merevségi tényezői pedig

$$K_{12} = 0,1E, \quad K_{21} = 0,1E.$$

Az adott esetben a helyettesítő tartó inercianyomatéka

$$J = J_1 + J_2 = 9,8,$$



7. ábra. Számpélda

a hevederek helyén működő rugalmas befogások ágyazási tényezője pedig

$$K = K_1 + K_2 = 0,2E.$$

A helyettesítő tartóra működő P erőket oly megoszló erőkké pótolhatjuk, melyek fajlagos értéke

$$p = \frac{P}{b} = 2,45.$$

A b osztástávolságokban koncentráltan érvényesülő befogásokat pedig a tartó teljes hosszán működő oly befogással helyettesíthetjük, melynek ágyazási tényezője

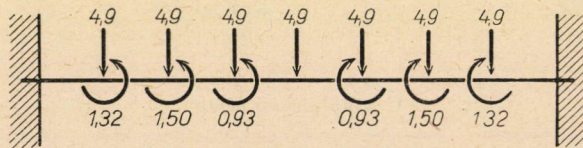
$$k = \frac{K}{b} = 0,1E.$$

Így az adott esetben a (10) alatti α tényező értéke

$$\alpha = \left(\frac{k}{EJ} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,101.$$

Ezek után a helyettesítő tartó teljes hosszában működő rugalmas befogás folytán a tartóra gyakorolt nyomatékok fajlagos értékét a (20) képlettel számíthatjuk:

$$m_0 = p \left(x - \frac{l \sinh \alpha x}{\sinh \alpha l} \right) = 2,45 x - 21,80 \sinh (0,101 x).$$



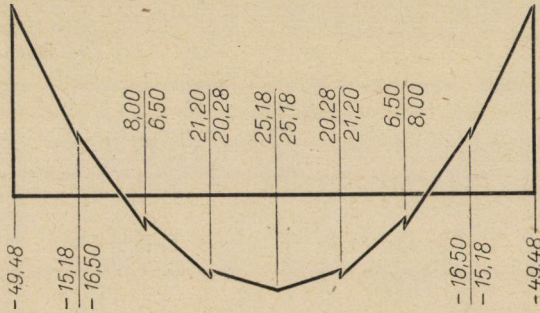
8. ábra. A helyettesítő tartó terhelési vázlatja

Így a koncentrált befogásból származó nyomatékok a (13) képlet figyelembevételével

$$M_0 = b m_0 = 4,9 x - 43,60 \sinh (0,101 x).$$

A számítást a különböző csomópontokban elvégezve, a következő értékeket kapjuk eredményül:

x	± 8	± 6	± 4	± 2	0
M_0	0	$\pm 1,32$	$\pm 1,50$	$\pm 0,92$	0



9. ábra. A helyettesítő tartó nyomaték-diagramja

A fenti befogások figyelembevételével a helyettesítő tartó terhelési vázlata a 8. ábra szerint alakul. E tartó nyomaték diagramját a 9. ábra szemlélteti.

Most már csak az eredeti tartó hajlító nyomatékainak meghatározása van hátra. Ez a számítás a (15) és (16) képletekkel végezhető el. Eredménye — az alkalmazott közelítések ellenére — pontosan egyezik az [10] dolgozat számpéldájának eredményeivel.

IRODALOM

1. CSONKA: Analysis frames with movable joints. Műegyetemi Közlemények, Budapest (1948), H. 2, S. 22 ff.
2. CSONKA: Calcul des poutres Vierendeel (Kerettartók számítása). Építéstudományi Közlemények okt. 1948. S. 1. ff.
3. STÜSSI: Zur Berechnung der Vierendeelträger. Abhandlungen. Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau 10 (1950), S. 199. ff.
4. v. HALÁSZ: Verfahren zur Berechnung von Durchlaufträgern und Rahmen (Ausgleichsverfahren), Berlin, 1951, W. Ernst und Sohn.
5. BEAUFOY: Vierendeel Truss Analysis Using Equivalent Elastic Systems. Publication. International Association for Bridge and Structural Engineering. 11 (1951), S. 17. ff.
6. CSONKA: Une contribution a la simplification de la méthode de H. Cross. La Technique Moderne-Construction 7 (1952), S. 85 ff.
7. EL DEMIRDASH: Statics of Vierendeel Girders. Publications-International Association for Bridge and Structural Engineering 12 (1952), S. 125. ff.
8. v. HALÁSZ: Verfahren zur Berechnung von Rahmentragwerke nach Cross, Zaytzeff und Csonka. Bauplanung und Bautechnik 7 (1952), H. 3. S. 111. ff.
9. ROBERT—MUSSETTE: Note sur le calcul de poutres Vierendeel Mémoires. Association Internationale des Ponts et Charpentes 15 (1955), S. 187. ff.
10. CSONKA: Vierendeel—Träger mit verhältnismässig biegsamen Wandstäben. Bauplanung—Bautechnik 14 (1960), H. 7, S. 310 ff.

OSZTOTT ÉGÉSTERŰ MOTOROK HŐKÖZLÉSI FOLYAMATÁNAK VIZSGÁLATA

CSÓKA JÁNOS

GANZ—MÁVAG GYÁR, MOTORKÍSÉRLETI OSZTÁLY, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. március 31-én]

A) Bevezetés

Az osztott égésterű motoroknak jól ismert előnyeik kívül van egy — magából a rendszerből adódó — hátránya, mégpedig a nagyobb fajlagos tüzelőanyag fogyasztás.

Az osztatlan égésterű motorokhoz viszonyított nagyobb fajlagos fogyasztást főleg az átömlő csatornában keletkező áramlási veszteségnek, valamint a kisebb égéster kompaktsága miatt keletkező nagyobb hővesztésnek tulajdonítják. Kétségtelen, hogy mindezek fogyasztásnövelő hatásúak, de a kamra-forma és az átömlő-csatorna megfelelő kialakításával nagymértékben csökkenthetők, tehát a mutatkozó veszteségek nem indokolják kielégítően a két motortípus közti, aránylag nagy fajlagos tüzelőanyag fogyasztáskülönbséget.

Az osztott égésterű motorok indikátor diagramjainak tanulmányozása általában azt mutatja, hogy az előkamra és a főégéster közti nyomáskülönbség a felső holtpont után még aránylag hosszú ideig elég nagy. Ez nyilvánvaló jele annak, hogy a főégésterben a hőközlés lassan, vontatottan megy végbe. Ez akkor jelentkezik, amikor a főégésterben a nyomás a kamra első kifúvása alkalmával a kamranyomás fölé emelkedik, ami a kamrában levő keverék további kifúzását meggátolja; a kamrát befullasztja [2].

A kamrába szorult keverék további kiáramlása csak akkor történik meg, amikor a dugattyú elmozdulása miatt a főégéster nyomása a kamranyomás alá csökken. Bizonyos, hogy a fordított irányú áramlás a keveréket az átömlő-csatornától eltereli és ezzel azt eredményezi, hogy a kamrába szorult keverék égése — mivel a nyílás felőli oldala kap levegőt — közel állandó nyomású égésfolyamat lesz, amely miatt egyrészt a kifúvási sebesség lesz kicsi, másrészt pedig a kifúvott gázkeverék üzemanyagban szegény lesz. A vontatott kifúvás és az aránylag szegény keverék miatt, az égésfolyamat is vontatott lesz a főégésterben. Az égésfolyamat, illetve a hőkezelés késlekedése olyan nagymértékű, hogy például a Csepel D-413 traktor-motornál a szerző mérései alapján a hőfelszabadulás zöme a felső holtpont után 30—35°-kal történik, a hőközlés vége pedig a felső holtpont után kb. 80—90°-kal következik be. Így a növekvő térfogat mellett elégő tüzelőanyag fűtőértékének kihasználási foka elég rossz.

Az osztott égéstér esetén a két kamrában végbemenő hőközlési folyamatok kölcsönösen befolyásolják egymást. Egyik irányítja a másikat és fordítva. A két folyamat jellege szabja meg a motor hatásfokát.

Az elmondottakból most már önként vetődik az a kérdés, hogy milyen égésfolyamatot kell megvalósítani a két kamrában ahhoz, hogy a beadagolt tüzelőanyagot a leggazdaságosabban tudjuk felhasználni, egyszóval a motor termikus hatásfoka a legnagyobb legyen.

A probléma megoldásához először a motorban végbemenő hőközlési folyamatot kell meghatároznunk.

B) Osztott égésterű motorok hőközlési folyamatának meghatározása

Jelölések

V	= a főtér pillanatnyi térfogata
V_k	= a kamra térfogata
V_0	= a henger össztérfogata (lökettérfogat + kompresszió térfogat)
p	= nyomás
ρ	= sűrűség
T	= hőfok K°
R	= univerzális gázállandó
c_p	= állandó nyomás melletti fajhő
c_v	= állandó térfogat melletti fajhő
κ	= $\frac{c_p}{c_v}$
W	= kiömlő sebesség
f	= átömlő csatorna legszűkebb keresztmetszete
μ	= kifolyási tényező
e	= belső energia
E	= örvénylési energia
q	= időegység alatt közölt hőmennyiség
Q	= hőmennyiség
M	= Mach-szám

Indexek

- 1 — főégéstér
- 2 — kamra

A hőközlés folyamatának meghatározását olyan mennyiségekre célszerű alapozni, amelyek mérésekkel könnyen és pontosan meghatározhatók. Mivel belsőégésű motoroknál a legkönnyebben a két kamra nyomása (és ezek differenciálhányadosa) mérhető, így a számítást ezekre, illetve az időben felvett $p = p(t)$ függvényeire alapozzuk.

A folyamat meghatározását, tehát a $q = q(t)$ hőközlési görbét a következő elv alapján végezzük:

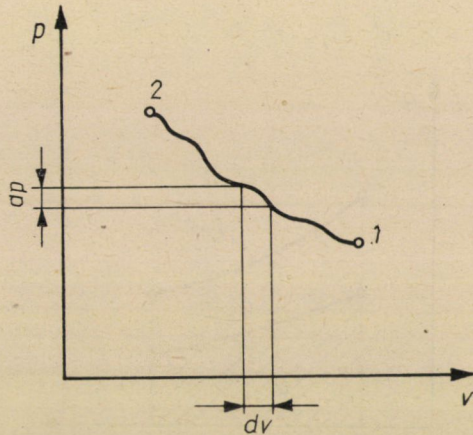
Bármely politrópos állapotváltozás úgy tekinthető, mint az állandó térfogaton történő elemi hőközlésből adódó és az azt megelőző, vagy követő adiabátikus állapotváltozás eredője.

Igazolás :

Legyen az 1. ábrán jelölt állapotváltozás $p = p(v)$ függvény formájában adott, és keressük azt a $q = q(v)$ Kcal/m³/kg hőközlési görbét, amelynek határára az állapotváltozás létrejött.

A fenti elv alapján (1. ábra): Az adiabatikus állapotváltozásból adódó nyomásváltozás elemi értéke:

$$dp' = -\kappa \frac{dv}{v} \cdot p.$$



1. ábra

Az állandó térfogaton közölt $dQ = q \cdot dv$ Kcal hőközlés miatt keletkező nyomásváltozás:

$$dp'' = \frac{R}{c_v} \cdot \frac{q \cdot dv}{v}.$$

Az eredő nyomásváltozás értéke $dp = dp' + dp''$. $\frac{dp}{dv} = p'$ -t bevezetve, a hőközlés keresett egyenlete rendezés után:

$$q = \frac{c_v}{R} (p' \cdot v + \kappa p) \text{ Kcal/m}^3/\text{kg}.$$

Legyen most már $p \cdot v^n = \text{áll.}$ Az állapotváltozás $v_1 > v > v_2$ szakaszán keressük meg a közeggel közölt hőmennyiség értékét Q -t.

Mivel $p' = -n \frac{p}{v}$ és $p = \frac{\text{áll.}}{v^n}$, a hőközlés egyenlete :

$$q = \frac{c_v}{R} (\kappa - n) \frac{C}{v^n}.$$

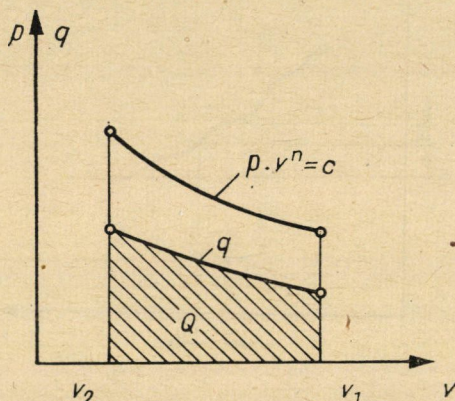
A kérdéses szakaszon közölt hőmennyiség pedig (2. ábra):

$$Q = \int_{v_1}^{v_2} q \cdot dv = \frac{c_v}{R} (\kappa - n) \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^n} =$$

$$= \frac{c_v}{R} \cdot C \frac{n - \kappa}{n - 1} \left(\frac{1}{v_2^{n-1}} - \frac{1}{v_1^{n-1}} \right),$$

ami

$$C = p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n \text{ és}$$



2. ábra

és $pv = RT$ kifejezésekkel az ismert

$$q = c_v \cdot \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1) \text{ Kcal}$$

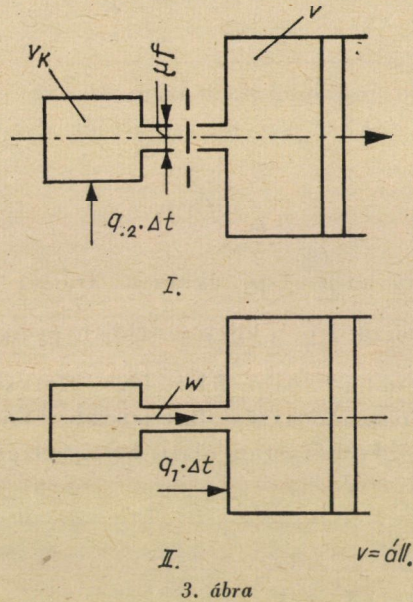
kifejezésbe megy át.

Ezzel a számítás alapjául szolgáló elv igazolva van, és rátérhetünk a motor hőközlésének meghatározására. Itt az jelent nehézséget, hogy a két kamra állandó kölcsönhatásban van egymással. A két kamra folyamata meghatározott Δt időtartam alatt azonban a kölcsönhatás megsértése nélkül, különválasztható. A kamrában és a főégéstérben végbemenő folyamat ugyanis politrópos, amelynek Δt időtartam alatti vizsgálatánál az adiabatikus állapotváltozás és az állandó térfogat melletti elemi hőközlés sorrendje tetszés szerint felcserélhető. Végezzük el ezt a következőképpen (3. ábra):

I. Tegyük fel, hogy a főégéstér adiabatikus expanziója esetén a kamra le van zárva, és állandó térfogat mellett a hőfelszabadulás következtében $q_2 \cdot \Delta t$ hőmennyiséget kap (3. ábra), majd;

II. expandáltassuk a kamrában levő gázt adiabatikusan úgy, hogy a főégéstérben levő közeggel ugyanakkor — gondolatban megállított dugattyúnál — tehát $V = \text{áll.}$ mellett $q_1 \cdot \Delta t$ hőmennyiséget közlünk.

A szétbontás alapján semmi akadályja annak, hogy a hőközlés függvényét a kamrában és a főégéstérben meghatározzuk.



1. A főtér hőközlési egyenlete

A szétbontás I. pontja alapján a főégéstérben végbemenő állapotváltozástól (adiabatikus) a nyomásváltozás elemi értéke:

$$\Delta p'_1 = -\kappa p_1 \cdot \frac{\Delta V}{V}.$$

Ha a nyomásokat az idő függvényében vesszük fel, akkor a térfogatot is így kell megadni, tehát $V = V(t)$ alakban. Ha $V = V(t)$, akkor $V = V' \cdot \Delta t$, így:

$$\Delta p'_1 = -\kappa p_1 \frac{V' \cdot \Delta t}{V}.$$

A II. pont szerint a Δt időtartam második folyamata a $V = \text{áll.}$ térfogat melletti hőközlés és a kamrában levő gáz egyidejű adiabatikus expansziója. Ezalatt a folyamat alatt a főégéstér belső energia tartalmának növekménye nyilván a felszabaduló hőmennyiség és a kamrából átáramló gáz által képviselt hőenergia összegével lesz azonos.

Ha az átáramló gáz állapotjelzőit p , ρ és T -vel jelöljük a csatorna legszűkebb keresztmetszetében, akkor — feltételezve, hogy az áramló gáz mozgási energiáját — a főégéstérben is megtartja, mint örvénylési energiát — a főégéstérben áramló gáz $p = \rho RT$ -vel az időegység alatt

$$\mu f W \rho c_p T = \mu f W \cdot \frac{c_p}{R} \cdot p$$

hőenergiát szállít a főtérbe.

Ha a csatornában uralkodó Mach-szám $M < 1$ — ami motoroknál általában mindig ennyi —, akkor $p = p_1$, így a főégéstérbe szállított hőenergia:

$$\frac{c_p}{R} \mu f W p_1.$$

Nyilvánvaló, hogy ha $p_2 < p_1$, akkor az áramlás fordított irányú és p_1 helyébe a $p_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$ szorzat lép, a kifejezés előjele pedig negatív lesz. A továbbiakban a számítást mindig $p_2 > p_1$ feltétellel végezzük.

Ha a főégéstérben az időegység alatt felszabaduló hő q_1 Kcal/sec., akkor a főégéstérben levő gáz Δt időtartam alatti belső energia növekménye:

$$V \cdot \Delta(c_v \cdot \rho_1 \cdot T_1) = V \frac{c_v}{R} \Delta(p_1) = \frac{c_v}{R} V \cdot \Delta p_1'' = q_1 \cdot \Delta t + \frac{c_p}{R} \mu f W p_1 \cdot \Delta t$$

$$R = \frac{c_p - c_v}{A} \cdot \text{val.}$$

$$\frac{A}{\kappa - 1} V \cdot \Delta p_1'' = q_1 \cdot \Delta t + A \frac{\kappa}{\kappa - 1} \mu f W p_1 \cdot \Delta t, \text{ vagy rendezve ;}$$

$$\Delta p_1'' = \frac{\kappa - 1}{A} \cdot \frac{q_1 \cdot \Delta t}{V} + \kappa \frac{\mu f W p_1}{V} \cdot \Delta t.$$

A főégéstérben végbemenő eredő nyomásváltozás tehát:

$$\Delta p_1 = \Delta p_1' + \Delta p_1'' \text{-vel.}$$

$$\Delta p_1 = \frac{\kappa - 1}{A} \cdot \frac{q_1}{V} \cdot \Delta t + \kappa \frac{\mu f W p_1}{V} \cdot \Delta t = \kappa p_1 \frac{V'}{V} \cdot \Delta t.$$

Mindjárt differenciális mennyiségekre áttérve és $\frac{dp_1}{dt} = p_1'$ -vel a főégéstér hőközlési egyenlete:

$$q_1 = \frac{A}{\kappa - 1} [V \cdot p_1' + \kappa p_1 \cdot V' - \kappa f W p_1 \cdot \mu] \text{Kcal/sec.} \quad (1)$$

A főégéstérben levő közeggel közölt hő egyenlete tehát, mint az idő függvénye, a kiömlési sebesség ismeretében könnyen meghatározható. A sebesség meghatározására a későbbiekben térünk vissza.

A főégéstérben levő közeggel közölt összhőmennyiség az $\Sigma q_1 \cdot \Delta t$, a ténylegesen felszabaduló hőnél nyilván kisebb, hiszen a betáplált hő egy része a hűtés miatt elvész. Munkavégzés szempontjából azonban csak a fenti hőmennyiség a mérvadó.

Itt jegyezzük még meg, hogy ha a motor osztatlan égésterű, a fenti kifejezés rendkívül egyszerű alakot ölt, hiszen az utolsó tag elmarad. Ekkor:

$$q_1 = \frac{A}{\kappa - 1} (V \cdot p_1' + \kappa p_1 \cdot V') \quad \text{Kcal/sec} \quad (2)$$

ahol p_1 és p_1' piezoelektromos indikátorral mérhető. V és V' adott, κ pedig jó közelítéssel meghatározható.

2. A kamra hőközlési egyenlete

A kamrában végbemenő hőközlési folyamat meghatározása a fentiekhez hasonlóan történik.

Az állandó térfogat melletti hőközlésből adódó elemi nyomásváltozás;

$$\Delta p_2' = \frac{R}{c_v} \cdot \frac{q_2 \cdot \Delta t}{V_k}$$

Az adiabatikus expanzióból adódó elemi nyomásváltozás pedig:

$$\Delta p_2'' = -\kappa p_2 \frac{\mu f W \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \Delta t}{V_k}$$

Ha az áramlás a főégéstérből történne a kamra felé;

$$\Delta p_2'' = \kappa p_2 \frac{\mu f W}{V_k} \cdot \Delta t$$

A továbbiakban mindig a kamrafelőli áramlást tételezzük fel. Az eredő nyomásváltozás tehát:

$$\Delta p_2 = \frac{R}{c_v} \cdot \frac{q_2 \cdot \Delta t}{V_k} - \kappa p_2 \frac{\mu f W \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \Delta t}{V_k}$$

A határátmenetet elvégezve és rendezve; a kamra hőközlési egyenlete:

$$\frac{dp_2}{dt} = p_2' \text{-vel,}$$

$$q_2 = \frac{A}{\kappa - 1} \left[p_2' \cdot V_k + \kappa p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \mu f W \right] \text{ Kcal/sec.} \quad (3)$$

(Azonos alakra hozható egyenletet közöl KUNIO TERAQ [3]).

A kifejezésben, mint látható, szintén az áramlási sebesség okoz problémát.

3. A motor teljes hőközlési egyenlete

A motorban felszabaduló pillanatnyi hőmennyiség nyilván a kamrában és a főégéstérben felszabaduló hőmennyiségek összege. Tehát:

$$q = q_1 + q_2, \text{ vagy}$$

$$q = \frac{A}{\kappa - 1} \left[p_1' V + \kappa p_1 V' + p_2' V_k - \kappa \mu f W \left(p_1 - p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) \right] \text{ Kcal/sec.} \quad (4)$$

A kifejezés áttekinthetőbbé tétele céljából vizsgáljuk meg az utolsó zárójeles tagot.

Az átömlő csatorna legszűkebb keresztmetszetében áramló gáz energia-egyenlete, a kamrából történő kiáramlást feltételezve:

$$\mu f W \varrho \left(\frac{W^2}{2} + \frac{P}{\varrho} + e \right) = \mu f W \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \varrho_2 \cdot c_p \cdot T_2.$$

A főégéstérből történő áramlás esetén a jobboldali tag;

$$\mu f W \left(\frac{p_2}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \varrho_1 \cdot c_p \cdot T_1$$

alakú. Az előzőekkel összhangban az előbbi esettel számolunk.

$$A \frac{P}{\varrho} + e = c_p \cdot T, \text{ valamint } \varrho T = \frac{P}{R} \text{ és } R = c_p - c_v$$

egyenletekkel a fenti kifejezésből, mivel $M < 1$ -nél $p = p_1$ -gyel,

$$\mu f W \varrho \frac{W^2}{2} = \frac{c_p}{R} \mu f W \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot p_2 - \frac{c_p}{R} \cdot \mu f W p_1, \text{ vagy}$$

$$\mu f W \varrho \frac{W^2}{2} = \frac{A}{\kappa - 1} \mu f W \left[p_2 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - p_1 \right] = E. \quad (5)$$

Mivel $\mu f W \varrho \frac{W^2}{2}$ az áramló gáz mozgási energiáját adja, ezért a (4) kifejezés utolsó tagja a mozgási energia E , $(\kappa - 1)$ -szerese. A motorban felszabaduló hő pillanatnyi értéke tehát:

$$q = \frac{A}{\kappa - 1} [p_1' \cdot V + \kappa p_1 V' + p_2 \cdot V_k + (\kappa - 1) \cdot E] \text{ Kcal/sec.} \quad (6)$$

4. A motor hőkezelési egyenlete a kifúvás alkalmával jelentkező áramlási energia elhanyagolásával

Némely motorvizsgálat esetén megengedhető, hogy az áramlási energiát nem vesszük figyelembe, hanem elhanyagoljuk. Ilyenkor azonban célszerű ismerni azt, hogy az elhanyagolás maximálisan milyen hibát okozhat. A becslés érdekében vizsgáljuk meg, hogy a kamra energiatartalmának maximálisan hány százaléka fordítható utólagos porlasztásra, azaz a gáz hőenergiájának hány százaléka alakulhat át mozgási energiává.

A csatornában áramló gáz tömegegységének energiaegyenlete:

$$e + \frac{p}{\varrho} + \frac{W^2}{2} = c_p \cdot T + \frac{W^2}{2} = c_p \cdot T_2$$

ha az előzőekkel egyetértésben csak a kamrából történő kifúvást vesszük figyelembe.

A fenti egyenletből a mozgási energiát kifejezve:

$$\frac{W^2}{2} = c_p (T_2 - T).$$

Így a kamrában levő gáz energiatartalmának kihasználási foka az utóporlasztás szempontjából:

$$\eta = \frac{\frac{W^2}{2}}{c_p \cdot T_2} = \frac{c_p (T_2 - T)}{c_p \cdot T_2} = 1 - \frac{T}{T_2}.$$

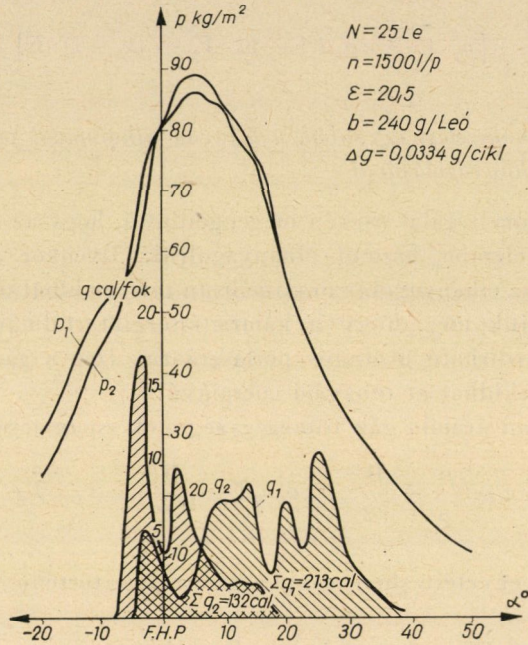
Mivel a csatornában áramló gáz hőmérséklete és a kamrában levő gáz pillanatnyi hőmérséklete sem mérhető megbízhatóan, a hőfokviszony helyett a csatornában uralkodó Mach-számot célszerű bevezetni, amely:

$$M^2 = \frac{2}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \text{ értékével és}$$

$$\frac{p_2}{p} = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

($p_1 = p$, mert $M < 1$) egyenlettel

$$\frac{T_2}{T} = \frac{\kappa - 1}{2} M^2 + 1.$$



4. ábra

Ezt a fenti kifejezésbe helyettesítve és rendezve:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2}{\kappa - 1} \cdot \frac{1}{M^2}}. \quad (7)$$

Az egyenletből látható, hogy a kamrában levő gáz energiatartalmának kihasználási foka M^2 -tel nő. Maximális értéke motoroknál $M = 1$ lehet, amivel

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2}{1,4 - 1}} \cong 0,17,$$

ami azt jelenti, hogy a gáz energiatartalmának maximum 17%-át lehetne utólagos porlasztásra felhasználni. A gyakorlatban ez az érték soha nem fordul elő. A 4. ábrán a CSEPEL D-413 előkamrás motor nyomás diagramja látható.

A diagramból megállapítható, hogy a kifúvásnál mutatkozó legnagyobb Mach-szám $-2,5^\circ$ -nál van. Értéke $M_{\max} = 0,4$, amivel $\eta_{\max} 3,1\%$. A maximális hiba amit elkövethetünk az lenne, ha a kamra ezzel a Mach-számmal expandálna végig, tehát a $+5^\circ$ -nak megfelelő $p_2 = 89 \text{ kg/cm}^2$ nyomásnál is. Ekkor a mozgási energia értéke $V_k = 32 \text{ cm}^2$ -rel

$$\begin{aligned} \frac{W^2}{2} V_k \cdot \varrho_2 &= V_k \varrho_2 \cdot c_p \cdot T_2 \eta_{\max} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} V_k \cdot p_2 \eta_{\max} = \\ &= \frac{1,4}{0,5} 32 \cdot 89 \cdot 0,031 = 494 \text{ cmkg} = 4,94 \text{ mkg} = 11,5 \text{ cal} \end{aligned}$$

munkának felelne meg. A fenti eset nyilván képtelenség, ha mégis figyelembe vesszük, hogy az adott motornál a betáplált tüzelőanyag hő értéke: $Q = 350 \text{ cal}$, akkor az örvénylési energia ennek mindössze $3,31\%$ -a. Ha a hőközlés jellegéről akarunk csupán tudomást szerezni, akkor ez az érték ilyenkor nyugodtan elhanyagolható, s így a hőközlés egyenlete:

$$q = \frac{A}{\kappa - 1} [p'_1 \cdot V + \kappa p_1 \cdot V' + p'_2 \cdot V_k] \text{ Kcal/sec} \quad (8)$$

egyszerű alakot veszi fel.

5. Kiömlő sebesség meghatározása

Ha a kamrában és a főégésterben történő hőközlést akarjuk meghatározni, a (3), illetve (1) egyenletet kell használnunk. Az egyenletekben κ és a kiömlő sebesség meghatározása okoz nehézséget.

κ értékét a keverék hőmérsékletéből és összetételéből lehet kiszámítani, amely a beszívott levegő és a befecskendezett tüzelőanyag mennyiségétől függ. κ pontos értékének meghatározásakor valamennyi fent említett jellemző pontos ismertetésére lenne szükség, ami pedig — különösen az összetétel pontos ismerete — szinte lehetetlen. Meghatározását eszerint úgy végezhetjük, hogy a kezdeti és végállapot ismeretében a közbelső szakaszon lineáris interpolációt alkalmazunk.

κ értékének ismeretében, mivel a nyomások ismeretesek, a csatornában uralkodó Mach-szám számítható. Mivel pedig:

$$W = M \cdot c,$$

ahol

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p_1}{\varrho}} \quad \text{és} \quad \varrho = \varrho_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

segítségével a kiömlő sebességet meghatározhatjuk.

Bár magában a kamrában és a főégéstérben végbemenő hőközlési folyamatnak meghatározása rendkívül tanulságos és hasznos, de arra vonatkozóan, hogy a folyamatot miképpen kellene megvalósítani, azaz hatásfok javítás szempontjából mire kell törekedni, még nem sokat mond.

A 4. ábrán egy CSEPEL D-413 traktormotor hőközlési görbéi láthatók, $N = 25$ LE, $n = 1500$ f/p, $b = 240$ g/LEó jellemzőkkel felvett nyomásdiagramok alapján számítva. Az átömlő csatorna mérete $\mu f = 35,2$ mm². A görbék meghatározása az (1) és (3) egyenlettel történik.

A következőkben tisztán elméleti úton kívánjuk megvizsgálni a hatásfokot, s ezért a fajhőket mind a két térben, az égés szakaszán állandónak tételezzük fel, a hőveszteséget pedig nem tekintjük.

C) A kamra és a főégéstér hőközlési egyenletének vizsgálata az optimális hatásfok elérése szempontjából

1. A motor termikus egyensúlyát kifejező differenciálegyenlet

Ahhoz, hogy a két kamra egymásra való hatását figyelembe tudjuk venni, a két kamra hőközlési egyenletét kell kapcsolatba hozni egymással. Fejezzük ki ezért a (3) képletből a $\kappa \mu f W$ kifejezést és helyettesítsük be (1)-be. Mivel:

$$\kappa \mu f W = \frac{\frac{\kappa - 1}{A} \cdot q_2 - p_2' \cdot V_k}{p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}}}, \text{ így}$$

$$p_1 = \frac{A}{\kappa - 1} \left[p_1' \cdot V + \kappa p_1 V' - \frac{\frac{\kappa - 1}{A} \cdot q_2 - p_2' \cdot V_k}{p_2 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}}} \cdot p_1 \right], \text{ ami}$$

rendezve:

$$p_1' + \frac{\kappa p_1 \cdot V' + V_k \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} p_2'}{V} - \frac{\frac{\kappa - 1}{A} \left[q_1 + \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot q_2 \right]}{V} = 0. \quad (9)$$

Ez a differenciálegyenlet fejezi ki a motor termikus egyensúlyát, ha a veszteségeket nem tekintjük.

A rendkívül kellemetlen p_1' és p_2' kiküszöbölése végett tegyük fel, hogy $p_1/p_2 = x$, ami valamilyen a q_1 és q_2 -vel összhangban levő folytonos függvénye az időnek. Így:

$$\frac{p_1}{x} = p_2 \text{ és } p_2' = \frac{p_1' \cdot x - p_1 \cdot x'}{x^2},$$

amit a (9)-be helyettesítve és rendezve a differenciálegyenlet az alábbi alakot ölti:

$$p_1' + \kappa p_1 \frac{V' - \frac{1}{\kappa} \cdot V_k \cdot x^{-\frac{\kappa+1}{\kappa}} \cdot x'}{V + V_k \cdot x^{-\frac{1}{\kappa}}} = \frac{\kappa - 1}{A} \cdot \frac{q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{V + V_k \cdot x^{-\frac{1}{\kappa}}}. \quad (10)$$

Az egyenlet inhomogén lineáris differenciálegyenlet alakú, amelynek megoldása:

$$p_1 = \frac{C}{(V + V_k \cdot x^{-\frac{1}{\kappa}})^{\kappa}} + \frac{1}{(V + V_k \cdot x^{-\frac{1}{\kappa}})^{\kappa}} \int_0^t \frac{\kappa - 1}{A} (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot (V + V_k \cdot x^{-\frac{1}{\kappa}})^{\kappa-1} \cdot dt. \quad (11)$$

A hőközlés kezdetét $t = 0$, a végét $t = t$ -vel jelöljük. A $t = 0$ pillanatban $q_1 = q_2 = 0$, így:

$$p_1 = \frac{C}{(V + V_k \cdot x^{-\frac{1}{\kappa}})^{\kappa}} \quad \text{vagy} \quad p_1^{\frac{1}{\kappa}} \cdot V + p_2^{\frac{1}{\kappa}} \cdot V_k = C.$$

A hőközlés előtt a két kamrában levő levegő súlya állandó, tehát:

$$G_1 + G_2 = G_0.$$

A sűrítés folyamatát mindkét kamrában adiabatikusnak tételezve fel:

$$G_1 = \frac{V}{v_1} = \frac{V}{V_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}} \quad \text{és} \quad G_2 = \frac{V_k}{v_2} = \frac{V_k}{V_0 \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}}},$$

így:

$$\frac{V}{v_0 \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}} + \frac{V_k}{v_0 \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}}} = \frac{V_0}{v_0},$$

ami rendezve és a fenti egyenlettel egybevetve az integrálási állandóra

$$V \cdot p_1^{\frac{1}{\kappa}} + V_k \cdot p_2^{\frac{1}{\kappa}} = V_0 \cdot p_0^{\frac{1}{\kappa}} = C^{\frac{1}{\kappa}} \quad (12)$$

azaz

$$C = p_0 \cdot V_0^{\kappa}.$$

Az állandót (11)-be helyettesítve és kiemelve:

$$P_1 = \frac{1}{\left(V_t + \frac{V_k}{x^{1/\kappa}}\right)^\kappa} \left[P_0 \cdot V_0^\kappa + \frac{\kappa - 1}{A} \int_0^t (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x^\kappa}\right)^{\kappa-1} \cdot dt \right]. \quad (13)$$

A hőközlés végén a főégéstér nyomása, mivel ebben az esetben $x = 1$ és $V = V_t$

$$P_{1t} = \frac{1}{(V_t + V_k)^\kappa} \left[P_0 \cdot V_0^\kappa + \frac{\kappa - 1}{A} (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x^\kappa}\right)^{\kappa-1} \cdot dt \right]. \quad (14)$$

2. A motor optimális hatásfokának feltétele

A motor termikus hatásfoka:

$$\eta_t = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (15)$$

ahol $Q_1 = \int_0^t (q_1 + q_2) \cdot dt$ a bevezetett hőmennyiség, Q_2 pedig az elvezetett hőmennyiséget jelenti. Ha q_1 -et adottnak tekintjük, csupán Q_2 -t kell meghatározni, akkor természetesen, ha a főégéstér hőközlési egyenlete q_1 , a kamráé pedig q_2 függvényformában adott. Csupán arra kell ügyelnünk, hogy a kipuffogó gáz állapotjelzőivel meghatározott hőtartalomhoz még az örvénylési energiát is hozzáadjuk. Ezzel úgy számolunk, mint olyan energiával, amelyet a hőközlés végnyomásáról expandált gáz még mozgási energia, örvénylési energia alakjában tartalmaz, bár ennek egy része, ha rossz hatásfokkal is, de visszatérül.

Ha a hőközlés után, tehát $x = 1$ esetén feltételezzük, hogy a gáz közös p_t nyomásnál mind a kamrában, mind a főégéstérben adiabatikusan expandál, akkor a kipuffogási végnyomás:

$$P_b = \frac{P_{1t} \cdot (V_t + V_k)^\kappa}{V_0^\kappa},$$

ami a (14) egyenlet figyelembevételével a következő:

$$P_b = P_0 + \frac{1}{V_0^\kappa} \cdot \frac{\kappa - 1}{A} \int_0^t (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x^\kappa}\right)^{\kappa-1} \cdot dt.$$

A kipufogó gáznak a hőfoka pedig: $p_b \cdot V_0 = G_0 RT_b$ -vel

$$T_b = T_0 + \frac{\kappa - 1}{A} \cdot \frac{1}{G_0 \cdot R_0 \cdot V_0^{\kappa-1}} \int_0^t (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x^{\frac{1}{\kappa}}} \right)^{\kappa-1} \cdot dt,$$

így a kipufogó gázokkal eltávozó hőenergia

$$Q_2 = G_0 \cdot c_v (T_b - T_0) + A \cdot \Sigma E = \frac{1}{V_0^{\kappa-1}} \int_0^t (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x^{\frac{1}{\kappa}}} \right)^{\kappa-1} \cdot dt + A \cdot \Sigma E,$$

ahol $A \cdot \Sigma E$ a motorban levő gáz mozgási energiájának hőegyenértéke. Ha adott motornál feltételezzük tehát, hogy Q_1 a bevezetett hőmennyiség állandó érték, akkor ez a motor akkor éri el a legjobb termikus hatásfokot, ha (15) alapján az:

$$\frac{1}{V_0^{\kappa-1}} \int_0^t (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x^{\frac{1}{\kappa}}} \right)^{\kappa-1} \cdot dt + A \cdot \Sigma E = \text{Min!} \quad (17)$$

feltételnek a legjobban eleget tesz.

Ha a motor osztatlan égésterű, mivel $q_2 = 0$, és $\Sigma E = 0$, fenti kifejezés

$$\frac{1}{V_0^{\kappa-1}} \int_0^t q \cdot V^{\kappa-1} \cdot dt = \text{Min!} \quad (18)$$

feltételbe megy át.

A (17) egyenlet, amely geometriailag azt jelenti, hogy az optimális hatásfokra való törekvés adott osztott égésterű motornál akkor valósul meg a legjobban, ha $q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ és a $\left(V + \frac{V_k}{x^{\frac{1}{\kappa}}} \right)^{\kappa-1}$ görbék szorzataként előálló

függvény alatt levő terület a lehető legkisebb értékű — világosan meg szabja a kialakítandó égésfolyamatot.

A kamrában végbemenő égésfolyamatnak, tehát a q_2 hőközlésnek a lehető legrövidebb idő alatt, a felső holtpont közelében kell végbemennie. Ez alatt az idő alatt a kamrában levő keverék zömét a főtérbe kell juttatni. A főtérbe jutó keveréknek a megfelelő porlasztáshoz szükséges sebessége, ha a kamra égésfolyamata gyors, biztosítva van, s így biztosítva van a főtér rövid égés-

folyamata is. Ha a kamra kifúvása egy alkalommal történik, akkor a főtér további égésfolyamatánál, mivel

$$\left(V + \frac{V_k}{x}\right)^{\kappa-1} \cong (V + V_k)^{\kappa-1} \text{ és}$$

$$q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cong q_1$$

a motor közel az osztatlan égőtér hatásfokával jár.

IRODALOM

1. K. OSWATISCH: Gasdynamik.
2. Prof. dr. Ing. NAGAO und dr. Ing. KAKIMOTO: Beitrag zur Verbesserung der Verbrennung im Vorkammer Dieselmotor. MTZ 1957. 10.
3. Prof. dr. Ing. KUNIO TERAQ: Der Verbrennungsvorgang im Vorkammer — Dieselmotor. MTZ 1956. 10.

ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozat az osztott égésterű motorok hőközlési folyamatának vizsgálatával foglalkozik.

Az optimális hatásfok kérdésének felvetése után igazolja, hogy a politrópos állapotváltozás elemi állandó térfogat melletti és az ezt megelőző vagy követő elemi adiabatikus állapotváltozások eredőjeként fogható fel.

Ennek alapján a kísérletileg aránylag megbízhatóan felvehető nyomás-diagramra támaszkodva megállapítja, hogy a főégéstérben az időegység alatt felszabaduló hő a

$$q_1 = \frac{A}{\kappa - 1} [V \cdot p_1' + \kappa p_1' \cdot V' - \kappa p_1' W p_1] \text{ Kcal/sec}$$

a kamrában felszabaduló hő pedig a

$$q_2 = \frac{A}{\kappa - 1} \left[p_2' \cdot V_k + \kappa p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \mu f W \right] \text{ Kcal/sec}$$

kifejezések alapján meghatározható.

A kamrából történő kifúvás vizsgálatánál megmutatja, hogy a kiömlő gáz hőenergiájának mindössze

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2}{\kappa - 1} \cdot \frac{1}{M^2}}$$

része alakul át áramlási energiává.

Végül az optimális hatásfokra való törekvés feltételét az

$$\frac{1}{V_0^{\kappa-1}} \int_0^t (q_1 + q_2 \cdot x^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}) \cdot \left(V + \frac{V_k}{x} \right)^{\kappa-1} \cdot dt + A \cdot \Sigma E = \text{Min!}$$

kifejezés teljesítésében adja meg.

ADALÉKOK A RÓNICI VASGYÁR TECHNIKAI FEJLŐDÉSÉHEZ A XIX. SZÁZAD 20-AS — 40-ES ÉVEIBEN

PAULINYI ÁKOS

KOMENSKÝ EGYETEM, BRATISLAVA

[Beérkezett 1960. április 7-én]

A rónici vasgyár a XIX. század első felében nemcsak Szlovákia területének, hanem egész Magyarországnak legnagyobb vasművei közé tartozott. Ez a mű nagyjából a Garam völgyében terült el, és nevét Rónic (Hronec) községtől kapta, ahol a kohón, öntödén, szegkovácsolóműhelyen és egyéb üzemeken kívül egészen 1883-ig a vasgyár igazgatósága is székelte.

A XVIII. század utolsó harmadáig a Garam felső vidékén levő kincstári vasgyárak vastermelése nem volt jelentős. 1763-ban az ún. alsó-magyarország bányakerület kincstári vasműveihez (a tiszolci szlovák kemencével rendelkező hámoron kívül) csak a rónici kohó tartozott, amelynek egy massája, egy szlovák pestje, négy frissítőtüze, egy készre kovácsoló tűzhelye (Zerrenfeuer) volt, megfelelő számú vízhajtású verővel, kovács műhellyel és szegkovácsoló műhellyel. Mindezen berendezésen, közvetlenül a vasgyártással és annak feldolgozásával, csak 42 munkás foglalkozott, és a termelés 3675 bécsi mázsa (1 bécsi mázsa = 56 kg) nyersvas és 3155 bécsi mázsa kovácsolt vas volt [1]. 1793-ban ugyanannak a rónici kohónak már két massája, 10 frissítőtüze, egy kovácsoló üzeme és szegkovácsolója volt, a vas termelésében és annak feldolgozásában már 105 munkás dolgozott, és a termelés 10 481 bécsi mázsa nyersvas és 17 221 bécsi mázsa kovácsolt vas volt [2]. További vasüzemek létesítésével Rónicon és annak szélesebb környékén, valamint magántársaságok vállalatának nagyobb felvásárlásával és ezen vállalatok igazgatásának átvételével [3] nőtt ki a kincstári vasmű a XIX. század első évtizedéig azzá a komplexummá, amelynek nagyolvasztói voltak Rónicon [2], Tiszolcon, Polhorán, Lubietován és Poníkyban, hámorai voltak Chvatimechben, Piesokban, Bystrában (ezek a rónici kohóhoz tartoztak) és Mostenicben, továbbá Jasenieben, Vajskovában, Kostiviarskában és a Tiszolc melletti Pílán [4].

A rónici vasmű keletkezésétől kezdve Magyarország élenjáró vasművei közé tartozott, nemcsak termelési kapacitásánál, hanem gyártástechnikai szintjénél fogva is. Természetesen nem hasonlíthatjuk a rónici vasművek technikai színvonalát a korszerű nagyipari vasművekéhez, amelyek abban az időben Angliában jöttek létre. A kohászati technológia legújabb vívmányai, mint

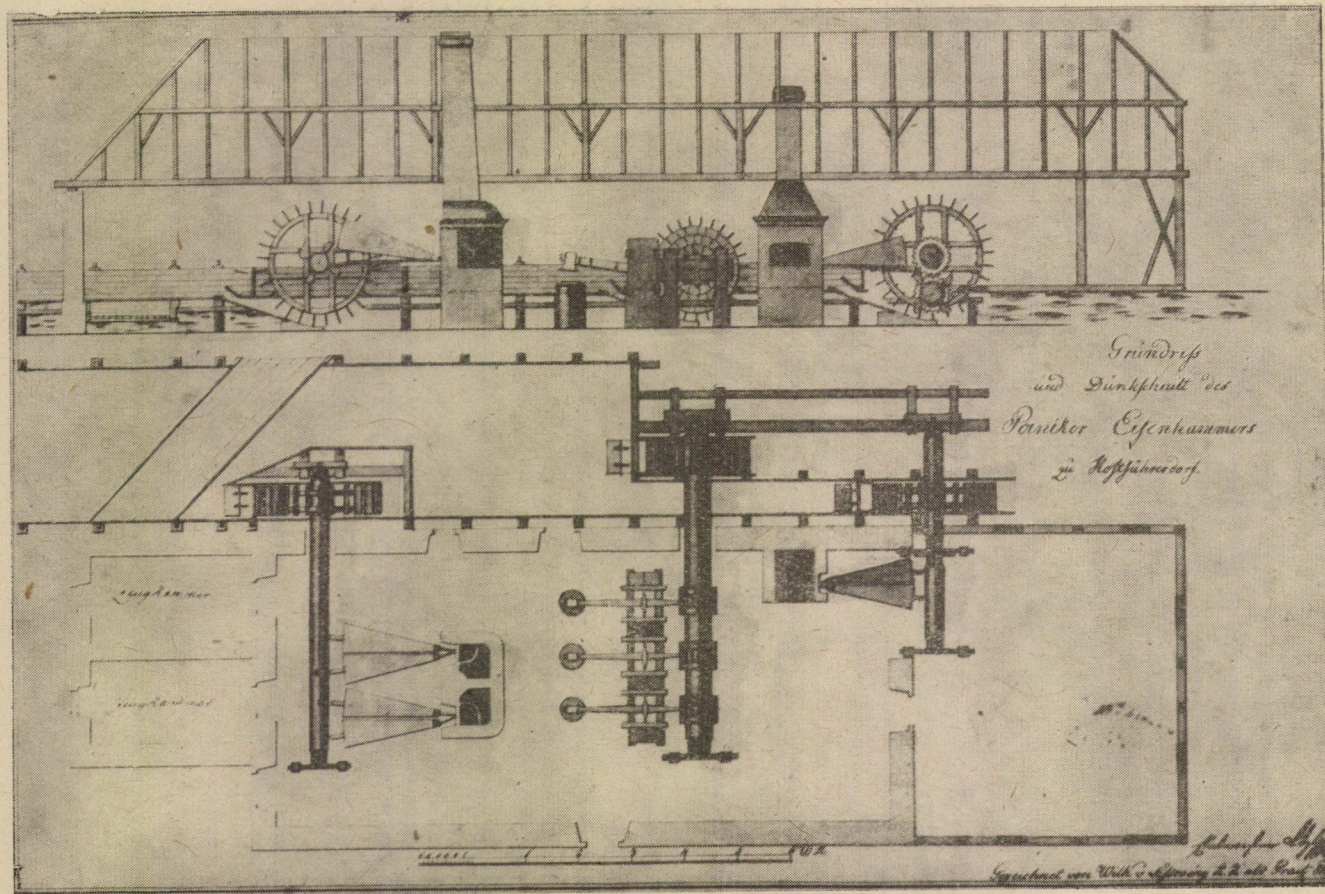
pl. az érc koksszal történő olvasztása, a vaskavarás, hengerléssel történő mechanikai megmunkálás és a gőzgépekkel történő hajtás annakidején Magyarországon elérhetetlen célt jelentettek, és ezért egészen a 30-as évek végéig csak a régi gyártási mód és tüzelőanyag-bázisán számított technikai haladásról beszélhetünk. Az egyetlen kohászati tüzelőanyag a faszén, és a fa, a hajtószerkezet a vízikerek és a kovácsolt vas egyetlen gyártási módja (az ércből történő közvetlen redukción kívül) a nyersvasnak tűzhelyekben történő frissítése és verők alatti kovácsolása volt.

A rónici komplexum kialakulása a XVIII. század végén és XIX. század elején a kohászati termelés fontos fejlődésével volt kapcsolatban, mellőzték a nyersvasnak a szlovák pestekben évszázadok óta közvetlen ércből való termelését, és áttértek a kovácsolható vasnak közvetett gyártására, vagyis az ércnek nagyolvasztókban (massákban) történő olvasztására [5].

Nem célunk ezen a helyen részletesen foglalkozni a nagyolvasztókban történő olvasztás bevezetésének jelentőségével. Meg kell azonban jegyezni, hogy a nagyolvasztó bevezetése a nagyüzemi gyártás többi ágainak további fejlődéséhez alapvető feltétel volt. Az egy olvasztóra eső termelés növekedett, a fajlagos tüzelőanyag fogyasztása csökkent, és lehetővé vált az eddig kevésbé, vagy egyáltalában ki nem használt szideritkészletek kohósítása.

Csak példaképpen említjük, hogy a rónici nagyolvasztók 1806-ban átlagosan (6 olvasztó átlaga) 24 óra alatt 36 bécsi mázsa nyersvasat, közülük a legnagyobb a polhorai, 24 óra alatt 62 bécsi mázsa (3532 kg) nyersvasat termelt [6], míg a szlovák pestek 24 óra alatt csak 4–8 bécsi mázsa vasat adtak [7]. A nagyolvasztókban történő gyártásra való áttérés a rónici vasművekben nagyjából már a XIX. század első évtizedében befejeződött, amikor 1806-ban a vizitáció alkalmával elrendelték, hogy az utolsó szlovák pestet Mostenicben frissítő tűzzé építsék át [8].

Mivel az ércnek nagyolvasztóban történő olvasztása a frissített vasgyártás két egymáshoz kapcsolódó, de térben és időben egymástól független műveletre való felosztását jelenti (nyersvastermelés és a nyersvas frissítése), a nagyolvasztók bevezetését önálló hámorok létesítése kísérte, ahol a nyersvasat frissítették és ezt a terméket kovácsolták. A frissítő hámorok — amelyeknek telepítésénél döntő szempont volt a vízierő — gyakran a nyersvasbázistól jelentős távolságban létesültek és olyan művek voltak, amelyekben a nyersvasat faszénnel, és levegő fuvatásával finomították. A berendezést vízajtású verők egészítették ki, amelyekkel a frissített vasból kiverték a salakot, majd ismételt hevítéssel különböző vastagságú nyújtott vassá kovácsolták. A frissítő hámor általánosan használt berendezését, amelyben a kovácsolható vasat közvetlenül nyújtott vassá dolgozták fel, az 1. ábra mutatja, amely a Kostivarskában 1818-ban létesült ponikai kohó hámorát szemlélteti. A rónici vasművekben legkésőbb a XVIII. század második felében meghonosodott az „emelkedő kovácsolásnak” (Aufbrechschmiede) bizonyos fajtája, mégpedig



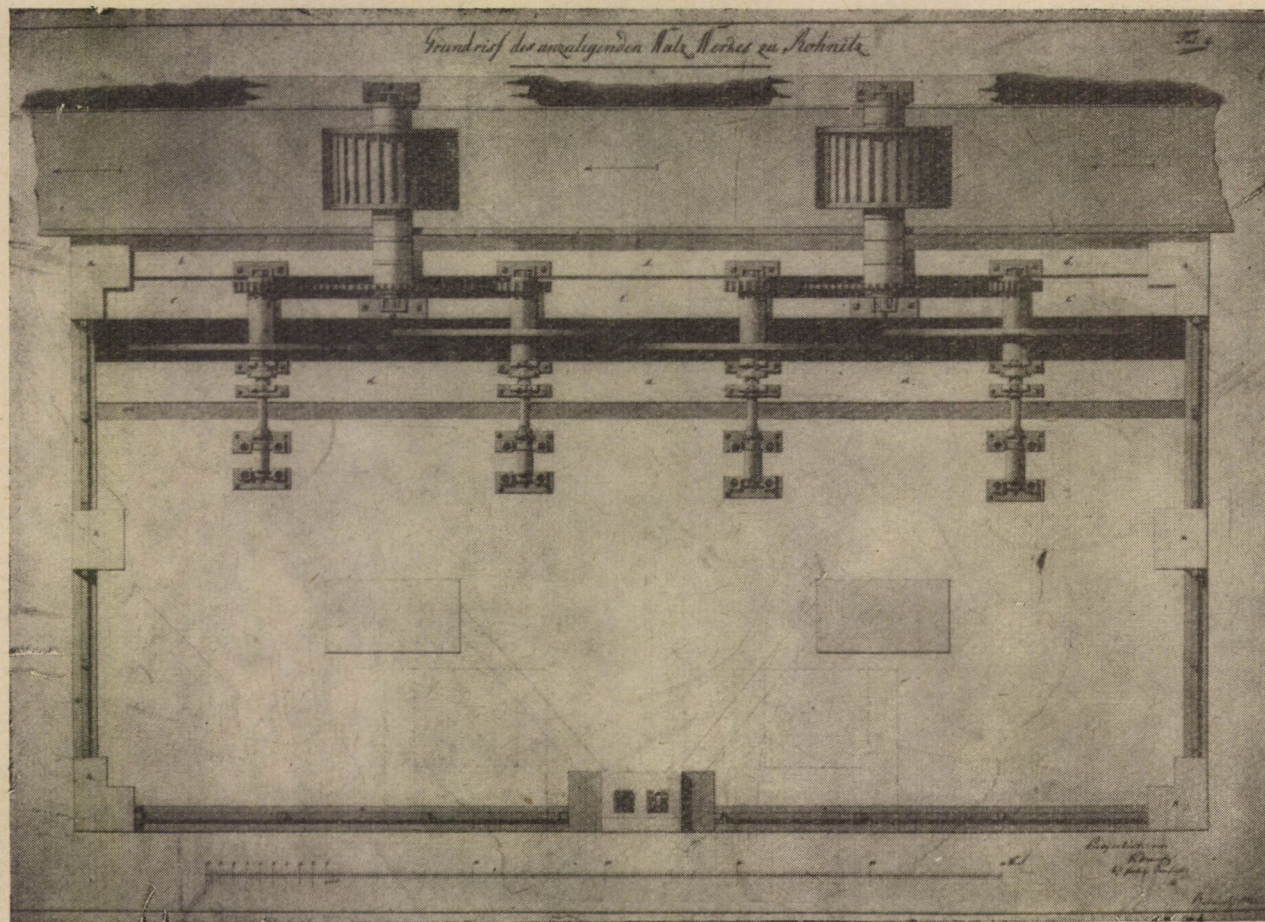
I. ábra. A ponoki hámor Kostiviarszán 1818-ban

az úgynevezett csillesztő eljárás (Anlaufschmiede*), amelyet az 1763. évi „Aranykönyv” közöl [9]. Ezeknek a frissítőtüzeknek termelési kapacitása akkor körülbelül 6 és 1793-ban körülbelül 8—9 bécsi mázsa frissített vas volt 24 óránként [10]. A frissítés tüzelőanyaga lágy faszén (főleg erdei és vörös fenyőből) volt, a levegőt vízajtású fújtatókkal fúvatták be egy fúvókason át.

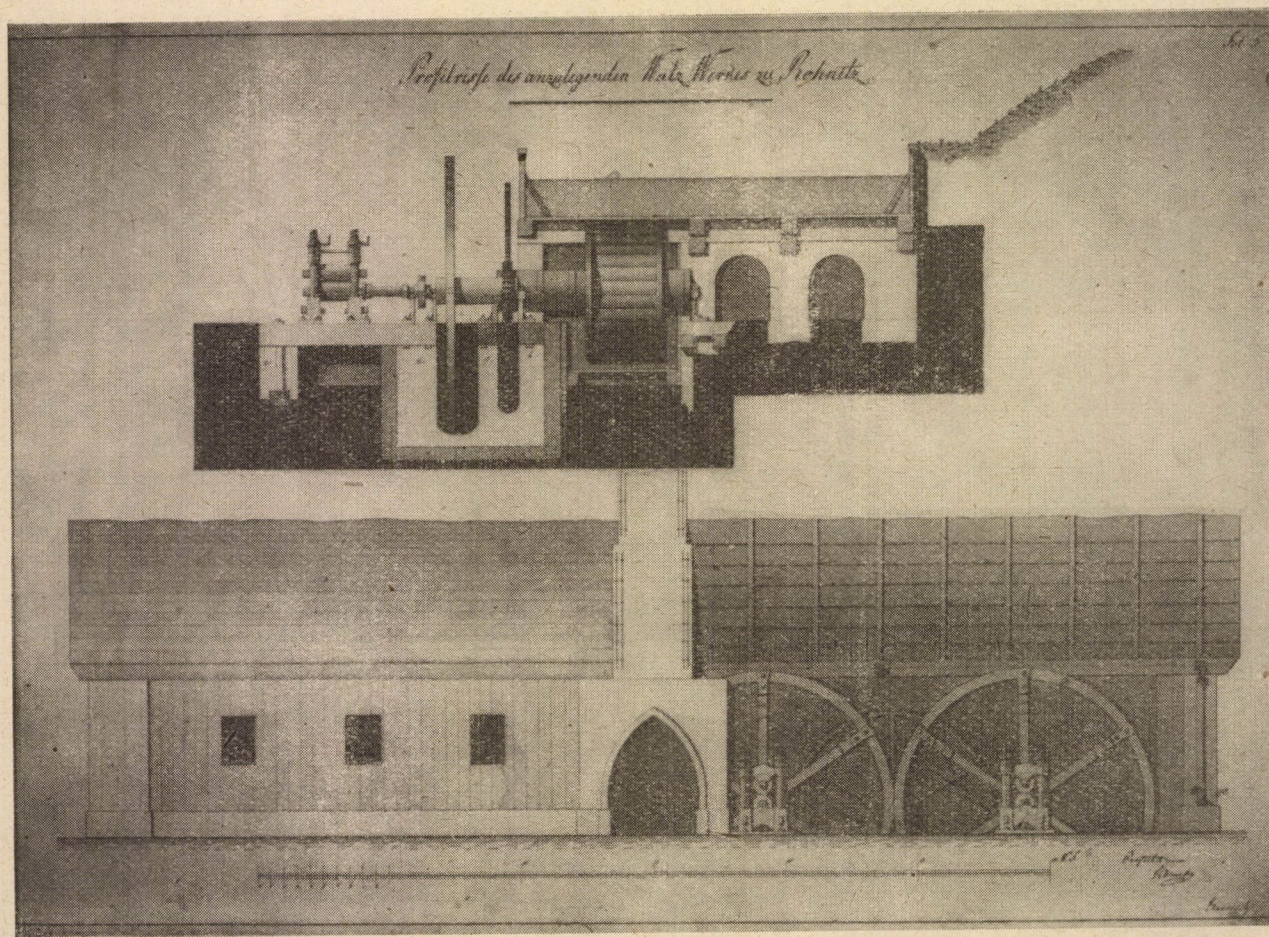
A frissített vas mechanikai feldolgozásának egyetlen módja a XIX. század második évtizedéig a rónici vasműben is csak úgy, mint egész Magyarországon, a vízajtású verőkkel történő kovácsolás volt. Ez a kis teljesítményű gyártási módszer megtartotta elsőbbségét a rónici vasműben egészen a podbrezovai hengermű megindításáig, jóllehet már a XIX. század második évtizedében üzembe helyezték a rónici komplexumban Magyarország első hengerművét. Létesítéséhez az ösztönzést a tábori üstök és más katonai felszerelések gyártásához használt fokozott lemezszükséglet adta, amelyet a hámorokban eddig alkalmazott lemezgyártás nem tudott kielégíteni [11]. Ezért a lemezhengermű alapítását már 1810-től mérlegelték, a terv megvalósítása azonban csak 1812—1813 években történt meg. A hengersort Rónicban állították fel „Pod Hrbom” nevű helyen, a régi hámor épületében. Az 1813. évi terv szerint (l. 2—4. ábrákat) négy hengerpárból áll a hengermű. A hajtóerőt két vízikerek biztosította, az egyik alsó, a másik felső hajtással. A vas izzításához izzítópestek szolgáltak, amelyeket faszénnel fűtöttek [12]. A tervet azonban nem így valósították meg. Üzemvezetői jelentések szerint a gyártó berendezést három hengerállványra és két izzítópestre csökkentették, amelyek közül mindig csak két hengerpár és egy pest volt üzemben, míg a harmadik hengerpár és a második pest javítások esetére tartalékként szolgált [13]. A termelő berendezés csökkentésének oka valószínűleg a nem kielégítő értékesítési lehetőség volt. A hengermű ugyanis csak 1815-ben került üzembe, mivel 1813-ban, az építkezés és szerelés befejezése után, a műszaki berendezésnek annyi hiányossága volt, hogy az üzemet nem lehetett megindítani, a javítások 1814-ben egész éven át tartottak és 1815-től kezdve már nem volt megfelelő értékesítési lehetőség, úgyhogy a következő években a hengermű, ha egyáltalában üzemben volt, csak minimális mennyiségű lemezt gyártott. 1820/21 évben, amely a normális üzem éve volt, 1539 bécsi mázsa lemezt gyártottak [14]. Egy műszakban négy munkás dolgozott, az évi maximális üzemidő körülbelül 30 hét volt [15]. A rónici vasműben a lemezgyártás általában egészen 1873-ig jelentéktelen maradt (a lemezgyártás megindításáig a podbrezovai hengermű II. szárnyában) és így a rónici lemezhengerde magyarországi elsősége ellenére sem vált híressé. Így történhetett az, hogy Magyarország első lemezhengerdéjének egyes történészek jogtalanul a 30-as években a Coburgok létesítette hengerművet tekintik.

*

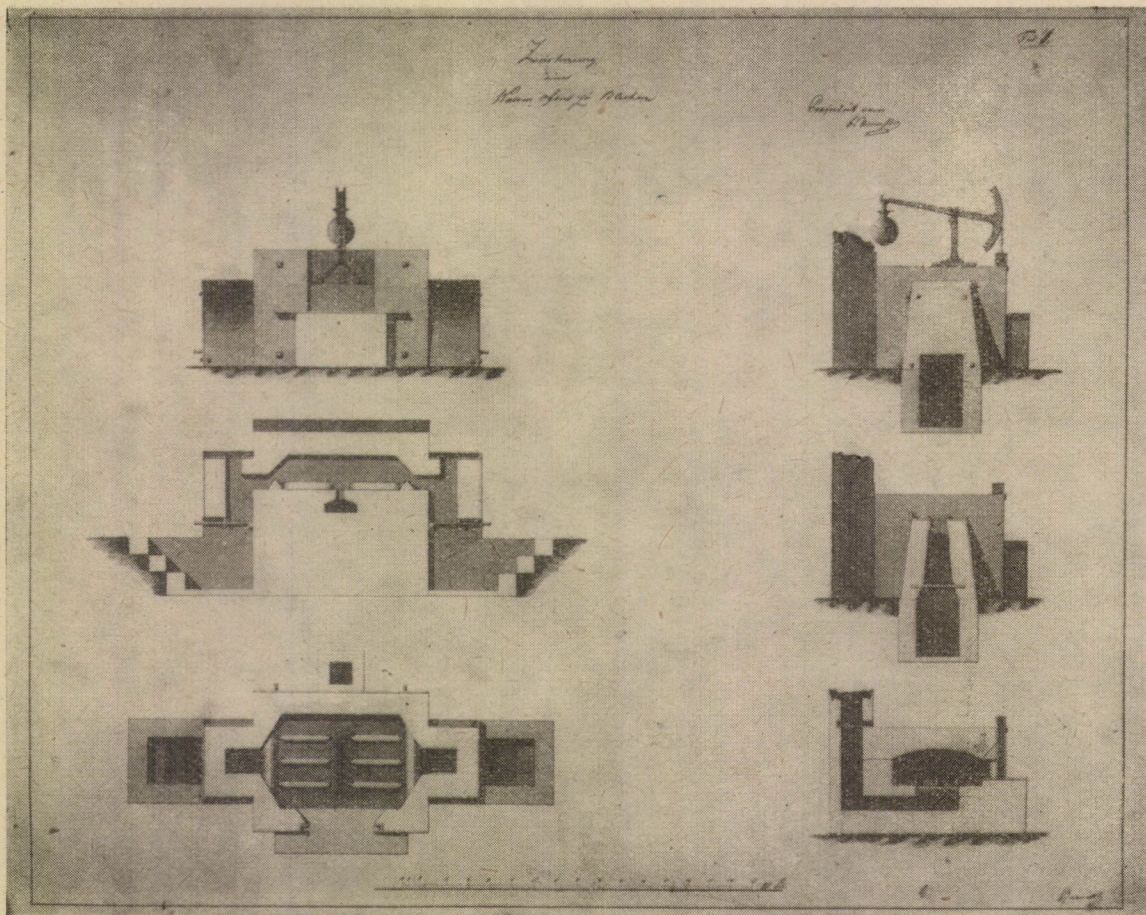
* PÉCH Antal szerint boghámor. (A szerk).



2. ábra. Rónici lemezhengermű tervrajza 1813-ból (alaprjz)



3. ábra. Rónici lemezhengermű tervrajza 1813-ból (keresztmetszet)



4. ábra. Rónici lemezhengermű tervrajza 1813-ból (izzítópest)

1815 után, amikor Magyarországon a vasgyártás átmenetileg visszaesett, amikor az értékesítés hiányában már a rónici vasgyár bérbeadását is mérlegelték [16], a rónici komplexum termelésének a 20–40-es években emelkedő irányzata volt. Amint azt az 1. táblázat mutatja, Magyarországnak ezen legnagyobb vasművében 1821-től 1847-ig a nyersvas és öntvények termelése 62 350 bécsi mázsáról 102 392 bécsi mázsára növekedett, míg a durva és nyújtottvasé 28 405-ről 82 908 bécsi mázsára növekedett. A nyersvastermelésnél ez 64%-os, a nyújtottvas termelésénél pedig 191%-os emelkedést jelent.

Itt főleg a nyújtott vas termelésének és gyártásának emelkedése volt jelentős, mert ez képezte a rónici vasművek fő kereskedelmi cikkét. Nyersvasat a kincstári vasművek egyáltalában nem adtak el, azt csupán saját hámo-raik számára gyártották.

1. táblázat

A rónici vasművek termelése 1820/21 és 1835–1847. években

	Nyersvas	Nyújtottvas
1820/21	63 350	28 405
1835	65 834	46 543
1836	102 677	48 700
1837	?	51 939
1838	68 513	42 402
1839	67 248	55 787
1840	56 785	57 308
1841	91 115	55 495
1842	89 075	64 860
1843	113 066	64 618
1844	111 435	68 831
1845	117 297	75 952
1846	82 365	82 908
1847	102 392	?

2. táblázat

A rónici vasművek fő termelő berendezései

	Nagyolvasztók		Tűzhelyek		Verők	
	1820/21	1839	1820/21	1839	1820/21	1839
Rónic	2	2	5	5	3	3
Tiszole	1	1	1	2	1	2
Polhora	1	1	—	—	—	—
Lubietová	1	1	—	—	—	—
Poniky	1	1	—	—	—	—
Bystrá	—	—	4	4	2	3
Jasenie	—	—	4	4	2	2
Mostenica	—	—	2	2	2	2
Vajsková	—	—	2	2	2	2
Kostiviarská	—	—	2	2	2	1
	6	6	20	21	14	15

Ha figyelembe vesszük az 1820/21. és 1839. évek termelőberendezésének állapotát (l. a 2. táblázatot), látjuk, hogy a nagyolvasztók száma változatlan maradt, míg a tűzhelyek és verők száma csak eggyel szaporodott. Ez azt jelenti, hogy a termelés növelése nem a termelőberendezések számbeli bővítésének lehetett eredménye, azt elsősorban a gyártó berendezés jobbátételével, illetőleg a technológiai eljárások megjavításával kellett elérniök. Ugyanolyan szerkezetű nagyolvasztó mellett a munkások számának növelése sem hozhatta a termelés emelkedését, a munkaidő meghosszabbítása sem jöhetett figyelembe, mivel a rónici vasművek valamennyi vasgyártási ágában éjjel-nappal dolgoztak két 12 órás, vagy három 8 órás műszakban. A kérdés ezek után: mi emelte a termelést.

A termelés növekedésére a gyártási költségek egyidejű csökkentése és a teljesítmény növelése mellett véleményünk szerint legnagyobb jelentőségűek: a nagyolvasztók üzemében

a) a hengeres (szekrényes) fújtatók bevezetése és a nagyolvasztók szerkezeti változtatása,

b) forró levegő fújtatása voltak.

A frissített vas gyártásában:

a) A rónici frissítési módszer bevezetése.

A modern nagyipari vasgyártásra való áttérés szempontjából — ezen az úton a rónici vasművek a szóban forgó időszakban csak az első lépéseket tették meg — a forró levegő fúvatásának bevezetésén kívül alapvető jelentőségű volt:

a) a kavarási bevezetése,

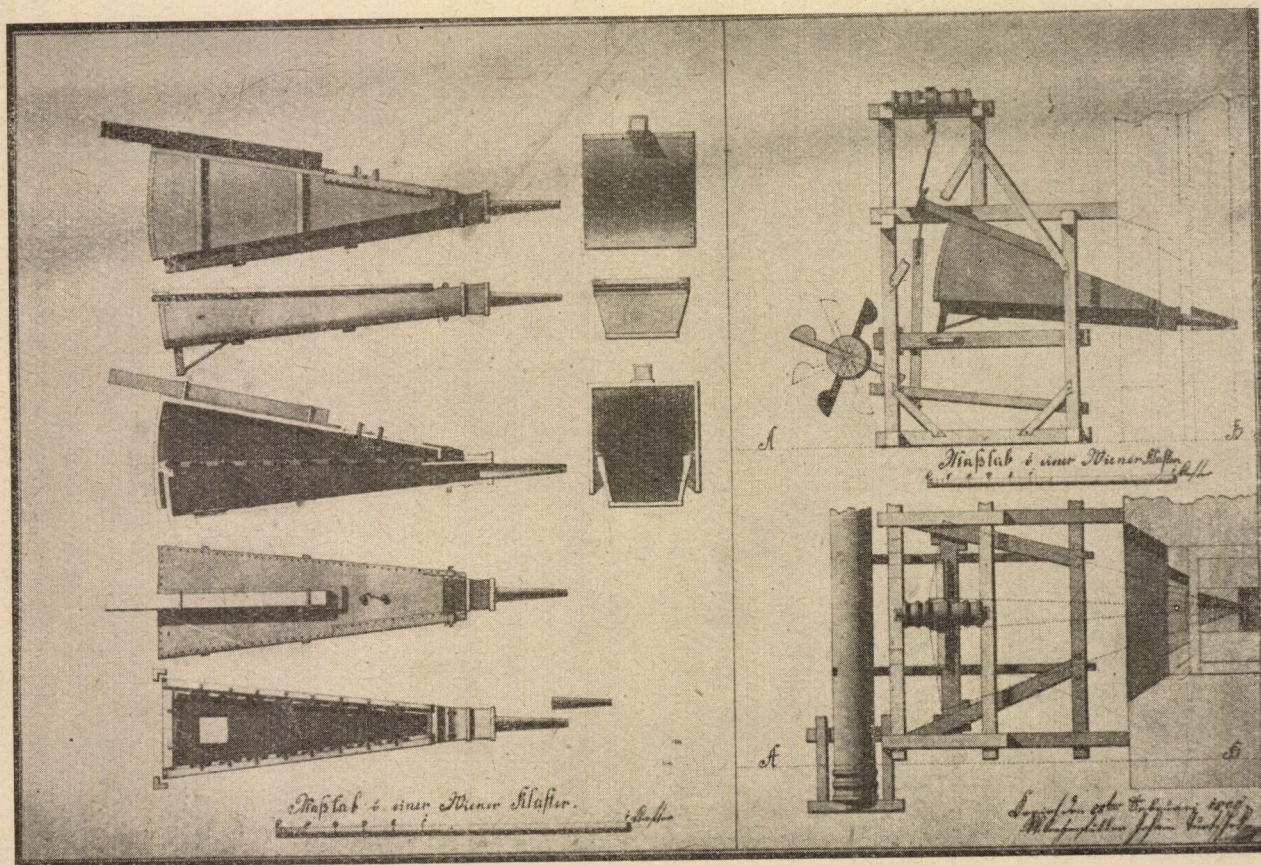
b) a nyújtott vas hengerlésének bevezetése.

Ezen változások többsége tehát nem jelentette a régi technikai bázis teljes mellőzését, hanem csupán annak tökéletesítését.

*

Műszaki haladás a nagyolvasztók üzemében

A nagyolvasztók üzemének javításához vezető úton megtett első lépések egyike a fújtatók kicserélése volt. A XVIII. és XIX. század fordulóján létrejött nagyolvasztók ugyanis a szlovák pesteknél használt fújtatókat vették át. F. A. MARCHERnek a magyarországi vaskohászatot ismertető munkájából tudjuk, hogy 1806-ban az összes rónici nagyolvasztónál még kovács fúvókat használtak, amelyeket vízkerekek hajtottak [17]. A selmeci levéltárban talált és 1805-ből származó fújtató ábrázolása szerint (l. az 5. ábrát), ezek nem régi bőrfújtatók, hanem fafújtatók voltak, amelyeknek alakja a régi fújtatók alakjának felelt meg. Ezeket az ékalakú fafújtatókat a XVIII. században általánosan használták a nagyolvasztóknál [18]. Ellentétben a bőrfújtatókkal, nemcsak



5. ábra. Kovács fúvó 1805-ből

tartósabbak, de nagyobb teljesítményűek is voltak. A rónici vasmű nagyolvasztóinak mindegyikénél két fűjtató működött, és a két fűvókason keresztül fűjtatott, legnagyobb nagyolvasztónak Polhorában négy fűjtatója volt [19]. Ezeket, a MARCHER részéről említett fűjtatókat már a XIX. század első évtizede végén fokozatosan szekrényes fafűjtatókkal helyettesítették. Ezeknek bevezetését a vasmű igazgatósága már 1807-től kezdve tervezi, és az első szekrényes fűjtatókat a rónici II. nagyolvasztónál 1808—1809-ben használták [20]. Ugyanebben az időben Polhorán is bevezették és fokozatosan a többi nagyolvasztónál is szekrényes fűjtatókat kezdtek használni. Ezeknek a fűjtatóknak korhű leírását nem sikerült megtalálni, ismerjük azonban a 2. sz. nagyolvasztó és fűjtatójának 1809. évi ábrázolását (l. a 6. ábrát), amely mind a nagyolvasztónak, mind a szekrényes fűjtatónak szerkezetét szemlélteti az áttételi szerkezet megoldásával együtt [21].* Ezeknek a fűjtatóknak teljesítményéről még más vonatkozásban szólni fogunk, itt csak annyit, hogy a levegő folyamatos szolgáltatása céljából egy nagyolvasztónak több szekrényes fűjtatóval kellett rendelkeznie.

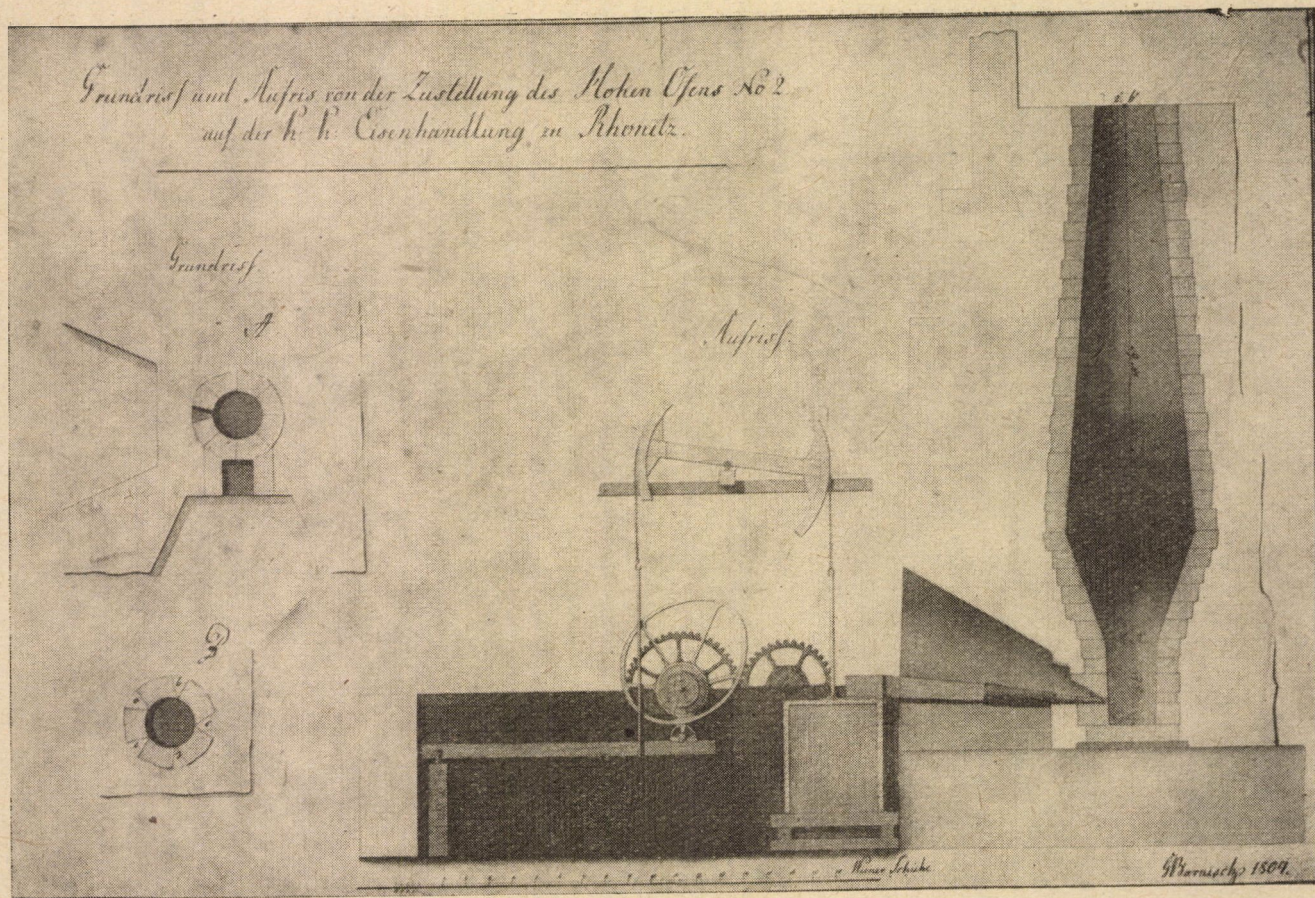
A nagyobb teljesítményű fűjtatók bevezetése lehetővé tette a nagyolvasztók szerkezeti módosítását is a térfogat növelésének tekintetében. Sajnos, a szekrényes fűjtatók bevezetésének időszakából származó műszaki dokumentációs anyag (akár a rajzok, akár leírások) hiánya nem teszi lehetővé, hogy figyelemmel kísérjük az 1810 körüli kemenceszerkezet módosítását. A MARCHER művében közölt nagyolvasztóméreteket, valamint a már idézett, 1809-ből származó rónici 2. sz. nagyolvasztó ábrájából kivehető méreteket [22] összehasonlítása alapján azonban arra következtethetünk, hogy a szekrényes fűjtatók bevezetésével a nagyolvasztók profilja is megváltozott [23].

A rónici 2. sz. nagyolvasztó 1809. és 1839-ből származó irattári rajzai alapján megállapíthatjuk, hogy a nagyolvasztó profilja a XIX. század 30-as éveinek vége felé lényegileg ugyanolyan volt, mint 1809-ben. Az olvasztó szelvényének változásait jellemzi a nagyolvasztó medencéjének kiszélesítése és az akna magasítása; a polhorai nagyolvasztónál lényegesen csökkentették a pohát az akna magasítása végett. A nagyolvasztók térfogata (kivéve a polhorai nagyolvasztót) 11 m³ körül változott.

A szekrényes fűjtatóktól, amelyek a fában gazdag, de iparfejlettség szempontjából visszamaradt területeken pótolták a hengeres vasfűjtatókat [24], mivel ezek gyártása ezeken a területeken költségesebb volt, mint a szekrényes fűjtatóké, már nem voltunk messze a hengeres vasfűjtatók bevezetésétől.

Az első hengeres vasfűjtatót Szlovákia, de egész Magyarország területén is az Andrássyak dernői vasművében használták. Ez már 1825-ben működött és tulajdonosának szavai szerint az egész monarchia területén a leg-

* Szekrényes fűvógép magyarországi használatát illetően l. *Schleicher Aladár*: Nagyolvasztó és hozzátartozó fűvógép terve 1816-ból. *Magy. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 22 (1958), 91—97. (*A szerk.*)



6. ábra. 2. számú rónici kohó szekrényfúvóval 1809-ben (SSUA — BO HKG 1810. év. 1067. sz.)

szebbek közé tartozott. [25]. A rónici vasműben 1826-ban vezették be, mégpedig a rónici 2. sz. nagyolvasztónál [26], de a hengeres fűjtatóval végzett első kísérletek már 1808-ban folytak a polhorai nagyolvasztónál [27]. A Rónicban 1826. szeptemberében üzembehelyezett hengeres fűjtatónak három hengere volt, 49,5'' hengermagassággal* és 40,7'' átmérővel, 9,032 négyzetláb dugattyúfelülettel. Minden hengernek 32,36 köbláb légkiszorítása volt, vagyis a három henger a tengely egy fordulata mellett 97,08 köbláb levegőt szolgáltatott. A percenkénti 5,25 fordulatszámmal a három henger 1 perc alatt 508,9 köbláb levegőt szolgáltatott. Összehasonlítás céljából közöljük, hogy az akkor használt szekrényes fűjtatónak három db 4×4 láb méretű szekrénye volt, tehát a dugattyú felülete 16 négyzetláb volt, egy szekrény kiszorítása 69,4 köbláb volt, tehát a tengely egy fordulatszáma esetében a fűjtató 208,2 köbláb levegőt szolgáltatott, és a percenkénti átlagos 3 fordulatszámú sebesség mellett percenként 624 köbláb levegőt adott. A hengeres fűjtatót ugyanaz a vízikerek hajtotta, mint a szekrényes fűjtatókat [28]. Noha a hengerek térfogata lényegesen kisebb volt (32 : 69 arány) az 1 perc alatt kiszorított levegő aránya 5 : 6 volt, mivel a vashengeres fűjtató folyamatosabb működése nagyobb fordulatszámot tett lehetővé. Ezenkívül a szekrényes fűjtatóknak elég nagy, egészen 40%-ot is elérő légvesztésük volt, úgyhogy a hengeres fűjtatóknál a ténylegesen szállított levegőmennyiség nagyobb volt, mint a szekrényes fűjtatóknál. A hengeres fűjtató ilyen módon a nagyolvasztó gyorsabb járatásához járult hozzá, ami az adagok 64 : 56 arányban történő növelésében tükröződött vissza. Az üzemi összeredmények azonban nem voltak sokkal jobbak, mint a szekrényes fűjtató használata idején, amit főleg a faszén rossz minősége okozott [29].

Az 1826-ban Rónicon használt hengeres fűjtató a saját mechanikai műhely és öntöde [30] gyártmánya volt, gyártása során igen nagy nehézségekkel küzdöttek [31].

E nehézségek ellenére a vasmű igazgatósága már 1826-ban javasolta a nagyolvasztóknál hengeres fűjtatók bevezetését Rónicon, Polhorán és Tiszolcon, és folytatta a hengeres fűjtató tökéletesebb típusának gyártására irányuló erőfeszítéseket. Ez a következő évben sikerült, amikor 1827. tavaszán a rónici 1. sz. nagyolvasztó megkezdte üzemét az új típusú fűjtatóval. Ez kétütemű, kéthengeres fűjtató volt, a hengerek átmérője $41 \frac{3}{4}$ '' a dugattyú felülete pedig 9,5 négyzetláb volt. A dugattyú tiszta lökete 53'', egy henger térfogata 42 köbláb, tehát a tengely egy fordulatszámaival kinyomott levegő 168 köbláb volt. Minden hengernek négy szívószelepe volt, a hengereket gyűjtőszekrény kötötte össze egymással, amelyen keresztül a levegőt a nagyolvasztó fuvókájába vezették. A tengely percenkénti átlagos 9 fordulata mellett a fűjtató 1512 köbláb levegőt szolgáltatott, a hajtóberendezés azonban ugyanaz maradt, mint a szekrényes fűjtatóknál. A levegő egyenletesebb szolgáltatása céljából egy

* 1'' (hüvelyk) = 0,3161 m; 12 hüvelyk = 1 bécsi láb. 1 angol köbláb = 0,028317 m³, az osztrák köbláb ennél kereken 0,03%-kal nagyobb. (A szerk.)

nedves szél szabályozót is felszereltek, amely azonban nem vált be, és az egész idényben szabályozó nélkül működött a fűjtató [32].

Az új fűjtató is a rónici mechanikai üzem terméke volt és kiválóan bevált. A nagyolvasztónak 46 hetes egész idénye alatt a legkisebb üzemzavar nélkül működött, és a nagyolvasztó heti teljesítménye, összehasonlítva azokkal a kampányokkal, amikor még szekrényes fűjtatókat használtak, 120 bécsi mázsával nőtt, és így a fűjtatóba befektetett 800 forint már az első kampány után megtérült [33]. Az új fűjtató legnagyobb haszna az volt, hogy a nagyolvasztó szerkezetének megtartása mellett nőtt a termelés. A tüzelőanyag-fogyasztás ugyan valamivel nagyobb volt, de részben a faszén rossz minősége, részben pedig amiatt, hogy sok öntvényt gyártottak. Az üzem főbb eredményeit a 3. táblázat mutatja [34]:

3. táblázat

	Érchozam %	Tüzelőanyag- fogyasztás méré	Heti termelés bécsi mázsa	Az idény termelése bécsi mázsa
1827/28 idény (46)	23,3	4,7	312	14,269
1825/26 „ (64)	24,4	4,5	191	12 538
1824/25 „ (76)	22,8	4,4	192	14 253

Ilyen tapasztalatok után a hengeres fűjtatókat Polhorában is bevezették, míg Tiszolcon, Ponikyben és Lubietován — ismeretlen okoknál fogva — megtartották a szekrényes fűjtatókat [35].

A nagyolvasztó üzemének megjavítása szempontjából legnagyobb jelentőségű és az összes termelési mutató javítását legmesszebbmenően befolyásoló tényező a forró levegő fűjtatásának bevezetése volt. A vaskohászat fejlődése szempontjából a XIX. század első felében ez volt a legfontosabb találmány. Feltalálója az angol NEILSON volt, aki 1828-ban szabadalmat kapott a forró levegő fűjtatására, és már 1829-ben üzembehelyezték a Clyde-kohóban az első léghevítőt [36]. A forró levegő fűjtatása, amelynek hőmérséklete igaz, hogy körülbelül csak 170 C°-ot ért el, lényegesen csökkentette a tüzelőanyag fogyasztását a termelés egyidejű növelése mellett. Az Angliában használt léghevítőket külön tűzhelyről kőszénnel fűtötték. Ott tehát, ahol a tüzelőanyag fajlagos fogyasztása fokozatosan a vaskohászat létkérdésévé vált, vagyis olyan területeken, ahol növényi tüzelőanyagot használtak, ezt a jelentős újdonságot nem lehetett alkalmazni, amennyiben a léghevítőnek drága fával történő fűtése nem oldotta meg a főproblémát, a tüzelőanyag megtakarítását.

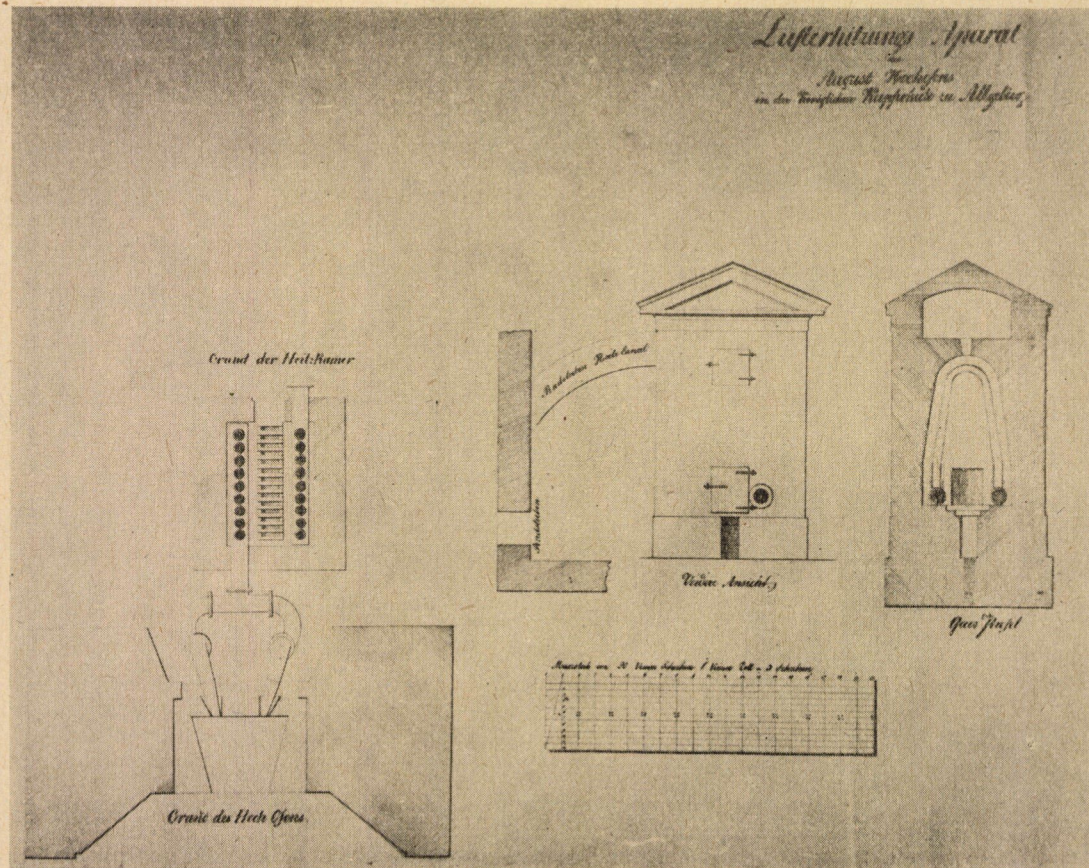
1832. tavaszán a badeni Haussen-kohóban csöves léghevítőt alkalmaztak, amelyet a torok fölött helyeztek el, és a toroklángokkal fűtötték [37]. Még ugyanazon évben FABRE DU FOUR hosszú kísérletezés után tökéletesebb léghevítőt talált fel, amelyet nem a torok fölé, hanem mellé helyezett, és ugyancsak a toroklángokkal fűtött (ún. wasseralfingeni hevítő) [38].

A toroklánggal (torokgázokkal) hevített léghevítők gyorsan elterjedtek, és a torokgázok kihasználásának elve alapján egész sor léghevítő jött létre, amelyek lényegileg csak a légvezető csőrendszerek elrendezésében különböztek egymástól.

Egész Magyarországon az első vasmű, ahol a forró levegő fúvatásának bevezetésével kezdtek foglalkozni és ahol ezt a találmányt elsőnek vezették be a gyakorlatba, éppen a rónici vasmű volt.* A vasmű igazgatóságát a bécsi kamara, ahová a vasmű tartozott, többé-kevésbé rendszeresen tájékoztatta a technikai újdonságokról, úgyhogy már 1834-ben Rónicban a külföldi vasművekben használt léghevítők néhány leírását megkapták [39]. 1835-ben a rónici 1. sz. nagyolvasztó mellett kísérletileg alkalmazták az első léghevítőt, amiről azonban mind ez ideig részletes adatokat nem sikerült beszerezni [40]. 1836-ban folytatták a kísérleteket, és ugyanazon év végén szintén Rónicban üzembe helyezték az 1. sz. nagyolvasztónál a malapani rendszerű léghevítőt [41]. A rajzok itt sem maradtak meg — sajnos ez vonatkozik valamennyi vaskohóban alkalmazott léghevítőre — az elnevezés alapján azonban tudjuk, hogy ez a megoldás gyűrűs szekrényből álló léghevítő volt, amelynél a gyűrű közvetlenül a nagyolvasztó falában volt elhelyezve a torokszint alatt, és elsőnek WACHLER készítette el a volt porosz-sziléziai Malapane kohóban 1833-ban [42]. A rónici léghevítőt a saját mechanikai műhelyben készítették. 5 hétig volt üzemben, és a levegő hőmérséklete a toroknál 162 C°-ot, a fuvókánál 125 C°-ot ért el, míg a tüzelőanyagmegtakarítás a fuvatott hideglevegőnél történő átlagos fogyasztáshoz viszonyítva körülbelül 20% volt. A kísérletek tehát mindjárt az első hetekben igazolták a forró levegő fúvatásának gazdaságosságát, ugyanakkor azonban kiütköztek a malapani hevítőrendszer összes hátrányai is, amennyiben a léghevítő végül is 5 hét múlva elrepedt [43].

Abban az időben, amikor a malapani léghevítővel folytak a kísérletek, vagyis körülbelül 1836 decemberében, visszatért Rónicba a selmecebányai bányaaadémia kohászati és vegyészeti tanszékének tanárhelyettese BACHMANN, akit a vasművek igazgatósága tanulmányútra küldött ki, hogy a külföldi vasművekben megismerkedjék a léghevítő berendezésekkel. Saját tapasztalatai alapján BACHMANN javasolta, hogy hagyják abba a malapani léghevítővel végzett kísérleteket, és készítsenek léghevítőt a skóciai Calder-kohó léghevítőjének elvei szerint. A calderi léghevítő függőlegesen elhelyezett szétágazó, kétágú csövekből (nadrágső) állt, amelyek mindkét oldalon egy-egy csőre voltak állítva (l. a 7. ábrát, amely az óhegyi kincstári rézkohóban használatban volt calderi típusú léghevítőt ábrázolja). Calderben a léghevítőt természetesen önálló kemencéből kőszénnel fűtötték, azonban a 30-as évek derekán a calderi

* COTEL szerint (Vaskohász. Enciklopédia, VI. köt. 31. o.) nálunk a léghevítést először Sztracsenán 1837-ben alkalmazták. Ezzel szemben e dolgozat adatai mások és sok tekintetben újak, ezért a következőkben azok részletes tárgyalásának szívesen adunk helyet. L. erre nézve jelen tanulmány [58 a] jegyzetét. (A szerk.)



7. ábra. Calder-rendszerű léghevítőkészülék az óhegyi rézkohóban

léghevítőt torokgázhevitéssel is használták, mégpedig főleg Sziléziában, ahol azokat valószínűleg BACHMANN is látta [44].

Ennek a léghevítőnek BACHMANN által kidolgozott tervét és költségvetését a bécsi kamara még 1836-ban jóváhagyta és a léghevítőt újra a rónici öntöde és mechanikai üzem készítette el. 1837. februárjában felszerelték a rónici 1. sz. nagyolvasztóra és a Calder-hevítővel folyó üzem 1837. február 26-án indult meg. 5 hetes kísérleti üzem munkáját személyesen BACHMANN vezette [45]. A hevítő gyártási költsége állítólag 3 004 forint 30 garas C. M. volt [46]. (C. M. = Conventions-Münze.)

A Calder-rendszerű léghevítővel elért eredmények lényegesen jobbak voltak, mint a malapani léghevítővel elérték. Itt a levegő összesen 142 láb (4 488 cm) hosszú és 3" (9 cm) Ø-jű csőrendszeren haladt át és a tulajdonképeni hevítőberendezés egy falazott építményben volt elhelyezve, ami védte a lehűléssel szemben. A toroklángot és torokgázokat a toroktól csatorna vezette, amelyet retesszel lehetett szabályozni és egy másik retesszel szabályozták az atmoszferikus levegő beáramlását [47]. A fúvókasnál a levegő hőmérséklete már első napon 140 C° volt és később állandóan 210 C° körül ingadozott [48]. A Calder-rendszerű léghevítőnek más csőhevítőkkal, főleg a wasseralfingeni léghevítővel szemben az volt az előnye, hogy a levegő ebben nem egy csővön, hanem — mint a mi esetünkben is — 9 nadrágsövön keresztül haladt át és ennek következtében a levegő útjában kisebb ellenállás volt, és a nyomáskülönbség a fújtatonál és kasnál körülbelül csak 10% volt, míg az első wasseralfingeni léghevítőknél néha elérte az 50%-ot is [49].

A rónici léghevítő 5 héten keresztül üzemzavar nélkül működött, amikor a továbbra is hideg levegővel fúvatott 2. sz. nagyolvasztónál elért eredményekkel összehasonlítva a 4. táblázat szerinti termelési eredményeket kapták [50]: (szénfogyasztás bécsi köbláb/1 bécsi mázsa vas, az érc és vas súlya bécsi mázsákban)

4. táblázat

	1. sz. kemence (Hering) 1	2. sz. kemence (Schwarzkönig) 2
A levegő hőmérséklete	210 C°	0—6 C°
Adagok száma 24 óra alatt	92,3	100
Egy adag súlya	2,48	1,85
Adagok súlya 24 óra alatt	229,00	186,00
Érkihozatal (%).....	26,15	25,28
Szénfogyasztás	23,55	32,64
Termelés 24 óra alatt	50,10	38,20

Mindkét nagyolvasztó eredményeinek összehasonlításához eleve meg kell jegyezni, hogy a 2. sz. nagyolvasztó eredményei is jobbak voltak, mint az elmúlt időszakokban, mivel a szűkebb fúvókák alkalmazása révén emelkedett a levegő nyomása. A próbauzem jó eredményei után, amely, mint már láttuk,

körülbelül 27,8%-os tüzelőanyag-megtakarítást és 21%-os termelésnövekedést hozott, az 1. sz. nagyolvasztó már forró levegő fűtatással folytatta a kampányt. Mindkét nagyolvasztó eredményeinek összehasonlítására 35 hetes üzem után, valamint az 1. sz. nagyolvasztó (forró fűtatás) eredményeinek összehasonlítása mindkét nagyolvasztónak az előző években elért (hideg fűtatásos) átlageredményeivel azt mutatja, hogy a próbaüzem eredményei nem voltak véletlenek [51].

5. táblázat

	Átlag 1835	Átlag 1836	1. sz. nagy- olvasztó 1837	2. sz. nagy- olvasztó 1837
Heti termelés	164,16	185,70	316,30	249,88
Szénfogyasztás	40,70	34,23	22,48	35,59
Erckihozatal (%).....	20,00	22,00	26,00	25,00

Az 1. sz. nagyolvasztó 129 hetes üzemének befejezése után forró levegő fűtatással az átlagos tüzelőanyag-fogyasztás 1 bécsi mázsa nyersvasra vonatkoztatva 22,41 köbláb volt, vagyis körülbelül egyharmaddal kevesebb, mint az 1836. évi átlagos fogyasztás, s emellett a heti átlagtermelés 335 bécsi mázsa volt, vagyis 44%-kal több, mint 1836-ban. A forró levegő fűtatással gyártott nyersvas minősége szintén kiváló volt, a nagyolvasztó finomszemcsés szürke nyersvasat adott, amely nagyon alkalmas volt mind az öntvények gyártásához, mind a frissítéshez. Az egész kampány idején tüzelőanyagban elért megtakarítás nyereségét az igazgatóság 18 843 forintra, míg a heti tüzelőanyag- és ércmegtakarítást körülbelül 150 Ft-ra becsülte, ami annyit jelent, hogy 1 bécsi mázsa nyersvas körülbelül 30 garassal lett olcsóbb [52].

Azok a rendkívül kedvező eredmények, amelyek már a Calder-rendszerű léghevítő próbaüzeménél mutatkoztak, természetesen azzal a következménnyel jártak, hogy a vasművek igazgatósága minél előbb igyekezett bevezetni a forró levegő fűtatást valamennyi nagyolvasztónál, amit a bécsi kamara már 1837-ben engedélyezett is [53]. Még jobb eredmények elérésére törekedve más léghevítő-rendszerekkel is kísérleteztek. Így pl. a rónici 2. számú nagyolvasztónál 1839-ben csőhevítőt alkalmaztak, amelyet a bajorországi Achtal-kohó léghevítőjének előtétje szerint szerkesztettek meg. Ezt két sorban, egymás fölött elrendezett vízszintes csőrendszer alkotta. Itt a csövek teljes hossza 334 láb (10 557 cm) volt, amivel ugyan nőtt a levegő hőmérséklete, de rendkívülien megnőtt az ellennyomás is, amit a fűjtatónak nem sikerült leküzdenie, és ezért a levegő nyomása a kasnál körülbelül 1/3-dal csökkent. Ezzel a kemence járása annyira romlott, hogy 52 hetes üzem után a medence teljesen kiégett és a nagyolvasztót el kellett oltani [54]. Tiszolcon önálló tűzhelyű Cabrol-rendszerű léghevítővel kísérleteztek. 24 óra alatt 51,2 köbláb faszén elhasználásával

287 C° hőmérsékletet értek el vele [55], tartós alkalmazására vonatkozó feljegyzések azonban nem maradtak. A vasmű vezetősége végül is a Calder-rendszerű léghevítő mellett döntött, amelyet Lubietován és Ponikyben már 1839-ben felszereltek és 1840-ben a rónici 2. sz. nagyolvasztón, az aachtali léghevítővel végzett sikertelen kísérlet után. Polhorán a Calder-rendszerű léghevítőt már 1839-ben felszerelték, de a következő évekből nincsenek bizonyítékaink arra vonatkozóan, hogy a polhorai és tiszolci nagyolvasztó, tehát a rónici vasművek két legnagyobb teljesítményű nagyolvasztója forró levegő fúvatással dolgozott volna [56].

Lehetséges, hogy a hideg fúvatást továbbra is megtartották, mivel ezek a nagyolvasztók a sirki és dobsinai legjobb minőségű érc olvasztása folytán lényegesen jobb eredményekkel dolgoztak, mint a többi nagyolvasztó. 1844-ben még mindkét nagyolvasztót hideg levegővel fúvatták és Polhorán a meleg levegő fúvatást csak 1847-ben említik [57].

Láttuk, hogy a forró levegő fúvatás bevezetésének elsősorban a tüzelőanyag-fogyasztás csökkentése szempontjából volt jelentősége. Ez is volt a léghevítő bevezetésének fő célja és amennyiben a rónici vasműnél ezt figyelemmel tudtuk kísérni, ezt az eredményt mindenhol elérték. További pozitív eredmény volt a termelés növelése, amely azonban nem következett be a léghevítők alkalmazásának minden esetében. Így a lubietovai és poniky kohónál 1839-ben forró levegő fúvatásánál a tüzelőanyag-fogyasztás 1 bécsi mázsára nyers vasra 33,52, illetőleg 26,47 köblábról 22,66 és 20,86 köbláb szénre csökkent, de egyben a heti termelés is 216, illetőleg 179 bécsi mázsáról 168, illetőleg 136, bécsi mázsára csökkent. Ezt a kis teljesítményű faszekrényfúvók okozták, amelyek nem tudták a léghevítők ellennyomását leküzdeni, és a légnyomás esése a kemencejárat jelentős lassulását okozta, aminek folytán csökkent az egész termelés [58]. A forró levegő fúvatása így újra felvetette a fújtató tökéletesítésének kérdését [58a].

A rónici vasművek nagyolvasztóinak üzemében a XIX. század első felében bevezetett műszaki haladás legfőbb eredményeinek tömör vázolója után megállapíthatjuk, hogy azoknak fő eredménye a termelés növelése volt, a tüzelőanyag-fogyasztás egyidejű csökkenése mellett. A rónici vasművek egész üzemére nézve, miután főleg frissített vas nagyüzemi gyártásával foglalkoztak, különösen fontos volt a tüzelőanyag fogyasztásának csökkenése, mivel a megtakarított faszén a frissített vas gyártásának további kibővítését tette lehetővé.

Technikai haladás a frissített vas gyártásában

A frissített vasnak tűzhelykészeléses gyártásában a rónici vasművekben a XIX. század 20–40-es éveiben néhány újítást vezettek be, és a vasmű igazgatóságának az e téren mutatkozó műszaki haladás iránti igyekezte sok-

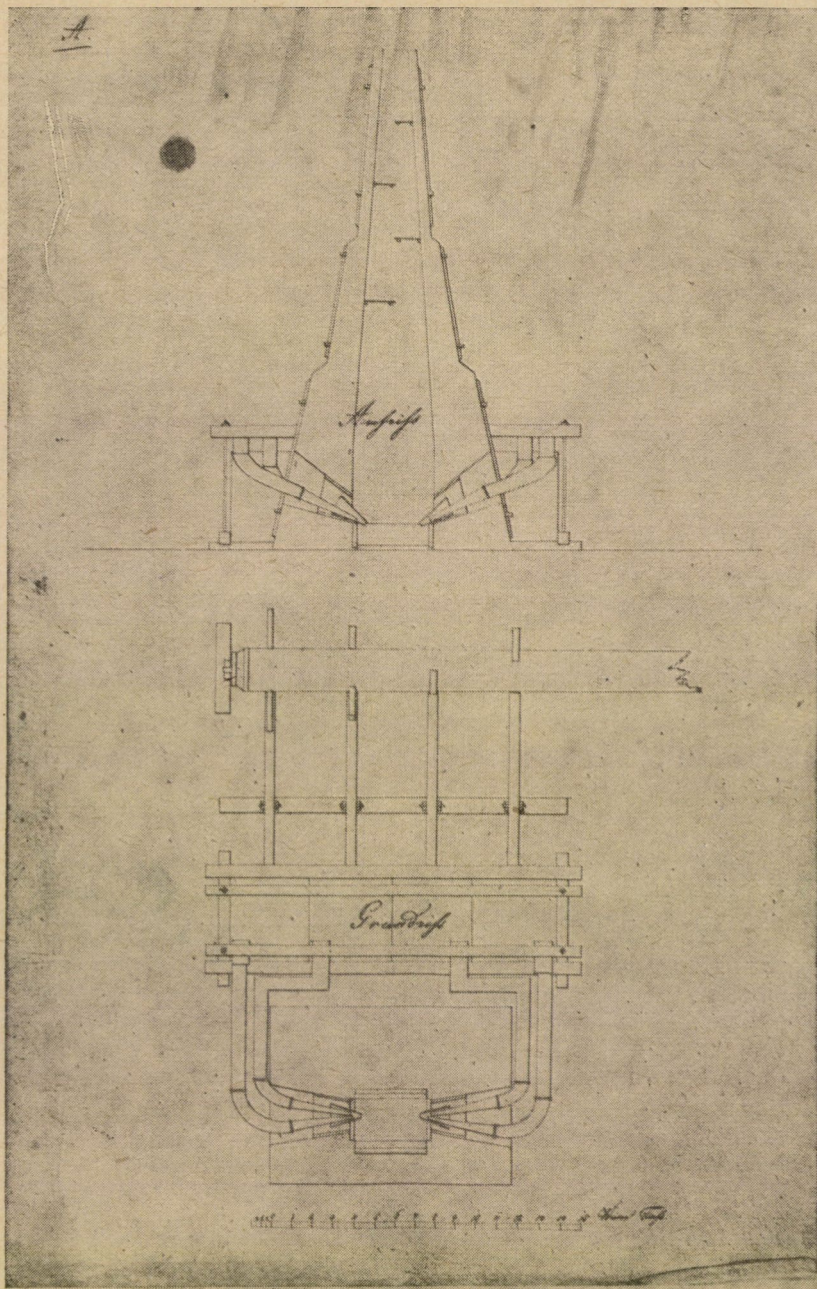
kal nyilvánvalóbb, mint a nyersanyaggyártás területén, ami végeredményben érthető is, mert hiszen a vasmű gazdaságossága szempontjából a frissített vas gyártás volt a legfontosabb termelési ág. A tűzhelykészelés területén bevezetett újdonságok közül legnagyobb jelentőségű az úgynevezett *rónici frissítés*, vagyis olyan készelési módszer bevezetése volt, amely eltérően a többi technológiai újdonságtól, *rónici találmány* volt.

Említettük, hogy a nyersvas frissítésénél a rónici vasművekben az úgynevezett csillesztő eljárást alkalmazták (Anlaufschmiede), amely eljárással a rónici vasművekben, mint már mondtuk, egészen biztosan 1763-tól dolgoztak. Ez a gyártási eljárás a legjobban felelt meg a rónici nyersvasnak, hátránya azonban a viszonylag kis termelés volt és ezért nem véletlen, hogy a tökéletesítésére irányuló kísérletek a vasipari gyártmányok iránti nagy kereslet első éveiben, vagyis a XVIII. század végén és a XIX. század kezdetén indultak meg.

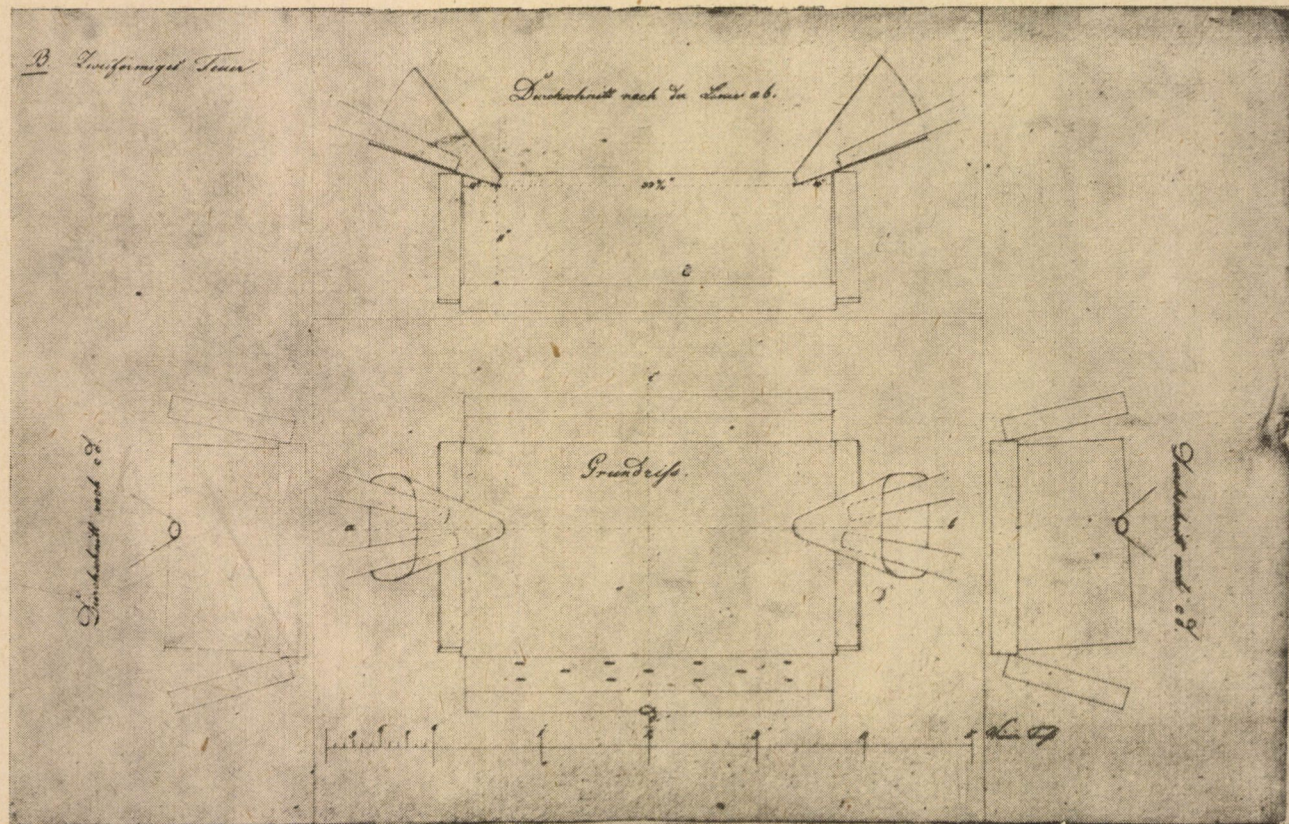
A rónici vasmű igazgatója, SCHWARZKÖNIG volt az, aki 1801-ben és azután ismételten 1804-ben saját kezdeményezéséből kísérletbe fogott, amelynek célja a frissítési módszer megtartása mellett a pest termelésének növelése volt. E célból 1804 márciusában Rónicban kísérleti pestet létesített, amely az eddig alkalmazottaktól elsősorban méreteiben és a légfuvatás módjában különbözött (l. 8–10. ábrákat). A tűzhely munkatere ugyanis 42—48'' hosszú volt, vagyis kétszer akkora, mint a szokásosan használatos frissítő tűzhelyeké. A nyersvas ilyen nagy frissítő tűzhelyen történő finomításának biztosítása céljából a levegőnek egy fúvókason keresztül történő fúvása nem biztosíthatta az elég erős fúvatást és ezért SCHWARZKÖNIG ezt a kísérlet sikeres végrehajtása szempontjából legfőbb kérdést két szemben fekvő fúvókással oldotta meg, vagyis a levegőt kétszer annyi fújtatóval fújtatta két oldalról (ez négy ékalakú fújtató volt). Az ilyen módon megnagyobbított tűzhelyen egyszerre nagyobb nyersvasadagot lehetett feldolgozni, természetesen növelni kellett a személyzet létszámát is, amely a kísérletek során 24 órán át 8 munkásból állt, míg a régi frissítő tüzeknél mindössze 6 munkás dolgozott.

SCHWARZKÖNIG személyes felügyelete mellett végzett kísérletek csak két hétig tartottak, amikor is 11 napon át dolgoztak. A kísérlet eredményei a következők voltak: 24 óra alatt a termelés 14,77 bécsi mázsa frissített vas, a tűzvesztés 16,66% és a tüzelőanyag-fogyasztás 33,50 köbláb szén/1 bécsi mázsa bugavas volt [59]. A régi frissítő tűzhelyekkel szemben, amelyek egy fúvókással dolgoztak, ahol az 1793. évi adatok szerint körülbelül 9 bécsi mázsa frissített vasat gyártottak, ez tehát a termelésnek kb. 66%-os növelését jelentette, és ugyanakkor a termelékenység is nőtt, mivel 24 óra alatt az egy munkásra eső termelés 150-ről 180 fontra nőtt. SCHWARZKÖNIG kísérlete során a tűzvesztés és a tüzelőanyag-fogyasztás is valamivel kevesebb volt, mint a szokásos üzemben.

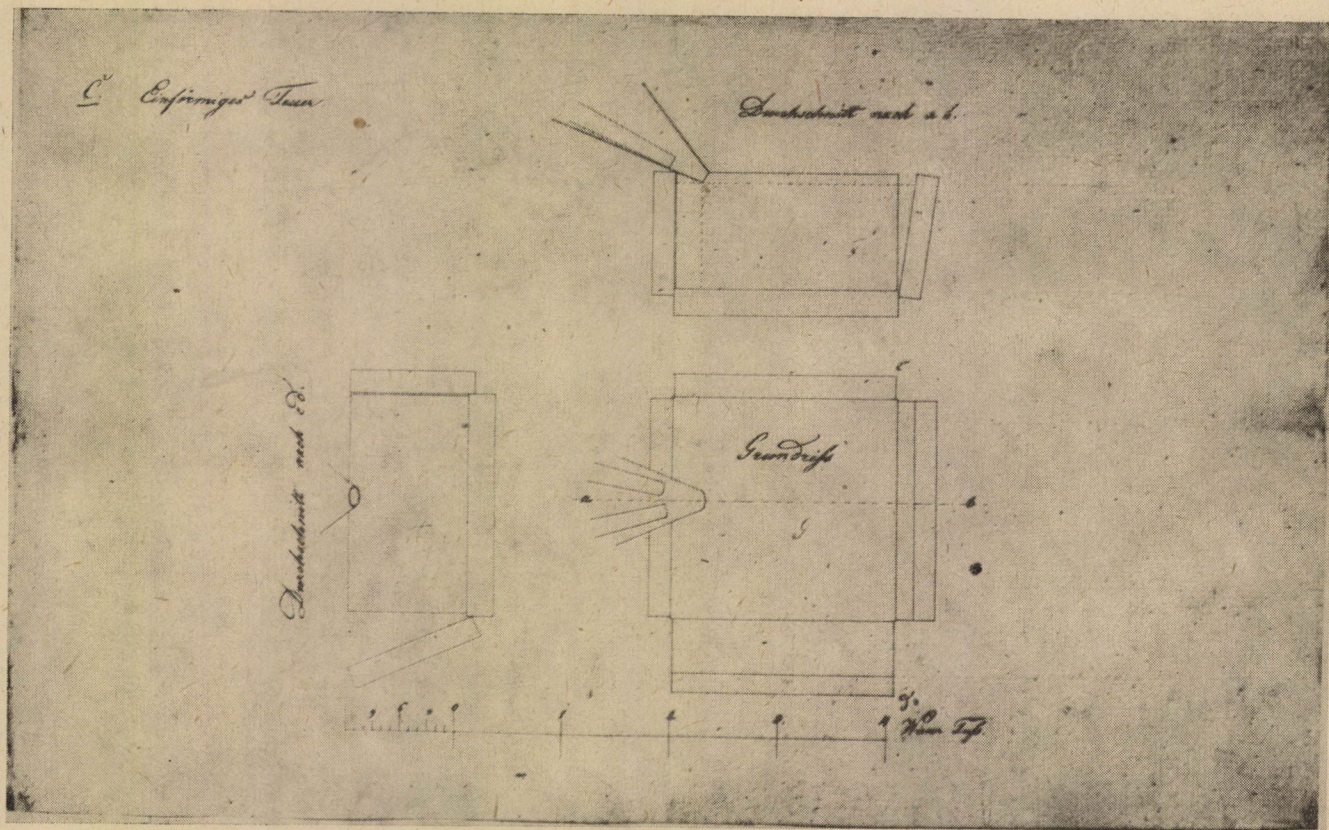
SCHWARZKÖNIG első két fúvókásos tűzhelykészelési kísérletétől egészen a módszer bevezetéséig majdnem 20 év múlt el. Röviddel a kísérletek után ui.



8. ábra. Rónici frissítőtűz két fúvókassal



9. ábra. Rónici frissítőtűz két fűvókassal



10. ábra. Rónici frissítőtűz egy fűvókassal

SCHWARZKÖNIG meghalt és mivel a kísérletekről hivatalosan senki sem volt tájékoztatva, azok hosszabb időre feledésbe merültek. Ezt az is elősegítette, hogy amikor a következő évben, 1805-ben a főbányagrófi hivatal érdeklődött a vasmű igazgatóságánál SCHWARZKÖNIG kísérletei felől, az akkori igazgató, COLLINASY, azt válaszolta, hogy a kísérletek folytak ugyan, de rossz eredményekkel, mivel a munkáslétszám kétszeres növelésével hetente csak 74 bécsi mázsa frissített vasat sikerült termelni, míg 12 munkás két frissítő tűznél 112 bécsi mázsát termelt [60]. Ezután a teljes egészében valótlán tájékoztatás után SCHWARZKÖNIG figyelemre méltó ötlete kereken 15 évre feledésbe merült.

E gyártási mód bevezetésének gondolata újból csak a rónici vasművek 1820/21 évi vizitációs jegyzőkönyvében merült fel [61]. A vasgyár igazgatója akkor JACSKOVSKY Mihály volt, aki — ahogy arról 1823-ban a Collinasy-féle 1805. évi jelentéséhez fűzött állásfoglalásában írja — 1804-ben mint fiatal manipuláns volt jelen SCHWARZKÖNIG kísérleteinél.* Megcáfolta Collinasynek a kísérletekre vonatkozó nyilatkozatát, mondván, hogy COLLINASY az eredményeket csak hallomás alapján közölte anélkül, hogy bármilyen bizonyítékai lettek volna [62]. JACSKOVSKY Mihály már 1821. július 28-án az említett vizitációs jegyzőkönyv mellékletében terjedelmes javaslatot nyújtott be a kísérletek felújítására [63], amit azután már 1822. júliusában jóvá is hagytak [64]. 1823 augusztusában végérvényesen jóváhagyták egy acélüzemi tűzhely frissítő tűzhellyé történő átépítési költségvetését Rónichban és így 1823 szeptemberében JACSKOVSKY vezetésével megindultak a kísérletek [65], amelyeknek csak 1823 végéig kellett volna tartaniuk, később azonban 1824-re, az egész évre meghosszabbították és Rónichból a bystrai hámorra is kiterjesztették [66].

A Rónichban végzett 12 hetes első kísérletek eredményeit az egy fúvókason tűzhelykészeléssel összehasonlítva, a 7. táblázat mutatja [67]:

7. táblázat

	Tűz-vesztesség %	Tüzelőanyag-fogyasztás köbláb	24 órás termelés bécsi mázsa	Munkások száma
Két fúvókásos tűzhely	13,39	34,41	10,9	8
Egy fúvókásos tűzhely	17,39	38,34	9,2	6

Az eredmények tehát csak a tűzvesztesség és tüzelőanyag-fogyasztás tekintetében voltak kielégítőek, itt a megtakarítás reális kilátásai mutatkoztak, hiszen a közölt tüzelőanyag-csökkentés évi 36 000 bécsi mázsa bugavas termelése esetén körülbelül 9 000 mérce (a 6,39 köbláb) szénmegtakarítást jelentett. Ezzel szemben a termelés nagysága nem volt kielégítő, a termelés fokozása

* JACSKOVSKYt 1798-ban immatrikulálták a selmeci bányászati akadémián. (A szerk.)

nem felelt meg a munkaerőnövelésnek, úgyhogy ilyen vonatkozásban JACSKOV-SZKY kísérletei messze elmaradtak SCHWARZKÖNIG 1804. évi kísérletei mögött. JACSKOV-SZKY azonban nem hagyta abba a kísérleteket és fokozatosan sikerült a termelést is növelnie. Így 1825. első évnegyedében a bystrai kísérletek során a 8. táblázatban feltüntetett eredményeket érte el [68]:

8. táblázat

	Tűz- vesztés %	Tüzelő- anyag- fogyasztás kőbiáb	24 órás termelés bécsi mázsa	Munkások száma
Két fúvókasos tűzhely	12,4	31,3	16,37	9
Egy fúvókasos tűzhely	16,7	35,1	10,67	6

Látjuk, hogy a munkások létszámát növelték, ugyan csupán egy fővel, de ekkor a termelés növekedése nemcsak a munkások létszámemelésének felelt meg, hanem már a termelékenység kis növekedését is jelentette, mivel az egy fúvókasos tűzhelynél egy munkásra 24 óra alatt 170, a két fúvókasos tűzhelynél végzett termelésnél pedig 180 font frissített vas jutott.

A rónici és bystrai kísérleti üzem tovább folyt és 1827. december 15-én a bécsi kamara elrendelte, az új frissítési módszernek a rónici vasművek valamennyi üzemében történő bevezetését, egyben JACSKOV-SZKY Mihály igazgatót az új módszer bevezetése körül szerzett érdemeiért jutalomban részesítette [69]. Ezzel a rónici frissítés kísérleti időszaka véget ért és bevezették a gyakorlatba.

A rónici frissítési eljárás során lényegileg a csillesztő frissítés sajátos tökéletesítéséről volt szó, amelyet Rónicban már azelőtt is alkalmaztak és amely főleg Csehországban volt elterjedve. Új volt a két fúvókason keresztül történő fúvatás, ami lehetővé tette a tűzhely kétszeresre való növekedését és azt, hogy egyszerre majdnem kétszer akkora nyersvasmennyiséget lehetett feldolgozni, anélkül, hogy az a gyártmányok minőségének, vagy az üzem jövedelmezőségének rovására ment volna. 1828-ban egy adag nyersvas súlya 6 bécsi mázsa volt, az egy fúvókasos frissítőtűznél csak 3,5 bécsi mázsa, míg a frissítési idő mindkét esetben egyforma volt, mégpedig 7–7,5 óra. 24 óra alatt 17,4, illetőleg 10,8 bécsi mázsa frissített bugavasat gyártottak, ami a termelésnek 62%-os emelkedését jelentette [70]. A munkáslétszámot ugyanakkor 6-ról 9-re emelték, úgyhogy egy dolgozóra 180, illetőleg 190 font bugavas jutott, tehát a termelékenység 5%-kal nőtt.

A XIX. század 30-as éveiben a két fúvókasos tűzhelyeket a rónici vasmű valamennyi hámorába bevezették, úgyhogy 1835-ben 19 tűzhely közül csak négy volt egy fúvókasos, 15 pedig két fúvókasos [71]. Egyidejűleg a gyártási folyamatot is sikerült oly módon tökéletesíteni, hogy a munkatermelékenység már 22%-kal nőtt [72]. Amint azt az egy és két fúvókasos tűzhelyeken történő

frissítés termelési eredményeinek 9. táblázata mutatja, általában kisebbek voltak mind a tűzveszteség, mind a fajlagos tüzelőanyag-fogyasztás is. A tüzelőanyag-fogyasztás csökkenése ugyan nem volt a rónici frissítési módszer jelentőség nélküli előnye, de a tüzelőanyag-fogyasztás még mindig nagy volt, összehasonlítva más csillesztő műveletekkel [73].

A rónici módszer sikeres bevezetése után nemsokára érdeklődés mutatkozott más vasgyárak részéről is. Így például már 1828-ban a Murányi Unió megkereste a vasművek igazgatóságát, engedje meg, hogy a kincstári hámorokban négy munkást és HÁMOS művezetőt lehessen kiképezni a rónici módszerben

9. táblázat

Termelési eredmények összehasonlító táblázata egy- és két fűvókasos tüzhelykészítésnél

Év	A tüzhely termelése évente bécai mázsa	Szénfogyasztás köbláb	Tűzveszteség %
<i>a) egy fűvókasos tüzhelyek</i>			
1835	1 445	34,09	16,80
1836	?	34,95	16,30
1839	1 787	34,62	15,67
1840	2 331	33,52	14,65
1841	1 756	31,52	14,20
<i>b) két fűvókasos tüzhelyek</i>			
1804	—	33,50	16,66
1835	2 877	34,12	13,01
1836	?	34,50	13,00
1839	3 905	31,65	14,27
1840	3 870	29,19	14,14
1841	3 713	30,49	13,90

(A közölt adatok a rónici vasmű valamennyi vállalatának átlageredményei. A SSUA — BO, f. HKG, 1836. 1363. irattári szám; 1840, 4948. irattári szám; 1843, 1130. irattári szám alapján.)

és a következő évben ilyen megkereséssel fordult az igazgatósághoz a Rimai Koalíció is. Mindkét esetben eleget tettek a kívánságnak és rajtuk kívül 1829-ben Rónicban a kabolja-poljanai vasművek egyik munkása is tanult [74]. A rónici frissítési módszer szélesebbkörű elterjedéséről a magyarországi vaskohászatban egyelőre nincsenek értesüléseink, mivel kevésbé ismerjük az akkori vasművek műszaki berendezését. Annyi azonban biztos, hogy ott, ahol a légfúvatást két fűvókason keresztül alkalmazták, a rónici módszer alkalmazásáról volt szó.

Mint a frissítés különleges és eredeti módja, a rónici frissítés P. TUNNER vaskohászati kézikönyvébe is bekerült, ahol első alkalommal hozták nyilvánosságra ennek az eljárásnak vázlatos lefolyását. BECK is „A vas története” című művében alkalmasnak találta, hogy a frissítési módszerek között fel-

sorolja [75], úgyhogy megállapíthatjuk, hogy a rónici frissítési módszer volt Szlovákiában, de egész Magyarországon is a nyersvas tűzhelykészülésének egyetlen eredeti munkamódja, amely utat tört magának a vasgyártás történetébe. Azonban csak elnevezése szerint ismert és TUNNER tömör leírásán kívül semmilyen részleteket sem tudunk megfelelően. Ezért más helyen részletesen ismertetjük a rónici frissítés JACSKOVSKY részéről 1828-ban kidolgozott leírását.*

A tűzhelykészítés további tökéletesítése a fülös melegnek részben a fúvatott levegő melegítéséhez, részben a nyersvas előhevítéséhez, vagy a frissített vas további feldolgozásához szükséges hevítéshez történő felhasználásával függött össze. Mindezen újdonságokat a kontinensen a XIX. évszázad 30-as éveinek első felében kezdték használni, főleg Franciaországban és Németországban, ahonnan nemsokára más országokra is áttértek. Fő érdemük, hogy csökkent a fajlagos tüzelőanyag-fogyasztás, ami a gyártási költségek csökkentésének legfőbb útja volt. A fülös meleg felhasználása volt az egyik mód, amellyel a még mindig tűzhelykészítéssel és kovácsolással termelő vasgyárosok a kontinensen ellen akartak állni a lényegesen kisebb gyártási költségekkel, ásványi tüzelőanyaggal előállított, kevert és hengerelt angol vas egyre erőteljesebb konkurenciájának [76].

A rónici vasművekben a fülös meleg kihasználására irányuló első kísérleteket a 30-as évek második felében indították meg. Már 1837 márciusában megküldötte a bécsi kamara a rónici vasműveknek az előmelegítő tűzhelyek (Vorwärmherde) rajzait, amelyeket a bajorországi Hammerauban és a stájerországi Neuberghben használtak, azzal az utasítással, hogy a rónici vasművek kíséreljék meg ennek az újdonságnak bevezetését [77]. 1838-ban azután Rónicon közvetlenül megvalósultak a nyersvas előmelegítésére és forró levegő fúvatásával történő frissítésre irányuló kísérletek és kitűnt, hogy ezeknek a módszereknek alkalmazásával mintegy 25% tüzelőanyag takarítható meg. A fúvatott levegő hőmérséklete 165 C° körül volt, előhevítéssel és forró levegő fúvatással a szénfogyasztás 20,86 köbláb, előhevítéssel és hideg levegő fúvatással 26,29 köbláb, míg előhevítés nélkül és hideg levegő fúvatással 27,64 köbláb volt. Ezeknek az eredményeknek alapján kezdték bevezetni a nyersvas előmelegítését és a forró levegő fúvatását valamennyi hámorban és a forró fúvatást a bugavas kovácsolás előtti hevítésénél is alkalmazták, ami 25%-os tüzelőanyag-megtakarítással járt [78]. A frissítésnél használt léghevítőkről, amelyeket a rónici vasművekben alkalmaztak, sem leírásokat, sem rajzokat nem sikerült eddig találni [79] és a hevítő tűzhely szerkezetére vonatkozóan is csak vázlatos említést találtunk, amely szerint a tűzhely hamulapja (Aschenzacken) mögött, tehát a tulajdonképpeni tűzhely és kürtő között rostélyt helyeztek el, amelyen

* Ezt a német nyelven írt leírást nem ebben a folyóiratunkban, hanem a Magyar Tudományos Akadémia kiadásában megjelenő Acta Technicában fogjuk közölni. (A szerk.)

a nyersvasat hevítették. Ez a megoldás teljesen megfelel az egyéb vasgyárakban levő előhevítő tűzhelyeknek [80].

Az előmelegítést és a forró fúvatást 1839—1840-ben valamennyi hámorban bevezették. A későbbi években azonban elhagyták a forró levegő fúvatását, mivel a forró fúvatás során gyártott frissített vas nem volt elég jó minőségű, hajlamos volt a hideg törésre és a vasművek igazgatósága 1841-ben csak az előmelegítés megtartását javasolta [81]. A 40-es évekből megmaradt iratokban már nem említik a frissítésnél alkalmazott forró fúvatást és a gyártási eredmények (tüzelőanyag-fogyasztás) arról tanúskodnak, hogy tényleg csak az előhevítést tartották meg, amely a nyersvas megolvadását a tűzhelyen 20—24 perccel rövidítette meg, amivel egy bécsi mázsa bugavas gyártásánál körülbelül 5,95 köbláb szenet takarítottak meg [82], úgyhogy a nyersvas előhevítéses frissítésénél az átlagos tüzelőanyag-fogyasztás 29—30 köbláb szén/bécsi mázsa bugavas értékek között volt. A bugavas kovácsolás előtti hevítéséhez a rónici vasgyárban nem lehetett kihasználni a frissítő tüzek fölös melegét, mivel a nyújtóhámorok a kellő hajtóvíz biztosítása céljából a frissítő hámoroktól távol épültek fel [83].

A tűzhelykészelésnél további tökéletesítő lépés volt, hogy bevezették a Comté-tűzhelyeket. Ennek az újdonságnak lényege az volt, hogy a tűzhelyet beholtozták, ami megakadályozta a meleg veszteséget és kisebb tüzelőanyag-fogyasztást értek el. Ezeket a tűzhelyeket szélesebb körben Franciaországban Franche Comtében és Champagneban a XIX. század 30-as éveiben kezdték használni és ugyanabban az időben már Németországban is, ahol sváb tűzhelyeknek nevezik. Főleg ott használták, ahol a fölös meleget a nyersvas előhevítéséhez is felhasználták [84].

A rónici vasművekben a Comté-tűzhelyeket aránylag későn kezdték használni, a 40-es évek második felében, amikor 1847-ben a vasművek igazgatósága három munkást küldött ki Frýdekbe, hogy ott megtanulják a francia frissítési módszert a Comté-tűzhelyeken [85]. Nemcsak új tűzhelyszerkezet bevezetéséről volt tehát szó, hanem az igazgatóság mérlegelte a rónici frissítési módszer mellőzését is, mivel Frýdekben a francia módszerrel a bugavas 1 bécsi mázsájának fajlagos tüzelőanyag-fogyasztását 16 köbláb szénre sikerült csökkenteni [86].

A munkások Frýdekből való visszatérése után még 1847-ben átépítettek Rónicban egy tűzhelyet Comté-tűzhellyé. A francia frissítési módszerrel elért eredmények azonban nem voltak megnyugtatók; a tüzelőanyag-fogyasztás ugyan csökkent, a vasbugák azonban minőségileg annyira romlottak, hogy egyáltalán nem váltak alkalmassá a további feldolgozásra [87]. Ezért a további kísérletek során megtartották ugyan a Comté-tűzhelyeket, a nyersvasat azonban rónici módszerrel frissítették. Ezeknél a kísérleteknél az eredmények kiválóak voltak. A frissített vas minőségének javítása mellett csökkent a tüzelőanyag-fogyasztás is, mivel Comté-tűzhelyen történő rónici frissítésnél a tüzelő-

anyag-fogyasztás csak 21,96 köbláb volt a bugavas 1 bécsi mázsájára vonatkoztatva, míg a közönséges, két fúvókasos tűzhelyeken történő frissítésnél a legkisebb tüzelőanyag-fogyasztás 25 köbláb volt, az átlag azonban 30 köbláb körül mozgott [88]. Hasonlóképpen csökkent a Comté-tűzhelyeken a tűzvesztesség is, amely a közönséges tűzhelyek 14—17%-ával szemben 13,33% volt. 1847 vége felé elrendelték a Comté-tűzhelyek bevezetését, a rónici frissítés megtartása mellett a rónici vasművek valamennyi hámorában [89], a következő években azonban az igazgatóságnak fő gondja a fegyvergyártás volt, úgyhogy 1849 májusában Comté-tűzhelyek csak Rónicon, Bystrán, Vajskovában és Tizolcon voltak [90].

A Comté-tűzhelyek bevezetése volt a tűzhelykészítés utolsó tökéletesítése, és ezzel kapcsolatban a francia frissítési módszer bevezetése iránti kísérlet volt az utolsó, de nem egyetlen kísérlet, hogy a rónici frissítési módszert más módszerrel helyettesítsék. A XIX. század első felében egész sor kísérlet folyt a tűzhelykészítés különböző módszereivel. Legtöbb kísérletet a Wallon- és Stájer-módszerrel végeztek, azonban egyik sem mutatkozott alkalmasnak a rónici vasgyárban gyártott nyersvas feldolgozására [91]. Így a tűzhelykészítés rónici módszere egészen a XIX. század 60-as éveiiig megmaradt, amikor a vasművekben mindenhol a kavarázó-pesteket és hegesztő-pesteket vezették be.

A rónici vasművekben a kavarási kezdete, ami ennek a korszerű gyártási módnak egész Magyarországon első alkalmazását jelenti, már a XIX. század 30-as éveinek végére esik.

Angliában a XVIII. század 80-as éveiben feltalált kavarási annak az igyekezetnek volt terméke, hogy a nyersvas frissítésénél is pótolják a faszenet ásványi tüzelőanyaggal. Az európai kontinensen a kavarást a XIX. század 20-as éveiben kezdték alkalmazni olyan vasgyári körzetekben, amelyeknek kellő mennyiségű kőszén volt, főleg Franciaországban és Belgiumban és 1830-ban az osztrák monarchiában is bevezették a vitkovicei vasgyárban [92]. Ellentétben az ércnek koksszal történő olvasztásával, ahol az alapvető változás a tüzelőanyag nemének kiválasztásában volt, a kavarásnál a tüzelőanyag megváltoztatása nem volt a gyártási módszer elengedhetetlen feltétele, mivel itt a tüzelőanyag nem került közvetlen érintkezésbe a vassal. Így tehát nem vártak magukra sokáig a kavarási kísérletek növényi tüzelőanyag alkalmazásával. Az első kísérletek már 1816-ban végbementek Svédországban és a fával való kavarási szélesebb szintű alkalmazása a XIX. század 30-as éveiben kezdett érvényesülni [93]. Elsőrendű kezdeményezők voltak ezen a téren a karintiai és stájerországi vasművek, övék az érdem, hogy kavarásnál és hegesztésnél barnaszén használtak. Az első fatüzelésű kavarázó-pestek 1838-ban épültek fel Frantschachban (Karintia) és Neubergben (Stájerország) [94]; mindkét helyen nagy hengerművek létesítéséről volt szó, amelyek a jövőben főleg vasúti sínek és alkatrészek gyártására kívántak berendezkedni.

A rónici vasművekben a kavarást szintén egy nagy kavarási- és hengermű építésével kapcsolatos tervek során vezették be és e tervek ösztönzése főleg az volt, hogy Rotschildék megkezdték az Északi Vasút Bécsből Bochnicba vezető vonalának kiépítését. Már 1836-ban figyelmeztette Lobkovitz herceg SVAICZER Gábor kamaragrófot, hogy ennek a vasútnak nagy mennyiségű hengerelt sínekre lesz szüksége és jelentést kért, hogy a rónici vasgyár milyen mennyiséget tud évente szállítani [95]. A válasz természetesen csak negatív lehetett, hiszen a rónici vasgyárnak akkor a lemezhangerdén kívül semmilyen hengerdéje nem volt, valószínű azonban, hogy Lobkovitznak SVAICZER G.-hoz intézett levele volt az első ösztönzés, hogy SVAICZER G. a nagy kavarási- és hengermű felépítését szorgalmazza, amelyet azután Podbrezován (Zólyombrézó) építettek fel [96].

A podbrezovai hengermű felépítése előkészítésének keretén belül a vasművek igazgatósága két tisztviselőt és két munkást kiküldött a neubergi kincstári hengerműbe, hogy ott mind a kavarással, mind a hengerléssel megismerkedjenek [97]. A kiküldött tisztviselők közt volt GLANZER Antal is, a polhorai kohó akkori sáfárja, úgyhogy az ő nevéhez fűződik az első kavarási-pest felépítése, valamint a podbrezovai hengermű létesítésének egész előkészítése is [98]. Visszatérése után GLANZER a Neubergben szerzett adatok alapján azonnal kidolgozta a kavarási-pest felállításának javaslatát és amíg Bécs jóváhagyta a tervet [99], az építkezési munkák már teljes gőzzel folytak. A kavarási-pest helyeként GLANZER a chvatimechi hámort választotta, amikor is a vasmű igazgatóságának szándéka nem egy nagy kavarási-pest felépítése volt, hanem csak ennek az új gyártási módszernek kipróbálása és a munkások begyakorlása.

Az 1839. június 9-én kelt és kavarási-pest felállítására vonatkozó jelentésben szó szerint a következő van:

„Weil die Erbauung des Walzwerkes, wobei auch zur Errichtung einiger Pudlings Öfen der Antrag ehrfurchtsvoll beabsichtigt wird, erst noch später zu Stande kommen dürfte und die baldige Einleitung dieser Frischmethode, welche ein gleichartigeres und weicheres Eisen liefert notwendig erscheint, wobei zugleich die von Neuberg zurückgekehrten und in dieser Arbeit bereits geübten Arbeiter Gelegenheit erhalten werden das Erlernte anzuwenden und mehrere Arbeiter dabei abzurichten: so erachtete das treuehormsamste Oberst-Kammergrafenamt zur Erbauung des Ofens und Einleitung dieser Verfrischungsart vorläufig in Anhoffnung der höchsten Genehmigung die angesuchte Bewilligung voraus zu lassen. [100].

Chvatimechben a kavarási-pestet, amely egész Magyarországon az első volt, 1839 ősztén helyezték üzembe. A chvatimechi kavarási-pest berendezése 1841-ben a következő volt.

1 kavarási-pest, szerkezetét l. a II. ábrán,

1 hegesztő tűzhely, ez közönséges frissítőtűzhely volt egy fúvókással és léghevítővel. Itt hegesztették össze a kavarási-pestből kikerülő vasdarabokat.

1 egyhengeres fűjtató,

1 pacsverő* (Patsch hammer) a salak kiverésére, súly 10 bécsi mázsa, a verő emelése 24 hüvelyk (0,63 m),

* PÉCH Antal bocspörölynek nevezte. (A szerk.)

1 durva verő, súlya 4 bécsi mázsa, a verő emelése 15 hüvelyk (0,39 m), amely a hegesztett vasnak bugákká történő kialakításához szolgált.

Mind a fújtatót, mind a verőket vízikerekek hajtották. A kavaró-pestet hasított fenyővel, vagy vörösfenyőfával fűtötték, amelyet szabad levegőn szárítottak. Hegesztésnél tüzelőanyagként általában a lágy faszenet használták. A kavaró-pestnél és hegesztő tűzhelynél összesen 18 munkás dolgozott 24 órán át, mégpedig 6 kavaró, 3 kovács és 3 fűtő, 3 műszakban 8 órán át, két vízhordó, fűtők és tanoncok két műszakban 12 órán át, vagyis egy műszak személyzete 7 munkás volt, akik közül négyen a kavaró-pestnél és hárman a hegesztő tűzhelynél dolgoztak [101].

A nyersvas frissítése itt egymáshoz közvetlenül kapcsolódó, de térbelileg elkülönített kavarási és hegesztési fázisból állt. Mint már a chvatimechi kavarómű gyártási berendezéséből is látjuk, a kavart vas hegesztése nem pestben, hanem közönséges tűzhelyen történt. A pestben való kavarás és tűzhelyen való hegesztés ilyen kombinált eljárását az akkori szakemberek champagnei módszernek (Méthode champagnaise) nevezték, a chvatimechi módszer azonban abban tér el, hogy mind a kavarásnál, mind a hegesztésnél fát, illetőleg faszenet használtak, nem pedig ásványi tüzelőanyagot [102]. Kavarásnál a munkamenet nagyjából ugyanaz volt, mint más kavaró-pesteknél, négy fázisra oszlott, mégpedig olvasztásra, kavarásra, a massa szétosztására és pogácsák gyártására, majd a pogácsákat gomolyákká kovácsolták. Egy adag három bécsi mázsa nyersvas volt és annak feldolgozása körülbelül 2 1/4 óráig tartott. A kavarás befejezése után a kavart vasgöröngyöket még fehér izzásnál ráhegesztették a csillesztővasra (Anlaufstab), a hegesztő tűzhelyen forró levegő fúvatásánál készelt állapotba hozták és a hegesztett göröngyöt azután a durvaverő alatt bugavassá kovácsolták [103].

A kavarás eredménye, amely nagyon igénybe vette a munkás fizikai erejét, mind a gyártmány minősége, mind pedig a termelés nagysága, a tüzelőanyag fogyasztása, és a tűzveszteség tekintetében nagymértékben a pest hőmérsékletétől, vagyis a tüzelőanyag minőségétől, a mi esetünkben a fától függ. Minél nagyobb volt a fa víztartalma, annál kisebb volt fűtőereje és a pest hőmérséklete nem érte el a kívánt hőfokot. Ilyenkor a vas nem vált kásás állagúvá, morzsolódott, a salak megdermedt, sok maradt belőle a vasgöröngyökben, ami azután sem veréssel, sem hegesztéssel nem volt eltávolítható. A frissített vasnak nem volt kellő összetartása és kovácsolás közben szétvált. Ezenkívül a kavarás és hegesztés folyamata időbelileg lényegesen megnyúlt, a gomolyákat négyszer is hegeszteni kellett, úgyhogy végeredményben csökkent a napi teljesítmény, nőtt a tüzelőanyag-fogyasztás és a tüzi-veszteség [104].

Mivel a hasábokban úsztatott fa sok vizet vett magába, amelyet csak levegőn történő szárítással nem lehetett kiküszöbölni, a megfelelő tüzelőanyag biztosításának egyetlen módja az lett volna, hogy a kavaró-pest fölös melegével fűtött szárítókamrákat állítanak fel. Az egyébként is csak ideiglenesnek számító

kavaró-pest mellé azonban egy szárítókamra felállítását a vezetőség gazdaságtalannak találta és ezért megkísérelték, hogy a fát közönséges szlovák szénégető boksákban szárítsák, amelyet röviddel begyűjtása után eloltottak [105].

Ami a chvatimechi kavaróműben elért termelési eredményeket illeti, a kezdeti nehézségek leküzdése után azok teljes egészében megnyugtatóak voltak. Jó minőségű fával a kavaró-pest és a hegesztő tűzhely jó frissített vasat adott, amely lágyságánál fogva könnyebben volt megmunkálható nyújtott vassá, de ugyanezen okból kifolyólag nem volt alkalmas húzalhúzásra és szeggyártásra. A tűzhelyen történő frissítéssel való összehasonlítás során a főbb gyártási eredményeket a 10. táblázat mutatja (1841. évi eredmények) [106].

10. táblázat

1. Tűzhelykészítés

Szénfogyasztás/1 bécsi mázsa bugavas	33,46 köbláb
Tűzvesztés	14,10 %
Heti termelés	122,83 bécsi mázsa

2. Kavarás és hegesztés

a) Kavarás	
Fa felhasználás/1 bécsi mázsa vasgomolya	18,26 köbláb
Tűzvesztés	8,01 %
b) Hegesztés tűzhelyen	
Szénfogyasztás/1 bécsi mázsa bugavas	14,47 köbláb
Tűzvesztés	10,33 %
a) és b) együtt	
Faszükséglet (szénre átszámítva)	26,33 köbláb
Tűzvesztés	18,34 %
Heti bugavastermelés	181,46 bécsi mázsa

3. Nyersanyag és bérköltség/1 bécsi mázsa bugavas

Kavarás				Tűzhelykészítés	
Nyersvas	2 Ft	47,25 garas	76,0%	2 Ft	0,50 garas 74,8%
Tüzelőanyag		30,00 „	13,6%		39,50 „ 18,2%
Bér		23,25 „	10,4%		15,50 „ 7,0%

1 b. mázsa bugavas

3 Ft 40,50 garas

3 Ft 35,50 garas

Látjuk tehát, hogy a kisebb tüzelőanyag-szükséglet és a tüzelőanyagra fordított kiadások kisebb hányada mellett is az 1 bécsi mázsa bugavas gyártási költsége kavarással és tűzhelyen hegesztéssel 5 garással drágább volt, mint a tűzhelyi készeléssel. A nagyobb termelési költségekben legfőbb hányaddal a bérköltségek vannak, mivel a kavaró-pestnél 18 munkás dolgozott, míg a frissítő tűznél mindössze 9, másfelől a kavarás termelésnövekedése nem nőtt arányosan a munkaerők számának emelésével.

Noha a chvatimechi kavarási eredmények értékelésénél nem feledkezhünk meg arról, hogy a kavaró-pest 2 éves üzeme után is a kavarás még új

gyártási módszer volt, amely magán viselte a tökéletlenség minden nyomát és távolról sem érte el az optimális eredményeket [107], a chvatimechi kavarrómű példája mégis igazolja, hogy a kavarrás olyan gyártási eljárás volt, amely jövedelmezőbb, mint a tűzhelykészítés, de csak nagyüzemi termelésnél és főleg olyankor, ha a frissített vas feldolgozása hengerrésszel történt. Amint azt a gyakorlati tapasztalatok már akkor bebizonyították, a kavarrás mindenekelőtt a termelés növelésének és a tüzelőanyag-fogyasztás csökkenésének előnyét hozta magával.

Mivel további kavarró-pestek létesítését a vasművek igazgatósága már csak az új, podbrezovai hengerműben tervezte, amelynek felépítése egészen 1853-ig elhúzódtott, a chvatimechi kavarró-pest 1853-ig egyedül maradt a rónici vasgyárban.

Ennek termelése körülbelül 6 000 bécsi mázsa volt, vagyis az évi bugavas termelésnek nem egészen 10%-a, így tehát Chvatimechben a kavarrás bevezetése nem jelentett alapvető fordulópontot a rónici vasművek vasfrissítési eljárásában, mégis első lépés volt ezen az úton és üzemi tapasztalatai jó szolgálatokat tettek a podbrezovai hengermű üzembehelyezésekor.

Annak egyik oka, amiért a podbrezovai építkezési munkák 15 évre elhúzódtak és amiért a vasmű igazgatósága nem akarta megengedni a rónici vasművek egyéb hámoráiban további kavarró-pestek felállítását, azok a tervek voltak, amelyek a torokgázoknak kavarráshoz történő felhasználásával foglalkoztak. A vasmű igazgatósága ugyanis FABRE DU FOUR wasseralfingeni kísérleteinek eredményeire várt és már 1841-ben előlegként 1863. — Ft-ot fizetett ki Fabre de Fournak módszere beígért leírásáért és a rajzokért [108]. FABRE DU FOUR kísérleteinek első leírását Rónicon 1842-ben kapták meg a bécsi kamarának egyidejű rendelkezésével, hogy mérleljék a torokgázokkal történő kavarrás bevezetésének lehetőségét [109]. A nagyolvasztó tervezésénél Polhorában már akkor foglalkoztak a gázfogó felszerelésének gondolatával [110], de végülis a bécsi kamara úgy döntött, hogy még kiküldi GLANZER A.-t Wasseralfingenbe, hogy ott személyesen győződjék meg a torokgázok kavarrásra történő felhasználásának lehetőségeiről. GLANZER wasseralfingeni tartózkodása éppen arra az időpontra esett, amikor ott üzembehelyezni készültek egy kavarró- és hengerművet, torokgáznak a kavarró-pestek és gőzkazánok fűtésére történő felhasználásával. 1843 őszén azonban a kísérletek sikertelenül végződtek és FABRE DU FOUR elhatározta, hogy önálló gázgenerátort fog alkalmazni [111]. Ilyen tapasztalatok után természetesen Rónicon sem folytatták a torokgázos kavarrás kísérleteit és amikor 1844-ben az önálló, fatüzelésű gázgenerátorral megvalósított kísérletek is balsikerrel végződtek, végülis megmaradtak a fával fűtött kavarró-pestek mellett [112].

Ahhoz, hogy a rónici vasművekben a XIX. század 20—40-es éveiben a gyakorlati életbe bevezetett főbb technológiai újítások tömör vázolója teljes legyen, meg kell még emlékeznünk a rúdvashengerről-mű berendezéséről.

Ezek közül az első az Osrbliiban (Cserpatak) levő hengermű volt, amelyet az ottani hámor helyére 1840.—1842-ben építettek és amelyet 1842. október 3-án helyeztek üzembe [113]. A hengermű tervrajzait eddig nem sikerült megtalálni, az 1842. évi leírás szerint olyan rúdvashengerműről volt szó, amelyeket akkortájt a kontinensen általában alkalmaztak. Két pár hengere volt négyzetes üregekkel és egy pár hengere lapos üreggel. A hengermű a négyzet-keresztmetszetű és laposvas minden fajtáját gyártotta. A hajtóerőt vízikerekek szolgáltatták, amelyeknek száma és teljesítménye azonban nem ismeretes. A nem messze fekvő rónici frissítóból szállított bugavaszt a hámoroktól eltérően nem tűzhelyen, hanem izzítókemencében izzították, amelyet fával és faszénnel fűtöttek. A hengermű berendezéséhez tartozott még az úgynevezett simító-pöröly, egyengető kalapács, amely a hengerelt rúdvas végső kikészítését az úgynevezett simítását adta [114]. A hengerelt vas kikészítésének ez a módja abban az időben főleg olyan országokban volt használatos, ahol még túlsúlyban volt a frissített vas hámorokban történő gyártása, és a fogyasztók a hengerelt gyártmányok durvább felülete miatt azokkal szemben bizalmatlanok voltak, úgyhogy a hengerelt áruk sima felületét egyengető kalapáccsal biztosították [115].

Az üzemi eredmények hengerléssel jobbak voltak, mint kovácsolással. A tűzvesztesség 4% és a tüzelőanyag (fa) fogyasztása egy bécsi mázsa gyártmányra vonatkoztatva 9 köbláb volt (ami 5,85 köbláb faszénnel egyenlő), míg a hámorokban történő termelésnél a tűzvesztesség 5%, a tüzelőanyag-fogyasztás pedig 6,42 köbláb volt [116]. 1848-ig az osrblii hengermű a rónici vasművek egyetlen hengerműve maradt, noha a hengerlési eredmények jobbak voltak, mint a kovácsolási eredmények. 1846-ban a választékot kibővítették még a körszelvényű rúdvassal, a huzalgyártás nyersanyagával [117]. Az osrblii hengermű általában a finomabb rúdvassfajták gyártását erősítette éppen azért, mert ezeknek a gyártmányoknak előállítására a hámorokban lényegesen költségesebb volt.

*

Tanulmányunkban igyekeztünk bemutatni azokat a főbb változásokat, amelyek a rónici vasművek gyártástechnikájában a XIX. század 20—40-es éveiben végbementek. Tisztában vagyunk azzal, hogy nem voltak ezek forradalmi változások, és hogy a nagyolvasztók forró levegő fúvatásán, a kavaráson és hengerlésen kívül ezek csak tökéletesítések voltak, tehát az elavult gyártástechnika életének meghosszabbítása.

A magyarországi nyomorúságban azonban ezek a változások is bizonyos haladást jelentettek, amelyek lehetővé tették, hogy a rónici vasművek a XIX. század első felében Magyarország vaskohászatának élén maradjanak és hozzájárultak ahhoz, hogy a vasmű gyártmányai megállták helyüket a Lajtán inneni vasművek készítményeinek egyre erőteljesebb versenyében a magyar-

országi piacon. A rónici vasművek helyzete műszaki szempontból egész Magyarországon legjobban talán azzal a régi közmondással fejezhető ki, hogy a vakok között a félszemű is király.

Másfelől azonban a rónici vasművek példája azt mutatja, hogy még a régi tüzelőanyagbázis megtartása mellett is megvolt a műszaki haladás lehetősége, amit sem a rónici vasművek, de még kevésbé a magyarországi vasgyárosok — a hűbéresek — nem használtak ki. E gyárosok hajlandók voltak a vasipar elmaradását bármi másban keresni, csupán saját tevékenységükben, saját vállalataik műszaki színvonala iránti teljes érdektelenségében nem. Kivételek is voltak, idetartoztak a Coburgok, Andrásnyak és még néhányan mások, ezek azonban csak a szabályt erősítették.

IRODALOM ÉS JEGYZETEK

1. Szlovák Állami Központi Levéltár — Bányaosztály, Selmechányán (a továbbiakban csak SSUA — BO) Kéziratok gyűjteménye, Aranykönyv, 243. oldal. A bányászatban és kohászatban összesen 96 fő dolgozott a tisztviselőkkel együtt, ebből 31 bányász és 20 szénégető. A 42-es létszámból 10 munkás a szögkóvácsólóműhelyben dolgozott.
2. SSUA — BO Főbányagrófi Hivatal állaga (a továbbiakban csak HKG) 1793., 1073., 2.053, 3671 sz.; 1794. — 686. sz. — negyedéves jegyzőkönyvek és jelentések 1793-ra vonatkozóan. Négy tüzhely közvetlenül Rónicon, egy Štiavnickán és öt Bystrán volt.
3. Már 1775-ben a kincstár a ponikai hutából a kostiviari hámmorral együtt, amely a bányatársaság tulajdona volt, megvette a bányarészcények többségét (83 1/3-ot a 123 bányarészcény közül). 1782-ben Tiszolcon a szlovák pest helyébe massát építettek, 1784-ben és 1789-ben Chvatimechben és Piesokban frissítő hámmorokat létesítettek (mindkettő Rónichoz tartozott). 1790-ben a kincstár megvette a Lubietovai huta részvényeinek többségét (123-ból 73 1/3 bányarészcény) és átvette a vállalat igazgatását is, 1800-ban üzembe helyezték Polhorán a nagyolvasztót és a frissítés kibővítése céljából további hámmorokat létesítettek Osrbliben (Cserpatak) és Vajskovában. Vö. a Magyar Korona Országainak Gyáripara az 1898-ik évben, Budapest, 1901. 41. és köv. oldalak, KERPELY A.: Adatok a vas történetéhez Magyarországon a XIX. század elejéig. A magyar mérnök és építészegylet közlönye, XXXII. (1898), 497. és köv.
4. SSUA — BO, HKG 1841. 2006. sz. irat — mellékletek az 1821. évi vizitációs jegyzőkönyvhöz; továbbá 1822., 4075 sz. — 1821. évi vizitációs jegyzőkönyv.
5. A szlovák pestek fejlődéséről egyelőre keveset tudunk és semmilyen leírást vagy rajzot sem ismerünk, amely lehetővé tenné formájának, vagy szerkezetének rekonstrukcióját. Ezeknek a pesteknek méreteire vonatkozó legrészletesebb adatokat MARCHER F. A. adja a „Notizen und Bemerkungen über den Betrieb der Hochöfen, 5. füzet, Klagenfurt, 1811. 12. és köv. szövegében. Nagyjából a bucapesteknek felelnek meg, amelyeknek azonban egy pestre eső igen kis termelésük volt, legalábbis MARCHER adatai szerint és azok szerint az adatok szerint is, amelyeket Rónic közlő a szlovák pestekre vonatkozóan (4—8 bécsi mázsa vas, 24 óra alatt).
6. Az 1806. évi termelést MARCHER F. A. idézett művének VII. táblázata közli.
7. A szlovák pestek termelését lásd ugyanott, továbbá SSUA — BO Kéziratok Gyűjteménye, Aranykönyv, 241. és további oldalak, HUNFALVY J.: Gömör és Kishont törvényesen egyesült vármegyének leírása, Pest, 1867, 272. o.
8. SSUA — BO, HKG 1806., 5529. sz. az 1806. évi vizitációs jegyzőkönyv 67. paragrafusa.
9. Ugyanott, Kéziratok gyűjteménye, Aranykönyv, 241. stb.
10. A termelést az 1820/21. évek átlagtermelése alapján számítottuk, amikor a tüzhelyek egy éven át körülbelül 200 napig voltak üzemben. Vagyis, ha 1793-ra 10 tüzhely termelését, 17 221 bécsi mázsát veszünk alapul, akkor egy tüzhely 24 órás termelése 17 221/2000, vagyis 8,6 bécsi mázsa volt.
11. A hengermű építését a HKG segédkönyveiben már 1810. óta emlegetik, de írásbeli anyagot csak az 1813. évi építési időszakból sikerült találni.
12. A SSUA — BO-nál elhelyezett tervek, térképgyűjteményekre, KISZELY GYULA úr (Budapest) volt szíves figyelmemet felhívni, akinek ezúton is hálás köszönetet mondok.

13. SSUA — BO, HKG, 1826., 2982 (konvolutum), jelentés a hengermű 10 éves tevékenységéről, a Főbányagrófi Hivatal 1826. május 18-i leirata.
14. SSUA — BO, HKG, 1841., 2006. sz., mellékletek az 1820/21. évi vizitációs jegyzőkönyvhöz.
15. SSUA — BO, HKG 1826., 2982 (konvolutum) a Főbányagrófi Hivatal 1826. május 18-i leirata.
16. A rónici vasművek bérbeadásának javaslata 1817-ben többször előfordul, amikor az üzemekben a termelés teljesen stagnált. Írásbeli anyagot egyelőre nem sikerült megállapítani, ezzel kapcsolatban lásd SSUA — BO, HKG, 1817. évi index: Jelszó: Rhonitzer Eisenhandlung.
17. MARCHER F. A. idézett műve 91. o. VII. táblázat.
18. BECK L.: Geschichte des Eisens, III, Braunschweig 1897., 546. o.
19. MARCHER F. A. idézett műve, 91. és köv.
20. Első javaslatok a szekrényfűvők bevezetésére, már 1807-ben be lettek terjesztve, lásd SSUA — BO, HKG, index 1807.
21. A rajzot először A. SPIESZ hozta nyilvánosságra, aki szíves volt erre felhívni figyelmemet és amiért ezúton is hálás köszönetet mondok — lásd Pamiatky a múzea VII. évf. Bratislava (1958.), 12. o.; egyébként az eredeti a SSUA — BO, HKG, 1810., 1067. sz. alatt.
22. MARCHER F. A. idézett művének 90. oldala; továbbá az 1809. évi pest rajza (6. ábra).
23. Vö. MARCHER F. A. idézett műve, VII. táblázat. Az 1839. (1836.) évekre vonatkozó adatok tekintetében hivatkozunk a SSUA — BO, HKG irattári anyagára 1837-ből, 4082. sz. — Übersichtstabelle pro 1836., továbbá 1840, 4948. sz. — Historische Nachrichten pro 1839 — Hochofenprofile.
24. BECK L.: Geschichte des Eisens IV., Braunschweig, 1899, 69. és köv. o.
25. ANDRÁSSY C.: Über die ungarischen Eisenwerke. Archiv für Geschichte, Statistik, Literatur und Kunst, 1825. 151. o.
26. SSUA — BO, HKG, 1827. 464. sz. — 1826. december 1-i jelentés a hengeres fűjtatóról.
27. Ugyanott, a jelentésben arról van szó, hogy olyan fűjtatót tárgyal, amellyel Polhorán már 18 évvel azelőtt folytak kísérletek.
28. Ugyanott.
29. Ugyanott.
30. A rónici mechanikai műhelyt 1810. körül alapították Kunststeiger HAIDA vezetése alatt, aki csavarvágógépet, reszelővágógépet és fűrőgépet is szerkesztett; lásd ZIPSER: Bruchstücke aus meinem Tagebuch, Hesperus, 1814, 435. és köv. o.
31. SSUA — BO, HKG 1828, 464. szám, 1826. XII. 1-i jelentés a hengeres fűjtatóról.
32. SSUA — BO, HKG 1828, 4365. szám, jelentés az 1827/28. kampányról.
33. Ugyanott.
34. Ugyanott; ebben az idényben elért termelés nagysága azonban a későbbi években sem vált átlaggá. Így például a 30-as évek vége felé a rónici nagyolvasztók heti termelése ismét csak kb. 200 bécsi mázsa körül volt. (L. e tanulmány más helyén.)
35. A szekrényes fűjtatókat még a vasmű 1839. évi működéséről szóló jelentés is említi; SSUA — BO, HKG, 1840, 4938. szám.
36. BECK L., Idézett mű IV., 310. és köv. o.
37. HERZOG E., Fabre du Fours Arbeiten und Erfindungen auf dem Gebiete der Winderhitzung und Gasfeuerung; Stahl und Eisen. 47. évf. 4. sz. 104. és köv. o.
38. Ugyanott.
39. SSUA — BO, HKG 1834, 6625. szám.
40. SSUA — BO, HKG 1835, 5239. — Konzultációs jegyzőkönyv 1835. októberére vonatkozóan. Itt említés esik a léghevítő működéséről és ugyancsak megemlítik a rónici nagyolvasztó mellett működő léghevítőt a bécsi kamarának konzultációs jegyzőkönyvéhez fűzött állásfoglalásában is.
41. SSUA — BO, HKG 1837, 334. sz. jelentés a léghevítő működéséről.
42. BECK L. Idézett mű IV. 420—426. o.
43. SSUA — BO, HKG 1837, 396. szám. A malapani rendszerű léghevítők hiányosságaira vonatkozóan lásd BECK L. idézett művének IV. kötet 42. o.
44. A sziléziai calder-rendszerű léghevítők tekintetében l. BECK L. Idézett műve IV. kötet 420. o., továbbá HARTMANN C. Ueber den Betrieb der Hochöfen und Cupolöfen etc., 5. füzet (1839) 171. o.
45. SSUA — BO, HKG 1837, 396., 968. szám. A forró levegő bevezetése tekintetében l. még PAULINYI Á.: A forró levegő fűtatásának bevezetése Szlovákia vaskohászatában. Hutnické listy XIV. (1959) 2. sz. 145. o.
46. SSUA — BO, HKG 1840, 4948. sz. Historische Nachrichten.
47. SSUA — BO, HKG 1837, 1785. sz. A Főbányagrófi Hivatal jelentése, a mellékletben

- a léghevítő rajzának is ott kellett volna lennie, azonban csak a rajz leírása maradt meg.
48. SSUA — BO, HKG, 1837, 1478. sz., 1840, 4948. sz. A léghevítőben 280 C° körüli hőmérséklet is elérhető volt, azonban az ilyen forró levegő fűvátásánál ki kellett volna cserélni a fűvókákat is, ezért inkább megelégedtek a 210 C° hőmérséklettel.
 49. Lásd TUNNER P.: Jahrbuch für den innerösterreichischen Berg- und Hüttenmann, II (1842) 150. o.
 50. SSUA — BO, HKG 1837. év, 1478. sz. Jelentés a forró levegő fűvátás eredményeiről.
 51. A táblázat a SSUA — BO, HKG 1836. évi 1363. szám, 1838. évi 1441. sz. és 1838. évi 4082. számú adatai alapján készült.
 52. SSUA — BO, HKG 1840. évi 4948. te.
 53. SSUA — BO, HKG 1837. év, 2326. sz.
 54. SSUA — BO, HKG, 1840. év, 4948. sz.
 55. Ezen hevítők rendszerének ábrázolását és leírását lásd BECK L. idézett művének IV. kötet 434. oldalán. A tiszolci Cabrol-fűjtató működésére vonatkozóan l. MILOSEVICH M. Gömör-megye nyersvastermelésének fejlődése, Budapest, 1896, 9. o., SSUA — BO, HKG, 1838. év, 2901. szám.
 56. SSUA — BO, HKG, 1848. év 4948.
 57. SSUA — BO, HKG, 1847. év, 3608., 6688. sz. konzultációs jegyzőkönyv 1847. júniusára vonatkozóan. Ez utóbbiban említik a polhorai forrófűvátást is, míg a konzultációs jegyzőkönyvhöz fűzött Central Bergbau Direction-nyilatkozatban 1847. februárjára vonatkozóan még azt követelik, hogy Polhorán is végérvényesen felállítsák a léghevítőt.
 58. SSUA — BO, HKG 1840. év, 4948. sz.
 - 58a. 1837-ben léghevítőt szereltek fel a sztracenai nagyolvasztónál is, amely ekkor nem Coburgok, hanem a Csákyak tulajdona volt. A Coburgok csak 1842-ben vásárolták meg a káposztafalvi uradalommal együtt. Ennek a léghevítőnek leírása BIDERMANN szerint a Schmöllnitzer Bergkalender 1840. évfolyamában kell, hogy legyen, amelyet sajnos sem a budapesti Széchényi Könyvtárban, sem más könyvtárban nem sikerült megtalálni. A léghevítőknek Rönicon, majd később Sztracenán történő bevezetése után, ezek sokára egész Gömörben elterjedtek. Ezek a tények cáfolják LEDERER E. semmivel sem indokolt azon állítását, amely szerint a forró levegő fűvátása részben csak 1850. után terjedt el. E kérdésekkel kapcsolatban lásd MATLEKOVITS S. Magyarország közgazdasági és közművelési állapota 1000 éves fennállásakor, VII., Budapest, 1898, 197. o.; továbbá HUNFALVY J. idézett művének 275. o.; BIDERMANN H. I. Das Eisenhüttenwesen in Ungarn etc. Pest—Graz 1857, 203., 33. o., LEDERER E. Az ipari kapitalizmus kezdetei Magyarországon, Budapest, 1952. 189. o.
 59. SSUA — BO, HKG 1841. év 2006. sz. Az 1821. évi vizitációs jegyzőkönyv F melléklete.
 60. SSUA — BO, HKG 1823. év, 1780. szám COLLINASY 1805. évi jelentése.
 61. SSUA — BO, HKG 1822. év 4075. sz. 1820/21. évi vizitációs jegyzőkönyv 68. §-a.
 62. SSUA — BO, HKG 1823. év 1780. sz. JACSKOVSZKY 1823. évi jelentése.
 63. SSUA — BO, HKG 1841. év *2006. sz. Az 1821. évi vizitációs jegyzőkönyv F melléklete.
 64. SSUA — BO, HKG 1822. év 4075. sz. A bécsi kamara állásfoglalása az 1821. évi vizitációs jegyzőkönyvhöz.
 65. SSUA — BO, HKG 1823. év 1780. sz. A Főbányagrófi Hivatal 1823. október 17-i fogalmazványa.
 66. SSUA — BO, HKG 1823. év 5897. sz. 1824. év 6555. sz.
 67. SSUA — BO, HKG 1823. év 5897. sz.
 68. SSUA — BO, HKG 1825. év 2379. sz.
 69. SSUA — BO, HKG 1828. év 214. sz.
 70. SSUA — BO, HKG 1829. év 67. sz.
 71. SSUA — BO, HKG 1836. év 1363. sz.
 72. SSUA — BO, HKG 1843. év 1130. sz.
 73. Így például a cseh csillesztőtűzhelyen (böhmische Anlaufschmiede) a tüzelőanyag-fogyasztás körülbelül 17 köbláb volt, de lényegesen kisebb heti termelés mellett (lásd TUNNER P. Die Stabeisen und Stahlbereitung in Frischherden, II. kötet, Freiberg 1858. 201. o.
 74. SSUA — BO, HKG 1829. év 1412., 2312. sz., továbbá 4473. sz. konzultációs jegyzőkönyv 1879. áprilisára vonatkozóan.
 75. TUNNER P. idézett művének II. kötet 212. stb. o., BECK L. idézett művének IV. kötet 555. o.
 76. E kérdéssel kapcsolatban lásd BECK L. idézett műve IV. kötet 551. o., továbbá JOHANNSEN O. Geschichte des Eisens, Düsseldorf, 1953., 372. o.
 77. SSUA — BO, HKG 1837. év 1164. sz.

78. SSUA — BO, HKG 1840. év 4948. sz. Hist. Nachrichten 1839.
79. Az előhevítőpek és léghevítők állítólag kimerítően le vannak írva az 1838-ra vonatkozó Historische Nachrichtenben, ezek azonban elvesztek.
80. Vö. BECK L. idézett műve IV. kötet 557. stb. oldalával; JOHANNSEN O. idézett műve 372. oldalával.
81. SSUA — BO, HKG 1843. év 1130. sz. — Hist. Nachrichten pro 1841.
82. SSUA — BO, HKG 1843. évi 2554. sz.
83. Ez is bizonyítéka annak, hogy a víznek egyetlen hajtóerőként történő alkalmazása, aminek következtében nem volt lehetséges egy helyre összpontosítani a termelést, az érc megolvasztásától egészen a kész gyártmányig, nagy akadályt jelentett a vasipar műszaki fejlesztése szempontjából.
84. BECK L. IV. kötet 555. o.
85. SSUA — BO, HKG 1852. év 7327. sz. A. GLANZER jelentése a rónici vasművek Comté-tűzhelyeiről, kelt 1852. jún. 15-én.
86. SSUA — BO, HKG 1847. év 1263. sz.
87. SSUA — BO, HKG 1852. év 7327. sz. A. GLANZER 1852. január 15-i jelentése.
88. SSUA — BO, HKG 1847. év 6158. sz. 1847. évi július haváról szóló konzultációs jegyzőkönyv.
89. SSUA — BO, HKG 1847. év 7421. sz. 1847. augusztusi konzultációs jegyzőkönyv.
90. SSUA — BO, HKG 1849. év, 2884. sz. — 1849. májusi konzultációs jegyzőkönyv.
91. A frissítés egyéb módszereivel folytatott kísérletekre vonatkozóan lásd SSUA — BO HKG 1825. év 4467. sz., 1840. év 4948. sz. Hist. Nachrichten pro 1839.
92. E kérdésekkel kapcsolatban lásd BECK L. idézett művének IV. kötet 254. oldalát a Vitkovicei Vasművek alapításával kapcsolatban legutóbb; MYSKA M. a Vitkovicei Vasművek alapítása és kezdete, Slezsky sb orník, 1953. 4. sz.
93. BECK L. idézett műve IV. kötet 271., 564. oldala.
94. Ugyanott; továbbá Mitteilungen aus dem Gebiete der Statistik, V. évf. 3. füzet 4. oldal; VIII. évf. 7. o. 4.
95. SSUA — BO, HKG 1836. évi 44. sz. jegyzőkönyv.
96. Podbrezová alapításával kapcsolatban lásd PAULINYI Á.: A Podbrezovai Hengermű alapítása, Historicky casopis, VII (1959) 3. sz. 390., stb. o.
97. SSUA — BO, HKG 1838. év, 2282. sz.
98. GLANZER annak idején már hosszabb ideje állt a kincstár szolgálatában. Egy ideig a bystrai hámor, majd a polhorai hámor sáfárja volt, 1839-től kezdve a rónici vasművek üzemvezetője és 1847-től ÁMON halála után a vasművek igazgatójává vált. L. a HKG indexeit és jegyzőkönyveit. GLANZER személyi iratai nincsenek a helyükön.
99. SSUA — BO, HKG 1839. év 3376. sz. A kavaró-pest 1839. július 16-i építési jóváhagyása.
100. SSUA — BO, HKG 1839. év 2360. sz. A Főbányagrófi Hivatal kérelme a kavaró-pest felépítésének jóváhagyására vonatkozólag.
101. SSUA — BO, HKG 1843. év 1130. sz. Hist. Nachrichten pro 1841.
102. Ugyanott; a champagnei módszerre vonatkozóan lásd LE BLANC—WALTER DE SAINT ANGE: Practische Eisenhüttenkunde etc.; németül dr. C. HARTMANN dolgozta fel, Weimar 1839. II. kötet, 128. és további oldalak.
103. SSUA — BO, HKG 1843. év 1130. sz. Hist. Nachrichten pro 1841.
104. SSUA — BO, HKG 1840. év 4948. sz. Hist. Nachrichten pro 1839.
105. SSUA — BO, HKG 1843. év, 1130. sz. Hist. Nachrichten pro 1841.
106. A táblázatot SSUA — BO, HKG 1843. év, 1130. sz. Hist. Nachrichten pro 1841-ből vettük.
107. Így például 1845-ben a kavaró-pest átépítése után csökkent a tüzelőanyag-fogyasztás és tűzveszteség a termelésnek egyidejűleg heti 205 bécsi mázsára való emelkedése mellett. 1850. után a chvatimechi kavarómű kiváló eredményeket ért el, sokszor jobbakat is, mint a podbrezovai. E kérdésekkel kapcsolatban lásd PAULINYI Á. Rónici Vasművek 1855—1865, Historické studie VI. Bratislava 1960.
108. SSUA — BO, HKG 1843. év, 1130. sz. — Hist. Nachrichten pro 1841., FABRE DU FOUR ugyanis nem hozta nyilvánosságra kísérleteinek eredményeit, hanem az egyes leírásokat árusította. Lásd BECK L. idézett művének IV. kötet 436. stb. o. Kiváló osztrák kohászok meglátogatták a wasseralfingeni műveket már a 30-as évek vége felé; lásd ZERRENER C.: Einführung, Fortschritt und Jetztstand der metallurgischen Gasfeuerung im Kaisertume Österreich, Wien 1856. 8. o.
109. SSUA — BO, HKG 1842. év, 2768. sz. Udvari kamarai határozat május 19-ről.
110. Ugyanott, Anlássungsprotokoll des Hochofens in Mittelwald.
111. HERZOG E. idézett műve Stahl und Eisen 37. évf., 6. sz. 131. stb. o.

112. Faszénhulladékknak elgázosítási kísérleteiről a Centralbergbau Direction 1844. május- és júniusi konzultációs jegyzőkönyvhöz fűzött állásfoglalása is megemlékezik. A konzultációs jegyzőkönyvek nem voltak helyükön — SSUA — BO, HKG 1844. év, 4102. 4104. sz.
113. Az építkezést 1840-ben engedélyezték, az üzembehelyezés pontos dátumát a Hist. Nachrichten pro 1842. közli. — SSUA — BO, HKG 1844. év, 4103. sz.
114. A hengermű berendezését lásd ugyanott.
115. A simítóverők kérdésével kapcsolatban lásd TUNNER P.: Die Stabeisen und Stahlbereitung in Frischherden, II. kötet Freiberg 1858. 306. o.
116. A termelési eredményeket lásd Hist. Nachrichten pro 1842. SSUA — BO, HKG 1844. év, 4103. sz.; a termelési eredményeket a hámorokban végzett kovácslásról lásd ugyanott, 1843. év, 1130. sz. Hist. Nachrichten pro 1841.
117. SSUA — BO, HKG 1846. év, 1700., 2703. sz. konzultációs jegyzőkönyv 1846. februárjára és márciusára vonatkozóan.

ÖSSZEFOGLALÁS

A kincstár rónici vasművei a XIX. század első felében nemcsak Szlovákiában, hanem egész Magyarországon a legnagyobb vasművek közé tartoztak.

A rónici vasművek egész üzeme a régi műszaki bázison épült fel, vagyis a faszén volt az egyetlen kohászati tüzelőanyag, a nyersvasat tüzhelyen készítették, a frissített vasat a hámorok verői alatt kalapálták ki és az egyetlen hajtóerő a vízikerekeket hajtó víz volt. A rónici vasműveket mégis Magyarország legélenjáróbb művei közé számíthatjuk, nemcsak terjedelmüknél, hanem a gyártástechnika színvonalánál fogva is.

A XVIII. és XIX. század fordulóján a rónici komplexumban az érc közvetlen redukálásától az ún. szlovák pestekben áttértek a nyersvas gyártására az ún. massákban vagyis nagyolvasztókban. Az utolsó szlovák pestet 1806-ban Mostenichen szüntették meg.

A hadseregek szükségletei számára szolgáló lemez nagy kereslete az 1812—1815. években létrehozta a rónici lemezhengerdét, amely Magyarországon az első volt. A hengerdének azonban nem volt megfelelő piaca és a rónici vasművek lemezgyártásának megindításakor sem volt már elegendő kereslete, így a rónici vasművek lemeztermelése 1873-ig jelentéktelen volt.

A nagyolvasztók üzemében a főbb változás a szekrényfúvók, illetőleg hengeres fűjtatók bevezetésén kívül a forró levegő fűjtatása volt. 1826-ban Rónicon felállították az első egyszerű vashenger fűjtatót, és mindjárt utána, 1827-ben kétütemű hengeres fűjtatót helyeztek üzembe, majd később Polhorán is. A fűjtatók a saját öntöde és mechanikai üzem készítményei voltak.

A nagyolvasztók üzemének legfontosabb változása volt a fúvó levegőnek torokgázokkal történő hevítése. 1835—36-ban végzett kísérletek után 1837-ben a rónici I. sz. nagyolvasztónál üzembehelyezték a Calder-rendszerű, torokgázokkal fűtött léghévitőt. Így tehát a rónici vasmű volt az első Magyarországon, amely a gyakorlatban bevezette ezt a jelentős újdonságot.

A nyersvas frissítésénél a legfontosabb újítás az ún. rónici frissítés bevezetése volt.

Az első kísérleteket már 1804-ben végezték. Az 1827-ig terjedő kísérleti szakasz idején elért jó eredmények szolgáltak ösztönzésül, hogy ezt a módszert a rónici vasművek összes vashámozában bevezették. A 30-as és 40-es években azután a rónici vasművek bevezették a nyersvas előhevítését és a forró fúvatást a frissítésnél is, ez utóbbi módszer azonban nem vált be, mivel lényegesen romlott a frissített vas minősége.

A tűzben készülés utolsó tökéletesítéseinek idejére esik az akkor leghaladottabb frissített vasgyártás módszerének, a kavarásnak bevezetése is. Az első kavará-pestet, amely fatüzelésű volt és ugyancsak első volt egész Magyarországon, 1839-ben helyezték üzembe a Rónic melletti Chvatimechben.

A rónici vasművek példája bizonyítja, hogy a régi technikai bázis megőrzése mellett is megvolt a gyártási módszernek a tökéletesítésének reális lehetősége, amelyet azonban sem a rónici vasművek, és még kevésbé a többi magyar feudális vasgyárak nem használtak ki teljes mértékben és ez volt a fő oka annak, hogy Magyarország vasipara a XIX. század első felében nem fejlődött kielégítő módon.

A TEODOLIT TENGELYHIBÁINAK HATÁSA AZ IRÁNYOK VÍZSZINTES VETÜLETÉRE*

TÁRCZY-HORNOCH ANTAL

AKADÉMIKUS

[Beérkezett 1960. április 21-én]

A teodolit tengelyhibáinak a vízszintes vetületi szögekre, illetőleg irányokra gyakorolt hatásával kiterjedt irodalom foglalkozik. Tudomásunk szerint EHRENFUCHT volt az első, aki már 1908-ban a fekvőtengely és irányvonal hibájának együttes hatására zárt képletet állított fel [1]. Tanulmányának a címéből (Zur Theorie des Theodolits) azonban ilyen tartalmára nem lehetett következtetni, ezért eléggé elkerülte a szakkörök figyelmét, s így BAESCHLIN 1932—1933-ban [2] alatti tanulmányában tőle függetlenül ugyancsak levezetett egy szigorú és zárt képletet. Levélbeli közlésünkre tanulmányát [3]-ban baráti oldalról jött tájékoztatásra való hivatkozás mellett kiegészítette EHRENFUCHT munkájának a főlemlítésével.

BAESCHLIN munkája azonban lényegesen tovább megy EHRENFUCHT vizsgálatánál, amely utóbbi levezetésbeli pontatlanságoktól sem egészen mentes. Különösen közelről érdekelheti a magyar szakközönséget BAESCHLINnek az az igen fontos megállapítása [2; 277. o.], hogy a fekvőtengely és irányvonal együttes hibájának a hatása a két távcsőfekvésben való mérés középértékében teljesen kiesik. A magyar szakirodalomban ugyanis OLTAY Geodézia c. könyve 1919-ből való II. kötetének 147—148. o.-án az igazítás szükséges voltának bizonyításául éppen a fekvőtengely és irányvonal hibájának együttes hatásáról azt olvastuk, hogy ezt csak kis hibák esetén tekinthetjük a két távcsőfekvésben való méréssel kiküszöböltnek. Az erre vonatkozó bizonyítás a könyv előszava szerint BODOLÁtól származik és azon alapszik, hogy a második távcsőfekvésben a hibák előjelének megváltoztatásával a hibák hatását megadó sorbafejtett képletnek csak a páratlan hatványú tagjai változtatják meg előjelüket, a páros hatványú tagok nem. Így ez utóbbiak a két fekvés középértékében nem semmisülnek meg, hanem összegeződnek. Amennyiben tehát a hibák páros hatványai el nem hanyagolhatók, a két távcsőfekvés középértékében hatásuk nem semmi-

* Az állótengely hibáinak vizsgálatáról szóló rész németül a Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie 1958. évi 272—282, és lengyelül a Geodezja i Kartografia 1959. évi 127—137. oldalán jelent meg. Jelen tanulmányunk ebben a részben is tovább megy a két idegen nyelvű tanulmányban foglaltaknál.

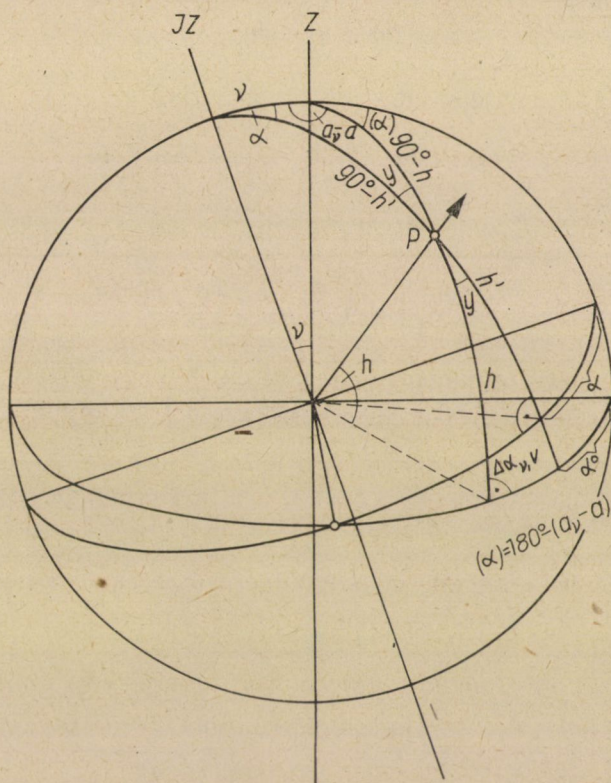
sül meg.* Ez a bizonyítás azonban nem veszi tekintetbe, hogy vannak függvények, mint pl. a \sin , \arcsin , tg , vagy \arcsin -függvény, amelyeknek sorbafejtésénél páros hatványok nincsenek és így a hibák hatásának kiküszöbölése teljes lehet. És éppen ilyen függvényt (\arcsin -összefüggést) ad a vízszintes vetületben jelentkező hibahatásra az együttesen keletkező fekvő- és irányvonal hibája. Erre a könyv szerzőjének figyelmét még BAESCHLIN tanulmánya előtt felhívtuk, s így az 1937-es második kiadásban [10; 154—155. o.] az igazítás szükséges voltának bizonyításánál a fekvőtengely és irányvonal hibája mellé egy harmadik hiba, a távcső irányvonalának a vízszintes vetületben jelentkező külön pontossági hibája is került. A három hiba együttes hatásáról viszont FIALOVSKY mutatta ki, hogy ez is szinusz-függvénnyel fejezhető ki [4; 653. o.], úgy hogy 1954-ben [11; 265—267. o.]-on most már a ható hibák számát n -re növelte, s már hangsúlyozta, hogy a függvény páratlan is lehet, amely esetben a hibák hatásának a kiküszöbölése a két távcsőfekvésben való méréssel tökéletes. Egyben hivatkozott FIALOVSKY megállapítására, hogy az említett három hiba együttes hatása is szinusz-függvénnyel fejezhető ki, s így ekkor is a hibák hatásának a kiküszöbölése teljes. Ez az, amit a fekvőtengely és irányvonal együttes hatása esetén BAESCHLIN 1932-ben megállapított.

Itt említjük meg, hogy a teodolit két távcsőfekvésében mért értékek különbségéből, illetőleg ennek feléből — függőleges állótengelyt feltételezve — a kérdéses három tengelyhibát külön erre a célra végzett mérések nélkül is ki lehet számítani, illetőleg fölös mérések esetében kiegyenlítéssel meghatározni. Kiegyenlítés esetében ez a közvetítő mérések kiegyenlítéséhez vezet három meghatározandó ismeretlennel. A megmért érték, amely a kiegyenlítés útján javítást kap, itt a két távcsőfekvésben mért szögértékek különbségének a fele. Az említett tengelyhibák hatása ugyanis a két távcsőfekvés középértékében szigorúan megsemmisül, viszont különbségében kétszeres értékével mutatkozik. Az említett tengelyhibáknak a két fekvés különbségéből való meghatározása jó ellenőrzés lehet a (két távcsőfekvésben) csak egyszer mért szögeknek durva hibák szempontjából való ellenőrzésére, egyben pedig az egyes mérés kiegyenlítésből kapott középhibája kiszámításával az egyes szögmérés középhibájának a meghatározására. Nyilvánvaló ugyanis, hogy a két távcsőfekvésben mért szögértékek különbsége felének ugyanaz a középhibája, mint a két távcsőfekvésben mért szögértékek összege felének.

*

* Bizonyos mértékig hasonló bizonyítási módszer található már EHRENFUCHT-nál is [1; 206—207. o.], aki kimutatta, hogy az egyes műszerhibák szerinti magasabbrendű deriváltaknak a tekintetbevétele sem elegendő, mivel az egyes műszerhibák szorzatát tartalmazó vegyes tagok is vannak. Az EHRENFUCHT-féle sorbafejtések explicitek, míg az említett könyv az első differenciálhányadosok szimbolikus jelentőségű (talán jelentésű?) hatványraemeléséről, majd páros hatványokról beszél, nem említve meg, hogy ezek a megfelelő rendű teljes differenciálokat jelentik.

Sokkal kevésbé lehet az állótengely hibája hatásának vizsgálatát teljesnek mondani. Zárt összefüggéseket erre MATTHIAS két évvel ezelőtt megjelent összefoglaló jellegű tanulmánya [5] sem ad. Ezt a következőkben nemcsak a teljesség kedvéért szeretnők pótolni, hanem azért is, mert a szigorúan érvényes összefüggések az állótengelynek a függőlegestől való tetszőlegesen nagy eltérésekor is helyes eredményeket adnak és így alkalmasak arra, hogy



1. ábra

velük a tetszőleges síkban mért térbeli szöget a vízszintesre átszámíthassuk. Vizsgálataink egyébként módot adnak arra is, hogy néhány fogalmat szabatosabban meghatározhassunk.

Az áttekinthetőbb ábrázolás céljából legyen az 1. ábrán rajzsíkunk a Z zeniten keresztülmenő függőleges egyenes és a nem függőleges JZ műszer-állótengely által meghatározott függőleges sík. A ν állótengely-hiba ekkor a rajz síkjában fekszik. A limbuskört egyelőre — Matthiashoz hasonlóan — merőlegesnek vesszük fel az állótengelyhez. Az a és a_v — a szögjelölések MATTHIAS

jelöléseinek felelnek meg, noha jobb lenne ez utóbbival a 180° -ra kiegészítő szöveget jelölni. Mi a kiegészítő szög az (a) jelölést vezetjük be. Tehát:

$$(a) = 180^\circ - (a_v - a) \quad (1)$$

A vízszintes iránynak a hibáját jelöljük úgy, mint MATTHIAS, Δa_v -vel. A rajz szerint:

$$\Delta a_v = (a) - a = 180^\circ - (a_v - a) - a \quad (2)$$

Ennek megfelelően:

$$(a) = a + \Delta a_v \quad (2a)$$

illetőleg:

$$(a_v - a) = 180^\circ - (a + \Delta a_v) \quad (3)$$

és

$$a = (a) - \Delta a_v = 180^\circ - (a_v - a) - \Delta a_v \quad (3a)$$

Mint hogy a Z , JZ és P gömbháromszögből:

$$\operatorname{ctg} a = \operatorname{tg} h \sin \nu \frac{1}{\sin (a_v - a)} = \cos \nu \operatorname{ctg} (a_v - a)$$

(I. MATTHIAS [5] alatti tanulmányában a 142. o. E 3 egyenletét), a (3a) egyenletünknek behelyettesítésével a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{1 - \operatorname{tg} (a_v - a) \operatorname{tg} \Delta a_v}{\operatorname{tg} \Delta a_v - \operatorname{tg} (a_v - a)} = \frac{\operatorname{tg} h \sin \nu}{\sin (a_v - a)} - \cos \nu \operatorname{ctg} (a_v - a)$$

Ebből $\operatorname{tg} \Delta a_v$ részére a következő zárt, szigorúan érvényes kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \Delta a_v = \\ & = \frac{\sin \nu \operatorname{tg} h \sin (a_v - a) + \sin (a_v - a) \cos (a_v - a) - \cos \nu \sin (a_v - a) \cos (a_v - a)}{\sin^2 (a_v - a) + \cos^2 (a_v - a) \cos \nu - \sin \nu \operatorname{tg} h \cos (a_v - a)} = \\ & = \frac{\sin \nu \operatorname{tg} h + \cos (a_v - a) - \cos \nu \cos (a_v - a)}{\sin (a_v - a) + \operatorname{ctg} (a_v - a) \cos (a_v - a) \cos \nu - \sin \nu \operatorname{tg} h \operatorname{ctg} (a_v - a)} \quad (4) \end{aligned}$$

Ha az a érték megszakítás nélkül folyamatosan 360° -ig számítható, akkor Δa_v -t is helyes előjellel kapjuk meg.

Kis szögeknél tudvalevőleg a tangens és szinusz az ívvel, a koszinusz az egységgel vehető egyenlőnek. Ennek megfelelően:

$$\operatorname{tg} \Delta a_v \doteq \Delta a_v, \quad \sin \nu \doteq \nu \quad \text{és} \quad \cos \nu \doteq 1$$

Ezekkel (4) egyenletünkéből a szakirodalomból ismert következő jó közelítésű összefüggés adódik:

$$\Delta a_v = \nu \operatorname{tg} h \sin (a_v - a) \quad (4a)$$

Itt mindjárt meg kell említenünk, hogy a (4) alatti szigorúan érvényes zárt összefüggés a gyakorlati számítás céljaira mégis csak közelítő jellegű képlet, minthogy $\Delta\alpha_v$ kiszámításához a vízszintes vetület helyes $(\alpha_v - \alpha)$ szöge kell. Ezt pedig csak a számítandó $\Delta\alpha_v$ segítségével tudnók a megmért α -ból megkapni. Ezért $\Delta\alpha_v$ kiszámításához a (4) egyenletbe $(\alpha_v - \alpha)$ helyett első közelítésben a hibásan megmért α szöget kell behelyettesítenünk. A kapott első közelítésű $\Delta\alpha_v$ -vel a (3) egyenlet értelmében megjavítjuk α -t, az így kapott $(\alpha_v - \alpha)$ közelítő értékkel egy jobb $\Delta\alpha$ -t számíthatunk és így tovább.

Sokkal jobb összefüggést kapunk akkor, ha $\Delta\alpha_v$ -t a megmért — és nem a keresett — értékek függvénye gyanánt fejezzük ki. Ennél az eljárásunknál két esetet kell megkülönböztetnünk aszerint, hogy a teodolit magassági körén használunk, vagy nem használunk indexlibellát. Az első esetben a megmért értékek α és h' ; az utóbbi esetben bejátszó libella mellett α és h .

Az állótengely hibájának hatása a nem vízszintes limbuskör és a magassági kör indexlibella nélkül mért szögeinek függvényében

Ha a hibás α és h' szögeket mérjük, a gömbháromszögtan segítségével a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$\operatorname{ctg}(\alpha_v - \alpha) = \operatorname{tg} h' \sin \nu \frac{1}{\sin \alpha} - \cos \nu \operatorname{ctg} \alpha$$

(3) egyenletünk behelyettesítésével lesz:

$$-\operatorname{ctg}(\alpha + \Delta\alpha_v) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \Delta\alpha_v - 1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \Delta\alpha_v} = \frac{\operatorname{tg} h' \sin \nu}{\sin \alpha} - \cos \nu \operatorname{ctg} \alpha$$

és ebből megfelelő rendezés után:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Delta\alpha_v &= \frac{\operatorname{tg} h' \sin \nu \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \cos \nu \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos \nu - \operatorname{tg} h' \sin \nu \cos \alpha} = \\ &= \frac{\cos \alpha + \operatorname{tg} h' \sin \nu - \cos \nu \cos \alpha}{\sin \alpha - \operatorname{tg} h' \sin \nu \operatorname{ctg} \alpha + \cos \nu \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha} \end{aligned} \quad (5)$$

Kis ν szög esetében ebből jó közelítéssel

$$\Delta\alpha_v = \nu \operatorname{tg} h' \sin \alpha \quad (5a)$$

adódik.

Az (5) egyenlet szerkezete hasonló a (4)-éhez. Ennek oka az, hogy ν , $(\alpha_v - \alpha)$ és h között hasonló összefüggések állanak fenn, mint ν , α és h' között.

Az (5) egyenlet különösen alkalmas arra, hogy a vízszintes vetületi szöget kiszámíthassuk akkor, ha a limbuskört szándékosan erősen ferdére állítjuk azért, hogy meredek lefelé menő megirányzás szükségessége esetén a limbuskör mellett még el tudjunk irányozni. A ferdére állított limbuskőrön ekkor az a szöget olvassuk le, míg a magassági körön indexlibella esetén sem olvashatjuk le a helyes h magassági szöget, csupán a hibás h' értéket, mivel nagy ν állótengely-hibánál a libellát nem tudjuk beállítani. Ez egyszerismind azt jelenti, hogy a két távcsőfekvés között az indexlibellát nem szabad elállítani, mintha nem is lenne. Nagyobb állótengely-hibát a legegyszerűbben egy távcsőlibellával határozhatunk meg: vízszintesre állított távcső mellett a különböző irányokban más-más magassági szöget kapunk. A legnagyobb magassági szög szolgáltatja az állótengely hibáját, míg az ennek a helyzetnek megfelelő leolvasás a limbuskőrön a_v -t. A keresett vízszintesvetületi szöget ekkor úgy kapjuk, hogy a térbeli szög két irányát külön-külön az (5) egyenlet szerint számított Δa_v értékekkel megjavítjuk, s a megjavított irányok különbségét képezzük.

Az állótengely-hiba kisebb értéke mellett ezt nyereglibellával, vagy alhidádélíbellával is meghatározhatjuk: értékét az állótengely körüli forgatás közben mutatkozó — két távcsőfekvésből nyert — legnagyobb eltérés nagysága szolgáltatja, míg az ennek a limbuskőrön megfelelő leolvasás az irányát adja.

Az (5) és (5a) egyenletek nyilvánvalóan akkor is érvényesek, ha függővonal-elhajlás miatt állótengelyünk nem merőleges választott ellipszoidunkra és mi a függővonal-elhajlásnak megfelelő a megmért szögből az ellipszoidra vonatkozó (a) szöget akarjuk számítani. A magassági körön ekkor bejátszó indexlibellánál is a hibás h' magassági szöget és a limbuskőrön a hibás a szöget mérjük meg, s (5) egyenletünk szigorú zárt összefüggést ad ennek a korrekciónak a számítására. A függővonal-elhajlásoknál mutatkozó kis értékekre való tekintettel elegendő az (5a) közelítő egyenlet, amely tartalmilag BAESCHLIN [6; 288. o.] (54.4) egyenletének felel meg.

Az állótengely hibájának a hatása a nem vízszintes limbuskör szögének és az indexlibellával mért helyes magassági szögnek a függvényében

Ha a limbuskőrön a hibás a szöget, a magassági körön azonban az indexlibella segítségével a helyes h magassági szöget mérjük, az állótengely hibájának a hatását másképp kell kiszámítanunk. Minthogy ekkor az 1. ábra szerint a Z, JZ, P gömbháromszögben $\nu, 90^\circ - h$ és a , tehát két oldal és egy szembenlevő szög adott, s a (3) egyenlet értelmében $(a_v - a) = 180^\circ - (a + \Delta a_v)$, illetőleg Δa_v a keresett értékek, ez utóbbiakra két megoldás adódik. Gyakorlatilag azonban ekkor is egyértelmű a megoldás, ha $\nu < 90^\circ - h$, amint ezt Függelékünkben kimutatjuk. Minthogy pedig az állótengely-hiba rendszerint kisebb, mint az irányzás zenittávolsága, ebben az esetben is rendszerint egyértelmű megoldást kapunk.

A gömbháromszögből felállított:

$$- \cos \nu \cos (a) = \sin \nu \operatorname{tg} h - \sin (a) \operatorname{ctg} a$$

képletből következik:

$$- \cos \nu \cos (a + \Delta a_\nu) = \sin \nu \operatorname{tg} h - \sin (a + \Delta a_\nu) \operatorname{ctg} a$$

és ebből:

$$\cos \Delta a_\nu (\cos a - \cos \nu \cos a) = \sin \nu \operatorname{tg} h - \sin \Delta a_\nu (\cos a \operatorname{ctg} a + \cos \nu \sin a)$$

illetőleg:

$$(1 - \sin^2 \Delta a_\nu) (\cos a - \cos \nu \cos a)^2 = \sin^2 \nu \operatorname{tg}^2 h - 2 \sin \Delta a_\nu (\cos a \operatorname{ctg} a + \cos \nu \sin a) \sin \nu \operatorname{tg} h - \sin^2 \Delta a_\nu (\cos a \operatorname{ctg} a + \cos \nu \sin a)^2$$

Rendezve $\sin \Delta a_\nu$ részére a következő négyzetes egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \sin^2 \Delta a_\nu \{ (\cos a \operatorname{ctg} a + \cos \nu \sin a)^2 + (\cos a - \cos \nu \cos a)^2 \} - \\ - 2 \sin \Delta a_\nu \sin \nu \operatorname{tg} h (\cos a \operatorname{ctg} a + \cos \nu \sin a) + \\ + \sin^2 \nu \operatorname{tg}^2 h - (\cos a - \cos \nu \cos a)^2 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Ebből $\sin \Delta a_\nu$ ismert módon számítható.

Ha kis szögek mellett ismét $\cos \nu \doteq 1$, $\sin \Delta a_\nu \doteq \Delta a_\nu$, és $\sin \nu \doteq \nu$ helyettesítéseket elvégezzük, a (6) egyenletből a

$$\Delta a_\nu = \nu \operatorname{tg} h \sin a \quad (6a)$$

közelítő képlet keletkezik.

A (6) egyenlet ekkor is zárt összefüggést ad Δa_ν kiszámítására, de már nem oly egyszerű, mint (5) egyenletünk. Ha tehát a szándékosan nagyobb állótengely-hibával ferde síkban megmért szögeket a vízszintesre kell átszámítani, elvileg is célszerűbb a magassági szöget magasságiköri indexlibella beállítása nélkül megmérni. Nagyobb állótengely-hiba esetében ez a libella gyakorlatilag amúgy sem használható.

Az állótengely hibájának hatása a vízszintes vetületi síkban a helyes vízszintes és függőleges szögek függvényében

Ez a probléma akkor merül fel, ha azt kérdezzük, hogy mennyi lenne az állótengely hibájának hatása a vízszintes síkban a függőleges állótengely mellett megmért helyes értékkel szemben, ha az állótengelyt ν értékkel a függő-

legestől elállítanók. Ebben az esetben is $(a_v - a)$ -t és h -t mérjük, de a (4) egyenlet szigorúan véve azért nem használható, mert az ottani Δa_v különbség két olyan leolvasás különbségére vonatkozik (vö. (2) egyenletünkkel), amelyek közül az egyik vízszintes, a másik az állótengelyre merőleges ferde limbuskörre vonatkozik. A mi esetünkben egy más hatást, a vízszintes síkban mutatkozó, s az 1. ábrán berajzolt $\Delta a_{v,v}$ eltérést keressük. Ez utóbbit az $(a_v - a)$ és h értékekkel a következőképpen fejezhetjük ki:

A Z, JZ, P gömbi háromszögből:

$$\operatorname{ctg} y = \frac{\cos h \operatorname{ctg} v - \sin h \cos(a_v - a)}{\sin(a_v - a)} \quad (7)$$

továbbá:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \Delta a_{v,v} &= \operatorname{tg} y \sin h = \frac{\sin(a_v - a)}{\operatorname{ctg} v \operatorname{ctg} h - \cos(a_v - a)} = \\ &= \frac{\sin(a_v - a) \operatorname{tg} v \operatorname{tg} h}{1 - \cos(a_v - a) \operatorname{tg} v \operatorname{tg} h} \end{aligned} \quad (8)$$

megadja már a keresett zárt összefüggést $\Delta a_{v,v}$ részére. Kis v és $\Delta a_{v,v}$ értékek esetében jó közelítéssel írható:

$$\Delta a_{v,v} = v \sin(a_v - a) \operatorname{tg} h \quad (8a)$$

A (8) alatti egyenletet akkor használhatjuk, ha két konjugált normálmetszet közötti azimutkülönbséget keressük, mivel a *megírányzott* pontban az ellipszoidra merőleges normálmetszet a felállás pontjában olyan egyenest metsz ki, amely az ebben a pontban az ellipszoidra merőleges egyenessel egy δ_1 szöget zár be (l. [7; 13. o.]). Ha ezt a δ_1 szöget állótengely-hiba gyanánt fogjuk fel és figyelembe vesszük, hogy a h magassági szögnek itt a μ depressziós (mélységi) szög felel meg, akkor a két konjugált normálmetszet Δa azimutkülönbségét a felállás pontja normálmetszetéhez tartozó a azimut mellett a (8) egyenlethől a következő zárt összefüggéssel fejezhetjük ki:

$$\operatorname{tg} \Delta a = \frac{\sin a \operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \delta_1}{1 + \cos a \operatorname{tg} \mu \operatorname{tg} \delta_1} \quad (9)$$

A kis δ_1 érték miatt jó közelítéssel

$$\Delta a = \delta_1 \sin a \operatorname{tg} \mu \quad (9a)$$

is írható. Ha δ_1 és μ helyett a szakirodalomban ismert értékeket behelyettesítjük, Δa részére a szakirodalomban ismert kifejezést kapjuk, amint ezt [8] alatti tanulmányunkban kimutattuk.

**Az állótengely ingadozásának hatása a vízszintes síkban
a vízszintes síkban hibásan mért szög függvényében**

Az állótengely tengelyingadozásánál előfordul, hogy a limbuskör vízszintes ugyan, de a pillanatnyi állótengely nem függőleges. Minthogy ekkor a leolvasás nem az állótengelyre merőleges, hanem a vízszintes limbuskőrön történik, az állótengely-hibának nem $\Delta a_{\nu} = (a) - a$, hanem ismét a vízszintes limbuskőrön mutatkozó $\Delta a_{\nu, \nu}$ hatását kell meghatározni, de más megmért értékek függvényében. Ha a $\Delta a_{\nu, \nu}$ értékkel a vízszintes limbuskőrön leolvasott a° szöget (1. ábra) megjavítjuk, a függőleges állótengelynek megfelelő helyes leolvasást kapjuk.

Az 1. ábra derékszögű gömbháromszögéből, amelynek $90^\circ + \nu$ a rajz síkjában fekvő egyik, s a° a reá merőleges másik oldala, felírhatjuk:

$$\sin a = \frac{\sin a^\circ}{\sin(90^\circ + \nu)} = \frac{\sin a^\circ}{\cos \nu} \quad (10)$$

A Z, JZ, P gömbháromszögben a, ν és h , vagy h' az adott értékek.

a) Ha h' a megmért érték, pl. ha indexlibella nincsen, akkor a számítás a következő:

$$\operatorname{ctg} y = \frac{\cos h' \operatorname{ctg} \nu - \sin h' \cos a}{\sin a} \quad (11)$$

A rajzon alul csatlakozó derékszögű gömbháromszögből:

$$\sin \Delta a_{\nu, \nu} = \sin h' \sin y \quad (12)$$

Minthogy a (11) egyenletből:

$$\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \frac{\cos h' \operatorname{ctg} \nu - \sin h' \cos a}{\sin a} \sin y$$

azért:

$$\left\{ \left(\frac{\cos h' \operatorname{ctg} \nu - \sin h' \cos a}{\sin a} \right)^2 + 1 \right\} \sin^2 y = 1$$

és

$$\sin y = \frac{\sin a}{\sqrt{\sin^2 a + (\cos h' \operatorname{ctg} \nu - \sin h' \cos a)^2}}$$

Ha ezt a (12) egyenletbe behelyettesítjük, megkapjuk $\Delta a_{\nu, \nu}$ részére a zárt képletet:

$$\sin \Delta a_{\nu, \nu} = \frac{\sin a \sin h'}{\sqrt{\sin^2 a + (\cos h' \operatorname{ctg} \nu - \sin h' \cos a)^2}} \quad (13)$$

A fenti kifejezés a következőképpen is írható:

$$\sin \Delta\alpha_{\nu, \nu} = \frac{\operatorname{tg} \nu \sin \alpha \sin h'}{\sqrt{\sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \nu + (\cos h' - \sin h' \cos \alpha \operatorname{tg} \nu)^2}}$$

Kis ν és $\Delta\alpha_{\nu, \nu}$ szögek esetében jó közelítéssel

$$\Delta\alpha_{\nu, \nu} = \frac{\nu \sin \alpha \sin h'}{\cos h'} = \nu \sin \alpha \operatorname{tg} h' \quad (13a)$$

lesz.

b) Ha h az indexlibella segítségével megmért érték:

Ekkor:

$$\sin y = \frac{\sin \nu \sin \alpha}{\cos h} \quad (14)$$

és

$$\sin \Delta\alpha_{\nu, \nu} = \sin h \operatorname{tg} y = \sin h \frac{\frac{\sin y \sin \alpha}{\cos h}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \nu \sin^2 \alpha}{\cos^2 h}}} = \frac{\sin \nu \sin h \sin \alpha}{\sqrt{\cos^2 h - \sin^2 \nu \sin^2 \alpha}} \quad (15)$$

$\Delta\alpha_{\nu, \nu}$ és ν kis értékei mellett jó közelítéssel

$$\Delta\alpha_{\nu, \nu} = \nu \sin \alpha \operatorname{tg} h \quad (15a)$$

írható.

A (13) és (15) egyenletekből számított értékeknél rendszerint a pozitív értéket kell venni.

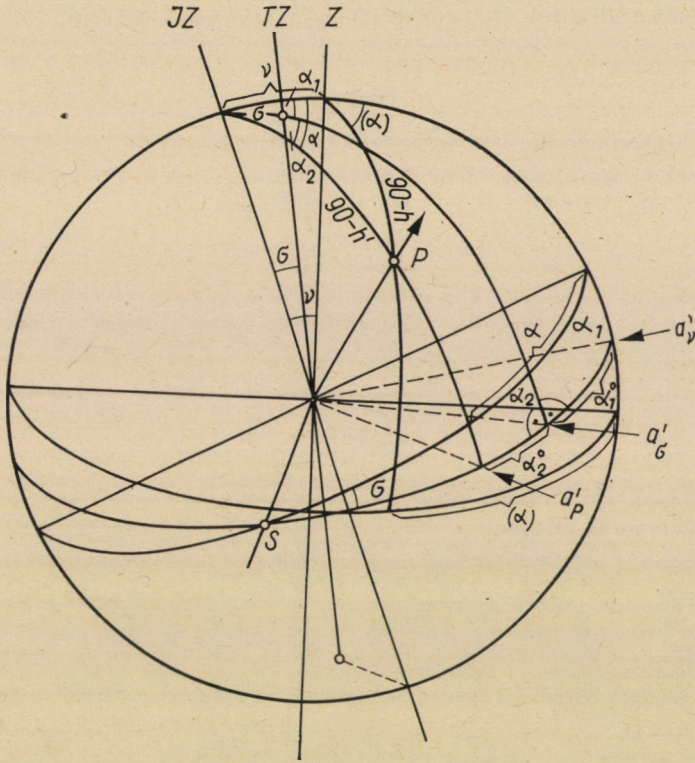
Az állótengely hibájának hatása a vízszintes síkban, ha a limbuskör az állótengelyre nem merőlegesen lett felszerelve

Ez a hiba akkor mutatkozik, ha a limbuskör hibás szerelés következtében nem merőleges az állótengelyre, hanem ezzel σ szöget zár be (2. ábra). A hibásan fekvő limbuskör a helyes helyzetűt az S egyenesben metszi. Ha most még egy ν állótengely-hibát is feltételezünk — itt is a rajz síkjában — akkor a limbuskörre merőleges TZ egyenes általában már nem fekszik a rajz síkjában.

A helyes $(\alpha) = 180^\circ - (\alpha_\nu - \alpha)$ kiszámításához az állótengely hibája irányának a hibás helyzetű limbuskörön diametrális a' leolvasásából indulunk ki, amely az előbbieket szerint ugyancsak a rajz síkjában fekszik. Jelöljük továbbá a limbuskörre merőleges egyeneshez tartozó leolvasást a hibás hely-

zetű limbuskörön a'_σ -val és a megírányzott P ponthoz tartozó leolvasást ugyancsak a hibás helyzetű limbuskörön a'_p -vel, akkor az ábra szerint:

$$\alpha_1^0 = a'_\sigma - a'_\nu \quad \alpha_2^0 = a'_p - a'_\sigma$$



2. ábra

Minthogy az a'_σ melletti két szög derékszög, a derékszögű gömbháromszögekből a következő egyenleteket írhatjuk fel:

$$\sin \alpha_1 = \frac{\sin \alpha_1^0}{\sin (90^\circ + \sigma)} = \frac{\sin \alpha_1^0}{\cos \sigma} \tag{16}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_2^0}{\cos \sigma}$$

Mivel pedig a rajz szerint:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \tag{17}$$

így a JZ, Z, P gömbháromszögben adva vannak a, ν , valamint vagy h (indexlibella esetén), vagy h' (ha indexlibellát a magassági körön nem használunk). Ezekből az a szöget megjavító Δa , az (5) és a (6) egyenlet szerint számítható.

*

Valamennyi megadott egyenletünk — a kifejezetten közelítőkként megjelöltek kivételével — szigorúan érvényes, azaz ezek a hibák, illetőleg eltérések bármily nagy értéke mellett is használhatók.

A felvetett problémákkal kapcsolatban még több — egyébként érdekes — részletkérdés vetődik fel. De ezekre itt nem kívánunk kitérni.

Függelék

A (6) egyenlet gyakorlatilag egyértékű voltának bizonyítása

Induljunk ki egy általános gömbháromszögből, amelynek a, b, c az oldalai és α, β, γ a szögei. Minthogy valamennyi szög és oldal $\leq 180^\circ$, azért ha

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = x$$

jelölést bevezetjük, x mindig pozitív értékű kell, hogy legyen. Minthogy pedig:

$$\sin c = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{c}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{c}{2}} = \frac{2x}{1 + x^2} \text{ és } \cos c = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{c}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{c}{2}} = \frac{1 - x^2}{1 + x^2},$$

azért a

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

egyenletből

$$\cos a = \cos b \frac{1 - x^2}{1 + x^2} + \sin b \frac{2x}{1 + x^2} \cos \alpha$$

illetőleg rendezve

$$x^2 - 2x \frac{\sin b \cos \alpha}{\cos a + \cos b} + \frac{\cos a - \cos b}{\cos a + \cos b} = 0$$

adódik.

Ez utóbbi egyenletből a két x_1 és x_2 megoldás ismert módon felírható. Ezek megfelelő rendezés után a következők:

$$x_1 = \frac{\sin b \cos \alpha + \sqrt{\sin^2 a - \sin^2 b \sin^2 \alpha}}{\cos a + \cos b}$$

$$x_2 = \frac{\sin b \cos \alpha - \sqrt{\sin^2 a - \sin^2 b \sin^2 \alpha}}{\cos a + \cos b}.$$

Esetünkben az imaginárius értékeknek, amelyeknél tehát $\sin a < \sin b \sin \alpha$, nincs értelmük. De minthogy $\operatorname{tg} \frac{c}{2} = x$, a negatív x értékeknek sincs esetünkben jelentőségük, mivel c -ben 180° -nál nagyobb szöget jelentenének.

Ha tehát gyakorlatilag csak egy megoldást akarunk, akkor x_1 -nek és x_2 -nek különböző előjelűeknek kell lenni. Ehhez pedig kell, hogy

$$|\sqrt{\sin^2 a - \sin^2 b \sin^2 \alpha}| > |\sin b \cos \alpha|$$

legyen. Ebből következik, hogy

$$\sin^2 a - \sin^2 b \sin^2 \alpha > \sin^2 b \cos^2 \alpha,$$

illetőleg a

$$\sin^2 a - \sin^2 b \sin^2 \alpha > \sin^2 b (1 - \sin^2 \alpha)$$

egyenletből, hogy:

$$\sin^2 a > \sin^2 b$$

Mint hogy pedig 180° -ig a szinusztértékek mindig pozitívek, azért az előbbi egyenlőtlenségből

$$\sin a > \sin b,$$

illetőleg

$$a > b < 180^\circ - b$$

következik. Ha $a = 180^\circ - b$, a gömbháromszög gömbi kétszögge változik.
Az előbbi

$$\sin^2 a > \sin^2 b$$

egyenlőtlenségből következik továbbá, hogy

$$1 - \cos^2 a > 1 - \cos^2 b, \text{ illetve } \cos^2 a < \cos^2 b$$

és

$$|\cos a| < |\cos b|$$

azaz az x_1 és x_2 részére megadott egyenletekben a nevező előjelét $\cos b$ határozza meg.

Legyen már most a ν állótengely-hiba háromszögünk b oldala és így nyilván $b < 90^\circ$. Akkor a nevező mindig pozitív, s mi x_1 részére akkor, ha

$$90^\circ - h = a > b = \nu < 180^\circ - b = 180^\circ - \nu$$

csak egy pozitív, tehát gyakorlatilag csak egy megoldást kapunk.

Ezzekkel a fejtegetéseinkkel helyesbítjük LÁSKÁNAK [9; 48—49. o.]-on megjelent nem egészen helytálló fejtegetéseit.

IRODALOM

1. EHRENFUCHT: Zur Theorie des Theodolites. Österr. Zeitschrift f. Vermessungswesen, 1908. év, 206—210. o.
2. BAESCHLIN: Ableitung einer Formel für den Richtungsfehler eines Theodoliten unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Kollimationsfehler und Horizontalachsenschiefe. Schweiz. Zeitschrift f. Vermessungswesen u. Kulturtechnik, 1932. év, 274—278. és 1933. év, 2—5. o.
3. Bemerkungen zu zwei Artikeln. Schweiz. Zeitschrift f. Vermessungswesen u. Kulturtechnik, 1933. év, 75. o.
4. FIALOVSKY: A teodolit tengelyhibáinak együttes hatása a vízszintes szögmérésre. A MTA Műszaki Tud. Oszt. Közl., VIII. köt. (1953), 649—664. o.
5. MATTHIAS: Zum Einfluß von Zielachsenfehler, Horizontalachsenschiefe und Stehachsenchiefe auf Richtungsbeobachtungen. Schweiz. Zeitschrift f. Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie, 1958. év, 134—144. és 164—170. o.
6. BAESCHLIN: Lehrbuch der Geodäsie. Zürich, 1948.
7. JORDAN—EGGERT: Handbuch der Vermessungskunde. III/2. köt., Stuttgart, 1941.
8. Az ellipszoid konjugált normálmetszeteinek azimutkülönbségéről. A MTA Műszaki Tud. Oszt. Közl., VII. köt. (1952), 489—498. o.
9. LÁSKA: Lehrbuch der sphärischen Trigonometrie. 1890. (Kleyers Enzyklopedie der gesamten Naturwissenschaften.)
10. OLTAY: Geodézia. II. köt., II. kiadás, Budapest, 1937.
11. OLTAY: Geodézia (egyetemi tankönyv). II. kiadás, Budapest, 1954.

ÖSSZEFOGLALÁS

A teodolit fekvőtengely- és irányhiba együttes hatásának kiküszöbölése. Az állótengely hibája hatásának a vizsgálata a nem vízszintes limbuskör és a magassági kör indexlibella nélkül mért szögeinek a függvényében. (5 és 5a egyenletek.) Az állótengely hibájának a hatása a nem vízszintes limbuskör szögének és az indexlibellával mért helyes magassági szögnek a függvényében. (6 és 6a egyenletek.) Az állótengely hibájának a hatása a vízszintes vetületi síkban a helyes vízszintes és magassági szögek függvényében. (8 és 8a egyenletek.) Az állótengely ingadozásának a hatása a vízszintes síkban hibásan mért szög függvényében. (13 és 13a egyenletek.) Az állótengely hibájának hatása a vízszintes síkban, ha a limbuskör az állótengelyre nem merőlegesen lett felszerelve. (16. egyenlet.)

AZ ANIZOTRÓP INHOMOGÉN ELASZTOPLASZTIKUS TESTEK ELMÉLETÉNEK NÉHÁNY ALAPVETŐ PROBLÉMÁJÁRÓL*

Prof. Dr. OLSZAK W.

A LENGYEL TUDOMÁNYOS AKADÉMIA TAGJA, VARSÓ

és

Dr. URBANOWSKI W.]

A LENGYEL TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KONTINUUM-MECHANIKAI OSZTÁLYA, VARSÓ

[Beérkezett 1960. május 3-án]

1. A képlékenységi elmélet területén rendelkezésünkre álló kutatómunkák — kevés kivétellel (pl. [1, 2]) — olyan problémákkal kapcsolatosak, melyek e tudományág fiatal kora ellenére „klasszikus”-nak nevezhetők. Ilyenek legáltalábbis a plasztikus izotrópia és a plasztikus homogenitás problémáira vonatkozó tanulmányok.**

A *plasztikus inhomogenitás* és a *plasztikus anizotrópia* problémáit az utóbbi években Lengyelországban mi és munkatársaink tanulmányoztuk behatóan. Megkíséreltük az elmélet alapjainak lerakását oly testekre nézve, melyek plasztikus tulajdonságai pontról-pontra változók — ezek a plasztikus inhomogén testek — és ezenfelül még a vizsgálati iránytól is függenek, tehát egyben anizotrópok is.

Felmerülhet az a kérdés, hogy az anyagok tényleges tulajdonságait tekintve, indokolt-e ilyen általános elmélet kifejlesztése — mely különleges esetként (határesetként) természetesen magában foglalja az izotróp és homogén testek klasszikus elméletét is — vagyis, hogy a mindennapi mérnöki gyakorlatban plasztikus inhomogén és plasztikus anizotróp anyagok valóban előfordulnak-e.

Erre a kérdésre pozitív választ adhatunk, mert ilyen tulajdonságú anyagok a gyakorlatban jól ismertek. Erre vonatkozólag a későbbiekben néhány példát be is fogunk mutatni.

2. Az elméleti tárgyalás áttekinthetősége végett a testeket több osztályba soroltuk (lásd [3]). A testnek a *rugalmas tartományban* való viselkedését leíró anyagjellemzőit a test „*rugalmassági modulusainak*” fogjuk nevezni és M^{el} -el jelölni.

Az *inhomogén rugalmas* testek különféle fajtáit az M_P^{el} modulusok sorozata jellemzi, melyek a szóban forgó $P(x, y, z)$ pont helyzetadatának függvényei:

$$G = G(P), \quad V = V(P), \quad E = E(P), \quad \nu = \nu(P). \quad (2.1)$$

* A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályán 1959. november 24-én tartott előadás.

** Az izotrópia fogalmát, mint az anizotrópia ellentétjét és a homogenitás fogalmát, mint az inhomogenitás ellentétjét, ismeretesnek tételezzük fel.

Ezek sorjában a nyíró rugalmassági modulust, az összenyomhatósági tényezőt, a rugalmassági modulust, illetve a Poisson-féle tényezőt jelentik. Izotróp testben e négy anyagjellemző közül csak kettő független egymástól.

Abban a különleges M_0^{el} esetben, amikor az összes fenti modulusok függetlenek a koordinátáktól, a rugalmas test *homogén*.

Ha elasztoplasztikus testekről van szó, akkor a kérdés részletes tárgyalást kíván.

Az anyagban a folyási határ elérésekor végbemenő jelenségeket bizonyos jellemzők segítségével fogjuk leírni. Ezeket a hasonlatosság okán az adott anyag „*plasztikus modulusainak*” fogjuk nevezni és M^{pl} -el fogjuk jelölni.

A *plasztikusan inhomogén közegek* általánosított fogalmát olyan testekre kívánjuk vonatkoztatni, melyek folyási feltételét az

$$F(J_i, M_P^{pl}) = 0, \quad (i = 1, 2, 3)$$

függvény fejezi ki, ahol J_i a feszültségi (vagy alakváltozási) tenzor invariánsait és M_P^{pl} a plaszticitási modulusukat jelenti. Utóbbiak a $P(x, y, z)$ koordináták függvényében változók.

A „*tökéletesen plasztikus*” testre vonatkozó legegyszerűbb esetben a modulusok sorozata egyetlenegy K_P^{pl} függvénnyé redukálódik.*

Abban az M_0^{pl} -el jelölt különleges esetben, amikor a plasztikus modulusok a koordinátáktól függetlenek, a test *plasztikusan homogén*.

Az előzőekben tárgyalt fogalmak segítségével jellemezhető különböző típusú testek a következő osztályokba csoportosíthatók:

(I) rugalmasan homogén (M_0^{el}) és plasztikusan homogén (M_0^{pl}) testek, jelük $C_{0,0}$;

(II) rugalmasan homogén (M_0^{el}), de plasztikusan inhomogén (M_P^{pl}) testek, jelük $C_{0,P}$;

(III) rugalmasan inhomogén (M_P^{el}), de plasztikusan homogén (M_0^{pl}) testek, jelük $C_{P,0}$;

(IV) rugalmasan inhomogén M_P^{el} és plasztikusan inhomogén (M_P^{pl}) testek, jelük $C_{P,P}$;

A csoportok fenti egymásutánja — mondhatnók — olyan, hogy azok mindegyike rendre egy, a megelőzőnél általánosabb típusú testnek felel meg.

Az utolsó osztályban (IV), mely a legáltalánosabb, két esetet kell megkülönböztetnünk:

(IV₂) — az M_P^{el} és M_P^{pl} modulusok a $P(x, y, z)$ pont koordinátái szerint változnak, de egymástól *függetlenek*; jelük $C_{P,P}^-$;

* Érdekes megjegyezni, hogy van rá lehetőség, bármely típusú keményedési (e, σ) diagrammal jellemezhető elasztoplasztikus testet a tökéletesen plasztikus inhomogén test modelljével ábrázolni; ugyanez vonatkozik a kísérleti vizsgálatokból ismert jelenségekre is, például a „Bauschinger-hatás”-ra; ezt a problémát tárgyalták COLONETTI G. [4], valamint BOHNENBLUST H. F. és DUWEZ P. [5]; lásd még a [3a] alatti tanulmány 15b lábjegyzetét is.

(IV₁) — az M_P^{el} és M_P^{pl} modulusok a $P(x, y, z)$ pont koordinátái szerint változnak, de ugyanakkor bizonyos mértékben „konjugáltak”, ami jelképesen a következőképpen fejezhető ki:

$$M_P^{pl} = f(M_P^{el}); \quad (2.3)$$

jelük $C_{P,P}$; a konjugált inhomogenitás e különleges típusának különös figyelmet szenteltünk [3].

Látható, hogy amennyiben a rugalmas tartományon túlmenően a plasztikus állapotot is figyelembe vesszük, az inhomogén testek típusainak száma tetemesen megnövekszik. Ezek nagy változatosságot mutatnak fel.*

Az (I)-től (III)-ig terjedő osztályok mechanikája a (IV) osztály mechanikájából az alapfeltevések fokozatos szűkítésével vezethető le.

3. Mármost, ha *tényleges testekről* van szó, a részünkről már előzőleg megjegyzettek szerint tekintettel kell lennünk arra, hogy a gyakorlatban a fentebb leírt csoportokba tartozó testek számos példájával találkozunk.

Kísérleti tapasztalatok alapján ismeretes például, hogy még rugalmasan homogénnek feltételezett anyagok (például a lágy acél) példájában is gyakran tetemes ingadozások jelentkeznek a Q folyási határ értékében. Amennyiben ezen jelenségek osztályozandók lennének, akkor erre a célra a legjobb közelítést feltehetőleg a (II) osztályunk nyújtaná.

Az M_P^{pl} plasztikus inhomogenitás fennállását (az M_0^{el} rugalmas homogenitás egyidejű fennállása mellett) legutóbb TRUSZKOWSKI W. vizsgálatai [6] beigazolták. E vizsgálatok a húzott rúd nyakrészén az egyenletes megnyúlás határát meghaladó igénybevételkor keletkező mély plasztikus alakváltozásokra vonatkoztak.

A CAMPUS F. és MASSONET CH. részéről legutóbb végrehajtott gondos kutatómunka [7] igazolta a mindennapi mérnöki gyakorlatban használatos hengerelt szerkezeti elemekben a kifejezetten plasztikus inhomogenitás létezését.

További példákat szolgáltatnak a változó hőmérsékleti behatásoknak kitett fémes elemek (ezeken a változó hőhatások a mechanikai tulajdonságok nagy változását idézik elő), valamint a mérnöki gyakorlatban jól ismert „összetett” szerkezetek, melyek két, vagy több különféle mechanikai tulajdonságokkal rendelkező „összetevő” együttműködésén alapszanak. Az utóbbi vonatkozásban a változó vasalással ellátott vasbeton szerkezeti elemeket lehet megemlíteni, mint amelyek az inhomogenitás és az anizotropia szempontjából egyaránt jellegzetesek.

* Az alatt figyelembe veendő típusok inhomogenitásáról rendszerint feltételezzük, hogy „folytonos” jellegű. Az alábbiakban feltételezzük, hogy a folytonosság feltétele (az M_P függvények differenciálhatósága stb.) teljesítve van.

A fenti megfontolások mutatják, hogy fel kell adnunk az állandó plaszticitási modulusokról alkotott elképzelést és e modulusokat olyan modulusokkal kell helyettesítenünk, melyek a koordináták függvényei.

Ezen problémákkal kapcsolatban az utóbbi években kísérleti alapon sok vizsgálatot folytattak. Így például SZOBOLÉV N. D. és FRIDMAN YA. A. [8] 1954-ben a plasztikus mechanikai tulajdonságok változékonyságára vonatkozólag közöltek kísérleti eredményeket.

Egy másik, POPOV N. J. és FRIDMAN YA. B. [9] szerkesztette kísérleti jelentésből kitűnik, hogyan lehet fémszerkezeti elemeken alkalmas mechanikai eljárás, vagy hőkezelés segítségével — bizonyos határok között — tetszőlegesen változó mechanikai tulajdonságokat létrehozni. Ezen az úton képesek vagyunk oly változást előidézni, mely meghatározott technikai és gazdasági hatást biztosít.

4. A jelen dolgozatban, mely DR. URBANOWSKI W. és saját magunk tanulmányaira [10] támaszkodik, a problémát a plasztikus potenciál fogalmának felhasználásával fogjuk megközelíteni. Ezt a fogalmat a homogén anizotróp testekre először v. MISES R. vezette be.

Az inhomogén testek általános esetét vizsgálva, egyidejűen be fogjuk mutatni az anizotrópia tetszőleges (nemcsak ortotróp) fajtáját. Utóbbi az általános esetben görbevonalú koordinátarendszerben tárgyalható.

A tárgyalás általános formájából következik, hogy a hengeres ortotrópia, vagy a szférikus ferde izotrópia az általános elméletből mint különleges eset (határeset) vezethető le.

Az itt bemutatott változatban azonban görbevonalú koordináták helyett közönséges derékszögű koordináta rendszerek használata mellett döntöttünk, még pedig azért, hogy bizonyos mértékben egyszerűsíthessük a tenzoriális jelképrendszerben bemutatott matematikai kifejezéseket.

5. v. MISES R. kimutatta, hogy a plasztikus potenciál a tökéletesen plasztikus anizotróp testek esetében — inhomogén testekre általánosítva — a következő alakban írható fel:

$$\Psi = \frac{1}{2} \left[K_{23}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + K_{31}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + K_{12}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 \right] - \left. \begin{aligned} & - \sigma_{23} [K_{24}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + K_{34}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{33})] - \\ & - \sigma_{31} [K_{35}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{33}) + K_{15}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{11})] - \\ & - \sigma_{12} [K_{16}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{11}) + K_{26}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{22})] + \\ & + K_{45}(P) \sigma_{23} \sigma_{31} + K_{56}(P) \sigma_{31} \sigma_{12} + K_{64}(P) \sigma_{12} \sigma_{23} + \\ & + \frac{1}{2} [K_{44}(P) \sigma_{23}^2 + K_{55}(P) \sigma_{31}^2 + K_{66}(P) \sigma_{12}^2]. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Itt $K_{ij}(P)$ a szóban forgó $P(x, y, z)$ pont helyzete szerint változó anyagjellemzőket jelent. A problémát annak legáltalánosabb alakjában tárgyaljuk, vagyis abban az esetben, amikor mind a 15 $K_{ij}(P)$ anyagjellemző zérustól különböző.

6. Vezessünk le egy új H_{klmn} ($k, l, m, n = 1, 2, 3$) négy lábindexes mennyiségrendszert olyképpen, hogy a k, l és m, n indexekre nézve, valamint a kl és mn indexcsoportokra is szimmetrikus legyen. Ilyen módon ezek a mennyiségek az alanti egyenleteket elégítik ki:

$$H_{klmn} = H_{lkmn}, H_{klmn} = H_{klnm}, H_{klmn} = H_{mnlk}. \tag{6.1}$$

Gyűjtsük össze az alapvetően különböző indexekkel rendelkező mennyiségeket a

$$\left. \begin{array}{cccccc} H_{1111} & H_{1122} & H_{1133} & H_{1123} & H_{1131} & H_{1112} \\ & H_{2222} & H_{2233} & H_{2223} & H_{2231} & H_{2212} \\ & & H_{3333} & H_{3323} & H_{3331} & H_{3312} \\ & & & H_{2323} & H_{2331} & H_{2312} \\ & & & & H_{3131} & H_{3112} \\ & & & & & H_{1212} \end{array} \right\} \tag{6.2}$$

táblázatba és tegyük ezeket az alábbi táblázat megfelelő kifejezéseivel egyenlővé

$$\left. \begin{array}{cccccc} K_{12} + K_{31} & -K_{12} & -K_{31} & -\frac{1}{2}(K_{24} + K_{34}) & \frac{1}{2} K_{15} & \frac{1}{2} K_{16} \\ & K_{23} + K_{12} & -K_{23} & \frac{1}{2} K_{24} & -\frac{1}{2}(K_{35} + K_{15}) & \frac{1}{2} K_{26} \\ & & K_{31} + K_{23} & \frac{1}{2} K_{34} & \frac{1}{2} K_{35} & -\frac{1}{2}(K_{16} - K_{26}) \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{64} \\ & & & & K_{55} & K_{56} \\ & & & & & K_{66} \end{array} \right\} \tag{6.3}$$

Összehasonlítva a (6.2)-őt a (6.3)-al, látjuk, hogy itt mindössze 15 egymástól független H_{klmn} mennyiség van, és ekképpen a következő egyenletek érvényesek:

$$H_{\kappa\lambda\mu\nu} \cdot \delta_{\kappa\lambda} = 0, (\kappa, \lambda, \mu, \nu = 1, 2, 3) \tag{6.4}$$

A plasztikus potenciált most a következő sűrített tenzoriális alakban írhatjuk fel:

$$\Psi = \frac{1}{2} H_{klmn}(P) \sigma_{kl} \cdot \sigma_{mn}. \tag{6.5}$$

Minthogy a (6.5) egyenletben előforduló Ψ mennyiség invariáns, a H_{klmn} mennyiségek egy negyedrendű tenzor koordinátái. E tenzort a *plaszticitási-modulusok tenzorának* fogjuk nevezni. A szóban forgó tenzor H_{klmn} koordinátáit a

$$H_{klmn} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \sigma_{kl} \cdot \partial \sigma_{mn}} \quad (6.6)$$

egyenletheől kaphatjuk meg.

A H_{klmn} mennyiségek tenzoriális jellege ily módon meg lévén állapítva, megoldhatóvá válik az a fontos feladat, hogy meghatározzuk a H'_{klmn} plaszticitási modulusok értékét bármely olyan új derékszögű koordinátarendszerben, melyet az eredeti rendszerből elforgatás segítségével származtatunk le.

Tegyük fel, hogy a_{ij} annak a szögnek a koszinusza, melyet az új koordináta rendszer pozitív i féltengelye és az eredeti koordináta rendszer pozitív j féltengelye alkot.

Ekkor nyilvánvalóan érvényes, hogy

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= a_{ji} \\ a_{iq} &= a_{qi} = \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j), \\ 1 & (i = j). \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

A plaszticitási modulusok tenzorának új koordináta rendszerbeli H'_{klmn} komponensei és eredeti koordináta rendszerbeli $H_{\kappa\lambda\mu\nu}$ komponensei közt fennálló kapcsolat a

$$H'_{klmn} = a_{k\kappa} a_{l\lambda} a_{m\mu} a_{n\nu} H_{\kappa\lambda\mu\nu} \quad (6.8)$$

egyenlettel fejezhető ki, ami a tenzorszámítás szabályaiból közvetlenül következik.

7: A potenciál fogalmából következik, hogy az egyben meghatározza a σ_{kl} feszültségi tenzor komponensei és az ε_{kl} alakváltozási sebesség tenzorának komponensei között fennálló közvetlen összefüggéseket is. Ezen összefüggéseknek az alanti egyszerű alakjuk van:

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = c \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{kl}}, \quad (7.1)$$

Itt c arányossági tényezőt jelent.

A (6.5) alattit a (7.1) alattiba behelyettesítve, az

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = c H_{kl\mu\nu}(P) \sigma_{\mu\nu} \quad (7.2)$$

egyenletekhez jutunk, melyek a következő 6, a tárgyalt általános esetre érvényes egyenletekkel egyenértékűek:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c} \dot{\varepsilon}_{11} &= + K_{12}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + K_{31}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{33}) - \\
 &\quad - [K_{24}(P) + K_{34}(P)] \sigma_{23} + K_{15}(P) \sigma_{31} + K_{16}(P) \sigma_{12}, \\
 \frac{1}{c} \dot{\varepsilon}_{22} &= + K_{23}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{33}) + K_{12}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{11}) + \\
 &\quad + K_{24}(P) \sigma_{23} - [K_{35}(P) + K_{15}(P)] \sigma_{31} + K_{26}(P) \sigma_{12}, \\
 \frac{1}{c} \dot{\varepsilon}_{33} &= + K_{31}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{11}) + K_{23}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{22}) + \\
 &\quad + K_{34}(P) \sigma_{23} + K_{35}(P) \sigma_{31} - [K_{16}(P) + K_{26}(P)] \sigma_{12}, \\
 \frac{1}{c} \dot{\varepsilon}_{23} &= - [K_{24}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{22}) + K_{34}(P) (\sigma_{11} - \sigma_{33})] + \\
 &\quad + K_{44}(P) \sigma_{23} + K_{45}(P) \sigma_{31} + K_{64}(P) \sigma_{12}, \\
 \frac{1}{c} \dot{\varepsilon}_{31} &= - [K_{35}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{33}) + K_{15}(P) (\sigma_{22} - \sigma_{11})] + \\
 &\quad + K_{45}(P) \sigma_{23} + K_{55}(P) \sigma_{31} + K_{56}(P) \sigma_{12}, \\
 \frac{1}{c} \dot{\varepsilon}_{12} &= - [K_{16}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{11}) + K_{26}(P) (\sigma_{33} - \sigma_{22})] + \\
 &\quad + K_{64}(P) \sigma_{23} + K_{56}(P) \sigma_{31} + K_{66}(P) \sigma_{12}.
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

A fenti egyenletekből következik, hogy

$$\dot{\varepsilon}_{\kappa\lambda} \cdot \delta_{\kappa\lambda} = 0, \tag{7.4}$$

ami azt jelenti, hogy a test összenyomhatatlan.

8. Ismeretes, hogy ha a Ψ plasztikus potenciált egy állandóval, mondjuk $1/2$ -vel helyettesítjük, akkor a folyási feltételhez jutunk. Utóbbi anizotróp és inhomogén anyag esetében, vagyis a legáltalánosabb esetben, a

$$2\Psi = H_{\kappa\lambda\mu\nu}(P) \sigma_{\kappa\lambda} \sigma_{\mu\nu} = 1 \tag{8.1}$$

egyenlet fejezi ki.

Nyilvánvaló, hogy ezen folyási feltétel teljes meghatározásához 15, az anyag plasztikus tulajdonságait jellemző K_{ij} mennyiség ismerete szükséges. Ezek inhomogén testek esetében a szóban forgó pont koordinátáinak függvényei.

9. Tételezzük most fel, hogy a meggondolásaink tárgyát képező test *rugalmasan anizotróp* és egyben *inhomogén* is. Ekkor a rugalmas alakváltozások tartományában a σ_{kl} feszültségtenzor komponensei és az alakváltozás tenzorának komponensei közötti összefüggések a következő alakot öltik:

$$\sigma_{kl} = E_{kl\mu\nu} \cdot \varepsilon_{\mu\nu}. \tag{9.1}$$

A (9.1) rendszert ε_{kl} -re megoldva, az

$$\varepsilon_{kl} = \tilde{E}_{kl\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} \tag{9.2}$$

kifejezéshez jutunk, ami nem más, mint az általánosított Hooke-törvény.

Itt a rugalmassági moduluszok tenzorának $E_{klmn}(P)$ komponensei és az alakváltozási együttható tenzorának $\tilde{E}_{klmn}(P)$ komponensei kielégítik a (6.1) típusú egyenleteket, azonfelül pedig még a következő egyenlet áll fenn:

$$E_{\kappa\lambda pq} \cdot \tilde{E}_{\kappa\lambda rs} = \delta_{pr} \delta_{qs}. \quad (9.3)$$

A rugalmas potenciál (az alakváltozási energia) a

$$\Phi = \frac{1}{2} \sigma_{\kappa\lambda} \varepsilon_{\kappa\lambda} = \frac{1}{2} E_{\kappa\lambda\mu\nu} \varepsilon_{\kappa\lambda} \varepsilon_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \tilde{E}_{\kappa\lambda\mu\nu} \sigma_{\kappa\lambda} \sigma_{\mu\nu} \quad (9.4)$$

alakban fejezhető ki.

Ezt kifejtett alakban felírva, a következő egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{2} E_{1111} \varepsilon_{11}^2 + E_{1122} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + E_{1133} \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} + E_{1123} \varepsilon_{11} \varepsilon_{23} + \\ &\quad + E_{1131} \varepsilon_{11} \varepsilon_{31} + E_{1112} \varepsilon_{11} \varepsilon_{12} + \\ &+ \frac{1}{2} E_{2222} \varepsilon_{22}^2 + E_{2233} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} + E_{2223} \varepsilon_{22} \varepsilon_{23} + E_{2231} \varepsilon_{22} \varepsilon_{31} + \\ &\quad + E_{2212} \varepsilon_{22} \varepsilon_{12} + \\ &+ \frac{1}{2} E_{3333} \varepsilon_{33}^2 + E_{3323} \varepsilon_{33} \varepsilon_{23} + E_{3331} \varepsilon_{33} \varepsilon_{31} + E_{3312} \varepsilon_{33} \varepsilon_{12} + \\ &\quad + \frac{1}{2} E_{2323} \varepsilon_{23}^2 + E_{2331} \varepsilon_{23} \varepsilon_{31} + E_{2312} \varepsilon_{23} \varepsilon_{12} + \\ &\quad + \frac{1}{2} E_{3131} \varepsilon_{31}^2 + E_{3112} \varepsilon_{31} \varepsilon_{12} + \\ &\quad + \frac{1}{2} E_{1212} \varepsilon_{12}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \tilde{E}_{1111} \sigma_{11}^2 + \tilde{E}_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + \tilde{E}_{1133} \sigma_{11} \sigma_{33} + \tilde{E}_{1123} \sigma_{11} \sigma_{23} + \\ &\quad + \tilde{E}_{1131} \sigma_{11} \sigma_{31} + \tilde{E}_{1112} \sigma_{11} \sigma_{12} + \\ &+ \frac{1}{2} \tilde{E}_{2222} \sigma_{22}^2 + \tilde{E}_{2233} \sigma_{22} \sigma_{33} + \tilde{E}_{2223} \sigma_{22} \sigma_{23} + \tilde{E}_{2231} \sigma_{22} \sigma_{31} + \\ &\quad + \tilde{E}_{2212} \sigma_{22} \sigma_{12} + \\ &+ \frac{1}{2} \tilde{E}_{3333} \sigma_{33}^2 + \tilde{E}_{3323} \sigma_{33} \sigma_{23} + \tilde{E}_{3331} \sigma_{33} \sigma_{31} + \\ &\quad + \tilde{E}_{3312} \sigma_{33} \sigma_{12} + \\ &+ \frac{1}{2} \tilde{E}_{2323} \sigma_{23}^2 + \tilde{E}_{2331} \sigma_{23} \sigma_{31} + \tilde{E}_{2312} \sigma_{23} \sigma_{12} + \\ &\quad + \frac{1}{2} \tilde{E}_{3131} \sigma_{31}^2 + \tilde{E}_{3112} \sigma_{31} \sigma_{12} + \\ &\quad + \frac{1}{2} \tilde{E}_{1212} \sigma_{12}^2. \end{aligned} \quad (9.5)$$

A fenti képletek többek között LOVE A. E. H. klasszikus monográfiájából ismeretesek [11].

10. Térjünk most át arra a kérdésre, hogy a (9.4) egyenletben előforduló Φ mennyiség szétbontható-e, és ha igen, milyen feltételek mellett bontható szét két olyan tagra, melyek közül az első, a Φ_v , a térfogatváltozás energiájával, míg a második, a Φ_f a torzulási energiával kapcsolatos, azaz

$$\Phi = \Phi_v + \Phi_f. \quad (10.1)$$

Bebizonyítható, hogy az anizotrópia legáltalánosabb esetében (melyet 21 egymástól különböző E_{klmn} rugalmassági modulus jellemez) a Φ alakváltozási energia nem bontható szét a fentieknek megfelelő két részre.

Az ilyenfajta szétbontásra vonatkozólag úgy találtuk, hogy az a szóban forgó anizotróp testek körében csak bizonyos különleges jellegű szimmetria-adottságok esetében lehetséges. Természetesen, lehetséges a szétbontás a tökéletes szimmetria, vagyis az izotrópia esetében is.

Mint hogy az anizotrópia általános esetében a Φ_f torzulási energia fogalmának bebizonyíthatóan nincs fizikai értelme, nyilvánvaló, hogy az nem is használható fel eddigi alakjában a kritikus állapot (a folyási határ) elérésének kritériumaként.

Látni fogjuk azonban, hogy bizonyos általánosított fogalmak bevezetésével mégis lehetséges lesz a Φ mennyiséget két olyan taggá szétbontani, melyek jelentősége Φ_v és Φ_f jelentőségéhez hasonló.

E célból bizonyos általánosított invariánsokat vezetünk be. Ezek az alakváltozási tenzor esetében ε^{I*} és ε^{II*} ; az alakváltozási deviátor tenzorának esetében e^{II*} , a feszültségtenzor esetében σ^{I*} és σ^{II*} ; végül a feszültségdeviátor tenzorának esetében s^{II*} . Az említett invariánsokat a megfelelő klasszikus ε^I , ε^{II} , e^{II} , σ^I , σ^{II} , s^{II} invariánsoktól való megkülönböztetés végett csillaggal jelöljük meg.

Az említett invariánsok kifejezéseit a Függelékben adtuk meg, mégpedig a 13. szakaszban az alakváltozási invariánsokét; a 14. szakaszban pedig a feszültségi invariánsokét. Itt az első, illetőleg a második invariánsokat római I, és római II-vel jelöltük meg.

A Φ_v^* és Φ_f^* általánosított kifejezéseit alkalmas módon szerkesztvén meg (lásd a Függelék 15. szakaszában), kimutatható, hogy a Φ alakváltozási energia két tagra való szétbontása ezek után valóban lehetséges.

Ezt a két részt, Φ_v^* -ot és Φ_f^* -ot, csillaggal jelöltük meg, hogy megkülönböztessük azokat az izotróp testekre érvényes klasszikus szétbontás (csillag nélküli betűjelekkel jelzett) megfelelő tagjaitól.

Ez a két általánosított (csillaggal megjelölt) mennyiség, Φ_v^* és Φ_f^* a klasszikus Φ_v térfogatváltozási energia (csillag nélkül) és a klasszikus Φ_f torzulási energia (szintén csillag nélkül) néhány tulajdonságát megtartja.

A fent említett szétbontási mód azonban *nemcsak az egyedüli lehetséges szétbontás.*

Az csupán a testek egy bizonyos osztályában végezhető el egyféleképpen, ilyenkor is csak akkor, ha bizonyos feltételek teljesülnek. Ezen feltételeket egyik előző dolgozatunkban fogalmaztuk meg [10 a, b].

Hangsúlyozni kell, hogy a testek azon osztálya, melyekre nézve az említett feltételek teljesülnek, magában foglalja az összes szabályos kristályokat és elsősorban az izotróp testeket.

Az anizotrópia más típusai esetében ez a szétbontás nemcsak egyféleképpen végezhető el, sőt kimutatható, hogy a Φ alakváltozási energia két részre való szétbontására kétféle lehetőség van, nevezetesen:

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_v^* + \Phi_f^* ; \\ \tilde{\Phi}_v^* + \tilde{\Phi}_f^* . \end{cases} \quad (10.2)$$

A Φ_f^* , illetve $\tilde{\Phi}_f^*$ mennyiségeket az „*általánosított torzulási energia*” *első*, illetve *második fajtájának* fogjuk nevezni.

Érdekes lesz kimutatni, hogy

1. A Φ_f^* érték nem változik, ha a test olyan ε fajlagos hosszváltozást szenved, mely egymásra merőleges három irányban azonos.

2. A $\tilde{\Phi}_f^*$ nem változik, ha a testre minden irányban egyenletes (a hidrosztatikai nyomáshoz hasonló) σ nyomás hat.

A II. fenti megállapítások most már lehetővé teszik, hogy az általánosított torzulási energia határértékére vonatkozó folyási feltételt anizotróp inhomogén testekre általánosíthassuk.

Ezen feltételek a következő kétféle általános alakban írhatók fel:

$$\Phi_f^* = [K(P)]^2, \quad (11.1)$$

vagy

$$\tilde{\Phi}_f^* = [\tilde{K}(P)]^2, \quad (11.2)$$

ahol $K(P)$ és $\tilde{K}(P)$ általában a szóban forgó P pont koordinátáinak valamilyen függvényét jelentik. Utóbbiak a test inhomogenitását jelképezik.

Nagyon érdekes lenne fenti feltételek kísérleti úton történő igazolása. Tekintve a fent tárgyalt első és második fajtájú Φ_f^* , illetve $\tilde{\Phi}_f^*$ függvények tulajdonságait, szétválasztásuknak kísérleti alapon végrehajtott összehasonlítás alapján kellene megtörténnie, mégpedig aszerint, hogy miként viselkednek a minden irányban egyenletes, pozitív vagy negatív hosszváltozásnak alávetett anizotróp testek, szemben azzal a viselkedéssel, melyet ugyanezek a testek akkor tanúsítanak, ha azokat minden irányban egyenletes húzásnak, vagy nyomásnak vetjük alá.

A (11.1) vagy (11.2) kritériumok kísérleti úton kapott igazolása a gyakorlat szempontjából fölöttebb fontos lenne: lehetővé tenné anizotróp testek folyási feltételének csupán az anyag rugalmas tulajdonságait jellemző mennyiségek, valamint csak egy, az anyag plasztikus tulajdonságait jellemző $K(P)$, vagy $\tilde{K}(P)$ mennyiség segítségével való meghatározását.

Ezzel szemben a folyási feltételnek a plasztikus potenciál segítségével való meghatározása 15, az anyag plasztikus állapotára jellemző mennyiség ismeretét igényli.

12. Dolgozatunkban az elméleti fejtegetéseken felül még néhány táblázatot is közöltünk az anyagszerkezet különféle típusaira vonatkozólag.

Így táblázatokat dolgoztunk ki az anizotrópia általános típusára, az ortotrópiára (ortogonális anizotrópiára), a kubikus anizotrópiára, a tranzverzális anizotrópiára és végül az izotrópiára; továbbá a folyási feltétel 3 típusát hasonlítottuk össze, mégpedig:

— az első, a Φ_f^* -ot, mely az első fajtájú általánosított torzítási energia felhasználásából adódik;

— a másodikat, a $\tilde{\Phi}_f^*$ -ot, mely a második fajtájú általánosított torzítási energia felhasználásából adódik;

— a folyási feltétel harmadik típusát a Ψ -t, mely a plasztikus potenciál felhasználásából adódik.

Végeredményben meg kell állapítanunk, hogy a plasztikus potenciál fogalma a plaszticitási elmélet tényleges feladatainak megoldásánál hatékony segédeszköznek bizonyult.

Ily módon sikerült néhány problémát, főként az inhomogén testekre nézve megoldanunk.

Ezeket a problémákat összevontan egy másik dolgozatban fogjuk tárgyalni.

Függelék

13. Határozzuk meg az általánosított alakváltozás és az alakváltozásdeviátornak (a torzulásnak) az invariánsait a következő módon:

$$e^{I*} = A_{\kappa\lambda\mu\nu} \varepsilon_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu}, \quad \varepsilon^{II*} = A_{\kappa\lambda\mu\nu} \varepsilon_{\kappa\lambda} \varepsilon_{\mu\nu}, \quad (13.1)$$

$$e^{II*} = \varepsilon^{II*} - \frac{1}{3} (e^{I*})^2. \quad (13.2)$$

Itt az új, első fajtájú A_{klmn} tenzoriális mennyiség koordinátáit az

$$E_{klmn} = \lambda^* A_{kl\mu\nu} A_{\kappa\lambda mn} \delta_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu} + 2\mu^* A_{klmn} \quad (13.3)$$

egyenlet határozza meg, ahol λ^* és μ^* oly anyagjellemzőket jelentenek, melyeket a

$$\left. \begin{aligned} \lambda^* &= \frac{1}{6} (E_{\kappa\lambda\mu\nu} \delta_{\mu\nu} - E_{\kappa\lambda\kappa\lambda}) \delta_{\kappa\lambda}, \\ \mu^* &= \frac{1}{4} \left(E_{\kappa\lambda\kappa\lambda} - \frac{1}{3} E_{\kappa\lambda\mu\nu} \delta_{\mu\nu} \right) \delta_{\kappa\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

egyenletek állapítanak meg és melyeket a következőkben LAMÉ-féle általánosított jellemzőknek fogunk nevezni.

Ezek a jellemzők inhomogén testek esetében pontfüggvények, hasonlóképpen mint az A_{klmn} tenzor koordinátái. Vizsgálataink során az A_{klmn} tenzort illetően ugyanazokat a szimmetria-tulajdonságokat fogjuk feltételezni, mint az E_{klmn} és az \tilde{E}_{klmn} tenzorokra vonatkozólag. Ennélfogva a következő egyenletek teljesülnek:

$$A_{klmn} = A_{ikmn}; A_{klmn} = A_{klmn}; A_{klmn} = A_{mnl}. \quad (13.5)$$

A (13.3) feltételt az

$$A_{klmn} = \frac{1}{2\mu^*} \left[E_{klmn} - \frac{\lambda^*}{(3\lambda^* + 2\mu^*)^2} E_{kl\mu\nu} E_{\kappa\lambda mn} \delta_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu} \right] \quad (13.6)$$

egyenlet teljesíti. Ez a (13.6) egyenletnek a (13.3) egyenletbe való közvetlen behelyettesítéséből látható.

14. Ugyanúgy eljárva, mint az előző szakaszban, az általánosított feszültség és feszültség-deviátor invariánsait a következő módon értelmezzük:

$$\left. \begin{aligned} \sigma^{I*} &= \tilde{A}_{\kappa\lambda\mu\nu} \sigma_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu}, \\ \sigma^{II*} &= \tilde{A}_{\kappa\lambda\mu\nu} \sigma_{\kappa\lambda} \sigma_{\mu\nu}, \end{aligned} \right\} \quad (14.1)$$

$$s^{II*} = \sigma^{II*} - \frac{1}{3} (\sigma^{I*})^2. \quad (14.2)$$

Itt a második fajtájú \tilde{A}_{klmn} tenzor mennyiség koordinátáit az

$$\tilde{E}_{klmn} = \frac{1}{9V^*} \left(1 - \frac{3V^*}{2G^*} \right) \tilde{A}_{kl\mu\nu} \tilde{A}_{\kappa\lambda mn} \delta_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu} - \frac{1}{2G^*} \tilde{A}_{klmn} \quad (14.3)$$

egyenlet határozza meg, ahol $V^* = V^*(P)$ az összenyomhatóság általánosított modulusát, $G^* = G^*(P)$ pedig a nyíró rugalmasság általánosított modulusát jelenti. Ezeket az értékeket az

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{V^*} &= \tilde{E}_{\kappa\lambda\mu\nu} \delta_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu} \\ \frac{1}{G^*} &= \left(\tilde{E}_{\kappa\lambda\kappa\lambda} - \frac{1}{3} \tilde{E}_{\kappa\lambda\mu\nu} \delta_{\mu\nu} \right) \delta_{\kappa\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (14.4)$$

egyenletek értelmezzik.

Legyenek az $\tilde{A}_{klmn} = \tilde{A}_{klmn}(P)$ koordinátáinak szimmetria-tulajdonságai a (13.5) alattiakkal azonosak:

$$\tilde{A}_{klmn} = \tilde{A}_{ikmn}, \tilde{A}_{klmn} = \tilde{A}_{klmn}, \tilde{A}_{klmn} = A_{mnl}. \quad (14.5)$$

Ekkor a (14.3) egyenlet az

$$\tilde{A}_{klmn} = 2G^* \left[\tilde{E}_{klmn} - V^* \left(1 - \frac{3V^*}{2G^*} \right) \tilde{E}_{kl\mu\nu} \tilde{E}_{\kappa\lambda mn} \delta_{\kappa\lambda} \delta_{\mu\nu} \right] \quad (14.6)$$

tenzor elégíti ki, ami a (14.6) egyenletnek a (14.3) egyenletbe való behelyettesítésével igazolható be.

15. Szerkesszük meg most a Φ_v^* és Φ_f^* , illetve a $\tilde{\Phi}_v^*$ és $\tilde{\Phi}_f^*$ mennyiségeket.

A megfelelő első fajtájú általánosított Φ_v^* és Φ_f^* mennyiségek alakja

$$\Phi_v^* = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (3\lambda^* + 2\mu^*) (e^{I*})^2 \right] \quad (15.1)$$

és

$$\Phi_f^* = \frac{1}{2} [2\mu^* e^{II*}]. \quad (15.2)$$

Könnyen beigazolható, hogy a (10.2) egyenlet teljesítve van. Másrésztől, a második fajtájú általánosított $\bar{\phi}_v^*$ és $\bar{\phi}_f^*$ mennyiségek alakja

$$\bar{\phi}_v^* = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{9V^*} (\sigma^{1*})^2 \right] \quad (15.3)$$

és

$$\bar{\phi}_f^* = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2G^*} s^{11*} \right). \quad (15.4)$$

E kettőnek összege ismét a teljes alakváltozási energiával egyenlő, amint azt a (10.2) egyenlet megköveteli.

IRODALOM

1. v. MISES, R.: Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen (A kristályok plasztikus alakváltozásának mechanikája), Zeitschr. Angew. Math. Mech. 8 (1923), No. 3, 161.
2. HILL, R.: The Mathematical Theory of Plasticity (A plaszticitás matematikai elmélete), Oxford, University Press, 1950.
3. OLSZAK, W.: a) On the fundamentals of the theory of non-homogeneous elastic plastic bodies (Az inhomogén elasztoplastikus testek elméletének alapjairól), (I), Arch. Mech. Stos., 6 (1954), No. 3.
b) Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 3 (1955), No. 2.
c) Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 3 (1955), No. 3.
4. COLONETTI, G.: a) Ann. Inst. Techn. Bât. Trav. Publ., 1949, No. 99.
b) Quart. Appl. Math. 7 (1950), 353.
5. BOHNENBLUST, H. F. and DUVEZ, P.: Some properties of a mechanical model of plasticity (A plaszticitás egy mechanikai modelljének néhány tulajdonsága), J. Appl. Mech. 15 (1948) 222—225.
6. TRUSZKÓWSKI, W.: Deformation of metal at the neck of a strained test piece (A fém alakváltozása a húzott próbapálcá nyakrészén), Bull. Acad. Pol. Sci. Lettr., Ser. A, 1 (1951) No. 4, 373—410.
7. CAMPUS, F., MASSONET, CH.: Recherches sur le flambement des colonnes en acier A37, à profil an double té, sollicitées obliquement (A 37. acélből készült, I-szelvényű, ferdén terhelt oszlopok kihajlására vonatkozó vizsgálatok), Bull. C. T. R. E. S., 7 (1955), 119—338, Liège.
8. SZOBOLEV, N. D., FRIDMAN YA. B.: On the strength of bodies with variable mechanical properties (Változó mechanikai tulajdonságú testek szilárdságáról) (oroszul) Žhurn. Tekhn. 24 (1954), No. 8, 479—498.
9. POPOV, N. I., FRIDMAN, YA. B.: Raising of machine parts strength by the method of orientated hardening (Géprészek szilárdságának fokozása irányított keményítés segítségével), (Oroszul) Problems of Strength and Deformations of Metals and Alloys, No. 8, Moszkva 1954.
10. OLSZAK, W., URBANOWSKI, W.: a) The plastic potential and the generalized distortion energy in the theory of non-homogeneous anisotropic elastic plastic bodies (A plasztikus potenciál és az általánosított torzulási energia az inhomogén anizotróp elasztoplastikus testek elméletében), Arch. Mech. Stos., 8 (1956), No. 4, 671—694.
b) Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 5 (1959), No. 1, 29—37.
c) Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, 5 (1957), No. 1, 39—45.
11. LOVE, A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity (Tanulmány a rugalmasság matematikai elméletéről), Dover Publ., 4th ed., 1944.

ÖSSZEFOGLALÁS

A jelen dolgozat bevezetéképpen a rugalmasan inhomogén, valamint az elasztoplastikusan inhomogén testek definícióját adja, majd e testeknek négy csoportba való osztályozását javasolja; bevezeti továbbá a plasztikus modulusok H_{klmn} tenzorának fogalmát.

Az anizotóp anyagszerkezet általános esetében a Φ alakváltozási energiát (9. 4) nem lehet két részre, nevezetesen a Φ_v térfogatváltozási energiára és a Φ_f torzulási energiára szétbontani. A dolgozat azonban kimutatja, hogy lehetségesnek látszik a Φ energiának különleges módon két részre való olyan szétválasztása, hogy ezek a részek — a térfogatváltozási és torzulási energia néhány különleges tulajdonságának megtartása mellett — a részenergiáknak az anizotróp testek esetére vonatkozó általánosításának tekinthetők. E célból a dolgozat általánosított LAMÉ-féle állandókat (13. 4) és általánosított rugalmassági jellemzőket (14. 4) vezet be, s ezek segítségével megállapítja az alakváltozási állapot (13. 1 és 13. 2), valamint a feszültségi állapot (14. 1 és 14. 2) megfelelő invariánsait. A továbbiakban bebizonyítja, hogy ezen az alapon Φ kétféle módon bontható szét (10. 2).

Befejezésül azt vizsgálja, miként lehet a plaszticitási feltételt az általánosított alakváltozási energia valamely Φ_v^* , illetve Φ_f^* határértékével kifejezni; inhomogén testek esetében ilyenkor nem határértékről, hanem megfelelő helyfüggvényekről van szó [vö. (11. 1) és (11. 2-vel)].

AZ INHOMOGÉN TESTEK PLASZTICITÁS- ELMÉLETÉNEK MÉRNÖKI ALKALMAZÁSAIRÓL*

Prof. Dr. OLSZAK W.

A LENGYEL TUDOMÁNYOS AKADÉMIA TAGJA, VARSÓ

1. Bevezető megjegyzések

Az előző értekezésünkben** tárgyalt fogalmak alkalmazásával lehetővé válik egyes új feladatok megfogalmazása és azoknak megoldása. Ezek közül az alábbiakban néhányat röviden vázolni fogunk.

Tanulmányunkban nem kívánjuk tárgyalni a homogén testek elméletéből ismert eljárásokhoz hasonló módszerekkel levezethető megoldásokat, hanem figyelmünket olyan kutató munkákra kívánjuk irányítani, melyek az elasztikus egyensúly egyenleteinek különleges megoldásain és ezeknek a mérnöki gyakorlatban való alkalmazásán alapulnak.

2. Az inhomogén ortotróp körcikkek [17]

Vizsgáljunk egy széles, ortotróp, inhomogén olyan körcikket, melyet az $M(t)$ nyomaték-pár tiszta hajlításra vesz igénybe. Tételezzük fel, hogy a nyomatékok t idővel folytonosan és monoton módon növekszenek. Ez a probléma a SHAFFER B.W. és HOUSE N. H. részéről izotróp és homogén anyagra vonatkozólag tárgyalt feladat [14] általánosítása.

Feltételezzük, hogy az ív kétdimenziós alakváltozási állapotban levőnek tekinthető. Ez a feltevés olyan (r, ϑ, z) koordináta rendszerben, melynek középpontja az ív görbületi középpontjával esik egybe (1. ábra), az $\varepsilon_z \equiv 0$ feltétellel egyenértékű.

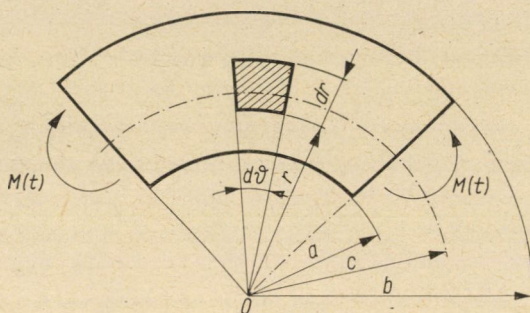
Ha az ívanyag ortotrópiájának fő irányai a hengerkoordináta rendszer fő irányjaival megegyezőek, ha továbbá az anyag rugalmas tulajdonságait jellemző összes mennyiségek a plasztikus tulajdonságoktól függetlenek, és végül, ha mind az előbbieket, mind az utóbbiakat a rádiuszvektor folytonos és monoton függvényei, akkor lényeges egyszerűsítések lehetségesek. Ilyenkor

* A Közlekedéstudományi Egyesületben Budapesten 1959. november 26-án elhangzott előadás.

** OLSZAK W. és URBANOWSKI W.: Az anizotróp inhomogén testek elméletének néhány alapvető problémájáról. (E füzet 202/216. oldalán.)

többek között a kétdimenziós alakváltozási állapot általános esete a síkbeli alakváltozási állapot egyszerűbb esetére vezethető vissza.*

A vizsgált probléma tengelyszimmetrikus jellegére való tekintettel az ortotrópia fő irányai a feszültségi fő irányokkal esnek egybe. Ilyen körülmények között a feszültségek, esetünkben a σ_r sugárirányú feszültség, a σ_t gyűrűfeszültség és a σ_z hosszirányú feszültség, valamint a megfelelő ε_r és ε_t alakváltozások is az r sugárnak és a t időnek függvényei.



1. ábra

Ha a sugárirányú elmozdulást az $u(r, t)$ függvénnyel fejezzük ki, és bevezetjük az

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{3} (\varepsilon_r + \varepsilon_t + \varepsilon_z) = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) \\ \text{és} \\ \varphi &= \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

segédmennyiségeket (lásd [16]), az alakváltozási deviátor tenzorának komponenseit a következő alakban írhatjuk fel:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{2} (\varepsilon + 3\varphi), \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{2} (\varepsilon - 3\varphi), \\ \varepsilon_z &= -\varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

* Az inhomogén testek elméletében előforduló kétdimenziós problémák tekintetében lásd a [15] alatti dolgozatot. Ebben nyertek megfogalmazást azok a kritériumok, amelyek lehetővé teszik a kétdimenziós (általánosabb) állapotról a síkbeli (egyszerűbb) állapotra — mint az előbbinek egyik lehetséges különleges esetére — való áttérést. A homogén testek elméletében ezek a különbségek nem jelentkeznek.

Tetszőleges (akár hengeres) ortotrópiával bíró testek esetében a rugalmas tartományban általában nem lehetséges az anyag fizikai vonatkozásait két részre, a térfogatváltozási és a torzulási viszonyokat kifejező törvényszerűségekre szétbontani, ellenben izotróp testek esetében az ilyenfajta szétbontási lehetősége, mint ismeretes, mindig biztosítva van.

A fizikai vonatkozások azonban itt egy, a további megfontolások szempontjából alkalmasabb alakban fejezhetők ki, mégpedig:

$$\left. \begin{aligned} s_r &= \frac{2}{3} G_1(r) e_r + H_1(r) \varepsilon, \\ s_t &= \frac{2}{3} G_2(r) e_t + H_2(r) \varepsilon, \\ \sigma &= \frac{2}{3} F(r) e_r + V(r) \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

A fenti képletekben a G_i , H_i , F és V ($i = 1, 2$) mennyiségek az A_{ij} rugalmassági modulusok segítségével a sugár függvényeiként fejezhetők ki, ezek a modulusok pedig a vizsgált pont rádiuszvektorának függvényei, vagyis

$$A_{ij} = A_{ij}(r).$$

A (2.2) és (2.3) összefüggéseket figyelembe véve, a kompatibilitás és a belső egyensúly feltételeit az alábbi alakban írhatjuk fel:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon''_r - \varphi''_r + \varepsilon' - 3\varphi' &= 0, \\ \left[\left(\frac{1}{3} F + \frac{1}{3} G_1 + V + H_1 \right) \varepsilon \right]' + [(F + G_1)]' &= \\ = \frac{\varepsilon}{3r} (G_2 - G_1) - \frac{\varphi}{r} (G_1 + G_2) + \frac{\varepsilon}{r} (H_2 - H_1). \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

A (2.4) egyenletrendszer az inhomogenitás általános esetében általában nem integrálható elemi függvényekkel kifejezhető zárt alakban.

Viszont a problémának aránylag egyszerű megoldását kapjuk, ha bevezetjük azt a feltevést, hogy az anyag mind a rugalmas, mind a plasztikus tartományban összenyomhatatlan. Ez a több szerző részéről is alkalmazott feltevés (lásd pl. a [16] alatti tanulmányt) homogén anyag esetében olyan megoldásokat eredményez, melyek az anyag rugalmas összenyomhatóságára vonatkozó feltevés alapján levezethető megoldásokat nagyon megközelítik,

illetve ez utóbbiak segítségével könnyen kifejezhetők. Inhomogén anyag esetében hasonló megállapítások lehetősége behatóbb vizsgálatot igényelne. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy a részünkről kapott eredmények, az izotróp és homogén anyagra való átmenet esetében, az irodalomból ismeretes eredményeket különleges esetekként magukban foglalják.

A rugalmas tartományban összenyomhatatlan ($\varepsilon = 0$) anyagok esetében a bennünket érdeklő feszültségekre a következő kifejezéseket találjuk:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{B}{2} f(r) - A g(r) + C, \\ \sigma_t &= \frac{B}{2} \left[f(r) + \frac{1}{r^2} (G_1 + G_2) \right] - A [g(r) + (G_1 + G_2)] + C. \end{aligned} \right\} (2.5)$$

Itt

$$\int \frac{G_1 + G_2}{r^3} dr = f(r), \quad \int \frac{G_1 + G_2}{r} dr = g(r), \quad (2.6)$$

A , B és C pedig a probléma paramétereitől függő állandók.

A plasztikus tartományban idealplasztikus anyag feltételezésével és a HUBER—MISES-féle általánosított plaszticitási feltétel figyelembevételével — mely utóbbi

$$(\sigma_r - \sigma_t)^2 = 4 [K(r)]^2 \quad (2.7)$$

alakban írható fel — a feszültségi állapot komponenseit az alanti kifejezésekből kapjuk:

$$\text{ha } a < r < c: \quad \left. \begin{aligned} \sigma_r &= h(r) - h(a), \\ \sigma_t &= h(r) + 2K(r) - h(a); \end{aligned} \right\} (2.8)$$

$$\text{ha } c < r < b: \quad \left. \begin{aligned} \sigma_r &= -h(r) + h(b), \\ \sigma_t &= -h(r) - 2K(r) + h(b). \end{aligned} \right\} (2.9)$$

A fenti képletekben a az ív belső görbületi sugarát, b annak külső görbületi sugarát, c a semleges réteg görbületi sugarát jelenti; a $h(r)$ függvény értelmezése pedig:

$$h(r) = 2 \int \frac{K(r)}{r} dr. \quad (2.10)$$

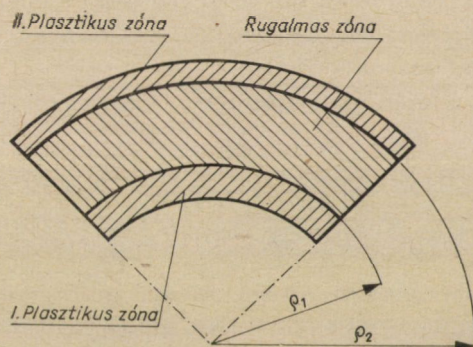
Az ív határteherbírásának megfelelő M_3 határnyomatékot az

$$M_3 = \int_c^b [h(r) + 2K(r) - h(b)] r dr - \int_a^c [h(r) + 2K(r) - h(a)] r dr \quad (2.11)$$

kifejezés határozza meg.

Ha $G_1(r)$, $G_2(r)$ és $K(r)$ függvényeket úgy vesszük fel, hogy a plasztikus zóna először az ív belső ($r = a$) felületén alakuljon ki, akkor az M_1 határnyomaték értéke az

$$M_1 = \frac{K(a)}{G_1(a) + G_2(a)} \cdot \frac{4a^2}{(B^* - 2A^*a^2)} \quad (2.12)$$



2. ábra

kifejezésből adódik. Itt A^* és B^* az M_1 nyomaték nagyságát befolyásoló anyagjellemzők.

Azt az M_2 nyomatékot, mely a továbbiakban az ív külső ($r = b$) felületén is plasztikus állapotot idéz elő, az

$$M_2 = \frac{K(b)}{G_1(b) + G_2(b)} \cdot \frac{4b^2}{(2A_1^*b^2 - B_1^*)} \quad (2.13)$$

összefüggésből határozzuk meg. Ez a plasztikus zóna a nyomaték növekedésével befelé terjed.

A fent leírt módon keletkező két plasztikus zónában az anyag folyási jelenségeit a közöttük elhelyezkedő rugalmas zóna ($\varrho_1 < r < \varrho_2$) jelenléte hátráltatja (2. ábra). Az $M(t)$ nyomaték növekedésével a plasztikus zónák hengeres alakjuk megtartásával egyre inkább az ív belseje felé terjeszkednek.

Ha az elérhető technikai és gazdasági előnyökre való tekintettel azt akarjuk biztosítani, hogy az M_1 nyomaték hatására a plasztifikáció az ív

teljes keresztmetszetén egyidejűleg következék be, akkor minden r -re nézve teljesítenünk kell a következő feltételt:

$$\frac{G_1(r) + G_2(r)}{K(r)} \equiv \frac{4r^2}{|B - 2Ar^2|} = \psi(r). \quad (2.14)$$

Befejezésül megjegyezzük még, hogy az ív plasztifikációja akkor indul ki az ív belső ($r = a$) felületéről, ha az

$$R(r) = \frac{\psi(r) K(r)}{G_1(r) + G_2(r)} \quad (2.15)$$

függvény az a, b intervallumban növekvő jellegű; az ellenkező esetben ez a jelenség az ellentett értelemben zajlik le.

Összefoglalásként megállapítható:

a) a plasztikus állapot akkor jön létre először az ív intradoszán, vagyis az ($r = a$) helyen, ha

$$\frac{K(b)}{G_1(b) + G_2(b)} > \frac{(2A^*b^2 - B^*)a^2}{(B^* - 2A^*a^2)b^2} \cdot \frac{K(a)}{[G_1(a) + G_2(a)]}; \quad (2.16)$$

b) a plasztikus állapot akkor jön létre először az ív extradoszán, vagyis az ($r = b$) helyen, ha

$$\frac{K(b)}{G_1(b) + G_2(b)} < \frac{(2A^*b^2 - B^*)a^2}{(B^* - 2A^*a^2)b^2} \cdot \frac{K(a)}{[G_1(a) + G_2(a)]}; \quad (2.17)$$

c) a plasztikus állapot akkor jön létre egyidejűleg az ív intradoszán és extradoszán (tehát az ($r = a$) és ($r = b$) helyen), ha az előző egyenlőtlenség egyenlőségbe megy át.

3. Az excentrikus körhenger

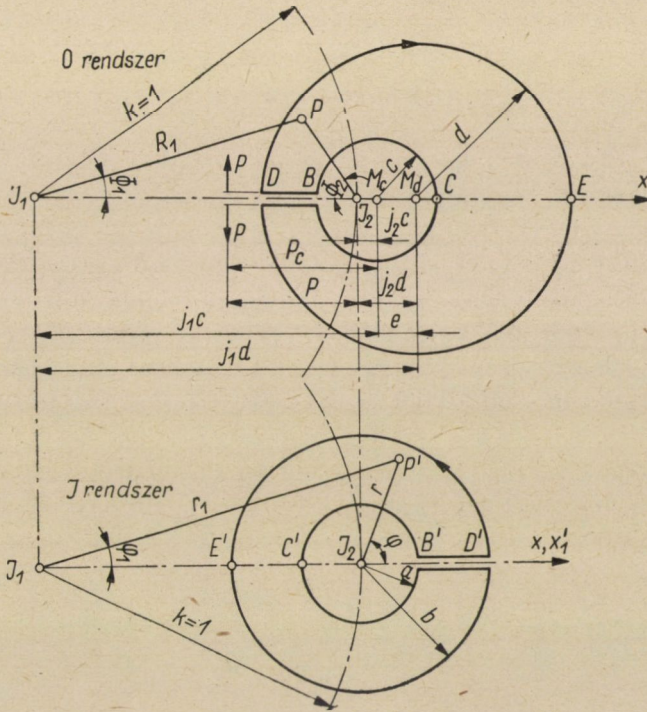
Ezen feladat [4n, 5] a konform leképezés egy különleges válfajának, az úgynevezett inverz transzformációnak segítségével tárgyalható.

A probléma megoldására az inverzióinak azt az általánosított módját használtuk fel, amelyet szerző a rugalmasságtani problémák egy bizonyos csoportjánál már előzőleg is alkalmazott [4a-d]. Ezen leképezés alkalmazásával az inverzió középpontját valamely tetszőleges pont képezi. Maga az alkalmazott eljárás a MICHELL J. H.-féle probléma kiterjesztésének tekinthető [3].

Az eredeti komplex sík minden egyes $z = x + iy$ pontját egy megfelelő komplex sík $Z = X + iY = f(x + iy)$ pontjába képezzük le a

$$Z = \frac{k^2}{\bar{z} + h} \tag{3.1}$$

analitikai függvény segítségével, ahol $z = x + iy$ és $\bar{z} = x - iy$ konjugált komplex változók.



3. ábra

Ekképpen eljárva, például az excentrikus körgyűrűt centrikus körgyűrűre képezhetjük le (3. ábra).

Beigazolódott, hogy a fenti módszer alkalmas az inhomogén excentrikus henger kezdődő plasztikus folyásának tárgyalására. Megoldható továbbá az az általánosabb probléma is, melyre az jellemző, hogy a henger egyik része még rugalmas állapotban van, másik része viszont már plasztikussá vált. Megállapítottuk azt is, hogy a kapott megoldás a rugalmas és plasztikus tartományokat elválasztó határfelületen a feszültségmezők és alakváltozási sebességmezők folytonosságára vonatkozó feltételt pontosan kielégíti. A kapott megoldás az inhomogenitás egy különleges típusára (az 1. szerinti osztályozás szerint a

II. csoportba tartozó testekre) érvényes és zárt alakban fejezhető ki. E megoldás néhány rendkívüli tulajdonságát is bemutattuk.

A kapott eredmények lehetővé teszik a köralakú nyílással gyengített inhomogén végtelen félsík problémájának megoldását is. Ez az elrendezés a 3. ábrán bemutatott elrendezés határeseté. Megoldása különleges esetként magában foglalja az előző feladat megoldását is. Az utóbbi esetben a geometriai paramétereket természetesen oly módon kell megválasztani, hogy a külső kör egyenes vonallá fajuljon el.

4. A forgó körtárcsa

Azon ω szögsebesség kérdését, melynél a tárcsa teljesen plasztikussá válik, ZYCZKOWSKI M. tanulmányozta [13].

A tanulmány feltevései a következők voltak: a tárcsa anyaga tökéletesen plasztikus; a Q folyási határ csak a sugár függvénye, tehát $Q = Q(r)$. Ugyanez vonatkozik a térfogatsúlyra is, $\gamma = \gamma(r)$. Azonkívül a dolgozat feltételezte, hogy a tárcsa teljesen tömör, tehát semmiféle furat sem gyengíti. Bár a szerző utalt arra, hogy a probléma változó vastagság esetében miként oldható meg, a közölt eredmények általában csak állandó vastagságú tárcsára vonatkoznak.

Feltételezve, hogy a $Q(r)$ és $\gamma(r)$ függvények értéke azok átlagértékétől nem tér el lényegesen, és feltéve, hogy a folyási állapot bekövetkezése a maximális nyíró feszültségtől függ, szerző a következő eredményt kapta:

$$\omega^2 = \frac{g}{R^2} \cdot \frac{\int_0^1 Q(\varrho) d\varrho}{\int_0^1 \gamma(\varrho) \varrho^2 d\varrho} \quad (4.1)$$

Itt R a tárcsa külső sugarát jelenti, $\varrho = r/R$, g pedig a nehézségi gyorsulást jelöli.

Arra az esetre, ha $Q(r)$ és $\gamma(r)$ tetszőlegesen változnak, szerző megmutatta a problémának a HUBER—MISES-féle folyási feltételén alapuló közelítő megoldását is.

5. Az izotróp vastagfalú henger

OLSZAK W. és URBANOWSKI W. [8a, b] dolgozataikban az inhomogén elasztoplastikus testek elméletének alapösszefüggéseit a rugalmasan és plasztikusan inhomogén vastagfalú hengerhéj problémájára alkalmazták.

Feltételezték, hogy mind a rugalmas inhomogenitás, mind a plasztikus inhomogenitás kizárólag az r sugártól függnek* és hogy azok: *a*) vagy függetlenek egymástól, vagy *b*) az előzőleg tárgyalt értelemben „konjugáltak” (l. 1) 2. szakasz). A fenti tulajdonságokra való tekintettel a tárgyalt eset a (IV₂), illetve a (IV₁) csoportba sorolandó.

Ennélfogva a nyíró rugalmassági modulusa $G = G(r)$ függvénnyel, a folyási határ pedig a $K = K(r)$ függvénnyel fejezhető ki. E függvényekről feltesszük, hogy folytonosak és a számítás során előforduló differenciálhányadosaik léteznek. További feltevések még: a test anyaga a rugalmas és plasztikus tartományban összenyomhatatlan ($\nu = 1/2$), a feszültségi állapot síkbeli (a henger tengelyirányában $\varepsilon_z = 0$), az anyag pedig ideálisan plasztikus.

A vizsgálat az ilyen testek elasztoplasztikus állapotára és a plasztikus folyás kezdő fázisára vonatkozott: A belső (hidrosztatikai jellegű) nyomásról feltettük, hogy az az idő monoton növekvő függvénye: $p = p(t)$.

A belső nyomásra vonatkozólag két jellegzetes értéket találtunk. Ezek közül az első, p_1 , a plasztikus alakváltozás megindulását jellemzi, a második, p_2 , pedig a vizsgált test plasztifikációjának bekövetkezését jelzi.

A rugalmasan és plasztikusan homogén testek vizsgálatából ismeretes, hogy a belső nyomás növekedésével a plasztikus tartomány először a belső felszínen jelentkezik, majd $p(t)$ növekedésével fokozatosan kifelé terjed, végül pedig eléri a külső felszínt.

Inhomogén testek esetében ez a jelenség bizonyos körülmények között lényegesen eltérő módon alakulhat ki: előfordulhat például, hogy a plasztikus állapot először a külső felszín mentén jön létre. Ez a henger anyagától és az inhomogenitás intenzitásától függ.

Az első esetről a másodikra való átmenet meg fogja határozni az inhomogenitás azon különleges válfaját, amelyben a plasztikus állapot a vastagfalú henger minden pontjában egyidejűleg következik be. Ebben a különleges esetben a fent említett két jellegzetes érték egymással egyenlő lesz, $p_1 = p_2 = p_{1,2}$.

Ezen különleges típusú inhomogenitás esetében $p(t)$ növekedésével az összetett feszültségi állapotra jellemző σ_{red} „redukált feszültség” is növekedni fog, mégpedig oly módon, hogy pillanatnyi értéke a hengerfal minden pontjában egy és ugyanaz lesz. Ilyenkor a redukált feszültségnek nincs csúcserőteke. A hátrétegekben a plasztikus állapot az egész hengerfalban egyidejűleg jön létre.

A különböző eseteknek megfelelő $\Sigma(r)$ függvény a $G(r)$ rugalmassági modulusnak és a $K(r)$ plaszticitási modulusnak a viszonyától függ,

$$\Sigma(r) = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{G(r)}{K(r)}, \quad (5.1)$$

* A bevezetett (r, φ, z) hengeres koordinátarendszer z tengelye a henger tengelyével egyezik; a és b a henger keresztmetszeti idomának külső, illetve belső sugarát jelenti.

s elérhető, hogy a plasztikus állapot először (1) a henger belső felszínén, vagy (2) a henger külső felszínén, vagy (3) a henger belsejében fekvő valamely közbenső felületen következik be, végül (4) hogy közbenső elasztoplastikus fázis nélkül a vastagfalú henger teljes egészében egy időben jöjjön létre.

Az (5.1) függvény azon feltételeit, melyek szükségesek és elegendők ahhoz, hogy az (1)–(4) alatt felsorolt négy jelenség egyike bekövetkezniessék, levezettük egyrészt az egymástól független rugalmas és plasztikus tulajdonságokkal bíró (IV₂) osztálybeli inhomogenitásokra, másrészt ezek egymástól függő azon különleges esetére, melyet (IV₁) osztálybeli „konjugált” inhomogenitásnak nevezünk.

Könnyen észrevehető [8a, b], hogy a plasztikus tartománynak a henger külső felszínétől kiindulva a külső felszín felé terjedéséhez [(1) eset], az szükséges, hogy az

$$f(r) = \frac{1}{r^2} \frac{G(r)}{K(r)} \quad (5.2)$$

függvény az $[a, b]$ intervallumon monoton csökkenő legyen.

Ha $f(r) = \text{const}$, a teljes keresztmetszet egyszerre válik plasztikussá, amint azt fentebb kimutattuk ((4) eset).

Ha $f(r)$ az $[a, b]$ intervallumon monoton növekvő volna, a plasztikus tartomány a henger külső felszínéről indulna ki [(2) eset]. Ez a tartomány a $p(t)$ terhelés növekedésével a henger belső felszíne felé terjedne.

Ha $f(r)$ az $[a, b]$ intervallumon nem monoton, akkor az első plasztikus alakváltozás valahol a hengerfal belsejében valamely hengerfelület mentén következik be [(3) eset].

A szóban forgó esetet a 4. ábra tünteti fel.

Szerzők az első esettel foglalkoztak részletesebben, vagyis azzal az esettel, amelyben a plasztikus tartomány a henger belső falától indul ki. Bebizonyították, hogy az első plasztikus alakváltozásokat előidéző p_1 nyomás értéke

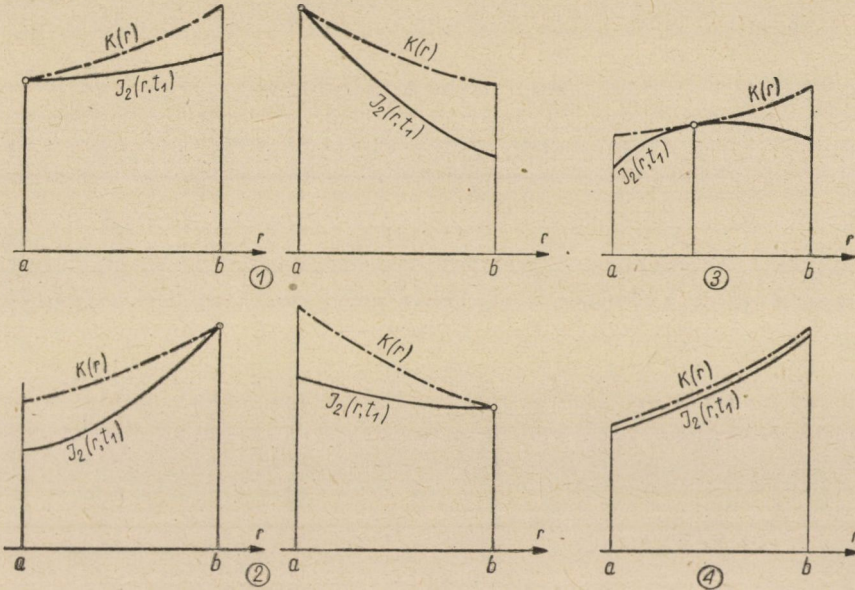
$$p_1 = 2 \frac{K(a)}{G(a)} a^2 [g(a) - g(b)], \quad g(r) = - \int \frac{G(r)}{r^3} dr; \quad (5.3)$$

a plasztikus tartománynak a hengerfal teljes vastagságán való elterjedését előidéző p_2 nyomás értéke pedig

$$p_2 = h(b) - h(a), \quad h(r) = 2 \int \frac{K(r)}{r} dr. \quad (5.4)$$

Az $f(r) = \Omega = \text{const}$ különleges esetben

$$p_1 = p_2 = p_{1,2} = 2\Omega [g(a) - g(b)]. \quad (5.5)$$



4. ábra

Ha $p_1 < p < p_2$, a két tartományt (rugalmas és plasztikus tartományt) egymástól elválasztó határfelület n sugara ($a < n < b$) a következő transzcendens egyenlet gyökeként számítható ki:

$$p = h(n) - h(a) - 2 \left[g(n) - g(b) \right] \frac{K(n)}{G(n)} n^2. \quad (5.6)$$

A rugalmas külső tartományban a feszültségi állapotot az alanti kifejezések határozzák meg:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= - \left[\frac{g(r)}{g(b)} - 1 \right] p^*, \\ \sigma_t &= + \left[\frac{1}{g(b)} \cdot \frac{G(r)}{r^2} - \frac{g(r)}{g(b)} + 1 \right] p^*, \\ \sigma_z &= + \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g(b)} \cdot \frac{G(r)}{r^2} - \frac{g(r)}{g(b)} + 1 \right] p^*. \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Itt

$$p^* = 2g(b) \frac{K(n)}{G(n)} \cdot n^2.$$

A plasztikus (belső) térségben a feszültségi állapot jellemzői:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= h(r) - h(a)p, \\ \sigma_t &= h(r) - h(a) + 2K(r) - p, \\ \sigma_z &= h(r) - h(a) + K(r) - p. \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

A kapott eredmények figyelemre méltó gyakorlati fontossággal bírnak. Ez a megállapítás különösen a (4) esetre érvényes. Utóbbi az anyag összes „rétegeinek” egyidejű teljes kihasználását teszi lehetővé, ellentétben a „klaszszikus” megoldással, amelyik homogén anyagú vastagfalú csövekre érvényes. Ebben az utóbbi esetben az anyag kihasználása fölöttebb gazdaságtalan. A vastagfalú henger külső részeinek igénybevétele ti. igen csekély, amint az a homogén körhengerre vonatkozó LAMÉ-féle klasszikus megoldás ívirányú σ_t és sugárirányú σ_r feszültségeinek diagramjából is kivehető.

6. Az anizotróp vastagfalú henger

Az irodalmi felsorolásban [8a, e] alatt idézett dolgozataikban OLSZAK W. és URBANOWSKI W. az imént említett problémát némileg általánosabb módon közelítették meg, nevezetesen az előző megfontolásokat inhomogén tulajdonságokkal bíró anizotróp vastagfalú héjakra is kiterjesztették. Gyakorlati példát is közöltek, s ezen mutatták be a szóban forgó megközelítés alapvető feltevéseit és a leszűrt eredményeket.

A vizsgált vastagfalú henger feltevésük szerint az inhomogenitás tengelyszimmetrikus típusának felel meg és hengeresen ortotróp. Feltették ezenkívül, hogy a sugár-, illetve a tengelyirányú folyási határok (Q_r , illetve Q_z) azonosak és állandók, vagyis

$$Q_r = Q_z = Q_0 = \text{konst.}$$

Feltételezték továbbá, hogy a nyírási folyási határ a henger tengelyére merőleges síkban állandó, vagyis $Q_{rt} = \text{konst.}$ és a plasztikus tulajdonságok változása a Q_t érintőirányú folyási határ változásában jut kifejezésre: $Q_t = Q_t(r)$.

A fenti feltevések jól megközelítik a gyűrűvasalással ellátott vastagfalú vasbeton csövek tulajdonságait.

Síkbeli feszültségi állapotot ($e_z = 0$) feltételezve, a plasztikus tartományban uralkodó feszültségekre a

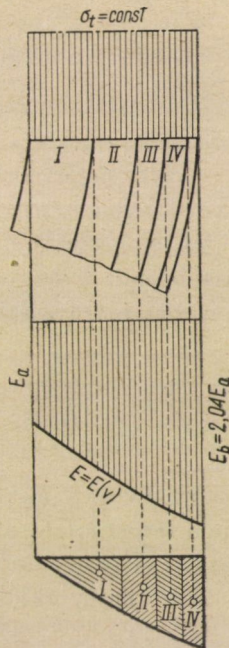
$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \pm [h(r) + 2C], \\ \sigma_t &= \pm [h(r) + 2\kappa_2(r) + 2C] \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

képleteket kapták. Ezekben

$$\varkappa_2(r) = \frac{[Q_1(r)]^2}{\sqrt{[4Q_1(r)]^2 - Q_0^2}}, \quad h(r) = 2 \int \frac{\varkappa_2(r)}{r} dr.$$

A C állandó értéke, valamint a fenti kifejezésekben előforduló előjelek a tartomány határán érvényes feltételekből állapítandók meg.

A fent említett esetben a (4) variáns, vagyis az az eset, melyben a σ_{red} redukált feszültség az egész falvastagságon egyenletesen oszlik meg, szintén oly megoldást jelent, mely a mérnöki gyakorlat szempontjából igen fontos lehet. Ilyen esetben ti. a henger falvastagsága lényegesen csökkenthető. Ez a



5. ábra

csökkentés a homogén (ortotróp) hengerrel szemben 50%-os, sőt ennél még nagyobb fokú anyagmegtakarítást is eredményezhet (lásd a [4e-h] alattiakat).

A kívánt (4) fajtájú inhomogén tulajdonságokkal bíró („membránszerű” feszültségállapotba kerülő) vastagfalú csövek gyakorlati tervezési és kivitelezési módszereivel OLSZAK W. több előző dolgozatában foglalkozott [4e, h].

Néhány vasbeton szerkezeti elem (például nagynyomású csövek) esetében az említett módszer a vasalásnak pontosan előírt törvény szerint való megtervezéséből áll. Ennek megfelelően a vasalás a falvastagságon nem oszlik meg egyenletesen. A vasalás mennyisége a keresztmetszet középpontjától

számított r távolsággal növekedik, és ennek megfelelően növekszik a keresztmetszet külső kérgének „merevsége” is.

Az $a/b=0,5$ különleges esetnek megfelelő ezen növekedést az 5. ábra szemlélteti. A nem egyenletes vasalás a σ_t gyűrűfeszültségnek a falvastagságon való egyenletes eloszlását biztosítja, míg egy másik, az előbbihez hasonló egyenlőtlen elosztású vasalás a σ_{red} redukált feszültségnek egyenletes eloszlását teszi lehetővé.

A vasalásnak fent említett típusait lengyelországi szénbányákban létesített több nagynyomású csővezetéken alkalmazták. (Ezen csővezetékek $200 \div 500$ m terepszint alatti mélységig, vagyis $20 \div 50$ atm. nyomásra méretezve, vasbetonból készültek.)

7. A vastagfalú gömbhéj

Az irodalmi felsorolás [8c, d] alatti dolgozatai vastagfalú olyan gömbhéj problémáját tárgyalják, melynek belső sugara a , külső sugara pedig b . A héj anyaga összenyomhatatlan ($\nu = 1/2$), sugárirányban inhomogén ($G = G(r)$, $Q = Q(r)$). A héj p belső és q külső nyomással van terhelve. Ezen nyomások $\pi = p - q$ különbsége a t időnek monoton módon növekvő függvénye. Itt $Q = Q(r)$ a húzási folyási határt jelenti.

Megállapítottuk, hogy a szóban forgó esetben a plasztikus alakváltozás módját az

$$f_0(r) = \frac{1}{r^3} \cdot \frac{G(r)}{Q(r)} \quad (7.1)$$

függvény határozza meg.

Ha az $f_0(r)$ függvény monoton növekvő, akkor a plasztikus állapot először a belső felszínen alakul ki, és innen terjed kifelé. Ha az $f_0(r)$ függvény monoton csökkenő, akkor viszont a plasztikus tartomány a külső felszíntől indulva terjed befelé. Végül, ha $f_0(r) = \Omega = const.$, akkor a héj teljes vastagságában egyidejűleg válik plasztikussá. Nyilvánvaló, hogy a jelenség az előzőleg a [8a, b] dolgozatokban tárgyaltakkal teljesen megegyező (lásd az 5. szakaszt).

A nyomáskülönbség első jellegzetes π_1 értékét a

$$\pi_1 = 2 \frac{Q(a)}{G(a)} a^3 [g_0(a) - g_0(b)], \quad g_0(r) = - \int \frac{G(r)}{r^4} dr \quad (7.2)$$

összefüggés határozza meg, a második π_2 jellegzetes nyomáskülönbség viszont a

$$\pi_2 = h_0(b) - h_0(a), \quad h_0(r) = 2 \int \frac{Q(r)}{r} dr \quad (7.3)$$

összefüggésből adódik.

Ha $f_0(r) = \Omega = const.$, akkor

$$\pi_1 = \pi_2 = \pi_{1,2} = 2\Omega_0 [g_0(a) - g_0(b)]. \quad (7.4)$$

Ha $\pi_1 < \pi < \pi_2$, akkor a plastikus tartományt a rugalmas tartománytól elválasztó gömbfelület n sugara ($a < n < b$) az alábbi transzcendens egyenletből határozható meg:

$$\pi = h_0(n) - h_0(a) + 2[g_0(n) - g_0(b)] \frac{Q(n)}{G(n)} n^3. \quad (7.5)$$

Esetünkben a rugalmas (külső) tartománybeli feszültségi állapot jellemzői:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= - \frac{\tilde{p} - q}{g_0(n) - g_0(b)} g_0(r) + \frac{\tilde{p}g_0(b) - qg_0(n)}{g_0(n) - g_0(b)}, \\ \sigma_t &= + \frac{\tilde{p} - q}{g_0(n) - g_0(b)} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{G(r)}{r^3} - g_0(r) \right] + \\ &+ \frac{\tilde{p}g_0(b) - qg_0(n)}{g_0(n) - g_0(b)}. \end{aligned} \right\} \quad (7.6)$$

Itt

$$\tilde{p} = 2 \frac{Q(n)}{G(n)} [g_0(n) - g_0(b)] n^3 + q$$

a két tartományt egymástól elválasztó határfelületre ható nyomást jelenti.

A plastikus (belső) tartományban keletkező feszültségek értéke:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= h_0(r) - h_0(a) - p, \\ \sigma_t &= h_0(r) - h_0(a) + Q_r - p. \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$

8. A törélmélet és a határállapoton alapuló méretezés

Az inhomogenitás a plasticitási elméletnek a mérnöki gyakorlattal különösen szoros kapcsolatban álló néhány területén igen jelentős. Ilyen területek: a törélmélet és a szerkezetnek a határállapotok alapján való méretezése.

Ez egydimenziós szerkezetekre (tartók, keretek stb.) és síkbeli, valamint térbeli szerkezetekre (lemezek, héjak stb.) egyaránt vonatkozik.

Az idetartozó problémák nagyon fontosak, mert a szóban forgó szerkezetek határteherbírásával közvetlen kapcsolatban vannak. Ha e szerkezetek anizotrópiáját és inhomogenitását is figyelembe vesszük, a határállapotokat a valóságnak megfelelő módon becsülhetjük meg.

Ezen a téren számos tényleges eredményre jutottunk. Az idevonatkozó fontos problémákkal külön tanulmányban fogunk foglalkozni.*

* OLSZAK W., SAWCZUK A.: Limit analysis and limit design of non-homogeneous and orthotropic structures. Part 1: Plates. Part 2: Shells. (Az inhomogén és ortotróp szerkezeteknek a törélmélet és a határállapot alapján való tervezése. 1. rész: Lemezek. 2. rész: Héjszerkezetek.)

9. Fizikailag nem lineáris inhomogén testek

A fizikailag nem lineáris és inhomogén testek problémáit OLSZAK W. és ZYCZKOWSKI M. tanulmányozták [9a, b]. Levezették ezen elmélet alapvető egyenleteit*, és az ilyenfajta testek megfelelő osztályozására 5 különféle csoportot javasoltak.

Legutóbb sor került a levezetett összefüggéseknek néhány egyszerű alkalmazására is.

Ténylegesen megoldható feladat például a körkeresztmetszetű rúd csavarása. Szerzők dolgozatukban a fizikai nem-linearitásról feltételezték, hogy parabolikus típusú, az inhomogenitás tekintetében pedig az volt a feltevésük, hogy az az (r, φ, z) hengeres koordináta rendszerben az r koordináta függvénye.

Az inhomogenitás törvényét

$$f_1(r) = 1 + n \frac{r}{a}, \quad (9.1)$$

vagy

$$f_2(r) = \frac{1}{1 + n \frac{r}{a}} \quad (9.2)$$

alakúnak tételezték fel. Itt n valamely állandó tényezőt jelent, a pedig a külső sugarat jelenti.

A fenti feltevések bizonyos esetekben, így például öntött rudak esetében be is igazolódtak. Ez különösen az inhomogenitás hiperbolikus (9.2) típusára áll, mert ekkor az anyagtulajdonságok változó volta a felszín közelében jelentősebb, mint a rúd belsejében.

A fenti feltevések lehetővé tették, hogy a megoldásokat zárt alakban kaphassuk meg.

Levezetésre kerültek a fizikailag nem lineáris és „hosszirányban” inhomogén rúd longitudinális rezgéseinek egyenletei is.

10. Laza és kohéziós szemcsés közegek

A gyakorlat nyilván szükségessé teszi az inhomogén, laza és szemcsés közegek vizsgálatát is, hiszen ezen anyagok fizikai tulajdonságai számos esetben a különböző pontokban jelentősen különbözőek.

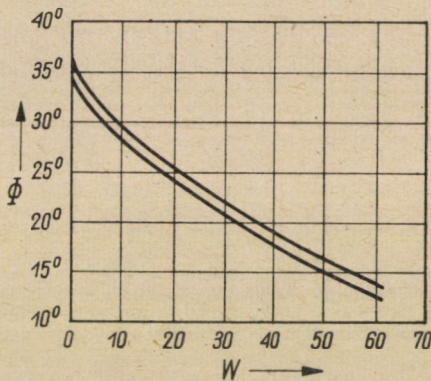
Így például a Φ belső súrlódási szög kifejezetten az anyag szemcseszerkezetétől függ. Laza talajokban ez a szög a talajszemcsék méretcsökkenésével egyre kisebbedik. Ugyanez vonatkozik a víztartalomra is (6. ábra). A kohézió

* Ezen egyenletek célszerűen felhasználhatók például a HENCKY-féle „véges” (alakváltozási) plasztikus elméletnek inhomogén elasztoplastikus testekre vonatkozó alapvető egyenleteiként.

értéke szintén hasonló módon változhatik. A szemcseszerkezet és a z talajszint alatti mélység között is sokszor kifejezett függő viszony volt megfigyelhető (lásd pl. [4 o]). Mindezen okoknál fogva a valóságos talajok esetében alkalmazandó elmélet feltevéseit a homogén modellel szemben megfelelő módon korrigálni kell.

A homogén, laza és kohéziós testekre vonatkozó teljes elmélet SZOKOLOV-SZKI V. V. monográfiájában [12] található. Ezek inhomogenitásának problémáit OLSZAK W. egyik dolgozatában közelítette meg [4 l]. Az inhomogenitás maga természetes vagy „mesterséges” lehet.

Vannak olyan jelenségek és eljárások is, melyek az anyag mechanikai tulajdonságait nem változtatják ugyan meg, de olyan hatásokat idéznek elő,



6. ábra

melyek a homogén belső szerkezetnek inhomogénná való átváltozásával egyenértékűek.

Említett dolgozatunk [4 l] azon az alaki hasonlatosságon alapszik, mely a plaszticitási elmélet, valamint a laza és kohéziós közegek elmélete között az egyensúly határ állapotai tekintetében fennáll. Figyelembe véve az inhomogén testek elméletének alapvető fogalmait [4i-k], az inhomogén laza és kohéziós testek alapvető egyenleteit meg is oldottuk, és javasoltuk ezen anyagoknak alkalmas csoportokba való osztályozását. Egyúttal néhány idevágó síkbeli problémát meg is oldottunk.

11. Az inhomogenitás feltételezése mint a homogén plasztikus problémák megoldási módszere

Az inhomogenitás fogalma mint olyan, a homogén testek elméletében felmerülő egyes problémák megoldásakor kisegítő módszerként használható fel. A plaszticitási problémák legfőbb nehézsége ui., hogy alapegyenleteik elkerülhetetlenül nem lineárisak és ennél fogva közvetlen integrálásuk csak igen

ritkán lehetséges. Ezzel szemben módunkban áll azonban az inhomogenitási függvényeket gyakran úgy felvenni, hogy mégis pontos megoldásokat kaphatunk. Ha a kérdéses függvényekbe ezenfelül egyes szabad paramétereket vezetünk be, akkor ezek értékét később oly módon rögzíthetjük, hogy a kapott megoldások az adott viszonyokat, mint például a homogenitás esetét is, a lehető legjobban közelítsék meg. Ily módon eljárva, a szóban forgó problémák megoldását kielégítő közelítéssel kaphatjuk meg. Hasonló módon sikerült néhány már ismert közelítő megoldást igazolni, ami például ZYCZKOWSKI M. [13a, b] dolgozataiból tűnik ki.

Megemlítendő, hogy megoldások néha más úton is kereshetők, amire a jelen tanulmányban említett több dolgozat szolgáltat példát. Egyesek az egyszerűség érdekében az inhomogenitási függvény alakjára vonatkozólag különleges feltevéseket vezettek be, tekintet nélkül arra, hogy az ilyen inhomogén modell a kérdéses anyag kísérletileg meghatározott valóságos tulajdonságait valóban híven tükrözi-e. Az ily módon kapott eredmények mindazonáltal hasznos útbaigazítást nyújthatnak egyes valóságos és fontos problémákra nézve is.*

IRODALOM

1. DERESIEWICZ, H.: A review of some recent studies of the mechanical behaviour of granular media (A szemcsés közegek mechanikai viselkedésével foglalkozó néhány újabbkeletű tanulmány ismertetése és bírálata). *Appl. Mech. Rev.* **11** (1948), No. 6, 259—261.
2. IVLEV, D. D.: On some works on the theory of plasticity by K. N. SHEVTCHENKO (Sevcenko K. N. a plaszticitási elmélettel foglalkozó néhány munkájáról), (oroszul). *Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekhn. Nauk*, 1958, No. 2, 159—162.
3. MICHELL, J. H.: The inversion of plane stress (A síkbeli feszültségi állapot inverziója), *Lond. Math. Soc. Proc.*, **34** (1902), 134.
4. OLSZAK, W.:
 - a) Exzentrische Kreisrohre. Ihre Verwendung und Berechnung (Excentrikus körkeresztmetszetű csövek alkalmazása és számítása), Thesis, Wien, 1933;
 - b) Elastic plane systems with circular holes (Síkbeli rugalmas szerkezetek kör alakú üregekkel), (lengyelül). *Pol. Acad. Techn. Sci.*, Varsó, 1934;
 - c) Beiträge zur Anwendung der Inversionsmethode bei Behandlung von ebenen Problemen der Elastizitätstheorie (Adalékok az inverzió módszerének alkalmazásához a rugalmassági elmélet síkbeli problémáinak tárgyalása során), *Ingenieur-Archiv.* **6** (1935), No. 6;
 - d) Exzentrische Rohre für Spühlversatzzwecke (Excentrikus öblítő csövek) *Zem.* 1935, No. 14, 15, 16.
 - e) Thick-walled reinforced concrete pipes. Proposals for increasing their statical efficiency (Vastagfalú vasbeton csövek. Javaslatok azok statikai hatásfokának fokozására), (angolul, franciául, németül). *2nd Congr. Intern. Assoc. Bridge. Struct. Eng.* (1936), *Fin. Rep.*;
 - f) Rings and cylinders with uniform circumferential stresses (Egyenletes gyűrűfeszültséggel bíró gyűrűk és hengerek), (lengyelül, *Czasop. Techn.*, **55** (1937), 1, 2, 3, 4, 5, 6;
 - g) Thick-walled structures (Vastagfalú szerkezetek), (lengyelül), *Przegl. Górn. Hutn.*, **54** (1936), No. 12;
 - h) Dickwandige Rohre und Ringquerschnitte aus Eisenbeton. Neue Erkenntnisse, neue

* Hasonló megközelítések találhatók a deformálható testek mechanikájának más területein is, például a geometriailag nem lineáris testek elméletében (lásd [10]), vagy a szemcsés közegek mechanikai viselkedésére vonatkozó tanulmányokban (lásd [1]).

Gesichtspunkte für Berechnung und Bemessung (Vastagfalú vasbeton csövek és gyűrűk. Új felismerések és szempontok ezek számítására és méretezésére) *Bet. u. Eis.* **33** (1939), No. 2.

- i) On the fundamentals of the theory of non-homogeneous elastic-plastic bodies (I) (Az inhomogén elasztoplasztikus testek elméletének alapjairól), (lengyelül, az összefoglalás oroszul és angolul), *Arch. Mech. Stos.*, **6** (1954), No. 3;
 - j) (I) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV*, **3** (1955), No. 2, (oroszul és angolul);
 - k) (II) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV*, **3** (1955), No. 3, (oroszul és angolul);
 - l) On the foundations of the theory of non-homogeneous granular and cohesive bodies (Az inhomogén, szemcsés és kohéziós testek elméletének alapjairól), (lengyelül, az összefoglalás oroszul és angolul). *Arch. Mech. Stos.* **7** (1955), No. 1;
 - m) Plastic non-homogeneity. Theory and Applications (Plasztikus inhomogenitás. Elmélet és alkalmazások), (angolul). *Symposium on Plasticity*, 1956, Varenna;
 - n) The inversion mapping as applied in the theory of plasticity (Az inverz leképezésnek a plaszticitási elméletben való alkalmazásáról), (angolul, lengyel és orosz összefoglalásokkal), *Arch. Mech. Stos.* **10** (1958), No. 3;
 - o) The bridge over the Vistula at Goczałkowice (A goczałkowicei Visztulahíd), (lengyelül). *Techn.* 1928.
5. OLSZAK, W., MRÓZ, Z.: Note on the completeness of the elastic-plastic solution to certain boundary value problem for the eccentric ring (Megjegyzések az excentrikus gyűrűre vonatkozó egyes kerületi értékfeladatok elasztoplasztikus megoldásának teljességéről), (angolul, lengyel és orosz összefoglalásokkal). *Arch. Mech. Stos.*, **10** (1958), No. 3.
6. OLSZAK, W., MURZEWSKI, J. and GOLECKI, J.:
- a) Non-homogeneous elastic-plastic semi infinite plate loaded by a concentrated force (Egyetlen koncentrált erővel terhelt elasztoplasztikus végtelen féllemez), (angolul, lengyel és orosz összefoglalásokkal), *Arch. Mech. Stos.*, **8** (1956), No. 2, 197—214;
 - b) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV*, **4** (1956), No. 4, 209—220, (oroszul és angolul).
7. OLSZAK, W., SAWCZUK, A.: Limit analysis and limit design of non-homogeneous and anisotropic structures. Part I: Plate. Part II: Shells. (Inhomogén és anizotróp szerkezetek törésemélete és határállapotok alapján való méretezése. I. rész: lemezek. II. rész: héjszerkezetek.)
8. OLSZAK, W., URBANOWSKI, W.:
- a) Non-homogeneous thick-walled elastic-plastic cylinder subjected to internal pressure (Belső nyomással terhelt inhomogén, vastagfalú elasztoplasztikus henger), (lengyelül, orosz és angol összefoglalásokkal). *Arch. Mech. Stos.* **7** (1955), No. 3, 315—336;
 - b) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV* (1956), No. 3, 153—163, (oroszul és angolul);
 - c) Non-homogeneous thick-walled elastic-plastic spherical shell subjected to internal and external pressure (Külső és belső nyomással terhelt inhomogén vastagfalú gömbhéj), (lengyelül, orosz és angol összefoglalásokkal). *Rozprawy inżynierskie*, **4** (1956), No. 1, 25—41;
 - d) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV*, **4** (1956), No. 3, 165—171., (oroszul és angolul);
 - e) The flow function and the yield condition for non-homogeneous anisotropic bodies (Inhomogén anizotróp testek plasztikus potenciálja és folyási feltétele), (angolul), *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV*, **5** (1957), No. 4.
9. OLSZAK, W., ZYCZKOWSKI, M.:
- a) On the fundamentals of the theory of physically non-linear non-homogeneous bodies (A fizikai szempontból nem lineárisan inhomogén testek elméletének alapjairól), (lengyelül, összefoglalások oroszul és angolul). *Arch. Mech. Stos.*, **7** (1955), No. 1;
 - b) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV*, **4** (1956), No. 2, (oroszul és angolul).
10. RIVLIN, R. S.: Large elastic deformations in F. R. EIRICH Rheology; Theory and Applications, Vol. I, (Nagyméretű rugalmas alakváltozások EIRICH F. R. reológiájában; elmélet és alkalmazások, I. kötet), Academic Press, New-York 1956.
11. SEVCSENKO, K. N.:
- a) Elastic-plastic state due to concentrated force on a semi-plate (elastic-plastic problem) (Koncentrált erővel terhelt elasztoplasztikus állapotban levő féllemez) (elasztoplasztikus probléma), (oroszul), *DAN*, v. 61, 1948, No. 1;
 - b) Concentrated force acting on a semi-plate elastic-plastic problem (Koncentrált erővel terhelt féllemez) (elasztoplasztikus probléma), (oroszul), *Prikl. Mat. Mekh.* **12** (1948), No. 4;
 - c) Letter to the Editor (Levél a kiadóhoz), (oroszul), *Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekhn. Nauk*, 1958, No. 9, 151;
 - d) On the method of solving some elastic-plastic problems (Néhány elasztoplasztikus

- probléma megoldásmódja), (oroszul), *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Otd. Tekhn. Nauk.*, 1958, No. 19, 152—155.
12. SZOKOLOVSKII, V. V.: Statics of granular media (Szemcsés közegek statikája), (oroszul), 2. kiad. 1954, Moszkva.
 13. ZYCZKOWSKI, M.:
 - a) Limit state of non-homogeneous rotating circular disks (Inhomogén köralakú forgó tárcsák határállapota), (lengyelül, orosz és angol összefoglalásokkal), *Rozprawy Inżynierskie*, 5 (1957), No. 1, 49—96;
 - b) *Bull. Acad. Pol. Sci., Cl. IV, No. 1, 7—18*, (angolul).
 14. SHAFFER, B. W., HOUSE, R. N.: The elastic-plastic stress distribution within a wide curved bar subjected to pure bending (A tiszta hajlításra igénybe vett széles görbentengelyű rúd elasztoplasztikus feszültségeloszlása), *Journ. Appl. Mech.*, 1955, No. 3.
 15. OLSZAK, W., PARZYNA, P., SZYMAŃSKI, C.: Two-dimensional problems in the theory of plasticity of non-homogeneous anisotropic bodies (Az inhomogén anizotróp testek plaszticitási elméletének kétdimenziós problémái). *Arch. Mech. Stos.*, 1957, No. 3; *Bull. Acad. Pol. Sci.*, 1959, No. 1.
 16. PRAGER, W., HODGE, P. G.: *Theory of Perfectly Plastic Solids* (A tökéletesen plasztikus testek elmélete). New York—London, 1951.
 17. OLSZAK, W., ZAHORSKI, S.: A non-homogeneous orthotropic circular segment as an elastic-plastic problem (Az inhomogén ortotróp körcikk mint elasztoplasztikus probléma). *Arch. Mech. Stos.*, 1959, No. 4.

ÖSSZEFOGLALÁS

Az előző dolgozatban bevezetett fogalmak lehetővé teszik egyes műszaki szempontból fontos problémák megfogalmazását és azok megoldásának megadását. Jelen tanulmány néhány ilyen megoldás rövid tárgyalását foglalja magában.

Első alkalmazási példaként a nyomatékúterrel terhelt ívalakú, inhomogén, ortotróp körcikk (körgyűrűcikk) esetével foglalkozik; tárgyalja a rugalmas, valamint az első és a második elasztoplasztikus állapotot, és meghatározza a harmadik kritikus nyomatékot (a határnyomatékot). Levezeti az egész ívkeresztmetszet egyidejű plasztifikációjának feltételeit is.

A dolgozat a továbbiakban a felhasított excentrikus körhenger, a forgó körtárcsa, a belső nyomás alatt álló izotróp, inhomogén, vastagfalú henger, a hengeresen ortotróp, inhomogén, vastagfalú henger, az inhomogén vastagfalú gömbhéj, a fizikailag nem lineáris inhomogén testek, valamint a laza és kohéziós szemcsés testek problémáival foglalkozik.

Végezetül utal a dolgozat arra, hogy a plaszticitási elmélet problémáinak megoldására vonatkozó kutatásokba miként vonható be segédfeltevésként az inhomogenitás fogalma.

SZÁMÍTÁSI ELJÁRÁS AZ EXCENTRUMOS ANOMÁLIA PONTOS ÉRTÉKÉNEK GYORS MEGHATÁROZÁSÁRA

BARKÁSZ EMIL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1960. május 5-én]

Az excentrumos anomália meghatározására szolgáló és az alábbiakban röviden ismertetendő számítási eljárás a következő követelményeket kívánja kielégíteni:

a) Az excentrumos anomália (E) meghatározására javasolt számítási eljárás során ne kelljen *különleges* — a feladat megoldását elősegítő és előre elkészített — táblázatot vagy diagramot használni.

b) A számításmenet *túlnyomó részében* elegendő legyen logaritmusléc és trigonometrikus szögfüggvény-táblázat használata. (Természetesen nagyméretű logaritmusléc és szögpercet is feltüntető szögfüggvény-táblázat használata a közelítő számításnál elkövethető hibákat erősen csökkenti s így alkalmazásuk nagyon célszerű.) Csak a számításmenet *végző fázisában*, a pontos számértékek meghatározásánál legyen szükség közönséges (tehát nem elektronikus) számológép és hétjegyű logaritmustábla használatára.

c) Kíváncsi vagyok, hogy E értékét legalább hat tizedesjegy pontossággal határozzuk meg. A változók értéktartománya: $0 < M < 180^\circ$ és $0 < \varepsilon < 1$.

d) A számítási eljárás egyszerű legyen s az excentrumos anomália értékét az alapul vett pontosság kielégítése mellett *rövid idő alatt* tegye kiszámíthatóvá.

A szerző egyik előző dolgozatában már rámutatott arra, hogy a feladat megoldását lehetséges úgy is megközelíteni, ha az excentrumos anomália értékét két olyan szög összegének tekintjük, melyek közül az egyik szög ismert, a másik szög viszont ismeretlen. (L.: a M. Tud. Akadémia műszaki tud.-ok osztályának közleményei XXV. kötet, 1–4 szám, 233. o.: $E = \xi + z$). Az egyszerűség kedvéért most az $E = M + \zeta = M + \varepsilon \sin E$ összefüggést használjuk fel abból a célból, hogy az alapgondolat megtartásával a számítási eljárást gyakorlatiassá tegyük.

Mivel KEPLER transzcendens egyenletének (E -re vonatkozó) megoldási lehetőségei közül az érintő egyenlet alkalmazása bizonyul a legegyszerűbbnek, a pontos értékmeghatározásnál szintén ezt használjuk fel. Az említett pontosság elérése az érintő-egyenlet megismételt alkalmazását teszi szükségessé. Ha azt kívánjuk, hogy a pontosságot az érintő-egyenlet *egyszeri* megismételt

alkalmazásával már elérjük, szükséges, hogy az érintő-egyenletben előforduló E_k közelítő érték a pontos és kiszámítandó E értéktől legfeljebb $\approx \pm 10$ szögpercnyre különbözzék csak.

E követelményeket kielégítő számítási eljárás így alakul: KEPLER ismert transzcendens egyenlete

$$E - M = \varepsilon \sin E = \zeta$$

egyszerű trigonometriai átformálással a következő alakban is felírható:

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{\varepsilon \sin M}{K - \varepsilon \cos M}, \text{ ahol } K = \frac{\zeta}{\sin \zeta}.$$

Ebből az egyenletből ζ értékét nem tudjuk meghatározni, mivel K az ismeretlen ζ szög függvénye. Eljárhatunk viszont a következőképpen:

Logaritmosos számológéccel és szögfüggvény-táblázattal — legalább három számjegy pontossággal és negyedik kikerekített vagy becsült számjeggyel — kiszámítjuk a

$$\operatorname{tg} \zeta_1 = \frac{\varepsilon \sin M}{1 - \varepsilon \cos M}, \quad \zeta_1 \text{ és } K_1 = \frac{\zeta_1}{\sin \zeta_1}$$

értékeket, melyek felhasználásával a

$$\operatorname{tg} \zeta_2 = \frac{\varepsilon \sin M}{K_1 - \varepsilon \cos M}$$

és ζ_2 értéket kapjuk.

Ezt követően olyan közelítő ζ_k értéket határozunk meg, melynek pontossága különleges táblázatok vagy diagramok használatát feleslegessé teheti. Ez a ζ_k érték a következő:

$$\zeta_k = \zeta_2 + \frac{\varepsilon^2}{8} \left[1 + \cos M \left(\sin M + \frac{9}{4} \cos M \right) \right] \cdot (\zeta_1 - \zeta_2). \quad (1)$$

Ezt a képletet a szerző részben logikai eszmemenet, részben empirikus vizsgálatok alapján állította fel. Ennek az empirikus képletnek alkalmazása mellett mutatkozó legnagyobb eltérés M és ε teljes értéktartományában

$$[\zeta_k - \zeta]_{\max} \approx \pm 10'$$

ζ_k értékét így módon igen egyszerűen és pár percen belül ki tudjuk számítani. A legnagyobb eltérés az $E = f(M, \varepsilon)$ görbesereg azon körzetében mutatkozik, ahol a görbék görbületi sugara viszonylag kicsiny; egyébként a $(\zeta_k - \zeta)$

különbség $\approx |10'|$ -nél jelentékenyen kisebb. (Pl. $M = 90^\circ$ mellett csak szög-
másodpercekben mutatkozik.)

A további számítást már számológép és hétjegyű logaritmustábla fel-
használásával végezzük, éspedig a kívánt pontosságú eredményt az érintő-
egyenlet csak egyszer megismételt alkalmazásával kapjuk:

$$E_k = M + \zeta_k$$

$$E^* = E_k + \frac{M - \mathcal{M}}{\mathcal{M}'}, \quad (2/a)$$

ahol

$$\mathcal{M} = E_k - \varepsilon \sin E_k \quad \text{és} \quad \mathcal{M}' = \frac{d\mathcal{M}}{dE_k} = 1 - \varepsilon \cos E_k,$$

majd ezt követőleg

$$E = E^* + \frac{M - \mu}{\mu'}, \quad (2/b)$$

ahol

$$\mu = E^* - \varepsilon \sin E^* \quad \text{és} \quad \mu' = \frac{d\mu}{dE^*} = 1 - \varepsilon \cos E^*.$$

A most vázolt számításmenet (1) képlete esetleg még tökéletesíthető.
A képlet megjavításával elérhetnénk, hogy az érintő-egyenlet iteráció nélküli
alkalmazása az $E = f(M, \varepsilon)$ görbesereg bármely körzetében hét tizedesjegy
pontosságú E értéket szolgáltatasson.

BÁNYÁSZATI TELEPÍTÉSEK KÜLÖNLEGES FELADATÁNAK ANALITIKAI MEGOLDÁSÁHOZ

FORRAI SÁNDOR

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, BÁNYAMŰVELÉSTANI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1960. május 12-én]

Bányászati telepítéseknél, de általában ipartelepítéseknél is gyakori feladat, hogy adott pontokból egy pontba kell anyagot összegyűjteni, oda embereknek közlekedni, vagy egy pontból az anyagot szétosztani, az embereknek egy pontból különböző helyre eljutni. A két feladat természetesen megegyezik, mert a mozgás és mozgatás költsége azonos úton azonos értékű bármelyik irányban. Az utak azonossága természetesen az út minden jellemzőjének azonosságát jelenti. Ez pedig csak szintes pályán lehetséges.

Ha a pálya nem szintes, akkor a mozgás és mozgatás költsége a pályán lefelé kisebb, mint felfelé. Ilyenkor fenti megállapításunk csak formailag érvényes. Konkrét esetben mindig meg kell adni a mozgás és mozgatás irányát. Ha ezt megtesszük, nem kell külön vizsgálni a pontba való összegyűjtés és a pontból való szétosztás példáját. Sőt ilyen értelemben a kettő kombinációja is együtt vizsgálható. A gyakorlatban ez igen sokszor előfordul, így aknaüzemek és célfogyasztó, valamint az előkészítőmű példájában. Az aknaüzemek a termelvényüket az előkészítőműbe szállítják, majd az előkészítőműből a hasznosítható terméket a célfogyasztóba viszik. A közös csomópont az előkészítőmű.

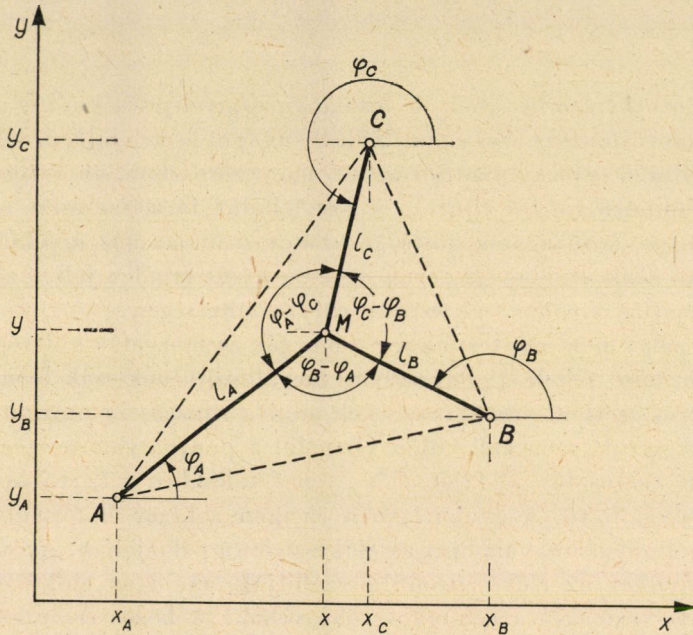
A bányászati szakirodalomban L. D. SEVJAKOV akadémikus [2] alatt idézett munkájában foglalkozik az egy csomópontú vonalrendszerben a szállítás legkedvezőbb helyének meghatározásával. Ebben az esetben a szállítás vonala adott és a szállítás fajlagos költsége (Ft/mt) minden irányban állandó, vagyis vízszintes síkban fekszik az útvonal. Ezenkívül a szállítás fajlagos költsége is független az útvonal hosszától.

ZAMBÓ János [1] alatt idézett könyvében szigorúan matematikai alapon általánosan vizsgálja a kérdést. A munkaköltség minimum elve alapján a különböző fajlagos szállítási költségekkel bíró vonalszakaszok és több csomópontú vonalrendszereken való mozgás és mozgatás költségének optimumát is meghatározza. Ezen eredmények ismertetése nem célja jelen tanulmányunknak.

Tanulmányunkban azt a problémát kívánjuk megvizsgálni, amikor a mozgás és mozgatás útját is szabadon választhatjuk.

L. D. SEVJAKOV erről a problémáról fent idézett művében mindössze egy oldalon ír. Röviden a következőket mondja. Fel lehet még adni különböző lényeges feladatot. Nevezetesen ismert feladat azon egyenes utak legkisebb összegéről, amely összeköt három vagy több pontot egymással. Ha a terep sík, úgy az utak legkisebb hossza megfelel a minimális építési költségüknek.

Három pont esetén ez a feladat egyszerűen határozható meg. STEINER matematikus már régen megállapította, hogy ha a három adott pontot összekötő egyenesek alkotta háromszögben minden szög kisebb 120° -nál, a távol-



1. ábra

ságok legkisebb összege abban a pontban van, amelyből az adott pontokhoz húzott egyenesek egymással 120° -os szöget zárnak be. Ha azonban a háromszög egyik belső szöge nagyobb, vagy egyenlő 120° -kal, akkor a távolságok legkisebb összegét az ehhez a ponthoz tartozó két szomszédos oldal összege adja.

A pont meghatározását tervezésnél úgy végezhetjük, hogy pauszpapírra megrajzoljuk az egymással 120° -ot bezáró sugarakat és azt térképen addig tologatjuk, míg mindhárom sugár átmegy egy-egy adott ponton. Ekkor a sugarak középpontját átjelöljük a térképre.

Ha a három pontba koncentrált terheket helyezünk, akkor az elszállítás optimális pontja az általános elv szerint határozható meg. A terhek viszonylagos nagyságától függően az optimális pont helye nagyon változó lehet, általában nem esik egybe azzal a ponttal, amely az utak legkisebb összegét adja.

Szállítási és hasonló feladatoknál adott pontok közötti útvonal tervezésénél továbbá meg lehet állapítani a legkisebb beruházási és üzemi költséget adó pontot. *Ezen feladatok megoldása általános esetben túlságosan bonyolult, és ezért tervezésnél a variánsok módszerét kell alkalmazni.*

Tanulmányunkban annak a kérdésnek általános matematikai megoldását kíséreljük meg három adott pont esetében, amikor a távolságok különböző súllyal fordulnak elő a költségfüggvényben. A levezetések bizonyára nem túlságosan egyszerűek, de a végső eredmények — mint látni fogjuk — ugyanolyan egyszerűen kezelhetők, mint azok az összefüggések, amelyek a távolságok legkisebb összegére vonatkoznak. Természetesen összefüggéseink mint szélső esetet, a távolságok legkisebb összegét adó pontot is szolgáltatják.

Adva van három pont ABC , benne adott teher Q_A, Q_B, Q_C (1. ábra). Ezeket egy pontba (M) kell gyűjteni úgy, hogy az összegyűjtés költsége a legkisebb legyen. Az összegyűjtés egyenes vonal mentén történik. Az „összegyűjtés” szó alatt a korábban említett általános megfogalmazást kell érteni. Tehát lehet bármilyen anyag mozgatása, vagy emberek mozgása. Lehet az anyag M pontból való szétesztása, sőt előfordulhat ezek kombinációja is. Az általános matematikai vizsgálatot ez nem érinti.

A mozgás és mozgatás fajlagos költsége megadható a következő alakban: Σck (Ft/tm). Kalkulálható az út fajlagos beruházási költsége is. Jelöljük ezt k_d (Ft/m)-rel. A Σck kifejezés azt jelenti, hogy ugyanazon az úton esetleg több anyag mozgatása is történhetik. Ezeknek a fajlagos költségeknek értelmezése az irodalomban közismert, velük tehát a továbbiakban felesleges foglalkoznunk. Adott esetben ezek kalkulálhatók. Természetesen értékük függvénye, vagy függvénye lehet az útnak is. Ezt a függvényt felírni még konkrét esetekben sem egyszerű, ezért úgy szoktunk eljárni, hogy előzetesen felvesszünk egy távolságot és ahhoz kalkuláljuk őket. Ha a számított távolság ettől lényegesen különbözik, a számított távolsággal újra kalkulálunk. Ez a fokozatos közelítés egyértelműen konvergál, és néhány lépés után gyakorlatilag elegendő pontosságot érünk el.

Az 1. ábrán a három adott pont (A, B, C) alapvetületben látható. Magasságuk különböző lehet. Az előzetesen felvett gyűjtőpont segítségével számíthatók az utak hajlásszögei is, jelöljük ezeket $\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C$ -vel.

Ilyen módon az összegyűjtés költsége teljesen általános esetben az alábbi képlettel írható fel:

$$K = \frac{Q_A \Sigma_A ck + k_{dA}}{\cos \varepsilon_A} l_A + \frac{Q_B \Sigma_B ck + k_{dB}}{\cos \varepsilon_B} l_B + \frac{Q_C \Sigma_C ck + k_{dC}}{\cos \varepsilon_C} l_C. \quad (1)$$

Legyen a távolságok súlyozásának értékei:

$$\frac{Q_A \Sigma_A ck + k_{dA}}{\cos \varepsilon_A} = s_A, \quad \frac{Q_B \Sigma_B ck + k_{dB}}{\cos \varepsilon_B} = s_B \quad \text{és} \quad \frac{Q_C \Sigma_C ck + k_{dC}}{\cos \varepsilon_C} = s_C. \quad (2)$$

Írjuk fel az l_A , l_B és l_C távolságokat a koordináták segítségével. Legyen a keresett M pont koordinátája x és y , akkor az összegyűjtés teljes költségére a következő két független változós függvényt kapjuk:

$$K = s_A \sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2} + s_B \sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2} + s_C \sqrt{(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2} = \sum_{i=1}^3 s_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}. \quad (3)$$

Ennek a függvénynek kell tehát a szélső értékét megkeresnünk, és meggyőződnünk a szélső érték létezéséről és arról, hogy ez a szélső érték minimum.

A (3) függvény láthatóan x és y szerint folytonos és minden pontban differenciálható.

Képezzük tehát K -nak x és y szerinti parciális differenciálhányadosát és tegyük 0-val egyenlővé:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial x} = 0 &= s_A \frac{x - x_A}{\sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2}} + s_B \frac{x - x_B}{\sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2}} + \\ &+ s_C \frac{x - x_C}{\sqrt{(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2}} = s_A \frac{x - x_A}{l_A} + s_B \frac{x - x_B}{l_B} + \\ &+ s_C \frac{x - x_C}{l_C} = \sum_{i=1}^3 s_i \frac{x - x_i}{l_i} \end{aligned} \quad (4)$$

és:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial y} = 0 &= s_A \frac{y - y_A}{\sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2}} + s_B \frac{y - y_B}{\sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2}} + \\ &+ s_C \frac{y - y_C}{\sqrt{(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2}} = s_A \frac{y - y_A}{l_A} + s_B \frac{y - y_B}{l_B} + \\ &+ s_C \frac{y - y_C}{l_C} = \sum_{i=1}^3 s_i \frac{y - y_i}{l_i}. \end{aligned} \quad (5)$$

Ha általában n adott pont van az eddigiek alapján szimbolikusan így írható fel a mozgás és mozgatás, valamint az utak beruházásának összes költsége:

$$K_n = \sum_{i=1}^n s_i l_i = \sum_{i=1}^n s_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}. \quad (6)$$

A három adott pontra vonatkozó (3) összefüggés alapján ennek kifejtése egyértelmű. K_n függvény szélső értékének helyét pedig a következő egyenletekből számíthatjuk:

$$\frac{\partial K_n}{\partial x} = 0 = \sum_{i=1}^n s_i \frac{x - x_i}{l_i} \quad (7)$$

és

$$\frac{\partial K_n}{\partial y} = 0 = \sum_{i=1}^n s_i \frac{y - y_i}{l_i}. \quad (8)$$

Látszólag tehát a probléma megoldása egyszerű. Szimbolikus jelöléssel valóban az. Ha azonban a szélső érték helyét konkrét esetben ki akarjuk számítani, a (7) és (8) egyenletek megoldásánál nehézségekbe ütközünk. Ezért egyelőre csak a három pont esetével foglalkozunk.

Ha a (4) és (5) egyenletekből álló egyenletrendszert mechanikusan, a nevezők gyöktelenítésének elvégzésével akarnánk megoldani, nem jutnánk eredményre, mert olyan magas fokú egyenleteket kapnánk, amelyek megoldása csak közelítéssel lehetséges.

Más módszerhez kell hát folyamodnunk. Az 1. ábra alapján írható:

$$\frac{x - x_A}{l_A} = \cos \varphi_A, \quad \frac{x - x_B}{l_B} = \cos \varphi_B \quad \text{és} \quad \frac{x - x_C}{l_C} = \cos \varphi_C \quad (9)$$

illetve:

$$\frac{y - y_A}{l_A} = \sin \varphi_A, \quad \frac{y - y_B}{l_B} = \sin \varphi_B \quad \text{és} \quad \frac{y - y_C}{l_C} = \sin \varphi_C. \quad (10)$$

Helyettesítsük a (9) alatti egyenleteket a (4) összefüggésbe, a (10) alattiakat pedig az (5) egyenletbe, akkor a következő egyenletrendszerhez jutunk:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial x} &= s_A \cos \varphi_A + s_B \cos \varphi_B + s_C \cos \varphi_C = 0 \\ \frac{\partial K}{\partial y} &= s_A \sin \varphi_A + s_B \sin \varphi_B + s_C \sin \varphi_C = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Ez a két tagból álló egyenletrendszer most még három ismeretlent tartalmaz (φ_A , φ_B és φ_C). Küszöböljük ki tehát az egyiket, pl. a φ_C -t. Vigyük át tehát az $s_C \cos \varphi_C$ -t, illetve az $s_C \sin \varphi_C$ -t a bal oldalra és emeljük mind a két egyenletet négyzetre, kapjuk:

$$\begin{aligned} s_A^2 \cos^2 \varphi_A + s_B^2 \cos^2 \varphi_B + 2 s_A s_B \cos \varphi_B \cos \varphi_A &= s_C^2 \cos^2 \varphi_C \\ s_A^2 \sin^2 \varphi_A + s_B^2 \sin^2 \varphi_B + 2 s_A s_B \sin \varphi_B \sin \varphi_A &= s_C^2 \sin^2 \varphi_C. \end{aligned} \quad (12)$$

Adjuk össze a két egyenletet és rendezzük a kapott összefüggést, nyerjük:

$$\begin{aligned} 2 s_A s_B (\cos \varphi_B \cos \varphi_A + \sin \varphi_B \sin \varphi_A) &= s_C^2 (\sin^2 \varphi_C + \cos^2 \varphi_C) - \\ - s_A^2 (\sin^2 \varphi_A + \cos^2 \varphi_A) - s_B^2 (\sin^2 \varphi_B + \cos^2 \varphi_B). \end{aligned} \quad (13)$$

Az ismert trigonometriai összefüggések felhasználásával kapjuk:

$$\cos(\varphi_B - \varphi_A) = \frac{s_C^2 - s_B^2 - s_A^2}{2 s_A s_B} \quad (14)$$

Ha a (11) egyenletrendszerből a φ_A szöget kiküszöböljük ki, hasonló levezetéssel a következő eredményre jutunk:

$$\cos(\varphi_C - \varphi_B) = \frac{s_A^2 - s_C^2 - s_B^2}{2 s_B s_C} \quad (15)$$

A φ_B kiküszöbölése folytán pedig összefüggésünk így alakul:

$$\cos(\varphi_A - \varphi_C) = \frac{s_B^2 - s_A^2 - s_C^2}{2 s_A s_C} \quad (16)$$

Az 1. ábrán látható, hogy a (14), (15) és (16) egyenletekből számítható szögműkönségek éppen azok a szögek, amely szög alatt az M pontból az adott pontok közül kettő-kettő látszik. Ezért ezeket a szögeket röviden látószögeknek is nevezhetjük. Talán felesleges itt megjegyeznünk, hogy negatív közbezárt szög nincs, ha tehát negatív szöget kapunk az összefüggésekből, azt át kell alakítani a megfelelő pozitív szöggé.

Természetesen a három egyenlet közül már kettő legtöbbször egyértelműen meghatározza M pont helyét. A harmadik egyenletből számítható közbezárt szög ellenőrzésre való. A három közbezárt szögnek összege ugyanis a teljes kört adja.

Ezt az ellenőrzést célszerű mindig elvégezni. Elvileg előfordulhat ugyanis olyan eset, amikor két közbezárt szög hegyes szög (kisebb mint 90°). Ilyenkor a harmadik szögnek domború szögnek kell lenni (nagyobb mint 180°). Ennek eldöntése viszont csak mindhárom szög cosinusának ismerete alapján lehetséges. Ha két közbezárt szög cosinusa pozitív, a harmadiké negatív, ehhez a negatív értékhez a harmadik negyedben levő szöget, tehát a domború szöget kell figyelembe venni.

Ha két közbezárt szög összege kisebb mint 180° , bár ezek közül az egyik szög tompa (nagyobb mint 90°), a harmadiknak ugyancsak domborúnak kell lenni. Azt a kérdést, hogy a két negatív cosinus érték közül melyikhez kell a domború szöget keresni és melyikhez a tompa szöget, ugyancsak az ellenőrzéssel dönthetjük el.

Elvileg lehetséges az is, hogy mindhárom közbezárt szög cosinusa pozitív. Ilyenkor az egyik szög a negyedik negyedbe kerül, a másik kettő az első negyedben van és összege 90° -nál kisebb.

Bármelyik eset fordul is elő, ha az egyik számított szög domború, az M pont a háromszög területén kívül esik. Ennek az esetnek értelmezéséről később

szólunk. Bizonyítani fogjuk, hogy ha a távolságokat és a súlyokat csak pozitív előjellel értelmezzük, a tényleges optimális pont csak a háromszög területén vagy a kerületén lehet.

Előfordulhat az is, hogy a számítható \cos értékek abszolút értékei nagyobbak mint 1. Ez természetesen értelmetlen. Ebben az esetben is külön kell megvizsgálni az M pont értelmezését.

Kapott összefüggéseinknek szélső esetben természetesen a távolságok legkisebb összegét biztosító pontot is ki kell jelölniük. A (3) költségfüggvényünkben ebben az esetben a három távolság azonos súllyal fordul elő. Azaz minden útnak azonos a fajlagos mozgás és mozgatási költsége, a mozgatandó anyag mennyisége és azonos a fajlagos beruházási költsége is. Tehát $s_A = s_B = s_C = s$. Ekkor

$$\cos(\varphi_B - \varphi_A) = \cos(\varphi_C - \varphi_B) = \cos(\varphi_A - \varphi_C) = \frac{s^2 - s^2 - s^2}{2s^2} = -\frac{1}{2}$$

vagyis

$$\varphi_B - \varphi_A = \varphi_C - \varphi_B = \varphi_A - \varphi_C = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = 120^\circ.$$

Ez természetesen megegyezik azzal, amit korábban idéztünk.

Közvetett úton meghatároztuk azt az M pontot, amelyben a K (3) egyenlet függvénynek stacionárius pontja van. Most meg kell vizsgálnunk a két független változós függvények szélső értékének szükséges és elégséges feltételeit is. Bár a feladat természetéből feltehető, hogy a szélső érték létezik, azonkívül szélső esetben megkaptuk a már ismert és mások részéről bizonyított eredményt, mégis meg kell ezt a kérdést is vizsgálnunk közelebbről. Képezzük tehát a K függvénynek x és y szerinti második parciális differenciálhányadosát. Az egyszerűsítések után kapjuk:

$$\frac{\partial^2 K}{\partial x^2} = s_A \frac{(y - y_A)^2}{l_A^3} + s_B \frac{(y - y_B)^2}{l_B^3} + s_C \frac{(y - y_C)^2}{l_C^3} > 0 \quad (17)$$

és

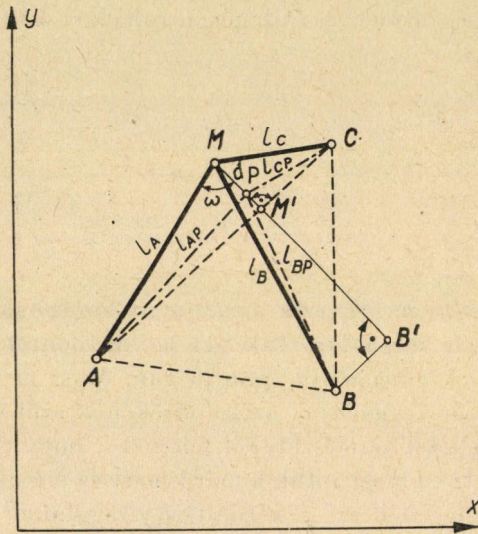
$$\frac{\partial^2 K}{\partial y^2} = s_A \frac{(x - x_A)^2}{l_A^3} + s_B \frac{(x - x_B)^2}{l_B^3} + s_C \frac{(x - x_C)^2}{l_C^3} > 0. \quad (18)$$

Hasonló egyszerűsítés és összevonás után a vegyes második parciális differenciálhányados így alakul:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 K}{\partial x \partial y} = & s_A \frac{(x - x_A)(y - y_A)}{l_A^3} + s_B \frac{(x - x_B)(y - y_B)}{l_B^3} + \\ & + s_C \frac{(x - x_C)(y - y_C)}{l_C^3}. \end{aligned} \quad (19)$$

Helyettesítsük be ezeket az eredményeket az ismert összefüggésbe és végezzük el a műveleteket, kapjuk:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 K}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 K}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 K}{\partial x \partial y}\right)^2 &= \frac{s_A s_B}{l_A^3 l_B^3} [(x - x_A)(y - y_B) - \\ &- (x - x_B)(y - y_A)]^2 + \frac{s_A s_C}{l_A^3 l_C^3} [(x - x_A)(y - y_C) - (x - x_C)(y - y_A)]^2 + \\ &+ \frac{s_B s_C}{l_B^3 l_C^3} [(x - x_B)(y - y_C) - (x - x_C)(y - y_B)]^2 > 0. \end{aligned} \quad (20)$$



2. ábra

Mivel a távolságokat a gyakorlatban csak + előjellel értelmezzük, a (20) egyenlet azt mutatja, hogy a K függvénynek bármilyen pozitív vagy negatív x -nél és y -nál van szélső értéke. Ugyanilyen feltétellel a (17) és (18) egyenletek arról tanúskodnak, hogy ez a szélső érték minimum.

A matematikában azonban a négyzetgyökjel \pm előjellel fordul elő, azaz a K függvényben negatív távolság is lehetséges. Ez viszont a gyakorlatban értelmetlen. Más úton kell tehát az M pont helyére korlátozó feltételt megállapítanunk.

Állítjuk, hogy az M pont, amelyben K függvénynek minimuma van, csak az adott három ponttal mint csúsponttal képzett háromszögön belül, vagy annak kerületén lehet.

Tételezzük fel az ellenkezőjét. A 2. ábra szerint legyen az M pont az ABC háromszögön kívül. Itt a K függvény értéke:

$$K = s_A l_A + s_B l_B + s_C l_C. \quad (21)$$

Mozgassuk az M pontot az \overline{AC} oldalra merőlegesen az M' felé. Az M ponttól d távolságban levő P pontban a K függvény a következő értéket veszi fel:

$$K_P = s_A l_{AP} + s_B l_{BP} + s_C l_{CP}. \quad (22)$$

Az AMP háromszögből a cosinus tétel segítségével kifejezhetjük az l_{AP} távolságot:

$$l_{AP} = \sqrt{l_A^2 + d^2 - 2 l_A d \cos \omega} = \sqrt{l_A^2 - d(2 l_A \cos \omega - d)}. \quad (23)$$

Ámde az ábra szerint

$$l_A \cos \omega = \overline{MM'} > d. \quad (24)$$

Az egyenlőtlenség jel a háromszögön kívül igaz és így:

$$l_{AP} = l_A \sqrt{1 - \frac{d}{l_A} (2 \overline{MM'} - d)}. \quad (25)$$

Legyen az egyszerűbb írás kedvéért:

$$a = \frac{d}{l_A} (2 \overline{MM'} - d) < 1. \quad (26)$$

Helyettesítjük a (26) egyenletet a (25)-be. A gyökös kifejezést közelítjük meg sorbafejtéssel. Így a Mac Laurin-féle polinómmal most már felírhatjuk l_{AP} értékét:

$$l_{AP} = l_A \left(1 - \frac{1}{2} a - \frac{1}{8} a^2 - \frac{1}{16} a^3 - \frac{5}{128} a^4 - \dots \right). \quad (27)$$

A sor — mint ismeretes — konvergál, ha $a < 1$. Az ábra alapján ez belátható, mert a derékszögű háromszögben bármelyik befogó kisebb, mint az átfogó.

Teljesen hasonló megfontolással írható fel az l_{CP} távolság is:

$$l_{CP} = l_C \left(1 - \frac{1}{2} c - \frac{1}{8} c^2 - \frac{1}{16} c^3 - \frac{5}{128} c^4 - \dots \right). \quad (28)$$

A c értéke is hasonló az a értékéhez:

$$c = \frac{d}{l_C} (2 \overline{MM'} - d) < 1. \quad (29)$$

Látható, hogy a távolság mindkét esetben (l_{AP} , l_{CP}) csökken mindaddig, amíg a P pont az M' pontig, azaz a háromszögön kívül mozog. Ha a háromszögön belülré kerül, az $\overline{MM'} < d$ és így a a - és c -értékek előjele megváltozik. Ekkor a (27) és (28) egyenletekben a páratlan kitevőjű tagok előjele $+$ -ra változik. Mivel azonban a páratlan kitevőjű tagok értéke mindenütt nagyobb, mint a közvetlen utána következő páros kitevőjű tagoké

$$\left(\frac{1}{2} a > \frac{1}{8} a^2, \frac{1}{16} a^3 > \frac{5}{128} a^4 \text{ stb.} \right),$$

azért a fenti kifejezések összértéke, azaz l_{AP} és l_{CP} távolságok növekedni fognak.

Teljesen hasonló eredményre jutunk ha az l_{BP} távolságot vizsgáljuk:

$$l_{BP} = l_B \left(1 - \frac{1}{2} b - \frac{1}{8} b^2 - \frac{1}{16} b^3 - \frac{5}{128} b^4 - \dots \right). \quad (30)$$

Ahol a b érték a következő:

$$b = \frac{d}{l_B^2} (2 \overline{MB'} - d) < 1. \quad (31)$$

Látható hogy az l_{BP} távolság akkor is megtartja csökkenő tendenciáját, ha a P pont a háromszögön belülré kerül szemben az előbbi két távolsággal

Helyettesítsük be a (27), (28) és (30) egyenleteket a (22) egyenletbe, emeljük ki a közös tagokat, akkor a K függvény P pontbeli értékére a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} K_P = s_A l_A + s_B l_B + s_C l_C - \frac{1}{2} (s_A l_A a + s_B l_B b + s_C l_C c) - \\ - \frac{1}{8} (s_A l_A a^2 + s_B l_B b^2 + s_C l_C c^2) - \frac{1}{16} (s_A l_A a^3 + s_B l_B b^3 + s_C l_C c^3) - \\ - \frac{5}{128} (s_A l_A a^4 + s_B l_B b^4 + s_C l_C c^4) = K - \Delta K. \end{aligned} \quad (32)$$

Mindezeket összevetve belátható, hogy az M pont, amelyben K függvénynek minimuma van, a háromszögön kívül nem lehet, mert a háromszög felé közelítve a pontot a K függvény értékének mindhárom tagja állandóan csökken. Tehát állításunkat igazoltuk, a minimumot adó M pont csak a háromszögön belül, vagy annak kerületén lehet, de ott a (20) egyenlet tanúsága szerint létezik és a (17), valamint (18) egyenlet szerint ez a szélső érték biztosan minimum.

Vizsgáljuk meg most azt, hogy a (14), (15) és (16) egyenletekkel számolva, mikor kerülhet, vagy kerülhet-e egyáltalán az M pont a háromszögön kívülre? Ennek feltétele, mint ismeretes, az hogy az egyik látószögnek nagyobbnak kell lennie 180° -nál. Tehát ennek a szögnek sinusa is, meg cosinusa is negatív. A félszögének cosinusa pedig ugyancsak negatív.

Jelöljük most az egyszerűbb írás kedvéért a látószögeket α -, β - és γ -val. Tehát:

$$\alpha = \varphi_C - \varphi_B, \quad \beta = \varphi_A - \varphi_C \quad \text{és} \quad \gamma = \varphi_B - \varphi_A.$$

A látószögek cosinusainak egyenleteiből (14, 15 és 16 egyenletek) az alábbi háromismeretlenes egyenletrendszer írható fel:

$$\begin{aligned} s_A^2 - s_B^2 - s_C^2 &= 2 s_B s_C \cos \alpha \\ s_B^2 - s_A^2 - s_C^2 &= 2 s_A s_C \cos \beta \\ s_C^2 - s_A^2 - s_B^2 &= 2 s_A s_B \cos \gamma \end{aligned} \quad (33)$$

Adjunk össze két-két egyenletet, végezzük el az egyszerűsítést — amikor természetesen feltételezzük, hogy az s_A , s_B és s_C súlyok közül egyik sem nulla —, eredményül az alábbi elsőfokú háromismeretlenes egyenletrendszerhez jutunk:

$$\begin{aligned} -s_A &= s_C \cos \beta + s_B \cos \gamma \\ -s_B &= s_C \cos \alpha + s_A \cos \gamma \\ -s_C &= s_B \cos \alpha + s_A \cos \beta \end{aligned} \quad (34)$$

Ennek az egyenletrendszernek megoldása a különböző egyszerűsítések és átalakítások után a következő alakban írható:

$$s_B = \frac{(1 + \cos \beta) [(\cos \alpha - 1) + (\cos \beta - \cos \gamma)]}{(1 - \cos \alpha) (1 + \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma)} s_A \quad (35)$$

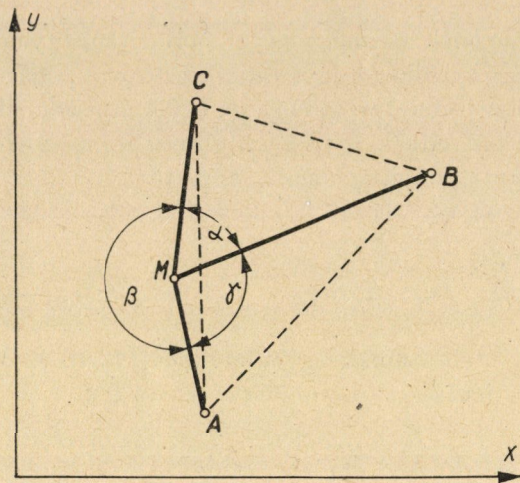
és

$$s_C = \frac{(1 - \cos \gamma) [(\cos \alpha - 1) - (\cos \beta - \cos \gamma)]}{(1 - \cos \alpha) (1 + \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma)} s_A. \quad (36)$$

Bebizonyítható, hogy a (35) és (36) egyenletek közül legalább egyiknek az előjele nem egyezhetik, s_A előjelével, ha az egyik (β , vagy γ) szög nagyobb 180° -nál.

Tételezzük fel a 3. ábra esetét, amikor $\beta > 180^\circ$. Ekkor az ismert trigonometriai összefüggések alapján:

$$\cos \beta - \cos \gamma = -2 \sin \frac{\beta + \gamma}{2} \sin \frac{\beta - \gamma}{2}, \quad (37)$$



3. ábra

ámde

$$\beta + \gamma = 360^\circ - \alpha$$

és így:

$$\cos \beta - \cos \gamma = -2 \sin \frac{\alpha}{2} \left(\sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \right).$$

Áttérve a félszögekről az egész szögekre, a műveletek elvégzése és az egyszerűsítések után a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} \cos \beta - \cos \gamma = & - \left(\sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)(1 - \cos \beta)(1 + \cos \gamma)}{2}} + \right. \\ & \left. + \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \beta)(1 - \cos \gamma)}{2}} \right) = -\kappa. \end{aligned} \quad (38)$$

A (35) és (36) egyenletek nevezője a korábbi feltételek mellett biztosan pozitív. Az első tényezőt nem kell bizonyítanunk, az kézenfekvő. A második tényezőben a $\cos \alpha$ -t fejezzük ki, β és γ segítségével. Az ismert trigonometriai összefüggések felhasználásánál írhatjuk:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos [360^\circ - (\beta + \gamma)] = \cos (\beta + \gamma) = \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \sin \gamma = \\ &= \cos \beta \cos \gamma + \sqrt{(1 - \cos^2 \beta)(1 - \cos^2 \gamma)} = \cos \beta \cos \gamma + \nu. \end{aligned} \quad (39)$$

Helyettesítsük a (38) és (39) egyenleteket a (35) és (36) egyenletekbe, végezzük el az egyszerűsítéseket, kapjuk:

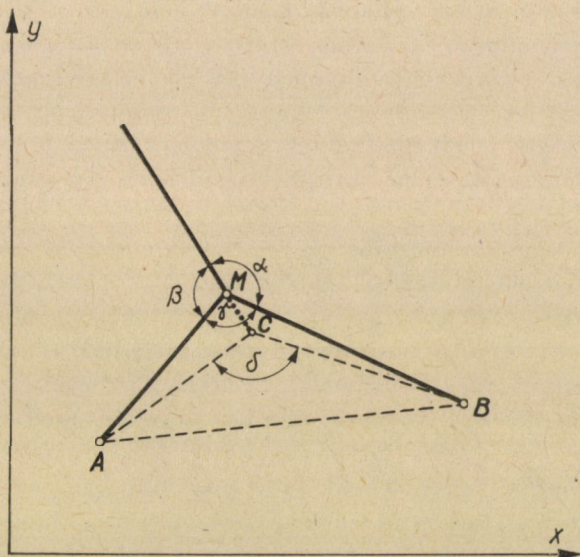
$$s_B = \frac{(1 + \cos \beta) [(\cos \alpha - 1) - \kappa]}{(1 - \cos \alpha) [(1 + \cos \beta)(1 + \cos \gamma) + \nu]} s_A \quad (40)$$

és

$$s_C = \frac{(1 + \cos \gamma) [(\cos \alpha - 1) + \varkappa]}{(1 - \cos \alpha) [(1 + \cos \beta) (1 + \cos \gamma) + \nu]} s_A. \quad (41)$$

A (40) és (41) egyenletekkel bebizonyítottuk, hogy a keresett M pont csak akkor kerülhetne a háromszög területén kívülre, ha az egyik pont súlyozása negatív lenne. A negatív súly, mint látható, éppen a domború szöggel fekszik szemben. Esetünkben ez a B pont.

Nem kell külön bizonyítanunk az előbbieik alapján, hogy a gyakorlatban az egyes pontoknak súlyozása negatív nem lehet, mert a mozgás és mozgás,



4. ábra

valamint a beruházás mindig pénzbe kerül. Megállapítható tehát, hogy összefüggéseinkkel számolva a keresett M pont a háromszögn belül fog esni mindenütt, ahol a látószögek cosinusainak értékei reálisak. Fenti bizonyításunknak ilyen formán elvi jelentősége van. Ezek után felesleges vizsgálnunk azt a kérdést, hogy a háromszög területén kívül levő pontot hogyan hozzuk a háromszög kerületére, mert a gyakorlatban ilyen probléma nem fordulhat elő.

Viszonylag gyakran előfordulhat ellenben a 4. ábrán felvázolt eset. Az adott A , B és C pontok alkotta háromszög egyik belső szöge nagyobb, mint a számított látószög. Az ábra esetében $\delta > \gamma$. Ekkor a számított M pont a háromszög területén kívül esnék. Korábbi általános bizonyításunk alapján belátható, hogy ez a megoldás gyakorlatilag nem jó. Ha ugyanis M pontot a

a háromszög felé mozgatjuk, K függvény értéke csökken mindaddig, amíg a háromszög kerületét el nem érjük.

A 4. ábrán tehát a K függvény a C pontban veszi fel legkisebb értékét.

Ez az eset teljesen analóg azzal az esettel, amikor a távolságok legkisebb összegét adó pontot 120° -nál nagyobb belső szögű háromszögben kell megkeresni. Ezzel a kérdéssel tehát az eddig elmondottak után nem kell részletesen foglalkoznunk.

Előfordulhat az az eset, amikor a (14), (15) és (16) egyenletek jobb oldalainak abszolút értéke nagyobb mint egy. Ilyenkor a kifejezés értelmetlen. Ez akkor fordulhat elő, ha valamelyik pontnak a súlyozása nagyobb a másik kettő összegénél. Például $s_A > s_B + s_C$. Ekkor a látószögek nem számíthatók. A függvény legkisebb értékét valamelyik adott pontban veszi fel. Itt a függvény nem differenciálható. A három adott pont közül viszont egyszerűen választható ki az, amelyikben a függvény értéke legkisebb. Ez legtöbbször az a pont, amelyiknek súlyozása a legnagyobb. Különleges méretek esetén ettől eltérő eredmény is elképzelhető, ez azonban ritka kivételnek számít. A három alternatív eset összehasonlítása viszont nem okoz gondot vagy nagy fáradságot.

Miután a mozgás és mozgatás költségének minimumát biztosító M pont feltételi egyenleteit megvizsgáltuk, rátérhetünk a M pont kijelölésének gyakorlati módszereire.

1. Tervezésnél gyakran elegendő pontosságot érünk el, ha az M pontot grafikusán határozzuk meg. Erre utal SEVJAKOV is idézett művében. Ha a (14), (15) és (16) képletekkel kiszámítjuk a látószögek értékeit, ezeket a szögeket szögmérő segítségével felrakjuk pauszpapírra. A megrajzolt három sugárra ráírjuk annak a pontnak jelét, amelyik adott ponton a sugárnak át kell mennie. Ezután bármilyen méretarányú térképen ábrázoljuk az adott pontokat, és a pauszpapíron levő három sugarat úgy tologatjuk a térkép felett, hogy mindegyik sugár átmenjen a neki megfelelő ponton. Ekkor a sugarak középpontját átjelöljük a térképre. Ez lesz a keresett M pont.

Mint látható, ez az eljárás sem jelent lényegesen több munkát, mint a távolság legkisebb összegét adó pont megkeresése. Mindössze annyi hátránya van, hogy szögmérőt is kíván.

2. Ha azonban a grafikus pont meghatározását csak körző és vonalzó segítségével akarjuk elvégezni, itt is megtehetjük.

A (11) egyenletrendszer első egyenletét szorozzuk meg $\sin \varphi_C$ -vel, a másodikat pedig $\cos \varphi_C$ -vel:

$$s_A \sin \varphi_C \cos \varphi_A + s_B \sin \varphi_C \cos \varphi_B + s_C \sin \varphi_C \cos \varphi_C = 0 \quad (42)$$

és

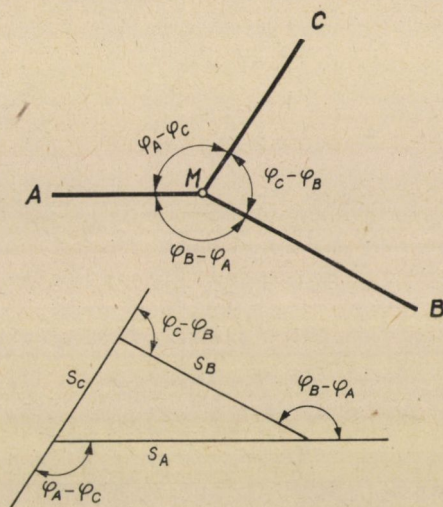
$$s_A \cos \varphi_C \sin \varphi_A + s_B \cos \varphi_C \sin \varphi_B + s_C \cos \varphi_C \sin \varphi_C = 0. \quad (43)$$

Vonjuk ki a 42. egyenlethől a 43. egyenletet, végezzük el a kiemelést, kapjuk:

$$-s_A (\sin \varphi_A \cos \varphi_C - \cos \varphi_A \sin \varphi_C) + s_B (\sin \varphi_C \cos \varphi_B - \cos \varphi_C \sin \varphi_B) = 0 \quad (44)$$

Ebből a megfelelő goniometriai átalakítás után a következő aránypárt kapjuk:

$$s_A : s_B = \sin (\varphi_C - \varphi_B) : \sin (\varphi_A - \varphi_C). \quad (45)$$



5. ábra

Hasonlóképpen bizonyíthatjuk az alábbi aránypárt is:

$$s_A : s_C = \sin (\varphi_C - \varphi_B) : \sin (\varphi_B - \varphi_A). \quad (46)$$

A két aránypárt összefoglalva írhatjuk, hogy:

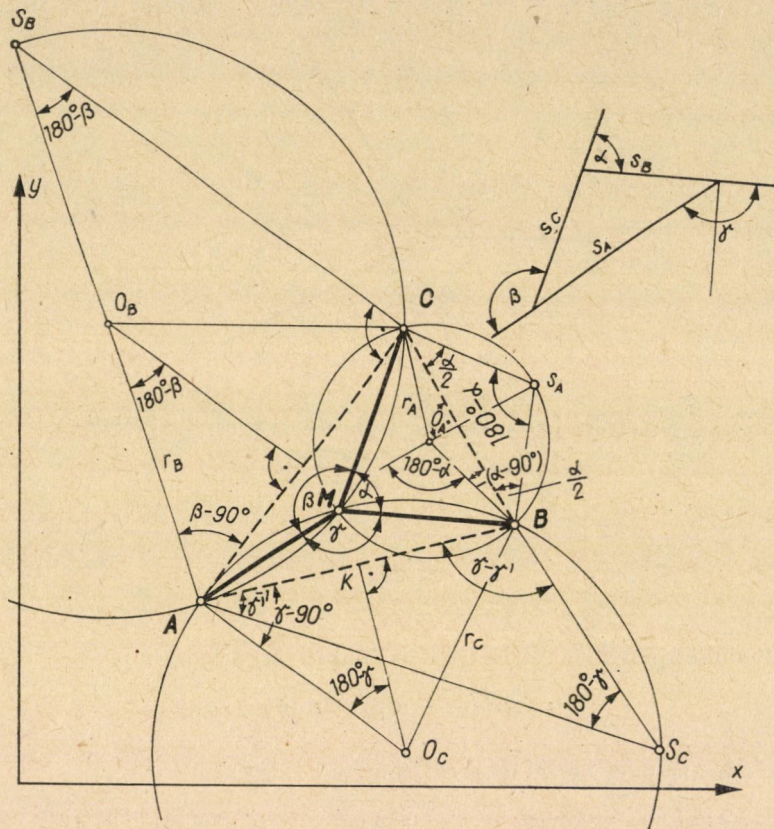
$$s_A : s_B : s_C = \sin (\varphi_C - \varphi_B) : \sin (\varphi_A - \varphi_C) : \sin (\varphi_B - \varphi_A). \quad (47)$$

Mivel azonban általánosan igaz, hogy $\sin a = \sin (180^\circ - a)$, ezért a látószögek olyan háromszög külső szögei, amelyeknek oldalai a súlyokkal arányosak. Ez az általános háromszögekre ismert sinus-tétel alapján egyszerűen belátható.

Ha tehát a grafikus szerkesztést szögmérő használata nélkül akarjuk elvégezni, akkor az 5. ábra szerint járunk el. Az egyes pontok súlyaival mint oldalakkal háromszöget szerkesztünk. Az így kapott háromszög külső szögei a keresett látószögek. Ezek ismeretében azok a sugarak, amelyeket a pauszpapírra kell rajzolni, egyszerű párhuzamos eltolással megszerkeszthetők. A továbbiakban úgy járunk el, ahogyan korábban elmondtuk.

Ennek a szerkesztésnek gyakorlatiasságán kívül az a jelentősége is megvan, hogy korábban általánosan igazolt tételeink szemléletesen is láthatók.

a) Az M pont csak akkor kereshető az adott pontokon kívül, ha az 5. ábra háromszöge megrajzolható. Ez pedig csak akkor lehetséges, ha két súlyösszege mindig nagyobb a harmadiknál. Ez a tétel az elemi síkgeometriából ismert.



6. ábra

b) (47) egyenletünkől is belátható, hogy a látószögek közül bármelyik csak akkor lehet 180° -nál nagyobb, ha a vele szemben levő pont súlyozása negatív.

A grafikus megoldás esetén természetesen a távolságokat is a térképről egyszerűen méretarány-helyesen vesszük le. Ilyenkor nem is keressük az M pont összrendezőit.

3. Az eddig leírt két, de lényegében azonos grafikus eljárás szigorúan véve nem szerkesztés, hanem az M pontnak próbálkozással való megkeresése.

Az M pont helyét síkgeometriai szerkesztéssel is meghatározhatjuk. Ilyenkor nem kell az előbb leírt próbálgatással élnünk. Ezt a szerkesztési módot matematikailag is leírhatjuk, ami az M pontnak számításal való meghatározását teszi lehetővé. Ez a hátrametszésnek egyik megoldását adhatja.

A 6. ábra szerint alapvetületben látható az adott három pont A , B és C . Ezeket összekötve kapjuk azt a háromszögű területet, amelyen belül a keresett M pont gyakorlatilag lehet. Az egyes távolságok súlyozásának értékeivel arányos másik háromszöget megszerkesztjük. Ennek a háromszögnek külső szögei az előbbieket szerint azok a látószögek, amely alatt az M pontból két-két adott pont látszik.

Meg kell tehát szerkesztenünk az adott ABC háromszög oldalaira mint húrokra a megfelelő szögű látókörciket. A három látókör közös pontja az M pont. Látókör alatt azt a kört értjük, melynek kerületéről az adott két pont a kiszámított szög alatt látszik.

A látókörok szerkesztését a 6. ábrán követjük végig.

Nézzük a B és C pontokat az a szög alatt látókör szerkesztését:

A látókör két pontja adott (BC). E két ponton át olyan kört kell szerkesztenünk, amely kerületének a háromszög felé eső pontjairól a \overline{BC} húr a szög alatt látszik. Következésképpen a kör kerületének a \overline{BC} húr ellenkező oldalán levő pontjairól ugyanez a húr $180^\circ - a$ szög alatt látszik. Ez a húr-négyszögekre vonatkozó ismert tétel alapján világos. Ezzel megszerkeszthető a körnek egy harmadik pontja, amivel a látókör egyértelműen meg van határozva.

Mérjük fel tehát a \overline{BC} húrból kiindulva kifelé a B pontban is és a C pontban is $\frac{a}{2}$ szöget. A két szögcszár az S_A segédpontban metszi egymást. Állítjuk, hogy ez az S_A pont a látókörnek egy pontja.

Az $S_A BC$ háromszögből belátható, hogy a $BS_A C$ szög $180^\circ - a$. A $BMCS_A$ húr-négyszögből is ezt kapjuk, mert a húr-négyszögek szemben fekvő szögeinek összege 180° . A $\overline{BS_A}$ és a $\overline{CS_A}$ húrok felező merőlegesei metszik a \overline{BC} oldalt belülről a szög alatt látókör O_A középpontját. Ez a kör tehát megszerkeszthető.

Hasonlóan határozható meg az \overline{AC} oldalt belülről β szög alatt látókör O_B középpontja is. Itt az S_B segédpontot úgy szerkesztettük meg, hogy az A pontból $\beta - 90^\circ$ -ot, a C pontból 90° -ot mértünk fel. Itt is belátható, hogy az $AS_B C$ szög értéke $180^\circ - \beta$, sőt a látókör középpontja O_B is azonnal adott, ugyanis THALES tételéből következik, hogy az $\overline{AS_B}$ távolság a kör átmérője, mivel $S_B CA$ szög derékszög. Tehát az O_B középpont helyét az $\overline{AS_B}$ távolság felezése adja. A két kör közös pontja a C és a keresett M pont. Ezzel a szerkesztéssel az M pont helye már egyértelműen meg van határozva.

Ha a harmadik (\overline{AB}) oldalra a γ szög alatt látókört is megszerkesztjük, az is keresztül kell menjen az M ponton. Ez a szerkesztés ellenőrzésül szolgál.

hat. Itt a külső S_C segédpontot egy általános γ' , ill. $\gamma - \gamma'$ szöggel határoztuk meg.

A kör középpontját O_C úgy is megkaphatjuk, az \overline{AB} oldalból kiindulva $\gamma - 90^\circ$ -os szögeket szerkesztünk, és a szögcsúcsok metszéspontja a kör középpontját O_C adja. Ugyanis az \widehat{AB} ívhez tartozó kerületi szög $180^\circ - \gamma$ lévén, az egyenlőszárú háromszögből következik, hogy a talpon levő két szög (O_CAB , ill. az ABO_C szögek) nagysága $\gamma - 90^\circ$.

Természetesen a látókörök szerkesztésének fenti módjai közül mindig a legmegfelelőbbet választjuk, nevezetesen azokat, amelyek határozottabb metszéspontokat adnak. Például a 6. ábrán az O_A pontot a $-(a - 90^\circ)$ -os szöggel szerkeszteniénk, igen hegyes metszést kapnánk, ami nagy bizonytalanságot okoz. Viszont az ott leírt szerkesztés majdnem merőleges metszést ad.

A többi szerkesztési megoldásokat néha kénytelenek vagyunk alkalmazni, mert esetleg nem férünk el a térképen.

Az M pont meghatározását is igyekszünk mindig két olyan körrel meghatározni, amely közel merőlegesen metszi egymást. A 6. ábra szerint például éles metszést kapunk, ha az O_A és O_B vagy az O_A és O_C középpontú körrel határozzuk meg M pont helyét, viszont igen rossz metszést kapnánk az O_B és O_C középpontú körökkel.

Az ábrából látható, hogy a látókörök középpontjai a háromszögön kívül esnek, ha a belülről való látószögek 90° -nál nagyobbak (O_B és O_C), és a háromszögön belülré kerül, ha a látószög kisebb 90° -nál (O_A).

Mindezek figyelembevételével M pont igen röviden és minden próbálgatás nélkül szerkeszthető meg.

Eljárhatunk úgy is, hogy a szerkesztés helyett kiszámítjuk a látókörök sugarait és ezzel szerkesztünk tovább. Ezzel tulajdonképpen a segédpontok megszerkesztését tesszük feleslegessé. A 6. ábra alapján a látókörök sugarai így írhatók:

$$r_A = \frac{\overline{BC}}{2 \cos(a - 90^\circ)} = \frac{BC}{2 \sin a}. \quad (48)$$

Ha a \overline{BC} távolságot koordináták segítségével írjuk fel és alkalmazzuk az ismert trigonometriai összefüggést, valamint behelyettesítjük a (15) egyenletet az egyszerűsítés után kapjuk:

$$r_A = s_B s_C \sqrt{\frac{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}{4 s_B^2 s_C^2 - (s_A^2 - s_C^2 - s_B^2)^2}}. \quad (49)$$

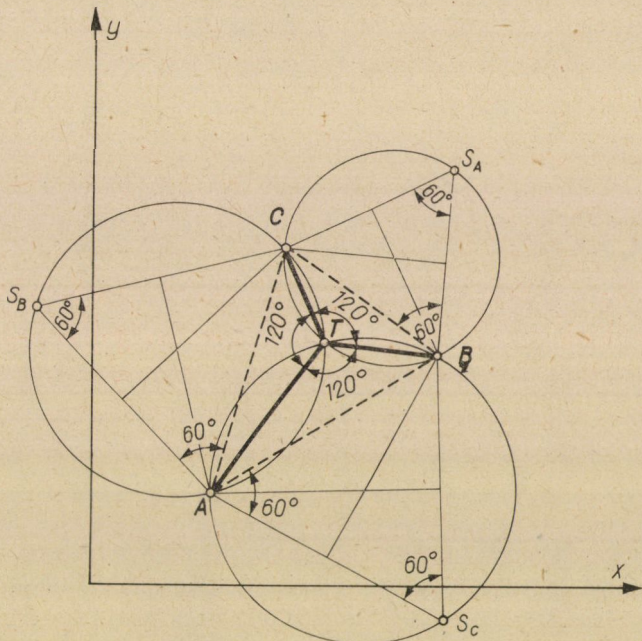
Hasonlóképpen kapjuk a másik két látókör sugarát is:

$$r_B = \frac{AC}{2 \cos(\beta - 90^\circ)} = s_A s_C \sqrt{\frac{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}{4 s_A^2 s_C^2 - (s_B^2 - s_A^2 - s_C^2)^2}} \quad (50)$$

és

$$r_C = \frac{\overline{AB}}{2 \cos(\gamma - 90^\circ)} = s_A s_B \sqrt{\frac{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}{4 s_A^2 s_B^2 - (s_C^2 - s_A^2 - s_B^2)^2}} \quad (51)$$

Ezekkel a sugarakkal a korábbi szerkesztés szintén elvégezhető. Két adott pont és a kör sugara ui. egyértelműen meghatározza a kört.

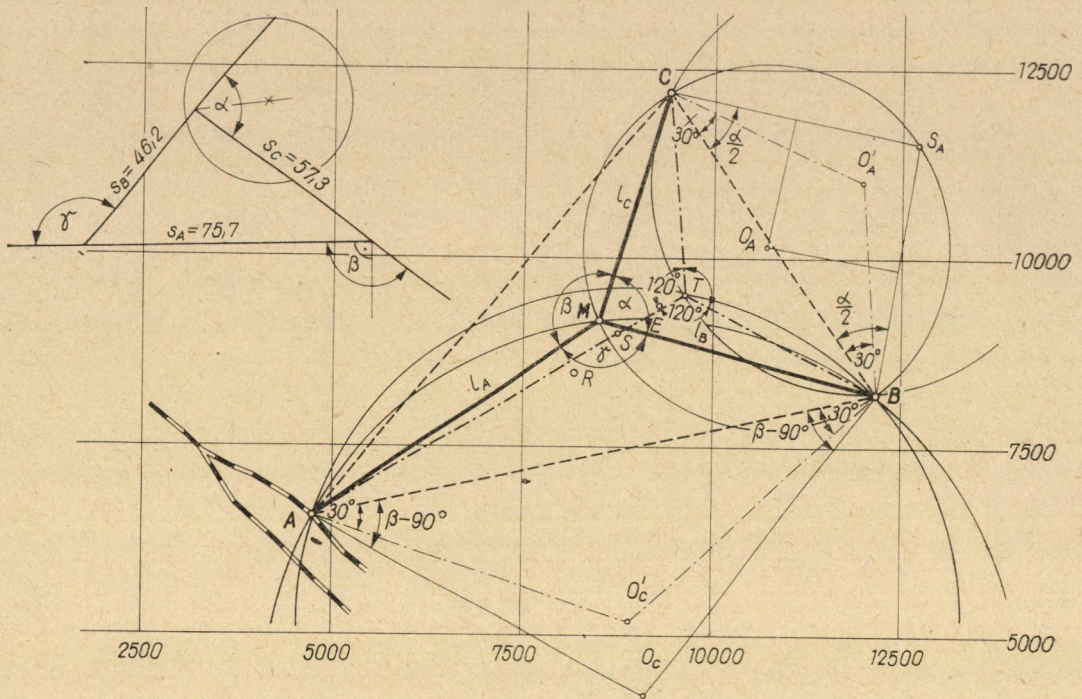


7. ábra

A fent leírt általános szerkesztés speciális alkalmazásaként egyszerűen minden próbálkozás nélkül oldható meg a távolságok legkisebb összegét adó pont is.

A 7. ábra szerint az ABC háromszög oldalaira kifelé egyenlő oldalú háromszögeket szerkesztünk. Tehát $\overline{AB} = \overline{AS}_C = \overline{BS}_C$ stb. Az egyenlő-oldalú háromszögek külső csúspontjai S_A , S_B és S_C a segédpontok. Az egyenlő-oldalú háromszögek köré írt körök a T pontban metszik egymást. Az előbbieik alapján belátható, hogy a T pontból két-két adott pont 120° alatt látszik.

4. Nagyon sok tervezésnél a szerkesztéssel elérhető pontosság kielégítő. Előfordulhat azonban esetleg, hogy nagyobb pontosságra kell törekednünk, vagy a térképen a szerkesztés nehézkes. Ilyenkor a számítási eljáráshoz kell folyamodnunk. A látószögek ismeretében ezt könnyen megtehetjük, mert belátható, hogy az M pont meghatározása a geodéziából ismert hátrametszési (Pothenet) feladat.



8. ábra

Mivel az ismeretlen M pont az ABC háromszögön belül van, minden esetben a hátrametszés legjobb alakzatával van dolgunk. A feladat mindig megoldható, a veszélyes kör közelébe viszonylag ritkán kerül a meghatározandó M pont.

A hátrametszési feladatnak igen sok megoldási alakja ismeretes. A bemutatott szerkesztés is leírható az analitikai geometria módszerével, amivel eljuthatunk a hátrametszés egyik megoldási alakjához.

Felírhatók ugyanis a körök középpontjainak koordinátái. Például a 6. ábra jelöléseivel az O_C középpontjának koordinátái:

$$u_{C_i}^r = \frac{x_A + x_B}{2} + \frac{y_A - y_B}{2} \operatorname{ctg} \gamma \quad (52)$$

és

$$v_C = \frac{y_A + y_B}{2} - \frac{x_A - x_B}{2} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (53)$$

Az (51), (52) és (53) egyenletekkel az O_C középpontú kör egyenlete már felírható. Hasonló elven írható fel a másik két kör egyenlete is.

A három másodfokú egyenlet kivonás révén két elsőfokú egyenletrendszer ad, amiből M pont koordinátái számíthatók. Ez a hátrametszés számítás

nem rövidebb az általánosan ismerteknél, így a további levezetéssel felesleges foglalkoznunk.

Példa: Az elméleti vizsgálatok után nézzünk egy igen egyszerű gyakorlati alkalmazást. A 8. ábrán alapvetületben látható egyik bányatröszt külszíni elrendezés új részletének a vázlata. Az *A* pontban központi osztályzó van. Ide kell eljuttatni a *B* és a *C* pontban telepített aknák termelvényét. A szállítás drótkötélpályán történik. Drótkötélpályán szállítják a biztosító anyagot is az aknához, mert a központi telep szintén az osztályzó mellett van. A drótkötélpálya üres oldalán visszaszállított biztosító anyag a kitermelt ásványmennységek kereknek 6%-a.

A *B* bányüzem kitermelhető ásványvagyona $Q_B = 25 \cdot 10^6$ tonna, a *C* bányüzem pedig $Q_C = 33 \cdot 10^6$ tonna, és így $Q_A = 58,10^6$ t.

Az előzetesen felvett (*S*) állomásra támaszkodva elvégezhető a szállítás fajlagos költségének, valamint a pálya beruházási fajlagos költségének kalkulálása.

B bányüzemtől *S*-ig $k_B = 1,7$ Ft/tkm, *C*-től *S*-ig $k_C = 1,6$ Ft/tkm és *S* ponttól *A* központi osztályzóig $k_A = 1,2$ Ft/tkm. A terep enyhén dombos, pályaépítés szempontjából közepes nehézségű. Az egyes szakaszok fajlagos beruházási költségei: $k_{dB} = 1200$ Ft/m, $k_{dC} = 1300$ Ft/m és $k_{dA} = 1900$ Ft/m. Az egyes pontok magasságai közel azonosak és így $\varepsilon \approx 0$ ez elhanyagolható.

Foglaljuk ezeket az adatokat táblázatba (1. táblázat):

1. táblázat

	A	B	C
Ásványvagyon t	58,10 ⁶	25,10 ⁶	33,10 ⁶
Fajl. száll. költség Ft/tkm	1,2	1,7	1,6
Egzyttható	Ásvány	1,00	1,00
	biztosító anyag	0,06	0,06
Fajlagos beruházás Ft/m	1900	1200	1300

Számítsuk ki a (2) képletnek megfelelően az egyes távolságok súlyozásának értékeit:

$$s_A = [58(1 + 0,06) 1,2 + 1,9] \cdot 10^6 = 75,676 \cdot 10^6 \text{ Ft/km}$$

$$s_B = [25(1 + 0,06) 1,7 + 1,2] \cdot 10^6 = 46,250 \cdot 10^6 \text{ Ft/km}$$

$$s_C = [33(1 + 0,06) 1,6 + 1,3] \cdot 10^6 = 57,268 \cdot 10^6 \text{ Ft/km}$$

Végezzük el ezekkel a súlyértékekkel a (14), (15) és (16) feltételei egyenletekkel előírt műveleteket. A részletszámítást foglaljuk táblázatba (2. táblázat).

2. táblázat

	A	B	C	A
$s \cdot 10^6$	75,676	46,250	57,268	75,676
$s^2 \cdot 10^{12}$	5 726,857	2 139,062	3 279,624	5 726,857
$2s_s \cdot 10^{12}$	7 000,030	5 297,290	8 667,626	

Helyettesítsük a 2. táblázat értékeit a korábbi egyenletekbe, kapjuk:

$$\cos(\varphi_C - \varphi_B) = \cos \alpha = \frac{5726,857 - 2139,062 - 3279,264}{5297,290} = +0,058\ 175$$

$$\cos(\varphi_A - \varphi_C) = \cos \beta = \frac{2139,062 - 5726,857 - 3279,624}{8667,626} = -0,792\ 306$$

$$\cos(\varphi_B - \varphi_A) = \cos \gamma = \frac{3279,624 - 5726,857 - 2139,062}{7000,030} = -0,655\ 182$$

Visszakeresve ezeket az értékeket kapjuk, hogy

$$\alpha = 86^\circ 40'$$

$$\beta = 142^\circ 24'$$

$$\gamma = 130^\circ 56'$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ 00'$$

Ezekkel a szögértékekkel az A , B és C koordináták ismeretében M pont hátrametszhető. Ezt a számítást most hagyjuk el, helyette a 8. ábrán szerkesztéssel határoztuk meg M pont helyét. Hasonló tervezésnél ez a pontosság kielégítő, mert mint látni fogjuk, az M pont környékén a K függvény nem változik túlságosan.

A 8. ábráról látható, hogy az előzetes S pontot, amely az ABC háromszög súlypontja, jól vettük fel, mert közel esik az M ponthoz. Tehát a fajlagos értékek újrakalkulálására nincs szükség.

Az ábráról leolvashatók a megfelelő távolságok is: $l_A = 4610$ m, $l_B = 3750$ m, $l_C = 4140$ m.

Ezekkel az adatokkal az (1) képlet alapján felírható a teljes költség:

$$\begin{aligned} K_M &= (75,676 \cdot 4,610 + 46,250 \cdot 3,750 + 57,268 \cdot 3,140) 10^6 = \\ &= 702\ 125\ 380 \approx 702,13 \text{ millió Ft.} \end{aligned}$$

Nézzük, mekkora lenne a költség, ha a T pontba, a távolságok legkisebb összegét biztosító ún. Toricelli-pontba képeznénk ki a csomópontot. A 8. ábrán ezt a pontot is megszerkesztettük a korábban elmondottak szerint. A távolságok tehát lemérhetőek $AT = 5710$ m, $BT = 2860$ m, $CT = 2690$ m.

Az összehasonlítás kedvéért tételezzük fel, hogy a fajlagos költségek nem változnak.

A valóságban k_A kissé csökken, de a k_B és k_C növekedne. Tehát ezt a feltételezést megtehetjük. Így a T pontban a költség értéke:

$$\begin{aligned} K_T &= 75\ 676 \cdot 5710 + 46\ 250 \cdot 2860 + 57\ 268 \cdot 2690 = 718\ 435\ 880 \approx \\ &\approx 718,44 \text{ millió Ft.} \end{aligned}$$

A különbség tehát:

$$K_T - K_M = 16\ 310\ 500 \approx 16,31 \text{ millió Ft.}$$

Ha viszont két külön kötélpályával közvetlenül szállítanánk az A osztályozóra a költség így alakulna akkor, ha a fajlagos költségek változását nem tekintjük:

$$K_A = 46\ 250 \cdot 7610 + 57\ 268 \cdot 7320 = 771\ 164\ 260 \approx 771,16 \text{ millió Ft.}$$

A különbség ekkor:

$$K_A - K_M = 69\ 038\ 880 \approx 69,04 \text{ millió Ft.}$$

Nézzük még a háromszög nevezetes pontjaiban a K függvény értékeit. Ez ugyan nem általános érvényű, mert mindenkor az ABC háromszög alakjának függvénye, de felvett példánkban érdekes összehasonlításra ad módot.

Az ABC háromszög S súlypontjában

$$K_S = 75\,676 \cdot 4710 + 46\,250 \cdot 3460 + 57\,268 \cdot 3250 = 702\,579\,960 \approx \\ \approx 702,58 \text{ millió Ft.}$$

A háromszög köré írható kör R középpontjában:

$$K_R = 75\,676 \cdot 3950 + 46\,250 \cdot 3950 + 57\,268 \cdot 3950 = 707\,816\,300 \approx \\ \approx 707,82 \text{ millió Ft.}$$

A háromszög oldalait belülről érintő kör E középpontjában pedig:

$$K_E = 75\,676 \cdot 5360 + 46\,250 \cdot 3110 + 57\,268 \cdot 2820 = 710\,956\,620 \approx \\ \approx 710,96 \text{ millió Ft.}$$

Foglaljuk az eredményeket táblázatba (3. táblázat).

3. táblázat

Pont jele	El m	K 10 ⁶ Ft	ΔK 10 ⁶ Ft
Minimum pont(M)	11 500	702,13	—
Súlypont(S)	11 420	702,58	0,45
Köréírható kör középpontja(R)	11 850	707,82	5,69
Béírható kör középpontja(E)	11 290	710,96	8,83
Toricelli pont(T)	11 260	718,44	16,31
A pont.....(A)	14 930	771,16	69,04

A táblázat adataiból látható, hogy az M pont környékén a K függvény nem változik nagy mértékben, tehát a szerkesztés kielégítő pontossággal határozza meg az M pont helyét. Ugyancsak megállapítható, hogy az ún. Toricelli-pont *ebben az esetben* kevésbé közelíti meg a minimum értékét, mint a háromszög bármelyik más nevezetes pontja. Végül az is megállapítható, hogy ezzel a pár perces szerkesztési munkával milliós nagyságrendű megtakarítás érhető el.

A fenti példa kapcsán feladható a következő gyakran előforduló probléma:

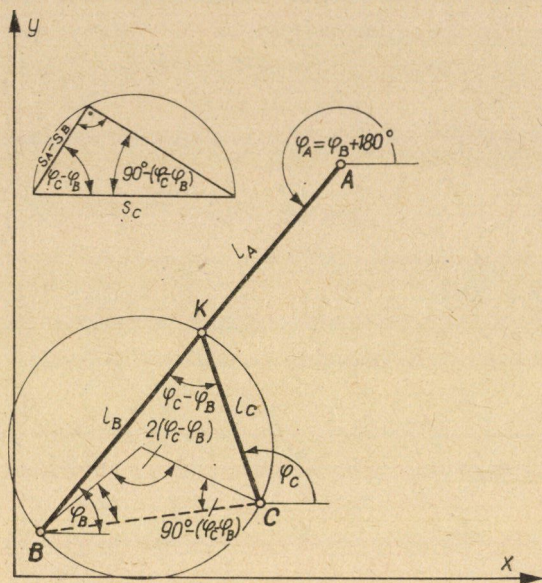
A 9. ábrán B akna már termelő üzem. Egyenesvonalú szállítóberendezéssel, pl. kötélpályával szállít az A osztályozóra. C pontban újabb termelő üzemet létesítettünk, amelynek ugyancsak az A osztályozóra kell eljuttatni a termelvényét. A K pontban középállomást létesítünk és az \overline{AK} szakaszt megerősítjük, hogy mind a két üzem termelvényét elszállíthassa. A CK szakasz új beruházás.

Ezekkel a feltételekkel számíthatók az egyes szakaszok súlyozásának értékei. Jelöljük az \overline{AK} szakasz súlyát s_A , a \overline{BK} szakaszét s_B és a \overline{CK} szakaszét pedig s_C -vel. Ha a K pont koordinátáját x és y -nal jelöljük, a következő függvény minimumát kell meghatározni:

$$K = s_A \sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2} + s_B \sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2} + \\ + s_C \sqrt{(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2} \quad (54)$$

a következő feltétel mellett:

$$y - y_B = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} (x - x_B) \quad (55)$$



9. ábra

Vezessük be feltételes szélső érték számításánál ismert LAGRANGE-féle multiplikatort (λ). Redukáljuk az (55) egyenletet nullára, szorozzuk meg λ -val és adjuk az (54) egyenlethez, kapjuk:

$$F = s_A \sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2} + s_B \sqrt{(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2} + s_C \sqrt{(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2} + \lambda \left[\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} (x - x_B) - y + y_B \right]. \quad (56)$$

Az (56) egyenletnek most már, mint közönséges két független változó függvénynek szélső értékét kereshetjük meg. Végezzük tehát mindkét független változó szerinti parciális differenciálhányadosát és tegyük 0-val egyenlővé:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0 = s_A \frac{x - x_A}{l_A} + s_B \frac{x - x_B}{l_B} + s_C \frac{x - x_C}{l_C} + \lambda \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \quad (57)$$

és

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 = s_A \frac{y - y_A}{l_A} + s_B \frac{y - y_B}{l_B} + s_C \frac{y - y_C}{l_C} - \lambda. \quad (58)$$

A korábban alkalmazott helyettesítéseket alkalmazva és figyelemmel arra, hogy a 9. ábra alapján érvényes a következő két összefüggés is.

$$\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \operatorname{tg} \varphi_B \quad \text{és} \quad \varphi_A = 180^\circ + \varphi_B \quad (59)$$

kapjuk:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -s_A \cos \varphi_B + s_B \cos \varphi_B + s_C \cos \varphi_C + \lambda \operatorname{tg} \varphi_B = 0 \quad (60)$$

és

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -s_A \sin \varphi_B + s_B \sin \varphi_B + s_C \sin \varphi_C - \lambda = 0. \quad (61)$$

Szorozzuk meg a (60) egyenletet $\cos \varphi_B$ -vel, a (61)-et pedig $\sin \varphi_B$ -vel, adjuk össze a két egyenletet, végezzük el az egyszerűsítéseket és összevonásokat, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$(s_B - s_A)(\cos^2 \varphi_B + \sin^2 \varphi_B) + s_C(\cos \varphi_C \cos \varphi_B + \sin \varphi_C \sin \varphi_B) = 0. \quad (62)$$

Az ismert trigonometriai összefüggések alapján írható, hogy:

$$\cos(\varphi_C - \varphi_B) = \frac{s_A - s_B}{s_C}. \quad (63)$$

Ezzel a K középállomás helye számítható, mert a $\varphi_C - \varphi_B = BKC$ szög egyértelműen meghatározza K pont helyét. Számítani nem nehéz. Két egyenes metszéspontját kell tulajdonképpen meghatároznunk. Az egyik a meglevő AB egyenes, melynek egyenlete a feltételes szélsőértékkeresésnél már eleve adott (55. egyenlet). A másik egyenes a C ponton megy keresztül és irányszöge φ_C számítható: $\varphi_C = (\varphi_C - \varphi_B) + \varphi_B$. Itt a $\varphi_C - \varphi_B$ a (63) egyenletből adódik, φ_B pedig az (55) egyenes iránytangenséből. Nem is foglalkozunk vele tovább.

Helyette a 9. ábrán olyan egyszerű szerkesztési eljárást ismertetünk, amellyel általában elegendő pontosságot érünk el.

A $\varphi_C - \varphi_B$ szöget megszerkeszthetjük, ha az s_C -vel arányos távolság felé kört rajzolunk, majd az $s_A - s_B$ súllyal arányos távolsággal ezt a kört bemetszük. A körön kapott pontot a kör átmérőjével összekötve THALES-kört kapunk. A megrajzolt derékszögű háromszögből belátható, hogy

$$\cos(\varphi_C - \varphi_B) = \frac{s_A - s_B}{s_C}.$$

A \overline{BC} húrra a látókört már egyszerű megszerkeszteni, mert azzal a 6. ábra kapcsán igen részletesen foglalkozunk.

Az ábrán látható, hogy ha $s_A - s_B = 0$, a legjobb csatlakozás a merőleges, ha pedig $s_A - s_B > s_C$ a középállomás kialakítása előnytelen, hanem C üzemből is közvetlenül kell csatlakozni az A osztályzóra.

A szélsőérték létezésének és minimum voltának igazolását most mellőztük, mert ez a feladat is hasonló a korábban levezetethez. Ha a szükséges

vizsgálatot elvégeznénk, az (57) és (58) egyenletből látható, hogy formailag a (17), (18), (19) és (20) egyenleteket kapnánk. Ezért ezt indokoltan mellőztük.

Tanulmányunkban levezetett összefüggések érvényesek minden olyan problémára, ahol távolságösszegek különböző súllyal fordulnak elő. Felhasználhatók pl. szállító szalagok, kőolaj, földgáz, víz távvezetékek tervezésénél stb. is.

IRODALOM

1. DR. ZAMBÓ János: Bányászati telepítések analitikája. Műszaki Kiadó, Budapest 1960.
2. L. D. SEVJAKOV: Osznovü teorii proektirovanija ugolnüh saht. Ugletehizdat, Moszkva 1958.
3. SZÁSZ Pál: Differenciál- és integrálszámítás elemei. Tankönyvkiadó. Budapest, 1951.

ÖSSZEFOGLALÁS

A munka bányászati és általában ipartelepítési kérdéseknél gyakran előforduló azzal a problémával foglalkozik, amikor távolságösszegek különböző súllyal fordulnak elő. A súlyozott távolságösszeg legkedvezőbb értékét határozza meg analitikai úton. A problémát a bányászatban előforduló mozgás és mozgatás költségének tükrében műszakilag is vizsgálja. Három adott pontban levő különböző teher és a hozzátartozó utak különböző fajlagos beruházási értékének figyelembevételével írja fel a költségfüggvényt, és igazolja, hogy a költségfüggvénynek van optimális értéke. Az optimális pont helyéről bebizonyítja, hogy nem lehet a három adott ponttal meghatározott háromszög területén kívül, ha mindhárom távolság súlyozása pozitív. Ezután a csomópont optimális helyének gyakorlati meghatározásának módjait vizsgálja, majd gyakorlati példa megoldásával a probléma gazdasági oldalát világítja meg. Befejezésül még az üzemek rekonstrukciójánál előforduló kérdéssel foglalkozik, amikor meglevő egyenesvonalú pályára újabb egyenesvonalú pálya csatlakozásának helyét és lehetőségét vizsgálja. Végző eredményként ennek a kérdésnek megoldására is igen egyszerű szerkesztési módot ismertet, amely a legtöbb bányászati és ipari tervezésnél kielégítő pontosságot nyújt.

CSAVAROS SZIVATTYÚ

SZABÓ BÉLA

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

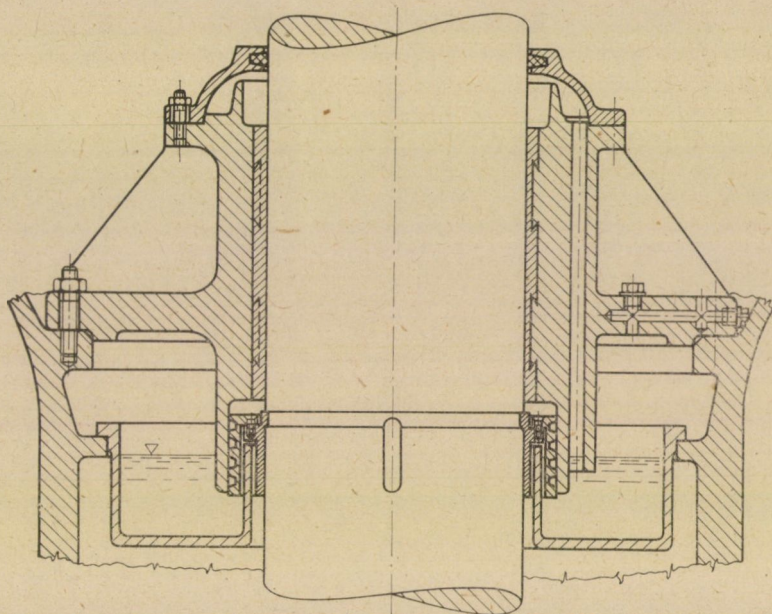
GANZ—MÁVAC KÖZPONTI VÍZGÉPTERVEZŐ IRODA, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. május 20-án]

A csavaros szivattyú sima perselyben forgó menetes csap, amelynek alsó része folyadékba, pl. olajba merül. Az orsó, forgása közben, az üzemi viszonyoktól és a szállított folyadék minőségétől függően, különböző mennyiségű és nyomású folyadékot szállít.

Ezen egyszerű szivattyúfajtát hazánkban a legkülönbözőbb területeken régóta alkalmazzák, így pl. felhasználták oszlopos-fűrógép kenőolajszivattyújaként, de alkalmazásra talált pl. függőleges tengelyű búzamosógép csapágytömítésénél, járműveken és egyéb helyeken is.

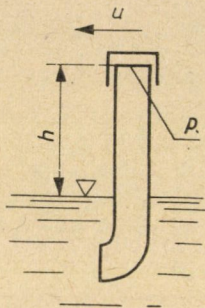
Az 1. ábrán vízturbina tengelyére szerelt, csapágykenőszivattyúként kialakított csavarszivattyú látható.



1. ábra

Sok éves tapasztalat bizonyította be ezen szivattyútípus két fontos tulajdonságát: könnyű elkészíthetőségét és feltétlen üzembiztonságát.

Bár e szivattyútípusnál a folyadék sűrűlésének jelentős szerepe van, és a centrifugális erő is befolyásolja a folyadék nyomását és mennyiségét, működési elve a mozdonyok ismert, ún. Ramsbottom-tápvízfelvevő berendezéséhez hasonlítható (2. ábra).



2. ábra

A szivattyú jelleggörbe várható alakjának, a kerületi sebesség, a geometriai méretek befolyásának megismerése céljából az alábbiakban leírt kísérlet-sorozatot végeztük.

A) Elméleti megfontolások

1. Az áramlás mikrovizsgálata

A belépéstől elegendő távol vizsgálva az áramlási viszonyokat, állandó csatorna keresztmetszet esetén, stacionárius üzemben, a centrifugális erőter, tömegerő és a rés-hatás figyelmen kívül hagyásával a Navier—Stokes-egyenletek $\left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial i} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial j} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial k} = - \frac{\partial U}{\partial i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial i} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial i^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial j^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial k^2} \right) \right]$ a szakirodalomban szokásos jelölésekkel a következő alakúak lesznek:

Az olajszállítás „ w_x^* ” sebességének meghatározására (3. ábra):

$$0 = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x^*}{\partial z^2} \right);$$

A csatorna „ x ” koordinátájú szelvényében a nyomás $p_x = p_0 - x(A' + B'\bar{w} + C'\bar{w}^2)$ alakban írható, ahol $\bar{w} = \frac{Q}{b \cdot a} = \frac{1}{b \cdot a} \iint_F w_x^* dy dz$ és A' , B' , C' arányossági tényezők, p_0 pedig a nyomás értéke a csatorna $x = 0$ koordinátájú szelvényében.

Az előző egyenletbe $\frac{\partial p}{\partial x}$ értékét beírva

$$\frac{\partial^2 w_x^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x^*}{\partial z^2} = A + B \left(\iint_F w_x^* dy dz \right) + C \left(\iint_F w_x^* dy dz \right)^2 \quad (1)$$

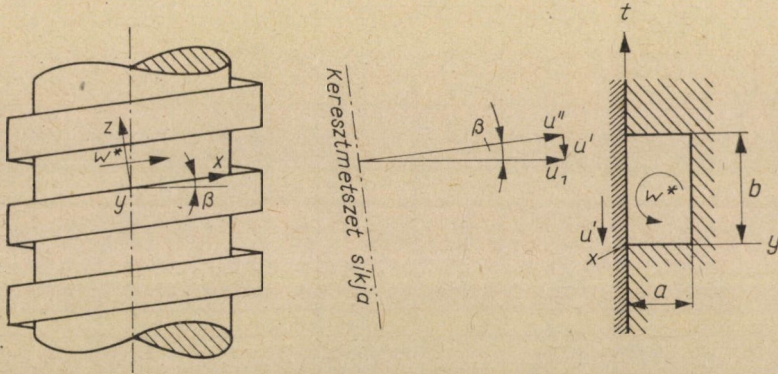
egyenlet kapható, ahol A , B , C arányossági tényezők.

A $w_{y,z}^*$ mellékmozgáshoz a Navier—Stokes-egyenletek írhatók fel:

$$\left. \begin{aligned} \nu \left(\frac{\partial^2 w_z^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_z^*}{\partial y^2} \right) &= \frac{\partial w_z^*}{\partial z} w_z^* + \frac{\partial w_z^*}{\partial y} w_y^* \\ \nu \left(\frac{\partial^2 w_y^*}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w_y^*}{\partial y^2} \right) &= \frac{\partial w_y^*}{\partial z} w_z^* + \frac{\partial w_y^*}{\partial y} w_y^* \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

A folytonosság egyenlete:

$$\frac{\partial w_x^*}{\partial x} + \frac{\partial w_y^*}{\partial y} + \frac{\partial w_z^*}{\partial z} = 0 \quad (3)$$



3. ábra

Az 1., 2., 3. differenciál-egyenletek határfeltételei ismertek (3. ábra)

$$\begin{aligned} y = 0\text{-nál} & \quad w_x^* = -u''; \quad w_y^* = u'; \quad w_z^* = 0 \\ y = a\text{-nál} & \quad w_x^* = 0 \quad w_y^* = 0 \quad w_z^* = 0 \\ z = 0\text{-nál} & \quad w_x^* = 0 \quad w_y^* = 0 \quad w_z^* = 0 \\ z = b\text{-nél} & \quad w_x^* = 0 \quad w_y^* = 0 \quad w_z^* = 0 \quad \text{és adottaknak tekinthetők.} \end{aligned}$$

2. Az áramlás makrovizsgálata

A szivattyú jelleggörbe alakjának a meghatározásához célszerűbb az áramlás makrovizsgálatából kiindulni.

a) A $p_{Q=0} = f(u)$ összefüggés a 2. ábrán látható jelölésekkel a következő:

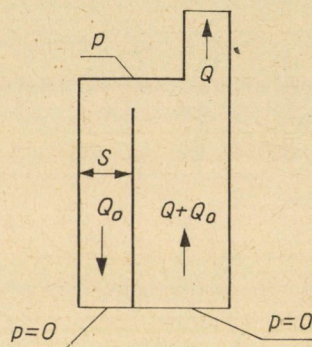
$$p_{Q=0} = \gamma \left(\frac{u^2}{2g} - h \right).$$

E képlet szerint a nyomás a kerületi sebesség második hatványával arányosan változik.

b) A $Q_{p=0} = f(u)$ összefüggést közelítőleg pl. a következő gondolatmenettel lehet meghatározni (3. ábra).

A feltételek szerint a szivattyú szállító magassága zérus, vagyis súrlódási veszteségek nincsenek: a folyadék ideálisnak tekinthető. Ebben az esetben a csatornában történő áramlást a folytonosság egyenlete határozza meg, vagyis a b és a oldalhosszúságú, négyzetkeresztmetszetű csatornán átömlő folyadék mennyiség — a menetemelkedést és a belépési viszonyokat figyelembe vevő k tényező bevezetésével — az orsó u ker. sebessége esetén $Q_{p=0} = k \cdot b \cdot a \cdot u$ képlet szerint számítható.

E képlet szerint, ha adott persely és magátmérő esetén a rést növeljük, úgy az a lineárisan csökken, ezért a rés növekedésével a szállított folyadék-mennyiség lineárisan csökken.



4. ábra

c) A $p = f(Q)$ jelleggörbe ($u = \text{áll.}$) meghatározásához — a csavaros szivattyút a 4. ábrán látható helyettesítő hidraulikai séma felhasználásával — a következő megfontolásból lehet kiindulni. (Itt p_0 a szállított folyadék elméletileg elérhető nyomása, att.; p a szállított folyadék nyomása att.; Q a szállított folyadék mennyisége; Q_0 rés veszteség; s rés méret; h' hidraulikai veszteség magasság; k^*, k', k'' arányossági tényezők):

lamináris áramlás esetén írható, hogy $p = p_0 - \gamma h' = p_0 - k'' \mu (Q + Q_0)$. A résveszteség egyenlete (átalakított Poiseuille-összefüggés):

$$p = k^* \frac{64}{R} \frac{l}{s} Q_0^2 = k' \frac{Q_0}{s}; \text{ ahonnan } Q_0 = \frac{p \cdot s}{k'};$$

Az előzőkből:

$$p = \frac{p_0 - Q \mu k''}{1 + \frac{k''}{k'} \mu s}$$

Ezen, a valóságot csak közelítő egyenlet szerint a $p = f(Q)$ jelleggörbe lineáris, és a rés növekedésével a nyomás hiperbolásan csökken.

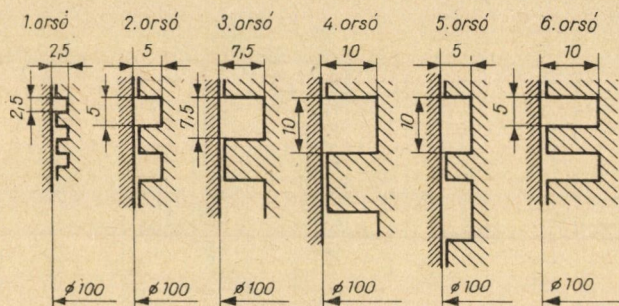
fordulatszám mellett — a_{01} volt a szükséges olaj túlfedés, úgy más, n fordulatszámhoz az $a_0 = a_{01} \left(\frac{n}{n_1} \right)^2$ összefüggés szerint kell az olaj túlfedést választani.

e) Az olajcsatorna alakja és hossza is befolyásolja az olajnyomást és szállítást: egyrészt a csatornának az álló persellyel határolt felületén a folyadék súrlódása nyomásnövekedést eredményez, másrészt a hidraulikai veszteségek a csatorna hosszával együtt növekednek.

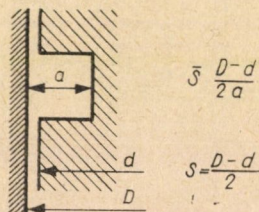
B) Kísérletek, kísérleti eredmények

A kísérleti berendezés vázlatja az 5. ábrán látható.

A kísérletek $D = 100$ mm állandó persely átmérővel történtek (6. ábra), és kizárólag egybekezdésű orsókkal folytak. Az orsók külső átmérője (d) az



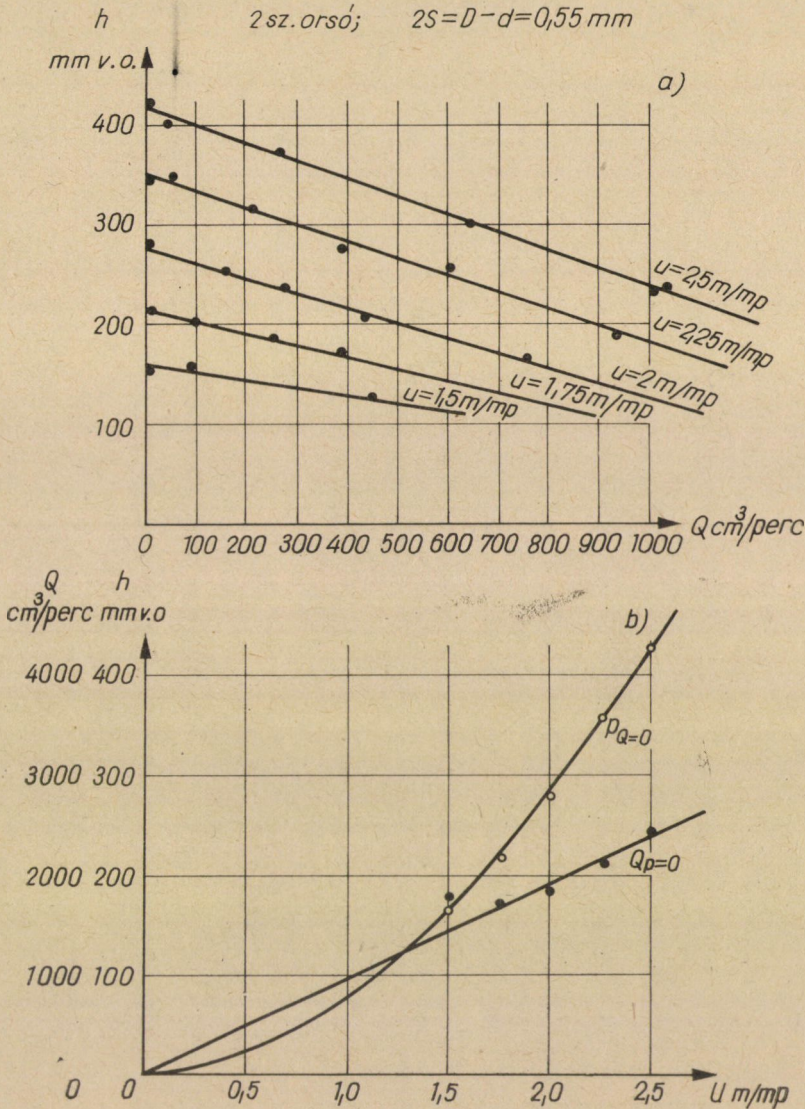
6. ábra



7. ábra

$S = \frac{D-d}{2}$ rés és az $\bar{S} = \frac{D-d}{2a}$ viszonylagos résméret növelése céljából — egy-egy mérés befejezése után — fokozatosan csökkent (7. ábra).

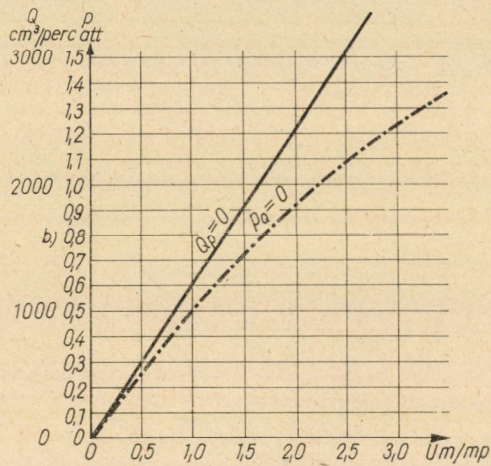
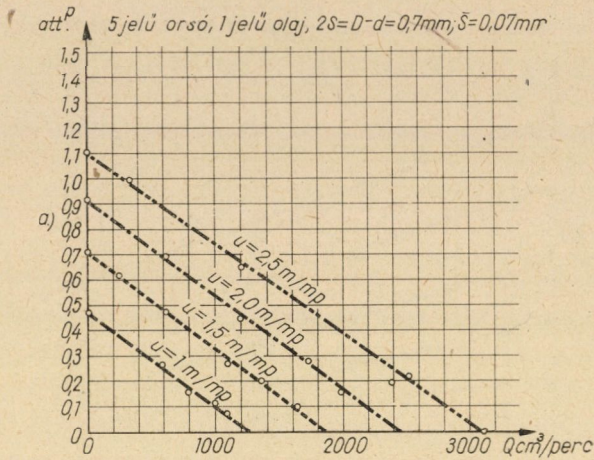
A 20—180 mp nagyságú időket versenyórával $\pm 0,3$ mp pontossággal, a 15—200 cm³ kifolyt térfogatokat $\pm 0,2$ cm³ hibával köbözéssel, a szivattyúba érkező olaj hőfokát hőmérővel $\pm 0,5$ C°, az orsó és a persely átmérőt $\pm 0,02$ mm pontossággal határoztuk meg. A fordulatszám állandóságát — elektronikus berendezés segítségével — $\pm 1,5\%$ belül lehetett biztosítani. A mérések folyamán az olaj hőfoka 22 ± 1 C° volt.



8. ábra

Az orsó anyaga A 37.11 jelű acél volt; az olajszállító csatorna $h_q = 3,2$; a külső átmérő $h_q = 0,8$ felületi simasággal rendelkezett. A persely A 50.11 jelű acélból készült, belső felületén $h_q = 0,8$ simasági mérőszámmal. A mérések vízzel és két, különböző viszkozitású olajjal történtek.

A kísérletek során maximális olajmennyiség, kerületi sebesség és hidraulikai sugár esetén, a kisebb viszkozitású olajra a következő Reynolds-számok adódtak:



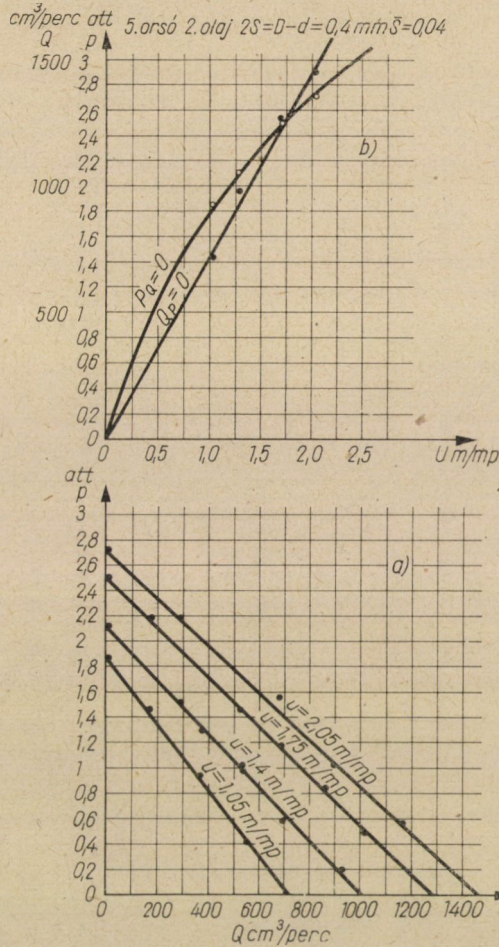
9. ábra

1. résmérettel és kerületi sebességgel: $R = 3,4$
2. csatornaméret és olajszáll. sebességgel: $R = 24$
3. csatornaméret és kerületi sebesség: $R = 68$

Mérési eredmények

1. Vízzel történő mérések

A folyadék sűrűlőds hatásának jelentős csökkentése céljából sor került egy kisebb kísérletsorozat vízzel történő elvégzésére. A 2 jelű orsó 0,275 mm résnél kapott mérési eredményei a következőkben találhatók.



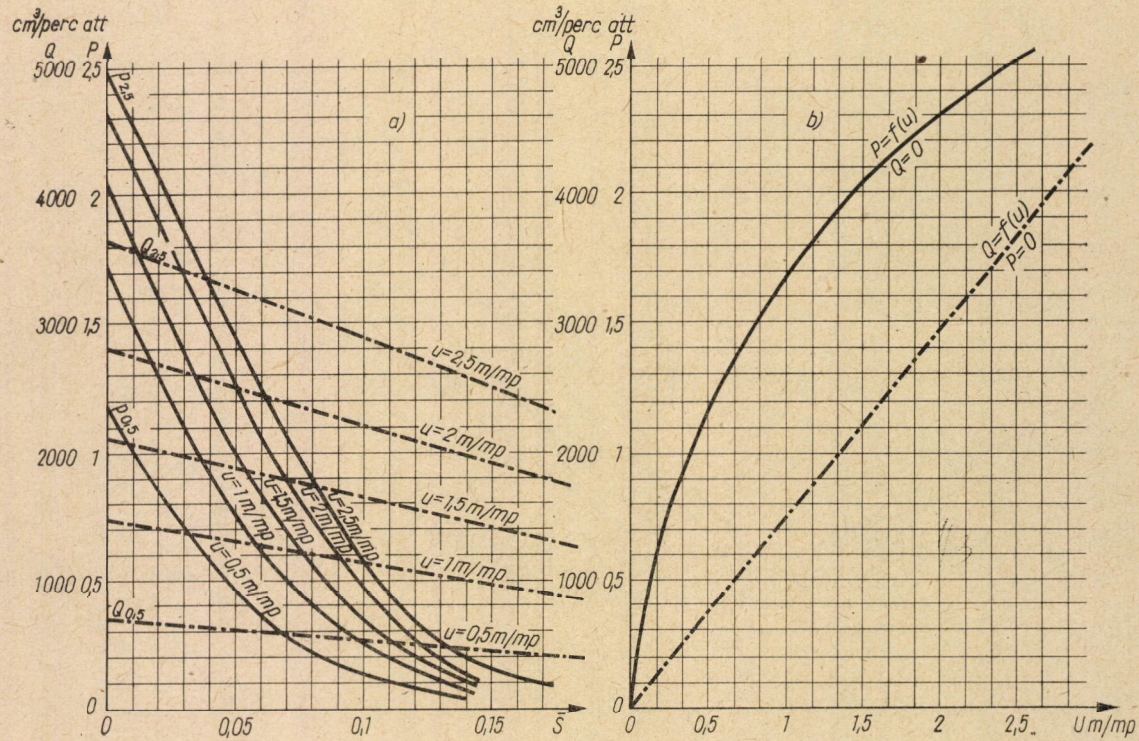
10. ábra

A 8a ábrán különböző kerületi sebességek esetén a nyomás és a vízszállítás összefüggése látható, míg a 8b ábra a $Q = 0$ vízszállításhoz tartozó nyomásértékeket és a $p = 0$ nyomáshoz tartozó szállított vízmennyiségeket mutatja a kerületi sebesség függvényében.

Hasonló jellegű görbék kaphatók a többi orsókra is, különböző rések esetén.

2. Olajjal történt mérések

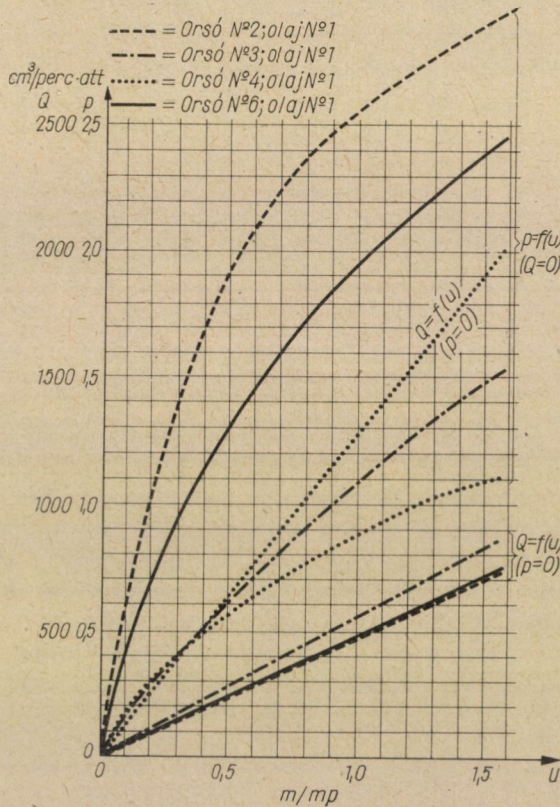
A mérésekhez — különböző orsók, rések és kerületi sebességek mellett — két különböző viszkozitású olaj került felhasználásra. Az 1 jelű olaj használatakor $\mu = 212 \cdot 10^{-4} \text{ kgmp/m}^2$ volt.



11. ábra

A 9a ábrán az 5. jelű orsó $\bar{s} = 0,07$ viszonylagos résméret mellett, 1 jelű olajjal felvett $p = f(Q)$ jelleggörbéje látható. A 9b ábra $Q = 0$ olajszállítás esetén a $p = f(u)$ és $p = 0$ esetén a $Q = f(u)$ összefüggéseket ábrázolja.

A 10a ábrán ugyanezen 5 jelű orsó $\bar{s} = 0,04$ viszonylagos résmérettel, és 2 jelű olajjal felvett $p = f(Q)$ jelleggörbéje látható, a 10b pedig a $p_{Q=0} = f(u)$ és $Q_{p=0} = f(u)$ összefüggések láthatók.



12. ábra

A 11a ábrán az 5 jelű orsó $p_{Q=0} = f(s)$ és $Q_{p=0} = f(s)$ értékeit látjuk, $u = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0$ és $2,5$ m/mp kerületi sebességeknél, különböző rések és 1 jelű olaj használatakor. (Ez az ábra a 9. ábrához hasonló, itt nem közölt görbék alapján készült.)

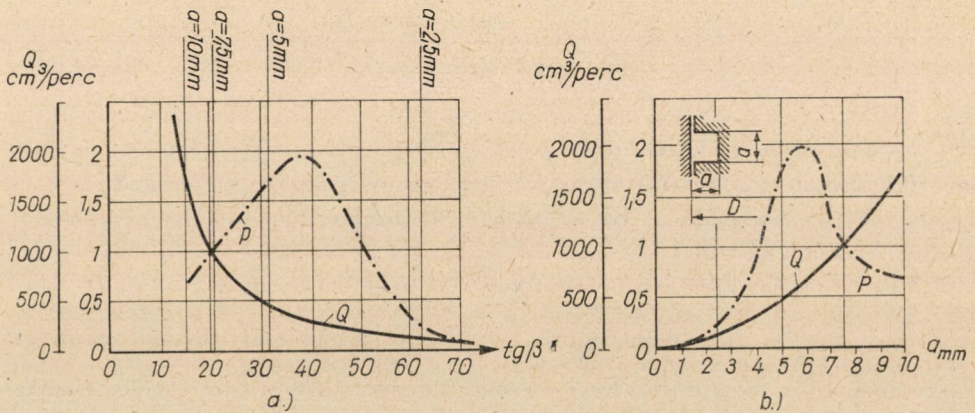
Az $s = 0$ értékre extrapolálva kapható meg a 11b ábra, vagyis $Q_{p=0, s=0} = f(u)$ és $p_{Q=0, s=0} = f(u)$ összefüggés, szintén az 1 jelű olaj használatakor, az 5 jelű orsónál. A 11b ábrához hasonló összefüggések a többi orsóra vonatkozóan a 12. ábrán láthatók.

A kísérleti eredmények a 2 jelű olajjal is elvégzett néhány mérésre vonatkozóan az alábbi táblázatban találhatóak.

$$\left(\frac{\mu 2 \text{ olaj}}{\mu 1 \text{ olaj}} = 2,83 \right)$$

Orsó jele	Viszonylagos rés $\frac{r}{s}$	Kerületi sebesség u m/mp	$\frac{P_{q=0 \text{ 2 olaj}}}{P_{q=0 \text{ 1 olaj}}}$	$\frac{Q_{p=0 \text{ 2 olaj}}}{Q_{p=0 \text{ 1 olaj}}}$
2	0,094	1,0	3,31	0,82
		2,0	2,80	0,82
		2,5	2,70	0,82
3	0,0093	1,0	3,5	1,0
		2,0	2,8	1,0
		2,5	2,75	1,0
4	0,020	1,0	3,20	0,95
		2,0	2,90	0,95
		2,5	2,85	0,95
5	0,040	1,0	2,05	1,0
		2,0	1,80	1,0
		2,5	1,70	1,0
6	0,020	1,0	1,47	0,85
		2,0	1,34	0,85
		2,5	1,29	0,85

A csatornaméretektől függően, adott, pl. 1,5 m/mp. kerületi sebesség és $s = 0,3$ mm résméret mellett, négyzetkeresztmetszetű csatornák esetében a 13a és 13b ábrán láthatók az olajnyomás és olajszállítás ($p_{q=0}$ és $Q_{p=0}$) görbéi. A 13a ábrán a $\operatorname{tg} \beta = \frac{D\pi}{2a}$, mint független változó függvényében, a



13. ábra

13b ábrán — kizárólag a jobb áttekinthetőség céljából — az a csatornaméret függvényében láthatók az említett görbék.

A görbék jellege a viszonylagos résméret függvényében, valamint más kerületi sebességek esetén is hasonló.

C) Mérési eredmények értékelése

1. A $p = f(Q)$ jelleggörbe, állandó rés, viszkozitás és kerületi sebesség esetén lineáris, összhangban az elmélettel.

2. A $p_{Q=0} = f(u)$ jelleggörbe víz esetén jól egyezik az elméletileg kapott négyzetes jelleggörbével, bár meg kell jegyezni, hogy az elért nyomás nagyobb $\frac{\rho u^2}{2}$ -nél. (Itt ρ a folyadék sűrűsége.) Ebből arra lehet következtetni, hogy a csatornában a mozgó csatorna álló perselyfallal érintkező részén a keletkező folyadéksúrlódásnak hatása van a nyomás létesítésében.

3. A $p_{Q=0} = f(u)$ jelleggörbe alakja olajok esetén nem is hasonló a vízzel kapott jelleggörbék alakjához, de a nyomások — azonos kerületi sebesség esetén — jelentősen nagyobbak. Ebből az következik, hogy a viszkozitásnak kettős befolyása van:

a) A belépési viszonyok a kerületi sebesség növekedésével erősen romlanak (különben közel négyzetes lenne az összefüggés).

b) A mozgó csatorna álló fallal érintkező részén keletkező folyadéksúrlódás az olajnyomást növeli.

A nyúlósági tényező értéke (μ) a nyomásra olyan befolyást gyakorolhat, hogy a jelleggörbe alakját is megváltoztatja. A súrlódás befolyása a nyomás szempontjából a sebesség növekedésével csökken, a szállítás szempontjából nem számottevő (lásd a táblázatot).

A súrlódás befolyásának értékelésére a következő durva megfontolás végezhető:

dimenzionális okokból:

$$p = p' + k \cdot \tau = k_1 u^2 + k_2' \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right).$$

Itt: p szállított folyadék nyomása; p' szállított folyadék nyomása folyadék súrlódás nélkül; τ csúsztató feszültség; k, k_1, k_2, k_2' arányossági tényezők.

Tekintve, hogy lamináris áramláskor a sebesség tér alakja különböző fordulatszámok esetén is hasonló, írható, hogy $p = k_1 u^2 + k_2 u$. Ezt az összefüggést u szerint differenciálva

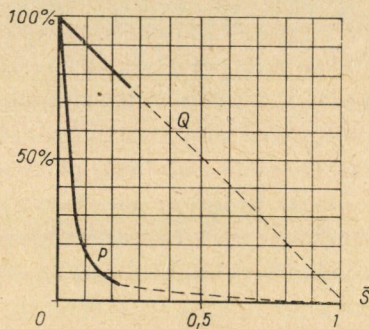
$$\frac{\partial p}{\partial u} = 2 k_1 u + k_2,$$

ami $u = 0$ -nál k_2 értéket ad.

A kerületi sebesség növekedésével a nyomásnak nőnie kell a $k_2 u$ -hoz, vagyis a súrlódás okozta nyomáshoz képest. A jelleggörbék alakjából következik, hogy később a súrlódásból adódó nyomásnövekedés egyre kisebb lesz, és ez erősebben csökken, mint a $\frac{\rho u^2}{2}$ -ből adódó nyomás növekedik: a tényleges jelleggörbe ugyanis az $u = 0$ -nál húzott érintő alatt megy.

A $p_{Q=0} = f(u)$ és $Q_{p=0} = f(u)$ jelleggörbék nagyobb kerületi sebességek esetén határérték felé tartanak, a beömlési viszonyok erős romlása miatt. (E határértéket üzemviteli okokból nem sikerült elérni.)

4. A minimális olajtúlfedés többszörösére növelésekor nem mutatkozott észrevehető különbség a nyomásban és a szállított olaj mennyiségében. A szük-



14. ábra

séges minimális olajtúlfedés (a_0) az adott elrendezés mellett $n = 1000$ /perc fordulatszámnál, az 1 és 2 jelű olaj esetében egyaránt kb. 10 mm volt.

A belépéshez az olaj forgását akadályozó bordákat helyezve, a szivattyú jelleggörbéjében nem volt észrevehető változás.

5. A $Q_{p=0} = f(u)$ kapcsolat lineárisra adódik mind víz, mind olaj esetén, az idevonatkozó megfontolásoknak megfelelően.

6. A geometriai méretek befolyása a szállított folyadékmennyiségre és a nyomásra a 13. ábrákon láthatók. A mérések szerint a maximális nyomás $a \approx 6$ mm-nél van, amelyet a vízzel történt mérések is igazoltak. A szállított mennyiség a csatorna keresztmetszet függvényében lineárisan, azaz az a méret függvényében kb. négyzetesen nő, a $Q = k \cdot a \cdot b \cdot u$ képletnek megfelelően.

A csatornák célszerű alakja téglalap, melynek hosszabb oldalát az álló persely határolja. A csatorna optimális hosszának megállapítására nem volt mód.

Rések befolyásával kapcsolatban megállapítható, hogy az jellegében egyezik az elméletileg kapott összefüggéssel: a folyadék szállítása lineárisan, a nyomás pedig hiperbolásan csökken a rés növekedésével. A 14. ábrán látható

a nyomás és folyadék szállítás százalékos változásának átlagértéke négyzetkeresztmetszetű csatornák esetén, a viszonylagos rés függvényében, ha $\bar{s} = 0$ értéknél elérhető nyomást és folyadékcszállítást 100-nak vesszük.

Következtetések

Víz esetén a kísérletek segítségével kapott és az elméletileg felírható jelleggörbék alakja jó egyezést mutat. Olaj esetén — annak nagyobb viszkozitása miatt — az $p_{Q=0} = f(u)$ görbe jellege is megváltozik; a többiek jellege megfelel az elméletileg kapható összefüggésnek.

A végzett kísérletek kis mennyisége nem teszi lehetővé, hogy azok alapján pontos adatokat kapjunk az adott olajszállítási és nyomási, nagy kivitelű csavaros szivattyúk pontos tervezéséhez; ez rendszerint nem is szükséges.

Más perselyátmérő, de azonos csatornaméreték mellett (b, a, s) a szivattyú jelleggörbéje nem sokat változik, bár valószínű, hogy a maximális nyomást adó csatornaméret módosul. Ez a belépési viszonyoktól (bordák elhelyezése, belépő tér kialakítása stb.) is függ.

Jó közelítésként felhasználható a 12. ábra, amely különböző csatornaméreték esetében az olajnyomásról ($p_{Q=0}$) és szállításról ($Q_{p=0}$) a kerületi sebesség függvényében ad képet, $s = 0$ értéknél. A rések hatása az előzőkben közölt 14. sz. diagram segítségével vehető figyelembe.

A viszkozitási tényező hatása a közölt táblázatot felhasználva értékelhető.

A közölt ábrák és táblázatok kb. $u = 2,5$ m/mp kerületi sebességig érvényesek (vagyis 1 m csapátmérőnél kb. $n = 50$ /perc fordulatszámig használhatók). E sebesség után nagyobb óvatosságra van szükség a tervezésnél.

IRODALOM

BÁNKI D.: Energia átalakulások folyadékokban. Budapest, 1919 Németh J.
DR. GRUBER J.—BLAHÓ M.: Folyadékok mechanikája. Tankönyvkiadó, Budapest, 1952.
BÁNKI DÓNÁT: Hidrogepek 1920 (Bánki kéziratának litográfált jegyzete 383—384. o.).

ÖSSZEFOGLALÁS

A csavaros olajszivattyú könnyen elkészíthető, üzembiztos, kisteljesítményű szivattyú-fajta, amely önálló vagy csapággal egybeszerelt kivitelben főleg kenőolajszivattyúként használható.

A 100 mm-es csapátmérőjű szivattyún végzett kísérletek segítségével ismeretessé vált a szivattyú térfogat (Q) — nyomás (p) jelleggörbéje; a kerületi sebesség (u), csatorna alak (a, b), rések (s) befolyása a folyadéknyomásra és a szállított mennyiségre.

A viszonylag kis viszkozitású folyadékkal, vízzel történt mérések eredményei az elméletileg felírható

$$p = f(u); Q = f(u); p = f(Q); Q = f(s); p = f(s)$$

összefüggéseket jellegükben igen jól követik; nagyobb viszkozitású folyadék (olaj) esetén a $p = f(u)$ jelleggörbe kivételével az egyezés kielégítő.

MÉRNÖKI MUNKÁLATOK A HAZAI MEZŐGAZDASÁG FEJLESZTÉSÉBEN

KUND EDE

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1960. június 20-án]

Nyugat-Európa termésátlagai legalább 50%-kal nagyobbak, mint hazánké. Régebben általában, de még most is tévesen sokan ezt annak tulajdonítják, hogy hazánk éghajlata kedvezőtlenebb, kevés a csapadék. A Német Demokratikus Köztársaság legnagyobb részén az évi átlagos csapadék 480 és 600 mm között van, tehát annyi, mint nálunk. Mások úgy vélik, hogy Nyugat-Európában, pl. Németországban sokkal intenzívebben, jobban gazdálkodnak, ugyanúgy gazdálkodva, mi is elérhetnénk vagy legalább megközelíthetnénk az ottani terméseredményeket. Ez a vélemény is téves. Nem azért kisebbek terméseink, mert nem úgy gazdálkodunk, hanem azért, mert úgy akarunk gazdálkodni, mint a nyugat-európaiak, különösen a németek. A mi éghajlatunk nem rosszabb, mint a nyugat-európai, de más. Az éghajlatot nem jellemzi az évi átlagos csapadék és az évi átlagos hőmérséklet. Belgiumban sem kisebb az évi átlagos hőmérséklet, mint nálunk, a szőlőt és a paradicsomot mégis üvegházakban termelik. A csapadékot sem jellemzi eléggé az évi átlag, sőt még havi átlag sem. Nálunk a csapadék havi eloszlása nagyon kedvező, az ország nagy részén június a legcsapadékosabb hónap, tehát midőn a leghosszabbak a napok, ezért a növényzet a legtöbb vizet tud hasznosítani. Februárban a legkevesebb a csapadék, midőn a növényzetnek alig van vízre szüksége. 1853—1937-ig, tehát 84 év alatt Budapesten csak egy hónapban volt 200 mm-t elérő csapadék: 1924. június hóban 211 mm, és csak egy hónapban egyáltalán nem volt csapadék: 1890. február havában. A következő legtöbb csapadék májusban volt: 195 mm. Az esősnek tartott ősz folyamán októberben 151 mm, novemberben 152 mm, decemberben 125 mm, januárban 116 mm volt 84 év alatt a legtöbb csapadék. Az is kedvező, hogy a felsorolt legcsapadékosabb hónapok között nincs kettő, mely ugyanarra az évre esett volna.

A jó vagy rossz termés nálunk elsősorban a csapadéktól függ. De nem az évi csapadék mennyiségétől, mert 20 mm-es, csendes májusi eső sokkal többet ér, mint 40 mm-es, rövid ideig tartó záporosó. Hazánk legnagyobb részén ritkán kevesebb 400 mm-nél, és soha sem több 900 mm-nél az évi csapadék. Termelt növényeink (búza, kukorica)-400 mm csapadéknak megfelelő, felhasz-

nálható vízmennyiséggel már jó közepes termést hozhatnak, amilyen országos átlagtermésünk még soha sem volt, de 900 mm-nek megfelelőt is fel tudnak használni, kitűnő — nálunk ismeretlen — terméssel hálálván azt meg. Az említett vízmennyiséggel azonban csak akkor tudják termesztett növényeink az említett jó termést hozni, ha az nemcsak leesik, hanem termesztett növényeink fel is használhatják. Nálunk ui. a csapadék legalább 40%-a elvész a növényzet számára. Legalább 10%-a azért, mert olyan kis, néhány mm-es csapadék alakjában kerül a talaj felszínére, hogy csak a legfelső egy-két cm-es réteget nedvesíti meg, ahol termesztett növényeinknek nincsenek szívó gyökereik, és néhány óra alatt elpárolog. A többinek, tehát az egész csapadék legfeljebb 90%-ának, átlagosan mintegy harmadrésze elfolyik, vagy ami gyakran még rosszabb, egyes kisebb területrészekre összefolyik, kipusztítva a vetést, vagy akadályozva a talaj művelését, bevetését. Az egész csapadéknak tehát legfeljebb 60%-a marad a növényzet részére. Ha az elfolyó, legalább 30%-ot megmentjük a növényzet részére, akkor a különben rendelkezésre álló, legfeljebb 60%-nyi csapadékvizet legalább másfélszeresére növeljük. Ez nagyobb hatású, mintha arányosan 50%-kal több csapadék esnék, mert a nyári záporoknak nem 30, hanem 50—80%-a is elfolyik, pedig éppen ekkor van a növényzetnek a legtöbb vízre szüksége.

A jó terméshez azonban nemcsak vízre, hanem megfelelő tápanyagokra és jó szerkezetű, humuszos talajra is szükség van. Az elfolyó és részben költéséges csatornákkal és szivattyúzással a folyókba juttatott víz, a talaj legértékesebb alkatrészeit, a vízben oldható növényi tápanyagokat, a vízben lebegő, legapróbb és legértékesebb talajszemcséket, a víznél könnyebb humuszt és humuszképző szerves anyagokat viszi el.

Az ember beavatkozása előtt minden növénytermesztésre alkalmas talajt, a mai sivatagokat is, dús növényzet borította, az éghajlati tényezők a növényzettel együtt alakították ki a csupasz sziklákon a termékeny talajréteget. A pusztulást, az elsivatagosodást az ember beavatkozása indította meg. Az emberiség történetében semminek sem volt olyan döntő jelentősége, mint az elfolyó víz által — az emberi beavatkozás hatására — okozott talajerózióknak, és az ennek nyomán egyes helyeken kifejlődött szélerózióknak, deflációknak. A mai világvárosokhoz hasonló méretű városok romjait takarja a sivatag homokja. Évezredekkel ezelőtt, midőn még bőségesen volt a legkedvezőbb éghajlatú vidékeken jó termőföld, az akkori csekélyszámú emberiség nem építette városait sivatagba, a ma is csodálatot keltő, hatalmas öntözőművekkel együtt. Történelmi adataink vannak arra, hogy ezek a sivatagok e városok felvirágzása idején dús növényzettel voltak borítva. Földünk éghajlata az utóbbi néhány ezer év folyamán lényegesen nem változott, az elsivatagosodást nem az éghajlat megváltozása okozta. Az elsivatagosodás összefügg az éghajlattal, de nem annak megváltozásával. Van olyan éghajlat, mely lehetővé teszi az elsivatagosodást, de az elsivatagosodás megindítása az emberi beavat-

kozás következménye. Van olyan éghajlat, melynek hatására az emberi beavatkozással bizonyos mértékig elpusztított talaj az emberi beavatkozás megszűnte után is tovább pusztul, önmagától nem válik ismét termővé. Ilyenek a mai sivatagok. Nyugat-Európa éghajlata alatt az emberi beavatkozás megszűnte után — a természetett növényeknél kevésbé igényes gyomok segítségével — új termőtalaj képződik. A mi éghajlatunk a kettő között van, a talaj további pusztulása aránylag könnyen megakadályozható, és a talaj termőképességének visszaállítása könnyen meggyorsítható.

Az elsivatagosodással gyakran együtt jár az elmozsarasodás, a csapadéktól és a domborzati viszonyoktól függően különböző mértékben és jelentőséggel. A megművelt talajról elfolyó víz a magával ragadott talajrészeket nem mindig és nem egész mennyiségükben viszi a tengerbe, ott hatalmas deltákat alkotva, hanem egy részüket már útközben a természetes és esetleg mesterséges vízfolyásokba rakja le, elzárva azokat. Az Ecsedi-láp helyén néhány száz év előtt kilenc virágzó falu állott, sőt a XII. században még a Fertő tó helyén is voltak emberi lakótelepek. Az utóbbi évtizedekben lecsápolt hazai mocsarak legtöbbször már előzően is lecsapolták, de minden következő lecsapolás hatása rövidebb ideig tartott, amint több és több lett a szántott terület. Alföldünk kiszáradása és elmozsarasodása ugyanannak az egy folyamatnak a következménye: a talajeróziójé. Nem állunk ezzel egyedül. A római birodalom bukása előtt, midőn Róma lakosságát az éhség mintegy tizedére csökkentette, írja egy római: „már nem esik annyi eső, hogy táplálja a vetéseket”. Ugyanaz Itália nagy részének beutazása után ezt írja: „a mezőségek mocsarakká váltak”.

Az újkor szédületes fejlődését Amerika felfedezése tette lehetővé, évszázadokra biztosítva folyton újabb, még soha nem művelt területek foglalását. Ez védte közvetve meg Európa talaját, mert lassította a még szántatlan területek feltörését, sőt — különösen a gyarmatosító államokban — lehetővé tette addig szántott területeknek is rétekké és legelőkké alakítását. Angolországban 1870 és 1930 között a szántóföld területe 31%-kal, a búzával bevetett terület 60%-kal csökkent, mert a megmaradt 69%-nyi szántóföld jelentékeny részén is a gabonatermelésről a talajt jobban védő takarmánytermelésre tértek át. Az eddig, és túlnyomó részben még az utolsó években is nálunk alkalmazott termelési móddal a kapásnövények, különösen a kukorica termelése veszélyezteteti legnagyobb mértékben talajunkat. Az utóbbi években a kukoricával bevetett területünk rohamosan nőtt, már a búzával bevetettet is meghaladja, ami sürgeti az okszerűbb, a talajt kevésbé veszélyeztető művelési módra való áttérést.

Tudomásom szerint Európában magyar mérnök foglalkozott először irodalmilag is a csapadékvíznek a leesés helyén való visszatartásával, az elfolyás vagy a mélyebben fekvő területekre összefolyás megakadályozásával. Idézem FARAGÓ Lipót „A belvív levezetése” című, a Magyar Mérnök és Építész Egylet aranyérmével jutalmazott, 1889-ben megjelent művéből a következőket:

„A víznek visszatartása ily hatásabb területeken abban áll, hogy a hátakon vízszintes árkokat ásunk, melyeknek semmi lefolyásuk nincsen . . . Ezen árkok egymástól való távolsága 60—100 méter, sőt több is lehet, a terület esése szerint, a belőlük kivájt földből pedig a lapos felőli oldalon töltést emelünk. Ezek az árkok és töltések megakadályozzák már most azt, hogy a víz a lejtőről lefuthasson a laposokba, de az árkok és töltések közelsége miatt, a visszatartott víz sem lesz annyi, hogy az árkok és maga a talaj hosszabb idő alatt bene tudnák inni.

A víz nem azért foly le természetes állapotban a területről, mivel a föld már telítve van, hanem azért, mert a felszíni lefolyásra kevesebb akadály van, mint a talaj kötöttségében a beszivárgásra. Az árkoknak nem kell okvetlenül a rétegvonalak irányában haladni és vízszinteseknek lenni, mert ezzel gazdasági kihasználásuk megnehezítették, vagy lehetetlenné válnék, hanem húzhatjuk őket egyenes vonalakban a dűlőkön és birtokhatárokon, csak hogy ily esetekben a töltés koronájának kell vízszintesnek lennie, hogy a laposokon a víz át ne bukják.”

Az utolsó mondat világítja meg, hogy milyen lépés hiányzott még a ma már világszerte alkalmazott sáncolásig. A sáncok megfelelő vonalvezetése helyett a vízszintestől tért el, és egymástól túlságosan távol javasolta a sáncok készítését. Így az aránylag nagy és nem is teljesen vízszintes területen belül káros vízösszefolyások keletkezhettek, azért ezt a skatulyázásnak nevezett eljárást szántóföldön nem is alkalmazták, hanem csak réteken és legelőkön.

Az irodalomban nem találtam adatot arra, hogy Európán kívül is valahol megelőzték volna hazánkat abban, hogy az egész leesett csapadékvízet helybentartsák, elfolyását megakadályozzák. Amerikában alkalmazták ugyan a MANGUM-ről, aki azt 1886-ban végezte először, elnevezett sáncolást, ez azonban nem tartotta vissza a vizet, sőt általában többet vezetett el, mint amennyi nélküle elfolyt volna, de nagymértékben csökkentette a vízzel elsodort talaj mennyiségét, tehát a talajeróziót. Ezt Amerika egyik legesapadékosabb vidékén fejlesztették ki, az első kísérleti intézet, mely ezzel foglalkozott, az Alabamai Mezőgazdasági és Gépészmérnöki Főiskola intézete volt, ahol az évi csapadék 1259 mm körül van. Ugyanilyen „hegyoldali árkokról” emlékezik meg az első amerikai mezőgazdasági egyesület megalapítója Solon ROBINSON 1845-ben.

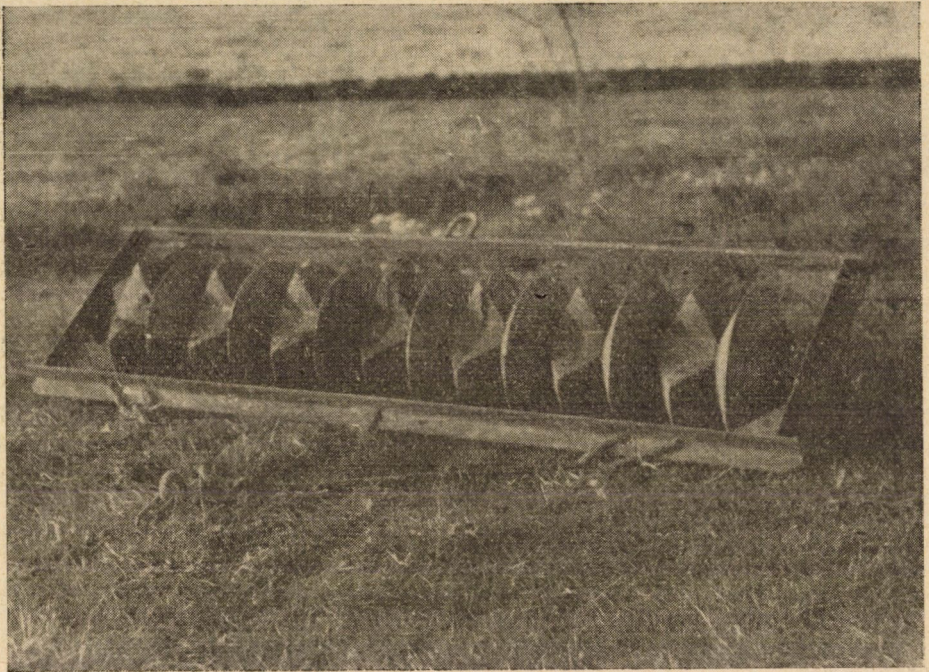
A csapadékvíz teljes visszatartását legtökéletesebben a vízszintes sáncolás biztosítja. Lényege hosszú lejtőnek rövidebb, 10—40 m-es szakaszokra tagolása úgy, hogy az egyik szakasról ne folyhasson víz a másikra, de a talajművelő gépek akadálytalanul közlekedhessenek, a sánc ne csökkentse a termő területet. Hazánk legnagyobb részén ilyen vízszintes sáncolás a megfelelő. Csapadékosabb vidéken, pl. az ország nyugati határszélén, vagy nagyon vízátthatlan és meredek talajon, ahol nem kívánatos az egész csapadékvíz visszatartása, a lejtős sáncolás célszerűbb, melynek legfeljebb fél százalék, a terep lejtésére keresztirányú hosszlejtése van, ennyivel tér el a rétegvonaltól. Szántóföldet annál inkább érdemes sáncolni, mennél kisebb a lejtése. Gyakorlatilag sík, szabad szemmel észre nem vehető lejtésű szántóföldön a sáncolás költsége nem nagyobb egy közép mély szántás költségénél, a gépi művelést egyáltalán nem akadályozza, a termést nagymértékben, gyakran kétszeresére is növeli, emellett belvízkárokat megakadályoz, belvízvédelmi munkát megtakarít. 10—12%-nál meredekebb lejtőn a sáncok már lényegesen akadályozhatják, 15—20%-os lejtőn sokszor lehetetlenné teszik a gépesített szántóföldi munkát.

Ennél sokkal meredekebb lejtőt is lehet sáncolni, de nem szántóföldi művelés céljára. Gyümölcsös létesítése előtt majdnem mindig, erdősítés, vagy lejtős szántóföldet védő, vízszintes erdősávok létesítése előtt rendszerint célszerű a sáncolás.

Bár a talajvédelemmel több mint 50 év óta foglalkozom, az első nagyobb arányú és a mai tudásunkkal is tökéletesnek minősíthető sáncolást 1934-ben Felsőiregen (ma Iregszemcse) végeztük. Már az első 90 kat. hold 10–15% lejtésű, nagymértékben lemosott szántóföld sáncolása teljes eredménnyel járt. 50 mm körüli eső kétszer olyan mélyen (40–42 cm) áztatta át a sáncolt területet, mint a mellette ugyancsak kukoricával bevetett, hasonló táblát. A termés is kétszeres volt. A következő évben a Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem pátyi tangazdaságában sáncoltunk 72 kat. hold, láthatóan lemosott, világossárga színű, köves, a gazdaság részéről búzatermelésre alkalmatlannak minősített területet. A talaj három év alatt anélkül, hogy közben istállótrágyát kapott volna, teljesen megváltozott, a kövek nagy része eltűnt, színe megsötétedett. Erre a gazdaság búzát vetett és kat. holdanként 18 q-n felül aratott. A következő években a 800 kat. holdas gazdaság nagy részét sáncoltuk, sáncolt területen sohasem termett kat. holdanként 16 q-nál kevesebb búza. Egyik tábláról pl. a gazdaság jelentése ezt mondja: „Teljesen lemosott talaj, egy völgy, jobban mondva vízmosás két oldala.” Itt a gazdaság nem akart szántóföldi művelést folytatni, hanem birkalegelőnek szánta. Sáncolás után az első évben 26,9 q moharszéna, a következő évben 200 q istállótrágyával 110 q burgonya termett, ami több mint kétszerese az országos átlagnak. Sáncolás előtt a legnagyobb kukoricatermés a gazdaságban kat. holdanként 12,71 q volt, sáncolás után a következő termések voltak: 35,20, 20,58, 28,60, 35, 29,06 q. Rázsó Imre, jelenleg a Műszaki Egyetem mezőgazdasági géptani tanszékének vezetője, a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja, egyik erdélyi sáncolásról a következőket írja: „Míg a nem sáncolt részeken a zab sárgás és csak alig arasznyi volt, a sáncolt részeken a legtöbb helyen buja, élénkzöld fejlődést mutatott és mellig ért, . . . a tábla sáncolt részein kat. holdanként 24 q zab termett.” Erdélyben Rázsó ismertette meg a sáncolást, több helyen végzett, kiválóan eredményes munkájával. Első munkatársam ezen a téren KÉGL János volt, jelenleg a Műszaki Egyetem mezőgazdasági géptani tanszékén docens. A talajvédelemmel és a csapadék kihasználásának tökéletesítésével jelenleg a legintenzívebben és a legnagyobb eredménnyel LAMMEL Kálmán gépészmérnök, a Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet osztályvezetője foglalkozik. „Lejtős területek művelése” című, 1958-ban megjelent könyve nemcsak a legújabb, hanem a legteljesebb ismertetése ennek a tudományágnak.

A víz egyenletes elosztása és a sáncok karbantartása szempontjából legjobb lenne mindig a sáncokkal párhuzamosan szántani-vetni. Gyakorlatilag sík földek lejtése azonban általában annyira szabálytalan, hogy az ilyen művelés traktorral majdnem kivihetetlen lenne, és csak a sáncok karbantartása

tekintetében nyújtana némi előnyt. Az ilyen területet legcélszerűbb a sáncokra való tekintet nélkül művelni, és a sáncokat évenként vagy kétévenként néhány ekemenettel, vetés után esetleg helyenként egy-egy kapavágással kiigazítani. Megközelítően egy irányban lejtő területet, akár sáncolva van, akár nem, a lejtésre lehetőleg merőlegesen, tehát a rétegvonalak irányában kell művelni, és a szántással — ellentétben az eddig szokásossal — felfelé fordítani a barázdát.



1. ábra -

Ehhez váltvaforogató ekére van szükség, és ha a lejtés 8—10%-nál nagyobb, a jelenleginél sokkal szélesebb barázdát szántó eketestekre. A szélesebb barázdászelet nagyobb szöggel fordul át, nem fordul vagy omlik vissza a barázdába. A lefelé forgatással szántott lejtő a háztető cserepezéséhez hasonlóan lefelé vezeti a vizet. A felfelé forgatással szántott olyan, mintha a cserép rakását a tető gerincénél kezdenék, és az alsó cserép feküdne a felsőre. Így a felső cserép a vizet az alsó cserép alá vezetné: a padlástérbe. Ugyanezt teszi a felfelé forgatott barázdászelet is, a szántott réteg alá vezeti a vizet, a vízben lebegő talajzemsékkal és humuszképző növényi maradványokkal együtt. A traktornak is jobb az ilyen szántás, mert az emelkedés felé eső kereke járván a barázdá-

ban, meredek lejtőn is közel vízszintes helyzetben szánt. Ezzel szemben lefelé forgatás közben a barázda mélysége is növeli a traktor oldallejtését, ami nemcsak csökkenti a traktor vonóerejét, hanem nagymértékben növeli az elhasználódását is. További előnye a felfelé forgatásnak, hogy a lejtőn állandóan lefelé vándorló talajt a szántás mindig felfelé viszi, mennél szélesebb a barázda, annál nagyobb mértékben. Ha lefelé forgat az eke, segíti a talaj lehordását.



2. ábra

A felfelé forgatással végzett szántás csak addig tart lényegesen több vizet vissza, mint a lefelé forgatással végzett, míg nem részesül további elmunkálásban, tehát a tavaszi vetések alá végzett őszi szántás a tavaszi első munkáig, az elsimításig. Nyáron vagy tavasszal végzett szántást a legtöbb esetben azonnal további elmunkálásban kell részesíteni. Hogy elsimított szántáson, sőt vetésen is meg lehessen akadályozni a víz el- vagy összefolyását, szerkesztettem a víztároló (skatulyázó) gyűrűshengert (1. ábra), melynek gyűrűi nem folytonosak, hanem minden egyes gyűrű — az egymás mellett levők egymáshoz képest 180° -kal eltolva — kivágással van megszakítva. Ezáltal a talajba nyomott mélyedések nem folytonosak (2. ábra), ezért az ilyen hengerrel megjárt

talajon akkor sem folyhat el vagy össze a víz, ha a henger nem járt pontosan vízszintesen. Különösen lejtős terepen a tarlóhántást célszerű lehet mélyebb talajlazítással összekötni, hogy a víztároló gyűrűshenger megfelelő munkát végezhesen.

A vízszintes, a rétegvonalak irányában végzett szántás, vetés, szabályos sorközművelés traktorral a legtöbb esetben lehetetlen. A szokásos, csak kb. vízszintes művelés nem mindig védi a talajt az elmosástól, nem biztosítja az egyenletes vízelosztást, sőt gyakran előmozdítja a terület általános lejtésének irányában vízfolyások, teknők növekedését, és azokban árkos, szakadékos vízmosások keletkezését. A lejtés fő irányára keresztirányban haladó barázdák ugyanis a hullámvölgyek, teknők legmélyebb vonala felé lejtnek, és az ezek között fekvő hátaokról ide-vezetik a víz egy részét. A víz folyásának iránya megfordítható, a teknőkből a víz a hátaakra vezethető, olyan módon, hogy a művelés irányával a háta felé haladva — az általános lejtést tekintve — a rétegvonaltól kissé lefelé, a teknők felé haladva felfelé térünk el. Ez az eltérés azonban csak olyan kis mértékű lehet, hogy a művelés irányának a lejtése sehol sem haladja meg a néhány százalékot. Nem nagyon változatos lejtésű táblán így az összes barázdák párhuzamosak lehetnek. Ha a táblán olyan változatos a lejtés, hogy ily módon nem lehetne párhuzamos barázdákkal szántani, vagy már bevetett földön kívánjuk a víz káros, eróziós hatását csökkenteni és a nedvesség elosztását egyenletesebbé tenni, egymástól 10—30 méter távolságra a teknőkből (természetes vízfolyásokból) a háta felé néhány százalékkal lejtő (a rétegvonaltól kismértékben lefelé eltérő) egyszerű, lefelé forgatott barázdákat húzunk, és ezekkel a mélyebb vonulatokból a vizet a hátaakra vezetjük. Ezek a barázdák is megakadályozzák a csapadékvíznek a mélyebb részekre való összefolyását, azok tovább mélyítését és vízmosásos árkok keletkezését, több vizet kényszerítenek beszivárgásra, és egyenletesebbé teszik a tábla vízellátását.

Nagy területen termesztett növényeink közül erózió szempontjából a kukorica termesztése a legveszélyesebb. A kérdés tisztázására szükséges a következőket előrebocsátani. Az eróziót legtöbbször a talaj felületére nagy sebességgel ütődő esőcseppek indítják meg. A talajszemcséket, melyek a meg nem bolygatott vagy helyesen művelt, jó szerkezetű talajban nagyobb, a nem túl gyorsan folyó vízzel meg nem mozdítható morzsákká vannak összetapadva, a leeső víz energiája választja el elemi szemcsékké, mennél nagyobbak a vízcseppek és mennél magasabbról esnek, annál gyorsabban. Az elválasztott talajszemcséket bármilyen lassan folyó víz, még teljesen sík területről is elviheti. Ha megszűnik az eső, azonnal megkezdődik a kiülepedés, mennél lassúbb a víz folyása, annál gyorsabban. Ha a talaj az egész vizet beissza úgy, hogy nincs vízfolyás, akkor erózió sem lehet, de ekkor sem közömbös, hogy érik-e nagy sebességgel érkező, nagy cseppek a talaj felületét, melyek a talaj szerkezetét ekkor is rontják, ami a talaj vízbefogadását lassítja, víztartóképességét (víz-

kapacitását) csökkenti, a talaj felületét — kiszáradás után — megkeményíti, mindez növeli az elfolyó víz mennyiségét, és egy következő eső alkalmával erózióra vezethet. Az egyszer megkezdődött erózió rendszerint rohamosan fokozódik, mert a humuszban szegényebb talajrétegek lassabban és kevesebb vizet vesznek be, növekszik az elfolyó víz mennyisége, a rosszabb szerkezetű altalaj szemcséi kevésbé alkotnak morzsákat, ami nemcsak meggyorsítja az eróziót, hanem a leeső vízcseppek ütő hatása nélkül is lehetővé teszi. Az állandó, jó növénytakaró megakadályozza az erózió megindulását, mert megvédi a talajt az esőcseppek ütő hatásával szemben. A sűrű növényzet a lefolyó víz sebességét is csökkenti, a lassabban folyó vízből a már megmozdított, lebegő talajszemcsék egy része is kiülepszik, a lassabban folyó vízből többet nyel el a talaj. A kukorica az év kis részén át, és kevés, keskeny levelével akkor is csak nagyon kis mértékben védi a talajt az esőcseppek közvetlen ütő hatásával szemben, és kevésbé fékezi a lefolyó víz sebességét. Az esőcseppek ütő hatásával szemben nyújtott védőhatást még a nálunk szokásos — a termést egyébként is csökkentő — fattyazás is kisebbíti. A fattyazás különben annál nagyobb mértékben csökkenti a termést, mennél több víz áll a növény rendelkezésére, nagy szárazság és az előzőekben elmondottakat figyelembe nem vevő, helytelen agrotechnika esetén növelheti is. A fattyazás mellőzésére vonatkozó javaslatom elbírálására az Észak-Dunántúli Mezőgazdasági Kísérleti Intézet (Magyaróvár) négy sorozatban 1953-ban végrehajtott kísérlete szerint a nem fattyazott kukorica 21,6—34,1%-kal, átlag 26,4%-kal adott nagyobb csöves termést, mint a fattyazott. A fattyazott és nem fattyazott parcellák érési ideje között eltérés nem mutatkozott, nem volt különbség a csöves termés nedvességtartalmában sem. Mindezt a szovjet kísérletek is igazolják. A nem fattyazott kukorica szára betakarításkor még a fattyun sok zöld levéllel, silózásra kiválóan alkalmas, igen nagy mennyiségű takarmányt is ad.

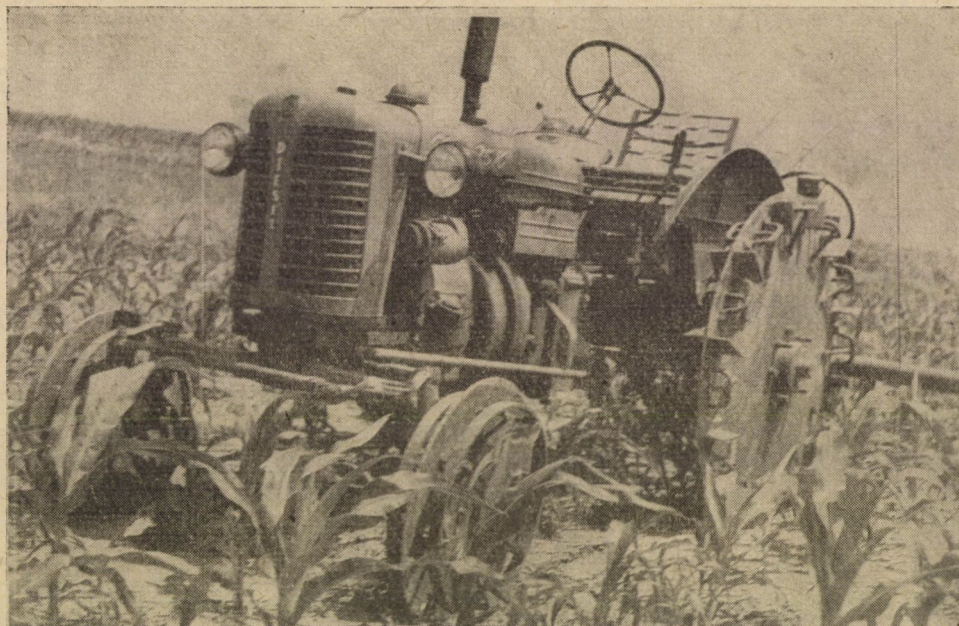
A kapásnövények termesztése a kapálással is előmozdítja a talajeróziót. A kapálás egyelőre nem nélkülözhető, mert gyomirtás nélkül még fél termést sem adnak a kapásnövények, a gyomot pedig egyelőre kapálással irthatjuk a leggazdaságosabban. Néhány évtized előtt még az volt az általános vélemény, sőt még a legtöbb újabb könyvben is azt olvashatjuk, hogy a kapálásnak nem a gyomirtás a legfőbb célja, ha nincs gyom, akkor is kell kapálni, mert a kapálás akadályozza a talaj kiszáradását. Saját kísérleteim és a helyesen végzett és kiértékelt külföldi kísérletek ezt a tudományos alapot nélkülöző véleményt már negyed évszázad előtt megdöntötték, de ez általános elismerésre csak a Magyar Tudományos Akadémia Mezőgazdasági Kutató Intézetének (Martonvásár) az utóbbi években végzett kísérletei hatására talált. A kérdésnek azért is nagy a jelentősége, mert ha tudjuk a kapálás célját, akkor kevesebb munkával nagyobb eredményt, tehát termést érhetünk el. Bár a kapálást egyelőre teljesen nem nélkülözhetjük, a talajeróziót előmozdító hatását sokszor teljesen, vagy legalább részben kiküszöbölhetjük. Ha a kapásnövények sorai mértani

pontossággal vízszintesen, tehát a rétegvonalak irányában haladnának, nem nagyon kedvezőtlen viszonyok között kielégítő védelmet nyújtanának a talajerózióval szemben. Ez azonban megvalósíthatatlan. A gépesítésnek ezen a téren két nehézséget kellett leküzdenie: megközelítően vízszintes művelés mellett is meg kell akadályoznia a víz nagyobb mértékű folyását a sorok irányában, és lehetővé kell tennie oldalirányú lejtőn is megközelítően vízszintesen kapálva a sorok között a pontos vezetést. Az elsőként említett nehézséget a víztároló (skatulyázó) töltőgetővel sikerült leküzdenem. Ez haladási irányára merőleges gátakat készít, melyekkel a sorok irányában való vízfolyást megakadályozza. A gép a legtökéletesebb skatulyázást töltőgetéssel (pl. szőlő vagy burgonya között) végzi, de sima művelésnél is a felső, legfeljebb 1—2 cm-es réteg összekapálásával kialakít olyan gátat, mely nem nagyon kedvezőtlen körülmények között a sorok irányában megakadályozza a vízfolyást.

A kapáló traktorokon jelenleg általában használt fúvott gumibroncsos kerekék nem gördülnek saját síkjukban, hanem oldalirányú erő (pl. lejtő) hatására oldalaznak. A fúvott gumi ugyanis oldalirányú erő hatására alakját változtatja, ami a pontos kormányzást lehetetlenné teszi. Sík területen vagy a lejtő irányában, tehát felfelé-lefelé, ügyes kormányzással még el lehet valahogy nagyobb hiba nélkül vezetni a sorok között az ilyen traktort, de oldallejtésű területen csak a növény sorok mellett hagyott igen nagy védősávval, ami vagy sok kézi munkát vagy kisebb termést jelent. További hátránya a gumibroncsnak, hogy a talaj szerkezetét sokkal nagyobb mértékben rontja, és még a 10—20 cm mélységben fekvő talajréteget is sokkal nagyobb mértékben tömöríti, mint a vaskerek. A Szovjetunióban és Angolországban utak és épületalapozások tömörítésére, ahol a legnagyobb mértékű tömörítés és a talaj szerkezetének lehető tökéletes megszüntetése kívánatos, gumibroncsos tömörítő hengereket használnak. A talaj tömörítése és szerkezetének elrontása nemcsak közvetlen csökkenti a termést, hanem a talaj vízvezető és víztartóképességének csökkentésével növeli az elfolyó víz mennyiségét és a talajeróziót. Még nagyobb mértékben növeli a talajeróziót az, hogy a lejtésre keresztirányban nem lévén lehetősége a kielégítő sorművelésnek, meredek lejtőkön általában a lejtés irányában, felfelé-lefelé kapálnak.

A felsorolt hátrányok egy részének csökkentését célozza a Lanz-eszköz-hordozón alkalmazott hátsó tengelykormányzás, ami azonban tökéletlen, bonyolult és drága megoldás. A kapálótraktor kerekeitől meg kell követelnünk, hogy tegyék lehetővé oldallejtésű terepen is a traktor és a függesztett kultivátor pontos és biztos kormányzását, lehető kevéssé rontsák a talaj szerkezetét, mennél kevésbé tömörítsék a kapáló szerszámokkal már el nem ért talajréteget, és így mennél kisebb mértékben csökkentsék a talaj vízvezető- és víztartóképességét. A keréknyomok ne akadályozzák a vetőcsoroszlyák behatolását. Kemény úton is simán járjon a traktor, kapaszkodók ne verjék az út felületét, ne rongálja az utat nagyobb mértékben a traktor, mint a ló-

fogatú kocsi. Mindezeknek a követelményeknek tökéletesen eleget tesznek a javaslatomra készült és a Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézetben kipróbált, különleges rácsos kerekek (3. ábra). Ezek úgy vannak kialakítva, hogy kemény úton csak sima kerületű tárcsák érintkeznek a talajjal, kapaszkodók csak a tárcsák besüllyedése után kerülhetnek a talajjal érintkezésre. A pontos kormányzást minden körülmények között biztosítja a mellső kerekek nyomkarikája mellett hagyott hézag, melyen a legtapadósabb föld is átnyomul, így az esetleges el-



3. ábra

tömődést minden körülmények között elkerüljük. Ezek a kerekek ugyanarra az agyra szerelhetők, melyekre a gumikerekek, az átszerelés tehát ugyanúgy történik, mint az automobilon meghibásodott gumikerekeinek cseréje. Az ismertett rácsoskerekek használata gumi-, tehát valutamegtakarítással is jár.

Még néhány évtizeddel ezelőtt tartósítás közben igen nagy veszteség érte legértékesebb takarmányainkat, a pillangósvirágú szálatakarmányokat. A legnagyobb veszteség szénakészítés közben a levelek letöredezéséből származott. Legnagyobb területen termesztett pillangósvirágú takarmányunknak, a lucernának körülbelül fele levél, fele szár, de a fehérje háromnegyed része a levélben van. Szénává szárítás közben a legfontosabb feladat a levél elvesztésének megakadályozása, és a széna zöld színének mennél tökéletesebb megőrzése.

A zöld szín ugyanis a karotintartalomra jellemző, a megsárgult szénában a karotin legnagyobb része elpusztult. Régebben a lucernát — mint általában a pillangósvirágú szálatakarmányokat — kaszálás után egy-két napig kaszált, illetőleg szőnyegrenden hagyták száradni, azután a reggeli órákban, lehetőleg harmatosan, villahegyekbe gyűjtötték, majd további három-négy nap múlva, lehetőleg ismét a reggeli órákban, boglyákba gyűjtötték. Ha a villahegyekbe gyűjtött takarmányt nagyobb eső érte, szét kellett teríteni, ami a levelek nagy részének elvesztésével és a megmaradt széna kilúgozásával és teljes megsárgulásával járt. Ez a megázás elég gyakori volt, mert a száradás sokáig tartott. A szőnyegrenden a levelek már az első napon elszáradtak, ezután az aránylag kis felületű száraz csak saját, kis felületükön adhattak le nedvességet. Szőnyegrenden hagyva is lassú lett volna így a további száradás, de még lassabb volt villahegyekbe gyűjtve. Sikerült meggyorsítanom és egyenletessé tennem a száradást a levelek gyors elszáradásának megakadályozásával. Így ugyanis lehetővé tesszük, hogy a száraz víztartalmának legnagyobb része is az aránylag nagy felületű levelekről párologjon el. A még lábon álló lucerna levelein át annyi vizet párologtat el, hogy ha ezt az elpárologást a levágott növény is folytatná, az kedvező időjárásban egy-két óra múlva kazalozható lenne. A levelek gyors elszáradását úgy akadályozhatjuk meg, hogy a lekaszált terményt a levelek elszáradása előtt — tapasztalat szerint mindenesetre négy órán belül — bizonyos mértékben és módon összegyűjtjük. Legcélszerűbbnek bizonyult az összegyűjtést a kaszálógép haladási irányával megegyező tengelyű, laza hengerekbe sodrással végezni, átlagos termésű lucernában egy vagy két kaszálógép nyomát sodorva egy-egy 40—60 cm átmérőjű laza hengerbe. A hengerek belsejében, noha a nap süti a hengerek felületét, a levegő hőmérséklete nappal mindig kisebb, mint a külső, árnyékban mért hőmérséklet. Éjjel a henger belsejében nagyobb lehet a hőmérséklet, mint kívül, mert a henger belsejében a sugárzási hőveszteség kisebb. Ezért a henger belsejében még olyankor is lehetséges a száradás, midőn kívül már harmatlerakódás van. A hengerbe sodort takarmányt a sodrás után 24—48 órával továbbgördítéssel 180°-kal átfordítjuk. Száraz időjárásakor az átfordítás után néhány órával a széna behordható és kazalozható. Ha nagyobb eső éri a hengert, szikkadás után akkor is át kell fordítani, de megbontás nélküli továbbgördítéssel, ami sem a levelek elszóródását, sem megsárgulását nem okozhatja.

A pillangósvirágú szálatakarmányok az előzőekben ismertetett szénává szárítására jellemző, hogy midőn az első ilyen lucernaszénát a Kápolnásnyéki Kísérleti Gazdaságból a községen át vitték, általános csodálkozást keltett, hogy nem törnek össze a szekerek *zöldtakarmánnyal* ennyire megrakva. Arra senki sem gondolt, hogy ez széna is lehet, mert ilyenféle szénát még nem láttak. Sőt midőn egy beteg lóval együtt egy szekér így készült baltacimszénát küldtem az Állatorvosi Egyetemre, a takarmányátvevő azt mondta, hogy nem zöldtakarmányt, hanem szénát kellett volna hozni, mert nem néhány napig marad

itt ez a ló. Az első nagyobb arányú, pontos vizsgálatokkal is egybekötött kísérletet a Mezőhegyesi Állami Gazdaság végezte. Az Állatélettani és Takarmányozási Kísérleti Intézet vizsgálata szerint: „Rendenszártott lucerna fehérjetartalma 5,4%, keményítő-értéke 18,6%, a Kund-féle eljárással szártotté pedig 8,4, illetőleg 28,5%.” Az új eljárással tehát mind a fehérjetartalom, mind a keményítőérték több mint 50%-kal volt nagyobb.

A pillangósvirágú takarmánynövények magtermését javaslatomra újabban aratócséplőgéppel aratjuk, a cséplődob átalakításával, az eddig szokásos gubókifejtés, kidörzsölés nélkül. A maglucernát azonban ritkán lehet egy menetben aratócséplőgéppel betakarítani, mert a betakarításkor rendszeren még egészen zöld és nedves, legtöbbször sarjhajtásokkal átnöve. Aratócséplőgéppel való betakarításra alkalmas területen legcélszerűbb kaszálógéppel levágni, azonnal rendre sodorni, 2—3 nap múlva továbbgördítéssel átfordítani, és a következő nap rendfelszedővel felszerelt aratócséplőgéppel elcsépelni. Az így kapott pelyva értékesebb a legjobb lucernaszénánál. Ha a cséplést nem akarjuk rendfelszedővel ellátott aratócséplőgéppel végezni, akkor célszerűbb a rendsodrát kézi gereblyével végezni kb. 1 méter hosszú és kb. 40 cm átmérőjű laza hengerekbe. Ezeket a különálló, kis hengereket ugyanis megbontás nélkül emelhetjük villával a kocsira, és így teljesen elkerülhetjük a mag és a levél elszóródását. A Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet így végzett kísérleténél a magvesztéség a sodrás-szártás folyamán még az egy százalékot sem közelítette meg.

A pillangósvirágú takarmánynövények magtermésének az előzőekben említett újrendszerű teljes betakarításával tehát csépléssel együtt, elért magtöbblet a szemvesztéség és szemtörés csökkenése következtében, 1956. évi adatok alapján az Állami Gazdaságok Minisztériuma szerint 20%-ra tehető. A munkabér és üzemanyag-megtakarítás kat. holdankint 101,74 Ft. A kísérletek eredményes végrehajtásában és a jó eredményeknek az üzemi gyakorlatban való biztosításában nagy része van BAKÓ László gépészmérnök, a Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet tudományos kutatójának és MÉLYKUTI Csaba gépészmérnök, a Mezőgazdasági Gépkísérleti Intézet tudományos munkatársának.

A pillangósvirágú szalastakarmányok széna- és magbetakarításának tökéletesítésénél talán még nagyobb jelentőségű volt a silózás tökéletesítése. A nálunk 1938. előtt készült toronysilók drága épületek voltak, nehézkes volt a takarmány berakása és kiszedése, kiszedés közben nagy felület volt a levegő káros hatásának kitéve. A silózás általános alkalmazását az ároksiló bevezetése tette lehetővé. Hazánkban az első ároksilók 1938-ban a Kápolnásnyéki Kísérleti Gazdaságban készültek. Érdekes, hogy hazánkban valószínűleg az első toronysiló is Kápolnásnyéken készült. Az ároksilót a Földművelésügyi Minisztérium 1947-ben, nagy példányszámban kiadott ismertetése tette közismertté. Lényege állandó keresztmetszetű, 10—30 m hosszú árok, nem függőleges, hanem kb.

1/4 lejtésű falakkal, lefelé keskenyedve, hogy a süllyedő takarmány mennél nagyobb oldalnyomást kapjon. Lehet teljesen a föld fölött építve is, pl. megfelelő, döngölt falhoz alkalmas földből döngölve, de ahol elég mélyen van a talajvíz, legegyszerűbb a földbe ásni, körülötte csak annyi töltéssel, hogy ne folyhasson bele víz.

A pillangósvirágú növények silózása különös gondosságot kíván, mert sok fehérjét és kevés szénhidrátot tartalmaznak. A silózásnál kívánatos tejsavas erjedéshez szénhidrátok szükségesek, a fehérjék nem erjednek, hanem könnyen rothadásba mennek át. A pillangósvirágúak is tartalmaznak ugyan annyi szénhidrátot, amennyi a tejsavas erjedéshez elégséges, de ha a betakarítás nem megfelelően történik, és a takarmány mielőtt a silóba kerülne rothasztó baktériumokkal fertőződik, akkor a rothadási folyamat kerekedik felül. A legmegfelelőbb betakarítási eljárás, ha a takarmányt lekaszálás után földre ejtés nélkül juttatjuk a silóba, mert a földről felszedés közben fertőződhetik leginkább a földön fekvő rothadó szerves anyagokkal. Legcélszerűbb tehát járvaszecskázó gépet használni. A Nyugat-Európában szokásos ásványi sav- vagy szénhidrátartalmú anyagok hozzákeverése felesleges. A nálunk szokásos fonnyasztás, tehát a nedvtartalom csökkentése, a magasabb hőmérsékleten végbemenő erjedés miatt a takarmány tápértékét csökkenti.

A mezőgazdaságban a javított agrotechnikát, a mezőgazdaság újabb eljárásait nem lehet olyan gyorsan, általánosan és tökéletes minőségben bevezetni, mint az iparban. Az ipar nagy része néhány városba van összpontosítva, a mezőgazdaság az egész országban, több ezer kisebb-nagyobb üzemben szétszórva. Tapasztalom, hogy a már tíz év óta általánosan bevezetett pillangósvirágú szénakészítési eljárásomat a legtöbb gazdaságban még ma sem végzik helyesen, sőt a legújabb könyvekben is legalább kétértelműen ismertetik, így természetesen az eredmény sem közelíti meg a Kápolnásnyéki Kísérleti Gazdaságban vagy a Mezőhegyesen elért eredményeket. Ugyanez érvényes a talajvédelemről is. Néhány év előtt hivatalos felhívásra többekkel együtt bejártunk 12 állami gazdaságot, ahol sáncolások voltak. Egyhangúlag megállapítottuk, hogy a 12 gazdaság közül egyben sem kezelik helyesen a sáncolt területeket. Erre azt javasoltam, hogy ha nem tudjuk elérni, hogy a sáncolt területeket az utasításoknak megfelelően kezeljék, akkor inkább szüntessük be a további sáncolásokat. A nem megfelelően végzett munka ugyanis gyakran nagyobb kárt okoz, mint a munka teljes elmaradása. Nagy hiba, hogy ez idő szerint nincs mód az új eljárások és egyéni kezdeményezésű kísérletek végzésére, bemutatására. Van olyan 10 év előtt beadott, többször megismételt és sürgetett, egyszerű, egy óra alatt a meglévő eszközökkel kipróbálható, munkát megtakarító és bizonyos körülmények között a termést növelő újítás, melyre máig sincs semmiféle határozat, és így nincs lehetőség a bemutatására (Kápolnásnyéken már 1949. előtt kipróbáltam). Azért láttam szükségesnek ezek elmondását, mert csak ezek figyelembevételével nem okozhat félreértést az az állítás,

hogy a magyar mérnököknek az előzőkben ismertetett, mezőgazdaságunkat fejlesztő munkája három év alatt termésünket mintegy 50%-kal növelhetné, ha az agrotechnika javasolt tökéletesítései egy éven belül általánosan megvalósíthatnának.

ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány cáfol néhány olyan téves nézetet, amelyek nálunk a csapadéknak és egyáltalán az éghajlatnak a mezőgazdasági termelésre gyakorolt hatását illetőleg elterjedtek. Szerző szerint mindennél fontosabb a csapadékvíznek a leesés helyén való visszatartása, amire Faragó már 1889-ben rámutatott és amit a vízszintes sáncolással lehet legjobban megvalósítani. Ismerteti hazai régebbi saját és mások kísérleteit, kiegészítve egyéb mezőgazdasági műveletek, mint pl. a kapálás stb. fontosságának kiemelésével, különös tekintettel a mezőgazdaság gépesítésére.

LEMEZVÁZAS ÖNHORDÓ VASÚTI KOCSISZEKRÉNYEK SZÁMÍTÁSA*

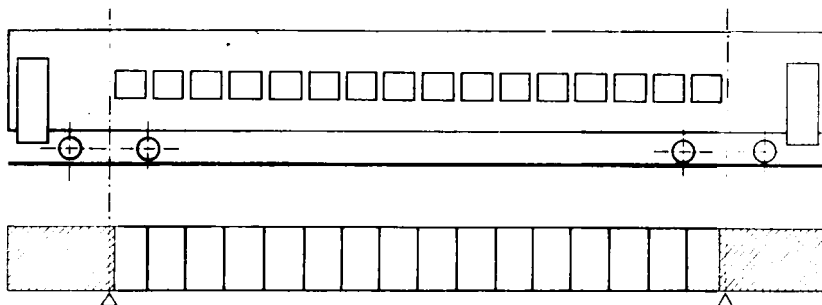
CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

AZ MTA ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI MUNKAKÖZÖSSÉGE, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. június 20-án]

A modern lemezvázás önhordó vasúti kocsiszekrények olyan kerettartónak (Vierendeel-tartónak) tekinthetők, melyek öveit a lemezváznak a kocsiszekrény ablaksora felett, illetve alatt levő lemez részei, hevedereit pedig az ablakok közötti aránylag keskeny lemezoszlopok alkotják (1. ábra). Az efféle szerkezetek sztatikai szempontból igen sokszorosan határozatlanok, s ezért pontos mérekszámításuk még a legegyszerűbb terhelési példákban is rendkívüli nehézségekbe ütközik.



1. ábra

A kerettartók számítását általában jelentős mértékben egyszerűsíthetjük, ha a rudak terhelés okozta hosszváltozását figyelmen kívül hagyjuk. Ámde ez az egyébként igen célszerű egyszerűsítés kocsivázak esetében durva hibákat okoz, s mint ilyen nem engedhető meg. Ily körülmények között felette kívánatos oly számítóeljárás kidolgozása, mely legalábbis az övrudak esetében a terhelés okozta hosszváltozást is figyelembe veszi. A dolgozat ilyen számítóeljárást mutat be.

Az új módszer párhuzamos övű oly kerettartók esetében alkalmazható, melyek övei végig azonos keresztmetszetűek, hevederei pedig egyforma osztás-

* Kivonat szerzőnek az Acta Technica XXXIII. kötetében angol nyelven megjelent tanulmányából.

távolságban álló, az övekhez képest aránylag hajlékony, azonos alakú rudak. A kocsiváz végei tömőrfalúak, s az alátámasztás ezeken a tömőrfalú tartóvégeken történik. A terhelő erők nyugvó jellegű, függőleges összpontos erők.

A kocsiváz anyagát a dolgozat rugalmasnak feltételezi. Az övek alakváltozásának számításakor csak a derékerőket és a hajlítónyomatékokat veszi figyelembe, a hevederek esetében viszont csak a hajlítónyomatékokra van tekintettel. Felteszi, hogy a két öv függélyes irányban azonos elmozdulást szenved, a vízszintes elmozdulások pedig csekélyek. Ezen egyszerűsítések folytán a hevederek alsó és felső végén a szögforgások azonosaknak tekinthetők.

A dolgozat a tárgyalás egyszerűsítésére a kocsivázak egyes hevederállásaiban ható összpontos terheket megoszló erőkkkel, a véges osztástávolságokban álló hevedereket pedig végtelen sűrűn álló hevedersorral helyettesíti. Az ekként egyszerűsített „segéd tartó” alakváltozását az övek tengelyvonalának elmozdulás-függvényeivel jellemzi. Utóbbiakra három differenciálegyenletet vezet le, s ezeket általános alakban megoldja. Ily módon a segéd tartó öveiben, valamint a hevedersorban keletkező belsőerők számíthatóvá válnak, ezek birtokában pedig az eredeti tartó belsőerői is meghatározhatók.

A tanulmány részletesen foglalkozik a valamennyi hevederállásban azonos nagyságú függélyes erővel terhelt szimmetrikus tartó esetével, majd az ismertetett eljárás alkalmazását számpélda kapcsán világítja meg. A számpéldából kitűnik, hogy a lemezváz vasúti kocsik teherhordó vázszerkezetének számításakor valóban igen durva hiba származhatik abból, ha az övek hosszváltozását figyelmen kívül hagyják. A bemutatott eljárás e hosszváltozások egyszerű számításbavételére nyújt lehetőséget.

Az ismertetett eljárás a levezetések során alkalmazott egyszerűsítő feltevések folytán természetesen szintén csak közelítő pontosságú, az elkövetett hiba azonban a gyakorlat szempontjából lényegtelen jelentőségű.

A BELSŐ REMANENS FESZÜLTSEGEK MEGHATÁROZÁSA A NAGYFREKVENCIÁS ELJÁRÁSSAL EDZETT HENGERPERSELYEK BEN

BIRÓ FUGÉNIA

JÁRMŰFEJLESZTÉSI INTÉZET, BUDAPEST

[Beérkezett 1960. június 24-én]

A gépalkatrészek kifáradási szilárdságának kérdését sokoldalúan tanulmányozták és ezzel a problémával foglalkozó irodalom nagyon gazdag. Azonban a remanens feszültségek nagyságának, jellegének és kihatásának értékelése a változó terheléssel működő alkatrészek szilárdságára és élettartamára távolról sem megoldott probléma, s ezen a területen még nincs teljesen kialakult egységes szemlélet.

Erre a tárgykörre vonatkozóan többek között J. A. ODING [7], N. N. DAVIDENKOV [4], M. G. LOZINSZKIJ [6], valamint J. V. KUDRJÁCEV [5] — ki-ki saját munkájában — számos kísérletet és elméleti számítást közöl. Az említett szerzők igazolják, hogy az indukciós felületi edzéssel, vagy más felületi keményítési móddal, mint pl. a cementálással, felületi tömörítéssel, krómozással és egyéb felületi bevonatok alkalmazásával jelentősen meg lehet növelni nemcsak a felületek kopásellenállását, hanem kifáradási szilárdságát is.

Az adott téma mind teljes egészében, mind egyes részlet kérdéseiben is gyakorlati jelentőségű úgy a gépek gyártása, mind azok üzeme szempontjából. Különösen vonatkozik ez a belsőégésű jármű motorokra. Pl., gazdaságilag fontos volt megteremteni annak lehetőségét, hogy a Csepel D-413 típusú gépkocsi Diesel-motorok a hazai gyártmányú lánctalpas traktorokhoz is felhasználhatók legyenek. Ennek fő akadálya a motorok rövid élettartama a két nagy javítás között, ami főleg a hengerperselyek nagyfokú kopásának következménye volt.

A belsőégésű motorok hengerperselyeivel szemben támasztott követelményeket különbözőképpen lehet kielégíteni, azaz különböző gyártási módot lehet alkalmazni.

Az egyik mód, ötvözőanyagokat — nikkelt, molibdén, króm, vanádium, titán stb. — nagy mennyiségben tartalmazó öntvények alkalmazása. Lényegében az ötvözés célja kopásálló martenzites szövetszerkezet előállítása.

Martenzites szövetszerkezet előállítható azonban megfelelő hőkezeléssel is; teljes térfogatedzéssel mind sósfürdőben, mind kemencében olajhűtéssel.

E két eljárás gazdasági szempontból hátrányos a felületi edzési eljárással szemben, mivel az utóbbi, illetve az indukciós edzés — miként a kísérletek

folyamán meggyőződünk — ötvöztést nem kíván, sőt ellenkezőleg, megköveteli az ötvöző anyagok (pl. Ni) hiányát.

Az indukciós eljárásnak a térfogatedzéshez viszonyítva pedig megvan az a nagy előnye, hogy az indukciós hevítés lehetővé teszi a hőenergia gerjesztését az alkatrészben bármiféle közvetítő közeg közbeiktatása nélkül, mégpedig az alkatrésznek azon részeiben, amelyeket keményíteni akarunk.

Tehát kétségtelenül megállapítható, hogy gazdaságilag legcélszerűbb ötvözetlen szürke öntöttvasból, centrifugálöntéssel előállított hengerperselyeket használni, indukciós felületi edzéssel. Ezzel az eljárással előállított hengerperselyek élettartama $2,5 \div 3,0$ -szorosára növekszik azért, mert megnövekszik ezek munkafelületének keménysége és kopásállósága.

Azonban az indukciós edzés ellenzőinek ellenvetése az, hogy a nagyfrekvenciás felületi edzésnél a hengerperselyeken olyan belső feszültségek keletkeznek, amelyek elkerülhetetlen következménye az alkatrész roncsolódása. Ezért a keletkező belső feszültségek tényleges nagyságának és előjelmének tisztázása — a tudományos érdekeségen túlmenően — polemikus jelentőséggel is bír.

A szerző lemondott a feszültség meghatározás klasszikus, hengeres próbapálcák segítségével történő eljárásáról és célul tűzte maga elé olyan módszer kidolgozását, amely lehetővé teszi a kísérletek elvégzését közvetlenül a vizsgálandó alkatrészekben. Ezen eljárás alapjául N. N. DAVIDENKOV [9] és G. SACHS módszerei szolgálták a vékonyfalú csövek tangenciális és axiális feszültségeinek meghatározását illetően.

Általában közismert, hogy a felületi edzés következtében kialakult visszamaradó feszültségeket az alkatrész edzett rétegének szövetszerkezetében végbemenő strukturális átalakulások okozzák. Így van ez a hengerpersely példájában is.

Az edzett felületben keletkezett martenzites szövetű réteg, amelynek viszonylag nagyobb a fajtérfogata, az edzett rétegben visszamaradó (remanens) nyomófeszültséget okoz.

M. G. LOZINSZKY [6] „Felületi edzés és az acél indukciós melegítése” című munkájában részletesen tárgyalja a feszültségek keletkezését egy teljesen áthevített tárcsa edzése folyamán. (A tárcsa alkotója mentén hűl le, mint ahogy az 1. ábrán a nyilak mutatják.)

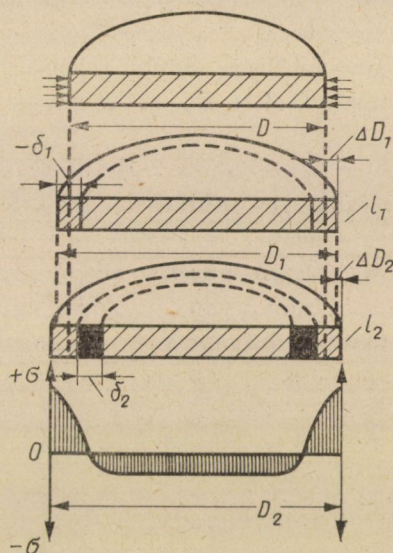
A lehűlés kezdetén csak a vékony külső „ δ_1 ” réteg hűl le. Ekkor egyidejűleg két tényező hatása következtében megváltozik a tárcsa átmérője, mégpedig:

1. A térfogatnak a hőtágulási tényezővel arányos csökkenése következtében a „ δ_1 ” rétegben a lehűlés miatt.

2. A térfogat növekedése következtében, melyet az edzésnél keletkező strukturális, fázisos átalakulások idéznek elő.

A túlsúlyban levő tényezőt a fázisos átalakulás adja, ennek folytán tárcsa $2\Delta D_1$ -vel növekszik D_1 értékre.

Mivel a fém belső rétegei még nem hültek le és megtartották képlékenységiüket, a „ δ_1 ” réteg és a mélyebben fekvő fém között a lehülés első pillanatában még nincsenek feszültségek. De már a további lehülés folyamán remanens feszültségek keletkeznek, mert a külső kéreg elvesztette képlékenységiét, a közvetlenül mögötte levő fémréteg pedig szintén fázisos átalakulásokon megy át. A rétegekben a belső feszültségek következményeként rugalmas alakváltozások keletkeznek.



1. ábra (II. 3839) Remanens feszültségek keletkezésének elvi vázlata

Az 1. ábra illusztrálja a húzó ($+$ σ) és nyomó ($-$ σ) feszültségek eloszlásának jellegét a tárcsa keresztmetszetében. A közbenső réteg „ δ_2 ” növelni akarván térfogatát a benne végbement fázisos átalakulások következtében, — a külső rétegben húzó feszültséget létesít. Ugyanekkor a magban a külső rétegek hatása következtében nyomófeszültségek ébrednek.

Az edzés folyamán a „ δ_2 ” rétegben és a magban keletkező erők hatására a tárcsa átmérője D_2 méretre növekszik.

Ezek a megfigyelések mind arra utalnak, hogy az edzés következtében keletkezett feszültségek nagysága és iránya (előjele) több tényezőtől függ, főleg a következőktől:

1. A felhevítés hőmérsékletétől,
2. A hevített réteg mélységétől,
3. Az anyagtól, vagy a térfogati hőtágulás tényezőitől,
4. A lehűtés intenzitásától,
5. Az alkatrész alakjától stb.

E tanulmányban a szerző konkrétan a DT-413 motor öntöttvas hengerperselyének nagyfrekvenciás felületi edzésből adódó belső remanens feszültségek értékeinek és irányainak meghatározását tűzi ki célul.

A visszamaradó feszültségek nagyságának és eloszlásának meghatározására számos módot dolgoztak ki, melyek közül a legelterjedtebbek:

a) A különböző mechanikai módszerek, melyek a próbadarabok bizonyos méreteinek (forgácsolással vagy maratással történő) megváltoztatásából keletkezett alakváltozások és az ezeket okozó erők meghatározásából tevődnek össze.

b) A röntgenográfiai módszer, amely a belső feszültségek hatásaként jelentkező kristályrács torzulásokat és ezeket okozó erők meghatározásából indulnak ki.

Tekintettel arra, hogy a szerzőnek nem állottak rendelkezésére a röntgenográfiai módszerhez szükséges műszerek, így a fent említett vizsgálatot mechanikai módszerekkel végezte.

A remanens feszültségek mechanikai meghatározási módszereinek előnyei mellett, két lényeges hátránya van, mégpedig egyrészt az, hogy a próbadarabok vizsgálata roncsolási folyamatok alkalmazását teszi szükségessé, másrészt — ezeket a módszereket csak szabályos tengelyszimmetrikus testekre lehet alkalmazni.

A belső remanens feszültségek meghatározásának mechanikai módszerei a következő elveken alapszanak:

1. A remanens feszültségek kölcsönösen egyensúlyban tartják egymást az alkatrész belsejében.

2. Ha képzeletben, tetszőleges síkban elmetszünk egy testet, amelyben feszültségek vannak, akkor a belső feszültségeknek csak azokat nevezhetjük, amelyek egyes részekben megmaradnak.

3. A próbatestek metszése következtében megszűnt belső feszültségek helyettesíthetők külső erőkkel, amelyek a testmetszet síkjára hatnak és amelyek nagysága egyenlő a megszűnt belső feszültségek nagyságával.

Más szóval: *a feszültségek megszüntethetők úgy, hogy a szétvágási keresztmetszetre oly külső erőket és nyomatókat működtetünk, amelyek nagyságra azonosak és előjelre ellentétesek a remanens feszültségek eredőjével és nyomatókával.*

Továbbá: *a vizsgált próbadarabok bármely részének eltávolítása esetén olyan rugalmas alakváltozás keletkezik, amely a visszamaradó feszültségek eredőjét és nyomatókát a zérussal egyenlővé teszi.*

Ilyképpen végeredményben, ismerve az alakváltozás nagyságát, áttérhetünk a belső feszültségek meghatározására.

4 db E-439; E-220; E-322 és E-402 számozású hengerpersely nagyfrekvenciával felületileg edzett.

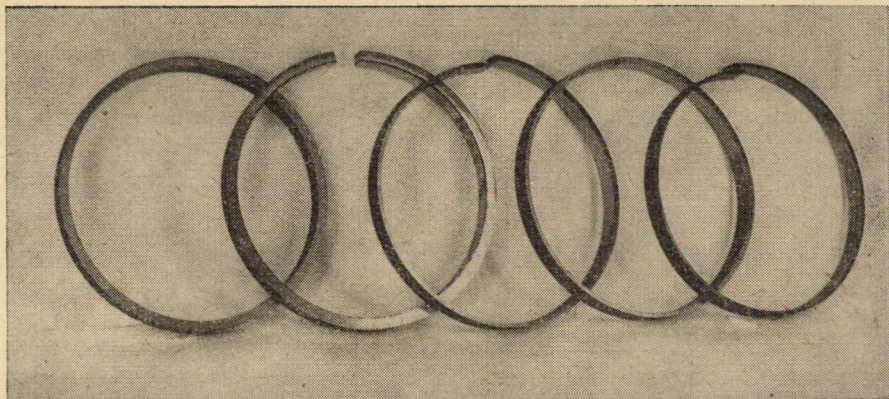
4 db N_1 ; N_2 ; N_3 és N-1305 számozású hengerpersely nyers állapotban.

4 db 04; 05; 06 és 310 számozású hengerpersely teljes térfogatban, olajban átedzett.

A vizsgálat a következő műveletekből tevődött össze:

1. Minden egyes hengerperselyből a 2. ábrán közölt rajznak megfelelően 5—5 db, összesen 60 db gyűrűt vágunk ki.

E módszer lényege az, hogy a gyűrűket belülről fokozatosan kell kiesztetni, vagy a rétegeket kiköszörölni és meg kell mérni a külső átmérőjüknek



3. ábra. (II. 354) Hengerperselyből kivágott gyűrűk szétvágás előtt, szétvágás után és a belső anyagréteg kimunkálása után

változásait felvágás, majd a belső fémrétegek fokozatos eltávolítása közben, illetve után (lásd 3. ábrát).

Tekintettel a hengerpersely különböző falvastagságaira, az 5 db gyűrűt (a, b, d, f, g) olyan zónákból vágtuk ki, amelyek lehetővé tették a falvastagság különbségeiből eredő differenciák meghatározását.

2. Minden gyűrű külső átmérőjét — két egymásra merőleges irányban — pontosan megmértük.

3. Minden gyűrűt egy helyen, az alkotója mentén átfűrésztünk és ezután — a gyűrű szabad helyzetében — az átmérőket megmértük ugyanazon pontokban, mint a felvágás előtt.

4. Belső köszörüléssel a gyűrűk belső átmérőjét megváltoztattuk (falvastagság csökkentése).

A köszörülés parányi előtolással és igen intenzív hűtéssel történt a felmelegedés elkerülése céljából.

. A gyűrűk vastagságának csökkentése fokozatosan történt kb. 0,5 mm-es lépcsőkben 5 mm-től 2 mm-ig.

A hengerpersely tangenciális feszültségeinek kiszámításakor abból indulunk ki, hogy ezek a feszültségek a következő három komponensből tevődnek össze:

- σ_1 — feszültségekből, melyek a gyűrű szétvágásakor *megszűnnek* ;
- σ_2 — feszültségekből, melyek minden rétegben *megmaradnak*, amikor az előző réteget eltávolítjuk;
- σ_3 — feszültségekből, melyek a rétegben *megszűnnek*, mikor az előző réteget eltávolítjuk.

Tehát a gyűrűben a felvágás előtt a következő értékű tangenciális remanens belső feszültség van:

$$\sigma_T = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

Az egyenletben előforduló σ_1 , σ_2 és σ_3 komponenseket azon deformáció értékeknek alapján határozzuk meg, melyek a vizsgált gyűrűk elvágásakor és a belső rétegek lemunkálásakor mutatkoztak.

σ_1 meghatározása

Ha egy gyűrűt alkotója mentén felvágunk, akkor a gyűrűvégek, vagy eltávolodnak egymástól, vagy közelednek egymáshoz. Az egyensúlyi helyzet beálltával a nyomaték értéke zérussá válik.

A gyűrű külső átmérőjének változása és a nyomaték között, mely a gyűrű szétvágása után zérussá vált, az alábbi egyenlet szerinti összefüggés érvényes [9]:

$$M = \frac{E \cdot S \cdot a}{2R} \Delta D \quad (\text{mm} \cdot \text{kg}) \quad (1)$$

ahol: E — a rugalmassági modulus, $\left(\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}\right)$

S — a felület nyomatéka a keresztmetszet neutrális tengelyéhez viszonyítva, (mm^3)

R — a gyűrű közepes körsugara, (mm)

a — koefficiens, amely a görbületi tehetetlenséget jellemzi a tengely síkjában,

ΔD — a külső átmérő változása a felvágás után (mm)

$$a = \frac{1}{1 - \mu^2}$$

képletből határozzuk meg.

ahol: „ μ ” — a Poisson-féle szám.

A felületi nyomaték kiszámításához ismernünk kell a neutrális szál távolságát a középvonaltól — S_1 .

Ez megközelítőleg [9]:

$$S_1 = \frac{\delta^2}{12R};$$

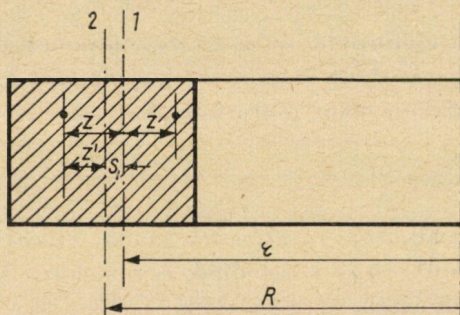
ahol: „ δ ” — a gyűrű (cső) falvastagsága.

Ebből a felületi nyomaték egységnyi L hosszúságú csőnél:

$$S = F \cdot S_1 = \frac{\delta^3}{12R} L; \quad L = 1$$

Eszerint:

$$M = E \cdot \frac{\delta^3 \alpha}{6D^2} \cdot \Delta D. \quad (2)$$



4. ábra. (XI. 701) Vázlat a tangenciális feszültség σ_1 képletéhez
1. — feszültségek neutrális vonala. 2. — a gyűrű közép vonala

A gyűrű felvágásával megszűnt σ_1 feszültségi komponens meghatározására a gyűrű keresztmetszet egy keresett pontjában az alábbi képletet használjuk:

$$\sigma_1 = \frac{M}{S} \cdot \frac{Z}{\tau + Z}, \quad (3)$$

ahol: Z — a keresett pont távolsága a neutrális tengelytől.

τ — neutrális vonal görbületi sugara.

A 4. ábrán közölt vázlat szerint:

$$Z = Z' + S_1,$$

valamint

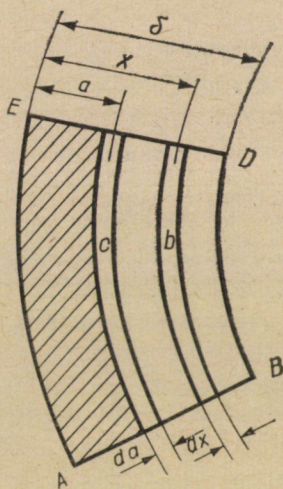
$$\tau + Z = R + Z'.$$

Így a σ_1 képletet a következőképpen alakíthatjuk át:

$$\sigma_1 = \frac{Ea}{2R} \cdot \frac{Z' + \frac{\delta^2}{12R}}{Z' + R} \cdot \Delta D \quad (4)$$

σ_2 meghatározása

Amikor a felhasított gyűrű belső rétegeit fokozatosan eltávolítjuk (leforgácsoljuk) azt tapasztaljuk, hogy a gyűrű külső átmérője is változik, mégpedig nő vagy csökken, amint az jól szemlélhető a 3. ábrán.



5. ábra. (XI. 699) Vázlat a σ_2 tangenciális feszültség képletéhez

Ebből az következik, hogy a gyűrű belső rétegeinek leforgácsolása után a *nem érintett* külső rétegben belső feszültségek maradtak vissza.

Ha — amint azt az 5. ábra mutatja — egy végtelen kis da vastagságú C réteget veszünk a távolságra a gyűrű külső felületétől, akkor az elemi nyomaték, amely a gyűrű belső rétegeinek egymásutáni eltávolításakor lép fel egyrészt:

$$dM = \frac{a}{2} \sigma_2 \cdot da$$

másrészt a (2) képlet analógiája alapján

$$dM = \frac{Ea^3 a}{6(D-a)^2} \cdot dD$$

vagyis:

$$\frac{a}{2} \sigma_2 \cdot da = \frac{Ea^3 \alpha}{6(D-a)^2} \cdot dD$$

ahonnan:

$$\sigma_2 = - \frac{Ea^2 \alpha}{3(D-a)^2} \cdot \frac{dD}{da} \quad (5)$$

σ_3 feszültség meghatározása

Ezen részben meghatározandók azon feszültségek, amelyek a gyűrű belső rétegeinek a keresztmetszet középvonala irányában történő leválása következtében megszűntek.

Az előbbieken már leszögeztük, hogy:

„... a feszültségek megszüntethetők úgy, hogy a szétvágási felületre külső erőket és nyomatékokat működtetünk, amelyek nagyságra azonosak és előjelre ellentétesek a visszamaradó feszültségek eredőjével és nyomatékával.”

Ennek alapján megállapíthatjuk a gyűrű belső rétegei leválása következtében megszűnt feszültségek értékének képletét „ $\delta - a$ ” szélességben (lásd az 5. ábrát), ha a feszültségek előjelét, megváltoztatjuk, valamint az a értékét az X abszcissza változóval fejezzük ki.

Ekkor az elemi feszültség képlete az alábbi:

$$- \frac{EX^2 \alpha}{3(D_0 - X)^2} \cdot \frac{dD \cdot dX}{dX \cdot X} = - \frac{EX \alpha}{3(D_0 - X)^2} \cdot dD,$$

ahol: D_0 — a gyűrű átmérője felmetszés után, melynek változási értékei a méretéhez képest igen kicsinyek, s ezért jelen képletben D_0 — constans nagyságként kezelhető.

Továbbá számításba véve a gyűrű felvágásánál megszűnt (4) képletben kifejezett σ_1 feszültségeket és elvégezve a megfelelő behelyettesítéseket, a következő kifejezést kapjuk:

$$\frac{E\alpha}{(D_0 - X)} \cdot \frac{\left(\frac{X}{2} - a\right) + \frac{X^2}{6(D - X)}}{\left(\frac{X}{2} - a\right) + \frac{D_0 - X}{2}} \cdot dD = \frac{E\alpha}{D_0 - 2a} \cdot \left[\frac{X - 2a}{D_0 - X} + \frac{X^2}{3(D_0 - X)^2} \right] dD.$$

Tehát az egész „ $\delta - a$ ” szélességben eltávolított anyagok következtében megszűnt feszültségek teljes értéke az alanti képlettel fejezhető ki:

$$\sigma_3 = \int_{D_\delta}^{D_a} -\frac{Ea}{3} \cdot \frac{X}{(D_0 - X)^2} \cdot dD + \int_{D_\delta}^{D_a} \frac{E}{D_0 - 2a} \left[\frac{X - 2a}{D_0 - X} + \frac{X^2}{3(D_0 - X)^2} \right] \cdot dD$$

Az egyszerűsítés után így alakul a képlet:

$$\sigma_3 = \frac{2Ea}{3(D_0 - 2a)D_0} \left[-3a(D_a - D_\delta) + \frac{D_0 - 2a}{D_0} \int_{D_\delta}^{D_a} X dD + \frac{D_0 - a}{D_0^2} \int_{D_\delta}^{D_a} X^2 dD \right] \quad (6)$$

Axiális feszültségek

Az axiális feszültségek meghatározása lényegében hasonló módon történik, mint a tangenciális feszültségeké. Az axiális feszültségeket ugyanazok az összetevők képezik, mint a tangenciálisokat; ezért azok összegét szintén

$$\sigma_A = \sigma_{1A} + \sigma_{2A} + \sigma_{3A}$$

képlettel fejezzük ki.

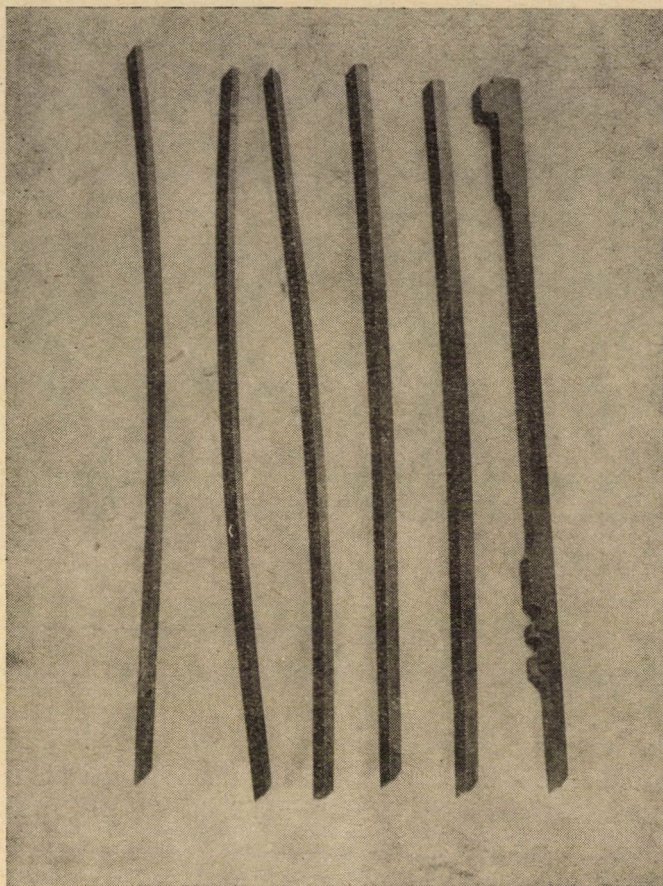
Az axiális feszültségek meghatározásához szolgáló kísérleti testekként a hengerperselyből kivágott lécek (csíkok) szolgálnak (lásd 6. ábrát).

A kísérleti testekben levő visszamaradó feszültségeket szintén az anyagrétegek egymásutáni fokozatos eltávolítására alapozott számításokkal határozzuk meg. Az anyagrétegek leválasztása azonban, tekintettel a próbatestek alakjára (bonyolult kiképzésű lécek) komoly problémát képez azért, mert a hengerperselyekből kivágott lécek jelentős torzulást szenvednek és így az anyagrétegek eltávolítása komoly technológiai nehézségeket jelent.

SACHS és DAVIDENKOV az anyagleválasztást hasonló jellegű esetben, a csövekben való maradó belső feszültség meghatározásánál — vegyi maratással javasolják elvégezni. Ez a módszer igen alkalmas vékony réteg leválasztására, azonban kb. 2,5 mm mély réteg leválasztásához túl sok időt igényelne. A jelentősen deformált lécekről a pontosan méretezett anyagleválasztás forgácsolási eszközökkel, éppen a torzió következtében, igen nehéz feladat lett volna.

A szerző olyan módszert dolgozott ki a fokozatos anyagleválasztás megoldására, amely lehetőséget nyújtott a kísérletek gördülékeny és viszonylag rövid idő alatti lefolytatására.

Ennek a módszernek a lényege az, hogy a próbatesteknek (lécek) a kísérletek szempontjából szükséges végső méreteit (beleértve a feszültségek megállapításához szükséges fokozatos anyagréteg leválasztások méreteit), még a lécek kivágása előtt kialakítjuk.



6. ábra. (XV. 353) A hengerperselyből kivágott lécek

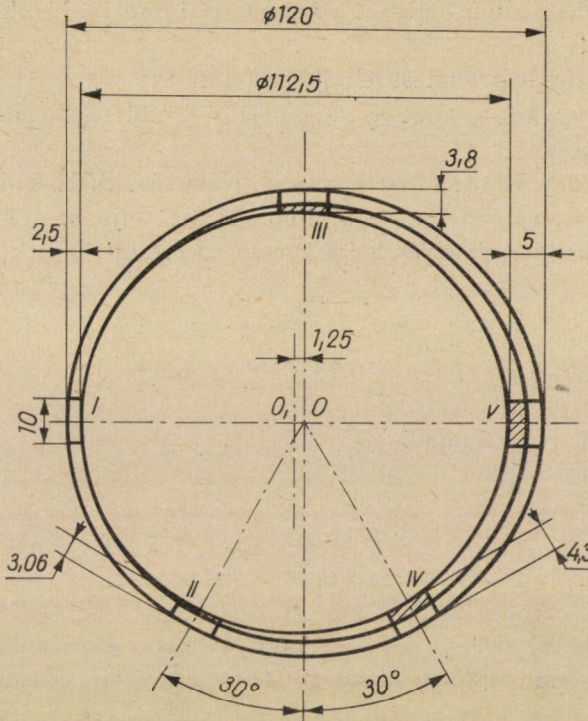
A nagyfrekvenciás felületi edzés műveletét követően, a hengerpersely furatát 1,25 mm excentricitással finom forgácsolással és intenzív hűtéssel a szükséges méretre kimunkáljuk (lásd a 7. ábrát).

Az ilyképpen megmunkált hengerperselyből kivágott 5 db próbatest (léc) falvastagsága 2,5–5 mm között változik.

A nominális méreteket a megmunkálási pontosság függvényében a 7. ábra mutatja.

Meg kell jegyezni azt, hogy a II., III. és IV. számú próbatestek falvastagsága nem párhuzamos, azonban az eltérés jelentéktelen méretei a kísérletek eredményeit nem befolyásolják. Ennek pontos számítása JÁFI* jelentésben található.

* JÁFI = Járműfejlesztési Intézet.



7. ábra. (XI. 702) Vázlat a hengerpersely próbatestek kivágásához

Hasonló megmunkálással alakítottuk ki az olajban teljes térfogatban edzett, valamint az edzetlen hengerperselyekből kivágott próbatestek is.

Az axiális feszültségek meghatározásához a következő képletek használhatók [9]:

$$\sigma_A = \sigma_{A_1} + \sigma_{A_2} + \sigma_{A_3}$$

$$\sigma_{A_1} = \frac{2E \left(\frac{\delta}{2} - a \right) \cdot F}{b^2} \quad (7)$$

$$\sigma_{A_2} = - \frac{Ea^2}{3b^2} \cdot \frac{dF}{da} \quad (8)$$

$$\sigma_{A_3} = \frac{2E}{3b^2} \int_{F_b}^{F_a} X \cdot dF - \frac{2aE}{b^2} \cdot (F_a - F_b) \quad (9)$$

ahol: „ δ ” — a próbatest vastagsága, (mm)

a — a mért réteg közepének távolsága a próbatest külső felületétől, (mm)

b — a behajlásmérő műszer alátámasztási pontjai távolságának a fele, (mm)

F — a vizsgált próbatest lehajlása; (mm)

A többi jelölés ugyanaz, mint a tangenciális feszültségek meghatározására szolgáló képletekben.

Az alantiakban konkrét összehasonlító számításokkal bemutatom a nagyfrekvenciás módszerrel edzett, az olajban hűtött teljesen átédzett és nyers állapotban levő hengerperselyek belső remanens feszültségének értékeit.

Esetünkben :

E — az öntöttvas esetén — $0,75 \cdot 10^4 \text{ kg/mm}^2$

$\delta = 5 \text{ mm}$

$R = 57,5 \text{ mm}$

$\mu = 0,23$

$$\alpha = \frac{1}{1 - \mu^2} = \frac{1}{1 - 0,23^2} = \frac{1}{0,9472} = 1,056$$

Vegyük például az E — 439 sz. nagyfrekvenciás árammal edzett hengerperselyt, a 310 számú olajban átédzett és N_1 sz. edzetlen hengerperselyt és határozzuk meg ezek belső remanens feszültségeinek nagyságát és ábráját.

Minden egyes hengerperselyből 2. ábra szerint kivágott gyűrűk közül 1—1 gyűrűt vizsgáltunk meg. Minden gyűrű külső átmérőjét pontosan megmértük két egymásra merőleges irányban. Azután felhasítottuk a gyűrűket és szabad helyzetükben újra megmértük, ott ahol a felvágás előtt.

Ezeket az adatokat az 1. táblázathoz írjuk össze és a némileg egyszerűsített (4) képlet alapján határozzuk meg a σ_1 értékeit.

$$\sigma_1 = \frac{E\alpha}{2R} \cdot \frac{Z'}{(Z' + R)} \cdot \Delta D$$

A (4) képletben levő $\frac{\delta^2}{12R}$ tagot elhanyagoljuk, mivel R több mint 10-szer akkora, mint δ és így a pontatlanság 2%-nál kisebb.

$$\frac{E\alpha}{2R} = \frac{0,75 \cdot 10^4 \cdot 1,056}{2 \cdot 57,5} = 68,85$$

$$\Delta D_{E439} = 2,39 \text{ mm}$$

$$\Delta D_{310} = 0,29 \text{ mm}$$

$$\Delta D_{N1} = 0,36 \text{ mm}$$

Példaképpen kiszámítjuk az E-439 sz. hengerperselyből kivágott gyűrűben a σ_1 értékét az 1. ponton:

$$\sigma_{1(1)} = 68,85 \cdot \frac{2,5}{60} \cdot 2,39 = 6,95 \text{ kg/mm}^2$$

A számítások eredményeit az 1. táblázat mutatja.

1. táblázat

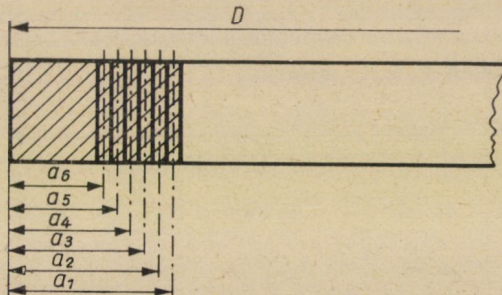
Az E-439, 310 és N_1 számú hengerperselyekből kivágott gyűrű σ_1 értékei

Pont szám	Z'	Z' + R	$\frac{Z'}{Z' + R}$	σ_1 E-439 kg/mm ²	σ_1 310 kg/mm ²	σ_1 N_1 kg/mm ²
1	2,5	60	0,042	6,95	0,83	1,04
2	1,5	59	0,026	4,29	0,51	0,65
3	0,5	58	0,0091	1,51	0,18	0,23
4	-0,5	57	-0,0079	-1,30	-0,15	-0,20
5	-1,5	56	-0,026	-4,32	-0,51	-0,65
6	-2,5	55	-0,045	-7,44	-0,88	-1,12

A σ_2 meghatározása céljából minden egyes, már felhasított gyűrűt, belső kiköszörüléssel megmunkáltuk oly módon, hogy belső felületéről összesen kb. 2,5 mm-t eltávolítunk. Minden egyes kiköszörülés után megmértük a készülékből kivett gyűrű külső átmérőjét.

Az a és D változó értékeket beírtuk a 2. táblázatba, ahol az a , ahogy ez a 8. ábrából látszik, az eltávolított réteg középvonalának a távolsága a gyűrű külső felületétől. D — a gyűrű megfelelő külső átmérője.

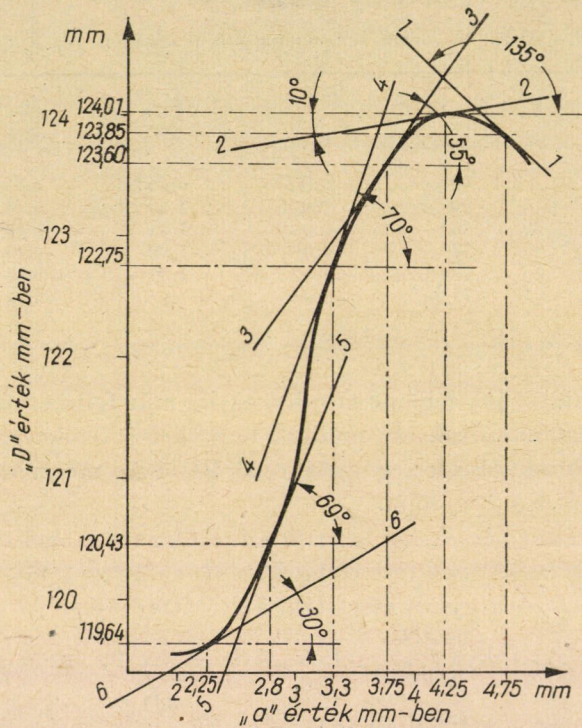
Ezután kialakítjuk a $\frac{dD}{da}$ értékek görbéjét. A 9. ábrán szemlélhető az E-439 számú hengerperselyből kivágott f gyűrű $\frac{dD}{da}$ görbéje.



8. ábra. (XI. 700) Kisegítő vázlat a σ_2 meghatározásához

2. táblázat

	E—439 sz. gyűrű		310 sz. gyűrű		N ₁ sz. gyűrű	
	a mm	D mm	a mm	D mm	a mm	D mm
a ₁	4,75	123,85	4,85	120,1	4,75	120,1
a ₂	4,25	124,01	4,55	120,5	4,05	119,93
a ₃	3,75	123,6	4,2	120,05	3,35	120,0
a ₄	3,3	122,75	3,65	120,25	2,6	120,0
a ₅	2,8	120,43	2,9	120,65	—	—
a ₆	2,25	119,64	2,25	120,4	—	—

9. ábra. (D. 1007) Az E—439. számú hengerperselyből kivágott gyűrű $\frac{dD}{da}$ görbéje

Vegyük például az E-439 sz. hengerperselyből kivágott f gyűrű 1. pontjában fellépő σ_2 értékének kiszámítását.

$$\sigma_2 = - \frac{Ea}{3} \frac{a^2}{(D-a)^2} \cdot \frac{dD}{da}$$

$$\frac{Ea}{3} = 0,26395 \cdot 10^4$$

$$\frac{a^2}{(D-a)^2} = \frac{4,75^2}{119,1^2} = \frac{22,56}{14\,200} = 0,0015$$

$$\sigma_{2(1)} = -0,26395 \cdot 10^4 \cdot 0,0015 \cdot \operatorname{tg} 135^\circ = 3,9 \text{ kg/mm}^2$$

Így kiszámítva, a 3. táblázatban összefoglaljuk a többi gyűrű 1–6. pontjainak σ_2 értékeit.

3. táblázat

σ_2 értékek		
E-439. sz. h. p.	310 sz. h. p.	N ₁ sz. h. p.
$a_1 +3,9$	+6,75	+1,9
$a_2 -0,6$	+4,47	+0,3
$a_3 -3,4$	+0,48	+0,35
$a_4 -5,3$	+0,60	-0,38
$a_5 -3,4$	+0,23	—
$a_6 -0,46$	-1,51	—

A σ_3 képlet (6) harmadik tagját $\frac{D-a}{D^2} \int_{D_b}^{D_a} X^2 dD$

különösebb hiba nélkül elhanyagolható, mivel a $\frac{D-a}{D^2}$ szorzó csupán 0,01 értékű. Hasonlóan a $\frac{D-2a}{D}$ szorzó is bátran elhanyagolható, mivel a kiinduló méretek szerint ($R \gg 10$) értéke mindig közel van 1,0-hoz.

Így a (6) képlet felírható a számításokhoz jobban megfelelő rövid alakban:

$$\sigma_3 = \frac{2Ea}{3(D-2a)D} \cdot \left[-3a(Da - Db) + \int_{D_b}^{D_a} X dD. \right]$$

A σ_3 meghatározáshoz szükséges adatok (a és Da) a 2. táblázatban található.

Db — a gyűrű felhasítás után mért átmérője.

Az $\int_{D_a}^{D_b} x dD$ — meghatározható mint $\sum_{a_i} D_{i-1} - D_i$.

Így például:

$$\sigma_{3 E-439(1)} = 0,264 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{114 \cdot 35 \cdot 123 \cdot 85} [-3 \cdot 4,75 \cdot 1,59 + 4,39]$$

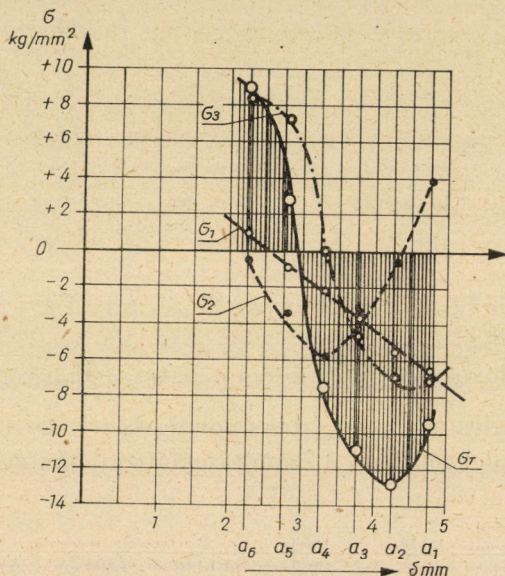
$$\sigma_{3 E-439(1)} = -0,377 \cdot 18,6 = -7,0 \text{ kg/mm}^2$$

A kísérletek azt bizonyítják, hogy a hengerperselyek tangenciális remanens belső feszültségeinek meghatározásához elegendő minden hengerpersely-

ből csupán egy szétvágott gyűrű belsejét kiköszörülni, nevezetesen azét a gyűrűjét, amely a szétvágásánál legnagyobb mértékben (+ vagy -) deformálódott.

Az axiális belső feszültségek, amint a számítások mutatják, többszörösen kisebbek, mint tangenciális feszültségek, úgy hogy szilárdsági szempontból most minket nem érdekelnek.

Nem térek ki még részletesebb számításokra, hanem az általam meghatározott σ_T értékek nagyságait és előjeleit közlöm a 10., 11. és 12. ábrákon végső következtetéseként.



10. ábra. (D—1004) E-439 számú edzett hengerperselyből kivágott „f” jelű gyűrű feszültség ábrája (σ_T)

A 4. táblázatba összefoglaljuk az E-439 számú, nagyfrekvenciás eljárásal edzett hengerperselyben keletkező belső remanens feszültségek értékeit.

4. táblázat

E-439 sz. hengerperselyben keletkező σ_T értékei

	σ_1^*	σ_2	σ_3	σ_{TT}
a_1	-6,5	+3,9	-7,0	-9,6
a_2	-5,5	-0,6	-6,9	-13,0
a_3	-3,5	-3,4	-4,06	-10,96
a_4	-2,0	-5,3	-0,26	-7,56
a_5	-1,0	-3,4	+7,3	+2,9
a_6	+1,0	-0,46	+8,4	+8,94

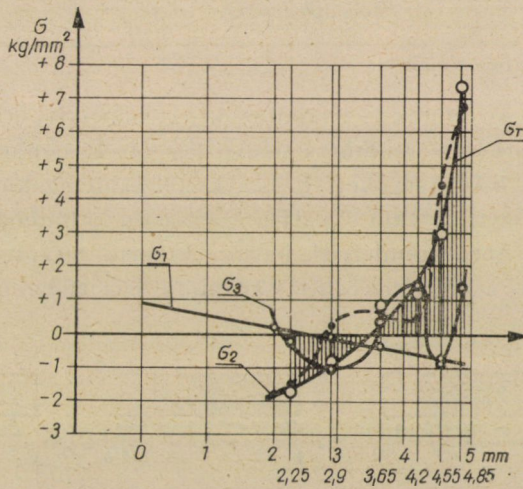
* Itt σ_1 értékét az 1. táblázat alapján felrajzolt görbéről vesszük.

Az átedzett 310 számú hengerperselyben keletkező remanens feszültségek ábrája a 11. ábrán látható, ami az 5. táblázat alapján készült.

5. táblázat

310. sz. hengerperselyben keletkező σ_T értékei

	σ_1^*	σ_2	σ_3	σ_T
a_1	-0,8	+6,75	+1,4	+7,35
a_2	-0,7	+4,47	-0,8	+2,97
a_3	-0,6	+0,48	+1,5	+1,38
a_4	-0,4	+0,60	+0,4	+0,60
a_5	+0,1	+0,23	-1,01	-0,88
a_6	+0,1	-1,53	-0,14	-1,57



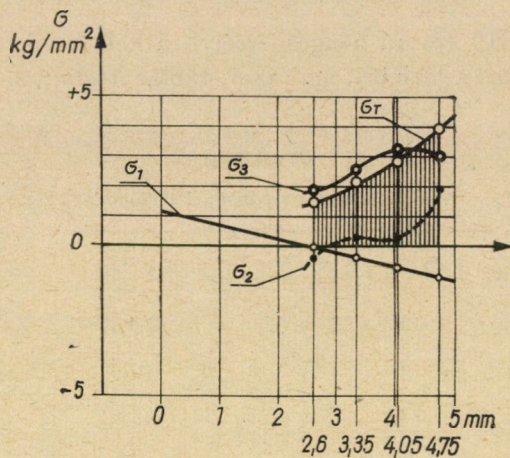
11. ábra. (D-1003) Átedzett 310. sz. hengerperselyből kivágott „b” jelű gyűrű feszültség ábrája (σ_T)

Az edzetlen hengerperselyből kivágott gyűrű feszültségeit a 6. táblázat foglalja össze.

6. táblázat

N_1 . sz. hengerperselyben keletkező σ_T értékei

	1	2	3	T
a_1	-1,0	+1,9	+3,0	+3,9
a_2	-0,7	+0,3	+3,2	+2,8
a_3	-0,4	+0,35	+2,25	+2,2
a_4	-0,02	-0,38	+1,85	+1,45

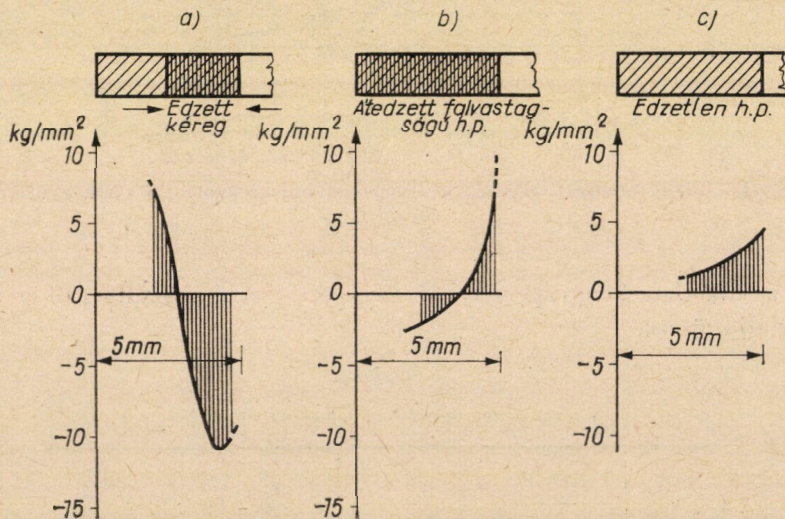


12. ábra. (D—1005) Edzetlen 1. sz. hengerperselyből kivágott gyűrű feszültség ábrája (σ_T)

Röviden összefoglalva :

Az elvégzett kísérletek és számítások azt bizonyítják, hogy úgy nyers, mint teljes térfogatban, valamint a felületileg edzett hengerperselyek tartalmaznak remanens feszültségeket. Ezeknek a feszültségeknek értéke, előjele és a falkeresztmetszetben való eloszlása egymástól különbözik.

Amint a 13. ábra szemlélteti, belső remanens feszültségek tangenciális összetevője (σ_T) — a nagyfrekvenciás árammal edzett hengerpersely munka-



13. ábra. (D—1006) σ_T feszültség összehasonlító ábrája

- a) Nagyfrekvenciás eljárással edzett hengerpersely falában (42—46 HRc)
- b) Olajban térfogati eljárással edzett hengerpersely falában (38—42 HRc)
- c) Edzetlen (180—240 HB)

felületén nyomófeszültség, amely az átmeneti réteg felé közeledve értékét és előjelét változtatja.

A fal edzetlen részében már húzófeszültség jelentkezik.

A teljes térfogati edzéssel átédzett persely falában a remanens feszültségek a munkafelület közelében pozitív előjelűek, azaz ott húzófeszültség van. A hengerpersely külső falához közeledve azonban a feszültségek megváltoztatják előjelüket, és nyomófeszültségekké válnak.

Lényeges megjegyezni, hogy habár két különböző eljárással edzett hengerperselyek felületének feszültségei ellentétes előjelűek, nagyságrendileg alig különböznek egymástól. Az értékeik mindkét esetben 10–15 kg/mm² között változnak.

Teljesen más jellegű és nagyságú remanens feszültségeket figyelhetünk meg az edzetlen hengerperselyekben. Ezek a mintegy 2–5 kg/mm² nagyságrendű húzófeszültségek a fal vizsgált vastagságában mutatkoznak, mint az öntés és mechanikai megmunkálás következményei.

Nyomófeszültségek jelenlétét belsőégésű motorok hengerperselyeinek belső felületén, amint a gyakorlati tapasztalatok is bizonyítják, olyan előnynek lehet tekinteni, amely növeli a szilárdságot, mivel a motor üzem alatt a hengerperselyek húzó erőhatásoknak vannak kitéve.

IRODALOM

1. В. П. Вологдин: «Поверхностная закалка индукционным способом» МАШГИЗ 1939 г. (*Vologdin V. P.: Felületi edzés indukciós módszerrel.*)
2. WITMANN, F. E.: „Maradó feszültségek” — 1933.
3. GONGH és WOOD: „A fémek szilárdsága a korszerű fizika tükrében.”
4. Давиденков, Н. Н.: «Об остаточных напряжениях» — Заводская лаборатория — № 6, 1935 г. (*Davidenkov N. N.: A remanens feszültségekről.*)
5. И. В. Кудрявцев: «Внутренние напряжения, как резерв прочности в машиностроении» МАШГИЗ 1951 г. (*Kudrjavcev, I. V.: Belső feszültségek mint szilárdsági tartalék a gépgyártásban.*)
6. Лозинский М. Г.: «Поверхностная закалка и индукционный нагрев стали». (*Lozinszkij, M. G.: Felületi edzés és az acél indukciós melegítése.*)
7. Одинг И. А.: «Прочность металлов» МАШГИЗ 1941 г. (*Oding, J. A.: Fémszilárdság.*)
8. Одинг И. А.: «Остаточные напряжения и сопротивление усталости стали, закаленной токами высокой частоты» — Вестник машиностроения № 4–5. 1943 г. (*Oding, J. A.: Maradó feszültségek és fáradási ellenállás a magas frekvenciájú edzett acélokban.*)
9. DAVIDENKOV N. N.: „Berechnung der Restspannungen in Kaltgezogenen Rohren.” Zeitschrift für Metallkunde 1932.

ÖSSZEFOGLALÁS

A tanulmány a belsőégésű motorok öntöttvas hengerperselyeinek belső remanens feszültségeinek kérdését vizsgálja.

Ismerteti a remanens feszültségek mennyiségi mérési eljárását, amely a vizsgálandó alkatrész megfelelő gépi megmunkálásból és azt követően az alakváltozások méréséből áll, szemben a klasszikus eljárással, amely hengeres próbapálcákat alkalmaz.

Beszámol — az üzemi felület indukciós felületi edzése eredményeként — a hengerfalban keletkező remanens feszültségek valóságos értékeinek és görbéinek meghatározására irányuló kísérleti kutatásokról.

Összehasonlításként közli a teljesen térfogatedzési eljárással olajban edzett hengerperselyekre, valamint a nyers, edzetlen hengerperselyekre vonatkozó kísérletek és számítások eredményeit.

A nagyfrekvenciásan edzett hengerperselyek remanens feszültségei — értékük és előjelük, valamint a hengerfal keresztmetszetében való elhelyezkedésük következtében — növekszik az alkatrészek kifáradási szilárdságát. Ezt a következtetést megerősítik a hazai autómotorgyártásban szerzett gyakorlati tapasztalatok.

ELŐÍRT PONTOSSÁGÚ PONTSOROS NOMOGRAMOK TERVEZÉSE

HIDRAULIKAI ALKALMAZÁSOK

HASZPRA OTTÓ

VÍZGAZDÁLKODÁSI TUDOMÁNYOS KUTATÓ INTÉZET KÍSÉRLETI OSZTÁLYA

[Beérkezett 1960. július 11-én]

A nomogramok használata a műszaki élet minden területén meglehetősen elterjedt. Vízügyi vonatkozásban is, különösen az utóbbi időben, számos olyan kiadvány látott napvilágot, amely a tervező számára szükséges nomografikus segédleteket tartalmaz. Nomogramok szerkesztésével mégis viszonylag kevesen foglalkoznak, és a hazánkban megjelent nomográfiai irodalom is vagy csak elemi színvonalú, vagy nem kielégítően részletes.

A nomogramok szerkesztésével kapcsolatos egyik legfontosabb gyakorlati kérdés egyrészt *adott nomogram leolvasási pontosságának meghatározása*, másrészt *adott pontosságú nomogram tervezése*. Ezeket a kérdéseket a nomogram-szerkesztők többnyire mellőzik, illetve csak hosszabb gyakorlatuk alapján kifejlődött érzékük alapján járnak el. Tény, hogy az idevágó irodalom nem túl bőséges [1–10], és vagy nem állja ki a szigorúbb bírálatot, vagy céljánál fogva nem is törekszik teljességre.

E dolgozatunkban a *függvényskálákkal* és a *pontsoros nomogramokkal* fogunk a pontosság szempontjából foglalkozni. A teljes érthetőség és a használhatóság végett azonban röviden összefoglaljuk a hibaelmélet és a nomogram-szerkesztés legfontosabb tételeit is. Példáinkat a hidraulika köréből vesszük.

1. Hibák

1.1 A hibák osztályozása

A mérnöki gyakorlat számításainak és szerkesztéseinek eredményét még akkor is hiba terheli, ha az alkalmazott számítás vagy szerkesztés elvileg teljesen szabatos. Az eredményben foglalt hiba két részből tevődik össze:

1. A számításához felhasznált, mért, becsült, illetve ábrából vagy táblázatból vett adatok korlátolt pontosságúak. Az eredménynek ebből származó hibáját nomogram-szerkesztési szempontból *öröklött hibának* nevezzük. Értéke a nomogramtól (de bármilyen egyéb számítási vagy szerkesztési eljárástól is) *független*.

2. Az eredmény újabb hibáját adja, hogy számításainkat és szerkesztéseinket korlátolt pontossággal hajtjuk végre. Nomogram esetén ez a hiba teljes mértékben a nomogram szerkesztésekor és használatakor végrehajtott műveletek során jön létre, ezért ezt a hibát *műveleti hibának* szokás nevezni.

Az eredmény *összes hibája az öröklött és a műveleti hiba eredőjeként* adódik. Kevésbé szabatos fogalmazással, vagy ha félreértés veszélye nem fenyeget, a műveleti hibát, de néha az összes hibát is *leolvasási hibának* nevezzük.

A hiba valódi értékét sohasem ismerjük. Ezért számításunk pontosságának megadására más jellemzőket szoktunk használni, amelyeket azonban ugyancsak hibának nevezünk.

A hibaelmélet többféle hibát ismer. Mi csak kétfélével foglalkozunk. Az egyik a *hibakorlát* (maximális hiba), vagyis a lehetséges hibák abszolút értékének maximuma. A másik a négyzetes középhiba, vagyis a hibák négyzeteinek számtani közepéből vont négyzetgyök, újabban meghonosodott elnevezéssel: *szórás*. Minden hiba kifejezhető vagy az eredmény dimenziójában, vagy dimenzió nélküli viszonyzámként (esetleg $\%$ -ban vagy ‰ -ben). Eszerint *abszolút* vagy *relatív hibáról*, *hibakorlátról*, vagy *szórásról* beszélünk. Meghatározása alapján a két utóbbi csak pozitív mennyiség lehet.

Célszerű a hibát *valószínűségi változónak* felfogni. A tapasztalat és elméleti megfontolások azt mutatják, hogy a *mérés, rajzolás, ábrán való leolvasás hibája zérus várható értékű, normális eloszlású valószínűségi változóként* kezelhető. Itt hibakorlátnak gyakorlatilag (0,9973 valószínűséggel) a *szórás háromszorosát* szokás tekinteni.

1.2. Az öröklött hiba számítása

A következőkben röviden összefoglaljuk azokat az összefüggéseket, amelyek segítségével az *öröklött hiba* számítható.

Legyenek z_1, z_2, \dots, z_k azok az alapadatok, amelyek függvényeként a keresett eredmény, z , adódik. *Explicit*,

$$z = F(z_1, z_2, \dots, z_k) = F_{12\dots k}$$

alakú megadásnál z abszolút középhibáját, μ -t, z_1, z_2, \dots, z_k -nak és abszolút középhibáiknak, $\mu_{a1}, \mu_{a2}, \dots, \mu_{ak}$ -nak függvényében a következő összefüggés adja:

$$\mu_a = \sqrt{F_1'^2 \mu_{a1}^2 + F_2'^2 \mu_{a2}^2 + \dots + F_k'^2 \mu_{ak}^2} = \sqrt{\sum_1^k F_i'^2 \mu_{ai}^2} \quad (1)$$

ahol F_i' jelenti az $F_{12\dots k}$ -függvény z szerinti parciális deriváltját. z relatív középhibája:

$$\mu_r = \frac{\mu_a}{|z|} = \frac{\sqrt{z_1^2 F_1'^2 \mu_{r1}^2 + z_2^2 F_2'^2 \mu_{r2}^2 + \dots + z_k^2 F_k'^2 \mu_{rk}^2}}{|F_{12\dots k}|} =$$

$$= \frac{\sqrt{\sum_1^k z_i^2 F_i'^2 \mu_{ri}^2}}{|F_{12 \dots k}|} \quad (2)$$

ahol μ_{ri} jelenti z_i relatív középhibáját.

Implicit megadásnál csak az abszolút középhiba adható meg. Ha a vizsgált kapcsolat

$$G(z_1, z_2, \dots, z_k, z) = 0,$$

akkor z abszolút középhibája

$$\mu_a = \frac{\sqrt{G_1'^2 \mu_{a1}^2 + G_2'^2 \mu_{a2}^2 + \dots + G_k'^2 \mu_{ak}^2}}{|G'|} = \frac{\sqrt{\sum_1^k G_i'^2 \mu_{ai}^2}}{|G'|}$$

ahol G' a z szerinti, G_i' a z_i szerinti parciális deriváltat jelenti.

z abszolút és relatív hibakorlátját, A -t és R -et, az

$$A = 3\mu_a \quad (4)$$

és az

$$R = 3\mu_r \quad (5)$$

összefüggések segítségével számíthatjuk.

Mindezek az összefüggések a többváltozós függvények teljes differenciáljának felhasználásával adódtak, és így természetesen csak a gyakorlatban szóba jövő viszonylag kis hibák esetén adnak kielégítő eredményt.

Nomogramok műveleti hibáját ugyanezen az alapon számítani szerfölött bonyolult. Ezért — az egyes nomogramfajtáknál külön-külön, de természetesen az előbbi összefüggéseket felhasználva — törekedni fogunk a műveleti hiba egyszerűbb meghatározására is.

1.3. A műveleti hiba megengedhető értéke

Ha a nomogrammal ábrázolt képlet független változóit tökéletesen vagy igen nagy pontossággal ismerjük, a nomogramot öröklött hiba nem terheli. Ekkor a műveleti (abszolút vagy relatív) hibát a megengedett hibával egyenlőnek írjuk elő.

$$\mu_{\text{műveleti}} = \mu_{\text{megengedett}} \quad (6)$$

Ha a független változók hibásak, és a függő változót a lehető legnagyobb pontossággal kívánjuk megkapni, a műveleti hibát az öröklött hiba figyelembevételével kell előírni, lehetőleg úgy, hogy az eredő összes hiba az öröklött hibát ne nagyon haladja meg. Gyakorlati szempontból reális előírás, hogy az

összes hiba az öröklött hibánál legfeljebb 20%-kal legyen nagyobb. Ha az öröklött hiba (úgy mint a műveleti) normális eloszlásúnak vehető, a (relatív és abszolút hibára egyaránt vonatkozó)

$$\mu_{\text{összes}} = 1,2 \mu_{\text{öröklött}} \quad (7)$$

előírás a

$$\mu_{\text{összes}} = \sqrt{\mu_{\text{öröklött}}^2 + \mu_{\text{műveleti}}^2} \quad (8)$$

összefüggés alapján módot nyújt a megengedhető műveleti hibának az öröklött hibához viszonyított meghatározására.

Legyen

$$\mu_{\text{műveleti}} = k \mu_{\text{öröklött}} \quad (9)$$

Ekkor (8), ha $\mu_{\text{öröklött}}$ -et kiemeljük, a következő alakot ölti:

$$\mu_{\text{összes}} = \sqrt{1 + k^2} \mu_{\text{öröklött}} \quad (10)$$

(7) és (10) összevetésével

$$\sqrt{1 + k^2} = 1,2 \quad (10a)$$

Ebből

$$k = 0,6634 \approx \frac{2}{3} \quad (10b)$$

Vagyis, ha azt kívánjuk, hogy az öröklött hibát a nomogram legfeljebb 20%-kal növelje, a megengedhető műveleti hiba

$$\mu_{\text{műveleti}} = \frac{2}{3} \mu_{\text{öröklött}} \quad (11)$$

2. Függvényskálák

2.1. A függvényskálák fogalma és szerkesztése

Függvényskálának olyan, véges vagy végtelen vonaldarabot nevezünk, amelynek minden pontjához meghatározott számérték tartozik. Szerkesztése a következőképpen történik:

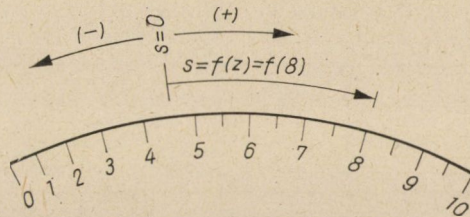
Adott valamely

$$s = f(z)$$

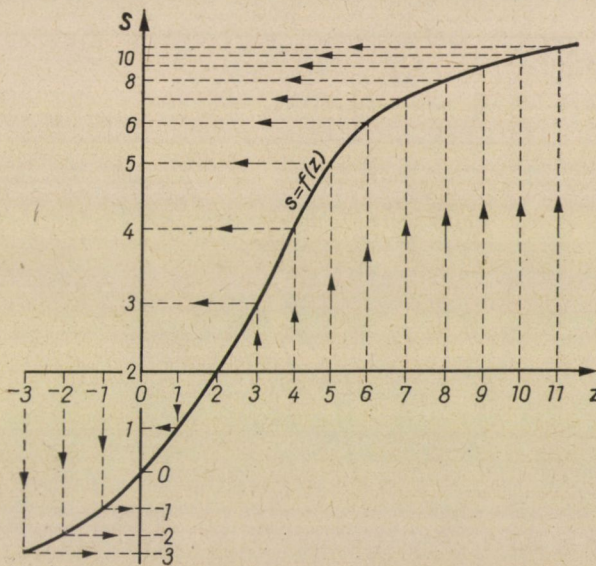
alakú függvény, valamint egy kezdőponttal ellátott egyenes vagy görbe vonal (1. ábra). Különböző z értékekhez kiszámítjuk s -et, és valamilyen hosszegység (pl. cm) segítségével előjelre helyesen felmérjük a felvett vonalra. Az egyes

pontokhoz azt az értéket írjuk, amelynek függvényeként s -et kiszámítottuk. Az így kapott beosztást *függvényiskálának* (számozott pontsornak) nevezzük.

Függvényiskála nemcsak képlet segítségével, hanem a — nem szükségképpen ismert — képletet ábrázoló görbe alapján is szerkeszthető (2. ábra). Az ábrán az $f(z)$ függvényiskála a függőleges s tengelyen adódott.



1. ábra. Függvényiskála



2. ábra. Függvényiskála szerkesztése a függvény görbéje alapján

Kétváltozós kapcsolatok ábrázolása két közös vonalra helyezett függvényiskála segítségével történik, melyek közül az egyik lehet a hosszegység alapján beosztott s skála is. Általában valamely

$$F(z_1, z_2) = 0$$

vagy rövidebb jelöléssel

$$F_{12} = 0$$

kétváltozós kapcsolatot

$$f_1 = f_2$$

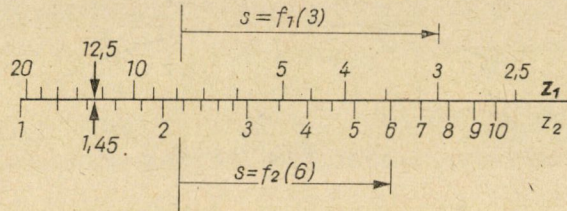
alakra bontunk, majd mindkét oldalt külön-külön s -sel egyenlővé téve, a kapott

$$s = f_1$$

és

$$s = f_2$$

egyenleteket közös vonalra, közös kezdőponttól felrakott két függvényiskálával ábrázoljuk (3. ábra).



3. ábra. Kétváltozós kapcsolat függvényiskálás ábrázolása

2.2 Függvényiskálák műveleti hibája.

Rajzoljunk egy

$$s = f(z)$$



4. ábra. A függvényiskálán mutatkozó geometriai pontatlanság és a hiba

egyenletű, görbevonalú skálát, ahol tehát $f(z)$ a felméréendő ívhosszat adja (4. ábra). Megjegyezzük, hogy görbevonalú skálát általában x, y derékszögű koordinátarendszerben, *paraméteres egyenletpárral* szoktunk megadni:

$$x = x(z)$$

$$y = y(z)$$

Erről a paraméteres megadásról azonban elvileg mindig áttérhetünk az ívmenti s rendezőre

$$s = f(z) = \int_{z_0}^z \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dz + s_0 \quad (13)$$

alakban. Így további levezetésünk paraméteres egyenletrendszerrel megadott függvényiskálára is könnyen értelmezhető.

Tegyük fel, hogy a — leolvasást elősegítő — *indexvonal* kijelöl a skálán egy z értéket. Szemünk azonban a leolvasásban Δs -et téved, amit *valódi geometriai pontatlanságnak* nevezünk, s így z helyett $z + \Delta z$ -t olvasunk le. Mekkora ez a Δz , vagyis a valódi hiba?

Mint hogy a Δz hiba kicsiny (ellenkező esetben a függvényiskála nem lenne használható), a Δs valódi geometriai pontatlanság közelítően egyenlő az $f(z)$ függvény első differenciáljával:

$$\Delta s \approx f'(z) \Delta z$$

Innen (egyszerűség kedvéért egyenlőségjelet használva)

$$\Delta z = \frac{\Delta s}{f'(z)} \tag{14}$$

Δz és Δs egymással arányos valószínűségi változók. Δz korlátjára és szórására már bevezettük a A és μ_a jelöléseket. Δs szórására* és abszolút értékének maximumára ugyancsak külön jelölést vezetünk be:

$$D(\Delta s) = \delta$$

$$\max |\Delta s| = A$$

δ -t és A -t a skála közepes, illetve maximális geometriai pontatlanságának nevezzük. Természetesen (az 1.1. pontban foglaltak alapján) érvényes közöttük a $A = 3 \delta$ egyenlőség.

Az előbbiekből — lényegében mint az (1) összefüggés különleges esete —

$$\mu_a = \frac{\delta}{|f'(z)|} \tag{15}$$

vagy paraméteres alakban, (13) figyelembevételével

$$\mu_a = \frac{\delta}{\sqrt{\dot{x}^2 + y^2}} \tag{16}^{**}$$

A függvényiskála relatív hibáját az ismert meghatározás alapján ugyancsak könnyen kiszámíthatjuk. A relatív középhiba

$$\mu_r = \frac{\mu_a}{|z|} = \frac{\delta}{|zf'(z)|}, \tag{17}$$

* A szórást a valószínűségszámításban D -vel jelölik. Δs szórása: $D(\Delta s)$.

** A négyzetgyök előjele most és a következőkben mindig pozitív.

vagy paraméteres alakban

$$\mu_r = \frac{\delta}{|z| \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (18)$$

Ezek lényegében a (2) egyenlet különleges esetei.

A maximális abszolút és relatív hiba (4) és (5) alapján számítható.

A (15–18) összefüggések alapján valamely függvényskála bármely z értékének abszolút és relatív hibáját meg tudjuk állapítani, ha δ -t vagy Δ -t számszerűen ismerjük.

δ esetenként és egyéneként változó. Nagyságát több, a nomogramot rajzoló és használó személy tulajdonságaitól függő, szubjektív tényező szabja meg:

1. a beosztás pontatlansága,
2. a két szomszédos beosztásvonal közti, szemmel való lineáris interpoláció pontatlansága,
3. ha a skála nem egyenletes, a pontos lineáris interpoláció és az $f(z)$ függvény eltérése.

Ad 1. A beosztás pontatlanságát gyakorlatilag elhanyagolhatóvá lehet tenni pl. nagy méretekkel készült rajz fényképészeti úton történő kicsinyítésével, illetve koordinatográf vagy osztógép alkalmazásával. Ha azonban a skála 1 : 1 méretarányban kézi munkával készül, a rajzolás pontatlanságából adódó közepes geometriai pontatlanság 0,05–0,1 mm.*

Ad 2. Ha a beosztás megfelelő sűrűségű (két szomszédos beosztás távolsága kb. 1 ÷ 3 mm), a szemmel való lineáris interpoláció közepes geometriai pontatlansága szintén 0,05–0,1 mm.

Meg kell jegyeznünk, hogy ez a hiba két feladat kapcsán merül fel:

- a) a leolvasószáll (indexvonal) *beállítása* adott értékre, vagy
- b) a leolvasószállal meghatározott érték *leolvasása*.

Ad 3. Ha az interpolációnak alávetett beosztásköz hosszának a két szomszédos, de ugyanakkora változó-növekedést ábrázoló beosztásköz hosszától való nagyobbik eltérése Δl , akkor a lineáris interpoláció, valamint az $f(z)$ függvényt a szokásos esetekben kifogástalanul helyettesítő négyzetes interpoláció közti legnagyobb eltérés $\frac{\Delta l}{8}$. Vagyis ha pl. két szomszédos osztásköz hossza 1 mm-rel tér el egymástól, akkor az ebből eredő geometriai pontatlanság kb. 0,1 mm. Ez már nem valószínűségi változó, de erre nem leszünk tekintettel, egyrészt, mert a számítást kényelmetlenné teszi, másrészt, mert ilyen nagy értékkel csak igen durva nomogramon szokott előfordulni, végül, mert a szem bizonyos mértékig képes nem lineáris interpolációra is.

* A beosztás pontatlanságának és általában a rajzi hibáknak a hatását az 5. fejezetben még részletesen tárgyaljuk.

Mindezeket összevetve, ha az 1. sz. hibaforrást kizárjuk, akkor jószemű embernél kellő sűrűségű beosztás, gondos beállítás és a skálára merőleges leolvasó szál (pl. logarléc) használatával a *magányos skála eredő közepes geometriai pontatlanságát 0,1 mm-nek vehetjük fel.*

Ha nem konkrét z helyen vagyunk kíváncsiak a leolvasás vagy beállítás hibájára, hanem *az egész skála pontosságáról* akarunk véleményt mondani, akkor a (15–18) hibaképletekbe oly z értéket kell behelyettesíteni, melynél az ábrázolt $a \leq z \leq b$ tartományon belül a hiba a legnagyobb:

$$\max_{(a, b)} \mu_a = \frac{\delta}{\min_{(a, b)} |f'(z)|} \quad (19)$$

$$\max_{(a, b)} \mu_r = \frac{\delta}{\min_{(a, b)} |zf'(z)|} \quad (20)$$

Paraméteres alakban:

$$\max_{(a, b)} \mu_a = \frac{\delta}{\min_{(a, b)} \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (21)$$

$$\max_{(a, b)} \mu_r = \frac{\delta}{\min_{(a, b)} |z| \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (22)$$

Vannak azonban olyan skálák is, amelyeknek *abszolút vagy relatív hibája z -től függetlenül az egész skála mentén konstans*, feltéve természetesen, hogy a geometriai pontatlanság ugyancsak az egész skála mentén állandó. Nézzük meg, melyek ezek.

A (15–18) összefüggések δ és μ_a , illetve μ_r rögzítésével egy-egy hiányos, szétválasztható differenciálegyenletet adnak $f(z)$ -re, melyeket igen könnyű megoldani. Bár a számítást a középhibára vonatkozóan végezzük, természetesen a maximális hibára is érvényes. Oldjuk meg először a (15) egyenletet

$$\mu_a = \frac{\delta}{|f'(z)|} = \text{konstans}$$

$$f'(z) = \pm \frac{\delta}{\mu_a} = \text{konstans}$$

$$f(z) = \pm \frac{\delta}{\mu_a} z + b$$

Egyszerűbb jelöléssel

$$f(z) = az + b$$

Tehát azoknak a skáláknak, amelyeknek abszolút (közép- vagy maximális) hibája állandó, az egyenlete elsőfokú. Ezek a skálák az *egyenletes beosztású*, másnéven aritmetikus, vagy metrikus skálák.

Nézzük, melyek azok a skálák, melyeknek — konstans geometriai pontatlanság esetén — *a relatív hibája állandó*. A (17) egyenlethez

$$\mu_r = \frac{\delta}{|zf'(z)|} = \text{konstans}$$

$$f'(z) = \pm \frac{\delta}{\mu_r} \cdot \frac{1}{z}$$

$$f(z) = \pm \frac{\delta}{\mu_r} \ln |Kz|$$

Rövidebb jelöléssel

$$f(z) = a \ln |Kz|$$

Vagyis az *összes logaritmikus skálák*. Többek között ebben van jelentőségük.

Az utóbbi eredményeket felmérve, megállapíthatjuk, hogy *ha valamely z változó ábrázolásánál z abszolút hibája van előírva, a gazdaságos helykihasználás céljából az ábrázolást egyenletes vagy legalább közelítően egyenletes beosztású skálával igyekezzünk elvégezni*. Ugyanígy, ha *z relatív hibája a mértékadó, az ábrázolásra lehetőleg logaritmikus vagy ahhoz közelálló skálát használjunk*.

2.3. Előírt pontosságú függvényeskála szerkesztése

A függvényeskálák hibáját a skála megnyújtásával lehet csökkenteni. Legyen a nyújtási tényező C . Ekkor a skála egyenlete

$$s = Cf(z)$$

Határozzuk meg C értékét úgy, hogy z abszolút vagy relatív hibája előírt legyen. A (9) és (10) képletekben $f(z)$ helyére $Cf(z)$ -t írva:

$$\max_{(a,b)} \mu_a \frac{\delta}{C \min_{(x,b)} |f'(z)|} = \mu_a \text{ megengedett} = \mu_{am}$$

$$\max_{(a,b)} \mu_r = \frac{\delta}{C \min_{(a,b)} |z \cdot f'(z)|} = \mu_r \text{ megengedett} = \mu_{rm}$$

Innen átrendezéssel

$$C = \frac{\delta}{\mu_{am} \min_{(a, b)} |f'(z)|} \quad (23)$$

illetve

$$C = \frac{\delta}{\mu_{rm} \min_{(a, b)} |zf'(z)|} \quad (24)$$

Paraméteres alakban:

$$C = \frac{\delta}{\mu_{am} \min_{(a, b)} \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (25)$$

illetve

$$C = \frac{\delta}{\mu_{rm} \min_{(a, b)} |z| \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (26)$$

Ha a hibakorlát van előírva, δ helyett Δ , μ_{am} és μ_{rm} helyett pedig A_m és R_m kerül a képletekbe.

Ha a számítás eredményeként C túlságosan nagyra adódik (a skála túlságosan hosszú), célszerű a skálát több részletben megrajzolni (tördelt skála).

3. Pontsoros nomogramok

3.1. A pontsoros nomogramok fogalma és szerkesztése

A pontsoros nomogram olyan, függvényskálákból álló ábra, amely egy többváltozós kapcsolat független változóinak értékeihez bizonyos egyszerű geometriai művelet végrehajtása után megadja a függő változó értékét.

Most csak háromváltozós kapcsolatokat olyan nomogramjaival foglalkozunk, amelyeken a kapcsolatot kielégítő értékhármakat ábrázoló skálapontok egy egyenesbe esnek. E megkötés figyelembevételével *valamely háromváltozós*

$$G_{123} = 0$$

alakú kapcsolat akkor, de csak akkor ábrázolható pontsoros nomogrammal, ha felírható az ún. Soreau-féle alakban :

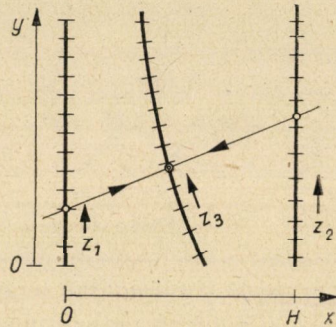
$$G_{123} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (27)$$

Az egyes változókat (z_1 , z_2 és z_3) ábrázoló pontsorok (függvényeskálák) paraméteres egyenletrendszere, az illető változó függvényeként, közvetlenül a determinánsból olvasható ki

$$\begin{aligned} (z_1) \quad & x = x_1 \quad y = y_1 \\ (z_2) \quad & x = x_2 \quad y = y_2 \\ (z_3) \quad & x = x_3 \quad y = y_3 \end{aligned} \quad (28)$$

alakban.

Annak eldöntésére, hogy valamely tetszőlegesen adott háromváltozós kapcsolat felírható-e Soreau-féle alakban — s ha igen, hogyan —, sajnos, nincs gyakorlatilag használható módszer. Ezért néhány speciálisabb — de a gyakor-



5. ábra. A Cauchy-féle kanonikus alak pontsoros nomogramja.

latban leginkább előforduló — függvénytípusra külön szokták levezetni a Soreau-féle determinánst, illetve a pontsorok egyenletrendszerét. Legelterjedtebb a *Cauchy-féle kanonikus alak* :

$$G_{123} = f_3 f_1 + g_3 f_2 + h_3 = 0, \quad (29)$$

melynek Soreau-féle determinánsa

$$f_3 f_1 + g_3 f_2 + h_3 = \begin{vmatrix} 0 & f_1 & 1 \\ H & f_2 & 1 \\ \frac{Hg_3}{f_3 + g_3} & -h_3 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (30)$$

pontsorainak egyenletrendszere pedig:

$$\begin{aligned} (z_1) \quad & x = 0 \quad y = f_1 \\ (z_2) \quad & x = H \quad y = f_2 \\ (z_3) \quad & x = \frac{Hg_3}{f_3 + g_3} \quad y = \frac{-h_3}{f_3 + g_3} \end{aligned} \quad (31)$$

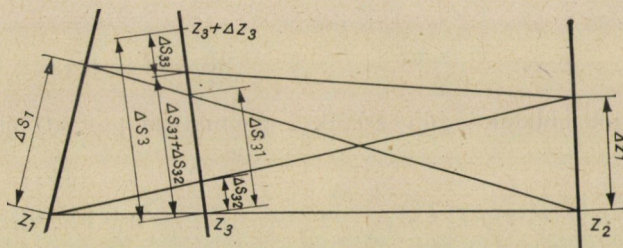
A nomogram vázlata az 5. ábrán látható, ott kiderül H jelentése is. A jól szerkesztett nomogram a változók ábrázolandó tartományában négyzetet vagy ahhoz közelálló síkidomot foglal el. Ha a képletek gépies alkalmazása nem ezt eredményezné, akkor a kapcsolatban előforduló f_1, f_2 stb. függvényeket úgy kell módosítanunk, hogy a kapcsolat érvényének megőrzése mellett a nomogram befoglaló formája közel négyzet alakú legyen. Ez az átalakítás geometriailag a nomogram projektív vagy affin transzformációját jelenti. Bővebb tárgyalása nem tartozik tanulmányunk keretébe. Háromnál több változós nomogramokra, minthogy a pontosság szempontjából elvi újdonságot nem jelentenek, ugyancsak nem térünk ki.

3.2. Pontsoros nomogramok műveleti hibája

Pontsoros nomogramok műveleti hibájának kiszámítása egyetlen függvény-skála műveleti hibájára vezethető vissza.

Legyen z_1 és z_2 értéke adott, keressük z_3 -at. Kérdés: mekkora hibával kapjuk meg?

z_3 meghatározása a nomogramon két fő műveletből tevődik össze:



6. ábra. A pontsoros nomogramon mutatózó geometriai pontatlanságok és az eredmény hibája

1. Megkeressük a z_1 és z_2 adott értékének megfelelő pontokat, s ezeket a leolvasó egyenessel összekötjük.

2. A leolvasó egyenes és a z_3 skála metszéspontját leolvassuk.

Nézzük, hogy e lépések pontatlan végrehajtása milyen hibát eredményez a z_3 skálán. A rajzolás hibáját ne vegyük figyelembe.

z_1 és z_2 megkeresése és rájuk az index-egyenes beállítása Δs_1 , illetve Δs_2 geometriai pontatlansággal történik (6. ábra). Ha $\Delta s_2 = 0$, akkor a z_3 skálán Δs_{31} , ha $\Delta s_1 = 0$, akkor a z_3 skálán Δs_{32} geometriai pontatlanság mutatkozik. Ha egyik sem zérus, akkor a z_1 és a z_2 skáláról átszármazó teljes geometriai pontatlanságot Δs_{31} és Δs_{32} lineáris szuperpozíciója adja. Leolvasáskor a hibás leolvasó egyenes és a z_3 skála metszéspontját újabb Δs_{33} geometriai pontatlansággal olvassuk le. z_3 összes hibáját, Δz_3 -at tehát a $\Delta s_3 =$

$= \Delta s_{31} + \Delta s_{32} + \Delta s_{33}$ összes valódi geometriai pontatlanság szabja meg, s a valódi hiba (13) és (14) alapján

$$\Delta z_3 = \frac{\Delta s_3}{\sqrt{x_3^2 + y_3^2}}$$

A valódi geometriai pontatlanságok ismeretlenek lévén, a számítást természetesen a közepes geometriai pontatlanságokkal és a középhibákkal végezzük el. Jelöljük $\Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_{31}, \Delta s_{32}, \Delta s_{33}$ és Δs_3 szórásait rendre $\delta_1, \delta_2, \delta_{31}, \delta_{32}, \delta_{33}$ és δ_3 -mal, a megfelelő középhibákat pedig $\mu_{a1}, \mu_{a2}, \mu_{a31}, \mu_{a32}, \mu_{a33}$ és μ_{a3} -mal.

Legyen az ábrázolt kapcsolat z_3 -ra megoldható, vagyis

$$z_3 = F_{12}$$

alakú. Ekkor (1) alapján

$$\mu_{a3} = \sqrt{F_1'^2 \mu_{a1}^2 + F_2'^2 \mu_{a2}^2 + \mu_{a33}^2},$$

illetve a jobb oldalon (16) alapján a geometriai pontatlanságokra térve

$$\mu_{a3} = \sqrt{F_1'^2 \frac{\delta_1^2}{x_1^2 + y_1^2} + F_2'^2 \frac{\delta_2^2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{\delta_{33}^2}{x_3^2 + y_3^2}} \quad (32)$$

ahonnan, ha a bal oldalon is bevezetjük a geometriai pontatlanságot és átrendezünk

$$\delta_3 = \sqrt{(x_3^2 + y_3^2) \left(F_1'^2 \frac{\delta_1^2}{x_1^2 + y_1^2} + F_2'^2 \frac{\delta_2^2}{x_2^2 + y_2^2} \right) + \delta_{33}^2} \quad (32a)$$

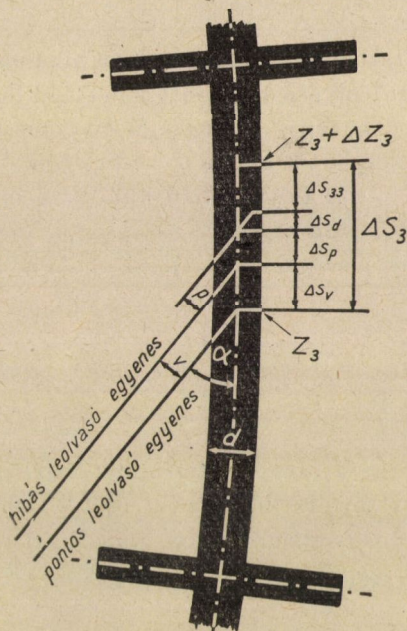
Sajnos, míg adott kapcsolat adott nomogramja esetén δ_1, δ_2 és δ_{33} ismeretében a (32) képletből z_3 hibája kifogástalanul meghatározható, addig a (32a) összefüggés ugyancsak az adott kapcsolattól függ, és így nem ad módot az eredő geometriai pontatlanságnak a konkrét kapcsolattól független általános számszerű meghatározására.

δ_3 meghatározásának más módját adja PENTKOVSKIJ [6], és nyomában PÁL SÁNDOR [5]. Gondolatmenetük azonban némely tekintetben javításra szorul [10]:

1. Csak maximális hibával foglalkoznak, s ezt a maximális részhibák lineáris szuperpozíciójával állítják elő. A maximális hiba előírása azonban valójában a „maximális” hibát meghaladó, egy bizonyos kis valószínűséggel előforduló hibatartomány kizárását jelenti. A lineáris szuperpozíció viszont azt jelenti, hogy az eredmény összes hibájaként — teljesen megokolatlanul — nagyobb hibakorlátot számítanak, tehát egy kisebb valószínűségű hibatarto-

mányt zárnak ki, mint amilyen valószínűségű hibatartományokat a részhibák felvételében kizártak. Vagyis az eredményt pontatlanabbnak gondoljuk, mint amilyen.

2. A zérus vagy véges vastagságú leolvasó-egyenes és a véges vastagságú eredményskála ferde metszéséből származó hibát kétszeres értékkel számítják, mert a vonalvastagság teljes értékével számolnak, noha legfeljebb a



7. ábra. A beállítás és a leolvasás geometriai pontatlanságai a pontsoros nomogram eredményiskáláján

skála középvonalától kétoldalt található félszélesség figyelembe vétele lenne megokolt.

Módszerüket az előbbi észrevételek alapján átdolgozva, az eredményskála geometriai pontatlanságát a következő módon számítjuk:

A z_1 és z_2 pontokra a leolvasó egyenest saját irányára merőlegesen v_1 és v_2 geometriai pontatlansággal állítjuk be. E miatt a leolvasó egyenes az eredményiskálát hibátlan helyzetétől merőleges irányban v távolságra metszi. v -t és az eredményiskálán mutatkozó többi geometriai pontatlanságot a 7. ábrán könnyen figyelemmel kísérhetjük. Ha a leolvasó egyenes a z_3 skálával α szöget zár be és v szórását \bar{v} -vel jelöljük, akkor a \bar{v} eltolódásból származó közepes geometriai pontatlanság

$$\delta_v = \frac{\bar{v}}{\sin \alpha}$$

Hasonló hibát okoz a leolvasásban a leolvasó vonalzó éle és a papír síkja közti távolság, ami miatt, nem normális ránézés esetén, ugyancsak a leolvasó-egyenesre merőleges eltolódás, a p parallaxis mutatkozik. Ennek \bar{p} szórása a

$$\delta_p = \frac{\bar{p}}{\sin \alpha}$$

közepes geometriai pontatlanságot okozza. (Ez a hiba parallaxis helyett tekinthető a véges vastagságú leolvasószál miatt keletkező hibának is.)

További hiba ered a véges vastagságú eredményskálaival való metszés miatt. Szemünk a metszéspontot nem a d vastagságú skála tengelyvonalában, hanem attól legfeljebb $\pm d/2$ távolságban határozza meg. Az eltérés szórásaként a szokásos 0,2–0,3 mm-es skálavastagságok esetén talán $d/6$ -ot lehet fölvenni (vagyis a félvastagság harmadát). Az ebből adódó közepes geometriai pontatlanság

$$\delta_d = \frac{d}{6} \operatorname{ctg} \alpha$$

Végül az így meghatározott metszéspont értékének a skálabeosztáson való interpoláció útján történő leolvasása újabb, most már semmi mástól nem függő δ_{33} közepes geometriai bizonytalansággal történik.

A felsoroltakat összegezve, az eredményskála eredő geometriai pontatlansága

$$\delta_3 = \sqrt{\frac{\bar{v}^2 + \bar{p}^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{d^2}{36} \operatorname{ctg}^2 \alpha + \delta_{33}^2} \quad (33)$$

Nézzük meg, hogy a képletben előforduló mennyiségek milyen értéket kapnak, s így az eredő geometriai pontatlanság milyen határok között mozoghat. \bar{p} , d és δ_{33} a nomogram szerkezetétől függetlenek. Kellő finomsággal megrajzolt nomogramon gondos leolvasással:

$$\begin{aligned} \bar{p} &\approx 0,03 \text{ mm} \\ d &\approx 0,3 \text{ mm} \\ \delta_{33} &\approx 0,05 \text{ mm} \end{aligned}$$

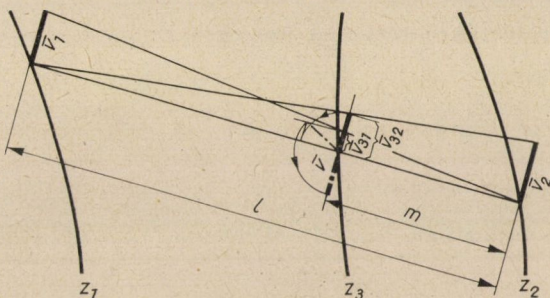
A metszési szög, mint a későbbi számításokból kiderül, célszerű, ha nagyobb 20° -nál:

$$\alpha \approx 20 \div 90^\circ$$

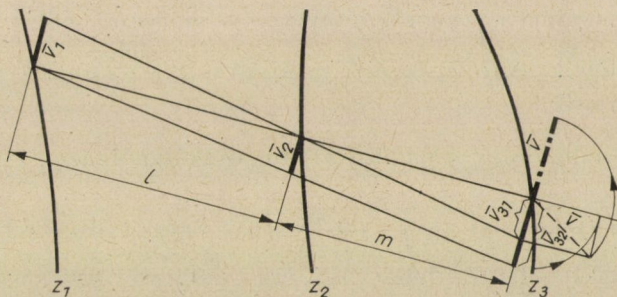
\bar{v} részletesebb vizsgálatot kíván. A 8. ábrán az eredményskála a független változók skálái között helyezkedik el. Ebből az ábra jelöléseivel:

$$\bar{v}_{31} = \frac{m}{l} \bar{v}_1$$

$$\bar{v}_{32} = \frac{l-m}{l} \bar{v}_2$$



8. ábra. A leolvasó egyenes pontatlan beállításából származó geometriai pontatlanság, ha az eredményskála az adott változók skálái között van



9. ábra. A leolvasó egyenes pontatlan beállításából származó geometriai pontatlanság, ha az eredményskála az adott változók skáláin kívül esik

Teljesen indokolt, hogy \bar{v}_1 és \bar{v}_2 értékét azonosnak vegyük: $\bar{v}_1 = \bar{v}_2 = \bar{v}_a$.

Innen

$$\bar{v} = \sqrt{\bar{v}_{31}^2 + \bar{v}_{32}^2} = \bar{v}_a \sqrt{2 \left(\frac{m}{l}\right)^2 - 2 \frac{m}{l} + 1}$$

E kifejezés minimális, ha $\frac{m}{l} = \frac{1}{2}$, s maximális, ha $\frac{m}{l} = 0$ vagy 1 .

$$\bar{v}_{\min} = \bar{v}_a \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7 \bar{v}_a$$

$$\bar{v}_{\max} = \bar{v}_a$$

Ha az eredményskála az adott változók skáláin kívül esik, akkor a 9. ábra jelöléseivel

$$\bar{v}_{31} = \frac{m}{l} \bar{v}_1$$

$$\bar{v}_{32} = \frac{m+l}{l} = \bar{v}$$

Az előbbi \bar{v}_a értékre térve és összegezve

$$\bar{v} = \sqrt{\bar{v}_{31}^2 + \bar{v}_{32}^2} = \bar{v}_a \sqrt{2 \left(\frac{m}{l}\right)^2 + 2 \frac{m}{l} + 1}$$

Ennek minimuma van, ha $\frac{m}{l} = 0$, vagyis

$$\bar{v}_{\min} = \bar{v}_a$$

Maximuma nincs. $\frac{m}{l}$ növekedésével \bar{v} is monoton nő! Ez azt jelenti, hogy ha az eredményskála z_1 -en és z_2 -n kívül esik, ez annál kedvezőtlenebb, minél messzebb esik.

Megjegyzendő, hogy közbülső eredményskálánál az $\frac{m}{l} = 0$ és $\frac{m}{l} = 1$, kívül eső eredményskálánál az $\frac{m}{l} = 0$ esetek a háromváltozós kapcsolat kétváltozósá fajulását jelentik, tehát csak mint határeset érdekesek.

\bar{v}_a értéke pl. 0,05 mm-nek vehető, tehát közbülső eredményskála esetén

$$\bar{v} \approx 0,04 - 0,05 \text{ mm,}$$

kívül eső eredményskála esetén, ha $\frac{m}{l} \leq 1$,

$$\bar{v} \approx 0,05 - 0,1 \text{ mm.}$$

Közbülső eredményskála esetén, ha $\alpha_{\min} = 20^\circ$, az eredő geometriai pontatlanság (33) és az előbbiek alapján

$$\delta_3 = \sqrt{\frac{0,05^2 + 0,03^2}{0,341^2} + \frac{0,3^2}{36} \cdot 2,75^2 + 0,05^2} = 0,23$$

Ha az eredményskála kívül esik és $\frac{m}{l} = 1$,

$$\delta_3 = \sqrt{\frac{0,1^2 + 0,03^2}{0,341^2} + \frac{0,3^2}{36} \cdot 2,75^2 + 0,05^2} = 0,34$$

Jól szerkesztett nomogramoknál, ahol mindhárom skála beosztása elegendő sűrű ($1 \div 3$ mm), továbbá az eredményskála (z_3) a másik két pontsor között helyezkedik el, és a leolvasóegyenes metszési szöge a (z_3) skálával mindenütt nagyobb $20-30^\circ$ -nál, δ_3 értékét $0,2$, Δ_3 -ét $0,5$ mm-nek vehetjük fel. Ha az eredményskála kívül esik, de nem messzebb a hozzá közelebbitől, mint a másik kettő egymástól, $\delta_3 \approx 0,3$, $\Delta_3 \approx 1$ mm. Az eredmény hibája most már az egyszerű függvényskála hibájának mintájára számítható:

$$\mu_{a3} = \frac{\delta_3}{|f'(z_3)|} = \frac{\delta_3}{\sqrt{x_3^2 + y_3^2}} \quad (34)$$

$$\mu_{r3} = \frac{\delta_3}{|z_3 f'(z_3)|} = \frac{\delta_3}{|z_3| \sqrt{x_3^2 + y_3^2}} \quad (35)$$

3.3. Előírt pontosságú pontsoros nomogramok szerkesztése

A pontsoros nomogramok pontosságát, akárcsak a függvényskálákét, az ábra nagyításával lehet (bizonyos határig) fokozni.

A nomogram megtervezése két lépésben történik:

1. A skálák egyenleteit úgy határozzuk meg, hogy a nomogram alakja a befoglaló forma, illetve a leolvasóegyenes metszési szögének szempontjából megfelelő legyen. Legyen ekkor a skálák egyenleteit tartalmazó determináns alakjában kifejezett kapcsolat

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

2. Ezután a nomogramot arányosan megnagyítjuk, vagy kicsinyítjük, ami a koordinátáknak a C nyújtási tényezővel való szorzását jelenti. Ekkor a kapcsolat a következő alakot ölti:

$$\begin{vmatrix} Cx_1 & Cy_1 & 1 \\ Cx_2 & Cy_2 & 1 \\ Cx_3 & Cy_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (36)$$

Hogy ez az átalakítás megengedhető, az a determináns zérus voltából következik.

A C tényező értékét az eredményskála előírt hibája határozza meg. A számítás tehát az előírt pontosságú függvényiskálára levezetett módon történik.

$$C = \frac{\delta_3}{\mu_{a3m} \min_{(c_3, b_3)} \sqrt{x_3^2 + y_3^2}} \quad (37)$$

illetve

$$C = \frac{\delta_3}{\mu_{r3m} \min_{(a_3, b_3)} z_3 \sqrt{x_3^2 + y_3^2}} \quad (38)$$

Ha a maximális hiba van előírva, δ_3 helyett Δ_3 , μ_{a3m} és μ_{r3m} helyett A_{3m} és R_{3m} kerül a képletekbe.

Ha a C tényező a nomogram méreteit nagyon megnövelné, akkor a kapcsolatot több résznomogramon, esetleg tördelt skálákkal egyetlen nomogramon is ábrázolhatjuk.

4. Rajzolási pontatlanságok hatása a nomogram leolvasási pontosságára

4.1. Általános megjegyzések

A nomogram megrajzolásakor keletkező rajzi pontatlanságok egyrészt a rajzeszközöknek, másrészt a rajzoló szemének és kezének tökéletlenségeiből származnak. Általában csak akkor van említésre méltó hatásuk a leolvasás hibájára, ha a nomogramot végleges méreteivel rajzoljuk meg. Ha a nomogram szerkesztését négyszeres-ötszörös nagyításban végezzük, és a végleges ábrát erről fényképezési kicsinyítéssel készítjük, a rajzolásból eredő hiba elhanyagolható a beállítás és leolvasás geometriai pontatlanságaiból eredő hibához képest. A fotografiai kicsinyítés függvényiskálák és vonalsereges nomogramok esetében bármilyen fényképező- és nagyítógéppel történhetik, pontsoros nomogramok esetén azonban feltétlenül szükséges, hogy a fényképezőgép és a nagyítókészülék lencségei minden torzító hatású lencsehibától mentesek legyenek. A pontsoros nomogram csak projektív transzformációval származtatható alakváltozásokra érzéketlen.

Ha a nomogram 1 : 1 méretarányban (vagy csak csekély nagyítással) készül, a rajzolási pontatlanságokból eredő hibát is számba kell venni.

Meg kell jegyeznünk, hogy míg a beállítás és leolvasás geometriai pontatlansága — leíró jelleggel — az idő függvényeként felfogható valószínűségi változó, amelynek középértéke a helytől függetlenül zérus, a megrajzolt

nomogramon a rajzolásból adódó geometriai pontatlanság az időtől független, csak a hely függvénye. Egyazon helyen egyszer s mindenkorra állandó. Ez azt jelenti, hogy *ismételt leolvasással a rajzi pontatlanság hatását kiküszöbölni nem lehet!* Hátrányt azonban ez mégsem okoz, mert a gyakorlatban ismételt leolvasást csak akkor szoktunk végezni, ha a leolvasásban durva hibát gyanítunk. Végeredményben megokolt és a számításban nagy könnyebbséget jelent, ha a rajzi pontatlanságot a többi geometriai pontatlansággal egyformán tárgyaljuk és normális eloszlású valószínűségi változónak tekintjük.

A továbbiakban adunk néhány számértéket a rajzi pontatlanságok okozta geometriai pontatlanságokra. Célszerű azonban, ha a nomogram szerkesztője e téren önállóan dönt, minthogy a rajzoló képességeit, a rajzeszközök minőségét és a munka körülményeit ő ismeri legjobban, és ezek alapján a rajz pontosságát ő tudja leginkább meghatározni.

4.2. Függvényskálák rajzi pontatlanságból eredő hibája

A rajzi pontatlanság a skála hossza mentén érvényesül, s δ_r közepes geometriai pontatlansággal jellemezhető. Magányos skálán nagyon gondos kivitelkor $\delta_r = 0,05 \text{ mm}$. δ_r a beállítás, illetve leolvasás geometriai pontatlanságával a szokásos kvadratikus szuperpozícióval összegezhető. Az így kapott eredő geometriai pontatlanság minden további nélkül behelyettesíthető a 2.2 és 2.3 pontokban előforduló δ helyére.

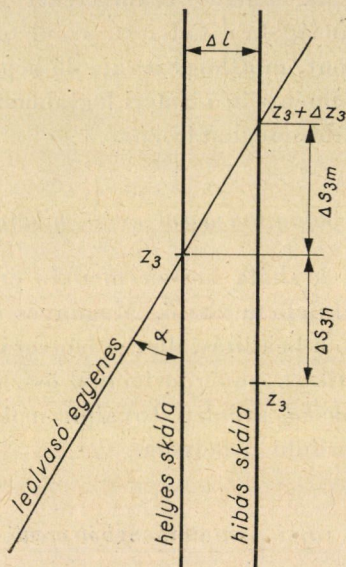
4.3. Pontsoros nomogramok rajzi pontatlanságból eredő hibája

Pontsoros nomogramoknál a rajz pontatlansága két irányban, a skála hosszában és a skálára merőlegesen érvényesül. Mindkettőt abból a szempontból kell megvizsgálnunk, hogy a skála hossza mentén mekkora geometriai pontatlanságot okoz. A 10. ábrán Δs_{3h} -val jelöltük a beosztásnak a skála hossza mentén való eltolódását (a 3-as index az eredményiskálára utal), Δs_{3m} -mel pedig a skála és a helyes leolvasóegyenes metszéspontjának a helyes metszésponttól amiatt való eltolódását, hogy a skálát a helyes helyzettől önmagára merőleges irányban Δl távolságban rajzolták meg.

$$\Delta s_{3m} = \Delta l \cdot \operatorname{ctg} \alpha \quad (55)$$

ahol α a leolvasóegyenes és a skála metszési szöge. Jelöljük Δl szórását δ_l -lél, Δs_{3h} -ét δ_{3h} -val, Δs_{3m} -ét δ_{3m} -mel. Gondos rajzon $\delta_l = \delta_{3h} = 0,05 \text{ mm}$ és $\delta_{3m} = 0,1 - 0,15 \text{ mm}$ (ha α nem kisebb $20 - 30^\circ$ -nál). A kvadratikus szuperpozíció miatt δ_{3m} a döntő. Elvi nehézséget ezek után a rajzi pontatlanság hatásának meghatározása nem okoz. A gyakorlatban, ha a nomogram szerkesztése 1 : 1 méretarányban történik, a 3.2 és 3.3 pontokban előforduló

δ_3 -at $0,2\text{ mm}$ helyett $0,4 - 0,5\text{ mm}$ -nek vehetjük, feltéve, hogy az eredmény-skála a másik két pontsor között helyezkedik el, és a leolvasó egyenes metszési szöge az eredmény-skálával nem kisebb $20 - 30^\circ$ -nál. A kvadratikusszerű szuperpozíció az eredő geometriai bizonytalanságra kisebb értéket ad ugyan, de mivel a rajzi pontatlanság a 4.1 pontban foglaltak szerint állandó hibát eredményez, továbbá nemcsak az eredmény-skálán mutatkozik, célszerű δ_3 nagyobb mértékű növelése. A rajzi pontatlanságot egyenes vonalú skálán kisebb, görbevonaltól skálán nagyobb értékkel ajánlatos figyelembe venni.



10. ábra. Rajzi pontatlanságok a pontsoros nomogram eredmény-skáláján

Rajzi pontatlanságként kezelhető a pontsoros nomogramoknál a papír utólagos alakváltozásából és a leolvasó egyenes görbeségéből származó hiba is. Üveglapról alumíniumbetétes papírra történő másolás a káros (nem projektív) alakváltozást kíméletes használat esetén kizárja, a leolvasó szál görbesége pedig nem túlságosan nagy (pl. formátumnyi) nomogramoknál ugyancsak nem szokott érvényesülni.

5. Példák

5.1. Példák adott pontosságú függvényskálára

1. A Vizgázdalkodási Tudományos Kutató Intézet Vízépítési Kísérleti Laboratóriumában a vízhozam mérése többnyire mérőbukóval történik. Az 1000—1 jelű és a hitelesítés eddigi tartományában Thomson-típusú bukó hitelesítése alkalmával az elméletnek megfelelően az átbukási magasság és a vízhozam között a következő összefüggést kaptuk:

$$Q = ah^{5/2},$$

ahol Q 1/s-ban, h cm-ben helyettesítendő. a értéke Q függvényében viszonylag szűk határok között változik ($0,032 \div 0,040$).

A gyakori használat miatt célszerűnek látszott a kapcsolatot a szokásos vízhozamgörbe helyett kettős függvényskálával ábrázolni, amely kisebb terjedelmű, számolólécra erősíthető, pontosabban szerkeszthető, és amellet sokkal kényelmesebb és pontosabb leolvasást is biztosít.

Az ábrázolandó intervallumok:

$$Q \approx 0 \div 160$$

$$h \approx 0 \div 30$$

A megengedett maximális hiba:

$$R_Q = 0,01 \text{ (1\%)}, \quad \text{ha } Q > 1$$

$$A_Q = 0,01 \text{ 1/s}, \quad \text{ha } Q < 1$$

$$A_h = 0,01 \text{ cm} \quad \text{minden } h\text{-ra}$$

A h beosztást — a vízszintmérő tű beosztásával összhangban — metrikusnak választottuk. A kapcsolat célszerű átalakítása:

$$Ch = C \left(\frac{Q}{a} \right)^{2/5}.$$

A skálák egyenlete

$$(H) \quad x^{mm} = Cf_1 = Ch$$

$$(Q) \quad x^{mm} = Cf_2 = C \left(\frac{Q}{a} \right)^{2/5}.$$

Nézzük először a h skálára vonatkozó pontossági kívánalom kielégítését.

Mint hogy a skálákat igen szabatosan készítik el (fényképeszeti kicsinyítés), továbbá mert a szomszédos osztásközök a h skálán egyenlők, a Q skálán pedig előreláthatólag 0,1 mm-nél is kisebb értékkel térnek el egymástól, csak a 2.2 pont 2. sz. hibaforrását kell figyelembe vennünk. A nomogramot szakképzett személyek használják, tehát a legkisebb geometriai pontatlansággal számolhatunk. Magányos skálánál ez $\delta = 0,05$ mm. De mert ez a pontatlanság Q felkeresésekor is és H leolvasásakor is jelentkezik, ezért $\delta_h = \sqrt{0,05^2 + 0,05^2} = 0,07$ mm. A maximális hibához $\Delta h = 3 \cdot 0,07 \approx 0,2$ mm tartozik. A (13) képletnek a maximális hibára való átirásával

$$C = \frac{\Delta_h}{A_h \min_{(0,30)} |h'|} = \frac{0,2}{0,01 \cdot 1} = 20. \quad (I)$$

A Q skálára vonatkozó előírás kielégítésénél a geometriai pontatlanság egyezik az előbbivel: $\Delta_Q = \Delta_h = 0,2$ mm. A (23) képletből $Q = 0 \div 1$ között:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\Delta_Q}{A_Q \min_{(0,1)} \left[\left(\frac{Q}{a} \right)^{2/5} \right]'} = \frac{0,2}{0,01 \cdot \frac{2}{5a} \min_{(0,1)} \left(\frac{Q}{a} \right)^{-3/5}} = \\ &= \frac{0,2}{0,01 \cdot \frac{2}{5 \cdot 0,038} \left(\frac{1}{0,038} \right)^{-3,5}} = \frac{5 \cdot 0,2 \cdot 0,038^{2/5}}{0,01 \cdot 2} \approx 13,5. \end{aligned} \quad (II)$$

A (14) képletből $Q = 1 \div 160$ között

$$\begin{aligned} C &= \frac{\Delta_Q}{R_Q \min_{(1,160)} \left\{ Q \left[\left(\frac{Q}{a} \right)^{2/5} \right]' \right\}} = \frac{0,2}{0,01 \cdot \frac{2}{5a} \min_{(1,160)} \left[Q \left(\frac{Q}{a} \right)^{-3/5} \right]} = \\ &= \frac{5 \cdot 0,2 a^{2/5}}{0,01 \cdot 2 \min_{(1,160)} Q^{2/5}} = \frac{5 \cdot 0,2 \cdot 0,038^{2/5}}{0,01 \cdot 2 \cdot 1} = 13,5. \end{aligned} \quad (III)$$

(I), (II) és (III) közül (I) a legnagyobb, ezzel kell tehát a nomogramot megszerkeszteni. A két skála egyenlete tehát, figyelembe véve, hogy a nullvízzel a rendelkezésre álló mérce $H = 40$ cm-es osztása színel,

$$(H) \quad x^{mm} = 20h = 20(H - 40)$$

$$(Q) \quad x^{mm} = 20 \left(\frac{Q}{a} \right)^{2/5}$$

A skálát $C = 100$ választásával két részre „törve” rajzoltuk meg, majd fényképezéssel kicsinyítettük $C = 17$ -nek megfelelő méretre. Azért vettünk $C = 20$ helyett 17-et, mert így szokásos logarlécméretre jutottunk. A hibát ez kevéssé növelte meg. A skála egy része a 11. ábrán látható.

2. 250 mm átmérőjű, egyedi gyártású vízhozammérő Venturi cső hitelesítésekor a Δh mérőmagasság és a Q vízhozam között a következő összefüggés adódott:

$$Q = a \sqrt{\Delta h} \pm 1\%,$$

ahol Q l/sec-ban, Δh vízoszlop cm-ben értendő, a $\pm 1\%$ Q középhibáját jelenti. Ha Δh 0,5 és 250 között, Q értéke pedig ennek megfelelően 10 és 250 között változik, az a tényező értéke 14,8 és 15,6 határok között változik. Legyen az ábra Q -ra vonatkozó műveleti középhibája 0,67%. Ekkor az összes középhiba 1,2%.

Logaritmálva és a C nyújtási tényezőt bevezetve

$$C \lg Q = C \lg a \sqrt{\Delta h}$$

A skála fényképezési eljárással készül. Minthogy használói nem szakképzett személyek, a geometriai bizonytalanságot célszerű nagyobb értékkel ($\delta = 0,1$ mm) figyelembe venni. Így a Q skála eredő geometriai pontatlansága az előző példa mintájára

$$\delta_Q = \sqrt{0,1^2 + 0,1^2} = 0,14 \text{ mm.}$$

A nyújtási tényező a (24) képlet alapján

$$C = \frac{0,14}{0,067 \cdot \min_{(10,250)} \left| Q \cdot \frac{0,434}{Q} \right|} = \frac{0,14}{0,067 \cdot 0,434} = 48,3.$$

Vagyis kis kerekítéssel a skálák egyenlete

$$(H) \quad s = 50 \lg a \sqrt{\Delta h}$$

$$(Q) \quad s = 50 \lg Q$$

Az ábrát ötszörös nagyításban rajzoltuk meg.

Ebből a 12. ábrát ötszörös kicsinyítéssel nyertük.

A példa nagyon jól mutatja a nomogramok alkalmazhatóságát *vízépítési vonatkozásban*, ahol a *pontosági követelmények* a feladat természetéből folyóan *nem túlságosan nagyok*. Így *kis terjedelmű, kényelmesen kezelhető nomogramokat a vízépítésben sokkal inkább áll módunkban alkalmazni, mint bármely más műszaki szakterületen.*

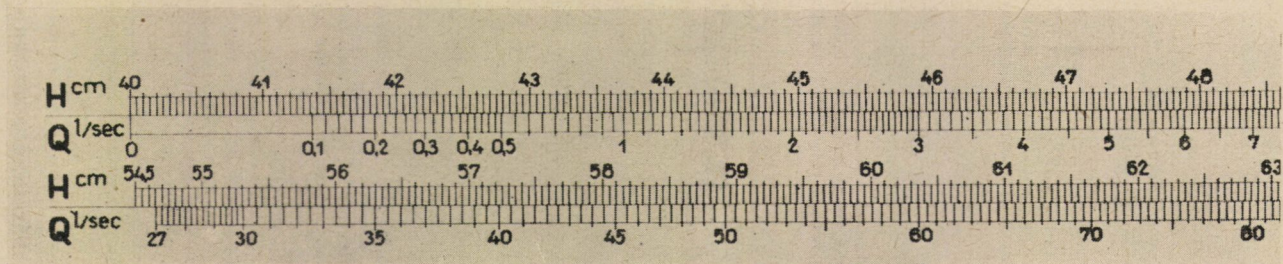
5.2 Példa pontsoros nomogram hibájának számítására

A *Vízépítési Laboratórium* egyik modellkísérletével kapcsolatban trapézszelvényű csatornában folyó víz közepességét kellett nagyon sok alkalommal kiszámítanunk. Ismeretes volt a Q vízhozam és az m vízmélység. A csatorna keresztmetszeti területe:

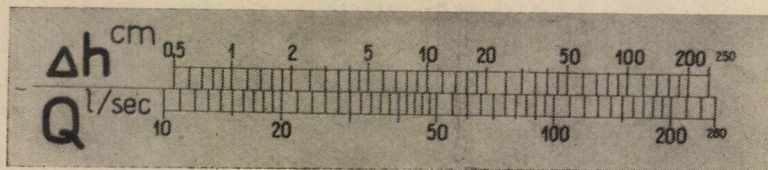
$$F = 20,9 \text{ m} + 0,75 \text{ m}^2.$$

A közepességét tehát a

$$v = \frac{1000 Q}{20,9 \text{ m} + 0,75 \text{ m}^2}$$



11. ábra. Thomson-típusú bukó bukásmagasság—vízhozam skálájának részlete



12. ábra. Venturi-cső mérőmagasság—vízhozam skálája

képlet szolgáltatva, ahol v cm/s-ban, Q l/s-ban, m cm-ben helyettesítendő. Ezt a képletet kellett nomogrammal ábrázolnunk. Az ábrázolandó intervallumok

$$Q = 4 \div 130$$

$$m = 2 \div 35$$

$$v = 20 \div 200$$

Célszerű a kapcsolatot logaritmusokra átírni, mert v relatív leolvasási hibája érdekel. A kapcsolat nomogramját úgy rajzoltuk meg, hogy a szokásos $21 \times 29,7$ cm méretű lapon elférjen. Így módon az eredményként szereplő v skála egyenletét

$$(v) \quad y = 67 \lg v + \text{konstans}$$

alakban kaptuk. Az ábrát a sürgősség és a viszonylag nagy megengedett hiba miatt végleges méretével rajzoltuk meg. Így a rajzolási pontatlanságot a nomogram hibájának számításakor figyelembe kell vennünk. E miatt eredő geometriai pontatlanságként $\delta_v = 0,5$ mm-t vehetünk fel. v leolvasási hibája (17) alapján

$$\mu_{rv} = \frac{\delta_v}{|vf'(v)|} = \frac{0,5}{v \cdot 67 \cdot 0,434 \frac{1}{v}} = \frac{0,5}{67 \cdot 0,434} = 0,017,$$

vagyis 1,7%.

Vizsgáljuk meg, hogy nem túlságosan nagy-e ez a hiba. Ezt eldönteni az öröklött hibával való összehasonlítás alapján lehet. Q mérési hibája $\mu_Q = 1\%$, m mérési hibája pedig $\mu_{rm} = 2\%$. A (2) képlet alapján v öröklött hibája

$$\mu_{rv\text{öröklött}} = \frac{\sqrt{Q^2 \left(\frac{1000}{20,9m + 0,75m^2} \right)^2 \cdot 0,01^2 + m^2 \left(\frac{1000Q(20,9 + 1,5m)}{(20,9m + 0,75m^2)^2} \right)^2 \cdot 0,02^2}}{1000Q} \cdot \frac{1000Q}{20,9m + 0,75m^2}$$

A kínálkozó egyszerűsítéseket elvégezve

$$\mu_{rv\text{öröklött}} = \sqrt{0,01^2 + m^2 \left(\frac{20,9 + 1,5m}{20,9m + 0,75m^2} \right)^2} \cdot 0,02^2.$$

Ez legnagyobb értékét m legnagyobb értékénél éri el:

$$\max \mu_{rv\text{öröklött}} = \sqrt{0,01^2 + 35^2 \cdot \left(\frac{20,9 + 1,5 \cdot 35}{20,9 \cdot 35 + 0,75 \cdot 35^2} \right)^2} \cdot 0,02^2 = 0,033,$$

vagyis %-ban

$$\max \mu_{rv\text{öröklött}} = 3,3\%.$$

Az öröklött hiba tehát jóval felülmúlja a műveleti hibát. Nézzük meg azt is, hogy az öröklött és a műveleti hiba eredője mennyivel haladja meg az öröklött hibát.

$$\mu_{rv\text{összes}} = \sqrt{0,017^2 + 0,033^2} = 0,0372,$$

vagyis %-ban

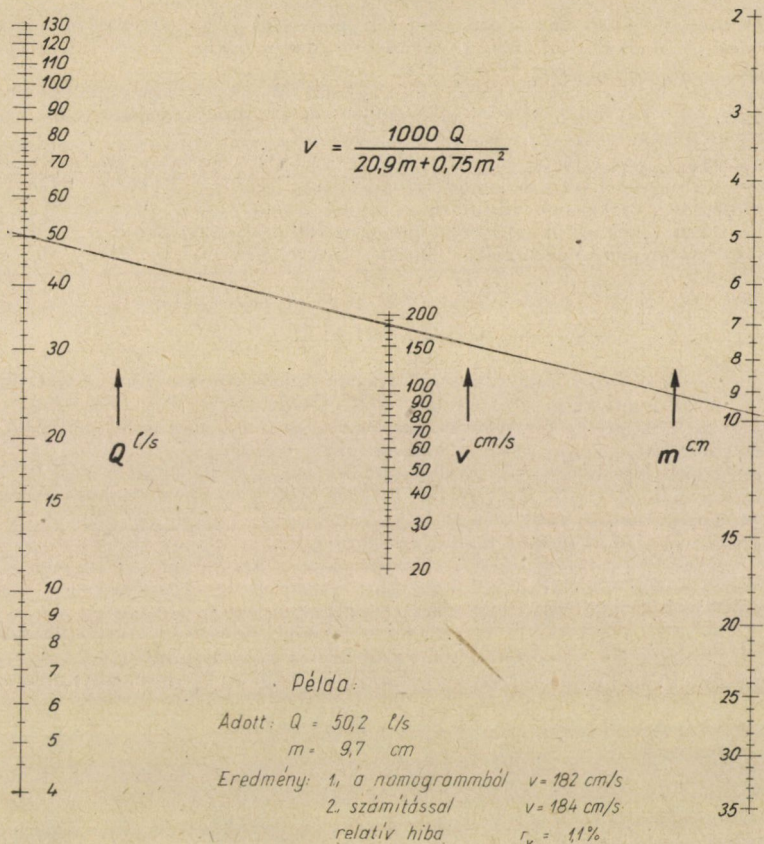
$$\mu_{rv\text{összes}} = 3,72\%.$$

tehát alig több, mint az öröklött hiba egymagában.

A nomogramot 1/2-es kicsinyítésben a 13. ábrán mutatjuk be. Ebben a méretben még mindig kifogástalanul használható.

*

Az előzőekben jól használható eljárást adtunk a nomogram-szerkesztéssel foglalkozó mérnök kezébe két- és háromváltozós kapcsolatok előírt pontosságú pontsoros nomogramjainak megtervezésére, de adott nomogram pontosságának meghatározására is. Többváltozós kapcsolatokra, vala-



13. ábra. Kísérleti csatorna mélység—vízhozam—sebesség nomogramja

mint mozgóalkatrészes nomogramokra (logarléc, számolókorong stb.) nem terjeszkedtünk ki, azonban az előzőkben ismertetett elvek és képletek értelemszerűen ezekre is könnyen alkalmazhatók. A lényeg mindig az eredményt adó skálán érvényesülő — s esetleg, a metszési szögnek vagy a leolvasó egyenes szakaszai arányának változása miatt, a hely függvényében is változó — eredő geometriai pontatlanság meghatározása. Ennek birtokában a pontosság már könnyen számítható.

IRODALOM

1. HAJÓS GYÖRGY: A nomográfia alkalmazhatóságának hatáiról. A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai és Fizikai Osztályának Közleményei I. 1951. 268—273. o.
2. MEYER ZUR CAPELLEN, W.: Leitfaden der Nomographie. Springer. Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1953.
3. NYEVSKIJ, B. A.: Szpravocsnaja kn'iga po nomografii. Goszt'ehizdat, Moszkva—Leninigrád, 1951.

4. PÁL SÁNDOR: Grafikus-numerikus módszer pontsoros és pontmezős nomogramok tervezésére. A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei, I. évf. 1—2. füzet 223—272. o., 1956.
5. PENTKOVSKIJ, M. V.: Nomografija. Goszt'ehizdat, Moszkva—Leningrád, 1949.
6. SCHWERDT, H.: Lehrbuch der Nomographie auf abbildungsgeometrischen Grundlage. Springer, Berlin, 1924.
7. HASZPRA OTTÓ: Nomográfia. Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, Budapest, 1955.
8. BAL, L.—RADÓ, F.: Lectii de nomografie. Editura Tehnica, Bukarest, 1956.
9. SCHROEDER, R.: Praktische Einführung in die Nomographie. Hanser, München 1951.
10. HASZPRA OTTÓ: Néhány megjegyzés nomogramok leolvasási hibáihoz. A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei. IV. évf. 3—4. füzet. 1959.

ÖSSZEFOGLALÁS

Nomogramok célszerű használatához ismernünk kell a nomogram hibáját, illetve adott feltételekhez adott pontosságú nomogramot kell és érdemes szerkesztenünk.

A dolgozat ismerteti a függvényskálával és a pontsoros nomogrammal való ábrázolás feltételeit és módszereit, majd rátér a hiba meghatározására.

Bármely számítás hibája két részből tevődik össze: 1. az adatok vagy a felhasznált képlet pontatlanságából eredő ún. öröklött hibából, amely tehát a számításához felhasznált eszköztől (pl. nomogramtól) független, 2. a számító eszköz (pl. nomogram) szerkezetétől és méreteitől függő műveleti hibából. A nomogramszerkesztő feladata az utóbbinak előírt határok közé szorítása. Mind az öröklött, mind a műveleti, mind a kettő eredőjeként jelentkező összes hibát vagy a négyzetes középhiba (szórás), vagy a maximális hiba értékének megadásával szokás előírni.

A műveleti hiba egyenlő a megengedett hibával, ha a független változók abszolút pontosak. Ha a független változókat is hiba terheli, a műveleti hibát célszerű az öröklött hiba $2/3$ -ával egyenlőnek előírni. Ekkor az összes hiba csak 20% -kal haladja meg az öröklött hibát.

Függvényskálák Δz hibáját a Δs geometriai pontatlanság és az $s = f(z)$ skálafüggvény figyelembe vételével a

$$\Delta z = \frac{\Delta s}{f'(z)}$$

alapvető összefüggésből kiindulva a (15—18), valamint a (19—22) képletek alapján számíthatjuk. A metrikus skála abszolút hibája, a logaritmus skála relatív hibája az egész skála mentén állandó. Előírt pontosságú skálát a (23—26) képletekben megadott C nyújtási tényezővel számíthatunk.

A pontsoros nomogramok műveleti hibája az egyes skálakon adódó geometriai pontatlanságok eredőjéből (34—35) alapján számítható. Előírt pontosságú pontsoros nomogramot a (37—38) képletekben megadott nyújtási tényezővel készítünk.

A példák kapcsán a szerző megállapítja, hogy a vízépítési feladatoknál reálisan megkívánható pontosság igen kisméretű, kényelmesen kezelhető nomogramok készítését teszi lehetővé.

FOLYADÉKHŰTÉSES TURBOGENERÁTOROK KIFEJLESZTÉSE*

Dr. SEIDNER MIHÁLY

LEV. TAG

1. Bevezetés

Turbogenerátorok a villamos gépgyártás legnagyobb és legértékesebb termékei. Itthon még csak az 50 mw teljesítményű gépeknél tartunk, de a Szovjetunióban már folyamatban van a 300 mw teljesítményű gépek gyártása is. Ilyen turbogenerátor súlya mintegy 300 tonna, és gyártási költsége 20 millió forint körül van. Turbogenerátoroknak folyadékkal való hűtése közel áll hozzánk, mert villamosgépek álló és forgó részének folyadékkal való hűtése 43 éves magyar találmány, és a világon egyedül hazánkban készültek és vannak ilyen gépek üzemben.

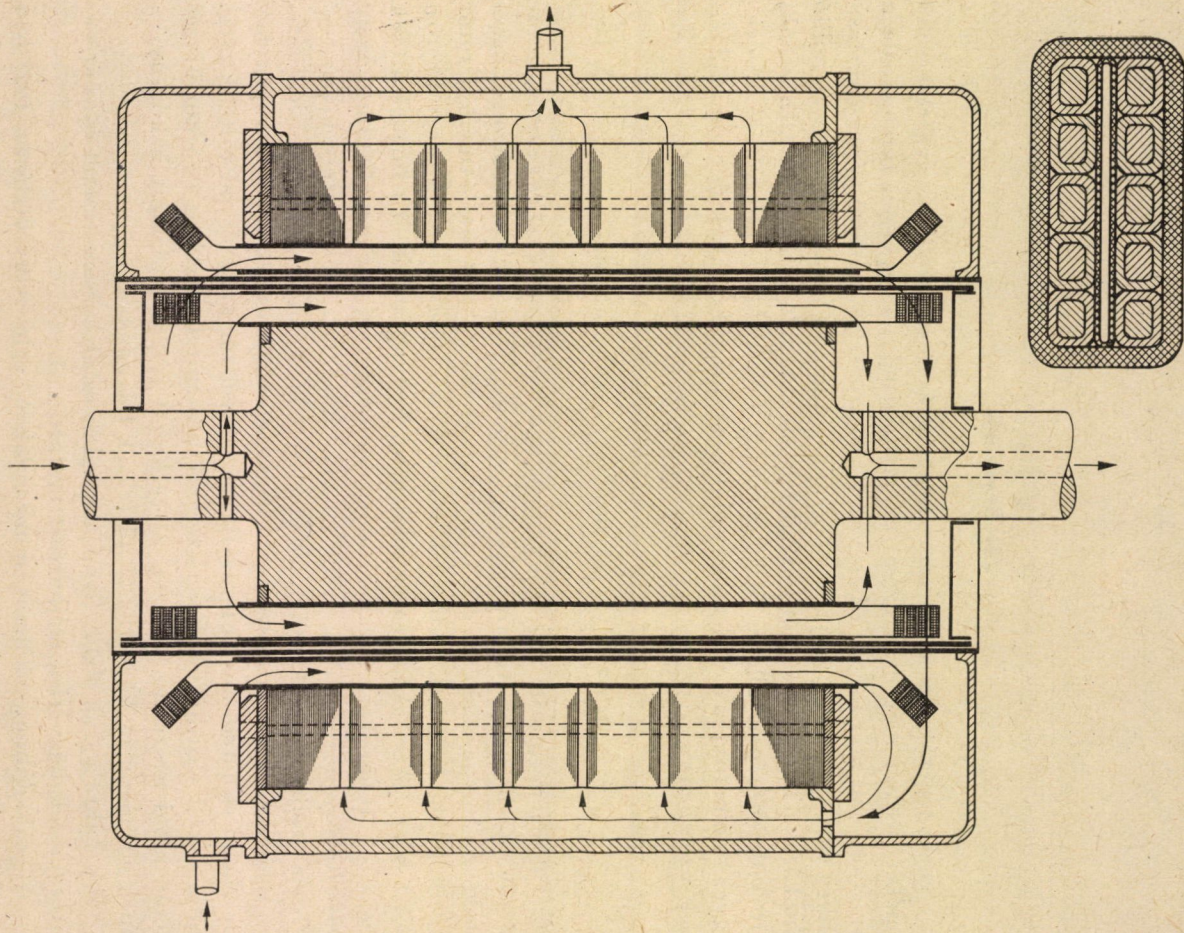
2. Az 1917. évi zárócsöves szabadalmam

Turbogenerátorok teljesítő képessége a rótor hosszával egyenes, a rótor-átmérővel pedig négyzetes arányban gyarapodik. Hűtésre eleinte levegőt használtak, — ám percenkénti 3000 fordulatonál már a 850 mm átmérőjű rótor hengeres felületén keletkező légsúrlódás az összes veszteségnek mintegy 40%-ra szökkent fel, és ezzel akadályozta az átmérő nagyobbítását. Turbogenerátorok szerkesztése terén szerzett tapasztalataimból szűrtem le a megállapítást, hogy a teljesítmény növelhetősége céljából más hűtőanyag bevezetése kívánatos. 1917-ben szabadalmat kaptam villamos gépeknek folyadékkal való hűtésére. Ezen szabadalom szerint a sztátor a légrésbe szerelt és két végén a köpenyhez támaszkodó szigetelő csővel lezáratik, és a belső tér hűtő olajjal töltetik meg. A rótor vízzel van hűtve. Ezen szerkezetben mind a sztátor és rótor üreges vezetői, mind a sztátor lemezei, a szerkezeti részek, valamint a köpeny — elsőnek a világon — közvetlenül hűttetnek folyadékkal.

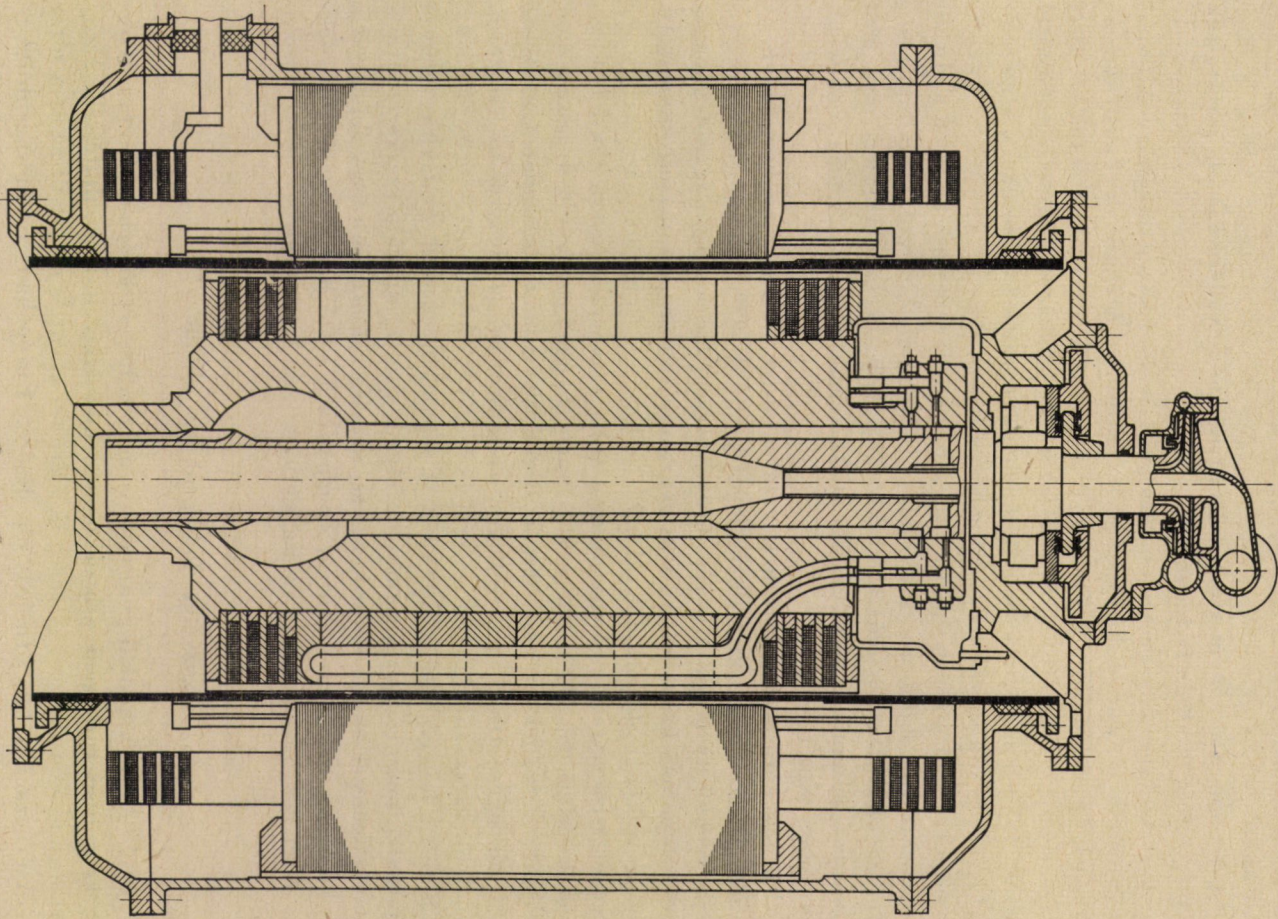
Az 1. ábra a szabadalmi leírásban foglalt egyik hosszmetsetet és az üreges sztátorvezetők közvetlen olajhűtését mutatja.

A szabadalmat villamos mozdonyokon való felhasználásra 1921-ben kötött megállapodással átengedtem KANDÓ Kálmánnak. Ezen szabadalom

* A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának 1960. október 6-iki ülésén bemutatott székfoglaló előadás.



1. ábra. Folyadékűtéses turbogenerátor



2. ábra. Folyadékűtéses fázisváltó

szerint hűtik a Budapest—Hegyeshalom között közlekedő 32 darab, valamint újabban a Budapest—Hatvan között közlekedő 14 darab villamos mozdony fázisátalakító gépét, azzal az eltéréssel, hogy a vezetők közvetve hűtetnek folyadékkal.

A KANDÓ Kálmán mesterien konstruálta folyadék-hűtéses fázisváltók hosszmetSZete a 2. ábrán látható.

A szabadalomnak turbogenerátorokon való hasznosítására megállapodást kötöttem a Ganz Villamossági, valamint az Ateliers de Constructions Électrique, Charleroi belga gyárral is. 1936-ban a General Electric Co. kísérleti turbogenerátort gyártott, melynek sztátorát szabadalmam szerint olajjal hűtötték, 1938-ban pedig a Szovjetunióban végeztek kísérleteket a szigetelő-csővel lezárt és olajjal töltött sztátor hűtésével.

Mindezen próbálkozások dacára a folyadék nem tudott teret hódítani turbogenerátorok hűtésére, bár, mint a General Electric megállapította: „A folyadék-hűtéses gép működése kielégítő volt, de az olajhűtést még sem alkalmaztuk, részint tűzveszélyessége miatt, részint pedig mert nagyfeszültségű gépekre nem volt igény.”

Turbogenerátorok hűtésének hatályosabbá tételére azonban éppen az Egyesült Államokban volt szükség, mert például 1929-ben az ott bevezetett, másodpercenkénti 60 periódusnál levegőhűtéssel 15 mva-nél nagyobb gépeket csak 4 és 6 pólusú kivitelben tudtak gyártani. Az Európában szabványosított, másodpercenkénti 50 periódusnál a levegőhűtéses kétpólusú gépek teljesítményének felső határa mintegy 80 mva volt. A General Electric Co. folyadék-hűtéses kísérleti gépe 1936-ban tehát éppen tapogatózás volt új hűtési mód keresésére. Ugyanekkor azonban az Egyesült Államokban már tengelyzár nélküli hidrogénhűtéses gépeket helyeztek üzembe az elektromos hálózatok wattnélküli áramszükségletének termelésére. Tekintettel arra, hogy a gázzal való hűtést a levegő hűtésre szerkesztett gépek lényegesebb átalakítása nélkül lehetett alkalmazni — ezzel szemben a folyadék-hűtés radikális szerkezeti átalakításokat igényel — a 3 amerikai gyár inkább a hidrogénhűtést fejlesztette ki a gyakorlat számára. A hűtési szempontból jóval hatékonyabb folyadék-hűtés részleges bevezetésére az Egyesült Államokban csak 18 évvel később került sor.

3. Közvetett hidrogénhűtés alkalmazása

1937-ben az amerikai gyárak hosszú és költséges kísérletezés után áttértek a kétpólusú turbogenerátorok felületi közvetett hidrogénhűtésére. Ezzel a súrlódási és ventilációs veszteség tizedére csökkent és megnyílt az út a rótor átmérő és ezzel a teljesítmény növelésére. Európában a hidrogénhűtésre későbbben tértek át; így például a Brown Boveri svájci gyár az első hidrogénhűtéses turbogenerátort 1947-ben, a C. A. Parsons & Co. angol gyár 1948-ban

készítette; Németországban hidrogén hűtést először 1952-ben használtak, hazánkban pedig most gyártják az első hidrogénhűtéses turbogenerátort.

4. Közvetlen hidrogénhűtés alkalmazása

A hidrogénnel való közvetett felületi hűtésről az amerikai gyárak 1952-ben áttértek a sztátor és rótor üreges vezetőinek közvetlen hűtésére. Ezzel a gép súlya mintegy felére csökkent, és a fajlagos teljesítmény kereken megkétszereződött. Percenkénti 3000 fordulatú, 1150 mm átmérőjű, 5500 mm hosszú, közvetlen hidrogénhűtéses rótorral 375 mva teljesítmény állítható elő.

1150 mm az a legnagyobb rótorátmérő, melynek acél anyagát mintegy 62 kg/mm² folyási határral a kohók jelenleg gyártani tudják. Közvetlen hidrogénhűtéssel az egység teljesítménynek 375 mva-en túl való nagyobbítását tehát csak a rótor hosszabbításával lehet elérni. Ám a rótor hosszabbítása a hatásfok csökkenésével jár, mert a hidrogén keringetésére szükséges kompresszor teljesítmény a hosszúság negyedik hatványával növekedik; a kompresszornak a gépen belüli elhelyezése pedig nehézségekbe ütközik. A közvetlen hidrogénhűtés tehát 5500 mm rótorhosszal elérkezett azon határteljesítményhez, melyen felül hatékonyabb hűtési mód alkalmazása már indokoltnak látszik.

5. A sztátortekercsek közvetlen folyadékűtése

1955-ben a General Electric egy 200 mva teljesítményű turbogenerátorát újrendszerű hűtéssel látta el, mely elrendezést alkalmasnak vélte hosszú gépek hűtésére is. Ismeretes és használatos a konstrukció, melynél a sztátor lemez-csomagjai közötti sugárirányú ventilációs réseken keresztül szakaszonként hűtőgáz áramlik a rótor felületére, és a légrésemben tengelyiránt haladva a szomszédos szakaszok sugárirányú ventilációs résein keresztül távozik a hűtőbe. A General Electric a rótornak ilyen felületi hűtését átszerkesztette a rótorvezetők közvetlen hűtésére. E célból a belépő szakaszokon a rótor felületéből kinyúló lapátkák a gázt a forgás erejével beterelelik a hornyokban fekvő üreges vezetőkbe, ahonnan a felmelegedett gáz a szomszédos szakaszok sugárirányú ventilációs résein keresztül a hűtőbe távozik. Ezen elrendezésnél tehát az üreges rótorvezetők közvetlenül vannak szakaszonként párhuzamosan áramló hidrogénnel hűtve. A szakaszok szaporításával ez a hűtési mód hosszú rótorok közvetlen hidrogénhűtésére is alkalmas.

A rótortekercseknek hidrogénnel való közvetlen hűtése tehát függetlenül a gép hosszától meg van így oldva. Ám a sztátortekercseknek közvetlen hidrogénhűtése a gép hosszának növekedésével annál is inkább akadályokba ütközik, mert a rótor szakaszos hűtése folytán a hűtőgáz sztatikus és a gázt keringető kompresszor dinamikus nyomása csökkenthető. Ezt az akadályt a General Electric oly módon hártotta el hosszú gépek hűtésének útjából,

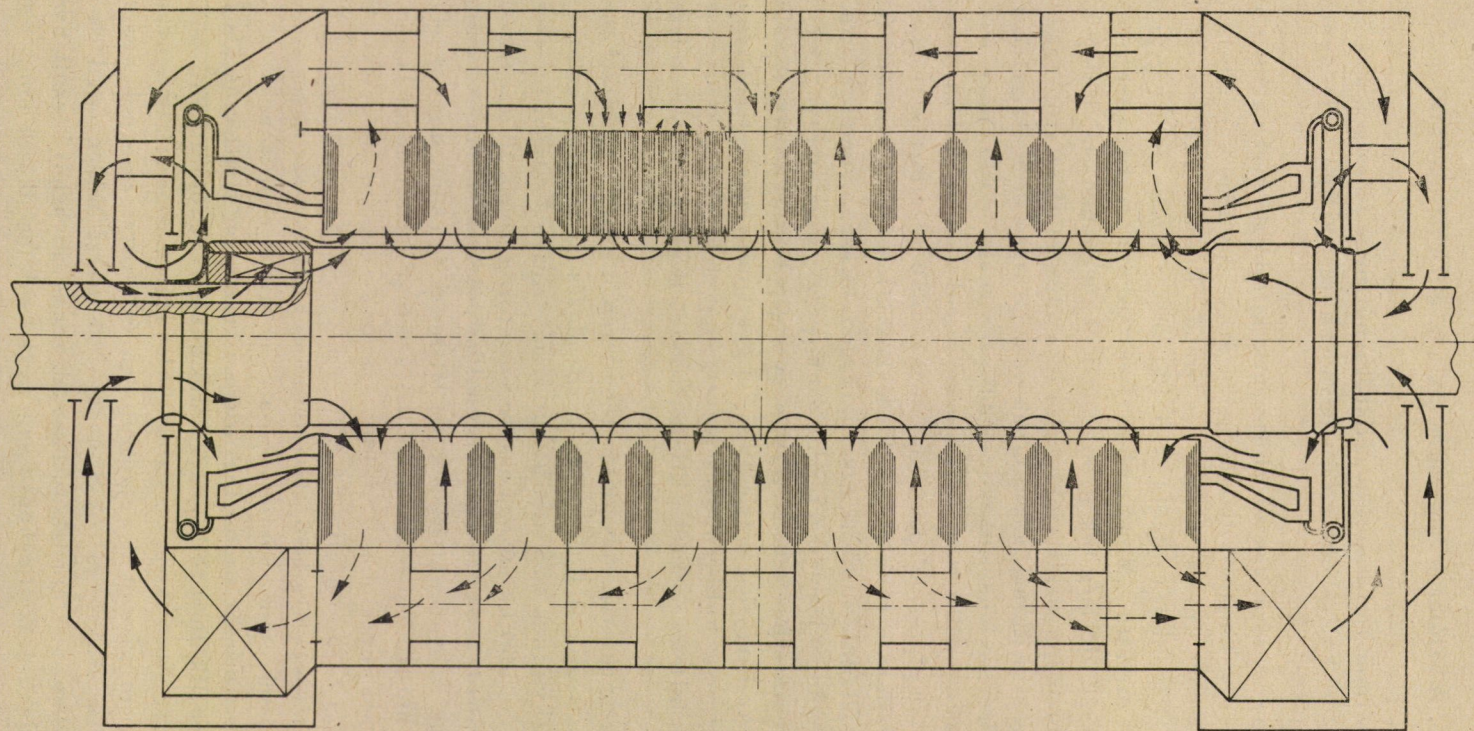
hogy a sztátortekercesek közvetlen hűtésére a gázzal áttért a folyadékra. A gázzal szemben ugyanis a folyadéknak jelentősen nagyobb a hőátvevő, valamint a hőszállító képessége, és a folyadék keringetésére is tetemesen kisebb energia szükséges.

A 3. ábrán vonalas elrendezésben a General Electric hűtési rendszere hosszmetsetben látható.

Engem, aki immár több mint 40 esztendeje foglalkozom villamosgépeknek folyadékkal való hűtésével, közelről érdekelt a General Electric által kifejlesztett szakaszos hűtési rendszer, mert ez alkalmasnak látszik 300 mw és ennél nagyobb teljesítményű turbogenerátorok hűtésére is. Vonatkozó vizsgálódásaim rávezettek a rendszer hiányosságára is. Eszerint a szakaszos elrendezés függetleníti ugyan a rőtortekercesek hűtését a gép hosszától, de a gép hosszával növekedő hűtési nehézségek ugyanakkor a rőtorról átterelődnék a sztátorra.

A sztátor hűtésének ugyanis szerves tartozékai a lemezcsoomagok közötti sugárirányú szellőző nyílások; ezek pedig a gép aktív hosszának mintegy 15–20%-át veszik igénybe. Következésképpen a rézvezetők elhelyezésére 15–20%-kal szűkebb keresztmetset marad a sztátor hornyaiban. Ám a gép hosszának, illetőleg teljesítményének növekedésével kívánatossá, sőt szükségessé válik a feszültségnek 10–15 kV-ról 20–30 kV-ra való fokozatos emelése; az ezáltal igényelt kétszeres vastagságú horonyszigetelés tovább csökkenti a vezetők elhelyezésére fennmaradó keresztmetsetet. Ha még ehhez hozzávesszük a hűtőfolyadék vezetéken belüli áramoltatására szükséges keresztmetsetet, úgy adódik, hogy a turbogenerátor hossza a General Electric szakaszos hűtési elrendezésével csak a határfok terhére növelhető.

A sztátor üreges vezetőinek olajjal való közvetlen hűtése már benne foglaltatik az 1917 évi szabadalmamban. 1955-ben tehát — szabadalmi védelem hiányában — a sztátortekerceseknek a General Electric elrendezés szerinti, folyadékkal (olajjal vagy vízzel) való közvetlen hűtését több európai gyár alkalmazhatta és alkalmazza azzal az eltéréssel, hogy a rőtortekercesek nem a szakaszos, hanem a szokásos módon hűtetnek hidrogénnel; következésképpen a sztátorlemezeket radiális elrendezés helyett axiális irányban lehet hidrogénnel hűteni. Mivel azonban az így hűtött gép teljesítményét a rőtör teljesítő képessége határolja, a sztátortekerceseknek folyadékkal való közvetlen hűtése a rőtortekerceseknek hidrogénnel való közvetlen hűtésével párosítva nem alkalmas határteljesítményű turbogenerátoroknak kifejlesztésére. Erre mutat rá W. N. KILNERnek a Metropolitan Vickers angol gyár mérnökének a Dél-afrikai Mérnök Egylet Közleményei 1957 szeptemberi számában megjelent cikke következő mondata is: „A sztátortekercesek közvetlen folyadékűtésének célja nem a határfok növelése vagy a gyártási költségek leszorítása, hanem kizárólag a nagyteljesítményű turbogenerátorok külső méreteinek és súlyának mérséklése a szállítás megkönnyítésére, sőt lehetővé tételére.



3. ábra. A rőtortekercseknek hidrogénnel való szakaszos közvetlen hűtése párosítva a sztátortekercsek közvetlen folyadékűtésével

6. A sztátor és rőtortekercsek közvetlen folyadékűtése

A teljesítmény gyarapítása céljából tehát nem elégséges a sztátortekercseknek folyadékkal való hűtése; a folyadékűtést ki kell terjeszteni a rőtortekercsek hűtésére is.

A sztátor és rőtor folyadékűtésének kifejlesztésével valóban behatóan foglalkoznak az élenjáró villamossági gyárak. Az 1956-ban Párisban megtartott Conférence Internationale des Grands Réseaux Électriques á Haute Tension (CIGRÉ) ülésén például R. A. BAUDRY, a Westinghouse gyár mérnöke következőket mondta: „Mi már részletesen tanulmányoztuk turbogenerátorok folyadékűtését, de még sok problémát kell megoldani, mielőtt a folyadékűtést üzembiztosan alkalmazni lehetne igen nagy gépek sztátorának és rőtórának hűtésére. A rőtornak vákuumban való járátása pedig szigetelési problémákat vet fel, melyek ugyancsak megoldásra várnak.” Az 1957 évi Metropolitan Vickers Gazette áprilisi számában a neves angol gyár mérnöke J. TUDGE pedig következőket írja: „A folyadékűtést nem csupán a sztátortekercsekre kellene korlátozni. Sajnos, a rőtortekercseknek közvetlen folyadékűtése félelmetes (formidable) feladat. Mégis az ezzel járó előnyök elég nyomósak arra, hogy a probléma megoldási lehetőségét időnként megvizsgáljuk új anyagok és gyártási módszerek tekintetbevételével úgy, hogy a gép hidrogén helyett vákuumban dolgozzék.” Az English Electric 1957 évi gyártmányismertetése végül így ír: „A jövőre nézve a hidrogénűtés helyett más lehetőségek is vannak turbogenerátorok hűtésére. Ezek kifejlesztésére jelenleg nagy erőfeszítéseket teszünk.”

Turbogenerátorok folyadékűtése terén a szovjet gyárak haladnak az élen. Az Elektrosila által kifejlesztett elrendezésnél az üreges sztátor és rőtörvezetők vízzel vannak közvetlenül hűtve, úgyszintén a sztátor lemezesomagok is; a rőtor atmoszférikus nyomású levegőben forog. Ilyen, 30 mw teljesítményű turbogenerátort ír le SAPIROV a Vestnyik 1959 évi 3. számában. A Leningrádban járt kartársak szerint a kísérletek azt látszanak igazolni, hogy a folyadékkal közvetlenül hűtött gép teljesítő képességét már nem a hőemelkedés, hanem egyéb tényezők határolják. SAPIROV számítása szerint az Elektrosila TB2 jelű, 1075 mm rőtórátmérőjű és 6400 mm hosszú turbogenerátora közvetett hidrogén hűtésével nyerhető 150 mw teljesítménnyel szemben — közvetlen folyadékűtéssel ennek háromszorosát: 450 mw-ot teljesítené!

Ez az elrendezés a rőtor légsűrűlódási vesztesége miatt csak kis átmérőjű rőtörök esetén alkalmas turbogenerátorok hűtésére; a rőtórátmérő növekedésével célszerűvé, sőt szükségessé válik a belső légtér atmoszférikus nyomásának csökkentése, ami viszont a nagyfeszültségű sztátortekercseknek vákuum elleni védelmét teszi szükségessé. A Siemens—Schuckert Művek egyik szabadalmi bejelentésükben a sztátortekercseket alkalmas anyagból készült burkolattal gondolja védeni. A Westinghouse-gyár ugyancsak foglalkozik a nagyfeszültségű

tekercesek szigetelésének valamilyen védelmével. Az Elektrosila elrendezésének hiányossága az is, hogy a rőtortekercsek meghibásodása esetén az üreges vezetőkből nagy sebességgel kitérő vízszögár tönkre teheti a sztátortekercsek szigetelését, elsősorban a tekercesfejekben.

7. Az 1917. évi zárócsöves szabadalmam alkalmazása

A zárócsöves elrendezés az Elektrosila rendszerű folyadékhűtés hiányosságait pótolja. Ennél az elrendezésnél a sztátortekercsek, a lemezttest, a szerkezeti részek és a köpeny közvetlenül vannak olajjal hűtve, és egyéb lényeges és hasznos tulajdonságai is vannak a zárócső nélküli hűtéssel szemben. Zárócsöves sztátorban a nagyfeszültségű tekercesek belül is meg kívül is olajban fürdenek, minek folytán lehetővé válik azok szigetelését költséges mika helyett olcsó nátroncellulóze papírból készíteni és a feszültséget a jelenleg szokásos 10—15 kv-ról 20—30 kv-ra megnövelni. A meghibásodott rőtortekercsekből kitérő vízszögár nem éri a sztátortekercseket, és a rőtör vákuumban foroghat. A fázisváltókon szerzett 25 éves üzemi tapasztalat igazolja a zárócsöves hűtés megbízhatóságát. A novoszibirszki és harkovi turbogenerátor gyárak zárócsöves elrendezést alkalmaznak folyadékhűtéses turbogenerátorokon.

A zárócsöves elrendezést az olajtöltés tűzveszélyessége miatt szokták kifogásolni. Ezzel szemben megállapítom, hogy a fázisváltókban a 25 éves üzem alatt voltak ugyan kisebb-nagyobb zárlatok, főleg a 16 kv feszültségű tekercesfejekben, de ezeket az olaj kioltotta, és sem robbanás, sem tűz nem keletkezett, pedig még gázképződést jelző készülékek sincsenek felszerelve.

Am a tűzveszély kiküszöbölhető nem gyúlékony, nem éghető, mesterséges olaj használatával. Erre már H. D. TAYLOR, a General Electric mérnöke is felhívta a figyelmet, mondván: „A mesterséges pyranol olaj alkalmazása kiküszöböli a tűzveszélyességet.” Mivel azonban ilyen olajnak ára a transzformátor olaj árának többszöröse, mivel továbbá egy-egy turbogenerátor olajtöltése 8—12 tonna, — kívánatos és lehetséges megfelelő szerkezeti megoldással és szigetelő betétekkel a tekercesfejek passzív tereinek radikális leszűkítése, amint azt az 1958 évi szabadalmam tartalmazza.

A tűz- és robbanási veszéllyel kapcsolatban rámutatok arra, hogy levegővel való bizonyos arányú keveredés esetén a hidrogénnek természetes tulajdonsága a robbanás. Sokféle bonyolult és költséges berendezéssel sikerült a gázszivárgás és robbanás lehetőségét kiküszöbölni; ennek dacára a hidrogénhűtéses turbogenerátorok köpenyét 8 atmoszférának ellenálló kivitelben készítik. A hidrogénhűtéses turbogenerátort így az egész világon megnyugvással alkalmazzák az elektromos művek. Ha tehát az olajhűtéses turbogenerátor köpenye

ugyancsak robbanásnak ellenálló kivitelben készül, akkor a zárócsöves elrendezésű, olajhűtéses turbogenerátor nem lesz kevésbé üzembiztos, mint a hidrogénhűtéses gép.

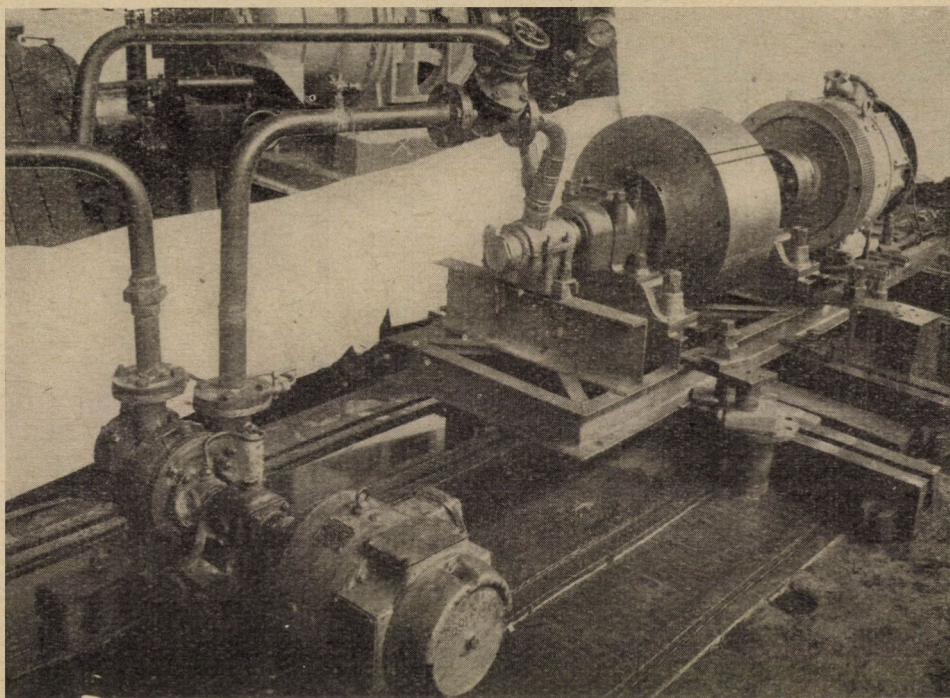
8. A rótor közvetlen vízhűtésének szerkezeti megoldása

A zárócsöves elrendezés — előbbieik szerint — megoldja a sztátor közvetlen olajhűtésének problémáját; az üreges rótorvezetők vízzel való közvetlen hűtésének szerkezeti kialakítása azonban még megoldásra vár. A rőtortekercseknek vízzel való közvetett hűtésére már régóta megfelelő konstrukciók vannak. A C. A. Parsons & Co. gyár például 1923-ban 8 turbogenerátort helyezett üzembe, melyeknek rőtortekercsei közvetett vízhűtéssel is el voltak látva. A Ganz Villamossági gyárban 1935-ben gyártott, percenkénti 1500 fordulátú fázisváltók rőtortekercsei ugyancsak közvetett módon vannak vízzel hűtve. A hűtővíz be- és kivezetésének, a víz áramoltatására szükséges nyomásnak, a tömítéseknek és a rótor nyugodt járásának percenkénti 3000—3600 fordulatonál való tanulmányozására 1953-ban kísérleteket végeztem egy 700 mm átmérőjű rőtortesttel. A 4. ábrán a kísérleti elrendezés fényképe látható.

A kísérletek igazolták, hogy közvetett hűtés esetén az előbb felvetett kérdések percenkénti 3000—3600 fordulatonál a gyakorlat számára megnyugtató módon oldhatók meg.

A rőtortekercseknek vízzel való közvetlen hűtése azonban új problémákat is támaszt. A rótor hornyaiban fekvő 16—24 tekercshez 32—48 darab, 150—200 atmoszféra belső nyomásra méretezett vízhozzávevő és ugyanennyi vízelvevő rézcső vagy gumitömlő és mindegyikhez 2—2 oldható csatlakozó szerelvény szükséges. Mivel pedig egy-egy pólus tekercsfejei koncentrikusan fekszenek egymásban, a víz hozzá- és elvezető csövek vagy tömlők csak többszöri hajlítással vezethetők a belső tekercsekhez. A víz hozzá- és elvezető csöveknek, tömlőknek, valamint ezek csatlakozó szerelvényeinek a tekercsfejeket lefogó abroncsok alatti elhelyezése azonban összezsúfolja és bonyolítja a tekercsfejek terét, és szükségessé teszi ezen térnek, következésképpen a tekercseket tartó abroncsoknak — nem kívánatos — meghosszabbítását. Ehhez járulnak még tömítési és szigetelési nehézségek, a tengelyeknek a radiális furatoktól eredő gyengítése és a percenkénti 3000—3600 fordulátú rótor rezgéséből származó mechanikai igénybevétel.

A rótor közvetett hűtésével szerzett tapasztalataim, valamint elméleti vizsgálódásaim felhasználásával alkalmas szerkezetet dolgoztam ki a tekercsek és a rőtortest közvetlen vízhűtésére. Ezt az elrendezést a Licencia Találmányokat Értékesítő Vállalat Magyarországon, a Komplex Nagyberendezések Vállalata pedig a nyugati országokban szabadalmi védelemre jelentette be. Az elrendezést hosszmetsetben az 5. ábra mutatja.

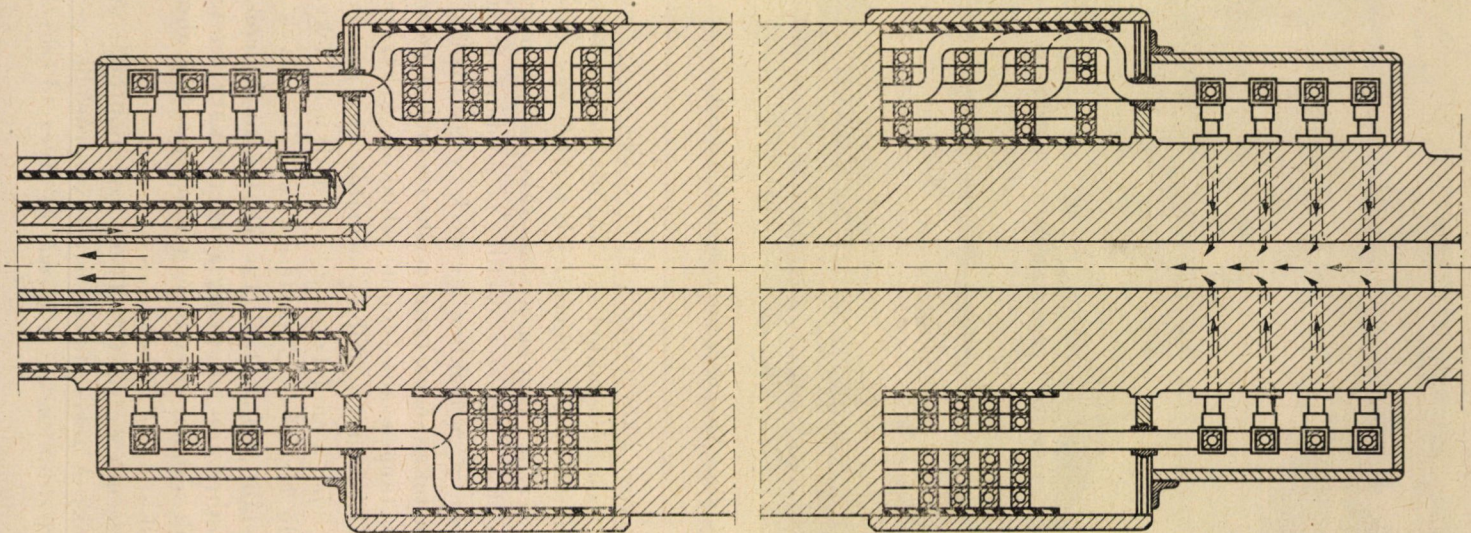


4. ábra. Vízhűtéses turbo rőtortest kísérlet

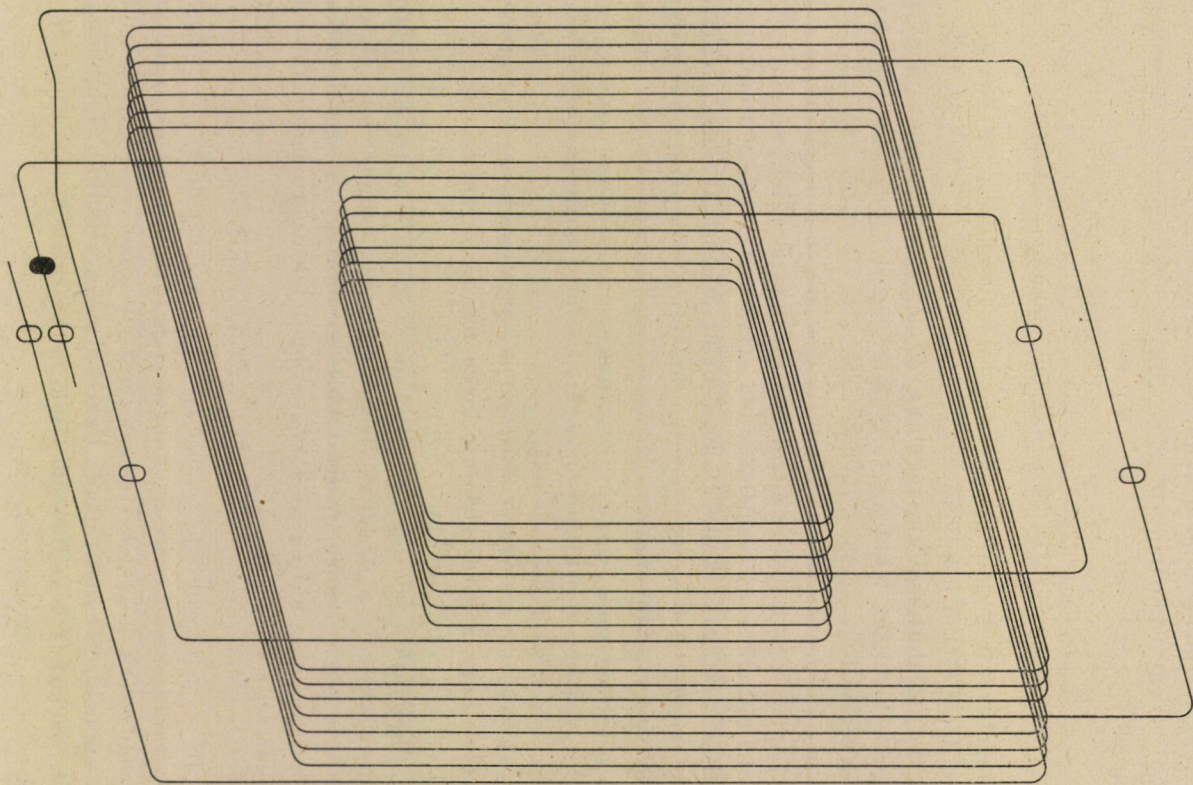
Az elrendezés lényege a következő: a hűtővíz be- és elvezetésére szolgáló csövek vagy tömlők szerelvényeikkel együtt, sőt még a tekercsek közötti összeköttetések is kiemeltetnek a tekercsfejek teréből egy külső szerelvényterbe; a tekercsfejek terében csupán a sima tekercsfejek maradnak. Ezt a műveletet egyszerű módon lehet szerkezetileg megoldani oly módon, hogy a tekercseknek azon menetei, melyekhez a csövek vagy tömlők csatlakoznak, axiálisan kihúzatnak a tekercsfejek tangenciális íveiből. A menetek kiemelése folytán a tekercsfejek tangenciális íveiben ablakok keletkeznek, melyeken át azok hajlítás nélkül egyenes vonalban húzhatók át a szerelvények terébe.

Az 5. ábra felső felén a hűtővíznek a koncentrikusan fekvő tekercsfejek belső tekercseihez való hozzá- és elvezetésére szolgáló csövek vagy tömlők a tekercsfejek tangenciális ívei alatt, illetve felett vannak derékszögű hajlítással elhelyezve; az ábra alsó fele pedig a tekercsekhez vezető csövek vagy tömlők hajlítás nélküli ablakos elrendezését mutatja. A 6. ábrán az ablakos elrendezés perspektivikus rajza látható.

Ennek a szerkezetnek gyártási és üzemi szempontból is érdemes tulajdonságai a következők: A tekercsfejek tere egyszerűsödik, a tekercsfejeket tartó abroncsok megrövidülnek, a víz hozzá- és elvezető csövek, valamint a



5. ábra. Az üreges vezetőkben áramló vízzel hűtött rótor



6. ábra. A tekercsekől kihúzott menetek ablakos elrendezése

tekercsfejekből kihúzott menetek szerelvényeikkel együtt a tekercsfejeket tartó abroncsok leszerelése nélkül ellenőrizhetők és javíthatók, a csatlakozó vezetékek vagy szerelvények esetleges meghibásodása folytán kiáramló vízsugár nem éri a tekercsfejeket, hanem nyílásokon keresztül elvezethető a szerelvények teréből; végül a konstrukció mechanikailag egyszerű és sorozatosgyártásra alkalmas.

9. Turbogenerátorok közvetlen folyadékhűtésének előnyei

Turbogenerátorok teljes, közvetlen folyadékhűtésének előnyei zárócsöves elrendezés esetén a következők:

1. A hidrogénhűtéssel kimunkálható legnagyobb gépteljesítmény lényegesen megnövekedik, és lehetővé válik 500 mva-nél nagyobb teljesítményű egységek gyártása is.

2. A gép külső átmérője az azonos teljesítményű hidrogénhűtéses turbogenerátor köpenyének külső átmérőjéhez viszonyítva lényegesen csökken; így például 1150 mm rótor átmérő esetén a külső átmérő 3350 mm.

3. Mivel a sztátortekercsek kívül-belül olajban vannak, lehetőségessé válik azok szigetelésére költséges mika helyett olcsó papírt használni és a feszültséget 30 kV-ig növelni.

4. A rőtortekercsek esetleges meghibásodása esetén a zárócső megakadályozza, hogy a rőtorból kitörő vízsugár a sztátor nagyfeszültségű tekerceit érje és azok szigetelését szétrombolja.

5. A zárócső a rőtorteret elválasztja a sztátortekercsek terétől, és így lehetővé teszi, hogy a rótor ritkított levegőben forogjon.

6. Mivel teljes folyadékhűtés esetén hidrogén és a vele kapcsolatos felszerelések alkalmazása feleslegessé válik, mivel továbbá a gép külső átmérője lényegesen csökken, és a nagyfeszültségű tekercek szigetelésére olcsó papír használható, a gép súlya és gyártási költsége mintegy 35%-kal csökken az azonos teljesítményű, hidrogénnel közvetlenül hűtött turbogenerátor súlya, illetőleg gyártási költsége alá.

7. A folyadékhűtéses gép üzeme összehasonlíthatatlanul egyszerűbb a hidrogénhűtéses gép üzemen tartásánál. A hidrogén robbanó és mérges gáz; szállítását, raktározását, töltését, kiürítését hatósági előírások szabályozzák; a segédberendezések, készülékek és műszerek ellenőrzésére és javítására három műszakos személyzetet kell tartani. Ezzel szemben például a folyadékhűtéses fázisváltók üzeméhez segédberendezések és készülékek nincsenek, és a gép különös gondozást nem igényel.

8. A turbogenerátorok súlyának és gyártási költségének apadása, valamint az üzem egyszerűsödése következtében a folyadékhűtés nem csupán a határteljesítményű, hanem a közép és kis teljesítményű gépek hűtésére is haszonnal alkalmazható a hidrogénhűtés helyett.

Gőzerő művek a kwh termelési költségét a termikus hatásfok növeléséből adódó tüzelőanyag megtakarítással igyekeznek apasztani. Ámde a 175 atmoszféra nyomású és 560 C° hőfokú gőz használatával már annál a határnál tartanak, melynek túllépése üzembiztonsági szempontból nem kívánatos. Ezzel szemben a gép teljesítő képességének növelésével nem csupán a tüzelőanyag költsége, hanem a fajlagos befektetési költség is csökken. Mivel pedig a folyadékhűtés lehetőséget nyújt a hidrogénhűtéssel elérhető legnagyobb gépteljesítmény erőteljes fokozására, várható, hogy a folyadékhűtéses turbogenerátor kifejlesztését az előbbi 8 pontban foglalt előnyökön kívül ez a gazdaságossági haszon-lehetőség is siettetni fogja.

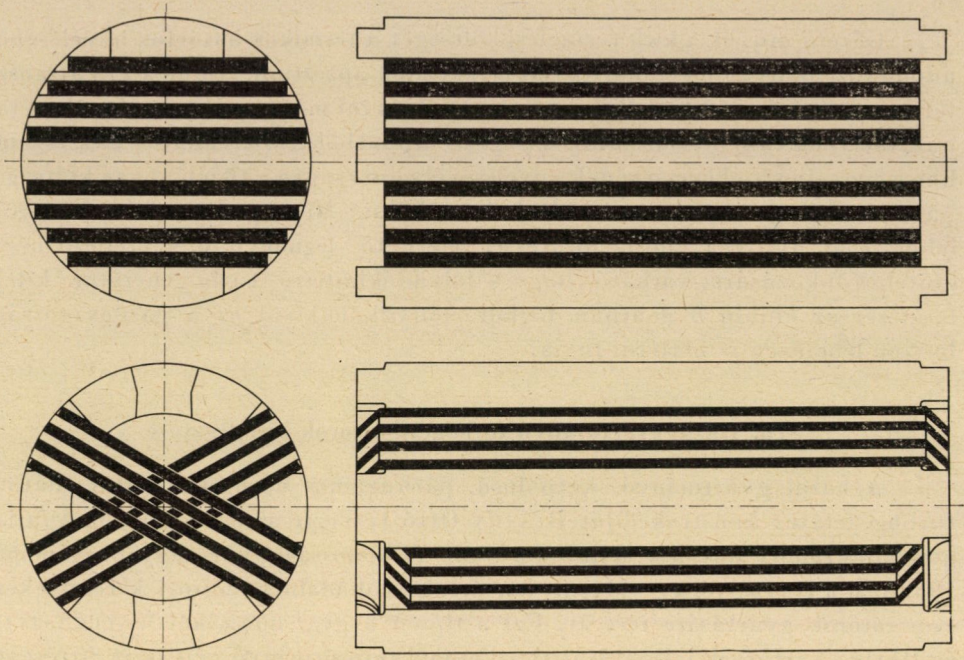
10. Hazai gyártmányú turbogenerátorok kifejlesztése

A hazai gyártmányú, kétpólusú, párhuzamos hornyú rótorral ellátott turbogenerátor konstrukcióját BLÁTHY Ottó tervezte a század elején. A fajlagos teljesítmény növelése céljából a Ganz Villamossági gyár nagyobb gépeinél 1939-ben a RATKOVSKY—MÁNDI kartársak szabadalma szerinti kereszttekerceses rótorok gyártására tért át. Ezt a típust a gyár mérnökei WALLENSTEIN és BÁLINT kartársak irányításával az 50 mw teljesítményű gép szerkesztésével szinte tökéletesre fejlesztették ki. A hidrogénhűtéssel most foglalkozik a Klement Gottwald gyár. A 7. ábrán a párhuzamos, a 8. ábrán pedig a kereszttekerceses rótor hossz- és keresztmetszete látható.

Sajnálatos, hogy sem a párhuzamos, sem a kereszttekerceses rótor — sajátos szerkezetük miatt — nem alkalmas a vezetőknek közvetlen hűtésére. A Klement Gottwald gyár tehát a leningrádi Elektrosila gyár konstrukcióit felhasználva, áttér az általánosan használt radiális tekerceselésű rótorok gyártására. Ezzel kapcsolatban megemlítem, hogy a KANDÓ Kálmán által konstruált folyadékhűtéses fázisváltók radiális hornyú rótorokkal vannak ellátva.

Villamosgépek álló részének olajjal, forgó részének pedig vízzel való hűtésére vonatkozólag a világon egyedül a Ganz Villamossági gyárnak vannak évtizedes szerkesztési, gyártási és üzemi tapasztalatai. A leningrádi Elektrosila gyárban járt egyik kartársunkat meg is kérdezték szovjet elvtársaink, hogy a magyar mérnökök miért nem érvényesítik a folyadékhűtéssel szerzett több mint két évtizedes tapasztalataikat turbogenerátorok folyadékhűtésének kifejlesztésére?

Ennek okát a kereszttekerceses rótorban látom, mely szerkezet nem alkalmas üreges vezetők közvetlen hűtésére. Most azonban, mikor villamosgyárunk áttér a radiális hornyú rótorok gyártására, alkalmasnak vélem az időt arra, hogy felhívjam a Kohó és Gépipari Minisztérium, valamint a Klement Gottwald gyár figyelmét a folyadékhűtésre. Ne hagyják a fázisváltók szerkesztésével, gyártásával és üzemével szerzett 25 éves tapasztalataikat elkallódnival, hanem a hidrogénhűtés helyett, vagy azzal egyidejűleg fejlesszék ki a folyadék-



7. ábra. Párhuzamos hornyú rótor hossz- és keresztmetszete

8. ábra. Kereszttekerceses rótor hossz- és keresztmetszete

hűtést. Az álló rész hűtésére — úgy, mint a novoszibirszki és a harkovi gyárak — csekély változtatással átvehetik a zárócsöves fázisváltók bevált olajhűtéses konstrukcióját; csupán a forgórész közvetlen vízűtésére kell új szerkezetet kidolgozni, de ebben is támaszkodhatnak KANDÓ Kálmán kitűnő szerkezetére.

Mint már említettem, SAPIROV elvtárs számítása szerint a folyadékkal közvetlenül hűtött turbogenerátor 3-szor annyit teljesít, mint a hidrogénnel közvetve hűtött, azonos méretű gép. A hazai gépgyártás szempontjából tehát nem lehet közömbös, hogy a Klement Gottwald gyár turbogenerátora hidrogénnel vagy folyadékkal legyen-e hűtve, — mikor az hidrogénhűtéssel például 50 mw-ot, folyadékűtéssel pedig 150 mw-ot tud teljesíteni.

1953-ban javasoltam a Kohó és Gépipari Minisztériumnak a folyadékűtéses turbogenerátorok kifejlesztését. Akkor ez a probléma még csak papíron létezett. Ma azonban a folyadékűtés az elmélet teréről már átlendült a gyakorlatba, hiszen a szovjet villamos műveken már 100 mw teljesítményű turbogenerátorok is üzemben vannak, és a szovjet gyárak már a 300 mw teljesítményű folyadékűtéses gépek műhelyrajzain dolgoznak.

Kívánatos lenne, hogy mind a Kohó és Gépipari Minisztérium, mind a Klement Gottwald Villamossági gyár részéről ez a probléma újból tárgyalassák.

ÖSSZEFOGLALÁS

Turbogenerátorok hűtésének kezdeti módja a levegővel való közvetett hűtés. Kisnyomású hidrogénhűtés bevezetésével a fajlagos teljesítményt 20—30%-kal sikerült növelni, és lehetővé vált a forgórész átmérőjének és ezzel az egység teljesítménynek erőteljes növelése. Nagynyomású közvetlen hidrogénhűtés alkalmazásával pedig a fajlagos teljesítmény megkétszereződött. A folyadék nagy hőátvevő, hővezető és hőszállító képességénél fogva kiválóan alkalmas turbogenerátorok közvetlen hűtésére. Kísérletek alapján végzett számítások szerint közvetlen folyadékűtéssel például a Klement Gottwald Villamossági gyár 50 mv teljesítő képességű kétpólusú turbogenerátora 150 mw-ot tudna leadni.

A Ganz Villamossági gyár — elsőnek a világon — foglalkozott villamos gépek álló és forgó részének folyadékűtésével, és 1935 óta 46 folyadékűtéses synchron fázisváltót gyártott e tanulmány írójának szabadalma szerint. A fázisváltókon szerzett tapasztalatok felhasználásával nevezett új elrendezéseket dolgozott ki turbogenerátorok álló és forgó részének folyadékkal való közvetlen hűtésére.

AZ ALAPVONAL-NÉGYSZÖG KIEGYENLÍTÉSE

MILASOVSKY BÉLA

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, GEODÉZIAI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1960. november 8-án]

Az alapvonalfejlesztő hálózat célja tudvalevően az, hogy nagy szabotossággal mért alapvonal, valamint a kapcsolatos fölös számú irány- avagy szög-mérések alapján közvetett úton, számítással származtassuk le a háromszögelési főhálózat egyik oldalának legvalószínűbb hosszát. A számítás hivatott arra is, hogy képet nyújtson a fejlesztett oldal hosszának megbízhatóságáról.

Az alapvonalfejlesztő hálózat ilyen értelmű számítása a még GAUSS KÁROLY FRIGYES által bevezetett III. kiegyenlítési csoport szerint történik, amelyet a feltételes megfigyelések kiegyenlítésének, röviden: *korreláta-kiegyenlítésnek* nevezünk. Erre vonatkozólag utalhatunk a JORDAN—EGGERT—KNEISL-féle geodéziai kézikönyv [1] 1958. évi negyedik kötetében a bázisfejlesztő-hálózatokkal foglalkozó 74. szakasz 645. oldala alábbi mondatára: „Da die Ausgleichung eines Basisvergrößerungsnetzes fast ausnahmslos nach bedingten Beobachtungen ausgeführt wird. . .”

Ezzel ellentétben a [2]-ben idézett alapvonalnégyszög számítása nem a harmadik, hanem az ötödik kiegyenlítési csoport szerint történt, amelyet a „meg nem mért ismeretleneket tartalmazó feltételes megfigyelések” csoportjának nevezünk. Ez a gondolat pedig jól indokolható. Az ötödik csoport szerinti számítás ugyanis *közvetlenül* szolgáltatja mind a „fejlesztett” főhálózati oldal hosszát, mind pedig annak súlyát, amelyek számítása pedig a szökványos korrelátakiegyenlítésnél, helyesebben annak megtörténte után még mintegy különálló fejezetet képez. Viszont az V. kiegyenlítési csoportnál szükségképpen nagyobb a normálegyenletek száma. A számítási munkamennyiség pedig a normálegyenletek számának legalább is négyzetes arányában növekszik.

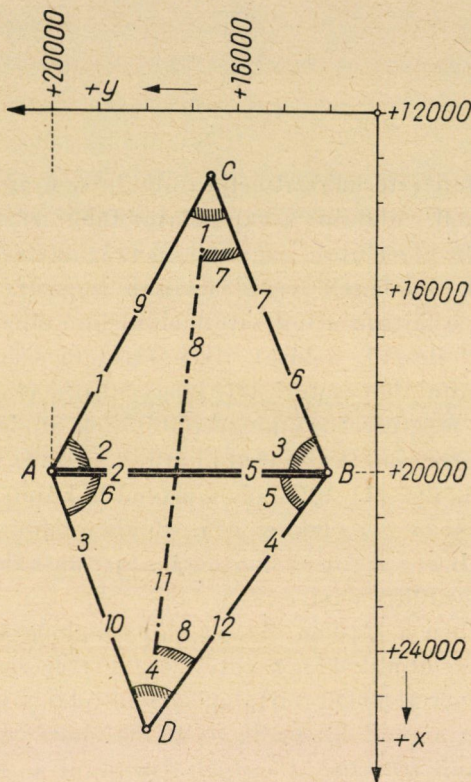
A bázisnégyszög a háromszögeleknél alapvetően fontos jelentőségű. Ennélfogva nem látszott érdektelennek az, hogy a számítás célszerű berendezésének és gazdaságosságának kérdése *általánosabb alapokon* vizsgáltsassék, amire az alábbiakban kerül sor.

Nincs ugyanis semmilyen elvi akadály annak, hogy az alapvonalnégyszög számítását sem a harmadik, sem az ötödik csoport, hanem — a közvetítő mérések kiegyenlítésének *második* csoportja szerint végezzük. Az alapelv

mind három esetben közös és azonos, nevezetesen: a javítások súlyozott négyzetösszegének minimum-kritériuma:

$$[p_{vv}] = \text{minimum} \quad (1)$$

Ugyanannak a feladatnak bármely módon való megoldása azonos végeredményeket, jelen esetben azonos fejlesztett hosszát, azonos középhibával kell szolgáltatasson. A kérdés csak az, hogy melyik megoldási mód jelent nagyobb



1. ábra

áttekinthetőséget, folyamatosabb, mondhatnók elegánsabb munkamenetet, egyben pedig kisebb számítási munkamennyiséget? Illetve röviden: azonos pontossági igények mellett melyik a célszerűbb és egyben gazdaságosabb?

*

Az ilyen értelemben végzendő alábbi vizsgálatnál az 1. ábrának megfelelően az alapvonalfejlesztő hálózat legegyszerűbb, egyben gyakori alakját, a *rombikus négyszöget* fogjuk alapul venni. Szögméréseket tételezünk fel, amiket elkerülhetetlen mérési hibák terhelnek, ellenben hibamentesnek tekintjük magát a mért \overline{AB} alapvonalat (1. táblázat).

1. táblázat

A mért szögek				
sor- száma	értéke			súlya
1	47°	46'	12"26	1
2	63	12	29,22	1
3	69	01	19,31	1
4	53	51	37,50	1
5	55	28	26,26	1
6	70	39	54,65	1
7	27	16	50,14	1
8	28	13	23,45	1
A mért alapvonal hossza: AB = 5 879,989 m				∞

Megjegyzés: változatlanul az itt megadott számértékek vannak mind a négy alternatíva számításában.

Az alapvonalnégyszög számításának *négy alternatíváját* óhajtjuk az alábbiakban összehasonlító módon vizsgálni, amelyek szerint a jelen tanulmány az A), B), C) és D)-vel jelölt négy fejezetre tagozódik:

A) *Harmadik kiegyenlítési csoport.* A korrelátakiegyenlítés *klasszikus munkamenete* szerint. A hálózat kiegyenlítésének megtörténte után a távolsági függvény és annak súlyszámítása különálló fejezetet képez.

B) *Harmadik kiegyenlítési csoport.* Az egyidejű függvény-súlyszámítással is kombinált korrelátakiegyenlítés „*egységesített*” *munkamenete* szerint.

C) *Ötödik kiegyenlítési csoport.* A szögek mint feltételes mérések kiegyenlítése egybekapcsolódik a fejlesztett oldalhossz meg nem mért ismeretlenének és annak súlykoefficiensének meghatározásával.

D) *Második kiegyenlítési csoport.* Adottak a végleges alapvonal és a közvetítő mérések jellegével bíró szögek. Kétpontos koordinátakiegyenlítés keretében számítjuk a fejlesztett oldal végpontjait, de egyidejűleg magát az oldal hosszát, valamint annak súlykoefficiensét is.

*

Az ilyen összehasonlító vizsgálat jóval szemléltetőbben alakul akkor, ha *konkrét számadatakra* támaszkodik. Ennélfogva az egyetlen ábránk szerinti tényleges gyakorlatnak megfelelő számpélda felvételét és ugyanannak a példának a vázolt négy módozat szerinti kidolgozását kérésünkre DR. HŐNYI EDE mérnök, a műszaki tudományok kandidátusa végezte el, amiért neki ezen a helyen is őszinte köszönetet mondunk. Számításait a táblázatok szemléltetik, amelyekre a szöveg megfelelő helyein, a vonatkozó egyenletcsoportok kapcsán ismételten utalunk majd.

A) Megoldás a harmadik kiegyenlítési csoport szerint

A klasszikus eljárás munkamenete nyomán

A fejlesztett \overline{CD} oldal egyértelmű meghatározásához \overline{AB} bázison kívül az idom négy szögének, például az *ábrabeli* 2, 3, 5 és 6-tal jelölt szögeknek megmérése elegendő lett volna.

Mint hogy azonban a bejelölt mind a nyolc szöget mértnek tekintjük, azért $8 - 4 = 4$ fölös mérésünk van, ennek megfelelően a korrelátakiegyenlítéshez négy, egymástól független feltételi egyenlet, még pedig három szögfeltételi és egy oldalfeltételi egyenlet írandó fel, célszerűen alábbi alakban, ahol 1, 2, 3 . . . 8 sorszámok a már kiegyenlített szögértékeket jelentik, amelyek az $1', 2', 3' \dots 8'$ mért értékekkel így függnek össze:

$$1 = 1' + v_1; \quad 2 = 2' + v_2 \dots 8 = 8' + v_8$$

A feltételi egyenletek tehát ezek lesznek:

$$\left. \begin{array}{l} a) \quad 1 + 2 + 3 - 180^\circ = 0 \\ b) \quad 4 + 5 + 6 - 180^\circ = 0 \\ c) \quad 3 + 5 + 7 + 8 - 180^\circ = 0 \\ d) \quad \frac{\sin 2' \cdot \sin 4' \cdot \sin 7'}{\sin 1' \cdot \sin 6' \cdot \sin 8'} - 1 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \text{ szögfeltétel} \\ 1 \text{ oldalfeltétel} \end{array} \quad (2)$$

Az oldalfeltételi egyenletet logaritmálni fogjuk azért, hogy azt lineáris alakra hozhassuk:

$$\begin{aligned} & \log \sin (2' + v_2) + \log \sin (4' + v_4) + \log \sin (7' + v_7) \\ & - \log \sin (1' + v_1) - \log \sin (6' + v_6) - \log \sin (8' + v_8) = 0. \end{aligned}$$

A TAYLOR szerinti sorbafejtést alkalmazva:

$$\begin{aligned} & \log \sin 2' + d_2 v_2 + \log \sin 4' + d_4 v_4 + \log \sin 7' + d_7 v_7 \\ & - \log \sin 1' - d_1 v_1 - \log \sin 6' - d_6 v_6 - \log \sin 8' - d_8 v_8 = 0 \end{aligned}$$

A lineáris alakú oldalfeltételi egyenlet tehát lesz:

$$-d_1 v_1 + d_2 v_2 + d_4 v_4 - d_6 v_6 + d_7 v_7 - d_8 v_8 + l_d = 0 \quad (3)$$

Az ebben előforduló d -szimbólumok a függvénynek a mérések helyén való sorbafejtéséből származó parciális differenciálhányadosokat jelentik, amiket még ϱ'' -val osztunk:

$$d_1 = \frac{M}{\varrho''} \operatorname{ctg} 1'; \quad d_2 = \frac{M}{\varrho''} \operatorname{ctg} 2'; \quad \dots \quad d_8 = \frac{M}{\varrho''} \operatorname{ctg} 8'$$

ahol $M = 0,43429448$. Ezek a d értékek megegyeznek az illető szög logsin-ához tartozó, $1''$ -szögváltozásra eső log-táblabeli különbséggel. Magukat a mért szögek logsin-ait pedig egyetlen l_d tisztatagba foglaljuk össze.

Szám példánk oldalfeltételi egyenletének képzését a 2. és 3. táblázatok szemléltetik. Eszerint ez az egyenlet jelenleg:

$$-1,92 \cdot v_1 + 1,06 \cdot v_2 + 1,54 \cdot v_4 - 0,73 \cdot v_6 + 4,08 \cdot v_7 - 3,92 \cdot v_8 + 2,14 = 0 \tag{3a}$$

2. táblázat

Harmadik kiegyenlítési csoport

A szögfeltételi egyenletek tisztatagjainak képzése											
A mért szög				A mért szög				A mért szög			
sor-száma	értéke			sor-száma	értéke			sor-száma	értéke		
1	47°	46'	12,"26	4	53°	51'	37,"50	3	69°	01'	19,"31
2	63	12	29, 22	5	55	28	26, 26	5	55	28	26, 26
3	69	01	19, 31	6	70	39	54, 65	7	27	16	50, 14
								8	28	13	23, 45
Σ	180°	00'	00,"79	Σ	179°	59'	58"41	Σ	179°	59'	59"16
	-180°	00'	00,"00		-180°	00'	00"00		-180°	00'	00"00
$l_a =$			$+0,79''$	$l_b =$			$-1,59''$	$l_c =$			$-0,84''$

Az oldalfeltételi egyenlet tisztatagjának képzése

A szög		log sin	különb- ség 1"-re	A szög		log sin	különb- ség 1"-re
sor-száma	értéke			sor-száma	értéke		
2	63° 12' 29,"22	9,950 68 107	+10,6"	1	47° 46' 12,"26	9,869 49 784	+19,2
4	53° 51' 37,"50	9,907 18 695	+15,4	6	70 39 54, 65	9,974 78 789	+ 7,3
7	27 16 50, 14	9,661 19 587	+04,8	8	28 13 23, 45	9,674 77 602	+39,2
		9,519 06 389				9,519 06 175	

$l_d = +214$ (a logaritmus nyolcadik tizedese egységeiben)

Az oldalfeltételi egyenlet számszerű alakja:

$$-1,92 v_1 + 1,06 v_2 + 1,54 v_4 - 0,73 v_6 + 4,08 v_7 - 3,92 v_8 + 2,14 = 0.$$

Az oldalfeltételi egyenlet logaritmálása után a lineáris alakú javítási egyenletek az alábbi alakban jelentkeznek majd:

$$\begin{aligned}
 a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 &+ l_a = 0 \\
 b_4 v_4 + b_5 v_5 + b_6 v_6 &+ l_b = 0 \\
 c_3 v_3 + c_5 v_5 + c_7 v_7 + c_8 v_8 + l_c &= 0 \\
 d_1 v_1 + d_2 v_2 + d_4 v_4 + d_6 v_6 + d_7 v_7 + d_8 v_8 + l_d &= 0 \tag{4}
 \end{aligned}$$

3. táblázat

Harmadik kiegyenlítési csoport

A négy feltételi egyenlet számszerű alakja										
<i>a</i>	v_1	$+v_2$	$+v_3$						$+0,79$	$=0$
<i>b</i>				v_4	$+v_5$	$+v_6$			$-1,59$	$=0$
<i>c</i>			$+v_3$		$+v_5$		$+v_7$	$+v_8$	$-0,84$	$=0$
<i>d</i>	$-1,92 v_1$	$+1,06 v_2$		$+1,54 v_5$		$-0,73 v_6$	$+4,08 v_7$	$-3,92 v_8$	$+2,14$	$=0$

A feltételi egyenletek táblázatos alakja

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	<i>l</i>	<i>k</i> *
<i>a</i>	$+1$	$+1$	$+1$	•					$+0,79$	$-0,3425$
<i>b</i>				$+1$	$+1$	$+1$			$-1,59$	$+0,4908$
<i>c</i>			$+1$		$+1$		$+1$	$+1$	$-0,84$	$+0,1759$
<i>d</i>	$-1,92$	$+1,06$		$+1,54$		$-0,73$	$+4,08$	$-3,92$	$+2,14$	$-0,0720$
(<i>f</i>)	$(-1,907)$	$(+1,061)$	$(-1,444)$	(0)	$(-1,444)$	(0)	(0)	$(-3,914)$	**	
<i>v</i>	$-0,204$	$-0,419$	$-0,167$	$+0,380$	$+0,667$	$+0,543$	$-0,118$	$+0,458$	***	

Ellenőrzés: $[pvv] = 1,3529$ $-[kl] = 1,3528$

* *Megjegyzés*: A korrelátákat a normálegyenletek lefejtéséből nyerjük (5. tábl.)

** *Megjegyzés*: A zárjelbe tett számok a (17) sorszámú fiktív feltételi egyenlet koeficienseit jelentik, amelyek a függvénytű számításához szükségesek.

*** *Megjegyzés*: A *v* javítások képzése a (9) korrelátaegyenletek szerint történik. A javítások birtokában pedig a 6. táblázat nyomán következik a hálózat kiegyenlített szögeinek képzése.

ahol az a, b, c koeficiensek jelen esetben mind a pozitív egységgel egyenlők, míg az oldalfeltétel d -koeficiensei a (3a) alatt felírt pozitív és negatív számértékek.

A bázisfejlesztő hálózat jóságát — magán a mért alapvonalon kívül — döntő mértékben befolyásolják a bázissal szemben fekvő hegyes szögek. Ezek megbízható mérésére kell tehát különös gondot fordítanunk. Ebből viszont következik, hogy a bázisnégyszög szögeinek általában különböző $p_1, p_2 \dots p_n$ súlyokat kell mellérendelnünk.

Mint hogy azonban jelen esetben a számítási módszerek összehasonlításán van a hangsúly, azért a könnyebb áttekinthetőség kedvéért számpéldánkban egyenlő súlyú szögmérést tételezünk fel, vagyis alábbi valamennyi összefüggésünkben

$$p_1 = p_2 = \dots = p_8 = 1$$

helyettesítéseket kell gondolatban elvégeznünk.

A szögjavítások rendszerét úgy kell létrehoznunk, hogy ezek nemcsak a $[p_{vv}] = \text{minimum}$ alapelvet, de azon kívül valamennyi (2) alatti feltételi egyenletet is kielégítsék. A feltételes szélsőérték esetének megfelelően felállított LAGRANGE-féle függvénynek a javítások szerinti, zérussal egyenlővé tett parciális differenciálhányadosai a javítási egyenletek figyelembevételével szolgáltatják a normálegyenleteket, amelyek száma megegyezik a független feltételi egyenletek, egyben a fölös mérések számával.

A jelenleg tehát szám szerint négy normálegyenletnek általában p súlyok figyelembevételével képzett koeficienseit az alábbi szimbolikus rendszerben szokás felírni:

k_a	k_b	k_c	k_d	l
$\left[\frac{aa}{p} \right]$	$\left[\frac{ab}{p} \right]$	$\left[\frac{ac}{p} \right]$	$\left[\frac{ad}{p} \right]$	l_a
	$\left[\frac{bb}{p} \right]$	$\left[\frac{bc}{p} \right]$	$\left[\frac{bd}{p} \right]$	l_b
		$\left[\frac{cc}{p} \right]$	$\left[\frac{cd}{p} \right]$	l_c
			$\left[\frac{dd}{p} \right]$	l_d
				0

(5)

A legutolsó sorbeli zérus, mint vezetőtag alábbi:

$$-(l_a k_a + l_b k_b + l_c k_c + l_d k_d) + 0 = [p_{vv}] \tag{6}$$

zérus tisztatagú ellenőrző összefüggést szimbolizálja. A zérus vezetőtaggal kiegészített normálegyenletrendszer megoldása a GAUSS-féle algoritmus szerint szolgáltatja a négy korreláta számértékét, a legutolsó redukció pedig négy ismeretlen esetében

$$[0.4] = - [p_{vv}] \quad (7)$$

alakban a javítások négyzetösszegét is.

Utóbbival képezzük egyrészt a súlyegység μ_0 középhibáját:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{\text{föls } m}} = \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{8 - 4}} \quad (8)$$

másrészt az így kapott $[p_{vv}]$ az alábbiak szerint ellenőrzésül is szolgál majd.

Tulajdonképpen négy normálegyenletünk számszerű alakját a 4. táblázatban találjuk meg. Hogyha azok megoldását nem az (5)-ben feltételezett

4. táblázat

Harmadik kiegyenlítési csoport

A normálegyenletek

$$\begin{aligned} +3 k_a + 0 k_b + 1 k_c - 0,8600 k_d + 0,79 &= 0 \\ 0 k_a + 3 k_b + 1 k_c + 0,8100 k_d - 1,59 &= 0 \\ +1 k_a + 1 k_b + 4 k_c + 0,1600 k_d - 0,84 &= 0 \\ -0,8600 k_a + 0,8100 k_b + 0,1600 k_c + 39,7273 k_d + 214 &= 0 \end{aligned}$$

GAUSS-féle eliminációs eljárással, hanem CHOLESKY—RUBIN módszere szerint végezzük — amint az számpéldánk esetén az 5. táblázatban részletezett módon ténylegesen történt is — akkor egyidejűleg kapjuk: $[p_{vv}]$ javítási négyzetösszeget, valamennyi korrelátát, sőt utóbbiak súlykoefficienseit is; e súlyszámokra azonban szükségünk nincs.

A korreláták számértékei birtokában már számíthatók az egyes szögjavítások, mégpedig az ún. korrelátaegyenletekből, amelyek esetünkben alábbi, mindössze kéttagú alakokban jelentkeznek:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{1 \cdot k_a + d_1 \cdot k_d}{P_1} & v_5 &= \frac{1 \cdot k_b + 1 \cdot k_c}{P_5} \\ v_2 &= \frac{1 \cdot k_a + d_2 \cdot k_d}{P_2} & v_6 &= \frac{1 \cdot k_b + d_6 \cdot k_d}{P_6} \\ v_3 &= \frac{1 \cdot k_a + 1 \cdot k_c}{P_3} & v_7 &= \frac{1 \cdot k_c + d_7 \cdot k_d}{P_7} \\ v_4 &= \frac{1 \cdot k_b + d_4 \cdot k_d}{P_4} & v_8 &= \frac{1 \cdot k_c + d_8 \cdot k_d}{P_8} \end{aligned} \quad (9)$$

5. táblázat

A normálegyenletek megoldása CHOLESKY—RUBIN eljárása szerint

Harmadik kiegyenlítési csoport

k_a	k_b	k	k_d	l				$s-1$	Σ	
+3	0 +3	+1 +1 +4	-0,86 +0,81 +0,16 +39,7273	+0,79 -1,59 -0,84 +2,14	-1	-1	-1	-1	+2,93 +2,22 +4,32 -40,9773	
								+0,50		
+1,7321	0 +1,7321	+0,5773 +0,5773 +1,8258	-0,4965 +0,4676 +0,0968 +6,2652	+0,4561 -0,9181 -0,3140 +0,4511	-0,5773 0 +0,1825 -0,0486	-0,5773 +0,1825 +0,0403	-0,5477 +0,0085	-0,1596	+1,6916 +1,2817 +1,4260 +6,5568	
			*-[p _{vv}] = -1,3528 **		+0,3425 - k_a	-0,4908 - k_b	-0,1759 - k_c	+0,0720 - k_d	-1,6049	-1,6050

* Az egységsúlyú mérés középhibája: $\mu_0 = \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{\text{fölös m}}} = \sqrt{\frac{1,3528}{4}} = \pm 0,582$

** A korreláták itt kapott számértékeit behelyettesítjük a 3. táblázatban a feltéti egyenletek táblázatos alakjának k -oszlopába.

6. táblázat

A kiegyenlített szögek képzése

Harmadik kiegyenlítési csoport

Mért szög	+ javítás	= kiegyenlített szög
47° 46' 12"26 - 0"20	=	47° 46' 12"06
63 12 29,22 - 0,42	=	63 12 28,80
69 01 19,31 - 0,17	=	69 01 19,14
53 51 37,50 + 0,38	=	53 51 37,88
55 28 26,26 + 0,67	=	55 28 26,93
70 39 54,65 + 0,54	=	70 39 55,19
27 16 50,14 - 0,12	=	27 16 50,02
28 13 23,45 + 0,46	=	28 13 23,91

Ezekkel a 6. táblázatban látható módon megjavítjuk a mért szögeket, miáltal a kiegyenlített szögek származnak. Utóbbiak egyrészt ki kell elégtésük a (3) alatt felírt mind a négy feltételi egyenletet (7. táblázat), másrészt a négyzetreemelésük és súlyaikkal való beszorzás után kapott $[pvv]$ -négyzet-

7. táblázat

A kiegyenlített szögek ellenőrzése a feltételi egyenletekbe való visszahelyettesítéssel

Harmadik kiegyenlítési csoport

Szögfeltételek											
sor-szám	Szögérték			Sor-szám	Szögérték			Sor-szám	Szögérték		
1	47°	46'	12"06	4	53°	51'	37"88	3	69°	01'	19"14
2	63	12	28,80	5	55	28	26,93	5	55	28	26,93
3	69	01	19,14	6	70	39	55,19	7	27	16	50,02
								8	28	13	23,91
Σ	180°	00'	00"00	Σ	180°	00'	00"00	Σ	180°	00'	00"00

Oldalfeltétel

A szög			log sin	A szög			log sin
sor-száma	értéke			sor-száma	értéke		
2	63°	12' 28"80	9,950 68 063	1	47°	46' 12"06	9,869 49 746
4	53	51 37,88	9,907 18 754	6	70	39 55,19	9,974 78 829
7	27	16 50,02	9,661 19 538	8	28	13 23,91	9,674 77 783
			9,519 06 355				9,519 06 358

ellentmondás: 3 egység a log sin nyolcadik tizedesében.

összegük a számítási élesség határán belül meg kell egyezzen a normálegyenletek lefejtése során kapott $[pvv]$ súlyozott négyzetösszeggel.

Az (1)–(9)-ig terjedő képletcsoporthoz a számpéldákra való alkalmazását, valamint az említett ellenőrzéseket az 1–7. táblázatok szemléltetik. A kiegyenlített szögek a szögfeltételi egyenleteket zérusra, az érzékeny oldalfeltételi egyenletet pedig $-0,3$ -ra elégitik ki.

*

A fejlesztett oldal és annak középhibája

A kiegyenlített szögértékek és az adott \overline{AB} alapvonal alapján bármely úton is számítjuk a \overline{CD} fejlesztett oldal hosszát, arra egyértelmű értéket kell kapnunk. Folytatólag a fejlesztett oldal középhibája is érdekel bennünket. Ennek meghatározására alábbi összefüggésből indulunk ki:

$$\overline{CD} = \overline{AB} \frac{\sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} = \overline{AB} \cdot f' \quad (10)$$

Az ebben előforduló, az előbb körvonalazott közös kiegyenlítésből kapott szögértékek azonban nem függetlenek egymástól. Ennélfogva \overline{CD} oldal középhibájának meghatározása céljából a (10) függvényre, amely a mért szögekkel és javításaikkal alábbi alakot ölti:

$$\overline{CD} = \overline{AB} \frac{\sin (2' + v_2) \cdot \sin (3' + 5' + v_3 + v_5)}{\sin (1' + v_1) \cdot \sin (8' + v_8)} = \overline{AB} \cdot f' \quad (11)$$

közvetlenül nem alkalmazható a hibaterjedési törvény. Mert hiszen a javításokat a (9) alatt felírt korrelátaegyenletekből kaptuk. Utóbbiakban valamennyi k -korreláta előfordul, ezeket viszont a normálegyenletek megoldásaként egymással szoros összefüggésben származtattuk le.

Ilyenkor beszélünk a korrelátakiegyenlítésnél a kiegyenlített értékek valamely függvénye középhibájának számításáról. A megoldásnak, pontosabban a függvény súlya számításának két módozata is használatos, mégpedig

- a) az ún. „átvivő együtthatók” segítségével,
- b) az eredeti normálegyenletrendszer „kiegészítésével”.

A legelső teendő mindkét módozatnál egyformán az, hogy TAYLOR szerinti sorbafejtéssel az eredeti mérési javítások lineáris függvényeként kell képeznünk a (11) függvényt. A (11) összefüggést a

$$\overline{CD} = \overline{AB} \cdot f'$$

alakja értelmében szorzatos függvényként értelmezhetjük. Először majd képezzük az egymással összefüggésben kiegyenlített szögek f' függvényrészének

súlyát. Ha ez megvan, akkor pedig \overline{CD} súlya már a hibaterjedés törvénye szerint számítható, minthogy \overline{AB} oldal és a szögek f' függvénye egymástól független mennyiségek.

A linearizálás céljából tehát parciálisan differenciáljuk a kiegyenlített szögek

$$f' = \frac{\sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} \quad (12)$$

függvényét a benne előforduló mért szögek szerint, hogy képezhessük annak TAYLOR szerint sorbafejtett, a szögjavításokra nézve lineáris alakját:

$$f' = \frac{\sin 2' \cdot \sin (3' + 5')}{\sin 1' \cdot \sin 8'} + \frac{\partial f'}{\partial 1} v_1 + \frac{\partial f'}{\partial 2} v_2 + \frac{\partial f'}{\partial 3} v_3 + \frac{\partial f'}{\partial 5} v_5 + \frac{\partial f'}{\partial 8} v_8 \quad (13)$$

ahol az egyes parciális differenciálhányadosok:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f'}{\partial 1} &\equiv f_1 = - \frac{\cos 1 \cdot \sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{(\sin 1)^2 \cdot \sin 8} = -f' \cdot \operatorname{ctg} 1 \\ \frac{\partial f'}{\partial 2} &\equiv f_2 = \frac{\cos 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} = f' \cdot \operatorname{ctg} 2 \\ \frac{\partial f'}{\partial 3} &\equiv f_3 = \frac{\cos (3 + 5) \cdot \sin 2}{\sin 1 \cdot \sin 8} = f' \cdot \operatorname{ctg} (3 + 5) \\ \frac{\partial f'}{\partial 5} &\equiv f_5 = \frac{\cos (3 + 5) \cdot \sin 2}{\sin 1 \cdot \sin 8} = f' \cdot \operatorname{ctg} (3 + 5) \\ \frac{\partial f'}{\partial 8} &\equiv f_8 = - \frac{\cos 8 \cdot \sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot (\sin 8)^2} = -f' \cdot \operatorname{ctg} 8 \end{aligned} \quad (14)$$

8. táblázat

\overline{CD} fejlesztett oldal végleges hosszának számítása. Előkészítő számítások \overline{CD} oldalhossz pontossági vizsgálatához. A megfelelő összefüggések alábbiak:

$$\overline{CD} = \overline{AB} \frac{\sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} = \overline{AB} f' \quad (10)$$

$$f' = f_1 v_1 + f_2 v_2 + f_3 v_3 + f_5 v_5 + f_8 v_8 + f'_0 \quad (15)$$

Harmadik kiegyenlítési csoport

A kiegyenlített szög			
sorszám	értéke	sinusa	cotangense
1	47° 46' 12,06	+0,740 45 300	+0,907 69 867
2	63 12 28,80	+0,892 64 877	+0,504 96 111
3+5	124 29 46,07	+0,824 16 441	-0,687 18 154
8	28 13 23,91	+0,472 90 923	+1,863 17 173

Az alapvonal: $\overline{AB} = 5\,879,989$ m

$$(10)\text{-ből: } f' = \frac{\sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} = \frac{0,735\ 68\ 935}{0,350\ 16\ 706} = 2,100\ 9667$$

Ezekkel: $\overline{CD} = 5\,879,989 \cdot 2,100\ 9667 = 12\,353,661$ m

A (15) és (17)-beli f -tényezők számítása:

$f_1 = -f'_0 \cdot \text{ctg } 1$	$= -1,907$	
$f_2 = f'_0 \cdot \text{ctg } 2$	$= +1,061$	Ezeket zárójelbe téve beírtuk a 3. táblázat (f)-sorába.
$f_3 = f'_0 \cdot \text{ctg } (3 + 5)$	$= -1,444$	
$f_5 = f'_0 \cdot \text{ctg } (3 + 5)$	$= -1,444$	
$f_8 = -f'_0 \cdot \text{ctg } 8$	$= -3,914$	

A (19) sorszámú „átvívő egyenletek” járulékos f -es koefficiensei a 3. táblázat nyomán adódnak. Éspedig:

$$\left[\frac{af}{p} \right] = -2,290; \quad \left[\frac{bf}{p} \right] = -1,444; \quad \left[\frac{cf}{p} \right] = -6,802;$$

$$\left[\frac{df}{p} \right] = +20,176; \quad \left[\frac{ff}{p} \right] = +24,252$$

A (10)–(14) értelmében végzett számításokat 8. táblázatunkban találjuk meg. Az ellenőrző számítás meggyőz róla, hogy az így kapott parciális differenciálhányadosok számértékei azonosak $\log \sin 1$, $\log \sin 2$, $\log \sin (3 + 5)$, illetve $\log \sin 8$ -nak a *nyolcjegyű* logaritmuskönyvből kiírható egy ívmásodpercre eső táblakülönbségeinek *századrészeivel*.

Ezek után az f' függvényrész lineáris alakja:

$$f' = f_1 v_1 + f_2 v_2 + f_3 v_3 + f_5 v_5 + f_8 v_8 + f'_0 \quad (15)$$

ahol f'_0 a mért szögekkel képzett előzetes értéket jelenti:

$$f'_0 = \frac{\sin 2' \cdot \sin (3' + 5')}{\sin 1' \cdot \sin 8'} \quad (16)$$

Megállapítottuk, hogy a (15)-ben előforduló szögjavítások közös kiegyenlítésből származnak, tehát nem függetlenek egymástól és épp ezért f' középhibájának számítására nem használható fel a független mérések hibaterjedésének törvénye.

Tudvalevően ilyenkor is van mód a függvénysúly szabatos számítására. A tankönyvekben feltalálható erre vonatkozó levezetést itt mellőzzük, csak a végrehajtás szabályát óhajtjuk alábbiakban összefoglalni.

f' -nek (15) sorszámú alakját f'_0 tisztatag elhagyásával fiktív feltételi egyenletként fogjuk fel:

$$f_1 v_1 + f_2 v_2 + f_3 v_3 + f_5 v_5 + f_8 v_8 + 0 = 0 \quad (17)$$

Ezt járulékosan hozzáírjuk a lineáris alakú feltételi egyenletek (4) alatti csoportjához:

$$\begin{aligned}
 a) & a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 && + l_a = 0 \\
 b) & && b_4v_4 + b_5v_5 + b_6v_6 && + l_b = 0 \\
 c) & && c_3v_3 && + c_5v_5 && + c_7v_7 + c_8v_8 + l_c = 0 \quad (18) \\
 d) & d_1v_1 + d_2v_2 && + d_4v_4 && + d_6v_6 + d_7v_7 + d_8v_8 + l_d = 0 \\
 f) & f_1v_1 + f_2v_2 + f_3v_3 && + f_5v_5 && + f_8v_8 + 0 = 0
 \end{aligned}$$

Ennek az f -koefficiensű egyenletnek „hozzáírása” a gyakorlatban úgy történik, hogy a 3. táblázat koefficiens-rendszerét kiegészítjük a legelső sor zárjelbe tett számértékeivel.

Most az esetleg eltérő p súlyokat is figyelembe véve, képezhetjük az

$$\left[\frac{af}{p} \right], \left[\frac{bf}{p} \right], \left[\frac{cf}{p} \right], \left[\frac{df}{p} \right] \text{ és } \left[\frac{ff}{p} \right]$$

járlékos szorzatösszegeket. Ezeket a normálegyenletek (5) alatti koefficiens-rendszerében a tiszta tagok helyébe írjuk be, miáltal az ún. *átvivő egyenleteket* kapjuk, amelyekben ismeretlenként az r_a, r_b, r_c, r_d -vel jelölt *átvivők* vannak.

Az *átvivő* egyenletek rendszerének szimbolikus alakja a jelen esetben:

r_a	r_b	r_c	r_d	f
$\left[\frac{aa}{p} \right]$	$\left[\frac{ab}{p} \right]$	$\left[\frac{ac}{p} \right]$	$\left[\frac{ad}{p} \right]$	$\left[\frac{af}{p} \right]$
	$\left[\frac{bb}{p} \right]$	$\left[\frac{bc}{p} \right]$	$\left[\frac{bd}{p} \right]$	$\left[\frac{bf}{p} \right]$
		$\left[\frac{cc}{p} \right]$	$\left[\frac{cd}{p} \right]$	$\left[\frac{cf}{p} \right]$
			$\left[\frac{dd}{p} \right]$	$\left[\frac{df}{p} \right]$
				$\left[\frac{ff}{p} \right]$

(19)

Az f' függvény súlyának kiszámítására a továbbiakban most már amint említettük, kétféle utat követhetünk mégpedig:

9. táblázat

A függvénysúly számításának a)-módszere: az r-átvivő együtthatók képzésével.

Lefejtés: Cholesky-Rubin szerint

Harmadik kiegyenlítési csoport

A (19) egyenletek koeficiens rendszere					r'_a	r'_b	r'_c	r'_d	$s-1$	Σ
r_a	r_b	r_c	r_d	i						
+3	0	+1	-0,86	-2,290	-1				-0,150	
	+3	+1	+0,81	-1,444		-1			+2,366	
		+4	+0,16	-6,802			-1		-1,642	
			+39,7273	+20,1760				-1	+59,0133	
									+9,6400	
+1,7321	0	+0,5773	-0,4965	-1,3221	-0,5773				-0,0866	-0,0865
	+1,7321	+0,5773	+0,4676	-0,8337	0	-0,5773			+1,3660	+1,3660
		+1,8258	+0,0968	-3,0438	+0,1825	+0,1825	-0,5477		-1,3039	-1,3039
			+6,2652	+3,2248	-0,0486	+0,0403	+0,0085	-0,1596	+9,3306	+9,3306
				-22,1071	-0,0510 = $-r_a$	-0,0558 = $-r_b$	-1,6945 = $-r_c$	+0,5147 = $-r_d$	-23,3938	-23,3937

Az (12) sorszámú f' függvény súlyreciprokját a (20) szerint számítjuk ki:

$$\frac{1}{Pf'} = \left[\frac{af}{p} \right] \cdot r_a + \left[\frac{bf}{p} \right] \cdot r_b + \left[\frac{cf}{p} \right] \cdot r_c + \left[\frac{df}{p} \right] \cdot r_d + \left[\frac{ff}{p} \right]$$

$$= -2,290 \cdot 0,0510 - 1,444 \cdot 0,0558 - 6,802 \cdot 1,6945 + 20,1760 (-0,5147) + 24,252 = 2,1441$$

a) „Az átvivő együtthatók módszere” abból áll, hogy a (19) rendszerből tényleg kiszámítjuk — célszerűen CHOLESKY—RUBIN módszerével — valamennyi r -et, ezekkel pedig f' függvény súlyreciprokjá így alakul (9. táblázat):

$$\frac{1}{p'_f} = \left[\frac{af}{p} \right] r_a + \left[\frac{bf}{p} \right] r_b + \left[\frac{cf}{p} \right] r_c + \left[\frac{df}{p} \right] r_d + \left[\frac{ff}{p} \right] \quad (20)$$

b) „A kiegészített normálegyenletek módszere” azt jelenti, hogy a (19) egyenletrendszert a GAUSS-féle eliminációs eljárásnak vetjük alá és négy r -tag esetében a negyedik redukció után fennmaradó utolsó tag máris a keresett súlyreciprokot adja, azaz (10. táblázat):

$$\left[\frac{ff}{p} \cdot 4 \right] = \frac{1}{p'_f} \quad (21)$$

A b) módszernél tehát egyáltalában nem is számítjuk ki az r -átvivő együtthatókat, úgyhogy ez az utóbbi módozat egyszerűbbnek, egyben tehát célszerűbbnek is látszik. Számpéldánkban mind az a)-, mind a b)-módszer szerint elvégeztük a súlyreciprokszámítást; az eredmény pedig a 9. és 10. táblázatok szerint:

$$\begin{array}{l} a)\text{-módszer, (20) képlet: } \left\{ \frac{1}{p'_f} = \left\{ \begin{array}{l} 2,1441 \\ 2,1447 \end{array} \right\} \right\} 2,1444 \\ b)\text{-módszer, (21) képlet: } \end{array} \quad (22)$$

A negyedik tizedesben mutatkozó 6 egységnyi eltérés számítási lekerekítéséből származik, f' átlagos súlya tehát

$$p'_f = \frac{1}{2,1444} = 0,46631 \quad (23)$$

A mért szögek korrelátakiegyenlítéséből kapott „egy mérés középhibája” az 5. táblázat szerint:

$$\mu_0 = \pm 0, "582$$

Ezzel tehát f' függvényrész középhibája:

$$\mu'_f = \mu_0 \sqrt{\frac{1}{p'_f}} = 0, "582 \sqrt{2,1444} = \pm 0, "852 \quad (24)$$

A fejlesztett oldal (11) összefüggése szerint pedig:

$$\overline{CD} = \overline{AB} \cdot f'$$

Hogyha \overline{AB} bázishossz is μ_{AB} mérési középhibával terhelt mennyiség lenne, amelynek tehát (1: μ_{AB}^2)-tel arányos, véges nagyságú p_{AB} súlyt kell mellérendelnünk, akkor a továbbiakban CD középhibája és súlyreciprokjá (11) nyomán így alakulna:

$$\mu_{CD} = \sqrt{f'^2 \cdot \mu_{AB}^2 + \overline{AB}^2 \cdot \frac{\mu_f'^2}{\rho'^2}} \quad (25)$$

$$\frac{1}{p_{CD}} = f'^2 \cdot \frac{1}{p_{AB}} + \overline{AB}^2 \frac{1}{\rho'^2} \cdot \frac{1}{p_f} \quad (26)$$

10. táblázat

A függvénysúly számításának b)-módszere: a kibővített normálegyenletekkel, a (18)képletcsoport szerint Gauss-féle eliminációs eljárás

(Nem számítjuk ki az r-átvivő együtthatókat)

Harmadik kiegyenlítési csoport

	r_a	r_b	r_c	r_d	f
	+3	0 +3 0	+1 +1 0	- 0,8600 + 0,8100 0	- 2,2900 - 1,4440 0
-0,333 333			+4 -0,3333	+ 0,1600 + 0,2866	- 6,8020 + 0,7633
+0,286 667				+39,7273 - 0,2465	+20,1760 - 0,6565
+0,763 333					+24,2520 - 1,7480
		+3	+1 +3,6667 -0,3333	+ 0,8100 + 0,4466 - 0,2700	- 1,4440 - 6,0387 + 0,4813
-0,333 333				+39,4808 - 0,2187	+19,5195 + 0,3899
-0,270 000					+22,5040 - 0,6950
+0,481 334			+3,3334	+ 0,1766 +39,2621 - 0,0094	- 5,5574 +19,9094 + 0,2944
-0,052 969					+21,8090 - 9,2652
+1,667 187				+39,2527	+20,2038 +12,5438 -10,3991
-0,514 711					

$$\left[\frac{ff}{P} \cdot 4 \right] = \frac{1}{P_f} = + 2,1447$$

$$\mu'_f = 0,582 \cdot \sqrt{2,1447} = 0,582 \cdot 1,4645 = \pm 0'',852$$

Mint hogy azonban feltevésünk szerint $\mu_{AB} = 0$, illetve $p_{AB} = \infty$, azért

$$\mu_{CD} = \overline{AB}' \frac{\mu'_f}{q''} = 5879,989 \cdot \frac{0'',852}{206\,265} = 0,02429 \text{ m} \quad (27)$$

\overline{CD} oldal súlya pedig:

$$P_{CD} = \frac{q''^2}{\overline{AB}^2} P_f = \frac{206265^2}{5879,989^2} 0,46631 = 574,00 \frac{1}{m^2} \quad (28)$$

A fejlesztett oldal CD számított hossza a 8. táblázatbeli $f'_0 = 2,1009667$ -tel a (10) összefüggés értelmében:

$$\overline{CD} = \overline{AB} f'_0 = 5879,989 \cdot 2,1009667 = 12353,661 \text{ m}, \quad (29)$$

amelynek megbízhatóságát (27) szerint:

$$\mu_{CD} = \pm 24,3 \text{ mm}$$

középhiba jellemzi. A teljes végeredmény tehát (27) és (29) értelmében:

$$\overline{CD} = 12353,661 \pm 0,024 \text{ m} \quad (29.a)$$

*

B) Megoldás a harmadik kiegyenlítési csoport szerint

Az „egységesített” eljárás munkamenete nyomán

Az (5) és (19) alatt felírt két rokonjellegű koeficiens-rendszer összehasonlítása célszerűnek mutatja azoknak egyetlen szerves egésszé való összekapcsolását, amit alábbi (30) sorszámú alakjában a „kibővített” avagy „kiegészített” normálegyenletrendszernek fogunk nevezni:

k_a	k_b	k_c	k_d	l	f'
$\left[\frac{aa}{p} \right]$	$\left[\frac{ab}{p} \right]$	$\left[\frac{ac}{p} \right]$	$\left[\frac{ad}{p} \right]$	l_a	$\left[\frac{af}{p} \right]$
	$\left[\frac{bb}{p} \right]$	$\left[\frac{bc}{p} \right]$	$\left[\frac{bd}{p} \right]$	l_b	$\left[\frac{bf}{p} \right]$
		$\left[\frac{cc}{p} \right]$	$\left[\frac{cd}{p} \right]$	l_c	$\left[\frac{cf}{p} \right]$
			$\left[\frac{dd}{p} \right]$	l_d	$\left[\frac{df}{p} \right]$
				0	$\left[\frac{ff}{p} \right]$

(30)

Ez a (30) rendszer alapul szolgálhat mind a korreláták és a javítások négyzetösszegének, mind pedig az f' függvény súlykoefficiensének kiszámításához.

Ha egyelőre még a GAUSS-féle eliminációt vesszük alapul, akkor — jelen feladatunk négy korrelátája folytán — a (30) alatti rendszer négyszeres redukciója után kapjuk, hogy:

$$[0.4] = - [p_{vv}] = [lk]$$

ami a korreláták számértékére is ellenőrzést nyújt. Szintúgy származik f' súlykoefficiense is:

$$\left[\frac{ff}{p} \cdot 4 \right] = \frac{1}{p'_f}$$

A korreláták birtokában pedig, mint tudjuk, a (9) korrelátaegyenletek szolgáltatják v_1, v_2, \dots, v_8 szögjavításokat.

Habár ez a (30) séma nyilván fejlődést jelent az imént A) alatt részletezett klasszikus eljárással szemben, munkamenete azonban a GAUSS-féle elimináció mellett annyiban *nehézkés*, mert csak fokozatos visszahelyettesítéssel, egymás után jut el az egyes korreláták számértékéhez. Kívánatosnak látszik azért, hogy a (30) koefficiens-rendszert a CHOLESKY—RUBIN-féle lefejtéssel kapcsoljuk egybe abból a célból, hogy egyetlen munkafázisban, egyidejűleg kaphassuk $[p'v]$, továbbá valamennyi korreláta és $Q_{f'} = \frac{1}{p'_f}$ súlykoefficiens számértékét is.

Erre pedig megvan a lehetőség. Ha ugyanis a függvény súlyreciprokjának a [4]-ben közölt alábbi alakját szemügyre vesszük:

$$\frac{1}{p'_f} = \left[\frac{ff}{p} \right] - \left\{ \frac{\left[\frac{af}{p} \right]^2}{\left[\frac{aa}{p} \right]} + \frac{\left[\frac{bf}{p} \cdot 1 \right]^2}{\left[\frac{bb}{p} \cdot 1 \right]} + \frac{\left[\frac{cf}{p} \cdot 2 \right]^2}{\left[\frac{cc}{p} \cdot 2 \right]} + \frac{\left[\frac{df}{p} \cdot 3 \right]^2}{\left[\frac{dd}{p} \cdot 3 \right]} \right\} \quad (31)$$

akkor nyilvánvaló, hogy a képlet jobboldalának negatív előjelű tagjai nem mások, mint a CHOLESKY—RUBIN jellegű megoldásnak alávetett f' -függvény redukált tagjainak négyzetei. Ha tehát az $\left[\frac{ff}{p} \right]$ -szimbólumú legelső tagból levonjuk az f' függvénynek a redukált egyenletek soraiban jelentkező tagjainak négyzetösszegét, akkor eredményül az f' függvény $Q_{f'} = \frac{1}{p'_f}$ súlykoefficiensét kell kapnunk.

Gyakorlati jellegű eltérés mutatkozik az A)- és B)-alternatívák között a (15) és (31) képletekben, egyúttal a 8. táblázatban előforduló f -koefficiens kiszámítása terén. Ugyanis az A)-alternatívánál a (15)-beli f' -függvény f -koefficiensét a *kiegyenlített* szögek cotangensei segítségével képeztük (14) a 8. táblázatban. Ellenben B) jelű alternatívánk esetében az f -ekre már szükség van akkor, amikor maguk a szögjavítások még nem is ismeretesek. Minthogy azonban mindössze 4, legfeljebb 5 jegyű élességű f -koefficiensokról van szó, azért utóbbiak számításához a pontosság minden hátránya nélkül a *mért* szögek cotangensei is megfelelnek.

Ezek után a CHOLESKY—RUBIN megoldásra alkalmazott (30) koefficiens-rendszert a numerikus számítások céljaira célszerűen a (32) sorszámú szimbolikus séma nyomán fogjuk felhasználni, amely egyben a lényegét is jelenti a *B*) jelű alternatívában.

k_a	k_b	k_c	k_d	l				f	$s-1$	Σ	
$\left[\frac{aa}{p} \right]$	$\left[\frac{ab}{p} \right]$	$\left[\frac{ac}{p} \right]$	$\left[\frac{ad}{p} \right]$	l_a	-1			$\left[\frac{af}{p} \right]$			
	$\left[\frac{bb}{p} \right]$	$\left[\frac{bc}{p} \right]$	$\left[\frac{bd}{p} \right]$	l_b		-1		$\left[\frac{bf}{p} \right]$			
		$\left[\frac{cc}{p} \right]$	$\left[\frac{cd}{p} \right]$	l_c			-1	$\left[\frac{cf}{p} \right]$			
			$\left[\frac{dd}{p} \right]$	l_d				-1	$\left[\frac{df}{p} \right]$		
								$\left[\frac{ff}{p} \right]$			
Ide kerül a redukciós tagok négy sora											
Az eredmények:					$-[p_{vv}]$	$-k_a$	$-k_b$	$-k_c$	$-k_d$		
										$Q_f = \frac{1}{p_f}$	

(32)

A (32) sémát jobbszélien még kiegészítettük a számítási ellenőrzések ($s - 1$) és Σ -fejrovatú oszlopaival. Az ($s - 1$) ellenőrző számadatokba az új f' -oszlop tagjai is belefoglalandók.

Most már a CHOLESKY—RUBIN-féle elv közismert gyakorlata szerint elvégezzük a (32)-rendszer lefejtését, persze az f' -oszlop tagjaira is kiterjeszkedve. A legutolsó két sorban jelentkeznek mint eredmények:

$$[p_{vv}]; k_a, k_b, k_c, k_d \text{ és } \frac{1}{p_f}$$

amelyek egyidejű értékelését a *B*) alternatíva tehát lehetővé teszi anélkül, hogy a (2) alatt felírt feltételi egyenletek számát növelni kellene.

(32)-nek számpéldánkra való alkalmazását a 11. táblázat szemlélteti. Ez az újszerű táblázatunk, mint az „egységesített” munkamenet reprezentánsa, a harmadik kiegyenlítési csoport keretében egymaga pótolja és így kiküszöbölhetővé is teszi mind az 5. és 9, mind az 5. és 10. táblázatokat. A 11. táblázatban numerikusan is szemléltetett *B*) jelű megoldási alternatíva

11. táblázat

A normál egyenleteknek a fejlesztett oldal (12) sorszáma f' -függvényével kiegészített (32) koeficiens-rendszere.

Megoldás: Cholesky—Rubin módszerével

Harmadik kiegyenlítési csoport

(„Egységsített” munkamenet)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	k_a	k_b	k_c	k_d	l					f'	$s-1$	Σ
a	+3	0	+1	-0,86	+0,79	-1				- 2,290	+ 0,640	
b		+3	+1	+0,81	-1,59		-1			- 1,444	+ 0,776	
c			+4	+0,16	-0,84			-1		- 6,802	- 2,482	
d				+39,7273	+2,14					+20,176	+61,1533	
e										+24,252	+24,752	
f	+1,7321	0	+0,5773	-0,4965	+0,4561	-0,5773				- 1,3221	+ 0,3695	+ 0,3696
g		+1,7321	+0,5773	+0,4676	-0,9180	0	-0,5773			- 0,8337	+ 0,4480	+ 0,4480
h			+1,8258	+0,0968	-0,3140	+0,1825	+0,1825	-0,5477		- 3,0438	- 1,6179	- 1,6179
i				+6,2652	+0,4511	-0,0486	+0,0403	+0,0085	-0,1596	+ 3,2248	+ 9,7816	+ 9,7817
j					-1,3528	+0,3425	-0,4908	-0,1759	+0,0720	+21,6792	+20,0742	+20,0742
					-[p $\nu\nu$]	- k_a	- k_b	- k_c	- k_d			
k										+2,1449		
										$Q_f = \frac{1}{P_f}$		

Az egység súlyú mérés középhibája: $\mu_0 = \sqrt{\frac{[p\nu\nu]}{\text{fölös } m}} = \sqrt{\frac{1,3528}{8-4}} = \pm 0,582$

A korreláták itt nyert számértékei behelyettesítendők a 3. táblázatban a feltéti egyenletek táblázatos alakjának k -oszlopába.

tehát feltétlenül előnyösebb az A)-alternatívával szemben. A 6., 7. és 8. táblázatok számításaira azonban A)-nál és B)-nél egyaránt szükség van.

Úgyhogy az egységesített B)-módozat munkamenetét, pontokba szedve és megfelelő táblázatainkra is utalva, alábbiakban jellemezhetjük:

- | | | |
|----|--------------|---|
| 1. | 1. táblázat. | A mért szögek értékének és súlyának összeállítás. |
| 2. | 2. és 3. | „ A lineáris feltételi egyenletek számszerű alakjának képzése. |
| 3. | 8. és 3. | „ A fejlesztett oldal hosszát kifejező függvény lineáris alakjának képzése. Az f -koefficiensok számítása. Azok $\left[\frac{af}{p}\right], \left[\frac{bf}{p}\right], \dots \left[\frac{ff}{p}\right]$ numerikus szorzatösszegeinek képzése. |
| 4. | 11. | „ A (32) séma számszerű koefficiens-rendszerének felállítása és megoldása. |
| 5. | 3. és 6. | „ A szögjavítások és a kiegyenlített szögek képzése. |
| 6. | 7. | „ A feltételi egyenletek teljesülésének numerikus ellenőrzése. |
| 7. | 8. | „ A fejlesztett oldal hosszának és középhibájának számítása: (24)–(29) összefüggések. |

*

A vázolt munkamenet 7. pontját illetően számpéldánk esetében még megjegyezzük azt, hogy $\frac{1}{P_f}$ értékét a (22)-ből származó 2,1444 középérték helyett most a 11. táblázat legutolsó sora értelmében

$$\frac{1}{P_f} = 2,1449$$

-del kell számbavennünk. Ez a csekély eltérés azonban nem változtat a (24) alatt kapott

$$\mu'_f = \mu_0 \sqrt{\frac{1}{P_f}} = 0,582 \sqrt{2,1449} = \pm 0,852$$

függvényközéphibán.

*

C) Megoldás az ötödik kiegyenlítési csoport szerint

A fentebb vázolt korrelátakiegyenlítésnél a (10) összefüggést vettük alapul a fejlesztett $\overline{CD} = x$ oldal kiegyenlített hosszának, egyben az oldal „a posteriori”-középphibájának számításához is.

Ha (10)-et alábbi

$$\overline{AB} \frac{\sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} - x = 0 \quad (33)$$

alakban írjuk, úgy nincs akadálya annak, hogy ezt az egyenletet ötödik feltételként csatoljuk az egyszerű korrelátakiegyenlítés (2) alatt már felírt négy feltételi egyenletéhez [2]. Tehát olyan feltételes mérések kiegyenlítésekként is fel foghatjuk a feladatot, amelyek egy meg nem mért x ismeretlen hosszát is tartalmaznak. Ezzel a problémát az V-ik kiegyenlítési csoportba utaltuk, amellyel HELMERT foglalkozott először 1872-ben [5].

Jelen bázisnégyyszögünk esetében az 5 feltételi egyenlet:

$$\left. \begin{array}{ll} a) & 1 + 2 + 3 - 180^\circ = 0 \\ b) & 4 + 5 + 6 - 180^\circ = 0 \quad 3 \text{ szögfeltétel} \\ c) & 3 + 5 + 7 + 8 - 180^\circ = 0 \\ d) & \frac{\sin 2 \cdot \sin 4 \cdot \sin 7}{\sin 1 \cdot \sin 6 \cdot \sin 8} - 1 = 0 \quad 1 \text{ oldalfeltétel} \\ f) & \overline{AB} \frac{\sin 2 \cdot \sin (3 + 5)}{\sin 1 \cdot \sin 8} - x = 0 \quad 1 \text{ hosszfeltétel} \end{array} \right\} (34)$$

Az egyszerű korrelátakiegyenlítéshez viszonyítva eggyel megnőtt mind az egyenletek, mind az ismeretlenek száma, úgyhogy változatlanul négy fölös mérésünk van.

Az $a)$, $b)$ és $c)$ jelű szögfeltételi egyenletek, valamint a $d)$ jelzésű oldalfeltételi egyenlet felírása és utóbbinak lineáris alakra való hozatala pontosan úgy történik, mint az imént tárgyalt korrelátakiegyenlítésnél. Ezekre vonatkozólag tehát ismétlések elkerülésével utalunk a 2., 3., illetve 12., 13. táblázatokra.

Az ötödik sorban felírt, $f)$ jelű hosszfeltételi egyenlet azt fejezi ki, hogy a végleges \overline{AB} alapvonalból kiindulva, a kiegyenlített szögek alapján a meg nem mért $\overline{CD} = x$ fejlesztett oldal legvalószínűbb értékét kell kapnunk. Utóbbit éppúgy, mint az oldalfeltételi egyenlet, logaritmálással szintén lineáris alakra kell hoznunk.

A logaritmált hosszfeltételi egyenlet

$$\begin{aligned} & \log \overline{AB} + \log \sin (2' + v_2) + \log \sin (3' + 5' + v_3 + v_5) \\ & - \log (x_0 + dx) + \log \sin (1' + v_1) + \log \sin (8' + v_8) = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

A mérési javítások együtt thatóit itt is azzal kapjuk, hogy a kapott függvényt a változó mennyiségek szerint sorjában parciálisan differenciáljuk. Ezúton származik a hosszfeltételi egyenletnek alábbi lineáris alakja:

$$\begin{aligned} & \log \overline{AB} + \log \sin 2' + f_2 v_2 + \log \sin (3' + 5') + f_{3+5} v_3 + f_{3+5} v_5 \\ & - \log x_0 - f_x dx - \log \sin 1' - f_1 v_1 - \log \sin 8' - f_8 v_8 = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

A tisztatagoknak l_f szimbólumban való összevonása után lineáris alakú hosszfeltételi egyenletünk rendezett alakja:

$$-f_1 v_1 + f_2 v_2 + f_{3+5} v_3 + f_{3+5} v_5 - f_8 v_8 - f_x dx + l_f = 0 \quad (37)$$

ahol a valamely i értékű szöghöz tartozó f_i együttható jelentése:

$$f_i = \frac{M}{\rho''} \operatorname{ctg} i \quad (38)$$

amely megegyezik az illető i -szög $\log \sin$ -ához tartozó, $1''$ szögváltozásra jutó \log -táblakülönbséggel. Míg a keresett dx hosszváltozás f_x -koefficiense:

$$f_x = \frac{M}{x_0} = \frac{0,43429448}{x_0} \quad (39)$$

A nevezőben levő előzetes x_0 hosszát a mért szögek segítségével (33) alapján kapjuk:

$$x_0 = \overline{AB} \frac{\sin 2' \cdot \sin (3' + 5')}{\sin 1' \cdot \sin 8'} \quad (33')$$

és ezt az x_0 hosszát f_x számításához milliméter-dimenzióban használjuk, minek folytán x -hossz középhibáját ugyancsak mm-dimenzióban kell majd értelmeznünk.

Szám példánk hosszfeltételi egyenletét a 12. és 13. táblázatok alapján képeztük. Számszerű együtthatóival ez az egyenlet így alakul:

$$\begin{aligned} & -1,92 \cdot v_1 + 1,06 \cdot v_2 - 1,45 \cdot v_3 - 1,45 \cdot v_5 - 3,92 \cdot v_8 - 0,0352 \cdot dx + \\ & + 0,05 = 0 \end{aligned} \quad (37a)$$

12. táblázat
Ötödik kiegyenlítési csoport

A hosszfeltétel tisztatagjának képzése

$$x_0 = AB \frac{\sin 2' \cdot \sin (3' + 5')}{\sin 1' \cdot \sin 8'} = \overline{CD}_0 \text{ (előzetes hossz)}$$

$$= 5\,879,989 \frac{0,892\,64\,969 \cdot 0,824\,16\,578}{0,740\,45\,365 \cdot 0,472\,90\,727} = 12\,353,735 \text{ m}$$

Szög, oldal		log sin, log	Különbség 1"-re		Szög, oldal	log sin, log	Különbség
2	63° 12' 29''22	9,950 68 107	+10,6	1	47° 46' 12,26	9,869 49 784	+19,2*
3+5	124 29 45,57	9,916 01 462	-14,5	8	28 13 23,45	9,674 77 602	+39,2*
AB	5 879 989mm	6,769 37 649	-	x_0	12 353 735mm	7,091 79 827	+0,352**
		6,636 07 21				6,636 07 213	

$l_f = +5$ egység a logaritmus nyolcadik tizedesében

$l_f = +0,5$ egység a logaritmus hetedik tizedesében

* Különbség 1"-re; ** különbség 1 mm-re

A hosszfeltételi egyenlet numerikus alakja:

$$-1,92 v_1 + 1,06 v_2 - 1,45 v_3 - 1,45 v_5 - 3,92 v_8 - 0,0352 dx + 0,05 = 0$$

A valamennyi feltételi egyenlet figyelembevételével képzett LAGRANGE-függvényt elsősorban az egyes v -javítások szerint fogjuk parciálisan differenciálni. A zérus értékű differenciálhányadosok szolgáltatják közvetlenül a korrelátaegyenleteket:

$$v_1 = \frac{1}{p_1} (a_1 k_a + b_1 k_b + c_1 k_c + d_1 k_d + f_1 k_f)$$

$$v_2 = \frac{1}{p_2} (a_2 k_a + b_2 k_b + c_2 k_c + d_2 k_d + f_2 k_f) \tag{40}$$

.....

$$v_8 = \frac{1}{p_8} (a_8 k_a + b_8 k_b + c_8 k_c + d_8 k_d + f_8 k_f)$$

amelyekben öt ismeretlen korreláta van. Esetünkben valamennyi a , b és c koefficiens egységnyi lesz és példánkban emellett a mért szögeket mind egység-súlyúaknak tételeztük fel. Ha ezeket a korrelátaegyenleteket visszahelyette-

13. táblázat
Ötödik kiegyenlítési csoport

A feltételei egyenletek táblázatos alakja
A korreláták és szögjavítások számszerű értékei

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	dx	l	k^*
a	+1	+1	+1							+0,79	-0,3428
b				+1	+1	+1				-1,59	+0,4906
c			+1		+1		+1	+1		-0,84	+0,1765
d	-1,92	+1,06		+1,54		-0,73	+4,08	-3,92		+2,14	-0,0720
f	-1,92	+1,06	-1,45		-1,45			-3,92	-0,0352	+0,05	0
v^{**}	-0,205"	-0,419"	-0,166"	+0,380"	+0,667"	+0,543"	-0,117"	+0,459"			

* A korrelátákat a normálegyenletekből számítjuk ki.

** A javításokat a (40) korrelátaegyenletek értelmében nyerjük.

sítjük a lineáris alakú feltételi egyenletekbe akkor összevonások után kapjuk a normálegyenleteknek jelenleg öt egyenletből álló alábbi *első* csoportját:

$$\begin{aligned} \left[\frac{aa}{p} \right] k_a + \left[\frac{ab}{p} \right] k_b + \left[\frac{ac}{p} \right] k_c + \left[\frac{ad}{p} \right] k_d + \left[\frac{af}{p} \right] k_f + l_a &= 0 \\ \left[\frac{ab}{p} \right] k_a + \left[\frac{bb}{p} \right] k_b + \left[\frac{bc}{p} \right] k_c + \left[\frac{bd}{p} \right] k_d + \left[\frac{bf}{p} \right] k_f + l_b &= 0 \\ \left[\frac{ac}{p} \right] k_a + \left[\frac{bc}{p} \right] k_b + \left[\frac{cc}{p} \right] k_c + \left[\frac{cd}{p} \right] k_d + \left[\frac{cf}{p} \right] k_f + l_c &= 0 \quad (41/1) \\ \left[\frac{ad}{p} \right] k_a + \left[\frac{bd}{p} \right] k_b + \left[\frac{cd}{p} \right] k_c + \left[\frac{dd}{p} \right] k_d + \left[\frac{df}{p} \right] k_f + l_d &= 0 \\ \left[\frac{af}{p} \right] k_a + \left[\frac{bf}{p} \right] k_b + \left[\frac{cf}{p} \right] k_c + \left[\frac{df}{p} \right] k_d + \left[\frac{ff}{p} \right] k_f + A_f \cdot dx + l_f &= 0 \end{aligned}$$

A LAGRANGE-féle függvényt azonban a meg nem mért x ismeretlen szerint is parciálisan differenciálnunk kell és ezzel még egy további normálegyenlet is képződik, alábbi egyszerű alakban:

$$A_f \cdot k_f + 0 + 0 = 0 \quad (41/11)$$

Bázisnégyszögünknek az ötödik csoport szerint eszközölt kiegyenlítésénél tehát *hat* normálegyenlet keletkezik, míg az egyszerű korrelátakiegyenlítésénél csak *négy* volt azok száma. Azonban a legutolsó egyenletből k_f korrelátára, mint ismeretlenre közvetlenül

$$k_f = 0$$

adódik. Minthogy pedig k_f valamennyi normálegyenletünkben előfordult, azért nyilvánvaló, hogy ezekből mindenütt eltűnik a k_f -vel szorzott ötödik tag. Az így fennmaradó öt egyenlet pedig csak öt ismeretlent is tartalmaz, mégpedig a k_a, k_b, k_c, k_d -vel jelölt négy korrelátát és a meg nem mért oldalhossz dx változását. Ezek szerint a mérési javítások kiszámítására szolgáló (40) sorszámú korrelátaegyenletekből is eltűnik valamennyi k_f -es tag.

A $k_f = 0$ -ból adódó egyszerűsítési lehetőséget azonban az alábbiakban mégsem alkalmazzuk, hanem *hat* egyenlettel és *hat* ismeretlennel oldjuk meg a normálegyenletrendszer, mert így kapunk helyes alapot $x = \overline{CD}$ oldal súly-

számításához [6]. A számítási kikerekítések miatt a hat ismeretlenes egyenletrendszer megoldása így módon az ötödik korrelátóra zérus helyett ugyan

$$k_f = -0,0007\text{-et}$$

adott, amit azonban elhanyagoltunk a további numerikus számításokban.

Az ötödik csoport szerinti megoldás előnye tudvalevően abban jelentkezik, hogy a normálegyenletrendszer megoldásából nemcsak az $x = \overline{CD}$ fejlesztett oldal végleges hossza, pontosabban annak dx változása, hanem annak p_x súlya is közvetlenül kiadódik. Tehát utóbbi nem kíván külön függvényűlyszámítást. Hogy azonban ez az előny tényleg érvényesüljön, azért a GAUSS-féle eliminációs eljárást kell alkalmazzuk, mert a CHOLESKY—RUBIN-féle módszer erre nem ad ilyen egyszerű lehetőséget. Ugyanis a normálegyenlet rendszerbe a meg nem mért x ismeretlen miatt bekerülő (41/II) sorszámú legutolsó egyenlet vezetőtagja zérus, ami azt jelenti, hogy a CHOLESKY—RUBIN-féle megoldásnál zérusból kell levonni a redukált tagok négyzeteit, ami a gyökös tagokban imaginárius számokra vezet. Ellenben a GAUSS-féle eliminációs eljárásnál a redukciós tagok algebrai összege adja az eredményt és így a negatív előjelű tagok nem okozhatnak semmilyen zavart. A GAUSS-féle lefejtési módszer azonban, főleg több ismeretlen esetén, lényegesen hosszadalmasabb, mint a CHOLESKY—RUBIN-féle. Ez a körülmény tehát nem szolgál előnyére az egyébként pedig könnyed ötödik csoportbeli C)-alternatívának.

A normálegyenletek koeficiens-rendszerét tehát alábbi összeállításban használjuk fel:

1	k_a	k_b	k_b	k_a	k_f	dx	l
2	$\left[\frac{aa}{p} \right]$	$\left[\frac{ab}{p} \right]$	$\left[\frac{ac}{p} \right]$	$\left[\frac{ad}{p} \right]$	$\left[\frac{af}{p} \right]$		l_a
3		$\left[\frac{bb}{p} \right]$	$\left[\frac{bc}{p} \right]$	$\left[\frac{bd}{p} \right]$	$\left[\frac{bf}{p} \right]$		l_b
4			$\left[\frac{cc}{p} \right]$	$\left[\frac{cd}{p} \right]$	$\left[\frac{cf}{p} \right]$		l_c
5				$\left[\frac{dd}{p} \right]$	$\left[\frac{df}{p} \right]$		l_d
6					$\left[\frac{ff}{p} \right]$	A_f	l_f
7						0	0
8							0

(42)

14. táblázat
Ötödik kiegyenlítési csoport

A normálegyenletek	
$+3 \cdot k_a + 0 \cdot k_b + 1 \cdot k_c - 0,86 \cdot k_d - 2,31 \cdot k_f$	$+ 0,79 = 0$
$0 \cdot k_a + 3 \cdot k_b + 1 \cdot k_c + 0,81 \cdot k_d - 1,45 \cdot k_f$	$- 1,59 = 0$
$1 \cdot k_a + 1 \cdot k_b + 4 \cdot k_c + 0,16 \cdot k_d - 6,82 \cdot k_f$	$- 0,84 = 0$
$-0,86 \cdot k_a + 0,81 \cdot k_b + 0,16 \cdot k_c + 39,727 \cdot k_d + 20,176 \cdot k_f$	$+ 2,14 = 0$
$-2,31 \cdot k_a - 1,45 \cdot k_b - 6,82 \cdot k_c + 20,176 \cdot k_d + 24,381 \cdot k_f - 0,0352 \cdot dx + 0,05$	$= 0$
$-0,0352 \cdot k_f +$	$\underline{0} = 0$

A normálegyenletek numerikus alakját a 14. táblázat szemlélteti. Minthogy azok (42) sorszámú rendszerében, a meghatározandó értékek 1. jelzésű legfelső sorában utolsóként fordul elő a nem mért ismeretlen dx változása, azért a rendszer lefejtésének eredményeként az utolsó redukált egyenletben jelentkezik majd nemcsak dx számértéke, de annak súlya is, mint az ismeretlen együtthatója. Számpéldánkban ezek a 15. táblázatból kivett eredmények:

$$dx = - 71,6071 \text{ mm} \quad (43)$$

$$p_x = 0,000560 \text{ }^1/\text{mm}^2 \quad (44)$$

Itt a dimenziókra kell ügyelnünk. Amilyen egységben írtuk fel a hosszfeltételi egyenletben dx változás együtthatóját, ugyanolyan egységben kapjuk p_x súlyértéket. Mi milliméterben számoltunk.

Folytatólag a (42) rendszerből a 15. táblázat szerint fokozatos visszahelyettesítéssel kapjuk a korreláták értékét:

$$\begin{aligned} k_f &= - 0,0007; & k_d &= - 0,0720; & k_c &= + 0,1765 \\ & & k_b &= + 0,4906; & k_a &= - 0,3428 \end{aligned} \quad (45)$$

amelyek súlyai nem érdekelnek bennünket. A korrelátákat behelyettesítjük a (40) alatt felírt korrelátaegyenletekbe, miáltal kiszámítható valamennyi szögjavítás numerikus értéke, amit ezúttal is táblázatos formában célszerű eszközölni. A szögjavításokat 13. táblázatunk legelső sora tünteti fel. Folytatólag:

„mért szög + javítás = kiegyenlített szög”

értelemben képezzük a hálózat végleges szögeit, amint ez 16. táblázatunkban

15a. táblázat

A normálegyenletrendszer megoldása Gauss algoritmusával

k_a	k_b	k_c	k_d	k_f	dx	l	$-s$	
+3	0	-0,3333	+ 0,2867	+ 0,7700	0	-0,2633	- 1,62	
	0	+1	- 0,86	- 2,31	0	+0,79		
$k_a = -0,3428$	0	0	0	0	0	0	0	
	+3	+1	+ 0,81	- 1,45	0	-1,59	- 1,77	
			-0,3333	+ 0,2866	+ 0,7699	0	-0,2633	+ 0,5399
			+4	+ 0,16	- 6,82	0	-0,84	+ 1,50
				- 0,2466	- 0,6623	0	+0,2265	- 0,4644
				+39,7273	+20,1764	0	+2,14	-62,1537
				- 1,7787	0	+0,6083	- 1,2474	
				+24,3814	-0,0352	+0,05	-33,9926	
					0	0	0	
					0	0	+ 0,0352	
						-0,2080	+ 0,4265	
						0	0,55	
$k_b = +0,4906$	+3	-0,3333	- 0,2700	+ 0,4833	0	+0,5300	- 1,77	
		+1	+ 0,81	- 1,45	0	-1,59		
			-0,3333	- 0,2700	+ 0,4833	0	+0,5299	+ 0,5899
			+3,6667	+ 0,4466	- 6,0501	0	-1,1033	+ 2,0399
				- 0,2187	+ 0,3915	0	+0,4293	+ 0,4779
				+39,4807	+19,5141	0	+2,3665	-62,6181
				- 0,7008	0	-0,7684	- 0,8554	
				+22,6027	-0,0352	+0,6583	-35,2400	
					0	0	0	
					0	0	+ 0,0352	
						-0,8427	- 0,9381	
						-0,2080	- 0,1235	

15a. táblázat folytatása

k_a	k_b	k_c	k_d	k_f	dx	l	s
$k_c = +0,1765$		+3,3334	- 0,0530 + 0,1766	+ 1,6700 - 5,5668	0 0	+0,1720 -0,5734	+ 2,6298
			- 0,0094 +39,2620	+ 0,2950 +19,9056	0 0	+0,0304 +2,7958	- 0,1394 -62,1402
				- 9,2966 +21,9019	0 -0,0352	-0,9576 -0,1101	+ 4,3918 -36,0954
					0 0	0 0	0 + 0,0352
						-0,0986 -1,0507	+ 0,4523 - 1,0616
$k_d = -0,0720$			+39,2536	- 0,5146 +20,2006	0 0	-0,0720 +2,8262	-62,2796
				-10,3952 +12,6053	0 -0,0352	-1,4544 -1,0677	+32,0491 -31,7036
					0 0	0 0	0 + 0,0352
						-0,2035 -1,1493	+ 4,4841 - 0,6093
$p_f = -0,0007 \sim 0$ $[p_{vv}] = +1,3528$				+ 2,2101	+0,0159 -0,0352	-2,5221	+ 0,3455
					-0,000 560 0	-0,0401 0	+ 0,0055 + 0,0352
					-[p _{vv}]=	-1,3528	+ 3,8748
$dx = -71,61 \text{ mm}$ $p_x = 0,000 560$ 1/mm^2				$-p_x =$	-0,000 560	-71,6071 -0,0401	+ 0,0407

15b. táblázat

Normálegyenletrendszer táblázatos alakban. Megoldás a Gauss-féle eliminációs eljárással.
Végeredmények

Ötödik kiegyenlítési csoport

k_a	k_b	k_c	k_d	k_f	dx	l	$-s$
<u>+3</u>	0	+1	- 0,86	- 2,31	0	+0,79	- 1,62
	<u>+3</u>	+1	+ 0,81	- 1,45	0	-1,59	- 1,77
		<u>+4</u>	+ 0,16	- 6,82	0	-0,84	+ 1,50
			<u>+39,723</u>	+20,176	0	+2,14	-62,154
				<u>+24,381</u>	-0,0352	+0,05	-33,993
- [p $\nu\nu$] = -1,3528							
$dx = -71,6071$ mm					<u>0</u>	0	+ 0,0352
$p_x = 0,000\ 560$ l/mm ²						0	- 0,55

A fejlesztett oldal végleges hossza = előzetes hossz + változás:

$$x = x_0 + dx = 12\ 353,735 - 0,072 = 12\ 353\ 663\ \text{m}$$

A lefejtésből nyert korreláták:

$$k_f = -0,0007; \quad k_d = -0,0720; \quad k_c = +0,1765; \quad k_b = +0,4906; \quad k_a = -0,3428$$

Az itt kapott korrelátákat behelyettesítjük a 13. táblázat jobbszélső oszlopába. Az „egység-

$$\text{súlyú mérés" középhibája: } \mu_0 = \sqrt{\frac{[p\nu\nu]}{\text{főlös}}} = \sqrt{\frac{1,3528}{4}} = \pm 0,582$$

16. táblázat (mint a 6. táblázat)

A kiegyenlített szögek képzése

Ötödik kiegyenlítési csoport

Mért szög	+	javítás	=	kiegyenlített szög
47° 46' 12,26	-	0,20"	=	47° 46' 12,06
63 12 29,22	-	0,42	=	63 12 28,80
69 01 19,31	-	0,17	=	69 01 19,14
53 51 37,50	+	0,38	=	53 51 37,88
55 28 26,26	+	0,67	=	55 28 26,93
70 39 54,65	+	0,54	=	70 39 55,19
27 16 50,14	-	0,12	=	27 16 50,02
28 13 23,45	+	0,46	=	28 13 23,91

történt. Az előzetes x_0 oldalhossz és annak a kiegyenlítésből kapott dx változása pedig a fejlesztett háromszögoldal végleges hosszát adja:

$$x = x_0 + dx = 12\ 353,735 - 0,072 = 12\ 353,663\ \text{m} = \overline{CD} \quad (46)$$

A kiegyenlített szögek és \overline{CD} oldalhossz a számítási élesség határán belül ki kell elégítsék az összes feltételi egyenletet.

A szögjavítások négyzetösszege kapható: egyrészt az egyes javítások négyzetreemelése és összeadása útján, másrészt pedig a normálegyenletekből; mégpedig azoknak az ötödik redukciója után, a tisztatagok *l*-oszlopában jelentkeznek [p_{vv}]. Ilyen módon *dx* változás, mint meg nem mért ismeretlen, nem érzeti hatását [p_{vv}]-ben.

Szám példánkban

$$[vv] = 1,3528 \tag{47}$$

Ezzel pedig az egyenlősúlyú szögmérések középphibája:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{5-1}} = \sqrt{\frac{1,3528}{4}} = \pm 0,582'' \tag{48}$$

A fejlesztett oldal, mint meg nem mért ismeretlen középphibája pedig:

$$\mu_{CD} = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_x}} = \frac{0,582}{\sqrt{0,000560}} = \pm 24,6 \text{ mm} \tag{49}$$

A fejlesztett oldal, mint számszerű végeredmény ennél fogva így jellemezhető:

$$\overline{CD} = 12\,353,663 \pm 0,025 \text{ m} \tag{50}$$

Végül még ellenőrizzük a kiegyenlített hosszát, valamint a szögeket olyan módon, hogy ezeket visszahelyettesítjük a feltételei egyenletekbe (34. sorszámú összefüggések). Ezt szemlélteti a 17. táblázat, amely szerint az eredmények jók, a mutatkozó ellentmondások elenyészőek.

17. táblázat

A kiegyenlített értékek ellenőrzése a feltételei egyenletekbe való visszahelyettesítéssel

Ötödik kiegyenlítési csoport

Szögfeltételek											
Sor-szám	Szögérték			Sor-szám	Szögérték			Sor-szám	Szögérték		
1	47°	46'	12,06	4	53°	51'	37,88	3	69°	01'	19,14
2	63	12	28,80	5	55	28	26,93	5	55	28	26,93
3	69	01	19,14	6	70	39	55,19	7	27	16	50,02
								8	28	13	23,91
Σ	180°	00'	00,00	Σ	180°	00'	00,00	Σ	180°	00'	00,00

Oldalfeltétel											
A szög		log sin	A szög		log sin						
sor-száma	értéke		sor-száma	értéke							
2	63° 12' 28,80	9,950 68 063	1	47° 46' 12,06	9,869 49 746						
4	53 51 37,88	9,907 18 754	6	70 39 55,19	9,974 78 829						
7	27 16 50,02	9,666 19 538	8	28 13 23,91	9,674 77 783						
		9,519 06 355			9,519 06 358						

ellentmondás: -3 egység a log nyolcadik tizedesében

Hosszfeltétel							
Szög, hossz			log sin, log	Szög, hossz			log sin, log
2	63°	12' 28''80	9,950 68 063	1	47°	46' 12''06	9,869 49 746
3+5	124	29. 46,07	9,916 01 390	8	28	13 23,91	9,674 77 783
AB		5 879,989	6,769 37 649	x		12 353,663	7,091 79 574
			6,636 07 102				6,636 07 103

ellentmondás: — I egység a log nyolcadik tizedesében

*

D) Megoldás a második kiegyenlítési csoport szerint

Nem lenne semmi akadálya annak, hogy az alapvonalfejlesztő hálózat korrelátakiegyenlítését a szakkönyvekben ismertetett módon visszavezessük a közvetítő mérések kiegyenlítésére. Nevezetesen ha n -nel jelöljük az összes mért szögek számát, míg r -rel a fölös mérések számát, akkor $(n - r)$ számú, esetünkben tehát $8 - 4 = 4$ szögjavítást vezetnénk be ismeretlenekként és ezekkel, valamint a tisztatagok segítségével kifejezzük a többi v értékét. Az ekként kapott javítási egyenletekhez a ki nem fejezett ismeretlenek számára azonossági egyenleteket állítunk fel. Ily módon n számú javítási egyenletből álló rendszert kapnánk, amely $(n - r)$ számú ismeretlent tartalmaz és minden egyes ily egyenlet baloldalán egy-egy mérési javítás van. Ezek után a normál-egyenletek együtthatói a II. kiegyenlítési csoport szerint lennének számíthatók. Ezt a kerülőutat persze bajos lenne indokolni.

Jelen feladatunkban azonban megvan rá a lehetőség, hogy a fejlesztett oldal és annak középpontja számítására — feltételi egyenletek mellőzésével — közvetlenül alkalmazzuk a II. kiegyenlítési csoportot. Nevezetesen: az *alpvonalnégyyszög számítását pontsűrítési feladatként értelmezzük* és ennek megfelelően a *koordinátakiegyenlítés szabályai szerint járunk majd el*. Nincs tudomásom róla, hogy a bázisnégyyszög számításának ezt az útját már valahol alkalmazták volna.

Alapvonalunk két végpontjának — a bázishossz változatlanóságának feltétele mellett — elvileg tetszőleges koordinátákat rendelünk mellé. A fejlesztett oldal két végpontját két ismeretlen új pontként kezeljük, amelyek meghatározására a négy ponton az ábrába bejelölt nyolc szöget mértük. Tehát két-pontos koordinátakiegyenlítésről van szó s mivel ezúttal nem iránymérést, hanem szögmérést végeztünk, azért a kiegyenlítést is a mérési eredményekként adódó szögekre kell elvégeznünk abból az okból, hogy az előzőekben tárgyalt III. és V. csoportbeli kiegyenlítésével azonos $[pvv] = \text{minimum}$ feltételt elégszünk ki.

Ábránkban felvettünk egy helyi tengelyrendszert is úgy, hogy az y -tengely az AB mért alapvonalal legyen párhuzamos. A bázisvégpont koordinátáit ugyan tetszőlegesen, de célszerűen úgy vesszük fel a képzelt stereografikus síkon, hogy valamennyi pontunk az első síknegyedbe essen. Legyenek A pont koordinátái:

$$y_A = + 20\,000,000 \text{ m} \quad x_A = + 20\,000,000 \text{ m} \quad (51)$$

Mint ahogy számpéldánk alapvonalának hossza:

$$\overline{AB} = 5879,989 \text{ m}$$

ebből következik, hogy B bázisvégpont koordinátái:

$$y_B = + 14\,120,011 \text{ m} \quad x_B = + 20\,000,000 \text{ m} \quad (52)$$

Nyolc szöget mértünk, ezek mindegyikére egy javítási egyenletet kell felírunk. A szögeknek megfelelő javítási egyenleteket az irányokra felírható ismert alakú javítási egyenletekből fogjuk levezetni. Ugyanis valamely szög mindenkor két irány különbségeként fogható fel, következésképp a szöghöz tartozó javítási egyenlet is a szöget alkotó két irány két javítási egyenletének különbségeként képezhető. Ennek megfelelően álláspontonként a mért szögekből fiktív irány sorozatot képezünk. Az irányoknak ábránkban eszközölt számozása mellett például az A ponton mért fiktív irányértékeket L_1, L_2, L_3 -mal, míg a D ponton mértéket L_{10}, L_{11}, L_{12} -vel jelöljük.

Ezekhez a fiktív iránymérésekhez képezzük majd irányonként a megfelelő iránykoefficienseket és tisztagokat, ezekkel pedig minden irányra külön-külön a megfelelő javítási egyenletet. Mint ahogy az iránykoefficienseket az *irányokhoz* (nem pedig a szögekhez) kell felírunk, azért az 1. ábrában — markáns számokkal — nemcsak a ténylegesen mért szöveget, hanem külön az irányokat is megszámoztuk, mégpedig utóbbiakat 1-től 12-ig terjedő kisebb számokkal.

A bázisnéyszögnek a közvetítő mérések módszere szerint való kiegyenlítésére a szakirodalomban aligha találunk példát, azért célszerűnek látszik az, hogy a munkamenetet részleteiben is kövessük és azt numerikus példánk nyomán tegyük szemléltetőbbé. Az 1. ábrának megfelelő mért szögek számszerű értékeit, valamint a belőlük képzett fiktív irányértékeket 18. táblázatunk tünteti fel.

Mindenekelőtt C és D új pontokra fogunk előzetes koordinátákat számítani, oly módon hogy ezeket A és B adott pontokból előmetsszük. Az \overline{AB} bázisnak helyi tengelyrendszerünk értelmében véglegesen rögzített $\delta_{AB} = 270^\circ$ -os irányszöge, valamint a bázison fekvő: 2, 3, 5 és 6 sorszámú mért szögek alapján könnyen képezhetők az $A \rightarrow C$, $B \rightarrow C$, $A \rightarrow D$ és $B \rightarrow D$

18. táblázat

A mért szögek és a belőlük képzett fiktív irányértékek

Második kiegyenlítési csoport

Mért szögek				Fiktív irányok				
sorszám	értéke			sorszám	értéke: L_i			
				1	0°	00'	00,00	$A \rightarrow C$
2	63°	12'	29,22	2	63	12	29,22	$A \rightarrow B$
6	70	39	54,65	3	133	52	23,87	$A \rightarrow D$
							0,00	
5	55	28	26,26	4	0	00	00,00	$B \rightarrow D$
3	69	01	19,31	5	55	28	26,26	$B \rightarrow A$
				6	124	29	45,57	$B \rightarrow C$
7	27	16	50,14	7	0	00	00,00	$C \rightarrow B$
1	47	46	12,26	8	27	16	50,14	$C \rightarrow D$
				9	47	46	12,26	$C \rightarrow A$
8	28	13	23,45	10	0	00	00,00	$D \rightarrow A$
4	53	51	37,50	11	25	38	14,05	$D \rightarrow B$
				12	53	51	37,50	$D \rightarrow C$

19. táblázat

C és D új pontok előzetes koordinátáinak számítása előmetszés útján

Második kiegyenlítési csoport

	y	x	δ	$\text{tg } \delta$
A	+20 000,000	+20 000,000	206° 47' 30,78	+0,504 9586
B	+14 120,011	+20 000,000	159° 01' 19,31	-0,383 4229
C	+16 657,797	+13 381,234		+0,888 3815
A	+20 000,000	+20 000,000	340° 39' 54,65	-0,350 8774
B	+14 120,011	+20 000,000	34° 31' 33,74	+0,687 9503
D	+18 013,958	+25 660,216		-1,038 8277

tájékozott irányok, amelyekkel a 19. táblázat szerint előmetszés útján kapjuk C és D pontok előzetes koordinátáit, az y_C^0 , x_C^0 és y_D^0 , x_D^0 értékeket. Ezek birtokában előzetes δ^0 irányszögeket és előzetes t^0 távolságokat számítottunk az alapvonalnégyszög oldalaira. Folytatólag képezzük a megfelelő a és b iránykoefficienseket is, mégpedig a hazai értelmezés szerint. Eszerint adott pontról új pontra, például az A -ról C -re menő 1. számú irány esetében ezek alakja tudvalevően [7]:

$$a_{AC} = + \frac{\varrho''}{10} \cdot \frac{\cos \varrho_{AC}^0}{t_{AC}^0} \quad \text{és} \quad b_{AC} = - \frac{\varrho''}{10} \cdot \frac{\sin \delta_{AC}^0}{t_{AC}^0} \quad (53)$$

C új pontról A adott pontra menő 9-számú irányunkra pedig:

$$a_{CA} = -\frac{\varrho''}{10} \frac{\cos \varrho_{CA}^\circ}{t_{CA}^\circ} \quad \text{és} \quad b_{CA} = +\frac{\varrho''}{10} \frac{\sin \varrho_{CA}^\circ}{t_{CA}^\circ} \quad (54)$$

Ebből következik, hogy adott pont és új pont viszonylatában:

$$a_{AC} = a_{CA} \quad \text{és} \quad b_{AC} = b_{CA}$$

Figyelembe veendő ugyanis, hogy

$$\cos \delta_{CA} = -\cos \delta_{AC} \quad \text{és} \quad \sin \delta_{CA} = -\sin \delta_{AC}$$

Az A pontról C pontra menő számított δ_{AC}° előzetes irányszög és a szög-mérésből eredő L_{AC} fiktív irányérték birtokában most már az $A \rightarrow C = 1$ irány javítási egyenlete:

$$v_{AC} = a_{AC} dy_C + b_{AC} dx_C + (\delta_{AC}^\circ - L_{AC}) \quad (55)$$

A jobboldali zárjeles tisztatag tulajdonképpen előzetes tájékozási állandót jelent, azaz

$$\delta_{AC}^\circ - L_{AC} = z_{AC} \quad (56)$$

úgyhogy az 1-irány javítási egyenlete így is írható:

$$v_{AC} = a_{AC} dy_C + b_{AC} dx_C + z_{AC} \quad (57)$$

Ettől a 9. sorszámú CA irány javítási egyenlete csak a

$$(\delta_{CA}^\circ - L_{CA}) = z_{CA}$$

tisztatagban tér el, azaz:

$$v_{CA} = a_{AC} dy_C + b_{AC} dx_C + (\delta_{CA}^\circ - L_{CA}) \quad (58)$$

Hasonló a helyzet az A adott pontot a D újponttal összekötő 3, illetve 10 irányok, szintúgy B adott pontot egyrészt a C újponttal összekötő 6, illetve 7, továbbá a B adott pontot a D újponttal összekötő 4, illetve 12 irányok esetében. A 4 irány javítási egyenlete például:

$$v_{BD} = a_{BD} dy_D + b_{BD} dx_D + (\delta_{BD}^\circ - L_{BD}) \quad (59)$$

Míg a 12 irányé:

$$v_{DB} = a_{BD} dy_D + b_{BD} dx_D + (\delta_{DB}^\circ - L_{DB}) \quad (60)$$

Ellenben más a helyzet a 8 és 11 irányoknál, minthogy ezek mindkét végpontja: C is, D is, új pont, tehát itt négy koordinátaváltozás van, ami négy iránykoefficiens is jelent. Még pedig a 8 számú irányra:

$$a_{CD} = -\frac{\varrho''}{10} \frac{\cos \delta_{CD}^{\circ}}{t_{CD}^{\circ}} \text{ és } b_{CD} = +\frac{\varrho''}{10} \frac{\sin \delta_{CD}^{\circ}}{t_{CD}^{\circ}} \quad (61)$$

Az ettől 180° -kal eltérő $DC = 11$ irányra pedig:

$$a_{DC} = -\frac{\varrho''}{10} \frac{\cos \delta_{DC}^{\circ}}{t_{CD}^{\circ}} \text{ és } b_{DC} = +\frac{\varrho''}{10} \frac{\sin \delta_{DC}^{\circ}}{t_{CD}^{\circ}} \quad (62)$$

A (61) és (62) képletekben előforduló 10-es osztóból tudvalevően következik, hogy a koordinátaváltozásokat, szintúgy a fejlesztett oldal hosszának változását *deciméter* dimenzióban, azok súlykoefficienseit pedig dm^2 -dimenzióban kell majd értelmeznünk a numerikus számítások folyamán, amire már itt felhívjuk a figyelmet.

Ha továbbá az iránykoefficiensek indexeinek sorrendjét is megfigyeljük, akkor nyilvánvaló, hogy

$$a_{DC} = -a_{CD} \text{ és } b_{DC} = -b_{CD} \quad (63)$$

Szavakban: ha valamely oldal mindkét végpontja új pont, akkor a megfelelő indexek felcserélése és így az irányszögnek 180° -kal való megváltoztatása előjelcserét jelent a két újponti irány a és b iránykoefficienseiben. Például jelenleg:

$$a_8 = -a_{11} \text{ és } b_8 = -b_{11}$$

A 8 irány javítási egyenlete tehát:

$$v_{CD} = a_{CD} dy_C + b_{CD} dx_C + a_{DC} dy_D + b_{DC} dx_D + (\delta_{CD}^{\circ} - L_{CD}) \quad (64)$$

illetve

$$v_{CD} = a_{CD} dy_C + b_{CD} dx_C - a_{CD} dy_D - b_{CD} dx_D + z_{CD}^{\circ} \quad (65)$$

Hasonlóképpen a 11 irányra:

$$v_{DC} = a_{DC} dy_D + b_{DC} dx_D + a_{CD} dy_C + b_{CD} dx_C + (\delta_{DC}^{\circ} - L_{DC}) \quad (66)$$

ami írható alábbi alakban is:

$$v_{DC} = a_{CD} dy_C + b_{CD} dx_C - a_{CD} dy_D - b_{CD} dx_D + (\delta_{DC}^{\circ} - L_{DC}) \quad (67)$$

(64) és (67) összehasonlításából pedig nyilvánvaló, hogy a két ellentétes újponti irány javítási egyenletei is csak a tisztatagban térnek el egymástól.

20. táblázat

Előzetes irányszögek, előzetes távolságok, valamint az iránykoefficiensek számítása
 Második kiegyenlítési csoport

C	+	16 657,797	+	13 381,234			$\delta = 206^{\circ}47'30'',79$
A	+	20 000,000	+	20 000,000			$t = 7414,7$
	-	3 342,203	-	6 618,766	0,504 95863		$\sin \delta = 0,45075$
		$a_{AC} = -2,48$		$b_{AC} = +1,25$	$a = 26^{\circ}47'30'',79$		$\cos \delta = 0,89265$
B	+	14 120,011	+	20 000,000			$\delta = 270^{\circ}00'00'',00$
A	+	20 000,000	+	20 000,000			$t =$
	-	5 879,989		0	∞		
					$a = 90^{\circ}00'00'',00$		
D	+	18 013,958	+	25 660,216			$\delta = 340^{\circ}39'54'',65$
A	+	20 000,000	+	20 000,000	0,350 87742		$t = 5 998,5$
	-	1 986,042	+	56 60,216			$\sin \delta = 0,33109$
		$a_{AD} = +3,24$		$b_{AD} = +1,14$	$a = 19^{\circ}20'05'',35$		$\cos \delta = 0,94360$
D	+	18 013,958	+	25 660,216			$\delta = 34^{\circ}31'33'',73$
B	+	14 120,011	+	20 000,000			$t = 6870,4$
	+	3 893,947	+	5 660,216	0,687 95025		$\sin \delta = 0,56678$
		$a_{BD} = +2,47$		$b_{BD} = -1,70$	$a = 34^{\circ}31'33'',73$		$\cos \delta = 0,82386$
C	+	16 657,797	+	13 381,234			$\delta = 159^{\circ}01'19'',33$
B	+	14 120,011	+	20 000,000			$t = 7088,6$
	+	2 537,786	-	6 618,766	0,383 42283		$\sin \delta = 0,35801$
		$a_{BC} = -2,72$		$b_{BC} = -1,04$	$a = 20^{\circ}58'40'',67$		$\cos \delta = 0,93372$
D	+	18 013,958	+	25 660,216			$\delta = 6^{\circ}18'09'',11$
C	+	16 657,797	+	13 381,234			$t = 12 353,646$
	+	1 356,161	+	12 278,982	0,110 44572		$\sin \delta = 0,10978$
		$a_{CD} = -1,66$		$b_{CD} = +0,18$	$a = 6^{\circ}18'09'',11$		$\cos \delta = 0,99396$
		$a_{DC} = +1,66$		$b_{DC} = -0,18$			
							$\delta =$
							$t =$
					$a =$		
							$\delta =$
							$t =$
					$a =$		
							$\delta =$
							$t =$
					$a =$		

Különleges jelentősége van a 2 és 5 irányoknak, amelyek az A és B végleges bázisvégpontokat kötik össze. Adott pontról adott pontra menő irányokról lévén szó, az AB -szögszár egyáltalán nem kap javítást, ennél fogva a megfelelő javítási egyenletben az irányszögváltozást kifejező két tag zérus értékű, ellenben itt is szükségképpen keletkeznek mind a számított δ_{AB}° , illetve δ_{BA}° előzetes irányszögek, mind pedig a szögmérésekből eredő és a 18. táblázat szerint képzett L_{AB} , illetve L_{BA} fiktív irányértékek. A végleges irányokhoz tartozó két javítási egyenlet tehát:

$$\begin{aligned} v_{AB} &= 0 + \delta_{AB}^\circ - L_{AB} \\ v_{BA} &= 0 + \delta_{BA}^\circ - L_{BA}, \end{aligned} \quad (68)$$

Az ábránkban számpéldaként előforduló bázisnégszög valamennyi oldalára vonatkozólag mind az előzetes irányszögek és távolságok, mind pedig az iránykoefficiensek számítását is a 20. táblázatban találjuk meg. Folytatólag pedig 21. táblázatunkban összefoglaltuk a bázisnégszög valamennyi L_i fiktív irányértékét, továbbá az A, B pontok végleges és a C, D pontok előzetes koordinátáiból számított δ_i° előzetes irányszögeket, szintúgy az ezek alapján képzett

$$\delta_i^\circ - L_i = z_i^\circ$$

előzetes tájékozási szögeket. A 21. táblázat többi oszlopára később térünk vissza.

*

Miután az irányokhoz tartozó iránykoefficiensek a 20., a tisztatagok pedig a 21. táblázatból ismeretesek, rátérhetünk a tényleges mérésekként szereplő *szögek javítási egyenleteinek* képzésére. Ezeket, amint már utaltunk rá, az irányok javítási egyenleteiből oly módon képezzük, hogy az illető szög jobboldali szárát képező irány javítási egyenletéből kivonjuk a baloldal szögszárát képező irány javítási egyenletét. Az azonos koordináta-változásokhoz, mint ismeretlenekhez tartozó irányjavítási együtthatókat algebrailag összevonjuk, miáltal a megfelelő szögjavítási együtthatók származnak. Épp úgy származik egy-egy szögjavítási egyenlet tisztatagja is, hogy ti. a megfelelő két irányjavítási egyenlet tisztatagjait algebrailag összeadjuk.

Képezzük például az A bázisvégponton mért 2 sorszámú szög javítási egyenletét:

$$\begin{aligned} 2 \text{ szög} &= AB\text{-irány} \text{ minusz } AC\text{-irány} = \\ &= 2 \quad \text{irány} \text{ minusz } 1 \quad \text{irány} \end{aligned}$$

21. táblázat
Második kiegyenlítési csoport

A javítási egyenletek l -tisztagjainak képzése								A kiegyenlítési utáni szögjavítási értékek képzése			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Az irány	A szög	Az álláspont	Az irányzott pont	L Fiktív irányértékek	δ° Előzetes irányszögek	$\delta^\circ - L = z^\circ$ Előzetes tájékozási szögek	l A szögjavítási egyenletek tisztagjai	δ Végleges irányszögek	$\delta - L = z$ Végleges tájékozási szögek	v Szögjavítások	vv
sorszám		jele									
1			C	0° 00' 00,00	206° 47' 30,79	206° 47' 30,79		206° 47' 31,19	206° 47' 31,19		
2	2	A	B	63 12' 29,22	270 00' 00,00	206 47 30,78	-0,01	270 0 00,00	206 47 30,78	-0,41	0,1681
3	6		D	133 52 23,87	340 39 54,65	206 47 30,78	0	340 39 55,19	206 47 31,32	+0,54	0,2916
4			D	0° 00' 00,00	34° 31' 33,73	34° 31' 33,73		34° 31' 33,07	34° 31' 33,07		
5	5	B	A	55 28 26,26	90 00 00,00	34 31 33,74	+0,01	90 00 00,00	34 31 33,74	+0,67	0,4489
6	3		C	124 29 45,57	159 01 19,33	34 31 33,76	+0,02	159 01 19,14	34 31 33,57	-0,17	0,0289
7			B	0° 00' 00,00	339° 01' 19,33	339° 01' 19,33		339° 01' 19,14	339° 01' 19,14		
8	7	C	D	27 16 50,14	6 18 09,11	339 01 18,97	-0,36	6 18 09,16	339 01 19,02	-0,12	0,0144
9	1		A	47 46 12,26	26 47 30,79	339 01 18,53	-0,80	26 47 31,19	339 01 18,93	-0,21	0,0441
10			A	0° 00' 0,00	160° 39' 54,65	160° 39' 54,65		160° 39' 55,19	160° 39' 55,19		
11	8	D	C	25 38 14,05	186 18 09,11	160 39 55,06	+1,17	186 18 09,16	160 39 55,11	+0,46	0,2116
12	4		B	53 51 37,50	214 31 33,73	160 39 56,23	+1,58	214 31 33,07	160 39 55,57	+0,38	0,1444
										[pvv] =	1,3520

AZ ALAPVONAL-NEGYSZÖG KIEGYENLÍTÉSE

A megfelelő irányjavítási egyenletek:

$$\begin{aligned} v_{AB} &= 0 + \delta_{AB}^{\circ} - L_{AB} \\ v_{AC} &= a_{AC} dy_C + b_{AC} dx_C + \delta_{AC}^{\circ} - L_{AC} \end{aligned} \quad (69)$$

Ennélfogva a 2 sorszámú mért szög javítási egyenlete:

$$v_2 = v_{AB} - v_{AC} = -a_{AC} dy_C - b_{AC} dx_C + (\delta_{AB}^{\circ} - L_{AB}) - (\delta_{AC}^{\circ} - L_{AC}) \quad (70)$$

illetve a tisztatag rövidebb jelöléseivel:

$$v_2 = -a_{AC} dy_C - b_{AC} dx_C + z_{AB}^{\circ} - z_{AC}^{\circ} \quad (70')$$

A tisztatag numerikus értéke pedig a 21. táblázat szerint így alakul:

$$\begin{aligned} \delta_{AB}^{\circ} &= 270^{\circ} 00' 00'', 00 \\ L_{AB} &= 63 \ 12 \ 29, \ 22 \\ \delta_{AC}^{\circ} &= 206^{\circ} 47' 30'', 79 \\ L_{AC} &= 0 \ 00 \ 00, \ 00 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} z_{AB}^{\circ} = 206^{\circ} 47' 30'', 78 \\ z_{AC}^{\circ} = 206^{\circ} 47' 30'', 79 \end{array} \quad (71)$$

Ennélfogva a szögjavítási egyenlet tisztatagja:

$$z_2 = z_{AB}^{\circ} - z_{AC}^{\circ} = 206^{\circ} 47' 30'', 78 - 206^{\circ} 47' 30'', 79 = -0'', 01$$

A vizsgált szögjavítási egyenlet numerikus alakja lesz tehát a 20. táblázatból kivett iránykoefficiensekkel:

$$v_2 = +2,48 \cdot dy_C - 1,25 \cdot dx_C - 0'', 01 \quad (70a)$$

Azonos módon képezhető például a C újponton mért 7 sorszámú szög javítási egyenlete is:

$$\begin{aligned} 7\text{-szög} &= CD\text{-irány mínusz } CB\text{-irány} = \\ &= 8\text{-irány mínusz } 7\text{-irány} \end{aligned}$$

A megfelelő két irány javítási egyenletei:

$$\begin{aligned} v_{CD} &= a_{CD} dy_C + b_{CD} dx_C - a_{CD} dy_D - b_{CD} dx_D + \delta_{CD}^{\circ} - L_{CD} \\ v_{CB} &= a_{CB} dy_C + b_{CB} dx_C + \delta_{CB}^{\circ} - L_{CB} \end{aligned} \quad (72)$$

A 7 sorszámú szög javítási egyenlete tehát lesz elvileg:

$$\begin{aligned} v_7 &= v_{CD} - v_{CB} = (a_{CD} - a_{CB}) dy_C + (b_{CD} - b_{CB}) dx_C \\ &- a_{CD} \cdot dy_D - b_{CD} \cdot dx_D + (\delta_{CD}^{\circ} - L_{CD}) - (\delta_{CB}^{\circ} - L_{CB}) \end{aligned} \quad (73)$$

A 21. táblázat szerint az irányjavítási egyenletek tiszta tagjainak értéke:

$$\begin{aligned} \delta_{CD}^{\circ} &= 6^{\circ} 18' 09'', 11 \\ L_{CD} &= 27^{\circ} 16' 50'', 14 \\ \delta_{CB}^{\circ} &= 339^{\circ} 01' 19'', 33 \\ L_{CB} &= 0^{\circ} 00' 00'', 00 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} z_{CD}^{\circ} = 339^{\circ} 01' 18'', 97 \\ z_{CB}^{\circ} = 339^{\circ} 01' 19'', 33 \end{array} \quad (74)$$

úgyhogy a szögjavítási egyenlet tisztatagja:

$$z_7^{\circ} = (\delta_{CD}^{\circ} - L_{CD}) - (\delta_{CB}^{\circ} - L_{CB}) = z_{CD}^{\circ} - z_{CB}^{\circ} = -0'', 36 \quad (75)$$

A táblázatok szerint a vizsgált két irányjavítási egyenlet számszerűen:

$$\begin{aligned} v_{CD} &= -1,66 \cdot dy_C + 0,18 \cdot dx_C + 1,66 dy_D - 0,18 \cdot dx_D + 339^{\circ} 01' 18'',97 \\ v_{CB} &= -2,72 \cdot dy_C - 1,04 \cdot dx_C \qquad \qquad \qquad + 339^{\circ} 01' 19'',33 \end{aligned} \quad (72a)$$

A 7-sorszámú szög javítási egyenlete ennélfogva numerikusan:

$$v_7 = +1,06 \cdot dy_C + 1,22 \cdot dx_C + 1,66 \cdot dy_D - 0,18 \cdot dx_D - 0'',36 \quad (73a)$$

22/a. táblázat

Második kiegyenlítési csoport

A szögjavítási egyenletek táblázatos alakja						A szögjavítások és azok négyzetösszege		
A szög száma	p	$dy_c =$ = -0,0323	$dx_c =$ = +0,2619	$dy_D = +$ = +0,0212	$dx_D =$ = +0,4164	l	v = dδ + l	vv
		a _c	b _c	a _d	b _d			
1	1	+0,24	+2,29			-0,08	-0,2080	0,043 264
2	1	+2,48	-1,25			-0,01	-0,4175	0,174 306
3	1	-2,72	-1,05			+0,02	-0,1671	0,027 922
4	1			-0,77	-2,84	+1,58	+0,3811	0,145 237
5	1			-2,47	+1,70	+0,01	+0,6655	0,442 890
6	1			+3,24	+1,14	0	+0,5434	0,295 284
7	1	+1,06	+1,22	+1,66	+0,18	-0,36	-0,1145	0,013 110
8	1	+1,66	-0,18	+0,81	+1,52	+1,17	+0,4535	0,205 662
								1,347 675

22/b. táblázat

A normálegyenletek koefficiensrendszere

$$\begin{aligned} [paa] &= +17,4856 & [pab] &= +1,30000 & [pac] &= +3,1042 & [pad] &= -2,7140 & [pal] &= +1,2894 \\ [pbb] &= +9,4299 & [pbc] &= +1,8794 & [pbd] &= +0,0540 & [pbl] &= -2,4903 \\ [pcc] &= +20,6031 & [pcd] &= +0,1514 & [pcl] &= -0,8912 \\ [pdd] &= +14,5980 & [pdl] &= -6,1838 \\ [pll] &= +4,6355 \end{aligned}$$

Mind a nyolc szögjavítási egyenletünk ilyen módon kapott numerikus koefficiensait és tisztatagjait a 22/a táblázat tartalmazza. A szögjavítási egyenlet tisztatagja tehát az imént bemutatott módon mindig a szöveget alkotó két irány tisztatagjainak, mint két előzetes tájékozó szög különbségként adódik.

Megjegyzések : 1. A szögek szerinti kiegyenlítésnél előnyös, hogy tájékozási ismeretlen nem adódik, ennélfogva itt elmarad a redukált iránykoefficiens képzése. 2. Vizsgálatunk jellegét az egyenlő súlyú szögek felvétele is

kielégítette. A szögek eltérő súlya ugyan éppen a közvetítő mérések módszerénél csak lényegtelen számítási többletmunkát jelentene, minthogy a szögjavítási egyenleteknek $\sqrt{p_i}$ -vel való szorzásával máris képződnének az egység-súlyokra redukált javítási egyenletek. 3. A közvetítő mérések kiegyenlítésének a bázisnégyyszögre való alkalmazását a (53) — (75) összefüggések kapcsán talán nagyobb részletességgel ismertettük, mint ahogy az a szakavatott számító szempontjából szükséges lett volna. Indokolásul szolgáljon a feladatnak a megszokottól való eltérő volta.

*

A javítási egyenletek számszerű a és b koeficienseinek, valamint tisztágtagjainak birtokában következik a normálegyenletek $[paa]$, $[pab]$, $[pac]$. . . stb. összegtagjainak képzése, amint ezeket a 22/b táblázatban foglaltuk össze.

A további munkamenet pedig, amit azonban hosszadalmas és tagolt volta miatt *nem* fogunk alkalmazni, elvileg az alábbi volna:

Első munkafázisként a négy normálegyenlet lefejtése szolgáltatná — az ellenőrző összegegyenlet egyidejű hozzáírásával — C és D jelű újpontjaink négy koordinátaváltozását: dy_C , dx_C és dy_D , dx_D értékeket, azok Q_{11} , Q_{22} és Q_{33} , Q_{44} súlykoeficienseit, szintúgy a javítások $[pvv]$ négyzetösszegét. Folytatólag mintegy második munkafázisként a kapott koordinátaváltozásokkal képeznők C és D pontok végleges koordinátáit:

$$\begin{aligned} y_C &= y_C^\circ + dy_C & x_C &= x_C^\circ + dx_C \\ y_D &= y_D^\circ + dy_D & x_D &= x_D^\circ + dx_D \end{aligned} \quad (76)$$

és ezekkel végül a legfontosabb keresett értéket: \overline{CD} fejlesztett oldal hosszát

$$\overline{CD} = \sqrt{(y_D - y_C)^2 + (x_D - x_C)^2} \equiv \varphi \quad (77)$$

Azonban utóbbinak $\mu_{CD} = \mu_\varphi$ középhibájára is szükségünk van. Ennek meghatározása az eddigi munkafolyamattól mintegy elkülönülő harmadik számítási fázist jelentene. Ugyanis alkalmazni kellene azokat az ismert szabályokat, amelyek a második kiegyenlítési csoport szerint egymással összefüggésben kapott négy ismeretlen φ függvényének súly- és középhibasámítására vonatkoznak. Ezt a függvényt jelen esetben a fejlesztett \overline{CD} oldal kiegyenlített hossza fejezi ki.

A vázolt sablonos, de három munkafázisra tagozódó eljárás helyett az alábbiakban *olyan számítási módszert* fogunk bemutatni és alkalmazni, amely a második csoport szerint történő kiegyenlítésnél *egyetlen munkafázisban nem-*

csak valamennyi koordinátaváltozást és azok súlykoefficienseit, hanem egyidejűleg a fejlesztett háromszögoldal $d\varphi$ hosszváltozását, sőt annak $Q_\varphi = \frac{1}{p_\varphi}$ súlykoefficiensét is szolgáltatja, — még a javítások négyzetösszegén kívül.

Elsősorban itt is az előzetes értékek helyén való sorbafejtéssel lineáris alakra kell hoznunk a fejlesztett oldal végleges hosszát kifejező (77) sorszámú

$$\varphi = \sqrt{(y_D - y_C)^2 + (x_D - x_C)^2}$$

függvényt. Lesz tehát:

$$\varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y_C} dy_C + \frac{\partial \varphi}{\partial x_C} dx_C + \frac{\partial \varphi}{\partial y_D} dy_D + \frac{\partial \varphi}{\partial x_D} dx_D \right) + \varphi_0 \quad (78)$$

ahol φ_0 jelenti az előzetes koordinátákkal kapott függvényértéket, azaz:

$$\varphi_0 = \sqrt{(y_D^0 - y_C^0)^2 + (x_D^0 - x_C^0)^2} \quad (79)$$

míg a zárjelbe tett többi négy tag összege adja a koordinátaváltozások előidézte függvényérték-változást, amit röviden $d\varphi$ -vel jelölünk. Úgyhogy (78) értelmezése: előzetes függvényérték plusz annak változása:

$$\varphi = \varphi_0 + d\varphi \quad (78')$$

A parciális differenciálhányadosok egyszerűbb jelölésével (78) még így is írható:

$$\varphi = f_{y_C} dy_C + f_{x_C} dx_C + f_{y_D} dy_D + f_{x_D} dx_D + \varphi_0 \quad (78'')$$

A parciális differenciálás eredménye:

$$\varphi = -\sin \delta_{CD}^\circ \cdot dy_C - \cos \delta_{CD}^\circ \cdot dx_C + \sin \delta_{CD}^\circ \cdot dy_D + \cos \delta_{CD}^\circ \cdot dx_D + \varphi_0 \quad (80)$$

Az előzetes koordinátákkal kapott $\sin \delta^\circ$, $\cos \delta^\circ$ koefficiensek, valamint az előzetes $\varphi_0 = \overline{CD}_0$ távolság számértékét is megtaláljuk a 20. táblázatban. Ezekkel pedig a (80) függvény alábbi numerikus alakot kapja:

$$\varphi = -0,1098 \cdot dy_C - 0,9940 \cdot dx_C + 0,1098 \cdot dy_D + 0,9940 \cdot dx_D + 12353,646 \quad (80a)$$

Az ismeretlen koordinátaváltozások, a fejlesztett oldal $d\varphi$ -hosszváltozása és mindezek súlykoefficienseinek egyidejű meghatározásához ezúttal is a kibővített normálegyenletek koefficiensrendszerét fogjuk alapul venni.

A tárgyalt B)-alternatíva függvényszámításánál a (31) összefüggés volt segítségünkre, amire itt is emlékeztetünk:

$$\frac{1}{P'} = \left[\frac{ff}{P} \right] - \frac{\left[\frac{af}{P} \right]^2}{\left[\frac{aa}{P} \right]} - \frac{\left[\frac{bf}{P} \cdot 1 \right]^2}{\left[\frac{bb}{P} \cdot 1 \right]} - \frac{\left[\frac{cf}{P} \cdot 2 \right]^2}{\left[\frac{cc}{P} \cdot 2 \right]} - \frac{\left[\frac{df}{P} \cdot 3 \right]^2}{\left[\frac{dd}{P} \cdot 3 \right]} = \left[\frac{ff}{P} \cdot 4 \right]$$

A közvetítő kiegyenlítés jelen D) esetében pedig a függvényszámítás alább összefüggése érvényes:

$$-\frac{1}{P_\varphi} = 0 - \frac{f_{yC}^2}{[paa]} - \frac{[f_{xC} \cdot 1]^2}{[pbb \cdot 1]} - \frac{[f_{yD} \cdot 2]^2}{[pcc \cdot 2]} - \frac{[f_{xD} \cdot 3]^2}{[pdd \cdot 3]} = [0.4] \quad (81)$$

(81) jobboldalán a zérus értékű első tagot követő negatív előjelű tagok ezúttal sem mások, mint a CHOLESKY—RUBIN jellegű megoldásnak alávetett (78) alakú függvény redukált tagjainak négyzetei. (31) pozitív, míg (81) negatív súlykoefficienset ad.

Ezek megfontolása után a normálegyenletek rendszerének megoldását ezúttal is, mint B)-ben, a CHOLESKY—RUBIN-féle elv alapulvételével fogjuk eszközölni, — azzal az újítással azonban, hogy a koordinátaváltozásokat, mint ismeretleneket tartalmazó eredeti normálegyenletek koefficiensrendszerét kiegészítjük majd a lineáris alakra hozott (78), illetve (80) távolsági függvény ellenkező előjelűre változtatott együtthatóinak ($-\varphi$) oszlopával.

Az így módon származott „kibővített” koefficiensrendszert tehát alábbi séma keretében célszerű felhasználnunk:

dy_C	dx_C	dy_D	dx_D	l	a	β	γ	δ	$-\varphi$	$s-1$	Σ
[paa]	[pab]	[pac]	[pad]	[pal]	-1				-f _{yc}		
	[pbb]	[pbc]	[pbd]	[pbl]		-1			-f _{xc}		
		[pcc]	[pcd]	[pcl]			-1		-f _{yD}		
			[pdd]	[pdl]				-1	-f _{xD}		
				[pll]					0		
Ide kerül a redukciókat tartalmazó négy sor.											
Az eredmények:		{	[p _{vv}]	-d _{yc}	-d _{xc}	-d _{yd}	-d _{xd}	-d φ			
				Q ₁₁	Q ₂₂	Q ₃₃	Q ₄₄	Q φ			

A számítási sémát jobbszélről még kiegészítettük a számítási ellenőrzések $(s - 1)$ és Σ -fejrovatú oszlopaival is. Az ellenőrző $(s - 1)$ számadatokba az új $(-\varphi)$ oszlop tagjai is belefoglalandók.

Ezek után a CHOLESKY—RUBIN-eljárás ismert szabályai szerint elvégezzük a numerikus alakban felírt koefficiensrendszer lefejtését, természetesen a $(-\varphi)$ oszlop tagjaira is kiterjeszkedve. A redukciók elvégzése után az utolsó-előtti sorban jelentkezik a javítások négyzetösszege, ellenkező előjellel valamennyi koordinátaváltozás, és $d\varphi$ függvényérték-változás. A legutolsó sorban pedig állanak mindezek súlykoefficiensei. A távolsági $\varphi = \overline{CD}$ függvény Q_φ súlykoefficiensét úgy kapjuk tehát, hogy a $(-\varphi)$ oszlop redukált tagjainak négyzetösszegét képezzük, épp úgy, amint az ismeretlen koordinátaváltozások Q_{11} , Q_{22} , Q_{33} és Q_{44} súlykoefficienseit is kapjuk.

A lefejtésből kapott javítási négyzetösszeg birtokában most már a súlyegység középhibája:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - u}} \quad (83)$$

A fejlesztett oldal középhibája pedig:

$$\mu_\varphi = \mu_0 \sqrt{\overline{Q_\varphi}} = \mu_{CD} \quad (84)$$

A lefejtés megadta a fejlesztett oldal $d\varphi$ hosszváltozását, úgyhogy \overline{CD} oldal végleges kiegyenlített értéke (78') alapján:

$$\varphi \equiv \overline{CD} = \varphi_0 + d\varphi \quad (85)$$

A bázisnégyyszögnek a közvetítő mérések módszere szerint való kiegyenlítését ezzel pedig lényegében már végre is hajtottuk, minthogy a fejlesztett oldalnak nemcsak legvalószínűbb hossza, hanem annak középhibája is rendelkezésünkre áll, pedig a (82) séma megoldásaként egyidejűleg kapott négy koordinátaváltozást egyelőre fel sem használtuk. Utóbbiaknak csak a számítások ellenőrzése terén óhajtunk jelentőséget juttatni.

*

Az imént elmondottak gyakorlati végrehajtását szemlélteti az eddigi számpéldánkra alkalmazott 23. táblázat. Annak 1-től 5-ig számozott oszlopainak a -tól e -ig terjedő soraiban találjuk meg a normálegyenleteknek a 22/b táblázatban számított koefficienseit, a (6–9), illetve $(a - e)$ mező tartalmazza a súlykoefficiens egyenletrendszerét képviselő (-1) tagokat, végül a 10. sorszámú oszlop a , b , c , d soraiba írjuk be a (80a) alatt felírt φ

23. táblázat

A normálegyenleteknek a távolság φ függvényével kiegészített koeficiens rendszere. Megoldás a Cholesky–Rubin-eljárással

Második kiegyenlítési csoport

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	dy_C	dx_C	dy_D	dx_D	l	a	β	γ	δ	$-\varphi$	$s-1$	Σ
<i>a</i>	+17,4856	+1,3000	+ 3,1042	- 2,7140	+1,2894	-1				+0,1098	+19,5750	
<i>b</i>		+9,4299	+ 1,8794	+ 0,0540	-2,4903		-1			+0,9940	+10,1670	
<i>c</i>			+20,6031	+ 0,1514	-0,8912			-1		-0,1098	+23,7371	
<i>d</i>				+14,5980	-6,1838				-1	-0,9940	+ 3,9116	
<i>e</i>					+4,6355					0	- 3,6404	
<i>f</i>												
<i>g</i>	+4,1816	+0,3109	+ 0,7424	- 0,6490	+0,3084	-0,2391				+0,0263	+ 4,6812	+4,6815
<i>h</i>		+3,0550	+ 0,5396	+ 0,0837	-0,8465	+0,0243	-0,3273			+0,3227	+ 2,8516	+2,8515
<i>i</i>			+ 4,4453	+ 0,1323	-0,1492	+0,0370	+0,0397	-0,2250		-0,0683	+ 4,2119	+ 4,2118
<i>j</i>				+ 3,7620	-1,5665	-0,0431	+0,0059	+0,0079	-0,2658	-0,2645	+ 1,6358	+1,6359
<i>k</i>					$[vv] =$ +1,3476	$-dy_C =$ +0,0323	$-dx_C =$ -0,2619	$-dy_D =$ -0,0212	$-dx_D =$ -0,4164	$d\varphi =$ -0,1595	+ 0,5207	+0,5209
<i>l</i>						$Q_{11} =$ +0,0610	$Q_{22} =$ +0,1087	$Q_{33} =$ +0,0507	$Q_{44} =$ +0,0706	$Q\varphi =$ +0,1795		

függvény ellenkezőre változtatott előjelű koefficienseit. A (10, e) rovatba zérust írunk. A CHOLESKY—RUBIN-eljárás szerint végzendő lefejtés redukciós tagjait a táblázat (1—9) oszlopainak ($g - j$) sorai tartalmazzák. Ezek után:

- a javítások négyzetösszegét az 5. oszlop k sorában,
- a φ függvény ($-d\varphi$) változását a 10. oszlop k sorában,
- a φ függvény Q_φ súlykoefficiensét a 10. oszlop l sorában találjuk meg.

A bázisnégyyszög megoldásához a lefejtésnek tulajdonképpen csak erre a három eredményadatára van szükségünk, amelyek értéke számpéldánkban:

$$[vv] = + 1,3476 \quad d\varphi = + 0,1595 \text{ dm} \quad Q_\varphi = 0,1795 \text{ dm}^2 \quad (86)$$

Ezekkel pedig az egyenlő súlyúnak feltételezett szögmérés egy-egy szögének középhibája:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{\text{főlös m.}}} = \sqrt{\frac{1,3476}{8-4}} = \pm 0,5805 \quad (84.a)$$

Ezek után a *fejlesztett oldal adatait* alábbiakban foglalhatjuk össze:

Előzetes értéke a 20. táblázatból:	$\varphi_0 = 12\,353,646 \text{ m}$	
Változása a kiegyenlítés szerint:	$d\varphi = + 0,016 \text{ m}$	
Végleges hossza tehát	$CD = \varphi = 12\,353,662 \text{ m}$	(83.a)
Súlykoefficiense a kiegyenlítésből:	$Q_\varphi = 0,1795 \text{ m}$	(86)

Középhibája tehát:

$$\mu_\varphi = \mu_0 \sqrt{Q_\varphi} = 0,5805 \sqrt{0,1795} = 0,5805 \cdot 0,4238 \quad (85.a)$$

$$\mu_\varphi = \pm 0,2460 \text{ dm} = \pm 24,6 \text{ mm}$$

Korábbi utalásunk értelmében itt ügyelnünk kell arra, hogy $d\varphi$ -hosszváltozást deciméter-, annak súlykoefficiensét pedig dm^2 -dimenzióban szolgáltatja a lefejtés.

A végeredmény teljes képe a második csoport szerinti kiegyenlítés alapján tehát az alábbi lesz:

$$CD = 12\,353,662 \pm 0,025 \text{ m} \quad (87)$$

*

Ellenőrzések a második csoport szerinti megoldásnál

A CHOLESKY—RUBIN-féle lefejtési eljárás keretében egymással szerves összefüggésben kapjuk a koordinátaváltozásokat és a fejlesztett oldal hosszváltozását, valamint mindezek súlykoefficienseit.

Mihelyt azonban a fejlesztett oldal végleges hossza, valamint annak középhibája a fentebbiek értelmében ismeretes, azután már tulajdonképpen sem a kiegyenlített koordinátákra, sem azok középhibáira többé szükség nincsen.

Jó szolgálatot tehetnek azonban abból a célból, hogy velük a *fejlesztett oldal hosszát ellenőrizzük*, olyan munkamenet során, amint azt fentebb, a három munkafázisra tagozódó megoldási lehetőség kapcsán ismertettük.

A fejlesztett oldal C és D végpontjainak végleges $y_C + dy_C$, $x_C + dx_C$, $y_D + dy_D$ és $x_D + dx_D$ koordinátái alapján azonban nyilván nemcsak a fejlesztett \overline{CD} oldal, hanem a bázisnéyszög valamennyi oldalának végleges irányszöge és végleges hossza is számítható, amint ezt a 24. táblázatban be is mutatjuk.

A végleges δ irányszögek birtokában pedig képezhetjük a 21. táblázat 10. oszlopában az egyes *irányok*

$$\delta_1 - L_1 = z_1; \delta_2 - L_2 = z_2 \dots \delta_{12} - L_{12} = z_{12} \quad (88)$$

végleges tájékozási szögeit, pontosan úgy, mint ahogy ugyane táblázat 7. oszlopában az előzetes tájékozási szögeket képeztük, amelyek (64)–(67) sorszámú irányjavítási egyenleteink tiszta tagjait fejezték ki.

Ha például a C -ről D pontra menő 8. sorszámú irányunk javítási egyenletét a

$$v_{CD} = v_8 = (a_8 dy_C + b_8 dx_C - a_8 dy_D - b_8 dx_D + \delta_8^\circ) - L_8 = \delta_8 - L_8 \quad (89)$$

alakban képzeljük el, akkor nyilvánvaló, hogy a $\delta_8 - L_8 = z_8$ végleges tájékozási szög a 8. számmal jelölt $C \rightarrow D$ irány javítását jelenti. Ugyanúgy érvényes, hogy bármely más irány végleges tájékozási szöge az illető irány javításának felel meg. Két irány javításának különbsége pedig megadja a megfelelő irányok közbezárta szögének javítását.

Például az ábránk szerinti

$$8 \text{ irányra: } v_8 = \delta_8 - L_8 = 6^\circ 18' 09'', 16 - 27^\circ 16' 50'', 14 = 339^\circ 01' 19'', 02 \quad (90)$$

$$\text{a } 7. \quad ,, \quad v_7 = \delta_7 - L_7 = 339^\circ 01' 19'', 14 - 0^\circ 00', 00'', 00 = 339^\circ 01' 19'' 14$$

Ennélfogva a közbezárta 7. sorszámú szög javítása

$$v_7^{\text{szög}} = 339^\circ 01' 19'', 02 - 339^\circ 01' 19'', 14 = -0'', 12 \quad (91)$$

Az ilyen módon képzett valamennyi numerikus szögjavítást 21. táblázatunk 11-ik oszlopa, azok négyzetösszegét pedig:

$$[vv] = 1,3520 \quad (92)$$

a 12-ik oszlop tartalmazza, ami ellenőrzést nyújt a normálegyenletek lefejtésénél kapott 23. táblázatbeli $[vv]$ -re:

$$[vv] = 1,3476 \quad (93)$$

C és D pont végleges koordinátái birtokában a fejlesztett oldal kiegyenlített hossza nyilván

$$\overline{CD} = \sqrt{(y_D - y_C)^2 + (x_D - x_C)^2} \quad (94)$$

alapján is számítható és ez a hossz meg kell egyezzen a lefejtésből nyert $d\varphi$ értéknek és az előzetes φ_0 értéknek a (78') összefüggés szerinti

$$CD = \varphi_0 + d\varphi$$

összegével.

24. táblázat

A végleges irányszögek és a fejlesztett oldal végleges hosszának számítása

Második kiegyenlítési csoport

C	+	16 657,794	+	13 381,260		$\delta = 206^{\circ}47'31'',19$
A	+	20 000,000	+	20 000,000		t =
	-	3 342,206	-	6 618,740	0,504 96107	
					$\alpha = 26^{\circ}47'31'',19$	
B	+	14 120,011	+	20 000,000		$\delta = 270^{\circ}00'00'',00$
A	+	20 000,000	+	20 000,000		t = 5 879,989
	-	5 879,989		0,000	∞	
					$\alpha = 90^{\circ}00'00'',00$	
D	+	18 013,960	+	25 660,258		$\delta = 340^{\circ}39'55'',19$
A	+	20 000,000	+	20 000,000		t =
	-	1 986,040	+	5 660,258	0,350 87 447	
					$\alpha = 19^{\circ}20'04'',81$	
D	+	18 013,960	+	25 660,258		$\delta = 34^{\circ}31'33'',07$
B	+	14 120,011	+	20 000,000		t =
	+	3 893,949	+	5 660,258	0,687 94550	
					$\alpha = 34^{\circ}31'33'',07$	
C	+	16 657,794	+	13 381,260		$\delta = 159^{\circ}01'19'',14$
B	+	14 120,011	+	20 000,000		t =
	+	2 537,783	-	6 618,740	0,383 42 388	
					$\alpha = 20^{\circ}58'40'',86$	
D	+	18 013,960	+	25 660,258		$\delta = 6^{\circ}18'09'',16$
C	+	16 657,794	+	13 381,260		t = 12 353,663 = CD
		1 356,166	+	12 278,998	0,110 44 598	$\cos \delta =$ $= +0,993 95605$
					$\alpha = 6^{\circ}18'09'',16$	
						$\delta =$
						t =
					$\alpha =$	
						$\delta =$
						t =
					$\alpha =$	
						$\delta =$
						t =
					$\alpha =$	

Szám példánkban a szóban levő végleges koordináták:

$$\begin{aligned} y_C^{\circ} + dy_C &\equiv y_C = + 16\,657,797 - 0,003 = + 16\,657,794 \text{ m} \\ x_C^{\circ} + dx_C &\equiv x_C = + 13\,381,234 - 0,026 = + 13\,381,260 \text{ m} \\ y_D^{\circ} + dy_D &\equiv y_D = + 18\,013,958 + 0,002 = + 18\,013,960 \text{ m} \\ x_D^{\circ} + dx_D &\equiv x_D = + 25\,660,216 + 0,042 = + 25\,660,258 \text{ m} \end{aligned} \quad (95)$$

Ezekkel a fejlesztett oldal végleges hossza (94) értelmében:

$$\bar{CD} = 12\,353,663 \text{ m} \quad (94a)$$

míg a kiegyenlítés során ugyanarra (83a) alatt:

$$\varphi_0 = d\varphi = 12\,353,662 \text{ m} \quad (83a)$$

-t kaptunk, tehát 1 mm ellentmondás mutatkozik.

ÖSSZEFOGLALÁS

A) Az alapvonalnégyzőgnek a korrelátakiegyenlítés klasszikus munkamenete szerint való számítása lényegében két munkafázisra tagozódik. Az első fázis befejeződött akkor, amikor megállapítottuk, hogy a kiegyenlített szögek kielégítik a feltételi egyenleteket. A végleges szögek birtokában külön munkafázist jelent a fejlesztett CD -oldal végleges hosszának, valamint annak súlyának, illetve középhibájának számítása. A súlyszámításra a klasszikus A)-alternatíva esetében is két utat mutattunk be; egyiket a 9., másikat a 10. táblázat szemlélteti.

B) A korrelátakiegyenlítés „egységesített” B)-alternatívája keretében — a 11. táblázat nyomán — egyidejűleg történik mind a korrelátáknak, mind a fejlesztett oldal súlykoefficiensének meghatározása. A korreláták birtokában képezendők — éppúgy, mint A) alatt — egyfelől a kiegyenlített szögek, másfelől utóbbiak alapján a 8. táblázat nyomán a fejlesztett oldal végleges hossza. A végleges szögértékekkel képzett feltételi egyenletek teljesülése ellenőrzi a kiegyenlítés helyes voltát.

C) Még inkább egyöntetű munkamenetet jelent az ötödik kiegyenlítési csoport C)-vel jelölt alternatívája, mert itt egyidejűleg történik nemcsak a korreláták és a fejlesztett $\bar{CD} = x_d + dx$ oldal súlyának, de az oldal dx hosszváltozásának, tehát végleges hosszának megállapítása is. Míg a kiegyenlített szögekre tulajdonképpen csak a feltételi egyenletek teljesülésének ellenőrzése céljából van szükség. C)-nél hátrányos viszont, hogy az elegánsabb CHOLESKY—RUBIN-eljárást nélkülözniük kell és helyett a hosszadalmasabb GAUSS-féle algoritmusra vagyunk ráutalva.

D) Ugyanilyen egyöntetű munkamenetet biztosít a közvetítő mérések második kiegyenlítési csoportjának alkalmazása, mert a bemutatott (82) séma egyidejűleg adja $[p_{uv}]$ négyzetösszeget kívül a fejlesztett oldal hosszváltozását, a két végpont négy koordinátaváltozását és mind az öt érték súlykoefficiensét is, még pedig a modernebb CHOLESKY—RUBIN-eljárás szerint. Feltételi egyenletek itt egyáltalán nincsenek, viszont előzetes koordinátákat és iránykoefficienseket kell számítanunk. Szögmérés esetében gondos figyelmet kíván az, hogy bármely szögjavítási egyenlet két irányjavítási egyenlet különbségeként keletkezik. Iránymérések esetében pedig helyett a tájékozási ismeretlenek kiküszöbölése szükséges.

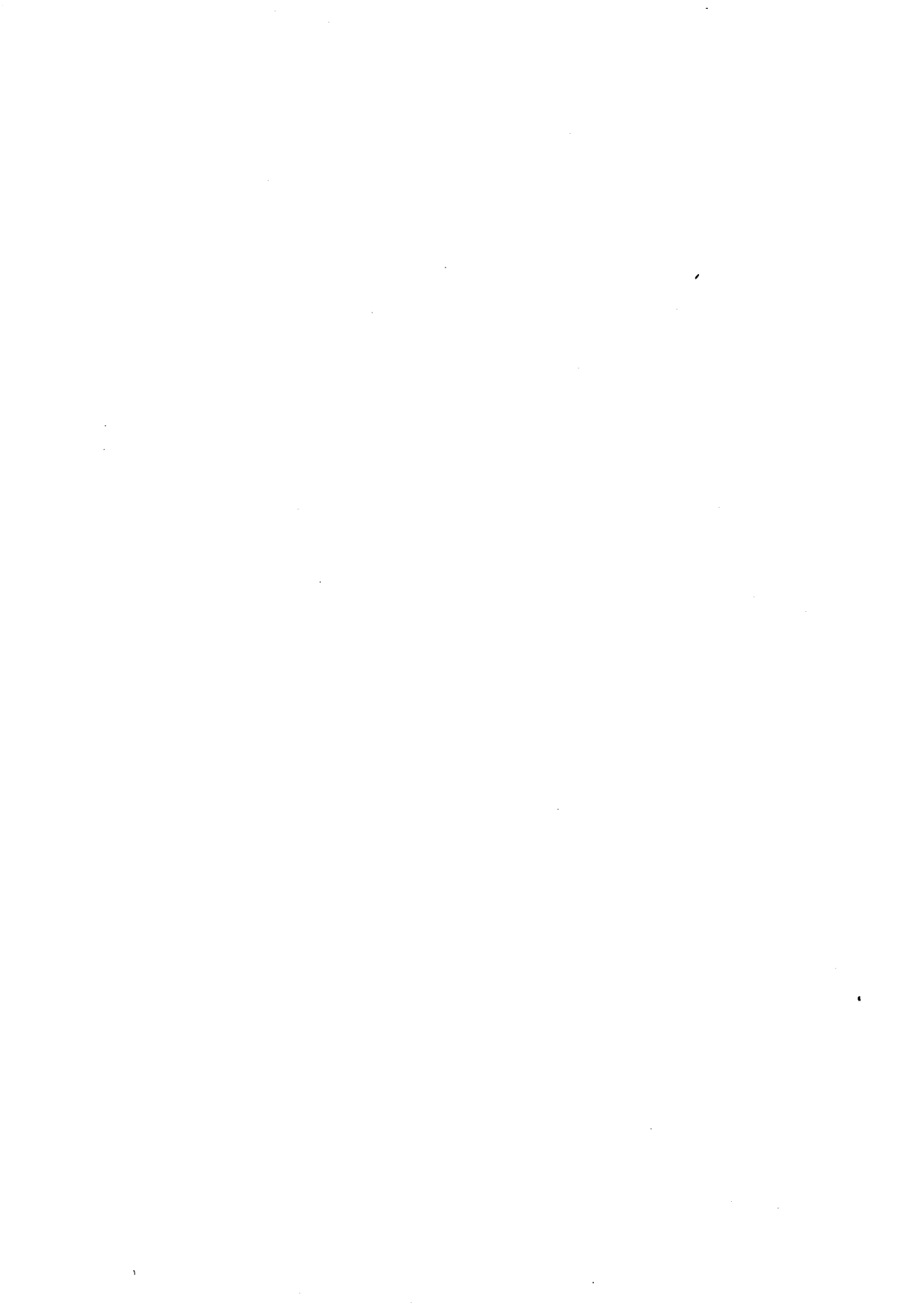
Mind a négy alternatívánál egyformán megvan annak szüksége, hogy az oldal hosszát kifejező függvényt lineáris alakban állítsuk elő. A legegyszerűbb linearizálást a D)-alternatíva szolgáltatja a (80) képlet alakjában.

Az előnyök és hátrányok együttes mérlegelése után C) és D) egymás között egyrangúaknak vélelmezhetők. A számítási munka mennyiségét illetően ezek gazdaságosabbak is A)-nál, hozzávetőleg 15—20% erejéig.

A korrelátakiegyenlítés két alternatíváját illetően a B)-megoldás mind menetében mind pedig munkaigényesség dolgában előnyösebb A)-nál. Úgyhogy az a gyakorlati számító, aki a korrelátakiegyenlítést idegezte be és akire ezért egyszerűen hat a hálózati kiegyenlítésnek akár C)-, akár D)-szerinti végrehajtása, másrészt azonban szívesen könnyítene megszokott rendszerén, feltehetőleg a B)-alternatíva mellett döntene.

IRODALOM

1. JORDAN—EGGERT—KNEISSL: Handbuch der Vermessungskunde, Band IV., erste Hälfte (Stuttgart, J. B. Metzler'sche Verlagsbuchhandlung 1958).
2. HOVÁNYI LEHEL: Az egercsehi bányazüzem alapmérési. (Bányászati Lapok, 1959. évi augusztusi (8) szám, 514—519. o.)
3. WALTER GROSSMANN: Grundzüge der Ausgleichsrechnung. (Springer-Verlag, Berlin, Göttingen-Heidelberg, 1953, § 32, S. 161.)
4. HAZAY ISTVÁN: Geodéziai Kézikönyv, I. kötet. (Közgazdasági és Jogi Kiadó, Budapest, 1956. 204. o., (8) számú képlet.)
5. F. R. HELMERT: Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. (Leipzig, 1872, S. 215—222.)
6. JORDAN—EGGERT: Handbuch der Vermessungskunde, Erster Band. (Stuttgart, Metzler'sche Verlagsbuchhandlung, 1935. § 61, S. 191—192.)
7. HAZAY ISTVÁN: Kiegyenlítő számítás a geodéziai gyakorlatban. (Budapest, 1938. 52. §, 138. o.)



ERŐSEN TÖREDEZETT TEKTONIKÁJÚ TERÜLET TELLURIKUS KUTATÁSÁNAK FÖLDTANI ÉRTELMEZÉSE

VENDEL MIKLÓS

R. TAG

MTA GEOFIZIKAI LABORATÓRIUMA, SOPRON

[Beérkezett 1960. november 11-én]

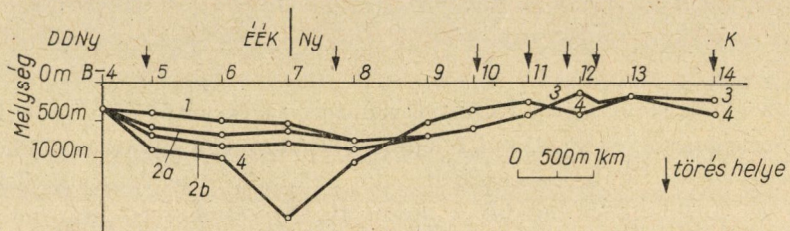
ÁDÁM ANTAL és VERŐ JÓZSEF töredezett szerkezetű, de viszonylagosan felszínközeli kristályos palákból felépülő alaphegységű olyan területen vizsgálták a tellurika alkalmazhatóságát, ahol az alaphegységet uralkodóan laza, negyed- és harmadkorú üledékek takarják. Méréseiket Sopron környékén végezték, ahol a kívánt szerkezet és település is megvan, a terület kiválasztását tehát földtani szempontból helyesnek ítélni. Minthogy vizsgálatuk új szerkesztésű műszer kipróbálását célozta, úgy gondoltuk, érdemes lesz a geofizikai eredményeket a mérési terület szerkezetére vonatkozó jelenlegi földtani ismereteinkkel egybevetve is értékelni. E munkánk során azonban nem szabad abba a hibába esnünk, hogy a földtani eredményeket mindenben abszolút biztosnak tekintjük, mert a terület földtani viszonyait illetően — bár ma már ezek elég jól ismertek — a részletekben mindamellet még elég tisztázni-
való akad.

Amint a nevezett kutatók dolgozatából [1] kitűnik, két, I. és II. jelzésű, tellurikus szelvény készült. Az I. szelvény Soprontól É-ra és ÉK-re, lényegében az ún. Kőhidai részmedencén* és a Ruszt—Fertőrákos-i dombvonulaton át Fertőrákos déli bejáratáig, a II. pedig Sopronból kiindulva Kópházáig tart ([1] 1. ábrája). Mindkét szelvényben a letakart alaphegység legfelső része a felszíni kibújások és a fúrások adatai szerint kristályos palákból: gneiszekből és csillámpalákból állónak valószínűsíthető, amely kőzetekre a felszínig fiatal-harmadkori és negyedkori üledékek települnek. A terület földtani képződményeinek elterjedéséről az 1928-ban és 1935-ben szerkesztett földtani térképek tájékoztathatnak [4, 5].

I. tellurikus szelvényüket mi is közöljük (1. ábra), amelyre rárajzoltuk a földtani valószínűsítés eredményeit is. A város erősen beépített területére eső B-1—B-4 szakasz elektromos zavarok miatt tellurikus vizsgálatra alkalmatlan, ezért szelvényükön ezt a részt nem, csupán a B-4—B-14 mérési pontok közötti szakaszt ábrázolják. A B-1—B-5 szakaszon — a csupán egy-két méter vastagságot elérő felszíni pleisztocén-holocén képződményeket nem tekintve —

* Azért részmedence, mert a Soproni medencének [2] egy eléggé elkülönült kis medencerészlete.

a kristályos palaalazaton legidősebb üledékként tortonkorú tengeri, magasabb szintjében uralkodóan agyagos, mélyebben homokos, homokköves, sőt legalul főleg kristályos pala törmelékanyagból álló részletű (a továbbiakban torton tengeri összlet) sorozat van, amint ezt különösen a B-3 tellurikus mérési pont táján a sörgyárnál 1955-ben mélyített fúrásnak a fúróvállalat által készített szelvénye mutatja. E fúrás a kristályos pala (csillámpala)-alzatot a szelvény szerint 301,00 m mélységben érte el. Van adat a B-4 mérési pont tájékán a városi vízművek közeléből is. Egy még 1914-ben 393,50 m-ig mélyített víz.



1. ábra

1. Az alaphegység földtanilag valószínűsített mélységgörbéje a B-4 és a B-8 szakaszon a Bécsi domb egyszerű településszerkezete esetén.
 - 2/a és 2/b ugyanaz, azonban a B-4 és a B-5 pont között feltételezett vetődéses szerkezettel. A 2/a a szarmata összlet 6°-os, a 2/b pedig a 8°-os dőlésszöggel számított vastagságának figyelembevételével készült.
 3. Az alaphegység földtanilag valószínűsített mélységgörbéje a B-8 és a B-14 szakaszon.
 4. Az alaphegység tellurikus mélységgörbéje.
- B-4 — B-14 tellurikus mérési pontok.

kutató fúrásnak a fúróvállalat által felvett szelvényében alul, 334,20 m-től kezdve a fúrás talpáig „világoskék homokkő” jelzésű kőzet van, amely a vízművek akkori vezetőjének, JÁMBOR LAJOSNAK még régebbi szóbeli közlése szerint kristályos pala volt. BODA ANTAL a szelvény anyagának 350 m-ig terjedő feldolgozásában 334,20 m-ben pedig csillámpalát jelez [8]. A fúrás anyaga — sajnos — veszendőbe ment, s így ellenőrzése lehetetlenné vált. A B-5 mérési ponttól kezdve a Bécsi dombon a B-7 mérési pontig a felszínen szarmatakorú, lényegében homok-, kavics-, konglomerátum- és homokkőrétegekből felépülő sorozat jelentkezik, s ez nyomozható a B-7 mérési ponttól K-re még mintegy 350 m hosszon is. E szarmata rétegsor jelenlegi ismereteink alapján inkább fiatalabb s nem legidősebb szarmatát képvisel. Tovább keleti irányba haladva a tellurikus szelvény mentén a B-11 mérési pontig — nem tekintve a helyenként előforduló, s alig egy-két m vastagságot elérő homokos lösz-szerű, kavicsos stb. negyedkori képződményeket — alsó pannonkorú, uralkodóan kavicsos-homokos képződmények találhatók a felszínen, a B-11 mérési ponttól tovább keletre, a Tóalmi (Tómalom) domb nyugati lejtőjén pedig ismét szarmatakorú homok-kavics-konglomerátum-homokkőrétegek bújnak ki. A B-12 mérési pont környékén a tortonkorú lajtamésző, s tovább vékony szarmata képződményekből álló sáv jelentkezik a felszínen. Majd a B-13 mérési ponttól keletre mintegy 150 m-rel ismét szarmata kavics-, konglo-

merátum-, meszes homokkő, homokkő- alárendelten márgás képződmények következnek, s tartanak tovább K felé majdnem a tellurikus szelvény legutolsó, a B-14 mérési pontjáig, ahol a negyedkori takaró alatt valószínűen még nem túl mélyen ugyancsak e szarmata képződmények várhatók.

A Bécsi dombnak az I. tellurikus szelvény B-4 és B-5 mérési pontja közé eső részén eddigi ismereteink alapján lehetséges a szarmata összletnek a torton tengeri agyagra való egyszerű (töréses érintkezés nélküli), egyébként diszkordáns rátelepülése. De ugyancsak lehetséges itt — a különböző korú képződmények felszíni elterjedésére vonatkozó jelenlegi ismereteink alapján — a Bécsi domb DNy-i szegélyén, nagyjában a Bécs—Sopron-i műút vonalában, egy ÉNy—DK (ÉÉNy—DDK) csapású diagonális és ÉK (KÉK) felé vető vetődés, illetve törés megjelenése is. Egy ilyen vetődéssel számolt már BODA A. egyik dolgozatában. (7). E vetődés, illetve törés Sopron városában az Ikva patak vonalában húzódva, s csapásirányát KDK-re változtatva futna tovább a Kurucdomb (Szélmalomdomb) északi peremén. E vetődéses törés jelenlétére utalhat a torton tengeri agyagos (bádeni agyag) összletnek és a szarmata sorozatnak az Ikva patak és a Szt. Mihály templom közötti részen a felszínről való kimaradása és helyettük pannon képződmények megjelenése, valamint a szarmata képződményeknek a Bécsi dombon és a Kuruc dombon való feltűnő felszíni elkeskenyedése. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy e kép eróziós diszkordanciával és a pannon rétegeknek transzgresszív, törés nélküli településével karöltve s a pannon képződményeknek a Dudlesz erdőben feltételezhető erősebb lepusztulásával is magyarázható. Sopron új földtani felvétele során tervbe vett fúrásokkal reméljük e kérdés megnyugtató tisztázását. Egyelőre mindkét lehetőséggel számoltunk. Ugyancsak lehetséges egy É—ÉÉK csapású törés az I. tellurikus szelvény B-7 és B-8 mérési pontja közt, a behorpadásos jellegű részmedence egyik kialakító, K felé süllyesztő vetődéseként.

A Kőhidai részmedencén át haladó I. tellurikus szelvénynek a Bécsi dombra eső B-5—B-7 közötti és környéki részén a szarmatakorú homokkavics-konglomerátum-homokkő sorozatban a dőlések K és KDK irányúak, 6—10° közti dőlésszögekkel. A B-7—B-11 mérési pont között a részmedence közepén helyet foglaló alsó pannonkorú, uralkodóan homokból és kavicsból álló összletben kb. a Sopron—Kőhida-i műútig terjedően enyhe K-i dőlés valószínű (a részmedence déli részében azonban ÉK—KÉK-i dőlések uralkodnak a pannon képződményekben). A műúttól tovább a két Tómalom vonaláig, ahol a B-11 mérési pontnál már ismét a szarmata homokkavics-konglomerátum-homokkő sorozat jut felszínre, viszont lényegében ellenkező irányú (azért csak „lényegében”, mert helyi zavarok következtében eltérő dőlés is van) a valószínű, illetve ilyen mérhető. A Tómalom vonala kb. É—D-i irányú törésvonalra esik, amelytől Ny-ra pannon, K-re szarmata képződmények vannak a felszínen.

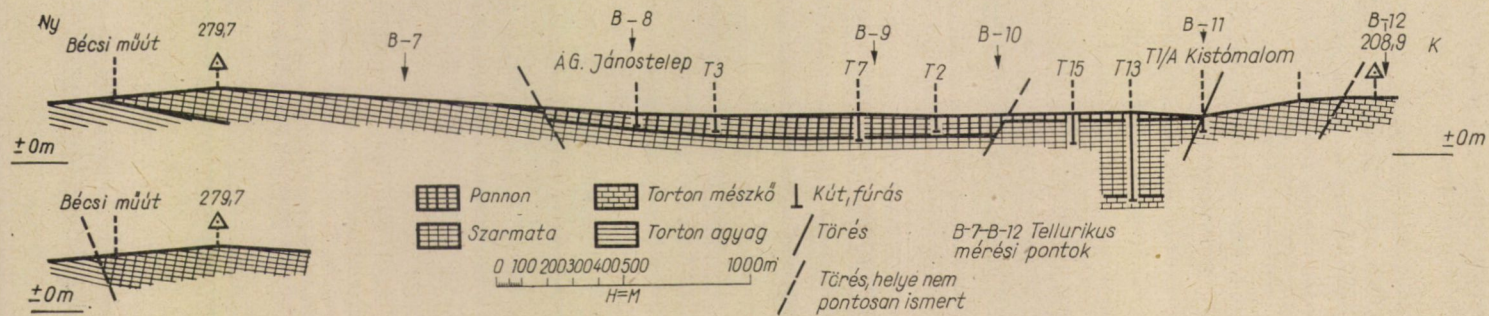
Egy nagyjában É irányú és Ny felé süllyesztő vetődéses törés valószínűsíthető a Laposbérc—Tóalmi domb területén a B-12 mérési ponttól kissé nyugatra a szarmata homok-homokkő-kavics konglomerátum-sorozat és a lajtamészkö közt, s egy további hasonló csapású a B-12-től K-re, közelebb a B-12 mérési ponthoz, mint a B-13-hoz. Végül egy ugyancsak kb. É csapású s K felé süllyesztő vetődéses töréssel kell számolnunk Fertőrákos K-i szegélyén a B-14 mérési pont táján. A 2. ábrán bemutatunk egy, a jelenlegi földtani ismereteink alapján, de még a tellurikus mérések előtt készült, a Sopron környékének hidrogeológiai viszonyaival foglalkozó munkánkból vett földtani szelvényt, amelynek középső és keleti része a tellurikus szelvény B-7 és B-12 mérési pontja közt e szelvény közelében fut. E szelvényből a Kőhidai részmedencének a tellurikus szelvény körüli tektonikai viszonyairól tájékozódhatunk.

ÁDÁM ANTAL és VERŐ JÓZSEF tanulmányából átvett I tellurikus szelvény adja az egyes mérési pontokban a tellurikus mérések alapján meghatározott alaphegység-mélységeket a felszíntől számítva. E szelvényt kiegészítettük a kristályos pala-alaphegységnek a jelenlegi földtani ismeretesség alapján valószínűsíthető s ugyancsak a felszíntől számított mélységeivel. Megjegyezzük, hogy mind a tellurikával, mind pedig a földtanilag valószínűsített mélységvonalak helyzetben kissé eltérnek a tengerszinthez viszonyított, mondjuk „igazi” mélységvonalaktól. Az egyes mélységi pontok tengerszint feletti magasságainak figyelembevételével azonban ez „igazi” reliefvonalak (amelyek egyébként szintén csak valószínűeknek számítnának) szükség esetén könnyen megszerkeszthetők.

Összehasonlítva a földtani szelvényt a tellurikussal, valamint a tellurikus szelvény alaphegység-mélység görbéjét a földtanilag valószínűsítettrel, már előljáróban leszögezhetjük, hogy a töréseket, vetődéseket és az alaphegység mélységviszonyait illetően általában jó az egyezés.

A B-4 mérési ponton a tellurikus szelvény 340 m mélyen adja az alaphegységet. Ez az érték a közeli vízművek mellől említett, s vékony holocén-pleisztocén takaró alatt torton tengeri, uralkodóan agyagos sorozatot harántoló vízkutató fúrásban 334,20 m-ben megütött kristályos palaalzat (csillámpala) mélységével kitűnően egyezik.

A Bécsi dombra eső B-5 mérési pont alatt a kristályos palaalzatot a tellurikus mérés 910 m-ben jelzi. E pont már szarmata képződményeken van. A kristályos palaalzat mélységét e ponton a Bécsi domb feljebb már ismertetett kétféle lehetséges földtani felépítés alapján két értékben számítottuk. Az első mélységértéket ama feltevésben, hogy a szarmata sorozat a tortonon törés nélküli rátelepülésben van, a másodikat pedig, hogy a Bécsi domb DNy-i szegélyén vetődéses törés fut, és ettől ÉK-re a szarmata és a pannon sorozat települése egymáson már egyszerű, s a szarmata összlet vastagságának számítására a Dudlesz (Dudler) erdőben — ahol a teljes vastagság számítható — nyert érték alapul szolgálhat. A számításokat minden esetben az egyes tellu-



2. ábra. Földtani szelvény a Kőhidai részmedencén át

rikus mérési pontok és képződményhatárok magassági (szintkülönbségi) és távolsági viszonyai, valamint a földtani település adatai (képződményvastagság, dőlésirány, dőlésszög, vetődés stb.) alapján számítottuk. A 2. ábrán bemutatott teljes földtani szelvény az első feltevés szerint készült, de alatta bemutatjuk a Bécsi domb második feltevés szerinti szerkezetét is.

Az egyszerű rátelepüléssel esetében a B-5 pont környékén észlelhető 10° -os dőlésszögekre támaszkodva a szarmata képződmény függőleges vastagságát 30 m-nek számítottuk. A torton tengeri összletét 350 m-nek véve, a kristályos palaalzat mélységét 380 m-nek valószínűsíthetjük. (Megjegyezzük azonban, hogy a szarmata sorozatban itt mutatkozó, az átlagnál kissé nagyobb dőlésszög a torton-összlet dőlésszögének hasonló növekedésével járhat, ami pedig e sorozat függőleges vastagságát némileg megemelheti.)

A második feltevés szerinti számításhoz szükséges volt a teljes szarmata összlet vastagságának ismerete is, amelyet a Dudlesz erdőben állapítottunk meg. Az itt megfigyelhető, általában $6\text{--}8^\circ$ dőlésszögek alapján és nyugodt települést feltételezve (ami minden valószínűséggel nagy megközelítéssel helyes is) a teljes vastagság 8° -os rétegdőléssel 468 m-nek, a teljes függőleges felkerékítve 475 m-nek, 6° -ossal pedig az előbbi 325 m-nek, az utóbbi ugyancsak felkerékítve 330 m-nek adódott. Figyelembe véve, hogy a B-5 mérési pont, bár aránylag közel a szarmata—pannon határhoz, de még szarmata képződményekre esik, a teljes szarmata sorozat függőleges vastagságánál valamivel kisebbel kell számolnunk. A mérési pont közelében mérhető 10° -os dőlésszög alapján a szarmata összlet függőleges vastagságára a Dudlesz erdőben 8° -os átlagdőléssel számított érték figyelembevételével 350 m, a 6° -ossal pedig 210 m adódik. A torton tengeri összlet vastagsága a B-4 és a vízművek melletti fúrás adataiból kiindulva 350 m-nek vehető (a letakart torton tengeri összlet dőlésszögét egyébként nem ismerjük. Ez érvényes egyéb letakart helyekre is), a teljes mélység tehát 700, illetve 560 m-re valószínűsíthető.

A B-6 mérési ponton az alaphegység a B-5-re megállapítottnál a tellurikus szelvény szerint mintegy 100 m-rel mélyebben, azaz 1000 m körül lenne. Ez a pont egyébként szintén szarmata képződményekre esik. Egyszerű rátelepülés esetében a pont környékén megfigyelhető $6\text{--}8^\circ$ -os dőlésszögek alapján a kristályos palaalzat mélysége a szarmata képződmények 8° -os dőlésével 470—520 m-nek, 6° -ossal 440—490 m-nek, töréses szerkezet esetében pedig 8° -os dőlésszöggel 810—860 m-nek, 6° -ossal pedig 660—710 m-nek számítható. A torton tengeri összlet függőleges vastagságát e ponton a Soproni hegység kristályos pala szegélyétől való nagyobb távolságára támaszkodva a B-5-énél kissé nagyobb értékkel 350—400 m közöttinek vettem figyelembe. A töréses szerkezet esetére valószínűsített érték eléggé megközelíti a tellurikus méréssel kapottat. A tellurikus szelvény egyébként a Bécsi domb vetődéses szerkezetét valószínűsíti. A tellurikus mérésekkel kapott 100 m-es mélységkülönbség a B-5 és a B-6 pont közt földtanilag valószínűsíthető.

A B-7 mérési ponton a tellurikus szelvényben mutatkozó 1800 m-es alaphegység-mélység földtanilag nem indokolható, illetve nem valószínűsíthető. Földtani ismereteink alapján a B-7 és a B-8 pontok között — amint említettük — K felé süllyesztő vetődés ugyan valószínű, de nem 1000 m körüli, hanem csupán kis függőleges elvetési magassággal. A szarmata képződményekben mért 10° -os dőlésszögre támaszkodva, valamint arra való tekintettel, hogy ÉK-i irányban tovább már valószínű a torton tengeri összlet vékonyodása, miért is ez összletre ismét inkább csak 350 m függőleges vastagság látszik megfelelőnek, egyszerű rátelepüléssel szerkezetben a kristályos palaalzat mélységét 530 m-re vehetjük. Töréses szerkezetben pedig a 8° átlagos dőlésszöggel megállapított szarmatavastagság alapulvételével a mélység 800 m-nek s a 6° -ossal 660 m-nek adódik. Megjegyezzük azonban, hogy a szarmata képződményekben itt mutatkozó, az átlagosnál kissé nagyobb dőlésszög a torton-összlet dőlésszögének hasonló növekedésével járhat. Ez a sorozat vastagságát ugyan némileg megemelheti, ilyen változás azonban 1—2 m-nél aligha lehet nagyobb.

A B-8 ponton már nem kell kétféle feltevés szerint számítanunk, mert a teljes torton és szarmata összlet vastagsága jön tekintetbe, az előbbieket felett települve ugyanis pannon képződmények vannak már a felszínen. A torton és a szarmata, valamint a pannon képződményeknek K—ÉK felé való, egyébként enyhe dőlésével számolhatunk e ponton még. A környéken, az Állami Gazdaság tájékán, *Congeria subglobosa* Partsch-ot tartalmazó, vagyis már magasabb sztratigráfiai helyzetű, az osztrákok középső, E jelzésű pannon szintjére utaló pannon képződmények vannak a felszínen. A B-8 pontra a tellurikus szelvény kb. 1020 m alaphegység-mélységet jelez. Ha számításunkban a szarmata összletre 8° -os átlagdőlés alapján számított függőleges vastagságot vesszük figyelembe, s a torton tengeri összletre 350 m-t, a pannon képződményekre pedig 70 m-t számítunk, a kristályos palaalzat mélységét 895 m-nek, 6° -os dőléssel számított szarmata öszsvastagság alapján pedig 745 m-nek számíthatjuk. A pannon összlet itteni vastagsága pontosan ugyan nem ismeretes, a *Congeria subglobosa* előfordulása azonban vastagabb, de a 100 m-t egyébként aligha elérő pannonra utal. Egy, a mérési pont közelében mélyített 48 m mély vízkutató fúrás (a földtani szelvényben az Á. G. jelzésű), a felső 2,50 m vastag holocén-pleisztocén képződményeket nem tekintve, végig homokos-kavicsos pannon üledékekben haladt, s a szarmata összletet még nem érte el. Sajnos, a szarmata összlet alatt várható torton képződmények minőségéről nincs adatunk. Nem tudjuk, hogy a B-4 és B-5 mérési pont között még a felszínre is kibújó torton tengeri agyagos összlet a tellurikus szelvényvonal mentén meddig terjed keleti irányban. A Ruszt—Fertőrákos-i dombvonulatban, ahová a tellurikus szelvény keleti része esik már, a magyar területen —Fertőrákos környékén — a torton tengeri agyagos összlet nem ismeretes, helyébe valószínű alapkonglomerát kezdettel lajtamésztköves sorozat lép.

A kétféle torton-sorozat egymáshoz való településviszonyát az átmért területen azonban nem ismerjük. Az eddigi megfigyelések szerint a legnyugatabbra eső — egyébként igen csökevényesen kifejlődött — „lajtamészke” előfordulást a Kurucdomb közepetáján találjuk egy-két m vastagságú kis foltban (amelyet VITÁLIS ISTVÁN [9] már valószínűleg helyesen a szarmata összlet bázisához sorol) a torton tengeri agyagon, tovább ÉK felé azonban a lajtamészke jelentősebb vastagságú kifejlődésével számolhatunk. A lajtamészkes összlet lehetséges vastagságát a Gödölye bérc és a Fertőrákos közé eső felszíni kiterjedése és a települési viszonyok alapján a fekvő kristályos palaalattól a fedő szarmata összletig 200 m körülnek becsülhettük. Fertőrákostól D felé egyébként a vastagság csökkenése lehetséges. A torton képződményeknek K felé valószínűsíthető vékonyodása miatt a B-8 ponton sem számolhatunk 350 m-nél nagyobb torton-vastagsággal. Rámutathatunk továbbá arra is, hogy a szarmata sorozatnak K felé ugyancsak valószínűsíthető vékonyodása miatt a B-8 pont körül a szarmata képződményeknek az előbbi ponton mutatkozó vastagságánál némileg kisebbre gondolhatunk. Erre részben a Nagytómalom közelében, a B-10 mérési ponttól kb. 350 m-rel K-re eső, T13 jelzésű s a földtani szelvényben feltüntetett vízkutató fúrásban, amelyben a szarmata összletet 312,40 m hosszban harántolták a pannon és torton képződmények közt, részben pedig a Ruszt—Fertőrákos-i dombvonulatban szerzett tapasztalatokból következtethetünk. A 6°-os dőléssel számított 330 m függőleges szarmata összvastagság lesz itt már a valószínűbb érték a B-8-ra, mint a 8°-ossal számítható, s a torton összletre is legfeljebb 350 m eshetik. Vagyis a 750 m mélységet érezzük valószínűbbnek.

A B-9 mérési ponton a tellurikus szelvény 540 m alaphegység-mélységet jelez. Amint említettük, mind a torton, mind pedig a szarmata összlet K felé való vékonyodásával s mind enyhébb dőlésével számolhatunk. Ezt figyelembe véve az előbbi pont torton-vastagsága helyett inkább 300 m, a szarmatára pedig 325 m valószínűsül. A B-9 pont is pannon képződményeken áll, s a közelében levő T7 jelzésű és 105,65 mélységű vízkutató fúrás 5 méter holocénpleisztocén képződmény alatt 74,00 m-ig 69 m vastagságban pannon rétegeket harántolt, 74,00 m-től kezdve a talpig pedig már valószínűleg szarmata képződményekben haladt a fúrás. Ennek figyelembevételével a B-9 alatt a kristályos palaalzat mélysége 700 m körül lehet.

A majdnem pontosan a tellurikus szelvényvonalra eső T13 jelzésű vízkutató fúrástól NyÉNy-ra 350 m-rel levő B-10 mérési ponton a tellurikus szelvény kb. 380 m mélyben jelzi az alaphegységet. A T13 fúrás alapján azonban ennél nagyobb mélységre következtethetünk (KOVÁCS LAJOS határozó munkájára támaszkodva), mert e fúrás 331,00 m-től kezdve lajtamészkeben, mégpedig csupán e sorozat legfelsőbb rétegeiben haladt 350 m-ig, nem érve még el a kristályos palaalzatot. Nem lehetetlen azonban, hogy néhány méter a 350—373 m részletből még a szarmata összlet bázális képződményeihez tartozik. A Fertő-

rákos-környéki s a Cárhalmi-erdei kibújásokban ugyanis megállapítható, hogy a szarmata összlet bazális rétegeiben feldolgozott lajtamészkeanyag is található, ami a kétféle képződmény teljes pontos határának megállapítását fúrásban megnehezíti. Amint említettük, a lajtamészke nek északról dél felé való vékonyodása ugyan valószínű, 49 m-nél nagyobb vastagság azonban — ugyanis legfeljebb ennyi eshetik a tellurikus szelvény jelezte 380 m-ből a lajtamészke, — mindenképpen várható, ha esetleg talán nem is a reá valószínűsített 200 m értékben. A torton sorozat vastagsága egyébként még kissé nagyobb is lehet, mint K-re a Ruszt—Fertőrákos-i dombvonulatban, s ezért is gondoljuk a fúrástól Ny-ra eső B-10 mérési pont alatt az alaphegységet 380 m-nél mélyebben. A T13 fúrás egyébként 5,60 m holocén-pleisztocén alatt 13 m pannon üledéket is harántolt. A T7 jelzésű vízkutató fúrás, amely a B-10 mérési ponttól mintegy 750 m-rel esik DNy-ra, a pannon rétegeket, amint említettük 5 m holocén-pleisztocén összlet alatt 69 m vastagságban fúrta át. A pannon képződmények és a holocén-pleisztocén képződmények együttes vastagságát e két fúrásból vonható tanulság alapján a B-10 ponton kb. 40 m-nek adhatjuk. Főleg a T13 vízkutató fúrás alapján számítva a földtanilag valószínűsíthető alaphegység-mélység a B-10 mérési pontban mintegy 610 m (40 m pannon és holocén-pleisztocén + 320 m szarmata + 250 m torton).

A tellurikus szelvény B-11 mérési pontja környékére esik a szarmata és a pannon képződmények határvonala, a pont maga már szarmatán áll. A tellurikus szelvény szerint az alaphegység mélysége itt 250 m. Figyelembe véve a mérési pont közelébe eső 1/A jelzésű kút szelvényét, amelynek tanúsága szerint e fúrás esetleges vékony pannon után szarmata képződményekben haladt 58,7 m-ig, s ebben is állt meg, s továbbá hogy a B-11 számú mérési ponttól mintegy 400 m-rel Ny-ra eső T13 fúrás a szarmata összletet 312,40 m vastagságban harántolta, s alatta torton lajtamészke volt, amely természetesen a B-11 pontban is várható a szarmata összlet fekéjeként, a 250 m-nyi alaphegység-mélység kevésnek ítéhető. A B-11 ponton földtanilag az alaphegység mélysége 400—450 m körül valószínűsíthető (a szarmata sorozat itteni vastagságát — minthogy a Tóalmok vonalában húzódnó törés miatt a pont nem a szarmata összlet tetejébe, hanem annak már mélyebb részébe esik — mintegy 200—250 m-re becsülve, s a torton lajtamészkeves összlet függőleges vastagságára itt már a Gödölyebérc és Fertőrákos közötti részen valószínűsített mintegy 200 m értéket számítva).

A Δ 208,9-től kissé K-re eső B-12 mérési ponton a tellurikus szelvény az alaphegység mélységét 430 m mélységben jelzi. Minthogy e pont lajtamészkeves képződményekre esik, amelyeknek összvastagsága mintegy 200 m (de itt már inkább ennél kevesebb), a valószínű mélység aligha lehet a megadott érték. Ezt támogatja még az is, hogy a szarmata képződményekre eső B-11 mérési pontra megadottnál kisebb mélységben várható a kristályos pala-

alzat. Azaz 200 m-nél nagyobb mélység valószínűtlen, mintegy 150 m felelhet meg leginkább.

Ugyancsak lajtamészko sorozaton áll a B-13 mérési pont, amelyre a tellurikus szelvény 170 m-ben adja az alaphegység mélységét. A földtani helyzet szerint ez közel eshetik a ténylegeshez. Minthogy a torton képződményekre eső B-12 és B-13 mérési pontok közt egy É—D irányú szarmata képződménysáv húzódik Ny—NyD Ny-i dőlésirányokkal és átlagoltan 15° dőlésszöggel, következik, hogy a B-12 és a B-13 közt egy kb. hasonló, É—D irányú törés valószínűsíthető, amelynek mentén a tőle nyugatra eső lajtamészko a keletre eső szarmatával oldalt érintkezik. Közelebbit a települési viszonyokról feltárások hiányában megállapítani nem lehet, mert az érintkezés várható vonalán kedvező feltárás nincs. Mindezek alapján a B-12 és a B-13 mérési pont között a szarmatasorozatos részen a kristályos palaalzat mélysége mindkét pontnál nagyobbak valószínűsíthető. A legnagyobb mélység a B-12-től közvetlenül K-re és DK-re, a Δ 208,9-től mintegy 250 m távolságra eső részen várható. A torton összlet függőleges összvastagságát mintegy 200 m-nek, a szarmata képződményekét pedig a kissé délebbre eső részen mért dőlésszögekből átlagolt érték figyelembevételével mintegy 80 m-nek számítottuk. Észak felé ez az érték azonban — a szarmata sáv elkeskenyedéséből következően — kissé csökkenhet, ezért függőleges vastagságát csupán 50 m-rel vettük figyelembe. Vagyis a szarmata sáv alatt a kristályos palaalzat mélysége 250 m körül valószínűsíthető. A tellurikus szelvénynek a B-12 táján mutatkozó süllyedésének helyessége földtanilag — e ponttól egyébként K-re — tehát valószínűsíthető.

Megjegyezzük, hogy a B-12-től Ny-ra is valószínű — amint említettük — egy Ny felé süllyesztő s ugyancsak nagyjában É—D irányú vetődéses törés.

A tellurikus szelvény B-14 mérési pontja, egyben K-i végpontja, már a Fertő tó alluviumán áll. E ponttól ÉNy-ra mintegy 350 m-rel még szarmata képződmények bújnak ki, s Ny felé is hasonló távolságra szarmata képződmények jelentkeznek. A torton összlet valószínű 200 m függőleges vastagságához hozzáadva a szarmata képződményekre számítható 30 m-t (az ismeretlen vastagságú holocén-pleisztocén képződményeket is a szarmata sorozathoz csapva) mintegy 230 m alaphegység-mélység adódik. Minthogy azonban e pont környékén kell keresnünk már a Ruszt—Fertőrákos-i dombvonulat keleti peremén futó Fertő-törést, lehet a mélység a becsültnél nagyobb is. E zavarásra utalhat egyébként talán a Fertőrákos D-i bejáratától a Rákospatak völgyéből DNy-i irányban kivezető utca K-i végén a szarmata mészkő elég meredek, 27° -os 95° irányú dőlése, szemben a szarmata képződmények Fertőrákos egyéb helyein mérhető egész lapos, csupán néhány fokos dőlésével. Az említett meredekebb dőlésű hely a B-14 tellurikus mérési ponttól kb. 400 m-rel esik NyÉNy-ra. A B-14 mérési pontra a tellurikus szelvény 410 m mélységet jelez.

Áttekintve a teljes tellurikus szelvényt, megállapítható, hogy a kristályos pala-alaphegység földtanilag valószínűsíthető mélységgörbéjének változásait jól adja a tellurikus vizsgálat. A Kőhidai részmedence szerkezetét is jól tükrözi a tellurikus szelvény. A megadott alaphegység-mélységek is általában eléggé egyeznek a földtanilag valószínűsíthetőekkel. Hibába esnénk azonban, ha a terület jelenlegi földtani ismeretessége alapján valószínűsített alaphegység-mélységeket abszolút helyesnek fogadva el, mondanánk ítéletet a tellurikus eredményekről. A nem kielégítő feltártság miatt több esetben csak közelítő valószínűséggel élhattünk. Igen kiugró eltérés a két módszer eredményei közt egyébként csak a B-7 mérési ponton jelentkezett.

A II. tellurikus szelvény (I. ÁDÁM és VERŐ dolgozatában az 1. és a 7. ábrát) — amint említettük — Sopron és Kópháza közt a Kurucdomb (Szelmalomdomb) déli lábánál a Sopron-Győr-i műút mellett levő keresztől indul ki az Ikva patak völgyében, s DDK irányban haladva a kópházai templomtól kb. 100 m-nyire végződik (I. a helyszín-vázlatot ÁDÁM A.—VERŐ J. tanulmányában). A szelvény kiinduló K-1 mérési pontján s a földtani helyzetből következtetve, igen vékony holocén-pleisztocén takaró alatt a torton tengeri agyagos összlet van (egy kb. 400 m-rel Ny-ra eső, felhagyott téglavető a torton tengeri agyagos összletet fel is tárja, s ugyanez az összlet található a Kurucdomb D-i oldalán is). E képződmény — amint jellemeztük már — magasabban agyagos, homokos agyagos, márgás, mélyebben homokos, homokköves és legalul főleg kristályos pala törmelékanyagú kőzetekből áll. A K-1 mérési pontból kiindulva a szelvény mentén DK-i irányban a földtani ismeretek alapján az alaphegység emelkedése igazolható. Ezt bizonyítja ugyanis az ún. Halászkunyhó-i kristályos pala-rögvonalnak (-gátnak) a tellurikus szelvény közelében a Kőhegyen és attól kissé nagyobb távolságra, a Harkai csúcson látható gneiszkibújása. Az elsőnek említett kibújást a tellurikus szelvényvonal középső, a K-5a és 7a mérési pont közti szakasza 250—500 m-re megközelíti. E szakasztól földtanilag mind ÉÉNy-i, mind pedig DDK-i irányban az alaphegység süllyedése valószínűsíthető, még pedig az utóbbi irányban jóval nagyobb mértékben, mint az előzőben, mert Kópházánál a felszínen már pannon rétegek vannak. A tellurikus szelvény K-1 mérési pontján jelzett, mintegy 1350 m-es alaphegység-mélységet azonban soknak véljük. E mérési ponton nyugodt települést feltételezve, ami valószínűleg helyes, mert a Soproni hegység kristályos palaszigetének keleti peremi törésétől a szóbanforgó mérési pontig más törés nem mutatható ki, számítottuk az alaphegység földtanilag valószínűsíthető mélységét. A torton tengeri agyagos összletben a GySEV pályaudvar közelében levő, s ma már felhagyott Schwartz-féle téglavetőben még művelése idején K-i irányban 14° dőlésszöveget mértünk. Ennek, valamint a K-1 mérési pontnak a Soproni kristályos palasziget K-i peremétől való távolsága alapján a K-1 mérési ponton a kristályos palaalzat mélysége mintegy 550 m-nek valószínűsíthető. Amennyiben azonban a perem és e pont közt K-i komponensű

irányokban süllyesztő vetődések mégis vannak, akkor a számítottnál nagyobb mélység is lehetséges. Rendkívül nagy mélységű, 2200 m-es árkot jelez a tellurikus szelvény 200 és 100 m-es terítés esetében megszerkesztett mélységgörbéje az 5a—6a szelvényszakaszon. A Kőhegy és a Harkai csúcs — mint sabbécek — között a kristályos palaalzat árkos lesüllyedése valószínűsíthető a Kőhegy Ny-i és a Harkai csúcs K-i szegélyén futó és kb. É-i csapású törések mentén. Az előbbi törésnek a tellurikus szelvényvonallal való kereszteződése a K-6 mérési pont környékére eshetik. Itt jelzi a tellurikus szelvény mélységgörbéje 200 és 100 m-es terítésnél hirtelen a 2200 m-es mélységet, a 100 m-es terítésnél egyébként a K-5a s K-6a mérési pontok között a 200 m-esénél lényegesen csökkent szélességgel. A szelvény árkától É-ra és D-re viszont jóval kisebb alaphegység-mélységet ad meg: a K-5a mérési pontban 300, a K-6a-ban pedig csak 200 m-t. Érdekes, hogy egy, a főszelvényvel párhuzamos s tőle csupán 50 m-rel K-re eső 50 m-es terítésű szelvény a főszelvény K-6 mérési pontjától K-re az alaphegység mélységét már csak 600 m-nek jelzi. Vagyis 50 m-es (Ny—K irányú) hosszon 1600 m-es alaphegység-mélységkülönbség lenne, ami szinte függőleges lapú hatalmas vetőre engedne következtetni. Ilyen hatalmas elvetési magasságú vetődés azonban a terület eddig ismert tektonikája alapján aligha valószínű. A szelvénynek a szóbanforgó „áróktól” ÉÉNy-ra eső K-3 és K-5 pontja közötti részén a 200 és a 100 m-es terítéssel megadott 450—150 m-es alaphegység-mélységek lehetségesek, ugyanez érvényes az „áróktól” DDK-re eső K-7 és K-8 mérési pontok közötti 150—550—250 m-es mélységekre is (bár a 100 m-es terítéssel kapott 550 m-es mélységet a K-7a mérési ponton a két jóval kisebb szomszédos közt bizonytalannak érezzük, illetve jelenlegi ismereteink alapján értelmezni nem tudjuk). A tellurikus szelvénynek K-8 és K-10 közötti szakasza az alaphegységnek 2200 m mélységre való lesüllyedését jelzi, ami azonban minden valószínűséggel jóval nagyobb a süllyedés tényleges értékénél. Hogy itt egy nagyjában KÉK csapású, a geológusok előtt régóta ismeretes, s DDK felé vető jelentős törés van, azt jelzi e nagy törés mentén számos helyen (a Halázkunyhónál, Balfon, Kópházán, Németkeresztúron, Kaboldon) fakadó szénsavas forrás, de arra utalhat az is, hogy Kópházánál a torton tengeri agyagos összlet eltűnik, s helyette pannon képződmények jelennek meg. A szóbanforgó törés területén szeizmikus mérések is voltak (az Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet végezte azokat), e mérések azonban az alaphegység mélységét a tellurikusénál jóval kisebbnek jelezték.

Az alaphegység mélységgörbéjének változásait a tellurikus szelvény a földtanilag valószínűsíthetővel jó egyezésben adja, nem tekintve a K-6 mérési pont környékét, valamint a 200 m-es terítésű mérési szelvény É-i és D-i végén jelzett mélységeket. Úgy látszik, hogy a nagyobb vetődések (törések) környékén a tellurikus mérések a valódiaknál lényegesen nagyobb mélységeket is adhatnak. Az eltérést valószínűleg növelheti még több nagyobb vetődés keresztezése is a keresztezés környékén. E téren további mérések, illetve vizsgálatok

mindenképpen ajánlatosak lennének, ami minden bizonnyal a tellurikus módszer élesedésével járna. Nem tartjuk lehetetlennek, hogy bizonyos vetőkön jelentkező tellurikus nagy mélységnövekedés felhasználható lesz azok helyének kimutatására.

IRODALOM

1. ÁDÁM ANTAL és VERŐ JÓZSEF: Tellurikus kutatás erősen töredezett tektonikájú területen. *Magy. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 28 (1961).
2. WOLF HEINRICH: Die Stadt Oedenburg und ihre Umgebung. Eine geologische Skizze zur Erläuterung der Wasserverhältnisse dieser Stadt. *Jahrb. d. Geol. Reichsanstalt. Wien.* 1870. 16—64. Földtani térképpel.
3. VENDEL MIKLÓS: Die Geologie der Umgebung von Sopron. I. Teil. Die kristallinen Schiefer. M. kir. Bányamérnöki és Erdőmérnöki Főiskola Bányászati és Kohászati Osztályának Közleményei. I 1929. 225—291.
4. VENDEL MIKLÓS: Sopron környékének geológiája. II. rész. A neogén és negyedkor üledékei. *Erdészeti Kísérletek.* 1930. 32. 1—74 és 267—354. 1 : 25,000 léptékű földtani térképpel.
5. VENDEL MIKLÓS: Sopron város földjének földtani felépítése. Sopron topográfiája. 1935. 18—25. 1 : 25,000 léptékű földtani térképpel.
6. VENDEL MIKLÓS: Sopron hidrogeológiájáról. 1959. sajtó alatt.
7. BODA ANTAL: A sopronkörnyéki szarmata üledékek stratigrafiai helyzete. *Bányászati és Kohászati Lapok.* 1927. 60. 8—12.
8. BODA ANTAL: A brennbergi szénelőfordulás- és a mediterrán tenger sopronkörnyéki üledékeinek stratigrafiai helyzete. *Bányászati és Kohászati Lapok.* 1927. 60. 301—304, 324—330.
9. VITÁLIS ISTVÁN: Sopron környékének szarmáciai és pannóniai-pontusi üledékei és kövületei. *M. Áll. Földtani Intézet Évk.* 1951. 40. 1—69.

ÖSSZEFOGLALÁS

ÁDÁM ANTAL és VERŐ JÓZSEF új szerkesztésű tellurikus műszerük alkalmazhatóságának kipróbálására olyan töredezett területet kerestek, amelyen fiatal üledékekkel letakarva az alaphegység nem túl nagy mélységben van. Megfelelő területnek kínálkozott Sopron környéke. Két tellurikus szelvényt mértek át, az egyik Sopronból kiindulva a kőhidai rész-medencén át kezdetben ÉÉK felé haladva, majd tovább K-i irányban harántolva azt, haladt ugyancsak K-i irányban a tóalmi dombon át, s a Fertő-tó medencéjébe lépve futott tovább a Fertőig, Fertőrákos déli bejárója közelében végződve. A másik tellurikus szelvény az Ikva völgyében Sopron és Kópháza közt haladt. Méréseik eredményeképpen megrajzolhatták a kristályos palákból álló alaphegység mélységgörbéjét. E görbe helyzetének a földtani ismeretesség szerint történő meghatározása, továbbá a két módszer eredményének egybevetése volt a jelen tanulmány feladata.

A kristályos pala alaphegység fedőhegységében torton agyagos és homokos képződmények, lajtamészkö és mészhomok, szarmata kavics, konglomerátum, homok, homokkő, meszes homokkő, alárendelten mészkő és márga, továbbá pannon homokos, kavicsos és agyagos képződmények s végül helyenként jelentéktelen vastagságú pléisztocén és holocén képződmények találhatók.

Összehasonlítva a kétféle módszerrel kapott alaphegység-mélységadatokat, illetve görbéket, elég jó kvalitatív egyezés volt megállapítható. Általában a földtani módszer a tellurikusnál kisebb mélységeket jelzett, de van ez alól kivétel is. A terület földtani vizsgálatok alapján valószínűsített tektonikáját a tellurikus vizsgálatok igazolják. Mindkét megvizsgált szelvényben azonban 1—1 mérési pontban mély árkot jelezve a tellurikus mérés mélységadata a földtanilag valószínűsíthetőtől nagymértékben eltért. Ennek pontos oka még nem tisztázott.

TELLURIKUS KUTATÁS ERŐSEN TÖREDEZETT TEKTONIKÁJÚ TERÜLETEN

ÁDÁM ANTAL és VERŐ JÓZSEF

MTA GEOFIZIKAI KUTATÓ LABORATÓRIUMA, SOPRON

[Beérkezett 1960. november 11-én]

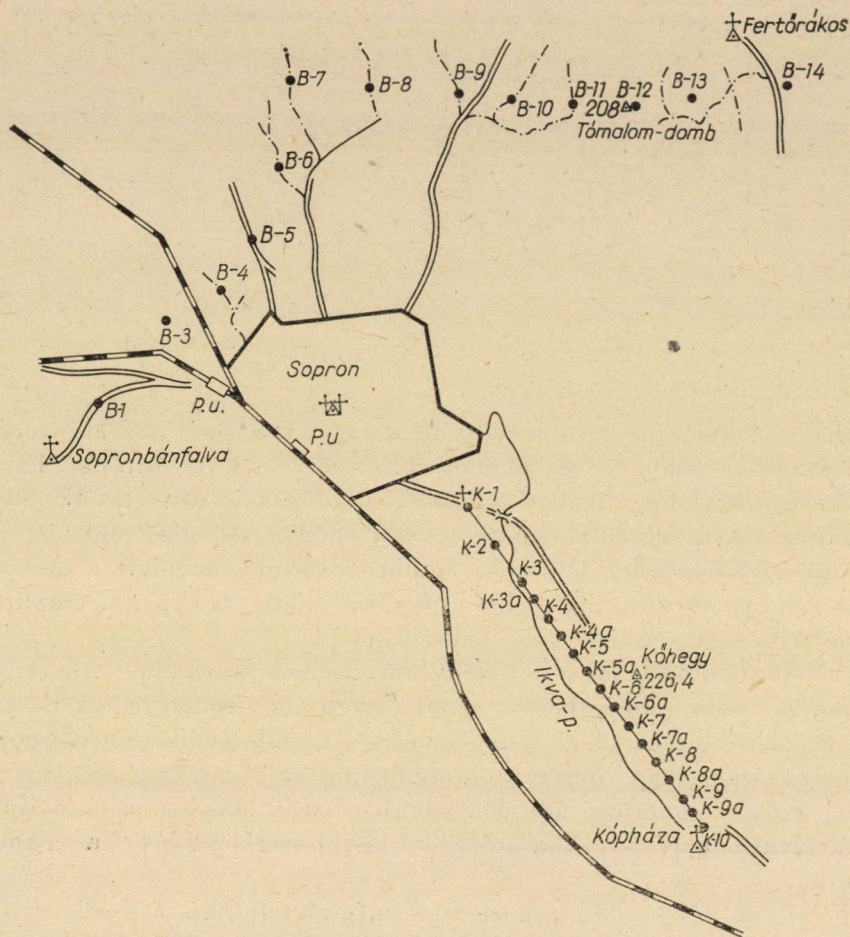
Bevezetés

A tellurika, mint ismeretes, a 10 sec — 2 min periódusú természetes áramokat, a földi-áramokat használja fel a nagy ellenállású földtani szerkezetek, többnyire az alaphegység domborzati viszonyainak felderítésére. Ezek az áramok általában nagyságukat és irányukat időben is változtatják. Míg az irányváltozás kedvező tulajdonságuk, mert enélkül az anizotrópiaviszonyok meghatározása lehetetlen lenne, az amplitudóváltozások miatt a méréseket bázisra kell vonatkoztatnunk, tehát a módszer relatív, és éppen az amplitudóváltozások kiszűrése a kiértékelés egyik feladata.

A tellurikát általában regionális kutatásokra használják. Ennek több oka van. Egyrészt a kőolajkutatásoknál a nagy üledékes medencék mélysége több ezer méter is lehet, s így a fenékmélység kisebb lokális szintingadozásai a mélység százalékában kifejezve többnyire annyira jelentéktelenek, hogy ez a módszer azok meghatározására nem vállalkozhatik. Másrészt a kutatásoknál használt elektródátávolságokkal átfedjük a kisebb szerkezeteket és azok hatását átlagoljuk.

Felmerült az a kérdés, nem lehetne-e mégis a tellurikát a lokális szerkezetek kutatására is felhasználni. Ilyen vizsgálatokra nagyon alkalmas terület kínálkozik a Soproni-hegység peremvidékén, ahol a kristályos palahegység leszakadt rögeit a felszín közelében nyomon követhetjük. Nyugtalan tektonikájú, felszínközeli (pár száz m mély) geológiai szerkezetek tellurikus kutatása több érdekes kérdést vetett fel. Ezek részben a mérések értékelhetőségét, tehát végsősoron a használhatóságát, részben pedig a módszer érzékenységét, feloldóképességét érintik.

A problémakört két szelvényvel mutatjuk be, amelyeknek geológiai értékelését VENDEL Miklós adja meg [1]. Az egyik szelvény (I) tört vonalban Soprontól É-ra a Sopronkőhidai—medencén húzódik keresztül, egészen Fertőrákosig, a másik (II) Soprontól D-re DK-i irányban az Ikva-patak medrét követi Kópházáig (1. ábra). Mindkét szelvény az alaphegység több vetődését foglalja magában, és a szelvények nagy részén az alaphegység mélysége kisebb ezer méternél.

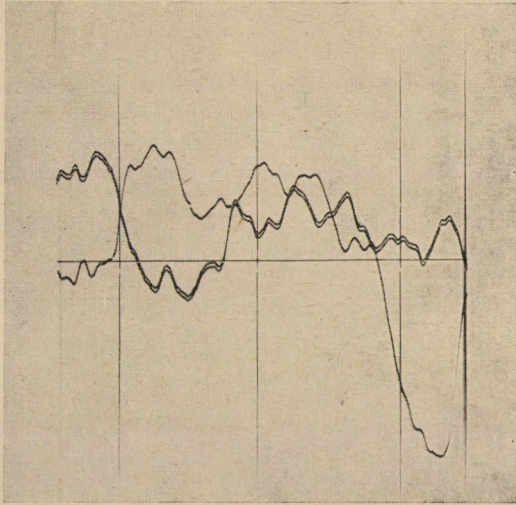


I. ábra. Tellurikus mérések helyszínrajza

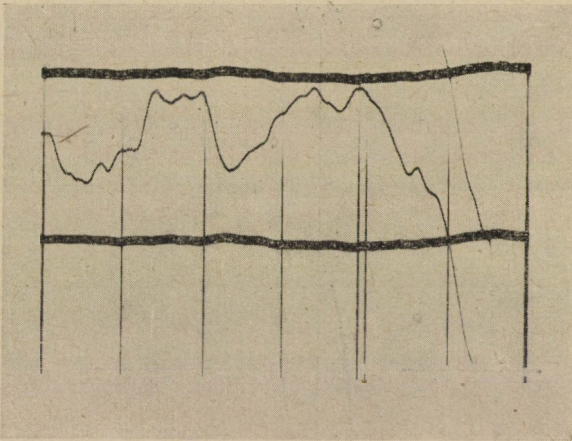
A mérések értékelhetősége és az állomásellipszis-szerkesztés jelentősége

Ha a nagy ellenállású földalatti képződmények a tektonikai erők következtében úgy rendeződnek, hogy jól vezető csatornák, járatok alakulnak ki, akkor a földiáramok az ionszféra-generátor által szabályozott irányváltásokat csak lényeges torzulásokkal követik. Szélsőséges esetben az áram egyetlen irányba is korlátozódhatik (vonalas vezetés). Ilyenkor az anizotrópia-ellipszis egyenessé zsugorodik, a mélységérték számítása pedig $c/0 = \infty$ kifejezéshez vezet. Ez a szélső érték a gyakorlatban nemigen fordul elő, de a természet különböző mértékben megközelítheti.* Például a II. szelvényünk K_6 pontjában

* Itt említjük meg G. PORSTENDORFER vizsgálatait, aki az ércelérek 1—2 m-es elektródátávolsággal végzett „mikrotellurikus” kutatásainál hasonló áramcsatornázást (vonalas polarizációt) észlelt [2].

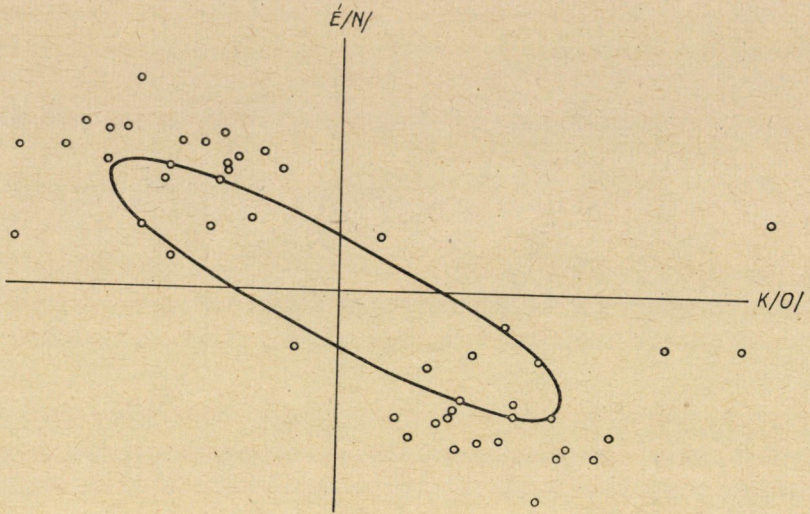


2a ábra. A K-6 pont tellurikus bázisfelvétele (Bázis: Nagycenk melletti obszervatórium)

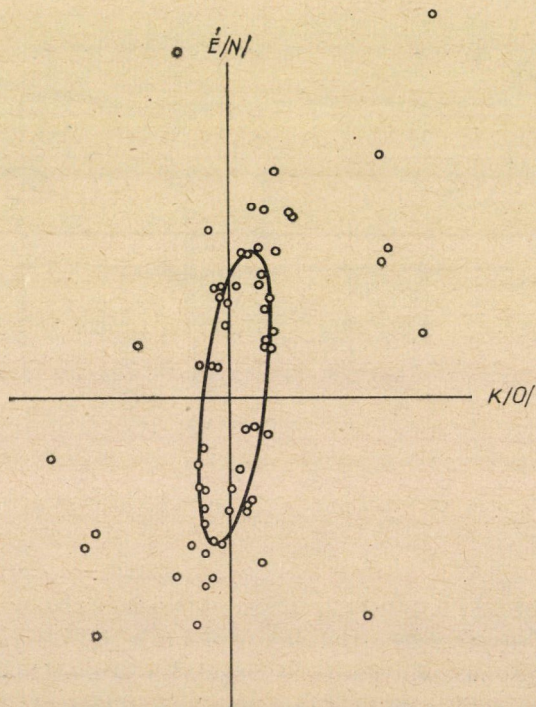


2b ábra. A K-6 pontban készült tellurikus felvétel

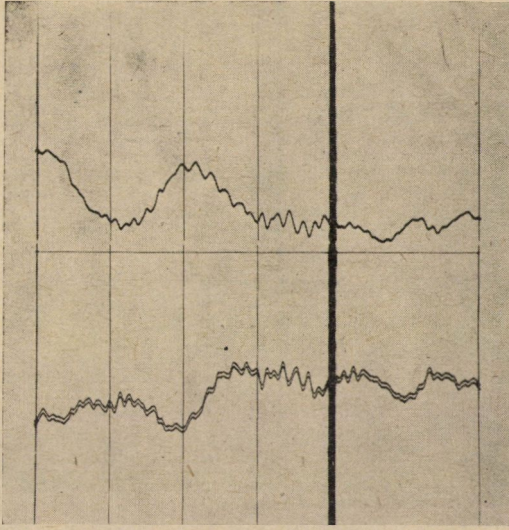
a tellurikus változások majdnem teljesen az É-i irányba szorulnak (2. ábra). Az anizotrópia-ellipszis excentricitása $e = b/a = 1/35$. Gyakoribb ennél az, amikor az irányváltozás túlnyomó része szűkebb sávon ($30-40^\circ$) belül történik, mint pl. a II. szelvény szinte valamennyi pontjában. Ezekben a pontokban a fent vázolt erős áramirányítottságra utal az állomásellipszisek közös nagytengely-iránya is. Ilyenkor a relatív ellipszis egyértelmű megszerkesztése nagy nehézségekkel jár és a szokásos módszerrel sokszor lehetetlen. Néha segít a



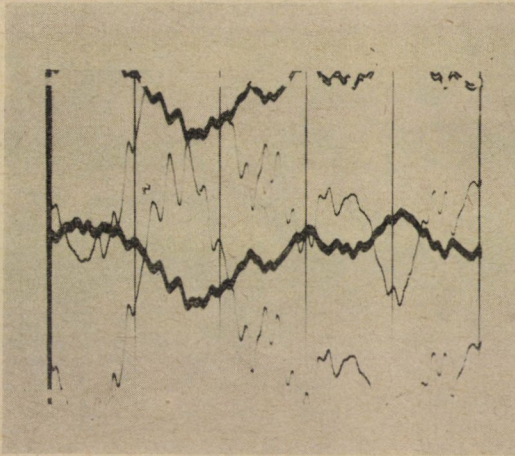
3. ábra. B-4/Obszervatórium ellipszis



4. ábra. Obszervatórium/B-4 ellipszis

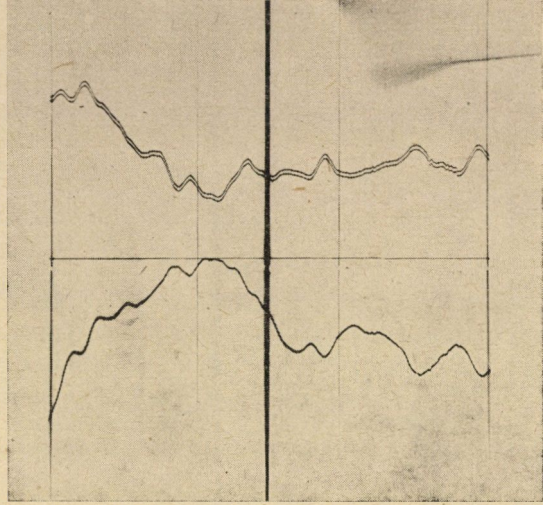


5a ábra. A K-2 pont tellurikus bázisfelvétele (Bázis: Nagycenk melletti obszervatórium)

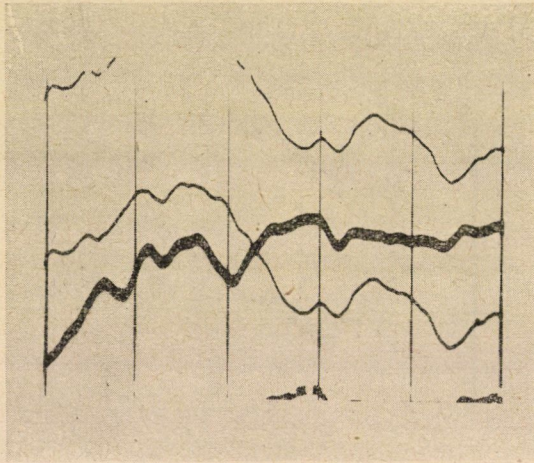


5b ábra. A K-2 pontban készült tellurikus felvétel

fordított ellipszisszerkesztés; a bázis és a mozgóállomás szerepét felcseréljük a kiértékelésnél. (3—4. ábra). Általánosan alkalmazható megoldást azonban ez sem ad, a kistengely nagyon bizonytalan lesz. Ilyenkor a feldolgozás a statisztikusan nagyszámú adatot (dV/dt differenciálhányadost) használó abszolút vagy állomásellipszis módszerrel [3] történhetik legcélszerűbben. Ennek a módszernek nagy előnye, hogy egyrészt a változásvektor szűk sávon belüli mozgása-



6a ábra. A K-9 pont tellurikus bázisfelvétele (Bázis: Nagycenk melletti obszervatórium)



6b ábra. A K-9 pontban készült tellurikus felvétel

nak törvényszerűségeiből is ki tudja számítani az ellipszist, másrészt éppen a sok adat miatt a kisebb változásokat is hasznosítani tudja, mert a kiolvasási pontosságánál is kisebbek a követelmények. (Pl. az 0,1-re becsült tg-érték pontossága olyan, mintha a relatív ellipszis szerkesztésére használt változást (20"-es variációk és 20 mm/perc előtolás esetén) kb. 0,02 mm pontossággal olvasnánk ki.) Így lehetővé vált az, hogy a K₆ pontnál is ellipszist kapjunk, ahol a keleti komponens rendkívül kis változása csupán a tangenskiolvasóval

határozható meg. Ezzel az ellipszissel, tájékoztató jelleggel ugyan, mélységértéket is számíthattunk. Ennek itt azonban csak szerkezetjelző jelentősége van (vető). Ha a II. szelvény 3 pontjában készült felvételeket egymás mellé fektetjük a megfelelő bázisfelvételekkel együtt (2., 5., 6. ábra), a keleti komponens elhalása, illetve felélédeése jól szemlélteti a tektonika erős irányító hatását és egyben az állomásellipszis jelentős változását.

Megemlítendő, hogy gyakorlati szempontból elfogadhatóan megbízható relatív ellipszis szerkesztéséhez (az állomásellipszis módszerével) kb. 50 tangenskiolvasás szükséges. Nyolcórás munkanapot véve egy dolgozó napi teljesítménye maximálisan 5, az abszolút ellipszisek alapján számított relatív ellipszis.

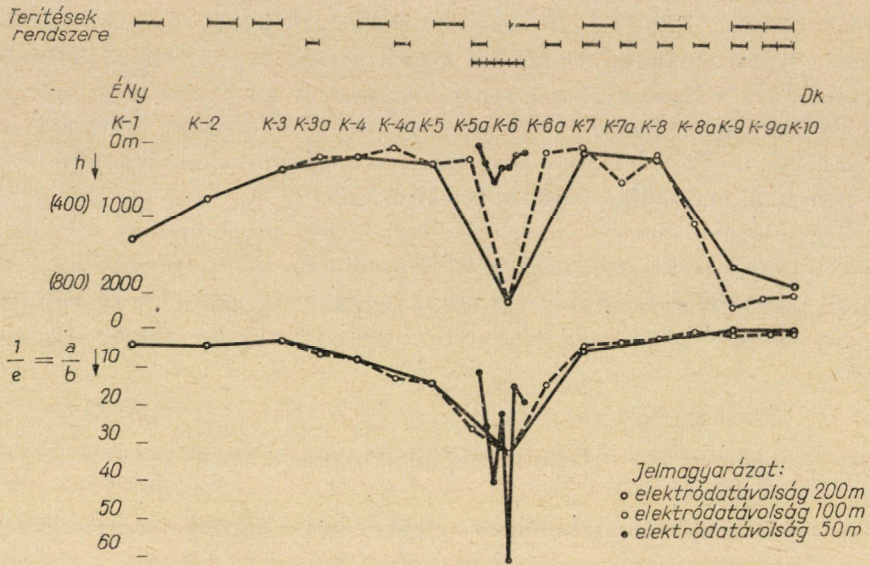
Tellurikus részletkutatás

A II. szelvény mentén különböző elektródátávolságokkal mértünk, amint azt a 7. ábrán a terítések rendszere mutatja. Míg 100 és 200 m-es terítésekkel az egész szelvény mentén dolgoztunk, addig az 50 m-es legkisebb elektródátávolságot csak a legexcentrikusabb ellipszisű pont (K_6) közelében alkalmaztuk a II. szelvényel párhuzamos és tőle kb. 250 m-re levő 300 m hosszú vonalon. Ezzel a szelvényeltolással a szelvényel párhuzamos irányú tektonikára nézve is felvilágosítást kívántunk kapni. Sopron környékén ugyanis hálózatos vetőrendszerrel van dolgunk. Ennek közvetlen létezésére utal az is, hogy a K_6 pont az alapkőzet két kibúvása: a Harkai-domb és a Kőhegy között van.

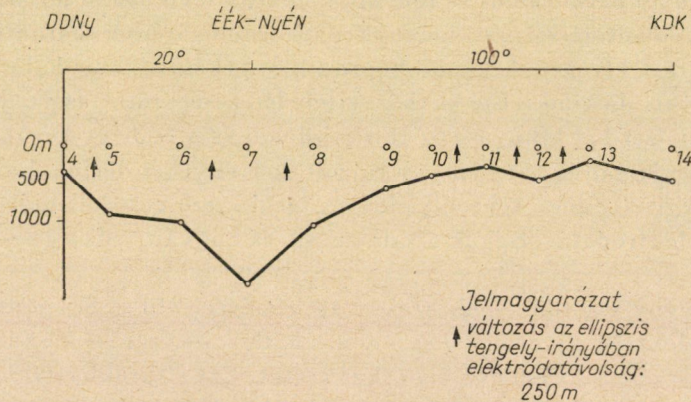
Ha megvizsgáljuk az egymásra rajzolt szelvényeket, látjuk, hol és milyen mértékben segítette elő a tektonika helyes megismerését az állomások sűrítése és a kisebb elektródátávolságok alkalmazása, és hol vált szükségessé a részletkutatás.

A szelvény legérdekesebb szakaszát kétségtelenül a K_6 pont jelöli ki. A 200 m-es elektródátávolsággal és 500 m-es állomásközökkel készült szelvény közel 1000 m széles és 1500 m mély árkot mutat. Ezt a sűrűbb, 100 m-es terítések már 500 m-re szűkítik. Az 50 m-es* elektródátávolsággal pedig — párhuzamos szelvényben ugyan — mindössze 250 m széles vetőzóna jelentkezik. A mélypont eltolódását a két szelvény párhuzamos eltolása magyarázza és ez az eltolódás egyben a vető dőlés-irányát is megjelöli. A hosszabb terítésekkel K_6 -ban kapott mélységérték geológiai ismereteink szerint hihetetlenül nagy. Az alaphegység ebben a pontban ilyen mélyre aligha zökkent le, azonban a vető szűk törmelékes zónája az alapkőzetben nagyon mélyre lehúzódhatik. Ez megmagyarázná az áramok irányítottságát is, amire az előző fejezetben rámutattunk.

* Ez a mérés a regionális tellurika és a Porstendorfer-féle mikromérések között foglal módszertanilag helyet.



7. ábra. Tellurikus szelvény Sopron és Kópháza között



8. ábra. Tellurikus szelvény a Sopronkőhidai-medencén keresztül

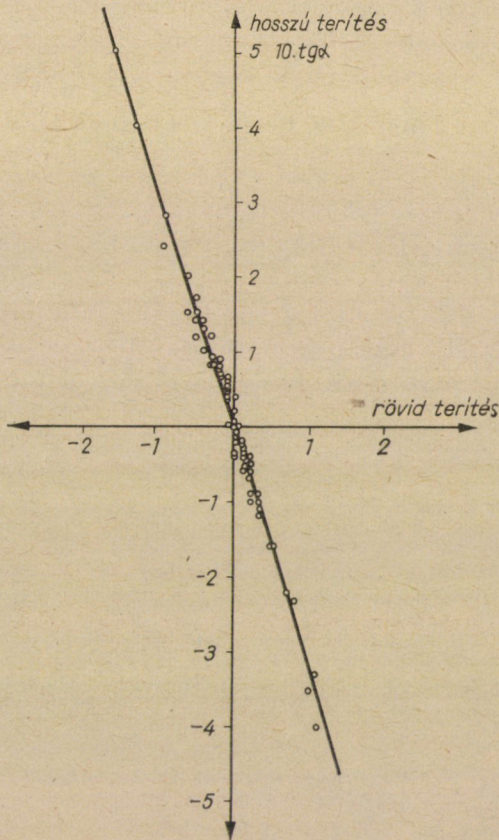
A II. és a vele párhuzamos szelvény mélypontjának mélységkülönbsége két egymással párhuzamos vetőrendszerre utal, amelyek felszínre hozták a fentemlített két kibuvást.

Az anizotrópiaellipszis excentricitásának jelentős változásai az 50 m-es elektródatávolsággal bemért szelvényben a ható felszínközelségével (az alaphegység kis mélységével) magyarázhatók.

Az I. szelvény 7. pontjában (8. ábra) kapott irreálisan nagy mélység valószínűleg szintén vetőzónára vezethető vissza.

A felvázolt példa szemléltetni kívánja, hogy a geofizikai kutatás általánosan alkalmazott pontsűrítési elve: a részletkutatás, a regionális jellegűnek tartott tellurikában is, különösen kisebb mélységeknél értékes felvilágosításokat adhat.

A részletkutatás kétségtelenül érzékenyebb műszereket igényel, mint az ismerkedő (reconnaissance) mérés. Bár a tellurikában vannak olyan rend-



9. ábra. Összefüggés a rövid és hosszú terítések felvételeiből történt tg-kiolvasások között.
 Átlagos amplitudó: rövid terítés: 1,85 mV/km/sec
 hosszú terítés 1,76 mV/km/sec
 korrelációs tényező: 0,95

kívüli alkalmak, amikor az áram intenzitása az átlagérték többszörösére nő, ezzel mégsem számolhatunk. Az átlagos térerősségre tervezett műszerekkel részletkutatásnál 50 m-es és még kisebb terítéseknél legfeljebb pár mm-es amplitudókat kaphatunk. Ezek feldolgozásánál is az abszolút ellipszis módszer lehet segítségünkre tangenskiolvasásaival. Ennek bizonyítékául mutatjuk be 9. ábránkon, a két különböző terítéssel kapott tangensértékek közötti összefüggést. Az összefüggés lineáris és az átlagos tangensértékek közötti különbség

2,5%. A rövid terítés kb. harmadrésze a hosszúnak, és a feszültségamplitudó átlagos nagysága 1,5 mm.

Az *I. számú tellurikus szelvény* földtani értelmezésénél fel kell hívni a figyelmet arra, hogy módszerrel általában a felső nagy ellenállású képződmény domborzatát vizsgáljuk meg, amely nem feltétlenül az alaphegység. Ez az eset azokban a mérési pontokban, ahol a lajtmáéskő felváltja a badeni agyagot (lásd 9, 10, 11 pontokat) a Sopronkőhidai-medencében.

A *II. számú tellurikus szelvény* kvalitatív jellege valószínűleg a bázis helytelen megválasztásán múlik. Ha a közismert mélységszámítási képletben előforduló $\frac{\rho_M}{\rho_B} \neq 1$, azaz a mérési területen és a bázison az üledék átlagos fajlagos ellenállása nem egyezik meg, a mélységértékek egy szorzófaktorral torzulnak. Helyi bázis alkalmazása jobb eredményeket adott volna, ha erre lehetőség kínálkozott volna. A zárójeles lépték ezt a torzítást próbálja figyelembe venni a szeizmikus adatokból következőtve.

A méréseket a MTA Geofizikai Kutató Laboratóriumában szerkesztett geofizikai fotoregisztráló műszer prototípusával végeztük, amelynek alapérzékenysége 0,01 mV/mm, tehát ilyen jellegű vizsgálatokra kiválóan alkalmas [4].

IRODALOM

1. VENDEL MIKLÓS: Erősen töredezett terület tellurikus kutatásának földtani értelmezése Magy. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl. 28 (1961).
2. G. PORSTENDORFER: Direkte Aufzeichnungen tellurischer Vektordiagramme und ihre Anwendungen in Bergbaugebieten. (Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 68., Heft 5, 1959.)
3. VERŐ JÓZSEF: Die Bestimmung der tellurischen Stationellipsen (Gerlands Beiträge zur Geophysik Bd. 69. Heft 5 1960).
4. ÁDÁM ANTAL: Development of geoelectrical instruments in Hungary (megjelent Pekingben 1960-ban kínai nyelven is).

ÖSSZEFOGLALÁS

A tellurikus kutatás két határesetével foglalkoznak a szerzők, mégpedig

a) tektonikailag erősen zavart területen vizsgálják a módszer használhatóságát és utalnak az alkalmazható kiértékelési eljárásra és annak jelentős előnyeire.

b) felszínközeli szerkezetek példájában rámutatnak a kis elektródátávolsággal végzett részletmérések jelentőségére.

Mindkét példát Sopron környékén végzett mérési eredményekkel szemléltetik.

MEGEMLEKEZÉS CZAKÓ ADOLFRÓL, SZÜLETÉSÉNEK 100-IK ÉVFORDULÓJÁN

CSONKA PÁL

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

Czakó Adolf 100 évvel ezelőtt, 1860. február 24-én született Pesten. Egyetemi tanulmányait részben Zürichben, részben Budapesten végezte. Ott a híres CULMANN Károlynak, itt pedig a neves KHERNDL Antalnak volt a tanítványa. Több évi szerkesztő-mérnöki gyakorlat után 1895-ben műegyetemi tanárrá nevezték ki, s az újonnan szervezett Alkalmazott Szilárdságtani Tanszék vezetésével bízták meg. A műegyetemi oktatás terén szerzett érdemei elismeréseként 1938-ban a műszaki tudományok tiszteletbeli doktorává avatták. Halála 1942. január 28-án, 82 éves korában következett be.

Tanári működésének legfontosabb ténykedése az építészhallgatóság önálló szilárdságtani oktatásának megszervezése és kifejlesztése volt.

Mint tanár, mesterien értette módját annak, miként lehet a bonyolult kérdéseket is világos, közérthető módon tárgyalni. Előadása színes és kifejező, okfejtése világos és meggyőző volt. Tudásának ellenvetést nem tűrő biztonsága magával ragadta hallgatóit, kik az előadásokban vele együtt vettek részt a fel-tett kérdések megoldásának minden izalmában. Előadásaiban nem elégedett meg sablonos megoldások ismertetésével, hanem arra törekedett, hogy hallgató-sága a mindennapostól eltérő, bonyolultabb sztatika-szilárdságtani kérdé-sekben is járatos legyen. Célja az volt, „hogy a tervező építész, mint az egész műnek alkotója, ha a részletes számításokat nem is maga végzi, a kellő érte-lemmel és ítélőképességgel vehessen részt a szóba jöhető sztatikai megoldások mérlegelésében, és ne legyen kénytelen pusztán passzív szemlélője lenni a mások által koncipiált szerkezeti megoldásnak.”

Tanári tevékenysége során sohasem tévesztette szem elől a végecél-t: az életnevelést; ezért gondosan ügyelt arra, hogy az előkészítő tanítás minden vonalon alkalmazkodjék az egyes szakterületek valódi szükségletéhez. Szilárd meggyőződése volt, hogy „a jó mérnökképzésnek első sorban is a műegyetemi szakoktatásnak azon a gyakorlatias irányán kell alapulnia, mely az élet valódi szükségleteihez szabja a tanítás anyagát, s ezen az anyagon át vezet rá a leendő mérnököket az önálló, az okozati összefüggéseket helyesen felismerő gondol-kozássra.”

A tanítás hatásfokának emelésére tanszéke mellé kutató laboratóriumot szervezett, melyben az elméleti ismeretek megalapozásához szükséges alap-

vető kísérleteket előadásaival párhuzamosan mutatta be. Az oktatásnak ez az annak idején újszerű módja lehetővé tette, hogy hallgatói a szerkezeti anyagok különféle tulajdonságairól, valamint a teherhordó szerkezetek terhelés alatti viselkedéséről már az egyetem padjaiban helyes képet alkossanak maguknak.

Minden közügyért fanatikusan lelkesedett, és mindegyikben önzetlen odaadással vett részt. Egy félszázadon át nem volt szakmájának és a magyar



mérnökségnek oly megmozdulása, melyben mint elnök, előadó, vagy munkatárs irányító szerepet vagy előkészítő munkát ne vállalt volna.

Mint ember, puritán gondolkodásáról és egyszerűségéről volt közismert. Csak az abszolút tökéletes munkát szerette, maga is csak ilyet alkotott. Rajongva szerette szakmáját és a tudományt, melynek hivatott apostola, de egyben fáradhatatlan munkása is volt. Tanári állását hivatásnak tekintette, mely mérhetetlen kötelességet ró annak viselőjére.

Halála óta már csaknem két évtized telt el, de nemes egyéniségének emléke ma is elevenen él tanítványai lelkében, kik születésének századik évfordulója alkalmából hálás kegyelettel emlékeznek vissza szeretett volt professzorukra.

CZAKÓ ADOLF IRODALMI MUNKÁSSÁGA

Az alábbi összeállítás nem tartalmazza a különféle folyóiratokban megjelent kisebb közleményeket és szemle-cikkeket.

1. Culmann Károly *Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 16 (1882), 149—153.
2. Az Arlberg vasút hídja. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 20 (1886), pp. 85—91.
3. A csúszólapp egy tulajdonságáról a támasztott földtest egy speciális határolása esetén. (Hollán pályadíjat nyert mű). *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* (1887), pp. 513—516.
4. Vashidak kicserélése boltozott hidakkal. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 21 (1887), p. 533.
5. Culmann irodalmi hagyatéka. *Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 22 (1888), 45.
6. Bosznia és Hercegovina építészügye az okkupáció kezdetétől 1887-ig. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 22 (1888), pp. 20—29, 81—89.
7. A budapesti Lánchíd horgonykamrája. *Természettudományi Közlöny* 26 (1893), pp. 122—130.
8. Der Wettbewerb für die Donaubrücken in Budapest. *Centralblatt der Bauverwaltung* (1894), pp. 295, 301, 305, 322, 325, 342, 357, 361, 377, 392, 436, 445.
9. Kétnyílású dunai híd terve 1838-ból és a londoni Tower-híd. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 29 (1895), pp. 59—60.
10. Vashidak mozgó saruinak méretszámítása. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 29 (1895), pp. 97—98.
11. A budapesti hidak. *A Budapest műszaki útmutatója* című gyűjteményben (1896).
12. Az I és U tartók méretszámítása ferdeirányú megterhelésre. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 30 (1896), pp. 27—28.
13. Az anyagvizsgálók nemzetközi kongresszusa Párizsban. *Polytechnikai Szemle*. 4 (1900), 223—24, 232—33.
14. Függőhidak és az Eskü-téri híd. *Természettudományi Közlöny* 35 (1903), pp. 593—618.
15. A „Tartók grafosztatikája”. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 38 (1904), pp. 313—319.
16. Vasbetétes betonszerkezetek. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönyének Heti Értesítője* 25 (1906), 199.
17. Vasszerkezetek. Tervgyűjtemény. I. füzet. Vasúti vashíd szerkezetek. Budapest 1907. Társzerző: Kherndl Antal.
18. A mérnök gyakorlati kiképzése a közszolgálatra pályája kezdetén (A Nagyváradai Osztály avatógyűlésén 1908. febr. 9-én tartott előadás). *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Heti Értesítője* 27 (1908), pp. 65—69.
19. Táblázatok vasszerkezetek méretezéséhez és súlyszámításához. Budapest, Franklin Nyomda, 1909.
20. Vasszerkezetek. Tervgyűjtemény. II. füzet, Közúti vashídszerkezetek. Budapest 1912. Társzerző: Kherndl Antal.
21. A M. kir. Ipari Kísérleti- és Anyagvizsgáló Intézet. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 46 (1912), pp. 797—803.
22. Téglafalazatok szilárdsága. Budapesti Építőmesterek stb. Ipartestületének Évkönyve 9 (1913), pp. 55—76. Ismertette a *Tonindustrie Zeitung* 1914. évfolyamában.
23. A magyar cementnormáliák átalakítása. *Anyagvizsgálók Közlönye* 11 (1914), pp. 33—50.
24. Fejezetek az Alkalmazott szilárdságtanból. Hajlított tartó és Intertianomatékok tana. (Jegyzet katonai szolgálatot teljesített építész-mérnök-hallgatók számára) (1918).
25. Vélemény az Építőszabályzati Követelményeknek az anyagokra és szerkezetekre vonatkozó, a lakásépítkezés előmozdítására alkalmas módosításáról. Az átmenetgazdasági miniszter megbízásából Budapest, 1918. Társzerző: Pecz Samu.
26. A Műgyetem megnyitása. Rektori székfoglaló beszéd. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 52 (1918), p. 346.
27. Az iparfejlesztést szolgáló kutató kísérletezés ügye Magyarországon. (Részlet a rektori székfoglaló beszédből.) *Anyagvizsgálók Közlönye* (1918), pp. 125—128.
28. Fejezetek az Alkalmazott Szilárdságtanból. Összetett szilárdsági esetek. (Jegyzet katonai szolgálatot teljesített építész-hallgatók számára) (1919).
29. Előadói javaslat építészügyekre vonatkozó többrendbeli szabályzat tárgyában és a műszaki közigazgatás kapcsolatos szervezeti kérdéseiről. (1921). Beterjesztve az Országos Középépítési Tanácshoz (37 oldal).

30. A Műegyetem megnyitása. Rektori beszámoló beszéd. *A Magyar Mérnök- és Építész-Egylet Közlönye* 54 (1920), p. 169.
31. Táblázatok vasszerkezetek méretezéséhez és súlyszámításához. 2. bővített kiadás. Budapest, Franklin-nyomda, 1921.
32. Táblázatok vasszerkezetek méretezéséhez és súlyszámításához 3. kiadás. Budapest, Franklin-nyomda, 1923.
33. Az anyagvizsgálók 1927 évi nemzetközi kongresszusa Amsterdamban. *Anyagvizsgálók Közlönye* 6 (1928), pp. 10—13.
34. Táblázatok vasszerkezetek méretezéséhez és súlyszámításához. 4. kiadás. Budapest, Franklin-nyomda, 1931.
35. Táblázatok vasszerkezetek méretezéséhez és súlyszámításához. 5. kiadás. Budapest, Franklin-nyomda, 1935.

MEGEMLEKEZÉS BLÁTHYRÓL*

MÁNDI ANDOR

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

1860. aug. 11-én született Tatán BLÁTHY OTTÓ TITUSZ, a magyar villamosmérnöki kar egyik legnagyobb büszkesége. Születésének centennáriuma alkalmából sok helyen jelenik meg életrajza, így az „Elektrotechnika” 1960. évi decemberi számában GOHÉR MIHÁLY tollából élettörténetének nagyon részletes és megbízható adatokon alapuló leírása jelent meg, mely szinte kútfőnek tekinthető. Ezért e helyen csak azokra az életrajzi adatokra térek ki, melyek BLÁTHY-nak mint mérnöknek, tudósnak és embernek megismerése szempontjából legfontosabbak.

A műegyetemet Bécsben végezte, utána a MÁV gépgyárában, majd a Ganz és Társa Vasöntöde és Gépgyár R. T. villamossági osztályán működött, melyet MECHWART ANDRÁS megbízásából ZIPERNOWSKY KÁROLY alapított 1878-ban, aki 1882-ben DÉRI MIKSÁT, 1883 közepén pedig BLÁTHY-t vette maga mellé munkatársakul.

Már ifjúkorában kialakult az a munkásságát mindvégig jellemző ritka képessége, mellyel a problémákat rendkívül gyorsan és világosan át tudta tekinteni és a legegyszerűbb megoldásokat megtalálni. Ezért nem annyira új fizikai jelenségek felfedezése, mint inkább a meglévő jelenségek kvantitatív megfogása, kiszámíthatóvá tétele és ennek alapján a leggazdaságosabb megoldás fellelése volt főerőssége.

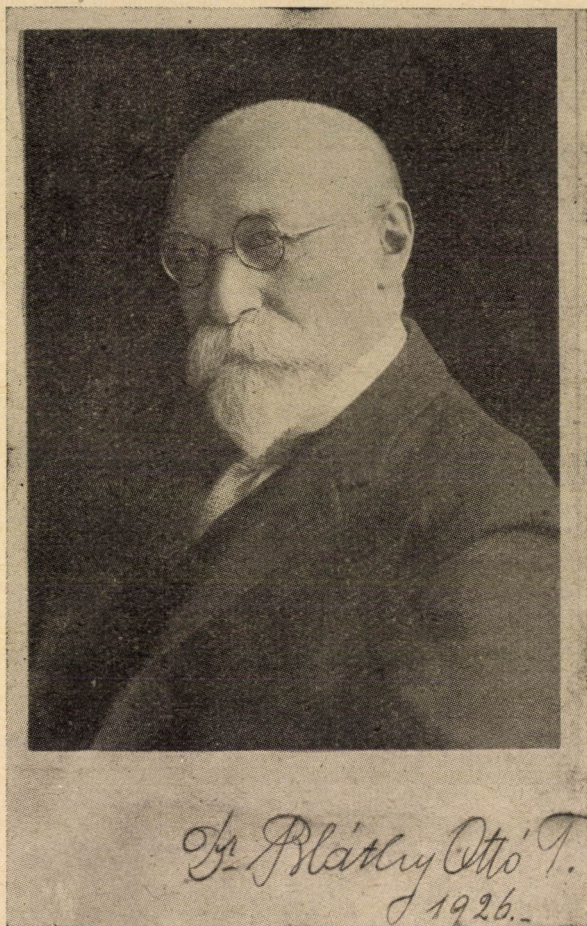
Első ténykedése ezen a téren a mágneses körök számításának, MAXWELL egyenleteinek gyakorlati formába való átültetése volt. Nem túlzás, ha azt mondjuk, hogy ő volt az első, aki a mágneses köröket mágnesezési görbék segítségével ki tudta számítani és ily módon villamos gépeket helyesen méretezni. Ezen az alapon alakította át már 1883-ban az egyenáramú gépek mágneseit az addiginál lényegesen rövidebb és zömökebb formára, ami a kihasználást többszörösére emelte. Közismert az a történet, hogy mikor 1886-ban Amerikában járt az Edison-műveknél, ahol a gyártandó gépek gerjesztését tisztán empirikusan felállított táblázatok alapján állapították meg, ő a gerjesztést egy gép adott méretei alapján kiszámította. Az eltérés a mért értéktől mindössze 2% volt,

* Az MTA műszaki tudományok osztálya erősáramú villamos főbizottságának 1960. november 28-án tartott ülésén elhangzott előadás.

mire az amerikai mérnökök csak annyit jegyeztek meg: „A very close approximation” (nagyon jó megközelítés).

Ebből az időből való az a megállapítása, hogy a gépek melegedését nem az áramsűrűség, hanem a felületegységre eső hőmennyiség határozza meg.

Első szabadalma egy önműködő higanyos feszültségszabályozó (1884)



Fiatal éveinek a legfontosabb fejezete azonban a transzformátor felfedezése nemcsak jelentőségénél, hanem annál a sok vitánál fogva is, mely e téma elsőbbsége körül keletkezett. Ilyen korszakalkotó találmány rendszerint nem egyetlen ember teljesen önálló eredménye, a világ különböző pontjain többen foglalkoznak a problémával, és valamit meg is oldanak belőle, de még egy helyen is a munkatársak közt nehéz valakinek számára a többé-kevésbé közösen végzett munkában a kizárólagos elsőbbséget megállapítani. Most már,

szinte történelmi távlatból nézve, azt hiszem, elég egyértelműen le lehet szögezni a következőket:

Az 1884. turini kiállításon BLÁTHY megismerkedett GUALARD és GIBBS egy évvel azelőtt szabadalmazott elosztó rendszerével, melyben sok 1 : 1 áttételű nyitott vasmagú indukciós tekercspár primérje sorba volt kapcsolva, szekundárijéhez pedig egy-egy lámpacsoport csatlakozott. A soros elrendezéssel együttjáró terhelési kötöttség, továbbá a nyitott vasmag mágnesezési és szórási viszonyainak kedvezőtlen volta erősen ingadozó feszültséget eredményezett a fogyasztóknál, a rendszer nagyon tökéletlen volt.

BLÁTHY megfigyeléseit közölte ZIPERNOWSKYVAL és később DÉRIVEL, akik 1885. jan. 2-án bejelentették szabadalmukat a párhuzamos kapcsolású, 1 : 1-től eltérő áttételű induktorok alkalmazásán alapuló áramelosztó rendszerre. BLÁTHY akkor már kialakult mágneses számítási tudása alapján rájött a zárt vasmag előnyeire, úgyhogy a két hónappal később beadott újabb szabadalom, mely a zárt vasmagú transzformátort mindkét most is használatos formájában, tehát a köpeny- és magtranszformátort is tartalmazza, s melyben először fordul elő a „transzformátor” elnevezés, már BLÁTHY nevét is magában foglalja. Hogy a triáson belül kinek mennyi az érdeme a transzformátor feltalálásában, arról ma már ennél többet nem igen lehet megállapítani. Hogy a párhuzamos rendszer és az 1 : 1-től eltérő áttétel feltalálásában BLÁTHYNAK mennyi része volt, nem tudjuk, de a zárt vasmag feltétlenül az ő agyának születte volt. Érdekesen írja meg VIDMAR professzor könyvében, hogy mikor ő 1912-ben BLÁTHYt megkérdezte, hogy hármuk közül ki a transzformátor tulajdonképpeni feltalálója, BLÁTHY hamiskás mosollyal azt felelte: „Természetesen FARADAY.”

Az új rendszert a Ganz-gyár az 1885-i budapesti kiállításon mutatta be, és ezzel az itt járt külföldi szakemberek teljes elismerését vívta ki. GALILEO FERRARIS, ki 1884-ben előadásában ismertette GAULARD és GIBBS rendszerét és annak hiányosságaira is rámutatott, egy évvel később tartott előadásában a Ganz-rendszert ismertette, kijelentette, hogy ez a rendszer az áramelosztás problémáját megoldotta, és ezt mint a Ganz-gyári triász érdemét ismerte el.

Az új rendszeren alapuló első nagyobb megrendelését a gyár a római Cerchi erőműre kapta. E mű érdekessége volt az is, hogy itt jártak először a világon váltakozó áramú generátorok — 2 db 150 és 4 db 600 lóerős egység — párhuzamosan, mégpedig BLÁTHY kísérletei alapján.

Az elért sikerek folyományaképpen több német, francia és spanyol cég megszerezte az új rendszer kivitelezés-jogát. Többen kijátszani is igyekeztek a szabadalmat, de az ezekből eredő pereket a gyár megnyerte, s a Ganz-triász elsőbbsége tisztázódott, amint azt többek közt ÁRNOLD is könyvének 1910-ben megjelent kiadásában határozottan kijelentette.

Az első római erőmű után sok olasz és más külföldi város adott a Ganz-gyárnak megbízást új telepek létesítésére. 1889-ben már az ezredik, 1899-ben

a tízezredik transzformátort gyártották. A Ganz-gyár szállította a Rómától 26 km-nyire fekvő Tivoli vízerőmű berendezését, mely 6 db 350 LE-s turbinájával a Cerchi erőmű gőzgépes generátoraival parallel járt s mint ilyen, akkor a legnagyobb volt a maga nemében. A vízturbinák önműködő fordulatszabályozását ugyancsak BLÁTHY oldotta meg.

A múlt század utolsó tizedében indult meg a nagy vetélkedés az egyen- és váltakozóáramú rendszer hívei között. A Ganz-gyár, mely az utóbbiakhoz tartozott, ekkor hozta piacra szinkron és kommutátoros motorait ugyancsak BLÁTHY számításai alapján. A versenyben győztesen a harmadik: a háromfázisú rendszer diadalmaskodott. Hogy a harc milyen éles volt, arra jellemző BLÁTHY egyik kijelentése, melyet akkor tett, mikor az első tíz lóerős egyfázisú kommutátoros motora, melyet a háromfázisú motorok megfelelő versenytársának szánt, a próbaterembe került: „Morgen werde ich dieser Drehstromschwindelen ein Ende machen!” Ma már tudjuk, hogy ez alkalommal erősen tévedett.

De hát ki mentes a tévedésektől és balfogásoktól? BLÁTHY életműve elbírja a legobjektívabb kritikát is. Ezért mindjárt megemlétek egy abba az időbe eső rosszul sikerült vállalkozást. Egy olasz textilgyárat villamosítottak egyfázissal. A motorok rossz teljesítménytényezője miatt a generátorok gerjesztése nem volt elegendő. A végén az egész berendezést kicserélték háromfázisúra. BLÁTHY erre egy későbbi beszélgetésnél ezt a megjegyzést tette: „Ha mi akkor tudtuk volna, hogy mi az a $\cos \varphi$, nem következett volna be ez a fiaskó.” A háromfázisú motorok gyártását a Ganz-gyárban KANDÓ vezette be, ki 1893-ban lépett be oda munkatársul.

BLÁTHY hamarosan kifejlesztette a háromfázisú generátorokat és transzformátorokat. Az első háromfázisú transzformátor 100 kVA-re 1895-ben készült. 1905-ben már 2000 kVA-es vízhűtéses olajtranszformátort is gyártottak és 1928-ban elérték a 45 000 kVA-t.

Vízturbinás generátorok terén legérdekesebb a század elején a Tivoli-i új erőmű részére készült 7 db 3000 kVA 24 pólusú 45 periódusú 10 000 V-os egység, a 4 db manojlovaci és 4 db subiacoi 30 000 V-os generátor, melyek 1905-től a második világháborúig még üzemben voltak, bizonyosságául annak, hogy BLÁTHY szigetelési módszere milyen magas fejlettségi fokon állt.

Az almissai 1911-ben épült 16 000 kVA-es és 1928-ban épült 26 000 kVA-es hidrogenerátorok akkoriban csúcsteljesítménynek számítottak.

Az első gőzturbinák 1500 fordulatra készültek. Ezekhez BLÁTHY 1903-ban készítette első négypólusú turbogenerátorát. 1908-ban találta fel a hüvelyes pólus szerkezetet, melyben a póluscsavarok nem keresztmetszetükkel, hanem hosszmetsetükkel vehetők igénybe, s így sokkalta nagyobb röperő legyőzésére alkalmasak. Ilyenek a kelenföldi erőmű 1926-ban készült 44 000 kVA-es négy-pólusú generátorai is.

A kétpólusú turbogenerátorok forgórészét BLÁTHY az általánosan használt radiális horonyrendszertől eltérően párhuzamos hornyokkal látta el,

mert ezt tartotta a legegyszerűbb és legrobosztusabb s így legüzembiztosabb megoldásnak, amit az erőművek generátorainál mindig a legdöntőbb szempontnak tekintett. Mikor STODOLA, a nagy gőzturbina-szakértő, ezt a szerkezetet meglátta, így kiáltott fel: „Endlich Mechanik”, azt akarva ezzel kifejezni, hogy végre olyan szerkezet, mely a tökéletes mechanikai megoldást legalább olyan fontosnak tartja, mint a villamos szempontokat, amit a 3000 ford.-nál keletkező rendkívüli igénybevételek meg is követelnek.

Tényleg, bár 1935-ig a Ganz-gyár 1 500 000 kVA összteljesítményű turbogenerátort gyártott, sem addig, sem azóta egyetlenegy forgórészszel sem történt üzemi baleset. 1925-ben elkészült Cellina (Olaszország) részére az első 44 000 kVA teljesítményű generátor, ami akkor 3000 fordulatra csúcsteljesítményt jelentett. Ez sajnálatos módon a gyári próbák közben szétrepült, a forgórész hosszában végighasadt. Ennek az oka bebizonyíthatóan anyaghiba volt. Hogy BLÁTHY milyen biztos volt szerkezetének jóságában, mi sem bizonyítja jobban, mint hogy ezután a katasztrófa után a pótlásul készült új forgórészt minden más oldalról jövő „jó tanács” ellenére, hajszállra azonos méretekkel készítette el. Nemcsak ez a gép, hanem azóta még 8 azonos méretű forgórész készült, ebből 2 a kelenföldi erőműben, a többi külföldön most is üzemben van. Ezzel beigazolódtott, hogy a szerkezet tökéletes, az első forgórész anyaga volt rossz.

A 30-as évek nagy gazdasági válsága a nagy létesítmények fejlődésének nem kedvezett. Ehelyett BLÁTHY élete utolsó éveiben a turbo forgórészek folyadékkal való hűtésével foglalkozott, de csak szabadalmi bejelentés született, kivitelre nem került sor.

A nagy generátorok mellett BLÁTHY-t legjobban a másik véglet, a kis számlálók érdekelték. Dolgozószobájában mindig több számláló volt felszerelve, melyekkel állandóan kísérletezett. Már 1889-ben forgalomba hozta szabadalmazott indukciós wattóraszámlálóit, melyek egységsúlyát 20 kg-ról 1934-ig 1,3 kg-ra csökkentette. Ő vezette be a számlálók hitelesítésére a sztroboszkópos eljárást.

Nem hagyhatók említés nélkül még a következő műszaki eredményei:

Még a 80-as években elkészítette az első hornyos armatúrájú egyenáramú gépet. Számítással követte és szétválasztotta a hiszterézis- és Foucault-áram veszteségeket. Felismerte a transzformátorlemezek öregedését, alumíniummal való ötvözéssel ezt megjavította és a vasvesztiséget 40%-kal csökkentette. (A szilíciumos lemezek a századforduló idején lettek ismertek.) 1900-ban a párizsi vilákiállításán Grand Prix-t nyert egy tört hornyos tekercselésű (40 pólus, 288 hornyú) generátorral. Ilyesmi akkor még ismeretlen volt.

Utolsó nagy műve a villamos mozdonyok fázisváltója volt. KANDÓ halála után a Budapest—Hegyeshalom-i vonal akkor még csak papíron létező fázisváltóját teljesen átdolgozta, és páratlan méretezési készségével a gép kihasználását lényegesen fokozta, amellettt üzembiztoságát annyira tökéletesítette,

hogy ez a rendkívül bonyolult gép az akkori és későbbi fázisváltós mozdonyoknak legmegbízhatóbb része lett, mellyel üzemzavar úgyszólván sohasem fordult elő. Egy újabb, nagyobb fázisváltó kérdése még halálos ágyán is foglalkoztatta.

Ez BLÁTHYnak mint mérnöknek *élettörténete*.

Ez a kép azonban nagyon hiányos Bláthynak mint mérnöknek a *jellemzése* nélkül. Mint BLÁTHY utolsó évtizedében közvetlen munkatársa, bátor vagyok ezt saját személyes benyomásaim és tapasztalataim alapján felleveníteni.

Szerintem BLÁTHY szellemi képességei legkimagaslóbbika, mint már említettem, a rendkívüli tisztánlátás, gyors áttekintés, a problémák velejének felismerése és a végsőkig való egyszerűsítése volt. (Hiszen a tekervényes utakat általában az választja, aki az egyenes utat nem találja meg.) Gyakran volt alkalmunk csodálni, hogy olyan kérdésre, melyen többen napokig törték fejüket, úgyszólván első hallásra megtalálta a helyes és egyszerű megoldást.

Csak mint ennek jellemző példáját mondom el azt az esetet, mikor a gyárban felvetődött az a feladat, hogy mi a köbtartalma annak a testnek, mely két azonos átmérőjű és egymást derékszög alatt átdőfő henger esetében a két hengerrel közös. Többen nekiláttunk és több-kevesebb differenciál és integrálszámítás segítségével egyenként meg is oldottuk másnapra. Mikor BLÁTHYnak feladták a feladatot, alig 5 pernyi gondolkodás után rávágta az eredményt: ha a hengerátmérő $= D$, a kérdéses test köbtartalma $\frac{2}{3} D^3$. Hogyan jött rá ilyen gyorsan a helyes eredményre? Következő gondolatmenettel. Ha a két henger, mondjuk, egy fekvő keresztet képez, a kérdéses test oldal- és előnézete kör, felülnézete pedig és minden vízszintes metszete is a kör köré írt négyzet. Tehát a kérdéses test köbtartalma úgy viszonylik a gömbéhez, mint a négyzet területe a beleírt köréhez, tehát $4 : \pi$. A gömb köbtartalma $\frac{\pi}{6} D^3$, tehát ezé a testé $\frac{2}{3} D^3$. Ez igazán egyszerű Kolumbusz tojása, csak meg kellett látni.

Gyors áttekintése főleg két vonatkozásban emelte őt legtöbb kartársa fölé. Egyrészt nem szeretett mások által levezetett hosszú képletekkel bajlódni, nem is bízott azoknak minden esetben való érvényességében, hanem visszament, ahogy mondják, Ádámhoz és Évához, s a gondolatmenetet és számítást az adott esetre alkalmazva magának levezette. Így sok előítéletszerű tévedést elkerült. Ezt az eljárást megengedhette magának, mert minden oly gyorsan ment nála, hogy mások esetleg észre sem vették, hogy ő mindezt *fejben* elvégezte és már visszaérkezett Ádám—Évától. A másik erőssége, mely a most említett módszert is lehetővé tette, káprázatos fejszámoló készsége volt, hiszen enélkül a gyors áttekintés nem is lett volna képzelhető. Soha logarlécet vagy más segédeszközt nem használt, fejben gyorsabban és pontosabban számolt, mint más a logarléccel. Igyekeztünk rájönni, milyen „trükkökkel” dolgozik a

fejszámolásnál. Kérdésemre elmagyarázta, hogy minél több alapműveletet (szorzást, hatványt stb.) ismer valaki kívülről, annál könnyebben fog találni a feladathoz közelálló ismert alapműveletet, melyből azután százalékos átszámítással gyorsan megkapja az eredményt. Persze ehhez nagy gyakorlat és nagy számolási készség kell. Kérdeztem, hogy olyan műveleteknél is, ahol 8—10 számjegyről van szó, ezt a módszert alkalmazza-e. „Nem — felelte — ilyenkor már dolgozni kell.” Ez alatt azt értette, hogy végig kell számolni mégpedig fejben, vagy legfeljebb egy kis papírszeletre felírni: a végeredményt! Valószínűleg akkor is így működött az agya, mikor egy varietében egy számológépművész zavarba hozott azzal, hogy mindig előtte bementa az eredményt.

Vagy amikor — már utolsó éveiben — elmesélte, hogy előző este nem tudott aludni, s akkor az éjjeli szekrényén talált cédulára felírta a számok hatványait, úgy mint $2^2 = 4$, $3^3 = 27$, $4^4 = 256$, $5^5 = 3125$ stb. egészen 12^{12} -ig! Másnap pedig, szinte gyerekes örömmel újságolta, hogy már 13^{13} is meg van! A cédulát odaadta egy munkatársának, hogy hallgassa ki. A vizsga hibátlanul sikerült.

Számításainak és konstrukcióinak bázisát néhány kis papírcédula képezte, melyeket tárcájában hordott, s melyekre mágnesező görbe (táblázatosan!) és néhány más alapvető számadat volt feljegyezve. Ez volt az ő „Hüte”-je.

Azonban nemcsak a számolásban mutatkozott ez a gyors áttekintőkészség, hanem mint konstruktőr és méretező is az egyszerű, robusztus, de súlyra mégsem nehéz megoldásokat kereste és találta is meg, mindezeknek szinte természetes velejárója volt a szerkezet megbízhatósága, üzembiztossága.

Sokat olvasott, de ezzel sem töltött sok időt, hihetetlen gyorsan megtalálta a lényegét, a „körítés” már nem érdekelte. Páratlan emlékezőtehetségével mindezt el is raktározta, épp úgy, mint ahogy a több évtizeddel azelőtt készített nagyobb gépeinek úgyszólván minden fontosabb méretére emlékezett. Irodalmi műveltségét elősegítette szinte tökéletes német, francia, angol és olasz nyelvtudása. Ő maga irodalmilag csak egészen fiatal korában tevékenykedett, legérdekesebbek 1896-ban a járulékos veszteségekről (load loss) szóló alapvető közleményei voltak.

Bár nem tartozik a műszaki részhez, de ezzel feltétlenül rokon sakkozó tudománya. Már említett adottságai után nem csodálatos, hogy specialitása a soklépéses sakkfeladványok voltak. Pl. fehér indul és 125 lépésben mattot ad. Rekordja egy 300 lépéses végjáték volt. Már 1890-ben megjelent Leipzigben „Vielzügige Schachaufgaben” című könyve.

Se vége se hossza nem lenne, ha nemcsak mint mérnökről, hanem mint emberről is minden vonatkozásban meg akarnánk róla emlékezni. Rendkívül színes volt egyénisége és élete is. Legfőbb jellemvonása mint embernek is a nagyvonalúság volt. A pénzt könnyen kereste, könnyen el is költötte. A transzformátor szabadalommal a feltalálók egyenként 1 millió akkori forintot keres-

tek (ez talán 50 mostani milliónak felelne meg). Ez a horribilis vagyoni élete végéig teljesen elfogyott. Nemcsak azért, mert nagy részét hadikölcsönbe fektette, hanem gyönyörű budai villájának eladása után a Hungária szállóban tartott lakosztálya is sok pénzbe került, és mindig voltak költséges passziói: hol kutyatenyésztő volt, a legszebb fajkutyaí neki voltak, hol bicikligyűjtő (egy időben többszáz legkülönbözőbb típusú kerékpárja is volt), majd pedig az idők haladtával szenvedélyes autózó s mint ilyen az akkori magyar autókлуб alelnöke volt. Ezeken a járműveken rengeteget utazott, főképp Olaszországot ismerte úgy, mint a tenyerét. Az utazást azonban saját bevallása szerint legjobban biciklin élvezte, mert annak a sebessége nem akadályozta a táj szépségeinek maradéktalan élvezetében.

Az embereket mindig csak egyéni értékük szerint ítélte meg. A Ganzgyárban talán legszívesebben beszélgetett el egy nagy tapasztalatú, szókimondó művezetővel, s miatta esetleg a vezérigazgatót is megváratta. A Hungáriában évente adott nagy fogadóestjein pedig az Autókлуб révén megismert arisztokraták mellett esetleg egy fodrászegéd foglalt helyet, akit egy kültelki kávéházban mint jó sakkozót ismert meg.

Az anyagiakon felül erkölcsi sikerei is nagyok voltak. Mind a budapesti, mind a bécsi műegyetem tiszteletbeli doktorrá avatta, 1927-ben pedig a Magyar Tudományos Akadémia választotta tagjává. Több bel- és külföldi kitüntetésben részesült. Jellemző az akkori időkre, hogy az udvari tanácsosságot, mellyel a méltóságos cím járt, nem a transzformátorért vagy egyéb nagy műszaki alkotásáért adományozták neki, hanem egy kutyakiállítás nyerte meg mint elbtenyésztő, a jelenlevő Ferenc József elismerését.

Hogy az üzletfelek szemében milyen presztizse volt, arra jellemző, hogy egy olaszországi útja alkalmával szóbelileg nagy rendelést adtak át neki a Ganzgyár számára. Mikor a garancialevelet említette, azt mondták, hogy egyetlen kikötésük van: hogy BLÁTHY tervezze meg a megrendelt berendezést.

Fel kell jegyezni még egy érdekes mondását. Mikor 50 éves szolgálati jubileuma alkalmával működését méltatták, azt mondta, hogy túlbecsülik érdemeit. Mert amikor ő az elektrotechnikával foglalkozni kezdett, az olyan volt, mint egy őserdő. Csak egy jó fejsze kellett s amerre az ember sújtott, hatalmas szálfát dönthetett ki. Ma már napokat lehet menni anélkül, hogy egy fűszálat találna. Ez persze túlzottan szerény kijelentés volt, mert hiszen kevesen voltak akkoriban is, akik olyan „fejszével” rendelkeztek, mint ő.

A második világháború kitörését még megérte. Szent meggyőződése volt, mikor a támadók kezdeti sikereit hallotta, hogy a háborút és egyáltalán a világ politikai kérdéseit nem az államfők és a hadseregek, hanem a gazdasági adottságokon kívül a tudósok és a technika vívmányai fogják eldönteni.

Kitűnő fizikuma, fiatalos mozgása csak élete utolsó hónapjaiban kezdett lankadni, szellemi alkotóképessége pedig utolsó napjáig tökéletes volt. A szanatóriumban, hová vonulnia kellett, állandóan referáltatott magának, és 79 éves

fejében mindig újabb gondolatok születtek. Egyik napon, 1939. szeptember 25-én észrevettem, hogy a szokottnál fáradtabb. Ezt be is vallotta és kérte, hogy az eszmecsérét máskor folytassuk. Másnapra kiszenvedett.

A fővárosban utcát neveztek el róla. Az ugyancsak az ő nevét viselő technikum udvarán szobrot emeltek emlékére. A Magyar Elektrotechnikai Egyesület legutóbb alapított kitüntetésének a Bláthy-díj nevet adta. Ezek a kegyeletes tények azonban csak azt biztosítják, hogy neve ne menjen feledésbe. De ha azt akarjuk, hogy élete műve minél tovább éljen, nekünk, követőinek igyekeznünk kell az ő szellemében dolgozni. Lángelméjét nem örökölhettük tőle, de ha munkamódszerét: a tiszta logikus műszaki gondolkodást és a szerkezetek áttekinthető egyszerűségét és ennek következtében megbízhatóságát átvettük tőle és alapelvünké tettük, ezzel nemcsak az ő emlékét őriztük meg, hanem a magyar műszaki fejlődés helyes irányát biztosítottuk.*

* *Megjegyzés:* Bláthyról születésének 100. évfordulója alkalmából megemlékezett LISKA József professor a Magyar Tudományban, GOHÉR Mihály pedig az Elektrotechnikában és a Villamosságban.

Dr. VIDÉKY EMIL (1879—1960)

Dr. TERPLÁN ZÉNÓ

A magyar fogaskeréktudomány idős kort megért nagynevű tudósa 1960. november 12-én hunyta le örökre szemét. Egy a pedagógiában, a szerkesztő asztalon, a műszaki szakirodalom fejlesztésében, a gyárban egyaránt jártos kiváló gépészmérnök távozott az élők sorából, aki szakmaszereteten túl Budapest Gellérthegyének szerelmese volt, ott is lakott több mint félévszázadon át, s annak rendezéséért, parkosításáért, úthálózatának fejlesztéséért nagyon sokat fáradozott.

1879. február 18-án született Budapesten. A századfordulón szerzett gépészmérnöki oklevelet a budapesti műegyetemen. Mindig nagy szeretettel emlegette kiváló műegyetemi tanárait: ASBÓTH Emilt, BÁNKI Dónátot, CZAKÓ Adolfot, ILOSVAY Lajost, KHERNDL Antalt, KÖNIG Gyulát, RADOS Gusztávot, REJTŐ Sándort, RÉTHI Mórt, WARTHA Vincét és WITTMAN Ferencet. Egy éven át a budapesti Állami Gépgyár (MÁVAG) mozdonyosztályán volt tervező mérnök. E munkakörben a grafosztatika akkor új elveit alkalmazta sikerrel. Már 1901 őszén SCHIMANEK Emil professzor, akkor a „Gépelemek és emelőgépek” tanszékének vezetője, meghívta tanársegédnek. Ekkor kezdett az egyik legfontosabb gépelemmel, a fogaskerékkel behatóbban foglalkozni. 1902-től műegyetemi állásával párhuzamosan a Fővárosi Iparrajziskolában géprajzot tanított mintegy húsz éven át. A műegyetemen 1904-ben adjunktussá lépett elő, és a tanszék géplaboratóriumában a Bánki-gázmotorok kísérleteit és más kalorimetrikus méréseket irányította. Már mint fiatal mérnök műszaki tanácsadó a budapesti Tejgazdasági Gépgyárban (Bachman és Társa), és így tanulmányutat tehetett a svédországi „Fortuna” tejszeparátorgyárban, ahol egy nagysebességű tengely gyors szerkesztésmódját azonnal elfogadták és alkalmazták.

1907-ben SCHIMANEK professzor más tanszéket vett át, és a „Gépelemek és emelőgépek” tanszékének professzora CSERHÁTI Jenő lett. Erre az időre esett a villamos közuti vasutak elterjedésével a fogaskerekek nagyobb jelentőségűvé válása. Professzorától VIDÉKY azt a feladatot kapta, vizsgálja meg, hogy a miskolci és a pozsonyi villamosok nagyfordulatszámú fogaskerekei miért mennek oly rohamosan tönkre. Már az egyetemi hallgatók rajztermi gyakorlatai-

nak vezetése során rájött az evolvens-geometria akkor még ismeretlen olyan törvényszerűségeire, amelyek a századforduló után megjelent Pfauter-gépekkel generált fogaskerekek gyártásához nagyon fontosak lettek. Másrészt felhasználva az alámetszés elkerülésére kidolgozott módszerét, sikerült a villamosok hajtóműveiben a fogaskerekek élettartamát messzemenően növelni. A fogaskerekek tönkremenésének azonban az alámetszés (az ún. előállítási interferencia) csak az egyik oka volt. A megvizsgált fogak felszíni viszonyai a felületi feszültség vizsgálatát iniciálták. E kérdésben VIDÉKYnek — saját elbeszélése szerint — munkatársa, KÁRMÁN Tódor, akkor tanársegéd (ma világszerte



ismert, Amerikában élő tudós) adott tanácsot, amikor felhívta figyelmét a berlini R. STRIBECK professzornak arra a módszerére, hogy a golyócsapágyak felületi feszültségeinek vizsgálatához H. HERTZ egyenleteit használta fel. VIDÉKY áthidalta azokat a nehézségeket, amelyeket a Hertz-kísérletek absztrakciói jelentettek a kapcsolódó fogaskerekek szempontjából. Elméleti és kísérleti vizsgálatainak eredményét foglalta össze az osztrák mérnökegylet folyóiratának az 1908. évfolyam 36. sz.-ban. Ezen német nyelvű tanulmány első lapjának fényképmásolatát a 463. old.-on bemutatjuk. A világon kevesen tudják, hogy a mai megszokott, felületi feszültségre végrehajtott fogaskerék-méretezés első elindítója éppen ez a cikk volt, amelyet jóval később, 1926-ban a fogaskerékgyártásnak a világon egyik legnagyobb szaktekintélye, M. MAAG Vidékyhez írt levelében így foglalt össze németül: „Die Entwicklung der Zahnräderberechnung in der Praxis im grossen und ganzen sich nach Ihren Grundsätzen vollzogen hat.”

Hasonlóképpen kedvező volt a svájci H. RIKLivel a Z. f. VDI-ben folyt polemizálása. Viszont a bécsi A. SCHIEBEL professzorral történt levélváltásai nem vezettek eredményre.

Sonder-Abdruck aus Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins* Nr. 36 v. 1908.

Beiträge zur Berechnung der Zahnräder.

Von Dipl. Ing. Emil Vidéky, Adjunkt an der Technischen Hochschule zu Budapest.

Die Berechnung und Konstruktion des Zahnrades beruhte lange Zeit nur auf sogenannten Erfahrungskoeffizienten; erst in der letzten Zeit ist man näher in das Wesen der Sache eingedrungen, und es besteht noch das Bedürfnis, dieses Grundelement des Maschinenbaues zu vervollkommen und dessen Wirkungsgrad und Lebensdauer zu erhöhen. Man studierte die Eingriffs- und Abmätungsverhältnisse des Zahnrades eingehend, was auch zu hervorragenden Resultaten führte.

Lasche's Erörterungen, welche, von der Untersuchung der Zahnräder der A. K. G. ausgehend, die Verhältnisse des relativen Gleitens klassisch beleuchteten, gaben praktisch wertvolle Anweisungen. Gewisse, nicht unterschätzbare Gesichtspunkte blieben dennoch unerkannt oder wenigstens unerörtert, deren eingehendere Betrachtung mir im folgenden erlaubt sei.

Der Wirkungsgrad, die Lebensdauer, d. h. die Abmätzung der Zahnräder ist von der Reibungsarbeit abhängig, welche längs der Zahnflanken während der Eingriffe entsteht.

Die Reibungsarbeit besteht aus drei Faktoren:

Die Kraft, der Weg derselben und der Koeffizient der Reibung.

Betrachten wir jeden dieser Faktoren für sich; zunächst die Kraft. Es sei bemerkt, daß folgendes sich nur auf die Evolventenverzahnung bezieht. Die in der Eingriffslinie gemessene Komponente der zur Übertragung eines konstanten Momentes erforderlichen Umfangskraft ergibt den Zahntrieb oder die Resultante der Zahnkräfte. Die andere, in der Verbindungsgeraden der beiden Achsen gemessene Komponente liefert den Achsendruck. Beide sind sinngemäß von konstanter Größe. Der Zahntrieb entsteht in Teilen, sobald mehrere Zähne zugleich in Eingriff stehen. Die Resultante der Teile (bei Evolventen die Summe) ist konstant. Das Verhältnis dieser Verteilung auf die einzelnen Zähne während des Eingriffes ist mehr oder weniger veränderlich, jedenfalls aber abhängig von der Deformation, welche jeder der Zähne erleidet.

Es handelt sich um zwei Arten der Deformation:

1. Die Durchbiegung des in dem als stark betrachteten Radkranze eingemauerten Zahnkranzes, 2. Die Abplattung der Oberfläche, welche von den Krümmungsverhältnissen abhängt.

Die Größe der letzteren ist durch Hertz's Gleichungen zugänglich, welche jedoch durch gewisse Vernachlässigungen in eine unseren Zwecken entsprechende Form gebracht werden muß.

Zwei Zylinder berühren sich längs der Erzeugenden; die Deformation ist ein Streif, bezogen auf unendlich lange Zylinder:

$$a = 1,02 \sqrt{\frac{P^2 r_1 r_2}{E (r_1 + r_2)}} \quad (1)$$

worm P die Belastung pro cm, E den Elastizitätsmodul, r_1 und r_2 die Halbmesser der Zylinder bedeuten.

Die Annäherung der beiden Zylinder gibt Hertz nicht an, nach seiner Äußerung deshalb, weil er dieselbe von der sonstigen Form des Körpers beeinträchtigt findet.

Bei den Verhältnissen dieser Untersuchung, die Breite der Druckfigur annähernd als eine gemeinsame Sehne der beiden Zylindergrundkreise betrachtend (was jedenfalls nur für ∞ lange Zylinder zutrifft, das wir uns schon deshalb erlauben dürfen, da dieser Teil der Untersuchung von geringerer praktischer Wichtigkeit ist), kann die Annäherung geometrisch berechnet werden.

$$a = h_1 + h_2$$

h_1 und h_2 sind die zur Sehne a gehörenden Bogenhöhen.

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{a}{r}$$

$$h = r \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}} = \frac{1}{r} \sqrt{r^2 - a^2}$$

$$h = r \left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right)$$

$$h = \frac{a^2}{2r} \quad (2)$$

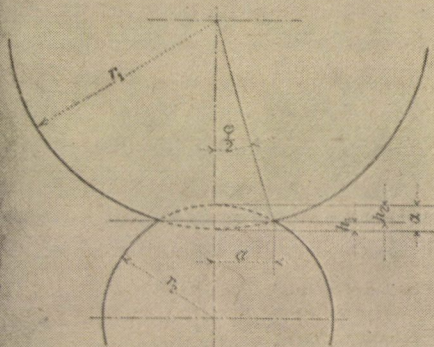


Abb. 1

$$a = \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ und mit } a \text{ (von 1):}$$

$$a = 1,15 \sqrt{\frac{P^2}{E}} \text{ mit } E = 2 \cdot 10^{10}$$

$$a = 3,75 \frac{1}{10^5} P \quad (3)$$

* Nach Schlichtmüller, auch oben (20) schon ist, d. h. wie weit wir Hertz's Gleichungen für gültig halten, den Eingriff in der Nähe des Berührungspunktes der Evolventen ausschließen.

20/20/1911

A tízes évek elején kapta a budapesti Műegyetem a műszaki doktoravatás jogát. VIDÉKY az elsők között szerzett egyetemi doktori címet „A fogaskerék monográfiája” című disszertációjával, kitűnő minősítésű szigorlattal. Ugyanabban az időben az 1912-ben elhunyt CSERHÁTI professzor helyett, az új professzor kinevezéséig, VIDÉKY kapott megbízást teljes hatáskörű helyettesítésre. Ekkor jelent meg „Fogaskerekék” című két kötetes szak- és tankönyve, amelynek első kötete tulajdonképpen doktori disszertációját, második kötete pedig a fogaskerekék gyártását tartalmazza.

1911-ben a csigamaróval történő megmunkálás geometriai sajátosságai-val foglalkozott, és önálló kutatási eredményeit a „Magyar Mérnök és Építészegylet Közlönye” c. folyóiratban közölte.

1913-ban egyetemi magántanár, később c. ny. rk. tanár lett, viszont a megüresedett „Gépelemek” tanszékére HERRMANN Miksa selmecbányai főiskolai tanárt nevezték ki, VIDÉKYT pedig budapesti pályázata alapján a selmecbányai Bányászati és Erdészeti Főiskolára hívták meg tanárrá. Mivel ugyanakkor Budapesten a Fővárosi Iparrajziskolához is meghívták igazgatóhelyettesnek, családi körülményeit és képzőművészeti hajlamát is figyelembe véve, Budapesten maradt.

Műegyetemi pályafutása ezzel még nem szakadt meg, mert a beteg HERRMANN professzort még két évig ő helyettesítette.

E hosszú adjunktusi, majd helyettes tanszékvezetői ténykedés alatt sok kiváló tanítványa volt, akikről mindig a legnagyobb szeretettel nyilatkozott, és akiket pályájukon támogatott. Ezek közé tartozott a már említett KÁRMÁN Tódor, tovább TETTAMANTI Jenő (selmecbányai, majd soproni professzor), PATTANTYÚS Á. Géza (először utóda az adjunktusi állásban, majd professzor a budapesti „Vízgépek és emelőgépek” tanszékén), VEREBÉLY László (később ugyancsak kiváló professzor a budapesti „Villamosművek” tanszékén) és VÁMOSSY Károly (aki a Ganz Vagon és Gépgyár igazgatója lett).

Az első világháborúban katona volt. 1919-ben került haza angol fogságból. Ekkor kezdte összeállítani a „Gépipari ábrázoló mértan” című könyvet, amelyet főleg a munkásoktatás fejlesztése érdekében állított össze.

1922-től haláláig a svéd SKF gördülőcsapágygyár műszaki tanácsadója. Egyetemi magántanári előadásait kiterjeszti a golyócsapágyakra is. 1924-ben az „Internationaler Strassenbahn und Kleinbahn Verein” kongresszusán oly sikeres előadást tartott a gördülőcsapágyak időszerű kérdéseiről, hogy nagy svéd kitüntetésben részesült.

A huszas években egyébként a fogaskerekék és a gördülőcsapágyak tanulmányozásával párhuzamosan a szerkezeti anyag homogenitási fokának fogalmával, számértékével, valamint fotocellás mérési lehetőségével foglalkozott, amelyet németül (1924) közölt. 1926-tól meghívott előadó a Közgazdasági Egyetemen, ahol néhány éven át „Műszaki enciklopédia” címen tartott

előadásokat. 1926-ban jelent meg a VDI Maschinenbau-ban a Bach-féle fogaskerék-méretezésről írt kritikája.

1928-tól a svájci Maag Zahnräder A. G. műszaki, s ezzel párhuzamosan 1927—1951 között a magyar Ganz Vagon és Gépgyár műszaki tanácsadója. 1928-ban a VDI meghívására Frankfurt a. M.-ben tartott előadást a fogaskerekek időszerű kérdéseiről. 1930-ban sikertelenül pályázta a budapesti Műegyetem III. Gép szerkezet-tani tanszékének professzori állását.

Ganz-gyári szakértői munkássága nagyon gyümölcsöző volt. Ekkor dolgozta ki ugyanis a gyár új motorkocsijainak hajtóműveihez saját fogazási rendszerét, továbbá a hajtóművek hatásfokának új mérési eljárását.

Fogazási rendszere (amelyet a magyar szakirodalom ma már általában Hungaria-fogazásnak nevez) mai értelemben állandó fejhézagú, általános fogazás. Ennek kidolgozásához szüksége volt olyan — ma már közismert — evolvens-trigonometriai összefüggésekre, melyek akkor még sehol sem jelentek meg a szakcikkekben vagy a szakkönyvekben. Lényegében az alámetszési határfogszámnál kisebb fogszámú kerekre az alámetszési teljes helyesbítés (total-korrektció) felét használta, ha a tengelytáv nem előírt; adott tengelytávhoz azonban megengedte a kapcsolószámmal korlátozott nagyobb kapcsolószögeket és ilyenkor a profileltolások összegét a fogszámokkal fordított arányban osztotta fel; ha viszont mindkét kerék nagyobb az alámetszési határfogszámnál, akkor elemi, azaz Willis-féle fogazást javasolt.

Új hatásfokmérésének lényege a ma már főleg kutatásokhoz általánosan használt, ún. visszahajtásos elv volt torziós befejezéssel.

A Hungaria-fogazás számítását a magyar Ganz-gyár használta, és a hajtóművek fogaskerekeinek jó üzemi tulajdonságai, hosszabb élettartamuk nyújtották az elmélet gyakorlati bizonyítását. A siker tehát hazai szempontból, a gyáron belül teljes volt. Nemzetközi szempontból már nem volt ilyen kedvező a helyzet. Amikor nem sokkal halála előtt VIDÉKYT megkérdezték, miért nem publikálta számítási eljárását az 1933-ban angol nyelven írt (The rationalisation of gear cutting) saját kiadású dolgozata előtt, elmondta, hogy fogazás-számítási rendszerét két külföldi gyárnak is felajánlotta, azok elismerték rendszerének előnyeit, használhatóságát, de anyagi érdekeik miatt nem kívánták átvenni, ellenben nagyobb összeget kínáltak fel a szerzőnek, ha fogazási számítási rendszerét nem publikálja. VIDÉKY ezeket az ajánlatokat nem fogadta el, hanem saját maga adta ki fogazásrendszeréről készített dolgozatát 1933-ban.

Másik csalódás is érte VIDÉKYT, mégpedig E. BUCKINGHAM könyvének 1937-ben történt megjelenése után. Mivel ugyanis VIDÉKY nem talált hivatkozást sem német, sem angol nyelvű saját dolgozataira, a könyv olvasója akaratlanul BUCKINGHAMnak tulajdonította bizonyos kérdésekben a prioritást, sőt a német nyelvű kiadásban egyenesen az olvasható, hogy BUCKINGHAM 1920-ban először alkalmazta a Hertz-féle egyenleteket fogaskerekek mérete-

zésére. Erre VIDÉKY levélben küldte el fontosabb cikkeit, de választ nem kapott.

1935-ben a Fővárosi Iparrajziskolától nyugalmába vonult, és idős korában csak szakértősködéssel foglalkozott és szakcikket írt.

A második világháború után, a Magyar Tudományos Akadémia 1952-ben tudományos munkájának elismeréseként a műszaki tudományok doktora tudományos fokozattal illette. Ebben az időben továbbfolytatta a fogaskerekek elméletének tanulmányozását. Az 1950. évi akadémiai nagygyűlés gépészeti szekciójában Budapesten a magyar fogaskerékszakemberek előtt „A súrlódás analízise fogaskerék szempontjából” c. előadást tartott. E sorok írója meghatódottan emlékezik vissza arra a szeretetteljes és tisztelettel teli tapsviharra, amellyel a magyar és a nemzetközi fogaskerék-szakemberek doyenjét szinte nem akarták elengedni az előadói emelvényről. Ez az akadémiai ülészak egyébként VIDÉKY hazai követőinek, tanítványainak magasszívonulú előadásait, hozzászólásait is tartalmazta. VÖRÖS Imre professzor bevezető előadásához rajta kívül BOTKA Imre, HAAG Dezső, JUREK Aurél, JUREK Jenő, VARGA József és az azóta sajnálatos módon ugyancsak elhunyt SZENICZEI Lajos szóltak hozzá. Ezen az ülésen mutatta be VARGA professzor az azóta híressé vált Ganz—Botka-féle hármas kiegyenlítésű fogazást, BOTKA pedig azt az ún. felső interferencia jelenséget, amelyet azóta külföldi fogaskerékszakemberek könyveikben, cikkeikben gyakran idéznek.

VIDÉKY az utolsó tíz évben a fogaskerekek fordulatszámának rohamos növekedése miatt, a teljes folyadéksúrlódású kenés megvalósításának feltételeivel foglalkozott, amit a Magyar Tudományos Akadémia idegen nyelvű Acta Technica c. kiadványában, a magyar nyelvű akadémiai műszaki osztályközleményeiben, a „GÉP” c. folyóiratban, és a német Maschinenbautechnik folyóiratban megjelent cikkei bizonyítanak.

Összefoglalva azt rögzíthetjük tudományos munkásságából, hogy sokoldalú és sokirányú tevékenységéből (amely kiterjedt tengelyek grafikus méretezésére, a szerkezeti anyag homogenitási fokának meghatározására és mérésére, a gördülőcsapágyak erőjátékának, illesztésének és túrésának vizsgálatára, a géprajz és az ábrázoló mértannak a maga idejében korszerű oktatási módjára), mégis legtöbbit a különböző fogaskerekek geometriai viszonyaival, számítás-módjával, méretezésével, gyártástechnológiai kérdéseivel, üzemi jellemzőivel, hatásfokának mérésével, a súrlódás csökkentésének feltételeivel és a fogalmak, jelölések rendszerbefoglalásával foglalkozott.

E gazdag, cikkekkal is igazolt munkából ki kell emelni az egyenes fogazású hengeres kerekek alámetszésének szabatos geometriai meghatározását, a határfogszám pontos kiszámítását, a fogaskerekek méretezését felületi igénybevételre, a rugalmas fogdeformáció egyenletének levezetését (1908), a generáló eljárások összehasonlító vizsgálatainál a csigamaró automatikus fejéltompító hatásának kimutatását (1913), az állandó fejhézagú általános fogazási rend-

szernek (Hungaria-fogazás) kidolgozását (a valóságban 1927-ben, nyomtatásban 1933-ban), a nagyteljesítményű fogaskerék-hajtóművek hatásfokmérésének megvalósítását a befeszített, visszahajtásos módszerrel (1911), továbbá a tiszta folyadéksúrlódásos fogaskerékkenés kialakulásainak feltételét célzó kutatásokat (1950). E felsorolt kiemelkedőbb munkák prioritása kétségtelen. A hazánkban megjelent fogaskerékkal foglalkozó szakkönyvek (HERRMANN Miksa „Gépelemek” (1924), SZENICZEI Lajos „Általános fogazás” (1941 és 1955), BOTKA Imre „Egységes magyar homlokkerék fogazási rendszer” (1953), VÖRÖS Imre „Fogaskerekek” (1956) c. könyve, e sorok írójának „Fogaskerekek” (1957) című LÉVAI Imrével közösen írt egyetemi jegyzete, végül VAJDA Pál „Nagy magyar feltalálók” c. könyvének 369—370. oldala méltó helyet biztosít VIDÉKY Emil úttörő munkásságának. De külföldön is található hivatkozások alapvető munkáira, ha nem is a megérdemelt mennyiségben. E hivatkozások közül kiemelkedik F. KALAS „Elastische Formänderung und Lastverteilung beim Doppeleingriff gerader Stirnradzähne” című, a VDI-Forschungsheft 406 (1941)-ben megjelent cikke, amelynek 10. és 12. oldalán elismeri, hogy dr. VIDÉKY volt az első (1908-ban), aki a Hertz-féle egyenleteket a fogfelületen keletkező nyomófeszültségek kiszámítására alkalmazta, és a hajlítási fogdeformáció kiszámítására általánosan használható formulát vezetett le a kétfogpár kapcsolószakaszán való terhelésmegoszlás meghatározása végett. Az 1960-ban megjelent G. NIEMANN: Maschinenelemente. II. kötet (Getriebe) című Springer-kiadású könyv 63. és 65. oldalán dr. VIDÉKY 1950 óta idegen nyelven megjelent dolgozataira hivatkozik. Mivel a prioritás kérdéseiben hazánkat már más szakterületen is érték sérelmek, tanúskodjék vita helyett e nekrológ végén olvasható irodalmi összefoglaló VIDÉKY Emil munkáiról. Talán itt lehet megemlíteni azt, hogy nem sokkal halála előtt felkereste őt AIDA tokiói műegyetemi tanár és átnyújtotta legújabb dolgozatát, amelyben kútfőként VIDÉKY Emilre hivatkozott.

Amikor mély tisztelettel adózunk VIDÉKY Emil emlékének, egyben búcsúzunk egy olyan kiváló gépészmérnöktől, aki életével, kiváló emberi tulajdonságaival, oktatói tevékenységével, szak- és tudományos munkáival méltán sorolható azok közé a nagy magyar gépészmérnökök közé, nevezetesen ASBÓTH Oszkár, BÁNKI Dónát, REJTŐ Sándor, HERRMANN Miksa, KANDÓ Kálmán, SCHIMANEK Emil, JENDRASSIK György, PATTANTYÚS Á. Géza közé, akik nemcsak magyar, hanem nemzetközi szempontból is hozzájárultak e tudományág fejlődéséhez.

Azokkal a szavakkal illő talán e visszaemlékezést befejezni, amelyeket 1959. április 28-án írt egy tanulmánya végére: „Az utolsó évtizedek fogaskerék tökéletesedésének hazai történetét megírni fiatalabb kartársaimra jobb bízni, akik friss erővel foroghatnak az új világ tudományos rengetegében.”

DR. VIDÉKY EMIL MŰSZAKI IRODALMI MUNKÁSSÁGA

- Beiträge zur Berechnung der Zahnräder. Z. d. Östr. Ing. u. Arch. Vereins. 1908. 36. sz. 579—585 l.
- Fogaskerekek méretezéséről. Magy. Mérnök- és Építész Egylet Heti Értesítője 1909. 8. sz. 90—93 l.
- Fogaskerekek hatásfokának mérése. MMÉE Közl. 1911. 504 l.
- Die Hupfriss Verzahnung. Z. d. VDI 1911. 2036 l.
- A nyilas fogazás előnyei. MMÉE Közl. 1911. 559—563 l.
- Fogaskerekek fogainak gyártása. MMÉE Közl. 1911. 287—297, 303—309, 319—323, 335—345 l.
- Bestimmung des Wirkungsgrades von Zahnrädern. Z. d. VDI 1911. 2160 l. (Hozzászólás H. RIKLI cikkéhez.)
- Fogaskerekek. (Műszaki doktori értekezés.) Budapest, 1911. Pátria nyomda. 93 l.
- Fogaskerekek fogainak gyártása. (2 kötetes könyv). Budapest, 1912. Pátria-nyomda. 218 l. + 114 l.
- Adalékok fogaskerekek grafikus méretezéséhez. MMÉE Közl. 1912. 321—332 l.
- Kritischer Vergleich der Stirnrad-Bearbeitungsweisen. Z. f. Werkzeugmaschinen u. Werkzeuge. 1913. 8. sz. 362 l.
- A fogaskerekek és gördülő csapágyazatok. (Magántanári próbaelőadás.) Budapest, 1913. Munkásoktatásunk fejlesztéséről. MMÉE Közl. 1913. 550—552 l.
- Iparoktatásunk fejlesztéséről. Pesti Hírlap. 1913. dec. 27. sz.
- Ipari rajz. MMÉE Munkástovábbképző Bizottságának kiadványa. 1920.
- A gördülő csapágyak újabb fejlődése. MMÉE Közl. 1922. 75—79 l.
- A homogenitás fokának meghatározása. Technikus. 1922. 4—5. sz. 7. l.
- Gépipari ábrázoló mértan. 1. kötet. Budapest, 1923. Németh J. kiad. 96 l.
- A vasúti csapágyak újabb fejlődése. MMÉE Közl. 1923. 36—38. sz. 141—148 l.
- Bestimmung des Homogenitätsgrades. Z. d. Östr. Ing. u. Arch. Vereins. 1924. 51—52. sz. 477—480 l.
- Kugel u. Rollenlager. (Bericht.) Internationaler Kongress, Homburg v. d. Höhe. Jahrbuch des Int. Strassenbahn u. Kleinbahn Vereins.
- Beszámoló jelentés a gördülő és golyós csapágyakról. Vasúti és hajózási hetilap. 1925. 10. sz. Gördülőcsapágyak tömitése. MMÉE. Közl. 1925. 27—28. sz. 477—480 l.
- Beitrag zur Berechnungsweise der Stirnzahnräder. VDI Maschinenbau. 1926. 8. sz. 362—366 l.
- A Maag-fogaskerekek, előállításuk módja és ellenőrző módszerei. (M. Maag előadásának ismertetése.) MMÉE Közl. 1927. 289—300 l.
- Abdichtung von Walzlagern. Z. d. Östr. Ing. u. Arch. Vereins. 1926. 21—22. sz. 224—226 l.
- Művészet, iparművészet és technika. Technika 1926. 261—264 l.
- Könyvbírálat K. KUTZBACH: Grundlagen u. neuere Fortschritte der Zahnräderzeugung c. munkáról. MMÉE Közl. 1927. 92 l.
- Erőátadáskok, illesztések és toleranciák összjátéka, különös tekintettel a gördülő csapágyakra. MMÉE Közl. 1927. 95—101 l.
- Rugalmas fogaskerekek. Technika. 1928. 314—316 l.
- A fogaskerék kérdések mai állása. MMÉE Közl. havi füzetek 1928. XII.
- A fogaskerék mai állása. Technika. 1929. 47—54 l.
- Modern fogaskerekek hatásfoka. Technika. 1930. 145—148 l.
- Iparművészeti munkák nemzetgazdasági jelentősége. MMÉE 1931. „Technika és Közgazdaság” 59—62 l.
- Zur Fragen der Cementmühlenantriebe. Revue des materiaux de Construction du Travaux Publics. 1931.
- The Rationalisation of Gear Cutting, and Tables I., II. and III. Budapest, 1933. Egyetemi-nyomda.
- Műipari életpályák. (Rádió előadás.) 1933. jún. 28.
- A színek világa. Magy. Iparművészet. 1934. 7—8. sz.
- Fogazások korrigálása (helyesbítése), méretezése és szabványosítása. MMÉE havi füzetek. 1937. 38—46 l.
- Fogaskerekek. (A PATTANYUS Á. G.: Gépészeti zsebkönyv I. kötet 35. pontja.) Budapest, 1937. 1093—1109 l.
- Fogazáshelyesbítő rendszerek összehasonlítása. Technika. 1939. 213—219 l.
- Homlokkerék fogazások számításainak ellenőrzése. MMÉE Közl. 1944. 127—129 l.
- A fogaskerék tárgykör jelöléseinek rendszerbe foglalása. MMÉE Közl. 1944. 109—111 l.
- Fogaskerekek evolvensgeometriai összefüggései. Társszerző: BOTKA Imre. 1944. 219—228 l.

- A súrlódás analízise fogaskerék szempontból. MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei 1951. I. köt. 2. sz. 146—197 l.
- Nagysebességű hajtóművek. Gép. 1951. 171—180 l.
- Korszerű nagysebességű és nagyterhelésű bolygóművek tervezése. MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei 1951. II. köt. 1. sz. 103—158 l.
- Fogak igénybevétele homlokkerékfogazásnál. MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei 1952. VII. köt. 1—3. sz. 19—44 l.
- Analysis of Gear Friction. Acta Technica Hung. 1953. VI. köt. 3—4. sz. 239—261 l.
- Reibungsanalyse mit besonderer Rücksicht auf die Verhältnisse bei Verzahnungen. Maschinenbautechnik. 1954. 5. sz. 261—268 l.
- Homlokkerékfogazások fejéltompítása. MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei 1954. XII. köt. 1—4. sz. 73—87 l.
- Kinematic and Geometrical Calculations on Involut Spur Gears. Acta Technica Hung. 1954. IX. köt. 3—4. sz. 277—303 l.
- Evolvens homlokkerékfogazások trigonometriai és kinematikai számítása. MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei 1955. XVII. köt. 3—4. sz. 225—247 l.
- Tip Relief on Spur Gears. Acta Technica Hung. 1955. X. köt. 1—2. sz. 3—17 l.
- Influence of Contact Ratio on Involute Spur Gears. Acta Technica Hung. 1955. XI. köt. 1—2. sz. 99—119 l.
- Die Zahnflankenzurücksetzung von Stirnradverzahnungen. Maschinenbautechnik. 1956. 27—31 l.
- A kapcsolószám befolyása egyenes fogú homlokkerekeknél. MTA Műsz. Tud. Oszt. Közleményei 1957. XXI. köt. 1—4. sz. 1—20. l.
- Complement of Goniometry and Projektive Relativenesses in the Involute Geometry. Acta Technica Hung. 1958. XXII. köt. 3—4. sz. 177—191. l.



EGY RÉGI MAGYAR SZERSZÁMGÉPRŐL

SZÓKE BÉLA

[Beérkezett 1960. december 19-én]

1958-ban a Gépipari Tudományos Egyesület Szerszámgép Szakosztályának néhány tagja adatokat gyűjtött a régi magyar szerszámok és szerszámgépek történeti fejlődésére vonatkozólag.

E sorok írója a néhai Dr. VIDÉKY Emiltől kapott értékes adatok közül, amiket annak idején a Művelődésügyi Minisztérium Műszaki Emlékeket Gyűjtő és Nyilvántartó Csoportjának adott át, különösen említésre méltónak tartja a századforduló táján az egykori budapesti Fegyvergyárban készült kúperékgyalugépet.

Erről a gépről ma már nem áll rendelkezésre semmi hazai adat és nem is tudnánk róla, hogy Magyarországon valaha ilyen fajta szerszámgépet is készítettek, ha a gép fényképét és leírását RALPH E. FLANDERS 1909-ben, New-Yorkban megjelent „Gear-Cutting Machinery” c. könyvében meg nem örökítette volna. Az a körülmény, hogy erről a gépről külföldi könyv tesz említést, arra enged következtetni, hogy ezt a gépet az egykori Fémáru-, Fegyver- és Gépgyár R.T. (alakult 1891-ben) eladásra is gyártotta, mint általában azt a 40—50 féle szerszámgépet is, amiket első sorban saját szükségletére készített.

A csatolt fénykép alapján csak annyit sikerült megállapítani erről a kúperékgyaluról, hogy BALÁZS PÉTER gépészmérnök még látta e gépet működésben és tud róla, hogy 1936-ban összetörték, VARGA FERENC művezető pedig még emlékszik rá, hogy jól ismerte ezt a gépet.

A szóbanforgó és [1] alatt idézett angol szöveg magyar fordítása:

„Egy budapesti (magyarországi) cég, melynek neve angolul így hangzik: „Kis Fegyver és Gépgyár Részvénytársaság”, sok évvel ezelőtt a 184. ábrán bemutatott kúperékgyalugép prototípust gyártotta. Ezen a gépen a munkadaraborsó az osztókúp szögének megfelelően beállítható az ágyon levő üreges köralakú ülékben való elmozdítás által. Ez az ülék a munkadaraborsó tengelyét mindig egy vonalban tartja a forgató berendezés vízszintes tengelyével. A munkadarab tüske másik végét egy forgó bilincs tartja ezen a tengelyen. A gép felső részén levő mechanizmus a szerszám-orsóház, melyen két forgattyús meghajtású csúszórész van, mindegyikben egy-egy szerszámmal.

A csúszkákat vezetékek tartják, melyek csuklósan vannak egy tengelyre erősítve, úgy hogy az alaposztókúp palástjához illeszkedjenek. Az egész mechanizmus ugyanahhoz a ponthoz illesztett vízszintes tengely körül forog. Amikor a szerszámok ezen a vízszintes tengelyen

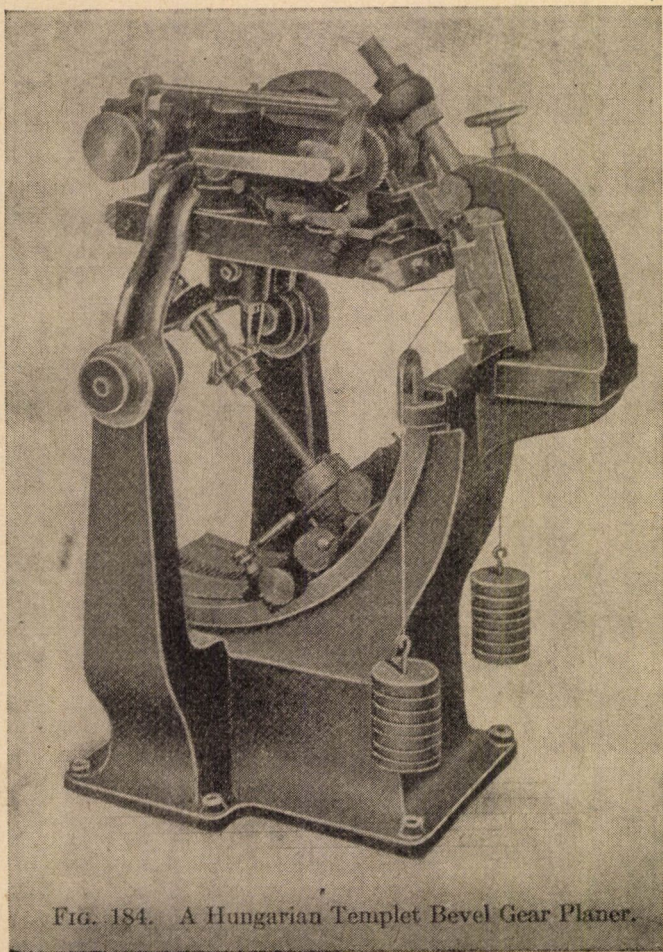


Fig. 184. A Hungarian Templet Bevel Gear Planer.

GEAR-CUTTING MACHINERY

COMPRISING
A COMPLETE REVIEW OF CONTEMPORARY
AMERICAN AND EUROPEAN
PRACTICE

TOGETHER WITH
A LOGICAL CLASSIFICATION AND EXPLANATION
OF THE PRINCIPLES INVOLVED

BY
RALPH E. FLANDERS

ASSOCIATE EDITOR OF *MACHINERY*
AUTHOR OF "BEVEL GEARING"

FIRST EDITION
FIRST THOUSAND



NEW YORK
JOHN WILEY & SONS
LONDON: CHAPMAN & HALL, LIMITED
1909

a fogak közé hatolnak, a vízszintes tengely mentén széjjel csúsznak a szerszámcsúszkák vezetékein levő ujjak hatására, amelyeket a vezetékek ellentétes oldalán — a gép felső részén levő sablontartóban megfogott — megfelelően kiképzett másolóvonalzó vezet. A szerszám-vezető mechanizmus lefelé mozgását elforduló horony végzi, mely azon a forgó csavaron van, amely összeköti ezt a mechanizmust azzal a tartóval, melyre a másolóvonalzó van fel-fogva. Ez utóbbit vezetékek tartják, melyek függőleges és vízszintes elmozdításra beállít-hatók. Mivel a szerszámok két tengely körül fordulnak el, mialatt a munkadarab állva marad, ez a gép hasonló a 179. ábrán látható Gleason-géphez, azonban ez nem teljesen automatikus.”

IRODALOM

1. FLANDERS, RAI PH E.: Gear-Cutting Machinery I., New-York 1909, 257—259 p.

TUDOMÁNYOS ÜLÉSSZAK A „MECHANIZMUSOK” TÁRGYKÖRÉBŐL A MISKOLCI NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEMEN

1960. június 17-én magasszínvonalú előadások hangzottak el Miskolcon, a Gépészmérnöki Kar által a „Mechanizmusok” tárgyköréből rendezett Tudományos Ülésszakon.

Dr. SÁLYI István Kossuth-díjas rektor megnyitójában a „Mechanizmusok” tárgykörének nemzetközi és hazai múltját ismertette. Előnyös volt, hogy a fiatal miskolci Gépészmérnöki Kar e tárgykör egyetemi oktatását azonnal oly nagy szeretettel karolta fel. Ennek eredményeként már egyetemi tankönyv, kandidátusi disszertáció és több szakcikk jelenhetett meg miskolci oktatók tollából. Ennek a következménye az is, hogy hazánkban először e tárgykörből önálló Tudományos Ülésszak létrejöhett, s azon nemzetközileg neves, külföldi professzorok is vállaltak előadást.

A rektori megnyitó után, nagyszámú hallgatóság előtt, amely között a budapesti és a miskolci Gépészmérnöki Kar több professzora is résztvett, az előadásokra került sor.

Dr. TERPLÁN Zénó professzor (Miskolc) „Síkban mozgó mechanizmus hajtórúdjának mozgástörvényei” címen tartott előadásában rámutatott arra, hogy a hajtórúd adott helyzetében melyek a különleges mozgástani jellemzőkkel rendelkező hajtórúdpontok mértani helyei. Előadása közben sok fogalom magyar elnevezésére tett javaslatot.

Dr. M. DAMASIEWICZ professzor (Krakkó) „Megjegyzések összetett bolygó- és csuklós mechanizmusok tulajdonságaira, egy a kohászatból vett példával” c. előadásában konkrét példán mutatta be a címben körülírt mechanizmus meghatározását, majd üzemi jellemzőinek vizsgálatát.

Dr. W. LICHTENHELDT professzor (Drezda) „Forgattyús mechanizmusok tervezésének problémái” c. előadásában előírt feltételekre keresett mechanizmus-szerkesztési lehetőségeket, különös tekintettel a speciális taghelyzetekre. Az általános elvek után számtalan konkrét példát mutatott meg vetített képeken. Előadása elején melegen üdvözölte a magyar kezdeményezést, s megemlítette, hogy Németországban 1924-ben tartották meg az első ún. „Getriebetagungot”, amelyet eddig 16 követett, s amelyből 8-at Drezdában rendeztek meg. Hangsúlyozta továbbá, hogy e tárgykörrel foglalkozás fontos, különösen az automatizáció korában.

Második előadásának címe: „A BALL-pont alkalmazása csuklós egyenesvezetők méreteinek meghatározásához”, amelyben az emelőgépek és a textilgépek mechanizmusaiából választott példákat.

Előadásához dr. K. LUCK adjunktus (Drezda) szólt hozzá. Egy újfajta vizsgálati módszert ismertetett, amellyel egyszerűbben lehet a mechanizmusok mozgástani és erőtani tulajdonságait követni, s amely doktori disszertációjának egyik részlete volt.

Dr. PETRICH Géza professzor (Miskolc) „Egyszerű törvényszerű mozgáspályák szerkesztése térbeli mechanizmus egy tagjának helyzetzi között” c. előadásában a geometriával foglalkozó szakember szabatoságával, példaszerűen áttekinthető ábrákkal mutatta meg egy mechanizmus tagjának két, illetve három helyzete között lehetséges legegyszerűbb pályagörbe lehetőségeket.

TAJNAFŐI József adjunktus (Miskolc) „Tokmányopfa-fogköszörűgép mechanizmusa” c. előadásában egy célgép technológiai feladatához szükséges geometriai elemzés után, a problémát megvalósító térbeli mechanizmust ismertette a mozgástani és erőtani problémákkal együtt.

Délután Dr. W. RÖSSNER professzor (Magdeburg) „Roberts tétele, mint szerkesztési elv” c. előadásában először a sokoldalúan használható Roberts-tételt ismertette, majd ennek kiegészítéseivel foglalkozott. Példákkal bizonyította, hogyan lehet a Roberts-féle tétellel szerkesztett mechanizmusok mellett újabb, talán többtagú, de kedvezőbb mozgási vagy erőtani, esetleg helykihasználású mechanizmusokat szerkeszteni.

Előadásához Dr. K. LUCK (Drezda) tett saját kutatásai alapján kiegészítést „A négytagú mechanizmus pontgörbéjének előállítására öttagú kétforgattyúkaros mechanizmussal” címen.

Dr. ifj. SÁLYI István docens (Miskolc) „Kiegészítés a síkbeli mechanizmusok vizsgálatának egyik módszeréhez” c. előadásában saját kutatása alapján ismertette az általa bevezetett csoportosításba tartozó mechanizmusok sebesség állapotának vizsgálatát a virtuális teljesítmények tétele alapján.

VANKÓ Richárd Kossuth-díjas professzor (Miskolc) „A rázócsúszda mechanizmusának néhány kérdése” c. előadásában a rázócsúszda követelményeit foglalta össze abból a célból, hogy a keresett mechanizmus a legjobban valósíthassa meg e követelményeket.

DROBNI József adjunktus (Miskolc) „Hozzászólás az excenterprések tervezéséhez” c. előadásában ismertette azt a módszert, amellyel az excenterprések mechanizmusának mozgástani és erőtan vizsgálatát véghezvitte a súrlódások figyelembevételével. Így eljutott olyan eljáráshoz, amellyel adott sajtoló erő—út törvényhez lendítőkeréket méretezhet, de e vizsgálat egyben szolgáltatja azokat a jellemzőket, amelyek a mechanizmus elemeinek méretezéséhez szükségesek.

Az előadások nagyobb része a tárgykör elméleti kérdéseit tárgyalta. Az elméleti előadások példái és a gyakorlati tárgyú előadások anyaga a bányászat, a kohászat, és a gépészet mechanizmusaiból volt, amely éppen az egyetem profilját tükrözte.

Az előadások teljes szövege „A Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei” VII. magyar nyelvű kötetében jelenik meg, kiegészítve a Tudományos Ülésszakon résztvenni nem tudó Dr. Sz. N. KOZSEVNYIKOV akadémikus professzor (Dnyepropetrovszk), a gépek dinamikus jellemzőinek mérési eredményeit összefoglaló cikkével.

Az általános vélemény szerint tartalmában és szervezésében kitűnően sikerült Tudományos Ülésszak a Nehézipari Műszaki Egyetem, de tágabb értelemben az egész magyar tudományos élet hasznos és eredményes eseménye volt.

T. Z.

KÖNYVSZEMLE

Vadász Elemér:

MAGYARORSZÁG FÖLDTANA

Második átdolgozott és bővített kiadás. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1960. 646 oldal, 213 ábra, 51 tábla, 18 táblázat és 2 térképpel. Ára 150 Ft.

A közelmúltban jelent meg a Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya 100. kiadványaként Dr. h. c. VADÁSZ Elemér akadémikus: Magyarország földtana című könyvének második, átdolgozott és bővített kiadása. Az első kiadás 1953-ban jelent meg és rövid pár hónap alatt teljesen elfogyott, ezért nagyon is időszerűvé vált a második, átdolgozott és jelentősen bővített kiadás megjelentetése. Már az első kiadás is Magyarország földtanának alapvető, nagy hiányt pótló, első szintézise volt. Az azóta eltelt 7 év alatt országunkban a földtani és bányászati kutatások igen nagy mértékben megnövekedtek és rengeteg új földtani ismeretanyagot szolgáltatottak.

Az illusztris szerző ezt a hatalmas újabb ismeretanyagot kellő szakmai kritikával, nagyon gondosan feldolgozta, értékelte s Magyarország földtanáról olyan alapos szintézist adott, mely hosszú időn keresztül újabb gondolatokat ébresztő, alapvető, szilárd pillére lesz a további földtani kutatásoknak.

A második kiadás az elsőhöz képest jelentősen bővült, ismeretanyagban és földtani szemléletben egyaránt. Szerző újabb munkájában nemcsak a hazai kutatási eredményeket dolgozta fel, hanem a szomszédos országok földtani irodalmát is nagyon helyesen tekintetbe vette s ahol szükségesnek látszott, szintézisébe beillesztette.

A második kiadás értékét a szakemberek, de a gyakorlatban működő más szaktársak szemében is jelentősen növeli, hogy a jellemző magyarországi fontosabb ősmaradványokat 51 táblán bemutatja. Ezenkívül a szöveg közt számos új földtani szelvény, térképvázlat, fénykép teszi szemléltetővé a szövegben mondottakat. A könyv használhatóságát nagyon elősegíti a gondosan összeállított név- és tárgymutató, mely az első kiadásból hiányzott.

Szerző könyvének I. fejezetében tágabb keretekbe helyezve röviden összefoglalja Magyarország földtani helyzetét. A II. fejezetben a magyarországi földtani megismerések történeti vázlatát adja, kiemelve benne a külföldi és magyar szakemberek szerepét. E fejezet illusztrációjában először látjuk együtt a magyar földtan nagyjainak jól sikerült arcképsorozatát. A III. fejezetben tér rá a voltaképpeni tárgyra, Magyarország földtörténetének igen részletes és alapos leírására. Ebben a fejezetben nem követi a területi földtani munkák szokásos széttagoló módszerét, hanem új didaktikai módszerrel a hatalmas anyagot nagy szerkezeti egységek, — alaphegység — fedőhegység — medencealakulatok — sorrendjében tárgyalja. Ez a fejezet öt: A/—F/ alfejezetre tagolódik.

Az „A/ Felszíni alaphegységek földtörténete” alfejezetben, az ópaleozoós átalakult — újpaleozoós alaphegységi — és a mezozoós alaphegység képződményeit tárgyalja földtörténeti időszakok sorrendjében és hegységenként. Minden egyes időszak után rövid összefoglalást és erre vonatkozó irodalom jegyzéket közöl.

A „B/ A fedőhegységek rétegtani tagolódása és földtörténeti jellegei” alfejezetben az előbbi fejezethez hasonló beosztásban tárgyalja az eocén, oligocén és neogén képződeményeket.

A C/ alfejezetben „A medenceüledékek kifejlődését” és a D/ alfejezetben „A medencealjzat rétegtani kifejlődését” ismerteti az újabb irodalmi adatok és kutatási, fúrási eredmények logikus, földtani kritikai értékelésével.

Az E/ alfejezetben „A magmatizmus szerepe a magyar földtörténetben” elsősorban földtani szempontból és időrendben veszi vizsgálat alá a paleozoós, mezozoós és harmad-időszaki vulkánosságot s annak felszíni és medencebeli befolyását részletesen ismerteti.

Az F/ alfejezetben „Magyarország szerkezeti egységei” külön-külön tárgyalja a kristályos, a perm-mezozoós alaphegységek, a fedőhegységek, a vulkáni öv és a medencealakulatok szerkezetét. Ösföldrajzi és hegységszerkezeti összesítést ad, külön kiemelve Magyarország földtani nagyszerkezeti jellegét, kapcsolatait és kéregszerkezeti jelentőségét.

A könyvet nagyon hasznosan egészíti ki az ábrajegyzék, táblázatok jegyzéke, táblák, névmutató, tárgymutató és a földrajzi nevek jegyzéke.

A magyar föld egészére, sőt tágabb kereteire vonatkozó ilyen szintézis, mely figyelembe vette minden részletmunka szinte áttekinthetetlen tömegét, minden valamire való régi és új adatot, a legújabb kutatási eredményeket, azokat korszerű keretbe helyezte, saját megfigyeléseivel kiegészítette, logikus földtani szemlélettel a különböző adatokat, elképzelé-

seket összegeyzette, értékelte, a szerző VADÁSZ Elemér igazi szerelmét: a magyar föld határtalan szeretetét jelképezi.

A könyv legnagyobb érdeme, hogy nemcsak hazai földtani ismeretek tömegét adja helyes kritikai megvilágításban, hanem gondolatokat ébreszt, földtani problémák megoldására serkent.

Jogosan tekinthetjük a könyvet a magyar földtan első száz esztendejét befejező, bekoronázó határkövének és a magyar földtani irodalom második századát elindító alap-pillérnek.

Dr. Vitális Sándor

DISSERTATIO DE TERRAE MOTU MORENSI ANNO 1810

(Akadémiai Kiadó 1960.)

E címmel adta ki a Magyar Tudományos Akadémia faksimile kiadásban KITAIBEL Pál és TOMTSÁNYI Ádám 1814-ben, az Egyetemi Nyomda által Budán kiadott, a magyar szeizmológia terén kiemelkedő jelentőségűnek mondható munkáját.

1960. január 14-én volt 150 éve a móri földrengés kipattanásának. E földrengés Prága, Bécs, Pozsony, Eger, Baja, Keszthely és Sopron városokban is érezhető volt. A rengés központi területén 3 haláleset történt, templomok és házak dőltek össze, jelentős épületkárok keletkeztek. A földrengést követően Fejér megye azon kérelemmel fordult a pesti Egyetem tanácsához, hogy küldjön ki egy tanári bizottságot a móri földrengés terület tanulmányozására. A pesti Egyetem e kérelemnek tett eleget KITAIBEL, TOMTSÁNYI és FABRICI kiküldetésével. Az okozott károknak a helyszínen való tanulmányozásában mindhárom tudós részt vett, az eredményeket tárgyaló könyv megírásában azonban az időközben elhalt FABRICI már nem vehetett részt.

Könyvükben latin nyelven írták meg beszámoló munkájukat a földrengésről. Az ehhez mellékelt térképen a szerzők első ízben használtak tudatosan izoszeiztát.

A könyv nemcsak ritkaság jellege miatt érdemelte meg újrakiadását, hanem elsősorban azért is, mert noha latin nyelven íródott, mégis az első oly magyar tudományos munka, amely a földrengéseket nemcsak részleteiben, hanem általánosságban is tárgyalja.

Hazánk első részletes földrengési monográfiája, amely az első úttörő jelentőségű, rézmetszeten közölt magyar földrengési térképet tartalmazza.

A könyv három fejezetre oszlik. Ezek közül az első sok külföldi szerzőre hivatkozva a földrengésekkel általában, a második az 1810. január 14-i móri földrengéssel foglalkozik és a terület részletes földrajzi és geológiai jellemzését is adja. A harmadik fejezet a földrengések okaival foglalkozó különböző hipotéziseket írja le.

A könyvhöz RÉTHLY Antal írt utószót, amelyben KITAIBEL, TOMTSÁNYI és FABRICI tudományos munkásságát méltatja.

E munkának a Magyar Tudományos Akadémia Geofizikai Főbizottsága jóváhagyása alapján való megjelentetése RÉTHLY Antal érdeme. A külföldi szeizmológusok rég hangoztatott kívánsága teljesült a móri 1810-es földrengés KITAIBEL—Tomtsányi által írt monográfiájának újrakiadásával, amely a magyar tudománytörténet jelentős dokumentuma.

Scheffer Viktor

Makkai László (szerk.). Történelmi Szemle. A Magyar Tudományos Akadémia történet-tudományi intézetének értesítője. III. évf., 1. szám. Budapest, Akadémiai Kiadó, 1960. Ára 12,— Ft, előfizetési ára egy évre 40,— Ft.

Akadémiánk műszaki tudományok osztályának keretében működő műszaki-tudomány-történeti főbizottságunk és az akadémia társadalmi-történeti tudományok osztályának arra hivatott bizottsága évekként elhatározta, hogy a műszaki-tudománytörténeti kutatás terén a lehetőséghez képest együttműködést fejt ki. Bár ez az együttműködés gyakorlatilag nem jött létre, a megbeszéléseknek megvolt az az eredménye, hogy a Történelmi Szemle szerkesztője is érdeklődéssel fordult a műszaki-tudománytörténeti kutatás iránt.

Ennek eredményeképpen látott napvilágot a nevezett folyóiratnak egyik legutóbbi száma, amely csaknem teljes terjedelmében technikai-történeti tanulmányokat közöl. Ezek a tanulmányok a textilipar, a papíripár, a kerámiai ipar, az antik technika, a vaskohászat és a metallografia és végül a könnyűipar körébe tartoznak, s azokat kiegészíti a szemle-rovat három könyvismertetése, amelyek szintén a technika-történet tárgykörébe vágnak.

Nagyon öröndetes, hogy nemcsak a mérnökök, hanem a történészek körében is fokozódik az érdeklődés a technika történetének feltárása iránt s így most a műszaki tudományok osztályának közleményein kívül egy másik, kimondottan történeti folyóirat is kaput nyitott ilyen jellegű tanulmányok elhelyezésére.

S. A.

TARTALOMJEGYZÉK

<i>Huszár István és Teleki Elemér:</i> Kapcsolt bemetszésekkel gyengített rudak.....	3
<i>Hárosy Teofil:</i> Hézagokra ható és azokban kialakuló földnyomás.....	13
<i>Szidarovszky János:</i> Rugalmas ágyazaton nyugvó gerenda gyakorlati számítása.....	35
<i>Csonka Pál:</i> Szabályos háromszög- és hatszög-alaprajzú forgásparaboloid-alakú héjak számítása relaxációval (Kivonat)	49
<i>Csonka Pál:</i> Forgásparaboloid szerint alakított fülkehéjak (Kivonat)	55
<i>Balogh Arthur:</i> Karakterisztikus kifejezések közti összefüggés meghatározása torziós (kapcsolt) lengéseknél	61
<i>Váczy István:</i> Wolfram- és molibdén-diszilicid kilépési munkája tiszta állapotban és báriumoxiddal történő bepárologatás után	69
<i>Dalocsa Gábor:</i> A fakeretek szerelése és terhelése közben keletkező feszültségek néhány kérdése	89
<i>Maschek Tivadar:</i> Hengerszimmetrikus bugák hevítése. VI. Időben változó hőmérsékletű közegbe helyezett hengerszimmetrikus testek hevítési folyamatának közelítő meghatározása	99
<i>Csonka Pál:</i> Új eljárás kismerevségű hevederekkel bíró kerettartók számítására.....	123
<i>Csóka János:</i> Osztott égésterű motorok hőközlési folyamatának vizsgálata	133
<i>Paulinyi Ákos:</i> Adalékok a rónici vasgyár technikai fejlődéséhez a XIX. század 20-as—40-es éveiben	149
<i>Tárczy-Hornoch Antal:</i> A teodolit tengelyhibáinak hatása az irányok vízszintes vetületére	189
<i>Olszak W. és Urbanowski W.:</i> Az anizotróp inhomogén elasztoplastikus testek elméletének néhány alapvető problémájáról	203
<i>Olszak W.:</i> Az inhomogén testek plaszticitás-elméletének mérnöki alkalmazásairól... ..	217
<i>Barkász Emil:</i> Számítási eljárás az excentrumos anomália pontos értékének gyors meghatározására:	237
<i>Forrai Sándor:</i> Bányászati telepítések különleges feladatának analitikai megoldásához	241
<i>Szabó Béla:</i> Csavaros szivattyú	267
<i>Kund Ede:</i> Mérnöki munkálatok a hazai mezőgazdaság fejlesztésében.....	283
<i>Csonka Pál:</i> Lemezvázas önhordó vasúti kocsiszekrények számítása (Kivonat)	299
<i>Bíró Eugénia:</i> A belső remanens feszültségek meghatározása a nagyfrekvenciás eljárással edzett hengerperselyekben.....	301
<i>Haszpra Ottó:</i> Előírt pontosságú pontsoros nomogramok tervezése. Hidraulikai alkalmazások	323
<i>Seidner Mihály:</i> Folyadékűtéses turbogenerátorok kifejlesztése	351
<i>Milasovszky Béla:</i> Az alapvonal-négyszög kiegyenlítése	369
<i>Vendel Miklós:</i> Erősen töredezett tektonikájú terület tellurikus kutatásának földtani értelmezése	423
<i>Ádám Antal és Verő József:</i> Tellurikus kutatás erősen töredezett tektonikájú területen	437
<i>Csonka Pál:</i> Megemlékezés Czákó Adolfról, születésének 100-ik évfordulóján	447
<i>Mándi Andor:</i> Megemlékezés Bláthyról	451
<i>Terplán Zénó:</i> Dr. Vidéky Emil (1879—1960)	461
<i>Szöke Béla:</i> Egy régi magyar szerszámgépről	471
<i>Tudományos ülésszak a „Mechanizmusok” tárgyköréből a miskolci Nehézipari Műszaki Egyetemen</i>	<i>475</i>

KÖNYVSZEMLE

<i>Vadász Elemér:</i> Magyarország Földtana (Vitális Sándortól).....	477
<i>Kitaibel—Tomtsányi:</i> Dissertatio de terrae motu Morensi anno 1810 (Scheffer Viktortól)	478
<i>Makkai László szerk.:</i> Történelmi Szemle, III. évf. 1. szám (S. A.)	478

ÉRTESÍTÉS

Az Energia Világkonferencia 1962. októberében Melbourneben teljes ülést tart. Az ülés tárgya:

Az energia fajtájának változása

Ennek tárgyalandó kérdéscsoportjai: I. Energiaforrások. II. Az energia elsődleges forrásainak feltárása. III. Az elsődleges energiának másodlagosra átalakítása és az energiaszállítás. IV. Az elsődleges és a másodlagos energiák felhasználása. V. Különböző energiaforrások gazdasági értékelése.

A Magyar Nemzeti Bizottság három tanulmányt küldhet ki a Melbourne-i tárgyalásra. A kiküldendő tanulmányokat 1961 júniusáig kell bejelenteni. Az ezekre vonatkozó javaslatokat a Magyar Nemzeti Bizottság fogja felülbírálni és a kiküldendőt kiválasztani.

A tanulmányra vonatkozólag tájékoztatást ad a „*Technical Programme, World Power Conference Sixth Plenary Meeting Melbourne October 20th 1962*”.

Ezt a füzetet a tanulmány írására pályázók a Magyar Nemzeti Bizottságtól igényelhetik. Ugyanoda küldendők a megírandó tanulmányra vonatkozó javaslatok 1961. március 15-ig.

ENERGIA VILÁGKONFERENCIA
Magyar Nemzeti Bizottsága
MTA VI. Osztálya
Bp. V. Nádor u. 7.

00,-- Ft